

На правах рукописи

Гаврилов Сергей Сергеевич

ДИНАМИЧЕСКАЯ САМООРГАНИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ
КВАЗИДВУМЕРНЫХ ЭКСИТОННЫХ ПОЛЯРИТОНОВ
В УСЛОВИЯХ РЕЗОНАНСНОГО ФОТОВОЗБУЖДЕНИЯ

специальность 01.04.07 – физика конденсированного состояния

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Черноголовка 2008

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук
Институте физика твердого тела РАН

Научный руководитель
доктор физико-математических наук, профессор
Кулаковский Владимир Дмитриевич

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук, доцент
Маслова Наталья Сергеевна,
кандидат физико-математических наук, с.н.с.
Эдельштейн Виктор Меерович

Ведущая организация:
Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН

Защита состоится «___» _____ 2008 года в ___ часов на заседании диссертационного совета Д 002.100.01 в Учреждении Российской академии наук Институте физики твердого тела РАН по адресу: 142432, г. Черноголовка Московской области, ул. Институтская, д. 2.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИФТТ РАН.

Автореферат разослан «___» октября 2008 года.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико-математических наук

Зверев В. Н.

© Гаврилов С. С., 2008
© Институт физики твердого тела РАН, 2008
© Институт проблем химической физики РАН, 2008

Общая характеристика работы

Физические закономерности взаимодействия света и вещества рассматривались на протяжении всей истории естествознания. Однако бурное развитие микро- и нанотехнологии в конце XX века позволило контролируемым образом создавать объекты с размерами меньше длины волны света, что обнаружило новые аспекты этой проблемы. Были открыты квазичастицы (элементарные возбуждения), представляющие собой связанные состояния света и вещества. Один из самых интересных примеров такого рода — квазидвумерные экситонные поляритоны, возникающие в активном слое планарного полупроводникового микрорезонатора за счет *сильной связи* экситона (электрон-дырочной пары) и резонаторной фотонной моды [1].

Квазидвумерные поляритоны характеризуются чрезвычайно малой эффективной массой ($10^{-4} \div 10^{-5}$ масс электрона в вакууме) и обладают уникальной дисперсией $E_{LP}(k)$, имеющей точку перегиба в области световых квазиимпульсов (индекс ‘LP’ указывает *нижнюю* ветвь поляритонной дисперсии, совпадающей с дисперсией экситона при больших k). Система поляритонов в микрорезонаторе обнаруживает свойства слабонеидеального квазидвумерного бозе-газа; обменное взаимодействие электронов, составляющих экситонные состояния (композитные бозоны), приводит к поляритон-поляритонному рассеянию. Представляя характерный пример *открытой диссипативной системы с нелинейным взаимодействием*, система квазидвумерных поляритонов обнаруживает примечательные коллективные свойства, теоретическому исследованию которых и посвящена данная диссертация.

Актуальность темы. Ключевой эффект, анализу которого будет уделено большое внимание, наблюдается экспериментально в условиях резонансного оптического возбуждения системы квазидвумерных поляритонов. В 2000 г. было обнаружено, что возбуждение в окрестности точки перегиба дисперсии $E_{LP}(k)$ с небольшой расстройкой энергии относительно резонанса [$E_p > E_{LP}(k_p)$] приводит к пороговому усилению моды $k \approx 0$, в результате чего появляется *гигантский сигнал* люминесценции резонатора в направлении нормали к поверхности [2, 3]. Последующие эксперименты, показали, что с увеличением плотности накачки на несколько процентов (вблизи порога) сигнал в направлении $\sin \theta = \hbar ck/E_p \approx 0$ относительно нормали возрастает на несколько порядков [4, 5, 6].

Начиная со времени первых экспериментов, о которых сказано выше, процессы перераспределения возбуждения в системе поляритонов вызывают неослабевающий интерес. В теоретических работах была предложена модель *параметрического рассеяния* фотовозбужденных поляритонов из состояния (\mathbf{k}_p, E_p) в состояния (\mathbf{k}_s, E_s) и (\mathbf{k}_i, E_i) , получившие названия “сигнала” и “холостого сигнала” (*англ.* “idler”), соответственно, с сохранением энергии и планарного квазиимпульса: $\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i = 2\mathbf{k}_p$, $E_s + E_i = 2E_p$. В том случае, когда накачка фиксирована в окрестности точки перегиба дисперсии $E_{LP}(\mathbf{k})$, “сигнал” и “холостой сигнал” также находятся на дисперсионной кривой, и потому рассеяние идет намного более интенсивно [7, 8]. Заметим, однако, что законы сохранения предполагают сильную зависимость положения “сигнала” от импульса и частоты возбуждения, не наблюдающуюся в экспериментах.

Очерченная проблема “неравновесной конденсации” поляритонов остается не вполне решенной вплоть до настоящего времени. В частности, не совсем ясны процессы развития неустойчивости, приводящие к появлению выделенного “сигнала” в направлении $\theta = 0$, а также динамика неравновесных переходов, в которых осуществляется критическая трансформация состояния. Настоящая работа посвящена исследованию этих явлений.

Основная цель настоящей работы состоит в исследовании эффектов, приводящих к пороговой трансформации состояния системы квазидвумерных поляритонов в условиях резонансного фотовозбуждения.

Поставлены следующие задачи:

- Исследовать возможные сценарии развития параметрической неустойчивости в системе квазидвумерных поляритонов.
- Проанализировать динамику неравновесного перехода в состояние с выделенным “сигналом” стимулированного рассеяния и определить условия, в которых такой сигнал возникает под действием когерентной накачки.
- Исследовать отклик системы квазидвумерных поляритонов в зависимости от оптической поляризации возбуждения.

Теоретический формализм, в рамках которого решаются поставленные задачи, основан на квазиклассической теории слабонеидеального бозе-газа

с кубической нелинейностью во взаимодействии. Решаются уравнения, аналогичные уравнению Гросса-Питаевского в приближении среднего поля, учитывающие внешнюю накачку и экситон-экситонное взаимодействие в системе большого числа (порядка нескольких тысяч) экситонных и фотонных мод на двумерной сетке планарных квазиимпульсов. Данный подход обусловлен выбором предмета исследования: существенно коллективных эффектов в сильно неравновесной системе взаимодействующих бозонов с макрозаполненными когерентными модами, возникающими под действием когерентной накачки. Таким образом, вопрос об исходном возникновении когерентности нами не рассматривается.

Научная новизна и практическая ценность работы состоит в решении указанных выше задач, в известной мере являющихся ключевыми для понимания свойств нелинейного отклика системы планарных поляритонов в микрорезонаторе.

К защите представлены следующие основные результаты.

1. Построена теоретическая модель динамики квазидвумерных экситонных поляритонов в условиях резонансного когерентного фотовозбуждения, учитывающая процессы упругого экситон-экситонного рассеяния в приближении среднего поля. На примере численного решения уравнений эволюции показано, что процессы перераспределения возбуждения в системе поляритонов приводят к выраженному гистерезису сигнала стимулированного рассеяния в зависимостях от внешней накачки и амплитуды возбуждаемой моды, в качественном согласии с результатами недавних экспериментов.
2. Исследован процесс развития параметрической неустойчивости в системе квазидвумерных поляритонов. Найдено, что в том случае, когда планарная проекция волнового вектора накачки фиксирована вблизи точки перегиба нижней поляритонной ветви, а частота превышает собственную частоту поляритона, в системе пороговым образом возникает многомодовая неустойчивость. Именно, сколь угодно плавный рост интенсивности накачки вблизи порога приводит к скачку интенсивности возбуждаемой поляритонной моды и быстрому заполнению множества мод в конечной двумерной области k -пространства (*жесткое возбуждение стимулированного рассеяния*).

3. Найдено, что в случае жесткого возбуждения стимулированного рассеяния становятся существенными коллективные эффекты, приводящие к появлению выделенного сигнала в направлении нормали к поверхности ($\mathbf{k}_s \approx 0$). Квазистационарное распределение интенсивности поля в активном слое резонатора обнаруживает резкие максимумы в направлениях $\mathbf{k}_s \approx 0$ (сигнал), \mathbf{k}_p (накачка) и $2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s \approx 2\mathbf{k}_p$ (холостой сигнал), в хорошем качественном согласии с результатами экспериментов. Переход к такому состоянию сопровождается значительным спектральным сужением сигнальной моды (\mathbf{k}_s) и появлением линейных участков дисперсии в окрестностях \mathbf{k}_s , \mathbf{k}_p и $2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s$.
4. Показано, что устойчивость квазистационарного состояния с выделенным сигналом рассеяния (\mathbf{k}_s) обусловлена сильными корреляциями в поведении “надконденсатных” мод, имеющих значительно меньшую интенсивность. Таким образом, установлено, что теория, описывающая процесс порогового усиления сигнала в области $\mathbf{k} \approx 0$, а также свойства такого сигнала в квазистационарном режиме, принципиально несводима к моделям типа параметрического осциллятора, учитывающим только три поляритонные моды \mathbf{k}_s , \mathbf{k}_p и $2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s$.
5. Исследованы свойства системы квазидвумерных поляритонов в случае произвольной оптической поляризации возбуждения. Найдено, что поляритон-поляритонное взаимодействие приводит к неоднозначности отклика поля в активном слое резонатора; число различающихся решений, определяющих стационарное состояние возбуждаемой моды, зависит от поляризации накачки и в общем случае может достигать четырех. В критических точках, в которых меняется количество и/или устойчивость стационарных решений, сколь угодно плавное изменение параметров накачки может привести к скачку состояния возбуждаемой моды. Проанализированы критические переходы, осуществляющиеся за счет изменения интенсивности и поляризации возбуждения. Показано, что даже малое отклонение поляризации накачки от строго линейной может привести к значительной циркулярной поляризации поля в активном слое.
6. Установлено, что взаимодействие экситонов с противоположными проекциями полного момента ($J_z = \pm 1$) приводит к возможности спонтанного нарушения симметрии σ^\pm -компонент поля в активном

слое резонатора в условиях строго линейной поляризации когерентной накачки. Диапазон значений интенсивности накачки, в котором наблюдается данный эффект, существенно зависит от частоты возбуждения.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на семинарах ИФТТ РАН, ФИАН им. П. Н. Лебедева, ФТИ им. А. Ф. Иоффе РАН, Физическом факультете МГУ им. М. В. Ломоносова, рабочих семинарах университетов Клермон-Феррана (Франция) и Шеффилда (Великобритания), а также на международных конференциях: “Physics of Light-Matter Coupling in Nanostructures” (Магдебург, 2006 г., устный доклад), “4th Russian-French Workshop on Nanosciences and Nanotechnologies” (Гренобль, 2007 г., приглашенный доклад).

Публикации. По результатам исследований, представленных в диссертации, опубликовано пять печатных работ.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка публикаций по материалам диссертации и списка литературы.

Содержание работы

Первая глава диссертации является вводной и посвящена обзору литературы. В разделе 1.1 рассмотрены характерные свойства квазидвумерных (2D) поляритонов в полупроводниковом резонаторе типа III-V (GaAs) с квантовыми ямами (InGaAs) в активном слое. Поляритоны возникают тогда, когда частота R экситон-фотонных переходов (частота Раби) превосходит коэффициент затухания как фотонной, так и экситонной моды. В результате в области пересечения энергий фотона $[E_C(\mathbf{k})]$ и экситона $[E_X(\mathbf{k})]$ состояния расщепляются, и появляются две — верхняя (UP) и нижняя (LP) — ветви поляритонной дисперсии:

$$E_{LP,UP}(\mathbf{k}) = \frac{E_C(\mathbf{k}) + E_X(\mathbf{k})}{2} \mp \frac{1}{2} \sqrt{[E_C(\mathbf{k}) - E_X(\mathbf{k})]^2 + R^2} \quad (1)$$

2D состояния фотона и экситона характеризуются квадратичной дисперсией с минимумом в запрещенной зоне. Эффективная масса экситона много больше, чем масса 2D фотона, поэтому в интересующей нас области малых \mathbf{k} можно положить $E_X(\mathbf{k}) = \text{const}$. Характерная форма нижней поляритонной ветви показана жирной линией на рис. 1а.

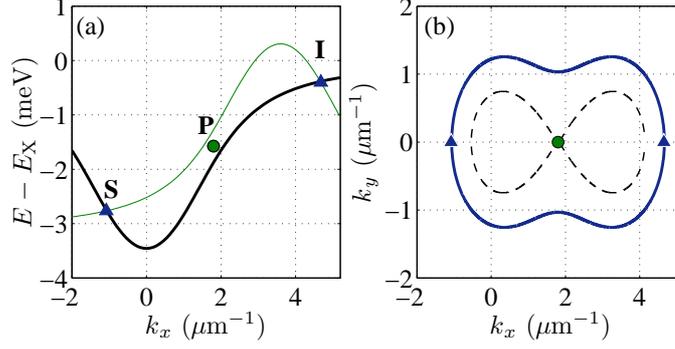


Рис. 1: Схема стимулированного рассеяния. Жирная и тонкая линии панели (a) соответствуют $E_{LP}(\mathbf{k})$ и $2E_p - E_{LP}(2\mathbf{k}_p - \mathbf{k})$ для $k_y = 0$; кружок и треугольники отмечают положения накачки (P), сигнала (S) и холостого сигнала (I) в координатах (k_x, E) . Пунктирная и сплошная линии панели (b) — решения уравнения $E_{LP}(\mathbf{k}) + E_{LP}(2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}) = 2E_p$ в случаях нулевой и положительной [как на панели (a)] расстройки $D \equiv E_p - E_{LP}(\mathbf{k}_p)$, соответственно.

В разделе 1.2 рассматривается стимулированное рассеяние поляритонов. В частности, в разд. 1.2.1 обсуждается природа экситон-экситонного взаимодействия, а в разд. 1.2.2 проанализирован процесс параметрического распада возбуждаемой моды (\mathbf{k}_p, E_p) в состояния сигнала $[(\mathbf{k}_s, E_s)]$ и холостого сигнала $[(\mathbf{k}_i, E_i)]$ стимулированного рассеяния. Самые простые свойства такого процесса можно понять из законов сохранения, которые показывают, что разрешенные направления рассеяния образуют характерную “восьмерку” в пространстве планарных квазиимпульсов (рис. 1).

Далее в разд. 1.2 рассмотрена квазиклассическая модель системы квазидвумерных поляритонов, предложенная в работах [7, 8] с целью объяснить пороговый характер развития стимулированного рассеяния. Соответствующие уравнения содержат кубичную нелинейность во взаимодействии и аналогичны тем, что исследовались в моделях сверхпроводимости (уравнения Гинзбурга-Ландау), бозе-конденсации (уравнения Гросса-Питаевского) и теории лазеров; формально, возможность “фазового перехода” в области критического значения “управляющего параметра” является общим свойством этих моделей. Для бозе-конденсата экситонов, возникающего в условиях когерентной оптической накачки с частотой выше частоты экситонного перехода, кубичность уравнений приводит к биста-

бильности отклика на внешнее возбуждение [9].

В квазиклассическом подходе система поляритонов рассматривается как совокупность взаимодействующих когерентных мод (с разными \mathbf{k}). Возможно следующее качественное определение: сигнальная гармоника $\mathbf{k}_s \neq \mathbf{k}_p$ становится неустойчивой тогда, когда ее нарастание за счет рассеяния $(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p) \rightarrow (\mathbf{k}_s, 2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s)$ полностью компенсирует затухание “в единицу времени”, определяемое *мнимой* частью собственной энергии $E_{LP}(\mathbf{k}_s)$. После этого “сигнал” растет вплоть до точки, в которой достигается новое равновесие (за счет перераспределения возбуждения между “сигналом” и накачиваемой модой).

Расчеты, представленные в работе [7], показали, что множество k -состояний, теряющих устойчивость в точке порога рассеяния, образует “восьмерку” (такую же, как на рис. 1b), форма которой определяется положением накачки $\{\mathbf{k}_p, E_p\}$ и сильно зависит от амплитуды возбуждаемой моды в пороговой точке. Отметим, например, что увеличение расстройки частоты накачки $D = E_p - E_{LP}(\mathbf{k}_p)$ приводит к смещению “сигнальной” гармоники k_{sx} (при $k_{sy} = 0$) в сторону отрицательных значений k_x . Отсюда следует, что наблюдаемое экспериментально появление “сигнала” в области $\mathbf{k} = 0$ [4, 5, 6] связано со сложным перераспределением возбуждения в процессе развития неустойчивости. Анализу такого эффекта посвящены вторая и третья главы нашей работы.

Вторая глава посвящена исследованию сценариев развития неустойчивости в условиях когерентной накачки.

В разделе 2.1 сформулирована модель, представляющая отправную точку наших расчетов. Мы исследуем решения квазиклассических уравнений для электрического поля $[\mathcal{E}(\mathbf{k}, t)]$ и экситонной поляризации $[\mathcal{P}(\mathbf{k}, t)]$ в двумерной квантовой яме, расположенной в активном слое планарного резонатора [10, 11]:

$$\left[i\hbar \frac{d}{dt} - E_C(\mathbf{k}) \right] \mathcal{E}(\mathbf{k}, t) = \alpha(\mathbf{k}) \mathcal{F}(\mathbf{k}, t) + \beta(\mathbf{k}) \mathcal{P}(\mathbf{k}, t), \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \left[i\hbar \frac{d}{dt} - E_X \right] \mathcal{P}(\mathbf{k}, t) = & A \mathcal{E}(\mathbf{k}, t) + \\ & + V \sum_{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2} \mathcal{P}^*(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 - \mathbf{k}, t) \mathcal{P}(\mathbf{q}_1, t) \mathcal{P}(\mathbf{q}_2, t) + \xi(\mathbf{k}, t). \end{aligned} \quad (3)$$

Компоненты квазиволнового вектора \mathbf{k} — дискретные параметры, “нумерующие” различные динамические переменные $\mathcal{E}_{\mathbf{k}_1}, \mathcal{P}_{\mathbf{k}_1}, \mathcal{E}_{\mathbf{k}_2}, \mathcal{P}_{\mathbf{k}_2}$ и т. д.

$\mathcal{F}(\mathbf{k}, t) = \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_p} \mathcal{F}_0(t) \exp(-i\omega_p t)$ — электрическое поле падающей электромагнитной волны накачки вдали от резонатора, которое описывается как макрозаполненная фотонная мода с фиксированной частотой ω_p , волновым вектором \mathbf{k}_p и амплитудой $\mathcal{F}_0(t)$, являющейся, в общем случае, медленной функцией времени. Далее, $E_C(\mathbf{k})$ — энергия резонаторной моды, E_X — энергия экситона в свободной квантовой яме; A — экситонная поляризуемость, V — константа экситон-экситонного взаимодействия, $\xi(\mathbf{k}, t)$ — случайная ланжевеновская сила: $\langle \xi(\mathbf{k}, t) \rangle = 0$ и $\langle \xi^*(\mathbf{k}, t) \xi(\mathbf{k}', t') \rangle \propto \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \delta_{t, t'}$.

В предположении, что система содержит единственную макрозаполненную моду $\mathbf{k} = \mathbf{k}_p$ (что справедливо для малых плотностей возбуждения), были исследованы *два* типа неустойчивости, возникающей в системе по мере роста накачки. Один из них возникает вследствие нелинейного самодействия возбуждаемой моды поля в активном слое, приводящем к бистабильности отклика на внешнее возбуждение (раздел 2.2). В том случае, когда расстройка частоты накачки $D = E_p - \text{Re } E_{\text{LP}}(\mathbf{k}_p)$ превосходит $\sqrt{3} \cdot |\text{Im } E_{\text{LP}}(\mathbf{k}_p)|$, зависимость *стационарного* значения интенсивности поля в активном слое [$|\mathcal{P}_0|^2$ или $|\mathcal{E}_0|^2$] от интенсивности накачки \mathcal{F}_0^2 принимает вид S-образной кривой (рис. 2a), причем решения в области отрицательной производной $d|\mathcal{P}_0|^2/d(\mathcal{F}_0^2) < 0$ параметрически неустойчивы [12]. Превышение критической интенсивности возбуждения, соответствующей граничной точке нижней устойчивой ветви S-контура ($\mathcal{P}_0 = \mathcal{P}_0^{(\text{lower})}$, см. рис. 2a), приводит к бифуркации системы и “прыжку” на верхнюю ветвь — т. е. к *резкому увеличению поля на квантовой яме*.

С другой стороны, состояние с заданной амплитудой $\mathcal{P} = \mathcal{P}_0$ может оказаться неустойчивым относительно распада $(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p) \rightarrow (\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$, $\mathbf{k}_s \neq \mathbf{k}_p$. С целью проанализировать этот тип неустойчивости, система (2, 3) была линеаризована по малым возмущениям комплексных амплитуд “сигнала” $\{\tilde{\mathcal{E}}(\mathbf{k}, t), \tilde{\mathcal{P}}(\mathbf{k}, t)\}$ и “холостого сигнала” $\{\tilde{\mathcal{E}}(\mathbf{k}', t), \tilde{\mathcal{P}}(\mathbf{k}', t)\}$, где $\mathbf{k}' = 2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}$, и были вычислены собственные значения $\Omega(\mathbf{k}; \mathcal{P}_0)$ соответствующей линейной задачи 4×4 (раздел 2.3). Значение наибольшей мнимой части Ω определяет *инкремент нарастания* (показатель Ляпунова) рассеянных мод в зависимости от состояния возбуждаемой моды, $\Gamma(\mathbf{k}; \mathcal{P}_0) = \max_l \text{Im } \Omega(\mathbf{k}; \mathcal{P})$, $l = 1, 2, 3, 4$. Если $\Gamma(\mathbf{k}) < 0$ для всех \mathbf{k} , то стационарное одномодовое решение асимптотически устойчиво, поскольку $|\tilde{\mathcal{P}}(\mathbf{k}, t)| \propto \exp[\Gamma(\mathbf{k})t/\hbar] \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. В противном случае инкремент нарастания положителен, $\Gamma(\mathbf{k}) > 0$, и такое решение оказывается неустойчивым *относительно рассеяния* в состоянии $\{\mathbf{k} \mid \Gamma(\mathbf{k}) > 0\}$. Нижняя граница

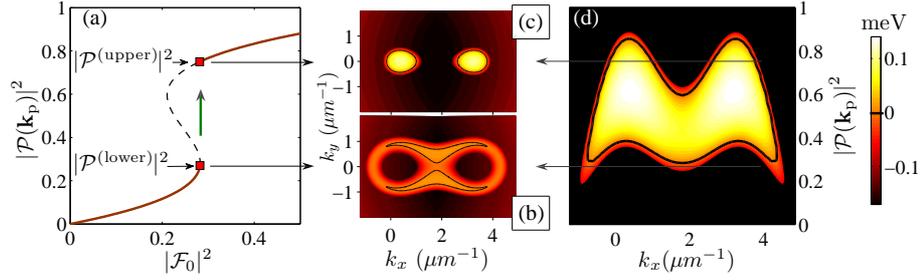


Рис. 2: (a) Функция стационарного отклика возбуждаемой моды (зависимость $|\mathcal{P}_0|^2$ от $|\mathcal{F}_0|^2$, произвольные единицы) для $k = |\mathbf{k}_p| = k_{px}$ и $D = E_p - \text{Re } E_{LP}(\mathbf{k}_p) = 0.48$ мэВ. Значения $|\mathcal{P}_0^{(\text{lower})}|^2$ и $|\mathcal{P}_0^{(\text{upper})}|^2$, отвечающие скачку поля в точке потери устойчивости одномодового решения, отмечены квадратами. (b, c) Распределения инкремента нарастания поляриционных мод в пространстве планарных квазиимпульсов, $\Gamma = \Gamma(k_x, k_y; \mathcal{P}_0)$, для $|\mathcal{P}_0|^2 = |\mathcal{P}_0^{(\text{lower})}|^2$ (снизу) и $|\mathcal{P}_0|^2 = |\mathcal{P}_0^{(\text{upper})}|^2$ (сверху). Контуры нулевого инкремента отмечены черными линиями. (d) Зависимость инкремента нарастания Γ произвольной гармоники поля на оси $k_y = 0$ от k_x и квадрата амплитуды экситонной поляризации раскачиваемой моды, $\Gamma = \Gamma(k_x, |\mathcal{P}_0|^2)|_{k_y=0}$. Черной линией отмечен контур нулевого инкремента, определяющий границу области неустойчивости. Вертикальные оси панелей (a) и (d) совпадают; цветовые схемы панелей (b), (c) и (d) совпадают.

области неустойчивости для системы в целом (порог рассеяния) определяется как $|\mathcal{P}_0^{(\text{thr})}| = \inf_{\Gamma(\mathbf{k}; \mathcal{P}_0) \geq 0} |\mathcal{P}_0|$. Подчеркнём, что в таком приближении интенсивность поляритон-поляритонного рассеяния определяется функцией стационарного отклика “внутреннего” поля $\mathcal{P}_0(\mathcal{F}_0)$. Эволюция системы достаточно сильно зависит от соотношения значений $|\mathcal{P}_0^{(\text{thr})}|$, $|\mathcal{P}_0^{(\text{lower})}|$ и $|\mathcal{P}_0^{(\text{upper})}|$, а также профиля накачки $\mathcal{F}_0(t)$. В расчетах мы полагаем, что накачка “включается” достаточно медленно по сравнению с характерными временами затухания $\tau_{LP} \equiv \hbar/|\text{Im } E_{LP}|$.

Первые исследования параметрического рассеяния в системе квазидвумерных поляритонов [7, 8, 13] были основаны на предположении о плавном изменении $V|\mathcal{P}_0(\mathcal{F}_0)|^2$ по мере роста накачки. Это предположение справедливо при отрицательных (или очень малых положительных) расстройках $E_p - \text{Re } E_{LP}(\mathbf{k}_p)$. В этом случае плавное превышение порога рассеяния приводит к плавному заполнению состояний в направлениях, образующих “восьмерку” в пространстве квазиволновых векторов. Отсюда возникает “синий сдвиг” резонансной энергии, который приводит к увеличению эффективной расстройки и, следовательно, к уменьшению коэффи-

циента поглощения волны накачки в активном слое; тем самым исходное превышение порога рассеяния компенсируется уменьшением $V|\mathcal{P}_0|^2$ по мере роста заполнения рассеянных поляритонных гармоник. В результате система переходит в новое стационарное состояние с $|\mathcal{P}(\mathbf{k}_p)|^2 = \text{const}$ и $\sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{k}_p} |\mathcal{P}(\mathbf{k})|^2 = \text{const}$ при $\mathcal{F}_0^2 = \text{const}$. Этот сценарий “мягкого” развития неустойчивости аналогичен *фазовому переходу второго рода*, происходящему в неравновесной системе под действием внешнего возбуждения, когда по достижении порога вся система согласованно и плавно переходит в ставшее более вероятным новое макроскопическое состояние. Развившиеся сигнальные моды играют роль *параметров порядка*, определяющих макроскопические свойства системы.

Однако если расстройка частоты накачки положительна и $D = E_p - \text{Re } E_{LP}(\mathbf{k}_p) > \sqrt{3} \cdot |\text{Im } E_{LP}(\mathbf{k}_p)|$, возникает качественно иной сценарий развития неустойчивости, осуществляющийся в области бистабильного отклика, — *жесткое* возбуждение поляритон-поляритонного рассеяния, когда сколь угодно плавный рост плотности когерентной накачки приводит к скачку интенсивности возбуждаемой поляритонной моды $V|\mathcal{P}_0|^2$ и *сильной неустойчивости* [$\hbar/\Gamma \sim \tau_{LP} = -\hbar/\text{Im } E_{LP}$] относительно рассеяния $(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p) \rightarrow (\mathbf{k}, 2\mathbf{k}_p - \mathbf{k})$, возникающей в конечной двумерной области k -состояний (рис. 2). Состояния, обнаруживающие максимальный инкремент нарастания, расположены в окрестностях $\mathbf{k}_s = 0$ и $\mathbf{k}_i = 2\mathbf{k}_p$ (что справедливо для разных значений интенсивности и частоты накачки в широком диапазоне значений).

Модель, описывающая такой переход в случае, когда скачок $V|\mathcal{P}_0|^2$ предшествует параметрическому распаду $(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p) \rightarrow (\mathbf{k}, 2\mathbf{k}_p - \mathbf{k})$ (т.е. $V|\mathcal{P}_0^{(\text{thr})}|^2 > V|\mathcal{P}_0^{(\text{lower})}|^2$), предложена в работах [10, 11] и детально исследована в работе [A1] на примере квазидвумерной системы.

Настоящая диссертация содержит более общий анализ, учитывающий обратное влияние неустойчивости сигнальных гармоник на состояние возбуждаемой моды. В частности, нами показано, что по достижении точки порога рассеяния, находящейся на нижней ветви устойчивости строго одномодовых состояний ($V|\mathcal{P}_0^{(\text{thr})}|^2 < V|\mathcal{P}_0^{(\text{lower})}|^2$), возникает сильная положительная обратная связь сигнала и возбуждаемой моды, приводящая к скачку амплитуды поля в активном слое. Таким образом, установлено, что сценарий жесткого возбуждения параметрического рассеяния квазидвумерных поляритонов является общим в области достаточно больших расстроек накачки (раздел 3.4). Сделанный вывод составляет основной ре-

зультат второй главы.

Жесткое возбуждение поляритон-поляритонного рассеяния аналогично фазовому переходу *первого* рода, так как параметр порядка обнаруживает разрыв в критической точке; однако следует подчеркнуть, что состояние, в котором система оказывается после такой трансформации, является неустойчивым. Дальнейшая эволюция системы проанализирована в третьей главе диссертации.

В третьей главе исследована динамика системы (2, 3) в случае жесткого возбуждения рассеяния. Изучены переходные процессы, связанные с развитием неустойчивости, а также свойства возникающих с течением времени квазистационарных состояний. В разделе 3.1 сделаны общие замечания, касающиеся способов численного решения данной системы.

В разделе 3.2 подробно рассматривается пример характерного численного решения. Параметры системы соответствуют рис. 2, на котором представлена схема анализа устойчивости. Уравнения (2, 3) решались на дискретной сетке квазиволновых чисел $-4.2 \text{ мкм}^{-1} \leq k_x \leq 7.8 \text{ мкм}^{-1}$, $-3.0 \text{ мкм}^{-1} \leq k_y \leq 3.0 \text{ мкм}^{-1}$ с шагом 0.1 мкм^{-1} в k_x - и k_y -направлениях (таким образом, общее число уравнений составило $2N = 2 \cdot 7381$; в каждом из N уравнений для экситонной поляризации учитывалось N^2 нелинейных слагаемых). Форма возбуждающего импульса $|\mathcal{F}_0(t)|^2$ (пунктирная линия на рис. 3a) была выбрана так, чтобы критическое значение интенсивности накачки достигалось плавно: рассчитанная зависимость $|\mathcal{E}(\mathbf{k}_p, t)|^2$ от $|\mathcal{F}_0(t)|^2$ практически не отклоняется от нижней ветви S-контура *стационарного* отклика одномодового решения по мере “включения” накачки. Приближение к порогу сопровождается появлением слабого рассеяния в направлениях, образующих “восьмерку” — линию пересечения дисперсионных поверхностей “сигнала” и “холостого сигнала” (как на рис. 1b), в согласии с предсказанием модели, линеаризованной по амплитудам сигналов. Это рассеяние является настолько слабым, что практически не оказывает обратного влияния на динамику возбуждаемой моды.

Достижение критической интенсивности накачки приводит к бифуркации состояния и “прыжку” на верхнюю ветвь S-контура; время, в течение которого осуществляется трансформация *одномодового решения*, составляет около 30 пс, при этом интенсивность $I_p(t) = |\mathcal{E}(\mathbf{k}_p, t)|^2$ раскачиваемой гармоники электрического поля на квантовой яме возрастает более чем в 3 раза (сплошная кривая на рис. 3a). Начинается *взрывообразное усиление* множества мод, ставших неустойчивыми на верхней ветви S-контура.

Интегральная интенсивность $I_{\text{tot}}(t) = \sum_{\mathbf{k}} |\mathcal{E}(\mathbf{k}, t)|^2$ электрического поля на квантовой яме, устанавливающаяся *после* такой трансформации, зависит от значения расстройки $D = E_p - \text{Re } E_{\text{LP}}(\mathbf{k}_p)$, поскольку рост I_{tot} приводит к синему сдвигу резонансной энергии возбуждаемой моды и, в конечном счете, компенсирует исходную расстройку частоты возбуждения. Согласно данным численного анализа, система эволюционирует к состоянию *равновесия с накачкой*, в котором значение $I_{\text{tot}}(t)$, усредненное по нескольким τ_{LP} , на больших временах сохраняется постоянным, т. е. уменьшение энергии системы 2D состояний за счет излучения выравняется с притоком энергии от накачки. Данный механизм ограничивает развитие неустойчивости и приводит к резкому уменьшению интенсивности возбуждаемой моды вследствие скачка суммарной интенсивности $\sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{k}_p} |\mathcal{E}(\mathbf{k}, t)|^2$ рассеянных мод (пунктирная кривая на рис. 3b). “Выход” на почти постоянное значение I_{tot} осуществляется за время порядка нескольких десятков пико-секунд.

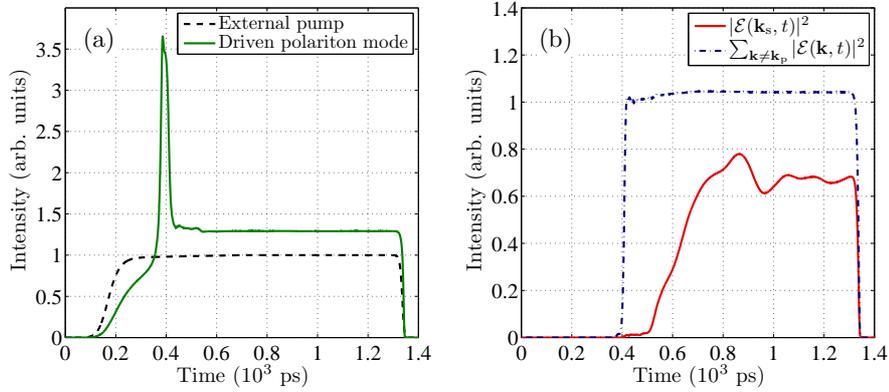


Рис. 3: (a): Пунктирная кривая — интенсивность *внешней* накачки в зависимости от времени. Сплошная кривая — зависимость $I_p(t) = |\mathcal{E}(\mathbf{k}_p, t)|^2$ (возбуждаемая мода электрического поля в активном слое). Скачок интенсивности, происходящий в области $[360 \text{ пс} \leq t \leq 390 \text{ пс}]$, переводит систему на верхнюю ветвь S-контура стационарного одномодового решения. (b): сплошная кривая — функция $I_s(t) = |\mathcal{E}(\mathbf{k}_s, t)|^2$ для $\mathbf{k}_s = (0.3, 0) \text{ мкм}^{-1}$; пунктирная кривая — функция $\sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{k}_p} |\mathcal{E}(\mathbf{k}, t)|^2$.

Установление *равновесия с накачкой* не означает установления *стационарного* состояния динамической системы. Последнее потребовало бы достижения *устойчивости относительно рассеяния* — ситуации, когда лю-

бое малое отклонение $|\delta\mathcal{E}(\mathbf{k}, t)|$ от равновесного распределения $|\mathcal{E}(\mathbf{k})|$ экспоненциально затухает со временем. Однако, как показывают наши расчеты, в системе с достаточно большим значением I_{tot} устойчивость относительно рассеяния не достигается. Это аналогично отсутствию устойчивых одно-модовых состояний в широкой области значений $V|\mathcal{P}_0(\mathcal{F}_0)|^2$ (отметим, что равновесное значение I_{tot} сравнимо с величиной $|\mathcal{E}(\mathbf{k}_p)|^2$ на верхней ветви S-контура и, как и $\mathcal{E}_0(\mathcal{F}_0)$ на верхней ветви, достаточно слабо зависит от амплитуды накачки). Таким образом, получается, что условие равновесия с накачкой может быть несовместно с условием детального равновесия двумерной системы на малых временных масштабах. Это обстоятельство приводит к формированию нестационарных состояний системы, обнаруживающих сильно коррелированное поведение множества поляритонных гармоник; отсюда же, в частности, могут возникать достаточно большие характерные времена эволюции.

В таких условиях происходит своеобразная конкуренция мод, неустойчивых относительно рассеяния, но подчиненных “внешнему” условию $I_{\text{tot}} = \text{const}$. С течением времени этот процесс приводит к формированию состояния с *выделенной* сигнальной гармоникой $\mathbf{k}_s = (0.3, 0) \text{ мкм}^{-1}$. В области $500 \text{ пс} \leq t \leq 700 \text{ пс}$ происходит сравнительно плавное увеличение $I_s(t) = |\mathcal{E}(\mathbf{k}_s, t)|^2$ (сплошная кривая на рис. 3b), после чего система переходит в *квазистационарное* состояние, в котором распределение $I(\mathbf{k})$ не испытывает качественных трансформаций с течением времени. На рисунке 4 представлено распределение $I(\mathbf{k})$, усредненное в области $800 \text{ пс} \leq t \leq 1300 \text{ пс}$.

В диссертации проанализированы двумерные распределения интенсивности рассеянного сигнала $I(k_x, k_y)$, а также спектральные распределения в смешанном частотно-временном представлении. Найдено, в частности, что переход к квазистационарному состоянию (как на рис. 4) сопровождается резким спектральным сужением “сигнальной” моды \mathbf{k}_s и появлением

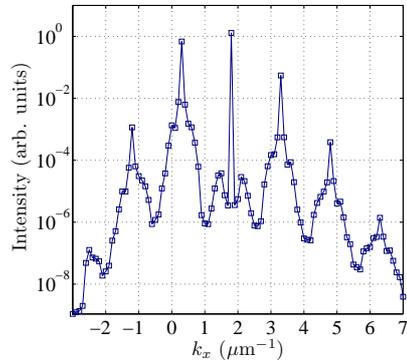


Рис. 4: Распределение $|\mathcal{E}(k_x)|^2$ для $k_y = 0$, усредненное по времени $[800 \text{ пс} \leq t \leq 1300 \text{ пс}]$ (шкала времени соответствует рис. 3).

линейных участков дисперсии в окрестностях \mathbf{k}_s , \mathbf{k}_p и $2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s$.

Квазистационарное распределение интенсивности сигнала, возникающее по завершении всех *быстрых* переходных процессов, обнаруживает три макрозаполненные моды $\{\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_p, \mathbf{k}_i\}$ поля в активном слое. Суммарная интенсивность всех остальных мод $\sum_{\mathbf{k} \notin \{\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_p, \mathbf{k}_i\}} |\mathcal{E}(\mathbf{k})|^2$ сравнима с $10^{-1} |\mathcal{E}(\mathbf{k}_s)|^2$, т. е. остается конечной, превосходя на несколько порядков заданную интенсивность ланжевеновского шума. В разделе 3.3 исследуется, каково влияние этих сравнительно слабых мод на состояние системы. *A priori* есть три качественно разные возможности, перечисленные ниже в порядке усиления возможной “роли” коллективных эффектов:

- 1) эволюция системы определяется процессами типа

$$\begin{aligned} (\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p) &\rightleftharpoons (\mathbf{k}, 2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}), & (\mathbf{k}, 2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}) &\rightleftharpoons (2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}, \mathbf{k}), \\ (\mathbf{k}_p, \mathbf{k}) &\rightleftharpoons (\mathbf{k}, \mathbf{k}_p), & (\mathbf{k}, \mathbf{k}) &\rightleftharpoons (\mathbf{k}, \mathbf{k}) \end{aligned} \quad (4)$$

для всех \mathbf{k} ; тем самым предполагается, что процессы взаимодействия разных сигнальных (рассеянных) мод *между собой* несущественны;

- 2) трехмодовое распределение интенсивности поля возникает в результате взаимодействия разных сигнальных мод, но коль скоро эти процессы привели к появлению выделенной пары $\{\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i\}$, слабые моды $\mathbf{k} \notin \{\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_p, \mathbf{k}_i\}$ уже не оказывают существенного влияния на состояние системы;
- 3) коррелированная система надконденсатных (в классической аналогии) мод $\mathbf{k} \notin \{\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_p, \mathbf{k}_i\}$ поддерживает устойчивость выделенной пары $\{\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i\}$.

Первая из перечисленных здесь возможностей *предполагается* в большинстве работ, посвященных исследованию стимулированного рассеяния поляритонов (в частности, [7, 8, 13, 14, 16]). В разделе 3.2 представлен

анализ решений замкнутой системы

$$\left[i\hbar \frac{d}{dt} - E_C(\mathbf{k}) \right] \mathcal{E}(\mathbf{k}, t) = \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_p} \alpha \mathcal{F}_0 e^{-iE_p t/\hbar} + \beta(\mathbf{k}) \mathcal{P}(\mathbf{k}, t), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \left[i\hbar \frac{d}{dt} - E_X \right] \mathcal{P}(\mathbf{k}, t) = & A \mathcal{E}(\mathbf{k}, t) + \\ & + V \mathcal{P}(\mathbf{k}, t) \cdot (|\mathcal{P}(\mathbf{k}, t)|^2 + 2|\mathcal{P}(\mathbf{k}_p, t)|^2 + 2|\mathcal{P}(2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}, t)|^2) + \\ & + V \mathcal{P}^*(2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}, t) \mathcal{P}^2(\mathbf{k}_p, t) + \xi(\mathbf{k}, t) \quad \text{для } \mathbf{k} \neq \mathbf{k}_p, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \left[i\hbar \frac{d}{dt} - E_X \right] \mathcal{P}(\mathbf{k}_p, t) = & A \mathcal{E}(\mathbf{k}_p, t) + V |\mathcal{P}(\mathbf{k}_p, t)|^2 \mathcal{P}(\mathbf{k}_p, t) + \\ & + V \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{k}_p} (2|\mathcal{P}(\mathbf{k}, t)|^2 \mathcal{P}(\mathbf{k}_p, t) + \mathcal{P}(\mathbf{k}, t) \mathcal{P}(2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}, t) \mathcal{P}^*(\mathbf{k}_p, t)) + \\ & + \xi(\mathbf{k}_p, t). \end{aligned} \quad (7)$$

в которой взаимодействие экситонных гармоник ограничено процессами типа (4). В такой системе развитие неустойчивости одномодового решения происходит так же, как и в исходной системе (2, 3): коль скоро в пороговой точке интенсивность сигнала невелика, взаимодействием разных сигнальных мод *между собой* действительно можно пренебречь по сравнению с воздействием на них макрозалпненной моды накачки. По достижении порога происходит скачок $|\mathcal{P}(\mathbf{k}_p)|$ и последующее усиление “сигнала” в области $\mathbf{k} \sim 0$, однако такое состояние оказывается неустойчивым и распадается за время порядка сотни пикосекунд. Квазистационарное распределение интенсивности, устанавливающееся со временем, образует “восьмерку” в пространстве планарных квазиволновых векторов. Далее нами было найдено, что даже установившееся решение системы (2, 3), которое обнаруживает выделенный “сигнал” в направлении $\mathbf{k}_s \approx 0$ (при том что более 95% полной интенсивности $\sum_{\mathbf{k}} |\mathcal{E}(\mathbf{k})|^2$ сосредоточено в состояниях $\{\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_p, \mathbf{k}_i\}$), оказывается чрезвычайно чувствительным к процессам взаимодействия в системе надконденсатных мод. Мы выяснили, что подавление такого взаимодействия [не сводящегося к процессам типа (4)] приводит к распаду квазистационарного состояния с выделенным сигналом. Наконец, мы оценили интенсивность взаимодействия “сигнала” (\mathbf{k}_s) и надконденсатных мод и обнаружили, что их совокупное влияние на “сигнал” оказывается эквивалентным воздействию дополнительной когерентной накачки (тем самым мода $\mathbf{k}_s \approx 0$ оказывается действительно *выделенной* в фазовом пространстве состояний). Это говорит о появлении значительных корреляций

в поведении большой совокупности рассеянных мод, т. е. о динамической самоорганизации.

Раздел 3.4 посвящен анализу экспериментальных данных, представленных в публикациях [A2] и [A3]. В работе [A2] обнаружена пороговая трансформация распределения сигнала в пространстве планарных \mathbf{k} , в хорошем качественном соответствии с результатами наших расчетов. В работе [A3] описаны результаты время-разрешенных экспериментов, впервые позволивших проследить переходные процессы развития неустойчивости. В частности, был обнаружен сильный гистерезис сигнала в области $\mathbf{k} \approx 0$ в зависимостях от внешней накачки и амплитуды возбуждаемой моды. Нами предложено объяснение этого эффекта в рамках когерентной модели (2, 3); показано, что наблюдаемый гистерезис вызван существенно коллективными эффектами в открытой неравновесной системе взаимодействующих поляритонов.

В разделе 3.5 объясняется значение результатов, полученных нами, в контексте предшествующих исследований. В ряде недавних работ [8, 14, 15, 16] исследовались стационарные состояния трехмодовой системы, включающей раскачиваемую гармонику \mathbf{k}_p и *фиксированные* моды “сигнала” [$\mathbf{k}_s = 0$] и “холостого сигнала” [$\mathbf{k}_i = 2\mathbf{k}_p$] параметрического рассеяния. По сути предполагалась, что такое трехмодовое распределение принадлежит классу устойчивых стационарных решений общей задачи типа (2, 3), и поэтому можно, например, исследовать свойства сигнала в зависимости от параметров непрерывной накачки ($\mathbf{k}_p, E_p, |\mathcal{F}|^2$), не интересуясь теми переходными процессами, в которых этот сигнал возникает динамически по мере ее “включения”. Такая посылка была обоснована только общими соображениями о применимости модели типа (2, 3) и тем, что “трехмодовое распределение” действительно наблюдается в экспериментах выше порога. Однако уже в работе [15] отмечалось, что трехмодовые стационарные состояния неустойчивы относительно малых флуктуаций. В нашей работе мы показали, что 1) выделенный сигнал рассеяния в направлении $\mathbf{k} \approx 0$ не возникает без взаимодействия между собой разных сигнальных гармоник и 2) сильно коррелированное поведение надконденсатных мод обеспечивает устойчивость квазистационарного состояния с выделенным сигналом.

Данный результат имеет важное методологическое значение: нами установлено, что теория, описывающая процесс порогового усиления сигнала в области $\mathbf{k} \approx 0$, а также свойства такого сигнала в квазистационарном режиме, принципиально несводима к моделям типа параметрического ос-

циллятора, учитывающим только три состояния, связанные законами сохранения. Кроме того, мы обнаружили, что коллективные эффекты в системе взаимодействующих поляритонов приводят к достаточно большим характерным временам эволюции. Этот вопрос исследован еще далеко не в полной мере; по сути, мы продемонстрировали саму возможность таких коллективных эффектов и их значение, но пока не выяснили параметры порядка связанной многочастичной системы такого рода. Однако мы показали, что процессы перераспределения возбуждения приводят к выраженному гистерезису сигнала в зависимостях от внешней накачки и амплитуды возбуждаемой моды, в хорошем соответствии с недавними экспериментальными результатами.

В четвертой главе представлено обобщение модели (2, 3) на случай произвольно поляризованной накачки, когда падающая волна возбуждает экситоны с различными значениями проекции полного момента $J_z = -1, +1$ (раздел 4.1). Отправная точка — уравнения, аналогичные системе (2, 3) и записанные в базисе циркулярно поляризованных компонент (σ^\pm). Константы E_C, E_X, α и т. д. представлены теперь матрицами 2×2 . Эффект ТЕ-ТМ расщепления учитывался, но в связи с тем, что он не оказывает существенного влияния на полученные результаты, детали расчета спектра резонатора мы не обсуждаем.

В разделе 4.2 исследуется задача о стационарном отклике возбуждаемой поляритонной моды в одномодовом приближении [$\mathcal{P}_\pm(\mathbf{k} \neq \mathbf{k}_p, t) \equiv 0$]. В стационарном пределе, предположив, что \mathcal{E}_\pm и \mathcal{P}_\pm осциллируют с частотой накачки, мы получаем линейную систему

$$\begin{aligned} & \left[\hat{E}_p - \hat{E}_X - \hat{A} \left(\hat{E}_p - \hat{E}_C \right)^{-1} \hat{\beta} \right] \begin{pmatrix} \bar{\mathcal{P}}_+ \\ \bar{\mathcal{P}}_- \end{pmatrix} - \\ & - \begin{pmatrix} V_{++} \bar{\mathcal{P}}_+^* \bar{\mathcal{P}}_+ \bar{\mathcal{P}}_+ + V_{+-} \bar{\mathcal{P}}_-^* \bar{\mathcal{P}}_- \bar{\mathcal{P}}_+ \\ V_{-+} \bar{\mathcal{P}}_+^* \bar{\mathcal{P}}_+ \bar{\mathcal{P}}_- + V_{--} \bar{\mathcal{P}}_-^* \bar{\mathcal{P}}_- \bar{\mathcal{P}}_- \end{pmatrix} = \hat{A} \left(\hat{E}_p - \hat{E}_C \right)^{-1} \hat{\alpha} \begin{pmatrix} \bar{\mathcal{F}}_+ \\ \bar{\mathcal{F}}_- \end{pmatrix}, \quad (8) \end{aligned}$$

где V_{++} и V_{+-} — константы взаимодействия экситонов с одинаковыми и противоположными проекциями полного момента J_z , соответственно. В соответствии с оценкой, сделанной на основании экспериментального исследования спиновой динамики поляритонов в GaAs микрорезонаторе [17], мы полагаем $V_{+-} = -0.1 \cdot V_{++}$. Амплитуды $\bar{\mathcal{F}}_\pm$ и $\bar{\mathcal{P}}_\pm$ принимают комплексные значения и могут быть представлены в форме

$$\bar{\mathcal{F}}_\pm = \sqrt{\frac{I_{\text{ext}}}{2}} (1 \pm \rho_{\text{ext}}) \exp(i\phi_{\text{ext}}^\pm), \quad \bar{\mathcal{P}}_\pm = \sqrt{\frac{I_{\text{int}}}{2}} (1 \pm \rho_{\text{int}}) \exp(i\phi_{\text{int}}^\pm), \quad (9)$$

где I_{ext} и I_{int} — интенсивности, а ρ_{ext} и ρ_{int} — степени циркулярной поляризации накачки и поля \mathcal{P} , соответственно. Система (8) может быть записана в виде трех вещественных уравнений, определяющих отображение $(I_{\text{ext}}, \rho_{\text{ext}}, \Delta\phi_{\text{ext}}) \mapsto (I_{\text{int}}, \rho_{\text{int}}, \Delta\phi_{\text{int}})$, где $\Delta\phi_{\text{ext, int}} = \phi_{\text{ext, int}}^- - \phi_{\text{ext, int}}^+$, свойства которого и рассматриваются в разделе 4.2.

Ряд характерных свойств этого отображения, приводящих к трансформации функции $I_{\text{int}}(I_{\text{ext}})$ с изменением ρ_{ext} , можно пояснить, не учитывая взаимодействие экситонов с разными J_z (т. е. полагая $V_{+-} = 0$). Другими словами, можно принять, что σ^+ - и σ^- -компоненты стационарного поля в активном слое не связаны между собой и потому характеризуются *одинаковыми* S-контурами отклика на соответственные σ^\pm -компоненты накачки, $|\mathcal{P}_+^2|(|\mathcal{F}_+^2|)$ и $|\mathcal{P}_-^2|(|\mathcal{F}_-^2|)$. В таком случае критические значения σ -компонент внешнего поля ($|\mathcal{F}_+^{(\text{crit})}|^2$ и $|\mathcal{F}_-^{(\text{crit})}|^2$) совпадают, но если $\rho_{\text{ext}} \neq 0$, то по мере “включения” накачки эти значения достигаются неодновременно. Иначе говоря, совпадающим $|\mathcal{F}_+^{(\text{crit})}|^2$ и $|\mathcal{F}_-^{(\text{crit})}|^2$ отвечают разные значения *полной* интенсивности возбуждения $I_{\pm}^{(\text{crit})} = 2|\mathcal{F}^{(\text{crit})}|^2/(1 \pm \rho_{\text{ext}})$. Если $\rho_{\text{ext}} = 1$, существует лишь одна критическая точка $I_+^{(\text{crit})}$, отвечающая скачку σ^+ -компоненты поля в активном слое. Сколь угодно малое отклонение ρ_{ext} от 1 приводит к появлению второй критической точки $I_-^{(\text{crit})} > I_+^{(\text{crit})}$, отвечающей скачку σ^- -компоненты по мере дальнейшего увеличения I_{ext} , при этом второй скачок полной интенсивности I_{int} сопровождается уменьшением степени циркулярной поляризации ρ_{int} . Для $\rho_{\text{ext}} = 0$ значения $I_+^{(\text{crit})}$ и $I_-^{(\text{crit})}$ совпадают, если $V_{+-} = 0$, но в случае $V_{+-} < 0$ такого совпадения нет.

Таким образом, максимальное значение числа возможных I_{int} , соответствующих определенной накачке $(I_{\text{ext}}, \rho_{\text{ext}}, \Delta\phi_{\text{ext}})$, составляет $3 \times 3 = 9$, поскольку максимальное число состояний каждой из двух σ^\pm -компонент поля в активном слое равно трем. При этом одно из трех состояний (как для \mathcal{P}_+ , так и для \mathcal{P}_-) неустойчиво. Следовательно, в общем случае существует не более четырех устойчивых значений I_{int} для заданной накачки. Мы исследовали критические переходы, осуществляющиеся по мере *плавного* изменения как интенсивности, так и поляризации возбуждения (см. также [A4]).

Далее в разделе 4.2 проанализированы некоторые специальные эффекты, отсутствующие в приближении $V_{+-} = 0$ и возникающие за счет взаимодействия σ^+ - и σ^- -компонент поля экситонной поляризации. Оказывается, что в определенном диапазоне параметров накачки *слабое* σ^\pm -

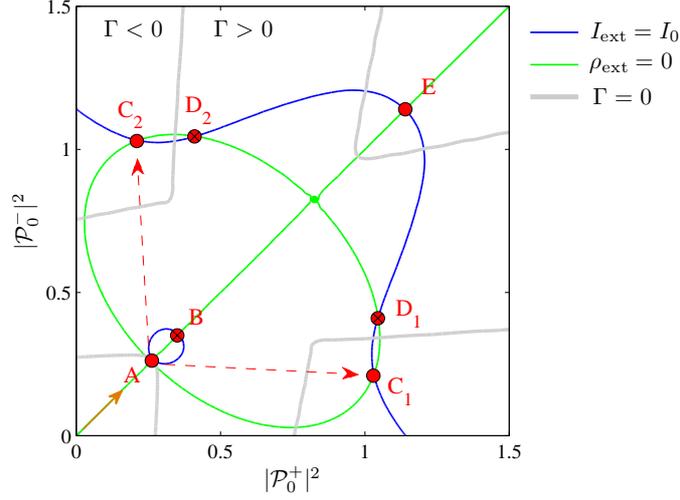


Рис. 5: Фазовая плоскость $(|\mathcal{P}_+|^2, |\mathcal{P}_-|^2)$, на которой указаны положения решений системы (8), отвечающих заданной внешней накачке $I_{\text{ext}} = I_0$, $\rho_{\text{ext}} = 0$, $\Delta\phi_{\text{ext}} = 0$ (точки A, B, \dots, E). Синяя (тонкая темная) линия показывает решение уравнения $I_{\text{ext}}(|\mathcal{P}_+|^2, |\mathcal{P}_-|^2) = I_0$, зеленая (тонкая светлая) линия — решение $\rho_{\text{ext}}(|\mathcal{P}_+|^2, |\mathcal{P}_-|^2) = 0$. Жирные серые линии $\Gamma(|\mathcal{P}_+|^2, |\mathcal{P}_-|^2) = 0$ соответствуют границам областей устойчивости в одномодовом приближении; неустойчивые решения B, D_1, D_2 отмечены перечеркнутыми маркерами (\otimes). По мере плавного увеличения интенсивности накачки I_{ext} при $\rho_{\text{ext}} = 0$ (сплошная стрелка) система теряет устойчивость в точке A , после чего осуществляется быстрая трансформация состояния. Пунктирными стрелками указаны равновероятные переходы в состояния $C_{1,2}$. Стационарное состояние E устойчиво, но динамически недостижимо при $I_{\text{ext}} \rightarrow I_0$.

взаимодействие приводит к качественной трансформации свойств отклика системы по сравнению со случаем $V_{+-} = 0$. Положив $V_{+-} = 0$, мы считали, что скачки σ^+ и σ^- -компонент поля в активном слое могут происходить независимо. Но коль скоро $V_{+-} < 0$, очевидно, что резкое изменение одной из компонент \mathcal{P}_{\pm} приведет к изменению второй компоненты, зависящему от полной интенсивности поля \mathcal{P} в силу нелинейности отклика. Отсюда следует, что разность критических значений интенсивности внешнего поля $I_{\pm}^{(\text{crit})}$ остается конечной даже при $\rho_{\text{ext}} \rightarrow 0$, поскольку соответствующие значения $|\mathcal{P}(I_{\pm}^{(\text{crit})})|^2$ отличаются достаточно сильно и потому первый и следующий за ним переходы в определенном смысле неравноценны. При этом, однако, получается, что

$\lim_{\rho_{\text{ext}} \rightarrow +0} (I_+^{(\text{crit})} - I_-^{(\text{crit})}) = -\lim_{\rho_{\text{ext}} \rightarrow -0} (I_+^{(\text{crit})} - I_-^{(\text{crit})}) \neq 0$. Следовательно, в случае *строго линейной* поляризации внешнего поля может произойти спонтанное нарушение симметрии σ^\pm -компонент поля в активном слое. (А в общем случае $\rho_{\text{ext}} \neq 0$ появляются новые ветви устойчивости отклика $I_{\text{int}}(I_{\text{ext}})$, достижимые в ходе плавного увеличения I_{ext} .) Возможность таких переходов открывается начиная с некоторого определенного значения расстройки $D \equiv E_p - \text{Re } E_{\text{LP}}(\mathbf{k}_p)$, зависящего от величины V_{+-} (поскольку, вообще говоря, рост частотной расстройки накачки усиливает нелинейность отклика). Характерный пример представлен на рис. 5 ($\rho_{\text{ext}} = 0$). Помимо решения системы (8), была исследована устойчивость состояний $(|\mathcal{P}_+|^2, |\mathcal{P}_-|^2)$ относительно параметрического процесса $(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p) \rightarrow (\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p)$; для этого мы использовали процедуру линеаризации по малым отклонениям от стационарного состояния и вычисляли инкремент $\Gamma = \Gamma(|\mathcal{P}_+|^2, |\mathcal{P}_-|^2)$ как максимальную мнимую часть собственных энергий. Было найдено, что в случае $V_{+-} < 0$ неустойчивость может возникнуть на нижней ветви стационарных решений с положительной производной $I_{\text{int}}(I_{\text{ext}})$ (точка A на рис. 5); этот результат был подтвержден путем решения динамических уравнений.

В разделе 4.3 рассмотрено поведение решений спиоризованной системы типа (2, 3). Показано, что выводы, касающиеся сценария развития неустойчивости и последующей самоорганизации в системе взаимодействующих поляритонов, полученные на примере скалярной модели (фактически для $\rho_{\text{ext}} = 1$), остаются справедливыми и в общем случае $\rho_{\text{ext}} \neq 0$. Раздел 4.4 содержит обсуждение результатов данной главы; кроме того, в нем перечислены некоторые перспективы дальнейших исследований.

Заключение содержит общее обсуждение результатов диссертации.

В настоящей работе исследован достаточно сложный механизм развития параметрической неустойчивости, характерный для неравновесной системы квазидвумерных экситонных поляритонов. Ключевая особенность этой системы — существование точки перегиба дисперсионной кривой $[\mathbf{k} = \mathbf{k}_{\text{inf}}]$ в области световых квазиимпульсов. Мы показали, что бистабильность (характерная для нелинейного осциллятора) и неустойчивость относительно распада возбуждаемой моды $\mathbf{k}_p \sim \mathbf{k}_{\text{inf}}$ могут возникать совместно, приводя к возможности новых динамических режимов. По достижении критической плотности накачки происходит взрывообразное усиление большого числа мод в двумерной области k -пространства, после чего динамика системы становится сильно стохастической. Последующая эво-

люция (в условиях стационарной накачки) осуществляется как процесс самоорганизации, с течением времени приводящей к появлению корреляции множества волновых гармоник и, одновременно с этим, — к появлению *выделенного сигнала* (макрозаполненной моды) рассеяния в области дна нижней поляритонной ветви.

Таким образом, нами установлено, что *гигантский сигнал* стимулированного рассеяния возникает за счет образования коллективного состояния в системе взаимодействующих поляритонных мод. Коллективные эффекты приводят к макроскопической пространственной и временной когерентности, а также к выраженному гистерезису сигнала в зависимостях от внешней накачки и амплитуды возбуждаемой моды. Эти результаты находятся в хорошем качественном соответствии с результатами недавних экспериментов и открывают широкую перспективу для дальнейших исследований. В частности, необходимо установить характерные *параметры порядка* связанной многочастичной системы такого рода, исследовать роль флуктуаций и построить статистическую теорию осуществляющихся неравновесных переходов. В свою очередь, это позволит проанализировать другие возможности управления состоянием вблизи критических точек, например с помощью возбуждения акустических волн, приводящего к трансформации закона дисперсии поляритонов за счет экситон-фононного взаимодействия.

Кроме того, нами был исследован случай произвольной оптической поляризации возбуждения. Было найдено, что в общем случае экситонная нелинейность приводит к *мультистабильности* (в отличие от простой бистабильности) отклика возбуждаемой моды. Установлена возможность неравновесных переходов, в которых осуществляются резкие изменения как амплитуды, так и состояния поляризации поля в активном слое под действием сколь угодно плавно меняющейся накачки. Наиболее интересный эффект такого рода связан с возможностью спонтанного нарушения симметрии σ^\pm -компонент экситонной плотности в условиях строго линейной (симметричной) оптической поляризации возбуждения. Данный эффект имеет место только тогда, когда константа взаимодействия экситонов с противоположными проекциями полного момента ($J_z = \pm 1$) принимает отрицательные значения, и сильно зависит от интенсивности и частоты накачки. Ожидается, что изучаемые нами процессы эффективного “переключения” отклика низкоразмерной оптической системы найдут практическое приложение.

Список публикаций

- [A1] С. С. Гаврилов, Н. А. Гиппиус, В. Д. Кулаковский, С. Г. Тиходе-ев. *Жесткий режим стимулированного рассеяния квазидвумерных экситонных поляритонов*, Журнал экспериментальной и теоретической физики, т. 131, №5, стр. 819–828 (2007)
- [A2] D. N. Krizhanovskii, S. S. Gavrilo, A. P. D. Love, D. Sanvitto, N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev, V. D. Kulakovskii, D. M. Whittaker, M. S. Skolnick, J. S. Roberts. *Self-organization of multiple polariton-polariton scattering in semiconductor microcavities*, Physical Review B, **77**, 115336 (2008)
- [A3] A. A. Demenev, A. A. Shchekin, A. V. Larionov, S. S. Gavrilo, V. D. Kulakovskii, N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev. *Kinetics of stimulated polariton scattering in planar microcavities: Evidence for a dynamically self-organized optical parametric oscillator*, Physical Review Letters, **101**, 136401 (2008)
- [A4] N. A. Gippius, I. A. Shelykh, D. D. Solnyshkov, S. S. Gavrilo, Yu. G. Rubo, A. V. Kavokin, S. G. Tikhodeev, G. Malpuech. *Polarization multistability of cavity polaritons*, Physical Review Letters, **98**, 236401 (2007)
- [A5] M. N. Makhonin, A. A. Demenev, S. S. Gavrilo, V. D. Kulakovskii, N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev. *Stimulated parametric scattering of excitonic polaritons in planar GaAs microcavities: Distinctive feature of QW electric field*, Solid State Communications, **144** (9), p. 384–389 (2007)

Литература

- [1] C. Weisbuch, M. Nishioka, A. Ishikawa, Y. Arakawa. *Observation of coupled exciton-photon mode splitting in a semiconductor quantum microcavity*, Phys. Rev. Lett. **69**, 3314 (1992)
- [2] A. I. Tartakovskii, D. N. Krizhanovskii, V. D. Kulakovskii. *Polariton-polariton scattering in semiconductor microcavities: Distinctive features*

- and similarities to the three-dimensional case, Phys. Rev. B **62**, R13298 (2000)
- [3] R. M. Stevenson, V. N. Astartov, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker, M. Emam-Ismael, A. I. Tartakovskii, P. G. Savvidis, J. J. Baumberg, J. S. Roberts. *Continuous wave observation of massive polariton redistribution by stimulated scattering in semiconductor microcavities*, Phys. Rev. Lett. **85**, 3680 (2000)
- [4] V. D. Kulakovskii, A. I. Tartakovskii, D. N. Krizhanovskii, N. A. Gippius, M. S. Skolnick, J. S. Roberts. *Nonlinear effects in a dense two-dimensional exciton-polariton system in semiconductor microcavities*, Nanotechnology **12**, 475 (2001)
- [5] R. Butté, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker, D. Bajoni, J. S. Roberts. *Dependence of stimulated scattering in semiconductor microcavities on pump power, angle, and energy*, Phys. Rev. B **68**, 115325 (2003)
- [6] В. Д. Кулаковский, Д. Н. Крижановский, М. Н. Махонин, А. А. Деменев, Н. А. Гиппиус, С. Г. Тиходеев. *Стимулированное поляритон-поляритонное рассеяние в полупроводниковых микрорезонаторах*, УФН **175**, 334 (2005)
- [7] C. Ciuti, P. Schwendimann, A. Quattropani. *Parametric luminescence of microcavity polaritons*, Phys. Rev. B **63**, R41303 (2001)
- [8] D. M. Whittaker. *Classical treatment of parametric processes in a strong-coupling planar microcavity*, Phys. Rev. B **63**, 193305 (2001)
- [9] В. Ф. Елесин, Ю. В. Копаев. *Бозе-конденсация экситонов в сильном магнитном поле*, ЖЭТФ **63**, 1447 (1972)
- [10] N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev, V. D. Kulakovskii, D. N. Krizhanovskii, A. I. Tartakovskii. *Nonlinear dynamics of polariton scattering in semiconductor microcavity: Bistability vs. stimulated scattering*, Europhys. Lett. **67**, 997 (2004)
- [11] Н. А. Гиппиус, С. Г. Тиходеев, Л. В. Келдыш, В. Д. Кулаковский. *Жесткий режим возбуждения поляритон-поляритонного рассеяния в полупроводниковых микрорезонаторах*, УФН **175**, 334 (2005)

- [12] Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний* (“Наука”, Москва, 1974)
- [13] C. Ciuti, P. Schwendimann, A. Quattropani. *Theory of polariton parametric interactions in semiconductor microcavities*, Semicond. Sci. Technol. **18**, S279 (2003)
- [14] A. Baas, J. P. Karr, M. Romanelli, A. Bramati, E. Giacobino. *Optical bistability in semiconductor microcavities in the nondegenerate parametric oscillation regime: Analogy with the optical parametric oscillator*, Phys. Rev. B **70**, 161307(R) (2004)
- [15] D. M. Whittaker. *Effects of polariton-energy renormalization in the microcavity optical parametric oscillator*, Phys. Rev. B **71**, 115301 (2005)
- [16] M. Wouters, I. Carusotto. *Parametric oscillation threshold of semiconductor microcavities in the strong coupling regime*, Phys. Rev. B **75**, 75332 (2007)
- [17] P. Renucci, T. Amand, X. Marie, P. Senellart, J. Bloch, B. Sermage, K. V. Kavokin. *Microcavity polariton spin quantum beats without a magnetic field: A manifestation of Coulomb exchange in dense and polarized polariton systems*, Phys. Rev. B **72**, 075317 (2005)