

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Квантовый фазовый переход сверхпроводник – изолятор

В.Ф. Гантмахер, В.Т. Долгополов

Обсуждение проблемы переходов сверхпроводник – изолятор осуществляется циклически на разных уровнях, напоминая движение по спирали. На первом уровне обсуждаются физические явления и процессы, которые формально к теме переходов не относятся, но играют важную роль при реализации переходов и их наблюдении: сверхпроводимость в материалах с пониженней электронной плотностью, транспорт и магнетосопротивление в сверхпроводящих островковых пленках и гранулированных высокорезистивных материалах со сверхпроводящими гранулами, переход Березинского – Костерлица – Таулеса. На втором уровне рассматриваются и резюмируются результаты разных микроскопических подходов к проблеме, основанных как на теории Бардина – Купера – Шраффера (подавление температуры сверхпроводящего перехода беспорядком, решающая роль кулоновской блокады в высокорезистивных гранулированных сверхпроводниках, сверхпроводящие флуктуации в сильном магнитном поле), так и на теории бозе-эйнштейновской конденсации. Отдельно рассматриваются феноменологические теории, исходящие из скейлинговой гипотезы. Экспериментальные исследования, в основном транспортные измерения, составляют содержание третьего уровня. Для удобства они классифицированы по типу материала: ультратонкие пленки, материалы с изменяемым составом, высокотемпературные сверхпроводники, материалы с переходом сверхпроводник – "плохой" металл. Отдельно излагаются данные о нелинейных явлениях в окрестности перехода сверхпроводник – изолятор. Наконец, на последнем, четвёртом, уровне, при подведении итогов, заново перечисляются основные аспекты проблемы, для того чтобы понять, что требует дополнительного изучения и как его можно организовать. Обсуждаются также некоторые сравнительно новые результаты, которые могут сыграть ключевую роль в поисках ответов на оставшиеся вопросы.

PACS numbers: 74.62.–c, 74.78.–w, 74.81.–g

DOI: 10.3367/UFNr.0180.201001a.0003

Содержание

1. Введение (3).

- 1.1. Сверхпроводящее состояние, спаривание электронов.
- 1.2. Переход сверхпроводник – изолятор как квантовый фазовый переход.
- 1.3. Роль беспорядка. Гранулированные сверхпроводники.
- 1.4. Фермионный и бозонный сценарии перехода.
- 1.5. Переход Березинского – Костерлица – Таулеса.

2. Микроскопические подходы к проблеме перехода сверхпроводник – изолятор (9).

- 2.1. Фермионный механизм подавления сверхпроводимости.
- 2.2. Модель гранулированного сверхпроводника.
- 2.3. Бозе-эйнштейновская конденсация газа бозонов.
- 2.4. Бозоны на узлах.
- 2.5. Сверхпроводящие флуктуации в сильном магнитном поле в рамках модели Бардина – Купера – Шраффера.
- 2.6. Фермионы на узлах. Численные модели.

3. Скейлинговая гипотеза (17).

- 3.1. Общая теория квантовых фазовых переходов применительно к сверхпроводящим переходам.
- 3.2. Скейлинг для двумерных

систем и роль магнитного поля.

3.3. Двупараметрический скейлинг.

4. Эксперимент (25).

- 4.1. Ультратонкие пленки на холодных подложках.
- 4.2. Материалы с изменяемым составом.
- 4.3. Высокотемпературные сверхпроводники.
- 4.4. Кроссовер от переходов сверхпроводник – металл к переходам сверхпроводник – изолятор.
- 4.5. Вольт-амперные характеристики и нелинейные явления.

5. Родственные системы (43).

- 5.1. Регулярные решетки джозефсоновских контактов.
- 5.2. Переход типа сверхпроводник – изолятор в атомной ловушке.

6. Заключительное обсуждение (47).

- 6.1. Сценарии перехода.
- 6.2. Роль макроскопических неоднородностей.
- 6.3. Локализованные пары.
- 6.4. Псевдошель.
- 6.5. Скейлинг.

Список литературы (52).

1. Введение

Многие металлы при понижении температуры переходят из нормального состояния в сверхпроводящее, которое феноменологически характеризуется возможностью бездиссипативного протекания тока и эффектом Мейснера. В результате изменения какого-либо внешнего параметра (например, магнитного поля) сверхпроводимость может быть разрушена. В подавляющем большинстве случаев это приводит к возвращению сверхпроводящего

В.Ф. Гантмахер, В.Т. Долгополов. Институт физики твёрдого тела РАН, ул. Институтская 2, 142432 Черноголовка, Московская обл., Российская Федерация
Тел. (496) 522-54-25, (496) 522-29-46. Факс (496) 524-97-01
E-mail: gantm@issp.ac.ru, dolgop@issp.ac.ru

Статья поступила 30 июня 2009 г.

материала обратно в металлическое состояние. Однако за последние 30 лет постепенно выяснилось, что существуют электронные системы, в которых разрушение сверхпроводимости приводит к переходу не в нормальный металл, а в изолятор. Вначале подобный переход казался удивительным и было затрачено немало усилий, для того чтобы убедиться в его реальности экспериментально и объяснить механизм перехода теоретически. При этом выяснилось, что изолятор может оказаться весьма необычным и, более того, при разрушении сверхпроводимости необычным может оказаться и нормальный металл, в который переходит сверхпроводник. Обсуждению современного состояния эксперимента и теории в этой области и посвящён настоящий обзор.

1.1. Сверхпроводящее состояние, спаривание электронов

Под термином "сверхпроводящее состояние" мы будем понимать состояние металла, имеющее при достаточно низкой температуре точно равное нулю электросопротивление на нулевой частоте, что означает наличие макроскопической когерентности электронных волновых функций. Это состояние возникает как результат сверхпроводящего взаимодействия между носителями тока. Такое взаимодействие представляет собой нечто более общее, чем сама сверхпроводимость, потому что оно может либо приводить к сверхпроводимости, либо нет.

Согласно теории Бардина – Купера – Шриффера (БКШ) переход в сверхпроводящее состояние сопровождается и является обусловленным перестройкой электронного спектра с возникновением на уровне Ферми щели шириной 2Δ . Сверхпроводящее состояние характеризуется комплексным параметром порядка

$$\Phi(\mathbf{r}) = \Delta \exp(i\phi(\mathbf{r})), \quad (1)$$

в котором в качестве модуля использована величина щели Δ в спектре. Если фаза параметра порядка $\phi(\mathbf{r})$ имеет градиент, $\phi(\mathbf{r}) \neq \text{const}$, то в системе существует поток частиц. Поскольку частицы заряженные, то наличие градиента означает наличие тока в основном состоянии.

Перестройку спектра можно представить как результат связывания электронов из окрестности уровня Ферми с импульсами \mathbf{p} и $-\mathbf{p}$ и противоположно направленными спинами в куперовские пары с энергией связи 2Δ . Связывание происходит вследствие эффективного притяжения находящихся в кристаллической решётке электронов, конкурирующего с кулоновским отталкиванием.

Куперовская пара — понятие довольно условное не только потому, что она состоит из двух электронов, движущихся в противоположных направлениях со скоростью v_F , но и потому, что размер пары в обычном сверхпроводнике $\zeta \sim \hbar v_F / \Delta \sim 10^{-4}$ см существенно больше, чем среднее расстояние между парами $s \sim (g_0 \Delta)^{-1/3} \sim 10^{-6}$ см (g_0 — плотность состояний в нормальном металле на уровне Ферми):

$$\zeta \gg s. \quad (2)$$

По сути, в виде совокупности куперовских пар представляется коллективное состояние всех электронов.

Уже давно известно, что сверхпроводимость возникает и в системах с электронной концентрацией, существенно меньшей, чем в обычных металлах, например

в монокристаллах SrTiO_3 с электронной концентрацией порядка $n \sim 10^{19} \text{ см}^{-3}$ [1]. Кроме того, в сверхпроводниках второго рода параметр ζ может быть меньше 100 \AA . Поэтому неравенство (2), необходимое для применимости модели БКШ, может оказаться нарушенным. Материалы, в которых $\zeta \lesssim s$, относят к экзотическим сверхпроводникам. К ним также обычно относят и высокотемпературные сверхпроводники, в которых сверхпроводимость обусловлена носителями в кристаллографических плоскостях CuO_2 . Как и в любой двумерной (2D) системе, плотность состояний g_0 в плоскостях CuO_2 в нормальном состоянии не зависит от концентрации носителей и согласно измерениям равняется $g_0 = 2,5 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ на один структурный элемент в каждой кристаллической плоскости CuO_2 (приблизительно одной и той же величине во всех семействах купратных сверхпроводников (см., например, [2])). Полагая для оценки, что Δ имеет порядок температуры сверхпроводящего перехода T_c , получим, что среднее расстояние между парами в плоскостях CuO_2 составляет $s \approx (g_0 T_c)^{-1/2} \approx 25 \text{ \AA}$ при $T_c \approx 100 \text{ K}$. Это значение следует сравнивать с типичной длиной когерентности $\zeta \approx 20 \text{ \AA}$ в высокотемпературных сверхпроводниках.

Существование экзотических сверхпроводников, в которых нарушено неравенство (2), побудило обратиться к другой модели сверхпроводимости — бозе-эйнштейновской конденсации (БЭК) газа электронных пар, рассматриваемых как бозоны с зарядом $2e$ [3], — и исследовать кроссовер от модели БКШ к модели БЭК (см., например, обзор [4]). Одно из существенных различий между этими моделями заключается в предположении о состоянии электронного газа при температурах, превышающих температуру перехода. Модель БЭК предполагает наличие бозонов по обе стороны от перехода. Аргументом в пользу существования сверхпроводников с переходом, происходящим по сценарию БЭК, является наличие псевдощели в некоторых экзотических сверхпроводниках. Одна из возможных интерпретаций псевдощели как раз и состоит в том, что эта энергия связи электронных пар превышает температуру перехода (см. подробнее об этом в конце раздела 4.3, посвящённого высокотемпературным сверхпроводникам).

В модели БКШ куперовские пары при $T > T_c$ появляются только в результате сверхпроводящих флюктуаций, равновесная концентрация пар существует лишь при $T < T_c$. Кроссовер от модели БКШ к модели БЭК состоит в том, что относительный размер куперовских пар постепенно уменьшается и пары появляются по обе стороны от перехода, будучи скоррелированными по фазе в сверхпроводящем состоянии и нескоррелированными в нормальном. Идея о том, что в сверхпроводящих материалах со сравнительно малой электронной плотностью равновесные электронные пары могут существовать при $T > T_c$, начала обсуждаться сразу же [5] после открытия этих материалов.

Для проблемы перехода сверхпроводник–изолятор вопрос о взаимоотношении моделей БКШ и БЭК имеет большое значение, поскольку вблизи границы области существования сверхпроводящего состояния естественно ожидать уменьшения плотности состояний g_0 и увеличения s , так что неравенство (2) должно сильно ослабнуть или вообще нарушиться. Во всяком случае, вопрос о фазовом переходе, сопровождающемся локализацией, имеет смысл в рамках обоих подходов.

Согласившись с тем, что сверхпроводимость экзотических сверхпроводников можно описывать, используя модель БЭК, мы принимаем, что при температуре $T > T_c$ могут существовать не только флюктуационные, но и равновесные электронные пары. Тогда возникает естественный вопрос: поскольку электронные пары могут существовать не только в сверхпроводящем, но и в нормальном состоянии, то не сохраняются ли парные корреляции между локализованными электронами и на стороне изолятора при переходе сверхпроводник–изолятор? Ниже мы будем неоднократно возвращаться к этому вопросу.

1.2. Переход сверхпроводник–изолятор как квантовый фазовый переход

Известно, что в основном состоянии электронные волновые функции на уровне Ферми могут быть локализованными или делокализованными. В первом случае вещество называется изолятором, во втором — металлом. Как уже было сказано выше, в течение длительного времени считалось, что сверхпроводимость может возникнуть только на основе металла, т.е. когерентность делокализованных волновых функций может возникнуть только как альтернатива их некогерентности. Сейчас мы знаем, что при разрушении сверхпроводимости все ставшие некогерентными электронные волновые функции могут сразу же оказаться локализованными. При этом подразумевается, что температура равна нулю, так что по обе стороны от перехода электроны находятся в основном состоянии.

Фазовый переход между основными состояниями называется квантовым. Это означает, что он сопровождается не тепловыми, а квантовыми флюктуациями. Переход можно инициировать изменением некоторого управляющего параметра x , например электронной концентрации, беспорядка или величины магнитного поля. Сверхпроводимость может быть разрушена изменением управляющего параметра x и при конечной температуре, когда доминируют термодинамические тепловые флюктуации. Можно сказать, что на плоскости (x, T) имеется линия термодинамических фазовых переходов $x(T)$, которая заканчивается на оси абсцисс $T = 0$ в точке квантового перехода $x = x_0$.

Пусть мы сдвигаем состояние сверхпроводящего металла в сторону области диэлектрических состояний, изменения некоторый параметр x . При таком воздействии может оказаться, что сначала исчезнет сверхпроводимость, а потом произойдёт переход нормальный металл–изолятор. Именно так развиваются события при уменьшении концентрации Nb в аморфном сплаве Nb_xSi_{1-x} [6]: при концентрации Nb около 18 % температура сверхпроводящего перехода падает до нуля и сплав становится нормальным металлом, а переход металл–изолятор происходит только при концентрации Nb 12 % (рис. 1). Переход сверхпроводник–изолятор расщепляется на два последовательных перехода. Этот пример поучителен в том отношении, что в наборе температурных зависимостей $\rho(T)$ (рис. 1а) граница между сверхпроводящими и несверхпроводящими состояниями чётко видна, а для доказательства существования промежуточной металлической области и выявления перехода металл–изолятор нужно провести экстраполяцию при $T \rightarrow 0$ зависимостей $\sigma(T) = 1/\rho(T)$ в некотором интервале концентраций. Величина σ_0 , пред-

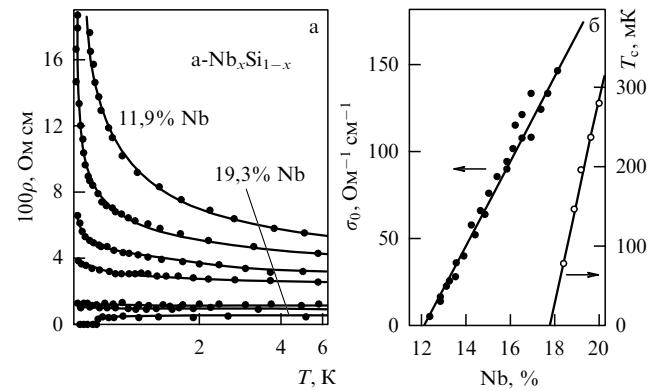


Рис. 1. (а) Температурные зависимости сопротивления $\rho(T)$ плёнок аморфного сплава Nb_xSi_{1-x} при разной концентрации Nb [6]. (б) Зависимости температуры сверхпроводящего перехода T_c и экстраполированного значения низкотемпературной проводимости $\sigma_0 = \lim_{T \rightarrow 0} \sigma(T)$ от концентрации Nb в плёнках аморфного сплава Nb_xSi_{1-x} [6].

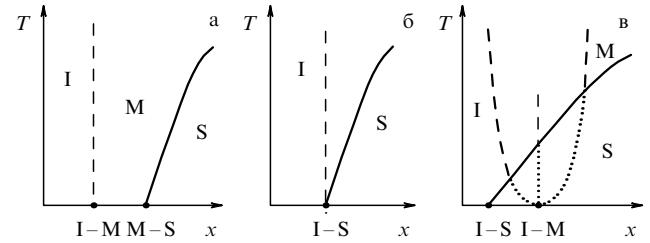


Рис. 2. Варианты фазовой диаграммы с переходами между тремя разными возможными состояниями электронной системы: изолятор (I), нормальный металл (M) и сверхпроводник (S). Квантовые переходы показаны точками, лежащими на оси абсцисс, термодинамические переходы — сплошными кривыми, кроссоверы и границы критической области — штриховыми линиями, а виртуальные границы на диаграмме (в) — пунктирными линиями.

ставленная на рис. 1б как функция концентрации Nb, является результатом такой экстраполяции.

Более интересен случай нерасщеплённого перехода, в котором сверхпроводник непосредственно превращается в изолятор, возможно, проходя через пограничное изолированное нормальное состояние. Настоящий обзор посвящён в основном именно таким переходам — как мы увидим, они достаточно разнообразны.

Изобразим схематически фазовые диаграммы рассматриваемых фазовых переходов на плоскости (x, T) (рис. 2), предполагая для определённости трёхмерность электронной системы. Как известно, переход металл–изолятор изображается на этой плоскости в виде изолированной точки на оси абсцисс, потому что само понятие "изолятор" строго определено только при $T = 0$ (см., например, обзор [7]). Поэтому вертикальные штриховые прямые на рис. 2 носят условный характер.

На диаграмме, представленной на рис. 2а, соответствующей расщеплённому переходу, исходящая из точки I–M штриховая прямая показывает, что в полосе I экстраполяция проводимости к $T = 0$ даёт нуль, а в полосе M — конечное значение. Согласно рис. 1 сплав Nb_xSi_{1-x} имеет именно такую фазовую диаграмму. В разделе 4.4 мы вернёмся к веществам типа Nb_xSi_{1-x} и увидим, что у диаграммы, представленной на рис. 2а, в свою очередь, существуют варианты.

На диаграмме рис. 2б для любого состояния справа от штриховой прямой понижение температуры приведёт к сверхпроводимости, поэтому для определения того, является ли состояние металлическим или диэлектрическим, необходимо измерение температурной зависимости в области, лежащей выше сверхпроводящего перехода, с экстраполяцией этой зависимости к $T = 0$. Повидимому, такой переход реализуется, например, на ультратонких пленках аморфного Pb (см. рис. 18 в разделе 4.1).

Наконец, ещё один вариант фазовой диаграммы, впервые предложенный в работе [8], изображён на рис. 2в. На этой диаграмме переход металл–изоляторм вообще отсутствует, поскольку он должен был бы находиться в сверхпроводящей области. От этого перехода осталась только часть критической области, лежащая выше области сверхпроводимости. Такая фазовая диаграмма наблюдается для TiN (см. рис. 31 в разделе 4.2).

1.3. Роль беспорядка.

Гранулированные сверхпроводники

Из теории подробно изученного ранее квантового перехода нормальный металл–изоляторм известно, что этот переход может быть вызван двумя принципиально разными причинами: возрастанием беспорядка в системе невзаимодействующих электронов (переход Андерсона) или уменьшением электронной концентрации при наличии кулоновского межэлектронного взаимодействия в идеальной системе без хаотического потенциала (переход Мотта). В этом обзоре, во всяком случае в его экспериментальной части, мы будем предполагать, что переход сверхпроводник–изоляторм происходит в андерсоновской сильно разупорядоченной электронной системе. Даже когда управляющим параметром x является электронная концентрация, предполагается, что она изменяется на фоне достаточно сильного хаотического потенциала.

Для того чтобы ответить на вопрос о том, когда и какая из диаграмм рис. 2 реализуется, нужно изучить влияние беспорядка на сверхпроводимость. Первый результат в этой области был получен Андерсоном ещё в 1959 г. В работе [9] было показано, что если не учитывать межэлектронного кулоновского взаимодействия, то введение немагнитных примесей не приводит к существенному изменению температуры сверхпроводящего перехода. Учёт кулоновского взаимодействия меняет дело. Как показал Финкельштейн [10, 11] на примере двумерных систем, кулоновское взаимодействие всё же подавляет сверхпроводимость в так называемых грязных системах, причём механизм подавления обусловлен комбинацией электрон–электронного взаимодействия с примесным рассеянием (см. раздел 2.1).

Из многообразия случайных потенциалов, описывающих беспорядок, выделим два предельных случая: системы с неоднородностью потенциала на атомных масштабах, в дальнейшем рассматриваемые как однородные, и системы с неоднородностями на масштабах, значительно превышающими атомные. Последние системы мы будем называть гранулированными, предполагая для определённости, что они состоят из гранул сверхпроводящего материала с характерным размером b , разделённых прослойками нормального металла или изолятора. Управляющим параметром в таком гранули-

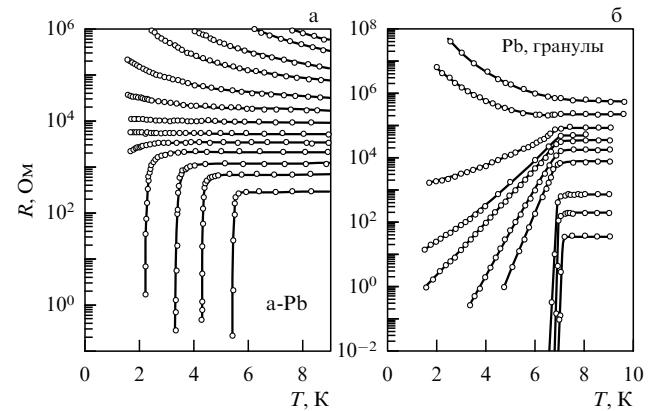


Рис. 3. Изменения температурных зависимостей сопротивления пленок Pb по мере увеличения их толщины (сверху вниз) [12]. (а) Переход сверхпроводник–изоляторм на мелкодисперсных квазиоднородных пленках, напылённых на поверхность SiO поверх промежуточного тонкого слоя аморфного Ge. В сверхпроводящей области кривые $R(T)$ демонстрируют корреляцию между нормальным сопротивлением и температурой сверхпроводящего перехода. (б) Переход сверхпроводник–изоляторм на гранулированных пленках, напылённых непосредственно на поверхность SiO. При таком способе напыления атомы свинца собираются в гранулы. Температура сверхпроводящего перехода пленки становится неизменной при толщине пленки, превышающей критическую толщину.

рованном материале может быть, например, сопротивление прослоек.

Существуют и теоретический, и экспериментальный критерий, позволяющие отнести реальную электронную систему к одному из этих предельных случаев. Теоретический критерий определяется тем, может ли сверхпроводящее состояние установиться в одной отдельно взятой грануле, независимо от её окружения. Для того чтобы это могло произойти, необходимо, чтобы среднее расстояние между уровнями энергии электронов внутри гранул было меньше сверхпроводящей щели Δ :

$$\delta\varepsilon = (g_0 b^3)^{-1} < \Delta, \quad (3)$$

где g_0 — плотность состояний на уровне Ферми в массивном металле, b^3 — средний объём одной гранулы. Соотношение $\delta\varepsilon \approx \Delta$ определяет минимальный размер изолированной гранулы

$$b_{SC} = (g_0 \Delta)^{-1/3}, \quad (4)$$

для которой имеет смысл понятие сверхпроводящего состояния. При выполнении неравенства $b < b_{SC}$ гранул, которые могли бы быть сверхпроводящими сами по себе, нет. Материал, с точки зрения сверхпроводящего перехода, является однородно неупорядоченным; теперь температура перехода T_c определяется средними характеристиками материала и может плавно изменяться вместе с ними.

Экспериментальный критерий, позволяющий различать переходы сверхпроводник–изоляторм в гранулированной и квазиоднородно разупорядоченной системах, проиллюстрирован на рис. 3. Здесь управляющим параметром является толщина b пленки свинца, напылённой на поверхность SiO. Зависимости на рис. За получены при напылении свинца поверх промежуточного подслоя аморфного Ge. По мере уменьшения b в этой серии пленок температура сверхпроводящего перехода уменьшается; при нулевой температуре увеличение толщины b

приводит к прямому переходу из диэлектрического состояния в сверхпроводящее. Проводившийся параллельно структурный анализ не обнаруживает в этих плёнках никакой макроструктуры. По-видимому, промежуточный тонкий слой аморфного Ge предотвращает коагуляцию напыляемого материала (см. также раздел 4.1). Во всяком случае, если гранулы и имеются, то их размеры меньше критического размера (4).

Зависимости на рис. 3б получены при напылении свинца непосредственно на охлаждённую до температуры жидкого гелия зеркальную поверхность SiO. При таком способе напыления атомы свинца собираются в капельки-гранулы, достигающие перед слиянием диаметра 200 Å и высоты 50–80 Å. Плёнка, в которой слияние ещё не произошло, называется островковой: она представляет собой систему металлических островков, между которыми проводимость осуществляется за счёт туннелирования. У всех плёнок сверхпроводящий переход начинается, если он вообще происходит, при одной и той же температуре: $T_c \approx 7$ К. Это означает, что размеры гранул достаточно велики, так что в них $\delta\epsilon < \Delta$ и сверхпроводящий переход в гранулах происходит при той же температуре, что и в массивном металле, а поведение всего материала в целом зависит от силы взаимодействия между гранулами.

Как видно из рис. 3, переход в гранулированной системе обладает ещё одной особенностью. Вблизи перехода со стороны сверхпроводящей области зависимость сопротивления от температуры $R(T)$ при $T < T_c$ следует весьма странной формуле [13]:

$$R = R_0 \exp \frac{T}{T_0},$$

которую можно назвать "обратным законом Аррениуса". В квазиоднородных системах, которым посвящён настоящий обзор, таких зависимостей не наблюдается.

В изолированной частице размером $b < b_{SC}$ сверхпроводящего состояния нет в том смысле, что отсутствует когерентное состояние всех электронов с общей волновой функцией. Однако остаётся сверхпроводящее взаимодействие через фононы, обусловливающее эффективное притяжение между электронами. Сверхпроводящее взаимодействие приводит к эффекту чётности: добавление в систему электронов дополнительного нечётного электрона увеличивает полную электронную энергию больше, чем добавление последующего чётного электрона. Разница составляет $2\Delta_p$, где Δ_p — энергия связи в расчёте на один электрон:

$$\Delta_p = E_{2l+1} - \frac{1}{2}(E_{2l} + E_{2l+2}). \quad (5)$$

Эффект чётности наблюдался экспериментально при изучении кулоновской блокады в сверхпроводящих зёрнах [14, 15]. Теоретическое рассмотрение [16] показало, что из-за сильных квантовых флуктуаций параметра порядка энергия связи в малых зёрнах,

$$b \ll b_{SC}, \quad \text{т.е.} \quad \delta\epsilon \gg \Delta, \quad (6)$$

не только сохраняется, но, вообще говоря, становится больше:

$$\Delta_p = \frac{\delta\epsilon}{2 \ln(\delta\epsilon/\Delta)} > \Delta. \quad (7)$$

Величина Δ_p много меньше расстояния $\delta\epsilon$ между уровнями, обусловленного размерным квантованием, но отнюдь не меньше сверхпроводящей щели Δ .

1.4. Фермионный и бозонный сценарии перехода

Существует два сценария перехода сверхпроводник–изолятор. Фундамент теории фермионного сценария перехода сверхпроводник–изолятор заложили работы Финкельштейна [10, 11]. Их суть состоит в том, что по тем или иным причинам эффективность сверхпроводящего взаимодействия в грязной системе при нулевой температуре постепенно сходит на нет, а в образовавшейся нормальной фермионной системе происходит андерсоновская локализация. Однако этот сценарий — не единственный. В результате бурного развития теоретических и экспериментальных исследований в этой области выяснилось, что существует ещё один, бозонный, сценарий этого перехода. Суть различия между сценариями удобно сформулировать, используя комплексный параметр порядка (1). Фаза параметра порядка φ внутри массивного сверхпроводника в отсутствие тока является постоянной — это отражает существование квантовых корреляций между парами. При наличии флуктуаций сверхпроводящее состояние трёхмерной системы сохраняется до тех пор, пока коррелятор $G(\mathbf{r})$,

$$G(\mathbf{r}) = \langle \Phi(\mathbf{r}) \Phi(0) \rangle \rightarrow G_0 \neq 0 \quad \text{при} \quad |\mathbf{r}| \rightarrow \infty, \quad (8)$$

стремится при увеличении $|\mathbf{r}|$ к конечному значению. Угловые скобки в (8) означают усреднение по квантовому состоянию системы, $\Phi(\mathbf{r})$ — комплексный параметр порядка.

Рассмотрение в работах [10, 11] основывается на теории БКШ. В теории БКШ и в теориях, исходящих из неё, в точке фазового перехода щель Δ , т.е. модуль параметра порядка $|\Phi|$, обращается в нуль и фаза автоматически теряет смысл. Однако сверхпроводящее состояние может быть разрушено и другим способом: флуктуации фазы параметра порядка могут обратить в нуль коррелятор (8) при отличном от нуля модуле параметра порядка. Это и есть бозонный сценарий перехода. Смысл этого названия заключается в том, что конечный модуль параметра порядка на переходе означает наличие конечной концентрации связанных электронных пар, т.е. концентрация бозонов на переходе не обращается в нуль. Реализации бозонного сценария способствует то, что в сверхпроводниках с малой электронной плотностью слабее экранирование и сравнительно мала "жёсткость" относительно изменений фазы, что повышает роль фазовых флуктуаций [17, 18].

При разработке бозонного сценария имеются в виду, в первую очередь, однородные разупорядоченные сверхпроводники [8]. Однако следует отметить, что в гранулированных сверхпроводниках этот сценарий реализуется естественным путём в рамках теории БКШ. Действительно, будем перемещаться от одной кривой к другой на рис. 3б снизу вверх, полагая для простоты, что разница между состояниями возникает в результате постепенного увеличения сопротивления прокладок между неизменными гранулами. Даже тогда, когда сверхпроводимость макроскопического образца исчезнет (верхние кривые на рис. 3б), гранулы будут оставаться сверхпроводящими. Однако куперовские пары в них окажутся "локализованными", каждая в своей грануле.

Слово "локализованные" заключено в кавычки, потому что если размер b гранул — макроскопический, то возникающее ограничение перемещения куперовских пар не согласуется с обычным пониманием термина "локализация". Пусть, однако, $b \lesssim b_{SC}$. Соотношение (4) определяет границу применимости концепции гранулированных сверхпроводников; ниже этой границы они превращаются в так называемые грязные сверхпроводники с характерными атомными длинами, описывающими беспорядок. Границу гранулы с параметрами (6) уже можно считать просто дефектом, а находящиеся внутри неё электроны — локализованными на длине $b < b_{SC}$, вне зависимости от структуры волновой функции внутри этой области. Согласно эффекту чётности [14–16], между электронами, локализованными на таком дефекте, сохраняются парные корреляции с конечной энергией связи.

Таким образом, гранулированные сверхпроводники оказываются естественным модельным объектом для изучения бозонного сценария переходов сверхпроводник – изолятор. Любопытно, что некоторые проявления этого сценария были обнаружены экспериментально в гранулированных двумерных системах ещё до того, как появилась проблема переходов сверхпроводник – изолятор [19, 20].

Туннельный ток между двумя сверхпроводящими гранулами, вообще говоря, состоит из двух компонент: сверхпроводящий джозефсоновский ток куперовских пар и одиночичный диссипативный ток. Джозефсоновский ток в контакте может по тем или иным причинам быть подавленным; в частности, он подавляется флюктуациями при слишком большом нормальном сопротивлении R_n контакта [21]. Тогда даже через контакт со сверхпроводящими берегами может течь только нормальный одиночичный ток $j_n = V/R_n$, причём только при наличии на контакте разности потенциалов V . Это приводит к парадоксальному поведению гранулированного сверхпроводника при понижении температуры. Концентрация одиночичных возбуждений в сверхпроводящих гранулах экспоненциально убывает с уменьшением температуры: $n \propto \exp(-\Delta/T)$, и соответственно экспоненциально возрастает сопротивление всех контактов: $R \propto \exp(\Delta/T)$. В результате удельное сопротивление всего материала ρ не уменьшается при понижении температуры в области $T < T_c$, а возрастает. Такое экспоненциальное возрастание сопротивления,

$$\ln \frac{\rho}{\rho_0} \propto T^{-1},$$

начинающееся при температуре, равной температуре сверхпроводящего перехода T_c , экспериментально наблюдалось в островковых пленках [19, 20] (рис. 4а), а позднее — в гранулированных пленках со сверхпроводящими гранулами (рис. 4б [22]) и в трёхмерном (3D) материале [23].

Если с помощью внешнего магнитного поля уничтожить сверхпроводящую щель в гранулах, сделав их нормальными, то в берегах контакта число квазичастиц на уровне Ферми возрастёт и сопротивление контакта вернётся к значению нормального сопротивления R_n . Иными словами, система металлических гранул в диэлектрической матрице в некотором интервале параметров может иметь конечное удельное сопротивление ρ при $T = 0$, если гранулы нормальные, но оказывается изоля-

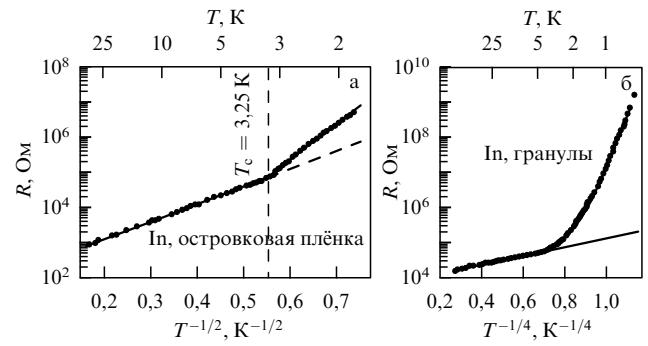


Рис. 4. (а) Температурная зависимость сопротивления островковой пленки In, демонстрирующая характерное *возрастание* сопротивления при температурах, меньших температуры сверхпроводящего перехода индиевых гранул [20]. (б) То же самое для гранулированной пленки, состоящей из гранул In, разделённых диэлектрическими прослойками из оксида [22].

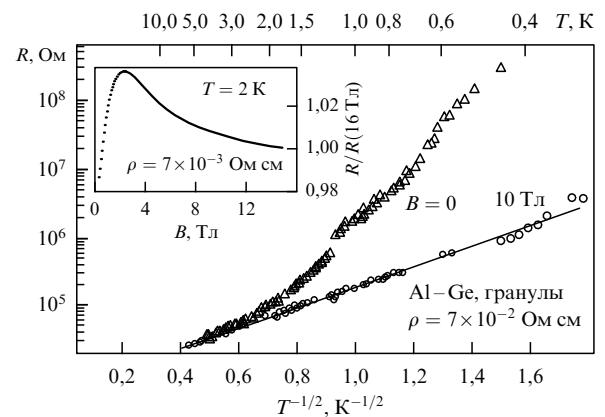


Рис. 5. (а) Восстановление магнитным полем "нормального" кондактанса образца с гранулированным Al в матрице аморфного Ge [24]. Образец представляет собой пленку толщиной около 2000 Å, размер гранул примерно 120 Å. В нулевом магнитном поле гранулы становятся сверхпроводящими при температуре около 2 К. На вставке: кривая $R(B)$ для образца с такими же геометрическими характеристиками, но имеющим в 10 раз меньшее нормальное сопротивление и сверхпроводящий переход. Кривая снята при температуре, чуть большей T_c [24].

тором с $\rho = \infty$, если гранулы являются сверхпроводящими. Особенностью и в то же время признаком такой системы является отрицательное магнетосопротивление, тем более сильное, чем ниже температура:

$$\frac{\rho(B, T)}{\rho(0, T)} \approx \exp\left(-\frac{\Delta}{T}\right), \quad B > B_c, \quad (9)$$

$\Delta \approx T_c$ (всюду предполагается, что температура T измеряется в энергетических единицах), где T_c — критическая температура, B_c — магнитное поле, разрушающее сверхпроводимость отдельных гранул. В эксперименте, результаты которого представлены на рис. 5, при температуре 0,5 К магнитное поле величиной 10 Тл уменьшает сопротивление более чем на два порядка.

Увеличение сопротивления в нулевом поле и отрицательное магнетосопротивление возможны и при температурах, превышающих температуру сверхпроводящего перехода, за счёт сверхпроводящих флюктуаций [25, 26]. Вследствие отсутствия джозефсоновской связи между гранулами виртуальные куперовские пары, рож-

дённые флюктуациями, не вносят вклада в транспорт. Однако вызванное флюктуациями уменьшение плотности одночастичных состояний в гранулах сильно увеличивает межгранульное сопротивление; это сопротивление уменьшается при подавлении флюктуаций сильным магнитным полем. Это иллюстрируется на вставке на рис. 5 кривой $R(B)$, полученной на образце аморфного Ge, в котором джозефсоновские связи между гранулами Al обеспечивают сверхпроводящее состояние при низкой температуре: при $T = 2$ К, ненамного превышающей T_c , отрицательное магнетосопротивление, вызванное подавлением сверхпроводящих флюктуаций, наблюдается при величине магнитного поля вплоть до 16 Тл.

Таким образом, эксперименты на гранулированных сверхпроводниках выявили экспериментальное направление поисков реализации бозонного сценария перехода сверхпроводник–изолятор. Если в изоляторе, образовавшемся после разрушения сверхпроводимости, есть электронные пары, локализованные на дефектах, то в сильном магнитном поле можно ожидать появления отрицательного магнетосопротивления, обусловленного разрушением этих пар.

1.5. Переход Березинского–Костерлица–Таулеса

Отличительной чертой двумерных сверхпроводящих систем является возможность существования газа флюктуаций в виде спонтанно генерируемых магнитных вихрей при температурах, меньших температуры объёмного сверхпроводящего перехода T_{c0} . Через каждый вихрь проходит квант магнитного потока

$$\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar c}{2e}. \quad (10)$$

Множитель 2 в знаменателе выражения (10) сохранён для того, чтобы подчеркнуть, что квантование определяется носителями тока с зарядом $2e$.

Вихри рождаются парами с противоположными направлениями поля на оси (пары вихрь–антивихрь) и через конечное время аннигилируют в результате столкновений. В нулевом магнитном поле концентрации вихрей противоположного знака равны, $N_+ = N_-$; они определяются динамическим равновесием между процессами спонтанной генерации и аннигиляции. Понижение температуры до $T_c \equiv T_{\text{БКТ}} < T_{c0}$ приводит к переходу Березинского–Костерлица–Таулеса (БКТ) [27, 28]. Прекращается генерация вихревых пар, концентрация вихрей резко уменьшается и становится экспоненциально малой.

Таким образом, в некотором интервале температур

$$T_c < T < T_{c0} \quad (11)$$

в двумерных сверхпроводниках вихри сосуществуют с куперовскими парами. Модуль параметра порядка, представляющий собой энергию связи куперовской пары, равный Δ в пространстве между вихрями, уменьшается до нуля на оси вихря: вблизи оси вихря сверхпроводимости нет и электроны являются нормальными. Фаза параметра порядка в пространстве между вихрями вследствие их движения флюктуирует. В результате коррелятор (8) в интервале (11) спадает по экспоненте, а при температурах ниже температуры перехода БКТ, $T < T_{\text{БКТ}}$, убывает по степенному закону

$$G(\mathbf{r}) \propto r^{-\eta}, \quad 0 < \eta < 1, \quad (12)$$

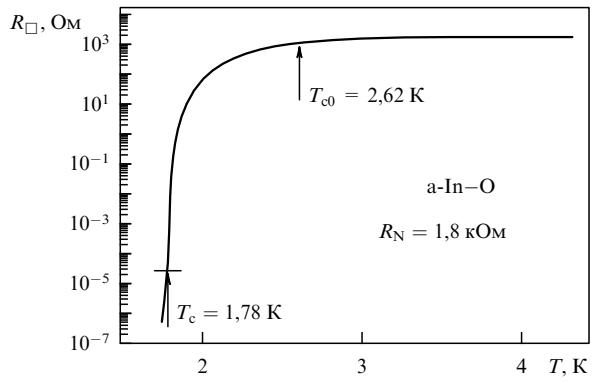


Рис. 6. Температура T_{c0} , при которой появляется равновесная концентрация куперовских пар, и температура T_c перехода БКТ в плёнке In–O толщиной 100 Å [30]. R_\square — так называемое сопротивление на квадрат (удельное сопротивление двумерной системы).

т.е. стремится на больших расстояниях не к конечному значению, а к нулю. Когерентное состояние с конечным коррелятором (8) на больших расстояниях устанавливается при $T = 0$.

Вихри, рассматриваемые как квазичастицы, являются бозонами. Поэтому можно сказать, что наличие свободных бозонов–вихрей приводит к диссипации энергии при прохождении тока, несмотря на наличие 2e-бозонов (куперовских пар).

Существует чисто экспериментальная проблема определения температур T_{c0} и T_c по кривой резистивного перехода. Сопротивление системы в интервале температур $T_c < T < T_{c0}$ вычислено в работе [29], а тщательный экспериментальный анализ проведён в работе [30] на примере сверхпроводящего перехода в аморфных плёнках In–O. Из рисунка 6, на котором приведён результат такого анализа для одной из плёнок, видно, что температуры T_{c0} и T_c сильно различаются: T_{c0} находится в высокотемпературной части кривой $R(T)$, так что $R(T_{c0}) \approx 0,5R_N$, а $R(T_c)$ меньше сопротивления плёнки в нормальном состоянии R_N на несколько порядков. Соотношение сопротивлений $R(T_{c0})$, $R(T_c)$ и R_N меняется от плёнки к плёнке, но ещё больше они отличаются от того, что в разных лабораториях температуры T_{c0} и T_c определяют по-разному. Поэтому при сравнении результатов экспериментов иногда удобнее для определения точек на резистивной кривой использовать отношение $R(T)/R_N$.

2. Микроскопические подходы к проблеме перехода сверхпроводник–изолятор

Среди различных теоретических моделей описания переходов сверхпроводник–изолятор, пожалуй, нет одной безусловно лидирующей, подобно модели БКШ для самой сверхпроводимости. Подходя к проблеме с разных сторон, эти модели подчёркивают её разные аспекты и вместе создают целостную картину, демонстрируя в то же время существование различных вариантов перехода.

2.1. Фермионный механизм подавления сверхпроводимости

Как уже упоминалось в разделе 1.4, фермионный сценарий требует обращения в нуль модуля параметра

порядка при увеличении числа примесей в системе. Для реализации фермионного сценария нужно выйти за пределы справедливости теоремы Андерсона [9], а именно учесть наряду с беспорядком кулоновское взаимодействие между электронами. Первая идея в этой области, сформулированная в работе [31], основывалась на использовании формулы (3). Будем для начала считать систему гранулированной. По мере введения примесей в гранулу плотность состояний на уровне Ферми подавляется кулоновским взаимодействием за счёт эффекта Аронова – Альтшулер [32, 33] и соответственно расстояние (3) между уровнями возрастает. При этом критический размер гранулы (4) становится больше, а при фиксированном размере b_{SC} уменьшаются щель Δ и, следовательно, температура сверхпроводящего перехода T_c . Можно ожидать, что при некоторой критической концентрации примесей T_c обратится в нуль. Такое же рассуждение применимо и к однородной системе, если размер гранул заменить длиной локализации электронов в нормальном состоянии [34–36].

Оказалось, однако, что кулоновское взаимодействие подавляет модуль параметра порядка совершенно иным способом, который не связан с гранулированностью или квазигранулированностью системы. В грязном пределе само кулоновское взаимодействие ренормализуется [10] и процессы отталкивания электронов с противоположными импульсами и спинами, приводящие к малой передаче импульса, становятся более сильными. Результат работы [10] следует сравнивать с подавлением кулоновским взаимодействием плотности состояний на уровне Ферми g_0 в нормальном грязном металле [32, 33], только в сверхпроводнике с возрастанием беспорядка понижается не плотность состояний на уровне Ферми g_0 , а T_c .

Эффект понижения T_c вследствие ренормализации кулоновского взаимодействия был известен ранее [37–39] в виде слабой поправки к температуре сверхпроводящего перехода. В двумерном случае, например,

$$T_c = T_{c0} \left[1 - \frac{1}{12\pi^2 y} \ln^3 \left(\frac{\hbar}{T_c \tau} \right) \right], \quad (13)$$

где y — безразмерный кондактанс,

$$y = \frac{\hbar}{e^2 R_\square}, \quad (14)$$

R_\square — так называемое сопротивление на квадрат (удельное сопротивление двумерной системы), τ — время релаксации импульса в нормальном состоянии. Формально уже выражение (13) обнаруживает возможность обращения T_c в нуль при возрастании беспорядка. Однако столь далёкая экстраполяция не может служить серьёзным аргументом.

Выражение для критической температуры T_c двумерной системы, справедливое при низких температурах, $T_c \ll T_{c0}$, получено [40] с помощью ренормгруппового анализа (см. также [8, 11]):

$$\frac{T_c}{T_{c0}} = \exp \left(-\frac{1}{\gamma} \right) \left[\frac{\gamma - \rho/4 + (\rho/2)^{1/2}}{\gamma - \rho/4 - (\rho/2)^{1/2}} \right]^{1/\sqrt{2\rho}}, \quad (15)$$

$$\gamma = \left(\ln \frac{T_{c0}\tau}{\hbar} \right)^{-1} < 0, \quad \rho = \frac{e^2}{2\pi^2 \hbar} R_\square = \frac{1}{2\pi^2 y}.$$

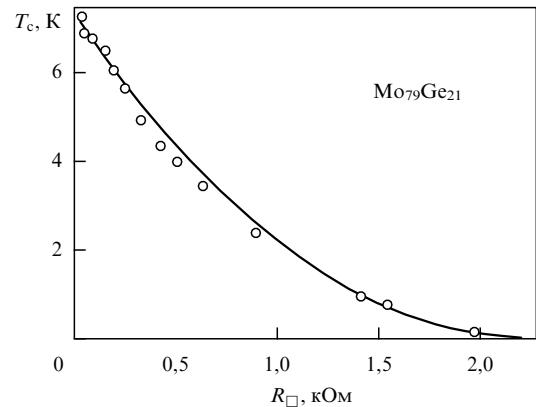


Рис. 7. Подавление сверхпроводимости беспорядком в аморфных пленках $\text{Mo}_{79}\text{Ge}_{21}$ [40]; кружки — экспериментальные данные из работ [41, 42], сплошная кривая построена по формуле (15).

На рисунке 7 представлены экспериментальные данные для квазиоднородных пленок аморфного сплава $\text{Mo}_{79}\text{Ge}_{21}$ с различной толщиной и, следовательно, с различным сопротивлением R_\square [41, 42]. Сплошная кривая построена в [40] по формуле (15) в предположении, что $\ln(\hbar/T_{c0}\tau) = 8,2$.

Таким образом, теория правильно описывает в двумерном случае понижение температуры сверхпроводящего перехода под влиянием беспорядка. Для трёхмерного случая точные ответы отсутствуют, но следует ожидать той же самой качественной картины. В зависимости от того, что наступает быстрее, андерсоновская локализация в нормальном состоянии или обращение в нуль температуры сверхпроводящего перехода, реализуется одна из трёх фазовых диаграмм, представленных на рис. 2.

Теория [40] соответствует использованию среднего поля, т.е. параметра порядка, не зависящего от координат. В последние годы выяснилось, однако, что возможная неоднородность параметра порядка как без включения в рассмотрение кулоновского взаимодействия, так и при учёте его влияния сама по себе способна привести к потере макроскопической когерентности. В окрестности точки квантового фазового перехода, где кондактанс (14) порядка единицы, могут оказаться существенными мезоскопические эффекты [43], обусловленные нелокальной интерференцией электронных волн, рассеиваемых на примесях. В результате изначально однородная система на переходе может оказаться неоднородной. В ней появляются сверхпроводящие капли.

Эта возможность реализуется в двумерном случае при учёте кулоновского взаимодействия, т.е. при использовании модели [40] за рамками приближения среднего поля [44]. Мезоскопические эффекты в широкой области температур $T > T_c$ вызывают неоднородное состояние системы, в котором в нормальных областях содержатся капли сверхпроводящей фазы. Согласно [44] область температур δT_c , в которой появляются сверхпроводящие капли, задана соотношением

$$\frac{\delta T_c}{T_c} \simeq \frac{0,4\pi^2 \rho^2}{1 - \rho/\rho_c}, \quad (16)$$

где ρ_c — критическое значение безразмерного сопротивления, при котором T_c , вычисленная по формуле (15),

обращается в нуль. Как видно из (16), ширина области неоднородного состояния может быть порядка T_c .

2.2. Модель гранулированного сверхпроводника

Первая аналитически решаемая модель с фазовым переходом в диэлектрическое состояние была построена Ефетовым [45] для гранулированного сверхпроводника со сверхпроводящей щелью Δ , размером гранул b и частотой перескоков электрона между соседними гранулами τ_b . Предполагалось, что τ_b находится в интервале, заданном неравенствами

$$\delta\varepsilon \ll \frac{\hbar}{\tau_b} \ll \Delta \quad (17)$$

(энергия \hbar/τ_b меньше сверхпроводящей щели, но больше расстояния между уровнями размерного квантования в гранулах). Левое неравенство означает, что при отсутствии сверхпроводящего взаимодействия можно пренебречь локализационными эффектами и считать этот гранулированный материал нормальным металлом.

Размер гранул b предполагается меньшим длины когерентности ξ . В качестве ограничения снизу на размер b было выбрано левое неравенство (17), которое является более жёстким, чем рассмотренное выше условие (4). В результате для b был выбран интервал

$$\left(\frac{\hbar g_0}{\tau_b}\right)^{-1/3} < b < \xi. \quad (18)$$

Эффективный гамильтониан, описывающий систему, выглядит следующим образом:

$$H_{\text{eff}} = \sum_{ij} \frac{1}{2} B_{ij} \hat{\rho}_i \hat{\rho}_j + \sum_{ij} J_{ij} [1 - \cos(\varphi_i - \varphi_j)], \quad (19)$$

$$\hat{\rho}_i = -i \frac{\partial}{\partial \varphi_i}.$$

Здесь $\hat{\rho}_i$ — операторы числа куперовских пар в i -й грануле (с целыми числами в качестве собственных значений), величины B_{ij} при низких температурах пропорциональны элементам матрицы, обратной матрице ёмкости. По порядку величины, например, для гранул с тонкими прослойками толщиной \tilde{b}

$$B_{ij} \sim \frac{e^2}{b} \frac{\tilde{b}}{\kappa_0 b}, \quad (20)$$

где κ_0 — диэлектрическая проницаемость изолирующей прослойки. Первый член под знаком суммы в гамильтониане (19) описывает электростатическую энергию, возникающую при рождении пар на гранулах. Второй член содержит джозефсоновскую энергию J_{ij} , которая является отличной от нуля только для ближайших соседей и выражается через нормальное сопротивление контакта R_{ij}^n :

$$J_{ij} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\hbar/e^2}{R_{ij}^n} \right) \Delta(T). \quad (21)$$

Для простоты предполагается, что все гранулы и диэлектрические прослойки одинаковы и расположены регулярно, так что B_{ij} и J_{ij} зависят только от разности $|i - j|$.

Решение получено методом самосогласованного поля. С этой целью в гамильтониане производилась замена взаимодействия средним эффективным полем:

$$\cos(\varphi_i - \varphi_j) \rightarrow \langle \cos \varphi_i \rangle \cos \varphi_j. \quad (22)$$

Точка фазового перехода находится из условия фазовой когерентности в различных гранулах, т.е. из условия, что $\langle \cos \varphi_i \rangle$ не равен нулю в уравнении самосогласования решения задачи с гамильтонианом (19). Таким образом получается критическое значение отношения джозефсоновой и кулоновской энергий, при котором происходит фазовый переход при нулевой температуре. В простейшем случае

$$J_{ic} = \left(\sum_j J_{ij} \right)_c = \frac{1}{2} B_{ii}(0). \quad (23)$$

При $J_i > J_{ic}$ в гранулированном сверхпроводнике реализуется макроскопическое сверхпроводящее состояние. Для того чтобы понять свойства некогерентной фазы, в которой $\langle \cos \varphi_i \rangle = 0$, необходимо решить кинетическую задачу об отклике гранулированного сверхпроводника в некогерентном состоянии на статическое электрическое поле при

$$J_i \ll J_{ic}. \quad (24)$$

Ток между отдельными гранулами равен сумме нормального и джозефсоновского токов. За счёт первого из этих слагаемых проводимость на нулевой частоте оказывается конечной при ненулевой температуре и с точностью до численного множителя выражается в виде

$$\sigma(0) = R^{-1} \exp\left(-\frac{\Delta}{T}\right). \quad (25)$$

Экспоненциальная активационная зависимость от температуры указывает на то, что система находится в диэлектрическом состоянии.

Любопытен случай конечной температуры. В этом случае при $\tilde{b} \ll b$ необходимо учесть вклад недиагональных элементов B_{ij} , а значит возможность появления зарядов не в одной грануле, а в двух соседних гранулах. Критическое значение джозефсоновской энергии дополнительно увеличится. Однако при повышении температуры разнесённые заряды будут экранироваться нормальными возбуждениями соседних гранул и критическое значение джозефсоновской энергии будет уменьшаться. Независимо от этого возрастание температуры приводит к увеличению разброса фаз отдельных гранул. Качественный вид результирующей зависимости температуры сверхпроводящего перехода от джозефсоновской энергии показан на рис. 8. Эта зависимость соответствует тому, что при определённых условиях возможен переход гранулированного сверхпроводника при понижении температуры в диэлектрическое состояние. Такой переход называют возвратным.

Теория возвратных переходов развивалась во многих работах (см., например, [46–48]) в основном в рамках изложенных выше идей. Экспериментально возвратные переходы проявляются в том, что быстрое убывание сопротивления с понижением температуры в процессе сверхпроводящего перехода сменяется его быстрым возрастанием. Возвратный переход обычно считается специфическим свойством гранулированных сверхпро-

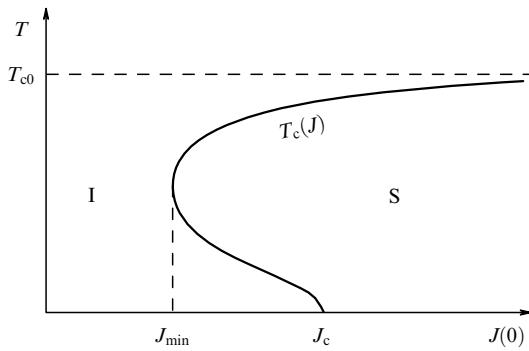


Рис. 8. Фазовая диаграмма на плоскости (J, T) , при которой возможен возвратный переход сверхпроводник – изолятор при понижении температуры [45].

водников. Часто наличие такого перехода полагалось свидетельством того, что в образце имеется гранулированная структура, и служило критерием отбора и классификации образцов. Однако, как мы увидим в разделе 2.5, в магнитном поле возвратный переход возможен и в отсутствие гранулированной структуры.

Верхняя ветвь фазовой диаграммы на рис. 8 тоже весьма информативна. Она показывает, что температура сверхпроводящего перехода может уменьшаться при приближении к критическому значению управляющего параметра не только в однородно разупорядоченном, но и в гранулированном сверхпроводнике с гранулами малого размера (18), если при этом выполнен ряд дополнительных условий (в частности, неравенства (17) и наличия относительной узости прокладок между гранулами, $\tilde{b} \ll b$).

Таким образом, Ефетовым [45] была построена строгая микроскопическая теория перехода сверхпроводник – изолятор для одного специфического случая гранулированного сверхпроводника, для которого выполняются неравенства (17) и (18). Некоторые из результатов этой теории получены исходя из рассуждений на феноменологическом уровне в работе [49].

Модель перехода, построенная в [45], занимает промежуточное место между фермионным и бозонным сценариями. С одной стороны, эта модель исходит из теории БКШ и в ней фигурирует исключительно куперовское спаривание. С другой стороны, зависимость модуля параметра порядка от координат, привнесённая самой постановкой задачи (различие в величине Δ внутри и вне гранул), приводит к тому, что при температуре $T > T_c$ могут сохраняться области с $\Delta \neq 0$.

В заключение отметим, что в модели Ефетова для осуществления перехода совершенно не нужен беспорядок в гранулированной системе, если не считать беспорядком само наличие гранул. Безусловно, наличие беспорядка не препятствует переходу сверхпроводника в диэлектрическое состояние, но и не является движущей силой перехода: он мог бы быть осуществлён на регулярной решётке гранул. В этом отношении рассматриваемый переход аналогичен скорее переходу металл – изолятор типа Мотта – Хаббарда, чем переходу Андерсона.

2.3. Бозе-Эйнштейновская конденсация газа бозонов

Как уже упоминалось, в ряде ситуаций для описания поведения сверхпроводника удобно использовать модель бозе-Эйнштейновского конденсата в газе бозонов.

Напомним, что в соответствии со статистикой бозе-частиц при температуре, меньшей некоторой критической, макроскопическое число частиц оказывается на нижнем квантовом уровне и составляет так называемый бозе-конденсат. В общем случае нижний квантовый уровень не отделён спектральной щелью от возбуждённых состояний системы. При нулевой температуре все бозе-частицы оказываются в основном состоянии. Утверждение о наличии бозе-конденсата справедливо как для газа заряженных бозе-частиц [50], т.е. частиц со взаимодействием, так и для газа невзаимодействующих бозе-частиц, рассеиваемых короткодействующим полем примесей [51]. Само по себе наличие бозе-конденсата ещё не означает, что частицы будут демонстрировать сверхтекучесть (или идеальную проводимость в случае заряженного газа). Вопрос о динамическом низкочастотном отклике взаимодействующего газа бозе-частиц в поле примесей был поставлен и решён в работах Гольда [52, 53] для двух конкретных случаев: бозе-газ со слабым отталкиванием в поле нейтральных примесей и заряженный бозе-газ в поле заряженных примесей.

Задача ставилась следующим образом. Зависимость кинетической энергии бозонов от импульса предполагается параболической, $\varepsilon(k) = k^2/2m$, а гамильтониан включает в себя три слагаемых:

$$H = H_0 + H_1 + H_D. \quad (26)$$

Первое слагаемое описывает кинетическую энергию свободных бозонов:

$$H_0 = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon(k) a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}}, \quad (27)$$

здесь операторы $a_{\mathbf{k}}^+$ и $a_{\mathbf{k}}$ соответствуют, как обычно, рождению и уничтожению бозона с импульсом \mathbf{k} . Второе слагаемое описывает взаимодействие между бозонами:

$$H_1 = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{q}} \rho(\mathbf{q}) V_{\mathbf{q}} \rho^+(\mathbf{q}), \quad (28)$$

где $V_{\mathbf{q}}$ — фурье-компоненты потенциала взаимодействия, $\rho(\mathbf{q})$ и $\rho^+(\mathbf{q})$ — операторы флукутаций плотности: $\rho(\mathbf{q}) = \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}-\mathbf{q}/2}^+ a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}/2}$ и $\rho^+(\mathbf{q}) = \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}/2}^+ a_{\mathbf{k}-\mathbf{q}/2}$. Последний член в (26) отвечает взаимодействию бозонов с примесями:

$$H_D = \sum_{\mathbf{q}} U_{\mathbf{q}} \rho^+(\mathbf{q}), \quad (29)$$

где $U_{\mathbf{q}}$ — фурье-компоненты потенциала рассеяния.

Необходимо вычислить динамический отклик системы с таким гамильтонианом. Сначала рассмотрим слабовзаимодействующий газ отталкивающихся бозе-частиц, имеющих радиус взаимодействия с примесями q_0^{-1} :

$$V_{\mathbf{q}} = V, \quad \langle |U_q|^2 \rangle = 6\pi^2 q_0^{-2} U^2 \theta(q_0 - q), \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \theta(x) &= 1, & x \geq 0, \\ \theta(x) &= 0, & x < 0, \end{aligned}$$

где V и U — константы. Согласно [54] рассматриваемый газ взаимодействующих частиц имеет бесщелевой спектр

возбуждений, а введение рассеивателей с малым радиусом взаимодействия не приводит к критическому поведению спектральных характеристик. Тем не менее кинетические характеристики системы (26)–(30) радикально изменяются в зависимости от соотношения между масштабом межчастичного взаимодействия и рассеивающим потенциалом. Для формального описания этого соотношения в [52] был введён безразмерный параметр A :

$$A = 3n^2 \sum_q \langle |U_q|^2 \rangle (\hat{g}(q))^2, \quad (31)$$

где n — плотность бозонов, $\hat{g}(q)$ — сжимаемость взаимодействующего бозонного газа, которую можно выразить через V_q . Возрастание беспорядка приводит к увеличению A .

Оказалось, что транспортные свойства системы радикально изменяются при $A = 1$. Последнее условие всегда соответствует возрастанию критического значения эффективного рассеивающего потенциала при увеличении взаимодействия между бозонами и/или плотности бозонов — факт, соответствующий представлению о коллективной волновой функции бозе-конденсата.

Для активного отклика системы на низких частотах получен результат

$$\sigma'(\omega) \approx \begin{cases} (1 - A) \delta(\omega), & A < 1, \\ 0, & A > 1, \end{cases} \quad (32)$$

$\delta(\omega)$ — δ -функция. При $A < 1$ система обладает бесконечной активной компонентой проводимости при $\omega = 0$ и является сверхтекучей. При $A = 1$ происходит квантовый фазовый переход из сверхтекучего состояния в состояние локализованных бозонов (бозе-стекло).

Аналогичное поведение демонстрирует и газ заряженных бозонов в поле заряженных примесей. Соответствующие гармоники потенциалов имеют вид

$$V_q = \frac{4\pi e^2}{q^2}, \quad \langle |U_q|^2 \rangle = N \left(\frac{4\pi e^2}{q^2} \right)^2, \quad (33)$$

где N — плотность рассеивающих центров. Для устойчивости системы нужно, естественно, предполагать наличие однородного фона, компенсирующего заряд бозонов. В выражении (31) кроме потенциала взаимодействия с рассеивателями изменяется и $\hat{g}(q)$. Основное состояние оказывается отделённым щелью от возбуждённых состояний, однако главный результат, описываемый выражениями (31) и (32), остаётся неизменным.

Бозе-конденсация означает сверхпроводимость с лондоновской глубиной проникновения $\lambda_0^2 = mc^2/4\pi n$ (m и n — эффективная масса и плотность бозонов соответственно) и проводимостью $\sigma(\omega)$ при $\omega \rightarrow 0$,

$$\sigma(\omega) = i \frac{c^2}{4\pi} \frac{1}{\lambda^2} \frac{1}{\omega}, \quad \lambda = \lambda_0 \frac{1}{\sqrt{1-A}}. \quad (34)$$

Наличие перехода следует из расходимости λ при $A \rightarrow 1$.

Теперь условие $A = 1$ связывает концентрации рассеивающих примесей N и бозонов n . При критической концентрации примесей N_c ,

$$N_c \propto n^{5/4}, \quad (35)$$

происходит переход из состояния идеального проводника в состояние изолятора.

Модель Ефетова, обсуждавшаяся в разделе 2.2, допускает периодическое расположение гранул, так что переход в ней напоминает переход Мотта. В модели Гольда существует именно хаотический характер расположения примесей, а переход из сверхпроводящего состояния в диэлектрическое напоминает скорее переход Андерсона в фазу бозе-стекла. Однако предположить полное отсутствие взаимодействия, как при переходе Андерсона в системе электронов, в системе бозонов нельзя. Необходимость учёта взаимодействия между бозонами можно пояснить следующим образом.

Предположим, что имеется только одна примесь и одно локализованное состояние около неё. При отсутствии взаимодействия все бозоны сконденсируются в это локализованное состояние, так что получится изолятор. Можно сказать, что сверхпроводящее состояние невзаимодействующих бозонов неустойчиво по отношению к сколь угодно слабому хаотическому потенциалу, а взаимодействие между бозонами стабилизирует сверхпроводимость. Отсюда и возникает соотношение (35): при понижении бозонной концентрации уменьшается взаимодействие, и поэтому критическая концентрация примесей становится меньше.

2.4. Бозоны на узлах

В работе [55] предложена модель, частично наследующая свойства двух ранее рассмотренных моделей [45, 52]. В модели [55] исследованы свойства системы расположенных в узлах решётки бозонов, обладающих слабым отталкиванием, с конечной вероятностью перескока между узлами и хаотически изменяющейся энергией связи на узле. Эта модель для нас особо интересна, поскольку на основе развитых в работе [55] представлений была построена общая скейлинговая схема для перехода сверхпроводник – изолятор.

Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \hat{H}_0 + \hat{H}_1, \\ \hat{H}_0 &= - \sum_i (-J_0 + \mu + \delta\mu) \hat{n}_i + \frac{1}{2} \sum_i V \hat{n}_i (\hat{n}_i - 1), \\ \hat{H}_1 &= - \frac{1}{2} \sum_{ij} J_{ij} (\hat{\Phi}_i^+ \hat{\Phi}_j + \text{э.с.}), \end{aligned} \quad (36)$$

где \hat{n}_i — оператор числа частиц на узле i , величина J_{ij} пропорциональна частоте перескоков между узлами i и j , сумма $\sum_j J_{ij} = J_0$ считается одинаковой для всех узлов, μ — общий химический потенциал, V — энергия взаимодействия двух бозонов на одном узле, э.с. означает "эрмитово сопряжённый". Хаос в системе вводится с помощью вариаций химического потенциала от узла к узлу $\delta\mu_i$ (среднее по системе от $\delta\mu_i$ равно нулю). Определённые на узлах \mathbf{r}_i полевые операторы бозонного поля $\hat{\Phi}_i^+$ и $\hat{\Phi}_i$ в гамильтониане \hat{H}_1 можно выразить через операторы рождения и уничтожения частиц $a_{\mathbf{k}}^+$ и $a_{\mathbf{k}}$, использованные в гамильтониане (27):

$$\hat{\Phi}_i \equiv \hat{\Phi}(\mathbf{r}_i) = \sum_{\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_i) a_{\mathbf{k}}, \quad \hat{\Phi}_i^+ = \sum_{\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{k}}^*(\mathbf{r}_i) a_{\mathbf{k}}^+, \quad (37)$$

$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ — волновая функция частицы в состоянии с волновым вектором \mathbf{k} . Операторы поля можно рассматривать как операторы уничтожения или рождения частицы в данной точке пространства, их коммутатор $[\hat{\Phi}_i, \hat{\Phi}_j^+] = \delta_{ij}$ и $\hat{\Phi}_i^+ \hat{\Phi}_i = \hat{n}_i$.

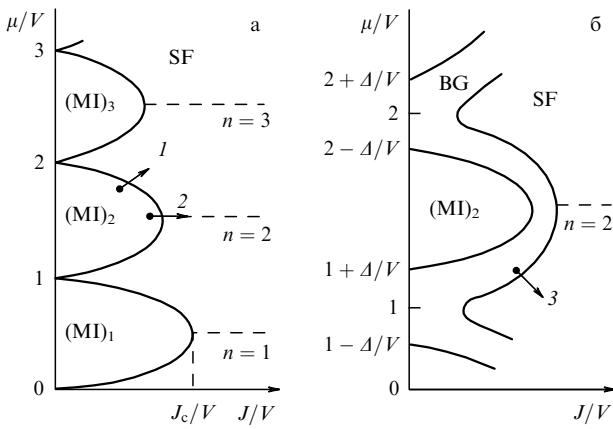


Рис. 9. Фазовые диаграммы при $T = 0$ для системы бозонов, взаимодействующих на узлах: (а) в отсутствие беспорядка и (б) при наличии беспорядка. $(MI)_n$ — моттовский изолятор с n бозонами на каждом узле, SF — сверхтекучая фаза. Стрелками показаны переходы из состояния моттовского изолятора в сверхтекучую фазу: переходы с изменением плотности бозонов (стрелка 1) и переходы при постоянной плотности (стрелка 2), BG — бозе-стекло с различным числом бозонов на разных узлах. Стрелка 3 показывает переход из бозе-изолятора в сверхтекучую фазу. (Из работы [51].)

Сначала рассмотрим систему без беспорядка и построим фазовую диаграмму на плоскости (J, μ) (рис. 9а). Начнём со случая $J_{ij} = 0$. Пусть потенциал μ определяется внешним термостатом и может изменяться непрерывно. Число бозонов n на всех узлах — одинаковое, поскольку все узлы эквивалентны, и целое. Число n должно быть найдено из условия минимума энергии бозонов, находящихся на одном узле,

$$\varepsilon(n) = -\mu n + \frac{1}{2} Vn(n-1). \quad (38)$$

Поскольку n дискретно, каждое значение n реализуется в некотором интервале значений μ , а именно $n-1 < \mu/V < n$. На границе интервала значения энергии (38) для двух соседних значений n становятся одинаковыми: при $\mu = nV$

$$\varepsilon(n) = \varepsilon(n+1) = -\frac{V}{2} n(n+1). \quad (39)$$

Элементарным возбуждением системы является лишний или недостающий бозон на одном из узлов. Энергия, которая требуется для того, чтобы добавить бозон в систему или удалить его из системы, зависит от положения химического потенциала μ относительно границ интервала. Если μ зафиксирован на уровне

$$\frac{\mu}{V} = n - \frac{1}{2} + \alpha, \quad -\frac{1}{2} < \alpha < \frac{1}{2},$$

то, для того чтобы добавить бозон в систему или удалить его из неё, требуется энергия порядка

$$\delta\varepsilon_{\pm} \sim \pm V \left(\frac{1}{2} \mp \alpha \right). \quad (40)$$

Выше предполагалось, что взаимодействие с термостатом обеспечивает возможность плавного изменения μ ; при этом n , рассматриваемое как среднее число бозонов на узле, может принимать только дискретные, целые, значения. Если, наоборот, мы можем плавно

изменять полное число бозонов в системе, то n изменяется непрерывно, а химический потенциал принимает только дискретные значения:

$$\mu = [n]V, \quad (41)$$

где $[n]$ — целая часть числа n , при этом число бозонов равно $[n]$ на одних узлах и $[n] + 1$ на других. Согласно уравнению (39), при значениях химического потенциала, равных (41), энергии $\varepsilon([n])$ и $\varepsilon([n] + 1)$ равны. В разделе 5.2 мы познакомимся с экспериментальной реализацией именно такого случая.

Теперь вернёмся к системе с плавно изменяющимся μ и целым n и включим в рассмотрение слабые перескоки $J > 0$, т.е. потребуем, чтобы при определении равновесного состояния учитывалась также и кинетическая энергия. Это повлияет на состояние системы только в том случае, если J окажется больше, чем хотя бы одна из энергий (40). В частности, при целых значениях μ/V это произойдёт при сколь угодно малых J , а при полуцелых μ/V критическое значение $J = J_c$ будет максимальным. Отсюда следует разбиение фазовой плоскости (J, μ) на две области (рис. 9а). Слева от сплошной линии в интервале значений химического потенциала

$$V(n-1) < \mu < Vn \quad (42)$$

система находится в состоянии изолятора с одинаковым числом n бозонов на всех узлах. Поскольку в системе нет никакого беспорядка, такой изолятор называется моттовским. Мы получили таким образом слева от сплошной линии набор моттовских изоляторов $(MI)_n$, различающихся числом бозонов n на узлах.

Справа от фазовой границы можно ввести бозон в систему, снабдив его только кинетической энергией J и не приписывая его к определённому узлу. Такие бозоны будут делокализованными. Имея возможность свободно перемещаться по системе, при $T = 0$ они через бозе-конденсацию обеспечат сверхтекучесть.

На верхней части границы области $(MI)_n$, при $\mu/V > n$, потенциальная энергия, требующаяся для появления на каком-нибудь узле дополнительного бозона, компенсируется его кинетической энергией. Поэтому дополнительный бозон может свободно прыгать по узлам и уйти в бозе-конденсат. Для любой точки $\mu/V < n$ нижней части границы те же самые рассуждения справедливы для дырки (одного недостающего на узле бозона). При пересечении границы число бозонов перестаёт быть фиксированным и целым и начинает плавно изменяться по мере изменения μ . В противоположность этим переходам, вызванным изменением плотности бозонов, в центральной точке границы $\mu/V = n$ может осуществляться переход при постоянной плотности, когда кинетическая энергия бозонов возрастёт настолько, что они получают возможность двигаться по узлам, преодолевая внутриузельное отталкивание.

Теперь введём в систему бозонов беспорядок: пусть $\delta\mu$ распределены равномерно внутри интервала $(-\Delta, \Delta)$, $\Delta < V/2$. Опять сначала исключим перескоки между узлами, положив $J = 0$. Тогда придётся минимизировать энергию на каждом из узлов отдельно:

$$\varepsilon(n_i) = -(\mu + \delta\mu_i)n_i + \frac{1}{2} Vn_i(n_i - 1). \quad (43)$$

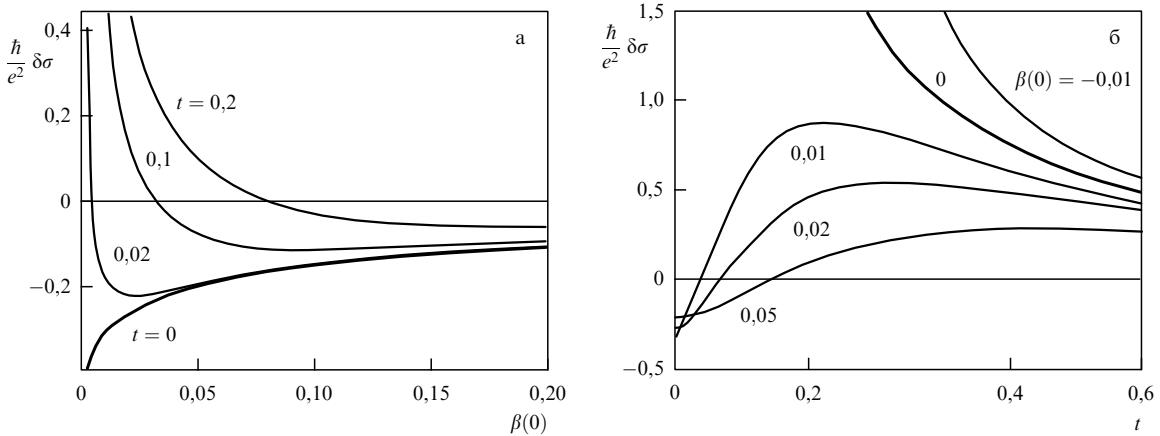


Рис. 10. Флуктуационная поправка (48) к проводимости двумерного грязного сверхпроводника как функция: (а) магнитного поля при четырех значениях температуры и (б) температуры при пяти значениях магнитного поля [59]. Жирными кривыми показаны сепаратрисы обоих семейств кривых.

Если в неравенстве (42) "размазать" величину μ на $\pm A$, то для сохранения условия (42) придётся соответственно сдвинуть границы интервала:

$$V(n-1) + A < \mu_i = \mu + \delta\mu_i < Vn - A. \quad (44)$$

В результате получится диаграмма, представленная на рис. 9б: ось ординат разбивается на отрезки, центрированные на полуцелых значениях, внутри которых по-прежнему на каждом из узлов находится равное число бозонов. Внутри этих отрезков сохраняется моттовский изолятор. На оставшейся части оси ординат беспорядок превалирует и число бозонов на узлах оказывается разным. Здесь мы имеем дело с изолятором другого типа — бозе-стеклом.

Введение конечной вероятности прыжка бозона между узлами, $J \neq 0$, приводит к выходу бозе-стекла с оси ординат на плоскость, так что переход в сверхтекучее состояние происходит из разупорядоченного изолятора (стрелка 3 на рис. 9б). Более того, при сильном беспорядке, $A > V/2$, области моттовского изолятора вообще исчезают.

Представленная качественная картина фазовых переходов в системе бозонов на решётке узлов естественным образом распространяется на переходы изолятор–сверхпроводник, если считать бозоны заряженными. Переходы в сверхпроводящее состояние могут происходить как при изменении концентрации n с химическим потенциалом в качестве управляющего параметра, $\delta x = \mu - \mu_c$, так и при увеличении частоты перескоков, $\delta x = J - J_c$. В рассмотренной модели переходы возможны как из состояния моттовского изолятора, так и из состояния бозе-стекла. Однако, поскольку речь идёт о сверхпроводимости в ферми-системах, то существование бозе-стекла, т.е. локализованных пар, требуется ещё доказать.

2.5. Сверхпроводящие флуктуации

в сильном магнитном поле

в рамках модели Бардина–Купера–Шриффера

В модели БКШ куперовские пары при температуре, превышающей T_c , или при $T < T_c$ в поле $B > B_{c2}(T)$ возникают только флуктуационным образом. Тем не менее их влияние на проводимость значительно. Нас

здесь в первую очередь интересует, существует ли аномальная компонента этого влияния, т.е. возможно ли в некоторой области параметров под действием сверхпроводящих флуктуаций *возрастание сопротивления*, как это происходит в гранулированных сверхпроводниках [25, 26, 45].

На плоскости (T, B) флуктуационной является область $B > B_{c2}(T)$, включая

$$T > T_c(B=0) \equiv T_{c0} \quad \text{при} \quad B = 0. \quad (45)$$

Флуктуации в нулевом магнитном поле, т.е. в области (45), были изучены довольно давно [56–58], однако при низких температурах,

$$T \ll T_{c0}, \quad B > B_{c0}, \quad (46)$$

это удалось сделать сравнительно недавно [59] и только для двумерных систем (см. также монографию [60]). Результаты работы [59] в грязном пределе $T_{c0}\tau \ll 1$ (где τ — время свободного пробега) для двумерных сверхпроводников при низких температурах в полях вблизи $B_{c2}(0)$ в области

$$t = \frac{T}{T_{c0}} \ll 1, \quad \beta(T) = \frac{B - B_{c2}(T)}{B_{c2}(0)} \ll 1, \quad (47)$$

содержат положительный ответ на интересующий нас вопрос.

Существуют три вида квантовых поправок проводимости от сверхпроводящих флуктуаций (они также называются поправками в куперовском канале): поправка Асламазова–Ларкина, обусловленная вкладом в проводимость флуктуационно рожденных пар, поправка Маки–Томсона, связанная с когерентным рассеянием на примесях спаренных электронов, и поправка, вызванная уменьшением плотности состояний нормальных электронов на уровне Ферми вследствие появления куперовских пар [60]. В области (47) вклады всех этих поправок имеют один и тот же порядок. Результирующая поправка $\delta\sigma$ к проводимости, вычисленная в первом (однопетлевом) приближении, в этой области имеет вид

$$\delta\sigma = \frac{2e^2}{3\pi^2\hbar} \left[-\ln \frac{r}{\beta} - \frac{3}{2r} + \psi(r) + 4(r\psi'(r) - 1) \right], \quad (48)$$

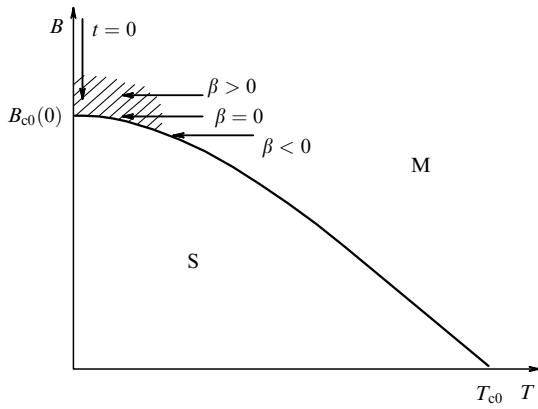


Рис. 11. Фазовая плоскость (T, B) для перехода сверхпроводник — грязный нормальный металл. Область возрастания сопротивления вследствие сверхпроводящих флуктуаций заштрихована (по результатам вычислений [59]). Стрелками показаны разные траектории на фазовой плоскости, соответствующие различным кривым на рис. 10.

где $\psi(x)$ — логарифмическая производная Г-функции, $r = (1/2\gamma')(\beta/t)$, а $\gamma' = \exp \gamma = 1,781$ выражается через константу Эйлера γ .

Формулу (48) иллюстрируют кривые на рис. 10. Самое важное, с точки зрения интересующей нас проблемы, заключается в том, что поправки к проводимости, возникающие вследствие сверхпроводящих флуктуаций, могут быть не только положительными, но и отрицательными. В низкотемпературном пределе $t \ll \beta$ в полях $B > B_{c2}(0)$ формула (48) приобретает вид

$$\delta\sigma = \frac{2e^2}{3\pi^2\hbar} \ln \beta. \quad (49)$$

Поправка к проводимости является *отрицательной* и становится очень большой при $\beta \rightarrow 0$ (кривая $t = 0$ на рис. 10а).

Кривые при очень малых положительных β на рис. 10б описывают возвратный переход, *несмотря на отсутствие в сверхпроводнике гранулированной структуры* (ср. с рис. 8). Сначала они прижимаются к кривой $\beta = 0$ и возрастают вместе с ней, а затем возвращаются на уровень $\delta\sigma \sim 0$, так что сопротивление сначала убывает, а потом возвращается на уровень сопротивления в нормальном состоянии.

Вычисление флуктуационных поправок сделано в "грязном пределе" теории БКШ. Хотя грязный предел означает наличие беспорядка, так что длина свободного пробега предполагается меньшей, чем длина когерентности, тем не менее в теории БКШ и в работе [59] рассматривается переход нормальный металл — сверхпроводник. Использованная в [59] кривая $B_{c2}(T)$ на фазовой плоскости (T, B), приведённая на рис. 11, предполагает именно такой переход. Кривая $t = 0$ на рис. 10а демонстрирует поведение флуктуационной поправки при уменьшении магнитного поля, т.е. при движении вниз вдоль вертикальной стрелки на фазовой плоскости на рис. 11. Оказалось, что сверхпроводящие флуктуации в этой области приводят к *увеличению* сопротивления. Строго говоря, результаты вычислений [59] справедливы только в области $\Delta\sigma \ll \sigma$. Однако на основании результатов аналогичных вычислений в теории нормальных металлов слабая локализация считается пред-

течей сильной [61]. Если поступить в данном случае аналогично и распространить тенденцию возрастания сопротивления на область $\Delta\sigma \sim \sigma$, то окажется, что в рассматриваемом случае переход в сверхпроводящее состояние при понижении поля предшествует превращение нормального металла в изолятор (или, по крайней мере, в высокорезистивное состояние). На рисунке 11 область, в которой происходит это превращение, заштрихована. Как видно из кривых $\beta > 0$ на рис. 10б, эта область является очень узкой.

Отметим, что проводимость в окрестности критической точки ($\beta = 0, t = 0$) зависит от пути приближения к этой точке. Согласно кривой $\beta = 0$ на рис. 10б проводимость $\sigma \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow 0$. Это означает, что вдоль этого пути на фазовой плоскости, условно показанного на рис. 11 средней горизонтальной стрелкой, система приближается к сверхпроводящему состоянию.

Как мы увидим при обсуждении экспериментов на пленках различных материалов в разделах 4.1, 4.2, важным фактором, который устанавливается очень четко, является наклон сепаратрисы $R_{B_c}(T)$ семейства кривых $R_B(T)$ в пределе $T \rightarrow 0$ (в эксперименте обычно измеряется сопротивление, а не проводимость). В расчёте [59] подобной сепаратрисой является кривая $\beta = 0$ на рис. 10б:

$$\sigma(T, \beta(0) = 0) = \sigma(T, B = B_{c2}(0)) \rightarrow \infty \text{ при } T \rightarrow 0. \quad (50)$$

В области, где справедливы результаты расчёта [59], производная $d(\delta\sigma)/dt$ этой кривой возрастает по абсолютной величине при понижении температуры.

Пересечение кривых на рис. 10б при низких температурах означает наличие отрицательного магнетосопротивления. Оказывается, что возрастание сопротивления вследствие сверхпроводящих флуктуаций и наличие отрицательного магнетосопротивления характерны не только для гранулированных сверхпроводников (см. рис. 5), но и для грязных квазиоднородных сверхпроводников и неравенство (6) не является принципиальным ограничением для появления этих эффектов.

2.6. Фермионы на узлах. Численные модели

В рамках фермionной модели роль сверхпроводящего взаимодействия при наличии беспорядка изучалась также численными методами. В работах [62, 63] исследовано поведение системы из N фермionов со спином $\sigma = \pm 1/2$ на плоской решётке с модельным гамильтонианом

$$H = -t \sum_{\langle ij \rangle, \sigma} c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} + \sum_{i, \sigma} (W_i - \mu) n_{i\sigma} + U \sum_i n_{i\uparrow} n_{i\downarrow}, \quad (51)$$

где вероятность t перескока электрона на ближайший соседний узел принимается за естественный масштаб всех энергий, $c_{i\sigma}^\dagger$ и $c_{i\sigma}$ — операторы рождения и уничтожения фермиона, оператор $n_{i\sigma} = c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma}$ соответствует числам заполнения состояний, а запись индексов i и j в виде векторов подразумевает, что суммирование проводится по решётке. Энергия $\varepsilon_i = W_i - \mu$ электронов на узлах принимает случайные значения в интервале $[-W/2, W/2]$, μ — химический потенциал, а энергия Хаббарда предполагается отрицательной, $U < 0$, что должно отражать наличие сверхпроводящего взаимодействия.

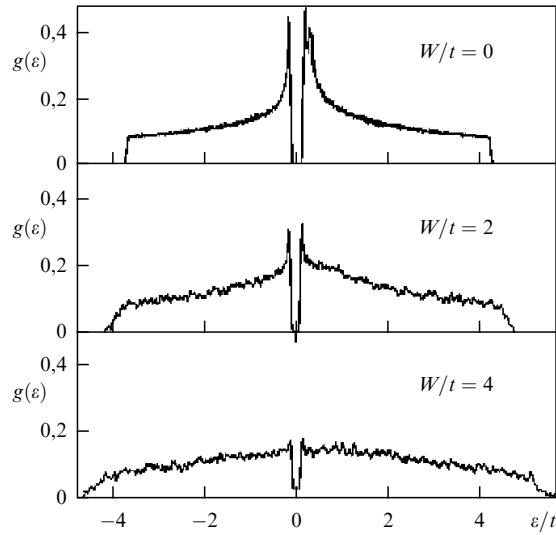


Рис. 12. Плотность одночастичных состояний $g(\epsilon)$ на решётке 24×24 при трёх уровнях беспорядка W/t и средней электронной плотности $\langle n \rangle = 0,875$ [63].

Основные вычисления проводили на решётке $L^2 = 24 \times 24$. Полное число электронов с каждым направлением спина $\langle n \rangle L^2$ изменяли в интервале $0,2 \leq \langle n \rangle \leq 0,875$.

Естественно, что из-за наличия случайного потенциала W_i число электронов на конкретном узле отличается от $\langle n \rangle$. Оказалось, что по мере возрастания беспорядка (увеличения W) амплитуда локального параметра порядка

$$\Delta(\mathbf{r}) \propto \langle c_{i\uparrow} c_{i\downarrow} \rangle$$

тоже испытывает сильные флуктуации, причём при достаточно больших W на значительной части решётки оказывается, что $\Delta = 0$, т.е. сверхпроводимость вообще исчезает. Так же как и при учёте кулоновского взаимодействия [44], номинально пространственно однородная, но сильно разупорядоченная система становится похожа на гранулированный сверхпроводник. Появление пространственной модуляции параметра порядка сопровождается возрастанием флуктуаций фазы, и всё это вместе приводит к переходу из сверхпроводника в изолятор. Тем не менее одночастичная щель в плотности состояний сохраняется довольно долго. Её эволюция на начальной стадии введения беспорядка показана на рис. 12. Как видно из рисунка, наиболее чувствительными к хаотическому потенциальному оказываются когерентные пики.

Результаты работ [62, 63] можно непосредственно сравнить с данными эксперимента. В первую очередь, это дисперсия локальных значений сверхпроводящей щели. Согласно результатам расчёта беспорядок на масштабе расстояния между соседними узлами (значения W_i никак не скоррелированы) при наличии сверхпроводящего притяжения приводит к появлению макроскопически неоднородной структуры, напоминающей гранулированный сверхпроводник. Для наблюдения такой неоднородности потребовалось поместить туннельный микроскоп в рефрижератор растворения. Первые подобные эксперименты появились в 2008 г. (см. разделы 6.2 и 6.4).

Похожая задача на трёхмерной решётке с L^3 узлами решалась в работе [64]. Исследовался тот же самый

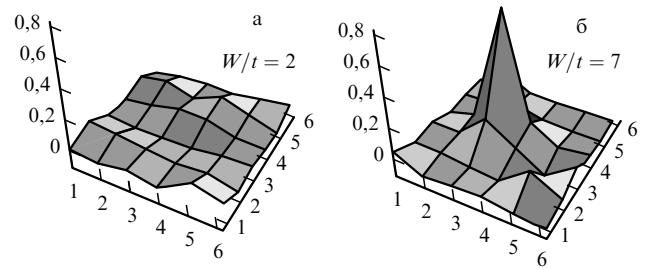


Рис. 13. Спроектированная на плоскость (x, y) вероятностная плотность распределения дополнительной электронной пары, введённой на уровень Ферми в решётку из $6 \times 6 \times 6$ узлов, при одинаковой энергии притяжения в модели Хаббарда $U/t = -4$, но разном уровне беспорядка W/t [64]. В модели Андерсона без притяжения ($U = 0$) критический уровень беспорядка на такой решётке $W_c/t = 16,5$.

гамильтониан (51), но задача ставилась несколько по-другому. При $U = 0$ гамильтониан (51) сводится к одночастичной модели Андерсона с переходом металл–изолятор при $W/t = W_c/t \approx 16,5$. Изучали влияние на этот переход взаимного притяжения электронов на узле $U < 0$.

Коэффициент заполнения решётки электронами $\langle n \rangle$ выбирали около $1/4$. Локализационные свойства модели с притяжением ($U/t = -4$) определяли по поведению дополнительной пары электронов, введённой в систему на уровень Ферми. При малом беспорядке, $W/t = 2$, введённые электроны равномерно распределялись по решётке (рис. 13а). Однако уже при $W/t = 7$ происходила локализация пары, хотя беспорядок оставался существенно меньшим критического для модели Андерсона, $W < W_c$ (рис. 13б). Таким образом, этот численный эксперимент явно демонстрирует ту же тенденцию, которая проявляется и при аналитическом исследовании различных моделей: спаривание электронов способствует их локализации.

3. Скейлинговая гипотеза

3.1. Общая теория квантовых фазовых переходов применительно к сверхпроводящим переходам

Общая теория квантовых фазовых переходов [65, 66] построена по типу теории термодинамических фазовых переходов, но с включением в статистическую сумму Z членов, отражающих квантовые свойства системы. Желательно, чтобы сумма Z , несмотря на увеличение числа членов, по-прежнему могла рассматриваться как статистическая сумма некоторой воображаемой классической системы. Для этого приходится считать, что размерность D воображаемой системы превосходит реальную пространственную размерность d системы; это получается в результате добавления подпространства мнимого времени. Таким образом, теория квантовых переходов строится путём отображения рассматриваемой квантовой системы в d -мерном пространстве на воображаемую классическую систему в D -мерном пространстве, причём оси временного подпространства при температуре T имеют конечную длину, равную $i\hbar/T$ (более подробно о физической схеме, лежащей в основе этого отображения, см. [7] или [65]).

Согласно скейлинговой гипотезе [67], для системы, находящейся в равновесии, все физические величины в

окрестности классического фазового перехода имеют сингулярную часть, зависящую степенным образом от одной переменной с размерностью длины. В D -мерном пространстве $D - d$ осей подпространства мнимого времени неэквивалентны исходным пространственным осям. Поэтому, кроме корреляционной длины ξ в подпространстве размерностью d , приходится по дополнительным осям вводить длину ξ_φ :

$$\xi_\varphi \propto \xi^z. \quad (52)$$

Эта длина имеет размерность обратной энергии и не может быть больше размера $i\hbar/T$ пространства в соответствующем направлении:

$$\xi_\varphi \leq \frac{i\hbar}{T}. \quad (53)$$

Элемент объёма фиктивного пространства для эквивалентной классической системы запишется как

$$(d\xi)^d (d\xi_\varphi) \propto (d\xi)^{d+z}, \quad \text{т.е.} \quad D = z + d.$$

Длина корреляции ξ , в свою очередь, зависит от близости к точке фазового перехода, определяемой величиной управляющего параметра x ,

$$\xi \propto (\delta x)^{-v}, \quad (54)$$

а в самой точке перехода обращается в бесконечность. Числа z в формуле (52) и v в формуле (54) называются критическими индексами.

Обратной энергии ξ_φ можно поставить в соответствие величину L_φ с размерностью длины, написав из соображений размерности на основании уравнения (52), что

$$L_\varphi \propto \xi_\varphi^{1/z}. \quad (55)$$

Эта величина называется длиной сбоя фазы. При приближении к переходу возрастает не только ξ , но и ξ_φ , и L_φ . Однако две последние величины ограничены ввиду неравенства (53). При $\delta x \rightarrow 0$ и $T = \text{const} \neq 0$ длина сбоя фазы L_φ перестаёт возрастать при некотором $\delta x_0(T)$. Образуется область, в которой ξ зависит только от δx , а L_φ — только от T :

$$\xi = \xi(\delta x) \propto (\delta x)^{-v}, \quad L_\varphi = L_\varphi(T) \propto T^{-1/z}. \quad (56)$$

Эта область называется критической.

Рассмотрим применение сформулированных общих положений теоретической схемы на конкретном примере системы бозонов, обсуждавшейся в разделе 2.4. Физические величины, характеризующие бозонную систему, могут содержать как сингулярную часть, зависящую от ξ и ξ_φ , так и регуляруюю часть, не зависящую от ξ и ξ_φ [55]. К числу таких величин относится, например, плотность свободной энергии квантовой системы, соответствующая плотности свободной энергии эквивалентной классической системы. При $T = 0$ она определяется как

$$f(\mu, J) = \lim_{T \rightarrow 0} \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{N}{T} \right)^{-1} \ln Z, \quad (57)$$

где μ — химический потенциал, N — число частиц в системе, J — частота перескоков бозонов между узлами.

Сингулярная часть плотности свободной энергии f_s набирается на масштабе корреляционной длины. Поэтому

$$f_s \propto \xi^{-(d+z)} \propto (\delta x)^{v(d+z)}. \quad (58)$$

Все координатные оси пространства размерностью D в принципе ограничены, и в выражение (58) для f_s может входить, помимо размерного множителя, произвольная функция от отношения корреляционных длин к соответствующим размерам. Для длины ξ_φ масштабом является $i\hbar/T$, а для длины ξ — наименьшее из двух значений: размера образца и длины сбоя фазы

$$f_s = (\delta x)^{v(d+z)} F\left(\frac{\xi}{\mathcal{L}}, \frac{\xi_\varphi}{i\hbar/T}\right), \quad \mathcal{L} = \min(L, L_\varphi). \quad (59)$$

Обычно предполагается, что система имеет бесконечный пространственный размер, так что \mathcal{L} следует заменить длиной сбоя фазы L_φ .

В критической окрестности перехода ξ_φ приобретает максимально возможное значение, $\xi_\varphi = i\hbar/T$. Поэтому второй аргумент функции $F(u_1, u_2)$ в соотношении (59) остаётся постоянным во всей критической окрестности, $u_2 = 1$, так что F превращается в функцию одной переменной — отношения длин ξ и L_φ :

$$f_s = (\delta x)^{v(d+z)} F\left(\frac{\xi}{L_\varphi}\right) = (\delta x)^{v(d+z)} F\left(\frac{\delta x}{T^{1/zv}}\right), \quad \xi < L. \quad (60)$$

Величину

$$u = \frac{\delta x}{T^{1/zv}} \quad (61)$$

называют скейлинговой переменной. Из определения критической области следует, что уравнение её границы имеет вид $\xi = L_\varphi$ или $u = 1$, или

$$T = (\delta x)^{zv}. \quad (62)$$

Постоянный коэффициент в уравнении (62) мы для определённости положили равным единице.

Произвольная функция от скейлинговой переменной входит в выражения для любых физических величин в критической области. В дальнейшем нас будет интересовать выражение для проводимости, которое в критической области имеет вид [55]

$$\sigma \propto (\delta x)^{v(d-2)} F_\sigma\left(\frac{\delta x}{T^{1/zv}}\right) \equiv \frac{e^2}{\hbar} \xi^{2-d} F_\sigma\left(\frac{\delta x}{T^{1/zv}}\right). \quad (63)$$

Последняя форма записи выражения (63) проясняет его физический смысл: множитель перед произвольной функцией имеет размерность удельной проводимости.

В выражении (63) предполагается, что система достаточно велика:

$$L \gg L_\varphi. \quad (64)$$

Поскольку при $T \rightarrow 0$ длина сбоя фазы $L_\varphi \rightarrow \infty$, при низких температурах неравенство (64) может нарушиться. Тогда измеряемая величина перестаёт зависеть от температуры. Например, вместо стремления сопротивления к нулю (сверхпроводник) или бесконечности (изолятор), сопротивление при понижении температуры

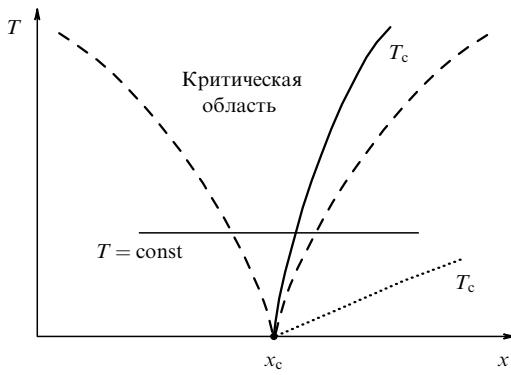


Рис. 14. Критическая область в окрестности квантового перехода сверхпроводник–несверхпроводник (границы области, описываемые уравнением (62), показаны штриховыми кривыми). Сплошной и пунктирной линиями показаны два варианта кривой $T_c(x)$, один из которых описывается уравнением (65).

выходит на константу. В эксперименте такое случается довольно часто. Обычно подозрение при этом падает, в первую очередь, на перегрев электронной системы относительно температуры окружающей среды. Однако причиной может быть также и нарушение неравенства (64) (см., например, [68], а также [69], где эффект конечных размеров подробно разобран на конкретном примере). Мы столкнёмся с насыщением кривых сопротивления при низких температурах в экспериментах на Ве (см. раздел 4.2), а затем вернёмся к этому вопросу в разделе 5.1 при рассмотрении эксперимента, в котором исследовалось именно влияние размера системы (см. рис. 46 и сопутствующий текст).

В обзоре [7], на который мы ссылались в начале этого раздела, предполагалось, что точка квантового фазового перехода является изолированной точкой на оси абсцисс фазовой диаграммы (x, T) . Именно так обстоит дело при переходах металл–изолятор. При интересующих нас здесь переходах сверхпроводник–изолятор точка квантового фазового перехода является, наоборот, крайней точкой кривой $T_c(x)$ термодинамических сверхпроводящих переходов при конечных температурах. Предположим сначала, что в окрестности квантовой точки $T_c(x_c) = 0$ кривая $T_c(x)$ попадает внутрь критической области (рис. 14). При пересечении критической области вдоль линии $T = \text{const}$ корреляционная длина ζ обращается в бесконечность дважды, в точках $x = x_c$ и $T = T_c$. Поэтому скейлинговая функция $F_\sigma(u)$ должна обладать сингулярностью при некотором критическом значении u_c , которое соответствует кривой $T_c(x)$. Отсюда следует, что критическая температура при малых δx изменяется в соответствии с уравнением

$$T_c = u_c(\delta x)^{z_v}, \quad (65)$$

которое отличается от уравнения (62) только численным коэффициентом.

Численный коэффициент в уравнении границ критической области — вещь весьма условная. Кроме того, в образце с бесконечными размерами правее линии $T_c(x)$ сопротивление точно равно нулю. Поэтому, если кривая термодинамических сверхпроводящих переходов $T_c(x)$ попадает внутрь критической области, то границу критической области целесообразно проводить именно по ней, используя вместо (62) уравнение (65).

2*

Вообще говоря, кривая $T_c(x)$ может проходить вне критической области; этот вариант показан на рис. 14 пунктирной кривой. Тогда уравнение (65) к этой кривой не применимо.

Приложение рассмотренной здесь схемы описания критической области к конкретному эксперименту приведено в разделе 4.4.

В заключение этого раздела рассмотрим производную $k = \partial\rho/\partial\mu$, которую часто называют сжимаемостью. Поскольку $\rho = -\delta f/\delta\mu$, то сингулярная часть сжимаемости

$$\kappa_s = -\frac{\partial^2 f_s}{\partial\mu^2}. \quad (66)$$

В переходах, соответствующим стрелкам 1 и 3 на рис. 9, в качестве управляющего параметра может быть выбрано отклонение химического потенциала системы от критического значения $\delta x = \delta\mu$. Тогда из уравнений (58) и (66) для сингулярной части сжимаемости получим

$$\kappa_s \propto (\delta x)^{v(d+z)-2}. \quad (67)$$

Для переходов изолятор–сверхтекущее состояние (и соответственно изолятор–сверхпроводник) можно пойти дальше [55], использовав условие

$$\delta\mu \propto \hbar \frac{\partial\varphi}{\partial t}, \quad (68)$$

эквивалентное известному условию Джозефсона, которое связывает изменение фазы φ длинноволновой части параметра порядка бозонной системы с изменением химического потенциала и позволяет утверждать, что полная сжимаемость

$$\kappa = -\frac{\partial^2 f}{\partial\mu^2} \propto -\frac{\partial^2 f}{\partial\varphi^2}. \quad (69)$$

Разложим свободную энергию по степеням фазы параметра порядка. Первый член разложения будет в качестве коэффициента содержать плотность системы, а второй, вследствие соотношения (69), — полную сжимаемость. Третий член разложения, определяемый кинетической энергией конденсата, является пропорциональным квадрату градиента фазы и в качестве коэффициента содержит плотность сверхпроводящей компоненты.

Теперь изменим граничные условия системы так, чтобы фаза в пространстве изменилась на π , и найдём разность плотности энергии системы после и до смены граничных условий

$$\Delta f = f_\pi - f_0. \quad (70)$$

Вклад первого члена разложения в Δf равен нулю, если граничные условия антисимметричны. При увеличении размера системы третий член разложения стремится к нулю быстрее второго. Следовательно,

$$\Delta f \propto \frac{\kappa}{L^2}. \quad (71)$$

Сравнив выражения (59) и (71), приходим к окончательному выражению для полной сжимаемости:

$$\kappa \propto (\delta x)^{v(d-z)}. \quad (72)$$

Проведя изменение фазы вдоль оси мнимого времени, получим с помощью аналогичных рассуждений

$$\rho_s \propto (\delta x)^{v(d+z-2)}. \quad (73)$$

Поскольку большинство экспериментальных результатов для сверхпроводников получено для двумерных или квазидвумерных систем, особую важность приобрела феноменологическая теория переходов сверхпроводник – изолятор в двумерных сверхпроводниках, построенная на основе общей теории в работах М. Фишера и др. [70, 71]. Её основные идеи мы изложим в разделе 3.2.

3.2. Скейлинг для двумерных систем и роль магнитного поля

Переходы сверхпроводник – изолятор в двумерных сверхпроводниках тесно связаны с динамикой магнитных вихрей и переходом БКТ. В разделе 1.5 речь шла об идеальной системе в нулевом магнитном поле. Теперь будем вводить беспорядок и поле, порознь или вместе. Многообразие вариантов удобно описать, используя диаграмму типа диаграммы из работы [71] (рис. 15).

Рассмотрим сначала плоскость $B = 0$. Сравнительно слабый беспорядок пиннингует (т.е. локализует) систему бозонов-вихрей, но согласно теореме Андерсона [9] не оказывает сильного влияния на систему 2e-бозонов. Флуктуации фазы параметра порядка благодаря пиннингу вихрей подавляются, так что слабый беспорядок стимулирует установление сверхпроводящего состояния. На температуру T_{c0} слабый беспорядок не влияет, а температура T_c может только возрасти. Сильный беспорядок подавляет T_{c0} (см. раздел 2.1). Следовательно, подавляется и $T_c \leq T_{c0}$. При некотором критическом беспорядке T_c обращается в нуль и термодинамический фазовый переход в нулевом магнитном поле превращается в квантовый.

Вернёмся в область слабого беспорядка и включим перпендикулярное магнитное поле (плоскость $x \approx 0$). В слабом поле $B \neq 0$ равновесие в системе вихри – антивихри сдвигается, так что превалирует концентрация вихрей со знаком, соответствующим направлению внеш-

него поля:

$$N_+ - N_- = \frac{B}{\Phi_0}.$$

При некотором значении магнитного поля концентрация антивихрей N_- обращается в нуль, а вихри N_+ выстраиваются в решётку с периодом $b = (B/\Phi_0)^{-1/2}$ [72]. В малых полях при слабом беспорядке вихревая решётка пиннингуется как целое центрами пиннинга, расположеннымными друг от друга на расстоянии a , много большем периода вихревой решётки [72]:

$$a \gg b. \quad (74)$$

При увеличении поля или беспорядка относительное число центров пиннинга возрастает и неравенство (74) ослабевает или даже нарушается. Беспорядок ломает вихревую решётку, превращая её в вихревое стекло, а затем приводит к её плавлению. Плавление вихревой решётки означает, что отдельные вихри получают возможность свободно передвигаться, а это приводит к диссипации. Получается, что сильное магнитное поле и сильный беспорядок воздействуют на разные типы бозонов по-разному: они подавляют когерентное сверхтекущее движение 2e-бозонов, но в то же время делокализуют вихри.

Таким образом, на диаграмме, приведённой на рис. 15, область сверхпроводящих состояний примыкает к началу координат и она ограничена поверхностью, натянутой на кривые $T_c(x)$, $x_c(B)$ и $B_m(T)$. Вдоль кривой $x_c(B)$ происходят квантовые фазовые переходы, а на остальной части поверхности — термодинамические переходы сверхпроводник – несверхпроводник. Как видно из штриховых кривых на рис. 15, над областью сверхпроводящих состояний существует область резистивных состояний, в которой, однако, в соответствии с теорией БКШ, существуют и 2e-бозоны, и бозоны-вихри.

Представленная качественная картина помогает понять происхождение и смысл теоретической модели, описывающей переход сверхпроводник – изолятор в двумерных сверхпроводниках в терминах дуализма 2e-бозоны – вихри. Модель предполагает, что по одну сторону фазового перехода система 2e-бозонов находится в сверхпроводящем состоянии, а вихри локализованы, а по другую сторону локализованы электронные пары, а система вихрей является сверхтекучей [71, 73]. Те, кого не убедили приведённые соображения в пользу дуализма, могут найти дополнительные аргументы в разделе 5.1, посвящённом джозефсоновским сеткам (см. там рис. 45 и относящееся к нему пояснение). Дополнительным аргументом является также симметрия вольт-амперных характеристик некоторых систем, связанных с переходами сверхпроводник – изолятор, относительно взаимной замены осей тока J и напряжения V . Эта симметрия не сводится к тому, что в сверхпроводнике $V = 0$, а в изоляторе $J = 0$, а основывается на более тонких аналогиях (см. в разделе 4.5 рис. 41, а также рис. 46б, в разделе 5.1).

Обратимся к теоретическому обоснованию этой модели. Обсуждаемая двумерная система может быть описана на двух альтернативных языках: языке заряженных бозонов и языке формальных квазичастиц тоже бозонного типа, переносящих отдельные вихри. Гамиль-

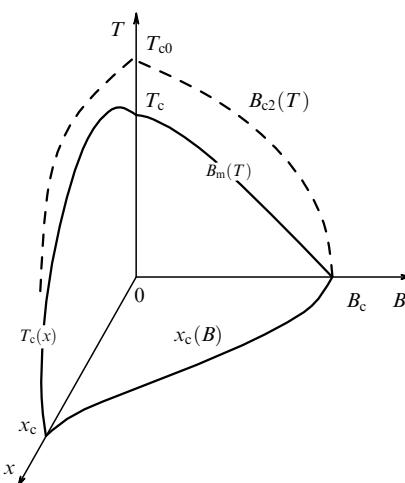


Рис. 15. Область сверхпроводящих состояний в пространстве (x, B, T) для двумерного сверхпроводника: границы области показаны сплошными кривыми. В идеальной системе без поля ($x = B = 0$) при температуре T_{c0} происходит сверхпроводящий переход в резистивное состояние, а при температуре T_c — переход БКТ.

тониан для заряженных бозонов мы уже записывали дважды: на регулярной системе гранул (формула (19)) и на узлах решётки с хаотически изменяющейся энергией связи на узлах (формула (36)). Представим этот гамильтониан в виде, близком к формуле (19):

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \hat{H}_0 + \hat{H}_1, \\ \hat{H}_0 &= \sum_{ij} \frac{1}{2} V_{ij} (\hat{n}_i - n_0)(\hat{n}_j - n_0) + \sum_i U_i \hat{n}_i, \\ \hat{H}_1 &= -J \sum_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j + A_{ij}^{\text{ext}}).\end{aligned}\quad (75)$$

Здесь величина A_{ij}^{ext} описывает внешнее магнитное поле; она определяется разностью векторных потенциалов поля на соответствующих узлах. Это дополнительный член по отношению к гамильтониану (19), в котором не учитывалось магнитное поле. Операторы числа бозонов \hat{n}_i являются сопряжёнными оператору фазы $[\varphi_i \hat{n}_j] = i\delta_{ij}$, V_{ij} соответствует кулоновскому отталкиванию бозонов на разных узлах, а U_i — хаотическому потенциалу, изменяющемуся от узла к узлу с нулевым средним значением (в гамильтониане (19) соответствующего члена не было, потому что там беспорядок проявлялся в разбросе коэффициентов J_{ij}). Среднее число бозонов равняется n_0 и предполагается малым по сравнению с единицей. Расположение вихрей входит в гамильтониан (75) через разность фаз $\varphi_i - \varphi_j$ в \hat{H}_1 .

Согласно [71, 73] ту же систему можно описать и с помощью гамильтониана для альтернативной системы квазичастиц

$$\begin{aligned}\hat{H}' &= \hat{H}'_0 + \hat{H}'_1, \\ \hat{H}'_0 &= \sum_{ij} \frac{1}{2} G_{ij} (\hat{\mathcal{N}}_i - B)(\hat{\mathcal{N}}_j - B) + \hat{H}_0 [\nabla \times \mathbf{a}] + \sum_i \wp_i^2, \\ \hat{H}'_1 &= -J' \sum_{ij} \cos(\vartheta_i - \vartheta_j + a_{ij}).\end{aligned}\quad (76)$$

Здесь $\hat{\mathcal{N}}_i$ — оператор числа вихрей, сопряжённый оператору их фазы ϑ_i ; G_{ij} описывает взаимодействие вихрей, магнитное поле B задаёт их среднее число. Два последних члена в выражении для \hat{H}'_0 содержат информацию о поле \mathbf{a} , создаваемом для альтернативных квазичастиц затравочными 2e-бозонами, хаотически расположенным на узлах. Первый член — это выражение для \hat{H}_0 из формулы (75), в котором вместо оператора \hat{n}_i стоит оператор $\nabla \times \mathbf{a}$, операторы "импульсов" \wp_i являются сопряженными значениями поля \mathbf{a}_i на узлах.

Конечно, идентичность гамильтонианов (75) и (76) весьма условна. Во-первых, взаимодействие V_{ij} между 2e-бозонами происходит по закону Кулона, а взаимодействие между вихрями — логарифмическое, $G_{ij} \propto \ln r_{ij}$. Однако это различие может быть нивелировано предположением, что двумерный слой обладает большой диэлектрической проницаемостью, так что электрическое поле зарядов сосредоточено в основном в нём. Более существенным является то, что в гамильтонианах (75) и (76) не учтены нормальные электроны, присутствующие вблизи оси вихрей. Из-за них движение вихрей при наличии внешнего электрического поля является диссипативным, что заведомо нарушает возможный дуализм. Мы не будем обсуждать, при каких условиях различие между свойствами газа 2e-бозонов и газа вихрей можно

считать несущественным, а посмотрим, что следует из приложения к переходу сверхпроводник–изолятор теоретической схемы (52)–(63) и что подлежит экспериментальной проверке.

Формула (63) для проводимости в двумерном случае имеет вид

$$\sigma = \frac{e^2}{\hbar} F_\sigma \left(\frac{\delta x}{T^{1/z_v}} \right). \quad (77)$$

Это означает, что сепаратриса, разделяющая кривые $\sigma(T)$ в областях сверхпроводника и изолятора, горизонтальна,

$$\sigma_c \equiv \sigma(T, x = x_c) = \frac{e^2}{\hbar} F_\sigma(0) = \text{const}. \quad (78)$$

Это утверждение не зависит от того, реализуется или нет дуализм 2e-бозоны – вихри, являясь строгим следствием однопараметричности скейлинга.

Формула (78) выглядит очень просто, но из неё следует очень сильное и нетривиальное утверждение. Константа σ_c не может быть ни нулем, ни бесконечностью: поскольку сепаратриса $\sigma(T) = \sigma_c$ разделяет два семейства кривых в верхней полуплоскости $\sigma > 0$, то она должна иметь конечное значение. Нетривиальным это утверждение является по двум причинам.

Во-первых, конечность σ_c означает наличие металлического состояния на границе между состояниями сверхпроводника и изолятора. Это противоречит выводам известной работы [74], согласно которым система двумерных невзаимодействующих электронов локализуется при сколь угодно малом беспорядке, так что двумерный металл не может существовать. Возможно, дело заключается в том, что результаты работы [74] относятся к фермионным системам: именно для них низшая критическая размерность, при которой логарифмические поправки ведут к локализации, $d_c = 2$. Для бозонных систем $d_c = 1$.

Во-вторых, утверждение (78) и следующие из него выводы не согласуются с результатами вычислений сверхпроводящих флуктуаций для двумерного сверхпроводника в грязном пределе при $T \ll T_c$ и $B \gtrsim B_{c2}$ [59]. Абсолютная величина сепаратрисы (50) набора кривых $\sigma_B(T)$, которая получается по теории возмущений, возрастает с понижением температуры (см. рис. 10). Вычисления справедливы только при $\delta\sigma \ll \sigma$, но по смыслу именно сопротивление $1/\sigma_{B_{c2}}$ должно обращаться в нуль точно при $T = 0$.

Наличие промежуточного металлического состояния можно установить, и опираясь на дуальность [71]. Выделим узкую окрестность, лежащую по обе стороны от перехода. В этой окрестности должна иметься возможность написать выражения для физических величин, опираясь на любое из двух представлений. Считая, что как вихри, так и 2e-бозоны движутся в этой окрестности диффузионным образом, выразим двумя способами мощность, поглощаемую системой движущихся 2e-бозонов или системой движущихся вихрей. Энергия ε , поглощаемая отдельным бозоном, пропорциональна электрическому полю E и расстоянию ξ , на котором бозон сохраняет когерентность: $\varepsilon \propto E\xi$. Аналогично для вихрей в выражение для поглощаемой энергии ε войдёт произведение плотности тока j , определяющей силу

Магнуса, и характерного расстояния ξ , на которое перемещается вихрь за время свободного движения. Пусть ε — какая-то функция U от этого произведения: $\varepsilon = U(j\xi)$. Тогда из идентичности двух представлений следует

$$E\xi \propto U(j\xi). \quad (79)$$

При приближении к переходу, когда $\xi \rightarrow \infty$, из условия сохранения идентичности вытекает, что $U(\infty) \rightarrow j\xi$ и

$$E \propto j. \quad (80)$$

Хотя и сверхпроводник, и изолятор являются при $T = 0$ нелинейными средами с отсутствием линейного отклика, в пограничном состоянии линейный отклик (80) существует, т.е. пограничное состояние является металлическим.

Из дуальности следует и более сильное утверждение: проводимость пограничного состояния является универсальной константой [70, 71, 73], не зависящей от микроскопического устройства системы. Следуя работе [70], запишем проводимость при постоянном токе в виде предельного значения выражения для частотно-зависящей проводимости $\sigma(\omega)$:

$$\sigma = \lim_{\omega \rightarrow 0} \sigma(\omega) = (2e)^2 \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\rho_s(-i\omega)}{-im\omega}. \quad (81)$$

Это стандартный приём, который используется, например, при выводе формулы Кубо–Гринвуда. В выражение (81) входит только плотность сверхпроводящей (нелокализованной) части бозонов. Зависимость её предельного значения при $\omega \rightarrow 0$ от изменений управляющего параметра δx определяется выражением (73). Поэтому выделим из плотности $\rho_s(\omega)$ аналогичную зависимость от ξ в явном виде, представив $\rho_s(\omega)$ в виде произведения ξ^{2-d-z} и некоторой новой функции \mathcal{R} от безразмерного аргумента:

$$\rho_s(\omega) = \xi^{2-d-z} \mathcal{R}(\omega|\xi_\varphi|). \quad (82)$$

Напомним, что $|\xi_\varphi|^{-1}$ — это характерная частота квантовых флюктуаций. Соотношение (82) для функции $\rho_s(\omega)$ действительно переходит в уравнение (73) при $\omega \rightarrow 0$ и $|\xi_\varphi|^{-1} = \text{const}$, если $\mathcal{R}(\omega|\xi_\varphi|)$ стремится к константе.

Рассмотрим теперь поведение функции $\mathcal{R}(\omega|\xi_\varphi|)$ в окрестности точки перехода, где $\xi \rightarrow \infty$ и $\xi_\varphi \rightarrow \infty$, в то время как ω остаётся постоянной. Поскольку плотность $\rho_s(\omega)$ в этих условиях также должна оставаться конечной, из соотношения (82) следует, что в этом пределе

$$\mathcal{R}(\omega|\xi_\varphi|) = c_d (\omega|\xi_\varphi|)^{(d+z-2)/z}, \quad (83)$$

где c_d — универсальная константа, зависящая только от размерности системы. Подставив (83) в выражение (82), а затем в выражение для проводимости, получим при размерности $d = 2$

$$\sigma = c_2 \frac{e^2}{\hbar}. \quad (84)$$

Приведём также качественные модельные рассуждения из работы [73]. Малую плёнку с двумя электродами в состоянии, близком к переходу сверхпроводник–изолятор, представим как джозефсоновский элемент, в кото-

ром возможны проскальзывания фазы. Если фазу на одном электроде положить равной нулю, а на другом обозначить как $\varphi(t)$, то, согласно соотношению Джозефсона, разность потенциалов на электродах

$$V = \frac{\hbar}{2e} \dot{\varphi} = \frac{\hbar}{2e} \dot{n}_v, \quad (85)$$

где использовано представление, согласно которому проскальзывание фазы — это результат движения потока \dot{n}_v вихрей поперёк линии электродов, причём каждый прошедший вихрь сдвигает фазу на 2π . Соответственно ток j через плёнку определяется потоком \dot{n}_c куперовских пар от одного электрода к другому: $j = 2e\dot{n}_c$. В результате сопротивление плёнки

$$R = \frac{V}{j} = \frac{2\pi\hbar}{(2e)^2} \left(\frac{\dot{n}_v}{\dot{n}_c} \right). \quad (86)$$

Поскольку в сверхпроводящем состоянии все вихри запинингованы и $\dot{n}_v = 0$, а в изоляторе $\dot{n}_c = 0$, уравнение (86) относится только к пограничному состоянию. Остаётся только предположить, что вследствие симметрии, задаваемой дуальностью, в пограничном состоянии диффузия каждой куперовской пары сквозь систему сопровождается диффузией ровно одного вихря поперёк тока. Тогда универсальное сопротивление пограничного состояния равно кванту сопротивления R_Q :

$$R_Q \equiv \frac{2\pi\hbar}{(2e)^2} \approx 6,45 \text{ кОм}/\square, \quad \text{т.е. } c_2 = \frac{2}{\pi}. \quad (87)$$

Как уже говорилось выше, дуальность в лучшем случае выполняется только приблизительно. Поэтому (87) следует заменить соотношением $R_{un} = c_u R_Q$, где c_u — постоянный коэффициент, равный по порядку величины единице. Этот коэффициент неоднократно вычисляли. Результат зависел от сделанных предположений: $c_u = 8/\pi$ [70], $c_u = 3,51$ [73], $c_u = 7,1$ для короткодействующего отталкивающего взаимодействия между бозонами и $c_u = 1,8$ для кулоновского взаимодействия [75].

Последний результат, согласно которому коэффициент c_u зависит от характера взаимодействия, означает, что c_u может зависеть от внешних или внутренних параметров электронной системы. Это означает, что величина сопротивления R_{un} не универсальна, хотя её значение всегда составляет около 10 кОм/ \square .

Подводя итоги этого раздела, сформулируем вопросы, которые скейлинговая теория переходов сверхпроводник–изолятор в двумерных электронных системах ставит перед экспериментом. Эти вопросы касаются эволюции температурных зависимостей сопротивления на постоянном токе тонких или ультратонких плёнок по мере изменения управляющего параметра x . Каждый следующий вопрос имеет смысл только в том случае, если получен положительный ответ на предыдущий.

1. Существует ли для семейства кривых $R_x(T)$ сепаратриса $R_{xc}(T)$, разделяющая кривые, у которых $R_x(T) \xrightarrow{T \rightarrow 0} 0$ (сверхпроводник) и $R_x(T) \xrightarrow{T \rightarrow 0} \infty$ (изолятор)?

2. Имеет ли сепаратриса $R_{xc}(T)$ конечное предельное значение R_{un} при $T \rightarrow 0$ в предположении, что $R_{un} \neq 0$ и $R_{un} \neq \infty$?

3. Стремится ли производная сепаратрисы $\partial R_{\text{sc}} / \partial T$ к нулю при $T \rightarrow 0$?

4. Чему равен коэффициент c_u и устойчив ли он по отношению к изменениям всего семейства под воздействием какого-либо независимого параметра X ?

При положительных ответах на вопросы 1–3 можно построить скейлинговые кривые (77) и определить произведение критических индексов $z\nu$.

Мы воспроизведём эту процедуру на конкретном примере в разделе 4.1.

3.3. Двупараметрический скейлинг

Всё сказанное в разделах 3.1 и 3.2 непосредственно применимо только к системам с неперенормируемым взаимодействием. Смысл этого утверждения можно пояснить на примере системы заряженных частиц с экранированным кулоновским взаимодействием. Если взаимодействие не зависит от размера системы L (а при конечной температуре T — от длины сбоя фазы L_φ), то система вблизи перехода следует законам однопараметрического скейлинга: положение системы в окрестности перехода зависит только от одного управляющего параметра x , так что δx в формулах (58)–(60) или (63) не зависит ни от L , ни от T . Происходит разделение влияния переменных: корреляционная длина ξ зависит только от x , а длина сбоя фазы L_φ — только от T . Если же, наоборот, необходимо учитывать зависимость взаимодействия от характерного размера системы, то скейлинг становится двупараметрическим.

По существу, гамильтонианы (19), (36), (75) и (76) устроены так, что перенормируемым взаимодействием в них пренебрегается. Поэтому во всех скейлинговых схемах, описывающих переходы сверхпроводник–изолятор, используются формулы однопараметрического скейлинга. Встаёт вопрос: что изменится в предсказаниях скейлинговой теории, если использовать схему двупараметрического скейлинга?

Проще всего пояснить разницу между одно- и двупараметрическим скейлингом с помощью потоковых диаграмм, иллюстрирующих решения уравнений теории ренормгруппы [76] (см. [77, 78] относительно двупараметрического скейлинга). Сделаем это на примере перехода металл–изолятор в двумерных системах. Состояние электронной системы будем характеризовать её кондактансом y , считая его единственным параметром, определяющим состояние системы в схеме однопараметрического скейлинга. Для невзаимодействующих электронов эволюция системы при температуре $T = 0$ происходит при изменении её размера L в соответствии с уравнением [61, 74]

$$\frac{d \ln y}{d \ln L} = \beta(\ln y). \quad (88)$$

Если система изначально имеет размер $L = \infty$, но находится при конечной температуре, то переменная L в уравнении (88) заменяется длиной сбоя фазы L_φ .

Функция β зависит от размерности системы d . То, что при $d = 2$ она целиком лежит в нижней полуплоскости на рис. 16а и не пересекает ось абсцисс, означает, что любая бесконечная, $L = \infty$, двумерная система невзаимодействующих электронов при $T = 0$ локализуется. Поэтому в такой системе вообще нет перехода металл–изолятор. Для существования перехода необходимо, чтобы кривая

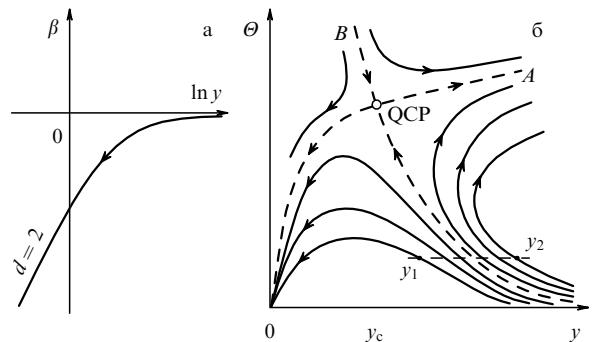


Рис. 16. (а) Потоковая диаграмма двумерной системы невзаимодействующих электронов, описываемой одним параметром — кондактансом y [74]. (б) Часть построенной в работе [79] потоковой диаграммы для двумерного электронного газа со взаимодействием; независимых параметров два: кондактанс y и взаимодействие Θ ; QCP — квантовая критическая точка (расчетные в [79] количественные соотношения не сохранены). На диаграмме условно показаны также новые оси A и B , направленные вдоль сепаратрис.

$\beta(y)$ пересекала ось абсцисс $\beta = 0$ (подробнее об интерпретации потоковых диаграмм см. [7]).

Возможность перехода появляется при включении взаимодействия Θ , которое меняется при изменении L или T . Теперь начальное состояние системы определяется двумя параметрами, y и Θ , а вместо одного уравнения (88) появляются два:

$$\begin{aligned} \frac{d \ln y}{d \ln L} &= \beta_y(\ln y, \ln \Theta), \\ \frac{d \ln \Theta}{d \ln L} &= \beta_\Theta(\ln y, \ln \Theta). \end{aligned} \quad (89)$$

Решение уравнений (89) ищется в виде некоторой функции $\Lambda(y, \Theta)$, эквипотенциали которой $\Lambda(y, \Theta) = \text{const}$ определяют эволюцию системы, а именно изменение параметров y и Θ при $L, L_\varphi \rightarrow \infty$, поэтому эти эквипотенциали называются линиями потока. Обычно предполагается, что движение изображающей точки по линии потока начинается с точки, в которой $L = l$ (l — упругая длина свободного пробега). Квантовому фазовому переходу соответствует седловая точка функции Λ , потому что именно вблизи седловой точки линии потока расходятся. Это хорошо видно из потоковой диаграммы на рис. 16б, построенной на основании результатов расчётов модели двумерной системы с многодолинным электронным спектром, проведённых в работе [79]. Вдоль оси абсцисс на этой диаграмме отложен кондактанс y двумерной системы нормальных электронов, величина Θ , отложенная по оси ординат, отражает эффективное взаимодействие. Седловая точка QCP является квантовой критической точкой, в которой происходит переход металл–изолятор. Если изначально изображающая точка находится на линии потока левее сепаратрисы (точка y_1), то при увеличении L или L_φ она будет приближаться к $y = 0$ — система является изолятором. На линиях потока, лежащих правее сепаратрисы (например, начиная с точки y_2), изображающая точка, наоборот, будет двигаться в сторону больших y .

Перехода от одной потоковой траектории к другой можно достичь изменением управляющего параметра. В частности, меняя управляющий параметр, можно установить изображающую точку на сепаратрису, а затем

приближать её к точке QCP, увеличивая L или L_ϕ . Как видно из диаграммы, при подобном движении вдоль сепаратрисы будет изменяться кондактанс системы u : при двупараметрическом скейлинге конечный наклон сепаратрисы в наборе температурных зависимостей σ или R системы двумерных электронов определяется углом, под которым сепаратриса на потоковой диаграмме подходит к квантовой критической точке QCP. В этом заключается существенное отличие от однопараметрического скейлинга, предсказывающего согласно соотношениям (77) и (78) горизонтальную сепаратрису температурных зависимостей проводимости для квантовых переходов в любых двумерных системах.

Наличие перехода металл–изолят в двумерной системе нормальных электронов и связанная с ним наклонная сепаратриса в наборе температурных зависимостей сопротивления были подтверждены в работе [80]. Как мы увидим в разделе 4, наклонные сепаратрисы встречаются довольно часто и в переходах сверхпроводник – изолят.

Наличие двух независимых параметров, определяющих состояние системы, меняет всю "систему ценностей" в окрестности перехода. Мы здесь ограничимся вопросом о корреляционных длинах. Линеаризовав систему уравнений в окрестности седловой точки, можно заменой переменных $y, \Theta \rightarrow A, B$, состоящей в повороте и растяжении осей, добиться разделения переменных и привести систему уравнений (89) к виду

$$\begin{aligned} \frac{d \ln A}{d \ln L} &= s_A \ln \frac{A}{A_c}, \\ \frac{d \ln B}{d \ln L} &= -s_B \ln \frac{B}{B_c}, \end{aligned} \quad (90)$$

где s_A и s_B — положительные числа.

В новой системе координат движение вдоль оси A , т.е. вдоль сепаратрисы $B = B_c$, происходит от седловой точки (A_c, B_c) ; оно описывается тем же уравнением, что и для невзаимодействующих электронов в 3D-пространстве [74]. Общее решение для первого из уравнений (90) имеет вид

$$\left| \ln \frac{A}{A_c} \right| = \left(\frac{L}{\xi_A} \right)^{s_A}, \quad (91)$$

причём корреляционная длина ξ_A зависит от стартовой точки A_0 , с которой начинается движение по сепаратрисе по направлению к бесконечности. Чем ближе A_0 к A_c , тем больше ξ_A :

$$\xi_A \rightarrow \infty \text{ при } |\delta A| \equiv |A_0 - A_c| \rightarrow 0. \quad (92)$$

При движении вдоль второй сепаратрисы $A = A_c$, которое происходит от стартовой точки B_0 по направлению к точке квантового перехода QCP, имеем соответственно

$$\left| \ln \frac{B}{B_c} \right| = \left(\frac{L}{\xi_B} \right)^{-s_B} \text{ и } \xi_B \rightarrow 0 \text{ при } |\delta B| \equiv |B_0 - B_c| \rightarrow 0. \quad (93)$$

Таким образом, поскольку уравнений в системе (90) два, то нам пришлось ввести две корреляционные длины. Корреляционная длина ξ_A , эффективный размер флюктуаций, на переходе расходится, а соответствующая длина ξ_B , связанная со взаимодействием, обращается в

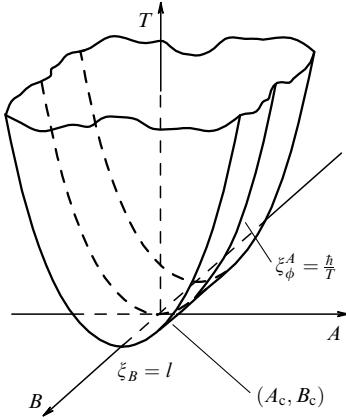


Рис. 17. Критическая окрестность седловой точки на потоковой диаграмме при двупараметрическом скейлинге.

нуль:

$$\begin{aligned} \xi_A &\propto |\delta A|^{-v_A}, & v_A, v_B > 0. \\ \xi_B &\propto |\delta B|^{v_B}, \end{aligned} \quad (94)$$

В произвольной точке в окрестности точки перехода QCP физические свойства системы определяются двумя корреляционными длинами, а функция F , введённая в формуле (59), теперь является функцией четырёх переменных, так что общее выражение для проводимости при нулевой температуре $T = 0$ имеет вид

$$\sigma = \frac{e^2}{\hbar} F_\sigma \left(\frac{\xi_A}{\mathcal{L}}, \frac{\xi_\phi^A}{i\hbar/T}, \frac{\xi_B}{\mathcal{L}}, \frac{\xi_\phi^B}{i\hbar/T} \right), \quad \mathcal{L} = \min(L, L_\phi). \quad (95)$$

Здесь появились две дополнительные корреляционные длины вдоль оси мнимого времени:

$$\xi_\phi^A \propto (\xi_A)^{z_A}, \quad \xi_\phi^B \propto (\xi_B)^{z_B}, \quad (96)$$

а под величиной \mathcal{L} , как и в (59), подразумевается размер образца L при нулевой температуре или зависящая от температуры длина сбоя фазы L_ϕ для системы большого размера. Примечательно, что величина L_ϕ играет роль масштаба по отношению к обеим корреляционным длинам: ξ_A и ξ_B .

При приближении к седловой точке (A_c, B_c) вдоль оси A длина $\xi_A \rightarrow \infty$, а ξ_ϕ^A достигает максимального значения \hbar/T . При приближении к седловой точке вдоль оси B величина ξ_B , которая должна была бы стремиться к нулю, является ограниченной снизу некоторым минимальным значением, в простейшем случае длиной пробега, $\xi_B \gtrsim l$; вместе с ней ограниченной снизу оказывается и величина $\xi_\phi^B \gtrsim l^{z_B}$. Таким образом, в изображённой на рис. 17 критической области последние три из четырёх корреляционных длин: ξ_A, ξ_ϕ^A, ξ_B и ξ_ϕ^B — имеют постоянные значения и (95) сводится к

$$\sigma = \frac{e^2}{\hbar} F_\sigma \left(\frac{\xi_A}{\mathcal{L}}, T \right). \quad (97)$$

В наиболее интересном случае бесконечной системы ($\mathcal{L} = L_\phi$) вместо (77) получаем

$$\sigma = \frac{e^2}{\hbar} F_\sigma \left(\frac{\delta A}{T^{1/z_v}}, T \right). \quad (98)$$

Именно в таком виде скейлинговое соотношение (97) применялось для анализа эксперимента [78].

Благодаря второму аргументу функции F_σ поведение семейства кривых $\sigma(T)$ вблизи квантового фазового перехода меняется. Зафиксируем значение управляющего параметра A так, чтобы выполнялось условие $\delta A = 0$. Это означает, что из набора кривых $\sigma(T)$ выбрана сепаратриса, соответствующая температурной зависимости проводимости пограничного состояния. Как видно из соотношения (98), проводимость остаётся зависящей от температуры, хотя первый аргумент функции F_σ не меняется, оставаясь тождественно равным нулю. Мы уже обращали внимание на эту температурную зависимость непосредственно при анализе двупараметрической потоковой диаграммы на рис. 16. Если известен механизм формирования длины сбоя фазы, то температурная зависимость сепаратрисы может быть вычислена аналитически [78].

Таким образом, наличие наклонной сепаратрисы является признаком двупараметрического скейлинга.

4. Эксперимент

Для удобства изложения множество проведённых экспериментов разобьём на группы, исходя из типа и особенностей материала и управляющего параметра: ультратонкие плёнки с толщиной b , выступающей в роли управляющего параметра, материалы с изменяемым составом, который можно каким-то образом контролировать, и высокотемпературные сверхпроводники. Описание этих групп составит содержание разделов 4.1–4.3. В разделе 4.4 представлены эксперименты, в которых при разрушении сверхпроводимости получается "плохой" металл с отрицательной производной $\partial R/\partial T$ сопротивления R при низких температурах. Наконец, в разделе 4.5 приводятся данные о вольт-амперных характеристиках и нелинейных явлениях в окрестности перехода сверхпроводник–изолятор.

4.1. Ультратонкие плёнки на холодных подложках

Общая схема экспериментов на холодно-осаждённых ультратонких плёнках такова. Подложку с предварительно нанесёнными на неё контактами помещают в измерительную ячейку криостата и напыляют на неё плёнку небольшими порциями, производя после каждого нового напыления измерение температурной зависимости сопротивления. Таким образом, в одном эксперименте получается и измеряется целая серия плёнок, без отогрева ячейки до температур, существенно превышающих температуру жидкого гелия. В частности, именно так были поставлены эксперименты, результаты которых представлены на рис. 3.

Поскольку интервал эффективных толщин, в котором производятся такие эксперименты, изменяется от 4–5 Å до нескольких десятков ангстрем, можно быть уверенным, что изучается именно двумерный объект, $d = 2$. Второе достоинство такой постановки эксперимента заключается в том, что можно добиться постоянства всех случайных факторов, влияющих на сопротивление, и выяснить влияние именно толщины плёнки на температурную зависимость её сопротивления. Однако в таком эксперименте необходимо избежать коагуляции атомов в капли непосредственно во время напыления, т.е. добиться того, чтобы плёнка не получалась гранули-

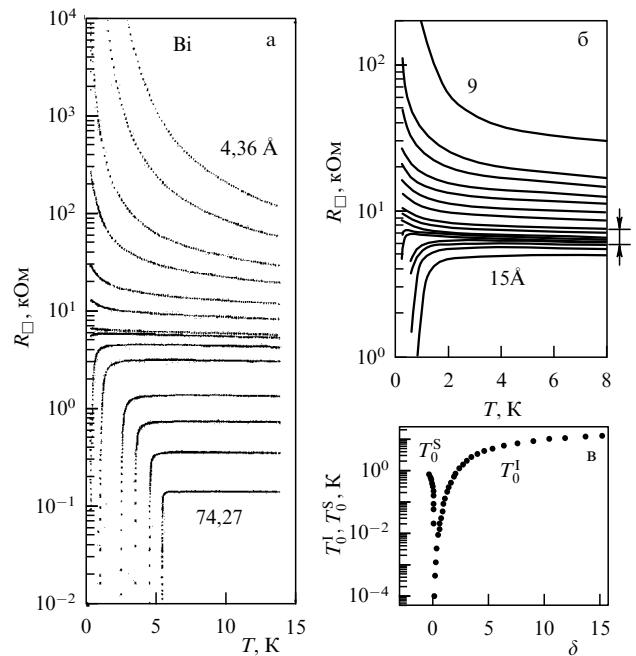


Рис. 18. (а) Изменения температурных зависимостей сопротивления аморфных плёнок Bi, напылённых на подслой Ge толщиной $b_0 = 6$ Å, по мере увеличения их толщины b (сверху вниз) [83]. (б) Центральная часть аналогичной серии кривых $R(T, b = \text{const})$ в увеличенном масштабе и с меньшим шагом по b в интервале толщин b от 9 Å до 15 Å; плёнки напыляли поверх подслоя Ge толщиной 10 Å на поверхность (100) монокристалла SrTiO₃ [84]. (в) Характерные скейлинговые параметры T_0^I и T_0^S по обе стороны от квантового фазового перехода; величина δ , отложенная по оси абсцисс, равна отношению разности сопротивления плёнки R^* и критического значения R_c^* при $T^* = 14$ К к R_c^* : $\delta = (R^* - R_c^*)/R_c^*$ [85].

рованной. Чаще всего с этой целью на холодную подложку перед исследуемым материалом напыляют слой аморфного Ge толщиной $b_0 \approx 5$ Å, который смачивает подложку, а сам остаётся при низких температурах аморфным, т.е. не навязывает напыляемой плёнке своего кристаллографического периода [81].

Важная роль слоя аморфного Ge не вызывает сомнений; её иллюстрирует, например, рис. 3. Вместе с тем процессы, формирующие транспортные свойства ультратонких плёнок, и механизм влияния толщины b до конца не ясны. Обычно предполагается, что толщина b определяет эффективную длину свободного пробега электронов вследствие диффузного рассеяния электронов на поверхности плёнки, а слой Ge непосредственно на проводимость плёнки не влияет. Возможно, однако, что, поскольку толщины b_0 и b сравнимы, слой Ge влияет на электронный спектр или на эффективную концентрацию электронов в исследуемой плёнке. Существуют и другие возможные варианты влияния слоя Ge на транспорт по основной плёнке [82]. Вместе с тем в каком-то смысле это не важно, потому что сам факт влияния толщины b не вызывает сомнений, а количественно это влияние можно характеризовать не толщиной плёнки, а её сопротивлением на квадрат; такая количественная характеристика позволяет сравнивать между собой плёнки из разных материалов.

Ультратонкие плёнки висмута, по-видимому, изучены наиболее подробно. Переход на этих плёнках демонстрирует рис. 18а. Самые тонкие плёнки ведут

себя как изолятор, их сопротивление экспоненциально возрастает с понижением температуры. В самых толстых плёнках происходит сверхпроводящий переход и его температура T_c понижается с уменьшением толщины плёнки. Указанные около кривых значения толщины плёнок представляют собой средние значения, вычисленные по количеству напылённого материала и известной плотности металла.

Непосредственную окрестность перехода можно несколько подробнее рассмотреть на рис. 18б, где представлены кривые $R(T)$ для плотного ряда мало различающихся между собой состояний. Вообще говоря, нужны дополнительные основания для того, чтобы считать, что сопротивление состояний внутри отмеченного в правой части рис. 18б интервала стремится к бесконечности при $T \rightarrow 0$, т.е. эти состояния могут считаться диэлектрическими и переход изолятор–сверхпроводник не расщеплён (ср. с экспериментальными данными для трёхмерной системы Nb–Si, представленными на рис. 1). Для исследования этого вопроса были изучены температурные зависимости кондактанса тех состояний, в которых не было сверхпроводящего перехода. Оказалось [85, 86], что для самых тонких плёнок кондактанс y изменяется по закону Аррениуса:

$$y = y_0 \exp\left(-\frac{T_0^I}{T}\right), \quad (99)$$

а по мере увеличении толщины b эта зависимость сменяется сначала законом Шкловского–Эфроса

$$y = y_0 \exp\left(-\frac{T_0^I}{T}\right)^{1/2}, \quad (100)$$

а потом логарифмической зависимостью

$$y = y_0 - \ln \frac{T}{T_0^I}. \quad (101)$$

Во все три формулы (99)–(101) входит параметр T_0^I с размерностью температуры (верхний индекс I подчёркивает, что речь идёт о зависимостях со стороны изолятора). Это позволяет все экспериментальные точки свести в одну кривую $y(T/T_0^I)$ с помощью простой процедуры. Для кривой $y(T/T_0^I)$, представленной в осях $(\ln T, g)$, изменение T_0^I сводится к сдвигу кривой вдоль оси абсцисс. Поэтому, начав с кривой $y(T/T_0^I)$ для самой тонкой плёнки и совмещая каждую следующую кривую с предыдущей посредством параллельного переноса, удаётся, постепенно расширяя область изменения аргумента T/T_0^I , построить универсальную функцию $y(x)$, на которой лежат все экспериментальные точки и которая описывается с хорошей точностью на разных участках формулами (99)–(101).

Параметр T_0^I оказывается монотонной функцией толщины b или сопротивления плёнки R^* , измеренного при некоторой фиксированной температуре T^* , превышающей температуру сверхпроводящего перехода. Аналогично можно поступить и на сверхпроводящей стороне перехода, выбирая там параметр T_0^S из условия, чтобы все экспериментальные кривые $y_b(T)$ слились в одну $y(T/T_0^S)$. Построив обе функции, $T_0^I(R^*)$ и $T_0^S(R^*)$, можно убедиться в том, что они имеют особенность при одном и том же значении $R^* = R_c^*$, соответствующем

сопротивлению сепаратрисы при температуре T^* (рис. 18в). Это означает, что мы с двух сторон подходим к одному значению критической толщины b_c , т.е. переход не расщеплён.

Описанная эмпирическая процедура определения $T_0^I(R^*)$ относится ко всей области изолятора, а не к критической окрестности квантового перехода. В критической окрестности теория накладывает ограничения и на вид функций $y(T)$, и на скейлинговую переменную. Согласно теории [70, 71], построенной на основе общей теории квантовых переходов и модели грязных бозонов, сепаратриса, отделяющая кривые $R(T)$ со сверхпроводящим переходом (рис. 18а, б) от кривых, на которых перехода нет, в двумерных системах должна быть горизонтальной, а по обе стороны от неё знак производной вдоль кривых должен оставаться постоянным, причём разным в областях сверхпроводника и изолятора (см. конец раздела 3.2). По сути, именно выполнение этих двух условий символизирует первый уровень согласия с теорией и позволяет проводить процедуру скейлинга и определять критические индексы в соответствии с формулой (77). Последнюю применительно к обсуждаемым экспериментам удобно записать в виде

$$R(\delta x, T) = R_c F\left(\frac{\delta x}{T^{1/vz}}\right), \quad \delta x = |b - b_c|. \quad (102)$$

Как следует из рис. 18а, б, с точки зрения этих условий результаты экспериментов на плёнках Ві выглядят идеально. Сепаратриса $R_{b_c}(T) \equiv R(T, b = b_c)$ действительно горизонтальна, как это и предполагается в теории [70, 71]. Обработка результатов в соответствии с формулой (102) действительно позволяет свести все экспериментальные точки с кривых на рис. 18б в две ветви одной скейлинговой кривой (рис. 19а) и определить произведение критических индексов vz .

График кривых сопротивления $R(T)$ вблизи перехода в растянутом масштабе (рис. 19б) показывает, что даже в Ві сепаратриса лишь приблизительно горизонтальна, а в других материалах дело обстоит хуже. На плёнках Al и Pb переход есть, но сепаратриса не горизонтальна. Например, на плёнках Al сопротивление вдоль сепаратрисы изменяется, по крайней мере, в 1,5 раза, от 20 до 30 кОм, при понижении температуры от 15 К до 1 К. Это уменьшает точность скейлинговой процедуры.

Однако даже для плёнок Ві на следующем уровне сравнения с результатами теории согласие хуже. Согласно скейлинговой теории "грязных бозонов", металлическое состояние, соответствующее сепаратрисе, должно обладать универсальным значением сопротивления R_{un} , которое имеет порядок сопротивления R_Q из (87). Сопротивление R_{un} должно быть нечувствительным к микроскопическим особенностям конкретной системы и зависеть только от класса универсальности перехода. Универсальность R_{un} позволяет в принципе вычислить коэффициент пропорциональности $c_u = R_{un}/R_Q$, воспользовавшись какой-либо сравнительно простой моделью. Разные численные значения c_u были приведены в разделе 3.2 после формулы (87). Каково бы ни было истинное значение R_{un} , оно должно повторяться в разных экспериментах. Однако значения R_{un} , полученные в разных лабораториях на различных материалах и различных промежуточных подслоях (аморфный Si или Sb вместо Ge), имели примерно двукратный разброс —

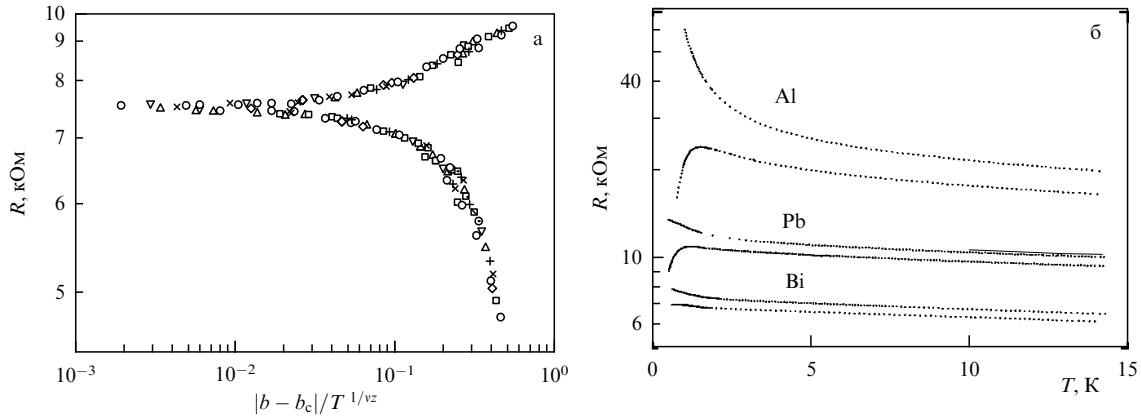


Рис. 19. (а) Сопротивление ультратонких плёнок Bi (кривые $R(T)$ из рис. 18б) как функция скейлинговой переменной в интервале температур от 0,14 до 0,50 К. Разные символы относятся к разным температурам [84]. (б) Температурные зависимости сопротивления последней диэлектрической и первой сверхпроводящей плёнок Bi, Pb и Al с постепенно увеличивающейся толщиной b . На плёнках Al хорошо видна негоризонтальность сепаратрисы [85].

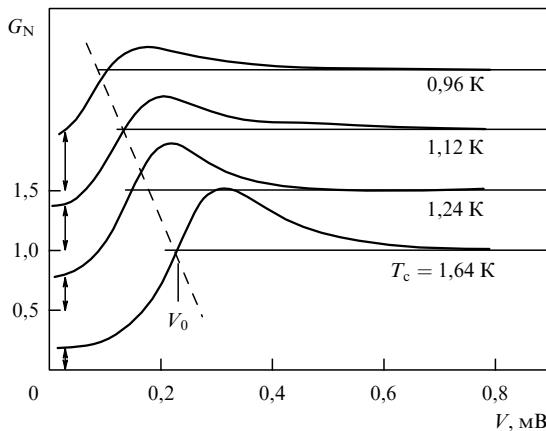


Рис. 20. Нормализованная дифференциальная туннельная проводимость для четырёх ультратонких плёнок Bi с разной толщиной b на подложке из Ge [89]. Около кривых указаны температуры сверхпроводящего перехода, определённые по кривым сопротивления $R_b(T)$. Для ясности кривые сдвинуты вверх, каждая на 0,5 относительно предыдущей; значения на оси ординат относятся к нижней кривой, записанной на плёнке с температурой сверхпроводящего перехода $T_c = 1,64$ К; V_0 — напряжение на туннельном переходе, при котором $G_N = 1$. Стрелками показана остаточная плотность состояний в середине щели. Штриховая линия проведена для того, чтобы сделать более наглядным постепенное уменьшение щели при приближении к переходу.

от 6 до 12 кОм. Универсальность критического сопротивления R_{up} подтверждается лишь по порядку величины.

Как уже говорилось, бозонный сценарий перехода предполагает существование электронных пар по обе стороны от перехода сверхпроводник–изолятор. Это означает, что на переходе не должен обращаться в нуль модуль параметра порядка Δ — энергия спаривания или величина сверхпроводящей щели, а сверхпроводимость должна разрушаться вследствие возрастания флюктуаций фазы параметра порядка. Это было проверено на плёнках нескольких металлов (Pb и Sn в работе [87], Bi в работах [88, 89]) с помощью туннельных экспериментов, позволяющих измерять плотность состояний как функцию энергии вблизи уровня Ферми. Первый пример таких измерений приведён на рис. 20. По значению

туннельного напряжения V_0 , при котором нормализованная туннельная проводимость G_N равна единице, можно оценить сверхпроводящую щель $\Delta \approx eV_0$. При приближении к переходу, т.е. по мере приближения толщины плёнки b к критическому значению b_c , сверхпроводящая щель Δ ведёт себя обычным образом: стремится к нулю, оставаясь пропорциональной температуре перехода, $\Delta \propto T_c$.

Вместе с тем согласно рис. 20 некоторая необычность в поведении системы всё же имеется: плотность состояний, пропорциональная G_N , внутри щели не обращается в нуль. По-видимому, это связано с тем, что метод измерения плотности состояний с помощью туннельного перехода является интегральным и на площади контакта имеется большое количество вихрей обоих знаков, внутри которых сверхпроводимость разрушена и электроны являются нормальными [90]. Как видно из рис. 20, усреднённая плотность состояний на уровне Ферми (в середине щели) тем больше, чем ближе к переходу состояние системы.

Поскольку движущиеся вихри вызывают флюктуации фазы параметра порядка, видно, что при приближении к переходу амплитуда этих флюктуаций быстро возрастает, одновременно с уменьшением щели. Однако трудно сказать, что срабатывает раньше: возрастание флюктуаций фазы или уменьшение щели. Во всяком случае, в этом эксперименте не обнаружено никаких свидетельств сохранения щели (модуля параметра порядка) при переходе в отсутствие магнитного поля.

Возрастание числа вихрей означает увеличение числа нормальных электронов вблизи осей вихрей (в их корах). Пока речь идёт об ультратонких плёнках, нет смысла обсуждать, являются ли электроны в коре вихря локализованными или квазисвободными относительно движения вдоль оси вихря. Для более толстых плёнок и трёхмерных систем такой вопрос, по-видимому, существует.

Перейдём к описанию экспериментов с другим управляющим параметром — магнитным полем.

Сверхпроводящий переход в плёнке толщиной $b > b_c$ может быть разрушен магнитным полем. Тогда и получается переход сверхпроводник–изолятор с полем в качестве управляющего параметра. Чем толще плёнка, тем меньше её нормальное сопротивление и тем больше

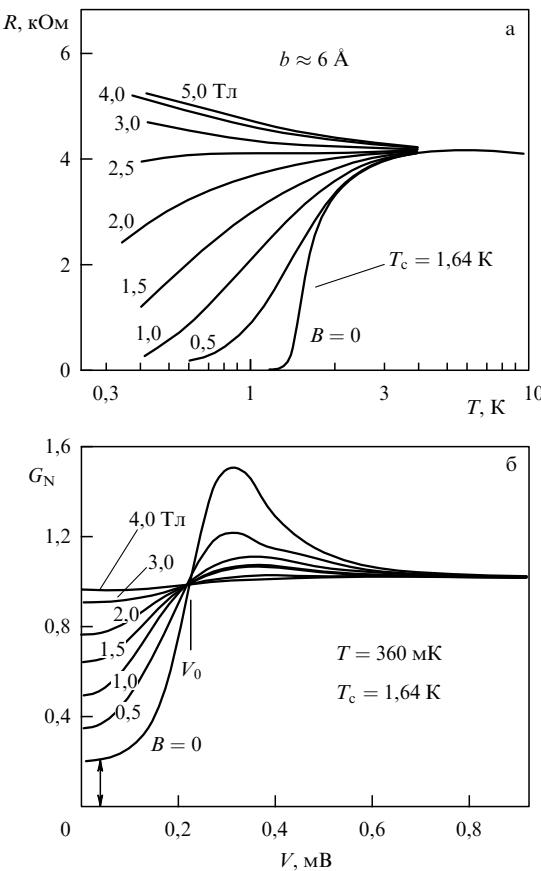


Рис. 21. (а) Температурные зависимости сопротивления ультратонкой плёнки Bi в магнитных полях величиной до 5 Тл [89]; температура сверхпроводящего перехода в нулевом поле условно определена как значение T , при котором сопротивление уменьшается до половины нормального сопротивления. (б) Нормализованная дифференциальная тунNELьная проводимость той же плёнки, демонстрирующая эволюцию в магнитном поле её плотности состояний в окрестности уровня Ферми [89]. Стрелкой показана остаточная плотность состояний внутри щели при $B = 0$ (ср. с рис. 20).

критическое поле. Приложение магнитного поля даёт возможность провести на ультратонких плёнках Bi несколько принципиально новых экспериментов и, в частности, сравнивать разные варианты приближения к переходу сверхпроводник–изолятатор.

Рисунок 21, взятый из работы [89], демонстрирует поведение в магнитном поле ультратонкой плёнки Bi толщиной $b > b_c$, которая без поля является сверхпроводящей с температурой перехода 1,64 К. Все кривые $R_B(T)$ можно более или менее однозначно разделить на две группы: те, которые демонстрируют тенденцию к установлению сверхпроводящего состояния при понижении температуры, $R \rightarrow 0$ при $T \rightarrow 0$, и те, для которых можно считать, что $R \rightarrow \infty$ при $T \rightarrow 0$. Значение поля B_c , при котором получается сепаратриса, разделяющая эти две группы кривых с разными асимптотиками, считается критическим. На рисунке 21а, согласно такому определению, $B_c \approx 2.5$ Тл.

Сравним резистивные кривые $R_B(T)$ на рис. 21а с аналогичными кривыми $R_b(T)$ на рис. 18а, б. На последнем рисунке по мере приближения к критической толщине b_c температура сверхпроводящего перехода уменьшалась, а на подобных кривых $R_B(T)$ на рис. 21а с магнитным полем в роли управляющего параметра

видимого смещения температуры начала сверхпроводящего перехода нет, но при температурах, меньших температуры начала перехода, по мере увеличения поля возрастает диссипация.

Сравнение поведения резистивных кривых дополняется сравнением туннельных характеристик (ср. рис. 20 и 21б). Из рисунка 21б видно, что по мере возрастания поля плотность состояний в центре щели увеличивается. Это, вообще говоря, естественно: возрастание поля приводит к увеличению плотности вихрей. Согласно теоретическому расчёту плотности состояний, усреднённой по ячейке вихревой решётки для "обычного" (вдали от перехода сверхпроводник–изолятатор) сверхпроводника II рода [90, 91], в середине щели $G_N \approx B/B_{c2}$. Вблизи перехода, однако, имеется конечная плотность состояний в нулевом поле; на рис. 21б она составляет около 0,2, как и на рис. 20 для той же плёнки. В то же время в поле $B_c \sim 2.5$ Тл, когда сверхпроводимость, казалось бы, должна быть разрушена, плотность состояний составляет всего $G_N \approx 0.9$, а порядка единицы она становится в поле около 4 Тл, при котором резистивная кривая $R_{4T}(T)$ демонстрирует явную тенденцию к возрастанию при понижении температуры (рис. 21а).

Ещё одна особенность туннельных характеристик на рис. 21б состоит в том, что все они пересекают прямую $G_N = 1$ в одной точке при напряжении на переходе $V = V_0$. Обычно считается, что эта точка пересечения определяет величину щели. Таким образом, туннельный эксперимент показывает, что магнитное поле в ультратонких сверхпроводящих плёнках висмута не подавляет щель Δ , как это обычно происходит в сверхпроводниках, а приводит к возрастанию плотности состояний внутри щели и уменьшению когерентного пика.

Обнаруженное в [89] такое поведение сверхпроводящей щели при увеличении магнитного поля — серьёзный аргумент в пользу того, что модуль параметра порядка может оставаться конечным и на стороне изолятора, отражая вместо сверхпроводящей щели энергию парных сверхпроводящих корреляций локализованных электронов. По мере того, как вследствие зеемановского расщепления магнитное поле будет выстраивать спины электронов, корреляционная энергия должна убывать, а прыжковая проводимость — возрастать. Поэтому для плёнок толщиной $b > b_c$ следует ожидать отрицательного магнетосопротивления в сильных полях при низких температурах. На серии кривых $R_B(T)$ на рис. 21а это проявилось бы в пересечении при низких температурах кривых, записанных в сильных полях. Однако, как видно из рис. 21а, при величине поля вплоть до 5 Тл на плёнках висмута такого пересечения нет. Возможно, что поле в 5 Тл недостаточно велико.

Зафиксировав переходы на плёнках с разной толщиной и проследив зависимость критического сопротивления R_c при переходах при наличии поля от толщины b на одной серии плёнок, можно проверить универсальность критического сопротивления в одном эксперименте [92]. С точки зрения теории значение R_c при переходах в поле может отличаться от значения при переходе в отсутствие поля, но оно также должно быть универсальным. Однако оказалось, что R_c при переходах в поле существенно изменяется при изменении толщины плёнки, несмотря на то, что все переходы заведомо относятся к одному классу универсальности, а плохо контролируемые экспериментальные факторы одинаковы. При увеличении b

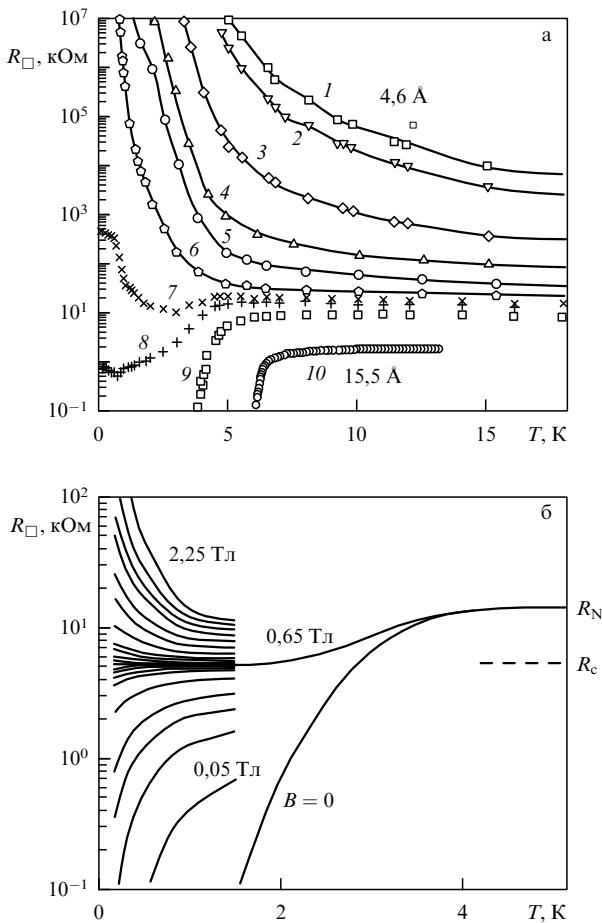


Рис. 22. Переход сверхпроводник–изолятор на ультратонких плёнках Ве. (а) Изменение температурных зависимостей сопротивления аморфных плёнок Ве по мере увеличения их толщины b ; номер (1–10) плёнок соответствует числу последовательных напылений, около кривых 1 и 10 указана эффективная толщина соответствующих плёнок [94]. (б) Температурные зависимости сопротивления ультратонкой плёнки Ве с эффективной толщиной b между толщиной плёнок 8 и 9 в интервале магнитных полей от нуля до 2 Тл [95, 96].

уменьшается нормальное сопротивление плёнки и возрастает критическое поле, а критическое сопротивление R_c тоже уменьшается. Впрочем, согласно рис. 21, в Ві нормальное сопротивление плёнки и критическое сопротивление R_c в магнитном поле практически совпадают. Однако в бериллии, к которому мы сейчас перейдём, это не так.

Ультратонкие плёнки бериллия. Бериллий осаждается при холодном напылении на полированную поверхность в виде сплошной плёнки даже при очень малой эффективной толщине и даже в отсутствие аморфного подслоя Ge [93]. При этом температура сверхпроводящего перехода аморфных плёнок Ве может достигать 10 К, хотя температура перехода кристаллического Ве меньше 30 мК. (В этом смысле Ве ведёт себя аналогично Ві: аморфная плёнка Ві, осаждённая на холодную подложку, может стать сверхпроводящей при температуре выше 5 К (см. рис. 18а), а кристаллический Ві вообще не является сверхпроводником.)

Как видно из рис. 22, на ультратонких плёнках Ве также наблюдается переход сверхпроводник–изолятор. В качестве управляющего параметра может выступать и толщина плёнки b , и магнитное поле B . Семейство

кривых в нулевом поле при разных толщинах мало отличается от соответствующих кривых для Ві (немонотонность двух кривых в непосредственной окрестности перехода, вероятно, связана с какими-то экспериментальными факторами, например, перегревом образца или наличием в нём какого-то малого размера, ограничивающего длину когерентности (см. неравенство (64)). Различаются только значения критического сопротивления.

Семейство кривых в магнитном поле (рис. 22б) заслуживает более внимательного рассмотрения. Если ограничиться температурами $T < 1,6$ К, то нетрудно выделить чётко выраженную горизонтальную сепаратрису в поле $B \approx 0,65$ Тл. Однако эта сепаратриса имеет при $T > 1,6$ К дополнительный подъём, который, по-видимому, тоже имеет отношение к сверхпроводимости. Действительно, при $T > 3,8$ К сопротивление R не зависит от магнитного поля или зависит от него очень слабо, а при $T < 3,8$ К появляется сильная зависимость от поля. Эта зависимость естественным образом объясняется влиянием поля на сверхпроводящие флюктуации или на равновесное сверхпроводящее состояние. Поэтому характерной температурой сверхпроводящего перехода в используемой плёнке следует считать начало перехода при $T_{cb} \approx 3,8$ К; если поступить традиционным образом и выбрать в качестве T_c температуру, при которой сопротивление в нулевом поле уменьшается вдвое (или, например, на 10 %) относительно нормального, то получилось бы значение около 2,5 К.

Сепаратриса семейства кривых, представленного на рис. 22б, характеризуется двумя *разными* значениями сопротивления: нормальным сопротивлением $R_N = 10,7$ кΩ/□ и квантовым критическим сопротивлением $R_c = 4,4$ кΩ/□. Другие ультратонкие плёнки Ве ведут себя аналогично. При увеличении толщины плёнки R_N постепенно уменьшается до 5,6 кΩ/□, а критическое сопротивление R_c возрастает до 7,8 кΩ/□ [95]. Критическое сопротивление $R_c < R_N$ в одних плёнках и $R_c > R_N$ в других, более толстых. Термодинамический сверхпроводящий переход в отсутствие поля с T_c около 3 К и квантовый фазовый переход в магнитном поле никак не связаны между собой. При этом квантовый переход хорошо укладывается в однопараметрическую скейлинговую схему: сепаратриса строго горизонтальна и все данные ложатся на одну кривую при их обработке по формуле (102). Однако дуализм системы 2e-бозоны – вихри не реализуется: сопротивление R_c зависит от толщины плёнки.

Согласно тому, что говорилось в разделах 1.4, 2.2, 2.4 и 2.5, мы вправе ожидать в Ве перехода в бозе-изолятор с локализацией электронных пар при переходе в состояние изолятора и последующим их распадом и делокализацией электронов в сильном магнитном поле. Этот процесс должен сопровождаться значительным отрицательным магнетосопротивлением, подобным наблюдавшемуся на гранулированных плёнках (см. рис. 4 и 5). Этот процесс не был обнаружен на плёнках Ві (см., однако, комментарии к рис. 21а), зато он наблюдался в гигантском масштабе на плёнках InO и TiN (см. раздел 4.2). В Ве гигантское отрицательное магнетосопротивление действительно наблюдалось [97–99], но лишь в высокоомных плёнках, находящихся в диэлектрической области, хотя и сравнительно близко к переходу сверхпроводник–изолятор. На рисунке 23 приведён пример зависимости

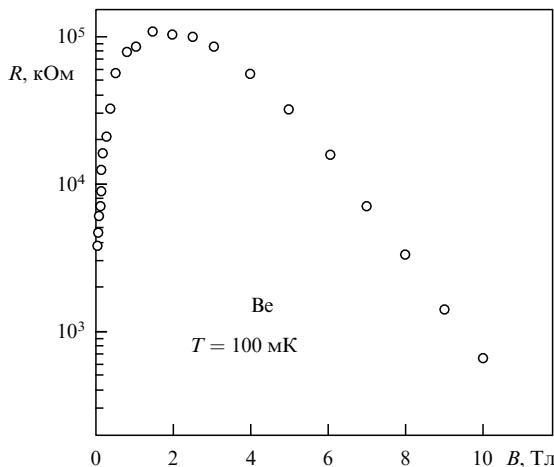


Рис. 23. Зависимость от поля сопротивления пленки Ве, толщина которой чуть менее критической [99].

сопротивления от поля, измеренной при температуре 100 мК. Изначальное сопротивление пленки, составлявшее около 4 МОм, при увеличении поля сначала возрастило почти на два порядка, а затем почти на три порядка уменьшалось.

Таким образом, в Ве сверхпроводимость наблюдается на низкоомных (более толстых) пленках, а гигантское отрицательное магнетосопротивление — на высокоомных (более тонких), так что связь и общая природа этих явлений заранее не очевидны. Однако тщательный анализ [100] косвенных данных даёт основания полагать, что отрицательное магнетосопротивление высокоомных пленок обусловлено именно распадом локализованных пар в бозе-изоляторе, сформировавшемся в слабых полях.

Итак, эксперименты на ультратонких пленках — заведомо двумерных системах — показали, что:

а) сепаратриса, разделяющая кривые сопротивления $R(T)$ при разных толщинах, относящиеся к сверхпроводящей области и области изолятора, горизонтальна в пленках Ве и Ве, но, вообще говоря, имеет конечный наклон, $dR/dT \neq 0$, при $T \rightarrow 0$ в пленках других металлов (рис. 19б);

б) критическое сопротивление R_c принимает разные значения в пленках из разных материалов, при разных подложках и т.п.; впрочем, эти значения отличаются не более чем в два раза в ту или другую сторону от $R_Q = \hbar/(2e)^2 \approx 6,45$ кОм; на переходах в магнитном поле в пленках одной серии R_c изменяется с изменением толщины пленки [92];

в) на переходах с магнитным полем в качестве управляющего параметра критическое сопротивление R_c может отличаться от сопротивления пленки R_N в нормальном состоянии (рис. 22б);

г) если управляющим параметром является толщина пленки b , то и температура перехода (см. рис. 18 и 22а), и щель (см. рис. 20) уменьшаются при приближении к переходу; при этом щель постепенно "застраивает": в ней появляется конечная плотность состояний, увеличивающаяся по мере приближения к переходу (см. рис. 20);

д) если толщина пленки b близка к критическому значению b_c , то магнитное поле не сдвигает начало резистивного перехода в область более низких температур (рис. 21а) и не подавляет щель или, точнее говоря, не

уменьшает значения характерной энергии Δ в спектре, но постепенно увеличивает плотность состояний внутри щели (рис. 21б); следует оговорить, что последний результат был получен только на пленках Ве.

4.2. Материалы с изменяемым составом

Особым типом материалов, в которых в принципе можно наблюдать переходы сверхпроводник–изолят, являются сплавы и соединения, электрические свойства которых определяются отклонениями от стехиометрического состава или специальным типом дефектов. Обычно речь идет о пленках с толщиной в интервале

$$100 \text{ \AA} \lesssim b \lesssim 2000 \text{ \AA}. \quad (103)$$

Благодаря ограничению снизу состояние пленки малоизвестно к состоянию границы и рассеянию на ней. В более толстых пленках ожидаются проблемы с однородностью концентраций составляющих элементов или вакансий и с образованием гранул — отсюда ограничение на b сверху. С размерностью электронных систем в таких пленках нужно проявлять осторожность: длина свободного пробега электронов l в них обычно меньше b , лондоновская глубина проникновения λ , определяющая диаметр вихрей, $\lambda > b$, а сверхпроводящая длина когерентности $\zeta \sim b$.

Именно таким материалом являются аморфные пленки In–O, к описанию экспериментов на которых мы переходим.

4.2.1. Аморфные пленки In–O. При распылении электронным пучком в вакууме высокочистого In_2O_3 на подложке SiO_2 образуется аморфная пленка InO_x без кристаллических включений с некоторым дефицитом кислорода $q = 1,5 - x$ [101, 102]. Концентрация q вакансий, играющих роль доноров, зависит от остаточного давления кислорода в вакуумной камере при напылении. В небольших пределах q можно дополнительно изменять посредством мягкого отжига при температуре не выше 50 °C; отжиг в вакууме увеличивает q , а отжиг на воздухе, наоборот, уменьшает. Дефицит кислорода, в свою очередь, определяет концентрацию электронов n , которые не участвуют в химических связях между атомами In и O. Эти электроны могут быть либо локализованы в случайному потенциале аморфного материала, либо делокализованы, если n достаточно велико, $n > n_c$. При низких температурах система делокализованных электронов становится сверхпроводящей.

На рисунке 24а приведены температурные зависимости сопротивления аморфной пленки In–O в трех разных состояниях [101]. Для количественной характеристики состояний пленок использовано произведение $k_F l$, определенное при комнатной температуре по сопротивлению пленок и эффекту Холла. Этот параметр, вообще говоря, учитывает и концентрацию электронов $n = k_F^3/3\pi^2$, и, через длину пробега l , степень беспорядка. Когда состояние металла близко к локализационному порогу, то параметр $k_F l$ становится меньше единицы. В этой области $k_F l$ всё равно можно использовать для характеристики пленки, хотя l уже нельзя считать длиной пробега.

То, что две измеренные зависимости $R(T)$ представляют собой в координатах $(1/T, \ln R)$ прямые линии с

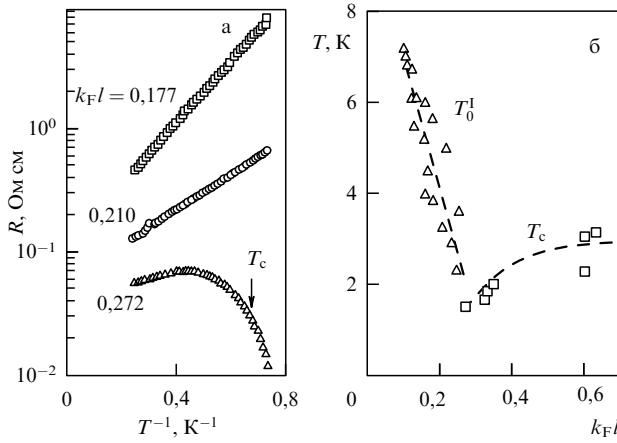


Рис. 24. (а) Температурные зависимости сопротивления аморфной пленки In–O толщиной 2000 Å в трёх состояниях: непосредственно после напыления (верхняя кривая) и после двух последующих термообработок [101]; стрелкой над нижней кривой отмечена температура сверхпроводящего перехода T_c , при которой сопротивление составляет половину от максимального. (б) Зависимости энергии активации T_0^I диэлектрических пленок и температуры перехода T_c сверхпроводящих пленок от параметра $k_F l$ [101].

разными наклонами, означает, что в соответствующих состояниях сопротивление изменяется по закону $R = R_0 \exp(T_0^I/T)$ с разной энергией активации T_0^I . На нижней кривой наблюдается сверхпроводящий переход, температура T_c которого отмечена стрелкой. Как видно из рис. 24б, зазора на оси абсцисс между функциями $T_0^I(k_F l)$ и $T_c(k_F l)$ нет. Это означает, что переход не расщеплён (ср. с данными для системы Nb–Si на рис. 1 и для аморфного висмута на рис. 18). Хотя графики функций соответствуют скорее фазовой диаграмме на рис. 2в, имеющаяся точность не позволяет исключить вариант рис. 2б.

Основные эксперименты с квантовым фазовым переходом в In–O проводились в магнитном поле. Результаты могут быть представлены в двух видах: как серии кривых $R_B(T)$ в разных магнитных полях или как набор изотерм $R_T(B)$. Если у серии кривых $R_B(T)$ имеется горизонтальная сепаратриса $R_{B_c}(T) = R_c$, т.е. если переход можно описать в рамках однопараметрического скейлинга, то изотермы $R_T(B)$ пересекаются в одной точке с абсциссой $B = B_c$. В некоторых сериях экспериментов при малых критических полях B_c именно это и наблюдается [103, 104, 106]. В других экспериментах, например, в отсутствие магнитного поля (см. рис. 24), а также при больших критических полях B_c , сепаратриса семейства кривых $R(T)$ имеет конечный наклон, причём он может быть разных знаков (рис. 25). Ранее положительный наклон сепаратрисы, $\partial R / \partial T > 0$, как на рис. 25а, считался признаком наличия гранул и макроскопических включений. После появления работы Галицкого и Ларкина [59] возникли основания считать, что такая сепаратриса может, наоборот, свидетельствовать об отсутствии в случайном потенциале макроскопических характерных длин. Во всяком случае, можно утверждать, что схемы однопараметрического скейлинга для описания этих экспериментов недостаточно.

Отметим, что на кривых, приведённых на рис. 25, отсутствуют признаки подавления температуры сверхпроводящего перехода магнитным полем, как и на

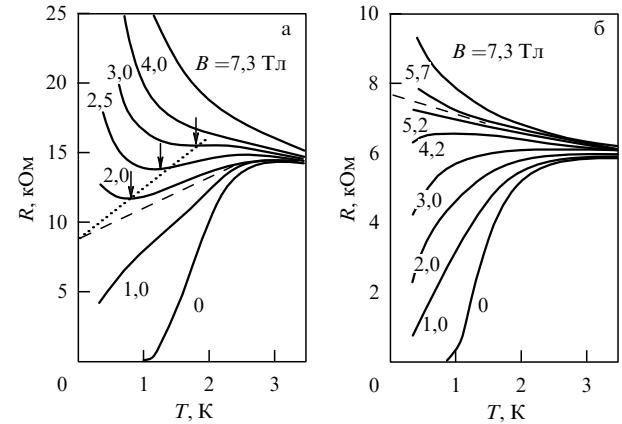


Рис. 25. Семейства температурных зависимостей сопротивления двух аморфных пленок In–O толщиной 200 Å в разных магнитных полях. Сепаратрисы обоих семейств показаны штриховой кривой. На рисунке а критическое значение R_c , в которое упираются сепаратрисы, определено экстраполяцией отмеченных стрелками положений минимумов на кривых $R(T)$ (пунктирная прямая) [105, 106].

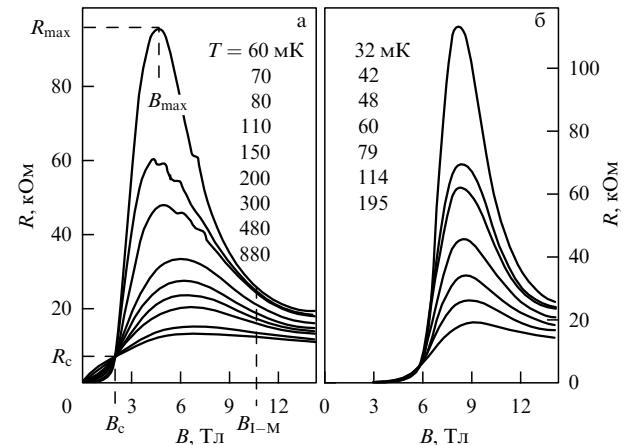


Рис. 26. Семейства изотерм $R(B)$ для двух близких состояний аморфной пленки In–O толщиной 200 Å в полях, перпендикулярных (а) и параллельных (б) плёнке [108]. Положение точки пересечения изотерм на рис. а определяет критические значения R_c и B_c ; смысл поля B_{l-M} поясняется на рис. 27 и в тексте.

ультратонких пленках. Уменьшение сопротивления в поле 1 Тл начинается практически при той же температуре, что и в нулевом поле (ср. с рис. 21а).

Самая интересная и важная особенность изотерм $R(B)$ пленки In–O — это наличие максимума [104] и отрицательное магнетосопротивление в сильных магнитных полях. На рисунке 26 показаны два семейства изотерм $R(B)$ в магнитных полях — в поле, перпендикулярном пленке (рис. 26а), и в параллельном ей поле (рис. 26б). Состояния пленки в этих двух экспериментах близки друг к другу, хотя и не идентичны. Все изотермы в каждом из этих состояний пересекаются почти в одной точке, координаты которой определяют критические значения сопротивления R_c и поля B_c (рис. 26а). Как видно из сравнения обоих семейств, зависимости $R(B)$ качественно различаются только в слабых полях, $B < B_c$, где сопротивление определяется движением вихрей и потому сильно зависит от направления поля. В сильных полях $B > B_c$ различие только количественное.

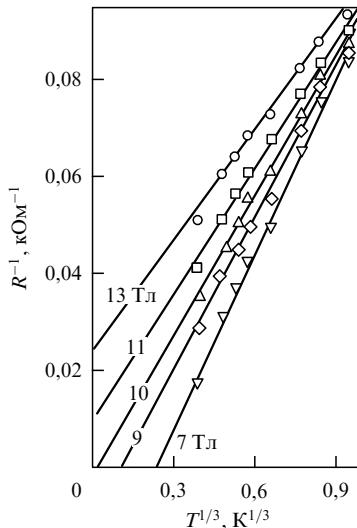


Рис. 27. Экстраполяция к $T = 0$ зависимости проводимости пленки от температуры в разных магнитных полях — обработка кривых, представленных на рис. 26а, с помощью формулы (104) [108].

Отрицательное магнетосопротивление представляется совершенно естественным в рамках предположения о локализации электронных пар с противоположными спинами, потому что поле, выстраивая спины, разрушает парные корреляции [107, 108]. То, что эффект наблюдается при всех направлениях поля [108], подтверждает предлагаемую интерпретацию. Дополнительное подтверждение даёт анализ температурных зависимостей сопротивления в сильных полях.

Наблюдаемое возрастание сопротивления при понижении температуры в поле $B = 5$ Тл, т.е. вблизи максимума зависимости $R(B)$, описывается, хотя и с небольшой точностью, активационной зависимостью (99) с энергией активации 0,13 К [107]. Зависимости в больших полях не описывались ни одной из формул (99)–(101). Их удалось, однако, описать (рис. 27) с помощью формулы для проводимости σ в критической окрестности перехода металл–изолятор в трёхмерном пространстве:

$$\sigma = s_1 + s_2 T^{1/3}, \quad s_2 > 0, \quad (104)$$

где параметр s_1 меняет знак на переходе металл–изолятор (см. [7]). Там, где $s_1 > 0$, этот параметр имеет смысл проводимости при $T = 0$: $s_1 = \sigma(T = 0) > 0$. В соответствии со стандартной интерпретацией температурных зависимостей проводимости трёхмерных систем в окрестности перехода металл–изолятор, из результатов, приведённых на рис. 27 следует, что в электронной системе в пленке In–O вслед за квантовым переходом сверхпроводник–изолятор в поле B_c при дальнейшем возрастании поля произошёл переход изолятор–металл при значении поля $B_{1-M} = 10$ Тл. Предположение о трёхмерности системы правомерно, потому что длина пробега нормальных электронов заведомо меньше толщины пленки $b = 200$ Å.

Подробное исследование окрестности квантового перехода сверхпроводник–изолятор в In–O в магнитном поле выполнено в работе [109]. Авторам [109] удалось найти состояние, в котором при температуре в 70 мК сопротивление возросло более чем на пять

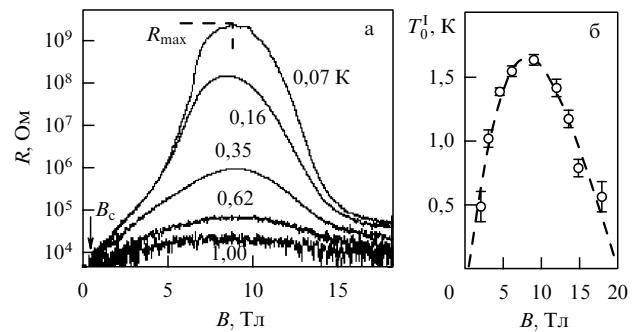


Рис. 28. (а) Семейство из пяти изотерм $R(B)$ аморфной пленки In–O толщиной 200–300 Å, находящейся в состоянии 1 (см. текст), в перпендикулярном магнитном поле [109]. (б) Изменение энергии активации T_0^I с увеличением магнитного поля, полученное из анализа изотерм: на обоих краях интервала магнитных полей точность определения T_0^I уменьшается вследствие приближения к точкам фазовых переходов [109].

порядков по сравнению с критическим $R_c \approx 5$ кОм (см. рис. 28, который следует сравнивать с рис. 26а). По сравнению с состоянием, представленным на рис. 26 и 27, найденное состояние попадает более глубоко в диэлектрическую область при изменении поля и оказывается вне критической области перехода металл–изолятор. Соответственно температурные зависимости сопротивления носят активационный характер в согласии с формулой (99). Энергия активации T_0^I зависит от магнитного поля B , достигая максимума при том же значении поля B_{\max} , что и сама зависимость $R(B)$ (рис. 28б). При увеличении поля в области $B > B_{\max}$ энергия активации постепенно уменьшается, так что в поле примерно порядка 20 Тл можно ожидать обращения T_0^I в нуль, т.е. перехода изолятора в металл и для этого состояния пленки.

Даже в максимумах функций $R(B)$ значения энергии активации T_0^I невелики: они лежат в интервале температур 0,5–2 К, как и температуры T_c сверхпроводящего перехода [109]. Как видно из рис. 24, на стороне изолятора энергия активации больше: она находится в интервале 2–7 К. Наличие энергии активации свидетельствует о щели в спектре. Из совокупности всех экспериментальных данных следует, что эта щель связана со сверхпроводящим взаимодействием, хотя самой сверхпроводимости при этих значениях управляющих параметров нет. По аналогии со щелью в высокотемпературных сверхпроводниках будем называть её псевдощелью (см. также замечание в конце раздела 4.3).

Для удобства разобъём возможные состояния InO на группы. Тем состояниям, которые в *нулевом магнитном поле* находятся на стороне изолятора, присвоим индекс 0, состояниям в сверхпроводящей области, у которых сопротивление в нулевом поле при $T = 0$ равно нулю, — индексы 1–4, при этом, чем глубже состояние находится в сверхпроводящей области, тем больше индекс. Удобной мерой близости состояний к переходу является величина критического поля B_c . Состояние 1, свойства которого демонстрирует рис. 28, находится ближе всего к переходу ($B_c = 0,45$ Тл), в состоянии 2 критическое поле $B_c = 2$ Тл (рис. 26а), а состояние 3 (рис. 29), наоборот, находится глубже всех в сверхпроводящей области ($B_c = 7,2$ Тл). Чем ближе состояние к переходу, тем выше пик сопротивления на кривой $R(B)$. Для состояния 1

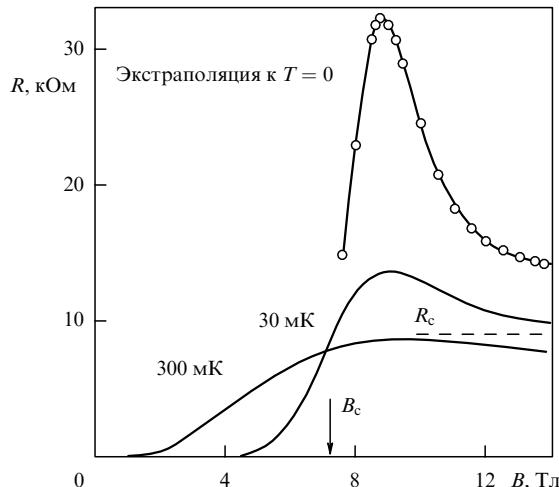


Рис. 29. Магнетосопротивление аморфной пленки In–O толщиной 200 Å, находящейся сравнительно глубоко в сверхпроводящей области [107]. Верхняя кривая проведена через точки (показанные кружками), которые, в свою очередь, построены экстраполяцией до $T = 0$ по формуле (104) экспериментальных значений $R(T)$ при разных B .

с $B_c = 0,45$ Тл величина R_{\max} при $T = 70$ мК превышала R_c на пять порядков [109], для состояния 2 с $B_c = 2$ Тл отношение R_{\max}/R_c составляло около 10, а для состояния 3 с $B_c = 7,2$ Тл — всего 1,35 [110, 111]. При дальнейшем увеличении концентрации носителей и смещении в глубь нормальной области пик магнетосопротивления исчезает совсем (состояние 4).

Одновременно сужается интервал магнитных полей $\Delta B = B_{I-M} - B_c$: $\Delta B = 20$ Тл для состояния 1 (рис. 28б), $\Delta B = 8$ Тл для состояния 2 (рис. 26а) и $\Delta B = 0$ для состояния 3. Последнее следует из результатов экстраполяции, приведённых на рис. 29 (кривая с кружками). Процедура, подобная продемонстрированной на рис. 27, показала, что при всех значениях магнитного поля, включая B_{\max} , параметр s_1 положителен, т.е. при $T = 0$ и любых $B > B_c$ должна сохраняться конечная проводимость. Это означает, что при увеличении концентрации носителей в аморфной пленке In–O *переход сверхпроводник–изолятор превращается в переход сверхпроводник–нормальный металл*.

Пик сопротивления $R(B)$ сохраняется вблизи перехода сверхпроводник–изолятор и в диэлектрической области — в образцах в состоянии 0 [109, 110]. Качественное отличие от кривых на рис. 26 заключается лишь в том, что при $B = 0$ сопротивление имеет конечное, причём не малое, значение (аналогичная кривая для пленок Ве приведена на рис. 23). Согласно измерениям [110], в полях близких к B_{\max} сопротивление изменялось при изменении температуры по активационному закону (99), а в сильном поле, $B \approx 15$ Тл, псевдощель закрылась и возник изолятор с конечной плотностью состояний на уровне Ферми, в котором сопротивление подчинялось закону Мотта $R \propto \exp(T_0/T)^{1/4}$.

Описанные результаты измерений на аморфных пленках In–O можно отобразить на одной фазовой диаграмме. Попытки построить такую диаграмму делались на разных стадиях исследований [104, 107, 109]. Вероятно, и вариант, представленный на рис. 30, не является окончательным. Однако он удобен тем, что

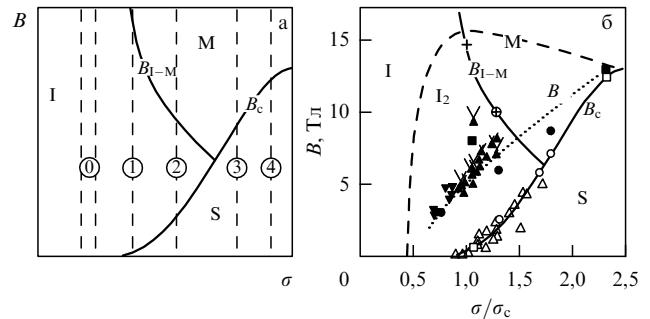


Рис. 30. (а) Фазовая диаграмма в координатах (σ, B) , показывающая взаимное расположение фаз сверхпроводника, изолятора и металла в пленках аморфного In–O при низких температурах. Диаграмма представлена в схематическом виде: без значений по осям и без экспериментальных точек, но со штриховыми прямыми, представляющими различные типы образцов (см. текст). (б) Та же диаграмма, но с экспериментальными точками. Штриховой кривой выделена область существования бозе-стекла, сплошного слева от кривой B_{I-M} и в виде мелких вкраплений справа от неё. Все тёмные символы относятся к кривой B_{\max} , полые — к кривой B_c , а символы с крестом — к кривой B_{I-M} . Смысл разных символов объясняется в тексте.

позволяет охватить и сравнить все данные, имеющиеся на настоящий момент.

Для того чтобы помочь читателю сопоставить разные эксперименты на образцах InO, диаграмма на рис. 30а приведена в схематическом виде. В качестве осей выбраны управляющие параметры σ и B . Проводимость σ по смыслу аналогична параметру $k_F l$, использовавшемуся ранее в работе [101]. Конкретный образец на диаграмме изображается вертикальной прямой.

Итог всех этих измерений можно сформулировать следующим образом. Наибольший пик магнетосопротивления (возрастание и последующее убывание) наблюдается в состояниях, близких к переходу в нулевом поле и находящихся при этом справа от него, *на сверхпроводящей стороне*, — образцы типа 1 и 2 (рис. 30а). Однако, по-видимому, это свойство не универсально; в Ве, как мы видели в разделе 4.1 (см. рис. 22 и 23), пик магнетосопротивления находится левее перехода, а в Ві вообще отсутствует.

В полном виде фазовая диаграмма приведена на рис. 30б. Для того чтобы облегчить сравнение данных разных экспериментов, ось σ представлена в безразмерном виде. В качестве основы диаграммы взяты данные из работы [109]: светлыми треугольниками отмечены значения B_c , тёмными — значения B_{\max} , треугольники с основанием вниз соответствуют состояниям со сверхпроводимостью, а треугольники с основанием вверх — состояниям, в которых сверхпроводимости нет. Кроме того, прямым крестом отмечено значение поля 14–15 Тл, при котором согласно рис. 28 на образце в соответствующем состоянии заканчивается основное падение сопротивления и энергия активации становится плохо определяемой [109]. Данные из работ [106, 107, 110] представлены кружками, светлыми — для обозначения B_c , тёмными — для обозначения B_{\max} и с прямым крестом внутри — для обозначения величины поля перехода изолятор–металл. Аналогично, для данных из работы [111] использованы квадраты, светлые и тёмные. Сплошные кривые отделяют сверхпроводящую фазу от несверхпроводящих (линия B_c) и изолятор от металла (линия B_{I-M}). К

пунктирной кривой B_{\max} относятся все тёмные символы. Кривая B_c проведена через светлые символы, а кривая B_{I-M} — через символы с крестом. Штриховой кривой М выделена область существования локализованных пар. В левой части рис. 30б эта кривая разделяет ферми-стекло и бозе-стекло, а в правой выделяет область, в которой имеются вкрапления бозе-стекла в металле.

Если экстраполировать кривую $B_{I-M}(\sigma)$ в сверхпроводящую область, то при $B = 0$ взаимное расположение точек переходов сверхпроводник — изолятор и металл — изолятор окажется соответствующим диаграмме, представленной на рис. 2в. Это согласуется с выводами, сделанными выше из рис. 24

4.2.2. Поликристаллические плёнки TiN. Поликристаллические плёнки TiN получают магнетронным распылением в азотной плазме мишени из чистого Ti. Удельное сопротивление плёнок зависит от давления азота при напылении, по-видимому, из-за того, что давление определяет избыточную концентрацию азота в образующейся плёнке, так что величина x в формуле TiN_x может достигать значения 1,3 [112, 113]. Стандартная толщина плёнок, на которых производились эксперименты, около 50 Å. На воздухе при комнатной температуре плёнки очень стабильны. Их сопротивление следует, скорее, рассматривать не как управляющий, а как контрольный параметр; другим контрольным параметром для оценки близости состояния к переходу сверхпроводник — изолятор может служить температура сверхпроводящего перехода в нулевом поле.

На рисунке 31а показаны кривые сопротивления $R(T)$, включающие в себя начало сверхпроводящего перехода, для четырёх плёнок TiN [114]. На кривых отмечены температуры T_{\max} , при которых сопротивление достигает максимума (начало перехода); кроме того, около кривых указаны температуры перехода T_c , вычисленные в предположении, что проводимость $\sigma = 1/R$

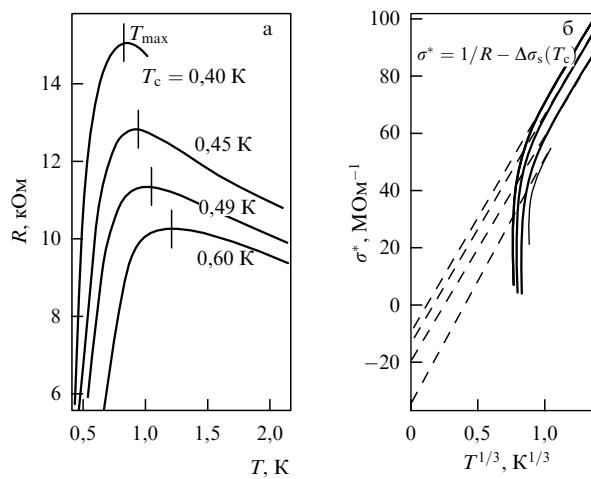


Рис. 31. (а) Температурные зависимости сопротивления четырёх плёнок TiN, в которых сверхпроводимость частично подавлена беспорядком [114]. Смысл температур T_{\max} и T_c , указанных у каждой кривой, объясняется в тексте. Для всех кривых $T_{\max} \approx 2T_c$. (б) Температурные зависимости нормальной части проводимости σ^* для тех же четырёх плёнок, полученной после вычитания из полной проводимости поправки Асламазова — Ларкина с оптимальным значением T_c ; штриховые прямые получены экстраполяцией зависимостей $\sigma^*(T)$ при $T \gtrsim 1 \text{ K}$ [114].

состоит из нормальной части

$$\sigma_n = a + bT^{1/3} \quad (105)$$

и вклада $\Delta\sigma_s$, обусловленного сверхпроводящими флюктуациями (поправка Асламазова — Ларкина [56]):

$$\sigma = \sigma_n + \Delta\sigma_s = a + bT^{1/3} + \frac{e^2}{16\hbar} \left(\ln \frac{T}{T_c} \right)^{-1}, \quad \Delta\sigma_s \ll \sigma_n. \quad (106)$$

Сравнение температур T_{\max} и T_c на рис. 31а с температурой сверхпроводящего перехода $T_{c0} = 4,7 \text{ K}$ массивного TiN показывает, что в этих плёнках сверхпроводимость сильно подавлена беспорядком, так что их состояния действительно находятся на краю сверхпроводящей области.

В формуле (106) для нормальной проводимости взято выражение, справедливое в критической окрестности перехода нормальный металл — изолятор в трёхмерной области [7], а для вклада в проводимость сверхпроводящих флюктуаций — выражение, справедливое в двумерной системе. Использование разных размерностей оправдано тем, что длина свободного пробега нормальных электронов $l \ll b \approx 50 \text{ Å}$, а длина когерентности ζ в TiN и тем более лондоновская длина проникновения λ , определяющая поперечный размер вихрей, много больше толщины плёнки, $\zeta, \lambda \gg b$. На рисунке 31б представлена проводимость $\sigma^* = \sigma - \Delta\sigma_s$, которая при выполнении правила неравенства (106) совпадает с σ_n . Формально точность такого представления и экстраполяции невелики, потому что вблизи перехода неравенство в (106) заведомо нарушается и σ^* оказывается разностью двух больших величин, одна из которых содержит свободный параметр T_c . Однако сам выбор представления (105) для σ_n резко ограничивает интервал возможных значений параметра T_c ; кроме того, член $\Delta\sigma_s$ быстро убывает с возрастанием температуры, так что в правой части графиков на рис. 31б σ^* практически совпадает с непосредственно измеряемой величиной $1/R$, $\sigma^* \approx \sigma \equiv 1/R$. Всё это значительно повышает надёжность проводимой экстраполяции проводимости [114, 115].

Экстраполяция прямых (105) до температуры $T = 0$ приводит к отрицательным значениям параметра a . Следовательно, если бы не происходил сверхпроводящий переход, то состояние, с которым мы имеем дело, было бы диэлектрическим. В целом получается фазовая диаграмма, предсказанная Ларкиным для трёхмерных систем в работе [8]: она схематически изображена на рис. 2в. Состояния четырёх плёнок, изучавшихся в работе [114], находятся в левой части критической области несуществующего перехода нормальный металл — изолятор; при изменении T их изображающие точки движутся вертикально вдоль линий $x = \text{const}$.

Переход сверхпроводник — изолятор на другой серии плёнок TiN [116] продемонстрирован на рис. 32. Здесь следует в первую очередь отметить резкость этого перехода. Сопротивление сверхпроводящей плёнки и плёнки, которая становится изолятором, при $T = 10 \text{ K}$ различаются всего на 5 %. Анализ ближайшей к переходу кривой, лежащей в диэлектрической области, показывает, что сопротивление изменяется по активационному закону (99) с энергией активации $T_0^1 = 0,38 \text{ K}$. На основе проведённого выше анализа кривых на рис. 31 и фазовой

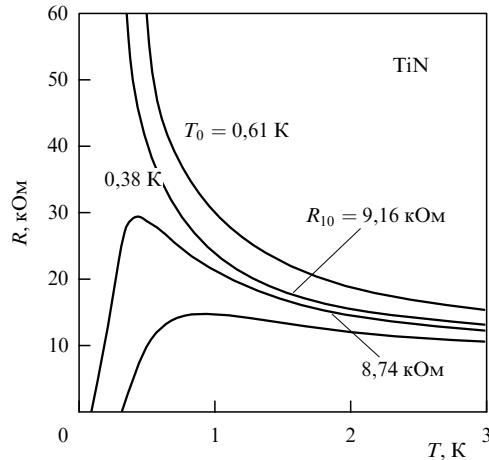


Рис. 32. Переход сверхпроводник–изолятор в нулевом магнитном поле в семействе пленок TiN. Для двух средних кривых указаны сопротивления пленок при $T = 10$ К; их можно считать контрольным параметром, для двух верхних кривых указаны энергии активации T_0^1 [116].

диаграммы на рис. 2в можно с большой долей уверенности утверждать, что пограничное состояние на переходе, соответствующее сепаратрисе семейства кривых на рис. 31, тоже не является металлическим. Это означает, что к TiN схема однопараметрического скейлинга неприменима.

Все характерные черты перехода сверхпроводник–изолятор в магнитном поле, наблюдавшиеся в TiN [113, 114], очень похожи на те, которые наблюдались в других материалах. Наборы кривых $R(T)$ в слабых полях [113] подобны наборам кривых для ультратонких пленок (рис. 21а и 22б) или In–O (см. рис. 25). Воспроизведимость и происхождение двойного возвратного перехода, наблюдавшегося в некоторых пленках TiN в работе [113], пока неясны (подобные двойные возвратные переходы наблюдались и на сетках джозефсоновских контактов (см. рис. 44 в разделе 5.1 и сопровождающий его текст). Кривые $R(T)$ в сильных полях [114] напоминают аналогичные кривые для In–O на рис. 26 не только качественно, но и даже количественно. Пик магнетосопротивления наблюдается в состояниях по обе стороны от перехода в нулевом поле, с несколько большей амплитудой в области изолятора [117]: уменьшение сопротивления в сильных полях на три порядка при температуре 60 мК.

4.3. Высокотемпературные сверхпроводники

Переходы сверхпроводник–изолятор неоднократно наблюдались во всех основных семействах купратных высокотемпературных сверхпроводников. Структура высокотемпературных сверхпроводников, принадлежащих к этим семействам, представляет собой стопки купратных плоскостей CuO_2 , в которых расположены носители тока. Связь между плоскостями является слабой, поэтому в нормальном состоянии высокотемпературные сверхпроводники демонстрируют, как правило, сильную анизотропию проводимости. В высокотемпературных сверхпроводниках имеются управляемые параметры, изменяющие при нулевой температуре уровень допирования купратных плоскостей, вероятность рассеяния носителей в этих плоскостях и туннели-

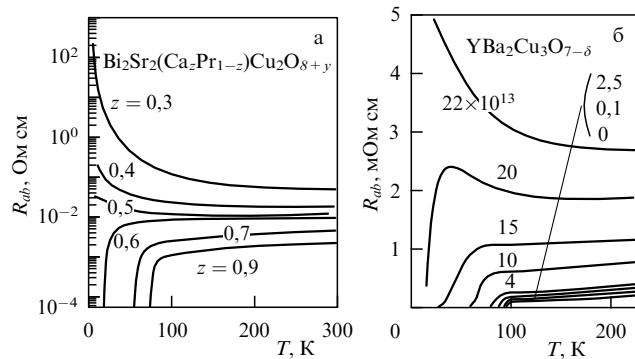


Рис. 33. (а) Температурные зависимости сопротивления образцов $\text{Bi}_2\text{Sr}_2(\text{Ca}_z\text{Pr}_{1-z})\text{Cu}_2\text{O}_{8+y}$ при разных концентрациях Са (указанных около кривых) [118]. (б) Температурные зависимости сопротивления пленки YBCO после ступенчатого изменения дозы её облучения ионами Ne^+ [122]. Дозы указаны около кривых как число ионов на 1 см^2 .

рования между плоскостями. Вместе с тем системы носителей в высокотемпературных сверхпроводниках обладают некоторыми особенностями, которые не покрываются теоретическими идеями, обсуждавшимися в разделе 2. Цель этого раздела — выявить и обсудить эти особенности.

И сверхпроводимость и, по-видимому, собственно проводимость в высокотемпературных сверхпроводниках существуют благодаря специфической атомной структуре, определяющей периодический потенциал, в котором находится электронная система. Этот потенциал должен в основном сохраняться при изменении управляющих параметров. Поэтому самый распространенный управляющий параметр — это концентрация примесей замещения или вакансий. На рисунке 33а представлены кривые сопротивления R_{ab} вдоль базисной плоскости образцов различного состава из семейства $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+y}$ (сокращённо BSCCO), в котором часть атомов Са, находящихся между купратными плоскостями, заменена атомами Пр: Са $\rightarrow (\text{Ca}_z\text{Pr}_{1-z})$ [118]. При критической концентрации атомов Са $z_c = 0,52$ происходит переход сверхпроводник–диэлектрик. К аналогичному эффекту приводят замена Са другими редкоземельными атомами [119], а также атомами Y [120, 121]. Поскольку и редкоземельные элементы, и Y являются в BSCCO примесями замещения, замена ими атомов Са не изменяет кристаллической структуры.

Конечно, проводимость всегда реализуется на фоне некоторого беспорядка, который заведомо существует вследствие нестехиометрии. Однако случайный потенциал должен быть малым по сравнению с кристаллическим, что должно обеспечить сохранение исходной электронной структуры. Вероятно, в случае рис. 33а управляющий параметр воздействует на систему не посредством изменения уровня локального беспорядка, а путём плавного изменения средних параметров структуры. Обратный предельный случай демонстрирует эксперимент из работы [122], результаты которого приведены на рис. 33б. Эпитаксиальную пленку $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ (YBCO) толщиной около 2000 Å поместили в пучок ионов Ne^+ с энергией 1 МэВ, которые проходили через неё, оставляя после себя дефектные области в виде цилиндров диаметром около 8 Å. Малые дозы \tilde{f} облучения приводили к снижению температуры сверхпроводящего

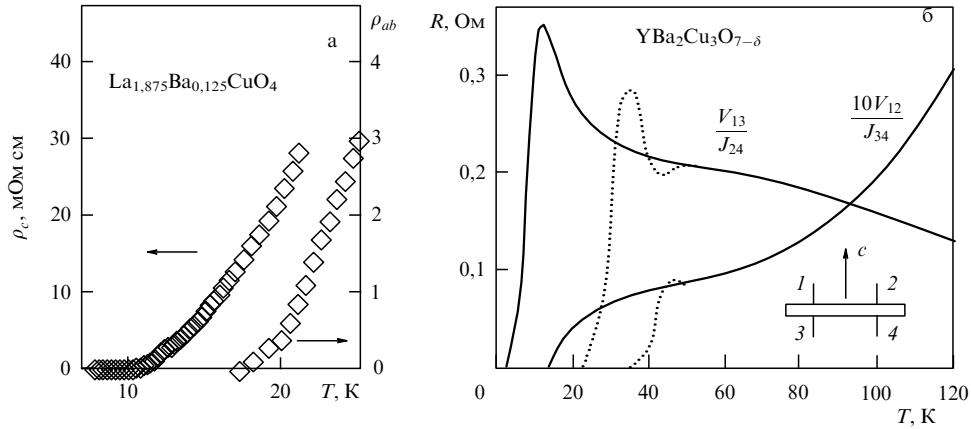


Рис. 34. (а) Температурные зависимости поперечного ρ_c (левая шкала) и продольного ρ_{ab} (правая шкала) сопротивлений монокристалла LaBaCuO в нулевом магнитном поле; вертикальные масштабы на левой и правой осях ординат различаются в 10^4 раз [129]. (б) Температурные зависимости в монокристалле YBCO с пониженной концентрацией кислорода отношения V_{12}/J_{34} , которое можно ориентировочно считать сопротивлением R_{ab} вдоль купратных плоскостей (ток $J \parallel [ab]$), и $V_{12}/J_{34} \sim R_c$ (ток $J \parallel c \perp [ab]$) в отсутствие магнитного поля (пунктирные кривые) и в поле величиной 5 Тл (сплошные кривые). Образец имел форму пластины размером $2 \times 1 \times 0,05$ мм. На вставке показано расположение контактов (1–4) и оси c [132].

перехода T_c , а в температурной зависимости сопротивления $R(T)$ при $T > T_c$

$$R(T) = R_0(\tilde{f}) + R_T(T)$$

— к возрастанию остаточной части $R_0(\tilde{f})$. При больших дозах \tilde{f} сверхпроводимость исчезала, а сопротивление возрастало при понижении T по закону Шкловского — Эфроса (100). Облучение вызывало разрушение кристаллического потенциала. Поэтому наблюдаемый переход, по существу, является следствием разрушения "среды обитания" самой электронной системы.

Рассмотрим эволюцию нормальных и сверхпроводящих свойств при изменении химического состава на примере семейства La_{2-x}Sr_xCuO₄ (LSCO). Сверхпроводимость в LSCO существует при уровне допирования x , лежащем в интервале

$$0,04 \lesssim x \lesssim 0,26. \quad (107)$$

При оптимальном уровне допирования $x_{\text{opt}} \approx 0,16$ температура сверхпроводящего перехода достигает $T_c \approx 40$ К [123].

При избыточном допировании, $x > x_{\text{opt}}$, нормальное состояние представляет собой обычный металл, в котором анизотропия сопротивления мало изменяется при изменении температуры, а в сверхпроводящем состоянии сверхпроводящие плоскости сильно связаны между собой [124]. Поэтому квантовый фазовый переход при $T = 0$ и x , принадлежащем правому концу интервала (107), является 3D-переходом сверхпроводник — нормальный металл [125]. Однако в области $x_{\text{opt}} > x \gtrsim 0,04$ знаки производных продольного ρ_{ab} и поперечного ρ_c удельных сопротивлений становятся разными: в направлении поперек плоскостей CuO₂ сопротивление ρ_c быстро возрастает с понижением температуры, а сопротивление ρ_{ab} вдоль слоёв убывает [124, 126]. В результате при температурах, чуть больших температуры перехода, $T \gtrsim T_c$, анизотропия удельных сопротивлений может превышать три порядка. Дальнейшее понижение x приводит к тому, что производная $\partial\rho/\partial T$ оказывается отрицательной в обоих направлениях, так что несверх-

проводящее состояние становится похожим на обычный изолятор [127, 128].

При уменьшении уровня допирования x трансформируется и само сверхпроводящее состояние. Связи между купратными плоскостями сильно ослабеваются, так что они превращаются в квазинезависимые двумерные системы, а квантовый переход при x , принадлежащем левому концу интервала (107), превращается в 2D-переход сверхпроводник — изолятор [125, 129]. Несмотря на это, возникающее сверхпроводящее состояние является глобальным и трёхмерным, хотя процесс установления такого состояния может растянуться на некоторый интервал температур. В работе [129], содержащей анализ различных экспериментов с La_{2-x}Ba_xCuO₄ ($x = 0,125$), была экспериментально зафиксирована целая цепочка фазовых переходов в этом соединении при понижении температуры. Сначала в плоскостях CuO₂ возникают зарядовые структуры — страйпы — и ослабевают связи между купратными плоскостями, после чего происходит антиферромагнитное упорядочение магнитных моментов, локализованных на ионах меди. Затем в купратных плоскостях происходит 2D-сверхпроводящий переход, но из-за наличия флюктуационных вихрей сохраняется диссиляция. И лишь при дальнейшем понижении температуры происходит переход БКТ и устанавливается когерентное сверхпроводящее состояние.

Если беспорядок нарушает идентичность купратных плоскостей, которые собственно и становятся сверхпроводящими в первую очередь, то температура появления сверхпроводящего тока может зависеть от направления этого тока ("эффект Фриделя" [130, 131]). Как видно из рис. 34а, сопротивление ρ_{ab} обращается в нуль при $T \approx 18$ К, а ρ_c — лишь при $T \approx 10$ К [129]. Аналогичный эффект наблюдался в недодопированном кристалле YBCO (рис. 34б [132]), хотя анизотропия проводимости в YBCO существенно меньше.

Из сказанного понятно, что протекание квантовых фазовых переходов в высокотемпературных сверхпроводниках зависит от целого ряда побочных факторов, которые могут изменить и усложнить всю картину:

сильная анизотропия кристаллической структуры, различие в механизмах транспорта вдоль и поперёк купратных плоскостей, магнитное упорядочение локализованных спинов и т.д. Мы не будем углубляться в эту бескрайнюю область и ограничимся только краткими замечаниями по поводу влияния магнитного поля.

Варьируя химический состав, температуру сверхпроводящего перехода можно сделать малой, т.е. привести систему в состояние, близкое к переходу в нулевом поле, а затем разрушить сверхпроводимость с помощью магнитного поля и исследовать переход в магнитном поле так, как это было сделано, например, в ультратонких плёнках Bi (см. рис. 21). Когда такую программу удается реализовать для основных семейств высокотемпературных сверхпроводников, то визуально наборы кривых получаются очень похожими на те, которые приводились выше, но возрастание сопротивления в нормальной фазе происходит по логарифмическому, а не по активационному закону [133, 134].

В разделах 4.1, 4.2 много внимания уделялось отрицательному магнетосопротивлению в сильных полях, которое свидетельствует о разрушении флуктуационных некогерентных куперовских пар или о разрушении парных корреляций локализованных носителей. Отрицательное магнетосопротивление в сильных полях неоднократно наблюдалось и в высокотемпературных сверхпроводниках. В YBCO [135] и BSCCO [135, 136] отрицательная производная $\partial\rho/\partial B$ наблюдается в поперечном сопротивлении ρ_c , в то время как продольное сопротивление ρ_{ab} остаётся положительным или равным нулю. По-видимому, это объясняется спецификой поперечного магнетотранспорта в этих семействах. Однако в LSCO отрицательное магнетосопротивление наблюдается и в ρ_{ab} . Кривые на рис. 35а, взятом из работы [134], очень похожи на те, которые обсуждались выше в связи с экспериментами на InO и TiN. Вероятно, в этом случае отрицательное магнетосопротивление объясняется разрушением флуктуационных квазилокализованных сверхпроводящих пар, что, согласно работе Галицкого и Ларкина [59] должно приводить к возрастанию проводимости вдоль двумерных слоёв. Аналогичный эффект наблюдался также и в магнетосопротивлении электронного высокотемпературного сверхпроводника $\text{Nd}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$. Мы вернёмся к полуэмпирическому анализу этих данных в разделе 4.4.

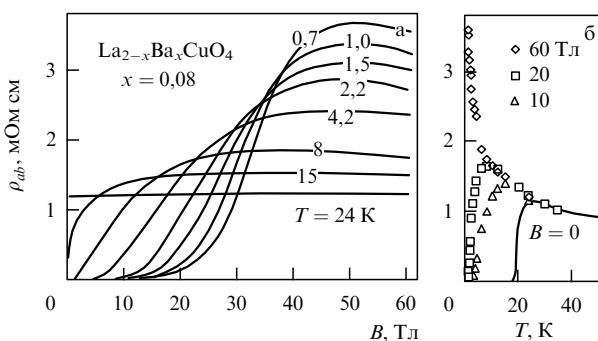


Рис. 35. (а) Продольное магнетосопротивление ρ_{ab} монокристалла LSCO, измеренное в импульсном магнитном поле, при разных температурах [134]. (б) Температурные зависимости $\rho_{ab}(T)$ в поле $B = 0$ (сплошная кривая) и при $B = 10, 20$ и 60 Тл (символы) [134].

Парные корреляции локализованных носителей приводят к щели или, по крайней мере, к уменьшению плотности состояний на уровне Ферми. Сверхпроводящие парные корреляции в системе делокализованных носителей приводят одновременно к сверхпроводимости и появлению сверхпроводящей щели. Поэтому уменьшение плотности состояний на уровне Ферми, вызванное сверхпроводящим взаимодействием, но не сопровождающееся сверхпроводимостью, естественно назвать псевдощелью. Этот термин уже существует, и возник он именно в связи с высокотемпературной сверхпроводимостью. Обычно псевдощель предполагает анизотропную перестройку плотности состояний при $T > T_c$, вызванную антиферромагнитными флуктуациями или флуктуациями волн зарядовой плотности, или структурными перестройками с фазовым расслоением [137]. Аморфные или мелкокристаллические материалы, обсуждавшиеся в разделах 4.1, 4.2, демонстрируют простейший изотропный вариант псевдощели, возникающей только за счёт случайного потенциала без участия периодического кристаллического поля.

Всё сказанное в этом разделе относительно тех особенностей высокотемпературных сверхпроводников, которые связаны с переходами сверхпроводник–изолятор, относится и к органическим сверхпроводникам. Органические кристаллы обычно являются сильно анизотропными и обладают двумерными или даже квазидвумерными проводящими областями. В этих анизотропных структурах конкурируют разные состояния электронной системы: сверхпроводящее, ферро- и антиферромагнитное состояния, состояние с волной зарядовой или спиновой плотности и т.д. [138]. При этом наблюдаются причудливые последовательности фазовых переходов, например, переход в нулевом магнитном поле в сверхпроводящее состояние при некоторой температуре T_{c1} с последующим обратным переходом при $T_{c2} < T_{c1}$ в высокорезистивное нормальное состояние [139]. Выделить чистый переход сверхпроводник–изолятор в этих условиях довольно трудно. В качестве примера на рис. 36 представлена эволюция кривых температурной зависимости продольного сопротивления двумерного органического сверхпроводника κ -(BEDT-TTF)₂Cu[N(CN)₂]Cl в магнитном поле. Видно, что в нулевом поле сверхпроводящее состояние устанавливается лишь частично, а в сильном поле экспоненциального возрастания сопротивления при понижении температуры не происходит.

4.4. Кроссовер от переходов сверхпроводник–металл к переходам сверхпроводник–изолятор

В разделе 1.2 был сформулирован алгоритм, позволяющий отличить переход сверхпроводник–изолятор от перехода сверхпроводник–нормальный металл: необходимо экстраполировать до $T = 0$ температурную зависимость проводимости $\sigma(T)$ на несверхпроводящей стороне; тип перехода определяется знаком экстраполированного значения $\lim \sigma(T \rightarrow 0)$. Столь сложная процедура требуется потому, что в трёхмерном металле вблизи перехода металл–изолятор есть область "плохого" металла с проводимостью $\sigma(0)$, меньшей моттовского предела (см., например, [7]):

$$\sigma(0) = \frac{e^2}{\hbar} \frac{1}{\xi} < \sigma_M \equiv \frac{e^2}{\hbar} k_F .$$

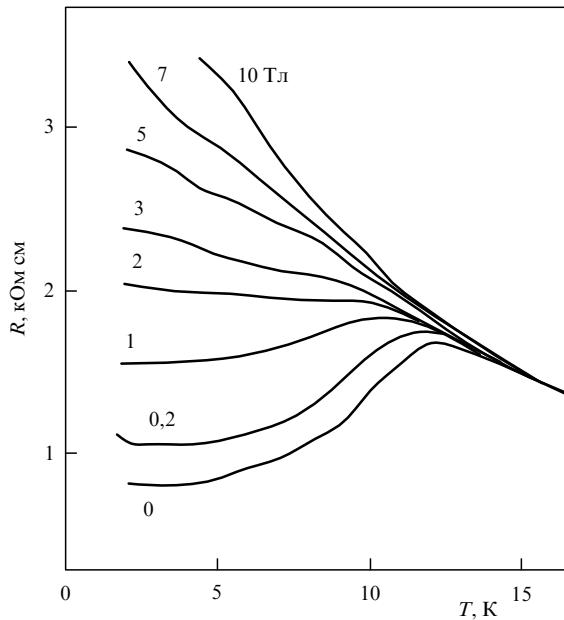


Рис. 36. Температурная зависимость продольного магнетосопротивления R_{ab} двумерного органического сверхпроводника κ -(BEDT-TTF)₂Cu[N(CN)₂]Cl при небольшом давлении в магнитном поле, перпендикулярном двумерным слоям [140].

Температурно зависящая часть проводимости "плохого" металла определяется квантовой поправкой и имеет положительную производную $\partial\sigma/\partial T > 0$, как и прыжковая проводимость в изоляторе. Другими словами, знак производных $\partial\sigma/\partial T$ и, естественно, $\partial R/\partial T$ меняется не в точке перехода металл–изолятор, а в глубине металлической области при $\sigma(0) > \sigma_M$.

Когда во введении мы обсуждали, какой переход: сверхпроводник–изолятор или нормальный металл–изолятор, происходит раньше при изменении беспорядка или электронной концентрации, и, наложив друг на друга соответствующие схематические фазовые диаграммы (см. рис. 2), двигали одну относительно другой, мы не учитывали, что на оси абсцисс диаграммы нормальный металл–изолятор есть ещё одна характерная точка: x_M , в которой $\sigma(0) = \sigma_M$. Если это учесть, то у диаграммы на рис. 2а появятся два варианта, в зависимости от расположения точки x_M . Если точка квантового перехода M–S находится между точками I–M и x_M , то сверхпроводник превращается в ней в "плохой" металл и в этой точке производная $\partial R/\partial T < 0$, но сопротивление стремится при $T \rightarrow 0$ к конечному значению. При таком квантовом переходе эволюция сопротивления очень похожа на ту, которая наблюдается при переходе в InO или TiN, но возрастание сопротивления с понижением температуры на несверхпроводящей стороне перехода и величина максимума магнетосопротивления измениются не несколькими порядками, а несколькими процентами. Приведённый на рис. 1 пример эволюции проводимости в аморфном сплаве Nb–Si соответствует именно такому случаю. По-видимому, аналогично эволюционирует проводимость в плёнках Mo–Ge [141, 142], Mo–Si [143, 144], ультратонких плёнках Ta [145] и в высокотемпературном сверхпроводнике NdCeCuO [146–148].

Прежде чем перейти к конкретным примерам, необходимо сделать уточнение. Диаграммы на рис. 2 отно-

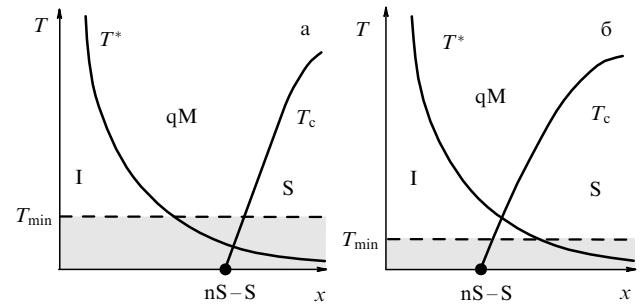


Рис. 37. Два варианта фазовой диаграммы для двумерных систем; кривая $T^*(x)$ определяется формулой (108), штриховая прямая $T = T_{\min}$ определяет область температур $T > T_{\min}$, при которых проводятся все реальные эксперименты; qM обозначает квазиметалл, nS — несверхпроводник (аналогичные диаграммы для трёхмерных систем см. на рис. 2).

сятся, строго говоря, только к трёхмерным системам, а все эксперименты [141–145] проведены на тонких плёнках. В двумерных системах нормальных невзаимодействующих электронов при абсолютном нуле формально нет металлического состояния: при любом сколь угодно малом беспорядке понижение температуры приводит сначала к смене логарифмического возрастания сопротивления экспоненциальным при

$$T^* \approx \varepsilon_F \exp(-2k_F l), \quad (108)$$

а затем к локализации при температуре $T = 0$. Однако из формулы (108) видно, что уже при $k_F l \approx 2-3$ температура T^* становится недостижимо низкой, а в области температур $T > T^*$ проводимость двумерной системы описывается классической формулой с относительно небольшой квантовой поправкой. Поэтому в двумерных системах всё зависит от того, где пересекаются кривая $T^*(x)$ и кривая сверхпроводящих переходов $T_c(x)$ (рис. 37). В каждой экспериментальной установке и каждой лаборатории существует минимальная достижимая температура T_{\min} . Недостижимая область закрашена на диаграммах рис. 37 серым цветом. Переходы, обсуждаемые в данном разделе, реализуются, когда точка пересечения кривых $T^*(x)$ и $T_c(x)$ находится в недостижимой области (рис. 37а); после разрушения сверхпроводимости сопротивление изменяется логарифмически в соответствии с формулой (101). Реальный переход сверхпроводник–изолятор происходит тогда, когда точка пересечения находится выше уровня T_{\min} , как на диаграмме рис. 37б.

Поясним сказанное конкретным примером. На рисунке 38 приведены температурные зависимости сопротивления аморфных ультратонких плёнок Ta с различной толщиной b [145]. Все плёнки с $b \geq b_c = 3,1 \text{ \AA}$ — сверхпроводящие. Если выбрать в качестве нижней температурной границы $T_{\min} \sim 0,5 \text{ K}$, то сопротивление плёнок с толщиной в интервале $3,1 > d > 2,1 \text{ nm}$ при температуре вплоть до T_{\min} изменяется по логарифмическому закону, а в плёнке с $d = 1,9 \text{ nm}$ происходит кроссовер к экспоненциальному возрастанию сопротивления. Если же снизить T_{\min} до 10 mK , то интервал толщин плёнок с логарифмической зависимостью сопротивления сужится, но вряд ли исчезнет. Тем более не приходится ожидать экспоненциального возрастания сопротивления в сверхпроводящей области при температурах выше температуры сверхпроводящего перехода. Поэтому, зафиксировав

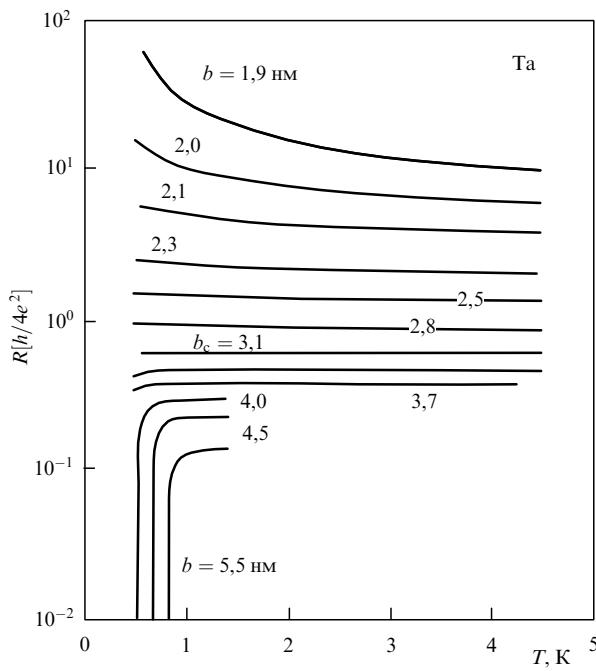


Рис. 38. Температурные зависимости сопротивления аморфных ультратонких пленок Та разной толщины [145]. Температура сверхпроводящего перехода уменьшается с толщиной b и обращается в нуль при $b = 3,1$ нм.

соответствующее значение управляющего параметра, можно разрушить сверхпроводимость воздействием поля и осуществить переход в состояние "плохого" металла с отрицательной производной сопротивления по температуре, $\partial R / \partial T < 0$. Основное отличие этого состояния от состояния изолятора — сравнительно медленное, логарифмическое, возрастание сопротивления при понижении температуры. Такое возрастание наблюдается, например, в пленке аморфного сплава $Nb_{0.15}Si_{0.85}$ [149] в поле величиной в 2 Тл, в то время как в нулевом поле имеет место сверхпроводящий переход при $T_c \approx 0,23$ мК.

В случае, когда эволюция состояний происходит в соответствии с вариантом, представленном на рис. 37б, в несверхпроводящей фазе можно ожидать не только отрицательной производной сопротивления по температуре, $\partial R / \partial T < 0$, но и отрицательного магнетосопротивления, $\partial R / \partial B < 0$, в сильных магнитных полях. Однако эффект должен быть небольшого масштаба по сравнению с тем, который наблюдается в InO или TiN,

поскольку на несверхпроводящей стороне перехода происходит лишь слабая локализация, обусловленная квантовыми поправками к проводимости. Такое отрицательное магнетосопротивление в сильных полях действительно наблюдалось, по крайней мере, в двух материалах: в аморфных пленках Mo–Si [143, 144] и квазимонокристаллических пленках $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$ [146–148] (рис. 39).

Температурные зависимости сопротивления этого же материала в разных магнитных полях приведены на рис. 39а, б. Как видно из этих графиков, необычное поведение сопротивления, которое позволяет обсуждать эти эксперименты в связи с переходами сверхпроводник–изолятор, наблюдалось только при низких температурах, $T \ll T_c$. Это, в первую очередь, отрицательная производная $\partial R / \partial T < 0$ при низких температурах в полях, в которых сверхпроводимость уже разрушена. На рисунке 39б, где низкотемпературная часть этих кривых приведена в увеличенном масштабе, видна вторая особенность: пересечение кривых $R(T)$ в полях 5 Тл и 7 Тл. При температуре ниже точки пересечения возрастание поля приводит к уменьшению сопротивления.

Поскольку относительные изменения сопротивления при изменении температуры и поля в $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$ малы, экспериментальные кривые можно сравнить с результатами теоретических расчётов [59], проведённых в рамках теории возмущений. Цель такого сравнения — двоякая. Во-первых, выяснить, в какой мере высокотемпературный сверхпроводник со сверхпроводимостью, разрушенной магнитным полем, ведёт себя в области сильных сверхпроводящих флуктуаций подобно обычному сверхпроводнику. Во-вторых, ответить на вопрос: действительно ли сверхпроводящие флуктуации в грязном пределе при низких температурах могут по порядку величины описать наблюдаемое отрицательное магнетосопротивление и являются предтечей локализации сверхпроводящих пар?

Сравнение было проведено в работе [148] для пленки, в которой сверхпроводящий переход в нулевом магнитном поле происходил при $T_c \approx 12$ К. Проводимость вычислялась по формуле

$$R^{-1} = \sigma_0 + \delta\sigma(B, T) - \alpha \frac{e^2}{2\pi\hbar} \ln \frac{T}{T_c}, \quad (109)$$

где член $\delta\sigma(B, T)$, определённый формулой (48), учитывает сверхпроводящие флуктуации, а называемый поправкой Аронова–Альтшулерса последний член, который учитывает межэлектронное взаимодействие в диф-

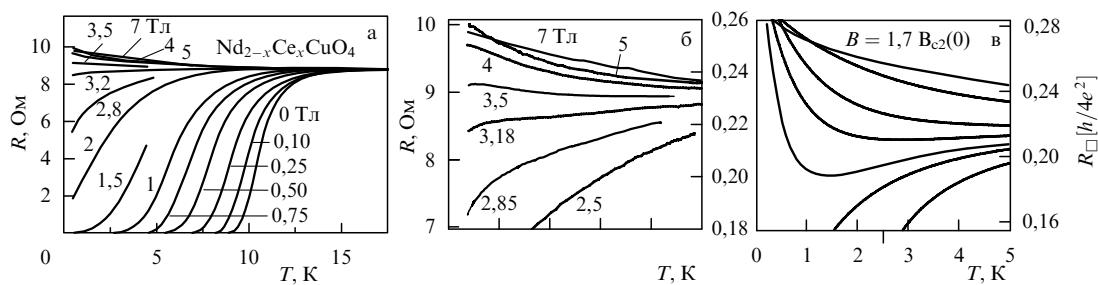


Рис. 39. (а) Температурные зависимости сопротивления эпитаксиальной пленки $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$ толщиной 1000 Å [148]. (б) Часть рис. 39а в увеличенном масштабе; видна отрицательная производная сопротивления по температуре $\partial R / \partial T < 0$ в полях, больших критического, и пересечение кривых в полях величиной 5 и 7 Тл. (в) Функции $R(T)$, вычисленные в соответствии с уравнениями (48) и (109) [148].

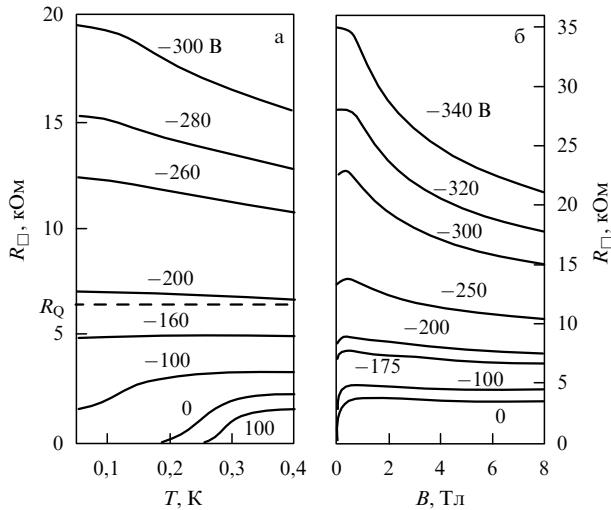


Рис. 40. (а) Температурные зависимости сопротивления двумерного электронного газа в гетероструктуре $\text{LaAlO}_3\text{--SrTiO}_3$ при разных концентрациях электронного газа [150]. Для того чтобы эти кривые можно было сопоставить с кривыми магнетосопротивления, около каждой из них указано напряжение на затворе, определяющее электронную концентрацию. Сопротивление $R_Q = 2\pi\hbar/4e^2 \approx 6,45$ к\$\Omega\$. (б) Магнетосопротивление в гетероструктуре $\text{LaAlO}_3\text{--SrTiO}_3$ при разных концентрациях электронного газа, температура $T = 30$ мК [150].

фузионном канале, не связан со сверхпроводящим взаимодействием. Значение T_{c0} , входящее в формулу (48), а также значение классической проводимости σ_0 были взяты из эксперимента; значение $\tilde{T} = 20$ К было выбрано таким, чтобы поправка Аронова–Альтшулерса при нём обращалась в нуль, а коэффициент $\alpha = 1/2$ был выбран так, чтобы получить совпадение результатов расчёта с экспериментальной кривой в поле 7 Тл. Получившаяся система кривых, представленная на рис. 39в, обладает особенностями, присущими семейству экспериментальных кривых на рис. 39б: кривые разделяются на те, которые загибаются вниз, и те, которые загибаются вверх, а магнетосопротивление является отрицательным при низких температурах в сильных полях. При этом получились правильные масштабы изменения сопротивления при изменении температуры и поля, а также "правильная" область появления отрицательного магнетосопротивления.

К той же группе материалов с промежуточным типом перехода относится двумерная сверхпроводящая электронная система на границе раздела между двумя слоистыми оксидами, LaAlO_3 и SrTiO_3 , каждый из которых является изолятором. На поверхность (100) монокристалла SrTiO_3 , покрытую слоем TiO_2 , наносили плёнку LaAlO_3 толщиной более чем в четыре элементарных ячейки [150]. Плотность двумерного электронного газа на созданном таким образом интерфейсе можно было изменять, подавая напряжение на затвор, напылённый на тыльную часть кристалла SrTiO_3 .

На рисунке 40а приведены восемь кривых при разных напряжениях на затворе из набора в 35 кривых, опубликованного в [150]. Приведённые кривые демонстрируют весь спектр возможного поведения плёнок: резкий подъём сопротивления при понижении температуры (выполаживание кривой, соответствующей напряжению на затворе -300 В, при низких температурах объясняется размерным эффектом (см. неравенство (64) и работу

[64])), сравнительно медленный логарифмический подъём $\delta R \propto -\ln T$, появление сверхпроводящих флюктуаций и, наконец, сверхпроводящий переход, температура которого повышается по мере увеличения двумерной электронной плотности на интерфейсе.

Как и ультратонкие плёнки, обсуждаемая сверхпроводящая система, несомненно, является двумерной. Это означает, что переход в сверхпроводящее бездиссипативное состояние в нулевом поле происходит в две стадии: при температуре $T = T_{c0}$ образуются куперовские пары, но диссипация из-за движения вихрей, уменьшаясь с понижением температуры, остаётся конечной, вплоть до температуры перехода БКТ $T_c < T_{c0}$ (см. раздел 3.2). Хотя сопротивление в окрестности T_c на несколько порядков меньше нормального сопротивления плёнки R_N , оно остаётся надёжно измеримым. Это позволяет, воспользовавшись формулой [151]

$$R(T) \propto \exp \frac{b_R}{(T - T_c)^{1/2}}, \quad (110)$$

где b_R зависит от разности $T_{c0} - T_c$ и динамических параметров системы вихрей, определить T_c в каждом отдельном состоянии и тем самым найти зависимость T_c от управляющего параметра, каковым в данном случае является электронная концентрация n . Согласно формуле (65) (см. также рис. 14), это позволяет определить произведение критических индексов zv . Такая процедура, которая была проделана в работе [150], дала для электронной системы в гетероструктуре $\text{LaAlO}_3\text{--SrTiO}_3$ при нулевом поле значение $zv = 2/3$:

$$T_c \propto (n - n_c)^{2/3}.$$

Описанная процедура является альтернативной по отношению к обычно используемой, в которой сопротивление стараются представить как функцию скейлинговой переменной (61) (см., например, рис. 19а). Было бы интересно сравнить значения zv , полученные двумя способами. Однако такие эксперименты нам неизвестны.

Зависимости на рис. 40б демонстрируют отрицательное магнетосопротивление в этой двумерной системе, похожее на то, которое наблюдается в In–O [109, 110] и Be (см. рис. 23) [99]: положительное в слабых полях и отрицательное в сильных, но только существенно меньшее по величине. И абсолютная, и относительная величина отрицательного магнетосопротивления возрастают по мере того, как мы удаляемся от сверхпроводящей области. В этом отношении система в гетероструктуре $\text{LaAlO}_3\text{--SrTiO}_3$ похожа на ультратонкие плёнки Be.

С другой стороны, магнетосопротивление гетероструктуры $\text{LaAlO}_3\text{--SrTiO}_3$ ведёт себя так же, как и при разрушении магнитным полем слабой локализации. Вследствие сильного беспорядка и частых актов упругого рассеяния площади замкнутых диффузионных траекторий очень малы, что сдвигает процесс разрушения слабой локализации в область сильных полей. Это замечание относится ко всем примерам отрицательного магнетосопротивления в этом разделе.

4.5. Вольт-амперные характеристики и нелинейные явления

Квантовый переход сверхпроводник–изолятор происходит между двумя противоположными предельно нели-

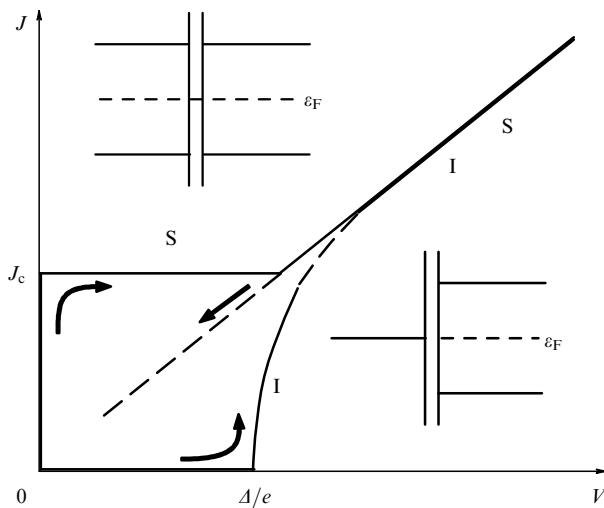


Рис. 41. Туннельные переходы сверхпроводник–сверхпроводник (в верхней части рисунка) и нормальный металл–сверхпроводник (в правой части рисунка) и схематический вид их вольт-амперных характеристик при нулевой температуре.

нейными состояниями среды: в сверхпроводнике возрастание тока до какого-то предела не приводит к появлению напряжения, а в изоляторе при $T = 0$ возрастание напряжения не вызывает появления тока до тех пор, пока потенциал электрического поля не создаст возможности для переходов между локализованными состояниями. Смоделируем оба эти состояния с помощью одиночных туннельных контактов. В качестве модели сверхпроводящего состояния возьмём туннельный контакт с двумя сверхпроводящими берегами. Если этот контакт находится в джозефсоновском режиме, то ток J через него может возрастать при нулевом напряжении, $V = 0$, вплоть до критического значения J_c , а затем напряжение скачком переходит на линейную характеристику $J = V/R$ (кривая S на рис. 41). Моделью изолятора может служить такой же контакт, но между нормальным металлом и сверхпроводником. Наличие одного сверхпроводящего берега подчёркивает, что речь идёт о изоляторе, сформированном с участием сверхпроводящего взаимодействия. При напряжении V , меньшем сверхпроводящей щели, ток через переход, который сначала равнялся нулю, $J = 0$, тоже затем постепенно выходит на линейную характеристику (кривая I на рис. 41).

Обе характеристики реализуются в представленном виде при задаваемых извне токе (характеристика S) или напряжении (характеристика I). При уменьшении внешнего воздействия обычно возникает гистерезис и изображающая точка приближается к началу координат вдоль штриховой прямой (на рис. 41 это показано стрелками). Гистерезисы возникают и в том случае, когда исследуются вольт-амперные характеристики не переходов, а вещества в состоянии, находящемся вблизи перехода сверхпроводник–изолятор.

Кривые S и I на рис. 41 описывают вольт-амперные характеристики соответствующих переходов очень грубо, поскольку здесь не учтены многие важные обстоятельства. Однако эти кривые демонстрируют особенность нелинейных свойств этих состояний: если поменять местами оси J и V , то кривые S и I переходят друг в друга (об этой особенности упоминалось в разделе 3.2).

В физике металлов и полупроводников с помощью дифференциальных вольт-амперных характеристик $\partial J/\partial V(V)$ определяют плотность состояний в берегах туннельного контакта. Выше мы приводили подобные экспериментальные кривые (см. рис. 20 и 21). В сверхпроводящих контактах и материалах из-за наличия сверхтоков при изучении вольт-амперных характеристик приходится задавать не напряжение, а ток. Поэтому изменяется функция $\partial V/\partial J(J)$, интерпретировать которую несколько сложнее, несмотря на отмеченную выше симметрию.

На рисунке 42а, заимствованном из [152], приведены результаты измерения функции $\partial V/\partial J(J)$ на образце TiN с температурой сверхпроводящего перехода T_c около 1 К и критическим полем B_c примерно 2,9 Тл. В поле величиной 1 Тл ток, меньший некоторого критического значения, $J < J_c \approx 0,6$ мА, протекает по образцу без сопротивления. Ток $J > J_c$ разрушает сверхпроводимость. При возрастании тока кривая отклика $dV/dJ(J)$, пройдя через максимум, выходит на величину, соответствующую значению сопротивления нормального состояния, которое составляет около 4,6 кОм. Следует подчеркнуть, что кривая отклика $\partial V/\partial J(J)$ не имеет отношения к плотности состояний, а наличие максимума связано с перераспределением тока по сечению плёнки, которое сопровождается постепенным уменьшением доли сверхтока (ширина плёнки составляет 50 мкм, что существенно больше лондоновской глубины проникновения).

По мере возрастания поля ширина интервала сверхпроводящих токов уменьшается (кривые при $B = 1,5$ и 2,5 Тл), а в окрестности критического поля B_c минимум $\partial V/\partial J(J)$ вблизи $J = 0$ превращается в максимум. Такая же трансформация кривых $\partial V/\partial J$ в окрестности нулевого тока в полях порядка B_c наблюдалась и в других материалах в окрестности переходов сверхпроводник–изолятор: в InO [153] и Ta [154] (рис. 42б).

Правая половина, $J > 0$, графиков $\partial V/\partial J(J)$ на рис. 42б сильно напоминает веер кривых $R(T)$ при изменении магнитного поля как управляющего параметра (ср., например, с рис. 25). В работе [153] обе серии кривых были получены на одном образце InO. Сравнение показало, что если сделать преобразование $T \propto J^{0,4}$, то кривые неплохо накладываются друг на друга. Это позволило объяснить эволюцию вольт-амперных характеристик подобных тем, которые представлены на рис. 42б, перегревом электронной системы относительно температуры окружающей среды, построив одну серию кривых с помощью вычислений, основанных на другой серии.

Электронная температура T_e определяется балансом между джоулевым теплом $VJ = J^2R(T_e)$, выделяемым в образце, и потоком энергии Q от электронов к фононам:

$$Q = \alpha(T_e^5 - T^5) = J^2R(T_e), \quad (111)$$

где α – коэффициент пропорциональности, температура фононов предполагается равной температуре окружающей среды T , а сопротивление – зависящим только от T_e . Используя экспериментально измеренные функции $R(T_e)$ и уравнение (111), задающее в неявном виде $T_e(J)$, можно рассчитать вольт-амперные характеристики $\partial V/\partial J$ как функции аргумента $\alpha^{-1/2}J$, содержащего α в качестве подгоночного параметра, и сравнить их с экспериментальными кривыми.

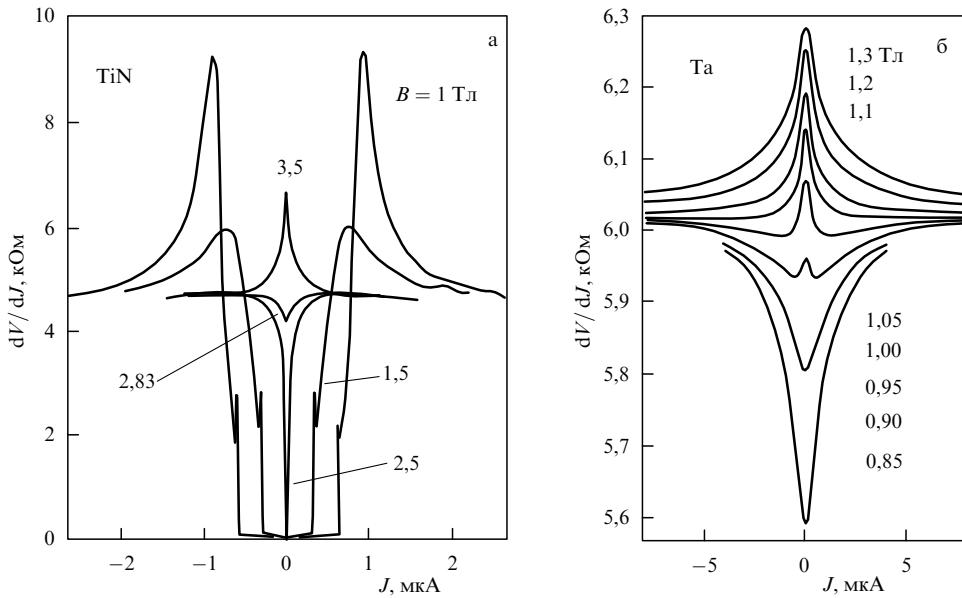


Рис. 42. Дифференциальное сопротивление $\partial V / \partial J$ плёнок вблизи перехода сверхпроводник–изолатор в разных магнитных полях в зависимости от постоянного тока через плёнку. Температура измерений меньше 0,1 К. (а) Плёнки TiN толщиной 5 нм и температурой сверхпроводящего перехода $T_c \approx 1$ К [152], на кривых при $B = 1$ Тл и $B = 1,5$ Тл видны следы гистерезисных явлений, (б) плёнки Ta толщиной 5 нм с $T_c \approx 0,67$ К [154].

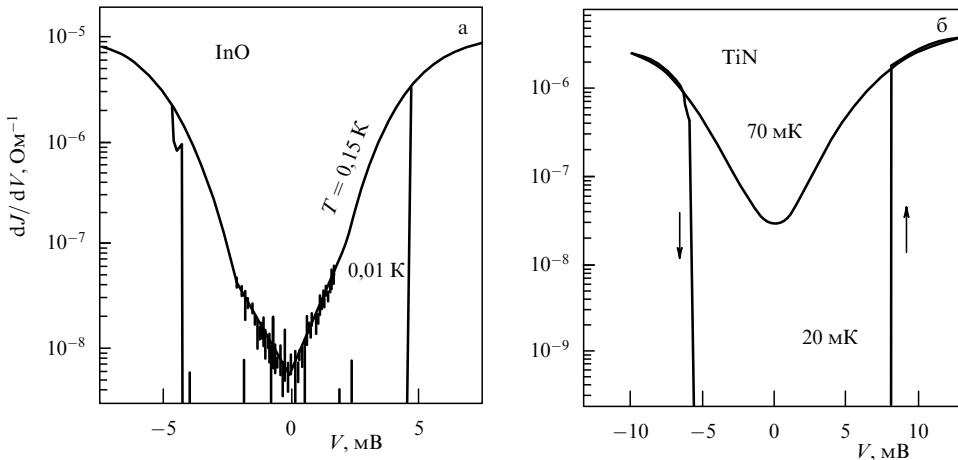


Рис. 43. (а) Дифференциальная проводимость dJ/dV плёнки InO в магнитном поле 2 Тл при двух значениях температуры (указаны окольо кривых) [155]. (б) Дифференциальная проводимость dJ/dV плёнки TiN в магнитном поле 0,9 Тл [116]. Разница напряжений, при которых происходят прыжки вверх и вниз, свидетельствует о наличии гистерезиса.

Интерес к вольт-амперным характеристикам вблизи перехода сверхпроводник–изолатор стимулировался, в частности, тем, что скейлинговые соотношения для проводимости или сопротивления вблизи перехода могут быть обобщены включением в них зависимостей от электрического поля E [71]. Для двумерных сверхпроводников обобщённое выражение для сопротивления выглядит следующим образом [71, 141]:

$$R(B, T, E) = R_c F\left(\frac{\delta x}{T^{1/z_v}}, \frac{\delta x}{E^{1/(z+1)v}}\right). \quad (112)$$

(Рассмотренные ранее выражения (77) и (102) получаются из выражения (112), если поле E считать малым и фиксированным.) Представлялось очень заманчивым с помощью двух независимых скейлинговых процедур определить две разные комбинации критических индексов: z_v и $(z + 1)v$. Однако эксперименты [153] показали,

что возрастание поля E сразу же приводит к отрыву электронной температуры T_e от температуры окружающей среды T . Поскольку в выражении (112) в качестве температуры следует использовать именно T_e , исследовать зависимость функции (112) от второго аргумента при постоянном первом оказывается проблематичным.

По-видимому, именно перегрев электронной системы и отрыв её температуры от температуры окружающей среды объясняют и наблюдавшиеся сначала в InO [155], а затем и в TiN [116] гистерезисные явления глубоко в области изолятора при очень низкой температуре.

Образец InO, кривые $dJ/dV(V)$ для которого представлены на рис. 43а, в нулевом магнитном поле являлся сверхпроводящим, но величина его критического поля составляла всего 0,4 Тл. Это означает, что образец очень близок к переходу сверхпроводник–изолатор (образец типа 1 по классификации рис. 30а и светлый квадрат на

рис. 30б). Приведённые вольт-амперные характеристики были записаны в поле 2 Тл, т.е. глубоко в области изолятора. Поэтому регулируемой переменной является напряжение на образце V , а не ток J . Кривые $dJ/dV(V)$ сильно различаются: на низкотемпературной характеристике при напряжении $V \approx 5$ мВ имеется скачок между верхней ветвью и нижней ветвью, которую вообще не удаётся зафиксировать: сигнал уменьшается более чем на три порядка. При температуре $T = 150$ мК, которую приходится считать "высокой", скачка уже нет, хотя остаются нестабильность и телеграфный шум при малых V .

Аналогичные кривые получены на TiN (рис. 43б), на образце, который тоже находился очень близко к точке квантового перехода, но со стороны изолятора. Его сопротивление в нулевом поле изменялось по активационному закону (99) с энергией активации $T_0^1 = 0,25$ К. При температуре 20 мК также происходят скачки между двумя ветвями, причём нижняя ветвь характеристики тоже находится ниже уровня шумов. На рисунке 43б хорошо виден гистерезис, т.е. различие напряжений, при которых происходят прыжки вверх и вниз. Положение скачков зависит от магнитного поля, в котором находится образец.

Излагаемая здесь интерпретация [156] появилась не сразу. Первоначально предполагалось, что скачки свидетельствуют о переходе системы локализованных носителей в сильнокоррелированное состояние. Однако в работе [156] было показано, что при экспоненциальной зависимости (99) сопротивления от температуры отрыв электронной температуры T_e от фононной T_{ph} приводит к S-образной вольт-амперной характеристике $J(V)$ и бистабильности. Конкретные предсказания работы [156] подтверждены при измерениях на InO [157].

5. Родственные системы

5.1. Регулярные решётки джозефсоновских контактов
Формально даже одиночный джозефсоновский контакт представляет собой устройство, в котором можно осуществить переход сверхпроводник–диэлектрик. Действительно, обратимся к кривой S на рис. 41, которая изображает в схематическом виде вольт-амперную характеристику джозефсоновского контакта. При пропускании через контакт постоянного джозефсоновского тока $J < J_c$ разность потенциалов между берегами равна нулю, так что в контакте реализуется сверхпроводящее состояние. Однако джозефсоновский ток можно тем или иным способом подавить, сохранив сверхпроводимость берегов. Тогда вольт-амперная характеристика контакта будет следовать кривой I на том же рис. 41 со скачком тока при напряжении $V = 2\Delta/e$, и это можно считать реализацией диэлектрического состояния.

Подавить джозефсоновский ток можно, например, изменяя связь перехода с диссипативным окружением [21, 158] или само это окружение. Для этого в распоряжении экспериментатора имеется целый ряд параметров, а именно, джозефсоновская энергия E_J и кулоновская энергия E_C самого контакта,

$$E_J = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\hbar/e^2}{R_n} \right) \Delta, \quad E_C = \frac{e^2}{2C} \quad (113)$$

(R_n и C — нормальное сопротивление и ёмкость туннельного контакта соответственно), а также шунтирующее сопротивление R_{sh} , с помощью которого можно смоделировать внешний источник диссипации. Варьируя эти параметры, можно из "сверхпроводящего" контакта сделать "непроводящий" контакт и даже построить фазовую диаграмму для состояний одиночного контакта [159].

Развитие экспериментальной техники позволило создавать одно- и двумерные периодические сетки из одинаковых джозефсоновских контактов. На этой основе возникла отдельная ветвь физики сверхпроводимости с богатым многообразием физических явлений (см., например, обзор [160]). Мы кратко остановимся здесь лишь на идеях и результатах, имеющих непосредственное отношение к теме данного обзора и касающихся только таких систем, свойства которых допускают сравнение со свойствами сплошных плёнок.

Начнём с двумерных систем. Представим себе квадратную сетку с числом ячеек порядка 200×50 , в узлах которой находятся островки из плёнки алюминия, соединяющиеся между собой через джозефсоновские туннельные контакты Al–AlO_x–Al, расположенные в серединах рёбер ячейки сетки. Типичные размеры, взятые из работы [161], таковы: площадь элементарной ячейки $s_{cell} \approx 4$ мкм², площадь островка $s_{isl} \approx 1$ мкм², площадь туннельного контакта $s_{tun} \approx 0,01$ мкм², а его кулоновская энергия E_C порядка 1 К. Сетки другой исследовательской группы имели в несколько раз меньшую площадь ячейки s_{cell} при тех же примерно значениях s_{tun} и E_C [162].

Специальные эксперименты показали, что можно добиться того, чтобы разброс параметров не превышал 5 %. Такая сетка, по существу, похожа на гранулированную сверхпроводящую плёнку, в которой все гранулы являются строго одинаковыми, имеют одинаковые температуру сверхпроводящего перехода T_c , сверхпроводящую щель Δ , число соседей и т.д.

На рисунке 44а представлены температурные зависимости нормированного сопротивления шести таких сеток одинакового размера, отличающихся отношением энергий $x = E_C/E_J$. Переход сверхпроводник–изолятор, демонстрируемый этим набором кривых, очень похож на те, которые происходят в сплошных плёнках. Вообще говоря, это довольно естественно, если учесть, что обсуждавшаяся в разделе 2.2 модель гранулированного сверхпроводника [45] вполне применима и к джозефсоновским сеткам. Сетки, с точки зрения этой теории, являются одновременно и более простым, и более сложным объектом, чем сплошная гранулированная плёнка. Простота заключается в том, что параметры всех ячеек-гранул являются одинаковыми и могут быть измерены независимо; все отличные от нуля константы B_{ij} и J_{ij} , входящие в гамильтониан (19), также одинаковы и определяются соответственно ёмкостью C и нормальным сопротивлением R_n контакта. Дополнительная сложность состоит в том, что сетка — многосвязный объект, а её элементарная ячейка определяется не только параметрами (113) самого контакта; энергии E_C и E_J , с одной стороны, и площади ячейки s_{cell} и островка s_{isl} , с другой, совершенно независимы. Энергии E_C и E_J могут быть достаточно малыми ($E_C \sim E_J \lesssim \Delta$), но размеры s_{cell} и s_{isl} при этом могут оставаться сравнительно большими. Соответственно теория транспортных явлений в таких

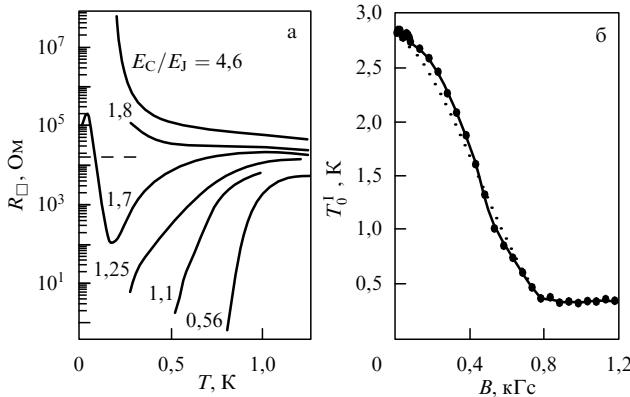


Рис. 44. (а) Температурные зависимости в нулевом магнитном поле сопротивления шести квадратных сеток джозефсоновских контактов размером 190×60 ячеек каждая, различающихся отношением энергий $x = E_C/E_J$ [161]. Горизонтальный штриховым отрезком отмечено значение универсального сопротивления $R_{un} = c_u R_Q = 16,4$ кОм, где R_Q определено формулой (87), а значение $c_u = 8/\pi$ взято из работы [73]. (б) Уменьшение при увеличении магнитного поля энергии активации T_0^I в законе Аррениуса (114) в джозефсоновской сетке, находящейся в диэлектрическом состоянии [162]. Пунктирная кривая соответствует рассчитанной величине $0,25E_C + \Delta(B)$.

сетках [163, 164] не сводится к теории гранулированных сверхпроводников.

В двух сетках, которые ведут себя, судя по их температурным зависимостям сопротивления на рис. 44а, как изолятор, была проанализирована температурная зависимость сопротивления при низких температурах. Оказалось, что она следует активационному закону

$$R_{\square} \propto \exp \frac{T_0^I}{T}, \quad T_0^I = \Delta + 0,25E_C. \quad (114)$$

Соотношение (114) для T_0^I — не случайное численное совпадение. Это соотношение наблюдалось независимо тремя экспериментальными группами [161, 162, 165] на разных квадратных сетках. Оно означает, что даже в сетках-изоляторах алюминиевые островки остаются сверхпроводящими и служат контейнерами куперовских пар. Для того чтобы электрон протуннелировал с одного островка на другой, во-первых, должен произойти разрыв пары, на что требуется энергия Δ в расчёте на один электрон, во-вторых, должны перераспределиться эффективные заряды на всех туннельных ёмкостях (дополнительная энергия $E_C/4$).

При включении магнитного поля коэффициент T_0^I в законе Аррениуса (114) уменьшается до $0,25E_C$: магнитное поле разрушает сверхпроводимость в алюминиевых островках, обращая щель Δ в нуль (рис. 44б). Таким образом, в диэлектрических сетках тоже есть отрицательное магнетосопротивление. В отличие от сплошных плёнок (например, InO (см. рис. 27 и 30)) сетки и в сильном поле ведут себя, как изолятор, потому что нормальные электроны вследствие кулоновской блокады остаются локализованными в островках. Аналогичное поведение наблюдалось в гранулированных сверхпроводниках (см. рис. 5).

Вернёмся к рис. 44а, согласно которому критическое значение управляющего параметра $x_c \approx 1,7$. Кривая $R(T)$ при x вблизи этого значения при низких температурах имеет дополнительные особенности: уменьшение

сопротивления, связанное с развитием сверхпроводящего состояния, сменяется при температурах ниже 200 мК возрастанием на три порядка, а затем при $T < 40$ мК продолжается уменьшение сопротивления. Такое поведение называется дважды возвратным переходом. Дважды возвратные переходы наблюдались и в сплошных плёнках, например в плёнках TiN [113]. Однако полной ясности в этом вопросе нет; считается, что такие переходы обусловлены неоднородной гранулированной структурой. В этом смысле эксперименты на сетках имеют преимущество, поскольку структура сеток лучше контролируется. Однако неясно, в какой мере дважды возвратные переходы воспроизводимы на разных сетках.

Напомним, что возвратное поведение вблизи перехода в гранулированном сверхпроводнике предсказывалось в работе [45] (см. рис. 8 и комментарии к нему в разделе 2.2, а также работы [46–48]).

Различие между сетками и сплошными плёнками особенно существенно в очень малом магнитном поле, перпендикулярном плоскости сетки. Поле сосредоточивается в регулярных периодически повторяющихся отверстиях сетки. Поскольку отверстия обрамляются сверхпроводящими кольцами, магнитный поток через них квантуется, так что через каждое отверстие проходит целое число вихрей, каждый из которых содержит один квант потока $\Phi_0 = 2\pi\hbar/2e$. Поэтому для измерения поля B на сетках используют понятие фрустрации f — среднего числа квантов потока на одну ячейку сетки:

$$f = \frac{B}{W\Phi_0}, \quad (115)$$

где W — число ячеек на 1 см^2 . Характерное значение поля B зависит от размеров ячейки, но, вообще говоря, является очень малым: фрустрация $f = 1$ обычно соответствует полю B в интервале от ≈ 4 Гс [161, 166] до ≈ 40 Гс [162, 167].

Измерения транспортных свойств сеток в магнитном поле [161, 162, 166, 167] показали, что сопротивление $R(f)$ имеет минимумы при тех значениях фрустрации, которые описываются рациональными дробями: $f = f_{nm} = n/m$, где n и m — целые числа, и является периодичным по f в том смысле, что в окрестности значений f и $f+1$ функция $R(f)$ ведёт себя одинаково. На рисунке 45 в качестве примера представлены изотермы $R(f)$ для двух температур, 0,08 и 0,18 К, на квадратной сетке джозефсоновских контактов ($x = 0,9$, т.е. $x < x_c$). Видно, что сетка находится в сверхпроводящем состоянии не только в нулевом поле при $f = 0$, но и при $f_{12} = 0,5$, когда вихри имеются в каждой второй ячейке сетки. Когда решётка вихрей соизмерима с решёткой отверстий, то решётка вихрей жёстко запиннингована, магнитное поле стационарно находится вне сверхпроводящей плёнки и никак не влияет на сверхпроводимость сетки. Небольшое изменение магнитного поля нарушает соизмеримость решёток, вихри становятся подвижными, что и приводит к диссипации при пропускании тока через решётку контактов.

На кривой $R(f)$ (см. рис. 45) видны также минимумы при $f = f_{13} = 1/3$ и $f = f_{23} = 2/3$. Их глубина зависит от качества и числа периодов джозефсоновской решётки и от температуры. При благоприятных обстоятельствах сопротивление в этих точках тоже может достичь нуля.

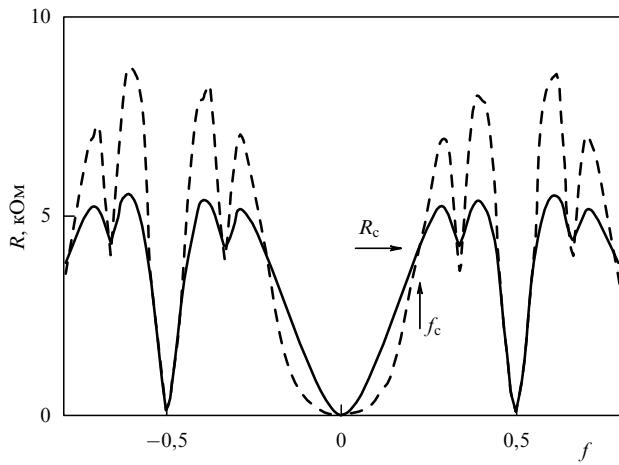


Рис. 45. Сопротивление пленки с нормальным сопротивлением $R_{\square} = 10,5$ к Ω и параметром $x = 0,9$ в зависимости от фruстрации f [166] при температуре 180 мК (сплошная кривая) и 80 мК (штриховая кривая). Стрелками отмечены критические значения сопротивления R_c и фruстрации f_c , определяемые как координаты точки пересечения изотерм.

От тех же факторов зависит и величина локальных максимумов сопротивления: из рис. 45 хорошо видно, как понижение температуры приводит к их возрастанию.

Таким образом, изменение магнитного поля приводит к цепочке фазовых переходов между сверхпроводящими состояниями при $f = f_{nm}$ (конечно, с достаточно малыми n и m) и состояниями изолятора при несоизмеримости решёток вихрей и контактов. Для этого требуются поля в несколько тысяч раз меньшие тех, которые вызывают аналогичные цепочки переходов в условиях квантового эффекта Холла (см., например, обзор [7]).

Нетрудно видеть, что представленная картина сильно провоцирует внедрение идеи о дуализме вихрь–электронная пара: при $f = f_{nm}$ вихри локализованы, а пары обеспечивают сверхпроводимость; в состоянии изолятора пары точно есть и точно локализованы в островках. Осталось предположить только сверхпроводимость вихрей при том, что переход в диэлектрическое состояние заведомо обусловлен их делокализацией. Дуализм, однако, предполагает, что система вихрей допускает представление в виде газа квазичастиц. Следует отметить, что сетка даёт больше оснований для такого представления, чем сплошная пленка. Двигаясь в пленке, вихрь всё время находится в диссирирующей среде, а двигаясь по сетке, он большую часть времени находится вне пленки (см., в частности, работу [168], в которой для сеток специального вида удалось вывести дуальное преобразование точно).

Естественно, что та же технология позволяет изготавливать и одномерные системы джозефсоновских контактов. Переходы в таких системах изучались в работе [169]. Образец, изображённый на рис. 46а, имеет вид ленты, состоящей из алюминиевых островков, каждый из которых соединяется со своими соседями слева и справа через два параллельных туннельных контакта Al/Al₂O₃/Al. Эти два контакта осуществляют джозефсоновскую связь между соседними элементами одномерной системы. Эффективная кулоновская энергия связи $E_C = e^2/2C$ определяется суммарной ёмкостью двух парал-

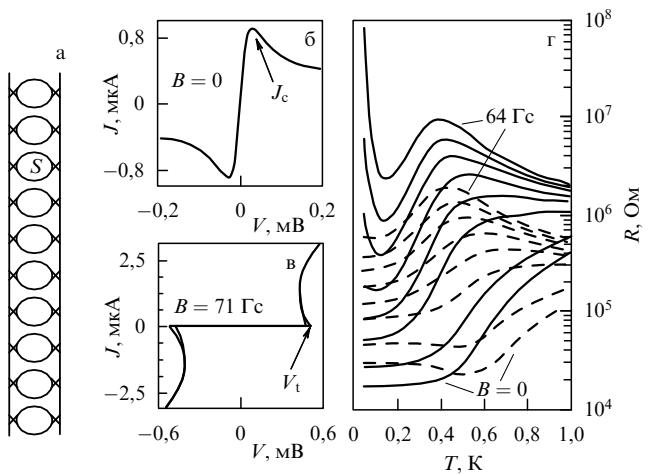


Рис. 46. (а) Схематическое изображение одномерной цепочки спаренных джозефсоновских контактов, в каждой ячейке которой имеется отверстие площадью S и два джозефсоновских контакта по периметру этого отверстия. (б) Вольт-амперная характеристика цепочки длиной в 255 ячеек в сверхпроводящем состоянии в нулевом магнитном поле, $T = 50$ мК, J_c — критический сверхпроводящий ток [169]. (в) То же в магнитном поле $B = 71$ Гс, т.е. в состоянии изолятора (критическое поле перехода сверхпроводник–изолятор около 62 Гс [169]), V_t — пороговое напряжение. (г) Температурные зависимости сопротивления двух одномерных цепочек спаренных джозефсоновских контактов разной длины: 255 ячеек (сплошные кривые) и 63 ячейки (штриховые кривые), в разных магнитных полях. Значения поля снизу вверх: $B = 0, 27, 47, 53, 57, 60, 62$ и 64 Гс [169].

лельных контактов, а эффективную джозефсоновскую энергию E_J можно изменять с помощью магнитного поля, потому что она зависит от магнитного потока BS , проходящего через отверстие площадью $S = 0,12$ мкм², на периметре которого расположены контакты:

$$E_J = E_{J0} \left| \cos \frac{\pi BS}{\Phi_0} \right|, \quad \Phi_0 = \frac{2\pi\hbar}{2e} = 20,7 \text{ Гс мкм}^2. \quad (116)$$

Теоретическая модель, описывающая эту систему, подробно обсуждается в обзоре [65] как простейший пример квантового фазового перехода.

В работе [169] измерялись три одинаковые цепочки с разной длиной: 225, 127 и 63 ячейки. На рисунке 46б, в приведены вольт-амперные характеристики самой длинной из них. В нулевом магнитном поле сверхпроводящий ток J_c достигает значения примерно 0,8 мкА (рис. 46б). С увеличением поля J_c уменьшается, обращаясь в нуль при величине поля около 62 Гс. Затем вольт-амперная характеристика радикально изменяется, на ней появляется участок $J(V) = 0$, ($|V| < V_t$) (рис. 46в). Пороговое напряжение V_t возрастает с увеличением поля, достигая максимума при $B = 86$ Гс. Это то значение поля, при котором согласно уравнению (116) энергия E_J обращается в нуль.

На рисунке 46г приведены температурные зависимости сопротивления двух цепочек с разной длиной в полях, включающих в себя и поле перехода сверхпроводник–изолятор. Все кривые, относящиеся к короткой цепочке, выполняются при низких температурах:

$$R(T) \approx \text{const} \quad \text{при } T < T_{\text{short}},$$

где T_{short} постепенно уменьшается от 0,3 К при $B = 0$ до 0,15 К при $B = 64$ Гс. Согласно скейлинговой гипотезе

этого следовало ожидать, потому что аргументом произвольной функции в уравнении (63) при $L < L_\phi$ является не ξ/L_ϕ , а ξ/L и ξ при однопараметрическом скейлинге не зависит от температуры. В противоположность этому сопротивление на длинной цепочке при самых низких температурах и в полях $B \gtrsim 60$ Гс возрастает. Это означает, что на длинной цепочке при температурах вплоть до самых низких, при которых проводились измерения, выполнялось неравенство (64), по крайней мере, со стороны изолятора. Последняя оговорка связана с тем, что на сверхпроводящей стороне кривые $R(T)$ на длинной цепочке тоже выходят на константу при $T < T_{\text{long}}$. Однако во всех полях $T_{\text{long}} < T_{\text{short}}$.

5.2. Переход типа сверхпроводник – изолятор в атомной ловушке

Терминология, употребляемая при обсуждении квантовых фазовых переходов, недавно зазвучала в атомной физике в связи с экспериментами по бозе-конденсации газа ультрахолодных атомов. В работе [170] обсуждалась возможность создания для атомов условий, напоминающих те, в которых находятся электроны в твёрдом теле и которые приводят к квантовым фазовым переходам. Вскоре такой эксперимент был реализован [171].

Разрежённый газ атомов ^{87}Rb был подвергнут лазерному охлаждению и помещён в магнитную ловушку, в которой атомы удерживались благодаря наличию у них магнитного момента. Общее количество атомов-бозонов в ловушке $\mathcal{N} \approx 2 \times 10^5$ было гораздо меньшим, чем в 1 мкм³ вещества, но достаточно большим для того, чтобы можно было применять к ним законы статистики. Трёхмерную кристаллическую решётку имитировали с помощью трёх стоячих линейно поляризованных оптических волн с длиной $\lambda \approx 852$ нм, выставленных ортогонально друг другу и имеющих взаимно ортогональную поляризацию. Нейтральные атомы в поле электромагнитной волны приобретают электрический дипольный момент, пропорциональный величине поля. Сила, действующая на атом, определяется произведением дипольного момента на градиент поля. Потенциал для атомов, пропорциональный сумме интенсивностей всех трёх волн, имеет вид потенциала простой кубической решётки:

$$U(x, y, z) = U_0 [\sin^2(kx) + \sin^2(ky) + \sin^2(kz)], \quad (117)$$

где $k = 2\pi/\lambda$, U_0 — глубина потенциальной ямы в одной стоячей волне лазерного поля. Эту глубину можно изменять, меняя интенсивность лазерных волн. Характеризовать её удобно, сопоставляя с кинетической энергией атома $E_k = \hbar^2 k^2 / 2m$, которая задаётся длиной волны лазера λ и массой атома m . В обсуждаемом эксперименте глубину ям можно было изменять от нуля до $22E_k$. Всего внутри ловушки размещалось около 150 000 узлов со средним числом атомов около 2,5 на узел в центре ловушки.

Поскольку потенциал для атомов-бозонов, создаваемый стоячими лазерными волнами, не содержит беспорядка, сконструированная в [171] система соответствует модели бозонов на решётке узлов [55], обсуждавшейся в разделе 2.4. Соответствующая фазовая диаграмма приведена на рис. 9а. Возрастание частоты перескоков J происходит при уменьшении глубины ям периодического потенциала (117). Согласно предсказа-

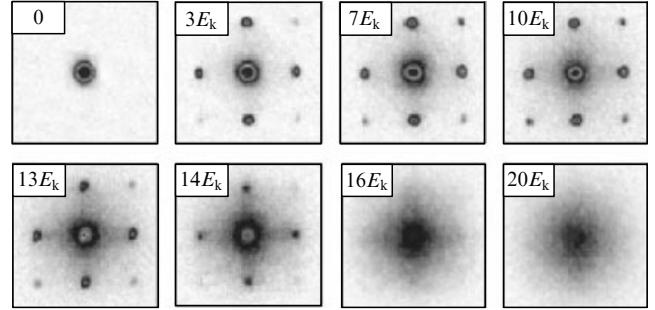


Рис. 47. Дифракция тестирующего лазерного луча в системе ультрахолодных атомов ^{87}Rb в зависимости от амплитуды периодического потенциала, создаваемого стоячими лазерными волнами; амплитуда указана в левом верхнем углу каждого снимка [171].

нию теории [55], при малых J , т.е. при большой амплитуде периодического потенциала U_0 , все бозоны локализованы в ямах и вместе образуют моттовский изолятор, а при уменьшении U_0 до критического значения бозоны делокализуются и уходят в бозе-конденсат.

Для определения степени когерентности атомных волновых функций использовали тестирующий лазер. Для того чтобы исключить влияние структурообразующего периодического потенциала, его резко выключали, так что волновые функции атомов начинали эволюционировать в свободном пространстве. Поскольку температура была очень низкой, а кинетическая энергия атомов — очень малой, эволюция оказалась сравнительно медленной и удавалось зафиксировать интерференционную картину, возникавшую в результате дифракции лазерного луча на системе атомов с той степенью когерентности волновых функций, которая сформировалась на фоне периодического потенциала.

Результаты измерений представлены на восьми интерференционных картинах (рис. 47); в левом верхнем углу каждой указана в единицах E_k амплитуда U_0 периодического потенциала, в котором эта картина сформировалась. В отсутствие периодического потенциала ($U_0 = 0$) интерференционная картина представляет собой результат дифракции лазерного луча на неструктурированном бозе-конденсате. До тех пор пока амплитуда периодического потенциала невелика ($U_0 = (3-10)E_k$), все атомы-бозоны остаются делокализованными, но образованный из них бозе-конденсат имеет пространственную модуляцию плотности. Поскольку все атомы выступают как единый квантовый объект, релаксация системы вследствие выключения внешнего периодического потенциала происходит медленно. Поэтому модуляционная картина имеет вид обычной лаурограммы, причём интенсивность боковых интерференционных максимумов возрастает с повышением амплитуды периодического потенциала. При этом на фазовой диаграмме рис. 9а изображающая точка находится достаточно далеко справа, в области сверхтекучести. По терминологии работы [55] система является сверхтекучей. Однако, когда минимумы периодического потенциала становятся достаточно глубокими ($U_0 \gtrsim 13E_k$), то происходит локализация атомов-бозонов: изображающая точка на фазовой диаграмме рис. 9а приближается к оси ординат. Волновые функции локализованных бозонов некогерентны, и при выключении потенциала система быстро релаксирует. Поэтому интерференцион-

ная структура угасает, уступая место некогерентному фону ($U_0 = (14-20)E_k$).

Пока неясно, какие задачи, помимо демонстрационных, могут решать подобные эксперименты, но надо полагать, что дальнейшее развитие этого направления не заставит себя долго ждать. Во всяком случае, уже появились эксперименты с ультрахолодными атомами, в которых исследуется переход Андерсона под влиянием беспорядка [172, 173].

6. Заключительное обсуждение

В настоящем обзоре мы попытались описать и сравнить между собой различные теоретические подходы к проблеме переходов сверхпроводник–изолятор, выводы и предсказания в рамках разных моделей, а также перечислить и систематизировать экспериментальные факты. В этом разделе мы постараемся подвести некоторые итоги, уточнив постановку задачи и сформулировав, что можно считать твёрдо установленным, а что требует дополнительного изучения. Здесь мы опишем также некоторые сравнительно новые результаты, которые могут сыграть ключевую роль в дальнейших исследованиях.

6.1. Сценарии перехода

Несомненно, что само существование квантового перехода сверхпроводник–изолятор точно установлено, причём управляющим параметром наряду с характеристиками материала (толщиной плёнки, беспорядком, концентрацией носителей) может быть и магнитное поле. Вопрос заключается скорее в том, почему переходы в разных материалах происходят по разным сценариям и что определяет, какой сценарий реализуется.

Во введении мы уже обсуждали разбиение переходов на два основных типа, фермионные и бозонные, в зависимости от того, что происходит в точке перехода: обращается в нуль модуль параметра порядка или достигает критического значения амплитуда флюктуаций его фазы. Наблюдаемые экспериментально в двумерном случае критические значения кондактанса, составляющие порядка 10 кОм, при выборе сценария, по-видимому, помочь не могут. Значения (87), получаемые при расчётах в рамках бозонной модели, исходящей из дуализма 2e-бозоны–вибри [70, 73, 75], имеют тот же порядок. Однако и логарифмическая оценка критического кондактанса при фермионном сценарии, выписанная в [8] на основании результатов [11, 40],

$$y_c = \left(\frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{T_{c0}\tau} \right)^2, \quad (118)$$

даёт близкое значение R_{un} , если сделать естественное предположение, что $\ln(1/T_{c0}\tau) \gtrsim 5$.

Основными экспериментальными свидетельствами в пользу бозонной модели являются отрицательное магнетосопротивление в сильных полях и наличие псевдощели. Хотя отрицательное магнетосопротивление предсказывается [59] и в рамках схемы БКШ при учёте сверхпроводящих флюктуаций в магнитном поле при низких температурах $T \approx 0$, гигантская величина пика магнетосопротивления в InO, TiN и ультратонких плёнках Be заставляет отдавать предпочтение объяснениям, исходящим из бозонной модели, и утверждать, что, по

крайней мере, в этих материалах на несверхпроводящей стороне перехода действительно существуют равновесные электронные пары в локализованных состояниях. Наличие псевдощели непосредственно устанавливается, в первую очередь, по туннельным вольт-амперным характеристикам. Следует признать, что таких измерений проделано явно недостаточно не только для того, чтобы проводить на их основе классификацию материалов, но и для уверенной интерпретации самих характеристик.

Для того чтобы говорить о бозонной модели, вероятно, не обязательно должны быть экспериментально установлены одновременно оба факта — наличие отрицательного магнетосопротивления и наличие псевдощели. В этом отношении показательны экспериментальные данные по ультратонким плёнкам Bi. Отрицательного магнетосопротивления в плёнках Bi практически нет. Однако в вольт-амперных характеристиках туннельных контактов к плёнкам Bi имеются особенности: конечная дифференциальная проводимость при нулевом смещении V , свидетельствующая о конечной плотности состояний внутри сверхпроводящей щели, и пересечение при изменении магнитного поля всех вольт-амперных характеристик в одной точке на линии $G_N = 1$, означающее независимость щели от магнитного поля [89]. Эти особенности были продемонстрированы на рис. 20 и 21. В частности, когда управляющим параметром является магнитное поле, модуль параметра порядка в точке перехода, по-видимому, не обращается в нуль.

Гигантское отрицательное магнетосопротивление возникает тогда, когда уменьшение энергии связи пары вследствие парамагнитного эффекта приводит к делокализации и даже к переходу изолятор–металл, как в In–O [108]. Если же уменьшение и выключение парных корреляций не приводит к делокализации, то его влияние на транспорт может быть незначительным. Этот эффект был продемонстрирован теоретически в численных расчётах методом Монте-Карло: при определённых соотношениях параметров спаривание сильно влияет на вероятность локализации [64]. Как видно из рис. 13, в некотором интервале значений параметра W/t , характеризующего беспорядок, локализация Андерсона существует только при наличии притяжения между электронами.

Таким образом, In–O и аморфный Bi представляют, по-видимому, два разных варианта бозонного сценария. Однако этим число вариантов, вероятно, не ограничивается. Можно напомнить, что в In–O максимум пика магнетосопротивления находится на сверхпроводящей стороне перехода в нулевом поле, а в плёнках Be — на стороне изолятора. Мы к этому вернёмся в разделе 6.3.

Характерно, что переходы в большинстве материалов, которые рассматривались в настоящем обзоре, стимулируют обсуждение именно бозонного сценария. Вероятно, объяснение этому можно усмотреть из диаграммы на рис. 2а. Если уменьшение эффективности сверхпроводящего взаимодействия является основной реакцией системы на изменение управляющих параметров, то наиболее вероятно, что система из сверхпроводящего состояния перейдёт в состояние не изолятора, а металла. Поэтому переходы по фермионному сценарию следует, в первую очередь, искать среди материалов, в которых при разрушении сверхпроводимости получается "плохой" металл; соответствующие примеры приведены в разделе 4.4.

С другой стороны, в непосредственной близости от перехода события в обоих сценариях очень похожи: согласно теории БКШ, изначально однородная система становится макроскопически неоднородной (см. разделы 2.1 и 2.6), в грязном пределе появляется отрицательное магнетосопротивление (см. раздел 2.5), а в двумерных сверхпроводниках куперовские пары появляются при температуре, превышающей температуру перехода $T_c \equiv T_{\text{ВКТ}}$ (см. раздел 1.5).

6.2. Роль макроскопических неоднородностей

Первоначально теория переходов в гранулированных сверхпроводниках развивалась отдельно и переходы сверхпроводник–изолятор в гранулированных и однородно разупорядоченных системах рассматривались как разные явления. Однако постепенно стало ясным, что, во-первых, физические свойства систем этих двух типов (их транспортные свойства, магнетосопротивление и т.п.) вблизи переходов очень похожи и, во-вторых, в однородно разупорядоченных системах вблизи перехода спонтанно возникают макроскопические неоднородности, некое подобие гранулированности. Эта "электронно-структурная неустойчивость" может возникнуть по двум причинам: вследствие сильного беспорядка [62, 63] или электрон-электронного взаимодействия [44]. Как и в системах нормальных электронов, эти два принципиально разных фактора приводят к аналогичным последствиям.

С развитием техники низкотемпературной тунNELьной спектроскопии появилась возможность исследовать наводимые макроскопические неоднородности экспериментально. В работе [174] можно было одновременно и независимо измерять сопротивление и снимать вольт-амперную характеристику в плёнке TiN толщиной 5 нм с помощью подведённой к плёнке Pt/Ir-иглы сканирующего тунNELьного микроскопа, смонтированного в рефрижераторе растворения. Вследствие сильного беспорядка плёнка находилась в состоянии, близком к переходу сверхпроводник–изолятор: сверхпроводящий переход в ней происходил в температурном интервале 2–1,3 К, тогда как температура сверхпроводящего перехода в массивном материале $T_c^{\text{bulk}} = 4,7$ К [113].

Измеренная при температуре 50 мК дифференциальная проводимость тунNELьного контакта имеет вид обычной кривой со сверхпроводящей щелью, внутри которой плотность состояний уменьшается до нуля. Однако эти измерения демонстрируют две особенности. Во-первых, средняя величина щели $\tilde{\Lambda}$ составляла около 265 мкэВ, в отличие от величины щели $\Lambda^{\text{bulk}} = 730$ мкэВ. Вторая особенность видна из рис. 48, на котором показан результат сканирования поверхности плёнки. Сверхпроводящее состояние оказалось пространственно неоднородным (см. также более раннюю работу [175]).

Пока дело до количественного сравнения с теорией ещё не дошло, хотя в работе [174] материал для такого сравнения, по существу, уже есть: согласно этой работе, чем сильнее беспорядок, т.е. чем ближе образец к квантовому переходу, тем больше в нём отношение $\tilde{\Lambda}/T_c$. Этот результат, подтверждающий теорию [44, 63], очень важен даже в качественном виде.

Заметим, что вблизи перехода металл–изолятор электронная система ведёт себя по-другому: электронные волновые функции становятся фрактальными [176].

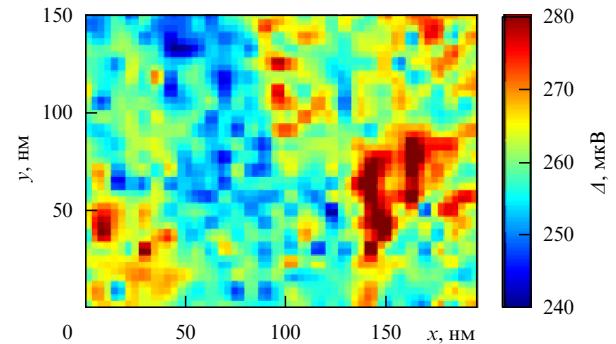


Рис. 48. Пространственные флуктуации сверхпроводящей щели Δ в плёнке TiN [174] (см. цветную версию рисунка на сайте <http://www.ufn.ru>).

6.3. Локализованные пары

Хотя существование локализованных сверхпроводящих пар уже можно считать признанным фактом, условия, способствующие их появлению, их внутренняя структура и волновая функция почти не обсуждались.

По-видимому, образованию локализованных пар способствуют или, наоборот, препятствуют статистические свойства случайного потенциала. Поясним, что имеется в виду на примере аморфного In–O, в котором наблюдается самый сильный сдвиг состояния в глубь области изолятора под влиянием магнитного поля с последующим самым сильным отрицательным магнетосопротивлением (см. рис. 28). Структурным элементом этого материала является молекула In_2O_3 , внутри которой все валентные электроны участвуют в ковалентных связях и поэтому являются сильно связанными. Химический состав реального аморфного вещества описывается формулой $\text{In}_2\text{O}_{3-y}$. Доля $y/2$ структурных единиц имеет вакансии кислорода, и два валентных электрона в *непосредственной окрестности* каждой вакансии оказываются слабо связанными с ионным остовом и легко делокализуются, оставляя *партию скоррелированные* ямы в случайном потенциале. Вероятно, в случае двух других материалов с гигантским отрицательным магнетосопротивлением (TiN и аморфный Be) тоже существует аналогичное "квазихимическое" влияние на структуру случайного потенциала.

Во многих теоретических моделях возможность сверхпроводящего взаимодействия между локализованными носителями просто постулируется. Например, в гамильтониане (51) притяжение между электронами на отдельном узле решётки было введено без обсуждения вопроса, откуда оно берётся. Задавшись этим вопросом, полезно взглянуть на проблему куперовского спаривания за счёт обмена фононами с другой стороны, рассмотрев переход из изолятора в нормальный металл, исходя из волновых функций электронов в сильно неупорядоченной среде [177].

Для реализации когерентного электронного состояния необходимо выполнение условия (3), которое определяет минимальный размер сверхпроводящей частицы (4). В объёме с меньшими характерными размерами сверхпроводимость уже отсутствует, но до тех пор, пока расстояние между электронными уровнями остаётся меньшим энергии коротковолнового фонона $\hbar\omega_D$,

$$\delta\varepsilon \ll \hbar\omega_D, \quad (119)$$

сверхпроводящее взаимодействие проявляется в виде эффекта чётности (см. формулы (5)–(7)). Это означает, что при включении сверхпроводящего взаимодействия фононный механизм притяжения может уменьшить энергию пары электронов, локализованных на одном узле, только в том случае, если выполняется условие (119).

Для локализованного электрона неравенство (119) может оказаться слишком жёстким: воспользовавшись для оценки формулой (3) и выразив $\delta\epsilon$ через боровский радиус локализованного состояния a_B , получим трудно выполнимое неравенство

$$(g_0 a_B^3)^{-1} \ll \hbar \omega_D . \quad (120)$$

Однако в работе [177] обращается внимание на то, что ограничение (119) может быть смягчено близостью к переходу металл–изолятор. Действительно, при приближении к переходу металл–изолятор со стороны изолятора длина локализации L_{loc} возрастает от a_B до бесконечности. Поэтому, вернувшись к фазовым диаграммам на рис. 2, можно сказать на языке этих диаграмм, что слева от точки x_{I-M} существует интервал значений управляющего параметра

$$x_L < x < x_{I-M} , \quad (121)$$

в котором волновые функции нормальных электронов локализованы, но тем не менее подвержены воздействию сверхпроводящего взаимодействия; левый конец этого интервала x_L определяется равенством $\delta\epsilon = \hbar \omega_D$.

Фрактальный характер волновых функций локализованных электронов вблизи перехода металл–изолятор может увеличить этот интервал. Фрактальная размерность волновых функций $D_f < 3$; согласно численным расчётом [178] вблизи стандартного 3D-перехода Андерсона $D_f = 1,30 \pm 0,05$. Фрактальность волновой функции увеличивает её характерный размер L_{loc} , сохраняя объём, в котором квадрат модуля волновой функции отличен от нуля.

Взаимное расположение переходов сверхпроводник–изолятор и металл–изолятор при изменении управляющего параметра оказывается, таким образом, ещё одним существенным фактором, помимо "квазихимического", для образования локализованных пар. Это расположение, как мы знаем, может быть различным. Две из возможных фазовых диаграмм на плоскости (x, B) при $T = 0$ представлены на рис. 49. Эти диаграммы различаются взаимным расположением линии сверхпроводящих переходов и линии переходов Андерсона, которые разделяют области металла (M), изолятора (I) и сверхпроводимости (S). Тёмным цветом выделена область, в которой спаривание возможно, но в которой на него в то же время оказывает влияние фрактальность волновых функций.

Похоже, что обе фазовые диаграммы реализуются на практике: представленная на рис. 49a реализуется в InO и TiN (нетрудно убедиться, что именно она изображена на рис. 30), а представленная на рис. 49b — в пленках Ве.

Формально развитые здесь представления о локализованных парах и отрицательном магнетосопротивлении, связанном с их разрушением, применимы к тёмной части области I, обозначенной на рис. 49 как I_2 . Однако пик магнетосопротивления существует и в затемнённой

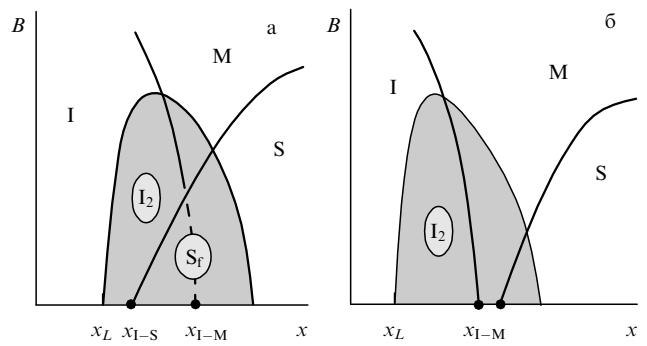


Рис. 49. Два варианта фазовой диаграммы изолятор (I)–металл (M)–сверхпроводник (S) на плоскости (x, B) при $T = 0$. Тёмным цветом выделены области, в которых сверхпроводящее взаимодействие происходит между электронами с фрактальными волновыми функциями. По-видимому, диаграмма (а) реализуется в пленках InO и TiN, а диаграмма (б) — в пленках Ве.

части металлической области (см., например, экспериментальные данные по магнетосопротивлению InO на рис. 29). Вероятно, спаривание в этой области происходит по усиленному варианту сверхпроводящих флюктуаций, описанных в работе [59]. Наконец, существует ещё чрезвычайно интересная область S_f . В работе [177] она называется областью фрактальной сверхпроводимости. Её изучение только начинается.

С точки зрения экспериментального исследования волновой функции локализованных пар большой интерес представляют эксперименты, описанные в работе [179]. Их объектом являлись ультратонкие пленки Ви на корундовой подложке с отверстиями радиусом $r_{hole} = 23$ нм, образующими периодическую решётку с периодом 95 нм (рис. 50а). Пленка, нанесённая на такую подложку, также имела периодическую решётку отверстий. Процесс нанесения пленки и пошагового тестирования подробно описан в разделе 4.1. Для сопряжения пленки с подложкой использовали слой аморфного Ge, поверх которого дополнительно напыляли 1 нм Sb. Для

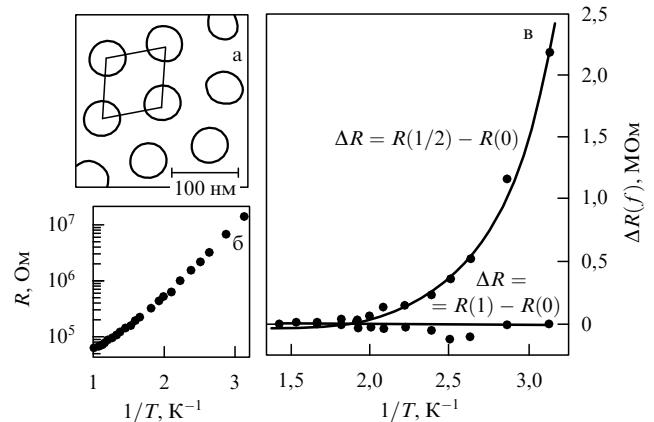


Рис. 50. Поведение перфорированной пленки Ви на несверхпроводящей стороне квантового перехода: (а) периодическая решётка отверстий на подложке для пленки Ви и её элементарная ячейка, показанная ромбом; (б) температурная зависимость сопротивления пленки, показывающая, что пленка находится в состоянии изолятора; (в) температурные зависимости добавки к сопротивлению ΔR пленки с решёткой отверстий при наличии поля ($f = 1/2$ и $f = 1$) по сравнению с сопротивлением в отсутствие поля [179].

контроля рядом помещалась подложка без отверстий, на которую напыление производилось параллельно и которая также тестировалась после каждого утолщения пленки Ви.

Наборы кривых $R(T)$ для пленок на обеих подложках очень похожи как друг на друга, так и на те, которые многократно демонстрировались выше (см., например, рис. 18). На самых тонких пленках, как сплошных, так и с отверстиями, сопротивление при низких температурах изменяется по закону Аррениуса (99). Было выбрано одно из таких состояний на подложке с решеткой отверстий, не очень далёкое от перехода. Это состояние является диэлектрическим в том смысле, что сопротивление пленки экспоненциально возрастает с понижением температуры (рис. 50б). Однако в слабых магнитных полях в этой пленке появляются магнетоосцилляции, определяемые фрустрацией (115): сопротивление осциллирует с периодом $\Delta f = 1$ (понятие фрустрации подробно обсуждалось в разделе 5.1). Наиболее вероятное объяснение зависимости сопротивления от фрустрации состоит в том, что поле в пленке структурировано и вытолкнуто в отверстия. Согласно классической электродинамике это означает, что вокруг отверстий текут незатухающие токи, а из периодичности осцилляций и условий квантования (10), (115) следует, что токи формируются электронными парами с зарядом $2e$. Получается, что на масштабах r_{hole} имеются сверхпроводящие токи, а на масштабе образца нет ни сверхпроводящих токов, ни проводимости вообще.

По аналогии с боровским радиусом локализованного электрона a_B , обозначим длину затухания волновой функции изолированной локализованной электронной пары через a_{2B} . Вследствие перекрытия волновых функций пар затухание происходит на масштабе

$$L_{\text{loc}} \geq a_{2B}, \quad (122)$$

задаваемом соотношением (54) и определяемом отклонением управляющего параметра от критического значения (аналогично прыжковая проводимость вблизи перехода металл–изолятор определяется не a_B , а корреляционной длиной L_{loc}). Эксперимент [179] позволяет оценить ограничение снизу на длину затухания волновых функций локализованных пар в конкретной пленке при конкретных значениях управляющих параметров, которые приведены на рис. 50:

$$r_{\text{hole}} < L_{\text{loc}} < \infty. \quad (123)$$

Теоретического объяснения такого "локального эффекта Мейснера" в макроскопическом изоляторе пока не существует. В частности, не ясно, как соотносится с неравенством (123) глубина проникновения.

Неравенство (122) позволяет качественно понять природу положительного магнетосопротивления на левом склоне пика магнетосопротивления в In–O в интервале полей

$$B_c > B > B_{\max}. \quad (124)$$

Этот участок кривых магнетосопротивления $R(B)$ (см. рис. 26 и 28) мы ещё не обсуждали.

Предполагается, что проводимость в интервале значений поля (124) определяется диффузией и прыжками

локализованных пар. Поэтому уменьшение L_{loc} при возрастании поля в этом интервале сопровождается уменьшением вероятности прыжков и увеличением сопротивления. При этом, однако, есть и противоположный эффект воздействия поля на L_{loc} : возрастание поля приводит к уменьшению энергии связи и возрастанию a_{2B} , а поэтому и к увеличению L_{loc} . Вероятно, наличие двух противоположных эффектов приводит к расширению интервала (124); его правый край определяется величиной поля, при котором $L_{\text{loc}} \approx a_{2B}$, так что первый фактор нивелируется.

6.4. Псевдощель

Разговор о псевдощели в окрестности перехода сверхпроводник–изолятор возник в разделе 4.3 в связи с локализацией пар. Поскольку этот термин не является общепринятым, сформулируем определение, которого мы здесь будем придерживаться. Псевдощелью будем называть вызванный сверхпроводящим взаимодействием минимум в плотности одночастичных состояний $g(\varepsilon)$ на ферми-уровне в системе, которая не находится в когерентном бездиссипативном состоянии. Под это определение подпадают, во-первых, давно и хорошо известный минимум $g(\varepsilon)$ во флуктуационном режиме обычных сверхпроводников при $T > T_c$ [59], а во-вторых, целая область состояний двумерного сверхпроводника. В идеальном двумерном сверхпроводнике в нулевом магнитном поле — это интервал температур (11), в котором с куперовскими парами существуют вихри, вызывающие диссипацию. Конечный интервал температур существует и при наличии беспорядка, и в магнитном поле. Эту область можно себе представить с помощью рис. 15: она находится между двумя поверхностями, из которых верхняя натянута на штриховые кривые, проходящие через точку T_{c0} , а нижняя — на сплошные кривые, проходящие через точку T_c .

Формально этим охватываются все случаи существования *нелокализованных* электронных пар в диссипативной среде при подавленной макроскопической когерентности. Принципиально новой возможностью существования псевдощели является влияние на функцию $g(\varepsilon)$ локализованных пар или, выражаясь более осторожно, эффекта спаривания на фрактальных электронных функциях.

До недавнего времени экспериментальных измерений $g(\varepsilon)$ и псевдощели в ней в окрестности переходов сверхпроводник–изолятор не было. Однако недавно такие исследования появились благодаря использованию низкотемпературной сканирующей тунNELной микроскопии. Её замечательные возможности и в то же время её проблемы хорошо видны на примере работы [180], в которой были исследованы пленки TiN.

Измерения были проведены на двух пленках TiN толщиной 5 нм. Параллельно с вольт-амперной характеристикой при каждой температуре измерялось сопротивление. Это позволяло сопоставить эволюцию плотности состояний $g(\varepsilon)$ с резистивной кривой перехода (рис. 51).

Результаты сопоставления выглядят следующим образом. При самых низких температурах кривая плотности состояний выглядит, как обычно в сверхпроводниках: провал до нуля в области $\varepsilon_F \pm \Delta$ и два когерентных пика по бокам. При появлении диссипации (в окрестности перехода БКТ (см. для сравнения рис. 6)) когерентные

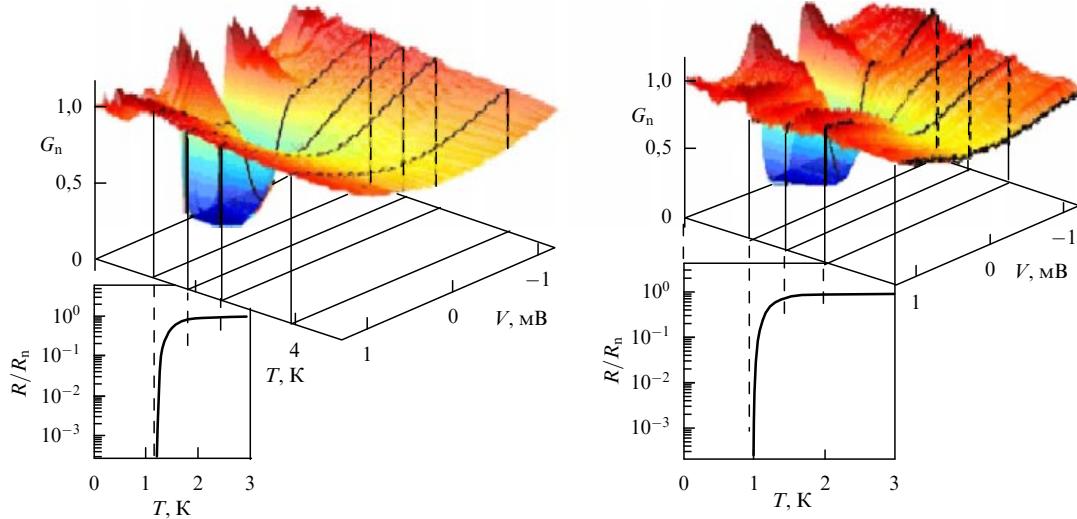


Рис. 51. Плотность состояний вблизи ферми-уровня в зависимости от температуры на двух разных пленках TiN (G_n — нормализованная дифференциальная проводимость). Чёрными кривыми выделены графики $G_n(T)$ при четырёх температурах, соотносящихся как 1 : 1,5 : 2 : 3. Для сравнения для обеих пленок приведены в соответствующих масштабах резистивные кривые сверхпроводящих переходов [180].

ники исчезают, а минимум в окрестности ε_F становится менее глубоким. В этой области куперовские пары движутся в газе вихрей и антивихрей, вызывающих флуктуации фазы параметра порядка. Энергия связи пар существует, а когерентность отсутствует.

Затем минимум функции $g(\varepsilon)$ расплывается, но сохраняется и при сравнительно высоких температурах. Проблема состоит в том, что здесь трудно различить, свидетельствует ли этот минимум о наличии локализованных пар или он вызван сверхпроводящим взаимодействием в куперовском канале, т.е. обычными сверхпроводящими флуктуациями или даже обусловленной межэлектронным взаимодействием в диффузионном канале поправкой к $g(\varepsilon)$ Аронова – Альтшулером [33], вообще не имеющей отношения к сверхпроводимости. Как известно, эта поправка увеличивается при возрастании беспорядка, превращаясь в кулоновскую щель на переходе нормальный металл – изолятор (в связи с этим см. рис. 31 и сопровождающее его обсуждение о месте расположения виртуального перехода металл – изолятор в TiN).

Таким образом, благодаря тому, что вблизи квантового перехода сверхпроводник – изолятор вследствие возрастания беспорядка сверхпроводящие переходы расширяются, туннельная спектроскопия позволила уверенно наблюдать "обычную" псевдощель в нулевом магнитном поле. Надо полагать, что когда удастся совместить туннельную спектроскопию с сильным магнитным полем, то будет обнаружен и выделен и эффект от локализованных пар.

6.5. Скейлинг

Основной массив экспериментальных данных сравнивался с результатами скейлинговых моделей для двумерных систем. Степень согласия мы подробно обсуждали в разделах 4.1 и 4.2 (последовательные этапы сравнения приведены в конце раздела 3.2). Подвести итог можно следующим образом.

Универсального для всех систем сопротивления R_{up} не существует. Впрочем, теория, по-видимому, не очень на нём теперь настаивает [75]. Вопрос, скорее, можно

поставить так: существует ли особое сопротивление R_c , связанное именно с квантовым фазовым переходом, или это то же сопротивление R_N , которое характеризует пограничное состояние (сепаратрису) при высокой температуре? Определённый ответ на этот вопрос дают эксперименты на Be, в котором R_c существует и $R_c \neq R_N$, а переход от одного предела к другому на температурной зависимости сопротивления пограничного состояния имеет вид ступеньки (см. рис. 22). С другой стороны, в Bi сепаратриса везде имеет малую производную $\partial R / \partial T$, так что $R_c \approx R_N$ (см. рис. 18). Можно считать это случайным совпадением, а наклонные сепаратрисы на пленках Al (см. рис. 19б) или пленках In–O (см. рис. 25) рассматривать как плавный переход от R_N к R_c . Поскольку наклонная сепаратриса не позволяет продолжать процедуру скейлинга с использованием скейлинговой переменной, то вопрос о R_c приобретает особое значение: если сопротивление R_c не является универсальной величиной, то важно понять, как оно зависит от свойств соответствующего квантового пограничного состояния и можно ли на величину R_c направленно воздействовать.

Формально наклонная сепаратриса означает, что следует использовать двупараметрический скейлинг. Это особенно необходимо, если сепаратриса демонстрирует тенденцию к увеличению крутизны и уходу на бесконечность при понижении температуры, как в случае TiN (см. рис. 32) или высокотемпературных сверхпроводников (см. рис. 33, 35). Однако схемы двупараметрического скейлинга к переходам сверхпроводник – изолятор пока, насколько нам известно, не применялись.

Благодарности

Авторы благодарны С.М. Апенко, И.С. Бурмистрову, А. Гольду, В.В. Лебедеву, Ц. Овадиаху, Н. Триведи, М.В. Фейгельману, А.М. Финкельштейну, А. Фридману, Д.В. Шовкуну за многочисленные дискуссии. Работа выполнена при поддержке грантами РФФИ, Министерства науки РФ и фонда А. фон Гумбольдта.

Список литературы

1. Koonce C S et al. *Phys. Rev.* **163** 380 (1967)
2. Waldrum J R *Superconductivity of Metals and Cuprates* (Bristol: Institute of Physics Publ., 1996)
3. Schafroth M R *Phys. Rev.* **100** 463 (1955)
4. Loktev V M, Quick R M, Sharapov S G *Phys. Rep.* **349** 1 (2001)
5. Eagles D M *Phys. Rev.* **186** 456 (1969)
6. Bishop D J, Spencer E G, Dynes R C *Solid State Electron.* **28** 73 (1985)
7. Гантмахер В Ф, Долгополов В Т *УФН* **178** 3 (2008) [Gantmakher V F, Dolgopolov V T *Phys. Usp.* **51** 3 (2008)]
8. Larkin A *Ann. Physik* **8** 785 (1999)
9. Anderson P W *J. Phys. Chem. Solids* **11** 26 (1959)
10. Финкельштейн А М *ЖЭТФ* **86** 367 (1984) [Finkel'shtein A M *Sov. Phys. JETP* **59** 212 (1984)]
11. Finkel'stein A M *Physica B* **197** 636 (1994)
12. Frydman A *Physica C* **391** 189 (2003)
13. Frydman A, Naaman O, Dynes R C *Phys. Rev. B* **66** 052509 (2002)
14. Tuominen M T et al. *Phys. Rev. Lett.* **69** 1997 (1992)
15. Lafarge P et al. *Phys. Rev. Lett.* **70** 994 (1993)
16. Matveev K A, Larkin A I *Phys. Rev. Lett.* **78** 3749 (1997)
17. Emery V J, Kivelson S A *Phys. Rev. Lett.* **74** 3253 (1995)
18. Emery V J, Kivelson S A *Nature* **374** 434 (1995)
19. Dynes R C, Gorno J P, Rowell J M *Phys. Rev. Lett.* **40** 479 (1978)
20. Adkins C J, Thomas J M D, Young M W *J. Phys. C* **13** 3427 (1980)
21. Schmid A *Phys. Rev. Lett.* **51** 1506 (1983)
22. Kim J-J, Kim J, Lee H J *Phys. Rev. B* **46** 11709 (1992)
23. Гантмахер В Ф и др. *ЖЭТФ* **104** 3217 (1993) [Gantmakher V F et al. *JETP* **77** 513 (1993)]
24. Gerber A et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 4277 (1997)
25. Beloborodov I S, Efetov K B *Phys. Rev. Lett.* **82** 3332 (1999)
26. Beloborodov I S, Efetov K B, Larkin A I *Phys. Rev. B* **61** 9145 (2000)
27. Березинский В Л *ЖЭТФ* **59** 907 (1970) [Berezinskii V L *Sov. Phys. JETP* **32** 493 (1970)]
28. Kosterlitz J M, Thouless D J *J. Phys. C* **6** 1181 (1973)
29. Halperin B I, Nelson D R *J. Low Temp. Phys.* **36** 599 (1979)
30. Fiory A T, Hebard A F, Glaberson W I *Phys. Rev. B* **28** 5075 (1983)
31. McMillan W L *Phys. Rev. B* **24** 2739 (1981)
32. Альтшулер Б Л, Аронов А Г *ЖЭТФ* **77** 2028 (1979) [Altshuler B L, Aronov A G *Sov. Phys. JETP* **50** 968 (1979)]
33. Altshuler B L, Aronov A G "Electron-electron interaction in disordered conductors", in *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems* (Eds A L Efros, M Pollak) (North-Holland, 1985)
34. Ma M, Lee P A *Phys. Rev. B* **32** 5658 (1985)
35. Bulaevskii L N, Sadovskii M V *J. Low Temp. Phys.* **59** 89 (1985)
36. Kotliar G, Kapitulnik A *Phys. Rev. B* **33** 3146 (1986)
37. Овчинников Ю Н *ЖЭТФ* **64** 719 (1973) [Ovchinnikov Yu N *Sov. Phys. JETP* **37** 366 (1973)]
38. Maekawa S, Fukuyama H *J. Phys. Soc. Jpn.* **51** 1380 (1982)
39. Takagi H, Kuroda Y *Solid State Commun.* **41** 643 (1982)
40. Финкельштейн А М *Письма в ЖЭТФ* **45** 37 (1987) [Finkel'shtein A M *JETP Lett.* **45** 46 (1987)]
41. Graybeal J M, Beasley M R *Phys. Rev. B* **29** 4167 (1984)
42. Graybeal J M, Beasley M R, Green R L *Physica B+C* **126** 731 (1984)
43. Spivak B, Zhou F *Phys. Rev. Lett.* **74** 2800 (1995)
44. Skvortsov M A, Feigel'man M V *Phys. Rev. Lett.* **95** 057002 (2005)
45. Ефетов К Б *ЖЭТФ* **78** 2017 (1980) [Efetov K B *Sov. Phys. JETP* **51** 1015 (1980)]
46. Šimánek E *Phys. Rev. B* **23** 5762 (1981)
47. Fazio R, Giaquinta G *Phys. Rev. B* **34** 4909 (1986)
48. Fishman R *Phys. Rev. B* **38** 4437 (1988)
49. Imry Y, Strongin M *Phys. Rev. B* **24** 6353 (1981)
50. Foldy L L *Phys. Rev.* **124** 649 (1961)
51. Kac M, Luttinger J M *J. Mat. Phys.* **14** 1626 (1973)
52. Gold A Z. *Phys. B* **52** 1 (1983)
53. Gold A *Phys. Rev. A* **33** 652 (1986)
54. Bogolubov N N *J. Phys. USSR* **11** 23 (1947)
55. Fisher M P A et al. *Phys. Rev. B* **40** 546 (1989)
56. Асламазов Л Г, Ларкин А И *ФТТ* **10** 1104 (1968) [Aslamazov L G, Larkin A I *Sov. Phys. Solid State* **10** 875 (1968)]
57. Maki K *Prog. Theor. Phys.* **40** 193 (1968)
58. Thompson R S *Phys. Rev. B* **1** 327 (1970)
59. Galitski V M, Larkin A I *Phys. Rev. B* **63** 174506 (2001)
60. Варламов А А, Ларкин А И *Теория флюктуаций в сверхпроводниках* (М.: Добросвет, 2007)
61. Lee P A, Ramakrishnan T V *Rev. Mod. Phys.* **57** 287 (1985)
62. Ghosal A, Randeria M, Trivedi N *Phys. Rev. Lett.* **81** 3940 (1998)
63. Ghosal A, Randeria M, Trivedi N *Phys. Rev. B* **65** 014501 (2001)
64. Srinivasan B, Benenti G, Shepelyansky D L *Phys. Rev. B* **66** 172506 (2002)
65. Sondhi S L et al. *Rev. Mod. Phys.* **69** 315 (1997)
66. Sachdev S *Quantum Phase Transitions* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1999)
67. Caprara S et al. *AIP Conf. Proc.* **629** 3 (2002)
68. Schneider T, Singer J M *Phase Transition Approach to High Temperature Superconductivity* (London: Imperial College Press, 2000)
69. Schneider T et al. *Phys. Rev. B* **79** 184502 (2009)
70. Fisher M P A, Grinstein G, Girvin S M *Phys. Rev. Lett.* **64** 587 (1990)
71. Fisher M P A *Phys. Rev. Lett.* **65** 923 (1990)
72. Blatter G et al. *Rev. Mod. Phys.* **66** 1125 (1994)
73. Cha M-C et al. *Phys. Rev. B* **44** 6883 (1991)
74. Abrahams E et al. *Phys. Rev. Lett.* **42** 673 (1979)
75. Sørensen E S et al. *Phys. Rev. Lett.* **69** 828 (1992)
76. Fisher M E *Rev. Mod. Phys.* **70** 653 (1998)
77. Amit D J *Field Theory, the Renormalization Group, and Critical Phenomena* (Singapore: World Scientific, 1984)
78. Knyazev D A et al. *Phys. Rev. Lett.* **100** 046405 (2008)
79. Punnoose A, Finkel'stein A M *Science* **310** 289 (2005)
80. Anissimova S et al. *Nature Phys.* **3** 707 (2007)
81. Strongin M et al. *Phys. Rev. B* **1** 1078 (1970)
82. Nease B et al. *Physica B* **194–196** 2347 (1994)
83. Haviland D B, Liu Y, Goldman A M *Phys. Rev. Lett.* **62** 2180 (1989)
84. Marcović N, Christiansen C, Goldman A M *Phys. Rev. Lett.* **81** 5217 (1998)
85. Liu Y et al. *Phys. Rev. B* **47** 5931 (1993)
86. Goldman A M, Liu Y *Physica D* **83** 163 (1995)
87. Valles J M (Jr.), Dynes R C, Gorno J P *Phys. Rev. B* **40** 6680 (1989)
88. Valles J M (Jr.), Dynes R C, Gorno J P *Phys. Rev. Lett.* **69** 3567 (1992)
89. Hsu S-Y, Chervenak J A, Valles J M (Jr.) *Phys. Rev. Lett.* **75** 132 (1995)
90. Golubov A A, Hartmann U *Phys. Rev. Lett.* **72** 3602 (1994)
91. Golubov A A, Kupriyanov M Yu *J. Low Temp. Phys.* **70** 83 (1988)
92. Marcović N et al. *Phys. Rev. B* **60** 4320 (1999)
93. Adams P W, Herron P, Meletis E I *Phys. Rev. B* **58** R2952 (1998)
94. Bielejec E, Ruan J, Wu W *Phys. Rev. B* **63** 100502 (2001)
95. Bielejec E, Wu W *Phys. Rev. Lett.* **88** 206802 (2002)
96. Wu W, Bielejec E S *Advanced Research Workshop "Meso-06"*, Chernogolovka, Russia, 14–19 June 2006; <http://meso06.itp.ac.ru/presentations/Wu.pdf>
97. Butko V Yu, DiTusa J F, Adams P W *Phys. Rev. Lett.* **85** 162 (2000)
98. Butko V Yu, Adams P W *Nature* **409** 161 (2001)
99. Wu W *AIP Conf. Proc.* **850** 955 (2006)
100. Xiong Y M et al. *Phys. Rev. B* **79** 020510(R) (2009); Adams P W, Herron P, Meletis E I *Phys. Rev. B* **58** R2952 (1998)
101. Shahar D, Ovadyahu Z *Phys. Rev. B* **46** 10917 (1992)
102. Kowal D, Ovadyahu Z *Solid State Commun.* **90** 783 (1994)
103. Hebard A F, Paalanen M A *Phys. Rev. Lett.* **65** 927 (1990)
104. Paalanen M A, Hebard A F, Ruel R R *Phys. Rev. Lett.* **69** 1604 (1992)
105. Гантмахер В *Int. J. Mod. Phys. B* **12** 3151 (1998)
106. Гантмахер В F et al. *Письма в ЖЭТФ* **71** 231 (2000) [JETP Lett. **71** 160 (2000)]
107. Гантмахер В F et al. *Письма в ЖЭТФ* **68** 337 (1998) [JETP Lett. **68** 363 (1998)]
108. Гантмахер В F et al. *Письма в ЖЭТФ* **71** 693 (2000) [JETP Lett. **71** 473 (2000)]
109. Sambandamurthy G et al. *Phys. Rev. Lett.* **92** 107005 (2004)
110. Гантмахер В F et al. *ЖЭТФ* **109** 1765 (1996) [JETP **82** 951 (1996)]
111. Steiner M A, Brezny N P, Kapitulnik A *Phys. Rev. B* **77** 212501 (2008)
112. Kang J H, Kim K J J. *Appl. Phys.* **86** 346 (1999)

113. Hadacek N, Sanquer M, Villégier J-C *Phys. Rev. B* **69** 024505 (2004)
114. Baturina T I et al. *Письма в ЖЭТФ* **79** 416 (2004) [*JETP Lett.* **79** 337 (2004)]
115. Gantmakher V F, Golubkov M V *Письма в ЖЭТФ* **73** 148 (2001) [*JETP Lett.* **73** 131 (2001)]
116. Baturina T I et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 257003 (2007)
117. Baturina T I et al. *Physica C* **468** 316 (2008)
118. Beschoten B et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 1837 (1996)
119. Quitmann C et al. *Phys. Rev. B* **46** 11813 (1992)
120. Mandrus D et al. *Phys. Rev. B* **44** 2418 (1991)
121. Tamagai T et al. *Jpn. J. Appl. Phys.* **28** L112 (1989)
122. Valles J M (Jr.) et al. *Phys. Rev. B* **39** 11599 (1989)
123. Takagi H et al. *Phys. Rev. B* **40** 2254 (1989)
124. Fukuzumi Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **76** 684 (1996)
125. Schneider T *Phys. Rev. B* **67** 134514 (2003)
126. Nakamura Y, Uchida S *Phys. Rev. B* **47** 8369 (1993)
127. Ellman B et al. *Phys. Rev. B* **39** 9012 (1989)
128. Chen C Y et al. *Phys. Rev. B* **51** 3671 (1995)
129. Li Q et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 067001 (2007)
130. Fridel J J. *Physique* **49** 1561 (1988)
131. Dzierzawa M et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 3897 (1996)
132. Зверев В Н, Шовкун Д В, Науменко И Г *Письма в ЖЭТФ* **68** 309 (1998) [Zverev V N, Shovkun D V, Naumenko I G *JETP Lett.* **68** 332 (1998)]
133. Segawa K, Ando Y *Phys. Rev. B* **59** R3948 (1999)
134. Ando Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 4662 (1995)
135. Yan Y F et al. *Phys. Rev. B* **52** R751 (1995)
136. Ando Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 2065 (1996)
137. Садовский М В *УФН* **171** 539 (2001) [Sadovskii M V *Phys. Usp.* **44** 515 (2001)]
138. Ishiguro T, Yamaji K, Saito G *Organic Superconductors* 2nd ed. (Berlin: Springer, 1998)
139. Sushko Yu V et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **62** 3372 (1993)
140. Ito H et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **65** 2987 (1996)
141. Yazdani A, Kapitulnik A *Phys. Rev. Lett.* **74** 3037 (1995)
142. Mason N, Kapitulnik A *Phys. Rev. Lett.* **82** 5341 (1999)
143. Okuma S, Terashima T, Kokubo N *Phys. Rev. B* **58** 2816 (1998)
144. Okuma S, Shinozaki S, Morita M *Phys. Rev. B* **63** 054523 (2001)
145. Qin Y, Vicente C L, Yoon J *Phys. Rev. B* **73** 100505(R) (2006)
146. Tanda S, Ohzeki S, Nakayama T *Phys. Rev. Lett.* **69** 530 (1992)
147. Ichikawa F et al. *Solid State Commun.* **98** 139 (1996)
148. Gantmakher V F et al. *Письма в ЖЭТФ* **77** 498 (2003) [*JETP Lett.* **77** 424 (2003)]
149. Aubin H et al. *Phys. Rev. B* **73** 094521 (2006)
150. Caviglia A D et al. *Nature* **456** 624 (2008)
151. Halperin B I, Nelson D R J. *Low Temp. Phys.* **36** 599 (1979)
152. Sacépé B "Spectroscopie tunnel dans les films minces proches de la transition supraconducteur–isolant", Ph.D. Thesis (Grenoble: CEA, 2007)
153. Голубков М В, Цыдынжапов Г Э *Письма в ЖЭТФ* **71** 752 (2000) [Golubkov M V, Tsydynzhapov G E *JETP Lett.* **71** 516 (2000)]
154. Vicente C L, Qin Y, Yoon J *Phys. Rev. B* **74** 100507(R) (2006)
155. Sambandamurthy G et al. *Phys. Rev. Lett.* **94** 017003 (2005)
156. Altshuler B L et al. *Phys. Rev. Lett.* **102** 176803 (2009)
157. Ovadia M, Sacépé B, Shahar D *Phys. Rev. Lett.* **102** 176802 (2009)
158. Leggett A J et al. *Rev. Mod. Phys.* **59** 1 (1987)
159. Penttilä J S et al. *Phys. Rev. Lett.* **82** 1004 (1999)
160. Fazio R, van der Zant H *Phys. Rep.* **355** 235 (2001)
161. van der Zant H S J et al. *Phys. Rev. B* **54** 10081 (1996)
162. Delsing P et al. *Phys. Rev. B* **50** 3959 (1994)
163. Fazio R, Schön G *Phys. Rev. B* **43** 5307 (1991)
164. Feigel'man M V, Korshunov S E, Pugachev A B *Письма в ЖЭТФ* **65** 541 (1997) [*JETP Lett.* **65** 566 (1997)]
165. Tighe T S et al. *Phys. Rev. B* **47** 1145 (1993)
166. van der Zant H S J et al. *Phys. Rev. Lett.* **69** 2971 (1992)
167. Chen C D et al. *Phys. Rev. B* **51** 15645 (1995)
168. Protopopov I V, Feigel'man M V *Письма в ЖЭТФ* **85** 621 (2007) [*JETP Lett.* **85** 513 (2007)]
169. Chow E, Delsing P, Haviland D B *Phys. Rev. Lett.* **81** 204 (1998)
170. Jaksch D et al. *Phys. Rev. Lett.* **81** 3108 (1998)
171. Greiner M et al. *Nature* **415** 39 (2002)
172. Billy J et al. *Nature* **453** 891 (2008)
173. Roati G et al. *Nature* **453** 895 (2008)
174. Sacépé B et al. *Phys. Rev. Lett.* **101** 157006 (2008)
175. Escoffier W et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 217005 (2004)
176. Mirlin A D *Phys. Rep.* **326** 259 (2000)
177. Feigel'man M V et al. *Phys. Rev. Lett.* **98** 027001 (2007)
178. Mildnerberger A, Evers F, Mirlin A D *Phys. Rev. B* **66** 033109 (2002)
179. Stewart M D (Jr.) et al. *Science* **318** 1273 (2007)
180. Sacépé B et al., arXiv: 0906.1193

The superconductor-insulator quantum phase transition

V.F. Gantmakher, V.T. Dolgopolov

*Institute of Solid State Physics, Russian Academy of Sciences,
ul. Institutskaya 2, 142432 Chernogolovka, Moscow region, Russian Federation
Tel. (7-496) 522-54 25, (7-496) 522-29 46. Fax (7-496) 524-97 01
E-mail: gantm@issp.ac.ru, dolgop@issp.ac.ru*

The current understanding of the superconductor–insulator transition is discussed level by level in a cyclic spiral-like manner. At the first level, physical phenomena and processes are discussed which, while of no formal relevance to the topic of transitions, are important for their implementation and observation; these include superconductivity in low electron density materials, transport and magnetoresistance in superconducting island films and in highly resistive granular materials with superconducting grains, and the Berezinsky–Kosterlitz–Thouless transition. The second level discusses and summarizes results from various macroscopic approaches to the problem, whether based on the Bardeen–Cooper–Schrieffer theory (the disorder-induced reduction in the superconducting transition temperature; the key role of Coulomb blockade in high-resistance grained superconductors; superconducting fluctuations in a strong magnetic field) or on the theory of the Bose–Einstein condensation. A special discussion is given to phenomenological scaling theories. Experimental investigations, primarily transport measurements, make the contents of the third level and are for convenience classified by the type of material used (ultrathin films, variable composition materials, high-temperature superconductors, superconductor–poor metal transitions). As a separate topic, data on nonlinear phenomena near the superconductor–insulator transition are presented. At the final, summarizing, level the basic aspects of the problem are enumerated again to identify where further research is needed and how this research can be carried out. Some relatively new results, potentially of key importance in resolving the remaining problems, are also discussed.

PACS numbers: **74.62.–c, 74.78.–w, 74.81.–g**

DOI: 10.3367/UFNr.0180.201001a.0003

Bibliography — 180 references

Received 30 June 2009

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **180** (1) 3–53 (2010)

Physics – Uspekhi **53** (1) (2010)