

ОТКРЫТЫЕ КВАНТОВЫЕ СИСТЕМЫ И КВАНТОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Александр Н. Печень
МИАН им. Стеклова & МИСиС

20 декабря 2017 г.

ОТДЕЛЫ МИАН

Работы по теории открытых квантовых систем и их применениям в квантовых технологиях ведутся в Математическом институте имени Стеклова в трех отделах:.

- Отдел математической физики (зав. отд. Волович И.В.);
- Отдел теории вероятностей и математической статистики (зав. отд. Холево А.С.);
- Лаборатория математических методов квантовых технологий (зав. лаб. Печень А.Н.).

ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ

- Открытые квантовые системы
- Квантовая информация
- Квантовая криптография
- Управление квантовыми системами

СОТРУДНИЧЕСТВО

- Российский квантовый центр
- Римский университет "Тор Вергата"(Италия)
- Токийский университет науки (Япония)
- Принстонский университет (США)
- Институт Вейцмана (Израиль)
- Технический университет Мюнхена, Ульмский университет, Университет Чеджу (Корея), Университет Лейдена и т.д.

МЕТОД СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРЕДЕЛА

- Accardi, Lu, Volovich, Quantum Theory and Its Stochastic Limit, Springer, 2002,
- Accardi, Kozyrev, Lectures on Quantum Interacting Particle Systems, Quantum Probability and White Noise Analysis, 2002.
- Pechen, Volovich, Infin. Dimens. Analysis, Quantum Probab. Rel. Topics (2002).

Позволяет получить квантовое стохастическое уравнение для системы и окружения; и его следствие — мастер-уравнение Линдблада.

ПРЕДЕЛ МАЛОЙ ПЛОТНОСТИ

Квантовая частица в разреженном квантовом газе:

- Accardi, Pechen, Volovich, *Infin. Dimens. Analysis, Quantum Probab. Rel. Topics* (2003).
- Pechen, *J. Math. Phys.* 45, 400 (2004).
- Pechen, *J. Math. Phys.* 47, 033507 (2006).

Столкновительная декогеренция:

$$dU_t = dN_t(S - \mathbb{I})U_t$$

АДИАБАТИЧНОСТЬ и ДЕКОГЕРЕНЦИЯ

- Декогеренция в многочастичных системах (спиновые цепочки и т.п.).
- Нахождение стационарных состояний уравнения Линдблада при помощи функционала производства энтропии.
- Теория возмущений для открытых квантовых систем, состоящих из нескольких слабо взаимодействующих подсистем.¹

- Разрушение квантовой адиабатичности в многочастичных системах и связь с катастрофой ортогональности (совм. с Унив. Лейдена, Нидерланды).²

¹Trushechkin, Volovich, EPL 113, 30005 (2016).

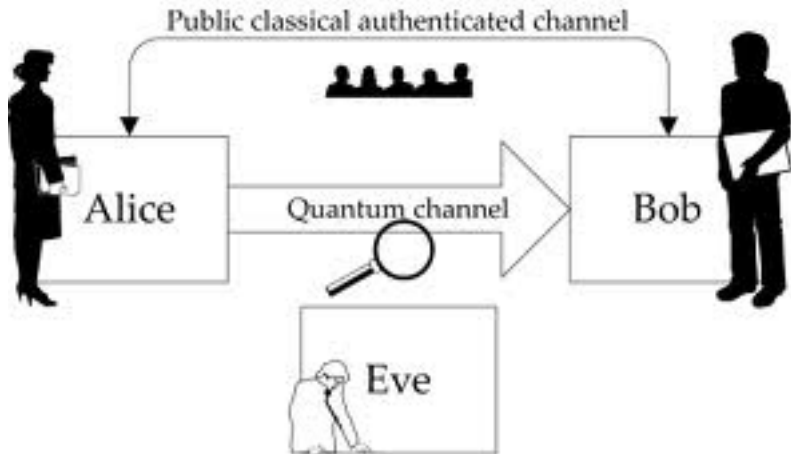
²Lychkovskiy et al, Phys. Rev. Lett. 119, 200401 (2017).

КВАНТОВЫЕ КОМПЬЮТЕРЫ

- D-Wave One (2011): 128 qubits. \$ 10⁷. Lockheed Martin.
- D-Wave Two (2013): 512 qubits. NASA, Google, USRA
- D-Wave 2X (2015): 1152 qubits.
- D-Wave 2000Q (2017): 2048 qubits.



КВАНТОВАЯ КРИПТОГРАФИЯ



June 2016: first publicly known long-range quantum secure channel in Russia.

УПРАВЛЕНИЕ КВАНТОВЫМИ СИСТЕМАМИ

Quantum control (1980th): Belavkin, Butkovskiy, Brumer, Rabitz, Rice, Shapiro, Tannor.

Quantum control (now): Extremely high interest. Groups in Princeton, Harvard, Weizmann, Ecole Polytechnique, RQC, etc. More than 1300 papers/year.

Nobel Prize 2012 in Physics: [S. Haroche](#) and [D. Wineland](#) for experimental manipulation of quantum systems.



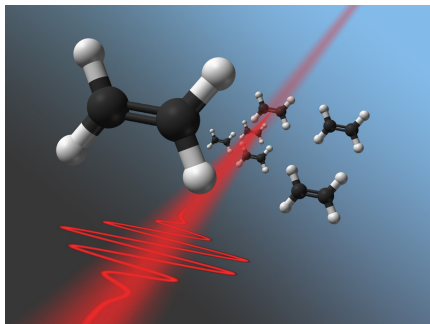
УПРАВЛЕНИЕ ОТКРЫТЫМИ КВАНТОВЫМИ СИСТЕМАМИ³

Некогерентное управление открытыми квантовыми системами, в т. ч. с использованием квантовых измерений:

- Pechen, Rabitz, Phys. Rev. A (2006).
- Pechen, Phys. Rev. A (2011).
- Pechen, Trushechkin, Phys. Rev. A (2015).

³Совм. с Принстонским университетом.

ЛАЗЕРНАЯ ХИМИЯ И РАЗДЕЛЕНИЕ ИЗОТОПОВ⁴



Lyakhov, Lee, Pechen, "Some issues of industrial scale boron isotopes separation by the laser assisted retarded condensation (SILARC) method", IEEE Journal of Quantum Electronics (2016); Separation and Purification Technology (2017).

⁴Совм. с университетом Чеджу, Корея.

ЛАНДШАФТЫ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ОТКРЫТЫМИ КВАНТОВЫМИ СИСТЕМАМИ⁵

$$\frac{d\psi_t}{dt} = -i(H_0 + u(t)V)\psi_t, \quad \mathcal{F}(u) = |\langle \psi_f, \psi_T \rangle|^2 \rightarrow \max$$

Theory (trap-free property)

- Closed systems: Rabitz, Hsieh, Rosenthal, Science (2004).
- Open systems: Pechen et al, J. Phys. A, J. Math. Phys. (2008).

Applications:

- Chemistry: Moore, Pechen et al, Chemical Science (2011).
- Fitness landscapes in evolution: Feng, Pechen et al, Chemical Science (2012).
- Ultrafast control: Pechen, Ilyn, J. Phys. A (2017).

ОТКРЫТЫЕ КВАНТОВЫЕ СИСТЕМЫ

Ab initio dynamics of an open quantum system:

- Hilbert space $\mathcal{H} = \mathcal{H}_S \otimes \mathcal{H}_E$
- Hamiltonian $H = H_S + H_E + V_{\text{int}}$
- Initial state $\rho = \rho_0 \otimes \omega_E$,

$$\omega_E(a_k^+ a_{k'}) = n_k \delta(k - k')$$

Main object: reduced system density matrix

$$\rho_S(t) = \text{Tr}_E[U_t(\rho_0 \otimes \omega_E)U_t^\dagger]$$

ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ

- Impossible to compute $\rho_S(t)$ exactly for realistic models
- Needed approximations
 - Weak coupling limit (WCL)
 - Low density limite (LDL)
- Exactly solvable dynamics in the WCL and LDL

МЕТОД СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРЕДЕЛА

Weak interaction between the system and the environment

- $H = H_S + H_E + \lambda V_{\text{int}}$
- Weak coupling limit: $\lambda \rightarrow 0$, $t \rightarrow +\infty$, $\lambda^2 t = \tau$

Main objects:

- Reduced dynamics: $\bar{\rho}_S(\tau) := \lim_{\lambda \rightarrow 0} \rho_S(\tau/\lambda^2)$
- Total dynamics: $\bar{U}_\tau = \lim_{\lambda \rightarrow 0} U_\lambda(\tau/\lambda^2)$

МЕТОД СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРЕДЕЛА

Stochastic limit method for WCL (Accardi, Lu, Volovich):⁶

- Quantum white noise $[b(\tau), b^+(\tau')] = \delta(\tau - \tau')$
- Quantum Stochastic Differential Equation (QSDE)

$$d\bar{U}_t = (QdB_t^+ - Q^+dB_t - \gamma Q^+Qdt)\bar{U}_t.$$

- Master equation

$$\frac{d\rho_S(\tau)}{d\tau} = -i[H, \rho_S(\tau)] + \mathcal{L}_{\text{WCL}}\rho_S(\tau)$$

Higher order corrections⁷:

$$U_\lambda(\tau/\lambda^2) = \bar{U}_\tau + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n \bar{U}_\tau^{(n)}$$

⁶Accardi, Lu, Volovich, Quantum Theory and Its Stochastic Limit.

⁷Pechen, Volovich *IDAQP* 2002

ПРИБЛИЖЕНИЕ МАЛОЙ ПЛОТНОСТИ

- Gaussian state of the environment

$$\omega_E(a_k^+ a_{k'}) = \epsilon n_k \delta(k - k')$$

- Low density limit: $\epsilon \rightarrow 0$, $t \rightarrow +\infty$, $\epsilon t = \tau = \text{const}$
- Master equation derived by using BBGKY hierarchy (Dümcke, 1984):

$$\frac{d\rho_S(\tau)}{d\tau} = -i[H, \rho_S(\tau)] + \mathcal{L}_{\text{LDL}}[n_k]\rho_S(\tau)$$

ПРИБЛИЖЕНИЕ МАЛОЙ ПЛОТНОСТИ

Theorem.⁸ Limiting dynamics is given by QSDE

$$d\bar{U}_\tau = dN_\tau(S - \mathbb{I})\bar{U}_\tau$$

- dN_τ – quantum Poisson process;
- S – two-particle scattering matrix.

⁸Accardi, Pechen, Volovich *IDAQP* 2003; Pechen *J. Math. Phys.* 2004.

УПРАВЛЕНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕЗЕРВУАРА

Некогерентное управление⁹

$$\frac{d\rho_t}{dt} = -i[H_0 + V u(t), \rho_t] + \mathcal{L}_{n_\omega}(\rho_t)$$

$$\mathcal{L}_{n_\omega}(\rho) = \sum_{i < j} A_{ij} [(n_{\omega_{ij}} + 1)L_{|i\rangle\langle j|}(\rho) + n_{\omega_{ij}}L_{|j\rangle\langle i|}(\rho)]$$

Applications: Aharonov, Kitaev, Nisan, Quantum circuits with mixed states (1998); Tarasov, Quantum computer with mixed states and four-valued logic (2002); Verstraete, Wolf, Cirac, Quantum computation and quantum-state engineering driven by dissipation (2009), etc.

Создание произвольных матриц плотности ρ для n -уровневых квантовых систем¹⁰

⁹Pechen, Rabitz, Phys. Rev. A 2006.

¹⁰Pechen, Engineering arbitrary pure and mixed quantum states, Phys. Rev. A 2011.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Разработан метод стохастического предела — мощный метод изучения динамики открытых квантовых систем.
- Проводятся исследования в области управления квантовыми системами.
- Окружение (резервуар) — полезный ресурс в задачах управления открытыми квантовыми системами.
- Квантовая криптография, квантовая информация, лазерное разделение изотопов и т.д.