

В.Б.Ефимов

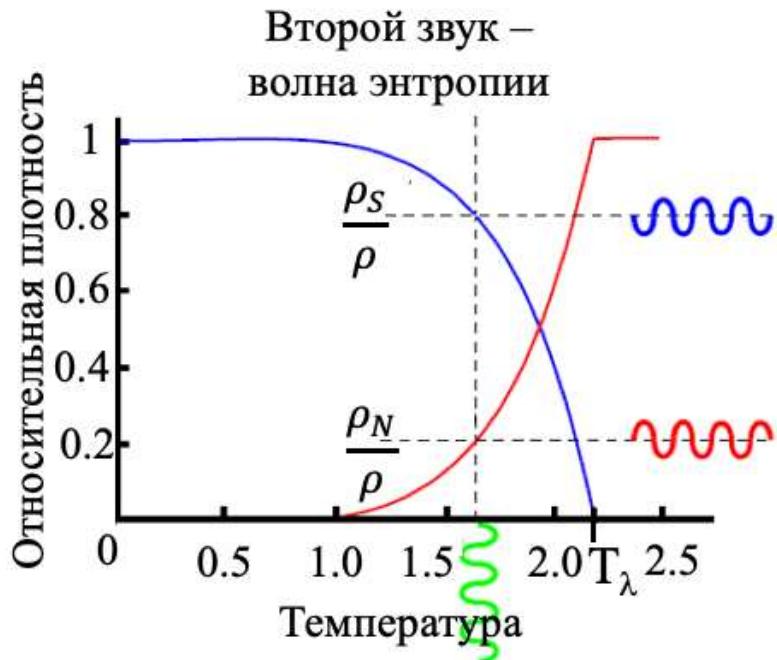
# Теплофизические свойства конденсированных сред

курс лекций для аспирантов

ИФТТ РАН

Часть 2

Основы криогеники



Черноголовка

2025

# B368

# E91

Ефимов, В.Б. Термофизические свойства твердых тел: лекции. Ч. 2. –  
Черноголовка: ИФТТ РАН, 2025. – 107с.

Утверждено Ученым советом Института физики твердого тела РАН. Рекомендовано студентам высших учебных заведений, аспирантам, обучающимся по направлениям: «Физика конденсированного состояния». Может быть полезным пособием при подготовке студентов и аспирантов других специальностей с частично совпадающей программой обучения.

Данная книга является дополненным и переработанным вариантом лекций, читающихся на протяжении ряда лет на кафедре физики твердого тела в ИФТТ РАН, и может быть использована в качестве учебного пособия для студентов, магистрантов, аспирантов, а также инженерно-технических работников.

Лекции предназначены для подготовки к самостоятельной работе студентов и аспирантов по исследованию свойств твердых тел при низких температурах.

В книге содержатся вопросы и задачи по изложенному курсу.

## Оглавление

9. Теплопроводность твердых тел	4
Кинетическая теория теплопроводности	5
Уравнение Больцмана	7
Релаксационный метод	8
Фонон-фононное рассеяние	10
Пуазейлевское и кнудсеновское течение фононного газа	12
Рассеяние фононов на дефектах	14
Теплопроводность аморфных материалов	15
Второй звук	17
Перенос тепла электронной системой, закон Видемана-Франца	18
Особенности теплопроводности сверхпроводников	19
Температуропроводность	21
10. Квантовые кристаллы и жидкости	24
Сверхтекучесть гелия-4	26
Квантовые кристаллы	42
Гелий-3	45
11. Температура и термометрия	48
Термометры	54
Практические температурные шкалы	56
Вторичные термометры, методы измерения температуры	60
Простые тестовые методы измерения низких температур	65
12. Методы получения и измерения пониженных давлений	70
Вакуумная техника	71
Вакуумметры	76
13. Методы получения и работы с низкими температурами	82
Холодильные машины	83
Теплофизические проблемы при конструировании низкотемпературных приборов	96
Сверхпроводящие устройства	102

## Глава 9. Теплопроводность твердых тел

Перенос тепла в твердых телах или теплопроводность одно из основных физических свойств материалов, знание которых необходимо в повседневной жизни. Понимание процессов переноса тепла позволяет выбирать материалы с нужными в данной ситуации свойствами. Существует несколько механизмов переноса тепла в твердых телах и множество процессов, которые ограничивают эффективность каждого из этих механизмов. В этом разделе мы обсудим основные процессы, обуславливающие способность твердых тел переносить тепло.

*Теплопроводность* это — способность материальных тел проводить энергию (теплоту) от более нагретых частей тела к менее нагретым частям тела путём хаотического движения частиц тела (атомов, молекул, электронов и т.д.). *Теплопроводностью* называется также качественная характеристика способности тела проводить тепло. Количественно способность вещества проводить тепло характеризуется *коэффициентом теплопроводности*. В Международной системе единиц (СИ) единицей измерения коэффициента теплопроводности является  $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ .

В изотропном твердом теле распространение тепла подчиняется закону

$$q = -\kappa \operatorname{grad} T, \quad (9.1)$$

, где  $q$  — плотность потока тепла,  $\kappa$  — коэффициент теплопроводности. Знак минус указывает на то, что тепло течет от горячего конца образца к холодному, т.е. в направлении противоположном градиенту температуры. Это выражение известно как закон теплопроводности Фурье.

В кристалле, не обладающем кубической симметрией, поток тепла, в общем случае, не параллелен  $\operatorname{grad} T$  и коэффициент теплопроводности будет тензором второго ранга

$$q_i = -\kappa_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j},$$

Измерение теплопроводности в простейшем случае проводится «по определению». Вдоль образца в форме параллелепипеда пропускается поток тепла и измеряется разность температур на двух термометрах, расположенных на расстоянии  $L$  друг от друга — *измерение теплопроводности в одномерной геометрии* (Рис. 9.1.).

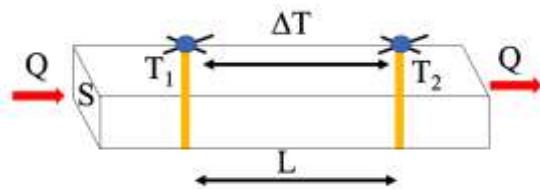


Рис. 9.1. Принципиальная схема измерения теплопроводности методом стационарного продольного теплового потока.

Коэффициент теплопроводности определяется по соотношению

$$Q = \kappa S \frac{\Delta T}{L}$$

, где  $S$  — сечение образца. При не сильно большой разности температур между двумя термометрами  $\Delta T$  температура образца принимается равной средней температуре, которой и соответствует измеренная теплопроводность.

Наряду с методом стационарного продольного теплового потока проводят измерения в сложных геометриях, например, при радиальном потоке тепла, выделяя тепло на оси длинного цилиндра и измеряя разность температур на разных радиусах цилиндра — *измерение теплопроводности в двумерной геометрии*

$$Q = \frac{2\pi k [T_{r1} - T_{r2}]}{\ln(\frac{r_2}{r_1})}$$

Тепло в образце для разного рода проводников можно выделять во всем объеме образца при пропускании через них электрического тока – измерение теплопроводности при объемном выделении тепла.

Еще одна возможность измерения теплопроводности – *сравнительные методы*. В этом методе при, скажем, продольном потоке тепла измеряются градиенты температуры в исследуемом образце и на соединенном с ним последовательно образце с известным коэффициентом теплопроводности. Аналогично проводят измерения с радиальным потоком тепла.

Кроме стационарных тепловых потоков, возможно измерение теплопроводности нестационарными методами, например, при изменяющихся во времени потоках тепла через образец, скажем при гармонических тепловыделениях. Более подробно мы рассмотрим нестационарные методы измерения позднее, при рассмотрении процессов установления температуры в образце – эффекты, описываемые коэффициентом температуропроводности.

В своем проявлении тепловые цепи полностью соответствуют электрическим цепям, теплопроводность является аналогом проводимости. Так же как соединения проводников, соединения тепловых цепей могут быть последовательными, параллельными и смешанными.

### **Кинетическая теория теплопроводности.**

Вид соотношения для теплопроводности содержит в себе утверждение, что процесс распространения тепловой энергии является случайным процессом. Если бы энергия распространялась без изменения через образец, то тепловой поток зависел бы от разности температур, а не от градиента температуры. Градиент температуры в выражении для теплового потока, появляющийся в уравнении Фурье, свидетельство о том, что теплопроводность по своей природе определяется случайными процессами. Идея диффузионного распространения энергии при переносе тепла в твердом теле схожа с процессом переноса импульса в газе и определяется внешними условиями для такого процесса. Из кинетической теории газов в приближении частых столкновений между частицами газа можно определить теплопроводность газа как

$$\kappa = \frac{1}{3} \rho c_V \lambda \langle v \rangle \quad (9.2)$$

, где  $\rho$  – плотность газа,  $C_V$  – удельная теплоемкость при постоянном объеме,  $\langle v \rangle$  – средняя скорость частиц,  $\lambda$  – средняя длина свободного пробега частиц. При выводе этого уравнения рассматривается поток частиц (молекул), движущихся в направлении оси  $x$ , и он равен  $1/2n\langle v_x \rangle$ , где  $n$  – число молекул в единице объема. Если  $c$  – теплоемкость одной молекулы, то при движении из области с локальной температурой  $T + \Delta T$  в область с локальной температурой  $T$  частица теряет энергию  $c\Delta T$ . Разность температур  $\Delta T$  на концах интервала равного средней длине пробега частиц определяется как  $\Delta T = dT/dx \lambda = dT/dx v_x \tau$ , где  $\tau$  – среднее время между столкновениями. Для полного потока энергии (в двух направлениях) имеем

$$q = n\langle v_x^2 \rangle c \tau \frac{dT}{dx} = \frac{1}{3} n \langle v^2 \rangle c \tau \frac{dT}{dx}$$

Соотношение (9.2) может быть записано в виде

$$\kappa = \frac{i k_B}{3 \pi^{3/2} d^2} \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

, где  $i$  – сумма поступательных и вращательных степеней свободы молекул,  $d$  – эффективный (газокинетический) диаметр молекул,  $\mu$  – молекулярная масса,  $R$  – универсальная газовая постоянная. Легко видеть, что из газов наибольшую

теплопроводность имеют многоатомные легкие газы (например водород, гелий, метан), а наименьшую – тяжелые инертные газы такие как радон, ксенон.

Выражение (9.2) для описания теплопроводности диэлектриков впервые предложил Дебай. При этом  $C$  (в соотношении (9.2)  $\rho c_V$ ) – теплоемкость фононного газа,  $\langle v \rangle$  - средняя скорость распространения фононов,  $\lambda$  – средняя длина свободного пробега фононов.

Рассмотрим аналогию между потоком газа и потоком фононов.

При потоке газа в открытой трубе (рис. 9.2 а) (трение о стенки отсутствует) упругие столкновения не изменяют полный импульс в системе и энергию потока газа. Передача энергии от левого края трубы к правому происходит не за счет градиента температуры, а за счет потока газа, который и переносит тепло. Теплопроводность такой системы равна бесконечности ( $\Delta T=0$ ). Если оба конца трубы закрыты (рис. 9.2 б) молекулы не могут покинуть трубу. При градиенте температур сталкивающиеся частицы на горячем конце будут иметь скорость выше средней, а на холодном конце (правый на рисунке) ниже средней. Таким образом возникает поток энергии от горячего конца к холодному – конечная теплопроводность. При существовании препятствия переносу массы в системе (закрытая труба) возникает градиент плотности, направленный в сторону, противоположную градиенту температуры и плотность газа справа выше, чем слева.

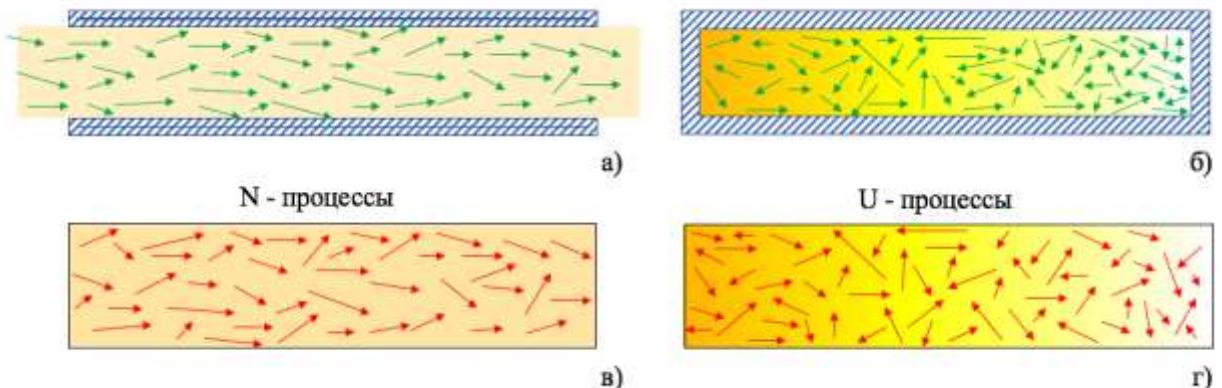


Рис. 9.2. Аналогия в поведении потока газа в открытой а) и закрытой трубе б) и распространения фононных возбуждений при наличии только нормальных рассеяний в) и с процессами переброса г).

При упругом взаимодействии фононов в кристалле (N-процессы) тепловые фононы могут рождаться на горячем конце кристалла и исчезать, отдавая энергию на холодном конце кристалла. Их суммарный импульс в столкновениях не меняется  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3$  и  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4$  (трех- и четырех- фононные процессы). Энергия, приобретенная в левом конце образца, без потерь передается в правый конец – разность температур на образце равна 0 и при только N-процессах теплопроводность образца бесконечна (Рис. 9.2 в), как и для потока газа в трубе (Рис. 9.2 а).

При потери импульсов в процессе распространения фононов при их рассеянии на границах образца, дефектах, при неупругих фононных взаимодействиях (рассеяниях с перебросом, U-процессах) первичный поток «горячих» фононов будет уменьшаться по мере распространения от горячего конца к холодному, что будет характеризоваться тепловым сопротивлением образца, конечным градиентом температуры и конечной теплопроводностью (рис. 9.2 г – аналог случая 9.2 б)

Таким образом для идеального гармонического кристалла теплопроводность решетки должна быть бесконечной, но наличие несовершенств решетки, примеси, изотопические примеси, рассеяние фононов на поверхности образца, ангармонизм колебаний решетки приводит к потери среднего импульса фонона и возникновению

градиента температуры. Выведем уравнение теплопроводности (9.2) для фононной системы.

Обозначим через  $\lambda$  среднюю длину пробега фононов с потерей импульса. Рассмотрим перенос тепла фононами при наличии постоянного градиента температуры вдоль оси  $x$ . При рассмотрении считаем закон дисперсии  $\omega=vk$  одинаковым для всех трех акустических ветвей спектра (Рис. 9.3).

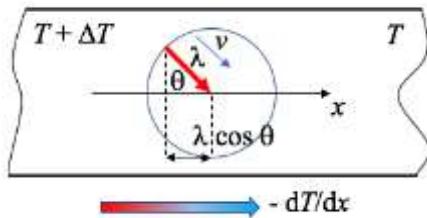


Рис. 9.3. Рассеяние фононов при наличии градиента температуры в твердом теле.

Каждый фонон вносит вклад в неравновесную плотность энергии в соответствии с той точкой, откуда он пришел в точку столкновения  $x_0 u(x) = u^{\text{eq}}[T(x)]$ . Для вычисления потока тепла в данную точку усредним произведение плотности энергии на  $x$  компоненту по всем точкам, где могло быть последнее столкновение и какую энергию фонон принес в точку  $x_0: \lambda = v\tau$ .

$$q = \langle v_x u(x_0 - \lambda \cos \theta) \rangle_\theta = \int_0^\pi v \cos \theta u(x_0 - \lambda \cos \theta) \frac{2\pi d\theta}{4\pi} \sin \theta = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 v u(x_0 - \lambda y) y dy$$

При линейной зависимости энергии от координаты  $x$  для плотности теплового потока имеем соотношение

$$q = -v\lambda \frac{\partial u}{\partial x} \frac{1}{2} \int_{-1}^1 y^2 dy = \frac{1}{3} v\lambda \frac{\partial u}{\partial T} \left( -\frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

или

$$q = \kappa \left( -\frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

где

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V v \lambda = \frac{1}{3} C_V v^2 \tau$$

Таким образом из рассмотрения рассеяния фононов, как квазичастиц, мы получили уравнение теплопроводности, соответствующее газокинетическому соотношению (9.2).

Рассмотрим подход с учетом квантовых колебаний решетки. В рамках квантовой теории наличие теплового потока означает, что распределение фононов отличается от равновесного, соответствующего нулевому потоку тепла. Равновесное распределение заполнения состояний квантовых осцилляторов, обменивающихся энергией друг с другом, что характерно для реальных кристаллов, будет

$$N^0 = \frac{1}{\exp(\frac{\hbar\omega}{k_B T}) - 1} \quad (9.3)$$

Однако, при существующем стационарном потоке тепла распределение должно отличаться от среднего значения по образцу.

### Уравнение Больцмана.

Поток тепла моды определяется тепловой энергией этой моды и групповой скоростью ее распространения. Общий тепловой поток  $q$ , переносимый всеми модами определится как

$$q = \sum N(\mathbf{k}) \hbar\omega \mathbf{v}_{Gr} \quad (9.4)$$

В состоянии теплового равновесия  $N^0(+\mathbf{k})=N^0(-\mathbf{k})$  и их величина определяется только частотой фононов  $\omega$ . Из общих соображений  $\omega(+\mathbf{k})=\omega(-\mathbf{k})$  и групповая скорость одинакова

по величине и противоположна по направлению для  $+k_i - k$ . При этом тепловой поток в состоянии теплового равновесия равен  $q=0$ . Отличный от нуля тепловой поток возникает в случае, когда вклады от  $+k_i - k$  друг друга не компенсируют. Таким образом при наличии температурного градиента распределение фононов отличается от равновесного и без каких-либо взаимодействий их распределение будет меняться во времени. Предположим, что фононы движутся только в одном направлении по оси  $x$ , вдоль которой имеется градиент температуры. В момент времени  $t$  некоторой области число фононов будет определяться соотношением  $N(k)$ . Через время  $\delta t$  эти фононы сместятся и их число будет соответствовать плотности в области, смещенной на расстояние пробега  $v_{Gr}^x \delta t$

$$N(\mathbf{k}) - v_{Gr}^x \delta t \frac{\partial N(\mathbf{k})}{\partial x}$$

Скорость изменения числа фононов, а именно эта величина будет определять дрейф фононной системы в градиенте температуры, будет

$$\left( \frac{\partial N(\mathbf{k})}{\partial t} \right)_{Drift} = -v_{Gr}^x \frac{\partial N(\mathbf{k})}{\partial x} = -v_{Gr}^x \frac{\partial N(\mathbf{k})}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (9.5)$$

В трехмерном случае соответствующее уравнение имеет вид

$$\left( \frac{\partial N(\mathbf{k})}{\partial t} \right)_{Drift} = -(\mathbf{v}_{Gr} \cdot \nabla T) \frac{\partial N(\mathbf{k})}{\partial T}$$

В стационарном состоянии при установившемся градиенте температуры процессы дрейфа должны компенсироваться процессами рассеяния фононов. В общем виде это уравнение называется уравнением Больцмана

$$\left( \frac{\partial N}{\partial t} \right)_{Drift} + \left( \frac{\partial N}{\partial t} \right)_{Scatter} = 0 \quad (9.6)$$

Теперь из этого уравнения необходимо определить  $N(n)$  для всех мод с учетом возможных изменений энергии при взаимодействии фононов, подставить полученную величину в уравнение (9.3) и вычислить суммированием поток тепла. В общем виде уравнение (9.6) таким образом вычислять достаточно сложно, даже с использованием компьютеров, поэтому для решения этого уравнения используются приближенные методы.

### Релаксационный метод.

В релаксационном методе предполагается, что процессы рассеяния стремятся сделать распределение фононов равновесным и скорость изменения распределения пропорциональна отклонению от положения равновесия

$$\left( \frac{\partial N}{\partial t} \right)_{Scatter} = \frac{N^0 - N}{\tau} \quad (9.7)$$

, где  $\tau$  – время релаксации, так же как  $N^0$  и  $N$  зависит от  $k_i$  поляризации. Если предположить, что при наличии градиента температуры распределение не сильно отличается от равновесного, то в уравнении Больцмана  $\partial N / \partial T$  можно заменить на  $\partial N^0 / \partial T$ . Тогда для одномерного случая из уравнений (9.5), (9.6) и (9.7) получим

$$-v_{Gr}^x \frac{\partial N(\mathbf{k})}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{N^0 - N}{\tau}$$

Из соотношения (9.4) поток тепла определяется как отклонение распределения фононного спектра от равновесного

$$q = - \sum \hbar \omega (v_{Gr}^x)^2 \tau \frac{\partial N^0(\mathbf{k})}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x}$$

и коэффициент теплопроводности определяется как

$$\kappa = -\frac{q}{\partial T} = \sum \hbar \omega (v_{Gr}^x)^2 \tau \frac{\partial N^0(\mathbf{k})}{\partial T}$$

Для реальных кристаллов с большим числом частиц и мод фононов суммирование заменяем интегрированием по всем возможным частотам

$$\kappa = \frac{1}{3} \int_0^{\omega_{max}} \hbar \omega v_{Gr}^2 \tau f(\omega) \frac{\partial N^0(\mathbf{k})}{\partial T} d\omega \quad (9.8)$$

Далее в зависимости от модели распределения фононных спектров подставляем  $f(\omega)$  в выражение (9.8) и получим величину теплопроводности. Воспользуемся представлениями теории Дебая для определения теплопроводности. В модели Дебая предполагается линейное дисперсионное соотношение  $\omega(k)=vk$ , при этом скорости фононов одинаковые для всех трех поляризаций. Тогда для трехмерного распространения фононов число фононных мод определится как

$$f(k)dk = \frac{3k^2 dk}{2\pi^2}$$

или для частотного заполнения фононного спектра

$$f(\omega)d\omega = \frac{3\omega^2 d\omega}{2\pi^2 v^3}$$

Если использовать равновесное распределение заполнения состояний квантовых осцилляторов (9.3), то получим

$$\frac{\partial N^0(\omega)}{\partial T} = \frac{\frac{\hbar\omega}{k_B T^2} \exp(\frac{\hbar\omega}{k_B T})}{\left[\exp(\frac{\hbar\omega}{k_B T}) - 1\right]^2}$$

и для коэффициента теплопроводности

$$\kappa = \frac{1}{2\pi^2 v} \int_0^{\omega_{max}} \hbar \omega^3 \tau \frac{\frac{\hbar\omega}{k_B T^2} \exp(\frac{\hbar\omega}{k_B T})}{\left[\exp(\frac{\hbar\omega}{k_B T}) - 1\right]^2} d\omega$$

Если сделать стандартную подстановку  $x=\hbar\omega/k_B T$  и максимальную частоту записать через температуру Дебая  $\omega_{max}=k_B T/\hbar$  (температура Дебая выбрана так, чтобы общее число мод было как раз  $3N$ ), то выражение для коэффициента теплопроводности будет

$$\kappa = \frac{k_B}{2\pi^2 v} \left(\frac{k_B}{\hbar}\right)^3 T^3 \int_0^{\frac{\theta}{T}} \tau(x) \frac{x^4 e^x}{[e^x - 1]^2} dx$$

Вклад в теплоемкость от мод в интервале от  $\omega$  до  $\omega+d\omega$  будет равен

$$\frac{d}{dT} [\hbar\omega N^0(\omega) a(\omega) d\omega]$$

Дифференциальный вклад в теплоемкость в модели Дебая через безразмерный параметр  $x$  запишется как

$$C(x)dx = \frac{3k_B}{2\pi^2 v^3} \left(\frac{k_B}{\hbar}\right)^3 T^3 \frac{x^4 e^x}{[e^x - 1]^2} dx$$

И коэффициент теплопроводности в этом случае будет

$$\kappa = \frac{1}{3} v^2 \int_0^{\frac{\theta}{T}} \tau(x) C(x) dx$$

и если представить время релаксации через среднюю длину свободного пробега фононов, то коэффициент теплопроводности запишется как

$$\kappa = \frac{1}{3} v \int_0^{\frac{\theta}{T}} \lambda(x) C(x) dx$$

В этом уравнении интегрирование производится с учетом рассеяния фононов при разных релаксационных процессах. В простейшей форме релаксационный метод предполагает, что каждый механизм рассеяния фононов характеризуется временем релаксации, которое для данной моды не зависит от населенности фононов во всех других модах. Если имеются несколько механизмов рассеяния фононов, то скорости рассеяния  $1/\tau_i$  складываются и суммарное время релаксации определится как

$$\tau^{-1}(x) = \sum_i \tau_i^{-1}(x)$$

, где суммирование производится по всем механизмам рассеяния

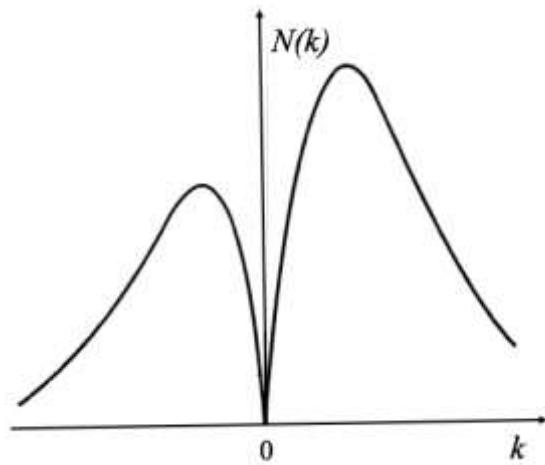


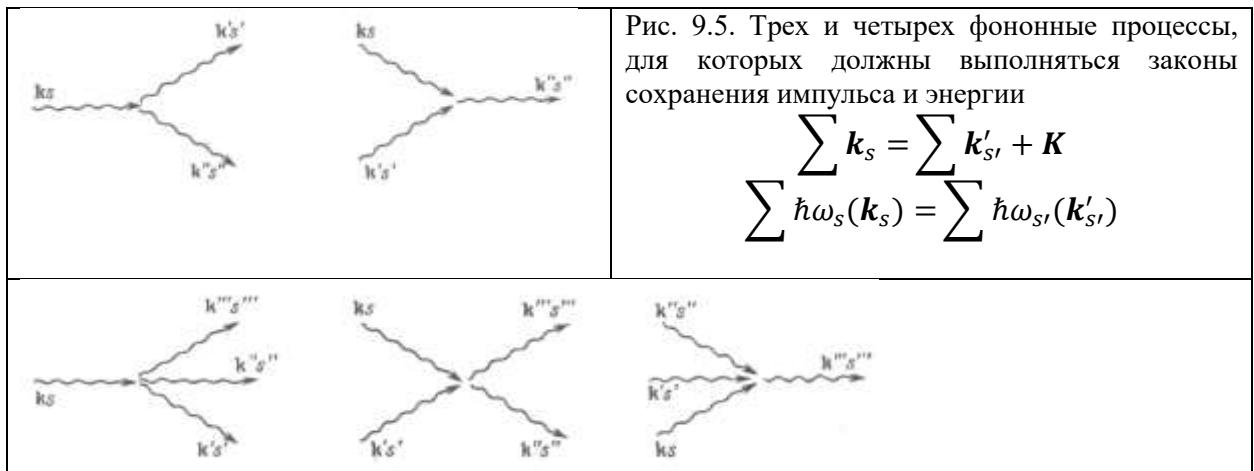
Рис. 9.4. Одномерное асимметричное распределение фононов при наличии процессов рассеяния. Поток тепла направлен вправо.

### Фонон-фононное рассеяние.

*Нормальные процессы и процессы с перебросом.*

При квадратичной зависимости потенциальной энергии взаимодействия частиц в кристаллической решетке тепловые волны (фононы) распространяются в кристалле не взаимодействуя друг с другом. При этом механизм выравнивания значений  $N(+k)$  и  $N(-k)$  отсутствует. Неравномерное распределение фононов вследствие нагрева в одном из краев образца распространяется по кристаллу без градиента температур при этом  $\tau(x)$ , как и  $\lambda(x)$  в релаксационных процессах будет бесконечно большим и коэффициент теплопроводности при таких условиях равен бесконечности. Однако, экспериментальные исследования показывают, что и для самых идеальных кристаллов теплопроводность не становится бесконечной. Незначительное отклонение потенциальной энергии частиц в кристаллической решетке от квадратичной зависимости при их тепловом движении приводит к взаимодействию фононов (ангармоничные взаимодействия). Кубический член в зависимости потенциальной энергии от расстояния между атомами в кристаллической решетке приводит к возможности трехфононных взаимодействий. Член четвертой степени в потенциальной энергии определяет четырех фононные процессы. При этом должны выполняться законы сохранения импульса и энергии и после столкновения

$$\sum \mathbf{k}_s \leftrightarrow \sum \mathbf{k}'_{s'} + \mathbf{K} \quad \text{и} \quad \sum \hbar\omega_s(\mathbf{k}_s) \leftrightarrow \sum \hbar\omega'_{s'}(\mathbf{k}'_{s'}).$$



Для фононов, как квазичастиц, принципиальным является вектор обратной решетки  $\mathbf{K}$ , который может менять направление суммарного импульса после столкновения.

Процесс, при котором в законе сохранения импульса вектор обратной решетки  $\mathbf{K} = 0$  называется *нормальным процессом*. При этом суммарный импульс фононов до и после столкновения равны. Этот случай изображен на рис. 9.2 в). Наличие N-процессов не приводит к появлению теплового сопротивления, но они играют существенную роль в проявлении других релаксационных процессов, вероятность которых, например, может зависеть от частоты фононов.

Процессы, в которых  $\mathbf{K} \neq 0$ , называются *процессами с перебросом* или *Umklapp-процессы*. Участие вектора обратной решетки не равного 0 означает, на примере трехфононных взаимодействий, формирование фона, импульс которого не сохраняет суммарный импульс двух взаимодействующих фононов (рис. 9.6).

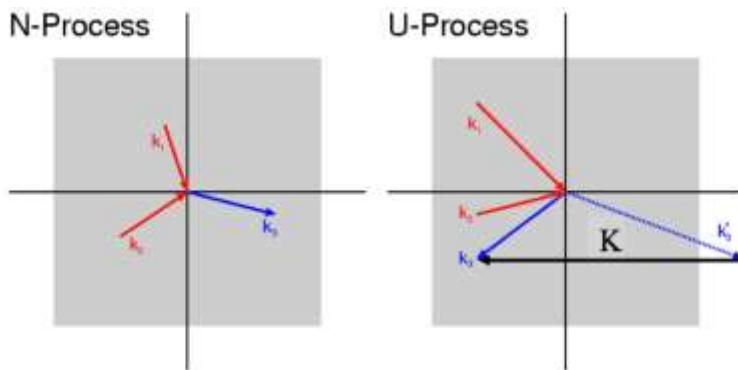


Рис. 9.6. Схема трехфононных взаимодействий. Результирующий импульс после столкновения находится в зоне Бриллюэна – нормальный процесс с сохранением импульса фононов (*N*-процесс). Если результирующий импульс выходит из зоны Бриллюэна, то это эквивалентно образованию противоположно направленного фона – процесс с перебросом (*Umklapp*-или *U*-процесс).

Вероятность *Umklapp*-процессов определяется количеством фононов, которые при взаимодействии выходят за границы зоны Бриллюэна и зависит от температуры кристалла. При высоких температурах ( $T \gg \theta$ ) возбуждаются все фононы, т.к.  $k_B T > \hbar \omega_{\max}$  и существенную долю в процессах рассеяния фононов будут иметь именно *U*-процессы

$$N^0 = \frac{1}{\exp(\frac{\hbar\omega}{k_B T}) - 1} \approx \frac{k_B T}{\hbar\omega} \sim T$$

Таким образом коэффициент теплопроводности при высоких температурах растет с охлаждением кристалла  $\sim 1/T$ . С понижением температуры ( $T \ll \theta$ ) вероятность существования фононов с волновым вектором порядка  $K/2$  начинает еще более резко уменьшаться. Среднее число таких фононов, для которых энергия будет  $\sim \hbar \omega_{\max}$  также определится равновесным распределением заполнения состояний квантовых осцилляторов

$$N^0 = \frac{1}{\exp(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}) - 1} \approx \frac{1}{e^{\theta/2T} - 1} \approx e^{-\theta/2T}$$

и коэффициент теплопроводности будет экспоненциально увеличиваться. Таким образом фонон-фононное рассеяние определяет два режима теплопроводности: при понижении температуры для температур выше дебаевских крастет  $\sim 1/T$ , при низких температурах – растет  $\sim \exp(\theta/2T)$ . (Рис. 9.7 а), на рис б)) переход из режима  $1/T$ к экспоненциальному росту происходит при  $T/\theta \sim 0.1$  – указано стрелкой на графике). Как и указывалось выше, при наличии только нормальных процессов, коэффициент теплопроводности становится бесконечно большим.

Однако экспериментальные исследования показали, что при низких температурах теплопроводность неметаллических кристаллов не возрастает до бесконечности. При

резком уменьшении фонон-фононных рассеяний, в игру вступают другие механизмы релаксации фононов – рассеяние фононов на дефектах кристаллов.

### Пуазейлевское и кнудсеновское течение фононного газа.

При рассмотрении теплопроводности фононного газа обычно проводят аналогию с течением газа в трубе (газокинетическая модель теплопроводности). Особенности протекания потока газа в трубе могут иметь место и в теплопроводности. Рассмотрим поведение газа в трубе при разных условиях.

При малых давлениях газа между молекулами газа не происходит никаких столкновений и поток газа определяется рассеянием молекул на стенах трубы. Впервые такую задачу рассмотрел Кнудсен и такой поток носит его имя. В теплопроводности твердых тел такое течение фононов характерно для идеальных кристаллов при низких температурах, где определяющим является рассеяние фононов на границах кристаллов или кристаллитов в поликристаллах. При этом свободная длина пробега фононов будет определяться характерным размером кристаллов или кристаллитов и степенью зеркальности отражения от стенок. Коэффициент теплопроводности в этом случае будет пропорционален  $T^3$ :  $\kappa = \frac{1}{3} \rho c_V \lambda \langle v \rangle$ , т.к.  $\lambda = \text{const}$ , тогда  $\kappa \sim c_V \sim T^3$ . (Рис. 9.7 б) и в)).

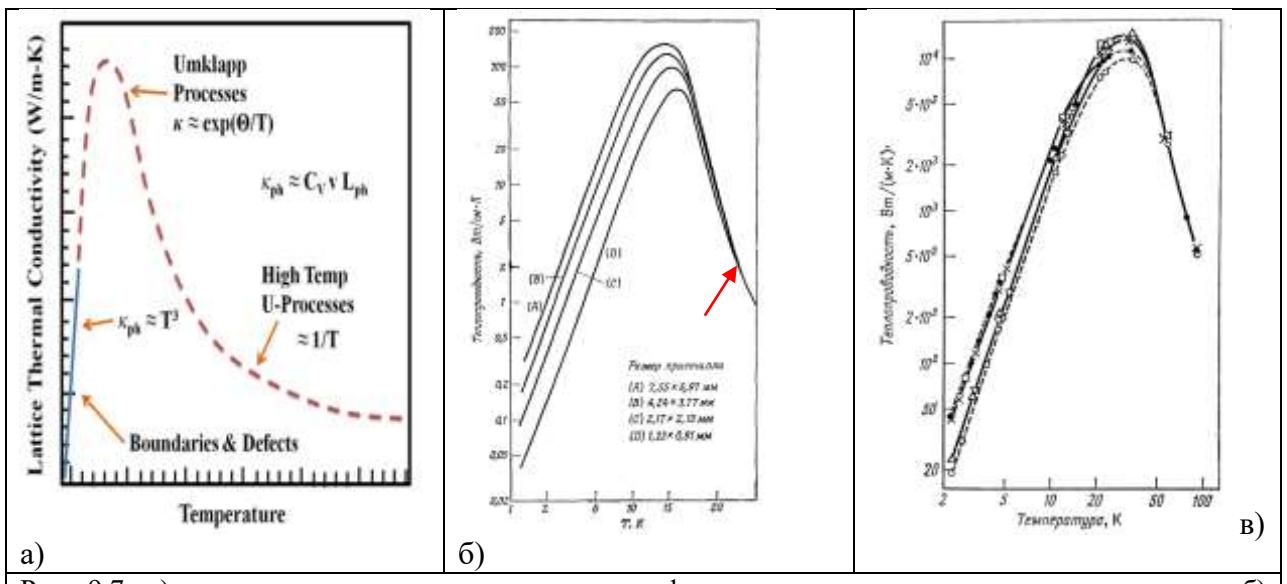


Рис. 9.7. а) схема поведения теплопроводности фононного газа при разных температурах; б) теплопроводность изотопически чистых кристаллов LiF разных размеров. При  $T < 10$  К теплопроводность ограничена рассеянием на поверхности образца и  $\kappa \sim T^3$ . (P.D.Thatcher, Phys. Rev., 156, 975 (1967)). В) Влияние степени зеркальности поверхности кристаллов  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (6 образцов) на низкотемпературную теплопроводность. При температурах ниже 10 К образцы с зеркальной поверхностью имели большую теплопроводность (BermanR., ForsterE.L., ZimanJ.M., Proc.Roy., Soc., A231, 130 (1955)).

**Пуазейлевское течение фононного газа.** Диффузное рассеяние фононов на стенах приводит к потери импульса фонона и возникновению теплового сопротивления. При достаточно интенсивных нормальных фонон-фононных столкновениях фононы в центре кристалла не испытывают влияния рассеяния на стенах, при условии, что такие рассеяния являются доминирующими процессами обуславливающими потерю импульса фононов. Таким образом можно утверждать, что чем интенсивнее нормальные столкновения фононов и чем меньше пробеги между такими столкновениями  $\lambda_N$ , тем меньше влияние имеют релаксационные процессы на границах образца и тем больше будет средняя длина пробега фононов  $\lambda_R$  до их потере импульса при релаксационных процессах на стенах образца. При понижении температуры количество нормальных столкновений уменьшается, увеличивается  $\lambda_N$  и при этом уменьшается  $\lambda_R$ . В предельном случае  $\lambda_R=d$  – размеру образца (случай Кнудсеновского течения). В каком-то виде этот

эффект соответствует пуазейлеву течению газа в трубе. Физически эффект для фононного газа должен достаточно часто наблюдаться в экспериментах, однако это не так. Наблюдать пуазейлево течение фононного газа удается только на изотопически чистых очень совершенных кристаллах. Наряду с нормальными процессами фонон-фононного рассеяния (аналог столкновений молекул газа) существуют еще  $U$ -процессы, а также рассеяние на разного рода дефектах. Для наблюдения пуазейлевского течения фононов необходимо, чтобы рассеяние за счет резистивных процессов (как на стенках кристалла, так и на дефектах внутри образца) должно быть пренебрежимо малым, но должно происходить много  $N$ -процессов между взаимодействием фононов с потерей импульса. Это означает, что должны выполняться следующие условия  $\lambda_N \ll D$ , а также  $\lambda_R \gg \lambda_N$ ; однако последнего условия недостаточно, необходимо, чтобы резистивная длина пробега была настолько большой, чтобы выполнялось неравенство  $\lambda_R * \lambda_N \gg D^2$ .

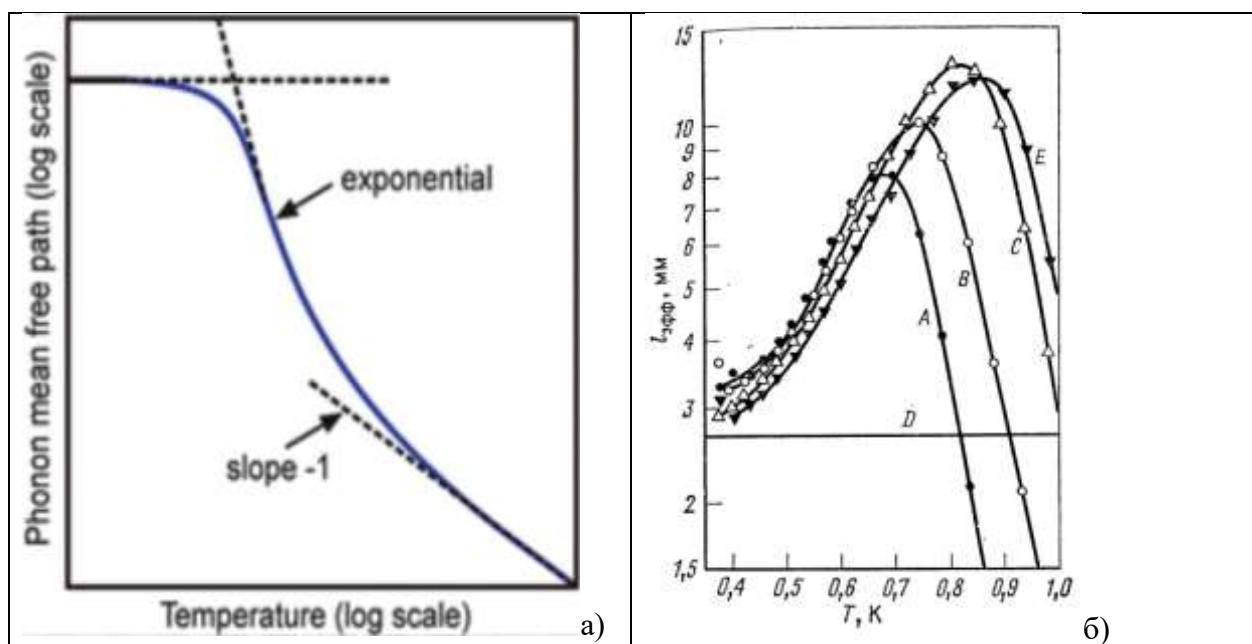


Рис. 9.8. Эффективная средняя длина пробега фононов для случая быстрого «вымерзания»  $N$ -процессов а). Увеличение эффективной средней длины свободного пробега фононов  $\lambda_{\text{eff}} = 3\kappa/C_V\nu$  при пуазейлевском течении фононного газа. Кристаллы гелия выращены при 85 атм, для 4 разных ориентаций оси  $c$  относительно теплового потока: А – 14°, В – 61°, С – 82°, Д – 90°, Е – диаметр кристалла. (Hogan E.M., Guyer R.A., Fairbank H.A., Phys. Rev. 185, 356 (1969))

Пуазейлевское течение фононов в наиболее явном виде наблюдалось в достаточно идеальных кристаллах твердого гелия-4. Причина этого в свойствах кристаллов гелия: в твердом гелии достаточно явно проявляются ангармоничные эффекты (особенности свойств твердого гелия мы более подробно будем обсуждать в Главе 10) и это приводит к тому, что  $N$ -процессы происходят при сравнительно низких температурах, где условия для  $U$ -процессов уже более не выполняются. Кроме того, для гелия-4 возможно получение изотопически чистого газа с концентрацией примеси Не-3 меньше, чем  $10^{-11}\%$ . Остальные вещества в жидким, а также твердом гелии не растворяются.

При увеличении  $\lambda_N$  с понижением температуры теплопроводность, соответствующая пуазейлевскому течению фононов, меняется с температурой быстрее, чем по обычному закону  $T^3$  определяемому пробегами фононов при рассеянии на границах кристалла. Этот эффект наблюдается в очень небольшой области температур, как только с понижением температуры пробеги  $\lambda_N$  становятся достаточно большими, рассеяние на границах начинает преобладать. (рис. 9.8). На этом же экспериментальном графике показана анизотропия фонон-фононного рассеяния в ГПУ кристаллах гелия-4 при разных ориентациях образцов относительно  $c$ -оси.

Наряду с фонон-фононным рассеянием и рассеянием на границах кристалла для теплового сопротивления существенную роль играют процессы рассеяния на дефектах кристаллов. Для дефектов, являющиеся эффективными рассеивающими центрами для фононов, температурные зависимости определяются природой этих дефектов.

### Рассеяние фононов на дефектах

#### Точечные дефекты

Точечными дефектами являются дефекты, размеры которых много меньше длины волны фонона. При высоких температурах длина волны фонона порядка  $\sim \theta / T$  межатомных расстояний и любой дефект не будет точечным, в то время как при низких температурах дефект с объемом в несколько межатомных расстояний можно рассматривать как точечный. Не останавливаясь на деталях вычислений, отметим, что если неоднородность имеет объем  $V$ , а ее сжимаемость и плотность отличаются на  $\Delta\chi$  и  $\Delta\rho$  от соответствующих величин кристалла ( $\chi$  и  $\rho$ ) то эффективное сечение рассеяния звуковых волн с длиной  $\lambda$  определяется выражением

$$S(\lambda) = \frac{4\pi^3 V^2}{\lambda^4} \left[ \left( \frac{\Delta\chi}{\chi} \right)^2 + \frac{1}{3} \left( \frac{\Delta\rho}{\rho} \right)^2 \right]$$

Для случая дефекта замещения, когда атом примеси находится на месте атома матрицы, разность плотностей будет  $\Delta\rho = \Delta M/V$ , а  $\rho = M/V$  и, принимая групповую скорость фононов за константу  $k = \omega/v_{Gr}$ , запишем скорость релаксации на  $n_{Point}$  дефектах на единицу объема

$$\frac{1}{\tau_{\Delta M}(\omega)} = \frac{n_{Point} a^3 \omega^4}{4\pi v_{Gr}^3} \left( \frac{\Delta M}{M} \right)^2$$

Зависимость коэффициента рассеяния фононов от частоты соответствует закону Рэлея для рассеяния света на флуктуациях плотности среды (например, земной атмосферы), когда интенсивность рассеяния обратно пропорциональна четвертой степени длины волны. При низких температурах длины фононов становятся большими и их рассеянием на точечных дефектах можно пренебречь. При этих температурах определяющим является рассеяние на границах кристалла. Влияние рассеяния на точечных дефектах можно наблюдать при более высоких температурах, где частоты фононов более высокие. Однако при более высоких температурах важными становятся  $N$ -и  $U$ -фонон-фононные рассеяния, так что влияние рассеяния на дефектах можно наблюдать только в районе максимума теплопроводности (Рис. 9.9 а).

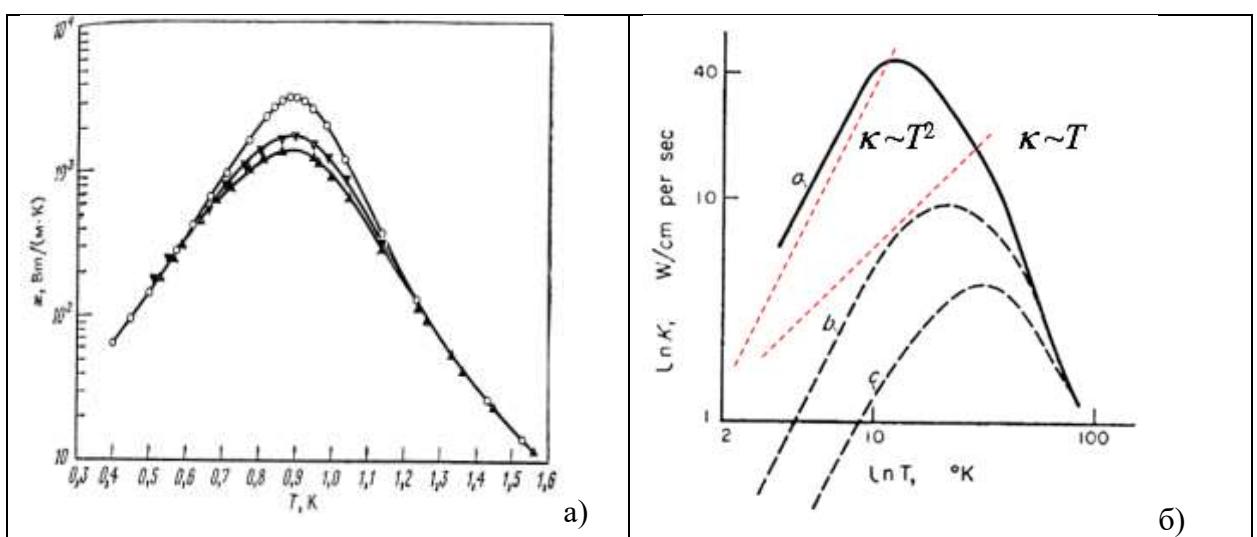


Рис. 9.9. а) Зависимость теплопроводности чистого  ${}^4\text{He}$  и с примесями 0.001% и 0.0015%  ${}^3\text{He}$ . ГПУ кристалл,  $P=85$  атм, тепловой поток перпендикулярен оси  $c$  (LawsonD.T., FairbankH.A., JLTP, 11, 363 (1973)). б) Теплопроводность кристалла LiF после приготовления с отжигом при  $830^\circ\text{C}$  в течении двух часов ( $\rho_D=3*10^4\text{cm}^{-2}$ ) (а); после деформации на 2.4% при комнатной температуре ( $\rho_D=1.8*10^7\text{cm}^{-2}$ ) (б) и деформации на 4% при  $T=180^\circ\text{C}$  ( $\rho_D=4.6*10^7\text{cm}^{-2}$ ) (с)

*Рассеяние фононов на дислокациях.* Если рассматривать теплопроводность в рамках газокинетической теории, то средняя длина пробега фононов при их рассеянии на дислокациях может быть оценена как

$$\lambda_D S_D = 1/\rho_D$$

, где  $S_D$  – площадь рассеяния на единицу длины дислокации, величина, в первом приближении, не зависящая от плотности дислокаций  $\rho_D$  определяемая частотой фононов, т.е. температурой образца. Рэлеевское рассеяние длинноволновых фононов на дефекте в форме цилиндра, диаметр которого много меньше длины волны, как показывают оценки, пренебрежимо мал, однако вокруг дислокации существует достаточно протяженная зона эластичной деформации, сечение рассеяния на которой будет определяться следующим соотношением

$$S_D \cong \frac{\gamma^2 b^2}{v} \omega$$

, где  $\gamma$  – параметр Грюнайзена,  $b$  – вектор Бюргерса дислокации,  $\omega \sim k_B T / \hbar$ . Длина пробега фононов при рассеянии на дислокациях  $\lambda_D \sim 1/T$  таким образом коэффициент теплопроводности при низких температурах будет пропорционален  $\sim 1/T^2$ . (Рис. 9.9 б)

*Параметр Грюнайзена* — безразмерный параметр, который описывает влияние изменения объема кристаллической решетки на его вибрационные свойства и, как следствие, влияние изменения температуры на размер или динамику решетки.

*Вектор Бюргерса (b)* — количественная характеристика, описывающая искажения кристаллической решетки вокруг дислокации. Важнейшие виды линейных дефектов — краевые и винтовые дислокации.

### Теплопроводность аморфных материалов.

Рассматриваемые в предыдущих разделах процессы переноса тепла касались почти идеальных кристаллов, либо кристаллов с таким количеством дефектов, которое не нарушало регулярность решетки. Однако существует большой класс твердых тел, в которых отсутствует дальний порядок — это аморфные вещества. К этой категории относятся и стекла, и полимеры, вещества важные с точки зрения их применения в технике. Из-за нерегулярности структуры теплопроводность разных аморфных веществ при низких температурах различается существенно меньше, чем теплопроводность кристаллических структур. Как уже отмечалось выше, теплоемкость аморфных твердых тел меняется не по закону Дебая  $C_V \sim T^3$ . Температурные особенности теплопроводности аморфных веществ можно связать с изменением теплоемкости и средней длины свободного пробега фононов. Наряду с изменением поведения теплоемкости при низких температурах, в аморфных веществах средняя длина свободного пробега фононов ограничена размерами структурных ячеек (порядка десятка нм). Для веществ, которые могут быть как виде кристаллов, так и в виде аморфных веществ (например, кварц и кварцевое стекло) теплопроводность при высоких температурах одинаковая, что объясняется тем, что при этих условиях длины пробега фононов порядка межатомного расстояния. При понижении температуры пробеги фононов в кристалле возрастают значительно быстрее, чем в аморфной структуре, и отношение теплопроводностей становится очень большим. Ниже температуры максимума в кристалле средняя длина свободного пробега фононов достигает предельных значений, в то время как в стекле при тех же температурах  $\lambda$  продолжает возрастать (Рис. 9.10).

Средние длины свободного пробега фононов в кристаллическом кварце и кварцевом стекле

Температура, К	$\lambda_{Cr}$ , мм	$\lambda_{Am}$ , мм	$\lambda_{Cr}/\lambda_{Am}$
500	$2 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-7}$	3
10	$7 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-5}$	14 000
1	5	$1 \cdot 10^{-2}$	500

Теплопроводность многих некристаллических твердых тел ведет себя так же, как теплопроводность кварцевого стекла при низких температурах имеет зависимость между  $\kappa \sim T^{1.5}$  и  $\sim T^2$ . В области температур  $\sim 10$  К для аморфных веществ в зависимости  $\kappa(T)$  наблюдается плато. При дальнейшем росте температуры теплопроводность аморфных твердых тел начинает возрастать, но с более низкой степенью температурной зависимости по сравнению с низкими температурами. Физически наличие плато, как основной особенностью теплопроводности аморфных веществ, можно объяснить тем, что для аморфных веществ в области температур порядка 10 К средняя длина пробега фононов начинает падать с ростом Т, что в какой-то степени компенсирует рост теплоемкости. Для кристалла в этой области температур длина пробега фононов ограничена размерами кристалла, а теплоемкость возрастает  $\sim T^3$ .

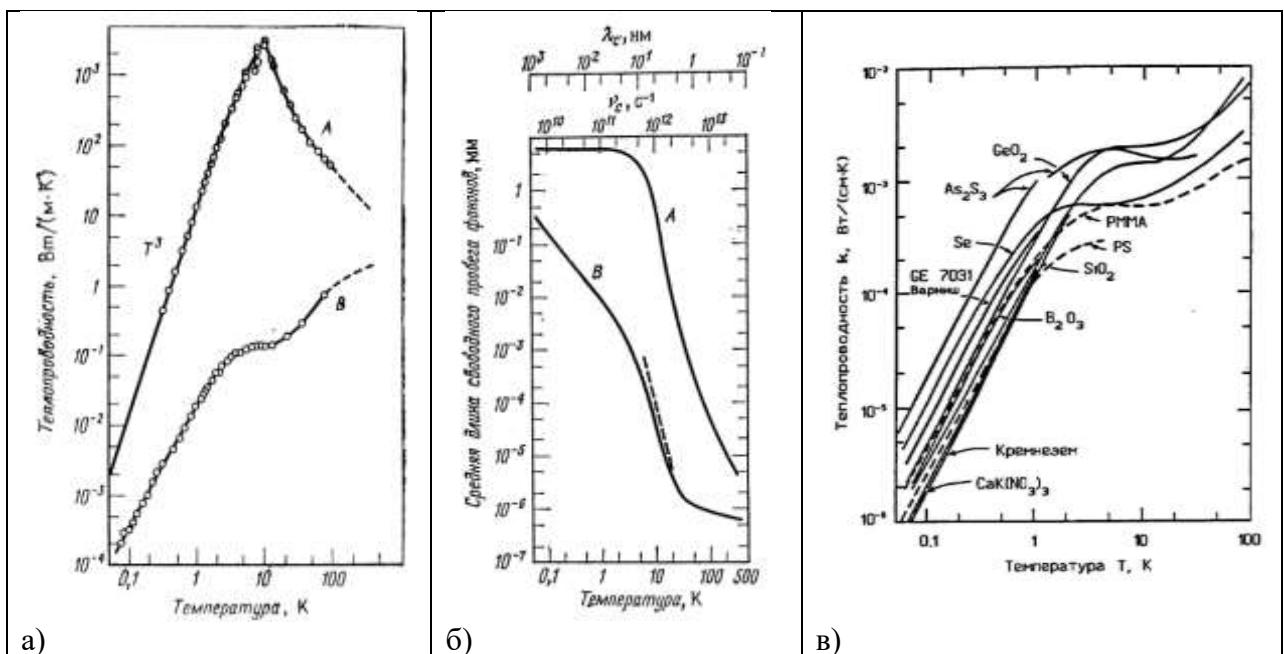


Рис. 9.10. а). Теплопроводность а) и средняя длина свободного пробега фононов б) в образцах кварца. А - кристаллический кварц, ориентированный параллельно оси с (сечение 5\*5  $\text{мм}^2$ ), В – прозрачное кварцевое стекло (ZellerR.C., PohlR.O., Phys. Rev., B4, 2029 (1971)); в) сводный график температурной зависимости теплопроводности ряда аморфных материалов.

Граница между двумя типами поведения теплопроводности (при высоких и низких температурах) некристаллических твердых тел таких как кварцевое стекло, находится в области температур жидкого гелия. Выше этих температур поведение теплопроводности согласуется с представлением о том, что с понижением температуры возрастают средние длины свободного пробега фононов, и преобладающие длины волн фононов начинают намного превосходить размеры структурных неоднородностей. Другим объяснением существования плато в области гелиевых температур может быть модель резонансного рассеяния фононов локализованными фононами, рассматривая аморфную структуру как двухуровневую систему. Схожесть поведения температурных зависимостей теплопроводности для разных аморфных материалов можно объяснить близкими величинами дебаевских температур (порядка сотни К), и, соответственно, схожими температурными зависимостями средних длин волн фононов. В этом случае температурные особенности коэффициента теплопроводности для разных аморфных веществ будут приходиться на близкие температурные области как для структурных неоднородностей аморфных структур, так и для двухуровневых систем.

**Второй звук.** Фононы, как и молекулы газа, могут переносить тепловую энергию из одной области пространства (для фононов – кристалла) в другую. Однако для фононной системы, в отличие от молекул газа, количество фононов может не сохраняться в каждом отдельном столкновении с фононами или с дефектами кристалла, о чем говорилось выше. При столкновении молекул в газе импульс сохраняется, в то время как для фонон-фононных взаимодействий квазиимпульс сохраняется только при  $N$ -процессах. Поэтому закон сохранения импульса для фононной системы выполняется достаточно хорошо лишь при низких температурах, когда «вымерзают» процессы с перебросом и качество кристаллов достаточно высокое – мало рассеяний на дефектах решетки.

Для молекул газа закон сохранения импульса является причиной распространения звука – волны колебательного возмущения локальной плотности молекул газа. Еще одним необходимым условием распространения звуковых колебаний в среде является условие малой частоты звука  $\omega$  по сравнению с частотой столкновений молекул  $1/\tau: \omega \ll 1/\tau$ . Из этого условия следует, что длина волны много больше средней длины пробега молекул между столкновениями  $\lambda \gg \lambda_{SC}$ . При частых молекулярных столкновениях в каждый момент времени возникают локальные состояния термодинамического равновесия, в котором мгновенные локальные значения плотности, давления и температуры связаны между собой уравнением состояния газа.

Для фононного газа можно указать условия, аналогичные условиям распространения звуковых волн в газе. В отличие от газа в фононной системе не сохраняется число фононов и квазиимпульс не сохраняется точно при наличии процессов с перебросом. Первое отличие не столь принципиально, для трехфононных  $N$ -процессов импульс сохраняется. И второе условие – сохранение квазиимпульса – выполняется все с большей точностью с понижением температуры и «вымерзанием» *Umklapp*-процессов. Закон сохранения импульса, необходимый для волнового распространения возбуждений фононной системы, выполняется при условии малой частоты  $U$ -процессов ( $1/\tau_U$ ) по сравнению с частотой колебаний  $\omega$ :  $1/\tau_U \ll \omega$ .

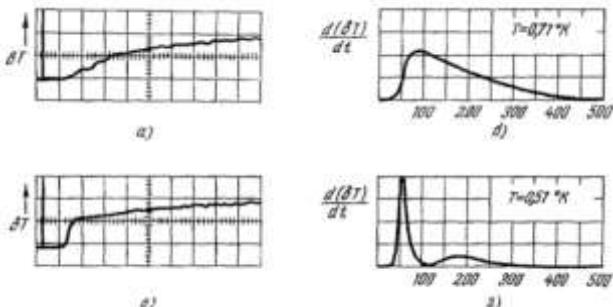


Рис. 9.11. Волны второго звука в кристаллах твердого гелия,  $P=56$  атм, время указано в мкс (AckermanC.C., BermanB., FairbankH.A., GuyerR.A., Phys. Rev., Lett., 16, 789 (1966))

Кроме того, так же как и для волны плотности, необходимо выполнение условия термализации состояния среды, т.е.  $N$ -столкновения с сохранением квазиимпульса должны происходить достаточно часто и локальное термодинамическое равновесие должно устанавливаться за время, малое по сравнению с периодом колебаний. Таким образом частота волнового распространения неравновесного возбуждения фононной системы лежит в интервале частот

$$\frac{1}{\tau_U} \ll \omega \ll \frac{1}{\tau_N}$$

Соответственно такой звук можно обнаружить в области низких температур, когда частота нормальных столкновений значительно превосходит частоту столкновений с потерей импульса ( $U$ -процессы, рассеяние на границах и дефектах кристалла). По аналогии со звуковыми волнами как изменением локальной плотности молекул в газе,

жидкости или твердом теле, для фононной системы такой звук – это распространение колебаний локальной плотности энергии или локальной плотности фононов, т.е. температурной волны. Распространение локального неравновесного теплового возбуждения в кристалле в виде волны называется *вторым звуком*. Для волн второго звука в фононной системе скорость распространения тепловой волны будет равно  $v_{Gr}/\sqrt{3}$ . Волны второго звука (тепловые волны) наблюдались в совершенных кристаллах твердого гелия (рис.9.11), кристаллах висмута, NaF, кристаллах графита. Особый случай распространения волн второго звука – тепловые волны в сверхтекучем гелии, о чём будет отдельный разговор.

### **Перенос тепла электронной системой, закон Видемана-Франца.**

Механизмы теплопроводности, обсуждаемые выше, были связаны с переносом энергии колебаниями решетки. В металлах наряду с фононной системой перенос тепла электронами может существенно превосходить теплопроводность решетки. Суммарная теплопроводность металлов определяется суммой теплопроводности фононной и электронной систем. В таких хороших проводниках, как медь и серебро, теплопроводность электронной системы намного больше теплопроводности фононной системы и эти металлы являются хорошими проводниками тепла. Рассмотрим вклад электронной системы в перенос тепла.

По теории Друде электроны в металле ведут себя как невзаимодействующие частицы, как электронный газ, к которому можно применить кинетическую теорию газов. При этом считается, что электрон движется, пренебрегая сложными полями от других электронов и ионов. Без градиента температуры или электрического поля их результирующее движение равно нулю. При приложении электрического поля возникает средний поток электронов в направлении поля. Предполагается, что за единицу времени электрон испытывает столкновение с вероятностью  $1/\tau$ , где  $\tau$  - время релаксации, среднее время, за которое электрон испытывает столкновение. По положениям теории Друде электроны приходят в состояние теплового равновесия благодаря столкновениям; скорость электронов после столкновения не зависит от скорости до столкновения и направлена случайным образом; величина скорости после столкновения определяется средней температурой той области, где произошло столкновение.

После столкновениях с решёткой электрон будет испытывать ускорение во внешнем электрическом поле в течении времени  $\tau$ , при этом вероятность избежать столкновение за время  $\tau$  будет равно  $\exp(-t/\tau)$ . Средняя скорость, приобретенная электроном между столкновениями, будет  $\langle v_e \rangle = (Ee/2m_e)\tau$ . Тогда плотность электрического тока в единице объема определится как  $j = n_e(Ee^2/2m_e)\tau$  и электропроводность  $\sigma = (n_e e^2/2m_e)\tau$ .

Теперь рассмотрим теплопроводность электронной системы (газа электронов) по аналогии с теплопроводностью фононной системы:  $\kappa_e = 1/3n_e c_e v^2 \tau$ , где  $c_e$  – теплоемкость на один электрон, а  $\tau$  тоже самое время между столкновениями (время релаксации), как и для электропроводности. Отношение теплопроводности к электропроводности позволяет определить способность переносить тепло системой, зная ее электропроводность

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{1/3n_e c_e v^2 \tau}{n_e e^2 \tau / 2m_e} = \frac{2c_e v^2 m_e}{3e^2}$$

Рассматривая электроны, как газоподобные частицы, подчиняющиеся закону равнораспределения по степеням свободы, имеем

$$c_e = \frac{3}{2} k_B \quad \text{и} \quad \frac{m_e v^2}{2} = \frac{3}{2} k_B T$$

Отношение теплопроводности к электропроводности зависит только от температуры

$$\frac{\kappa}{\sigma} = 3 \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 T = LT$$

и называется законом Видемана-Франца в честь немецких физиков Г.Видемана и Р.Франца, которые в 1853 году экспериментально установили, что для металлов при одинаковых температурах это отношение  $\kappa/k$  будет одинаковое. Константа  $L$  называется константой Лоренца. Ее величина в классической теории электронного газа, полученная Друде,  $L \approx 2.22 \cdot 10^{-8} \text{ W}\Omega\text{K}^{-2}$ .

Величина константы Лоренца для разных металлов при комнатной температуре умноженная на  $10^8$

Металл	Cu	Ag	Au	Pb	Al	Ir	Pt	Sn	Mo	W
	3.15	3.19	3.20	3.40	2.8	3.21	3.45	3.21	3.71	4.2

Конечно, константа Лоренца зависит от температуры (Рис. 9.12) и природы металла, но общая идея закона Видемана-Франца справедлива: отношение теплопроводности и электропроводности величина близкая к константе.

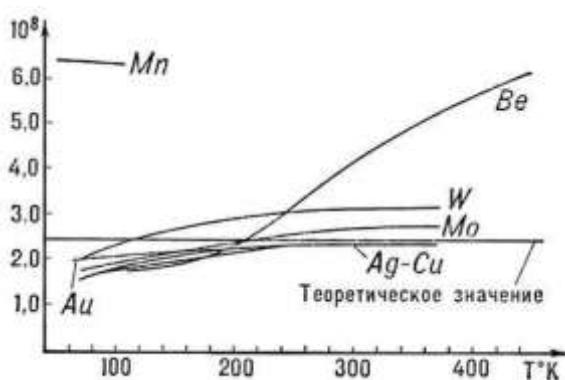


Рис. 9.12. Зависимость константы Лоренца от температуры для ряда металлов.

Точный расчет закона Видемана-Франца, сделанный Зомерфельдом с помощью квантовой статистики, учитывающий распределение вероятностей Ферми-Дирака для электронов, показал для коэффициента Лоренца величину  $L \approx 2.47 \cdot 10^{-8} \text{ W}\Omega\text{K}^{-2}$ , что не сильно отличается от величины, полученной в теории Друде.

### Особенности теплопроводности сверхпроводников

Сверхпроводники, как объекты меняющие свои электрические свойства с температурой, являются особенными объектами для изучения процессов передачи тепла. В сверхпроводниках, как и в остальных металлах, теплопроводность определяется суммой теплопроводности фононной и электронной систем. Конечно, на свободные пробеги и фононов, и электронов сильно влияет взаимодействие этих систем друг с другом: рассеяние фононов на электронах и, в еще большей степени, рассеяние электронов на фононах, но для понимания процессов переноса тепла в этих системах мы должны учитывать в еще большей мере рассеяние носителей энергии на дефектах в рассматриваемых кристаллах. В этом отношении очень поучительно рассмотрение теплопроводности сверхпроводников разного качества. Для сверхпроводников возможно проводить сравнение физических свойств материала в сверхпроводящем состоянии и в нормальном, переводя сверхпроводник в нормальное состояние магнитным полем, обозначая теплопроводность как  $\kappa_S(T)$  и  $\kappa_N(T)$ .

Особенностью сверхпроводников является то, что при переходе металла или сплава в сверхпроводящее состояние электроны, принимающие участие в процессе конденсации, спариваются и не переносят энергии и не взаимодействуют с фононами. Если фононная компонента теплопроводности в нормальном состоянии мала и основной перенос тепла осуществляется электронной системой, то переход проводника в сверхпроводящее состояние приводит к резкому уменьшению теплопроводности из-за уменьшения эффективного числа электронов в нормальном состоянии. При температурах

ниже  $0.4T_c$  теплоемкость электронной системы сверхпроводника экспоненциально вымерзает и отношение  $\kappa_S^\text{e}/\kappa_N^\text{e}$  будет пропорционально  $[\exp(-\Delta/T)/T]$ . Как оказалось, вблизи  $T_c \kappa_S^\text{e}/\kappa_N^\text{e} = 1$ , хотя по теории БКШ вблизи  $T_c$  имеется скачок теплоемкости электронной системы. Уточнение теории теплопроводности сверхпроводников показало, что при переходе в сверхпроводящее состояние теплопроводность плавно начинает уменьшаться, не испытывая скачка. (рис. 9.13 а). В частности, для кристаллов чистого олова в области температур от  $T_c/T=1$  до  $T_c/T \sim 10$  теплопроводность в сверхпроводящем состоянии менялась по закону  $\kappa_S \sim \exp(-1.45T_c/T)$ . Особенностью этих образцов было то, что переход в сверхпроводящее состояние происходил при температурах ниже максимума теплопроводности металла. При низких температурах, когда вклад в суммарную  $\kappa$  электронной системы экспоненциально вымерзает, вклад фононной системы  $\sim T^3$  становится доминирующим.

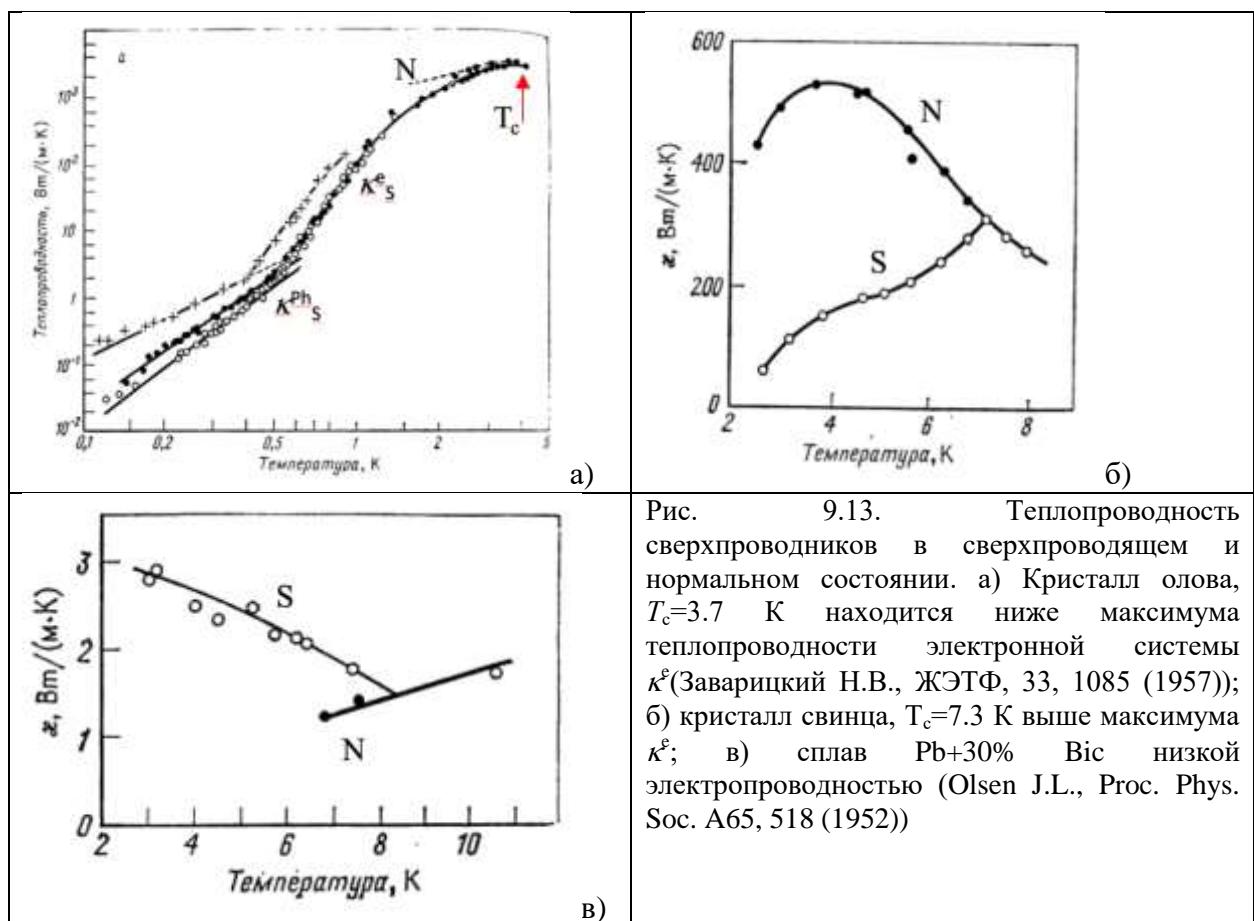


Рис. 9.13. Теплопроводность сверхпроводников в сверхпроводящем и нормальном состоянии. а) Кристалл олова,  $T_c=3.7$  К находится ниже максимума теплопроводности электронной системы  $\kappa^\text{e}$  (Заварицкий Н.В., ЖЭТФ, 33, 1085 (1957)); б) кристалл свинца,  $T_c=7.3$  К выше максимума  $\kappa^\text{e}$ ; в) сплав Pb+30% Biс низкой электропроводностью (Olsen J.L., Proc. Phys. Soc. A65, 518 (1952))

Если величина  $T_c$  превосходит температуру максимума теплопроводности, то с понижением температуры электронная компонента в сверхпроводящем состоянии уменьшается за счет уменьшения эффективного числа электронов, но средняя длина пробега неспаренных электронов увеличивается за счет ослабления электрон-фононного рассеяния, что приводит к не столь резкому уменьшению теплопроводности  $\kappa_S$ . Ослабление электрон-фононного рассеяния приводит к росту теплопроводности в нормальном состоянии, которое при низких температурах сменяется уменьшением за счет рассеяния электронов на дефектах (рис. 9.13 б).

Для сверхпроводников с низкой электропроводностью вклад решеточной теплопроводности может превосходить вклад электронной системы. В этом случае фонон-электронное рассеяние будет уменьшаться по мере перехода электронов в сверхпроводящее состояние, что может приводить к росту теплопроводности, в отличие от теплопроводности в нормальном состоянии (рис. 9.13 в).

**Температуропроводность**(коэффициент температуропроводности) – физическая величина, характеризующая скорость изменения (выравнивания) температуры вещества в неравновесных тепловых процессах. Из общих соображений понятно, что чем больше коэффициент теплопроводности и меньше теплоемкость вещества, там быстрее меняется температура тела. Действительно, скорость передачи тепла через единицу поверхности равна  $-\kappa\partial T/\partial t$  для одномерного случая  $-\kappa\partial T/\partial x$ . Повышение температуры в элементе объема определяется его теплоемкостью

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla(\kappa \nabla T) = q_v$$

, член в правой части определяет выделение тепла в объеме образца. Если внутренних нагревов в образце не происходит, то уравнение упрощается  $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T$ , где  $\alpha = \frac{\kappa}{\rho c_p}$  коэффициент температуропроводности.

Вещества с высокими и низкими коэффициентами  $\alpha$  ( $\text{м}^2/\text{с}$ ) при комнатных температурах:

Пиролитический графит параллельно слоям	$1.22 \cdot 10^{-3}$
Углерод композит	$2.17 \cdot 10^{-4}$
Гелий ( $T=23^\circ\text{C}$ , 1 атм)	$1.9 \cdot 10^{-4}$
Серебро	$1.66 \cdot 10^{-4}$
Водород ( $T=23^\circ\text{C}$ , 1 атм)	$1.6 \cdot 10^{-4}$
Медь	$1.11 \cdot 10^{-4}$
...	
Воздух	$1.9 \cdot 10^{-5}$
Вода	$1.43 \cdot 10^{-5}$
Пиролитический графит перпендикулярно слоям	$3.6 \cdot 10^{-6}$
...	
Нейлон	$9 \cdot 10^{-8}$
Дерево (желтая сосна)	$8.2 \cdot 10^{-8}$
Поливинилхлорид	$8 \cdot 10^{-8}$
Этиловый спирт	$7 \cdot 10^{-8}$

*Периодический источник тепла.* В данной задаче будем рассматривать одномерную геометрию. Источник тепла при  $x=0$  задает температуру в этой точке в виде  $T_0 \cos \omega t$ . Будем рассматривать это как действительную часть от функции  $T_0 \exp(i\omega t)$ . Тогда

$$h^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t} = i\omega T$$

, здесь  $h^2 = \alpha$  – коэффициент температуропроводности. Решение этого уравнения, стремящееся к нулю при больших  $x$ , имеет вид

$$T = T_0 \exp(-\lambda x + i\omega t)$$

$$\text{, где } h^2 \lambda^2 = i\omega, \quad \lambda = \frac{1+i}{h} \sqrt{\frac{1}{2}\omega} = (1+i)\chi, \quad \text{и} \quad \chi = \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}$$

Тогда

$$T = T_0 \exp[i\omega t - (1+i)\chi x]$$

и, отделяя действительную часть, находим

$$T = T_0 e^{-\chi x} \cos(\omega t - \chi x)$$

Особенностью решения является периодические колебания, амплитуда которых убывает с расстоянием от источника, а фаза все время запаздывает, и чем дальше от источника нагрева, тем больше. На расстоянии  $x=\pi\chi$ , фаза становится противоположной фазе источника, а амплитуда уменьшается в  $e^{-\pi} \approx 23$  раза. В качестве примера рассмотрим суточный и годовой нагрев поверхности Земли солнцем. Периодическая затухающая волна создает колебания температуры в глубине земли. Фаза дневных колебаний

температуры меняется на противоположную на глубине в 1 м. Если разность дневных и ночных температур составляет 20 градусов, то на этой глубине разность температур составит ~1 градуса. Годовые колебания температуры меняют фазу на глубине в 18 м и колебания температуры составляют величину ~2-3К.

Задачи:

1. Вычислить теплопроводность металла в модели Зоммерфельда, используя кинетическое уравнение Больцмана.
2. По приведенным данным для четырех образцов LiF разной толщины определить температурную зависимость теплопроводности  $\kappa$  в пределе  $T \rightarrow 0$ . Показать, что теплопроводность зависит от размеров образца.

T, K	Теплопроводность, W/(cm*K)				T, K	Теплопроводность, W/(cm*K)			
	7.25 мм	4.00мм	2.14мм	1.06мм		7.25 мм	4.00мм	2.14мм	1.06мм
1.5	0.50	0.30	0.155	0.078	6	32.0	19.0	10.1	5.0
2	1.20	0.70	0.37	0.185	7	47	28	16	7.3
3	4.00	2.35	1.25	0.61	8	61	39	23	10
4	9.50	5.60	2.96	1.47	9	79	51	30	14
5	18.6	11.0	5.90	2.80	10	94	64	38	18

3. Определить вид температурной зависимости теплопроводности ктврдого аргона при температурах выше 10 К по данным таблицы. Ошибка эксперимента  $\pm 5\%$ .

T, K	$\kappa, \text{mW}/(\text{cm}*\text{K})$	T, K	$\kappa, \text{mW}/(\text{cm}*\text{K})$
10	35	30	7.9
12	28	40	5.7
14	22.5	50	4.6
16	18.5	60	3.9
18	15.5	70	3.5
20	13.1	80	3.1
25	9.8		

4. Измерение теплопроводности особо чистого калия проводились в широком диапазоне температур. Используя результаты измерений (таблица) разделить вклады в электронную теплопроводность рассеяние электронов на фонах и на дефектах

T, K	$\kappa, \text{W}/(\text{cm}*\text{K})$	T, K	$\kappa, \text{W}/(\text{cm}*\text{K})$
2	3.31	5	7.28
2.5	4.40	6	7.00
3	5.18	8	5.86
4	6.31	10	4.63

**Жан Луи Мари Пуазёйль**, (J.L. Poiseuille; 1799, Париж – 1869, Париж) — французский врач и физик. В 1842 году стал членом Французской медицинской академии. В 1828 году впервые применил для измерения артериального давления животных ртутный манометр. Исследование проблем кровообращения привело Пуазёйля к исследованиям гидравлических процессов. В 1840—41 году экспериментально установил закон истечения жидкости через тонкую цилиндрическую трубку.

**Мартин Ганс Христиан Кнудсен**(Martin Hans Christian Knudsen, 1871, Хасмарк – 1949, Копенгаген) – датский физик, преподававший и проводивший исследования в Датском техническом университете. Известен главным образом благодаря изучению молекулярного газового потока.

**Эдуард Грюнайзен** (Eduard Grüneisen; 1877, Гайбихенштайн – 1949, Магдебург) – немецкий физик.

**Иоханнес (Ян) Мартинус Бюргерс**(*Johannes Martinus Burgers*, 1895, Арнем, Нидерланды – 1981, Вашингтон, США) — нидерландский физик, известный открытием уравнения Бюргерса в гидродинамике, вектора Бюргерса в теории дислокаций и материала Бюргерса в теориивязкоупругости.

**Густав Генрих Видеман**(*Gustav Heinrich Wiedemann*; 1826, Берлин – 1899, Лейпциг) – немецкий физик. Член Саксонской академии наук (1871), член-корреспондент Прусской академии наук (1879), иностранный член-корреспондент Петербургской академии наук (1883), иностранный член Лондонского королевского общества (1884)

**Рудольф Франц** (*Rudolph Franz*; 1826, Берлин – 1902, Берлин) – немецкий физик, установил в Видеманом в 1853 году соотношение между теплопроводностью и электропроводностью металлов.

**Пауль Карл Людвиг Друде** (*Paul Karl Ludwig Drude*; 1863, Брауншвейг – 1906, Берлин) — немецкий физик. Основные труды по приложениям классической электронной теории: создал теорию электронной проводимости металлов, теорию поляризации света, отражённого от металлической поверхности, теорию дисперсии света. Теория Друде – классическое описание движения электронов в металлах.

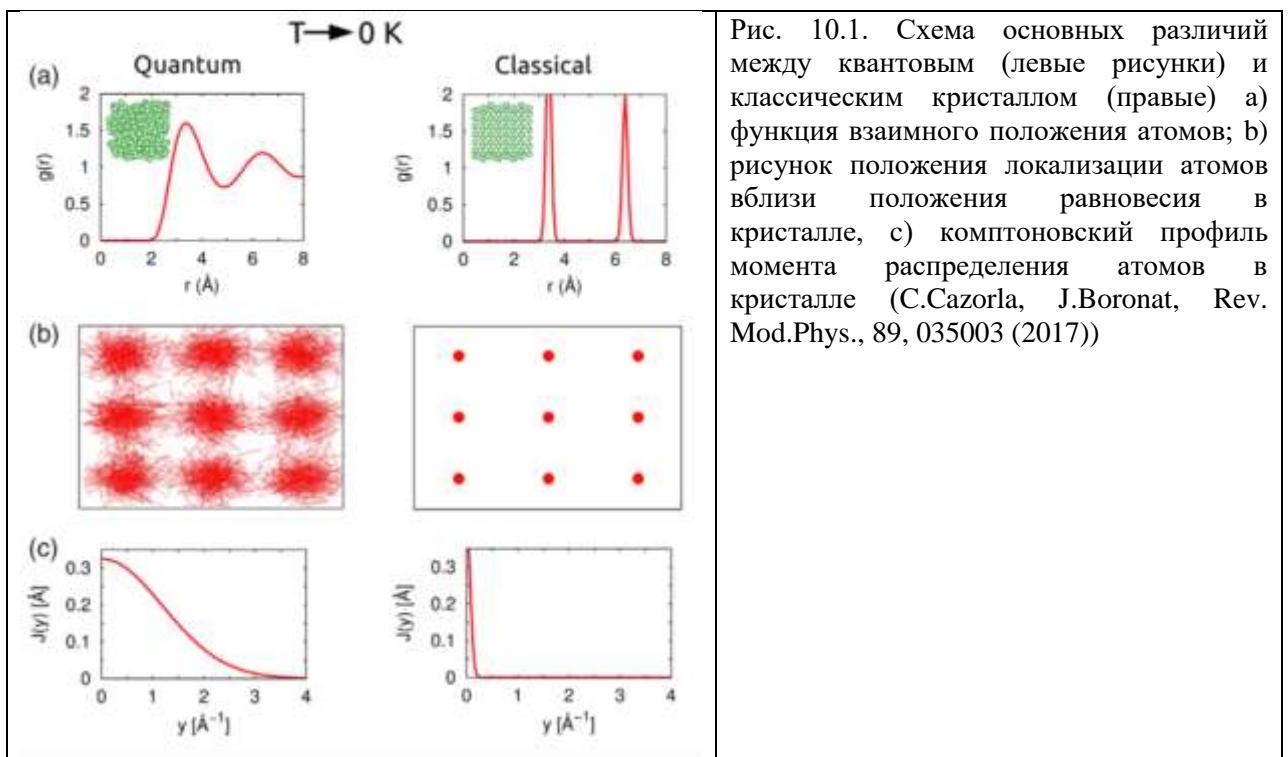
**Людвиг Валентин Лоренц**(*Ludwig Valentin Lorenz*; 1829, Эльсинор– 1891, Фредерксберг) – датский физик-теоретик. Внёс значительный вклад в развитие оптики, электродинамики и теории металлов. Был избран членом Датской королевской академии наук.

**Арнольд Иоганнес Вильгельм Зоммерфельд** (*Arnold Johannes Wilhelm Sommerfeld*; 1868, Кенигсберг – 1951, Мюнхен) – немецкий физик-теоретик и математик. Зоммерфельд получил ряд важных результатов в рамках «старой квантовой теории», развил полуклассическую теорию металлов. Он основал крупную мюнхенскую школу теоретической физики, написал ряд учебников по этой дисциплине.

## Глава 10. Квантовые кристаллы и жидкости.

### Квантовые кристаллы

Обычная квантовая теория твердых тел основана на предположении о квазиклассической природе кристаллической решетки. Проявлением квантовых эффектов являются квантованные колебания решетки (фононы) особенно при температурах много ниже температуры Дебая. Однако при этом атомы решетки занимают фиксированное положение на определенном расстоянии друг от друга, совершая тепловые колебания вблизи положения равновесия, и это является чисто классическим рассмотрением. Хотя такой схема является весьма приближенной, для большинства веществ квазиклассический подход описывает физические свойства кристаллов достаточно хорошо. Однако существует класс веществ, для которых влияние квантовых эффектов на колебания атомов вблизи положения равновесия является достаточно большим. Проявление квантовых эффектов не зависит от температуры, такие квантовые колебания атомов называются нулевыми колебаниями. Кристаллы, для которых нулевые колебания по амплитуде сравнимы с межатомным расстоянием, называются *квантовыми кристаллами*. Параметром, характеризующим квантовость кристаллов, а именно отношение амплитуды нулевых колебаний  $a_0$  к межатомному расстоянию  $a$ , является параметр де Бура  $\Lambda \approx a_0/a$ . Из общих соображений попробуем определить какие кристаллические вещества могут проявлять квантовые свойства в наиболее явном виде.



Для количественного описания амплитуды нулевых колебаний рассмотрим колебания массы  $m$  на пружинке с жесткостью  $\chi$ . Тогда частота нулевых колебаний будет определяться как  $\omega \sim \sqrt{\chi/m}$ , и энергией колебаний будет  $E_0 \sim \hbar\omega$ . Рассматривая теперь жесткость «пружинки», удерживающей атомы в положении равновесия в кристалле, можно оценить ее как  $\chi \sim \epsilon/a^2$ , где  $\epsilon$  энергия взаимодействия соседних атомов в кристалле. Тогда импульс нулевых колебаний будет  $p = \sqrt{m\epsilon}$ , амплитуда нулевых колебаний будет  $pa_0 \approx \hbar$  и параметр де Бура  $\Lambda = \frac{\hbar}{\sigma\sqrt{m\epsilon}}$ . Таким образом мера проявления квантовых эффектов тем сильнее, чем слабее взаимодействие между атомами решетки и чем более легкие атомы формируют эту решетку.

При рассмотрении взаимодействия между атомами в кристаллической решетке мы указывали, что ван-дер-ваальсовые связи, наведенные дипольные электрические взаимодействия за счет спонтанной поляризации атомов, являются наиболее слабыми силами, формирующими кристаллы. Это означает, что глубина потенциальной ямы для ван-дер-ваальсовых кристаллов, описываемая потенциалом Ленарда-Джонса, достаточно мала и мала энергия взаимодействия  $\varepsilon$ .

$$U = 2\varepsilon \left[ A_{12} \left( \frac{\sigma}{r} \right)^{12} - A_6 \left( \frac{\sigma}{r} \right)^6 \right]$$

Подставив числа в параметр де Бура (*deBoer parameter*) определим, что наибольшие проявления квантовых эффектов в свойствах кристаллов можно ожидать в кристаллах инертных газов

${}^3\text{He}$	${}^4\text{He}$	Hydrogen	Methane	Neon	Argon	Krypton	Xenon
3.1	2.7	1.79	1.48	0.59	0.16	0.1	0.064

Таким образом наибольшие нулевые колебания наблюдаются для кристаллов гелия, водорода, метана и неона. Для прочих атомов инертных газов эта величина существенно меньше межатомного расстояния и ожидать квантовые эффекты в диффузионных процессах для этих элементов весьма маловероятно. Проявление квантовых эффектов в квантовых кристаллах можно ожидать в явлениях диффузии в кристаллической матрице дефектов или пробных частиц, движение которых будет определяться квантовым туннелированием не зависящим от температуры. В результате в квантовых кристаллах исчезает возможность отождествления между частицами и узлами решётки и начинают проявляться эффекты квантово-механической тождественности частиц, в т. ч. обменное взаимодействие.

Для ван-дер-ваальсовых кристаллов, сформированных из неполярных молекул, возможно проявление квантовых эффектов для молекул, в которых возможны вращательные степени свободы, например для молекул водорода или метана, где молекулы вещества, занимающие определенные позиции в кристаллической решетке, могут совершать вращательное движение. Ротационный параметр де Бура зависит от характерной энергии смены положений молекулы при вращении и момента инерции такой молекулы

Криокристалл	Водород	Метан	Дейтерированый метан	Углекислый газ
Ротационный параметр де Бура $\Lambda_{rot} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{I U_0}}$	4,78	0,627	0,318	0,0431

Таким образом влияние квантовых свойств во вращении молекул возможны в молекулах водорода и метана. Такое проявление можно заметить в механических свойствах таких кристаллов или в их теплоемкости.

### Фазовые диаграммы гелия

Одним из наиболее ярких проявлений квантовых свойств гелия является то, что и  ${}^3\text{He}$ , и  ${}^4\text{He}$  остаются жидкими при давлении насыщенных паров даже при охлаждении до нулевой температуры. Кристаллизация гелия наступает только при создании дополнительного давления порядка 30 атм. Обычно охлаждение жидкого гелия производится путем откачки паров жидкости. При  $T=2.17$  К при давлении насыщенных паров жидкий гелий-4 переходит в сверхтекучее состояние. Сверхтекучесть - явление бездиссилиптивного переноса массы в макроскопических квантовых системах, находящихся в сверхтекучем состоянии. Явление сверхтекучести было открыто в жидком

<sup>4</sup>He П. Л. Капицей (1938) и в жидком <sup>3</sup>He Д. Ошеровым, Р. Ричардсоном и Д. Ли (D. Osheroff, R. Richardson, D. Lee, 1972). Бездиссипативное (незатухающее) движение обеспечивается когерентностью фаз макроскопического числа частиц квантовой жидкости.

Свойства жидкого гелия	Гелий-4	Гелий-3
Критическая температура	5.2 К	3.3 К
Температура кипения при P=1 атм	4.2 К	3.2 К
Минимальное давления затвердевания	25 атм	29 атм при 0.3 К
T перехода в сверхтекучесть при давлении паров	2.17 К	1 мК без магнитного поля

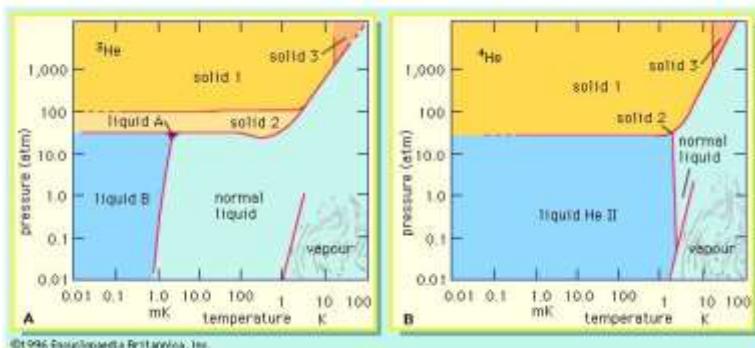


Рис. 10.2. Фазовые диаграммы гелия-3 (левый график) и гелия-4 (правый график). Твердый гелий имеет (и гелий-4, и гелий-3) три структуры: обозначенные как solid 1 – ОЦК; solid 2 – ГПУ; solid 3 – ГЦК.

### Сверхтекучесть гелия-4.

Поскольку атомы гелия являются бозонами, квантовая механика допускает нахождение в одном состоянии произвольного числа частиц. Вблизи абсолютного нуля температуры все атомы гелия оказываются в основном энергетическом состоянии. Поскольку энергия состояний дискретна, атом может получить не любую энергию, а только такую, которая равна энергетическому зазору между соседними уровнями энергии. Но при низкой температуре энергия, приобретаемая в результате столкновений, может оказаться меньше величины этого зазора, в результате чего рассеяние энергии попросту не будет происходить. Жидкость будет течь без трения. Наиболее ярко проявлены свойства сверхтекучести были продемонстрировано в экспериментах по измерению вязкости сверхтекучего гелия, проведенных П.Л.Капицей в 1937-8 годах. В этих экспериментах было показано, что вязкость падает в миллионы раз при переходе гелия в сверхтекучее состояние. В эксперименте гелий протекал между двумя пластинками, расположенными на расстояниях порядка волны света ( $10^{-6}$  м) (рис. 10.3 а). Гелий при температурах выше 2.17 К не протекал в такую щель, в то время как сверхтекущий гелий протекал достаточно интенсивно. Еще один замечательный эффект, определяемый природой сверхтекучести – это противоток нормальной и сверхтекущей компонент в Не-Попределяемый потоками тепла в жидкости и связанный с этим термомеханический эффект. Суть термомеханического эффекта сводится к бесконечному течению нормальной компоненты гелия из капилляра при нагреве объема гелия. Это может проявляться в отклонении легкого крыльышка, находящегося напротив капилляра. При этом нормальная компонента, образующаяся из сверхтекущей при ее нагреве внутри ампулы, движется по капилляру из нагреваемого объема наружу, в то время как сверхтекущая компонента втекает через тот же капилляр в ампулу (рис. 10.3.б). Классическая демонстрация этого эффекта — это вращение «паучка Капицы» — турбинки, вращающейся за счет реактивной струи нормальной компоненты, вытекающей из нагреваемого объема. При этом существует противоток нормальной и сверхтекущей компонент в капиллярах турбинки при нагреве объема ампулы (рис. 10.3 в). Термомеханический эффект связан со способностью

сверхтекучей компоненты протекать через малые зазоры (например, через мелкий притирочный порошок) без трения, в то время как нормальная компонента не движется через этот объем из-за ее большой вязкости. Если в объеме ампулы сверхтекучая компонента переходит в нормальную при повышении температуры, то давление в ампуле повышается за счет равных концентраций сверхтекущих компонент с двух сторон от пространства с порошком (рис. 10.3. г). Такая идея используется в термомеханическом насосе, об использовании которого поговорим позднее. Красивое проявление термомеханического эффекта демонстрируется в фонтан-эффекте, когда простое освещение ампулы с большим локальным гидравлическим сопротивлением для нормальной компоненты приводит к фонтанированию сверхтекущего гелия из трубочки над поверхностью гелия (рис. 10.3. д).

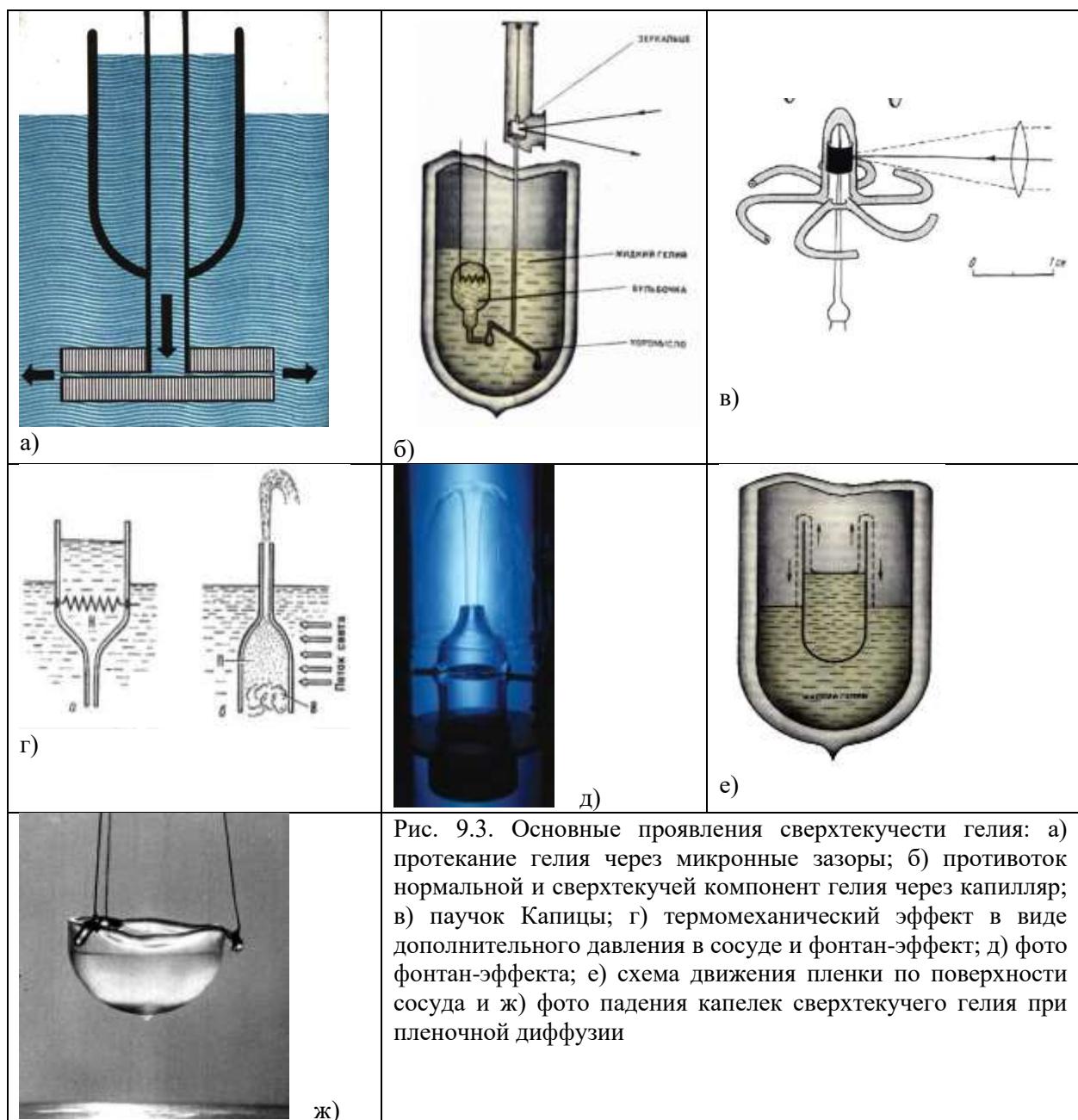


Рис. 9.3. Основные проявления сверхтекучести гелия: а) протекание гелия через микронные зазоры; б) противоток нормальной и сверхтекучей компонент гелия через капилляр; в) паучок Капитзы; г) термомеханический эффект в виде дополнительного давления в сосуде и фонтан-эффект; д) фото фонтан-эффекта; е) схема движения пленки по поверхности сосуда и ж) фото падения капелек сверхтекущего гелия при пленочной диффузии

Обычные жидкости, такие как спирт, вода или нефть, будут ползти вверх по твердым стенкам благодаря явлению смачивания, которое определяется поверхностным натяжением жидкости. Скорость такого движения ограничивается вязкостью жидкости. У сверхтекущего гелия поток жидкости в слое ограничивается не его вязкостью, а

критической скоростью, составляющей около 20 см/с. Это достаточно высокая скорость, поэтому сверхтекучий гелий может сравнительно легко течь вверх по стенкам пустого контейнера, частично погруженного в жидкость, дотекать до его верха и перетекать через край, заполняя контейнер до уровня жидкости снаружи. Этот сифонный эффект схематично показан на рис. 10.3.е). Если наполненный контейнер поднять выше уровня жидкости, то поток плёнки образует видимые капли на дне контейнера (рис. 10.3 ж). Для сверхтекучего гелия пленка поднимается вверх по стенкам прибора до высоты, определяемой распределением температур вдоль стенки до точки, где  $T=T_\lambda$ . Этот механизм, кстати, может быть одной из причин достаточно интенсивного испарения гелия из прибора.

### *Двухжидкостная модель гелия II.*

В 1941-м году советский физик Лев Ландау предложил теорию сверхтекучести, согласно которой гелий II является смесью двух компонент – обычной и сверхтекучей. При этом сверхтекучая компонента имеет температуру абсолютного нуля, не имеет энтропии и возбуждений, и ее концентрация уменьшается с нагреванием:

$$\frac{\rho_s}{\rho} = 1 - \left(\frac{T}{T_\lambda}\right)^{3/2}$$

Простейшими элементарными возбуждениями жидкости являются фононы, закон дисперсии фононов традиционный  $\varepsilon=v_{Gr}p$ ,  $p$  – импульс фона. Для объяснения температурного хода термодинамических величин сверхтекучего гелия Ландау постулировал существование еще одного вида возбуждений в гелии, называемых *ротонами*, со спектром вида  $\varepsilon=\Delta+(p-p_0)^2/m_R$ , где  $m_R$  – масса ротона. Спектр сверхтекучего гелия представлен на рис. 10.4).

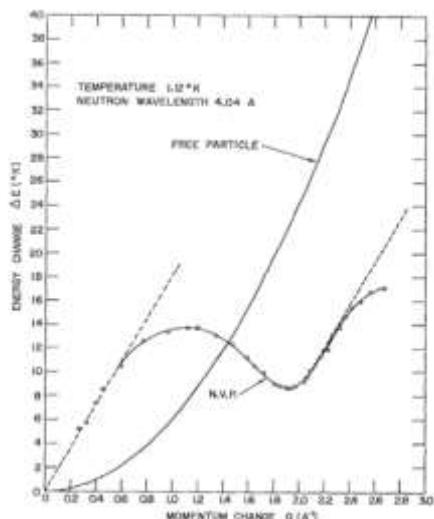


Рис. 10.4. Спектр элементарных возбуждений в сверхтекучем гелии по неупругому рассеянию нейтронов (D.G.Henshaw, A.D.B.Woods, Phys. Rev., 121, 1266 (1961)). Спектр возбуждений сверхтекучего гелия – это два независимых вида квазичастиц: фононы с линейным спектром  $E=\hbar v_{Gr}k$  и ротоны со спектром  $E=\Delta+\hbar^2(k-k_0)^2/2m$ , где скорость звука  $v_{Gr}=237$  м/с, ротонная щель  $\Delta=8.6$  К, положение ротонного минимума  $k_0=1.91$   $\text{\AA}^{-1}$  и эффективная масса ротона  $m=0.16 m_{He}$ . И фононы, и ротоны являются бозонами и подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна. Однако для ротонов из-за большой щели в распределении можно пренебречь 1 и использовать статистику Больцмана.

*Теплоемкость фононной и ротонной систем.* Теперь, зная спектр элементарных возбуждений сверхтекучего гелия, определим его теплоемкость. В соответствии с теорией Дебая энергия фононов определится как

$$E = \frac{V}{2\pi^2} \frac{1}{v^3} \int_0^{\omega_D} \omega^2 \left( \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} \right) d\omega = \frac{V}{2\pi^2} \frac{T^4}{\hbar^3 v^3} \int_0^{\hbar\omega_D/k_B T} \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

В отличии от фононов в твердых телах в жидкости существует одна фононная ветвь, и теплоемкость фононной системы

$$C = \frac{2\pi^2}{15} V k_B \left( \frac{k_B T}{\hbar v} \right)^3$$

Энергия ротонной системы определится как

$$\begin{aligned} E &= \int \left( \Delta + \hbar^2 \frac{(k - k_0)^2}{2m} \right) \exp \left[ -\frac{\Delta + \hbar^2 \frac{(k - k_0)^2}{2m}}{k_B T} \right] \frac{V d^3 k}{(2\pi)^3} \\ &= \frac{4\pi V}{(2\pi)^3} e^{-\Delta/T} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \Delta + \hbar^2 \frac{\xi^2}{2m} \right) e^{-\hbar^2 \frac{\xi^2}{2k_B T m}} d\xi \end{aligned}$$

Замена  $k = \xi + k_0$  позволяет проводить интегрирование по всей оси абсцисс оставляя в разложении только четные степени

$$\begin{aligned} E &= \frac{4\pi V}{(2\pi)^3} e^{\Delta/T} \int_{-\infty}^{\infty} \left( k_0^2 \Delta + \left( \Delta + \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} \right) \xi^2 + \hbar^2 \frac{\xi^4}{2m} \right) e^{-\hbar^2 \frac{\xi^2}{2k_B T m}} d\xi \\ &= \frac{V e^{-\Delta/T}}{2\pi^2} k_0^2 \Delta \frac{\sqrt{2mk_B T}}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx + \frac{V e^{-\Delta/T}}{2\pi^2} \left( \Delta \right. \\ &\quad \left. + \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} \right) \left( \frac{\sqrt{2mk_B T}}{\hbar} \right)^3 \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx \\ &\quad + \frac{V e^{-\Delta/T}}{2\pi^2} \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} \left( \frac{\sqrt{2mk_B T}}{\hbar} \right)^5 \int_{-\infty}^{\infty} x^4 e^{-x^2} dx \end{aligned}$$

Из экспериментальной кривой  $E(k)$  определяем, что  $\Delta \ll \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m}$  кроме того пренебрежем последним слагаемым и подставив табличные интегралы  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ ;

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} x^4 e^{-x^2} dx = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \quad \text{находим}$$

$$E \approx \frac{V e^{-\Delta/T}}{2\pi^2} k_0^2 \Delta \frac{\sqrt{2mk_B T}}{\hbar} \left( 1 + \frac{1}{2} T/\Delta \right)$$

Второй член в энергии имеет величину  $\sim 0.1$ , так что это небольшая поправка к 1. В первом приближении энергия ротонных возбуждений будет иметь экспоненциальную зависимость от температуры  $E \sim \sqrt{T} e^{\Delta/T}$  и теплоемкость  $C \sim \frac{e^{\Delta/T}}{T^{3/2}}$

Точный расчет дает для теплоемкости ротонных возбуждений

$$C_R \approx \frac{V e^{-\Delta/T}}{2\pi^2} k_0^2 \frac{\Delta^2 \sqrt{2m}}{T^{\frac{3}{2}} \hbar} \left( 1 + \frac{T}{\Delta} + \frac{3}{4} \left( \frac{T}{\Delta} \right)^2 \right)$$

Как показывают оценки, ротонная теплоемкость вносит основной вклад в теплоемкость сверхтекучего гелия при  $T$  выше  $\sim 0.7$  К. При более низких температурах ротонные возбуждения быстро вымерзают и доминирующими становятся фононы.

*Уравнения двухжидкостной гидродинамики.* При  $T \neq 0$  Не-II состоит из двух компонент – нормальной и сверхтекучей. При этом нормальный гелий  $\rho_N$ , связанный с движением газа возбуждений, переносит теплоту и его плотность определяется температурой гелия и меняется от 0 при  $T=0$  до  $\rho_N/\rho=1$  при  $T_\lambda$ . Плотность жидкого гелия является суммой двух компонент  $\rho = \rho_N + \rho_S$ . Каждая компонента движется со своей скоростью, так что полная плотность потока жидкости  $j$  определится как  $j = \rho_N v_N + \rho_S v_S$ . Нормальная компонента гелия, как и любая жидкость испытывает гидродинамическую вязкость при протекании

через малые капилляры. Течение сверхтекучей компоненты при  $v < v_{Cr}$  потенциально и бездиссипативно. Оно не переносит теплоты.

Одновременное существование и нормальной, и сверхтекучей компонент и возможность их независимого движения не могут быть описаны уравнениями Навье-Стокса, определяющими движение вязкой ньютоновской жидкости. Поэтому Ландау дополнил эти уравнения специфическими законами сохранения для сверхтекучей компоненты.

Система уравнений движения для сверхтекучего гелия называется двухжидкостной гидродинамикой и кроме вышеуказанных соотношений включает:

$$\begin{aligned} \text{уравнение непрерывности} \quad & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} j = 0; \\ \text{закон сохранения импульса} \quad & \frac{\partial j_i}{\partial t} + \partial \Pi_{ik}/\partial X_k = 0, \text{ где } \Pi_{ik} = \rho_S v_{Si} v_{Sk} + \rho_N v_{Ni} v_{Nk} + P \delta_{ik}; \\ \text{закон сохранения энтропии} \quad & \frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div} S v_N = 0; \\ \text{уравнение для сверхтекучей скорости} \quad & \frac{\partial v_S}{\partial t} + \nabla(\mu + \frac{v_S^2}{2}) = 0; \end{aligned}$$

Двухжидкостная гидродинамика отличается от уравнений Навье-Стокса, описывающих движение вязкой ньютоновской жидкости, законом сохранения энтропии и уравнением для сверхтекучей скорости.

*Ньютоновская жидкость* — вязкая жидкость, подчиняющаяся в своём течении закону вязкого трения Ньютона, то есть касательные напряжения и градиент скорости в такой жидкости линейно зависят. Коэффициент пропорциональности между этими величинами и есть вязкость.

*Критерий Ландау.* Основной идеей фононно-ротонного спектра является возможность бездиссипативного течения жидкости при не слишком больших скоростях потока. Попробуем определить, что будет происходить при превышении скорости потока критических величин и чем будут определяться эти критические величины.

Рассмотрим поток сверхтекучего гелия при нулевой температуре, движущийся в щели с шероховатыми стенками. Если при определенных условиях возникнет поток квазичастиц, движущихся со скоростями против потока гелия как целого, то это будет означать возникновение вязкого трения и нарушение сверхтекучести. Пусть скорость течения гелия  $v$ , перейдем в систему отсчета, связанную с движущейся жидкостью, т.е. движущуюся со скоростью  $v$ . Если при движении родилась квазичастица, должны выполняться законы сохранения энергии и импульса

$\frac{P^2}{2M} = \frac{P'^2}{2M} + \epsilon(p)$ ,  $P = P' + p$ , где  $P = Mv$  — импульс капилляра,  $M$  — его масса. Подставив первое уравнение  $P'$  и отбрасывая квадрат  $p$  получим условие, при котором возможно излучение квазичастицы:  $vp = \epsilon(p)$ . Данное условие выполняется если в скалярном произведении  $vp$  будет больше  $\epsilon(p)$  или  $vpcos\theta = \epsilon(p)$ , где  $\theta$  угол излучения квазичастицы в объем жидкости, или  $v_{Cr} = \epsilon(p)/p$ . Таким образом увлечение жидкости стенками, что означает торможение жидкости или проявление вязкости, возможно при скорости больше  $v_{Cr}$ . Схематично изменение спектра сверхтекучего гелия при изменении системы отсчета показано на рис.10.5.

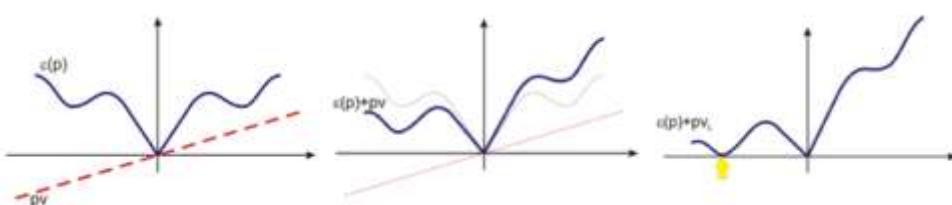


Рис. 10.5. Преобразование спектра квазичастичных возбуждений при переходе в лабораторную систему координат. Спектр возбуждений в системе покоя жидкости и вклад  $\rho v$  для некой скорости меньше критической (слева); средний рисунок – спектр возбуждений гелия в лабораторной системе координат при скорости меньше критической и спектр при критической скорости течения, стрелка указывает на энергию и импульс рождаемых квазичастиц (правый рисунок) (взято из В.Н.Глазков, Заметки к лекциям по общей физике, МФТИ, 2018).

Отметим, что квазичастицы, рождающиеся при превышении критических скоростей, это ротоны. Критические скорости движения сверхтекучей жидкости, при которой рождаются ротоны при нулевой температуре равны  $v_{CrR}=58$  м/с, для рождения фононов скорость должна превышать  $v_{CrPh}=235$  м/с.

Экспериментальная проверка двухжидкостной модели сверхтекучего гелия была проведена простым измерением концентрации сверхтекучей компоненты в 1946 году в ИФП Э.Л. Андроникашвили. Для измерения концентрации нормальной компоненты в сверхтекучем гелии использовался крутильный маятник с малым расстоянием между пластинами. В качестве маятника использовалась стопка из 50-100 алюминевых дисков толщиной 13 мкм с зазором в 0.21 мм между ними – схема на рис. 10.6 а). При малых амплитудах колебаний вязкая жидкость – нормальный гелий – вовлекается в колебания маятника и замедляет период колебаний маятника. Уравнение крутильных колебаний  $\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{K}{J}\varphi = 0$ , где  $K$  – жесткость нити к крутильным колебаниям,  $J$  - момент инерции, определяемый присоединенной массой – массой нормальной компоненты. Частота колебаний крутильного маятника определяется как  $\omega = \sqrt{\frac{K}{J}}$ . Таким образом, измеряя период колебаний такого маятника в сверхтекучем гелии, можно расчитать плотность нормальной компоненты как функцию температуры. Этими экспериментами были измерены плотности нормальной и сверхтекучей компонент в сверхтекучем гелии как функции температуры (рис. 10.6 б)

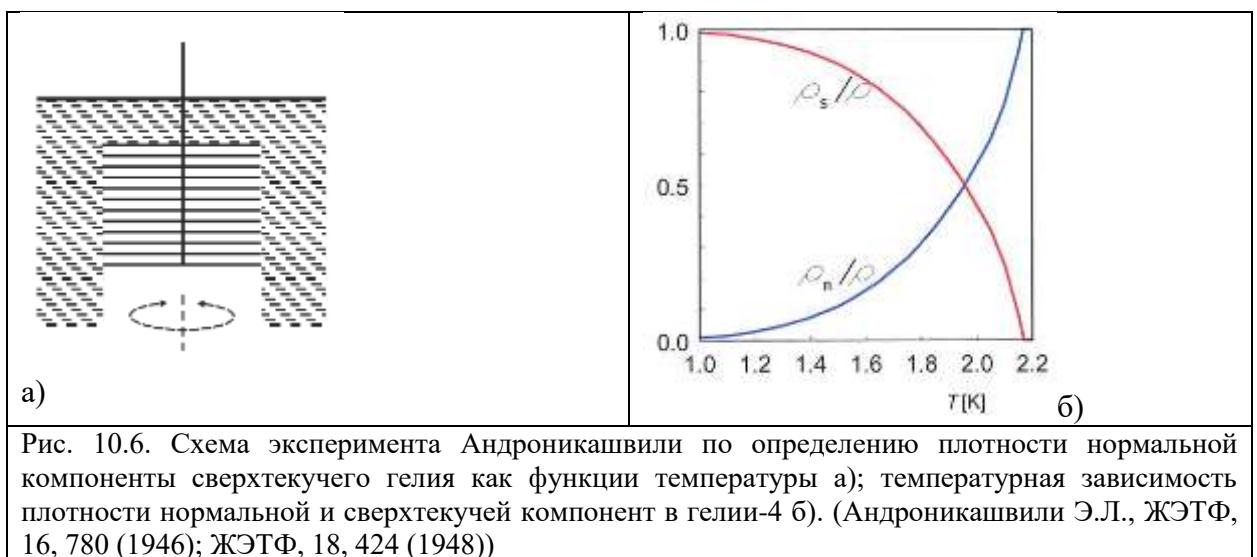


Рис. 10.6. Схема эксперимента Андроникашвили по определению плотности нормальной компоненты сверхтекучего гелия как функции температуры а); температурная зависимость

плотности нормальной и сверхтекучей компонент в гелии-4 б). (Андроникашвили Э.Л., ЖЭТФ, 16, 780 (1946); ЖЭТФ, 18, 424 (1948))

Таким образом было подтверждено одновременное существование в сверхтекучем гелии двух компонент – нормальной и сверхтекучей. В результате возникновения конденсата Бозе-Эйнштейна некоторые частицы занимают наиболее выгодное энергетическое состояние с нулевым импульсом. В то же время присутствуют частицы с ненулевым импульсом, которые «связаны» тепловыми возбуждениями. Это означает, что часть частиц вещества находится в т.н. когерентном состоянии, то есть имеет место единое состояние для частиц, которые движутся и которые не движутся, что в итоге приводит к движению вещества без внутреннего трения.

*Нарушение критерия Ландау.* По критерию Ландау критическая скорость протекания сверхтекущей компоненты имеет величину  $\approx 60$  м/с. Но эксперименты показали, что уже при существенно меньших скоростях движения сверхтекущей компоненты возникают вязкие потери. Один из таких показательных экспериментов был проведен в ампуле с двумя суперщелями (рис. 10.7 а). Наличие двух суперщелей заставляло нормальную компоненту гелия в объеме  $R$  находится в покое, в то время как сверхтекущая компонента благодаря термомеханическому эффекту двигалась по направлению к нагревателю  $H$ . Суперщель (superleak) – устоявшийся термин для устройств с малыми зазорами, через которые может протекать сверхтекущая компонента, в то время как нормальная компонента тормозится. В качестве суперщели может служить трубка, набитая ватой или притирочным порошком.

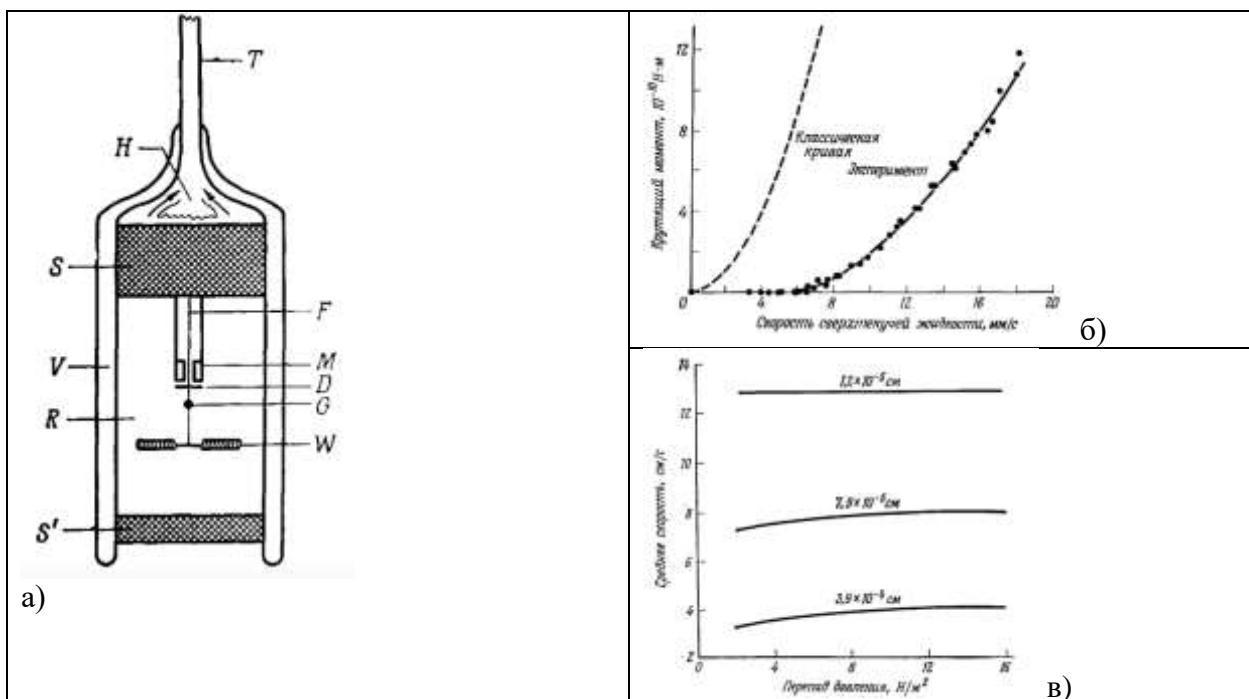


Рис. 10.7. а) Схема аэродинамической трубы для сверхтекущего гелия. В вакуумной рубашке  $V$  между двух суперщелей  $S$  и  $S'$  в жидкокомпримированном гелии  $R$  находился пропеллер  $W$  подвешенный на кварцевой нити  $F$ . Воздействие на пропеллер сверхтекущей компоненты регистрировалось по отклонению зеркальца  $G$ , демпфирование регистрационной системы осуществляли магнит  $M$  и медный диск  $D$ . Поток сверхтекущей компоненты создавался за счет фонтан-эффекта нагревателем  $H$ . б) Результаты проведенных измерений зависимости крутящего момента, действующего на пропеллер от скорости сверхтекущего потока. Пунктиром нанесен ожидаемый крутящий момент для нормальной жидкости с плотностью  $\rho_s$ . (CraigP.P., PellamJ.R., Phys. Rev., 108, 1109 (1957)); в) Скорость течения Не-II через узкие каналы разной ширины при  $T=1.2$  К (AllenJ.F., MisenerA.D., Proc.Roy. Soc., A172, 467 (1939); AtkinsK.R., Adv. Phys., 1, 780 (1952))

Как показали измерения, до скоростей в 6 мм/с сверхтекущая компонента не оказывала воздействие на пропеллер в соответствии с предсказаниями теории для сверхтекущего течения, но при больших скоростях протекания в сверхтекущей компоненте возникали вязкостные явления, отклонявшие лопости пропеллера. Аналогичные результаты были получены при измерениях скоростей вытекания Не-II через узкие щели. Критические скорости так же были много меньше теоретических предсказаний, однако эти скорости были тем больше, чем меньше были зазоры щелей. При использовании в качестве наполнителя суперщелей крошки (ювелирного полировочного порошка) с размерами частиц не превышающим 0.5 мкм создается структура с большим количеством извилистых узких каналов различных размеров и неправильной формы. В таких

суперщелях критические скорости могут достигать  $m/s$ , что все еще существенно ниже теоретических ограничений. Объяснением такого различия теоретических оценок и экспериментальных результатов может быть наличие остаточных возбуждений в сверхтекучем гелии, размножение которых происходит при значительно более низких скоростях течения сверхтекучей жидкости.

### Вращающийся гелий.

Сверхтекучая компонента по своей природе не может быть приведена во вращение, поскольку сверхтекучий поток характеризуется отсутствием вихрей  $\text{rot} v_s = 0$ . По теореме Стокса циркуляцию можно записать как интеграл, опирающийся на контур, и т.к. этот контур можно стянуть в точку, то и для всей области циркуляции равна 0.

Казалось бы, если сосуд со сверхтекучим гелием привести во вращение, то нормальная компонента будет вращаться за счет вязкого трения о стенки сосуда, в то время как сверхтекучей остается в состоянии покоя. В пользу такой модели поведения сверхтекучего гелия можно привести эксперименты Андроникашвили, в которых сверхтекучая компонента не увлекалась колебательным маятником. В экспериментах с вращающимся сосудом было обнаружено, что мениск имеет такую же форму, как у обыкновенной жидкости, вращающейся как целое вне зависимости от концентрации сверхтекучей компоненты (Osborne D.V., Proc Roy. Soc., A63, 909 (1950)). Это означает, что и нормальная, и сверхтекучая компоненты вращаются с одинаковой угловой скоростью. Условие потенциальности сверхтекучего течения ( $\text{rot } v_s = 0$ ) запрещает твердотельное вращение сверхтекучей компоненты в сосуде, вращающемся с угловой скоростью  $\Omega$ , поскольку в этом случае  $v_s = [\Omega r]$  и  $\text{rot } v_s = 2\Omega$  (не равен нулю). Особенности поведения сверхтекучего гелия в этих экспериментах можно было бы объяснить нарушением сверхтекучести при вращении сосуда, но измерения показали, что сверхтекучесть сохраняется (эффект фонтанирования) во вращающемся сосуде.

Согласовать расхождение в предсказании теории и результатами эксперимента можно, предположив, что при вращении сосуда жидкость пронизана рядом вихревых нитей (рис. 10.8 а).

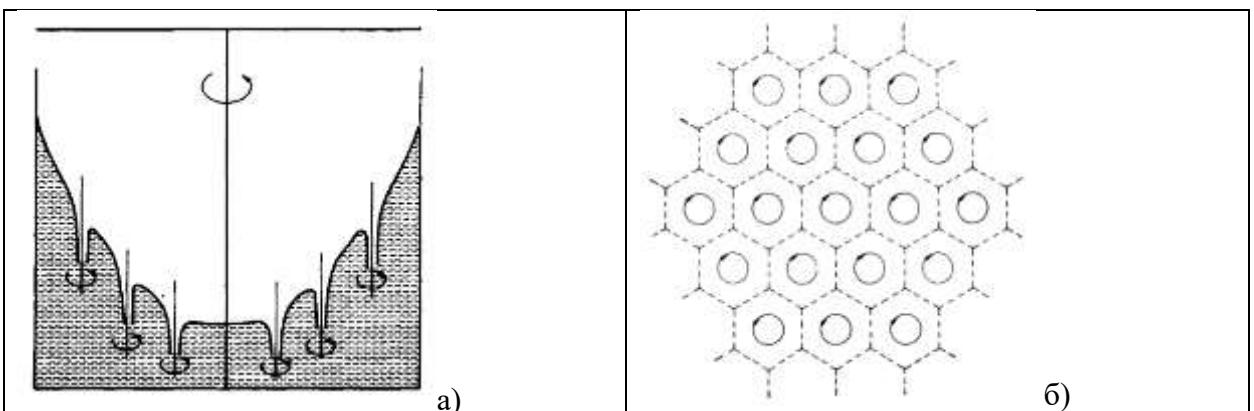


Рис. 10.8. а) Схема расположения вихрей во вращающемся Не-II; б) картина потока, состоящего из плотноупакованных вихревых нитей. Такая картина наблюдается в системе координат, вращающейся с угловой скоростью  $\Omega = n_v \hbar / 2m_{4\text{He}}$ , где  $n_v$  число вихрей на единицу площади. Сплошные линии показывают направление течения сверхтекучего потока, штриховыми – нулевая скорость во вращающейся системе координат (Hall H.E., Adv. Phys., 9, 89 (1960)).

**Квантовые вихри.** Особенность сверхтекучего гелия заключается в том, что в атомы гелия при бозе конденсации находятся в когерентном состоянии, которое описывается одной волновой функцией  $\Psi(\mathbf{r})$ . При нормировке на число частиц в конденсате волновая функция будет определяться фазой волновой функции  $\Psi(\mathbf{r}) = \sqrt{N_0} e^{i\phi}$ . Если в жидкости есть

зависимость  $\Psi(\mathbf{r})$  от координаты, то в жидкости возникает когерентное сверхтекущее движение с локальной скоростью  $v_s = \hbar/m_{4He}\Delta\phi$

Состояния с фазами, различающиеся на  $2\pi N$ , где  $N$  – целое число, при равных значениях параметра порядка  $\Psi(\mathbf{r}) = \sqrt{N_0}e^{i\phi}$ , эквивалентны. Это означает, что если у нас есть кольцевой канал, то в нем могут существовать долгоживущие циркуляции при условии, что фаза параметра порядка меняется при обходе канала на  $2\pi N$ . Это эквивалентно квантованию циркуляции сверхтекущей скорости в таком канале  $\oint v_s dr = \left(\frac{\hbar}{m_{4He}}\right)N$ , где  $m_{4He}$  – масса атома гелия (Рис. 10.9а). Однако такие же квантовые условия можно наложить на объем сверхтекущего гелия, когда вокруг линейного объекта (*квантовый вихрь*) циркуляция квантуется при обходе по любой замкнутой траектории  $\oint v_s dr = \left(\frac{\hbar}{m_{4He}}\right)N$  (ОНЗАГЕР Л., 1948).

Независимость величины циркуляции от выбора контура позволяет говорить о вихре, обладающем квантованной циркуляцией. (Рис. 10.9 б). Квант циркуляции  $\hbar/m_{4He} = 9.98 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$ . Условие квантования циркуляции сверхтекущего течения вокруг квантового вихря при обходе центра вихря по любой траектории означает, что квантовые вихри не могут заканчиваться внутри жидкости: они или пронзывают всю жидкость до ее поверхности, либо образуют замкнутые вихревые кольца. Квантование скоростей сверхтекущей компоненты вокруг серцевины вихря накладывает условия на зависимость скорости от расстояния до центра вихря  $\oint v_s dr = \left(\frac{\hbar}{m_{4He}}\right)N$ , откуда для сверхтекущей скорости получаем  $v_s(r) = \frac{Nh/m_{4He}}{2\pi r}$  (рис. 10.9 в)

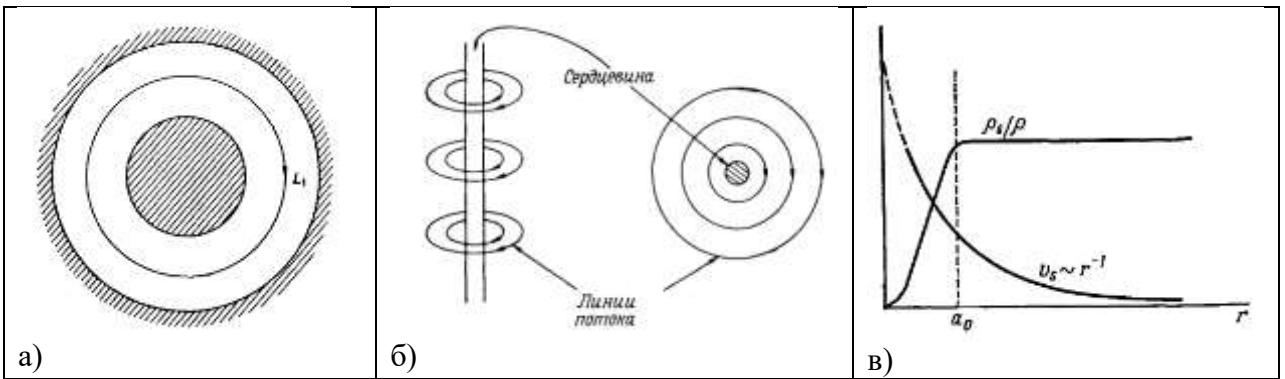


Рис. 10.9. а) Сверхтекущая жидкость в кольцевом канале (многосвязная область); б) вихревая нить и ее поперечное сечение; в) зависимость  $v_s$  и  $\rho_s/\rho$  от расстояния  $r$  вихревой нити до ее центра;  $a_0$  – радиус кора вихря.

Таким образом, скорость сверхтекущей компоненты зависит от радиуса до центра вихря, как и в классической жидкости. Однако, в отличие от классической жидкости, для квантованного вихря можно записать  $m_{4He} r v_s(r) = N \frac{\hbar}{2\pi}$ , из чего видно, что момент количества движения на частицу квантуется в единицах  $\hbar$ . При больших величинах  $r$  поток сверхтекущей компоненты будет определяться границами жидкости или наличием соседних вихрей. Отметим, что скорость сверхтекущей компоненты имеет расходимость при  $r \rightarrow 0$ . Если предположить, что при малых радиусах скорость превосходит  $v_{Cr}$ , то в области вблизи центра вихря гелий находится уже в нормальном состоянии. Такую особенность в центре вихря называют *кором вихря* (core) и размер такого кора  $a_0 \sim 1 \text{ \AA}$  для  ${}^4\text{He}$  и  $\sim 800 \text{ \AA}$  для  ${}^3\text{He}$ .

Для объяснения особенности вращения сверхтекущего гелия можно предположить, что в сосуде находятся квантовые вихри с плотностью  $n_v$ , каждый с циркуляцией  $\hbar/m_{4He}$ . Вся система вихрей характеризуется величиной средней циркуляции  $\bar{\omega}$ , которая равна полной циркуляции на единицу площади  $\bar{\omega} = n_v \hbar/m_{4He}$ . Полная циркуляция в сосуде

радиуса  $R$  будет  $\pi R^2 n_\nu \hbar / m_{4He}$ . Чтобы сверхтекучая жидкость казалась вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ , полная циркуляция должна быть также равна  $2\pi R (R\Omega)$ . Таким образом для имитации твердотельного вращения сверхтекучей жидкости (как нормальной) необходимо, чтобы плотность вихрей была

$$n_\nu = \frac{2\Omega}{\frac{\hbar}{m_{4He}}}$$

каждые из которых имеет квант циркуляции. Равновесная ситуация изображена на Рис. 10.8 б), где приедена конфигурация вихрей в системе координат, вращающейся с той же скоростью, что и сосуд.

Энергия одиночной вихревой нити определяется в основном кинетической энергией циркулирующей жидкости. Эта энергия на единицу длины нити равна

$$\varepsilon_\nu = \int_{a_0}^b \pi \rho_S v_S^2 r dr$$

Выражая значение скорости через расстояния до центра вихря и проводя интегрирование, получим энергию на единицу длины вихря

$$\varepsilon_\nu = \frac{\rho_S}{4\pi} \frac{h}{m_{4He}} \ln \frac{b}{a_0}$$

Верхний предел интегрирования  $b$  определяется расстоянием до соседнего вихря, а нижний предел – радиусом кора вихря. В энергию вихря может входить еще и натяжение вихревой нити, которым при макроскопическом рассмотрении можно пренебречь. Натяжение вихревой нити существенно при микроскопическом рассмотрении изгибов вихрей, пересечений вихрей, их генерации и исчезновений. Натяжение вихревой нити является одним из механизмов излучения энергии и исчезновения вихрей при нулевой температуре, когда в сверхтекучем гелии отсутствуют квазичастицы. В таких условиях вихревая нить излучает фононы при движении перегиба вдоль кора вихря (по аналогии со звучанием струны).

*Заряды в жидком гелии.* Первые эксперименты, подтвердившие существование квантовых вихрей в сверхтекучем гелии, были связаны с изучением движения заряженных частиц в жидкости. Для понимания природы наблюдаемых явлений разберемся со структурой зарядов в жидком гелии.

Заряды в гелии создаются несколькими способами. Во-первых, ионизацией гелия радиоактивными веществами. Это могут быть источники альфа-частиц, например, хорошо известный  $^{210}\text{Po}$ . Собственно  $\alpha$ -частица – это ядро атома гелия  $^{4}\text{He}^{2+}$ . К недостаткам источника альфа-частиц можно отнести достаточно большую энергию излучения таких частиц (порядка 10 МэВ), что определяет их большие пробеги при ионизации гелия, (порядка нескольких см), и, соответственно, большие локальные нагревы. Кроме источников  $\alpha$ -частиц для ионизации гелия используют  $\beta$ -частицы – электроны возникающие при распаде нейтрона в ядре по схеме  $n \rightarrow p + e^- + \nu_e$ , где  $p$  – протон,  $e^-$  – электрон,  $\nu_e$  – электронное нейтрино. В качестве источника  $\beta$ -частиц, в частности, используют тритий, период полураспада которого составляет  $\sim 12$  лет. При таком распаде ядерная реакция идет по схеме  $^{3}\text{T} \rightarrow ^{3}\text{He} + e^- + \nu_e$ , энергия  $\beta$ -частиц  $\sim 6$  кэВ и их пробеги в жидком (твердом) гелии при ионизации гелия имеют величину  $\sim 20$   $\mu\text{м}$ , т.е ионизованная плазма гелиевых ионов находится в непосредственной близости к радиоактивному источнику. Еще один источник зарядов в гелии, особенно часто используемый при сверхнизких температурах в том числе для исследований сверхтекучего  $^3\text{He}$ , ионизация атомов гелия остринем при высокой напряженности электрического поля. При приложении к вольфрамовому острию отрицательного или положительного потенциала, вблизи острия происходит ионизация газа или жидкости, в нашем случае гелия. Приложением

электрического поля между источником и коллектором можно заставить двигаться заряды определенного знака в межэлектродном пространстве.

Заряды в гелии представляют структуру, фомируемую самой заряженной частицей и окружающими ее атомами гелия. Положительные заряды представляют из себя ион  $\text{He}^+$ , покрытый несколькими слоями локализованных атомов гелия – модель «snow-ball», «льдинка» в жидкости. При этом поляризационное притяжение нейтральных атомов гелия к заряду уменьшает расстояние между окружающими атомами гелия до расстояний, характерных для кристаллов твердого гелия. Поэтому можно говорить, что положительный заряд в жидком гелии покрыт несколькими слоями локализованных атомов гелия, как в гелиевом кристалле. Для давления насыщенных паров радиус такого комплекса  $\sim 6\text{-}7 \text{ \AA}$ . Размер такой «льдинки» будет определяться давлением жидкого гелия. Чем больше давление, тем меньше нужна поляризационная добавка до затвердевания и тем больший будет диаметр положительно заряженного комплекса  $R_+ = \{\alpha e^2 / [2v_4(P_s - P)]\}^{1/4}$ , где  $\alpha$  – поляризуемость гелия,  $v_4$  – эффективный объем одного атома гелия (модель Atkins, 1959). Если исследовать влияние давления на подвижность положительного заряда, то с увеличением давления подвижность заряда будет падать из-за возрастания гидродинамических потерь при увеличении сечения частицы.

Отрицательные ионы  ${}^4\text{He}^-$  в гелии оказываются неустойчивыми и отрицательный заряд в жидком гелии – это электрон с окружением. Согласно принципу неопределенности Гейзенберга  $\Delta p \Delta x \geq \hbar/2$  такая легкая частица как электрон может расталкивать атомы гелия, образуя полость. Для определения радиуса такой полости необходимо учесть поверхностное натяжение атомов гелия на поверхности этой полости и внешнее давление гелия. Такая смешанная квантово-классическая модель для электронов в гелии была предложена Ферреллом – модель пузырька (“bubble”, Ferrel, 1956). Радиус определяется из минимума энергии при увеличении объема: при увеличении размера потенциальной ямы уменьшается импульс электрона и его энергия, но увеличивается поверхностная энергия натяжения пузырька:  $E(R) = -E_e(R) + 4\pi\sigma R^2 + (4\pi/3)PR^3$ , где  $P$  – внешнее давление.

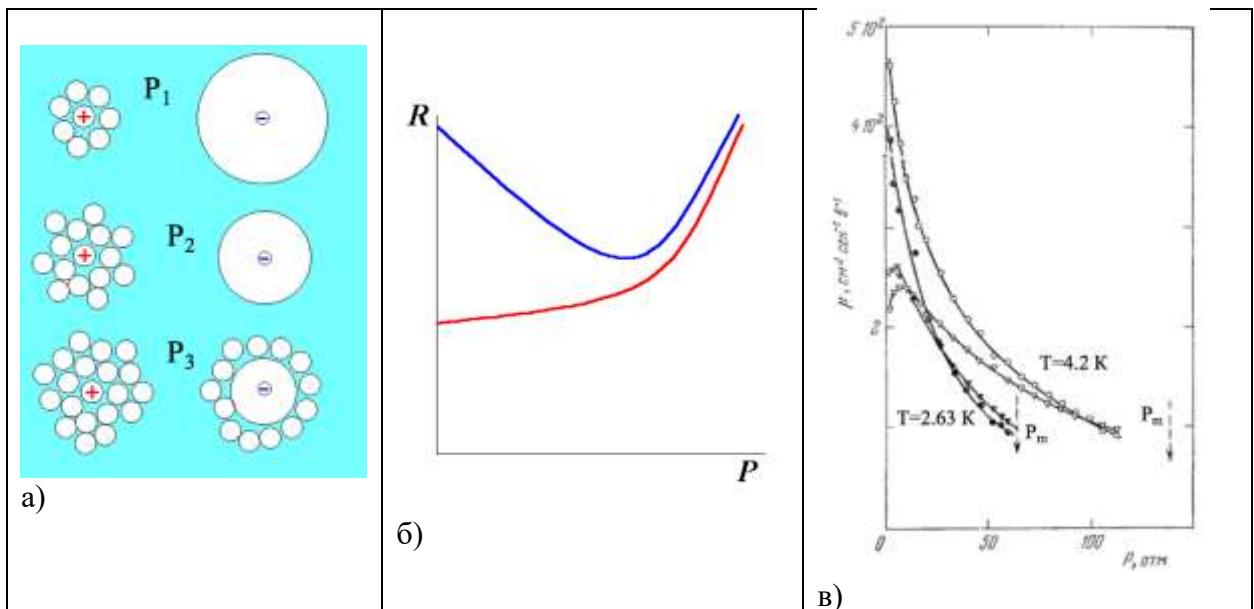


Рис. 10.10 Схема изменения размеров положительных (“snow-ball”) и отрицательных (“bubble”) зарядов в жидком гелии при повышении давления  $P_1 < P_2 < P_3$  а) и ожидаемое поведение радиуса заряженного комплекса (синяя линия для «-» и красная для «+») б); экспериментальные результаты измерения подвижности заряда в жидком  $\text{He-I}$ , кружки – положительные заряды, треугольники – отрицательные, стрелки указывают давление затвердевания гелия при данной температуре (К.О.Кешишев, Ю.З.Ковдя, Л.П.Межов-Деглин, ЖЭТФ, 56 94 (1969))

При давлении насыщенных паров радиус пузырька порядка 20 Å, что существенно больше  $a_0$  – расстояния между атомами в жидким гелием, так что квантово-классическая модель может быть применена. Увеличение внешнего давления приводит к уменьшению радиуса пузырька, что и подтвердили измерения зависимости подвижности отрицательных зарядов в жидким гелием, которые показали увеличение подвижности отрицательных зарядов при росте давления за счет уменьшения сечения движущейся во внешнем электрическом поле частицы. Однако, если внешнее давление будет увеличиваться, то начиная с какого-то давления внешняя сторона пузырька будет покрываться слоями твердого гелия и подвижность зарядов будет уменьшаться, точно так же как и для положительных зарядов (Рис. 10.10). Из экспериментов такое изменение поведения подвижности отрицательных зарядов происходит при  $P \sim 10$  атм.

#### *Генерация вихрей и квантовая турбулентность*

Ионы в сверхтекучем гелии достаточно часто использовали для изучения свойств сверхтекучего гелия. Наиболее показательно в этом отношении было исследование подвижности зарядов, которое достаточно легко измерять как время пролета зарядами известного расстояния в постоянном электрическом поле  $\mu = \langle v_D \rangle / E$ . Измерение температурной зависимости подвижности зарядов показало, что в области температур от 0.7 до 1.8 К подвижность и положительных, и отрицательных зарядов пропорциональна  $\exp(\Delta/k_B T)$ , где  $\Delta$  совпадает с энергией ротонного минимума. «Вымерзание» ротонов при охлаждении сверхтекучего гелия приводит к уменьшению рассеяния ротонов на заряде и уменьшению эффективной вязкости, связанной с «ротонным торможением». При более низких температурах доминирующим становится взаимодействие заряженного комплекса с фононами. Это характерно не только для торможения зарядов, но и для всех свойств сверхтекучего гелия.

При измерении подвижности зарядов при температурах близи 0.3 К оказалось, что скорость иона падает с увеличением его энергии. Такое поведение для кинетической энергии характерно для вихревого кольца из классической гидродинамики – чем больше диаметр кольца, тем медленнее оно движется. Для сверхтекучего вихревого кольца выражение для энергии будет

$$\varepsilon_r = \frac{1}{2} \rho_s \left( \frac{\hbar}{m_{^4He}} \right)^2 r \left\{ \ln \left( \frac{8r}{a_0} \right) - 7/4 \right\}$$

и для скорости

$$v = \frac{\hbar}{m_{^4He}} \frac{1}{4\pi r} \left\{ \ln \left( \frac{8r}{a_0} \right) - 1/4 \right\}$$

, где  $r$  – радиус кольца, в выражения входит также квант циркуляции.

Если скомбинировать эти два выражения, то, пренебрегая малым логарифмическим членом, получим, что энергия обратно пропорциональна скорости, что и подтверждается хорошим согласием с экспериментальными результатами с одним квантом циркуляции на вихре (Rayfield G.W., Reiff F., Phys. Rev., 136, 1194 (1964)).

Природа образования вихревых колец в Не-II возможна по следующему механизму – маленькие кольца образуются в результате тепловых флюктуаций и затем вырастают до макроскопических размеров благодаря соударениям с элементарными возбуждениями в жидкости. Процесс аналогичен образованию зародышей пара в жидкости при ее кипении. Дальнейший рост размеров такого вихревого зародыша связан с потоками сверхтекучей компоненты вокруг такого образования. При образовании комплекса – ион+вихрь – это силы электрического поля, вызывающие рост диаметра вихревого кольца. Для зародышей вихревых колец их рост может быть связан также с потоком сверхтекучей компоненты, в частности в узких щелях. Тогда рост вихрей, их плотности и переход к вихревой турбулентности определяется величиной такого потока. Наличие остаточной

концентрации вихрей в объеме объясняет возникновение вязкого течения в сверхтекучем гелии и ограничений в скорости течения гелия в капиллярах.

*Методы возбуждения квантовой турбулентности.* Сверхтекучий гелий является хорошей средой для моделирования поведения турбулентного течения. Если сравнивать сверхтекучий гелий с обычной жидкостью, то к достоинствам гелия можно отнести определенность в описании вихрей в гелии – их квантованность. Вязкость гелия, и тем более сверхтекучего гелия, на два порядка меньше, чем вязкость воды, поэтому для достижения условия перехода в турбулентное состояние, характеризуемое числами Рейнольдса  $\sim 2000$ , и произведение скорости на характерные размеры сосуда могут быть на два порядка меньше при проведении экспериментов с гелием, чем с водой. Условия проведения экспериментов в сверхтекучем гелии легко контролировать и воспроизводить с высокой аккуратностью. Все это делает исследования турбулентных состояний в сверхтекучем гелии, несмотря на сложность экспериментальных установок, весьма привлекательными и перспективными.

Основой генерации турбулентного состояния квантовых вихрей служит остаточное количество вихрей, всегда существующее в сверхтекучем гелии в виде вихревых колец или запинингованных на всех поверхностях прибора вихрей. Генерация вихрей, увеличение их плотности происходит при движении тел в сверхтекучем гелии со скоростями выше критических или при создании противотока нормальной и сверхтекущей компонент (при не очень низких температурах). Движущимися телами могут быть, как отмечалось выше, заряды в электрическом поле. В последнее время для генерации вихрей достаточно широко применяются различные колеблющиеся тела в жидком гелии. Это и колеблющиеся сетки в магнитном или электрическом поле, и сверхпроводящие нити в магнитном поле, кварцевые камертоны и другие резонаторы механических колебаний. Меняя скорость движения рабочих элементов этих резонаторов по изменению их добротности можно делать выводы о накачке энергии в систему возбуждений в жидкости, в том числе в вихревую систему сверхтекучего гелия.

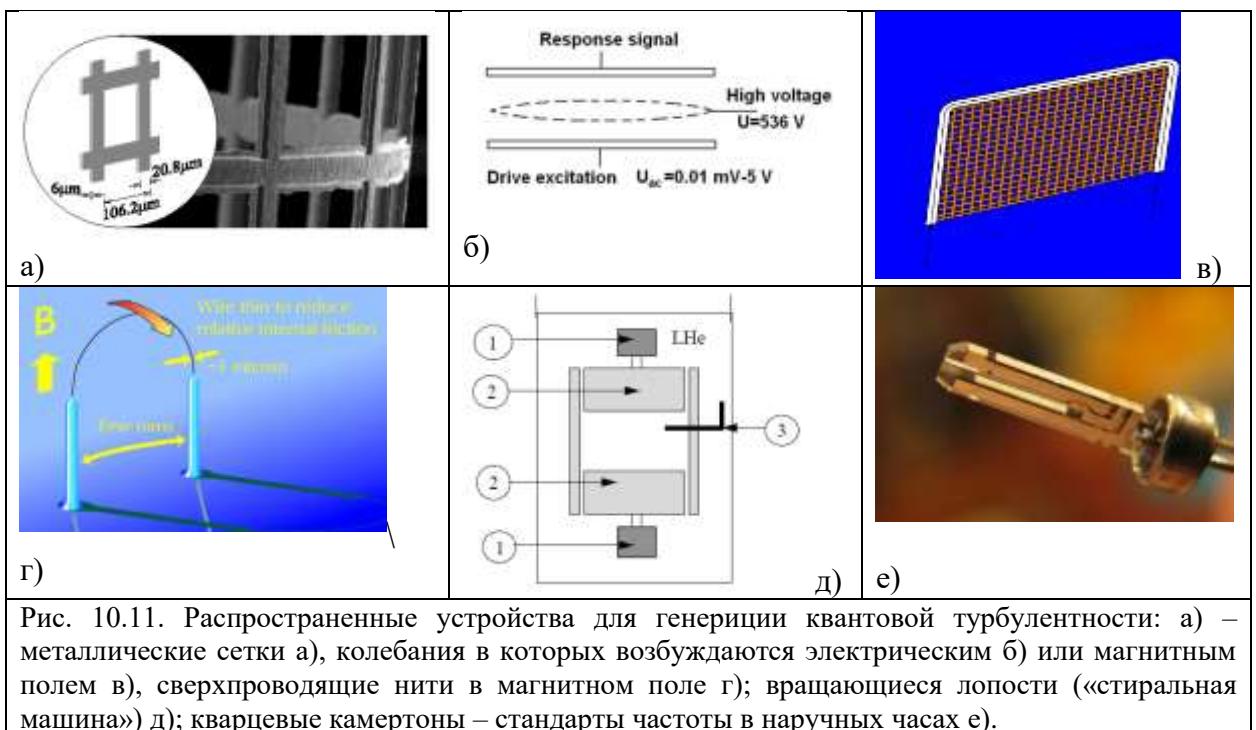


Рис. 10.11. Распространенные устройства для генерации квантовой турбулентности: а) – металлические сетки а), колебания в которых возбуждаются электрическим б) или магнитным полем в); сверхпроводящие нити в магнитном поле г); вращающиеся лопости («стиральная машина») д); кварцевые камертоны – стандарты частоты в наручных часах е).

Размеры таких движущихся устройств от десятка см до долей мм. В последнее время разработаны резонаторы с микро и нано размерами, которые позволяют регистрировать необычайно слабые изменения свойств окружающей среды. Обычно все такие устройства

работают в режиме резонанса, при этом измерение добротности системы, изменение зависимости отклика резонатора на внешнее возбуждение, позволяет изучать поведение жидкости, в том числе сверхтекучего гелия. В последние десять лет особенно интенсивно для этих целей используются кварцевые камертоны. Такие камертоны применяют, в частности, в качестве стандарта частоты вручных часах. Эти резонаторы необычайно устойчивы к внешним воздействиям, легко воспроизводимы, дешевы, имеют маленькие размеры и высокую добротность. Вид таких кварцевых резонаторов приведен на Рис. 10.11 е). Характерные размеры ножек кварцевого камертона 2-3 мм, стандартная частота  $f=2^{15}=32768$  Гц, добротность в вакууме  $Q=10^5$ , в сверхтекучем гелии добротность падает до  $10^4$  и сильно зависит от скорости движения ножек камертона и плотности окружающей среды. Линейка таких камертонов может служить датчиком уровня жидкости, если камертон попадает в жидкость, то его частота и добротность будут меняться, что достаточно легко измерить. Высокая добротность и устойчивость к внешним воздействиям таких резонаторов позволяют их использовать в очень широком диапазоне температур, давлений и агрессивности различных сред. Возбуждая внешним гармоническим сигналом колебания камертона и зная параметры такого резонатора, можно вычислить по напряжению источника силы, действующие на ножки камертона, а по току, протекающему в системе в резонансе тока, можно вычислить скорость движения ножек. Характерные отклики кварцевого камертона при резонансных условиях (рис. 10.12 а)

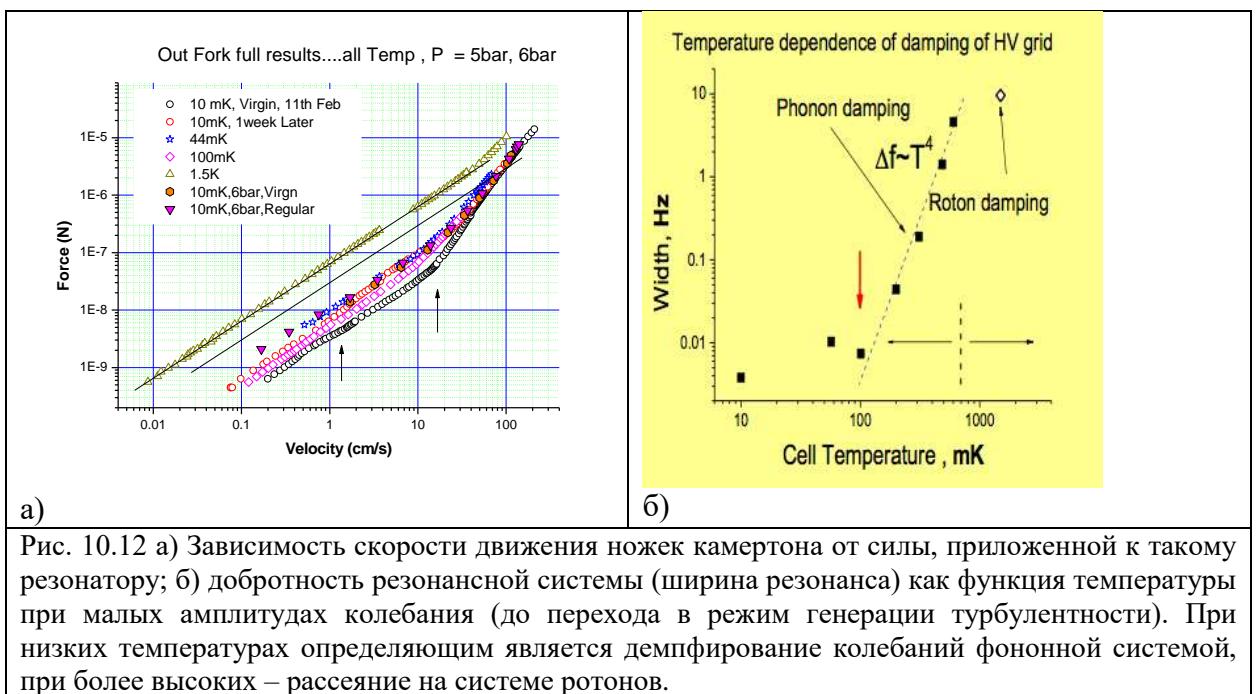


Рис. 10.12 а) Зависимость скорости движения ножек камертона от силы, приложенной к такому резонатору; б) добротность резонансной системы (ширина резонанса) как функция температуры при малых амплитудах колебания (до перехода в режим генерации турбулентности). При низких температурах определяющим является демпфирование колебаний фононной системой, при более высоких – рассеяние на системе ротонов.

При малых амплитудах колебания наблюдается ламинарное движение ножек камертона, скорость пропорциональна приложенной силе  $v \sim F$ . Частота резонатора уменьшается из-за присоединенной массы жидкости, которая движется вместе с ножками камертона. После достижения критических скоростей, для сверхтекучего гелия это величина  $v_{Cr} \approx 0.15$  м/с, отклик системы меняется. Переход к турбулентному состоянию характеризуется квадратичной зависимостью  $v \sim F^2$ . Отметим, что характерные критические скорости для генерации вихревого состояния существенно ниже критерия Ландау, что объясняется наличием остаточной вихревой структуры, которая начинает эффективно размножаться при превышении скоростью движения твердого тела в жидкости критической величины  $v_{Cr}$ . Если изначально в сверхтекучем гелии остаточная концентрация вихрей в объеме и запинингованных на ножках резонатора была маленькой, то переход в турбулентное состояние происходит при существенно больших критических скоростях. Повторные

измерения зависимости  $v(F)$  указывают на то, что концентрация остаточных вихрей убывает достаточно медленно и  $v_{Cr}$ , после первой генерации вихрей, становится постоянной величиной.

Генерация вихревой турбулентности возможна при противотоке нормальной и сверхтекущей компонент гелия. Особенностью сверхтекущего гелия является нулевая энергия сверхтекущей компоненты. При изобарическом процессе тепло, выделяющееся в одном конце сосуда идет на превращение части сверхтекущей компоненты гелия в нормальную, которая течет от нагревателя, а сверхтекущая компонента притекает к нагревателю. Таким образом в сверхтекущем гелии за счет противотока двух компонент и превращения сверхтекущей компоненты в нормальную возникает сверхтеплопроводность – тепло не распространяется вдоль жидкости, а просто отдается в гелий нагревателем, преобразуя  $\rho_s$  в  $\rho_N$ . Этим объясняется разительное изменение режима кипения гелия при переходе из нормального состояния в сверхтекущее – в сверхтекущем гелии исчезают пузырьки пара в жидкости.

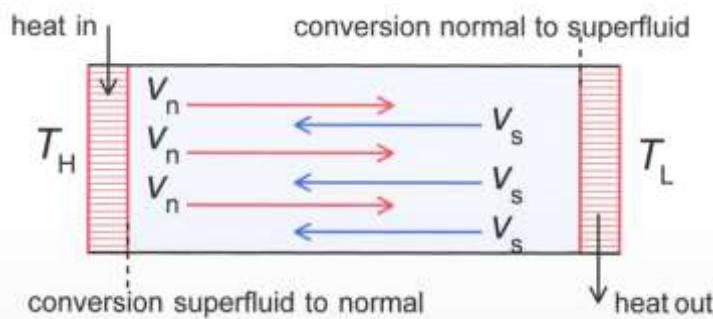


Рис. 10.13. Схема сверхтеплопроводности сверхтекущего гелия за счет перевода  $\rho_s$  в  $\rho_N$  на нагревателе и наоборот на хладопроводе.

Противотоки нормальной и сверхтекущей компонент не сопровождаются взаимодействием до тех пор, пока их взаимная скорость  $v_{NS} = v_N - v_S$  не будет превосходить критическую величину, которая имеет порядок нескольких см/с, что соответствует удельному тепловыделению  $\sim 50 \text{ мВт/см}^2$ . При больших тепловых потоках вихревая система будет развиваться и плотность вихрей в гелии будет увеличиваться. Для оценки равновесной плотности вихрей можно воспользоваться феноменологическим соотношением

$$\frac{dL}{dt} = \alpha_V |v_{NS}| L^{3/2} - \beta_V L^2$$

где первый член отвечает за увеличение концентрации вихрей при возникновении противотока двух компонент, второй член – за распад вихревой системы за счет различных механизмов передачи энергии от вихревой системы в ванну. Концентрации вихрей, измеряемая в единицах на  $\text{см}^{-2}$ , могут достигать при плотностях тепловых потоков  $\sim \text{Вт/см}^2$  величин в  $10^{7-8} \text{ см}^{-2}$

### Второй звук

В сверхтекущем гелии благодаря наличию двух компонент жидкости могут существовать несколько видов слабозатухающих колебаний, в том числе первый и второй звуки.

Ниже мы рассматриваем потенциальное движение обеих компонент. Упорядоченное движение возбуждений увлекает за собой лишь часть жидкости – нормальную компоненту. Сверхтекущая компонента с плотностью  $\rho_s$  совершает независимое потенциальное движение. Обозначим скорости нормального и сверхтекущего движения как  $v_N$  и  $v_S$ , тогда поток жидкости определится суммарным потоком двух компонент  $j = \rho_N v_N + \rho_S v_S$ . При этом для сверхтекущей компоненты должно выполняться условие потенциальности

$$rot v_S = 0$$

Еще раз запишем уравнения двухжидкостной гидродинамики

$$\text{уравнение непрерывности } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0; \quad (10.1)$$

закон сохранения импульса  $\frac{\partial j_i}{\partial t} + \partial \Pi_{ik}/\partial X_k = 0$ , для сверхтекущего гелия это соотношение можно переписать как  $\frac{\partial j}{\partial t} + v_S \operatorname{div} \mathbf{j} + (\mathbf{j} \nabla) \mathbf{v}_S + \mathbf{j}_0 \operatorname{div} \mathbf{v}_N + (\mathbf{v}_N \nabla) \mathbf{j}_0 + \nabla P = 0$

$$\text{и для малых возмущений уравнение сохранения импульса будет } \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \nabla P = 0 \quad (10.2)$$

$$\text{закон сохранения энтропии } \frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div} S \mathbf{v}_N = 0; \quad (10.3)$$

$$\text{Уравнение для сверхтекущей скорости } \frac{\partial v_S}{\partial t} + \nabla(\mu + \frac{v_S^2}{2}) = 0; \quad (10.4)$$

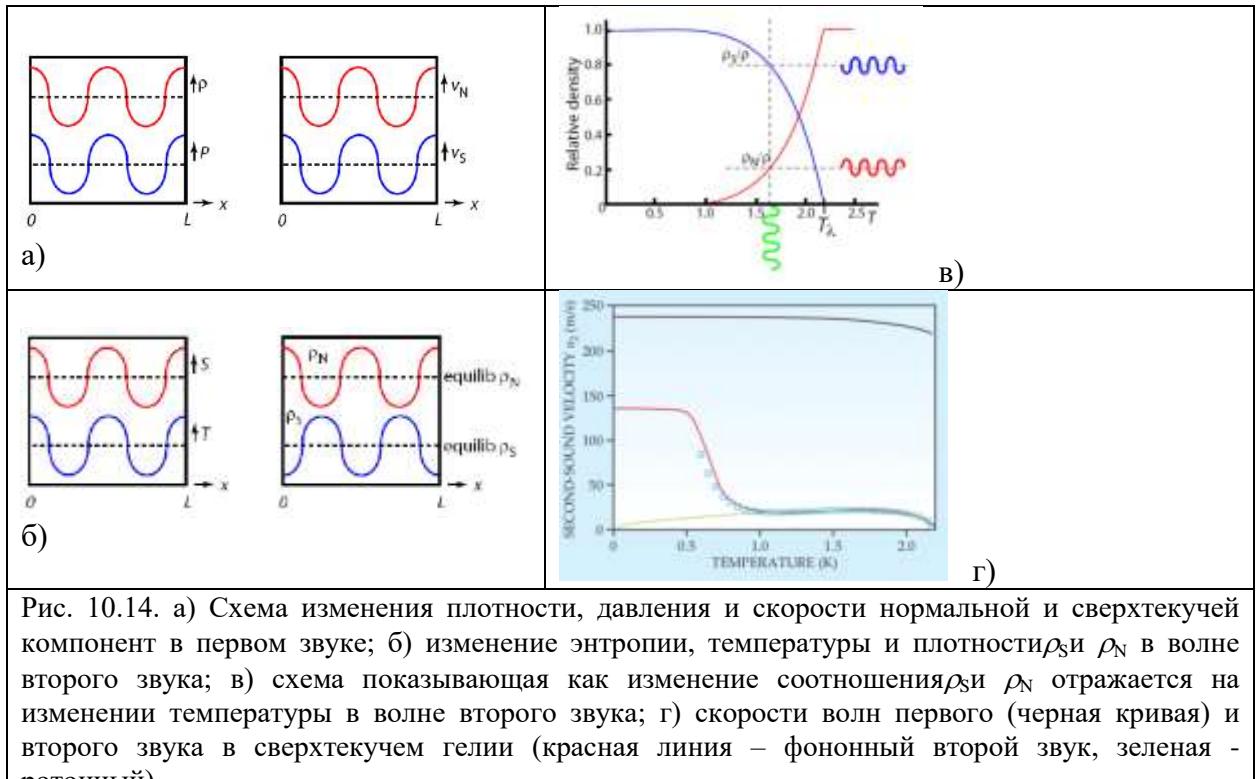


Рис. 10.14. а) Схема изменения плотности, давления и скорости нормальной и сверхтекущей компонент в первом звуке; б) изменение энтропии, температуры и плотности  $\rho_N$  в волне второго звука; в) схема показывающая как изменение соотношения  $\rho_N/\rho$  отражается на изменении температуры в волне второго звука; г) скорости волн первого (черная кривая) и второго звука в сверхтекущем гелии (красная линия – фононный второй звук, зеленая – ротонный)

Исключая из уравнений (10.1) и (10.2) импульс  $\mathbf{j}$  получим уравнение для волны плотности или давления

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \Delta P$$

Решение этого уравнения определяет условия распространения волны плотности или давления – волны первого звука. Скорость распространения волн первого звука определится как

$$c_1 = \sqrt{\frac{\partial P}{\partial \rho}}$$

Еще одно решение может быть найдено из уравнений двухжидкостной гидродинамики, если из уравнений (10.2), (10.3) и (10.4) исключить  $\mathbf{v}_N$  и  $\mathbf{v}_S$ . Затем продифференцируем по времени уравнение (10.3) и применим к уравнениям (10.2) и (10.4) операцию  $\operatorname{div} \mathbf{B}$ . В результате получим второе волновое уравнение для сверхтекущего гелия

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = \frac{\rho_S}{\rho_N} \sigma^2 \Delta T$$

, где  $\sigma = S/\rho$  – плотность энтропии. Решение для такой волны, называемой волной второго звука, будет

$$c_2 = \sqrt{\frac{\rho_S S^2 \partial T}{\rho_N \rho \partial S}}$$

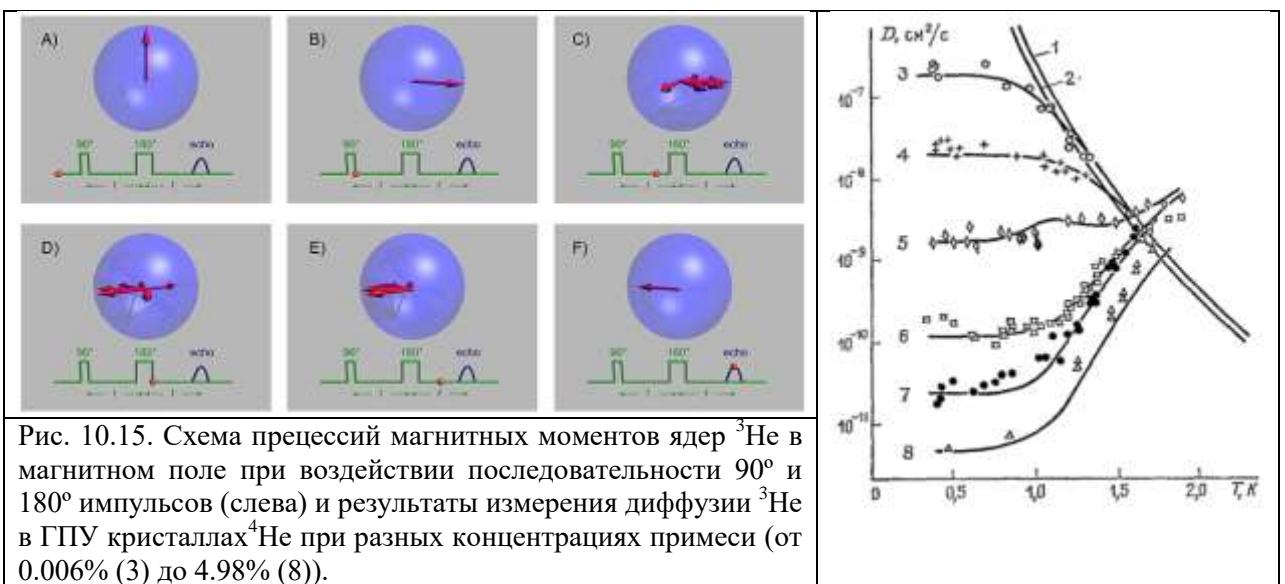
Волну второго звука можно определить как волну плотности в газе возбуждений, для которой давление и плотность в реальном пространстве не меняются. Это будет волна энтропии или температуры, для которой выполняются следующие условия

$\rho = \rho_S + \rho_N = \text{const}$ ,      или       $\partial \rho_S / \partial t = - \partial \rho_N / \partial t$       и       $\mathbf{j}' = \rho_N \mathbf{v}'_N + \rho_S \mathbf{v}'_S = 0$   
, где штрихами обозначены изменения общего потока и скоростей обеих компонент.

Впервые волну второго звука как волну температуры экспериментально обнаружил В.П.Пешков ИФП им. П.Л.Капицы в 1946 году. Скорость второго звука  $c_2$  при  $T_\lambda$  равна 0, затем по мере роста концентрации сверхтекущей компоненты  $c_2$  достигает величины в  $\approx 20$  м/с при  $T \approx 1.4\text{--}1.6$  К. В этом температурном диапазоне второй звук связан с изменением концентрации возбуждений в газе рotonов. По мере «вымерзания» рotonов основными возбуждениями остаются фононы. При более низких температурах – это фононный второй звук. Его скорость определяется скоростью фононов (скоростью первого звука) с усреднением по одному направлению  $c_{2ph} = c_1 / \sqrt{3}$ . Температурные зависимости первого и второго звуков приведены на рис. 10.14 г).

### Квантовые кристаллы.

В кристаллах, для которых параметр де Бура имеет величину  $\geq 1$  можно ожидать проявления квантовых свойств. В первую очередь можно ожидать независящие от температуры скорость диффузии примесей в кристаллах твердого гелия при малых давлениях. В  ${}^4\text{He}$  только примесь  ${}^3\text{He}$  растворяется в любых количествах, так что первые эксперименты были сделаны по поиску особенности диффузионного движения атомов  ${}^3\text{He}$  в кристаллах  ${}^4\text{He}$ . Атомы  ${}^3\text{He}$ , в отличие от атомов  ${}^4\text{He}$ , имеют ядерный спин, так что диффузию магнитных атомов  ${}^3\text{He}$  в матрице  ${}^4\text{He}$  можно отследить по изменению магнитных свойств образца. Методика достаточно простая.



В магнитном поле магнитные моменты ядер  ${}^3\text{He}$  выстраиваются по полю  $H$  в направлении  $z$  (Рис. 10.15 А). В 0 момент времени к образцу прикладывается импульс магнитного поля в перпендикулярном направлении – вдоль оси  $x$  (B) и магнитные моменты  $M$  начинают прецессировать в поле  $H$  (C). В момент времени  $tD$  прикладывается  $180^\circ$  магнитный импульс вдоль оси  $x$ , который переворачивающий магнитные моменты всех атомов  ${}^3\text{He}$  в противоположном направлении, и через время  $t$  все моменты  $M$ , прецессируя (E), должны собраться вместе и дать сигнал эха (F). Даже если внешнее поле  $H$  имеет градиент, то

времена прецессии для разных положений атомов примеси будут одинаковые и «эхо» отклика будет соответствовать величине сигнала в момент времени 0. Однако если атомы примеси за счет диффузии переместятся в место с другим магнитным полем, то величина отклика будет уменьшаться в силу скорости диффузии атома и его смещения за время  $2t$ . На рис. 10.15 F) величина сигнала эха несколько меньше, чем после  $90^\circ$  импульса В). Такая же картина будет наблюдаться при прецессии магнитных моментов во внешнем поле, когда спины ядер не успевают подстроиться под внешнее поле и только прецессируют к направлению внешнего поля. Таким образом можно измерять коэффициент диффузии магнитного момента в кристалле. Результаты измерений показали (Григорьев В.П., Есельсон Б.Н., Михеев В.А., Шульман Ю.Е. Письма в ЖЭТФ, 17, 1, 25 (1973)), что с понижением температуры подвижность примеси экспоненциально падает в силу уменьшения концентрации вакансий (примесь-вакансационная диффузия). Однако при понижении температуры диффузия примеси становится температурно независимой – доминирующим становится механизм квантовой диффузии, при которой примесь становится квазичастицей –примесоном. Из экспериментальных данных видно, что коэффициент квантовой диффузии тем больше, чем меньше концентрация примеси, что связано с уменьшением примесон-примесонного рассеяния.

Аналогичные измерения подвижности пробных частиц были проведены с кристаллами гелия, используя в качестве пробных частиц заряженные комплексы  ${}^4\text{He}^+$  с окружением в виде зоны сжатого твердого гелия. В качестве источника ионизации использовался тритиевый источник  $\beta$ -частиц.

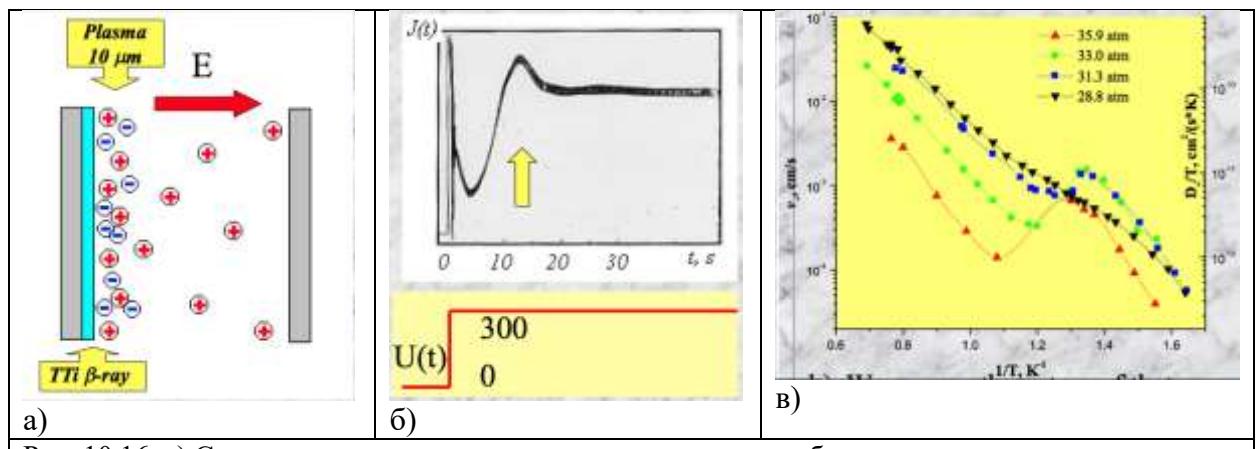


Рис. 10.16. а) Схема «вытаскивания» зарядов из слоя плазмы вблизи ионизационного источника; б) форма регистрируемого электрометром тока, указывающего на движение фронта зарядов при приложении к межэлектродному пространству ступенчатого напряжения; в) результаты измерения подвижности зарядов как функция обратной температуры

Основная идея измерений связана с протеканием через конденсатор, состоящий из двух пластин, одна из которых источник ионизирующего излучения, электрического тока при движении фронта зарядов от источника к коллектору. Время пролета зарядов пропорционально подвижности зарядов. Измерения показали, что при высоких температурах подвижность экспоненциально падает с охлаждением кристалла. При более низких температурах подвижность начинает расти, что объясняется увеличением подвижности квазичастиц, обеспечивающих диффузию зарядов, и переход их к квантовому туннелированию при уменьшении их рассеяния на возбуждениях (фононах) в кристалле. Дальнейшее уменьшение подвижности зарядов может быть объяснено в рамках квантового туннелирования в системе с разными разрешенными энергиями – аналог двухуровневой системы.

Еще одно интересное проявление квантовых свойств кристаллов было обнаружено и ИФП в 80-годах прошлого столетия. Это необычайное явление – возникновение волн плавления на поверхности раздела сверхтекучего и твердого гелия-4. Волны плавления-

криSTALLизации – слабо затухающие колебания границы раздела квантовый кристалл – сверхтекучая квантовая жидкость, обусловленные периодическим плавлением и кристаллизацией гелиевого образца. Механизм возникновения волн плавления состоит в следующем: в равновесии квантовый кристалл имеет определенную форму, обеспечивающую минимум свободной энергии его поверхности; любое отклонение формы кристалла от равновесной приводит к увеличению поверхностной энергии. Поэтому любая неравновесная форма кристалла будет изменяться за счёт кристаллизации или плавления так, чтобы поверхностная энергия уменьшалась. С другой стороны, вследствие разности плотностей двух фаз, кристаллизация и плавление кристалла вызывают движение жидкости, т. е. увеличение кинетической энергии системы. В результате поверхность будет испытывать слабо затухающие колебания, во многом сходные с обычными капиллярными волнами на границе раздела жидкости и газа и имеющие закон дисперсии, характерный для капиллярных волн (рис. 10.17 в). При этом, в отличие от поверхностных волн, движение границы при волнах плавления целиком обусловлено периодическим плавлением и кристаллизацией, а в объёме кристалл остаётся неподвижным и недеформированным. Это свойство позволяет также отличить кристаллизационные волны от упругих поверхностных волн.

Для существования кристаллизационных волн необходимо, чтобы диссиpация энергии при движении массы гелия, сопровождающая кристаллизацию и плавление, была достаточно мала. В обычных классических кристаллах это условие не выполняется, и процесс установления равновесной формы носит апериодический характер. В случае границы *сверхтекучая квантовая жидкость – квантовый кристалл* (поверхность кристалла  ${}^4\text{He}$ ) возникновение волн плавления оказывается возможным, если температура  $T$  достаточно низка и возбуждения в жидкости (ротоны и фононы) вымерзли.

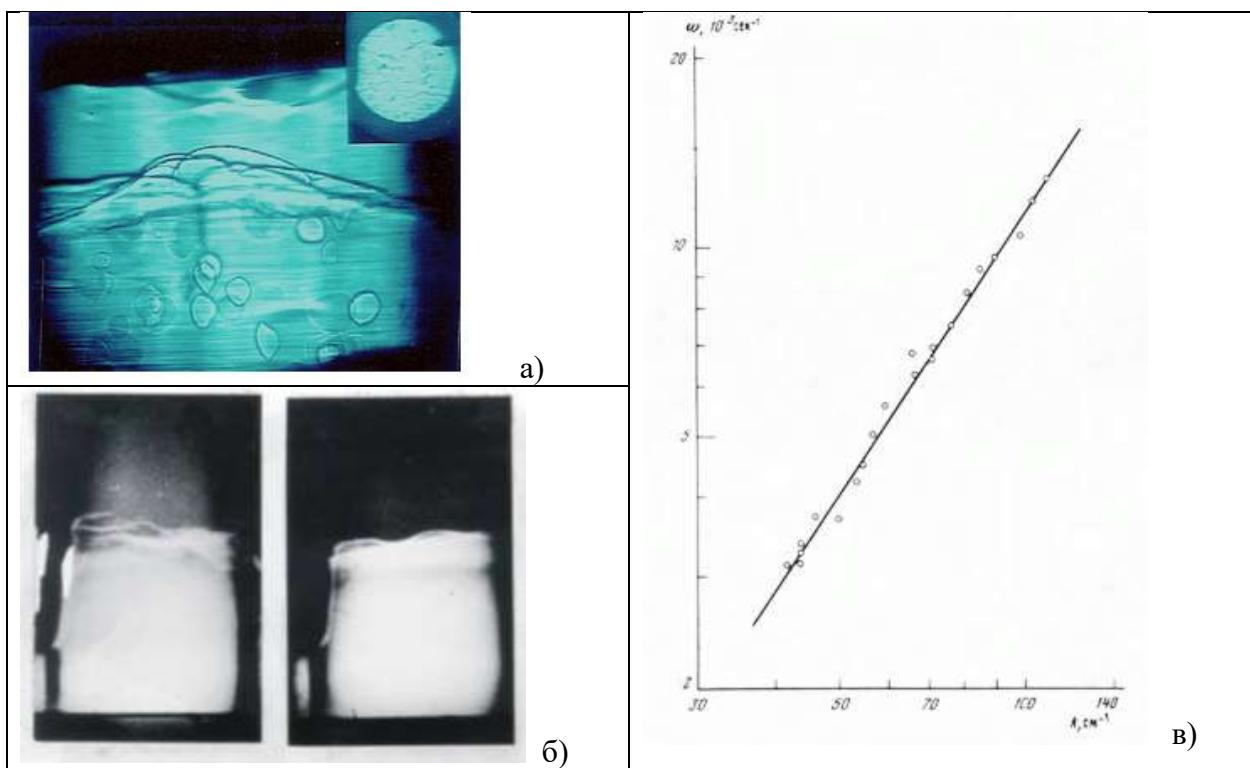


Рис. 10.16. Несмотря на достаточно близкие и маленькие коэффициенты преломления жидкого и твердого гелия для видимого света, граница раздела двух фаз хорошо различима, что позволяет визуально наблюдать возникновение волн плавления на поверхности раздела твердый гелий–сверхтекучий гелий б); дисперсионная зависимость волн плавления при температуре 0.43 К соответствует спектру капиллярных волн  $\omega \sim k^{3/2}$  (К.О.Кешишев, А.Я Паршин, А.В.Бабкин, ЖЭТФ, 80, 2, 716 (1981)) в)

### Гелий-3.

В ряду квантовых кристаллов твердый  $^3\text{He}$  имеет самый большой параметр де Бура, характеризующий амплитуду нулевых колебаний атомов в кристаллической решетке. Следствием слабых взаимодействий между атомами в конденсированном состоянии и малой массы атомов, гелий-3, так же как и гелий-4 не имеет тройной точки пар-жидкость-кристиалл и для кристаллизации гелия-3 необходимо создать дополнительное давление больше 29 атм. Фазовая диаграмма жидкого и твердого гелия имеет удивительную особенность, связанную с наличием ядерного спина в  $^3\text{He}$ .

#### Эффект Померанчука.

Особенностью фазовой диаграммы гелия-3 является изменение знака наклона кривой равновесия жидкость-твердое тело  $P(T)$  при низких температурах. Фазовый переход жидкость-кристиалл – это фазовый переход первого рода. Условие равновесия фаз в точке фазового перехода первого рода:  $T_1=T_2; P_1=P_2; \mu_1=\mu_2$

Химпотенциал является функцией давления и температуры  $\mu_1(P,T)=\mu_2(P,T)$ , продифференцируем химпоненциал:  $\frac{\partial \mu_1}{\partial T} + \frac{\partial \mu_1}{\partial P} \frac{dP}{dT} = \frac{\partial \mu_2}{\partial T} + \frac{\partial \mu_2}{\partial P} \frac{dP}{dT}$

Выразим энтропию и объем через термодинамические соотношения

$$S = -\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_P \quad \text{и} \quad V = \left(\frac{\partial \mu}{\partial P}\right)_T$$

Тогда из равенства химпотенциалов двух средах запишем  $-S_1 + V_1 \frac{dP}{dT} = -S_2 + V_2 \frac{dP}{dT}$

Наклон кривой плавления равен  $\frac{dP}{dT} = \frac{S_{liquid}-S_{solid}}{V_{liquid}-V_{solid}} = \frac{Q}{T(V_{liquid}-V_{solid})}$ , где  $Q$  – скрытая теплота плавления.

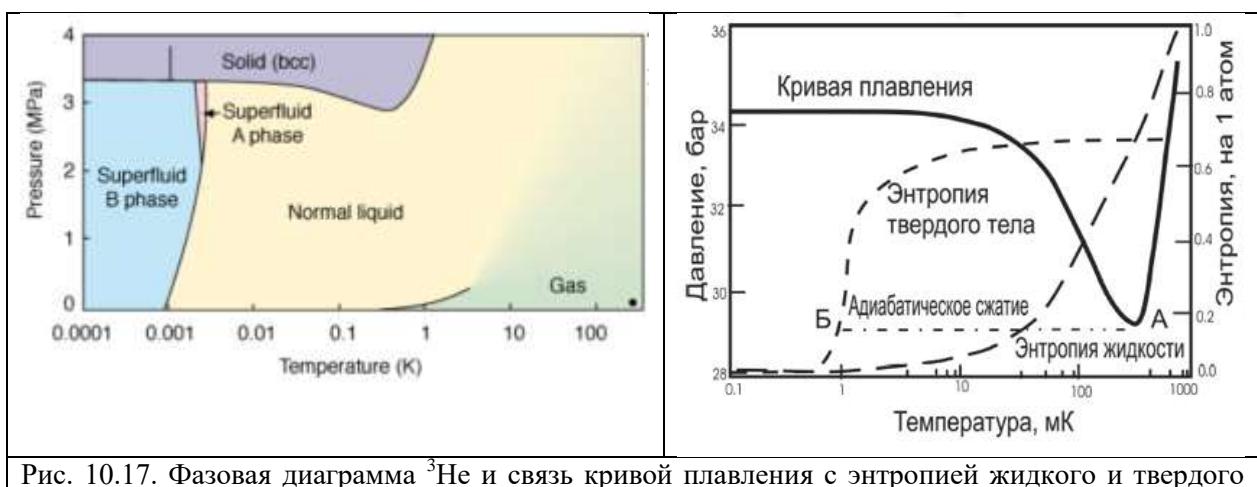


Рис. 10.17. Фазовая диаграмма  $^3\text{He}$  и связь кривой плавления с энтропией жидкого и твердого гелия-3.

Причина такого изменения знака производной кривой  $P(T)$  состоит в том, что при низких температурах термодинамические свойства конденсированного  $^3\text{He}$  определяются не столько фононными возбуждениями, сколько спиновыми взаимодействиями атомов. Жидкость с ядерными спинами  $\frac{1}{2}$  должна подчиняться статистики Ферми-Дирака: все уровни заполнены и размытие ступеньки определяется температурой. Энтропия при этом пропорциональна температуре, как и энтропия электронного газа в металлах  $S \sim T$ . Для твердого гелия-3 при температурах выше температуры магнитного упорядочения спинов (температуры Нееля  $T_N$ , которая для твердого  $^3\text{He}$  равна  $\sim 1$  мК), но ниже дебаевской, энтропия должна быть  $S = \ln 2$  и не должна зависеть от температуры. Зависимости энтропии жидкого и твердого гелия-3 приведены на рис 10.17. Изменение соотношения энтропий жидкого и твердого гелия-3 являются причиной изменения знака производной  $dP/dT$  при понижении температуры ниже 0.3 К – эффект Померанчука. Изменение знака разности энтропий для жидкости и твердого тела является причиной поглощения тепла при кристаллизации гелия. Таким образом увеличивая давление в адиабатически

изолированной камере со смесью жидкого и твердого гелия-3, двигаясь вдоль кривой плавления можно охлаждать камеру. Этот метод называется охлаждением по методу Померанчука. (рис. 10.18 а). Впервые охлаждение таким методом осуществил Ю.Ануфриев в ИФП в 1965 г.

Применяя охлаждение по методу Померанчука был экспериментально обнаружен переход гелия-3 в сверхтекучее состояние. В результате адиабатического сжатия смеси жидкого и твердого гелия-3 были обнаружены 2 особенности во временной зависимости процесса охлаждения (рис. 10.18.б)) Одну особенность назвали переходом в фазу А, а вторую особенность – в фазу В. За это открытие, сделанное в 1972 году, три американских физика получили Нобелевскую премию (1996 г.). К этому времени физики уже основательно разобрались в структуре фаз в сверхтекучем гелии.

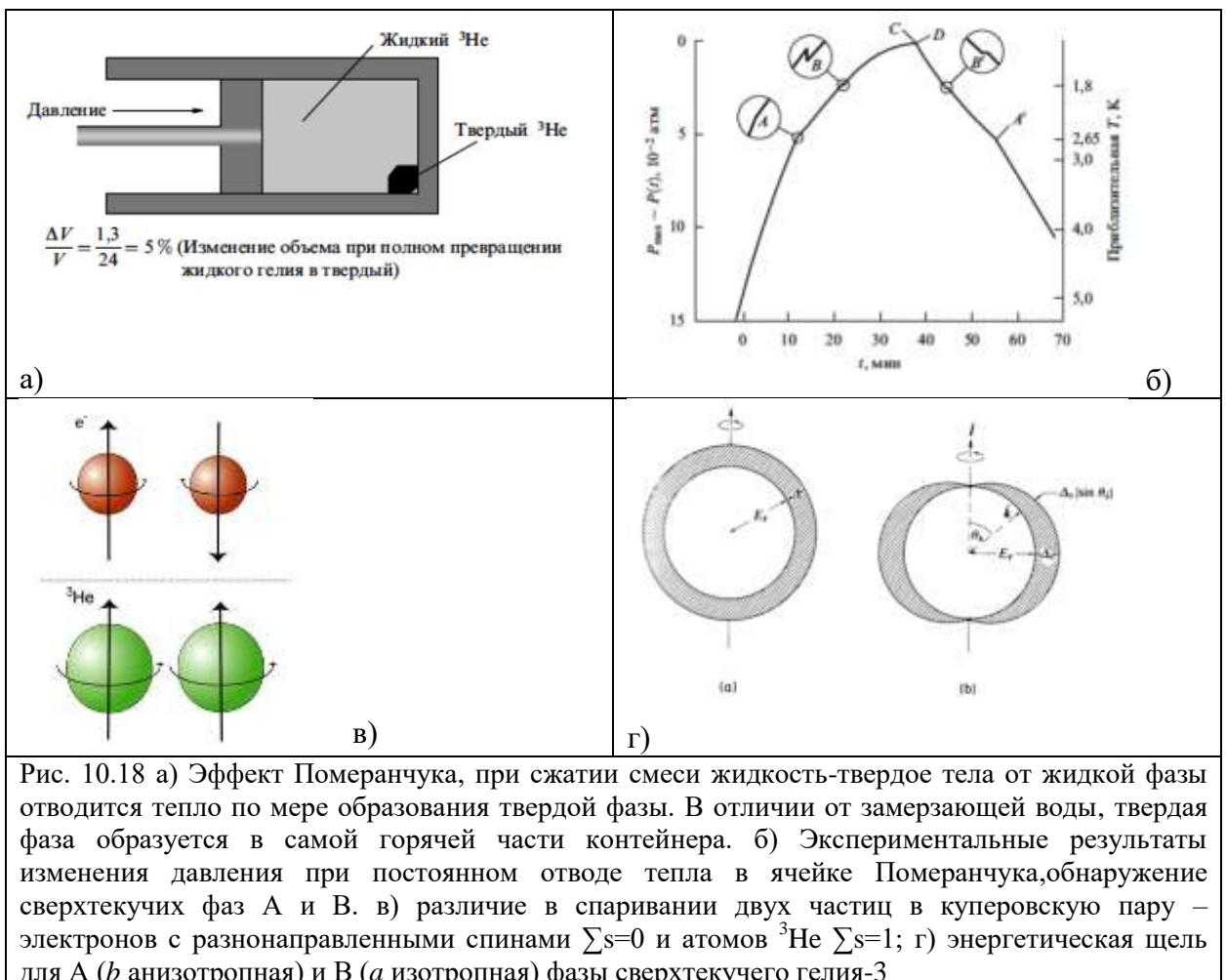


Рис. 10.18 а) Эффект Померанчука, при сжатии смеси жидкость-твердое тела от жидкой фазы отводится тепло по мере образования твердой фазы. В отличии от замерзающей воды, твердая фаза образуется в самой горячей части контейнера. б) Экспериментальные результаты изменения давления при постоянном отводе тепла в ячейке Померанчука, обнаружение сверхтекучих фаз А и В. в) различие в спаривании двух частиц в куперовскую пару – электронов с разнонаправленными спинами  $\sum s=0$  и атомов  $^3\text{He}$   $\sum s=1$ ; г) энергетическая щель для А (b анизотропная) и В (a изотропная) фазы сверхтекучего гелия-3

Почему фаза 2? В отличие от гелия-4, которое из-за целого спина ядра является бозоном, у  $^3\text{He}$  спин полуцелый и для ферми-частиц, как и для электронов при переходе в сверхпроводящее состояние, необходимо спаривание атомов для образования бозе-конденсата. В сверхпроводниках электроны спариваются в состояние с противоположными волновыми векторами (импульсами) ( $k$ ,  $-k$ ) и с противоположными спинами так что и суммарный спин, и орбитальный момент пары равны 0, т.е. пара ведет себя как бозон. В результате бозе-конденсации электронов возникает единая волновая функция пар, аналогичная бозе-конденсации атомов в сверхтекучем  $^4\text{He}$ . Т.е. сверхпроводимость можно рассматривать как сверхтекучесть спаренных электронов.

В отличии от спаривания электронов в куперовские пары, два атома гелия спариваются с суммарным спином такого бозона  $s=1$ . Такое спаривание происходит при температурах ниже 2.6 мК, что почти на три порядка ниже, чем температура перехода в

сверхтекущее состояние  ${}^4\text{He}$ . Именно это явилось причиной того, что открытие сверхтекучести гелия-3 было сделано лишь в 1972 году после развития соответствующей экспериментальной техники. Особенностью спаривания спинов атомов  ${}^3\text{He}$  состоит еще и в том, что при спаривании кроме момента спинов пары есть и орбитальный момент относительного движения спаривающихся частиц  $l=1$ . Проекция спина на любое выделенное направление может быть  $\pm 1$  и 0. Для сверхтекущего гелия-3 в фазе А осуществляется спаривание с  $s=1$  и двумя равновероятными проекциями спина на направление внешнего магнитного поля  $s_\zeta = \pm 1$ . Для А фазы энергетическая щель будет анизотропной  $\Delta = \Delta_0 |\sin \theta_k|$ . В изотропной В фазе средние значения проекции операторов спина пары и момента импульса пары на любую ось равны нулю и энергетическая щель изотропна.

**Пётр Леонидович Капица** (1894, Кронштадт – 1984, Москва) – советский физик. Лауреат Нобелевской премии (1978). Лауреат двух Сталинских премий (1941, 1943). Награждён Большой золотой медалью им. М.В.Ломоносова (1959). Дважды Герой Социалистического Труда (1945, 1974). Член Академии наук СССР (1939; член-корреспондент с 1929). Член Лондонского королевского общества (1929), иностранный член Национальной академии наук США (1946), член Леопольдина (1958).

Видный организатор науки. Основатель Института физических проблем, директором которого оставался вплоть до последних дней жизни. Один из основателей Московского физико-технического института. Первый заведующий кафедрой физики низких температур физического факультета МГУ. Разработал высокопроизводительную промышленную установку для сжижения воздуха на базе турбодетандера. С 1921 по 1934 год работал в Кембридже под руководством Резерфорда.

**Дуглас Дин Ошеров** (*Douglas Dean Osheroff*; 1945, Абердин, Вашингтон, США) — американский физик, лауреат Нобелевской премии (1996) «за открытие сверхтекучести гелия-3». Открытие было сделано в 1971 году, когда Ошеров был аспирантом в Корнельском университете.

**Дэвид Morris Lee** (*David Morris Lee*; 1931, Нью-Йорк, США) — американский физик, лауреат Нобелевской премии (1996) «за открытие сверхтекучести гелия-3». Научный руководитель аспиранта Д.Ошерова. Член Национальной академии наук США (1991) и Американской академии искусств и наук, иностранный член Российской академии наук (2003).

**Роберт Колман Ричардсон** (*Robert Coleman Richardson*; 1937, Вашингтон – 2013, Вашингтон, США) — американский физик, лауреат Нобелевской премии (1996) «за открытие сверхтекучести гелия-3». Член Национальной академии наук США (1986)

**Элевтер Луарсабович Андроникашвили** (1910, Санкт-Петербург, Россия – 1989, Тбилиси, Грузия) — советский, грузинский физик. Происходил из дворянской грузинской семьи. Брат литератора Ираклия Андроникова. С 1942 года работал в Институте физики Академии наук Грузинской ССР, с 1951 года стал директором этого института. В 1940—1941 и затем в 1945—1948 годах он работал над докторской диссертацией в Институте физических проблем в Москве, защитил докторскую диссертацию в 1948 году. С 1951 года он также был заведующим кафедрой физики и профессором Тбилисского государственного университета, действительным членом АН Грузинской ССР (с 1955 года).

**Ларс Онзагер** (*Lars Onsager*; 1903 Кристиания (Осло), Норвегия — 1976, Корал-Гейблз, Флорида, США) — норвежско-американский физхимик и физик, лауреат Нобелевской премии по химии (1968). Известен как создатель теории необратимых реакций, а также автор точного решения двумерной модели Изинга.

**Исаак(Юзик)Яковлевич Померанчук** (1913, Варшава – 1966, Москва) — советский физик-теоретик, академик АН СССР (1964, член-корреспондент 1953). Работал в Харьковском физико-техническом институте, в 1940–1943 работал в Физическом институте АН СССР, в 1943–1946 — в Лаборатории № 2 АН СССР. С 1946 руководитель теоретического отдела Лаборатории № 3 АН СССР (впоследствии Института теоретической и экспериментальной физики). Совместно со Львом Ландау разработал теорию электропроводности металлов при низких температурах. В 1944 году совместно с Д.Д.Иваненко предсказал синхротронное излучение за что был удостоен Сталинской премии. Внес значительный вклад в создание советских ядерных реакторов и, в частности, в диффузионную теорию реактора. В 1950 предсказал эффект отрицательного значения теплоты плавления твердого  ${}^3\text{He}$  при низких температурах (эффект Померанчука). После войны возглавлял группу, занятую решением совершенно-секретной проблемы точного расчёта энергетического баланса водородной бомбы.

## Глава 11. Температура и термометрия

**Температура**(от лат. *temperatura*—надлежащее смещение, нормальное состояние)— физическая величина, характеризующая термодинамическую систему и количественно выражаящая понятие о различной степени нагрева тел. Температура представляет собой величину, позволяющую описывать тепловое равновесие между двумя системами, находящимися в тепловом контакте.

Вообще температура, одна из четырех основных величин, с которыми давно связаны с человеческой деятельностью — масса, длина, время и температура — оставалась непонятной до 18 века. Причина такой длительной неопределенности температуры связана с расплывчивостью температуры для наших органов чувств. Так, например, металлическая пластин будет нам казаться более холодной, чем кусок пенопласта, несмотря на то что они были выдержаны долгое время при одинаковых внешних условиях, одинаковой температуре. Живые существа способны воспринимать ощущения тепла и холода непосредственно, с помощью органов чувств. Однако точное определение температуры требует, чтобы температура измерялась объективно, с помощью приборов.

Для правильного определения понятия температуры напомним основные определения термодинамических систем и их взаимодействия. «Изолированной» называется система, не взаимодействующая с окружающей средой. «Замкнутая» система — система, не обменивающаяся веществом с окружающей средой. Изолированная система приходит в состояние, которое уже не меняется и называется состоянием теплового равновесия. Упомянем еще два понятия, поясняющие обмен теплом (или энергией) между двумя системами: это тепловое равновесие и тепловой контакт.

Для определения способов измерения температуры необходимо сформулировать один из законов теплообмена: если каждая из двух систем находится в тепловом равновесии с третьей, то они находятся в тепловом равновесии друг с другом. Теперь можно одну из систем назвать термометром и на основании этого выяснить, находятся ли рассматриваемые системы в одинаковых или разных тепловых состояниях. Температура не может быть измерена непосредственно, как например для единицы длины сравнивая ее с неким эталоном. Приборы термометры измеряют эмпирическую температуру (эмпирический, от древне-греческого *εμπειρία*[*empeiría*] «опыт»). Количественно же температура определяется указанием способа её измерения с помощью того или иного термометра. При определении температуры в эмпирической шкале необходимо установить две реперные точки, число делений между ними и физический закон, по которому изменения параметров системы однозначно связаны с ее энергией или температурой. Такое определение еще не фиксирует ни начало отсчета, ни единицу измерения температуры, поэтому любой метод измерения температуры связан с выбором температурной шкалы.

*Определение абсолютной температуры.*

Существует определение термодинамической температуры (по Клаузиусу) из соотношения  $\delta Q = T dS$

Термодинамическая температура по Гиббсу  $T \equiv \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{x_i}$ , где  $\{x_i\}$ —набор (без энтропии) естественных переменных внутренней энергии.

Термодинамическая или абсолютная температура(*absolute temperature*) является единственной функцией состояния термодинамической системы, которая характеризует направление самопроизвольного теплообмена между телами (системами). Молекулярно-кинетическая теория, со своей стороны, связывает абсолютную температуру со средней кинетической энергией поступательного движения молекул идеального газа в условиях термодинамического равновесия:

$$\frac{1}{2}m\bar{v}^2 = \frac{3}{2}k_B T$$

Из того, что температура — это кинетическая энергия молекул — ее наиболее естественно измерять в энергетических единицах в Дж или эВ. Однако измерение температуры началось задолго до создания молекулярно-кинетической теории, поэтому практические шкалы измеряют температуру в условных единицах — градусах.

#### *Температура в статистической физике. Отрицательные температуры*

В статистической физике температура определяет вероятность  $(\varepsilon)$  нахождения молекул или частиц (например электронов) в состоянии с энергией в интервале между  $\varepsilon$  и  $\varepsilon + d\varepsilon$  или в возбужденном состоянии

$$p(\varepsilon)d\varepsilon = g(\varepsilon)e^{-\varepsilon/k_B T}d\varepsilon$$

, где  $g(\varepsilon)$  — величина, пропорциональная фазовому пространству. Таким образом, величина  $k_B T$  представляет собой характеристическую энергию, определяющую распределение скоростей или энергий молекул или вероятность нахождения, скажем, электрона в возбужденном состоянии.

*Отрицательная абсолютная температура* — температура, характеризующая равновесные состояния термодинамической системы, в которых вероятность обнаружить систему в микросостоянии с более высокой энергией выше, чем в микросостоянии с более низкой энергией. Абсолютная температура  $+\infty$  и  $-\infty$  — это одна и та же температура (соответствующая равномерному распределению), но различаются температуры  $T=+0$  и  $T=-0$ . Так, квантовая система с конечным числом уровней будет сосредоточена на самом нижнем уровне при  $T=+0$ , и на самом верхнем — при  $T=-0$ . Проходя ряд равновесных состояний, система может попасть в область температуры с другим знаком только через бесконечную температуру. Примером метастабильного распределения заселенности уровней могут служить возбужденные состояния в лазерах при накачке.

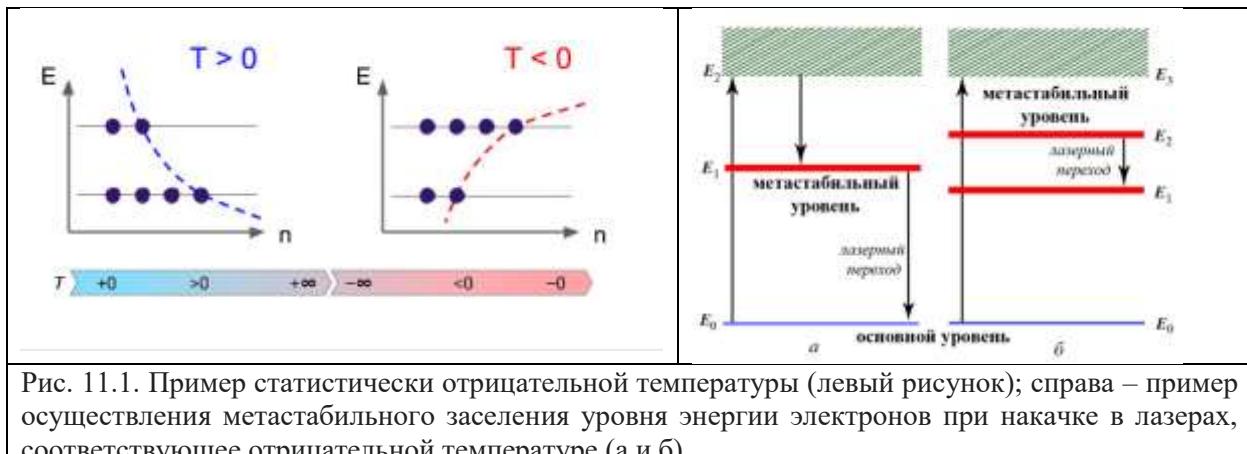


Рис. 11.1. Пример статистически отрицательной температуры (левый рисунок); справа – пример осуществления метастабильного заселения уровня энергии электронов при накачке в лазерах, соответствующее отрицательной температуре (а и б).

Основополагающей работой для создания абсолютной температурной шкалы служит работа Карно.

Сади Карно в своём исследовании «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу» (1824), рассуждал о процессах и возможностях совершения работы паровыми машинами. В ней был произведён анализ существовавших в то время паровых машин, и были выведены условия, при которых КПД достигает максимального значения (в паровых машинах того времени КПД не превышал 2%). Помимо этого, там же были введены основные понятия термодинамики: идеальная тепловая машина, идеальный цикл (Карно), обратимость и необратимость термодинамических процессов. По сути, Карно сформулировал первое (закон сохранения энергии) и второе начала термодинамики (в формулировке «Наибольший КПД теплового двигателя не зависит от рабочего тела и определяется только температурой, в пределах которой двигатель работает»).

Цикл Карно или процесс Карно — это идеальный круговой процесс, состоящий из двух адиабатических и двух изотермических процессов. В процессе Карно термодинамическая система совершает механическую работу за счёт обмена теплотой с двумя тепловыми резервуарами, имеющими постоянные, но различающиеся температуры. Резервуар с более высокой температурой называется нагревателем, а с более низкой температурой — холодильником.

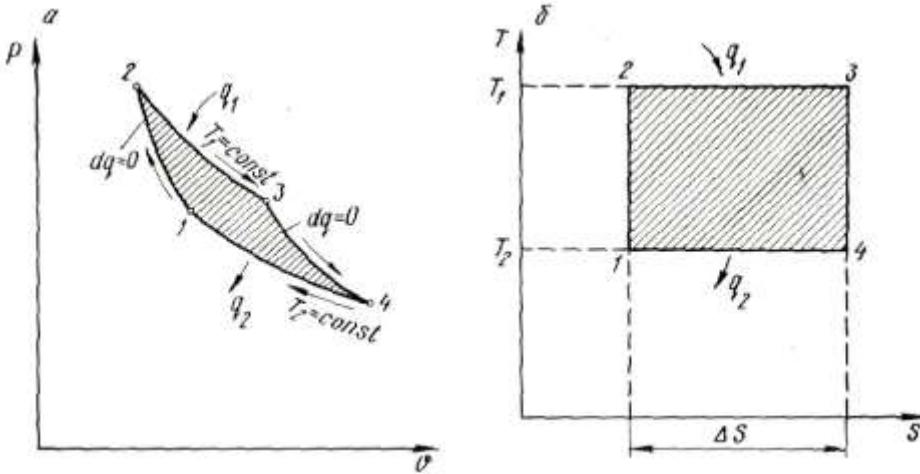


Рис. 11.2. Цикл Карно в координатах давление-объем а) и температура-энтропия б).

В адиабатическом процессе 1—2 осуществляется сжатие рабочего тела за счет подвода механической энергии извне без контакта с окружающей средой, энтропия неизменная. При изотермическом расширении 2—3 двигатель при температуре  $T_1$  получает от нагревателя теплоту  $q_1$ . Затем рабочее тело совершает адиабатическое расширение 3—4, совершая работу против внешней силы без контакта с нагревателем, энтропия не меняется. В процессе изотермического сжатия 4—1 рабочее тело при температуре  $T_2$  отдает охладителю теплоту  $q_2$ . В процессах 2—3 и 3—4 совершается работа расширения, а в процессах 4—1 и 1—2 затрачивается работа на сжатие.

### Теорема Карно

Термический к.п.д. обратимого цикла Карно не зависит от природы рабочего тела и определяется только температурами нагревателя  $T_H$  и холодильника  $T_x$ :

$$\eta_k = \frac{T_H - T_x}{T_H} = 1 - \frac{T_x}{T_H}$$

Для доказательства теоремы Карно обратимся к рис. 11.3. Для идеального газа процессе D-E внутренняя энергия рабочего тела остается постоянной и все тепло, полученное от резервуара при температуре  $T_H$  превращается во внешнюю работу:

$$Q_{D-E} = \int_{ik}^{cd} P dV = RT_H \ln \frac{V_{cd}}{V_{ik}}$$

Подобным же образом, работа, совершенная при изотермическом сжатии B-C, превращается в тепло, которое передается холодному резервуару:

$$Q_{B-C} = \int_{gh}^{ef} P dV = RT_X \ln \frac{V_{ef}}{V_{gh}}$$

Процессы E-B-C-D:

Поскольку газ идеальный и U зависит только от температуры T, из уравнения  $Q=U_2-U_1+A$  следует, что работа, совершаемая в одном из этих двух адиабатических процессов, полностью компенсирует работу, совершаемую в другом процессе. Действительно, пользуясь адиабатическим условием  $C_V dT + P dV = 0$ , получаем

$$C_V(T_H - T_X) = \int_{CD}^{gh} P dV = - \int_{ef}^{ik} P dV$$

Чтобы найти связь между  $V_{ik}$ ,  $V_{cd}$ ,  $V_{gh}$  и  $V_{ef}$  заметим, что, согласно уравнению Пуассона  $T V^{R/C_v} = \text{const}$ , в адиабатических процессах:

$$E \rightarrow B \quad T_H V_{cd}^{x-1} = T_X V_{gh}^{x-1}$$

$$C \rightarrow D \quad T_X V_{ef}^{x-1} = T_H V_{ik}^{x-1}$$

$$\text{И, следовательно, } \frac{V_{cd}}{V_{ik}} = \frac{V_{gh}}{V_{ef}}$$

Подставляя это соотношение в уравнения для D-E и B-C процессов получим:

$$\frac{Q_{B-C}}{Q_{D-E}} = \frac{T_H}{T_X}$$

$$\text{И для к.п.д. оптимального цикла получим} \quad \eta_{max} = \frac{T_H - T_X}{T_H}$$

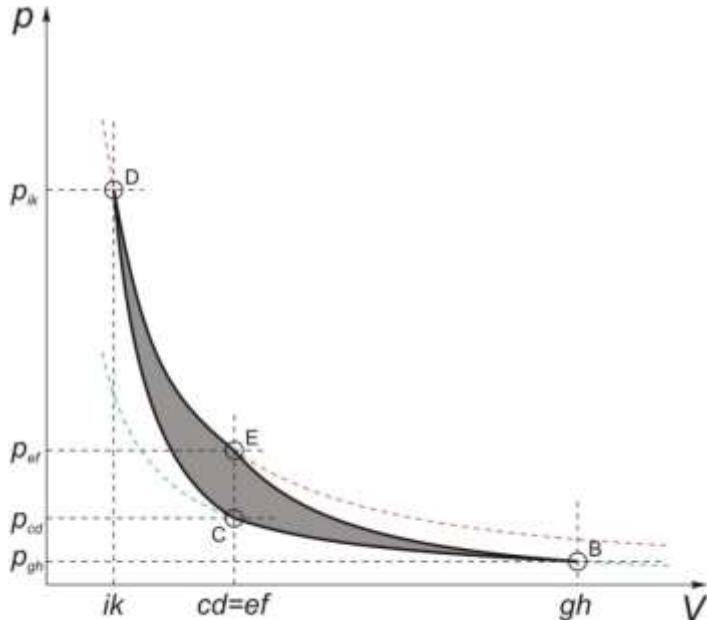


Рис. 11.3. Цикл Карно в координатах Р–V. Точка  $P_{ik}, V_{ik}$  – предельное сжатие в адиабатической стадии С–Д (1–2) и начальная точка изотермического нагрева Д–Е (2–3). Изотермическое расширение продолжается до уменьшения давления  $P_{ef}$  и увеличения объема до  $V_{ef}$ . Следующий этап Е–В (3–4) – адиабатическое расширение до давления  $P_{gh}, V_{gh}$ . Изотермическое сжатие сопровождается охлаждением В–С (4–1) с уменьшением объема до  $V_{cd}$  с ростом давления до  $P_{cd}$ (из книги Д. тер Хаара и Г. Вергеланда «Элементарная термодинамика»)

Анализ цикла Карно имеет большое практическое значение. Сравнение циклов различных двигателей с циклом Карно позволяет установить возможности повышения их термического к.п.д. Если цикл Карно (рис. 11.2) осуществляется против часовой стрелки (обратный цикл Карно), то работа расширения будет меньше работы сжатия, и двигатель должен получать механическую энергию из окружающей среды. При этом рабочее тело в процессе расширения будет получать теплоту от низкотемпературного источника, а при сжатии — передавать теплоту высокотемпературному источнику, и двигатель будет работать как холодильная машина.

Уильям Томсон (lord Кельвин), отталкиваясь от работы Карно, предложил абсолютную термодинамическую шкалу температур (1848) и сформулировал второй закон термодинамики следующим образом(1851): невозможен процесс, единственным результатом которого является получение системой теплоты от одного источника (теплового резервуара) и выполнение ею эквивалентного количества работы. Из принципа Томсона следует теорема Карно, на основании которой удаётся построить абсолютную термодинамическую шкалу температур.

1. Термодинамическая шкала температур принципиально может быть построена на утверждении, что коэффициент полезного действия идеального теплового

двигателя не зависит от природы рабочего тела и конструкции двигателя, и зависит только от температур нагревателя и холодильника

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Это соотношение может быть использовано для построения абсолютной термодинамической температуры. Если один из изотермических процессов циклов Карно  $Q_3$  проводить при температуре тройной точки воды (реперная точка), установленной произвольно  $-T_3=273.16$ , то любая другая температура будет определяться по формуле  $T=273.16 \cdot Q/Q_3$ . Установленная таким образом температурная шкала называется термодинамической шкалой Кельвина. К сожалению, точность измерения количества теплоты невысока, что не позволяет реализовать вышеописанный способ на практике.

2. Абсолютная температурная шкала может быть построена, если использовать в качестве термометрического тела идеальный газ. В самом деле, из уравнения Клапейрона-Менделеева вытекает соотношение

$$T = \frac{PV}{R}$$

Если измерять давление газа, близкого по свойствам к идеальному, находящемуся в герметичном сосуде постоянного объёма, то таким способом можно установить температурную шкалу, которая носит название *идеально-газовой*. Преимущество этой шкалы состоит в том, что давление идеального газа при  $V=\text{const}$  изменяется линейно с температурой. Поскольку даже сильно разреженные газы по своим свойствам несколько отличаются от идеального газа, то реализация идеально-газовой шкалы связана с определёнными трудностями.

Температура, измеренная по идеально-газовой шкале, совпадает с термодинамической температурой, но только термодинамическая шкала является абсолютно независимой от свойств термометрического вещества.

Теперь, когда мы разобрались с абсолютной температурой рассмотрим разные температурные шкалы. Сразу отметим, что, если для абсолютной температурной шкалы определяется одна реперная точка – тройная точка воды, вторая точка – абсолютный ноль, естественная температура при которой тепловые движения молекул и их энергия равны нулю. Это утверждение закреплено в аксиоматической системе венгерского физика Ласла Тиссы. Набор постулатов термодинамики дополнен утверждением о том, что внутренняя энергия ограничена снизу, и что эта граница соответствует абсолютному нулю температуры.

Привязка шага абсолютной термодинамической шкалы основана на шаге шкалы Цельсия, для которой температурный интервал от точки плавления воды до ее кипения при нормальных условиях разбит на 100 градусов.

Итак, разные температурные шкалы, история их создания. Первое описание прибора, созданного для определения температуры, было сделано СанториоПдуанским в 1612 г. Однако часть изобретения термометра принято приписывать Галилею, который, как считают, изобрел воздушный термометр в 1592 г. В этих работах с газовыми термометрами не было попыток создать температурную шкалу.

Позже был сделан переход на использование в качестве рабочего тела спирта, а еще позднее – ртути. Эти термометры калибровались в равных частях объема колбы. Таким образом уже к середине 17 века имелись чувствительные термометры, изготовленные в Италии, где стеклодувное искусство было необычайно развито. Позднее Гук усовершенствовал спиртовой термометр, окрашивая спирт в красный цвет, и предложил устройство для нанесения шкалы. Однако в шкале, предложенной Гуком, каждый градус соответствовал  $\sim 2.5$  °С и шкала простиралась от наименьшей зимней температуры  $-7$  градусов до наибольшей летней температуры  $+13$ . Это были первые

«калиброванные» термометры, на базе которых можно было проводить количественные измерения. Гук так же установил, что вода замерзает и кипит при стабильных температурах – что позволило позднее ввести эти температуры в качестве реперных точек.

В начале 18 века появились работы Фаренгейта и Амонтона. Собственно, начиная с работ этих двух ученых началось развитие двух направлений термометрии – первичные и вторичные термометры.

Под первичной термометрией принято понимать термометрию, осуществленную с помощью термометра, уравнение состояния которого можно написать в явном виде без привлечения неизвестных постоянных, зависящих от температуры. Вторичными называются все термометры, не являющиеся первичными. Для градуировки такого термометра требуется прямо или косвенно сравнить его с первичным термометром при стольких значениях температуры, сколько необходимо для определения вида неизвестных членов, зависящих от температуры.

Фаренгейт научился делать надежные и воспроизводимые ртутные термометры, имеющие три отправные точки:  $0^{\circ}\text{F}$  – погружая термометр в тающую смесь снега с нашатырём и поваренной солью, Фаренгейт принял чрезвычайно низкую температуру зимы 1709 года в Данциге за нуль для своей шкалы;  $32^{\circ}\text{F}$  – температура таяния льда, которую получал погружая термометр в смесь льда и воды и  $98^{\circ}\text{F}$  – температура тела здорового человека.

Таким образом Фаренгейт первым создал стабильные термометры, которые производил на продажу и предложил воспроизводимую температурную шкалу (1723). Стоит отметить, что температура в  $98^{\circ}\text{F}$  – как «температура тела здорового человека» явила казусной величиной – Фаренгейт, определяя диапазон градуировки своей температурной шкалы, принял за 100 градусов измеренную им температуру тела своей супруги, которая, как оказалось, в тот момент болела простудным заболеванием, и её температура была выше температуры тела «здорового человека». Таким образом, температурная шкала, разработанная Фаренгейтом, содержит два курьёза: необычно заниженный ноль как следствие крайне холодной зимы в Данциге в тот период и завышенную градацию 100 – как температуру тела больного человека. Возможно, это явилось одной из причин признания шкалы Цельсия, имеющую метрическое деление для двух естественно определяемых реперных точек, в большинстве стран мира как альтернативной шкале Фаренгейта.

Реомюр (1730) предложил в качестве реперных точек использовать температуру плавления льда как  $0^{\circ}$  и кипения воды, но этот температурный интервал был разбит на 80  $^{\circ}\text{Ra}$ . Андерс Цельсий (1742 г) предложил температурную шкалу, в которой температура тройной точки воды (эта температура практически совпадает с температурой плавления льда при нормальном давлении) принималась за  $100^{\circ}$ , а температура кипения воды – за  $0^{\circ}$ . В 1745 г, уже после смерти Цельсия, шкала была перевёрнута Карлом Линнеем (за  $0^{\circ}$  стали принимать температуру плавления льда, а за  $100^{\circ}$  – кипения воды), и в таком виде используется до нашего времени.

В результате работ Фаренгейта и после него Реомюра и Цельсия создали точные практические шкалы для все более точных термометров, которыми было удобно пользоваться, в то время как работами Амонтона начаты пути поиска абсолютных термометров, опирающихся на термодинамические свойства рабочего тела – газа в конкретном случае.

Амонтон, изучая давление газа в газовом термометре постоянного объема, в качестве термометрического вещества использовал воздух и предложил, что наименьшая температуре должна соответствовать температура, для которой давление газа равно 0. Таким образом шкала температур Амонтона была пропорциональна давлению газа в сосуде постоянного объема и требовала только одну фиксированную точку.

В 1848 году лорд Кельвин предложил термодинамическую шкалу температур, где нулевая точка – предельная степень холода, а цена деления на этой шкале градус Цельсия. Эта

абсолютная шкала на сегодняшний день известна как термодинамическая шкала Кельвина. Значение «минус 273» было получено как обратное от 0,00366 — коэффициента расширения газа на градус Цельсия. Температура в абсолютной шкале именуется кельвинами. В рамках применимости термодинамики абсолютный нуль на практике недостижим. Его существование и положение на температурной шкале следует из экстраполяции наблюдаемых физических явлений, при этом такая экстраполяция показывает, что при абсолютном нуле энергия теплового движения молекул и атомов вещества должна быть равна нулю, то есть хаотическоедвижение частиц прекращается, и они образуют упорядоченную структуру.

### *Планковская температура.*

Если 0 К это температура, при которой энергия теплового движения молекул и атомов вещества должна равняться нулю, то существует еще одна температура, построенная из мировых констант. Планковская температура — одна из планковских единиц, представляющих собой фундаментальный предел в квантовой механике. Современная физическая теория не способна описать что-либо с более высокой температурой из-за отсутствия в физике разработанной квантовой теории гравитации. Выше планковской температуры энергия частиц становится настолько большой, что гравитационные силы между ними становятся сравнимы с остальными фундаментальными взаимодействиями. В соответствии с текущими представлениями космологии, планковской температуре соответствовала температура Вселенной в первый момент (планковское время) Большого взрыва.

$$T_P = \frac{1}{k_B} \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \approx 1,416808 \cdot 10^{32} K$$

*Планковская длина* (и связанное с ней *планковское время*) определяют масштабы, на которых современные физические теории перестают работать: геометрия пространства-времени, предсказанная Общей теорией относительности, на планковской длине перестает иметь смысл. Эти масштабы хранят ещё неоткрытую теорию, объединяющую Общую теорию относительности и квантовую механику, которая сможет наиболее полно описать законы физики. Именно по этой причине современные описания развития Вселенной начинаются только с момента, когда Вселенная была размером  $1,616 \cdot 10^{-35}$  метра.

$$l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1,616229 \cdot 10^{-35} m$$

*Планковское время* — единица времени в планковской системе единиц, величина, имеющая размерность времени и, как и другие планковские единицы, составленная из произведения фундаментальных констант в соответствующих степенях. Физический смысл этой величины — время, за которое волна или частица, не имеющая массы, двигаясь со скоростью света, преодолеет планковскую длину.

$$t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \approx 5,39116 \cdot 10^{-44} s$$

Согласно теории Большого взрыва, мы ничего не можем сказать про Вселенную в начальный момент времени, хотя предполагается, что в ней присутствуют все фундаментальные взаимодействия, а также все виды материи и энергии. Пространство-время начинает расширяться из одной точки. Спустя одно планковское время после этого события, согласно современной теоретической физике, гравитационные силы отделяются от остальных сил.

### **Термометры.**

Вернемся к более привычным нам понятиям, связанным с измерением температуры. Как было упомянуто выше, непосредственно температуру измерить невозможно. Об её

изменениях судят по изменению других свойств тел, таких как объём, давление, электрическое сопротивление, термо-ЭДС, интенсивность излучения ит.п., которые связаны с температурой определёнными закономерностями. Поэтому методы измерения температуры по сути являются методами измерения вышеуказанных термометрических свойств.

Термометр (от греч. *thérmē* — тепло и *metréo* — измеряю) — прибор для измерения температуры.

В зависимости от методики измерений термометры подразделяются на две основные группы:

1. Контактные термометры, чувствительные элементы (датчики) которых вступают в непосредственный контакт с измеряемым объектом;
2. Неконтактные термометры, которые измеряют дистанционно интенсивность интегрального теплового или оптического излучения объекта.

Основные уравнения, на которых базируется термометрия.

1. Уравнение газового состояния газа Клапейрона-Менделеева

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

Это уравнение используется для построения идеально-газовой температурной шкалы  $T$ , при контактном методе измерения.

2. Уравнение теплового расширения объема жидкостей и газов. Используется для волюметрического метода измерения, например, в ртутных медицинских или уличных спиртовых термометрах

$$V_t = V_0(1 + \alpha_0 t)$$

3. Уравнение теплового линейного расширения твердых тел. Дилатометрический метод измерения (например, биметаллические термометры, в которых биметаллическая пластина изготовлена из двух металлов с различными коэффициентами линейного расширения, которая изгибаются при нагревании или охлаждении)

$$L_t = L_0(1 + \beta t)$$

4. Уравнение линейной зависимости сопротивления проводников от температуры

$$R_t = R_0(1 + \gamma t)$$

На подобной зависимости построено большинство электронных термометров, в которых используется в качестве рабочего элемента металлическое сопротивление.

5. Закон Стефана-Больцмана излучения абсолютно черного тела,  $F$  — интегральная излучательная способность,  $\sigma$  — постоянная Стефана-Больцмана.

$$F = \sigma T^4$$

В приведенных уравнениях, на которых базируется термометрия, уравнений, в которых записана температура как  $T$  — являются соотношениями состояния для первичных термометров (уравнения 1 и 5), а для зависимостей 2-4 — через  $t$  определяется температура для вторичных термометров.

На самом деле достаточно сложно определить какие процессы можно использовать в качестве первичных термометров. Так газовая термометрия, основанная на уравнении газового состояния, является первичным термометром. Однако при низких температурах все газы конденсируются и при этих температурах необходимо учитывать этот факт в виде зависящих от температуры вириальных коэффициентов, поведение которых может быть вычислено теоретически и проверено экспериментально. Так что и газовая термометрия может быть отнесена в полупервичным термометрам.

Одним из наиболее часто используемых вторичных термометров, в том числе в качестве эталонных, является платиновый термометр. Однако для точной калибровки платинового термометра сопротивления необходимо знать качество платины, а именно, остаточное сопротивление, определяемое количеством примесей, хотя для любого

платинового термометра в достаточно широком температурном интервале сопротивление его прямо пропорционально температуре.

### **Практические температурные шкалы.**

Развитие техники и торговли, которое определило контуры 19 века, поставило задачи унификации мер, используемых для измерения различных физических величин в первую очередь единиц длины и веса. В результате работы различных комиссий в 1875 г. 17 государств Европы, позднее их количество увеличилось, приняли решение об учреждении Международного бюро мер и весов, где должны были храниться международные эталоны метра и килограмма из сплава платины и иридия. Для определения реальных условий проведения измерения длины метра необходимо было стабилизировать и измерять температуру. Для измерения температуры для копий стандартов длины и веса для национальных прототипов метра были изготовлены термометры, которые, как оказалось, могут измерять повторяемость температуры с точностью до нескольких миллиградусов. С этого периода началась работа по созданию единой температурной шкалы.

Первая практическая температурная шкала был принята в 1889 г на основании измерений водородного газового термометра с реперными точками плавления льда и кипения воды. Первичным водородный газовый термометр не может быть по определению, т.к. показания такого газового термометра постоянного объема зависели от свойств газа, которым был заполнен объем. Однако на основании такого термометра были определены и приняты в качестве реперных точек температуры плавления ряда веществ.

Третья реперная точка, введенная в температурную шкалу – это температура кипения серы 444,7 °C. Начиная с 1923 г. в качестве воспроизводимого практического термометра начали использовать платиновый термометр сопротивления с подгонкой квадратичной формулой по трем реперным точкам и экстраполяцией до более высоких температур (650° C). Для более высоких температур были приняты в качестве эталонных термометров термопары платина/платина+10% родия, которые должны калиброваться с использованием опять же реперных точек – затвердевания цинка, сурьмы, серебра и золота. Выше точки затвердевания золота (1063 °C) в качестве термометра был принят оптический пирометр и использовалась формула Вина для экстраполяции.

Экспериментальные трудности, возникающие при воспроизведении термодинамической шкалы, обходят введением практических температурных шкал. Практические шкалы устанавливают так, чтобы температуры, измеренные по ним, совпадали с термодинамическими в пределах точности соответствующих первичных приборов. В области почти всех температур, за исключением самых низких (ниже 4 K) первичные термометры остаются гораздо более трудоемкими по использованию и менее воспроизводимыми, чем вторичные термометры.

В 1968 году Международным комитетом мер и весов принята международная практическая температурная шкала (МПТШ-68), в основу которой положены 11 первичных воспроизводимых температурных точек (в том числе тройная точка воды, точки кипения неона, затвердевания серебра и золота), каждой из которых присвоено определенное значение температуры. Температура, определенная по МПТШ-68, в пределах современной точности измерений, совпадает с температурой по термодинамической температурной шкале, принятой в физике за основную.

В 1990 году были немного изменены температуры тройных точек послеперепроверок. МПТШ-90 основана на значении температур, присвоенных 11 воспроизводимым состояниям равновесия и на специально аттестованных интерполяционных приборах. Реперным точкам присвоены следующие значения температуры.

*Основные реперные точки МПТШ-90(давление за исключением тройных точек  $p=760$  мм рт.ст, 101,325 кПа)*

Состояние равновесия	T, K
Равновесие между твердой, жидкой и газообразной фазами водорода (тройная точка водорода)	13,81
Равновесие между жидкой и газообразной фазами водорода при давлении 33 330,6 Па (25/76 нормального атмосферного давления)	17,042
Равновесие между жидкой и газообразной фазами водорода (точка кипения водорода)	20,28
Равновесие между жидкой и газообразной фазами неона (точка кипения неона)	27,102
Равновесие между твердой, жидкой и газообразной фазами кислорода (тройная точка кислорода)	54,361
Равновесие между жидкой и газообразной фазами кислорода (точка кипения кислорода)	90,188
Равновесие между твердой, жидкой и газообразной фазами воды (тройная точка воды)	273,16
Равновесие между жидкой и парообразной фазами воды (точка кипения воды)	373,15
Равновесие между твердой и жидкой фазами цинка (точка затвердевания цинка)	692,73
Равновесие между твердой и жидкой фазами серебра (точка затвердевания серебра)	1235,08
Равновесие между твердой и жидкой фазами золота (точка затвердевания золота)	1337,58

В качестве эталонного средства измерения для области температур от **13,81 до 903,89 К(630,74 °C)** применяют термометр сопротивления, изготовленный из платиновой проволоки.

Для области температур от **630,74 до 1064,43 °C** в качестве эталонного термометра применяется платинородиевый – платиновый термоэлектрический термометр.

Для области температур от **1337,58 К (1064,3 °C) до 6300 К** применяется квазимонохроматический пирометр.

Естественно, на применяемые в качестве эталонных термометров вещества накладываются определенные, строго заданные требования. Для платиновых термометров, которые используют в качестве термометрических эталонов используют платину с отношением  $R_{100^\circ\text{C}} / R_0^\circ$  более 1.3926. Собственно, это отношение показывает влияние остаточного сопротивления на температурную зависимость сопротивления, определяемого электрон–фононным рассеянием. Для платиновых термометров, воспроизводящих температурную шкалу с точностью лучше  $\pm 20 \text{ мК}$  отношение остаточного сопротивления к сопротивлению при  $0^\circ\text{CR}_{4.2} / R_{273.15} \text{ К}$  должно быть меньше  $4 \times 10^{-4}$ . Аналогичные жесткие требования накладываются на эталонные термопары. Как было выяснено, для термопары Pt/Pt+10%Rhтермо ЭДС сильно зависит от конкретного распределения температуры вдоль проволок элемента и в интервале температур от 630–1064 °C достигаемая точность не превышает  $\pm 20 \text{ мК}$ .

Кроме МТШ-90 установлены практические температурные шкалы (ГОСТ 8.157-75), которые предназначены для осуществления единообразных измерений температуры в диапазоне от 0,01 до 100 000 К. (рис. 11.4)



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ СОЮЗА ССР  
 ГОСУДАРСТВЕННАЯ СИСТЕМА ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЕДИНСТВА ИЗМЕРЕНИЙ  
 ШКАЛЫ ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ  
 ГОСТ 8.157 - 75  
 ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР ПО СТАНДАРТАМ  
 Москва

Рис. 11.4. ГОСТ СССР, определяющий практические температурные шкалы, температуры реперных точек, способы их получения и измерения показаний термометров.

В дополнение к основным реперным точкам в ГОСТе определены вторичные реперные точки по затвердеванию металлов при давлении 101,325 кПа (760 мм рт. ст.)

Металл	Температура затвердевания °C	Металл	Температура затвердевания °C
Ртуть	-38,862	Кадмий	321,108
Индий	156,634	Свинец	327,502
Олово	231,9681	Цинк	419,58
Висмут	271,442	Сурьма	630,74

Для диапазона 0,01...0,8 К установлена температурная шкала термометра магнитной восприимчивости (ТШТМВ), основанная на зависимости магнитной восприимчивости термометра из церий–магниевого нитрата от температуры. Эта зависимость выражается законом Кюри  $\chi = C/T$ , где  $C$  - константа, определяемая градуировкой магнитного термометра.

Закон Кюри описывает магнитную восприимчивость парамагнетиков, которая при постоянной температуре для этого вида материалов приблизительно прямо пропорциональна приложенному магнитному полю.

Закон Кюри—Вейса описывает магнитную восприимчивость ферромагнетиков в области температур выше точки Кюри  $T_c$ (т.е. в парамагнитной области):

$$\chi = \frac{C}{T - T_c}$$

Поэтому для парамагнитных материалов, используемых в качестве первичных термометров, необходимо учитывать температуру Кюри, которая должна быть как можно ниже.

Параметры классических парамагнетиков, часто используемых в качестве рабочего тела для адиабатического охлаждения при низких температурах и для магнитной термометрии:

MAS:  $(\text{Mn}^{2+}\text{SO}_4^*)\text{(NH}_4)_2\text{SO}_4\text{*8H}_2\text{O}$ ,  $T_c \sim 0,17$  К;

FAA:  $(\text{Fe}^{3+}\text{(SO}_4)_3^*)\text{(NH}_4)_2\text{SO}_4\text{*24H}_2\text{O}$ ,  $T_c \sim 0,03$  К;

CPA:  $(\text{Cr}^{3+}\text{}_2(\text{SO}_4)_3^*)\text{K}_2\text{SO}_4\text{*24H}_2\text{O}$ ,  $T_c \sim 0,01$  К;

CMN:  $(2\text{Ce}^{3+}\text{(NO}_3)_3^*)\text{3Mg}(\text{NO}_3)_2\text{*24H}_2\text{O}$ ,  $T_c \sim 0,002$  К;

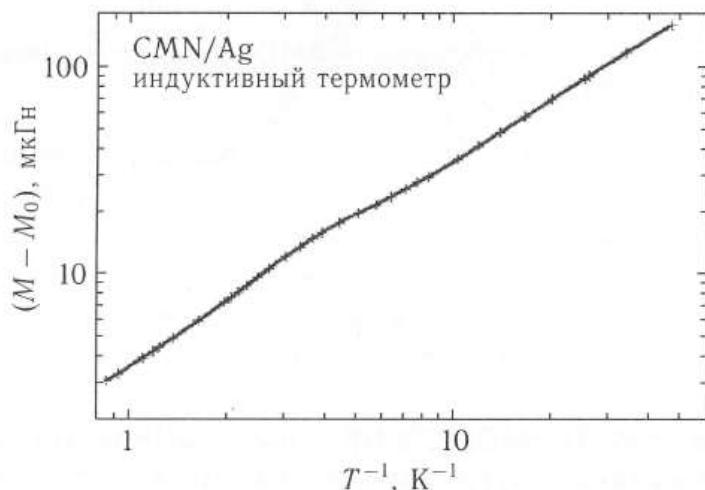


Рис.11.5. Пример температурной зависимости магнитной восприимчивости для церий-магниевого нитрата (ЦМН).

В диапазоне от **0,8 до 1,5 K** установлена шкала конденсационного термометра  $^3\text{He}$  1962 г., основанная на зависимости давления насыщенных паров изотопа гелия-3 от температуры. Шкала давлений  $^3\text{He}$  основана на уравнении

$$\ln(p/\text{Па}) = \sum_{k=-1}^4 a_k T^k + b \ln(T/K)$$

коэффициентами  $a_{-1} = -2,50943 \text{ K}$ ;  $a_0 = 9,70876$ ;  $a_1 = -0,304433 \text{ K}^{-1}$ ;  $a_2 = 0,210429 \text{ K}^{-2}$ ;  $a_3 = -0,0545145 \text{ K}^{-3}$ ;  $a_4 = 0,0056067 \text{ K}^{-4}$ ;  $b = 2,25484$ ;

В диапазоне от **1,5 до 4,2 K** применяется шкала конденсационного термометра  $^4\text{He}$  1958 г., основанная на зависимости давления насыщенных паров изотопа гелия-4 от температуры. При определении давления паров ниже  $\lambda$ -точки учитывались теоретические поправки. Уравнение, описывающее шкалу ***ниже  $\lambda$ -точки***

$$\ln(p/\text{Па}) = \sum_{k=-1}^6 a_k T^k$$

коэффициентами  $a_{-1} = -7,41816 \text{ K}$ ;  $a_0 = 5,42128$ ;  $a_1 = 9,903203 \text{ K}^{-1}$ ;  $a_2 = -9,617095 \text{ K}^{-2}$ ;  $a_3 = 6,804602 \text{ K}^{-3}$ ;  $a_4 = 3,0154606 \text{ K}^{-4}$ ;  $a_5 = 0,7461357 \text{ K}^{-5}$ ;  $a_6 = 0,0791791 \text{ K}^{-6}$

Давление паров  $^4\text{He}$  ***выше  $\lambda$ -точки*** (2,172 K) основано только на экспериментальных данных.

$$\ln(p/\text{Па}) = \sum_{k=-1}^8 a_k t^k + b(1-t)^{1.9}$$

коэффициентами  $a_{-1} = -30,93285$ ;  $a_0 = 392,47361$ ;  $a_1 = -2328,04587$ ;  $a_2 = 8111,30347$ ;  $a_3 = -17809,80901$ ;  $a_4 = 25766,52747$ ;  $a_5 = -24601,4$ ;  $a_6 = 14944,65142$ ;  $a_7 = -5240,36518$ ;  $a_8 = 807,93168$ ;  $b = 14,53333$ ;  $t = T/T_k$ ;  $T_k = 5,1953$

Для температур ниже **0,3 K** в 2000 году принята временная низкотемпературная шкала (PLTS-2000), основанная на кривой плавления  $^3\text{He}$ . Особенности кривой плавления ферми жидкости  $^3\text{He}$  мы разбирали ранее. (рис. 11.6)

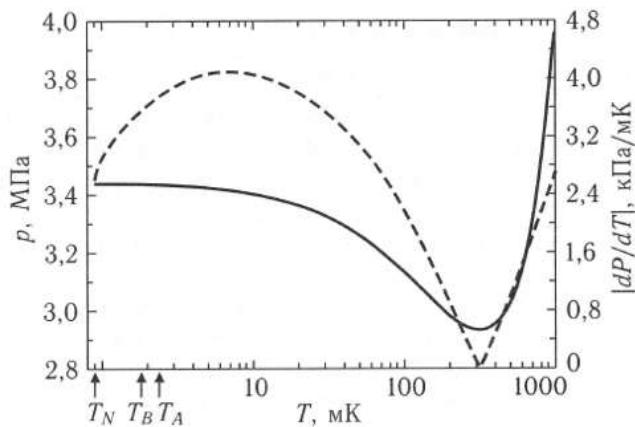


Рис. 11.6. Кривая плавления  $^3\text{He}$ . Зависимость температуры от давления смеси жидкостного и твердого гелия-3 позволяют по измерению давления определять температуру.

Параметры кривой плавления  $^3\text{He}$ .

Точка	T, мК	p, МПа
Минимум на кривой плавления	315,24	2,93113
Сверхтекучий переход А при давлении плавления ( $p_{\text{melt}}$ )	2,444	3,43407
Сверхтекучий переход В при давлении плавления	1,896	3,43609

Сверхтекущий переход В при давлении насыщенных паров	0,94	0
Ядерный магнитный переход $^3\text{He}$ (переход Нееля) при $p_{\text{melt}}$	0,902	3,43934

Еще одна система реперных точек – это переходы в сверхпроводящее состояние сверхпроводников первого рода. Для ряда металлов ширина перехода при высокой чистоте материала достаточно мала, что позволяет использовать такие переходы в качестве температурных меток. Так в американском бюро эталонов был разработан реперный эталон на 5 сверхпроводящих металлах (рис. 11.7).

Элемент	T <sub>c</sub> , K	Ширина перехода, мК
Свинец	7,1999	1÷2
Индий	3,4145	1÷2
Алюминий	1,1796	1,5÷2,5
Цинк	0,851	1,5÷6
Кадмий	0,519	1÷3

Рис. 11.7. Схема SRM 7676, содержащего пять сверхпроводящих образцов и две обмотки трансформатора для измерения температуры перехода образцов.

Аналогичные сверхпроводящие эталоны были разработаны и производятся для более низких температур SRD 1000:

Рекомендуемое значение реперной точки, мК	Материал	T <sub>c</sub> , мК	Точность определения T <sub>c</sub>	Рекомендуемое значение реперной точки, мК	Материал	T <sub>c</sub> , мК	Точность определения T <sub>c</sub>
1180	Al	1182	0,007	100	Ir	99,8	0,002
859	Zn	850	0,004	60	Ir <sub>0,92</sub> Rh <sub>0,08</sub>	61,3	0,002
520	Cd	519,5	0,01	35	Ir <sub>0,8</sub> Rh <sub>0,2</sub>	34,0	0,008
208	AuIn <sub>2</sub>	208,0	0,0005	22	Ir <sub>0,73</sub> Rh <sub>0,27</sub>	20,5	0,03
160	AuAl <sub>2</sub>	161,3	0,001	15	W	15,0	0,07

### Вторичные термометры, практические методы измерения температуры.

По определению, вторичные термометры калибруются с учетом их температурных зависимостей по их показаниям в первичных или вторичных реперных точках. Естественно, при калибровке необходимо учитывать условия термализации термометра и эталона, а также требования к качеству материала вторичного термометра.

Наиболее простой и наиболее затратный метод установления термометрии в лаборатории – приобретение калиброванных термометров. В настоящее время имеется возможность приобрести термометры на любой температурный интервал.

#### Термометры сопротивления.

Термометры сопротивления делятся на два больших класса – у одних (металлов) сопротивление падает с понижением температуры (положительный температурный коэффициент сопротивления), у других (полупроводники) – растет (отрицательный ТКС). Из металлических сопротивлений наиболее часто используются, в том числе как эталонные, платиновые термометры. Наряду с высокой стабильностью и воспроизводимостью платиновые термометры достаточно устойчивы к окислению (вплоть до высоких температур) и технологичны в изготовлении – высокочистую

платиновую проволоку легко протянуть до малого диаметра. Однако для измерения температуры с точностью в мК хотя бы в диапазоне температур  $13.81 \div 273,15$  К при использовании платинового термометра в качестве эталона необходимо использовать полиномы в количестве более 10, которые учитывают отклонение от линейной зависимости, для перевода измеренного сопротивления в температуру. При этом температурный интервал разбивается на несколько участков со сшиванием величин сопротивления и сглаживания производных.

Платиновые эталонные термометры, предназначенные для низких температур и для высоких, имеют разные конструкции и наполнение. Так для низкотемпературных измерений платиновый кожух заполняется гелием при сборке для улучшения теплообмена и герметизируется стеклянной пробкой с пропаянными через стекло 4 контактами. Для высокотемпературных платиновых термометров стеклянные изоляторы уже не герметичны и кожух термометра после заполнением сухим воздухом герметизируется кварцем или сапфиром.

Наряду с эталонными платиновыми термометрами, обращение с которыми требует особой тщательности и аккуратности, промышленность выпускает технические платиновые термометры, в которых платиновая проволока заделывается в керамику, или используется платиновая пленка в качестве чувствительного элемента. Такие термометры достаточно дешевы, их рабочие температуры могут охватывать диапазон от  $-200$  °С до  $850$  °С с точностью до  $10 \div 50$  мК. (рис.11.8)

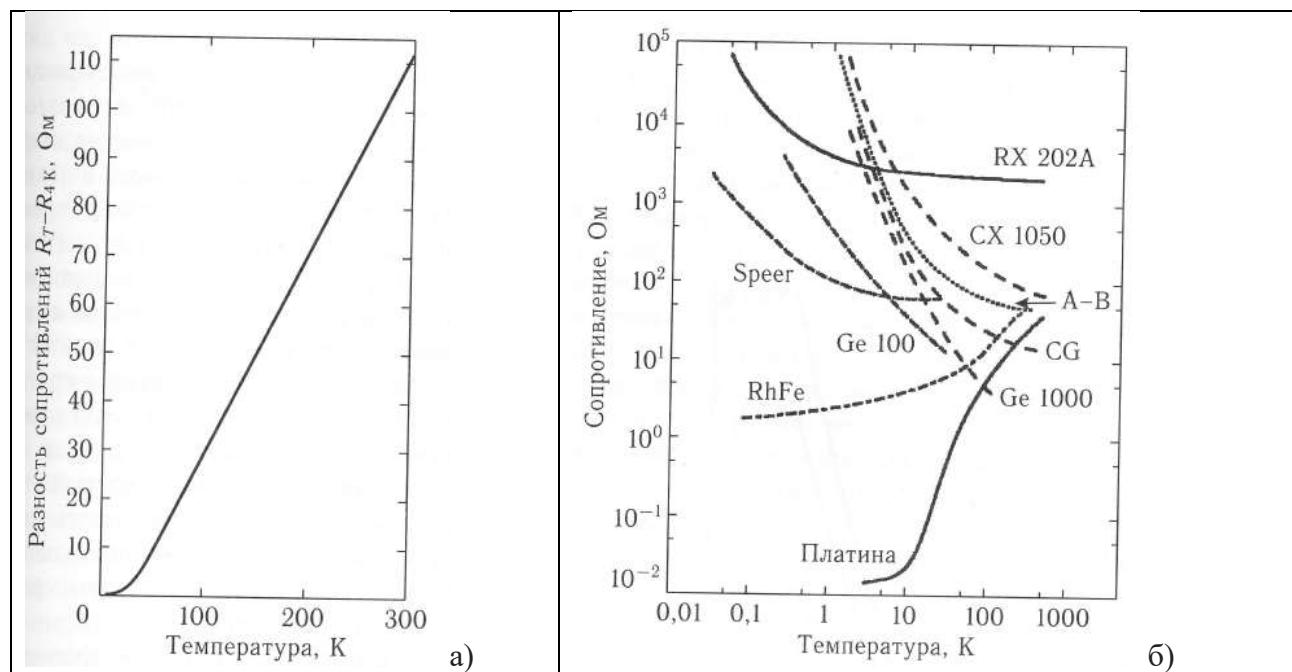
Для температур ниже гелиевых используются термометры с положительным ТКС на основе родия с небольшой добавкой железа. Такие термометры достаточно чувствительны до температур  $0.1$  К и при температурах ниже  $10$  К их дифференциальная чувствительность существенно выше, чем у платиновых термометров.

Полупроводниковые термометры имеют отрицательный ТКС и в зависимости от материала, легирования и конструкции они имеют разные чувствительности в разных температурных диапазонах. Такие термометры в основном используются при измерении низких температур. В первую очередь для таких измерений используются германиевые термометры сопротивления. Как оказалось, полупроводниковые сопротивления необычайно чувствительны к количеству и качеству вводимых примесей. Даже введение дислокаций и связанных с дислокациями оборванных связей в ковалентных кристаллах существенно сказывается на температурных зависимостях полупроводниковых сопротивлений, что позволяет подбирать их параметры для требуемых температурных диапазонов. Как и для низкотемпературных платиновых термометров, для германиевых и прочих полупроводниковых термометров необходимо использовать теплообменный гелиевый газ для наполнения кожуха термометра. Так же необходимо избегать перегрева рабочего элемента германиевого термометра измерительным током, что для полупроводниковых термометров более существенно, чем для металлических, учитывая их экспоненциальный рост сопротивления с охлаждением. Для полупроводниковых термометров сопротивления принципиально важным является хороший контакт кожуха термометра с измеряемым элементом и хорошая термализация подводящих проводов. Характерные температурные зависимости разных полупроводниковых сопротивлений, производимых коммерчески и которые можно приобрести как калибранными, так и некалибранными, приведены на рис. 11. 8.

Схемы для измерения сопротивления термометров определяются величиной сопротивления термометра, точностью, с которой нас интересует измеренная температура, возможными термоЭДС. Для высокоточных измерений необходимо использовать четырех проводное подсоединение с возможностью менять направление тока для учета возникающих термоЭДС. Такое подсоединение особенно часто применяется при работе с термометрами с металлическим типом проводимости, а также для полупроводниковых термометров в диапазоне температур, где величины сопротивления термометра сравнимы с сопротивлением проводов. Двухпроводное

соединение применяется только для тестовых измерений или в случае, когда сопротивление термометра существенно больше сопротивления подводящих проводов  $R_T \gg R_C$ .

Для измерений сопротивления термометров при низких температурах вместо измерения на постоянном токе часто используется измерение на переменном токе. Однако измерения на переменном токе тоже имеет свои проблемы при низких частотах в виде проявления температуропроводности тела термометра. Так как длина затухания тепловой переменной волны зависит от частоты как  $\sqrt{f}$ , то влияние тепловых волн в виде термоЭДС на показание потенциальных контактов термометра уменьшается по мере роста частоты и уменьшения температуры.



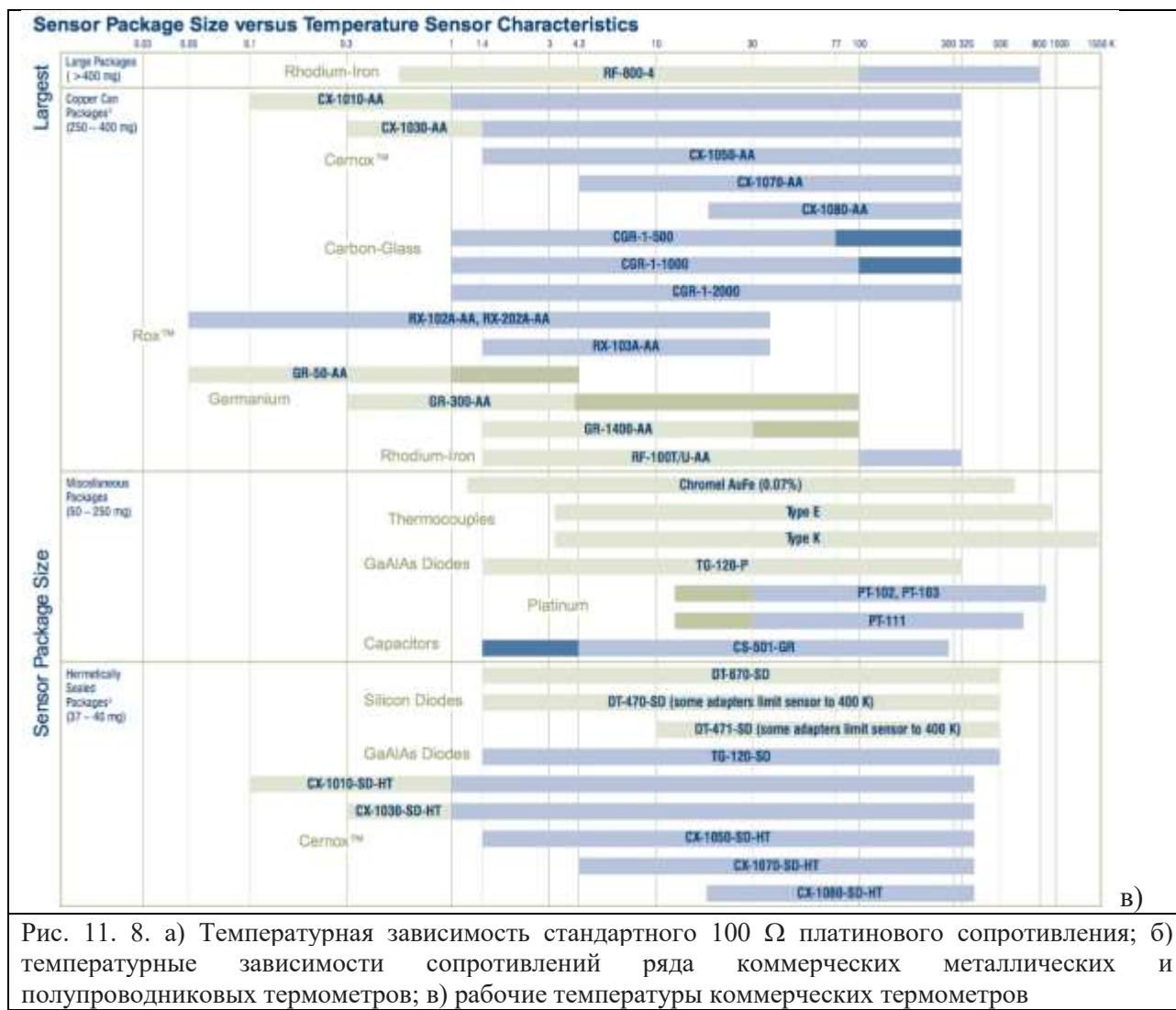


Рис. 11. 8. а) Температурная зависимость стандартного 100  $\Omega$  платинового сопротивления; б) температурные зависимости сопротивлений ряда коммерческих металлических и полупроводниковых термометров; в) рабочие температуры коммерческих термометров

Принципиальным для правильного определения температуры объекта является учет и устранение самонагрева рабочего элемента термометра за счет джоулева тепла. Характерные мощности, выделяемые на термометре и не сильно сказывающиеся на абсолютных величинах измеренных сопротивлений, зависят от измеряемой температуры и для оценок используется следующее эмпирическое соотношение

$$Q < T^3 \mu W/K^3$$

Однако эта величина сильно зависит от конструкции термометра и его окружения. Так если для германьевых термометров, находящихся в жидким гелии  $T=4.2$  К, перегрев при мощности в 0,2  $\mu$ W составляет около 1 mK, то для этого же термометра в газообразном гелии перегрев увеличивается до 10 mK.

#### Термопарные термометры.

К достоинствам термопарных термометров можно отнести их работоспособность при высоких температурах. Термопары остаются основными датчиками для измерения температуры в промышленности, в частности в металлургии, на химических производствах. Изготовление термопар из коммерчески производимой термопарной проволоки процедура достаточно простая. Для термопар, применяющихся особенно широко, данные по ЭДС как функция температуры внесены в международные температурные таблицы. В общем случае для термопар вполне возможно пользоваться табличными калибровками. Так для термопары из сплава платины с 10 или 13 % родия и вторым электродом из платины ЭДС термопары до температур в 1100 °C отличается от

табличных не более чем на  $6 \mu\text{V}$ , то дает ошибку только в  $0.5^\circ\text{C}$ . Для наиболее часто используемых термопар в промышленности, как для баллонов с разными газами, используются разные цвета. Пример таких коммерческих термопар, используемых в Англии, приведен на рис. 11.9 а).

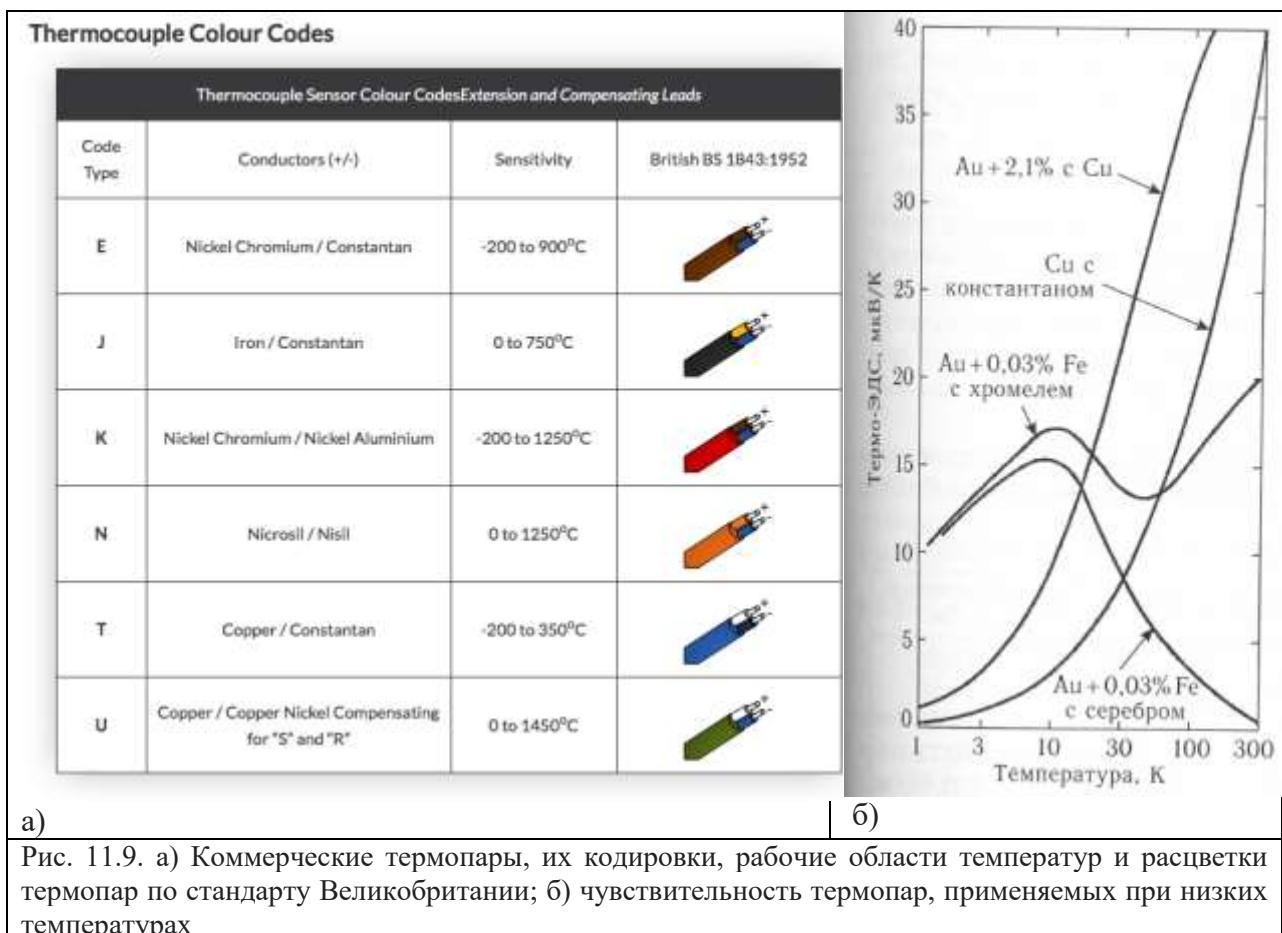


Рис. 11.9. а) Коммерческие термопары, их кодировки, рабочие области температур и расцветки термопар по стандарту Великобритании; б) чувствительность термопар, применяемых при низких температурах

К недостаткам термопар нужно отнести их низкую чувствительность при низких температурах и влияние на их показания изменения температуры вторых концов проводов термопар, присоединяемых к измерительной аппаратуре. Это вносит определенные ограничения на использование термопар при низких температурах, хотя для высоких температур (выше комнатных) это не столь существенно, т.к. термоЭДС возрастает с ростом температуры. Для работы при низких температурах термопары используют в дифференциальном режиме М1-М2-М1, когда второй спай помещают в термостат со стабильной температурой, например в сосуд с тающим льдом. Дифференциальные термопары достаточно удобно применять для измерения разности температур при исследовании теплопроводности образцов. Диаметр проводов для термопар может быть очень маленький. Так коммерческие провода для термопар можно найти начиная с диаметра в 20 микрон, что позволяет измерять теплопроводность кристаллов с длиной меньше мм.

Термопарные провода можно собрать в термостолбик – последовательно соединить несколько термопар с тепловым контактом в двух местах: месте измерения и стабильной температуры. Таким образом суммарный сигнал равен единичной термоЭДС, умноженной на количество термопар, соединенных последовательно.

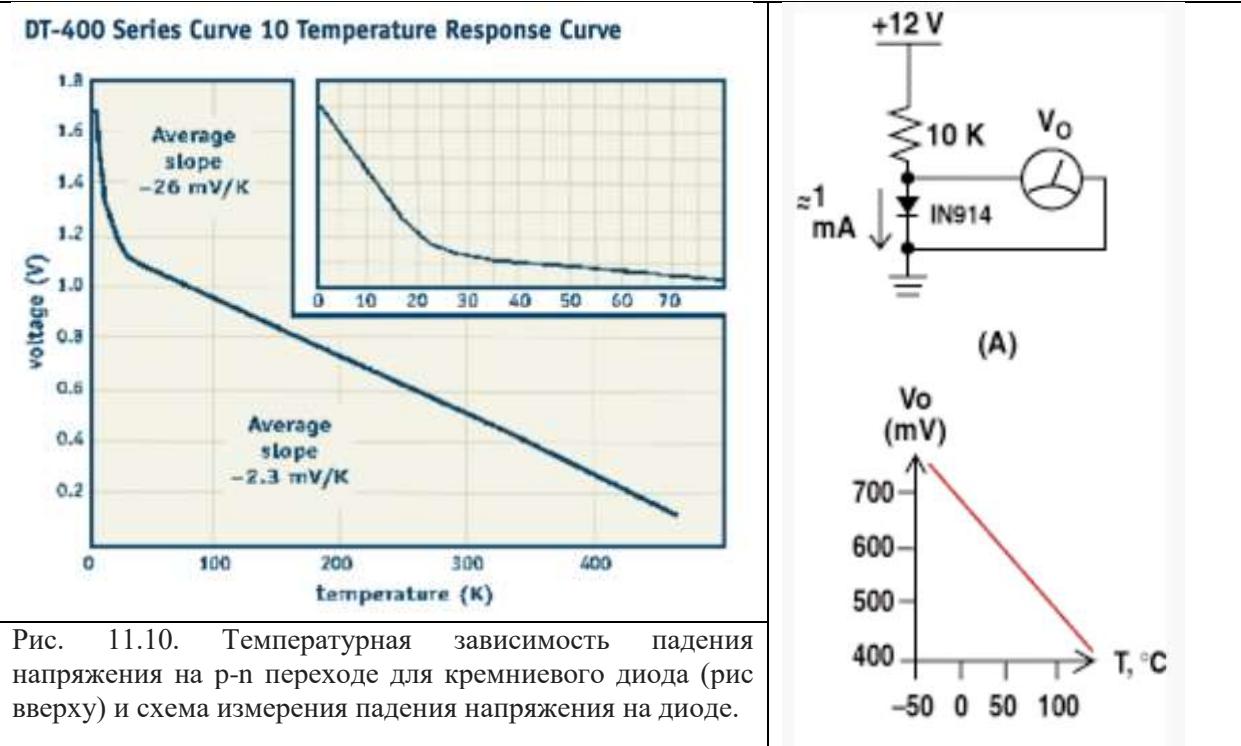


Рис. 11.10. Температурная зависимость падения напряжения на р-п переходе для кремниевого диода (рис вверху) и схема измерения падения напряжения на диоде.

#### *Диоды как датчики температуры.*

Устройства с р-п переходами не являются термометрами в явном виде, но в качестве датчика температуры вполне могут работать, более того это очень удобные и чувствительные приборы. Особенностью диодов с р-п переходами является то, что падение напряжения на переходе зависит от температуры. В широком диапазоне температур от низких температур до почти 400 К прямое падение напряжения меняется практически линейно при изменении температуры с отрицательным значением производной  $dU_{p-n}/dT$ . Нижнее значение линейной зависимости определяется типом диода. Так для диодов на основе GaAs практически линейная зависимость начинается с 1 К, для кремниевых диодов – примерно с 30 К, при более низких температурах для таких диодов чувствительность резко возрастает (Рис. 11.10). Токи при измерениях падения напряжения на прямых переходах лежат в диапазоне 10-50  $\mu$ A, большие токи вызывают самонагрев диода. Однако значение падения напряжения для диодов хоть и не сильно зависит от величины тока, поэтому при использовании калиброванного диода необходимо точно поддерживать указанную в калибровке величину тока.

#### **Простые методы измерения низких температур.**

В экспериментальной практике достаточно часто необходимо провести измерение температуры для оценки поведения температурной зависимости какого-то свойства. В качестве простых термометров, изготовление которых достаточно просто и дешево, можно рекомендовать несколько вариантов. Гарантировать точные измерения такими способами сложно, но с точностью лучше  $\pm 1$  К вы сможете измерить температуру.

**Термопара медь-константан**(температура жидкого азот–кипение воды). Наиболее просто изготовить термопару медь-константан. Для этого необходимо взять три провода – два кусочка медного провода длиной от места измерения до измерительного прибора и кусок константанового провода. Диаметр проводов определяется условиями термализацией спая с измеряемой температурой и удобством работы с термопарой. По практике вполне хорошо работают термопары с диаметром проводов в 0.2 мм. Соединение константан-медь спаиваются или свариваются искрой, при этом получается спай с диаметром ~0.5 мм. Медные провода удобнее подсоединять к измерительному прибору (милливольтметру), у которого входные клеммы обычно медные. Для того,

чтобы быть уверенным в правильности показаний термопары достаточно провести калибровку в трех точках: температура жидкого азота (77,3 К), таяние льда (273,15 К) и кипение воды (373,15+ поправка на атмосферное давление). Далее используются стандартные таблицы для термопары медь-константан (тип Т) с квадратичной поправкой по результатам проведенной калибровки.

**Кремниевый диод.** В качестве простого и удобного термометра вполне можно использовать прямой p-nпереход кремниевого диода. Впрочем, для этой же цели можно использовать и одну пару электродов триода. В продаже можно найти безкорпусные кремниевые триоды в виде кубика со стороной ~0,5 mm. Одна сторона таких триодов плоская, что позволяет надежно подклеивать такой термометр к исследуемому объекту. Калибровка таких термометров проводится по двум точкам – жидкий азот и температура плавления льда с проведением прямой линии  $U_{p-n} \sim T$ .

**Угольные термометры сопротивления.** Для температур ниже температуры жидкого азота часто используют угольные сопротивления, величина сопротивления которых экспоненциально растет с уменьшением температуры. Как показала практика, наиболее стабильные и воспроизводимые калибровки получались для сопротивлений фирм Allen-Bradley с номинальным сопротивлением 50, 100 Ома диапазон температур жидкого гелия (на рис.11.8 обозначены А-В). Для более низких температур использовались угольные сопротивления фирмы Speer. Из сопротивлений, производимых в России, можно использовать сопротивления ТВО мощностью 0,125 Вт. Для гелиевых температур используют сопротивления номиналом 1 к  $\Omega$  и меньше. Для удобства работы сопротивление ТВО можно порезать на кусочки по длине, при этом угольный элемент будет оставаться покрытым эмалевой изоляцией с боковых сторон. На угольную поверхность наносится серебряная паста, которой крепятся тонкие проволочные электроды.

Для гелиевых температур калибровка проводится по давлению паров жидкого гелия-4.

#### *Рекорды температуры, зарегистрированные на Земле.*

**Положительные:**

Часть света	T, °C	Место	Высота	Дата
Мир, Северная Америка	56.7	Ранчо Фернис-Крик, Долина Смерти, Калифорния, США	-54	10 июля 1913
Мир, Африка	58.2 (?)	Эль-Азизия, Ливия	112	13 сентября 1922
Азия	54	Эль-Мутриба, Кувейт		20 июня 2016
Азия	54	Тират-Цви, Израиль	-220	22 июня 1942
Австралия/Океания	53.3	Клонкарри, Австралия	190	16 января 1889
Южная Америка	48.9	Ривадавия, Аргентина	206	11 декабря 1905
Европа	48.0	Афины, Греция	236	10 июля 1977
Антарктида	15	Станция Ванда, Берег Скотта	15	5 января 1974

**Отрицательные:**

Часть света	T, °C	Место	Высота	Дата
Мир, Антарктида	-89.2	Станция Восток, Антарктида	3420	21 июля 1983
Мир, Антарктида	-91.2 (?)	Ок. станции Купол Фудзи, Антарктида	3786	3 августа 2004
Азия	-67.8	Верхоянск, Россия	800	1885-1938
Северная Америка	-66.1	Нортайс, Гренландия	2343	9 января 1954
Европа	-58.1	Усть-Щугер, Россия	85	31 декабря 1978
Южная Америка	-39	Валье-де-лос-Патос Супериор, Аргентина	2880	17 июля 1972
Африка	-23.9	Ифран, Марокко	1635	11 февраля 1935
Австралия/Океания	-23	Шарлотт Пасс, Австралия	1755	29 июня 1994

По данным спутникового мониторинга яркостной температуры поверхности Земли, абсолютный минимум -93,2°C был зафиксирован в Антарктиде в точке с координатами 81° 48' ю.ш. 59° 18' в.д. и высотой около 3900 м над уровнем моря 10 августа 2010 г., а

абсолютный максимум +70,7 °С — в 2005 году в солончаковой пустыне Деште-Лут на юго-западе Ирана

**Рудольф Юлиус Эмануэль Клаузиус** (*Rudolf Julius Emanuel Clausius*; 1822, Кеслин – 1888, Бонн) — немецкий физик, механик и математик. В 1865 году в работе «О различных удобных для применения формах второго начала математической теории теплоты» Клаузиус ввёл важнейшее для термодинамики понятие энтропии. Член-корреспондент Французской Академии наук, Медаль КоплиЛондонского королевского общества (1879).

**Джозайя Уиллард Гиббс** (*Josiah Willard Gibbs*; 1839, Нью-Хейвен – 1903, Нью-Хейвен, Коннектикут, США) — американский физик, физико-химик, математик и механик, один из создателей векторного анализа, статистической физики, математической теории термодинамики. Образ Гиббса запечатлён в «Галерее славы великих американцев». В 1901 г. Гиббс был удостоен высшей награды международного научного сообщества того времени (присуждаемой каждый год только одному учёному) — Медали Копли Лондонского королевского общества — за то, что он стал «первым, кто применил второй закон термодинамики для всестороннего рассмотрения соотношения между химической, электрической и тепловой энергией и способностью к совершению работы».

**Николя Леонар Сади Карно** (*Nicolas Léonard Sadi Carnot*; 1796, Париж – 1832, Париж) — французский физик и математик. В 1824 г. вышла первая и единственная работа Сади Карно — «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу». Эта работа считается основополагающей в термодинамике.

**Симеон Дени Пуассон** (*Siméon Denis Poisson*; 1781, Питивье, Франция – 1840, Со, Франция) — французский математик, механик и физик. Член Парижской академии наук, иностранный член Лондонского королевского общества, почетный иностранный член Петербургской академии наук.

**Уильям Томсон, барон Кельвин** (*William Thomson, 1st Baron Kelvin*; 1824 Белфаст, Ирландия – 1907 Ларгс, Шотландия) — британский физик, механик и инженер. Известен своими работами в области термодинамики, механики, электродинамики. Член (1851) и президент (1890—1895) Лондонского королевского общества, иностранный член Парижской академии наук (1877), иностранный член-корреспондент (1877) и почётный член (1896) Петербургской Академии наук.

**Бенуа Поль Эмиль Клапейрон** (*Benoît Paul Émile Clapeyron*; 1799, Париж – 1864, Париж) — французский физик и инженер. Член-корреспондент Петербургской академии наук. В 1820 г. отправился со своим товарищем Ламе в Россию, где был принят на службу в Корпус инженеров путей сообщения, получил чин майора и стал профессором в институте Корпуса. В 1825 ему было присвоено звание подполковника, а в 1829 году — полковника. За время службы в России удостоился нескольких орденов, был избран член-корреспондентом Петербургской академии наук. Вернувшись в 1831 г. во Францию, Клапейрон участвовал в постройке многих железных дорог и составил множество проектов по постройке мостов и дорог. В 1834 году вывел уравнение состояния идеального газа, объединяющее закон Бойля – Мариотта, закон Гей-Люссака. Вывел уравнение, устанавливающее связь между температурой плавления и кипения вещества и давлением, которое было термодинамически обосновано в 1851 году Р.Клаузиусом (уравнение Клапейрона–Клаузиуса).

**Дмитрий Иванович Менделеев** (1834, Тобольск – 1907, Санкт-Петербург) — русский учёный-энциклопедист: химик, физико-химик, физик, метролог, нефтяник, приборостроитель, педагог. Член-корреспондент Санкт-Петербургской Академии наук. Среди самых известных открытий — периодический закон химических элементов, фундаментальных законов мироздания, неотъемлемый для всего естествознания. Автор классического труда «Основы химии». Тайный советник. Медаль Копли Лондонского королевского общества (1905)

**Ласло Тисса** (*László Tisza*; 1907 Будапешт, Венгрия – 2009 Кембридж, США) — американский физик венгерского происхождения. Работал в Харькове, в 1938 году он предложил двухжидкостную модель гелия II, объяснявшую механизм возникновения сверхтекучести у этого элемента в жидкому состоянии.

**Галилео Галилей** (*Galileo Galilei*; 1564, Пиза – 1642, Арчетри) — итальянский физик, механик, астроном, философ, математик, оказавший значительное влияние на науку своего времени. Он одним из первых использовал телескоп для наблюдения небесных тел и сделал ряд выдающихся астрономических открытий. Галилей — основатель экспериментальной физики. Своими экспериментами он убедительно опроверг умозрительную метафизику Аристотеля и заложил фундамент классической механике. При жизни был

известен как активный сторонник гелиоцентрической системы мира, что привело Галилея к серьёзному конфликту с католической церковью.

**Роберт Гук** (*Robert Hooke*, 1635, Фрешвотер — 1703, Лондон) — английский естествоиспытатель и изобретатель. Член Лондонского королевского общества. Гука смело можно назвать одним из отцов физики, в особенности экспериментальной, но и во многих других науках ему принадлежат зачастую одни из первых основополагающих работ и множество открытий: открытие пропорциональности между упругими растяжениями, сжатиями и изгибами, и производящими их напряжениями (закон Гука); открытие цветов тонких плёнок (то есть, в конечном итоге, явления интерференции света), идея о волнобразном распространении света (более или менее одновременно с Гюйгенсом), экспериментальное обоснование её открытой Гуком интерференции света, волновая теория света; открытия в акустике, например, демонстрация того, что высота звука определяется частотой колебаний; теоретическое положение о сущности теплоты как движения частиц тела; открытие постоянства температуры таяния льда и кипения воды; изучение живых клеток с помощью усовершенствованного им микроскопа; в том числе исследование женской яйцеклетки и мужских сперматозоидов, Гуку принадлежит сам термин «клетка» (*cell*).

**Даниэль Габриель Фаренгейт** (*Daniel Gabriel Fahrenheit*; 1686 Данциг (ныне — Гданьск, Польша) — 1736 Гаага) — немецкий физик, родился в Польше. Разные термометры, впервые изготовленные на базе ртути, Фаренгейта можно было сравнивать друг с другом, сравнивая их показания в "опорных" точках шкалы. Поэтому они прославились своей точностью. В 1724 году стал членом Амстердамского Королевского общества. Фаренгейтом изготовлены первый весовой ареометр и термобарометр.

**Гийом Амонтон** (*Guillaume Amontons*; 1663, Париж — 1705, Париж) — французский механик и физик. Член Французской академии наук. При исследовании зависимости объёма воздуха от температуры, Амонтон пришёл к идее абсолютного нуля температуры, который, по его подсчётом равнялся  $-239,8^{\circ}\text{C}$ .

**Андерс Цельсий** (*Anders Celsius*) (1701 Упсала, Швеция — 1744, там же) — шведский астроном, геолог и метеоролог, создатель новой для своего времени шкалы для измерения температуры, впоследствии получившей его имя.

**Ренé Антуан Реомюр** (*René Antoine de Réaumur*; 1683 Ла-Рошель, Франция — 1757 Мэн, Франция) — французский естествоиспытатель и натуралист, энтомолог, физик и математик.

**Карл Линней**, (*Carl Linnaeus*, после получения дворянства в 1761 году — **Карл фон Линней**, 1707 Росхульт, Швеция — 1778 Упсала, Швеция) шведский естествоиспытатель (ботаник, зоолог, минералог и медик). Карл Линней — создатель единой системы классификации растительного и животного мира, в которой были обобщены и в значительной степени упорядочены знания всего предыдущего периода развития биологической науки. Среди главных заслуг Линнея — введение точной терминологии при описании биологических объектов.

**Йозеф Стефан** (*Jožef Stefan*; 1835 Санкт-Пельтен — 1893, Вена) — австрийско-словенский физик и математик. Член Австрийской академии наук (1865). В 1879 году путём измерения теплоотдачи платиновой проволоки при различных температурах установил пропорциональность излучаемой ею энергии четвёртой степени абсолютной температуры. Используя эту закономерность, впервые дал достоверную оценку температуры поверхности Солнца — около 6000 градусов. Теоретическое обоснование этого закона, известного как закон Стефана — Больцмана, было дано в 1884 году учеником Стефана Людвигом Больцманом.

**Вильгельм Карл Вернер Отто Франц Вин** (*Wilhelm Wien*; 1864, Фишхаузен — 1928, Мюнхен) — немецкий физик, лауреат Нобелевской премии по физике 1911 г, «за открытия в области законов, управляющих тепловым излучением». Закон смещения Вина — максимума излучения как функции температуры.

**Пьер Кюри** (*Pierre Curie*; 1859, Париж — 1906, Париж) — французский учёный-физик, один из первых исследователей радиоактивности, член Французской Академии наук, лауреат Нобелевской премии по физике за 1903 год. Муж Марии Склодовской-Кюри.

**Пьер Эрнест Вейс** (1865, Мюлуз — 1940, Лион) — французский физик, один из основоположников теории ферромагнетизма. Предсказал и исследовал аномалию теплоемкости и магнитокалорический эффект в ферромагнетиках. В 1907 г. установил закон зависимости магнитной восприимчивости парамагнетиков от температуры выше точки Кюри (закон Кюри — Вейса). В 1911 г. предсказал существование кванта магнитного момента, назвал его магноном. В 1918 г. совместно с Г. Пикаром открыл магнитокалорический эффект.



## Глава 12. Методы получения и измерения пониженных давлений.

Экспериментальная работа по изучению тепловых свойств твердых тел связана с обеспечением теплоизоляции образцов при работе как с низкими температурами (ниже комнатных), так и с высокими. Теплоизоляция достаточно часто обеспечивается вакуумированием, особенно при работе с низкими температурами. Кроме того, процессы понижения температуры, о чём мы поговорим в следующей главе, так или иначе связаны с перекачкой газов насосами, поэтому для понимания происходящих процессов разберемся с методами получения и измерения вакуума.

Вакуум характеризуется отношением длины пробега молекул газа ли характерным размером системы  $d$ . Под  $d$  принимается расстояние между стенками вакуумной камеры, диаметр трубопровода и т.д. Это может быть и размер пор в пористом материале. В зависимости от величины соотношения  $\lambda/d$  различают низкий вакуум ( $\lambda/d \ll 1$ ), средний ( $\lambda/d \sim 1$ ) и высокий ( $\lambda/d \gg 1$ ). При низком вакууме основным процессом взаимодействия молекул является их межмолекулярное рассеяние, в то время как при высоком вакууме молекулы пролетают от стенки до стенки без столкновений. На принципе изменения длины пробега молекул между столкновениями и, соответственно, от теплопроводности газа в зависимости от его давления работает термопарный вакуумметр. Температура термопары, находящейся в контакте с нагреваемым проводом, будет определяться теплопроводностью окружающего газа. При низком вакууме  $\lambda/d \ll 1$ , теплопроводность газа достаточно низкая за счет частых столкновений молекул, но количество молекул, уносящих энергию из нагретой точки, достаточно большое, поэтому температура термопары будет иметь небольшую величину. При понижении давления длины пробега молекул увеличиваются, теплопроводность газа возрастает и показания вакуумметра уменьшаются, до тех пор, пока  $\lambda$  не сравняется с размерами системы. При уменьшении давления газа, количество молекул уменьшается и теплопроводность разреженного газа уже прямо пропорционально его давлению и это сказывается на температуре нагретого конца термопары. Область измеряемых давлений для термопарного вакуумметра от  $10^{-3}$  до 10 Торр.

Характерные давления, отвечающие разным степеням вакуума.

Вакуум	Давление в Па	Давление в мм.рт.ст.	Молекул/см <sup>3</sup>	Молекул/м <sup>3</sup>	Средняя длина пробега
Атмосферное давление	101 300	760	$2.7 \cdot 10^{19}$	$2.7 \cdot 10^{25}$	68 нм
Низкий вакуум	$30\ 000 - 100$	$220 - 8 \cdot 10^{-1}$	$10^{19} - 10^{16}$	$10^{25} - 10^{22}$	$0.1 - 100 \mu\text{m}$
Средний вакуум	$100 - 10^{-1}$	$8 \cdot 10^{-1} - 8 \cdot 10^{-4}$	$10^{16} - 10^{13}$	$10^{22} - 10^{19}$	$0.1 - 100 \text{ mm}$
Высокий вакуум	$10^{-1} - 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-8}$	$10^{13} - 10^9$	$10^{19} - 10^{15}$	$10 \text{ cm} - 1 \text{ km}$
Сверхвысокий вакуум	$10^{-5} - 10^{-10}$	$8 \cdot 10^{-8} - 8 \cdot 10^{-13}$	$10^9 - 10^4$	$10^{15} - 10^{10}$	$1 - 10^5 \text{ km}$
Экстремальный вакуум	$< 10^{-10}$	$< 8 \cdot 10^{-13}$	$< 10^4$	$< 10^{10}$	$> 10^5 \text{ km}$

Давление измеряется в Паскалях ( $\text{Pa}$ , международное  $\text{Pa}$  – система СИ), но исторически сложилось, что в науке и технике применяются другие, внесистемные единицы.

**Паскаль** равен давлению, вызываемому силой, равной одному ньютону, равномерно распределённой по нормали к поверхности площадью один квадратный метр.

**Бар** (русское обозначение: *бар*; международное: *bar*; от греч. βάρος — тяжесть) — внесистемная единица измерения давления, примерно равная одной атмосфере. Один бар равен  $10^5 \text{ Pa}$ .

**Техническая атмосфера** (русское обозначение: ат; международное: at) — равна давлению, производимому силой в 1 кгс, равномерно распределённой по перпендикулярной к ней плоской поверхности площадью 1 см<sup>2</sup>. В свою очередь сила в 1 кгс равна силе тяжести, действующей на тело массой 1 кг при значении ускорения свободного падения 9,80665 м/с<sup>2</sup> (нормальное ускорение свободного падения): 1 кгс = 9,80665 Н. Таким

образом,  $1\text{ат} = 98\ 066,5 \text{ Па}$  точно. Удобство использования килограмм-силы состоит в том, что единица давления килограмм-сила на квадратный сантиметр с хорошей точностью равна нормальному атмосферному давлению, что удобно для оценок.

**Нормальная, стандартная или физическая атмосфера**(атм; международное: atm) — равна давлению столба ртути высотой 760мм на его горизонтальное основание при плотности ртути  $13\ 595,04 \text{ кг}/\text{м}^3$ , температуре  $0^\circ\text{C}$  и при нормальном ускорении свободного падения  $9,80665 \text{ м}/\text{s}^2$ . В соответствии с определением  $1\text{атм} = 101325 \text{ Па} = 1,033233 \text{ ат}$

**Миллиметр ртутного столба**(мм рт. ст; международное: mmHg) — внесистемная единица измерения давления, равная  $101325/760 \approx 133,3223684 \text{ Па}$ ; иногда называется «*торр*»(русское обозначение — *торр*, международное — Торр) в честь Эванджелисты Торричелли.

### Вакуумная техника.

Разберем принципы работы нескольких вакуумных насосов разных типов. От принципа работы насоса, его рабочих элементов и размеров насоса зависит его производительность и предельный вакуум, который данный насос может обеспечить.

Первое деление насосов на разные типы — по принципам их работы (рис. 12.1). Газопереносные насосы — прокачивают газ через тело насоса и могут работать «бесконечно» долго. Сорбционные насосы — поглощают газ в рабочие элементы насоса до их заполнения, после чего должен последовать процесс регенерации, возвращающий рабочие элементы в исходное состояние. У всех используемых насосов есть свои преимущества и недостатки, одни насосы подходят для общих задач, другие предназначены для сугубо специальных целей.



Рис. 12.1. Типы вакуумных насосов по принципам их действия

Самые наиболее часто используемые насосы — это механические насосы. Одним из примеров таких насосов — **пластинчато-роторные насосы**. Принцип их действия показан на рис. 12.2. и перемещение газа происходит за счет изменения объема в рабочей камере насоса. При вращении ротора пластины под действием центробежной силы выходят из пазов и прижимаются к цилиндрической поверхности корпуса. При этом серпообразное пространство между ротором и цилиндрической поверхностью корпуса делится на отдельные рабочие ячейки. При угле поворота ротора от  $0^\circ$  до  $180^\circ$  объемы рабочих ячеек увеличиваются, они соединяются со всасывающим окном и заполняются откачиваемым газом. Когда объем рабочей ячейки достигает максимального значения, она отделяется от

всасывающего окна. При дальнейшем вращении ротора объемы рабочих ячеек уменьшаются и в них происходит внутреннее сжатие и газ подается в нагнетательный трубопровод. Уплотнение и смазка движущихся пластин таких насосов часто осуществляется маслом, что повышает предельный вакуум и уменьшает трение пластин о поверхность корпуса, но на входе в насос и в выхлопе присутствуют пары масла (масляный вакуум), что очень часто не допустимо, в частности для установок по эпитаксии, напылению и пр. Для одноступенчатых насосов предельный вакуум порядка одного мбара, для двухступенчатых –  $10^{-2}$  мбар. Для безмасляных насосов, где для уплотнения не используется масло, предельный вакуум порядка десятков мбар.

В *возвратно-поступательных насосах*, как и в *мембранных*, перемещение газа осуществляется за счет перемещения поршня, мембранны с созданием при увеличении объема камеры разряжения, при уменьшении – сжатия. При разряжении открывается клапан в откачиваемый объем, при сжатии – другой клапан в линию выхлопа. (рис. 12.2 б) и г)). Для мембранных насосов характерен безмасляный вакуум, однако минимальное давление достаточно высокое ~100 мбар для одноступенного насоса, для многоступенного может быть порядка мбар.

Принцип работы спирального насоса (Рис. 12.2 в)). Расположение спиралей в насосе такое, что позволяет создавать большое количество серповидных объемов, где сжимается воздух или газ. При вращении спирали, эти объемы уменьшаются и продвигают к середине спирали сжатую среду. Между спиральными обвязательно должен быть зазор 0,05-0,01мм. Забор воздушной смеси происходит с периферии спиралей, а завершается сжатие в середине спирали. Для таких насосов характерен базомасляный вакуум, минимальное давление порядка 0,01 мбар.

Перечисленные выше механические насосы относятся к форвакуумным насосам, которые часто используются как насосы для предварительной откачки требуемого объема и для работы на выхлопе насосов высокого разряжения.

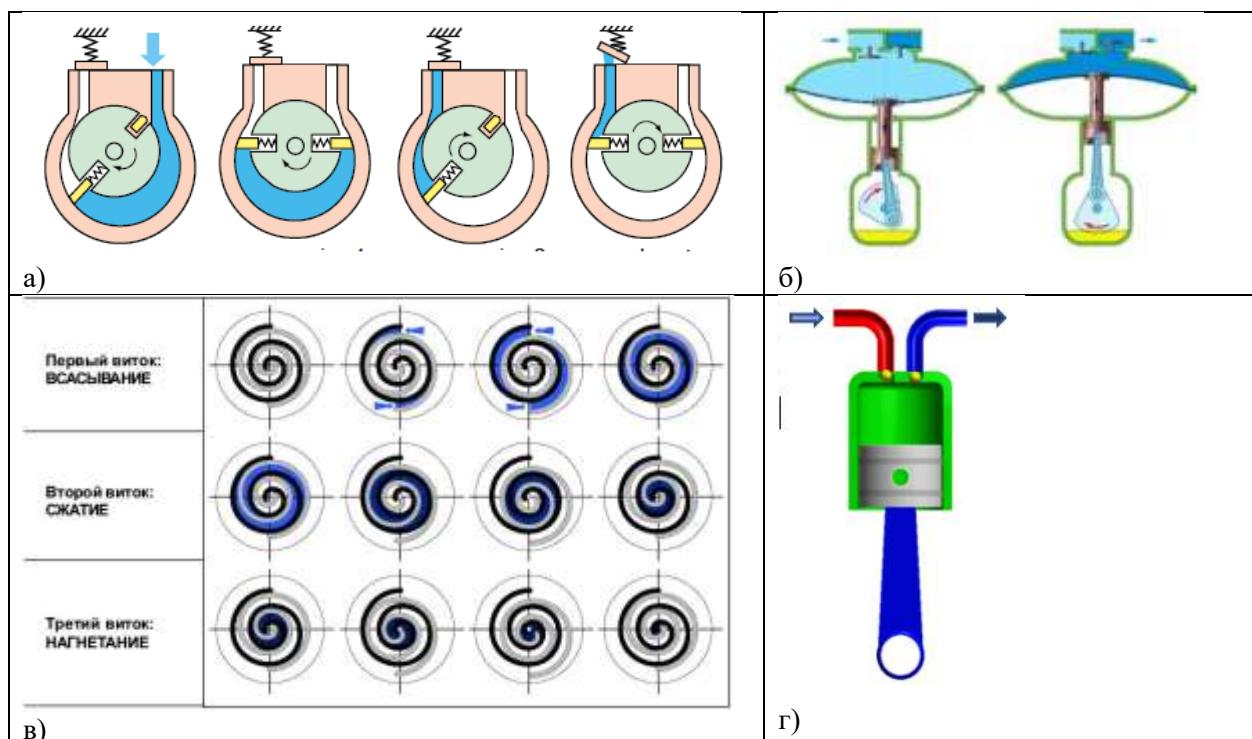


Рис. 12.2 Принципы работы а) пластинчато-роторного; б) мембранного; в) спирального и г)возвратно-поступательного насосов.

При использовании масляных насосов может происходить загрязнение получаемого форвакуума парами масел. Для защиты от обратного потока масла от насоса

к рабочим объемам используются форвакуумные ловушки. Наиболее успешная защита осуществляется постановкой в линии откачки азотной ловушки, на холодных стенках которых вымерзают масляные пары (Рис. 12.3 а). На линии выхлопа форвакуумных насосов обычно ставятся ловушки масляного тумана – если не ставить такую ловушку то при больших потоках откачки на выхлопе форвакуумных насосов появляется облако масляных паров (Рис. 12.3 б)

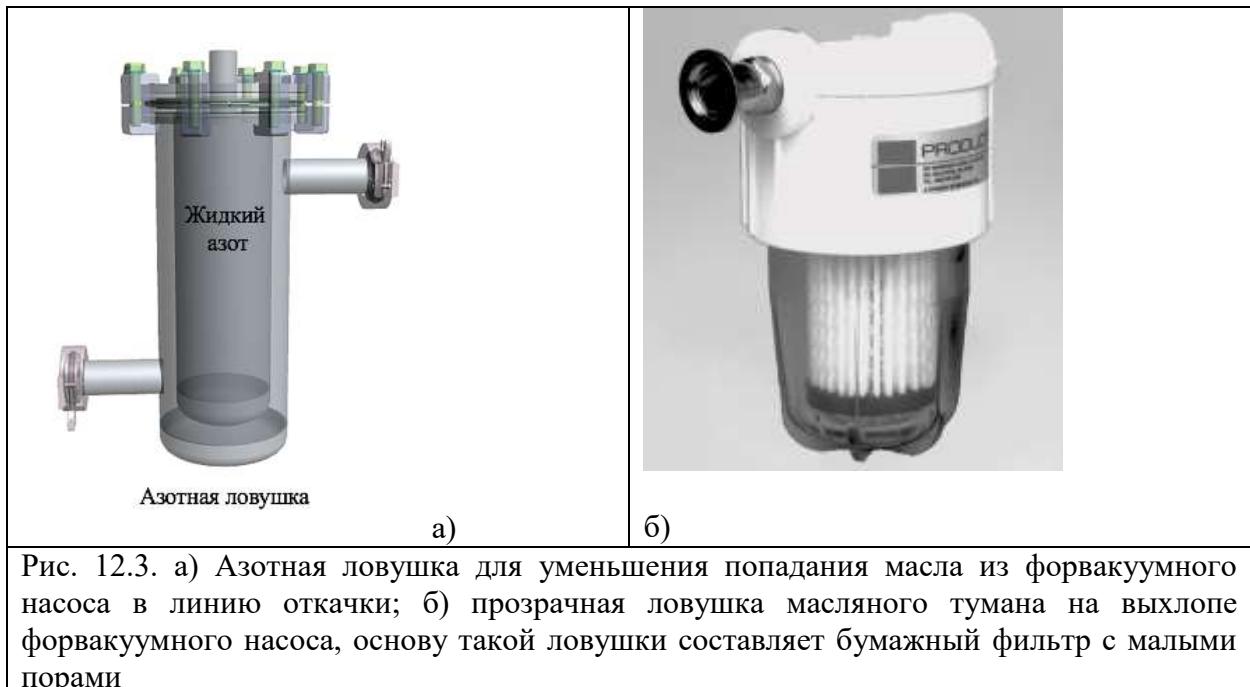


Рис. 12.3. а) Азотная ловушка для уменьшения попадания масла из форвакуумного насоса в линию откачки; б) прозрачная ловушка масляного тумана на выхлопе форвакуумного насоса, основу такой ловушки составляет бумажный фильтр с малыми порами

К числу высоковакуумных механических насосов относятся *турбомолекулярные насосы*(ТМН). Действие турбомолекулярного насоса основано на сообщении молекулам откачиваемого газа дополнительной скорости в направлении откачки вращающимся ротором. (Рис. 12.4 а)). Ротор состоит из системы дисков с лопатками. Вакуум, создаваемый турбомолекулярным насосом — от  $10^{-2}$  Па до  $10^{-8}$  Па ( $10^{-10}$  мбар;  $7,5 \cdot 10^{-11}$  мм ртст). Скорость вращения ротора— десятки тысяч оборотов в минуту. Для работы ТМН требует применения форвакуумного насоса для предварительной откачки и для отсасывания потока газа на выхлопе. Высокая скорость вращения ротора турбомолекулярного насоса вносит определенные ограничения на максимальное давление на входе в насос. Когда давление газа на входе в ТМН возрастает, то увеличивается его трение в ступенях проточной части ТМН и мощность, потребляемая электродвигателем, особенно при снижении скорости вращения ротора из-за трения газа. Это вызывает увеличение нагрева проточной части ТМН, подшипниковых узлов вращения, снижение скорости откачки и может привести к аварии. При повышении температуры узлов вращения ротора выше определённой величины происходит отключение питания электродвигателя ТМН с помощью температурного датчика, установленного вблизи одного из узлов вращающегося ротора. Другим ограничением, влияющим на степень откачки турбомолекулярного насоса, являются массы молекул газа, подлежащего откачке. Обычно турбомолекулярные насосы эффективно работают для откачки тяжелых молекул  $\mu > 40$ . Эффективность его работы для легких молекул сильно уменьшается (Рис. 12.4 б). Для водорода, например, откачка менее эффективная по сравнению с азотомна 6 порядков.

Принцип работы *диффузионных насосов*. Основная идея работы диффузионных насосов основана на увлечении нагнетаемого (откачиваемого) вещества струей жидкости, пара или газа (соответственно различают жидкоструйные, пароструйные и газоструйные насосы).Диффузионный насос – это пароструйный механизм, который захватывает

молекулы откачиваемого газа благодаря взаимному проникновению газа и пара рабочей жидкости и увлечению удалаемого газа струей пара. В зависимости от скорости и плотности струи и давлению газа изменяется как режим истечения струи из сопла, так и механизм захвата удалаемого газа. При относительно высоких плотности струи и давлении газа струя имеет турбулентный характер с завихрениями в пограничном слое.

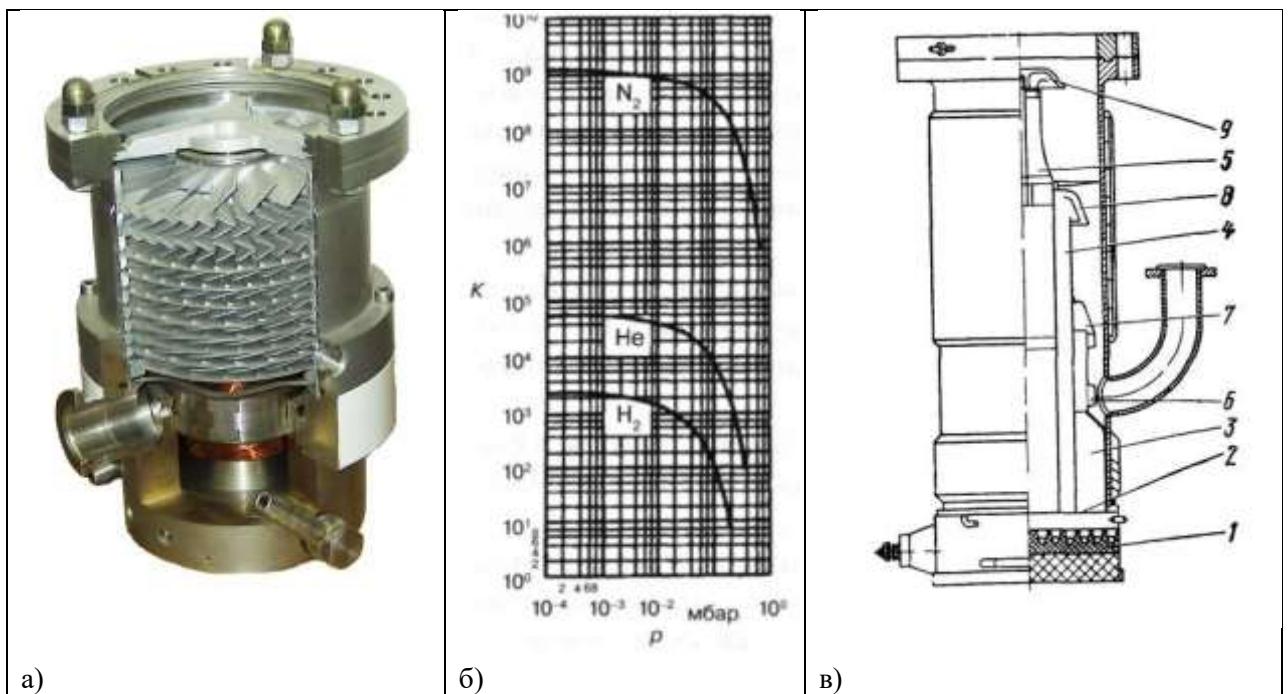


Рис. 12.4. Высоковакуумные насосы а) разрез турбомолекулярного насоса, обращает на себя внимание наклон лопаток турбины – чем плотнее газ по пути к выхлопу насоса, тем меньше угол наклона лопаток; б) степень сжатия газов с разной молекулярной массой ТМ насосом – чем легче газ, тем хуже он откачивается; в) конструкция четырехступенчатого диффузионного насоса.

Разберем особенности работы диффузионного насоса, схема которого приведена на рис. 12.4 в). Испарением рабочей жидкости с помощью нагревателя 1 создается необходимое давление пара в кипятильнике 2. Пар, поднимаясь по паропроводам 3, 4 и 5, достигает кольцевых зазоров сопел первой 9, второй 8, третьей 7 диффузионных ступеней откачки и цилиндрического инжекторного сопла 6. Проходя через сопло, пар за счет ускорения теряет плотность и давление и в виде расширяющейся направленной струи достигает внутренней поверхности охлаждаемого корпуса насоса. Здесь пар конденсируется, образуя жидкостной затвор, и стекает в кипятильник. Молекулы газа, летящие в направлении струи от входа насоса, относительно легко проникают в струю пара и вместе со струей попадают на стенку насоса. При столкновении с молекулой пара молекула откачиваемого газа получает импульс и направление дальнейшего движения в направлении откачки. Импульс молекул пара при столкновении мало изменяется в силу большого превосходства их массы над массой молекул газа. В качестве рабочего пара в диффузионных насосах используется масло, чаще синтетическое, с достаточно тяжелыми молекулами.

Молекулы газа, находящиеся в пространстве под струей и движущиеся с тепловыми скоростями, не могут преодолеть в обратном направлении барьер, создаваемый струей пара. Плотность и скорость струи таковы, что вероятность пролета молекулы газа через струю без столкновения хотя бы с одной молекулой пара ничтожно мала. Таким образом, во-первых, струей осуществляется перемещение молекул газа в направлении к выхлопному патрубку насоса, т. е. откачка, во-вторых, струя является препятствием, разделяющим области с различными давлениями газа и предотвращающей

перетекание газа из области с относительно высоким давлением в область с более низким давлением.

К достоинству диффузионных насосов можно отнести простоту их конструкции, низкую стоимость, отсутствие движущихся частей, высокий достижимый вакуум. Без использования вымораживающих ловушек минимальное давление для диффузионного насоса может быть  $10^{-7}$  торра, а с азотной ловушкой до  $10^{-9}\text{--}10^{-10}$ . К недостаткам диффузионных насосов можно отнести наличие обратного потока паров рабочей жидкости (масла) в откачиваемый объем, окисление и разложение масла, особенно при случайно больших входных давлениях откачиваемого воздуха. Наличие азотной ловушки частично решает проблему масленого вакуума в откачиваемом объеме. Еще одним недостатком диффузионных масляных насосов является необходимость иметь достаточно низкое выходное давление. Такие насосы не могут работать при давлении на выходе больше долей мм рт. ст., что требует использование достаточно производительных форвакуумных насосов на выхлопе. При использовании в качестве рабочей жидкости ртути – диффузионные ртутные насосы (ДРН) – давление на выходе может быть увеличено на два порядка до 20 мм рт. ст., что значительно удобнее в экспериментальной работе, но использование ртутных насосов связано с определенными санитарными ограничениями.

*Сорбционные насосы* всех типов являются накопительными, откачиваемые газы поглощаются в насосе в виде хемосорбционных слоев, химических соединений и др. Рабочий диапазон от  $10^{-1}$  до  $10^{-10}$  Па. Преимуществом сорбционных насосов является отсутствие загрязнений откачиваемой камеры парами рабочих жидкостей, парами масла, которое используется в механических насосах для смазки и герметизации, а в диффузионных насосах в качестве рабочей среды. Из сорбционных насосов, использующих физико-химические методы получения вакуума, наибольшее применение находят магниторазрядные и криогенные насосы.

Тип насоса / мм рт. ст	Сверхвысокий вакуум						Высокий вакуум				Средний вакуум			Низкий вакуум		
	$10^{-12}$	$10^{-11}$	$10^{-10}$	$10^{-9}$	$10^{-8}$	$10^{-7}$	$10^{-6}$	$10^{-5}$	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$	$10^2$	$10^3$
Водокольцевые															+	+
Пластинчато-роторные										+	+	+	+	+	+	+
Двухроторные										+	+	+	+	+	+	
Кулачковые										+	+	+	+	+	+	+
Сpirалльные											+	+	+	+	+	+
Диафрагменные														+	+	+
Турбомолекулярные	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+				
Бустерные										+	+	+	+			
Диффузионные	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+				
Геттерные	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+						
Геттерно-ионные	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+						
Магниторазрядные	+	+	+	+	+	+	+	+								
Криогенные	+	+	+	+	+		+	+	+	+	+	+				
Цеолитовые											+	+	+	+	+	+

Рис. 12.5. Область рабочих давлений для насосов разного типа.

В *магниторазрядных насосах* откачка газов происходит путем поглощения газовых молекул пленками газопоглощающего вещества, чаще всего титана, распыляемого в

высоковольтном разряде в магнитном поле с катода на анод. Активные газы (кислород, азот и др.) откачиваются благодаря прочному химическому связыванию их с пленками титана (хемосорбции), а инертные газы (гелий, неон, аргон ...) откачиваются за счет внедрения образованных за счет разряда ионов на распыляемые участки поверхности электродов. Широкое применение магниторазрядных насосов связано с рядом их преимуществ: безмасляный вакуум, бесшумная работа, простота конструкции, большой ресурс работы – до десятков тысяч часов при давлении  $10^{-4}$  Па, широкий диапазон рабочих давлений от 1 до  $10^{-9}$  Па. Недостатки – большая масса из-за применения постоянных магнитов, наличие сильных магнитных полей.

*Криогенные насосы.* Действие криогенных насосов основано на физических явлениях, происходящих при низких температурах: конденсация газов на охлаждаемых металлических поверхностях (криопанелях), адсорбции газов твердыми охлаждаемыми сорбентами и различных вариациях этих процессов. Рабочие температуры для таких процессов – охлаждение рабочего элемента насоса до 20 К и ниже. В качестве сорбента используют активированный уголь, цеолиты, силикагели, оксидные пленки металлов и пр. Физическая поверхность сорбентов на несколько порядков превосходит геометрическую поверхность криопанелей, достигая величин  $10^7$  см<sup>2</sup> на г сорбента. Достоинства криогенных насосов – простота конструкции, короткий пусковой период. В качестве хладагентов используется жидкий азот, водород, гелий. Насос обеспечивает предельный безмасляный вакуум до  $10^{-7}$  Па при полном отсутствии паров рабочих жидкостей. К недостаткам криогенных насосов следует отнести резко выраженную селективность в скорости откачки разных газов. Так крионасос, охлаждаемый жидким азотом, достаточно хорошо откачивает кислород и азот, но практически не поглощает газы с более низкой температурой кипения такие как водород, гелий, неон. Производительность и минимальные давления крионасоса существенно зависят от температуры рабочего вещества. Кроме того, рабочее вещество (сорбент) необходимо активировать для возобновления работы крионасоса путем его нагрева с удалением адсорбированных газов.

Области давлений откачки для насосов разных типов приведены на рис. 12.5

### Вакуумметры

Простейшие абсолютные манометры – открытые трубы, в которых в качестве рабочей среды выступает жидкость. Развитие вакуумметров началось с догадки Торричелли о том, что существует атмосферное давление, которое давит на жидкость и поднимает ее вверх в объем, заполненный пустотой (торричелева пустота). Первые вакуумметры использовались для измерения атмосферного давления. Они так и называются барометры (βάρος— «тяжесть» и μετρέω— «измеряю») – приборы для измерения атмосферного давления. В качестве рабочего тела в барометрах могут быть использованы вода, масло или другие жидкости. В работах Торричелли это была тарелка с налитой в нее ртутью, плотность которой в 13 раз больше плотности воды (Рис. 12.6. а)). Использование ртути, как рабочей жидкости для измерения атмосферного давления, было более удобно с точки зрения геометрических размеров и теперь уже так исторически сложилось, что атмосферное давление измеряется в том числе и в мм. ртутного столба. Более того, ртутные вакуумметры – абсолютные, для измерения давления ртутными барометрами или ртутными вакуумметрами не требуется калибровка. К недостаткам ртутных вакуумметров относятся необходимость получения разрешения на работу с ними органов санитарного надзора, а также их малая чувствительность, связанная с большой плотностью ртути, что сильно затрудняет измерение малых давлений. Для повышения чувствительности ртутных вакуумметров используются специальные конструкции, в частности вакуумметры Мак-Леода. Принцип их работы сводится к сжатию измеряемого газа в замкнутом объеме, что повышает его давление до измеримых величин (рис. 12.6. б)). Достоинствами манометра Мак-Леода является абсолютность метода измерения, так как высота столбика сжатого газа, при прочих равных условиях, напрямую связана с его

давлением. Практическое использование прибора затруднено в силу сложности, неудобства и медленности работы с ним, а также невозможности серийного изготовления. Такие вакуумметры изготавливаются и градуируются штучно, при этом для каждого экземпляра варьируется значение постоянной прибора – уровень сжатия до определенной величины. Потому манометр Мак-Леода используется только как эталонный прибор при калибровке серийных манометров и вакуумметров. Предел шкалы прибора в лучших практических экземплярах составляет порядка  $10^{-5}$  торр. Для измерения малых изменений давления используются масляные дифференциальные вакуумметры, принцип работы которых сводится к перекрытию сообщения двух колен манометра, одно из которых соединено с большим балластным объемом, сохраняющим исходное давление, а второе – с рабочим давлением, изменение которого относительно давления балластного объема хорошо видно из-за существенно меньшей плотности масла по сравнению с ртутью.

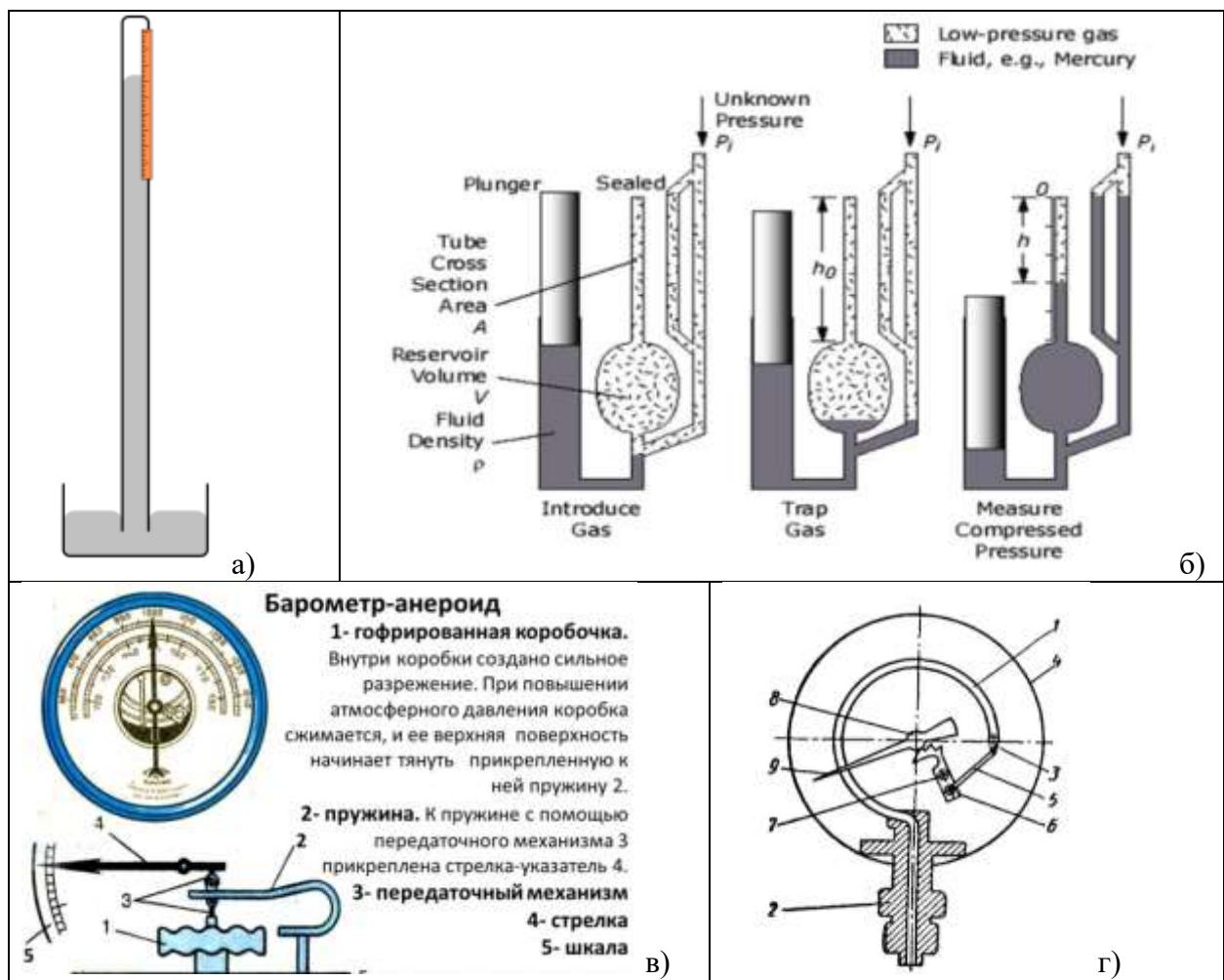


Рис. 12.6. Схемы и принцип работы классических вакуумметров а) схема работы жидкостного вакуумметра (ртутного) и б) манометра Мак-Леода. Первоначально уровень ртути находится ниже соединения компрессионного объема и вакуумной системы, затем уровень ртути в манометре повышается перемещением рабочего поршня, ртутью перекрывается соединение и за счет сжатия замкнутого количества газа, давление которого измеряется, в 10, 100, и т.д. раз разность уровней увеличивается в соответствующее количество раз; в) схема барометра-анероида и г) вакуумметра Бурдона: 1 - пружинная трубка манометра; 2 – держатель трубы; 3 – крепеж тяги (5); 4 – корпус манометра; 6 – зубчатый сектор; 7 – ось сектора; 8 – шестеренка стрелки (9)

Для измерения давлений атмосферы служат *анероиды*, представляющие из себя цилиндрические металлические коробочки с концентрически гофрированными (для большей подвижности) основаниями, внутри которых создано разряжение (рис.12.6. в)).

При изменении давления размер коробочки меняется и через систему рычагов перемещается стрелка. Аналогичным образом устроены вакуумметры (манометры). Измеряемое давление подается в пружинную полость из трубы с овальным сечением, которая изогнута под углом 250° (вакуумметр Бурдоне, рис. 12.6. г)). При изменении давления в этой полости меняется положение конечной точки пружинной полости, что через тягу отражается на положении стрелки прибора. К недостаткам вакуумметров с механическим изменением размеров рабочей полости (анероидов и вакуумметров Бурдоне) является влияние температуры и внешнего давления (для трубы Бурдоне) на показание этих вакуумметров. Ошибки составляют порядка нескольких торров, что весьма существенно для измерения малых давлений. Обычно такие вакуумметры служат индикаторами, с помощью которых достаточно наглядно видно изменение давления в системе.

И жидкостные (ртутные и масляные) и механические вакуумметры не требуют преобразования давления в электрические сигналы и считывания их показания с использованием электронных индикаторов.

**Электронные вакуумметры.** Для работы таких вакуумметров требуется электрический источник.

**Тепловые вакуумметры.** Такие приборы считаются самыми востребованными для снятия показаний в системах со средним и низким вакуумом. В них сочетаются приемлемая точность, широкие измеряемые диапазоны и доступная цена. Принцип действия заключается в реакции теплового вакуумметра на изменение теплопроводности газа при изменении давления газа. Показания тепловых вакуумметров сильно разнятся для разных газов и обычно такие датчики могут корректно измерять давление только для определенных смесей, например для воздуха. Самыми распространёнными модификациями являются термопарные вакуумные датчики, датчики Пирани и конвекционные датчики.

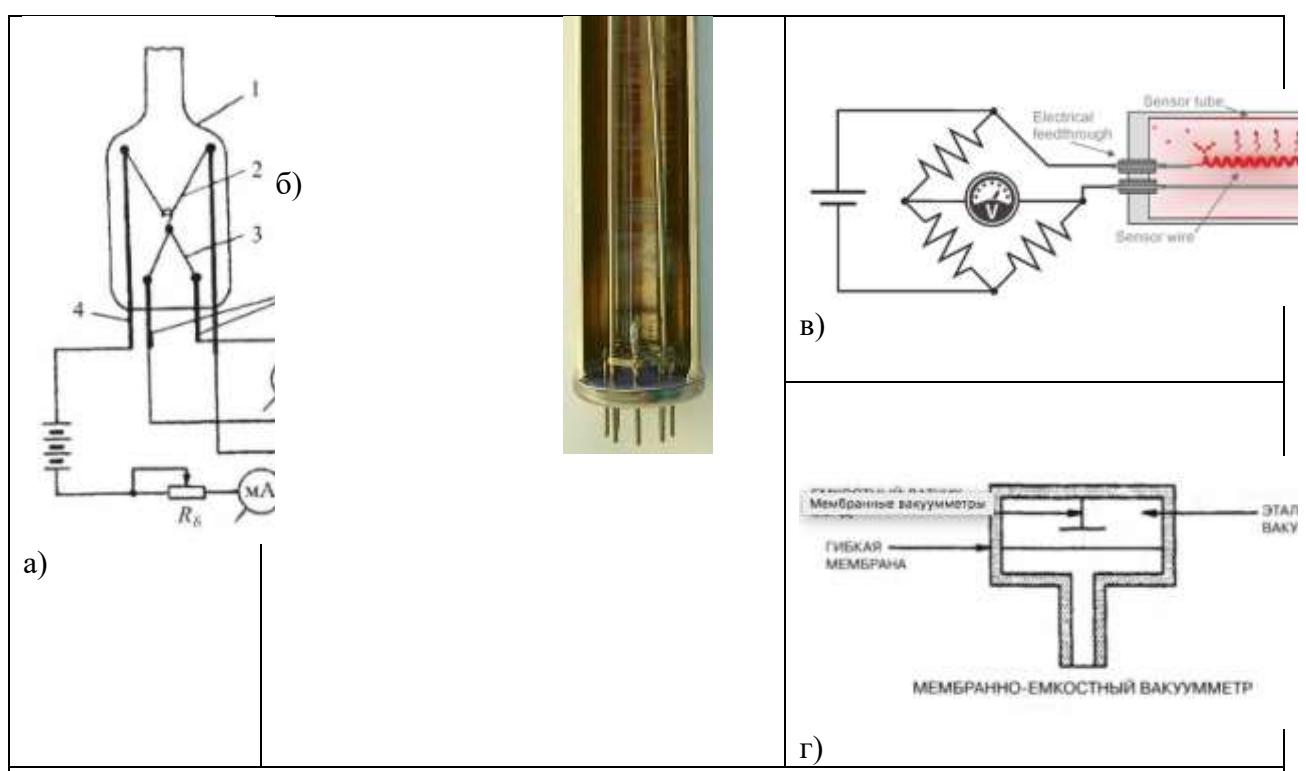


Рис. 11.7. а) Схематическое устройство термопарного вакуумметра и метод измерения его показаний; б) фотография разреза датчика Пирани и в) метод измерения давления датчиком Пирани; г) схема емкостного датчика давления.

С принципом работы одного из таких вакуумметров мы познакомились выше при рассмотрении взаимодействия молекул при изменении давления в объеме – термопарным вакуумметром. Термопарный вакуумметр — это прибор косвенного действия, о величине давления судят по температуре нити накала преобразователя, помещенной в газ. Схема такого вакуумметра приведена на рис. 12.7. а). Термопарный преобразователь представляет собой стеклянный или металлический баллон, в котором на вводах смонтированы подогреватель (2) и приваренная к нему термопара. Подогреватель нагревается током, регулируемым переменным сопротивлением и контролируемым миллиамперметром. Температура нагреваемой нити измеряется термопарой (3). При неизменном токе накала нити вследствие изменения давления в баллоне (1) преобразователя, присоединенном к вакуумной системе, изменяется температура нити и, соответственно, термо-ЭДС, по величине которой определяют давление. Такие вакуумметры самые бюджетные среди аналогичных устройств для измерения среднего и низкого вакуума.

*Вакуумметр Пирани* — один из самых старых вакуумметров для косвенных измерений, который используется в настоящее время. В этом датчике чувствительный элемент — нить, по которой проходит ток, нагревая эту нить. Так как нить находится в газе, давление которого нужно измерить, то по мере изменения давления меняется теплопроводность газа, следовательно, температура нити. Изменение температуры вызывает изменение сопротивления нити. Нить обычно представляет собой одну ветвь моста Уитстона. Мост может работать таким образом, чтобы напряжение изменялось и поддерживало мост в равновесии; т. е. сопротивление нити поддерживается постоянным Рис. 12.7 б) и в). Этот способ называется методом постоянной температуры и считается самым быстрым, чувствительным и точным. Соответствующим образом сконструированный, имеющий компенсацию вакуумметр Пирани способен производить измерения до  $10^{-4}$  мм рт. ст.

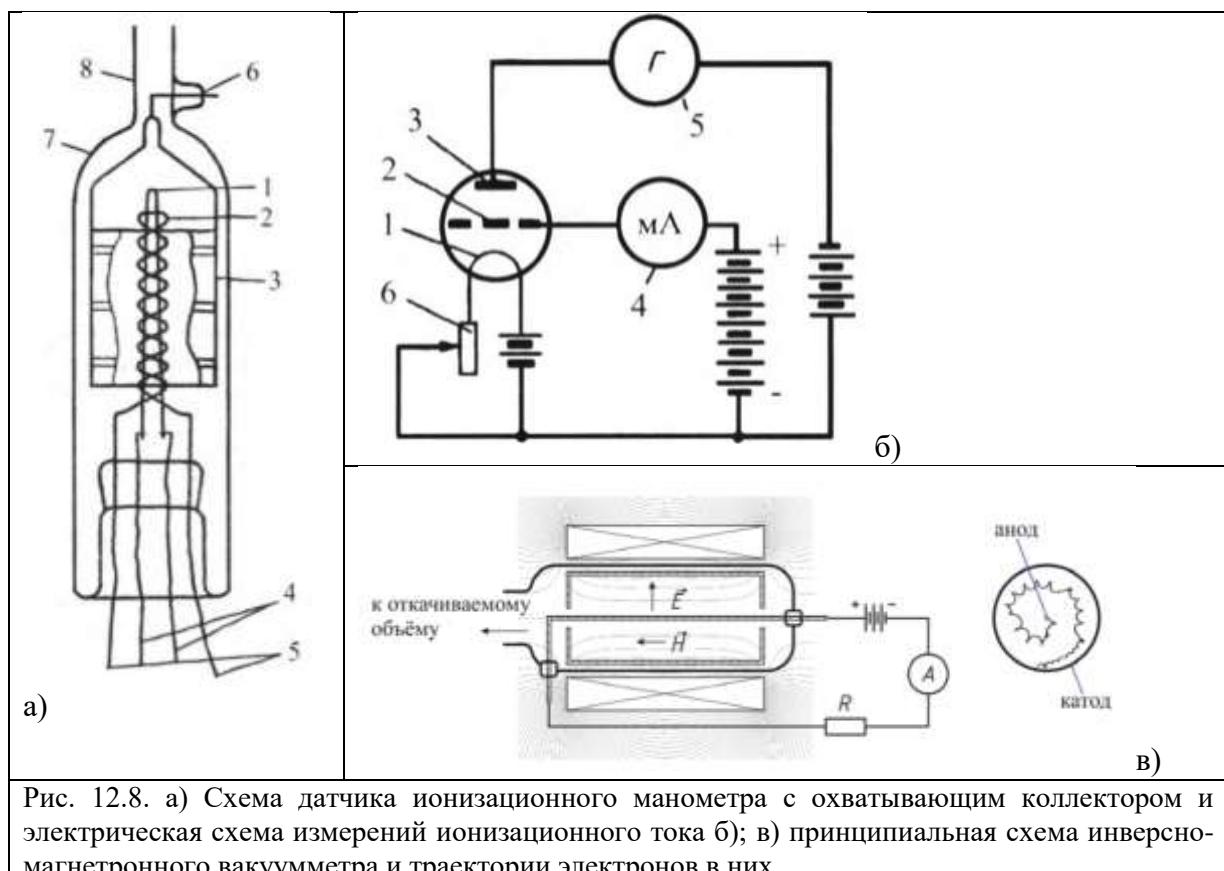


Рис. 12.8. а) Схема датчика ионизационного манометра с охватывающим коллектором и электрическая схема измерений ионизационного тока б); в) принципиальная схема инверсно-магнетронного вакуумметра и траектории электронов в них

*Конвекционный вакуумметр* – осуществляет свою работу за счёт конвекции, тепло от нагретой поверхности к нагреваемой термопаре переносится благодаря перемешиванию газа. Главным отличием таких устройств является то, что датчик имеет гораздо большие размеры. Благодаря этому обеспечивается качественное охлаждение. Также стоит отметить высокую точность прибора. Однако конвекционное нагревание накладывает условия на положение датчика относительно силы тяжести.

*Ионизационный вакуумметр*. (Рис.12. 8. а)) Эмитируемые накаленным катодом (1) электроны под действием ускоряющего электрического поля устремляются по направлению к сетке (2), создавая в ее цепи ток смещения. Ввиду большого шага сетки не все электроны сразу попадают на сетку, значительная их часть пролетает между ее витками в пространство между сеткой и коллектором ионов, и в основном здесь происходит ионизация газа электронами. Однако при своем движении в этом пространстве электроны находятся в тормозящем поле; не дойдя до коллектора ионов, они останавливаются и начинают движение обратно к сетке и снова значительная их часть проходит между витками сетки и под действием тормозящего поля катода, не долетев до него, поворачивает снова к сетке и т. д. Каждый электрон может сделать несколько таких колебаний, прежде чем попасть на сетку. Эти колебания играют положительную роль, так как благодаря ним электроны пролетают больший путь и, следовательно, повышается вероятность столкновения их с молекулами газа и ионизации последних – что ведет к увеличению ионного тока. Образующиеся положительные ионы под действием ускоряющего для них поля коллектора ионов (3) устремляются к нему и, отдавая ему свой положительный заряд, создают в его цепи ионный ток (отсюда и название коллектора ионов) (Рис. 12.8.б)). При работе с манометрической лампой нельзя забывать о недопустимости попадания атмосферного воздуха при включенном катоде, так как лампа может немедленно выйти из строя из-за перегорания или сильного окисления катода.

Показания не зависят от рода газов																	
Показания зависят от рода газов																	
Тип вакуумметра / мм рт. ст.	10 <sup>-12</sup>	10 <sup>-11</sup>	10 <sup>-10</sup>	10 <sup>-9</sup>	10 <sup>-8</sup>	10 <sup>-7</sup>	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-5</sup>	10 <sup>-4</sup>	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-1</sup>	10 <sup>0</sup>	10 <sup>1</sup>	10 <sup>2</sup>	10 <sup>3</sup>	
Тензодатчик														+	+	+	+
Стрелочный														+	+	+	+
Мембранны-емкостной													+	+	+	+	+
													+	+	+	+	+
													+	+	+	+	+
													+	+	+	+	+
Термопарный													+	+	+	+	+
Конвекционный													+	+	+	+	+
Вакуумметр Пирани													+	+	+	+	+
Инверсно-магнетронный					+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			
Широкодиапазонный					+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Ионизационный	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+					

Рис. 12.9. Диапазоны измерения для датчиков вакуумметров разных типов.

*Магнетронный вакуумметр* (с холодным катодом). В отличие от ионизационных вакуумметров, где электроны излучаются горячим катодом в данном виде вакуумметров используются электроны, случайно возникшие вблизи катода (например, вследствие автоэлектронной эмиссии), которые будут двигаться к аноду под действием скрещенных электрических (разность потенциалов ~2-6 кВ) и магнитных (~0.2-2 кГс) полей по удлиненной траектории. При этом повышается вероятность соударения электронов с молекулами откачиваемого газа и их ионизация. Образовавшиеся ионы ускоряются в электрическом поле и выбиваются из материала катода вторичные электроны, которые так же ионизуют газ, двигаясь по сложной циклической траектории. В результате электрический ток в датчике в широком диапазоне определяется давлением газа.

В инверсионно-магнетронном датчике анодом служит центральный стержень, а катодом – осесимметричная обечайка, магнитное поле создается внешним постоянным кольцевым магнитом.

Достоинства – широкий диапазон давлений и такие датчики не боятся окисления, т.к. нет нагретого катода, а также они нечувствительны к внешним воздействиям.

**Марселло Стефano де Пирани**(1880, Берлин – 1968, Берлин) — немецкий физик.

**СэрЧарльз Уитстон**(Sir Charles Wheatstone; 1802, Глостер, Великобритания – 1875, Париж, Франция) – английский физик, автор многих изобретений. Член Лондонского королевского общества (1836), иностранный член Парижской академии наук (1873).

## Глава 13. Методы получения и работы с низкими температурами.

В 1971 году Международный институт холода принял рекомендацию, согласно которой криогенными температурами следует называть температуры ниже 120 Кельвинов (температура конденсации природного газа) до температуры 0,7 К (температура, получаемая откачкой жидкого гелия-4). Все температуры ниже 0,3 К — это область сверхнизких температур, для получения которых используются специальные методы охлаждения. Область температур от 3 К и до 0,3 К достаточно легко достигается откачкой паров  $^3\text{He}$ .

В этом разделе лекций мы дадим основные понятия, позволяющие понимать процессы получения низких температур, механизмы и устройства, связанные с работой холодильных установок и технические характеристики таких устройств. Основные методы измерения температур мы рассматривали выше. Теперь разберем способы получения низких температур. Под низкими температурами мы понимаем диапазон температур ниже комнатных. Методы получения температур выше комнатных сводятся к нагреванию исследуемого образца или всего устройства, на чем мы не будем останавливаться.

Наиболее распространенный способ получения низких температур — это использование **криогенных жидкостей**, которые заливаются в низкотемпературные приборы. Основные криогенные жидкости, используемые в лабораториях, это жидкий азот и жидкий гелий. В качестве криогенных жидкостей, производимых в больших количествах, используются также жидкий кислород и жидкий водород, которые применяются в первую очередь в промышленности в качестве топлива, в эффективных ракетных двигателях (жидкий кислород в качестве окислителя с жидким водородом или керосином). Еще один охладитель, который позволяет поддерживать достаточно низкую температуру без использования внешних источников энергии это «сухой лед».

Все перечисленные хладагенты требуют достаточной осторожности и аккуратности при работе с ними. Во-первых, из-за их низкой температуры, что при неаккуратной работе может вызывать ожоги. Для заливки криогенных жидкостей необходимо использовать защитные одежду, очки и т.д. Во-вторых, превращение хладагентов из жидкого или твердого состояния в газообразное сопровождается большим замещением кислорода в воздухе на газообразный хладагент, что может приводить к потере сознания вплоть до летального исхода. Снижение концентрации кислорода в воздухе ниже 16% приводит к головокружению, обморокам или удушью без каких-либо предварительных симптомов. При больших потоках испаряющихся жидкостей (например, при переливе азота) необходимо в помещении использовать приточно-вытяжную принудительную вентиляцию, обеспечивающую содержание кислорода в воздухе не менее 19%. При работе с криогенными жидкостями необходимо использовать аларм-датчики концентрации кислорода. Работа с жидким азотом при естественной вентиляции допускается в помещении, объем которого в 7000 раз больше объема находящегося там жидкого азота. Особенной осторожности в работе требуют жидкий кислород и жидкий водород из-за их взрывоопасности, что сильно ограничивает их применимость. При использовании жидкого азота в сосудах без соответствующей теплоизоляции на стенках сосуда конденсируется кислород из воздуха, что может представлять определенную опасность: при пропитке жидким кислородом пористых материалов (мох, дерево, даже асфальт) получается оксиликвит — бризантное взрывчатое вещество.

Таблица 1. Температуры кипения наиболее распространенных хладагентов при НУ.

Хладагент	Гелий	Водород	Неон	Азот	Аргон	Кислород
$T_k, \text{К}$	4,224	20,28	27,108	77,36	87,29	90,188
$T_k, ^\circ\text{C}$	-268,94	-252,87	-246,05	-195,75	-185,85	-182,96
Плотность, $\text{г}/\text{см}^3$	0,125	0,07	1,204	0,808	1,43	1,141

Температура возгонки двуокиси углерода  $-78,5^{\circ}\text{C}$ (194,65 K). Технический «сухой лёд» имеет плотность около 1,561 г/см<sup>3</sup>, при возгонке поглощает около 590 кДж/кг(140 ккал/кг) теплоты.

Рассмотрим более подробно теплофизические свойства жидкого азота и гелия

Таблица 2.

Свойства	Азот	Гелий
Т кипения при нормальных условиях, К	77,3	4,22
Скрытая теплота испарения (Дж/г)	198	20,9
Количество жидкости, испарившейся при выделении мощности в 1 Вт (л/час)	0,024	1,38
Плотность (г/см <sup>3</sup> )	0,808	0,125
Плотность газа (г/см <sup>3</sup> )	$1,16 \cdot 10^{-3}$	$1,66 \cdot 10^{-4}$
Отношение объема газа при НУ к объему жидкости	694:1	750:1
Изменение энталпии газа при нагреве от - до при 1 атм (Дж/г)	4.2 К – 77 К 77 К – 273 К	- 384 234 1018

Теплофизические свойства жидкого азота и гелия необходимо знать и учитывать особенности их применения для сокращения расхода криогенных жидкостей, что, в конечном счете, уменьшает стоимость проведения экспериментов. Для получения температур ниже температуры жидкого азота используют жидкий гелий. Однако если проводить охлаждение экспериментальной аппаратуры от комнатных температур, то потребуется изрядное количество жидкого гелия, стоимости которого на два порядка выше, в пересчете на кг жидкости, стоимости жидкого азота. Таким образом процесс охлаждения низкотемпературной аппаратуры обычно проводят в два этапа – сначала проводят охлаждение жидким азотом, часто заливая его в гелиевую полость с последующим его выдавливанием. Затем проходит заливка жидкого гелия. Из таблицы 3 можно увидеть, что заливку необходимо производить достаточно медленно, тогда теплоемкость газообразного гелия при его движении от дна дьюара к верхней точке соединения с гелиевой сетью и его медленном отогреве охлаждает аппаратуру, что приводит к существенной экономии гелия.

Таблица 3. Расход криогенной жидкости на охлаждение металла (л/кг)

Криогенная жидкость		<sup>4</sup> He	<sup>4</sup> He	N <sub>2</sub>
Начальная температура металла		300 К	77 К	300 К
Конечная температура металла		4.2 К	4.2 К	77 К
Использование только скрытой теплоты парообразования (быстрая заливка)	Al	66,6	3,2	1,01
	St.Steel	33,3	1,43	0,53
	Cu	31,1	2,16	0,46
Использование энталпии газа (медленная заливка)	Al	1,61	0,22	0,64
	St.Steel	0,79	0,11	0,33
	Cu	0,79	0,15	0,29

Для получения температур ниже температуры кипения криогенной жидкости при нормальных условиях используют откачку ее паров (рис. 13.1). Так при использовании форвакуумных насосов для откачки паров жидкого гелия-4 достигается температура ниже 1.2 K, применение диффузионных насосов позволяет получить температуры ниже 0.8 K. При откачке паров жидкого гелия-3 можно достичь температур в 0,3 K.

### Холодильные машины

Для получения низких температур, в том числе для охлаждения криогенных жидкостей применяются **холодильные машины**, работающие по разным схемам. Разберем основные принципы работы машин для получения низких температур.

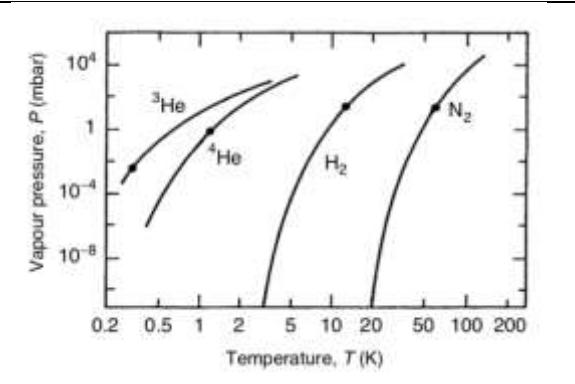


Рис. 13.1. Давление паров основных криогенных жидкостей при разных температурах. Точки указывают на практический предел достижимый откачкой данных жидкостей.

*Обратный цикл Карно.* При обсуждении принципов работы тепловых машин и введения понятия абсолютной температуры мы рассматривали цикл Карно, как идеальный процесс, при котором подводимое тепло превращается в работу тепловой машины. В качестве основы рассматривался круговой процесс, в котором тепловая машина возвращается в исходное термодинамическое состояние ( $P, V, T$ ) после совершения цикла нагрев-работа. Если в круговом процессе линия расширения лежит выше линии сжатия, то процесс называется прямым. По этому циклу работают все тепловые машины. Если линия расширения лежит ниже линии сжатия – это обратный процесс и так работают все холодильные машины. Для тепловой машины цикл Карно идет по часовой стрелке, для холодильной – против. Для тепловой машины тепло, получаемое в процессе изотермического расширения, переходит в конце концов в работу, в холодильнике – совершенная работа переносит тепло от холодной части машины в более горячую. (Рис. 13.1). Холодильный коэффициент – это отношение отведенной теплоты к затраченной на это работе  $\chi = Q_2/A$

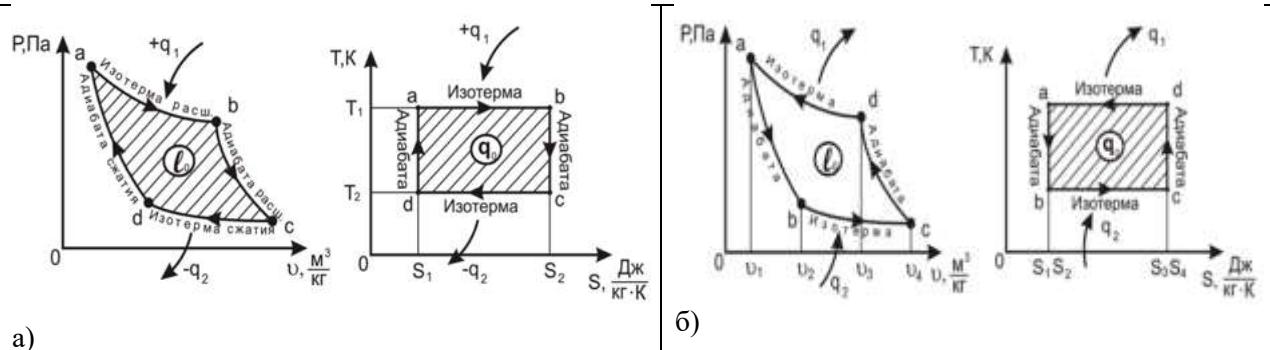


Рис. 13.1. Прямой а) и обратные б) циклы Карно при работе тепловой машины и холодильника. Для обратного цикла Карно:  $a-b$  – адиабатное расширение сжатого газа, температура резко понижается;  $b-c$  – рабочее тело продолжает расширяться при изотермическом процессе,  $Q_2$  – теплота, отбираемая от охладителя;  $c-d$  – адиабатическое сжатие газа, температура значительно повышается и становится выше температуры окружающей среды;  $d-a$  – охлаждение нагретого газа в изотермическом процессе с отводом теплоты  $Q_1$ .

По обратному циклу Карно в разных вариациях работают все холодильные машины. Разберем работу обычного холодильника, имеющегося на любой кухне (Рис. 13.2). В процессе циркуляции компрессор засасывает из испарителя хладагент в виде пара, сжимает его (при этом температура хладагента повышается) и нагнетает в конденсатор. Сжатый хладагент (а в настоящее время в качестве хладагента применяют фреон), охлаждаясь в конденсаторе, превращается в жидкость, отдавая тепло в окружающее пространство. Собственно, в конденсаторе происходит изобарическое охлаждение рабочего газа и его охлаждение. В холодильниках с естественным охлаждением конденсатор в виде змеевика или щита устанавливают на задней стенке (снаружи или внутри). На выходе конденсатора жидкий хладагент под давлением через

дросселирующее отверстие (капилляр или терморегулируемый расширительный вентиль) поступает в испаритель, где за счёт резкого уменьшения давления происходит испарение жидкого фреона и снижение его давления от давления конденсации до давления кипения с соответствующим понижением давления представляет собой медную трубку длиной 1.5 – 3м с внутренним диаметром 0.6 – 0.85 мм. Давление при прохождении дросселя падает с 10 до 0.1 атм. Попадая в испаритель холодильника хладагент отнимает тепло у внутренних стенок испарителя, отбираемая теплота расходуется на кипение жидкости и превращение фреона в пар, за счёт чего происходит охлаждение морозильного пространства холодильника, где и находится испаритель. Пары хладагента засасываются компрессором, на выходе которого фреон адиабатически сжимается, продолжая непрерывно процесс теплообмена.

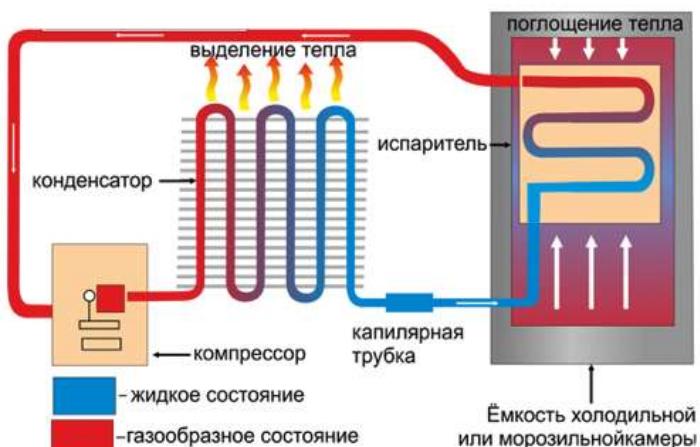


Рис. 13.2. Принцип работы бытового холодильника.

Существенными для использования вещества в качестве хладагента являются следующие свойства: сравнительно низкая температура кипения при пониженном давлении, высокая температура конденсации при сравнительно небольших давлениях, газ должен быть не ядовитым, негорючим, не иметь тяжелого запаха, обладать высокой хладопроизводительностью, также необходимы высокий коэффициент теплопроводности и теплопередачи. Желательна низкая стоимость и т.д. В 1928 году Томас Миджли открыл новый хладагент – дихлордифторметан ( $CF_2Cl_2$ ), обладающий практически оптимальными для хладагентов свойствами: имел температуру кипения – 30 °C, был безвредным для человека. Позднее были синтезированы другие хладагенты на основе метана или этана. Общее название их фреоны или хлороны. Их физическое состояние — газы без цвета и запаха, безвредные для человека. Сейчас в мире синтезировано более четырех десятков различных фреонов, отличающихся по свойствам их химическому составу.

*Процесс охлаждения при адиабатическом расширении.* Эффектом Джоуля—Томсона называют изменение температуры газа или жидкости при стационарном адиабатическом дросселировании — медленном протекании газа под действием постоянного перепада давлений сквозь дроссель (пористую перегородку). Данный эффект является одним из методов получения низких температур.

Эффект Джоуля — Томсона — это изоэнталпийный процесс, что позволяет описать его в терминах термодинамики. Схема процесса представлена на рисунке 13.3.а) верхний рисунок. Левый поршень, вытесняя газ под давлением  $P_1$  из объема  $V_1$ , совершает над ним работу  $P_1V_1$ . Аналогичное изоэнталпийный процесс расширения может происходить при диффузии через пористую перегородку (Рис. 13.3.а) нижний рисунок). Пройдя через дроссель и расширяясь в объем  $V_2$  газ совершает работу  $P_2V_2$  над правым поршнем. Суммарная работа  $P_1V_1 - P_2V_2$ , совершенная газом, равна изменению его внутренней энергии  $U_2 - U_1 = P_1V_1 - P_2V_2$ , так что энталпия  $H = U + PV$  сохраняется  $H_1 = H_2$ .

Сохранение энталпии позволяет найти связь между изменениями давления и температуры в процессе дросселирования. Чтобы получить выражение для дифференциала энталпии в переменных Т и Р, рассмотрим дифференциал энтропии, который выражается через  $dT dP$ :

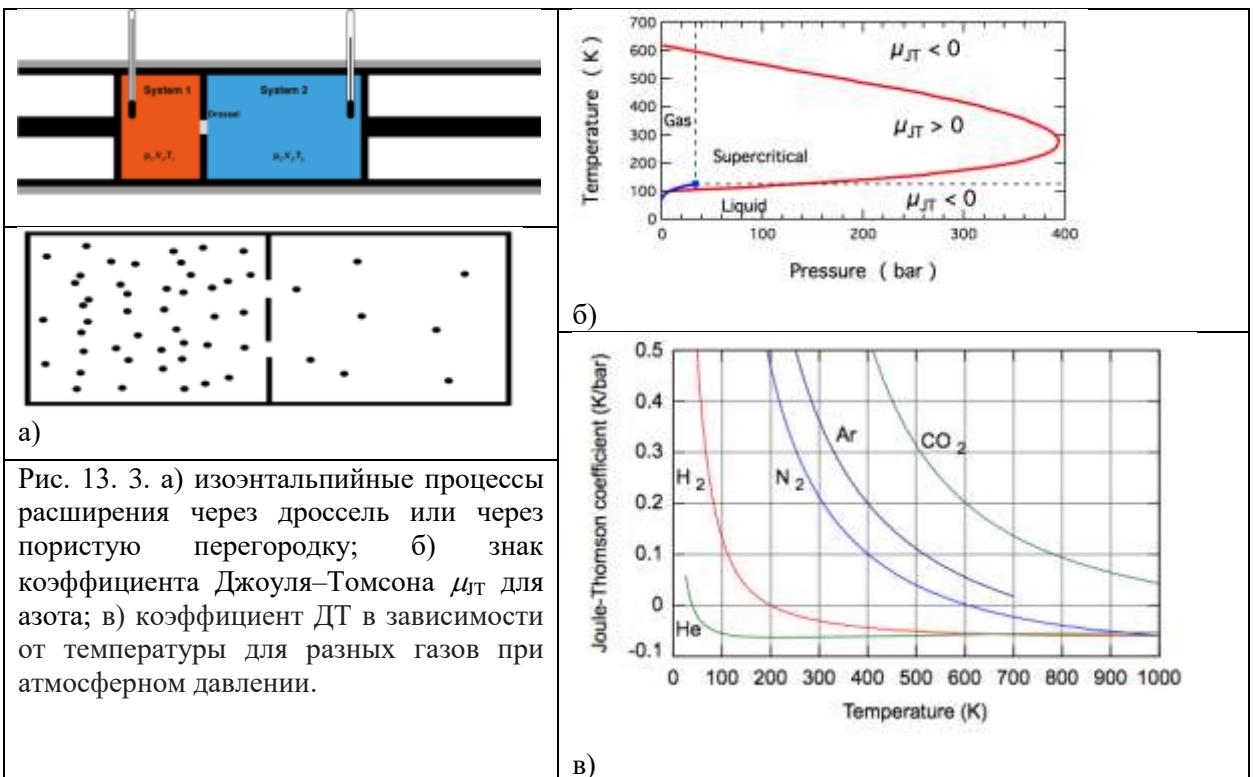
$$dS = \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_P dT + \left( \frac{\partial S}{\partial P} \right)_T dP$$

При рассмотрении нужно учесть, что теплоемкость при постоянном давлении будет  $C_P \equiv \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_P$ , а производная энтропии по давлению  $\left( \frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = - \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$ . Тогда  $dS = \frac{C_P}{T} dT - \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dP$  и  $dH = C_P dT + \left[ V - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \right] dP$ . Изменение температуры при малом изменении давления определяется производной  $\mu_{JT} = \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_H$ , называемой коэффициентом Джоуля-Томсона. Из уравнения для дифференциала энталпии в переменных температура – давление находится связь между дифференциалами температуры и давления в изоэнталпийном процессе ( $dH=0$ ):

$$dH = C_P dT + \left[ V - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \right] dP = 0$$

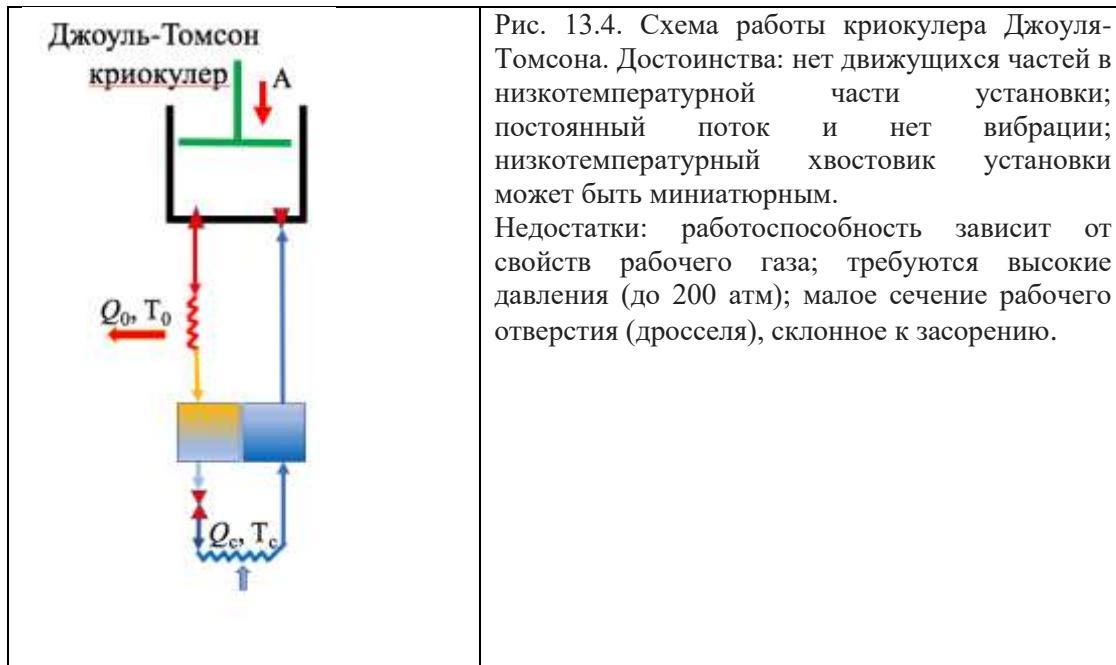
и коэффициент Джоуля-Томсона будет  $\mu_{JT} = \frac{dT}{dP} = \frac{T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P - V}{C_P}$ . Для идеального газа  $\mu_{JT}=0$ , для реального – определяется уравнением газового состояния (уравнением Ван-дер-Ваальса), которое учитывает взаимное притяжение между молекулами газа (в выражении для  $P$ ) и конечный размер молекул (в выражении для  $V$ ):

$$\left( P + \frac{a}{V_m^2} \right) (V_m - b) = RT$$



На рис. 13.3 б) приведен знак коэффициента Джоуля–Томсона  $\mu_{JT}$  для азота. В ограниченной красной кривой, эффект Д-Т приводит к охлаждению ( $\mu_{JT}>0$ ), вне этой области – нагреву ( $\mu_{JT}<0$ ). Голубая кривая, заканчивающаяся в критической точке, разделяет фазы жидкости и газа. Штриховые линии условно выделяют сверхкритическую жидкость – fluid. Коэффициент ДТ сильно различается для разных газов Рис. 13.3 в), так

для азота охлаждение при дросселировании до атмосферного давления начинается уже с 621 К, в то время как для гелия охлаждение будет происходить только при предварительном охлаждении газа до температур ниже 51 К ( $\mu_{\text{HT}} > 0$ ), однако для эффективного процесса охлаждения температуру газа необходимо понижать до  $T < 15$  К.. Схема криокулера, работающего по эффекте Джоуля-Томпсона приведена рис. 13.4.



*Механизм Стирлинга.* Механизм Стирлинга – одно из устройств, превращающее механическую работу в охлаждение, работающее по обратному циклу Карно. Для понимания принципа его работы разберем устройство двигателя Стирлинга — тепловой машины, в которой рабочее тело, в виде газа или жидкости, движется в замкнутом объеме. Двигатель Стирлинга является разновидностью двигателя *внешнего сгорания*. Основан на периодическом нагреве и охлаждении рабочего тела, с извлечением энергии из возникающего при этом изменении давления. Может работать не только от сжигания топлива, но и от любого источника тепла.

Схема работы механизма Стирлинга (рис. 13.5 а).

1. Внешний источник тепла нагревает газ в нижней части теплообменного цилиндра. Создаваемое давление толкает рабочий поршень вверх (вытеснительный поршень неплотно прилегает к стенкам).
2. Маховик толкает вытеснительный поршень вниз, тем самым перемещая разогретый воздух из нижней части в охлаждающую камеру.
3. Воздух остывает и сжимается, рабочий поршень опускается вниз.
4. Вытеснительный поршень поднимается вверх, тем самым перемещая охлаждённый воздух в нижнюю часть. И цикл повторяется

В машине Стирлинга движение рабочего поршня сдвинуто на  $90^\circ$  относительно движения поршня–вытеснителя. В зависимости от знака этого сдвига машина может быть либо двигателем, либо тепловым насосом. При сдвиге  $0^\circ$  машина не производит никакой полезной работы.

Достижением Стирлинга являлось добавление узла, который он назвал «эконом» или «регенератор». Он увеличивает производительность двигателя, удерживая тепло в тёплой части двигателя, в то время как рабочее тело охлаждается. Этот процесс намного повышает эффективность системы. Чаще всего регенератор представляет собой камеру, заполненную проволокой, гранулами, гофрированной фольгой (гофры идут вдоль

направления потока газа). Газ, проходя через наполнитель регенератора в одну сторону, отдаёт тепло регенератору, а при движении в другую сторону отбирает его.

Недостатки механизмов Стирлинга: громоздкость и материалоемкость за счет радиаторов; для повышения характеристик сравнимых с двигателем внутреннего сгорания (ДВС) применяют высокие давления (до 100 атм) и особые виды рабочего вещества (водород и гелий); тепло подается через стенки, что требует больших площадей теплообмена и медленная реакция на изменение нагрева для изменения мощности.

**Достоинства:** «всеседность» – двигатели Стирлинга могут работать при любой разности температур; простота конструкции, не нуждается в стартере, не нужна коробка передач; экономичность, кпд до 30%; экологичность – нет выхлопа, нет шума, полное сгорание топлива.

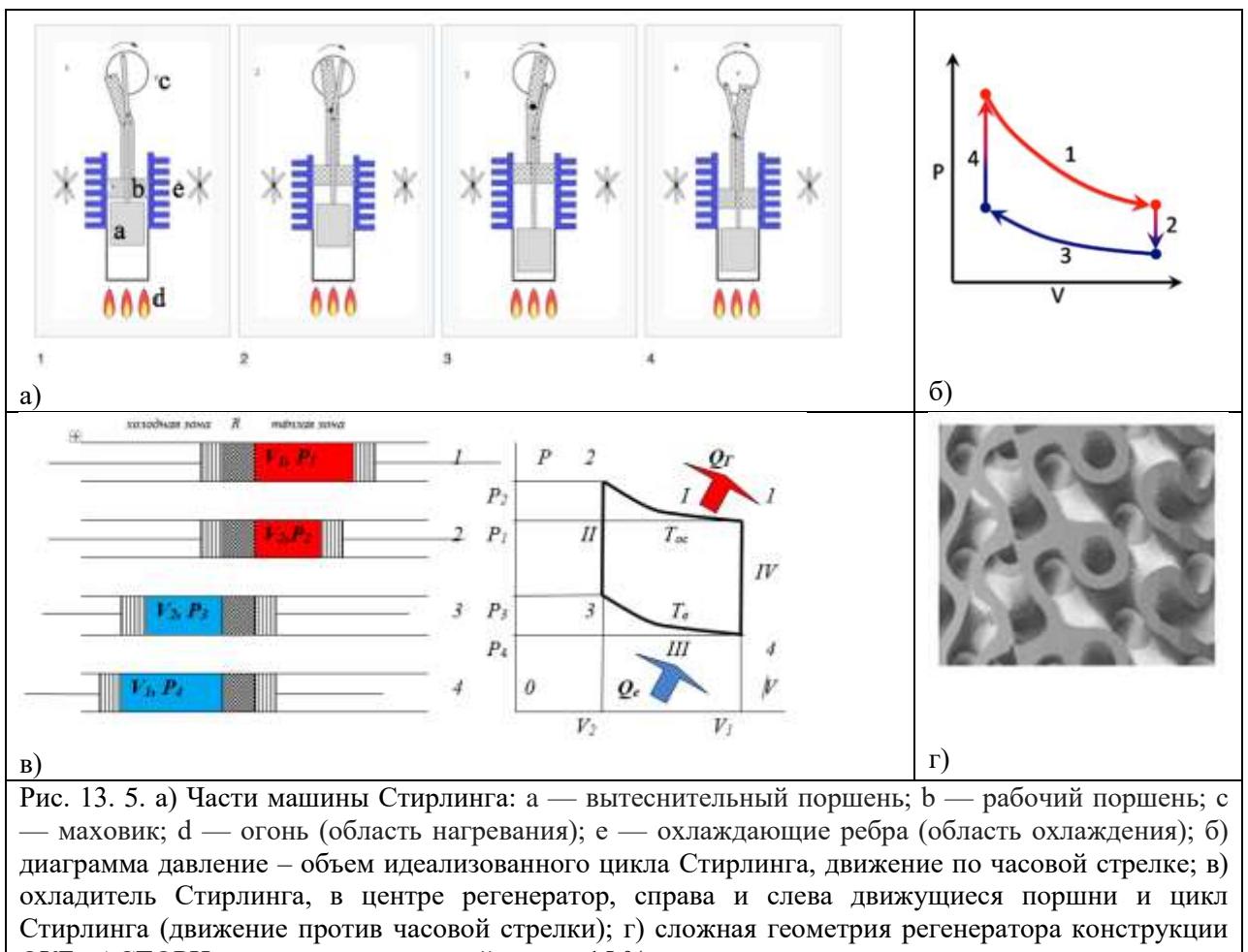


Схема обратного цикла Стирлинга для идеального газа рис. 13.5 в): 1–2 изотермическое сжатие с отводом тепла; 2–3 изохорное охлаждение; 3–4 изотермическое расширение с отдачей работы от газа и подведением тепла; 4–1 изохорный нагрев. Для выполнения обратного цикла Стирлинга механизм приводят в движение любым внешним двигателем.

Холодильные машины Стирлинга обладают рядом преимуществ по сравнению с другими криогенными машинами. Теоретически эффективность холодильных машин Стирлинга умеренного холода равна эффективности идеальной холодильной машины, работающей по циклу Карно. В качестве рабочих тел для машин Стирлинга обратного цикла могут применяться вещества, полностью отвечающие требованиям Венской конвенции по охране озонового слоя и Монреальского протокола по озоноразрушающим веществам. Поэтому широкое внедрение холодильных машин Стирлинга умеренного

холода (ХМС УХ) уже в ближайшее время позволило бы в комплексе "эффективность + экологическая чистота" решить проблему создания систем холоснабжения, соответствующих современным требованиям. Современный диапазон производительности данных машин колеблется от 1 Вт до 100 кВт, что позволяет их использовать в системах холоснабжения во многих областях промышленности и торговли. Преимуществами ХМС УХ являются: высокое значение холодильного коэффициента, широкий диапазон температур использования в области умеренного холода (от 0 до  $-80^{\circ}\text{C}$ ) и экологическая чистота рабочих тел (гелий, водород, азот, воздух). Механизмы, работающие по циклу Стирлинга, оказались эффективны для сжижения газов. Если не требуется больших объемов (например, в условиях лаборатории), то «стирлинги» выгоднее, чем турбинные установки.

Маленькие «Стирлинги» удобно применять для охлаждения частей в сверхточных приборах, например для охлаждения инфракрасных датчиков. Рабочие температуры при малых реальных мощностях (меньше 1 Вт) ниже 80 К.

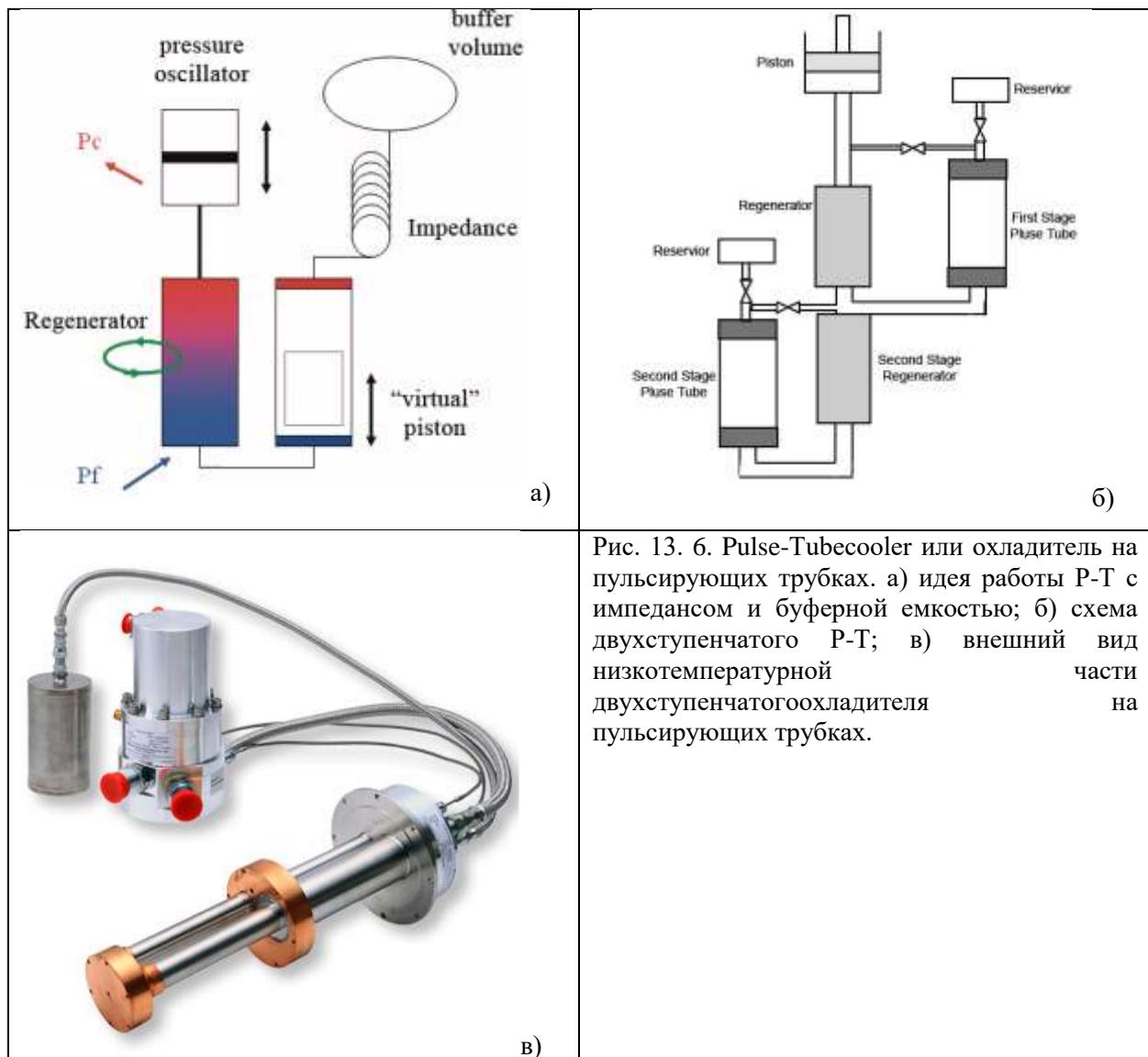


Рис. 13. 6. Pulse-Tubecooler или охладитель на пульсирующих трубках. а) идея работы Р-Т с импедансом и буферной емкостью; б) схема двухступенчатого Р-Т; в) внешний вид низкотемпературной части двухступенчатого охладителя на пульсирующих трубках.

**Pulse-Tubecooler.** Охладитель на пульсирующих трубках — тепловая машина, работающая на принципе двигателя Стирлинга. По сравнению с мотором Стирлинга имеет преимущество в том, что в области холода точки теплообмена отсутствуют движущиеся детали (Рис. 13.6 а). За счёт этого минимальная достижимая температура не ограничивается теплом, возникающим за счёт трения скольжения низкотемпературного

поршня и, кроме того, возможно получить очень компактные размеры охладителя. В режиме теплового насоса рабочий газ последовательно сжимается и расширяется, что приводит к периодическому изменению его температуры. Для получения направленного теплового потока газ перекачивается в принимающий цилиндр с целью пространственного разделения областей сжатия и расширения. Кроме того, газ проходит через регенератор — газопроницаемый материал с большой теплоёмкостью. Регенератор охлаждает газ в процессе сжатия и нагревается сам. В процессе расширения регенератор нагревает газ и охлаждается сам. Если рассматривать малый объём газа в середине пульсирующей трубы, то он периодически удаляется и приближается к регенератору. Таким образом, пульсирующая трубка действует как цилиндр и заменяет второй движущийся поршень (либо движущийся регенератор) двигателя Стирлинга. Перенос тепла возможен только при наличии временной задержки в движении газа по отношению к давлению (или температуре). В двигателе Стирлинга такая задержка реализуется механически. В пульсирующей трубке задержка создаётся за счёт нагревания/охлаждения стенок трубы. В разновидности с дросселем гораздо большая задержка создаётся при помощи буферного объёма (рис. 13.6 б) и в). Таким образом реализуется механизм Стирлинга без движущихся деталей и связанного с ними выделения тепла при трении поршня о стенки. Между регенератором и трубкой возникает место с минимальной температурой. Если поддерживать более тёплую точку при комнатной температуре, то более холодная может использоваться для охлаждения. В настоящее время с помощью Pulse-Tube'а достигнуты температуры охлаждения до 1.3 К.

Выше мы отмечали, как откачкой паров жидкого гелия достичь температур ниже 1 К. Минимальные температуры достижимые откачкой криогенных жидкостей это  $\sim 0,3$  К. Для достижения более низких температур требуются другие методы.

*Адиабатическое размагничивание.* В 1926 г. Джик и Дебай независимо друг от друга показали, что у парамагнитных веществ при достаточно низких температурах величина магнитокалорического эффекта должна быть большой, и что этот эффект можно использовать для охлаждения и получения низких температур.

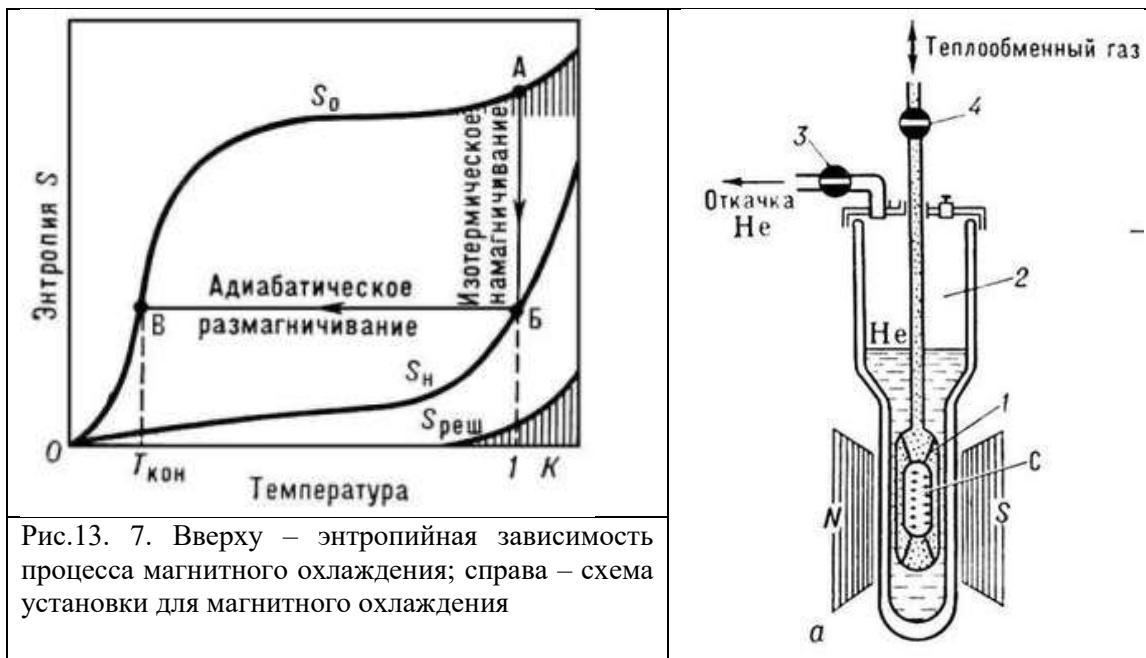


Рис.13. 7. Вверху – энтропийная зависимость процесса магнитного охлаждения; справа – схема установки для магнитного охлаждения

Для магнитного охлаждения применяют соли редкоземельных элементов, кристаллическая решётка которых содержит ионы Fe, Cr, Gd с отличным от нуля

собственным магнитным моментом. Парамагнитные ионы в кристаллической решётке разделены большим числом немагнитных атомов. Как следствие, магнитное взаимодействие ионов оказывается слабыми не способно упорядочить систему хаотически ориентированных спинов. При магнитном охлаждении применяется достаточно сильное внешнее магнитное поле порядка нескольких килоэрстед, которое упорядочивает направление спинов. При выключении внешнего поля (размагничивании парамагнетика) спины под действием теплового движения атомов (ионов) кристаллической решётки вновь приобретают хаотическую ориентацию. Если размагничивание осуществляется адиабатически (в условиях теплоизоляции), то температура парамагнетика понижается. Процесс магнитного охлаждения изображен на рис. 13.7 на термодинамической диаграмме в координатах температура  $T$  — энтропия  $S$ . На энтропию кристаллического парамагнетика, характеризующую неупорядоченность его структуры, свою долю вносят тепловые колебания атомов кристаллической решётки («тепловой беспорядок») и разориентированность спинов («магнитный беспорядок»). При  $T \rightarrow 0$  энтропия решётки  $S_{\text{реш}}$  убывает быстрее энтропии системы спинов  $S_{\text{магн}}$ , так что  $S_{\text{реш}}$  при температурах  $T < 1\text{ K}$  становится исчезающей малой по сравнению с  $S_{\text{магн}}$ .

Цикл магнитного охлаждения (рис. 13.7) состоит из 2 стадий: 1) изотермического намагничивания (линия АБ) и 2) адиабатического размагничивания парамагнетика (линия БВ). Перед намагничиванием температуру парамагнетика при помощи жидкого гелия понижают до  $T \sim 1\text{ K}$  и поддерживают её постоянной на протяжении всей 1-й стадии. Намагничивание сопровождается выделением теплоты и уменьшением энтропии до значения  $S_{\text{Н}}$ . На 2-й стадии магнитного охлаждения тепловое движение, разрушая упорядоченность спинов, приводит к увеличению  $S_{\text{магн}}$ . Однако в процессе адиабатического размагничивания энтропия парамагнетика в целом не меняется. Увеличение  $S_{\text{магн}}$  компенсируется уменьшением  $S_{\text{реш}}$ , то есть охлаждением парамагнетика.

Возможность охлаждения при размагничивании от  $H_1 = 5\text{ kЭ}$ ,  $T_0 = 1.1\text{ K}$

Соль	$T_1, \text{K}$	$\Theta_m, \text{K}$
$\text{Cr}(\text{No}_3)_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$	0.21	-
$\text{FeNH}_4(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$	0.090	0.065
$\text{Mn}(\text{NH}_4)_2(\text{SO}_4)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$	0.165	0.11
$\text{CuK}_2(\text{SO}_4)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$	0.099	-
$\text{Cd}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 8\text{H}_2\text{O}$	0.28	0.21
$\text{CrK}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$	0.20	0.095
$\text{Cr}(\text{NH}_3\text{CH}_3)(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$	0.21	-
$\text{Ce}_2\text{Mg}_3(\text{NO}_3)_{12} \cdot 24\text{H}_2\text{O}$	0.01	-

*Рефрижератор растворения.* Работа криостата на адиабатическом размагничивании носит периодический характер. Минимальная температура, достигнутая рефрижератором на размагничивании церий-магниевого нитрата, была  $2\text{ mK}$ . Для получения температур в  $\text{mK}$ -диапазоне в непрерывном режиме в настоящее время применяют рефрижераторы растворения. Базовая температура коммерческих рефрижераторов растворения  $\sim 10\text{ mK}$ . Минимальная температура, полученная в непрерывном режиме, рефрижератора растворения была  $2\text{ mK}$ .

Принцип работы рефрижератора растворения основан на особенности фазовой диаграммы смеси  $^3\text{He}-^4\text{He}$  (рис. 13.8). При температурах выше  $0,87\text{ K}$  изотопы гелия смешиваются в любых соотношениях. При охлаждении смеси до температур ниже  $0,87\text{ K}$  происходит разделение смеси на фазу богатую  $^3\text{He}$  и слабый раствор  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ . При расслоении более легкая первая фаза с избытком  $^3\text{He}$  находится над фазой богатой  $^4\text{He}$ . При охлаждении до низких температур в верхней фазе будет находиться чистый  $^3\text{He}$ , однако в нижней фазе концентрация  $^3\text{He}$  будет оставаться и при  $T=0\text{ K}$  в  $6,6\%$ . Если теперь удалить из нижней фазы какое-то количество  $^3\text{He}$ , то для сохранения равновесной концентрации  $^3\text{He}$  в этой фазе произойдет переход атомов  $^3\text{He}$  из верхней фазы.

Энталпия раствора, рассчитанная на 1 моль  $^3\text{He}$  в растворе, существенно больше энталпии концентрированного  $^3\text{He}$ . Такое растворение  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  при постоянном давлении сопровождается поглощением теплоты. В изотермических условиях количество поглощенного тепла определяется выражением

$$\dot{Q} = \dot{n}_3 [H_3(x_l, T) - H_3(x_u, T)] = T \dot{n}_3 [S_3(x_l) - S_3(x_u)]$$

где  $\dot{n}_3$  скорость циркуляции  $^3\text{He}$  в системе,  $H_3(x_l, T)$  и  $H_3(x_u, T)$  энталпия одного моля раствора в верхней и нижней фазах при температуре  $T$  и концентрациях гелия-3  $x_l$  (нижняя фаза богатая  $^4\text{He}$ ) и  $x_u$  (верхняя фаза почти чистого  $^3\text{He}$ ),  $S_3$  молярная энтропия  $^3\text{He}$  в соответствующих фазах. Максимальная производительность рефрижератора растворения определяется температурой камеры растворения (и энтропией смесей в верхней и нижней фазах) при условии, что температура чистого гелия-3, попадающая в камеру растворения, равна температуре камеры:

$$\dot{Q}_{max} = 84 \dot{n}_3 T_{MC}^2, [\text{W}]$$

или минимальная температура камеры растворения определяется как

$$T_{min} = (\dot{Q}/84 \dot{n}_3)^{1/2}$$

Для непрерывной работы процесса адиабатического растворения необходимо непрерывно удалять  $^3\text{He}$  из нижней фазы сверхтекущего гелия и добавлять его в верхнюю фазу чистого  $^3\text{He}$ . Это обеспечивается разделением используемых  $^3\text{He}$  и  $^4\text{He}$ , для чего при температуре в 0,6–0,8 К производится откачка паров гелия. Т.к. при таких температурах давление паров  $^4\text{He}$  пренебрежимо мало, то в камере испарения откачивается почти чистый  $^3\text{He}$ . Чистый  $^3\text{He}$  возвращается в камеру растворения. Однако для успешной работы системы в режиме циркуляции необходимо достаточно эффективно охлаждать возвращающийся поток гелия и обеспечивать достаточное давление на входе в камеру растворения для конденсации  $^3\text{He}$ . Схема криостата растворения приведена на рис. 13.8 б), разберем детали его конструкции и особенности их работы.

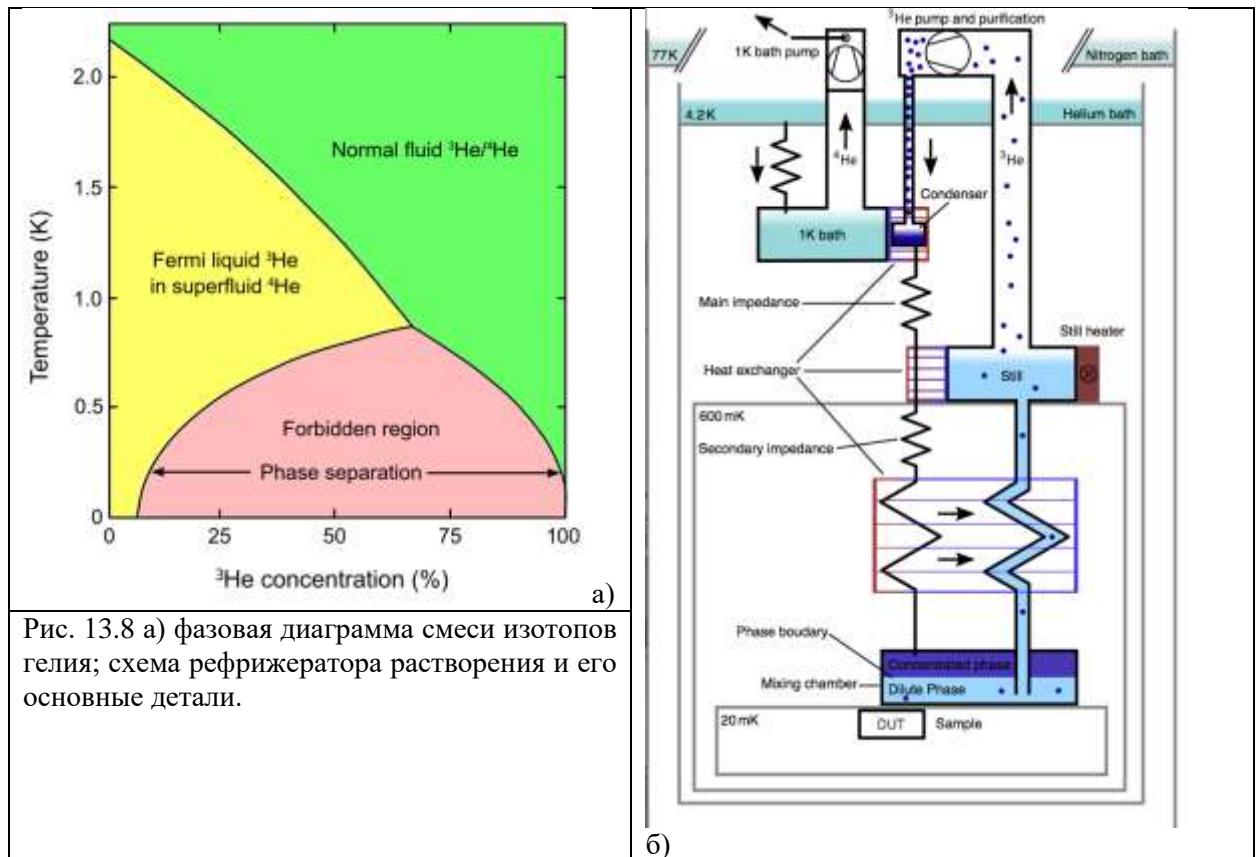


Рис. 13.8 а) фазовая диаграмма смеси изотопов гелия; схема рефрижератора растворения и его основные детали.

Криостат заполнен гелием-4 при атмосферном давлении, температура гелия 4,2 К (heliumbath). Критическая температура гелия-3 равна 3,35 К, при давлении в 1 атм температура кипения  ${}^3\text{He}$  = 3,19 К, но, обычно, давление  ${}^3\text{He}$  при циркуляции существенно меньше атмосферного и для конденсации  ${}^3\text{He}$  необходимо иметь на входе в низкотемпературную часть установки температуру порядка 1 К, что обеспечивается 1 К камерой (1Krot или 1Kbath). Работа градусной ванны обеспечивается наличием гидравлического сопротивления (импеданса Z), создающего разность давлений  $\Delta P$  1 атм между внешней ванной и внутренним откачиваемым объемом. При скорости прокачки жидкого гелия  $\dot{V}$  при средней вязкости  $\eta$  величина импеданса Z определяется как:

$$Z = \Delta P / \dot{V}\eta$$

Типичная величина импеданса для градусной камеры должна быть порядка нескольких единиц на  $10^{11} \text{ см}^{-3}$  и может быть обеспечена капилляром с внутренним диаметром в  $0,05 \div 0,1$  мм и длиной в несколько метров. Длину капилляра можно уменьшить до нескольких десятков см если поместить внутрь капилляра проволоку. Если импеданс будет больше требуемой величины, то гелий не будет успевать поступать в камеру; при малом импедансе – поступление гелия будет излишним и низкой температуры можно просто не достичь.

При температуре в 1,5 К гелий-3 конденсируется при давлении в 55 мм рт. ст., так что в линии циркуляции также необходимо иметь несколько импедансов для создания разности давлений: на выходе из градусной ванны (main impedance) и на входе в систему теплообменников (secondary impedance). Сопротивление главного импеданса имеет порядок  $Z \approx 10^{12} \text{ см}^{-3}$ , что позволяет создавать на входе в 1 К камеру достаточное давление (30-200 мбар) для конденсации  ${}^3\text{He}$ . Сконденсированный гелий-3 охлаждается далее при контакте с камерой испарения. Такой теплообмен с одной стороны охлаждает поступающий в прибор поток гелия-3, с другой стороны – подогревает камеру испарения, температура которой определяет давление откачиваемого газа и, соответственно, скорость откачки и скорость непрерывной циркуляции гелия-3 в процессе работы рефрижератора. Температура камеры испарения обычно дополнительно подогревается до 0,7 К. Гидравлическое сопротивление вторичного импеданса  $Z \approx 10^{11} \text{ см}^{-3}$ . Повышение давления, которое создает вторичный импеданс, предохраняет сконденсированный  ${}^3\text{He}$  от повторного испарения на уровне камеры испарения.

Наиболее существенной деталью рефрижератора растворения являются теплообменники, которые обеспечивают охлаждение поступающего в камеру растворения гелия-3 за счет холодного потока гелия-3 из фазы, богатой  ${}^4\text{He}$ . Процесс движения гелия-3 из нижней части камеры растворения в камеру испарения происходит за счет разности осмотических давлений  ${}^3\text{He}$  в камере растворения и камере испарения, откуда гелий-3 постоянно удаляется откачкой.

Теплообменники бывают двух типов – непрерывные и дискретные (ступенчатые). Непрерывные теплообменники – это тонкостенные трубы в трубке с зазором 0,1-0,2 мм, практическая длина таких теплообменников 40-200 см. Ступенчатые теплообменники обычно применяют в рефрижераторах, сконструированных для достижения наиболее низких температур. Внутренние полости таких теплообменников, разделенные на две части для прямого и обратного потоков гелия-3, заполняются спеченным порошком меди или серебра. Так Джордж Пиккет(GorgePickett) в Ланкастерском университете (Англия) достиг температуры в непрерывном режиме в 1,8 мК при циркуляции в 0,27 ммоль/с. В рефрижераторе использовалось 15 дискретных теплообменников, каждый из которых был покрыт спеченным порошком серебра (по 190 гр 70 нм частиц серебра). Реальная площадь таких теплообменников достигает десятков  $\text{m}^2$  на грамм порошка, что принципиально важно для низких температур из-за высокого сопротивления Капицы. Охлажденный до температуры камеры растворения поток  ${}^3\text{He}$  попадает в верхнюю фазу чистого  ${}^3\text{He}$ , адиабатически растворяется в смеси  ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$ , далее движется диффузационно к камере испарения и процесс повторяется.

В рефрижераторе растворения возможен разовый режим, когда  ${}^3\text{He}$  не возвращается в камеру растворения, что уменьшает общий теплоприток в сторону камеры растворения. При этом весь имеющийся в камере растворения  ${}^3\text{He}$  переходит в фазу богатую  ${}^4\text{He}$ , что позволяет достичь более низких температур.

### *Кристаллизационный криостат. Эффект Померанчука.*

Кристаллизационный криостат  ${}^3\text{He}$  основан на использовании эффекта Померанчука, согласно которому в области температур 1-300 мК величина производной  $dT/dP$  на кривой плавления  ${}^3\text{He}$  отрицательна (Рис. 13.9 а), физические причины особенностей фазовой диаграммы  ${}^3\text{He}$  обсуждались в 10 главе. Адиабатическое сжатие  ${}^3\text{He}$  приводит к понижению его температуры с одновременным образованием твёрдой фазы. Практически кристаллизация  ${}^3\text{He}$  позволяет получить  $T < 1 \text{ mK}$ , если  ${}^3\text{He}$  был предварительно охлаждён до 10-30 мК. На рис. 13. 9 б) приведена схема кристаллизационной камеры. Камера с подвижными стенками, заполненная  ${}^3\text{He}$ , соединена хладопроводом с рефрижератором, обеспечивающим предварительное охлаждение (обычно криостат растворения  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$ ). Давление  ${}^3\text{He}$  в компрессионной камере поднимают через линию заполнения  ${}^3\text{He}$  до  $2,93 * 10^6 \text{ Pa}$  (29,3 бар), что соответствует минимуму на кривой плавления  ${}^3\text{He}$ . Дальнейшее сжатие  ${}^3\text{He}$  через систему заполнения невозможно, т. к. в последней образуется пробка твёрдого  ${}^3\text{He}$  в области, соответствующей температуре  $\approx 300 \text{ mK}$ . Дальнейшее повышение давления в компрессионной камере обычно осуществляется прессом, заполненным  ${}^4\text{He}$ .

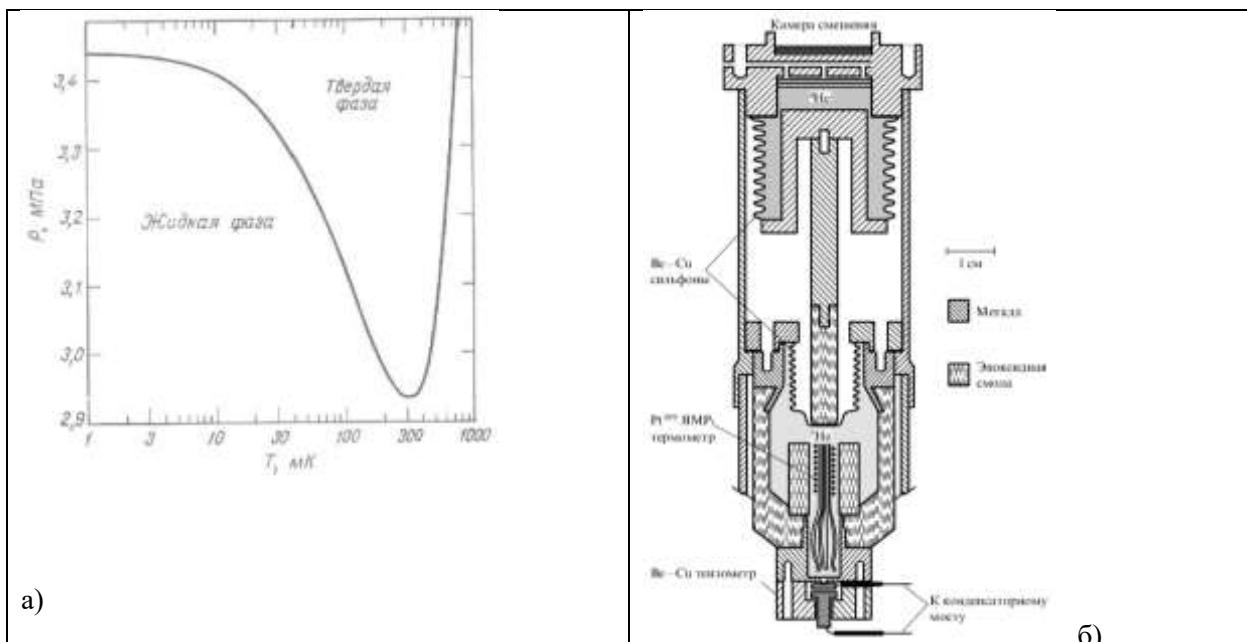


Рис. 13.9. а) Кривая плавления  ${}^3\text{He}$  при сверхнизких температурах; б) схема кристаллизационной камеры, в которой впервые был получен сверхтекучий  ${}^3\text{He}$  (Osheroff D D, Richardson R C, Lee D M, Phys. Rev. Lett., **28**, 885 (1972)).

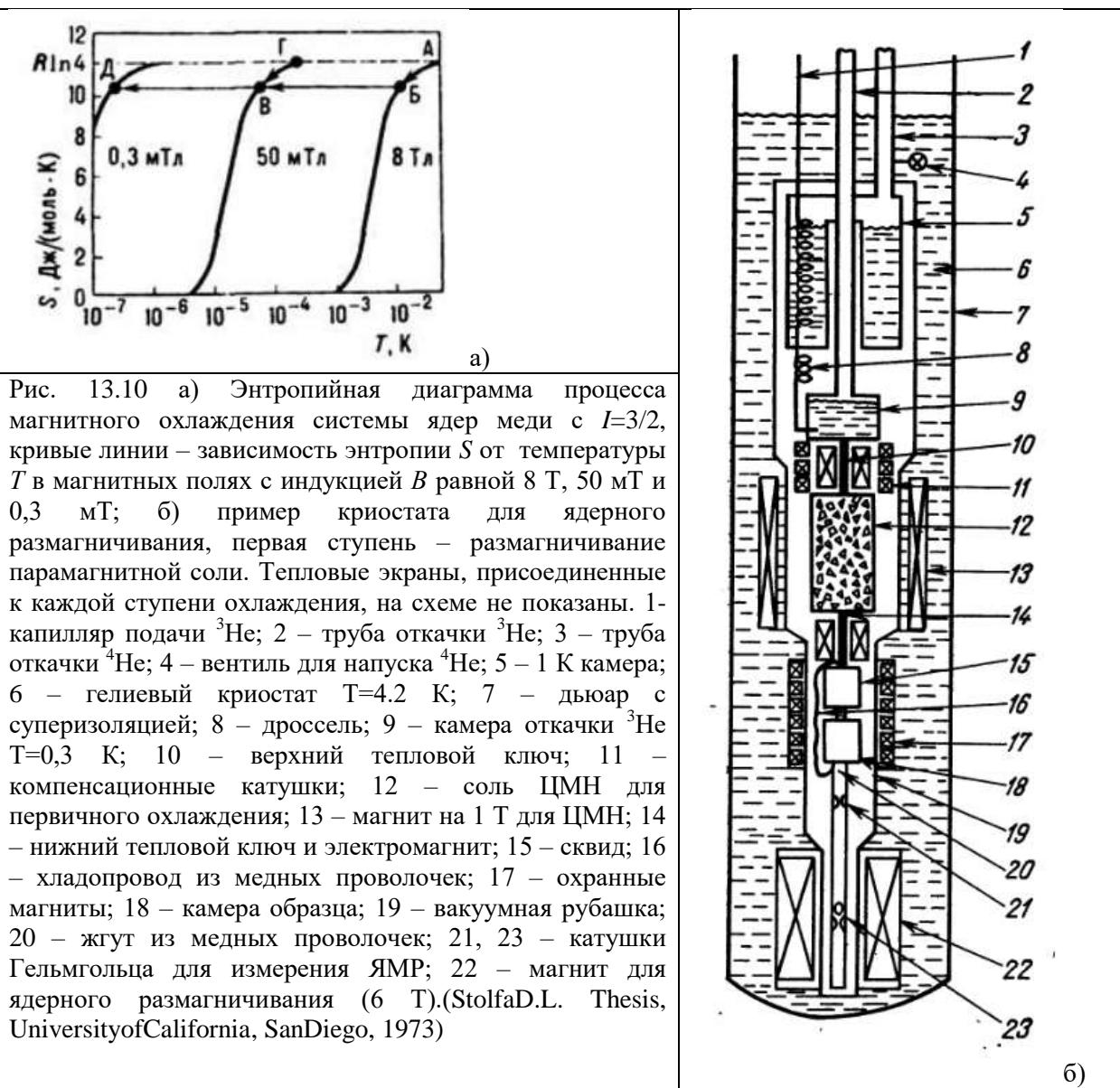
Изменение объема при полном превращении жидкого гелия-3 в твердую фазу  $\Delta V/V \approx 5\%$ .

**Ядерное размагничивание.** Значительно более низких температур удалось достичнуть, используя парамагнетизм уже не атомов (ионов), а атомных ядер. Магнитные моменты ядер примерно в тысячу раз меньше спиновых магнитных моментов электронов, определяющих моменты парамагнитных ионов. Поэтому взаимодействие ядерных магнитных моментов значительно слабее взаимодействия моментов ионов. Для намагничивания до насыщения системы ядерных магнитных моментов даже при  $T = 1 \text{ K}$  требуются сильные магнитные поля ( $\sim 10^7 \text{ э}$ ). Практически применяют поля в  $10^5 \text{ э}$ , но

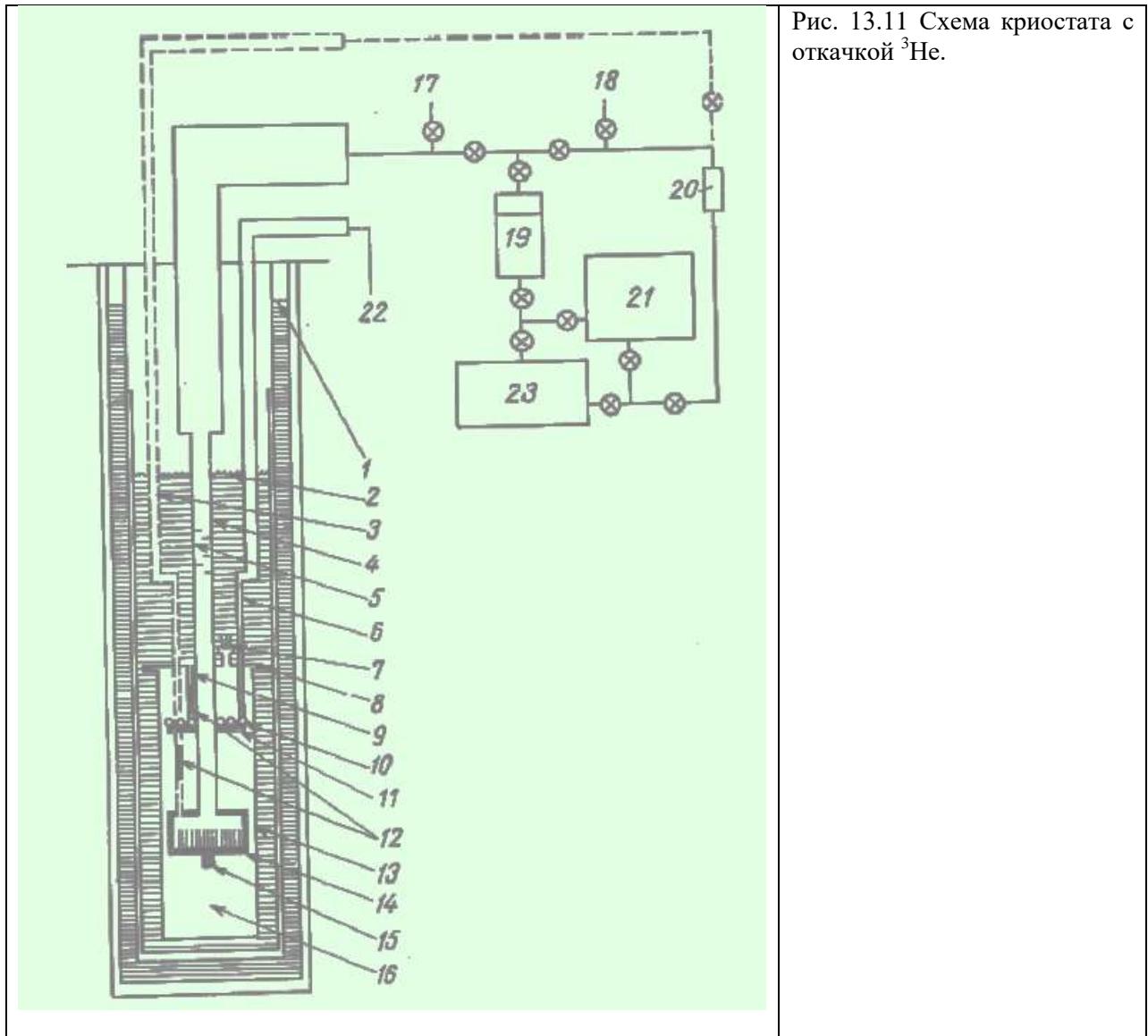
тогда необходимы более низкие температуры ( $\sim 0,01$  К) для выстраивания ядерных магнитных моментов по полю. При исходной температуре  $\sim 0,01$  К адиабатическим размагничиванием системы ядерных спинов (например, в образце меди) удаётся достичь температуры  $10^5$ — $10^6$  К. Однако до этой температуры охлаждается не весь образец. Полученная температура (её называют спиновой) характеризует интенсивность теплового движения в системе ядерных спинов сразу после размагничивания. Электроны же и кристаллическая решётка остаются после размагничивания при исходной температуре  $\sim 0,01$  К. Последующий обмен энергией между системами ядерных и электронных спинов (посредством спин-спинового взаимодействия) может привести к кратковременному охлаждению всего вещества до  $T \sim 10^{-4}$  К.

Термодинамическая процедура ядерного охлаждения следующая. После намагничивания системы при температуре около 0,5 К она охлаждается (рис. 13.10 а), при этом точка, характеризующая состояние системы, движется вдоль линии А—Б ( $B_f=8$  Т), что соответствует начальной температуре  $T_i=10$  мК; затем магнитное поле уменьшается до значения  $B_f=50$  мТв точку В, что соответствует  $T_f \sim 0,1$  мК; на рисунке также проиллюстрирован эксперимент по глубокому охлаждению ядер меди (Б—Д), в котором удается получить температуру ядер в  $\sim 10$  нК.

На рис. 13.10 б) приведена схема криостата ядерного размагничивания, предварительная ступень охлаждения которого — это адиабатическое размагничивание парамагнитной соли.



**Теплофизические проблемы при конструировании низкотемпературных приборов.** Основная проблема при конструировании и использовании в экспериментах низкотемпературных приборов заключается в первую очередь в теплопритоках из окружающей среды в объем, занимаемый исследуемым веществом. Это определяет в первую очередь минимальные температуры, которые удастся получить в данном приборе, и время, в течении которого можно будет проводить исследования. В качестве примера рассмотрим криостат для проведения исследований при температурах до 0.3 К, достигаемых откачкой паров  $^3\text{He}$  (Рис 13.11).



Минимальная температура в приборе достигается откачкой  $^3\text{He}$  из низкотемпературной камеры (14) через линию откачки  $^3\text{He}$  (4) с помощью диффузионного (19) и форвакуумного (21) насосов. После окончания эксперимента  $^3\text{He}$  хранится в баллоне (23). Обычно давление  $^3\text{He}$  при хранении в баллоне ниже атмосферного во избежание потери газа при случайной течи. Для непрерывной работы криостата  $^3\text{He}$  после насосов через систему очистки (20) возвращается в низкотемпературную камеру, предварительно охлаждаясь в дьюаресвободнопарящего  $^4\text{He}$  (2) с температурой 4.2К (3), затем на 1 К камере (11). Для достижения хорошего теплового контакта линии возврата  $^3\text{He}$  капилляр припаивается на большой площади к 1К камере (10). Как мы уже упоминали для успешной работы градусной камеры необходимо установить дроссель (12) который

позволяет создавать разность давлений в 1 атм между гелиевой ванной и 1К камерой. Откачка 1 К камеры производится по трубе откачки (6) внешним насосом (22). Аналогичный дроссель (импеданс) стоит на линии возврата  $^3\text{He}$  в низкотемпературную камеру (12), что позволяет конденсировать газообразный  $^3\text{He}$  в жидкость на 1 К камере. 1 К и  $^3\text{He}$  камеры помещены в вакуумную рубашку (13), изолирующую низкотемпературную часть установки от 4.2 К ванны. Для проведения исследований свойств образца в вакуумную рубашку входят измерительные провода (7) также охлаждаемые и на 1 К камере, и на камере  $^3\text{He}$ . Для уменьшения потерь свободнопарящего жидкого гелия гелиевая ванна, изолированная вакуумной полостью, помещается в азотный дьюар (1). Разберем теперь принципиальные возможности теплопритоков в таком приборе.

Приток тепла во внутренний объем прибора определится двумя возможными механизмами передачи тепла: теплопроводностью и излучением. Как мы увидим – конвекцией в таких конструкциях можно пренебречь.

Азотный дьюар – теплопроток по внутренним стенкам и излучение поверхностей от комнатной температуры  $T_R$ . Гелиевая 4.2 К ванна – теплопроток по внутренней стенки от азотного дьюара и излучение от  $T_{N2}$ , теплопроток от  $T_R$  по трубкам откачки (4) и (6) и капилляру возврата  $^3\text{He}$ . Теплоизлучение идет от комнатной температуры по внутреннему объему гелиевой ванны и по трубкам откачки (4) и (6), причем излучение по трубе откачки  $^3\text{He}$  может греть самое холодное место в приборе. Для уменьшения теплопротока по стенкам дьюара и трубам откачки их делают из материалов с плохой теплопроводностью и выбирают трубы с тонкими стенками. Для уменьшения теплопротока по линии возврата  $^3\text{He}$  – длинный тонкостенный мельхиоровый капилляр навивают в змеевик для интенсивного охлаждения в парах гелия и в самом жидкому гелию. Для уменьшения нагрева за счет излучения внутренние поверхности вакуумных полостей гелиевой ванны и азотного дьюара полируют, в пространстве над уровнем жидкого гелия гелиевой ванны на трубах откачки ставят изоляционные экраны из жести и пенопласти, препятствующие прямому «свечению» от плоскостей при комнатной температуре. Несмотря на малое сечение труб откачки для уменьшения излучения от  $T_R$  внутри труб ставят несколько сегментов из полированной меди (5), исключающих прямые лучи вдоль трубы (4). Особенно важна такая предосторожность для труб откачки  $^3\text{He}$ , в том числе для рефрижераторов растворения. Еще один источник теплопротока – это сверхтекучая пленка  $^4\text{He}$ , которая поднимается вверх по трубе откачки в 1К камере. Толщина такой сверхтекучей пленки ~30 нм и поднимается она до точки, где температура стенок достигает  $T_\lambda$ . Из всего вышесказанного следует, что для успешной работы низкотемпературного прибора необходимо достаточно аккуратно и вдумчиво подходить к выбору материалов для его изготовления.

Теплопроводность конструктивных материалов. Физические основы теплопроводности мы разбирали ранее, рассмотрим технические параметры материалов, используемых при конструировании низкотемпературных приборов. Хорошие проводники тепла – это чистые металлы, за счет уменьшения электрон-фононного рассеяния теплопроводность проводников возрастает при понижении температуры. На рис. 13.12 хорошо видно, что чистая электролитическая медь, чистый алюминий, серебро являются хорошими проводниками тепла. Любые сплавы из этих металлов, как например, латунь, дюраль имеют теплопроводности близкие по величине к теплопроводности чистых металлов при комнатной температуре (выше температуры Дебая), но теплопроводность сплавов монотонно падает с охлаждением. При гелиевых температурах различие в теплопроводности может достигать двух порядков. Плохими проводниками тепла являются такие сплавы меди с никелем как мельхиор, монель, константан, сплавы нейзильбер, никром, нержавеющая сталь. Нержавеющая сталь обычно используется как внешний несущий корпус криостатов.

Из непроводящих материалов, имеющих хорошую теплопроводность, наиболее часто применяются кварц и сапфир, теплопроводность которых растет с охлаждением. Максимум теплопроводности этих диэлектрических кристаллов приходится на диапазон температур 10-20 К. Кварцевое стекло, обычное стекло разных марок имеют существенно более низкий коэффициент теплопроводности как и полимерные материалы. Тефлон, полистирол, нейлон используют, например, как прокладки между стенками вакуумной полости криостата для обеспечения зазор между стенками и для уверенности в отсутствии прямого теплового контакта двух металлических стенок. Стоит напомнить о малой теплопроводности электронной системы металлов в сверхпроводящем состоянии, что позволяет использовать сверхпроводники в качестве тепловых ключей.

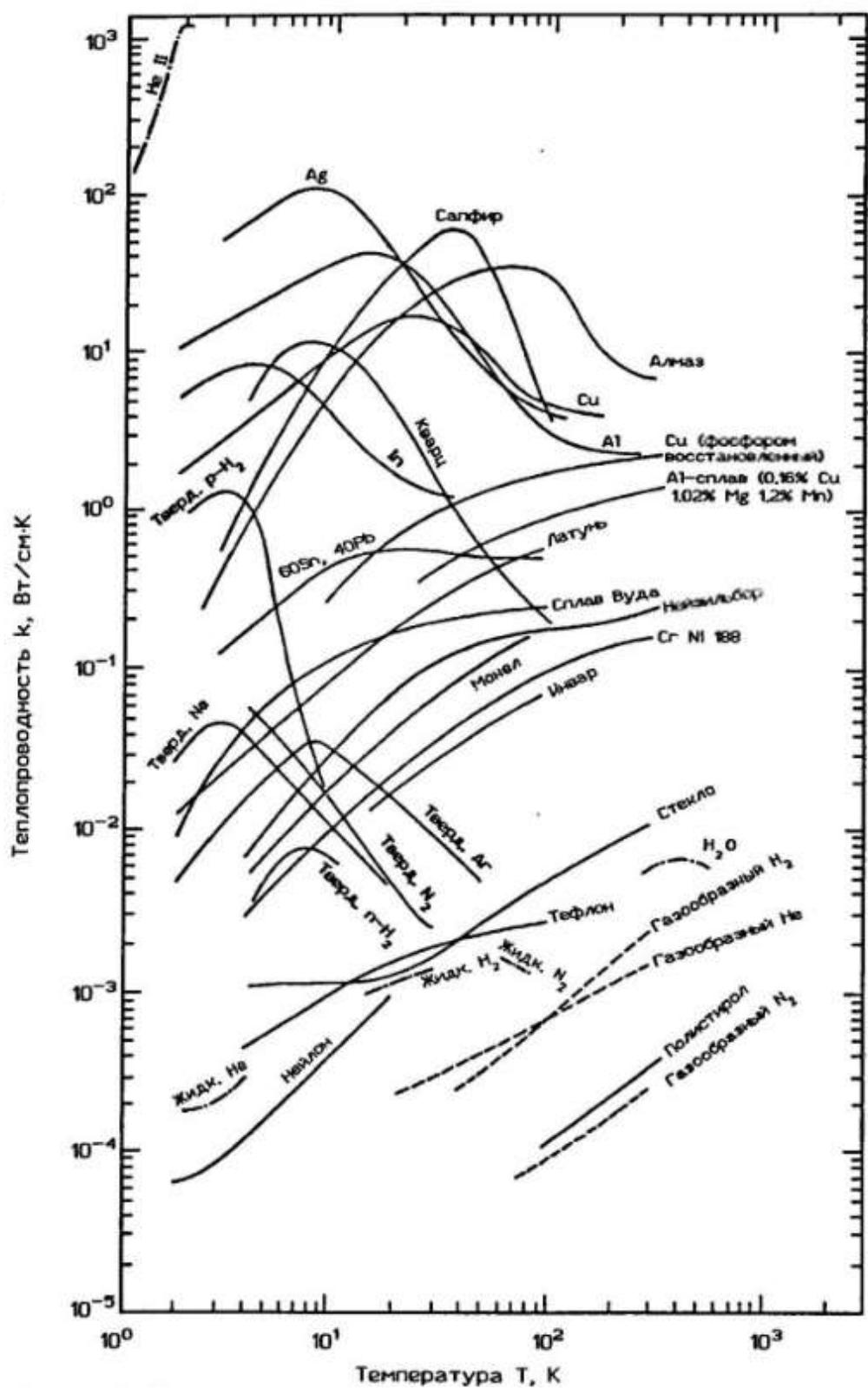


Рис. 13.12 Примерные величины теплопроводности различных конструкционных материалов.

#### *Вычисление притока тепла по элементам конструкции.*

Существенно облегчает расчет притока тепла при большой разности температур на концах теплопровода использование средних величин теплопроводности материалов. Например, для расчета потока тепла по трубке откачки, нижний конец которой имеет температуру жидкого гелия, а верхний находится при комнатной температуре. В таблице приведены примерные величины для таких расчетов.

Средние значения теплопроводности  $\kappa$ W/(см\*К) при указанных разностях температур

	300 К 77 К	300 К 4 К	77 К 4 К	4 К 2 К
Стекло пирекс	0,0082	0,0068	0,0025	0,0007
Нержавеющая сталь (18%Cr + 9%Ni + 2-3% Mn, Nb, Si, Ti + Fe)	0,123	0,103	0,045	0,0022
Монель (66%Ni + 2%Fe + 2% Mn + 30% Cu)	0,207	0,183	0,113	0,007
Нейзильбер (47%Cu + 41%Zn + 9% Ni + 2% Pb)	0,2	0,18	0,12	0,005
Константан (60%Cu + 40% Ni), проволока	0,22	0,2	0,14	0,006
Латунь (70%Cu + 30%Zn)	0,81	0,67	0,26	0,015
Медь (фосфорная дезоксидированная)	1,91	1,63	0,8	0,07
Медь (электролитическая тянутая)	4,1	5,7	9,8	4

### Теплопередача излучением.

Как хорошо известно, любая поверхность, находящаяся при температуре  $T$  излучает тепло, определяемое законом Стефана-Больцмана. Тогда если одна поверхность вставлена в другую (типичная ситуация для двойного азотно-гелиевого дьюара), то поток тепла за счет излучения определится как

$$\frac{\dot{Q}}{A_1} = \sigma \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} (T_2^4 - T_1^4)$$

Эта формула выражает баланс потока тепла с поверхности с более высокой температурой, обозначенной индексом 2 на поверхность с более низкой температурой – индекс 1.  $A$  – площадь поверхности,  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана,  $\varepsilon$  – коэффициент поглощающей способности поверхности = 1 – абсолютно черное тело и = 0 – идеальный отражатель. Но какая связь между поглощением и излучением? По закону Кирхгофа, отношение излучательной способности любого тела к его поглощающей способности одинаково для всех тел при данной температуре для данной частоты и не зависит от их формы и химической природы. Таким образом если поглощение равно 1, то и в формуле для излучательной способности  $\varepsilon=1$ . Близким к единице коэффициентом поглощения обладает сажа и платиновая чернь. Сажа поглощает до 99 % падающего излучения в видимом диапазоне длин волн, однако инфракрасное излучение поглощается ею значительно хуже. Наиболее чёрное из всех известных веществ — изобретённая в 2014 году субстанция Vantablack, состоящая из параллельно ориентированных углеродных нанотрубок— поглощает 99,965 % падающего на него излучения в диапазонах видимого света, микроволн и радиоволн.

Характерные величины энергий для излучения абсолютно черного тела:

$$\dot{Q}(300 \text{ K}) = 46 \text{ mW/cm}^2 \quad \dot{Q}(77 \text{ K}) = 200 \mu\text{W/cm}^2$$

При конструировании криостатов и низкотемпературных приборов используют полированные металлы, металлы, электролитически покрытые золотом, коэффициент поглощения которых сильно меньше 1.

Качество поверхности металла	Коэффициент излучения
Необработанное, окрашенное	0,5÷0,8
Чистый полированный металл	0,01÷0,15
Суперизоляция	0,05 и меньше

Стоит заметить, что полировка металла резко уменьшает передачу тепла излучением. Так при коэффициенте черноты (излучения) в 0,1  $\dot{Q}$  падает почти в 20 раз.

**Суперизоляция.** Для уменьшения теплопередачи в вакуумной полости криостатов, особенно без азотного охлаждения, используют суперизоляцию. Многослойная вакуумная суперизоляция состоит из щитового материала (экрана), прокладочного материала и

**пленочного** материала. Типичным материалом для экранирования излучения между стенками криостатов является полированная позолоченная полимерная пленка, которая имеет излучательную способность 0,01 и которая отражают почти весь инфракрасный свет. Прокладочный материал предназначен для ограничения передачи тепла из-за теплопроводности между двумя экранами, разделяя их от механического контакта по большой поверхности. Это может быть полимерная сетка, используемая как экран, для снижения передачи тепла. Пленочный материал является одним из наиболее важных компонентов в слоистой изоляции, потому что он добавляет прочности материалу экрана, что позволяет наматывать суперизоляцию вокруг криогенного бака. Типичные пленочные материалы это майлар, кэптон, тэдлар и тефлон. Широко используется пленка и прокладка из майлара с алюминиевым покрытием на одной или на обеих сторонах листа полимера и стекловолокнистой бумагой в качестве прокладочного материала. Чередующиеся слои пленочного материала, экранов и slaboprovodящего прокладочного материала позволяют резко снизить теплопередачу за счет излучения, подавить конвекцию при наличии остатков газа или при его натекании в вакуумированное пространство.

**Провода.** Еще один источник тепла – провода, без которых невозможно провести измерения. При установке проводов в криостат необходимо изначально определить цели конкретных проводов и условия их работы. Примерные характеристики измерительных цепей и применяемые для этого провода приведены в таблице

Электрические требования	Типичное применение	Возможное решение
Ток <<0.1 А; напряжение <50 В	Термометры сопротивления (4 провода)	0,1 мм константановая или манганиновая проволока в эмалевой и шелковой изоляции
Ток <2 А; напряжение <50 В	Маломощные нагреватели	0,1÷0,2 мм медная проволока в эмалевой и шелковой изоляции, при Т ниже 8 К - сверхпроводник
Ток 2÷150 А; напряжение <50 В	Питание сверхпроводящего соленоида	В высокотемпературной части криостата толстые медные провода, ниже - сверхпроводник
Ток <<1 А; напряжение 50÷500 В	Высоковольтные приборы, например пьезоэлементы	Тонкие медные провода в тефлоновой изоляции, тонкий коаксиальный кабель
Сигналы с низким уровнем наводок	Точные низкотемпературные измерения	Витая пара, тонкий коаксиальный кабель
Высокие частоты и малые поглощения	Радиочастотные измерения	Полосковые волноводы, витые пары, коаксиальный кабель, волноводы

Любые провода, вводимые в криостат, необходимо, по возможности, охлаждать при всех базовых температурах. Для криостата растворения охлаждение должно быть в гелиевой ванне, на 1 К камере, на камере испарения, в нескольких местах на линии теплообменников и, наконец, на камере растворения. Для эффективного охлаждения пучка измерительных проводов наиболее подходящая их форма в виде плоской ленты, которая наматывается на медный стержень хладопровода (рис. 13.13 а) и проклеивается. Плоскую ленту из требуемых проводов достаточно легка изготовить с использованием простого приспособления (рис. 13.13 б)). После натягивания проводов их можно проклеить любым мягким kleem (например IBM varnish или VGE-7031) для сохранения формы ленты.

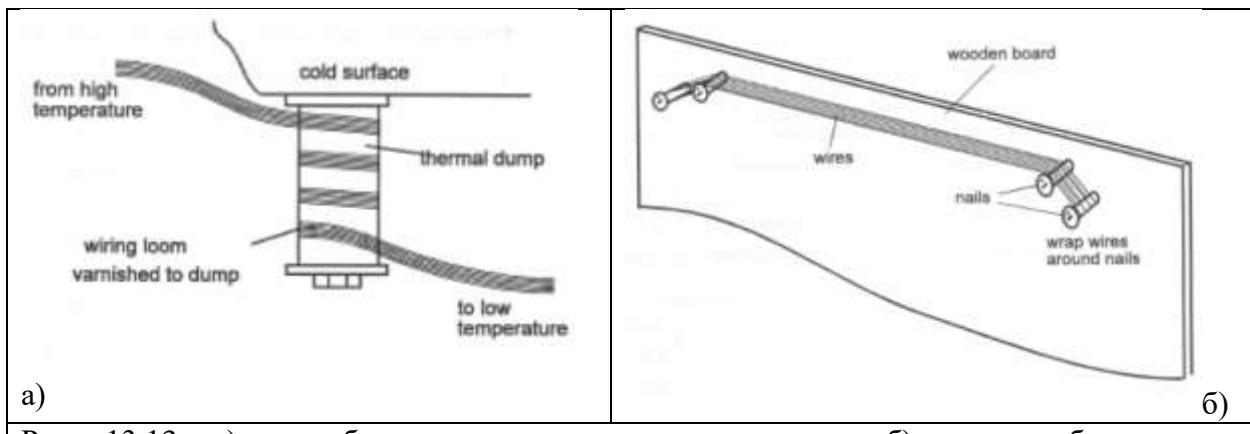


Рис. 13.13. а) способ охлаждения ленты проводов и б) приспособление для формирования из проводов ленты

**Сверхпроводящие устройства.** Переход металла в сверхпроводящее состояние сопровождается изменением двух физических свойств: во-первых, сопротивление металла становится равным нулю, т.е. ток по проводу течет без джоулевых потерь, это позволяет использовать сверхпроводники как катушки для создания магнитных полей, потери в которых исчезающие малы; во-вторых, при переходе металла в сверхпроводящее состояние теплопроводность его резко уменьшается, что позволяет с помощью сверхпроводников создавать тепловые ключи, теплопроводность которых можно менять.

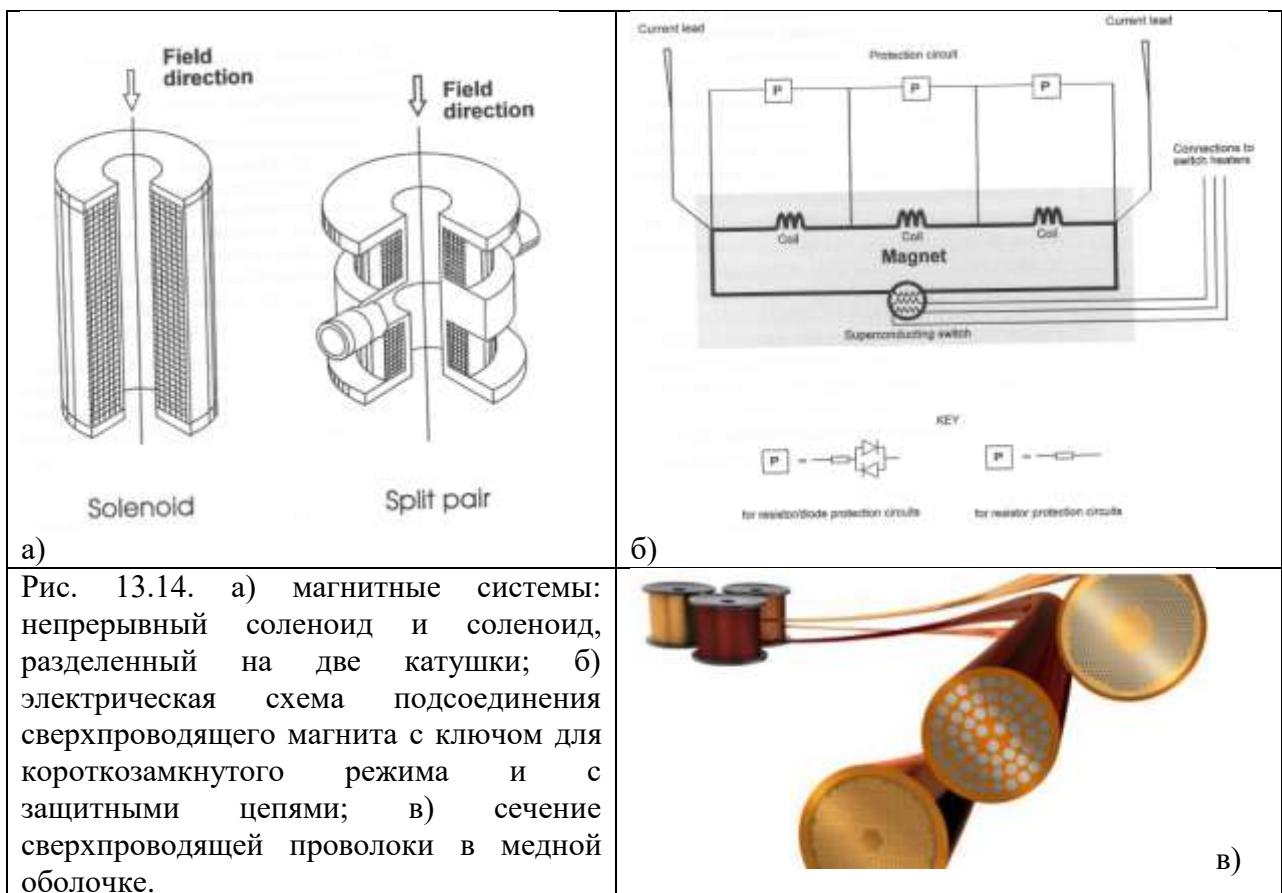


Рис. 13.14. а) магнитные системы: непрерывный соленоид и соленоид, разделенный на две катушки; б) электрическая схема подсоединения сверхпроводящего магнита с ключом для короткозамкнутого режима и с защитными цепями; в) сечение сверхпроводящей проволоки в медной оболочке.

**Сверхпроводящий соленоид** представляет собой электромагнит, катушки которого изготовлены из сверхпроводящего провода. В сверхпроводящем состоянии такие обмотки не имеет электрического сопротивления и могут проводить гораздо большие электрические токи, чем обычные провода, создавая интенсивные магнитные поля. Эксплуатация таких соленоидов дешевле, так как энергия не рассеивается в виде тепла в

обмотках магнита. Максимальное магнитное поле, достижимое в сверхпроводящем магните, ограничено критическим полем, которое для сверхпроводников второго рода является его верхним критическим полем. Другим ограничивающим фактором для сверхпроводящих соленоидов является «критический ток», при котором материал перестает быть сверхпроводящими.

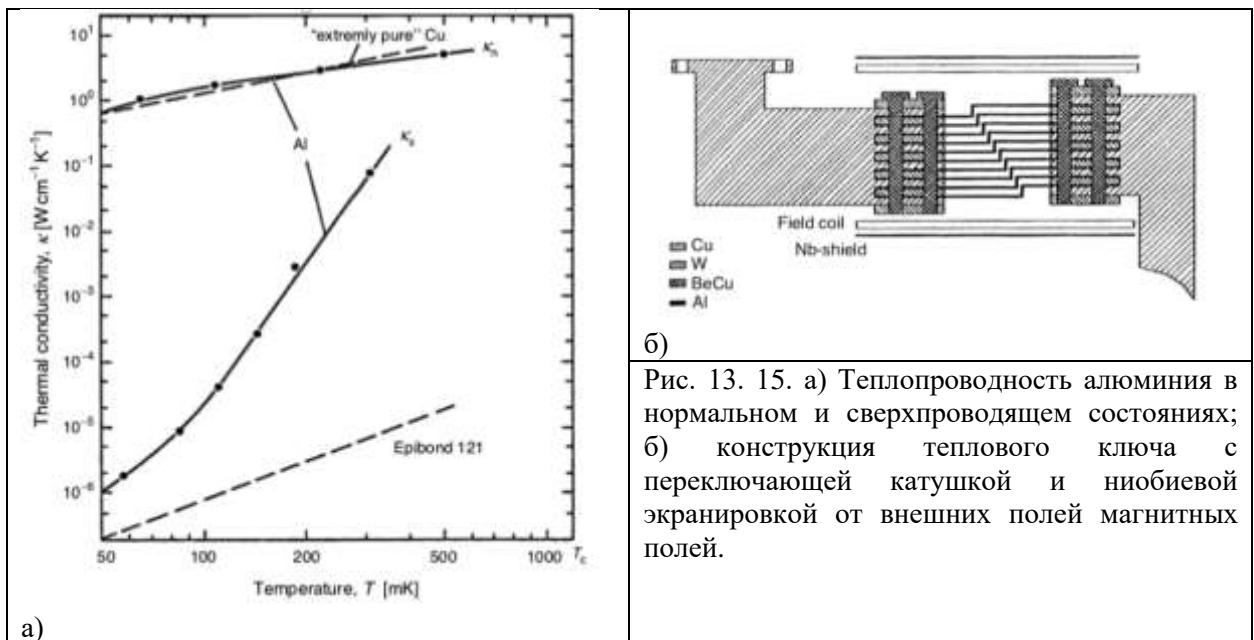
В настоящее время для соленоидов используют сверхпроводящие провода из ниобий-титана. Этот материал имеет критическую температуру 9,2 К и критические поля в 15 Т при  $T=0$  К. Более дорогие магниты могут быть изготовлены из ниобий-олова ( $Nb_3Sn$ ). Они имеют  $T_c \approx 18$  К. При работе при 4,2 К они способны выдерживать значительно более высокую напряженность магнитного поля, вплоть до 25–30 тесла. При работе сверхпроводящие магниты после выхода на рабочий режим (по величине тока и магнитного поля) переводятся в короткозамкнутый режим. Для этого сверхпроводящий ключ, первоначально находившийся в нормальном состоянии, переводят в сверхпроводящее состояние и ток соленоида начинает течь без сопротивления по замкнутой цепи, состоящей из сверхпроводника соленоида и сверхпроводника ключа.

Одной из наибольших опасностей при работе со сверхпроводящими соленоидами является их переход из сверхпроводящего состояния в нормальное (*quench*). Переход сверхпроводника в нормальное состояние сопровождается выделением большого количества джоулева тепла, при этом энергия магнитного поля идет на нагрев металла соленоида и испарение жидкого гелия. Причины перехода сверхпроводника в нормальное состояние могут быть связаны с ошибками в проектировании соленоида, низком уровне криогенной жидкости, проблемами с испарением гелия и повышением его давления, превышением критических параметров магнита и т.д. Резкое испарение гелия при *quench*'е создает избыточное давление в криостате, что может привести к его безвозвратной потере. Для уменьшения вероятности катастрофических последствий такой аварии при проектировании магнитной системы предусматривают достаточные зазоры между элементами во внутренней полости криостата (между соленоидом и стенками дьюара). Кроме того, в верхней части криостата устанавливают специальный клапан для стравливания избыточного давления. Самый простой клапан – это разрывная мембрана, которая при избыточном давлении лопается и открывает выход потока газообразного гелия из криостата в атмосферу. Рекомендуемое давление разрыва мембранны  $\sim 0.5$  атм.

При переходе соленоида из сверхпроводящего состояния в нормальное резко меняется ток в индуктивности, что вызывает резкое увеличение напряжения на концах катушки соленоида  $\sim LdI/dt$ . Величина этого напряжения может достигать нескольких кВ, что может повредить изоляцию проводов соленоида. Для предотвращения такого развития *quench*'а параллельно катушкам магнита ставят несколько защитных сопротивлений (рис. 13.14 б)).

**Тепловые ключи.** Одной из проблем конструирования и эксплуатации низкотемпературных приборов является регулируемая теплопередача между низкотемпературными частями прибора, в частности для работы с охлаждением при размагничивании парамагнетиков необходимо в первой стадии эксперимента эффективно охлаждать соль при включении магнитного поля от гелиевой камеры. Во второй стадии, при выключении магнитного поля, необходимо убрать тепловой контакт для адиабатического изменения температуры соли. Одним из способов такого изменения теплопроводности хладопровода является использование тепловых сверхпроводящих ключей. Основа работы таких ключей основана на изменении теплопроводности сверхпроводника при его переходе в сверхпроводящее состояние. На рис. 13.15. а) показаны теплопроводности чистого алюминия в нормальном и сверхпроводящем состоянии. Температура сверхпроводящего перехода алюминия  $T_c = 1.2$  К, критическое магнитное поле  $\sim 100$  эрстед. В нормальном состоянии теплопроводность близка к теплопроводности меди, в то время как в сверхпроводящем состоянии – на несколько порядков меньше. Для перевода алюминия из сверхпроводящего состояния в нормальное

достаточно создать поле в сотню эрстед. Такое поле создается катушкой с плотностью намотки 100 витков на 1 см длины при токе через катушку в 1 А.



б)

Рис. 13. 15. а) Теплопроводность алюминия в нормальном и сверхпроводящем состояниях; б) конструкция теплового ключа с переключающей катушкой и ниобиевой экранировкой от внешних полей магнитных полей.

*Работа при повышенных температурах.* Под повышенными температурами мы понимаем температуры выше температур криогенных жидкостей, используемых для охлаждения конкретного прибора. Это могут быть и температуры выше гелиевых, выше азотных и выше комнатных. Принцип работы в таких условиях остается одинаковым – необходимо нагреть исследуемый объект до более высоких температур, чем базовая.

Методы нагрева исследуемого объекта над температурой ванны:  
механическое перемещение в газе над уровнем жидкости;  
тепловые мости (хладопроводы) при работе в вакууме;  
использование теплообменного газа;  
двойной гелиевый объем;  
перевернутый дьюар;  
непрерывный холодный газовый поток и т.д.

Большинство из вышеперечисленных методов позволяют создавать приборы с использованием стандартных транспортных дьюаров жидкого гелия и жидкого азота. В качестве примера разберем принцип работы проточного криостата, работающего на непрерывном газовом потоке, и перевернутый дьюар, хотя большинство реально работающих приборов используют сразу несколько принципов одновременно.

На рис. 13.16 а) показан один из вариантов криостатов для оптических исследований при температурах 1.5 ÷ 300 К.

При открытии игольчатого вентиля гелий из основной ванны поступает в центральную шахту, откачка гелия из шахты позволяет понижать температуру образца до 1.5 К. При этом в разных вариантах конструкции образец может находиться в вакууме, охлаждаясь через хладопровод, может находиться в жидком гелии или в парах гелия при регулируемом потоке газа через шахту. Нагрев хладопровода или держателя образца позволяет поднимать температуру измерения до комнатных. Аналогичным образом работает вставка в транспортный дьюар (рис. 13.16 б)), где температура образца определяется потоком гелиевого газа из транспортного дьюара и степенью нагрева держателя образца. Двойные стенки вставки с вакуумной изоляцией увеличивают время работы прибора и определяют минимально достижимую температуру. Очень простая вставка в гелиевый или азотный транспортный дьюар показана на рис. 13.16 в). В

перевернутый дьюар с вакуумированными стенками жидкость поступает медленно по мере охлаждения газа в верхней части дьюара за счет теплопроводности газа или хладопровода, который можно дополнительно нагревать. При использовании такой конструкции можно медленно охлаждать образец и, таким образом, сканировать свойства образца в диапазоне температур от комнатных до гелиевых.

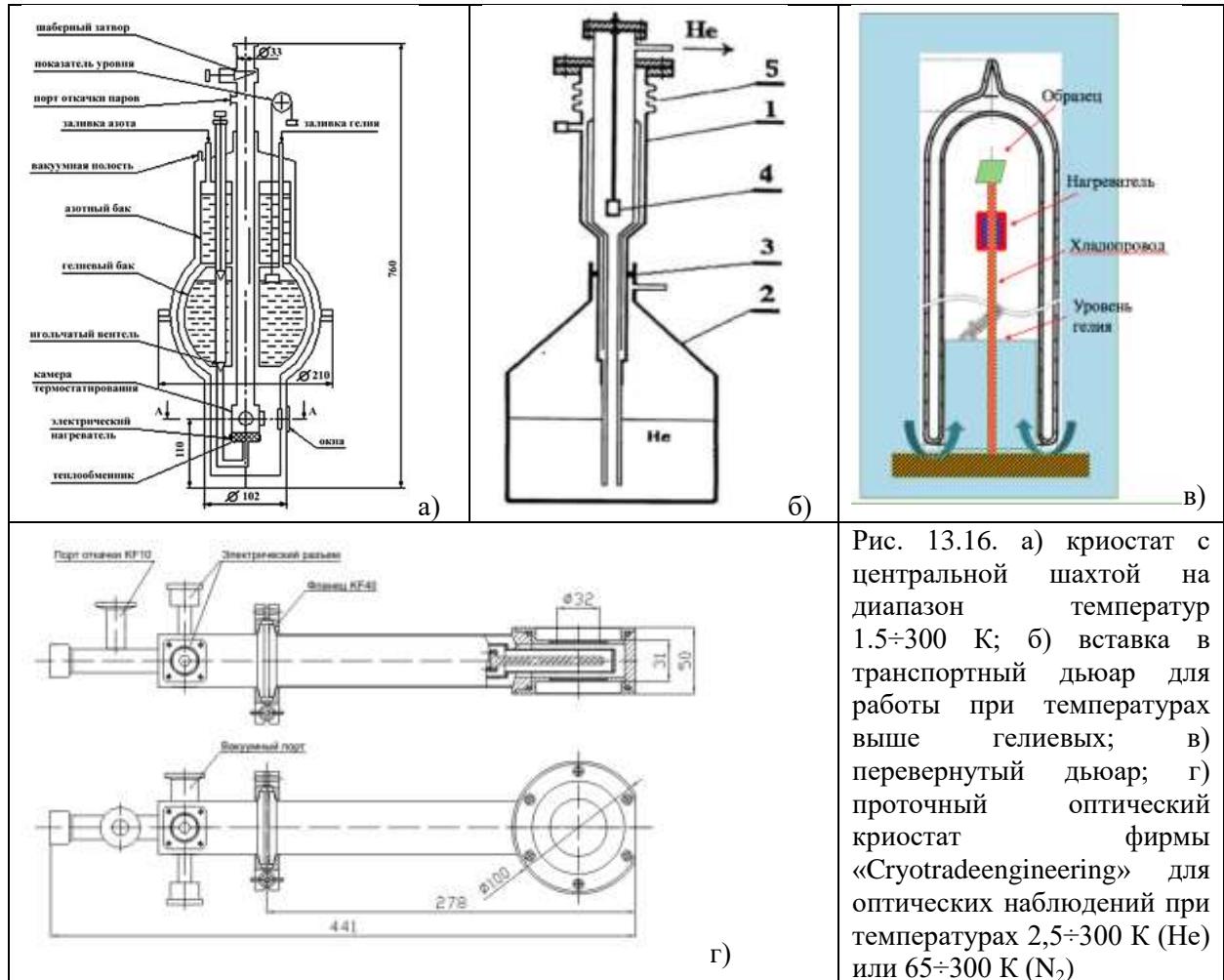


Рис. 13.16. а) криостат с центральной шахтой на диапазон температур  $1.5\div300$  К; б) вставка в транспортный дьюар для работы при температурах выше гелиевых; в) перевернутый дьюар; г) проточный оптический криостат фирмы «Cryotradeengineering» для оптических наблюдений при температурах  $2,5\div300$  К (He) или  $65\div300$  К ( $N_2$ )

В настоящее время производится большое количество проточных криостатов, например, криостат на рис. 13.16 г) фирмы “Cryotradeengineering” для оптических исследований. Принцип работы точно такой же: поток холодного гелия или азота в газообразном состоянии продувается через хладопровод, охлаждая образец. Вакуумная теплоизоляция предохраняет прибор, в том числе окна, от обмерзания.

**Задачи:**

1. На сколько времени хватит 10 литрового транспортного гелиевого дьюара, если для измерений использовать нержавеющую вставку с толщиной стенок в 1 мм?
2. Оценить время работы гелиевого прибора с идеальной вакуумной изоляцией, если в прибор входит только 1 литр жидкого гелия. Внешняя стенка прибора находится
  - а) при комнатной температуре,
  - б) при азотной температуре.

**Джеймс Прескотт Джоуль** (James Prescott Joule; 1818, Солфорд, Ланкашир – 1889, Сэйшл, Чeshire, Англия) – английский физик, внёсший значительный вклад в становление термодинамики. Обосновал на опытах закон сохранения энергии. Установил закон, определяющий тепловое действие электрического тока. Вычислил скорость движения молекул газа и установил её зависимость от температуры. Экспериментально и теоретически изучал природу тепла и обнаружил её связь с механической работой. Внёс значительный

вклад в технику физического эксперимента, усовершенствовал конструкции многих измерительных приборов. В честь Джоуля названа единица измерения энергии — джоуль.  
Избран членом Лондонского королевского общества (1850). Медаль Копли (1866), медаль Альберта (1880). В 1878 году правительством ему была назначена пожизненная пенсия в 215 фунтов.

**Роберт Стирлинг** (*Robert Stirling*; 1790, Клог Фарм, Шотландия — Галстон, Шотландия) — шотландский священник, изобретатель двигателя Стирлинга.  
Стирлинг придумал устройство, которое он назвал «эконом тепла» (сейчас такое устройство называют регенератором или теплообменником).

**Уильям Фрэнсис Джюк** (*William Francis Giauque*; 1895, Ниагара-Фолс, Канада — 1982, Брукли, США) — американский физико-химик, лауреат Нобелевской премии по химии (1949) «за вклад в химическую термодинамику, особенно в ту её область, которая изучает поведение веществ при экстремально низких температурах».

Член Национальной академии наук США (1936) и Американской академии искусств и наук

**Густав Роберт Кирхгоф** (*Gustav Robert Kirchhoff*; 1824, Кенигсберг — 1887, Берлин) — немецкий физик XIX века. Член Берлинской академии наук (1875), иностранный член Лондонского королевского общества (1875), член-корреспондент Петербургской академии наук (1862), Парижской академии наук (1870).

Список литературы по темам лекций.

3. Ч.Киттель. Введение в физику твердого тела. Наука, Москва, 1978
4. Н.Ашкрофт, Н.Мермин. Физика твердого тела. Том1 и 2. Мир. Москва, 1979
5. Р. Берман. Теплопроводность твердых тел. Мир. Москва, 1979
6. Г. Вентура, Л.Ризегари. Искусство криогеники. Интеллект. Долгопрудный, 2011
7. Т. Куинн. Температура. Мир. Москва, 1985
8. О.В. Лоунасмаа. Принципы и методы получения температур ниже 1 К. Мир, Москва, 1977
9. М.Строшио, М.Дутта. Фононы вnanoструктурах. Физматлит, Москва, 2006
10. Г.К.Уайт. Экспериментальная техника в физике низких температур. ГИФМЛ, Москва, 1961.
11. J.G Weisend II. He is for helium. Cryogenic society of America, 2018