



В избранных обзорных статьях известного в нашей стране и за рубежом специалиста в области оптики полупроводников академика В. Б. Тимофеева, написанных в разные годы и по большей части в соавторстве с коллегами, охвачен широкий круг физических явлений в объемных полупроводниках и в двумерных полупроводниковых наноструктурах. Описаны и проанализированы свойства экситонных комплексов и экситон-дырочной жидкости в объемных материалах, квантовый эффект Холла и вигнеровская кристаллизация в гетеропереходах, бозе-эйнштейновская конденсация экситонов в квантовых ямах, циклотронных магнитоэкситонов в холловском диэлектрике и экситонных поляритонов в микрорезонаторах.

Сборник будет полезен научным сотрудникам, аспирантам и студентам старших курсов физических специальностей университетов.

**Академик В.Б. Тимофеев** – выдающийся физик-экспериментатор, широко известный в нашей стране и за рубежом своими достижениями в области физики полупроводников, конденсированных сред и низкоразмерных полупроводниковых систем, лауреат Государственной премии СССР, имеет правительственные и международные награды.

ISBN 978-5-6040418-5-7



2 ТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦИКЛ ОБЗОРОВ

# ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНЫЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ОБЪЕМНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ И НАНОСТРУКТУРАХ



ТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦИКЛ ОБЗОРОВ

**ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК**

**Электронные и электронно-дырочные  
корреляционные явления в объемных  
полупроводниках и наноструктурах –  
тематический цикл обзоров**

**Том 2**



**Москва  
Издание Бориса Николаева  
2020**

УДК 538.95+537.632  
ББК 22.379  
Э45

Составитель  
академик *В.Б. Тимофеев*

Редакционная коллегия:

*д.ф.-м.н. А.В. Горбунов,*  
*к.п.н. О.И. Левченко,*  
*Т.Ю. Ткачук,*  
*М.И. Быхало*

Э45      Электронные и электронно-дырочные корреляционные явления в объемных полупроводниках и наноструктурах – тематический цикл обзоров. В.Б. Тимофеев (сост.): в 2 т. Т. 2. – М.: Издание Бориса Николаева, 2020. – 440 с.: илл.  
ISBN 978-5-6040418-5-7 (Т. 2)

В избранных обзорных статьях известного в нашей стране и за рубежом специалиста в области оптики полупроводников академика В.Б. Тимофеева, написанных в разные годы и по большей части в соавторстве с коллегами, охвачен широкий круг физических явлений в объемных полупроводниках и в двумерных полупроводниковых наноструктурах. Описаны и проанализированы свойства экситонных комплексов и экситон-дырочной жидкости в объемных материалах, квантовый эффект Холла и вигнеровская кристаллизация в гетеропереходах, бозе-эйнштейновская конденсация экситонов в квантовых ямах, циклотронных магнитоэкситонов в холловском диэлектрике и экситонных поляритонов в микрорезонаторах.

Сборник будет полезен научным сотрудникам, аспирантам и студентам старших курсов физических специальностей университетов.

ISBN 978-5-6040418-5-7

© ИФТТ РАН, 2020  
© Коллектив авторов, 2020  
© Тимофеев В.Б. (составление), 2020

---

---

# MAGNETO-OPTICS UNDER CONDITIONS OF THE INTEGER AND FRACTIONAL QUANTUM HALL EFFECT IN Si MOSFET\*

I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev

## Abstract

The optical-spectroscopy method for investigating 2D-electron energy spectra in a transverse magnetic field under integer and fractional QHE conditions is reviewed. It is shown that the radiative recombination spectrum of 2D-electrons with injected holes in the case of (001)-Si metal-oxide-semiconductor (MOS)-structures directly reflects the single-particle density of states (DOS) of the electron system. The structure of the Landau levels is studied. The magnitudes of the intervalley and of the spin splittings are thus determined, and it is shown that interelectron interaction effects increase these splittings by almost an order of magnitude. The oscillations of DOS peak widths on the Landau levels are observed when the electron filling factor varies. It is shown that this effect is due to the screening of random potential fluctuations of defects. For half-integer filling the widths of DOS peaks are a minimum and depend on the magnetic field and electron mobility in accordance with the theory for short-range random scatterers. It is shown that for completely filled levels the DOS in the gaps of the energy spectrum is not exponentially small due to the long-range fluctuations of the random potential. The amplitude and linear scale of these fluctuations are found. The activation gaps in the energy spectrum and the influence of disorder in the case of the fractional QHE are investigated. It is found that these gaps increase in proportion to the reciprocal magnetic length when the electron mobility is fixed. The dependence of the activation gaps on the magnetic field and electron mobility is factorized within a simple relation. The magnitudes found for the activation energies and their dependence on the magnetic field and mobility correlate with the theoretical concept concerning the condensation of 2D electrons into an incompressible Fermi fluid.

## 1. Introduction

The most newsworthy recent event in the physics of semiconductors was the discovery of quantization of the Hall resistance, which is called the quantum Hall effect (QHE) [1]. The quantum Hall effect is observed in two-dimensional (2D) n-

---

\* Section A: Physics Reviews / ed. by I.M. Khalatnikov // Soviet Scientific Reviews / ser. ed. by V.I. Goldanskii et al. – Chur : Harwood, 1988. – Vol. 11, Part 1. – P. 1–99.

and p- space-charge layers in metal-oxide-semiconductor (MOS) structures and also in heterojunctions with modulated doping.

In essence, this effect shows up as a series of plateaus or steps exhibited by the low-temperature ( $T \sim 1$  K) Hall conductivity  $\sigma_H$  of a 2D-electron gas in a strong magnetic field  $H$ , measured as a function of  $H$  or  $n_s$ , the latter being the 2D-carrier density. The plateau value of the Hall conductivity is:

$$\sigma_H = \nu \cdot e^2/h. \quad (1)$$

Here,  $e$  and  $h = 2\pi\hbar$  are universal constants representing the elementary charge ( $e$ ) and the reduced Plank constant  $\hbar$ , whereas  $\nu$  is the filling factor, i.e.

$$\nu = n_s/n_0, \quad (2)$$

where

$$n_0 = 1/2\pi\ell_H^2 = eH/ch = H/Q_0 \quad (3)$$

is the number of states at the Landau level calculated per unit surface area,  $c$  is the velocity of light,

$$\ell_H = (c\hbar/eH)^{1/2} \quad (4)$$

is the magnetic length and  $Q_0 = ch/e$  is the quantum of magnetic flux. The remarkable property is that the factor  $\nu$  defined by Eq. (1) is given by

$$\nu = p/q, \quad (5)$$

where  $p$  and  $q$  are integers. In the case of the integer or normal QHE discovered by von Klitzing *et al.* [1],  $q = 1$ . Each plateau of  $\sigma_H$  corresponds to a deep dip in the diagonal components of the conductivity tensor  $\sigma_{xx} \ll \sigma_H$  and of the resistivity tensor  $\rho_{xx} \ll \rho_H$ .

The quantum Hall effect is a phenomenon specific to two-dimensional systems and it is associated with the presence of gaps in the spectrum of electrons subjected to a transverse magnetic field. Until now the main features of the integer QHE have been satisfactorily explained within the framework of the theory of strong localization in the gaps of the energy spectrum. The precision of quantization of the Hall conductivity is ensured by the fact that in the case of a 2D-system the conductivity can be regarded as a topological invariant which is independent of the random potential of defects. The effect of integer Hall quantization is essentially of a single-electron nature and is associated with the special structure of the 2D-electron spectrum in a random field: almost all the states are localized, and extended states carry the current only in the Hall direction. Two years later, in GaAs/AlGaAs heterojunctions with very high electron mobility in the 2D charge layer, it was discovered that quantization of Hall conductivity  $\sigma_{xy}$  and the simultaneous vanishing of diagonal conductivity  $\sigma_{xx}$  occur not only at integer values of the filling factor, but also at fractional values of  $\nu$  with odd denominators [2]. Using existing experimental results [3, 4], one can speculate that fractional

quantization (FQHE) occurs for rational  $\nu = 1/q$  ( $q = 3, 5, 7, \dots$ ) and all their multiples given by Eq. (5). The FQHE is observed at temperatures much lower than the characteristic temperatures necessary for the observation of integer QHE. It indicates the existence of new kind of gaps in the energy spectrum at fractional  $\nu$ , which are not expected within the independent electron picture and are caused by the creation of a new correlated many-particle state with a finite gap in its excitation spectrum. According to Laughlin's idea [5] and recent numerical calculations [6], this many-particle ground state is an incompressible electron liquid existing exclusively at rational fractional values of  $\nu$  with odd denominator and due to e-h symmetry at  $1 - 1/q$ . Therefore, the fractional QHE appears because of electron-electron interaction which forms incompressible electron phases with a gap in the spectrum of elementary excitations. The densities of these phases are quantized because of the degeneracy of the ground state of the system.

Recently, the fractional QHE has been observed in Si MOSFETs [7–9] with high mobility of 2D electrons in the inversion layer. Due to the difference in the magnitude of the dielectric screening of Coulomb interaction, one can expect a larger scale of the energy gap at a given fractional  $\nu$  in a Si MOSFET as compared with GaAs/AlGaAs heterojunctions. Further, the observation of FQHE in Si MOSFET demonstrates that the fractional quantum Hall effect is not associated with a special type of 2D system: its occurrence is a common event.

The focus of discussion of the energy spectrum of a 2D-system in a transverse magnetic field is the problem concerning the electron density of states (DOS) in the presence of disorder associated with a random potential of defects [10]. The importance of this problem is due to the need for a microscopic description of the magnetotransport properties of the 2D-space charge layer over a wide range of variation of the filling factor of quantum states, including the regimes of integer and fractional quantum Hall effects. In order to construct a microscopic theory one must have detailed information about the disorder in the system, viz., about the random potential of scatterers. Here the question arises of the screening of the random potential fluctuations when the filling factor of the quantum states varies. It is common knowledge that the density of states of an ideal 2D-electron layer placed in a transverse quantizing magnetic field is a set of  $\delta$ -functions equally spaced by the value of the cyclotron energy  $\hbar\omega_c$ . Each Landau level is strongly degenerate and the power of the degeneracy (spin and valley-orbital degeneracy being neglected) is given by Eq. (3). The random potential (inhomogeneities, structure defects, and impurities) removes the degeneracy of the Landau levels and, hence, their finite width  $\Gamma$  appears. Once this width is related to the short-range potential of scatterers, the single-particle DOS on the wings on the Landau levels  $D(E)$  decreases in accordance with the law

$$D(E) \propto \exp[-(E/2\Gamma)^2], \quad (6)$$

and when  $\hbar\omega_c \gg \Gamma = \hbar\omega_c (\pi\mu H/2)^{-1/2}$ , it should almost vanish in the energy spectrum gaps (here  $\mu$  is the electron mobility) [10]. From recent experiments devoted

to an investigation of the 2D-electron density of states on the Fermi level by means of oscillating dependences of magnetization [11], electron heat capacity [12], and also using thermoactivated magnetoconductivity [13, 14], it has been concluded that the DOS between Landau levels is not exponentially small but makes up a considerable portion of  $D_0$  at  $H = 0$ . This conclusion contradicts the results following from the concept of short-range scatterers [10]. Recently an optical-spectroscopy method has been proposed to study the energy distribution of the density of the single-particle electron state —  $D(E)$  [15, 16]. The spectroscopic method is based on the measurements of luminescence spectra related to the radiative recombination of 2D-electrons with photoexcited holes in silicon MOS-structures [15, 16]. Under the conditions of excitation of nonequilibrium electron-hole pairs in the vicinity of the Si-SiO<sub>2</sub> interface and at a positive gate voltage  $V_g > V_T$  ( $V_T$  is the threshold voltage), a 2D-electron accumulation channel occurs which completely screens the gate field inside the bulk of the semiconductor. Therefore, the energy bands behind the 2D-channel appear to be actually flat (the depletion layer practically disappears). The radiative recombination spectrum is a convolution of distribution functions of 2D-electrons and injected holes. It is significant that the width of the energy distribution of holes, participating in the recombination, is very narrow in the case in question. Therefore, the radiative recombination spectrum directly reflects the energy distribution of the density of single-particle states of the 2D-electrons.

The various methods previously employed were based on the measurements of 2D-DOS on the Fermi level —  $dn_s/dE_F$  (the so-called thermodynamic density of states). When account is taken of the electron-electron interaction and related effects of random potential screening, the thermodynamic DOS —  $dn_s/dE_F$  and  $D(E_F)$  are different. An advantage of the spectroscopic method is that it enables one to detect how the energy distribution of DOS varies with the filling factor  $\nu$  of the quantum states and, also, with the amplitude and linear scale of long-range random potential fluctuations, the magnetic field and the electron mobility. Finally, the spectroscopic method may be used to determine the gap values in the single-particle energy spectrum of 2D-electrons in a transverse magnetic field and, which is especially important, the Coulomb gap values of incompressible Fermi-liquids in the fractional QHE regimes. In the present review article we will try to show how the optical-spectroscopy method can be used to investigate 2D-electron energy spectra in a transverse magnetic field under integer and fractional QHE conditions. We start with the principles of the method for the case of Si-MOSFET in Section 2. Then the main properties of the radiative recombination spectra of 2D-electrons with injected holes in a transverse magnetic field are discussed in Section 3. The density of states in a transverse magnetic field, screening of the random potential fluctuations and measurements by means of magneto-optics of the amplitude and of the linear scale of the fluctuations are presented in Section 4. Finally, the fractional quantum Hall effect in Si-MOSFETs and the measurements of Coulomb gaps in the

energy spectrum of an incompressible Fermi-liquid using the thermoactivated-conductivity and optical-spectroscopy methods are discussed in Section 5 and Section 6.

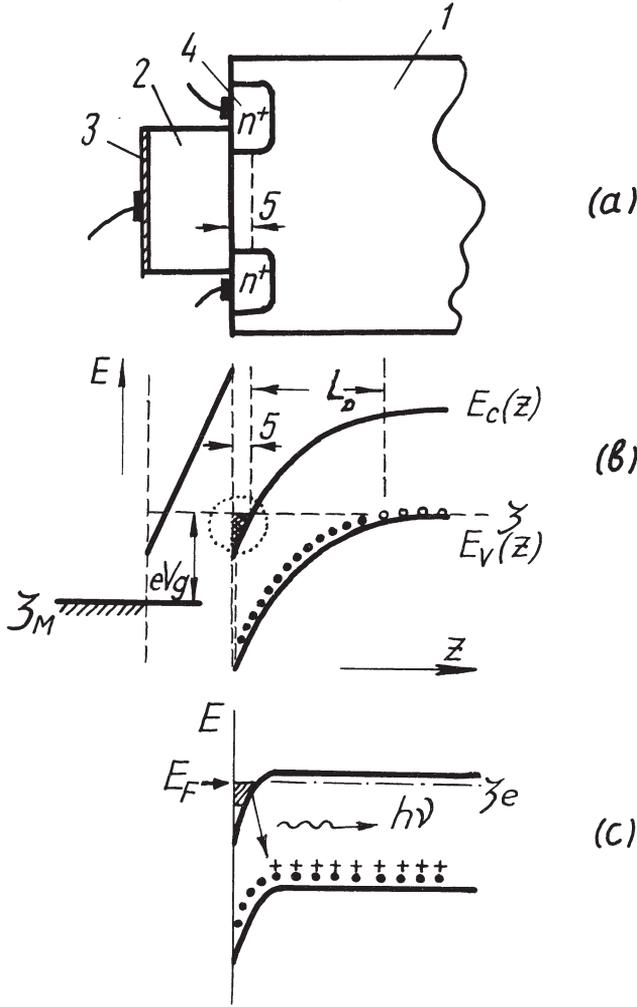
## 2. Radiative recombination of 2D-electrons with nonequilibrium holes in a zero magnetic field

### 2.1. Inversion and Accumulation Layers in Si MOS-Structures

A typical two-dimensional system is an n-type inversion channel in a silicon metal-oxide-semiconductor (MOS) structure. The integral quantum Hall effect was first discovered in such a channel [1]. In silicon MOS-structure a Si crystal has a plane interface with a thin ( $\sim 10^{-5}$  cm) film of the insulator  $\text{SiO}_2$ , the opposite side of which has a metal gate electrode (see Fig. 1). A voltage  $V_g$  applied between the gate and the interface creates a uniform electric field in  $\text{SiO}_2$ , and in Si it produces a space charge near the Si/ $\text{SiO}_2$  interface as well as a potential well that confines this space charge. On the insulator side the well is bounded by a potential barrier which is about two electron-volts high. The barrier is nearly triangular (Fig. 1). Under equilibrium conditions when  $V_g$  is sufficiently high the bottom of the well drops below the chemical potential level  $\zeta$  in the bulk of the silicon crystal. Then, a thin surface layer ( $\sim 30\text{--}50$  Å) bounded by the well walls becomes filled with electrons which are carriers of charge of the opposite (inverted) sign relative to the carriers in the bulk of the silicon crystal (holes). Therefore, an inversion layer appears at the surface of p-type Si if  $V_g > 0$ : an n-type channel is formed (a p-type channel appears at the surface of n-type Si if  $V_g < 0$ ). This channel is filled with carriers via built-in electrodes (source and drain). When  $V_g$  has opposite sign an accumulation layer is formed at the surface: if  $V_g$  is sufficiently high, the carriers in such a layer are degenerate. If there are no built-in electrodes, the potential well near the interface can be filled by illumination which creates electron-hole pairs in the vicinity of the Si- $\text{SiO}_2$  interface.

An inversion layer of this type is separated from the bulk of the silicon crystal by a depletion region (of typical thickness  $L_D \sim 1$  μm). There are no carriers in the depletion region and it behaves as an insulator. This region contains ionized shallow impurities with charges of the same sign as that of the carriers in the inversion layer (channel).

In the case of Si MOS-structures the density of 2D carriers can easily be varied within the range  $n_s \lesssim 10^{13}$  cm $^{-2}$  (the limit is imposed by the breakdown of the  $\text{SiO}_2$  insulator) by altering  $V_g$ . Usually imperfections of the  $\text{SiO}_2$  film and of the Si- $\text{SiO}_2$  interface ensure that the density of localized states is relatively high. Therefore, at liquid-helium temperatures all the carriers are usually localized in the range  $n_s \lesssim (1\text{--}2) \cdot 10^{11}$  cm $^{-2}$ .



**Figure 1.** Metal-oxide-semiconductor (MOS) structure, (a) Schematic section: (1) p-type semiconductor; (2) oxide (insulator); (3) metal gate; (4) low-resistance electrode (source and drain); (5) inversion n-type channel. (b) Energy band structure near the oxide-semiconductor interface. Here,  $\epsilon_c$  and  $\epsilon_v$  are the bottom of the conduction and the top of the valence band in the semiconductor. The behaviour of the bottom of the conduction band in the oxide is shown on the left. Here,  $\zeta$  is the Fermi level in the semiconductor and  $\zeta_m$  is the Fermi level in the metal,  $V_g$  is the gate voltage,  $L_d$  is the thickness of the depletion region. The open circles represent neutral acceptors and the black dots are ionized acceptors. (c) The behaviour of the band edges under the conditions when e-h pairs are injected in the vicinity of interface.

Random potential fluctuations associated with charged impurities (for instance alkali metal ions in  $\text{SiO}_2$ ) and structural defects play a dominant role in the scattering of 2D carriers at low temperatures and limit their mobility. The highest reported values of the electron mobility in silicon MOS-structures at  $T = 4.2 \text{ K}$  do not exceed  $\mu \sim (4-5) \cdot 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1}$  (see [7-9]).

## 2.2. Experimental Method and Structures

For spectroscopy measurements we used a number of p-Si MOSFETs with (001) Si-SiO<sub>2</sub> interface. The structures have a rectangular geometry with five probe contacts (for the measurements of the resistivity tensor components  $\rho_{xx}$  and  $\rho_{xy}$ ), or have a circular geometry, the so-called Corbino disks, (for the measurements of the conductivity  $\sigma_{xx}$ ). Both types of MOSFETs have semitransparent gates with an area of about 5 mm<sup>2</sup>. The quality of the structures employed was different: in the best structure the maximum mobility was  $\mu^* = 3.1 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  at  $n_s^* = 4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  and  $T = 1.5 \text{ K}$  and for the worse one the maximum mobility was  $\mu^* = 4 \times 10^3 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  at  $n_s^* = 9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  and  $T = 1.5 \text{ K}$ . Nonequilibrium electron-hole pairs were injected by means of an Ar-laser.

For the study we used an optical cryostat with a solenoid (H up to 9 T). The spectral instrument was a double monochromator with a dispersion of  $10 \text{ \AA} \cdot \text{mm}^{-1}$  in the working region. The emission was observed in the Voight geometry. We wish to stress that the intensity of the investigated radiative recombination of 2D-electrons with injected holes was very weak (about ten counts per second). For comparison it should be mentioned that the intensity of the bound excitons from the crystal volume under the same conditions provided about  $10^4$  counts per second. Therefore, the emission was detected under photon-counting conditions with subsequent storage of the signal. It is very important that all the spectroscopic and magnetotransport measurements should be carried out simultaneously.

## 2.3. Distributions of the Charges and Electric Field in the region of the Interface

For the given and fixed gate voltage  $V_g$  the sum of the space-charge densities in the 2D-channel ( $n_s$ ) and in the depletion layer ( $n_d$ ) is constant:  $n_s + n_d = \text{const}$ . The ratio of the densities  $n_s$  and  $n_d$  can be essentially changed by varying the substrate bias voltage  $V_{SB}$  (this voltage is applied between the 2D-charged channel and the rear side of the bulk of the silicon crystal) and by using illumination in the far infrared (FIR) region (with a photon energy which is close to the binding energy of the shallow impurity centres  $\hbar\omega \gtrsim \Delta_i \approx 50 \text{ meV}$ ) or with a photon energy  $\hbar\omega \geq E_g^i \approx 1 \text{ eV}$  ( $E_g^i$  is the indirect energy gap of Si). We will now consider the variation of  $n_d$  and  $n_s$  due to these external influences.

### 2.3.1. Substrate bias voltage

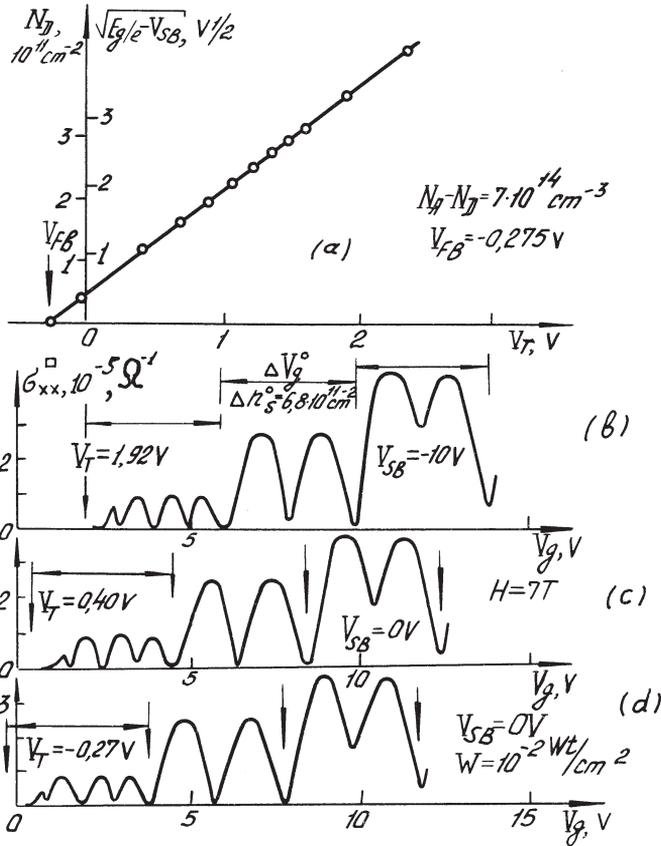
For the given and negative substrate bias voltage  $V_{SB}$  the band bending  $e\phi_D = E_g - eV_{SB}$  spreads inside the semiconductor volume over the region  $L_D$  ( $L_D$  is the thickness of the depletion region). Thus the surface charge density in the depletion region is equal to:  $en_d = eN_A L_D$  ( $N_A$  is the density of acceptor centers in p-Si). The charge  $en_d$  screens the electric field produced by the gate voltage ( $E \approx \phi_D/L_D$ ). Therefore, one can easily obtain:

$$L_D = \left( \frac{2\epsilon_s \epsilon_0 \phi_D}{eN_A} \right)^{1/2} = \left[ \frac{2\epsilon_s \epsilon_0}{eN_A} \cdot \left( \frac{E_g}{e} - V_{SB} \right) \right]^{1/2} \quad (7)$$

$$n_d = \left[ \frac{2\epsilon_s \epsilon_0 N_A}{e} \left( \frac{E_g}{e} - V_{SB} \right) \right]^{1/2}, \quad (8)$$

where  $\epsilon_s$  and  $\epsilon_0$  are the dielectric constants of silicon and vacuum respectively. Since at the given gate voltage  $V_g$  the charge density on the metal gate ( $en_M$ ) is fixed, it follows from the electroneutrality condition that

$$n_M = n_s + n_d. \quad (9)$$

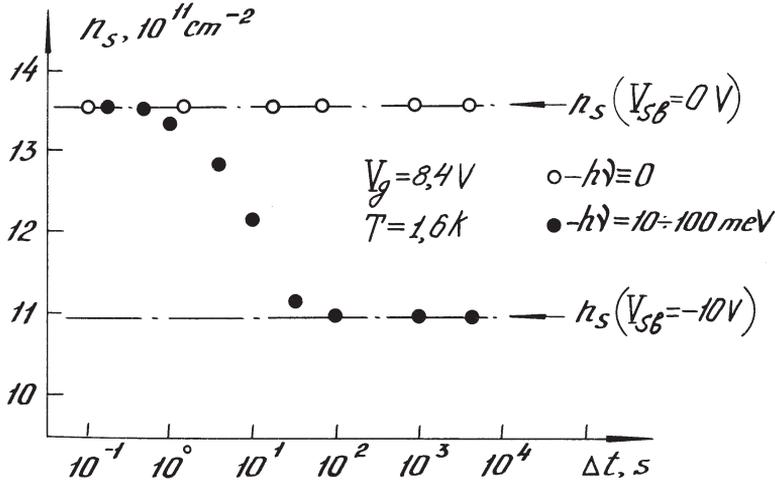


**Figure 2.** (a) The dependence of the threshold voltage  $V_T$  when  $V_{SB}$  varies represented in  $(E_g/e - V_{SB})^{1/2} - V_T$  coordinates. From the slope of straight line the density of acceptor centres is determined:  $N_A = (7.05 \pm 0.05) \times 10^{14} cm^{-3}$ . The flat band voltage is  $V_{FB} = -(0.275 \pm 0.022) V$ . (b), (c), (d) Shubnikov-de Haas oscillations of magnetoconductivity  $\sigma_{xx}(V_g)$  measured at  $H = 7 T$ ,  $T = 1.6 K$  and different values of  $V_{SB} = -10 V$ (b),  $0 V$ (c, d) and under injection of e-h pairs using external irradiation (d). The arrows correspond to complete filling of the Landau levels.

Therefore, from measurements of  $n_s$  or the threshold voltage  $V_T$  ( $V_T$  is directly connected with  $n_s = \epsilon_0 \epsilon_s (V_G - V_T)/ed$ ), using the Shubnikov-de Haas oscillations of the diagonal magnetoconductivity one can determine how the charge density of the depletion layer  $n_d$  changes when the substrate bias voltage  $V_{SB}$  varies. When  $V_g = \text{const}$  the applied negative  $V_{SB}$  increases  $n_d$  and therefore decreases the charge density  $n_s$  in the 2D-layer. This is illustrated in Fig. 2b, c where the dependence of the magnetoconductivity  $\sigma_{xx}$  on the gate voltage  $V_g$  is shown at  $H = 7$  T for  $V_{SB} = 0$  V and  $V_{SB} = -10$  V. The spectrum of the Shubnikov-de Haas oscillations  $\sigma_{xx}(V_g)$  is shifted as a whole to the high gate voltage side when the negative  $V_{SB}$  is applied. It means an increase in the threshold voltage  $V_T$  and a corresponding decrease in  $n_s$  for fixed  $V_g$ . Fig. 2 a illustrates the dependence of  $V_T$  on the band bending  $(E_g/e - V_{SB})^{1/2}$  measured by means of the shifts of the Shubnikov-de Haas oscillation spectrum at  $H = 7$  T and  $T = 1.6$  K (one should bear in mind that  $(E_g/e - V_{SB})^{1/2} \sim n_d$  and this is why these magnitudes are plotted on the same axis. The measured dependence shown in Fig. 2 can be used to represent the state of the depletion region and to determine the space charge in this region ( $en_d$ ). Besides, the dependence  $V_T(V_{SB})$  enables one to determine the following important parameters: 1) the concentration of acceptor centers in the bulk p-Si ( $N_A$ ); 2) the flat band voltage  $V_{FB}$  which corresponds to the gate voltage when the band bending completely disappears and  $n_d = 0$  (see Fig. 2). The above-mentioned results were obtained under thermalization conditions with respect to a shallow impurity system. The thermalization at the low temperatures was achieved for FIR irradiation of the Si-SiO<sub>2</sub> interface (with a photon energy  $\hbar\omega \approx 200$  meV).

### **2.3.2. The effect of radiation which ionizes shallow impurities**

The radiation source in the FIR spectrum region was the intrinsic thermal radiation of the optical cryostat windows, closed by metal diaphragms, impenetrable for the external light. The windows were at room temperature, and they therefore radiated with maximum power density with  $\hbar\omega \approx 70$  meV. This radiation was sufficient for equilibrium to be established in the impurity system for a time period of about 10 s. Fig. 3 shows for two different cases how the density of 2D-electrons, measured for  $V_g = 8.4$  V, changes after a voltage  $V_{SB} = -10$  V has been applied between the channel and the substrate: a) in the presence of the thermal radiation of the cryostat windows, b) in the absence of the illumination — the sample is completely protected with a metal screen placed in the liquid helium. It is seen that in the first case the establishment of equilibrium in the impurity system (the increase in  $n_d$  and the decrease in  $n_s$ ) is accomplished for a time period of about 10<sup>2</sup> second, whereas in the second case no noticeable changes in  $n$ , are observed for about 1 hour. This circumstance will be useful when investigating the kinetics of 2D-electrons with non-equilibrium holes.



**Figure 3.** The kinetics of the variation of the 2D-electron density  $n_s$  measured after the substrate bias voltage is switched on ( $V_{SB} = -10$  V,  $\Delta t = 0$ ) and at  $V_g = 8.40$  V,  $T = 1.6$  K. The measurements of  $n_s$  were made using FIR irradiation (the open circles) and without FIR irradiation (the dark dots) ( $\hbar\omega \approx 200$  meV).

### 2.3.3. The influence of radiation which generates non-equilibrium pairs

The radiation sources with a photon energy exceeding the energy gap width of Si were, firstly, an argon laser with  $\lambda = 4880$  Å (if the excitation was performed via the cryostat windows, then thermal radiation from the external windows was present) and secondly, a GaAs light diode placed close to the sample in liquid helium (if the action of the thermal radiation with  $\hbar\omega \approx 200$  meV from the warm windows of the cryostat was to be eliminated).

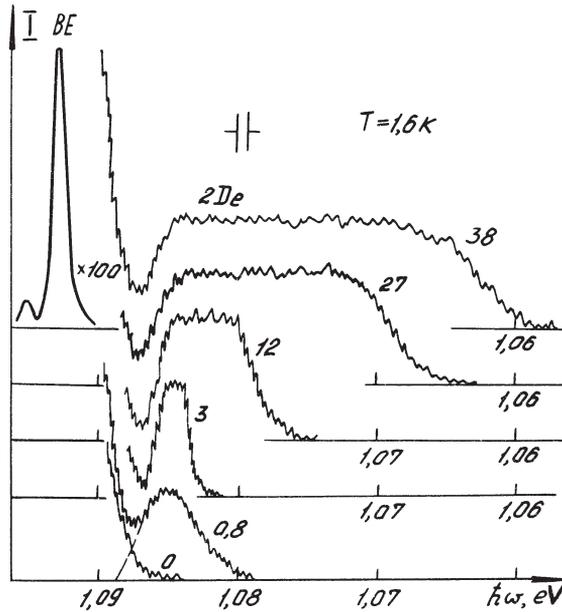
Figure 2d shows the pattern of Shubnikov-de Haas oscillations of magnetic conductivity  $\sigma_{xx}(V_g)$  under Ar-laser illumination with a power density  $W = 10^{-2}$  W/cm<sup>2</sup> with  $H = 7$  T,  $V_{SB} = 0$  V, and  $T = 1.6$  K. It is seen that when the visible light is on, the magnetotransport properties of the 2D-channel do not change appreciably (e.g. the 2D-electron system does not heat up significantly), however, the oscillation pattern shifts towards lower  $V_g$  which indicates a decrease in the threshold voltage. As has been shown before,  $n_d$  can be determined from the value of  $V_T$ . Using the graduation curve of Fig. 2, one can easily find that for Ar-laser illumination ( $W = 10^{-2}$  W/cm<sup>2</sup>) the threshold voltage is practically coincident with the voltage of the flat bands. Hence it follows that  $n_d \approx 0$ , and the whole electric field is concentrated in the 2D-channel, and outside of it there is practically no field (see the lower part of Fig. 1). We arrived at the conclusion [15] that under the illumination  $n_d < 0$ , which confirms the existence of the second hole layer. The possibility of the existence of such a layer under the conditions of non-equilibrium e-h-excitation was first shown in [17]. A more accurate consideration based on a comparison of the voltages  $V_{FB}$  and  $V_T$  under excitation

conditions shows that  $n_d$  is positive and does not exceed  $n_d \lesssim 10^9 \text{ cm}^{-2}$  (this value complies with an electric field  $E \lesssim 10^2 \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}$ ) in a semiconductor right behind the 2D-channel. So, the main conclusion of this section is that under conditions of e-h-pair generation the depletion layer is completely nonexistent in the bulk of the semiconductor, and right behind the 2D-channel the electric field is small ( $E \leq 10^2 \text{ V/cm}$ ).

#### **2.4. Radiative Recombination Spectrum of 2D-electrons (the 2De-line)**

As was shown in the previous section when nonequilibrium e-h pairs are excited in the vicinity of the Si-SiO<sub>2</sub> interface the electron density  $n_s$  in the 2D-accumulation layer increases and this space charge screens the electric field produced by the gate voltage inside the bulk semiconductor. Now the depletion layer practically disappears and the electron and valence bands just behind the 2D-accumulation channel inside the bulk p-Si crystal become flat. Such a condition, which is nonequilibrium and exists when e-h-pairs are generated, can be found directly close to the 2D-electron accumulation channel. As far as the wave function of 2D-electron is extended inside the semiconductor volume in the Z-direction ( $\Psi(Z) \sim Z \cdot \exp(-1/2bZ)$ ,  $b^{-1} \approx 7 - 10 \text{ \AA}$ ,  $Z \parallel [001]$ ) there is a finite probability of the radiative recombination of 2D-electrons with injected holes. In the case under consideration, the recombination is indirect, and its probability does not depend on the energy of the recombining particles. This recombination is indirect both in momentum and coordinate spaces, and therefore, the intensity of the corresponding luminescence should be very weak. Such weak radiative recombination has been experimentally observed. Figure 4 illustrates the radiative spectra observed under external Ar-laser irradiation with power  $W = 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  and different applied gate voltages. We wish to stress that all the spectroscopic and magnetotransport measurements were carried out simultaneously. For each spectrum in Fig. 4 the density of 2D-electrons  $n_s$  was measured independently under the same conditions by means of magnetoconductivity Shubnikov-de Haas oscillations. At a gate voltage  $V_g \leq V_T$  (this means  $n_s = 0$ ) the only intense bound exciton line (the BE-line) in the recombination spectrum from the crystal bulk is observed. The BE-line corresponds to excitons bound to neutral acceptor centres (boron atoms). When the power of the Ar-laser radiation increases, the bound multi-exciton complex lines (for  $W > 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ ) as well as the electron-hole liquid line (for  $W > 10 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ ) start to appear in the luminescence spectrum. The spectral positions of the above-mentioned lines occur in the spectral region where the radiative recombination of 2D-electrons with injected holes (the 2De-line) appears. That is why the power of the laser excitation should be optimized and thus should not exceed  $W \leq 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ . At a gate voltage  $V_g > V_T$  the 2D-electron accumulation channel occurs and in the radiative recombination spectrum a new 2De-line starts to appear. This 2De-line exhibits the following properties:

- (i) the intensity of the 2De-line is very low – about three orders of magnitude lower than the intensity of the BE-line from the crystal volume;
- (ii) the shape of the 2De-line is a step-like function when the electron density  $n_s$  corresponds to metal conductivity in the 2D-channel, reflecting the constancy of the density of states of 2D-electrons in zero magnetic field;
- (iii) the width of the 2De-line increases linearly with the electron density  $n_s$ , in accordance with the linear increase in the Fermi energy of 2D-electrons;
- (iv) the spectral position of the violet boundary of the 2De-line corresponding to the chemical potential of 2D-electrons is independent of the gate voltage  $V_g$  (with an accuracy of about 0.5 meV).

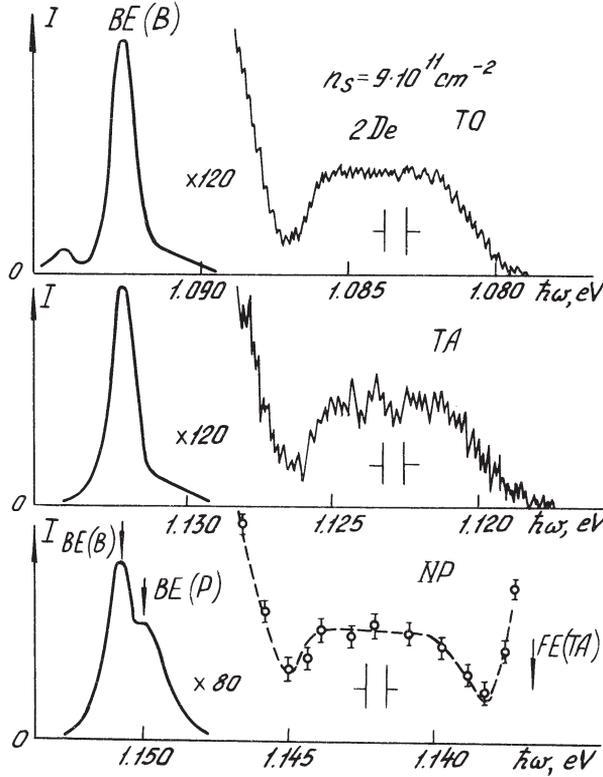


**Figure 4.** TO-phonon component of the radiative spectra (2De-line) of p-Si(001) MOSFET measured under Ar-laser excitation (the power of the laser light used is  $W = 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ ) and different gate voltages  $V_g$  at  $T = 1.6 \text{ K}$ . 2D-electron densities  $n_s$  are measured using Shubnikov-de Haas oscillations of the conductivity and are mentioned for every spectrum in units of  $10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . The BE line corresponds to bound excitons on boron atoms.

#### 2.4.1. TO-, TA-phonon and nonphonon (NP-) components of the spectrum

In order to establish the recombination mechanism, one has first of all to determine with what holes, free or bound to the boron atoms, the 2D-electrons recombine. Intuitively, the recombination with the bound holes seems more probable since, firstly, their concentration is much greater compared with that of the free ones and, secondly, they are less affected by the residual electric field that repels the free holes from the 2D-channel towards the substrate. This assumption is supported by the fact that the analogous recombination of photoexcited

electrons with 2D-holes, generated in the same structures at negative voltages  $V_g$ , exhibits an intensity weaker by at least one order.



**Figure 5.** TO-, TA- and nonphonon (NP-) component of 2De-line observed at  $W = 10^{-3} W \cdot \text{cm}^{-2}$ .  $T = 1.6 \text{ K}$  and  $n_s = 9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . The BE(B) and BE(P) lines correspond to excitons bound with boron and phosphorus atoms.

If the holes, bound to the boron atoms, participate in the recombination, one can observe a nonphonon radiation line shifted towards higher energies since the momentum close to the Brillouin one, that entrains the phonon, can in this case be transmitted to the impurity centre [18]. Fig. 5 shows the TO-, TA-phonon and NP-components of the spectrum. One can see that besides the radiation of the excitons, bound to the boron, all three components involve the 2De line, that appears at  $V_g > V_T$ . In the nonphonon component the radiation intensity is so small that the 2De line spectrum was measured at fixed points. It should also be pointed out that the NP-component, besides the radiation from the bulk of the excitons, bound to boron atoms (the BE(B)-line), exhibits radiation of the excitons bound to the phosphorus atoms (the BE(P)-line) of comparable intensity whose concentration in the silicon substrate is less by two orders of magnitude than that of the boron. This is related to the fact that the probability of nonphonon recombina-

tion of the excitons bound to the boron atoms is lower by almost three orders of magnitude than for phosphorus [18].

#### 2.4.2. *The violet boundary of the 2De-line*

As is seen from Fig. 4, the 2De line is characterized by the fact that its violet boundary is independent of the gate voltage  $V_g$  (or the density  $n_s$ ). This experimental fact can easily be explained in terms of the radiative transition from the energy-fixed levels of the chemical potentials of electrons and holes which are predetermined by the bulk Si, and under conditions of non-equilibrium excitation at low temperatures, are practically coincident with the bottom of the corresponding bands. However, as has been found before, the 2D-electrons recombine with the holes, bound to boron, i.e. their recombination complies with the transition conduction band — the impurity level spaced from the bottom of the valence band by the acceptor ionization energy  $\Delta_A = 46$  meV.

It should therefore be expected that the violet boundary of the 2De-line will be spaced from the band gap edge by a  $\Delta\hbar\omega$  value close to  $\Delta_A$ . However, experimentally  $\Delta\hbar\omega = 25$  meV. This implies that as a result of the recombination, only a part of the binding energy of the hole on the acceptor is taken rather than the whole of it. This suggests that in the final state only the complex with a binding energy of about 20 meV remains bound. In fact as a result of recombination, a negatively charged boron atom and, besides, positively charged excitation — a hole in the Fermi-sea of 2D electrons — remain in the impurity system. These charges can form a bound complex with a binding energy of about 20 meV. It is important that this complex, i.e. a negatively charged impurity — a quasi-two-dimensional hole, must have the eigenvalues of the Bohr radius  $a^*$  and the energy  $Ry = e^2/2\epsilon a^*$ , since the broadening due to holes is small ( $\approx 0.5$  meV) [16]. From estimates,  $Ry \approx 20$  meV, whence it follows that  $a^* = 60$  Å. This value reasonably agrees with the thickness of the 2D channel of the electrons.

So, the act of recombination of 2D-electrons with injected holes should be pictured in the following way. Practically, all the electric field in the semiconductor and the 2D electrons are concentrated in a very narrow region near the interface. In this region the boron atoms are completely ionized and the hole density is zero. The electric field is drastically reduced deep from the interface and attains a value of about  $10^2$  V/cm at a distance of about 70 Å where neutral acceptors appear. The density of 2D-electrons is a maximum at  $Z = 3 \times b^{-1} \approx 20$  Å, however, their wave function extends deep into the semiconductor and the integral of overlapping of the wave functions of electrons and holes, that determines the recombination probability, has a maximum at  $Z = Z_0$  and it drops appreciably on both sides in the  $\Delta Z$  interval. Therefore, only the holes from the thin layer with the two-dimensional density,  $n_h \approx 10^9$  cm $^{-2}$ , are effective in the recombination (the measurements of the  $\Delta Z$  and  $n_h$  values are treated in Section 2.8). As a result of the recombination a hole, bound to a boron atom, is actually transformed to a positively charged excitation — a hole in the 2D-channel. It

follows from the law of conservation of energy that the energy deficiency  $\Delta E_x$  will be equal to the difference in the binding energies of the two said complexes. Experimentally,  $\Delta E_x = 20$  meV.

### 2.4.3. *The shape of the 2De-line*

The shape of the radiation line of 2D-electrons with non-equilibrium holes with the participation of a TO-phonon (the matrix element  $M_{\text{TO}} = \text{const}$ ) is described by the convolution of the distribution functions of the electrons and holes [19]:

$$I(h\nu) \propto \int_0^{\infty} F_e(E) F_h(h\nu - E) dE, \quad (10)$$

$$F_{e(h)} = f_{e(h)} \cdot D_{e(h)}, \quad (11)$$

where  $f_{e(h)}$  and  $D_{e(h)}$  are the distribution functions and the DOS of the electrons (holes). From (10) it follows that the functions  $F_e$  and  $F_h$  can be determined separately, if one of them, the electron, for example, is made very narrow compared with the other one. In this case it can be treated as a  $\delta$ -function, and the radiation line shape will therefore directly reflect  $F_h$ . The 2D-electron distribution function in a strong magnetic field, normal to the 2D-layer, is close to a  $\delta$ -function, when the Landau level is half-filled [10, 20]. In this case, as suggested by our experiments, in most perfect structures the width of  $F_e$  does not exceed  $\approx 3$  K [16]. The radiation spectrum, obtained under such experimental conditions, represents the function close to a triangular one with a halfwidth  $\approx 10$  K, that is independent of  $\mu$ ,  $H$  and the spectral gap. This function can naturally be considered as the distribution function of the holes  $F_h(E)$ . Luckily,  $F_h(E)$  is also narrow compared with the characteristic Fermi energy of 2D-electrons (for example,  $E_F \approx 70$  K for  $n_s = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ ). This implies that the recombination spectrum of 2D electrons with non-equilibrium holes represents the function  $F_e(E)$ . Inasmuch as in the absence of the magnetic field and at low temperatures the two functions  $f_e(E)$  and  $D_e(E)$  are actually  $\theta$ -functions, the radiation spectrum must be a step-like function of the energy of width  $E_F$ . The experimentally measured shape of the 2De-line is actually close to the expected one, but in the region of small energies near the bottom of the dimensional quantization band  $E_0$  instead of a sharp edge one observes a noticeable broadening  $\Gamma$  (see Fig. 4), whose absolute value increases as the density  $n_s$  increases. The latter circumstance indicates that this deviation of the shape from the expected one is due to the effects of attenuation of single-electron excitations in the Fermi-sea of 2D-electrons.

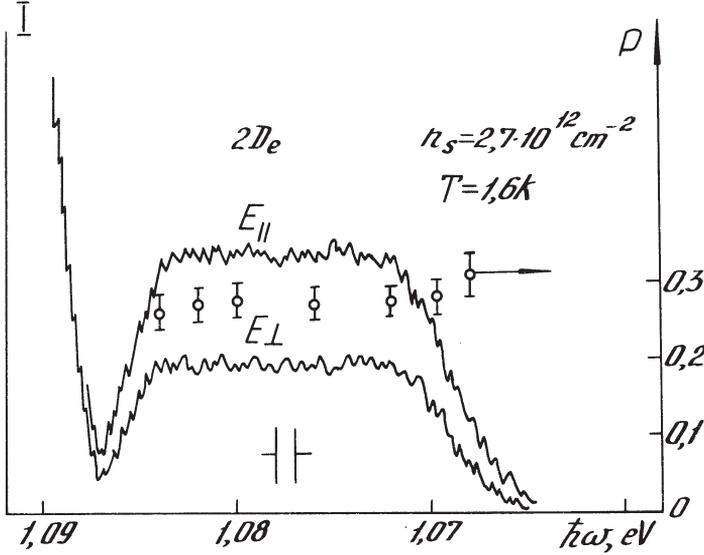
The 2D-electron system is an example of a Fermi-liquid whose properties can be described in terms of non-interacting single-particle excitations characterized by their own law of dispersion and attenuation of  $\Gamma$ . As shown by theoretical calculations [10, 21], the interaction of 2D-electrons leads to some renormalizing of the excitation mass compared with the mass of non-interact-

ing electrons. As for the value of the excitation attenuation, theoretically, this value can be determined only at the Fermi-surface. However, one can assert [22] that  $\Gamma$  equals zero on the Fermi-surface, increases as one moves away from  $E_F$  and is a maximum at the band bottom ( $E = E_0$ ). Therefore, it is at the “red” edge of the 2De-line, conforming with the transitions from the band bottom, that the effects of the Fermi attenuation will be most prominent, which is exactly what is observed in the experiment. As the density  $n_s$  increases, the electron-electron interaction grows and, as a consequence,  $\Gamma$  increases. The presence of an intensive bulk radiation (the line BE) at the “violet” edge and the manifestation of the attenuation effects at the “red” edge of the 2De line impede a direct determination of the position of the  $E_0$  level and the Fermi-energy  $E_F$ . Instead of approximating the shape of the 2De line with fitting parameters of  $E_F$  and  $\Gamma$  one can obtain the Fermi energy of 2D-electrons and the attenuation value at the band bottom by investigating the pattern of Landau levels in a magnetic field. Without going into details of the specific features of the DOS of 2D-electrons in a normal magnetic field, described in the next sections, we point out that under conditions when  $N$  Landau levels are completely filled, i.e. with  $n_s = NeH/h$ , the radiation spectrum exhibits  $N$  lines [16]. As the magnetic field is reduced the Landau levels close up to form a fan (see Section 3). It can easily be seen that the extreme points, where the Landau levels converge as  $H \rightarrow 0$ , directly determine the position of  $E_0$  and  $E_F$  in the radiation spectrum. Smearing at the red edge of the 2De-line corresponds to maximum attenuation, i.e. to the value at the band bottom. This treatment of the spectra shows that, firstly, the Fermi energy of 2D-electrons increases linearly as  $n_s$  increases (see Section 2.6), corresponding to constant DOS in a zero magnetic field, secondly, the DOS mass, obtained from the dependence  $E_F(n_s)$ , equals  $m_d = (0.202 \pm 0.002) m_0$ ,  $m_0$  being the mass of a free electron, that only slightly exceeds the mass of noninteracting electrons  $0.19 m_0$ , and thirdly, the cyclotron mass determined from the Landau levels fan equals  $m_c = (0.200 \pm 0.003) m_0$ .

## 2.5. The Polarization of the 2De-Line

In a cubic Si crystal, due to symmetry, all the directions are of equal value, and in the absence of external actions the recombination radiation is non-polarized. Under the action of uniaxial deformation or when a magnetic field is superimposed the symmetry is decreased, and the radiation becomes polarized. In the case of recombination of 2D-electrons with non-equilibrium holes the system has a preferential direction, i.e. normal to the 2D-layer. This, in particular, manifests itself in the fact that as a result of quantization of the motion in the  $Z$  direction only two electron valleys are occupied, residing on the  $[001]$  axis, whose mass in the  $Z$  directions is a maximum. All these facts suggest that in such a system one can expect linearly polarized recombination radiation. Fig. 6 shows the radiation spectra obtained in two polarizations:  $I_{\perp}$  — with the E-vector normal to the  $[001]$

axis and lying in the 2D-plane and  $I_{\parallel}$  – with the E-vector parallel to the normal to the 2D-layer.



**Figure 6.** Radiative spectra of 2D-electrons (the TO-phonon component) measured at  $T = 1.6$  K for two polarizations: parallel ( $I_{\parallel}$ ) and perpendicular ( $I_{\perp}$ ) with the respect to the normal to the 2D-layer.  $P$  is the degree of polarization.

It is seen that the whole radiation spectrum is uniformly linearly polarized in the 2D-plane, and the degree of polarization  $P = (I_{\perp} - I_{\parallel}) / (I_{\perp} + I_{\parallel}) \approx 0.28$ . Note, that the absolute value of  $P$  is obtained taking into account the depolarization coefficient of the optical system  $\eta \approx 0.75$ , that was specially determined from a measurement of the degree of polarization of the well-known bulk radiation lines in the magnetic field. The degree of linear polarization should be compared with the theoretically expected one and, in addition, with the analogous experimental data obtained for uniformly deformed silicon crystals. In fact, for compressive and tensile deformation of silicon along the [001] axis one can observe polarized radiation of excitons made up from electrons, belonging only to two valleys (001) and holes with  $J_z = 1/2$  (compression) and  $J_z = 3/2$  (tension). Theoretical and experimental results for these cases were published in [18, 23, 24]. The selection rules for the optical transitions in which electrons belonging to the valleys (001), and holes with different projections of  $J_z$  participate are tabulated. Table 1 presents the absolute values obtained for  $\alpha = 1/3\beta$  [18] when the theoretical values are in best agreement with the experimental ones obtained for deformed silicon [23]. It is seen from the table that if the state of the holes recombining with 2D-electrons turns out to be a doublet with  $J_z = 1/2$  or  $J_z = 3/2$ , the 2De-line will have the other polarization sign (for  $J_z = 1/2$ ) or a very large degree of polarization (for  $J_z = 3/2$ ). If we consider that all the projections of the total momentum

of the holes  $J_z = 3/2$  participate in the recombination, then the theoretical value for the degree of polarization is very close to the experimentally obtained value (see Table 1).

Table 1

Polarization of the 2De-line

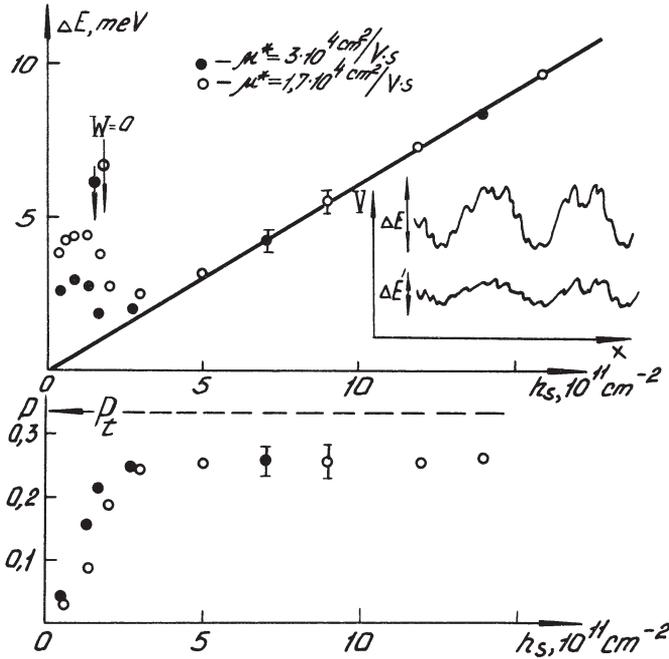
Electron valley	$J_z$	$I_{\parallel}$	$I_{\perp}$	$P = (I_{\perp} - I_{\parallel})/(I_{\perp} + I_{\parallel})$
(001)	1/2	$\alpha^2$	$2\beta^2$	0.78 (theory)
(001)	3/2	$3\alpha^2$	0	-1.0 (theory)
(001)	3/2, 1/2	$4\alpha^2$	$2\beta^2$	0.33 (theory) 0.28 (experiment)

We obtained the same degree and sign of polarization for the 2De-line in the TA-phonon component of the spectrum. This is natural, since the selection rules for the transitions in which TO- and TA-phonons participate are identical.

## 2.6. Screening of the Random Potential Fluctuations

In order to determine the Fermi-energy from the 2De-line shape with high accuracy, one can use the value of the line width measured at the half-height of  $\Delta E$ . Figure 7 shows  $\Delta E$  as a function of  $n_s$ , measured for two structures with maximum mobility of the 2D-electrons  $1.7 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  and  $3.1 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ . As is seen from this figure, with  $n_s > 3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  and up to  $n_s = 4 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  one can observe a strictly linear dependence  $\Delta E(n_s)$ , reflecting the fact that the DOS of 2D-electrons is constant ( $D_e = 2m_d/\pi\hbar^2 = \text{const}$ ) and  $E_F = n_s/D_e$ . With  $n_s < 3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  one observes a non-monotonic dependence  $\Delta E(n_s)$ . The lower part of Fig. 7 shows the dependence of the degree of linear polarization  $P$  of the 2De line on the density  $n_s$ .  $P$  is seen to be constant and independent of  $n_s$ , for  $n_s > 3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , and for  $n_s < 3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  it drops down to zero as  $n_s$  decreases.

In order to elucidate the causative factors of these singularities, it is interesting to compare the results obtained for two samples of different quality with different maximum mobility of 2D-electrons and different density of localized states. The latter circumstance manifests itself, for example, in that the metallic conductivity in the 2D-channel arises at different critical densities  $n_s^0$ . The value of  $n_s^0$  was determined from extrapolation of the dependence of the conductivity activation energy  $W$  on  $n_s$  to  $W \rightarrow 0$ ; it is shown by arrows for both structures [25]. So, with  $n_s < n_s^0$  the conductivity of the 2D-system is activated, and with  $n_s > n_s^0$  it is metallic. It is seen from Fig. 7 that in the structure with smaller  $n_s^0$  the narrowing of the 2D-line and the appearance of polarization is observed at smaller  $n_s$ . This indicates that these phenomena are due to the effect of screening of random potential fluctuations in the vicinity of the interface.



**Figure 7.** The dependences of the 2De-line width (the upper part) and the degree of polarization (the lower part) on the density  $n_s$  at  $T = 1.6$  K. The dark and open circles correspond to electron mobilities of  $3 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  and  $1.7 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  respectively. The arrows correspond to the critical density  $n_s^0$  when the transition from strong localization to metal conductivity occurs.

For small  $n_s$  ( $n_s < n_s^0$ ) and low temperatures ( $T < W$ ) the 2D-electrons are strongly localized on the random potential fluctuations, and in this case the conductivity is thermally activated. Under conditions of strong localization the 2D-electrons relax from a high-energy state to low-energy ones very slowly, as compared with the recombination time, and it can therefore be considered that in quasi-equilibrium all the states are occupied almost uniformly irrespective of their energy. As a result a broad 2De-line is observed at  $n_s < n_s^0$  for which  $\Delta E$  is likely to conform with the value of the fluctuation amplitude of the random potential of the defects at the interface (for details see Section 4). Localized states are occupied as  $n_s$  is increased, and with  $n_s^0$  2D-electrons get delocalized. Owing to this the random potential screening becomes effective (see the inset in Fig. 7), and the recombination line narrows noticeably. The further broadening reflects the growth of the 2D-electron Fermi-energy as  $n_s$  increases.

Let us consider the behaviour of the degree of linear polarization of the 2De line as a function of  $n_s$ . For  $n_s > n_s^0$  (the metallic region) the degree of polarization is constant across the whole width of the 2De line (see Fig. 7) and is independent of the 2D-electron density. With  $n_s < n_s^0$  (the region of strong localization) the degree of linear polarization decreases as  $n_s$  decreases. This result can eas-

ily be understood allowing for the fact that the random potential of the defects intermixes the electron localized states in all six valleys. The stronger the electrons are bound the greater is this intermixing and, consequently, the smaller is the degree of radiation polarization. The metallic region does not exhibit such intermixing, and the 2D-electrons belong only to two valleys lying on the (001) axis; therefore, the degree of polarization of the 2De line is a maximum. Hence, this is a spectroscopic method for separating the regions of strong localization and metallic conduction from the  $n_s$ -dependence of the degree of polarization.

### **2.7. Density of States and Occupation Numbers of 2D-Electrons under Strong Localization Conditions**

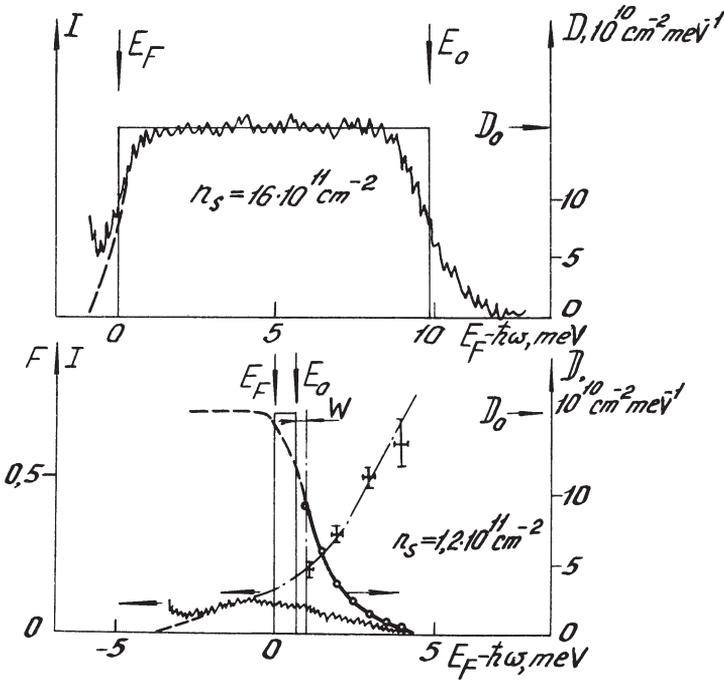
It was shown in (2.4) that the radiation spectrum of 2D-electrons  $I(E)$  is the product of the functions  $f_e(E)$  and  $D_e(E)$  where  $E$  is measured from the bottom of the band  $E_0$ . As much as the density is related to  $f_e$  and  $D_e$  by the relationship

$$n_s = \int_0^{\infty} f_e(E) D_e(E) dE, \quad (12)$$

for fixed  $n_s$  the integral intensity of the radiation is constant. This fact enables one to determine the absolute value of the DOS of 2D-electrons under any experimental conditions by comparison with the radiation spectrum in a zero magnetic field. In fact since it is known that with  $H = 0$  the DOS of 2D-electrons is constant and equal to  $D_0 = 2m_d/\pi\hbar^2 = 1.7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2} \text{ meV}$  (see Section 2.4). Knowing the position of  $E_0$  and  $E_F$ , from the equality of the areas of the rectangle in Fig. 8a and the 2De radiation line one can show the value of  $D_0$  on the intensity scale. After this procedure one can determine, for example, how the DOS absolute value varies in a perpendicular magnetic field (with  $n_s = \text{const}$ ) by equalizing the integral intensities of the 2De radiation lines with  $H = 0$  and  $H \neq 0$  [16]. It should be emphasized that this procedure is only valid for the case when the occupation numbers are equal to unity, that is, firstly, for  $H = 0$  and  $E_F \gg T$ , and, secondly, for complete filling of the Landau levels with  $H \neq 0$ .

Under conditions of 2D-electron strong localization (when  $n_s \ll n_s^0$ ) or in the quantum Hall effect regime with  $H \neq 0$  [1, 26], the equilibrium in the electron system may have no time to become established for the radiative time of the recombination and here the occupation numbers will be other than unity. Optical spectroscopy methods in this case may be employed to determine the occupation numbers under conditions of strong localization if the  $D_e(E)$  function is known. Measurements of the thermally activated conductivity are used to measure the energy distribution of 2D-electron DOS under conditions of strong localization [25]. The idea of the method is based on the fact that as localized states are filled the 2D-electron Fermi-quasi-level will approach the mobility threshold and the activation energy  $W$  will be reduced. Therefore, from the dependence  $W(n_s)$  by differentiating one can find the function  $D_e(E)$ . It should be emphasized that in

terms of this procedure one assumes that the function  $D_e(E)$  is independent of  $n_s$ . However, as was shown earlier, here and, also in the investigation of the DOS in a perpendicular magnetic field [16], the function  $D_e(E)$  depends strongly on  $n_s$ , that is associated with screening of the random potential of defects at the Si-SiO<sub>2</sub> interface. Nevertheless, there is a region of  $n_s$  (see Fig. 7) where the screening effects are not yet significant and the procedure for determining  $D_e(E)$  from thermally activated conductivity is justified. Thus the  $D_e(E)$  dependence obtained is shown in Fig. 8b. It should be noted that this dependence was measured under conditions when there was no non-equilibrium excitation and  $n_d = 0$ . This was connected with the fact that, firstly, under these conditions, the occupation numbers  $f_e$  were equal to unity and, secondly, under the illumination the bulk photoconductivity was comparable in magnitude with the conductivity of the system of strongly localized 2D-electrons. The latter circumstance impedes the determination of the activation energy of 2D-electrons in the case of photoexcitation.



**Figure 8.** Determination of the density of states ( $D$ ) of 2D-electrons at  $n_s = 1.6 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  and the occupation numbers ( $F$ ) under conditions of strong localization at  $n_s = 1.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  using radiative recombination spectra.

As is seen from Fig. 8b, the occupation numbers  $f_e(E)$  determined by comparing  $I(E)$  and  $D_e(E)$  turn out to be much less than unity for continuous excitation in the region of strong localization of 2D-electrons. Here  $f_e(E)$  decreases as the energy  $E$  increases. It was also found that the smaller  $n_s$ , and therefore the great-

er the activation energy  $W$ , smaller  $f_e(E)$  values result from this treatment and the more uniform was the filling of localized states related to random potential fluctuations (i.e. the function  $f_e(E)$  ceased to depend on the energy:  $f_e(E) \approx f_e^0 = \text{const}$ ). Knowing the value of  $f_e^0$  for a given  $n_s$ , one can determine the density of the localized states at the Si-SiO<sub>2</sub> interface:  $n_1 = n_s/f_e^0$ , which in the sample with  $\mu^* = 1.7 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  was equal to  $n_1 = 2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ .

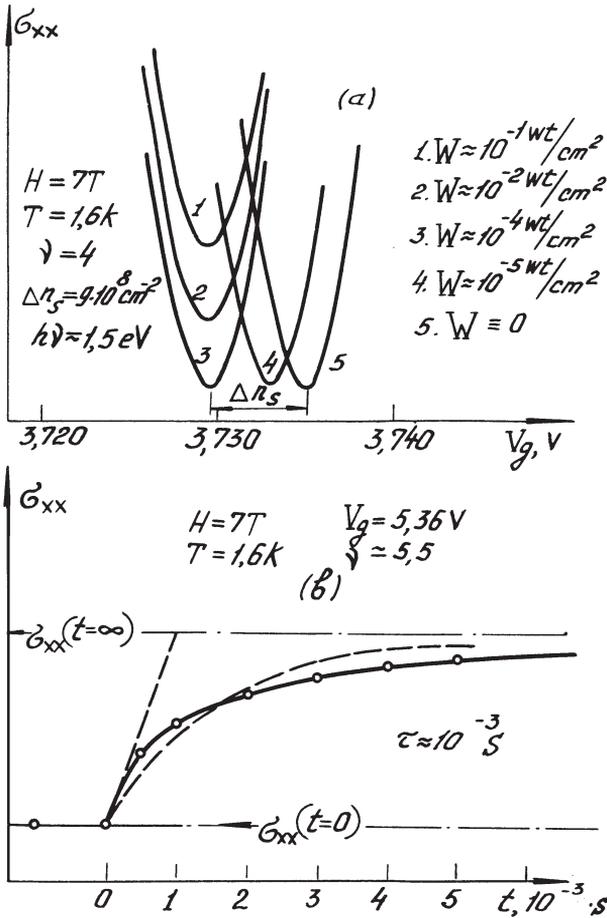
So, simultaneous application of the methods of optical spectroscopy and electronic transport enables one to determine the absolute value and the energy distribution of the DOS and occupation numbers of 2D-electrons.

## 2.8. Kinetics of the Radiative Recombination of 2D-Electrons

The intensity of the 2De line radiation is very low. This prevented us from directly measuring the recombination time constant  $\tau_R$  with respect to the 2De-line radiation kinetics. Nevertheless, it was possible to estimate the characteristic time  $\tau$  from the magnetic conductivity kinetics that reflects the change in  $n_s$  with time. We shall consider the case when non-equilibrium electron-hole pairs are created using a GaAs light diode and the sample, placed in a cold ( $T \approx 2 \text{ K}$ ) metal vessel, is acted upon by radiation only in the near IR range ( $h\nu \geq E_g^i$ ). Under these conditions, after the light is switched off (that can be performed for about  $10^{-6} \text{ s}$ ) some part of the 2D-electrons ( $\Delta n_s$ ) must recombine with the nearest holes from a rather narrow region ( $\Delta Z$ ) for a characteristic time  $\overline{\tau_R}$ , after which no changes occur in the 2D-channel and in the impurity system (see Section 2.3). Therefore, one can estimate the characteristic time and, also, determine the density of the holes participating in the recombination  $\Delta n_h = \Delta n_s$ , studying the kinetics of the variation of the 2D-electron density from the magnetic conductivity. Besides, one can estimate the characteristic size of the region  $\Delta Z = n_h/N_a$  wherein the recombination occurs from the magnetic conductivity kinetics.

The upper part of Fig. 9 shows how the pattern of Shubnikov-de Haas oscillations shifts (for a minimum in  $\sigma_{xx}$  corresponding to  $\nu = 4$ ) as the excitation power is reduced from  $10^{-1} \text{ W/cm}^2$  down to zero. It is seen that starting from  $W = 10^{-3} \text{ W/cm}^2$  the 2D-electron density does not alter as the excitation power increases. An increase in the absolute value of  $\sigma_{xx}$  at the minimum with  $W > 10^{-2} \text{ W/cm}^2$  is related to an insignificant heating of the 2D-electron system (by about  $0.1 \text{ K}$  for  $W = 10^{-1} \text{ W/cm}^2$ ). As the excitation power is reduced the pattern of Shubnikov-de Haas oscillations shifts towards larger  $V_g$ , which corresponds to an increase in  $V_T$  and, therefore, a decrease in  $n_s$  for a fixed  $V_g$ . A change in the 2D-electron density resulting from their recombination with non-equilibrium holes, as suggested by Fig. 9, makes up  $\Delta n_s = 9 \times 10^8 \text{ cm}^{-2}$ . To record the kinetics of the  $n_s$  variation one has to work at a maximum rather than at a minimum of  $\sigma_{xx}$ , for example at  $\nu = 5.5$ , in order to eliminate the effect of the parasitic time  $\Delta t = RC$  (where  $R \approx \sigma_{xx}^{-1}$ ,  $C$  being the capacity of the MOS-structure) that at a minimum of  $\sigma_{xx}$  may reach  $\sim 1 \text{ s}$ , and at a maximum of  $\sigma_{xx}$  may amount to  $\sim 10^{-6} \text{ s}$ . The lower part of Fig. 9 shows the time

dependence of an increase of the magnetic conductivity with  $\nu = 5.5$  caused by the decrease in the 2D-electron density after the light was switched off. It is seen that the experimental dependence is not exponential (the dashed line). This is related to the fact that the 2D-electrons recombine with the holes which are at different distances  $Z_0$  from the interface, and the probability of recombination with these (as well as the recombination time) is different for different  $Z$ . Nevertheless, the characteristic time  $\bar{\tau}_R$  can be estimated from the slope of the dependence  $\sigma_{xx}(t)$  (as  $t \rightarrow 0$ ) and it amounts to  $\sim 10^{-3}$  s. Knowing that for the recombination time the density of 2D-electrons (and of the holes) decreased by  $\Delta n_s = \Delta n_h = 4 \times 10^8 \text{ cm}^{-2}$ , one can estimate the characteristic size of the region  $\Delta Z$  wherein recombination occurs:  $\Delta Z = \Delta n_h / N_A \sim 40 \text{ \AA}$ .



**Figure 9.** (a) Variation of the magnetoconductivity  $\sigma_{xx}$  in the vicinity of the minimum corresponding to a filling factor  $\nu = 4$  measured at different powers of the external irradiation  $W = 10^{-1}$ (1),  $10^{-2}$ (2),  $10^{-4}$ (3),  $10^{-5}$ (4),  $0 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ (5).  $T = 1.6 \text{ K}$ ,  $H = 7 \text{ T}$ ,  $\Delta n_s = 9 \times 10^8 \text{ cm}^{-2}$ . (b) The kinetics of magnetoconductivity  $\sigma_{xx}(t)$  measured in the vicinity of the  $\sigma_{xx}$  maximum ( $\nu = 5.5$ ,  $V_g = 5.3 \text{ V}$ ,  $H = 7 \text{ T}$ ,  $T = 1.6 \text{ K}$ , and  $\tau_R = 10^{-3} \text{ s}$ ).

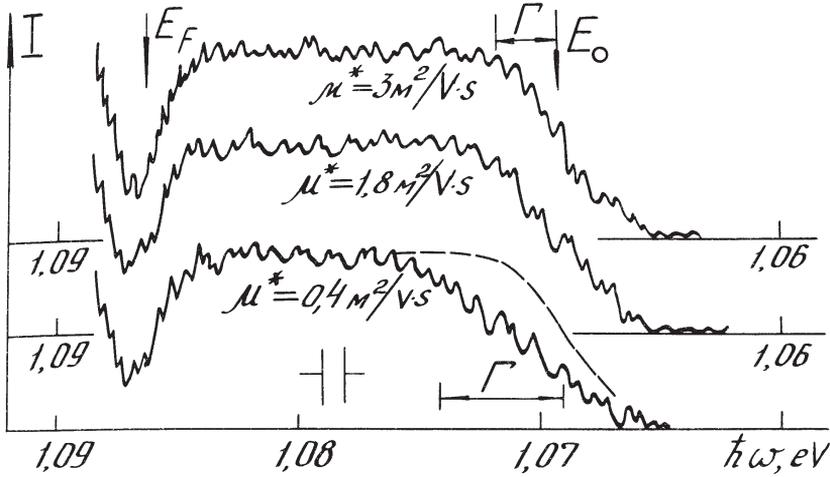
## 2.9. The Influence of Attenuation and the Effect of Impurities on the 2De-Line Shape

As pointed out in (2.4) the properties of the system of interacting 2D-electrons, which is an example of a Fermi-liquid, must be described in terms of non-interacting single-particle excitations. Investigations of the 2De-line shape, the dependence of its width and the pattern of the Landau-level splittings in a perpendicular magnetic field suggest that the value of the DOS mass for the excitations is slightly different from that of non-interacting 2D-electrons (see Section 2.4). As far as the magnitude of attenuation of single-particle excitations,  $\Gamma$ , is concerned, in our case, we cannot say anything about it a priori. By analogy with known Fermi-liquid systems, for example, for an electron-hole liquid in Ge and Si one can say that the attenuation increases with distance from the Fermi surface and reaches a maximum value  $\Gamma_{\max}$  at the very bottom of the band. The value of  $\Gamma_{\max}$  can make up from ten to forty percent of the Fermi energy [27] for different values of the liquid density.

In the system of 2D-electrons of the Si(001) surface the attenuation effects of single-particle excitations lead to a noticeable smearing of the red edge of the 2De line, and  $\Gamma_{\max}$  at the bottom of the band amounts to  $\Gamma_{\max} = 0.15 E_F$  for  $n_s = 2.7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  (see Fig. 4). The attenuation and its change with distance from the Fermi surface can also be determined from the broadening of the Landau levels in the radiation spectrum in a perpendicular magnetic field. The Landau levels broaden as one moves deep from the Fermi surface, and at the bottom of the band this broadening amounts to  $\approx 2 \text{ meV}$  (see Section 3), which agrees with the value obtained for  $H = 0$ . Figure 4 suggests that when  $n_s$  increases, the absolute value of  $\Gamma_{\max}$  increases leading to a greater smearing of the 2De line zero edge. The increase in  $\Gamma_{\max}$  as a function of  $n_s$  is attributed to an increase in the effects of interaction of 2D-electrons. The dependence  $\Gamma_{\max}(n_s)$  is close to linear:  $\Gamma_{\max} = 1.1 \text{ meV}$  for  $n_s = 1.2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ ,  $\Gamma_{\max} = 2.0 \text{ meV}$  for  $n_s = 2.7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ , and  $\Gamma_{\max} = 4.0 \text{ meV}$  for  $n_s = 3.8 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ .

Besides the attenuation effects, the 2De-line shape may be affected by the presence of impurities and defects near the Si-SiO<sub>2</sub> interface. In fact, the wave function of 2D-electrons in the Z-direction in the ideal case is identical for all the electrons and is independent of the energy of the 2D-electron motion in the plane. However the occurrence of defects in the 2D-channel region may lead to 2D-electron scattering, as a result of which the momentum and the energy of motion in the plane may be transformed to the components of the motion, directed along Z. Due to this process the probability of 2D-electron tunneling into the depth of the semiconductor increases for electrons with greater energy and, consequently, the violet edge of the line must exhibit an increased radiation intensity. To reveal effects associated with scattering by impurities, we investigated the 2De-line shape on samples of different quality at a constant 2D-electron density,  $n_s = 2.7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  (see Fig. 10). As pointed out in Section 2.2, the structures investigated differed significantly both in the boron concentration in the substrate

(which varied from  $5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  to  $2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ) and in the value of the maximum mobility of 2D-electrons ( $\mu$  varied from  $4 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  to  $3 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ ).



**Figure 10.** Comparison of the 2De-line shapes measured in three MOSFET's with different electron mobilities:  $\mu = 3 \times 10^4, 1,8 \times 10^4, 4 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  (from the top to the bottom of the figure).  $W = 10^{-3} \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}$ ,  $T = 1,6 \text{ K}$ ,  $H = 0$ , and  $n_s = 2,7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ .

Of seven MOS-structures the 2De-line shape with  $n_s = 2,7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  was practically identical in the six structures for which  $\mu^* > 10^4 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  and only one structure of the lowest quality with  $\mu^* = 4 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  exhibited deviation from the 2De-line shape in the region of small energies (see Fig. 10). It should be noted that the observed variation of the 2De-line shape does not agree very well with the model of the increase of the tunneling probability due to impurity scattering, since it can be seen from the spectra that it is the red edge that is changed rather than the violet. Therefore, the observed deviation of the line shape is due, most probably, to 2D-electron DOS reconstruction arising from the random potential of the defects with large fluctuation amplitude.

### 3. Radiative recombination spectra of 2D-electrons with injected holes in a transverse magnetic field

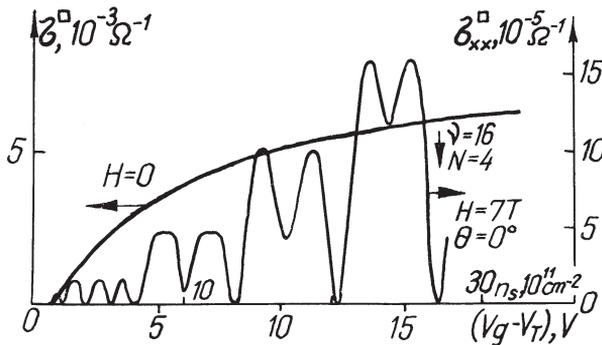
The radiative recombination spectrum of 2D-electrons with nonequilibrium injected holes is the convolution of the distribution functions of the 2D-electrons and holes bound to the acceptor center cores. It is significant that the width of the energy distribution of holes participating in the recombination is not large in the case in question ( $\lesssim 0,8 \text{ meV}$ ). Therefore, the radiative spectrum directly reflects, with high accuracy, the energy distribution of the single-particle density of states of 2D-electrons [15, 28]. Here we wish to discuss how the optical spectroscopy

method can be used to determine the gap values in the single-particle energy spectrum of 2D-electrons in a transverse magnetic field [16, 29].

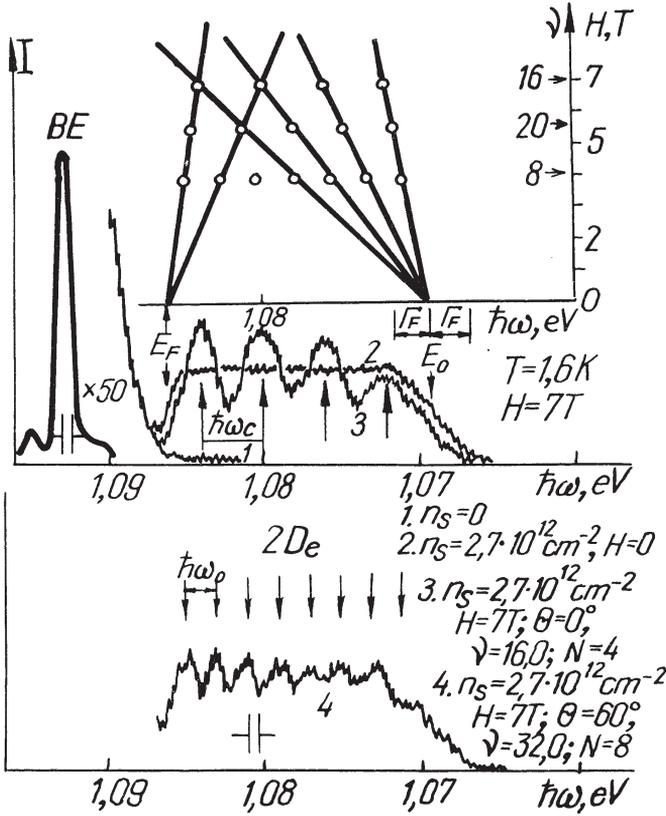
We studied a high-quality MOS-transistor fabricated on the (001) surface of p-type silicon with a boron concentration of about  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$ . The structures have a ring-like geometry (they are Corbino disks); the thickness of the insulator is  $1300 \text{ \AA}$ ; and the maximum mobility of the 2D electrons is  $\mu^* = 3 \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  at  $n_s = 4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  and  $T = 1.6 \text{ K}$ . The transistors have a semitransparent metal gate. The emission is observed in the Voigt geometry and analysed by a high-resolution double monochromator. The emission intensity is detected under photon-counting conditions.

### 3.1. The Structure of Optical Spectra due to Landau Quantization

The conductivity of the 2D-electrons versus the gate voltage  $V_g$  (the threshold voltage is  $V_T = 0.24 \text{ V}$ ) without a magnetic field and in a strictly transverse magnetic field  $H = 7 \text{ T}$  is shown in Fig. 11. From these results we can easily determine the concentration of 2D-electrons  $n_s$ . We see that with  $n_s = 2.7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  and  $H = 7 \text{ T}$  there are four completely filled Landau levels (each four-fold degenerate in the spin and the valleys; the filling factor is  $\nu = 16$ ). Figure 12 shows the recombination-radiation spectra (the TO-phonon component) found for  $n_s = 2.7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  when there is no magnetic field (curve 2) and when there is a magnetic field (curve 3)  $H = 7 \text{ T}$ . These spectral measurements were carried out at the same time as the transport measurements. At  $H = 0$  the emission spectrum reflects the constancy of the density of states and has a width equal to the Fermi energy of the 2D-electrons with  $n_s = 2.7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ . In a transverse magnetic field  $H = 7 \text{ T}$  and with  $n_s = 2.7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  ( $\nu = 16$ ), we clearly see four equidistant lines in the spectrum, corresponding to four Landau levels split by the cyclotron energy  $\hbar\omega_c = 4 \text{ meV}$ , which corresponds to a cyclotron mass  $m_c = 0.2 m_0$ . We see that the spin and valley splittings of the level are not resolved under these conditions.



**Figure 11.** Conductivity (at  $H = 0$ ) and magnetoconductivity in a transverse magnetic field  $H = 7 \text{ T}$  versus the density of 2D-electrons, which is proportional to the gate voltage  $V_g$ , measured from the threshold voltage  $V_T$ .  $T = 1.6 \text{ K}$ .



**Figure 12.** The radiative recombination spectra of 2D-electrons measured without an applied magnetic field ( $H = 0$ , spectrum 2) and with an applied magnetic field ( $H = 7\text{ T}$ , spectrum 3) at  $T = 1.6\text{ K}$ . At  $n_s = 2.7 \times 10^{12}\text{ cm}^{-2}$  and  $H = 7\text{ T}$  four Landau levels are completely occupied (the filling factor  $\nu = 16$ ). Landau level fans are shown in the upper part of the figure.  $E_F$  and  $E_0$  are the Fermi energy and the bottom of the band energy respectively.  $\Gamma_F$  is a broadening due to damping of single-particle excitations in a 2D-electron Fermi sea. For the lower spectrum (4) the deviation of  $H$  from the normal to the 2D-plane is equal to  $60^\circ$ .

In order to demonstrate the two-dimensional nature of the electron system under study, we used the method of rotation of the magnetic field. The angle ( $\theta$ ) of deviation of the magnetic field from the normal to the 2D layer was established and determined from the change in the pattern of Shubnikov-de Haas oscillations. With  $\theta = 60^\circ$ ,  $n_s = 2.7 \times 10^{12}\text{ cm}^{-2}$  and  $H = 7\text{ T}$ , the filling factor exactly doubles, and eight Landau levels turn out to lie under the Fermi surface. Figure 12 (the lower part) shows the spectrum of the recombination radiation found under these conditions. In this spectrum we can clearly see eight Landau levels, whose splitting is half of that in the upper spectrum of the Fig. 12. This is unambiguous proof that the density of states of 2D-electrons is being seen in the recombination spectra. Finally, for  $H$  parallel to the 2D-layer ( $H \parallel (001)$ ) no Landau level pattern is observed.

Table 2

The selection rules for indirect transitions in Si ( $\Gamma_8^+ - \Delta_6$ )

Phonons	$J_z, S_z$	$3/2, -1/2$	$-3/2, 1/2$	$1/2, 1/2$	$-1/2, -1/2$	$1/2, -1/2$	$-1/2, 1/2$	$-3/2, -1/2$ $+3/2, +1/2$
LA	$-\gamma e_+ u_{LA}$	$-\gamma e_- u_{LA}$	$\frac{\gamma}{\sqrt{3}} e_+ u_{LA}$	$\frac{\gamma}{\sqrt{3}} e_- u_{LA}$	$0$	$0$	$0$	$0$
LO	$-\eta e_- u_{LO}$	$\eta e_+ u_{LO}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \eta e_- u_{LO}$	$-\frac{\eta}{\sqrt{3}} e_+ u_{LO}$	$\sqrt{2/3} \lambda e_z u_{LO}$	$\sqrt{2/3} \lambda e_z u_{LO}$	$-\sqrt{2/3} \lambda e_z u_{LO}$	$0$
TO, TA	$-\alpha e_z u_-$	$\alpha e_z u_+$	$\frac{\alpha}{\sqrt{3}} e_z u_-$	$-\frac{\alpha}{\sqrt{3}} e_z u_+$	$-\sqrt{2/3} \beta (e_+ u_- + e_- u_+)$	$-\sqrt{2/3} \beta (e_+ u_- + e_- u_+)$	$\sqrt{2/3} \beta (e_+ u_- + e_- u_+)$	$0$

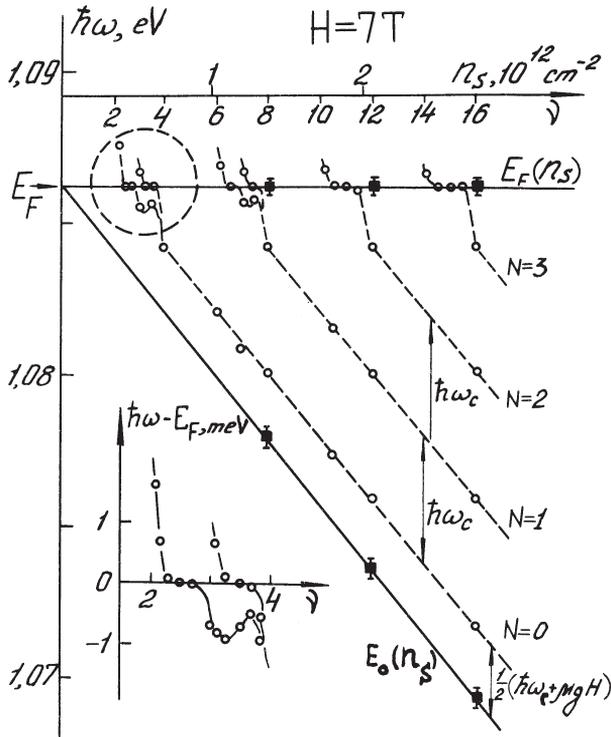
$J_z, S_z$  are projections of the hole momenta ( $J_z = \pm 3/2, \pm 1/2$ ) and of the electron momentum ( $S_z = \pm 1/2$ );  $\alpha, \beta, \lambda, \eta, \gamma$ , are constants;  $e$  is the polarization vector,  $e_{\pm} = e_x \pm i e_y$ ; the axis  $Z \parallel H$ ;  $U$  is the displacement amplitude.

A fan of Landau levels contracted according to the positions of the emission lines, measured at  $H = \text{const}$  in different magnetic fields and under the conditions of integer filling of Landau quantum states enables one to fix the location of the dimensional quantization level,  $E_0$ , and to determine the Fermi energy (see the upper part of Fig. 12). One can see that the full width at half-maximum (FWHM) of the emission line at a given density of 2D-electrons and  $H = 0$  is equal to the Fermi energy.

At  $T = 1.5$  K radiative recombination of 2D-electrons in a transverse magnetic field is observed only for electrons with spin projection  $S_z = +1/2$  (i.e. for  $2 + 4m < \nu < 4(1 + m)$ , where  $m$  is an integer).

The TO-phonon component of the 2De-line in a transverse magnetic field is almost completely polarized in the direction of  $H$ .

From the selection rules presented in Table 2 and also from the spectrum properties indicated above, it follows that at  $T = 1.6$  K the 2D-electron recombines with a nonequilibrium hole having a momentum projection  $J_z = -3/2$ . In this case the optical transitions for electrons with spin projection  $S_z = -1/2$  are forbidden.



**Figure 13.** Spectral positions of the 2De-line versus the density of 2D-electrons  $n_s$  measured at  $H = 7$  T,  $T = 1.6$  K and  $W = 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ . The dark squares correspond to the energies of the Fermi level and of the bottom of the band. The region of the filling factors  $2 < \nu < 4$  shown in the insert is enhanced.

Figure 13 shows the change in the spectral position of the recombination 2De-lines as the density  $n_s$  or the filling factor  $\nu$  varies. In addition, it shows the measured dependences (the dark squares) for the energy position of the bottom of the band,  $E_0$ , and the Fermi energy  $E_F$  as  $n_s$  varies. It can be seen in the figure that in a transverse field  $H = 7$  T a series of Landau levels is observed, and the splitting between them is  $\hbar\omega_c$ . The spectral position of lines corresponding to Landau levels deep under the Fermi surface depends linearly on  $n_s$  and corresponds to a variation of the position of the bottom of the band  $E_0$  on  $n_s$ . In the vicinity of the Fermi surface in the region of odd integers  $\nu$  two radiation lines are observed corresponding to recombination of 2D-electrons from different valleys (for details see the inset to Fig. 13 and also the next section). It is of interest to see how the dependence of the spectral position of the recombination lines exhibits the effect of Hall resistance quantization [1], arising due to the fact that at integer  $\nu$  the Fermi level proves to be in the region of localized states, just in the gap between Landau levels. As has been mentioned in [30], in GaAs-AlGaAs quantum wells for integer  $\nu$  a pinning of the spectral position of the recombination lines is observed in the spectrum of 2D-electron radiation. Figure 13 shows that in our experiment the pinning of the spectral position of the 2De-line is observed at half-integer  $\nu$ , but is not observed for complete (integer) occupation of the quantum states. These facts can be easily explained, since at integer  $\nu$  the density of states at the Fermi level is small and the value of  $E_F$  varies sharply with  $n_s$ , whereas at half-integer  $\nu$  the value of  $D(E_F)$  is large and  $E_F$  varies only slightly.

It is clear from the above properties of radiative recombination of 2D-electrons with photoexcited holes that the method of optical spectroscopy offers new ways of studying the energy spectrum of the 2De-system and its dependence on the magnetic field, the Landau level filling factor, the temperature and the structure quality. The next section is devoted to the application of this method to determining the values of the spin and intervalley splittings.

### 3.2. The Structure of the Landau Levels. Spin and Intervalley Splittings

As is well-known, four-fold degeneration of the electron energy spectrum is observed in the system of 2D-electrons on a (001) silicon surface due to the presence of two equivalent electron valleys and spin. In early experiments it has, however, been found [31] that in a perpendicular magnetic field this degeneracy is reduced and the 2D-electron energy spectrum becomes totally discrete. For instance, in the Shubnikov-de Haas experiments, when filling each of the four Landau sublevels (that is, for  $\nu = 1, 2, 3, 4$ ), one can observe magnetoconductivity minima, caused by the fact that the Fermi level falls within the region of localized states in the gaps between the quantum sublevels. The values of the spin and valley splittings were determined by various experimental methods based on an investigation of the specific features of the magnetoconductivity in a tilted

magnetic field [32, 33], the thermoactivated magnetoconductivity [34], and the gate voltage [35]. In all these papers, however, the splitting values were measured indirectly using fitting parameters and assumptions, which require special substantiation.

In the case of radiative recombination of 2D-electrons on the (100) Si surface with photoexcited holes the energy distribution of the emission spectrum directly reproduces the 2D-electron energy spectrum. The applications of optical-spectroscopy methods enable one to measure directly the values of the spin and valley splittings as the energy separation between the corresponding lines in the radiative recombination spectra.

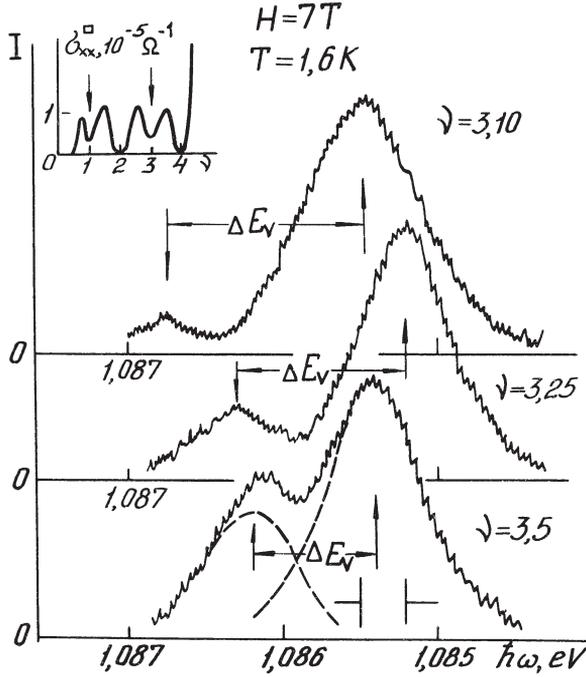
### 3.2.1. Valley splitting $\Delta E_v$

In [36–39] the valley splitting was calculated without taking into account the electron-electron (e-e) interaction and the value obtained ( $\Delta E_v^0$ ) was determined by the gate field:

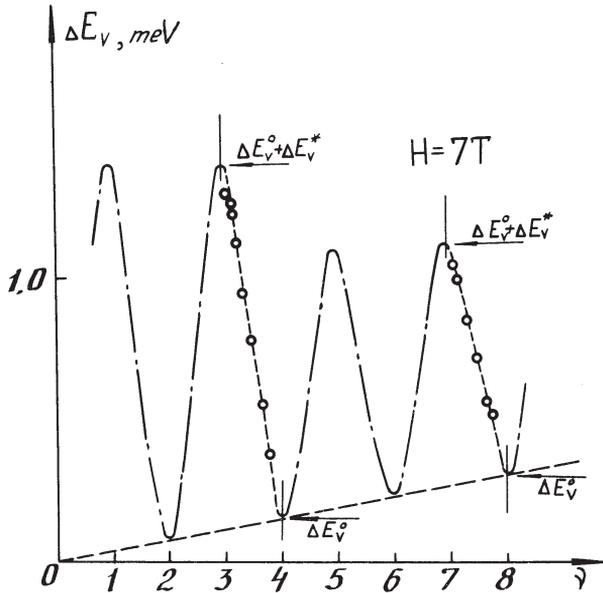
$$\Delta E_v^0 = L/K \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right) \propto n_s, \quad (13)$$

where  $L/K = \text{const}$ , and  $\partial V/\partial z$  is the potential gradient produced by the gate voltage. According to these theories the valley splitting arises due to nonequivalency of two electronic valleys with respect to the direction of the electric-field vector and has an electrostatic nature. Alternatively, it has been pointed out [40, 41] that the valley splitting in a perpendicular H must be significantly increased due to the contribution of  $\Delta E_v^*$  resulting from the interaction of 2D-electrons. So, the total value of the valley splitting  $\Delta E_v^{\text{tot}}$  is the sum of  $\Delta E_v^0$  and  $\Delta E_v^*$ , the above contributions being differently dependent on H,  $n_s$  and  $\nu$  [42].

Figure 14 demonstrates the dependence  $\sigma_{xx}(\nu)$  (in the insert) and the 2D-electron radiative recombination spectra, measured for H = 7 T and T = 1.6 K. There is one line in the emission spectra at  $\nu = 3.0$ , which corresponds to the 2D-electron recombination from the lower electronic valley. These 2D-electrons have spin projections  $S_z = +1/2$  and belong to the principal Landau level (N = 0). At low temperatures only holes from the ground state with  $J_z = -3/2$  participate in the recombination, and the optical transitions involving the participation of electrons with  $S_z = -1/2$  are forbidden, and the corresponding emission lines are not observed [28]. At  $\nu > 3$  the next electron valley begins to be filled and a new line appears in the recombination spectrum. The relative intensity of this line corresponds to a deviation of  $\nu$  from 3. The energy interval between the lines corresponds to the valley splitting  $\Delta E_v$  (Fig. 14). Note that even in the cases when  $\Delta E_v$  becomes smaller than the width of the lines and they are not fully resolved the  $\Delta E_v$  value is determined with good accuracy since the shape of the lines (measured for  $2 < \nu < 3$ ) as well as their intensity ratio for a given  $\nu$  are known. Hence, optical-spectroscopy methods enable one both to determine  $\Delta E_v$  directly and to measure the dependence  $\Delta E_v(\nu)$  [42].



**Figure 14.** Spectra of radiative recombination of 2D-electrons with injected holes, measured at  $H = 7 \text{ T}$ ,  $T = 1.6 \text{ K}$ ,  $W = 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  and various values of  $\nu$ : 3.1; 3.25; 3.5. The insert demonstrates the dependence  $\sigma_{xx}(\nu)$ .



**Figure 15.** The valley splitting  $\Delta E_\nu$  as a function of the filling factor  $\nu$  measured for  $H = 7 \text{ T}$  and  $T = 1.6 \text{ K}$ .

Figure 15 shows the dependences  $\Delta E_v(\nu)$  measured for  $H = 7$  T and  $T = 1.6$  K. The  $\Delta E_v$  value is seen to oscillate strongly as  $\nu$  varies and to reach a maximum for integer odd values of  $\nu = \nu^* = 3, 5, \dots$ . The absolute  $\Delta E_v$  values, measured by the optical-spectroscopy method, significantly exceed the corresponding values obtained by other methods [32–35]. It is also seen that  $\Delta E_v$  decreases as  $\nu$  deviates from  $\nu^*$  as the next valley is being filled. Such a dependence of  $\Delta E_v$  on  $\nu$  corresponds to the mechanism of valley splitting based on the e-e Coulomb interaction [40] and it contradicts the concept of unrenormalized  $\Delta E_v^0$ . For equal filling of the valley Landau sublevels (for integer even values of  $\nu = \nu^0 = 2, 4, 6, \dots$ ) the  $\Delta E_v^*$  contribution becomes zero [40] and  $\Delta E_v$  reaches a minimum, therefore the dashed line in Fig. 15 corresponds to the dependence of the  $\Delta E_v^0$  on  $n_s$ . The measured function  $\Delta E_v^0(n_s)$  appears to be universal and independent of the magnetic field [42]. Alternatively, as is seen from Fig. 15, the contribution of  $\Delta E_v^*$  is strongly dependent on  $H$  and the quantum level number  $N$  [42].

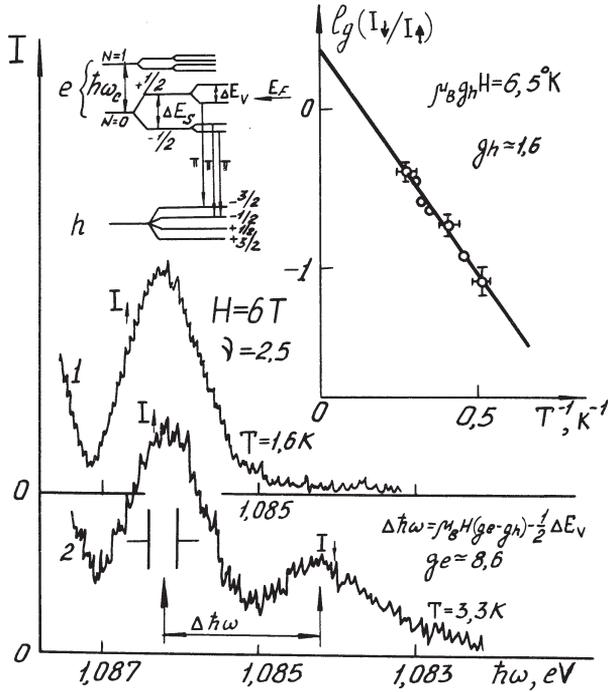
### 3.2.2. *Spin splitting $\Delta E_s$*

It has been pointed out that at low temperatures and strong magnetic fields the recombination spectra exhibit only one spin component of 2D-electrons with spin projection  $S_z = +1/2$  and there is no emission of the electron with  $S_z = -1/2$ . This is related to the fact that due to the Zeeman effect the hole level splits into a quartet, and during the lifetime at low temperatures all the nonequilibrium holes occupy the ground state with  $J_z = -3/2$ . The optical transitions in which electrons with  $S_z = -1/2$  and holes with  $J_z = -3/2$  participate are forbidden by the selection rules, and the corresponding emission is not observed. In order to observe the recombination of 2D-electrons with  $S_z = -1/2$  (and, to determine  $\Delta E_s = \mu_0 g_e H$ ) one has to increase the temperature so that a noticeable number of holes with  $J_z = -1/2$  appears.

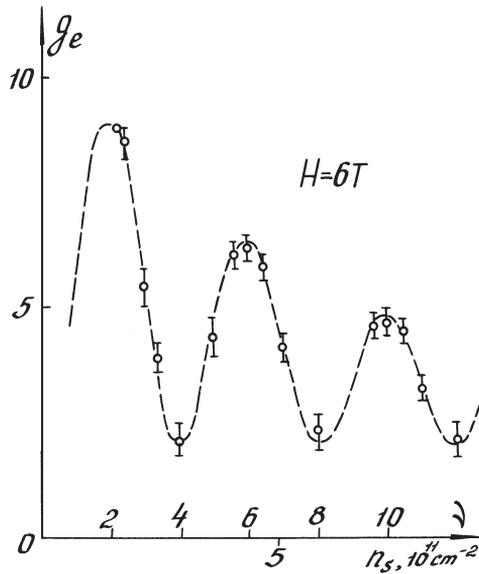
As is seen from Fig. 16, at  $H = 6$  T,  $\nu = 2.5$  and  $T = 1.6$  K the emission spectrum exhibits only one line corresponding to the recombination of 2D-electrons ( $S_z = +1/2$ ) with holes ( $J_z = -3/2$ ). As the temperature is increased up to 3.3 K, in the low-energy part of the spectrum an additional emission line appears, which is caused by the recombination of electrons having  $S_z = -1/2$  with holes ( $J_z = -1/2$ ) (spectrum 2 in Fig. 16). The schematic representation in Fig. 16 shows that the energy interval between the lines ( $\Delta \hbar \omega$ ) is determined by the spin splitting:

$$\Delta \hbar \omega = \mu_0 g_e H - 1/2 \Delta E_v^{\text{tot}} - \mu_0 g_h H. \quad (14)$$

Thus the measured g-factor of 2D-electrons at  $H = 6$  T,  $\nu = 2.5$  and  $T = 3.3$  K turns out to be  $g_e = 8.6$ , which is much greater than the value  $g^0 = 2$  in the bulk silicon crystal. Another way of determining  $\Delta E_s$ , based on a comparison of the spectral positions of the lines at low temperatures [42], also gives strong enhancement of  $g_e$ .



**Figure 16.** 2D-electron radiative recombination spectra, measured for  $H = 6 \text{ T}$ ,  $\nu = 2.5$ ;  $W = 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  and  $T = 1.6 \text{ K}$  (spectrum 1) and  $T = 3.3 \text{ K}$  (spectrum 2). The insert shows splittings of the electron and hole levels and optical transitions allowed due to the selection rules.



**Figure 17.**  $g$ -factor of 2D-electrons as a function of the filling factor  $\nu$  and the density  $n_s$  at  $H = 6 \text{ T}$ ,  $T = 1.6\text{--}3.3 \text{ K}$ .

This enhancement of  $g_e$  for 2D-electrons, as in the case of the valley splitting, is due to the effects of e-e Coulomb interaction [43]. This conclusion is confirmed by the dependence  $g_e(\nu)$  obtained for  $H = 6$  T which is shown on Fig. 17. The g-factor of 2D-electrons is seen to oscillate strongly with  $\nu$ , reaching a maximum value for  $\nu = 2, 6, 10, \dots$ , and a minimum value  $g_e = 2$  for equal filling of the spin components (for  $\nu = 4, 8, 12, \dots$ ).

Therefore, one can see that by using the optical spectroscopy method the values of the spin and valley splittings can be measured directly, and strong oscillating dependences of these splittings on the filling factor  $\nu$  have been observed.

#### 4. Density of states (DOS) in a transverse magnetic field and screening of random potential fluctuations

In this section we discuss how the optical-spectroscopy method can be used to investigate both the density of states of a 2D-electron in a transverse magnetic field and the phenomenon of the screening of random potential fluctuations due to imperfections within the interface region [29]. For this purpose five (001) Si-MOSFETs with semitransparent gates were used. A list of the main parameters of the transistors used is presented in Table 3, namely: the maximum of the mobility of 2D-electrons at  $T = 1.5$  K —  $\tilde{\mu}_e^*$ , and the density of 2D-electrons —  $n_s^*$ , corresponding to the maximum mobility, the thickness of the  $\text{SiO}_2$  layer —  $d_{\text{SiO}_2}$ , the density of the positive charge in the oxide  $n_+$ , measured using the magnitude of the flat band, the density of acceptor centres in the bulk of the silicon crystal, determined by means of the dependence of the threshold voltage on the substrate bias voltage and the geometries of the structures investigated, rectangular — (R) and circular — (C). In the table we give the parameters characterizing the amplitude ( $\Delta E, Q$ ) and linear scale ( $d$ ) of long-range potential fluctuations due to defects. A method of measuring the magnitudes of  $\Delta E, Q$  and  $d$  is discussed in the text.

*Table 3*

**Parameters of Si MOS-structures**

No	$\tilde{\mu}_e^*$ , $\text{m}^2/\text{V}\cdot\text{s}$	$n_s^0$ , $10^{11} \text{ cm}^{-2}$	$\Delta E$ , meV	$Q$ , meV	$d^*$ , $\text{\AA}$	$d^{**}$ , $\text{\AA}$	$N_A$ , $10^{14} \text{ cm}^{-3}$	$n_+$ , $10^{10} \text{ cm}^{-2}$	$d_{\text{SiO}_2}$ , $\text{\AA}$	Geometry
1	3.2	3.0	3.0	3.5	350	400	7.0	2.0	1300	C
2	2.6	4.0	3.2	3.5	320	350	9.2	2.5	1350	C
3	1.8	7.2	3.2	3.7	270	290	7.0	3.1	1300	C
4	1.3	9.0	3.6	4.0	230	250	8.3	4.1	1900	R
5	0.6	9.2	5.3	—	—	—	7.3	4.3	1950	R

The effects of screening the random potential associated with defects is most clearly shown up in the oscillating behaviour of the linewidths of the recombination radiation on the Landau levels, when their filling conditions change, and also in the temperature regime of the recombination spectra. It is reasonable to consider these effects separately.

#### 4.1. Oscillations of the Landau Level Width as the Filling Factor Varies

Recombination radiation spectra were studied when one ( $N = 0; 2 < \nu < 4$ ) or several Landau levels ( $N = 3; 8 < \nu < 12$ ) are filled. Note that the radiation spectra in a strong transverse magnetic field at  $T = 1.5$  K exhibit only one projection of the 2D-electron spin,  $S_z = +1/2$ . Therefore, under such conditions radiation is recorded for the filling satisfying the condition  $2 + 4m < \nu < 4(m + 1)$  where  $m = 0, 1, 2, \dots$  Figure 18a shows a record of the spectra corresponding to filling of the lowest Landau level ( $N = 0$ ):  $\nu = 2.5; 3; 3.5; 4.0$ . The doublet character of the spectrum at  $\nu = 3.5$  is related to the valley-orbital splitting  $\Delta E_v$ . At  $\nu = 3.5$  the lowest energy state corresponding to the projection  $S_z = +1/2$  is completely filled, whereas the upper one, split by an amount  $\Delta E_v$  and having the same spin projection, is only half-filled with electrons. The intensity of the short-wave doublet component, corresponding to the upper split state, is half as strong as the long-wave one (in Fig. 18a a broken line separates the contours of the doublet components).

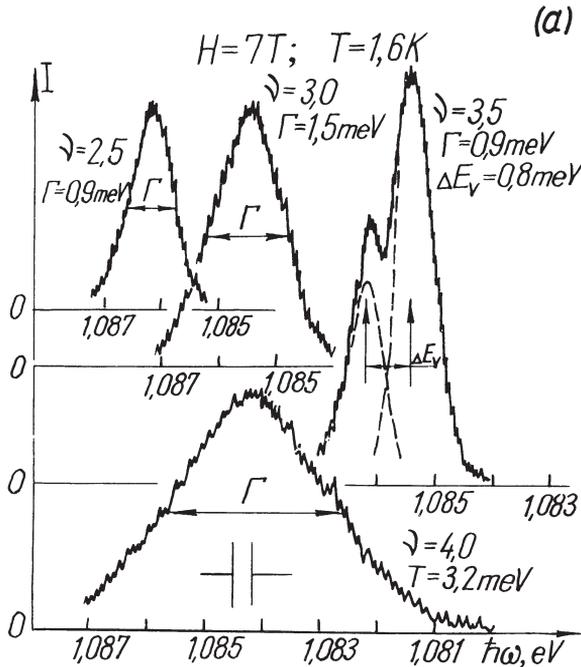
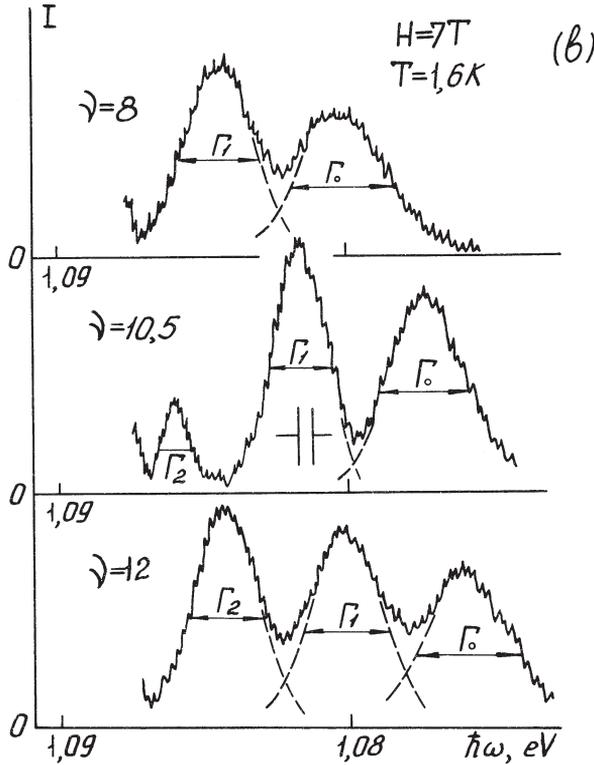


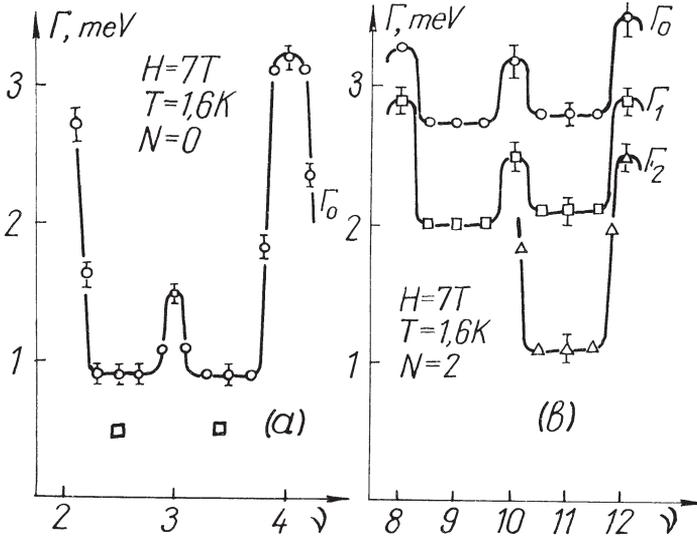
Figure 18a.



**Figure 18.** Radiative recombination spectra of 2D-electrons, measured at  $H = 7 \text{ T}$ ,  $T = 1.6 \text{ K}$ ,  $W = 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  for different fillings of the Landau levels. (a) –  $N = 0$ . (b) –  $N = 0, 1, 2$ .

A comparison of the recombination spectra in Fig. 18a shows that the line widths depend nonmonotonically on the filling of the electron states: for complete filling (of integer  $\nu$ ) the lines turn out to be much wider than for half filling (half-integer  $\nu$ ). A qualitatively similar behaviour as  $\nu$  varies is shown by the recombination spectra when several Landau levels are filled completely and the population of the highest energy level changes. Figure 18b shows a record of the spectra measured, when the two lowest Landau levels are completely filled ( $N = 0, 1$ ) and the upper one ( $N = 3$ ) is partially filled. In this case the widths of all the spectral lines depend nonmonotonically on  $\nu$ : for integer  $\nu$  the lines are much wider than for half-integer filling. One can also see that when several Landau levels are filled, the linewidths increase monotonically as the quantum number  $N$  decreases.

The oscillating behaviour of the recombination linewidths as a function of  $\nu$ , when one or several Landau levels are in operation, is shown in Fig. 19a, b. In the case of one (the lowest) Landau level these oscillations have the most extended amplitudes. When several Landau levels are filled the oscillations are of the same character, but the deeper the quantum state (the smaller the value of  $N$ ) under the Fermi level, the less is the depth of the former.

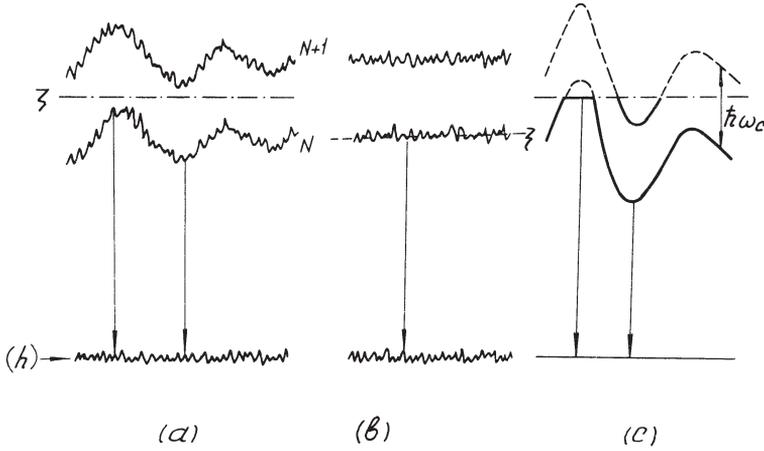


**Figure 19.** Landau level width as a function of  $\nu$  measured at  $H = 7$  T and  $T = 1.6$  K for Landau levels with  $N = 0$  – (a) and  $N = 0, 1, 2$  – (b).

The oscillations of linewidths found in the recombination spectra are a direct consequence of the oscillating behaviour of the widths of the density of state peaks at the Landau levels versus electron densities. The origin of this phenomenon is certainly associated with screening of the random potential fluctuations. We will now discuss this problem in detail. For integer  $\nu$  the Fermi level is strictly in the middle of the energy spectrum gap. The electrons completely fill the Landau levels and thus do not take part in screening. The screening in this case is very weak and has a dielectric origin. When there is no screening the Landau levels “trace” the potential relief caused by long-periodic fluctuations (see Fig. 20a). If these fluctuations are assumed to be associated with charged defects in the dielectric  $\text{SiO}_2$  layer, the nonequilibrium holes, recombining with 2D-electrons, are affected by these fluctuations to a lesser degree, since they are far removed from the Si-SiO<sub>2</sub> interface ( $Z \approx 10^2 \text{ \AA}$ ). One may thus conclude that the linewidth of the radiation for integer filling is defined by the amplitude of such fluctuations of the charge in the  $\text{SiO}_2$  dielectric, since all the electrons, distributed in energy within the given quantum level in conformity with the potential relief, are involved in the recombination (see Fig. 20a).

For complete filling of the lowest Landau level, the linewidths obtained for several MOS-structures are practically identical with the linewidths of  $\Delta E$ , measured under conditions of strong localization at  $H = 0$ , which also display the amplitude of large-scale fluctuations [28]. These results are summarized in Table 3.

Unlike the method of luminescence under consideration, in the case of cyclotron resonance (CR) the large-scale fluctuations of the random potential for  $d > \ell$  do not contribute to the CR linewidth.



**Figure 20.** Variations of the Landau level energy versus the coordinate parallel to the 2D-layer under conditions of complete filling of the quantum state ( $Q < \hbar\omega_c$  – (a) and  $Q > \hbar\omega_c$  – (c)) and half filling of the quantum state – (b).

For half-integer filling the Fermi level coincides with the DOS peak (the maximum of the line in the recombination spectrum). In this range of the energy spectrum the electron states are extended. Now the electrons most efficiently screen the large-scale fluctuations of the random potential, and as a consequence, the associated potential relief is smoothed (see Fig. 20b), and the width of the luminescence peak should thus contract in accordance with the experiment. The final width of the DOS peak under the above conditions must be determined by short-range random scatterers, which remain unscreened [44, 45]. In our experiment the value of  $\Gamma$  for half-integer  $\nu$  and large  $\mu$  can be determined by the energy distribution of non-equilibrium holes, the latter recombining with the electrons (for details see the next section). When the broadening induced by the holes is taken into account, the real width of the luminescence peaks for half-integer  $\nu$ , reflecting the width of the DOS peaks at Landau levels, should be much narrower (the corresponding values of  $\Gamma$ , found by approximation, are shown in Fig. 19 by the square signs). This means that the true amplitude of the oscillations of the widths of the DOS peaks when  $\nu$  varies, is larger by approximately a factor of three, than that obtained experimentally (Fig. 19).

The oscillations of  $\Gamma$  when the filling of the quantum states varies were predicted in [20, 46–48]. The origin of the oscillation was associated with the periodic variation of the screening radius and consists of the fact that the effects of screening, and, for instance, the Thomas-Fermi constant are determined by the magnitude of the DOS on the Fermi surface [10], which oscillates when the filling of the Landau levels with electrons varies. However, no analytical expression for the dependence  $\Gamma(\nu)$  is presented in these papers.

Recently, a theory has been constructed of the nonlinear screening of the charged centre potential by 2D-electrons which are distributed randomly in a

volume with density  $N_q$  [49]. The potential of the centers is assumed to be Coulombian, and the fluctuations of the magnitude of the charge are considered in a volume with characteristic linear dimension  $L$  in order to describe the screening. For integer filling of the Landau levels ( $n_s^0 = n_s = \nu eH/h$ ,  $\nu$  is an integer) no screening is observed. Screening appears when the density of 2D-electrons  $\delta n_s$ , deviates from  $n_s^0$  ( $\delta n_s \equiv n_s - n_s^0$ ). Provided the number of extra electrons in the plane  $\delta n_s \cdot L_c^2$  in the scale  $L_c$  is equal to the fluctuation of the number of charged centers in the volume  $(N_q \cdot L_c^3)^{1/2}$ , then over the whole length  $L > L_c = N_q (\delta n_s)^{-2}$  the random potential is totally screened by electrons. The length of the screening changes with the number of electrons  $\delta n_s$  and in this sense the scale  $L_c$  is the radius of nonlinear screening. In [49] the dependence of the Fermi level position and of the DOS peak width at the Landau level on the electron density in a magnetic field was found. An essential consequence of the theory of nonlinear screening is that the density of states in the gaps between Landau levels is not exponentially small, as would be expected in the case of a short-range potential [10, 44], and also for the situation when the charged centers are in the 2D-plane [50]. This can be explained as follows. The charged centers in the volume are more important than the surface ones, since as  $\delta n_s$  decreases the formation of a random potential involves new centres in the layer of thickness  $L_c$ , which grows rapidly.

The theory developed in [49] provides a qualitative explanation of the fundamental experimental results associated with the DOS oscillations when the electron density varies, observed by the luminescence spectra. In particular, it follows from [49] that when the amplitude of large-scale fluctuations is of the order of the corresponding gap in the energy spectrum ( $\hbar\omega_c$ ,  $\Delta E_s$  or  $\Delta E_v$ ), two neighbouring Landau sublevels (see Fig. 20c) will participate in the screening, and, as a result, the width of the DOS peak stops increasing and appears to be limited at the top by the magnitude of the gap. Experiment shows (Fig. 19a) that for complete filling of the Landau level ( $\nu = 4$ ) the luminescence linewidth is much greater than for  $\nu = 3$ , since the energy gap for  $\nu = 4$  ( $\hbar\omega_c = 4$  meV) is considerably larger, than for  $\nu = 3$  ( $\Delta E_v = 1.5$  meV [42]). Using the formulas of the theory [49] and the parameters of the MOS-structures studied, one can estimate the amplitude and the linear scale of the random potential fluctuations. These estimates will be given in Section (4.4).

#### **4.2. The Temperature Dependence of the Width of the Landau Levels**

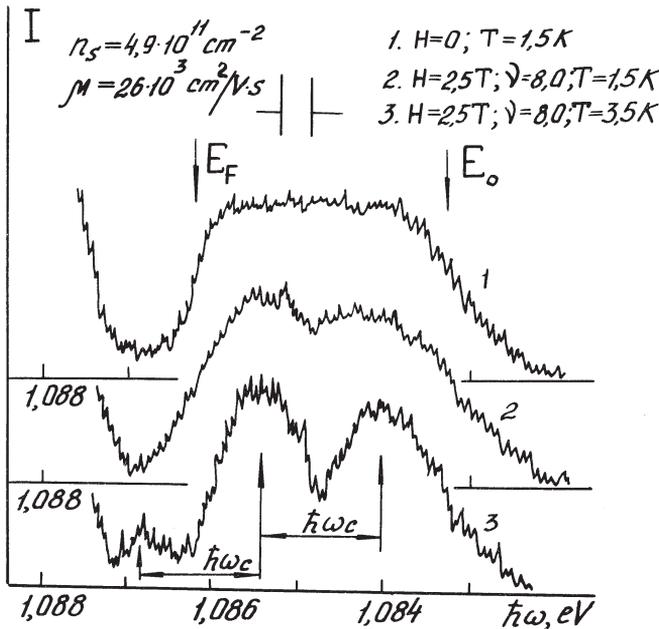
As has already been mentioned, if in a system of 2D-electrons in a perpendicular magnetic field  $N$  Landau levels are completely filled, the electrons in this case are uniformly distributed over the area of the system and no screening is observed. The screening arises, if a number of supplementary electrons (or holes),  $\delta n_s$ , is introduced into the system. Electrons and holes can be generated not only by varying  $n_s$  or  $H$ , but also by increasing the temperature at constant values of  $n_s$  and  $H$ . In experiments one should thus expect to observe a narrowing of the lines of radiation corresponding to the integer filling of Landau levels (i.e., for

$n_s = \nu eH/h$ , where  $\nu$  is an integer) as the temperature increases. Since the density of thermoactivated electrons and holes is

$$n_e = n_h \propto \exp\left(-\frac{\hbar\omega_c}{2kT}\right),$$

then to observe the effect the values of  $\hbar\omega_c$  and  $kT$  in the experiment must be comparable.

Fig. 21 shows emission spectra obtained with  $n_s = 4.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ,  $\mu = 2.6 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  in a magnetic field  $H = 0$  (spectrum 1) and  $H = 2.5 \text{ T}$  (spectrum 2) at  $T = 1.5 \text{ K}$ . First, one can see that though the parameter  $\mu H$  noticeably exceeds unity, (in the experiment  $\mu H = 6.5$ ), the picture of Landau levels in the radiation spectrum is not exhibited. This results from the fact that the width of the levels (which can be determined by the high-energy edge of the 2De-line) practically equals the cyclotron splitting. This property turns out to be common for all the structures analyzed: at low magnitudes of the magnetic field the width of the luminescence peaks was close to the value of  $\hbar\omega_c$ , but as  $H$  increases, when  $\hbar\omega_c$  approaches the magnitude of the amplitude of the random potential fluctuations,  $Q$ , the value of  $\Gamma$  approaches saturation and the Landau levels are well resolved. Such a dependence of  $\Gamma(H)$  is in agreement with the theory of nonlinear screening of large-scale fluctuations of the random potential [49].



**Figure 21.** Radiative recombination spectra of 2D-electrons measured at  $n_s = 4.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ,  $\mu = 2.6 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $W = 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  and different values of  $H$  and  $T$ , namely: (spectrum 1) –  $H = 0$ ,  $T = 1.5 \text{ K}$ ; (spectrum 2) –  $H = 2.5 \text{ T}$  ( $\nu = 8$ ),  $T = 1.5 \text{ K}$ ; (spectrum 3) –  $H = 2.5 \text{ T}$  ( $\nu = 8$ ),  $T = 3.5 \text{ K}$ .

Spectrum 3 in Fig. 21 corresponds to the case of high temperatures ( $T = 3.5$  K) and suggests that the Landau levels are constricted as the temperature increases, when electrons and holes appear on sublevels. The temperature filling of an upper level is accompanied by the appearance of a supplementary radiation line shifted to the region of greater energies by an amount  $\hbar\omega_c$  (see Fig. 21, spectrum 3). The constriction of the levels as the temperature increases means a decrease in the density of states in the gaps. Such a behaviour of the DOS as the temperature increases has been observed in [51].

The variations of the width of the Landau levels as functions of  $\nu$  and  $T$  can thus be explained by screening of the large-scale fluctuations of the random potential of defects and agree qualitatively with the conclusions of the theory developed in [49, 46–48].

### 4.3. Width of the Luminescence Peak for Half-Integer Filling of the Landau Level

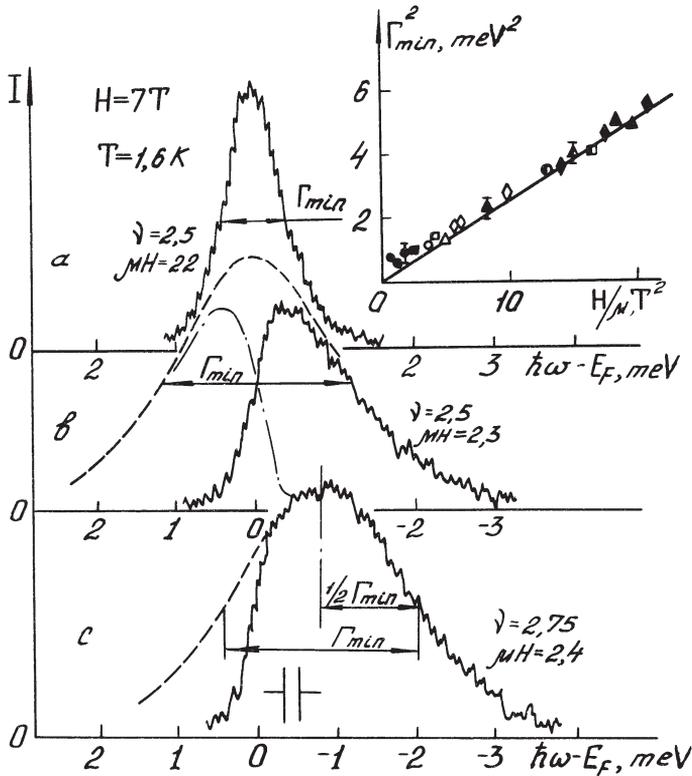
For half-integer fillings of the quantum states the large-scale fluctuations of the potential are screened and the width of the DOS peak narrows and becomes a minimum,  $\Gamma_{\min}$ . When the interaction with short-range scatterers predominates, the quantity  $\Gamma_{\min}$ , according to the theory [44, 45], should depend solely on the parameter  $H/\mu$ . Therefore, it is of interest to see how the width of the DOS peak changes, which can be found by analyzing the luminescence line by varying the parameter  $H/\mu$ .

We will first discuss the shape of the luminescence line. For half-integer filling the Fermi level coincides with the DOS peak and, unlike the integer filling of the quantum level, the luminescence line in this case should be strongly asymmetric. This is due to the fact that at fairly low temperatures ( $kT \ll \Gamma_{\min}$ ) only the electron states under the Fermi level are occupied, and consequently the intensity of the radiation line should have an abrupt drop to the region of high energies. The DOS peak should remain symmetric in this case and its width should be twice as large as the width of the asymmetric luminescence line. In the experiment, however, the asymmetric line of radiative recombination for half-integer  $\nu$  is observed only for values of the dimensionless parameter  $\mu H$  not much greater than unity (see Fig. 22). It is also shown in the figure how the symmetric shape of the DOS peak (the dotted line) can be restored and its width estimated from the asymmetric contour of the luminescence line. The shape of the DOS peak shown in the figure is achieved at  $\nu = 2.5$  by summing two contours: the experimental contour of the luminescence line and its specular reflection, and at  $\nu = 2.75$  — from the low-energy part of the spectrum. In what follows, such a procedure for determining the widths of the DOS peaks from the contour of the radiation line will be the main one (the Landau level widths at  $\nu = 2.5$  and  $\nu = 2.75$  were almost always equal).

As the parameter  $\mu H$  increases, the asymmetry vanishes and already for  $\mu H > 15$  the luminescence line becomes practically symmetric (Fig. 22a). This

fact can be easily accounted for if we take into consideration that the radiation spectrum observed is a convolution of the distributions of electrons and nonequilibrium holes. The symmetric contour arises under conditions when the width of the hole distribution exceeds  $\Gamma_{\min}$ .

The dependence of the width of the DOS peak on the parameter  $H/\mu$  for half-integer filling is presented in  $\Gamma_{\min} - H/\mu$  coordinates in the inset of Fig. 22. The experimental points on the graph were obtained for different structures, and also for different quantum numbers  $N$  (shown by different symbols). Nevertheless, they are all well-described by a universal dependence on the parameter  $H/\mu$ , which can be approximated by a straight line. Such behaviour indicates that for half-integer  $\nu$  the width of the DOS peak is associated with scattering by short-scale fluctuations. Besides, observation shows that the widths of the peaks are independent of the number of quantum state. The absolute values of  $\Gamma_{\min}$ , found in the experiment for given  $H$  and  $\mu$ , are very similar to those calculated in [44, 45],



**Figure 22.** The emission spectra of 2D-electrons measured in MOSFETs N1 and N4 under condition of partial filling at  $H = 7$  T, and  $T = 1.6$  K: (a) – MOSFET N1;  $\nu = 2.5$ ,  $\mu H = 22.0$ . (b) – MOSFET N4;  $\nu = 2.5$ ,  $\mu H = 2.3$ . (c) – MOSFET N4;  $\nu = 2.75$ ,  $\mu H = 2.4$ . The energy distribution of Landau level DOS found from the shape of the emission line is shown by the dashed line. The dependence of  $\Gamma_{\min}$  versus the parameter  $H/\mu$  measured for a few MOSFETs and at different quantum numbers  $N$  is shown in the insert.

In the region of small values of the parameter  $H/\mu$  (Fig. 22) the experimental dependence  $\Gamma_{\min}(H/g)$  deviates noticeably from linear, and as  $H/\mu \rightarrow 0$  the symmetric luminescence line has finite width. As has been mentioned above, this quantity is directly associated with the width of the energy distribution of non-equilibrium holes which happens to be equal to 0.8 meV.

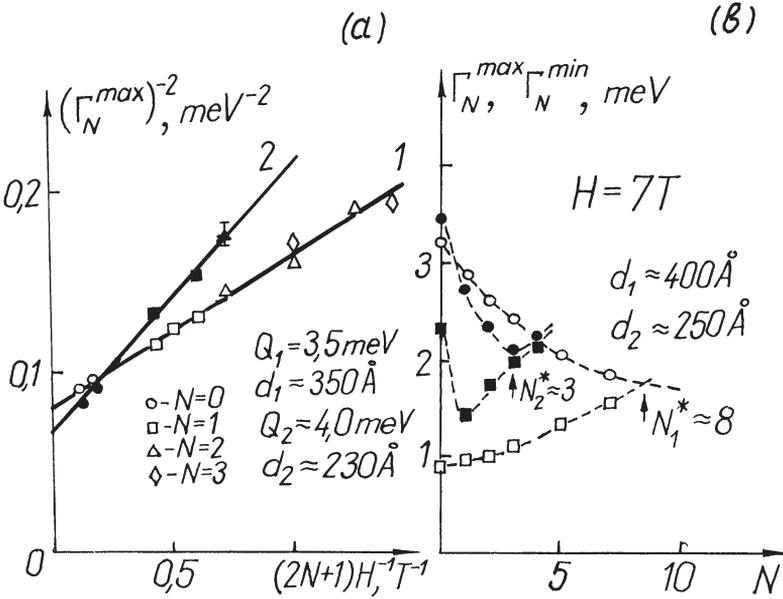
#### 4.4. The Density of States for Integer Filling. Determination of the Amplitude and Scale of Long-Range Fluctuations

As has been mentioned in Section 4.2, for integer filling of the Landau levels and provided that the level widths are much less than the energy of the gap ( $\hbar\omega_c \gg \Gamma$ ), the density of states within one level reflects the energy distribution of the random potential large-scale fluctuations, and the amplitude of the fluctuations,  $Q$ , can thus be determined from the width of the recombination lines in the luminescence spectrum. But one should bear in mind that electrons are localized on the fluctuations of the random potential, provided that the scale of the fluctuations exceeds the cyclotron radius of the electron  $\ell_H(2N+1)^{1/2}$  [10], where  $\ell_H$  is the magnetic length. Therefore, only when the conditions  $d \gg \ell_H(2N+1)^{1/2}$  and  $\hbar\omega_c \gg Q$  are satisfied, does the Landau level width equal the amplitude of the fluctuations. In the more general case when  $d \gtrsim \ell_H(2N+1)^{1/2}$ , the width  $\Gamma$  is less than  $Q$  and depends on the ratio  $\ell_H(2N+1)^{1/2}/d$  as given by [52, 53]:

$$\Gamma = Q \left[ 1 + 2 \cdot (2N+1) \ell_H^2 / d^2 \right]^{-1/2} \quad (15)$$

Equation (15) was obtained for the fundamental Landau level in [52], and in [53] for higher values of  $N$ . Using formula (15) and analysing the luminescence spectra one can determine the parameters  $Q$  and  $d$  for different structures. Note that Eq. (15) has been obtained without taking account of the effects of screening and is thus valid both for integer filling and for  $\Gamma < \hbar\omega_c$ , that is, when in the radiation spectrum the structure of the Landau levels is adequately resolved. Fig. 23a shows the dependence  $\Gamma(N, H)$  in  $\Gamma^{-2}$  coordinates of  $(2N+1)H^{-1}$  for two structures. The points on these curves, obtained for different values of  $N$ , are well-described by a single straight line. The slope of this straight line in the given coordinates enables one to determine the quantity  $d$ , and the point of intersection of the straight line and the ordinate axis gives the value of  $Q$ . It should be noted that for two different structures the parameters  $d$  and  $Q$  obtained are different, and the amplitude of the fluctuations for the structure of worse quality (judging by the parameters  $\mu^*$ ,  $n_s^*$ ,  $n_i$ ) is larger and the scale  $d$  less than those for the other structure. The scale of long-range fluctuations of the random potential of defects can be estimated without regard to other measurements. If for  $H = \text{const}$  we analyse the correlation between the widths of the Landau levels for integer ( $\Gamma_{\max}$ ) and half-integer ( $\Gamma_{\min}$ ) fillings, as the quantum number  $N$  increases, we may hope to observe convergence of the quantities  $\Gamma_{\min}$  and  $\Gamma_{\max}$ . Indeed, the

cyclotron radius increases with  $N$ . Therefore, for cyclotron orbits  $\ell_H(2N+1)^{1/2} > d$  the fluctuations of the random potential with linear dimension  $d$  will already be short-scale ones. As a result, any difference between  $\Gamma_{\min}$  and  $\Gamma_{\max}$  should vanish.



**Figure 23.** (a) The dependence of the width  $\Gamma_N^{\max}$  of the  $N$ -th Landau level versus the parameter  $(2N+1) \cdot H^{-1}$  measured under complete filling of  $N$  levels in MOSFETs N1 and N4. (b) The dependence of  $\Gamma_N^{\max}$  (circles) and  $\Gamma_N^{\min}$  (squares) versus the quantum number  $N$  at  $H = 7 \text{ T}$  and  $T = 1.6 \text{ K}$  in MOSFETs N1 (open symbols) and N2 (dark symbols),  $d_1 \approx 400 \text{ \AA}$ ,  $d_2 \approx 250 \text{ \AA}$ .

It is shown in Fig. 23b, using the example of two structures (the same as in Fig. 23a), how the quantities  $\Gamma_{\min}$  and  $\Gamma_{\text{raax}}$  vary in a field  $H = 7 \text{ T}$  as  $N$  increases. The growth of  $\Gamma_{\min}$  can be accounted for by the decrease in the mobility of 2D-electrons as  $n_s$  increases. It can be seen that as  $N$  increases the values of  $\Gamma_{\min}$  and  $\Gamma_{\max}$  converge and become equal at  $N = N_{\text{cr}}$ . One may assume that at this value of the quantum number  $N_{\text{cr}}$  the scale of fluctuations  $d$  and the cyclotron radius of the electron become alike, and hence, it is easy to estimate the quantity  $d$ . The values of  $d$  obtained by this method for four MOS-structures are shown in Table 3, where the values of  $d$  determined from the dependence  $\Gamma(H, N)$  by means of formula (15) are also tabulated. From a comparison of these values of  $d$  we see that different methods provide close values for the scale of long-period fluctuations of the random potential for all the structures under investigation. As for the values of the fluctuation amplitudes, the values of  $\Delta E$ , obtained at  $H = 0$ , and the values of  $Q$ , measured by the dependence of  $H$ , are in a good agreement. Besides, Table 3 shows that the greater the value of the charge in an oxide, the less the scale of the fluctuations and the greater is their amplitude  $Q$ . This is likely to suggest that large-scale fluctuations of the potential arise from the bulk

charge in the oxide, which is located in a layer of the order of  $d$  from the Si-SiO<sub>2</sub> boundary. In this case, as follows from the theory [49], the magnitudes of the scale and amplitudes of the fluctuations of the potential are bounded from above by the condition  $L_c = N_q / \delta n_s^2 = d$  and, therefore, as  $\delta n_s \rightarrow 0$  the magnitudes  $L_c$  and  $Q = e^2(\epsilon L_c)^{-1}(N_q L_c^3)^{1/2}$  [49] do not increase without limit, but tend to limiting values. The estimates obtained by the formulas of the theory [49] agree well with the experimental results of the present paper ( $Q_{\text{theor}} \approx 2$  meV).

One of the most important questions concerning the method of determining the parameters  $Q$  and  $d$  is related to the fact that the long-period fraction of the conduction band relief in the vicinity of the interface may partially arise in the depth of a semiconductor, that is, in the region where non-equilibrium holes exist. Indeed, the system of 2D-electrons effectively screens the external electric field, which arises due to the total charge of the system, whereas the alternating-sign part of the long-range fluctuations of the charge is poorly screened. To investigate the question of how far the long-period fraction of the fluctuating potential, associated with charged centers in the dielectric SiO<sub>2</sub> extends from the interface inside the semiconductor volume, where nonequilibrium holes exist, the following problem was solved. The large-scale fluctuations of the potential were modelled by means of a system of alternating, unequal single charges located at the centres of cubes, whose bases are on the interface. The distance between equal charges ( $d$ ) in the framework of such a model defines the scale of the fluctuations. The question to be answered is how the ratio of the amplitudes of the electrostatic potential varies at the interface ( $Q_1$ ) and at a distance  $Z = 100$  Å from it ( $Q_2$ ), where nonequilibrium holes are located. This ratio,  $Q_2/Q_1$ , for the scales  $d = 200$  Å,  $400$  Å,  $800$  Å and  $1600$  Å turned out to be: 0.01, 0.1, 0.3, and 0.58, respectively. Hence, it follows that the broadening of the hole levels due to fluctuations of the potential with linear scales,  $d < 500$  Å, is small and cannot affect or significantly change the interpretation of the values obtained by the spectroscopic method employed. Such a conclusion can be derived in some other ways. Suppose the fluctuations of the potential in the valence band, where nonequilibrium holes are located, are important. This means that the optically-measured luminescence line width would be much less than the actual width of the Landau levels  $\Gamma$ . At the same time, as follows from the representations on nonlinear screening, the value of  $\Gamma$  cannot exceed  $\hbar\omega_c$ , and, consequently, all the optically-observed linewidths for integer filling would have always been considerably less than  $\hbar\omega_c$ , and this contradicts the experiment (Fig. 21). So, it would be more reasonable to conclude that the real values of  $d$  in the MOS-structures investigated will turn out to be not very large, so that such fluctuations of the random potential only slightly affect the valence band with the holes. On the other hand it is clear that the fluctuations of the potential with scales  $\gtrsim 10^3$  Å are almost totally transformed in the relief of the valence band at distances  $Z = 10^2$  Å from the interface. Therefore, such scales of fluctuations will hardly show up in the luminescence method under study.

The use of optical-spectroscopy methods not only enabled the effect of long-range fluctuations of the random potential of defects in the oscillations of the Landau level widths to be established, but made it possible to determine for the first time the amplitude and scale of these fluctuations from the dependence of the widths of the Landau peaks on the magnetic field and quantum number.

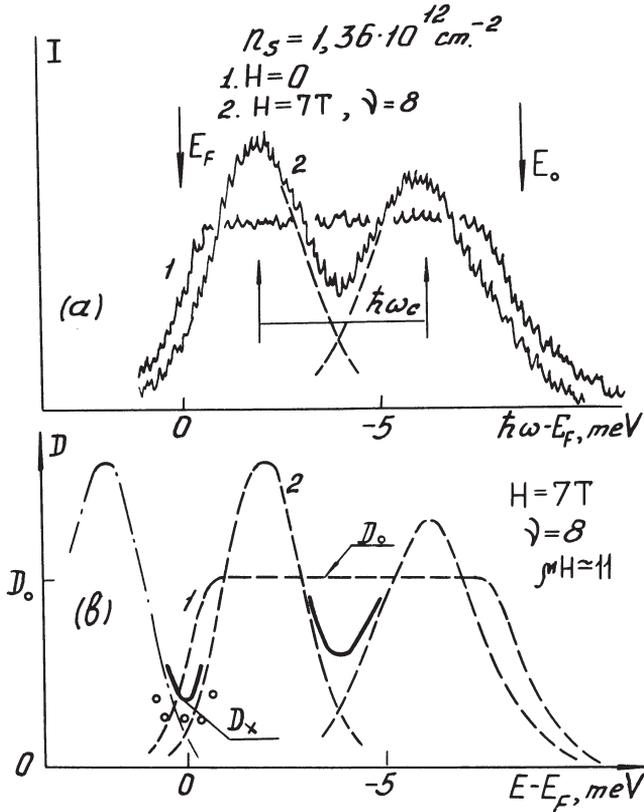
#### **4.5. Energy Distribution of the Density of States for Integer Filling**

As has already been mentioned, to determine the DOS of 2D-electrons for integer filling of the Landau levels (when the quantum Hall effect is being observed [1]), different techniques have been used based on studying the magnetization [11], the electron heat capacity [12], the magnetocapacitance [54, 55], the thermoactivated conductivity [13, 14] and the floating-gate current [55]. The same conclusion followed from all the experiments: in the energy spectrum gap the value of the DOS is not small, but accounts for a considerable part of the DOS at  $H = 0$ . It was established in [11–13] that the DOS of 2D-electrons represents the superposition of a system of narrow Gaussian peaks at the Landau levels and of the background energy-independent DOS. We have proposed another qualitative interpretation [14, 15, 28] based on the fact that the widths of the Landau levels oscillate versus  $\nu$ . According to this statement the Landau levels for integer filling are strongly broadened due to large-scale fluctuations of the random potential and, thus, the DOS between these levels turns out to be large. For half-integer filling, when the Fermi level is just within the region of extended states and the large-scale fluctuations are screened, the Landau levels are drastically constricted and the DOS at the Fermi level turns out to be very large, and in the gaps between the Landau levels it is exponentially small.

It is of interest to compare quantitatively the values of the DOS of 2D-electrons, measured in quite different experiments: by means of magneto-optics and thermoactivated magnetoconductance. First it should be noted that both these methods enable one to study different quantities. Once the optical spectroscopy of 2D-electrons provides the possibility of examining the total energy dependence  $D(E)$  and of determining the quantity  $D(E_F)$ , in all the other experiments only the thermodynamic DOS is found, that is, the value of  $dn_s/dE_F$ , which in general is not equal to the value of  $D(E_F)$ . But one may also expect that, when  $E_F$  is at the minimum of  $D(E)$ , the values of  $D(E_F)$  and  $dn_s/dE_F$  should be very close [56], and therefore, they must be compared namely for integer  $\nu$ .

We will now consider the quantitative determination of  $D(E)$  from the radiative recombination spectra [28]. This method is based on a comparison of the radiation spectrum, measured in a magnetic field for complete filling of  $N$  Landau levels with that measured at the same density of  $n_s$  and  $H = 0$ . The energy distribution of the emission intensity  $I(E)$  is defined by the convolution of the distribution function of the electrons  $F_e(E) = D(E) \cdot f(E)$ , ( $f(E) = \theta(E - E_F)$ ) and holes  $F_h(E)$ , and the width  $F_h(E) \approx 0.1$  meV, that is essentially less than the char-

acteristic electron energies  $E_F$ . Thus we have:  $I(E) = AD(E)$ . In order to determine the constant A, connecting the intensity and DOS, one must keep in mind that the shape of the 2De-line is a stepwise energy function characterizing the constancy of the  $2D_e$ -density of states at  $H = 0$ :  $D(E) = 4 m / 2\pi\hbar^2 = D_0$ . This enables one to fix the absolute value of DOS equal to  $D_0$  on the intensity scale, and then to determine quantitatively the functions  $D(E)$  and the quantities  $D(E_F)$  by comparing the radiation spectrum obtained in a magnetic field with that measured at the same concentration of 2D-electrons and  $H = 0$ . While comparing the spectra, it is required that their integral intensities should be identical, since the values of  $n_s$  are equal for both cases.



**Figure 24.** (a) Radiative spectra of 2D-electrons for MOSFET N2 measured at  $H = 0$  (spectrum 1) and  $H = 7$  T (spectrum 2).  $W = 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ ,  $T = 1.6$  K,  $n_s = 1.35 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ ,  $\mu = 1.6 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . (b) The energy distribution of the Landau level DOS (the dashed line) found from the spectral shapes shown in Fig. 24(a). The thermodynamic DOS  $dn_s/dE_F$  measured by means of thermoactivated conductivity is shown by the open dots.

Figure 24a, b shows how the density of states, its energy dependence and also  $D(E_F)$  can be determined quantitatively from the radiation spectra, obtained for  $n_s = 1.36 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  and  $T = 1.6$  K (spectrum 1 in Fig. 24a). Under these condi-

tions no difficulties arise associated with intervalley and spin splittings, since at low temperatures only one spin component of the electrons participates in the emission, and the intervalley splitting is practically zero:  $\Delta E_v = 0.3 \text{ meV}$  [42]. In Fig. 24b the dashed line shows contours of the Landau levels which under convolution with the function  $F_h(E)$  (separately measured at  $\mu H = 50$ , as  $\Gamma_{\min} \rightarrow 0$ ) give an exact description of the radiation spectrum 2 (Fig. 24a). The dash-dot curve in Fig. 24b indicates the next vacant Landau level, and the solid line shows the total density of states in the gaps between the levels. The quantity  $D(E_F)$  under these conditions ( $H = 7 \text{ T}$ ,  $\nu = 8$ ,  $\mu H = 11$ ) is  $D(E_F) = 0.32 D_0$ .

Simultaneously on these structures we measured the magnitude of the thermodynamic density of states by the method of activated magnetoconductance [13, 14].

Now we consider the quantitative determination of the thermodynamic DOS  $dn_s/dE_F$  by means of thermoactivated magnetoconductivity. The basic idea of the thermoactivated magnetoconductivity method is described in [13, 14], but as will be shown below it is necessary to take into account simultaneously the electron and a hole inputs to the conductivity in order to obtain the correct value  $D_x$ . For complete filling of a Landau sublevel ( $n_s = n_s^0 = \nu(eH/h)$ , where  $n_s$  is the density of the electrons, and  $\nu$  is the filling factor, an integer) the magnetoconductivity  $\sigma_{xx}$  (and magnetoresistivity  $\rho_{xx}$ ) reaches a minimum  $\sigma_{xx}^{\min}$ , which depends on the temperature (T):

$$\sigma_{xx}^{\min} \propto \rho_{xx}^{\min} \propto \exp(-W/kT), \quad (16)$$

where the activation energy  $W$  equals half the energy gap. When the density  $n_s$  differs from  $n_s^0$  by a small value  $\Delta n$ , the Fermi level moves from the middle of the gap to the Landau level by an amount  $\Delta E_F$  (see the insert in Fig. 25). In this case one can get [14]:

$$\sigma_{xx}(\Delta n) \propto \rho_{xx}(\Delta n) = A \cdot \exp\left[-\frac{(W + \Delta E_F)}{kT}\right] + B \cdot \exp\left[-\frac{(W - \Delta E_F)}{kT}\right] \quad (17)$$

and from (16) and (17):

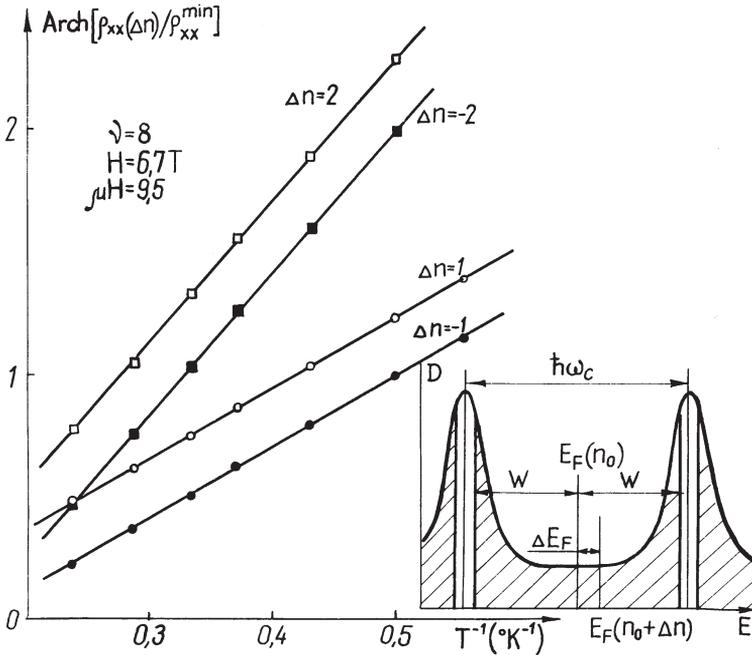
$$\rho_x(\Delta n) = \rho_{xx}^{\min} \cdot \text{ch}(\Delta E_F/kT + C), \quad (18)$$

where  $A, B, C$  are constants depending on  $\Delta n$  (or  $\Delta\nu$ ). In Fig. 25 curves of  $\text{Arch}(\rho_{xx}(\Delta n)/\rho_{xx}^{\min})$  against  $T^{-1}$  are shown for positive and negative  $\Delta n$  for  $\nu = 8$ ,  $H = 6.7 \text{ T}$ , and  $\mu = 1.4 \text{ m}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ . It is seen that in the coordinates mentioned the experimental points lie on straight lines and the slope of the line defines  $E_F$  for the indicated value of  $n$ . It also follows from the experiment that  $C(\Delta\nu) = 7\Delta\nu$  for  $\Delta\nu \leq 0$ , and  $C = -4\Delta\nu$  for  $\Delta\nu \geq 0$  under the conditions mentioned. The dependence of  $\Delta E_F$  on  $\Delta n$  obtained by this method is shown in Fig. 26a for positive and negative  $\Delta n$ . Fig. 26b represents the energy dependence of the density of states between Landau levels obtained by differentiation of the function  $\Delta E_F(\Delta n)$ . One can see that the quantity  $D_x$  makes up a considerable part of the density of states

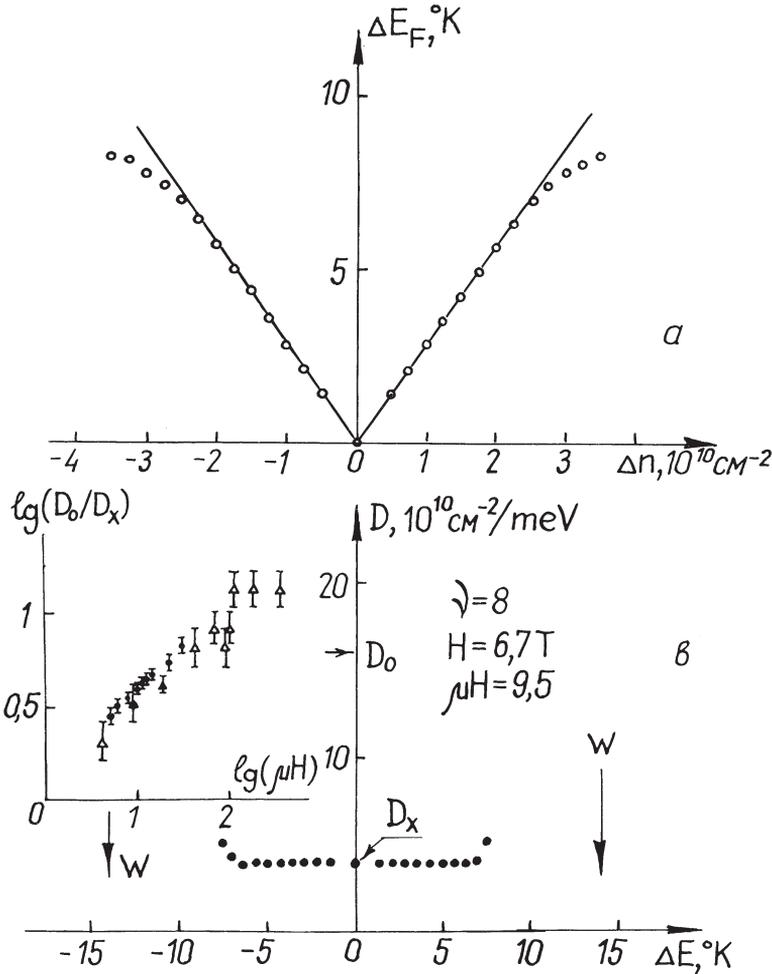
of 2D-electrons at  $H = 0$ :  $D_0 = 2m/\pi\hbar^2 = 1.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2} \text{ meV}^{-1}$ . Similar dependences of  $D$  on  $E$  were obtained in different MOSFETs for various values of  $H$  and  $\mu$ . According to [13, 24]  $D_x$  depends on  $\mu$  but does not depend on  $H$ . In our experiments for  $H = \text{const}$ ,  $D_x \sim \sqrt{\mu}$ , and for  $\mu = \text{const}$ ,  $D_x \sim \sqrt{H}$ , so that  $D_x$  depends on the product  $\mu H$ . This dependence is shown in dimensionless coordinates in the insert of Fig. 26b for Si(001) MOSFETs (the dark circles and squares) and for GaAs-AlGaAs heterostructures (the dark triangles). The results obtained in [13, 14] are also shown by open triangles. It is seen that the results obtained in Si MOSFETs and in heterostructures are in a good agreement and the slope of the dependence of  $\lg(D_0/D_x)$  on  $\lg(\mu H)$  is equal to  $\approx 0.5$ :  $D_x \sim D_0\sqrt{\mu H}$ .

Under the conditions shown in Fig. 24b, when the value of  $D(E) = 0.32 D_0$  results from magneto-optical measurements the magnitude of the thermodynamic DOS determined by analyzing the thermoactivated magnetoconductance turned out to be somewhat less than the former,  $dn_s/dE_F = 0.25 D_0$  (the variation of  $dn_s/dE_F$  from  $E_F$  is also shown in Fig. 24b).

The values of  $D(E_F)$  and  $dn_s/dE_F$  determined under conditions of complete filling of the Landau levels by quite different experimental methods agree well with each other. The minor disagreement in the values can be explained by several reasons, but what more important is that when the parameters  $\mu$ ,  $H$  or the structure are varied, the values of  $D(E_F)$  and  $dn_s/dE_F$  (for integer  $\nu$ ) change equally.



**Figure 25.** The dependence of  $\text{Arch}(\rho_{xx}(\Delta n)/\rho_{xx}^{\min})$  on  $T^{-1}$  at  $\nu = 8$ ,  $H = 6.7 \text{ T}$  and  $\mu(n_s^0) = 1.4 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . The values  $\Delta n$  are represented in units of  $10^{10} \text{ cm}^{-2}$ . The qualitative picture of DOS is shown in insert.



**Figure 26.** The dependences of  $\Delta E_F$  on  $\Delta n$  – (a) and  $D$  on  $E$  – (b) obtained for  $\nu = 8$ ,  $H = 6.7 \text{ T}$ , and  $\mu = 1.4 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . The values  $D_0$  and  $D_x$  are indicated by the arrows. The dependence of  $\lg(D_0/D_x)$  on  $\lg(\mu H)$  is represented in the insert. The dark circles ( $\nu = 4$ ) and squares ( $\nu = 8$ ) correspond to the Si-MOSFET, the dark triangles to heterojunctions, and the open triangles to the results obtained in [13]. The results obtained from optical measurements are represented by half-open circles.

The dependence of the density of states between the Landau levels on the magnetic field should be presented as follows: in the region of magnetic fields when  $\mu H \gg 1$ , but the magnitude of the cyclotron splitting is below the amplitude of large-scale fluctuations of the random potential  $Q$ , the width of the levels  $\Gamma$  turns out to be of the order of  $\hbar\omega_c$  due to the effect of nonlinear screening, and the DOS in the gap makes up a noticeable fraction of  $D_0$ . So long as the condition  $\hbar\omega_c \ll Q$  is satisfied, the magnitude of the DOS in the gap decreases as the magnetic field increases, not exponentially but much more slowly, for instance,

in low powers [14, 49]. When the magnetic field reaches such a magnitude that  $\hbar\omega_c$  becomes greater than  $Q$ , the width  $\Gamma$  is saturated and tends to  $Q$ , and the DOS in the gaps falls off exponentially as the magnetic field increases. This technique can be used to estimate the magnitude of the amplitude of the random potential fluctuations by both the optical method and, say, by thermoactivated magnetoconductance as well.

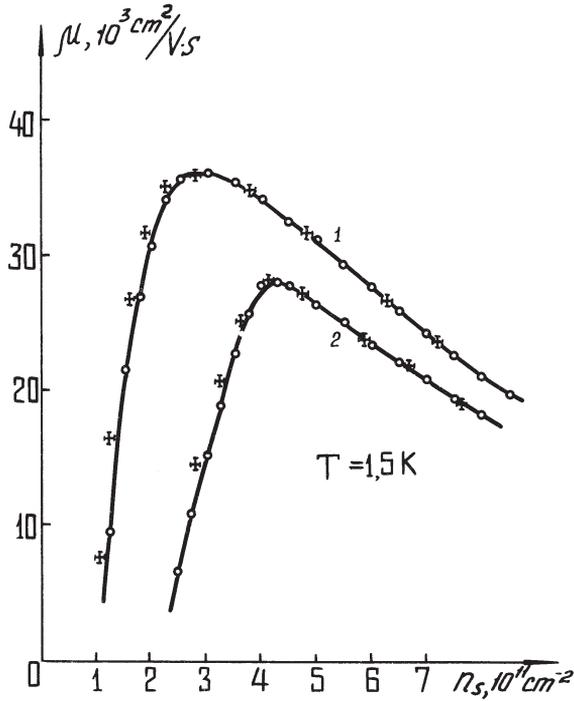
## 5. The fractional quantum Hall effect in Si MOSFET. Energy gaps and the role of disorder

One of the important merits of silicon MOS structures, in particular, compared with heterojunctions is the possibility of controlling the two-dimensional electron (hole) gas density over a fairly wide range by means of the gate voltage, and also the large size of the effective Rydberg constant, which characterizes the Coulomb interaction.

Starting from the fact that the fractional QHE in heterojunctions has only been observed in structures with high carrier mobility, we chose specimens having just this parameter. In characterizing a large number of MOS structures prepared on the (100) surfaces of p-type Si, it should be noted that the majority of them had a maximum mobility  $\mu$  in the range  $(13-20) \times 10^5 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  with a maximum for  $n_s^0 = (6-8) \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , with the position of the maximum and the magnitude of  $\mu$  depending very weakly on the temperature for  $T < 4.2 \text{ K}$ . A fractional QHE was not observed in such structures under any realizable experimental conditions.

We were able to select a few specimens with unusually high (for MOS structures) electron mobility, in which we observed anomalies in the magnetotransport properties for fractional values of the filling factor. The chief parameters for some of these structures are given in Table 4 and the  $\mu(n_s)$  plots for  $T = 1.5 \text{ K}$  are shown in Fig. 27. The following symbols are used in Table 4:  $d_{\text{SiO}_2}$  is the  $\text{SiO}_2$  thickness,  $V_T$  is the threshold voltage,  $L$  is the distance between the drain and the source,  $\ell$  is the gate width (in the Corbino geometry ( $\ell = \pi (R_1 + R_2)$ ), where  $R_1$  and  $R_2$  are the external and internal radii of the ring gate), and  $\tilde{\mu}$  is the maximum value of the mobility, obtained for  $n_s = n_s^0$ . It is a characteristic feature that the values of the Hall mobility and of the mobility determined from the magnitude of the conductivity, were identical. The distinguishing features of MOS structures with high electron mobility are: first, a shift in the mobility maximum in the direction of lower concentrations, down to  $n_s^0 = 2.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (Fig. 27); second, an appreciably stronger dependence of the mobility on the lattice temperature for  $T < 4.2 \text{ K}$  (see Table 4); third, an unusually high sensitivity to heating by the drain-source bias electric field  $E$ . The last feature is illustrated in Fig. 28 in which the dependence of the maximum mobility on the bias field  $E$  at  $T = 1.5 \text{ K}$  is shown. It can be seen that unlike the usual situation [1], in which noticeable heating occurs for  $E \geq 10^{-1} \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}$ , heating already has an effect for  $E \approx 10^{-2} \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}$  in

specimens with high electron mobility. For example, in a magnetic field  $H = 6$  T, noticeable heating of the electron system in specimen No. 8, estimated from the amplitude of the Shubnikov-de Haas oscillations ( $\Delta T \approx 0.2$  K), occurred for  $E = 10^{-2}$  V·cm<sup>-1</sup>. We estimated the electron energy relaxation time in our structures and found that at  $T = 1.5$  K and  $n_s = (3-5) \cdot 10^{11}$  cm<sup>-2</sup>, the energy relaxation time  $\tau_\epsilon \sim 3 \cdot 10^{-7}$  s. This value is almost an order of magnitude greater than the values given in the literature [10, 57].



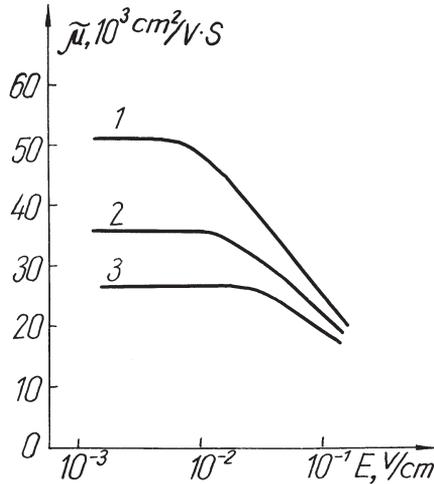
**Figure 27.** The dependence of the mobility of the 2D-electrons on the density  $n_s$ , determined from the magnitude of the conductivity for  $H = 0$  (○) and of the Hall mobility (+) for MOSFETs N7 (the curve 1) and N8 (the curve 2) at  $T = 1.5$  K.

Table 4

Parameters of Si MOS-structures

No	Geometry	$d_{SiO_2}$ (Å)	$V_T$ , V	L, mm	$\ell$ , mm	$\bar{\mu}$ (4.2 K) $10^5$ cm <sup>2</sup> ·V <sup>-1</sup> ·s <sup>-1</sup>	$\bar{\mu}$ (1.5 K) $10^5$ cm <sup>2</sup> ·V <sup>-1</sup> ·s <sup>-1</sup>	$n_s^0$ (1.5 K) $10^{11}$ cm <sup>-2</sup>
6	Rectangular	1600	-0.2	1.2	0.4	40	52	2
7	Rectangular	1800	-0.05	2.5	0.28	30	36	3
8	Corbino	1300	0.05	0.22	1.41	23	28	4.5
9	Rectangular	1800	-0.1	2.5	0.28	13	13	6

Because in our MOS structures heating of the electron system occurred at the relatively low power introduced by the bias field, the measuring current for measurements in a magnetic field on structures with rectangular geometry (Nos. 6 and 7) was  $I_0 \lesssim 10^{-8}$  A, and the bias field for the Corbino geometry (No. 8) was  $E \lesssim 10^{-3}$  V·cm<sup>-1</sup>. It was only under these conditions that the current-voltage (I-V) characteristics became linear and consequently there was no heating of the electron system.



**Figure 28.** The dependence of the maximum electron mobility  $\bar{\mu}$  on the drain-source field E in MOSFETs N6, 7 and 8 at  $T = 1.5$  K.

The measurements were made in the standard way [58] both for a steady and an alternating current at frequencies from 10 to 150 Hz and always gave identical results. It was more convenient to work under alternating current conditions for small values of  $E (< 10^{-3}$  V·cm<sup>-1</sup>) and  $I_0 (\lesssim 10^{-8}$  A).

In order to check on the equilibrium state of the two-dimensional electron system, we studied the  $\rho_{xx}$  and  $\rho_{xy}$  dependences on different sections of the MOS structure, using five potential contacts positioned on both sides of the transistor. It should be noted that we did not observe any appreciable difference in the dependences taken from different sections of the structure. The experiments were carried out at a fixed magnetic field. The gate voltage sweep was carried out sufficiently slowly for possible hysteresis in the  $\rho_{xx}(n_s)$ ,  $\rho_{xy}(n_s)$ ,  $\sigma_{xx}(n_s)$  relations, associated with charging up processes, to be totally eliminated.

### 5.1. Anomalies in the Magnetotransport Properties of a 2D-Electron Gas in High Magnetic Fields

MOS structures with rectangular geometry, Nos. 6, 7 and 9 were studied to determine the values of the components  $\rho_{xx}$  and  $\rho_{xy}$  of the magnetoresistance

tensor. The dependences of the voltage between the Hall contacts ( $u_{xy}$ ) and the potential contacts ( $u_{xx}$ ) on the gate voltage  $V_g$ , measured from the threshold voltage  $V_T$ , were studied at a given measuring current  $I_0 < 10^{-8}$  A, and from this the  $\rho_{xx}(n_s)$ ,  $\rho_{xy}(n_s)$  dependences can be obtained:

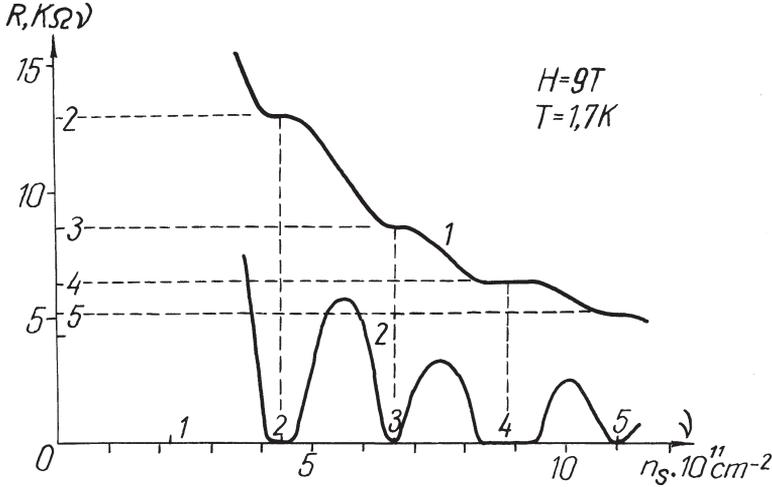
$$\rho_{xy} = R_H = u_{xy}/I_0 \quad (19)$$

$$R_x = u_{xx}/I_0 \quad (20)$$

$$\rho_{xx} = R_x \ell/a \quad (21)$$

$$n_s = (V_g - V_T) \epsilon_s \epsilon_0 / ed, \quad (22)$$

where  $\epsilon_s$  and  $\epsilon_0$  are the permittivities of the  $\text{SiO}_2$  and vacuum,  $d$  is the thickness of the  $\text{SiO}_2$  layer,  $\ell$  is the gate width, and  $a$  is the distance between the potential contacts.

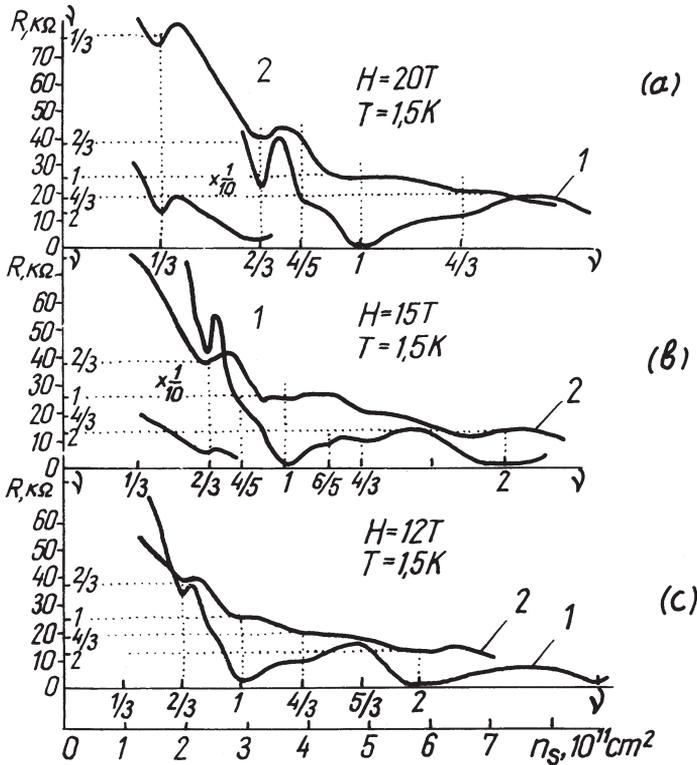


**Figure 29.** The dependence of Hall resistivity  $\rho_{xy}$  (curve 1) and  $\rho_{xx}$  (curve 2) on the density of 2D-electrons, obtained on MOSFET N9 at  $T = 1.7$  K,  $H = 9$  T, and  $I_0 = 100$  nA. The absolute values of the resistivity  $\rho_{xx}$ , shown in the figure, are multiplied by 10.

The clearest illustration of the integral QHE is provided by the  $\rho_{xx}(n_s)$  and  $\rho_{xy}(n_s)$  relations obtained on specimens with  $\tilde{\mu} = (0.7-1.5) \cdot 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . The broadest plateaus in the  $\rho_{xy}$  dependences are observed in just this region of values of  $\mu$ , with  $\rho_{xy} = h/e^2\nu$ , and also the widest and deepest minima in the  $\rho_{xx}(n_s)$  dependence for integral values of the filling factor. Typical  $\rho_{xx}(n_s)$  and  $\rho_{xy}(n_s)$  plots for  $T = 1.7$  K,  $H = 9$  T on MOS structure No. 9 in which  $\tilde{\mu} = 13 \times 10^3 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  are shown in Fig. 29. It is characteristic that the most pronounced features are observed for filling factors which are multiples of 4 ( $\nu = 4, 8, 12$ , etc.) for complete filling of a Landau level, which contains four sublevels as a result of there being a degenerate electron spectrum in Si(100) — doubly for the valleys and doubly in electron spin. Since the cyclotron energy is appreciably more than the paramag-

netic and intervalley splitting energies, the energy gap in the electron density of states is greatest for  $\nu = 4$ . The smallest gap in the density of states corresponds to intervalley splitting and is realized for odd  $\nu$ . As a result, all the features at  $\nu = 1, 3, 5, \dots$  are least pronounced. Features for  $\nu = 2, 6, 10, \dots$  correspond to paramagnetic splitting.

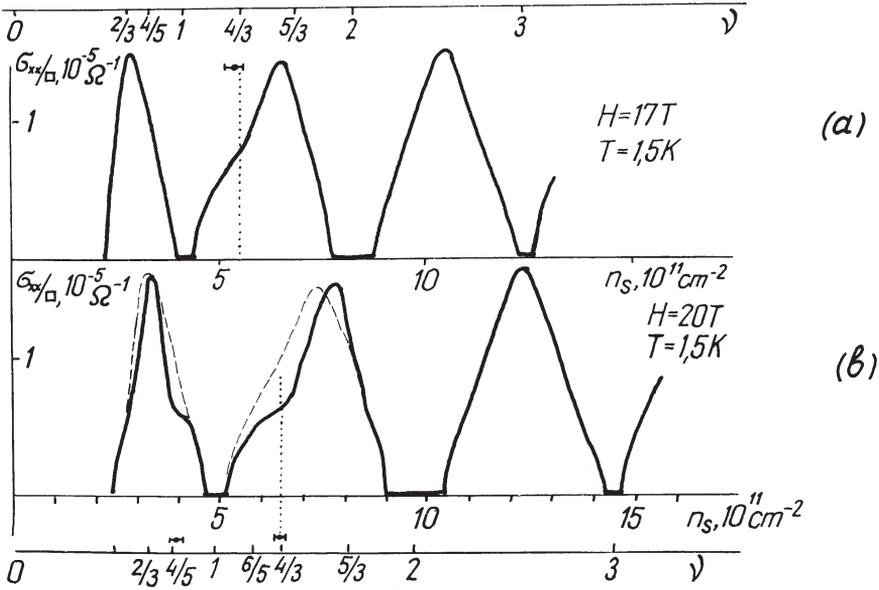
As one can see from Fig. 27, the electron mobility in MOS structure No. 7 did not exceed  $36 \times 10^5 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ , so that it is not surprising that no features were observed for  $H = 10 \text{ T}$  for fractional values of  $\nu$ . Plots of  $\rho_{xx}(n_s)$  and  $\rho_{xy}(n_s)$  in magnetic fields of 12, 15 and 20 T are shown in Fig. 30. It can be seen that singularities at fractional values of the filling factor ( $\nu = 2/3, 4/3$ ) only appear for  $H > 12 \text{ T}$ , and in the region of  $n_s$ , for which the electron mobility is a maximum and exceeds  $\mu = 30 \times 10^5 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . The characteristics of the features observed in the  $\rho_{xx}(n_s)$  plot for fractional and integer values of the filling factor then differ appreciably. While the  $\rho_{xy}(n_s)$  dependence is very weak and is a monotonic function of  $n_s$  in the region of integer  $\nu$ , a nonmonotonic form of  $\rho_{xy}(n_s)$  behaviour is clearly observed for fractional  $\nu$ . It is impossible that this last fact could be associated with additions from  $\rho_{xx}$  and  $\rho_{xy}$  [59].



**Figure 30.** Plots of  $\rho_{xy}(n_s)$  (curve 2) and  $\rho_{xx}(n_s)$  (curve 1) obtained on the 2D-electron channel of MOSFET N7 at  $T = 1.5 \text{ K}$ , and  $I_0 = 10 \text{ nA}$  in different magnetic fields: (a)  $H = 20 \text{ T}$ , (b)  $H = 15 \text{ T}$ , (c)  $H = 12 \text{ T}$ . The absolute values of  $\rho_{xx}$  are multiplied by 15.

As can be seen from Fig. 30 as the magnetic field in the region of maximum electron mobility increases, the singularities for  $\nu = 2/3$  and  $4/3$  become more significant and, in addition, new anomalies appear for  $\nu = 4/5, 6/5$  ( $H = 15$  T) and for  $\nu = 1/3$  ( $H = 20$  T).

There are three independent means of determining the filling factor at points where the anomalies in magnetotransport properties are observed. The values of  $\nu$  can be found, first, from the absolute value of  $R_{H1}$ , using Eq. 19, and also from the positions, on the density scale, of the singularities on the  $\rho_{xx}(n_s)$  and  $\rho_{xy}(n_s)$  plots, since  $\nu = n_s h/eH$ . All three methods have practically the same value of  $\nu$  for each singularity, which is shown by the dotted lines in Figs. 29, 30, and 31.



**Figure 31.**  $\sigma_{xx}(n_s)$  plots obtained on a Corbino MOSFET at  $T = 1.5$  K,  $E = 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}$  and (a)  $H = 17$  T, (b)  $H = 20$  T. The change in the  $\sigma_{xx}(n_s)$  relation when the drain-source bias field is increased up to the value  $E = 4 \times 10^{-2} \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}$  is shown dashed.

The influence of contact phenomena can be eliminated in studies of magnetotransport properties in structures of rectangular geometry, since in them measurements are made using a four-contact system. However, there are other reasons which can affect the  $\rho_{xx}(n_s)$  and  $\rho_{xy}(n_s)$  dependences studied. One of them consists of the fact that the low-resistance regions of the drain and source in structures of rectangular geometry short-circuit the edges of the electron layer and shunt the Hall voltage which arises in a magnetic field. As a result of this the current lines in such structures are greatly disturbed by the presence of the drain and source [60]. Another reason is that reflection of electrons occurs over the perimeter at the boundaries of the two-dimensional electron layer, and in a strong magnetic field perpendicular to the layer, discontinuous electron trajectories can

arise (the static skin effect) [61]. The trajectories can, under certain conditions, end at the potential and Hall contacts, and it is not impossible that additional anomalies in the magnetotransport properties can then arise. These and other causes are due to the absence of the proper symmetry in the rectangular geometry of the structure and are nonexistent in structures with Corbino geometry, in which the drain, source and gate are in the shape of concentric rings [59]. The observation of anomalies in magnetotransport properties in such structures is especially basic.

The maximum mobility of the two-dimensional electrons in the best structure with Corbino geometry (specimen No. 8) was  $\tilde{\mu} = 28 \times 10^5 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  at  $T = 1.5 \text{ K}$ , so that it is not surprising that the first anomaly in  $\rho_{xx}(n_s)$  at  $\nu = 4/3$  only appears for  $H \geq 15 \text{ T}$ . Fig. 31 shows how the fractional anomalies in the magnetotransport properties in MOS structure No. 3 at  $T = 1.5 \text{ K}$  develop as the magnetic field increases. It can be seen that they appear in the region of the maximum electron mobility for  $n_s = (3.5-7.5) \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , where  $\mu_e > 20 \times 10^3 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Figure 31 shows the effect of the drain-source bias field on the form of the  $\rho_{xx}(n_s)$  relation for  $T = 1.5 \text{ K}$  and  $H = 20 \text{ T}$ .

It can be seen that it is essential that  $E \ll 10^{-2} \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}$  for observing anomalies in the magnetotransport properties, since the electron subsystem already warms up appreciably for  $E = 4 \times 10^{-2} \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}$  (according to estimates based on an analysis of Shubnikov-de Haas oscillations, the electron temperature increases by more than 2 K) and the singularities for fractional  $\nu$  disappear from the  $\rho_{xx}(n_s)$  relation.

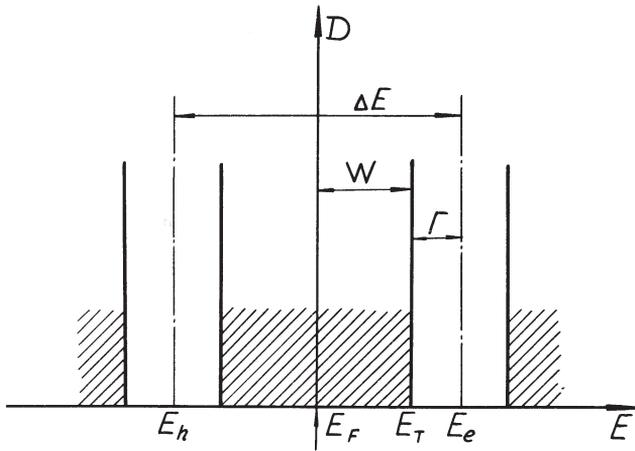
Anomalies in the magnetotransport properties of a two-dimensional electron gas in silicon MOS structures for fractional values of the filling factor have thus been observed both in specimens with rectangular geometry and in specimens with Corbino geometry. The essential conditions for observing these singularities are high electron mobility and a sufficiently small value of the drain-source bias voltage. It must be borne in mind that interparticle interaction in space-charge layers in heterojunctions and MOS structures can differ not only in character but also in scale. The characteristic magnitude of the Coulomb interaction of two-dimensional electrons in MOS structures, calculated from the formula  $V = e^2 n_s^{1/2} / \epsilon = e^2 \nu^{1/2} / \epsilon \cdot \ell_H$  ( $\ell_H$  is the magnetic length,  $\epsilon = (\epsilon_{\text{Si}} + \epsilon_{\text{SiO}_2}) / 2 = 7.7$  is the mean permittivity of Si and  $\text{SiO}_2$ ), is double the corresponding value for GaAs-GaAlAs heterojunctions. For just this reason the anomalies in magnetotransport properties for fractional values of the filling factor in silicon MOS-structures are observed at noticeably higher temperatures compared with heterojunctions. We also point out that in the experiments carried out ( $H \approx 20 \text{ T}$ ) on MOS structures, the Coulomb interaction energy exceeds the cyclotron energy, while in heterojunctions for the same magnetic fields the situation is the opposite: the Coulomb energy is much less than the cyclotron energy.

## **5.2. Activated Magnetoresistance and Energy Gaps in the Spectrum of 2D-Electrons for $\nu = 1/3, 2/3, 4/3$ and $4/5$**

One of the chief aims of the present section is to trace how disorder affects the magnitude of the activation gaps in the region of fractional filling factors, associated with the new strongly correlated quantum state predicted by theory. As is well known, the transverse relaxation time and the resulting mobility of the charge carriers associated with it can serve as a measure of the disorder in real two-dimensional structures. In fact, the transverse relaxation is determined by the finite width of the quantum states in a magnetic field [10]. Therefore, in real structures for  $T \neq 0$ , the threshold mobility separating localized and mobile electron states differs from the position of a single-particle quantum level. As the disorder increases the mobility thresholds of neighbouring single-particle states can start to overlap because the levels begin to get wider. This causes overlap of the mobility thresholds and causes the activation energy  $W$  to vanish, and the magnetoconductivity is no longer thermally activated. In this connection it is interesting to know how the widths of the activation gaps depend on the mobility for fractional quantum Hall resistivity, and also whether a minimum mobility exists, starting from which the activation character of the magnetoconductivity disappears as do other anomalies in the magnetotransport properties caused by the fractional QHE (FQHE). For this purpose, the temperature dependences of the transverse magnetoconductivity in the region of fractional values of the filling factor  $\nu = 1/3, 2/3, 4/3, 4/5$  were studied on different MOS structures, and also the dependence of the corresponding activation energies on the magnitude of the mobility of the 2D electrons. The experimental results on the dependence of the activation gaps on the magnitude of the magnetic field and mobility for silicon MOS structures are compared with published results on GaAs-AlGaAs heterojunctions. For this aim two MOS structures were studied, prepared on the (100) surface of p-type silicon with a boron concentration  $N_A = 7.3 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ . The geometrical and other characteristics of the structures have been described previously (Table 4).

The temperature dependence of the magnetoconductivity  $\sigma_{xx}$  (or  $\rho_{xx}$ ) near a minimum for integer  $\nu$  can be studied to determine the gaps in the energy spectrum of noninteracting 2D electrons, corresponding to cyclotron ( $\hbar\omega_c$ ), spin ( $\mu_B g_e H$ ) and intervalley ( $\Delta E_v$ ) splitting, i.e., when the Fermi level of the electrons is in the region of localized states half way between the corresponding levels of the energy spectrum (Fig. 32). The magnetoconductivity in this case differs from zero thanks to the thermal activation of electrons and holes from the Fermi level into an empty and completely full Landau sublevel:  $\sigma_{xx} \propto \rho_{xx} \propto \exp(-W/kT)$ ,  $W = \Delta E/2$ , where  $W$  is the activation energy,  $E$  is the energy gap between the corresponding Landau sublevels (Fig. 32). Fluctuations of the potential at the semiconductor-oxide interface (or the interface between two semiconductors with different forbidden gap widths) lead to a broadening of the energy levels and

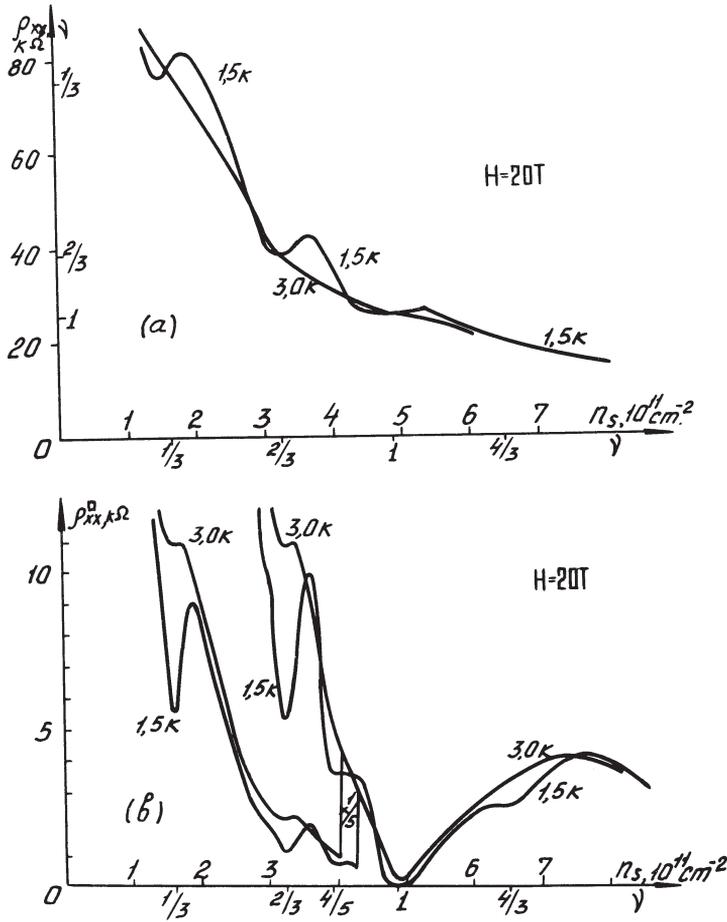
to a change in the relation between  $\Delta E$  and  $W$ . This is related to the fact that in real structures the mobility threshold, separating mobile from localized electron states, does not coincide with the position of a Landau level, but is distant from it by an amount  $\Gamma$ . As a result, the activation gap decreases:  $W = \Delta E/2 - \Gamma$ . The worse the quality of the structure (and therefore the lower the mobility of the 2D electrons), the greater is  $\Gamma$ , and the measured value of  $W$  differs appreciably from  $\Delta E/2$ . A hopping conductivity mechanism can be observed for structures with very low mobility of the 2D electrons and also for very low temperatures (i.e. for  $kT \ll \Gamma$ ), which is not described by the exponential dependence given above [62]. However, it was found for high-quality specimens with high 2D electron mobility, for  $\Gamma < kT \ll \Delta E$ , both for MOS structures and for heterojunctions, that the energy gaps determined from the temperature dependence of the magnetoconductivity agree well with  $\hbar\omega_c$ ,  $\mu_H g_e H$  and  $\Delta E_v$ .



**Figure 32.** The qualitative picture of the change in the density of states with energy. The shaded regions correspond to localized states;  $E_e$ ;  $E_h$ ;  $E_F$  and  $E_T$  refer to the positions of the levels for, respectively, electrons, holes, the Fermi energy and the mobility threshold.

The energy of the ground state of a system of interacting 2D electrons has minima for  $\nu = p/q$  (where  $p = 1, 2, 3, \dots$ ;  $q = 3, 5, 7, \dots$ ), corresponding to the formation of an incompressible Fermi liquid, as proposed by Laughlin. The change in density in the region of a fractional value of  $\nu$  can be described in the language of the creation of excitations — quasielectrons and quasiholes with fractional charge. According to Laughlin, the quasielectron and quasihole bands are separated from the ground state by energy gaps and for  $\nu = p/q$  the magnetoconductivity differs from zero thanks to thermal activation of the excitations (see Fig. 32). Consequently, for  $\nu = p/q$  one should expect that  $\sigma_{xx} \propto \rho_{xx} \propto \exp(-W/kT)$ . The activation gaps for  $\nu = 1/3$  and  $2/3$  were determined in this way in GaAs-AlGaAs heterojunctions by different authors [63–66], but the results obtained do not agree either among themselves or with theory. The latter discrepancy is

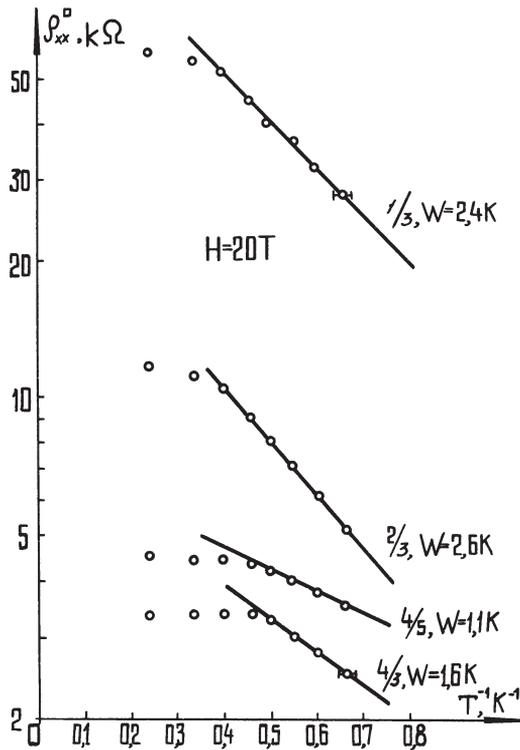
obviously connected with the results being obtained on different structures for different values of  $\mu$  and  $H$ .



**Figure 33.** (a) The  $\rho_{xy}(n_s)$  for N2 MOSFET at  $H = 20$  T and two temperatures:  $T = 3.0$  K (curve 1) and  $T = 1.5$  K (curve 2). (b) The dependence of  $\rho_{xx}^0$  on the density of 2D-electrons, obtained for MOSFET N2 for  $H = 20$  T at two temperatures:  $T = 3.0$  K and  $T = 1.5$  K.

The 2D electron system in silicon MOS structures differs usefully from the electron systems in heterojunctions in allowing the density  $n_s$  to vary over a wide range. This enables activation energies for different  $\nu$  to be determined for any fixed  $H$ . The  $\rho_{xx}(n_s)$  and  $\rho_{xy}(n_s)$  variations for  $H = 20$  T and various temperatures are shown in Fig. 33. Apart from the integral features, additional minima and plateaus are clearly visible on these curves, corresponding to fractional values of  $\nu = 1/3; 2/3; 4/3; 4/5$ . As the temperature is raised, the anomalies in the magnetotransport properties for fractional  $\nu$  disappear, both for  $\rho_{xx}$  and for  $\rho_{xy}$ . The dependences of  $\log(\rho_{xx}^{\min})$  on inverse temperatures are shown in Fig. 34 for

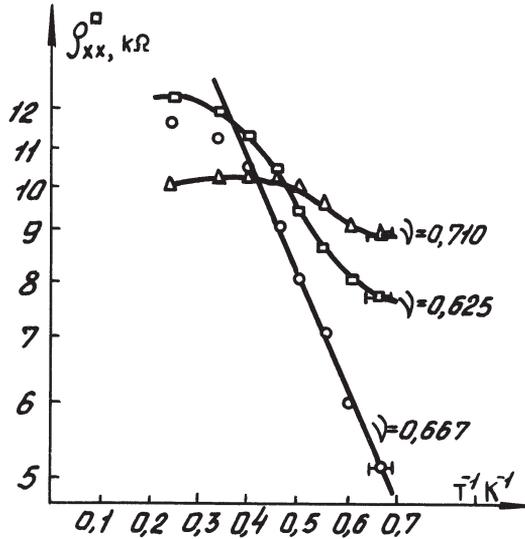
$\nu = 1/3; 2/3; 4/3; 4/5$  for  $H = 20$  T. It can be seen that, starting from a certain temperature, the magnetoconductivity has a thermally activated character for all the fractional  $\nu$  found in the experiment, and is well described by the expected relationship. The values of the activation energies at  $H = 20$  T are:  $W_{1/3} = (2.4 \pm 0.05) \text{ K}$ ,  $\mu_e = 2.5 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $W_{2/3} = (2.6 \pm 0.05) \text{ K}$ ,  $\mu_e = 3.5 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $W_{4/3} = (1.6 \pm 0.05) \text{ K}$ ,  $\mu_e = 2.6 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $W_{4/5} = (1.1 \pm 0.05) \text{ K}$ ,  $\mu_e = 3.5 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . It can be seen that for the same  $\mu_e$  and  $H$ , the values of the activation energies corresponding to fractions with a denominator of 3 are more than double the values obtained for fractions with a denominator of 5. This fact also agrees with theoretical calculations [67].



**Figure 34.** The temperature variation of the diagonal component of the magnetoresistance tensor at the minima of the Shubnikov–de Haas oscillations, represented in  $\log(\rho_{xx}^{\min})$  versus  $T^{-1}$  coordinates for different values of  $\nu$  at  $H = 20$  T: 1)  $\nu = 1/3$ ,  $W = 2.4$  K; 2)  $2/3$ ,  $2.6$  K; 3)  $4/5$ ,  $1.1$  K; 4)  $4/3$ ,  $1.6$  K.

The maximum value of the activation energy, for example, in the region of  $\nu = 2/3$  corresponds to  $\nu = 0.666 \pm 0.003$  and is halved when  $\nu$  departs from  $2/3$  by  $\Delta\nu = 0.02$ . The temperature dependences of  $\rho_{xx}$  for  $\nu = 0.667, 0.710$  and  $0.625$  are shown in Fig. 35 in  $\log(\rho_{xx})$ ,  $T^{-1}$  coordinates, from which it can be seen that the  $\rho_{xx}(T)$  variation for  $\Delta\nu = \pm 0.04$  now is not activated. This is obviously asso-

ciated with the fact that for  $|\Delta\nu| \geq 0.04$ , the quasielectron and quasihole bands are appreciably filled and the Fermi level reaches the corresponding mobility thresholds and lies in the band of mobile states. It can be concluded from this that only 12% of states in the quasielectron and quasihole bands are localized at  $H = 20$  T and  $\mu_e = 3.5 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . About this fraction of localized states is obtained for  $H = 15$  T,  $\mu_e = 3.5 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  for  $\nu = 2/3$  and  $\nu = 4/3$ . When the mobility is reduced, both the value of the activation energy (at  $H = \text{const}$ ) and the value of  $\Delta\nu$  become smaller: for  $\mu_e = 2.8 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $H = 15$  T and  $\nu = 4/3$ ,  $\Delta\nu = 0.03$ . These facts are evidence of the influence of disorder on the position of the mobility threshold in the energy spectrum of 2D electrons at non-zero temperatures.



**Figure 35.** The temperature dependence of  $\rho_{xx}^{\square}$  for different values of the filling factor  $\nu = 0.667$ ;  $0.710$ ;  $0.625$ , represented in  $\log(\rho_{xx})$  versus  $T^{-1}$  coordinates.

### 5.3. The Dependence of the Activation Energies on the Magnetic Field and Mobility of 2D-Electrons

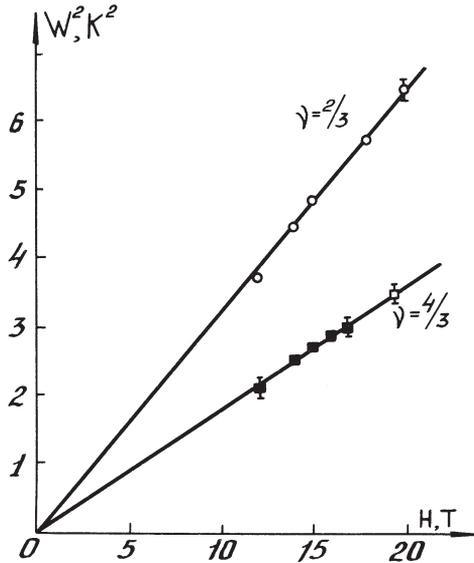
As was mentioned above, the magnitude of the energy gap determined from an analysis of the temperature dependence  $\rho_{xx}(T)$  corresponds to the activation energy from the Fermi level to the band of mobile states, separated from localized electron states by the mobility threshold. As is known from the integer QHE, the position of the mobility threshold relative to the corresponding Landau level depends on  $\mu_e$  and  $H$  [10, 68]. It is just for this reason that the values of  $W$  obtained on different structures with different  $\mu_e$  for the same  $\nu$  and  $H$  differ: for example, for  $H = 20$  T,  $\nu = 4/3$  for structure No. 8  $W = (2.08 \pm 0.03)$  K, ( $\mu_e = 31.5 \times 10^5 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ), while for structure No. 7  $W = (1.62 \pm 0.03)$  K,

( $\mu_e = 27 \times 10^3 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ). A comparison of the  $W$ 's obtained on different MOS structures for the same  $\nu$  and  $H$  showed that when  $\mu_e$  is reduced, the value of the activation energy decreases regularly.

The range of  $n_s$  within which  $\mu_e$  appears to be constant to high accuracy can be deduced from the broad maximum which is present in the  $\mu_e(n_s)$  relation (see Fig. 27): for structure No. 7:  $\mu_e = (35 \pm 1) \times 10^3 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  for  $2.1 < n_s \cdot 10^{-11} \text{ cm}^{-2} < 4$ , while for structure No. 8  $\mu_e = (27 \pm 1) \times 10^3 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  for  $3.8 < n_s \cdot 10^{-11} \text{ cm}^{-2} < 5$ . This indicates that for structure No. 7 for  $\nu = 2/3$ ,  $\mu_e \approx 35 \times 10^3 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  for  $12 < H < 25 \text{ T}$ , while for structure No. 8 for  $\nu = 4/3$ ,  $\mu_e \approx 27 \times 10^3 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  for  $11 < H < 17 \text{ T}$ . The  $W(H)$  relations for  $\mu_e \approx \text{const}$ , obtained on two MOS structures for  $\nu = 2/3$  and  $\nu = 4/3$ , are shown in Fig. 36. It can be seen that  $W \sim H^{1/2}$ , so that the magnetic field dependence of the activation energy  $W_\nu$  corresponding to a filling factor  $\nu$ , can be represented conveniently in the form

$$W_\nu = G_\nu(\mu_e) e^2 / \epsilon \ell_H, \tag{23}$$

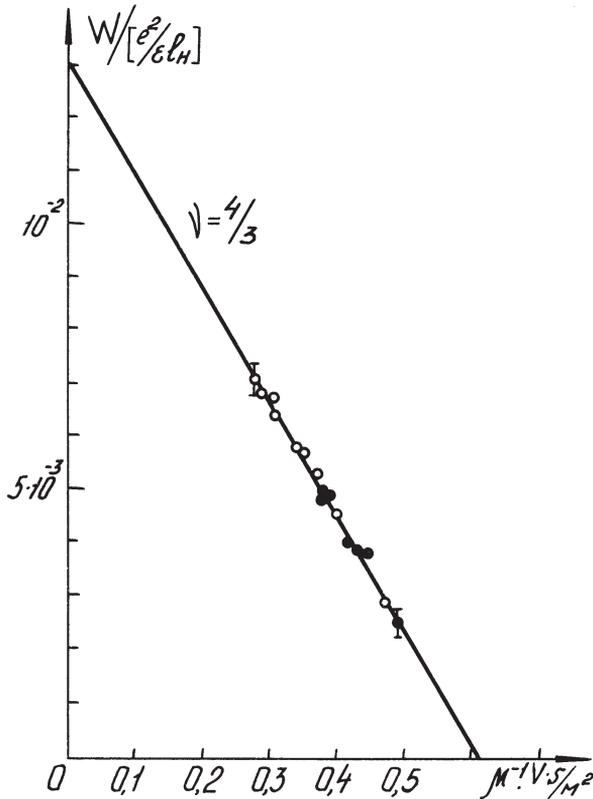
where  $G_\nu(\mu_e)$  is a dimensionless quantity which depends on the mobility of the 2D-electrons but not on  $H$ , while  $e^2 / \epsilon \ell_H$  is the characteristic Coulomb energy to which the value of the gap is usually normalized in the theory [5]. For structure No. 7  $G_{2/3}(\mu_e = 35 \times 10^3 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}) = 0.067 \pm 0.003$ , while for structure No. 8,  $G_{4/3}(\mu_e = 27 \times 10^3 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}) = 0.050 \pm 0.003$ .



**Figure 36.** The variation of the square of the activation energy  $W^2$  as a function of the magnetic field, obtained for two MOSFETs under constant mobility conditions: (○)  $\mu = (3.5 \pm 0.1) \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ; (□, ■)  $\mu = (2.7 \pm 0.1) \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ , MOSFETs N7, N8, respectively.

It is characteristic that the values of  $G_{4/3}(\mu_e = 27 \times 10^3 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$  determined for MOS structures No. 7 and No. 8 agree, as can be seen in Fig. 36. This

means that the function  $G_\nu(\mu_e)$  is universal, independent of the structure or H. To determine it we used the values of  $W_\nu$  obtained on two MOS structures for different values of  $\mu_e$  and H. The dependence of  $G_{4/3}$  on  $\mu_e^{-1}$  obtained in this way is shown in Fig. 37. It is seen that the values obtained on different MOS structures (the light and dark symbols) for different  $\mu_e$  and H agree well among themselves and lie on a single straight line which intersects the axes at the values  $G_\nu^\infty$  and  $\mu_\nu^0$ :  $G_\nu^\infty$  corresponds to the activation energy in a perfect structure (as  $\mu_e \rightarrow \infty$ ),  $\mu_\nu^0$  is the minimum mobility of 2D-electrons, below which the activation energy vanishes and the anomalies in the magnetotransport properties for fractional values of  $\nu$  are not observed. It is the value of  $G_\nu^\infty$  which should be compared with theoretical calculations [67, 69, 70, 6] since they do not take account of the effect of disorder. The values of  $G_\nu^\infty \equiv \bar{W}_\infty$  for  $\nu = 1/3, 2/3, 4/3$  are shown in Table 5, where the values of  $G_\nu^\infty$  obtained theoretically by different authors are shown for comparison. Taking into account the difference between the theories, the agreement between the experimental and theoretical values of  $G_\nu^\infty$  can be said to be satisfactory.



**Figure 37.** The magnitude of the activation gap, normalized to the characteristic Coulomb energy as a function of the inverse of the mobility, obtained for  $\nu = 4/3$  for different values of H on different MOSFETs: (○) and (●) correspond to MOSFETs N7 and N8.

**Calculated Coulomb gaps  $\tilde{\Delta}$   
and experimentally measured activation energy  $\tilde{W}$  under FQHE**

$\nu$	Channel	2D system	$\frac{\mu}{\text{m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}}$	H, T	W, K	$W \cdot (e^2/\epsilon\ell_H)^{-1}$	$\tilde{W}_\infty$	References
1/3	n	GaAs/AlGaAs	110	14.6	2.7	0.013	—	[69]
	n	GaAs/AlGaAs	45	18.5	3.2	0.014	—	[63]
	p	GaAs/AlGaAs	—	24	1	0.004	—	[69]
	n	Si-MOS	2.5	20	2.6	0.0068	0.018	[81]
2/3	n	GaAs/AlGaAs	110	7.4	0.9	0.0062	—	[69]
	n	GaAs/AlGaAs	105	14.0	1.4	0.0075	—	[66]
	n	GaAs/AlGaAs	100	12.0	1.2	0.0065	—	[64]
	n	GaAs/AlGaAs	60	9.6	0.5	0.003	—	[63]
	p	GaAs/AlGaAs	—	23	1	0.004	—	[69]
	n	Si-MOS	3.5	20	2.7	0.0071	0.014	[81]
4/3	n	GaAs/AlGaAs	105	6.9	0.25	0.0017	—	[66]
	n	Si-MOS	3.5	15	2.2	0.0065	0.013	[81]
	n	GaAs/AlGaAs	105	5.5	0.09	0.0007	—	[66]

$\tilde{\Delta}/2$  (theory) – 0.028 [67]; 0.034 [70].

The function  $G_\nu(\mu_e)$ , as can be seen from Fig. 37, is well-described by the expression

$$G_\nu(\mu_e) = G_\nu^\infty \left[ 1 - \frac{\mu_\nu^0}{\mu_e} \right]. \quad (24)$$

It must, however, be remarked that because of the narrowness of the range of values of  $\mu_e$  studied, the dependence of  $G_\nu$  on  $\mu_e$  is also represented satisfactorily by the expression

$$G_\nu(\mu_e) = G_\nu^\infty \left[ 1 - \left( \frac{\mu_e^0}{\mu_e} \right)^\alpha \right],$$

if  $0.4 < \alpha < 1.3$ . When  $\alpha$  is varied within this range, the values of  $\mu_\nu^0$  remain practically unchanged while the values of  $G_\nu^\infty$  can change by 30%. Nevertheless, the best representation is for the experimental points to lie on a straight line for  $\alpha \approx 1$ . It is interesting that the values of the minimum mobility obtained for different filling factors with denominator 3, agree within the limits of experimental error, while the value of  $\mu_{4/3}^0$  is appreciably larger.

#### 5.4. Comparison of Experimental Results Obtained with Silicon MOS Structures and with GaAs-AlGaAs Heterojunctions

It is interesting to compare the values of the activation energies (as  $\mu_e \rightarrow \infty$ ) found experimentally for different filling factors in silicon MOS structures with the existing theoretical calculations carried out for ideal two-dimensional systems (without taking account of disorder). Such a comparison is shown in Table 5, which also shows the experimental results of different authors for a two-dimensional electron gas in variably doped GaAs-AlGaAs heterojunctions. It can be seen that the values of  $G_\nu^\infty$  for silicon MOS-structures are closest to the theoretical values. The departure of the experimental values from the theoretical calculations is noticeably greater in the case of heterojunctions. In both cases the experimental values of the gaps are less than are calculated. It is significant that the dependence of the activation energy in the form

$$W_\nu = G_\nu^\infty \left( 1 - \frac{\mu_\nu^0}{\mu_e} \right) \cdot \frac{e^2}{\epsilon \ell_H} \quad (25)$$

describes the results for GaAs-AlGaAs heterojunctions obtained by various authors [63–66] on different structures. It then appears that the value of  $G_{2/3}^\infty$  in heterojunctions is 30% less than in silicon MOS-structures. In our view this could arise because the potential of the interelectron interaction depends appreciably on the channel thickness [10, 71]:

$$U(\mathbf{q}) = \frac{2\pi e^2}{\epsilon \mathbf{q}} \cdot F\left(\frac{\mathbf{q}}{\mathbf{b}}\right), \quad (26)$$

where  $\mathbf{q}$  is the wave vector,  $F(\mathbf{q}/\mathbf{b})$  is the form factor which for the wave function describing the electron distribution in a direction perpendicular to the layer

$$\Psi(z) = \left(\frac{\mathbf{b}^3}{2}\right)^{1/2} \cdot z \cdot \exp\left(-\frac{\mathbf{b}z}{2}\right),$$

is equal to

$$F\left(\frac{\mathbf{q}}{\mathbf{b}}\right) = \frac{1}{16} \cdot \left(1 + \frac{\epsilon_{\text{SiO}_2}}{\epsilon_{\text{Si}}}\right) \cdot \left(1 + \frac{\mathbf{q}}{\mathbf{b}}\right)^{-3} \cdot \left[8 + \frac{\mathbf{g}\mathbf{q}}{\mathbf{b}} + 3\left(\frac{\mathbf{q}}{\mathbf{b}}\right)^2\right] + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_{\text{SiO}_2}}{\epsilon_{\text{Si}}}\right) \left(1 + \frac{\mathbf{q}}{\mathbf{b}}\right)^{-6}. \quad (27)$$

The channel thickness is  $\langle z_0 \rangle = 3/\mathbf{b}$ . The effect of channel thickness on the interelectron interaction potential is especially marked for the heterojunctions. In this case the thickness  $\langle z_0 \rangle$  is 60 Å and is comparable with the magnetic length for  $H \gtrsim 20$  T. At the same time, the characteristic channel width on an MOS structure prepared on a silicon (100) surface is almost three times less and is, consequently, appreciably less than the magnetic length for  $H \leq 20$  T, thanks to the large electron mass in a direction perpendicular to the 2D layer. It should be noted that the value of  $F(1/\mathbf{b}\ell_H)$  is noticeably different from unity: for heterojunc-

tions at  $H = 15$  T,  $F(1/b\ell_H) \approx 0.6$ , while for silicon MOS-structures  $F(1/b\ell_H) \approx 0.8$ , so that the existence of this form factor has to be included in theoretical calculations. Unfortunately, MacDonald and Aers [71] who determined the energy of the ground state of the Laughlin Fermi liquid taking the form factor into account, did not calculate the expected change in the gaps in the energy spectrum of interacting 2D electrons with channel thickness.

As was mentioned at the beginning of this section, there is some minimum value  $\mu_\nu^0$  of the mobility of 2D electrons in silicon MOS structures and in GaAs-AlGaAs heterojunctions, starting from which  $W_\nu > 0$  holds and the fractional quantum Hall effect is observed. It is surprising that while in silicon MOS-structures  $\mu_{2/3}^0 \approx 17 \times 10^5 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ , in the electron channel of heterojunctions  $\mu_{2/5}^0 \approx 4 \times 10^5 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  (see also [64]). It is essential to take strict account of the effect of disorder theoretically in order to find what determines  $\mu_\nu^0$ . However, a simple estimate for  $\mu_\nu^0$  can be obtained from purely qualitative considerations. Laughlin [5] noted that features corresponding to a fractional value of  $\nu$  should disappear as the disorder increases when the characteristic width of a level  $\Gamma \sim \hbar/\tau \equiv \hbar e/\mu_e m$  is comparable with the magnitude of the Coulomb gap corresponding to given  $\nu$ . However, one finds from the relation  $\hbar e/\mu_e m = \text{const} \cdot e^2/\epsilon\ell_H$  that  $\mu^0 \sim \epsilon\ell_H \hbar/e m \sim H^{1/2}$ . This answer contradicts the experimental result according to which  $\mu^0$  does not depend on  $H$ .

Another expression for the width of a Landau level,  $\Gamma \approx \hbar\omega_c/(\mu_e H)^{1/2}$  has been obtained by different means [44, 72]. Equating the level width described in this way with the characteristic Coulomb energy, we obtain

$$\mu^0 = \text{const} \cdot (\hbar/e)^3 \cdot (\epsilon/m)^2. \quad (28)$$

Here  $\mu^0$  is independent of the magnetic field in agreement with experiment and is only determined by the parameters of the semiconductor.

To obtain agreement between Eq. (28) and the experimental values obtained in silicon MOS-structures for fractions with denominator 3, the constant has to be taken equal to  $\sim (2\pi)^3$ , in which case

$$\mu^0 \approx (h/e)^3 \cdot (\epsilon/m)^2. \quad (29)$$

The values of  $\mu^0$  estimated using Eq. (29) for GaAs-AlGaAs heterojunctions are equal: in the case of the electron channel  $\mu^0 = 3.8 \times 10^5 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ , while for the hole channel  $\mu^0 = 1.2 \times 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . These estimates agree surprisingly well with experiment [63, 64].

Therefore, the main result of the present section is that the dependence of the widths of the activation gaps in the region of the QHE, measured in different magnetic fields and on various structures, can be fairly well understood using Eq. (25), in which the dependences of  $W$  on the magnetic field and mobility are separated. It has been shown, for different MOS-structures and for various filling factors, that at a fixed value of the 2D electron mobility the widths of the activation gaps increase as the magnetic field increases in proportion to the inverse of

the magnetic length, which illustrates directly the role of inter-particle interactions in the FOHE. Another important consequence of such a factorization is the mobility dependence of the width of the gaps, for a fixed magnetic field. From this an experimental procedure for estimating the magnitude of the activation gap in the absence of disorder ( $\mu_e \rightarrow \infty$ ) can be formulated, and an understanding and a way can be found of estimating the minimum mobility  $\mu_\nu^0$ , starting from which the fractional Hall effect disappears ( $W_\nu \rightarrow 0$ ) due to the overlapping of the bands of mobile states of quasielectrons and quasiholes.

## 6. Magneto-optics under fractional quantum Hall effect conditions

The spectroscopic method described above is effective for solving other problems associated with investigations of the 2D-electron energy spectrum in Si MOS-structures. We will now discuss how, using this method, one can measure the values of the Coulomb gaps in the energy spectrum of an incompressible quantum fluid whose ground state is observable in the fractional QHE regime [73–76].

The microscopic theory suggested by Laughlin [5] explains the fractional QHE in terms of 2D-electron condensation under a transverse magnetic field and fairly low temperatures into an incompressible fluid. The ground state is well-described by Laughlin's many-particle wave-function which, due to the requirement of antisymmetry under particle exchange, applies exclusively to odd-denominator fractional Landau-level filling. This odd-denominator restriction also extends to the hierarchical model [77] of daughter-states which embraces all odd-denominator rational fractions and is well-supported by numerical few-particle calculations [6, 78, 79]. The dependence of the total ground-state energy of the 2D-electron system  $E(N)$  calculated as a function of the total particle number  $N$  at  $T = 0$  and a fixed field  $H$  demonstrates the cusps at  $N = N_f$  corresponding to fractional values of  $\nu = \nu_f = p/q$ . A cusp on the  $E(N)$  curve means that the chemical potential of the system  $\xi \equiv dE/dN$  changes discontinuously at  $N = N_f$ :

$$d\xi = dE/dn|_- - dE/dN|_+. \quad (30)$$

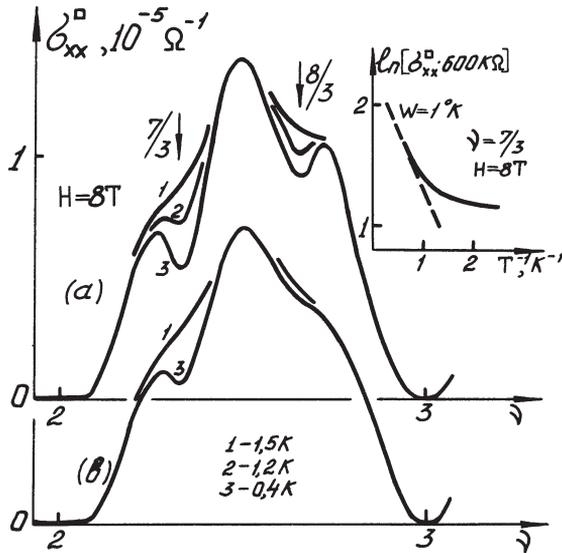
The variation of  $N$  near the point  $N_f$  results in the creation of elementary excitations in the form of quasiparticles for  $N > N_f$  and holes for  $N < N_f$ . The energy of the creation of a quasiparticle-hole pair is  $\Delta = d\xi/q$  ( $q$  is an odd integer). The existence of a jump in  $\xi$  fixes the equilibrium value of  $\nu = \nu_f \equiv 1/q$ .

According to the theory elementary excitations in an incompressible Fermi-fluid are quasiparticles with a fractional charge  $e^* = e/q$ . In this model introducing an extra electron into the system is equivalent to the creation of  $q$  excitations, viz., quasiparticles, and reducing the number of electrons by unity is equivalent to the generation of  $q$  quasiholes. Quasiparticle excitations are separated from

the ground state by an energy gap  $\Delta = \Delta_e + \Delta_h$  the value of which is determined in the theory by the single energy parameter  $e^2/\epsilon\ell_H$ . The gap values for quasiparticles,  $\Delta_e$ , and quasiholes,  $\Delta_h$ , are, in principle, different [67].

### 6.1. Measurements of the Coulomb Gaps in the Energy Spectrum of an Incompressible Fermi-Fluid

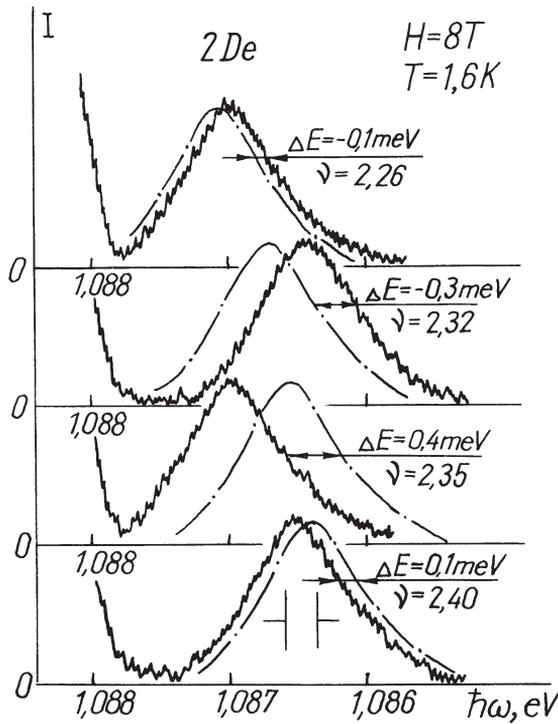
To date, the gaps in the incompressible Fermi-liquid spectrum have been measured by means of the temperature dependence of the magnetotransport coefficients –  $\sigma_{xx}$  or  $\rho_{xx}$  at the corresponding minima with  $\nu = p/q$  [4]. Fig. 38 shows, as an example, the spectra of magnetoconductivity  $\sigma_{xx}(\nu)$  measured in a magnetic field  $H = 8$  T and at  $T = 0.35$  and  $1.5$  K for a (001) Si – Corbino MOS-FET. The  $\sigma_{xx}$  minima at fractional values of  $\nu = p/3$  due to the electron gap condensation are clearly seen. When the excitations are thermally activated to the mobility edges  $\sigma_{xx} \propto \exp(-W/kT)$ , that enables one to find from the corresponding temperature dependences the activation energy  $W$  and to estimate the total gap in the spectrum:  $\Delta = \Delta_e + \Delta_h \approx 2W$ . The temperature dependence  $\sigma_{xx}(T)$  measured for  $\nu = 4/3$  and  $H = 8$  T is plotted as  $\ln \sigma_{xx}(T^{-1})$  in the inset of Fig. 38.



**Figure 38.** Conductivity  $\sigma_{xx}$  for the transverse magnetic field  $H = 8$  T as a function of  $\nu$  at  $T = 1.5$  K,  $1.2$  K, and  $T = 0.36$  K. Temperature dependence of the conductivity measured at  $\nu = 4/3$  and  $H = 8$  T and plotted as  $\ln \sigma_{xx}$  against  $T^{-1}$  (shown in the insert).

It is seen that in the low-temperature region the dependence  $\sigma_{xx}(T)$  does not fit the simple Arrhenius law since here the activation processes are strongly masked by a variable-range hopping conductivity. It is quite evident that the limitations to the accuracy of the Coulomb gap scale determination that occur in this method

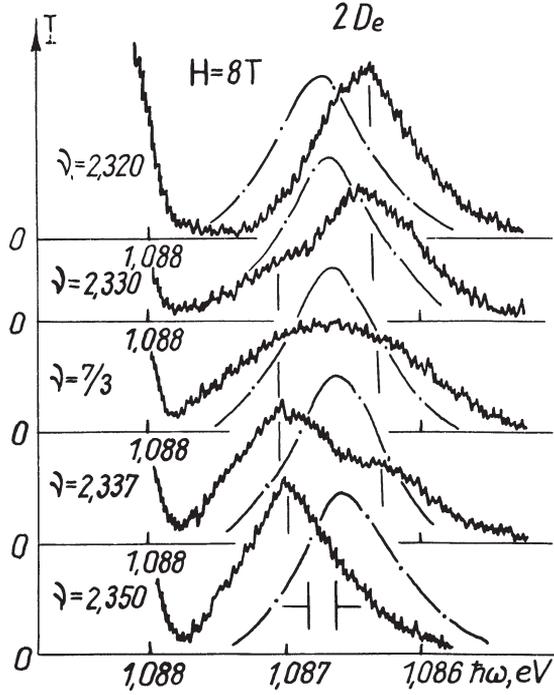
have a fundamental character. In view of this other independent methods for measuring  $\Delta$  are needed. Our spectroscopic method for determining the value of the Coulomb gaps of quasiparticle excitations of an incompressible quantum liquid is based on the fact that the spectral position of the luminescence line, measured in the fractional QHE regime, is closely related to the chemical potential of the interacting electrons,  $\xi$ . As was mentioned above the chemical potential measurable as a function of the filling factor  $-\xi(\nu)$  must exhibit a discontinuity  $\delta\xi = q \cdot \Delta$  at a fractional value of the filling factor  $\nu = 1/q$ , that is when a fractional  $\nu$  QHE is observed. The discontinuity corresponds to the generation (absorption) of an appropriate number of quasiparticle excitations. In complete agreement with the discontinuous behaviour of  $\xi(\nu)$  at fractional  $\nu$ , one has to expect a nonmonotonic behaviour of the spectral position of the luminescence line.



**Figure 39.** 2D-electron recombination spectra measured at  $T = 1.6$  K and  $T = 4$  K (the dot-dashed line) for different values of  $\nu$ : 2.27; 2.32; 2.35; 2.40 ( $H = 8$  T).  $\Delta E$  is the difference in the spectral position of the lines, measured at  $T = 1.6$  K and  $T = 4$  K,  $E_0 = 1.0885$  eV.

Fig. 39 demonstrates that when  $\nu$  is varied from 2.27 to 2.4 (the filling factor region  $\nu = 7/3$ ) the luminescence line shape (2De) is actually unaltered, but a nonmonotonic dependence of its spectral position is observed [73]. In the immediate vicinity of the filling factor  $\nu = 7/3$  (from  $\nu = 2.32$  to  $\nu = 2.35$ ) the luminescence line has a doublet character [75, 76] (see Fig. 40). As the filling factor increases in

this region, the intensities of the doublet components become redistributed so that, initially, a low-energy component of the doublet arises and, subsequently, as its intensity begins to decrease, the component on the greater-energy side grows.



**Figure 40.** 2D-electron recombination spectra measured in the vicinity of  $\nu = 7/3$  at  $T = 1.5$  K and  $T = 2.1$  K (dot-dashed line) for different values of  $\nu$ : 2.320; 2.330; 7/3; 2.337; 2.350.

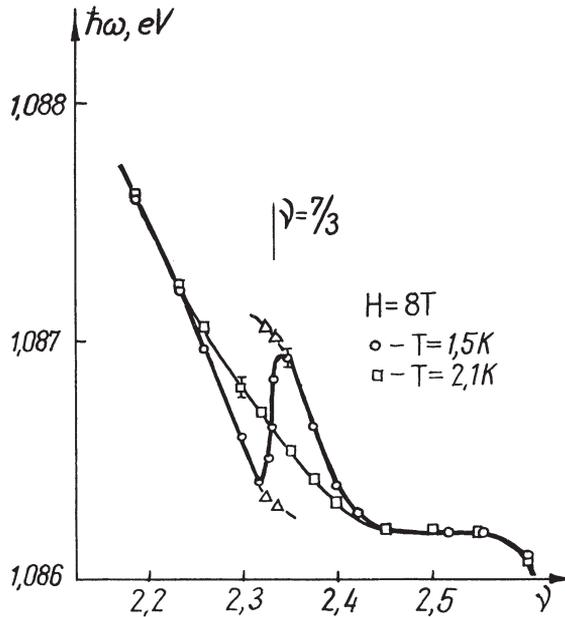
The observed doublet character of the luminescence spectrum indicates directly the presence of a gap in the energy spectrum of an incompressible Fermi-liquid arising at fractional  $\nu$ . The spacing in the energy scale between the doublet components determines the total magnitude of this gap. In order to establish how the effect of 2D-electron condensation manifests itself in the energy position of the 2De-line, the observed alterations in the spectral position of the lines in Figs. 39 and 40 have to be compared with the spectra measured under conditions when the Fermi-liquid does not arise, namely at  $T > \Delta$  (the corresponding spectra are shown by dot-dashed lines in Figs. 39 and 40). The results of the comparison of the 2De-line spectral positions in the vicinity of  $\nu = 7/3$  (for  $T < \Delta$  and  $T > \Delta$ ) are illustrated in Fig. 41. The difference in  $\Delta E$  in the energy position of the 2De-lines, determined at  $T = 1.5$  K and  $T = 2.1$  K  $> \Delta$ , characterizes the effects of the interaction of 2D-electrons when they condense to a quantum liquid. Fig. 42 illustrates the dependences  $\Delta E(\nu)$  measured for two Si MOS-structures (the mobilities being  $\mu_e(T = 0.35 \text{ K}) = 4 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  and  $\mu_e(T = 0.35 \text{ K}) = 3 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  with  $H = 8 \text{ T}$  in the vicinity of  $\nu = 7/3$  and  $8/3$ . It is seen that  $\Delta E$  is other

than zero only near  $\nu = 7/3$  and  $8/3$ ; therefore, the anomalous behaviour of the 2De-line spectral position is related precisely to the 2D-electron gas condensation. It is important that the  $\Delta E(\nu)$  value behaves in a nonmonotonic manner: it is negative and minimum for  $\nu < 7/3$  ( $8/3$ ), then it reverses its sign and reaches a maximum at  $\nu > 7/3$  ( $8/3$ ). This dependence can be attributed to the fact that during recombination the number of electrons is reduced by unity. In terms of the incompressible Fermi-liquid model this is equivalent, for example for  $\nu \leq 7/3$ , to the generation of three quasihole single-particle excitations. Similar considerations, taking account of the electron-hole symmetry, hold for the region  $\nu \leq 8/3$  and  $\nu > 8/3$  as well. When three quasielectrons are absorbed the energy of the emitted photon is increased by  $3\Delta_e$ , and when three quasiholes are generated it is reduced by  $3\Delta_h$ . The corresponding conservation laws, for radiative recombination, can be written as follows:

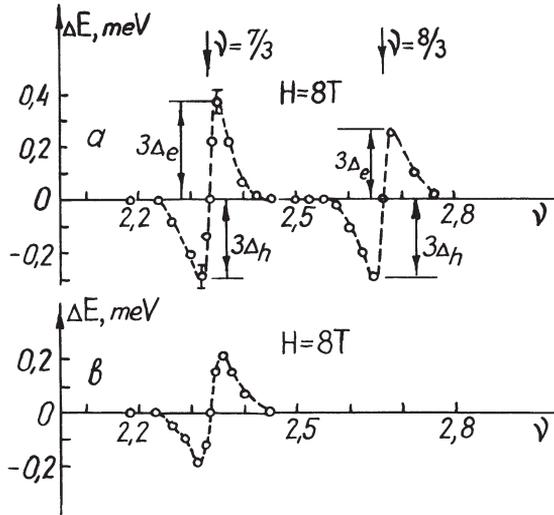
$$\text{(at } \nu > 7/3) E_e + E_h + 3N\Delta_e \rightarrow h\nu + 3(N - 1)\Delta_e \quad (31)$$

$$\text{(at } \nu < 7/3) E_e + E_h + 3N\Delta_h \rightarrow h\nu + 3(N + 1)\Delta_h, \quad (32)$$

where  $h\nu$  is the energy of the emitted photon, and  $N$  is the total number of electron in the system. Fig. 42 suggests that for  $H = 8$  T and  $\nu = 7/3$ :  $3\Delta_e = (4 \pm 0.3)$  K,  $3\Delta_h = (3 \pm 0.3)$  K. The measured magnitudes of  $\Delta = \Delta_e + \Delta_h$  at  $\nu = 7/3, 8/3$  by the optical-spectroscopy method are close to the activation gaps found at the same fractions using thermoactivated conductivity, namely  $\Delta(\nu) \approx 2W(\nu)$ .



**Figure 41.** Dependence of the spectral positions of the 2De-line maximum, measured at  $T = 1.5$  K and  $T = 2.1$  K as a function of  $\nu$  in the vicinity of  $\nu = 7/3$  for  $H = 8$  T. The symbols ( $\Delta$ ) correspond to the spectral positions of the doublet line close to  $\nu = 7/3$ .

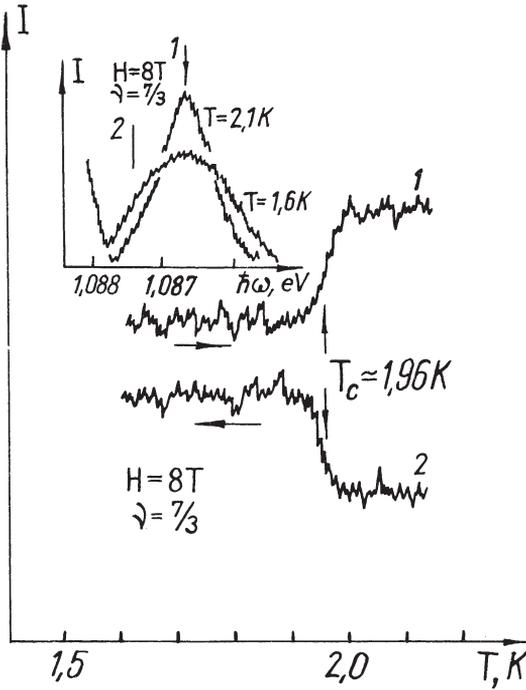


**Figure 42.** The difference  $\Delta E$  of the spectral positions of the lines 2De measured at  $T = 1.5$  K and  $T = 2.1$  K as a function of  $\nu$  in the vicinity of  $\nu = 7/3$  and  $\nu = 8/3$  for two MOSFETs, having mobilities at  $T = 0.35$  K of  $\mu = 4 \times 10^4$   $\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  – (a) and  $\mu = 3 \times 10^4$   $\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  – (b).

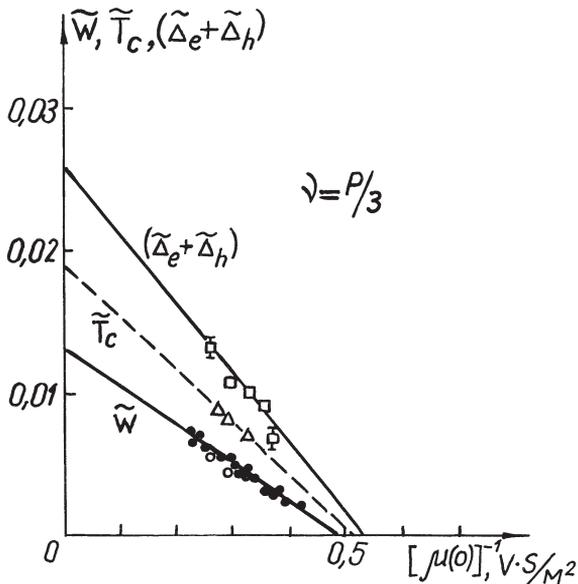
### 6.2. Critical Temperature of Condensation and the Influence of Disorder

It would be interesting to know how the magnitude of the Coulomb gap alters with the temperature. In the framework of the thermally activated conductivity method this problem cannot be solved for some fundamental reasons. Using the spectroscopy method, however, this problem can be solved experimentally. To this end, one should detect how the 2De-line spectrum, corresponding to a fractional filling factor,  $\nu = 7/3$  for example, alters as the temperature varies. The measurements were made for two spectral regions of the 2De-line, indicated by the arrows in Fig. 43. It is obvious that as the temperature varies the spectrum alters in a discontinuous manner, and the critical temperature corresponding to this discontinuity is  $T_c = 1.96$  K. This experiment directly demonstrates that the phenomenon of condensation to an incompressible Fermi-liquid is a phase transition and it is characterized by a critical temperature which is probably dependent on the magnitude of the gap.

We shall now consider the question of how the value of the gap, measured spectroscopically, changes due to disorder, related to the random potential fluctuations [80, 81]. To this end, we measured the values of the Coulomb gaps in the region of  $\nu = 7/3$ , varying the mobility that is a measure of the disorder. It is seen qualitatively from Fig. 42 that a decrease in the electron mobility results in a decrease in the measurable value of the gap. The mobility dependence of the gap value for  $\nu = 7/3$  (in Coulomb units), measured by means of thermoactivated conductivity,  $\tilde{W}$ , and spectroscopically,  $\tilde{\Delta}$ , is presented in Fig. 44 in  $\tilde{W}, \tilde{\Delta} - \mu^{-1}$  coordinates.



**Figure 43.** Temperature dependence of 2De-line intensities measured at the spectral positions (1) and (2) indicated by the arrows.



**Figure 44.** Activation mobility gap  $\tilde{W}$ , Coulomb gap  $\tilde{\Delta}$  and critical temperature  $\tilde{T}_c$  made dimensionless in Coulomb energy units and measured as a function of the reciprocal mobility for  $\nu = p/3$ .

As might have been expected for fractions with  $q = 3$ ,  $\delta\xi = 3(\Delta_e + \Delta_h) = 6W$  throughout the region of the measurement. Fig. 44 also shows the analogous dependence for the critical temperature  $\tilde{T}_c - \mu^{-1}$ . These dependences can be approximated quite well by a linear law, namely  $\tilde{\Delta} = \tilde{\Delta}_0(1 - \mu^0/\mu)$ , where  $\tilde{\Delta}_0$  is the Coulomb gap as  $\mu \rightarrow \infty$  (the gap when there is no disorder) and  $\mu^0$  is the minimum mobility (when the Coulomb gap collapses due to disorder). The dependences  $\tilde{W}(\mu)$ ,  $\tilde{T}_c(\mu)$  and  $\tilde{\Delta}(\mu)$  are seen to yield approximately the same value for the minimum mobility identical with a graphical estimate using the formula  $\mu^0 \approx (h/e)^3 (\epsilon/m)^2$ . Thus, the spectroscopy method offers new possibilities for investigating condensation phenomenon in an incompressible Fermi-liquid.

## 7. Conclusion

In the present review article we have made an effort to show how the energy spectrum of a 2D-electron system under conditions of the integer and fractional quantum Hall effect can be investigated by the spectroscopic method based on radiative recombination of 2D-electrons with photoexcited holes in Si MOS-structures. Summarizing the review, it is pertinent to formulate the scope of the most fundamental and promising problems for further research. In our opinion these are the behaviour of the density of states in the region of fractional filling factors, the advance into the region of strong magnetic fields to better reveal the properties of the random potential, a study of Fermi-liquid effects, and a detailed analysis of the shape of peaks of the single-particle density of states. Remarkable phenomena can be expected in the range of low densities, for which the theory predicts the formation of charge density waves and, in the limit, of a classical Wigner crystal. Crystallization of an incompressible Fermi-liquid into such phases should be accompanied by fascinating singularities.

The authors are grateful to A.L. Efros, S.V. Meshkov, S.V. Iordansky, D.E. Khmel'nitsky and B.I. Shklovsky for stimulating discussions of many of the problems considered in this review.

## REFERENCES

1. Klitzing von, K. New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized hall resistance / K. von Klitzing, G. Dorda, M. Pepper // *Physical Review Letters*. – 1980. – Vol. 45, Iss. 6. – P. 494–497.
2. Tsui, D.C. Two-dimensional magnetotransport in the extreme quantum limit / D.C. Tsui, H.L. Störmer, A.C. Gossard // *Physical Review Letters*. – 1982. – Vol. 48, Iss. 22. – P. 1559–1562.
3. Störmer, H.L. Novel physics in two dimensions with modulation-doped heterostructures // *Surface Science*. – 1984. – Vol. 142, Iss. 1–3. – P. 130–146.

4. Tsui, D.C. Quantum Hall effect: fractional quantization // Proceedings of the 17th International Conference on the Physics of Semiconductors / ed. by J.D. Chadi, W.A. Harrison – New York : Springer, 1985. – P. 247–254.
5. Laughlin, R.B. Anomalous quantum Hall effect: an incompressible quantum fluid with fractionally charged excitations // Physical Review Letters. – 1983. – Vol. 50, Iss. 18. – P. 1395–1398.
6. Morf, R. Monte Carlo evaluation of trial wave functions for the fractional quantized Hall effect: disk geometry / R. Morf, B.I. Halperin // Physical Review B. – 1986. – Vol. 33, Iss. 4. – P. 2221–2246.
7. Pudalov, V.M. Fractional quantization of the Hall resistivity in silicon metal-insulator semiconductor structures / V.M. Pudalov, S.G. Semenchinskii // JETP Letters. – 1984. – Vol. 39, Iss. 3. – P. 143–145.
8. Gavrilov, M.G. Fractional quantum Hall effect of a 2D electron system in a silicon MIS structure / M.G. Gavrilov et al. // JETP Letters. – 1984. – Vol. 39, Iss. 9. – P. 507–510.
9. Kukushkin, I.V. Anomalies in the magnetotransport properties of a two-dimensional electron gas in silicon metal-oxide-semiconductor structures in high magnetic fields / I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev, P.A. Cheremnykh // 1984. – Vol. 60, Iss. 6. – P. 1285–1290.
10. Ando, T. Electronic properties of two-dimensional systems / T. Ando, A.B. Fowler, F. Stern // Reviews of Modern Physics. – 1982. – Vol. 54, Iss. 2. – P. 437–672.
11. Eisenstein, J.P. Density of states and de Haas–van Alphen effect in two-dimensional electron systems / J.P. Eisenstein et al. // Physical Review Letters. – 1985. – Vol. 55, Iss. 8. – P. 875–878.
12. Gornik, E. Specific heat of two-dimensional electrons in GaAs-GaAlAs multilayers / E. Gornik et al. // Physical Review Letters. – 1985. – Vol. 54, Iss. 16. – P. 1820–1823.
13. Stahl, E. Density of states of a two-dimensional electron gas in a strong magnetic field / E. Stahl et al. // Journal of Physics C: Solid State Physics. – 1985. – Vol. 18, Iss. 26. – P. L783–L787.
14. Gavrilov, M.G. State density in gaps in the energy spectrum of 2D electrons in a transverse magnetic field / M.G. Gavrilov, I.V. Kukushkin // JETP Letters. – 1986. – Vol. 43, Iss. 2. – P. 103–107.
15. Kukushkin, I.V. Radiative recombination of 2D electrons with photoexcited holes in silicon metal-insulator-semiconductor structures / I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev // JETP Letters. – 1984. – Vol. 40, Iss. 10. – P. 1231–1235.
16. Kukushkin, I.V. Direct determination of the state density of 2D electrons in a transverse magnetic field / I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev // JETP Letters. – 1986. – Vol. 43, Iss. 8. – P. 499–503.
17. Altukhov, P.D. Recombination radiation of nonequilibrium electron-hole pairs associated with a surface charge layer in silicon / P.D. Altukhov et al. // JETP Letters. – 1983. – Vol. 38, Iss. 1. P. 4–7.
18. Kulakovskii, V.D. Multiexciton complexes in semiconductors / V.D. Kulakovskii, G.E. Pikus, V.B. Timofeev // Sov. Physics-Uspekhi. – 1981. – Vol. 24, Iss. 10. – P. 815–840.
19. Hensel, J.C. The electron-hole liquid in semiconductors: experimental aspects / J.C. Hensel, T.G. Phillips, G.A. Thomas // Solid State Physics. Advances in research and applications / ed. by H. Ehrenreich, F. Seitz, D. Turnbull. – New York : Academic Press, 1977. – Vol. 32. – P. 88–314.
20. Ando, T. Landau-level broadening in GaAs/AlGaAs heterojunctions / T. Ando, Y. Murayama // Journal of the Physical Society of Japan. – 1985. – Vol. 54, Iss. 4. – P. 1519–1527.
21. Lee, T.K. Electron-electron interactions in the surface inversion layer of a semiconductor / T.K. Lee, C.S. Ting, J.J. Quinn // Solid State Communications. – 1975. – Vol. 16, Iss. 12. – P. 1309–1312.
22. Abrikosov, A.A. Introduction to the theory of normal metals. – New York; London : Academic Press. – 1972. – 293 p.

23. Alkeev, N.V. Intrinsic radiative recombination in deformed silicon // N.V. Alkeev, A.S. Kaminskii, Ya.E. Pokrovskii // *Solid State Physics*. – 1976. – Vol. 18, Iss. 3. – P. 713–719. (in Russian)
24. Kaminskii, A.S. Polarization of recombination radiation of multiparticle exciton-impurity complexes in silicon under uniaxial deformation / A.S. Kaminskii, Ya.E. Pokrovskii // *JETP*. – 1979. – Vol. 49, № 5. – P. 878–884.
25. Adkins, C.J. The Anderson transition in silicon inversion layers / C.J. Adkins, S. Pollitt, M. Pepper // *Journal de Physique Colloques*. – 1976. – Vol. 37, Iss. C4. – P. 343–347.
26. Rashba, E.I. Quantum Hall effect (Review) / E.I. Rashba, V.B. Timofeev // *Semiconductors*. – 1986. – Vol. 20, Iss. 7. – P. 977–1024. (in Russian)
27. Kukushkin, I.V. Recombination radiation of electron-hole liquid with plasmon participation in uniformly deformed germanium // *JETP*. – 1983. – Vol. 57, Iss. 5. – P. 1072–1076.
28. Kukushkin, I.V. Radiative recombination of 2D electrons with nonequilibrium holes in silicon metal-insulator-semiconductor structures / I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev // *JETP*. – 1987. – Vol. 65, Iss. 1. – P. 146–156.
29. Kukushkin, I.V. Density of states of two-dimensional electrons in a transverse magnetic field and screening of a random potential / I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev // *JETP*. – 1987. – Vol. 66, Iss. 3. – P. 613–624.
30. Smith, M.C. Photoluminescence studies of Landau transitions in GaAs/AlGaAs multiple quantum wells / M.C. Smith et al. // *Proceedings of the 17th International Conference on the Physics of Semiconductors* / ed. by J.D. Chadi, W.A. Harrison – New York : Springer, 1985. – P. 547–550.
31. Fowler, A.B. Magneto-oscillatory conductance in silicon surfaces / A.B. Fowler et al. // *Physical Review Letters*. – 1966. – Vol. 16, Iss. 20. – P. 901–903.
32. Englert, T. Analysis of  $\rho_{xx}$  minima in surface quantum oscillations on (100) n-type silicon inversion layers / T. Englert, K. von Klitzing // *Surface Science*. – 1978. – Vol. 73. – P. 70–80.
33. Wakabayashi, J. Valley splitting in n-channel inversion layers on silicon (100) surface / J. Wakabayashi et al. // *Surface Science*. – 1986. – Vol. 170, Iss. 1–2. – P. 359–362.
34. Englert, T. g-Factor enhancement in the 2D electron gas in GaAs/AlGaAs heterojunctions / T. Englert et al. // *Surface Science*. – 1982. – Vol. 113, Iss. 1–3. – P. 295–300.
35. Pudalov, V.M. Oscillations of the chemical potential and the energy spectrum of electrons in the inversion layer at a silicon surface in a magnetic field / V.M. Pudalov, S.G. Semenchinskii // *JETP*. – 1985. – Vol. 62, Iss. 5. – P. 1079–1086.
36. Kümmel, R. Theory of valley-splitting in surface quantum states of silicon MOSFETS // *Zeitschrift für Physik B. Condensed Matter and Quanta*. – 1975. – Vol. 22, Iss. 3. – P. 223–230.
37. Ohkawa, F.J. Theory of valley splitting in an n-channel (100) inversion layer of Si II. Electric break through / F.J. Ohkawa, Y. Uemura // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 1977. – Vol. 43, Iss. 3. – P. 917–924.
38. Ohkawa, F.J. Theory of valley splitting in an n-channel (100) inversion layer of Si I. Formulation by extended zone effective mass theory / F.J. Ohkawa, Y. Uemura // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 1977. – Vol. 43, Iss. 3. – P. 907–916.
39. Sham, L.J. Effect of interface on the effective mass approximation / L.J. Sham, M. Nakayama // *Surface Science*. – 1978. – Vol. 73. – P. 272–280.
40. Ohkawa, F.J. Theory of valley splitting in an n-channel (100) inversion layer of Si III. Enhancement of splittings by many-body effects / F.J. Ohkawa, Y. Uemura // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 1977. – Vol. 43, Iss. 3. – P. 925–932.
41. Rauh, H. Theory of the temperature dependence of the enhanced valley splitting in surface states of silicon MOSFETS / H. Rauh, R. Kümmel // *Surface Science*. – 1980. – Vol. 98, Iss. 1–3. – P. 370–377.
42. Kukushkin, I.V. Intervalley splitting in the energy spectrum of two-dimensional electrons at the (100) surface of silicon // *JETP Letters*. – 1987. – Vol. 45, Iss. 5. – P. 276–280.

43. Ando, T. Theory of oscillatory  $g$  factor in an MOS inversion layer under strong magnetic fields / T. Ando, Y. Uemura // Journal of the Physical Society of Japan. – 1974. – Vol. 37, Iss. 4. – P. 1044–1052.
44. Ando, T. Theory of quantum transport in a two-dimensional electron system under magnetic fields. I. Characteristics of level broadening and transport under strong fields / T. Ando, Y. Uemura // Journal of the Physical Society of Japan. – 1974. – Vol. 36, Iss. 4. – P. 959–967.
45. Ando, T. Electron localization in a two-dimensional system in strong magnetic fields. I. Case of short-range scatterers // Journal of the Physical Society of Japan. – 1983. – Vol. 52, Iss. 5. – P. 1740–1749.
46. Ando, T. Screening effect and quantum transport in a silicon inversion layer in strong magnetic fields // Journal of the Physical Society of Japan. – 1977. – Vol. 43, Iss. 5. – P. 1616–1626.
47. Ando, T. Self-consistent screening in a heterojunction in strong magnetic fields / T. Ando, Y. Murayama // Proceedings of the 17th International Conference on the Physics of Semiconductors / ed. by J.D. Chadi, W.A. Harrison – New York : Springer, 1985. – P. 317–320.
48. Luryi, S. Percolation approach to the quantum Hall effect / High Magnetic Fields in Semiconductor Physics / ed. by G. Landwehr. – Berlin : Springer, 1986. – P. 16–27.
49. Shklovskii, B.I. State-density oscillations of two-dimensional electrons in a transverse magnetic field / B.I. Shklovskii, A.L. Efros // JETP Letters. – 1986. – Vol. 44, Iss. 11. – P. 669–672.
50. Gergel', V.A. Theory of surface states and of the conductivity in metal-insulator-semiconductor structures / V.A. Gergel', R.A. Suris // JETP. – 1983. – Vol. 57, Iss. 2. – P. 415–425.
51. Dolgoplov, V.T. Density of states of a two-dimensional electron gas half-way between Landau levels of metal-oxide-silicon structures // V.T. Dolgoplov, S.I. Dorozhkin, A.A. Shashkin // JETP. – 1987. – Vol. 65, Iss. 5. – P. 999–1003.
52. Hikami, S. Localization in a strong magnetic-field and the quantized Hall-effect / S. Hikami, E. Brézin // Surface Science. – 1986. – Vol. 170, Iss. 1–2. – P. 262–266.
53. Ando, T. Electron localization in a two-dimensional system in strong magnetic fields. II. Long-range scatterers and response functions // Journal of the Physical Society of Japan. – 1984. – Vol. 53, Iss. 9. – P. 3101–3111.
54. Smith, T.P. Direct measurement of the density of states of a two-dimensional electron gas / T.P. Smith et al. // Physical Review B. – 1985. – Vol. 32, Iss. 4. – P. 2696–2699.
55. Weiss, D. Density of states in Landau level from activated transport and capacitance experiments / D. Weiss, K. von Klitzing, V. Mosser // Two-dimensional systems: Physics and new devices / ed. by G. Bauer, F. Kuchar, H. Henrich. – Berlin, Heidelberg : Springer, 1986. – P. 204–217.
56. Bello, M.S. Density of localized states in the surface impurity band of a metal-insulator-semiconductor structure / M.S. Bello et al. // JETP. – 1981. – Vol. 53, Iss. 4. – P. 822–829.
57. Pyane, M.G. Energy-loss rate in silicon inversion-layers / M.G. Pyane et al. // Journal of Physics C-Solid State Physics. – 1983. – Vol. 16, Iss. 10. – P. L291–L299.
58. Fang, F.F. Transport properties of electrons in inverted silicon surfaces / F.F. Fang, A.B. Fowler // Physical Review. – 1968. – Vol. 169, Iss. 3. – P. 619–631.
59. Klitzing von, K. The finite-structure constant  $\alpha$ . A contribution of semiconductor physics to the determination of  $\alpha$  // Festkörperprobleme. – 1981. – Vol. 21. – P. 1–23.
60. Rendell, R.W. Hall voltage dependence on inversion-layer geometry in the quantum Hall effect regime / R.W. Rendell, S.M. Girvin // Physical Review B. – 1981. – Vol. 23, Iss. 12. – P. 6610–6614.

61. Azbel', M. Ya. "Static skin effect" for currents in a strong magnetic field and the resistance of metals // JETP. – 1963. – Vol. 17, Iss. 3. – P. 667–677.
62. Klitzing von, K. The quantum Hall effect / K. von Klitzing, G. Ebert // Physica B+C. – 1983. – Vol. 117–118, Part 2. – P. 682–687.
63. Tsui, D.C. Observation of a fractional quantum number / D.C. Tsui et al. // Physical Review B. – 1983. – Vol. 28, Iss. 4. – P. 2274–2275.
64. Chang, A.M. Fractional quantum Hall effect at low temperatures / A.M. Chang et al. // Physical Review B. – 1983. – Vol. 28, Iss. 10. – P. 6133–6136.
65. Kawaji, S. Activation energies of the  $1/3$  and  $2/3$  fractional quantum Hall effect in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructures / S. Kawaji, J. Wakabayashi // Journal of the Physical Society of Japan. – 1984. – Vol. 53, Iss. 6. – P. 1915–1918.
66. Ebert, G. Fractional quantum Hall effect at filling factors up to  $\nu = 3$  / G. Ebert et al. // Journal of Physics C: Solid State Physics. – 1984. – Vol. 17, Iss. 29. – P. L775–L779.
67. Laughlin, R.B. Primitive and composite ground states in the fractional quantum Hall effect // Surface Science. – 1984. – Vol. 142, Iss. 1–3. – P. 163–172.
68. Nicholas, R.J. Evidence for Anderson localisation in Landau level tails from the analysis of two-dimensional Shubnikov-de Haas conductivity minima / R.J. Nicholas, R.A. Stradling, R.J. Tiede // Solid State Communications. – 1977. – Vol. 23, Iss. 5. – P. 341–345.
69. Girvin, S.M. Collective-excitation gap in the fractional quantum Hall effect / S.M. Girvin, A.H. MacDonald, P.M. Platzman // Physical Review Letters. – 1985. – Vol. 54, Iss. 6. – P. 581–583.
70. MacDonald, A.H. Laughlin states in higher Landau levels // Physical Review B. – 1984. – Vol. 30, Iss. 6. – P. 3550–3553.
71. MacDonald, A.H. Inversion-layer width, electron-electron interactions, and the fractional quantum Hall effect / A.H. MacDonald, G.C. Aers // Physical Review B. – 1984. – Vol. 29, Iss. 10. – P. 5976–5978.
72. Brézin, E. Density of states in the presence of a strong magnetic field and random impurities / E. Brézin, D.J. Gross, C. Itzykson // Nuclear Physics, Section B. – 1984. – Vol. 235, Iss. 1. – P. 24–44.
73. Kukushkin, I.V. Spectroscopic method for determining the size of the Coulomb gap in the energy spectrum of an incompressible Fermi liquid of 2D electrons / I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev // JETP Letters. – 1986. – Vol. 44, Iss. 4. – P. 228–233.
74. Kukushkin, I.V. Fractional quantum Hall effect in silicon MOSFETs / I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev / High Magnetic Fields in Semiconductor Physics / ed. by G. Landwehr. – Berlin : Springer, 1986. – P. 136–145.
75. Haldane, F.D.M. Fractional quantization of the Hall effect: a hierarchy of incompressible quantum fluid states // Physical Review Letters. – 1983. – Vol. 51, Iss. 7. – P. 605–608.
76. Halperin, B.I. Statistics of quasiparticles and the hierarchy of fractional quantized Hall states // Physical Review Letters. – 1984. – Vol. 52, Iss. 18. – P. 1583–1586.
77. Prange, R.E. The quantum Hall effect / R.E. Prange, S.M. Girvin. – New York : Springer, 1988. – 473 p.
78. Laughlin, R.B. Destruction of the fractional quantum Hall effect by disorder // Surface Science. – 1986. – Vol. 170, Iss. 1–2. – P. 167–172.
79. Kukushkin, I.V. Energy gaps and the role of disorder under conditions of fractional quantization of the Hall resistance in silicon metal-oxide-semiconductor structures / I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev // JETP. – 1985. – Vol. 62, Iss. 5. – P. 976–982.
80. Chang, A.M. Higher-order states in the multiple-series, fractional, quantum Hall effect / A.M. Chang et al. // Physical Review Letters. – 1984. – Vol. 53, Iss. 10. – P. 997–1000.
81. Mendez, E.E. Two-dimensional holes at high magnetic fields // Surface Science. – 1986. – Vol. 170, Iss. 1–2. – P. 561–572.

---

---

# MAGNETO-OPTICS OF STRONGLY CORRELATED TWO-DIMENSIONAL ELECTRONS IN SINGLE HETEROJUNCTIONS\*

**I. V. Kukushkin and V. B. Timofeev**

## Abstract

Investigations of two-dimensional (2D) electron systems in semiconductors subjected to a strong perpendicular magnetic field with the use of photoluminescence are reviewed. The foundation of the optical spectroscopy method using the radiative recombination of 2D electrons with photoexcited holes bound to acceptors in a  $\delta$ -doped monolayer in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As single heterojunctions is presented. Optical spectroscopy studies of the energy spectra of 2D electrons imposed on transverse magnetic fields in the regimes of the integer and fractional quantum Hall effects are discussed. The relationship between the mean energy of the 2D electron gas and the first moment of their radiative recombination is analysed. It is shown that the magnetic field dependence of the first moment provides a method to measure the cyclotron, enhanced spin and quasi-particle energy gaps at the same time. Therefore it is shown how magneto-optics 'see' the ground state of interacting 2D electrons in the extreme quantum limit and how an optical 'tool' is efficient for the determination of Coulomb gaps of incompressible Fermi fluids in the fractional quantum Hall effect. Finally optical observations and studies of the Wigner crystallization of 2D electrons are presented. The corresponding liquid-solid phase diagram is discussed.

## 1. Introduction

Over the past decade the physics of the two-dimensional (2D) electron system has been an attractive area for solid-state physicists (Ando *et al.* 1982, Chakraborty and Pietiläinen 1988a, Prange and Girvin 1990). The progress in semiconductor growth technology is constantly opening up new areas for studies of essentially new physical phenomena and many unexpected intriguing results have been obtained. The discovery of the integer quantum Hall effect (IQHE) was one of the first in the series of these events (von Klitzing *et al.* 1980). This fundamental quantum transport phenomenon is based on the peculiar features of the energy spectrum of 2D electrons which, in high perpendicular magnetic fields, is discrete and consists of infinitely degenerate Landau levels. It has been generally understood within an independent electron picture that the IQHE is a single-particle effect and is associated with the special structure of the 2D electron energy spectrum in a random potential field; almost all the states are

---

\* Advances in Physics. – 1996. – Vol. 45, Iss. 3. – P. 147–242.

localized and only a few extended states carry the non-dissipative Hall current. The precision of the quantization of the Hall conductivity can be regarded as a topological invariant which is independent of a random potential by imperfections (Prange and Girvin 1990).

The physics of 2D electron systems are, however, made more complex and interesting because of the effects of electron–electron interactions which are basically intrinsic properties of such a system. These interactions give rise to a variety of phases (collective states) which can be realized as a ground state of the system under different experimental conditions. The phase transitions in 2D systems are expected to be quite different from those in three dimensions, and this is a puzzle which has attracted considerable interest over the last few decades. The considerable progress of high technology and molecular beam epitaxial (MBE) growth of semiconductors made the 2D electron systems in heterostructures one of the most convenient objects for these studies.

The physics of interacting 2D electron systems in semiconductors subjected to very high magnetic fields became an especially attractive and rich subject after the discovery of the fractional quantum Hall effect (FQHE) (Tsui *et al.* 1982, Laughlin 1983). The starting motivation to study and further progress in this area was the expectation that in a pure 2D electron system a long-range ordering (so-called Wigner (1934) crystallization) should appear in the extreme quantum limit, namely when the surface density of interacting electrons is low and the transverse magnetic field is sufficiently high. These conditions are important not only because, as at low magnetic field, the Coulomb energy of repulsion dominates the kinetic energy of the zero-point electron oscillation, but also because, if the magnetic field is high enough that mixing of excitations to higher Landau levels can be neglected, then the kinetic energy itself becomes almost constant (Lozovik and Yudson 1975). (In the quantum limit  $H \rightarrow \infty$ , all contributions to the energy have the scale of the Coulomb energy,  $E_c = e^2/\epsilon l_0$ , where  $l_0 = (\hbar/eH)^{1/2}$  is the magnetic length.) Before the discovery of the FQHE the Wigner crystal was expected to be the unique stationary lowest-energy state at a given density. However, the main surprise was that the quantum fluctuations destroy the long-range ordering and cause this crystal to melt into a new quantum state: the incompressible quantum liquid (Tsui *et al.* 1982) whose existence depends on the commensuration between the density and the magnetic field in a quantum mechanical way. These new quantum liquids are exhibited in the FQHE at rational filling factors  $\nu = p/q$ , rational numbers where  $q$  is odd ( $\nu = n_s \Phi_0/B$ , where  $\Phi_0 = hc/e$  is the flux quantum,  $p$  and  $q$  are integer numbers and  $n_s$  is the electron concentration). Incompressible liquids responsible for the FQHE occur at intermediate magnetic fields. By comparing calculated ground-state energies, the cross-over from liquid to crystal at higher magnetic fields has been estimated to occur at a filling factor  $\nu$  close to 0.15 (Lam and Girvin 1984, Levesque *et al.* 1984). More recent calculations, taking into account Landau level mixing, put the transition liquid-Wigner crystal at  $\nu$  close to 1/5 and 1/3 in GaAs 2D electron and hole systems respectively for typical densities (Price *et al.* 1993, Zhu and Louie 1993). In the ultra-quantum magnetic field limit there were found to be some signs of a frozen dielectric state (Andrei *et al.* 1988), which could be associated with the crystallization of 2D electrons or the formation of a Wigner solid. These discoveries have stimulated great activity in this field and high competi-

tion between the most advanced groups all over the world. There is now a substantial body of experimental evidence for a transition to a Wigner solid occurring at a filling factor  $1/5$  for 2D electrons (Goldman *et al.* 1990, Jiang *et al.* 1990, Buhmann *et al.* 1991, Williams *et al.* 1991, Goldys *et al.* 1992, Paalanen *et al.* 1992a, b, Turberfield *et al.* 1992) and  $1/3$  for 2D holes (Santos *et al.* 1992) confined at GaAs heterojunctions, but the degree of spatial electron ordering still remains uncertain.

Primarily, magnetotransport properties were the only tool for the experimental investigation of these phenomena, and the discovery of the FQHE, in which incompressible quantum liquids manifest themselves, predetermined the activity in this new field. Magnetoresistance data (Jiang *et al.* 1990) also gave strong evidence for the existence of a re-entrant quantum liquid-Wigner crystal phase transition. More recently, considerable progress has been attained in the optical spectroscopy of strongly interacting 2D electrons as an independent efficient tool. For decades, luminescence has been an important indicator of the energy spectrum of electrons. If one injects a hole, its ability to recombine with an electron with the emission of a recombination radiation quantum can be used to measure the energy of the electrons in the two-dimensional electron gas (2DEG). This assumes, of course, that the hole's energy is known, and that the energy of electron-hole attraction is well characterized. Usually, the electric field at the interface boundary sweeps the holes away from the 2DEG into the buffer region, but the wavefunction of the electrons forming the 2DEG does not fall abruptly to zero normal to interface and, as a result of this, the probability that those electrons will recombine with the holes is also non-zero. The luminescence method as a direct measure of the single-particle density of states (DOS) of 2D electrons has been realized in Si metal-oxide-semiconduction field-effect transistors (MOSFETs) (Kukushkin and Timofeev 1984, 1987) and GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  single heterojunctions (Kukushkin *et al.* 1988b). This luminescence method has been successfully used for measurements of the gap values in the single-particle energy spectra of 2D electrons in a transverse magnetic field, the DOS under changes in the filling of Landau levels, a nonlinear screening of random potential fluctuations (see, for example, review articles by Kukushkin *et al.* 1988a, b, Kukushkin and Timofeev 1989). Therefore, the single-electron energy spectrum under the condition of the IQHE was studied in detail by this magneto-optical technique.

The situation is not so transparent and clear if one simply transfers this technique to study the FQHE. The argument that magneto-optics is too blunt a tool to study ground-state energy in the FQHE regime sounds reasonable. First of all, a hole, being charged, will upset the delicate construction of the electron incompressible liquid, especially in its own neighbourhood, from which it will choose an electron to annihilate. This means that the electron-hole interaction should play a significant role in recombination processes and, owing to these interactions, should modify the ground state of interacting 2D electrons in the expected luminescence spectra. Secondly, the recombination spectrum will be distorted by 'shake-up' processes upon the disappearance of an electron. Thirdly, the question appears concerning quasi-equilibrium in 2D electron systems at low temperatures under the injection of non-equilibrium electron-hole pairs and about the heating of the electrons. Nevertheless, with the use of the magnetoluminescence technique for 2D electron systems in Si MOSFETs in the FQHE regime, a nonanalytic behaviour of the spectral position of luminescence

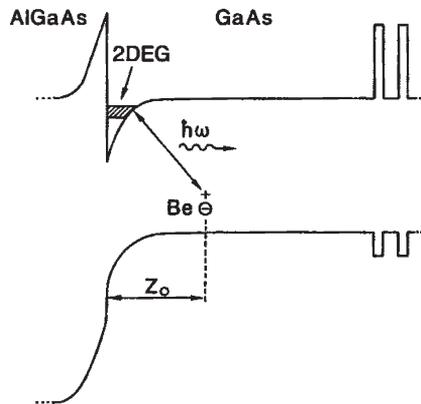
line on variation in the magnetic field was found, which was suggested as a method for determination of the quasiparticle gaps at fractional filling factors independently of magnetotransport measurements (Kukushkin and Timofeev 1986, 1989). However, the main unanswered question about these experiments remains: where are the holes located.

As applied to the magnetospectroscopy method, the central and most important point is the trivialization of the emission and absorption spectra for coplanar electrons and holes (for instance the coplanar location of electrons and holes is realized in symmetrical narrow quantum wells). This means that, in a system with hidden electron-hole symmetry, all many-electron correlations are cancelled and the resulting optical spectrum coincides with the spectrum of the magnetoexciton in an empty crystal (Lerner and Lozovik 1981, Apal'kov and Rashba 1991a, b, 1992, MacDonald *et al.* 1992). This cancellation is caused by a hidden symmetry with respect to electron-hole interactions inherent in a system such as a symmetrical quantum well. Therefore optical spectra strongly depend on the specific way in which such hidden symmetry is violated. A suitable system with broken hidden symmetry connected to the electron-hole interaction is a specially MBE-grown GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructure with a dilute monolayer of acceptors located in the GaAs buffer far away from interface (Kukushkin *et al.* 1989b). These acceptors are able to capture photoinjected holes into a hydrogenic bound state. Of special importance is that this entity (the acceptor plus a bound hole) is electrically neutral and therefore only minimally disturbs the 2D electron system, at least in its initial ground state. GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructures with such architecture were further successfully used for magneto-optical studies of the fractional quantum Hall states, and of the behaviour of strongly correlated 2D electrons in the Wigner solid regime.

The contents of our review article are as follows. In section 2 we present the foundation of the optical spectroscopy method using the radiative recombination of 2D electrons with holes located in a GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-doped monolayer of acceptors in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As single heterojunctions. The optical spectroscopy studies of energy spectra of 2D electron systems subjected to transverse magnetic fields in the regime of the IQHE are discussed in section 3. Magneto-optical investigations of the 2D electron system in the FQHE regime are presented in section 4. Radiative recombination in symmetrical (quantum wells (QWs)) and asymmetrical (single heterojunctions (SHs)) electron-hole systems due to recombination with free and bound holes are discussed. Here we shall show how magneto-optics can 'see' the ground state of interacting 2D electrons in the extreme quantum limit and how this optical 'tool' is efficient for determination of Coulomb gaps of incompressible Fermi fluids in FQHE. Finally, in section 5 the optical observations and studies concerning the Wigner crystallization of 2D electrons are presented.

## 2. Radiative recombination of two-dimensional electrons in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As single heterojunctions

Usually, the radiative recombination of 2D electrons is investigated in QWs with different widths (Pinczuk *et al.* 1984, Worlock *et al.* 1984). These systems have a major disadvantage, namely the existence of the reverse heterojunction close to the 2D channel. Owing to the surface roughness of this reverse heterojunction, the mobility of the electrons in QWs is usually lower than that in SHs. As a consequence, some very interesting correlation effects in the interacting 2D electron systems (such as the FQHE and Wigner solidification) are, at least, strongly suppressed by disorder. Also, in the case of direct gap QWs, the radiative lifetime of non-equilibrium electron-hole pairs or excitons is very short (it corresponds to nanosecond or even shorter time scales) compared with the relaxation time via long-wave acoustic phonons. As the result of this, the electron temperature in the case of QWs under injection of electron-hole pairs is usually higher than the lattice or the bath temperatures. To overcome such problems a new type of heterostructure was proposed and then realized, specifically for investigations of the 2D electrons by means of optical spectroscopy technique (Kukushkin *et al.* 1988b). The structure is an n-type single GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterojunction with a  $\delta$ -dilute layer of acceptors created in a wide GaAs buffer layer at a well-defined distance from the interface (presented in figure 1). Contrary to the case of QWs, in these SHs with  $\delta$  doping it is possible to obtain a very high mobility of 2D electrons by increasing the distance between the monolayer of acceptors and the interface, or by a reduction of the concentrations of acceptors in the  $\delta$  layer. Under injection of non-equilibrium electron-hole pairs in these structures, one can investigate the radiative recombination of 2D electrons with holes bound to the acceptors from the  $\delta$  monolayer.



**Figure 1.** Energy scheme of GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As SH with a  $\delta$  layer of acceptors.

The limitation of the radiative recombination method, first realized in the case of Si MOSFETs, was defined by the broadening of the luminescence line due to the random distribution of acceptors in bulk Si. The main advantage in the case of GaAs/

$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  SHs, compared with Si MOSFETs, is the possibility of growing by means of MBE, very-high-quality structures with well defined parameters and a defined location  $z_0$  of the acceptor monolayer relative to the interface. In this case, one can evaluate the amplitude of the wavefunction of 2D electrons by variation in  $z_0$  and optimize the distance at which the acceptor atoms most effectively contribute to the relative recombination intensity.

### 2.1. Luminescence spectra of two-dimensional electrons from ground and excited subbands

The luminescence spectra, measured for an identical  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  SH but with different distances between the interface and the  $\delta$  layer of acceptors (Be atoms) are shown in figures 2 (b) and (c). The inset shows a scheme of the structures. The spectrum measured for a reference SH without  $\delta$  doping (figure 2 (a)) is also presented for comparison. The lines  $A_1$ ,  $B_1$  and  $B_0$  in the observed luminescence spectra are due to the recombination of 2D electrons with free holes (A lines), and holes bound to the acceptors (B lines) (the index corresponds to the number of the 2D subband) (Kukushkin *et al.* 1989b). The intensities of lines  $B_0$  and  $B_1$  in the spectra presented here are normalized to the intensity of the line  $A_1$ , obtained under the same experimental conditions. It is seen from figure 2 that the insertion of the  $\delta$  layer of acceptors close to the interface increases the intensity of the lines B, and this enhancement depends on the distance between the interface and the  $\delta$  layer of acceptor. Simultaneously with the intensity of the line, the broadening of the line B and its energy position in the luminescence spectrum also strongly depend on  $z_0$ . The variation in the energy position of lines B is related to the change in the binding energy of the acceptors in the  $\delta$  layer as a function of its distance from the interface.

It follows from the golden rule that the shape of the luminescence spectrum  $I(\hbar\omega)$  corresponding to the radiative recombination of 2D electrons with holes bound at acceptors in  $\delta$  layer (line  $B_0$ ) is defined by a convolution integral of the single-particle DOS  $D_e(E)$  of electrons and the single-particle DOS  $D_h(E)$  of holes and their distribution functions  $f_e(E)$  and  $f_h(E)$ :

$$I(\hbar\omega) = \int_0^\infty D_e D_h f_e f_h \delta(\hbar\omega - E_e - E_h) \delta(k_e + k_h) dE_e dE_h dk_e dk_h, \quad (2.1)$$

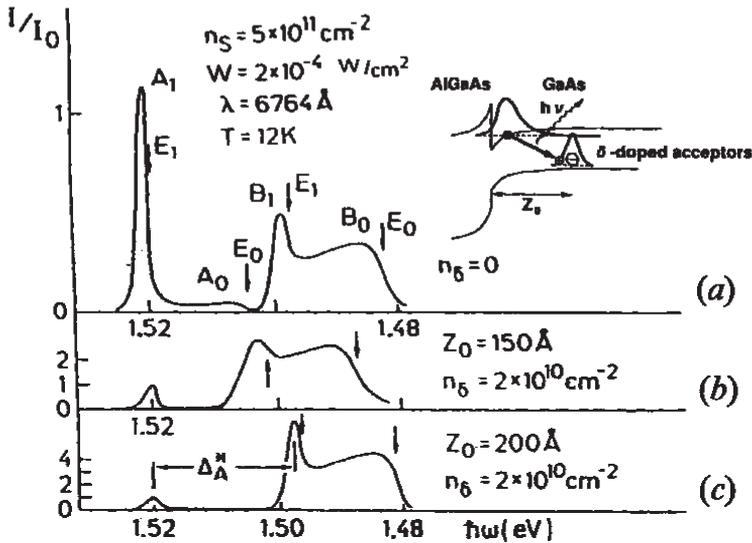
where  $k_e$  and  $k_h$  are the momenta of the recombining electrons and holes (the momentum  $\omega/c$  of the photon is regarded as zero). In the case of radiative recombination of the 2D electron with a hole bound to the acceptor the momentum conservation law is broken by the presence of the impurity centre and the optical matrix element is close to constant,  $M = 1/(1 + (ka_B)^4)$ , where  $a_B$  is the Bohr radius of the acceptor, so that  $M \approx 1$ , up to  $k \approx 1/a_B$ . Therefore, the shape of the luminescence spectrum under consideration is given by the following expression:

$$I(\hbar\omega) \approx \int_0^\infty D_e(E) D_h(\hbar\omega - E) f_e(E) f_h(\hbar\omega - E) dE. \quad (2.1 a)$$

If one approximates the energy distribution of the hole DOS by a  $\delta$  function, the shape of the luminescence spectrum is simply expressed as follows:

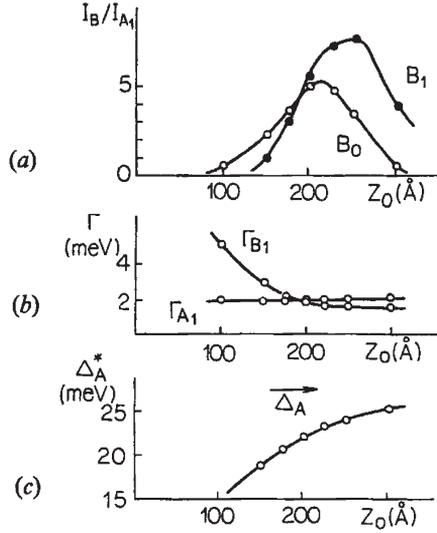
$$I(E) \propto D_e(E) f_e(E). \quad (2.2)$$

Therefore, the shape of the radiative recombination spectrum directly reflects the single-particle DOS of the 2D electrons. If the magnetic field is zero, then the luminescence spectrum should have a rectangular shape, reflecting the constancy of the 2D electron DOS ( $D_e = m_e/\pi\hbar^2$ ), and its total width at half-maximum at  $T = 0$  K is equal to the Fermi energy of the electrons. Such a rectangular shape of luminescence spectra of 2D electrons was observed for the first time in Si MOSFETs (Kukushkin and Timofeev 1984, 1987).



**Figure 2.** Spectra of the radiative recombination of 2D electrons with photoexcited holes, measured (b), (c) in acceptor  $\delta$ -doped SH and (a) in reference SH without  $\delta$  doping at  $T = 12$  K.  $I_0$  is a fixed value of the luminescence intensity. In the inset the scheme of the structure is presented.

In figure 3 the dependences of the intensity, the broadening and the energy position of lines B on the distance  $z_0$  between the  $\delta$  layer of acceptors and the interface are presented. A maximum in the intensity of line  $B_0$  occurs in the measured structure at  $z_0 = 20$  nm. The reduction in the intensity of line  $B_0$  for  $z_0 < 20$  nm is due to the ionization of the acceptor centres by the strong electric field which increases close to the interface. This conclusion is confirmed by the corresponding variation in the intensity of electron light scattering by neutral acceptors in the  $\delta$  layer. The reduction in the intensity of line  $B_0$  for  $z_0 > 20$  nm is due to a decrease in the overlap of the wavefunctions of the 2D electrons and to the holes bound to acceptors in the  $\delta$  layer. A similar dependence of the intensity on  $z_0$  was measured for the line  $B_1$ , but in this case the maximum intensity is seen as  $z_0 = 25$  nm, because of the wider wavefunction of 2D electrons in the first excited subband.



**Figure 3.** The dependence of (a) the intensities of lines  $B_0$  and  $B_1$ , (b) the broadening of line  $B_1$  and (c) the effective binding energy of the acceptors on the distance between the interface and  $\delta$  layer of acceptors.

From the dependence of the intensities of lines  $B_0$  and  $B_1$  on  $z_0$  it opens the way to estimate the amplitude of the wavefunction of 2D electrons for the ground and excited subbands at different  $z_0$  values. It is possible to analyse the tail of the wavefunction which has the form

$$\psi_{0,1}^{2D} \propto \exp\left(\frac{-z(2mE_i)^{1/2}}{\hbar}\right), \quad (2.3)$$

where  $E_i$  are the effective heights of the barriers (for the ground or the excited subbands), and  $m$  is the effective mass of the 2D electrons in the  $z$  direction. One can recall that the luminescence intensity in the considered case is proportional to the overlap of the wavefunctions of the 2D electron and the hole bound to acceptor centres, namely  $I_{lum} \propto \left| \langle \psi_i^{2D} | \psi_A^h \rangle \right|^2$ . Therefore, from the intensities of lines  $B_0$  and  $B_1$ , measured for at least two different distances  $z_0$ , one can estimate  $E_0$  and  $E_1$ :

$$\frac{I_{z_{01}}}{I_{z_{02}}} \approx \exp\left(\frac{2\Delta z(2mE_{0,1})^{1/2}}{\hbar}\right), \quad (2.4)$$

where  $\Delta z = z_{01} - z_{02}$ . In particular, from equations (2.2)–(2.4) one can find that  $E_0 = 15$  meV and  $E_1 = 3.6$  meV, which is reasonably consistent with the magnitude of the intersubband splitting  $E_{01} = 15$  meV directly obtained from the luminescence spectra (figure 2). It is also possible to estimate parameters of the wavefunction, written in the form (Ando *et al.* 1982):

$$\psi_0 \propto z \exp\left(\frac{-bz}{2}\right), \quad (2.5)$$

$$\psi_1 \propto z(z-a) \exp\left(\frac{-cz}{2}\right). \quad (2.6)$$

For found values  $b^{-1} = 2.5$  nm and  $c^{-1} = 3.3$  nm the average distances  $z^{av}$  of 2D electrons from the interface for different subbands are obtained:  $z_0^{av} \approx 7.5$  nm and  $z_1^{av} \approx 16.5$  nm, which are in agreement with theoretical calculations (Stern and Das Sarma 1984). From the data in figure 3(b) we see that the broadening  $\Gamma_{B_1}$  of line  $B_1$  depends on  $z_0$ . The width of line  $A_1$ , on the contrary, does not depend on  $z_0$  and remains rather small in all structures. The increase in the broadening of line  $B_1$  with decreasing distance  $z_0$  is due to the influence of the electric field within the interface region. This field strongly increases with decreasing  $z_0$ .

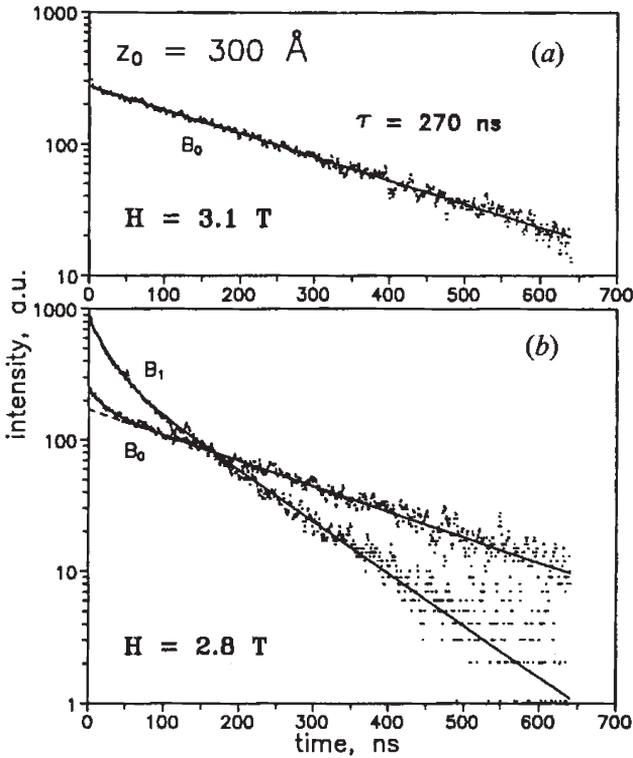
Figure 3(c) illustrates how the binding energy  $\Delta_A^*$  of acceptors depends on the distance between the interface and the acceptor layer. The magnitude of  $\Delta_A^*$  is given by the energy separation between lines  $A_1$  and  $B_1$  in luminescence spectra. The same dependence can be obtained if the difference between the position of the bandgap of GaAs and the Fermi energy of line B in the spectrum is plotted (it should be mentioned that the line  $A_1$  is located very close to the bandgap of GaAs in the luminescence spectrum (Kukushkin *et al.* 1988c). One can see from figure 3(c) that the binding energy of the acceptors decreases, the closer they are to the interface. This result is confirmed by experiments on electron light scattering on these acceptors in  $\delta$ -doped samples. The observed reduction in the binding energy of the acceptors for small  $z_0$  is in agreement with theoretical calculations (Levine 1965, Bastard 1981). This phenomenon is due to a deformation of the wavefunction of the ground state of the neutral impurity (symmetrical in the bulk) close to interface by the strong electric field. In the limit of a sufficiently high electric field, the wavefunction is not an s-like but more of a p-like wavefunction. Because of this, the binding energy of the impurity at the interface becomes a few times smaller than that in the bulk. Also, the dependence of  $\Delta_A^*$  on  $z_0$  is sensitive to the concentration of 2D electrons because when there is a variation in the concentration of 2D electrons, the confining field within interface is changed as well.

## 2.2. Kinetics of the radiative recombination of two-dimensional electrons in a single GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterojunction

In experiments on radiative recombination of 2D electrons with photoexcited holes the time scale of the luminescence decay is a crucial matter, since it largely determines the effective electron temperature in such optical investigations. Here we present a study of the kinetics of the radiative recombination of 2D electrons in a GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As SH with a monolayer (a  $\delta$  layer) of acceptors at a given distance from the heterojunction (Dite *et al.* 1991a, b). The method of time-correlated counting with picosecond pulse laser excitation was used for these experiments.

In general, the kinetics of radiative recombination may be quite complex, and it is not possible to describe it by a single-exponential function. The reason is that the wavefunctions of 2D electrons from the different QW subbands are different, as are the density  $n_h$  of the photoexcited holes, the density of  $n_{s0}$  electrons from the ground subband and the density  $n_{s1}$  of electrons from the excited subband. The situation is simplest when the excited subband is not filled. The kinetics observed for the lumi-

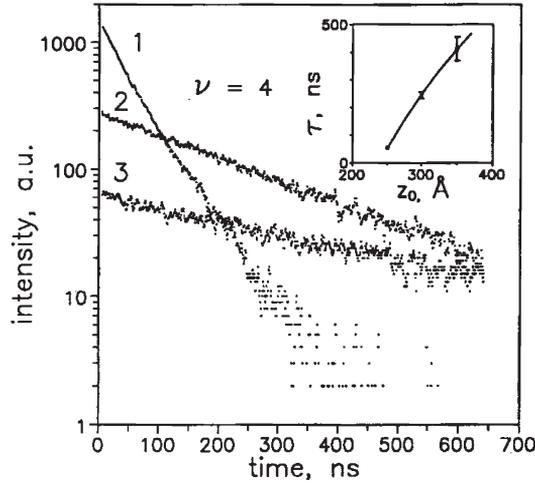
nescence decay can, in this case (figure 4 (a)), be described by a simple exponential law with a time scale  $\tau = 270$  ns for a given distance of the acceptor  $\delta$  layer from the interface, namely  $z_0 = 300$  Å. When the excited quantum-well subband is slightly populated (but the condition  $n_{s1} \ll n_h \ll n_{s0}$  is still fulfilled), the kinetics of the luminescence decay cannot be described by a single-exponential function (figure 4 (b)). It was approximated accordingly by a sum of two exponential functions. The first and more rapid of these functions describes the escape of holes from the  $\delta$  layer and the escape of electrons from the first excited subband. This recombination is considerably faster because the wavefunction of 2D electrons from the excited subband is more extended in the  $z$  direction than is the wavefunction of the ground subband. For this reason, the overlap of the wavefunction of these electrons with the wavefunction of the holes bound at acceptors of the  $\delta$  layer is considerably greater. The second and slower exponential function describes the escape of holes in the  $\delta$  layer as a result of recombination with ground-subband electrons. This process is predominant after the excited subband is emptied (broken line in the figure 4 (b)).



**Figure 4.** Kinetics of decay of the luminescence of 2D electrons (a.u., arbitrary units): (a) the excited quantum confined subband is empty; (b) this subband is partially occupied. The plots of lines  $B_0$  and  $B_1$  correspond to the recombination of 2D electrons from the ground and excited subband respectively.

With increasing distance between the  $\delta$  layer of acceptors and the interface, the integrated luminescence signal decreases. This decrease is accompanied by an in-

crease in the recombination time. The probability  $w_r$  of radiative recombination of 2D electrons with holes at the acceptor centre in the  $\delta$  layer is determined by the corresponding overlap of their wavefunctions:  $w_r \propto \langle \psi_e^{2D} | \psi^A(z) \rangle^2$ . It is obvious that, when the distance  $z_0$  increases, the probability of radiative recombination exponentially decreases and the corresponding radiative decay time increases. Figure 5 illustrates the behaviour of the luminescence decay according to measurements for the 2D electrons of the ground subband in various structures with  $z_0 = 250, 300$  and  $350$  Å. It can be seen from the inset in figure 5 that, as  $z_0$  is increased from 250 to 350 Å, the recombination time increases from 50 to 400 ns. Further separation of the 2D electrons and the acceptor layer results in an increase in the radiative recombination time up to  $5 \mu\text{s}$  (Kukushkin *et al.* 1994b) (see section 4.5). One can work from the  $\tau(z_0)$  dependence, which is determined by the change in the overlap of the wavefunction of the 2D electrons and the holes bound at acceptors of the  $\delta$  layer, to reconstruct the spatial profile of the electron wave function.

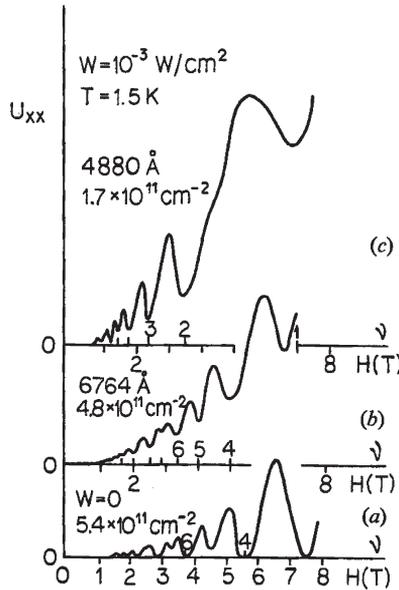


**Figure 5.** Luminescence decay of 2D electrons measured at filling factor  $\nu = 4$  in various structures, in which the  $\delta$  layer of acceptors lays at distances  $z_0 = 250$  Å (data 1),  $300$  Å (data 2) and  $350$  Å (data 3) from the interface (a.u., arbitrary units). The inset shows the recombination time as a function of the distance  $z$ .

An important result of this study is that the time scale of the radiative recombination of 2D electrons with holes bound to acceptors of the  $\delta$  layer, separated far away from interface ( $z_0 = 300$  Å) in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As SH is of the order of  $10^{-6}$  s. This result distinguishes this case in a fundamental way from the recombination of 2D electrons with free holes in QWs (Dahl *et al.* 1992), where  $\tau_r \approx 1$  ns. Long lifetimes of 2D electrons and of photoexcited holes in the case of a GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As SH with a  $\delta$  layer of acceptors are the reasons for insignificant overheating (50 mK for electrons and 200 mK for holes (Kukushkin *et al.* 1992c) of carriers under the conditions of sufficiently low excitation (power less than about 1 mW)).

### 2.3. Reduction in the electron density and enhancement of the electron mobility in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As single heterojunctions by continuous photoexcitation

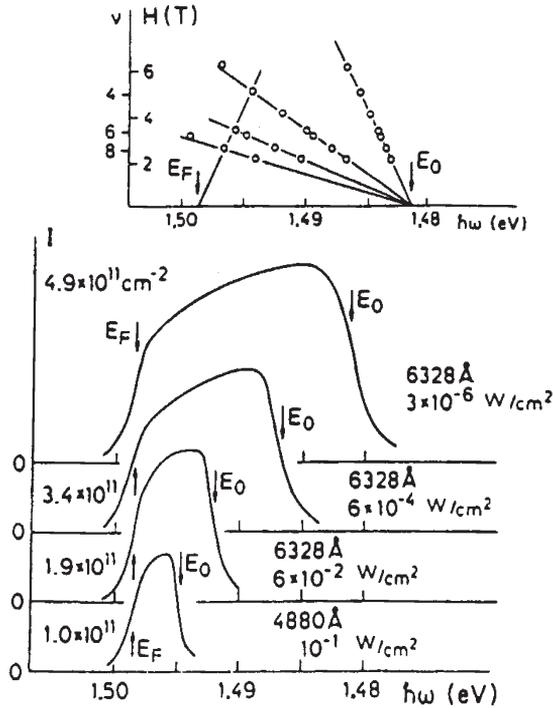
It is well established that at low temperatures the properties of a GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As SH can be strongly changed by illumination of the interface with photon energy close to the bandgap of GaAs. In particular, such illumination of the sample is the usual method for increasing the concentration of 2D electrons. After this procedure, the concentration  $n_s$  of 2D electrons measured in the dark increases compared with the equilibrium value  $n_s^0$ , which is realized at low temperatures before the first illumination. Further illumination of the sample may result in an increase in  $n_s$  up to the maximum value  $n_s^*$ , which is stable at liquid-helium temperature and can be decreased close to the starting equilibrium value by heating the sample in dark. This phenomenon is usually explained as being due to electron photoexcitation from the DX centres in the Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As layer (Lang 1986) or to the electron-hole generation in the bulk GaAs with a charge separation at the interface (Kastalsky and Hwang 1984).



**Figure 6.** Shubnikov–de Haas oscillations measured in a SH at  $T = 1.5$  K under different conditions of photoexcitations: (a) in the dark after the illumination by the white light; (b), (c) under continuous illumination by the laser light with (b) power  $W = 10^{-3}$  W  $\text{cm}^{-2}$  and wavelength  $\lambda = 6764$  Å and (c) with  $W = 10^{-3}$  W  $\text{cm}^{-2}$  and  $\lambda = 4880$  Å.

Here we discuss the interesting phenomenon of the electron density reduction and corresponding electron mobility enhancement in a SH by continuous photoexcitation. Using magnetotransport and photoluminescence methods it was demonstrated (Kukushkin *et al.* 1989a) that under continuous photoexcitation by laser light the concentration of 2D electrons in a GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As SH can be strongly decreased compared with the value which is realized in the dark after illumination. The mag-

nitude of the effect depends on the wavelength and on the intensity of light as well as on the donor concentration in the  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ . The reduction in the 2D electron concentration is greatest if photon energy is higher than the bandgap of  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ . Now we show how this phenomenon is exhibited with the use of magnetotransport and photoluminescence measurements. Figure 6 illustrates the Shubnikov–de Haas oscillations of 2D electrons measured on the sample with a very small concentration of 2D electrons before the first illumination ( $n_s^0 < 3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ); figure 6 (a) shows the data for conditions in the dark after strong illumination, and figures 6 (b) and (c) under conditions of continuous photoexcitation by laser light with different intensities  $W$  and photon energies  $h\nu$ . It is important to note that the dependence of the Shubnikov–de Haas oscillations on the intensity and wavelength of the light was absolutely reproducible, and in the dark after any laser illumination the oscillations shown in figure 6 (a) were always observed. It is seen from this figure that the concentration of 2D electrons, under continuous photoexcitation, decreases and, the higher the intensity and photon energy of the laser light, the stronger is this variation in  $n_s$ . It is important to note that under these conditions the Shubnikov–de Haas oscillations are observed on a background of a strong positive magnetoresistance, which exists because the bulk photoconductivity somehow shunts the 2D electron layer. Thus it is rather difficult to use the magnetotransport method for the determination of  $n_s$  at high photoexcitation intensities ( $W > 10^{-3} \text{ W cm}^{-2}$ ).



**Figure 7.** Spectra of radiative recombination of 2D electrons with photoexcited holes (bound to acceptor atoms) measured in a SH at  $T = 1.5 \text{ K}$  under different conditions of photoexcitations. The position ( $E_F$ ) of Fermi energy and the bottom ( $E_0$ ) of the 2D subband are indicated by arrows. The inset illustrates the Landau-level fan diagram from which the positions of  $E_F$  and  $E_0$  were obtained.

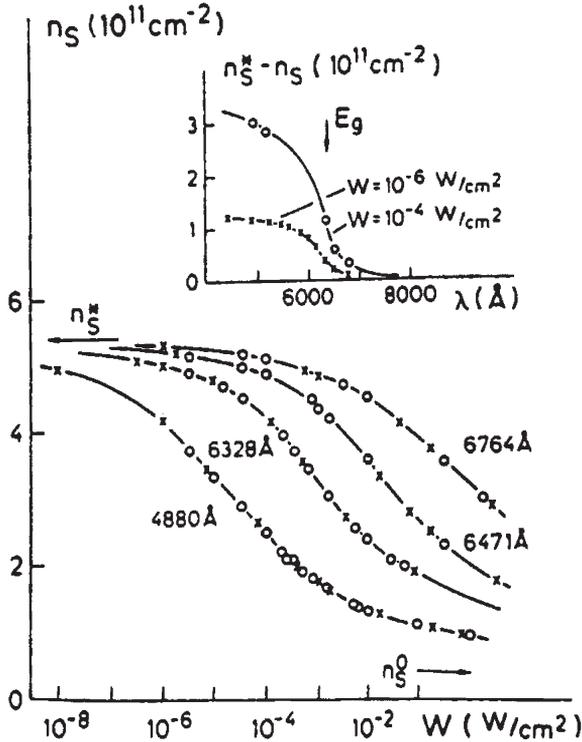
Spectra of the radiative recombination of the 2D electrons with photoexcited holes bound to acceptor atoms are shown in figure 7 under different conditions of photoexcitation. It is seen from this figure that, the higher the intensity and photon energy of the laser light, the smaller is the width of the luminescence line, which is defined by the Fermi energy of the 2D electrons. In the inset of figure 7, a Landau level fan diagram is shown, which illustrates how the position of the Fermi energy and the bottom of the 2D subband can be determined from luminescence spectra (at  $\nu = 2, 4$  and 6, the separation between the highest filled Landau level and the Fermi energy is one half of the cyclotron energy).

The dependences of the concentration of 2D electrons on the intensity and wavelength of laser light, measured for one SH with a low starting concentration of 2D electrons ( $n_s < 3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  before the first illumination of the sample), by means of magneto-optics and magnetotransport, are presented in figure 8. It is seen that, under conditions of continuous illumination of the SH by light with a definite wavelength and intensity, one can change the concentration of the 2D electrons over a wide range of  $n_s$ . Note that the power density, which is necessary for a considerable decrease of  $n_s$ , can be very small ( $10^{-5} \text{ W cm}^{-2}$  for a wavelength  $\lambda = 4880 \text{ \AA}$ ) and will therefore have no influence on the temperature of the 2D electrons at 2 K. In the inset of figure 8 is shown how the variation in the concentration  $n_s^* - n_s^0$  of 2D electrons depends on the wavelength of the laser light, measured for two different intensities. It is seen that both mentioned dependences have a threshold, that is the strong influence of illumination on  $n_s$  exists only for photons with energies higher than the critical energy  $h\nu^*$ . It was found that the value  $h\nu^*$  for all the structures with different Al concentrations is very close to the bandgap  $E_g$  of  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  (the position of  $E_g$  is indicated in the figure). It follows from this that to vary  $n_s$  it is necessary to create photoexcited carriers in the  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  layer. Another very important parameter of  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ , in addition to the Al concentration, is the concentration  $N_d$  of Si donors. It was established that in the samples with higher concentrations of donors in the  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  layer the variation in  $n_s$  was considerably smaller than that in the structures with a small  $N_d$ .

One can try to explain the reduction in the density of 2D electrons from  $n_s^*$  to  $n_s^0$  by continuous illumination, as being a result of a reverse transition in the DX centres in  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ , that is the transition from the metastable state of electrons at the  $\Gamma$  minimum (shallow donor state) to the ground state at L minimum (deep donor state). However, this conclusion contradicts the experimental fact that, after the illumination is switched off, the concentration of 2D electrons rapidly increases (in a time less than 1 s) to  $n_s^*$ . Moreover, in some SHs it was found that  $n_s = 0$  at  $W = 3\text{--}10 \text{ W cm}^{-2}$  and  $\lambda = 4880 \text{ \AA}$ . In this case the corresponding luminescence line abruptly disappears from the recombination spectrum. After all the decrease in  $n_s$  under conditions of continuous photoexcitation was explained (Kukushkin *et al.* 1989a) as due to compensation of the charge of the ionized donors by the photocreated electron plasma in the  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  layer. It is obvious that this kinetic process should depend on the amounts of donors and photocreated carriers.

It is very important that, simultaneously with the decrease in the 2D electron concentration under continuous injection of non-equilibrium carriers in the  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  layer with the use of suitable laser light, the mobility of 2D electrons increases. Figu-

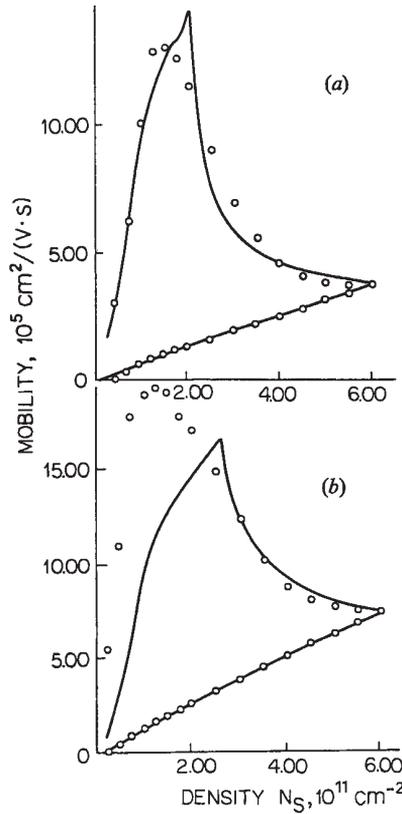
res 6 (a) and (b), for instance, clearly show that at the same electron concentration the minima corresponding to filling factors  $\nu = 5, 7$  and  $9$  are more pronounced under illumination than in the dark. Since minima at odd  $\nu$  are only observed owing to enhancement of the spin splitting (Ando *et al.* 1974) and since this enhancement is very sensitive to the Landau level width, these magneto-transport measurements confirm, at least qualitatively, that the Landau level broadening is minimal in these heterostructures and actually reduces upon photoexcitation, indicating an increased mobility.



**Figure 8.** The dependence of the concentration of 2D electrons on the intensity of photoexcitation measured for a SH at  $T = 1.5$  K for different wavelengths of laser light by means of magneto-optics ( $\circ$ ) and magnetotransport ( $\times$ ). The values of  $n_S^0$  and  $n_S^*$  correspond to concentrations of 2D electrons which are realized in the dark before and after first illumination respectively. In the inset is shown the dependence of  $n_S$  on the wavelength of laser light obtained for two different intensities.

The electron mobility, as determined from the square conductivity, of two different samples without Be  $\delta$  doping, is plotted in figure 9 as a function of 2D electron concentration  $n_S$ . Upon increasing  $n_S$  by the persistent photoconductivity effect but measuring always in the dark, the mobility of both samples increases, as previously observed for similar samples (Störmer 1983). On the other hand, under continuous illumination, even though the concentration of electron decreases with increase in incident light intensity, the mobility in both samples first increases and only at higher intensities (and correspondingly lower  $n_S$ ) decrease again (Plaut *et al.* 1990). To de-

rive the mobility of 2D electrons from the value of conductivity, measured under continuous illumination, one needs to extract a contribution from the bulk parallel conductivity. We evaluated this contribution as a maximal value under very strong illumination, when the 2D channel is completely depopulated (Plaut *et al.* 1990). The improvement in the system quality under illumination results from compensation of the charge of the ionized donors in the  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  and, most important, in the spacer layer by photoexcited electrons. The consequential suppression of the charge fluctuations also contributes. Of course, when the carrier concentration becomes too small, then the usual effect of a decreasing mobility with decreasing  $n_s$  dominates. It should be noted that a similar enhancement of the mobility has also been observed in samples with Be  $\delta$  doping.



**Figure 9.** The dependences of 2D electron mobility on electron concentration obtained for two concentrations of donors in the  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  layer, namely (a)  $8.1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  and (b)  $3.6 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ , where the lower branch corresponds to measurements in the dark, and the upper branch corresponds to measurements under continuous illumination; (○) experimental data; (—), results of calculations.

The experimentally observed enhancement of the mobility of 2D electrons in  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  SH under continuous illumination was analysed theoretically by Pikus (1991). It was accepted under consideration that the mobility  $\mu_e$  of 2D electrons

is determined by scattering on charged impurities (ionized donor centres). In this case the electron mobility is given by the well known expression (Ando et al. 1982):

$$\mu_e^{-1} = \frac{2\pi m e^2}{\varepsilon^2 \hbar^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{\exp(-2qz)}{(q + q_s)^2} N_i(z) F^2(z) (1 - \cos\theta). \quad (2.7)$$

Here  $m$  is the effective mass of 2D electrons,  $\varepsilon$  is the dielectric constant,  $N_i(z)$  is the concentration of scattering charged centres located on distance  $z$  from the 2D plane,  $q = 2k_f \sin(\theta/2)$ ,  $k_f = (2\pi n_s)^{1/2}$  is the Fermi wave-vector, and  $q_s = 2me^2/\varepsilon^2\hbar^2$  is the inverse screening radius. The form factor  $F(z)$  depends on the wave function of 2D electron taken in the form suggested by Stern and Howard (1967). It was assumed within this model that electron–hole pairs are created under continuous illumination in  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  region. In the vicinity of the interface, non-equilibrium electrons and holes are separated, that is free holes move to the interface and recombine with electrons in the 2D channel. Because of this the concentration of 2D electrons decreases. At the same time, non-equilibrium electrons are captured by ionized donors in the  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  region (mostly in the  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  spacer layer) and neutralize them. Owing to this reduction in the concentration of ionized scatterers the mobility of 2D electrons significantly increases. The results of experimental observations and of the calculations of electron mobility with the use of equation (2.5) and adjustable parameters taken close to experimental data are shown in figure 9 as solid curves. One can see that accepted model quite satisfactorily describes the experimental observations.

### 3. Magneto-optics of the two-dimensional electrons in the integer quantum Hall effect regime

For a microscopic description of the magnetotransport properties of 2D electrons in a wide range of variations in the filling factor, including the regimes of IQHE and FQHE it is necessary to know the electron DOS in the presence of disorder associated with a random potential of defects. The DOS of an ideal 2D electron system subjected to a transverse magnetic field is a set of equally spaced  $\delta$  functions separated by the cyclotron energy  $\hbar\omega_c$  (if the valley and spin splittings are ignored). Each Landau level is degenerated and has a high capacity  $N_0 = eB/h$ . The random potential lifts this degeneracy and results in a finite width  $\Gamma$  of the levels. For instance, if this width is related to the short-range scatterers, the single-particle DOS could be described by the following formula (Ando et al. 1982):

$$D(E) \propto \exp\left(\frac{-E}{2\Gamma}\right)^2, \quad (3.1)$$

where

$$\Gamma \approx \frac{\hbar\omega_c}{(\mu H)^{1/2}} \quad (3.2)$$

and  $\mu$  is the electron mobility. When  $\mu H \gg 1$ ,  $\Gamma \ll \hbar\omega_c$ , the DOS in the gaps of single-particle energy spectrum should vanish. However, experiments based on measurement of magnetization (Eisentein *et al.* 1985), electron heat capacity (Gornik *et al.* 1985), magnetocapacity (Smith *et al.* 1985), activated magnetoconductivity (Stahl *et al.* 1985, Gavrilov and Kukushkin 1986) have demonstrated that under the condition of the IQHE the DOS in the gaps is not exponentially small but makes up a considerable portion of the DOS at  $H = 0$ . This conclusion contradicts the prediction of theory on DOS based only on the short-range scatterer model.

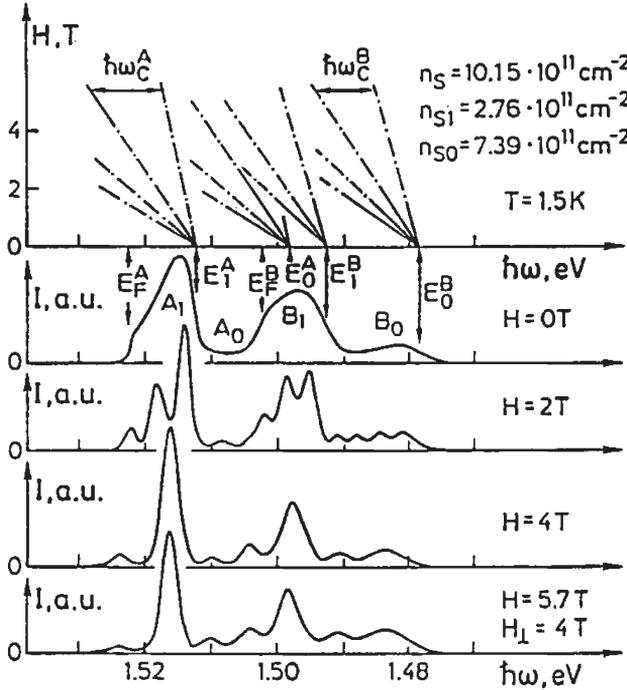
This problem has been successfully solved with the use of the luminescence method based on the radiative recombination of 2D electrons with photoexcited holes (see reviews by Kukushkin *et al.* (1988a, b) and Kukushkin and Timofeev (1989)). One can recall that the luminescence spectrum is a convolution of the distribution function of the 2D electrons and of the injected holes. In the case of a single HJ with a monolayer of acceptors the energy distribution of the holes participating in the recombination is very narrow. Therefore, the luminescence spectrum reflects the energy distribution of the single-particle DOS of 2D electrons. Previously employed methods (for example Eisenstein *et al.* (1985), Gornik *et al.* (1985), Smith *et al.* (1985), Stahl *et al.* (1985)) were sensitive only to the properties of electrons at the Fermi surface and studied the so-called thermodynamic DOS  $(dn_s/dE_F)_T$ . Owing to the electron–electron interaction and the related phenomenon of screening of the random potential fluctuations, the thermodynamic DOS and the single-particle DOS are different  $(dn_s/dE_F)_T \neq dn_s/dE$ . The advantage of the used luminescence method is that it allows one, firstly, to determine the variation in the energy distribution of the single-particle DOS below the Fermi surface with the filling factor, secondly, to determine in a direct way the gap values in the energy spectrum of 2D electrons under variation of electron occupation, and thirdly, to obtain information about the random potential itself, namely about the amplitude and linear scale of random potential fluctuations due to imperfections.

### **3.1. Radiative recombination spectra of two-dimensional electrons in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As single heterojunctions in a transverse magnetic field**

The spectra of radiative recombination of 2D electrons in a GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As single HJ in a transverse magnetic field are shown in figure 10 (Kukushkin *et al.* 1989b). One can see splittings of lines A<sub>*i*</sub> and B<sub>*i*</sub> into sets of Landau levels. These splittings are proportional to the magnetic field normal to the 2D layer, and the dependence of the spectral position of the different lines on  $H$  is shown in the upper part of figure 10. From these Landau fan diagrams the positions of the bottom of the 2D subbands ( $i = 0, 1$ ) and the Fermi energy for both line A and line B can be easily determined. These positions are indicated by arrows. Note that the spectral position of the Fermi energy for the recombination of 2D electrons with free holes is located at higher energy than the bandgap of GaAs.

The Landau splittings for lines A<sub>*i*</sub> and B<sub>*i*</sub> are different. The splittings of lines A<sub>*i*</sub> in a magnetic field give an effective cyclotron mass ( $m_c^* = 0.06m_0$ ), but for lines B<sub>*i*</sub> a value of  $0.067m_0$ , which corresponds closely to the cyclotron mass of the 2D electrons in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As SH, has been obtained. This difference arises because for recombina-

tion with free holes the splittings into Landau levels occur not only for the electrons but also for holes. The selection rules show (Smith *et al.* 1986) that dipole-allowed recombination is possible only for electrons and holes with the same Landau level number. The cyclotron splittings of the electrons and holes must therefore be added and the effective cyclotron mass is determined by the expression  $(m_c^*)^{-1} = (m_c^e)^{-1} + (m_c^h)^{-1}$ . Comparison of the values of  $m_c^*$  obtained from the splittings of lines A and B allows one to determine the value of  $m_c^h$ , which is found to be  $0.57m_0$ , in quite good agreement with the mass of the heavy hole, in GaAs.

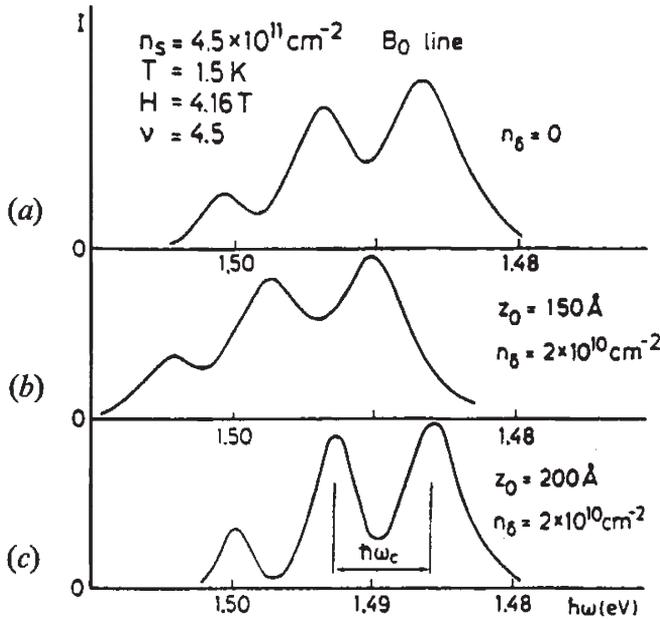


**Figure 10.** Spectra of radiative recombination measured from SH sample with a mobility of 2D electrons of  $3 \times 10^5 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  (at 4.2 K) in different perpendicular magnetic fields and in a magnetic field of 5.7 T tilted at  $45^\circ$  to the 2D layer (lower spectrum) (a.u., arbitrary units). The Landau fan diagrams obtained for different lines  $A_i$  and  $B_i$  are shown at the top of the figure.

The important direct experimental method of the verification that lines  $A_i$  and  $B_i$  arise indeed from the recombination of 2D electrons is the observation of spectrum behaviour under the tilting of the magnetic field. In figure 10 the spectrum measured in a total  $H = 5.7 \text{ T}$  tilted at  $45^\circ$  to the 2D layer is shown, so that the normal component of the magnetic field was equal to 4 T. The comparison of two lowest spectra of figure 10 clearly demonstrates that the splitting of lines A and B is sensitive only to the normal component of magnetic field.

Now we discuss the spectra of radiative recombination of 2D electrons with holes bound to acceptors in the  $\delta$ -doped monolayer, measured in a perpendicular magnetic field shown in figure 11. The broadening of the Landau levels in the luminescence

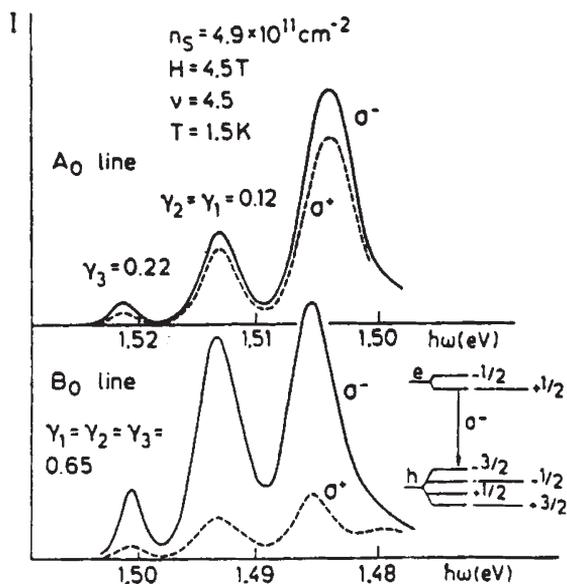
spectrum depends on  $z_0$ , similar to the case of  $H = 0$ . In the case of reference structure without  $\delta$  doping the intensity of line B is much smaller and this recombination is due to residual acceptors (carbon atoms) in the GaAs buffer layer (Kukushkin *et al.* 1988c). From the spectral position of line B and the broadening of the Landau levels, one can estimate the average distance of these randomly distributed acceptors from the interface, at which they are most effectively recombining with 2D electrons, and receive a value of 18 nm and concentration of about  $3 \times 10^8 \text{ cm}^{-2}$  for residual acceptors.



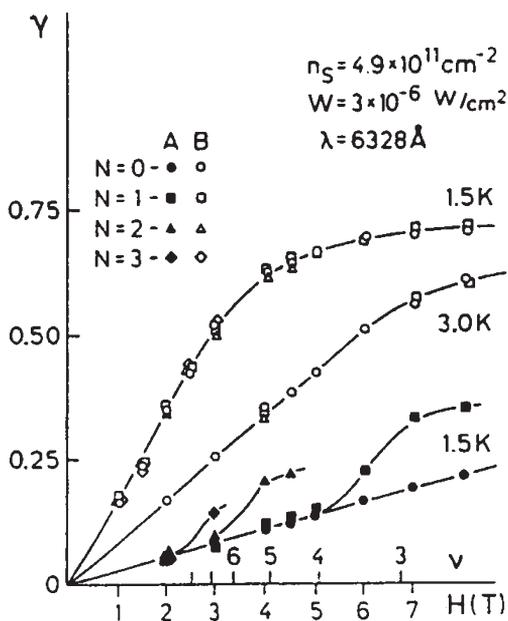
**Figure 11.** Spectra of the radiative recombination of 2D electrons with holes bound to acceptors, measured (b), (c) in acceptor  $\delta$ -doped SH and (a) in a reference SH without  $\delta$  doping in a perpendicular magnetic field  $H = 4.16 \text{ T}$ .

### 3.2. Optical polarization of the radiative recombination spectra

For interpretation of the luminescence spectrum in terms of the DOS of the 2D electrons, it is essential to know the hole states in a transverse magnetic field. For this purpose the polarization of the luminescence lines in a magnetic field was measured. Such a study was realized in a SH with a very pure GaAs buffer layer 50 nm wide, so that intensities of line  $B_0$  and of the bulk recombination were strongly reduced. From figure 12 one can see that line  $A_0$  shows a small degree  $\gamma$  of the circular polarization for  $H < 10 \text{ T}$ . This result is due to a mixture of the heavy- and light-hole states. The degrees of circular polarization are not the same for different Landau levels but are enhanced for the level close to Fermi energy at odd integer  $\nu = \dots, 5, 3, 1$  owing to the spin polarization of the 2D electrons in the highest Landau state at these values of filling factors.



**Figure 12.** Spectra of radiative recombination of 2D electrons with free holes (line A<sub>0</sub>) and with holes bound to acceptors (line B<sub>0</sub>;  $z_0 = 20 \text{ nm}$ ;  $n_s = 2 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ) measured in different circular polarizations in the perpendicular magnetic field  $H = 4.5 \text{ T}$  and  $T = 1.5 \text{ K}$ . In the inset the splittings of energy levels of 2D electrons and holes bound to acceptors are shown.



**Figure 13.** The dependence of the degree of circular polarization on the magnetic field, measured for lines A<sub>0</sub> and B<sub>0</sub> at  $T = 1.5$  and  $3.0 \text{ K}$ . Different symbols correspond to the different Landau levels  $N$  of these lines, split in a perpendicular magnetic field. The polarization  $\gamma$  is given by  $\gamma = (I_- - I_+) / (I_- + I_+)$ .

Contrary to line  $A_0$ , line  $B_0$  is strongly circular polarized ( $\sigma^-$  polarization). The degree of circular polarization of line  $B_0$  in the described experiment reaches 0.7. The splittings of the energy levels in a perpendicular  $H$  are shown in the inset of figure 12. It is seen that, at low temperatures, only one spin component of the 2D electrons participates in the recombination with a hole from ground state due to the selection rules. This result is similar to the case of Si MOSFETs (Kukushkin and Timofeev 1989) but owing to the opposite sign of the  $g$  factor of 2D electrons, in a GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}$ As SH, one can investigate the lowest-energy state of 2D electrons. The dependence of the degree of circular polarization of line  $B_0$  on the magnetic field shown in figure 13 has been measured for different temperatures and is well described in terms of

$$\gamma = \frac{1 - \exp(-\Delta E_s/kT)}{1 + \exp(-\Delta E_s/kT)}, \quad (3.3)$$

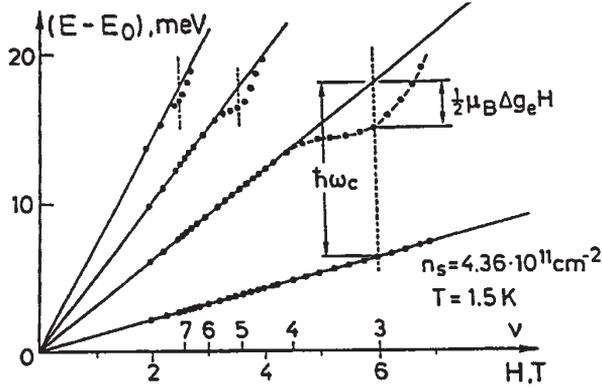
where  $\Delta E_s = 2\mu_0 g_h H$  is the splitting between the hole states  $J_z = -\frac{3}{2}$  and  $J_z = +\frac{1}{2}$  and  $g_h$  is the  $g$  factor of the hole bound to an acceptor. The value determined for  $g_h$  by fitting of experimental dependence is equal to 1.1. Note that in the structures with  $z_0 > 20$  nm the broadening of the discrete lines in the luminescence spectra due to the distribution function of the holes does not exceed 0.5 meV and this permits the direct measurement of the DOS of 2D electrons in a transverse magnetic field.

### **3.3. Enhancement of spin splitting and oscillation of the $g$ factor of two-dimensional electrons in a GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}$ As single heterojunction**

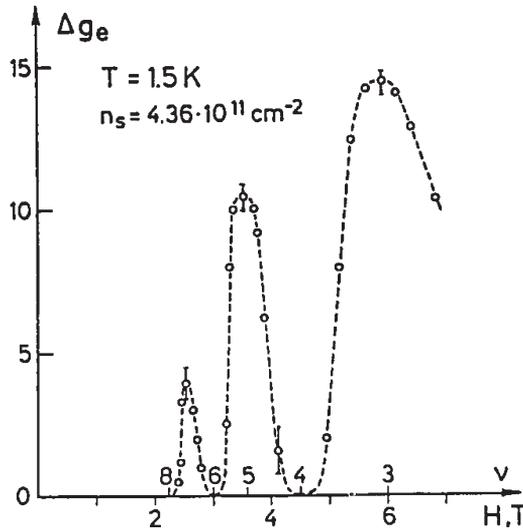
Radiative recombination of 2D electrons with photoexcited holes, reproducing the 2D electron single-particle energy spectrum, allows one to measure directly the values of spin and valley splittings as an energy separation between the corresponding lines in the luminescence spectra. By means of this magneto-optical technique the enhancement of electron  $g$  factor and the oscillating behaviour of the spin and valley-orbit splittings on variation in the filling factors have been successfully investigated in the case of 2D electrons in Si MOSFETs (Kukushkin and Timofeev 1987, Kukushkin 1988). These effects are due to strong electron–electron interactions, reflecting the single-particle energy spectrum of 2D electrons in perpendicular magnetic field. Now we turn to the GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}$ As SH where, similar to the case of Si MOSFETs, the recombination of only one spin component of the 2D electrons is observed in the luminescence spectra at sufficiently low temperatures and in a strong magnetic field. In this system, one can investigate the recombination of 2D electrons with spin projection  $S_z = +\frac{1}{2}$  at  $2m < \nu < 2m + 1$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ). In order to measure the value of the spin splitting, one should increase the temperature, so that a considerable amount of population of the hole sublevels appears (this was just realized previously in the case of Si MOSFETs). However, there is another method based on the comparison of the luminescence line energy positions measured in the spectrum at low temperatures. The enhancement of the spin splitting  $\mu_0 \Delta g_e H$  occurs only for levels close to the Fermi energy, where one can expect to find a difference in spin population ( $\Delta N \equiv N \uparrow - N \downarrow \neq 0$ ). The spin splitting of 2D electrons due to exchange interaction can be expressed as follows:

$$\Delta E_{spin} \approx \Sigma_{exch} \frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \approx \frac{e^2}{\varepsilon l_0} \frac{\Delta N}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \equiv \mu_0 \Delta g_{eff} H, \quad (3.4)$$

where  $\Sigma_{exch}$  is the exchange integral. It is obvious from equation (3.4) that the enhanced  $g$  factor ( $g_{eff} \approx \Delta N H^{-1/2}$ ) should oscillate on variation in the filling of magnetic sublevels ( $g_{eff}$  approaches maximum values at odd filling factors  $\nu$ ). Because of this the sublevel splitting (for  $S_z = +\frac{1}{2}$ ) below the Fermi energy is equal to the cyclotron energy, but for the level close to  $E_F$  the splitting is reduced to  $\hbar\omega_c - \frac{1}{2}\mu_0\Delta g_e H$ . Figure 14 illustrates the dependence of the spectral position of the luminescence lines (component  $A_0$ ) on the magnetic field or on  $\nu$  (the so-called Landau fan diagram).



**Figure 14.** The dependence of the spectral position of the luminescence lines (component  $A_0$ ) on  $H$  or  $\nu$  measured for SH ( $n_s = 4.36 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ) at  $T = 1.5 \text{ K}$ .  $E_0$  is the position of the bottom of 2D sub-band in the spectrum.



**Figure 15.** The dependence of the enhancement  $\Delta g_e$  of the  $g$  factor of 2D electrons on  $H$  and  $\nu$  measured in a GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  SH ( $n_s = 4.36 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ) at  $T = 1.5 \text{ K}$ .

At  $\nu = 3, 5, 7$ , namely at the Fermi energy position, the anomalies in the dependences are observed. Such anomalies or deviations from the expected linear behaviour of the line spectral position disappear when the temperature increases. Since below the Fermi energy the Landau levels exhibit a linear dependence on  $H$  at  $\nu = 3, 5, 7, \dots$ , one can conclude that the measured anomalies at these values of  $\nu$  are not associated with the effect of renormalization of the bandgap, but with the  $g$ -factor enhancement  $\Delta g_e$ . The dependence of  $\Delta g_e$  on the filling factor measured by this method is shown in figure 15, where one can see that the  $g$  factor of 2D electrons strongly oscillates, reaching maximum values at  $\nu = 3, 5, 7$ . At  $\nu = 3$ ,  $g_e$  increases up to 15 in given sample and for the experimental conditions realized ( $T$  and  $H$ ). Note that the same enhancement of  $g_e$  was also deduced from the splitting of line  $B_0$  in the perpendicular magnetic field. The facts described above are in agreement with theory based on the electron–electron interaction (Ando and Uemura 1974) which predicts an enhancement of the  $g$  factor to be proportional to the population difference between two spin components of a Landau level (see equation (3.4)). The maxima in the measured  $g$  factor correspond to complete spin polarization of one Landau level.

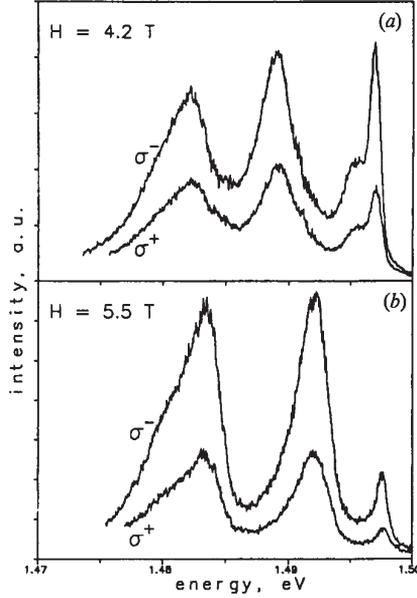
### 3.4. Spin relaxation of photoexcited electrons and holes in a single GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterojunction

Now we turn to the very important question connected with the establishment of equilibrium with respect to the spin degrees of freedom under photoexcitation of non-equilibrium electrons and holes. Here we present the experimental results on spin relaxation of photoexcited electrons and holes in a single GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterojunction with a  $\delta$ -doped monolayer of acceptors (Filin *et al.* 1992, Zhitomirskii *et al.* 1993). The spin relaxation times have been determined in a direct experimental study of the kinetics of the radiative recombination with an analysis of circular polarization of luminescence. These experiments were realized with the use of a picosecond laser with the following output parameters: pulse length  $\tau = 1$  ps; wavelength  $\lambda = 605$  nm; repetition frequency  $f = 800$  kHz. The average power density at the sample in this case was  $25 \text{ mW cm}^{-2}$ , which corresponded to an energy of  $0.3 \text{ nJ ps}^{-1}$  at the spot projected on a sample about  $1 \text{ mm}^2$  in size. The 2D electron concentration was controlled by varying the intensity of optical pumping. A rather low pumping level was chosen so that the variation in the concentration of 2D electrons could be ignored during a time characteristic of the processes which we were studying.

We should recall that the Zeeman splitting in a magnetic field leads to the appearance of the two electron spin sublevels and four hole spin sublevels. The level splitting and the allowed transitions are shown schematically in the inset of figure 12. In these experiments the two most intense, circularly polarized luminescence components have been studied, namely the  $\sigma^-$  component (the result of the recombination of electrons from the sublevel  $s_z = +\frac{1}{2}$  with the holes from the sublevel  $J_z = -\frac{3}{2}$  and the  $\sigma^+$  component ( $s_z = -\frac{1}{2}; J_z = +\frac{3}{2}$ ).

Figure 16 shows the time-integrated spectra in the  $\sigma^-$  and  $\sigma^+$  polarizations in fields of 4.2 and 5.5 T. An important point here is that the degree of polarization of the luminescence line of the 2D electrons of the first excited subband is stronger than that of luminescence lines of 2D electrons of the Landau levels of the ground sub-

band  $B_0$ . In the ground subband the Landau levels are completely filled; that is, the populations of the two spin sublevels are the same and the degree of polarization of line  $B_0$  is determined exclusively by the state of the hole spin subsystem (one should keep in mind that the ratio of the matrix elements for the transitions with light ( $\pm\frac{1}{2}$ ) to those with heavy ( $\pm\frac{3}{2}$ ) holes in the considered case is equal to 1:3). At the same time the electron spin orientation affects the polarization of line  $B_1$ .

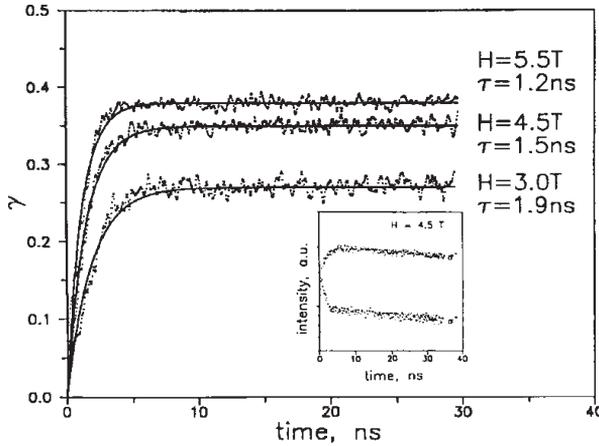


**Figure 16.** The time-integrated luminescence spectra in  $\sigma^-$  and  $\sigma^+$  polarizations measured for (a) line  $B_0$  and (b) line  $B_1$  in fields of 4.2 and 5.5 T (a.u., arbitrary units).

The kinetics of the recombination of 2D electrons from the lower-lying Landau level (line  $B_0$ ) in the  $\sigma^-$  and  $\sigma^+$  polarization is shown in the inset of figure 17. The rapid decay of the initial signal in the initial part of the lower curve ( $\sigma^+$ ) is attributed to the presence of two channels by which the holes escape from the upper (in terms of energy) hole spin sublevel ( $J_z = +\frac{3}{2}$ ) namely due to the recombination and relaxation to the lower spin sublevel. In turn, the initial part of the upper curve ( $\sigma^-$ ) rises rapidly, which reflects the increase in the population of the lower spin sublevel as a result of the departure of the holes from the upper spin sublevel. After the spin equilibrium in the hole subsystem has been established, the relative populations of the upper and lower spin sublevels will no longer change; the kinetic curves run parallel to each other.

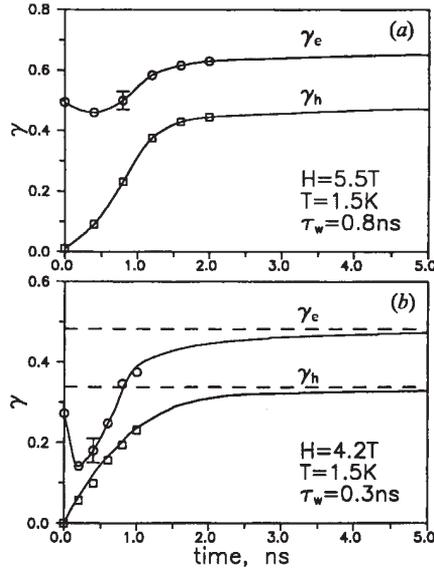
Figure 17 is a plot of the degree  $\gamma = (I_{\sigma^-} - I_{\sigma^+}) / (I_{\sigma^-} + I_{\sigma^+})$  of polarization, in various magnetic fields, as a function of time. The solid curves represent the result of an approximation of the experimental data, using a function of the type  $\gamma_h(t) = \gamma_0 [1 - \exp(-t/\tau_h)]$ , where  $\gamma_0$  is the degree of polarization which is observed in the corresponding field in the steady-state regime. This polarization can be also determined from time-integrated spectra from the ratio of the line intensity of the

$\sigma^-$  to that of the  $\sigma^+$  polarization. Therefore, it follows from these measurements that the spin relaxation time of the holes bound to acceptor centres under an applied magnetic field in the range 2–5 T is about 2 ns.



**Figure 17.** Degree  $\gamma_h$  of polarization against time in fields of 3.0, 4.5 and 5.5 T. The inset shows the kinetics of the recombination of 2D electrons from the lower Landau level of the ground subband with photoexcited holes of the lower  $\sigma^-$  and upper ( $\sigma^+$ ) hole spin sublevels.

Now we discuss the kinetics of circularly polarized magnetoluminescence corresponding to recombination of 2D electrons from the excited subband (line  $B_1$ ) with the aim of selecting from kinetic dependences the spin relaxation time of electrons. The degree of polarization of line  $B_1$  in fields of 4.2 and 5.5 T (in the vicinity of the filling factor  $\nu \approx 4$ ) is plotted in figure 18 as a function of time. The open circles and open squares represent points obtained from an analysis of lines  $B_1$  and  $B_0$  respectively (the lower Landau level was analysed in the ground subband). The solid curves are given for convenience, and the broken lines correspond to the degree of polarization of the relevant lines. This polarization was determined from the time-integrated spectrum. The lower curves  $\gamma_h$  in figures 18 (a) and (b) are the previously discussed time evolution of the hole degree of polarization. The upper curve in the figures ( $\gamma_e$ ) represents the total contribution to the degree of polarization of the radiative recombination coming from electrons and holes. A characteristic feature of all the curves for the degree of electron polarization against time, which was obtained, is the fact that the electronic subsystem is strongly polarized even when the time delay is zero. It can thus be concluded that at times shorter than the time resolution of the system (about 300 ps) the population of the upper spin sublevel of the excited subband decreases considerably relative to the population of the lower sublevel. One can see a decrease in the effect of the electronic component on the degree of polarization of light, which is attributable to the establishment of the electron spin equilibrium. Starting from the time at which the  $\gamma_e$  and  $\gamma_h$  curves begin to run parallel to each other, it can be assumed that the electron spin relaxation has stopped. It can be found from analysis of results presented in figure 18 that the electron subsystem acquires spin equilibrium in time of the order of 5 ns.

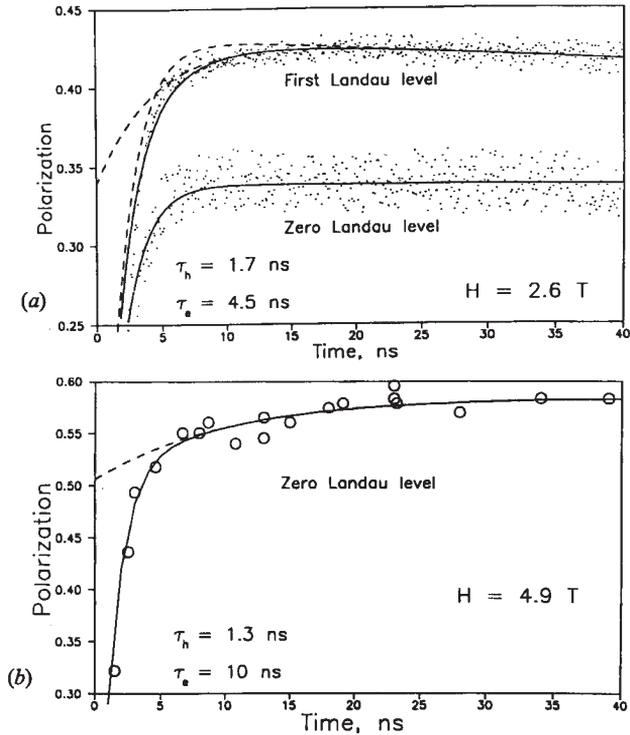


**Figure 18.** Degree of polarization against time for the luminescence lines of 2D electrons from the lower Landau level of the ground subband ( $\square$ ) and the excited subband ( $\circ$ ): (a)  $H = 5.5$  T; time-resolved window  $\tau_w = 0.8$  ns; (b)  $H = 4.2$  T; time-resolved window  $\tau_w = 0.3$  ns.

There is another independent method of direct optical detection of the spin relaxation of 2D electrons in the ground subband in a single HJ subjected to a quantizing magnetic field. The idea of this method is based on an abrupt decrease, under pulse photoexcitation with a suitable power of incident light, in the concentration of 2D electrons from the even-filling-factor side just after pulse excitation (Zhitomirskii *et al.* 1993). It is useful to note that the time establishment of the equilibrium electron concentration after the laser pulse is very short (less than 1 ns). The subsequent increase in 2D electron concentration is much slower than the spin relaxation process and therefore, for about 10 ns,  $n_s$  remains almost constant. Thus, at the starting point, corresponding to the even filling factors, electrons are unpolarized owing to the equal fillings of the spin subbands. After the photo-excitation pulse (with a time duration about 1 ps) the electron concentration abruptly decreases and then starts to correspond to the odd filling factor. Now, under odd filling, a spin polarization in the upper Landau sublevel should appear owing to the spin splitting (if the electron temperature is sufficiently low).

Experimentally the time of establishment of the spin polarization has been analysed just after the abrupt decrease in the electron concentration to the state corresponding to the odd filling factor (from  $\nu = 4$  to  $\nu = 3$  and from  $\nu = 2$  to  $\nu = 1$ ). The results are presented in figure 19. In particular, in figure 19 (a) the dependences of the circular polarization  $\gamma = (I_{\sigma^-} - I_{\sigma^+}) / (I_{\sigma^-} + I_{\sigma^+})$  corresponding to the radiative recombination of 2D electrons at zero and first Landau levels on time are shown. After the laser pulse the concentration of 2D electrons corresponds to the filling factor  $\nu = 3$ . One can see the difference between the observed dependence for  $\gamma$  which is due to distinction of spin polarization of recombining electrons at different Landau levels.

In the case considered, the spin polarization of electrons at zero Landau level is completely absent because of equal occupations of Zeeman sublevels. Therefore, the time evolution of spin polarization for this Landau level is determined by holes and is well described with the use of the simple exponential law  $\gamma = \gamma_0[1 - \exp(-t/\tau_h)]$ , where  $\tau_h$  is the hole spin relaxation time (see lower approximation curve in figure 19). In contrast with the zero level the time evolution of circular polarization for the first Landau sublevel cannot be described by a single exponent owing to participation in the radiative process the spin polarized electrons. The difference  $\Delta\gamma = \gamma_1 - \gamma_0 = \bar{\gamma}[1 - \exp(-t/\tau_e)]$ , which is directly connected with the electron spin polarization at the first Landau level is shown in figure 19 by broken curves. With the use of this procedure the electron spin relaxation time was found to be  $\tau_e = 4.2$  ns. The same procedure has been realized at the higher magnetic field  $B = 4.9$  T and under a higher power of the photoexcitation pulse when the filling factor abruptly changes from  $\nu = 2$  to  $\nu = 1$ . The corresponding approximation of time evolution for circular polarization is represented in figure 19 (b). The spin relaxation time in this case was found to be as follows:  $\tau_e = 10 \pm 3$  ns. Therefore, it was found that the spin relaxation rate is reduced when the magnetic field increases. This experimental observation indicates that the spin-orbit interaction leading to the mixing of electron states with different spin projections is one of the most probable mechanisms responsible for electron spin relaxation.



**Figure 19.** The dependences of circular polarization degree on the time of 2D electron luminescence measured just after the photoexcitation laser pulse. The concentration of 2D electrons is abruptly changed after the laser pulse (a) from the filling factor  $\nu = 4$  to  $\nu = 3$  and (b) from  $\nu = 3$  to  $\nu = 1$ .

As a conclusion of this section we would like to summarize and state that the 2D electron system studied has the following hierarchy of times. The shortest is that of the intersubband electron relaxation without a spin flip, less than 0.3 ns; then follows the time that it takes the electron spin equilibrium to be established (spin-flip processes), about 5–10 ns; the spin relaxation time for hole bound in acceptor is 1–2 ns; much longer times are those of recombination of 2D electrons from the first excited quantum confined subband (about 30 ns) and from the ground subband (about 500 ns).

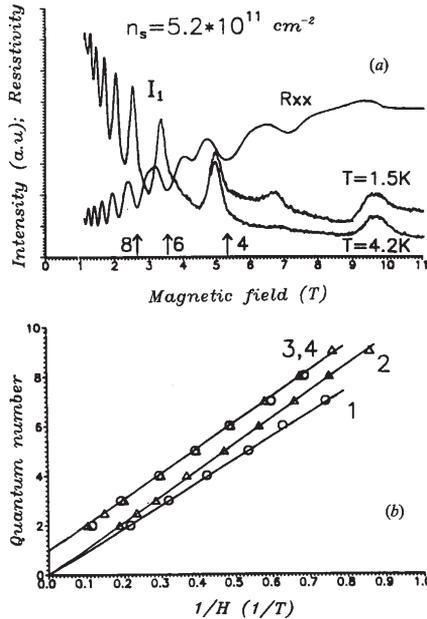
### **3.5. Magneto-optic oscillations of the intensity of radiative recombination**

The quantization of the cyclotron motion of electrons and the resulting discrete nature of the spectrum of the 2D electron system in a transverse magnetic field leads to oscillations in corresponding thermodynamic and kinetic characteristics. Therefore it is not unexpected that magneto-optic oscillations have been discovered in the intensity of the radiative recombination of 2D electrons (Kukushkin *et al.* 1988b, Chen *et al.* 1990, Turberfield *et al.* 1990). This effect, which is in some sense an optical analogue of Shubnikov–de Haas oscillations, has attracted considerable interest because of its novelty, and also because it gives us an alternative method for studying such fundamental phenomena in 2D electron systems as condensation into incompressible quantum liquids and Wigner crystallization. It was found (Turberfield *et al.* 1990) that, in a case in which 2D electrons recombine with free holes, the sharp peaks in the intensity of the radiative recombination of the electrons of the first excited subband, plotted as a function of the magnetic field, coincide exactly with the positions of integer filling factors of the 2D electron gas in the ground subband. A mechanism involving a screening of the Coulomb potential of photoexcited holes has been invoked in order to explain the observed effect. That mechanism has been used to explain the observed disappearance of the oscillations as the temperature is raised from 0.12 to 4.2 K. The behaviour of the recombination rate corresponding to this mechanism was subsequently observed in time-resolved experiments (Dahl *et al.* 1992).

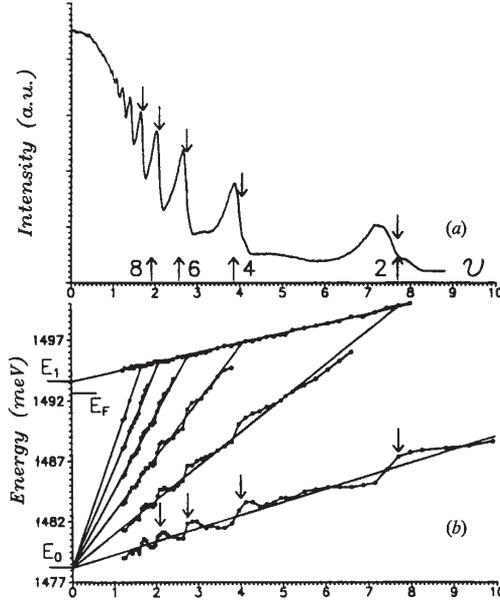
Magneto-optic oscillations might also be caused by the complex kinetics of the carrier relaxation and recombination during steady-state photoexcitation. Specifically, under conditions of continuous illumination, the system is in a non-equilibrium (but steady) state, and the line intensities observed are determined not only by the thermodynamic-equilibrium particle distribution but also by the kinetics of the relaxation of the non-equilibrium component of the electron gas. Consequently, the magnetic field dependence of the intensities of the lines corresponding to emission from states with a non-equilibrium population contains valuable information about the nature of the relaxation process in 2D gas. In particular, this is important in the case in which quantizing magnetic fields are applied.

Magneto-optic oscillations of a new type caused by the complex kinetics of the carrier relaxation have been observed in the intensity of the radiative recombination of 2D electrons from the first excited quantum confined subband in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As SH (Kirpichev *et al.* 1991, Zhitomirskii *et al.* 1992). These oscillations are explained in terms of an elastic relaxation of electrons upon a crossing of corresponding Lan-

dau levels of different subbands. We shall discuss this phenomena in more detail and present the results of study of the magneto-optic oscillations and concentration dependence of the intensity  $I_1$  of the emission of 2D electrons from the first excited subband, with a non-equilibrium population, in a GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As SH. To distinguish the recombination component corresponding to the small number of non-equilibrium electrons from the upper subband (these electrons slightly fill this subband during constant illumination), a method based on recombination of 2D electrons with photo-excited holes bound at acceptors in a  $\delta$ -doped layer was used. This layer is located at a distance of 300 Å from the interface. The 2D density of acceptors in the  $\delta$ -doped layer was  $2 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ . Since the acceptor layer is distant from the electron channel, the overlap of the wavefunctions of the states of the upper subband with the wavefunction of a hole at an acceptor is exponentially greater than for states from the ground subband. It thus becomes possible to detect experimentally the comparatively slight non-equilibrium filling of the upper subband and its small changes (about  $10^9 \text{ cm}^{-2}$ ). The optical measurements were accompanied by simultaneous measurements of the diagonal component  $R_{xx}(H)$  of the resistivity. In addition, the continuous illumination made it possible to vary the electron density  $n_s$  in the 2D channel and the intersubband splitting  $\varepsilon_{10}$ . Thus it became possible to vary  $n_s$  over a broad interval and to find the magnetic field dependence  $I_1(H)$  for both the equilibrium population ( $\varepsilon_F > \varepsilon_{10}$ ) and a non-equilibrium population ( $\varepsilon_F < \varepsilon_{10}$ ) of the upper subband. The second of these cases is of most interest from the standpoint of the kinetic aspects of recombination.



**Figure 20.** (a) Intensity  $I_1$  of the luminescence of the first excited quantum confined subband (a.u., arbitrary units) and the diagonal component  $R_{xx}$  of the resistivity of the 2DEG against magnetic field ( $E_F = E_{10}$ ;  $R_{xx}$  is shown for  $T = 1.5 \text{ K}$ ). (b) Quantum numbers of the transport oscillations (lines 1 and 2) and of the optical oscillations (lines 3 and 4) against the reciprocal of the magnetic field: ( $\Delta$ ),  $E_F = E_{10}$ ; ( $\circ$ )  $E_F < E_{10}$ .

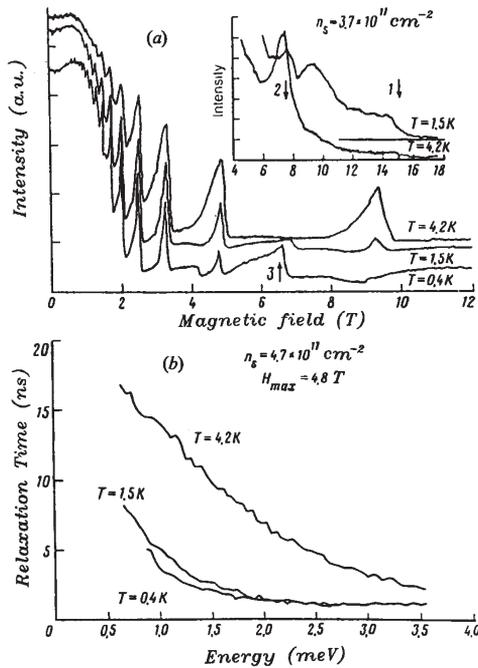


**Figure 21.** (a) Intensity  $I_1$  of the luminescence of the first excited quantum confined subband against the magnetic field for the case  $E_F < E_{10}$  (a.u., arbitrary units). (b) Spectral positions of the luminescence lines against magnetic field. The arrows pointing downwards show the crossings of the zeroth Landau level of the excited subband with the Landau levels of the ground subband. The arrows pointing upward show the even filling factors  $\nu$ .

The  $I_1(H)$  dependence found for the case  $\varepsilon_F = \varepsilon_{10}$  is shown in figure 20 (a) for two temperatures. Also shown here is the measured  $R_{xx}(H)$  dependence. On the  $I_1(H)$  curve, one can clearly see oscillations. At low fields, they consist of an alternation of sharp maxima and minima whereas, at high fields, one can see individual maxima against the background of broad regions of low intensity. Figure 20 (b) shows the results of an analysis of the experimental  $I_1(H)$  and  $R_{xx}(H)$  data for the case  $\varepsilon_F = \varepsilon_{10}$  (open triangles) and  $\varepsilon_F < \varepsilon_{10}$  (open circles). The reciprocal of the field is plotted along the  $x$  axis here. The quantum number of the oscillations is plotted against reciprocal field. Lines 1 and 2 are drawn through the points corresponding to the positions of the  $R_{xx}(H)$  minima. The slope of these lines is determined by the Fermi energy of the 2D electrons. Lines 3 and 4 are drawn through the points corresponding to the maxima of the optical oscillations. One can see that in the case  $\varepsilon_F = \varepsilon_{10}$  the slopes of the transport and optical lines are the same, while in the case  $\varepsilon_F < \varepsilon_{10}$  the optical line has a greater slope. From this slope one can calculate the energy parameter which turns out to be equal to  $\varepsilon_{10}$ . This means that these optical oscillations are associated with a crossing of the Landau levels of the ground subband and the zeroth Landau level of the excited subband. This conclusion is illustrated by figure 21, in which the fan of Landau levels is shown below a plot of the optical oscillations for the case  $\varepsilon_F = \varepsilon_{10}$ . This fan was found through an analysis of a series of recombination spectra in various magnetic fields. An unambiguous correspondence is seen between the positions of the ‘cut-off’ of the optical signal and of the level crossing. The mechanism responsible for this

cut-off is assumed to be the elastic relaxation of carriers from excited subband with its non-equilibrium population to the ground subband. In this case, a perturbation which mixes the wavefunctions of the different subbands is represented by the residual impurity atoms in the vicinity of the 2D layer. Support for this interpretation comes from the results on the optical detection of cyclotron resonance (ODCR) (Gubarev *et al.* 1991). From ODCR observation it follows that the cut-off of the luminescence signal  $I_2(H)$  coincided with the abrupt appearance of an optical cyclotron-resonance signal from the excited subband. The observation of such a signal required a crossing of the levels of the ground subband and the excited subband.

The shape of the oscillations in  $I_1(H)$  is determined by the magnetic field dependence of the unfilled positions in the ground subband and the dependence of the relaxation matrix element on the energy ‘gap’ between corresponding levels. It is important to emphasize that magneto-oscillations are observed in the decay time of the luminescence of 2D electrons from an excited subband (Dite *et al.* 1991a, b). These oscillations are in phase with the magneto-oscillations in the luminescence intensity itself. Although the relaxation mechanism in the intervals between the cut-offs is not unambiguously identified yet, it is possible that the increase observed in  $I_1(H)$  is due to a slowing of the electron relaxation accompanied by the emission of an acoustic phonon as this ‘gap’ shrinks (Fal’ko 1993).



**Figure 22.** (a) Integral intensity  $I_1$  of the luminescence of the excited subband against the magnetic field at  $T = 4.2, 1.5$  and  $0.4\text{ K}$  ( $n_s = 4.7 \times 10^{11}\text{ cm}^{-2}$ ). The inset shows the same results near the filling factor  $\nu = 1$  for  $n_s = 3.7 \times 10^{11}\text{ cm}^{-2}$ ; the arrows mark the integer filling factors. (b) Intersubband relaxation time against the energy gap between the zeroth Landau level of the excited subband and the second Landau level of the ground subband according to a calculation from the shape of the  $I_1(H)$  peak near  $H = 4.8\text{ T}$ .

Now we turn to the other interesting question concerning an anomalous temperature dependence of magneto-optic oscillations in the intensity of the radiative recombination of 2D electrons. It was found from these observations that intersubband relaxations change as the temperature is lowered. This is because the initial and final spin states of the electrons involved in the relaxation process are important. Figure 22 (a) illustrates the variation in the integral intensity of the luminescence line corresponding to the excited subband as a function of the magnetic field for three temperatures. The intensities of the main peaks which exist at  $T = 4.2$  K decrease with decreasing temperature. The peak corresponding to the crossing of the zeroth Landau level of the excited subband and the first Landau level of the ground subband disappears completely. At the same time, some additional peaks appear near the odd filling factors  $\nu = 3$  and  $\nu = 5$ , as the temperature is lowered. These additional peaks shrink sharply when the filling factor becomes less than an odd integer. The inset in figure 22 (a) shows the same results as in figure 22 (a), near the filling factor  $\nu = 1$  for  $T = 4.2$  and  $1.5$  K. One can see that at a high temperature the intensity of the line of the excited subband is zero in this region (all the electrons of the ground subband are in the zeroth Landau level; the energy gap for relaxation from the excited subband is equal to the energy of the intersubband splitting and is independent of the magnetic field). As the temperature is lowered, the intensity of this line is not zero at  $2 > \nu > 1$ , while it drops abruptly to zero at  $\nu < 1$ .

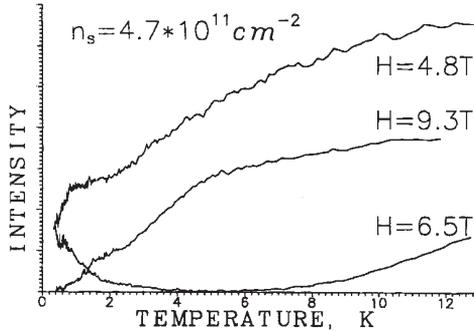
The appearance of additional peaks near odd filling factors as the temperature is lowered is attributed to the orientation of the electron spin. Specifically, under the assumption that a relaxation without spin flip should be faster than one with spin flip, one would have  $g_e \mu_0 H < kT$  in the case  $T = 4.2$  K, where  $\mu_0$  is the Bohr magneton and  $g_e = -0.44$  is the effective electron  $g$  factor in GaAs ( $g_e \mu_0 H = 1.8$  K in a field of 6 T). Consequently, at this temperature, two spin sublevels in the ground subband are filled roughly equally near odd values of the filling factors. In other words, vacancies for relaxation exist at both spin sublevels, and a fast intersubband relaxation is possible for both spin directions in the excited subband. As the temperature is lowered to  $T = 0.4$  K, we have  $g_e \mu_0 H > kT$ . A substantial difference arises between the populations of the spin sublevels in the ground subband. This difference leads in turn to an effective increase in the spin splitting, because of an enhancement of the exchange interaction. Near odd filling factors, vacancies therefore exist only in the upper spin sublevel of the ground subband, and an effective relaxation can occur only for electrons from the upper spin sublevel of the excited subband. The relaxation of electrons from the lower spin sublevel is slowed significantly; as a result, the intensity increases, as is observed experimentally. When the filling factor becomes smaller than the odd values, vacancies for relaxation appear in the lower spin sublevel also, and the intensity abruptly drops to zero.

It follows from figure 23 that the mechanism responsible for the intersubband relaxation in the intervals between level crossing is an anomalous temperature dependence; specifically, the relaxation accelerates with decreasing temperature. Knowing the recombination time in the excited subband for the investigated system,  $\tau_{rec} = 30$  ns, and, assuming that the population of the excited subband is determined exclusively by recombination and intersubband relaxation, one can relate the observed intensity to the relaxation time by the obvious equation  $I_1 = I_1^* / (1 + \tau_{rec} / \tau_{rel})$ ,

where  $I_1^*$  is the intensity in the absence of relaxation, which one can estimate as the intensity in a zero magnetic field. We then find an expression for the relaxation time:

$$\tau_{rel} = \frac{\tau_{rec}}{(I_1^*/I) - 1}.$$

The dependence of  $\tau_{rel}$  on the energy separation of the levels calculated in this manner is shown in figure 22 (b) for three temperatures.



**Figure 23.** Integral intensity  $I_1$  of the luminescence of the excited subband against the temperature at the main peaks,  $H = 4.8$  and  $9.3$  T, and also at the additional peak,  $H = 6.5$  T.

Therefore, it is demonstrated that the spin orientation of the 2D electrons in the initial and final states is important for a description of these oscillations in terms of an intersubband relaxation. Also it is useful to note that, since the intensity of the excited-subband line at low temperatures near odd values of the filling factor is sensitive to the spin orientation of the electrons, it appears to be a method for the optical detection of ESR in both the excited and the ground subband.

### 3.6. Oscillations of the Landau level width and screening of random potential fluctuations

Now we discuss how the magnetoluminescence method can be used for investigation of the screening of random potential fluctuations due to imperfections within the interface region. The effects of screening of a random potential associated with defects most clearly show up in the oscillating behaviour of the widths of the luminescence lines corresponding to the Landau levels on variation in the filling factor. The first time such oscillations of the Landau level widths in the luminescence spectra were observed was for the case of 2D electrons imposed in transverse magnetic field in Si MOSFETs (Kukushkin and Timofeev 1987), when the Landau level filling condition changed. It has been observed that, when the highest occupied level is completely filled, the linewidth is much larger than when this level is only partly or half-filled. Note that the behaviour of the linewidth applies not only to the level at the Fermi energy but also to all the levels below  $E_F$ .

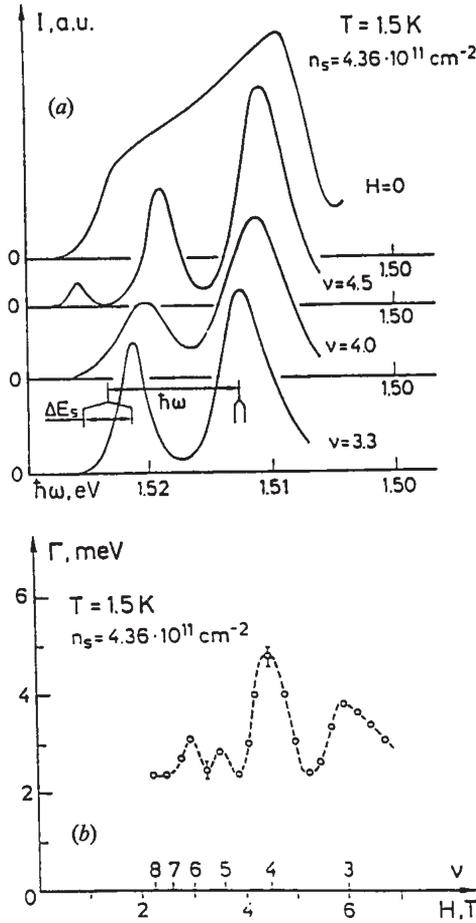
The oscillations of the linewidth seen in the luminescence spectra are due to the oscillations in the single-particle DOS width on Landau level as a function of filling

factor, which has been predicted theoretically (Ando 1977) and the consequences of these oscillations have been observed also in cyclotron resonance measurements (Gornik 1986, Heitmann *et al.* 1986). The origin of this phenomenon is associated with screening of the long-range random potential fluctuations (Shklovskii and Efros 1986, Gerhardt and Gudmandsson 1986, Efros 1990). The effects of screening are determined by the magnitude of the DOS at the Fermi energy (Ando 1977, Ando and Murayama 1985), which oscillates as a function of the filling factor  $\nu$ . At integer  $\nu$  the Fermi level lies just in the energy gap between a completely filled and a completely empty Landau level. The low-temperature screening in this case is very weak and exists only because of the overlap of the Landau level tails. In the absence of screening, the Landau levels 'trace' the potential relief of a random potential and therefore feel the full effect of the long-range potential fluctuations. The non-equilibrium holes recombining with the 2D electrons are little affected by fluctuations associated with charged defects, since they are far removed from the interface. One may thus conclude that the luminescence linewidth at integer  $\nu$  is defined by the amplitude of the long-range potential fluctuations, since all the electrons, distributed in energy within the given quantum level in conformity of the potential relief, are involved in the recombination.

At half-integer values of  $\nu$  the Fermi level coincides with the DOS peak, where electron states are extended. In this case the electrons most effectively screen the long-range potential fluctuations, and the width of Landau level and the width of the luminescence line are decreased as observed experimentally. The minimum width of the luminescence line under these conditions is determined by the short-range potential fluctuations which remain unscreened. It should be noted that in the case of very-high-quality samples with high 2D electron mobility the minimum linewidth is limited by the energy distribution function of the holes participating in the recombination, or electron-electron interaction.

Now we turn to a screening phenomenon reflected in the luminescence spectra (component  $A_0$ ) in a GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As SH measured for different  $\nu$  (figure 24 (a)). One can see that the resolution of the Landau levels in the luminescence spectrum is weakest for  $\nu = 4$ . This is due to the maximum in the broadening of the Landau levels at  $\nu = 4$  because of the weak screening of the long-range potential fluctuations. The dependence of the level width  $\Gamma(\nu)$  measured by magneto-optics in a GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As SH is shown in figure 24 (b), and oscillatory behaviour as a function of filling factor can be clearly seen. The Landau level width has maxima at integer values of  $\nu$  and minima at half-integer values. Qualitatively this dependence is similar to that measured in Si MOSFETs and it is associated with screening of the long-range potential fluctuations previously discussed.

The oscillations of  $\Gamma$  when the filling of the quantum states varies were theoretically discussed (Ando and Uemura 1974, Ando *et al.* 1982). The origin of the oscillations was associated with the periodic variation in the screening radius and consists of the fact that the effect of screening and, for instance, the Thomas-Fermi constant are determined by the magnitude of the DOS on the Fermi surface, which oscillates when the filling of the Landau levels with electrons varies. However, no analytical expression for the dependence  $\Gamma(\nu)$  is presented in these papers.



**Figure 24.** (a) Luminescence spectra measured for a GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As SH ( $n_s = 4.36 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ) at  $T = 1.5 \text{ K}$  for different values of  $H$  and  $\nu$  (a.u., arbitrary units). The cyclotron and spin splittings are shown in the lowest part of the figure. (b) The dependence of Landau level width on  $H$  and  $\nu$ .

Quantitative explanation of the most essential experimental results associated with the DOS oscillations when the electron density varies, observed by the luminescence spectra, has been provided by a theory of the nonlinear screening of the charged centre potential which are distributed randomly in a volume with density  $N_q$  by 2D electrons (Shklovskii and Efros 1986). The potential of the centres is assumed to be Coulombic, and the fluctuations of the magnitude of the charge are considered in a volume with characteristic linear dimension  $L$  in order to describe the screening. Screening appears when the density  $n_s$  of 2D electrons deviates from integer filling  $n_s^0 = \nu eB/h$ , where  $\nu$  is an integer ( $\delta n_s \equiv n_s - n_s^0$ ). Provided that the number  $(\delta n_s L_c^2)$  of extra electrons in the plane on the scale  $L_c$  is equal to the fluctuation in the number of charged centers in the volume  $(N_q L_c^3)^{1/2}$ , then over the whole length  $L > L_c = N_q (\delta n_s)^{-2}$  the random potential is totally screened by electrons. The length of the screening changes with the number  $\delta n_s$  of electrons, and in this sense the scale  $L_c$  is the radius

of nonlinear screening. An essential consequence of the theory of nonlinear screening is that the density of states in the gaps between Landau levels is not exponentially small, as would be expected in the case of a short-range potential. Also, it follows from the work of Shklovskii and Efros (1986) that, when the amplitude of large-scale fluctuations is of the order of the corresponding gap in the energy spectrum (cyclotron, spin or valley-orbit), two neighbouring Landau sublevels will participate in the screening and, as a result, the width of the DOS peak stops increasing and appears to be limited at the top by the magnitude of the gap. Magnetoluminescence experiments confirm such consequence of the theory.

Finally, we would like to emphasize that, for integer filling of the Landau levels and provided that the level width are much less than the energy of the gap ( $\hbar\omega_c \gg \Gamma$ ), the DOS within one level reflects the energy distribution of the random potential large-scale fluctuations, and the amplitude  $Q$  of the fluctuations can thus be determined from the width of the recombination lines in the luminescence spectrum. Only under the condition when the scale of the fluctuations  $d \gg l_0(2n+1)^{1/2}$  and  $\hbar\omega_c \gg Q$  are satisfied ( $l_0 = (\hbar/eB)^{1/2}$ ), does the Landau level width equal the amplitude of the fluctuations. In the more general case when  $d \gg l_0(2N+1)^{1/2}$  the width  $\Gamma$  depends on the ratio  $l_0(2N+1)^{1/2}/d$  as given by Hikami and Brezin (1986)

$$\Gamma = Q \left( 1 + \frac{2(2N+1)l_0^2}{d^2} \right)^{-1/2}. \quad (3.5)$$

Using equation (3.5) and analysing the magnetoluminescence spectra of 2D electrons, one is able to determine the important parameters  $Q$  and  $d$  characterizing long-range random potential fluctuations.

### 3.7. Magnetoluminescence in a tilted magnetic field

The tilted magnetic field method has been used extensively in experiments in order to demonstrate their 2D nature (Ando *et al.* 1982), to study spin splitting and influence of spin states in FQHE (Chakraborty and Pietiläinen 1988a) and for other purposes.

It is interesting to consider two limits determined by the magnitude of the parallel component of the magnetic field  $H_{\parallel} = H \sin \alpha$ . In the weak-magnetic-field limit in which the magnetic length  $\lambda_{\parallel} = \lambda_H / (\sin^{1/2} \alpha)$  is much greater than the width  $\lambda_z$  of the well, its effect on the spectrum of 2D carriers should be taken into account in perturbation theory. Disregarding the possible changes in the form of the quantizing potential, we can assume that firstly in the low-field limit the correction  $\delta E_n$  to the energy  $E_n$  of the  $n$ th quantum size level arises in the second order in  $H_{\parallel}$ ,  $\delta E_n \propto (\hbar\omega_c \sin \alpha)^2 / (E_1 - E_2)$ , and the position of the Landau levels changes solely due to the parallel-field-induced anisotropy of the effective mass of a 2D carrier, and secondly upon crossing the adjacent Landau levels from different subbands (the ground subband and the first excited subband, for example) the magnetic field component parallel to the plane of confinement lifts the degeneracy and causes the levels to push each other apart:

$$\Delta E_{0,1}^{n,n-1} = \frac{|\langle 0|z|1 \rangle|}{\lambda_H \cos^{1/2} \alpha} (2n)^{1/2} \hbar\omega_c \sin \alpha. \quad (3.6)$$

The crossing of the  $n$ th and  $(n - k)$ th Landau levels,  $k > 1$ , is not accompanied by their splitting, at least within corrections quadratic in  $H_{\parallel}$ . The cyclotron rotation has, on the whole, a purely 2D character and is determined solely by the normal component of the field:  $\omega_c = (eH \cos \alpha)/mc$ .

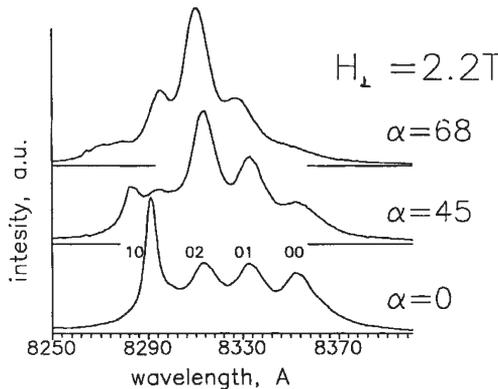
In our view the other limit, where  $\lambda_{\parallel} \ll \lambda_z$ , and the fastest motion is the cyclotron rotation of electrons around the tilted magnetic field of frequency  $\omega_c = eH/mc$ , which is determined by its total value, is very interesting. In other words, a strong longitudinal field overcomes the size quantization in the confinement potential and the particle motion now corresponds to a classical motion along a cycloid with the axis directed along the field. Under the condition described above, the ground-state energy therefore shifts faster with increasing field than it does in low fields. The motion along the magnetic field can be viewed as adiabatic motion, and the low-lying part of the carrier spectrum is determined, in the limit  $H \rightarrow \infty$ , by the position of the levels in the one-dimensional potential:  $U(\xi) = U_0(\xi \cos \alpha)$ ,  $\hat{H} = \mathbf{p}_{\xi}^2/2m + U_{\alpha}(\xi)$ , whose scale transformation differs from that of the initial transformation. (Here  $\xi$  denotes the electron coordinate along the magnetic field.) The splitting of the low-lying levels  $E_{nm}^*(\alpha)$  therefore does not depend on the magnetic field in this limit and is much smaller than the intersubband splitting  $E_{nm}$ . For a model-based single-parameter power potential  $U(r) \propto z^{\nu}$ , for example, one can obtain

$$E_{nm}^*(\alpha) = E_{nm} \cos^{2\nu/(\nu+2)} \alpha, \tag{3.7}$$

and for an exactly solvable problem of a parabolic well (Maan 1984, Merlin 1987) we have

$$e_{n,m}^*(\alpha) = (n - m) \left[ \frac{\omega_c^2 + E_{10}^2}{2} - \left( \frac{(\omega_c^2 + E_{12}^2)^2}{4} - \omega_c^2 E_{10}^2 \cos^2 \alpha \right)^{1/2} \right]^{1/2} \approx E_{nm} \cos \alpha. \tag{3.8}$$

The capacity of each level, on the other hand, is determined by a normal component of the magnetic field.



**Figure 25.** Spectra of the radiative recombination of 2D electrons with holes bound at the  $\delta$  layer of the acceptors (a.u., arbitrary units),  $\alpha$  is the slope of the magnetic field with respect to the normal to the 2D layer;  $n_s = 3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ .

The energy spectrum of 2D electrons in a strong ( $l_0 \ll l_z$ ) tilted magnetic field has been investigated with the use of radiative recombination of 2D electrons with photoexcited holes in a  $\delta$ -doped layer of acceptors (Kirpichev *et al.* 1990). Figure 25 shows the emission spectra in a single GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterojunction with  $n_s = 3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  in perpendicular and tilted magnetic fields. In all three cases the normal component of the magnetic field is the same,  $H_{\perp} = 2.2 \text{ T}$  (which corresponds to the filling factor  $\nu = 6$ ). From these spectra we can draw the following conclusions.

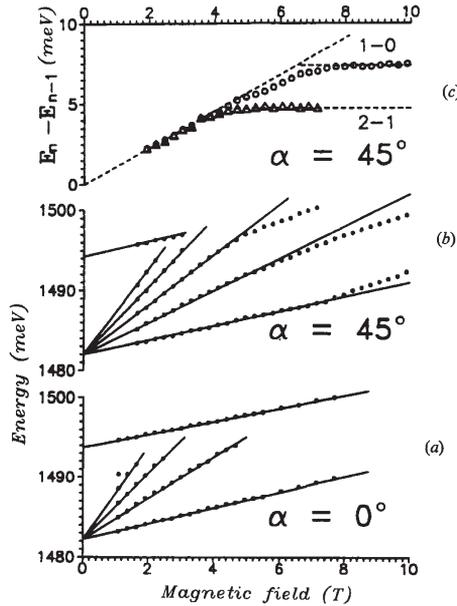
- a) At  $H_{\perp} = 2.2 \text{ T}$  and  $\alpha < 68^\circ$  the splittings of the Landau levels are determined by the normal component  $H$  and are therefore approximately the same in all three cases.
- b) A comparison of the intensities of the luminescence lines corresponding to electrons from the lowest subband shows that the  $z$  dependence of the electron wavefunctions of the various Landau levels of this subband, which are the same in the perpendicular magnetic field, differ in the tilted field because of the admixing of the wavefunctions of higher-lying levels. This difference is most pronounced in strong field which gives rise to ‘three-dimensionalization’ of the cyclotron rotation described above, and the amplitude of the wavefunctions, which is situated at distance  $z_n$  from the interface at the place where the holes are localized, is determined by the extent of the wavefunctions of the bound states in the one-dimensional potential  $U(z)$ . A calculation has shown that a relative intensity of the  $n$ th line of the parabolic well, normalized to the ground state, increases in a power-law fashion with increasing number of levels:

$$\frac{I_n}{I_0} \approx \left( \frac{2z_n^2 \cos \alpha}{\lambda_z^2} \right)^n n!, \quad \lambda_z \approx \frac{\hbar}{(mE_{10})^{1/2}}. \quad (3.9)$$

- c) Figure 25 shows that the rate at which the electrons of the excited subband recombine decreases appreciably in a tilted magnetic field, in agreement with the expected wavefunction in these states.

Now we turn to the dependences of the position of the energy levels against the magnetic field and the level splitting, measured from the luminescence spectra at  $n_s = 3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  for  $0^\circ$  and  $45^\circ$  slopes, which are illustrated in figure 26. We see that in a tilted magnetic field the experimental dependence begins to deviate from linear behaviour at large values of  $H$  and the splitting of the adjacent levels no longer depends on the magnetic field. Furthermore, with increasing slope, the residual splitting decreases. Figure 26 (c) shows the splitting of the zero level and the first Landau level and that of the first and second levels as functions of the magnetic field, measured at  $\alpha = 45^\circ$  and  $n_s = 3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . One can see that, beginning with a certain field  $H_n^*$ , the splitting becomes independent of  $H$ . We can assert that at  $H > H_n^*$  the level splitting is determined by the confinement quantization of electron motion in a potential well along the direction of the magnetic field.

We should mention that the magnetospectroscopy of 2D electrons in a tilted magnetic field is an effective tool for studying the shape of the single potential well that confined the electrons. In particular the information on the slope of the quantum well can be obtained from the analysis of the dependences of  $E_{10}^*/E_{10}$  and  $E_{nm}^*/E_{10}^*$  against  $\alpha$ . In the case considered above, it was found that the angular dependence of  $E_{10}^*/E_{10}$  at various electron densities in the 2D channel remains the same for all the  $n_s$ .



**Figure 26.** Positions of the lines in the luminescence spectra against the total field  $H$  ( $n_s = 3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ): (a)  $\alpha = 0^\circ$ ; (b)  $\alpha = 45^\circ$ ; (c) level splitting against the total field for  $\alpha = 45^\circ$ .  $H_1^* \approx 4 \text{ T}$  and  $H_2^* \approx 7 \text{ T}$ .

This suggests that the well can be approximated with good accuracy by a power-law dependence in such a way that the 2D concentration of carriers will affect only the potential depth. A similar factorization of the concentration and angular dependences  $E_{nm}^*(\alpha)/E_{10}^*(\alpha)$  does not depend on the angle  $\alpha$ . It can be determined from these values that the shape of the well in the considered case corresponds to a power-law distribution of the potential  $U(z) \approx z^\nu$  with  $\nu \approx 0.5$ .

#### 4. Magneto-optics of two-dimensional electrons in the fractional quantum Hall effect regime; incompressible quantum liquids

The FQHE is now identified as being due to the condensation of interacting 2D electrons into a new correlated electron state called the incompressible quantum liquid. Here we start with a short review concerning the theoretical aspects of this phenomenon.

##### 4.1. Theoretical aspects of the fractional quantum Hall effect

###### 4.1.1. The Laughlin wavefunction

Shortly after the discovery of the FQHE (Tsui *et al.* 1982), a study of 2D systems of up to six electrons by numerical diagonalization of the Hamiltonian found that

the ground state of system is not crystalline but liquid like (Yoshioka *et al.* 1983). At the same time, Laughlin (1983) proposed a many-body ground-state wavefunction to describe the FQHE, which provides great insight into the underlying nature of the ground state. The Laughlin ground-state many-particle wavefunction is

$$\psi_m = \left( \prod_{j < k} (Z_j - Z_k)^m \right) \exp \left( -\frac{1}{4} \sum_e |Z_e|^2 \right), \quad (4.1)$$

where the cyclotron energy  $\hbar\omega_c = \hbar(eB/m^*) = 1$  and the magnetic length  $l_0 = (\hbar/eB)^{1/2} = 1$ ,  $Z_l = X_l - iY_l$  is the location of the  $l$ th electron,  $m$  is an odd integer to preserve the antisymmetry  $\psi$ , and the functional form restricts the electrons to the lowest Landau level. By mapping the problem onto a classical one-component plasma, Laughlin demonstrated that the wavefunction describes the ground state at filling factors  $\nu = 1/m$ . Then he calculated that the total energy per particle for the wavefunction (4.1) is lower than that of a charge-density-wave ground state.

To generate a quasihole or quasielectron located at  $Z_0$ , Laughlin employed operators representing the addition and removal of a single flux quantum from the system. The resulting wavefunctions are

$$\psi_m^{+Z_0} = \exp \left( -\frac{1}{4} \sum_l |Z_l|^2 \right) \left( \prod_i (Z_i - Z_0) \right) \left( \prod_{j < k} (Z_j - Z_k)^m \right) \quad (4.2)$$

and

$$\psi_m^{-Z_0} = \exp \left( -\frac{1}{4} \sum_l |Z_l|^2 \right) \left[ \prod_i \left( \frac{\delta}{\delta Z_i} - \frac{Z_0}{l_0^2} \right) \right] \left( \prod_{j < k} (Z_j - Z_k)^m \right), \quad (4.3)$$

for the quasihole and quasielectron respectively. The quasiparticle excitations were found to have a fractional charge  $e^* = \pm e/m$ .

The ground-state energy  $E(N)$  of interacting 2D electron systems subjected to a strong transverse magnetic field as a function of the total number  $N$  of electrons demonstrates ‘cusps’ at fractional filling factor  $\nu = 1/q$  ( $q$  is an odd integer), when the incompressible quantum liquid states start to appear. The chemical potential  $\xi$  at the ‘cusp’ point of the function  $E(N)$  demonstrates a discontinuity connected with the gap  $\Delta_q$  by the simple relation

$$\delta\xi = \left. \frac{\delta E(N)}{\delta N} \right|_+ + \left. \frac{\delta E(N)}{\delta N} \right|_- = q\Delta_q. \quad (4.4)$$

Therefore, the ground state is separated from the quasiparticle excitation spectrum by a finite energy gap which is proportional to the only relevant energy scale, the interelectron Coulomb energy  $e^2/\varepsilon l_0$ , where  $\varepsilon$  is the dielectric constant.

Laughlin’s model accounts for the FQHE at  $\nu = 1/q$  for all  $q$  odd (and  $\nu = 1 - 1/q$  by electron-hole symmetry). This model predicts that the quantum fluid ground state will eventually yield to the Wigner crystal at very low filling factors. More accurate numerical calculations indicate that the FQHE will terminate at  $\nu \leq \frac{1}{5}$ , beyond which the Wigner crystal is calculated to have a lower ground-state energy (Lam and Girvin 1984, Levesque *et al.* 1984).

#### 4.1.2. Fractional quasiparticle statistics

According to the Laughlin model, the quasiparticles, in addition to possessing fractional charge, also obey fractional statistics. The wavefunction at  $\nu = 1/q$  changes by a complex phase factor  $\exp(i\nu\pi)$ , upon the adiabatic exchange of two quasiparticles. The quasiparticles can also be described by wavefunctions obeying Bose or Fermi statistics (Haldane and Rezayi 1985, Wilczek 1982, Wilczek and Zee 1983).

#### 4.1.3. The hierarchical model

The observations of the FQHE at  $\nu = p/q$  were theoretically interpreted in terms of a hierarchy of condensed ground states (Haldane 1983, Halperin 1984, Laughlin 1984). At each level of the hierarchy, the new ground states result from the condensation of a quasiparticle gas from the preceding level. For example, at  $\nu = \frac{1}{3}$ , the ground state originates from the condensation of a gas of electrons. As the magnetic field is decreased from  $\nu = \frac{1}{3}$ , quasielectrons of charge  $-\frac{1}{3}e$  are formed. At  $\nu = \frac{2}{5}$  this gas of quasielectrons condenses to form the new  $\frac{2}{5}$  ground state. As the magnetic field continues to decrease,  $-\frac{1}{5}e$  quasielectrons form, until they condense to form a new incompressible liquid ground state at  $\nu = \frac{5}{7}$ . The hierarchy continues in such a manner. If the magnetic field is increased from  $\nu = \frac{1}{3}$ , quasiholes of charge  $+\frac{1}{3}e$  are formed. At  $\nu = \frac{2}{7}$  this gas of quasiholes condenses to form the new ground state and so on. The hierarchy of fractions can be found by using the expression (Haldane 1983)

$$\nu^{-1} = q + \frac{\alpha_1}{\Gamma_1 + \alpha_2 / [\Gamma_2 + \alpha_3 / (\Gamma_3 + \dots)]}, \quad (4.5)$$

where  $q$  is the odd integer,  $\Gamma_j \neq 0$  is an even integer, and  $\alpha_j = \pm 1$ .

The hierarchical picture implies that no ‘daughter’ state can exist unless its ‘parent’ state exists, in accordance with experimental observations. Also, if the quasiparticles in the FQHE can be approximated as point charges, the energy gaps would be expected to scale as

$$\Delta_q = \frac{(e^*)^2}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{(e/q)^2}{\epsilon} \left( \frac{(e/q)B}{\hbar} \right)^{1/2} \propto q^{-5/2} B^{1/2}, \quad (4.6)$$

where  $q$  is given by  $\nu = p/q$ . Therefore, a determination of the energy gap,  $\Delta$  for quasiparticle pair production, for instance at  $\nu = \frac{1}{3}$  would establish the magnitude of the entire spectrum of energy gaps in the FQHE.

#### 4.1.4. Concept of composite fermions; the Jain model

In contrast with the ‘fundamental’ fractions  $1/q$  ( $q = 3, 5, \dots$ ) in the FQHE which are described very well by the Laughlin many-particle wavefunction, the origin of higher-order FQHE states at  $\nu = p/q$  is much less clear and still remains the subject of controversy. We shall recall that in the standard hierarchical scheme proposed by Haldane (1983) (see also Halperin (1984), Kallin and Halperin (1984) and Laughlin (1984)), the daughter state at each step results from the FQHE of quasiparticles of the parent states (low-order states) which, at rational filling factors, condense into Laughlin fluids of quasiparticles. The validity of this non-interacting picture is not evident and was questioned by Jain (1989), since the required density of the quasiparticles becomes exceedingly large as one moves down

the hierarchy family. This is especially the case for the experimentally dominating sequences of the FQHE states at  $\nu = p/(2p + 1)$  ( $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \dots$ ) and at  $\nu = p/(2p - 1)$  ( $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \dots$ ), which converge towards the simplest of even denominator fractions at  $\nu = \frac{1}{2}$ . Instead, Jain suggested a new possible phenomenological approach for understanding the FQHE states. According to the Jain model the FQHE can be physically understood as being a manifestation of the IQHE for composite fermionic objects. These composite particles consist of electrons to which an even number of flux quanta have been attached as a result of the electron–electron interaction. It is well known that the statistics of the composite particles are in general fractional and are such that the exchange of two composite particles produces a phase factor  $(-1)^{1+\alpha}$  (Wilczek 1982). In the case considered,  $\alpha$  is equal to an even integer ( $\alpha = 2m$ ), and the composite particles are fermions. The stable fractions obtained in this model are  $p/(2mp \pm 1)$  and, owing to electron–hole symmetry,  $1 - p/(2mp \pm 1)$ . This implies possible stability at fractions  $n + p/(2mp \pm 1)$  and  $n + 1 - p/(2mp \pm 1)$  in the  $n$ th Landau level. Therefore, the Jain model covers all odd denominator fractions and provides an attractive alternative to the hierarchical scheme. The considered analogy between the IQHE and FQHE suggests a natural generalization of Laughlin states.

Following the idea of Jain, Halperin *et al.* (1993) have recently developed a theory for the state at a filling factor  $\nu = \frac{1}{2}$ . According to this theory, the system of composite particles at  $\nu = \frac{1}{2}$  behaves like a system of fermions in the absence of a magnetic field, with a well defined Fermi surface at wave-vector  $k_F = 1/l_0$ . The first magnetotransport observations of Jiang *et al.* (1989) and recent surface acoustic wave experiments by Willett *et al.* (1990) have demonstrated the striking anomalies at  $\nu = \frac{1}{2}$ . The results of recent magnetotransport investigations of experimental gap energies of the sequence of high-order FQHE states around the filling factor  $\nu = \frac{1}{2}$  were found to be remarkably consistent with the concept of novel composite fermions (Du *et al.* 1993). Nevertheless, unexpected behaviour of the physical properties at  $\nu = \frac{1}{2}$  still remains extremely puzzling.

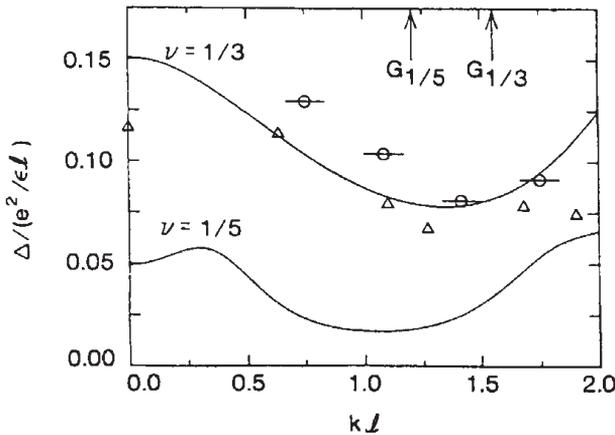
#### **4.1.5. Coulomb gap; quasiparticle pair production energy in the fractional quantum Hall effect**

The energy gap in the FQHE is given by  $\Delta = Ce^2/\epsilon l_0$ , where  $C$  is the constant of proportionality to be determined. Within the framework of the Laughlin theory, many calculations of the most prominent energy gap at  $\nu = \frac{1}{3}$  have been carried out. From hypernetted-chain calculations, Laughlin (1984) determined that  $C = 0.056$  and Chakraborty (1985) found that  $C = 0.053$ . Calculations by Haldane and Rezayi (1985) on systems of finite numbers of electrons yield  $C = 0.105$  under the extrapolation of data to the  $N \rightarrow \infty$  limit. A single-mode approximation, used by Girvin *et al.* (1985), in direct analogy with the Feynman theory of superfluid  $^4\text{He}$ , yields  $C = 0.106$ . To our knowledge the best estimate to date of the quasiparticle pair production energy results from Monte Carlo calculations carried out by Morf and Halperin (1986), which give  $C = 0.099 \pm 0.009$ . With corrections for the nonzero thickness of the electron wavefunction and for Landau level mixing, the results of such calculations compare well with experimental data from high-quality 2D electron systems (Willett *et al.* 1988a, b).

**4.1.6. The dispersion relation of the excitations**

The quasiparticle pair creation energies, discussed above, correspond to the creation of an infinitely separated quasielectron and quasihole pair. Laughlin (1983) considered the existence of excitons formed from the quasiparticles and found that the interparticle distance is proportional to the wave-vector of the centre of mass motion. The resulting dispersion relation reveals a decrease in the energy gap above the ground state at small wave-vectors, corresponding to the exciton states of the quasiparticle pair. The approximation used is not valid as  $kl_0 \rightarrow 0$ .

Two independent calculations yield a dispersion relation in which the minimum of the energy of excitations occurs at finite wave-vector,  $kl_0 \approx 1.4$ . Girvin *et al.* (1985) used a single-mode approximation, analogous to the Feynman theory for the excitation spectrum of superfluid  $^4\text{He}$ . Within this approximation, the dynamical structure factor is assumed to consist of a single-frequency mode. This approximation is accurate at long wavelengths when any higher energy continuum mode can be ignored. On the other hand, Haldane and Rezayi (1985) have studied systems of finite numbers of electrons on a sphere and have found a consistency among the results for four to eight electrons. The dispersion relation for small wave-vectors, is presented in figure 27, showing the agreement between these two calculations. The energy gap at infinite quasiparticle separation, as estimated from the Monte Carlo calculations, is also indicated in the figure. It should be emphasized that the ‘magnetoroton minimum’ is seen to be a precursor to the closing of the gap associated with the onset of the Wigner crystal at  $\nu \leq \frac{1}{7}$ .



**Figure 27.** Dispersion of quasiparticle excitations in the FQHE regime. (From Girvin *et al.* (1985)).

**4.1.7. Spin-dependent properties of the fractional quantum Hall effect; spin-reversed ground state**

For the higher-order filling fractions observed in experiments, the role of reversed spins in the ground state and spin-flip processes for single-particle excitations becomes significant. We should recall that Halperin (1983) proposed unpolari-

ized FQHE states at various odd-denominator filling fractions. The small  $g$  factor in GaAs prompted Halperin to predict that, when the magnetic field is not too large, such a state might be energetically preferential. Subsequent calculations revealed that, in the absence of the Zeeman energy, this state has indeed the lowest energy (Chakraborty and Pietiläinen 1988a, Haldane and Rezayi 1988, MacDonald *et al.* 1989). It was also found that, even for a fully spin-aligned ground state, one can obtain spin-reversed quasi-single-particle excitations (Chakraborty and Pietiläinen 1988a, b), which might manifest themselves in the linear behaviour of the activation energy observed in the experiment with the tilted magnetic field (Eisenstein 1990) (this is just because the Zeeman energy varies linearly with the magnetic field  $B$ , while the Coulomb energy varies as  $B^{1/2}$ ).

One should recall that the activation energy  $\Delta_q$  measured with the use of magnetotransport for a perpendicular magnetic field in the FQHE contains Coulomb, exchange and Zeeman contributions as well as some effect of the disorder usually present in the sample. Because of this it is not so simple to interpret its magnitude. On the other hand, the use of the tilted-field method allows the Zeeman contribution to be isolated. This is because the correlation energies and the effect of disorder depend, to the first approximation at least, on the perpendicular component of the magnetic field  $B$  alone and this is held fixed in an experiment when  $B$  is tilted. The spin or Zeeman energy, by contrast, depends on the total magnetic field  $B_{tot} = B_{\perp}/(\cos \theta)$  ( $\theta$  is the angle between the magnetic field and the normal to the interface).

The formation of spin-reversed pairs of electrons, while energetically expensive, would obviously alter the effect of exchange antisymmetry and provides a plausible route to even-denominator quantization. Haldane and Rezayi (1988) constructed an explicit spin-singlet wavefunction which displayed the FQHE at  $\frac{1}{2}$  filling. They further argued that their wavefunction would be favoured in the second Landau level and thereby account for the observation of the FQHE  $\nu = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$  and its apparent absence (Haldane and Rezayi 1985) at  $\nu = \frac{1}{2}$  or  $\frac{3}{2}$  in the lowest Landau level. The tilted-field studies of Eisenstein *et al.* (1988, 1989) showed a rapid collapse of the  $\frac{5}{2}$  FQHE state as the angle between the normal to the 2D plane and  $B$  was increased. The observed behaviour of  $\Delta$  was well described in the form  $\Delta = \Delta_0(B) - g\mu_0 B_{tot}$ . A simple model for the energy gap above an unpolarized ground state contains spin  $-\frac{1}{2}$  quasielectron and quasihole states each of which are Zeeman split. Since the primary effect of such tilting is an enhancement of the spin Zeeman energy, while the Coulomb energy stays fixed, this result is accepted as evidence that the ground state at  $\nu = \frac{5}{2}$  contains a large number of reversed spins, in agreement with the theory (Haldane and Rezayi 1988).

In another experiment (Eisenstein *et al.* 1989, 1990b), a sharp change in the dependence of the activation energy on tilt angle was observed for  $\nu = \frac{8}{5}$  (electron-hole symmetric to  $\nu = \frac{2}{5}$ ). This is described as being due to a transition from a spin-unpolarized ground state at small angles to a polarized state at larger angles. The linear behaviour of the activation energy at the two ground states was identified with the Zeeman energy, which appear because of the presence of spin-reversed quasielectrons and quasiholes.

Recently a new view on the spin-polarized 2DEG at  $\nu = 1$  has been presented (Fertig *et al.* 1994). This work has demonstrated that the lowest energy charged excita-

tions at  $\nu = 1$  are chiral solitons, which are known as skyrmions. Various charged spin textures corresponding to crystallized skyrmions are predicted. These new theoretical ideas still call for experimental verification.

#### **4.1.8. Fractional charge of quasiparticle excitations**

A most remarkable feature of the Laughlin theory is the notion that quasiparticle and quasihole excitations of the FQHE states are fractionally charged objects. Several experiments have attempted to verify this (Clark *et al.* 1988, Simmons *et al.* 1989). One of them (Simmons *et al.* 1989) is based on the Aharonov-Bohm effect that quantum-mechanical objects, carrying charge  $e^*$ , traversing a loop area  $A$  in a magnetic induction  $B$ , will gain a phase factor with a phase angle  $\theta = (e^*/h\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}) = 2\pi\Phi(h/e^*)$ . In the experiment carried out by Simmons *et al.* (1989) a quasiperiodic noise structure in  $\rho_{xx}$  and  $\rho_{xy}$  for  $B$  adjacent to the quantized Hall plateaux in narrow samples of high-mobility 2D electrons in a GaAs/Al<sub>*x*</sub>Ga<sub>*1-x*</sub>As SH was found. Their data show that, while the period is about 150 G for structures adjacent to all the IQHE plateaux (for  $\nu = 1$  and  $\nu = 2$ ), an approximately three times larger period (about 500 G) is observed for structures adjacent to the  $\nu = \frac{1}{3}$  FQHE plateau. They attribute the noise structure to resonant tunnelling via states magnetically bound to some submicron size potential hills or valleys, and the periodicity of the structure to a manifestation of the phase change in the Aharonov-Bohm effect. The striking difference of a factor of three in the observed periodicity is an indication that the charge carried by a quasiparticle of the  $\nu = \frac{1}{3}$  FQHE state is  $e^* = e/3$ .

### **4.2. Magneto-optical observation of the fractional quantum Hall effect regime**

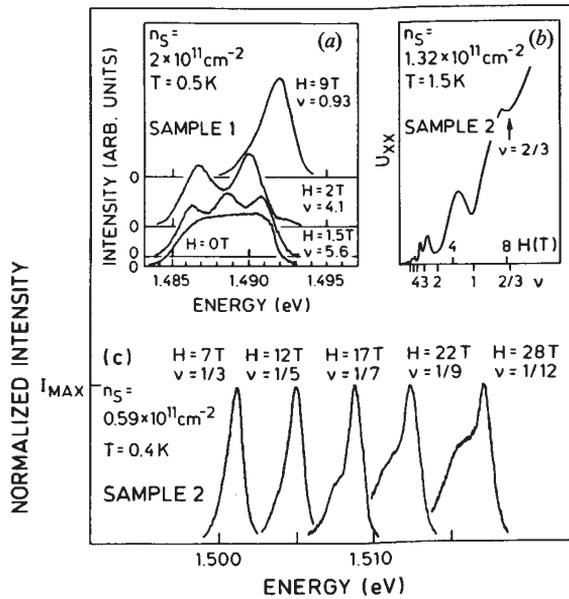
An incompressible quantum liquid is characterized by an energy gap separating the ground state from the excitation spectrum. Experimental measurements of these energy gaps provide a rigorous test of the existing theories. The usual method for experimental determination of the FQHE gaps is activated magnetotransport measurements (Tsui *et al.* 1982, Willett *et al.* 1988a, b, Jiang *et al.* 1989). However, in the extreme quantum limit  $\nu \ll 1$ , these measurements become very difficult owing to strong localization at low temperatures and high magnetic fields. Therefore alternative methods are required to correlate values derived for the energy gaps. One of the most attractive of these alternative methods is the magneto-optical method.

Optical measurements in the FQHE regime were first undertaken on Si MOSFETs (Kukushkin and Timofeev 1986) and then in GaAs/Al<sub>*x*</sub>Ga<sub>*1-x*</sub>As QWs (Heitman *et al.* 1988). Although in the Si MOSFETs the measurements allowed determination of the quasiparticle gaps, this has so far not been achieved in a GaAs structure. Here the first optical observation of the FQHE states at  $\nu = \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$  and  $\frac{1}{9}$  in GaAs/Al<sub>*x*</sub>Ga<sub>*1-x*</sub>As SHs are discussed (Buhmann *et al.* 1990).

The radiative transition studied was that due to a 2D electron recombining with a hole bound to a neutral acceptor (line B) from a Be monolayer located in the GaAs (buffer width, 50–100 nm) at a distance of 25 nm from the interface of a series of GaAs/Al<sub>*x*</sub>Ga<sub>*1-x*</sub>As ( $x = 0.28-0.32$ ) SH (mobility  $\mu \approx 10^6 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  under continuous illumination). It was possible to change the concentration  $n_s$  by changing the excitation

power and for samples 1 and 2 the variation was  $(1.9\text{--}2.5) \times 10^{11}$  and  $(0.54\text{--}1.2) \times 10^{11}$   $\text{cm}^{-2}$  respectively. The high quality of the samples used was confirmed by the observation of FQHE states at  $\nu = p/q$  (with  $q = 3, 5$ ) in magnetotransport measured both in the dark and under continuous illumination.

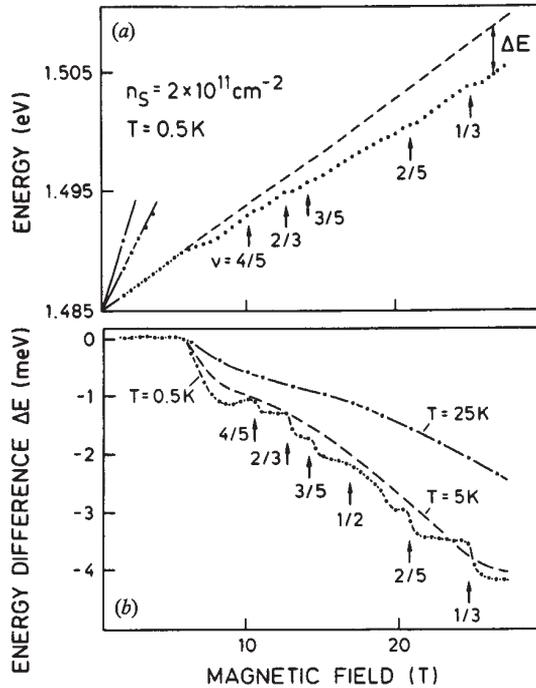
In figure 28, luminescence spectra are shown for two samples at various magnetic fields. The whole 2D energy spectrum below the Fermi energy, as observed at zero field, splits in transverse low magnetic fields into Landau levels (figure 28 (a)). From the relative intensities of the different Landau levels and their dependence on magnetic field, one is able to evaluate  $n_s$  to an accuracy better than 2%. In the higher-quality sample (sample 2), the luminescence linewidth at low fields is approximately half that of sample 1; its high-field behaviour is shown in figure 28 (c). We shall further consider the shape of the luminescence line measured at high fields from sample 2 below. Shubnikov–de Haas oscillations measured in sample 2 with a Hall-bar geometry are also shown in figure 28 (b). They were taken under continuous illumination; hence the background of strong positive magnetoresistance is due to parallel bulk photoconductivity. The high quality of this sample is confirmed here by the observation of a minimum at  $\nu = \frac{2}{3}$  at the rather high temperature of 1.5 K and the rather low magnetic induction of 7 T.



**Figure 28.** The luminescence spectra measured (a) at 0.5 K in sample 1 and (c) at 0.4 K in sample 2 at various magnetic fields. (b) The Shubnikov–de Haas magnetotransport oscillations, measured at 1.5 K in sample 2 under continuous illumination.

The plot of the peak energies as a function of magnetic field (figure 29 (a)) appears linear above  $\nu = 2$ . However, below that, distinct discontinuities are apparent in the magnetic field dependence of the luminescence line position. The largest occurs between  $\nu = 2$  and  $\nu = 1$ , which is the result of enhancement of the electronic

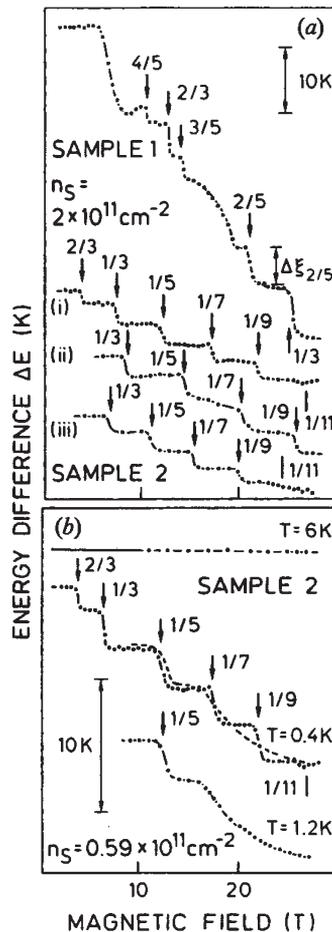
spin splitting (the so-called  $g$ -factor enhancement discussed before). It can be seen from this figure that, as the magnetic field is further increased, additional abrupt changes in the spectral position of the line are observed at low temperatures in the vicinity of  $\nu = \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5},$  and  $\frac{1}{3}$ . The sizes of these steps are small compared with the cyclotron energy (which mainly determines the dependence of the spectral position on  $H$ ). Therefore, in figure 29 (b) the same data but this time as the energy shift  $\Delta E$  from the line drawn through the low-field data are replotted. Here the discontinuities at  $\nu = \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5},$  and  $\frac{1}{3}$  can be seen much more clearly. Note that in the vicinity of  $\nu = p/q$  a small (about 10%) broadening of the luminescence line was observed. In this sample, on raising the temperature to 5 K all the discontinuities associated with odd-denominator  $\nu$  disappear except that due to  $\nu = \frac{1}{3}$ , which is severely weakened at 5 K and disappears completely at higher temperatures. The general dependence of  $\Delta E$  on  $H$  in figure 29 (b) which becomes less negative with rising temperature is due to magnetic-field-induced localization and can be used as a measure of the amount of disorder in a sample (instead of  $\mu$ ).



**Figure 29.** (a) The dependence of the luminescence peak position on magnetic field measured at 0.5 K for sample 1. (b)  $\Delta E(H)$  measured for different temperatures.

From a series of samples and a range of concentration anomalies in the energy position at  $\nu = \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$  and  $\frac{1}{9}$  have been detected as depicted in figure 30 (a). It is important to stress that these results were absolutely reproducible, even after thermal cycling. The observation of structure due to such low filling factors has so far proved elusive in magnetotransport experiments. This has been due to large increases

in background resistivity for  $\nu < \frac{1}{5}$  caused by magnetic-field-induced localization due to disorder (Willett *et al.* 1988a, b). A magneto-optical measurement, which acts as a local probe, is less sensitive than a macroscopic probe, such as a magnetotransport measurement, to this localization. In figure 30 (b) the dependences of  $\Delta E$  on  $H$  measured at three different temperatures in sample 2 are compared. At 0.4 K discontinuities at all  $\nu = 1/q$  down to  $\frac{1}{9}$  were observed but there was almost no change in position at  $\nu = \frac{1}{11}$ . By 1.2 K the steps in  $\Delta E(H)$  at  $\nu = \frac{1}{7}$  and  $\frac{1}{9}$  have disappeared while those associated with fractions with larger gaps remain. It is important to note that the actual position of the line corresponding to the data points for 1.2 K (broken curve in figure 30 (b)) cuts through the centre of the steps observed at 0.4 K. At 6 K the slope of the data at high fields does not differ from that at low fields. This indicates that the degree of localization in sample 2 is much less than in sample 1.



**Figure 30.** (a)  $\Delta E(H)$  measured for samples 1 and 2 at different concentrations: curve (i),  $0.59 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ; curve (ii),  $0.7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ; curve (iii),  $0.54 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . (b)  $\Delta E(H)$  measured for sample 2 at different temperatures: (---), actual position of the data measured at 1.2 K relative to that at 0.4 K.

Now we discuss the interpretation of these experimental observations. It has been previously proposed (Kukushkin and Timofeev 1986) that the spectral position of the luminescence line reflects the energy difference between initial and final states and that these states for  $N$  and  $N - 1$  electrons are both the ground states of the Laughlin liquid. In the framework of this assumption a discontinuity of the spectral position of luminescence line is directly connected with a discontinuity of the chemical potential of interacting electrons. Therefore, the magnitude of Coulomb gap  $\Delta_q$  corresponding to the given fractional filling factor  $\nu$  could be found with the use of experimentally measured spectral discontinuity and equation (4.4). This approach assumes that a system of interacting 2D electrons adiabatically follows the radiative recombination process. Further, one should recall that an impurity centre in the considered case becomes charged in the final state (after recombination). This means that Coulomb interactions between 2D electrons and a charged acceptor should play a role and should modify the final state of interacting electrons. Therefore at least two questions arise: how is this modification reflected in luminescence spectra and how does it depend on the electron–hole spatial separation? The answers to these questions are presented in the next section 4.3.

### **4.3. Theoretical interpretation of the luminescence experiments**

Recently a more detailed theoretical analysis of the above described experiments has been developed by Apal'kov and Rashba (1991a) and Rashba (1993). The main result of this work is that the dependence of the first moment  $\bar{\omega}$  of the luminescence line (the centre of gravity of the line) on the filling factor  $\nu$  directly reflects the behaviour of the mean ground-state energy of the interacting 2D electrons, if electrons and holes bound at acceptor centres are spatially separated. It was shown that the singularity in the spectral position of the luminescence line against filling factor  $\nu$  is of down-cusp type, that is, of the same type as the singularity in the ground-state energy of interacting 2D electrons in the FQHE regime. The gaps for creation of charged elementary excitations may be found from the cusp strengths (from the derivatives  $d\bar{\omega}/d\nu$ ). The cusp strength strongly depends on the distance between a neutral impurity (an acceptor in this case) and the 2D electron layer. The cusp strength is zero in the case of coplanar electron-hole systems, that is, when an impurity centre resides in the 2D electron plane. Thus the formation of incompressible quantum liquids manifests itself in the optical spectra only when an inherent electron–hole symmetry of the system is broken.

The theoretical model used is as follows (Apal'kov and Rashba 1991a). In the initial state, the 2D electron density is homogeneous and an impurity centre (acceptor) is neutral. The distance  $d$  of the acceptor centre from the 2D layer is considerably larger than the acceptor centre radius. Therefore, in the initial state, the interaction of the 2D electrons with the neutral acceptor centre is ignored. The potential of the impurity centre in the final state is a Coulomb potential. At  $T = 0$  the system of 2D electrons is in the ground level  $i$  and, if this level is degenerate, all states belonging to it are assumed to be equally populated. The magnetic field is strong enough ( $\omega_c \gg e^2/\epsilon l_H$ ) that Landau level mixing can be ignored. All numerical calculations were performed in the spherical geometry (Haldane 1983). Therefore all equations were written for a homogeneous system with a finite number of particles.

The normalized first moment of the luminescence spectrum determines the position of its centre of gravity. Summation over all final states results in the following expression for  $\bar{\omega}$ :

$$\bar{\omega} = E_i - \langle H_f \rangle_{av}, \quad (4.7)$$

where  $E_i$  is the energy of the initial state, that is, of the ground state of  $N$  interacting 2D electrons in the absence of any external potential.  $H_f$  is the Hamiltonian of the final state, that is, the Hamiltonian of  $N - 1$  interacting electrons,  $\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_{N-1}$ , subjected to a repulsive Coulomb potential of an acceptor centre residing at the point  $\mathbf{r}_i$  (recall that the acceptor centre becomes negatively charged after recombination). The symbol  $\langle \dots \rangle_{av}$  stands for averaging over the wavefunctions  $\Psi_\alpha(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N)$  of all the states  $\alpha$  that belong to the level number  $i$  (provided that the condition  $\mathbf{r}_N = \mathbf{r}_0$  is satisfied). The reference point is chosen in such a way that  $\omega$  includes only the Coulomb interaction energy. An exact transformation of equation (4.7), which includes averaging over  $\mathbf{r}_0$ , permits one to express  $\bar{\omega}$  in terms of the electron pair correlation function  $g_\nu(\mathbf{r})$  (Apal'kov and Rashba 1991a):

$$\hbar\bar{\omega} = \int [V(|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}|) - V(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_0|)] g_\nu(|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}|) d\mathbf{r} = \frac{2E_i}{N} - \int V(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}|) g_\nu(|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}|) d\mathbf{r}. \quad (4.8)$$

where  $E_i$  is the energy of the initial level, and  $V(r)$  is the electron–electron interaction potential. The integration is performed over a 2D layer.

For a short-range potential  $V(r)$ , the last term in equation (4.8) can be omitted if the space separation  $d = |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_i|$  between the 2D electron layer and the acceptors exceeds the potential radius. Therefore, for any value of the filling factor  $\nu = p/q$  at which an incompressible quantum liquid is formed, the function  $\bar{\omega}(\nu)$  must show singularities of the same type (down cusps) as the ground-state energy  $E_i(\nu)$  (Halperin 1983). The gap for the creation of quasiparticle-quasihole pairs is directly connected to the cusp strength, that is, to the discontinuity  $\delta(d\bar{\omega}/d\nu)$  in the first derivative of  $\bar{\omega}(\nu)$ . Taking into account that the chemical potential  $\mu \equiv \delta E_i / \delta N$  and that  $\mu(\nu)$  is a discontinuous function of  $\nu$  at  $\nu = p/q$  (Halperin 1983), one can easily find from equation (4.8)

$$\Delta_q = \frac{\nu}{2q} \delta \left( \frac{\delta\omega}{\delta\nu} \right). \quad (4.9)$$

The real situation is more complicated owing to the long-range Coulomb potential of the acceptor centre, which becomes negatively charged in the final state. Since the singularity of  $E_i(\nu)$  originates from that of the electron pair correlation function  $g_\nu(\mathbf{r})$  (Yoshioka 1984), the last term in equation (4.8) must show a singularity of the same type. Therefore, a cusp persists, but the cusp strength strongly depends on the electron–hole space separation  $d$ . It is seen from the first line of equation (4.8), that both terms on the right-hand side cancel when  $d \rightarrow 0$ . The cancellation of cusp strength in the  $d \rightarrow 0$  limit resembles the cancellation of electronic correlations in the spectra for the coplanar electron–hole systems. The distance  $d$  plays the role of an asymmetry parameter of the electron–hole system. For intermediate values of  $d$ , the extrinsic contribution to the cusp strength may have considerable magnitude but is less than the intrinsic contribution. The general expression for the cusp strength is

$$\delta\left(\frac{\delta\bar{\omega}}{\delta\nu}\right) = \frac{2q\Delta}{\nu} - \int V(|\mathbf{r}_l - \mathbf{r}|) \delta\left(\frac{\delta g(|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}|)}{\delta\nu}\right) d\mathbf{r} \quad (4.10)$$

The function  $\delta(d\bar{\omega}/d\nu)$  shows  $d^2$  behaviour in the limit  $d/l_0 \ll 1$ , and  $d^{-3}$  behaviour in the limit  $d/l_0 \gg 1$ .

The analytical relationship found between the cusp strength and corresponding Coulomb gap and the behaviour of this relationship as a function of electron–hole spatial separation may be used for the experimental verification of the main prediction of the theory of Apal’kov and Rashba and for experimental determinations of FQHE Coulomb gaps by means of the magneto-optical technique.

#### 4.4. Magneto-optical determination of the fractional quantum Hall effect energy gaps

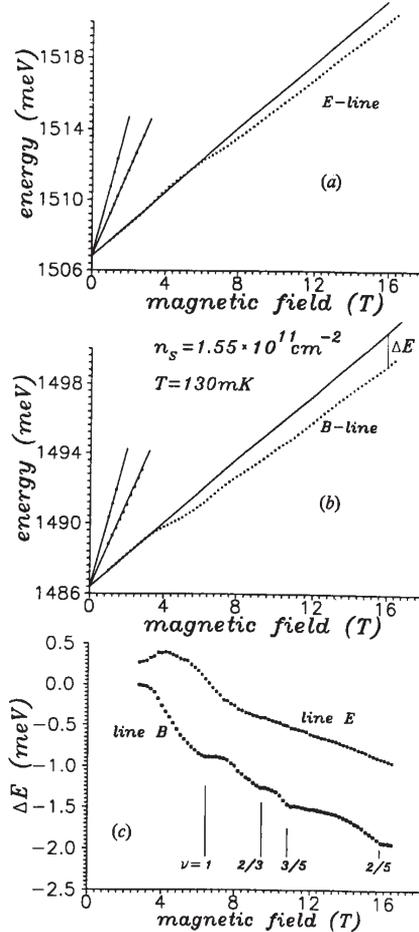
The radiative recombination of 2D electrons with holes bound to the acceptors (line-B) have been investigated to verify the conclusions of the theory discussed above (Kukushkin *et al.* 1992a, b, c). In some samples it was also possible to study the recombination of the 2D electrons with free holes (line-E). Therefore, under the same experimental conditions, both channels of recombination have been investigated; this is essential to analyse the difference in experimental and theoretical results obtained for these two cases. In figures 31 (a) and (b) the dependence of the spectral position of lines B and E on magnetic field is shown. It is seen from this figure that, at low fields, both lines split into Landau levels, and that, down to  $\nu = 2$ , the fan diagrams are linear. At higher magnetic fields ( $\nu < 2$ ), when only one Landau level is occupied, a single line is observed for both the B and E components in the luminescence spectrum. To analyse the data in this regime, the zero moment  $M_0$ , first moment  $M_1$ , second moment  $M_2$  and third moment  $M_3$  of the line have been calculated:

$$\begin{aligned} M_0 &= \int I(E)dE, & M_1 &= \frac{1}{M_0} \int I(E)EdE, \\ M_2^2 &= \frac{1}{M_0} \int I(E)(E - M_1)^2 dE, & M_3^3 &= \frac{1}{M_0 M_2^3} \int I(E)(E - M_1)^3 dE, \end{aligned} \quad (4.11)$$

where  $I(E)$  is the spectral distribution of the intensity of the luminescence line. It was possible to take all data at fixed magnetic field with a computer and to perform this integration numerically, giving a high degree of accuracy. The values  $M_0$ ,  $M_1$ ,  $M_2$  and  $M_3$  define the integral intensity, the centre of mass, the linewidth and the coefficient of asymmetry of the line respectively. To estimate the accuracy of these values, the same spectrum has been recorded several times, and the numbers  $M_i$ , derived from the repeated spectra compared. The accuracy of the most important value  $M_1$  was better than 0.01 meV.

In figure 31 (c) the dependence of  $M_1$  on magnetic field for both channels of recombination is shown. In this figure, the data of figures 31 (a) and (b) are replotted, as the energy shift ( $\Delta E$  on figure 31 (b)) from the line drawn through the low-field ( $\nu > 2$ ) points. This allows the dependence of the spectral position on magnetic field to be seen more clearly. In the vicinity of  $\nu = \frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{5}$  and  $\frac{2}{5}$ , the spectral position of the line B exhibits very well defined features, but no visible features are observed for line

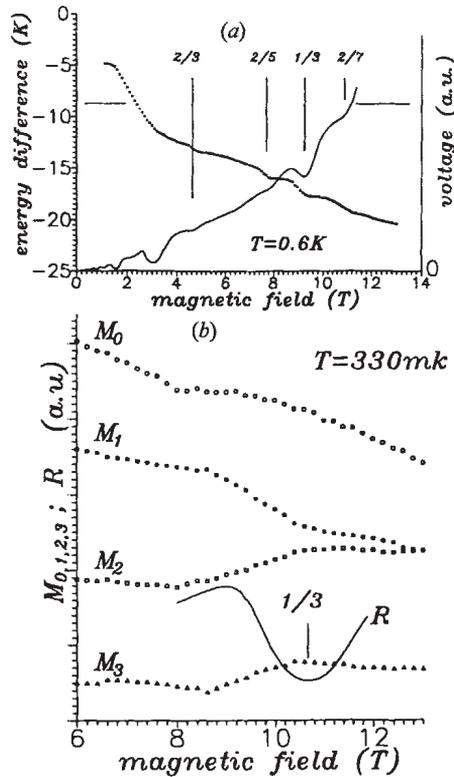
E. The difference between lines B and E could be associated with the fact that, for the recombination of 2D electrons with holes bound to acceptors, the acceptor centre is neutral in its initial state and located far away from the interface. This means that, at least in the initial state, the system of electrons should be in the Laughlin state. On the contrary, for the recombination with free holes, the strong Coulomb field of the hole destroys the Laughlin state of 2D electrons in the vicinity of the hole and so neither initial nor final states correspond to the Laughlin fluid.



**Figure 31.** The magnetic field dependence of the spectral position of (a) luminescence line E and (b) luminescence line B and (c) of their relative positions  $\Delta E$ . For  $\nu < 2$  the points correspond to the position of centre of mass of the line (the first moment  $M_1$ ).

One can interpret observation of a discontinuity behaviour of the spectral position of luminescence line as the presence of two cusps (one 'up' and one 'down') close to each other. It is an important point to verify that the minimum in  $\rho_{xx}$  and hence the FQHE state coincides with the 'cusp-down' feature. In figure 32 (a),  $M_1$  and

Shubnikov–de Haas oscillations are compared for the high-quality sample. Although the minima and maxima in  $\rho_{xx}$  are rather narrow and the parallel conduction gives a strong background, it can be seen that the  $\rho_{xx}$  minima correspond more closely with the ‘cusp-down’ feature in  $M_1$ . This becomes much clearer in a sample with a lower mobility ( $\mu = 1.8 \times 10^5 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ) which demonstrates only two broad minima at  $\nu = \frac{1}{3}$  and  $\frac{2}{3}$ . Figure 32 (b) compares the dependences of all four moments  $M_0, M_1, M_2$  and  $M_3$  on  $H$  with the minimum and maximum in  $\rho_{xx}$  around  $\nu = \frac{1}{3}$ . A very reliable correspondence between the minimum of  $\rho_{xx}$  and the ‘cusp down’ was found in the dependence of  $M_1$  on  $H$ , demonstrating that  $M_1$  does indeed reflect the mean energy of 2D electrons rather than the chemical potential. It is also seen that the ‘cusp-up’ feature lies very close to the maximum in  $\rho_{xx}$ . The dependences found for the other three moments  $M_0, M_2$  and  $M_3$  on magnetic field in the vicinity of  $\nu = \frac{1}{3}$  are also shown in figure 32.

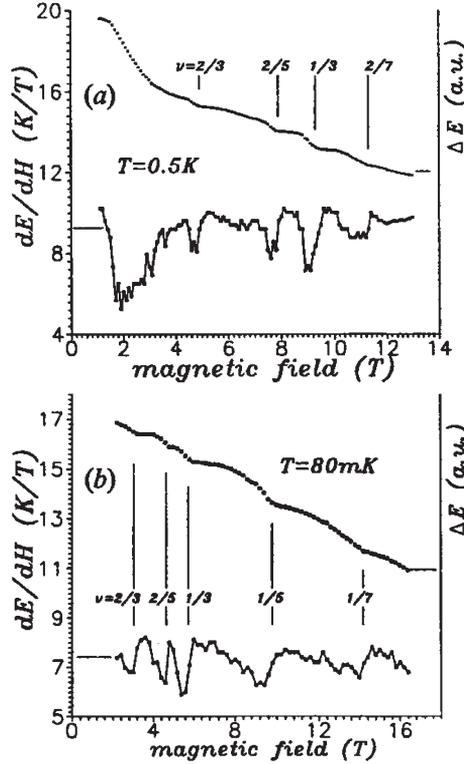


**Figure 32.** (a) The correspondence between Shubnikov–de Haas oscillations and the dependence of  $M_1$  on  $H$  measured for different fractions (a.u., arbitrary units). (b) Behaviour of the spectral moments  $M_0, M_1, M_2$  and  $M_3$  of the luminescence in the vicinity of  $\nu = \frac{1}{3}$  for a sample with a lower mobility (a.u., arbitrary units).

According to the theoretical results (Apal’kov and Rashba 1991a), the downward cusp in the mean energy leads to a discontinuity in the derivative  $dM_1/dH$  which at fractional  $\nu = p/q$  is given by

$$\delta \left( \frac{dM_1}{dH} \right) = \frac{2q\Delta}{H} - C, \quad (4.12)$$

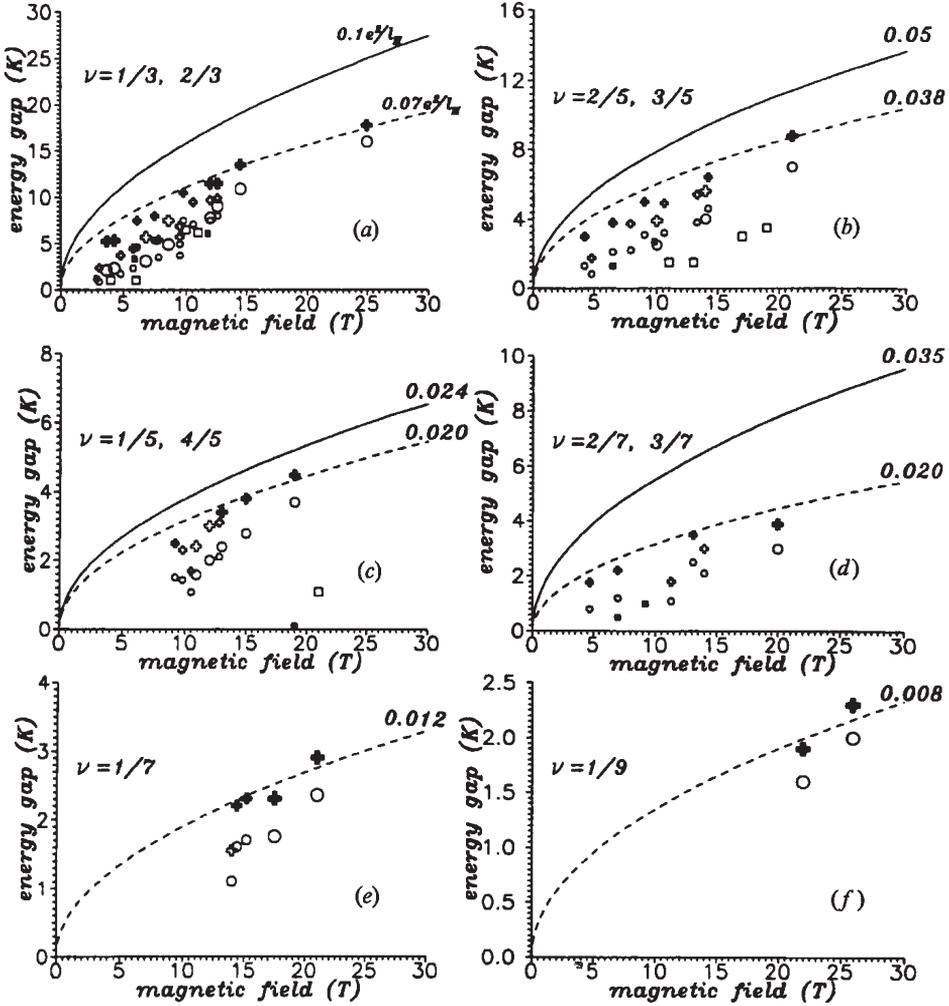
where  $\Delta$  is the FQHE gap and  $C$  is a constant depending on the ratio  $z_0/l_0$  ( $z_0$  is the distance from the acceptor to the interface and  $l_0$  is the magnetic length).  $C$  is equal to zero for an infinite value of  $z_0/l_0$ . In figure 33 the dependence of  $M_1$  and the numerically obtained derivative  $dM_1/dH$  on magnetic field measured for two samples are shown.



**Figure 33.** The dependence of relative spectral position  $\Delta E$  of luminescence line and the derivative  $dM_1/dH$  on the magnetic field, measured for two samples (a.u., arbitrary units).

There are discontinuities in  $dM_1/dH$  at  $\nu = \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{3}$  and  $\frac{2}{7}$  for one sample and at  $\nu = \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$  and  $\frac{1}{7}$  for the other. From the values of discontinuities of  $dM_1/dH$ , the FQHE gaps were determined for different filling factors and their dependence on magnetic field which are plotted in figure 34. In this figure, the FQHE gaps are shown separately for filling factors  $\nu = p/3, p/5, p/7$  and  $\frac{1}{5}$ . The open circles are the values of  $\Delta$  deduced directly from the discontinuity of slope of  $M_1$  and the open crosses are the values of  $\Delta$  corrected for the acceptor centre located at a finite distance from the interface (the correction coefficient  $C$  is taken from the work of Apal'kov and Rashba (1991a)). The full crosses correspond to the samples with the highest mobility and the oversized symbols correspond to the new analysis of the previously published data (Boebinger *et al.* 1987). To compare the experimental values of the energy gaps with theoretical

calculations (Morf and Halperin 1986), the theoretical dependence of  $\Delta$  on  $H$  is plotted as a solid curve. The broken curve has the same field dependence but is scaled down to fit to the full crosses. The reduction in the energy gap could easily be explained by the finite channel width and by Landau level mixing (Zhang and Das Sarma 1986).



**Figure 34.** The dependences of the FQHE gaps on magnetic field derived from magneto-optics for  $\nu$  values of (a)  $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ , (b)  $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}$ , (c)  $\frac{1}{5}, \frac{4}{5}$ , (d)  $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}$ , (e)  $\frac{1}{7}$  and (f)  $\frac{1}{9}$ : ( $\circ$ ), values obtained from  $dM_1/dH$ ; ( $\blacklozenge$ ), values corrected owing to the finite distance of the acceptor from the interface; ( $\square$ ), corrected values obtained for the highest-mobility samples; ( $\square$ ), maximal gap values taken from magnetotransport measurements (Mallett *et al.* 1988, Willett *et al.* 1988a, b); (—), theoretical predictions (Su 1985, Fano *et al.* 1986, Morf and Halperin 1986); (---), drawn to be in agreement with full crosses.

For comparison, in figure 34 the energy gaps derived from magnetotransport are included (only the highest values published by Mallett *et al.* 1988 and Willett *et al.* (1988b) are presented). However, these values show good agreement only for samples

with the highest mobility and in strong magnetic fields ( $B > 10$  T). At low magnetic fields and for all fractions with small gaps (such as  $\frac{4}{5}$  and  $\frac{1}{5}$ ), the transport data are three to five times smaller than the magneto-optical values. In our opinion, the reason for this discrepancy is that the activated magnetotransport method measures the gap between mobility edges and cannot be applied to the case where the energy gap becomes comparable with Landau level broadening. This conclusion has been verified for the cyclotron energy gap at filling factor  $\nu = 4$  at  $B = 0.5\text{T}$  ( $\hbar\omega_c = 10$  K) and it was found that, even for very high mobilities, the activation gap is  $\frac{1}{4}\hbar\omega_c$ .

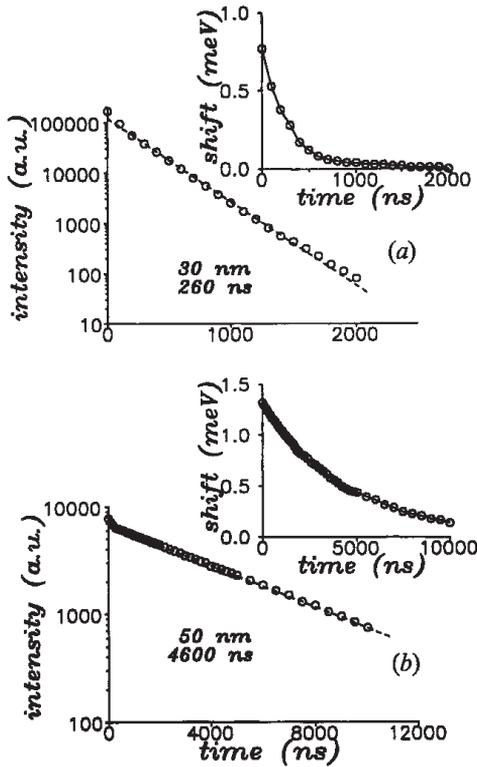
Therefore, we verify the recent theoretical prediction that the spectral position of the line reflects the mean energy of the electrons and find downward cusps at fractional filling factors. From the strength of these cusps we derived values for the FQHE gaps and their dependence on the magnetic field.

#### **4.5. Influence of the electron–hole spatial separation on the magnetoluminescence measurements of the fractional quantum Hall effect energy gap**

The sensitivity of the magnetoluminescence to the FQHE has been demonstrated in different experiments. However, it was established both theoretically and experimentally that the contribution from the electron–electron interaction to the spectral position of the luminescence line strongly depends on the spatial separation between 2D electrons and photoexcited holes, participating in the recombination process. In the case of so-called symmetrical electron–hole systems, in which electrons and holes are coplanar and located in the same 2D plane, the contribution from the electron–electron interaction is equal to zero. That is why in narrow QWs no influence of the FQHE was observed on the spectral position of the luminescence line. However, for symmetrical electron–hole systems, oscillations in the intensity associated with FQHE could be seen owing to the screening effects. On the contrary, as was explicitly demonstrated theoretically, for a strongly asymmetrical electron–hole system, in which 2D electrons and holes are separated by infinite distance (in comparison with the magnetic length), the spectral position of the luminescence line reflects the behaviour of the mean energy of the interacting electrons. According to the Laughlin theory, there is a cusp down in the dependence of the mean energy of the electrons corresponding to the fractional value of the filling factor. Therefore, in the case of an infinitely asymmetrical electron–hole system, the magnetic field dependence of the spectral position of the luminescence line would exhibit a cusp down at the fractional filling factor. The strength of this cusp is a measure of the FQHE energy gap. Such behaviour was experimentally established and was used for the magneto-optical study of the FQHE. However, in reality we deal with a finite distance between 2D electrons and holes participating in recombination, and corrections to the ideal formula appear because of the finite electron–hole separation. Numerical estimation of these corrections was carried out by Apal'kov and Rashba (1991a). Note that a measure of the asymmetry of the electron–hole system could be the value of the recombination time. For symmetrical case the recombination time would be the shortest and close to the recombination time of a free exciton (about 1 ns). In the case of a strongly asymmetrical electron–hole system, in which the layers of 2D electrons and photoexcited

holes are separated by a large distance  $d$ , the recombination time would be very long and exponentially increasing with  $d$ .

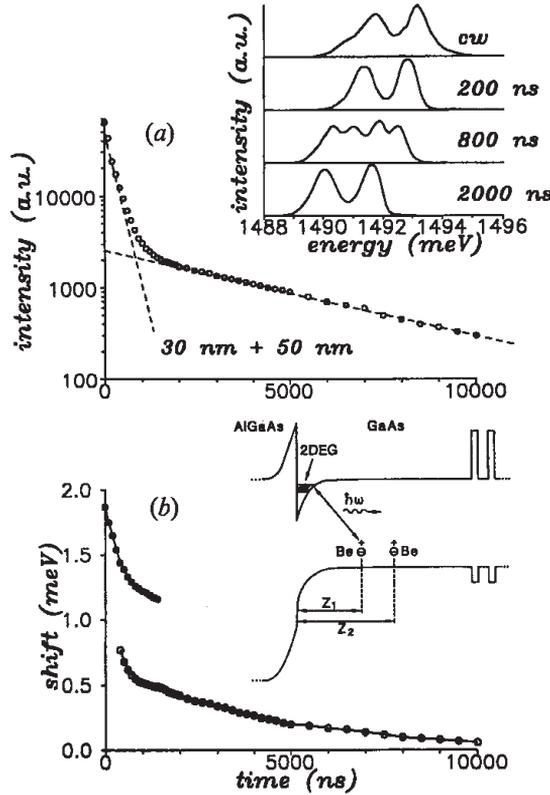
In this section we present the experimental studies of the specially designed GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As SHs with two monolayers of acceptors located at different distances from the interface (Kukushkin *et al.* 1994b). Using the time-resolved technique we were able to study radiative recombination of 2D electrons separately with holes from these two monolayers by changing the time delay value. Comparison of the energy gaps derived from these two recombination channels under the same experimental conditions allows us to measure the corrections to the FOHE gaps associated with finite electron–hole spatial separation.



**Figure 35.** Kinetics of luminescence measured at filling factor  $\nu = 1$  for two different samples, in which a monolayer of acceptors was separated from interface by the distances  $d$  of (a) 30 nm and (b) 50 nm (a.u., arbitrary units).

In figures 35 (a) and (b) we show the kinetics of luminescence measured at filling factor  $\nu = 1$  for two different samples, in which a monolayer of acceptors was separated from the interface by the distances  $d$  of 30 and 50 nm respectively. The experimental conditions used in these measurements (magnetic field, photoexcitation level, electron concentration, and temperature) were similar and the single difference in the studied structures was the difference in the distance between the  $\delta$  layer and the interface. One can see from these data that in all cases the time evolution

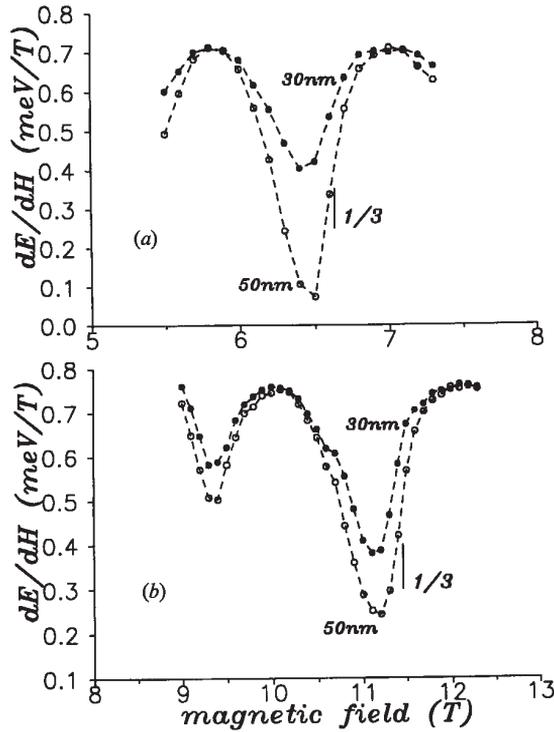
of the integral luminescence signal is described by a single-exponential dependence with recombination time, which strongly depends on the electron–hole separation. This recombination time is about 260 ns for  $d = 30$  nm, 1200 ns for  $d = 40$  nm and 4600 ns for  $d = 50$  nm. The insets in figure 35 show that the decrease in luminescence intensity with time delay is accompanied by a spectral shift of the line, which is also defined by the similar kinetics process. This shift arises because the recombination of 2D electrons with holes bound to acceptors results in band bending owing to the charging of acceptors. The amplitude of the spectral shift is a measure of the concentration of acceptors:  $\Delta E \approx eN_a d$ . For all the samples the estimated value of  $N_a$  was close to the value expected from the growth procedure:  $N_a \approx 3 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$ .



**Figure 36.** Kinetics of the integral luminescence signal measured in the structure with two monolayers of acceptors located 30 and 50 nm from the interface (a.u., arbitrary units).

In figure 36 the kinetics of the integral luminescence signal measured in the structure with two monolayers of acceptors located at 30 and 50 nm from the interface are shown. One can see from this figure that these kinetics consist of two parts. At small time delays ( $\Delta t < 500$  ns) the dependence is close to a single exponent with a recombination time of about 250 ns (broken line 1 corresponds to 260 ns, as measured for a similar sample with the single monolayer located at  $d = 30$  nm). At  $\Delta t > 2000$  ns the kinetics could be described by a single recombination time close to 4600 ns (broken

line 2). Such behaviour illustrates that at small  $\Delta t$  the main contribution to the luminescence comes from the recombination of 2D electrons with holes bound to the first acceptor monolayer ( $d = 30$  nm), whereas at large  $\Delta t$  the recombination with holes bound to the second layer ( $d = 50$  nm) dominates. Similar behaviour was found for another structure with two layers of acceptors grown at  $d = 30$  and  $40$  nm. These facts allow us to study separately the contributions of two different layers to the luminescence by use of time-resolved measurements. The difference in the recombination time is accompanied also by a splitting in the luminescence spectrum which is observable at intermediate time delays. In the inset of figure 36 the time evolution of the spectral position of the luminescence lines visible in the spectra ( $\nu = 1$ ) is presented. One can see that there are two lines in the spectra in the time interval  $300$  ns  $< \Delta t < 1500$  ns. The higher- and lower-energy lines are associated with the closer ( $d_1 = 30$  nm) and more remote ( $d_2 = 50$  nm) acceptor layers correspondingly. This assignment is obvious from the different kinetics of these lines. The spectral splitting between these two lines, measured at the same time delay, is due to the electric field which exists between two acceptor layers. This electric field  $F$  results in band bending  $\Delta E = eF(d_1 - d_2)$  and, as the consequence, in splitting in the luminescence spectrum. Therefore, these optical measurements are a sensitive test of the electric field distribution in the sample. The estimated value of the residual electric field at the distance of  $30$  nm from the interface was about  $500$  V cm $^{-1}$ .



**Figure 37.** Influence of the electron–hole space separation on the magnetic field dependence of the derivative  $dM_1/dH$ , measured for two different concentrations of 2D electrons.

The time evolution of the luminescence spectra, measured at  $H = 1$  T is shown in figure 36. The spectrum measured under continuous illumination is also presented in this figure for comparison. One can see from this figure that for delays of 200 and 2000 ns a clean spectrum due to the recombination of 2D electrons with holes bound to only one acceptor layer is visible, whereas at intermediate time delays (about 800 ns) the spectrum is an overlap of different lines. Therefore, we measured the luminescence spectra at the time delays  $\Delta t = 200$  and 2000 ns, to investigate separately the properties of the radiative recombination of 2D electrons with the holes bound to acceptor layers located at 30 and 50 nm respectively from the interface. In figure 37 (a) we present the magnetic field dependence of the derivative  $dM_1/dH$ , which reflects the dependence of the chemical potential of the interacting 2D electrons ( $M_1$  is the first moment of the luminescence spectrum, which corresponds to the spectral position of the gravity centre of the line). The amplitude of the observed discontinuity  $\delta(dM_1/dH)$  is a measure of the FQHE energy gap  $\Delta_q$  for  $\nu = p/q$  and is expressed by equation (4.14) below.  $C$  is a constant depending on the electron–hole spatial separation. In figure 37 (a) the amplitudes  $\delta(dM_1/dH)$ , measured for two different values of electron–hole separations 30 and 50 nm are compared. The observed difference allows us to extract the correction value associated with finite electron–hole separation. In figure 37 (b) we show a similar comparison measured for a smaller magnetic field and one can see that the correction term is very sensitive to the magnetic field; it strongly increases with decrease in the field. Such behaviour is in agreement with the theoretical prediction (Apal'kov and Rushba 1991a)

$$\Delta_q = \Delta \left[ 1 - k \left( \frac{l_H}{d} \right)^3 \right], \quad (4.13)$$

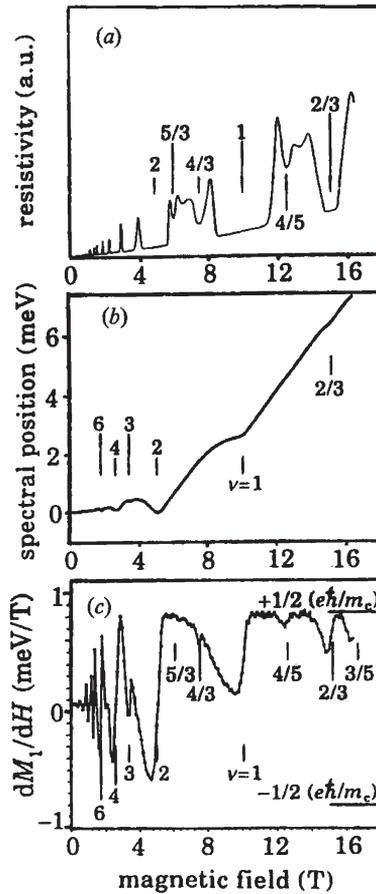
where  $\Delta_q$  is the FQHE gap, measured for electron–hole spatial separation  $d$ ,  $l_H$  is the magnetic length and  $k$  is a numerical coefficient. The experimentally established value of  $k$  is about 17, which is almost half the theoretically predicted value.

#### 4.6. Thermal collapse of the fractional quantum Hall effect energy gaps

The discovery of the IQHE and FQHE has yielded much interest in the properties of a 2DEG in strong magnetic fields. Although most experimental manifestations of both effects are very similar, physically different mechanisms are invoked to explain each of them. In particular, the actual understanding of these phenomena implies the existence of gaps in the energy spectrum of the 2DEG. This is, however, the single-electron (cyclotron) gap which determines the appearance of the IQHE, whereas many-body effects are responsible for the formation of the FQHE states (Prange and Girvin 1990) which, within the concept of incompressible quantum liquid (Laughlin 1983), are characterized by quasiparticle energy gaps. One possible experimental distinction between these gaps is their temperature dependence, whose investigation is reported here.

Since the thermally activated magnetotransport (Mallett *et al.* 1988, Willett *et al.* 1988a, b) is not the most appropriate method to answer this specific point, the optical investigation, which has been shown to be sensitive to both integer and fractional

states (Kukushkin and Timofeev 1986, Buhmann *et al.* 1990, Goldberg *et al.* 1990a, Turberfield *et al.* 1990), has been applied. In the previous sections we have already discussed that the first moment  $M_1$  of the electron–acceptor luminescence is related to the mean energy of the 2DEG (Apal'kov and Rashba 1991a, MacDonald *et al.* 1992) and shows singular behaviour at integer and fractional filling factors  $\nu$ . At these singularities the derivative of  $M_1$  with respect to  $\nu$  has discontinuities which measure the amplitude of gaps (Apal'kov and Rashba 1991a, Kukushkin *et al.* 1992b), providing the opportunity to study these gaps as a function of temperature. Our results show that gaps related to the electron–electron interaction undergo an abrupt thermal collapse with increasing temperature. This behaviour contrasts with the smooth decrease in the cyclotron gap signature observed at  $\nu = 2$ .



**Figure 38.** Correspondence between features in (a) the Shubnikov–de Haas oscillations (a.u., arbitrary units), (b) the first moment  $M_1$  of the luminescence line and (c) the derivative  $dM_1/dH$ . The positions of integer and fractional filling factors  $\nu$  are indicated.

Figure 38 displays the Shubnikov–de Haas oscillations measured under illumination and the magnetic field dependence of  $M_1$ , for a sample with  $n_s = 2.4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  at

$T = 100$  mK. Clear cusps are observed in the  $M_1$  variation, aligned with Shubnikov–de Haas minima at filling factors  $\nu = 8, 6, 4, 3, 2, 1$  and  $\frac{2}{3}$ . These cusps are more clearly seen by plotting (figure 38 (c)) the derivative  $dM_1/dH$  as a function of magnetic field; discontinuities in  $dM_1/dH$  occur at filling factors  $\nu = 2, 4, 6, 8$  and  $10$  (cyclotron gaps),  $\nu = 1, 3$  and  $5$  (spin gaps) and  $\nu = \frac{4}{5}, \frac{2}{3}$  and  $\frac{3}{5}$  (fractional gaps).

Following Apal'kov and Rashba (1991a), when the acceptor is located far away from the 2D electron plane ( $z_0 \gg l_0, n_s^{-1/2}$ , where  $l_0$  is the magnetic length and  $n_s$  is the 2D electron concentration),  $M_1$ , the difference between the energies of the initial and final states of the recombination, can be written as

$$M_1 = E_0 + f(\nu, \hbar\omega_c, g_e, g_h) + 2\varepsilon, \quad (4.14)$$

where  $E_0 + f(\nu, \hbar\omega_c, g_e, g_h)$  is the single-particle energy of the electrons relative to the holes,  $f$  being an appropriate function of the  $g$  factors of electrons ( $g_e$ ) and holes ( $g_h$ ) which depends on the polarization conditions,  $\varepsilon$  is the contribution, per particle, of interaction effects to the mean energy of the electrons. In the ideal case for  $\nu = p/q$  ( $q$  odd), Apal'kov and Rashba have shown that a simple relation holds between the cusp strength in  $M_1$  and the FQHE energy gap  $\Delta_q$ :

$$\Delta_q = \frac{1}{q} \delta \left( \frac{d\varepsilon}{dn_s} \right) = \frac{\nu}{2q} \delta \left( \frac{dM_1}{d\nu} \right). \quad (4.15)$$

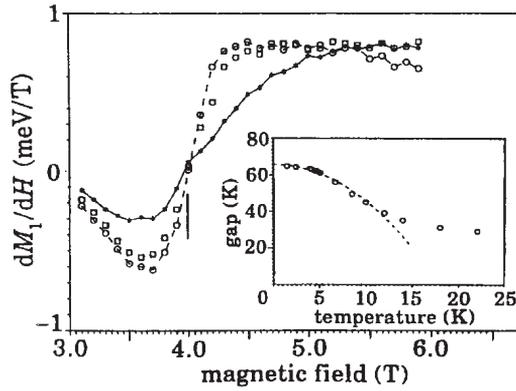
In general and mainly at low magnetic fields, the gap derived this way underestimates the real value and corrections have to be applied (Apal'kov and Rashba 1991a).

In the IQHE regime, the mean energy of the electron is also determined by their distribution among different Landau levels. In particular, cusps in  $M_1$  occur at even integer filling factors owing to the discontinuity in the chemical potential across the cyclotron gap. In the ideal case of discrete Landau levels, without electron–electron interaction, at  $T = 0$  K, one finds that at even integer  $\nu$

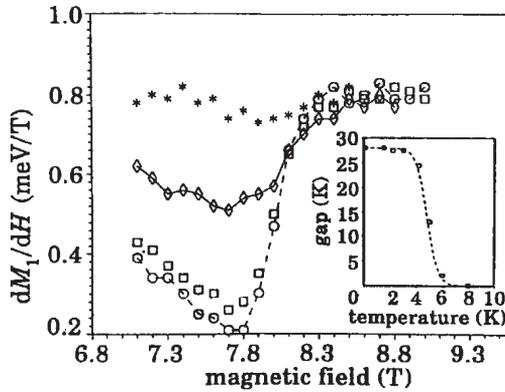
$$\Delta_G = \hbar\omega_c = \nu \delta \left( \frac{dM_1}{d\nu} \right). \quad (4.16)$$

Equations (4.15) and (4.16) are very similar; the additional coefficient 2 in equation (4.15) reflects the pair nature of the Coulomb interaction for interacting electrons.

At  $\nu = 2$  and low temperatures, one can indeed verify that the discontinuity in  $dM_1/dH$  is very close to the value  $e\hbar/m_c$  deduced from the Landau level splitting in the luminescence spectra. The deviation from this value for higher even-integer filling factors is associated with the disorder broadening of the Landau levels and the relatively large magnetic field step used in that experiment. In figure 39 the temperature dependence of the cyclotron gap cusp at  $\nu = 2$  is shown. As the temperature is raised, the discontinuity step in  $dM_1/dH$  continuously decreases and broadens. One can still, at finite temperatures, measure a discontinuity step and through equation (4.16) define a gap. In doing so, we, of course, neglect any correction effect for these gaps. This can be justified for even values of  $\nu$ . The resultant effective energy gap derived in this way is shown in the inset of figure 39 and displays a low-temperature quadratic correction. This temperature evolution of the cusp is expected from the Fermi-Dirac distribution function and can indeed be reproduced with a simple model of the chemical potential around  $\nu = 2$ .



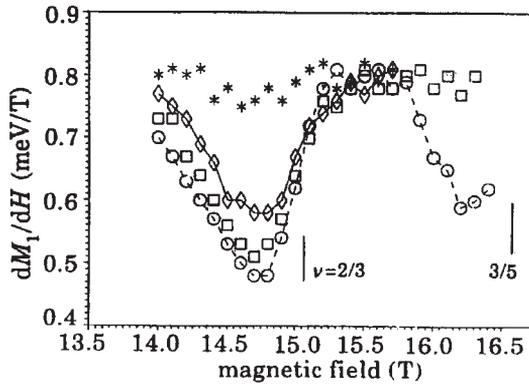
**Figure 39.** The temperature evolution of  $dM_1/dH$  at  $T = 1.5$  K ( $\circ$ ),  $5$  K ( $\square$ ) and  $10$  K ( $*$ ). The inset shows the temperature dependence of the cyclotron gaps measured from cusp strength at  $\nu = 2$  and  $H = 4$  T.



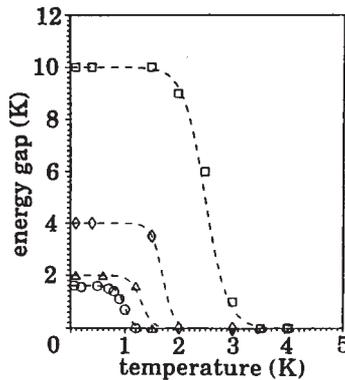
**Figure 40.** The temperature evolution of the cusp strength  $dM_1/dH$  at  $\nu = 1$  for  $T = 6$  K ( $*$ ),  $5$  K ( $\diamond$ ),  $4.2$  K ( $\square$ ) and  $1.5$  K ( $\circ$ ), emphasizing the rapid thermal collapse above  $T_c \approx 4$  K. The corresponding temperature dependence of the spin gap is shown in the inset at  $\nu = 1$  and  $H = 8$  T: (---), guide to the eye.

The derivative discontinuity at  $\nu = 1$  reflects the spin-splitting energy gap. It is clear from the data that the amplitude of this gap is not related to the bare  $g$  factor of the electrons. We assign it to the enhanced spin splitting, known to be due to electron–electron interaction (Ando and Uemura 1974). Following the preceding discussion, the corresponding value of this gap is derived from equation (4.15) with  $q = 1$ . This is a simplification which neglects the contribution of the single-electron gap to the cusp (the  $g$  factor related to the gap is of the order of 10% of the measured value). It has indeed been verified that, as a function of the magnetic field, the measured spin-splitting energy follows the dependence of the Coulomb interaction  $\Delta_s \propto e^2/l_H \propto H^{1/2}$ , in agreement with previous experimental (Nicholas *et al.* 1988) and theoretical (Ando and Uemura 1974) results. The temperature dependence of the spin gap cusp at  $\nu = 1$  is shown in figure 40. In contrast with the cyclotron gap cusp (figure 39), the spin gap cusp shows little change up to  $T_c \approx 4$  K but then abruptly decreases. In addition, no sig-

nificant broadening accompanies the vanishing of the cusp. The different temperature behaviours of the cyclotron and spin gaps might be understood in terms of many-body character of the spin gap. This gap is sensitive to the relative population of the spin levels (Ando and Uemura 1974); upon raising the temperature, the population difference decreases and the spin splitting is reduced, this feedback effect producing a rapid decrease in the gap amplitude at some critical temperature  $T_c$ . However, this simple self-consistent process can easily be modelled and does not produce a decrease in the gap as abrupt as observed. The matrix element of the exchange interaction describing the screening also has to decrease with increasing temperature in order to reproduce the experimental results. This behaviour is reminiscent of a similar effect observed for the enhanced intervalley splitting in Si MOSFETs which has been self-consistently calculated (Rauh and Kümmel 1980). The result of these calculations agrees qualitatively with the measured spin gap temperature dependence shown in the inset of figure 40, but the corresponding approach for the enhanced spin splitting remains to be done.



**Figure 41.** The behaviour of the cusp strength  $dM_1/dH$  at  $\nu = \frac{2}{3}$  for  $T = 3$  K (\*), 2.5 K ( $\diamond$ ), 1.5 K ( $\square$ ) and 0.4 K ( $\circ$ ).



**Figure 42.** The temperature dependence of the energy gap for different fractional states measured from the cusp strength in  $M_1$ : ( $\square$ ),  $\nu = \frac{2}{3}$  ( $H = 15.1$  T); ( $\diamond$ ),  $\nu = \frac{3}{5}$  ( $H = 14$  T); ( $\triangle$ ),  $\nu = \frac{1}{5}$  ( $H = 12$  T); ( $\circ$ ),  $\nu = \frac{1}{7}$  ( $H = 15.4$  T).

We now turn to the temperature dependence of the fractional energy gaps. In figure 41, the cusp at  $\nu = \frac{2}{3}$  is shown for different temperatures. The strength of the cusps is constant up to a critical temperature and then abruptly drops. Clearly, a mechanism takes place similar to that observed for  $\nu = 1$ , that is involving a thermal-excitation-induced reduction of the quasiparticle energy gaps. In figure 42, the temperature dependence of various fractional energy gaps derived from their cusps strength is displayed. Each fraction shows a characteristic temperature  $T_c$  above which the gap collapses. A similar critical behaviour was also observed for Si MOSFETs (Kukushkin and Timofeev 1989) for  $\nu > 1$  fractional gaps. For gaps originating from correlation effects, one should expect a value of the gap strength  $\Delta(T = 0)$  significantly higher than the corresponding critical temperature  $T_c$  at which it collapses. This is observed for stronger fractions and spin gaps, but not for lower fractions. Although in the latter case the absolute value of  $\Delta(T = 0)$  may be influenced by the application of the oversimplified equation (4.15), we think that there is no simple empirical relation between gaps and critical temperatures. This could be due to the different quasiparticle excitation spectrum for each many-body state which can contain several gaps at different momentum values (owing to the roton character of the spectrum) (Girvin *et al.* 1985). It is probably important to include the whole quasiparticle dispersion, that is a number of different gaps, in the discussing thermal collapse of the fractional and spin states.

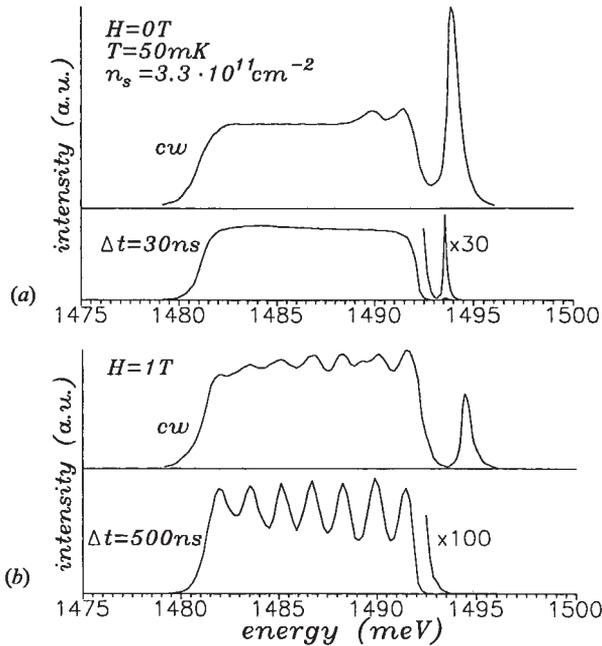
Therefore, it is shown that the magnetic field dependence of the first moment provides a method to measure the cyclotron, enhanced spin and quasiparticle energy gaps at the same time. This allows for a comparative analysis of the temperature dependence of these gaps. Upon increasing the temperature an abrupt thermal collapse is observed for those energy gaps which are associated with electron–electron interaction.

#### 4.7. The hierarchy of the fractional quantum Hall effect states studied by time-resolved magnetoluminescence

The theory of the FQHE proposed by Laughlin deals only with a primary FQHE state  $\nu = 1/q$ , whereas many more states  $\nu = p/q$  were observed in experiment. One attempt to extend the theory of Laughlin is a hierarchical scheme proposed by Haldane (1983) and Halperin (1984). In this approach a deviation of filling factor from  $1/q$  results in the creation of excitations (quasielectrons or quasiholes) with fractional charge, which obey fractional statistics. At certain filling factors these excitations could also form a Laughlin-type state. To explain the observation of some fractions (such as  $\frac{6}{13}$ ) it is necessary to imagine several stages of quasiparticle condensation (five more). A problem of the Haldane–Halperin approach is that it does not explain why some rational filling factors are observed, whereas other fractions with fewer stages of condensation are not. An alternative attempt to unify the Laughlin theory was proposed by Jain (1989) and Jain *et al.* (1990) who modified Laughlin wavefunctions and used Jastrow–Slater functions instead of pure Jastrow functions. This wavefunction means the existence of some fraction of electrons in the higher Landau levels; however, the excess in kinetic energy is compensated by a gain in Coulomb energy. Similar to the Landau Fermi-liquid theory, Jain describes the FQHE in terms

of non-interacting quasiparticles (which he calls composite fermions) with peculiar properties (due to renormalization); the quasiparticle consists of an electron to which an even number of flux quanta is attached. In this approach the FQHE could be described as IQHE of composite fermions. The properties of composite fermions were also studied by other workers (Laughlin 1988, Halperin *et al.* 1993). Halperin *et al.* (1993) proposed that a well defined Fermi surface for composite fermions exists at  $\nu = \frac{1}{2}$  and a linear dependence of the FQHE energy gap on magnetic field inside the FQHE families ending at  $\nu = \frac{1}{2}$  is predicted.

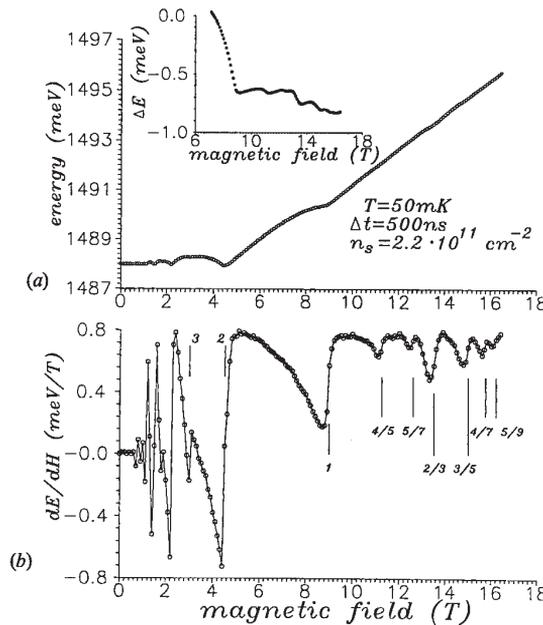
Here we present the results of time-resolved magnetoluminescence used to study the hierarchy of FQHE states. A striking symmetry in the dependence of chemical potential discontinuity on filling factor was observed for different families of FQHE states (Kukushkin *et al.* 1994c).



**Figure 43.** Luminescence spectra (a.u., arbitrary units) measured for (a)  $H = 0$  T and (b)  $H = 1$  T under continuous illumination (CW) and with various time delays  $\Delta t$  after the excitation pulse ( $n_s = 3.3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ;  $T = 50$  mK).

Exact correspondence (Apal'kov and Rashba 1991a) between the spectral position of the luminescence line and the mean energy of 2D electrons does exist for the case when the acceptor is located at an infinite distance from the 2D channel. However, in real situations we deal with finite distances and therefore it is important that the corrections to this simple expression are sufficiently small. These corrections are defined by the third power of the ratio  $l_0/d$  ( $d$  is the distance to the acceptor and  $l_0$  is the magnetic length), and therefore one has to have  $d \approx 40$  nm to fulfil the theory requirement for magnetic induction in the range 5–10 T. However, an increase in the distance between 2D electrons and the acceptor monolayer results in an exponential

increase in the recombination time (Dite *et al.* 1991a, b) and hence in an exponential reduction in the intensity of the corresponding luminescence signal. In figure 43 (a) we show the luminescence spectra measured under continuous illumination for a structure with  $d = 40$  nm (the recombination time measured for this structure was 1200 ns). A reduction in the intensity of radiative recombination of 2D electrons results in the appearance of a bulk signal (donor-acceptor recombination) in the continuous-wave (CW) luminescence spectra. This problem can be avoided in time-resolved luminescence measurements. In figure 43 we show CW luminescence spectra and time-resolved spectra measured after a finite time delay  $\Delta t$  after the excitation pulse. One can see from this figure that there is no visible contribution from the bulk signal (observed in the spectral region of 1489–1492 meV) in the time-resolved spectra and that in this case in a magnetic induction of 1 T the resolution of Landau levels strongly improves. Another remarkable feature of the time-resolved spectra measured at zero magnetic field is the development of the luminescence signal from the first excited subband of 2D electrons (sharp peak at around 1495 meV). The presence of this signal is associated with a rather slow intersubband relaxation process and the corresponding signal is visible up to 50 ns. However, even this rather short time is sufficient to cool these non-equilibrium electrons and one could see how this process is accompanied by narrowing of the corresponding luminescence line. The width of this line after 30 ns delay was about 0.09 meV and this extremely small linewidth means that the broadening of luminescence peaks due to the acceptor distribution is negligible for both the excited and the ground subbands.



**Figure 44.** Magnetic field dependence of the spectral position of (a) the first moment of the luminescence line and (b) its first derivative measured for the time delay  $\Delta t = 500$  ns after the excitation pulse. In the inset the magnetic field dependence of the first moment is shown at an enhanced scale for  $\nu < 2$  after subtraction of linear term (peak power  $W = 10^{-4} \text{ W cm}^{-2}$ ;  $T = 50 \text{ mK}$ ;  $n_s = 2.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ).

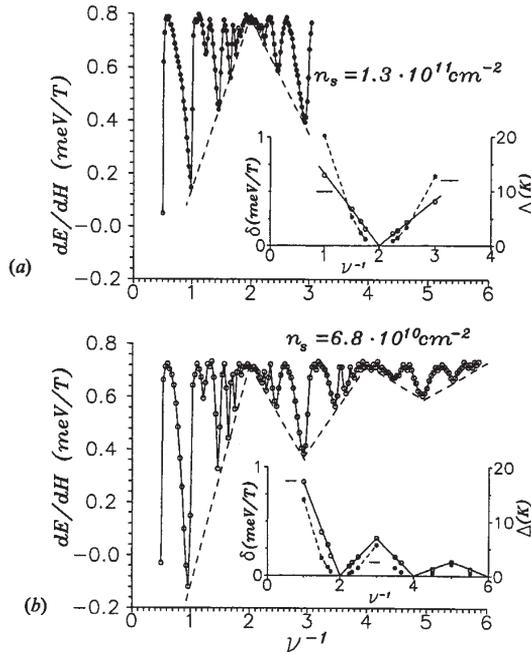
To analyse the dependence of the spectral position of the luminescence line as a function of filling factor, the normalized first moment  $M_1$  (centre of gravity) of the line was numerically calculated (see equation (4.13)) (Kukushkin *et al.* 1992c). Note that an important advantage of time-resolved measurements in comparison with continuous measurements is the complete absence of a bulk signal and therefore, the integration of the spectrum does not depend on the integration limits. In figure 44 (a) we present the dependence of the spectral position of the luminescence line (its first moment) on magnetic field. Note that for  $\nu > 2$  the luminescence line splits into several peaks owing to Landau quantization (see figure 43), but we calculated the first moment for the total luminescence spectrum. The minima at  $B = 2.2$  and 4.5 T correspond to the filling factors 4 and 2 of the IQHE (Kukushkin *et al.* 1993b). In the ultra-quantum limit ( $\nu < 2$ ) the energy of the luminescence line increases approximately linearly with increasing magnetic field (as cyclotron energy to the power), and sharp features at  $\nu = 1$  and at different fractional filling factors are visible (Kukushkin and Timofeev 1986, Buhmann *et al.* 1990, Kukushkin *et al.* 1993a, b). In the inset of figure 44 (a) the behaviour of the first moment for  $\nu < 1$  is shown in the enhanced scale after subtracting the linear dependence to demonstrate the observed features more clearly. Owing to the above-mentioned correspondence between  $M_1$  and the mean energy of 2D electrons, the derivative  $dM_1/dH$  of the first moment is proportional to the chemical potential of 2D electrons. Its dependence on magnetic field is shown in figure 44 (b). At filling factors  $\nu = 2, 4$  the value of  $dM_1/dH$  demonstrates abrupt changes from the value  $-(\hbar/2m_e)$  to  $+(\hbar/2m_e)$ , as one expects for non-interacting 2D electrons (Kukushkin *et al.* 1993a). The reduction in the amplitude of  $dM_1/dH$  at  $\nu = 6, 8, 10$  is associated with the finite step in a magnetic field, which was used in our measurements. Jumps in  $dM_1/dH$  at fractional filling factors are also visible. They are smaller in amplitude than those observed for the integer filling factors and their amplitudes clearly change with filling factor. One can see a monotonic reduction in the amplitude of  $dM_1/dH$  in the sequence of the FQHE states  $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}$  and  $\frac{5}{9}$ . Much smaller amplitudes of  $dM_1/dH$  measured for the states  $\frac{4}{5}$  and  $\frac{5}{7}$  arise because these states belong to the other FQHE families.

The main aim of this section is to discuss the magnetic field dependence of the chemical potential discontinuity (and hence of the FQHE energy gaps) for different families of FQHE states. In figure 45 we show the part of a magnetic field dependence of  $dM_1/dH$  corresponding to FQHE features, measured for two different concentrations of 2D electrons. Many different FQHE states ( $\frac{4}{5}, \frac{5}{7}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{5}{9}, \frac{4}{9}, \frac{3}{7}, \frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{11}, \frac{2}{9}, \frac{1}{5}$  and  $\frac{2}{11}$ ) are observed here owing to the time-resolved measurements. A striking symmetry in the dependence of chemical potential discontinuity on magnetic field is obvious for different families of FQHE states. The amplitudes of the discontinuities linearly depend on magnetic field within the same family and these linear dependences end at filling factors  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$  and  $\frac{1}{6}$  (see broken lines in figure 45). Only special sequences of FQHE states are visible:  $\nu = n/(2mn + 1)$  and symmetrical  $\nu = n/(2mn - 1)$  with  $m = 1, 2$  and 3 and  $n = 1, 2, 3, 4$  and 5 in different FQHE states. It is remarkable that some FQHE states such as  $\frac{1}{3}$  (and  $\frac{1}{5}$ ) could be considered as members of different families  $-n/(2n + 1)$  for  $n = 1$  and  $n/(4n - 1)$  for  $n = 1$ . Besides this, one can consider the state  $\nu = 1$  as the FQHE state of the family  $n/(2n - 1)$  for  $n = 1$ . In terms of chemical potential discontinuity a symmetry between the states  $n/(2mn + 1)$  and

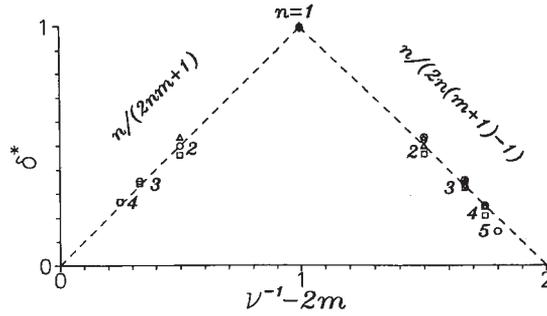
$n/[2n(m + 1) - 1]$  is visible; however, it does not mean that the energy gaps are the same for these FQHE states because the denominators of these fractions are different. We derived the FQHE energy gap values  $\Delta$  from the amplitude  $\delta$  of the discontinuities in  $dM_1/dH$  using the relationship for  $\nu = p/q$  (Apal'kov and Rashba 1991a):

$$\delta = \frac{2q\Delta}{H}.$$

The corresponding data are presented in the insets to figure 45 together with the dependence of the amplitudes of  $\delta$  on magnetic field. It is seen from this plot that a symmetry between the same results presented in terms of FQHE energy gaps is less visible. A linear extrapolation of the magnetic field dependence of the FQHE gaps (predicted by a theory (Halperin *et al.* 1993)) could give negative values of the gap at  $\nu = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$  and  $\frac{1}{6}$ , but one can see from the figure that this dependence is closer to the quadratic dependence. To demonstrate the universality and internal symmetry of the obtained results we plot for all the observed families of FQHE states the normalized value  $\delta^* = \delta/\delta_{\max}$  as a function of  $\nu^{-1} - 2m$  (see figure 46). For each family,  $\delta_{\max}$  is taken to be the value of  $\delta$  for  $n = 1$ . At high magnetic fields,  $\delta$  of a fixed filling factor changes as  $H^{-1/2}$ . Writing the normalized factor in figure 46 as  $\alpha_m H^{-1/2}$  one obtains that the ratio of the coefficients  $\alpha_0 : \alpha_1 : \alpha_2$  is close to 7.5:3:1. It is remarkable that for all the observed fractions the dependence of chemical potential discontinuity on filling factor measured for different samples in different magnetic fields could be combined in the same universal plot.



**Figure 45.** The dependence of the chemical potential on inverse filling factor measured for two different concentrations of 2D electrons: (a)  $n_s = 1.3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ; (b)  $n_s = 0.68 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . The derived dependences of the chemical potential discontinuity  $\delta$  (○) and of the FQHE energy gap  $\Delta$  (●) on inverse filling factor are shown in insets.



**Figure 46.** Dimensionless plot of normalized amplitude of the chemical potential  $\delta^* = \delta/\delta_{\max}$  ( $\delta_{\max}$  is equal to  $\delta$  at  $n = 1$  for each family) discontinuity as a function of  $\nu^{-1} - 2m$  obtained for observed fractional states from different families.

The observed internal symmetry among different FQHE states in some sense corresponds to the picture of composite fermions proposed by Jain (1989). The most remarkable correspondence is the observation of only special families of FQHE states at  $\nu = n/(2mn + 1)$ . However, there is an important discrepancy between our results and the composite fermion approach. It follows from our measurements that an increase in the value of  $n$  inside the FQHE family  $n/(2mn + 1)$  results in a reduction in  $\delta$  proportional to  $n^{-1}$ . This means very strong reduction in the FQHE gap proportional to  $n^{-2}$ , whereas it should be almost independent on  $n$  in the Jain approach. Moreover, it follows from our results that the level of hierarchy of the FQHE family  $\nu = n/(2mn + 1)$  is defined by both values  $n$  and  $m$  with almost the same degree, since also the coefficients  $\alpha_m$  strongly change with  $m$ .

Therefore, the hierarchy of the FQHE states has been investigated by time-resolved magnetoluminescence. For several families of FQHE states a universal scaling behaviour is found. It consists of linear dependence in the chemical potential discontinuity on magnetic field which starts at  $\nu = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$  or  $\frac{1}{6}$  for different families of the FQHE states. These observations agree in general with the theory of composite fermions, but they disagree in the predicted scaling for the FQHE energies.

#### 4.8. Other optical spectroscopy experiments in the integer and fractional quantum Hall effect regimes

Several research groups have recently carried out remarkable observations using luminescence spectroscopy techniques on different high-quality GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructures in the FQHE regime. The group including Goldberg, Heiman and Pinczuk has observed luminescence anomalies in multiple QWs (Heiman *et al.* 1988) and in single asymmetric wells (Goldberg *et al.* 1990a, b). One remarkable point of their investigations relates to observations of the doublet splitting in the vicinity of fractional filling factors  $\nu = \frac{2}{3}$  and  $\frac{1}{3}$ . The same group has also tried to study the perturbation by the photoexcited hole systematically by varying the thickness of the confining quantum well. On the basis of these experimental results, Rashba (1993) has predicted abrupt changes in the position and intensity of the luminescence line caused by a switch-over between zero magnetoroton and one magneto-exciton re-

gimes in asymmetric systems. A procedure that is based on this phenomenon and may permit one to find the energy of magnetorotons from the intrinsic emission spectra was proposed.

The group including Turberfield, Ryan and Clark used SHs of very high quality (wide QW of about  $1 \mu\text{m}$  thickness immersed in a weakly doped background) and has observed oscillations in the intensities of luminescence lines from the ground ( $E_0$ ) and excited ( $E_1$ ) subbands. Observed oscillations in the intensity of the luminescence lines under varying magnetic field or filling factor are interpreted in terms of screening of photoexcited free holes by 2D electrons (Turberfield *et al.* 1990, 1992, 1993). The strong relationship between the luminescence amplitude and the longitudinal Hall resistance  $\rho_{xx}$  indicates a way of identifying the fractional quantum Hall states optically. However, this phenomenon is impossible to use for determination of the Coulomb gap values in the fractional quantum Hall regime. Recently, this group has presented very interesting magnetoluminescence experiments on electron diffraction by a magnetic-field-induced Wigner crystal formed at a GaAs SH (Harris *et al.* 1995). The crystal is formed by electrons in the lowest subband of the confining potential at the interface and is pinned by defects. The probe electrons are photoexcited into higher subbands. The signature of the electron crystal is the break-up of the DOS of the probe electron into Hofstadter-like bands (Fertig *et al.* 1994) which is detected directly in the magnetoluminescence spectrum.

Now we turn to the light scattering experiments which give much insight into elementary excitations of 2D electron systems in a magnetic field. Inelastic light scattering is a powerful complementary alternative to luminescence. It is well known that an inelastic scattering technique directly yields the excitation energies as spectral shifts relative to the frequency of a monochromatic excitation light. Now we recall that energy gaps in the IQHE or FQHE are associated with neutral excitations of the 2D electron system in a perpendicular magnetic field. The excitations are, in principle, bound particle-hole pairs. At integer filling factor  $\nu$  the particle (or electron with charge  $-e$ ) is excited to an empty Landau state, leaving a hole with charge  $+e$ , due to neutrality, in an initial state. In the FQHE regime the pairs consist of a quasiparticle and a quasihole with equal and opposite fractional charges  $\pm e/q$ . In the Landau gauge, the excitations are described by wave-vector  $q$  and the separation of the pair is  $x_0 = (ql_0^2)$ , where  $l_0$  is the magnetic length. In the case of integer filling of Landau levels, the energy of excitations within the Hartree-Fock approximation can be expressed as  $w(q, B) = w_{sp}(B) + E_d(q, B) + E_{ex}(q, B)$ , where  $w_{sp}(B)$  is the single particle energy of transition across the gap. The two last terms represent the coupling between electrons due to electron-electron interactions. The term  $E_d(q, B)$  (positive) is related to the longitudinal electric field appearing owing to charge-density fluctuations in collective mode. The term  $E_{ex}(q, B)$  is negative and has an excitonic origin. While  $w_{sp}(B)$  is  $q$  independent, the terms  $E_d(q, B)$  and  $E_{ex}(q, B)$  have strong  $q$  dependences and vanish when  $q \rightarrow \infty$  (at large separation  $x_0$ , the coupling between electron and hole becomes negligible). For inter-Landau level excitations the theory predicts the existence of two excitation modes; one of them corresponds to charge-density fluctuations or magnetoplasmons, and the other corresponds to spin-density excitations. In the limit  $q \rightarrow 0$ , these excitations become equal to cyclotron energy:  $w_{MP}(0, B) = w_{SD}(0, B) = w_c$ . This result is a manifestation of the well known Kohn theorem. In the case considered,

the Kohn theorem is displayed as a cancellation of the positive self-energy  $\Sigma(B)$  by the negative excitonic term  $E_{ex}(0, B)$  at  $q = 0$ .

One significant prediction of the current theories of collective excitations in the quantum Hall regime, integer and fractional, is the presence, within the magnetoplasmon collective branch, of a minima associated with a roton or magnetoroton at wave-vectors  $q > 1/l_0$ . Rotons are a type of quasiparticle behaviour manifested in superfluid He. The roton minima of inter-Landau level excitations is due to the reduction in the excitonic term at high wave-vectors  $q > 1/l_0$ . In the FQHE regime the magnetoroton minimum in the dispersion of intra-Landau level excitations is due to attraction between the fractionally charged quasiparticles.

Recent inelastic light scattering experiments gave the first direct demonstration of the roton density of states of inter-Landau level excitations in the case of integer filling ( $\nu = 2$  and 1) (Pinczuk *et al.* 1993, 1994). In the investigated spectra, three relatively broad but clearly resolved intensity maxima were observed with energies close to the positions of the calculated critical points of the excitation mode dispersions. At those critical points, there are peaks in the DOS because  $d\omega/dq = 0$ . One peak is seen at  $\omega \approx \omega_c$ ; two other peaks seen at  $\omega > \omega_c$  are associated with the roton minimum in the mode dispersion of the magnetoplasmons. The critical points occur at wave-vectors  $q \geq 1/l_0 = 10^6 \text{ cm}^{-1} \gg k$  (photon wave-vector). Therefore, to explain the origin of these spectra, these workers imply a breakdown of wave-vector conservation in the presence of residual disorder which is not effectively screened at integer filling ( $\nu = 2$  and 1).

Now we would like to consider the recent inelastic light scattering experiments in the FQHE regime connected with collective gap excitations just as  $q = 0$ . In fact, the character of  $q = 0$  gap excitations is still not completely clear. Girvin *et al.* (1985) argued that gap excitations with wave-vectors close to the magnetoroton minimum  $1/l_0$  might pair to give a two-roton bound state with  $q = 0$ . There is also speculation that the  $q = 0$  gap excitations consist of two dipoles of size  $l_0$ , arranged in a configuration which has a quadrupole moment (no net dipole moment). Inelastic light scattering can be used to measure excitations that lack an electric dipole and to observe the collective excitations in the FQHE regime at  $q = 0$  (because it is a two-photon process). In the experiments of Pinczuk *et al.* (1994) a very sharp peak was observed in the light scattering spectra, which was interpreted as a  $q = 0$  collective gap excitation in the incompressible fluid at  $\nu = \frac{1}{3}$ . The mode is associated with the FQHE because of its temperature and magnetic field dependences which are characteristic of incompressible quantum states.

## 5. Magneto-optics of two-dimensional electrons in the regime of Wigner crystallization

### 5.1. Wigner crystallization and phase transitions in the two-dimensional electron system

The behaviour of the 2D electron system on variation in the density can be described if one is to compare the correlation energy  $\langle V \rangle = e^2/\varepsilon a$ , leading to the electron ordering, with the kinetic energy  $\langle K \rangle$ , delocalizing electrons (here  $a = (\pi n_s)^{-1/2}$  is the distance between particles, and  $n_s$  is the surface density). If a strong inequality is realized  $\langle V \rangle \gg \langle K \rangle$ , long-range ordering in the 2D electron system is expected. The effect of long-range ordering in the electron system in the quantum limit was predicted by Wigner (1934) about 60 years ago.

When a magnetic field is equal to zero, the electron crystallization can be considered in two limiting cases. The classical limit (or the low-density limit) corresponds to inequalities  $\hbar^2/ma^2 \ll kT \ll e^2/\varepsilon a$ . In this limit the electron liquid–electron crystal phase transition occurs when the ratio  $\langle V \rangle/\langle K \rangle$  is  $e^2(\pi n_s)^{1/2}/\varepsilon kT = \Gamma \approx 127$ . Such crystallization of 2D electrons, corresponding to the classical limit case, has been discovered in 2D electron system on the  $^4\text{He}$  surface (Grimes and Adams 1979, Deville 1988). The quantum limit (or the high-density limit) is realized under the conditions as follows:  $kT \ll \hbar^2/ma^2 \ll e^2/\varepsilon a$ . In this high-density region the ratio  $\langle V \rangle/\langle K \rangle$  is usually found as a function of dimensionless parameter  $r_s \equiv a/a_B$ , where  $a_B = \varepsilon \hbar^2/me^2$  is the Bohr radius. The correlation energy varies with  $n_s$  as  $\langle V \rangle \propto n_s^{1/2}$  and the kinetic energy  $\langle K \rangle \propto n_s$ ; thus the Wigner crystal is stable if  $r_s > r_w$  (i.e. when the electron density does not exceed a limiting magnitude  $n_s \leq n_w = (r_w^2 \pi a_B^2)^{-1}$ ). Therefore in the quantum regime a phase diagram should have a boundary on the high-concentration side. Numerical calculations give  $r_w \approx 33$  (Imada and Takahashi 1984). If one uses that value for  $r_w$ , the quantum limit of crystallization for 2D-electrons in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterojunction can be realized when the electron density  $n_s$  is about  $10^8 \text{ cm}^{-2}$ . It is difficult to realize a mobile 2D electron system with that concentration. Because of this the Wigner crystallization in the quantum limit without a magnetic field was not yet been observed in a 2DEG in semiconductor systems.

When a high magnetic field is applied, electrons lose their degrees of freedom and the kinetic energy of 2D electrons is strongly reduced. Therefore a high magnetic field forces ordering of electrons and stimulates Wigner crystallization (Lozovik and Yudson 1975).

The properties of a 2D crystal were studied by Peierls (1935) whose theory showed that, in a 2D crystal at a finite temperature, the mean square deviation of the particles from their lattice position increases logarithmically with increasing crystal size. This result demonstrated that a 2D crystal cannot exist as an infinite crystal lattice. Subsequent computer simulations (Hockney and Brown 1975) showed, however, that a 2D crystal becomes more stable by breaking up into domains, with the mean size of the domains decreasing with increasing temperature. A clear distinction between liquid and solid phases of a 2D system was introduced by Kosterlitz and Thouless (1973).

They showed that in a 2D crystal the positional ordering of the particles decreases as a power law with increasing distance, whereas in a liquid it falls off exponentially. In their theory, as the temperature exceeds a critical melting temperature, free dislocations start to appear which destroy the long-range ordering in the crystal. Halperin and Nelson (1978) extended the theory of dislocation-mediated melting to show that the solid-liquid transition should occur in two steps with increasing temperature. At  $T = T_{c1}$ , a transition from crystal into liquid crystal (or hexatic liquid) takes place. In the liquid-crystal phase, there is no long-range positional ordering; however, there is long-range hexagonal directional ordering. This disappears at a second critical temperature  $T_{c2} > T_{c1}$ , when a phase transition from liquid crystal to isotropic liquid occurs. The liquid-crystal phase has not yet been observed experimentally.

Much attention has been focused during the last few years on electrons in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterojunctions in a strong perpendicular magnetic field, so that the electrons are in the extreme quantum limit. In order to understand the phase diagram of 2D electrons in the extreme quantum limit, it is necessary to identify the ground state of the electronic system as a function of magnetic field. As we have discussed in a previous section at some fractional values of filling factor, the ground state is an incompressible Fermi liquid. However, at small values of  $\nu$ , a Wigner solid is expected to be the ground state of the system. The phase boundary separating the Wigner crystal and electron liquid can be completely described with the use of three parameters: the filling factor  $\nu$ , the dimensionless density parameter  $r_s$  ( $r_s \equiv r/a_B$ ,  $a_B = \epsilon\hbar^2/me^2$ ) and dimensionless temperature  $\Gamma = kT/(e^2/\epsilon a_B)$ . In this three-dimensional space ( $\nu, r_s, \Gamma$ ) the phase diagram is expected to be topologically complicated. In the high-density limit the parameter  $r_s$  is equivalent to the parameter  $\lambda$  characterizing the mixing of Landau levels:  $\lambda = (e^2/\epsilon a_B)/\hbar\omega_c = \nu r_s/2$ . Most microscopic theoretical calculations of the ground state energy of the Wigner crystal correspond to the limit  $r_s \rightarrow 0$ . These calculations give for critical filling factor  $\nu_c$  the values within the range  $\frac{1}{5} - \frac{1}{10}$  (Lam and Girvin 1984, Levesque *et al.* 1984). Recently the correlation effects have been taken into account under the condition of Landau level mixing and it was found that in this case the stability of the Wigner solid increases (Zhu and Louie 1993). For instance, in the case of the 2D hole channel in a GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As SH a stable solid phase appears at  $\nu_c = \frac{1}{5}$  ( $r_s \approx 10$ ) (Santos *et al.* 1992).

## 5.2. Novel magneto-optical behaviour in the regime of Wigner crystallization

The competition between states of the incompressible Fermi liquid and of the Wigner solid is the focus of discussion in this section. Here we discuss the observation of a new luminescence line appearing at  $\nu < \nu_0$  and below a critical temperature  $T_c$  ( $T_c$  depends on  $\nu$ ), weakening in the intensity at  $\nu = \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$  and  $\frac{1}{9}$  and which was associated with the formation of a Wigner solid. In figure 47, luminescence spectra recorded at two different concentrations  $n_s = 5.4 \times 10^{10}$  and  $6 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  at various magnetic fields are shown. It can be seen that in both cases above a certain magnetic field  $H_c$  an additional line of intensity  $I_2$  appears, shifted by about 1.4 meV to a lower energy, which grows as the field is increased until at  $\nu < \frac{1}{11}$  it dominates the spectrum. Its appearance is accompanied by an abrupt decrease in the integrated luminescence signal (Buhmann *et al.* 1991).

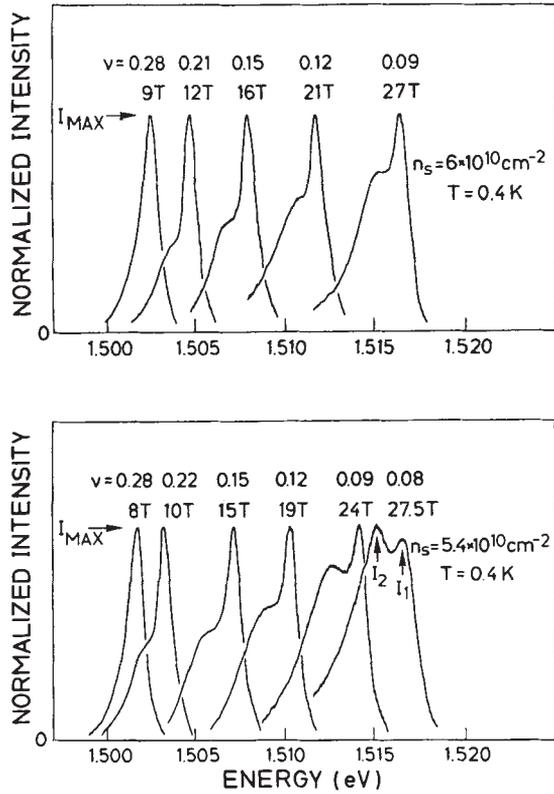


Figure 47. Luminescence spectra measured for two different 2D electron concentrations at 0.6 K and at various magnetic fields.

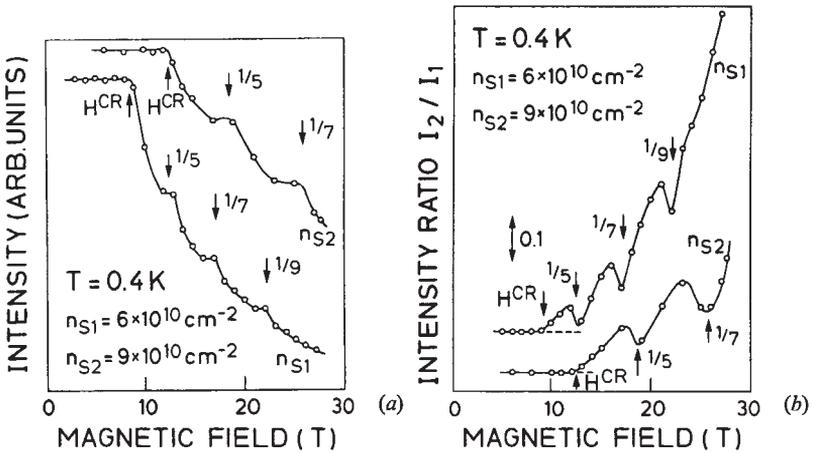
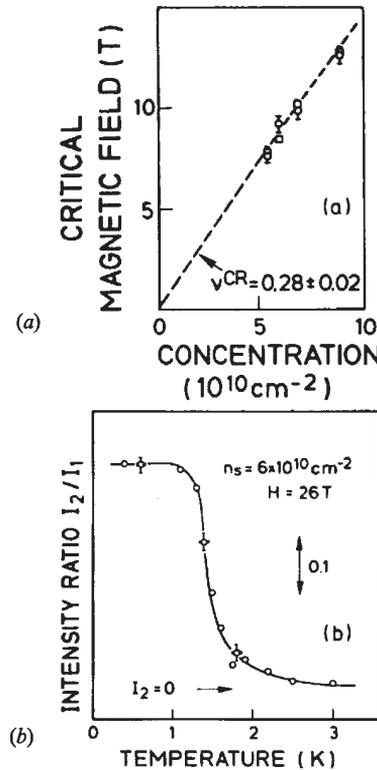


Figure 48. The dependence on magnetic field of (a) the integrated luminescence intensity and (b) the intensity ratio  $I_2/I_1$ , measured at 0.6 K for two different concentrations.

In figures 48 (a) and (b) the intensity ratio  $I_2/I_1$  and the total integrated intensity respectively are plotted as functions of magnetic field for two different concentrations. It can be seen from this figure that, for a given concentration, the values of  $H_c$  obtained from both plots are almost identical. At exactly  $\nu = \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$  and  $\frac{1}{9}$ , when the 2D electrons condense into an incompressible Fermi liquid, the intensity of the new line actually drops to zero. That an increase in the integrated intensity is observed at this point is due to a simultaneous enhancement in the intensity  $I_1$ .

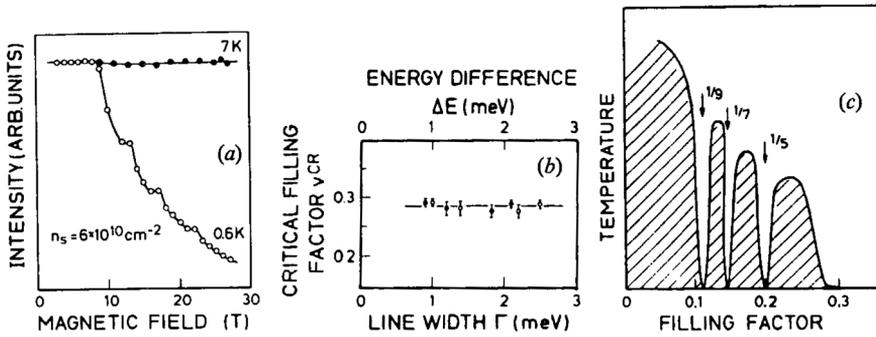
The most important property of the new line is that it can be characterized by two critical parameters:  $\nu_c$  and  $T_c$ . These can be determined from the plots presented in figure 49, in which it can be seen that  $H_c$  depends linearly on the concentration of 2D electrons. From the slope of the dependence of  $H_c$  on  $n_s$ , one can obtain  $\nu_c = 0.28 \pm 0.02$ . In figure 49 (b), the dependence of the ratio  $I_2/I_1$  on temperature, measured at  $H = 26$  T ( $\nu = 0.09$ ), is shown. The line of intensity  $I_2$  disappears from the luminescence spectrum abruptly at a critical temperature, which at  $\nu = 0.09$  is  $T_c = 1.4$  K.



**Figure 49.** (a) The dependence of  $H_c$  on  $n_s$  measured from  $I_2/I_1(H)$  ( $\circ$ ) and from the dependence of the integrated intensity on magnetic field ( $\square$ ). (b) The temperature dependence of the intensity ratio  $I_2/I_1$ .  $T_c$  has been taken as the temperature at which  $I_2/I_1$  drops to half its maximum value.

The appearance of an additional line in the emission spectra and the accompanying abrupt decrease in the integrated intensity are associated with the formation

of a pinned Wigner solid (most probably polycrystalline). In accordance with this interpretation, the two lines of intensities  $I_2$  and  $I_1$  correspond to radiative recombination of 2D electrons from the liquid phase (at  $\nu = \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$  and  $\frac{1}{9}$  the liquid becomes incompressible) and solid phase respectively. That the line of intensity  $I_2$  lies lower in energy than the line of intensity  $I_1$  agrees with the expected lower energy of the solid state compared with that of the liquid state. It was concluded from the tendency of the new line to vanish from the luminescence spectra at  $\nu = \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$  and  $\frac{1}{9}$  and from the simultaneous enhancement in intensity  $I_1$  that at these fractional values of  $\nu$  the ground state of the system is still an incompressible Fermi liquid. That the line of intensity  $I_2$  does not completely disappear from the luminescence spectrum at these  $\nu$  may be due to a small amount of inhomogeneity in the concentration which is unavoidable in a real system. In this case, local values of  $\nu$  in different parts of the sample will not be exactly identical.



**Figure 50.** (a) The dependence of the integrated luminescence intensity on  $H$  measured at different  $T$ . (b) The dependence of  $\nu_c$  on the disorder parameters (defined in the text)  $\Delta E$  ( $\zeta$ ). (c) Suggested qualitative form of the phase diagram  $T_c(\nu)$ .

The extent of the wavefunctions of the localized electrons in the 2D plane is defined by the magnetic length. In the considered case the holes participating in the recombination process are bound to acceptors and are thereby localized in all three dimensions. Thus, as the magnetic field is increased and the electrons become more localized in the plane parallel to the interface, the probability that an electron finds itself in the vicinity of a hole decreases, causing a reduction in the luminescence intensity. In less-high-quality structures, in which the Landau level width, determined from the luminescence linewidth, was larger than 3 meV, and where the above-described features that we associate with Wigner crystallization were not observed, the luminescence intensity started to decrease already at higher  $\nu$  (just below  $\nu = 1$ ) and the reduction itself was not as strong. At 1.3 K the magnetic field onset of this luminescence decrease moved to a slightly higher field compared with that at 0.6 K. At even higher temperatures above  $T_c$  where the electrons become mobile, no reduction in luminescence was observed at all (figure 50 (a)). We therefore believe that strong, magnetically induced localization is responsible for the sudden drop in integrated luminescence intensity at  $\nu < \nu_c$ . It is most important, however, to demonstrate that this localization has an intrinsic origin rather than that of disorder. Quantitatively,

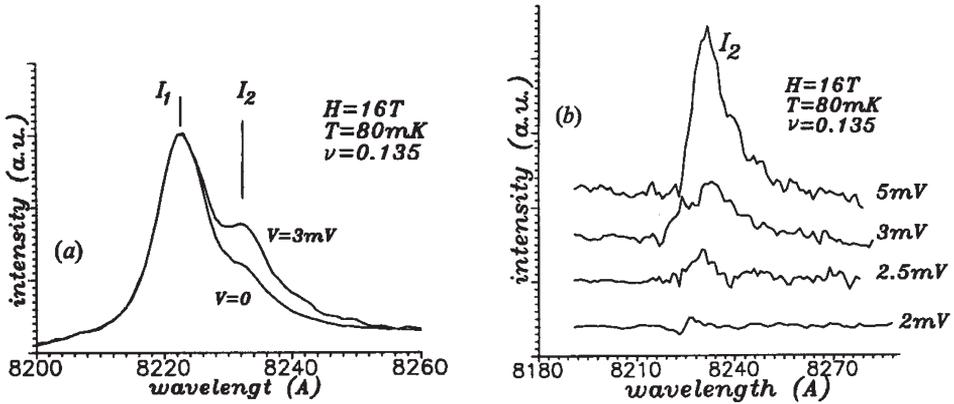
disorder can be characterized by the Landau level width  $\Gamma$  (for example at  $\nu = 1$ ). Additionally it has been observed that, at low temperatures and below  $\nu = 2$ , the spectral position of the luminescence line deviates from a linear dependence on  $H$  and that this deviation  $\Delta E$  is also sensitive to the amount of disorder present. At higher temperatures, the dependence of the energy position of the luminescence line on magnetic field remains linear. Since  $\Delta E$  is proportional to  $H$ , the size of this deviation, at a set magnetic field, can also be used as a measure of the disorder present in the system. The dependence of  $\nu_c$  on  $\Delta E$  and  $\Gamma$  measured for different  $n_s$  is presented in figure 50 (b) where it is clearly illustrated that  $\nu_c$  shows no dependence on these disorder-related parameters in the region of interest (for  $\Gamma > 3$  meV and  $\Delta E > 3$  meV the features associated with Wigner crystallization were not observed). This thus confirms the intrinsic nature of the observed localization-like phenomena, thereby ruling out localization on random potential fluctuations as the cause.

Preliminary results indicate that the critical temperature strongly depends on the filling factor, dropping to zero for  $\nu > \nu_c$  and also at  $\nu = \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$  and  $\frac{1}{9}$ , thereby producing the observed oscillations of the line intensity  $I_2$  (see figure 48 (a)) in the vicinity of these  $\nu$ . Qualitatively we presume that the phase diagram,  $T_c(\nu)$ , has the form shown in figure 50 (c), where the features around  $\nu = \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$  and  $\frac{1}{9}$  are where our results differ most from radio-spectroscopic data (Andrei *et al.* 1988). On the other hand, the values of  $\nu_c$  obtained from these two experiments are in good agreement (note that in magnetotransport (Jiang *et al.* 1990) an unusual enhancement of the resistivity is also observed to occur around  $\nu = 0.23 - 0.28$ ). Comparing the absolute values of  $T_c$  obtained from the luminescence and radio-frequency experiments, one finds that the ‘optical’ value (measured under similar conditions) is approximately four times higher than magnetotransport. A higher sensitivity of optical method (which is a local probe) to the appearance of a small amount of the crystal phase in the system could explain this discrepancy. The coexistence of two phases is indicated by the presence of two lines in the luminescence spectrum even at the lowest temperature and for  $\nu < \frac{1}{11}$ . This may be due to the quasiequilibrium nature of the system under continuous illumination. In other words, the small lifetime of the electrons due to recombination may itself be hindering the freezing process.

### 5.3. Depinning of the Wigner crystal by an electric field

Now we discuss a magneto-optical study of the influence of an electric field on the properties of this additional luminescence line, which appears in the Wigner solid regime. The results show a threshold enhancement of the intensity of this line, which is accompanied (in the vicinity of the threshold) by the appearance of additional noise resulting from the instability of the luminescence signal. The changes in luminescence spectrum are interpreted in terms of a sliding of the pinned Wigner solid by the electric field. In addition, by modulating the electric field, the additional line was able to be detected independently of the main luminescence line and thereby its properties investigated. The results indicate that the melting of the Wigner solid occurs in two steps and can be characterized by two critical temperatures:  $T_{cl}$  (crystal-liquid crystal transition) and  $T_{c2}$  (liquid crystal-liquid transition). However, this statement still needs further verification.

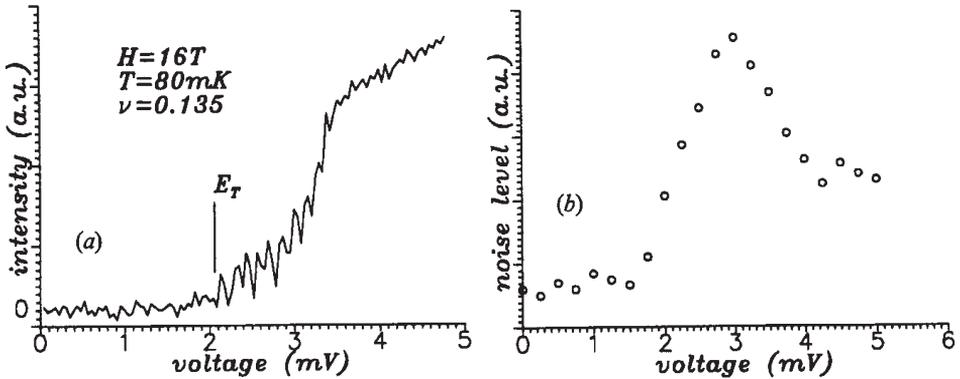
In figure 51 (a), luminescence spectra measured for a heterojunction with an electron concentration of  $5.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  at  $B = 16 \text{ T}$  ( $\nu = 0.135$ ) under conditions of zero applied voltage and under a voltage of 3 mV are shown. 5 mV corresponds to an electric field of  $2 \times 10^{-2} \text{ V cm}^{-1}$ . In no electric field, the intensity line  $I_2$ , which is associated with the formation of the pinned Wigner solid, is clearly seen on the low-energy side of the main luminescence peak ( $I_1$ ). The spectrum starts to change in the weak electric field. The intensity  $I_2$  increases several times whereas the  $I_1$ , corresponding to the liquid phase, remains the same. This observation allows us to separate the line of intensity  $I_2$  in the luminescence spectra, by recording differential spectra with modulation of the applied electric field at low frequencies (in the range 10–60 Hz). The differential spectra are shown in figure 51 (b), and only a single peak, at the energy of the line of intensity  $I_2$  is observed. It has a highly asymmetrical shape and is only detected for applied voltages greater than 2 mV ( $E = 8 \times 10^{-3} \text{ V cm}^{-1}$ ). The threshold behaviour of this line is shown in figure 52 (a), where the intensity of the differential spectrum as a function of applied voltage is plotted. There is a strong increase in intensity above a threshold voltage of 1 mV. It is interesting to note that the differential luminescence signal in figure 51 (b) becomes very unstable and noisy around the threshold conditions.



**Figure 51.** (a) Luminescence spectra measured at  $H = 16 \text{ T}$  and  $T = 80 \text{ mK}$  under zero applied voltage and under a voltage of 3 mV (a.u., arbitrary units). (b) Differential luminescence spectra obtained for different applied voltages (a.u., arbitrary units). Lines of intensities  $I_2$  and  $I_1$  correspond to liquid and solid phases respectively.

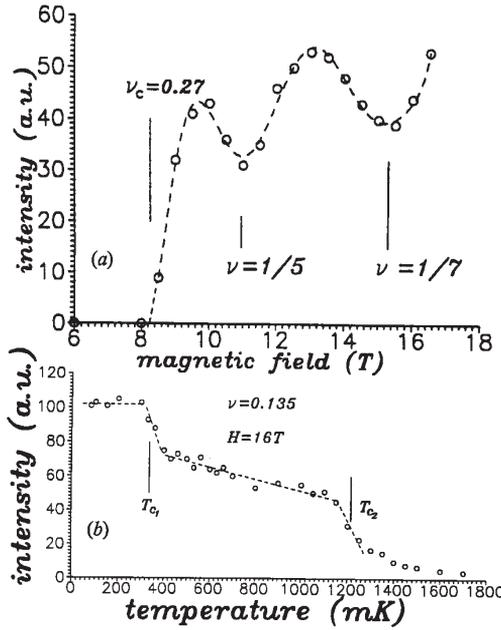
This is illustrated in figure 52 (b), where the noise level of the luminescence signal, measured as the mean deviation from its mean value, is shown. It is seen from this figure that the noise level is drastically enhanced in the vicinity of the threshold. It was found in a sample with a Hall bar geometry in this regime that the voltage at the potential contacts considerably exceeds the Hall voltage for  $\nu < 0.2$ . These measurements also indicated the strong instability of the voltage between potential contacts (which is proportional to the resistance  $\rho_{xx}$ ) near the threshold. The threshold behaviour of the luminescence signal and its noise level (as well as the observed instability of  $\rho_{xx}$ ) are similar to the observations of Goldman *et al.* (1990) of an electric

field threshold conduction and of related ac voltage (noise) generation, which they explained in terms of depinning of the Wigner crystal by the electric field. In optical experiments a depinning of the Wigner crystal results in an increase in the luminescence intensity. The reason for this is associated with the fact that a pinned Wigner crystal is not effective in radiative recombination (Buhmann *et al.* 1991). In a strong magnetic field, the extent of the wavefunction (in the 2D plane) of the electrons in a pinned Wigner solid is defined by the magnetic length. The holes participating in the recombination process are bound to acceptors and are thereby localized in all three dimensions. Therefore, as the magnetic field is increased, the probability of finding an electron in the pinned Wigner solid in the vicinity of a hole decreases, causing a reduction in the luminescence intensity. A depinning of the Wigner solid by an applied electric field results in the motion of the 2D electrons and thereby leads to an increase in the luminescence intensity. The instability of the signal near the threshold is expected owing to the presence of many polycrystals in the sample, each with a threshold voltage depending on the polycrystal size. Therefore, the depinning process becomes very unstable near the threshold.



**Figure 52.** The dependences of (a) the intensity and (b) of the noise level of the line of intensity  $I_2$  in the differential spectrum on applied voltage (a.u., arbitrary units).

The competition between the states of the incompressible Fermi liquid and of the Wigner solid has been observed using transport measurements in the vicinity of  $\nu = \frac{1}{5}$  (Jiang *et al.* 1990) and using optical measurements in the vicinity of  $\nu = \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$  and  $\frac{1}{9}$  (Buhmann *et al.* 1991). In figure 53 (a), the dependence of the intensity  $I_2$  on magnetic field at a fixed voltage amplitude is shown. As well as the previously discussed voltage threshold, one can now identify a sharp magnetic field threshold of the luminescence signal from the Wigner crystal at  $\nu = 0.27$ . This represents the boundary at which the pinned Wigner crystal can form the ground state of 2D electron system. The threshold appearance is followed by clear intensity minima at  $\nu = \frac{1}{5}$  and  $\frac{1}{7}$ . This is exactly opposite to the behaviour of the line of intensity  $I_1$  in this region and shows that the incompressible quantum liquid once again becomes lower in energy than the Wigner solid near these fractional filling factors. The fact that the line of intensity  $I_2$  does not completely disappear from the spectrum may be due to a small amount of inhomogeneity in the 2D concentration over interface square.



**Figure 53.** The dependences of the intensity of the line of intensity  $I_2$  in the differential spectrum on (a) magnetic field and (b) temperature (a.u., arbitrary units).

In the work of Buhmann *et al.* (1991), it has been demonstrated that the additional luminescence line disappears at a relatively high critical temperature  $T_c = 1.4$  K. This high value of  $T_c$  strongly differs from other experiments (Andrei *et al.* 1988, Willett *et al.* 1990) in which the critical temperatures were in the range of 0.2–0.5 K. In figure 53 (b) a low-temperature part of the dependence of the intensity  $I_2$  is shown. It is seen from this figure that there is in addition a threshold at  $T_{c1} = 0.35$  K at which the luminescence intensity drops considerably. However, the line does not disappear completely at  $T = T_{c1}$  but remains in the spectrum up to  $T_{c2}$ . This behaviour could be explained in the terms of a two-step melting process of the Wigner crystal (Nelson and Halperin 1979). At  $T_{c1}$  a transition from crystal to liquid crystal takes place and at  $T_{c2}$  a transformation from liquid crystal to liquid occurs. Another possible explanation of the observations of two critical temperatures would be to accept that the critical temperature depends on the size of polycrystal and therefore with an increase in temperature from  $T_{c1}$  to  $T_{c2}$  the mean size of the polycrystals drops to zero. Magneto-optics as a local probe method is sensitive to the presence of polycrystals with very small sizes. This contrasts other experimental methods employed in the detection of the Wigner crystallization, such as transport (Jiang *et al.* 1990), radio-frequency absorption (Andrei *et al.* 1988) and sound absorption (Willett *et al.* 1988a, b, c) which are more sensitive to macroscopic properties of the electronic system.

In direct analogy with depinning of the charge-density wave by applied electric field, one can estimate in the considered case the coherence length or the domain size in the vicinity of defining threshold. These estimations give for domain size values  $L < 1 \mu\text{m}$  (therefore, the total number of electrons in domain is  $10^5$  or less).

#### 5.4. Wigner solid versus Laughlin liquid: phase diagram derived from time-resolved photoluminescence

In this section, we discuss the results of the first measurements of time-resolved photoluminescence (PL) in the regime of Wigner crystallization. The combination of time and temperature dependences for the PL enables us to distinguish not only liquid from solid, but also an extrinsic localized phase from an intrinsic solid phase of electrons. We assign the latter to the Wigner crystal.

In the inset of figure 54, the PL spectra for a sample with  $n_s = 5.3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  at  $B = 16.4 \text{ T}$  and  $T = 45 \text{ mK}$  are shown. The top spectrum is for continuous illumination (CW) and contains two peaks which in our previous interpretation correspond to the liquid (L) and solid (S) phases (Buhmann *et al.* 1991). We previously found that the solid peak (shifted to lower energies owing to the higher binding energy) appears below a critical filling factor  $\nu_c = 0.27$  and a critical temperature and is accompanied by a reduction in the integral PL intensity. On the basis of these properties and the threshold behaviour under applied electric fields (Kukushkin *et al.* 1992a, b), we associated line-S with the appearance of a pinned Wigner solid. The time development of the PL is presented in the lower traces up to a delay time  $\Delta t = 1500 \text{ ns}$ , where  $\Delta t$  is defined as the time interval between the end of the laser pulse and the start of the photon counting gate. The stronger liquid fine L dominates in the spectrum for  $\Delta t = 100 \text{ ns}$  but decreases rapidly because of its shorter lifetime ( $\tau = 220 \text{ ns}$ ). Only the solid line S is left in the spectrum for time delays  $\Delta t > 500 \text{ ns}$ . The long decay time of the solid phase is expected, because the wavefunctions of both the electrons and the holes are localized in the 2D plane and their overlap, defined by the magnetic length, approaches zero in the limit of infinite magnetic field.

The radiative lifetimes of the liquid and solid phases are measured from the time dependence of the integrated PL intensity, plotted in figure 54 for different magnetic fields. For  $B < 2 \text{ T}$ , the intensity follows an exponential decrease in the decay time  $\tau = 220 \text{ ns}$ , corresponding to the recombination from electrons in the liquid phase. As the magnetic field increases, a tail with a longer decay time appears at large  $\Delta t$ , owing to the localization of electrons. The time-integrated intensity of the whole PL spectrum, which is limited by the number of holes available, does not depend on the magnetic field up to 16 T (with an accuracy of 5%), indicating that non-radiative processes are negligible up to a time  $\tau \approx 5 \mu\text{s}$ . The recombination time corresponding to the tail ( $\tau$ ) is plotted in figure 55 (a) on a logarithmic scale against the magnetic field for two different electron concentrations ( $n_s = 5.3 \times 10^{10}$  and  $17 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ). Starting at  $\nu = 1$ ,  $\tau$  increases monotonically and then follows a single-exponential increase

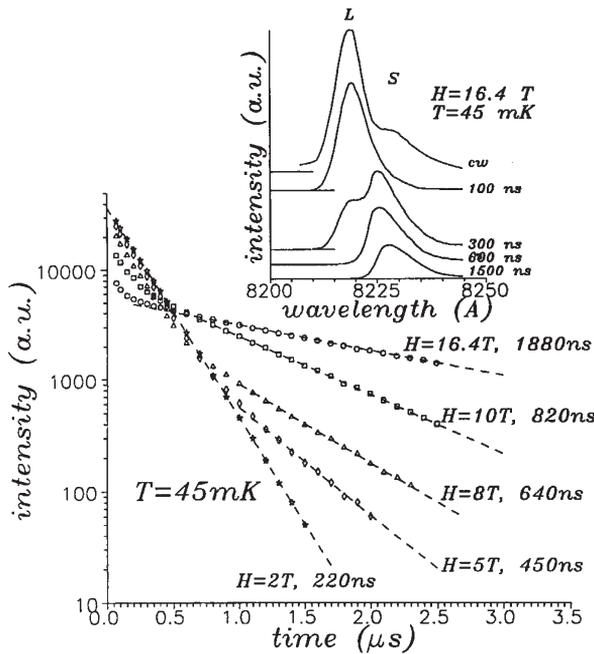
$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{H}{H_0}\right) = \tau_0 \exp\left(\frac{A}{\nu}\right), \quad (5.1)$$

where  $\tau_0$  is the recombination time at  $H = 0 \text{ T}$  and  $A$  is a numerical coefficient (0.3 in our case). This exponential dependence of the recombination time on the magnetic field could be explained in terms of wavefunction overlap in the solid phase. The wavefunction of the localized electrons in the 2D plane is defined by the magnetic length  $l_0$ :  $\Psi \sim \exp(-x^2/4l_0^2)$ . The fact that the magnetic field dependence of  $\tau$  is described by a single exponent indicates that only those holes with the smallest overlap are left to recombine in the tail (i.e. only mostly remote holes contribute to the over-

lap integral). The largest possible distance in the 2D plane between a hole localized on an acceptor and an electron is  $d = (k/n_s)^{1/2}$ , where  $k$  is a constant sensitive to the electron crystal geometry (triangular or rectangular). Therefore, the probability of finding an electron and a hole at the same point in the 2D plane is

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{d^2}{2l_H^2}\right) = P_0 \exp\left(-\frac{k}{2n_s l_H^2}\right) = P_0 \exp\left(-\frac{\pi k}{\nu}\right), \quad (5.2)$$

accounting qualitatively for the observed exponential dependence of  $\tau$  on  $H$  ( $P_0$  is a coefficient depending on the wavefunction overlap in the  $z$  direction). We shall not discuss further the value of  $k$  and the temperature dependence of  $\tau$ , both of which depend on the Debye-Waller factors for electron lattice and instead concentrate on the phase diagram of the Wigner solid.



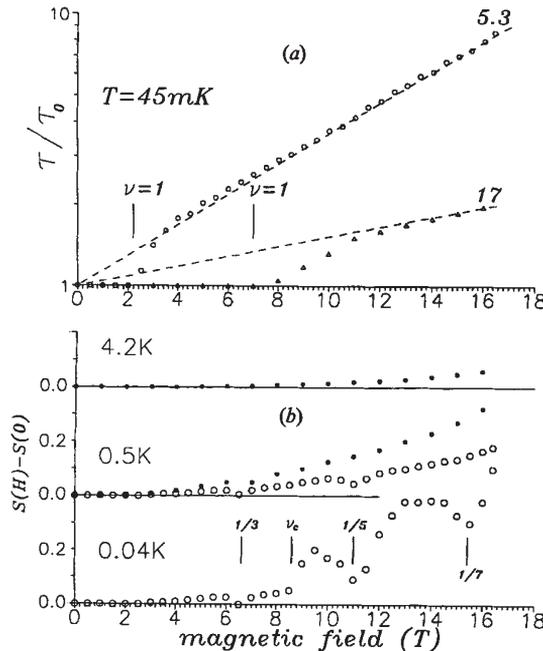
**Figure 54.** Time evolution of the integral PL intensity measured for a sample with  $n_s = 5.3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  at different magnetic fields and at temperature of 45 mK (a.u., arbitrary units). For each curve the corresponding magnetic field and the time constant of the tail are as follows: (a)  $H = 16.4 \text{ T}$ , 1880 ns; (b)  $H = 10 \text{ T}$ , 820 ns; (c)  $H = 8 \text{ T}$ , 640 ns; (d)  $H = 5 \text{ T}$ , 450 ns; (e)  $H = 2 \text{ T}$ , 220 ns. The inset shows PL spectra at a magnetic field of 16.4 T and a temperature of 45 mK for continuous illumination (CW) and for different delay times  $\Delta t$  between the excitation pulse and detection gate.

It is important that the localization of 2D electrons was observed in time-resolved spectra exactly at  $\nu = 1$  and that there are no features evident in the lifetime  $\tau$  at fractional filling factors, where the liquid phase forms the electronic ground state. Competition between liquid and solid phases is, however, reflected in the PL intensities (i.e. in the relative population of these two phases) and not in the recombination rate. A relative portion of localized electrons is proportional to the integrated

intensity arising from the slow recombination. One could evaluate this portion  $S$  as the ratio of the integral intensity measured for a time delay longer than  $3\tau_0$  to the total integrated intensity:

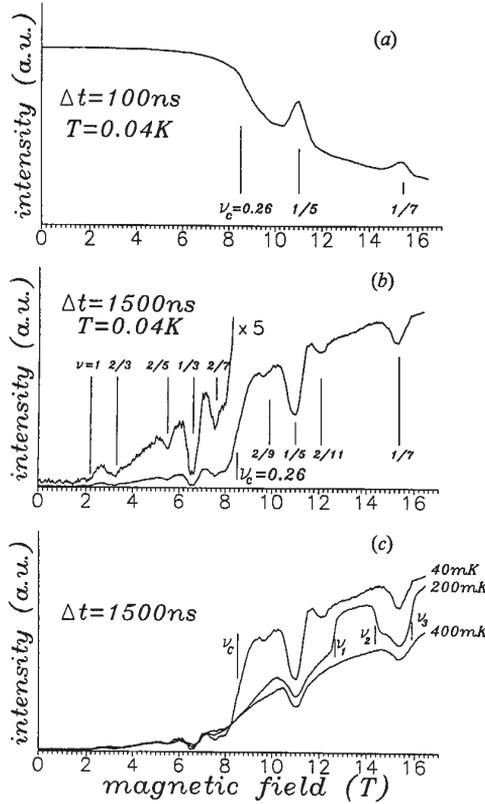
$$S = \left( \int_{3\tau_0}^{\infty} I(t) dt \right) / \left( \int_0^{\infty} I(t) dt \right). \quad (5.3)$$

The coefficient 3 was taken so that a contribution of the tail of the fast recombination (due to the liquid phase) was negligible. Figure 55 (b) illustrates the variation in the portion of localized electrons with the magnetic field, measured for different temperatures for two samples with the same concentration, but quite different mobilities. It is obvious from this figure that, starting from  $\nu = 1$ , the single-particle localization takes place and the area of localized electrons increases smoothly with the magnetic field. This effect is much stronger for a system with lower mobility and is more pronounced at lower temperatures (see figure 55 (b)). However, for the best-quality samples we observed not only a freeze-out of 2D electrons due to single-particle localization but also an additional abrupt solidification at  $\nu = \nu_c$  which exhibited a well defined critical temperature and filling-factor behaviour. As we shall demonstrate below, this critical behaviour is universal for different structures and we therefore associated this additional solid phase with a Wigner crystal, where the critical filling factor  $\nu_c$  is dependent on the carrier concentration and Bohr radius (Price *et al.* 1993).



**Figure 55.** (a) Magnetic field dependence of the recombination time  $\tau$  of the tail for two different electron concentrations  $n_s = 5.3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  ( $\circ$ ) and  $17 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  ( $\triangle$ ) ( $T = 45 \text{ mK}$ ). (b) Dependence of the portion of localized electrons on the magnetic field measured for two samples with the same carrier concentrations but different mobilities  $\mu = 3 \times 10^6 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  ( $\circ$ ) and  $3 \times 10^5 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  ( $\bullet$ ) at different temperatures.

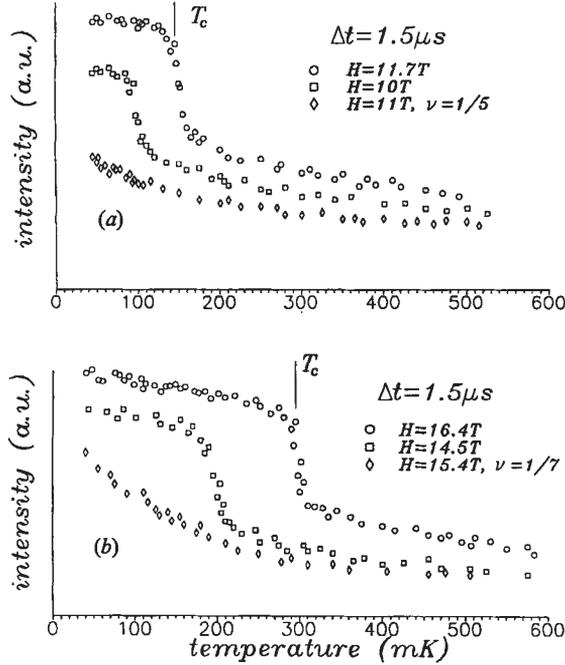
To study liquid and solid phases independently, we set a suitable time delay ( $\Delta t = 100$  ns for the liquid phase and 1500 ns for the solid phase) and scan the spectrometer in accordance with the line position during a magnetic field sweep. The resultant PL intensities are plotted in figure 56. For the liquid phase (figure 56 (a)), the signal is constant to  $\nu_c = 0.26$  and then drops sharply as the filling factor decreases. Peaks in the liquid phase signal at  $\nu = \frac{1}{5}$  and  $\frac{1}{7}$  are consistent with our previous results (Buhmann *et al.* 1991). For the solid phase (figure 56 (b)), the signal appears at around  $\nu = 1$  and shows a strong enhancement below  $\nu_c = 0.26$ . Oscillations in the intensity, similar to transport features are present at  $\nu = \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{1}{5}, \frac{2}{11}$  and  $\frac{1}{7}$ , and these are used to monitor the electron concentration for different  $\Delta t$ .



**Figure 56.** The intensities of (a) the liquid-phase line ( $\Delta t = 100$  ns;  $T = 0.04$  K) and (b) the solid-phase line ( $\Delta t = 1500$  ns;  $T = 0.04$  K) as functions of magnetic field for an electron concentration  $n_s = 5.3 \times 10^{10}$  cm $^{-2}$  (a.u., arbitrary units). The position of the fractional filling factors are indicated. (c) The intensity of the solid-phase line for  $T = 40, 200$  and  $400$  mK and  $\Delta t = 1500$  ns (a.u., arbitrary units).

The key to understanding of the behaviour of the solid line intensity is its temperature dependence which is shown in figure 56 (c). At 400 mK, the magnetic field dependence is smooth with minima corresponding to the FQHE states, but there is no threshold enhancement. At 200 mK, several intensity thresholds  $\nu_1, \nu_2$  and  $\nu_3$  are present. We explain our results as follows: at  $\nu = 1$ , the signal from localized 2D electrons

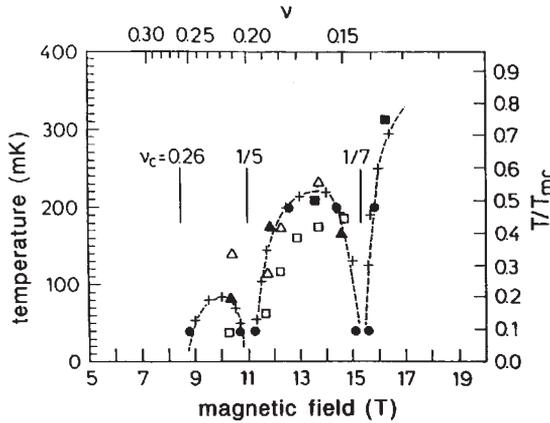
due to magnetic freeze-out starts to appear. The long- $\tau$  arguments of equations (5.1) and (5.2) are only appropriate below  $\nu = 1$ , when the magnetic length is less than the interparticle distance. The portion of localized electrons increases smoothly with increasing field, except at fractional filling factors, where the condensation of the electrons into incompressible Laughlin liquid (and the absence of screening) suppresses the magnetic freeze-out mechanism. At 200 mK, a second solid phase appears for  $\nu_1 > \nu > \nu_2$  and for  $\nu < \nu_3$ , leading to the strong intensity enhancement. At  $T = 40$  mK, the second phase appears over a wider field range, below  $\nu_c = 0.26$  with re-entrant behaviour at  $\nu = \frac{1}{5}$  and  $\nu = \frac{1}{7}$ .



**Figure 57.** Temperature dependence of the solid-phase line intensity (a) around  $\nu = \frac{1}{5}$ ,  $\Delta t = 1.5 \mu s$  and  $H = 11.7, 10$  and  $11$  T, and (b) around  $\nu = \frac{1}{7}$ ,  $\Delta t = 1.5 \mu s$  and  $H = 16.4, 14.5$  and  $15.4$  T (a.u., arbitrary units).

We determine the phase boundary of the Wigner solid by measuring the intensity ( $\Delta t = 1500$  ns) as a function of the temperature at fixed magnetic field. This is shown in figure 57 for magnetic fields around  $\nu = \frac{1}{5}$  and  $\nu = \frac{1}{7}$ . The sharp enhancements of the intensity for magnetic fields in both sides of these fractional values  $\nu$  indicate the transition to the Wigner solid. However, no enhancement is observed exactly at  $\nu = \frac{1}{5}$  and  $\nu = \frac{1}{7}$ , owing to the re-entrant behaviour of the liquid phase. In figure 58 we present the phase boundary of the Wigner solid in coordinates  $T$  against  $H$  for  $n_s = 5.3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ . The dimensionless coordinates  $T/T_{mc}$  ( $T_{mc}$  is the classical melting temperature of the Wigner solid) and  $\nu$  are also indicated in this figure and are used to compare results obtained in different structures (full symbols). Data obtained by non-linear transport (Goldman *et al.* 1990) and radio-frequency experiments (Paalanen *et*

al. 1992a, b) (open symbols) are also shown in the diagram. The universal form of the phase diagram obtained for different samples and by different methods demonstrates its intrinsic origin, which could be associated with the formation of a Wigner lattice. Whereas here a re-entrant behaviour around  $\nu = \frac{1}{7}$  is clearly demonstrated, only a weak minimum in the reduced temperature was observed in Andrei *et al.* (1988). This difference might be explained by the inhomogeneity of the system and by the different averaging involved in different methods.



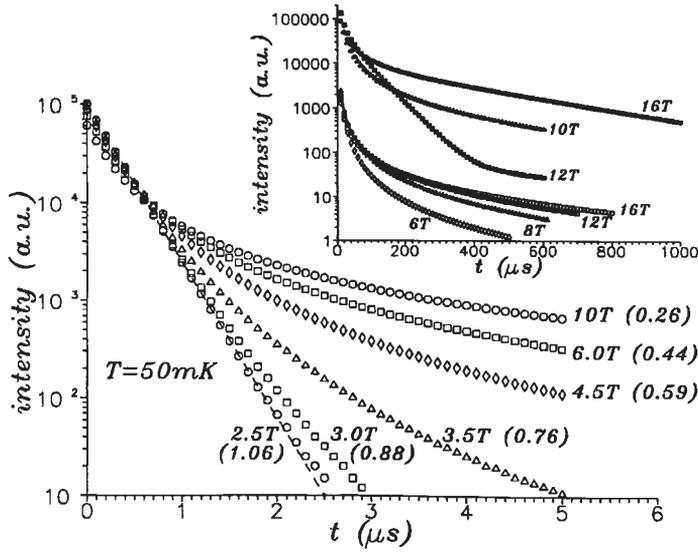
**Figure 58.** Phase boundary for the Wigner crystal obtained for different samples: (+), (●),  $n_s = 5.3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ; (■),  $n_s = 5.2 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ; (▲),  $n_s = 6.1 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ; (□), results obtained by Goldman *et al.* (1990); (△), results obtained by Paalanen *et al.* (1992a, b).

Therefore, the Wigner crystallization of 2D electrons in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructures is investigated by time-resolved PL. For the electrons in the pinned Wigner solid, the recombination time is found to increase exponentially with increasing magnetic field, whereas it remains constant for the liquid phase. A phase diagram for the Wigner solid is derived from the different time scales of the liquid and solid phase.

### 5.5. The triangular lattice of crystallized electrons observed in the time-resolved luminescence

The goal of this part is to test the local spatial structure of the insulating phase of 2D electrons at high magnetic fields by means of the time-resolved magnetoluminescence technique. The study of recombination kinetics at long time delays allows us to distinguish between different configurations of localized electrons.

In our experiments the hole is strongly localized (within the acceptor-related Bohr radius), and its recombination efficiency is determined by the overlap of its wavefunction with that of a 2D electron; if electrons are localized and their states (in 2D plane) are squeezed inside the magnetic length  $l_0$ , this overlap diminishes for most of the holes and tends to zero under an increase in the magnetic field (Fal’ko 1993). This means that a quantity, such as the hole recombination rate, potentially possesses information about the short-range configuration of electrons in the magnetically frozen state.



**Figure 59.** Kinetics of luminescence measured for low-mobility samples in different magnetic fields (a.u., arbitrary units). The inset shows high-magnetic-field kinetics measured up to 1000  $\mu\text{s}$  time delay for low-mobility (open symbols) and high-mobility (full symbols) samples.

The time dependence of the magnetoluminescence intensity  $I(t)$  measured at different magnetic fields (providing filling factors  $\nu < 1$ ) are shown in figure 59. At  $\nu = 1$ , the recombination kinetics can be clearly described by a single exponent. As the filling factor decreases below unity, the kinetics  $I(t)$  deviates from the single-exponential behaviour and the slow recombination tail starts to dominate at  $\nu \ll 1$ , which is demonstrated in the inset to figure 59. Before analysing this slow recombination tail and in order to choose an adequate form for its presentation, we discuss first the correspondence between the internal structure of the localized state and the observed magnetoluminescence kinetics. Since the density of holes in our system is two orders of magnitude less than the 2D electron density, the time dependence of the radiation process is governed by a single-sole recombination rate  $\tau^{-1}$ . Because the emitted photon energies are much higher than the energies of excitations remaining in the 2D system after the recombination of one electron, we arrive at the result (Fal'ko 1993) similar to what is known in the theory of instant perturbations (Landau and Lifshitz 1977). The rate  $\tau^{-1}$  can be expressed in terms of the projection of the (initial) ground-state density matrix  $\langle 0 | \Psi_e^+(\mathbf{R}) \Psi_e(\mathbf{R}_1) | 0 \rangle$  of the electron system onto that of a hole  $h_A, \phi_h^+(\mathbf{R}) \phi_h(\mathbf{R}_1)$ ,

$$\tau^{-1} = A \int d\mathbf{R} d\mathbf{R}_1 \phi_h^*(\mathbf{R}) \phi_h(\mathbf{R}_1) \langle 0 | \Psi_e^+(\mathbf{R}) \Psi_e(\mathbf{R}_1) | 0 \rangle \quad (5.4)$$

( $A$  is determined by the optical interband transition strength in the GaAs). This expression can be further simplified if the spatial extent of the acceptor bound hole is small compared with the characteristic length scales in the electronic system (the magnetic length  $l_0$  and width of the lowest subband electron wavefunction  $\varphi_0(z)$  in

the growth direction) by means of formal substitution  $\phi_h(\mathbf{R}) \propto \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\delta(z - d)$ . The separation of in- and off-the plane variables  $\Psi_e(\mathbf{R}) = \varphi_0(z)\psi(\mathbf{r})$  in the electronic wavefunction leads to

$$\tau^{-1} = \sigma_0 \rho(\mathbf{r}_0) \quad (5.5)$$

In this equation, the effective cross-section  $\sigma_0$  of the process includes all the magnetic-field-independent parameters, such as the optical transition strength in GaAs, the acceptor-related Bohr radius  $a_B$  and the electron-hole overlap  $a_B |\varphi_0(d)|^2$  in the  $z$  direction. Below it will be referred to as a phenomenological constant. On the other hand, the electron-hole overlap in the plane is controlled by the value  $\rho(\mathbf{r}_0) = \langle 0 | \Psi^+(\mathbf{r}_0) \Psi(\mathbf{r}_0) | 0 \rangle$  of the ground-state 2D electron density matrix related to the planar coordinate  $\mathbf{r}_0$  just above the hole position, which provides us with the relation between the hole recombination rate and the local internal structure of the electron system.

Since at  $\nu = 1$  the electron ground state possesses a homogeneous density  $\rho(\mathbf{r}) = n_s$  (Jancovici 1981), all hole positions  $\mathbf{r}_0$  are equivalent and the recombination kinetics described by equation (5.1) absolutely agree with the single-exponent evolution of the luminescence intensity  $I(t) = I_0 \exp(-t/t_0)$ , with the rate  $t_0^{-1} = \sigma_0 n_s$ . This simple single-rate description of the recombination process is immediately violated if the system leaves the homogeneous ground state. The holes  $h_A$ , randomly placed in the  $\delta$ -doped monolayer, have a distinguishably different lifetime because they test the locally modulated 2D electron density. At low filling factors (i.e. high magnetic fields), this modulation takes a drastic form if the electronic state is frozen. To imagine this, let us consider a Maki-Zotos (1983) type of state  $N^{-1/2} \det \|\psi_i(\mathbf{r}_a)\|$ , prepared from electrons localized inside the magnetic length  $l_0$  near its own centre  $\mathbf{R}_i$ ,  $\psi_i(\mathbf{r}) = (2\pi l_0^2)^{-1} \exp[-(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)^2 / 4l_0^2]$ . The modulation  $\rho(\mathbf{r})$  in such a system is exponential, and the temporal evolution of the intensity  $I(t)$  follows the ‘firefront’ propagation through the distribution function  $P(r)$  of distance  $r$  between a hole and the closest electron localization centre  $\mathbf{R}_i$ :

$$I(t) = \frac{\sigma_0 n_h}{2\pi l_H^2} \int P(r) dr \exp\left[\left(-\frac{r^2}{2l_H^2}\right) - \frac{t\sigma_0}{2\pi l_H^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2l_H^2}\right)\right].$$

The characteristic evolution of  $I(t)$  can be illustrated by the example of the Poisson distribution of localization centres  $\mathbf{R}_i$ :  $P(r) = 2\pi n_s r \exp(-n_s \pi r^2)$ . In this case we find that, after the first holes placed just under their closest electrons are gone ( $t \propto \nu t_0$ ), the recombination takes the power law form  $I(t) = I_0 (2\pi l_H^2 / \sigma_0 t) = I_0 (\nu t_0 / t)^{1+\nu}$  which covers the entire interval  $t > \nu t_0$ . Although the distribution function  $P(r)$  in realistic systems will not exactly coincide with a Poisson distribution function, the above power law is specific for any (even regular) configuration of localization centres as an intermediate regime. Indeed, at  $r < n_s^{-1/2}$ ,  $P(r) \approx 2\pi n_s r$  (see inset to figure 60 (a)); hence for a wide time interval  $\nu t_0 < t < \nu t_0 \exp(1/\nu)$  the dependence

$$I(t) = I_0 \left(\frac{\nu t_0}{t}\right)^{1+\delta} \quad (5.7)$$

(with  $\delta \rightarrow 0$  at  $\nu \rightarrow 0$ ) seems to be a universal feature of the bound-hole recombination in the electron system localized at high magnetic fields.

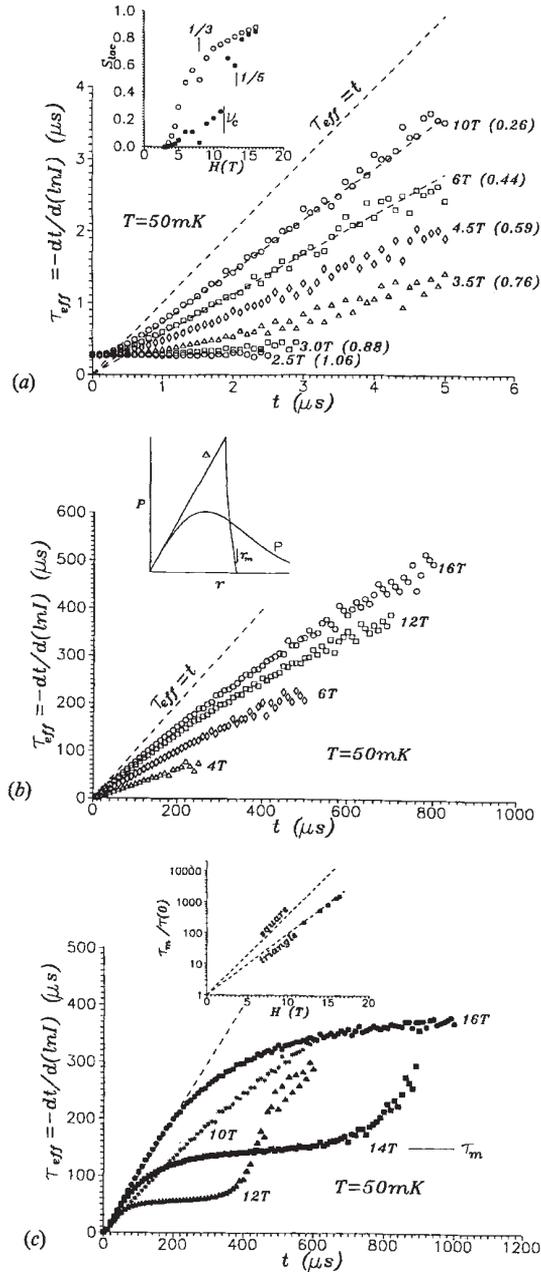


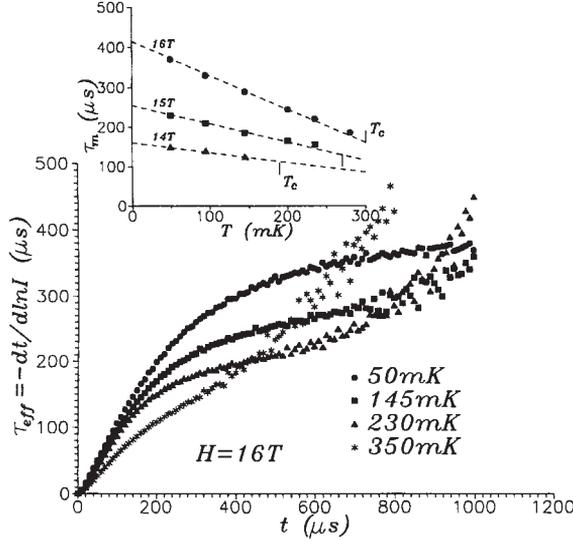
Figure 60. Dependences of the instant recombination time  $\tau_{eff}$  on time delay  $\Delta t$  measured at different magnetic fields for (a), (b) low-mobility and (c) high-mobility samples. The insets show (a) magnetic field dependence of the portion  $S_{loc}$  of localized electrons measured for low-mobility ( $\circ$ ) and high-mobility ( $\bullet$ ) samples, (b) the distribution function  $P(r)$  of distances between a hole and closest electron for different configurations of electrons (curve P, the Poisson distribution; curve  $\Delta$ , triangular lattice) and (c) comparison of the measured magnetic field dependence of  $\tau_m$  with that calculated for triangular and square lattices.

The result of equation (5.1) suggests an appropriate representation of the measured recombination kinetics in terms of a new dynamical variable: the instant value of the effective recombination time  $\tau_{\text{eff}}(t)$  which is determined as  $\tau_{\text{eff}} = -I(t)/\dot{I}(t) = -dt/d[\log I(t)]$ . In coordinates  $\tau_{\text{eff}}$  against  $t$ , the kinetics described by a single exponent and by a power law will be represented by constant and linear dependences respectively. For the power-law decay in equation (5.7),  $\tau_{\text{eff}}(t) = t/(1 + \delta)$ , which agrees with what is found in the experimental time dependences  $I(t)$ . In figure 60 (a) the data from figure 59 are replotted on the scale  $\tau_{\text{eff}}$ . One sees that, at fillings  $\nu < 1$ ,  $\tau_{\text{eff}}$  starts to increase linearly with  $t$  (at  $t > t_0$ ), indicating the existence of localized electrons. Figure 60 (b) and (c) shows  $\tau_{\text{eff}}$  for the low- and high-mobility samples respectively for longer times and smaller filling factors. It is visible that  $\tau_{\text{eff}}(t)$  approaches  $t$  for filling factors  $\nu \ll 1$ .

The latter regime is quite pronounced both in the most disordered (figure 60 (b)) and in the purest (figure 60 (c)) samples that we studied. The difference between these two realizations of a 2D system is most pronounced for long delay times  $t > t_0 \exp(1/\nu)$  when the recombination involves electrons and holes separated by the mean interparticle distance  $l \propto n_s^{-1/2}$  and tests that part of the distribution function  $P(r)$  which is dominantly affected by correlations in the short-range configuration of the closest frozen electrons. That is, in systems where the effect of disorder is stronger than that of the Coulomb interaction, the long tail in  $P(r)$  spreads to lengths longer than  $l$  and, although the effective recombination time  $\tau_{\text{eff}}$  deviates from the linear intermediate regime, it does not saturate at any fixed value. On the contrary, the ordering of electrons into the Wigner lattice obviously demands the existence of a terminating point  $r_m$  in the distribution function  $P(r)$ , as shown in the inset to figure 60 (b). This point corresponds to the distance from the lattice sites to the centre of the unit cell and has its minimal value (for a fixed density  $n_s$ ) for the triangular lattice:  $r_m = (\frac{4}{27})^{1/4} n_s^{-1/2}$  (for instance, the square lattice gives  $r_m = (2n_s)^{-1/2}$ ; a strongly deformed glass-like structure possesses even longer spacings).

After the recombination ‘firefront’ reaches the terminating point  $r_m$ , the effective time  $\tau_{\text{eff}}$  saturates at the lifetime value of a hole  $h_A$  placed close to the unit cell centre. Therefore, the saturation of the instant recombination time observed in the best samples (see figure 60 (c)) means a single-exponent recombination process and can be used for determining  $r_m$ . One can see from figure 60 (c) and figure 61 that the plateau  $\tau_{\text{eff}}(t) \approx \tau_m$  appears when the filling factor and the temperature are below some critical values,  $\nu < \nu_c$  and  $T < T_c$  ( $\nu_c$  and  $T_c$  coincide with the values observed in transport (Jiang *et al.* 1990) as well as in the luminescence measurements (Goldys *et al.* 1992). We checked that, in spite of extremely slow recombination at high fields, the total luminescence intensity integrated over time and energy is insensitive to a magnetic field. This means that the electron–hole recombination has 100% radiate efficiency and that the integral intensity of the slow recombination tail which reflects the portion  $S_{\text{loc}}$  of localized electrons in the 2D system can be measured in absolute units. In the low-mobility sample,  $S_{\text{loc}}$  continuously grows starting, from  $\nu = 1$  and tends to 100% as  $\nu \rightarrow 0$  (see inset to figure 60 (a)). In high mobility structures, the portion of localized electrons is much less but abruptly increases at  $\nu = \nu_c$  owing to the entrance into the frozen state. The value and width of the plateau in  $\tau_{\text{eff}}$  depend on the magnetic field and temperature. The magnetic field dependence

of the saturated value of  $\tau_{eff} = \tau_m$  gives us a way to define the local configuration of frozen electrons and to distinguish between a triangular and square lattice, for example. The accuracy of such a procedure is guaranteed by the exponential dependence  $\tau_0/\tau_{eff}(t \rightarrow 0) = \exp(r_m^2/2l_0^2) = \exp(-\gamma/\nu)$ , where  $\gamma = \pi n_0 r_m^2$  and the inset to figure 60 (c) demonstrates that  $\tau_m$  fits quite well the triangular lattice model. (The normalization  $\tau_{eff}(t \rightarrow 0)$  is extracted from short time delays; see figure 60 (a)).



**Figure 61.** Temperature variations in the dependence  $\tau_{eff}(t)$ , measured for the high-mobility sample at  $H = 16 T$ . The inset shows the temperature dependences of the  $\tau_m$  measured at different magnetic fields.

The observed temperature dependence of the recombination time  $\tau_m$  shown in figure 61 is also consistent with what can be expected for the Wigner solid state of electrons. Thermal vibrations (in high fields), magnetophonons with  $k^{3/2}$  dispersion (Chaplik 1972, Fukuyama 1975) smear the electron density distribution and stimulate recombination in the long tail. The temperature effect can be calculated for holes placed in the centre of a unit cell by renormalizing the density matrix value  $\rho(\mathbf{r}_m)$  at this point. In the harmonic approximation,  $\rho(\mathbf{r}_m) \propto \exp[-r_m^2/(2l_H^2 + \langle u^2 \rangle_T)]$ , where  $\langle u^2 \rangle_T$  is the mean square displacement of the electron magnetic oscillator centre with respect to the regular site position. This gives us the Debye-Waller-type factor in the recombination time  $\tau_m$ :

$$\frac{\tau_m(T)}{\tau_m(0)} \approx \exp(-\pi\gamma\nu^{-2}n_s\langle u^2 \rangle_T), \quad (5.8)$$

where the parameter  $\gamma = \pi n_s r_m^2$  is determined by the unit-cell structure ( $\nu_{tr} = 2\pi \times 3^{-3/2}$  and  $\nu_{sq} = \pi/2$ ). Therefore, the amplitude of lattice vibrations is a measurable quantity in our experiment (we find that  $\langle u^2 \rangle_T n_s \approx (0.44 - 0.47) \times 10^{-2}$  at  $T = T_c$ ) and can be compared with its theoretically predicted values (Platzman and Fukuyama 1974, Ulinich

and Usov 1979),  $\pi n_s \langle u^2 \rangle_T = (T/2ms^2) \log(L/l_H)$ , where  $ms^2 \approx 0.3e^2 n_s / \kappa$  for the triangular lattice (Bonsall and Maradudin 1977, Crandall 1973). The shorter length  $\lambda_T$  under the logarithm is the thermal magnetophonon wavelength,  $T \approx 0.3\nu (e^2 n_s^{1/2} / \kappa) (\lambda_T n_s^{1/2})^{-3/2}$ . The longer length  $L \approx n_A^{-1/2}$  is the pinning length of a crystal by charged acceptors. At low temperatures the above dependence of  $\tau_m(T)$  can be expanded into the linear variation  $\tau_m(T)/\tau_m(0) - 1 \approx -\pi\gamma\nu^{-2} n_s \langle u^2 \rangle_T \propto TH^2$  and quantitatively agrees with the observed behaviour shown in the inset to figure 61.

Therefore, we show that the recombination kinetics of 2D electrons with acceptor bound holes is a sensitive probe of the local spatial structure of the electronic system. Using the time-resolved technique, we extract the regime of the electron Wigner solid and establish its short-range configuration consistent with the triangular lattice model. Up to the melting point the amplitude of the thermal vibrations of the electron crystal are derived from the temperature dependence of the recombination kinetics.

## 6. Conclusion

This review article presents optical spectroscopic probes of the behaviour of highly mobile 2D electrons in semiconductor heterojunctions in strongly quantizing magnetic field. The main goal was to show that magneto-optical investigations provide an additional effective method for experimental studies of 2D electron systems in the quantum Hall regimes, both integer and fractional, and that it is possible to obtain information about the ground state of the interacting electrons, especially in those regions where magnetotransport measurements run into difficulties. It is shown that, for successful investigations of 2D electron correlation phenomena by means of magnetoluminescence, it is essential to have a system where hidden symmetry with respect to electron-hole interaction is broken and where the ground state of the interacting 2D electrons is not strongly perturbed by any charged recombination centres. A SH with a  $\delta$ -doped monolayer of neutral impurity centres located far away from the interface is one of the most convenient objects for these magneto-optical studies. Of special importance is the fact that the impurity centres are electrically neutral and therefore in a minimal way perturb the 2D electron system, at least in its initial ground state. GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructures with such architecture were successfully used for magneto-optical investigations of the integer and fractional quantum Hall states and the behaviour of strongly correlated 2D electrons in the Wigner solid regime.

First of all the radiative recombination spectra of 2D electrons with photoexcited holes bound at acceptor centres were used to investigate the single-particle DOS of non-interacting electrons in the IQHE regime. Effects of the nonlinear screening of random potential fluctuations, oscillations of the Landau level widths under variation of filling factors, and enhancement of the spin splittings have been successfully studied by means of this magnetoluminescence technique.

The luminescence method in heterostructures with such architecture was efficiently used for investigations of the ground-state energy of the interacting 2D electrons in the quantum limit ( $\nu < 1$ ). It was shown that the behaviour of the first mo-

ment of the luminescence spectrum on the filling factor directly reflects the mean ground-state energy of the interacting 2D electrons. The relationship between the mean ground-state energy of 2D electrons and the first moment of their luminescence spectra was analysed and the strengths of the observed cusps in the behaviour of the first moment of spectra at fractional filling factors were used as a measure of corresponding Coulomb gaps in the FQHE. Therefore, it was shown how magneto-optics 'see' the ground-state energy of interacting electrons and how an optical 'tool' is efficient for determination of Coulomb gaps of incompressible quantum liquids.

In the extreme quantum limit, at critical filling factors  $\nu < \nu_c$  and below the critical temperature  $T_c$ , a new luminescence channel is observed associated with the formation of the solid phase of 2D electrons. The re-entrant behaviour of luminescence spectra due to formation of the 2D solid phase in the vicinity of filling factors  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{7}$  and  $\frac{1}{9}$  was observed and analysed. The combination of time-resolved spectra and temperature dependences for the PL made it possible to distinguish not only liquid from solid but also an extrinsic localized state due to strong single-electron localization from an intrinsic solid phase of 2D electrons (the Wigner solid). A phase diagram of the Wigner solid was derived from the different time scales of luminescence spectra corresponding to liquid and solid phases. It was also demonstrated that the time-resolved magnetoluminescence is an efficient local probe of 2D electron spatial structure in the insulating phase. This allows us to identify the short-range configuration of neighbouring localized electrons as being consistent only with an ideal triangular structure with a very small portion of deformed cells.

The circle of problems connected with the investigations of incompressible quantum liquids in the FQHE regime and the Wigner solid still remains a 'hot' and attractive field of scientific interest. In conclusion we would like to emphasize a few points which will be interesting, in our opinion, to investigate using optical spectroscopy methods. In the nearest future, one can imagine rapid space-resolved experiments in which the kinetics of the many-electron excitations and their correlations may be directly optically tracked within the confines of semiconductor nanostructures. In principle, inelastic light scattering allows direct measurement of the gap excitations that are fundamental in the FQHE regime and in the regime of the Wigner solid. Ongoing work using both luminescence and inelastic light scattering is also focusing on electron systems in one and zero dimensions: quantum dots and wires. As to the Wigner crystallization, more direct methods of experimental verification of this liquid–solid phase transition are desirable. The experiments on elastic scattering of short-wavelength acoustic phonons (some analogy to X-ray scattering by ordinary solids) seems to be attractive and valuable.

## Acknowledgments

The authors are grateful to K. von Klitzing, R. Haug, E. I. Rashba, G. Martinez, V. I. Fal'ko, A. H. MacDonald, A. Efros and P. M. Platzman for fruitful and stimulating discussions before publication of this review article. We also acknowledge support from the Alexander von Humboldt Foundation.

## REFERENCES

1. Ando, T. Screening effect and quantum transport in a silicon inversion layer in strong magnetic fields // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 1977. – Vol. 43, Iss. 5. – P. 1616–1626.
2. Ando, T. Electronic properties of two-dimensional systems / T. Ando, A.B. Fowler, F. Stern // *Reviews of Modern Physics*. – 1982. – Vol. 54, Iss. 2. – P. 437–672.
3. Ando, T. Landau-level broadening in GaAs/AlGaAs heterojunctions / T. Ando, Y. Murayama // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 1985. – Vol. 54, Iss. 4. – P. 1519–1527.
4. Ando, T. Theory of oscillatory g factor in an MOS inversion layer under strong magnetic fields / T. Ando, Y. Uemura // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 1974. – Vol. 37, Iss. 4. – P. 1044–1052.
5. Andrei, E.Y. Observation of a magnetically induced Wigner solid / E.Y. Andrei et al. // *Physical Review Letters*. – 1988. – Vol. 60, Iss. 26. – P. 2765–2768.
6. Apal'kov, V.M. Magnetospectroscopy of 2D electron gas: cusps in emission spectra and Coulomb gaps / V.M. Apal'kov, E.I. Rashba // *JETP Letters*. – 1991a. – Vol. 53, Iss. 8. – P. 442–448.
7. Apal'kov, V.M. Excitons in an incompressible fluid: giant polaron effect / V.M. Apal'kov, E.I. Rashba // *JETP Letters*. – 1991. – Vol. 54, Iss. 3. – P. 155–160.
8. Apal'kov, V.M. Interaction of excitons with an incompressible quantum liquid / V.M. Apal'kov, E.I. Rashba // *Physical Review B*. – 1992. – Vol. 46, Iss. 3. – P. 1628–1638.
9. Bastard, G. Hydrogenic impurity states in a quantum well: a simple model // *Physical Review B*. – 1981. – Vol. 24, Iss. 8. – P. 4714–4722.
10. Boebinger, G.S. Activation energies and localization in the fractional quantum Hall effect / G.S. Boebinger et al. // *Physical Review B*. – 1987. – Vol. 36, Iss. 15. – P. 7919–7929.
11. Bonsall, L. Some static and dynamical properties of a two-dimensional Wigner crystal / L. Bonsall, A.A. Maradudin // *Physical Review B*. – 1977. – Vol. 15, Iss. 4. – P. 1959–1973.
12. Buhmann, H. Magneto-optical evidence for fractional quantum Hall states down to filling factor  $1/9$  / H. Buhmann et al. // *Physical Review Letters*. – 1990. – Vol. 65, Iss. 8. – P. 1056–1059.
13. Buhmann, H. Novel magneto-optical behavior in the Wigner-solid regime / H. Buhmann et al. // *Physical Review Letters*. – 1991. – Vol. 66, Iss. 7. – P. 926–929.
14. Chakraborty, T. Elementary excitations in the fractional quantum Hall effect // *Physical Review B*. – 1985. – Vol. 31, Iss. 6. – P. 4026–4028.
15. Chakraborty, T. The fractional quantum Hall effect: introduction / T. Chakraborty, P. Pietiläinen. – Berlin, Heidelberg : Springer, 1988a. – 170 p.
16. Chakraborty, T. Fractional quantum Hall effect at even-denominator filling fractions / T. Chakraborty, P. Pietiläinen // *Physical Review B*. – 1988b. – Vol. 38, Iss. 14. – P. 10097–10100.
17. Chaplik, A.V. Possible crystallization of charge carriers in low-density inversion layers // *JETP*. – 1972. – Vol. 35, Iss. 2. – P. 395–398.
18. Chen, W. Interaction of magnetoexcitons and two-dimensional electron gas in the quantum Hall regime / W. Chen et al. // *Physical Review Letters*. – 1990. – Vol. 64, Iss. 20. – P. 2434–2437.
19. Chui, S.T. Solid versus fluid, and the interplay between fluctuations, correlations, and exchange in the fractional quantized Hall effect / S.T. Chui, T.M. Hakim, K.B. Ma // *Physical Review B*. – 1986. – Vol. 33, Iss. 10. – P. 7110–7121.
20. Clark, R.G. Optical detection of integer and fractional QHE in GaAs – extension to the electron solid / R.G. Clark et al. // *Proceedings of the 7th International conference*

- on the applications of high magnetic fields in semiconductors / ed. by G. Landwehr. – Würzburg, 1990. – P. 39–48.
21. Clark, R.G. Experimental determination of fractional charge  $e/q$  for quasiparticle excitations in the fractional quantum Hall effect / R.G. Clark et al. // *Physical Review Letters*. – 1988. – Vol. 60, Iss. 17. – P. 1747–1750.
  22. Crandall, R.S. Collective modes of a two-dimensional Wigner crystal // *Physical Review A*. – 1973. – Vol. 8, Iss. 4. – P. 2136–2142.
  23. Dahl, M. Suppression of ground-state optical recombination in the quantum Hall regime / M. Dahl et al. // *Physical Review B*. – 1992. – Vol. 45, Iss. 12. – P. 6957–6960.
  24. Deville, G. Dynamic measurement of the surface tension of liquid helium with a two-dimensional electron probe // *Journal of Low Temperature Physics*. – 1988. – Vol. 72, Iss. 1–2. – P. 135–151.
  25. Dite, A.F. Magnetooscillations in the luminescence decay time of a 2D electron gas at a single GaAs-AlGaAs heterojunction with a monolayer of acceptors / A.F. Dite et al. // *JETP Letters*. – 1991a. – Vol. 54, Iss. 11. – P. 642–645.
  26. Dite, A.F. Kinetics of the radiative recombination of 2D electrons with photoexcited holes at a single GaAs/AlGaAs heterojunction with a monolayer of acceptors / A.F. Dite et al. // *JETP Letters*. – 1991b. – Vol. 54, Iss. 7. – P. 389–393.
  27. Du, R.R. Experimental evidence for new particles in the fractional quantum Hall effect / R.R. Du et al. // *Physical Review Letters*. – 1993. – Vol. 70, Iss. 19. – P. 2944–2947.
  28. Efros, A.L. Density of states and localization in two-dimensional electron gas with a long-range potential fields // *Proceedings of the 20th International Conference on the Physics of Semiconductors* / ed. by E.M. Anastassakis, J.D. Joannopoulos. – Singapore : World Scientific. – 1990. – Vol. 1. – P. 59–66.
  29. Eisenstein, J.P. Recent results in two-dimensional electron correlation at high magnetic fields // *Proceedings of the 20th International Conference on the Physics of Semiconductors* / ed. by E.M. Anastassakis, J.D. Joannopoulos. – Singapore : World Scientific. – 1990. – Vol. 1. – P. 21–28.
  30. Eisenstein, J.P. Density of states and de Haas–van Alphen effect in two-dimensional electron systems / J.P. Eisenstein et al. // *Physical Review Letters*. – 1985. – Vol. 55, Iss. 8. – P. 875–878.
  31. Eisenstein, J.P. Evidence for a phase transition in the fractional quantum Hall effect / J.P. Eisenstein et al. // *Physical Review Letters*. – 1989. – Vol. 62, Iss. 13. – P. 1540–1543.
  32. Eisenstein, J.P. Evidence for a spin transition in the  $\nu = 2/3$  fractional quantum Hall effect / J.P. Eisenstein et al. // *Physical Review B*. – 1990. – Vol. 41, Iss. 11. – P. 7910–7913.
  33. Eisenstein, J.P. Collapse of the even-denominator fractional quantum Hall effect in tilted fields / J.P. Eisenstein et al. // *Physical Review Letters*. – 1988. – Vol. 61, Iss. 8. – P. 997–1000.
  34. Fal'ko, V.I. Phonon-emission-accompanied photoluminescence from a two-dimensional electron system at high magnetic field // *Physical Review B*. – 1993. – Vol. 47, Iss. 7. – P. 3802–3805.
  35. Fano, G. Configuration-interaction calculations on the fractional quantum Hall effect / G. Fano, F. Ortolani, E. Colombo // *Physical Review B*. – 1986. – Vol. 34, Iss. 4. – P. 2670–2680.
  36. Fertig, H.A. Charged spin-texture excitations and the Hartree-Fock approximation in the quantum Hall effect / H.A. Fertig et al. // *Physical Review B*. – 1994. – Vol. 50, Iss. 15. – P. 11018–11021.
  37. Filin, A.I. Spin relaxation of photoexcited electrons and holes in a single GaAs/AlGaAs heterojunction / A.I. Filin et al. // *JETP Letters*. – 1992. – Vol. 56, Iss. 3. – P. 156–161.

38. Fukuyama, H. Two-dimensional Wigner crystal under magnetic field // *Solid State Communications*. – 1975. – Vol. 17, Iss. 10. – P. 1323–1326.
39. Gavrilov, M.G. State density in gaps in the energy spectrum of 2D electrons in a transverse magnetic field / M.G. Gavrilov, I.V. Kukushkin // *JETP Letters*. – 1986. – Vol. 43, Iss. 2. – P. 103–107.
40. Gerhardtts, R.R. Statistical model for inhomogeneities in a two-dimensional electron gas implying a background density of states between Landau levels / R.R. Gerhardtts, V. Gudmandsson // *Physical Review B*. – 1986. – Vol. 34, Iss. 4. – P. 2999–3002.
41. Girvin, S.M. Collective-excitation gap in the fractional quantum Hall effect / S.M. Girvin, A.H. MacDonald, P.M. Platzman // *Physical Review Letters*. – 1985. – Vol. 54, Iss. 6. – P. 581–583.
42. Goldberg, B.B. Energy shifts, intensity minima, and line splitting in the optical recombination of electrons in integer and fractional quantum Hall regime / B.B. Goldberg et al. // *Proceedings of the 7th International conference on the applications of high magnetic fields in semiconductors* / ed. by G. Landwehr. – Würzburg, 1990b. – P. 49–60.
43. Goldberg, B.B. Optical investigations of the integer and fractional quantum Hall effects: Energy plateaus, intensity minima, and line splitting in band-gap emission / B.B. Goldberg et al. // *Physical Review Letters*. – 1990a. – Vol. 65, Iss. 5. – P. 641–644.
44. Goldman, V.J. Evidence for two-dimensional quantum Wigner crystal / V.J. Goldman et al. // *Physical Review Letters*. – 1990. – Vol. 65, Iss. 17. – P. 2189–2192.
45. Goldman, V.J. Evidence for the fractional quantum Hall state at  $\nu = 1/7$  / V.J. Goldman, M. Shayegan, D.C. Tsui // *Physical Review Letters*. – 1988. – Vol. 61, Iss. 7. – P. 881–884.
46. Goldys, E.M. Magneto-optical probe of two-dimensional electron liquid and solid phases / E.M. Goldys et al. // *Physical Review B*. – 1992. – Vol. 46, Iss. 12. – P. 7957–7960.
47. Gornik, E. Thermodynamic and magneto-optic investigations of the Landau level density of states for 2D electrons in GaAs / E. Gornik, W. Seidenbusch, G. Strasser // *High Magnetic Fields In Semiconductor Physics* / ed. by G. Landwehr. – Berlin : Springer, 1986. – P. 193–201.
48. Gornik, E. Specific heat of two-dimensional electrons in GaAs-GaAlAs multilayers / E. Gornik et al. // *Physical Review Letters*. – 1985. – Vol. 54, Iss. 16. – P. 1820–1823.
49. Grimes, C.C. Evidence for a liquid-to-crystal phase transition in a classical, two-dimensional sheet of electrons / C.C. Grimes, G. Adams // *Physical Review Letters*. – 1979. – Vol. 42, Iss. 12. – P. 795–798.
50. Gubarev, S.I. Optical detection of cyclotron resonance at a GaAs-GaAlAs heterojunction / S.I. Gubarev et al. // *JETP Letters*. – 1991. – Vol. 54, Iss. 7. – P. 355–359.
51. Haldane, F.D.M. Fractional quantization of the Hall effect: a hierarchy of incompressible quantum fluid states // *Physical Review Letters*. – 1983. – Vol. 51, Iss. 7. – P. 605–608.
52. Haldane, F.D.M. Finite-size studies of the incompressible state of the fractionally quantized Hall effect and its excitations / F.D.M. Haldane, E.H. Rezayi // *Physical Review Letters*. – 1985. – Vol. 54, Iss. 3. – P. 237–240.
53. Haldane, F.D.M. Spin-singlet wave function for the half-integral quantum Hall effect / F.D.M. Haldane, E.H. Rezayi // *Physical Review Letters*. – 1988. – Vol. 60, Iss. 10. – P. 956–959.
54. Halperin, B.I. Theory of the quantized Hall conductance // *Helvetica Physica Acta*. – 1983. – Vol. 56. – P. 75–102.
55. Halperin, B.I. Statistics of quasiparticles and the hierarchy of fractional quantized Hall states // *Physical Review Letters*. – 1984. – Vol. 52, Iss. 18. – P. 1583–1586.
56. Halperin, B.I. Theory of the half-filled Landau level / B.I. Halperin, P.A. Lee, N. Read // *Physical Review B*. – 1993. – Vol. 47, Iss. 12. – P. 7312–7343.

57. Halperin, B.I. Theory of two-dimensional melting / B.I. Halperin, D.R. Nelson // *Physical Review Letters*. – 1978. – Vol. 41, Iss. 2. – P. 121–124.
58. Harris, I.N. Electron diffraction from a 2D electron Wigner crystal / I.N. Harris et al. // *EPL*. – 1995. – Vol. 29, Iss. 4. – P. 333–338.
59. Heiman, D. Optical anomalies of the two-dimensional electron gas in the extreme magnetic quantum limit / D. Heiman et al. // *Physical Review Letters*. – 1988. – Vol. 61, Iss. 5. – P. 605–608.
60. Heitman, D. Cyclotron-resonance oscillations in InAs quantum wells / D. Heitman, M. Ziesmann, L.L. Chang // *Physical Review B*. – 1986. – Vol. 34, Iss. 10. – P. 7463–7466.
61. Hikami, S. Localization in a strong magnetic field and the quantized Hall effect / S. Hikami, E. Brezin // *Surface Science*. – 1986. – Vol. 170, Iss. 1–2. – P. 262–266.
62. Hockney, R.W. A lambda transition in a classical electron film / R.W. Hockney, T.R. Brown // *Journal of Physics C: Solid State Physics*. – 1975. – Vol. 8, Iss. 12. – P. 1813–1822.
63. Imada, M. Quantum Monte Carlo simulation of a two-dimensional electron system – melting of Wigner crystal / M. Imada, M. Takahashi // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 1984. – Vol. 53, Iss. 11. – P. 3770–3781.
64. Jain, J.K. Composite-fermion approach for the fractional quantum Hall effect // *Physical Review Letters*. – 1989. – Vol. 63, Iss. 2. – P. 199–202.
65. Jain, J.K. Scaling theory of the fractional quantum Hall effect / J.K. Jain, S.A. Kivelson, N. Trivedi // *Physical Review Letters*. – 1990. – Vol. 64, Iss. 11. – P. 1297–1300.
66. Jancovici, B. Exact results for the two-dimensional one-component plasma // *Physical Review Letters*. – 1981. – Vol. 46, Iss. 6. – P. 386–388.
67. Jiang, H.W. Transport anomalies in the lowest Landau level of two-dimensional electrons at half-filling / H.W. Jiang et al. // *Physical Review B*. – 1989. – Vol. 40, Iss. 17. – P. 12013–12016.
68. Jiang, H.W. Quantum liquid versus electron solid around  $\nu = 1/5$  Landau-level filling / H.W. Jiang et al. // *Physical Review Letters*. – 1990. – Vol. 65, Iss. 5. – P. 633–636.
69. Kallin, C. Excitations from a filled Landau level in the two-dimensional electron gas / K. Kallin, B.I. Halperin // *Physical Review B*. – 1984. – Vol. 30, Iss. 10. – P. 5655–5668.
70. Kastalsky, A. Study of persistent photoconductivity effect in n-type selectively doped AlGaAs/GaAs heterojunction / A. Kastalsky, J.C.M. Hwang // *Solid State Communications*. – 1984. – Vol. 51, Iss. 5. – P. 317–322.
71. Kirpichev, V.E. Energy spectrum of 2D electrons in inclined magnetic field / V.E. Kirpichev et al. // *JETP Letters*. – 1990. – Vol. 51, Iss. 7. – P. 436–440.
72. Kirpichev, V.E. Magneto-optic oscillations in the intensity of recombination radiation in connection with intersubband relaxation of 2D electrons / V.E. Kirpichev et al. // *JETP Letters*. – 1991. – Vol. 54, Iss. 11. – P. 636–641.
73. Kivelson, S. Cooperative ring exchange and the fractional quantum Hall effect / S. Kivelson et al. // *Physical Review B*. – 1987. – Vol. 36, Iss. 3. – P. 1620–1646.
74. Klitzing von, K. New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized hall resistance / K. von Klitzing, G. Dorda, M. Pepper // *Physical Review Letters*. – 1980. – Vol. 45, Iss. 6. – P. 494–497.
75. Kosterlitz, J.M. Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems / J.M. Kosterlitz, D.J. Thouless // *Journal of Physics C: Solid State Physics*. – 1973. – Vol. 6, Iss. 7. – P. 1181–1203.
76. Kukushkin, I.V. Oscillations of the spin and valley splittings in the 2D-electron energy spectrum on the (100) surface of silicon // *Solid State Communications*. – 1988. – Vol. 65, Iss. 12. – P. 1473–1476.
77. Kukushkin, I.V. Two-dimensional electron density of states in a transverse magnetic field / I.V. Kukushkin, S.V. Meshkov, V.B. Timofeev // *Physics-Uspekhi*. – 1988a. – Vol. 31, Iss. 6. – P. 511–534.

78. Kukushkin, I. Magneto-optics of two-dimensional electrons under the conditions of integral and fractional quantum Hall effect in Si-MOSFETs and GaAs-AlGaAs single heterojunctions / I. Kukushkin et al. // *Festkörperprobleme*. – Vol. 28, Ch. 2. – Berlin, Heidelberg : Springer, 1988b. – P. 21–43.
79. Kukushkin, I.V. Optical spectroscopy of two-dimensional electrons in GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As single heterojunctions / I.V. Kukushkin, K. von Klitzing, K. Ploog // *Physical Review B*. – 1988c. – Vol. 37, Iss. 14. – P. 8509–8512.
80. Kukushkin, I.V. Reduction of the electron density in GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As single heterojunctions by continuous photoexcitation / I.V. Kukushkin et al. // *Physical Review B*. – 1989a. – Vol. 40, Iss. 6. – P. 4179–4182.
81. Kukushkin, I.V. Radiative recombination of two-dimensional electrons in acceptor-doped GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As single heterojunctions / I.V. Kukushkin et al. // *Physical Review B*. – 1989b. – Vol. 40, Iss. 11. – P. 7788–7792.
82. Kukushkin, I.V. Magneto-optical evidence for depinning of the Wigner crystal by an electric field / I.V. Kukushkin et al. // *Physical Review B*. – 1992a. – Vol. 45, Iss. 8. – P. 4532–4535.
83. Kukushkin, I.V. Energy gaps of the fractional quantum Hall effect measured by magneto-optics / I.V. Kukushkin et al. // *EPL*. – 1992b. – Vol. 18, Iss. 1. – P. 63–68.
84. Kukushkin, I.V. Magneto-optics of the incompressible Fermi liquid and of the Wigner solid / I.V. Kukushkin et al. // *Surface Science*. – 1992c. – Vol. 263, Iss. 1–3. – P. 30–38.
85. Kukushkin, I.V. Thermal collapse of the fractional-quantum-hall-effect energy gaps / I.V. Kukushkin et al. // *EPL*. – 1993a. – Vol. 22, Iss. 4. – P. 287–294.
86. Kukushkin, I.V. Wigner solid versus incompressible Fermi liquid: phase diagram derived from time-resolved photoluminescence / I.V. Kukushkin et al. // *Physica B: Physics of Condensed Matter*. – 1993b. – Vol. 184, Iss. 1–4. – P. 38–42.
87. Kukushkin, I.V. Wigner solid versus incompressible Laughlin liquid: phase diagram derived from time-resolved photoluminescence / I.V. Kukushkin et al. // *EPL*. – 1993c. – Vol. 23, Iss. 3. – P. 211–216.
88. Kukushkin, I.V. Evidence of the triangular lattice of crystallized electrons from time resolved luminescence / I.V. Kukushkin et al. // *Physical Review Letters*. – 1994a. – Vol. 72, Iss. 22. – P. 3594–3597.
89. Kukushkin, I.V. Influence of the electron-hole spatial separation on the magneto-luminescence measurements of the fractional-quantum-Hall-effect energy gaps / I.V. Kukushkin et al. // *Physical Review B*. – 1994b. – Vol. 50, Iss. 15. – P. 11259–11262.
90. Kukushkin, I.V. Hierarchy of the fractional quantum Hall effect states studied by time-resolved magnetoluminescence / I.V. Kukushkin et al. // *Physical Review Letters*. – 1994c. – Vol. 72, Iss. 5. – P. 736–739.
91. Kukushkin, I.V. Radiative recombination of 2D electrons with photoexcited holes in silicon metal-insulator-semiconductor structures / I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev // *JETP Letters*. – 1984. – Vol. 40, Iss. 10. – P. 1231–1235.
92. Kukushkin, I.V. Spectroscopic method for determining the size of the Coulomb gap in the energy spectrum of an incompressible Fermi liquid of 2D electrons / I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev // *JETP Letters*. – 1986. – Vol. 44, Iss. 4. – P. 228–233.
93. Kukushkin, I.V. Radiative recombination of 2D electrons with nonequilibrium holes in silicon metal-insulator-semiconductor structures / I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev // *JETP*. – 1987. – Vol. 65, Iss. 11. – P. 146–156.
94. Kukushkin, I.V. Magneto-optics under conditions of the integer and fractional quantum Hall effect in Si MOSFET / I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev // *Soviet Scientific Reviews. Section A*. – 1989. – Vol. 11, Part 1. – P. 1–99.
95. Lam, P.K. Liquid-solid transition and the fractional quantum-Hall effect / P.K. Lam, S.M. Girvin // *Physical Review B*. – 1984. – Vol. 30, Iss. 1. – P. 473–475.

96. Landau, L.D. Quantum mechanics: non-relativistic theory / L.D. Landau, E.M. Lifshitz, 3<sup>rd</sup> ed., Oxford, New York : Pergamon Press, 1977. – 673 p.
97. Lang, D.V. DX Centers in III–V alloys // Deep centers in semiconductors: a state of the art approach / ed. by T. Pantelides. – New York : Gordon and Beach. – 1986. – Ch. 7. – P. 489–539.
98. Laughlin, R.B. Anomalous quantum Hall effect: an incompressible quantum fluid with fractionally charged excitations // Physical Review Letters. – 1983. – Vol. 50, Iss. 18. – P. 1395–1398.
99. Laughlin, R.B. Primitive and composite ground states in the fractional quantum Hall effect // Surface Science. – 1984. – Vol. 142, Iss. 1–3. – P. 163–172.
100. Laughlin, R.B. Superconducting ground state of noninteracting particles obeying fractional statistics // Physical Review Letters. – 1988. – Vol. 60, Iss. 25. – P. 2677–2680.
101. Lerner, I.V. Two-dimensional electron-hole system in a strong magnetic field as an almost ideal exciton gas / I.V. Lerner, Yu.E. Lozovik // JETP. – 1981. – Vol. 53, Iss. 4. – P. 763–770.
102. Levesque, D. Crystallization of the incompressible quantum-fluid state of a two-dimensional electron gas in a strong magnetic field / D. Levesque, J.J. Weis, A.H. MacDonald // Physical Review B. – 1984. – Vol. 30, Iss. 2. – P. 1056–1058.
103. Levine, J.D. Nodal hydrogenic wave functions of donors on semiconductor surfaces // Physical Review. – 1965. – Vol. 140, Iss. 2A. – P. A586–A589.
104. Lozovik, Yu.E. Crystallization of a two-dimensional electron gas in a magnetic field / Yu.E. Lozovik, V.I. Yudson // JETP Letters. – 1975. – Vol. 22, Iss. 1. – P. 11–12.
105. Maan, J.C. Combined electric and magnetic field effects in semiconductor heterostructures // Two-Dimensional Systems, Heterostructures, and Superlattices / ed. by G. Bauer, F. Kuchar, H. Heinrich. – Berlin, Heidelberg : Springer, 1984. – P. 183–191.
106. MacDonald, A.H. Photoluminescence in the fractional quantum Hall regime / A.H. MacDonald, E.H. Rezayi, D. Keller // Physical Review Letters. – 1992. – Vol. 68, Iss. 12. – P. 1939–1942.
107. MacDonald, A.H. Comparison of models for the even-denominator fractional quantum Hall effect / A.H. MacDonald, D. Yoshioka, S.M. Girvin // Physical Review B. – 1989. – Vol. 39, Iss. 11. – P. 8044–8047.
108. Maki, K. Static and dynamic properties of a two-dimensional Wigner crystal in a strong magnetic field / K. Maki, X. Zotos // Physical Review B. – 1983. – Vol. 28, Iss. 8. – P. 4349–4356.
109. Mallett, J.R. Experimental studies of the  $\nu = 1/5$  hierarchy in the fractional quantum Hall effect / J.R. Mallett et al. // Physical Review B. – 1988. – Vol. 38, Iss. 3. – P. 2200–2203.
110. Merlin, R. Subband-Landau-level coupling in tilted magnetic fields: exact results for parabolic wells // Solid State Communications. – 1987. – Vol. 64, Iss. 1. – P. 99–101.
111. Morf, R. Monte Carlo evaluation of trial wave functions for the fractional quantized Hall effect: disk geometry / R. Morf, B.I. Halperin // Physical Review B. – 1986. – Vol. 33, Iss. 4. – P. 2221–2246.
112. Nelson, D.R. Dislocation-mediated melting in two dimensions / D.R. Nelson, B.I. Halperin // Physical Review B. – 1979. – Vol. 19, Iss. 5. – P. 2457–2484.
113. Nelson, D.R. Solid and fluid phases in smectic layers with tilted molecules / D.R. Nelson, B.I. Halperin // Physical Review B. – 1980. – Vol. 21, Iss. 11. – P. 5312–5329.
114. Nicholas, R.J. Exchange enhancement of the spin splitting in a GaAs–Ga<sub>x</sub>Al<sub>1-x</sub>As heterojunction / R.J. Nicholas et al. // Physical Review B. – 1988. – Vol. 37, Iss. 3. – P. 1294–1302.
115. Paalanen, M.A. RF conductivity of a two-dimensional electron system at small Landau-level filling factors / M.A. Paalanen et al. // Physical Review B. – 1992. – Vol. 45, Iss. 19. – P. 11342–11345.

116. Paalanen, M.A. Electrical conductivity and Wigner crystallization / M.A. Paalanen et al. // *Physical Review B*. – 1992. – Vol. 45, Iss. 23. – P. 13784–13787.
117. Peierls, R. Quelques propriétés typiques des corps solides // *Annales de l'institut Henri Poincaré*. – 1935. – Vol. 5, Iss. 3. – P. 177–222.
118. Pikus, F.G. Increase in the low-temperature mobility of 2D electrons by constant exposure to light // *JETP Letters*. – 1990. – Vol. 52, Iss. 10. – P. 555–558.
119. Pinczuk, A. Observation of collective excitations in the fractional quantum Hall effect / A. Pinczuk et al. // *Physical Review Letters*. – 1993. – Vol. 70, Iss. 25. – P. 3983–3986.
120. Pinczuk, A. Inelastic light scattering by electrons in semiconductor quantum structures / A. Pinczuk et al. // *Proceedings of the 22nd International Conference on the Physics of Semiconductors* / ed. by D.J. Lockwood, 1994. – Singapore : World Scientific. – 1994. – Vol. 1. – P. 11–18.
121. Pinczuk, A. Investigation of optical processes in a semiconductor 2D electron plasma / A. Pinczuk et al. // *Surface Science*. – 1984. – Vol. 142, Iss. 1–3. – P. 492–497.
122. Platzman, P.M. Phase diagram of the two-dimensional electron liquid / P.M. Platzman, H. Fukuyama // *Physical Review B*. – 1974. – Vol. 10, Iss. 8. – P. 3150–3158.
123. Plaut, A.S. Magneto-optics in GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As single heterojunctions / A.S. Plaut et al. // *Physical Review B*. – 1990. – Vol. 42, Iss. 9. – P. 5744–5750.
124. Prange, R.E. The quantum Hall effect / R.E. Prange, S.M. Girvin. – New York : Springer, 1990. – 473 p.
125. Price, R. Fractional quantum Hall liquid, Wigner solid phase boundary at finite density and magnetic field / R. Price, P.M. Platzman, S. He // *Physical Review Letters*. – 1993. – Vol. 70, Iss. 3. – P. 339–342.
126. Rashba, E.I. Magneto-optics of the fractional quantum Hall effect: theory // *Optical phenomena in semiconductor structures of reduced dimensions* / ed. by D.J. Lockwood, A. Pinczuk. – Dordrecht : Springer. – 1993. – Vol. 248. – P. 63–77.
127. Rauh, H. Theory of the temperature dependence of the enhanced valley splitting in surface states of silicon MOSFETs / H. Rauh, R. Kümmel // *Surface Science*. – 1980. – Vol. 98, Iss. 1–3. – P. 370–377.
128. Sajoto, T. Fractional quantum Hall effect in very-low-density GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructures / T. Sajoto et al. // *Physical Review B*. – 1990. – Vol. 41, Iss. 12. – P. 8449–8460.
129. Santos, M.B. Observation of a reentrant insulating phase near the 1/3 fractional quantum Hall liquid in a two-dimensional hole system / M.B. Santos et al. // *Physical Review Letters*. – 1992. – Vol. 68, Iss. 8. – P. 1188–1191.
130. Shklovskii, B.I. State-density oscillations of two-dimensional electrons in a transverse magnetic field / B.I. Shklovskii, A.L. Efros // *JETP Letters*. – 1986. – Vol. 44, Iss. 11. – P. 669–672.
131. Simmons, J.A. Resistance fluctuations in narrow AlGaAs/GaAs heterostructures: direct evidence of fractional charge in the fractional quantum Hall effect / J.A. Simmons et al. // *Physical Review Letters*. – 1989. – Vol. 63, Iss. 16. – P. 1731–1734.
132. Smith, M.C. Giant oscillations and increase of the photoluminescence efficiency of GaAs-AlGaAs modulation-doped multiquantum wells as a function of axial magnetic field / M.C. Smith et al. // *Surface Science*. – 1986. – Vol. 174, Iss. 1–3. – P. 136–142.
133. Smith, T.P. Direct measurement of the density of states of a two-dimensional electron gas / T.P. Smith et al. // *Physical Review B*. – 1985. – Vol. 32, Iss. 4. – P. 2696–2699.
134. Stahl, E. Density of states of a two-dimensional electron gas in a strong magnetic field / E. Stahl et al. // *Journal of Physics C: Solid State Physics*. – 1985. – Vol. 18, Iss. 26. – P. L783–L787.
135. Stern, F. Electron energy levels in GaAs-Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As heterojunctions / F. Stern, S. Das Sarma // *Physical Review B*. – 1984. – Vol. 30, Iss. 2. – P. 840–848.

136. Stern, F. Properties of semiconductor surface inversion layers in the electric quantum limit / F. Stern, W.E. Howard // *Physical Review*. – 1967. – Vol. 163, Iss. 3. – P. 816–835.
137. Störmer, H.L. Electron mobilities in modulation-doped GaAs-(AlGa)As heterostructures // *Surface Science*. – 1983. – Vol. 132, Iss. 1–3. – P. 519–526.
138. Su, W.P. Higher-order fractional quantum Hall effect // *Physical Review B*. – 1985. – Vol. 32, Iss. 4. – P. 2617–2620.
139. Tsui, D.C. Two-dimensional magnetotransport in the extreme quantum limit / D.C. Tsui, H.L. Störmer, A.C. Gossard // *Physical Review Letters*. – 1982. – Vol. 48, Iss. 22. – P. 1559–1562.
140. Turberfield, A.J. Incompressible electron liquid states studied by optical spectroscopy / A.J. Turberfield et al. // *Physical Review B*. – 1993. – Vol. 47, Iss. 8 – P. 4794–4797.
141. Turberfield, A.J. Optical detection of the integer and fractional quantum Hall effects in GaAs / A.J. Turberfield et al. // *Physical Review Letters*. – 1990. – Vol. 65, Iss. 5. – P. 637–640.
142. Turberfield, A.J. Optical spectroscopy of correlated phases of degenerate two-dimensional electrons / A.J. Turberfield et al. // *Surface Science*. – 1992. – Vol. 263, Iss. 1–3. – P. 1–8.
143. Ulinich, F.P. Phase diagram of a two-dimensional Wigner crystal in a magnetic field / F.P. Ulinich, N.A. Usov // *JETP*. – 1979. – Vol. 49, Iss. 1. – P. 147–150.
144. Wigner, E. On the interaction of electrons in metals // *Physical Review*. – 1934. – Vol. 46, Iss. 11. – P. 1002–1011.
145. Wilczek, F. Quantum mechanics of fractional-spin particles // *Physical Review Letters*. – 1982. – Vol. 49, Iss. 14. – P. 957–959.
146. Wilczek, F. Linking numbers, spin, and statistics of solitons / F. Wilczek, A. Zee // *Physical Review Letters*. – 1983. – Vol. 51, Iss. 25. – P. 2250–2252.
147. Willet, R.L. Surface acoustic wave studies of the fractional quantum Hall regime / R.L. Willet et al. // *Proceedings of the 7th International conference on the applications of high magnetic fields in semiconductors* / ed. by G. Landwehr. – Würzburg, 1990. – P. 111–120.
148. Willett, R.L. Quantitative experimental test for the theoretical gap energies in the fractional quantum Hall effect / R.L. Willett et al. // *Physical Review B*. – 1988a. – Vol. 37, Iss. 14. – P. 8476–8479.
149. Willett, R.L. Fractional quantum Hall effect in extremely high mobility GaAs/(AlGa)As heterostructures / R.L. Willett et al. // *Surface Science*. – 1988b. – Vol. 196, Iss. 1–3. – P. 257–262.
150. Willett, R.L. Termination of the series of fractional quantum Hall states at small filling factors / R.L. Willett et al. // *Physical Review B*. – 1988c. – Vol. 38, Iss. 11. – P. 7881–7884.
151. Williams, F.I.B. Conduction threshold and pinning frequency of magnetically induced Wigner solid / F.I.B. Williams et al. // *Physical Review Letters*. – 1991. – Vol. 66, Iss. 25. – P. 3285–3288.
152. Worlock, J.M. Magneto-optical studies of two-dimensional electrons in MQW heterostructures / J.M. Worlock et al. // *Surface Science*. – 1984. – Vol. 142, Iss. 1–3. – P. 486–491.
153. Yoshioka, D. Ground state of the two-dimensional charged particles in a strong magnetic field and the fractional quantum Hall effect // *Physical Review B*. – 1984. – Vol. 29, Iss. 12. – P. 6833–6839.
154. Yoshioka, D. Ground state of two-dimensional electrons in strong magnetic fields and  $\frac{1}{3}$  quantized Hall effect / D. Yoshioka, B.I. Halperin, P.A. Lee // *Physical Review Letters*. – 1983. – Vol. 50, Iss. 16. – P. 1219–1222.

155. Zhang, F.C. Excitation gap in the fractional quantum Hall effect: Finite layer thickness corrections / F.C. Zhang, S. Das Sarma // *Physical Review B*. – 1986. – Vol. 33, Iss. 4. – P. 2903–2905.
156. Zhu, X. Wigner crystallization in the fractional quantum Hall regime: a variational quantum Monte Carlo study / X. Zhu, S.G. Louie // *Physical Review Letters*. – 1993. – Vol. 70, Iss. 3. – P. 335–338.
157. Zhitomirskii, V.E. Anomalous temperature dependence of magneto-optic oscillations in the intensity of the recombination radiation of 2D electrons / V.E. Zhitomirskii et al. // *JETP Letters*. – 1992. – Vol. 56, Iss. 4. – P. 213–218.
158. Zhitomirskii, V.E. Optical-detection of spin relaxation of 2D electrons during photo-excitation / V.E. Zhitomirskii et al. // *JETP Letters*. – 1993. – Vol. 58, Iss. 6. – P. 439–444.

---

---

# МАГНИТООПТИКА ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В УЛЬТРАКВАНТОВОМ ПРЕДЕЛЕ: НЕСЖИМАЕМЫЕ КВАНТОВЫЕ ЖИДКОСТИ И ВИГНЕРОВСКИЙ КРИСТАЛЛ\*

И. В. Кукушкин, В. Б. Тимофеев

## 1. Введение

В физике низкоразмерных полупроводниковых систем за последнюю декаду произошло несколько событий, связанных с открытием целого ряда ярких физических явлений. В 1980 г. был обнаружен целочисленный квантовый эффект Холла (КЭХ) [1]. Два года спустя, еще до того, как была исчерпывающе осмыслена значимость этого явления, был обнаружен эффект дробного квантования холловского сопротивления [2]. Сегодня, почти десять лет спустя, мы имеем еще один сюрприз, связанный с обнаружением кристаллической фазы двумерных электронов, или так называемого вигнеровского кристалла. Цель настоящего обзора — познакомить читателя с магнитооптическими исследованиями перечисленного круга явлений. Магнитооптика оказалась особенно эффективным инструментом экспериментального изучения кулоновских корреляционных эффектов во взаимодействующем 2D-электронном газе.

Здесь уместно напомнить, что квантовый эффект Холла, позднее названный целочисленным КЭХ, является магнитотранспортным явлением и наблюдается в двумерных электронных (дырочных) слоях в структурах металл—диэлектрик—полупроводник (МДП), а также в модулированно легированных гетероструктурах (ГС) [3–5]. Феноменологически этот эффект проявляется при включении достаточно сильного магнитного поля  $\mathbf{B}$ , перпендикулярного плоскости свободного движения 2D-электронов, и сопровождается возникновением плато в холловском сопротивлении (отношении поперечного напряжения к продольному току). Холловским плато при  $T = 0$  соответствуют нули продольного сопротивления. Это явление полностью коррелирует с возникновением одночастичных щелей в спектре 2D-электронов в магнитном поле — циклотронных, спиновых, долинно-орбитальных, которое принуждает электроны двигаться по ландауовским орбитам с энергиями  $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega_c$ , где  $\omega_c$  — частота циклотронного вращения электрона. Холловская проводимость  $\sigma_{xy}$  в режиме целочисленного КЭХ, т.е. на плато, с большой точностью равна

---

\* Успехи физических наук. – 1993. – Т. 163, вып. 7. – С. 1–28.

$$\sigma_{xy} = \nu e^2/h, \quad (1.1)$$

где  $e$  и  $h$  — универсальные атомные постоянные, а  $\nu$  — фактор заполнения. По определению, фактор заполнения  $\nu$  есть

$$\nu = N_s/N_0, \quad (1.2)$$

где  $N_s$  — плотность 2D-электронов, а  $N_0 = 1/2\pi l_0^2 = eB/h$  — предельно допустимое заполнение электронами, или емкость квантового состояния ( $l_0 = (\hbar/eB)^{1/2}$  — магнитная длина). Самая яркая примечательность целочисленного КЭХ состоит в том, что плато  $\sigma_{xy}$  и нули  $\sigma_{xx}$  возникают при целочисленных  $\nu = \dots, 4, 3, 2, 1$ . Условие  $\nu \leq 1$  относят к квантовому пределу.

Целочисленный КЭХ есть явление одноэлектронное и обусловлено специфической структурой 2D-электронного спектра в поперечном магнитном поле при наличии случайного потенциала, а именно, практически все состояния в щелях энергетического спектра сильно локализованы (в духе локализации по Андерсону), а бездиссипативный холловский ток переносят несколько (при  $T = 0$  одно) протяженных, делокализованных состояний [3, 5]. Точность квантования холловской проводимости (выражение (1)) обусловлена тем обстоятельством, что в 2D-системах проводимость может быть представлена топологическим инвариантом, не зависящим от случайного потенциала дефектов, всегда присутствующих в реальных 2D-системах [3].

Обнаружение дробного квантового эффекта Холла, два года спустя после открытия целочисленного, было полной неожиданностью. Предполагалось, что по мере улучшения качества образцов (структуры с более совершенными границами раздела, более однородными электрическими потенциалами, удерживающими носители в 2D-плоскости, и т.д.), а также по мере продвижения в запредельную квантовую область  $\nu < 1$  должна возникнуть кристаллизация электронов, или двумерный вигнеровский кристалл [6, 7]. В классическом пределе такая кристаллизация ранее наблюдалась для 2D-электронов на поверхности жидкого гелия [7]. Однако в совершенных структурах с 2D-электронным газом, отличающихся высокой квантовой подвижностью, в области  $\nu < 1$  была обнаружена тонкая структура в магнитотранспортных кривых, не имеющая прямого отношения к вигнеровской кристаллизации, а именно, были обнаружены новые плато и нули магнитотранспортных величин, проводимости и удельного сопротивления, при дробных факторах заполнения  $\nu = p/q$  ( $p$  — целое,  $q$  — целое нечетное число). Это явление получило в дальнейшем название дробного КЭХ. Оказалось, что дробный КЭХ наблюдается при температурах, значительно более низких, чем целочисленный. Это со всей определенностью указывало, что в энергетическом спектре 2D-электронов существуют новые по своей природе щели, появление которых нельзя понять в рамках простого одноэлектронного описания. Вскоре дробный КЭХ был объяснен [8] как следствие взаимодействия между электронами, которое приводит к возникновению

сильно скоррелированных многоэлектронных состояний (так называемые лафлиновские состояния), получивших еще название несжимаемых квантовых жидкостей (КЖ). Такие состояния являются жидкостью, поскольку в них отсутствует дальний порядок между электронами, а их несжимаемость понимается в том смысле, что для изменения плотности или фактора заполнения требуется затратить энергию масштаба соответствующей щели, которая отделяет основное состояние КЖ от непрерывного спектра квазичастичных возбуждений. Согласно теории Лафлина [8] такие необычные состояния электронной квантовой жидкости существуют исключительно при рациональных дробных факторах заполнения  $\nu = 1/q$  с нечетными знаменателями. В соответствии с электронно-дырочной симметрией, дырочные состояния КЖ существуют при  $1 - (1/q)$ . В рамках многоэлектронной теории [8, 9] квазичастичные возбуждения в режиме дробного КЭХ несут дробный заряд  $e^* = e/q$ . Таким образом, в отличие от одноэлектронных щелей — циклотронных, спиновых и долинно-орбитальных, оперирующих в целочисленном КЭХ, в режиме дробного КЭХ щели имеют кулоновскую природу и связаны с межчастичным взаимодействием. Масштабы кулоновских щелей  $\Delta_q$  определяются величиной дробного заряда и убывают при увеличении  $q$  по закону

$$\Delta_q \approx 0,1e^{*2}/\varepsilon l_0 = 0,1e^2/\varepsilon q^2 l_0 \sim q^{-5/2} H^{1/2}, \quad (1.3)$$

где  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды. Эти масштабы очень малы, поэтому КЖ в режиме КЭХ является весьма деликатной субстанцией. Не удивительно, что такие состояния обнаруживаются лишь в высокосовершенных структурах с 2D-электронным газом, в которых случайный потенциал не разрушает эти состояния (требуются электронные подвижности порядка и более  $10^6 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ ), а также нужны очень низкие температуры (порядка и менее 1 К). Несмотря на жесткость требований к условиям наблюдения дробного КЭХ, в магнитотранспортных экспериментах найдены целые семейства таких состояний [10, 11] и установлена их иерархия, в согласии с предсказаниями теории [12], вплоть до фактора заполнения  $\nu = 1/7$ .

Правило нечетных знаменателей есть следствие принципа Паули и связано с антисимметричностью многоэлектронной волновой функции, описывающей основное состояние КЖ, которое в теории Лафлина конструируется из электронов с одинаковой проекцией спина. Позднее было показано экспериментально (а в теории это отмечалось гораздо раньше [13]), что основное состояние КЖ может быть, в принципе, синглетным (в отличие от «спин-ориентированного» лафлиновского) и сконструировано из электронов с противоположными ориентациями спина [14–16]. Далее, процессы квазичастичных надщелевых возбуждений могут происходить с опрокидыванием спина (спин-флип-процессы). В этих специальных случаях, когда появляются дополнительные степени свободы по спину, и на которых мы не станем останавливаться детально, могут наблюдаться рациональные дроби

в режиме дробного КЭХ с четными знаменателями. Таким образом, само правило нечетных знаменателей в режиме дробного КЭХ отнюдь не носит универсальный характер.

В красочной и впечатляющей по своим результатам истории, связанной с дробным КЭХ, становился все более актуальным вопрос: где же вигнеровская кристаллизация 2D-электронов и когда она происходит? Этот вопрос приобрел особую остроту после того, как надежные численные расчеты более точно указали область (критические значения фактора заполнения  $\nu_c \leq 1/5$  [17]), где предполагаемая кристаллизация может возникнуть. Нужно иметь в виду, что в интересующем нас случае прямые эксперименты, доказывающие появление дальнего порядка во взаимодействующей системе 2D-электронов и основанные на упругом рассеянии нейтронов или рентгеновских лучей, просто неосуществимы. И тем не менее в недавно выполненных экспериментах, разнообразных и независимых по своему методическому подходу, а именно, основанных на изучении радиочастотного поглощения [18, 19], магнитотранспорта [20, 21], поглощения звука [22, 23], магнитооптики [24, 25], а также циклотронного резонанса [26], получены веские доказательства (хотя и не прямые), что такая кристаллизация происходит. По мере продвижения в ультраквантовую область ( $\nu \ll 1$ ) и при низких температурах, из-за усиливающихся эффектов сильной локализации на флуктуациях случайного потенциала, электроны теряют возможность перемещаться на макроскопические расстояния. Поэтому магнитотранспортный метод в этой области сталкивается с трудностями принципиального характера, так как сама система с 2D-электронным газом становится все более диэлектрической и скорее напоминает «электронное стекло».

Теперь обратимся к магнитооптическому методу, для которого эффекты сильной локализации не являются столь сильным ограничением. Хорошо известно, что излучательная рекомбинация 2D-электронов с неравновесными дырками, введенными тем или иным способом в исследуемую систему, может быть использована в качестве способа измерения энергетического спектра электронов. При этом, конечно, предполагается, что энергетический спектр самих дырок известен исчерпывающим образом. Нас в дальнейшем будут интересовать системы с одиночным каналом 2D-электронов, которые реализуются в МДП-структурах и гетероструктурах. Электрический потенциал, удерживающий двумерные электроны вблизи интерфейса, выталкивает неравновесные дырки от границы раздела в объемную (буферную) область. Однако из-за протяженности волновой функции 2D-электронов в направлении, перпендикулярном интерфейсу, тем не менее, сохраняется конечная вероятность излучательной электронно-дырочной рекомбинации. На этом основывался метод люминесценции для прямых измерений одночастичной плотности состояний 2D-электронов в Si-МДП-структурах [27, 28] и GaAlAs/GaAs-одиночном гетеропереходе [29]. Этот метод с успехом был использован в режиме целочисленного КЭХ для измерений щелей в одночастичном

электронном спектре в поперечном магнитном поле, плотности квантовых состояний при вариации их заполнения, эффектов нелинейного экранирования флуктуаций случайного потенциала и т.д. (см. обзоры [29–31]).

Однако эффективность метода люминесценции в режиме дробного квантового эффекта Холла, на первый взгляд, не кажется очевидной. Действительно, прежде всего, неравновесные дырки как заряженные частицы должны сильно возмущать столь деликатную систему, какой является квантовая жидкость в режиме КЭХ. Далее, априори не ясно, можно ли в условиях оптического эксперимента в исследуемых 2D-системах в принципе реализовать столь низкие температуры в соответствии с масштабами кулоновских щелей (порядка и менее 1 К) и будет ли сама система 2D-электронов в таких условиях квазиравновесной? Наконец, в отмеченном выше методе люминесценции оставался открытым вопрос о расположении неравновесных дырок, с которыми рекомбинируют электроны, относительно 2D-электронного канала. Преодолеть отмеченные сложности и снять возникающие вопросы удастся выбором специально приготовленных структур с 2D-электронным газом. При выборе такого объекта для магнитооптических исследований следует отдать предпочтение полупроводниковым системам с выраженной асимметрией по отношению к электронно-дырочному взаимодействию. Таким объектом с успехом может служить одиночный гетеропереход, в котором двумерный электронный канал пространственно разделен с областью, занятой фотовозбужденными дырками. Эти дырки желательно «привязать» к акцепторным центрам на достаточно удаленном и фиксированном расстоянии от интерфейса. Такие структуры удастся реализовать на примере GaAlAs/GaAs одиночного гетероперехода с  $\delta$ -слоем акцепторов, который «встраивается» методом молекулярно-лучевой эпитаксии и модулированного легирования на нужном удалении от интерфейса. В таких объектах из-за нейтральности акцептора и его значительной удаленности от интерфейса кулоновские корреляции в режиме дробного КЭХ и вигнеровской кристаллизации в минимальной степени маскируются из-за экситонного эффекта. Заметим, что в симметричных относительно электронно-дырочного взаимодействия системах, например, в квантовых ямах, влияние экситонных эффектов очень велико. Если электроны и дырки пространственно не разделены, экситонный эффект полностью компенсирует кулоновские корреляции в электронной подсистеме и, как следствие, в соответствующих спектрах люминесценции эти корреляции не проявляются.

Структура настоящего обзора выглядит следующим образом. В разделе 2 мы остановимся на обосновании магнитооптического метода, использующего излучательную рекомбинацию 2D-электронов с фотовозбужденными дырками, локализованными на акцепторных центрах (атомы Be) в  $\delta$ -слое в одиночном гетеропереходе GaAlAs/GaAs. Исследования одночастичного энергетического спектра 2D-электронов, помещенных в сильное поперечное магнитное поле, представлены в разделе 3. Магнитооптика 2D-элек-

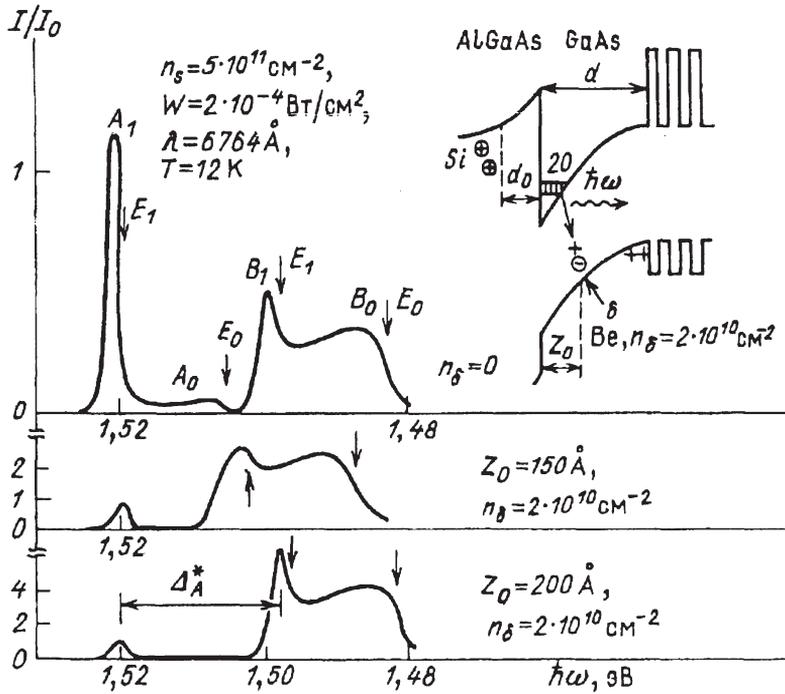
тронов в режиме дробного КЭХ рассматривается в разделе 4. Здесь будет показано, как в рамках магнитооптического метода удастся «увидеть» основное состояние взаимодействующих электронов при вариации заполнения квантовых состояний, и продемонстрировано, насколько эффективен оптический инструмент для измерения кулоновских квазичастичных щелей. Наконец, в разделе 5 будут представлены оптические эксперименты, связанные с вигнеровской кристаллизацией 2D-электронов в сильном поперечном магнитном поле. Здесь будет показано, как с использованием техники импульсного фотовозбуждения и анализа спектров рекомбинации, разрешенных во времени, удастся отличить состояния кристаллической и неупорядоченной (стеклообразной) электронных фаз, и, в конечном итоге, построить фазовую диаграмму для вигнеровского кристалла.

## 2. Излучательная рекомбинация 2D-электронов в одиночном гетеропереходе

Известно, что спектроскопический метод, основанный на излучательной рекомбинации 2D-электронов с фотовозбужденными дырками, эффективен при исследованиях энергетического спектра электронов. Особенно интенсивно этот метод используется в случае квантовых ям (КЯ) с 2D-электронным газом (см., например, [32, 33], а также обзор [34]). Если интересоваться кулоновскими корреляционными эффектами 2D-электронов, то КЯ как объект исследований уступает системам с одиночным гетеропереходом по ряду причин. Во-первых, излучательные времена в КЯ для полупроводников, где оптические переходы разрешены в нулевом порядке по волновому вектору  $\mathbf{k}$ , имеют наносекундный и меньший масштаб. В таких системах, при столь коротких временах излучательной рекомбинации невозможно реализовать достаточно низкие электронные температуры — порядка и ниже 1 К. Во-вторых, в симметричных КЯ фотовозбужденные дырки и электроны пространственно не разделены, поэтому экситонный эффект в таких системах компенсирует кулоновские корреляции в 2D-электронном газе. Наконец, КЯ по своему качеству (например, электронной подвижности) уступают структурам с одиночным гетеропереходом. Это связано с наличием обратного гетероперехода в КЯ, структурное совершенство которого сильно уступает прямой гетерогранице.

Перечисленные выше недостатки и ограничения практически отсутствуют в специально приготовленных GaAlAs/GaAs-гетероструктурах n-типа с  $\delta$ -слоем акцепторов, удаленным на значительные расстояния  $Z_0$  от области, занятой 2D-электронами. Энергетическая схема такой гетероструктуры показана на вставке в рис. 1. Такие структуры выращиваются с помощью техники молекулярно-лучевой эпитаксии [35]. Благодаря достаточно низкой температуре роста и невысокой концентрации допирования в  $\delta$ -слое ( $\leq 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ), можно

избежать эффектов диффузии и последующего размывания монослоя акцепторов. В отличие от КЯ в одиночных гетеропереходах с  $\delta$ -допированными слоями удастся получать высокосовершенные структуры, отличающиеся очень большой подвижностью 2D-электронов — порядка и выше  $10^6 \text{ см}^2 \cdot (\text{В} \cdot \text{с})^{-1}$ .



**Рис. 1.** Спектры люминесценции GaAlAs/GaAs-гетероструктур с разным расстоянием  $Z_0$   $\delta$ -слоя акцепторов от гетерограницы. На вставке — схема гетероструктуры. Верхний спектр — без специального  $\delta$ -допирования.

В таких структурах излучательная рекомбинация 2D-электронов с дырками акцепторных центров, локализованных в  $\delta$ -слое, обычно исследуется в условиях фотовозбуждения, генерирующего неравновесные электронно-дырочные (e-h) пары в окрестности гетерограницы [36]. Поверхностные концентрации акцепторов в монослое почти на два порядка ниже концентрации 2D-электронов, поэтому процесс излучательной рекомбинации с большой точностью не затрагивает электронную плотность. На рис. 1 представлены спектры люминесценции GaAlAs/GaAs-гетероструктур, отличающихся расстоянием  $\delta$ -слоя акцепторов (атомы Be) от гетерограницы [37]. Для сравнения здесь же представлен спектр одиночного гетероперехода без специального  $\delta$ -допирования. В этой структуре В-полоса возникает за счет остаточной плотности акцепторных центров (атомы С) в буферной области GaAs. Полосы  $A_1$ ,  $B_1$  и  $B_0$  в спектрах отвечают рекомбинации 2D-электронов со свободными дырками (А-линии) и дырками акцепторных центров (В-ли-

нии) (индексы указывают номер зоны размерного квантования 2D-электронов) [36]. Интенсивности линий  $V_1$  и  $V_0$  нормированы по отношению к линии  $A_1$ , измеренной в одинаковых экспериментальных условиях. Видно, что размещение  $\delta$ -слоя акцепторов ближе к гетерогранице сопровождается увеличением интенсивности В-линий. Одновременно с интенсивностью В-линий их уширение и расположение в шкале энергий сильно зависят от расстояния  $Z_0$ . Изменение позиции В-линий в спектре связано с изменениями энергии связи акцепторов в  $\delta$ -слое при вариации расстояний  $Z_0$  (эффект Штарка [37]).

Остановимся на форме спектра люминесценции, отвечающей излучательной рекомбинации 2D-электронов с дырками акцепторов в  $\delta$ -слое ( $V_0$ -линии). С хорошей точностью форма спектра является сверткой одночастичных плотностей состояний (ПС) электронов и дырок  $D_{e,h}(E)$ , их функций распределения  $f_{e,h}(E)$  и оптического матричного элемента перехода [38]:

$$I(\hbar\omega) \sim \int_0^{\infty} D_e(E) D_h(\hbar\omega - E) f_e(E) f_h(\hbar\omega - E) dE. \quad (2.1)$$

При прямой излучательной рекомбинации 2D-электрона с акцептором импульс сохраняется за счет отдачи примесному центру, а матричный элемент перехода практически не зависит от энергии. Плотность состояний дырок и их распределение в  $\delta$ -слое с достаточной точностью можно представить  $\delta$ -функцией. В этих условиях форма спектра люминесценции В-линии непосредственно отражает одночастичную плотность состояний 2D-электронов при заданном равновесном заполнении  $f_e(E)$

$$I(E) \sim D_e(E) f_e(E). \quad (2.2)$$

В отсутствие магнитного поля этот спектр имеет прямоугольную форму, отражая постоянство плотности состояний 2D-электронов ( $D_e = m/\pi\hbar^2$ ), а его полная ширина на полувысоте при  $T = 0$  равна энергии Ферми 2D-электронов. Ранее спектры с такой прямоугольной формой наблюдались в Si-МДП-структурах [27, 28].

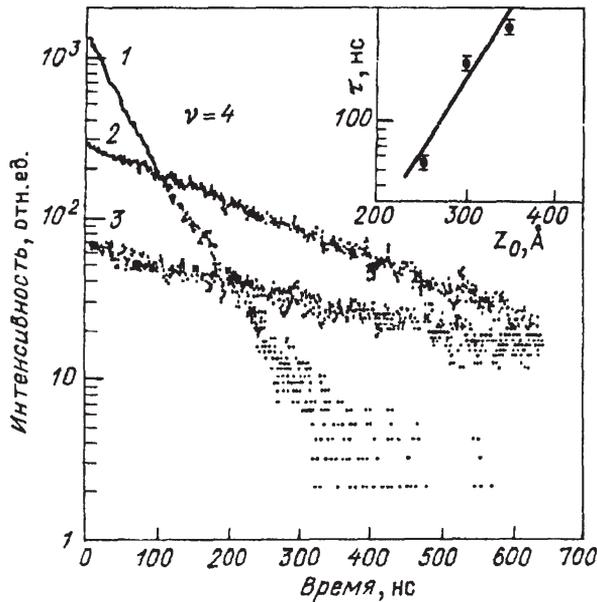
Волновая функция 2D-электронов в направлении размерного квантования имеет вид

$$\psi_{0,1}^{2D}(Z) \sim \exp\left[-Z(2mE_{0,1})^{1/2}/\hbar\right], \quad (2.3)$$

где  $E_0$  и  $E_1$  — эффективные высоты потенциальных барьеров для основной и первой возбужденной подзон размерного квантования. По зависимости интенсивностей линий  $V_0$  и  $V_1$  при вариации  $Z_0$  удастся проанализировать хвосты волновых функций (2.3) и, в частности, определить высоты барьеров  $E_{0,1}$  [39]. Вероятность излучательной рекомбинации 2D-электрона с дыркой акцепторного центра в  $\delta$ -слое  $w_R$  определяется соответствующим перекрытием их волновых функций:

$$w_R \sim \left| \langle \psi_e^{2D}(Z) | \psi_h^A \rangle \right|^2.$$

Очевидно, что при увеличении расстояний  $Z_0$  вероятность излучательной рекомбинации должна экспоненциально уменьшаться, а, соответственно, радиационные времена будут расти. На рис. 2 представлены зависимости времени затухания люминесценции, измеренные для 2D-электронов основной зоны размерного квантования в условиях импульсного лазерного возбуждения в различных структурах с  $Z_0 = 250, 300$  и  $350 \text{ \AA}$ . Радиационное время увеличивается, как и ожидалось, почти на порядок. Из зависимости  $\tau(Z_0)$ , которая определяется изменением перекрытия волновых функций электронов и дырок, удается восстановить координатную зависимость ( $Z$ -направление) волновой функции 2D-электронов.



**Рис. 2.** Затухание интенсивности люминесценции 2D-электронов основной подзоны размерного квантования при импульсном лазерном возбуждении. Зависимостям 1, 2 и 3 отвечают расстояния  $\delta$ -слоя акцепторов от интерфейса  $Z_0 = 250, 300$  и  $350 \text{ \AA}$  соответственно. На вставке — зависимость  $\tau(Z_0)$ .

Итак, времена излучательной рекомбинации 2D-электронов основной подзоны с дырками, связанными в акцепторе в  $\delta$ -слое, имеют масштаб  $10^{-6}$  с. Времена излучательной рекомбинации электронов из 1-й возбужденной подзоны из-за большей протяженности волновой функции в этом состоянии оказываются, при прочих равных условиях, примерно на порядок более короткими. Это коренным образом отличает рассматриваемые гетероструктуры от случая рекомбинации 2D-электронов со свободными дырками в квантовых ямах, где  $\tau \approx 10^{-9}$  с [40]. Именно поэтому в одиночном гетеропереходе GaAlAs/GaAs с  $\delta$ -слоем акцепторов перегревы электронной системы в условиях оптического эксперимента менее значительны, чем в КЯ.

Теперь остановимся на вопросе, касающемся возможностей изменения концентрации 2D-электронов в GaAlAs/GaAs-одиночном гетеропереходе с помощью фотовозбуждения неравновесных  $e-h$ -пар в окрестности гетерограницы. Экспериментально было установлено [41], что если с помощью непрерывной подсветки рождаются носители в слое  $Ga_xAl_{1-x}As$  (энергия фотонов больше ширины прямой щели  $Ga_xAl_{1-x}As$  для заданного состава  $x$ ), то при достаточно больших мощностях удается существенно изменить стационарную концентрацию 2D-электронов. Качественное объяснение этого экспериментального факта состоит в том, что неравновесные дырки, рожденные подсветкой, движутся в сторону гетерограницы, где рекомбинируют с 2D-электронами. В то же время часть из инжектируемых электронов захватывается ионизированными остаточными донорными центрами в области спейсера (нелегированный слой GaAlAs вблизи интерфейса). Оба процесса приводят к уменьшению стационарной концентрации 2D-электронов, и, в конечном итоге, сама квантовая яма, удерживающая электроны, становится шире и менее глубокой. Существенно, что в условиях инжекции неравновесных  $e-h$ -пар одновременно с уменьшением концентрации 2D-электронов значительно (в несколько раз) возрастает их подвижность. Последний факт обусловлен тем, что результирующее число заряженных центров в окрестности гетерограницы при подсветке уменьшается. Приведенные качественные соображения недавно были описаны аналитически в работе [42] в хорошем согласии с экспериментальными наблюдениями.

### 3. Магнитооптика 2D-электронов в режиме целочисленного КЭХ

Рассмотрим излучательную рекомбинацию 2D-электронов в одиночном ГП в поперечном магнитном поле в режиме целочисленного КЭХ. При включении магнитного поля плотность состояний 2D-электронов, если пренебречь спином, представляет набор  $\delta$ -функциональных пиков, отстоящих друг от друга на  $\hbar\omega_c$ . Каждый уровень Ландау вырожден, и его емкость определяется магнитной длиной. В реальных 2D-системах с беспорядком, из-за взаимодействия электронов со случайным потенциалом, вырождение снимается и уровни Ландау приобретают конечную ширину. Например, в случае короткодействующих рассеивателей одночастичная ПС на крыльях уровней Ландау описывается выражением [4]

$$D(E) \sim \exp(-E/2\Gamma)^2, \quad (3.1)$$

где ширина  $\Gamma \approx \hbar\omega_c/(\mu H)^2$ ;  $\mu$  — электронная подвижность. Распределение ПС определяется характером неоднородностей, а также экранированием создаваемого ими потенциала, которое, в свою очередь, зависит от фактора заполнения. Эта информация особенно существенна для микроскопического

описания магнитотранспортных свойств 2D-электронов в широкой области варьирования фактора заполнения. Достоинства магнитооптического метода, о которых пойдет речь ниже, состоят в том, что с его помощью можно найти полное энергетическое распределение одночастичной ПС непосредственно под уровнем Ферми, наиболее прямым образом определить одночастичные щели в энергетическом спектре и их поведение при вариации фактора заполнения, а также получить информацию о самом случайном потенциале — его амплитуде и линейных масштабах.

### 3.1. Спектры люминесценции 2D-электронов в GaAlAs/GaAs-одиночном ГП в поперечном магнитном поле

Пример такого спектра показан на рис. 3, где отчетливо видны ландауовские расщепления линий  $A_i$  и  $B_i$ . Расщепления пропорциональны нормальной компоненте магнитного поля. Зависимости спектральных позиций расщепленных магнитным полем линий от  $H$  представлены в виде веера уровней Ландау. По этим диаграммам легко определять дно зоны размерного квантования и положение уровня Ферми в шкале энергий (показаны стрелками на рис. 3).

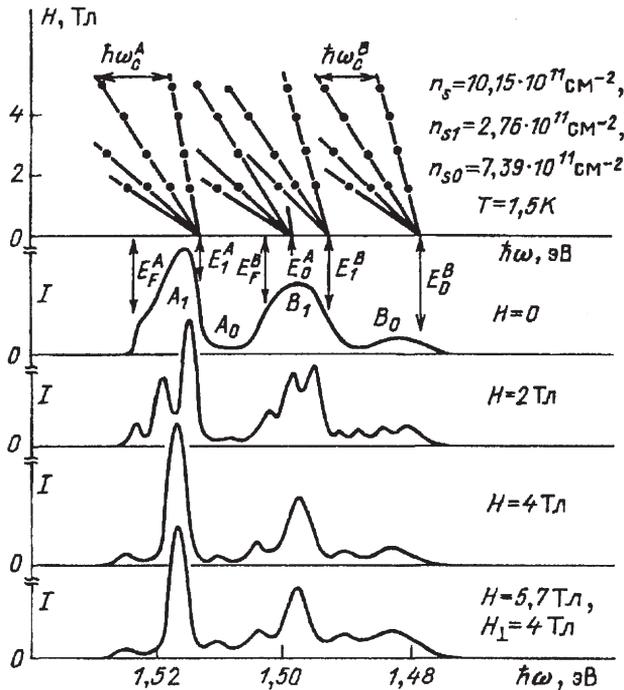


Рис. 3. Спектры люминесценции 2D-электронов в GaAlAs/GaAs-одиночном ГП в перпендикулярном магнитном поле, а также в поле  $H = 5,7$  Тл, наклоненном к 2D-плоскости на угол  $45^\circ$ .

Ландауовские расщепления для линий  $A_i$  и  $B_i$  отличаются. Найденная по величине расщеплений  $A_i$ -линий эффективная циклотронная масса составляет  $m_c^* = 0,06m_0$ , тогда как по величине расщеплений  $B_i$ -линий получено значение  $0,067m_0$ , которое очень близко подходит к величине циклотронной массы 2D-электронов в GaAlAs/GaAs-одиночном ГП. Эти различия обусловлены тем, что в случае  $A_i$ -линий в величину результирующего расщепления дают вклад свободные дырки, а именно, тяжелые дырки ( $m_h^H = 0,57m_0$ ). Двумерный характер электронов, с которыми рекомбинируют дырки, доказывается по расщеплению линий  $A_i$  и  $B_i$  в наклонном поле. На рис. 3 продемонстрировано, что расщепление линий  $A$  и  $B$  чувствительно лишь к нормальной компоненте магнитного поля.

### 3.2. Оптическая поляризация в спектрах

В магнитном поле при достаточно низких температурах спектры люминесценции становятся поляризованными из-за спинового расщепления в 2D-электронной и дырочной подсистемах. Схема расщеплений и оптических переходов в случае рекомбинации с нейтральным акцепторным центром показана на рис. 4, где также приведены спектры люминесценции  $A_0$ - и  $B_0$ -линий, измеренные в геометрии Фарадея для  $\sigma^-$ - и  $\sigma^+$ -поляризаций. Видно, что  $B_0$ -линия сильно циркулярно поляризована. В соответствии с правилами отбора при  $\mu_0 g_{e,h} H \gg kT$  и при том условии, что заселены нижайший электронный и дырочный подуровни, спектры становятся полностью  $\sigma^-$ -поляризованными (результат рекомбинации электрона с проекцией спина  $S_z = +1/2$  с дыркой, у которой проекция углового момента  $J_z = -3/2$ ).

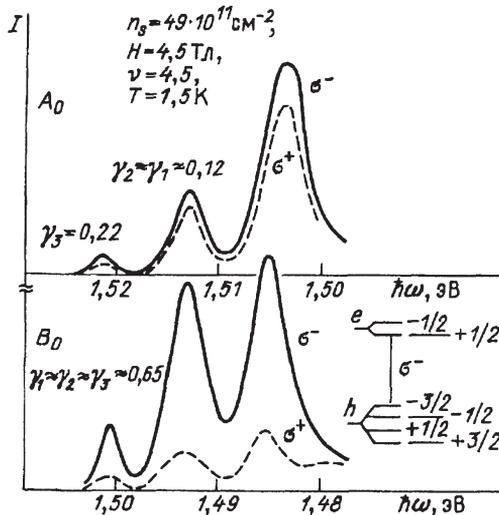


Рис. 4. Поляризация люминесценции 2D-электронов в магнитном поле, измеренная в геометрии Фарадея.

Степень циркулярной поляризации, измеренная при различных магнитных полях и температурах, хорошо описывается выражением

$$\gamma = \frac{1 - \exp(-\Delta E_s/kT)}{1 + \exp(-\Delta E_s/kT)}, \quad (3.2)$$

где  $\Delta E_s = 2\mu_0 g_h H$  — зеемановское расщепление между дырочными уровнями  $J_z = -3/2$  и  $J_z = +1/2$ , а  $g_h$  — это  $g$ -фактор дырки на акцепторе. Аппроксимируя эту зависимость с помощью одного параметра, которым является  $g$ -фактор дырки в акцепторе, найдено для  $g_h = 1,1$ .

Степень поляризации  $A_0$ -линии в полях  $H < 10$  Тл гораздо меньше по сравнению с  $B_0$ -линиями (см. рис. 4). Этот результат связан со смешиванием спиновых состояний легких и тяжелых дырок. Наконец, заметим, что степень циркулярной поляризации не одинакова для различных ландауовских уровней и растет по мере их приближения к уровню Ферми. Это связано со спиновой поляризацией 2D-электронов на верхнем уровне Ландау, которая наиболее сильна при нечетных факторах заполнения  $\nu = \dots, 5, 3, 1$ .

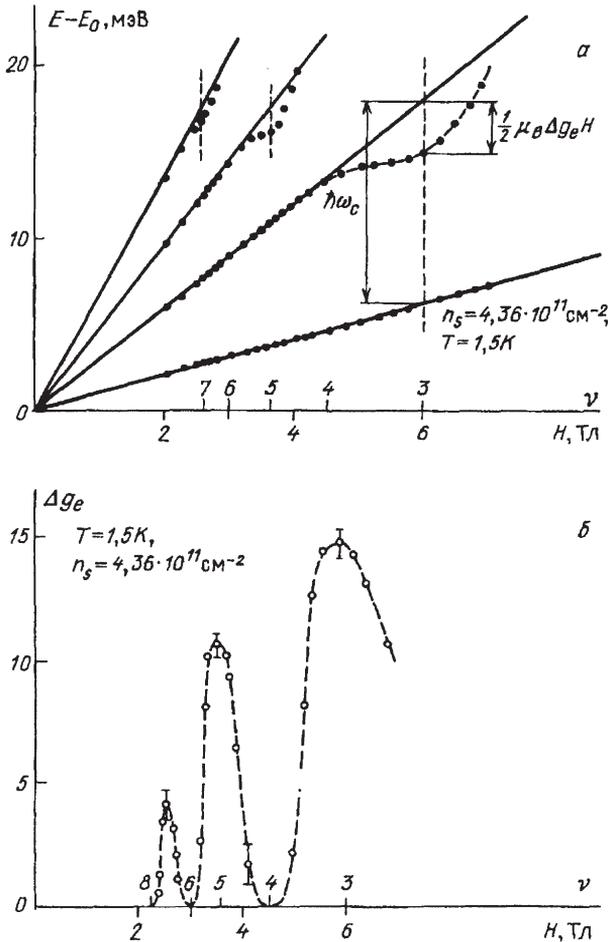
### 3.3. Осцилляции и усиление электронного $g$ -фактора

В случае одиночного ГП GaAlAs/GaAs, так же, как и в Si-МДП-структурах, в излучательной рекомбинации участвуют 2D-электроны при достаточно низких температурах лишь с одной проекцией спина, а именно,  $S_z = +1/2$  (факторы заполнения  $2m < \nu < 2m + 1$ ;  $m = 0, 1, 2, \dots$ ). Для измерений спинового расщепления можно увеличить температуру, чтобы достаточно заселить зеемановские подуровни акцепторного центра ( $J_z = \pm 3/2, \pm 1/2$ ). Тогда в спектрах проявится компонента с другой проекцией спина электрона  $S_z = -1/2$ . Именно так и поступали в случае Si-МДП-структур [43, 44]. Однако есть и иной способ измерения величины спинового расщепления, основанный на анализе изменений спектрального положения линии люминесценции в магнитном поле при низких  $T$ . Уместно напомнить, что усиление спинового расщепления ( $\mu_0 \Delta g_{eff}^e \cdot H$ ) возникает лишь для уровней, близких к уровню Ферми, ибо только здесь могут возникнуть заметные различия в населенностях соответствующих спиновых состояний ( $\Delta N \equiv N_{\uparrow} - N_{\downarrow} \neq 0$ ). Изменение спинового расщепления 2D-электронов за счет обменного взаимодействия описывается выражением

$$\Delta E_{spin} \approx \sum_{exch} \frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \approx \frac{e^2}{\epsilon l_0} \frac{\Delta N}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \equiv \mu_0 \Delta g_{eff} \cdot H, \quad (3.3)$$

где  $\sum_{exch}$  — обменный интеграл. Отсюда следует, что усиленный  $g$ -фактор ( $\Delta g_{eff} \sim \Delta N \cdot H^{-1/2}$ ) должен осциллировать при вариации заполнения магнитных подуровней ( $g_{eff}$  максимально при строго нечетных  $\nu$ ). Рис. 5, *a* иллюстрирует зависимость спектрального положения линий люминесценции ( $A$ -компонента) при вариации магнитного поля (или  $\nu$ ). При  $\nu = 3$ ,

5, 7, ..., а именно, вблизи положения фермиевского уровня, наблюдаются отклонения  $\Delta E$  от линейных зависимостей, связанных с циклотронным расщеплением. Эти отклонения связаны с усиленным, из-за эффектов обмена, спиновым расщеплением, а именно,  $\Delta E = -1/2\mu_0 \Delta g_{eff} \cdot H$ , и не имеют отношения к перенормировке щели. Ниже уровня Ферми ландауовские уровни в зависимости от  $H$  смещаются линейно, и между ними расстояния строго равны  $\hbar\omega_c$ . Осциллирующая зависимость  $\Delta g_{eff}$  от  $\nu$  измеренная этим методом, показана на рис. 5,б, где видно, что  $\Delta g_{eff}$  достигают максимума при нечетных  $\nu = 3, 5, 7, \dots$  Например, в приведенной экспериментальной ситуации  $\Delta g_{eff}$  при  $\nu = 3$  возрастает почти в 30 раз по сравнению с объемным значением  $g$  электрона в GaAs ( $g_0 = -0,4$ ).



**Рис. 5.** а — Зависимость центров тяжести линий люминесценции ( $A_0$ -компонента) от магнитного поля  $H$  или фактора заполнения  $\nu$ ,  $n_s = 4,36 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ,  $T = 1,5 \text{ К}$ .  $E_0$  — дно зоны размерного квантования. б — Осцилляция  $g$ -фактора 2D-электронов, усиленного из-за эффекта обмена,  $n_s = 4,36 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ,  $T = 1,5 \text{ К}$ .

### 3.4. Спиновая релаксация фотовозбужденных электронов и дырок

В обсуждаемом магнитооптическом методе очень актуальна проблема, касающаяся релаксации электронно-дырочной системы при фотовозбуждении по всем степеням свободы, включая спиновые. По сути, нужно знать, как соотносятся времена межподзонной, а также спиновой релаксации 2D-электронов и дырок в акцепторном центре с временами излучательной рекомбинации. Без этой информации трудно судить о равновесии в 2D-электронной и дырочной системах, а также о реально достижимых электронных температурах в условиях оптического эксперимента.

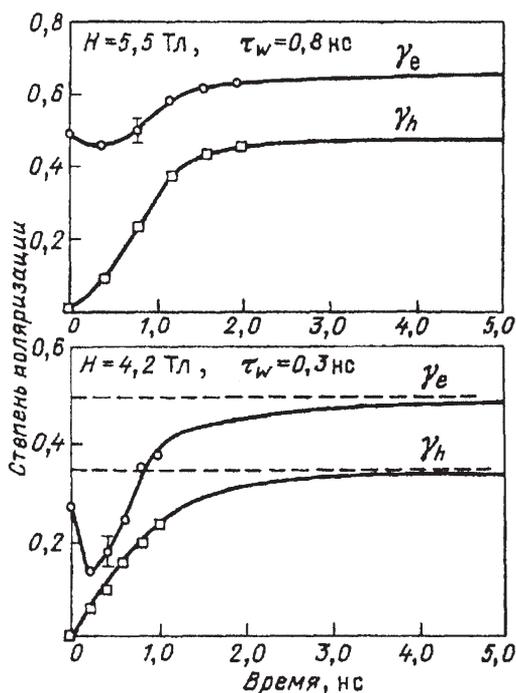


Рис. 6. Зависимость во времени степени циркулярной поляризации люминесценции, определяемой дырками ( $\gamma_h$ ) и суммарным вкладом электронов и дырок ( $\gamma_e$ ).

Недавно такая информация была получена с помощью исследований кинетики циркулярно поляризованной магнитолюминесценции в GaAlAs/GaAs-одиночном ГП в условиях импульсного лазерного возбуждения с субнаносекундным разрешением [45, 46]. Исследовалась излучательная рекомбинация 2D-электронов с уровней Ландау основной подзоны ( $V_0$ -линии) и первой возбужденной подзоны ( $V_1$ -линия). В основной подзоне уровни Ландау полностью заполнены, т.е. населенности обеих спиновых компонент одинаковы, и поэтому степень циркулярной поляризации  $V_0$ -линии определяется исключительно состоянием дырочной спиновой подсистемы.

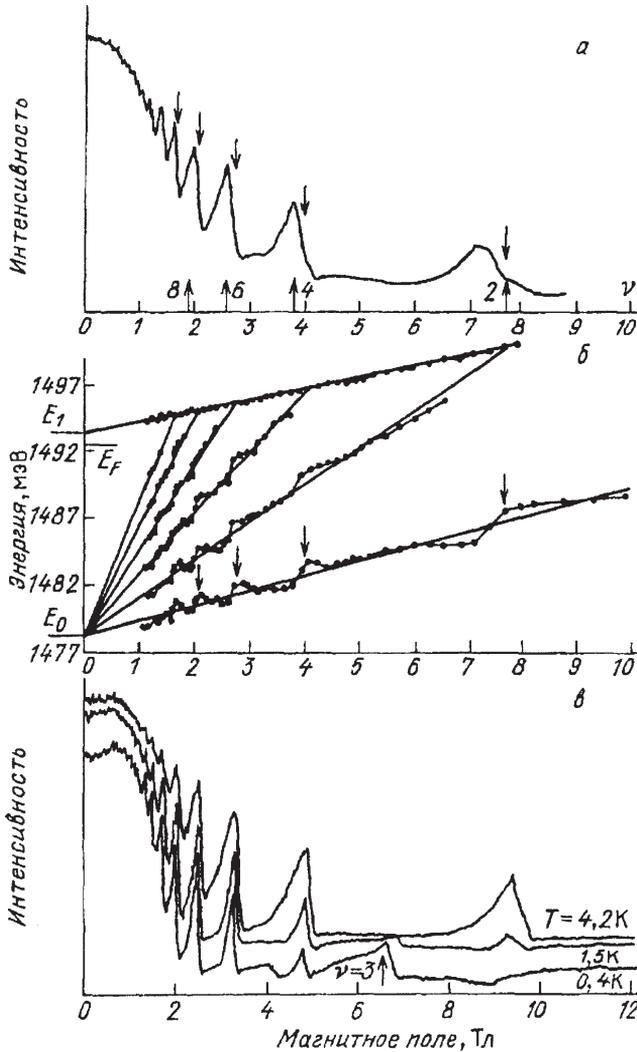
В поляризацию линии  $V_i$  вносят вклад как дырочная, так и электронная ориентации по спину, которые, в конечном итоге, удается разделить. На рис. 6 показана временная зависимость степени поляризации, определяемая дырками (кривая  $\gamma_h$ ) и суммарного вклада в степень циркулярной поляризации, вносимого электронами и дырками (кривая  $\gamma_e$ ). Отчетливо видно, что уже при нулевых задержках электронная система заметно поляризована. Наблюдаемое уменьшение электронного вклада в степень поляризации связано с установлением электронного спинового равновесия. После того, как кривые  $\gamma_e$  и  $\gamma_h$  на рис. 6 стали идти параллельно, можно считать, что электронный вклад перестал меняться.

В конечном итоге, в исследуемой системе была экспериментально установлена следующая последовательность времен релаксации: самым коротким оказалось время межподзонной электронной релаксации с сохранением проекции спина ( $< 0,3$  нс); затем следует время установления электронного спинового равновесия (порядка  $0,5$  нс); время спиновой релаксации дырок в акцепторе составляет  $\sim 2$  нс. Все эти времена по меньшей мере на два порядка короче времени излучательной рекомбинации из основной 2D-электронной подзоны. При таком соотношении между временами релаксации и излучательной рекомбинации в 2D-электронной системе успевает сложиться равновесие. В этом отношении одиночный гетеропереход с  $\delta$ -слоем акцепторов как объект исследований имеет несомненное преимущество по сравнению с симметричными КЯ, где времена электронной (дырочной) релаксации и рекомбинации отличаются не сильно.

### 3.5. Магнитооптические осцилляции интенсивности рекомбинационного излучения

До сих пор речь шла о поведении полного спектра излучательной рекомбинации 2D-электронов с фотовозбужденными дырками, который отражает особенности одночастичной ПС под уровнем Ферми в магнитном поле. Вместе с тем хорошо известно, что из-за квантования движения электронов термодинамические и кинетические величины в функции магнитного поля осциллируют (например, эффект Шубникова–де Гааза). В прямой аналогии с этим естественно ожидать, что интенсивность люминесценции, отвечающей рекомбинации 2D-электронов вблизи уровня Ферми, в функции магнитного поля должна также демонстрировать осциллирующее поведение. Недавно появилось несколько сообщений о таком оптическом аналоге осцилляций Шубникова–де Гааза, которые наблюдаются в магнитополевых зависимостях интенсивности рекомбинационного излучения 2D-электронов [37, 47–50]. При этом исследуют поведение интенсивности магнитолюминесценции 1-й возбужденной, неравновесно заполненной подзоны в случаях рекомбинации 2D-электронов со свободными дырками (КЯ [47], одиночный ГП [48]) и с дырками акцепторного центра (одиночный ГП с  $\delta$ -слоем акцепторов

[49, 50]). В условиях рекомбинации со свободными дырками в зависимостях интенсивности люминесценции от магнитного поля наблюдаются острые осциллирующие пики, точно совпадающие с целыми факторами заполнения 2D-электронов основной подзоны. Этот эффект объясняется в терминах экранирования кулоновского потенциала фотовозбужденных дырок 2D-электронами.



**Рис. 7.** *a* — Зависимость интенсивности рекомбинационного излучения 2D-электронов из 1-й возбужденной подзоны от магнитного поля для случая  $\varepsilon_F < \varepsilon_{10}$ . *б* — Зависимость положения ландауовских пиков люминесценции от магнитного поля. Стрелки вниз — пересечение нулевого уровня Ландау возбужденной подзоны с уровнями Ландау основной подзоны, стрелки вверх — четные факторы заполнения. *в* — Возгорание спиновых состояний при понижении температуры.

Вместе с тем магнитооптические осцилляции могут иметь и другую природу, связанную со сложной кинетикой релаксационных процессов в условиях фотовозбуждения. А именно, при непрерывном фотовозбуждении система находится, в принципе, в неравновесном (хотя и стационарном) состоянии, и наблюдаемые интенсивности линий определяются не только термодинамически равновесным распределением частиц, но и кинетикой релаксации неравновесной компоненты электронного газа. Поэтому магнитополевые зависимости интенсивности линий, отвечающих люминесценции из неравновесно заполненных состояний, содержат в себе ценную информацию не только об энергетическом спектре, но и о характере релаксационных процессов 2D-электронов в квантующем магнитном поле. Именно такая ситуация рассмотрена в работе [49], где экспериментально исследованы магнитоосцилляции люминесценции 2D-электронов из неравновесно заполненной 1-й возбужденной подзоны размерного квантования в случае рекомбинации с дыркой, связанной на акцепторе (нейтральный центр). Магнитоосцилляции люминесценции из 1-й возбужденной подзоны показаны на рис. 7,а. Ниже на этом же рисунке приведен веер уровней Ландау, полученный из обработки полных спектров люминесценции в магнитном поле. Прежде всего, нетрудно видеть, что осциллирующие пики не совпадают строго с целочисленными факторами заполнения, которые устанавливаются в независимых экспериментах с той же подсветкой по минимумам шубниковских осцилляций магнитосопротивления. Вместе с тем отчетливо видно однозначное соответствие места «срыва» сигнала в пиках люминесценции (показано на рисунке стрелками вниз) с пересечением соответствующих уровней Ландау — основной подзоны и 0-го уровня Ландау 1-й возбужденной подзоны. Механизмом такого «срыва», скорее всего, служит упругая релаксация носителей из неравновесно заполненной подзоны в основную. Возмущением, смешивающим волновые функции разных подзон, в этом случае могут служить атомы остаточных примесей вблизи 2D-канала. Такая интерпретация подтверждается экспериментами по оптическому детектированию циклотронного резонанса [51].

Эти магнитоосцилляции интенсивности люминесценции очень чувствительны к температуре. При относительно высоких  $T$  пики осцилляции отвечают лишь четным  $\nu$ , а при понижении температуры в магнитоосцилляционных зависимостях вырастают и начинают доминировать пики с нечетными факторами заполнения (рис. 7,в). Этот эффект объясняется усилением спинового расщепления при понижении температуры. Так, при  $T \approx 0,4 \text{ K}$   $g_c \mu_H > kT$ , поэтому возникает существенная разность населенностей спиновых подуровней в основной подзоне, и это, в свою очередь, приводит к эффективному увеличению спинового расщепления из-за усиления обменного взаимодействия. Таким образом, в области нечетных  $\nu$  вакансии (т.е. незаполненные места, куда релаксируют электроны) существуют только на верхнем спиновом уровне основной подзоны. Поэтому эффективная релаксация, а

именно, без опрокидывания спина, может происходить лишь для электронов с верхнего спинового уровня возбужденной подзоны. Релаксация же электронов с нижнего спинового уровня сильно замедлена, что проявляется в эксперименте увеличением интенсивности магнитолюминесценции. Когда  $\nu$  становится меньше нечетных значений, вакансии для релаксации появляются и на нижнем спиновом подуровне, и интенсивность резко падает. Магнитооптические осцилляции несут интересную информацию не только о релаксационных процессах, но и о состояниях в спектре — одночастичных, в режиме целочисленного КЭХ, и кулоновских, при дробном КЭХ.

### 3.6. Энергетический спектр 2D-электронов в наклонном магнитном поле

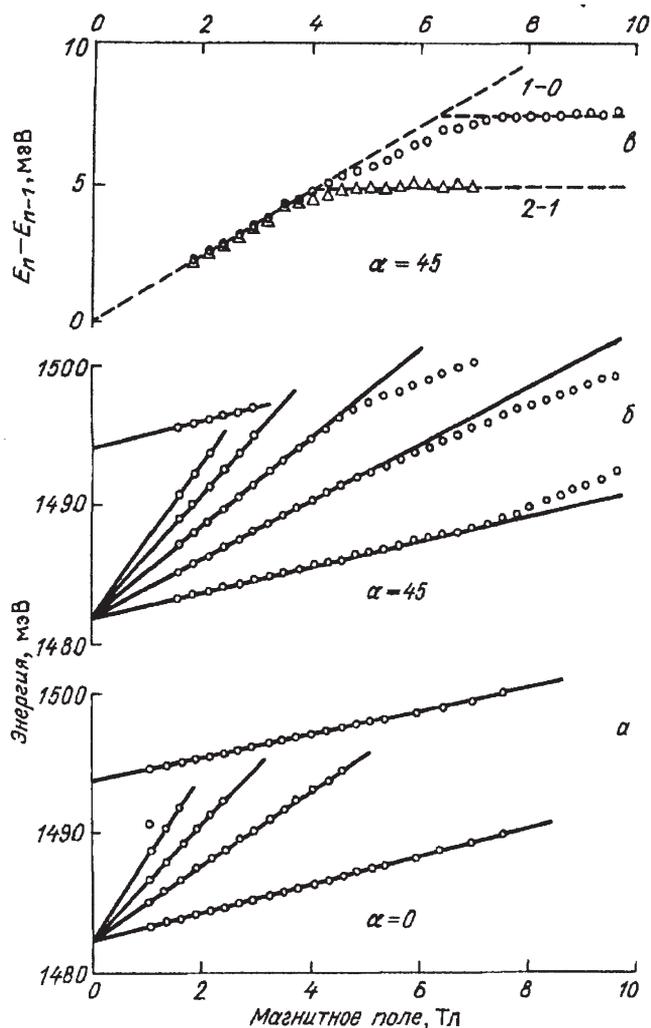
Наклонным полем широко пользуются в экспериментах с 2D-электронами для демонстрации их двумерности [4], для изучения влияния спиновых степеней свободы на энергетический спектр [16] и пр.

Интересно рассмотреть два предельных случая. Предел слабого магнитного поля отвечает ситуации, когда магнитная длина  $l = l_0 / \sin^{1/2} \alpha$ , определяемая по продольной компоненте магнитного поля  $H = H \sin \alpha$ , во много раз превосходит линейный размер квантовой ямы  $l_z$  ( $l \gg l_z$ ). В этом пределе влияние  $H$  на спектр 2D-носителей можно учесть в рамках теории возмущений. Так поправка  $\delta E_n$  к энергии  $E_n$   $n$ -го уровня размерного квантования возникает во 2-м порядке по  $\alpha$ ,  $\delta E_n \sim (\hbar \omega_c \sin \alpha)^2 \times (E_i - E_0)^{-1}$ , а положение уровней Ландау изменяется лишь за счет вызванной параллельным полем анизотропии эффективной массы 2D-носителя. При пересечении соседних уровней Ландау из разных подзон, например, основной и первой возбужденной, компонента магнитного поля снимает вырождение за счет расталкивания уровней:

$$\Delta E_{0,1}^{N,N-1} = \frac{|\langle 0|Z|1 \rangle|}{\lambda_H \cos^{1/2} \alpha} (2N)^{1/2} \hbar \omega_c \sin \alpha. \quad (3.4)$$

Существенно, что в этом предельном случае циклотронное вращение имеет двумерный характер и определяется только нормальной компонентой поля ( $\omega_c = eH \cos \alpha / m_c$ ). В слабых полях влияние  $H$  на расщепление уровней Ландау исследовалось с помощью циклотронного резонанса [52, 53].

Интересен другой предел, когда  $l \ll l_z$  и самым быстрым движением оказывается вращение электрона вокруг направления магнитного поля с частотой  $\omega_c = eH / m_c$ , определяемой полной величиной  $H$ . В этом предельном случае частица не чувствует размерного квантования и движется классически по циклоиде с осью вдоль поля. В данном режиме энергия основного состояния сдвигается с ростом поля быстрее, чем это имеет место в области слабых полей.



**Рис. 8.** Зависимость положения ландауовских пиков люминесценции в наклонном поле от полной величины  $H$ .  $n_s = 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ;  $\alpha$  — угол наклона,  $a$  —  $\alpha = 0$ .  $b$  —  $\alpha = 45^\circ$ .  $\beta$  — Зависимость расщепления между уровнями от полного поля для  $\alpha = 45^\circ$ .  $H_1 \sim 4 \text{ Тл}$  и  $H_2 \sim 7 \text{ Тл}$ .

Движение же вдоль поля можно рассматривать как адиабатическое, и низколежащая часть спектра носителей при  $H \rightarrow \infty$  определяется положением уровней в одномерном потенциале. Расщепления  $E_{nm}^*(\alpha)$  между низколежащими уровнями не зависят в этом предельном случае от магнитного поля и существенно меньше исходного межподзонного расщепления  $E_{nm}$ . Например, для модельного однопараметрического степенного потенциала  $U(2) \sim Z^\nu$

$$E_{nm}^*(\alpha) = \cos^{2\nu/(\nu+2)} \alpha \cdot E_{nm}, \quad (3.5)$$

а для параболической ямы [54, 55]

$$E_{nm}^*(\alpha) = (n - m) \left\{ \frac{1}{2}(\omega_c^2 + E_{10}^2) - \left[ \frac{1}{4}(\omega_c^2 + E_{10}^2)^2 - \omega_c^2 E_{10}^2 \cos^2 \alpha \right]^{1/2} \right\}^{1/2} \sim E_{nm} \cos \alpha. \quad (3.6)$$

Емкость же каждого уровня определяется нормальной компонентой поля.

Энергетический спектр электронов в сильном наклонном поле ( $l \ll l_z$ ) исследовался методом излучательной рекомбинации 2D-электронов с фотовозбужденными дырками в работе [56]. На рис. 8 представлены зависимости положения энергии уровней от магнитного поля и расщепления между уровнями, измеренные с помощью анализа спектров магнитолюминесценции. Видно, что в наклонном поле при больших  $H$  экспериментальные зависимости отклоняются от линейных и величина расщепления между соседними уровнями перестает зависеть от  $H$ . Чем больше угол наклона  $\alpha$ , тем меньше величина остаточного расщепления. Можно утверждать, что, начиная с некоторых  $H > H_n^*$ , расщепление между уровнями  $E_{nm}^*$  определяется размерным квантованием электронов в потенциальной яме вдоль направления магнитного поля. Существенно подчеркнуть, что при заданной концентрации 2D-электронов  $H_n^*$  не зависят от угла наклона, а при фиксированном угле  $H_n^*$  значительно уменьшаются при уменьшении  $n_s$ . В заключение отметим, что экспериментальные зависимости  $E_{10}^*(\alpha)/E_{10}$  и  $E_{nm}^*(\alpha)/E_{10}$  от угла наклона можно с успехом использовать для определения формы квантовой ямы, удерживающей носители.

#### 4. Магнитооптика квантовых жидкостей в режиме дробного КЭХ

Основное состояние квантовой несжимаемой жидкости в режиме дробного КЭХ описывается пробной волновой функцией многоэлектронной системы, предложенной Лафлином [8]:

$$\psi = \prod_{j < k} f(Z_j - Z_k) \exp \left( -\frac{1}{4l_0^2} \sum_i |Z_i|^2 \right), \quad (4.1)$$

$$f(Z) = Z^q.$$

Хотя до настоящего времени не получено точного аналитического решения данной проблемы, выбор волновой функции в виде (4.1) оказался вполне удачным. Стартовой для Лафлина при построении концепции квантовой несжимаемой жидкости явилась работа [57]. Экспоненциальный фактор в (4.1) следует из собственных функций низшего уровня Ландау, которые классифицируются по проекциям углового момента  $m$  [58]:

$$\psi_m = (2\pi l_0^2 \cdot 2^m m!)^{-1/2} \left(\frac{Z}{l_0}\right)^m \exp\left(-\frac{|Z|^2}{4l_0^2}\right). \quad (4.2)$$

Для предэкспоненциального фактора используется форма Джастрова — произведение парных функций. Степенная форма  $f$  следует из (4.2), так как только однородный по  $Z$  полином является собственной функцией углового момента. Это свойство гарантирует принадлежность  $\psi$  основному уровню Ландау. Степень полинома определяется полным угловым моментом, являющимся хорошим квантовым числом, и поэтому  $m$  есть целое нечетное число. Далее, анализируя данную проблему в терминах однокомпонентной классической плазмы, Лафлин продемонстрировал, что волновые функции (4.1) описывают основное состояние при  $\nu = 1/m$  ( $m = q$ , целое нечетное число). Таким образом, правило нечетных знаменателей в теории Лафлина следует из антисимметричности многоэлектронной волновой функции, построенной из электронов с одинаковой проекцией спина. Волновая функция квантовой жидкости может быть, в принципе, синглетной, однако точный вид такой волновой функции неизвестен.

Энергия основного состояния взаимодействующих электронов  $E(N)$  в функции полного числа частиц  $N$  при  $T = 0$  и фиксированном магнитном поле демонстрирует «изломы вниз» (“cusps”) при значениях  $N$ , отвечающих дробным факторам заполнения  $n = 1/q$ . Излом на кривой  $E(N)$  означает, что в этом месте химический потенциал  $\mu \equiv dE/dN$  изменяется скачком при прохождении  $N$  через значение  $N_q$ , отвечающее заполнению  $1/q$ , что, в свою очередь, свидетельствует о наличии щели в спектре:

$$\Delta = (dE/dN)_- - (dE/dN)_+. \quad (4.3)$$

Кулоновская щель отделяет основное состояние квантовой жидкости в точке  $N_q$  от непрерывного спектра квазичастичных возбуждений. Изменение  $N$  вблизи точки  $N_q$  приводит к рождению элементарных возбуждений — квазичастиц с зарядами  $-e/q$  при  $N > N_q$  и квазидырок с зарядами  $+e/q$  при  $N < N_q$ . Очевидно, что эта картина не имеет ничего общего с обычным упругим сжатием (растяжением) электронной фазы (например, обычной фермижидкости). Поэтому в рассматриваемом случае при дробных  $\nu$  квантовая жидкость является несжимаемой и в ее спектре отсутствуют бесщелевые (звуковые) возбуждения.

Кулоновская щель определяется выражением  $\Delta = Ce^2/\varepsilon l_0$ , где  $C$  — константа, которая рассчитывалась в рамках различных модельных приближений [9, 59–62]. Принято считать лучшими из вычислений выполненные методом Монте-Карло. С помощью них получено  $C \approx 0,1$  [62]. Таким образом определенная кулоновская щель соответствует рождению пары надщелевых возбуждений, бесконечно удаленных друг от друга. В принципе, могут воз-

буждаться и связанные (экситоноподобные) пары. Этим возбуждениям должен соответствовать свой собственный спектр. В спектре этих возбуждений имеется ротонный минимум в прямой аналогии со спектром возбуждений сверхтекучего  $^4\text{He}$ . Согласно теоретическим расчетам [61] ротонный минимум расположен на импульсах передачи  $kl_0 \approx 1,4$ .

Состояния квантовых жидкостей в режиме дробного КЭХ подчиняются правилам иерархии состояний. Холдейном предложена иерархическая схема [71], согласно которой состояния  $p/q$  с  $1 < p < q$  ( $p$  — целое число) формируются из новых поколений квазичастичных возбуждений подобно тому, как основное лафлиновское состояние (4.1) формируется из электронов. Таким образом, дочерние состояния квантовых жидкостей возникают из-за конденсации квазичастичных возбуждений исходных «родительских» состояний. Сами величины кулоновских щелей для состояний с разными  $1/q$  должны описываться масштабным соотношением (1.3).

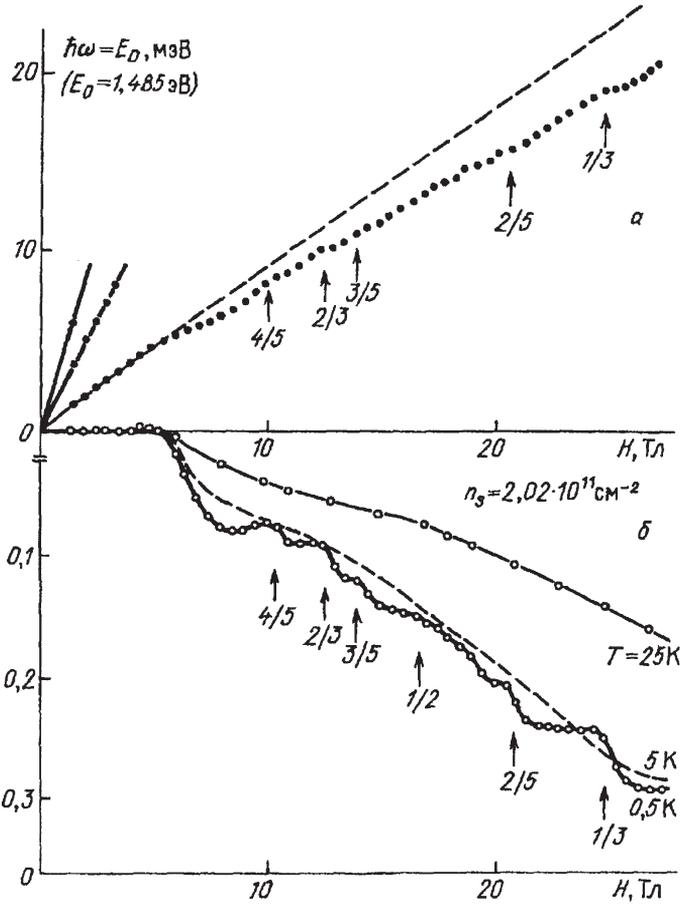
Таким образом, очевидно, что экспериментальное знание величин кулоновских щелей в режиме дробного КЭХ совершенно необходимо для сравнения с существующими теоретическими концепциями и их дальнейшим совершенствованием.

Долгое время единственным способом измерения величин кулоновских щелей был активационный магнитотранспорт [11, 63–66]. С помощью этого метода, по существу, измерялись щели подвижности в режиме дробного КЭХ, которые очень чувствительны к беспорядку. При очень низких температурах ( $T < 1$  К) этот метод сталкивается с проблемами, связанными с прыжковой проводимостью с переменной длиной прыжка, а также с эффектами сильной локализации. Совершенно очевидно, что нужны независимые методы измерения кулоновских щелей. Поэтому в этом разделе будут рассмотрены возможности магнитооптического метода в решении этой задачи.

#### 4.1. Особенности спектров магнитолюминесценции при дробных $\nu$

Оптические эксперименты с 2D-электронами в режиме дробного КЭХ впервые осуществлены в Si-МДП-структурах [67]. В этих экспериментах наблюдалось скачкообразное поведение линии люминесценции в шкале энергий при прохождении через дробные значения  $\nu = 8/3, 7/3$  и по величине этих скачков сделаны оценки соответствующих кулоновских щелей. Однако в случае 2D-электронного газа в Si-МДП-структурах при низких температурах и сильных магнитных полях излучательная рекомбинация из нижнего по спину состояния ( $S_z = -1/2$ ) не наблюдается из-за правил отбора, и экспериментально вести наблюдения в ультраквантовом пределе с помощью магнитооптики не удается по принципиальным причинам. В случае GaAlAs/GaAs-ГП таких ограничений нет, так как  $g$ -фактор электрона отрицателен.

В этом разделе рассмотрим магнитооптические измерения, выполненные в GaAlAs/GaAs-одиночном гетеропереходе при дробных факторах заполнения  $\nu = 2/3, 1/3, 4/5, 3/5, 2/5, 1/5, 1/7$  и  $1/9$ , где также было обнаружено скачкообразное поведение линии магнитолюминесценции [24, 25]. Эти исследования выполнялись на высококачественных образцах, в которых подвижность 2D-электронов при освещении составляла  $\mu_e \geq (1 - 3) \cdot 10^6$  см<sup>2</sup>/В·с, а плотность электронов могла варьироваться с помощью специально подобранной стационарной подсветки в интервале  $(0,5 - 2) \cdot 10^{11}$  см<sup>-2</sup>.



**Рис. 9.** а — Зависимость энергетического положения пика люминесценции, отвечающей рекомбинации электрона из нижнего спинового состояния, от величины  $H$  (энергия отсчитана от дна зоны размерного квантования;  $T = 0,47$  К,  $n_s = 2,02 \cdot 10^{11}$  см<sup>-2</sup>). б — Энергетические положения пика этой же линии относительно пунктирной прямой рис. а при вариации  $H$ . Стрелками указаны дробные факторы заполнения.

На рис. 9 показано поведение пиков ландауовских линий в спектре магнитолюминесценции при вариации магнитного поля. Для факторов запол-

нения  $\nu > 2$  картина имеет привычный вид веера уровней Ландау. Однако при  $\nu < 2$ , когда в спектре остается одна линия, появляются существенные особенности. Наибольшие отклонения от линейной зависимости возникают в области между  $\nu = 2$  и  $\nu = 1$ . Эти отклонения связаны с усилением спинового расщепления в результате обменного взаимодействия электронов с одинаковой проекцией спина (эффект усиления  $g$ -фактора). При дальнейшем увеличении магнитного поля появляются новые дополнительные скачки спектрального положения центра тяжести линии  $\hbar\omega$  в окрестности  $\nu = 4/5, 2/3, 3/5, 2/5$  и  $1/3$ . Амплитуда скачков растет при понижении температуры. Сама величина скачков мала в сравнении с основным масштабом энергетического спектра, который задается циклотронной энергией. Поэтому на рис. 9,б эти же результаты представлены за вычетом одноэлектронного вклада, связанного с энергией нижайшего уровня Ландау. После такой процедуры скачки  $\hbar\omega$  при  $\nu = 4/5, 2/3, 3/5, 2/5$  и  $1/3$  видны более явно. Уместно отметить, что в окрестности  $\nu = p/q$  также наблюдается небольшое уширение ( $\approx 10\%$ ) линии, которое, тем не менее, не затрагивает ее форму. Кроме того, имеется достаточно размытая особенность в окрестности  $\nu = 1/2$ . При увеличении температуры до 5 К все скачки при факторах заполнения с нечетными  $q$  исчезают, тогда как особенность при  $\nu = 1/2$  сохраняется вплоть до 25 К. Слабая чувствительность этой особенности к температуре аналогична тому, что наблюдается в магнитотранспорте [68, 69]. В частности, из магнитотранспортных исследований следует [69], что особенности при  $\nu = 3/2, 3/4, 1/2$  и  $1/4$  имеют общую природу, не связанную с дробным КЭХ.

Зависимость  $\Delta E$  от  $H$  становится при понижении температуры более отрицательной, что связано с эффектом сильной локализации в магнитном поле. Эта зависимость может быть использована для анализа беспорядка в системе.

На серии образцов с меньшими концентрациями 2D-электронов удается продвинуться еще глубже в ультраквантовую область ( $\nu \ll 1$ ). Скачкообразное поведение центра тяжести линии люминесценции при  $\nu = 2/3, 1/3, 4/5, 3/5, 2/5, 1/5, 1/7$  и  $1/9$  иллюстрирует рис. 10. Эти результаты полностью воспроизводятся после термического циклирования. Заметим, что столь явные особенности при  $\nu = 1/7$  и  $1/9$  в режиме дробного КЭХ вообще наблюдаются впервые, а с помощью магнитотранспортных измерений особенности при  $\nu = 1/9$  не обнаруживаются. Это наглядно демонстрирует, что эффекты сильной локализации в гораздо меньшей мере ограничивают возможности магнитооптического метода, в отличие от магнитотранспорта. Здесь же, на рис. 10, сопоставляются зависимости  $\Delta E(H)$ , измеренные для трех различных температур. При 0,4 К наблюдается скачкообразное поведение для всех обнаруженных дробей  $\nu = 1/q$  вплоть до  $1/9$ , однако не обнаружены какие-либо особенности в окрестности  $1/11$ . При  $T = 1,2$  К скачки при  $\nu = 1/7$  и  $1/9$  исчезают, но сохраняются в окрестности других дробных  $\nu = p/q$  с меньшими  $q$ .

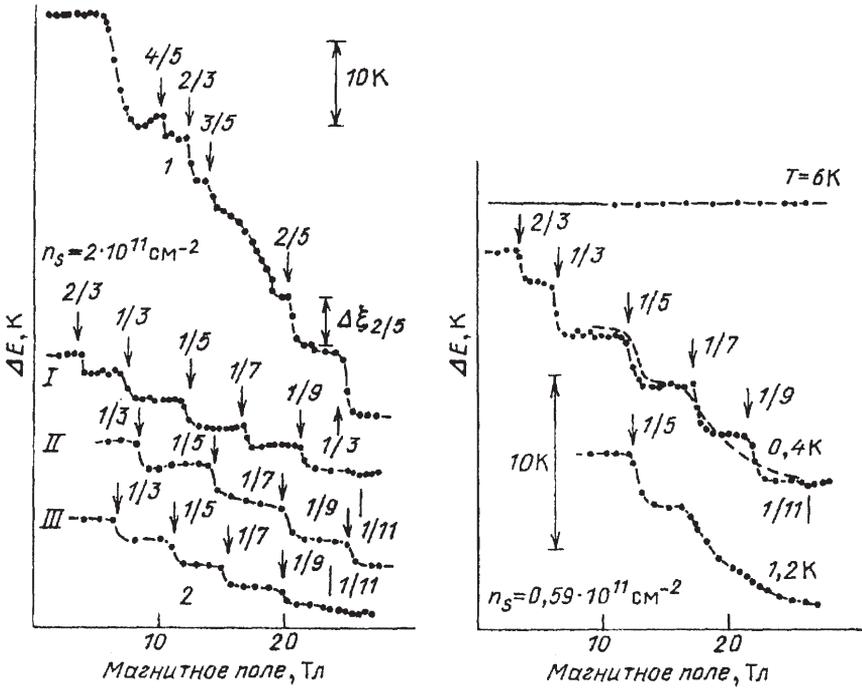


Рис. 10. Поведение центра тяжести линии люминесценции  $\bar{\omega}$ , отвечающей рекомбинации электрона из нижнего спинового состояния, в функции магнитного поля.  $\Delta E = \hbar\bar{\omega} - (1/2)\hbar\omega_c$ .

Наконец, остановимся на очень актуальном вопросе, связанном с реальной электронной температурой в условиях описанных экспериментов, которые ведутся с использованием стационарного фотовозбуждения. Ответ был получен с помощью анализа ширин линий шубниковских осцилляции продольного магнитосопротивления, играющих роль внутреннего электронного термометра. Продольное сопротивление измерялось одновременно (*in situ*) с магнитооптикой. Например, при стационарном фотовозбуждении аргоновым лазером полной мощностью около 1 мВт и температуре бани 40 мК, электронная температура возрастала, но не превышала 100 мК. Таким образом, в использованных структурах удается вести магнитооптические исследования при температурах существенно ниже 1 К. Это связано с очень большими временами излучательной рекомбинации 2D-электронов в этих системах.

#### 4.2. Теория магнитолюминесценции 2D-электронов в режиме дробного КЭХ

Теперь остановимся на интерпретации описанных выше экспериментальных результатов. Ранее, при обсуждении разрывного поведения центра

тяжести линии магнитолюминесценции в Si-МДП-структурах при дробных факторах заполнения, предполагалось [67], что эти разрывы непосредственно связаны со скачками химпотенциала при конденсации 2D-электронов в квантовую лафлиновскую жидкость:  $\Delta\bar{\omega} = \Delta\mu = q\Delta_q$ . Отсюда по спектральному скачку  $\Delta\bar{\omega}$  можно непосредственно определить кулоновскую щель, соответствующую данной дроби  $1/q$ . Такая гипотеза основывалась на предположении, что как начальное состояние  $N$  электронов до рекомбинации, так и конечное состояние  $N-1$  электронов после рекомбинации являются основными. Иными словами, предполагалось, что взаимодействующая система 2D-электронов адиабатически отслеживает процесс излучательной рекомбинации с акцепторным центром. Эта гипотеза уязвима в том отношении, что после акта рекомбинации во взаимодействующей системе  $N-1$  электронов появляются разные возбуждения, и последующая их релаксация в основное состояние после такого «встряхивания» («shake-up process») требует достаточного времени.

Недавно построена теория [70], анализирующая процесс излучательной рекомбинации взаимодействующей системы 2D-электронов с дырками акцепторного центра. Анализ касается поведения первого момента линии люминесценции  $M_1$  при вариации фактора заполнения в окрестности дробных значений  $\nu$ :

$$M_1 \equiv \int I(E) E dE / \int I(E) dE$$

непосредственно совпадает с центром тяжести линии  $\bar{\omega}$ . Главный ответ теории состоит в том, что  $M_1(\nu)$  отражает поведение средней энергии взаимодействующих электронов, а не химического потенциала.

Теория использует следующие модельные представления. Электронная плотность считается однородной, а акцепторный центр исходно нейтральным. Расстояние  $Z_0$  примесного центра от 2D-плоскости и магнитная длина  $l_0$  намного превышают ширину электронного слоя и радиус примесного центра ( $Z_0, l_0 \gg r_{imp}$ ). В конечном состоянии потенциал примесного центра — отталкивательный кулоновский. При  $T = 0$  электронная система находится в основном  $i$ -состоянии; если это состояние вырождено, то предполагается, что все состояния равно заселены. Магнитное поле считается столь сильным,  $\hbar\omega_c \gg e^2/\varepsilon l_0$ , что смешиванием различных уровней Ландау можно пренебречь. На другом языке параметр смешивания уровней Ландау  $\lambda = (e^2/\varepsilon a)/\hbar\omega_c \equiv (1/2\nu)r_s$  ( $a = (\pi n_s)^{-1/2}$  — межчастичное расстояние,  $r_s = a/a_B$ ; боровский радиус  $a_B = \varepsilon\hbar^2/me^2$ ) считается равным нулю. Это эквивалентно рассмотрению ситуации, когда  $r_s \rightarrow 0$ . Квантовый излучательный переход происходит в точке  $r_0$  2D-слоя, наиболее близко расположенной к примесному центру. Расчеты ведутся численно в сферической геометрии [71, 72]. Таким образом, все уравнения записываются для однородной системы с конечным числом частиц (реально в расчетах 6 и 7 частиц).

Итак, нормированный первый момент линии магнитолуминесценции равен

$$M_1 = E_i - \langle H_f \rangle_{ab}, \quad (4.4)$$

где  $E_i$  — энергия основного состояния  $N$  взаимодействующих частиц.  $H_f$  — гамильтониан системы в конечном состоянии, а именно — энергия  $N-1$  электронов с координатами  $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{N-1}$  в 2D-слое, взаимодействующих между собой и с отталкивающим кулоновским центром  $\mathbf{r}_i$ . Усреднение в (4.4) ведется по волновым функциям  $\psi_\alpha(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$  всех состояний  $\alpha$ , принадлежащих  $i$ -му уровню при условии  $\mathbf{r}_N = \mathbf{r}_0$ . За вычетом энергий основного уровня Ландау и примесного центра момент первого порядка или центр тяжести линии магнитолуминесценции содержит лишь энергию кулоновского межчастичного взаимодействия. Теперь уравнение (4.4) можно записать в виде

$$\begin{aligned} M_1 &= \int (V(|\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}|) - V(|\vec{\rho}_i - \vec{\rho}_0|) g(|\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}|)) d\vec{\rho} = \\ &= 2E_i N^{-1} - \int V(|\vec{\rho}_i - \vec{\rho}_0|) g(|\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}|) d\vec{\rho}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Интегрирование ведется по всему 2D-слою, а  $g(\rho)$  — парная корреляционная функция:

$$\begin{aligned} g(|\vec{\rho}_N - \vec{\rho}_{N-1}|) &= \frac{1}{g_i} (N-1) A l_0^2 \sum_a \int |\psi_\alpha(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N)|^2 d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_{N-2}, \\ \int g(\vec{\rho}) d\vec{\rho} &= N-1, \end{aligned} \quad (4.6)$$

где  $g_i$  — вырождение  $i$ -го уровня,  $A$  — площадь 2D-слоя,  $\vec{\rho} = \mathbf{r}/e$ .

Если потенциал  $V(\mathbf{r})$  короткодействующий, второе слагаемое в выражении (4.5) можно просто опустить. Если воспользоваться определением химпотенциала  $\mu = \partial E_i / \partial N$ , то с помощью (4.5) легко получить выражение для кулоновской щели:

$$\Delta_q = (\nu/2q) \delta(\partial \bar{\omega} / \partial \nu) \equiv (H/2q) \delta(\partial \bar{\omega} / \partial H). \quad (4.7)$$

Таким образом, функция центра тяжести линии  $\bar{\omega}(\nu)$  «отслеживает» среднюю энергию кулоновского взаимодействия между частицами и демонстрирует изломы («cusps») при дробных  $\nu$ . Сила этих изломов («cusps strength»), определяемая как разрыв производной  $\partial \bar{\omega} / \partial \nu$ , позволяет получить величины щелей  $\Delta_q$ .

Однако на самом деле  $V(r)$  — дальнедействующий кулоновский потенциал, и, в принципе, второе слагаемое в выражении (4.5) следует учитывать. Интересно отметить, что при  $Z \rightarrow 0$   $\bar{\omega} = 0$ . Это означает, что если 2D-электроны и примесный центр (или свободная дырка) копланарны, оба слагаемых в (4.5) компенсируют друг друга, и никаких особенностей в поведении  $\bar{\omega}(\nu)$  вблизи дробных  $\nu$  не должно быть.

На конечных расстояниях  $Z_0$  несобственный вклад в величину излома в функции  $\bar{\omega}(\nu)$  не мал. Общее выражение для силы излома следующее:

$$\delta\left(\frac{\partial\bar{\omega}}{\partial\nu}\right) = \frac{2q\Delta}{\nu} - \int V(|\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}|) \delta\left(\frac{\partial g(|\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}|)}{\partial\nu}\right) d\vec{\rho}. \quad (4.8)$$

В разложении выражения (4.8) при  $Z_0 \gg l_0$  член  $\sim Z_0^{-1}$  отсутствует из условия нормировки, а при  $Z_0 \ll l_0$  разложение пропорционально  $Z_0^2$ .

С помощью парной корреляционной функции рассчитывается второй (несобственный) член в выражении (4.8) как функция  $h$ , и в предельных случаях для него получено

$$\begin{aligned} \delta(\partial\bar{\omega}/\partial\nu) &\approx 18\Delta - 37\varepsilon(l/Z_0)^5 \text{ для } Z_0 \gg l, \\ &\approx 0,77(Z_0/l)^2 \text{ для } Z_0 \ll l. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Отсюда следует, что несобственный вклад в общее выражение для силы изломов быстро убывает при удалении примесного центра от 2D-плоскости, т.е. с ростом  $Z_0$ . Поэтому на достаточно больших расстояниях  $Z_0$  процедура обработки экспериментальных зависимостей  $M_1(\nu)$  с целью определения величин щелей сильно упрощается.

### 4.3. Кулоновские щели в условиях дробного КЭХ

Сейчас рассмотрим, каким образом из экспериментальных зависимостей центра тяжести линии люминесценции или ее первого момента  $M_1(\nu)$  определяются величины щелей в соответствии в заключениями теории.

С целью анализа экспериментальных зависимостей для всех измеренных спектров люминесценции рассчитывались нулевой ( $M_0$ ), первый ( $M_1$ ), второй ( $M_2$ ) и третий ( $M_3$ ) спектральные моменты [73–75]:

$$\begin{aligned} M_0 &= \int I(E) dE, \quad M_1 = \frac{1}{M_0} \int I(E) E dE, \\ M_2 &= \frac{1}{M_0} \int I(E) (E - M_1)^2 dE, \\ M_3 &= \frac{1}{M_0 M_2^3} \int I(E) (E - M_1)^3 dE. \end{aligned}$$

Все экспериментальные данные при фиксированных значениях магнитного поля обрабатывались с помощью компьютера. Напомним, что  $M_0$ ,  $M_1$ ,  $M_2$  и  $M_3$  характеризуют интегральную интенсивность, центр тяжести, ширину и асимметрию линии люминесценции. Точность, с которой определялась величина первого момента  $M_1$  была не ниже 0,01 мэВ. На рис. 11, а сравнивается поведение  $M_1(H)$  с картиной шубниковских осцилляции магнитосопротивления в образце с большой подвижностью ( $1,2 \cdot 10^6 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ ) [73–75]. Видно, что минимумы  $\rho_{xx}$  совпадают с изломами вниз («cusps») функции  $M_1(H)$ . Более отчетливо этот факт проиллюстрирован на рис. 11, б, где сравнивают-

ся зависимости от  $H$  для четырех моментов  $M_1, M_2, M_3$  и  $M_0$  с минимумом  $\rho_{xx}$  в окрестности  $\nu = 1/3$ . Видно, что минимум  $\rho_{xx}$  и излом вниз функции  $M_1(H)$  при  $\nu = 1/3$  совпадают, поэтому эта функция скорее отражает среднюю энергию 2D-электронов, чем ее химический потенциал. Заметим также, что излом вверх функции  $M_1(H)$  близко подходит к максимуму  $\rho_{xx}$ . В ряде случаев одновременно со спектром излучательной рекомбинации 2D-электронов с акцепторным центром исследовались спектры, отвечающие рекомбинации со свободными дырками. Однако в зависимостях  $M_1(\nu)$  этих спектров отсутствовали изломы при дробных  $\nu$ .

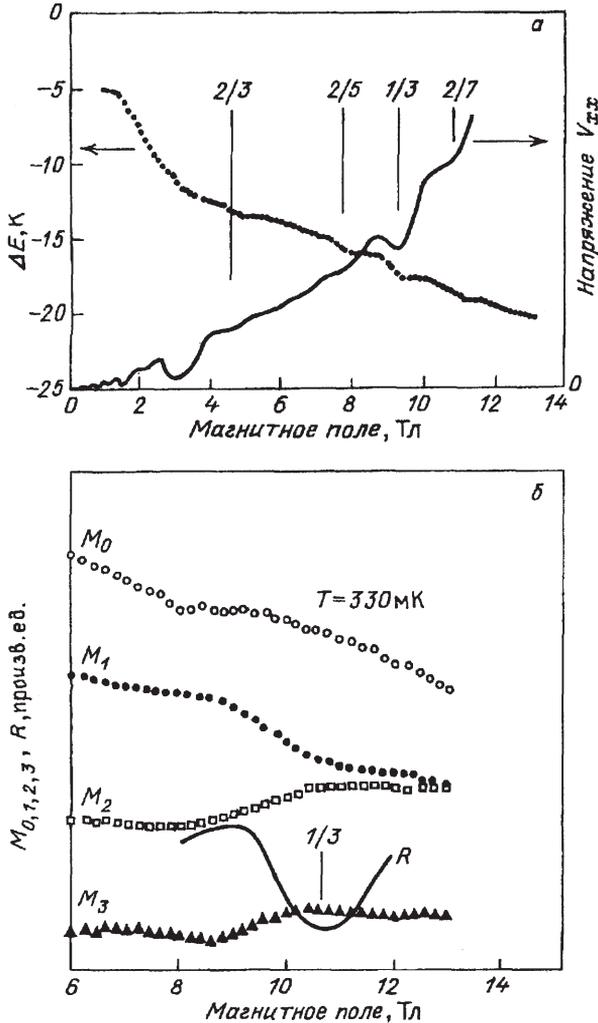
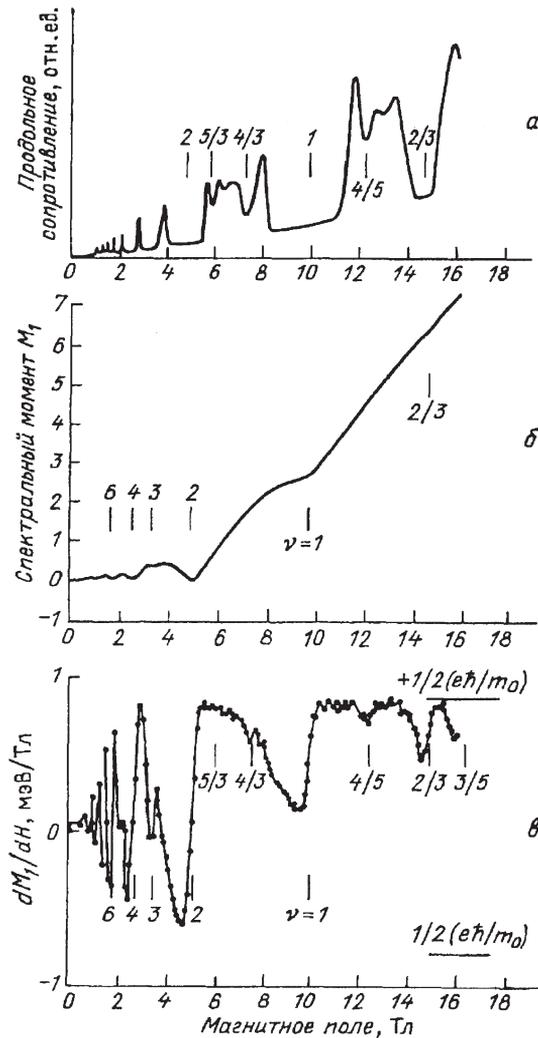


Рис. 11. а — Соответствие между шубниковскими осцилляциями магнитосопротивления и зависимостью момента  $M_1(H)$ ;  $T = 0,6$  К. б — Поведение моментов  $M_0, M_1, M_2$  и  $M_3$  линии магнитолуминесценции в окрестности  $\nu = 1/3$ . Сплошная линия — магнитосопротивление;  $T = 330$  мК.

На рис. 12 показаны одновременно шубниковские осцилляции  $\rho_{xx}$ , момент первого порядка  $M_1(H)$  в функции магнитного поля и его производная  $dM_1/dH$ , измеренные в образце с концентрацией 2D-электронов  $n_s = 2,4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  при  $T = 100 \text{ мК}$  в области факторов заполнения  $\nu = 8, 6, 4, 3, 2, 1$  и  $2/3$  [76]. Наличие изломов вниз функции  $M_1(H)$  наиболее отчетливо проявляется в соответствующих скачках производной  $dM_1/dH$ . На рис. 12 эти скачки возникают при целочисленных факторах заполнения  $\nu = 2, 4, 6, 8, 10$  (циклотронные щели),  $\nu = 1, 3, 5$  (щели, связанные со спиновым расщеплением) и при  $\nu = 4/5, 2/3$  и  $3/5$  (кулоновские щели при дробных  $\nu$ ).



**Рис. 12.** Первый момент  $M_1$  (б) и его производная (в) в функции магнитного поля  $H$  сравниваются с картиной шубниковских осцилляции (а). Указаны целочисленные и дробные факторы заполнения.

В режиме целочисленного КЭХ средняя энергия электронов определяется их распределением по уровням Ландау. В этом режиме также видны изломы вниз в функции  $M_1(H)$ , которые появляются при четных целых  $\nu$ . Эти изломы определяют скачкообразное поведение химпотенциала при пересечении уровней Ландау. В случае идеальной картины дискретных уровней Ландау в отсутствие электрон-электронного взаимодействия и при  $T = 0$  К нетрудно по величине скачка производной  $dM_1/dH$  определить саму циклотронную щель:

$$\Delta_G = \hbar\omega_c = \nu\delta(dM_1/d\nu) = H\delta(dM_1/dH). \quad (4.10)$$

Обратим внимание, что уравнения (4.7) и (4.10) совпадают с точностью до коэффициента 2. Этот коэффициент в уравнении (4.7) для величины кулоновской щели в дробном КЭХ появляется из-за парного характера е-е-взаимодействия.

При  $\nu = 2$  и достаточно низких  $T$  легко убедиться (см. рис. 12), что скачок  $dM_1/dH$  практически совпадает с величиной  $e\hbar/m_c$ , которая независимо определяется по ландауовскому расщеплению в оптических спектрах. При больших целых четных  $\nu$  возникают отклонения из-за уширения уровней Ландау и относительно большого дискретного шага магнитного поля в эксперименте [76]. С ростом температуры в области циклотронных щелей  $dM_1/dH$  уменьшается по амплитуде и монотонно уширяется. Такая температурная эволюция «излома вниз» в  $M_1(H)$  и производной  $dM_1(H)/dH$  совершенно естественна и вытекает из фермиевской функции распределения.

На рис. 12 скачки производной  $dM_1(H)/dH$  связаны при  $\nu = 1$  со спиновым расщеплением, а при дробных  $\nu = 4/5, 2/3$  и  $3/5$  — с соответствующими кулоновскими щелями дробного КЭХ. Производные  $dM_1/dH$  рассчитываются численно из непосредственно измеряемых зависимостей  $M_1(H)$ .

Определенные по описанной процедуре кулоновские щели и их зависимости от величины магнитного поля проиллюстрированы на рис. 13 для  $\nu = p/3, p/5, p/7$  и  $1/9$ . Кружки соответствуют величинам  $\Delta_q$ , непосредственно определенным по величине скачка производной  $dM_1(\nu)/d\nu$  с помощью приближенной формулы (4.7). Крестиками показаны те же щели, но скорректированные с помощью процедуры, описанной в [70], с учетом конечного расстояния  $Z_0$  акцепторов от интерфейса. Экспериментальные значения сравниваются с теоретическими зависимостями  $\Delta_q$  от  $H$  [62, 77], которые представлены сплошными линиями. Пунктиром показана аппроксимация, лучше описывающая эксперимент. Напомним, что в теоретических расчетах величина кулоновских щелей редуцируется при учете конечной ширины 2D-электронного канала, а также при смешивании уровней Ландау [78]. Наконец, здесь же для сравнения приведены данные, полученные с помощью активационного магнитотранспорта (темные и светлые квадраты заимствованы из работ [11] и [66]). Согласие оптических и транспортных измерений наилучшее и вполне удовлетворительное в области сильных магнитных полей ( $H > 10$  Тл), а при меньших  $H$  данные расходятся сильно. Причина

расхождений в этой области магнитных полей связана, по-видимому, с тем, что в магнитотранспортных измерениях определяются щели подвижности. Когда такая щель сопоставима с шириной уровня Ландау, магнитотранспорт значительно занижает истинную величину щели.

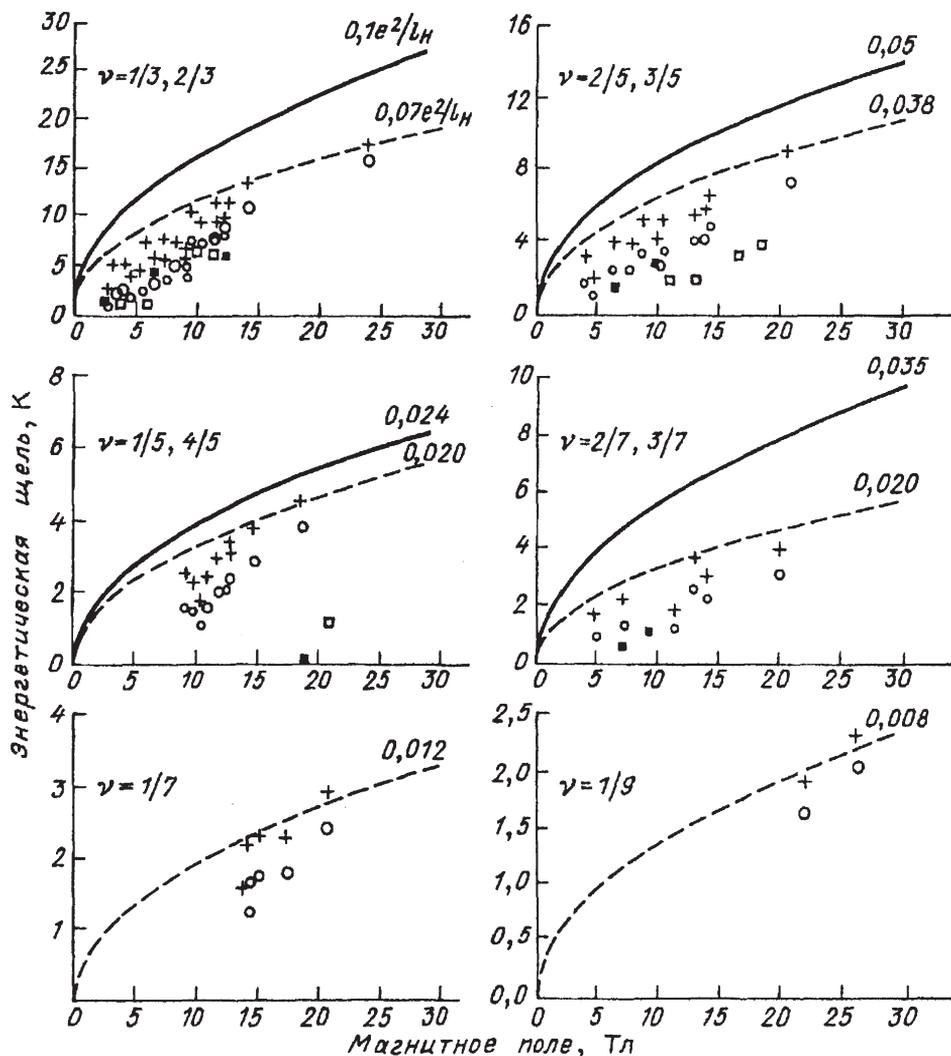


Рис. 13. Зависимости кулоновских щелей КЖ дробного КЭХ от величины магнитного поля. Символы объяснены в тексте.

Нетривиальным оказывается поведение величины кулоновской щели при изменении температуры. На рис. 14, а показана величина производной  $dM_1(H)/dH$  при  $\nu = 2/3$  и  $3/5$ , измеренная при различных температурах. Скачок производной практически не меняется вплоть до некоторой критиче-

ской температуры. Заметить этот эффект с помощью активационного магнитотранспорта невозможно по принципиальным причинам. На рис. 14, б представлены температурные зависимости энергий кулоновских щелей для  $\nu = 2/3, 3/5, 1/5$  и  $1/7$ , измеренные по силе производных  $\delta(dM_1(H)/dH)$  в рамках описанной выше процедуры. Видно, что каждая дробь имеет свою характерную температуру  $T_c$ , начиная с которой соответствующая щель коллапсирует. Аналогичное поведение наблюдалось ранее качественно в случае дробного КЭХ в Si-МДП-структурах. Термический коллапс наблюдается также в случае спинового расщепления ( $\nu = 1$ ). Между величиной щели  $\Delta(T = 0)$  и критической температурой отсутствует простое эмпирическое соотношение. Для объяснения этого эффекта в режиме дробного КЭХ, по-видимому, следует учитывать полную дисперсию спектра квазичастичных возбуждений, включая его ротонную часть.

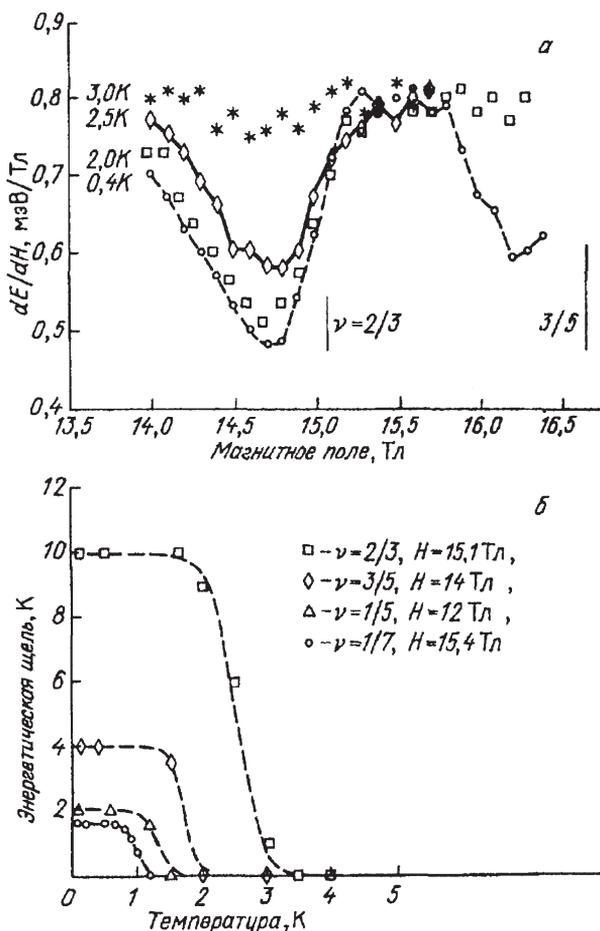


Рис. 14. а – Поведение производной  $dM_1/dH$  («cusps strength») от температуры. б – Температурные зависимости кулоновских щелей для  $\nu = 2/3, 3/5, 1/5$  и  $1/7$ .

#### 4.4. Магнитооптические эксперименты в режиме дробного КЭХ в других гетеросистемах

В работах [79–81] исследовалась магнитолюминесценция 2D-электронов со свободными дырками в одиночном GaAlAs/GaAs-ГП высокого качества (подвижности 2D-электронов в этих структурах при подсветке были порядка  $10^7$  см<sup>2</sup>/В·с). Изучались осцилляции интенсивности в функции магнитного поля, соответствующие рекомбинации 2D-электронов из основной (линия  $E_0$ ) и возбужденной (линия  $E_1$ ) подзон размерного квантования. Обнаружено, что минимумы для линии  $E_0$  и максимумы для линии  $E_1$  в осциллирующих зависимостях интенсивности магнитолюминесценции отвечают целым  $\nu$  в режиме целочисленного и дробным  $\nu$  в режиме дробного КЭХ. Такое осциллирующее поведение объясняется в терминах экранирования электронами фотовозбужденных свободных дырок, а также несжимаемостью ферми-жидкости. Эти осцилляции, безусловно, являются индикатором сильно скоррелированных электронных состояний в режиме дробного КЭХ. Однако вряд ли эти осцилляции можно использовать для измерений величин кулоновских щелей.

В режиме дробного КЭХ исследовалась излучательная рекомбинация 2D-электронов со свободными дырками в легированных асимметричных GaAlAs/GaAs-одиночных квантовых ямах [82, 83]. В этих экспериментах обнаружено расщепление линий люминесценции в окрестности  $\nu = 2/3$ , которое прямо не связано с соответствующей кулоновской щелью, а сама природа расщепления до конца не ясна.

Наконец, очень интересны эксперименты по резонансному электронному рассеянию света 2D-электронами [84]. В этих спектрах обнаружено неупругое рассеяние света, которое связывается с энергиями передачи в область ротонного минимума спектра квазичастичных возбуждений. Если данные наблюдения, а главное — их интерпретация подтвердятся, то резонансное рассеяние света 2D-электронами может оказаться еще одним оптическим инструментом измерения спектра кулоновских щелей в режиме дробного КЭХ.

### 5. Магнитооптические наблюдения кристаллизации 2D-электронов

В этом разделе остановимся на интересном вопросе, связанном с наблюдением кристаллизации 2D-электронов в ультраквантовом пределе средстами магнитооптики. Нас будет прежде всего интересовать, как конкурируют между собой основные состояния квантовых жидкостей в режиме дробного КЭХ и вигнеровского кристалла и каким образом в связи с этой конкуренцией выглядит фазовая диаграмма перехода кристалл–жидкость.

### 5.1. Теоретические аспекты проблемы

Почти 60 лет тому назад Вигнер предсказал [6], что в случае, когда энергия кулоновского взаимодействия  $\langle V \rangle$  значительно превосходит кинетическую энергию  $\langle K \rangle$ , система электронов должна образовать устойчивую конфигурацию с дальним порядком. В трехмерном случае решеткой с наименьшей собственной энергией оказывается кубическая объемноцентрированная, а для двумерного случая — гексагональная.

Для 2D-электронов в отсутствие магнитного поля различают классический и квантовый пределы, когда может произойти такая кристаллизация. Классический случай (или область малых плотностей) определяется неравенствами  $\hbar^2/m^*a^2 \ll kT \ll e^2/\varepsilon a$  ( $m^*$  — эффективная масса электрона,  $a$  — межчастичное расстояние). В этом пределе фазовый переход жидкость — электронный 2D-кристалл происходит, когда отношение  $\langle V \rangle / \langle K \rangle = e^2(\pi n_s)^{1/2} / \varepsilon kT \geq \Gamma \approx 10^2$ . Именно такая кристаллизация 2D-электронов в классическом приближении обнаружена и исследована в экспериментах с электронами на поверхности He [85, 86]. В результате этих исследований определены фазовая граница перехода в плоскости  $(n_s, T_c)$ , классическая температура плавления  $T_c = e^2(\pi n_s)^{1/2} / \Gamma_m \varepsilon k$ , величина параметра  $\Gamma_m$ .

Квантовый предел (или область больших концентраций) реализуется в условиях, когда  $kT \ll \hbar^2/m^*a^2 \ll e^2/\varepsilon a$ . В этой области отношение  $\langle V \rangle / \langle K \rangle$  анализируется в функции безразмерного параметра  $r_s \equiv a/a_B$ . Так как корреляционная энергия  $\langle V \rangle \sim n_s^{1/2}$  а кинетическая  $\langle K \rangle \sim n_s$ , 2D-вигнеровский кристалл оказывается устойчив в области  $r_s > \Gamma_w$ , т.е. когда плотность электронов не превышает некоторой граничной величины  $n_s \leq n_w = (\Gamma_w^2 \pi a_B^2)^{-1}$ . В этом режиме фазовая диаграмма имеет точку окончания на оси концентраций. Численные расчеты дают для  $\Gamma_w \approx 33$  [87]. Если принять это значение  $\Gamma_w$ , то квантовый режим кристаллизации для 2D-электронов на поверхности гелия наступает при  $n_w \approx 10^{15} \text{ см}^{-2}$ , а для 2D-электронов в GaAlAs/GaAs-гетеропереходе — при  $n_w \approx 10^8 \text{ см}^{-2}$ . Реализовать указанные условия в данных системах не удастся. Поэтому в отсутствие магнитного поля вигнеровская кристаллизация 2D-электронов в квантовом режиме не наблюдалась.

Ситуация радикально меняется в сильном поперечном магнитном поле. Электроны теперь теряют прежние степени свободы и их движение приобретает финитный характер по циклотронным орбитам с размерами  $(2N + 1)^{1/2} l_c$ . В квантовом пределе ( $\nu < 1$ ) 2D-электроны в результате корреляционного взаимодействия понижают свою среднюю энергию без каких-либо затрат на энергию кинетическую. Таким образом, сильное магнитное поле создает предпочтительные условия для пространственного упорядочения электронов, или, иными словами, стимулирует вигнеровскую кристаллизацию.

Для экспериментов в квантовом пределе существенно знать критические факторы заполнения  $\nu_c$ , начиная с которых кристаллическая фаза

электронов станет энергетически более выгодной, чем квантовая жидкость в дробном КЭХ. Фазовую границу между вигнеровским кристаллом и жидкостью можно полностью описать с помощью трех параметров: фактором заполнения  $\nu$ , безразмерной плотностью  $r_s$  и безразмерной температурой  $\Gamma = kT/(e^2/\epsilon\alpha)$ . В этих трех измерениях ( $\nu, \Gamma, r_s$ ) фазовая диаграмма перехода должна иметь вид топологически сложной поверхности. В области больших плотностей параметр  $r_s$  может рассматриваться как эквивалент параметру  $\lambda$ , характеризующему смешивание уровней Ландау  $\lambda = (e^2/\epsilon\alpha)/\hbar\omega_c = \nu r_s/2$ . Подавляющее число микроскопических расчетов энергии основного состояния вигнеровского кристалла относится к пределу  $r_s \rightarrow 0$ . Эти расчеты дают для  $\nu_c$  значения в интервале  $1/5$  и  $1/10$  [35, 88]. В работах [89, 90] учтены корреляционные эффекты в условиях смешивания между уровнями Ландау и показано, что стабильность вигнеровского кристалла при этом возрастает. Сама же устойчивая кристаллическая фаза возникает при  $\nu_c = 1/3$ . Например, для дырочного 2D-канала GaAlAs/GaAs  $r_s \approx 20$ .

Понижение размерности системы приводит к появлению новых свойств 2D-кристалла и особенностей самого фазового перехода жидкость–2D-кристалл по сравнению с ординарными трехмерными объектами. Свойства 2D-кристалла впервые рассматривал Пайерлс и показал, что при любой конечной температуре амплитуда нулевых колебаний, или среднеквадратичное отклонение частицы от равновесного положения в решетке, увеличиваются логарифмически с увеличением размера системы. Это означает, что 2D-кристалл неограниченных размеров неустойчив. Эту проблему удается решить в рамках двух различных подходов.

Во-первых, как следует из модельных численных расчетов, стабильность двумерного кристалла растет, если он разбивается на домены, причем, чем меньше размер 2D-домена, тем выше его температура плавления [91].

Другой подход был развит в работах Костерлица и Таулесса [92, 93] (см. также обзор [94]). Из этих работ следует, что в 2D-случае не может быть дальнего порядка в обычном смысле, однако возможно ввести критерий, позволяющий отличить жидкую фазу от кристаллической. А именно, в жидкой фазе позиционный порядок исчезает экспоненциально, в то время как в двумерном кристалле это происходит гораздо медленнее — порядок теряется как степенная функция расстояния. В отличие от ординарного трехмерного перехода жидкость — кристалл, который является переходом первого рода с определенной энергией плавления, в 2D-случае теория предсказывает непрерывный переход из низкотемпературной фазы с квазидальним позиционным порядком в высокотемпературную разупорядоченную фазу. Сам переход характеризуется сингулярностями в энергии и теплоемкости.

Согласно концепции Нельсона–Гальперина [95, 96] плавление 2D-кристалла происходит в результате диссоциации структурных дефектов, в частности, дислокационных пар. Сам фазовый переход происходит в два этапа и характеризуется двумя критическими температурами:  $T_{cl}$  для пере-

хода 2D-кристалл — гексатическая жидкость с ориентационным порядком («hexatonic phase») и  $T_c$ , выше которой ориентационный порядок в жидкой фазе пропадает.

Одним из наиболее подходящих объектов исследований 2D-электронов в сильном магнитном поле в режиме вигнеровской кристаллизации является одиночный гетеропереход GaAlAs/GaAs. В этих структурах с помощью совершенных технологий удастся получить двумерные каналы с подвижностью электронов  $10^6 - 10^7$  см<sup>2</sup>/В·с при концентрациях 2D-носителей  $n_s = 10^{10} - 10^{11}$  см<sup>-2</sup>. В недавно выполненных экспериментах, разнообразных и независимых по своему методическому подходу, в которых исследовались радиочастотное поглощение [18, 19, 97], нелинейный магнито-транспорт [20, 21, 97–99], затухание поверхностных акустических волн [23], циклотронный резонанс [26], а также магнитооптика [24, 25, 81], получены аргументированные свидетельства, что такая кристаллизация происходит. Ниже рассмотрим, как проявляется такая кристаллизация в магнитооптических экспериментах.

## 5.2. Спектр люминесценции в режиме вигнеровской кристаллизации

В работах [24, 25] было обнаружено, что в спектрах излучательной рекомбинации 2D-электронов с дырками в  $\delta$ -слое акцепторов в случае одиночного GaAlAs/GaAs-гетероперехода появляется новая линия (так называемая S-линия) при  $\nu < \nu_c$  и  $T < T_c$ . Относительная интенсивность S-линии растет при уменьшении фактора заполнения.

На рис. 15 показаны нормированные по интенсивности спектры люминесценции, измеренные в разных магнитных полях на одном из образцов с концентрацией 2D-электронов при стационарной подсветке  $n_s = 5,4 \cdot 10^{10}$  см<sup>-2</sup>. Помимо основной, ранее известной L-линии, соответствующей рекомбинации электронов в жидкой фазе из нижнего спинового состояния, в спектре появляется новая S-линия при достижении определенных значений магнитного поля. Эта линия возрастает при увеличении  $H$  и при факторах заполнения  $\nu \approx 0$  и 1 доминирует в спектре. Линия S смещена в сторону меньших энергий, расщепление между линиями S и L составляет 1,4 мэВ. Существенно, что одновременно с появлением линии S в спектре начинает сильно падать интегральная интенсивность люминесценции в этой области. Это иллюстрирует рис. 16, где показаны зависимости интегральной интенсивности люминесценции, а также отношение интенсивностей S/L в зависимости от величины  $H$ . Падение интегральной интенсивности люминесценции и возгорание линии S наступает при одной и той же величине магнитного поля  $H_c$ . Измерения, выполненные на образцах с различными концентрациями  $n_s$  продемонстрировали, что  $H_c$  растет линейно с увеличением  $n_s$ .

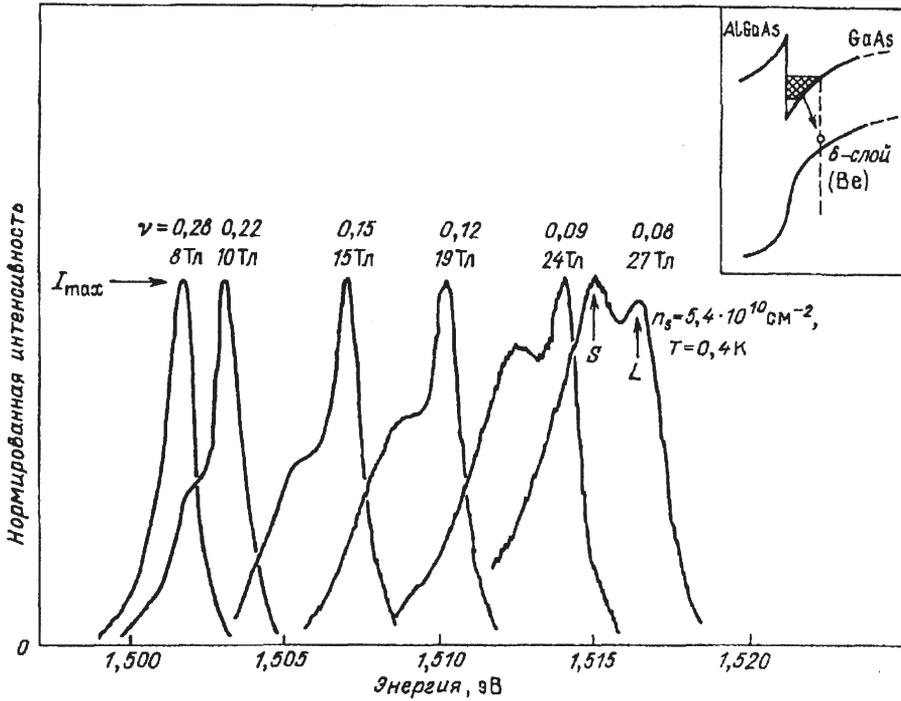


Рис. 15. Спектры излучательной рекомбинации 2D-электронов с фотовозбужденными дырками в монослое акцепторов, измеренные в разных магнитных полях на образце с  $n_s = 5,4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$  и при  $T = 400 \text{ мК}$ . Спектры нормированы по интенсивности.

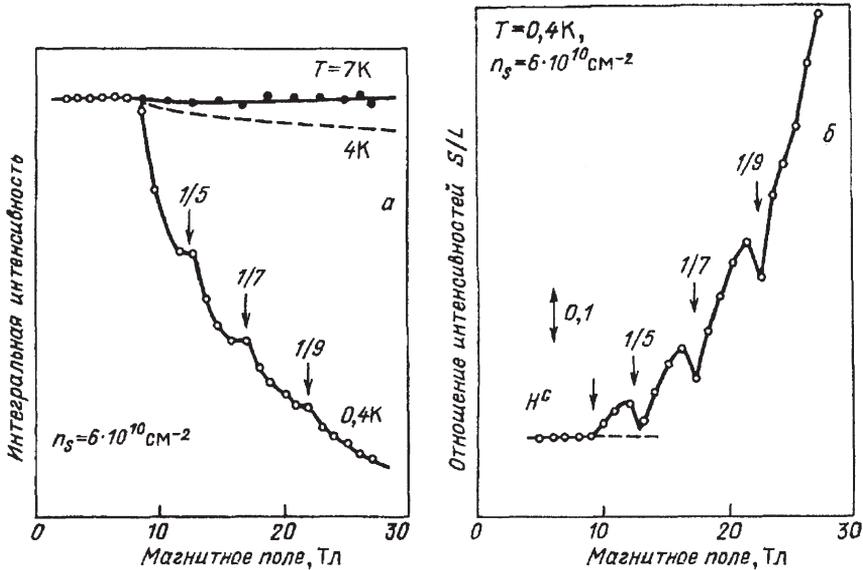


Рис. 16. Зависимость интегральной люминесценции (а) и отношения интенсивностей S- и L-линий (б) в функции магнитного поля при  $T = 600 \text{ мК}$ .

Таким образом, описанные явления в исследованном диапазоне концентраций не зависят от  $n_s$  и наблюдаются в области факторов заполнения  $\nu < \nu_c = 0,26$ . Важно отметить, что интенсивность линии S резко уменьшается в окрестности  $\nu = 1/5, 1/7$  и  $1/9$ , где происходит конденсация в квантовую жидкость. Одновременно при этих же дробных заполнениях возгорается интегральная люминесценция за счет усиления интенсивности линии L.

Линия S очень чувствительна к температуре. При  $T > 1,4$  К и  $H = 26$  Тл она исчезает в спектре. Одновременно с этим интегральная интенсивность люминесценции увеличивается и возвращается к изначальным величинам, измеренным при  $H < H_c$ . Критическая температура сильно зависит от фактора заполнения: в области  $\nu < \nu_c$  она возрастает при уменьшении  $\nu$ , однако при дробных  $\nu = 1/5, 1/7$  и  $1/9$   $T_c$  резко уменьшается.

Появление новой S-линии в спектрах, которое сопровождается одновременным резким уменьшением сигнала интегральной люминесценции, связывается с появлением кристаллической фазы в системе взаимодействующих электронов. В рамках такой интерпретации линии S и L отвечают излучательной рекомбинации 2D-электронов из кристаллической и жидкой фаз соответственно (при  $\nu = 1/5, 1/7$  и  $1/9$  квантовые ферми-жидкости). Сдвиг линии S в сторону меньших энергий по сравнению с L означает, что основное состояние кристаллической фазы оказывается нижайшим. Исчезновение линии S при  $\nu = 1/5, 1/7$  и  $1/9$  указывает, что при таких дробных заполнениях основным состоянием системы, тем не менее, оказывается квантовая жидкость. Наконец, резкое уменьшение сигнала интегральной люминесценции является следствием сильной локализации электронов в условиях кристаллизации. Действительно, в магнитном поле размер волновых функций электронов и дырок, принимающих участие в рекомбинации, в 2D-плоскости определяется магнитной длиной. В перпендикулярном же направлении магнитное поле мало меняет волновые функции рекомбинирующих частиц. Очевидно, что с ростом  $H$  перекрытие волновых функций сильно локализованных электронов и дырок уменьшается. Локализация электронов в данном случае имеет собственное происхождение. Это следует из того, что при изменении качества структуры величина критического фактора заполнения  $\nu_c$  не меняется. Наблюдаемое явление связывается с возникновением 2D-кристалла, который пиннингуется на неоднородностях случайного потенциала.

### 5.3. Действие электрического поля

Остановимся на влиянии электрического поля на свойства S-линии, проявляющейся в режиме вигнеровской кристаллизации. Было обнаружено пороговое усиление интенсивности этой линии, которое сопровождалось появлением дополнительного шума из-за нестабильности сигнала люминесценции вблизи порога [74]. Указанные особенности объясняются срывом

запиннигованного электрическим полем вигнеровского кристалла. Кроме того, изменяя электрическое поле, можно выделить S-линию независимо от основного сигнала люминесценции и таким образом исследовать ее свойства. Было установлено, что плавление вигнеровского кристалла осуществляется в две ступени и может характеризоваться двумя критическими температурами  $T_{c1}$  и  $T_{c2}$ .

На рис. 17,а показаны спектры люминесценции, измеренные в одиночном гетеропереходе с концентрацией 2D-электронов  $5,5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$  в магнитном поле 16 Тл ( $\nu = 0,135$ ) при различных тянущих напряжениях —  $V = 0$  и  $V = 5$  мВ (электрическое поле  $2 \cdot 10^{-2} \text{ В/см}$ ). В спектре люминесценции при  $V = 0$ , помимо основной линии L, отчетливо наблюдается сдвинутая в область меньших энергий линия S. В слабом электрическом поле спектр изменяется: интенсивность линии S значительно возрастает, в то время как интенсивность линии L остается практически неизменной. Это обстоятельство позволило выделить S-линию в дифференциальном спектре люминесценции при модуляции электрического поля. На рис. 17,б показаны дифференциальные спектры, полученные для различных амплитуд модуляции напряжения, в которых видна только S-линия.

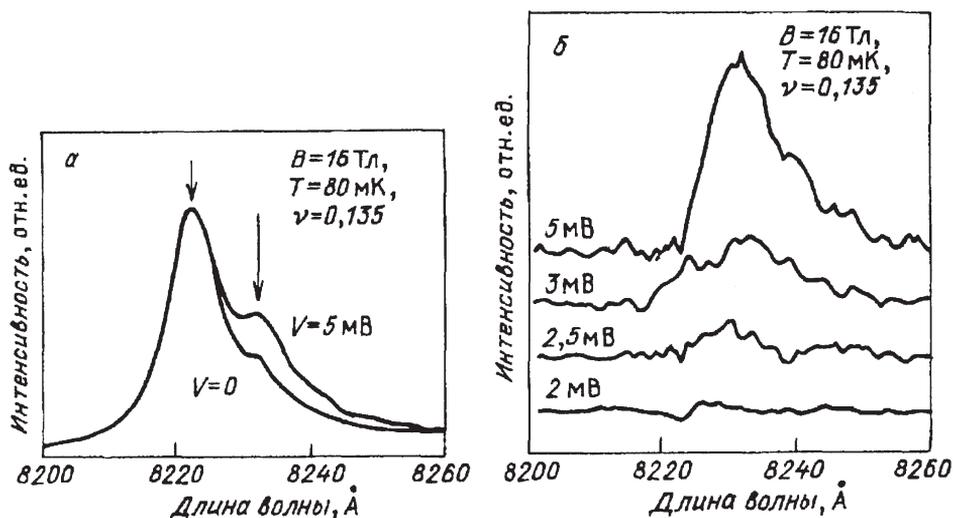


Рис. 17. а — Спектр люминесценции при  $H = 16 \text{ Тл}$  и  $T = 80 \text{ мК}$ , измеренный в отсутствие и при наличии приложенного электрического напряжения. б — Дифференциальные спектры люминесценции при модуляции электрическим полем.

На рис. 18 представлена зависимость интенсивности S-линии от амплитуды напряжения. Эта зависимость имеет пороговый характер: при напряжении, превышающем 2 мВ, наблюдается резкий рост сигнала люминесценции. Отметим, что вблизи порогового напряжения дифференциальный сигнал люминесценции становится очень неустойчивым. На рис. 18,б по-

казано поведение уровня шума сигнала люминесценции, измеренного как среднеквадратичное отклонение от его средней величины, в зависимости от приложенного напряжения. Видно, что уровень шумов значительно возрастает вблизи порога. Пороговое поведение сигнала и уровня шума люминесценции полностью коррелирует с нелинейным поведением вольт-амперных характеристик [21], а также генерацией электрических шумов вблизи порога и интерпретируется в терминах депиннинга вигнеровского кристалла электрическим полем. В данном случае депиннинг вигнеровского кристалла приводит к увеличению сигнала люминесценции. Это объясняется тем, что рекомбинация 2D-электронов в запиннигованном вигнеровском кристалле менее эффективна. В сильном магнитном поле размер волновой функции 2D-электрона равен магнитной длине. Дырки, участвующие в рекомбинации, также локализованы (боровский радиус акцептора  $a_B \sim 40 \text{ \AA}$ ). Таким образом, при увеличении магнитного поля перекрытие волновых функций локализованных в 2D-плоскости электрона и дырки уменьшается, что приводит к сильному падению сигнала люминесценции. Срыв вигнеровского кристалла электрическим полем приводит к движению электронов, что увеличивает вероятность рекомбинации. Нестабильность сигнала люминесценции вблизи порогового напряжения, скорее всего, связана с наличием в исследуемой системе большого числа кристаллических доменов, размер которых меняется во времени. Поскольку пороговое напряжение может зависеть от размера домена, то наблюдаемые нестабильности вблизи порогового напряжения не являются удивительными. В прямой аналогии с депиннингом электрическим полем волны зарядовой плотности в рассматриваемом случае можно оценить по порогу длину когерентности или линейный размер 2D-домена. Эти оценки дают:  $L \leq 1 \text{ мкм}$  (число 2D-электронов в домене  $\leq 10^3$ ).

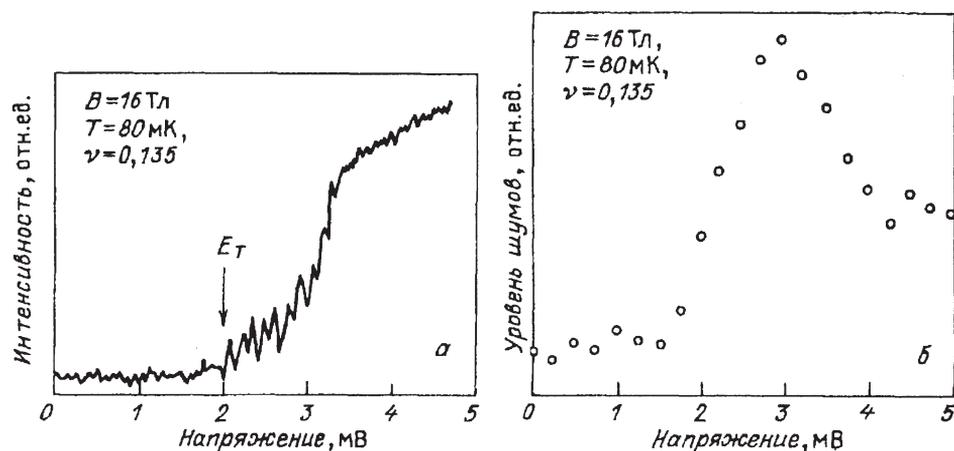


Рис. 18. Зависимость интенсивности (а) и уровня шума (б) S-линии люминесценции, записанной в дифференциальных спектрах с помощью модуляции электрического поля.

## 5.4. Критическая температура

На рис. 19 представлена температурная зависимость интенсивности S-линии, измеренная при  $H = 16$  Тл ( $\nu = 0,135$ ). Из этого рисунка видно, что помимо отмеченных ранее порогов по напряжению и фактору заполнения имеется температурный порог — при  $T_{c1} = 0,35$  К, при котором интенсивность люминесценции резко уменьшается. Однако S-линия не исчезает полностью при  $T = T_{c1}$ , а остается в спектре вплоть до  $T_{c2} = 1,2$  К. Эти наблюдения свидетельствуют о том, что плавление вигнеровского кристалла происходит в два этапа. Двухступенчатое плавление 2D-кристалла было предсказано в теоретических работах [95, 96], согласно которым при  $T_{c1}$  должен происходить переход кристалл — жидкий кристалл, а при  $T_{c2}$  — переход жидкий кристалл — жидкость. Наблюдение эффекта депиннинга электрическим полем в области температур  $T_{c1} < T < T_{c2}$  противоречит модели плавления с промежуточной фазой жидкого кристалла, так как запинниговать жидкий кристалл нельзя. Другое возможное объяснение наблюдения двух критических температур основано на модельных численных расчетах зависимости  $T_c$  от размера 2D-кристалла [91]. Согласно этому расчету критическая температура плавления 2D-кристалла уменьшается с увеличением размера кристалла, Поэтому значение  $T_{c2}$  может отвечать температуре плавления доменов с малым числом электронов (порядка 10). Магнитооптика как локальный метод может быть чувствительна к свойствам поликристаллов с очень маленькими размерами.

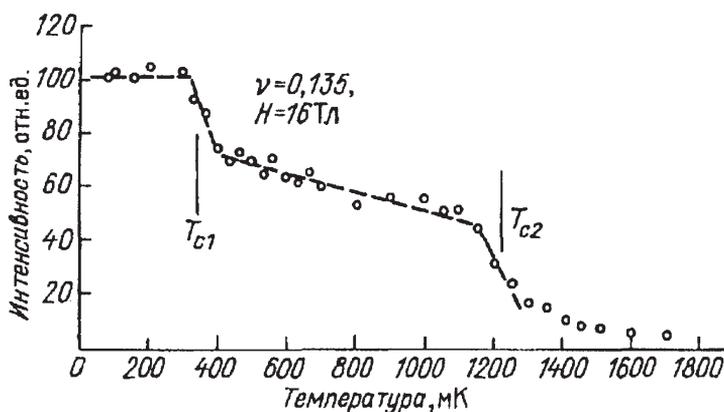


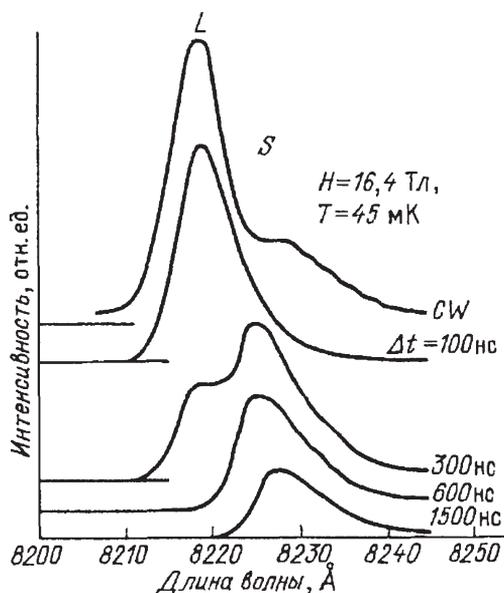
Рис. 19. Температурная зависимость интенсивности S-линии, измеренная в условиях модуляции электрическим полем. Видны два порога  $T_{c1}$  и  $T_{c2}$ .

Две критические температуры  $T_{c1}$  и  $T_{c2}$  наблюдались в независимых магнитооптических экспериментах по рекомбинации 2D-электронов со свободными дырками в одиночном гетеропереходе, где обнаружена аналогичная S-линия и изучены ее температурные свойства [81].

### 5.5. Кинетика спектров люминесценции. Фазовая диаграмма вигнеровского кристалла

Изучение разрешенных во времени спектров люминесценции при импульсном возбуждении открыло возможность разделить во времени спектры, связанные с жидкой (L-линия) и кристаллической (S-линия) фазами [100]. Возможность такого разделения во времени связана с тем, что излучательные времена рекомбинации электронов из жидкой и кристаллической фаз отличаются более, чем на порядок.

На рис. 20 показаны спектры люминесценции для образца с концентрацией 2D-электронов  $5,3 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ , измеренные в поле 16,4 Тл при  $T = 45 \text{ мК}$ . Верхний спектр на рисунке получен в условиях непрерывного фотовозбуждения и содержит две линии — S и L, отвечающие кристаллической и жидкой фазам соответственно. Эволюция спектров, измеренных с различными задержками, показана внизу на рисунке. При задержках  $\Delta t = 100 \text{ нс}$  в спектре доминирует линия L, а при  $\Delta t = 500 \text{ нс}$  в спектре остается только S-линия, соответствующая кристаллической фазе.



**Рис. 20.** Спектры люминесценции в образце с концентрацией 2D-электронов  $n_s = 5,3 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ , измеренные при стационарном (CW) и импульсном возбуждении с различными задержками.

Излучательные времена в жидкой и твердой фазах можно измерить по временной зависимости интенсивности интегральной фотолюминесценции при различных  $H$  (рис. 21). Для  $H < 2 \text{ Тл}$  интенсивность падает экспоненциально с временем  $\tau = 220 \text{ нс}$ , соответствующим рекомбинации электро-

нов из жидкой фазы. По мере возрастания  $H$  появляется длинновременной хвост радиационного затухания, связанный с рекомбинацией электронов из твердой фазы. Излучательные времена, соответствующие этому хвосту, представлены на вставке в рис. 21 в функции магнитного поля. Начиная с  $\nu = 1$ ,  $\tau$  возрастают монотонно, а затем следуют экспоненциальному закону:

$$\tau = \tau_0 \exp(H/H_0) = \tau_0 \exp(A/\nu), \quad (5.1)$$

где  $\tau_0$  — время рекомбинации при  $H = 0$  Тл, а численный коэффициент  $A \approx 0,3$ .

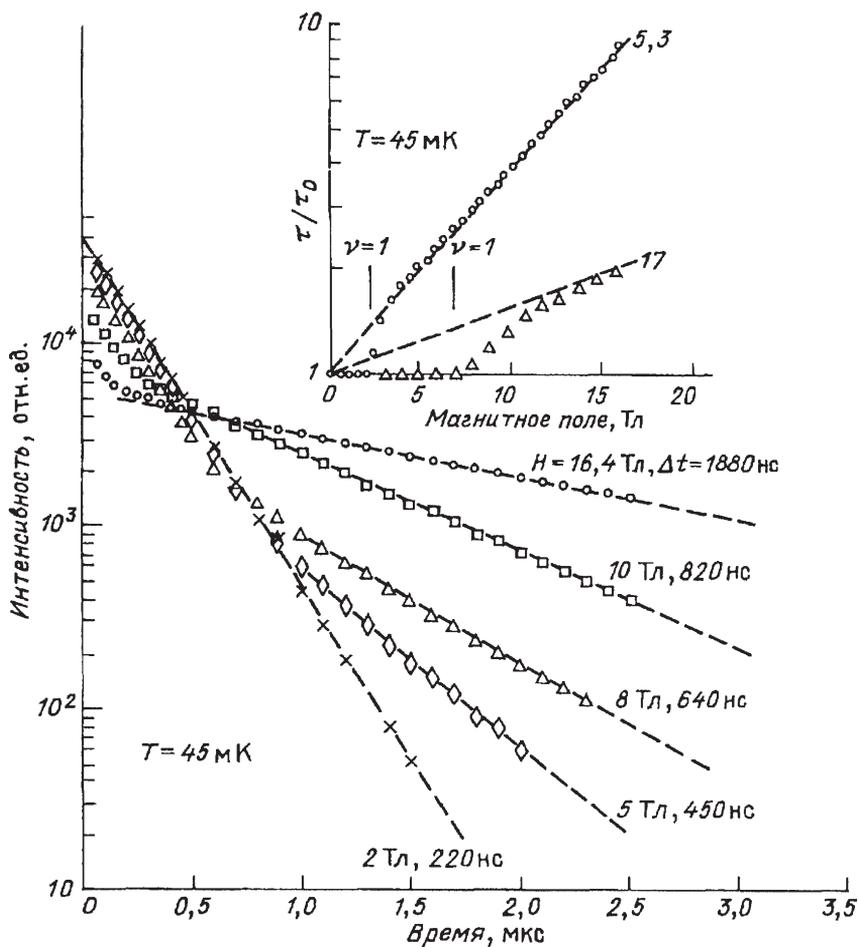


Рис. 21. Затухание интенсивности рекомбинационного излучения 2D-электронов при импульсном возбуждении в функции магнитного поля. На вставке показана зависимость радиационного времени рекомбинации от  $H$  для концентраций  $n_s = 5,3 \cdot 10^{10}$  и  $1,77 \cdot 10^{11}$  см<sup>-2</sup>.

Экспоненциальная зависимость  $\tau$  от  $H$  связана с перекрытием волновых функций электронов и дырок в 2D-плоскости. Действительно, волновая

функция локализованных электронов в 2D-слое определяется магнитной длиной:  $\psi \sim \exp(-x^2/4l_0^2)$ ,  $l_0 > r_{imp}$  (радиус акцептора). Наибольшее возможное расстояние в плоскости между акцептором и электроном составляет  $d = (k/n_s)^{1/2}$ . Отсюда вероятность найти электрон и дырку в одном месте в 2D-плоскости равна

$$w = w_0 \exp(-d^2/2l_0) = w_0 \exp(-k/\nu), \tag{5.2}$$

в согласии с экспоненциальным поведением  $\tau(H)$ .

Конкуренция между жидкой и твердой фазами проявляется в поведении интенсивности люминесценции, которая отражает парциальные доли этих фаз. Спектры каждой из этих фаз могут изучаться независимо подбором соответствующей временной задержки ( $\Delta t = 100$  нс для жидкой,  $\Delta t = 1500$  нс для твердой фазы). Это иллюстрирует рис. 22. Для жидкой фазы сигнал люминесценции постоянен вплоть до критического фактора заполнения  $\nu_c = 0,26$ , а затем падает в области  $\nu < \nu_c$ . Пики при  $\nu = 1/5$  и  $1/7$  свидетельствуют об устойчивости квантовых жидкостей при этих дробных  $\nu$ . Для твердой фазы сигнал люминесценции появляется около  $\nu = 1$ , а затем сильно возрастает при  $\nu < \nu_c$ . Осцилляции интенсивности с четкими минимумами при  $\nu = 2/3, 2/5, 1/3, 2/7, 2/9, 1/5, 2/11$  и  $1/7$  очень напоминают шубниковские осцилляции магнитосопротивления в режиме дробного КЭХ.

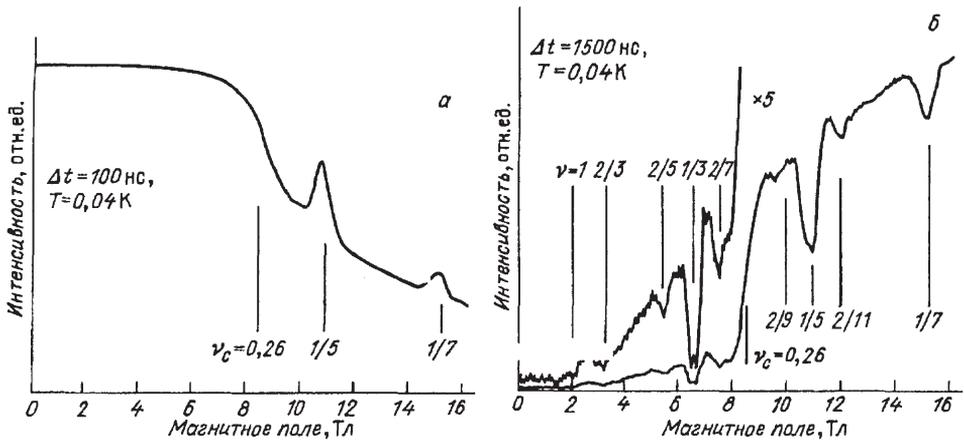
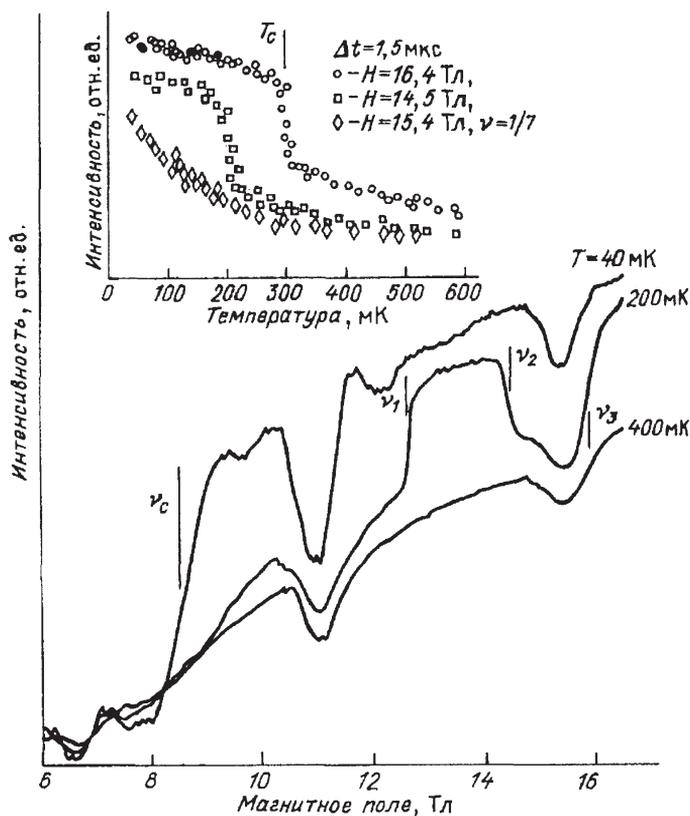


Рис. 22. Интегральная интенсивность излучательной рекомбинации в функции магнитного поля, измеренная для линии жидкой фазы (с задержкой  $\Delta t = 100$  нс) (а) и линии твердой фазы (с задержкой  $\Delta t = 1500$  нс) (б).

Ключом к пониманию поведения интенсивности люминесценции, соответствующей твердой фазе, является ее температурная зависимость (рис. 23). В этой зависимости при  $T < 200$  мК обнаруживается пороговое поведение (на рисунке эти пороги при  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  указаны черточками). Объ-

яснение состоит в следующем: в области  $\nu \leq 1$  сигнал люминесценции соответствует сильно локализованным электронам из-за магнитного вымораживания. При  $T = 200$  мК начинается кристаллическая фаза электронов в области  $\nu_1 > \nu > \nu_2$  и  $\nu_3 > \nu$  и сигнал люминесценции пороговым образом возрастает. При  $T = 40$  мК кристаллическая фаза охватывает более широкую область факторов заполнения  $\nu < \nu_c$ , а переходное поведение остается только при  $\nu = 1/5$  и  $1/7$ . В отличие от ситуации магнитного вымораживания электронов на неоднородностях случайного потенциала (несобственный процесс одночастичной локализации), в случае 2D-электронного кристалла сильная локализация имеет собственное происхождение.



**Рис. 23.** Интегральная интенсивность излучательной рекомбинации 2D-электронов из твердой фазы (линия S) в функции магнитного поля. Пороговое усиление сигнала люминесценции указано черточками при  $\nu_1, \nu_2$  и  $\nu_3$ . На вставке показаны детали температурного поведения интенсивности этой же люминесценции в окрестности  $\nu = 1/7$ .

С помощью анализа интенсивности люминесценции, соответствующей кристаллической и жидкой фазам, удастся построить фазовую диаграмму для вигнеровского кристалла. Для этого измеряется интенсивность люминесценции как функция температуры (см. вставку в рис. 23). В окрестно-

сти дробных  $\nu$  такие зависимости демонстрируют переходное поведение: острые пороги вблизи  $\nu = 1/5$  и  $1/7$  и отсутствие порогов строго при этих дробях.

Результирующая фазовая диаграмма для вигнеровского кристалла показана на рис. 24. Крестики соответствуют критическим температурам плавления ( $T_c$ ), измеренным в различных магнитных полях. Круги отвечают значениям  $\nu_c$ , взятым из рис. 23. Отметим, что температура перехода жидкость — кристалл на фазовой диаграмме оказалась ниже классической температуры плавления ( $T_c = 420$  мК) для данной электронной концентрации. Необычный вид фазовой диаграммы связан с особенностями переходного поведения кристалл—квантовая жидкость—кристалл в окрестности дробных  $\nu = 1/5$  и  $1/7$ . При этих дробных заполнениях квантовые жидкости оказываются более устойчивыми, чем кристаллическая фаза. Наконец, согласно магнитооптическим измерениям фазовая граница вигнеровского кристалла берет начало при  $\nu_c = 0,26$ , тогда как по данным нелинейного магнитотранспорта и радиочастотного поглощения  $\nu_c \approx 0,22$ .

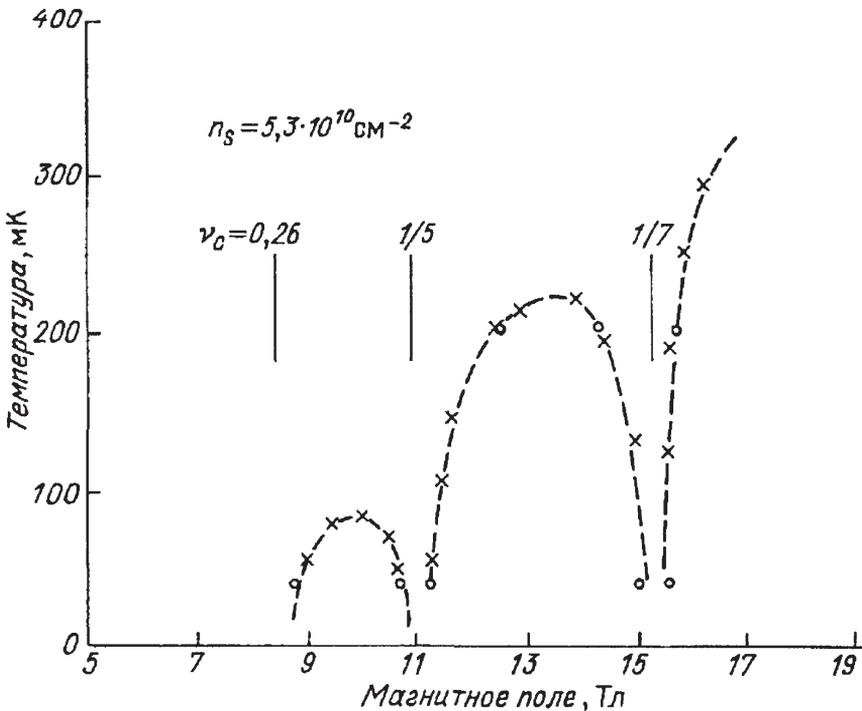


Рис. 24. Фазовая граница вигнеровского кристалла. Крестики отвечают измерениям перехода при фиксированном  $H$ , круги — измерениям при фиксированной  $T$ .

## 6. Заключение

Таким образом, в настоящем обзоре на примере излучательной рекомбинации 2D-электронов с фотовозбужденными дырками проанализированы возможности магнитооптического подхода в экспериментальном изучении энергии основного состояния сильно скоррелированных двумерных электронов в ультраквантовом пределе. Метод оказался эффективным при изучении кулоновских щелей и дал дополнительные степени свободы для исследований в режиме вигнеровской кристаллизации. Данная область исследований, равно как и весь комплекс проблем, связанных с квантовыми жидкостями в режиме дробного квантового эффекта Холла и кристаллизацией двумерных электронов, еще далека от завершенности и, конечно же, будет развиваться. Завершая обзор, уместно очертить круг вопросов, наиболее принципиальных и перспективных для будущих исследований. Магнитооптика в сочетании с техникой неравновесных коротковолновых акустических фононов может быть успешно использована для прямых наблюдений позиционного дальнего порядка 2D-электронов, а также в изучении самого фазового перехода 2D-кристалл—жидкость. Применение методов корреляционной оптики может оказаться эффективным при исследованиях квази-частичных возбуждений в режиме дробного КЭХ, а также состояния типа «электронное стекло», возникающего в условиях сильной локализации 2D-электронов на флуктуациях случайного потенциала.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Klitzing von, K. New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance / K. von Klitzing, G. Dorda, M. Pepper // *Physical Review Letters*. – 1980. – Vol. 45, Iss. 6. – P. 494–497.
2. Tsui, D.C. Two-dimensional magnetotransport in the extreme quantum limit / D.C. Tsui, H.L. Stormer, A.C. Gossard // *Physical Review Letters*. – 1982. – Vol. 48, Iss. 22. – P. 1559–1562.
3. Prange, R.E. *The Quantum Hall Effect* / R.E. Prange, S.M. Girvin. – New York : Springer, 1988. – 473 p.
4. Ando, T. Electronic properties of two-dimensional systems / T. Ando, A.B. Fowler, F. Stern // *Reviews of Modern Physics*. – 1982. – Vol. 54, Iss. 2. – P. 437–672.
5. Рашба, Э.И. Квантовый эффект Холла / Э.И. Рашба, В.Б. Тимофеев // *Физика и техника полупроводников*. – 1986. – Т. 20, № 6. – С. 977–1024.
6. Wigner, E. On the interaction of electrons in metals // *Physical Review*. – 1934. – Vol. 46, Iss. 11. – P. 1002–1011.
7. Grimes, C.C. Evidence for a liquid-to-crystal phase transition in a classical, two-dimensional sheet of electrons / C.C. Grimes, G. Adams // *Physical Review Letters*. – 1979. – Vol. 42, Iss. 12. – P. 795–798.
8. Laughlin, R.B. Anomalous quantum Hall effect: an incompressible quantum fluid with fractionally charged excitations // *Physical Review Letters*. – 1983. – Vol. 50, Iss. 18. – P. 1395–1398.

9. Laughlin, R.B. Primitive and composite ground states in the fractional quantum Hall effect // *Surface Science*. – 1984. – Vol. 142, Iss. 1–3. – P. 163–172.
10. Boebinger, G.S. Activation energies and localization in the fractional quantum Hall effect / G.S. Boebinger et al. // *Physical Review B*. – 1987. – Vol. 36, Iss. 15. – P. 7919–7929.
11. Willett, R.L. Quantitative experimental test for the theoretical gap energies in the fractional quantum Hall effect / R.L. Willett et al. // *Physical Review B*. – 1988. – Vol. 37, Iss. 14. – P. 8476–8479.
12. Haldane, F.D.M. Many-particle translational symmetries of two-dimensional electrons at rational Landau-level filling // *Physical Review Letters*. – 1985. – Vol. 55, Iss. 20. – P. 2095–2098.
13. Halperin, B.I. Theory of the quantized Hall conductance // *Helvetica Physica Acta*. – 1983. – Vol. 56. – P. 75–102.
14. Eisenstein, J.P. Evidence for a phase transition in the fractional quantum Hall effect / J.P. Eisenstein et al. // *Physical Review Letters*. – 1989. – Vol. 62, Iss. 13. – P. 1540–1543.
15. Eisenstein, J.P. Spin-dependent properties of the fractional quantum Hall effect at odd denominators / J.P. Eisenstein et al. // *Surface Science*. – 1990. – Vol. 229, Iss. 1–3. – P. 21–24.
16. Chakraborty, T. The fractional quantum Hall effect: introduction / T. Chakraborty, P. Pietiläinen. – Berlin, Heidelberg : Springer, 1988. – 170 p.
17. Lam, P.K. Liquid-solid transition and the fractional quantum-Hall effect / P.K. Lam, S.M. Girvin // *Physical Review B*. – 1984. – Vol. 30, Iss. 1. – P. 473–475.
18. Andrei, E.Y. Observation of a magnetically induced Wigner solid / E.Y. Andrei et al. // *Physical Review Letters*. – 1988. – Vol. 60, Iss. 26. – P. 2765–2768.
19. Andrei, E.Y. Andrei et al. Reply / E.Y. Andrei et al. // *Physical Review Letters*. – 1989. – Vol. 62, Iss. 8. – P. 973.
20. Jiang, H.W. Quantum liquid versus electron solid around  $\nu = 1/5$  Landau-level filling / H.W. Jiang et al. // *Physical Review Letters*. – 1990. – Vol. 65, Iss. 5. – P. 633–636.
21. Goldman, V.J. Evidence for two-dimensional quantum Wigner crystal / V.J. Goldman et al. // *Physical Review Letters*. – 1990. – Vol. 65, Iss. 17. – P. 2189–2192.
22. Willet, R.L. Surface acoustic wave studies of the fractional quantum Hall regime / R.L. Willet et al. // *Proceedings of the 7th International conference on the applications of high magnetic fields in semiconductors* / ed. by G. Landwehr. – Würzburg, 1990. – P. 111–120.
23. Paalanen, M.A. RF conductivity of a 2-dimensional electron-system at small Landau-level filling factors / M.A. Paalanen et al. // *Physical Review B*. – Vol. 45, Iss. 19. – P. 11342–11345.
24. Buhmann, H. Magneto-optical evidence for fractional quantum Hall states down to filling factor  $1/9$  / H. Buhmann et al. // *Physical Review Letters*. – 1990. – Vol. 65, Iss. 8. – P. 1056–1059.
25. Buhmann, H. Novel magneto-optical behavior in the Wigner-solid regime / H. Buhmann et al. // *Physical Review Letters*. – 1991. – Vol. 66, Iss. 7. – P. 926–929.
26. Summers, G.M. Cyclotron-resonance of mixed phases of the 2-D system in the ultra-quantum limit / G.M. Summers et al. // *Physica B*. – 1993. – Vol. 184, Iss. 1–4. – P. 149–153.
27. Кукушкин, И.В. Излучательная рекомбинация двумерных электронов с фотовозбужденными дырками в кремниевых МДП-структурах / И.В. Кукушкин, В.Б. Тимофеев // *Письма в ЖЭТФ*. – 1984. – Т. 40, № 10. – С. 413–416.
28. Kukushkin, I.V. Radiative recombination of 2D electrons with nonequilibrium holes in silicon metal-insulator-semiconductor structures / I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev // *ЖЭТФ*. – 1987. – Т. 92, № 1. – С. 258–278
29. Kukushkin, I. Magneto-optics of two-dimensional electrons under the conditions of integral and fractional quantum Hall effect in Si-MOSFETs and GaAs-AlGaAs single

- heterojunctions / I. Kukushkin et al. // *Festkörperprobleme*. – Vol. 28, Ch. 2. – Berlin, Heidelberg : Springer, 1988. – P. 21–43.
30. Kukushkin, I.V. Magneto-optics under conditions of the integer and fractional quantum Hall effect in Si MOSFET / I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev // *Soviet Scientific Reviews*. Section A. – 1989. – Vol. 11, Part 1. – P. 1–99.
31. Кукушкин, И.В. Плотность состояний двумерных электронов в поперечном магнитном поле / И.В. Кукушкин, С.В. Мешков, В.Б. Тимофеев // *УФН*. – 1988. – Т. 155, № 6. – С. 219–264.
32. Worlock, J.M. Magneto-optical studies of two-dimensional electrons in MQW heterostructures / J.M. Worlock et al. // *Surface Science*. – 1984. – Vol. 142, Iss. 1–3. – P. 486–491.
33. Pinczuk, A. Investigation of optical processes in a semiconductor 2D electron plasma / A. Pinczuk et al. // *Surface Science*. – 1984. – Vol. 142, Iss. 1–3. – P. 492–497.
34. Maan, J.C. Intraband and interband magneto-optical properties of bulk semiconductors and heterostructures // *Optical Properties of Semiconductors* / ed. by G. Martinez. – 1993. – Vol. 228. – P. 181–207.
35. Ploog, K. High-throughput high-yield fabrication of selectively doped  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  heterostructures by molecular beam epitaxy / K. Ploog, A. Fischer // *Applied Physics Letters*. – 1986. – Vol. 48, Iss. 20. – P. 1392–1394.
36. Kukushkin, I.V. Optical spectroscopy of two-dimensional electrons in  $\text{GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  single heterojunctions / I.V. Kukushkin, K. von Klitzing, K. Ploog // *Physical Review B*. – 1988. – Vol. 37, Iss. 14. – P. 8509–8512.
37. Kukushkin, I.V. Radiative recombination of two-dimensional electrons in acceptor-doped  $\text{GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  single heterojunctions / I.V. Kukushkin et al. // *Physical Review B*. – 1989. – Vol. 40, Iss. 11. – P. 7788–7792.
38. Hensel, J.C. The electron-hole liquid in semiconductors: experimental aspects / J.C. Hensel, T.G. Phillips, G.A. Thomas // *Solid State Physics. Advances in research and applications* / ed. by H. Ehrenreich, F. Seitz, D. Turnbull. – New York : Academic Press, 1977. – Vol. 32. – P. 88–314.
39. Дите, А.Ф. Кинетика излучательной рекомбинации двумерных электронов с фотовозбужденными дырками в одиночном гетеропереходе  $\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$  с монослоем акцепторов / А.Ф. Дите и др. // *Письма в ЖЭТФ*. – 1991. – Т. 54, № 7. – С. 393–397.
40. Dahl, M. Time-resolved optical recombination in the quantum Hall regime / M. Dahl et al. // *Surface Science*. – 1992. – Vol. 263, Iss. 1–3. – P. 638–641.
41. Kukushkin, I.V. Reduction of the electron density in  $\text{GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  single heterojunctions by continuous photoexcitation / I.V. Kukushkin et al. // *Physical Review B*. – 1989. – Vol. 40, Iss. 6. – P. 4179–4182.
42. Пикус, Ф.Г. Об увеличении низкотемпературной подвижности двумерных электронов при постоянной подсветке // *Письма в ЖЭТФ*. – 1990. – Т. 52, № 10. – С. 1150–1153.
43. Kukushkin, I.V. Oscillations of the spin and valley splittings in the 2D-electron energy-spectrum on the (100) surface of silicon // *Solid State Communications*. – 1988. – Vol. 65, Iss. 12. – P. 1473–1476.
44. Кукушкин, И.В. Междолинное расщепление в энергетическом спектре двумерных электронов на поверхности (100) кремния // *Письма в ЖЭТФ*. – 1987. – Т. 45, № 5. – С. 222–225.
45. Филин, А.И. Спиновая релаксация фотовозбужденных электронов и дырок в одиночном гетеропереходе  $\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$  / А.И. Филин и др. // *Письма в ЖЭТФ*. – 1992. – Т. 56, № 3. – С. 160–164.

46. Дите, А.Ф. Магнитоосцилляции времени затухания люминесценции двумерного электронного газа в одиночном гетеропереходе GaAs-AlGaAs с монослоем акцепторов / А.Ф. Дите и др. // Письма в ЖЭТФ. – 1991. – Т. 54, № 11. – С. 635–638.
47. Chen, W. Interaction of magnetoexcitons and two-dimensional electron gas in the quantum Hall regime / W. Chen et al. // Physical Review Letters. – 1990. – Vol. 64, Iss. 20. – P. 2434–2437.
48. Turberfield, A.J. Optical detection of the integer and fractional quantum Hall effects in GaAs / A.J. Turberfield et al. // Physical Review Letters. – 1990. – Vol. 65, Iss. 5. – P. 637–640.
49. Кирпичев, В.Е. Магнитооптические осцилляции интенсивности рекомбинационного излучения и межподзонная релаксация двумерных электронов / В.Е. Кирпичев и др. // Письма в ЖЭТФ. – 1991. – Т. 54, № 11. – С. 630–634.
50. Житомирский, В.Е. Аномальная температурная зависимость магнитоосцилляции интенсивности рекомбинационного излучения двумерных электронов / В.Е. Житомирский и др. // Письма в ЖЭТФ. – 1992. – Т. 56, № 4. – С. 215–220.
51. Губарев, С.И. Оптическое детектирование циклотронного резонанса в гетеропереходе GaAs-GaAlAs / С.И. Губарев и др. // Письма в ЖЭТФ. – 1991. – Т. 54, № 7. – С. 361–364.
52. Rikken, G.L.J.A. Subband-Landau-level spectroscopy in GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterojunctions / G.L.J.A. Rikken et al. // Physical Review B. – 1986. – Vol. 34, Iss. 8. – P. 5590–5597.
53. Wieck, A.D. Combined intersubband-cyclotron resonances in a GaAs-Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As heterojunction / A.D. Wieck et al. // Physical Review B. – 1988. – Vol. 38, Iss. 1. – P. 10158–10161.
54. Maan, J.C. Combined electric and magnetic field effects in semiconductor heterostructures // Two-Dimensional Systems, Heterostructures, and Superlattices / ed. by G. Bauer, F. Kuchar, H. Heinrich. – Berlin, Heidelberg : Springer, 1984. – P. 183–191.
55. Merlin, R. Subband-Landau-level coupling in tilted magnetic fields: exact results for parabolic wells // Solid State Communications. – 1987. – Vol. 64, Iss. 1. – P. 99–101.
56. Кирпичев, В.Е. Энергетический спектр двумерных электронов в наклонном магнитном поле / В.Е. Кирпичев и др. // Письма в ЖЭТФ. – 1990. – Т. 51, № 7. – С. 383–387.
57. Бычков, Ю.А. Квантовая механика двумерной системы электронов в сильном магнитном поле / Ю.А. Бычков, С.В. Иорданский, Г.М. Элиашберг // Поверхность. – 1982. – № 10. – С. 33–44.
58. Ландау, Л.Д. Квантовая механика (нерелятивистская теория) / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – Москва : Наука, 1974. – 752 с.
59. Chakraborty, T. Elementary excitations in the fractional quantum Hall effect // Physical Review B. – 1985. – Vol. 31, Iss. 6. – P. 4026–4028.
60. Haldane, F.D.M. Finite-size studies of the incompressible state of the fractionally quantized Hall effect and its excitations / F.D.M. Haldane, E.H. Rezayi // Physical Review Letters. – 1985. – Vol. 54, Iss. 3. – P. 237–240.
61. Girvin, S.M. Magneto-roton theory of collective excitations in the fractional quantum Hall effect / S.M. Girvin, A.H. MacDonald, P.M. Platzman // Physical Review B. – 1986. – Vol. 33, Iss. 4. – P. 2481–2494.
62. Morf, R. Monte Carlo evaluation of trial wave functions for the fractional quantized Hall effect: disk geometry / R. Morf, B.I. Halperin // Physical Review B. – 1986. – Vol. 33, Iss. 4. – P. 2221–2246.
63. Chang, A.M. Fractional quantum Hall effect at low temperatures / A.M. Chang et al. // Physical Review B. – 1983. – Vol. 28, Iss. 10. – P. 6133–6136.
64. Boebinger, G.S. Magnetic field dependence of activation energies in the fractional quantum Hall effect / G.S. Boebinger et al. // Physical Review Letters. – 1985. – Vol. 55, Iss. 15. – P. 1606–1609.

65. Boebinger, G.S. Activation energies of fundamental and higher order states in the fractional quantum Hall effect / G.S. Boebinger et al. // *Surface Science*. – 1986. – Vol. 170, Iss. 1–2. – P. 129–135.
66. Mallett, J.R. Experimental studies of the  $\nu = 1/5$  hierarchy in the fractional quantum Hall effect / J.R. Mallett et al. // *Physical Review B*. – 1988. – Vol. 38, Iss. 3. – P. 2200–2203.
67. Кукушкин, И.В. Спектроскопический метод определения величины кулоновской щели в энергетическом спектре несжимаемой ферми-жидкости двумерных электронов / И.В. Кукушкин, В.Б. Тимофеев // *Письма в ЖЭТФ*. – 1986. – Т. 44, № 4. – С. 179–183.
68. Jiang, H.W. Transport anomalies in the lowest Landau level of two-dimensional electrons at half-filling / H.W. Jiang et al. // *Physical Review B*. – 1989. – Vol. 40, Iss. 17. – P. 12013–12016.
69. Jiang, H.W. Transport properties of a two-dimensional electron system at even-denominator fillings of the lowest Landau level / H.W. Jiang et al. // *Physical Review B*. – 1992. – Vol. 46, Iss. 16. – P. 10468–10471.
70. Apal'kov, V.M. Magnetospectroscopy of 2D electron gas: cusps in emission spectra and Coulomb gaps / V.M. Apal'kov, E.I. Rashba // *Письма в ЖЭТФ*. – 1991. – Т. 53, № 8. – С. 420–425.
71. Haldane, F.D.M. Fractional quantization of the Hall effect: a hierarchy of incompressible quantum fluid states // *Physical Review Letters*. – 1983. – Vol. 51, Iss. 7. – P. 605–608.
72. Апальков, В.М. Примесная люминесценция из лафлиновского 2D электронного газа / В.М. Апальков, Э.И. Рашба // *Письма в ЖЭТФ*. – 1991. – Т. 53, № 1. – С. 46–50.
73. Kukushkin, I.V. Energy gaps of the fractional quantum Hall effect measured by magneto-optics / I.V. Kukushkin et al. // *EPL*. – 1992. – Vol. 18, Iss. 1. – P. 63–68.
74. Kukushkin, I.V. Magneto-optical evidence for depinning of the Wigner crystal by an electric field / I.V. Kukushkin et al. // *Physical Review B*. – 1992. – Vol. 45, Iss. 8. – P. 4532–4535.
75. Kukushkin, I.V. Magneto-optics of the incompressible Fermi liquid and of the Wigner solid / I.V. Kukushkin et al. // *Surface Science*. – 1992. – Vol. 263, Iss. 1–3. – P. 30–38.
76. Kukushkin, I.V. Thermal collapse of the fractional-quantum-Hall-effect energy gaps / I.V. Kukushkin et al. // *EPL*. – 1993. – Vol. 22, Iss. 4. – P. 287–292.
77. Fano, G. Configuration-interaction calculations on the fractional quantum Hall effect / G. Fano, F. Ortolani, E. Colombo // *Physical Review B*. – 1986. – Vol. 34, Iss. 4. – P. 2670–2680.
78. Zhang, F.C. Excitation gap in the fractional quantum Hall effect: Finite layer thickness corrections / F.C. Zhang, S. Das Sarma // *Physical Review B*. – 1986. – Vol. 33, Iss. 4. – P. 2903–2905.
79. Turberfield, A.J. Optical detection of the integer and fractional quantum Hall effects in GaAs / A.J. Turberfield et al. // *Physical Review Letters*. – 1990. – Vol. 65, Iss. 5. – P. 637–640.
80. Turberfield, A.J. Optical spectroscopy of correlated phases of degenerate two-dimensional electrons / A.J. Turberfield et al. // *Surface Science*. – 1992. – Vol. 263, Iss. 1–3. – P. 1–8.
81. Brown, S.A. Magneto-photoluminescence studies of a 2D electron system: Signatures of the fractional quantum Hall effect and Wigner solid / S.A. Brown et al. // *Superlattices and Microstructures*. – 1992. – Vol. 12, Iss. 4. – P. 433–442.
82. Goldberg, B.B. Optical investigations of the integer and fractional quantum Hall effects: energy plateaus, intensity minima, and line splitting in band-gap emission / B.B. Goldberg et al. // *Physical Review Letters*. – 1990. – Vol. 65, Iss. 5. – P. 641–644.
83. Goldberg, B.B. Magneto-optics in the integer and fractional quantum Hall and electron solid regimes / B.B. Goldberg et al. // *Surface Science*. – 1992. – Vol. 263, Iss. 1–3. – P. 9–17.

84. Pinczuk, A. Inelastic light-scattering by the 2-dimensional electron-gas / A. Pinczuk, et al. // Proceedings of the 20th International Conference on the Physics of Semiconductors / ed. by E.M. Anastassakis, J.D. Joannopoulos. – Singapore : World Scientific. – 1990. – Vol. 2. – P. 1045–1052.
85. Grimes, C.C. Evidence for a liquid-to-crystal phase transition in a classical, two-dimensional sheet of electrons / C.C. Grimes, G. Adams // Physical Review Letters. – 1979. – Vol. 42, Iss. 12. – P. 795–798.
86. Deville, G. Dynamic measurement of the surface tension of liquid helium with a two-dimensional electron probe // Journal of Low Temperature Physics. – 1988. – Vol. 72, Iss. 1–2. – P. 135–151.
87. Imada, M. Quantum Monte Carlo simulation of a two-dimensional electron system-melting of Wigner crystal / M. Imada, M. Takahashi // Journal of the Physical Society of Japan. – 1984. – Vol. 53, Iss. 11. – P. 3770–3781.
88. Esfarjani, K. Self-consistent phonon and magnetophonon and cubic anharmonic corrections of the 2D electron lattice / K. Esfarjani, S.T. Chui // Journal of Physics Condensed Matter. – 1991. – Vol. 3, Iss. 31. – P. 5825–5836.
89. Zhu, X. Wigner crystallization in the fractional quantum Hall regime: a variational quantum Monte Carlo study / X. Zhu, S.G. Louie // Physical Review Letters. – 1993. – Vol. 70, Iss. 3. – P. 335–338.
90. Price, R. Fractional quantum Hall liquid, Wigner solid phase boundary at finite density and magnetic field / R. Price, P.M. Platzman, S. He // Physical Review Letters. – 1993. – Vol. 70, Iss. 3. – P. 339–342.
91. Hockney, R.W. A lambda transition in a classical electron film / R.W. Hockney, T.R. Brown // Journal of Physics C: Solid State Physics. – 1975. – Vol. 8, Iss. 12. – P. 1813–1822.
92. Kosterlitz, J.M. Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems / J.M. Kosterlitz, D.J. Thouless // Journal of Physics C: Solid State Physics. – 1973. – Vol. 6, Iss. 7. – P. 1181–1203.
93. Kosterlitz, J.M. Two-dimensional physics / J.M. Kosterlitz, D.J. Thouless // Progress in Low Temperature Physics / ed. by D.F. Brewer. – 1978. – Ch. 5. – P. 371–433.
94. Strandburg, K.J. Two-dimensional melting // Reviews of Modern Physics. – 1988. – Vol. 60, Iss. 1. – P. 161–207.
95. Nelson, D.R. Dislocation-mediated melting in two dimensions / D.R. Nelson, B.I. Halperin // Physical Review B. – 1979. – Vol. 19, Iss. 5. – P. 2457–2484.
96. Nelson, D.R. Solid and fluid phases in smectic layers with tilted molecules / D.R. Nelson, B.I. Halperin // Physical Review B. – 1980. – Vol. 21, Iss. 11. – P. 5312–5329.
97. Williams, F.I.B. Conduction threshold and pinning frequency of magnetically induced Wigner solid / F.I.B. Williams et al. // Physical Review Letters. – 1991. – Vol. 66, Iss. 25. – P. 3285–3288.
98. Li, Y.P. Low-frequency noise in the reentrant insulating phase around the 1/5 fractional quantum Hall liquid / Y.P. Li et al. // Physical Review Letters. – 1991. – Vol. 67, Iss. 12. – P. 1630–1633.
99. Santos, M.B. Observation of a reentrant insulating phase near the 1/3 fractional quantum Hall liquid in a two-dimensional hole system / M.B. Santos et al. // Physical Review Letters. – 1992. – Vol. 68, Iss. 8. – P. 1188–1191.
100. Kukushkin, I.V. Wigner solid vs incompressible Laughlin liquid-phase-diagram derived from time-resolved photoluminescence / I.V. Kukushkin et al. // EPL. – 1993. – Vol. 23, Iss. 3. – P. 211–216.

---

---

# ЭЛЕКТРОННЫЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУРАХ НИЗКОЙ РАЗМЕРНОСТИ И НАНОСТРУКТУРАХ\*

**В.Б. Тимофеев**

## 1. Введение

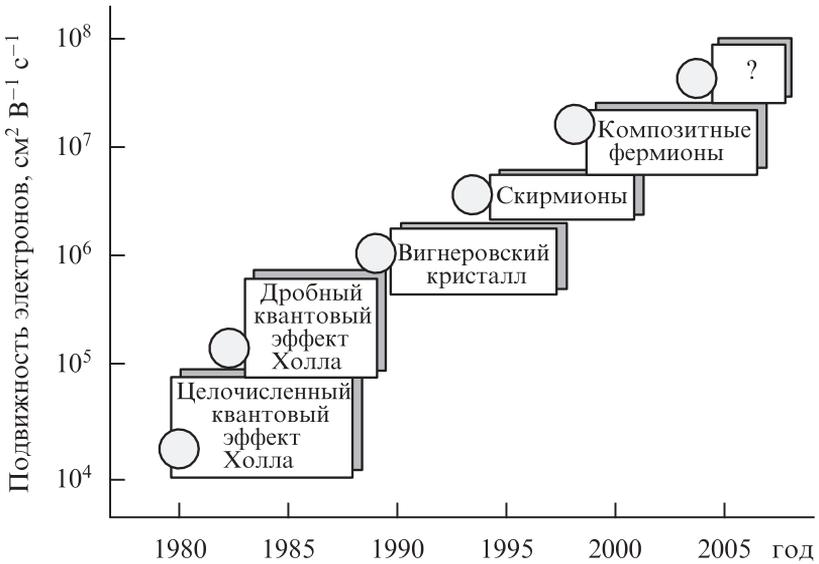
Наиболее яркие электронные явления в полупроводниковых системах низкой размерности связаны с электронными корреляциями. В таких системах пространственные ограничения, или квантовый конфайнмент, принуждают частицы находиться на более близких расстояниях, усиливая эффекты обменного и корреляционного взаимодействия. При понижении размерности в электронных системах с сильным взаимодействием возникают принципиально новые калибровочные поля (например, калибровочное поле Черна-Саймонса). Именно электронные корреляции в низкоразмерных полупроводниковых системах лежат в основе новых явлений и определяют возникновение в них неожиданных, подчас экзотических, электронных фаз. В системах с одномерным квантовым конфайнментом такими примерами могут служить двумерный (2D) электронный газ, помещенный в сильное поперечное магнитное поле; пространственно разделенные двумерные электрон-электронные и электрон-дырочные слои; экситонные комплексы, нейтральные и заряженные, в квантовых ямах; двумерные экситонные поляритоны в микрорезонаторах. В системах с двумерным конфайнментом, или в квантовых нитях, появляется новый квантовый объект — латтинджеровская жидкость; одночастичный экситон в квантовой нити — близкий аналог диамагнитного экситона в экстремально сильном магнитном поле. В случае трехмерного конфайнмента возникают искусственно приготовленные атомные и молекулярные объекты, получившие распространенное название квантовых точек. Квантовые точки могут образовывать и более сложные молекулярные системы. С этими объектами связаны самые последние прорывы в лазерной технологии и на них возлагают большие надежды в отношении практических приложений в электронике, информатике и в новой развивающейся области — спинтронике.

В этой прогрессирующей области фундаментально научные открытия теснейшим образом переплетены с технологическими достижениями. В свою очередь, именно фундаментально научные открытия стимулировали реализацию принципиально новых идей и обеспечили прочный фундамент

---

\* Успехи физических наук. – 2004. – Т. 174, вып. 10. – С. 1109–1116.

для настоящих прорывов в области технологии (примерами могут служить методы селективного (модулированного) и дельта-легирования в гетероструктурах; явления самоорганизации при росте квантовых точек на гетерограницах и многое другое). Можно справедливо утверждать, что основные достижения в нанотехнологии «насквозь пропитаны» идеями, возникшими в результате фундаментальных исследований. В своей совокупности и взаимосвязи фундаментально научные и технологические достижения главным образом и определяют сегодня и будут определять в ближайшем будущем состояние твердотельной электроники и информатики. Аргументами в пользу этого утверждения могут служить многие примеры. Остановимся на одном из них, связанном с двумерными электронами. Принципиально новые явления, открытые в течение последней четверти XX века в системе сильно взаимодействующих двумерных электронов, стали возможны благодаря впечатляющему и неуклонному повышению качества и структурного совершенства соответствующих низкоразмерных полупроводниковых объектов. На рисунке 1 представлена серия новых явлений, последовательно открытых по мере возрастания подвижности и длины свободного пробега двумерных электронов (более чем на три порядка!) в этих системах. Рекордные величины электронной подвижности в GaAs-гетероструктурах в настоящее время составляют  $3 \times 10^7 \text{ см}^2 (\text{В с})^{-1}$ , а длины свободного пробега достигают 100 мкм. В правом верхнем углу рисунка отмечены явления, связанные с открытием нового класса квазичастиц в структурах с большой электронной подвижностью — композитных фермионов, о которых пойдет речь ниже.



**Рис. 1.** Последовательность обнаруженных корреляционных явлений в системе сильно взаимодействующих двумерных электронов по мере увеличения электронной подвижности.

## 2. Композитные фермионы

Концепцию композитных фермионов, впервые предложенную Дж. Джейном (J.K. Jain) [1, 2], можно изложить различными способами. Однако все они сводятся в конечном итоге с феноменологической точки зрения к следующему: система  $N$  сильно взаимодействующих электронов в достаточно сильном поперечном магнитном поле  $B$  трансформируется в систему слабо взаимодействующих композитных фермионов в эффективном и более слабом магнитном поле  $B^*$ , которое описывается формулой

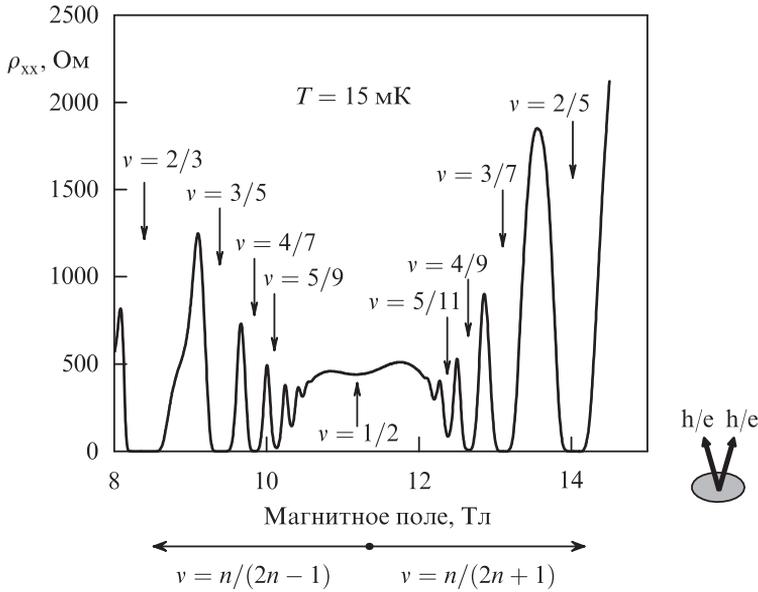
$$B^* = B - 2pN\phi_0, \quad (1)$$

где  $\phi_0 = h/ec$  — квант магнитного потока, а  $2p$  — четное целое число. Равноценно можно также сказать, что электроны при факторе заполнения  $\nu$  конвертируются в композитные фермионы с фактором заполнения  $\nu^* = N\phi_0/|B^*|$ , так что  $\nu$  и  $\nu^*$  связаны между собой соотношением

$$\nu = \frac{\nu^*}{2p\nu^* \pm 1} \quad (2)$$

Здесь знак минус соответствует ситуации, когда  $B^*$  направлено антипараллельно магнитному полю  $B$ . На рисунке 2 показана типичная картина шубниковских осцилляций диагональной компоненты магнитосопротивления в окрестности фактора заполнения  $\nu = 1/2$ , иллюстрирующая поразительную симметрию в расположении семейства дробей с нечетными знаменателями в полном соответствии с выражением (2) при условии, что целое число  $p = 1$ .

Микроскопическая картина возникновения композитных фермионов состоит в следующем. Начнем с рассмотрения взаимодействующих двумерных электронов в поперечном магнитном поле  $B$ . Свяжем с каждым электроном бесконечно тонкий соленоид, не имеющий массы и несущий  $2p$  квантов магнитного потока, который направлен антипараллельно полю  $B$  ( $p$  — целое число). Эта процедура и приводит к возникновению композитного фермиона. Заметим, что такая конверсия сохраняет знак минус, обусловленный обменным взаимодействием двух фермионов, ибо связанное состояние электрона с двумя квантами магнитного потока само по себе является фермионом. Собственно отсюда и происходит само название — композитный фермион. Существенно заметить, что при такой конверсии остается незатронутым фазовый фактор Ааронова–Бома для любых замкнутых траекторий. Действительно, возникающий при такой конверсии дополнительный фазовый фактор, связанный с потоком  $\phi = 2p\phi_0$ , равен  $\exp\{2\pi i\phi/\phi_0\} = 1$ . Иными словами, захват электроном четного числа квантов потока — событие, не наблюдаемое с микроскопической точки зрения.



**Рис. 2.** Шубниковские осцилляции магнитосопротивления в окрестности фактора заполнения  $\nu = 1/2$  (из работы Kukushkin et al. [3]). Каждый электрон в окрестности этого полуцелого фактора заполнения захватывает два кванта магнитного потока (показано схематически стрелками справа).

Согласно современным представлениям в идеальной двумерной системе возникает новое калибровочное поле [4]. Поэтому гамильтониан системы 2D-электронов, взаимодействующих с калибровочным полем Черна–Саймонса, можно записать в следующем виде:

$$\hat{H} = \sum_i \frac{|\mathbf{p}_i + \mathbf{A}_i + \mathbf{a}_i|^2}{2m} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} V(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \quad (3)$$

где

$$\mathbf{a}_i = \bar{\phi} \sum_{i < j} \frac{\mathbf{z} \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^2}$$

Магнитное поле, связанное с этим калибровочным потенциалом, равно

$$\mathbf{b}(\mathbf{r}) \equiv \text{rot } \mathbf{a}(\mathbf{r}) = 2N\bar{\phi} \sum_j \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) \quad (4)$$

В приближении среднего поля

$$b \rightarrow \langle b \rangle = 2p\bar{\phi}_0 N$$

где  $\bar{\phi}_0 = hc/e$ . Таким образом, мы легко приходим к выражению (1).

Возникает естественный вопрос: что же в конечном итоге приобретается введением концепции композитных фермионов? А приобретается следующее: в рамках приближения среднего поля захваченные электронами

кванты потока в результате усреднения по площади создают магнитное поле  $-2pN\phi_0$ . Отсюда в уравнении (1) получается остаточное поле  $B^*$  (или декремент поля). Таким образом, каждый электрон захватывает четное число квантов магнитного потока  $2p$  из внешнего приложенного магнитного поля и становится композитным фермионом, который реагирует только на остаточное поле  $B^*$ .

Обратим внимание на очень существенное обстоятельство, связанное с таким калибровочным преобразованием (калибровочным преобразованием Черна-Саймонса). Многочастичное основное электронное состояние при  $\nu < 1$  сильно вырождено в отсутствие взаимодействия, так как все разнобразные электронные конфигурации на нижайшем уровне Ландау отвечают одной и той же энергии. Однако в результате калибровочного преобразования вырождение основного состояния композитного фермиона при  $\nu^* > 1$  существенно уменьшается даже в отсутствие взаимодействия. При целочисленных значениях  $\nu^*$  основное состояние становится просто невырожденным. Снятие вырождения дает полное основание рассматривать композитные фермионы как невзаимодействующие квазичастицы. В рамках такого приближения композитные фермионы заполняют собственное ферми-море, когда эффективное магнитное поле  $B^* = 0$  (или  $1/\nu = 2p$ ) [4]. Когда эффективное магнитное поле отлично от нуля (т.е. декремент  $B^* \neq 0$ ), происходит квантование Ландау композитных фермионов и возникает связанный с этим квантованием целочисленный квантовый эффект Холла невзаимодействующих композитных фермионов. Таким образом, целочисленный квантовый эффект Холла невзаимодействующих композитных фермионов в эффективном магнитном поле эквивалентен дробному квантовому эффекту Холла сильновзаимодействующих двумерных электронов в полном поперечном магнитном поле.

Остановимся на оптическом детектировании циклотронного резонанса композитных фермионов — методе, который позволил самым прямым способом измерить эффективные массы этих квазичастиц, а также проследить за зависимостью этих масс от величины межчастичного взаимодействия (точнее, от плотности 2D-электронов) [3, 5]. При постановке такой задачи сразу же возникает вопрос, связанный с теоремой Кона, которая гласит: в трансляционно-инвариантных системах электромагнитное излучение взаимодействует только с центром масс исследуемой системы и не затрагивает ее другие внутренние степени свободы. Поэтому эффекты межчастичного взаимодействия, которые должны наиболее сильно проявляться на больших импульсах передачи, не могут согласно теореме Кона обнаруживаться вблизи  $K = 0$ . Эту проблему удастся преодолеть, если тем или иным способом нарушить трансляционную инвариантность, что позволит наблюдать циклотронные переходы на достаточно больших импульсах передачи (много больших световых). В описываемых ниже экспериментах Кукушкина и соавторов [3] это достигается с помощью использования электромагнитного

излучения гигагерцевого диапазона, генерирующего пьезоакустические волны в исследуемых структурах.

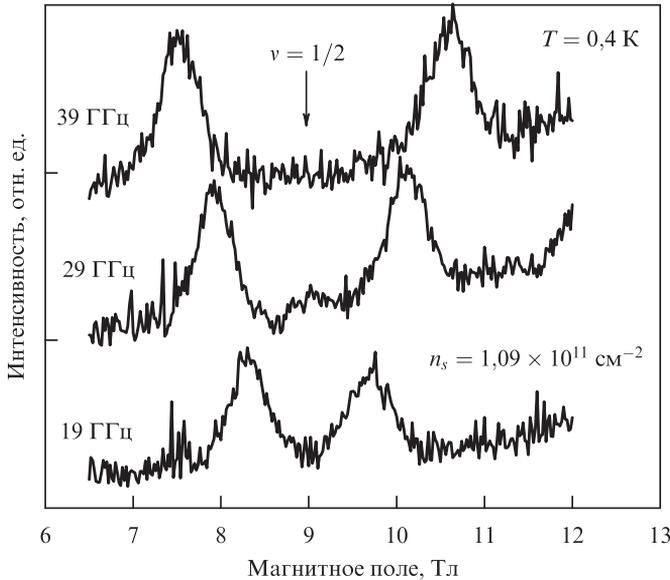
Прежде обратим внимание на то, что в 2D-электронной системе конечного размера в поперечном магнитном поле происходит гибридизация циклотронной и плазменной мод (аналог альвеновских волн в трехмерных системах). Эта гибридизация приводит к определенной зависимости частоты результирующего магнитоплазменного резонанса от величины магнитного поля, концентрации 2D-электронов и размеров структуры. Например, для диска диаметром  $d$  частоты верхней и нижней магнитоплазменных мод даются выражением

$$\omega_{\text{DMR}}^{\pm} = \pm \frac{\omega_{\text{CR}}}{2} + \sqrt{\omega_p^2 + \left(\frac{\omega_{\text{CR}}}{2}\right)^2}, \tag{5}$$

где  $\omega_{\text{CR}} = eB/m^*$  — циклотронная частота, а

$$\omega_p^2 = \frac{3\pi^2 Ne^2}{4m^* \epsilon_{\text{eff}} d} \tag{6}$$

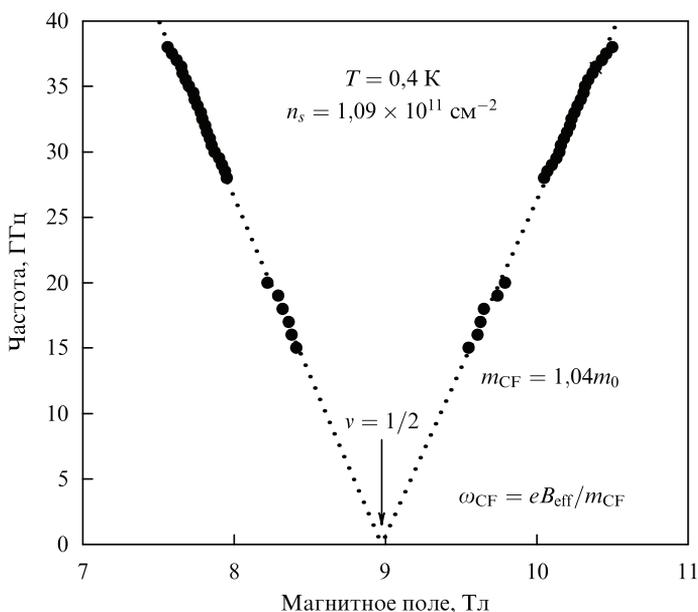
— плазменная частота 2D-электронов с плотностью  $N$ ,  $\epsilon_{\text{eff}} = (1 + \epsilon_0)/2$  — эффективная диэлектрическая проницаемость и  $m^*$  — эффективная масса.



**Рис. 3.** Циклотронный резонанс композитных фермионов в окрестности фактора заполнения  $\nu = 1/2$  (из работы Кукушкина и др. [3]).

Оптический метод детектирования такого гибридного размерного магнито-плазменно-циклотронного резонанса, разработанный Кукушкиным с соавторами [3], оказался почти на два порядка более чувствительным по

сравнению с методом детектирования поглощения микроволнового излучения в режиме циклотронного резонанса с помощью обычного болометра. Обратимся к оптическому детектированию циклотронного резонанса композитных фермионов в окрестности фактора заполнения  $\nu = 1/2$ . Соответствующие резонансные пики, симметрично расположенные относительно фактора заполнения  $\nu = 1/2$ , иллюстрирует рис. 3. Видно, что при увеличении частоты микроволнового излучения расстояние между пиками возрастает линейно. Зависимость положения пиков в функции декремента магнитного поля  $B^*$  суммирована на рис. 4. Чтобы подчеркнуть симметричность расположения резонансных пиков, декремент магнитного поля выбран в качестве абсциссы. Следует подчеркнуть, что экстраполяция линейной зависимости резонансных частот от величины декремента магнитного поля в точности оказывается в точке  $B^* = 0$  ( $\nu = 1/2$ ). Это обстоятельство неопровержимо доказывает, что наблюдаемые резонансы связаны непосредственно с циклотронным движением новых, «одетых» взаимодействием квазичастиц, а именно — композитных фермионов. Определенная масса композитных фермионов оказалась почти на порядок тяжелее массы электрона в GaAs.



**Рис. 4.** Линейная зависимость частоты циклотронного резонанса композитных фермионов в функции магнитного поля. Линейные экстраполяции зависимостей резонансной частоты от положительного и отрицательного декрементов магнитного поля пересекаются при факторе заполнения  $\nu = 1/2$  с высокой точностью (из работы Кукушкина и др. [3]).

Из-за межчастичного взаимодействия масса композитных частиц увеличивается с ростом плотности или величины магнитного поля (рис. 5). Для идеальной двумерной системы согласно численным расчетам  $m_{cr}^{CF}/m_0 = 0,079B^{1/2}$ .

Экспериментальные наблюдения качественно согласуются с теоретическими представлениями, хотя количественно результаты эксперимента и данные теории разнятся весьма заметно.

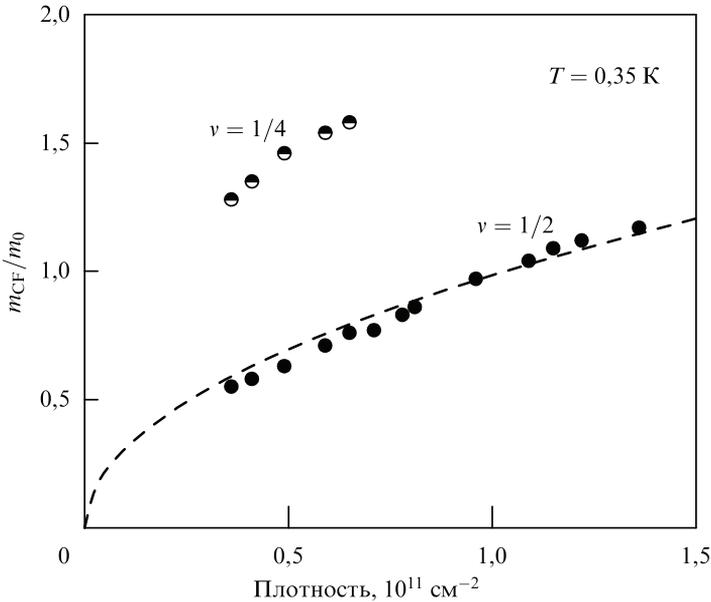


Рис. 5. Зависимости эффективной массы композитных фермионов от электронной плотности при факторах заполнения  $\nu = 1/2$  и  $1/4$  (из работы Кукушкина и др. [3]).

Следует также обратить внимание на одно существенное обстоятельство. Если кулоновские щели, измеряемые с помощью активационного магнитотранспорта, соответствуют большим импульсам передачи, то при оптическом детектировании циклотронного резонанса измеряются соответствующие щели вблизи  $K \approx 0$ . При температурах  $T > 1 \text{ К}$  конструкция композитного фермиона разрушается активационным образом [5].

Вместе с тем остается открытым вопрос о том, в какой мере композитные фермионы можно рассматривать как невзаимодействующие частицы. Дело в том, что модель среднего поля, на которой строится концепция композитных фермионов, отнюдь не безупречна. Конечное взаимодействие между композитными фермионами должно приводить к поправкам в уже установленных свойствах и, что более интересно и существенно, к возникновению новых скоррелированных электронных состояний в самой системе композитных фермионов. Недавно при изучении дробного квантового эффекта Холла двумерных электронов в структурах, отличающихся очень большой электронной подвижностью (около  $10^7 \text{ см}^2 (\text{В с})^{-1}$  и более), в диагональной компоненте магнитосопротивления были обнаружены слабые дробные состояния при факторах заполнения  $\nu = 4/11, 5/13, 7/11, 4/13, 7/17$  и  $5/17$  [6].

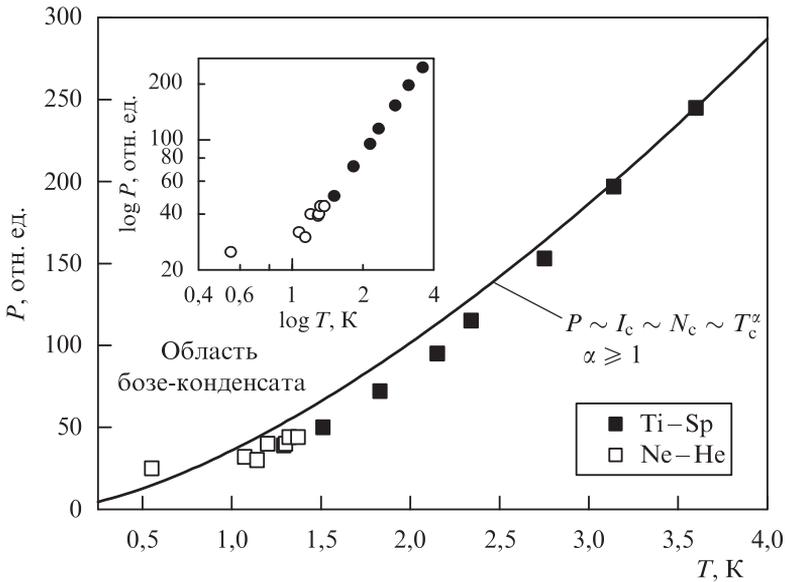
Эти последовательности дробей с нечетными знаменателями не укладываются в стандартные сериальные зависимости целочисленного квантового эффекта Холла композитных фермионов ( $\nu = p/(2mp \pm 1)$ ). В работе [6] возникновение таких особенностей в магнитотранспорте связывается с дробным квантовым эффектом Холла композитных фермионов. Если эта интерпретация верна, то в данной работе в одной из первых экспериментально наблюдался эффект взаимодействия между композитными фермионами.

### 3. Пространственно разделенные электрон-электронные (электрон-дырочные) квазидвумерные слои

Примечательные свойства сверхтекучих жидкостей и сверхпроводников связаны с присутствием бозе-конденсата композитных частиц, содержащих четное число фермионов в многочастичной сильно взаимодействующей среде. Так, в сверхтекучем  $^4\text{He}$  композитные частицы суть атомы гелия сами по себе. В сверхпроводниках аналогичную роль играют куперовские пары. В полупроводниках экситоны, связанные кулоновским взаимодействием пары зонных электронов и дырок, уже около 40 лет рассматриваются как перспективные объекты в построении нейтральной сверхтекучей жидкости нового класса. Впервые концепция экситонного изолятора, а также экситонной сверхтекучести была сформулирована в хорошо известной работе Келдыша и Копаева [7].

Совсем недавно было продемонстрировано, что квазидвумерная двухслойная электронная система, помещенная в достаточно сильное, поперечное относительно слоев магнитное поле, является еще одним объектом, где может быть реализована экзотика сверхтекучести [8]. В присутствии магнитного поля  $B$  такая система демонстрирует холловское плато при  $\rho_{xy} = h/e^2$  (фактор заполнения  $\nu = 1$ ), если туннелирование между слоями невелико. Это квантовое холловское состояние отражает конденсацию сильно взаимодействующих электронов в квантовую жидкость. Эта жидкость может рассматриваться как сверхтекучая экситонная жидкость, в которой электрон одного слоя «спаривается» с дыркой (в зоне проводимости) из другого слоя. Квантовая неопределенность не позволяет сказать, в каком из слоев находится та или иная частица такого композитного бозона. Такая двухслойная электронная система при факторе заполнения  $\nu = 1$  может эквивалентно рассматриваться и как электронный ферромагнетик, в котором каждый электрон пребывает в когерентной суперпозиции состояний «псевдоспинов». Электрон в одном слое отвечает псевдоспину  $|\uparrow\rangle$ , тогда как другой электрон соответствует псевдоспину  $|\downarrow\rangle$ . Обменное взаимодействие принуждает каждый электрон находиться в когерентной суперпозиции  $\{|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle \exp(i\varphi)\}$ . Фаза  $\varphi$  однородна и в отсутствие туннелирования произвольна. Фазовая переменная этой суперпозиции аналогична фазовой переменной в сверх-

проводниках или в сверхтекучем  $^4\text{He}$ , она определяет ориентацию псевдоспинового магнитного момента. Пространственные вариации этой фазы являются первопричиной низкочастотных (мягких) возбуждений в системе. Недавно такого типа низкочастотные возбуждения (так называемая мягкая голдстоуновская мода с линейным законом дисперсии) были обнаружены в связанной двухслойной электронной системе методом туннельной спектроскопии [8]. Пока в такой системе еще не обнаружены сверхтекучий ток и джозефсоновские осцилляции фазы, но этого, судя по всему, можно ожидать в ближайшее время. Именно на обнаружение данных явлений нацелены эксперименты в этой области.



**Рис. 6.** Фазовая диаграмма, очерчивающая область бозе-конденсата межъямных экситонов в латеральных ловушках в GaAs/AlGaAs гетероструктурах с двойными квантовыми ямами (из работы Дремина А.А. и др. [14]).

Другая очень интересная система — пространственно разделенные электрон-дырочные слои [9], которые реализуются в двойных квантовых ямах при фотовозбуждении и приложенном электрическом поле, перпендикулярном слоям [10–12], а также в гетеропереходах второго рода. В таких объектах, помимо внутрислоевых электрон-электронных корреляций, появляется еще одна корреляционная степень свободы — межслоевое электрон-дырочное взаимодействие. Благодаря этому взаимодействию в таких системах возникают межъямные экситоны, которые обладают дипольным моментом уже в основном состоянии. В достаточно разреженном газе таких экситонов с диполь-дипольным отталкиванием, когда безразмерный параметр  $r_s \gg 1$ , наблюдается бозе-конденсация межъямных экситонов в лате-

ральных ловушках, приготовленных тем или иным способом [13, 14] (см. фазовую диаграмму на рис. 6). Пространственно разделенная электрон-дырочная система большой плотности ( $r_s \leq 1$ ) в магнитном поле может превращаться в устойчивые конденсированные фазы нового типа: в диэлектрическую экситонную жидкость (состояние типа экситонного диэлектрика) и в двухслойный электрон-дырочный кристалл.

#### 4. Многоэкситонные энергетические уровни и их симметрия в квантовой точке

Спектры излучения квантовых точек, а также лазеров на их основе определяются процессами излучательной рекомбинации скоррелированных кулоновским взаимодействием электрон-дырочных пар, или экситонов, заполняющих соответствующие состояния (оболочки) в условиях трехмерного конфайнмента. Существенно знать, как устроены многочастичные электрон-дырочные состояния в квантовой точке, каким образом происходит заполнение этих состояний при увеличении числа электрон-дырочных пар  $N$ , какие электрон-дырочные конфигурации наиболее устойчивы в условиях квазиравновесия и, наконец, что особенно существенно с практической точки зрения, каким образом выглядят спектры люминесценции при аннигиляции экситонов из тех или иных состояний в зависимости от их заполнения. Здесь вряд ли приходится рассчитывать на абсолютную универсальность ответов на поставленные вопросы, учитывая разнообразие геометрических форм и симметрию конфайнмента (удерживающего потенциала) в реальных квантовых точках. Далее, несмотря на то, что применительно к квантовым точкам в полупроводниках прочно закрепился термин «искусственные атомы», между этими квантовыми объектами и реальными атомами есть принципиальные различия. В атомах удерживающий, сферически-симметричный, потенциал имеет кулоновское происхождение и определяется положительно заряженным ядерным кором, тогда как в полупроводниковых квантовых точках конфайнмент, удерживающий носители в пределах заданного геометрического масштаба, определяется разрывами энергетических зон на гетерограницах, а геометрические формы и симметричные свойства самого конфайнмента могут быть весьма разнообразны. Далее, в электрически нейтральных квантовых точках, в отличие от атомов, при увеличении числа экситонов одновременно заполняются как электронные, так и дырочные оболочки. В этом отношении ситуация заполнения оболочек электрон-дырочными парами в квантовых точках ближе подходит к многоэкситонным комплексам в объемных многодолинных полупроводниках (см., например, [15]).

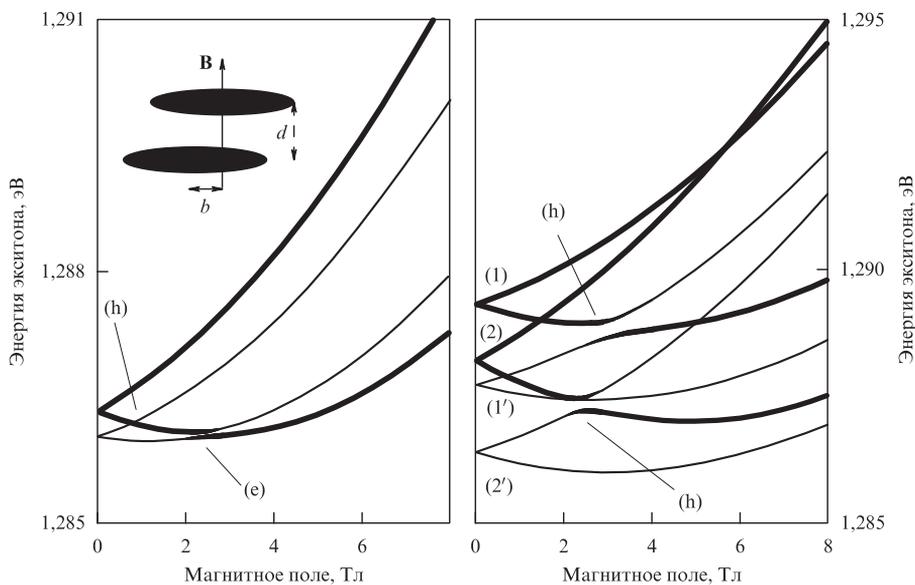
Свойства симметрии многоэкситонных конфигураций в квантовой точке должны подчиняться общему принципу, аналогичному правилу Гунда, хоро-

шо известному в атомной спектроскопии. Напомним, что это правило определяет, какая из многоэлектронных конфигураций в атоме является наиболее оптимальной и устойчивой при формировании основного состояния [16]. Однако в отличие от атомов в квантовой точке происходит одновременное заполнение оболочек двумя типами носителей — электронами и дырками.

Свойства внутренней симметрии системы многоэкситонных комплексов в квантовых точках существенно проявляются в виде близкой к линейной зависимости энергии мультипликативного оболочечного состояния от числа экситонов, заполняющих оболочку, а именно

$$E_N \cong NE_x.$$

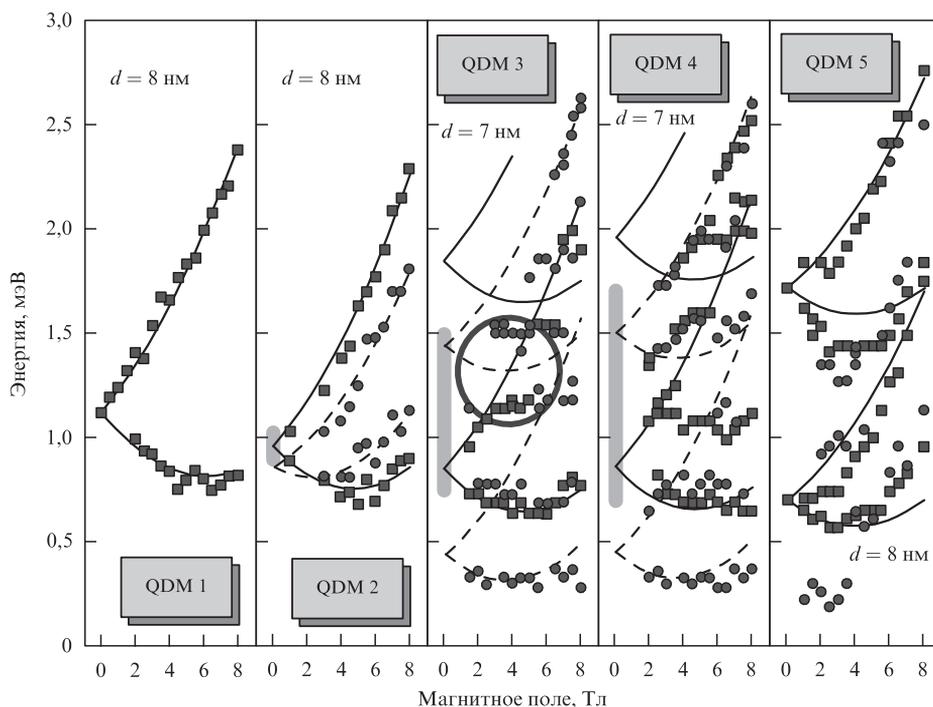
Отсюда следует важное заключение: изменение энергии при добавлении (или изъятии) одного экситона в оболочке заданной симметрии (s- или p-, d- и т.д.) не зависит от заполнения этой оболочки и равно одноэкситонной энергии [17, 18].



**Рис. 7.** На левом рисунке: иллюстрация ожидаемого зеемановского расщепления оптически активных экситонов в одиночной квантовой точке. В верхней части рисунка схематически показаны две вертикально связанные квантовые точки. Правый рисунок изображает рассчитанную картину спинового расщепления основного экситонного состояния двух квантовых точек, вертикально-связанных в молекулу.

К такому же заключению можно прийти, анализируя динамику поляризационного оператора, описывающего межзонные оптические переходы,  $P^+ = \sum_i c_i^+ p_i^+$ . Действие оператора  $P^+$  приводит к рождению электрон-дырочной пары в результате поглощения фотона (соответственно оператор  $P^-$  рождает фотон при аннигиляции eh-пары). В случае вырожденных со-

стояний оболочек и симметричного поведения межчастичных кулоновских взаимодействий ( $V_{ee} = V_{hh} = -V_{eh}$ ) коммутатор имеет следующую простую форму:  $[H, P^+] = +E_x P^+$ , где  $E_x$  — энергия экситона в рассматриваемой оболочке. Согласно приведенному выше коммутатору когерентное мультипликативное состояние  $N$  электрон-дырочных пар  $|N\rangle = (P^+)^N |0\rangle$  является собственным состоянием гамильтониана. Отсюда сразу же следует линейная зависимость энергии мультипликативного состояния от числа экситонов в оболочке.



**Рис. 8.** Экспериментально измеренные спектры спинового расщепления основного экситонного состояния одиночной квантовой точки (два крайних левых рисунка) и двух квантовых точек, вертикально связанных в молекулу (три рисунка справа).

В сферически- или аксиально-симметричных квантовых точках в отсутствие внешних возмущений оптически активными оказываются состояния, соответствующие проекциям углового момента  $\pm 1$ . При связывании двух квантовых точек в молекулу и нарушении аксиальной симметрии состояния оптически активных и оптически неактивных экситонов смешиваются, образуя сложную когерентную суперпозицию состояний с проекциями угловых моментов  $\pm 1, \pm 2$  (рис. 7). Поэтому в магнитном поле картина мультиплетного спинового расщепления молекулы не имеет ничего общего с привычной картиной дублетного расщепления или линейного эффекта Зеемана в случае симметричной квантовой точки. Для двух квантовых точек,

связанных в молекулу, в магнитном поле наблюдается сложная картина антипересечений смешанных (перепутанных) спиновых состояний, а полное число расщепленных компонент мультиплета равно исходному числу интерферирующих спиновых состояний (рис. 8). Эти наблюдения свидетельствуют о когерентном смешивании спиновых экситонных состояний в квантовых точках, связанных в молекулу [19].

## 5. Двумерные экситонные поляритоны в микрорезонаторах

Концепция экситонных поляритонов имеет почти полувековую историю [20, 21]. Поляритоны являются стабильными собственными состояниями экситонов и фотонов в объемных полупроводниках. Вследствие трансляционной симметрии в 3D-кристалле состояния экситонов и фотонов сильно связаны при каждом значении волнового вектора и расщеплены на верхнюю и нижнюю поляритонные ветви вблизи экситонного резонанса. Однако в силу того, что в объемных кристаллах времена жизни фотонов определяются свободным пробегом поляритонов, а в условиях достаточного кристаллического совершенства и низких температур рассеянием экситонов можно пренебречь, поляритоны в объеме кристалла не распадаются. То есть когда внешний фотон рождает в объеме кристалла экситон, то в отсутствие процессов рассеяния возбуждение осциллирует между фотонным и экситонным состояниями (осцилляции Раби) без необратимых процессов спонтанного излучательного распада. Экситонные поляритоны преобразуются во внешние фотоны только вблизи поверхности кристалла. В этом состоит главная сложность изучения экситонных поляритонов в объемных кристаллах.

Двумерные экситонные поляритоны в микрорезонаторах сильно отличаются от объемных экситонных поляритонов [22]. Действительно, в микрорезонаторе состояния фотонов и экситонов дискретны вследствие размерного квантования в направлении роста структуры, и в  $k$ -пространстве есть однозначное соответствие между состояниями фотонов и экситонов, которые сильно связаны в силу добротности резонатора. Однако в направлении роста структуры фотоны в резонаторе имеют конечное время жизни из-за прозрачности зеркал. Поэтому поляритоны самым прямым образом оказываются связанными с внешними фотонами и, как следствие, поляритонные состояния в режиме сильной связи можно непосредственно исследовать в таких оптических экспериментах, как фотолюминесценция, отражение и пропускание. В силу размерного квантования в микрорезонаторе дисперсия фотонов в плоскости почти параболическая с чрезвычайно малой эффективной массой поляритона. В области сильного свето-экситонного смешивания (вплоть до  $3 \times 10^6 \text{ см}^{-1}$ ) экситонные поляритоны нижней поляритонной ветви также имеют очень малую эффективную массу, масштаба  $10^{-5}m_0$  ( $m_0$  — масса свободного электрона, рис. 9).

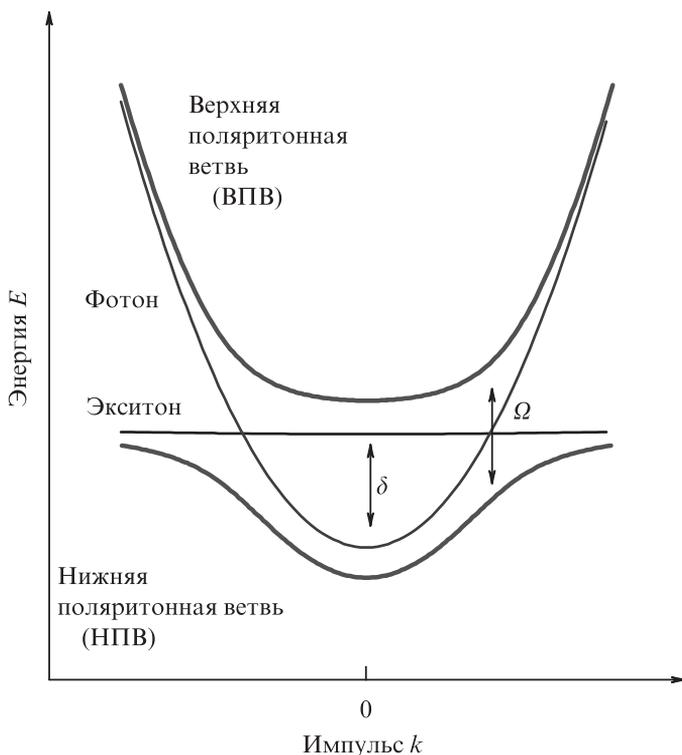


Рис. 9. Качественная картина двух дисперсионных ветвей, верхней и нижней, двумерных экситонных поляритонов в микрорезонаторе.

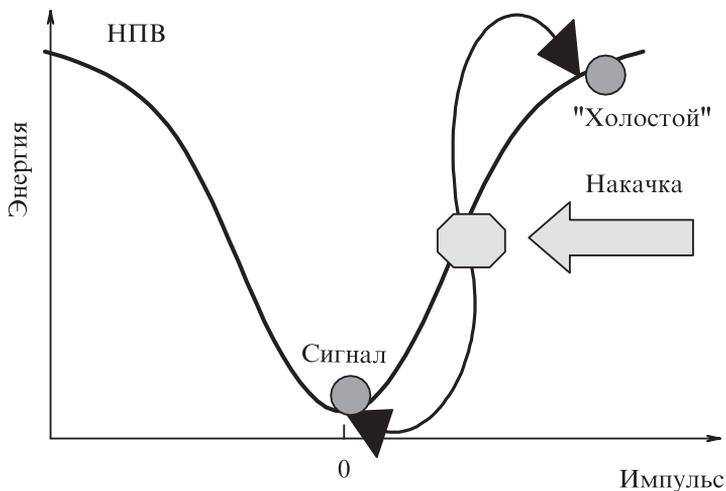
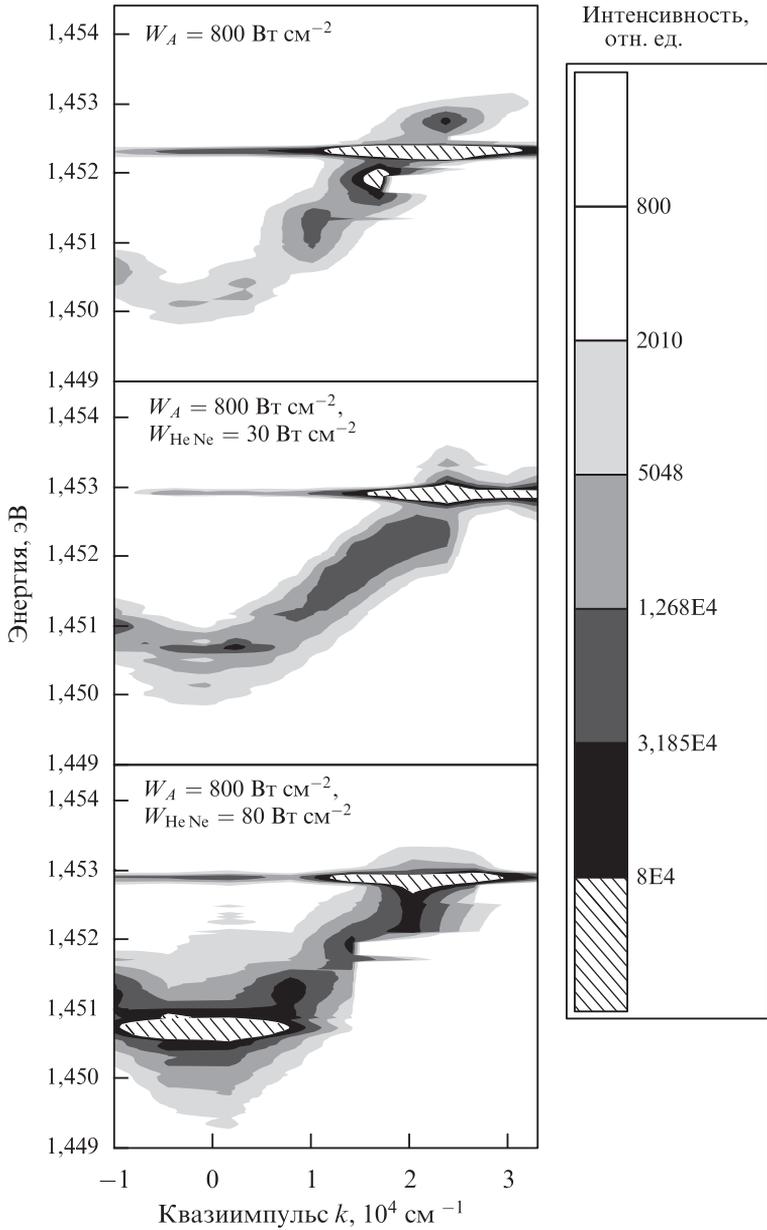


Рис. 10. Схематическое представление параметрического рассеяния двумерных экситонных поляритонов в условиях монохроматической лазерной накачки. Эффект оказывается наиболее сильным при резонансном лазерном возбуждении непосредственно в точку перегиба дисперсионной кривой нижней поляритонной ветви, где плотность состояний максимальна.



**Рис. 11.** Развитие стимулированного поляритон-поляритонного рассеяния. В результате стимулированного рассеяния двумерные экситонные поляритоны накапливаются на дне зоны, стимулированное рассеяние развивается по нормали к плоскости микрорезонатора (из работ [23, 24]).

С помощью монохроматической накачки такие экситонные поляритоны, являющиеся по сути композитными бозонами, можно накапливать в состояниях с фиксированным и вполне определенным волновым вектором,

добиваясь макроскопического заполнения соответствующего когерентного состояния (с числами заполнения много больше единицы). В экспериментах В.Д. Кулаковского и сотрудников [23, 24] с использованием четырехволнового смешивания и вынужденного внутризонного рассеяния реализовано возбуждение неравновесного когерентного экситон-поляритонного бозе-конденсата (или, иными словами, реализовано возбуждение когерентного состояния экситонных поляритонов с большими числами заполнения:  $\nu = 10^2$ ). Схема соответствующего эксперимента показана на рис. 10, а сам факт накопления экситонных поляритонов на дне зоны иллюстрирует рис. 11.

## 6. Заключение

В завершение уместно вспомнить известное высказывание, приписываемое В. Шокли (William Shockley) — одному из первооткрывателей полупроводникового транзистора, которая звучит примерно так: научный успех пропорционален факториалу от числа научных концепций (идей), которыми исследователь оперирует одновременно (не просто числу, а именно факториалу!). Новое качество и число установленных и проверенных концепций, а также сама производная в обсуждаемой области физики конденсированного состояния впечатляют, поэтому можно с уверенностью утверждать, что фундаментальные исследования электронных корреляций в квантово-размерных полупроводниковых системах и наноструктурах преподнесут много интересных сюрпризов. Вне всяких сомнений, самое интересное нас ожидает еще впереди.

В заключение автор благодарит В.Д. Кулаковского, И.В. Кукушкина и Р.А. Суриса за плодотворные обсуждения и дискуссии в процессе написания этого краткого обзора.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Jain, J.K. Composite-fermion approach for the fractional quantum Hall effect // *Physical Review Letters*. – 1989. – Vol. 63, Iss. 2. – P. 199–202.
2. Jain, J.K. Microscopic theory of the fractional quantum Hall effect // *Advances in Physics*. – 1992. – Vol. 41, Iss. 2. – P. 105–146.
3. Kukushkin, I.V. Cyclotron resonance of composite fermions / I.V. Kukushkin et al. // *Nature*. – 2002. – Vol. 415, Iss. 6870. – P. 409–412.
4. Halperin, B.I. Theory of the half-filled Landau level / B.I. Halperin, P.A. Lee, N. Read // *Physical Review B*. – 1993. – Vol. 47, Iss. 12. – P. 7312–7345.
5. Kukushkin, I.V. Magneto-optics of composite fermions and skyrmions // *Strongly correlated fermions and bosons in low-dimensional disordered systems* / ed. by I.V. Lerner. – Dordrecht : Springer, 2002. – P. 185–218.

6. Pan, W. Fractional quantum hall effect of composite fermions / W. Pan et al. // *Physical Review Letters*. – 2003. – Vol. 90, Iss. 1. – P. 016801.
7. Келдыш, Л.В. Возможная неустойчивость полуметаллического состояния относительно кулоновского взаимодействия / Л.В. Келдыш, Ю.Н. Копаев // *ФТТ*. – 1964. – Т. 6, № 9. – С. 2791–2798.
8. Spielman, I.B. Observation of a linearly dispersing collective mode in a quantum Hall ferromagnet / I.B. Spielman et al. // *Physical Review Letters*. – 2001. – Vol. 87, Iss. 3. – P. 036803/1–036803/4.
9. Лозовик, Ю.Е. О возможности сверхтекучести разделенных в пространстве электронов и дырок при их спаривании; новый механизм сверхпроводимости / Ю.Е. Лозовик, В.И. Юдсон // *Письма в ЖЭТФ*. – 1975. – Т. 22, № 11. – С. 556–559.
10. Fukuzawa, T. Phase transition of an exciton system in GaAs coupled quantum wells / T. Fukuzawa, E.E. Mendez, J.M. Hong // *Physical Review Letters*. – 1990. – Vol. 64, Iss. 25. – P. 3066–3069.
11. Butov, L.V. Condensation of indirect excitons in coupled AlAs/GaAs quantum wells / L.V. Butov et al. // *Physical Review Letters*. – 1994. – Vol. 73, Iss. 2. – P. 304–307.
12. Butov, L.V. Photoluminescence kinetics of indirect excitons in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As coupled quantum wells / L.V. Butov et al. // *Physical Review B*. – 1999. – Vol. 59, Iss. 3. – P. 1625–1628.
13. Ларионов, А.В. Бозе-конденсация межъямных экситонов в двойных квантовых ямах / А.В. Ларионов и др. // *Письма в ЖЭТФ*. – 2002. – Т. 75, № 11. – С. 689–694.
14. Дремин, А.А. Фазовая диаграмма Бозе-конденсации межъямных экситонов в GaAs/AlGaAs двойных квантовых ямах / А.А. Дремин и др. // *Письма в ЖЭТФ*. – 2002. – Т. 76, № 7. – С. 526–531.
15. Кулаковский, В.Д. Многоэкситонные комплексы в полупроводниках / В.Д. Кулаковский, Г.Е. Пикус, В.Б. Тимофеев // *УФН*. – 1981. – Т. 135, № 10. – С. 237–284.
16. Hund, F. Die spektren der elemente mit normaler termordnung // *Linienspektren und periodisches system der elemente*. – Springer-Verlag, 1927. – Ch. 4. – P. 133–182.
17. Hawrylak, P. Excitonic artificial atoms: Engineering optical properties of quantum dots // *Physical Review B*. – 1999. – Vol. 60, Iss. 8. – P. 5597–5608.
18. Bayer, M. Hidden symmetries in the energy levels of excitonic «artificial atoms» / M. Bayer et al. // *Nature*. – 2000. – Vol. 405, Iss. 6789. – P. 923–926.
19. Ortner, G. Fine structure of excitons in InAs/GaAs coupled quantum dots: A sensitive test of electronic coupling / G. Ortner et al. // *Physical Review Letters*. – 2003. – Vol. 90, Iss. 8. – P. 086404/1–086404/4.
20. Пекар, С.И. Теория электромагнитных волн в кристалле, в котором возникают электроны // *ЖЭТФ*. – 1958. – Т. 33, № 4. – С. 1022–1036.
21. Hopfield, J.J. Theory of the contribution of excitons to the complex dielectric constant of crystals // *Physical Review*. – 1958. – Vol. 112, Iss. 5. – P. 1555–1567.
22. Weisbuch, C. Observation of the coupled exciton-photon mode splitting in a semiconductor quantum microcavity / C. Weisbuch et al. // *Physical Review Letters*. – 1992. – Vol. 69, Iss. 23. – P. 3314–3317.
23. Krizhanovskii, D.N. Threshold power and internal loss in the stimulated scattering of microcavity polaritons / D.N. Krizhanovskii et al. // *Physical Review B*. – 2002. – Vol. 66, Iss. 16. – P. 0165329.
24. Кулаковский, В.Д. Поляритон-поляритонное рассеяние и неравновесная конденсация экситонных поляритонов в полупроводниковых микрорезонаторах / В.Д. Кулаковский и др. // *УФН*. – 2003. – Т. 173, № 9. – С. 995–999.

---

---

# COLLECTIVE STATE OF INTERWELL EXCITONS IN DOUBLE QUANTUM WELL HETEROSTRUCTURES\*

**V.B. Timofeev**

## Abstract

Bose-condensation of interwell excitons in coupled double quantum wells of GaAs/AlGaAs Schottky-diode heterostructures is in the focus of discussions. It is demonstrated that luminescence of Bose-condensed collective state of interwell excitons in a circular lateral trap is manifested in real space in periodically patterned structure of bright spots which are coherently bound. The collective exciton state is characterized by the large coherence length and is destroyed on temperature increase due to the thermal order parameter fluctuations across the system of interacting interwell excitons.

## 1. Introduction

Hydrogen-like excitons in intrinsic semiconductors are known to be the electrically neutral and energetically lowest electronic excitations. For several decades excitons have been used as a convenient and very efficient tool to simulate the behavior of matter under the effect of temperature and density variation and external impacts, such as pressure, magnetic and electric fields, strain fields, etc.

Depending on the concentration of electron–hole (e–h) excitations and temperature, experiments with bulk intrinsic semiconductors may be used to realize a situation of weakly interacting exciton gas, molecular exciton gas (gas of biexcitons and excitonic trions), metallic electron–hole liquid, and electron–hole plasma.

Exciton is a sort of composite boson because it consists of two fermions, an electron and a hole, and this account for resultant exciton spin being integervalued. This led to the hypothesis formulated in theoretical works in the early 1960s (Moskalenko, 1962; Blatt *et al.*, 1962; Casella, 1963) that Bose-Einstein condensation (BEC) is possible to be observed, in principal, in a weakly non-ideal and sufficiently diluted excitonic gas in semiconductors at rather low temperatures. In the limit of a diluted excitonic gas, one has  $na_{ex}^d \ll 1$ , where  $n$  is exciton density,  $a_{ex}$  is the exciton Bohr radius and  $d$  is the dimensionality of the system under consideration.

---

\* Problems in Condensed Matter Physics: Quantum Coherence Phenomena in Electron-Hole and Coupled Matter-Light Systems / ed. by A.L. Ivanov, S.G. Tikhodeev // International Series of Monographs on Physics / ser. ed. by J. Birman et al. – Oxford : Clarendon Press, 2007. – Vol. 139, Ch. 17. – P. 255–280.

The Bose-Einstein condensation of excitons in three-dimensional systems suggests macroscopic occupation of the exciton ground state with zero momentum and the appearance of a spontaneous order parameter (coherence) in the condensate (Keldysh and Kopaev, 1964; Kozlov and Maksimov, 1965; Keldysh and Kozlov, 1968).

In the limit of high e–h density,  $na_{ex}^d \gg 1$ , the exciton concept used to be regarded by Keldysh and his school (Keldysh and Kopaev, 1964; Kozlov and Maksimov, 1965; Keldysh and Kozlov, 1968) in direct analogy to Cooper pairs, and the condensed excitonic state (a sort of excitonic insulator state) was described in the mean-field approximation by analogy with the Bardeen-Cooper-Shrieffer superconducting state. The sole difference consisted in the fact that the pairing in an excitonic insulator was determined by the e–h interaction and the excitons themselves served as analog of the Cooper pairs (Keldysh and Kopaev, 1964). Well-apparent Coulomb gaps in the excitonic insulator state can arise under nesting of the electron–hole Fermi-surfaces. Theoretical studies reported in Comte and Nozières, (1982) suggest a smooth transition between the low and high density limits.

BEC was discovered one decade ago in the diluted and deeply cooled gases of atoms whose resulting spin is integer-valued (Ketterle, 2002). This striking discovery was possible owing to the elegant realization of the laser and evaporative cooling techniques in application to diluted atomic gases and to the selective small-volume accumulation of atoms in magnetic traps. The transition temperatures  $T_C$  in the case of alkaline atomic gases turned out to be very low (around one  $\mu\text{K}$  and even lower), which is due to the large masses of atoms and their relatively low densities resulting from the inevitable losses during cooling and accumulation in traps.

Since BEC has been found in the diluted gases of bosonic atoms, this phenomenon has stimulated special interest and acquired significance with reference to excitons. Indeed, the translational effective masses of excitons in semiconductors are typically small, i.e. equal to or smaller than the mass of a free electron. Therefore, unlike BEC in diluted gases of atomic hydrogen, alkalis, and transition metals, BEC in an excitonic gas at experimentally achievable densities may occur at much higher temperatures (e.g., in liquid helium temperature range). However, for a photoexcited excitonic gas, which, in principle, is a nonequilibrium system, the problem of its cooling to temperatures of the crystal lattice serving as a thermostat is important. Under real experimental conditions, the temperature of a quasi-equilibrium excitonic gas is always somewhat higher than that of the crystal lattice in which excitons are “immersed” due to their finite lifetime. Such overheating of the excitonic system is especially pronounced at  $T < 1\text{ K}$  because of the low thermal capacity of the lattice and the presence of a “narrow” region (a sort of “bottle neck”) at small transferred momenta insurmountable for one-phonon relaxation of excitons ( $|\mathbf{K}| < ms/\hbar$ , where  $\mathbf{K}$  and  $m$  are the exciton momentum and effective translational mass, respectively, and  $s$  is the speed of sound). In this context, the most promising objects to search for BEC are those whose exciton annihilation rate is several orders of magnitude lower than the

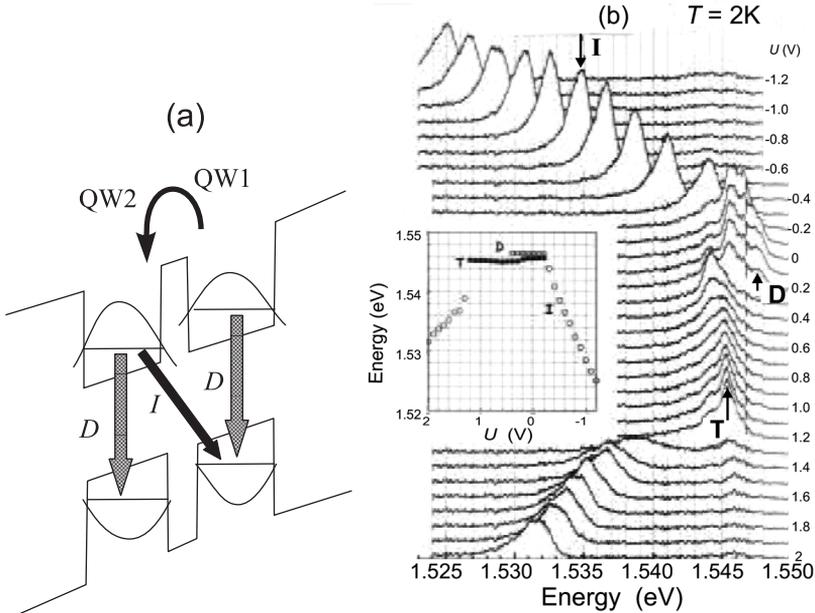
exciton relaxation rate along the energy axis. This criterion is fulfilled, for example, in indirect-gap semiconductors in which radiative recombination of excitons involves short wavelength phonons and is therefore rather slow compared with the relaxation processes that result in thermal equilibrium with the lattice. But because such semiconductors are characterized by strong orbital degeneracy of the electron (many valleys) and hole spectra and strong anisotropy of carrier effective masses, the lowest state in an interacting and sufficiently dense e–h system is the electron–hole liquid into which excitons, excitonic molecules and trions are condensed (Keldysh, 1968; Jeffries and Keldysh, 1983). The phenomenon of exciton condensation into droplets of electron–hole liquid was predicted by L. V. Keldysh as early as in 1968 (Keldysh, 1968) and most comprehensively studied in Ge and Si (Jeffries and Keldysh, 1983). Evidently, a gas of excitons and excitonic molecules in equilibrium with electron–hole liquid remains a classical, Boltzmann gas. In contrast, the exciton recombination rates in direct-gap semiconductors with dipole allowed interband optical transitions are very high. Moreover, other complications are intrinsic in such semiconductors related to the exciton–polariton dispersion and polariton dynamics near  $\mathbf{K} = 0$  (Rashba and Sturge, 1982). In the case of two-dimensions the properties of excitonic polaritons in microcavities and the related nonlinear optics and polariton dynamics are considered, for example, in Gippius *et al.* (2005).

Some experiments have been designed to discover BEC in an excitonic gas in  $\text{Cu}_2\text{O}$  (Hulin *et al.*, 1980; Snoke *et al.*, 1990; Fortin *et al.*, 1993; Mysyrowicz *et al.*, 1994, 1996, 1997), where the optical decay from the ground state of para- and orthoexcitons is forbidden in the zero order in  $\mathbf{K}$  and therefore the states are long-lived, and also in uniaxially compressed crystals of Ge (Kukushkin *et al.*, 1981; Timofeev *et al.*, 1983) under condition of broken symmetry with respect to the spin degrees of freedom. It was recently shown for  $\text{Cu}_2\text{O}$  that the Auger processes heat the excitonic system and restrict the exciton density from above (O'Hara *et al.*, 1999, 2000). For this reason, in optical pumping experiments conducted thus far, the exciton gas in these crystals was the classical Boltzmann gas (O'Hara *et al.*, 1999, 2000). Studies with Ge crystals examined excitons with the spin alignment, directly analogous to spin-aligned hydrogen atoms. The narrowing of the spontaneous exciton–photon emission line with increasing exciton concentration at given temperature has evidenced the well-apparent degenerate Bose-statistics of excitons at high densities. However, it is still impossible to realize the critical conditions for BEC of excitons in the above crystals, although studies of this effect are in progress.

In recent years, the BEC of excitons has been extensively investigated in two-dimensional (2D) systems based on semiconductor heterostructures. The studies are focused on 2D systems with spatially separated electron–hole layers. Researchers' attention to these objects was attracted by theoretical works done in the mid-1970s (Lozovik and Yudson, 1975; Shevchenko, 1976). In the context of the problem under consideration, double quantum wells (DQWs) and superlat-

tices turned out to be the most interesting among other 2D objects based on semiconductor heterostructures, because they allow the photoexcited electrons and holes to be spatially separated between adjacent QWs (Fukuzawa *et al.*, 1990; Golub *et al.*, 1990; Kash *et al.*, 1991; Butov, 1996; Timofeev *et al.*, 1998a, 1998b; Butov *et al.*, 1999; Larionov *et al.*, 2000; Butov *et al.*, 2000; Larionov *et al.*, 2002). In DQWs under applied bias in the growth direction, tilting quantized subbands, it is possible to excite excitons whose electron and hole are in different QWs separated by a transparent tunnel barrier. Such an exciton is called a spatially indirect or interwell exciton (IE), as opposed to a direct (D) or intrawell exciton in which electron and hole are placed within the same QW (Fig. 1). A situation realized in GaAs/AlAs heterostructures where excitons are not only spatially separated but also proved to be indirect in momentum space was considered by Butov (1996). Interwell excitons have a longer lifetime than intrawell ones because of limited overlap between electron and hole wavefunctions through the tunnel barrier. Characteristic times of the radiative recombination of indirect excitons are as large as dozens and even hundreds of nanoseconds. Therefore, it is easy for them to accumulate, and the gas of interwell excitons can be cooled to rather low temperatures close to the temperature of the crystal lattice. It is worthwhile to note that thermalization of two-dimensional excitons, and interwell excitons, particularly, involves bulk phonons. In this case, however, the law of momentum conservation along quantization axis is relaxed, which accounts for the lack of a “bottle neck” for the recoil on small momenta and the feasibility of one-phonon relaxation with participation of acoustic phonons at  $T < 1$  K. As a result, the relaxation of IEs to the lattice temperature occurs a few orders of magnitude faster than their radiative decay (Ivanov *et al.*, 1997, 1999). Because of the broken inverse symmetry, interwell excitons have a large dipole moment even in the ground state. As a result, such excitons can not be bound into molecules or other complicated complexes due to dipole-dipole repulsion.

It should be recalled, however, that in ideal and unconfined 2D system with constant one-particle density of states, BEC at finite temperature cannot proceed in principle because of divergence of the number of states in the case when the chemical potential  $\mu \rightarrow 0$  (i.e. the states with moments  $\mathbf{K} \geq 0$  can accumulate an unlimited number of Bose-particles). Therefore, in this case, one can speak about Bose condensation only at  $T = 0$  K, which has no physical sense. In this context, it is appropriate to recall the work by Hohenberg, (1967) which provides a rigorous proof (based on N. N. Bogolubov’s inequality) that unconfined and ideal 2D electron systems cannot have a nonzero order parameter, because it is destroyed by fluctuations. This proof is applicable to both superfluidity and superconductivity in ideal 2D systems. A similar theorem was proved for a 2D model of Heisenberg’s ferromagnet by Mermin and Wagner, (1966). The Kosterlitz-Thouless phase transition (Kosterlitz and Thouless, 1973) when the superfluid state in 2D systems develops as a result of vortex pairing, is not discussed here. Such a transition is topological and not at variance with the theorem of Hohenberg, (1967).



**Fig. 1.** (a) Schematic representation of the energy levels in coupled double quantum wells under applied electric field. Arrows indicate intrawell (D) and interwell (I) optical transitions, (b) Luminescence spectra of intrawell excitons (D), trions (T), and interwell excitons (I) in DQWs at different bias voltages  $U$  ( $U$  values in Volts are given near corresponding curves). The inset shows the dependence of spectral positions of maxima of corresponding lines on electric field.  $T = 2$  K.

This situation is changed in 2D spatially confined system where BEC is known to occur at finite temperatures. The critical temperature for the case of interwell excitons confined in a lateral trap with rectangular barriers is given by the expression

$$T_c = \frac{2\pi\hbar^2}{g_{ex}k_B m_{ex} \ln(N_{ex}S/g_{ex})}, \quad (1)$$

i.e. it decreases logarithmically with increasing area  $S$  occupied by 2D Bose particles with density  $N_{ex}$ , translational effective mass in the plane  $m_{ex}$ , and degeneracy factor  $g_{ex}$  ( $k_B$  is the Boltzmann constant). For example, the critical temperature  $T_c$  of interwell exciton gas in GaAs/AlGaAs DQWs with density  $10^{10} \text{ cm}^{-2}$  and translational mass  $0.2m_0$  ( $m_0$  is the free electron mass) under micron-scale lateral trap is around 3 K.

The spatial confinement in the QWs plane may be due to large-scale random potential fluctuations related to variations of the QW width on heteroboundaries  $w(R)$ . Also related to these variations are changes in the effective lateral potential  $U(r) = U(w(r))$  (Zhu *et al.*, 1995). Under quasi-equilibrium conditions, the exciton density distribution is described by the equality  $\mu(N(r)) + U(r) = \bar{\mu}$ , where the

chemical potential of interwell excitons  $\bar{\mu}$  is related to their average density and  $\mu(N)$  is the chemical potential of a homogeneous excitonic phase in the spatially confined region (in a trap). Evidently,  $|\mu(r)| < |\bar{\mu}|$  because  $\mu(N) = -|E_{ex}| + |\delta U|$  ( $E_{ex}$  is the exciton binding energy). This means that excitons accumulate more easily in the lateral confinement region, where their density can be much in excess of the mean density in QWs plane. Therefore, critical conditions corresponding to the Bose condensation of IEs are most readily realized in lateral domains that function as exciton traps.

A variety of scenarios of collective behavior in a sufficiently dense system of spatially separated electrons and holes were theoretically considered (Yoshioka and MacDonald, 1990; Chen and Quinn, 1991; Fernandez-Rossier and Tejedor, 1997; Lozovik and Berman, 1997; Lozovik and Ovchinnikov, 2001; Keeling *et al.*, 2004). For example, it was claimed by Lozovik and Berman (1997) and Lozovik and Ovchinnikov (2001) that a liquid dielectric excitonic phase may constitute the metastable state in an e–h system despite the dipole-dipole repulsion of interwell excitons at certain critical parameters, such as the dipole moment, density and temperature. As shown by Zhu *et al.*, 1995, the condensed dielectric excitonic phase can arise only in the presence of lateral confinement in the DQWs plane. Such confinement and the associated external compression facilitate the accumulation of interwell excitons to critical densities sufficient for the effects of collective exciton interaction to be manifested. In Fernandez-Rossier and Tejedor (1997) the role of spin degrees of freedom under Bose condensation is discussed.

In a recently published theoretical work (Keeling *et al.*, 2004), it was shown that Bose condensation in a trap results in a dramatic change of the interwell exciton photoluminescence angular distribution. Due to long-range coherence of condensed phase a sharply focused peak of luminescence in the direction normal to DQWs plane should appear. The radiation peak should exhibit strong temperature dependence due to the thermal order parameter phase fluctuations across the system. The angular distribution of photoluminescence can also be used for imaging vortices in a trapped condensate, because vortex phase spatial variations lead to destructive interference of photoluminescence intensity in certain directions, creating nodes in intensity distribution that imprint the vortex configuration.

Real heterostructure systems with quantum wells always contain a fluctuating random potential due to the presence of residual impurities, both charged and neutral, as well as variety of structure defects. These imperfections create a random potential relief in the QWs plane; as a result, photoexcited electrons and holes spatially separated between adjacent QWs (as well as interwell excitons) may be strongly localized on these fluctuations at sufficiently low temperatures. Such an effect of strong localization in coupled quantum systems is manifested, for example, as thermally activated tunneling of localized particles (Timofeev *et al.*, 1998a, 1998b). In connection to this, investigations of the properties of delocalized (above “mobility edge”) excitons are carried out in perfect structures with a minimum density of localized states (around or even less than  $10^9 \text{ cm}^{-2}$ ).

## 2. Experimental

Now we consider a few recently conducted experiments using GaAs/AlGaAs heterostructures with DQWs that have large-scale random potential fluctuations, where interwell excitons exhibit collective behavior after the critical density and temperature are achieved (Larionov *et al.*, 2002; Dremin *et al.*, 2002; Gorbunov *et al.*, 2005; Gorbunov and Timofeev, 2004, 2006).

Firstly, we describe the architecture of the used n-i-n heterostructure with DQWs. 12 nm thick double quantum wells were separated by a narrow barrier of four AlAs monolayers. Similar AlAs epitaxial layers were grown on the borders between each QW and 150 nm thick AlGaAs insulating barriers. Build-in electrodes were 100 nm thick n<sup>+</sup>-GaAs (Si-doped) layers. Large-scale random potential fluctuations were induced in these structures by the growth interruption technique on the boundaries of the AlAs and AlGaAs barriers.

The main information about interwell exciton properties has been obtained by analyzing the luminescence spectra as excitation power, temperature, electric field, and polarization of resonant optical pumping varied during steady state or pulsed optical excitation.

### 2.1. Phase diagram

Let us start with the illustration of the quality of the used structures with DQWs. The optical transitions of interest are schematically presented in Fig. 1a. The luminescence spectra of IEs measured at different biases are depicted in Fig. 1b. The intrawell luminescence region at zero electric bias exhibits two lines. One is 1s HH of free heavy-hole exciton (denoted as D) and the other is the line of bound, charged excitonic complexes (intrawell excitonic trion, T) (Timofeev *et al.*, 1999). At small bias, it is possible to change both the charge and the structure of the excitonic trion by varying the sign of gate voltage. The line of interwell excitons (I-line) emerges in the spectra after the electric field is switched on and causes the Stark shift of the dimensionally quantized bands in adjacent QWs to be  $eF\Delta z \geq E_D - E_I$  ( $E_D$  and  $E_I$  are the intrawell and interwell exciton binding energies, respectively,  $F$  is the electric field, and  $\Delta z$  is the distance between electron and hole in the interwell exciton). The I-line shifts almost linearly upon a change in electric field at both positive and negative voltages between the electrodes (n<sup>+</sup>-doped regions, see the inset in Fig. 1b). This line can be displaced along the energy scale over the distance of almost a dozen times larger than the interwell exciton binding energy. At high electric voltage and steady-state excitation, the IE-line in the luminescence spectra predominates. Under the same conditions, luminescence of intrawell excitons (D) and charged excitonic complexes (T) is several orders of magnitude weaker. A large quantum yield of IE luminescence in the studied structures suggests their high quality. This ensues from the fact that a rise in the applied bias causes the IE lifetime to increase by factor of ten

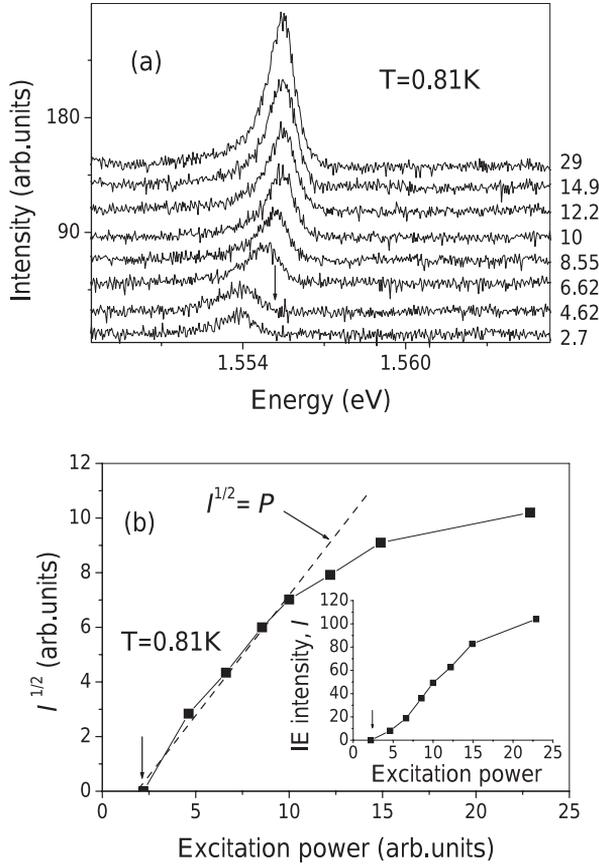
or even more, while the intensity of luminescence remains practically unaltered (see Fig. 1).

Now consider changes in the IE luminescence spectra at various pumping values under a steady-state excitation by He-Ne laser focused to a spot of about  $20\ \mu\text{m}$  at the sample surface. The IE-line at sufficiently low temperatures ( $T = 0.81\ \text{K}$ ) and small excitation powers around  $100\ \text{nW}$  is wide ( $\approx 2.5\ \text{meV}$ ) and asymmetric, with a large longwave “tail” and clear-cut violet boundary (Fig. 2a). Such properties of the IE photoluminescence line result from their strong localization in random potential fluctuations due to the presence of residual impurities. In this case, the line width reflects the statistical distribution of the chaotic potential amplitudes. As the pumping power increases, a narrow ( $\approx 1\ \text{meV}$  wide) line starts to emerge in a threshold manner at the “blue” edge of the spectrum (see Fig. 2). The intensity of this line grows superlinearly near threshold in accordance with a near-quadratic law (Fig. 2b). It is only at high-power pumping that the superlinear growth of the intensity changes to linear one, and the line starts to broaden and extend to higher energies. The high energy shift of the line suggests screening of the applied electric field when IE density becomes sufficiently high. Then, the experimental measurements of this shift allow to estimate the interwell exciton density using the Gauss formula for spectral shift  $\delta E = 4\pi e^2 n \Delta z / \epsilon$  ( $n$  is the exciton density, and  $\epsilon$  is the dielectric permittivity). The IE concentration appears to be  $n = 3 \times 10^{10}\ \text{cm}^{-2}$  for the line shift less than  $1.3\ \text{meV}$ . A sufficiently narrow IE luminescence line can be seen at various negative bias voltages in the range from  $-0.5$  to  $-1.2\ \text{V}$ .

Direct evidence of the interwell exciton condensation was obtained in experiments with single trapping domains associated with large-scale fluctuations of the random potential. The experiments were conducted using n-i-n structures of the described architecture covered with a  $100\ \text{nm}$  thick metallic layer (aluminum film). The film was etched using electron beam lift-off photolithography to fabricate round holes (windows) with a minimum diameter around one micron. These windows were used to excite and record luminescence signals. The aluminum film in such experiments was not contacted with  $n^+$ -doped contact layer of the heterostructure.

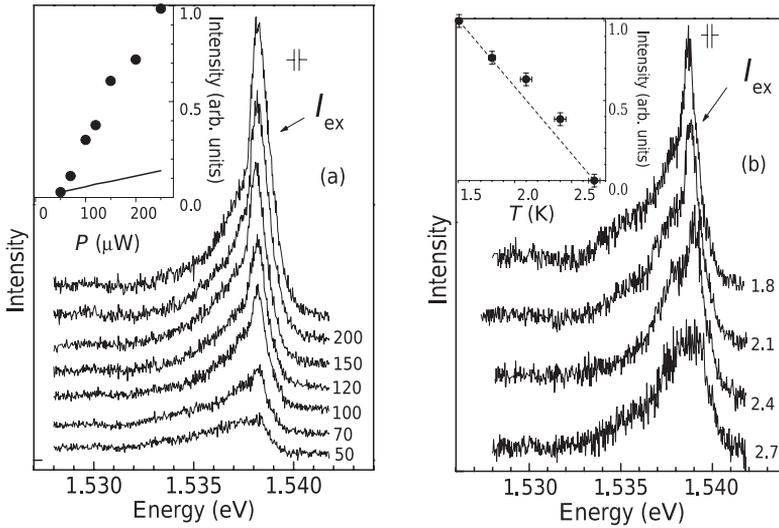
The results exhibited below were obtained by optical excitation and subsequent detection of luminescence directly through  $1\ \mu\text{m}$  diameter windows (Fig. 3). The experiments were carried out under resonant excitation of intrawell excitons with heavy holes ( $1s\ \text{HH}$ -intrawell excitons) by tunable Ti:Sapphire laser in order to minimally overheat the excitonic system relative to the lattice temperature. At small excitation densities (below  $40\ \mu\text{W}$ ), the luminescence spectra exhibit a relatively broad (some  $2\ \text{meV}$ ) asymmetric IE band (Fig. 3a). This inhomogeneously broadened line is due to strongly localized excitons. As the pumping increases ( $\geq 50\ \mu\text{W}$ ), a narrow line emerges in a threshold manner at the “blue” edge of the broad band. The intensity of this line grows superlinearly with increasing

pumping (see inset to Fig. 3a). The minimal measured total width of this line in the experiments was about  $250 \mu\text{eV}$ . It was close to the lattice temperature. A further rise in pumping power (to over  $0.5 \text{ mW}$ ) led to a monotonic broadening of the narrow IE-line and its shift towards higher energies (the external electric field screening effect).



**Fig. 2.** (a) Luminescence spectra at growing excitation power,  $T = 0.81 \text{ K}$ . Numbers show the excitation power in units of  $P_0 = 60 \text{ nW}$ . (b) Intensity of the narrow line of interwell excitons plotted versus the excitation power  $P$ . The arrow indicates the threshold pumping value (about  $200 \text{ nW}$ ) after which the narrow line becomes apparent in the spectrum.

In these experiments, the narrow IE-line disappeared from the spectrum at  $T > 3.6 \text{ K}$ . Figure 3b illustrates the typical behavior of the IE-line upon temperature variations and fixed pumping. One can see that at  $T = 1.8 \text{ K}$  and the excitation power of  $250 \mu\text{W}$ , this high intensity line evidently rises above the structureless background of localized excitons. Its intensity drops with increasing  $T$  without a substantial change in the width; at  $T = 3.6 \text{ K}$  it becomes practically indiscernible against the background of structureless spectrum.



**Fig. 3.** Interwell exciton luminescence spectra in a sample with a metallic mask. Spectra were detected through the micron-scale windows: (a) At various excitation power given near the corresponding curves in microwatts ( $T = 1.6$  K); (b) At various temperatures, shown to the right of the corresponding curves in Kelvin.

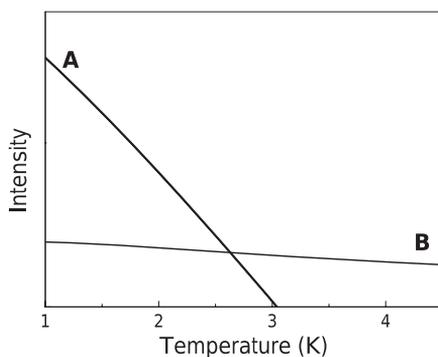
It is noteworthy that a decrease in the intensity of the IE-line with increasing temperature is not of an activating origin. Measurements of the temperature dependence of the IE-line intensity in different pumping regimes yielded the following relation for its temperature behavior:

$$I_T \propto 1 - \frac{T}{T_C}, \quad (2)$$

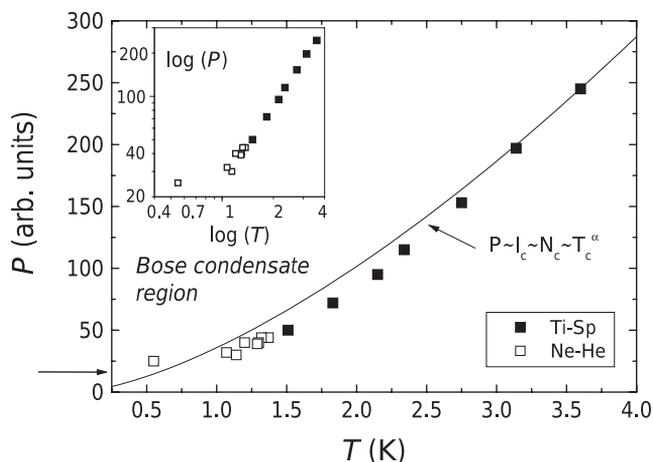
where  $I_T$  is the line intensity at given  $T$  and  $T_C$  is the critical temperature corresponding to the disappearance of this line from the spectrum at a given excitation power.

We believe that the above experimental findings are evidence of the Bose condensation of interwell excitons in a lateral trap about one micron size that originates from large-scale fluctuations in random potential. At small excitation powers and sufficiently low temperatures, photoexcited IEs turn out to be strongly localized due to the presence of imperfections (for instance, residual impurities). Corresponding to this situation is a wide, inhomogeneously broadened luminescence band at small excitation powers. But strong dipole-dipole repulsion forbids localization of more than one exciton on defect. These accounts for saturation of this luminescence channel in considered high quality samples at concentrations around or even below  $3 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$ . A further above-threshold increase in the pumping intensity in the trap results in the delocalization of interwell excitons (excitation of IEs above “mobility edge”). Then, after the critical density values are reached, excitons undergo condensation (macroscopic occupation) to

the lowest delocalized state in the trap. In our experiments, this transformation is apparent as the appearance, in the threshold manner, of a narrow luminescence line and its superlinear growth. The most convincing argument in favor of the exciton condensation is the critical temperature dependence of their properties. It is possible to calculate the change in the luminescence intensity of the condensed and non-condensed fractions of the excitons in a micron-scale trapping domain as the temperature increases. The results of such calculations are presented in Fig. 4 (Gorbunov *et al.*, 2005). It can be seen that in framework of the model used by Gorbunov *et al.* (2005), the linear behavior of the intensity of the narrow luminescence line at varying temperature, up to its disappearance from the spectrum, is realized for condensed excitons. At the same time, luminescence of non-condensed excitons displays very low sensitivity to temperature variations in the range under study.



**Fig. 4.** Computed temperature dependences of the luminescence intensities of condensed (A) and non-condensed (B) interwell excitons.



**Fig. 5.** Phase diagram of the Bose condensation of interwell excitons in the sample with large-scale random potential fluctuations. Open squares correspond to optical excitation by Ti:Sapphire laser, black ones to that by a He-Ne laser.

We evaluated the threshold for the appearance of the narrow IEs luminescence line corresponding to the onset of macro-filling by excitons of the lowest state in the lateral trap. The results were used to construct a phase diagram outlining the region of the exciton Bose condensate (Fig. 5). For this aim, we examined pumping dependences of the luminescence spectra in the temperature range 0.5–4 K. For each temperature value in this range, we determined the threshold power  $P_C$  at which the narrow spectral line corresponding to excitonic condensate either appeared for the first time or began to disappear. In other words, the phase diagram was built in the coordinates  $P - T$ . The density of interwell excitons was estimated from the “violet” shift of the line associated with screening of the applied electric voltage at large excitation powers. The threshold exciton density found was  $n_c = 3 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-2}$  at  $T = 0.55 \text{ K}$  (indicated by arrow in Fig. 5). The line intensity and exciton concentrations on the pump scale of the phase diagram were linearly related. In the temperature range 1–4 K, the critical density and temperature values at which condensation occurs are related by the power law

$$N_c \propto T^\alpha, \quad (3)$$

where  $\alpha \geq 1$ . At  $T < 1 \text{ K}$ , the phase boundary cannot be described by a simple power law.

## 2.2. Luminescence kinetics and spin relaxation

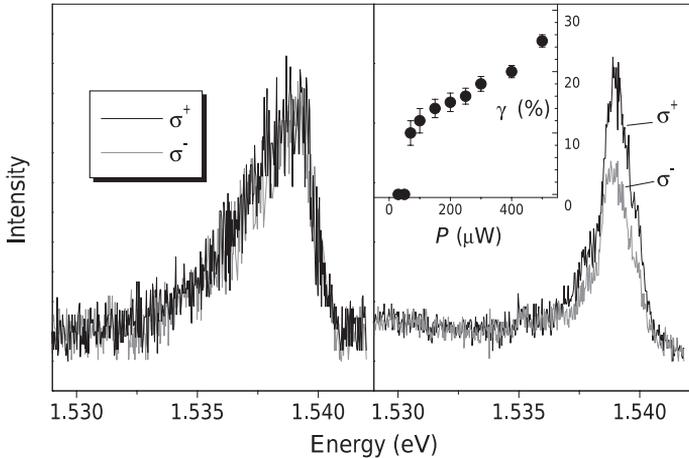
Condensed excitons must be spatially coherent. The spatial coherence must be manifested at least on the scale of the de Broglie interwell exciton wavelength

$$\lambda_{\text{ex}} = h / \sqrt{\pi m_{\text{ex}} k_B T} = 1.5 \times 10^5 \text{ \AA},$$

at  $T = 2 \text{ K}$ , which is one order of magnitude larger than the exciton Bohr radius. The exciton density in the above experiments corresponded to the dimensionless parameter  $r_\lambda = n \lambda_{\text{ex}}^2 = 4$ . At such special scales, coherent excitons must be phased, i.e. described by the same wavefunction. The development of a collective excitonic state may be accompanied by a rise in the radiative decay rate of condensed excitons compared with that of supracondensed ones, as well as by a longer spin relaxation time of condensed excitons than single-particle excitonic spin relaxation time.

These hypotheses were verified in experiments on the resonant excitation of excitons by polarized light. We recall that the ground state of interwell excitons is not a simple Kramers doublet but a four-fold degenerate state with respect to angular momentum projection ( $M = \pm 1, \pm 2$ ). “Bright” and “dark” excitonic states are characterized by the angular momentum projections  $M = \pm 1$  and  $M = \pm 2$ , respectively. In the case of resonant steady-state excitation of intrawell 1s HH exciton by circularly polarized light, the degree of circular polarization of the IEs line corresponding to condensed phase was found to increase in a threshold manner

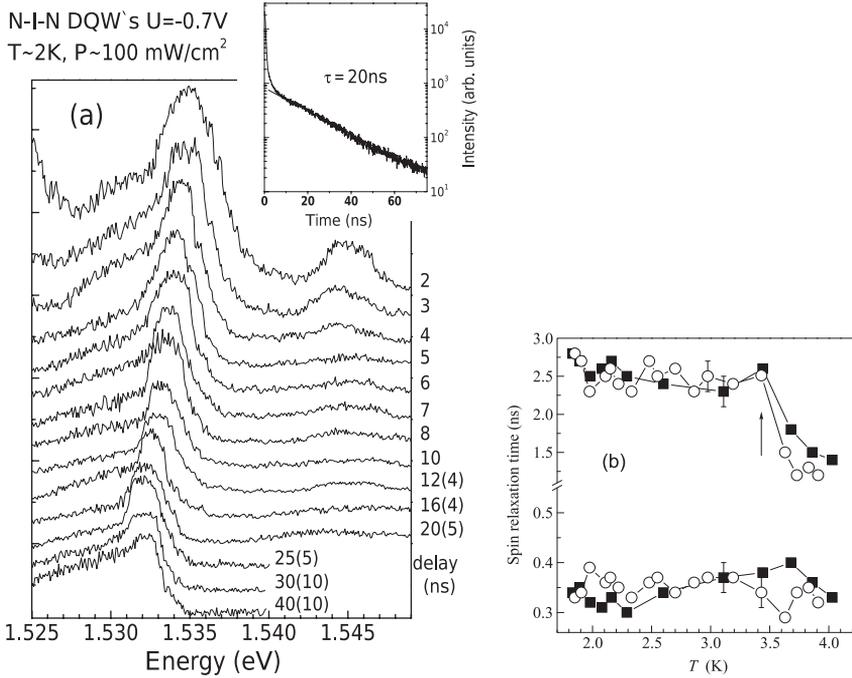
(Fig. 6). Enhanced pumping caused a rise in the degree of circular polarization up to 40%. This effect indirectly evidenced a rise in the radiative recombination rate in the condensate and, as well as, a possible increase of the spin relaxation time.



**Fig. 6.** Luminescence of interwell excitons resonantly excited by circularly polarized light, excitation power 60 and 150  $\mu\text{W}$  (left and right panels, respectively). Black and grey curves correspond to different circular polarizations. The luminescence line in the left panel (excitation power 60  $\mu\text{W}$ ) is not polarized: line contours measured for clockwise and counterclockwise polarization coincide within the measured noise range. The inset shows the excitation power dependence of the degree of circular polarization  $\gamma$  of the interwell exciton line.

Both were confirmed by direct measurements of the evolution and kinetics of the luminescence spectra under pulsed resonant excitation by circularly polarized light (Fig. 7). It follows from Fig. 7a that the narrow line of the condensed excitonic phase emerged in the spectra with time delay of about 4 ns relative to the excitation pulse. Its decay time was 20 ns, whereas the background continuum under the narrow line “lived” over 100 ns. Direct measurements of the degree of circular polarization demonstrated that the spin relaxation time of condensed excitons was almost twice as long as the single-particle excitonic spin relaxation measured at  $T > T_c$  (Fig. 7b from Larionov *et al.*, 2005). These results may be regarded as indirect evidence of the enlarged coherent volume of excitonic condensate (Kagan *et al.*, 2000).

In considering the enhanced coherence of the condensed excitonic phase it is worthy to recall the interesting experiments by Butov *et al.* (1999, 2000) in which the authors observed an unusual behavior of IEs photoluminescence kinetics under pulsed laser excitation. At sufficiently high excitation powers and low enough temperature, the kinetics of the IEs radiative decay cannot be described by a simple exponential law. Instead, the intensity of photoluminescence increases in a jump manner immediately after the pulse excitation and thereafter decreases nonexponentially rapidly.

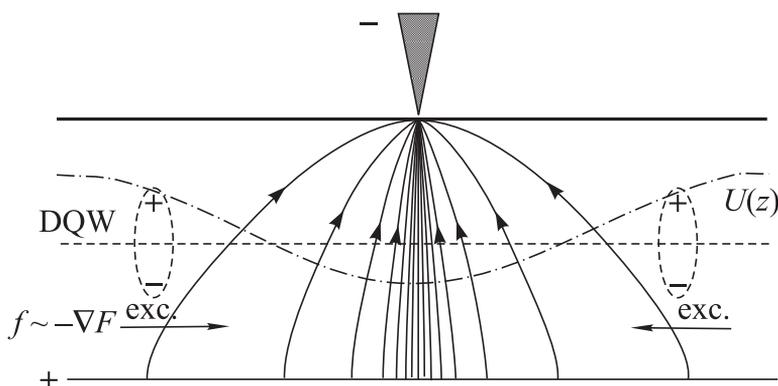


**Fig. 7.** (a) Time evolution of the interwell exciton luminescence spectra under pulsed excitation. Numbers to the right of the curves are delay times and signal integration times (in parentheses) in nanoseconds.  $T = 2$  K. (b) The temperature dependence of spin-relaxation times for intrawell excitons (the lower pair of curves) and interwell excitons (the upper pair of curves). The applied voltage  $U = 0.6$  V (circles) and  $0.55$  V (squares). The arrow indicates the region of abrupt change of spin-relaxation time (from Larionov et al., 2005).

Such unusual behavior cannot be observed at a low excitation power, at high temperatures, in the presence of strong disorder associated with a chaotic potential, or under applied magnetic field perpendicular to heterolayers. Under such conditions, the photoluminescence kinetics is monoexponential and characterized by large times. We should emphasize that only those delocalized excitons whose translational motion momenta are of the order of the light momentum undergo radiative annihilation, i.e.  $|\mathbf{K}| \leq E_g/\hbar c$  ( $c$  is the light velocity in the heterostructure). The rise in the interwell exciton radiative annihilation observed by Butov *et al.* (1999, 2000) is regarded as a result of two effects. One is related to the enlargement of the IE coherence area under conditions of exciton condensation to states with smaller momenta than the light ones. The other is assumed to be due to superlinear filling of the optically active excitonic states induced by the stimulated exciton scattering, when the filling numbers in the final exciton states  $n \gg 1$  (i.e. as a result of the degenerate Bose statistics of interwell excitons).

### 2.3. Condensation of interwell excitons in a nonuniform electric field

In the case of lateral traps due to chaotic potential, the particular potential trap shape, the actual depth and the lateral size of traps remain to be determined; this leads to the topical problem of artificially creating lateral traps for IEs by means of controlled external impacts, with properties amenable to reliable management and monitoring. Nonuniform electric fields appear to be most suitable for this purpose (Gorbunov and Timofeev, 2004), in comparison with the method based on nonuniform deformation suggested by Snoke *et al.* (2004). The action of such a field on interwell excitons is schematically illustrated in Fig. 8. As the current flows through the point contact between the needle of tunneling microscope and the surface of heterostructure containing DQWs, with electric bias applied between the conducting needle and built-in gate ( $n^+$ -layer), it generates a strongly nonuniform electric field. Naturally, the maximum field strength can be expected to be found directly beneath the needle tip. It can be monitored experimentally from the spectral shift of the IE luminescence line with respect to intrawell exciton line.



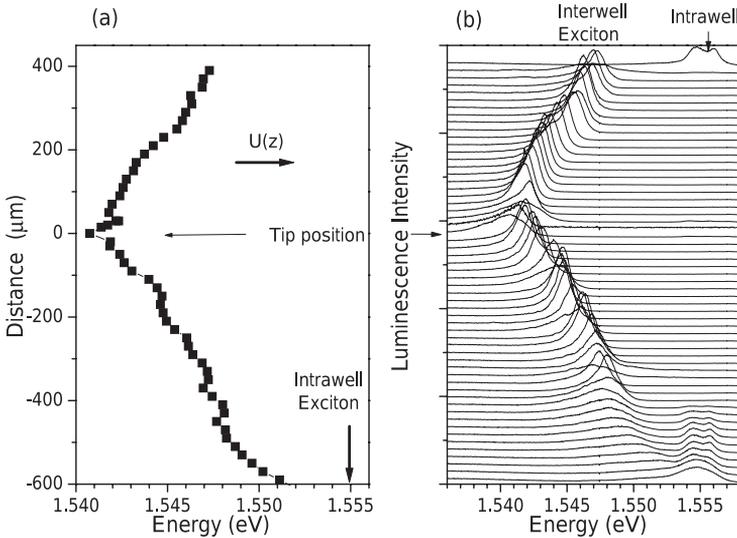
**Fig. 8.** Schematic presentation of a nonuniform electric field in DQW heterostructure; the current flows through the point contact into the bulk of heterostructure. The arrows are electric field lines close to the needle; the dashed-dotted line shows the potential well for excitons; the dashed line is the DQW cross section.

Furthermore, interwell excitons are dipoles. When placed in a nonuniform electric field, they are subject to action of electrostatic force,  $f \approx -e\nabla F$ , which makes them move to the center of the potential well functioning as a IEs trap. The distance over which the interwell excitons can drift depends on the field gradient, exciton lifetime, and mobility. The qualitative view of the potential well (shown in Fig. 8) is depicted by the dashed-dotted line.

The nonuniform electric field inside the heterostructure was created using the needle of a tunneling microscope (a commercial silicon cantilever was used

for this purpose). The entire device was placed in liquid helium inside an optical cryostat (Gorbunov and Timofeev, 2004).

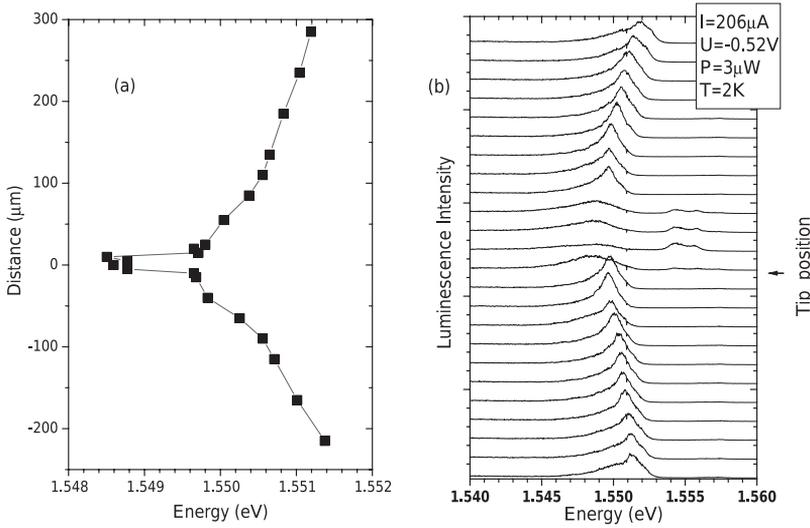
Firstly, we consider the shape that the potential well had when the current flowed through the above structure. For this, the exciton luminescence spectra were measured with regard to the position of the finely focused excitation laser spot. The luminescence was detected directly inside the exciting spot. Figures 9 (a) and (b) show the luminescence spectra of interwell and intrawell excitons depending on the distance from the point contact. The figures also illustrate the behavior of the spectral position of the luminescence maxima of interwell excitons as a function of the same distance. These figures essentially depict the shape of the lateral potential well for IEs:  $U(x) \simeq eF(x)\Delta z + E_i(x)$ . It can be seen that the largest spectral shift in IE luminescence relative to the line of intrawell excitons occurs in the immediate proximity of the point contact, where the well has the largest depth (see Fig. 9) and the spectral shift amounts to 13.5 meV. This shift is a good indicator of the maximum electric field strength, which equals  $1.1 \times 10^4 \text{ V cm}^{-1}$  for the case under consideration. It decreases with distance from the point contact, and the intrawell exciton spectral line begins to appear at distances of the order of  $500 \mu\text{m}$ .



**Fig. 9.** The profile of the lateral potential well created by a nonuniform electric field. Panel (b) shows the luminescence spectra of interwell and intrawell excitons measured at different distances between the exciting laser spot and the point contact (the focused spot size is around  $20 \mu\text{m}$ , the luminescence is detected only from excitation region). Panel (a) shows the position of the IE luminescence maximum depending on the same distance.  $T = 2 \text{ K}$ .

The above electric field distribution around the point contact is close to an axially symmetric one, but the radial distribution of the resulting potential is not a monotonic function of the distance from the contact. First, the potential

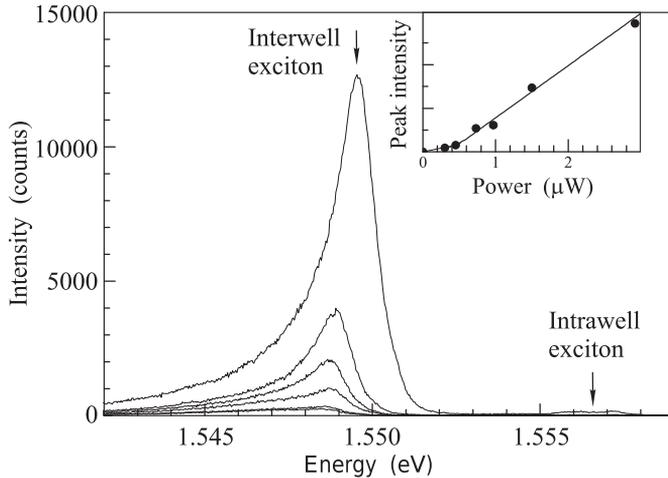
well shows a deep and narrow fall in the immediate proximity to the contact (see Fig. 10 (a) and (b)). The most surprising and unexpected finding is that such narrow and rather deep falls in the potential curve are located far from the center of the well (see the left part of Fig. 9). These narrow falls always occur when the current exceeds  $1 \mu\text{A}$  and depart from well center as the current grows further. The origins of such axially positioned falls on the potential curve still await explanation. They may result from the nonlinear screening of the electric field by photoexcited carriers inside the structure. However, narrow and rather deep falls in the potential curve can be themselves functioning as a lateral trap for IEs.



**Fig. 10.** Lateral potential well created by a nonuniform electric field close to the cantilever needle: (a) position of IE luminescence maximum measured at different distances between the exciting laser spot and the point contact; (b) luminescence spectra of interwell excitons depending on the same distances.

Of interest is the behavior of the IEs luminescence excited directly in the traps created by a nonuniform electric field. A wide interwell exciton luminescence band (about 2–3 meV) is produced in the central part located just beneath the needle due to strong overheating of the near-contact region with maximum current density (see Fig. 10). Also interesting in this context are the narrow falls on the potential curve located far away from the contact site, in which overheating can be neglected. These regions are also potential traps for IEs. Therefore, it is worthy examining exciton luminescence excited in one of the traps remote from the center where the gas of interwell excitons is assumed to be rather “cold”. Weak pumping (below 300 nW) induces a wide asymmetric band of interwell exciton luminescence with long wavelength “tail”, whose intensity gradually decreases (see Fig. 11). At low excitation pumping this inhomogeneously broadened band is due to radiative decay of strongly localized excitons. On excitation power

increase, a rather narrow line of delocalized excitons arises in a threshold manner at the blue end of this band. Its intensity near the threshold behaves superlinearly as the pumping grows. Only at large pumping powers (more than  $3 \mu\text{W}$ ) IEs luminescence line begins to broaden and shift towards larger energies due to electric field screening. As the excitation power varies, the behavior of interwell exciton luminescence line in a lateral trap “prepared” by the electric field is qualitatively similar to the behavior of IEs during their condensation to the lowest state in the lateral trapping domains associated with large-scale random potential fluctuations.



**Fig. 11.** The interwell luminescence spectra upon variations of excitation power and measured directly out of the center of the potential well (spaced  $80 \mu\text{m}$  from the needle). The inset shows the power dependence of maximum intensity.  $T = 2 \text{ K}$ . (From Gorbunov and Timofeev, 2004.)

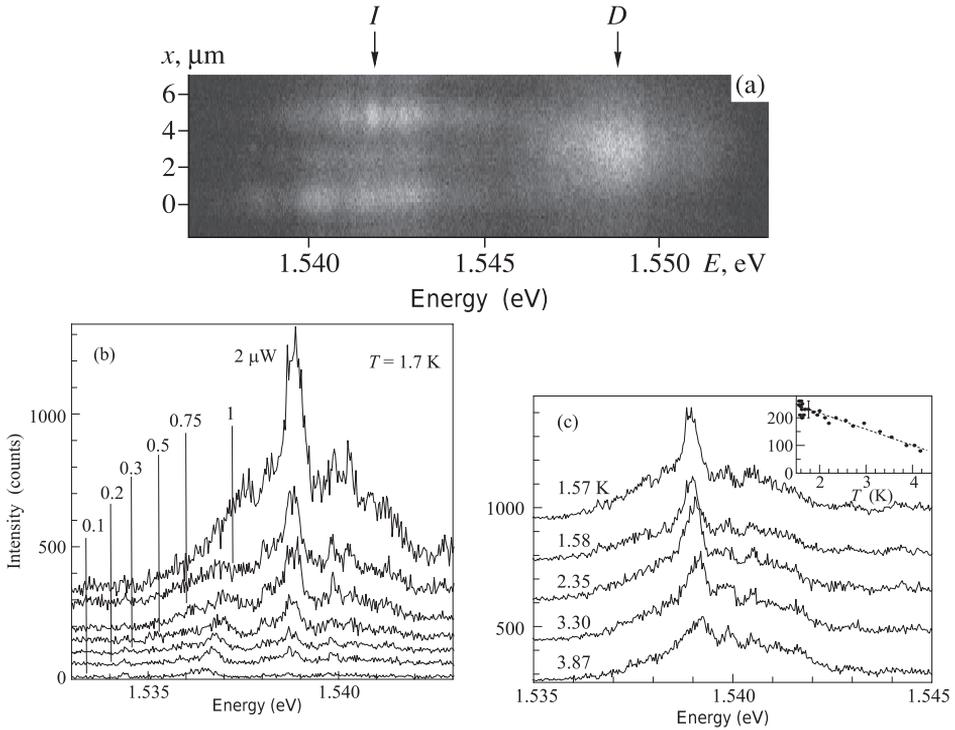
#### 2.4. Spatially resolved collective state in a Bose-gas of interacting interwell excitons

In this Section we consider a new class of experiments related to highly spatially resolved luminescence of Bose-gas of interacting interwell excitons. These experiments have been performed with the use of Schottky-photodiode heterostructures with DQWs of the same architecture, as described above. The surface of the samples was coated with metallic Al-mask (thickness around  $100 \text{ nm}$ ) that had circular windows (diameters of windows were  $2, 5, 10$  and  $20 \mu\text{m}$ ) prepared by electron beam “lift-off” lithography. Through such windows the photoexcitation and simultaneous microscopic observation of photoluminescence with spatial resolution of around one micron were performed (Gorbunov and Timofeev, 2006). In the used Schottky-diode heterostructures the build-in electrode was  $\text{n}^+\text{-GaAs}$  layer (Si-doped) and a metallic mask was used as a Schottky gate-electrode. An electrical bias was applied between the metallic mask and the  $\text{n}^+$ -layer.

Let us start with experiments, when a window of circular shape on the top of the heterostructures was projected on the entrance slit of the spectrometer. This slit cuts only central part of the projected window along its diameter. First of all, it was found that under applied bias and photoexcitation the radial distribution of the electric field inside the heterostructure is strongly inhomogeneous. Scattered field is minimal at the centre of window and increases radially to the window edges. But more important is that close to the circle edge of the window electric field in radial direction behaves non-monotonically, namely, a ring-like potential trap for interwell excitons appears along the window edge perimeter. The existence of such a ring-like potential trap for interwell excitons along the circle edge of the window in the metallic mask was justified by analyzing of the spectral shifts of the interwell exciton line under scanning of strongly focused excitation spot in the radial direction in the vicinity of the window edge. The reason for such a behavior of the electric field in the close vicinity of the window in metallic mask, as well as the behavior of the shape and the depth of the circle potential trap on applied bias and on conditions of photoexcitation will be published elsewhere (see also Gorbunov and Timofeev, 2006).

The luminescence spectrum from a window of  $5 \mu\text{m}$  in size, which is projected on the entrance slit of the spectrometer, is illustrated in Fig. 12. The image of interwell exciton luminescence from the window, observed from the exit slit, is presented in Fig. 12a. One can see bright spots of interwell exciton luminescence (spot sizes around  $1.5 \mu\text{m}$ ) located at the upper and lower edges of the window. Furthermore, structureless luminescence of the intrawell excitons (D) is seen in the centre of the window where the scattered electric field is low. Figure 12b demonstrates how the narrow interwell exciton line, corresponding to a bright spot, starts to appear and is growing on excitation power increase. This line is placed above the luminescence continuum background connected with localized excitons. Figure 12c illustrates the behavior of this narrow line at given excitation power on temperature increase. One can see almost linear decreasing of the intensity of narrow interwell exciton line on temperature increase in the range 1.6–4.2 K. The data presented in Fig. 12 are completely equivalent to the observations discussed in previous Sections.

Now let us turn to experiments on spatially resolved luminescence when a window of corresponding size was directly projected on the CCD-camera avoiding spectrometer. Under these experiments the luminescence of interwell and intrawell excitons was spectrally selected with the use of interference filters. Figure 13 presents a series of images of the spatially resolved lateral structures of luminescence connected with interwell excitons measured through  $5 \mu\text{m}$  window at different excitation powers. One can see that at minimal excitation powers, corresponding to average exciton concentration around or less than  $10^9 \text{ cm}^{-2}$ , the luminescence spot is structureless and its intensity is almost homogeneous within the window under investigation (Fig. 13a).

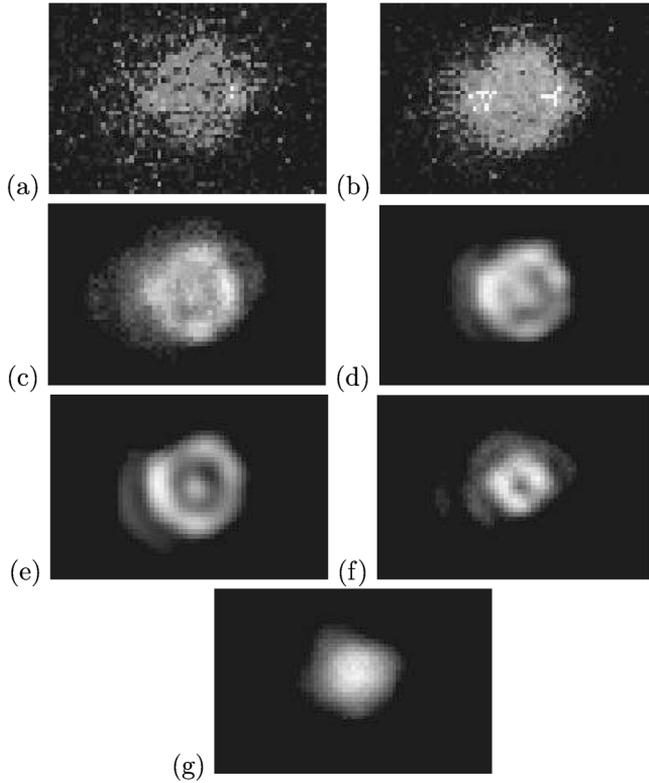


**Fig. 12.** Luminescence spectra measured directly from the 5 μm window in the metallic mask on top of the heterostructure with DQWs. (a) spatial distribution (vertical direction) of photoluminescence within the window; entrance slit of the spectrometer cuts only central part of the window, (b) behavior of narrow luminescence line corresponding to interwell excitons on excitation powers at  $T = 1.7$  K; spectra from bottom to top correspond to excitation powers 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.75, 1 and 2 μW. (c) Behavior of the narrow luminescence line under temperature variation in the range (1.6–4.2) K and excitation power 5 μW. Spectra from top to bottom are measured at temperatures: 1.57, 1.58, 2.35, 3.30 and 3.87 K respectively. (From Gorbunov and Timofeev, 2006.)

With excitation power increase, a discrete luminescence structure starts to appear in a threshold manner along the perimeter of the window. Firstly, two luminescence spots start to appear (Fig. 13b), then four spots (Fig. 13c), then six spots (Fig. 13d), consequently with excitation power increase. Spot sizes are around 1.5 μm. At excitation powers around 150 μW the number of spots is equal to eight. Finally, at excitation power more that 200 μW only structureless luminescence with a ring shape remains (Fig. 13e).

In the case of a 2 μm window the well resolved lateral structure with four equidistantly placed spots is observed (Fig. 13f). In 10 μm window the lateral structure of luminescence is more complicated: besides of the radially symmetric structure of spots, radially symmetric structures of different rings with spots fragmentation start to be visible. In the case of 20 μm windows we did not observe (perhaps, did not resolve) any structures. We should emphasize that luminescence intensity

distributions for intrawell excitons under the same experimental conditions remain homogeneous and do not manifest any spatial structure (Fig. 13g).

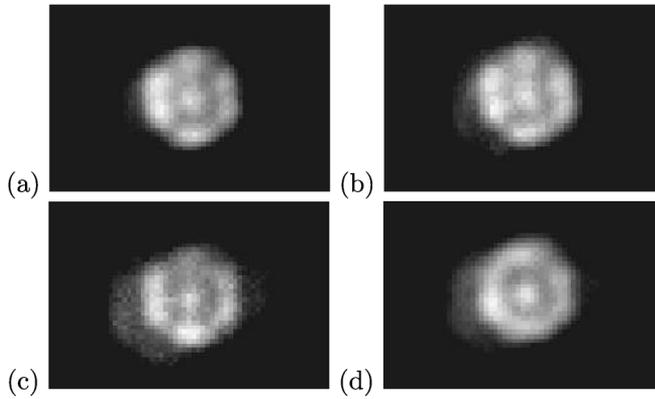


**Fig. 13.** Spatial structure of interwell exciton luminescence measured from  $5 \mu\text{m}$  window at  $T = 1.7 \text{ K}$ . Images (a)–(e) correspond to excitation powers 1, 1.5, 5, 70 and  $300 \mu\text{W}$ , the size of excitation spot is equal to  $50 \mu\text{m}$ . (f) Spatial structure of luminescence in the  $2 \mu\text{m}$  window and image (g) corresponds to luminescence of intrawell excitons.

For the  $5 \mu\text{m}$  window, taken as an example, the behavior of discrete configuration consisting of six equidistant spots was studied under temperature variation at a given excitation power (Fig. 14). It was established that on temperature increase the discrete luminescence structure starts to wash off (pairs of spots are merging) at  $T > 4 \text{ K}$  (see Fig. 14d). Finally, the whole discrete structure of equidistant spots is merged into a continuous luminescent ring at  $T \geq 15 \text{ K}$ .

It is useful to recall that spatial luminescence distributions of interwell excitons manifested in the form of lateral rings with some fragmented structure along the ring were observed by Butov *et al.* (2002a, 2002b) for the case of DQWs and by Snoko *et al.* (2002) and Rapaport *et al.* (2004) for a wide single QW. Such ring-like luminescence structures arose under the effect of rather powerful laser excitation. Their origin is related to the depletion of electrons and electric field screening just in the optical pumping region, as well as to the oncoming drift of

electrons and holes that occurs under these conditions. Therefore, there is no direct connection between the experiments presented and discussed here and published by Butov *et al.* (2002a, 2002b), Snoke *et al.* (2002) and Rapaport *et al.* (2004).



**Fig. 14.** Spatial structure of interwell exciton luminescence in the  $5 \mu\text{m}$  window measured at different temperatures: (a) 1.74 K, (b) 3.9 K, (c) 4.25 K, (d) 4.35 K. Excitation power is  $50 \mu\text{W}$ .

The above described experiments were performed on a dozen of circular windows with sizes 2, 5, 10 and  $20 \mu\text{m}$ . But lateral spatial configurations of equidistantly placed luminescence spots in windows of given size and at similar experimental conditions (temperature, excitation power) were always reproduced. This means that the origin of spatially periodical structures of spots seen in the luminescence of laterally confined in a ring trap interwell excitons is not determined by the random potential fluctuations which definitely exist in the investigated samples. In connection to this statement it is worthy to emphasize that the spatially resolved luminescence of intrawell excitons, measured under the same experimental conditions, was always structureless. Because the observed phenomenon is sensitive to the temperature and excitation powers it cannot be mediated by such effects as “phonon wind” (Keldysh and Tikhodeev, 1975; Keldysh, 1976), exciton density waves (Chen and Quinn, 1991) or polariton effects connected with surface plasmons in the vicinity of the metallic mask edges.

We assume that the observed phenomenon is a manifestation of collective coherent properties of interacting 2D interwell excitons. It is an effect of the interwell exciton Bose-condensation in a lateral trap of the ring shape. Collective exciton state is characterized by a large coherence length (in the considered case around and even more than one micrometer) and is destroyed on temperature increase due to the thermal order parameter (coherence) fluctuations across the system of interacting interwell excitons (in the considered case along the ring structure of luminescence spots). We assume that the bright luminescence spots of the observed periodically patterned structure are coherently bound and as a consequence, a temporal quantum beating under pulsed excitation is expected.

In the recently published paper by Keeling *et al.*, (2004) it was shown that a vortex character of the Bose-condensate of the interwell excitons in a lateral trap is manifested in a peculiar angle distribution of luminescence intensity due to destructive interference. It is interesting to emphasize that the expected vortex configurations in real space according to Keeling *et al.* (2004) coincide qualitatively with the above presented experimental observations (see Figs. 13, 14).

### 3. Conclusion

The phenomenon of Bose condensation discovered in the studied structures emerges in a limited range of the exciton concentration scale:  $N_{loc} < N_{ex} < N_{I-M}$ . In the low density region ( $N_{loc} < 3 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$ ), the limitation is imposed by the effects of strong localization in imperfections and in high density region ( $N_{I-M}$ ), by the disappearance of bound exciton state caused by the metal-insulator transition. Indeed, a rise in the excitation power above 0.5 mW leads to the broadening of the IE luminescence line in our structures, which continues to be extended and shifts in the spectrum to the region of higher energy. The broadening of the IE-line results from the overlap between the exciton wavefunction in the QW planes and the associated Fermi repulsion between electrons in one QW and holes in another. At an estimated density of  $N_{I-M} \simeq 8 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ , interwell excitons lose their individual characteristics and the e-h plasma is formed, with electrons and holes spatially separated between adjacent QWs. Corresponding to this density is the dimensionless parameter  $r_s = 1/(\pi N_{I-M})^{1/2} a_B = 1.8$  (the interwell exciton Bohr radius  $a_B \approx 150 \text{ \AA}$  was found from the diamagnetic shifts of IEs). The e-h plasma begins to screen the externally applied electric field, and the interwell luminescence band shifts towards higher energies. It is this shift that was used to find the e-h density.

We believe that the discovered collective state of Bose gas of interacting interwell excitons under condensation in the circular lateral traps will stimulate further experiments in this interesting area. For instance, preliminary measurements of the optically Fourier-transformed images of the regular periodic lateral structure of collective state (from real to  $K$ -space at given frequency), which arises in a threshold manner and is temperature-dependent, show complicated angle distributions of luminescence intensity due to destructive interference. These findings is another evidence of Bose condensate coherence and an indication that luminescence of condensed phase is spatially directed. We assume that due to spatial coherence of the observed periodic structures a temporal beating of luminescence intensity under pulsed excitation can be found (an analog of Josephson oscillations). Besides, experiments on Bose-condensation in lateral traps under pulse resonant photoexcitation with the use of circularly polarized light are expected to be very efficient and informative.

I am grateful to A.V. Gorbunov and A.V. Larionov for significant contribution in the course of these investigations.

## REFERENCES

1. Blatt, J.M. Bose-Einstein condensation of excitons / J.M. Blatt, K.W. Böer, W. Brandt // *Physical Review*. – 1962. – Vol. 126, Iss. 5. – P. 1691–1692.
2. Butov, L.V. Anomalous transport and luminescence of indirect excitons in coupled quantum wells // *Proceedings of the 23rd International Conference on the Physics of Semiconductors* / ed. by M. Scheffler, R. Zimmermann. – Berlin : World Scientific. – 1996 – Vol. 3. – P. 1927–1934.
3. Butov, L.V. Photoluminescence kinetics of indirect excitons in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As coupled quantum wells / L.V. Butov et al. // *Physical Review B*. – 1999. – Vol. 59, Iss. 3. – P. 1625–1628.
4. Butov, L.V. From spatially indirect excitons to momentum-space indirect excitons by an in-plane magnetic field / L.V. Butov et al. // *Physical Review B*. – 2000. – Vol. 62, Iss. 3. – P. 1548–1551.
5. Butov, L.V. Towards Bose-Einstein condensation of excitons in potential traps / L.V. Butov et al. // *Nature*. – 2002a. – Vol. 417, Iss. 6884. – P. 47–52.
6. Butov, L.V. Macroscopically ordered state in an exciton system / L.V. Butov, A.C. Gosard, D.S. Chemla // *Nature*. – 2002b. – Vol. 418, Iss. 6899. – P. 751–754.
7. Casella, R.C. A criterion for exciton binding in dense electron-hole systems – application to line narrowing observed in GaAs // *Journal of Applied Physics*. – 1963. – Vol. 34, Iss. 6. – P. 1703–1705.
8. Chen, X.M. Excitonic charge-density-wave instability of spatially separated electron-hole layers in strong magnetic fields / X.M. Chen, J.J. Quinn // *Physical Review Letters*. – 1991. – Vol. 67, Iss. 7. – P. 895–898.
9. Comte, C. Exciton Bose condensation: the ground state of an electron-hole gas - I. Mean field description of a simplified model / C. Comte, P. Nozières // *Journal de Physique*. – 1982a. – Vol. 43, Iss. 7. – P. 1069–1081.
10. Nozières, P. Exciton Bose condensation: the ground state of an electron-hole gas - II. Spin states, screening and band structure effects / P. Nozières, C. Comte // *Journal de Physique*. – 1982b. – Vol. 43, Iss. 7. – P. 1083–1098.
11. Dremin, A.A. Phase diagram of the Bose condensation of interwell excitons in GaAs/AlGaAs double quantum wells / A.A. Dremin et al. // *JETP Letters*. – 2002. – Vol. 76, Iss. 7. – P. 450–455.
12. Fernández-Rossier, J. Spin degree of freedom in two dimensional exciton condensates / J. Fernández-Rossier, C. Tejedor // *Physical Review Letters*. – 1997. – Vol. 78, Iss. 25. – P. 4809–4812.
13. Fortin, E. Exciton transport in Cu<sub>2</sub>O: evidence for excitonic superfluidity? / E. Fortin, S. Fardard, A. Mysyrowicz // *Physical Review Letters*. – 1993. – Vol. 70, Iss. 25. – P. 3951–3954.
14. Fukuzawa, T. Phase transition of an exciton system in GaAs coupled quantum wells / T. Fukuzawa, E.E. Mendez, J.M. Hong // *Physical Review Letters*. – 1990. – Vol. 64, Iss. 25. – P. 3066–3069.
15. Gippius, N.A. Hard excitation of stimulated polariton-polariton scattering in semiconductor microcavities / N.A. Gippius et al. // *Physics-Uspekhi*. – 2005. – Vol. 48, Iss. 3. – P. 306–312.
16. Golub, J.E. Long-lived spatially indirect excitons in coupled GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As quantum wells / J.E. Golub et al. // *Physical Review B*. – 1990. – Vol. 41, Iss. 12. – P. 8564–8567.
17. Gorbunov, A.V. Interwell excitons in a lateral potential well in an inhomogeneous electric field / A.V. Gorbunov, V.B. Timofeev // *JETP Letters*. – 2004. – Vol. 80, Iss. 3. – P. 185–189.
18. Gorbunov, A.V. Temperature dependence of luminescence intensity under Bose condensation of interwell excitons / A.V. Gorbunov, V.E. Bisiti, V.B. Timofeev // *JETP*. – 2005. – Vol. 101, Iss. 4. P. 693–698.

19. Gorbunov, A.V. Collective state in a Bose gas of interacting interwell excitons / A.V. Gorbunov, V.B. Timofeev // JETP Letters. – 2006. – Vol. 83, Iss. 4. – P. 146–151.
20. Hulin, D. Evidence for Bose-Einstein statistics in an exciton gas / D. Hulin, A. Mysyrowicz, C. Benoit à la Guillaume // Physical Review Letters. – 1980. – Vol. 45, Iss. 24. – P. 1970–1973.
21. Hohenberg, P.C. Existence of long-range order in one and two dimensions // Physical Review. – 1967. – Vol. 158, Iss. 2. – P. 383–386.
22. Ivanov, A.L. Phonon-assisted Boltzmann kinetics of a Bose gas: generic solution for  $T \leq T_c$  / A.L. Ivanov, C. Ell, H. Haug // Physical Review E. – 1997. – Vol. 55, Iss. 6. – P. 6363–6369.
23. Ivanov, A.L. Bose-Einstein statistics in thermalization and photoluminescence of quantum-well excitons / A.L. Ivanov, P.B. Littlewood, H. Haug // Physical Review B. – 1999. – Vol. 59, Iss. 7. – P. 5032–5048.
24. Jeffries, C.D. Electron-hole droplets in semiconductors / C.D. Jeffries, L.V. Keldysh. – Amsterdam : North-Holland Pub. Co., 1983. – 656 p.
25. Kagan, Yu. Quasicondensation in a two-dimensional interacting Bose gas / Yu. Kagan et al. // Physical Review A. – 2000. – Vol. 61, Iss. 4. – P. 043608.
26. Kash, J.A. Fermi-Dirac distribution of excitons in coupled quantum wells / J.A. Kash et al. // Physical Review Letters. – 1991. – Vol. 66, Iss. 17. – P. 2247–2250.
27. Keeling, J. Angular distribution of photoluminescence as a probe of Bose condensation of trapped excitons / J. Keeling, L.S. Levitov, P.B. Littlewood // Physical Review Letters. – Physical Review Letters. – 2004. – Vol. 92, Iss. 17. – P. 176402.
28. Keldysh, L.V. Possible instability of the semimetal state concerning the Coulomb interaction / L.V. Keldysh, Yu.V. Kopaev // Solid State Physics. – 1964. – Vol. 6, Iss. 9. – P. 2791–2798. (in Russian)
29. Keldysh, L.V. Concluding remarks // Proceedings of the 9th International Conference on the Physics of Semiconductors. – Leningrad : Nauka, 1968. – P. 1303–1310.
30. Keldysh, L.V. Collective properties of excitons in semiconductors / L.V. Keldysh, A.N. Kozlov // JETP. – 1968. – Vol. 27, Iss. 3. – P. 521–528.
31. Keldysh, L.V. Absorption of ultrasound by electron-hole drops in a semiconductor / L.V. Keldysh, S.G. Tikhodeev // JETP Letters. – 1975. – Vol. 21, Iss. 10. – P. 273–274.
32. Keldysh, L.V. Phonon wind and dimensions of electron-hole drops in semiconductors // JETP Letters. – 1976. – Vol. 23, Iss. 2. – P. 86–89.
33. Ketterle, W. Nobel lecture: when atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser // Reviews of Modern Physics. – 2002. – Vol. 74, Iss. 4. – P. 1131–1151.
34. Kosterlitz, J.M. Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems / J.M. Kosterlitz, D.J. Thouless // Journal of Physics C: Solid State Physics. – 1973. – Vol. 6, Iss. 7. – P. 1181–1203.
35. Kozlov, A.N. The metal-dielectric divalent crystal phase transition / A.N. Kozlov, L.A. Maksimov // JETP. – 1965. – Vol. 21, Iss. 4. – P. 790–795.
36. Kukushkin, I.V. Bose gas of spin-oriented excitons in uniaxially deformed germanium / I.V. Kukushkin, V.D. Kulakovskii, V.B. Timofeev // JETP Letters. – 1981. – Vol. 34, Iss. 1. – P. 34–38.
37. Larionov, A.V. Collective behavior of interwell excitons in GaAs/AlGaAs double quantum wells / A.V. Larionov et al. // JETP Letters. – 2000. – Vol. 71, Iss. 3. – P. 117–122.
38. Larionov, A.V. Bose condensation of interwell excitons in double quantum wells / A.V. Larionov et al. // JETP Letters. – 2002. – Vol. 75, Iss. 11. – P. 570–574.
39. Larionov, A.V. Collective behavior of a spin-aligned gas of interwell excitons in double quantum wells / A.V. Larionov et al. // JETP Letters. – 2005. – Vol. 81, Iss. 3. – P. 108–111.
40. Lozovik, Yu.E. Feasibility of superfluidity of paired spatially separated electrons and holes; a new superconductivity mechanism / Yu.E. Lozovik, V.I. Yudson // JETP Letters. – 1975. – Vol. 22, Iss. 11. – P. 274–276.

41. Lozovik, Yu.E. Phase transitions in a system of spatially separated electrons and holes / Yu.E. Lozovik, O.L. Berman // JETP. – 1997. – Vol. 84, Iss. 5. – P. 1027–1035.
42. Lozovik, Yu.E. Stimulated light backscattering from exciton Bose condensate / Yu.E. Lozovik, I.V. Ovchinnikov // JETP Letters. – 2001. – Vol. 74, Iss. 5. – P. 288–292.
43. Mermin, N.D. Absence of ferromagnetism or antiferromagnetism in one- or two-dimensional isotropic Heisenberg models / N.D. Mermin, H. Wagner // Physical Review Letters. – 1966. – Vol. 17, Iss. 22. – P. 1133–1136.
44. Moskalenko, S.A. Reversible optico-hydrodynamic phenomena in nonideal exciton gas // Solid State Physics. – 1962. – Vol. 4, Iss. 1. – P. 276–284. (in Russian)
45. Mysyrowicz, A. Soliton propagation of excitonic packets and superfluidity in  $\text{Cu}_2\text{O}$  / A. Mysyrowicz et al. // Solid State Communications. – 1994. – Vol. 92, Iss. 12. – P. 957–961.
46. Mysyrowicz, A. Directed beam of excitons produced by stimulated scattering / A. Mysyrowicz, E. Benson, E. Fortin // Physical Review Letters. – 1996. – Vol. 77, Iss. 5. – P. 896–899.
47. Mysyrowicz, A. Directed beam of excitons produced by stimulated scattering – Reply / A. Mysyrowicz, E. Benson, E. Fortin // Physical Review Letters. – 1997. – Vol. 78, Iss. 16. – P. 3226.
48. O'Hara, K.E. Strong nonradiative recombination of excitons in  $\text{Cu}_2\text{O}$  and its impact on Bose-Einstein statistics / K.E. O'Hara, L.Ó. Suilleabhain, J.P. Wolfe // Physical Review B. – 1999. – Vol. 60, Iss. 15. – P. 10565–10568.
49. O'Hara, K.E. Relaxation kinetics of excitons in cuprous oxide / K.E. O'Hara, J.P. Wolfe // Physical Review B. – 2000. – Vol. 62, Iss. 19. – P. 12909–12922.
50. Rashba, E.I. Excitons / ed. by E.I. Rashba, M.D. Sturge. – Amsterdam : North-Holland Pub. Co., 1982. – 878 p.
51. Rapaport, R. Charge separation of dense two-dimensional electron-hole gases: mechanism for exciton ring pattern formation / R. Rapaport et al. // Physical Review Letters. – 2004. – Vol. 92, Iss. 11. – P. 117405.
52. Shevchenko, S.I. The theory of superconductivity of systems with pairing of spatially separated electrons and holes // Sov. J. Low Temp. Physics. – 1976. – Vol. 2, Iss. 4. – P. 505–516. (in Russian)
53. Snoke, D.W. Evidence for Bose-Einstein condensation of excitons in  $\text{Cu}_2\text{O}$  / D.W. Snoke, J.P. Wolfe, A. Mysyrowicz // Physical Review B. – 1990. – Vol. 41, Iss. 16. – P. 11171–11184.
54. Snoke, D. Long-range transport in excitonic dark states in coupled quantum wells / D. Snoke et al. // Nature. – 2002. – Vol. 418, Iss. 6899. – P. 754–757.
55. Snoke, D.W. Trapping long-lifetime excitons in a two-dimensional harmonic potential / D.W. Snoke et al. // Solid State Communications. – 2004. – Vol. 87, Iss. 2. – P. 121–126.
56. Timofeev, V.B. Spin aligned exciton gas in uniaxially compressed Ge / V.B. Timofeev, V.D. Kulakovskii, I.V. Kukushkin // Physica B+C. – 1983. – Vol. 117–118, Part 1. – P. 327–332.
57. Timofeev, V.B. Influence of random potential fluctuations on the interwell radiative recombination in biased double quantum well / V.B. Timofeev et al. // Europhysics Letters. – 1998a. – Vol. 41, Iss. 5. – P. 535–540.
58. Timofeev, V.B. Interwell radiative recombination in the presence of random potential fluctuations in GaAs/AlGaAs biased double quantum wells / V.B. Timofeev et al. // JETP Letters. – 1998b. – Vol. 67, Iss. 8. – P. 613–620.
59. Timofeev, V.B. Charged excitonic complexes in GaAs/ $\text{Al}_{0.35}\text{Ga}_{0.65}\text{As}$   $p$ - $i$ - $n$  double quantum wells / V.B. Timofeev et al. // Physical Review B. – 1999. – Vol. 60, Iss. 12. – P. 8897–8901.
60. Yoshioka, D. Double quantum well electron-hole systems in strong magnetic fields / D. Yoshioka, A.H. MacDonald // Journal of the Physical Society of Japan. – 1990. – Vol. 59, Iss. 12. – P. 4211–4214.
61. Zhu, X. Exciton condensate in semiconductor quantum well structures / X. Zhu et al. // Physical Review Letters. – 1995. – Vol. 74, Iss. 9. – P. 1633–1636.

---

---

# КОЛЛЕКТИВНЫЕ ЭКСИТОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕННО РАЗДЕЛЕННЫХ ЭЛЕКТРОН- ДЫРОЧНЫХ СЛОЯХ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ\*

**В.Б. Тимофеев**

## 1. Введение

Как известно, экситоны в собственном полупроводнике являются энергетически нижайшими и электрически нейтральными электронными возбуждениями. На протяжении уже нескольких десятилетий экситоны используются как удобный объект, позволяющий моделировать поведение вещества при изменении плотности и внешних воздействий — температуры, давления, магнитного и электрического полей и пр.

В зависимости от концентрации электрон-дырочных (e-h) возбуждений и температуры в экспериментах с объемными полупроводниками могут быть реализованы ситуации слабо взаимодействующего экситонного газа, молекулярного экситонного газа (газа биэкситонов), металлической электрон-дырочной жидкости и электрон-дырочной плазмы.

Экситон состоит из двух фермионов — электрона и дырки, поэтому результирующий спин экситона — целочисленный, а сам экситон является композитным бозоном. Отсюда возникло предположение, сформулированное в ряде теоретических работ еще в начале 1960-х годов [1–3], о возможности бозе-эйнштейновской конденсации (БЭК) в слабонеидеальном и достаточно разреженном экситонном газе в объемных полупроводниках при достаточно низких температурах (в пределе разреженного экситонного газа  $na_{\text{ex}}^d \ll 1$ , где  $n$  — экситонная плотность,  $a_{\text{ex}}$  — боровский радиус экситона,  $d$  — размерность исследуемой системы).

Бозе-эйнштейновская конденсация экситонов в трехмерных системах подразумевает макроскопическое заполнение основного экситонного состояния с нулевым моментом, а также возникновение спонтанного параметра порядка (когерентности) в самом конденсате [4–6]. В пределе большой e-h-плотности,  $na_{\text{ex}}^d \gg 1$ , экситоны рассматривались в прямой аналогии с куперовскими парами, а конденсированное экситонное состояние, или состояние экситонного изолятора описывалось в приближении среднего поля по аналогии со сверхпроводящим состоянием Бардина-Купера-Шриффера с тем отличием, что спаривание в экситонном изоляторе определяется e-h-взаимодействием, а аналогом куперовских пар являются сами экситоны [4].

---

\* Успехи физических наук. – 2005. – Т. 175, вып. 3. – С. 315–327.

Заметные кулоновские щели в состоянии экситонного изолятора могут возникать в условиях нестинга (nesting) электрон-дырочных ферми-поверхностей. Переход между пределами малой и большой плотности согласно теоретическим исследованиям, выполненным в [7, 8], носит плавный характер.

Бозе-эйнштейновская конденсация в слабонеидеальном газе бозонов с фиксированной плотностью происходит при достижении критической температуры  $T_c$ , обратно пропорциональной массе бозе-частицы. Сравнительно недавно БЭК была обнаружена в разреженных и сильно охлажденных газах атомов, у которых результирующий спин является целочисленным [9–13]. Это яркое достижение стало возможным благодаря элегантной реализации техники лазерного охлаждения разреженных атомарных газов и избирательному накоплению атомов в малых объемах с помощью магнитных ловушек. Температуры перехода  $T_c$  в газах щелочных атомов оказались чрезвычайно низкими, порядка и менее 1 мК, что обусловлено большими массами атомов и относительно невысокими плотностями вследствие неизбежных потерь в процессе охлаждения и захвата атомов в ловушки.

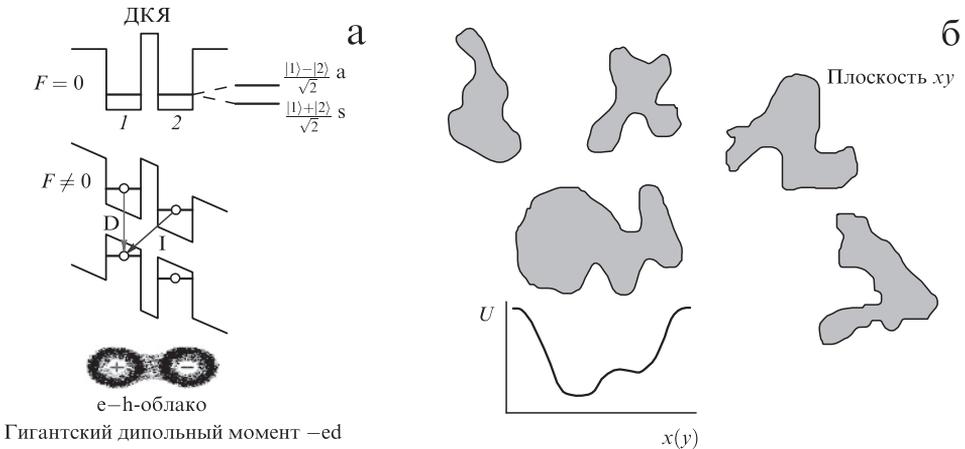
В связи с обнаружением БЭК в разреженных газах атомов-бозонов интерес к этому явлению в случае экситонов приобретает особую актуальность и остроту. В полупроводниках трансляционные эффективные массы экситонов, как правило, малы, порядка и меньше массы свободного электрона. Поэтому, в отличие от БЭК в газах атомов водорода, щелочных и переходных металлов, БЭК газа экситонов при достижимых в эксперименте плотностях может происходить при гораздо более высоких температурах (температуры жидкого гелия). Однако в случае экситонного газа, который является фотовозбужденной и тем самым в принципе неравновесной системой, существен вопрос об охлаждении газа экситонов до температур кристаллической решетки, играющей роль термостата. В реальных экспериментах температура квазиравновесного экситонного газа из-за конечного времени жизни экситонов всегда оказывается несколько выше температуры кристаллической решетки, в которую «погружены» экситоны. Такой перегрев экситонной системы становится особенно значительным при  $T < 1$  К из-за малости решеточной теплоемкости и существования «узкой» области на малых импульсах передачи, непреодолимой для однофононной релаксации экситонов ( $\mathbf{K} < m\mathbf{s}/\hbar$ ,  $\mathbf{K}$  и  $m$  — импульс и масса экситона,  $\mathbf{s}$  — скорость звука). В связи с этим наиболее подходящими для обнаружения БЭК являются объекты, у которых скорости экситонной аннигиляции на несколько порядков меньше скорости релаксации экситонов вдоль энергетической оси. Этим условиям удовлетворяют, в частности, полупроводники с непрямой щелью, так как в них процессы излучательной рекомбинации экситонов идут с участием коротковолновых фононов и поэтому являются достаточно медленными по сравнению с процессами релаксации, в результате которых устанавливается тепловое равновесие с решеткой. Однако в таких полупроводниках из-за большого орбитального вырождения электронного (многодолинность)

и дырочного спектров, а также сильной анизотропии эффективных масс носителей нижайшим состоянием во взаимодействующей и достаточно плотной  $e-h$ -системе оказывается электрон-дырочная жидкость, в которую конденсируются экситоны и экситонные молекулы [14, 15]. Явление конденсации экситонов в капли электрон-дырочной жидкости, предсказанное Л.В. Келдышем [14] еще в 1968 г., наиболее полно изучено в Ge и Si [15]. Очевидно, что газ экситонов и экситонных молекул в равновесии с каплями  $e-h$ -жидкости остается классическим, больцмановским, газом. В случае прямозонных полупроводников с дипольно-разрешенными межзонными переходами скорости экситонной рекомбинации, напротив, очень велики. Кроме того, в таких полупроводниках возникают другие осложнения, связанные с дисперсией и динамикой экситонных поляритонов вблизи  $K = 0$  [16]. Об особенностях двумерных экситонных поляритонов в микрорезонаторах, связанной с ними нелинейной оптике и динамике подробно речь пойдет в докладах Н.А. Гиппиуса с соавторами и В.Д. Кулаковского с соавторами, опубликованных в этом номере.

Предпринимались экспериментальные попытки обнаружения БЭК в газе экситонов в  $Cu_2O$  [17–22], где основное состояние пара- и ортоэкситонов запрещено в нулевом порядке по  $K$  и является долгоживущим, а также в одноосно деформированных кристаллах Ge [23, 24] в условиях нарушенной симметрии по отношению к спиновым степеням свободы. В случае  $Cu_2O$  недавно было показано, что оже-процессы разогревают экситонную систему и ограничивают сверху экситонную плотность [25, 26]. Поэтому в реализованных к настоящему времени экспериментах с оптической накачкой экситонный газ в этих кристаллах оставался классическим больцмановским газом [25–27]. В кристаллах Ge работа велась со спин-ориентированными экситонами в прямой аналогии с атомами водорода, выстроенными по спину. При больших плотностях экситонов, судя по сужению линии спонтанного экситон-фононного излучения с ростом концентрации, отчетливо проявлялась вырожденная бозе-статистика экситонов. Однако реализовать критические условия для БЭК экситонов в указанных кристаллах пока не удалось, хотя исследования в этих объектах продолжаются.

В последние годы ведутся интенсивный поиск и изучение БЭК экситонов в двумерных системах на основе полупроводниковых гетероструктур. В фокусе интересов оказались двумерные системы с пространственно разделенными электрон-дырочными слоями. Исследователи обратили внимание на такие объекты благодаря теоретическим работам, выполненным еще в середине 70-х годов [28, 29]. Среди квазидвумерных объектов на основе полупроводниковых гетероструктур в связи с обсуждаемой проблемой очень интересными оказались двойные квантовые ямы (ДКЯ) и сверхрешетки, так как в них удастся реализовать пространственное разделение фотовозбужденных электронов и дырок между соседними КЯ [30–41]. В двойных квантовых ямах с приложенным электрическим смещением, наклоняющим зоны, мож-

но возбуждать экситоны, у которых электрон и дырка находятся в разных КЯ, разделенных туннельно-прозрачным барьером. Такие экситоны называются пространственно непрямыми, или межъямными экситонами (МЭ), в отличие от прямых (D), внутриямных экситонов, в которых электрон и дырка расположены в одних и тех же КЯ (рис. 1а). В работах [33, 34] реализована в гетероструктуре GaAs/AlGaAs ситуация, при которой экситоны не только разделены пространственно, но и оказываются непрямыми в импульсном пространстве. Межъямные экситоны, по сравнению с внутриямными, являются долгоживущими из-за ограниченного перекрытия волновых функций электрона и дырки в экситоне через туннельный барьер. Характерные времена излучательной аннигиляции МЭ составляют десятки и сотни наносекунд, поэтому их нетрудно накапливать, а газ таких экситонов может быть охлажден до достаточно низких температур, близких к температуре кристаллической решетки. Заметим, что в случае двумерных экситонов, в частности, межъямных экситонов, в процессах их термализации принимают участие объемные фононы. Однако из-за нарушения закона сохранения импульса вдоль оси размерного квантования здесь не существует «узкого места» на малых импульсах передачи, и процессы однофононной релаксации с участием акустических фононов возможны при  $T \leq 1$  К. Как следствие, релаксация МЭ к решеточной температуре происходит на несколько порядков быстрее, чем их излучательный распад [42, 43]. Из-за нарушенной инверсной симметрии МЭ имеют большой дипольный момент уже в основном состоянии. Благодаря диполь-дипольному отталкиванию такие экситоны не могут связываться в молекулы и более сложные комплексы.



**Рис. 1.** (а) Схема энергетических уровней в туннельно-связанных ДКЯ в отсутствие электрического поля,  $F = 0$  (а — антисимметричное состояние, s — симметричное состояние), и при включенном электрическом поле,  $F \neq 0$ . Стрелками показаны внутриямные (D) и межъямные (I) оптические переходы. В нижней части рисунка качественно показано перекрытие электрон-дырочных облаков в МЭ. (б) Качественный вид крупномасштабного случайного потенциала и латеральных доменов-ловушек межъямных экситонов.

Следует, однако, напомнить, что в идеальной и неограниченной 2D-системе, в которой плотность одночастичных состояний постоянна, БЭК при конечных температурах не может происходить по принципиальным причинам: из-за расходимости числа состояний в случае, когда химический потенциал  $\mu \rightarrow 0$  (т.е. состояния с импульсами  $\mathbf{K} \geq 0$  могут аккумулировать неограниченное число бозе-частиц). Таким образом, в этом случае можно говорить о бозе-конденсации только при  $T = 0$  К, что с физической точки зрения лишено смысла. Здесь уместно также напомнить работу [44], в которой на основе установленных Н.Н. Боголюбовым неравенств было строго доказано, что в неограниченной и идеальной двумерной системе не может быть отличного от нуля параметра порядка, поскольку он разрушается из-за флуктуаций. Это доказательство относится как к сверхтекучей жидкости, так и к сверхпроводимости в идеальных 2D-системах. Аналогичная теорема доказана для двумерной модели гейзенберговского ферромагнетика в работе [45]. Мы не будем здесь останавливаться на обсуждении фазового перехода Костерлица–Таулесса [46], при котором сверхтекучее состояние в неупорядоченных двумерных системах может возникать из-за спаривания вихрей. Такой переход является топологическим и поэтому не противоречит теореме [44].

В квазидвумерных системах и 2D-системах с пространственным ограничением БЭК может, тем не менее, происходить при конечных температурах. Критическая температура в латерально-ограниченной 2D-системе, где спектр дискретен, а число состояний конечно, имеет вид

$$T_c = \frac{2\pi\hbar^2 N_{\text{ex}}}{g_{\text{ex}} k_B m_{\text{ex}}} \ln \frac{N_{\text{ex}} S}{g_{\text{ex}}}, \quad (1)$$

т.е. уменьшается логарифмически с ростом площади  $S$ , занятой 2D-газом бозе-частиц с плотностью  $N_{\text{ex}}$ , трансляционной эффективной массой  $m_{\text{ex}}$  и фактором вырождения  $g_{\text{ex}}$  ( $k_B$  — постоянная Больцмана). Так, например, критическая температура  $T_c$  экситонного газа с плотностью  $10^{10}$  см<sup>-2</sup> и трансляционной массой экситонов  $0,2m_0$  ( $m_0$  — масса свободного электрона) в условиях латерального ограничения микронного масштаба составляет около 3 К.

Пространственные ограничения в плоскости КЯ могут возникать из-за крупномасштабных флуктуаций случайного потенциала, связанных с вариациями ширины КЯ на гетерограницах  $w(\mathbf{r})$ . С этими вариациями можно связать изменения эффективного латерального потенциала  $U(\mathbf{r}) = U(w(\mathbf{r}))$  [47]. В условиях квазиравновесия распределение экситонной плотности будет определяться равенством  $\mu(N(\mathbf{r})) + U(\mathbf{r}) = \bar{\mu}$ , где химический потенциал межъямных экситонов  $\bar{\mu}$  связан с их средней плотностью, а  $\mu(N)$  — химический потенциал однородной экситонной фазы в области пространственного ограничения (домена). Очевидно, что  $|\mu(\mathbf{r})| < |\bar{\mu}|$ , так как  $\mu(N) = -|E_{\text{ex}}| + |\delta U|$  ( $E_{\text{ex}}$  — энергия связи экситона), поэтому в области латерального конфайнмента экситоны легче накопить и плотность экситонов в таких областях

может существенно превысить среднюю плотность в плоскостях КЯ [47]. Критические условия, соответствующие бозе-конденсации МЭ, легче реализовать именно в латеральных доменах, играющих роль ловушек для экситонов. Качественный вид случайного крупномасштабного потенциала и связанных с ним латеральных доменов-ловушек для МЭ представлен на рис. 1б.

Теория предсказывает различные возможные сценарии коллективного поведения в достаточно плотной системе пространственно разделенных электронов и дырок [28, 29, 38–53]. Например, в работе [51] показано, что, несмотря на диполь-дипольное отталкивание межъямных экситонов, при определенных критических параметрах — величине дипольного момента МЭ, их плотности и температуре — метастабильным состоянием в  $e-h$ -системе может оказаться жидкая диэлектрическая фаза таких экситонов. В работе [47] уже указывалось, что конденсированная диэлектрическая экситонная фаза (аналог бозе-конденсата) может возникать только при наличии латерального в плоскости КЯ конфайнмента (случайного или искусственно приготовленного). В условиях такого конфайнмента и связанного с ним внешнего сжатия межъямные экситоны легче накопить до критических плотностей, достаточных для проявления эффектов коллективного экситонного взаимодействия. В работе [50] обсуждалась роль спиновых степеней свободы экситонов в условиях бозе-конденсации.

В реальных туннельно-связанных квантовых системах на основе полупроводниковых гетероструктур всегда также присутствует случайный потенциал из-за наличия остаточных примесей, заряженных и нейтральных, а также разнообразных структурных дефектов. Эти флуктуации создают случайный потенциальный рельеф в плоскостях КЯ, поэтому фотовозбужденные и пространственно разделенные между соседними КЯ электроны и дырки, а также МЭ при достаточно низких температурах могут оказаться сильно локализованными на этих флуктуациях. Такой эффект сильной локализации в связанных квантовых системах проявляется, в частности, в латеральном термоактивационном туннелировании носителей заряда [35, 36]. В связи с этим исследования свойств делокализованных МЭ ведутся в структурах, в которых плотность локализованных состояний, связанная с хаотическим потенциалом, проистекающим от остаточных примесей, мала ( $\leq 10^9 \text{ см}^{-2}$ ).

## 2. Экспериментальная часть

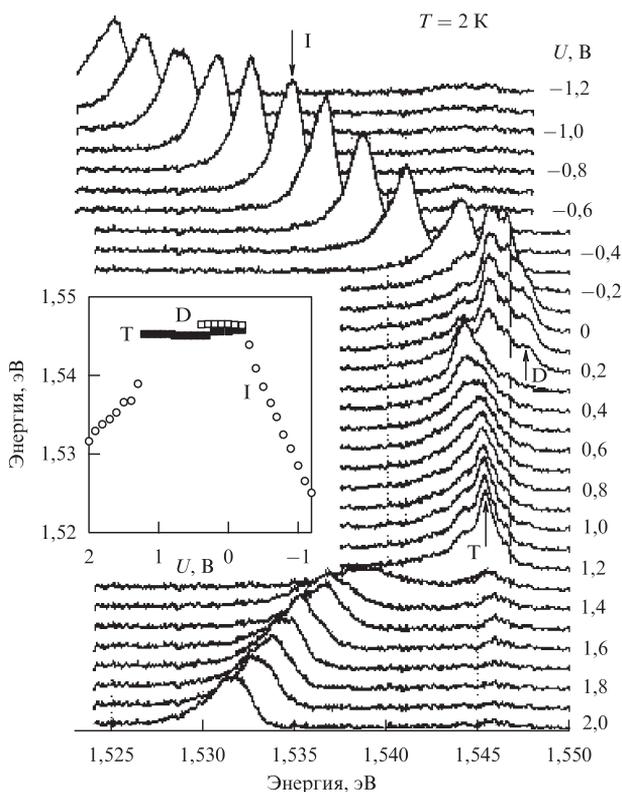
В данной статье остановимся на некоторых, недавно выполненных экспериментах в GaAs/AlGaAs-гетероструктурах с ДКЯ ( $n-i-n$ -структуры), содержащих крупномасштабные флуктуации случайного потенциала, где МЭ демонстрируют коллективное поведение при достижении критических условий для плотности и температуры [54, 55]. Двойные квантовые ямы с ши-

риной 12 нм были разделены узким четырехмонослойным AlAs-барьером. Такие же узкие AlAs-эпитаксиальные слои наращивались на границах каждой КЯ с AlGaAs-барьерами. Крупномасштабные флуктуации случайного потенциала возникали в структурах благодаря использованию техники прерывания эпитаксиального роста (growth interruption technique) на границах AlAs- и AlGaAs-барьеров. Детальное описание архитектуры гетероструктур с ДКЯ, которые использовались в экспериментах, содержится в [54, 55].

Основная информация о свойствах МЭ получена с помощью анализа спектров люминесценции, измеренных при вариации мощности возбуждения, температуры, характера поляризации резонансной оптической накачки и магнитного поля при стационарном или импульсном оптическом возбуждении.

### 2.1. Фазовая диаграмма

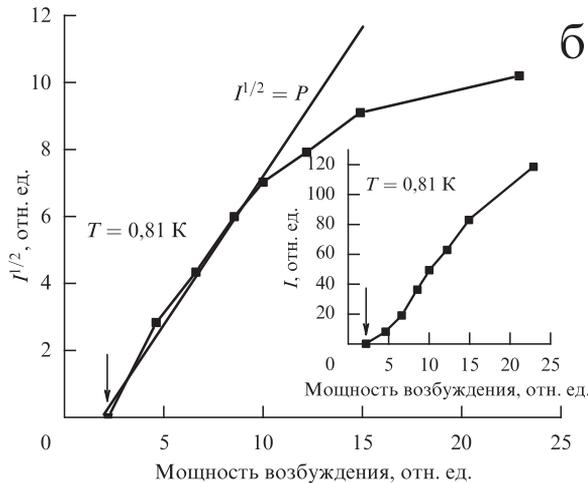
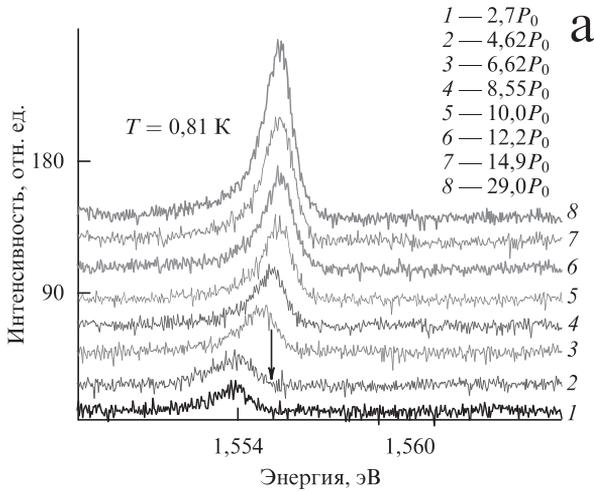
На рис. 2 представлены спектры люминесценции межъямных (I) экситонов, измеренные при различных приложенных электрических смещениях. Исследуемые оптические переходы схематически показаны на рис. 1а. В области внутриямной люминесценции при нулевом электрическом смещении видны две линии: 1sHH — линия свободного экситона на тяжелой дырке (обозначена как D) — и линия связанного, заряженного экситонного комплекса (линия внутриямного экситонного триона T) [56]. При небольших электрических смещениях, меняя знак напряжения на затворе, можно изменять знак заряда и структуру экситонного триона. Линия межъямных экситонов (I-линия) появляется в спектрах, когда при включении электрического поля величина штарковского сдвига зон размерного квантования в соседних КЯ равна  $eF\Delta z \geq E_D - E_I$  ( $E_D, E_I$  — энергии связи внутриямного и межъямного экситонов соответственно,  $F$  — величина электрического поля,  $\Delta z$  — расстояние между электроном и дыркой в МЭ). При изменении электрического поля I-линия сдвигается практически линейно как при положительном, так и при отрицательном напряжении между электродами ( $n^+$ -легированными областями) (см. вставку на рис. 2). Эту линию можно сдвигать в шкале энергий на расстояния, почти на порядок превышающие энергию связи МЭ. Асимметрия в сдвигах I-линии при изменении знака напряжения связана с барьером Шоттки на одном из электродов. При больших напряжениях и стационарном возбуждении линия МЭ в спектрах люминесценции является доминирующей, а люминесценция внутриямных экситонов (D) и заряженных экситонных комплексов (T) в этих же условиях на несколько порядков слабее по интенсивности. Большой квантовый выход люминесценции МЭ в исследуемых структурах свидетельствует о высоком качестве этих структур. Последнее утверждение основывается на том, что с ростом приложенного напряжения времена жизни МЭ изменяются больше, чем на порядок, тогда как интенсивность люминесценции практически остается постоянной (см. рис. 2).



**Рис. 2.** Спектры люминесценции внутриямных экситонов (D), трионов (Т) и межъямных экситонов (I) в ДКЯ при различных приложенных электрических напряжениях, сдвигающих уровни размерного квантования (значения напряжения  $U$  в вольтах проставлены у соответствующих кривых). На вставке показана зависимость спектрального положения максимумов линий от электрического напряжения.  $T = 2$  К.

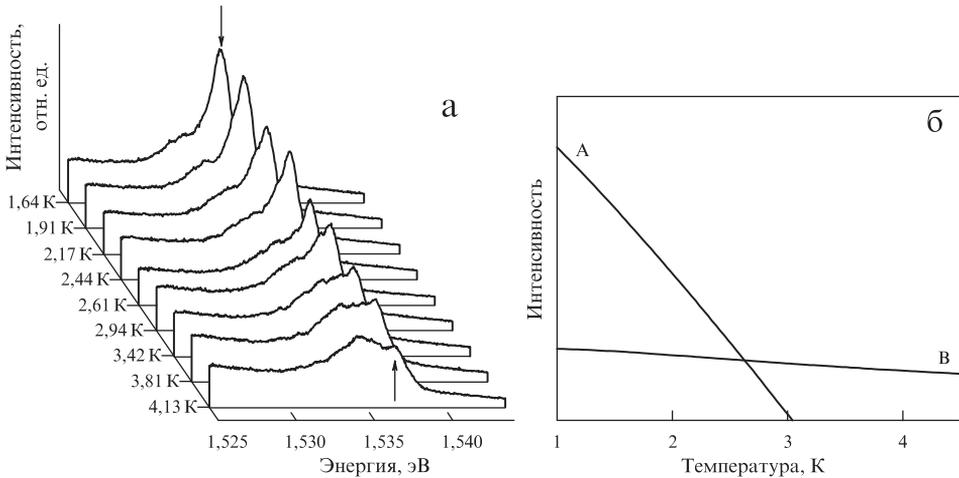
Рассмотрим, как изменяется спектр люминесценции МЭ при вариации накачки в условиях стационарного возбуждения излучением He–Ne-лазера, сфокусированным в пятно размером около 20 мкм на поверхности структуры. Линия люминесценции МЭ при достаточно низких температурах ( $T = 0,81$  К) и небольших накачках, около 100 нВт, имеет большую ширину ( $\approx 2,5$  мэВ) и асимметричную форму — с протяженным длинноволновым «хвостом» и четко очерченной фиолетовой границей (рис. 3а). Такие особенности линии фотолюминесценции МЭ являются следствием их сильной локализации на флуктуациях случайного потенциала из-за наличия остаточных примесей. В этом случае ширина линии отражает статистическое распределение амплитуд случайного потенциала. При увеличении накачки на фиолетовой границе спектра пороговым образом начинает вырастать узкая линия (шириной 1,2 мэВ) (см. рис. 3). Вблизи порога интенсивность этой линии возрастает сверхлинейно по закону, близкому к квадратичному (рис. 3б). Только при больших накачках сверхлинейный рост интенсивности

меняется линейным, а линия начинает уширяться и сдвигаться в сторону больших энергий. Сдвиг линии в сторону больших энергий свидетельствует об экранировании приложенного электрического поля, когда плотность МЭ становится достаточно большой. Отсюда, пользуясь формулой Гаусса для величины спектрального сдвига  $\delta E = 4\pi e^2 n \Delta Z / \varepsilon$  ( $n$  — экситонная плотность,  $\Delta Z$  — расстояние между электроном и дыркой в экситоне,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость), можно оценить сверху плотность МЭ, экспериментально измеряя этот сдвиг. Такая оценка концентрации МЭ дает  $n = 3 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ , когда сдвиг линии не превышает 1,3 мэВ. Достаточно узкая линия люминесценции МЭ наблюдается при различных приложенных отрицательных напряжениях в интервале от  $-0,5$  до  $-1,2$  В. При больших отрицательных смещениях аналогичное сужение линии люминесценции МЭ происходило при заметно меньших накачках.



**Рис. 3.** (а) Изменение спектров люминесценции с ростом мощности возбуждения,  $P_0 = 60$  нВт,  $T = 0,81$  К. (б) Зависимость интенсивности узкой линии межъямных экситонов от мощности возбуждения  $P$ . Стрелка указывает пороговую величину накачки (около 200 нВт), начиная с которой в спектре появляется узкая линия.

Было исследовано поведение узкой линии люминесценции МЭ в зависимости от температуры и установлено, что эта линия исчезает из спектра при температурах  $T \geq 5$  К. Рисунок 4 иллюстрирует типичное поведение I-линии при вариации температуры и фиксированной накачке. Видно, что при  $T = 1,64$  К и мощности возбуждения 2 мкВт указанная линия отчетливо возвышается над бесструктурной полосой люминесценции локализованных экситонов и имеет большую интенсивность. С увеличением температуры интенсивность I-линии при неизменной ширине уменьшается, и при  $T = 4,2$  К эта линия практически исчезает на фоне бесструктурного спектра локализованных экситонов, который сохраняет свою форму. Очень существенно, что уменьшение интенсивности I-линии при увеличении температуры не носит активационного характера, а происходит по степенному закону, близкому к линейному.



**Рис. 4.** (а) Температурная зависимость интенсивности люминесценции конденсата МЭ. (б) Результаты расчета температурных зависимостей интенсивностей люминесценции конденсата межъямных экситонов (А) и надконденсатной части экситонов (В).

Результаты, наиболее прямым образом свидетельствующие о конденсации МЭ, были получены в экспериментах с одиночными доменами-ловушками, связанными с крупномасштабными флуктуациями случайного потенциала. Для реализации соответствующих экспериментов на поверхность  $n-i-n$ -структуры с описанной архитектурой наносилась металлическая маска (пленка алюминия) толщиной 100 нм. Затем в этой пленке посредством электронно-лучевой, взрывной (lift-off) литографии протравливались круговые отверстия с минимальным размером около 0,5 мкм. Возбуждение и регистрация сигнала люминесценции велись через приготовленные таким образом отверстия. Алюминиевая пленка не имела контакта с легированной  $p^+$ -контактной областью гетероструктуры.

Ниже приведены результаты, полученные при оптическом возбуждении образца и последующем детектировании люминесценции непосредственно через окна диаметром около 1 мкм (рис. 5). Эксперименты проводились в условиях резонансного лазерного возбуждения внутрямных экситонов на тяжелых дырках (IsHH-экситонов) с помощью перестраиваемого Ti-Sp-лазера, с целью минимального перегрева экситонной системы относительно решеточной температуры. При малых плотностях возбуждения, менее 40 мкВт, в спектрах люминесценции наблюдается относительно широкая, асимметричная полоса МЭ (ширина около 2 мэВ) (рис. 5а). Эта неоднородно уширенная полоса обусловлена сильной локализацией МЭ на мелкомасштабных флуктуациях случайного потенциала, связанного с остаточными заряженными примесями. При увеличении накачки ( $\geq 50$  мкВт) на фиолетовом краю широкой полосы пороговым образом вырастает узкая линия. Интенсивность этой линии увеличивается с ростом накачки сверхлинейно (см. вставку на рис. 5а), при этом линия несколько сужается и сдвигается примерно на 0,5 мэВ в сторону меньших энергий. Минимальная измеренная полная ширина указанной линии в таких экспериментах составляла около 300 мкэВ. Измеренная ширина линии была близка к температуре решетки, но, тем не менее, несколько превышала ее. При дальнейшем увеличении накачки (более 0,5 мВт) узкая линия МЭ начинает уширяться и затем, монотонно расширяясь, сдвигаться в сторону больших энергий (эффект экранирования внешнего электрического поля).

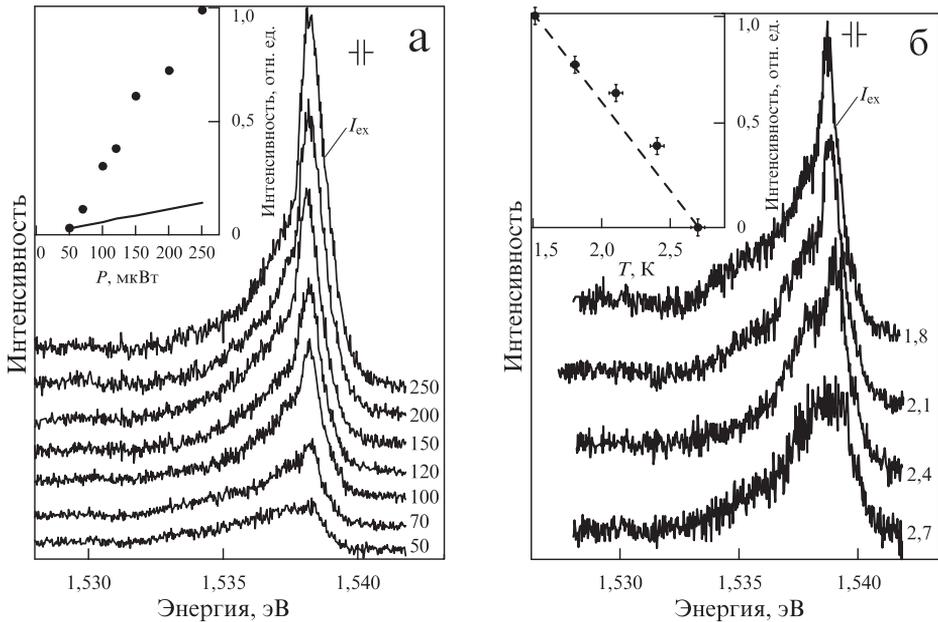


Рис. 5. Спектры люминесценции МЭ в образце, покрытом металлической маской, при детектировании из окон микронного размера: (а) при различных значениях мощности возбуждения, указанных возле соответствующих кривых в микроваттах ( $T = 1,6$  К); (б) при различных значениях температуры, указанных справа от кривых в градусах Кельвина.

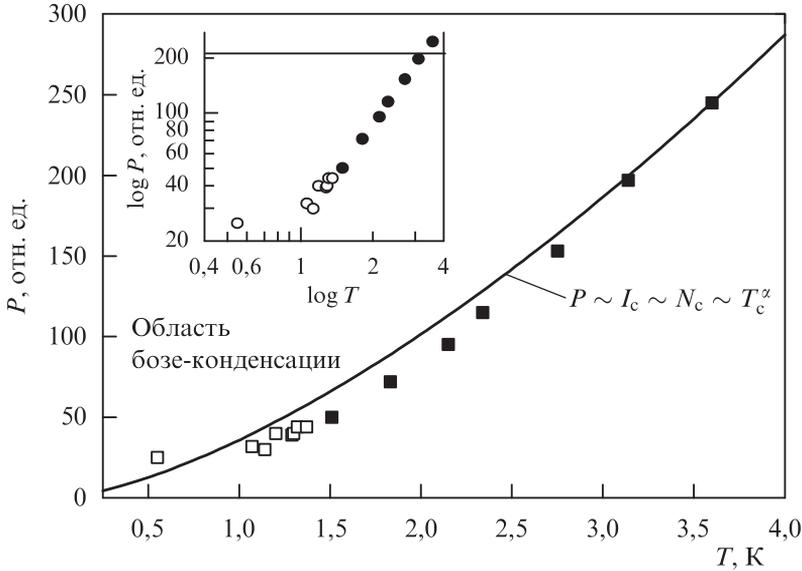
В этом эксперименте узкая линия МЭ исчезала в спектре при температурах  $T \geq 3,6$  К. Рисунок 5б иллюстрирует типичное поведение I-линии при вариации температуры и фиксированной накачке. Видно, что при  $T = 1,8$  К (мощность возбуждения 250 мкВт) указанная линия отчетливо возвышается над бесструктурной полосой люминесценции локализованных экситонов и имеет большую интенсивность. При увеличении температуры интенсивность I-линии уменьшается, ее ширина при этом мало изменяется, и при  $T = 3,6$  К эта линия исчезает на фоне бесструктурного спектра локализованных экситонов, который при этом сохраняет свою форму. Очень существенно, что уменьшение интенсивности I-линии при увеличении температуры не носит активационного характера. Измерив температурную зависимость интенсивности I-линии при различных накачках, мы установили следующую закономерность ее температурного поведения:

$$I_T \propto 1 - \frac{T}{T_c} \quad (2)$$

где  $I_T$  — интенсивность линии,  $T_c$  — критическая температура, соответствующая исчезновению этой линии в спектре при заданной фиксированной накачке.

Мы предполагаем, что представленные экспериментальные результаты свидетельствуют о бозе-конденсации МЭ в одиночном латеральном домене размером около 1 мкм, происхождение которого обусловлено крупномасштабными флуктуациями случайного потенциала. При небольших накачках и достаточно низких температурах фотовозбужденные МЭ оказываются сильно локализованными из-за наличия мелкомасштабных дефектов (например, остаточных заряженных примесей). Этому соответствует широкая, неоднородно уширенная полоса люминесценции МЭ при небольших плотностях возбуждения. Из-за сильного диполь-дипольного отталкивания на дефекте может локализоваться не более одного экситона, поэтому этот канал люминесценции быстро насыщается. В исследованных структурах это происходит при концентрациях менее  $3 \times 10^9$  см<sup>-2</sup>. При дальнейшем увеличении накачки, выше порога протекания в домене, МЭ оказываются делокализованными. При достижении критических величин плотности экситоны конденсируются в нижайшее делокализованное состояние. Это проявляется экспериментально в пороговом появлении узкой линии люминесценции, ее сужении с ростом накачки, сверхлинейном росте и сдвиге в сторону меньших энергий в соответствии с заполнением нижайшего состояния в домене экситонами, подчиняющимися статистике Бозе-Эйнштейна. Наиболее сильным аргументом в пользу конденсации экситонов является критичность обнаруженных свойств к температуре. Можно рассчитать, как изменяется с ростом температуры интенсивность люминесценции конденсированной и надконденсатной части экситонов в домене-ловушке микронного масштаба. Результаты расчета представлены на рис. 4б [57]. Видно, что в

рамках использованной модели [57] линейный закон поведения интенсивности узкой линии люминесценции при вариации температуры, вплоть до ее исчезновения в континууме спектра, реализуется только для конденсированной части экситонов. В то же время люминесценция надконденсатной части экситонов очень слабо чувствительна к вариациям температуры в этом температурном интервале.



**Рис. 6.** Фазовая диаграмма бозе-конденсации межъямных экситонов в образцах с крупномасштабными флуктуациями случайного потенциала. Полые квадраты и кружки соответствуют оптическому возбуждению Ti - Sr-лазером, темные — Ne - Ne-лазером.

Исследуя порог появления узкой линии люминесценции МЭ, который соответствует началу макрозаполнения экситонами нижайшего состояния в латеральном домене-ловушке, в зависимости от изменения температуры, мы построили фазовую диаграмму, очерчивающую область экситонного бозе-конденсата (рис. 6). С этой целью в интервале температур  $T = 0,5 - 4$  К исследовались зависимости спектров люминесценции от накачки. В результате для каждой заданной температуры в этом интервале определялись величины пороговых мощностей  $P_c$ , при которых в спектре начинала появляться (или исчезать) узкая линия, соответствующая экситонному конденсату. Таким образом, фазовая диаграмма строилась в координатах  $P - T$ . Плотность межъямных экситонов оценивалась по «фиолетовому» сдвигу линии, связанному с экранированием приложенного электрического напряжения, при больших накачках. Пороговая величина экситонной плотности, оцененная таким образом при  $T = 0,55$  К, составляет  $n_c = 3 \times 10^9 \text{ см}^{-2}$ . В шкале накачек представленной фазовой диаграммы интенсивности линий и экситонные плотности связаны между собой линейно. В температурном

интервале 1–4 К критические величины плотности и температуры, при которых наступает конденсация, связаны степенным законом:

$$N_c \approx T^\alpha, \quad (3)$$

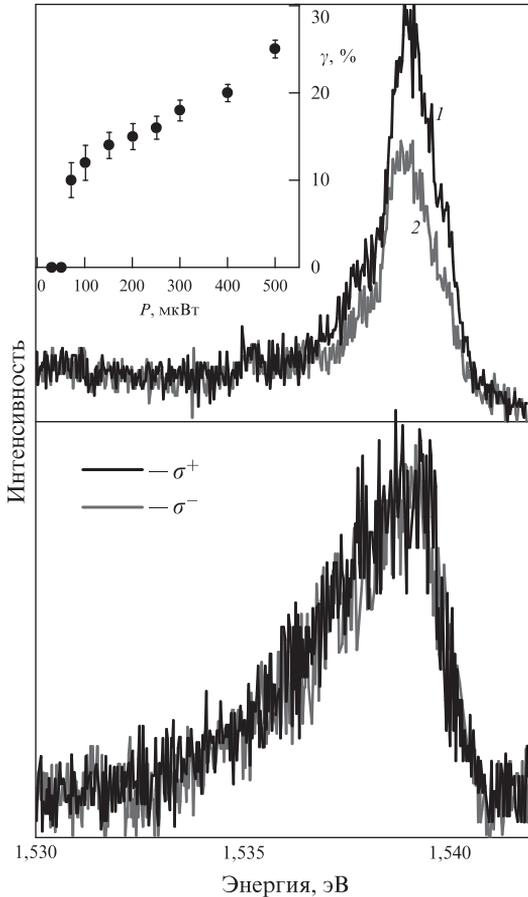
где  $\alpha \geq 1$ . При температуре  $T < 1$  К фазовая граница уже не описывается простым степенным законом.

## 2.2. Когерентность экситонного конденсата

Сконденсировавшиеся экситоны должны быть пространственно когерентны. Пространственная когерентность должна проявляться, по меньшей мере, на масштабах де-бройлевской длины волны МЭ  $\lambda_{\text{ex}}$ , которая при  $T = 2$  К равна  $\lambda_{\text{ex}} \approx h/\sqrt{\pi m_{\text{ex}} kT} = 1,5 \times 10^3 \text{ \AA}$ , что почти на порядок превышает боровский экситонный радиус. Экситонная плотность в реализованных экспериментах соответствовала безразмерному параметру  $r_\lambda = n\lambda_{\text{ex}}^2 = 4$ . На таких пространственных масштабах когерентные экситоны должны быть сфазированы, т.е. должны описываться единой волновой функцией. Возникновение коллективного экситонного состояния может сопровождаться увеличением скорости излучательного распада сконденсировавшейся части экситонов по сравнению с таковой для надконденсатных экситонов, а также возрастанием времени спиновой релаксации экситонов в конденсате по сравнению с временем одночастичной экситонной релаксации спина.

С целью проверки этих предположений были проведены эксперименты по резонансному возбуждению экситонов циркулярно поляризованным светом. Напомним, что основное состояние МЭ не является простым крамерсовским дублетом, а четырехкратно вырождено по проекциям углового момента ( $M = \pm 1, \pm 2$ ). Оптически активными (bright) являются экситонные состояния с  $M = \pm 1$ , а оптически неактивными (dark) — экситоны, у которых проекции угловых моментов  $M = \pm 2$ . При резонансном стационарном возбуждении циркулярно поляризованным светом внутриямных IsNH-экситонов мы обнаружили пороговое возрастание степени циркулярной поляризации узкой линии МЭ, соответствующей конденсированной фазе (рис. 7). Степень поляризации при увеличении накачки возросла вплоть до 40 %. Этот эффект косвенно свидетельствовал об увеличении скорости излучательной рекомбинации экситонов в конденсате и возможном возрастании времени спиновой релаксации, что подтверждается прямыми измерениями временной эволюции и кинетики спектров люминесценции в условиях импульсного резонансного возбуждения циркулярно поляризованным светом (рис. 8). Видно (рис. 8а), что узкая линия конденсированной экситонной фазы появляется в спектрах при импульсном возбуждении с задержкой около 4 нс и ее время затухания составляет 20 нс, тогда как континуум под узкой линией «живет» более 100 нс. Прямые измерения степени циркулярной поляризации продемонстрировали, что время спиновой ре-

лаксации экситонов в конденсате почти вдвое превышает аналогичное время одночастичной экситонной релаксации, измеренное при  $T > T_c$  (рис. 8б). Приведенные выше результаты можно рассматривать как косвенное свидетельство возрастания когерентного объема экситонного конденсата.

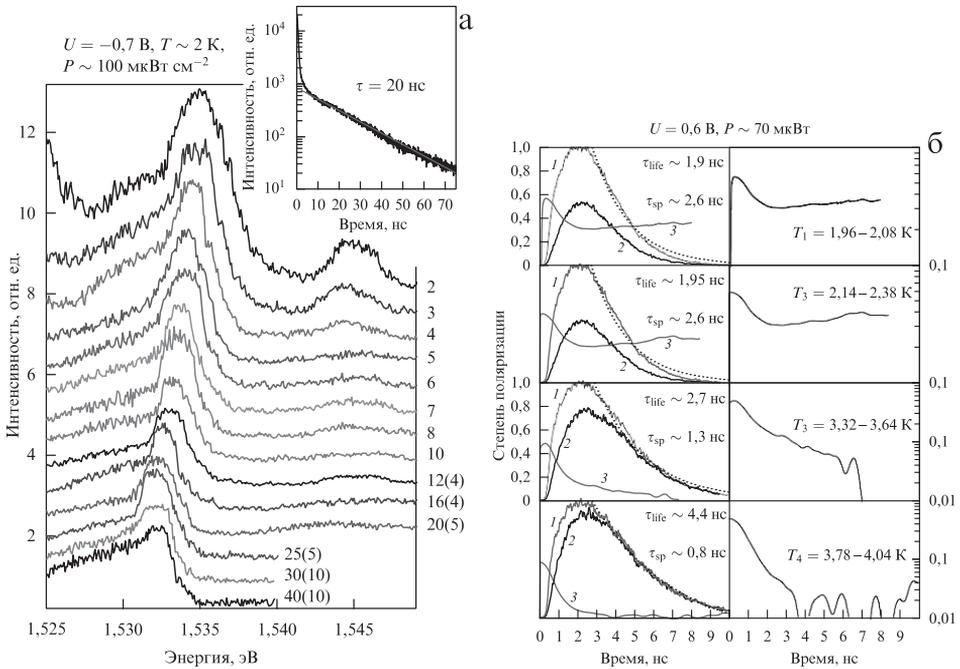


**Рис. 7.** Люминесценция межъямных экситонов в условиях резонансного возбуждения циркулярно поляризованным светом. В верхней части рисунка кривая 1 отвечает циркулярной поляризации по правому кругу, кривая 2 — по левому (мощность возбуждения 150 мкВт). Линия люминесценции, приведенная в нижней части рисунка (мощность возбуждения 60 мкВт), не поляризована: контуры линий, измеренных для циркулярных поляризаций по левому и правому кругу, в пределах шумов измерений не различаются. На вставке показана зависимость степени циркулярной поляризации  $\gamma$  линии люминесценции МЭ от мощности возбуждения.

Рассматривая возрастание объема когерентности конденсированной экситонной фазы, следует остановиться на интересных экспериментах Бутова с соавторами [38, 40], в которых было обнаружено необычное поведение кинетики фотолюминесценции МЭ при импульсном лазерном возбуждении. При достаточно больших мощностях возбуждения и низких температурах кинетика излучательного распада МЭ перестает описываться простым экспоненциальным законом, а именно: непосредственно после воздействия импульса, возбуждающего экситоны, интенсивность фотолюминесценции скачком возрастает, а затем неэкспоненциально быстро спадает.

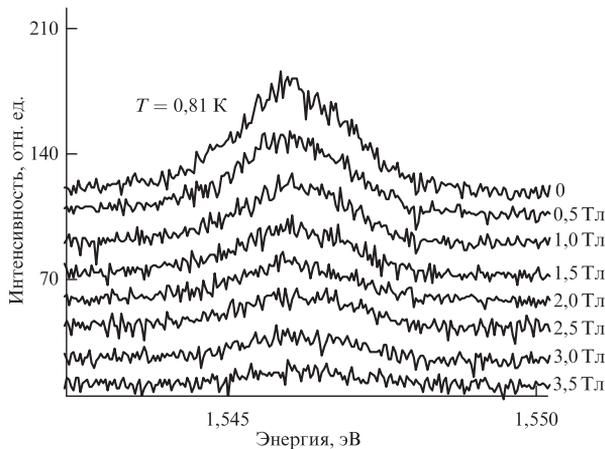
Такое необычное поведение кинетики излучательного распада не проявляется при небольших мощностях возбуждения, высоких температурах, нали-

чи сильного беспорядка, связанного с хаотическим потенциалом, а также при включении магнитного поля, поперечного гетерослоям. Кинетика фотолюминесценции в этих условиях носит моноэкспоненциальный характер и отличается большими временами. Нужно отметить, что в случае делокализованных экситонов излучательно аннигилируют только те из них, импульсы трансляционного движения которых имеют порядок импульса света:  $K \leq E_g / hc$  ( $c$  — скорость света в среде). Обнаруженное возрастание скорости излучательной аннигиляции МЭ авторы работ [38, 40] объясняют как следствие двух эффектов. Один из них связывается с возрастанием площади когерентности МЭ в условиях их конденсации в состояния с импульсами, меньшими световых. Второй эффект полагается обусловленным сверхлинейным заполнением оптически активных экситонных состояний, вызванным стимулированным экситонным рассеянием, когда числа заполнения в конечном экситонном состоянии  $n \gg 1$  (т.е. вследствие вырожденной бозе-статистики МЭ).



**Рис. 8.** (а) Временная эволюция спектров люминесценции МЭ в условиях импульсного возбуждения. Справа от кривых указаны времена задержки и времена (в скобках) интегрирования сигнала в наносекундах. Потенциал  $U$   $n$ - $i$ - $n$ -структуры с ДКЯ равен  $-0,7$  В. На вставке — кинетика затухания люминесценции МЭ.  $T = 2$  К. (б) Кинетика циркулярно поляризованной люминесценции МЭ и ее степени циркулярной поляризации в условиях импульсного резонансного возбуждения циркулярно поляризованным светом. Измеренная степень циркулярной поляризации приведена для каждой картины кинетики (в левой части рис. б), указаны также температурные интервалы измерений (в правой части рис. б);  $\tau_{\text{life}}$  — время жизни МЭ,  $\tau_{\text{sp}}$  — время спиновой релаксации МЭ. Кривая 1 соответствует циркулярной поляризации по правому кругу, кривая 2 — по левому кругу, кривая 3 — степень циркулярной поляризации. В правой части рис. б зависимость степени циркулярной поляризации линии люминесценции представлена в логарифмическом масштабе.

Возникновение коллективного экситонного состояния в нашем случае подтверждается также экспериментами в магнитном поле, поперечном электрон-дырочным слоям. Влияние магнитного поля на внутриямные и межъямные экситоны обстоятельно проанализировано в работах Лозовика, Бутова и соавторов [40, 58–60]. Действие поперечного магнитного поля на МЭ, с одной стороны, снимает вырождение по спиновым степеням свободы в экситоне, усиливает его энергию связи, а с другой стороны, увеличивает трансляционную экситонную массу. В пределе, когда магнитная длина превышает расстояние между электрон-дырочными слоями,  $l_B > \Delta Z$ , трансляционная масса МЭ возрастает, а именно,  $m_{ex} \propto \sqrt{B}$ . Поэтому, в конечном итоге, поперечное магнитное поле «подавляет» конденсацию экситонов. Из рисунка 9 видно, что интенсивность конденсированной части МЭ существенно уменьшается при увеличении поперечного магнитного поля.



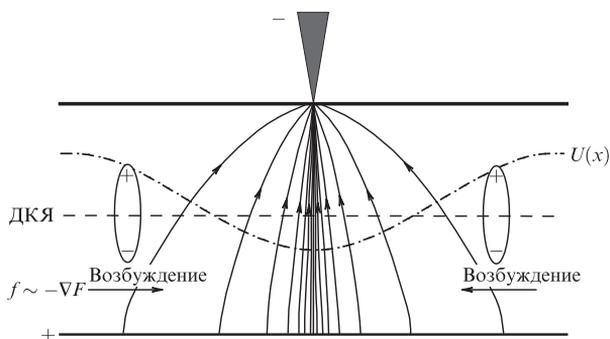
**Рис. 9.** Люминесценция конденсата МЭ в магнитном поле, поперечном слое. Справа от кривых указаны величины магнитных полей. Магнитное поле подавляет интенсивность конденсированной части экситонов.

### 2.3. Конденсация межъямных экситонов в неоднородном электрическом поле

В случае латеральных ловушек, обусловленных крупномасштабным хаотическим потенциалом, остаются открытыми вопросы о форме потенциальной ямы, ее фактической глубине и латеральном размере. Поэтому встала актуальная задача об искусственном приготовлении с помощью управляемого внешнего воздействия таких латеральных ловушек для МЭ, параметрами которых можно было бы управлять и контролировать их с большей определенностью. Наиболее подходящим для решения этой задачи оказалось использование неоднородного электрического поля. Схема действия неоднородного электрического поля на МЭ представлена на рис. 10. При

протекании тока через точечный контакт иглы туннельного микроскопа с поверхностью гетероструктуры с ДКЯ, в условиях приложенного электрического смещения между проводящей иглой и встроенным затвором, внутри структуры возникает сильно неоднородное электрическое поле. Естественно ожидать, что максимальное значение поля будет находиться непосредственно под иглой. Величину электрического поля можно контролировать экспериментально по спектральному сдвигу линии люминесценции МЭ относительно линии внутриямных экситонов.

Далее, межъямные экситоны являются диполями, поэтому в неоднородном электрическом поле на такие экситоны действуют электростатические силы,  $f \approx -e\nabla F$ , принуждающие экситоны двигаться к центру потенциальной ямы, которая служит ловушкой для МЭ. Расстояние, на которое могут продрейфовать экситоны, определяется градиентом поля, временем жизни экситонов и их подвижностью. На рис. 10 качественный вид потенциальной ямы представлен штрих-пунктирной кривой.

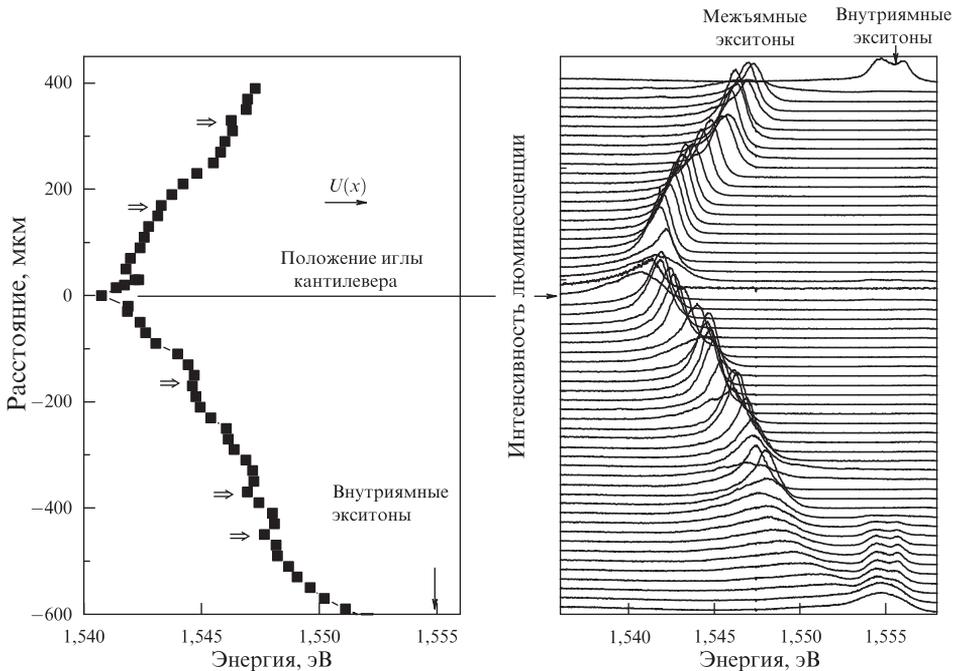


**Рис. 10.** Схематическое представление неоднородного электрического поля в гетероструктуре с ДКЯ при протекании электрического тока через точечный контакт в объем структуры. Линии со стрелками — силовые линии электрического поля вблизи иглы; штрих-пунктирная кривая — потенциальная яма для экситонов; штриховая прямая — сечение ДКЯ.

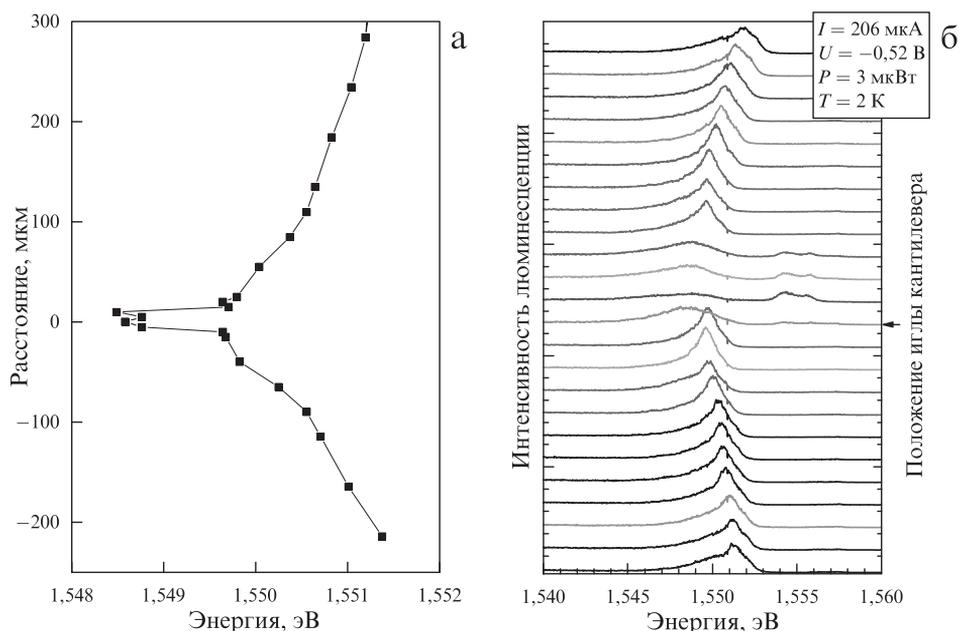
Неоднородное электрическое поле внутри гетероструктуры создавалось с помощью иглы туннельного микроскопа (схематически показано на рис. 10). Для этого использовался коммерческий кремниевый кантилевер туннельного микроскопа. Кантилевер с иглой, покрытый золотой пленкой толщиной 120 нм, монтировался на связанной паре биморфных пьезокерамических пластин. Конструкция позволяла при приложении электрического напряжения к пьезокерамическим пластинам осуществлять «мягкое» касание иглы с поверхностью структуры. Вся конструкция размещалась внутри оптического криостата в сверхтекучем гелии [61].

Рассмотрим, какой вид имела потенциальная яма при протекании тока через структуру. С этой целью измерялись спектры люминесценции экситонов в зависимости от положения остросфокусированного лазерного пятна (размером около 20 мкм), возбуждающего люминесценцию, относительно

точечного контакта (рис. 11 и 12) [61]. Люминесценция детектировалась непосредственно из области возбуждающего лазерного пятна. Эта область выделялась специальными диафрагмами и проецировалась на входную щель спектрометра. На рисунках 11 и 12 продемонстрировано, как ведут себя спектры люминесценции межъямных и внутриямных экситонов в зависимости от расстояния от точечного контакта. На этих же рисунках показано поведение спектрального положения максимума линии межъямных экситонов как функции того же расстояния. В сущности, эти рисунки передают форму латеральной потенциальной ямы для МЭ:  $U(x) = eF(x)\Delta Z + E_1(x)$ . Видно, что наибольший спектральный сдвиг линии люминесценции МЭ относительно линии внутриямных экситонов наблюдается непосредственно в области точечного контакта. В этом месте яма наиболее глубокая (см. рис. 12), а спектральный сдвиг составляет 13,5 мэВ при значении тока, проходящего через структуру, 27 мкА. По величине этого сдвига легко оценить максимальную величину электрического поля, которая в рассматриваемом случае равна  $1,1 \times 10^4$  В см<sup>-1</sup>. По мере удаления от точечного контакта электрическое поле уменьшается, и на расстояниях около 500 мкм начинает возгораться линия внутриямных экситонов.



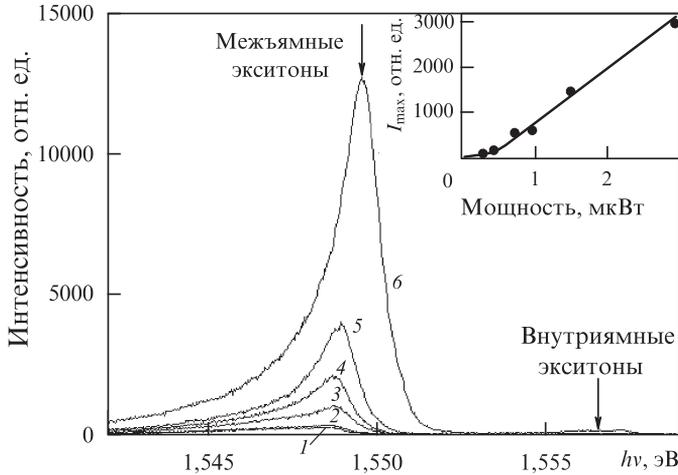
**Рис. 11.** Профиль латеральной потенциальной ямы, создаваемой неоднородным электрическим полем. В правой части рисунка показаны спектры люминесценции межъямных и внутриямных экситонов, измеренные в зависимости от расстояния пятна лазерного возбуждения относительно точечного контакта (размер сфокусированного пятна около 20 мкм, люминесценция детектируется только из области возбуждения), в левой части — положение максимума линии люминесценции МЭ в зависимости от того же расстояния.  $T = 2$  К.



**Рис. 12.** Вид латеральной потенциальной ямы, создаваемой неоднородным электрическим полем, вблизи иглы кантилевера: (а) положение максимума линии люминесценции МЭ, измеренное в зависимости от расстояния между лазерным пятном и точечным контактом; (б) спектры люминесценции межъямных и внутриямных экситонов в зависимости от того же расстояния.

Картина распределения электрического поля вокруг точечного контакта близка к аксиально-симметричной, однако радиальное распределение электрического потенциала не является монотонной функцией расстояния от контакта. Во-первых, наблюдается узкий и глубокий провал в потенциальной яме непосредственно вблизи контакта (см. рис. 12). Самым удивительным и неожиданным оказалось то, что такого рода узкие и достаточно глубокие провалы в потенциальной кривой наблюдаются на большом удалении от центра ямы (показано широкими стрелками слева на рис. 11). Эти узкие провалы появляются всегда при значении тока более 1  $\mu\text{А}$  и удаляются от центра ямы с увеличением тока. Объяснение происхождения таких, аксиально расположенных провалов на потенциальной кривой является отдельной, пока нерешенной задачей. Возможная причина их появления связана с нелинейным экранированием электрического поля внутри структуры фотовозбужденными носителями. Однако узкие провалы в потенциальной кривой могут сами служить латеральными ловушками для МЭ. Здесь следует специально отметить, что обсуждаемые провалы на потенциальной кривой имеют совсем иное происхождение, не связанное с природой люминесценции МЭ, проявляющейся в форме узких латеральных колец, которые наблюдались в работах Бутова и соавторов [62, 63], а также в [64–66]. Такие кольцевые структуры свечения возникали при достаточно мощном сфоку-

сированном лазерном возбуждении. Их происхождение связано с процессами обеднения электронами и экранирования поля в области оптической накачки, а также со встречным дрейфом электронов и дырок, который возникал в этих условиях.



**Рис. 13.** Спектры люминесценции МЭ при вариации мощности возбуждения, измеренные непосредственно из потенциальной ямы-ловушки, созданной неоднородным электрическим полем и удаленной от иглы на 80 мкм. На вставке — зависимость максимальной интенсивности  $I_{\max}$  от мощности.  $T = 2$  К.

Интересно поведение люминесценции МЭ при возбуждении непосредственно в ловушках, создаваемых неоднородным электрическим полем. В случае центральной ловушки, расположенной непосредственно под иглой, линия люминесценции МЭ оказывается широкой (около 2–3 мэВ). Это связано с сильным перегревом приконтактной области, где плотность тока максимальна (см. рис. 12). В связи с этим очень интересными представляются области провалов в потенциальной кривой, значительно удаленные от места контакта, в которых перегревом можно пренебречь. Указанные области также являются потенциальными ловушками для МЭ. Поэтому остановимся на люминесценции экситонов при возбуждении в такой, удаленной от центра, ловушке (рис. 13). При небольших накачках, менее 300 нВт, в спектре наблюдается широкая и асимметричная линия люминесценции МЭ (ширина полосы около 3 мэВ) с длинноволновым «хвостом», плавно спадающим по интенсивности. Эта неоднородно уширенная полоса обусловлена излучательным распадом сильнолокализованных экситонов. При накачках более 300 нВт на фиолетовом краю указанной полосы пороговым образом вырастает достаточно узкая линия делокализованных экситонов. Интенсивность этой узкой линии вблизи порога ведет себя сверхлинейно с ростом накачки. Только при больших накачках, более 3 мкВт, линия люминесценции МЭ начинает уширяться и сдвигаться в сторону больших энергий из-за экра-

нирования электрического поля. Поведение спектров МЭ в латеральной ловушке, «приготовленной» электрическим полем, при изменении мощности возбуждения оказывается качественно таким же, какое проявляли МЭ при конденсации в нижайшее состояние в латеральных доменах-ловушках, обусловленных крупномасштабными флуктуациями случайного потенциала.

### 3. Заключение

Обнаруженное явление бозе-конденсации в исследованных структурах проявляется в шкале экситонных концентраций в ограниченных пределах:  $N_{\text{loc}} < N_{\text{ex}} < N_{1-\text{M}}$ . В области малых плотностей ( $N_{\text{loc}} \leq 3 \times 10^9 \text{ см}^{-2}$ ) предел обусловлен эффектами сильной локализации экситонов на дефектах, а в области больших плотностей ( $N_{1-\text{M}}$ ) — разрушением экситона вследствие перехода изолятор–металл. Действительно, при увеличении мощности возбуждения выше 0,5 мВт линия люминесценции МЭ в наших структурах начинает уширяться, а затем, продолжая уширяться, сдвигаться в сторону больших энергий. Уширение I-линии происходит вследствие перекрытия волновых функций экситонов в плоскостях КЯ и возникающего при таком перекрытии фермиевского отталкивания между электронами в одной яме и дырками в другой. Оцениваемая плотность, при которой межъямные экситоны теряют свою индивидуальность, и возникает e–h-плазма с пространственно разделенными между соседними КЯ электронами и дырками, равна  $N_{1-\text{M}} \approx 8 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ . Соответствующий этой плотности безразмерный параметр  $r_s = 1/(\pi N_{1-\text{M}})^{1/2} a_B = 1,8$  (величина боровского экситонного радиуса  $a_B \approx 150 \text{ \AA}$  оценивалась по диамагнитному сдвигу МЭ). Возникающая e–h-плазма начинает экранировать внешнее электрическое поле, и полоса межъямной рекомбинации сдвигается в сторону больших энергий. Именно по величине такого сдвига оценивается величина e–h-плотности. Отметим также, что в экспериментах с доменами микронного масштаба полное число сконденсировавшихся экситонов составляло порядка  $10^2$ .

В обосновании предположения о конденсации МЭ в диэлектрическую коллективную фазу, тем не менее, остается до конца нерешенным важный вопрос, касающийся масштабов пространственной когерентности этого коллективного состояния. Ответ на него можно получить, например, с помощью измерений корреляций интенсивности фотолюминесценции в условиях, при которых предполагаемая экситонная конденсация происходит. Поскольку конденсация экситонов осуществляется в латеральных доменах, связанных с крупномасштабными флуктуациями хаотического потенциала, представляют собой интерес исследования фотолюминесценции в одиночных доменах с помощью микронной оптической микроскопии. Ожидается, что в условиях конденсации МЭ фотолюминесценция одиночного домена, содержащего конденсат, должна быть полностью циркулярно по-

ляризованной, а при наличии слабой связи между доменами можно ожидать временных биений степени циркулярной поляризации (оптический аналог эффекта Джозефсона).

В заключение приношу глубокую благодарность А. В. Ларионову, А. В. Горбунову, А. А. Дремину, С. В. Дубоносу, В. Е. Бисти за сотрудничество, а также В. Д. Кулаковскому, И. В. Кукушкину, Ю. М. Кагану, Л. В. Келдышу, Ю. Е. Лозовику, С. В. Иорданскому, Р. А. Сурису и Г. М. Элиашбергу за стимулирующие обсуждения и дискуссии.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Москаленко, С. А. Обратимые оптико-гидродинамические явления в неидеальном экситонном газе // ФТТ. – 1962. – Т. 4, № 1. – С. 276–284.
2. Blatt, J. M. Bose-Einstein condensation of excitons / J. M. Blatt, K. W. Böer, W. Brandt // *Physical Review*. – 1962. – Vol. 126, Iss. 5. – P. 1691–1692.
3. Casella, R. C. A criterion for exciton binding in dense electron-hole systems — application to line narrowing observed in GaAs // *Journal of Applied Physics*. – 1963. – Vol. 34, Iss. 6. – P. 1703–1705.
4. Келдыш, Л. В. Возможная неустойчивость полуметаллического состояния относительно кулоновского взаимодействия / Л. В. Келдыш, Ю. Н. Копаев // ФТТ. – 1964. – Т. 6, № 9. – С. 2791–2798.
5. Келдыш, Л. В. Коллективные свойства экситонов в полупроводниках / Л. В. Келдыш, А. Н. Козлов // ЖЭТФ. – 1968. – Т. 54, № 3. – С. 978–993.
6. Козлов, А. Н. О фазовом переходе металл-диэлектрик двухвалентный кристалл / А. Н. Козлов, Л. А. Максимов // ЖЭТФ. – 1965. – Т. 48, № 4. – С. 1184–1193.
7. Comte, C. Exciton Bose condensation: the ground state of an electron-hole gas – I. Mean field description of a simplified model / C. Comte, P. Nozières // *Journal de Physique*. – 1982. – Vol. 43, Iss. 7. – P. 1069–1081.
8. Nozières, P. Exciton Bose condensation: the ground state of an electron-hole gas – II. Spin states, screening and band structure effects / P. Nozières, C. Comte // *Journal de Physique*. – 1982. – Vol. 43, Iss. 7. – P. 1083–1098.
9. Anderson, M. H. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor / M. H. Anderson et al. // *Science*. – 1995. – Vol. 269, Iss. 5221. – P. 198–201.
10. Davis, K. B. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms / K. B. Davis et al. // *Physical Review Letters*. – 1995. – Vol. 75, Iss. 22. – P. 3969–3973.
11. Bradley, C. C. Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions / C. C. Bradley et al. // *Physical Review Letters*. – 1995. – Vol. 75, Iss. 9. – P. 1687–1690.
12. Jin, D. S. Collective excitations of a Bose-Einstein condensate in a dilute gas / D. S. Jin et al. // *Physical Review Letters*. – 1996. – Vol. 77, Iss. 3. – P. 420–423.
13. Ketterle, W. Bose-Einstein condensation of a finite number of particles trapped in one or three dimensions / W. Ketterle, N. J. van Druten // *Physical Review A*. – 1996. – Vol. 54, Iss. 1. – P. 656–660.
14. Келдыш, Л. В. Заключительное слово // Труды 9-й Международной конференции по физике полупроводников. – Ленинград : Наука, 1969. – Т. 2, С. 1384.
15. Jeffries, C. D. Electron-hole droplets in semiconductors / C. D. Jeffries, L. V. Keldysh. – Amsterdam : North-Holland Pub. Co., 1983. – 656 p.

16. Excitons / ed. by E.I. Rashba, M.D. Sturge. – Amsterdam : North-Holland Pub. Co., 1982. – 865 p.
17. Hulin, D. Evidence for Bose-Einstein statistics in an exciton gas / D. Hulin, A. Mysyrowicz, C. Benoit à la Guillaume // *Physical Review Letters*. – 1980. – Vol. 45, Iss. 24. – P. 1970–1973.
18. Snoke, D.W. Evidence for Bose-Einstein condensation of excitons in  $\text{Cu}_2\text{O}$  / D.W. Snoke, J.P. Wolfe, A. Mysyrowicz // *Physical Review B*. – 1990. – Vol. 41, Iss. 16. – P. 11171–11184.
19. Fortin, E. Exciton transport in  $\text{Cu}_2\text{O}$ : evidence for excitonic superfluidity? / E. Fortin, S. Fafard, A. Mysyrowicz // *Physical Review Letters*. – 1993. – Vol. 70, Iss. 25. – P. 3951–3954.
20. Mysyrowicz, A. Soliton propagation of excitonic packets and superfluidity in  $\text{Cu}_2\text{O}$  / A. Mysyrowicz et al. // *Solid State Communications*. – 1994. – Vol. 92, Iss. 12. – P. 957–961.
21. Mysyrowicz, A. Directed beam of excitons produced by stimulated scattering / A. Mysyrowicz, E. Benson, E. Fortin // *Physical Review Letters*. – 1996. – Vol. 77, Iss. 5. – P. 896–899.
22. Mysyrowicz, A. Directed beam of excitons produced by stimulated scattering – Reply / A. Mysyrowicz, E. Benson, E. Fortin // *Physical Review Letters*. – 1997. – Vol. 78, Iss. 16. – P. 3226.
23. Кукушкин, И.В. Бозе-газ ориентированных по спине экситонов в одноосно деформированном германии / И.В. Кукушкин, В.Д. Кулаковский, В.Б. Тимофеев // *Письма в ЖЭТФ*. – 1981. – Т. 34, № 1. – С. 36–40.
24. Timofeev, V.B. Spin aligned exciton gas in uniaxially compressed Ge / V.B. Timofeev, V.D. Kulakovskii, I.V. Kukushkin // *Physica B+C*. – 1983. – Vol. 117–118, Part 1. – P. 327–332.
25. O'Hara, K.E. Strong nonradiative recombination of excitons in  $\text{Cu}_2\text{O}$  and its impact on Bose-Einstein statistics / K.E. O'Hara, L. Ó Suilleabhain, J.P. Wolfe // *Physical Review B*. – 1999. – Vol. 60, Iss. 15. – P. 10565–10568.
26. O'Hara, K.E. Relaxation kinetics of excitons in cuprous oxide / K.E. O'Hara, J.P. Wolfe // *Physical Review B*. – 2000. – Vol. 62, Iss. 19. – P. 12909–12922.
27. Копелевич, Г.А. Фононный ветер и транспорт экситонов в полупроводнике  $\text{Cu}_2\text{O}$  / Г.А. Копелевич, С.Г. Тиходеев, Н.А. Гиппиус // *ЖЭТФ*. – 1996. – Т. 109, № 6. – С. 2189–2200.
28. Лозовик, Ю.Е. О возможности сверхтекучести разделенных в пространстве электронов и дырок при их спаривании; новый механизм сверхпроводимости / Ю.Е. Лозовик, В.И. Юдсон // *Письма в ЖЭТФ*. – 1975. – Т. 22, № 11. – С. 556–559.
29. Шевченко, С.И. Теория сверхпроводимости систем со спариванием пространственно разделенных электронов и дырок // *ФНТ*. – 1976. – Т. 2, № 5. – С. 505–516.
30. Fukuzawa, T. Phase transition of an exciton system in GaAs coupled quantum wells / T. Fukuzawa, E.E. Mendez, J.M. Hong // *Physical Review Letters*. – 1990. – Vol. 64, Iss. 25. – P. 3066–3069.
31. Golub, J.E. Long-lived spatially indirect excitons in coupled GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  quantum wells / J.E. Golub et al. // *Physical Review B*. – 1990. – Vol. 41, Iss. 12. – P. 8564–8567.
32. Kash, J.A. Fermi-Dirac distribution of excitons in coupled quantum wells / J.A. Kash et al. // *Physical Review Letters*. – 1991. – Vol. 66, Iss. 17. – P. 2247–2250.
33. Butov, L.V. Condensation of indirect excitons in coupled AlAs/GaAs quantum wells / L.V. Butov et al. // *Physical Review Letters*. – 1994. – Vol. 73, Iss. 2. – P. 304–307.
34. Butov, L.V. Anomalous transport and luminescence of indirect excitons in coupled quantum wells // *Proceedings of the 23rd International Conference on the Physics of*

- Semiconductors / ed. by M. Scheffler, R. Zimmermann. – Berlin : World Scientific. – 1996 – Vol. 3. – P. 1927–1934.
35. Timofeev, V.B. Influence of random potential fluctuations on the interwell radiative recombination in biased double quantum well / V.B. Timofeev et al. // *Europhysics Letters*. – 1998. – Vol. 41, Iss. 5. – P. 535–540.
  36. Timofeev, V.B. Interwell radiative recombination in the presence of random potential fluctuations in GaAs/AlGaAs biased double quantum wells / V.B. Timofeev et al. // *JETP Letters*. – 1998. – Vol. 67, Iss. 8. – P. 580 – 585.
  37. Krivolapchuk, V.V. Collective properties of spatially indirect excitons in asymmetric GaAs/AlGaAs double quantum wells / V.V. Krivolapchuk et al. // *Solid State Communications*. – 1999. – Vol. 111, Iss. 1. – P. 49–54.
  38. Butov, L.V. Photoluminescence kinetics of indirect excitons in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As coupled quantum wells / L.V. Butov et al. // *Physical Review B*. – 1999. – Vol. 59, Iss. 3. – P. 1625–1628.
  39. Ларионов, А.В. Межъямные экситоны в двойных квантовых ямах GaAs/AlGaAs и их коллективные свойства / А.В. Ларионов и др. // *ЖЭТФ*. – 2000. – Т. 117, № 6. – С. 1255–1269.
  40. Butov, L.V. From spatially indirect excitons to momentum-space indirect excitons by an in-plane magnetic field / L.V. Butov et al. // *Physical Review B*. – 2000. – Vol. 62, Iss. 3. – P. 1548–1551.
  41. Ларионов, А.В. Коллективное состояние межъямных экситонов в GaAs/AlGaAs двойных квантовых ямах при импульсном резонансном возбуждении / А.В. Ларионов и др. // *Письма в ЖЭТФ*. – 2002. – Т. 75, № 4. – С. 233–238.
  42. Ivanov, A.L. Phonon-assisted Boltzmann kinetics of a Bose gas: generic solution for  $T \leq T_c$  / A.L. Ivanov, C. Ell, H. Haug // *Physical Review E*. – 1997. – Vol. 55, Iss. 6. – P. 6363–6369.
  43. Ivanov, A.L. Bose-Einstein statistics in thermalization and photoluminescence of quantum-well excitons / A.L. Ivanov, P.B. Littlewood, H. Haug // *Physical Review B*. – 1999. – Vol. 59, Iss. 7. – P. 5032–5048.
  44. Hohenberg, P.C. Existence of long-range order in one and two dimensions // *Physical Review*. – 1967. – Vol. 158, Iss. 2. – P. 383–386.
  45. Mermin, N.D. Absence of ferromagnetism or antiferromagnetism in one- or two-dimensional isotropic Heisenberg models / N.D. Mermin, H. Wagner // *Physical Review Letters*. – 1966. – Vol. 17, Iss. 22. – P. 1133–1136.
  46. Kosterlitz, J.M. Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems / J.M. Kosterlitz, D.J. Thouless // *Journal of Physics C: Solid State Physics*. – 1973. – Vol. 6, Iss. 7. – P. 1181–1203.
  47. Zhu, X. Exciton condensate in semiconductor quantum well structures / X. Zhu et al. // *Physical Review Letters*. – 1995. – Vol. 74, Iss. 9. – P. 1633–1636.
  48. Yoshioka, D. Double quantum well electron-hole systems in strong magnetic fields / D. Yoshioka, A.H. MacDonald // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 1990. – Vol. 59, Iss. 12. – P. 4211–4214.
  49. Chen, X.M. Excitonic charge-density-wave instability of spatially separated electron-hole layers in strong magnetic fields / X.M. Chen, J.J. Quinn // *Physical Review Letters*. – 1991. – Vol. 67, Iss. 7. – P. 895–898.
  50. Fernández-Rossier, J. Spin degree of freedom in two dimensional exciton condensates / J. Fernández-Rossier, C. Tejedor // *Physical Review Letters*. – 1997. – Vol. 78, Iss. 25. – P. 4809–4812.
  51. Лозовик, Ю.Е. Фазовые переходы в системе пространственно-разделенных электронов и дырок / Ю.Е. Лозовик, О.Л. Берман // *ЖЭТФ*. – 1997. – Т. 111, № 5. – С. 1879–1895.

52. Liu, L. Exciton and charge density wave formation in spatially separated electron-hole liquids / L. Liu, L. Świerkowski, D. Neilson // *Physica B: Condensed Matter*. – 1998. – Vol. 249. – P. 594–597.
53. Lozovik, Yu.E. Stimulated light backscattering from exciton Bose-condensate / Yu.E. Lozovik, I.V. Ovchinnikov // *Письма в ЖЭТФ*. – 2001. – Т. 74, № 5–6. – С. 318–322.
54. Ларионов, А.В. Бозе-конденсация межъямных экситонов в двойных квантовых ямах / А.В. Ларионов и др. // *Письма в ЖЭТФ*. – 2002. – Т. 75, № 11. – С. 689–694.
55. Дремин, А.А. Фазовая диаграмма Бозе-конденсации межъямных экситонов в GaAs/AlGaAs двойных квантовых ямах / А.А. Дремин и др. // *Письма в ЖЭТФ*. – 2002. – Т. 76, № 7. – С. 526–531.
56. Timofeev, V.B. Charged excitonic complexes in GaAs/Al<sub>0.35</sub>Ga<sub>0.65</sub>As p-i-n double quantum wells / V.B. Timofeev et al. // *Physical Review B*. – 1999. – Vol. 60, Iss. 12. – P. 8897–8901.
57. Горбунов, А.В. Температурная зависимость интенсивности люминесценции в условиях Бозе-конденсации межъямных экситонов / А.В. Горбунов, В.Е. Бисти, В.Б. Тимофеев // *ЖЭТФ*. – 2005. – Т. 128, № 4. – С. 803–810.
58. Лернер, И.В. Экситон Мотта в квазидвумерном полупроводнике в сильном магнитном поле / И.В. Лернер, Ю.Е. Лозовик // *ЖЭТФ*. – 1980. – Т. 78, № 3. – С. 1167–1175.
59. Butov, L.V. Observation of magnetically induced effective-mass enhancement of quasi-2D excitons / L.V. Butov et al. // *Physical Review Letters*. – 2001. – Vol. 87, Iss. 21. – P. 216804/1–216804/4.
60. Lozovik, Yu.E. Quasi-two-dimensional excitons in finite magnetic fields / Yu.E. Lozovik et al. // *Physical Review B*. – 2002. – Vol. 65, Iss. 23. – P. 235304.
61. Горбунов, А.В. Межъямные экситоны в латеральной потенциальной яме в неоднородном электрическом поле / А.В. Горбунов, В.Б. Тимофеев // *Письма в ЖЭТФ*. – 2004. – Т. 80, № 3. – С. 210–215.
62. Butov, L.V. Macroscopically ordered state in an exciton system / L.V. Butov, A.C. Gosard, D.S. Chemla // *Nature*. – 2002. – Vol. 418, Iss. 6899. – P. 751–754.
63. Butov, L.V. Formation mechanism and low-temperature instability of exciton rings / L.V. Butov et al. // *Physical Review Letters*. – 2004. – Vol. 92, Iss. 11. – P. 117404/1–117404/4.
64. Snoke, D. Long-range transport in excitonic dark states in coupled quantum wells / D. Snoke et al. // *Nature*. – 2002. – Vol. 418, Iss. 6899. – P. 754–757.
65. Snoke, D. Spontaneous Bose coherence of excitons and polaritons // *Science*. – 2002. – Vol. 298, Iss. 5597. – P. 1368–1372.
66. Rapaport, R. Charge separation of dense two-dimensional electron-hole gases: mechanism for exciton ring pattern formation / R. Rapaport et al. // *Physical Review Letters*. – 2004. – Vol. 92, Iss. 11. – P. 117405.

---

---

# БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНОВСКАЯ КОНДЕНСАЦИЯ ДИПОЛЯРНЫХ ЭКСИТОНОВ В ЛАТЕРАЛЬНЫХ ЛОВУШКАХ\*

**В. Б. Тимофеев, А. В. Горбунов, Д. А. Демин**

Затронуты вопросы, касающиеся фазовой диаграммы бозе-эйнштейновской конденсации (БЭК) диполярных экситонов, накапливаемых в латеральных электростатических ловушках, наблюдения пространственно-периодических структур люминесценции экситонного бозе-конденсата и их критического поведения в зависимости от накачки и температуры, а также исследования когерентности в условиях БЭК диполярных экситонов с помощью прямых измерений корреляторов 1-го и 2-го порядков при варьировании накачки и температуры, которые свидетельствуют о крупномасштабной когерентности экситонного бозе-конденсата.

## 1. Введение

В работах А. Эйнштейна 1924–25 гг. [1, 2] предсказано, что при достаточно низких температурах в равновесной системе невзаимодействующих атомов-бозонов должна происходить спонтанная конденсация частиц в нижайшее по энергии квантовое состояние с нулевым импульсом. Такая конденсация сопровождается макроскопическим заполнением частицами этого состояния. Эйнштейн рассматривал идеальный атомный бесспиновый\*\* газ и использовал в своем подходе статистический метод, ранее предложенный и успешно примененный Бозе [3] при выводе формулы Планка для теплового излучения черного тела. Работы [1–3] и составили фундамент статистики, известной сейчас как квантовая статистика Бозе–Эйнштейна. На волновом языке бозе–эйнштейновская конденсация (БЭК) происходит в многочастичных системах бозонов с массой  $m$  и температурой  $T$ , когда тепловая де-бройлевская длина волны бозе-частицы  $\lambda_{dB} = (2\pi\hbar^2/mk_B T)^{1/2}$  начинает превосходить средние межчастичные расстояния. Для идеального трехмерного газа с концентрацией бозонов  $n$  критическое условие для БЭК выглядит как:

$$n\lambda_{dB}^3 \geq 2,61. \quad (1)$$

Наиболее впечатляющим следствием бозе–эйнштейновской конденсации является то, что макроскопические свойства частиц в конденсате описываются единой волновой функцией и, как результат, квантовые свойства

---

\* Физика низких температур. – 2011. – Т. 37, вып. 3. – С. 229–239.

\*\* Представления о собственном угловом моменте или спине элементарных частиц и атомов возникли лишь три года спустя.

бозе-конденсата начинают проявляться на классических масштабах времени и длины. Макроскопические масштабы квантовой когерентности намного превосходят межчастичные расстояния в самом конденсате. Крупномасштабная когерентность бозе-эйнштейновского конденсата имеет глубокие физические последствия принципиальной значимости. Среди них наиболее впечатляющими оказались такие макроскопические квантовые явления, как сверхтекучесть  $^4\text{He}$  и сверхпроводимость куперовских пар, которые являются, в сущности, композитными бозонами, — явления, связанные с бездиссипативным протеканием в среде материи, электрически нейтральной или заряженной. Впервые на непосредственную связь сверхтекучести  $^4\text{He}$  с явлением БЭК обратил внимание Ф. Лондон еще в 1938 г. [4].

Экспериментально явление БЭК в разреженных, слабо взаимодействующих и достаточно сильно охлажденных атомных бозе-газах удалось впервые наблюдать сравнительно недавно, в 1995 г. [5–7], т.е. почти 70 лет спустя после того, как А. Эйнштейном была построена соответствующая теория конденсации. Это выдающееся экспериментальное достижение явилось результатом элегантной реализации техники лазерного и испарительного охлаждения атомных газов, накапливаемых в магнитооптических ловушках. Из-за большой массы атомов и сильной разреженности исследуемых газов,  $na_B^3 \ll 1$  ( $a_B$  — соответствующий боровский радиус), явление БЭК в атомных бозе-газах обнаруживается при чрезвычайно низких температурах. При реализуемых экспериментально плотностях атомных бозе-газов критические температуры конденсации составляют доли микрокельвина.

Возможность бозе-эйнштейновской конденсации рассматривалась ранее и для других физических объектов. Среди этих объектов одним из весьма привлекательных представлялся газ водородоподобных экситонов. Экситон в полупроводнике является связанным по Кулону состоянием фотовозбужденного электрона и дырки и аналогичен по внутренней структуре атому водорода, а в случае близких эффективных масс электрона и дырки — атому позитрония. Оптически возбуждаемые экситоны, в отличие от реальных атомов водорода, объекты эфемерные в том смысле, что относительно быстро аннигилируют, резонансно излучая фотоны. Электроны и дырки — фермионы, однако сами экситоны имеют целочисленный результирующий угловой момент, или спин, и являются композитными бозонами. После 1957 г., когда представления о спаривании электронов в сверхпроводнике (куперовском спаривании) стали общепризнанными, появились теоретические работы, в которых рассматривалась принципиальная возможность БЭК экситонов [8–11]. Масса экситонов в полупроводнике почти на четыре порядка меньше атомных масс, поэтому в условиях легко достижимых экситонных концентраций, при которых экситонный газ все еще остается достаточно разреженным и слабо взаимодействующим, БЭК экситонов должна происходить при доступных криогенных температурах (единицы К). Однако в трехмерных кристаллических полупроводниковых средах БЭК экситонов,

а также экситонных молекул или биэкситонов до настоящего времени наблюдать не удавалось (по существу, не удавалось реализовать критические условия для такой конденсации), несмотря на многочисленные поиски этого явления, которые продолжаются до настоящего времени.

В последние годы произошел несомненный прорыв в этой области, связанный с обнаружением явления БЭК в различных экситонных квазидвумерных системах. Напомним, что в идеальной пространственно неограниченной двумерной системе бозе-частиц БЭК не может происходить по принципиальным причинам: из-за расходимости заполнения при  $\mathbf{k} = 0$  в условиях постоянной плотности состояний. Эта проблема снимается при пространственном ограничении свободного движения двумерных экситонов и их накоплении в латеральных ловушках. В этих условиях критическая температура конденсации  $T_c$  становится связанной с площадью ловушки  $S$  и определяется формулой:

$$T_c = 2\pi\hbar^2 n_{ex} / [g_{ex} k_B m_{ex} \ln(Sn_{ex})], \quad (2)$$

где  $n_{ex}$  и  $m_{ex}$  — концентрация и масса экситонов соответственно,  $g_{ex}$  — фактор спинового вырождения.

В данной статье речь пойдет об экситонах в квазидвумерных полупроводниковых системах, главным образом, в GaAs/AlGaAs гетероструктурах, с пространственным разделением электронных и дырочных слоев. Перспективность пространственно-разделенных электронно-дырочных слоев для изучения коллективных свойств экситонов и их ожидаемого сверхтекучего течения впервые рассматривалась в работах [12, 13]. Условия для пространственного разделения фотовозбужденных электронов и дырок реализуются в двойных туннельно-связанных квантовых ямах, а также в одиночных квантовых ямах при электронно-дырочном фотовозбуждении и приложенном электрическом смещении между двумерными слоями [14–22]. Экситоны в таких системах называются пространственно-непрямыми, или диполярными, поскольку имеют дипольный момент в нижайшем состоянии. Времена излучательной аннигиляции таких экситонов из-за сильного ограничения перекрытия волновых функций электрона и дырки в направлении приложенного электрического поля оказываются достаточно большими в сравнении с более короткими временами термализации. Поэтому диполярные экситоны нетрудно накапливать в латеральных ловушках и охлаждать до достаточно низких температур, близких к решеточным температурам. В работах [17–19] было экспериментально продемонстрировано, что при превышении критических условий конденсации диполярные экситоны накапливаются в нижайшем состоянии с нулевыми импульсами в специально приготовленных латеральных ловушках. БЭК проявляется в пороговом появлении узкой линии фотолюминесценции (ФЛ) экситонного конденсата, а волновые векторы сконденсировавшихся экситонов оказываются почти на два порядка меньше тепловых де-бройлевских волновых

векторов [21]. Люминесценция экситонного конденсата является линейно поляризованной благодаря анизотропному электронно-дырочному обменному взаимодействию, расщепляющему основное состояние дипольного экситона в ловушке на два линейно поляризованные состояния. Обнаружение линейной поляризации ФЛ экситонного конденсата является одним из свидетельств спонтанного нарушения симметрии в условиях конденсации экситонов [20]. При этом в наблюдаемой с высоким пространственным разрешением картине ФЛ из ловушки обнаруживаются пространственно-периодические структуры пятен люминесценции, когерентно связанных между собой [17–19, 21]. Впервые обнаруженные большие масштабы пространственной когерентности означают, что экспериментально наблюдаемые пространственно-периодические структуры люминесценции в условиях бозе-конденсации дипольных экситонов в латеральных ловушках описываются единой волновой функцией. Наблюдение пространственно-периодических структур ФЛ в реальном пространстве, их фурье-образов в  $\mathbf{k}$ -пространстве, а также линейной поляризации люминесценции экситонного конденсата является прямым свидетельством спонтанного нарушения симметрии в условиях бозе-конденсации дипольных экситонов: макроскопическая когерентная фаза бозе-конденсата возникает спонтанно в резервуаре термализованных некогерентных экситонов. Прямые измерения корреляторов первого порядка, как результата интерференционного сложения амплитуд люминесценции, а также корреляторов второго порядка, связанных с корреляционными измерениями пар испускаемых фотонов, свидетельствуют о высокой пространственно-временной когерентности экситонного бозе-конденсата [22].

Недавно была обнаружена крупномасштабная когерентность бозе-конденсата двумерных экситонных поляритонов в микрорезонаторах [23, 24]. При условии высокой добротности микрорезонатора фотоны в области резонанса сильно взаимодействуют с двумерными экситонными поляризационными возбуждениями. В результате возникают двумерные экситонные поляритоны — смешанные состояния экситонной поляризации с резонансным электромагнитным полем. Эффективная масса двумерных экситонных поляритонов в достаточно добротных микрорезонаторах чрезвычайно мала: почти на девять порядков меньше атомных масс. При достижении критических плотностей в квазиравновесном газе экситонных поляритонов благодаря эффективному поляритон-поляритонному рассеянию наблюдалось гигантское заполнение нижайшего состояния экситонных поляритонов с практически нулевыми импульсами, а также пороговое возрастание крупномасштабной пространственной когерентности. Наряду с обнаружением линейной поляризации излучения [23] эти эксперименты, чрезвычайно интересные и впечатляющие, также указывают на спонтанное возникновение макроскопического когерентного квантового состояния в условиях бозе-конденсации двумерных экситонных поляритонов. Однако, на наш взгляд,

в данном случае речь идет скорее о неравновесной бозе-конденсации экситонных поляритонов в близкой аналогии с лазерным эффектом.

В настоящей статье будут затронуты вопросы, касающиеся фазовой диаграммы БЭК диполярных экситонов, накапливаемых в латеральных электростатических ловушках, обсуждены наблюдения пространственно-периодических структур люминесценции экситонного бозе-конденсата и их критического поведения в зависимости от накачки и температуры, а также проанализированы вопросы, связанные с исследованиями когерентности в условиях БЭК диполярных экситонов, а именно: прямыми измерениями корреляторов 1-го и 2-го порядков от накачки и температуры, которые свидетельствуют о крупномасштабной когерентности экситонного бозе-конденсата.

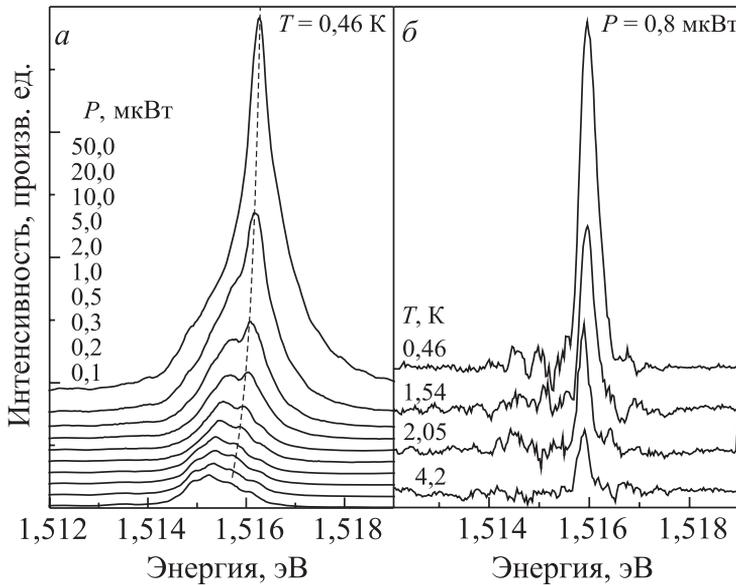
## 2. Фазовая диаграмма БЭК

Исследованы пространственно-непрямые, или диполярные, экситоны в широкой (25 нм) одиночной GaAs квантовой яме, помещенной в поперечное гетерослоям электрическое поле, которое прикладывалось между металлической пленкой (затвором Шоттки) на поверхности AlGaAs/GaAs гетероструктуры и проводящим электронным слоем внутри структуры (встроенным нижним электродом). Благодаря приложенному электрическому полю диполярные экситоны имеют в нижайшем состоянии большой дипольный момент: около 100 Д. В исследуемой нами системе такие экситоны вследствие диполь-дипольного отталкивания не связываются в молекулы или другие многочастичные комплексы. Фотовозбуждение экситонов и наблюдение их люминесценции велось через круглое окно  $\varnothing 5$  мкм в непрозрачной металлической маске. Диполярные экситоны накапливались в кольцевой латеральной ловушке, которая возникала вдоль периметра окна из-за сильно неоднородного электрического поля [17, 18]. Использование светосильной проекционной оптической системы ( $N.A. = 0,28$ ) позволяло наблюдать пространственную структуру люминесценции диполярных экситонов из окна в металлическом затворе с разрешением  $\geq 1$  мкм. Увеличенное изображение окна образца, через которое велось фотовозбуждение и наблюдение люминесценции, проецировалось либо на входную щель спектрометра, либо, минуя спектрометр, непосредственно на фоточувствительную матрицу охлаждаемой кремниевой CCD-камеры. Образец размещался в гелиевом оптическом криостате, в котором можно было проводить эксперименты в интервале температур 0,45–4,2 К. При  $T < 1,5$  К образец находился непосредственно в жидком  $^3\text{He}$ , а при более высоких температурах — в охлажденных парах  $^3\text{He}$ . Используя интерференционные светофильтры, можно было изучать пространственную структуру люминесценции избирательно по спектральному составу. Конструкция проекционной оптической системы

позволяла оперативно переходить от наблюдения картины люминесценции с высоким пространственным разрешением к *in situ* оптическому фурье-преобразованию изображений, т.е. к угловому распределению люминесцентного излучения. Возбуждение дипольных экситонов осуществлялось одновременно двумя непрерывными лазерами: Ti-Sp лазером или полупроводниковым лазером с длиной волны  $\lambda = 782$  нм (фотовозбуждение под барьером AlGaAs) и He-Ne лазером ( $\lambda = 633$  нм) или полупроводниковым лазером с  $\lambda = 659$  нм (надбарьерное фотовозбуждение). Комбинацией таких лазеров и экспериментально подобранным отношением используемых мощностей достигалась максимальная компенсация избыточных зарядов в ловушке, и сама система экситонов поддерживалась максимально нейтральной. Подробные детали архитектуры использованных структур, латеральных ловушек и компенсации избыточных зарядов в ловушках были изложены ранее в работах [19, 21].

С целью определения равновесной фазовой границы, очерчивающей область в шкале «накачка  $P$  (экситонная плотность) — температура  $T$ », где происходит бозе-эйнштейновская конденсация дипольных экситонов, изучались и анализировались спектры ФЛ при вариации оптической накачки в температурном интервале 0,45–4,2 К. При достижении критических условий конденсации, температуры  $T$  и мощности оптического возбуждения  $P$ , в спектре люминесценции пороговым образом вырастает узкая линия дипольных экситонов, соответствующая макроскопическому заполнению нижайшего состояния в ловушке и возникновению экситонного конденсата [21]. На рис. 1, а продемонстрировано, как ведут себя спектры люминесценции дипольных экситонов, детектируемые непосредственно из кольцевой ловушки, при вариации непрерывной накачки и  $T = 0,46$  К. В данном случае накачка производилась одновременным действием двух лазеров, осуществляющих над- и подбарьерное фотовозбуждение, с целью максимальной компенсации избыточных зарядов в ловушке. Варьировалась только мощность лазера 659 нм, осуществляющего надбарьерное фотовозбуждение. При очень малых накачках в спектре видна бесструктурная и асимметричная полоса люминесценции шириной 1,3 мэВ. Форма этой полосы при варьировании накачек не меняется. Эта полоса неоднородно уширена и имеет происхождение, связанное с локализацией экситонов на флуктуациях случайного потенциала из-за остаточных заряженных примесей и структурных дефектов в самой ловушке и в ее ближайшей окрестности. При увеличении мощности возбуждения на фиолетовом краю широкой полосы пороговым образом начинает появляться и затем возрастать по интенсивности узкая линия, соответствующая конденсированному состоянию дипольных экситонов [17, 18, 21]. Ширина узкой линии вблизи порога составляет около 200 мкэВ, а ее интенсивность вблизи порога растет с накачкой сверхлинейно. При больших накачках линия доминирует в спектре в сравнении с бесструктурным континуумом под ней. Зависимость интенсивности линии от

накачки становится линейной при дальнейшем увеличении мощности фотовозбуждения. Линия с ростом накачки несколько уширяется и сдвигается в сторону больших энергий. Такое поведение связано с отталкивательным взаимодействием дипольных экситонов при возрастании их концентрации, что подробно проанализировано в работе [25]. Согласно нашим измерениям, спектральный сдвиг линии, а также ее уширение, имеют близкий масштаб. В частности, в интервале накачек, соответствующих рис. 1, а, отношение спектрального сдвига центра тяжести линии (спектральный момент  $M_1$ ) к ее ширине (спектральный момент  $M_2$ ) составляет  $M_1/M_2 \approx 0,8$ . По величине спектрального сдвига узкой линии с ростом накачки можно оценить концентрацию экситонов. Эта концентрация составляет  $\approx 10^{10}$  см $^{-2}$  вблизи порога конденсации (рис. 1, а).



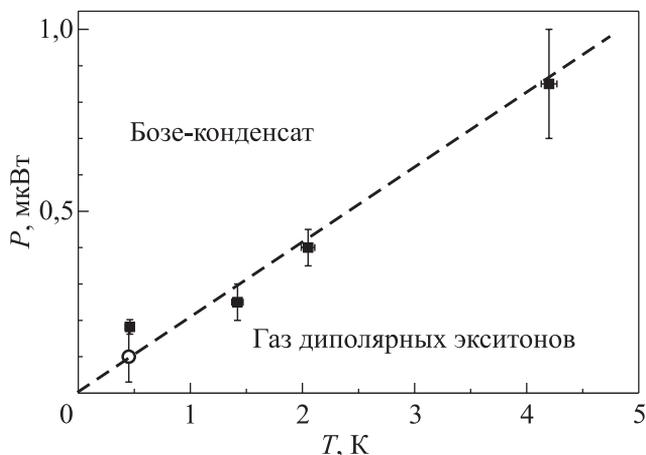
**Рис. 1.** Спектры фотолюминесценции дипольных экситонов в кольцевой латеральной ловушке  $\varnothing 5$  мкм. (а) Пороговое возникновение и рост узкой спектральной линии при увеличении мощности  $P$  надбарьерного лазера ( $\lambda = 659$  нм). Мощность подбарьерного лазера  $P_{782 \text{ нм}} = 10$  мкВт. Температура  $T = 0,46$  К. (б) Рост линии (фон от локализованных состояний вычтен) с понижением температуры  $T$  при фиксированном фотовозбуждении:  $P_{659 \text{ нм}} = 0,8$  мкВт,  $P_{782 \text{ нм}} = 10$  мкВт.

Интенсивность линии люминесценции, соответствующей экситонному конденсату, очень чувствительна к температуре. При фиксированной накачке интенсивность этой линии уменьшается с ростом температуры по линейному закону, вплоть до полного ее исчезновения на фоне бесструктурного континуума вблизи порога экситонной конденсации. Температурное поведение узкой линии экситонного конденсата иллюстрирует рис. 1, б. В интервале температур 0,45–4,2 К была установлена следующая законо-

мерность поведения интенсивности узкой линии экситонного конденсата при фиксированной накачке и вариации температуры:

$$I_T \propto (1 - T/T_c), \quad (3)$$

где  $I_T$  — интенсивность линии при температуре  $T$ , а  $T_c$  — критическая температура, при которой узкая спектральная линия исчезает. С целью построения фазовой диаграммы при каждой заданной температуре в изученном интервале 0,45–4,2 К исследовалась зависимость спектров люминесценции от мощности фотовозбуждения. В результате определялась пороговая величина мощности  $P_c$ , при которой начинает появляться (исчезать) в спектре узкая линия экситонного конденсата. Фазовая диаграмма строилась в координатах  $P$ – $T$ , и для ее построения использовалась нелинейная область зависимости интенсивности узкой линии от мощности лазерного возбуждения. Результирующая фазовая диаграмма изображена на рис. 2. Видно, что фазовая граница, очерчивающая область, где происходит бозе-конденсация, является линейной функцией температуры, что и следует ожидать для двумерной системы. Исследуемые структуры отличаются достаточно высоким структурным совершенством и низким порогом подвижности для дипольных экситонов (оцениваемые концентрации экситонов вблизи порога подвижности составляют  $n_T \approx 3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ ). Поэтому естественно, что на рис. 2 линейная аппроксимация фазовой границы в область еще более низких температур и малых экситонных плотностей оказывается непосредственно в начале координат.



**Рис. 2.** Фазовая диаграмма бозе-конденсации дипольных экситонов в кольцевой ловушке в координатах «мощность фотовозбуждения  $P_{659 \text{ нм}}$  — температура  $T$ ». Мощность подбарьерного лазера  $P_{782 \text{ нм}} = 10 \text{ мкВт}$ . Квадраты отвечают порогу конденсации, найденному по появлению узкой спектральной линии. При  $T = 0,45 \text{ К}$  кружком показан порог, оцененный по положению максимума коррелятора 2-го порядка  $g^{(2)}(\tau)$  в зависимости от накачки.

### 3. Пространственно-периодические структуры люминесценции БЭК диполярных экситонов

Одновременно с возникновением в спектрах люминесценции узкой линии бозе-конденсата диполярных экситонов в прямом изображении картины люминесценции, которая проецировалась с высоким пространственным разрешением ( $\sim 1$  мкм) непосредственно из ловушки (окно в Шоттки-затворе гетероструктуры), появляется пространственно-периодическая структура эквидистантно расположенных пятен свечения [17–21]. Подчеркнем, что пространственно-периодические структуры люминесценции наблюдаются исключительно в случае спектральной селекции узкой линии экситонного бозе-конденсата. При выполнении этих экспериментов линия экситонного конденсата «вырезалась» с помощью узкополосного интерференционного светофильтра со спектральной шириной около 2 мэВ. В случае других изученных нами каналов электронно-дырочной рекомбинации из электростатических ловушек, в частности, в условиях нарушенной компенсации избыточных зарядов (положительных или отрицательных), пространственная структура люминесценции не возникает. В этих условиях вдоль периметра ловушки всегда при вариации накачки и температуры в широких пределах наблюдается исключительно однородное распределение интенсивности люминесценции. Таким образом, надежно установлено, что пространственно-периодические структуры люминесценции, отражающие неоднородное распределение экситонной плотности в ловушке, непосредственно связаны с бозе-конденсатом диполярных экситонов, который возникает в полностью компенсированной, электрически нейтральной электронно-дырочной системе при достижении критических условий конденсации.

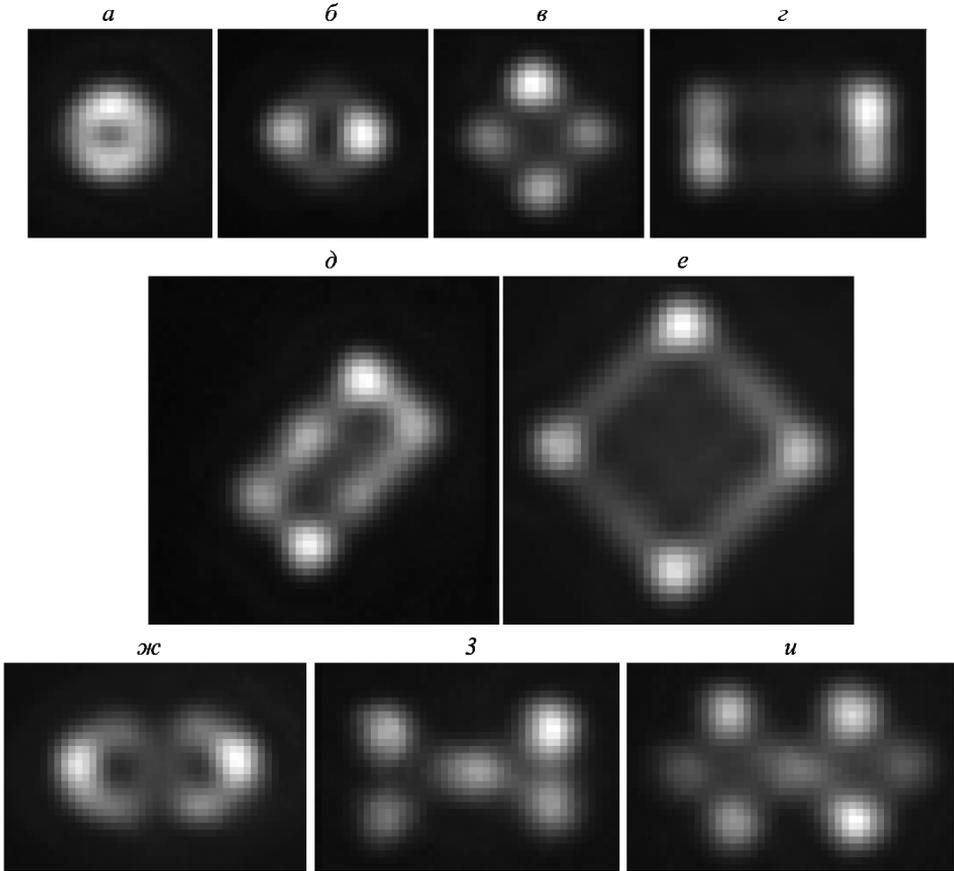
Пространственно-периодические структуры люминесценции в условиях БЭК диполярных экситонов можно наблюдать не только в круглой кольцевой электростатической ловушке [17–21], но и в ловушках иной формы. На рис. 3 представлены изображения пространственно-периодических структур пятен свечения, полученные при фиксированной накачке  $P$  с относительно небольшим превышением над порогом при температуре  $T = 1,6$  К в ловушках, формирующихся вдоль периметра круга, квадрата, треугольника, прямоугольника, а также касающиеся друг друга пар таких фигур.

Видность пятен  $V$  в обнаруженных пространственно-периодических структурах свечения в условиях БЭК диполярных экситонов оказалась очень чувствительной к температуре. Она определялась по стандартной формуле:

$$V = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}), \quad (4)$$

где  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  — максимальная интенсивность люминесценции в центре пятен и минимальная интенсивность по периметру кольца в области между пятнами соответственно. При температурах выше критической, в полном

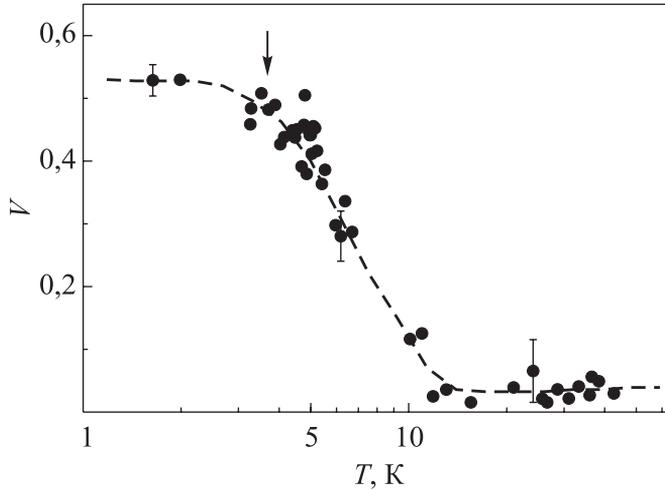
соответствии с установленной фазовой диаграммой БЭК, пространственно-периодические структуры люминесценции размываются, свидетельствуя, что в этих условиях распределение экситонов в ловушках становится однородным (рис. 4).



**Рис. 3.** Пространственно-периодические картины люминесценции в условиях БЭК диполярных экситонов в различных латеральных ловушках, образованных по периметру различного вида отверстий в Шоттки-электроре на поверхности гетероструктуры: круг  $\varnothing 4$  мкм (а) и  $\varnothing 5$  мкм (б), квадрат 5 мкм (в), прямоугольник  $5 \times 10$  мкм (г) и (д), квадрат 10 мкм (е), пары касающихся кругов  $\varnothing 5$  мкм (ж), треугольников со стороной 7 мкм (з) и квадратов 5 мкм (и).

Наблюдаемые пространственно-периодические структуры пятен люминесценции в условиях БЭК экситонов в ловушках всегда ориентированы вдоль кристаллографических направлений  $\langle 110 \rangle$  или  $\langle 1\bar{1}0 \rangle$  в плоскости  $\{001\}$ , параллельной гетерослоям. Именно вдоль этих направлений в GaAs-гетероструктурах наиболее сильны и анизотропны флуктуации случайного потенциала. Естественно считать, что анизотропный потенциал вдоль

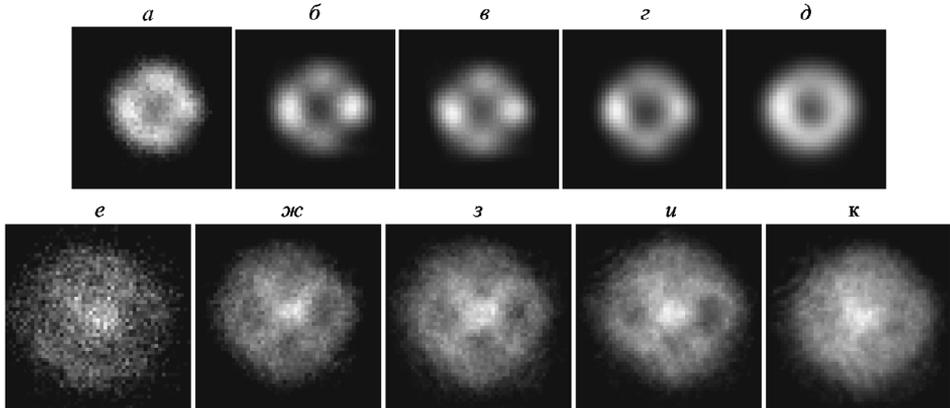
указанных направлений «пиннингует» пространственно-периодическую структуру пятен свечения. Теоретические обоснования для такого, казалось бы, естественного заключения пока отсутствуют.



**Рис. 4.** Видность  $V = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$  пятен свечения в кольцевой ловушке  $\varnothing 5$  мкм в условиях БЭК диполярных экситонов как функция температуры  $T$ .

Исчерпывающих объяснений природы возникновения пространственно-периодических структур люминесценции диполярных экситонов в ловушках в условиях БЭК пока нет. Приведем здесь лишь некоторые из опубликованных объяснений. Так, в теоретической работе [26] высказано предположение, что в бозе-эйнштейновском конденсате пространственно-непрямых (диполярных) экситонов, накапливаемых в латеральных ловушках, могут возникать квантовые вихри. Вихревой характер конденсата благодаря крупномасштабной когерентности (или параметру порядка) должен проявиться в особенностях углового распределения интенсивности люминесценции в результате деструктивной и конструктивной интерференции. Выполненные нами *in situ* оптические фурье-преобразования пространственно-периодических структур, воспроизводящие картину распределения интенсивности люминесценции в дальнем поле, продемонстрировали результат деструктивной и конструктивной интерференции (см. рис. 5), а также пространственную направленность люминесценции по нормали к гетерослоям структуры [21] в близком соответствии с результатами теории [26]. Эти экспериментальные результаты являются несомненным следствием крупномасштабной когерентности конденсированного экситонного состояния в кольцевой латеральной ловушке и указанием на то, что вся периодическая структура люминесценции в ловушке описывается единой волновой функцией. Однако однозначным доказательством квантового вихревого происхождения пятен люминесценции в пространственно-периодических

структурах могли бы послужить интерференционные измерения, позволяющие, в принципе, проследить за изменением фазы при обходе одиночного вихря, связанного в нашем случае с уединенным пятном люминесценции, памятуя, что при полном обходе вихря фаза должна изменяться на число, кратное  $2\pi$ .



**Рис. 5.** Пространственное (а–д) и угловое (е–к) (результат оптического фурье-преобразования) распределение люминесценции дипольных экситонов в кольцевой ловушке  $\varnothing 5$  мкм при мощности фотовозбуждения  $P_{633\text{нм}} = 0,5$  (а, е), 5 (б, ж), 10 (в, з), 50 (г, и) и 250 (д, к) мкВт соответственно.  $T = 1,6$  К. Размер панелей с распределениями в дальней зоне (е–к) составляет 32 градуса или  $4 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$  для планарной компоненты волнового вектора  $\mathbf{k}_{\parallel}$ .

В недавно выполненных интерференционных экспериментах для экситонных поляритонов в микрорезонаторах было продемонстрировано, что пятна свечения в случае экситон-поляритонных бозе-конденсатов действительно являются вихрями, хотя сама пространственная картина пятен люминесценции выглядит совершенно нерегулярным образом и не демонстрирует какой-либо периодичности [27]. Гидродинамическое зарождение экситон-поляритонных вихрей, их временная эволюция и динамика экспериментально исследованы и проанализированы в работах [28, 29].

Остановимся еще на одной точке зрения, касающейся происхождения наблюдаемой нами пространственно-периодической, фрагментарной структуры люминесценции бозе-конденсата дипольных экситонов в ловушках. Эта точка зрения в своей сути основывается на представлениях о фазовом переходе 1-го рода «газ–жидкость» в неравновесной пространственно-разделенной электронно-дырочной системе с конечным временем жизни [30]. Теория, в принципе, не исключает, что конденсированная фаза может быть бозе-конденсатом. Согласно этой теории, пятна свечения во фрагментарной структуре являются каплями экситонного конденсата, и их размер определяется исключительно соотношением между временами зарождения и радиационными временами жизни. Теория [30–32] в целом очень хорошо

объясняет фрагментарную структуру люминесценции и размеры отдельных пятен свечения (капель конденсата) в пространственно-периодических структурах, которые наблюдаются в наших экспериментах и изложены выше. Однако остается совершенно не ясным, почему в рамках таких представлений возникает большая пространственная когерентность экситонного конденсата.

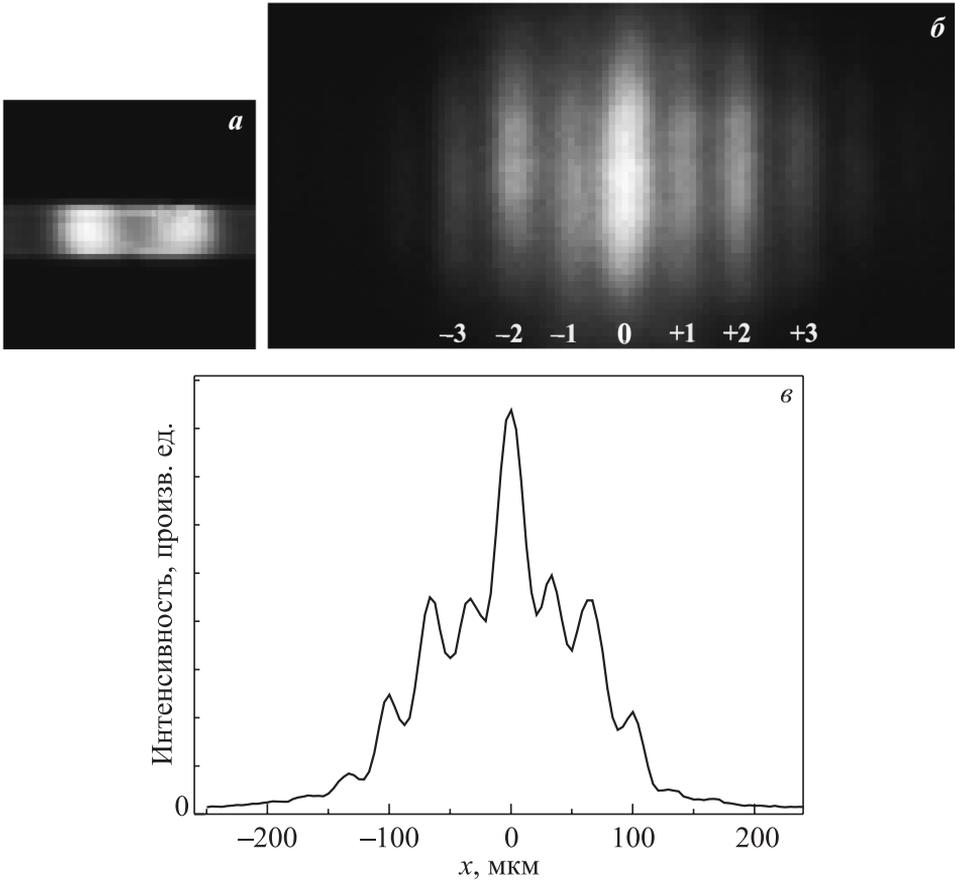
Близко к изложенным выше представлениям подходит работа [33], в которой рассматривается пространственно-разделенная, электрически не скомпенсированная, неравновесная электрон-дырочная система. Однако в наших экспериментах надежно видно, что при нарушении компенсации в разделенных электрон-дырочных слоях (избыток электронов в одном слое или избыток дырок в другом) фрагментация дискретных пятен размывается в однородно распределенное свечение вдоль всего периметра ловушки.

#### 4. Когерентность бозе-конденсата диполярных экситонов

Остановимся на вопросах когерентности бозе-конденсата диполярных экситонов в ловушках. С целью исследования временной и пространственной когерентности бозе-конденсата диполярных экситонов были выполнены эксперименты, использующие в своей основе двулучевое интерференционное сложение амплитуд люминесценции.

Первые эксперименты использовали классическую схему Юнга, а именно: производились прямые измерения двулучевой интерференции от пар пространственно-разнесенных пятен люминесценции во фрагментарной, пространственно-периодической структуре (рис. 6). Наблюдение интерференционной картины велось в дальней зоне. Такие измерения позволили определить величину кросс-коррелятора амплитуд первого порядка,  $g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ , а также оценить длину пространственной когерентности. Длина пространственной когерентности оказалась близкой к диаметру ловушки и составила не менее 4 мкм. Впервые обнаруженные столь большие масштабы пространственной когерентности означают, что экспериментально наблюдаемые периодические структуры люминесценции описываются в условиях бозе-конденсации диполярных экситонов в латеральной ловушке единой волновой функцией.

Помимо этого, с помощью специально сконструированного двухлучевого интерферометра (вариант интерферометра Майкельсона) исследовался автокоррелятор первого порядка  $g^{(1)}(t, t + \tau)$  с целью оценки временной когерентности  $\tau_c$ . Измеренные пространственные масштабы продольной когерентности  $l_c$ , равные нескольким миллиметрам, находятся в полном соответствии со спектральной шириной линии люминесценции конденсата (в полном согласии с теоремой Винера-Хинчина).



**Рис. 6.** Интерференция излучения от двух пятен люминесценции внутри окна  $\varnothing 5$  мкм в Шоттки-затворе. Два диаметрально противоположных пятна, выделенные с помощью щели (а). Картина интерференции света от выбранной пары пятен (б). Профиль интерференционных полос.  $T = 1,7$  К.  $P_{\text{He-Ne}} = 10$  мкВт.  $U = +1,46$  В (в).

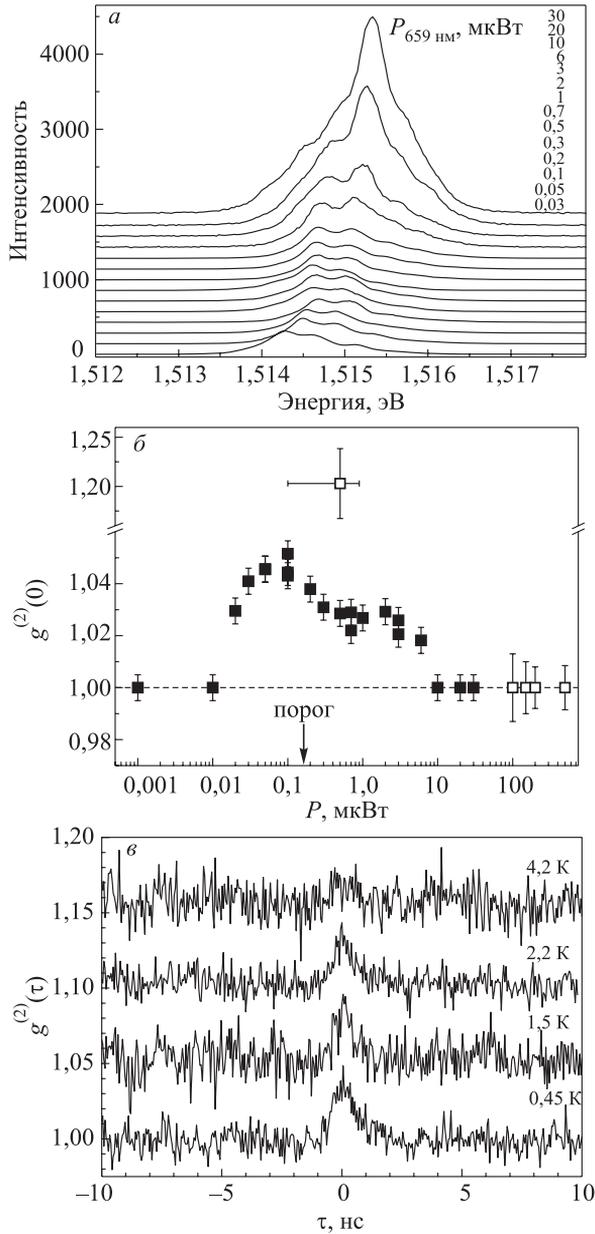
Заметим, что высокую пространственную когерентность обнаруживает бозе-конденсат экситонных поляритонов в микрорезонаторных структурах с несколькими квантовыми ямами [23], а также коллективное состояние пространственно-непрямых экситонов в структурах с двойными квантовыми ямами [34].

Теперь остановимся на исследовании парных фотонных корреляций интенсивности люминесценции  $g^{(2)}(\tau)$  в условиях экситонной бозе-конденсации. Нами измерялся коррелятор второго порядка, или коррелятор интенсивностей  $I$ .

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I_1(r,t) I_2(r,t+\tau) \rangle}{\langle I_1(r,t) \rangle \langle I_2(r,t) \rangle}. \quad (5)$$

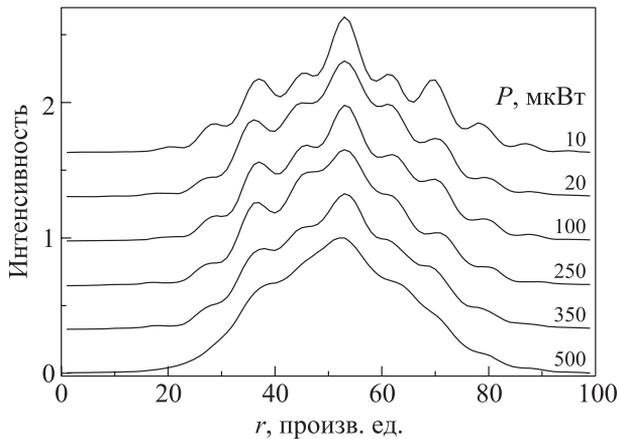
Угловые скобки означают усреднение по ансамблю,  $r$  — пространственная координата излучателя, а  $\tau$  — время задержки в регистрируемой паре фотонов. Измерения парных фотонных корреляций проводились с использованием двулучевого интерферометра интенсивностей по известной классической схеме Хэнбери Брауна–Твисса (Hanbury Brown–Twiss) (HBT). В качестве «старт-стоп» детекторов использовались скоростные лавинные фотодиоды двух типов: «медленные», со временем нарастания сигнала фотоотклика на переднем фронте 420 пс, и более высокоскоростные или «быстрые», с временем нарастания 40 пс. Детекторы размещались симметрично относительно светоделительной призмы, которая разделяет падающий световой поток от люминесцирующего образца строго поровну. Специальные экраны и диафрагмы обеспечивали регистрацию детекторами только полезного сигнала люминесценции и полностью исключали воздействие рассеянного света и трудноконтролируемых отражений. В случае высокоскоростных фотодетекторов использовалась световодная техника подвода фотосигнала к детекторам. Сигналы фотооткликов поступали на электронный преобразователь «время-амплитуда», а с его выхода — на вход многоканального анализатора. Реализованная методика позволяла детектировать коррелятор интенсивности  $g^{(2)}(\tau) > 1$  в условиях суперпозиции когерентных состояний со временем взаимной когерентности более 0,5 нс. Корреляционные измерения интенсивности люминесценции выполнялись для узкой спектральной области, в которой располагалась линия экситонного конденсата. Эта область вырезалась из спектра люминесценции (см. рис. 7, а), с помощью узкополосного интерференционного светофильтра с шириной полосы 2 мэВ.

Полученные результаты представлены на рис. 7, б. Подробно остановимся на измерениях при  $T = 0,45$  К. При накачках существенно ниже порога конденсации распределение парных фотонных корреляций отвечает пуассоновскому распределению:  $g^{(2)}(\tau) = 1$ . В этой области накачек бесструктурный спектр люминесценции, отвечающий локализованным экситонным состояниям, широкий: более 1 мэВ. Еще раз подчеркнем, что использованная регистрационная система не разрешает во времени суперпозицию хаотических когерентных источников (в нашем случае речь идет о локализованных экситонных состояниях), если времена взаимной когерентности существенно меньше 0,1 нс. При приближении к порогу конденсации, с ростом оптической накачки, надежно наблюдается эффект группировки фотонов («bunching»). При этом сама функция парных фотонных корреляций демонстрирует сверхпуассоновское распределение ( $g^{(2)}(\tau) > 1$ ) на масштабах времен когерентности исследуемой системы  $\tau_c < 0,1$  нс. Измеренную величину фотонной группировки ограничивают два фактора. Первый из них связан с тем, что, помимо сигнала люминесценции диполярных экситонов, фиксируется также широкая спектральная область континуума, обусловленного локализованными состояниями.



**Рис. 7.** Коррелятор второго порядка  $g^{(2)}(\tau)$  для люминесценции дипольных экситонов в кольцевой ловушке  $\varnothing 5$  мкм. Спектры фотолюминесценции при различном уровне фотовозбуждения  $P_{659 \text{ нм}}$ , «вырезанные» с помощью интерференционного светофильтра с шириной полосы пропускания 2 эВ (а). Значение коррелятора 2-го порядка  $g^{(2)}(0)$  как функция мощности фотовозбуждения  $P$ . Черными и светлыми квадратами показаны результаты измерений с «медленными» и «быстрыми» детекторами соответственно. Стрелкой указан порог бозе-конденсации в соответствии с фазовой диаграммой на рис. 2.  $T = 0,45$  К (б). Временные диаграммы  $g^{(2)}(\tau)$  в зависимости от температуры.  $P_{659 \text{ нм}} = 0,1$  мкВт.  $P_{782 \text{ нм}} = 10$  мкВт (в).

Второй фактор обусловлен конечной разрешающей способностью по времени использованной регистрационной системы. При накачках, заметно превышающих порог, когда в спектрах люминесценции доминирует узкая линия экситонного конденсата, эффект группировки уменьшается и, в конечном итоге, с дальнейшим ростом оптического возбуждения, пропадает. При этом само распределение парных фотонных корреляций становится пуассоновским, отражающим, как мы предполагаем, единое квантовое когерентное состояние экситонного конденсата. Это заключение подтверждается прямыми наблюдениями крупномасштабной когерентности — кросс-коррелятора 1-го порядка (см. рис. 8).



**Рис. 8.** Профили полос интерференции излучения от двух пространственно разнесенных ( $\approx 4$  мкм) частей экситонного конденсата (пара диаметрально противоположных пятен в картине люминесценции диполярных экситонов в кольцевой ловушке) в зависимости от мощности фотовозбуждения  $P$  ( $\lambda = 633$  нм). Коррелятор 1-го порядка  $g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \approx 0,2$  при  $P = 10$  мкВт и  $g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rightarrow 0$  при  $P = 500$  мкВт. Кривые для удобства сдвинуты по вертикали.  $T = 1,7$  К.

Обнаруженный эффект группировки фотонов оказался очень чувствительным к температуре. Величина эффекта группировки уменьшается в несколько раз при увеличении температуры в интервале  $0,45\text{--}4,2$  К (см. рис. 7, в). Это наблюдение может косвенно свидетельствовать о разрушении параметра порядка с ростом температуры. Подчеркнем также, что измеренная при различных температурах максимальная величина группировки фотонов в функции накачки достаточно хорошо коррелирует с найденной фазовой диаграммой (см. рис. 2). Это означает, что максимальная двухфотонная группировка происходит в области, где наиболее сильны флуктуации экситонной плотности, т.е. вблизи фазовой границы.

В рамках предположения, что люминесценция диполярных экситонов прямым образом передает когерентные свойства газа взаимодействующих экситонов, обнаруженная группировка испускаемых фотонов в области по-

рога конденсации, где наиболее существенны флуктуации экситонной плотности и, следовательно, интенсивности люминесценции, свидетельствует о фазовом переходе во взаимодействующем экситонном бозе-газе и является независимым способом детектирования экситонной бозе-конденсации. Для нас в дальнейшем представляется интересным исследовать в условиях бозе-конденсации диполярных экситонов пространственный кросс-коррелятор интенсивности люминесценции  $g^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ , который непосредственно связан с недиагональным параметром порядка.

При увеличении накачки из-за возрастающего электрон-дырочного рассеяния пространственная когерентность экситонного бозе-конденсата в конечном итоге разрушается. Эффект возрастания декогерентности экситонного бозе-конденсата иллюстрирует рис. 8. Видно, что при больших накачках интерференционная картина сложения амплитуд люминесценции из пространственно-разнесенных частей конденсата размывается, а кросс-коррелятор 1-го порядка становится равным нулю. Оцениваемое нами время декогерентности, соответствующее разрушению экситонного бозе-конденсата диполярных экситонов, менее 10 пс.

## 5. Заключение

К числу вопросов, представляющих интерес для дальнейших исследований, прежде всего, относится тщательное изучение крупномасштабной пространственно-временной когерентности бозе-конденсата диполярных экситонов. Если интерференционные измерения подтвердят вихревое происхождение пятен люминесценции в обнаруженных пространственно-периодических фрагментарных структурах, это будет означать возможность сверхтекучего течения бозе-конденсата диполярных экситонов. Поиски возможного сверхтекучего течения экситонной материи и постановка соответствующих экспериментов находятся в кругу наших ближайших интересов.

Интересная задача относится к реализации туннельной связи между близко расположенными ловушками с экситонными бозе-конденсатами. В этом случае можно ожидать биения фазы и интенсивности фотолюминесценции в каждом из конденсатов в прямой аналогии с эффектом Джозефсона в сверхпроводниках. Обнаружение такого эффекта в случае туннельно-связанных экситонных бозе-конденсатов имеет перспективу приложений в информационных технологиях, связанных с квантовыми вычислениями.

Другое направление работ будет касаться поиска и реализации латеральных ловушек, включая оптически приготовленные ловушки, в которых из-за сильного пространственного разделения электронно-дырочных слоев времена излучательной электрон-дырочной рекомбинации существенно возрастут и будут составлять десятки (а возможно, и сотни) наносекунд. Мы также попытаемся осуществить пространственное электрон-дырочное раз-

деление на основе гетероперехода 2-го рода в специально приготовленной для этих целей гетероструктуре GaAs/AlGaAs.

Авторы пользуются случаем, чтобы поблагодарить А. И. Ильина (ИПТМ РАН) за выполнение электронной литографии при подготовке образцов для исследований.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Программы Президиума РАН по наноструктурам и Программы Отделения физических наук РАН по сильнокоррелированным системам.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Einstein, A. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. I // Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften. Physikalisch-mathematische Klasse. – 1924. – Vol. 22. – P. 261–267.
2. Einstein, A. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. II // Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften. Physikalisch-mathematische Klasse. – 1925. – Vol. 23. – P. 3–14.
3. Bose, S.N. Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese // Zeitschrift fur Physik. – 1924. – Vol. 26. – P. 178–181.
4. London, F. The  $\lambda$ -phenomenon of liquid helium and the Bose-Einstein degeneracy. – Nature. – 1938. – Vol. 141, Iss. 3571. – P. 643.
5. Anderson, M.H. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor / M.H. Anderson et al. // Science. – 1995. – Vol. 269, Iss. 5221. – P. 198–201.
6. Ketterle, W. Nobel lecture: When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser // Reviews of Modern Physics. – 2002. – Vol. 74, Iss. 4. – P. 1131–1151.
7. Leggett, A.J. Bose-Einstein condensation in the alkali gases: Some fundamental concepts // Reviews of Modern Physics. – 2001. – Vol. 73, Iss. 2. – P. 307–356.
8. Москаленко, С.А. Обратимые оптико-гидродинамические явления в неидеальном экситонном газе // ФТТ. – 1962. – Т. 4, № 1. – С. 276–284.
9. Blatt, J.M. Bose-Einstein condensation of excitons / J.M. Blatt, K.W. Böer, W. Brandt // Physical Review. – 1962. – Vol. 126, Iss. 5. – P. 1691–1692.
10. Casella, R.C. A criterion for exciton binding in dense electron-hole systems – application to line narrowing observed in GaAs // Journal of Applied Physics. – 1963. – Vol. 34, Iss. 6. – P. 1703–1705.
11. Келдыш, Л.В. Коллективные свойства экситонов в полупроводниках / Л.В. Келдыш, А.Н. Козлов // ЖЭТФ. – 1968. – Т. 54, № 3. – С. 978–993.
12. Лозовик, Ю.Е. О возможности сверхтекучести разделенных в пространстве электронов и дырок при их спаривании; новый механизм сверхпроводимости / Ю.Е. Лозовик, В.И. Юдсон // Письма в ЖЭТФ. – 1975. – Т. 22, № 11. – С. 556–559.
13. Шевченко, С.И. Теория сверхпроводимости систем со спариванием пространственно разделенных электронов и дырок // ФНТ. – 1976. – Т. 2, № 5. – С. 505–516.
14. Fukuzawa, T. Phase transition of an exciton system in GaAs coupled quantum wells / T. Fukuzawa, E.E. Mendez, J.M. Hong // Physical Review Letters. – 1990. – Vol. 64, Iss. 25. – P. 3066–3069.
15. Butov, L.V. Condensation of indirect excitons in coupled AlAs/GaAs quantum wells / L.V. Butov et al. // Physical Review Letters. – 1994. – Vol. 73, Iss. 2. – P. 304–307.
16. Butov, L.V. Condensation and pattern formation in cold exciton gases in coupled quantum wells // Journal of Physics Condensed Matter. – 2004. – Vol. 16, Iss. 50. – P. R1577–R1613.

17. Горбунов, А.В. Коллективное состояние в бозе-газе взаимодействующих межъямных экситонов // А.В. Горбунов, В.Б. Тимофеев // Письма в ЖЭТФ. – 2006. – Т. 83, № 4. – С. 178–183.
18. Горбунов, А.В. Крупномасштабная когерентность бозе-конденсата пространственно-непрямых экситонов / А.В. Горбунов, В.Б. Тимофеев // Письма в ЖЭТФ. – 2006. – Т. 84, № 6. – С. 390–396.
19. Timofeev, V.B. Collective state of the Bose gas of interacting dipolar excitons / V.B. Timofeev, A.V. Gorbunov // Journal of Applied Physics. – 2007. – Vol. 101, Iss. 8. – P. 081708 (1–5).
20. Горбунов, А.В. Линейная поляризация люминесценции в условиях бозе-конденсации диполярных экситонов и спонтанное нарушение симметрии / А.В. Горбунов, В.Б. Тимофеев // Письма в ЖЭТФ. – 2008. – Т. 87, № 12. – С. 797–802.
21. Timofeev, V.B. Bose-Einstein condensation of dipolar excitons in double and single quantum wells / V.B. Timofeev, A.V. Gorbunov // Physica Status Solidi C. – Vol. 5, Iss. 7. – P. 2379–2386.
22. Горбунов, А.В. Двухфотонные корреляции люминесценции в условиях бозе-конденсации диполярных экситонов / А.В. Горбунов и др. // Письма в ЖЭТФ. – 2009. – Т. 90, № 2. – С. 156–162.
23. Kasprzak, J. Bose-Einstein condensation of exciton polaritons / J. Kasprzak et al. // Nature. – 2006. – Vol. 443. – P. 409–414.
24. Balili, R. Bose-Einstein condensation of microcavity polaritons in a trap / R. Balili et al. // Science. – 2007. – Vol. 316, Iss. 5827. – P. 1007–1010.
25. Schindler, C. Analysis of the exciton-exciton interaction in semiconductor quantum wells / C. Schindler, R. Zimmermann // Physical Review B. – 2008. – Vol. 78, Iss. 4. – P. 045313.
26. Keeling, J. Angular distribution of photoluminescence as a probe of Bose condensation of trapped excitons / J. Keeling, L.S. Levitov, P.B. Littlewood // Physical Review Letters. – 2004. – Vol. 92, Iss. 17. – P. 176402.
27. Krizhanovskii, D.N. Effect of interactions on vortices in a nonequilibrium polariton condensate / D.N. Krizhanovskii et al. // Physical Review Letters. – 2010. – Vol. 104, Iss. 12. – P. 126402.
28. Amo, A. Collective fluid dynamics of a polariton condensate in a semiconductor microcavity / A. Amo et al. // Nature. – 2009. – Vol. 457, Iss. 7227. – P. 291–295.
29. Nardin, G. Selective photoexcitation of confined exciton-polariton vortices / G. Nardin et al. // Physical Review B. – 2010. – Vol. 82, Iss. 7. – P. 073303.
30. Sugakov, V.I. Islands of exciton condensed phases in a two-dimensional system, the distribution of their sizes and coherence in position // Solid State Communications. – 2005. – Vol. 134, Iss. 1–2. – P. 63–67.
31. Chernyuk, A.A. Ordered dissipative structures in exciton systems in semiconductor quantum wells / A.A. Chernyuk, V.I. Sugakov // Physical Review B. – 2006. – Vol. 74, Iss. 8. – P. 085303.
32. Сугаков, В.И. Образование островков конденсированных фаз экситонов в полупроводниковых квантовых ямах в неоднородных полях / В.И. Сугаков, А.А. Чернюк // Письма в ЖЭТФ. – 2007. – Т. 85, № 11. – С. 699–704.
33. Paraskevov, A.V. Ring-shaped luminescence patterns in a locally photoexcited electron-hole bilayer / A.V. Paraskevov, S.E. Savel'ev // Physical Review B. – 2010. – Vol. 81, Iss. 19. – P. 193403.
34. Yang, S. Coherence length of cold exciton gases in coupled quantum wells / S. Yang et al. // Physical Review Letters. – 2006. – Vol. 97, Iss. 18. – P. 187402.

---

---

# БОЗЕ-КОНДЕНСАЦИЯ ЭКСИТОННЫХ ПОЛЯРИТОНОВ В МИКРОРЕЗОНАТОРАХ\*

**В.Б. Тимофеев**

Обсуждаются современные достижения в области исследований экситонных поляритонов в полупроводниковых гетероструктурах в микрорезонаторах и их коллективные свойства в условиях бозе-конденсации.

## 1. Введение

В концепции квантовых жидкостей заложен общий принцип, состоящий в том, что фермиевские частицы, у которых спин полуцелый, при определенных условиях могут связываться в пары, образуя композитные бозоны с целочисленным спином [1, 2]. Коллектив таких композитных бозонов, равно как и бозе-частиц или бозе-квазичастиц разной природы, обладает впечатляющим свойством: в условиях термодинамического равновесия и при температурах ниже критической, когда тепловые де-Бройлевские длины волн частиц сравниваются и начинают превышать межчастичное расстояние, происходит макроскопическое заполнение бозе-частицами самого нижнего квантового состояния с нулевым импульсом. В этих условиях полная свободная энергия системы бозонов минимизируется. Сконденсировавшиеся в такое состояние бозе-частицы образуют коллективное состояние, получившее название бозе-эйнштейновского конденсата (БЭК), которое представляет собой крупномасштабную, когерентную материальную волну [3]. Вследствие квантово-механических эффектов обменного межчастичного взаимодействия возникающее квантовое состояние оказывается устойчивым, поскольку вклады обменных взаимодействий складываются когерентно. Индивидуальные свойства бозе-частиц в конденсате теряются, а сам конденсат проявляет коллективные когерентные свойства на макроскопических масштабах. В качестве примеров можно вспомнить, что бездиссипативное течение материи — явления сверхтекучести в  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$  и сверхпроводимости в металлах — непосредственно связано с бозе-конденсацией композитных бозонов, в случае сверхпроводников — связанных в куперовские пары фермионов [2]. На возможную связь сверхтекучести  $^4\text{He}$  с явлением бозе-эйнштейновской конденсации впервые обратил внимание Ф. Лондон еще в 1938 г.\*\*

\* Физика и техника полупроводников. – 2012. – Т. 46, вып. 7. – С. 865–883.

\*\* London, F. The  $\lambda$ -phenomenon of liquid helium and Bose-Einstein degeneracy // Nature. – 1938. – Vol. 141. – Iss. 3571. – P. 643–644.

Недавно было обнаружено явление бозе-конденсации экситонных поляритонов, также композитных бозонов, в квазидвумерных полупроводниковых гетероструктурах, помещенных в микрорезонатор [4]. Поляритон представляет собой квантовую суперпозицию света и поляризационного возбуждения и является проявлением эффекта запаздывания света, распространяющегося в кристаллической среде [5,6]. Сам же коллектив экситонных поляритонов в микрорезонаторе представляет собой открытую и диссипативную систему взаимодействующих бозе-частиц, которая термодинамически сильно неравновесна из-за чрезвычайно малых времен жизни поляритонов в резонаторе. По всей совокупности обнаруженных свойств бозе-конденсация экситонных поляритонов в микрорезонаторе отличается от эффекта лазерной генерации в полупроводниковых гетероструктурах и, несмотря на неравновесность системы, очень близка к явлению бозе-эйнштейновской конденсации в коллективе сильно охлажденных атомных бозе-газов [4]. Если отвлечься от терминологии и оценивать всю панораму обнаруженных экситон-поляритонных коллективных эффектов в целом, экситонные поляритоны в микрорезонаторах являются принципиально новым и, несомненно, интересным объектом фундаментальных исследований коллективных свойств бозе-систем, где квантовые эффекты проявляют себя на макроскопических масштабах, а неравновесность самой системы экситонных поляритонов в микрорезонаторах открывает новые возможности и обнаруживает качества, которые могут оказаться востребованными для технических приложений.

## 2. Концепция экситонных поляритонов в микрорезонаторе

Концепция экситонных поляритонов была введена в физику твердого тела в пионерских работах С.И. Пекара [5] и J.J. Hopfield'a [6], выполненных в конце 50-х годов прошлого столетия (см. *Приложение*). Напомним, что поляритон является квазичастицей, представляющей собой квантовую суперпозицию электромагнитного (фотонного) и поляризационного (экситонного) возбуждений в твердом теле. Волновую функцию такой суперпозиции Hopfield предложил представлять следующим образом:

$$|\psi_{\pm}\rangle = \eta_c |\psi_c\rangle \pm \eta_x |\psi_x\rangle. \quad (1)$$

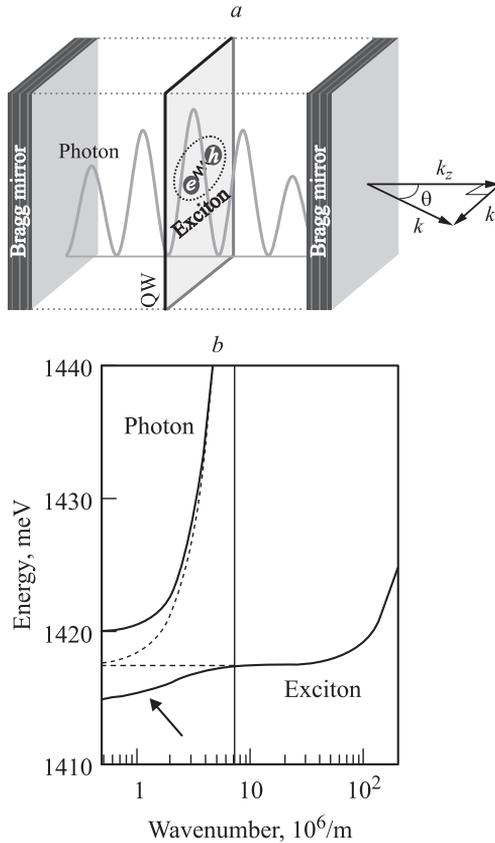
Здесь  $\eta_{c,x}$  — коэффициенты, определяющие парциальные доли светового (фотонного) и материального (экситонного) вкладов в поляритонную субстанцию, а  $\psi_c, \psi_x$  — волновые функции собственно фотона и экситона соответственно. При равных парциальных вкладах коэффициенты  $\eta_{c,x} = 1/\sqrt{2}$ , и поляритон при таком парциальном соотношении является наполовину

светом, наполовину материальной частицей. Варьируя коэффициенты  $\eta_{c,x}$ , в принципе, можно плавно интерполировать экситонный поляритон между световым и материальным пределами, что само по себе является уникальной возможностью для бозе-систем.

Экситонные поляритоны исследовались всесторонне в объемных прямозонных полупроводниках, а также в квазидвумерных полупроводниковых структурах, содержащих квантовые ямы. Следует особо подчеркнуть, что свежее «дыхание» и новые раскрывающиеся перспективы в эту область привнесла известная работа С. Weisbuch'a с соавт. [7], где впервые реализовано сильное свето-экситонное взаимодействие двумерных экситонных поляритонов в микрорезонаторе. Напомним: эта работа возникла в связи с исследованиями полупроводниковых лазеров на гетероструктурах в вертикально ориентированных резонаторах (Vertical Cavity Surface Emitting Laser — VCSEL).

На рис. 1, *a* приведена качественная схема типичной полупроводниковой структуры для экспериментов с экситонными поляритонами в микрорезонаторе. В таких экспериментах используются гетероструктуры с одиночной, достаточно узкой, или несколькими квантовыми ямами, с тем чтобы распределить между одинаковыми квантовыми ямами экситонный поляризационный вклад и обеспечить даже при больших оптических накачках режим разреженного экситонного газа  $na_{ex}^2 \ll 1$  ( $n$  — экситонная плотность,  $a_{ex}$  — боровский радиус экситона). Обычно квантовая яма (или ямы) располагается в области пучности стоячей электромагнитной волны, симметрично между многослойными отражателями, служащими зеркалами в микрорезонаторе Фабри–Перо. Брэгговские отражатели представляют собой чередующиеся диэлектрические слои  $\lambda/4$ , различающиеся показателем преломления. При поглощении фотона в полупроводниковой квантовой яме рождается экситон, а именно: электрон в зоне проводимости и дырка в валентной зоне, которые связываются между собой благодаря кулоновскому притяжению. Боровский радиус водородоподобных экситонов в полупроводниках  $a_{ex} = \epsilon \hbar^2 / \mu e^2$  ( $e$  — заряд электрона,  $\mu$  — приведенная масса экситона,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость) намного превосходит размер кристаллической ячейки, поэтому такие экситоны хорошо описываются в приближении эффективной массы, в отличие от экситонов малого радиуса, или экситонов Френкеля, в молекулярных кристаллах. Из-за близких масс электрона и дырки экситоны в полупроводниках скорее близки по своей внутренней структуре к атому позитрония. В достаточно узкой квантовой яме движение фотовозбужденных носителей и экситонов из-за размерного квантования в направлении, перпендикулярном гетерослоям, ограничено плоскостью квантовой ямы, т.е. оказывается двумерным. Напомним также, что экситон является композитным бозоном, подобно куперовской паре в сверхпроводнике. Однако существенное различие между ними состоит в том, что экситон метастабилен и имеет конечное время жизни, а связь

между электроном и дыркой в экситоне имеет кулоновскую природу. В случае радиационного распада экситона испускается фотон, при этом электрон, ранее принадлежавший экситону, заполняет место дырки в валентной зоне. В объемных прямозонных полупроводниках экситоны гибнут главным образом безызлучательно, благодаря процессам неупругого рассеяния на структурных несовершенствах и примесных центрах. Именно поэтому в объемных полупроводниках с прямой щелью не удавалось использовать люминесценцию для изучения динамики экситонных поляритонов.



**Рис. 1.** Схематические изображения структуры микрорезонатора с квантовой ямой (QW) и спектра экситонных поляритонов. *a* — микрорезонатор, образованный брэгговскими зеркалами, представляющими собой стопки чередующихся полупроводниковых гетерослоев  $\lambda/4$ , различающихся показателем преломления; квантовая яма (или несколько квантовых ям) располагается внутри микрорезонатора в области пучности стоячей световой волны. *b*: штриховые линии — дисперсия двумерных фотонов и экситонов в отсутствие взаимодействия; для упрощения рассмотрена изображена ситуация, когда энергии размерного квантования фотонов в микрорезонаторе и экситонного резонанса в квантовой яме совпадают в области  $k = 0$ ; в условиях свето-экситонного взаимодействия возникают верхняя (фотоноподобная) и нижняя (экситоноподобная) поляритонные моды (сплошные линии), которые при  $k = 0$  «расталкиваются» на величину расщепления Раби; расщепление Раби,  $\Omega_R$ , определяется свето-экситонным взаимодействием (пояснения в тексте).

Если квантовая яма располагается в области пучности стоячей электромагнитной волны в достаточно добротном резонаторе и если энергия двумерного экситона совпадает с энергией фотонной моды микрорезонатора при  $k = 0$ , то в таких условиях экситонное и фотонное состояния сильно взаимодействуют друг с другом в области световых волновых векторов, т.е. в электродинамической области. Речь, конечно же, идет о поперечных экситонных поляризационных возбуждениях, поскольку продольные экситоны не взаимодействуют со светом. В результате такого взаимодействия, как показано на рис. 1, происходит квантово-механическое смешивание фотонного и экситонного состояний (см. формулу (1)) и вырождение в окрестности нулевых планарных волновых векторов снимается. В конечном итоге возникают два новых собственных одночастичных состояния, каждое из которых является линейной комбинацией поперечных фотонных и поляризационных экситонных мод. Именно эти собственные состояния и получили название экситонных поляритонов. На рис. 1, *b* показаны расщепленные вследствие экситон-фотонного взаимодействия верхняя и нижняя ветви поляритонов в микрорезонаторе. Верхняя и нижняя поляритонные ветви в  $k = 0$  расщеплены на величину, получившую название расщепления Раби, которое является мерой экситон-фотонного взаимодействия [8]. Частоту Раби можно определить следующим образом:

$$\Omega_R = e \langle |r| \rangle E / \hbar. \quad (2)$$

В этом выражении  $e$  — заряд электрона,  $\langle |r| \rangle$  — матричный элемент дипольного момента прямого разрешенного перехода в экситонное состояние,  $E$  — амплитуда электромагнитной волны в микрорезонаторе,  $\hbar$  — постоянная Планка. Чисто качественно расщепление Раби определяет частоту, с которой за время жизни поляритона в микрорезонаторе фотон превращается в экситон и, наоборот, экситон — в фотон. Поляритонные эффекты существенны, когда частота Раби сильно превосходит характерные частоты затухания в микрорезонаторе, связанные с конечным временем жизни поляритонов, включая туннельное «просачивание» поляритона сквозь брэгговские зеркала в вакуум и превращение поляритона в фотон, а также процессы неупругого рассеяния поляритонов на фононах и на структурных несовершенствах внутри самого резонатора. Такие условия реализуются в микрорезонаторах с высокой добротностью и структурным совершенством.

Не связанная с электронной поляризацией фотонная энергия (верхняя ветвь на рис. 1, *b*) в функции планарного волнового вектора дается выражением [7, 9]

$$E = \frac{\hbar\omega}{L_c} k = \frac{\hbar c}{n_c} \sqrt{\left(\frac{2\pi}{L_c}\right)^2 + k_{\parallel}^2}. \quad (3)$$

В этом выражении первое слагаемое под корнем соответствует фотонным модам резонатора (модам Фабри–Перо), которые возникают из-за

размерного квантования света вдоль оси роста гетероструктуры  $z = 2\pi/L_c$ , где  $L_c$  и  $n_c$  — длина и средний показатель преломления микрорезонатора, а  $k_{\parallel}$  — планарный волновой вектор. При малых  $k_{\parallel}$  фотоны не релятивистские, их дисперсия близка к параболической ( $\hbar\omega_c = \hbar\omega_c^0 + \hbar^2 k_{\parallel}^2 / 2m_c$ ), а сами фотоны обладают очень малой «эффективной» массой,  $m_c \approx 10^{-5}m_0$  ( $m_0$  — масса свободного электрона). Здесь речь идет о микрорезонаторе на основе GaAs и показателе преломления  $n_c \approx 3$ . Подчеркнем, что планарный резонатор пространственно ограничивает движение фотонов в окрестности  $k = 0$  и делает их спектр, как и спектр экситонов, двумерным. Величину массы фотона легко также оценить, пользуясь формулой Эйнштейна  $E \equiv \hbar\omega = m_c c^{*2}$ , где  $E$  и  $m_c$  — энергия и масса фотона соответственно, а  $c^*$  — скорость света в микрорезонаторе. При этом дисперсией собственно экситона в электродинамической области можно пренебречь и считать постоянной:  $\hbar\omega_x(k) = \hbar\omega_x^0$ . Как правило, между экситонным и фотонным резонансами в  $k = 0$  есть расстройка  $\delta = \omega_c^0 - \omega_x^0$  масштаба области дисперсии резонатора Фабри–Перо. Эту расстройку можно устранять или, по меньшей мере, минимизировать, например: 1) изменяя температуру гетероструктуры в микрорезонаторе — энергия уровня размерного квантования экситона в квантовой яме чувствительна к температуре, тогда как энергии фотонных мод резонатора Фабри–Перо мало чувствительны к температурным изменениям, или 2) используя в направлении оси микрорезонатора одноосную направленную деформацию, к которой очень чувствительны экситонные состояния и мало чувствительны собственно фотонные моды.

Экситон-поляритонные моды можно отыскать с помощью решения связанных уравнений Шредингера для экситонных и фотонных полей  $\psi_{x,c} = \psi_{x,c}(r, t)$ :

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \psi_x \\ \psi_c \end{pmatrix} = H_0 \begin{pmatrix} \psi_x \\ \psi_c \end{pmatrix},$$

$$H_0 = \begin{pmatrix} \omega_x^0 - i\kappa_x & \Omega_R/2 \\ \Omega_R/2 & \omega_c(-i\nabla) - i\kappa_c \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Здесь  $\Omega_R$  — частота расщепления Раби, а  $\kappa_{x,c}$  — скорости затухания экситонов и фотонов. Дисперсию нижней и верхней поляритонных ветвей описывают следующие выражения:

$$\omega_{LP,UP}(k) = (1/2)[\omega_c(k) + \omega_{ex}^0] \pm (1/2)\sqrt{[\omega_c(k) - \omega_{ex}^0]^2 + \Omega_R^2}. \quad (5)$$

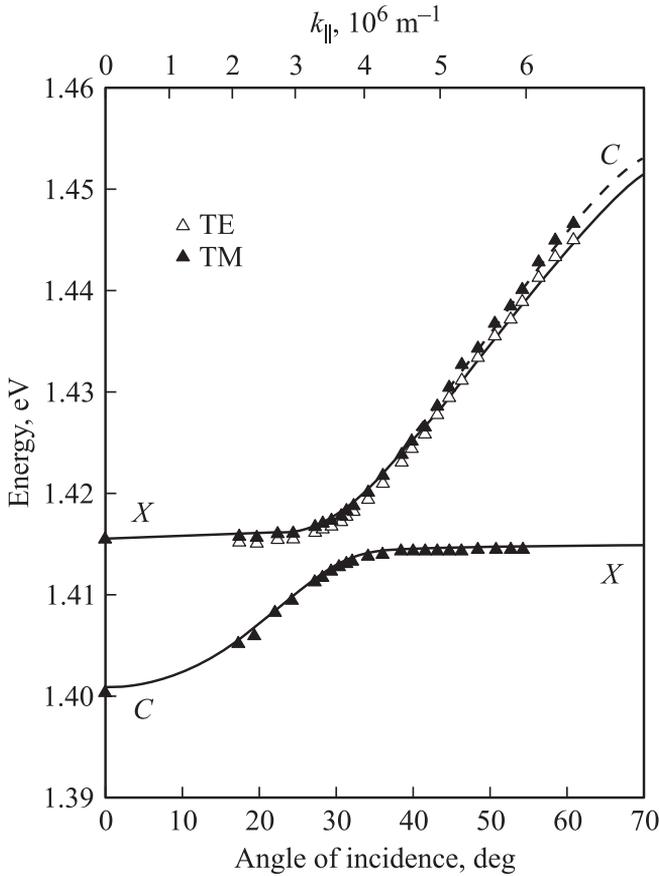
При нулевой расстройке фотонного и экситонного резонансов в  $k = 0$  в микрорезонаторе и при нормальном падении поляритоны оказываются в точности наполовину световыми и наполовину материальными квазичастицами. В области сильного экситон-фотонного взаимодействия (нижняя поляритонная ветвь на рис. 1) эффективная масса поляритонов также чрез-

вычайно мала,  $\sim 10^{-5}m_0$ , вплоть до волновых векторов  $\sim 3 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ . Однако с дальнейшим возрастанием волновых векторов, т.е. при удалении от электродинамической области, дисперсия нижней поляритонной ветви становится все более близкой к дисперсии механических двумерных экситонов, которые имеют большую массу и соответственно большую плотность состояний. Например, в случае GaAs эффективная масса экситона  $m_{ex} \approx 0.3m_0$ , т.е. на 4 порядка больше эффективной массы поляритона. В то же время верхняя поляритонная ветвь при увеличении волновых векторов оказывается все более «фотоноподобной».

Время жизни экситонных поляритонов в микрорезонаторе ограничено и определяется его добротностью. Поскольку брэгговские зеркала имеют конечную прозрачность, экситонные поляритоны туннелируют сквозь зеркала в вакуум и превращаются в фотоны. Даже при высоких добротностях микрорезонаторов,  $\sim 10^5$  (что соответствует числу полных циклов отражений поляритона между брэгговскими зеркалами внутри микрорезонатора до туннельного просачивания в вакуум), времена жизни поляритонов в микрорезонаторе малы и не превышают  $\tau_p \approx 10 - 15$  пс. Тем не менее, такие времена жизни более, чем на порядок превосходят характерные времена поляритон-поляритонного рассеяния, в результате которого в неравновесной системе взаимодействующих экситонных поляритонов при достаточной плотности может устанавливаться кинетическое равновесие (квазиравновесие) в нижней поляритонной ветви в окрестности  $k = 0$ . Подчеркнем, что в отличие от фотонов, которые не взаимодействуют между собой, поляритоны достаточно сильно взаимодействуют друг с другом. Это взаимодействие происходит исключительно из-за вклада в поляритон экситонной компоненты поляризуемости и определяется кулоновским взаимодействием, а также запретом Паули.

Поляритоны в микрорезонаторах обладают очень существенным свойством, востребованным для экспериментальных исследований их пространственно-временной эволюции, — динамики, рассеяния (включая процессы параметрического межзонного и внутризонного рассеяния), а также затухания и релаксации в условиях как резонансного, так и нерезонансного фотовозбуждения. Это свойство связано с тем, что планарный момент поляритонов сохраняется при их туннелировании через зеркала в вакуум, которое сопровождается превращением поляритона в фотон. Отсюда следует однозначное соответствие и взаимосвязь между квантовым состоянием поляритона в микрорезонаторе и испущенным фотоном. Короткие времена жизни поляритонов в данном случае являются несомненным благом в том смысле, что в совершенных структурах и достаточно добротных резонаторах испускаемые фотоны несут полную информацию об экситонных поляритонах внутри микрорезонатора. Поэтому распределения экситонных поляритонов и их динамику можно исследовать экспериментально в функции планарного волнового вектора по отражению, рассеянию, пропусканию и люминесцен-

ции, проводя спектральные измерения угловых распределений интенсивности света, испускаемого из микрорезонатора (иными словами, проводя оптические измерения в дальней зоне) [7, 9]. С чисто экспериментальной точки зрения такие возможности являются совершенно уникальными. Следует иметь в виду, что здесь, тем не менее, имеются естественные физические ограничения на максимально измеряемые в эксперименте планарные волновые вектора поляритонов. Эти ограничения электродинамического происхождения и обусловлены полным внутренним отражением света на границах раздела микрорезонатор–вакуум.



**Рис. 2.** Расщепленные дисперсионные экситон-поляритонные ветви, наблюдаемые в отражении при вариации угла отражения, или планарного волнового вектора. Видно также расщепление между модами TE и TM. Из работы [7].

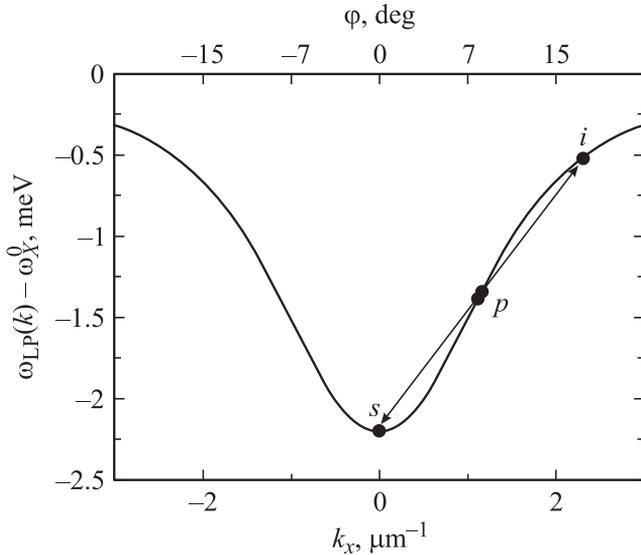
Выше уже отмечалось, что сильное экситон-фотонное взаимодействие в микрорезонаторе впервые наблюдалось в работе Weisbuch'a с соавт. еще в 1992 г. [7]. В этой работе были показаны антикроссинг и перестройка между интенсивностями экситонной и фотонной мод, наблюдаемыми в отра-

жении, при вариации энергии резонаторной моды относительно энергии размерного квантования экситона в квантовой яме. Результаты экспериментов по измерению отражения света в функции угла падения на входное зеркало микрорезонатора, или планарного волнового вектора поляритона, представлены на рис. 2. В обсуждаемом частном случае резонанс между экситонным состоянием и фотонной модой резонатора наблюдается при угле падения  $\varphi \approx 30^\circ$  ( $k_{\parallel} \approx 3.5 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ ). Угол  $\varphi$  прямо связан с планарным волновым вектором:  $k_{\parallel} = (E_{\text{photon}}/\hbar c) \sin \varphi$ . Поэтому представленные на рис. 2 зависимости отражения в функции угла непосредственно отражают дисперсию расщепленных поляритонных ветвей вплоть до волновых векторов  $k_{\parallel} \approx 6 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ . Таким образом, эти результаты показывают, что связанные поляритонные дисперсионные ветви могут самым прямым образом наблюдаться и исследоваться экспериментально. Такая возможность является следствием конечного времени жизни фотона и его квантования в микрорезонаторе. Кроме этого, на рис. 2 видно небольшое, но достаточно заметное расщепление между поляризационными ТЕ- и ТМ-модами, которое возникает из-за различия фазовых задержек для различных поляризаций в условиях распространения света в микрорезонаторе.

### 3. Резонансное возбуждение экситонных поляритонов и режим оптического параметрического осциллятора

Различают два режима оптического возбуждения экситонных поляритонов в микрорезонаторе: нерезонансный и резонансный. В условиях нерезонансного фотовозбуждения (как правило, с помощью лазера) возбуждаются электронно-дырочные пары высоко в зоне, с кинетической энергией, намного превышающей экситонный Ридберг. В результате безызлучательной конверсии электронно-дырочных возбуждений в самом нижнем экситонном состоянии размерного квантования в квантовой яме, вдали от  $k = 0$ , возникает неравновесный экситонный резервуар, который при непрерывной (либо квазинепрерывной) накачке в результате процессов релаксации и рассеяния в основное состояние поддерживает стационарную плотность экситонных поляритонов в нижней поляритонной ветви. При таком способе фотовозбуждения крайне трудно контролировать динамику поляритонов и временную эволюцию их распределений в нижней поляритонной зоне. Однако эта сложность преодолевается в резонансной схеме фотовозбуждения, когда поляритоны с заданными волновым вектором и энергией рождаются непосредственно с помощью перестраиваемого по частоте лазерного пучка, определенным образом ориентированного относительно оси микрорезонатора. В условиях резонансного фотовозбуждения поляритонов различают два режима: 1) линейный режим, когда накачка генерирует стабильное поляритонное состояние, и 2) нелинейный режим,

когда поляритоны, непрерывно генерируемые на частоте лазерной накачки, когерентно рассеиваются в сигнальное состояние (signal state), близкое к направлению нормали, и в холостое состояние (idler state), которое в шкале энергий размещено выше накачки (см. рис. 3). Такой нелинейный режим параметрического рассеяния происходит выше порога по накачке и получил название optical parametric oscillator regime (ОРО). Заметим, что область, где реализуется режим параметрического рассеяния, занимает очень малую часть зоны Бриллюэна. Наконец, подчеркнем, что нелинейная восприимчивость этого параметрического процесса,  $\chi^{(3)}$ , чрезвычайно велика благодаря особенностям дисперсии поляритонов нижней ветви и резонансному характеру самого явления, которое происходит в относительно узком спектральном интервале. Отметим также, что нелинейная восприимчивость,  $\chi^{(3)}$ , особенно велика в области дисперсионной кривой, где рост скорости поляритона изменяется на замедление (inflection point) — см. рис. 3.



**Рис. 3.** Иллюстрация принципа оптического параметрического рассеяния поляритонов в условиях резонансного фотовозбуждения: два поляритона  $p$ , генерируемые непосредственно накачкой с волновым вектором и частотой  $k_p, \omega_p$ , рассеиваются в нижнюю по энергии сигнальную моду  $s$  ( $k_s, \omega_s$ ) и высокоэнергетическую холостую моду  $i$  ( $k_i, \omega_i$ ).

Итак, в режиме оптического параметрического рассеяния (ОРО) два поляритона, генерируемые непосредственно накачкой с волновым вектором и частотой ( $k_p, \omega_p$ ), рассеиваются в нижнюю по энергии сигнальную моду ( $k_s, \omega_s$ ) и высокоэнергетическую холостую моду ( $k_i, \omega_i$ ). Такой процесс параметрического рассеяния подчиняется следующим законам сохранения:

$$2k_p = k_s + k_i, \quad 2\omega_p = \omega_s + \omega_i, \quad (6)$$

$$2\omega_{LP}(k_p) = \omega_{LP}(k_s) + \omega_{LP}(|2k_p - k_s|). \quad (7)$$

Эти законы сохранения не выполняются при произвольной дисперсии частиц. Например, в случае квадратичного закона дисперсии, который отвечает гармоническому приближению, рассмотренный процесс параметрического рассеяния не может происходить в принципе. Нетрудно также убедиться в том, что, согласно законам сохранения (6), (7), при фиксированном  $k_p$  разрешенные конечные состояния  $k_s$  и  $k_i$  в условиях параметрического рассеяния поляритонов образуют в пространстве волновых векторов геометрическое место точек, представляющее собой центросимметричную плоскую фигуру типа восьмерки. Всесторонние экспериментальные исследования резонансного возбуждения поляритонов в режиме ОРО выполнены несколькими экспериментальными группами (см., например, [10–21]). Тем не менее, истинная квантовая природа рассеяния пар фотонов в режиме ОРО окончательно не раскрыта, равно как до настоящего времени экспериментально не доказано ожидаемое перепутывание (entanglement) квантовых парных состояний при таком рассеянии.

Ниже порога для ОРО слабый пробный световой пучок, действующий в области ожидаемых сигнального или холостого состояний, может стимулировать процесс параметрического рассеяния, сопровождающийся эффективным усилением пробного светового сигнала. Такой режим получил название оптического параметрического усиления (ОПА). Режим параметрического усиления исследовался в работах [22–30]. В частности, в результате исследований параметрического усиления было показано, что экситонные поляритоны ведут себя как хорошие композитные бозоны вплоть до высоких плотностей [22]. В микрорезонаторах на основе GaAs/AlGaAs и CdTe получены экстраординарно большие величины параметрического усиления, близкие к  $10^4$  [27].

При резонансном фотовозбуждении возникает уникальная возможность рождения поляритонного бозе-конденсата с контролируемой частотой, моментом и плотностью. В условиях резонансного лазерного фотовозбуждения и при малых временах жизни поляритонов (несколько пс) создаваемый светом экситон-поляритонный газ пространственно ограничен размером лазерного пятна, а фаза поляритонов задается непосредственно возбуждающим лазером. В этом случае система экситонных поляритонов хорошо описывается количественно с помощью уравнения Гросса–Питаевского [3], в сущности, уравнения Шредингера для материальной волны, в котором учтены диссипация поляритонов, их взаимодействие, накачка и потенциальный рельеф:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = \left[ -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\mathbf{r}) + \hbar g |\psi|^2 + i(\gamma_p - F) \right] \psi(\mathbf{r}, t). \quad (8)$$

Здесь  $\psi(\mathbf{r}, t)$  — волновая функция поляритона,  $\gamma_p$  — обратное время жизни поляритона,  $F$  — накачка,  $V(\mathbf{r})$  — потенциальная энергия, моделирующая потенциальный рельеф структуры,  $g$  — константа поляритон-поляритонного взаимодействия. В принципе,  $V(r)$  может моделировать локальный дефект (барьер) конечных размеров. При резонансном фотовозбуждении и гауссовой форме лазерного пятна шириной  $\sigma_0$  накачку  $F$  можно аппроксимировать в виде

$$F(\mathbf{r}, t) = F_0 \exp[ih(\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t)] \exp\left[-(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2 / 2\sigma_0^2\right], \quad (9)$$

где  $F_0$  — амплитуда монохроматической световой волны,  $\mathbf{k}_0$  — волновой вектор, а  $\omega_0$  — частота света (излучения лазера). Расчеты, выполненные на основе уравнения (8) и с использованием лазерной накачки в виде (9), показывают, что, если частота лазерного излучения несколько сдвинута в фиолетовую сторону относительно нижней поляритонной ветви, возникает сильная бистабильность в поведении поляритонной плотности от мощности накачки (бистабильность в условиях резонансного фотовозбуждения экситонных поляритонов впервые экспериментально исследовалась в работах [31–33]). При бистабильном поведении, согласно расчетам [34] и эксперименту [35], происходят драматические изменения самого спектра возбуждений, а именно: при малых мощностях межчастичные взаимодействия незначительны, поэтому одночастичный спектр возбуждений параболический; однако выше порога межчастичные взаимодействия приводят к фиолетовому сдвигу спектра возбуждений и его линейаризации. Наклон, который связан с линейной частью спектра, определяет скорость «звука» экситон-поляритонной жидкости. Линейный (боголюбовского типа) закон дисперсии в спектре возбуждений поляритонов служит серьезным сигналом о возможной сверхтекучести экситон-поляритонной жидкости.

#### 4. Конденсация экситонных поляритонов в микрорезонаторе

Квазидвумерные экситонные поляритоны в микрорезонаторе являются композитными бозонами. Поэтому при достижении критических условий и при кинетическом равновесии (квазиравновесии) может происходить их конденсация, близкая по своей природе к явлению БЭК. Здесь уместно напомнить, что в идеальной, пространственно неограниченной двумерной системе БЭК не может происходить по принципиальным причинам: из-за расходимости заполнения в  $k = 0$  в условиях постоянной плотности состояний, а также из-за квантовых флуктуаций в таком газе, которые расходятся логарифмически с ростом размера системы. Однако эта проблема снимается при пространственном ограничении свободного движения двумерных

экситонных поляритонов и их накоплении в латеральных ловушках, искусственно изготовленных, или в естественных ловушках, связанных с флуктуациями случайного потенциала.

Напомним, что бозе-конденсация должна происходить, когда де-Бройлевская длина волны экситонного поляритона,  $\lambda_{dB} \approx (h^2/mk_B T)^{1/2}$ , сравнивается и начинает превышать межчастичное расстояние, которое по порядку величины составляет  $1/\sqrt{n_c}$  ( $n_c$  — плотность квазидвумерных поляритонов). Тогда для оценки порога конденсации экситонных поляритонов в микрорезонаторе, если пренебречь спиновыми степенями свободы и пространственными ограничениями области конденсации (латеральным конфайнментом), нетрудно получить следующее выражение, которое можно использовать для отыскания и других существенных критических параметров конденсации:

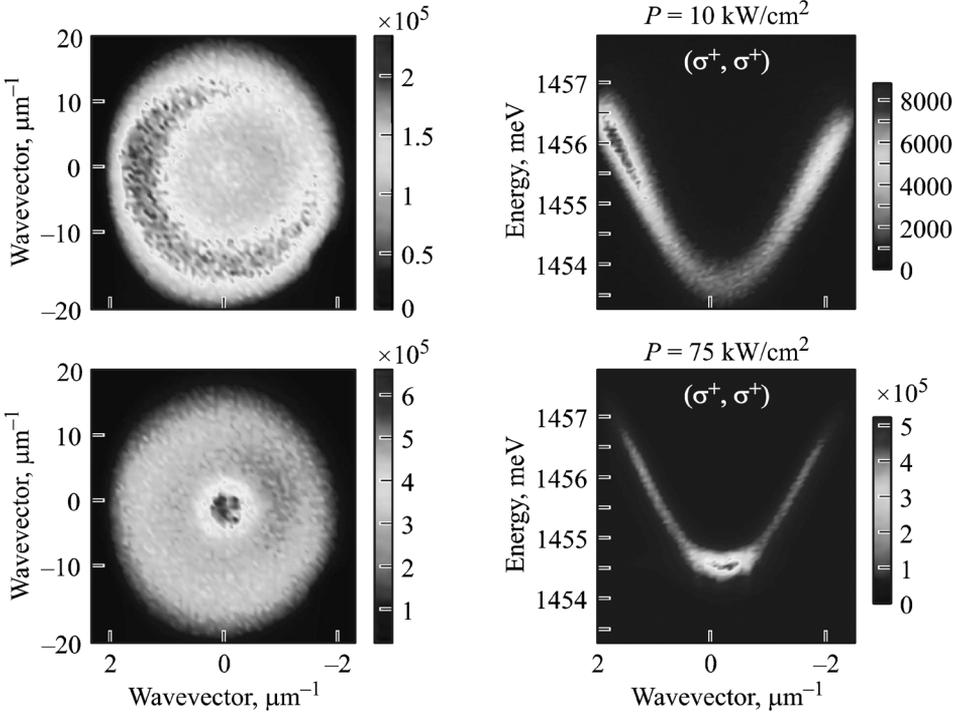
$$k_B T_c \approx n_c h^2 / m. \quad (10)$$

Пользуясь полученным выражением для порога конденсации и учитывая чрезвычайно небольшую массу поляритона, можно заключить, что во многих полупроводниковых гетероструктурах конденсация экситонных поляритонов может происходить при температурах  $T_c$  в десятки Кельвинов, а в некоторых объектах даже при комнатных температурах.

Явление конденсации экситонных поляритонов в микрорезонаторах демонстрирует практически все наиболее значимые особенности и свойства бозе-эйнштейновских конденсатов в разреженных и охлажденных атомных системах. К числу таких свойств следует отнести: экспериментально наблюдаемые сужения поляритонных распределений по импульсу в окрестности  $k = 0$  (трансформацию больцмановского, классического, типа распределений к бозевскому, квантовому) и макроскопическое накопление поляритонов в этой области (существенное возрастание чисел заполнения поляритонов,  $n_q \gg 1$ ), за счет процессов стимулированного рассеяния при накачках выше порога конденсации; наблюдаемые пространственные сжатия поляритонных конденсатов, накапливаемых в естественных и искусственно приготовленных ловушках; обнаружение крупномасштабной пространственной когерентности, а также линейной поляризации люминесценции поляритонного конденсата и взаимосвязи этого явления со спонтанным нарушением симметрии; обнаруженные эффекты спонтанного возникновения и стимулированного возбуждения квантовых сингулярностей — вихрей и полувихрей; обнаруженный аналог эффекта Джозефсона, а также явления бездиссипативного, сверхтекучего течения поляритонного конденсата. Остановимся здесь только на некоторых, наиболее ярких из обнаруженных явлений, соответствующих бозе-конденсации экситонных поляритонов.

Рассмотрим сначала, как выглядит чисто качественно конденсация экситонных поляритонов в импульсном пространстве при исследовании

угловых распределений интенсивности света, связанного с излучением поляритонов на выходе из микрорезонатора, при вариации нерезонансной оптической накачки. Соответствующие измерения выполняются в дальней зоне, их результаты в качестве примера иллюстрирует рис. 4.



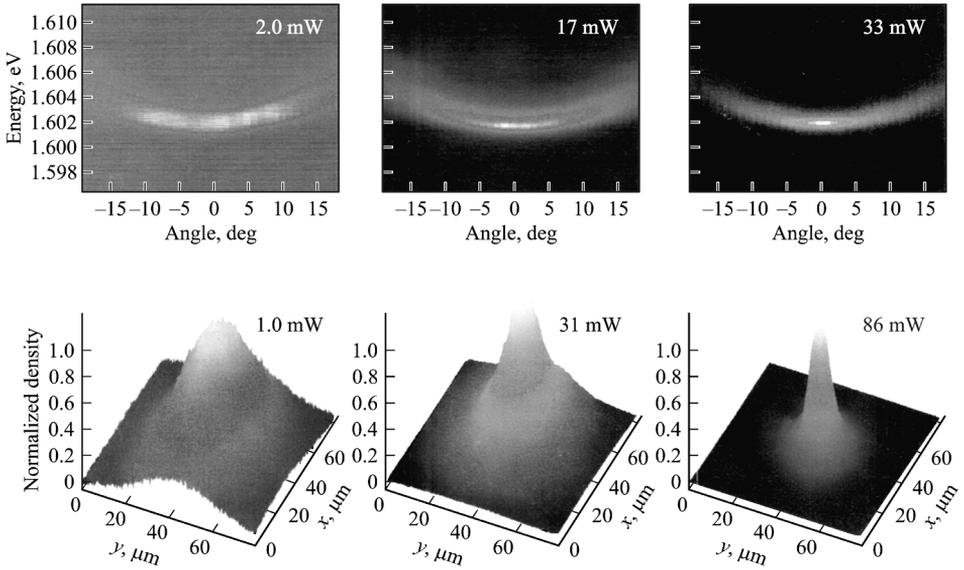
**Рис. 4.** Люминесценция экситонных поляритонов в микрорезонаторе, наблюдаемая в дальней зоне, при нерезонансной оптической накачке ниже порога ( $P = 10$  кВт/см<sup>2</sup>) и выше порога конденсации ( $P = 75$  кВт/см<sup>2</sup>). Левая пара иллюстраций воспроизводит угловое распределение люминесценции экситонных поляритонов ниже порога БЭК (вверху) и выше порога БЭК (внизу). По осям отложены планарные волновые вектора. Правая пара иллюстраций воспроизводит бимодальную картину распределения поляритонов ниже порога БЭК (вверху) и выше порога БЭК (внизу). Здесь распределения интенсивности люминесценции поляритонов по энергии (вертикальная ось) представлены в зависимости от планарного импульса (горизонтальная ось). Съемка люминесценции экситонных поляритонов проведена с использованием интерференционного фильтра, вырезающего узкую спектральную область. Иллюстрацию предоставил В.Д. Кулаковский (см., например, [36]).

Нерезонансная оптическая накачка с энергией фотонов, несколько меньшей ширины запрещенной щели в барьерах, окружающих квантовую яму, генерирует в квантовой яме микрорезонатора неравновесные электронно-дырочные пары (возбуждения). Эти возбуждения связываются в «горячие» экситоны, которые быстро релаксируют с участием фононов, оптических и акустических, в нижнюю экситонную зону, создавая экситонный «резер-

вуар», из которого в дальнейшем и происходит конденсация экситонов в область минимума,  $k = 0$ , нижней поляритонной зоны. При небольших накачках, ниже порога конденсации, экситоны накапливаются в области изгиба дисперсионной кривой нижней поляритонной ветви, где плотность одночастичных экситонных состояний начинает сильно возрастать. Накопление экситонов связано с тем, что в окрестности этой особенности для однофононных процессов релаксации поляритонов в  $k = 0$ , согласно законам сохранения, возникает «узкое» место (bottle neck). Это явление при небольших накачках проявляется в наблюдении в дальней зоне кольца свечения (кольцо рассеяния Рэлея, на рис. 4 вверху слева). Быстрые процессы поперечной, почти упругой, релаксации обеспечивают распределение поляритонов по периметру кольца и соответственно его интенсивность свечения, близкую к однородной. В этих же условиях плотность поляритонов в окрестности  $k = 0$  еще чрезвычайно мала, а соответствующие числа заполнения поляритонов  $n_q \ll 1$ . Однако при накачках выше порога, когда в окрестности дна нижней поляритонной зоны числа заполнения нарастают и начинают превышать  $n_q \geq 1$ , включаются процессы стимулированного рассеяния на дно зоны. В условиях стимулированного рассеяния, которые являются непосредственным проявлением статистики Бозе–Эйнштейна, плотность экситонных поляритонов начинает сверхлинейно возрастать с ростом накачки в окрестности волновых векторов  $k = 0$ . В таком режиме интенсивность свечения «кольца рассеяния Рэлея» становится незначительной по сравнению с гигантской интенсивностью люминесценции конденсата экситонных поляритонов из области нулевых импульсов (см. на рис. 4 нижнюю правую иллюстрацию).

Теперь остановимся на экспериментах, когда конденсация экситонных поляритонов происходит в окрестности дна потенциальной ловушки, создаваемой с помощью точечной деформации сжатия [37, 38]. Соответствующие результаты иллюстрирует рис. 5. При небольших оптических накачках и соответственно малых поляритонных плотностях облако термализованных поляритонов занимает широкую область импульсов (в дальней зоне это эквивалентно большому угловому распределению, см. верхний ряд иллюстраций на рис. 5). С ростом накачки выше порога конденсации распределение поляритонов в функции углов, а значит, и планарных импульсов, сильно сужается. Также сужается распределение поляритонов в функции энергии, что является прямой демонстрацией возрастания когерентности (в данном случае речь идет о временной когерентности) конденсата экситонных поляритонов (см. нижний ряд иллюстраций на рис. 5). Аналогичные эксперименты показывают сужение облака экситонных поляритонов вблизи дна деформационной потенциальной ямы при увеличении оптической накачки. Примечательным является то обстоятельство, что, несмотря на увеличение отталкивания между поляритонами с ростом их плотности, само пространственное распределение поляритонов выше порога конденсации сильно

сжимается. Такое поведение является непосредственным следствием и проявлением статистики Бозе–Эйнштейна.



**Рис. 5.** Сужение люминесценции бозе-конденсата экситонных поляритонов в функции угла, а также в функции энергии и планарного импульса, когда конденсация поляритонов происходит в деформационной ловушке. Верхний ряд: угловое распределение люминесценции экситонных поляритонов в микрорезонаторе непосредственно проецируется в распределение в функции планарных волновых векторов. При низких плотностях поляритонов (это эквивалентно малым оптическим накачкам) облако термализованных поляритонов занимает широкую область импульсов. С ростом накачки выше порога конденсации распределение поляритонов в функции планарных импульсов сильно сужается. Также сужается распределение поляритонов в функции энергии, что является прямой демонстрацией возрастания когерентности конденсата поляритонов. Кривизна спектра поляритонов дает непосредственно величину эффективной массы, если воспользоваться соотношением  $\hbar^2/m = d^2E/dk_{\parallel}^2$ . Нижний ряд: сужение облака экситонных поляритонов вблизи дна деформационной потенциальной ямы при увеличении оптической накачки. Примечательным является то обстоятельство, что, невзирая на рост отталкивания между поляритонами с ростом их плотности, само пространственное распределение поляритонов выше порога конденсации сильно сужается. Такое поведение является непосредственным проявлением статистики Бозе–Эйнштейна. Из работ группы D. Snoke [37].

## 5. Когерентность поляритонного конденсата, функции когерентности первого и второго порядков

Бозе–эйнштейновский конденсат содержит макроскопическое число частиц в одноквантовом состоянии и проявляет квантовые корреляции на макроскопических масштабах. Волновая функция конденсата рассматривается как параметр порядка. Матрица плотности, соответствующая волно-

вой функции конденсата, содержит отличные от нуля недиагональные элементы, именуемые недиагональными крупномасштабными параметрами порядка — ODLRO (согласно терминологии, впервые введенной Penrose и Onsager'ом в 1956 г. [39], см. также работы Беляева [40, 41] и Yang'a [42]). Недиagonalные параметры порядка могут быть измерены экспериментально с помощью корреляторов (или функций когерентности) 1-го порядка. Корреляторы, или функции когерентности квантовых состояний 2-го и более высокого порядков, введенные Глаубером [43], характеризуют саму природу квантового состояния и позволяют отличить это состояние от термически смешанных состояний.

Бозе-конденсат экситонных поляритонов в микрорезонаторах демонстрирует высокую крупномасштабную когерентность. Это следует из прямых интерференционных измерений корреляторов 1-го порядка ( $g^{(1)}(\Delta r, \Delta \tau)$  — коррелятор классических амплитуд). По определению кросс-коррелятор амплитуд 1-го порядка можно представить в следующем виде:

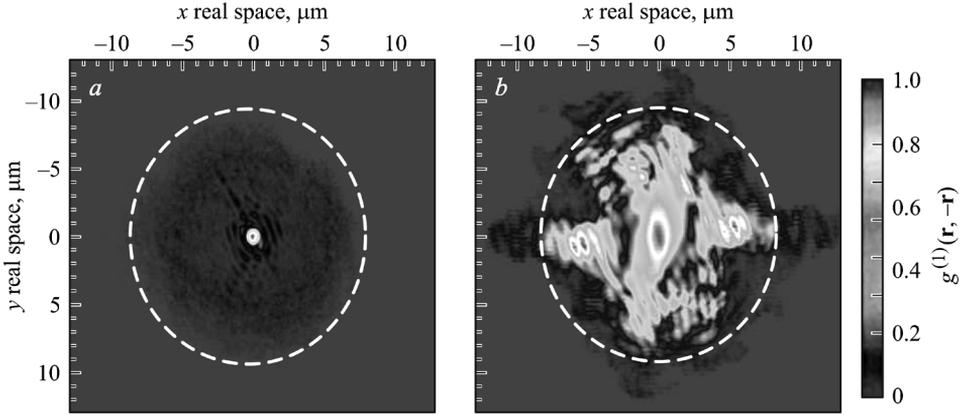
$$g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\langle E^*(\mathbf{r})E(\mathbf{r}') \rangle}{\langle E^*(\mathbf{r}) \rangle \langle E(\mathbf{r}') \rangle}, \quad (11)$$

где  $E(\mathbf{r})$ ,  $E^*(\mathbf{r}')$  — электрические поля в разных точках конденсата. Этот коррелятор определяет величину фазовой когерентности электрических полей в пространственно разнесенных частях конденсата  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}'$  в отсутствие временной задержки,  $\Delta \tau = 0$ . Измерения обычно проводятся с использованием двулучевого интерферометра Майкельсона, совмещенного с высоко разрешающей проекционной оптической системой. В конечном итоге измеряется контраст интерференционной картины, совмещенной с хорошо разрешенным полем самого конденсата:

$$C(\mathbf{r}, \mathbf{d}) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I(\mathbf{r})I(\mathbf{r}+\mathbf{d})}}{I(\mathbf{r}) + I(\mathbf{r}+\mathbf{d})} g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}+\mathbf{d}), \quad (12)$$

где  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  — интенсивности максимумов и минимумов интерференционных полос при вариации фазы интерферометра,  $d$  — расстояние между пространственно разделенными частями конденсата, для которых осуществляется интерференционное сложение амплитуд. Отсюда непосредственно находится соответствующий коррелятор. При накачках ниже порога конденсации поляритонная система также проявляет когерентность, но короткомасштабную, которая определяется тепловой де-бройлевской длиной волны поляритона масштаба 2–1.5 мкм. Ситуация изменяется радикально выше порога конденсации. Было обнаружено, что кросс-коррелятор амплитуд,  $g^{(1)}(\Delta r)$ , достигает величин 0.8–0.9 на пространственных масштабах, которые определяются размерами области, занятой поляритонным конденсатом ( $\sim 10$  мкм), т.е. на порядок превосходящими де-бройлевскую длину волны

[4, 44]. Такое поведение крупномасштабной когерентности иллюстрирует рис. 6. Неоднородность яркости интерференционной картины связана с флуктуациями случайного потенциала в исследуемой системе поляритонов. Видно, что измеренные пространственные масштабы когерентности поляритонного конденсата более, чем на порядок величины превосходят тепловую де-бройлевскую длину волны одночастичного экситон-поляритонного состояния.



**Рис. 6.** Картины двулучевой интерференции, измеренные с помощью интерферометра Майкельсона с ретрорефлектором в условиях высокого пространственного разрешения, иллюстрирующие крупномасштабную пространственную когерентность экситонных поляритонов,  $g^{(1)}(\Delta r)$ , при накачках ниже (слева) и выше (справа) порога бозе-конденсации. Из работы [4].

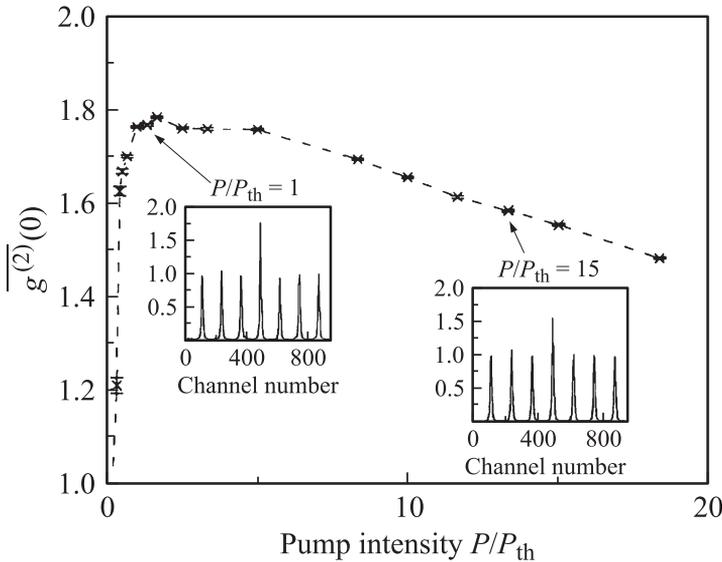
С помощью корреляторов 2-го или более высоких порядков можно охарактеризовать саму природу квантового состояния и отличить его от термически смешанных, многомодовых состояний. Коррелятор интенсивностей или парных фотонных корреляций 2-го порядка можно определить следующим выражением:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I_1(\mathbf{r}, t) I_2(\mathbf{r}, t + \tau) \rangle}{\langle I_1(\mathbf{r}, t) \rangle \langle I_2(\mathbf{r}, t) \rangle}. \quad (13)$$

Здесь угловые скобки означают усреднение по ансамблю,  $\mathbf{r}$  — пространственная координата излучателя, а  $\tau$  — время задержки между регистрируемой парой фотонов детекторами (1) и (2). Для одномодового состояния максимум корреляций (или антикорреляций) достигается при  $\tau = 0$ , т. е. коррелятор  $g^{(2)}(\tau = 0)$  имеет следующие свойства:  $g^{(2)}(\tau = 0) = 2$  для термического состояния;  $g^{(2)}(\tau = 0) = 1 - 1/n$ , где  $|n\rangle$  — число состояний;  $g^{(2)}(\tau = 0) = 1$  для когерентного, например, одноквантового состояния. Таким образом определенная нормированная когерентная функция 2-го

порядка не зависит от линейных потерь между источником и детектором. Существенно, чтобы временное разрешение используемых фотодетекторов (как правило, лавинных фотодиодов) не сильно превышало время когерентности исследуемой излучающей системы. Измерения парных фотонных корреляций проводятся с использованием двулучевого интерферометра интенсивностей по известной классической схеме Hanbury Brown'a–Twiss'a (HBT) [45]. В интерферометре HBT лавинные фотодетекторы размещаются симметрично относительно призмы, которая разделяет падающий световой поток от излучающего источника строго поровну. Сигналы фотооткликов поступают далее на электронный конвертор и затем, после время-амплитудного преобразования, на многоканальный анализатор. Корреляционные измерения интенсивности люминесценции выполняются для узкой спектральной области, в которой располагается линия излучения конденсата экситонных поляритонов. Измерения ведутся с помощью импульсных лазеров с высокой частотой следования одиночных импульсов либо с использованием непрерывных (cw) одномодовых лазеров. В конечном итоге строится нормированная гистограмма парных фотонных корреляций в функции времени задержки  $\tau$  между парами регистрируемых фотодетекторами фотонов.

Первые измерения парных фотонных корреляций,  $g^{(2)}$  вблизи порога конденсации экситонных поляритонов выполнены в работе [46] в режиме импульсного нерезонансного фотовозбуждения экситонных поляритонов в микрорезонаторе на основе GaAs (см. рис. 7).



**Рис. 7.** Поведение коррелятора 2-го порядка,  $g^{(2)}(\tau = 0)$ , в функции мощности накачки  $P$ , нормированной на ее величину, в окрестности порога конденсации экситонных поляритонов в микрорезонаторе  $P_{th}$ . Из работы [46].

В окрестности порога отчетливо видна группировка фотонов (bunching), и коррелятор  $g^{(2)}(\tau = 0) = 1.8$ . Выше порога с ростом накачки коррелятор 2-го порядка монотонно уменьшается, что свидетельствует о возникновении когерентного состояния поляритонного конденсата. В данном случае конденсат сильно обеднен и роль флуктуаций интенсивности значительна. Поэтому уменьшение коррелятора с ростом накачки происходит гораздо медленнее по сравнению с необедненными бозе-конденсатами. Аналогичные измерения выполнены для экситон-поляритонных бозе-конденсатов в микрорезонаторе на основе CdTe в работах [47, 48]. В работах [13, 14] показано, что группировка фотонов, судя по измерениям коррелятора  $g^{(2)}(\tau = 0)$ , а также время когерентности не зависят от материала микрорезонатора (GaAs или CdTe), равно как от способа фотовозбуждения (резонансного, ОРО, или нерезонансного). Однако характер поведения и сама величина корреляторов 1-го и 2-го порядков существенно зависят от величины флуктуаций квазичастиц и неравновесного состояния конденсата.

## 6. Экситон-поляритонный конденсат и спиновые степени свободы

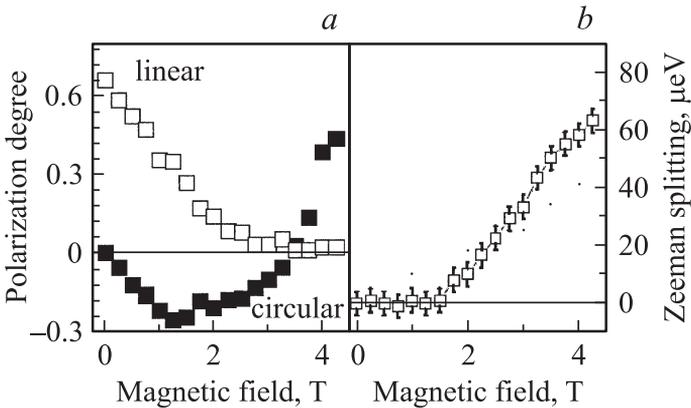
Очень интересные особенности водородоподобных экситонов в двумерных полупроводниковых гетероструктурах III–V, II–VI проистекают от степеней свободы, связанных с экситонным спином. Известно, что в квантовых ямах GaAs/AlGaAs основное, оптически активное состояние экситона на тяжелых дырках двукратно вырождено по спину: проекции спина на направление, перпендикулярное плоскости квантовой ямы, составляют  $S_z = \pm 1$ . Этим проекциям спина отвечают противоположные направления циркулярной поляризации света в плоскости квантовой ямы  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$ , соответствующие вращениям вектора поляризации электрического поля световой волны по часовой стрелке и против. Такая спиновая структура оптически активных (bright) экситонов на тяжелых дырках в квантовых ямах GaAs/AlGaAs является следствием спин-орбитального взаимодействия и проистекает от проекций спина электрона  $\pm 1/2$  и проекций спина тяжелой дырки  $\pm 3/2$  в самой верхней валентной зоне, отщепленной в силу размерного квантования (см., например, [49]). Спиновые степени свободы особенно существенны при рассмотрении межчастичных взаимодействий: из-за эффектов обмена межчастичные взаимодействия оказываются анизотропными. Действительно, экситоны с одинаковой ориентацией проекции спина должны сильно отталкиваться, тогда как частицы с противоположными ориентациями проекций спина должны скорее притягиваться или, по меньшей мере, отталкиваться значительно слабее. В этой связи очевидно, что бозе-конденсаты, содержащие спиновые степени свободы, ведут себя отлично от бесспиновых бозе-конденсатов, в частности, атомных бозе-конденсатов.

Вследствие квантово-механических эффектов обменного межчастичного взаимодействия возникающее основное состояние бозе-конденсата со спиновыми степенями свободы оказывается наиболее устойчивым при одинаковом числе бозе-частиц, которые отличаются своими спиновыми проекциями, поскольку вклады обменных взаимодействий складываются когерентно. В результате конденсированная экситонная фаза оказывается линейно поляризованной. Действительно, большая величина степени линейной поляризации люминесценции наблюдалась экспериментально в бозе-конденсатах экситонных поляритонов в микрорезонаторах [4], а также в бозе-конденсате диполярных, пространственно непрямых экситонов, накапливаемых в электростатических потенциальных ловушках [50]. Было также установлено, что в подавляющей части выполненных экспериментов плоскость линейной поляризации оказалась «привязанной» (эффект пиннинга) к кристаллографии структуры (как правило, к направлению [110] в плоскости (001) гетероструктуры), что обусловлено сильной анизотропией случайного потенциала, связанного с особенностями структуры и структурными несовершенствами. В совершенных структурах, где влияние случайного потенциала минимизировано, обнаружено, что направление линейной поляризации люминесценции конденсата возникает случайным образом, что является одним из проявлений спонтанного нарушения симметрии в условиях бозе-конденсации.

Исследования спиновых экситонных бозе-конденсатов в магнитном поле начаты сравнительно недавно. Интерес к этому направлению исследований стимулировала, в частности, теоретическая работа Ю. Рубо и соавт. [51]. В этой работе показано, что свойства спиновых, спин-поляризованных бозе-конденсатов в магнитном поле, перпендикулярном плоскости слоев, существенно отличаются от свойств бесспиновых бозе-конденсатов. В спиновом конденсате, на примере бозе-конденсата экситонных поляритонов в микрорезонаторе, парамагнитное (зеемановское) расщепление спиновых компонент подавляется вплоть до некоторых критических величин магнитного поля, которое определяется разностью энергий взаимодействия между бозе-частицами с одинаковой и противоположной ориентациями спинов в конденсате. Такое подавление, или экранирование парамагнетизма в условиях бозе-конденсации в спиновых системах, получило название спинового эффекта Мейснера. Сам же эффект можно понять на чисто качественном уровне, а именно: в магнитных полях, меньших критического поля, зеемановское расщепление экситонов в точности компенсируется поляритон-поляритонным взаимодействием в эллиптически поляризованном конденсате. Одновременно с подавлением парамагнетизма экситонного бозе-конденсата происходит разрушение линейного закона дисперсии возбуждений в конденсате и его сверхтекучести (экситонной сверхтекучести). Однако в магнитных полях, превышающих величину критического магнитного поля,  $B > B_c$ , парамаг-

нитные свойства бозе-кондесата восстанавливаются, и в спектрах снова должен обнаруживаться зеемановский дублет,  $(\sigma^+ - \sigma^-)$ , расщепление в котором оказывается пропорциональным инкременту магнитного поля  $\Delta B = B - B_C$ . В магнитных полях  $B > B_C$  восстанавливается линейный закон дисперсии возбуждений, а также сверхтекучесть самого экситонного конденсата.

Экспериментальное наблюдение спинового эффекта Мейснера реализовано в работе В.Д. Кулаковского и соавт. на примере экситонных поляритонов в GaAs-гетероструктуре с квантовой ямой в микрорезонаторе [52]. В этой работе экситонные поляритоны возбуждались с помощью нерезонансной оптической накачки, а их бозе-конденсация устанавливалась по макроскопическому заполнению поляритонами нижнего состояния вблизи порога. Полное подавление зеемановского расщепления наблюдалось в магнитном поле  $B_C = 1.8$  Тл (см. рис. 8). Однако времена жизни экситонных поляритонов в микрорезонаторе очень малы (всего несколько пс). Поэтому бозе-конденсация экситонных поляритонов в микрорезонаторе происходит в сильно неравновесных условиях. По-видимому, из-за такой неравновесности поведение поляризации экситон-поляритонного конденсата в функции магнитного поля несколько отличается от теоретических предсказаний, которые сформулированы в работе [51].



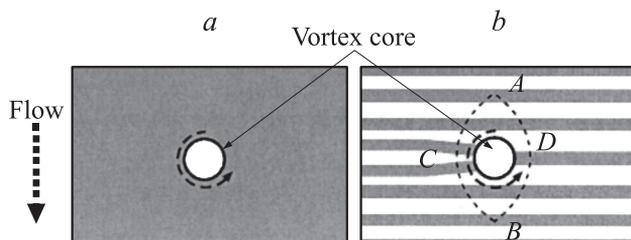
**Рис. 8.** Иллюстрация спинового эффекта Мейснера согласно экспериментальным исследованиям, выполненным в работе [52]. *a* — поведение линейной и циркулярной поляризации люминесценции экситон-поляритонного конденсата в функции магнитного поля (геометрия Фарадея). *b* — подавление парамагнитного (зеемановского) расщепления вплоть до магнитного поля  $B_C = 1.8$  Тл.

К числу других интересных спин-зависимых явлений в экситон-поляритонных конденсатах следует отнести нелинейные явления поляризационной мультистабильности и спинового переключения, которые рассмотрены в теоретической работе [53] и обнаружены недавно экспериментально [54]. Наконец, остановимся еще на одном явлении, связанном со спином экс-

итонных поляритонов, которое касается так называемых полувихрей, возникающих в спинорных бозе-конденсатах. Об этом явлении более логично рассказать в следующем разделе, который связан с квантовыми сингулярностями и вихревыми структурами в экситон-поляритонных бозе-конденсатах.

## 7. Квантовые вихри и полувихри в поляритонном конденсате

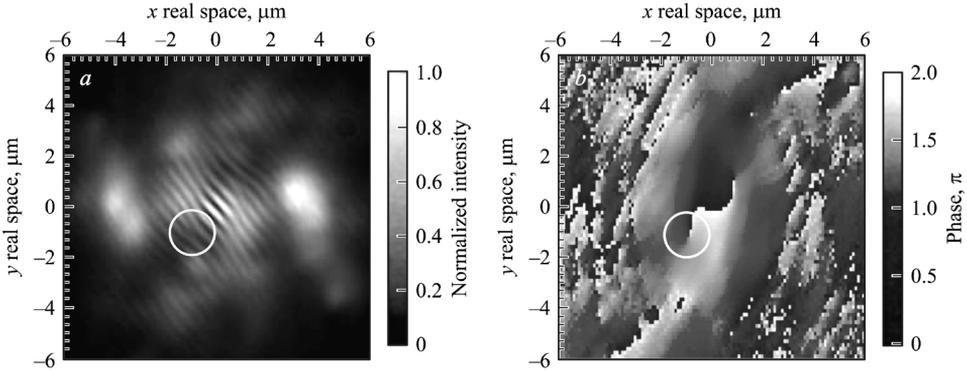
Одним из замечательных и ярких свойств БЭК является возникновение в конденсате фазовых сингулярностей, связанных с возбуждениями квантовых вихрей. В квантовых жидкостях вихрь переносит фазу циркуляции сверхпроводящих частиц, которая при обходе вокруг кора (сердцевины) вихря квантуется. По определению квантовые вихри характеризуются вращением фазы вокруг кора, которое кратно целому числу  $2\pi$ , получившему название топологического заряда. Помимо этого, сверхпроводящая компонента исчезает непосредственно в коре вихря, а сам вихрь проявляет себя на масштабе длины «залечивания» (healing length). По существу квантовые вихри принципиально отличаются от обычных классических вихрей, у которых отсутствует квантование фазы и которые, например, легко наблюдать при стоке воды в обычной водопроводной раковине.



**Рис. 9.** Схематическая визуализация вихря (a) с помощью двулучевого интерферометра Майкельсона. Вихрь в интерференционной картине проявляется в виде характерной дислокационной «вилки» (b), которая связана с изменением фазы при круговом обходе кора вихря. Интерференционная методика позволяет безошибочно детектировать наличие вихревой структуры даже в условиях, когда сам кор вихря не разрешается.

В случае атомных бозе-конденсатов блестящие эксперименты по наблюдению квантовой структуры вихрей были реализованы в условиях механических вращений конденсатов как целого [55]. Для визуализации стационарно локализованного одиночного квантового вихря применяется двулучевая кросс-корреляционная интерференционная техника с использованием ретрорефлектора в качестве одного из зеркал в двулучевом интерферометре. В картине интерференционного сложения амплитуд с помощью интерферометра Майкельсона (или Маха-Цендера) вихрь проявляется в виде харак-

терной дислокационной «вилки», которая связана с изменением фазы при круговом обходе кора вихря («скачок» на одну интерференционную полосу соответствует изменению фазы на  $2\pi$ ). Рис. 9 качественно иллюстрирует, как проявляется локализованный вихрь в картине ближнего поля, совмещенной с двулучевой интерференцией. Если из картины ближнего поля перейти в  $k$ -пространство, пользуясь соответствующими преобразованиями Фурье, то можно воспроизвести вращение фазы при круговом обходе кора вихря (показано на рис. 10).



**Рис. 10.** *a* — интерференционная картина ближнего поля вблизи области образца (обведена кружком), где возникает «вилкообразная дислокация», соответствующая квантовому вихрю; интерференционные полосы, пронизывающие картину ближнего поля, свидетельствуют о крупномасштабной когерентности, или крупномасштабном дальнем порядке. *b* — фурье-преобразованная картина ближнего поля вокруг кора вихря, которая показывает вращение фазы вокруг кора на  $2\pi$ . Из работы [56].

Впервые экспериментальные наблюдения квантовых вихрей, локализованных на крупномасштабных флуктуациях случайного потенциала, в экситон-поляритонном конденсате в условиях возбуждения стационарной некогерентной накачкой выполнены в работе [56] (см. рис. 10). В интерференционной картине с помощью двулучевого интерферометра Майкельсона вихрь проявляется, как уже разъяснялось выше, в виде характерной дислокационной «вилки», которая связана с изменением фазы при круговом обходе кора вихря. Изначально казалось, что для наблюдения квантовых вихрей в квантовой поляритонной жидкости необходимо, в прямой аналогии с атомными конденсатами, обеспечить механическое вращение поляритонной жидкости как целого для передачи системе углового момента. Действительно, такого рода эксперименты были выполнены недавно в работе [57], в которой авторы для возбуждения вихревой структуры использовали световой пучок, несущий угловой момент должной величины. В этой работе исследована динамика вихрей в условиях импульсного фотовозбуждения с пикосекундным разрешением и непосредственно показано, что за времена жизни экситон-поляритонной жидкости вихри успевают переместиться

на значительные расстояния (несколько мкм). Однако первое сообщение о наблюдениях квантовых вихрей в поляритонном конденсате содержится в работе [56], в которой не использовалось механическое вращение поляритонного конденсата как целого. Дело в том, что в эксперименте приходится иметь дело с динамическими поляритонными конденсатами в присутствии беспорядка.

Действительно, в бозе-конденсатах экситонных поляритонов спонтанное рождение вихрей могут обеспечить беспорядок (крупномасштабные флуктуации случайного потенциала), всегда присутствующий в реальных гетероструктурах в микрорезонаторах, а также неравновесная природа самого конденсата. В сильно упрощенном виде картина выглядит так, что поляритонная жидкость протекает по сложному, флуктуирующему и искривленному потенциальному рельефу, и непосредственно сам сложный ландшафт, порождаемый случайным потенциалом, предопределяет оптимальные места локализации поляритонных вихрей. Фотонная составляющая в конденсате позволяет самым прямым образом визуализировать вихревую структуру конденсата в картине ближнего поля, совмещенную с двулучевой интерференцией. Именно это явление и иллюстрирует рис. 10. Тем не менее, к таким экспериментам нужно относиться с известной степенью осторожности. Это связано с тем, что в этих экспериментах, помимо накачки, отсутствует возможность повлиять на статическую картину пиннинга вихрей с помощью каких-либо внешних воздействий.

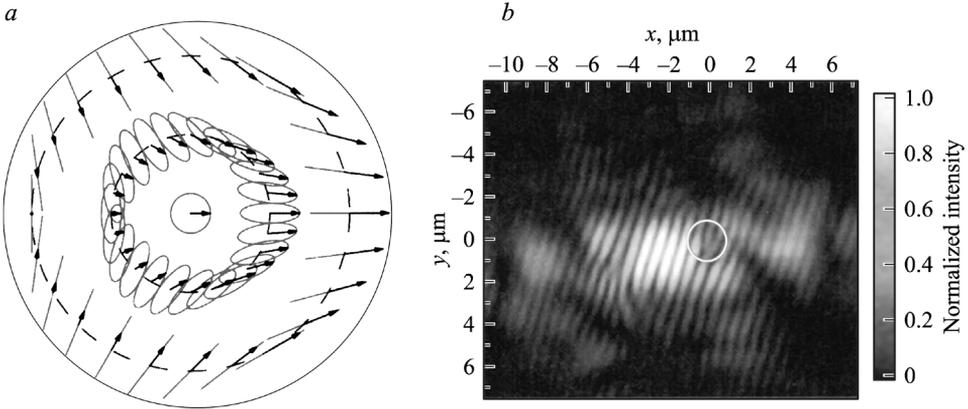
Теперь остановимся еще на одном явлении, связанном со спином экситонных поляритонов. Как уже отмечалось выше, оптически активные экситонные поляритоны в микрорезонаторе на основе гетероструктур GaAs/AlGaAs с квантовыми ямами являются бозонами со спинами  $+1$  и  $-1$ , отвечающими левой и правой циркулярной поляризации в плоскости движения. Конденсат с ненулевым угловым моментом является спинором, в нем могут возникать так называемые полувихри, когда вращение фазы и поляризации при обходе вокруг кора вихря составляет величину  $\pi$  вместо обычной  $2\pi$ .

Сама идея спинорных конденсатов не нова и была впервые предложена в работе [58], а также в [59], и рассматривалась достаточно давно применительно к сверхтекучему  $^3\text{He}$  [60] и к высокотемпературным сверхпроводникам [61]. Сравнительно недавно Рубо высказал убедительные предположения [62], что экситонные поляритоны являются идеальной системой для экспериментальных наблюдений полувихрей.

Остановимся на физической картине возникновения полувихрей в поляритонном конденсате, имеющем спинорную природу. Параметр порядка поляритонного конденсата в базисе линейной поляризации можно записать следующим образом:

$$\varphi_{\text{lin}} = \sqrt{ne^{i\theta(r)}} \begin{pmatrix} \cos \eta(r) \\ \sin \eta(r) \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где  $\eta(r)$  — фаза,  $\theta(r)$  — угол, характеризующие пространственную ориентацию поляризации когерентной поляритонной жидкости. В этих терминах квантовые вихри описываются одновременным вращением фазы и угла поляризации:  $\eta(r) + 2\pi k$ ,  $\theta(r) + 2\pi m$ , где «винтовые» числа  $k$  и  $m$  принимают целые или полуцелые значения таким образом, чтобы их сумма всегда была целым числом. Этими двумя «винтовыми числами» описываются четыре полувихря с числами  $\pm 1/2$ .



**Рис. 11.** «Полувихри» в бозе-конденсате экситонных поляритонов в микрорезонаторе. *a* — при движении по контуру (штриховая линия) вокруг так называемого «полувихря» фаза волновой функции поляритона поворачивается на  $180^\circ$  (а не на  $360^\circ$ ), это сопровождается вращением поляризации также на  $180^\circ$ ; в схематическом представлении (*a*) эллипсами изображена поляризация, а вектора изображают мгновенные величины поля; вдали от центра вихря поляризация является линейной, ближе к центру она становится эллиптической и, наконец, в самом центре (в коре) она является циркулярной (из статьи [64]). *b* — такой вихрь детектируется в картине двулучевой интерференции как «вилка» (очерчена кругом), если при этом свет пропустить через циркулярно-поляризирующий анализатор. Картина с «вилкой» исчезает, если ее наблюдать с помощью циркулярного анализатора с другим направлением вращения плоскости поляризации; это является независимым доказательством полувихревого характера «вилки» в двулучевой картине интерференции, экспериментально исследованной в работе [63], см. также [64].

С целью лучшего феноменологического описания квантового полувихря, в сравнении с его целочисленными составляющими, удобно проанализировать циркулярно поляризованные компоненты параметра порядка, который можно представить в виде

$$\varphi_{lin}(r) = \frac{\sqrt{n}}{2} \left[ e^{i[\theta(r)-\eta(r)]} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i[\theta(r)+\eta(r)]} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right]. \quad (15)$$

Нетрудно увидеть, что, когда  $\eta(r)$  и  $\theta(r)$  одновременно изменяются на  $\pi$ , нулевое вращение происходит только для одной циркулярной поляризации, тогда как полный поворот  $2\pi$  происходит для другой циркулярной поляризации. Таким образом, для визуализации полувихрей проще вести

одновременное наблюдение для поляризаций  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$ . При таком способе наблюдений в случае квантового полувихря «вилкообразная» дислокационная картина будет наблюдаться в интерференционной картине только для одной из циркулярных поляризаций. Рис. 11 иллюстрирует первые экспериментальные наблюдения полувихря в экситон-поляритонном бозе-конденсате в картине ближнего поля, совмещенной с картиной двухлучевой интерференции [63]. Надежность наблюдения полувихря устанавливается с помощью циркулярных анализаторов. Наконец, заметим, что в картине ближнего поля обычного лазера полувихри не возникают по принципиальным причинам.

## 8. Масштабы энергии, связанные с экситонными поляритонами в микрорезонаторах

Помимо критической температуры  $T_c$ , которая непосредственно связана с де-бройлевской длиной волны (см. формулу (10)), поляритонные конденсаты в микрорезонаторе и бозе-эйнштейновские конденсаты в других объектах характеризуются несколькими масштабами энергии, удобными для описания их свойств. Один из таких масштабов связан со средней энергией взаимодействия (отталкивания),  $nU$ , где  $n$  — плотность бозе-частиц, а  $U$  — характерная энергия взаимодействия в расчете на единицу плотности. Такое взаимодействие увеличивает среднюю энергию коллектива поляритонов и проявляется в сдвиге основного состояния поляритонного конденсата в сторону больших энергий (фиолетовый спектральный сдвиг). Система бозонов является слабо взаимодействующей, если  $nU \ll k_B T$ . Напротив, если  $nU \geq k_B T$ , то соответствующая система — сильно взаимодействующая. Заметим, что охлажденные атомы в оптических ловушках и экситонные поляритоны в микрорезонаторах являются примерами слабо взаимодействующих бозе-систем, тогда как, например, в жидких  $^4\text{He}$  или  $^3\text{He}$  атомы взаимодействуют очень сильно.

Другим естественным энергетическим масштабом является энергия связи фермионов в результирующем композитном бозоне,  $\hbar^2/\mu a^2$  (по сути в рассматриваемом случае речь идет об энергии связи двумерного водородоподобного экситона в квантовой яме, помещенной в микрорезонатор). Здесь  $\mu$  — масса композитного бозона (экситона),  $a$  — его линейный размер (боровский радиус). Когда происходит конденсация поляритонов, то для коллектива экситонов выполняется условие  $na^2 \ll 1$ . В таких условиях экситоны практически не контактируют друг с другом. Это эквивалентно тому, что энергия связи композитных бозонов — экситонных поляритонов гораздо больше  $k_B T$ , так что они во всех отношениях являются «хорошими» бозе-квазичастицами. Такая же ситуация реализуется и в атомных бозе-конденсатах, включая конденсат охлажденных атомов He в магнитоопти-

ческих ловушках. В другом предельном случае, когда  $na^2 \geq 1$ , в достаточно плотной и высокотемпературной области экситонной системы может происходить переход Мотта с образованием слабо коррелированной (классической) фермиевской плазмы. При достаточно низких температурах в такой плазме в принципе может происходить переход в слабо коррелированное состояние фермионов типа БКШ (Bardeen–Cooper–Shrieffer) с образованием куперовских пар вследствие электронно-дырочного взаимодействия. Такое поведение описывает куперовские пары в сверхпроводнике, и это может произойти с парами фермиевских атомов, накапливаемых в оптических ловушках.

Перечисленные энергетические масштабы существенны прежде всего для атомных бозе-эйнштейновских конденсатов. Однако для экситонных поляритонов в микрорезонаторах есть еще два других существенных энергетических параметра. Один из них связан с расщеплением Раби между верхней и нижней поляритонными ветвями. Если расщепление Раби меньше  $k_B T$ , тогда тепловые возбуждения разрушают когерентную суперпозицию экситонов и фотонов в поляритоне, или, иными словами, разрушают жесткую фазовую связь между верхней и нижней поляритонными ветвями. Если же поддерживать температуру достаточно низкой, а плотность поляритонов увеличивать, так что обеспечивается режим  $\hbar\Omega_R \gg k_B T$ , межчастичное расстояние в системе слабо взаимодействующих экситонных поляритонов может оказаться много меньше де-Бройлевской длины волны, которая определяет масштабы пространственной локализации поляритонов. В таких условиях система поляритонов оказывается в режиме достаточно слабого (в смысле применимости приближения среднего поля), но крупномасштабного взаимодействия. Это может происходить при увеличении плотности поляритонов в области, когда эта плотность еще остается ниже критической для перехода Мотта, т.е. когда  $na^2 \ll 1$ .

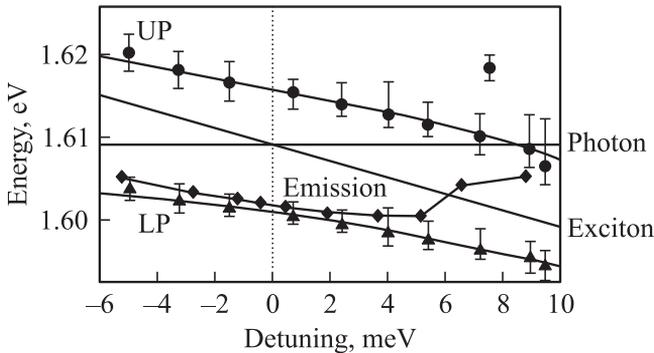
Наконец, остановимся еще на одном энергетическом масштабе, который определяет конечную спектральную ширину экситонных поляритонов из-за их конечного времени жизни в квантовом состоянии (этот масштаб можно оценить из соотношения неопределенности Гейзенберга,  $\Delta E \approx \hbar/\Delta t$ , где  $\Delta t$  — конечное время жизни в квантовом состоянии). В микрорезонаторах с добротностями  $Q \approx 10^4$  уширение резонаторной моды, связанное с конечным временем жизни в квантовом состоянии, оказывается много меньше величины расщепления Раби. Режим сильной свето-экситонной связи является главной особенностью экситон-поляритонной моды, отличающей ее от резонаторной моды в обычном лазере. Тем не менее, экситонные поляритоны имеют конечное время жизни в микрорезонаторе и, следовательно, сам ансамбль поляритонов испытывает непрерывные потери и связанные с этими потерями шумы (в прямом соответствии с флуктуационно-диссипационной теоремой). Поэтому из-за шумов конденсация экситонных поляритонов не может происходить при сколь угодно малых поляритонных плотностях.

Следует также подчеркнуть, что неизбежные потери в поляритонном конденсате могут сильно повлиять на его длинноволновое, низкочастотное, коллективное поведение. Именно в этом видится главное отличие между бозе-конденсатом экситонных поляритонов и сверхтекучими квантовыми жидкостями, такими, как  $^4\text{He}$  и  $^3\text{He}$ .

## 9. Различия между бозе-конденсатом экситонных поляритонов и обычным лазером

Поляритонный конденсат, подобно обычному, например, полупроводниковому лазеру является открытой диссипативной системой: нерезонансная и непрерывная накачка создает резервуар неравновесных электронно-дырочных возбуждений, которые, в свою очередь, поддерживают когерентное световое поле в микрорезонаторе. Итак, в этих системах есть некогерентная накачка для создания резервуара почти свободных электронов и дырок, и в каждом случае на выходе микрорезонатора возникает направленный когерентный свет. Возникает естественный вопрос — в чем же, собственно, состоит различие между экситон-поляритонным бозе-конденсатом и обычным лазером? На чисто качественном уровне различие определяется тем, в какой мере электронные (экситонные) состояния участвуют в формировании когерентности. В лазере частота когерентного света определяется исключительно резонатором, т.е. фиксируется его длиной и показателем преломления. Роль электронных возбуждений сводится к заселению и опустошению фотонной моды. Следовательно, для генерации когерентного света в лазере населенность электронных возбуждений должна быть инвертирована так, чтобы стимулированная эмиссия, обеспечивающая генерацию жестко связанных по фазе фотонов, доминировала над спонтанной эмиссией, рождающей фотоны с хаотическими фазами. В случае поляритонного конденсата фазы фотонов и экситонов жестко связаны уже изначально в самом одночастичном поляритоне (см. формулу (1)). В свою очередь поляритоны жестко сфазированы между собой непосредственно в самом конденсате. Поэтому в рассматриваемом случае поляритонного конденсата осциллирующее световое поле принимает энергию и фазу экситонного поляритона. В этом случае нет необходимости в инверсии, а когерентные поля могут поддерживаться квазиравновесием с надконденсатной частью поляритонов. В таких условиях пороговая величина электронно-дырочной плотности для создания стимулированного излучения оказывается существенно меньше, чем это требуется для обычного лазера в такой же полупроводниковой среде. Заметим, что термин «поляритонный лазер» часто используют в случае когерентного излучения поляритонным конденсатом (бозе-конденсатом), который не находится в полном равновесии с надконденсатной частью поляритонов.

В недавно выполненных экспериментах с экситонными поляритонами в микрорезонаторе с достаточной степенью надежности установлены два различных порога возникновения когерентного излучения [65]: один для поляритонной бозе-конденсации и другой — для стандартного лазера. Результаты одного из такого рода экспериментов иллюстрирует рис. 12. В этом эксперименте с помощью деформации сжатия, которая осуществляется с помощью точечного плунжера, обеспечивающего так называемый точечный контакт Herz'a, плавно перестраивается энергия экситона квантовой ямы относительно фотонной моды микрорезонатора, с которой взаимодействует экситонное состояние. Результирующий деформационный сдвиг энергии поляритонного бозе-конденсата происходит в том же направлении и на таких же масштабах, как сдвигается энергия собственно экситонного состояния. Это непосредственно свидетельствует о том, что экситонная компонента поляризуемости сильно вовлечена в формирование когерентности конденсата. В противоположность этому в обычном лазерном состоянии когерентное излучение происходит на частоте фотонной моды, которая не испытывает заметного сдвига под действием деформации (см. рис. 12).



**Рис. 12.** Иллюстрация перехода между поляритонным бозе-конденсатом и обычным лазерным состоянием. Из работы [65], см. также [64]. Верхняя (UP) и нижняя (LP) поляритонные энергии уменьшаются по мере того, как перестраивается экситонная энергия с помощью механического давления (деформации сжатия с помощью точечного плунжера), проходя при этом через фотонный резонанс в микрорезонаторе. Деформация сдвигает экситонные состояния, тогда как положения фотонных мод из-за размерного квантования в микрорезонаторе остаются практически не возмущенными и фиксированными. Видно, что энергия излучения микрорезонатора вблизи порога когерентного поляритонного состояния вначале уменьшается так же, как и энергия экситонного состояния. Это означает, что при такой перестройке система продолжает оставаться конденсатом и при этом электронные состояния среды дают определяющий вклад в когерентность системы. При больших спектральных перестройках (больших деформациях сжатия) связь между фотонами и экситонами ослабевает. В таких условиях возможен обычный лазерный эффект, и, как результат, когерентное излучение скачком сдвигается в сторону резонаторной фотонной моды.

## 10. Заключение

Исследования экситонных поляритонов в микрорезонаторах и их бозе-конденсации в настоящее время переживают свой ренессанс и пребывают в самом пике активности. К числу явлений, привлекающих наибольший интерес, относится сверхтекучесть экситон-поляритонной жидкости. Явление сверхтекучести, как известно, предполагает существование линейного закона дисперсии коллективной звуковой моды, так называемой боголюбовской моды. Согласно феноменологическому критерию Ландау, в этом случае критическая скорость оказывается конечной:  $v_c = \min[\varepsilon(p)/p] \neq 0$ . Недавно в экспериментах стенфордской группы установлено [35], что вследствие поляритон-поляритонного взаимодействия с ростом плотности спектр возбуждений экситонных поляритонов перенормируется и становится линейным в области волновых векторов вплоть до нескольких  $\text{мкм}^{-1}$ . На существование линейного закона дисперсии взаимодействующих поляритонов в условиях резонансного фотовозбуждения ранее указывали расчеты авторов работы [34]. Первые эксперименты с экситон-поляритонными пакетами [66, 67], распространяющимися со скоростью  $v < v_c$  ( $v_c \approx 10^6$  см/с в случае экситонных поляритонов в GaAs/AlGaAs-микрорезонаторах), показали бездиссипативное течение поляритонной жидкости через искусственно приготовленную преграду (мелкий дефект) размером в несколько  $\text{мкм}$ . В то же время для экситон-поляритонных пакетов, движущихся через ту же преграду, но со скоростью  $v > v_c$ , наблюдался аналог эффекта Черенкова — появление фронтов ударных «сверхзвуковых» волн, рассеянных тем же дефектом. Численное моделирование этих экспериментов с использованием уравнения Гросса-Питаевского показало хорошее согласие с наблюдениями [66, 67]. Несомненно, эксперименты в этом направлении будут продолжаться наряду с изучением явлений, непосредственно связанных с сильной неравновесностью экситон-поляритонных бозе-конденсатов, таких как нелинейные возбуждения в квазиодномерных конденсатах [68] или возбуждение «черных дыр» в спиновых конденсатах [69].

С чисто экспериментальной точки зрения гораздо проще исследовать стационарное состояние экситон-поляритонного конденсата по сравнению с исследованием его пространственно-временной эволюции и динамики. Тем не менее, в последние годы появилось значительное число публикаций, связанных с изучением бездиссипативного, незатухающего транспорта конденсата экситонных поляритонов комбинированными средствами пространственно- и время-разрешенной спектроскопии. Быстрый прогресс в совершенствовании технологических методов роста высококачественных полупроводниковых структур с микрорезонаторами высокой добротности, наряду с развитием самой экспериментальной техники измерений, позволяет надеяться на обнаружение в обозримом будущем спиновой поляритонной сверхтекучести наряду с другими эффектами, связанными со спиновой

природой экситонного поляритона, которые в данный момент даже трудно предугадать.

Создание новых структур высокого качества, в которых времена жизни поляритонов составляют несколько десятков пикосекунд, позволяет детально исследовать эффекты локализации — слабой (андерсоновского типа) и сильной, на флуктуациях хаотического, крупномасштабного потенциала. Другое интересное направление исследований связано с периодически модулированными структурами, в которых пространственная модуляция реализуется с помощью акустических волн (деформационных и поляризационных). В таких структурах можно ожидать обнаружения совершенно нового класса явлений, например, таких как высокочастотные блоховские осцилляции, а также, в условиях слабой связи между конденсатами, — оптического аналога джозефсоновских осцилляций.

В экспериментах с экситонными поляритонами в микрорезонаторах пока в основном используется оптический способ возбуждения. Однако уже сейчас виден заметный прогресс в области, связанной с электрической инжекцией экситон-поляритонных возбуждений в полупроводниковых микрорезонаторах [70–72]. Электрическая инжекция открывает целую область возможных практических приложений, таких как низкопороговые когерентные световые источники, оптические транзисторы, в которых один световой луч модулирует другой, а также излучатели с перепутанными парами фотонов. Перечисленные области исследований, несомненно, найдут свои приложения в информационных технологиях.

Пока в качестве объектов экситонной поляритоники в микрорезонаторах в основном используются полупроводники (гетероструктуры III–V, II–VI). Однако большой потенциал возможностей содержат органические материалы. В органических кристаллах дипольно-разрешенные экситоны имеют малый радиус (так называемые френкелевские экситоны) и обладают большими силами осцилляторов, на много порядков превосходящими силы осцилляторов водородоподобных экситонов в полупроводниках. Поэтому в органических системах в принципе легче обеспечить сильную экситон-фотонную связь, а также в таких структурах можно реализовать более широкий динамический диапазон экситон-поляритонных плотностей по сравнению с полупроводниковыми системами.

Нет причин сомневаться в том, что данная область физики конденсированных сред еще долго будет радовать своими, подчас непредсказуемыми, сюрпризами. Можно с большой степенью уверенности также предполагать, что в ближайшее время будет открыта следующая страница, связанная с плазмонными поляритонами в микрорезонаторах и их многочисленными приложениями в микроволновой области спектра.

Завершая настоящий обзор, автор благодарит В.Д. Кулаковского, И.В. Кукушкина, Р.А. Сурица и Э.А. Пашицкого за многочисленные плодотворные дискуссии и очень ценные замечания по ходу изложения данного предмета.

## Приложение

Следует заметить, что фотоны могут связываться и с другими поляризационными твердотельными возбуждениями, например, с поляризационными оптическими фононами, плазмонами и т.д., создавая при этом квантовые суперпозиции новых смешанных собственных состояний, получивших названия фононных поляритонов, плазмонных поляритонов и т.д. Эффект запаздывания и смешивание электромагнитных колебаний с поперечными поляризационными оптическими фононами в полярных диэлектрических кристаллах впервые рассматривались К.Б. Толпыго [73] и Huang Kun [74]. В монографии М. Борна и Х. Куня [75] приведены аналитические выражения для верхней и нижней дисперсионных ветвей оптического фононного поляритона в объемном ионном кристалле как результат запаздывания и взаимодействия света с поляризационными оптическими колебаниями. Сам термин «поляритон» был введен в физику коллективных возбуждений в конденсированных средах J.J. Hopfield'ом несколько позже [6].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Leggett, A.J. Quantum Liquids: Bose condensation and Cooper pairing in condensed-matter systems / A.J. Leggett. – New York : Oxford University Press, 2006. – 408 p.
2. Griffin, A. Excitations in a Bose-condensed liquid. – Cambridge : Cambridge University Press, 1993. – 324 p.
3. Pitaevskii, L. Bose–Einstein Condensation / L. Pitaevskii, S. Stringari. – Oxford : Clarendon Press, 2003. – 492 p.
4. Kasprzak, J. Bose–Einstein condensation of exciton polaritons / J. Kasprzak et al. // Nature. – 2006. – Vol. 443. – P. 409–414.
5. Пекар, С.И. Теория электромагнитных волн в кристалле, в котором возникают электроны // ЖЭТФ. – 1958. – Т. 33, № 4. – С. 1022–1036.
6. Hopfield, J.J. Theory of the contribution of excitons to the complex dielectric constant of crystals // Physical Review. – 1958. – Vol. 112, Iss. 5. – P. 1555–1567.
7. Weisbuch, C. Observation of the coupled exciton-photon mode splitting in a semiconductor quantum microcavity / C. Weisbuch et al. // Physical Review Letters. – 1992. – Vol. 69, Iss. 23. – P. 3314–3317.
8. Rabi, I.I. Space quantization in a gyrating magnetic field // Physical Review. – 1937. – Vol. 51, Iss. 8. – P. 652–654.
9. Skolnick, M.S. Exciton polaritons in semiconductor microcavities / M.S. Skolnick et al. // Proceedings of the 24th International Conference on the Physics of Semiconductors, Jerusalem / ed. by D. Gershoni – Singapore etc. : World Scientific, 1999. – P. 25–32.
10. Stevenson, R.M. Continuous wave observation of massive polariton redistribution by stimulated scattering in semiconductor microcavities / R.M. Stevenson et al. // Physical Review Letters. – 2000. – Vol. 85, Iss. 17. – P. 3680–3683.
11. Baumberg, J.J. Parametric oscillation in a vertical microcavity: a polariton condensate or micro-optical parametric oscillation / J.J. Baumberg et al. // Physical Review B. – 2000. – Vol. 62, Iss. 24. – P. R16247–R16250.

12. Houdré, R. Nonlinear emission of semiconductor microcavities in the strong coupling regime / R. Houdré et al. // *Physical Review Letters*. – 2000. – Vol. 85, Iss. 13. – P. 2793–2796.
13. Tartakovskii, A.I. Polariton parametric scattering processes in semiconductor microcavities observed in continuous wave experiments / A.I. Tartakovskii et al. // *Physical Review B*. – 2002. – Vol. 65, Iss. 8. – P. 081308 (R).
14. Krizhanovskii, D.N. Threshold power and internal loss in the stimulated scattering of microcavity polaritons / D.N. Krizhanovskii et al. // *Physical Review B*. – 2002. – Vol. 66, Iss. 16. – P. 165329.
15. Butté, R. Dependence of stimulated scattering in semiconductor microcavities on pump power, angle, and energy / R. Butté et al. // *Physical Review B*. – 2003. – Vol. 68, Iss. 11. – P. 115325.
16. Gippius, N.A. Nonlinear dynamics of polariton scattering in semiconductor microcavity: bistability vs. stimulated scattering / N.A. Gippius et al. // *EPL*. – 2004. – Vol. 67, Iss. 6. – P. 997–1003.
17. Baas, A. Quantum degeneracy of microcavity polaritons / A. Baas et al. // *Physical Review Letters*. – 2006. – Vol. 96, Iss. 17. – P. 176401.
18. Sanvitto, D. Spatial structure and stability of the macroscopically occupied polariton state in the microcavity optical parametric oscillator / D. Sanvitto et al. // *Physical Review B*. – 2006. – Vol. 73, Iss. 24. – P. 241308.
19. Krizhanovskii, D.N. Dominant effect of polariton-polariton interactions on the coherence of the microcavity optical parametric oscillator / D.N. Krizhanovskii et al. // *Physical Review Letters*. – 2006. – Vol. 97, Iss. 9. – P. 097402.
20. Krizhanovskii, D.N. Self-organization of multiple polariton-polariton scattering in semiconductor microcavities / D.N. Krizhanovskii et al. // *Physical Review B*. – 2008. – Vol. 77, Iss. 11. – P. 115336.
21. Ballarini, D. Observation of long-lived polariton states in semiconductor microcavities across the parametric threshold / D. Ballarini et al. // *Physical Review Letters*. – 2009. – Vol. 102, Iss. 5. – P. 056402.
22. Savvidis, P.G. Asymmetric angular emission in semiconductor microcavities / P.G. Savvidis et al. // *Physical Review B*. – 2000. – Vol. 62, Iss. 20. – P. R13278–R13281.
23. Huang, R. Experimental evidence of stimulated scattering of excitons into microcavity polaritons / R. Huang, F. Tassone, Y. Yamamoto // *Physical Review B*. – 2000. – Vol. 61, Iss. 12. – P. R7854–R7857.
24. Dasbach, G. Coherent and incoherent polaritonic gain in a planar semiconductor microcavity / G. Dasbach et al. // *Physical Review B*. – 2000. – Vol. 62, Iss. 19. – P. 13076–13083.
25. Erland, J. Seeding of polariton stimulation in a homogeneously broadened microcavity / J. Erland et al. // *Physica Status Solidi (b)*. – 2008. – Vol. 221, Iss. 1. – P. 115–120.
26. Messin, G. Parametric polariton amplification in semiconductor microcavities / G. Messin et al. // *Physical Review Letters*. – 2001. – Vol. 87, Iss. 12. – P. 127403.
27. Saba, M. High-temperature ultrafast polariton parametric amplification in semiconductor microcavities / M. Saba et al. // *Nature*. – 2001. – Vol. 414, Iss. 6865. – P. 731–735.
28. Savvidis, P.G. Off-branch polaritons and multiple scattering in semiconductor microcavities / P.G. Savvidis et al. // *Physical Review B*. – 2001. – Vol. 64, Iss. 7. – P. 075311.
29. Huynh, A. Polariton parametric amplifier pump dynamics in the coherent regime / A. Huynh et al. // *Physical Review Letters*. – 2003. – Vol. 90, Iss. 10. – P. 106401.
30. Diederichs, C. Parametric oscillation in vertical triple microcavities / C. Diederichs et al. // *Nature*. – 2006. – Vol. 440, Iss. 7086. – P. 904–907.
31. Demenev, A.A. Kinetics of stimulated polariton scattering in planar microcavities: Evidence for a dynamically self-organized optical parametric oscillator / A.A. Demenev et al. // *Physical Review Letters*. – 2008. – Vol. 101, Iss. 13. – P. 136401.

32. Sarkar, D. Polarization bistability and resultant spin rings in semiconductor microcavities / D. Sarkar et al. // *Physical Review Letters*. – 2010. – Vol. 105, Iss. 21. – P. 216402.
33. Гаврилов, С.С. Поляризационная неустойчивость в поляритонной системе в полупроводниковых микрорезонаторах / С.С. Гаврилов и др. // *Письма в ЖЭТФ*. – 2010. – Т. 92, № 3. – С. 194–201.
34. Carusotto, I. Probing microcavity polariton superfluidity through resonant Rayleigh scattering / I. Carusotto, C. Ciuti // *Physical Review Letters*. – 2004. – Vol. 93, Iss. 16. – P. 166401.
35. Utsunomiya, S. Observation of Bogoliubov excitations in exciton-polariton condensates / S. Utsunomiya et al. // *Nature Physics*. – 2008. – Vol. 4, Iss. 9. – P. 700–705.
36. Деменев, А.А. Стимулированное поляритон-поляритонное рассеяние и динамическая бозе-эйнштейновская конденсация поляритонов в GaAs микрорезонаторах при возбуждении в области экситонного резонанса / А.А. Деменев, С.С. Гаврилов, В.Д. Кулаковский // *Письма в ЖЭТФ*. – 2012. – Т. 95, № 1. – С. 42–47.
37. Balili, R. Bose-Einstein condensation of microcavity polaritons in a trap / R. Balili et al. // *Science*. – 2007. – Vol. 316, Iss. 5827. – P. 1007–1010.
38. Love, A.P.D. Intrinsic decoherence mechanisms in the microcavity polariton condensate / A.P.D. Love et al. // *Physical Review Letters*. – 2008. – Vol. 101, Iss. 6. – P. 067404.
39. Penrose, O. Bose-Einstein condensation and liquid helium / O. Penrose, L. Onsager // *Physical Review*. – 1956. – Vol. 104, Iss. 3. – P. 576–584.
40. Беляев, С.Т. Применение методов квантовой теории поля к системе бозе-частиц // *ЖЭТФ*. – 1958. – Т. 34, № 2. – С. 417–432.
41. Беляев, С.Т. Энергетический спектр неидеального бозе-газа // *ЖЭТФ*. – 1958. – Т. 34, № 2. – С. 433–446.
42. Yang, C.N. Concept of off-diagonal long-range order and the quantum phases of liquid He and of superconductors // *Reviews of Modern Physics*. – 1962. – Vol. 34, Iss. 4. – P. 694–704.
43. Glauber, R.J. The quantum theory of optical coherence // *Physical Review*. – 1963. – Vol. 130, Iss. 6. – P. 2529–2539.
44. Richard, M. Spontaneous coherent phase transition of polaritons in CdTe microcavities / M. Richard et al. // *Physical Review Letters*. – 2005. – Vol. 94, Iss. 18. – P. 187401.
45. Hanbury Brown, R. A test of a new type of stellar interferometer on Sirius / R. Hanbury Brown, R.Q. Twiss // *Nature*. – 1956. – Vol. 178, Iss. 4541. – P. 1046–1048.
46. Deng, H. Condensation of semiconductor microcavity exciton polaritons / H. Deng et al. // *Science*. – 2002. – Vol. 298, Iss. 5591. – P. 199–202.
47. Kasprzak, J. Second-order time correlations within a polariton Bose-Einstein condensate in a CdTe microcavity / J. Kasprzak et al. // *Physical Review Letters*. – 2008. – Vol. 100, Iss. 6. – P. 067402.
48. Kasprzak, J. Build up and pinning of linear polarization in the Bose condensates of exciton polaritons / J. Kasprzak et al. // *Physical Review B*. – 2007. – Vol. 75, Iss. 4. – P. 045326.
49. Ivchenko, E.L. Superlattices and other heterostructures / E.L. Ivchenko, G.E. Pikus. – Berlin, Heidelberg : Springer, 1995. – 338 p.
50. Горбунов, А.В. Линейная поляризация люминесценции в условиях бозе-конденсации дипольных экситонов и спонтанное нарушение симметрии / А.В. Горбунов, В.Б. Тимофеев // *Письма в ЖЭТФ*. – 2008. – Т. 87, № 12. – С. 797–802.
51. Rubo, Y.G. Suppression of superfluidity of exciton-polaritons by magnetic field / Y.G. Rubo, A.V. Kavokin, I.A. Shelykh // *Physics Letters A*. – 2006. – Vol. 358, Iss. 3. – P. 227–230.
52. Larionov, A.V. Polarized nonequilibrium Bose-Einstein condensates of spinor exciton polaritons in a magnetic field / A.V. Larionov et al. // *Physical Review Letters*. – 2010. – Vol. 105, Iss. 25. – P. 256401.
53. Gippius, N.A. Polarization multistability of cavity polaritons / N.A. Gippius et al. // *Physical Review Letters*. – 2007. – Vol. 98, Iss. 23. – P. 236401.

54. Paráiso, T.K. Multistability of a coherent spin ensemble in a semiconductor microcavity / T.K. Paráiso et al. // *Nature Materials*. – 2010. – Vol. 9, Iss. 8. – P. 655–660.
55. Abo-Shaeer, J.R. Observation of vortex lattices in Bose-Einstein condensates / J.R. Abo-Shaeer et al. // *Science*. – 2001. – Vol. 292, Iss. 5516. – P. 476–479.
56. Lagoudakis, K.G. et al. Quantized vortices in an exciton-polariton condensate / K.G. Lagoudakis et al. // *Nature Physics*. – 2008. – Vol. 4, Iss. 9. – P. 706–710.
57. Sanvitto, D. Persistent currents and quantized vortices in a polariton superfluid / D. Sanvitto et al. // *Nature Physics*. – 2010. – Vol. 6, Iss. 7. – P. 527–533.
58. Воловик, Г.Е. Линейные и точечные особенности в сверхтекучем  $^3\text{He}$  / Г.Е. Воловик, В.П. Минеев // *Письма в ЖЭТФ*. – 1976. – Т. 24, № 11. – С. 605–608.
59. Cross, M.C. Textural singularities in the superfluid A phase of  $^3\text{He}$  / M.C. Cross, W.F. Brinkman // *Journal of Low Temperature Physics*. – 1977. – Vol. 27, Iss. 5–6. – P. 683–686.
60. Salomaa, M.M. Quantized vortices in superfluid  $^3\text{He}$  / Salomaa M.M., Volovik G.E. // *Reviews of Modern Physics*. 1987. – Vol. 59, Iss. 3. – P. 533–613.
61. Kirtley, J.R. Direct imaging of integer and half-integer Josephson vortices in high- $T_c$  grain boundaries / J.R. Kirtley et al. // *Physical Review Letters*. – 1996. – Vol. 76, Iss. 8. – P. 1336–1339.
62. Rubo, Y.G. Half vortices in exciton polariton condensates // *Physical Review Letters*. – 2007. – Vol. 99, Iss. 10. – P. 106401.
63. Lagoudakis, K.G. Observation of half-quantum vortices in an exciton-polariton condensate / K.G. Lagoudakis et al. // *Science*. – 2009. – Vol. 326, Iss. 5955. – P. 974–976.
64. Snoke, D. Polariton condensates / D. Snoke, P. Littlewood // *Physics Today*. – 2010. – Vol. 63, Iss. 8. – P. 42–47.
65. Balili, R. Role of the stress trap in the polariton quasiequilibrium condensation in GaAs microcavities / R. Balili et al. // *Physical Review B*. – 2009. – Vol. 79, Iss. 7. – P. 075319.
66. Amo, A. Collective fluid dynamics of a polariton condensate in a semiconductor microcavity / A. Amo et al. // *Nature*. – 2009. – Vol. 457, Iss. 7227. – P. 291–295.
67. Amo, A. Superfluidity of polaritons in semiconductor microcavities / A. Amo et al. // *Nature Physics*. – 2009. – Vol. 5, Iss. 11. – P. 805–810.
68. Cuevas, J. Nonlinear excitations, stability inversions and dissipative dynamics in quasi-one-dimensional polariton condensates / J. Cuevas et al. // *Physical Review B*. – 2011. – Vol. 83, Iss. 24. – P. 255140.
69. Solnyshkov, D.D. Black holes and wormholes in spinor polariton condensates / D.D. Solnyshkov, H. Flayac, G. Malpuech // *Physical Review B*. – 2011. – Vol. 84, Iss. 23. – P. 233405.
70. Bajoni, D. Polariton light-emitting diode in a GaAs-based microcavity / D. Bajoni et al. // *Physical Review B*. – 2008. – Vol. 77, Iss. 11. – P. 113303.
71. Khalifa, A.A. Electroluminescence emission from polariton states in GaAs-based semiconductor microcavities / A.A. Khalifa et al. // *Applied Physics Letters*. – 2008. – Vol. 92, Iss. 6. – P. 061107.
72. Tsintzos, S.I. A GaAs polariton light-emitting diode operating near room temperature / S.I. Tsintzos et al. // *Nature*. – 2008. – Vol. 453, Iss. 7193. – P. 372–375.
73. Толпыго, К.Б. Физические свойства решетки типа каменной соли, построенной из деформируемых ионов // *ЖЭТФ*. – 1950. – Т. 20, № 6. – С. 497–509.
74. Huang, K. On the interaction between the radiation field and ionic crystals // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*. – 1951. – Vol. 208, Iss. 1094. – P. 352–365.
75. Борн М. Динамическая теория кристаллических решеток / М. Борн, Х. Кунь. – Москва : Изд-во иностр. лит., 1958. – 488 с.

---

---

# СПИНОВЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ В ДВУМЕРНОМ ЭЛЕКТРОННОМ ГАЗЕ, ИХ РЕЛАКСАЦИЯ, МЕТОДЫ ФОТОВОЗБУЖДЕНИЯ И ДЕТЕКТИРОВАНИЯ, РОЛЬ КУЛОНОВСКИХ КОРРЕЛЯЦИЙ\*

**Л. В. Кулик, А. В. Горбунов, С. М. Дикман, В. Б. Тимофеев**

Обсуждаются спиновые возбуждения в вырожденном двумерном электронном газе в перпендикулярном квантующем магнитном поле. В квантово-холловском ферромагнетике (фактор заполнения  $\nu = 1$ ) — это спин-волновые и «голдстоуновские» экситоны, а в квантово-холловском изоляторе ( $\nu = 2$ ) — спин-циклотронные экситоны. Последние отличаются рекордно большими временами жизни, вплоть до 1 мс, что позволяет при температурах  $T < 1$  К наблюдать переход в принципиально новое коллективное состояние — магнитофермионный конденсат, свойства которого объясняются в терминах когерентного состояния, возникающего в результате формирования в неравновесной системе двумерных фермионов плотного ансамбля фотовозбужденных долгоживущих спин-циклотронных экситонов, обладающих бозевской статистикой.

## 1. Введение

Практически все инновационные достижения последних лет в твердотельных технологиях связаны, так или иначе, с появлением либо новых материалов и материальных систем (квазидвумерных, квазиодномерных и квазинульмерных гетероструктур, слоистых структур, углеродных низкоразмерных систем и т.д.), либо с возникновением новых физических подходов к хорошо, казалось бы, известным явлениям (сверхпроводящим и полупроводниковым кубитам, однофотонным источникам излучения, квантовой криптографии и т.д.).

Большое внимание научной общественности в последнее время уделяется спинтронике — области технологических приложений, использующих манипулирование спиновой степенью свободы [1]. Получила развитие магنونика — применение для манипулирования сигналами спиновых волн — магнонов и их передачи [2]. Еще более экзотические приложения предполагают вовлечение в спиновую динамику вихревых спиновых возбуждений — скирмионов. Появились экспериментальные работы по управлению скирмионами, измерению их массы и длины пробега [3]. Ожидается, что в системе скирмионов можно осуществить бездиссипативный спиновый транспорт.

---

\* Успехи физических наук. — 2019. — Т. 189. Вып. 9. — С. 925–954.

Повышенный интерес к изучению спин-зависимых явлений в двумерных электронных системах (2D ЭС) связан, прежде всего, с открывающейся перспективой разработки новых приборов, позволяющих манипулировать спинами электронов. Электрон может находиться в двух спиновых состояниях, что весьма удобно для кодирования битов информации. Управление спиновыми состояниями электронов в перспективе позволит создавать логические элементы и массивы памяти с большим быстродействием, малым энергопотреблением и большой информационной емкостью.

Одна из наиболее интересных идей спинтроники заключается в реализации спинового транзистора, основанного на возможности управления спиновой прецессией носителей заряда внешним электрическим полем с помощью модуляции энергии спин-орбитального взаимодействия затворным напряжением [4]. Принципиальная возможность управлять поляризацией спинов с помощью электрического поля могла бы дать неоценимый вклад в развитие спинтроники, однако эту красивую идею, несмотря на ее привлекательность, пока не удается в полной мере реализовать на практике в том числе из-за проблем, связанных с быстрой релаксацией спиновых возбуждений.

Одночастичные каналы спиновой релаксации определяются наличием или отсутствием инверсной симметрии у электронной системы. Для симметричных систем основным является механизм релаксации Эллиота–Яфета, для несимметричных — механизм Дьяконова–Переля. Унификация двух релаксационных механизмов в рамках единой теории проведена недавно в работах [5, 6], что дает основание надеяться на появление более общей теории, включающей в рассмотрение квантующее магнитное поле и многочастичное кулоновское взаимодействие. Понижение размерности системы (quantum confinement) и квантующее магнитное поле кардинальным образом перестраивают одночастичный энергетический спектр, делая его эффективно нульмерным. При этом стандартные одночастичные механизмы релаксации подавляются, что приводит к увеличению времени спиновой релаксации. Одновременно появляются новые механизмы, которые, в свою очередь, уменьшают время спиновой релаксации. Например, пространственные флуктуации внешнего электростатического потенциала не только снимают вырождение уровней Ландау, но и приводят к слабым и плавным пространственным флуктуациям  $g$ -фактора. Последние, однако, могут быть достаточными, чтобы вызвать сбой фазы когерентной спиновой прецессии относительно магнитного поля, поскольку спины электронов в разных точках пространства прецессируют с различной скоростью.

Принципиально новые каналы релаксации спина возникают при учете межчастичного кулоновского взаимодействия. Несмотря на то, что транспортные, оптические и магнитные явления сильнокоррелированных 2D ЭС хорошо изучены, пока не существует определенной физической модели спиновой релаксации в квантующих магнитных полях, что связано как

с большим числом конкурирующих механизмов релаксации спина, так и со сложностью описания влияния кулоновского взаимодействия на механизмы релаксации. С одной стороны, двумерность существенно усиливает спин-орбитальное взаимодействие для электронов проводимости в гетероструктурах на основе  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}^*$ . С другой стороны, кулоновские корреляции кардинальным образом перестраивают энергетический спектр, что может приводить не к ускорению, а к торможению спиновой релаксации. Времена релаксации спина, измеренные с помощью непрямых транспортных и оптических методик, варьируются в очень широких пределах [7–10], поэтому на основе имеющихся экспериментальных данных сложно сделать выбор в пользу определенного релаксационного механизма.

Тем не менее, теоретический интерес к этому вопросу существует достаточно давно (см., например, работу [11], в которой не учитывались кулоновские корреляции). В дальнейшем релаксация спина теоретически изучалась в основном в квантово-холловском ферромагнетике [12–14], формирующемся при заполнении электронами одного спинового подуровня уровня Ландау: электронный фактор заполнения  $\nu = 1, 3, \dots$ , — и сравнительно недавно в квантово-холловском изоляторе [15], формирующемся при полном заполнении электронами уровня/уровней Ландау:  $\nu = 2, 4, \dots$

Квантово-холловский ферромагнетик является, по сути, тестовой системой для исследования влияния кулоновского взаимодействия (как прямого, так и обменного) на спектр спиновых возбуждений, поскольку соответствие между экспериментальными данными и результатами теоретических расчетов при описании спектра возбужденных состояний оказывается настолько точным, что часто находится в пределах экспериментальной погрешности [16]. Многочастичное кулоновское взаимодействие при этом включается в теорию непосредственно из первых принципов, без использования каких-либо модельных подходов (привлекаемых в теории обычных «классических» магнетиков). Поэтому, например, исследование неравновесной спиновой системы в квантово-холловском ферромагнетике является самым прямым методом оценки влияния многочастичных кулоновских корреляций в 2D ЭС на спиновую релаксацию.

Основным теоретическим подходом для решения задач, обсуждаемых в настоящем обзоре, является метод экситонного представления (ЭП). Его идея, которая ещё в 1960-е годы высказывалась Л.В. Келдышем [17–20], состоит в отказе от одночастичного базисного набора состояний идеального газа и переходе к базису одноэкситонных состояний, порождаемых действием на условный вакуум (т.е. на основное состояние) экситонных операторов. Иногда такой переход называют бозонизацией, так как газ экситонов действительно подчиняется бозевской статистике. В то же время сами

\* Структуры  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  являются наиболее интересными с точки зрения проверки существующих теорий спиновой релаксации в сильнокоррелированных высокоподвижных 2D системах.

экситонные операторы не являются ни бозевскими, ни фермиевскими. Они представляют собой некоторую сумму двух операторов, каждый из которых в свою очередь является произведением электронного и дырочного дираковских операторов рождения.

В своё время по ряду причин, на которых здесь неуместно останавливаться, идея экситонного базиса в приложении к задачам, связанным с классическими полупроводниками, не получила развития. Однако эта идея возродилась в 1980-е годы, когда появился интерес к изучению двумерных электрон-дырочных ансамблей в сильном магнитном поле (см. [21, 22]). В приложении к квантово-холловским системам экситонный оператор представляет собой определённую «правильную» комбинацию произведений оператора уничтожения электрона в состоянии ниже уровня Ферми и оператора рождения электрона в состоянии выше уровня Ферми.

Базисными состояниями ЭП являются магнитоэкситоны, впервые рассмотренные для 3D-пространства Л.П. Горьковым и И.И. Дзялошинским [23]. В квантово-холловской системе магнитоэкситоны — это возбуждения в зоне проводимости, сформированные электронной вакансией на нижнем уровне Ландау, т.е. ниже уровня Ферми (в дальнейшем для краткости — ферми-дырка), и электроном в некотором другом состоянии (орбитальном или спиновом) с большей энергией. Если в базисе одночастичных состояний диагональна только одночастичная часть гамильтониана системы, то в базисе экситонных состояний диагонализуется также существенная часть гамильтониана кулоновского взаимодействия.

В определённом смысле ЭП для кулоновского взаимодействия является «правильным» базисным набором нулевого приближения. В частности, экситонные базисные состояния классифицируются естественным квантовым числом — волновым вектором магнитоэкситона, т.е. инвариантом, возникающим вследствие трансляционной симметрии системы в однородном магнитном поле (см. [23]). Вырождение базиса оказывается в значительной степени снятым (остаётся лишь вырождение по направлениям волнового вектора).

ЭП имеет ещё и ряд других очевидных преимуществ. Оно не зависит от специфики калибровки одноэлектронных волновых функций в магнитном поле. Гамильтониан кулоновского взаимодействия из четырёхоператорного выражения превращается в двухоператорное. ЭП даёт явный вид собственных состояний, который позволяет с помощью некоторой, вполне определённой, коммутационной алгебры Ли для экситонных операторов рассчитывать матричные элементы переходов и тем самым находить вероятности различных кинетических процессов в электронном (экситонном) газе\*. На-

---

\* Эти переходы могут быть связаны, например, с «межэкситонным» взаимодействием из-за наличия в кулоновском гамильтониане «экситонно-недиагонализующихся» членов, а также с электрон-фононным, электрон-примесным и другими взаимодействиями, которые соответственно ренормируются в экситон-экситонное, экситон-фононное, экситон-примесное и т.д.

конец, во многих важных случаях экситонные состояния или их комбинация являются асимптотически точными собственными состояниями гамильтониана квантово-холловской системы в главном приближении по кулоновскому взаимодействию.

Заметим, что физически «небозеовость» коммутационной алгебры экситонных операторов может трактоваться как появление некоего «кинематического» межэкситонного взаимодействия, никак не связанного с кулоновским (т.е. с динамическим) взаимодействием, но объясняемого, конечно, фермиевской природой электрона и дырки, составляющих магнитоэкситон (см. [24]). В «разреженном» газе магнитоэкситонов, когда их число в системе намного меньше числа состояний на уровне Ландау, можно пренебречь в нулевом приближении как кинематическим, так и динамическим взаимодействиями, но при этом рассматривать их пертурбативно в задачах, связанных, например, с рассеянием магнитоэкситонов друг на друге или на внешних полях (на фонах или случайном электростатическом потенциале, присутствующем в квантовой яме (см., например, раздел 3 и цитируемые там работы)).

В то же время в задачах, касающихся расчёта энергии магнитоэкситона, определяемой кулоновским взаимодействием, необходимо, разумеется, использовать точные коммутационные соотношения для экситонных операторов. Это в некоторых важных случаях позволяет в такой сильнокоррелированной многочастичной системе точно вычислить энергию возбуждения, определяемую даже вторым порядком по кулоновскому взаимодействию (см. раздел 5 и приведённые там ссылки). Точная коммутационная алгебра используется и в задачах, связанных с рассмотрением магнитоэкситонного конденсата, т.е. в случае, когда макроскопически большое число возбуждений находится в одном состоянии — с одним и тем же волновым вектором. Впервые подобные расчёты были выполнены применительно к конденсату в условной симметричной двухкомпонентной электрон-дырочной системе [25]. Конденсату магнитоэкситонов посвящены разделы 6 и 8.

В теории квантово-холловского ферромагнетика ( $\nu = 1$ ), как и в случае обычного обменного ферромагнетика, описываемого, например, гамильтонианом Гейзенберга, отклонение спиновой системы от равновесия может быть микроскопически представлено как возникновение спиновых возбуждений. Этими возбуждениями являются, например, спиновые волны (блеховские магныны в обменном ферромагнетике [26]), уменьшающие на единицу как полный спин системы  $S$ , так и компоненту  $S_z$ , направленную вдоль оси намагниченности. В то же время если волновой вектор спиновой волны/магнона строго равен нулю, то такое возбуждение становится качественно иным: оно по-прежнему приводит к изменению на единицу компоненты  $S_z$ , но при этом сохраняет полный спин. Подобное свойство является общим для магнетиков всех типов и не зависит от того, каким образом описывается взаимодействие: с помощью полного кулоновского гамильтониана или

модельно — с помощью гейзенберговского оператора. Оператор рождения спиновой волны при величине волнового вектора  $k \equiv 0$  эквивалентен просто полному оператору  $S_- = S_x - iS_y$  (см. [26]), а само возбуждение осуществляет переход в собственное состояние системы с прежней орбитальной волновой функцией, но с глобально отклонённым от оси намагниченности спином, поскольку теперь  $S > S_z$ .

В квантово-холловском ферромагнетике ( $\nu = 1$ ) простейшее возбуждение состоит из ферми-дырки на заполненном нижнем спиновом подуровне нулевого уровня Ландау и электрона с противоположным спином, возбуждённого до незаполненного верхнего спинового подуровня того же уровня Ландау. Этот случай как раз и соответствует возбуждению спиновой волны, т.е. при ненулевом волновом векторе он приводит к уменьшению на единицу как полного спина электронной системы, так и его проекции на направление магнитного поля.

Возникновение спиновой волны со строго нулевым импульсом аналогичным образом изменяет проекцию спина на направление магнитного поля, но сохраняет полный спин электронной системы. Такой «нулевой» спиновый магнитоэкситон соответствует элементарному возбуждению, описывающему глобальное отклонение полного спина электронной системы от направления магнитного поля на некоторый угол. При макроскопически большом числе возбуждённых «нулевых» спиновых магнитоэкситонов или даже при суперпозиции состояний с разным числом «нулевых» магнитоэкситонов орбитальное состояние квантово-холловской системы не изменяется, но макроскопически состояние представляет собой голдстоуновскую моду — отклонение полного спина на некоторый угол от направления  $\hat{z}$  (см. [13], а также начало раздела 4).

«Нулевые» спиновые магнитоэкситоны мы будем в дальнейшем называть голдстоуновскими экситонами ( $X_C$ ), а спин-волновые экситоны будем обозначать как  $X_q$ . В обоих случаях процесс релаксации спина может быть описан в терминах аннигиляции спиновых магнитоэкситонов. В экспериментах, связанных с созданием неравновесных систем оптическими методами, реализуется ситуация, в которой полный спин электронной системы всегда направлен вдоль магнитного поля, но его величина отличается от спина равновесной системы. Число голдстоуновских магнитоэкситонов тогда, очевидно, пренебрежимо мало по сравнению с общим числом спиновых (фактически «ненулевых» спин-волновых) магнитоэкситонов в системе.

Процесс релаксации или аннигиляции спин-волновых магнитоэкситонов определяется спин-орбитальными взаимодействиями Рашбы и Дресельхауза. Кроме того, на эти процессы оказывает значительное влияние длинноволновый случайный потенциал, всегда присутствующий в 2D системах, поэтому следует разделять задачи исследования релаксации локализованных и делокализованных спинов.

Теоретические оценки времени релаксации спиновых возбуждений в квантово-холловском ферромагнетике варьируются от сотен наносекунд до десятков микросекунд. Кроме того, до недавнего времени эти оценки заведомо расходились с косвенными экспериментальными данными, которые указывали на времена релаксации, не превышающие 10 нс. Столь серьезное различие экспериментальных и теоретических результатов может быть связано, прежде всего, с тем, что прямого измерения времен спиновой релаксации не проводилось, а в упомянутых выше экспериментах речь идет, например, лишь о времени сбоя фазы спиновой прецессии, которое может быть значительно меньше времени энергетической релаксации, связанной с изменением зеемановской энергии.

В теории квантово-холловского изолятора ( $\nu = 2$ ) электронными возбуждениями являются магнитоэкситоны, образованные возбужденным электроном на первом незаполненном уровне Ландау и ферми-дыркой (электронной вакансией) на целиком заполненном нулевом уровне Ландау. В спектре возбуждений квантово-холловского изолятора имеются два типа магнитоэкситонов: спин-синглетный магнитоэкситон с полным спином ноль и циклотронный спин-триплетный магнитоэкситон с полным спином единица. Спин-синглетный магнитоэкситон есть не что иное, как магнитоплазмон — бесспиновое возбуждение, у которого, согласно теореме Кона, энергия при нулевом волновом векторе равна одночастичной циклотронной энергии [27, 28].

В то же время компоненты триплетного спинового экситона (для которого  $S = 1$  и  $S_z = -1, 0, +1$ ) энергетически отделены друг от друга зеемановской щелью, причём при нулевом волновом векторе ( $q = 0$ ) и даже при других актуальных значениях,  $q \lesssim 1/l_B$  (где  $l_B = \sqrt{\hbar c / eB}$  — магнитная длина), весь триплет в гетероструктурах GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As оказывается ниже незаполненного уровня Ландау, т.е. имеет энергию, меньшую циклотронной щели на величину некоторой дополнительной «энергии связи», определяемой кулоновскими корреляциями в 2D ЭС [29–31].

Отрицательный «кулоновский сдвиг» позволяет считать компоненту такого спин-циклотронного экситона, соответствующую значению  $S_z = +1$ , нижайшим по энергии\* возбуждением при  $\nu = 2$ . Спин-циклотронный экситон, в отличие от магнитоплазмона, оптически не активен. Он представляет собой так называемый «темный» (dark) экситон, так как его излучательная рекомбинация запрещена по спину. Тем не менее, посредством резонансных межзонных переходов, а именно дипольно-разрешенных оптических переходов между дискретными состояниями тяжелых дырок валентной зоны (соответствующих уровням Ландау с номерами  $n_L > 1$ ) и состояниями электронов зоны проводимости можно создать неравновесный ансамбль таких магнитоэкситонов [32].

\* Это компонента с положительным значением проекции  $S_z$  на направление магнитного поля, поскольку в GaAs  $g$ -фактор электрона отрицателен.

Основным каналом изменения спина 2D ЭС являются процессы переверота спина фотовозбужденной дырки за счет сильного спин-орбитального взаимодействия в валентной зоне GaAs. В процессе последующей трансформации фотовозбужденной тяжелой дырки из валентной зоны в фермидырку электронной системы, которая происходит вследствие рекомбинации электронов с нулевого заполненного уровня Ландау с фотовозбужденной дыркой валентной зоны, электронная система изменяет свой спин. Поскольку прямая релаксация спин-циклотронных экситонов в основное состояние, сопровождающаяся изменением одновременно орбитального и спинового квантовых чисел, запрещена, время жизни этих возбуждений становится чрезвычайно большим [15]. Эти времена примерно в  $10^7$  раз превышают времена рекомбинации фотовозбужденной дырки (в стандартных исследуемых 2D ЭС они составляют около 100 пс). Благодаря столь большим временам жизни можно создавать высокие плотности неравновесных спин-циклотронных экситонов,  $\sim 10^{10} \text{ см}^{-2}$ , с помощью непрерывного фотовозбуждения сравнительно малой мощности\*.

Спин-циклотронные экситоны являются чисто электронными возбуждениями, но их можно назвать композитными бозонами, поскольку они имеют целый спин ( $S = 1$ ) и фактически подчиняются бозе-статистике — в одном квантовом состоянии может находиться макроскопически большое число экситонов. В коллективе спин-циклотронных экситонов можно было бы ожидать формирования неравновесных бозонных конденсатов, аналогичных тем, которые формально изучались ещё в работе [33]. Однако известно, что в двумерных (а также в одномерных) пространственно неограниченных системах при любой сколь угодно низкой, но конечной температуре тепловые флуктуации разрушают дальний порядок [34, 35]. По этой причине бозе-конденсат в таких системах может существовать только при  $T = 0$ , что представляет не более чем теоретический интерес.

В 2D-случае тепловые флуктуации, тем не менее, не полностью разрушают дальний порядок: пространственные электрон-электронные корреляции сохраняются, хотя и убывают с увеличением расстояния не экспоненциально, как в газовой фазе, а по степенному закону. Этого оказывается достаточно для перехода в новую фазу, которая может обладать сверхтекучестью при конечной температуре. Эффект сверхтекучести в 2D-системах без образования бозе-конденсата был предсказан Березинским [36, 37] и независимо, но несколько позднее Костерлицем и Таулесом [38] (переход Березинского – Костерлица – Таулеса – БКТ). Согласно теории переход в сверхтекучее состояние при этом обусловлен формированием топологических дефектов: пар вихрь – антивихрь. К настоящему времени уже имеется достаточно много экспериментальных свидетельств существования перехода БКТ в различ-

---

\* Малой, по сравнению с мощностью, необходимой для разогрева 2D ЭС до температуры, превышающей температуру решётки GaAs.

ных квазидвумерных системах: в плёнках жидкого гелия [39, 40], в массивах джозефсоновских контактов [41], в охлаждённых газах атомов [42, 43], в газе взаимодействующих экситонных поляритонов [44]. Ансамбль спин-циклотронных экситонов большой плотности в квантово-холловском изоляторе ( $\nu = 2$ ) при температурах ниже 1 К может оказаться ещё одним примером плотной бозе-системы в вырожденном двумерном ферми-газе, демонстрирующей коллективные бозевские свойства, наряду с электрон-электронными бислоями [45].

Следует отметить, что поиск бозе-эйнштейновских конденсатов — одно из центральных направлений современной физики, прежде всего физики конденсированного состояния. Несмотря на то, что существует множество указаний на нетривиальные фазовые превращения в твёрдых телах, которые могут рассматриваться как переходы в конденсированное состояние, надёжно установленные случаи формирования бозе-эйнштейновского конденсата немногочисленны.

Конденсатные состояния можно разделить на две фундаментальные группы. Одна из них определяется фазовым переходом в основном, термодинамически равновесном, состоянии, как, например, в сверхтекучем  $^4\text{He}$ . В последнее время, однако, особый интерес вызывают так называемые нестационарные конденсаты — системы, выведенные из равновесия внешним воздействием. Несмотря на то, что детального равновесия в таких системах не наступает, их можно, в свою очередь, разделить на макроскопические подсистемы, в которых наступает локальное (динамическое) «квазиравновесие», причём неравновесные подсистемы могут находиться в «квазиравновесном» состоянии достаточно долго для того, чтобы можно было пользоваться понятием температуры, а в самой подсистеме могла произойти бозе-эйнштейновская конденсация. К квазиравновесным можно отнести экситон-поляритонные конденсаты [46], бозе-конденсат трёхмерных магнонов [47], атомные бозе-конденсаты [48, 49], бозе-конденсаты 2D-магнитоэкситонов [33, 50] и пространственно непрямым дипольных экситонов [51–53].

Особняком в ряду конденсатных состояний стоят фермионные конденсаты, которые также можно разделить на термодинамически равновесные: сверхпроводники (включая высокотемпературные сверхпроводники, ВТСП),  $^3\text{He}$  [54], состояние с суммарным фактором заполнения  $\nu = 1$  в двойных электронных слоях [45] — и на неравновесные, такие, как конденсат охлаждённых атомов  $^4\text{K}$ , исходно подчиняющихся ферми-статистике [55].

В настоящем обзоре мы обсуждаем конденсацию в системе 2D-фермионов (2D-электронов в зоне проводимости), выведенной из равновесия вследствие образования ансамбля долгоживущих спин-циклотронных экситонов — композитных возбуждений с бозе-статистикой.

Заметим, что для рассматриваемых чисто электронных магнитоэкситонов имеет место также электрон-дырочная симметрия: масса и заряд воз-

бужденного электрона равны массе и заряду (с противоположным знаком) эффективной ферми-дырки. Таким образом, пространственный перенос магнитоэкситонов не связан ни с переносом заряда, ни с переносом массы (в процессе переноса локальная плотность электронов в пространстве не изменяется), а связан только с переносом энергии возбуждений и их спина. При конденсации таких возбуждений в когерентное коллективное состояние можно ожидать бездиссипативного распространения спина на макроскопические расстояния. Экспериментальные результаты по обнаружению недиффузионного растекания магнитоэкситонного конденсата приведены в разделе 8.

В настоящем обзоре обсуждаются разработанные его авторами оптические методики формирования в квантово-холловском ферромагнетике ( $\nu = 1$ ) и квантово-холловском изоляторе ( $\nu = 2$ ) плотных ансамблей спиновых возбуждений и измерения времён их релаксации. Рассмотрены вопросы формирования плотных бозонных подсистем спиновых возбуждений в сильнокоррелированной 2D ЭС. Основными методами исследований являются резонансное рэлеевское рассеяние, фотоиндуцированное резонансное отражение и фотоиндуцированная фотолюминесценция. Поскольку для исследования релаксации голдстоуновских экситонов в квантово-холловском ферромагнетике ( $\nu = 1$ ) ни одна из вышеупомянутых методик не применима, для измерения их времён релаксации используется время-разрешенное керровское вращение [56].

## 2. Рэлеевское рассеяние света двумерными электронами в сильном магнитном поле

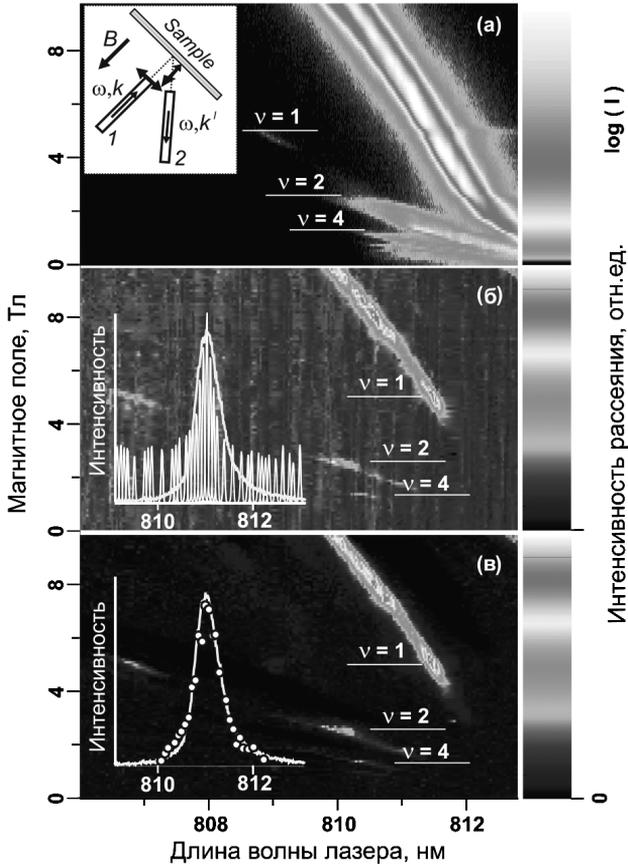
Рэлеевское рассеяние [57] с момента его открытия является одним из наиболее мощных спектроскопических методов исследования локальных свойств неоднородных сред [58], в том числе для определения критических флуктуаций параметра порядка при изучении фазовых переходов в жидкостях и твердых телах [59]. При резонансном рэлеевском рассеянии (PPP), когда энергия рассеянного света совпадает с энергией разрешенного оптического перехода, сечение рассеяния резко возрастает. PPP на магнитоэкситонных переходах успешно применяется для исследования неоднородно уширенных оптических переходов в квантовых ямах (КЯ) [60–62]. Недавно метод PPP был применен для наблюдения новых коррелированных фаз в основном состоянии 2D ЭС [63–65].

Авторами работы [66] PPP впервые было применено для определения спиновой поляризации электронов в 2D ЭС. Спектры PPP и фотолюминесценции (ФЛ) были получены с помощью двухсветовой методики (см. вставку на рис. 1а). Возбуждающий световод передавал излучение от Ti-сапфирового лазера на исследуемый образец, помещенный в гелиевый

криостат. Второй световод собирал сигналы рэлеевского рассеяния и ФЛ и передавал их на спектрометр. Измерения проводились при температурах  $0.4 \div 4.2$  К в магнитных полях  $0 \div 14$  Тл. Исследовался набор образцов с высококачественными легированными одиночными КЯ GaAs/AlGaAs одинаковой ширины, 19 нм, но с разными электронными концентрациями  $n_e$  в диапазоне  $(0.5 \div 2.4) \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup> при подвижности  $\mu_e = 5 \times 10^6$  см<sup>2</sup>/В·с. Электронная плотность определялась по сигналу ФЛ от 2D ЭС.

При измерении PPP вклад рассеяния от поверхности образца подавлялся с помощью пары скрещенных линейных поляризаторов, помещенных между торцами световодов и образцом. Поскольку фотоны, рассеянные поверхностью, поляризованы так же, как и возбуждающие фотоны, а 2D ЭС в магнитном поле вследствие нарушения симметрии обращения времени поглощает/излучает циркулярно поляризованный свет, то сигнал линейно поляризованного нерезонансного рэлеевского рассеяния от поверхности образца уменьшался почти на два порядка. Чтобы устранить остатки рэлеевского рассеяния от поверхности образца и таким образом дополнительно подавить фоновый сигнал от нерезонансного рэлеевского рассеяния, использовался дифференциальный метод. Исследуемый образец освещался He-Ne-лазером, уменьшающим электронную плотность [62]. Излучение He-Ne-лазера настраивалось таким образом, чтобы линии PPP для фотообедненного и необедненного состояний не перекрывались. Вычитая один сигнал из другого, удавалось повысить отношение сигнал/шум еще на порядок величины (рис. 1в).

Спектры ФЛ и PPP имеют много общего. Однако существенная разница состоит в том, что промежуточные состояния реальны для ФЛ и виртуальны для PPP. В низшем порядке теории возмущений PPP соответствует поглощению фотона и рождению виртуальной электрон-дырочной (e-h) пары. Затем e-h пара аннигилирует, испуская рассеянный фотон [67, 68]. Процесс рассеяния такого типа возможен только для локализованных e-h пар с длиной локализации  $\Lambda$  много меньше длины волны рассеянного света  $\lambda$ , т.е.  $k_{\parallel} \Lambda \ll 1$  (где  $k_{\parallel}$  — проекция волнового вектора фотона вдоль плоскости 2D ЭС). Это условие выполняется для локализованных состояний 2D ЭС в магнитном поле [69]. Кроме того, в сильном магнитном поле  $B$  выполняется условие  $l_B \ll \Lambda$ . Величина  $\Lambda$  для большинства состояний на уровне Ландау вообще никак не связана с магнитным полем — она определяется корреляционной длиной пространственных флуктуаций плавного случайного потенциала, неизбежно присутствующего в 2D канале реальной полупроводниковой гетероструктуры. По этой причине отсутствует зависимость от магнитного поля у матричного элемента излучательного (дипольного) перехода в виртуальное состояние, определяемое масштабом  $\Lambda$ . Если локализованные состояния распределены случайно, сечение PPP пропорционально числу состояний рассеяния и вероятности отдельного процесса [67, 68].

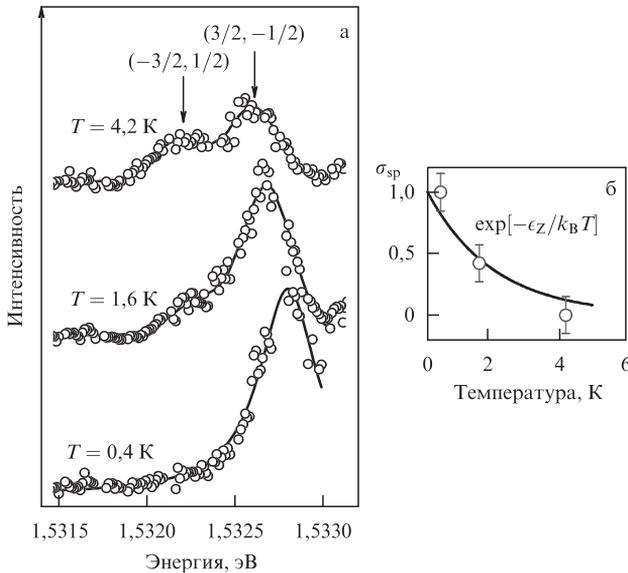


**Рис. 1.** (а) Логарифм интенсивности ФЛ для 2D ЭС в магнитном поле. Указаны определенные из спектров ФЛ магнитные поля, соответствующие целочисленным факторам заполнения. На вставке — геометрия эксперимента. (б) Амплитуда РРР, измеренная в тех же спектральных и магнитополевых диапазонах, что и ФЛ на рис. 1а. Плотность мощности Тi-сапфирового лазера — 10 мВт/см<sup>2</sup>, время накопления при регистрации спектров РРР — 0.1 с. На вставке — пример спектра РРР при  $\nu = 1$  с соответствующей линией ФЛ. (в) Амплитуда дифференциального сигнала РРР. На вставке — пример дифференциального спектра РРР при  $\nu = 1$  с соответствующей линией ФЛ.

Помимо очевидного процесса рассеяния света с участием локализованных электронных состояний, незапрещенным является рэлеевское рассеяние с участием делокализованных состояний. Закон сохранения импульса выполняется для системы «падающий фотон–рассеянный фотон–2D-электроны» за счет кулоновского взаимодействия электрона виртуальной электрон-дырочной пары и электронов 2D-газа. Поэтому рэлеевское рассеяние с участием делокализованных состояний может быть активно только для частично заполненных электронных уровней.

Экспериментальные данные работы [66] однозначно указывают на механизм РРР в 2D-электронных системах в квантующих магнитных полях.

Было исследовано PPP в 2D ЭС с одним частично заполненным спиновым подуровнем нулевого уровня Ландау при низких температурах, существенно меньших величины одночастичного зеемановского расщепления  $\epsilon_z$ . Наличие единственной интенсивной линии рэлеевского рассеяния с участием электронных состояний на пустом верхнем спиновом подуровне Ландау и отсутствие рассеяния с участием состояний на частично заполненном нижайшем спиновом подуровне Ландау позволяют сделать вывод о том, что рассеяние происходит на локализованных электронах. Уменьшение вклада в интенсивность PPP, обусловленного состояниями на верхнем спиновом подуровне Ландау, с возрастанием температуры (рис. 2а) объясняется частичным заполнением локализованных состояний на верхнем уровне Ландау, а появление рассеяния, обусловленного состояниями на нижнем спиновом подуровне Ландау, связано с частичным опустошением локализованных состояний на нижнем уровне Ландау.



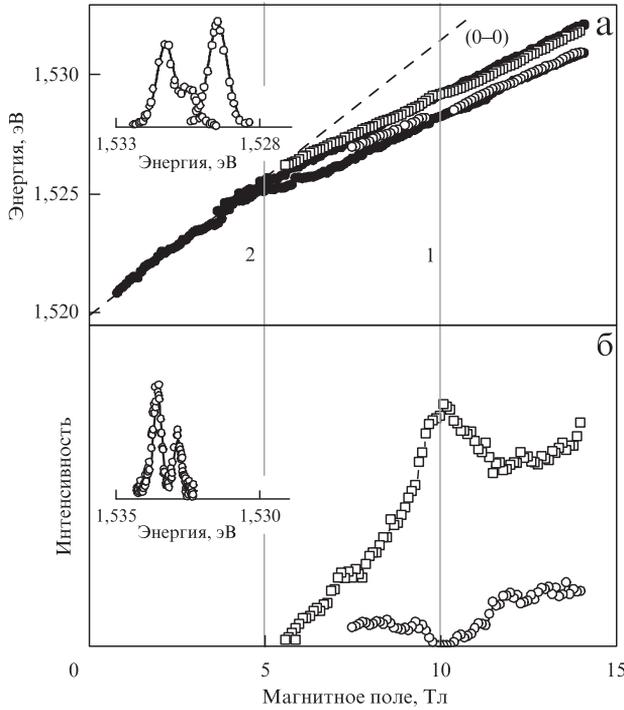
**Рис. 2.** (а) Спектры PPP для трех различных значений температуры при  $\nu = 0.36$ . (б) Спиновая поляризация локализованных 2D электронов как функция температуры: эксперимент (кружки) и аналитическая кривая для термодинамического распределения электронов по спиновым подуровням  $\sim \exp(-\epsilon_z/k_B T)$  (сплошная кривая).

Из относительных интегральных интенсивностей двух линий PPP от двух различных спиновых состояний на нулевом уровне Ландау (рис. 3) можно определить спиновую поляризацию электронов  $\sigma_{sp} = (\nu_{\uparrow} - \nu_{\downarrow})/\nu$  в ультравантовом пределе,  $\nu \leq 2$  [66] (здесь  $\nu_{\uparrow/\downarrow}$  — факторы заполнения для спинов вверх/вниз на нулевом уровне Ландау;  $\nu = \nu_{\uparrow} + \nu_{\downarrow}$ ). Действительно, поскольку интегральные интенсивности (площади под линиями PPP) пропорциональны числу свободных мест на спиновых подуровнях ну-

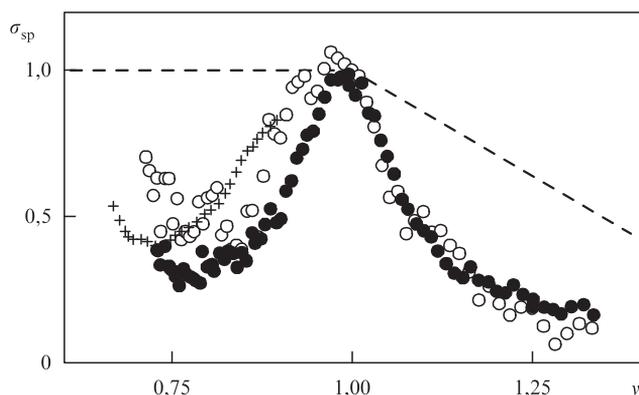
левого уровня Ландау:  $I_{\uparrow} = Cf_{\uparrow}(1 - \nu_{\uparrow})$  и  $I_{\downarrow} = Cf_{\downarrow}(1 - \nu_{\downarrow})$  ( $f_{\uparrow}$  и  $f_{\downarrow}$  – сечения рассеяния для соответствующих переходов, которые считаются постоянными ввиду узости линий РРР), в результате находим:

$$\sigma_{sp} = \frac{2 - \nu}{\nu} \cdot \frac{I_{\downarrow}f_{\uparrow} - I_{\uparrow}f_{\downarrow}}{I_{\downarrow}f_{\uparrow} + I_{\uparrow}f_{\downarrow}}.$$

Сечения рассеяния для РРР были получены непосредственно из эксперимента по РРР для аналогичного образца без электронов в зоне проводимости КЯ (см. вставку на рис. 3б), так что для определения  $\sigma_{sp}$  достаточно знать только отношение между  $f_{\uparrow}$  и  $f_{\downarrow}$ . В диапазоне магнитных полей 8 ÷ 14 Тл это отношение изменяется линейно от 2,2 до 1,8. По известному отношению  $f_{\uparrow}/f_{\downarrow}$  можно получить степень спиновой поляризации  $\sigma_{sp}$  (рис. 4).



**Рис. 3.** (а) Энергии линий ФЛ (темные кружки) и РРР (светлые кружки) для образца с электронной концентрацией  $n_e = 2,4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . Штриховой линией обозначена энергия электрон-дырочных переходов 0–0 для постоянной массы электронов и дырок  $0,067m_e$  и  $0,2m_e$ , соответственно. Электронные факторы заполнения показаны вертикальными линиями. На вставке представлены спектры РРР, измеренные в поле 10 Тл ( $\nu = 1$ ) и 13 Тл ( $\nu \approx 0,83$ ) (кружки), и их аппроксимации гауссианами (сплошные линии). (б) Магнитнополевые зависимости интегральных интенсивностей сигнала РРР для оптических переходов с участием электронных состояний с различными спинами: состояний с нижнего (кружки) и верхнего (квадраты) спиновых подуровней нулевого уровня Ландау. На вставке приведен спектр РРР образца с нелегированной КЯ в поле 13 Тл (кружки) и его аппроксимация гауссианом (линии). Отношение площадей под линиями РРР дает  $f_{\uparrow}/f_{\downarrow}$ .



**Рис. 4.** Спиновая поляризация 2D ЭС ( $\sigma_{sp}$ ), рассчитанная с использованием экспериментальных данных, приведенных на рис. 3 (светлые кружки). Для сравнения приведены значения  $\sigma_{sp}$ , полученные в работах [71] и [72], (темные кружки и кресты, соответственно). Штриховая линия показывает степень спиновой поляризации 2D ЭС для невзаимодействующих электронов.

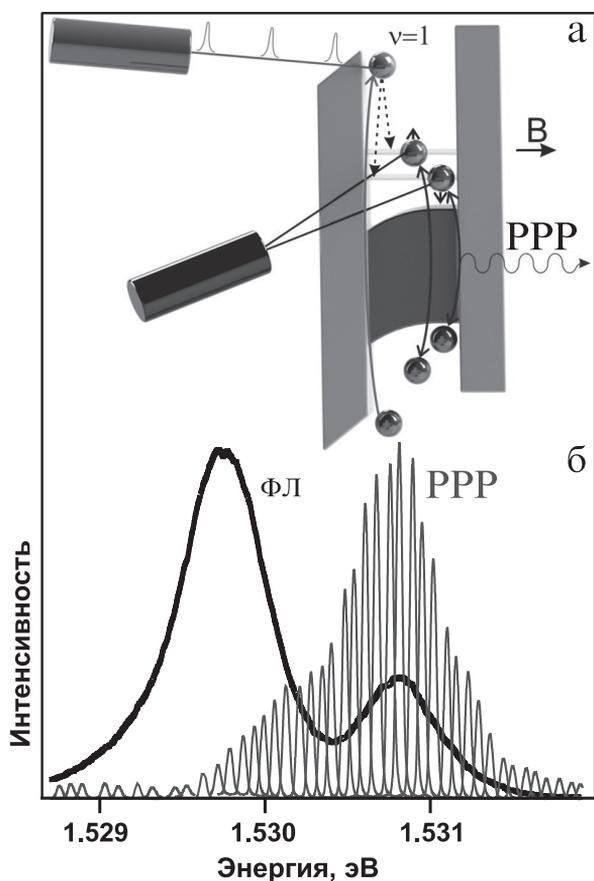
Таким образом, PPP может служить оптическим методом неразрушающего контроля для зондирования спиновой поляризации 2D ЭС [70]. Это чрезвычайно важно, поскольку для измерения поглощения или пропускания 2D ЭС образец с выращенной на монокристаллической подложке высококачественной эпитаксиальной гетероструктурой нуждается в серьезной модификации [71, 72].

К настоящему времени высококачественные спектры пропускания получают посредством либо вытравливания отверстия в подложке для устранения паразитного объемного рассеяния [71, 73], либо выращивания брэгговского зеркала, отделяющего 2D ЭС от подложки [72, 74].

Среди неразрушающих оптических методов измерения спиновой поляризации следует упомянуть элегантные экспериментальные методики, использующие рекомбинацию свободных электронов с локализованными акцепторами [75], и измерение магнитоэкситонного дихроизма [72]. Однако эти методики имеют ряд существенных ограничений, затрудняющих интерпретацию экспериментальных данных. В качестве аргумента в пользу PPP следует отметить, что спиновая поляризация измеряется без какой-либо предварительной обработки исследуемого образца, а экспериментальные результаты находятся в хорошем согласии с другими известными данными о поляризации 2D ЭС в ультраквантовом пределе. Кроме того, как показано в разделе 3, методика определения спиновой поляризации с помощью PPP легко переносится на время-разрешенные измерения, что позволяет контролировать эволюцию спиновой поляризации 2D ЭС после импульсного возбуждения в режиме реального времени.

### 3. Спиновая релаксация в квантово-холловском ферромагнитном состоянии при электронном факторе заполнения $\nu = 1$

Для прямого измерения времени релаксации спина в спин-поляризованном квантово-холловском ферромагнитном состоянии была разработана оригинальная оптическая методика создания неравновесных спиновых магнитоэкситонов (см. схему эксперимента на рис. 5а). Особенностью методики является то, что становится возможным создавать системы с практически произвольной начальной спиновой поляризацией (от 0 до 1) и наблюдать динамику релаксации спина в реальном времени. Для мониторинга спинового состояния электронной системы в процессе релаксации используется время-разрешенное PPP.



**Рис. 5.** (а) Диаграмма, иллюстрирующая схему эксперимента. (б) Спектры ФЛ и PPP, полученные через 5 мс после лазерного импульса, после окончания всех релаксационных процессов.  $B = 11$  Тл. Температура резервуара  $T = 1.6$  К.

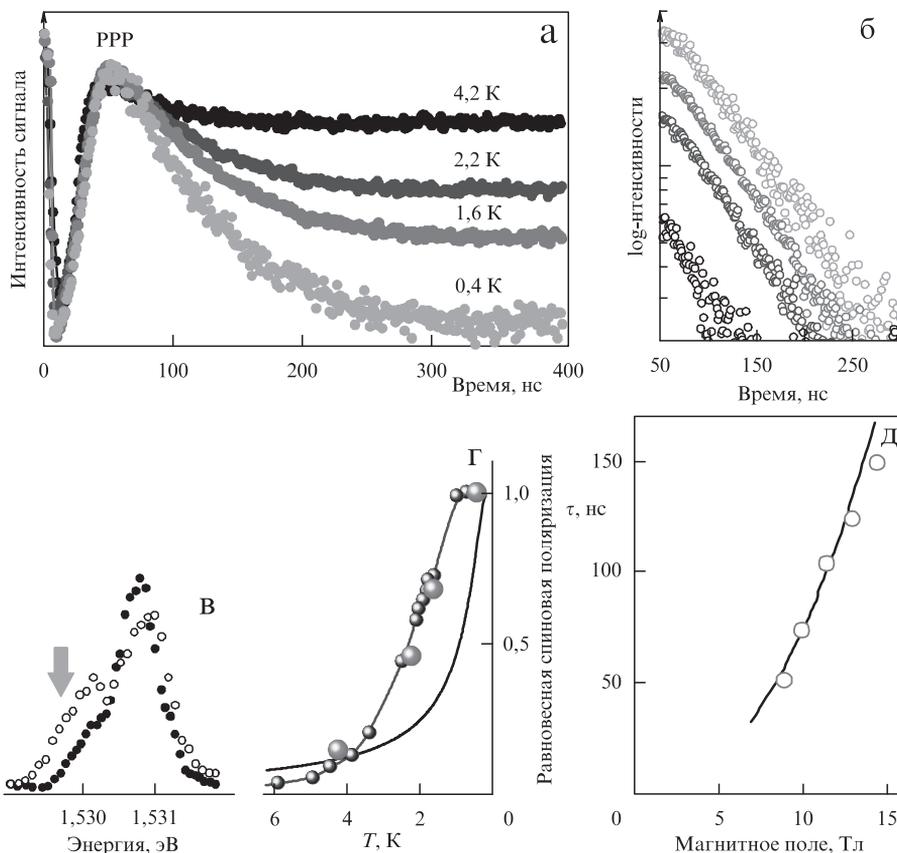
Система неравновесных спинов создается импульсным лазером с длиной волны 532 нм, длительностью импульса менее 1 нс и пиковой плотностью мощности на образце  $\simeq 400$  Вт/см<sup>2</sup>. Релаксируя в основное состояние, фотовозбужденные высокоэнергетические электроны нагревают 2D ЭС. Поэтому сам эксперимент имеет смысл только тогда, когда характерное время, необходимое для охлаждения 2D ЭС до температуры окружающей среды, значительно меньше, чем время спиновой релаксации  $\tau$  (в противном случае время релаксации не может быть измерено точно). Оказывается, что это условие может быть удовлетворено в магнитных полях  $B > 8$  Тл. Оптически нагретая 2D ЭС остывает и в процессе остывания релаксирует к частично поляризованному квазиравновесному состоянию, которое впоследствии релаксирует в основное спин-поляризованное состояние. Помимо импульсного возбуждения, 2D ЭС возбуждается непрерывным резонансным лазерным излучением (рис. 5).

Как сказано в разделе 2, соотношение между линиями PPP от электронных состояний с различными спинами позволяет в режиме реального времени контролировать динамику релаксации спина, изменяя задержку времени регистрации PPP относительно импульса фотовозбуждения лазера с длиной волны 532 нм. Измеренные таким образом времена релаксации спина (рис. 6) оказались по крайней мере на порядок величины больше, чем времена релаксации, полученные с помощью альтернативных экспериментальных методик [7–10]. Метод, представленный здесь, направлен непосредственно на измерение энергетической релаксации спина с верхнего спинового подуровня на нижние спиновые подуровни, тогда как другие экспериментальные методики фокусируются на дефазировке (стохастизации) спина одного или нескольких невзаимодействующих спиновых магнито-экситонов.

Существенно, что описываемая экспериментальная методика не приводит к какому-либо повороту спина всей системы, т.е. начальное отклонение спина от основного спин-поляризованного состояния связано лишь с изменением величины полного спина, который, тем не менее, всегда остается направленным вдоль магнитного поля. Как указывалось ранее, такому отклонению отвечает возбуждение в системе только спин-волновых экситонов ( $X_q$ ), но не голдстоуновских экситонов ( $X_c$ ).

Опыт теоретического изучения спиновой релаксации в квантово-холловских системах [11–15, 76–81] показывает, что такая задача характеризуется множеством различных релаксационных механизмов, так что «a priori» определить доминирующий канал релаксации представляется весьма затруднительным. Более того, картина релаксации может существенно изменяться в зависимости от величин магнитного поля, температуры и фактора заполнения. В то же время ясно, что релаксация/аннигиляция спиновых магнитоэкситонов требует наличия взаимодействий двух типов: 1) взаимодействий, не сохраняющих спин системы, и 2) взаимодействий, обеспечи-

вающих необратимость релаксационного процесса. Анализ показывает, что роль первого типа взаимодействий может играть спин-орбитальное взаимодействие в 2D канале [12–15, 76–79, 81] и/или сверхтонкое взаимодействие с ядрами решетки [14, 80].



**Рис. 6.** (а) Динамика РРР для температур: 0,4, 1,6, 2,2 и 4,2 К. Сигналы РРР при разных  $T$  нормированы для получения равных интенсивностей через 50 нс после нагревающего лазерного импульса. (б) Кинетика РРР за вычетом сигнала насыщения в логарифмическом масштабе при различных  $T$  (цвета точек те же, что на рис. а). (в) Неравновесный (светлые кружки) и равновесный (темные кружки) спектры РРР, измеренные через 50 нс и 5 мс после нагревающего лазерного импульса, соответственно. Стрелкой показано положение максимума линии ФЛ для  $e-h$  перехода, связанного с нижайшим спиновым подуровнем Ландау электронов, где измеряется динамика сигнала РРР.  $B = 11$  Тл,  $T = 1.6$  К. (г) Равновесная спиновая поляризация (большие кружки), полученная с использованием амплитуды насыщения РРР при разных  $T$  (равновесная поляризация при 0,4 К принята за единицу). Для сравнения приведена равновесная спиновая поляризация, измеренная с помощью метода ядерного магнитного резонанса (ЯМР) в работе [82] при том же земановском расщеплении спиновых подуровней (малые кружки, соединенные тонкой линией). Толстая линия — равновесная одночастичная спиновая поляризация без учета кулоновского взаимодействия. (д) Магнитнополевая зависимость времени релаксации  $\tau$  (в): результаты эксперимента (кружки) и расчета (кривая).

Диссипативный механизм может быть реализован: 1) при эффективном кулоновском (фактически электро-диполь-дипольном) взаимодействии магнитоэкситонов, приводящем, например, к коалесценции спин-волновых экситонов (когда два экситона превращаются в один, имеющий суммарные энергию и импульс (см. [77, 79])); 2) при взаимодействии электронов с внешним плавным потенциалом, также приводящем к коалесценции, но с возросшим фазовым объемом участвующих в релаксации магнитоэкситонов из-за несохранения импульса в этом процессе (см. [13, 78, 79]); 3) при электрон-фононном взаимодействии, приводящем к диссипации энергии из-за излучения/поглощения фононов [12, 14, 15, 76, 79, 80].

Сравнительный анализ различных температурно-независимых каналов релаксации спин-волновых экситонов в квантово-холловском ферромагнетике (т.е. отвечающей продольной релаксации спина электронной системы) был сделан в работе [14]. Оценка показала, что при заполнении  $\nu = 1$  в случае магнитного поля достаточно большой величины, вплоть до  $B < 15$  Тл, релаксационный канал должен определяться спин-орбитальным взаимодействием, обеспечивающим изменение спина, и взаимодействием с плавным случайным потенциалом, нарушающим сохранение импульса. В то же время предполагалось, что случайный потенциал является достаточно слабым, так что он не влияет на энергетический спектр спин-волновых экситонов или на их распределение по энергиям. В этом случае доминирует двухэкситонный механизм рассеяния, который приводит к неэкспоненциальному закону релаксации,  $\sim 1/(1 + t/\tau)$  [13, 14].

Выполненный впоследствии эксперимент, использующий указанную выше методику [83], показал, что наблюдаемая релаксация характеризуется все-таки экспоненциальной временной зависимостью. Это потребовало дополнительного теоретического исследования с учетом более реальных условий, в частности, очевидно, большей роли пространственных флуктуаций внешнего потенциала, присутствующего в 2D канале. (Косвенно на существенную роль «беспорядка» указывает и сравнительно невысокая темновая подвижность в исследуемых в этом эксперименте образцах с широкими КЯ,  $(1 \div 3) \times 10^6$  см<sup>2</sup>/В·с.)

Теоретический метод так же, как и в работах [12–15, 76–80], основан на использовании базиса «экситонного представления», который играет роль «правильного базиса нулевого приближения» и упрощает пертурбативный подход при расчетах спектров и релаксационных процессов в целочисленных квантово-холловских системах.

Заметим, что рассматриваемый здесь и в работе [83] механизм является температурно независимым, т.е. доминирующим при достаточно низкой температуре (оценка будет дана ниже). Независимость темпа релаксации спина от температуры также является экспериментально наблюдаемым результатом (см. рис. 6б).

В основе механизма, который нам представляется наиболее эффективным в условиях эксперимента [83], лежит элементарный процесс, соответствующий переходу в непрерывном спектре квантово-механической системы, а именно: двухэкситонному рассеянию,  $X_{\mathbf{q}_1} + X_{\mathbf{q}_2} \rightarrow X_{\mathbf{q}'}$ , при котором вместо двух спин-волновых экситонов  $X_{\mathbf{q}_1}$  и  $X_{\mathbf{q}_2}$  возникает третий, обладающий суммарной энергией:  $E_{\mathbf{q}'} = E_{\mathbf{q}_1} + E_{\mathbf{q}_2}$ . Если  $n_{\mathbf{q}}$  — пространственная плотность экситонов, то при фиксированных числах  $\mathbf{q}_1$  и  $\mathbf{q}_2$  вероятность такого события, происходящего в единицу времени внутри домена  $l \times l = A$  двумерного пространства, равна

$$w(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = n_{\mathbf{q}_1} n_{\mathbf{q}_2} A^2 / \tau(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) \quad (1)$$

(мы пренебрегаем какой-либо межэкситонной корреляцией, а также пространственной неоднородностью плотности  $n_{\mathbf{q}}$  в пределах домена). Величина  $\tau(\dots)$  рассчитывается по известной формуле

$$\frac{1}{\tau(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{q}'} |\mathcal{M}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}')|^2 \delta(E_{\mathbf{q}_1} + E_{\mathbf{q}_2} - E_{\mathbf{q}'}). \quad (2)$$

Матричный элемент  $\mathcal{M}(\dots)$  определяется спин-орбитальным взаимодействием в 2D канале и внешним полем, роль которого сводится к несохранению импульса при рассеянии. Фактически, этот матричный элемент рассчитывался еще в работах [12, 76], где несохранение импульса было обусловлено испусканием/поглощением фонона.

В работе [13] в качестве внешнего поля рассматривался плавный случайный потенциал  $\varphi(\mathbf{r})$ . О последнем, вообще говоря, мало что известно, за исключением того, что его характерная амплитуда в современных структурах составляет  $5 \div 12$  К, а масштаб пространственных флуктуаций (корреляционная длина)  $\Lambda \simeq 30 \div 50$  нм.

Удобно ввести корреляционную функцию  $K(\mathbf{r}) = \langle \varphi(\mathbf{r} + \mathbf{R}) \varphi(\mathbf{R}) \rangle_R$  (угловые скобки  $\langle \dots \rangle_R$  означают усреднение в 2D пространстве рассматриваемой системы, т.е. на масштабах, по крайней мере, больших, чем  $\Lambda$ ; считается также выполненным условие  $\langle \varphi(\mathbf{R}) \rangle_R = 0$ ). Соответственно, можно ввести Фурье-компоненту:

$$\bar{K}(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int K(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} d^2r,$$

тогда квадрат модуля матричного элемента рассматриваемого переходного процесса будет иметь вид

$$|\mathcal{M}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}')|^2 = 32\pi^3 \bar{K}(q^*) (\alpha^2 + \beta^2) (q^* l_B / A \hbar \omega_c)^2, \quad (3)$$

где  $\mathbf{q}^* = \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}'$ ,  $\omega_c$  — циклотронная частота, а  $\alpha$  и  $\beta$  — соответственно константы Рашбы и Дрессельхауса, определяющие спин-орбитальное взаимодействие для 2D электронов. При получении этого результата считалось,

что  $l \gg l_B$ , поэтому базисные состояния электронов внутри домена представляют собой обычные состояния вырожденного уровня Ландау.

Матричный элемент рассеяния (3) оказывается обратно пропорционален площади домена  $A$ , что является следствием простого обстоятельства: перекрытие квантово-механических состояний возбуждений тем эффективней, чем меньше область, в которой они рассматриваются (т.е. чем меньше масштаб, на который эти состояния нормированы). В то же время подстановка (3) в формулу (2) дает после суммирования по  $\mathbf{q}'$  дополнительный множитель  $\propto A$ , так что полная вероятность аннигиляции спин-волнового экситона внутри домена (1) оказывается, как и должно быть, пропорциональна площади домена.

Если температура достаточно низка, то для расчета полной скорости релаксации должно быть известно квазиравновесное распределение «холодных» спин-волновых экситонов, определяемое в состоянии, когда они «остыли», но еще не аннигилировали, поскольку процессы энергетической релаксации, не относящиеся к перевороту спина, происходят намного быстрее, чем релаксация спина. Проблема нахождения этого распределения в реальном пространстве не может быть точно решена. Мы представим только оценку, основанную на учете более существенной роли внешнего случайного потенциала, чем просто его влияния на величину матричного элемента перехода (3).

Заметим, что при наличии потенциала  $\varphi(\mathbf{r})$  импульс магнитоэкситона не является точным квантовым числом, однако, если потенциал предполагается плавным, мы, рассматривая домен с характерным размером  $l \ll \Lambda$  (но в то же время  $l \gg l_B$ ), можем воспользоваться «градиентным приближением». Это означает, что внутри домена поле  $\vec{\mathcal{E}} = -\nabla\varphi$  можно считать однородным. В рамках градиентного приближения потенциал не изменяет состояния магнитоэкситонов и сохраняет квантовое число  $\mathbf{q}$ . Хорошо известно [23, 28, 29, 33], что любой магнитоэкситон обладает дипольным моментом  $\mathbf{d} = l_B^2 \mathbf{q} \times \hat{z}$ , поэтому полная энергия спин-волнового экситона при малых импульсах ( $ql_B \ll 1$ ) равна

$$E_{\mathbf{q}} = \epsilon_z + \frac{q^2 l_B^2}{2M_x} + l_B^2 (\mathbf{q} \times \vec{\mathcal{E}})_z. \quad (4)$$

После «остывания» (но до аннигиляции) эта энергия должна быть близка к своему минимальному значению. Из условия  $\partial E_{\mathbf{q}} / \partial \mathbf{q} = 0$ , равносильного условию равенства нулю групповой скорости спиновой волны, находим «равновесный» импульс экситона  $\mathbf{q}_m = -M_x \vec{\mathcal{E}} \times \hat{z}$  и соответствующую энергию  $\mathcal{E}_m = E_{\mathbf{q}_m} = \epsilon_z - \frac{1}{2} M_x l_B^2 \mathcal{E}^2$  (здесь  $\mathcal{E} = |\vec{\mathcal{E}}|$ ). Таким образом, оказывается, что «застывший» в плавном случайном потенциале спин-волновой экситон имеет энергию, даже меньшую, чем зеемановская щель. С учетом теоретических [28, 29] и экспериментальных [84, 85] сведений об экситонной массе  $M_x$  отрицательная поправка составляет примерно  $20 \div 30$  % от величины  $\epsilon_z$ .

Теперь для избранного домена оценим время  $\tau(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)$ , определяемое формулой (2). Во-первых, положим  $\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_2 = \mathbf{q}_m(\mathbf{R})$ , имея в виду, что координата  $\mathbf{R}$  отмечает положение домена (например, его центра) и задает значение поля  $\mathcal{E}(\mathbf{R})$ . Во-вторых, будем считать заданным вид коррелятора, считая его, например, гауссовым:  $K(R) = \Delta^2 e^{-R^2/\Lambda^2}$ . Полагая аргумент  $\delta$ -функции равным  $2\mathcal{E}_m - E_q$ , учитывая выражение для энергии (4) и переходя в выражении (2) от суммирования к интегрированию, находим  $1/\tau(\mathbf{q}_m, \mathbf{q}_m) \equiv \mathcal{W}(\mathbf{R})/A$ , где

$$\mathcal{W}(\mathbf{R}) = \frac{4\pi(\alpha^2 + \beta^2)M_x}{\hbar} \left( \frac{\Delta\Lambda}{\hbar\omega_c l_B} \right)^2 \int_{\xi_{\min}}^{\xi_{\max}} \frac{\exp[-\kappa(\xi)(\Lambda/2l_B)^2] \kappa(\xi) \xi d\xi}{\sqrt{\xi_m^2 \xi^2 - (\xi^2/2 + \xi_m^2 - \epsilon_z M_x)^2}}. \quad (5)$$

Здесь  $\xi_m(\mathbf{R}) = M_x l_B \mathcal{E}(\mathbf{R})$ ,  $\xi_{\min} = \left| \sqrt{2M_x \mathcal{E}_m} - \xi_m \right|$ ,  $\xi_{\max}(\mathbf{R}) = \sqrt{2M_x \mathcal{E}_m} + \xi_m$  и  $\kappa(\xi) = 4\epsilon_z M_x - \xi^2$ . Экспериментально измеряемая величина — скорость спиновой релаксации — вычисляется умножением вероятности  $\mathcal{W}/A$  на вероятность нахождения двух экситонов в пределах рассматриваемого домена (1), а затем — суммированием по всем таким доменам, для чего, естественно, переходим к интегрированию с помощью замены  $A \rightarrow d^2R$ :

$$-dN_x/dt = \int n^2(\mathbf{R}) \mathcal{W}(\mathbf{R}) d^2R. \quad (6)$$

Здесь  $N_x(t)$  — общее число спин-волновых экситонов,  $n(\mathbf{R})$  — локальная плотность, равная  $n_{q_m} \left[ N_x = \int n(\mathbf{R}) d^2R \right]$ .

Итак, темп спиновой релаксации функционально зависит от пространственного распределения случайного поля  $[\mathcal{E}(\mathbf{R})]^2 \equiv (\nabla\varphi)^2$ , которое должно быть известно для расчета вероятности  $\mathcal{W}(\mathbf{R})$ , и от квазиравновесного распределения  $n(\mathbf{R})$ . Последнее устанавливается в результате быстрых переходных процессов, предшествующих аннигиляции спин-волновых экситонов, а именно: вследствие их охлаждения из-за электрон-фононного взаимодействия с одновременным дрейфом в плавном случайном потенциале.

Мы выполним оценку интеграла (6) в два этапа. Во-первых, в формулу (5) подставим везде вместо  $\mathcal{E}^2$  среднюю величину  $\langle \mathcal{E}^2 \rangle_R = \langle (\nabla\varphi)^2 \rangle_R \equiv (2\Delta/\Lambda)^2$  (такое соотношение справедливо в случае гауссова распределения  $\varphi(\mathbf{R})$ ). Тем самым мы перейдем от  $\mathcal{W}$  в интеграле (6) к независимой от  $\mathbf{R}$  величине  $\overline{\mathcal{W}} : -dN_x/dt \sim \overline{\mathcal{W}} \int n^2(\mathbf{R}) d^2R$ . Во-вторых, для пространственно флуктуирующей плотности  $n(\mathbf{R}) \equiv \langle n \rangle_R + \delta n(\mathbf{R})$  мы оценим интеграл  $\int n^2(\mathbf{R}) d^2R \equiv N_x \bar{n} + \int [\delta n(\mathbf{R})]^2 d^2R$  (здесь  $\bar{n} \equiv \langle n \rangle_R$  — среднее значение плотности спин-волновых экситонов;  $\langle \delta n \rangle_R = 0$ ). Член  $\int (\delta n)^2 d^2R$  пропорционален пространственному коррелятору  $\langle \delta n(\mathbf{r} + \mathbf{R}) \delta n(\mathbf{R}) \rangle_R$  при  $\mathbf{r} = 0$ . Для идеального газа экситонов в однородном пространстве этот коррелятор соответствовал бы так называемому белому шуму и был равным  $\delta(\mathbf{r})\bar{n}$  [86]. В нашем случае корреляции в основном определяются пространственными флуктуациями поля  $\mathcal{E}^2$  (межэкситонным взаимодействием мы пренебрегаем), а именно: если энергетически выгодно найти спин-волновой экситон в точке  $\mathbf{R}_0$ , то

плотность должна быть выше среднего значения,  $\delta n(\mathbf{R}_0) > 0$ , в окрестности  $|\mathbf{R} - \mathbf{R}_0| < \Lambda'$ . Для оценки  $\delta(\mathbf{r})$  заменим ее на «шапочку»,  $e^{-r^2/\Lambda'^2}/\pi\Lambda'^2$ . Считаем, что корреляционная длина у пространственного распределения  $(\nabla\varphi)^2$  примерно в два раза меньше, чем у потенциала  $\varphi$ :  $\Lambda' \simeq \Lambda/2$ . В результате приходим к оценке:  $\int [\delta n(\mathbf{r})]^2 d\mathbf{r} \sim 4N_x/\pi\Lambda^2$ .

Таким образом, имеются два вклада в темп релаксации  $-dN_x/dt$ . Один квадратичен по  $\bar{n}$ , а другой — линеен. Для единичной площади получаем скорость аннигилирующих спин-волновых экситонов

$$-d\bar{n}/dt \sim \mathcal{W}(\bar{n}^2 + 4\bar{n}/\pi\Lambda^2). \quad (7)$$

Как указывалось, использованный теоретический подход основан на пренебрежении межэкситонными корреляциями. Считается, что  $\bar{n}$  малó, следовательно, второе слагаемое в уравнении (7) доминирует. Экспериментально наблюдаемая релаксация экспоненциальна во времени, даже если исходить из начального значения  $\bar{n}(0) \simeq 0.5/2\pi l_B^2 (1/2\pi l_B^2 - \text{плотность спинопляризованных электронов в квантово-холловском ферромагнетике})$ .

Таким образом, полуэмпирически мы заключаем, что характерное время релаксации определяется величиной  $T = \pi\Lambda^2/4\mathcal{W}$ . Что касается параметров материала, мы можем их оценить, используя данные для аналогичных КЯ [87] и варьируя плохо известные величины  $\Delta$  и  $\Lambda$  в окрестности их экспериментально оцененных значений. Амплитуда  $\Delta$  заимствована из эксперимента [88, 89].

Для сравнения теоретических результатов с экспериментальными данными можно выбрать следующие материальные параметры, весьма реалистичные в наших экспериментальных условиях:  $\alpha = 0.25$  нм·мэВ,  $\beta = 0.12$  нм·мэВ,  $\epsilon_z = 0.02B$  мэВ,  $1/M_x = 0.87B^{1/2}$  мэВ (где  $B$  измеряется в Тл),  $\Delta = 1.05$  мэВ, и  $\Lambda = 38$  нм. В результате получается определенная зависимость  $T(B)$ , хорошо описывающая экспериментальные данные (рис. 6д). Наконец, заметим, что реальная температура, при которой рассмотренный, не зависящий от температуры, канал релаксации работает, должна быть порядка или меньше «энергии локализации» спин-волнового экситона в плавном случайном потенциале:  $T \lesssim M_x l_B^2 \epsilon^2 \sim 4M_x (l_B \Delta / \Lambda)^2 \simeq 0.8 - 1.3$  К.

Таким образом, впервые показано, что времена релаксации спиновых магнитоэкситонов в квантово-холловском ферромагнетике ( $\nu = 1$ ) вполне удовлетворительно согласуются с результатами теоретических расчетов (рис. 6д) и превышают ранее полученные экспериментальные данные более, чем на порядок величины. Эти результаты, однако, пока не дают полной картины спиновой релаксации, так как возбужденными состояниями квантово-холловского ферромагнетика являются не только спин-волновые экситоны, рассмотренные выше, но и голдстоуновские спиновые экситоны, которые изменяют спиновые квантовые числа электронной системы на  $\delta S = 0$  и  $\delta S_z = -1$ , что отвечает отклонению полного спина на некоторый угол от направления магнитного поля.

#### 4. Релаксация поперечной составляющей спина в квантово-холловском ферромагнетике. Стохастизация голдстоуновской моды

Отклонение полного спина электронной системы на некоторый угол  $0 < \theta < \pi$  от его направления в равновесном, близком к основному, состоянии является макроскопической голдстоуновской модой. При этом спонтанно меняется вращательная симметрия спиновой системы — от непрерывной группы  $C_{\infty v}$  (по отношению к поворотам вокруг оси  $\hat{z} \parallel \mathbf{B}$ ) до тривиальной циклической группы  $C_{1v}$ . Существенно, что такое чисто спиновое отклонение не затрагивает орбитального состояния 2D ЭС. Энергия возбужденной моды равна  $\epsilon_z(1 - \cos \theta)S(0)$  (где  $S(0)$  — значение полного спина в начальный момент времени), т. е. макроскопически она становится бесщелевой в терминах параметра  $\theta$ . Это состояние является нестационарным даже в отсутствие каких-либо диссипативных процессов: в главном приближении эволюция спина представляет собой прецессионное движение, описываемое уравнением  $\partial \mathbf{S} / \partial t = -g\mu_B \mathbf{S} \times \mathbf{B}$ , которое для компонент спина сводится к  $\partial S_z / \partial t = 0$  и  $\partial \mathbf{S}_{\perp} / \partial t = -g\mu_B \mathbf{S}_{\perp} \times \mathbf{B}$ . Исторически, как и в случае релаксации спиновых волн, поперечная релаксация спина в квантово-холловском ферромагнетике изучалась только теоретически в отсутствие каких-либо реальных экспериментальных данных. Здесь мы также сначала остановимся на некоторых основных теоретических положениях, необходимых для микроскопического описания и изучения последующей эволюции голдстоуновской моды.

Поперечная компонента  $\mathbf{S}_{\perp} = (S_x, S_y)$  возникает тогда, когда микроскопические возбуждения отвечают таким изменениям спиновых квантовых чисел, что  $|\delta S| < |\delta S_z|$ . Очевидно, это не спин-волновые экситоны, а состояния, которые генерируются действием оператора  $\hat{S}_{-} = \hat{S}_x - i\hat{S}_y$  на основное состояние квантово-холловского ферромагнетика

$$|0\rangle = \left| \overbrace{\uparrow \uparrow \uparrow \dots \uparrow}^{N_{\phi}} \right\rangle,$$

где  $N_{\phi}$  — число состояний на уровне Ландау с одинаковым спином.  $n$ -кратное действие этого оператора создает собственное стационарное состояние  $|n\rangle = (\hat{S}_{-})^n |0\rangle$  с той же самой орбитальной волновой функцией и тем же значением полного спина  $S = N_{\phi}/2$ , что и у  $|0\rangle$ , но при этом  $S_z = N_{\phi}/2 - n$ , а энергия равна  $E_0 + \epsilon_z n$ , где  $E_0$  — энергия основного состояния. (Это утверждение, конечно, справедливо при условии пренебрежения любыми возмущениями, не сохраняющими спиновые числа  $S$  и  $S_z$ .)

Более того, любая комбинация таких состояний,  $\sum_n C_n |n\rangle$ , заданная некоторым набором коэффициентов  $\{C_n\}$ , тоже представляет собой состояние с орбитальной волновой функцией и с полным спином  $S$ , таким же, как и в основ-

ном состоянии. В то же время, если число членов в этой сумме более одного, то она уже не соответствует какому-либо собственному состоянию гамильтониана даже при пренебрежении в нем взаимодействиями, не сохраняющими спин. Вообще говоря, для указанной суперпозиции различных собственных состояний не существует даже направления  $\hat{z}'$  в спиновом пространстве, такого, чтобы проекция спина на него,  $S_{z'}$ , была бы собственным квантовым числом (т. е. спин в этом направлении имел бы определенное значение\*).

Тем не менее, подобная комбинация может рассматриваться как начальное условие для решения нестационарного уравнения Шрёдингера  $i\partial|N,t\rangle/\partial t = \hat{H}|N,t\rangle$  (здесь и далее полагаем  $\hbar = 1$ ). В результате, если пренебречь всеми членами гамильтониана, не коммутирующими с операторами  $\hat{S}_z$  и  $\hat{S}^2$ , получим решение в виде

$$|N,t\rangle = e^{-iE_0 t} \sum_{n=0}^N C_n e^{-in\epsilon_z t} |n\rangle. \quad (8)$$

( $|0,0\rangle \equiv |0\rangle$ .) Это выражение дает наиболее общее микроскопическое описание голдстоуновской моды в отсутствие затухания. Число  $N \leq \mathcal{N}_\phi$  отмечает номер «старшего» из используемых базисных состояний  $|n\rangle$ . Вычисляя квантово-механическое среднее оператора  $\hat{S}_+ = \hat{S}_x + i\hat{S}_y$  в состоянии (8) (которое мы предполагаем нормированным,  $\langle t, N | N, t \rangle = 1$ , благодаря правильному выбору коэффициентов  $C_n$ ), находим значение поперечного спина в момент времени  $t$ :

$$S_\perp(t) = \langle t, N | \hat{S}_+ | N, t \rangle = e^{-i\epsilon_z t} \sum_{n=0}^{N-1} C_n^* C_{n+1} \langle n+1 | n+1 \rangle, \quad (9)$$

что соответствует прецессии с частотой  $\epsilon_z/\hbar$ . Угол наклона по отношению к оси  $\hat{z}$  определяется как  $\theta = \arcsin(|S_\perp|/S) \equiv \arcsin(2|S_\perp|/\mathcal{N}_\phi)$ . Различные микроскопические состояния (8) могут макроскопически формально соответствовать одной и той же голдстоуновской моде. Действительно, одно и то же значение  $\theta$  может быть реализовано при совершенно разных наборах  $\{C_n\}$ , поскольку при заданном значении угла для макроскопически большого числа коэффициентов  $C_n$  существуют только два условия: 1) условие

$$\sum_n C_n^* C_{n+1} \langle n+1 | n+1 \rangle = (\mathcal{N}_\phi/2) \sin \theta$$

и 2) условие нормировки

$$\sum_n |C_n|^2 \langle n | n \rangle = 1.$$

Теоретически частные случаи состояния (8), конечно, рассматривались и ранее. В работах [12, 76], а затем в [13] изучалась релаксация произвольно-

\* Такие состояния в квантовой механике называются состояниями с частичной спиновой поляризацией [90].

го базисного состояния (случай  $C_n = \delta_{n,n_0}$ ). Формально для такого состояния отсутствует какая-либо прецессионная динамика, так как оно стационарно ( $S_{\perp} = \langle n|S_{\perp}|n\rangle \equiv 0$ ). В то же время релаксационная задача в такой постановке вполне имеет смысл. Интуитивно понятно, что для макроскопической голдстоуновской моды, отвечающей отклонению на угол  $\theta$ , основной вклад в суперпозицию (8) вносит лишь малая окрестность квантовых состояний вблизи некоторого значения  $n_0 = |\delta S_z| = \mathcal{N}_{\phi} (1 - \cos \theta)/2$ , т. е. норма  $|C_n|^2 \langle n|n\rangle$  должна иметь резкий максимум при  $n \approx n_0$ . Поэтому достаточно решить кинетическую задачу об аннигиляции голдстоуновских экситонов ( $X_G$ ) в конденсате, который квантово-механически описывается каким-либо состоянием  $|n\rangle$  с числом  $n$ , близким к максимуму. В работах [13, 76] рассматривался процесс превращения двух голдстоуновских экситонов конденсата в один спин-волновой,

$$nX_G \rightarrow (n - 2)X_G + X_q. \quad (10)$$

Несохранение спиновых состояний имело место из-за наличия спин-орбитальных взаимодействий, а необратимость процесса обеспечивалась учетом излучения/поглощения фонона [12, 76] или нарушением трансляционной инвариантности из-за присутствия плавного случайного потенциала [13]. Предсказывался неэкспоненциальный закон релаксации. В первом случае рассчитанное характерное время составило  $1 \div 10$  мкс, во втором  $\sim 100$  нс. Косвенные данные и последующие прямые эксперименты [8, 9, 56] показали, что это время гораздо меньше ( $\lesssim 10$  нс).

Другой частный случай рассмотрен в работе [91], где была поставлена задача о релаксации моды (8) при условии, что она соответствует полной поляризации всех спинов вдоль некоторой оси  $\hat{z}'$ , наклоненной к оси  $\hat{z}$  на определенный угол  $\beta$ . Спиновое состояние каждого поляризованного электрона тогда (см. [90])

$$\text{не } \uparrow = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{а } |\nearrow\rangle = \begin{pmatrix} \cos \frac{\beta}{2} \\ -\sin \frac{\beta}{2} \end{pmatrix},$$

а в качестве начального состояния, которое полностью «наклонно»-поляризовано, рассматривалось состояние:

$$\left| \overbrace{\nearrow \nearrow \nearrow \dots \nearrow}^{\mathcal{N}_{\phi}} \right\rangle.$$

Можно вывести, что в терминах нашего базиса  $|n\rangle$ -векторов это состояние эквивалентно

$$|\mathcal{N}_{\phi}, 0\rangle = \sum_{n=0}^{\mathcal{N}_{\phi}} C_n |n\rangle,$$

где коэффициенты

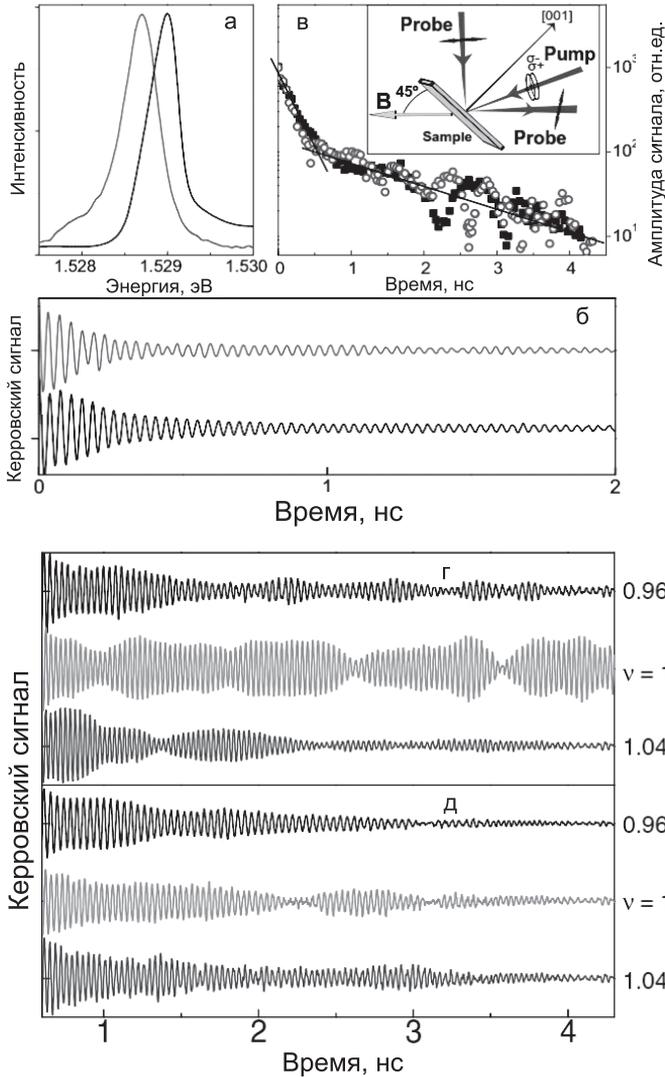
$$C_n = [\cos(\beta/2)]^{\mathcal{N}_{\phi}-n} [-\sin(\beta/2)]^n / n!.$$

(Вычисляя  $S_{\perp}$  по формуле (9), убеждаемся, что при этом угол наклона  $\theta$  в точности равен  $\beta$ .) В данной чисто теоретической работе не обсуждался вопрос возможности создания такого полностью «наклонно»-поляризованного состояния в квантово-холловском ферромагнетике — решалась только задача о релаксации. Выбранный авторами механизм, основанный на прямом воздействии фонона на спин, вряд ли может быть сколько-нибудь эффективным в реальной 2D ЭС. При правильной численной оценке этот канал релаксации приводит к еще бóльшим временам, чем те, которые определяются механизмами, рассмотренными в работах [12, 13, 76] (см. соответствующее обсуждение в [92, 93]).

С экспериментальной точки зрения основной трудностью является само создание такой «спин-поворотной» голдстоуновской моды, в которой была бы достаточно заметна поперечная компонента  $S_{\perp}$ . Время для возбуждения подобного макроскопического, но неравновесного состояния должно быть во всяком случае намного меньше времени релаксации прецессионного движения спина 2D ЭС и быть сравнимым с периодом прецессии,  $\hbar/\epsilon_z$ , или даже меньшим его. Поэтому естественно, что в эксперименте [8, 9, 56] используется метод оптического возбуждения. Начальное состояние возникает в результате воздействия на систему короткого импульса лазерного излучения, направленного под некоторым углом  $\beta$  относительно  $\mathbf{V} \parallel \hat{z}$ . Все фотоны в этом импульсе одинаково циркулярно поляризованы и когерентны (см. схему эксперимента на рис. 7в). Состояние 2D ЭС с нулевым импульсом ( $q = 0$ ), т. е. орбитально такое же, как и основное (см. формулу (8)), возникает, если выполнено следующее условие для параллельной плоскости системы компоненты волнового вектора поглощаемого фотона:  $\mathcal{L}k_{\text{photon}} \ll 1$ . Здесь  $\mathcal{L}$  — характеристика пространственных флуктуаций электронной плотности в 2D ЭС. Это условие в действительности выполнено с большим запасом. Элементарный процесс поглощения является однофотонным и одноэлектронным: в результате быстрого «вертикального» рекомбинационного перехода\* вместо спин-поляризованного вдоль  $\hat{z}$  электрона возникает «спин-наклоненный» электрон

$$|\nearrow\rangle = \begin{pmatrix} \cos \frac{\beta}{2} \\ -\sin \frac{\beta}{2} \end{pmatrix}.$$

\* Процесс поглощения фотона в основном сводится к «близнецовой» рекомбинации, при которой рождаемая фотоном пара, состоящая из электрона и тяжелой валентной дырки, аннигилирует еще до того, как квазичастицы успевают разойтись на расстояние, бóльшее, чем масштаб их волновых функций. Однако существует и рекомбинационный канал, в котором дырка аннигилирует (посредством излучательного перехода) не со «своим», одновременно с ней рожденным, электроном, а с электроном зоны проводимости, находящимся пространственно в ее «квантовой окрестности». При этом «свой» электрон, имеющий вследствие сохранения полного углового момента «наклоненный» спин ( $\nearrow$ ), займет освободившееся вакантное место на уровне Ландау в зоне проводимости. Таким образом, реализуется превращение  $|\uparrow\rangle \rightarrow |\nearrow\rangle$ . Рекомбинационные переходы имеют место на фоне сопутствующих им быстрых безызлучательных процессов. В частности, происходит быстрая спиновая релаксация рожденной валентной дырки.



**Рис. 7:** (а) Спектр ФЛ, соответствующий оптическим переходам  $(1/2; -3/2)$  (красная кривая) и  $(-1/2; 3/2)$  (чёрная кривая) с нулевого уровня Ландау зоны проводимости 2D ЭС на нулевой уровень Ландау тяжелых дырок в валентной зоне в магнитном поле 4.3 Тл ( $\nu = 0.96$ ). (б) Сигнал время-разрешенного керровского вращения с возбуждением в резонанс с оптическими переходами  $(1/2; -3/2)$  (красная кривая) и  $(-1/2; 3/2)$  (чёрная кривая). (в) Поведение во времени амплитуды сигнала керровского вращения. Прямые линии получены с помощью экспоненциальной аппроксимации экспериментальных данных. На вставке — геометрия экспериментов по измерению керровского вращения с временным и спектральным разрешением. (г, д) Долгоживущая часть сигнала керровского вращения, полученная при возбуждении с длиной волны накачки, соответствующей переходу рождённого фотоном электрона на нижний (г) или верхний (д) спиновые подуровни нулевого уровня Ландау при значении фактора заполнения квантово-холловского ферромагнетика, близком к  $\nu = 1$ .

В то же время неразличимость поглощаемых фотонов и неразличимость электронов 2D ЭС ставит в принципе задачу правильного моделирования квантово-механического состояния (8) (определения набора коэффициентов  $\{C_n\}$ ), адекватного данному способу создания голдстоуновской моды. Фактически для исследования медленной поперечной релаксации (затухания прецессионного вращения) достаточно рассмотреть лишь эволюцию одного из базисных состояний  $|n\rangle$ , поскольку, как мы увидим, временной закон релаксации одинаков для всех членов суммы (8). Кроме того, как указывалось, для макроскопической моды важна лишь малая окрестность состояний вблизи некоторого значения  $n_0$  ( $|n - n_0| \ll n_0$ ), задаваемого макроскопическим параметром  $|S_{\perp}|$  или  $\theta$ .

Прежде чем приступить к решению микроскопической задачи о релаксации, целесообразно выяснить физический смысл величины  $N$  в сумме (8). Заметим, что оператор  $\hat{S}_{-}$ , действуя на  $|0\rangle$ , переворачивает спин одного электрона и при этом приводит к результату, соответствующему принципу неразличимости. Правильное нормированное состояние системы с одним «перевернутым» электронным спином имеет вид  $\mathcal{N}_{\phi}^{-1/2} \hat{S}_{-} |0\rangle \equiv \mathcal{N}_{\phi}^{-1/2} |1\rangle$ . Состояние одного электрона с «наклонным» спином может быть представлено как комбинация состояний со спином вверх и вниз:

$$|\nearrow\rangle = \cos \frac{\beta}{2} |\uparrow\rangle - \sin \frac{\beta}{2} |\downarrow\rangle,$$

поэтому правильным нормированным состоянием всей многоэлектронной системы с одним «спин-наклоненным» электроном является комбинация

$$\cos \frac{\beta}{2} |0\rangle - \sin \frac{\beta}{2} \mathcal{N}_{\phi}^{-1/2} |1\rangle.$$

В этом состоянии, как и должно быть, вероятность проекции спина  $S_z$  иметь значение  $\mathcal{N}_{\phi}/2$  равна  $\cos^2 \frac{\beta}{2}$ , вероятность иметь значение  $\mathcal{N}_{\phi}/2 - 1$  равна  $\sin^2 \frac{\beta}{2}$ , но вероятность иметь значение, меньшее, чем  $\mathcal{N}_{\phi}/2 - 1$ , тождественно равна нулю. Ясно, что если в системе не один, а  $N$  «спин-наклоненных» электронов, то всегда должна существовать отличная от нуля вероятность для проекции  $S_z$  иметь значение  $\mathcal{N}_{\phi}/2 - N$ , но вероятность иметь какое-либо значение, меньшее, чем это число, строго равна нулю. Отсюда следует, что номер  $N$  старшего члена в разложении есть не что иное, как число «спин-наклоненных» электронов. Или, иными словами, это число эффективно поглощенных фотонов, так что в результате  $N$  электронов из общего числа  $\mathcal{N}_{\phi}$  перешли из состояния  $|\uparrow\rangle$  в состояние  $|\nearrow\rangle$ . Связь числа  $N$  с углом отклонения  $\theta$  определяется из простых геометрических соображений: поскольку среднее значение проекции спина на ось  $\hat{z}$  каждого из «спин-наклоненных» электронов равно  $\frac{1}{2} \cos \beta$ , то среднее значение проекции всех  $\mathcal{N}_{\phi}$  электронов есть  $\langle S_z \rangle = (\mathcal{N}_{\phi} - N)/2 + (N/2) \cos \beta$ .

Отсюда

$$\cos\theta = 2\langle S_z \rangle / \mathcal{N}_\phi \equiv 1 - \frac{2N}{\mathcal{N}_\phi} \sin^2 \frac{\beta}{2}.$$

Число  $N$  определяется мощностью оптического импульса, т. е. угол отклонения зависит как от угла падения лазерного луча  $\beta$ , так и от мощности лазерной накачки. Поворот всех спинов как целого соответствовал бы только одному частному случаю, когда  $N = \mathcal{N}_\phi$ .

Наконец, изучим медленную эволюцию голдстоуновской моды, которая происходит при учете возмущений, действующих на спины. Рассмотрим одно из стационарных состояний  $|n\rangle$ , которое также является собственным для спиновых операторов  $\hat{S}^2$  и  $\hat{S}_z$ . Этот конденсат  $n$  голдстоуновских экситонов может разрушаться не только вследствие процессов, изменяющих общее число магнитоэкситонов (см. (10)), но и при более простом одноэкситонном переходе,  $nX_G \rightarrow (n-1)X_G + X_q$ , при котором голдстоуновский экситон превращается в спин-волновой. В этом случае общее число магнитоэкситонов сохраняется, а следовательно сохраняется величина  $S_z$ . Возмущение, ответственное за такое превращение (т. е. фактически за элементарный процесс  $X_G \rightarrow X_q$ ), сохраняя проекцию  $S_z$ , не должно сохранять полный спин, который в соответствии со сказанным выше о спиновых числах голдстоуновского и спин-волнового экситонов уменьшается на единицу. Кроме того, это возмущение должно нарушать пространственную трансляционную симметрию и приводить к появлению в системе ненулевого импульса  $\mathbf{q}$ . Всем этим условиям отвечают пространственные флуктуации  $g$ -фактора в 2D ЭС:  $g = \langle g \rangle_R + g_1(\mathbf{r})$ , т. е. к оператору зеемановского взаимодействия теперь добавляется член  $\hat{V}_g = \frac{1}{2}\mu_B B \sum_i g_1(\mathbf{r}_i) \sigma_{zi}$ , где  $i$  — номер электрона, а  $\sigma_{zi}$  — оператор Паули, действующий на спин  $i$ -го электрона. В основе кинетического подхода к решению задачи лежит переход от состояния  $|1\rangle = \hat{S}_-|0\rangle$  к состоянию  $|f_q\rangle = Q_q^\dagger|0\rangle$ , где  $Q_q^\dagger$  — оператор рождения спин-волнового экситона (см. работы [12, 13, 56, 76] и публикации, в них цитируемые). Мы здесь не будем вдаваться в детали рутинного квантово-механического расчета, выполняемого в технике экситонного представления.\* Общая схема, как обычно, требует вычисления матричного элемента  $\mathcal{M}_{f_q} = \langle 1 | \hat{V}_g | f_q \rangle$  и затем — времени перехода

$$1/\tau = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{q}} |\mathcal{M}_{f_q}|^2 \delta(\epsilon_z - E_q). \quad (11)$$

Здесь энергия спин-волнового экситона  $E_q$  определяется выражением (4), где в главном приближении можно перейти к пределу  $\epsilon \rightarrow 0$ . Конкретную оценку характерного времени разрушения конденсата голдстоуновских

\* Обоснование кинетического подхода на основе общего представления для голдстоуновской моды (8) и расчет времени превращения голдстоуновского экситона в спин-волновой будут опубликованы позднее (см. [94]).

экситонов можно сделать, если ввести коррелятор  $K(\mathbf{r}) = \langle g_1(\mathbf{R}) g_1(\mathbf{R} + \mathbf{r}) \rangle_R$ , параметризованный амплитудой флуктуаций  $\Delta_g$  и длиной корреляций  $\Lambda_g$ . Предполагая, как и для плавного случайного потенциала, что этот коррелятор представляет собой гауссову функцию  $K(\mathbf{r}) = \Delta_g^2 e^{-r^2/\Lambda_g^2}$ , мы находим

$$1/\tau = \frac{\pi M_x}{\hbar} (\mu_B B \Lambda_g \Delta_g / 2l_B)^2. \quad (12)$$

Микроскопически этот результат дает характерное время разрушения каждого из голдстоуновских конденсатов  $|n\rangle$ , не зависящее от величины  $n$ . Это время может быть названо временем дефазировки или стохастизации когерентного прецессионного вращения, так как эффект связан с тем, что прецессия отдельных спинов в разных областях 2D пространства происходит с частотой, несколько отличающейся от ларморовской  $\epsilon_z/\hbar$ .

Заметим, что масса спин-волнового экситона  $M_x$  является единственной физической величиной, ответственной за многочастичное кулоновское взаимодействие (чем сильнее кулоновская связь, тем меньше масса спин-волнового экситона). Таким образом, обменная «консолидация» электронов квантово-холловского ферромагнетика препятствует стохастизации прецессионного движения — время возрастает с увеличением кулоновской связи.

Можно предположить, что пространственные флуктуации  $g$ -фактора некоторым образом отражают пространственный беспорядок плавного электростатического потенциала, и поэтому для оценки считать, что  $\Lambda_g = \Lambda \sim 50$  нм. Что касается амплитуды  $\Delta_g$ , то ее отношение к вакуумному значению  $g_0 = 2$  должно быть порядка отношения амплитуды  $\Delta$  к ширине запрещенной зоны. Полагая  $\Delta_g \simeq 0.005$ , что представляется реалистичным, можно получить оценку времени стохастизации голдстоуновского экситона  $\tau \sim 1 - 10$  нс ( $M_x^{-1} \sim 2$  мэВ в поле  $B \approx 3 - 10$  Тл).

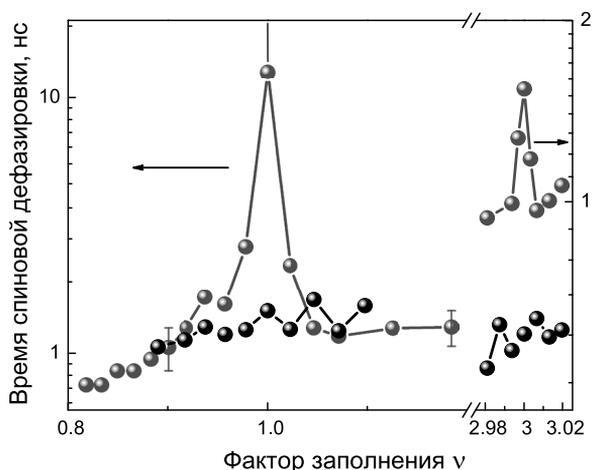
Макроскопическая картина стохастизации является следующей. Среднее квантово-механическое значение продольной компоненты  $S_z$  неизменно. Рассмотренный процесс соответствует изменению поперечной компоненты полного спина  $S_{\perp}(t)$ , которая, таким образом, при малых отклонениях ( $|S_{\perp}(0)| \ll \mathcal{N}_{\phi}/2$ ) подчиняется уравнению  $d|S_{\perp}|/dt = -|S_{\perp}|/\tau$ , т. е. затухает экспоненциально:  $|S_{\perp}| = |S_{\perp}(0)|e^{-t/\tau}$  (большие отклонения означали бы, что концентрация магнитоэкситонов велика,  $n \sim \mathcal{N}_{\phi}/2$ , т. е. при  $t \gtrsim \tau$  число спин-волновых экситонов тоже становится большим; тогда существенным оказывается их взаимодействие друг с другом, которое, конечно, здесь не учитывалось). Найденное время  $\tau \sim 1 - 10$  нс соответствует, согласно общепринятой терминологии, «поперечному» времени релаксации спина  $T_2$ . В свою очередь процесс продольной релаксации, отвечающий релаксации  $S_z$  к своему равновесному значению, рассмотрен в разделе 3 — теоретически и экспериментально «продольное» время оказывается существенно большим:  $T_1 \sim 100$  нс. Отметим, что соотношение  $T_2 \ll T_1$  имеет место и при спиновой релаксации в классических обменных ферромагнетиках. В то же время изло-

женная здесь теория поперечной релаксации в 2D ЭС не связана ни с каким ранее описанным механизмом.

Для прямого измерения времени стохастизации прецессионного движения использовались высококачественные гетероструктуры GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As с одиночными КЯ, содержащие высокоподвижные 2D ЭС ( $\mu_e \simeq 5 \times 10^6$  см<sup>2</sup>/В·с) с концентрациями  $n_e \simeq 0.7 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup> (образец А) и  $n_e \simeq 2.4 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup> (образец Б). Источником излучения для возбуждения сигнала керровского вращения был пикосекундный перестраиваемый Ti-сапфировый лазер. Средняя мощность возбуждения не превышала  $\simeq 1$  мВт. Размер лазерного пятна составлял 1 мм. Циркулярно поляризованный импульс накачки задавал ориентацию спина возбужденной 2D ЭС. Угол поворота плоскости поляризации определялся с помощью линейно поляризованного зондирующего пучка, отраженного от образца. Измерения проводились в вырожденном режиме: длина волны лазера накачки совпадала с длиной волны зондирующего излучения. Образцы, о которых идет речь, были помещены в оптический криостат со сверхпроводящим соленоидом под углом 45° относительно направления магнитного поля. Возбужденные электронные спины были ориентированы приблизительно по нормали к поверхности образца из-за большой разности между показателями преломления GaAs и жидкого гелия. Экспериментальная геометрия воспроизводила геометрию эксперимента [8, 9]. Отличие состояло в том, что в нашем эксперименте использовался источник возбуждения с меньшей спектральной шириной (0.7 мэВ). Это позволило, варьируя длину волны накачки, изменять при возбуждении доли оптических переходов в два разных спиновых состояния нулевого уровня Ландау (т.е. изменяя тем самым эффективный угол между возбужденными спинами и магнитным полем). Генерируемые спиновые возбуждения имели нулевой поперечный (вдоль плоскости КЯ) импульс — следствие используемой геометрии отражения. Таким образом, в процессе возбуждения формировались преимущественно голдстоуновские экситоны.

Затухание во времени амплитуды биений сигнала керровского вращения (разность между максимумом и минимумом сигнала) разбивается на два промежутка (см. рис. 7б, в): короткий  $T_{S1}^e$  (несколько сотен пикосекунд) и длинный  $T_{S2}^e$  (несколько наносекунд). Кроме того, сигнал биения модулируется длительными колебаниями, которые наблюдаются в образцах с самой высокой подвижностью (рис. 7г, д). Мы приписываем долговременные колебания коллективным степеням свободы всей электронной системы, происхождение которых пока неизвестно. Время релаксации  $T_{S1}^e$  не зависит от фактора заполнения, а зависимость  $T_{S2}^e$  от фактора заполнения становится существенно немонотонной вблизи квантово-холловских ферромагнитных состояний с факторами заполнения  $\nu = 1$  и  $\nu = 3$ . Поскольку начальная фазовая релаксация ( $T_{S1}^e$ ) не связана с фактором заполнения, она объясняется одноэлектронной спиновой релаксацией. Электронная система перегревается после импульса накачки, а время релаксации  $T_{S1}^e$  возникает из-за быстрого

охлаждения электронной системы [74]. Это предположение подтверждается тем фактом, что возрастание мощности накачки увеличивает в сигнале керровского вращения долю состояний, релаксирующих со временем  $T_{S1}^e$ . Далее будет рассмотрен канал длительной релаксации с временем  $T_{S2}^e$ , чувствительный к спиновому упорядочению основного состояния.



**Рис. 8:** Время затухания долгоживущей части сигнала керровского вращения, полученное с помощью возбуждения 2D ЭС накачкой с длиной волны, соответствующей переходу рожденного фотоном электрона на нижний (красные кружки) или верхний (чёрные кружки) спиновые подуровни частично заполненного уровня Ландау при факторах заполнения, близких к  $\nu = 1$  (полное магнитное поле  $B = 4.50$  Тл, образец А) и  $\nu = 3$  ( $B = 4.65$  Тл, образец Б).

Измеренные времена поперечной спиновой релаксации в квантово-холловском ферромагнетике ( $\nu = 1$ ) хорошо согласуются со временами стохастизации голдстоуновских спиновых экситонов, оцененными выше теоретически для высокоподвижных гетероструктур GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As. Кроме того, обнаружено, что в окрестности значений  $\nu = 1$  и  $\nu = 3$  времена спиновой релаксации изменяются немонотонно и более, чем на порядок величины (рис. 8). Столь огромная вариативность времени релаксации спина вполне согласуется с результатами работы [95] о влиянии спиновой перестройки в квантово-холловском ферромагнетике на время релаксации ядерных спинов. Причиной этого является следующее обстоятельство: когда электронная система испытывает квантовый фазовый переход из квантово-холловского ферромагнетика к менее жесткому спиновому упорядочению (спин-текстурная жидкость или скирмионный кристалл), в игру вступают новые фазоразрушающие механизмы когерентной спиновой прецессии вследствие появления спиновых возбуждений с энергией, меньшей, чем зеемановская энергия [88, 89]. Времена спиновой релаксации уменьшаются также при переходе от более «жесткого» (сильнее обменное взаимодейст-

вие между электронами) квантово-холловского ферромагнетика при  $\nu = 1$  к более «мягкому» (слабее обменное взаимодействие) квантово-холловскому ферромагнетика при  $\nu = 3$ .

## 5. Спиновая релаксация в квантово-холловском изоляторе при электронном факторе заполнения $\nu = 2$

Как упоминалось во введении, низжайшими по энергии коллективными электронными возбуждениями в квантово-холловском изоляторе с  $\nu = 2$  являются магнитоэкситоны, образованные возбужденным электроном на незаполненном первом уровне Ландау и ферми-дыркой (электронной вакансией) на целиком заполненном нулевом уровне Ландау (рис. 9а). Иными словами, это циклотронный магнитоплазмон с нулевым спином ( $S = 0$ ) или спин-циклотронный триплетный экситон с полным спином единица ( $S = 1$ ). Радиационное время жизни магнитоплазмона определяется дипольно-разрешенной рекомбинацией электрона с первого уровня Ландау ( $n_L^e = 1$ ) с ферми-дыркой на нулевом электронном уровне Ландау ( $n_L^e = 0$ ) с испусканием фотона с энергией, равной циклотронной. Характерные времена такой рекомбинации — около 1 нс [96]. В отличие от магнитоплазмонов спин-циклотронные экситоны являются «темными» — их излучательная аннигиляция строго запрещена вследствие сохранения спина.

В структурах GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As энергия всех трех компонент спин-циклотронного экситона меньше энергии магнитоплазмона при любом значении импульса, включая частный случай, когда  $\mathbf{q} = 0$  [30, 31]. Эти компоненты всегда эквидистантны — энергии разделены зеемановской щелью  $\epsilon_z$ . Иными словами, энергия компонент триплета определяется формулой

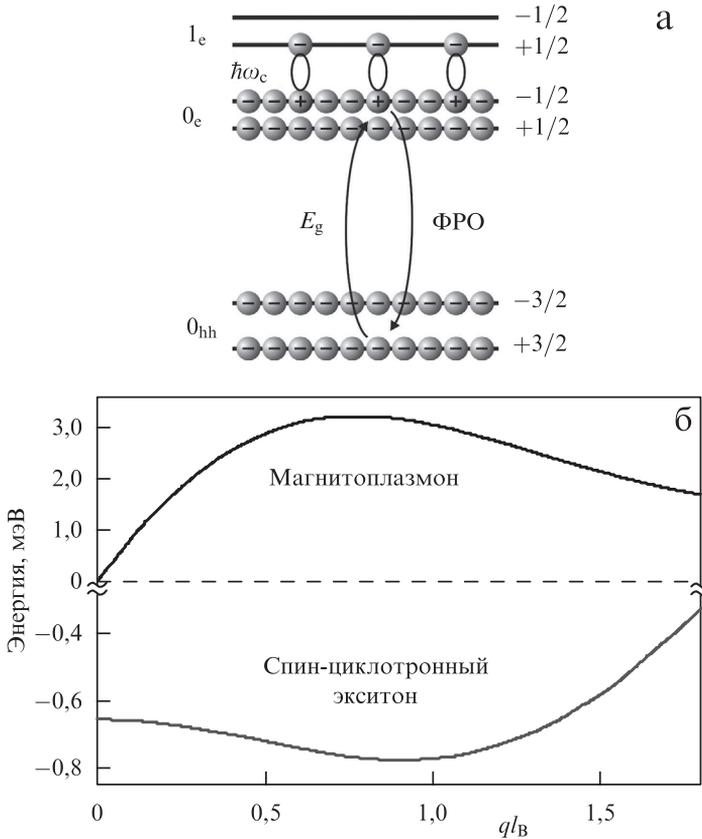
$$E_i = \hbar\omega_c - \epsilon_z S_z + \epsilon_q$$

(учтена отрицательность  $g$ -фактора Ланде), где  $\epsilon_q$  — часть энергии, определяемая кулоновским взаимодействием. В ультрадвумерном случае в первом приближении по взаимодействию эта величина рассчитана в работе [29]. Если учесть конечную ширину КЯ, то в первом приближении по безразмерному параметру  $r_s = e^2/(\kappa l_B \hbar\omega_c)$  эта энергия равна  $\hbar\omega_c r_s \epsilon_1(q)$ , где

$$\epsilon_1(q) = \int_0^\infty ds \exp\left(-\frac{s^2}{2}\right) \mathcal{F}(s) \left(1 - \frac{s^2}{2}\right) \left[1 - J_0(sq l_B)\right],$$

$J_0$  — функция Бесселя,  $\mathcal{F}(s)$  — форм-фактор, зависящий от волновой функции размерного квантования  $\chi(z)$  электрона в КЯ,

$$\mathcal{F}(s) = \iint dz_1 dz_2 \exp\left(\frac{-s|z_1 - z_2|}{l_B}\right) |\chi(z_1)\chi(z_2)|^2. \quad (13)$$



**Рис. 9.** (а) Схема одноэлектронных состояний квантово-холловского изолятора ( $\nu = 2$ ) в условиях возбуждения триплетного спин-циклотронного экситона. В левой части рисунка указаны номера уровней Ландау для электрона в зоне проводимости ( $0_e, 1_e$ ) и тяжелой дырки в валентной зоне ( $0_{hh}$ ), в правой части — значения проекции спина  $S_z$ . С нижайшего, целиком заполненного, уровня Ландау ( $n_L^e = 0$ ) возбужденный электрон переходит на ближайший пустой циклотронный уровень ( $n_L^e = 1$ ) и оказывается на его нижнем спиновом подуровне с перевернутым спином (spin-flip). Этот электрон связывается с положительно заряженной ферми-дыркой на верхнем спиновом подуровне нулевого уровня Ландау ( $n_L^e = 0$ ) в триплетное состояние (условно показано эллипсами). Изогнутые стрелки — иллюстрация виртуального поглощения и переизлучения фотона при регистрации фотоиндуцированного резонансного отражения (ФРО).  $E_g$  — ширина запрещенной зоны,  $\hbar\omega_c$  — циклотронная энергия. (б) Результаты расчета дисперсионной зависимости двухчастичных возбуждений в КЯ шириной 32 нм в магнитном поле 4,2 Тл для спин-циклотронного экситона (красная кривая) и магнитоплазмона (синяя кривая) (см. пояснения в тексте).

Кроме того, поскольку  $\varepsilon_1$  обращается в нуль при нулевом  $q$ , при малых значениях волнового вектора ( $ql_B \ll 1$ ) становится существенной поправка второго порядка по  $r_s$ , т.е.

$$\varepsilon_q^e \approx \hbar\omega_c (r_s^2 \varepsilon_1(q) + r_s^2 \varepsilon_2(q)).$$

Функция  $\varepsilon_2(q)$  при  $q \rightarrow 0$  в нуль не обращается. Напротив, именно она определяет отрицательный кулоновский сдвиг триплета, наблюдаемый в спектрах рамановского рассеяния [30]. Эта величина рассчитана в работе [31]:

$$\varepsilon_2(0) = -\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2-2^{2-n}}{n!(n^2-1)} \int_0^{\infty} ds s^{2n+1} \mathcal{F}^2(s) \exp(-s^2)$$

(в ультратримерном случае, когда  $\mathcal{F}(s) = 1$ , находим  $\varepsilon_2(0) = (\ln 2 - 1)/2 = -0,1534\dots$ ). Конкретный расчёт показывает, что поправка первого порядка ( $\propto \varepsilon_1$ ), отрицательная при  $ql_B \lesssim 1$ , даже при  $ql_B \sim 1$  численно довольно мала. В результате при всех актуальных значениях  $ql_B \lesssim 1$  следует учитывать поправку второго порядка, которая даёт существенный вклад в общий кулоновский сдвиг. Если просто экстраполировать главное приближение (при условно малых параметрах  $r_s$  и  $ql_B$ ) и оценить кулоновскую энергию в зависимости от  $q$  как

$$\varepsilon_q^e = \frac{e^2}{\kappa l_B} \varepsilon_1(ql_B) + 2Ry \varepsilon_2(0)$$

(здесь  $2Ry = (e^2/\varepsilon l_B)^2 / (\hbar\omega_c) = m_e^* e^4 / (e^2 \hbar^2)$ ), то суммарный отрицательный сдвиг для спин-циклотронного экситона по отношению к уровню  $\hbar\omega_c$  состоит из зеемановской и кулоновской частей:  $-\varepsilon_z + \varepsilon_q^e$ . Именно эта величина, рассчитанная для конкретной КЯ, показана на рис. 9б (красная кривая). Для сравнения на том же рисунке показан «положительный» спектр магнитоплазменной волны (синяя кривая), который определяется только кулоновским взаимодействием электронов.

Авторами настоящего обзора созданы экспериментальные методики [32], с помощью которых можно оптически возбуждать ансамбль трансляционно-инвариантных спин-циклотронных экситонов с  $S_z = +1$ , управлять его параметрами и исследовать кинетику релаксации этих возбуждений в основное состояние, используя резонансное отражение света для оптических переходов через запрещенную зону. *A priori* можно предполагать, что в условиях тестирования квантово-холловского изолятора при факторе заполнения  $\nu = 2$  сигнал резонансного отражения, соответствующий переходу с нулевого уровня Ландау тяжелых дырок валентной зоны ( $n_L^h = 0$ ) на нулевой уровень Ландау электронов зоны проводимости ( $n_L^e = 0$ ), должен отсутствовать, поскольку все электронные состояния основного электронного циклотронного уровня целиком заполнены. Однако при включении оптической накачки, при которой возбужденные электроны переходят на верхние уровни Ландау ( $n_L^e \geq 1$ ), при достаточно низкой температуре естественно ожидать образования этих нижайших по энергии возбуждений с  $S_z = +1$  (в дальнейшем будем называть их просто спин-циклотронными экситонами).

Формирование спин-циклотронных экситонов должно проявиться в уменьшении числа незаполненных состояний первого электронного уровня Ландау ( $n_L^e = 1$ ) и одновременно в возникновении состояний ферми-ды-

рок на нулевом электронном уровне ( $n_L^e = 0$ ). Соответствующие изменения в спектрах резонансного отражения естественно назвать фотоиндуцированным резонансным отражением (ФРО).

В спектрах ФРО должны наблюдаться два пика: положительный пик, соответствующий оптическому переходу с нулевого циклотронного уровня тяжелых дырок ( $n_L^h = 0$ ) на верхний спиновый подуровень нулевого циклотронного уровня 2D электронов ( $n_L^e = 0$ ) — переход 0–0, и отрицательный пик, который отвечает переходу с первого циклотронного уровня тяжелых дырок валентной зоны ( $n_L^h = 1$ ) на первый электронный циклотронный уровень ( $n_L^e = 1$ ) — переход 1–1. Если положительный пик ответственен за возникновение ферми-дырок на верхнем спиновом подуровне нулевого циклотронного уровня электронов ( $n_L^e = 0$ ), то отрицательный пик отвечает за уменьшение числа вакансий на первом циклотронном электронном уровне ( $n_L^e = 1$ ). Таким образом, предлагаемый метод ФРО является непрямым способом тестирования оптически неактивных спин-циклотронных экситонов с использованием оптически разрешенных резонансных переходов между дискретными уровнями Ландау тяжелых дырок валентной зоны и дискретными уровнями Ландау электронов зоны проводимости.

В работе [32] использовались высокосовершенные гетероструктуры GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As с темновой подвижностью 2D электронов в диапазоне  $(5 \div 20) \times 10^6$  см<sup>2</sup>/В·с. Высокое качество структур чрезвычайно существенно для обнаружения и наблюдения спин-циклотронных экситонов. Эксперименты проводились на двух наборах образцов с одиночными КЯ GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As шириной 17 и 35 нм, симметрично легированными с двух сторон. В каждом наборе ширина КЯ оставалась фиксированной, а концентрация электронов в 2D канале в разных образцах изменялась в диапазоне  $5 \cdot 10^{10} \div 2.5 \cdot 10^{11}$  см<sup>-2</sup>. Работа с отдельно взятым образцом, отличающимся собственным значением электронной концентрации, обеспечивала возможность измерения одной точки на экспериментальном графике зависимости времени спиновой релаксации в функции магнитного поля при фиксированном факторе заполнения  $\nu = 2$  (одна экспериментальная точка — один образец).

Образцы с характерными размерами  $3 \times 3$  мм помещались в криостат с жидким <sup>3</sup>He, оснащенный системой откачки паров гелия. Этот криостат, в свою очередь, размещался в криостате с жидким <sup>4</sup>He и сверхпроводящим соленоидом. Такая криосистема позволяла выполнять оптические и транспортные измерения при температурах вплоть до 0.45 К в магнитных полях до 14 Тл. Спектральные измерения проводились с использованием двух многомодовых кварцевых световодов  $\varnothing 400$  мкм с числовой апертурой 0.39. Один световод использовался для подвода к образцу лазерного возбуждения, а другой служил для сбора сигнала излучения от образца и последующей его передачи на входную щель дифракционного спектрометра с охлаждаемой регистрирующей ПЗС-камерой (ПЗС — прибор с зарядовой связью). При измерениях резонансного отражения световоды уста-

навливались симметрично, под углом  $\approx 10^\circ$  к нормали образца, так чтобы центральная ось отраженного от образца лазерного пучка совпадала с осью принимающего световода. Для подавления вклада лазерного света, рассеянного и отраженного от поверхностей образца и световодов, использовались скрещенные линейные поляризаторы, установленные между торцами световодов и образцом.

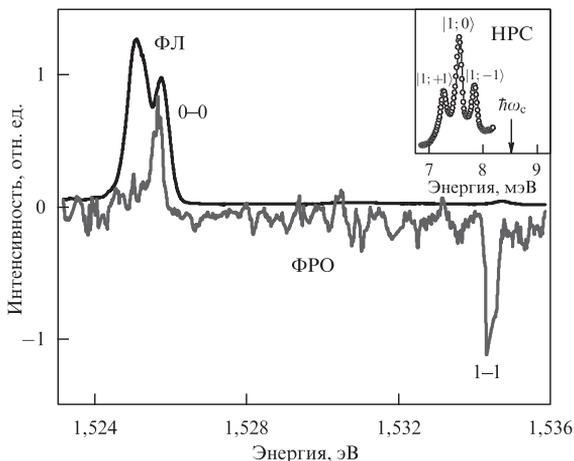
В работе [32] использовались два перестраиваемых по длине волны непрерывных лазера: один — для резонансного возбуждения 2D-электронной системы, а другой — для измерения спектров ФРО, ФЛ и неупругого рассеяния света (НРС). Во избежание эффектов перегрева мощность лазерной накачки, возбуждающей электроны до высоко расположенных уровней Ландау с квантовыми номерами  $n_L^e \geq 1$ , не превышала 0.3 мВт. Мощность вводимого в тот же световод излучения зондирующего лазера была на порядок меньше. Спектр резонансного отражения измерялся с помощью сканирования длины волны зондирующего лазера и регистрации интенсивности лазерной линии ПЗС-камерой на выходе спектрометра. Дифференциальный спектр ФРО получался как разность спектров резонансного отражения при включенной лазерной накачке и без неё.

По спектрам ФРО удавалось контролировать рождение фотовозбужденных электронов на первом электронном уровне ( $n_L^e = 1$ ) и ферми-дырок на нулевом уровне ( $n_L^e = 0$ ). В спектре ФРО, в полном соответствии с высказанными выше соображениями, наблюдаются положительный пик в области электронных переходов  $0-0$ , а также отрицательный пик в области переходов  $1-1$  (рис. 10). Такое поведение спектров ФРО обусловлено образованием низкоэнергетичных магнитоэкситонов, состоящих из электронов первого электронного уровня Ландау, связанных с ферми-дырками нулевого электронного уровня.

Несмотря на то, что спин-циклотронные экситоны не являются оптически активными, их существование можно установить непосредственно по спектрам НРС (см. вставку на рис. 10) и с их помощью затем определить величину синглет-триплетного расщепления магнитоэкситонов при нулевом волновом векторе [30]. Синглет-триплетное расщепление измеряется как разность энергий магнитоплазмона и «центра тяжести» триплета (положения в спектре компоненты с  $S = 1$  и  $S_z = 0$ ). Это расщепление оказалось сравнительно большим, около 1 мэВ [32], что может показаться удивительным, так как в объемных кристаллах GaAs синглет-триплетное расщепление очень мало, всего  $\approx 20$  мкэВ [97, 98].

Однако, во-первых, следует иметь в виду, что матричные элементы обменного межзонного кулоновского взаимодействия подавляются по сравнению с таковыми внутризонного обмена из-за отличия блоховских функций электронов в разных зонах. Во-вторых, при наличии пространственных ограничений, приводящих к понижению размерности системы (quantum confinement), синглет-триплетное расщепление существенно увеличивает-

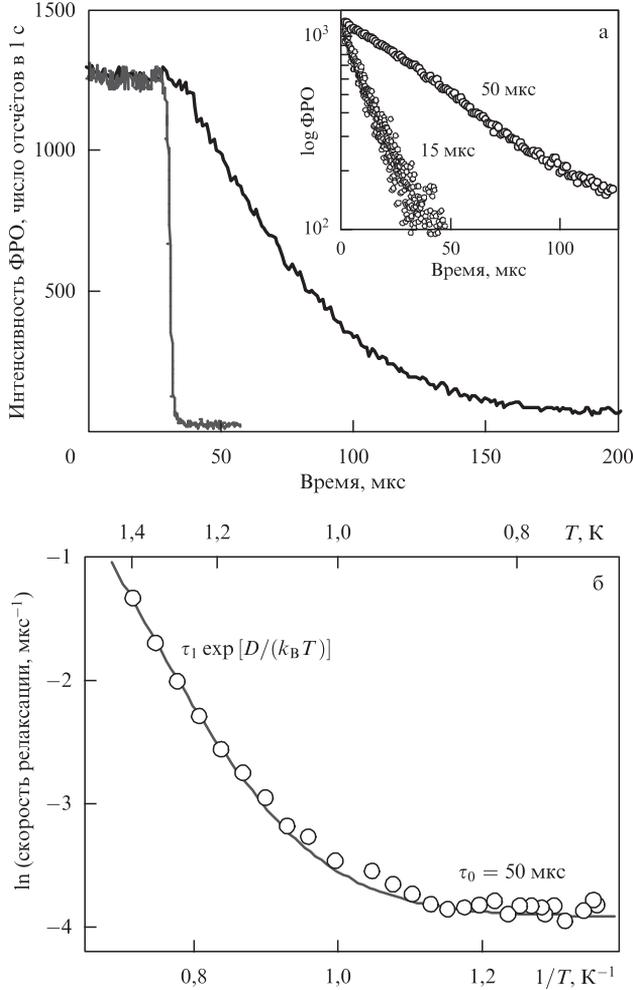
ся вследствие возрастания обменного электрон-дырочного взаимодействия. Так, например, в достаточно узких КЯ GaAs это расщепление достигает уже примерно 150 мкэВ [97]. В рассматриваемом нами случае 2D спин-циклотронных экситонов в квантово-холловском изоляторе благодаря поперечному магнитному полю (до 10 Тл), которое обеспечивает сильное пространственное ограничение для носителей, синглет-триплетное расщепление увеличивается еще значительно — приблизительно до 1 мэВ.



**Рис. 10:** Спектры ФЛ и ФРО при  $\nu = 2$ , измеренные в КЯ GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As шириной 17 нм ( $\mu_e = 5 \cdot 10^6$  см<sup>2</sup>/В·с,  $n_e = 2.4 \cdot 10^{11}$  см<sup>-2</sup>) в магнитном поле 5 Тл при температуре  $T = 0.45$  К. Оптический переход 0–0 происходит между основными циклотронными уровнями электронов зоны проводимости ( $n_L^e = 0$ ) и тяжелыми дырками валентной зоны ( $n_L^h = 0$ ), переход 1–1 — между первыми циклотронными уровнями:  $n_L^e = 1$  и  $n_L^h = 1$ . В спектре ФЛ наблюдается циркулярно поляризованный дублет ( $\sigma^+$  и  $\sigma^-$  компоненты), соответствующий электронным переходам 0–0. Величина дублетного расщепления в точности соответствует сумме спинового расщепления в магнитном поле основного циклотронного уровня тяжелых дырок валентной зоны ( $n_L^h = 0$ ) и спинового расщепления основного циклотронного уровня 2D-электронов зоны проводимости ( $n_L^e = 0$ ). На вставке — спектр резонансного НРС, измеренный при тех же экспериментальных условиях и параллельной компоненте магнитного поля 5 Тл, введенной для усиления зеемановского расщепления компонент спин-циклотронного триплета.

Для измерений кинетики ФРО излучение лазерной накачки модулировалось механическим прерывателем — вращающимся диском с радиальной щелью. При периоде вращения диска  $\approx 11$  мс и фокусировке лазерного пятна на диск микроскопным объективом длительность фронта/спада сформированного лазерного импульса накачки составила  $\approx 2$  мкс при полной длительности  $\leq 3$  мс. Длина волны зондирующего лазера устанавливалась на максимум/минимум в спектре ФРО для записи кривой спада/нарастания сигнала соответственно после окончания импульса накачки. Отраженное от поверхности образца тестирующее лазерное излучение пропускать через узкополосный интерференционный светофильтр (ширина полосы  $\approx 1.1$  нм)

для отсекаания света лазера накачки и затем фокусировалось на вход кремниевое лавинного фотодиода, работающего в режиме счета фотонов. С помощью системы счета фотонов с временным стробированием сигнал резонансного отражения измерялся и накапливался как функция временной задержки от момента выключения возбуждающего лазерного импульса. В результате регистрировалась кривая затухания (либо нарастания) ФРО.



**Рис. 11.** (а) Пример кинетики затухания ФРО (синяя кривая) и для сравнения — аппаратная функция измерительной системы (красная кривая). На вставке — в полулогарифмическом масштабе кинетика затухания, измеренная для КЯ шириной 35 (длинновременная кинетика) и 17 нм (коротковременная кинетика) при  $\nu = 2$  в перпендикулярном магнитном поле  $B = 4$  Тл. В обеих КЯ  $n_e = 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ,  $\mu_e = 1.5 \cdot 10^7 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  и  $5 \cdot 10^6 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  соответственно. (б) Температурное поведение скорости релаксации спин-циклотронных экситонов в логарифмическом масштабе в КЯ шириной 35 нм в магнитном поле 4 Тл. Кружки — результаты эксперимента, кривая — аппроксимация с учетом двух механизмов релаксации: активационного и не зависящего от температуры.

Поведение безызлучательного времени жизни спин-циклотронных экситонов, которое непосредственно связано с релаксацией спина, исследовалось как функция температуры и магнитного поля в КЯ различной ширины. С этой целью изучалась кинетика ФРО в условиях импульсного фотовозбуждения. Оказалось, что затухание сигналов ФРО — экспоненциальное, а найденные времена затухания (времена спиновой релаксации) составляют несколько десятков или даже сотен микросекунд (рис. 11а). Кинетика нарастания сигнала ФРО в области переходов 1–1 происходит на таких же временных масштабах, что указывает на общую динамику релаксации магнитоэкситонных состояний, формирующихся из электронов на первом уровне Ландау и ферми-дырок на нулевом электронном уровне Ландау. Эта общность проявляется также и в одинаковой температурной зависимости скорости релаксации (рис. 11б). При  $T > 1$  К зависимость скорости релаксации от температуры имеет экспоненциальный характер:  $1/\tau(T) = e^{-D/T}/\tau_1$  с характерным временем  $\tau_1 \approx 1$  нс и величиной активационной щели  $D \approx 11$  К.

Такое поведение показывает, что в данной температурной области работает активационный канал релаксации, включающий в себя сравнительно медленные процессы переворота электронного спина вследствие спин-орбитального взаимодействия и возрастания энергии возбуждения до величины циклотронной энергии из-за поглощенного фонона, а затем быстрой релаксации вследствие испускания фотона с циклотронной энергией [15]. В таких условиях измеренная активационная щель  $D$  — это не что иное, как энергия связи спин-циклотронного экситона, равная сумме зеемановской энергии и кулоновской энергии спин-циклотронного расщепления, т.е. величине  $\epsilon_z + |e_{q_m}^e|$ , где  $q_m \approx 1/l_B$  (рис. 9б). Эта энергия, измеренная независимым образом по спектрам НРС, близка по величине к активационной щели.

В низкотемпературной области,  $T < 0.8$  К, кинетика ФРО перестает зависеть от температуры. Следовательно, в этой области температур происходит смена механизма релаксации, и этот механизм с очевидностью уже не является термоактивационным. Предполагается, что в низкотемпературной области происходит безызлучательная релаксация спин-циклотронного экситона, сопровождающаяся рождением «жестких» (коротковолновых) акустических фононов, которым передается энергия экситона. Ранее такой механизм распада был предложен и проанализирован в работе [15]. Теория, в частности, предсказывает, что время релаксации  $\tau_0$  в этом случае должно сверхлинейно зависеть от протяженности электронной волновой функции в направлении роста КЯ.

Для проверки этого предсказания нами исследовались две КЯ с ширинами 17 и 35 нм и приблизительно одинаковыми концентрациями 2D-электронов. Полуширины огибающих электронных волновых функций в этих КЯ различались примерно вдвое. Экспериментальные результаты качественно подтверждают предсказание теории: 1) время релаксации увеличивается для более широкой КЯ, так как в более широкой КЯ сложнее нарушить

трансляционную симметрию в направлении роста; 2) скорость релаксации уменьшается с увеличением магнитного поля, поскольку для более жестких акустических фононов с частотами, близкими к циклотронной частоте, электрон-фононное взаимодействие существенно ослабевает. Мы полагаем, что качественное согласие эксперимента с теоретическими представлениями о механизме релаксации в целом хорошее, однако количественно теория предсказывает времена релаксации, большие, чем наблюдаемые в эксперименте.

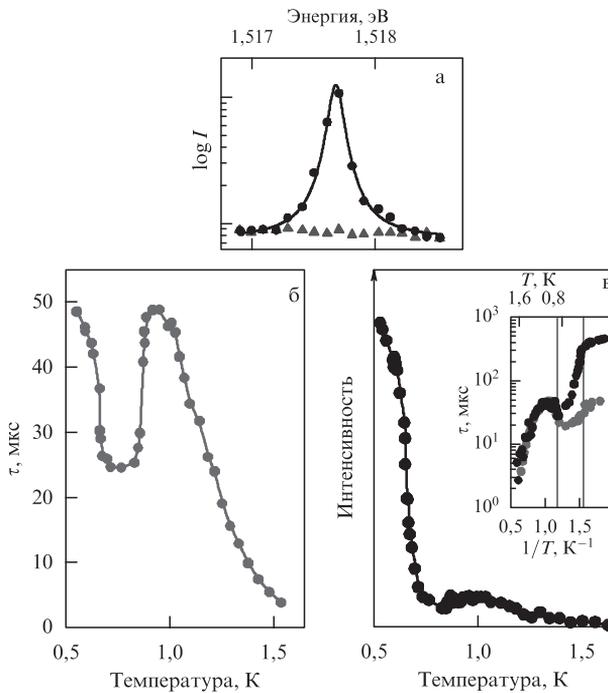
Таким образом, посредством прямых измерений кинетики ФРО установлено, что при низких температурах,  $T \ll T_{ST}$  ( $k_B T_{ST}$  — энергия спин-циклотронного расщепления), времена жизни спин-циклотронного экситона, которые тесно связаны с релаксацией спина всей электронной системы, необычайно велики, достигают нескольких сотен микросекунд. Благодаря столь большим временам жизни можно создавать довольно высокие плотности таких фотовозбужденных магнитоэкситонов,  $\sim 10^{10} \text{ см}^{-2}$ , при относительно небольших оптических накачках, которые не приводят к перегреву электронной системы.

## 6. Конденсат двумерных фермионов в магнитном поле

Как упоминалось во введении, в плотном ансамбле спин-циклотронных экситонов можно ожидать явления бозе-эйнштейновской конденсации. Оказалось, что при понижении температуры в ансамбле темных триплетных магнитоэкситонов действительно наблюдается фазовый переход, обладающий целым рядом необычных свойств. В окрестности фазового перехода немонотонное поведение демонстрирует время релаксации экситонов (рис. 12б). Время возрастает экспоненциально при температурах до 1 К, а затем убывает в два раза в узком диапазоне температур  $0.7 \div 0.8 \text{ К}$ , что указывает на пороговое уменьшение вязкости ансамбля спин-циклотронных экситонов при их «транспорте» из пятна возбуждения, что тоже приводит к уменьшению «времени жизни» спин-циклотронных экситонов непосредственно в области фотовозбуждения: в лазерном пятне оптической накачки. Такое предположение является естественным, так как сложно представить, что при незначительном, всего лишь на 0.2 К, изменении температуры ансамбля могут столь драматично измениться механизмы релаксации возбуждений. В разделе 8 это предположение проанализировано и подтверждено прямыми измерениями транспорта спин-циклотронных экситонов в условиях обнаруженного фазового перехода.

Несложно показать, что время релаксации  $\tau(T)$  при стационарном фотовозбуждении прямо пропорционально их плотности  $n(T)$ :  $\tau(T) \propto n(T)$ . Если известна зависимость плотности спин-циклотронных экситонов от температуры, то это позволяет исключить плотность из описания восприимчивости экситонным ансамблем резонансного высокочастотного электромагнитно-

го поля. Измеряя амплитуду сигнала ФРО  $I(T)$  при том же уровне фотовозбуждения, которое использовалось для определения времени релаксации спин-циклотронного экситона ( $I(T) \propto f(T)n(T)$ , где  $f(T)$  — сила осциллятора межзонного оптического перехода из валентной зоны в зону проводимости), можно получить функциональную зависимость силы осциллятора оптического перехода от электронной температуры:  $f(T) \propto I(T)/\tau(T)$ . Причем  $f(T)$  не зависит от температуры при  $T > 0.8$  К, как и ожидается для системы магнитоэкситонов с больцмановским распределением по энергиям. Однако при дальнейшем понижении температуры наблюдается гигантское пороговое возрастание силы осциллятора (см. вставку на рис. 12 в). Можно заключить, что при неизменной плотности экситонов в точке фазового перехода увеличивается отклик на внешнее электромагнитное поле ферми-дырок на нулевом электронном уровне Ландау, вовлеченных в спин-циклотронный экситон, что можно описать в терминах конденсации экситонов.

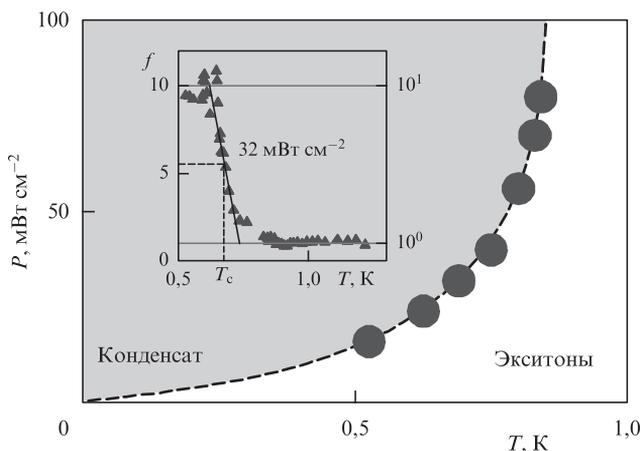


**Рис. 12.** (а) Спектры резонансного отражения от равновесной 2D ЭС (треугольники) и системы, выведенной из равновесия фотовозбуждением ансамбля спин-циклотронных экситонов (кружки). (б) Температурная зависимость времени релаксации спин-циклотронных экситонов в условиях стационарного фотовозбуждения 2D ЭС (кружки). Сплошная линия проведена для удобства. (в) Температурная зависимость интенсивности сигнала ФРО в условиях стационарного фотовозбуждения 2D ЭС (кружки). На вставке сравниваются температурные зависимости времени спиновой релаксации спин-циклотронных экситонов (красные кружки) и интенсивности ФРО (черные кружки), измеренные при одинаковом фотовозбуждении 2D ЭС. Здесь кривая интенсивности ФРО домножена на константу таким образом, чтобы обе зависимости совпадали при  $T > 1$  К.

Резонансное отражение может быть разделено на два процесса: резонансное поглощение и следующее за ним испускание фотона с переходом системы в исходное начальное состояние. Достаточно поэтому рассмотреть процесс резонансного поглощения с переходом возбужденного электрона из валентной зоны в зону проводимости на вакантное место, возникающее после рождения спин-циклотронного экситона (на ферми-дырку на нулевом уровне Ландау). Если начальное состояние ансамбля спин-циклотронных экситонов подчиняется больцмановскому распределению и их число существенно меньше числа электронных состояний на уровне Ландау  $\mathcal{N}_\phi$ , то несложно показать, что квадрат матричного элемента оптического перехода является пропорциональным  $1/\mathcal{N}_\phi$  и не зависит от температуры. В случае конденсации  $N$  спин-циклотронных экситонов в одно и то же квантовое состояние квадрат матричного элемента оптического перехода пропорционален  $N/\mathcal{N}_\phi$  [99].

Приведенные соображения показывают, что квадрат матричного элемента резонансного поглощения электромагнитного излучения с частотой оптического перехода из валентной зоны на ферми-дырки в зоне проводимости должен возрастать пропорционально числу спин-циклотронных экситонов, находящихся в одном квантовом состоянии. Увеличение матричного элемента на конечную величину, как это наблюдается в эксперименте, дает основание заключить, что не все экситоны конденсируются в одно и то же квантовое состояние, а лишь небольшое их число образует когерентные кластеры конечного размера. Измеряя пороговую температуру фазового перехода как функцию интенсивности фотовозбуждения, нам удалось построить фазовую диаграмму для конденсации спин-циклотронных экситонов в сверхпоглощающую фазу таких кластеров в координатах «интенсивность накачки (или концентрация) — температура» (рис. 13).

Очевидно, однако, что сами по себе ферми-дырки, вовлеченные в спин-циклотронный экситон, не могут быть когерентными в том смысле, что они являются вакансиями (пустыми местами) в электронном ферми-море. Иными словами, не сами ферми-дырки являются когерентными, но электроны, разделяющие ферми-дырки, образуют коллективное состояние (*магнито-фермионный конденсат*) таким образом, что вакансии в этом состоянии ведут себя при взаимодействии с внешним электромагнитным полем когерентно, обеспечивая в свою очередь эффект сверхпоглощения. Это может означать, что теория, изложенная в данном разделе, является лишь приближенным описанием свойств обсуждаемой неравновесной системы. Подобная теория являлась бы точной, если бы электронная система под уровнем Ферми (электронный вакуум) оставалась невозмущенной после возбуждения неравновесных экситонов, что эквивалентно замене неравновесной системы электронов на ансамбль спин-циклотронных экситонов. Исследуя непосредственно свойства электронного вакуума, мы показываем экспериментально, что подобное предположение служит хотя и разумным, но неточным приближением к описанию свойств рассматриваемой неравновесной системы.



**Рис. 13:** Фазовая граница в координатах плотность мощности фотовозбуждения – температура, разделяющая области существования газа и конденсата спин-циклотронных экситонов (кружки). Кривая, продолженная в начало координат, построена для удобства. Вставка иллюстрирует, как определялась точка на фазовой диаграмме: по изменению силы осциллятора оптического перехода  $f(T)$  из валентной зоны в зону проводимости при фиксированном уровне фотовозбуждения. Критическая температура  $T_c$  выбиралась как точка на половине высоты ступеньки возрастания  $f(T)$ .

Для исследования восприимчивости электронного вакуума ко внешнему электромагнитному излучению использована методика фотоиндуцированной ФЛ, т. е. ФЛ в присутствии неравновесного ансамбля спин-циклотронных экситонов. В отличие от одного оптического перехода в ФРО, в фотоиндуцированной ФЛ возможны два оптических перехода: один из них связан с рекомбинацией электрона из зоны проводимости с фотовозбужденной дыркой из валентной зоны, расположенной вдали от спин-циклотронного экситона (влиянием экситона на дырочное состояние в валентной зоне можно пренебречь), а другой — с рекомбинацией электрона, расположенного в непосредственной близости от спин-циклотронного экситона. Первый канал рекомбинации доминирует при температурах выше 1 К. Вторым, неравновесным, каналом рекомбинации начинает доминировать в спектре ФЛ при температуре электронной системы ниже температуры фазового перехода. Здесь имеет смысл сделать более глубокий экскурс в свойства фотоиндуцированной ФЛ при небольшом количестве спин-циклотронных экситонов.

## 7. Фотолюминесценция электрон-дырочных комплексов в присутствии спин-циклотронных экситонов

Изучение фотолюминесценции 2D ЭС в присутствии ансамбля спин-циклотронных экситонов осуществляется с помощью резонансного оптического возбуждения, а дополнительная нерезонансная накачка добавляет к

экситонному ансамблю высокоэнергетические  $e-h$  пары, состоящие из электрона зоны проводимости и тяжелой дырки в валентной зоне КЯ [100]. При релаксации эти пары диссоциируют, а затем по отдельности возвращаются в основное состояние. В зависимости от числа дополнительных высокоэнергетических пар и плотности спин-циклотронных экситонов некоторые из валентных дырок присоединяются к экситонам, образуя положительно заряженные трехчастичные комплексы. Формирование отрицательно заряженных трехчастичных состояний также возможно, но такие состояния неактивны в экспериментально доступном видимом оптическом диапазоне, поэтому здесь такие отрицательно заряженные комплексы не обсуждаются. Таким образом, изменяя плотности резонансного и нерезонансного возбуждений, можно искусственно создавать все возможные стабильные комплексы, состоящие из спин-циклотронного экситона, электронов и дырок.

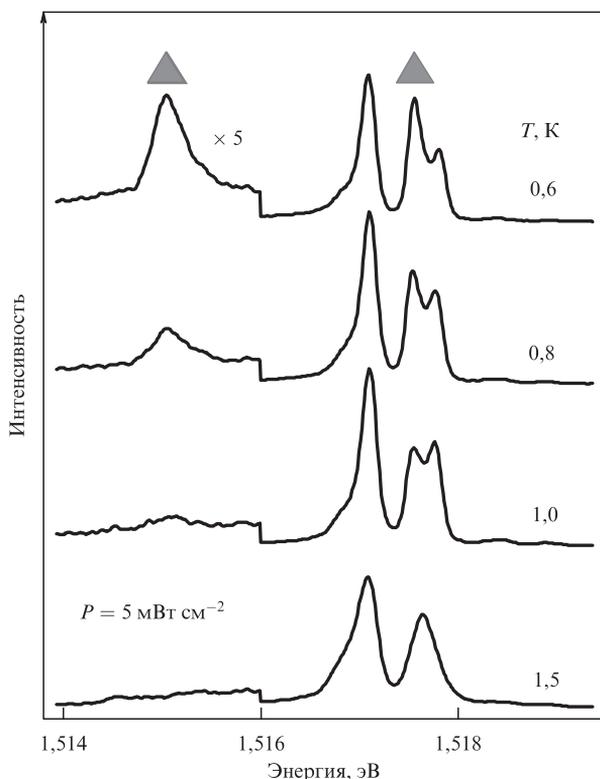


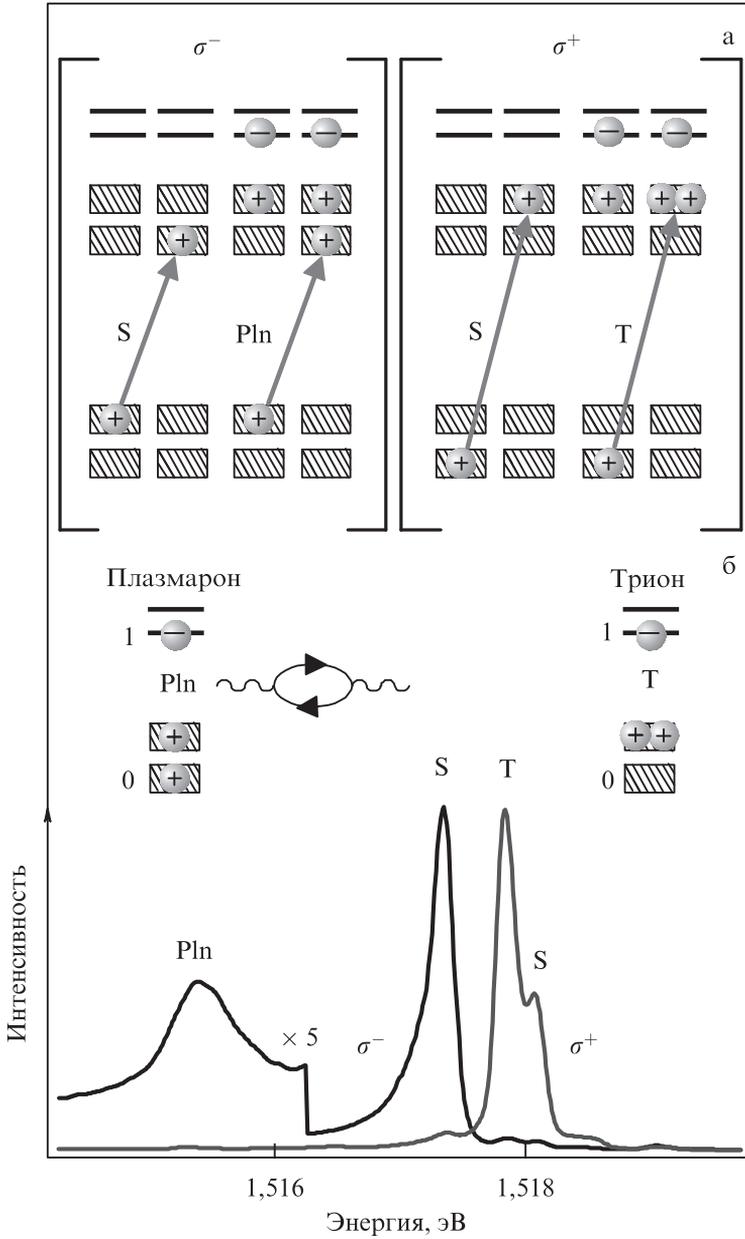
Рис. 14. Спектры ФЛ для различных температур при плотности накачки 5 мВт/см<sup>2</sup>.

Для создания системы долгоживущих спин-циклотронных экситонов использовались два образца с симметрично легированными одиночными КЯ GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As шириной 17 и 35 нм. При достаточно высоких температурах (более 1 К) все экситоны быстро релаксируют через оптический канал реком-

бинации. Поэтому в спектрах межзонной рекомбинации валентной дырки и электрона из заполненного уровня Ландау наблюдается только циркулярно поляризованный ( $\sigma^+ - \sigma^-$ ) зеемановский дублет, соответствующий двум дипольно-разрешенным оптическим переходам 0–0 электронов из зоны проводимости в зону тяжелых дырок валентной зоны (нижний спектр на рис. 14). Расщепление этого дублета в точности равно сумме спиновых расщеплений тяжелых дырок валентной зоны и электронов зоны проводимости. При понижении температуры в 2D ЭС накапливаются неравновесные спин-циклотронные экситоны [32] и в спектре ФЛ появляются две дополнительные линии.

Рассмотрим излучательные рекомбинационные переходы с нулевого уровня Ландау электронов зоны проводимости на нулевой уровень Ландау тяжелых дырок валентной зоны (рис. 15). Спектр одночастичных состояний полностью квантован, уровень Ферми лежит посередине циклотронной щели между нулевым и первым уровнями Ландау электронов. Для каждой из двух поляризаций излученного фотона разрешены два перехода: рекомбинационный переход в отсутствие спин-циклотронного экситона, наблюдаемый при более высоких температурах, и переход между внутренними состояниями триона, образованного валентной дыркой и спин-циклотронным экситоном. Последний переход дипольно разрешен в том случае, когда не изменяются внутренние квантовые числа триона [101]. Конечное состояние второго перехода в  $\sigma^-$ -поляризации — это трион, образованный возбужденным электроном и двумя ферми-дырками на нулевом уровне Ландау зоны проводимости с противоположными спинами ( $Pln$ ). В  $\sigma^+$ -поляризации — это трион, образованный возбужденным электроном и двумя ферми-дырками на нулевом уровне Ландау зоны проводимости с параллельными спинами ( $T$ -состояние). В  $T$ -состоянии возбужденный электрон с первого уровня Ландау не может занять место ферми-дырки вследствие сохранения спина 2D ЭС. Напротив, в  $Pln$ -состоянии возбужденный электрон может перейти на место одной из ферми-дырок с испусканием циклотронного фотона, который в свою очередь может быть поглощен с рождением  $e-h$  пары с циклотронной энергией, и т.д. Если бы в системе была только одна ферми-дырка, то описанный процесс соответствовал бы возбуждению магнитоплазмона [29]. При наличии второй ферми-дырки трехчастичное  $Pln$ -состояние есть не что иное, как *магнитолазмарон*.

Энергии внутренних переходов для  $T$ -триона почти совпадают с энергией одночастичного перехода для высоких температур. «Красный» сдвиг величиной 0.2 мэВ обусловлен разницей во взаимодействии частиц, составляющих трион, при переходе одной из дырок из валентной зоны в зону проводимости. Энергия внутреннего перехода для  $Pln$ -триона, приводящего к образованию магнитолазмарона, оказывается значительно (на 2 мэВ) меньше энергии соответствующего одночастичного перехода. Столь значительное понижение энергии обусловлено плазменными колебаниями магнитолазмарона.



**Рис. 15.** (а) Разрешенные оптические переходы в  $\sigma^-$  и  $\sigma^+$  поляризациях для одночастичного (S) и трехчастичного (Pln- или T-) состояний. (б) Спектры ФЛ для двух поляризаций:  $\sigma^-$  (синий) и  $\sigma^+$  (красный) в КЯ шириной 35 нм, измеренные при  $B = 4$  Тл и  $T = 0.5$  К.

Вычисление энергии магнитоплазмарона представляет собой сложную задачу. Для оценки вклада в энергию плазменных колебаний можно рассмотреть упрощенную модель перехода из начального двухчастичного со-

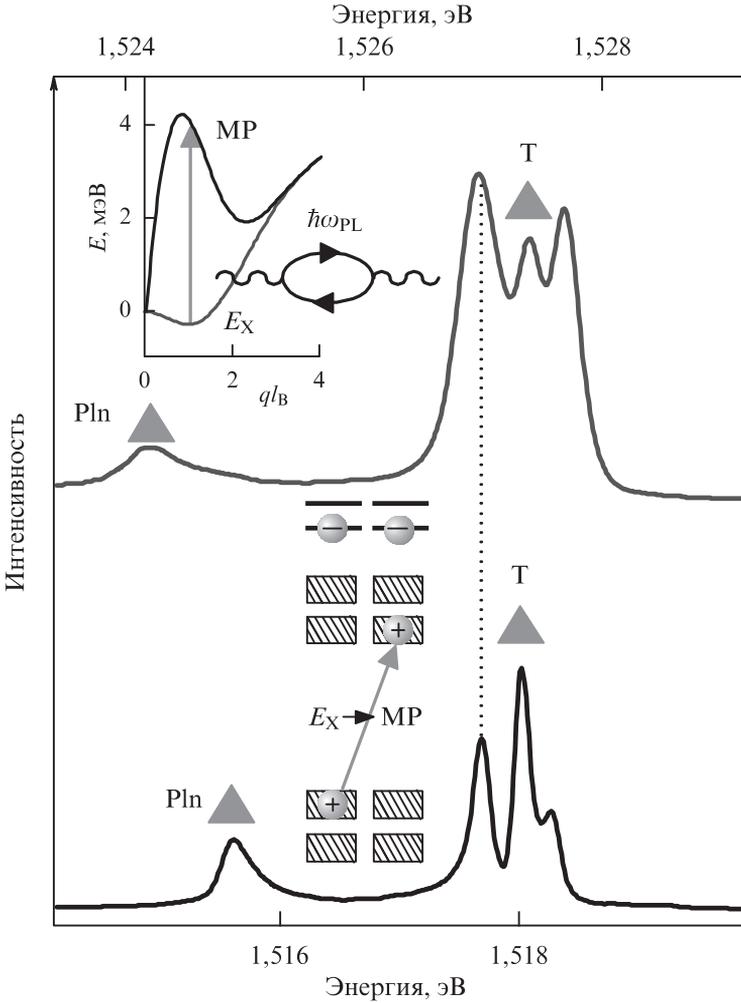
стояния (магнитоэкситон  $p$ -типа, образованный дыркой на нулевом уровне Ландау валентной зоны и электроном на первом уровне Ландау зоны проводимости) в конечное двухчастичное состояние (магнитоплазмон со спином 0), исключив из рассмотрения ферми-дырку в зоне проводимости в составе спин-циклотронного экситона. Энергия магнитоэкситона  $p$ -типа минимальна при волновом векторе  $q_m \simeq 1/l_B$  (рис. 9б). Вклад в энергию конечного состояния, обусловленный плазменными колебаниями, имеет вид:

$$E_{MP}(q_m) = \frac{e^2}{\kappa} q_m \mathcal{F}(q_m) \exp\left[-(q_m l_B)^2 / 2\right].$$

Это выражение — разность кулоновских энергий магнитоплазмона и спин-циклотронного экситона — соответствует результатам, полученным в работе [29], но с учётом форм-фактора  $\mathcal{F}(q)$  (13). Измеренный магнитоплазмаронный сдвиг меньше рассчитанной энергии  $E_{MP}(q_m)$ . Такое расхождение неудивительно, поскольку в расчете не учитывается влияние третьей частицы, сложность волновой функции дырки в валентной зоне, а также возможное влияние кулоновских поправок второго порядка малости по отношению кулоновской энергии к циклотронной [30].

Плазменная природа сдвига  $Pln$ -энергии подтверждается измерениями, проведенными для двух КЯ различной ширины (рис. 16): уменьшение ширины ямы увеличивает энергию плазменных колебаний в меру изменения  $\mathcal{F}(q_m)$ . В более узкой КЯ экспериментальное значение магнитоплазмаронного сдвига в 1.4 раза больше, чем в широкой, что согласуется с приведенными вычислениями. Магнитоплазмаронный сдвиг, измеренный в широком диапазоне электронных плотностей, также согласуется с расчетными значениями, за исключением систематического сдвига в сторону меньших энергий. Вероятность магнитоплазмаронной рекомбинации возрастает с увеличением числа спин-циклотронных экситонов или дополнительных  $e-h$  пар. Однако при достижении некоторой предельной мощности нерезонансной накачки (7.5 мВт/см<sup>2</sup>) происходит насыщение этого канала рекомбинации. При дальнейшем возрастании мощности нерезонансной накачки линия магнитоплазмаронной рекомбинации гаснет, зато появляется новая линия, плазменный сдвиг которой вдвое больше, чем для магнитоплазмаронной.

Новая линия рекомбинации  $Pln + E_x$  возникает только в  $\sigma^-$ -поляризации, соответствующей переходу дырки из валентной зоны на нижний спиновый подуровень зоны проводимости. Единственное возможное состояние, помимо магнитоплазмарона, которое может быть образовано спин-циклотронным экситоном и  $e-h$ -парой, это четырехчастичное состояние — экситон-магнитоплазменная молекула. Последнее состояние образуется при высоких плотностях фотовозбуждения, когда вероятность нахождения фотовозбужденного электрона и фотовозбужденной дырки одновременно вблизи спин-циклотронного экситона возрастает.



**Рис. 16.** Спектры ФЛ для узкой (17 нм, красная кривая, шкала энергии вверху) и широкой (35 нм, синяя кривая, шкала энергии внизу) КЯ. Энергии одночастичных переходов в  $\sigma^-$  поляризации совмещены. В центре показана схема двухчастичного оптического перехода, рассмотренного теоретически. Вверху слева — результаты расчета кулоновской энергии двухчастичных возбуждений (без учёта поправки второго порядка): спин-циклотронного экситона,  $E_X$  (красная кривая), и магнитоплазмона,  $MP$  (чёрная кривая).

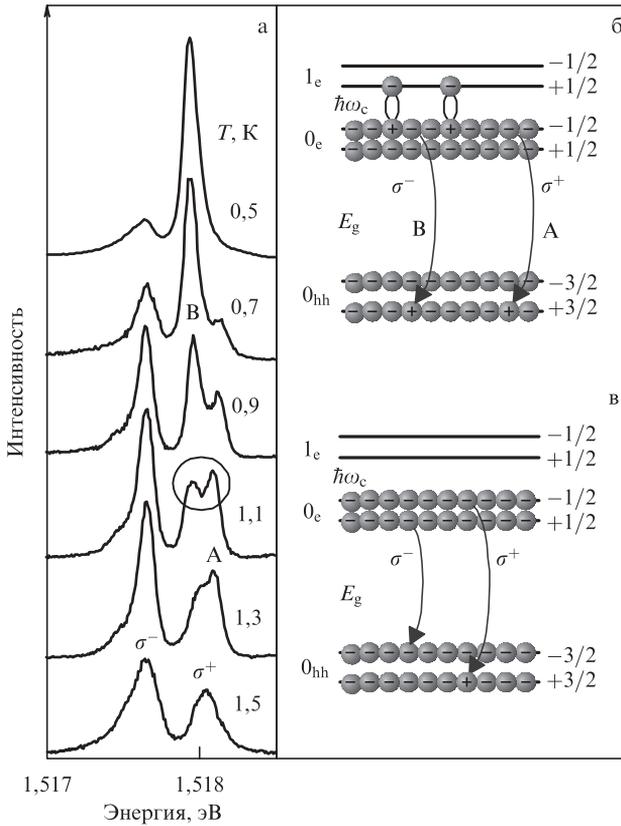
Образование экситон-магнитоплазмонной молекулы можно представить следующим образом. В начальном состоянии имеется биэкситон, состоящий из «валентного» магнитоэкситона  $p$ -типа и чисто электронного спин-циклотронного экситона. Затем валентная дырка переходит в зону проводимости с сохранением внутренних квантовых чисел экситона и образуется экситон-магнитоплазмонная молекула. Соответствующая линия рекомбинации сдвинута вниз по энергии вследствие наличия в конечном

состоянии плазменных колебаний. В магнитоэкситон-магнитоплазмонной молекуле два электрона способны занимать одно из пустых состояний (ферми-дырок) на нулевом уровне Ландау, что отличает ее от магнитоплазмарона. Неожиданным результатом является то, что вклад энергии плазменных колебаний удваивается (в пределах экспериментальной точности) по сравнению с плазменным вкладом в энергию магнитоплазмарона, несмотря на то, что в плазменных колебаниях участвуют два электрона и только одна ферми-дырка на нулевом электронном уровне Ландау.

Таким образом, были исследованы спектры ФЛ для 2D ЭС в присутствии спин-циклотронных экситонов. Сверхдлинные времена релаксации неравновесных спин-циклотронных экситонов в квантующем магнитном поле делают возможным существование трех- и четырехчастичных комплексов, связанных с коллективными плазменными колебаниями 2D ЭС. Показана устойчивость этих состояний: двухдырочного магнитоплазмарона и магнитоэкситон-магнитоплазмонной молекулы. Существование устойчивой магнитоэкситон-магнитоплазмонной молекулы ранее теоретически не обсуждалось, поэтому для количественного описания экспериментальных данных требуется развитие теоретических представлений. Дальнейшим развитием представленных экспериментальных исследований является изучение спектров фотоиндуцированной ФЛ в присутствии плотного (на уровне  $10^{10} \text{ см}^{-2}$ ) ансамбля спин-циклотронных экситонов.

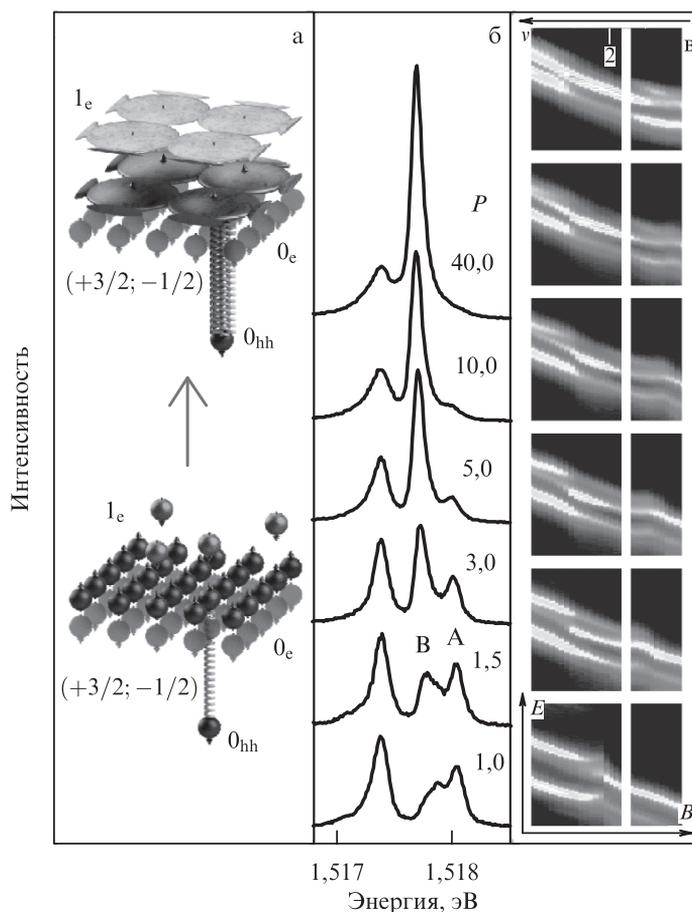
## 8. Фотолюминесценция и бездиссипативное растекание конденсата двумерных фермионов и связанных с ним спиновых возбуждений на макроскопически большие расстояния. Методы детектирования

Несмотря на то, что максимально реализуемая в наших экспериментах доля спин-циклотронных экситонов в плотном ансамбле 2D-электронов не превышает 10% от полного числа электронных состояний на одном спиновом подуровне Ландау [32], вся сила осциллятора фотоиндуцированной ФЛ переходит в неравновесные каналы рекомбинации вблизи спин-циклотронного экситона (рис. 17 и 18), причем возрастание силы осциллятора наблюдается на том участке температурной кривой, на котором число неравновесных экситонов в пятне фотовозбуждения не возрастает, а напротив — убывает. На основании данного, весьма неожиданного, наблюдения можно заключить, что в неравновесной электронной системе происходит фазовый переход, при котором все электроны на верхнем спиновом подуровне нулевого уровня Ландау, непосредственно не принадлежащие спин-циклотронному экситону, тем не менее вовлечены в магнитофермионный конденсат, который является не только сверхпоглощающим, но и сверхизлучающим.



**Рис. 17.** (а) Спектры ФЛ, отвечающие излучательной рекомбинации электронов нулевого уровня Ландау зоны проводимости с тяжелыми дырками нулевого уровня Ландау валентной зоны, измеренные в интервале  $T = 1.5 \div 0.5$  К при фиксированной накачке  $P = 32$  мВт/см<sup>2</sup>. (б) Возможные оптические переходы в  $\sigma^+$  поляризации вблизи точки фазового перехода. (в) Возможные оптические переходы в двух поляризациях в равновесной электронной системе.

Поскольку за сверхизлучение отвечают электроны под уровнем Ферми электронной системы, можно предположить, что при формировании неравновесного ансамбля спин-циклотронных экситонов возбужденные электроны над уровнем Ферми спариваются с электронами с противоположным спином под уровнем Ферми, модифицируя электронный вакуум. Соответственно, предположение о неизменности вакуумного состояния для объяснения когерентного отклика ансамбля экситонов на внешнее электромагнитное поле является лишь разумным приближением, описывающим эффект сверхпоглощения, а полную теорию наблюдаемого фазового перехода, учитывающую эффект сверхизлучения, еще предстоит построить. Также предстоит выяснить, является ли наблюдаемый фазовый переход примером топологического фазового перехода БКТ или мы имеем дело с принципиально новым физическим явлением.

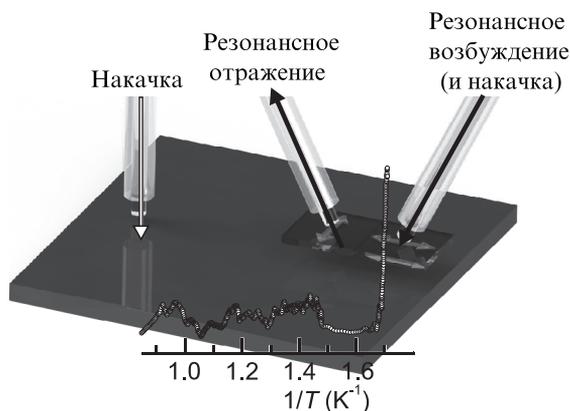


**Рис. 18:** (а) Модификация неравновесной электронной плотности в условиях формирования конденсата. (б) Спектры ФЛ, отвечающие излучательной рекомбинации электронов с нулевого уровня Ландау зоны проводимости с тяжелыми дырками нулевого уровня Ландау валентной зоны, измеренные при фиксированной температуре  $T = 0.5$  К и различных накачках  $P$  (мВт/см<sup>2</sup>). Положения максимумов переходов электронов с нижнего спинового подуровня Ландау приведены к одной энергии. (в) Эволюция спектров ФЛ конденсата при фиксированной температуре  $T = 0.5$  К и различных накачках в условиях развертки магнитного поля (область существования конденсата находится в диапазоне факторов заполнения электронов  $\nu \approx 2 \pm 0.15$ ).

Ранее сообщалось о неожиданном поведении времени релаксации триплетных экситонов в низкотемпературной области,  $T < 1$  К, где возникает новая конденсированная фаза. В указанной области измеренное время (рис. 12б) ведет себя очень немонотонно как функция температуры: при понижении температуры именно в области, где возникает новая конденсированная фаза, это время начинает сильно уменьшаться. Такое поведение никоим образом не может быть связано с процессами релаксации магнито-экситонов, а скорее указывает на «недиффузионный» характер растекания

конденсата из пятна фотовозбуждения, где конденсат создается. Движущей силой, принуждающий конденсат растекаться из области фотовозбуждения в приграничную область с невозбужденным 2D-электронным газом, может быть большой градиент плотности на возникающей границе раздела. Гипотезу о вероятном «сверхдиффузионном» растекании магнитофермионного конденсата на макроскопически большие расстояния можно проверить экспериментально. Для решения этой задачи нами были разработаны и применены два независимых метода. При этом в каждом из них использовалось пространственное разнесение областей возбуждения и детектирования растекающегося конденсата.

В первом методе пространственно разделялись световоды, используемые для возбуждения и непосредственной регистрации спин-циклотронных экситонов в конденсированной фазе с помощью метода ФРО [99]. Соответствующую схему эксперимента и результат самого экспериментального наблюдения растекания конденсата на макроскопически большие расстояния из локальной области непосредственного оптического возбуждения иллюстрирует рис. 19.



**Рис. 19.** Схема эксперимента по регистрации ФРО с пространственным разнесением областей накачки и зондирования. Справа — стандартная геометрия измерения ФРО. Слева — расположенный на удалении дополнительный световод накачки ( $\varnothing 400$  мкм). На вставке — температурная зависимость сигнала ФРО, детектируемого на расстоянии  $\sim 2$  мм от пятна фотовозбуждения, создаваемого непосредственно под световодом накачки.

Согласно приведенной на рис. 19 схеме для подвода лазерного света, возбуждающего достаточно плотный ансамбль спин-циклотронных экситонов в 2D-фермиевской электронной системе, используется дополнительный, третий, световод (показанный в левой части рис. 19). Магнитоэкситоны возбуждаются в лазерном пятне диаметром около 0.4 мм прямо под световодом. Два других световода, расположенных на расстоянии 2 мм от первого (в правой части рис. 19), т.е. достаточно далеко от области фоторо-

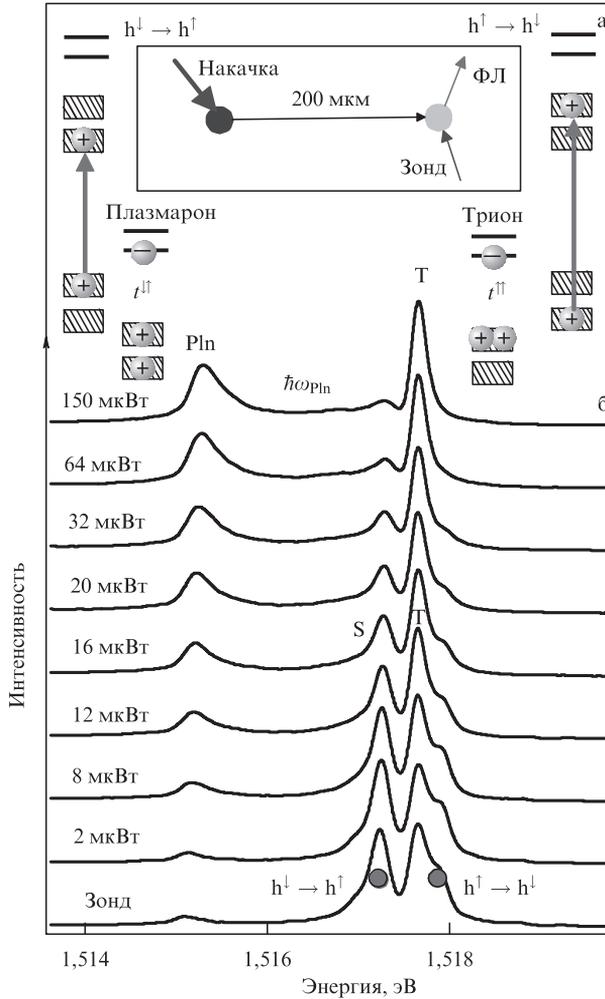
ждения конденсата, используются для измерения ФРО, связанного с возникающими ферми-дырками (электронными вакансиями) в триплетных магнитоэкситонах, создаваемых под удаленным (левым) световодом\*. Когда температура исследуемой системы относительно высока,  $T > 1$  К, даже при большой плотности мощности фотовозбуждения сигнал ФРО, связанный с ферми-дырками, которые принадлежат триплетным магнитоэкситонам, является ничтожно малым и теряется в шумах, обусловленных остаточным рассеянным светом в криосистеме. Однако при понижении температуры при той же фиксированной оптической накачке в области  $T \leq 0.75$  К сигнал ФРО пороговым образом гигантски вырастает. Это наблюдение, согласующееся с фазовой диаграммой, представленной на рис. 13, доказывает, что значительная часть фотовозбужденных спин-циклотронных экситонов в условиях их конденсации в 2D-фермиевской электронной системе растекаются из области возбуждения на макроскопически большие расстояния недиффузионным образом.

Как было указано, уменьшение времени релаксации этих возбуждений, измеренное с помощью время-разрешенного ФРО, оказывается на самом деле фиктивным. Речь идет не об ускорении релаксации спин-циклотронных экситонов, а об их «утекании» из пятна возбуждения, что удается показать [103] с помощью методики ФЛ трехчастичных комплексов: магнитотрионов и магнитоплазаронов. Для проверки этого предположения образцы с 2D ЭС помещались в откачиваемую вставку с жидким  $^3\text{He}$  с оптическим окном для ввода/вывода излучения, которая в свою очередь помещалась в  $^4\text{He}$ -криостат со сверхпроводящим соленоидом. В качестве источника возбуждения электронной системы использовался перестраиваемый по длине волны лазер, пучок от которого разделялся на два: накачивающий и зондирующий. Лазерные пучки с помощью системы линз внутри резервуара с  $^3\text{He}$  фокусировались на поверхности исследуемого образца в два пространственно разделенных круглых пятна  $\varnothing 20$  мкм каждое. Расстояние между центрами пятен накачки и зондирования составляло 200 мкм (рис. 20а). Мощность пучка накачки варьировалась в пределах двух порядков величины, от 2 до 200 мкВт, а мощность зондирующего пучка поддерживалась постоянной и равной 3 мкВт.

При слабом уровне накачки электронной системы в области возбуждения мощностью менее 6 мкВт форма спектра и рекомбинационного сигнала из области зондирования не изменялась, что указывало на то, что ансамбль спиновых магнитоэкситонов из области возбуждения не оказывает влияния на состояния в области зондирования (рис. 20б). Однако при дальнейшем

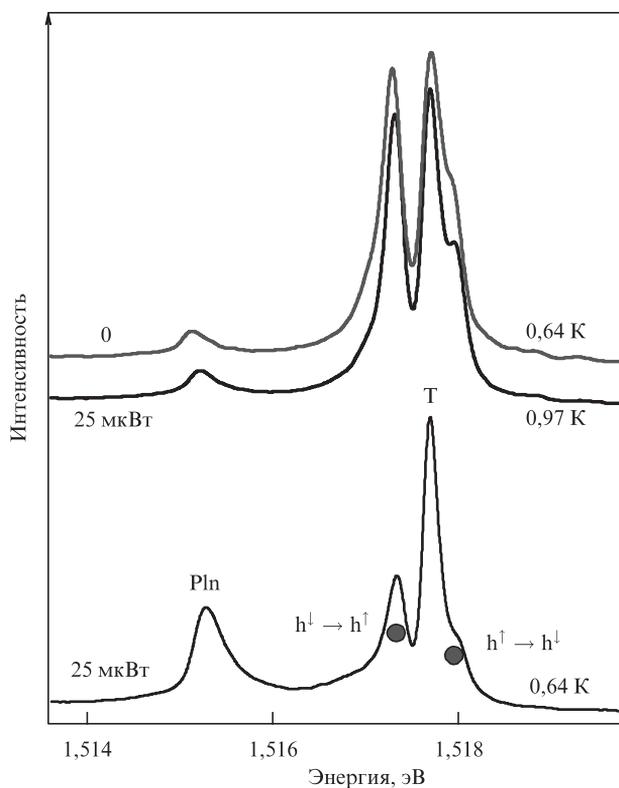
\* Впоследствии картину растекания конденсата удалось визуализировать, используя фотовозбуждение в пятне диаметром 20 мкм и детектирование ФРО широким пучком в прилегающей области  $\geq 200$  мкм; длина растекания конденсата в этих экспериментах превысила размер зоны детектирования, ограниченной апертурой используемой оптической системы [102].

увеличении мощности накачки в области возбуждения наблюдается изменение формы спектра сигнала ФЛ в области зондирования, а именно: увеличивается интенсивность линий, связанных с оптическими переходами в трехчастичных комплексах — магнитотрионах и магнитоплазмаронах [100]. Таким образом, оптические переходы с участием трехчастичных комплексов являются «сигнальными метками», указывающими на появление в области зондирования спин-циклотронных экситонов, образованных в области возбуждения.



**Рис. 20.** (а) Схемы эксперимента и одночастичных переходов в двух поляризациях излучаемого фотона. Показаны два возможных конечных трехчастичных состояния процесса рекомбинации в присутствии спин-циклотронных экситонов: трион и плазмарон. (б) Эволюция интенсивностей линий ФЛ различных рекомбинационных каналов фото-возбужденной дырки в области зондирования при увеличении мощности возбуждения в области накачки.

При превышении в области возбуждения критической мощности накачки (около 6 мкВт) в пятно зондирования начинают прибывать спин-циклотронные экситоны, причем расстояние, преодолеваемое этими экситонами, достигает гигантских величин (200 мкм) и ограничивается в эксперименте только размерами области, определяемыми апертурой оптической системы. Остановить транспорт экситонов можно, увеличивая температуру электронной системы (рис. 21). При повышении температуры на величину около 0.3 К спектры ФЛ из области зондирования принимают тот же вид, что и в отсутствие возбуждения в области накачки, хотя сама накачка остается неизменной. Отсюда следует вывод, что транспорт спин-циклотронных экситонов и, соответственно, пространственный перенос спина из области возбуждения полностью прекращается. Этот факт находится в согласии с измерениями времени жизни экситонов, для которых обнаружено, что их время жизни в пятне фотовозбуждения уменьшается в том же самом температурном диапазоне, где в данном эксперименте наблюдается транспорт экситонов из пятна накачки.



**Рис. 21.** Спектры ФЛ из области зондирования, полученные при фиксированной накачке в области возбуждения,  $P = 25$  мкВт, и различных температурах: ниже и выше точки перехода в конденсированное состояние неравновесного ансамбля спин-циклотронных экситонов. Для сравнения показан спектр ФЛ при низкой температуре, но в отсутствие лазерной накачки в области возбуждения (красная кривая).

## 9. Перспективные направления дальнейших исследований: возбуждение и релаксация спин-текстурных и спиновых лафлиновских жидкостей

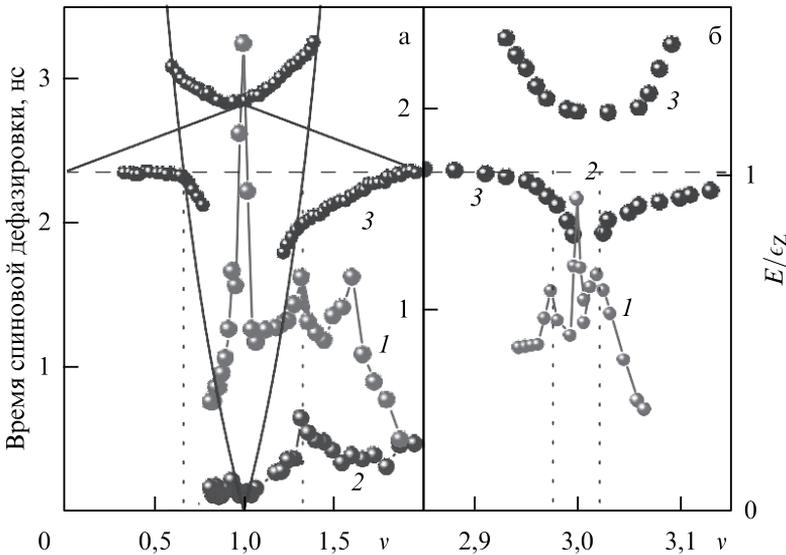
В обсуждаемой в обзоре области исследований пока остаются нерешенными и недостаточно изученными ряд вопросов. Прежде всего это касается теоретического описания самой магнитофермионной фазы в квантово-холловском изоляторе. Пролить свет на микроскопическое устройство и тем самым на описание параметра порядка магнитофермионного конденсата могли бы эксперименты по изучению пространственно-временной когерентности конденсированной фазы (корреляторов 1-го и 2-го порядков), а также исследования скорости распространения спиновых возбуждений в протонированном магнитном поле двумерном электронном газе.

Обнаруженное растекание конденсата с переносом целочисленного спина на макроскопически большие расстояния открывает уникальную возможность для управления спином с помощью внешних воздействий: затворного электрического напряжения, температуры, оптической накачки — для создания спинового транзистора. Наряду с этим ощутимый прогресс в описании спиновой релаксации в квантово-холловском ферромагнетике открывает возможности для решения более сложных задач: описания релаксации спина при малых отклонениях электронного фактора заполнения от нечетных целочисленных значений и в дробных лафлиновских состояниях. Проблемы, которые осложняют теоретическое описание релаксации спина в двух указанных случаях, проистекают из совершенно разных причин. В случае малых отклонений  $\nu$  от нечетных целочисленных значений не выяснено, как устроено основное состояние электронной системы, в то время как спектр спиновых возбуждений экспериментально измерен. В случае лафлиновских жидкостей [104] волновая функция основного состояния хорошо известна, однако нет понимания того, как устроен спектр коллективных спиновых возбуждений.

Принято считать, что когда фактор заполнения отклоняется от единицы в большую (меньшую) сторону, электронные спины организуются в вихреподобные топологические спиновые текстуры — скирмионы (антискирмионы). Возникающие скирмионы (антискирмионы) являются результатом конкуренции зеемановской и обменной энергий. В высокоподвижных 2D-системах на основе полупроводниковых структур GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As зеемановская энергия довольно значительна, а число перевернутых спинов в скирмионе не превышает четырех. В связи с этим развита теория спин-текстурных квазичастиц с несколькими перевернутыми спинами, которые являются квантовым обобщением классических скирмионов.

Высказывалось предположение, что в основном состоянии спин-текстурные квазичастицы образуют кристаллическую решетку [105]. Первые экспериментальные свидетельства формирования скирмионной кристаллической решетки были получены в пленках трехмерного ферромагнетика

MnSi и подобных соединениях [106]. Однако убедительных доказательств существования скирмионного кристалла в квантово-холловском ферромагнетике с заряженными дефектами, образовавшимися вследствие либо недостатка, либо избытка электронной плотности, приведено не было. Более того, поставлена под сомнение вся теория спин-текстурных квазичастиц в 2D ЭС. Оказывается, что спиновая деполяризация электронной системы в окрестности единичного фактора заполнения полностью воспроизводится при факторах заполнения в окрестности  $\nu = 3$  (рис. 22), где существование спин-текстурных квазичастиц является спорным даже при нулевой зеемановской энергии [107]. Эффективное число перевернутых спинов, определенное из результатов новых оптических исследований спиновой поляризации в 2D-системах, не согласуется с предыдущими экспериментальными данными [74]. Это число не согласуется также с теоретическими значениями, несмотря на то, что оно должно однозначно определяться соотношением зеемановской и обменной энергий. Наконец, было показано, что физические объекты, аналогичные спин-текстурным квазичастицам, существуют в пределе нулевого числа перевернутых спинов [88, 89].



**Рис. 22.** Время распада долгоживущего керровского сигнала (левая вертикальная ось), зарегистрированного в спектральной позиции, соответствующей нижнему по энергии оптическому переходу (1 — красный) и более высокому по энергии оптическому переходу (2 — синий) в зависимости от фактора заполнения: (а) — вблизи  $\nu = 1$  (полное магнитное поле  $B = 4.50$  Тл, образец А) и (б)  $\nu = 3$  ( $B = 4.65$  Тл, образец Б). Описание образцов дано в разделе 4. Сплошными линиями показаны теоретические зависимости для «циклотронных» спиновых возбуждений спин-текстурной жидкости и энергия спинового магнито-экситона, полученная в приближении Хартри–Фока [85]. Штриховой линией показана ларморовская энергия. Пунктирные линии проведены для удобства. Черными кружками показаны энергии коллективных спиновых возбуждений (правая вертикальная ось), измеренные в [88, 89].

На основании наблюдений спектра спиновых возбуждений с помощью методики НРС было выдвинуто предположение, что основным состоянием квантово-холловского ферромагнетика с зарядовыми дефектами, обусловленными либо недостатком, либо избытком электронной плотности, является спин-текстурная жидкость. В спектре возбуждений жидкости появляются новые щелевые ветви, связанные с коллективной прецессией электронного спина в эффективном магнитном поле, создаваемом спиновыми текстурами. Новые ветви возбуждений ведут себя аналогично циклотронным возбуждениям, но не во внешнем магнитном поле, а в некоем фиктивном магнитном поле, пропорциональном плотности спин-текстурных квазичастиц. Соответственно, «эффективная масса» коллективных спиновых возбуждений определяется степенью поляризации электронной системы и величиной обменного взаимодействия [88, 89].

Авторами обзора проведены эксперименты по релаксации электронных спинов при малых отклонениях фактора заполнения от нечетных целочисленных значений. Была обнаружена немонотонность зависимости времени спиновой релаксации от фактора заполнения при значениях  $\nu$ , близких к факторам заполнения, соответствующим квантово-холловским ферромагнитным состояниям. Немонотонность объясняется тем, что энергия спиновых возбуждений спин-текстурных жидкостей может быть как выше, так и ниже зеемановской энергии, что и приводит к появлению и исчезновению дополнительных каналов релаксации спиновых экситонов, имеющих зеемановскую энергию. Спиновые возбуждения спин-текстурных жидкостей имеют смысл переходов между «эффективными уровнями Ландау» электронных спинов, обусловленных фазой Берри [108], которая приобретает во время прецессии электронного спина вокруг спиновых текстур. В условиях нечетных целочисленных факторов заполнения энергия этих возбуждений строго нулевая, так как нет спиновых текстур. В свою очередь энергия увеличивается с возрастанием плотности спиновых текстур и при некотором значении плотности эта энергия превышает зеемановскую. В рамках теоретических оценок работы [109] эта энергия для электронов на нулевом уровне Ландау пропорциональна плотности спиновых текстур и обменной энергии:

$$\hbar\omega'_c = \frac{1}{2}E_x \frac{(1-\nu)}{\nu},$$

где  $E_x$  — обменная энергия [109]. Качественно экспериментальные данные по спиновой релаксации согласуются с результатами [109], однако существующая теория не учитывает сильного взаимодействия различных ветвей спиновых возбуждений, которое обнаружено экспериментально. По-видимому, потребуются дополнительные экспериментальные усилия и дальнейшее развитие теоретических представлений о спин-текстурных жидкостях, чтобы согласовать эксперимент и теорию на количественном уровне.

Прямое измерение спиновой релаксации и объяснение механизмов этой релаксации еще более важно для лафлиновских несжимаемых жидкостей. Лафлиновским жидкостям [104], формирующимся в условиях дробного квантового эффекта Холла, посвящено огромное количество научных публикаций. Если оценивать степень внимания научного сообщества к данной тематике, то сравнение допустимо только с явлениями сверхпроводимости и сверхтекучести. Однако, в отличие от теории этих всем известных физических явлений, до сих пор не существует последовательной микроскопической (нефеноменологической) теории, результатом которой было бы построение основного состояния даже для самого известного и наиболее изученного лафлиновского состояния с  $\nu = 1/3$ . Ситуация с другими дробными состояниями оказывается еще менее предсказуемой. Микроскопическая теория композитных фермионов [110], по мнению самих авторов теории, применима только в окрестности фактора заполнения  $\nu = 1/2$  и не может быть распространена до лафлиновских состояний, а феноменологические теории типа [111] предполагают ряд допущений, которые вряд ли могут быть полностью оправданными.

Например, недавно было показано, что для формирования лафлиновских жидкостей не требуется малости энергии межчастичного кулоновского взаимодействия по сравнению с энергией циклотронного квантования. Лафлиновские состояния наблюдаются не только в высокоподвижных GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As КЯ и гетеропереходах, для которых это предположение неплохо выполняется, но и в новых 2D-гетероструктурах, таких, как гетеропереходы на основе оксидов ZnO/MgZnO [112]. Несмотря на существенно различные характеристики этих объектов (диэлектрическая проницаемость и массы носителей), свойства лафлиновских состояний оказываются универсальными, слабо чувствительными к особенностям рассматриваемых систем. Более того, в системе ZnO/MgZnO в условиях дробного квантового эффекта Холла можно легко прийти к малости отношения энергии циклотронного квантования к энергии межчастичного кулоновского взаимодействия. Тем не менее все основные лафлиновские состояния экспериментально наблюдаются. Исключения составляют дробные состояния с четными знаменателями. Однако последние обычно связаны либо с анизотропией основного состояния, либо с нетривиальным межчастичным упорядочением.

Что же мешает прогрессу в изучении лафлиновских состояний? Ответ становится очевидным, если рассмотреть существующие экспериментальные подходы к данной проблеме.

Основным методом исследования лафлиновских жидкостей является магнитотранспорт, что связано с рядом симметричных ограничений, фактически, запрещающих использование для этих целей других экспериментальных методик. Например, теоремы Кона и Лармора ограничивают применимость таких мощных экспериментальных методов, как циклотронный резонанс (ЦР) и электронный спиновый резонанс (ЭСР). Проводя спектроскопию инфракрасного поглощения в комбинации с формированием

ем решетки поверхностных акустических волн (ПАВ), симметричные ограничения можно ослабить. Однако подобный подход требует существенных методических усилий, что в свою очередь ограничивает применимость ЦР и ЭСР в модулированных ПАВ-структурах [85]. Потенциал использования оптических методик, таких как ФЛ, оптическое поглощение и фотовозбуждение, тоже ограничен. Для оптических переходов с нулевыми импульсами передачи существует так называемая скрытая симметрия [113], которая делает оптические спектры нечувствительными к вариациям основного состояния 2D-системы в ультраквантовом пределе.

Основные требования к системе со скрытой симметрией следующие:

1) наличие зарядовой симметрии, при которой потенциалы взаимодействия электронов и дырок равны между собой по величине ( $V_{ee} = V_{hh} = -V_{eh}$ , где индексы  $e$  и  $h$  обозначают электроны зоны проводимости и дырки валентной зоны, соответственно);

2) нахождение электронной системы в квантовом пределе  $\nu \leq 2$ ;

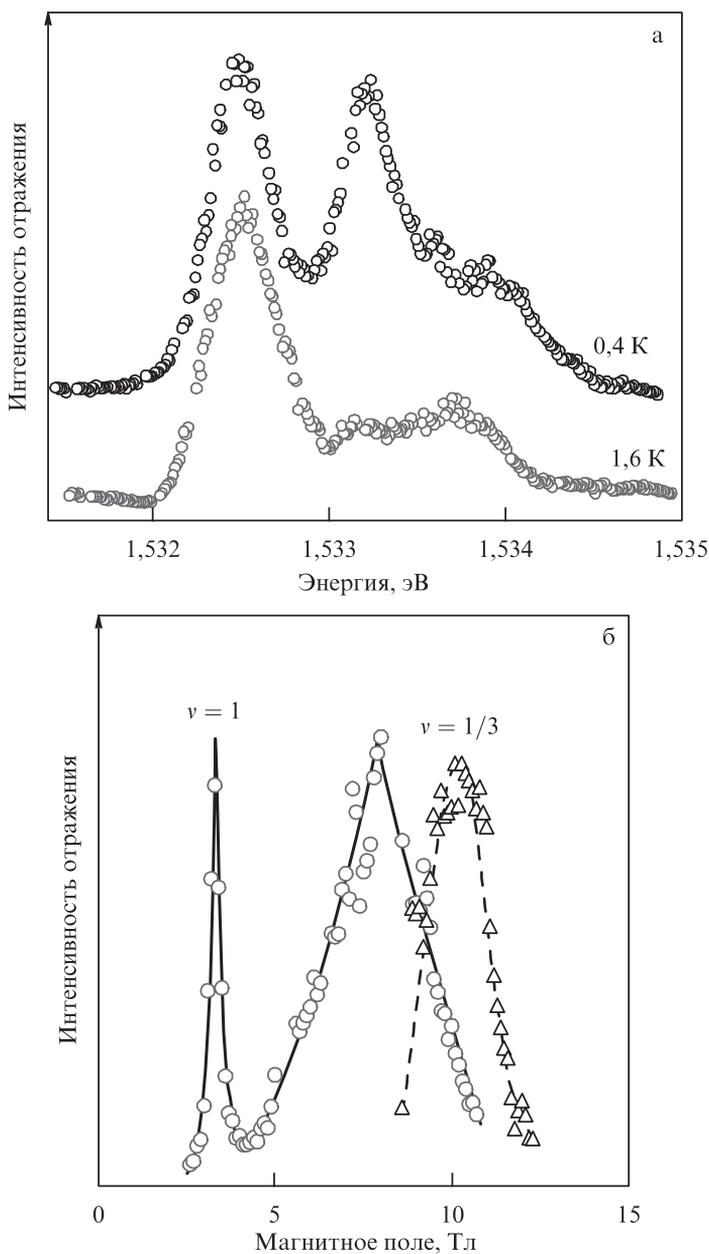
3) пренебрежение смешиванием уровней Ландау.

Первое условие нарушается в широких КЯ с односторонним легированием и в двухслойных системах, когда слой электронов пространственно отделяется от слоя фотовозбужденных дырок и, как следствие, профили огибающих волновых функций электронов и дырок в направлении роста гетероструктур сдвигаются в координатном пространстве относительно друг друга. Даже в этом случае энергии оптических переходов слабо зависят от изменения основного состояния электронной системы [114].

Что касается узких КЯ GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As, шириной порядка 20 нм, в которых профиль огибающих волновых функций носителей задается не электрическим полем со стороны легирующих примесей, а квантующим потенциалом, то для них условие 1 можно считать выполненным. Менее очевидной является выполнимость условия 1 в плоскости КЯ из-за сложной структуры уровней Ландау валентной зоны GaAs.

Условие 2 представляет собой формальное утверждение, касающееся концентрации носителей, которое практически всегда может быть выполнено.

Ситуация с условием 3 не столь однозначна. Обычно в теоретических моделях, описывающих оптические переходы в ультраквантовом пределе, учитываются энергетические вклады первого порядка малости по отношению кулоновской энергии к циклотронной. Такой подход предполагает, что вышележащие уровни Ландау при расчете энергий оптических переходов не учитываются. Электронные корреляции, связанные с формированием лафлиновских жидкостей в основном состоянии, включаются в рамках одномодового приближения, которое также не учитывает вышележащие уровни Ландау, т.е. условие 3 априори считается выполненным [115–117]. Таким образом, при теоретических оценках оптических спектров 2D-систем условием 3 обычно пренебрегают, однако в экспериментально реализуемых системах такое пренебрежение, очевидно, неправомерно, особенно в свете экспериментов на гетероструктурах ZnO/MgZnO.



**Рис. 23.** Резонансное отражение света для оптических переходов с нулевого уровня Ландау валентной зоны на верхний спиновый подуровень нулевого уровня Ландау зоны проводимости. (а) Спектр отражения в той области значений магнитного поля, где наблюдается новая низкотемпературная линия резонансного отражения, связанная с возбуждениями лафлиновской жидкости при  $\nu = 1/3$ . (б) Магнитополевые зависимости интенсивности спектральных линий из областей значений магнитного поля, где лафлиновская жидкость формируется (синие треугольники) или не формируется (красные кружки). Линии проведены для удобства читателя.

Вопреки существующим теоретическим представлениям авторам обзора впервые удалось выделить в спектрах резонансного оптического отражения 2D ЭС линию от возбуждения в лафлиновской жидкости с  $\nu = 1/3$  (рис. 23). Линия наблюдается в симметричной электронной системе, где частично удовлетворяется условие 1 и полностью выполнено условие 2, при нулевом импульсе передачи в трансляционно-инвариантной системе (отражение). Новая линия сдвинута в фиолетовую область спектра на величину энергии, которая интерпретируется как кулоновская щель, необходимая для создания нейтрального спинового дефекта в несжимаемой лафлиновской жидкости.

Наблюдение в спектре резонансного отражения 2D ЭС отдельной линии лафлиновской жидкости важно не только с фундаментальной научной, но и с методической точки зрения. Появляется непосредственная возможность оптического зондирования несжимаемых жидкостей в трансляционно-симметричной 2D-системе (чего до сих пор не удавалось осуществить с помощью оптических методик и методами ЦР и ЭСР), а также возможность изучения посредством времяразрешенных оптических методов динамики релаксации спиновых возбуждений в лафлиновских несжимаемых жидкостях аналогично тому, как это было сделано в работе [83].

### Дополнение при корректуре

За время подготовки обзора к печати наметился заметный прогресс в понимании физики «тёмных» триплетных магнитоэкситонов и магнитофермионного конденсата. Изучение кинетики спадания сигнала ФРО по окончании импульса накачки с одновременным контролем спектра ФЛ, а также анализ спектров ФЛ в условиях пространственного разделения накачки и зондирования позволили разработать метод построения функции распределения спиновых магнитоэкситонов по обобщённым импульсам [118–121]. Удалось показать, что на макроскопические расстояния растекаются только экситоны с импульсами  $q \approx 1/l_B$ . Из-за невозможности удовлетворить одновременно законам сохранения энергии и импульса в ансамбле тёмных магнитоэкситонов не происходит полной термализации. Релаксация в нижайшее энергетическое состояние протекает за счёт двухэкситонных процессов, которые становятся заметными лишь при достижении некоторой критической экситонной плотности. Вследствие сверхдлинных времён термализации ансамбль тёмных магнитоэкситонов является существенно неравновесным и состоит из двух компонентов. Один — это надконденсатные магнитоэкситоны с обобщёнными импульсами  $q \approx 0$ , а другой — это магнитоэкситоны с импульсами  $q \approx 1/l_B$ , которые участвуют в формировании магнитофермионного конденсата и транспорте на макроскопические расстояния. Таким образом, фотовозбуждённая система спиновых магнитоэкситонов существенно отличается от системы непрямых в импульсном

пространстве экситонов в 3D-полупроводниках (Ge, Si), где долгоживущие экситоны термализуются за времена жизни [122]. Более близким примером неравновесной бозе-системы могут служить параметрически накачиваемые высокотемпературные бозе-эйнштейновские конденсаты магнонов в плёнках железо-иттриевого граната [47]. Из экспериментов с импульсным фото-возбуждением [119] следует, что скорость растекания магнитофермионного конденсата не менее  $25 \text{ мс}^{-1}$ , что не так далеко от скоростей в магнонном конденсате [123]. Прогресс в теоретическом описании оптических свойств спиновых экситонов в холловском диэлектрике представлен в работе [124].

Авторы благодарны М.А. Хитько за помощь в подготовке текста обзора. Работа поддержана Российским научным фондом (грант № 16-12-10075).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Žutić, I. Spintronics: fundamentals and applications / I. Žutić, J. Fabian, S. Das Sarma // *Reviews of Modern Physics*. – 2004. – Vol. 76, Iss. 2. – P. 323–410.
2. Cornelissen, L.J. Long-distance transport of magnon spin information in a magnetic insulator at room temperature / L.J. Cornelissen et al. // *Nature Physics*. – 2015. – Vol. 11, Iss. 12. – P. 1022–1026.
3. Büttner, F. Dynamics and inertia of skyrmionic spin structures // F. Büttner et al. // *Nature Physics*. – 2015. – Vol. 11, Iss. 3. – P. 225–227.
4. Datta, S. Electronic analog of the electro-optic modulator / S. Datta, B. Das // *Applied Physics Letters*. – 1990. – Vol. 56, Iss. 7. – P. 665–667.
5. Kiss, A. The Elliott-Yafet theory of spin relaxation generalized for large spin-orbit coupling / A. Kiss, L. Szolnoki, F. Simon // *Scientific Reports*. – 2016. – Vol. 6. – P. 22706.
6. Boross, P. A unified theory of spin-relaxation due to spin-orbit coupling in metals and semiconductors / P. Boross et al. // *Scientific Reports*. – 2013. – Vol. 3. – P. 3233.
7. Alphenaar, B.W. Detection of spin-flip relaxation using quantum point contacts / B.W. Alphenaar, H.O. Müller, K. Tsukagoshi // *Physical Review Letters*. – 1998. – Vol. 81, Iss. 25. – P. 5628–5631.
8. Fukuoka, D. Spin dynamics of two-dimensional electrons in a quantum Hall system probed by time-resolved Kerr rotation spectroscopy / D. Fukuoka et al. // *Physical Review B*. – 2008. – Vol. 78, Iss. 4. – P. 041304.
9. Fukuoka, D. Skyrmion effect on the relaxation of spin waves in a quantum Hall ferromagnet / D. Fukuoka et al. // *Physical Review Letters*. – 2010. – Vol. 105, Iss. 12. – P. 126802.
10. Нефедов, Ю.А. Спиновая релаксация двумерных электронов в холловском ферромагнетике / Ю.А. Нефедов и др. // *Письма в ЖЭТФ*. – 2010. – Т. 91, № 7. – С. 385–389.
11. Frenkel, D.M. Spin relaxation in GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructures in high magnetic fields // *Physical Review B*. – 1991. – Vol. 43, Iss. 17. – P. 14228–14231.
12. Дикман, С.М. Спиновая релаксация двумерных электронов в сильном магнитном поле при нечетном факторе заполнения уровней Ландау / С.М. Дикман, С.В. Иорданский // *ЖЭТФ*. – 1996. – Т. 110, № 1. – С. 238–269.
13. Dickmann, S. Goldstone-mode relaxation in a quantized Hall ferromagnet // *Physical Review Letters*. – 2004. – Vol. 93, Iss. 20. – P. 206804.

14. Dickmann, S. Competing hyperfine and spin-orbit couplings: spin relaxation in a quantum Hall ferromagnet / S. Dickmann, T. Ziman // *Physical Review B*. – 2012. – Vol. 85, Iss. 4. – P. 045318.
15. Dickmann, S. Extremely slow spin relaxation in a spin-unpolarized quantum Hall system // *Physical Review Letters*. – 2013. – Vol. 110, Iss. 16. – P. 166801.
16. Бисти, В.Е. Магнитоэкситоны в двумерных электронных системах / В.Е. Бисти и др. // *УФН*. – 2015. – Т. 185, № 4. – С. 337–352.
17. Келдыш, Л.В. Коллективные свойства экситонов большого радиуса / Л.В. Келдыш, А.Н. Козлов // *Письма в ЖЭТФ*. – 1967. – Т. 5, № 7. – С. 238–242.
18. Келдыш, Л.В. Коллективные свойства экситонов в полупроводниках / Л.В. Келдыш, А.Н. Козлов // *ЖЭТФ*. – 1968. – Т. 54, № 3. – С. 978–993.
19. Келдыш, Л.В. Когерентные состояния экситонов // *Проблемы теоретической физики. Памяти Игоря Евгеньевича Тамма* / отв. ред. В.И. Ритус. – Москва : Наука. – 1972. – С. 433–439.
20. Келдыш, Л.В. Когерентные состояния экситонов // *УФН*. – 2017. – Т. 187, № 11. – С. 1273–1279.
21. Дзюбенко, А.Б. Точные решения и преобразования Боголюбова для квазинульмерных электронно-дырочных систем / А.Б. Дзюбенко, Ю.Е. Лозовик // *ФТТ*. – 1983. – Т. 25, № 5. – С. 1519–1521.
22. Дзюбенко, А.Б. Квазидвумерный конденсат электронно-дырочных пар в сильном магнитном поле / А.Б. Дзюбенко, Ю.Е. Лозовик // *ФТТ*. – 1984. – Т. 26, № 5. – С. 1540–1541.
23. Горьков, Л.П. К теории экситона Мотта в сильном магнитном поле / Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский // *ЖЭТФ*. – 1967. – Т. 53, № 2. – С. 717–722.
24. Laikhtman, B. Are excitons really bosons? // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 2007. – Vol. 19, Iss. 29. – P. 295214.
25. Dzyubenko, A.B. Symmetry of hamiltonians of quantum 2-component systems: condensate of composite-particles as an exact eigenstate / A.B. Dzyubenko, Y.E. Lozovik // *Journal of Physics A*. – 1991. – Vol. 24, Iss. 2. – P. 415–424.
26. Ландау, Л.Д. Статистическая физика. Теория конденсированного состояния / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – Москва : Физматлит, 2001. – Т. 9, Ч. 2. – 496 с.
27. Kohn, W. Cyclotron resonance and de Haas-van Alphen oscillations of an interacting electron gas // *Physical Review*. – 1961. – Vol. 123, Iss. 4. – P. 1242–1244.
28. Бычков, Ю.А. Двумерные электроны в сильном магнитном поле / Ю.А. Бычков, С.В. Иорданский, Г.М. Элиашберг // *Письма в ЖЭТФ*. – 1981. – Т. 33, № 3. – С. 152–155.
29. Kallin, C. Excitations from a filled Landau level in the two-dimensional electron gas / C. Kallin, B.I. Halperin // *Physical Review B*. – 1984. – Vol. 30, Iss. 10. – P. 5655–5668.
30. Kulik, L.V. Cyclotron spin-flip mode as the lowest-energy excitation of unpolarized integer quantum Hall states / L.V. Kulik et al. // *Physical Review B*. – 2005. – Vol. 72, Iss. 7. – P. 073304.
31. Dickmann, S. Zero-momentum cyclotron spin-flip mode in a spin-unpolarized quantum Hall system / S. Dickmann, I.V. Kukushkin // *Physical Review B*. – 2005. – Vol. 71, Iss. 24. – P. 241310(R).
32. Kulik, L.V. Super-long life time for 2D cyclotron spin-flip excitons / L.V. Kulik et al. // *Scientific Reports*. – 2015. – Vol. 5. – P. 10354.
33. Лернер, И.В. Двумерные электронно-дырочные системы в сильном магнитном поле как почти идеальный газ экситонов / И.В. Лернер, Ю.Е. Лозовик // *ЖЭТФ*. – 1981. – Т. 80, № 4. – С. 1488–1503.
34. Hohenberg, P.C. Existence of long-range order in one and two dimensions // *Physical Review*. – 1967. – Vol. 158, Iss. 2. – P. 383–386.

35. Mermin, N.D. Absence of ferromagnetism or antiferromagnetism in one- or two-dimensional isotropic Heisenberg models / N.D. Mermin, H. Wagner // *Physical Review Letters*. – 1966. – Vol. 17, Iss. 22. – P. 1133–1136.
36. Березинский, В.Л. Разрушение дальнего порядка в одномерных и двумерных системах с непрерывной группой симметрии. I. Классические системы // *ЖЭТФ*. – 1970. – Т. 59, № 3. – С. 907–920.
37. Березинский, В.Л. Разрушение дальнего порядка в одномерных и двумерных системах с непрерывной группой симметрии. II. Квантовые системы // *ЖЭТФ*. – 1971. – Т. 61, № 3. – С. 1144–1156.
38. Kosterlitz, J.M. Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems / J.M. Kosterlitz, D.J. Thouless // *Journal of Physics C: Solid State Physics*. – 1973. – Vol. 6, Iss. 7. – P. 1181–1203.
39. Bishop, D.J. Study of the superfluid transition in two-dimensional  $^4\text{He}$  films / D.J. Bishop, J.D. Reppy // *Physical Review Letters*. – 1978. – Vol. 40, Iss. 26. – P. 1727–1730.
40. Bishop, D.J. Study of the superfluid transition in two-dimensional  $^4\text{He}$  films / D.J. Bishop, J.D. Reppy // *Physical Review B*. – 1980. – Vol. 22, Iss. 11. – P. 5171–5185.
41. Zant van der, H.S.J. Phase transition of frustrated two-dimensional Josephson junction arrays / H.S.J. van der Zant, H.A. Rijken, J.E. Mooij // *Journal of Low Temperature Physics*. – 1991. – Vol. 82, Iss. 1–2. – P. 67–92.
42. Hadzibabic, Z. Berezinskii-Kosterlitz-Thouless crossover in a trapped atomic gas / Z. Hadzibabic et al. // *Nature*. – 2006. – Vol. 441, Iss. 7097. – P. 1118–1121.
43. Cladé, P. Observation of a 2D Bose gas: from thermal to quasicondensate to superfluid / P. Cladé et al. // *Physical Review Letters*. – 2009. – Vol. 102, Iss. 17. – P. 170401.
44. Roumpos, G. Single vortex-antivortex pair in an exciton-polariton condensate / G. Roumpos et al. // *Nature Physics*. – 2011. – Vol. 7, Iss. 2. – P. 129–133.
45. Eisenstein, J.P. Bose-Einstein condensation of excitons in bilayer electron systems / J.P. Eisenstein, A.H. MacDonald // *Nature*. – 2004. – Vol. 432, Iss. 7018. – P. 691–694.
46. Kasprzak, J. Bose-Einstein condensation of exciton polaritons / J. Kasprzak et al. // *Nature*. – 2006. – Vol. 443, Iss. 7110. – P. 409–414.
47. Demokritov, S.O. Bose-Einstein condensation of quasi-equilibrium magnons at room temperature under pumping / S.O. Demokritov et al. // *Nature*. – 2006. – Vol. 443, Iss. 7110. – P. 430–433.
48. Anderson, M.H. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor / M.H. Anderson et al. // *Science*. – 1995. – Vol. 269, Iss. 5221. – P. 198–201.
49. Davis, K.B. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms / K.B. Davis et al. // *Physical Review Letters*. – 1995. – Vol. 75, Iss. 22. – P. 3969–3973.
50. Москаленко, С.А. Когерентность двумерных электронно-дырочных систем: спонтанное нарушение непрерывных симметрий (Обзор) / С.А. Москаленко и др. // *ФТТ*. – 2013. – Т. 55, № 8. – С. 1457–1487.
51. Лозовик, Ю.Е. Новый механизм сверхпроводимости: спаривание между пространственно разделенными электронами и дырками / Ю.Е. Лозовик, В.И. Юдсон // *ЖЭТФ*. – 1976. – Т. 71, № 2. – С. 738–753.
52. Тимофеев, В.Б. Бозе-эйнштейновская конденсация дипольных экситонов в латеральных ловушках / В.Б. Тимофеев, А.В. Горбунов, Д.А. Демин // *ФНТ*. – 2011. – Т. 37, № 3. – С. 229–239.
53. Горбунов, А.В. О фазовой диаграмме Бозе-конденсации дипольных экситонов в GaAs/AlGaAs гетероструктурах с квантовыми ямами / А.В. Горбунов, В.Б. Тимофеев // *Письма в ЖЭТФ*. – 2012. – Т. 96, № 2. – С. 145–155.
54. Osheroff, D.D. Evidence for a new phase of solid  $^3\text{He}$  / D.D. Osheroff, R.C. Richardson, D.M. Lee // *Physical Review Letters*. – 1972. – Vol. 28, Iss. 14. – P. 885–888.
55. Regal, C.A. Observation of resonance condensation of fermionic atom pairs / C.A. Regal, M. Greiner, D.S. Jin // *Physical Review Letters*. – 2004. – Vol. 92, Iss. 4. – P. 040403.

56. Larionov, A.V. Goldstone mode stochastization in a quantum Hall ferromagnet / A.V. Larionov et al. // *Physical Review B*. – 2015. – Vol. 92, Iss. 16. – P. 165417.
57. Lord Rayleigh, F.R.S. XXXIV. On the transmission of light through an atmosphere containing small particles in suspension, and on the origin of the blue of the sky // *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. – 1899. – Vol. 47, Iss. 287. – P. 375–384.
58. Bohren, C.F. Absorption and scattering of light by small particles / C.F. Bohren, D.R. Huffman. – New York : John Wiley. – 1983. – 544 p.
59. Ginzburg, V.L. Light scattering near phase transition points in solids / V.L. Ginzburg, A.P. Levanyuk, A.A. Sobyenin // *Physics Reports*. – 1980. – Vol. 57, Iss. 3. – P. 151–240.
60. Hegarty, J. Resonant Rayleigh scattering from an inhomogeneously broadened transition: a new probe of the homogeneous linewidth / J. Hegarty et al. // *Physical Review Letters*. – 1982. – Vol. 49, Iss. 13. – P. 930–932.
61. Haacke, S. Resonant Rayleigh scattering by Wannier excitons in a two-dimensional disordered potential // *Reports on Progress in Physics*. – 2001. – Vol. 64, Iss. 6. – P. 737–776.
62. Сибельдин, Н.Н. Модуляция спектров резонансного рэлеевского рассеяния света GaAs/AlGaAs структур с квантовыми ямами при надбарьерной подсветке / Н.Н. Сибельдин, М.Л. Скориков, В.А. Цветков // *Письма в ЖЭТФ*. – 2002. – Т. 76, № 10. – С. 732–737.
63. Luin, S. Resonant Rayleigh scattering from bilayer quantum Hall phases / S. Luin et al. // *Physical Review Letters*. – 2006. – Vol. 97, Iss. 21. – P. 216802.
64. Rhone, T.D. Rapid collapse of spin waves in nonuniform phases of the second Landau level / T.D. Rhone et al. // *Physical Review Letters*. – 2011. – Vol. 106, Iss. 19. – P. 196805.
65. Bellani, V. Circularly polarized resonant Rayleigh scattering and skyrmions in the  $\nu = 1$  quantum Hall ferromagnet / V. Bellani et al. // *Physical Review B*. – 2011. – Vol. 83, Iss. 19. – P. 193307.
66. Kulik, L.V. Resonant Rayleigh scattering as a probe of spin polarization in a two-dimensional electron system / L.V. Kulik et al. // *Physical Review B*. – 2012. – Vol. 85, Iss. 11. – P. 113403.
67. Belitsky, V.I. Elastic light scattering from semiconductor structures: localized versus propagating intermediate electronic excitations / V.I. Belitsky et al. // *Physical Review B*. – 1995. – Vol. 52, Iss. 23. – P. 16665–16675.
68. Garro, N. Resonant Rayleigh scattering by excitonic states laterally confined in the interface roughness of GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As single quantum wells / N. Garro et al. // *Physical Review B*. – 1997. – Vol. 55, Iss. 20. – P. 13752–13760.
69. Ando, T. Electronic properties of two-dimensional systems / T. Ando, A.B. Fowler, F. Stern // *Reviews of Modern Physics*. – 1982. – Vol. 54, Iss. 2. – P. 437–672.
70. Бисти, В.Е. Рэлеевское рассеяние света двумерными электронами в сильном магнитном поле / В.Е. Бисти и др. // *Письма в ЖЭТФ*. – 2013. – Т. 98, № 12. – P. 877–880.
71. Manfra, M. Temperature dependence of the spin polarization of a quantum Hall ferromagnet / M. Manfra et al. // *Physical Review B*. – 1996. – Vol. 54, Iss. 24. – P. R17327–R17330.
72. Groshaus, J.G. Absorption in the fractional quantum Hall regime: trion dichroism and spin polarization / J.G. Groshaus et al. // *Physical Review Letters*. – 2007. – Vol. 98, Iss. 15. – P. 156803.
73. Aifer, E.H. Evidence of skyrmion excitations about  $\nu = 1$  in  $n$ -modulation-doped single quantum wells by interband optical transmission / E.H. Aifer, B.B. Goldberg, D.A. Broido // *Physical Review Letters*. – 1996. – Vol. 76, Iss. 4. – P. 680–683.
74. Plochocka, P. Optical absorption to probe the quantum Hall ferromagnet at filling factor  $\nu = 1$  / P. Plochocka et al. // *Physical Review Letters*. – 2009. – Vol. 102, Iss. 12. – P. 126806.

75. Kukushkin, I. Spin polarization of two-dimensional electrons in different fractional states and around filling factor  $\nu = 1/3$ . Kukushkin, K. von Klitzing, K. Eberl // *Physical Review B*. – 1997. – Vol. 55, Iss. 16. – P. 10607–10612.
76. Дикман, С.М. Спиновая релаксация в условиях КЭХ при нечетном заполнении / С.М. Дикман, С.В. Иорданский // *Письма в ЖЭТФ*. – 1996. – Т. 63, № 1. – С. 43–48.
77. Дикман, С.М. К теории спиновой релаксации при конечных температурах в режиме квантового эффекта Холла нечетного заполнения / С.М. Дикман, С.В. Иорданский // *Письма в ЖЭТФ*. – 1999. – Т. 70, № 8. – С. 531–536.
78. Dickmann, S. Spin relaxation in the quantized Hall regime in the presence of disorder // *Письма в ЖЭТФ*. – 2003. – Т. 78, № 7. – С. 921–925.
79. Dickmann, S. Spin-wave relaxation in a quantum Hall ferromagnet / S. Dickmann, S.L. Artyukhin // *Письма в ЖЭТФ*. – Т. 89, № 3–4. – С. 153–157.
80. Dickmann, S. Goldstone mode relaxation in a quantum Hall ferromagnet due to hyperfine interaction with nuclei // *Письма в ЖЭТФ*. – 2011. – Vol. 93, № 1–2. – С. 88–91.
81. Burkov, A.A. Spin relaxation in a two-dimensional electron gas in a perpendicular magnetic field / A.A. Burkov, L. Balents // *Physical Review B*. – 2004. – Vol. 69, Iss. 24. – P. 245312.
82. Barrett, S.E. Optically pumped NMR evidence for finite-size skyrmions in GaAs quantum wells near Landau level filling  $\nu = 1/3$  / S.E. Barrett et al. // *Physical Review Letters*. – 1995. – Vol. 74, Iss. 25. – P. 5112–5115.
83. Zhuravlev, A.S. Slow spin relaxation in a quantum Hall ferromagnet state / A.S. Zhuravlev et al. // *Physical Review B*. – 2014. – Vol. 89, Iss. 16. – P. 161301(R).
84. Gallais, Y. Soft spin wave near  $\nu = 1/3$ : evidence for a magnetic instability in skyrmion systems / Y. Gallais et al. // *Physical Review Letters*. – 2008. – Vol. 100, Iss. 8. – P. 086806.
85. Kukushkin, I.V. Dispersion of the excitations of fractional quantum Hall states / I.V. Kukushkin et al. // *Science*. – 2009. – Vol. 324, Iss. 5930. – P. 1044–1047.
86. Ландау, Л.Д. Статистическая физика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – Москва : Физматлит, 2001. – Т. 5, Ч. 1. – 616 с.
87. Ларионов, А.В. Когерентная спиновая динамика высокоподвижного двумерного электронного газа разной плотности в GaAs квантовой яме / А.В. Ларионов, А.С. Журавлев // *Письма в ЖЭТФ*. – 2013. – Т. 97, № 3. – С. 156–160.
88. Drozdov, I.K. Extra spin-wave mode in quantum Hall systems: beyond the skyrmion limit / I.K. Drozdov et al. // *Physical Review Letters*. – 2010. – Vol. 104, Iss. 13. – P. 136804.
89. Kulik, L.V. Collective spin precession excitations in a two-dimensional quantum Hall ferromagnet / L.V. Kulik et al. // *Physical Review B*. – 2013. – Vol. 87, Iss. 4. – P. 045316.
90. Ландау, Л.Д. Квантовая механика (нерелятивистская теория) / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – Москва : Наука, 2001. – 800 с.
91. Apel, W. Spin relaxation in quantum Hall systems / W. Apel, Yu.A. Bychkov // *Physical Review Letters*. – 1999. – Vol. 82, Iss. 16. – P. 3324–3327.
92. Khaetskii, A.V. Comment on «Spin relaxation in quantum Hall systems» // *Physical Review Letters*. – 2001. – Vol. 87, Iss. 4. – P. 049701.
93. Apel, W. Comment on «Spin relaxation in quantum Hall systems» – Reply / W. Apel, Yu.A. Bychkov // *Physical Review Letters*. – 2001. – Vol. 87, Iss. 4. – P. 049702.
94. Dickmann, S. Dynamics and transverse relaxation of an unconventional spin-rotation mode in a two-dimensional strongly magnetized electron gas // *arXiv*. – 1709.06811v1.
95. Tycko, R. Electronic states in gallium arsenide quantum wells probed by optically pumped NMR / R. Tycko et al. // *Science*. – 1995. – Vol. 268, Iss. 5216. – P. 1460–1463.
96. Zhang, Q. Superradiant decay of cyclotron resonance of two-dimensional electron gases / Q. Zhang et al. // *Physical Review Letters*. – 2014. – Vol. 113, Iss. 4. – P. 047601.
97. Blackwood, E. Exchange interaction of excitons in GaAs heterostructures / E. Blackwood et al. // *Physical Review B*. – 1994. – Vol. 50, Iss. 19. – P. 14246–14254.

98. Bayer, M. Electron and hole  $g$  factors and exchange interaction from studies of the exciton fine structure in  $\text{In}_{0.60}\text{Ga}_{0.40}\text{As}$  quantum dots / M. Bayer et al. // *Physical Review Letters*. – 1999. – Vol. 82, Iss. 8. – P. 1748–1751.
99. Kulik, L.V. Magnetofermionic condensate in two dimensions / L.V. Kulik et al. // *Nature Communications*. – 2016. – Vol. 7. – P. 13499.
100. Zhuravlev, A.S. Artificially constructed plasmarons and plasmon-exciton molecules in 2D metals / A.S. Zhuravlev et al. // *Physical Review Letters*. – 2016. – Vol. 117, Iss. 19. – P. 196802.
101. Dzyubenko, A.B. Charged magnetoexcitons in two-dimensions: Magnetic translations and families of dark states / A.B. Dzyubenko, A.Y. Sivachenko // *Physical Review Letters*. – 2000. – Vol. 84, Iss. 19. – P. 4429–4432.
102. Kulik, L.V. Long-range non-diffusive spin transfer in a Hall insulator / L.V. Kulik et al. // *Scientific Reports*. – 2018. – Vol. 8. – P. 10948.
103. Горбунов, А.В. Детектирование переноса спинового возбуждения в двумерной электронной системе по фотоломинесценции многочастичных экситонных комплексов / А.В. Горбунов и др. // *Письма в ЖЭТФ*. – 2017. – Т. 106, № 10. – С. 651–654.
104. Laughlin, R.B. Anomalous quantum Hall effect: an incompressible quantum fluid with fractionally charged excitations // *Physical Review Letters*. – 1983. – Vol. 50, Iss. 18. – P. 1395–1398.
105. Côté, R. Collective excitations, NMR, and phase transitions in skyrme crystals / R. Côté et al. // *Physical Review Letters*. – 1997. – Vol. 78, Iss. 25. – P. 4825–4828.
106. Mühlbauer, S. Skyrmion lattice in a chiral magnet / S. Mühlbauer et al. // *Science*. – 2009. – Vol. 323, Iss. 5916. – P. 915–919.
107. Cooper, N. Skyrmions in quantum Hall systems with realistic force laws // *Physical Review B*. – 1997. – Vol. 55, Iss. 4. – P. R1934–R1937.
108. Berry, M.V. Quantal phase-factors accompanying adiabatic changes / *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*. – 1984. – Vol. 392, Iss. 1802. – P. 45–57.
109. Rodriguez, J.P. Skyrmion liquid phase of the quantum ferromagnet in two dimensions // *EPL*. – 1998. – Vol. 42, Iss. 2. – P. 197–202.
110. Halperin, B.I. Theory of the half-filled Landau level / B.I. Halperin, P.A. Lee, N. Read // *Physical Review B*. – 1993. – Vol. 47, Iss. 12. – P. 7312–7343.
111. Murthy, G. Hamiltonian theories of the fractional quantum Hall effect / G. Murthy, R. Shankar // *Reviews of Modern Physics*. – 2003. – Vol. 75, Iss. 4. – P. 1101–1158.
112. Tsukazaki, A. Observation of the fractional quantum Hall effect in an oxide / A. Tsukazaki et al. // *Nature Materials*. – 2010. – Vol. 9, Iss. 11. – P. 889–893.
113. Apal'kov, V.M. Interaction of excitons with an incompressible quantum liquid / V.M. Apal'kov, E.I. Rashba // *Physical Review B*. – 1992. – Vol. 46, Iss. 3. – P. 1628–1638.
114. Byszewski, M. Optical probing of composite fermions in a two-dimensional electron gas / M. Byszewski et al. // *Nature Physics*. – 2006. – Vol. 2, Iss. 4. – P. 239–243.
115. Girvin, S.M. Collective-excitation gap in the fractional quantum Hall effect / S.M. Girvin, A.H. MacDonald, P.M. Platzman // *Physical Review Letters*. – 1985. – Vol. 54, Iss. 6. – P. 581–583.
116. Girvin, S.M. Magneto-roton theory of collective excitations in the fractional quantum Hall effect / S.M. Girvin, A.H. MacDonald, P.M. Platzman // *Physical Review B*. – 1986. – Vol. 33, Iss. 4. – P. 2481–2494.
117. Longo, J.P. Spin-flip excitations from Landau levels in two dimensions / J.P. Longo, C. Kallin // *Physical Review B*. – 1993. – Vol. 47, Iss. 8. – P. 4429–4439.
118. Kuznetsov, V.A. Three-particle electron-hole complexes in two-dimensional electron systems / V.A. Kuznetsov et al. // *Physical Review B*. – 2018. – Vol. 98, Iss. 20. – P. 205303.

119. Kulik, L.V. Spin transport in the bulk of two-dimensional Hall insulator / L.V. Kulik et al. // *Applied Physics Letters*. – 2019. – Vol. 114, Iss. 6. – P. 062403.
120. Gorbunov, A.V. Spin Transport over Huge Distances in a Magnetized 2D Electron System / A.V. Gorbunov et al. // *Annalen der Physik*. – Vol. 531, Iss. 6. – P. 1800443.
121. Журавлев, А.С. Термализация и транспорт в плотных ансамблях триплетных магнитоэкситонов / А.С. Журавлев и др. // *Письма в ЖЭТФ*. – 2019. – Т. 110, № 4. – С. 260–265.
122. Сибельдин, Н.Н. Электронно-дырочная жидкость в полупроводниках и низко-размерных структурах. – *УФН*. – 2017. – Т. 187, № 11. – С. 1236–1270.
123. Sun, C. Bose-Einstein condensation and superfluidity of magnons in yttrium iron garnet films / C. Sun, T. Nattermann, V.L. Pokrovsky // *Journal of Physics D-Applied Physics*. – 2017. – Vol. 50, Iss. 14. – P. 143002.
124. Dickmann, S. Optical absorption by incoherent and coherent ensembles of spin excitations in an unpolarised quantum Hall system // *Lithuanian Journal of Physics*. – 2019. – Vol. 59, Iss. 2. – P. 79–93.

---

---

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>I.V. Kukushkin, V.B. Timofeev</b> Magneto-optics under conditions of the integer and fractional quantum Hall effect in Si MOSFET .....	3
<b>I. V. Kukushkin and V. B. Timofeev</b> Magneto-optics of strongly correlated two-dimensional electrons in single heterojunctions .....	83
<b>И. В. Кукушкин, В. Б. Тимофеев</b> Магнитооптика двумерных электронов в ультраквантовом пределе: несжимаемые квантовые жидкости и вигнеровский кристалл .....	187
<b>В. Б. Тимофеев</b> Электронные корреляционные явления в полупроводниковых структурах низкой размерности и наноструктурах .....	241
<b>V. B. Timofeev</b> Collective state of interwell excitons in double quantum well heterostructures .....	259
<b>В. Б. Тимофеев</b> Коллективные экситонные явления в пространственно разделенных электрон-дырочных слоях в полупроводниках.....	285
<b>В. Б. Тимофеев, А. В. Горбунов, Д. А. Демин</b> Бозе-эйнштейновская конденсация диполярных экситонов в латеральных ловушках .....	311
<b>В. Б. Тимофеев</b> Бозе-конденсация экситонных поляритонов в микрорезонаторах .....	331
<b>Л. В. Кулик, А. В. Горбунов, С. М. Дикман, В. Б. Тимофеев</b> Спиновые возбуждения в двумерном электронном газе, их релаксация, методы фотовозбуждения и детектирования, роль кулоновских корреляций .....	367



*Научное издание*

**Электронные и электронно-дырочные корреляционные явления  
в объемных полупроводниках и наноструктурах**

**Тематический цикл обзоров**

**ТОМ 2**

Ответственный за выпуск О. Левченко

Главный редактор Б. Николаев

Научный редактор А. Горбунов

Верстка, подготовка фото, набор текста Е. Николаева

Подписано в печать ????.03.2020. Формат 70×100 1/16. Бумага офсетная.  
Гарнитура «PT Serif». П.л. 27,5. Печать офсетная. Тираж 100. Зак. №

ISBN 978-5-6040418-5-7



9 785604 041857