

УДК 530.645
Т 415

Тимофеев В.Б.

Т 415 Возбуждения в двумерных сильно коррелированных электронных и электронно-дырочных системах: курс лекций / В.Б. Тимофеев. — М.: Издательский дом МЭИ, 2014. — 168 с.: ил.

ISBN 978-5-383-00881-2

Изложены материалы лекций и семинаров, состоявшихся в рамках Высшей школы физика, организованной Росатомом, третий модуль которой был проведен в г. Сарове в 2013 году.

Лекции посвящены разделам физики конденсированных сред, ее основам и перспективам. Изложены сведения о целочисленном и дробном квантовом эффекте Холла, концепция композитных фермионов, новых магнитных структур — скирмионов, рассказано о бозе—эйнштейновской конденсации квазидвумерных экситонов.

Для студентов высшей школы, аспирантов, специалистов в области современной физики.

УДК 530.645

ISBN 978-5-383-00881-2

© Тимофеев В.Б., 2014

© ЗАО «Издательский дом МЭИ», 2014

К ЧИТАТЕЛЮ

Вы держите в руках курс лекций из серии «Высшая школа физики» Госкорпорации «Росатом».

Высшая школа физики — инициатива Росатома, направленная на подготовку и воспитание ученых нового поколения в области теоретической и экспериментальной физики, привлечение талантливой молодежи в сферу науки и инноваций.

Книги данной серии подготовлены ведущими учеными Российской академии наук, отраслевых научно-исследовательских центров и содержат сведения о самых актуальных направлениях теоретической и экспериментальной физики.

Я очень надеюсь, что книги этой серии станут настольными для студентов и аспирантов профильных направлений и специальностей, молодых ученых и всех работников атомной отрасли, заинтересованных в совершенствовании своих научно-технических компетенций.

Для Росатома дело чести и профессиональной зрелости — вдохнуть свежие силы в атомную энергетику и промышленность: вырастить плеяду ученых-физиков будущего, которые станут генераторами инновационных идей, драйверами мировой ядерной индустрии.

В. А. Першуков,
заместитель генерального директора —
директор Блока по управлению инновациями
Госкорпорации «Росатом»

ОТ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ

Успешная история атомного проекта, определившая устойчивость нашей страны на многие десятилетия, была результатом труда громадного коллектива ученых, инженеров и рабочих. В разрушенной войной стране ценой невероятных усилий, без развитой инфраструктуры приборостроения, при отсутствии необходимых уникальных материалов и соответствующей промышленности была решена задача создания атомного щита. Отдавая должное всем участникам проекта, на первое место следует выдвинуть решающий вклад ученых. Яркие представители физических и химических наук, материаловеды нашли решения сложнейших проблем, стоявших на пути создания атомного оружия. Мы с гордостью вспоминаем И.В. Курчатова, Ю.Б. Харитона, И.Е. Тамма, А.Д. Сахарова, К.И. Щелкина, Д.А. Франк-Каменецкого, В.Л. Гинзбурга, Е.И. Забахина и многих других видных ученых, ведших за собой коллег и учеников. Успех был определен талантом и широким диапазоном знаний лидеров. Еще и сегодня продолжатели их дела и ученики успешно работают в нашей отрасли над многими направлениями в гражданских и оборонных сферах.

Современные проблемы развития науки и технологий также требуют научных лидеров — продолжателей традиций предыдущих поколений. Воспитание таких лидеров и является предметом заботы Росатома. Именно поэтому возникла идея создания Высшей школы физики (ВШФ) для молодых сотрудников институтов Росатома. Основной задачей ВШФ является расширение кругозора молодых людей — слушателей Школы путем организации на базе крупнейших научных центров Росатома четырех двухнедельных модулей, во время которых ведущие ученые России читают лекции, представляющие разные области физики и смежных наук.

Отбор читаемых курсов и лекторов проводит Научный совет Школы. В состав Совета вошли известные ученые из ВНИИТФ (г. Снежинск), ВНИИЭФ (г. Саров), ТРИНИТИ (г. Троицк) и ФЭИ (г. Обнинск). Продолжительность каждого курса составляет шесть лекций; каждую неделю читается два курса; число слушателей — не более 20 человек, что создает предпосылки для непосредственного контакта лектора с аудиторией.

Важно, что слушатели отвлекаются только два раза в год на две недели. Набор в школу проводят руководители институтов среди

молодых сотрудников, показавших свои качества исследователей и задатки лидеров.

Настоящая серия подготовлена на основе лекционных материалов ВШФ. Научный совет школы выражает надежду, что эта серия будет интересна и для широкого круга читателей, желающих ознакомиться с кратким изложением избранных глав современной физики.

В.П. Смирное,
академик РАН,
председатель Научного совета
Высшей школы физики Госкорпорации «Росатом»,
председатель редакционной коллегии серии

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

Эта книга основана на материалах моих лекций и семинаров, которые состоялись в третьем модуле Высшей школы физики в г. Сарове в апреле 2013 г. Приглашение прочитать курс лекций, отражающих последние достижения в области физики конденсированных сред, я получил от академика В.П. Смирнова, руководителя Высшей школы физики, и академика Ю.М. Кагана. Я принял приглашение с большим удовольствием и благодарностью, ибо счел за честь прочитать этот курс для молодых начинающих специалистов в столь известном Центре ядерной физики и технологий. В лекциях я использовал также материалы курсов, прочитанных мной на кафедре физики твердого тела факультета общей и прикладной физики Московского физико-технического института, а также на физических факультетах университета Рима в рамках исследовательской программы Вольты—Ландау, и в университете Вюрцбурга согласно Рентген-профессорской программе (Roentgen-Professorship Award).

Представленный в книге цикл содержит шесть лекций. В 1-й лекции речь идет о целочисленном квантовом эффекте Холла (КЭХ) — макроскопическом одноэлектронном квантовом явлении, демонстрирующим поразительную точность квантования холловского сопротивления и сравнимым по своей значимости с такими макроскопическими квантовыми явлениями, как сверхпроводимость и сверхтекучесть.

Явления дробного квантового эффекта Холла и вигнеровской кристаллизации обсуждаются во второй лекции. В отличие от целочисленного КЭХ, дробный квантовый эффект Холла связан с возникновением новых, сильно коррелированных электронных фаз — несжимаемых жидкостей, у которых основное состояние отделено кулоновской щелью от спектра одночастичных возбуждений, имеющих дробный заряд. Области устойчивости несжимаемых жидкостей и вигнеровской кристаллизации оказываются четко очерченными и разделенными в фазовом пространстве.

Концепция композитных фермионов изложена в третьей лекции. Такие квазичастицы могут существовать в сильно взаимодействующем двумерном электронном газе, помещенном в достаточно сильное поперечное магнитное поле. Композитный фермион возникает, когда электрон захватывает четное число квантов магнитного потока. В этом случае система сильно взаимодействующих электронов

трансформируется в систему слабо взаимодействующих композитных фермионов в эффективном и более слабом магнитном поле.

Появление новых магнитных текстур, получивших название скирмионов, а также экзотический спиновый порядок в режиме квантового эффекта Холла, целочисленного и дробного, рассматривается в четвертой лекции. В этой лекции обсуждается также графен, представляющий собой двумерный, атомной толщины слой из атомов углерода, образующих гексагональную кристаллическую решетку. Анализируются его уникальные электронные свойства, включая целочисленный и дробный квантовые эффекты Холла.

В пятой лекции анализируется новый класс топологических состояний в кристаллах, который получил название топологических изоляторов и для которых сначала был предсказан, а затем вскоре экспериментально обнаружен квантовый спиновый эффект Холла (КСЭХ) в отсутствие магнитного поля на примере HgTe квантовых ямах.

Наконец, в заключительной шестой лекции речь идет о бозе—эйнштейновской конденсации (БЭК) квазидвумерных экситонов, которые являются композитными бозе-частицами, на примерах диполярных экситонов в пространственно разделенных электронно-дырочных слоях в квантовых ямах и экситонных поляритонах в микрорезонаторах в полупроводниковых гетероструктурах. Проблема бозе-конденсации двумерных экситонов обсуждалась также в моем докладе, представленном научному собранию РФЯЦ—ВНИИ экспериментальной физики г.Саров.

Основная цель, которую я преследовал при чтении курса лекций и при написании книги на их основе, состояла в том, чтобы заинтересовать слушателей в этом интереснейшем, на мой взгляд, разделе физики конденсированных сред и продемонстрировать его конструктивные основы и перспективы. Само «здание» и «архитектура» этой области еще далеки от своего исчерпывающего завершения и совершенства. Здесь еще во многом следует глубже продвинуться и разобраться, и многие нерешенные вопросы еще предстоит преодолеть. Если у кого-то из молодых слушателей Школы пробудится интерес к данной тематике и желание «приложить собственную руку» в этой области, то для лектора это будет, несомненно, самой высокой оценкой затраченного труда.

Особо хочу отметить заинтересованную, очень живую, быстро и активно реагирующую аудиторию. С такой профессионально подготовленной аудиторией слушателей, молодых теоретиков и экспериментаторов, было очень интересно взаимодействовать и работать. Многочисленные вопросы по ходу изложения лекций, обсуждения

и дискуссии свидетельствовали об основательной и глубокой физико-математической подготовке участников Школы.

Пользуясь случаем, я хочу поблагодарить чл.-кор. РАН В.П. Незнамова и его коллектив за прекрасную организацию проведения лекций и семинаров Высшей школы в Сарове, а также за организацию экскурсий в некоторые лаборатории Центра.

Наконец, особые слова благодарности я хочу адресовать своим ближайшим коллегам чл.-кор. РАН В.Д. Кулаковскому и чл.-кор. РАН И.В. Кукушкину за многочисленные стимулирующие обсуждения научных проблем, тесно связанных с настоящим курсом лекций.

***В.Б. Тимофеев,**
академик РАН*

СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

| | | | |
|------------------------|--|----------------------------------|--|
| \mathbf{A} | — векторный потенциал | $l_0 = l_H = (ch/2\pi eH)^{1/2}$ | — магнитная длина |
| A_{zz} | — константа сверхтонкого взаимодействия для ядер | $L(E)$ | — длина локализации в функции энергии |
| $\alpha = 2\pi e^2/hc$ | — постоянная тонкой структуры | m_e | — эффективная масса электрона |
| a_B | — боровский радиус | M_1 | — первый спектральный момент или центр «тяжести» спектральной линии |
| $D(E)$ | — плотность состояний в функции энергии E | N_s | — концентрация двумерных электронов |
| c | — скорость света | $N_0 = eH/ch$ | — емкость уровня Ландау |
| e | — заряд электрона | p | — импульс электрона |
| g^* | — эффективный g -фактор электрона | p_z | — компонента импульса электрона вдоль направления z |
| $E(k)$ | — энергия в функции волнового вектора | $P_n \equiv \langle I_z \rangle$ | — усредненная спиновая поляризация ядер |
| E_n | — энергия размерного квантования | R_H | — холловское сопротивление |
| E_Q | — кулоновская энергия | S_z | — электронная спиновая поляризация вдоль направления z |
| E_Z | — зеэмановская энергия | T | — температура |
| F | — напряженность электрического поля | T_1 | — время спин-решеточной релаксации ядер |
| $G(e^2/h)$ | — кондактанс | T_c | — критическая температура бозеконденсации экситонов |
| $g^{(1)}(r_1, r_2)$ | — коррелятор первого порядка | V | — электрическое напряжение |
| $g^{(2)}(\tau)$ | — коррелятор второго порядка | V_g | — напряжение на затворе в полевым транзисторе |
| $\hbar = 2\pi h$ | — постоянная Планка | $V(r, r')$ | — энергия электрон-электронного взаимодействия |
| H | — напряженность магнитного поля | $z = x + iy$ | — комплексная координата |
| \hat{H} | — гамильтониан | Γ | — ширина уровня Ландау |
| I | — электрический ток | γ_e | — спиновая поляризация электронов |
| j_H | — плотность холловского тока | δ | — мера отклонения химпотенциала от максимума одночастичной плотности состояний уровня Ландау |
| \mathbf{k} | — волновой вектор | | |
| $k_{i(x, y, z)}$ | — проекции волнового вектора вдоль направлений x, y, z | | |
| $K_s(\theta)$ | — сдвиг Найта («Knight shift») | | |
| K | — линейный размер скирмиона в единицах магнитной длины | | |
| k_B | — постоянная Больцмана | | |

| | | | |
|---|--|--------------------------|--|
| Δ_{v_0} | — энергетическая щель, связанная с долинно-орбитальным расщеплением | ρ_{xx} | — диагональная компонента удельного сопротивления |
| $\Delta_Z = g^* \mu_B H$ | — энергетическая щель, связанная с зеемановским расщеплением | ρ_{xy} | — холловская компонента удельного сопротивления |
| Δ_Q | — кулоновская энергетическая щель в режиме дробного квантового эффекта Холла | $\sigma_{xx}(\omega, q)$ | — диагональная компонента тензора динамической проводимости |
| ε | — диэлектрическая проницаемость среды | Φ | — магнитный поток |
| ε_0 | — диэлектрическая проницаемость вакуума | $\varphi_0 = hc/e$ | — квант магнитного потока |
| ζ | — хипотенциал | $\varphi(x, y)$ | — блоховская волновая функция, описывающая свободное движение частицы в $2D$ -плоскости |
| $\lambda_{dB} = (\hbar^2/mk_B T)^{1/2}$ | — длина волны де Бройля для частицы с массой m при температуре T | $\chi(z)$ | — волновая функция электрона в направлении размерного квантования z |
| μ | — приведенная масса экситона ($\mu^{-1} = m_e^{-1} + m_h^{-1}$) | $\Psi_{0,m}(x, y)$ | — одночастичные собственные электронные функции основного состояния ($n = 0$), m — магнитное квантовое число |
| μ_B | — магнетон Бора | Ψ_L | — многочастичная электронная волновая функция |
| μ_e | — подвижность электронов | $ \psi_{\pm}\rangle$ | — волновая функция экситонного поляритона |
| $\nu = N_s/N_0$ | — фактор заполнения | ω_c | — циклотронная частота |
| σ_H | — холловская проводимость | Ω_{Rabi} | — частота Раби |
| σ_{xx} | — диагональная компонента тензора проводимости | | |

ВВЕДЕНИЕ К ЦИКЛУ ЛЕКЦИЙ

Наиболее яркие электронные явления в полупроводниковых системах низкой размерности связаны с электронными корреляциями. В таких системах пространственные ограничения, или квантовый конфайнмент, принуждают частицы находиться на более близких расстояниях, усиливая тем самым эффекты обменного и корреляционного взаимодействия. При понижении размерности в электронных системах с сильным взаимодействием становятся актуальными принципиально новые калибровки поля (например, калибровочное поле Черна-Саймона). Именно электронные корреляции в низкоразмерных полупроводниковых объектах лежат в основе новых явлений и предопределяют возникновение в них неожиданных, подчас экзотических возбуждений и электронных фаз.

В этой интенсивно развивающейся области научные открытия теснейшим образом переплетены с технологическими достижениями. В свою очередь, именно фундаментальные научные открытия стимулировали реализацию принципиально новых технологических идей и обеспечили прочный фундамент для настоящих прорывов в области тонкой технологии. Примерами могут служить методы селективного (модулированного) и дельта-легирования в гетероструктурах, метод самоорганизованного роста квантовых точек на гетерограницах, использование техники жесткого синхротронного излучения для литографии наноструктур со сложной архитектурой и многое другое. Можно утверждать, что основные достижения в области нанотехнологии «насквозь пропитаны» идеями, которые возникли в результате фундаментальных исследований. В своей совокупности и взаимосвязи фундаментальные научные и технологические достижения главным образом и определяют сегодня и будут определять в ближайшем будущем состояние твердотельной электроники и информатики.

Это утверждение иллюстрируют многочисленные примеры. В качестве иллюстрации на рис. В1 представлена серия новых ярких явлений, последовательно обнаруженных в течение трех последних десятилетий по мере возрастания совершенства двумерных структур, которые сопровождалась возрастанием в таких системах подвижности и длины свободного пробега двумерных электронов (более чем на три порядка!). Рекордные величины электронной подвижности в GaAs-гетероструктурах в настоящее время составляют $(3-4) \cdot 10^7 \text{ см}^2(\text{В} \cdot \text{с})^{-1}$, а длины свободного пробега существенно превышают 100 мкм. В правом верхнем углу рис. В1 отмечены явления, связанные с открытием нового

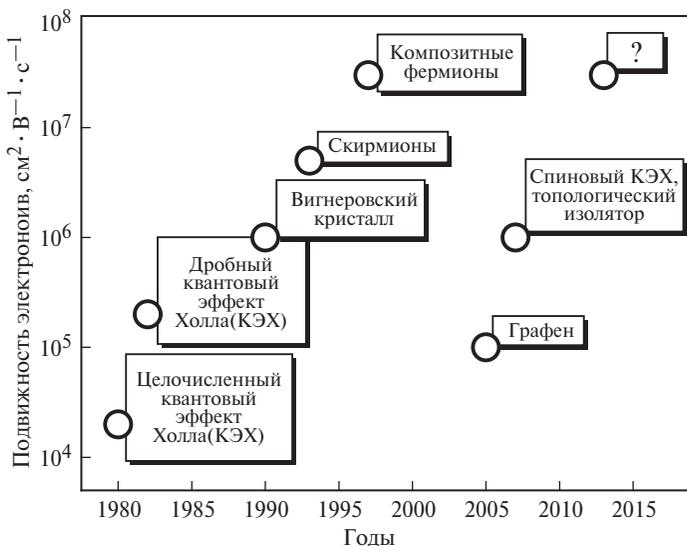


Рис. В1. Последовательность обнаруженных новых электронных корреляционных явлений в системе сильно взаимодействующих двумерных электронов в полупроводниковых гетероструктурах по мере возрастания структурного совершенства — электронной подвижности и длины свободного пробега электронов

класса квазичастичных возбуждений в структурах с большой электронной подвижностью: возбуждений с дробными зарядами, композитных фермионов, скирмионов (сложных магнитных текстур), открытие принципиально нового состояния кристаллической среды — топологического изолятора и, связанных с ним неизвестных ранее электронных свойств, например, спинового квантового эффекта Холла, о котором пойдет речь в настоящем цикле лекций.

В 1-й лекции рассматривается целочисленный квантовый эффект Холла (КЭХ). Это явление, несомненно, относится к числу наиболее ярких открытий в области фундаментальной физики конденсированных сред конца прошлого столетия. Целочисленный КЭХ, демонстрирующий поразительную точность квантования холловской проводимости, является одноэлектронным квантовым эффектом, и сравним по значимости с такими макроскопическими квантовыми явлениями, как сверхпроводимость и сверхтекучесть.

Двумерный электронный газ является взаимодействующей коллективной системой с сильными кулоновскими корреляциями, которые лежат в основе таких явлений как дробный квантовый эффект Холла и вигнеровская кристаллизация. Эти явления обсуждаются во второй лекции цикла. В отличие от вигнеровской кристаллизации двумерных электронов, которую теория предсказывала задолго до экспериментов в этой области, обнаружение эффекта дробного квантова-

ния холловской проводимости было полной неожиданностью. В конечном итоге стало ясным, что дробный КЭХ в двумерных системах связан с возникновением новых, сильно коррелированных электронных фаз — несжимаемых жидкостей, у которых основное состояние отделено от спектра одночастичных возбуждений с дробными зарядами кулоновской щелью. Экспериментально установленная фазовая диаграмма очерчивает границы существования несжимаемых жидкостей в режиме дробного КЭХ и вигнеровской кристаллизации двумерных электронов.

В третьей лекции изложена концепция композитных фермионов — особого типа квазичастиц, которые могут существовать в сильно взаимодействующем двумерном электронном газе, помещенном в достаточно сильное поперечное магнитное поле. Композитный фермион возникает, когда электрон захватывает четное число квантов магнитного потока. В этом случае система сильно взаимодействующих электронов трансформируется в систему слабо взаимодействующих композитных фермионов в эффективном и более слабом магнитном поле. Кулоновское взаимодействие «одевает» композитный фермион, и его масса существенно возрастает в сравнении с эффективной массой невзаимодействующих электронов. В лекции обсуждаются разнообразные экспериментальные методы по обнаружению композитных фермионов, в частности, с помощью оптической техники детектирования циклотронного резонанса.

Экзотический спиновый порядок в режиме квантового эффекта Холла, целочисленного и дробного, а также появление новых магнитных текстур, получивших название скирмионов, обсуждается в четвертой лекции. Линейные размеры скирмиона определяются конкуренцией между энергией электрон-электронного взаимодействия, которая увеличивает размер скирмиона, и зеемановской энергией, которая линейные масштабы скирмиона уменьшает. В этой связи очень интересным оказался оптический метод детектирования магнитной поляризуемости в режиме КЭХ и возникающих при этом магнитных структур. Рассматриваемый метод использует оптическую накачку ядерных спинов с помощью циркулярно-поляризованного света и позволяет компенсировать зеемановскую энергию, тем самым усиливая скирмионные возбуждения и увеличивая их масштабы. В этой лекции обсуждается также графен, представляющий собой двумерный, атомной толщины слой из атомов углерода, образующих гексагональную кристаллическую решетку, а также анализируются уникальнейшие электронные свойства графена, включая целочисленный и дробный квантовый эффект Холла.

В пятой лекции рассматривается новый класс топологических состояний, который получил название топологического изолятора, где сначала был предсказан, а затем и экспериментально обнаружен квантовый спиновый эффект Холла (КСЭХ) в HgTe квантовых ямах.

Состояние в режиме КСЭХ топологически отличается от других известных состояний материи, включая состояния самого квантового эффекта Холла. Системы, где может наблюдаться КСЭХ, являются изоляторами в объеме, поскольку содержат щель, разделяющую валентную зону и зону проводимости, однако на границе раздела они имеют бесщелевые краевые состояния, которые топологически защищены от воздействий немагнитных примесей и особенностей геометрического устройства (так называемые «иммунно-защищенные» состояния). В предложенном подходе основным механизмом является инверсия зон, согласно которому обычный порядок расположения валентной зоны и зоны проводимости благодаря спин-орбитальному взаимодействию инвертируется, т.е. изменяется на противоположный. Между КЭХ и спиновым КЭХ есть много общего, однако имеется и принципиальное отличие: в случае состояний в режиме квантового эффекта Холла требуется магнитное поле, которое разрушает симметрию инверсии во времени; состояния в режиме квантового спинового эффекта Холла не требуют внешнего магнитного поля и остаются инвариантными к инверсии во времени. Теория предсказывает в топологических изоляторах новые физические свойства и неожиданные электронные возбуждения.

В заключительной шестой лекции речь идет о бозе—эйнштейновской конденсации (БЭК) экситонов, которые являются композитными бозе-частицами, на примерах дипольных экситонов в пространственно разделенных электронно-дырочных слоях и экситонных поляритонов в микрорезонаторах в полупроводниковых гетероструктурах. Поляритон является квантовой суперпозицией света и поляриционного возбуждения среды. Коллектив экситонных поляритонов в микрорезонаторе представляет собой открытую и диссипативную систему взаимодействующих бозе-частиц, которая термодинамически сильно неравновесна из-за чрезвычайно коротких времен жизни поляритонов в резонаторе. Однако по всей совокупности обнаруженных свойств бозе-конденсация экситонных поляритонов в микрорезонаторе, несмотря на неравновесность системы, очень близка к явлению бозе—эйнштейновской конденсации, которое впервые обнаружено в коллективе сильно охлажденных атомных бозе-газов. Если оценивать всю панораму обнаруженных коллективных эффектов экситонного бозе-конденсата в целом, то экситонные поляритоны являются принципиально новым и, несомненно, интересным объектом фундаментальных исследований коллективных свойств бозе-систем, где квантовые эффекты проявляют себя на макроскопических масштабах, а неравновесность самой экситонной системы в микрорезонаторах открывает новые возможности и обнаруживает качества, которые могут оказаться востребованными для приложений в информационных технологиях.

Лекция 1

1.1. ЦЕЛОЧИСЛЕННЫЙ КВАНТОВЫЙ ЭФФЕКТ ХОЛЛА

1.1.1. Введение

В квантовом мире атомы и принадлежащие им электроны могут породить разнообразные состояния материи, такие как кристаллические твердые тела, магнетики, сверхпроводники и пр. Эти различные состояния могут классифицироваться по типу симметрии, которую они спонтанно нарушают: трансляционную, вращательную, калибровочную симметрию. До 1980 г. (до открытия квантового эффекта Холла, КЭХ), все материальные состояния в конденсированных системах, в частности кристаллических, могли классифицироваться по принципу нарушенной симметрии. Квантовый эффект Холла представляет собой первый пример квантового состояния, которое не проявляет спонтанного нарушения симметрии. Поведение КЭХ зависит только от его топологии и не зависит от специфической геометрии и ее параметров. КЭХ представляет собой явление топологически отличное от всех ранее известных состояний конденсированной материи.

Квантовый эффект Холла — макроскопическое квантовое явление, открытое в двумерных, 2D-электронных слоях в полупроводниковых структурах, помещенных в достаточно сильное магнитное поле при низких (гелиевых) температурах.

С феноменологической точки зрения явление состоит в том, что в низкотемпературной холловской проводимости σ_H двумерного электронного газа в сильном поперечном 2D-слое магнитном поле H , измеренной в зависимости от H или N_s — концентрации 2D-носителей, обнаруживаются четкие плато. Это явление, обнаруженное Клаусом фон Клитцингом в 1980 г., иллюстрирует рис. 1.1 на примере зависимости холловского сопротивления R_H от N_s при фиксированном магнитном поле в кремниевом полевом транзисторе; в области плато $R_H = \sigma_H^{-1}$.

Здесь же представлена зависимость диагональной компоненты сопротивления в функции напряжения на затворе (осцилляции, ана-

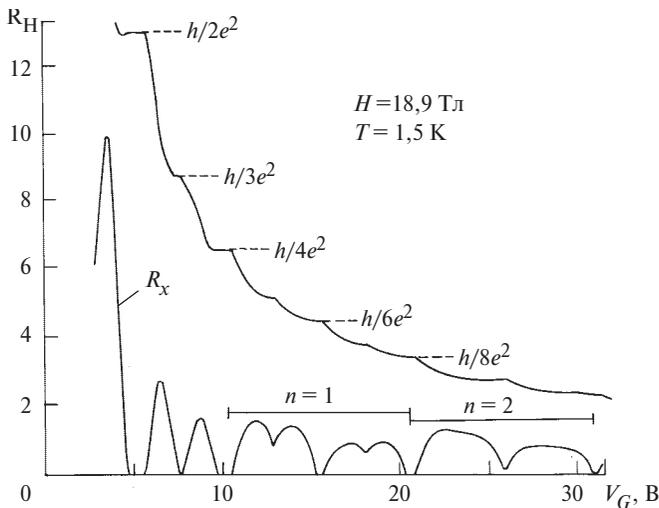


Рис. 1.1. Зависимость холловского сопротивления R_H и продольного удельного сопротивления $\rho_{xx} (\approx R_x)$ от напряжения на затворе V_G в кремниевом полевом транзисторе (Si-MOSFET).

Напряжение V_G пропорционально плотности двумерных электронов N_s в инверсионном слое. Магнитное поле 18,9 Тл, температура $T = 1,5$ К. Из работы [1]

логичные осцилляциям Шубникова—де Гааза). На плато холловская проводимость (или обратное холловское сопротивление) кратна e^2/h :

$$\sigma_H = \nu \frac{e^2}{h}. \quad (1.1)$$

Здесь e и $h = 2\pi\hbar$ — мировые постоянные (элементарный заряд и постоянная Планка \hbar), а ν — фактор заполнения (в целочисленном КЭХ ν — целое число, в случае дробного КЭХ $\nu = p/q$ — рациональная дробь, где p и q — целые числа; q — нечетное целое число):

$$\nu = N_s/N_0, \quad N_0 = 1/2\pi l_H = eH/h = B/\varphi_0. \quad (1.2)$$

В формуле (1.2) N_0 — емкость квантового состояния, $\varphi_0 = hc/e$ — квант магнитного потока, а $l_H = (\hbar/eH)^{1/2}$ — магнитная длина.

Согласно определению (1.2) обратный фактор заполнения $(\nu)^{-1}$ есть число квантов потока, приходящихся на один электрон в двумерном электронном газе.

Всем холловским плато отвечают глубокие провалы в диагональных компонентах тензора проводимости $\sigma_{xx} \ll \sigma_H$ и тензора удельного сопротивления $\rho_{xx} \ll \rho_H$ (при $T \rightarrow 0$ $\rho_{xx}, \sigma_{xx} \rightarrow 0$).

В КЭХ холловское сопротивление на плато измеряется с высочайшей точностью: $h/e^2 = 25\,812,807\,572$ Ом; относительная точность

составляет 10^{-10} , а абсолютная превышает 10^{-8} . Это послужило основанием использовать КЭХ для поддержания международного эталона Ома. Существенно, что этот стандарт сопротивления может быть воспроизведен в лабораторных условиях при наличии совсем недорогостоящей лабораторной техники. КЭХ может быть использован для точного определения постоянной тонкой структуры $\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137$, что подчеркивалось уже в первой публикации Клауса фон Клитцинга [1]. Наряду с эффектом Джозефсона, позволяющим определять отношение e/h , квантовый эффект Холла — новый яркий пример использования явления, обнаруженного в физике твердого тела, для определения универсальной мировой константы.

При первых попытках объяснения КЭХ сразу же возникает вопрос: почему важна двумерность? Дело в том, что в скейлинговом подходе при описании локализационного перехода рассматриваются удельное сопротивление ρ , вычисляемое теоретиками, и сопротивление R , определяемое экспериментально в классической системе, взятой в форме гиперкуба размером L . Величины R и ρ связаны между собой следующим образом:

$$R = L^{(2-d)}. \quad (1.3)$$

Видно, что в двумерном случае $d = 2$, и этот случай является особым: сопротивление образца *масштабно-инвариантно*, а $(R \cdot e^2/h)$ *безразмерно*! Для универсальности результата это имеет фундаментальное значение. Так, например, не нужно измерять физические размеры образца с точностью 10^{-10} (это просто невозможно), чтобы получить удельное сопротивление образца с той же точностью. Не нужно также с большой точностью измерять и величину магнитного поля.

1.1.2. Примеры полупроводниковых систем, где наблюдается КЭХ

К числу наиболее используемых и исследованных систем, где наблюдается КЭХ, относятся: инверсионные слои пространственного заряда в кремниевых полевых транзисторах (Si-MOSFET), а также двумерные электронные (или дырочные) слои в GaAs/AlGaAs и некоторых других гетероструктурах (см. рис. 1.2 и 1.4). Двумерные электронные (дырочные) слои пространственного заряда появляются в этих структурах благодаря потенциалу (или квантовому конфайнменту), который удерживает носители (равновесные или неравновесные) на соответствующей границе раздела в направлении размерного квантования: в кремниевом полевом транзисторе это граница раздела p -Si/SiO₂, а в отмеченной выше гетероструктуре — это граница GaAs и AlGaAs.

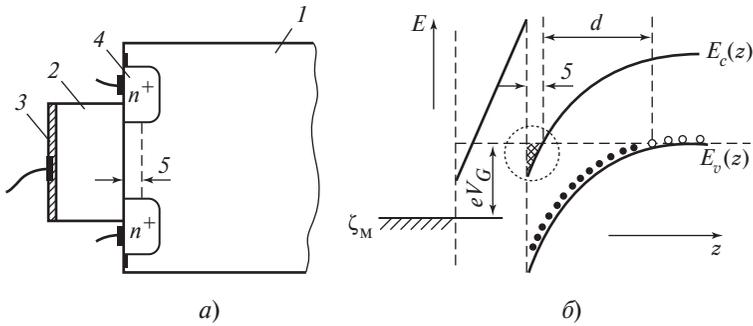


Рис. 1.2. Схема кремниевого полевого транзистора (Si-MOSFET):

a — схематический разрез: 1 — полупроводник *p*-типа; 2 — оксид SiO_2 (диэлектрик); 3 — металлический затвор; 4 — низкоомные электроды (сток — исток); 5 — инверсионный *n*-канал; *b* — схема энергетических зон вблизи границы раздела оксид — полупроводник; E_c и E_v — дно зоны проводимости и потолок валентной зоны в полупроводнике. Слева от канала показан ход дна зоны проводимости в оксиде; --- уровень Ферми в полупроводнике; ζ_M — в металле; V_G — потенциал на затворе; d — ширина области обеднения. Точки — акцепторы (светлые — нейтральные; черные — ионизированные). Заштрихованная область — вырожденный электронный газ в канале

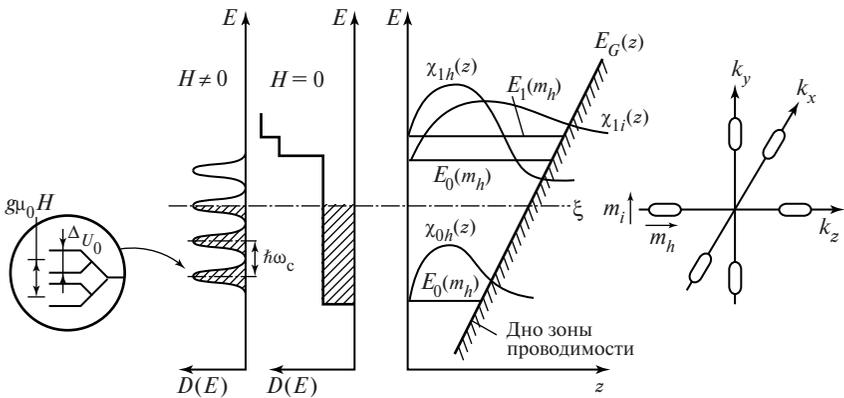


Рис. 1.3. Энергетический спектр электронов в инверсионном слое двумерных электронов в кремниевом полеовом транзисторе (ориентация границы раздела $\{001\}$) в отсутствии и при включении магнитного поля

Из квантовой механики известно что происходит с частицей, удерживаемой квантовой потенциальной ямой — ее спектр становится дискретным вследствие размерного квантования (рис. 1.3). В случае простых удерживающих потенциалов — прямоугольного, параболического и треугольного, — спектр размерного квантования рассчитывается легко и точно даже в рамках полуклассического приближения Вентцеля—Крамерса—Бриллюэна (метод ВКБ). В своем низшем

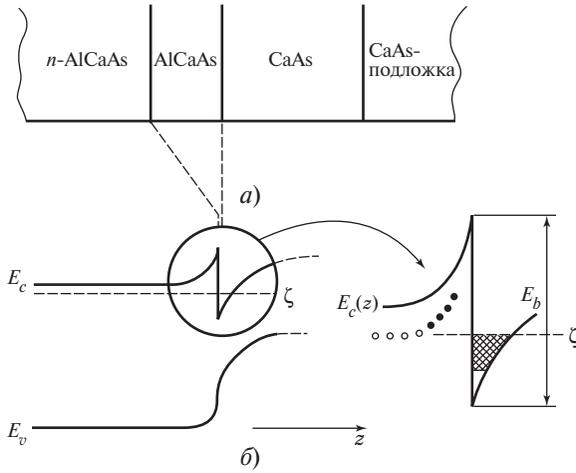


Рис. 1.4. GaAs/AlGaAs гетероструктура (одиночный гетеропереход):

a — схематический разрез гетероструктуры; *b* — схема энергетических зон вблизи гетероперехода. Точки — доноры (светлые — нейтральные, черные — ионизованные)

приближении этот подход использует известное условие квантования Бора—Зоммерфельда:

$$\int_{z_1}^{z_2} p_z dz = \hbar\pi(c_1 + c_2 + n), \quad (1.4)$$

где p_z — проекция импульса (не оператора!) в направлении z ; z_1, z_2 — поворотные точки движения в яме; c_1, c_2 — фазы в точках поворота. Точные ответы для энергий размерного квантования в рамках такого приближения следующие. Для прямоугольной квантовой ямы шириной a и бесконечно высокими барьерами:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (1.5)$$

где m — масса электрона.

В случае параболической квантовой ямы (линейный гармонический осциллятор с частотой ω):

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2ma^2} (n + 1/2), \quad \text{где } a \equiv \sqrt{\hbar/2m\omega}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.6)$$

Для асимметричной треугольной ямы:

$$E_n = \left(\frac{\hbar^2 e^2 F^2}{2m} \right)^{1/3} \left[\frac{3}{2} \pi \left(n + \frac{3}{4} \right) \right]^{2/3}, \quad (1.7)$$

а для симметричной треугольной ямы получаем:

$$E_n = \left(\frac{\hbar^2 e^2 F^2}{2m} \right)^{1/3} \left[\frac{3}{4} \pi \left(n + \frac{1}{2} \right) \right]^{2/3}, \quad (1.8)$$

где F — электрическое поле, $n = 0, 1, 2, \dots$

На рис. 1.5 продемонстрирован квантовый эффект Холла для n -канала в достаточно совершенной GaAs/AlGaAs гетероструктуре с подвижностью электронов около $10^6 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. Вместо простой линейной зависимости холловского сопротивления от магнитного поля видна последовательность холловских плато, на которых ρ_{xy} равно универсальной константе

$$\rho_{xy} = \frac{1}{\nu} \frac{h}{e^2}, \quad (1.9)$$

не зависящей от всех микроскопических деталей исследуемой структуры, включая также точное значение магнитного поля. Поражают большая протяженность холловских плато и их совершенство. Несмотря на то, что в GaAs спиновое расщепление невелико (g -фактор электрона составляет $-0,044$), в зависимостях холловского сопротивления начиная с $\nu = 6$ разрешаются все плато, а точность квантования на плато GaAs/AlGaAs, где $\nu = 4$, составляет $\Delta\rho_{xy}/\rho_{xy} \cong 10^{-8}$ в интервале 1 Тл. Введенный стандарт сопротивления, один Клит-

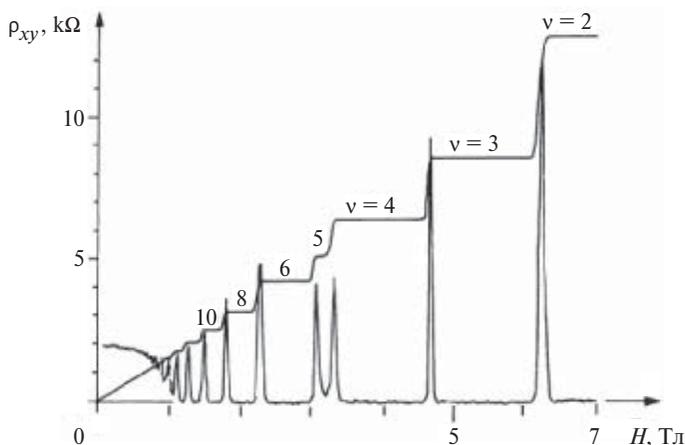


Рис. 1.5. Вариации холловского сопротивления (верхняя ступенчатая кривая) и шубниковских осцилляций (нижняя кривая) $2D$ -электронного газа в функции магнитного поля H в GaAs/AlGaAs гетероструктуре, измеренные при $T = 30 \text{ мК}$.

Отчетливо видны ступени (фактор заполнения) $\nu = 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10$. При $\nu = 1$ величина холловского сопротивления равна $25,8128 \dots \text{ кОм}$

цинг, равен $(h/4e^2)$, на рис. 1.5 — это сопротивление четвертой ступеньки поглощения.

С каждым из плато на рис. 1.5 связано поразительное падение диссипативного сопротивления ($\rho_{xx} \rightarrow 0$), которое в областях плато уменьшается на 13 порядков величины (!). Это указывает, что двумерная электронная система проходит через последовательность фазовых переходов в бездиссипативные состояния. Подобно сверхпроводникам, бездиссипативное состояние должно поддерживать незатухающие токи. Явление бездиссипативного протекания тока в режиме КЭХ можно продемонстрировать на образцах, выполненных в форме дисков Корбино (рис. 1.6).

Приложенный дополнительный магнитный поток $\Phi(t)$ порождает вследствие закона Фарадея зависящее от времени азимутальное электрическое поле. Возникающий импульс тока направлен перпендикулярно к E и создает при этом радиальную поляризацию заряда, как это показано на рис. 1.6. Эта поляризация вызывает радиальное электрическое поле, которое, в свою очередь, обуславливает возникновение азимутальных токов. С помощью крутильного магнетометра Эйзенштейн (J. Eisenstein) продемонстрировал [3], что при очень низких температурах токи не затухают в течение 10^3 секунд. Конечное время затухание токов связано с конечной величиной σ_{xx} . В условиях реального эксперимента азимутальные токи постепенно уходят по спирали на внешний край структуры. Это связано с тем, что холловский угол между электрическим полем и током несколько меньше 90° (на 10^{-13} в случае рассмотренного эксперимента).

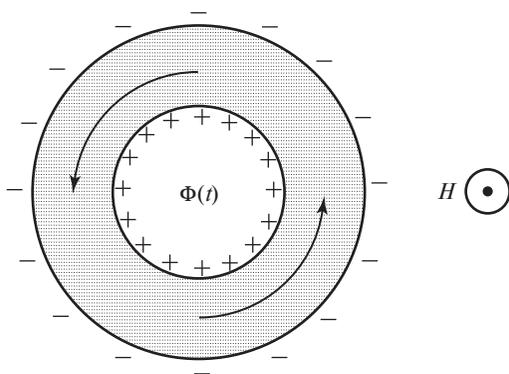


Рис. 1.6. Радиальное электрическое поле поддерживается зарядами, которые не могут переместиться обратно, так как $\sigma_{xx} \rightarrow 0$:

$\Phi(t)$ — приложенный магнитный поток; H — статическое магнитное поле, перпендикулярное плоскости структуры [3]

1.1.3. Энергетический спектр 2D-носителей

В кремниевом полевом транзисторе (см. рис. 1.2) и GaAs/AlGaAs гетероструктуре (см. рис. 1.4) удерживающий потенциал (конфайнмент) является асимметричной треугольной ямой с конечной величиной барьеров. Поскольку переменные в плоскости и в направлении размерного квантования разделяются, волновая функция свободной частицы в таком потенциале имеет вид (см. рис. 1.3):

$$\psi = \chi(z)\varphi(x, y), \quad (1.10)$$

$\varphi(x, y)$ — блоховская волновая функция, описывающая свободное движение частицы в 2D-плоскости, а в направлении z — волновая функция для нижайшего уровня размерного квантования является функцией Эйри, и, согласно численным расчетам Говарда—Фенга, она приближенно аппроксимируется в виде

$$\chi(z) \propto z \exp(-az). \quad (1.11)$$

Характерные линейные масштабы конфайнмента $a \approx 30 \div 40 \text{ \AA}$, а расщепление между уровнями размерного квантования $E_1 - E_0 \approx \approx 50 \text{ мэВ}$ в кремниевом полевом транзисторе и 15 мэВ в GaAs/AlGaAs одиночном гетеропереходе.

В плоскости (x, y) энергетический спектр носителей остается непрерывным и, при малых величинах волнового вектора \mathbf{k} , — квадратичным:

$$E_n(k) = E_n^0 + \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_x^2}{m_x} + \frac{k_y^2}{m_y} \right). \quad (1.12)$$

Каждое значение энергии $E_{n,0}$ является дном соответствующей электрической подзоны размерного квантования. Система несимметрична относительно отражения в плоскости (x, y) , поэтому спектр $E_n(k)$ содержит еще и линейные по k члены вида (гамильтониан Бычкова—Рашба):

$$\alpha v[\sigma_x k], \quad (1.13)$$

где α — константа, связанная со спин-орбитальным взаимодействием; v — орт оси z ; σ — матрицы Паули. Эти члены не оказывают существенного влияния на КЭХ, но они приобретают важную роль при рассмотрении спин-зависимых явлений (в области спинтроники).

В магнитном поле $H \parallel z$ спектр в каждой электронной подзоне дискретен:

$$E_{n,s,v} = E_0 + (n + 1/2)\hbar\omega_c + sg\mu_B + vE_{n,0}, \quad (1.14)$$

где n — квантовое число Ландау; $s = \pm 1/2$ — спиновое квантовое число; g — фактор Ланде; μ_B — магнетон Бора; $v = \pm 1/2$ — долино-

орбитальное квантовое число; ω_c — циклотронная частота. Критерий двумерности системы состоит в том, что в наклонном поле циклотронная частота зависит только от проекции магнитного поля H_z , тогда как зеемановское расщепление определяется полной величиной H . Степень вырождения каждого уровня равна $N_0 \cdot S$, где S — площадь слоя. Согласно (1.14), у носителя не остается ни одного непрерывного квантового числа, в этом смысле говорят, что $2D$ -система в поперечном магнитном поле является нуль-мерной.

В инверсионном n -канале в Si и границе раздела $\{001\}$ каждый уровень Ландау имеет квартетную структуру, связанную с долинно-орбитальным и спиновым расщеплением (см. рис. 1.3). В $2D$ -электронном канале в одиночном GaAs/AlGaAs гетеропереходе дублетная структура каждого уровня Ландау имеет спиновое происхождение. В магнитном поле напряженностью $H = 10$ Тл характерные масштабы существенных физических величин следующие: магнитная длина $\cong 80$ Å, емкость состояний на уровне Ландау $2,5 \cdot 10^{11}$ см $^{-2}$, циклотронная энергия для эффективной массы $0,067m_0$ составляет ≈ 17 мэВ, а зеемановское расщепление для $g = 2$ равно $1,17$ мэВ.

Для интерпретации КЭХ очень существенно знать, каково распределение плотности состояний $D(E)$ в спектре при наличии хаотического потенциала, неизбежно присутствующего в реальных структурах, и локализованы ли возникающие состояния.

Согласно выражению (1.14), при $H \neq 0$ в идеальном $2D$ -слое $D(E)$ является системой δ -функций. Случайный потенциал (неоднородности, примеси и другие дефекты) снимает вырождение уровней Ландау. Плотность состояний при рассеянии на точечных дефектах рассчитывалась в ряде работ. Если $\omega_c \tau \gg 1$ (τ — время свободного пробега при $H = 0$), а случайный потенциал знакопеременный, то каждая δ -функция размывается в пик конечной ширины с экспоненциально спадающими хвостами, которые для различных уровней Ландау слабо перекрываются:

$$D(E) \propto \exp\left(-\frac{E}{2\Gamma}\right), \quad (1.15)$$

где Γ — ширина пика имеет масштаб:

$$\Gamma \propto \frac{\hbar\omega_c}{(\mu_e)^{1/2}} \propto \left(\frac{H}{\mu}\right)^{1/2}. \quad (1.16)$$

В выражении (1.16) μ_e — подвижность электронов, см 2 /(В · с). При учете экранирования Γ (ширина уровня Ландау) зависит от фактора заполнения или положения химпотенциала в щели подвижности.

Знание $D(E)$ еще не решает вопроса о поведении волновых функций, которое является определяющим в проблеме существования электропроводности и ее механизмов. Квантовые состояния могут быть локализованными и протяженными («extended»): волновые функции локализованных состояний затухают, а протяженных — не затухают на бесконечности. В этом смысле последние аналогичны блоховским функциям идеального кристалла, но, конечно же, отличаются от них своим детальным видом из-за воздействия потенциала дефектов и магнитного поля. Если проводить оптическую аналогию, то в режиме КЭХ протяженные состояния подобны световодам, проложенным по эквипотенциалам от одного холловского контакта к другому и отслеживающим сложный рельеф случайного потенциала.

Известно, что даже короткодействующий потенциал изолированной примеси независимо от его знака отщепляет от уровня Ландау бесконечное число уровней, соответствующих локализованным состояниям. Поэтому несомненно, что состояния на хвостах плотности состояний уровней Ландау $D(E)$ локализованы, и тем сильнее, чем дальше удален «хвост» $D(E)$ от максимума. Однако наряду с локализованными состояниями должны существовать и протяженные состояния. На их наличие прямо указывает эксперимент, так как только они способны обеспечить наблюдаемый холловский ток. Их существование подтверждается и теоретическими аргументами.

Согласно Гальперину, в бесконечном образце при $\omega_c \tau \gg 1$ протяженные состояния существуют на каждом уровне Ландау и располагаются при энергии E_{ext} вблизи максимума $D(E)$. Длина локализации $L(E)$ растет экспоненциально, когда $E \rightarrow E_{\text{ext}}$. Эта зависимость схематически приведена на рис. 1.7. Здесь все парциальные плотности вычислены по формуле:

$$D(E) = \left[(2\pi)^{1/2} l_0^2 \Gamma \right]^{-1} \exp \left[-2(E/\Gamma)^2 \right],$$

в каждом случае энергия E отсчитывается от соответствующего уровня. Ширина уровня $\Gamma = \hbar \omega_c (2c/\mu_e \pi H)^{1/2}$. Состояния, для которых $L(E)$ сравнивается с размером образца, проявляются как протяженные (еще раз напомним аналогию со световодом, в котором свет распространяется практически без потерь). Области локализованных состояний называются *щелями подвижности*, а их границы с областями протяженных состояний, E_T — *краями или порогами подвижности*.

Выше предполагалось, что $T = 0$. При $T \neq 0$ состояния, исходно локализованные, вносят вклад в проводимость за счет термически активированных процессов. В результате эти состояния приобретают

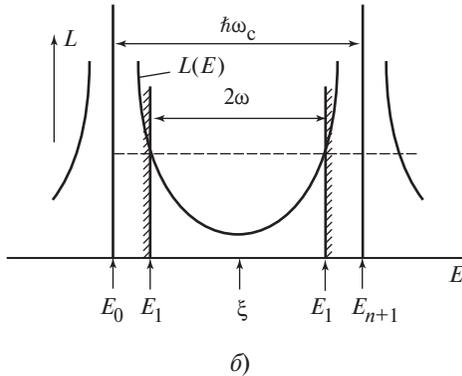
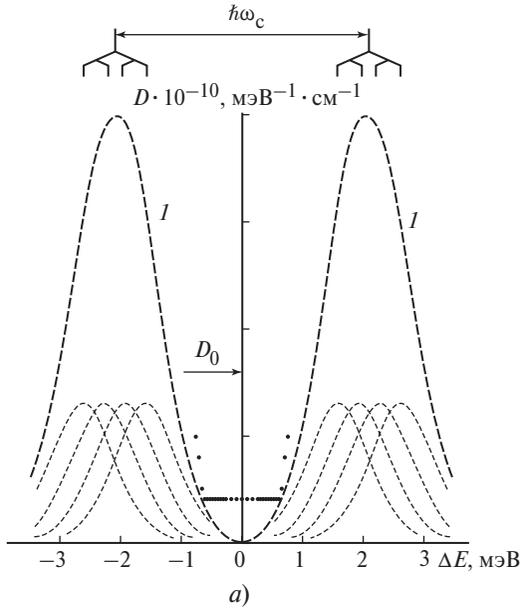


Рис. 1.7. Зависимость плотности состояний и длины локализации от энергии в режиме КЭХ:

a — рассчитанная (пунктир) и измеренная (черные точки) плотность состояний $D(E)$ в кремниевом полевом транзисторе. Оба максимума $D(E)$ (верхний рисунок) являются суперпозицией парциальных плотностей, отвечающих подуровням тонкой структуры (показана схематически сверху прерывистыми точками). Использованы подвижность $\mu_e = 1,4 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ и $H = 6,7 \text{ Тл}$, отвечающие условиям эксперимента. Точки — экспериментально измеренная плотность состояний $D(E)$ (из работы [7]), D_0 — плотность состояний при $H = 0$; *б* — качественный вид зависимости длины локализации L от энергии E ; 2ω — ширина щели подвижности

конечное время жизни, что приводит к постепенному разрушению локализации при увеличении температуры. Для состояния с длиной локализации $L(E)$ это происходит, когда $L(E)$ примерно сравнивается с длиной потери фазовой когерентности L_ϕ (или длиной сбоя фазы): $L(E) \approx L_\phi$. Отметим, что длина потери фазовой когерентности убывает с ростом T .

В случае КЭХ наличие беспорядка в системе и эффектов локализации крайне существенны. Универсальность транспортных свойств возникает *исключительно благодаря беспорядку!* Беспорядок необходим для разрушения *трансляционной инвариантности*. В отсутствие беспорядка мы ничего не могли бы узнать о системе в режиме *эффекта Холла*, кроме ее плотности и заряда.

Один из прямых методов измерения одночастичной плотности локализованных состояний $D(E)$ в области хвостов уровней основан на методе активационной проводимости [5, 6, 7]. Если химпотенциал (или уровень Ферми) ζ оказывается в щели подвижности между квантовыми уровнями, то σ_{xx} определяется числом носителей, заброшенных с уровня Ферми на края подвижности ближайших верхнего и нижнего уровней. Если уровень химпотенциала ζ отсчитывается от средней точки между уровнями, то активационная проводимость равна [7]:

$$\sigma_{xx}(\zeta, T) \cong \exp(-w/T) \cdot \text{ch}(\zeta/T), \quad (1.17)$$

где w — половина щели подвижности. При изменении N_s на ΔN_s уровень Ферми сдвигается на $\Delta\zeta = \Delta N_s / D(\zeta)$, при этом ΔN_s измеряется непосредственно, а $\Delta\zeta$ по $\Delta\sigma_{xx}$. В результате определяется значение $D(\zeta)$. Найденное таким методом $D(E)$ для Si-MOSFET показано на рис. 1.7. Видно, что на широком плато между пиками $D(E)$ велико: оно составляет значительную долю от D_0 — значения D при $H = 0$.

1.1.4. Теоретический аспект целочисленного КЭХ

Главный вопрос, на который должна ответить теория целочисленного КЭХ, состоит в следующем: *почему в условиях КЭХ холловская проводимость σ_H на плато кратна (e^2/h) ?* Учитывая огромную точность, с которой этот факт установлен экспериментально, ответ должен основываться на фундаментальных законах, а не на приближениях или модельных расчетах. Дело в том, что любые модельные приближения значительно превышают достигнутую точность в экспериментах с КЭХ.

Существует несколько теоретических подходов, которые претендуют на строгость. Остановимся здесь на наиболее привлекательном,

с нашей точки зрения, и общепринятом подходе, предложенным Лафлином (R. Laughlin) [8]. Аргументация Лафлина, носящая общий характер, основывается на двух положениях — калибровочной инвариантности, а также на том, что каждый уровень Ландау расщепляется на делокализованные (протяженные) и локализованные состояния, и что в режиме КЭХ уровень Ферми лежит внутри щели подвижности, где состояния локализованы. Лафлин проанализировал мысленный эксперимент, геометрия которого представлена на рис. 1.8. Лента с двумерным металлом на рис. (рис. 1.8, а) сворачивается в кольцо — (рис. 1.8, б). Магнитное поле пронизывает поверхность ленты (или кольца) перпендикулярно, как показано на рисунке. По ленте, свернутой в кольцо, протекает ток I , а между краями ленты падает холловское напряжение V_H , которое нужно связать с током. Поскольку в режиме КЭХ отсутствует сопротивление (при $T = 0$, $\rho_{xx} = 0$), можно написать версию закона Фарадея, связывающего ток I с адиабатической производной от полной энергии системы U по магнитному потоку ϕ , пронизывающему кольцо:

$$I = c \frac{\partial U}{\partial \phi} = \frac{c}{L} \frac{\partial U}{\partial A}, \quad (1.18)$$

где c — скорость света; L — длина ленты на рис. 1.8.

Если принять для векторного потенциала поля калибровку Ландау $A_x = -Hy$ и прибавить к A_x пространственно-однородное слагаемое δA , которое включается адиабатически медленно, то соответствующий член в гамильтониане каждого из носителей приобретет вид:

$$\left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} + \frac{e}{c} Hy - \frac{e}{c} \delta A\right)^2. \quad (1.19)$$

Слагаемое с δA можно уничтожить преобразованием

$$\psi \rightarrow \psi e^{i\chi}, \quad \chi = (e/\hbar c) \cdot \delta A. \quad (1.20)$$

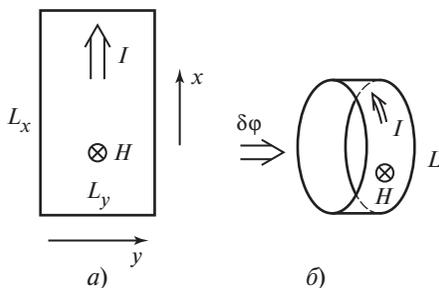


Рис. 1.8. Геометрия мысленного эксперимента Лафлина

Преобразование (1.19) является калибровочным. Минимальное δA , удовлетворяющее этому условию, равно

$$(\delta A)_{\min} = \varphi_0 / L_x, \quad (1.21)$$

где φ_0 — квант магнитного потока; L_x — длина кольца на рис. 1.8. Таким образом, калибровочная инвариантность, т.е. независимость энергетического спектра от δA , должна иметь место при A , кратном $(\delta A)_{\min}$. С учетом сказанного перепишем выражение для тока (1.18) в следующем виде:

$$I = \frac{c}{\varphi_0} (\delta U)_{\min}. \quad (1.22)$$

Остается вычислить $(\delta U)_{\min}$. Вклад от носителей, находящихся в локализованных состояниях в щели подвижности, равен нулю. Влияние δA на делокализованные состояния можно понять из выражения (1.18). Вследствие калибровочной инвариантности энергетический спектр совпадает с исходным, когда $\delta A = (\delta A)_{\min}$. Можно предположить по аналогии со свободными носителями, что при этом на каждом уровне Ландау одно состояние и, следовательно, один носитель как минимум выходят за край образца и попадают в резервуар (контакт), и одновременно одно состояние и один носитель входит в него из другого резервуара (контакта) через противоположный край. Если химпотенциал ζ находится в щели подвижности, то при $T \rightarrow 0$ диссипация отсутствует, и энергия, связанная с переносом носителя через образец, равна eV_H (V_H — холловская разность потенциалов). Поэтому если ζ находится между делокализованными состояниями, принадлежащими n и $(n + 1)$ квантовым уровням, то $(\delta U)_{\min} = (neV_H)$ и

$$I = \frac{c}{\varphi_0} neV_H = n(e^2/h)V_H \sigma_H = n(e^2/h). \quad (1.23)$$

Из калибровочной инвариантности следует, что в результате прохождения кванта потока φ_0 система возвращается (проектируется) в исходное состояние, и единственным результатом может быть перенос нескольких электронов (в пределе одного) с одного края образца на другой.

Особенность аргументов Лафлина состоит в том, что они претендуют на обоснование формулы (1.23) в условиях, когда ζ находится в щели подвижности, где плотность локализованных состояний конечна. Совсем кратко результат Лафлина можно сформулировать следующим образом: в квантовом эффекте Холла измеряется число электронов, которые переносятся при прохождении кванта потока в изложенном выше мысленном эксперименте. Поскольку при этом,

по сути, измеряется заряд электрона e , этим и определяется столь высокая точность КЭХ.

Однако есть другой подход, касающийся первопричины беспрецедентно высокой точности квантования холловского кондактанса (или сопротивления). Д. Таулесс (David Thouless) с соавторами показали [10] (см. также [11—13]), что измеряемый в режиме КЭХ кондактанс является топологическим инвариантом, имеющим название первого числа Черна (the first Chern Number). Согласно геометрической интерпретации холловский кондактанс является кривизной поверхности [13]. Число Черна является топологическим в том смысле, что остается инвариантным при небольших возмущениях гамильтониана. Если учесть целочисленность числа Черна, можно заключить, что график этого числа при небольших возмущениях должен содержать плато. Таким образом, топологические свойства состояния в режиме квантового эффекта Холла могут быть описаны в рамках эффективной топологической теории поля, основанной на теоретических представлениях Черна—Саймона (Chern—Simon theory) [14].

Целочисленный квантовый эффект Холла может рассматриваться также как прямой способ измерения постоянной тонкой структуры $\alpha \equiv e^2/(\hbar c)$, дающий значение этой величине $1/137,03600300(270)$. Альтернативные измерения аномалий электронного магнитного момента дают значение постоянной тонкой структуры с несколько большей точностью. Однако этот метод требует очень больших вычислений, а именно расчета свыше тысячи фейнмановских диаграмм, что порождает конечную вероятность для небольших ошибок [9].

1.1.5. Краевые состояния в режиме целочисленного КЭХ

В режиме КЭХ в основном состоянии существуют краевые токи противоположного знака (киральные токи), протекающие в образце при включенном электрическом поле (рис. 1.9). Квазиклассическое объяснение этих токов заключается в том, что они представляют собой «скачущие орбиты», у которых круговое циклотронное движение прерывается упругими столкновениями на краях структуры, как это качественно проиллюстрировано на рис. 1.9. Краевые состояния играют роль состояний движения налево и направо в двух точках Ферми. Падение холловского напряжения вдоль образца в x -направлении равно разности электрохимических потенциалов между двумя

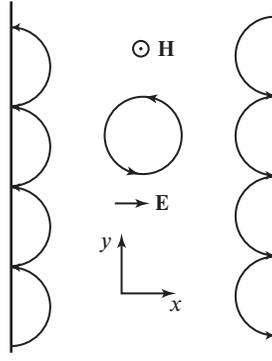


Рис. 1.9. Представление скачущих орбит на уровне Ферми на двух краях образца, где удерживающее электрическое поле вызывает дрейф $E \times H$.

Круговая орбита в центре образца не несет дрейфового тока, если локальное поле равно нулю. Такая картина имеет место при $T \rightarrow 0$ и больших H (магнитная длина $l_H \ll$ масштаба флуктуаций хаотического потенциала). Электрическое поле E приложено в направлении x

краями. Чтобы вычислить результирующий холловский ток I нужно просуммировать групповые скорости всех занятых состояний:

$$I = \frac{e}{L_y} \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{k} \left(\frac{L_y}{2\pi} \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_k}{\partial \mathbf{k}} n_k \right), \quad (1.24)$$

где \mathbf{k} — волновой вектор.

Предполагается, что в объеме холловской структуры заполнен один уровень Ландау. Принимая температуру равной нулю и учитывая, что подинтегральное уравнение является полной производной, получаем:

$$I = -\frac{e}{\hbar} \int_{\zeta_R}^{\zeta_L} dE = -\frac{e}{\hbar} |\zeta_L - \zeta_R|, \quad (1.25)$$

где $\zeta_L - \zeta$ — разность химпотенциалов сток—исток полевого транзистора.

Падение холловского напряжения, по определению, равно

$$(+e)V_H \equiv (+e)[V_R - V_L] = [\zeta_R - \zeta_L]. \quad (1.26)$$

Отсюда следует:

$$I = -\nu \frac{e^2}{h} V_H, \quad (1.27)$$

где теперь допускается, что в объеме структуры заполнено ν различных уровней Ландау, а следовательно существует ν разных краевых каналов, которые приносят вклад в величину тока.

1.1.6. Квазиклассическая перколяционная картина в присутствии случайного потенциала

В реальных системах, в которых исследуется квантовый эффект Холла, всегда присутствует случайный потенциал, связанный с разнообразными дефектами, включая примеси. Случайный потенциал можно сравнить с горным рельефом, в котором присутствуют впадины (долины) и вершины гор. Если магнитное поле достаточно велико и можно пренебречь смешиванием уровней Ландау, а также проигнорировать взаимодействие между электронами, то при наличии сравнительно гладкого случайного потенциала без трансляционной симметрии можно предположить, что собственные электронные волновые функции будут сосредоточены вдоль контурных линий эквипотенциалей на случайной энергетической поверхности. В результате получим, что состояния с низкой энергией будут расположены на контурных линиях в глубоких долинах, а состояния с большой энергией будут окружать «вершины гор» такого потенциального рельефа.

Далее представим себе, что случайный горный рельеф заполняется водой. Если продолжить аналогию, то уровень воды можно уподобить химическому потенциалу электронов. При малом количестве воды заполняются лишь самые глубокие впадины (долины). При повышении уровня воды растут размеры озер и увеличиваются их береговые контурные линии, принимающие все более сложные очертания и формы. При определенном критическом значении уровня воды произойдет фазовый переход, когда береговая линия начнет неограниченно простираться от одной стороны системы до другой. Так в рамках такого перколяционного подхода можно представить себе возникновение делокализованного (протяженного) состояния в системе. При дальнейшем повышении уровня моря вода покрывает значительную часть суши, только несколько горных вершин возвышаются над водой. Теперь береговая линия более не соединяет берега и не является в этом смысле связной, а только окружает вершины гор. Качественно квазиклассическая перколяционная картина проиллюстрирована на рис. 1.10. При дальнейшем повышении уровня моря происходят дальнейшие перколяционные переходы, когда последующие уровни Ландау «скрываются под водой».

Критическое значение химического потенциала для n -го перколяционного перехода находится непосредственно в центре n -го уровня Ландау:

$$\zeta_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c. \quad (1.28)$$

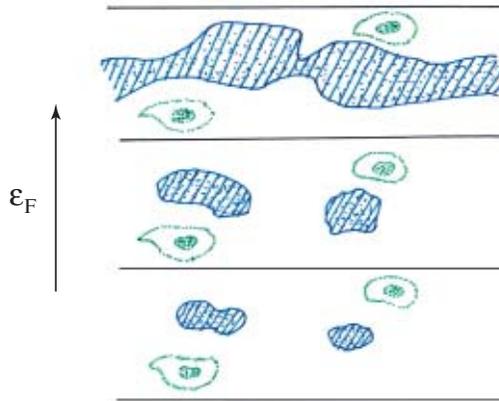


Рис. 1.10. Квазиклассическая перколяционная картина — контурная карта случайного ландшафта в режиме КЭХ.

Пунктиром обведены локальные вершины гор (зеленые пятна); заштрихованы синие «долины», которые заполняются электронами. Стрелкой показано повышение «уровня моря» (уровня Ферми). На верхнем рисунке береговая линия простирается от одного края холловского образца до другого. Этому соответствует появление *протяженного электронного состояния (эффект протекания)*. Когда протяженность становится бесконечной, возбуждения типа частица-дырка вблизи береговой линии становятся бесщелевыми

Этот перколяционный переход соответствует переходу между квантованными холловскими плато.

Перколяционная картина разъясняет, почему диссипативная проводимость σ_{xx} в картине шубниковских осцилляций имеет вид узких пиков при переходе между плато (вспомним рис. 1.5). Вдали от критической точки периметр любой береговой линии является конечным, по этой причине в реальном пространстве существуют энергетические щели для возбуждения состояний через уровень Ферми. Однако в критической точке береговая линия начинает соединять края образца, поэтому период орбиты обращается в бесконечность и щель исчезает. В таких условиях уже бесконечно малое электрическое поле вызывает диссипацию энергии.

В двумерных системах с приближением к классическому порогу протекания размер (диаметр) орбит береговой линии расходится как $\cong |\delta|^{-4/3}$. Здесь δ — мера отклонения уровня моря от критического значения (в обозначениях на рис. 1.7 это мера отклонения химпотенциала от максимума одночастичной плотности состояний уровня Ландау). Следует иметь в виду, что структура береговой линии не является гладкой, поэтому ее длина расходится с большим показателем $7/3$, а в случае сильно ветвящегося фрактального объекта показате-

тель равен $7/4$. В этом затронутом вопросе до настоящего времени нет полного согласия, особенно в связи с попытками корректного учета всегда присутствующего в системе электрон-электронного взаимодействия.

1.1.7. Заключение

В заключении этого раздела сформулируем краткое резюме по целочисленному квантовому эффекту Холла:

1) КЭХ является ярким эффектом в двумерных электронных системах, связанным с наличием щелей в спектре электронов, помещенных в поперечное магнитное поле;

2) целочисленный квантовый эффект Холла является *одноэлектронным эффектом*; он связан с особой структурой спектра $2D$ -электронов, помещенных в поперечное слоям магнитное поле, при наличии случайного потенциала — *почти все состояния локализованы в области щели подвижности, протяженные (делокализованные) состояния переносят ток только в холловском направлении*;

3) точность квантования холловской проводимости при $T = 0$ связана с калибровочной инвариантностью и обеспечивается тем, что в двумерных системах она может быть представлена еще и как топологический инвариант, который не зависит от случайного потенциала дефектов, пока не произойдет захлопывание щелей в спектре;

4) точность квантования холловского сопротивления столь высока, что этот квантовый эффект используется для поддержания международного стандарта электрического сопротивления;

5) остается дискуссионным вопрос о показателе степени, характеризующим расходимость длины локализации;

6) до настоящего времени исчерпывающе не известны ограничения на точность квантования холловского сопротивления (проводимости).

Литература к лекции 1

1. Von Klitzing K., Dorda G., Pepper M. // Phys. Rev. Lett, 90, 021803 (1980).
2. Paalanen M., Tsui D., Gossard A. // Phys. rev. B25, 5566 (1982).
3. Eisenstein J. et al. // Phys. Rev. Lett., 55, 875 (1985).
4. Рашба Э.И., Тимофеев В.Б. Квантовый эффект Холла, Физ. Тех. Полуп. 20, 977—1024 (1986).
5. Stahl E., Weiss D., Wiegmann G., von Klitzing K., Ploog K. // J. Phys. C: Sol. St. Phys. 18, L783 (1985).
6. Wei H.P., Chang A.M., Tsui D.C., Razeghi M. // Phys. Rev. B32, 7016 (1985).
7. Гаврилов М.Г., Кукушкин И.В. // Письма в ЖЭТФ. 43. 79 (1986).
8. Lauphlin R.B. // Phys. Rev. B23. 5632 (1981).

9. **Kinoshita N., Noi M.** // Phys. Rev. Lett., 90, 021803 (2003).
10. **Thouless D., Kohmoto M., Nightingale M., den Nijs M.** // Phys. Rev. Lett. 49. 405 (1982). D.J. Thouless, Topological Quantum Numbers in Nonrelativistic Physics, World Scientific, River Edge, N.Y. (1998).
11. **Bellissard J., A. van Elst, Schulz-Baldes H., Math J.** // Phys. 35. 5373 (1994).
12. **Avron J., Seiler R., Simon B.** // Commun. Math. Phys. 159, 399 (1994).
13. **Joseph E. Avron, Osadchy D., and Seiler R.** // Physics Today, August, 38 (2003).
14. **Zhang S.-C. Int. Mod J.** // Phys. B6, 25 (1992).

2.1. ДРОБНЫЙ КВАНТОВЫЙ ЭФФЕКТ ХОЛЛА

2.1.1. Введение

Ранее было продемонстрировано, что основные свойства целочисленного КЭХ объясняются без учета взаимодействия между электронами. Действительно, энергетические щели в спектре, которые обнаруживаются в условиях целочисленного КЭХ — циклотронные, зеемановские и долинно-орбитальные имеют исключительно одноэлектронное происхождение. Естественно предполагать, что эффекты межэлектронного происхождения проявятся наиболее ярко, когда взаимодействие электронов ($\cong e^2/\varepsilon l_0$, ε — диэлектрическая проницаемость, $l_0 = \sqrt{\hbar/(eH)}$ — магнитная длина), принадлежащих одному уровню Ландау, будет в минимальной степени ослаблено поляризацией других состояний и беспорядком в изучаемой системе. Это имеет место, когда фактор заполнения $\nu < 1$ (низкие концентрации, сильное магнитное поле H), а кулоновское взаимодействие $e^2/\varepsilon l_0 \ll \hbar\omega_c$ ($\hbar\omega_c$ — циклотронная энергия), т.е. достаточно большие магнитные поля H . Последнее неравенство одновременно указывает на то, что необходимы более низкие температуры по сравнению с теми, при которых наблюдается целочисленный КЭХ. Наконец, нужны совершенные образцы, в которых энергия взаимодействия $e^2/\varepsilon l_0$ значительно превышает квантовую неопределенность в энергии \hbar/τ , связанную с рассеянием электронов на дефектах. Иными словами, нужны образцы с существенно большей подвижностью или длиной свободного пробега электронов. Именно в этих условиях и был обнаружен дробный квантовый эффект Холла.

2.1.2. Экспериментальные наблюдения дробного КЭХ

Первое экспериментальное обнаружение дробного КЭХ принадлежит Тсую, Штермеру и Госсарду [1]. Это экстраординарное событие произошло спустя два года после открытия фон Клитцингом целочисленного квантового эффекта Холла. Авторы исследовали двумерный электронный газ в достаточно совершенной, по тем временам, GaAs/AlGaAs гетероструктуре (с электронной подвижностью

$\mu \cong 10^5 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ и обнаружили плато в $\rho_{xy}(H)$ и минимумы в $\rho_{xx}(H)$ при факторах заполнения $\nu = 1/3$ и $2/3$. Результаты этого эксперимента показаны на рис. 2.1. Отчетливо видно, как при понижении температуры на фоне типичной картины целочисленного квантования $\rho_{xy}(H)$ в области $\nu < 1$ возникают новые особенности при $\nu = 1/3$ и $2/3$. На этом же рисунке хорошо видно, и это является общим правилом, что минимумы в ρ_{xx} проявляются раньше, чем формируются плато в ρ_{xy} .

Обнаруженное явление не ограничивается значениями $\nu = 1/3$ и $2/3$. В последующих исследованиях, выполненных на разнообразных по совершенству GaAs-гетероструктурах [$\mu_e > 10^6 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$], наблюдались квантование $\rho_{xy}(H)$ и минимумы $\rho_{xx}(H)$ при множестве других дробных значениях ν (см., например, рис. 2.2). Обнаруженные дроби соответствуют значениям $\nu = p/q$, где p — целое, а q — целое нечетное число. При четных q холловские плато не наблюдаются. С ростом целочисленных p особенности в ρ_{xy} и ρ_{xx} становятся менее

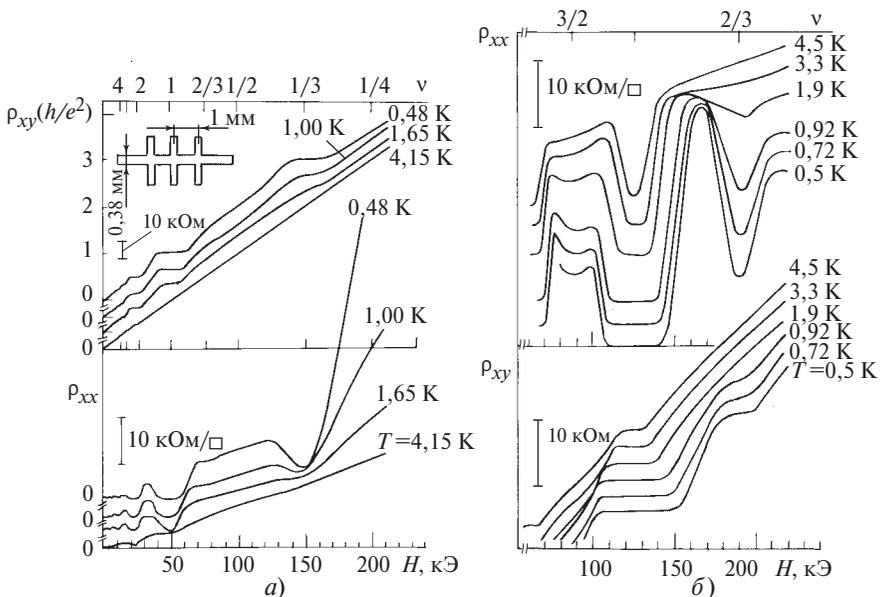


Рис. 2.1. Дробный квантовый эффект Холла в двумерном электронном газе GaAs/AlGaAs-гетероструктуре:

a — образец с $N_s = 1,23 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и $\mu_e = 9 \cdot 10^4 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$; на вставке изображен холловский мост; *б* — образец с $N_s = 3,06 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и $\mu_e = 4 \cdot 10^5 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. Температуры указаны у каждой из зависимостей. Из работы [1]

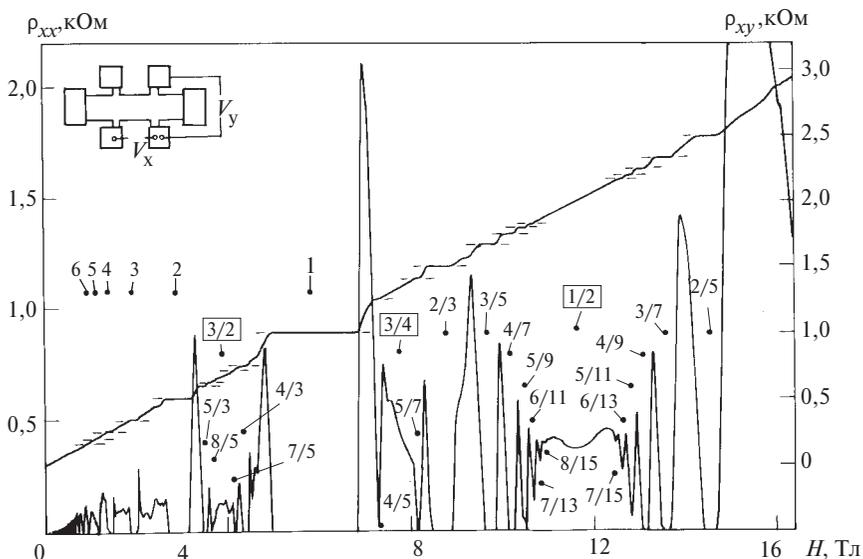


Рис. 2.2. Дробный КЭХ в GaAs/AlGaAs-гетероструктуре с большой подвижностью [$> 10^6 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$].

Наряду с простыми дробями с нечетными знаменателями $\nu = 1/q$ ($q = 3, 5, 7, \dots$) в дробном КЭХ наблюдаются серии $n/(2n \pm 1)$, где $n = 1, 2, 3 \dots$. Особенности с четными знаменателями не обнаруживают плато холловского сопротивления

выраженными. В результате уменьшается точность, с которой идентифицируется дробь. В диапазоне $1 < \nu < 2$ (верхний спиновый подуровень) наблюдаются те же значения дробной части ν , хотя и с различиями в деталях. Наблюдение дробного КЭХ при $1 < \nu < 2$ показывает, что для возникновения этого явления не имеют принципиального значения направление спиновой ориентации электронов, а при $\nu > 2$ — принадлежность электронов исключительно к нижнему уровню Ландау. Дробный КЭХ наблюдался и в других системах: в GaAs-гетероструктурах с дырочным (p -) каналом [3, 4] и в электронном канале в Si-MOSFET структурах [5, 6, 7]. Во всех исследованных системах выполняется правило нечетных знаменателей для обнаруженных дробей в магнитотранспортных коэффициентах ρ_{xy} и ρ_{xx} .

Было установлено, что беспорядок, обусловленный дефектами, разрушает дробный КЭХ. Поэтому во всех случаях этот эффект наблюдался в структурах с большой подвижностью. На рис. 2.2 представлен дробный КЭХ в структуре GaAs/AlGaAs с подвижностью двумерных электронов более $10^6 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ (из работы [2]). Дробный КЭХ естественно было связать с возникновением новых электрон-

ных фаз во взаимодействующей системе носителей. Чтобы обеспечить бездиссипативное протекание тока ($\sigma_{xx} \rightarrow 0$) и устойчивость электронных фаз при фиксированных факторах заполнения $\nu = p/q$, нужно предположить наличие в энергетическом спектре щелей $\Delta(\nu)$.

В условиях дробного КЭХ, как и в случае целочисленного КЭХ, величину щелей удастся определить экспериментально по активационной проводимости $\sigma_{xx}(T)$ [или удельного сопротивления $\rho_{xx}(T)$] в минимумах при соответствующих дробных ν . Измеренные значения щелей при дробных ν оказались гораздо меньше одноэлектронных щелей: циклотронных $\hbar\omega_c$, зеемановских $g\mu_B H$ и долинно-орбитальных $\Delta_{\nu 0}$. Масштаб щели уменьшается с ростом нечетного знаменателя дроби. В электронном канале Si-MOSFET при фиксированной подвижности наблюдалось возрастание щели пропорционально обратной магнитной длине $l_0^{-1} \approx H^{1/2}$ [7]. Этот результат полностью согласуется с представлением о том, что возникновение электронной фазы, ответственной за дробный КЭХ, связано с кулоновским взаимодействием (отталкиванием) носителей.

2.1.3. Теория КЭХ для простых дробных факторов заполнения $\nu = 1/q$ ($q = 3, 5, 7, \dots$)

Общепринято, что основное коррелированное состояние дробного КЭХ с простыми дробными факторами заполнения $\nu = 1/q$ ($q = 3, 5, 7, \dots$) с нечетными знаменателями является двумерной электронной несжимаемой квантовой жидкостью в сильном магнитном поле. Структура такой квантовой жидкости впервые была описана Лафлингом [8]. Автор рассмотрел ситуацию, когда основной уровень Ландау заполнен на одну треть, и установил структуру волновой функции основного состояния. Он описал также свойства элементарных возбуждений, которые несут дробный заряд. Основные результаты этой теории состоят в следующем.

Рассматриваются $2D$ электроны, движущиеся в (x, y) -плоскости в присутствии магнитного поля, ориентированного вдоль z . Рассмотрение ведется в симметричной калибровке векторного потенциала $\mathbf{A} = [\mathbf{Hr}]/2$. В таких условиях собственные волновые функции одночастичного гамильтониана задаются двумя квантовыми числами: номером уровня Ландау $n = 0, 1, 2, \dots$ и целым числом m , определяющим собственное значение углового момента. Рассматривается нижайший уровень Ландау и пренебрегается подмешиванием вышерасположен-

ных уровней. В выбранной калибровке одночастичные собственные электронные функции основного состояния ($n = 0$) имеют вид:

$$\Psi_{0,m}(x, y) = (2^{m+1} \pi m! l_0)^{-1/2} z^m \exp \left[-|z|^2 / (4l_0^2) \right], \quad (2.1)$$

где $z = x + iy$ — комплексная координата; l_0 — магнитная длина, $m \geq 0$. Электрон-электронное взаимодействие учитывается удачно подобранной (не вычисленной!) Лафлином многочастичной волновой функцией:

$$\Psi_L = \prod_{j < k} f(z_j - z_k) |x| \left(-\frac{1}{4l_0^2} \sum_i |z_i|^2 \right), \quad f(z) = z^m. \quad (2.2)$$

Экспоненциальный фактор в (2.2) диктуется формулой (2.1), а для предэкспоненциального используется подстановка Джастрова — произведение парных функций. Степенная форма f следует из (2.1), так как только однородный полином является собственной функцией углового момента. Это же свойство обеспечивает принадлежность Ψ основному уровню Ландау. Степень m выбирается целой и нечетной, чтобы Ψ_L удовлетворяла принципу Паули: $f(z) = z^m$. Поскольку функция Ψ_L описывает фермионы, она должна быть антисимметричной по отношению к перестановке каждой пары частиц, поэтому функция f должна удовлетворять условию $f(z) = -f(-z)$.

Теперь, когда форма многочастичной электронной функции (2.2) определена условиями симметрии, роль единственного параметра, который обеспечивает минимум потенциальной энергии, может играть только показатель степени m , определяющий поведение функции $f(z)$ при сближении электронов $|z_i - z_j| \rightarrow 0$. Значение m в свою очередь связано со степенью заполнения основного уровня. С микроскопической точки зрения значение m определяет число нулей (узлов) многочастичной волновой функции Ψ_L [9]. В конечном итоге Лафлин показал, что дробный фактор заполнения $\nu = 1/m$.

Следующим является вопрос о введении элементарных возбуждений. Лафлин использует для этой цели операторы [8], создавая дырку, или квазичастицу в точке z_0 . Для дырки это сводится к домножению Ψ_L на произведение факторов $(z_i - z_0)$. Величину возникающего дробного заряда определить несложно. Для этого нужно записать для дырки с зарядом e^* уравнение, используя связь между магнитным потоком и числом узлов Ψ -функции. Тогда интеграл от

фазы волновой функции при движении дробного заряда e^* по замкнутому контуру C запишется в следующем виде

$$i \frac{e^*}{\hbar c} \int A dl = \sum_j \left(\int dz_0 \right) \ln (z_j - z_0). \quad (2.3)$$

Если учесть, что $|e|Hc\hbar = 2\pi N_s$, $N_s = (1/2\pi l_0^2)(1/q) = N_0/q$ и $\nu = 1/q$, то в конечном итоге получим:

$$e^* = |e|/q. \quad (2.4)$$

Теперь рассмотрим поведение полной энергии системы взаимодействующих электронов $E(N)$ в функции полного числа частиц N в магнитном поле при $T = 0$ в окрестности дробного фактора заполнения $\nu = 1/q$. Согласно Лафлину, при значениях N , отвечающих дробным $\nu = 1/q$, на кривой $E(N)|_q$ следует ожидать «излома вниз» (cusp) (рис. 2.3). Так как по определению производная $dE/dN \equiv \zeta$ является химпотенциалом, поэтому излом вниз означает, что ζ изменяется скачком (рис. 2.3) при прохождении критической области $N = N_q$:

$$\delta\zeta = \left. \frac{\delta E(N)}{\delta N} \right|_+ + \left. \frac{\delta E(N)}{\delta N} \right|_- = q\Delta_Q, \quad (2.5)$$

где Δ_Q — кулоновская щель.

Скачок производной dE/dN в точке N_q означает наличие щели Δ_Q в плотности состояний.

Таким образом, изменение N в окрестности N_q приводит к рождению элементарных возбуждений — квазичастиц при $N > N_q$ и дырок при $N < N_q$ в области дробного фактора заполнения $\nu = 1/m$ с нечетным знаменателем m . Энергия рождения пары квазичастица-дырка равна Δ_Q .

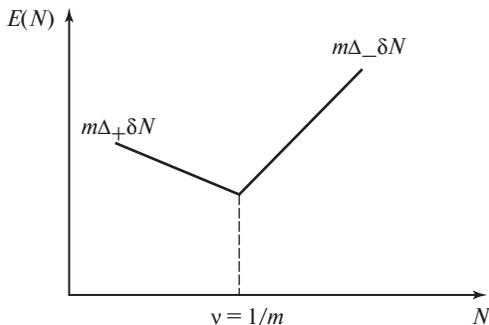


Рис. 2.3. Поведение энергии основного состояния системы взаимодействующих двумерных электронов $E(N)$ в функции числа частиц N при $T = 0$ и $H = \text{const}$ в окрестности дробного фактора заполнения ($\nu = 1/m$), где наблюдается излом вниз — «cusp»

Подобная картина не имеет ничего общего с обычным упругим сжатием или расширением электронной фазы в обычном металле: оно отвечало бы на кривой $E(N)$ не излому, а плавному минимуму. В рассматриваемом случае сжимаемость $\gamma \propto (d^2E/dv^2)^{-1}$, и в точке излома $\gamma \rightarrow 0$. Поэтому электронная фаза является несжимаемой и в ее спектре отсутствуют бесщелевые (звуковые) возбуждения.

В этих условиях легко вычислить плотность холловского тока \mathbf{j}_H . Действительно, в системе координат, движущейся с холловской скоростью $\mathbf{v}_H = c[\mathbf{E} \times \mathbf{H}]/H^2$, электрическое поле равно нулю. Примеси движутся со скоростью $(-\mathbf{v}_H)$, и если она мала, то при $\Delta > 0$ диссипация отсутствует, а электроны покоятся. В лабораторной же системе электроны имеют скорость \mathbf{v}_H , что обеспечивает значение холловской проводимости $\sigma_H = e^2/h$.

Зависимость $E(N)$ типа приведенной на рис. 2.3 и фиксирующей v_q еще не обеспечивает сама по себе возникновение плато в ρ_{xy} вблизи точек v_q . Действительно, при $N \neq N_q$ образуются квазичастицы или дырки, которые могут вносить дополнительный вклад в холловскую проводимость. Чтобы ликвидировать этот вклад, достаточно ввести в рассмотрение неизбежно присутствующие дефекты. Не разрушая щель, они должны захватывать квазичастицы (дырки), тем самым исключая их из процессов переноса.

Остановимся на иерархии состояний в дробном КЭХ. Согласно Халдейну иерархия дробных состояний следует из выражения [10]

$$v^{-1} = q + \frac{\alpha_1}{\Gamma_1 + \alpha_2/[\Gamma_2 + \alpha_3/(\Gamma_3 + \dots)]}, \quad (2.6)$$

где q — целое нечетное число, $\Gamma_j \neq 0$ — целое число, а $\alpha_j = \pm 1$. Новая жидкость $[q, \alpha_1\Gamma_1, \dots, \alpha_j\Gamma_j]$ не возникает до образования предшествующей $[q, \alpha_1\Gamma_1, \dots, \alpha_{j-1}\Gamma_{j-1}]$. Итак, согласно иерархической модели Халдейна, «дочернее» состояние возникает из «прародительского» состояния. Энергетические щели в режиме дробного КЭХ даются нижеследующим выражением:

$$\Delta_q = \frac{(e^*)^2}{\varepsilon l_0^*} = \frac{(e/q)^2}{\varepsilon} \left[\frac{(e/q)H}{\hbar} \right]^{1/2} \propto q^{-5/2} H^{1/2}. \quad (2.7)$$

Таким образом, чтобы восстановить иерархию всех щелей для простых дробей, нужно знать щель для $\nu = 1/3$. Эта щель при $\nu = 1/3$ равна $|\Delta| = Ce^2/\varepsilon l_0$, где коэффициент C был рассчитан Гальпериним и Морфом в работе [11] и оказался равным $C \approx 0,1$.

2.1.4. Магнитооптика в режиме дробного КЭХ: наблюдение коллективных состояний в режиме дробного КЭХ и измерения кулоновских щелей

Несжимаемые квантовые жидкости характеризуются кулоновскими щелями, отделяющими основное состояние от континуума спектра возбуждений. Экспериментальные сведения об энергетических щелях являются одним из основных тестов существующих теорий, объясняющих дробный КЭХ. Обычным и самым распространенным методом измерения щелей в режиме КЭХ является активационный магнитотранспорт [1, 12, 13, 14].

Однако в ультраквантовом режиме, $\nu < 1$, этот метод сталкивается с большими проблемами, связанными с эффектами сильной локализации, обусловленными беспорядком. Одним из альтернативных и достаточно эффективных методов экспериментального измерения кулоновских щелей является оптический метод, основанный на исследовании поведения спектра излучательной рекомбинации $2D$ -электронов с фотовозбужденными дырками в функции магнитного поля.

Впервые этот метод был успешно применен при измерениях кулоновских щелей в режиме дробного КЭХ в Si-MOSFET'е [15]. Особенно эффективным и достаточно точным данный метод оказался при измерениях щелей в режиме дробного КЭХ в системе $2D$ -электронов в GaAs/AlGaAs гетероструктурах [16] (детали этих экспериментов заинтересованный читатель может найти в обзоре [17]) (рис. 2.4). В этом случае метод основывался на измерениях спектра излучательной рекомбинации $2D$ -электронов с фотовозбужденными дырками в δ -слое акцепторных центров, достаточно удаленном от электронного канала и поэтому в минимальной мере возмущающим электронную систему.

В этом методе поведение спектрального положения линии люминесценции (спектрального момента первого порядка) в функции магнитного поля и фиксированной плотности электронов прямо отражает зависимость энергии основного состояния взаимодействующей электронной системы от H . Наблюдаемые в этой зависимости изломы вниз («cusps») непосредственно связаны со щелями в спектре, и эти щели могут быть определены с помощью соответствующего анализа таких спектров. Первые оптические наблюдения коллективных состояний в режиме дробного КЭХ в GaAs/AlGaAs гетероструктуре были выполнены в работе [16]. Эти результаты представлены на рис. 2.4, на котором отчетливо видны изломы вниз функции спектрального момента первого порядка $M_1(H)$, соответ-

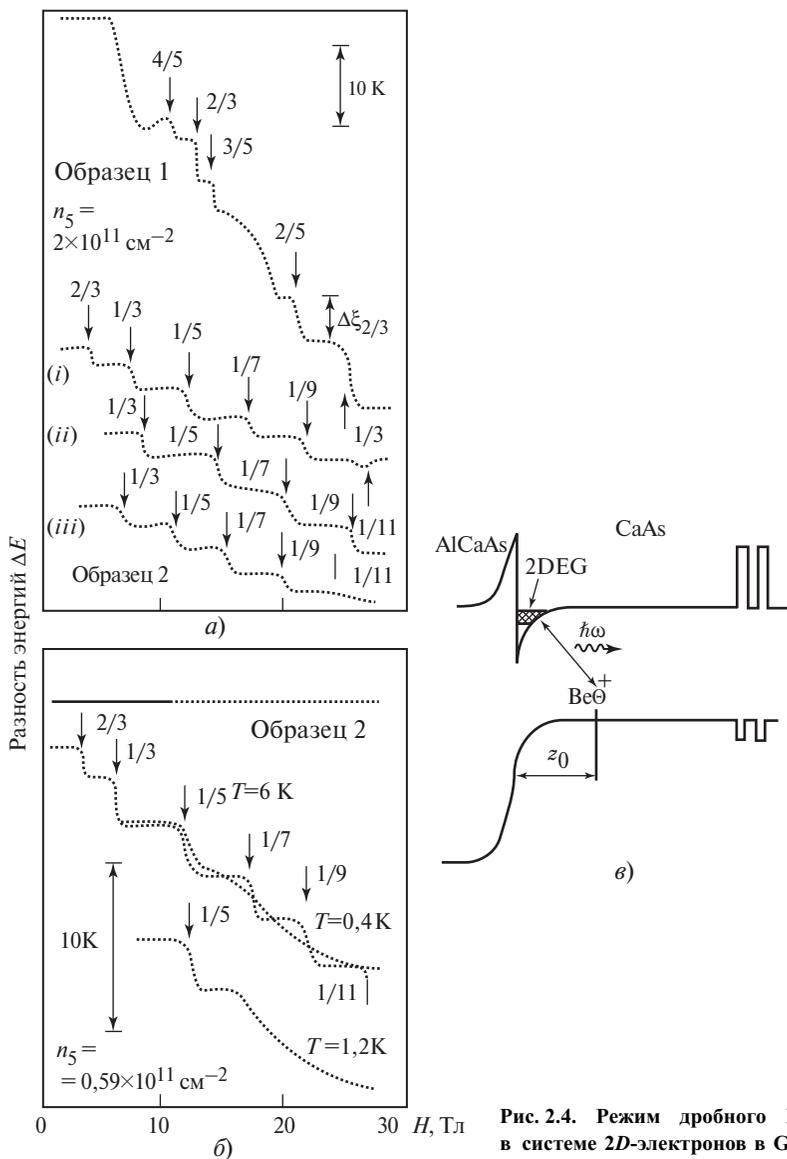


Рис. 2.4. Режим дробного КЭХ в системе 2D-электронов в GaAs/AlGaAs-гетероструктурах:

Слева: измерения относительного спектрального сдвига линии люминесценции $\Delta E(H)$ в результате излучательной рекомбинации 2D-электронов с фотовозбужденными дырками в δ -слое акцепторов: а — для двух образцов с различными электронными концентрациями. Кривая (i) — $0,59 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, (ii) — $0,7 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, (iii) — $0,54 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$; б — $\Delta E(H)$ изменена для образца 2 при различных температурах. Справа: схема излучательной рекомбинации 2D-электронов с фотовозбужденными дырками в δ -слое акцепторов. Из работ [16], [17]

ствующие дробным факторам заполнения $\nu = 2/3, 1/3, 4/5, 3/5, 2/5, 1/5, 1/7$ и $1/9$.

Теоретическое обоснование данному экспериментальному методу дано в работе Апалькова и Рашба [18]. Авторы показали, что момент первого порядка $\hbar \bar{\omega} \equiv M_1(H)$ равен:

$$\begin{aligned} \hbar \bar{\omega} &= \int [V(|r_0 - r|) - V(|r_1 - r_0|)] g_\nu |r_0 - r| dr = \\ &= \frac{2E_i}{N} \int V(|r_1 - r|) g_\nu |r_0 - r| dr, \end{aligned} \quad (2.8)$$

где E_i — энергия начального состояния; $V(r)$ — энергия электрон-электронного взаимодействия, а $g_\nu(|r_0 - r|)$ корреляционная функция. Если принять во внимание, что химический потенциал $\zeta \equiv \delta E_i / \delta N$ в случае

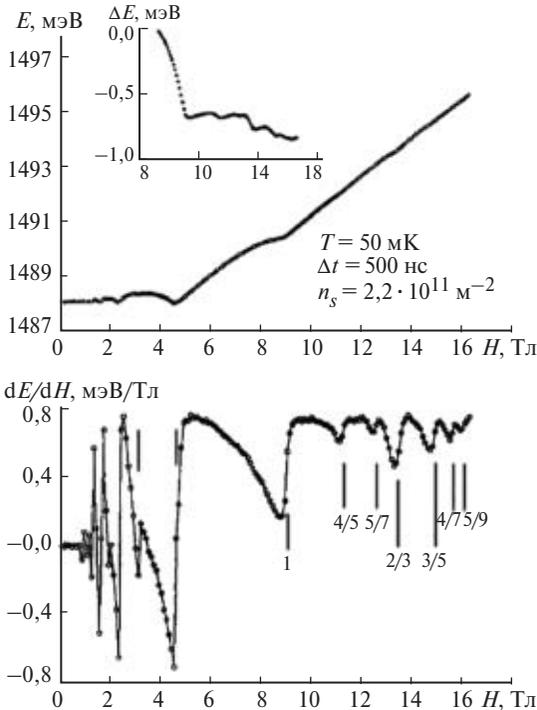


Рис. 2.5. Зависимость первого момента линии люминесценции:

a — его первой производной dE/dH ; *b* — измеренные с временной задержкой $\Delta t = 500$ нс относительно импульса лазерного фотовозбуждения в функции магнитного поля. $T = 50$ мК, плотность двумерных электронов $n_s = 2,2 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ [17]

несжимаемых жидкостей является разрывной функцией фактора заполнения для дробных $\nu = p/q$, тогда, пользуясь уравнением (2.8), можно получить для величины кулоновской щели следующее выражение:

$$\Delta_q = \frac{\nu}{2q} \delta \left(\frac{\delta \bar{\omega}}{\delta \nu} \right). \quad (2.9)$$

На рис. 2.5 в качестве иллюстрации приведена зависимость первого спектрального момента линии люминесценции в результате

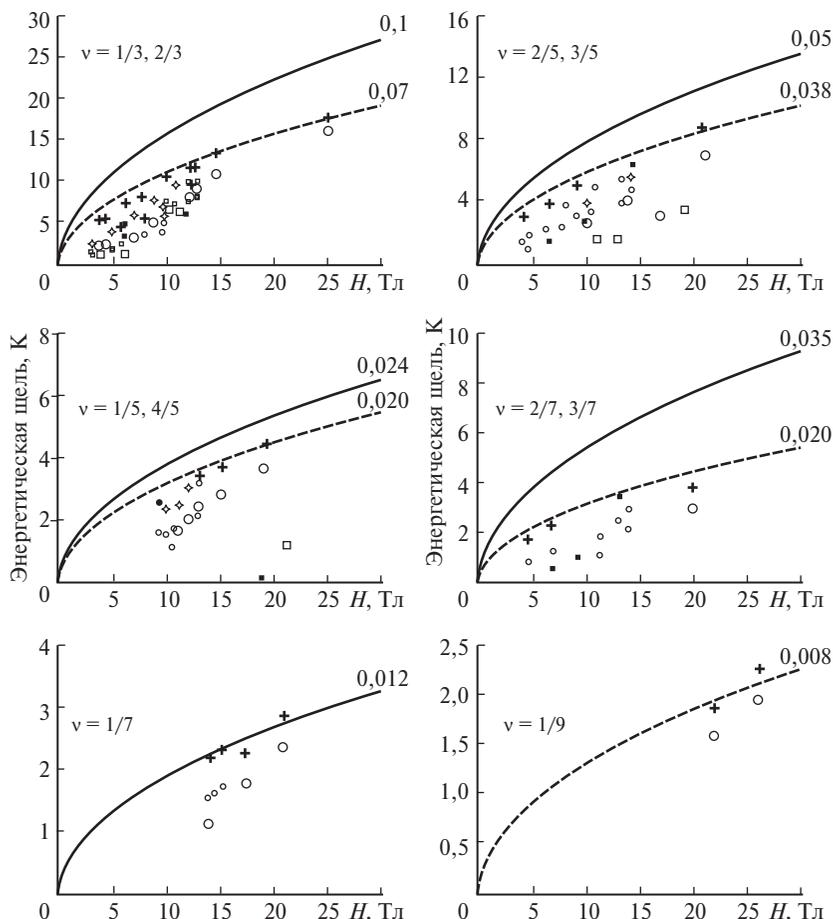


Рис. 2.6. Измеренные кулоновские щели по размеру скачков dM_1/dH в области дробных факторов заполнения:

кружки — измерения с помощью магнитооптики [15—17]; другие знаки — магнитотранспортные измерения [12—14]. Теоретические расчеты Fano et al. [19] показаны сплошной линией, а Morf-Halperin [9] — штриховой

рекомбинации двумерного электрона в электронном канале с фотовозбужденной дыркой из удаленного δ -слоя акцепторов. Для минимизации возможного нагрева электронной системы в условиях фотовозбуждения измерения выполнены при импульсной накачке с временной задержкой фоторегистрации (в рассматриваемом случае время задержки составляло 500 нс). Здесь же на рисунке приведены данные о первой производной спектрального момента dM_1/dH в функции магнитного поля. Отчетливо видны скачки производной, и по амплитуде этих скачков можно определить значения щелей в режиме КЭХ, пользуясь формулой (2.9).

На рис. 2.6 представлены результаты магнитооптических измерений кулоновских щелей в режиме дробного КЭХ, которые сравниваются с магнитотранспортными измерениями в работах [12—14], а также с теоретическими расчетами в работах [9, 19]. Видно вполне удовлетворительное согласие теории и эксперимента.

Завершая этот параграф, отметим, что с помощью магнитооптики удалось исследовать поведение кулоновских щелей в режиме дробного КЭХ в функции температуры и обнаружить «термический коллапс» таких щелей [17] (рис. 2.7). Это наблюдение является одним из свидетельств того, что возникновение несжимаемых жидкостей в режиме дробного КЭХ является фазовым переходом. Несколько

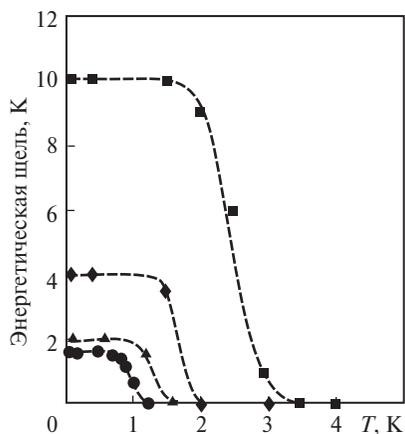


Рис. 2.7. «Температурный коллапс» кулоновских щелей в режиме дробного КЭХ в GaAs/AlGaAs гетероструктуре.

Измерения выполнены для дробных факторов заполнения:

$\nu = 2/3$ — квадраты; $\nu = 3/5$ — ромбы; $\nu = 1/5$ — треугольники; $\nu = 1/7$ — кружки. Из работы [17]

ранее аналогичное явление было обнаружено в режиме дробного КЭХ в Si-MOSFET. С помощью активационного магнитотранспорта это явление невозможно наблюдать по принципиальным причинам.

2.1.5. Заключение

В завершение этого раздела сформулируем резюме по дробному квантовому эффекту Холла:

1. Дробный КЭХ — коллективное явление, обусловленное межчастичным электрон-электронным взаимодействием.

2. Квантование холловского сопротивления и бездиссипативное протекание холловского тока в режиме дробного КЭХ происходит при дробных факторах заполнения с нечетными знаменателями.

3. Подобранная Лафлином многочастичная волновая функция удачно описывает только элементарные дроби с нечетными знаменателями: $\nu = 1/q$ ($q = 3, 5, 7, \dots$).

4. Возникновение простых дробей с факторами заполнения $\nu = 1 - 1/q$ является следствием электронно-дырочной симметрии.

5. Основное состояние в режиме дробного КЭХ представляет собой несжимаемую, сильно коррелированную ферми-жидкость, отделенную от спектра возбуждений кулоновской щелью. В спектре лафлиновской жидкости отсутствуют бесщелевые (звуковые) возбуждения.

6. Величины кулоновских щелей элементарных дробей, рассчитанные с помощью пробной функции Лафлина, достаточно хорошо коррелируют с экспериментально найденными значениями.

7. Элементарные возбуждения в режиме дробного КЭХ несут дробный заряд $e^* = e/q$ ($q = 3, 5, \dots$) и в принципе могут быть определены экспериментально с помощью измерений и анализа шумов Шоттки.

8. Для наблюдения дробного КЭХ, так же как и целочисленного, в 2D-электронной системе нужен слабый беспорядок, нарушающий трансляционную симметрию;

9. Теория Лафлина не объясняет появление в магнитотранспорте сложных дробей с нечетными знаменателями $\nu = p/q$ и $\nu = 1 - p/q$ ($q = 3, 5, 7, \dots; p = 1, 2, 3, \dots$).

10. В настоящее время дискутируется надежность выполненных экспериментов по определению дробных зарядов в режиме дробного КЭХ.

В завершение этого раздела порекомендуем заинтересованному читателю следующие обзоры по квантовому эффекту Холла — целочисленному и дробному [20—25].

Литература к разделу 2.1

1. **Tsui D.S., Stormer Y.L., Gossard A.C.** // Phys. Rev. Lett., 48, 1559 (1982).
2. **Stormer H.L.** // Physica B177, 401 (1992).
3. **Stormer H.L. et al.** // Phys. Rev. Lett. 50. 1953 (1983).
4. **Stormer H.L. et al.** // Phys. Rev. Lett. 51. 126 (1983).
5. **Пудалов В.М., Семенчинский С.Г.** // Письма в ЖЭТФ 39. 143 (1984).
6. **Гаврилов М.Г., Квон З.Д., Кукушкин И.В., Тимофеев В.Б.** // Письма в ЖЭТФ 39. 420 (1984).
7. **Кукушкин И.В., Тимофеев В.Б., Черемных П.А.** // ЖЭТФ 87. 2223 (1984); Кукушкин И.В., Тимофеев В.Б. // ЖЭТФ 89. 1692 (1985).
8. **Lauphlin R.B.** // Phys. Rev. B27. 3383 (1983); Phys. Rev. Lett. 52. 1395 (1983).
9. **Halperin B.** // Helv. Phys. Acta. 56. 75 (1983).
10. **Haldane D.M.** // Phys. Rev. Lett. 51. 605 (1983).
11. **Morf R., Halperin B.I.** // Preprint (1985); Phys. Rev. B33, 2221 (1986).
12. **Willett R.J. et al.** // Phys. Rev. B37, 8476 (1988).
13. **Willett R.J. et al.** // Surf. Sci., 196, 257 (1988).
14. **Jiang H.W. et al.** // Phys. Rev. Lett. 65, 633 (1990).
15. **Kukushkin I.V. and Timofeev V.B.** // JETP Lett. 44, 228 (1986).
16. **Buhmann H., Joss W., von Klitzing, Kukushkin I.V. et al.** // Phys. Rev. Lett. 65, 1056 (1990); Ibid., 66, 926 (1991).
17. **Kukushkin I.V., Timofeev V.B.** // Advances in Physics, 45, 147-242 (1996).
18. **Апальков В.М., Рашба Э.И.** // Письма в ЖЭТФ 53. 420 (1991); JETP Lett., 54, 155 (1992).
19. **Fano G., Ortolani F. and Colombo E.** // Phys. Rev. B34, 2670 (1986).
20. **Tsui D.C.** // 17th ICPS, San Francisco, Eds. J.D. Chadi, W.A. Harrison. P. 247—254 (1984).
21. **The Quantum Hall Effect** // 2nd Ed., edited by Richard Prange and Steven Girvin. Springer-Verlag, New York, 1990.
22. **Рашба Э.И., Тимофеев В.Б.** Квантовый эффект Холла // Физ. Техн. Полу-пров. 20. № 6. 977—1024 (1986).
23. **Chakraborty T. and Pietilanen.** The Fractional Quantum Hall Effect (Springer-Verlag, New York, 1988).
24. **Allan H. MacDonald.** Quantum Hall Effect: Perspective. Kluwer Academic Publishers, 1989.
25. **Perspective in QuantumHall Effects** / Edited by Sankar das Sharma and Aron Pinczuk (Wiley, New York, 1997).

2.2. ВИГНЕРОВСКИЙ КРИСТАЛЛ

Вопрос о возможной кристаллизации разреженного электронного газа был рассмотрен Е. Вигнером еще в середине 30-х годов прошлого столетия [1]. Проблема кристаллизации приобрела особую остроту и актуальность при изучении двумерного электронного газа в полупроводниковых гетероструктурах. Поведение $2D$ -электронной системы с учетом электрон-электронного взаимодействия можно попытаться описать, сравнивая корреляционную энергию $\langle V \rangle = e^2/\epsilon a$, которая ведет к упорядочению электронов, с кинетической энергией $\langle K \rangle = \hbar^2/ma^2$, делокализующей электроны (здесь $a = (\pi N_s)^{-1/2}$ — расстояние между частицами, а N_s — плотность). При условии $\langle V \rangle \gg \langle K \rangle$ в системе отталкивательно взаимодействующих электронов может возникнуть дальний порядок и пространственное упорядочение. Предполагается, что двумерный электронный газ находится на фоне компенсирующего и однородно распределенного положительного заряда.

В отсутствии магнитного поля различают классический и квантовый пределы, где можно ожидать возникновение двумерного электронного кристалла:

1. *Классический случай (низкие плотности)* отвечает условию; $\hbar^2/ma^2 \ll kT \ll e^2/\epsilon a$. В этом пределе переход жидкость-кристалл происходит, когда $e^2(\pi N_s)^{-1/2}/(\epsilon kT) \equiv \Gamma \approx 127$. Такой фазовый переход наблюдался в случае $2D$ -электронов на поверхности сверхтекучего ${}^4\text{He}$ [2, 3].

2. *Квантовый предел (большие плотности)* отвечает условию: $kT \ll \hbar^2/ma^2 \ll e^2/\epsilon a$. Корреляционная энергия изменяется как $\langle V \rangle \propto N_s^{1/2}$, а кинетическая как $\langle K \rangle \propto N_s$. Поэтому вигнеровский кристалл устойчив, когда безразмерный параметр $r_s = r/a_B > r_W$ или

$$N_s \leq N_W = \left(r_W^2 \pi a_B^2 \right)^{-1}, \quad (a_B = \epsilon^2/m e^2),$$
 т.е. в квантовом пределе есть фазовая граница при больших плотностях ($r_W \approx 33$), разделяющая жидкую и кристаллическую электронные фазы. В случае двумерного электронного газа в GaAs/AlGaAs гетеропереходе этому пределу отвечают плотности 10^8 см^{-2} , однако при таких плотностях в существ-

вующих структурах электроны сильно локализованы на флуктуациях хаотического потенциала при низких температурах. *Вот почему трудно реализовать вигнеровскую кристаллизацию в полупроводниках в отсутствие магнитного поля!*

Если включить магнитное поле перпендикулярно электронному слою, двумерные электроны теряют все свои степени свободы, и их кинетическая энергия сильно редуцируется. Таким образом, достаточно сильное магнитное принуждает электроны к пространственному упорядочению и стимулирует вигнеровскую кристаллизацию. Возникновение вигнеровского кристалла в магнитном поле впервые рассмотрено Лозовиком и Юдсоном (1975) [4].

В связи с открытием дробного квантового эффекта Холла в квантовом пределе $\nu < 1$, сразу же возникал вопрос об устойчивости кристаллической электронной фазы относительно несжимаемых жидкостей в режиме дробного КЭХ. Соответствующие расчеты были выполнены в работах [5, 6]. На рис. 2.8 представлено сравнение энергий основного состояния квантовой несжимаемой (лафлиновской) жидкости и двумерного вигнеровского кристалла (или двумерной волны зарядовой плотности). Расчеты выполнены для GaAs/AlGaAs гетероструктуры для электронной плотности $N_s = 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Здесь энергия вигнеровского кристалла E_{Wc}^{HF} вычислена в приближении Хартри—Фока, а E_L — энергия несжимаемой лафлиновской жидкости [5]. Видно, что устойчивая кристаллическая фаза в сравнении с жидкостью в режиме дробного КЭХ возникает при факторах заполнения $\nu < 1/5$.

Первые попытки обнаружить вигнеровскую кристаллизацию были сделаны с помощью исследований магнитотранспорта в ультра

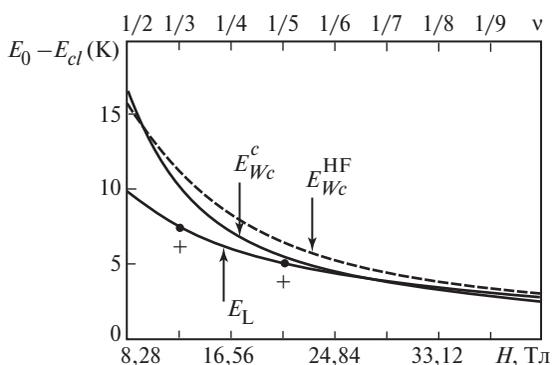


Рис. 2.8. Сравнение энергий основного состояния квантовой несжимаемой жидкости и вигнеровского кристалла при изменении магнитного поля (нижняя шкала абсцисс) или фактора заполнения.

Крестами показаны энергии жидкости, вычисленные в работе [6]

квантовом пределе. На рис. 2.9 представлены результаты измерений диагонального сопротивления двумерного электронного газа с большой подвижностью электронов в GaAs/AlGaAs гетероструктуре в функции магнитного поля при $T = 90$ мК. В окрестности фактора заполнения $\nu = 1/5$ в остром пике при $\nu = 0,21$, а также при $< 1/5$ сопротивление возрастает экспоненциально сильно при понижении температуры. На вставке пунктирными линиями изображен «cusp» в поведении энергии основного состояния несжимаемой жидкости. Экстраполяция пунктирных линий пересекает состояние кристаллической фазы при значениях факторов заполнения 0,21 и 0,19, т.е. там, где аномально сильно возросло продольное магнитосопротивление. Это совпадение не случайное и указывает на происходящие фазовые переходы жидкость—твердая фаза в данной области. Экспериментальные данные взяты из работы [7], а расчеты энергий основных состояний электронного вигнеровского кристалла и несжимаемой лафлиновской жидкости выполнены Лэмом и Гирвином [8].

Поскольку вигнеровская кристаллизация электронов происходит в структурах с флуктуирующим случайным потенциалом, естест-

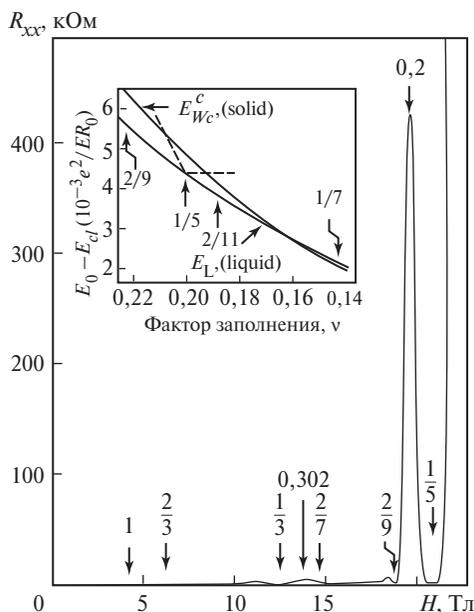


Рис. 2.9. Диагональное сопротивление в функции магнитного поля при $T = 90$ мК.

На вставке по оси ординат: разность полной энергии E_0 основного состояния и классической энергии E_{cd} основного состояния. Экспериментальные данные из работы [7]. Расчеты выполнены Лэмом и Гирвином [8]

венно ожидать, что кристаллическая фаза вряд ли будем протяженным монокристаллом, а, скорее всего, будет представлять собой поликристаллическую структуру с линейными масштабами одиночных когерентных доменов, близких к размерам крупномасштабных флуктуаций случайного потенциала в исследуемой структуре. Последующие эксперименты подтверждают это утверждение.

В экспериментах Голдмана с соавторами (Goldman et al. [9]) исследовалось дифференциальное сопротивление в области фактора заполнения $\nu = 0,187$ ($\approx 1/5$) при вариации температуры. Авторы установили, что при температурах ниже температуры плавления кристаллической фазы с помощью тянущего электрического поля можно преодолеть зацепление (пиннинг) поликристалла, обусловленный флуктуациями хаотического потенциала, в результате чего сопротивление в электронной системе пороговым образом уменьшается (см. левый фрагмент на рис. 2.10). Другой интересный экспериментальный факт связан с обнаружением достаточно сильных электри-

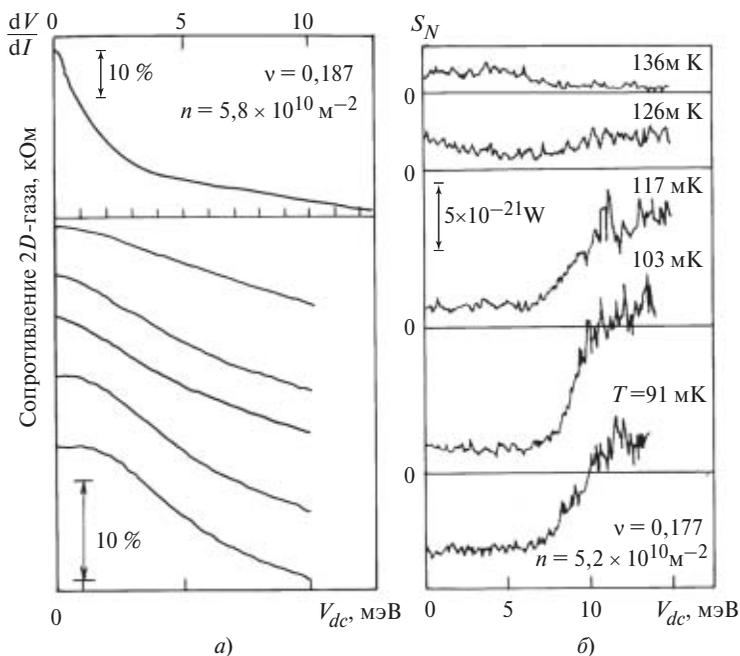


Рис. 2.10. Обнаружение шумов тока вследствие «депиннинга» вигнеровского кристалла на основании измерений дифференциального сопротивления двумерных электронов в области фактора заполнения $\nu = 0,187$.

V_{dc} — постоянное напряжение между стоком и истоками $2D$ -электронного газа; S_N — шумы тока. Из работы [9]

ческих шумов в области температур, близких к температуре плавления вигнеровского поликристалла (см. правый фрагмент на рис. 2.10).

Были предприняты попытки обнаружить кристаллическую электронную фазу с помощью резонансных радиочастотных методов. Авторы работы [10] обнаружили в $2D$ -электронном газе в GaAs/AlGaAs гетероструктуре в области факторов заполнения $\nu < 0,25$ резонансное радиочастотное поглощение, которое связали со сдвигами деформационными колебаниями в одиночных доменах в поликристаллической фазе. Обнаруженный резонанс исчезал при температурах, как предполагают авторы, выше температуры плавления вигнеровского кристалла. Ширина резонанса была большой, что связывалось с широким разбросом линейных масштабов (дисперсией) одиночных доменов вигнеровского поликристалла.

Теперь остановимся на исследованиях вигнеровской кристаллизации средствами оптической спектроскопии. В фокусе внимания будет вопрос: как конкурируют между собой состояния несжимаемой жидкости в режиме дробного КЭХ и двумерного вигнеровского кристалла? Экспериментальный метод основывался на исследовании спектров излучательной рекомбинации электронов в двумерном канале с фотовозбужденными дырками в удаленном δ -слое акцепторов (достаточно вспомнить рис. 2.4). Энергетическая схема структуры уже рассматривалась ранее в предыдущем разделе. Здесь мы обсудим появление новой линии в спектрах люминесценции при факторах заполнения $\nu < \nu_c$ и при температурах ниже критической температуры плавления $T < T_c$ (T_c зависит от ν). Возникающая в спектрах люминесценции новая линия связывается с возникновением кристаллической фазы [11]. На рис. 2.11 представлены спектры люминесценции для двух различных концентраций $N_s = 5,4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ и $6 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$, измеренные при различных магнитных полях в условиях стационарного фотовозбуждения. Видно, что в обоих образцах выше определенного магнитного поля H_c в спектрах люминесценции вырастает новая линия I_2 , сдвинутая в сторону меньших энергий на 1,4 мэВ относительно линии I_1 , которая отвечает жидкой электронной фазе. Линия I_2 возрастает по интенсивности с ростом магнитного поля и при факторах заполнения $\nu \rightarrow 1/11$ доминирует в спектре. «Фиолетовый» сдвиг этой линии относительно линии I_1 указывает, что кристаллическая фаза является более сильно связанным состоянием, чем жидкая фаза.

Очень информативными оказались исследования спектров люминесценции кристаллической фазы в статическом электрическом поле. Было обнаружено пороговое усиление сигнала люминесценции

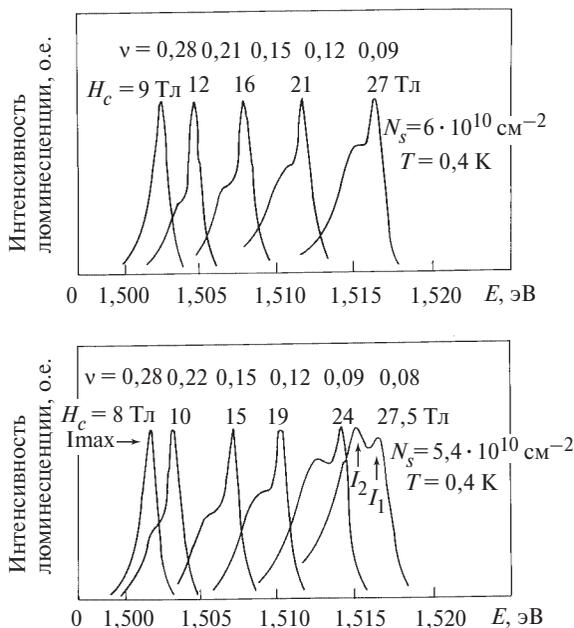


Рис. 2.11. Спектры люминесценции, измеренные для двух электронных концентраций при различных магнитных полях в ультраквантовом пределе ($\nu < 1$) и $T = 0,4$ К. Линия I_1 отвечает жидкой фазе, линия I_2 вырастает в спектрах при увеличении магнитного поля и соответствует твердой кристаллической фазе. Из работы [11]

линии I_2 , а также возникновению шумов, связанных с нестабильностью сигнала люминесценции. Эти наблюдения указывают на перемещение кристалла между местами зацепления (пиннинга) в электрическом поле и на поликристаллическую структуру твердой электронной фазы. С помощью модуляции электрического поля удастся выделить сигнал люминесценции непосредственно связанный с кристаллической фазой. Эти результаты иллюстрирует рис. 2.12. С помощью исследований в электрическом поле было установлено, что плавление вигнеровского кристалла проходит в два этапа и может быть охарактеризовано двумя критическими температурами: T_{c1} (критическая температура перехода кристалл — жидкий кристалл) и T_{c2} (переход жидкий кристалл — жидкость). Однако это утверждение еще нуждается в дополнительных экспериментальных проверках.

По депиннингу вигнеровского кристалла в электрическом поле можно оценить длину когерентности, или линейный масштаб домена кристалла, следующим образом. В прямой аналогии с волной зарядовой плотностью CDW можно предположить, что приложенное элект-

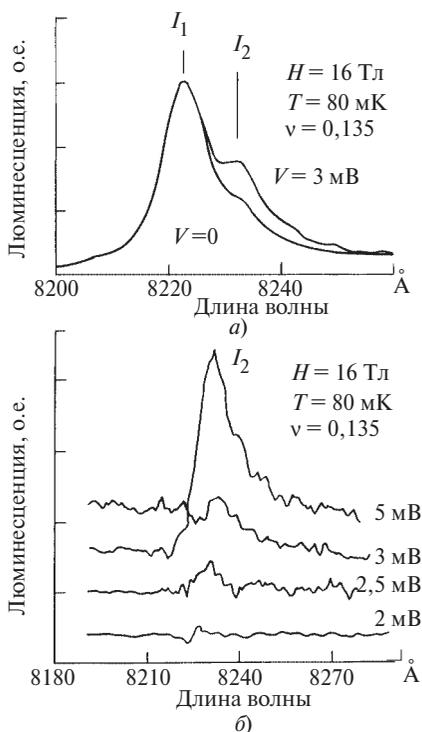


Рис. 2.12. Линия люминесценции вигнеровского кристалла в статическом электрическом поле:

a — депиннинг кристаллической фазы в электрическом поле при $H = 16$ Тл и $T = 80$ мК; *б* — дифференциальные спектры люминесценции, измеренные при различных значениях напряжения V электрического поля

рическое поле E создает силу, действующую на одиночный домен вигнеровского кристалла, равную $e(L/a)^2 E$. Пороговое электрическое поле E_{th} , при котором когерентный вигнеровский домен размера L , сдвигается на постоянную кристаллической решетки a , совершает работу, равную $e \langle V \rangle$ ($\langle V \rangle$ — амплитуда случайного потенциала, обеспечивающего пиннинг («зацепление») вигнеровского кристалла). Если принять энергию $e \langle V \rangle$ равной активационной энергии, то для линейного масштаба длины когерентности вигнеровского кристалла получим величину $L \cong 1$ мкм.

Интересными и информативными оказались времяразрешенные оптические исследования кристаллической и жидкой электронных фаз в условиях импульсного фотовозбуждения. Оказалось, что времена жизни жидкой и кристаллической фаз отличаются более чем на порядок. Вследствие пространственного упорядочения кристал-

лическая фаза в условиях импульсного фотовозбуждения является более долго живущей. Поэтому жидкую и кристаллическую фазы в спектрах стало возможным исследовать раздельно, используя различные времена задержки относительно возбуждающего светового импульса: для жидкой фазы выбиралась задержка 100 нс, а для кристаллической фазы на порядок большая задержка, вплоть до 1,5 мкс. Результирующие интенсивности фотолюминесценции в функции магнитного поля представлены на рис. 2.13. Для жидкой фазы сигнал люминесценции остается практически постоянным вплоть до фактора заполнения $\nu_c = 0,26$, затем сигнал сильно падает с уменьшением фактора заполнения (рис. 2.13, *a*). На кривой спада интенсивности возвышаются пики люминесценции несжимаемых жидкостей

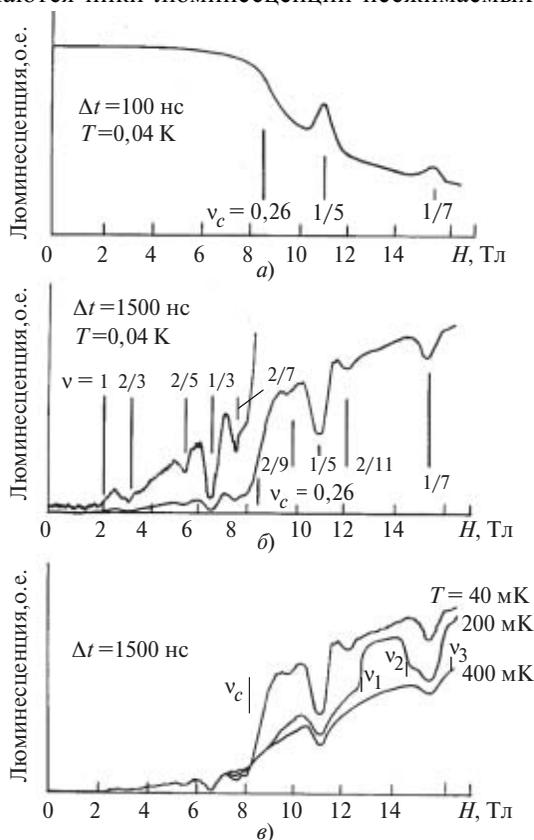


Рис. 2.13. Интенсивности линий:

a — жидкой фазы; *b* — твердой фазы в функции магнитного поля для концентрации $5,3 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$; *v* — интенсивность линии кристаллической фазы, измеренной при температурах $T = 40, 200$ и 400 мК. Из работы [11]

при факторах заполнения $1/5$ и $1,7$. В случае твердой фазы, напротив, сигнал возникает уже при факторе заполнения $\nu \approx 1$ и демонстрирует сильное усиление при $\nu_c = 0,26$ (см. рис. 2.13, б). Кроме того, на кривой интенсивности в этой области видны осцилляции при $\nu = 2/3, 2/5, 1/3, 2/7, 2/9, 1/5, 2/11$ и $1,7$. По положению в шкале H этих дробей легко определяется концентрация электронов для различных временных задержек.

Ключевыми для понимания возникновения кристаллической фазы оказались зависимые от температуры измерения интенсивности люминесценции в функции магнитного поля (см. рис. 2.13, в). При 400 мК кривая зависимости интенсивности от магнитного поля не содержит резких особенностей кроме слабых минимумов, соответствующих дробным факторам заполнения $1/5$ и $1/7$. При 200 мК появляются несколько порогов сильного возрастания интенсивности при факторах заполнения ν_1, ν_2 и ν_3 . Это означает, что кристаллическая фаза появляется в области факторов заполнения $\nu_1 > \nu > \nu_2$ и $\nu < \nu_3$. При температуре 40 мК область кристаллической фазы существенно расширяется, что особенно хорошо видно в окрестности факторов заполнения $1/5$ и $1/7$.

Магнитооптические времяразрешенные исследования двумерной кристаллической фазы при импульсном фотовозбуждении очень интересны тем, что указывают на гексагональную структуру вигнеровского кристалла [12]. Однако прямых доказательств гексагональ-

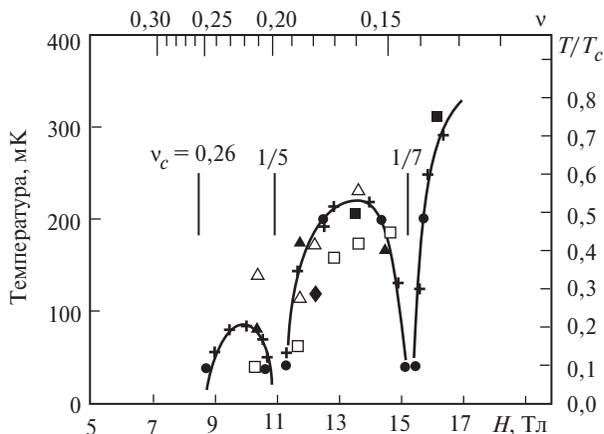


Рис. 2.14. Фазовая граница вигнеровский кристалл — несжимаемые лафлиновские жидкости, измеренная для трех образцов:

черные символы — оптические измерения (из работы [11]); открытые пустые — результаты по нелинейному транспорту [9]; пустые треугольники — результаты радиочастотных измерений [13, 14]

ного устройства двумерной электронной кристаллической фазы нет вплоть до настоящего времени.

Наконец остановимся на результирующей экспериментальной фазовой диаграмме двумерной электронной системы. Эта диаграмма (рис. 2.14) построена на основании магнитотранспортных, радиочастотных и магнитооптических исследований двумерных электронов в GaAs/AlGaAs-гетероструктуре. На рисунке изображена фазовая граница, разделяющая области двумерного вигнеровского кристалла и несжимаемых жидкостей в режиме дробного КЭХ и построенная в координатах фактор заполнения (магнитное поле) и температура. Несмотря на использование данных в построении фазовой границы жидкость — кристалл, которые получены различными экспериментальными методами для различных образцов, установленная результирующая фазовая диаграмма имеет универсальную форму, что подтверждает ее собственную природу.

Наряду с этим следует еще раз подчеркнуть, что до настоящего времени нет прямых доказательств о реальной структуре вигнеровского кристалла. Оптические исследования времязрешенных спектров люминесценции в условиях импульсного возбуждения и их анализ дают только косвенные указания, что двумерная кристаллическая фаза обладает, скорее всего, гексагональной структурой [12].

Литература к разделу 2.2

1. **Wigner E.P.** // Phys. Rev., 46, 1002 (1934); Trans. Faraday Soc., 34, 678 (1938).
2. **Grimes C.C. and Adams G.** // Phys. Rev. Lett. 42. 795 (1979).
3. **Deville G.J.** // Low Temp. Phys., 72. 135 (1988).
4. **Лозовик Ю.Е. и Юдсон В.И.** // Письма в ЖЭТФ. 22. 26 (1975).
5. **Lauphlin R.B.** // Phys. Rev. Lett. 52. 1395 (1983).
6. **Levesque D., Weiss J.J., MacDonald A.H.** // Phys. Rev. B30 (1984).
7. **Du R.R. et al.** // Phys. Rev. Lett. 70. 2944 (1993).
8. **Lam P.K. and Girvin S.D.** // Phys. Rev. B30 473 (1984).
9. **Goldman B.** // Phys. Rev. Lett. 65. N17 (1990).
10. **Andrei E.Y., Deville G., Glatli D.C. et al** // Phys. Rev. Lett. 60, 2765 (1988).
11. **Buhmann H., Joss W., von Klitzing et al** // Phys. Rev. Lett. 66, 926 (1991).
12. **Kukushkin I.V., Timofeev V.B.** // Advances in Physics. 45, 147—242 (1996).
13. **Paalanen M.A., Willett R.J., Littelwood P. et al** // Phys. Rev. B45, 11342 (1992).
14. **Paalanen M.A. et al** // Phys. Rev. B45, 13784 (1992).

3.1. КОМПОЗИТНЫЕ ФЕРМИОНЫ

3.1.1. Введение

Напомним, что в присутствии достаточно сильного магнитного поля H , поперечного плоскости двумерных электронов, крохотные циклотронные орбиты электронов квантуются и образуют дискретный набор уровней кинетической энергии, получивших название уровней Ландау. Каждый уровень Ландау сильно вырожден: его емкость или, иными словами, максимально возможное заполнение ландаускими орбитами единичной площадки, составляет H/φ_0 , где $\varphi_0 = hc/e$ — элементарный квант магнитного потока. Это вырождение подразумевает, что число заполненных уровней Ландау, или фактор заполнения, $\nu = N_s \varphi_0 / H$, где N_s — плотность двумерных электронов. Целочисленный квантовый эффект Холла (КЭХ), открытый Клаусом фон Клитцингом в 1980 г., проявляется именно при целочисленных факторах заполнения $\nu = 1, 2, 3, \dots$

В пределе сильного магнитного поля, или ультраквантовом пределе (когда $\nu < 1$), все двумерные электроны оказываются на нижайшем уровне Ландау, и смешиванием между разными уровнями Ландау можно пренебречь. В этом случае кинетическая энергия есть малосущественная постоянная, и гамильтониан ансамбля электронов, взаимодействующих по Кулону, дается выражением:

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \sum_{j \neq k} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{|r_j - r_k|}, \quad (3.1)$$

где ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость в вакууме; $r_{(j,k)}$ — координаты электронов.

Задача теории состоит в том, чтобы решить уравнение Шредингера с гамильтонианом (3.1), $H\Psi = E\Psi$, в функции фактора заполнения ν в гильбертовом пространстве нижайших ландауских состояний. В рассматриваемом случае мы имеем дело с макроскопической многочастичной системой взаимодействующих электронов, поэтому не удивительно, что точное решение не известно. Более того, в данном случае нам не приходится рассчитывать на поиск приближенных решений в рамках теории возмущений, ибо в рассматриваемой задаче отсутствует малый параметр, по которому можно было бы вести соот-

ветствующие разложения, так как энергия взаимодействия в гамильтониане (3.1) по существу и есть основной энергетический масштаб. Однако, тем не менее, ключевые эксперименты, которые мы рассмотрим ниже, привели к отысканию вариационных волновых функций, которые с высокой степенью точности отражали основное состояние сложной системы взаимодействующих электронов. Эти волновые функции раскрывают достаточно простую физическую природу рассматриваемой проблемы, связанную с образованием композитных фермионов.

3.1.2. Суть концепции композитных фермионов

Концепцию композитных фермионов, впервые предложенную Джейном (J. Jain) [1], можно изложить различными способами. Однако все эти способы сводятся в конечном итоге к следующему: система сильно взаимодействующих электронов в сильном поперечном магнитном поле H трансформируется в систему слабо взаимодействующих композитных фермионов в эффективном и более слабом магнитном поле H^* , которое дается следующим выражением:

$$H^* = H - 2pN_s\phi_0, \quad (3.2)$$

где $2p$ — четное целое число. Равноценно можно также сказать, что электроны при факторе заполнения ν конвертируются в композитные фермионы с фактором заполнения $\nu^* = N_s\phi_0/|H^*|$, так что ν и ν^* связаны между собой соотношением:

$$\nu = \frac{\nu^*}{2p\nu^* \pm 1}. \quad (3.3)$$

Здесь знак минус означает ситуацию, когда H^* направлено антипараллельно магнитному полю H .

Микроскопическая картина возникновения композитных фермионов состоит в следующем. Начнем с рассмотрения взаимодействующих двумерных электронов в поперечном магнитном поле напряженностью H . Давайте свяжем с каждым электроном бесконечно тонкий соленоид, не имеющий массы и несущий $2p$ -квантов магнитного потока, который направлен антипараллельно полю H (p — целое число). Эта процедура и приводит к возникновению композитного фермиона. Заметим, что такая конверсия сохраняет знак минус, связанный с обменным взаимодействием двух фермионов, ибо связанное состояние электрона с двумя квантами магнитного потока само по себе является фермионом. Собственно, отсюда и происходит само название «композитный фермион». Существенно заметить, что при такой конверсии остается незатронутым фазовый фактор Ааронова—

Бома для любых замкнутых траекторий. Действительно, возникающий дополнительный фазовый фактор при такой конверсии, связанный с потоком $\varphi = 2p\varphi_0$, равен $\exp\{2\pi i\varphi/\varphi_0\} = 1$. Иными словами, захват электроном четного числа квантов потока является событием, не наблюдаемым с микроскопической точки зрения.

Согласно представлениям, развитым Черном и Саймоном, в идеальной двумерной системе возникает иная калибровка поля [2]. Поэтому гамильтониан системы $2D$ -электронов, взаимодействующих с калибровочным полем Черна—Саймона, можно записать в следующем виде:

$$\widehat{H} = \sum_i \frac{|p_i + A_i + a_i|^2}{2m} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} V(\bar{r}_i - \bar{r}_j), \quad (3.4)$$

где $a_i = \bar{\varphi} \sum_{i < j} \frac{z(r_i - r_j)}{|r_i - r_j|^2}$. Магнитное поле, связанное с этим калибровочным потенциалом, равно:

$$\bar{H}_i(\bar{r}) \equiv \nabla \cdot a_i(\bar{r}) = 2N_s \bar{\varphi} \sum \delta(r_i - r_j). \quad (3.5)$$

В приближении среднего поля $H \rightarrow \langle H \rangle = 2p \bar{\varphi}_0 N_s$, где $\bar{\varphi}_0 = hc/e$. Таким образом, мы легко приходим к выражению (3.2), приведенному ранее.

Возникает естественный вопрос, что же приобретается введением концепции композитных фермионов? А приобретаем мы следующее: в рамках приближения среднего поля захваченные электронами кванты потока, в результате усреднения по площади, создают магнитное поле $-2pN_s\varphi_0$. Отсюда в уравнении (3.2) получается остаточное поле H^* (или инкремент поля). Таким образом, каждый электрон захватывает $2p$ квантов магнитного потока из внешнего приложенного магнитного поля и становится композитным фермионом, который реагирует только на остаточное поле H^* .

Обратим внимание на очень существенное обстоятельство, связанное с таким калибровочным преобразованием (т.е. с калибровочным преобразованием Черна—Саймона). Многочастичное основное электронное состояние при $\nu < 1$ сильно вырождено в отсутствие взаимодействия, так как все разнообразные электронные конфигурации на нижайшем уровне Ландау отвечают одной и той же энергии. Однако в результате калибровочного преобразования вырождение основного состояния композитного фермиона при $\nu^* > 1$ существенно уменьшается даже в отсутствие взаимодействия. При целочисленных значениях ν^* основное состояние становится просто

невыврожденным. Снятие вырождения дает основание рассматривать композитные фермионы как невзаимодействующие квазичастицы. В рамках такого приближения композитные фермионы заполняют собственное «ферми-море», когда $H^* = 0$ (или $1/\nu = 2p$), и формируют систему ландауских уровней с определенным заполнением, когда $H^* \neq 0$. Все эти события происходят на нижайшем уровне Ландау (соответствующая иллюстрация приведена на рис. 3.1).

Теперь волновую функцию взаимодействующих электронов при заданном факторе заполнения ν можно записать в следующем виде:

$$\Psi_\nu = \Phi_{\nu^*} \prod_{j < k} (z_j - z_k)^{2p}, \quad (3.6)$$

где z_j — комплексная координата j -го электрона, а Φ_{ν^*} — детерминант Слетера, соответствующий ν^* и построенный на волновых функциях невзаимодействующих электронов. Для простоты можно предположить, что электроны на нижайшем уровне Ландау полностью спин-поляризованы, поэтому можно опустить спиновую часть волновой функции. Физический смысл волновой функции (3.6) достаточно прозрачен. Факторы в произведении по всем электронным комбинациям указывают, что каждый электрон «видит» $2p$ -вихревые потоки

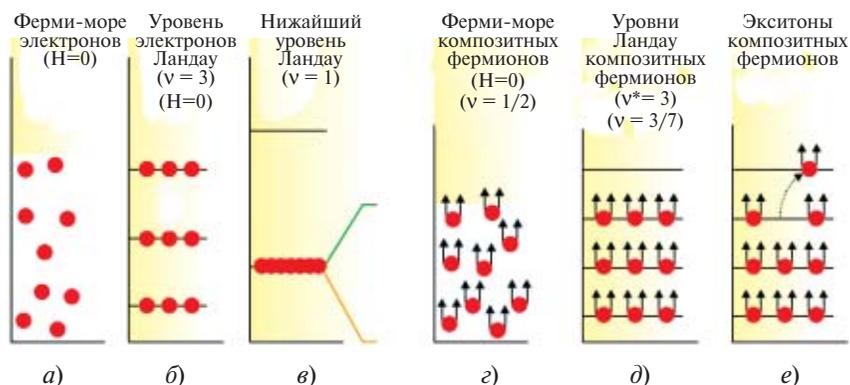


Рис. 3.1. Эволюция 2D-электронной системы с ростом поперечного магнитного поля: *a* — электронное ферми-море при $H = 0$; *б* — в магнитном поле электронная система расщепляется на уровни Ландау с циклотронной энергией $\hbar\omega_c$; *в* — нижайший заполненный уровень Ландау расщепляется из-за взаимодействия на уровни энергии композитных фермионов, которые захватывают четное число квантов магнитного потока и заполняют свое ферми-море при $\nu = 1/2$; *г*, *д* — при других факторах заполнения композитные фермионы заполняют свои уровни Ландау; *е* — возбуждения с уровней Ландау композитных фермионов могут рождать экситоны. На *г*), *д*), *е*): каждый электрон захватывает два кванта магнитного потока, что показано парой стрелок у каждого электрона

другого электрона. На другом языке это означает, что j -й электрон, совершая замкнутый путь вокруг i -го электрона, генерирует фазовый множитель $2p \cdot 2\pi$. Таким образом, произведение в уравнении (3.6) соответствует захвату каждым электроном $2p$ -квантов потока. Поэтому волновая функция и представлена в виде слетеровского детерминанта, отражая тем самым тот факт, что композитные фермионы не взаимодействуют.

Теперь посмотрим, каким образом захваченные электронами кванты потока редуцируют часть внешнего приложенного магнитного поля. Для этого рассмотрим замкнутый маршрут частицы в плоскости, который охватывает площадь A (при этом позиции остальных частиц остаются фиксированными). При движении по замкнутой плоской траектории, во-первых, набегает фаза Ааронова—Бома $2\pi NA/\phi_0$, а, во-вторых, также фаза $(-2\pi 2p N_s A)$, проистекающая от захваченных каждым электроном $2p$ -квантов магнитного потока. В результате получаем остаточное поле H^* , которое в точности совпадает с формулой (3.2).

Теория Лафлина [3] для элементарных дробей с нечетными знаменателями $\nu = 1/(2p + 1)$ органически вписывается в концепцию композитных фермионов. Действительно, если при $\nu^* = 1$ в уравнение (3.6) подставить детерминантную волновую функцию $\Phi_{\nu=1}$, соответствующую невзаимодействующим композитным фермионам, то волновая функция основного состояния при дробном факторе заполнения $\nu = 1/(2p + 1)$ приобретает вид:

$$\Psi_{1/(2p+1)} = \left(\prod_{j < k} (z_j - z_k)^{2p+1} \right) \exp \left[-eH/4\hbar \sum_l |z_l|^2 \right], \quad (3.7)$$

Видно, что выражение (3.7) в точности совпадает с волновой функцией Лафлина, описывающей состояние в режиме дробного квантового эффекта Холла при факторе заполнения $\nu = 1/3$ [3].

3.1.3. Эксперименты, подтверждающие концепцию композитных фермионов

Теперь остановимся на экспериментах, подтверждающих концепцию композитных фермионов. Одно из существенных приложений этой концепции связано с обнаружением металлического состояния при факторе заполнения $\nu = 1/2$, где квантовый эффект Холла не наблюдается. Если композитные фермионы действительно существуют, то точно при этом факторе заполнения они не должны «чувствовать» эффективного магнитного поля ($H^* = 0$), а в близкой окрестности $\nu = 1/2$ композитные фермионы должны двигаться

по классическим циклотронным орбитам в соответствии с действием инкремента магнитного поля $H^* \ll H$.

Начнем с экспериментов, связанных с изучением затухания и изменения скорости пьезоакустических волн в функции фактора заполнения, волнового вектора и температуры. Предложенная и реализованная Виллетом (R.L. Willett) и Пааланеном (M.A. Paalanen) методика [4, 5] позволяет в конечном итоге измерять высокочастотную проводимость при различных волновых векторах $\sigma_{xx}(\omega, q)$, в отличие от статической (или dc -) проводимости, измеряемой на нулевой частоте. Действительно, $\sigma_{xx}(\omega, q)$ связана с затуханием Γ и изменением скорости $\frac{\Delta v}{v}$ поверхностной акустической волны (ПАВ), взаимодействующей с $2D$ -электронным газом, посредством следующих выражений:

$$\Gamma = \frac{\alpha^2}{2} \frac{q \sigma_{xx}(q) / \sigma_m}{1 + [\sigma_{xx}(q) / \sigma_m]^2}, \quad (3.8)$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\alpha^2}{2} \frac{1}{1 + [\sigma_{xx}(q) / \sigma_m]^2}; \quad (3.9)$$

$A = \exp(-\Gamma x)$, x — длина пути затухания ПАВ, а пьезоэлектрическая константа связи для GaAs ($\alpha^2/2 = 320 \cdot 10^{-6}$).

Было установлено, что для всех дробей с нечетными знаменателями, для которых отчетливо наблюдаются холловские плато, в экспериментах с ПАВ наблюдаются узкие провалы в затухании и одновременно острые пики возрастания скорости звука (рис. 3.2). Качественно такая же картина наблюдается в области факторов заполнения, соответствующих целочисленному КЭХ. Однако при факторе заполнения $\nu = 1/2$ поведение ПАВ противоположное (см. рис. 3.2). Обе кривые на рисунке демонстрируют поведение, ожидаемое для измерений сопротивления в dc -транспортных экспериментах. Исключения составляют области с четными факторами заполнения $1/2$, $1/4$ и $3/2$. Наблюдаемые провалы в изменении скорости и амплитуды пропускания акустической волны оказались неожиданными и стимулировали появление соответствующей теории: V.I. Halperin, P.A. Lee and N. Read, Phys. Rev. B 47, 7312 (1993).

Несмотря на то, что сопротивление при $\nu = 1/2$ заметно уменьшается, затухание ПАВ в этой области резко возрастает, а скорость звука демонстрирует острый провал. Иными словами, это означает, что ac -сопротивление на коротких длинах волн (или при больших волновых векторах) существенно возрастает при $\nu = 1/2$, а также при других

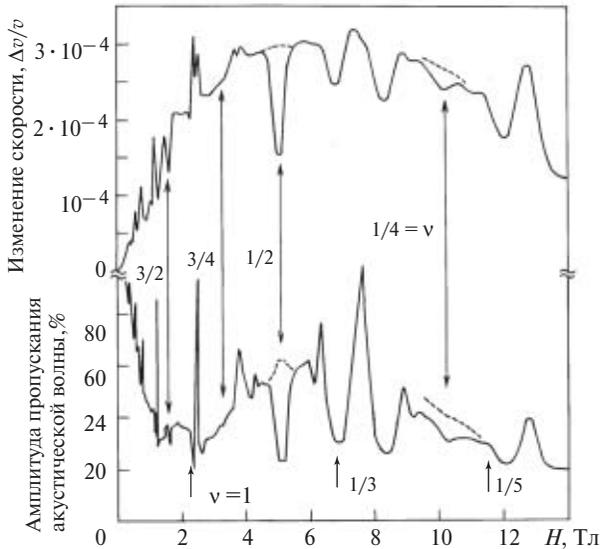


Рис. 3.2. Акустические волны, распространяющиеся в 2D-электронном газе демонстрируют изменение скорости и затухания в функции магнитного поля. Стрелки указывают целочисленные и дробные факторы заполнения ν . Из работы [4]

дробных факторах заполнения с четными знаменателями: $1/4$ и $3/2$. Было установлено, что эти аномалии возрастают с ростом волнового вектора (или обратной длины волны) ПАВ и сохраняются при достаточно высоких температурах.

Гальперн, Ли и Рид детально проанализировали следствия, связанные с калибровочными преобразованиями Черна—Саймона при факторе заполнения $1/2$ и показали, что электроны, захватывающие четное число квантов магнитного потока, действительно «не видят» среднего магнитного поля [2]. Поэтому возникающее состояние является бесщелевым, вырожденным ферми-газом с четко очерченной ферми-поверхностью. В этой же работе показано, что возникающее бесщелевое состояние устойчиво по отношению к небольшим, зависящим от времени возмущениям. Результаты экспериментов с ПАВ [4, 5] оказались в полном согласии с теорией.

Если основное состояние при факторе заполнения $\nu = 1/2$ представляет собой «ферми-море», заполненное квазичастицами с определенным фермиевским волновым вектором $k_F = (4\pi N_s)^{1/2}$ в нулевом магнитном поле, интересно поставить эксперименты, в которых проявились бы индивидуальные свойства этих квазичастиц (композитных фермионов). Один из такого класса экспериментов касается прямых наблюдений циклотронного движения этих новых частиц. Действи-

тельно, вдали от фактора заполнения $1/2$ эти частицы должны двигаться по циклотронным орбитам с радиусом $R_c = k_F/eH^*$ в эффективном магнитном поле $H^* = H - H|_{\nu=1/2}$. Геометрические резонансы, связанные с циклотронным движением композитных фермионов в поле поверхностной акустической волны, впервые были обнаружены в работе Виллета и соавторов [6]. Эти эксперименты ставились в прямой аналогии с первыми наблюдениями геометрических резонансов электронов, совершающих циклотронное вращение в присутствии акустической волны в обычном нормальном металле [7], когда магнитное поле прикладывалось перпендикулярно направлению распространения звука.

В классическом понимании геометрический резонанс циклотронного вращения заряженной частицы со звуковой волной возникает при условии, если при движении по замкнутой циклотронной орбите не произойдет рассеяния или сбоя фазы (т.е. $2\pi R_c^* \ll l$, l — длина свободного пробега) и если $\lambda_{\text{ПАВ}} \approx 2\pi R_c^*$. Этот резонанс проявляется как соответствующий пик в проводимости (или минимум в скорости звука) в функции магнитного поля, когда циклотронная орбита окажется соизмеримой с длиной акустической волны. В интересующем нас случае фермиевская скорость композитного фермиона много больше скорости звука, поэтому звуковую волну можно считать стоячей. Если уменьшить длину звуковой волны, то могут возникать резонансы более высоких порядков, если при этом длина свободного пробега достаточно велика. Высокие порядки появляются, когда диаметр орбиты кратен размерам длины звуковой волны. На рис. 3.3 продемонстрированы геометрические резонансы композитного фермиона, совершающего циклотронное движение в поле поверхностной звуковой волны (магнитное поле перпендикулярно распространению звука). Острота резонансов возрастала при уменьшении длины звуковой волны (почти линейно росла с увеличением волнового вектора) в полном согласии с теорией [2].

Теперь остановимся на другом эксперименте, где также обнаруживаются индивидуальные свойства композитных фермионов в окрестности фактора заполнения $\nu = 1/2$ [8]. Этот эксперимент использует метод фокусировки заряженной частицы при ее движении в $2D$ -плоскости в поперечном магнитном поле. Магнитная фокусировка в $3D$ -металлах впервые наблюдалась Цоем [9], а в случае $2D$ -электронов обнаружена и исследована ван Хоутеном и др. [10]. С чисто классической точки зрения $2D$ -электроны, покидающие эмиттер с фермиевской скоростью, детектируются коллектором при условии, что циклотронный радиус кратен расстоянию L между эмиттером и коллектором: $2jR_c = L$ (j — целое число, а также предполагается зеркаль-

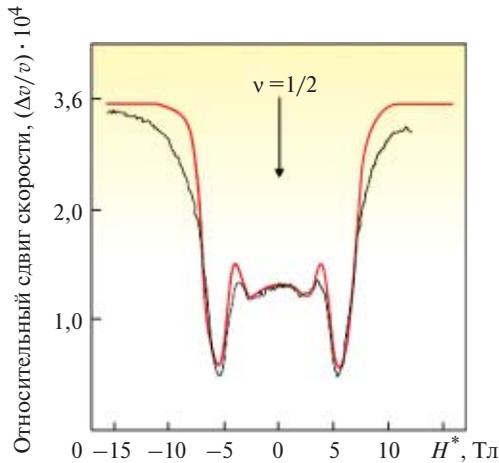


Рис. 3.3. Изучение композитных фермионов с помощью поверхностных акустических волн (ПАВ).

Сдвиг скорости ПАВ обнаруживает геометрические циклотронные резонансы при $H^* = \pm 5$ кГ и $\pm 2,5$ кГ в соответствии с теорией [2]. Из работы [6]

ное упругое отражение электронов от плоского затвора). Поскольку $R_c = \hbar k_F / eH$, а фермиевский волновой вектор $k_F = (2N_s)^{1/2}$, измеряемое сопротивление должно демонстрировать периодические пики электронной фокусировки при величинах магнитного поля $H_j = jH^*$, расставленные в шкале инкремента магнитного поля с периодом $H^* = 2k_F / eL$. Это классическое рассмотрение можно распространить на случай ферми-моря, заполненного композитными фермионами. Поскольку композитные фермионы спин-поляризованы, для них фермиевский импульс $k_F^* = \sqrt{2} k_F = 1/l_{1/2}$, где $l_{1/2}$ — магнитная длина при факторе заполнения $1/2$, поэтому инкремент поля $H^* = \sqrt{2} \Delta H$. Иными словами, j -й пик фокусировки композитного фермиона возникает при $H_j = B_{1/2} + j(2\hbar/eLl_{1/2})$.

Эксперименты по фокусировке композитных фермионов, выполненные Голдманом и соавт. [8] (рис. 3.4), хорошо согласуются с изложенной выше полуклассической концепцией. На рис. 3.4 спектр магнитной фокусировки композитных фермионов сравнивается с обычной магнитной фокусировкой, измеренной в одном и том же образце с расстоянием между коллектором и эмиттером $L = 5,3$ мкм. Найденные периоды фокусировки в окрестности фактора заполнения $\nu = 1/2$ и вблизи $H = 0$ связаны точным соотношением $H^* = \sqrt{2} \Delta H$, что неопровержимо подтверждает факт фокусировки нового класса квазичастиц — *композитных фермионов*.

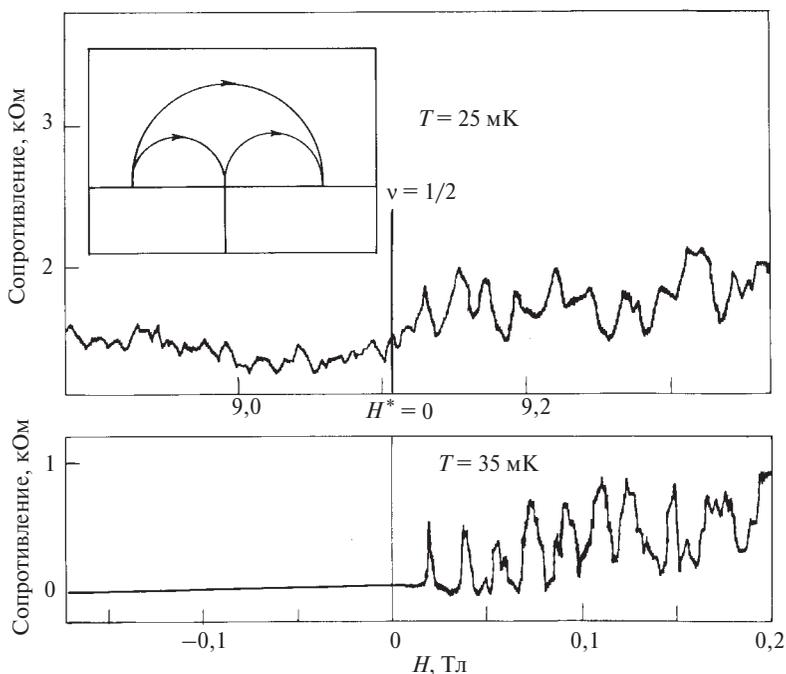


Рис. 3.4. Измерения эффективного магнитного поля H^* , которое испытывают композитные фермионы, с помощью метода фокусировки электронов в продольном магнитном поле. Из работы [8]

Нижняя панель на рис. 3.4 демонстрирует сфокусированные пики электронов при дискретных значениях H (в окрестности $H = 0$), соответствующие различным целым числам (числа отражения электронов от поверхности). Верхняя панель показывает соответствующие пики для композитных фермионов вблизи $H^* = 0$. Два набора пиков оказываются согласованными, если шкалу H^* умножить на фактор $\sqrt{2}$, принимая во внимание тот факт, что ферми-море композитных фермионов является спин-поляризованным, в отличие от обычного электронного ферми-моря.

Описанные выше эксперименты, при всей их элегантности, не позволяют определить другую важную физическую величину, а именно массу композитного фермиона. Поэтому сейчас остановимся на экспериментах, которые позволили определить эффективные массы композитных фермионов.

Один из способов основан на измерении активационным методом кулоновских щелей, соответствующих дробным факторам заполнения в сериях $\nu = p/(2p \pm 1)$ в окрестности фактора заполнения $\nu = 1/2$

[11]. Если взглянуть на картину поведения диагонального удельного сопротивления в функции магнитного поля в окрестности фактора заполнения $1/2$ (см. рис. 3.5), то эта картина очень напоминает симметрично расположенные шубниковские осцилляции магнитосопротивления, амплитуда которых возгорается по мере роста инкремента магнитного поля H^* (напомним, что этот инкремент отсчитывается от величины магнитного поля, приравниваемого нулю, при $\nu = 1/2$).

Правая и левая картины осцилляций ρ_{xx} отличаются только знаком инкремента магнитного поля (нижняя шкала рис. 3.5). Согласно концепции композитных фермионов кулоновские щели, соответствующие дробным факторам заполнения, являются ничем иным как циклотронными энергиями композитных фермионов. Поэтому кулоновская щель для дроби $1/3$ есть циклотронная энергия композитного фермиона при $\nu^* = 1$, аналогично состоянию $2/5$ соответствует $\nu^* = 2$, а $3/7$ соответствует $\nu^* = 3$ и т.д. Щели в случае целочисленного квантового эффекта Холла являются, по сути, циклотронными энергиями. Поэтому по наклону прямых, иллюстрирующих зависимость циклотронных энергий композитных фермионов от величины инкремента магнитного поля, нетрудно определить эффективную массу этих новых квазичастиц (см. рис. 3.6).

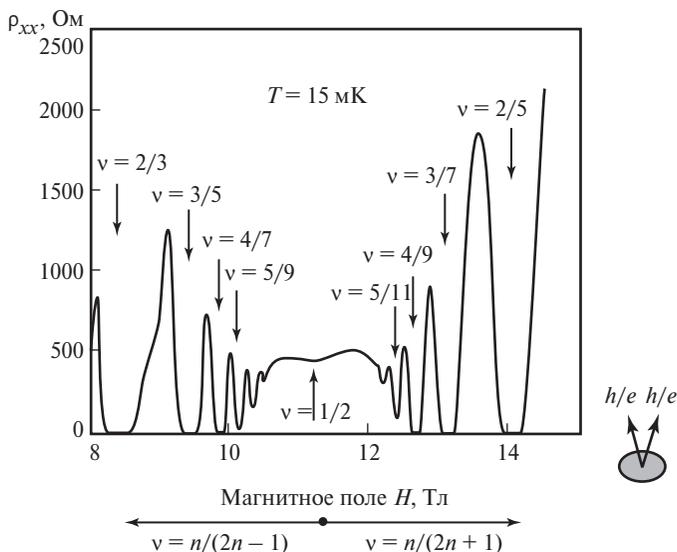


Рис. 3.5. Диагональное сопротивление в окрестности фактора заполнения $\nu = 1/2$, измеренное в функции магнитного поля.

На рисунке справа схематически изображен композитный фермион — электрон, захвативший два кванта магнитного потока, изображенные стрелками

Измеренная таким непрямым образом эффективная масса композитного фермиона в окрестности фактора заполнения $1/2$ оказалась почти на порядок больше эффективной массы $2D$ -электрона (!) в электронном газе GaAs [11]. Видно, что в рассматриваемом случае новые квазичастицы оказались «одеты» кулоновским межчастичным взаимодействием.

Наконец, остановимся на оптическом детектировании циклотронного резонанса композитных фермионов — методе, который позволил прямым способом измерить эффективные массы этих квазичастиц, а также проследить за зависимостью этих масс от величины межчастичного взаимодействия (точнее, от плотности $2D$ -электронов) [12]. При постановке такой задачи сразу же возникает вопрос, связанный с теоремой Кона [13], которая гласит: *в трансляционно-инвариантных системах электромагнитное излучение взаимодействует только с центром масс исследуемой системы и не затрагивает ее другие внутренние степени свободы*. Поэтому эффекты межчастичного взаимодействия, которые должны наиболее сильно проявляться на больших импульсах передачи (вдали от $K = 0$, т.е. в области коротких длин волн), не могут, согласно теореме Кона, обнаруживаться вблизи $K = 0$. Эту острую проблему удастся преодолеть, если тем или иным способом нарушить трансляционную инва-

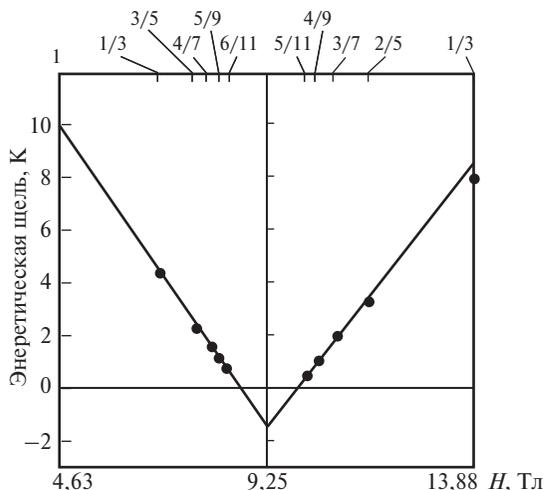


Рис. 3.6. Зависимость энергетических щелей для дробных факторов заполнения в функции величины магнитного поля демонстрирует линейное поведение, напоминающее целочисленный КЭХ.

Наклон прямых дает величину эффективной массы композитного фермиона $m_{CF} \cong 0,6m_0$; $m_{GaAs} \cong 0,067m_0$. Из работы [11]

риантность и, тем самым, разрешить наблюдать события на больших импульсах передачи (много больших световых). В описываемых ниже экспериментах это достигается с помощью использования электромагнитного излучения ГГц-диапазона, генерирующего пьезоакустические волны в исследуемых структурах.

Прежде обратим внимание на то, что в $2D$ -электронной системе конечного размера в поперечном магнитном поле происходит гибридизация циклотронной и плазменной мод. Это приводит к определенной зависимости частоты результирующего магнитоплазменного резонанса от величины магнитного поля, концентрации $2D$ -электронов и размеров структуры. Например, для диска диаметром d частоты верхней и нижней магнитоплазменных мод даются выражением:

$$\omega_{DMR}^{\pm} = \pm \frac{\omega_c}{2} + \sqrt{\omega_p^2 + \left(\frac{\omega_c}{2}\right)^2}, \quad (3.10)$$

где $\omega_c = eH/m^*$ — циклотронная частота и

$$\omega_p^2 = 3\pi^2 N_s e^2 / (4m^* \epsilon_{eff} d), \quad (3.11)$$

есть плазменная частота $2D$ -электронов с плотностью N_s , а эффективная диэлектрическая проницаемость $\epsilon_{eff} = (1 + \epsilon_0)/2$ и m^* — эффективная масса.

Оптический метод детектирования такого гибридного размерного магнитоплазменного-циклотронного резонанса, разработанный в [15], оказался почти на два порядка более чувствительным по сравнению с методом детектирования резонансного поглощения микроволнового излучения с помощью обычного болометра.

В качестве примера на рис. 3.7 показан спектр люминесценции при действии (пунктирная кривая) и в отсутствии (сплошная кривая) микроволнового возбуждения на частоте 18 ГГц, измеренный на дискообразном образце диаметром 1 мм с $2D$ -электронным газом с плотностью $N_s = 1,09 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ в магнитном поле $H = 22$ мТл. На рисунке справа представлены соответствующие резонансы, измеренные в функции магнитного поля на частотах микроволнового излучения 29 и 39 ГГц при оптическом детектировании (вставка иллюстрирует детектирование резонанса с помощью болометра). Справа внизу продемонстрированы резонансы, измеренные на различных частотах микроволнового излучения в двух образцах с концентрациями $2D$ -электронов $N_s = 1,09 \cdot 10^{11}$ и $1,1 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$. Точечная линия на рисунке отвечает исключительно циклотронной моде двумерных электронов с эффективной массой $0,067m_0$.

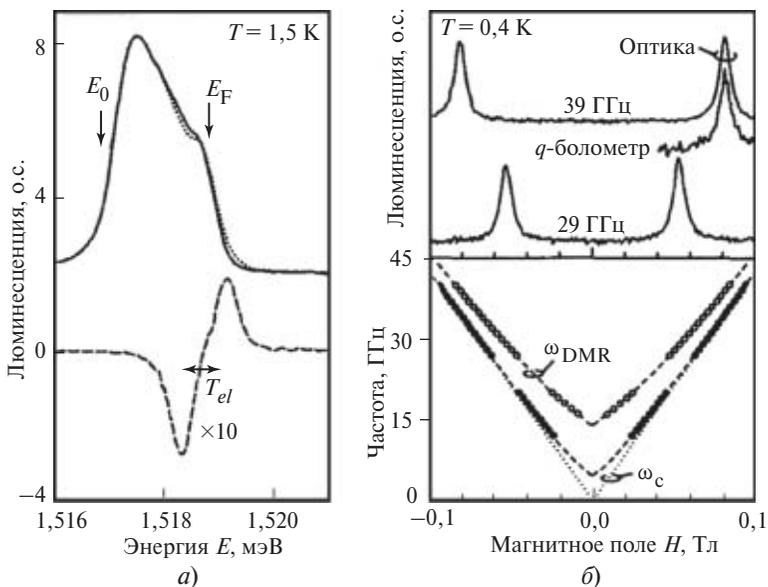


Рис. 3.7. Спектр люминесценции диска диаметром 1 мм с двумерным электронным газом с плотностью $N_s = 5,8 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ в магнитном поле $H = 22 \text{ мТл}$:

a — при включении (пунктир) и в отсутствии (сплошная кривая) микроволнового излучения с частотой 18 ГГц и мощностью 0,05 мВт; *б*. *Верхняя панель* — поглощение микроволнового излучения на частотах 29 и 39 ГГц в функции инкремента магнитного поля и при величине электронной плотности $1,09 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$. *Нижняя панель*: позиции резонансного поглощения микроволнового излучения для плотностей двумерных электронов $1,09 \cdot 10^{11}$ (полые кружки) и $1,1 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ (черные кружки) в функции магнитного поля. Из работы [14]

Теперь обратимся к оптическому детектированию циклотронного резонанса композитных фермионов (CF) в окрестности фактора заполнения $\nu = 1/2$. Соответствующие резонансные пики, симметрично расположенные относительно фактора заполнения $\nu = 1/2$ иллюстрирует рис. 3.8. Видно, что при увеличении частоты микроволнового излучения расстояние между пиками возрастает линейно с частотой. Зависимость положения пиков в функции инкремента магнитного поля H^* суммирована на этом же рисунке. Чтобы подчеркнуть симметричность расположения резонансных пиков, инкремент магнитного поля выбран в качестве абсциссы. Следует отметить, что экстраполяция линейной зависимости резонансных частот от величины инкремента магнитного поля в точности оказывается в точке $H^* = 0$. Это обстоятельство неопровержимым образом доказывает, что наблюдаемые резонансы связаны непосредственно с цикло-

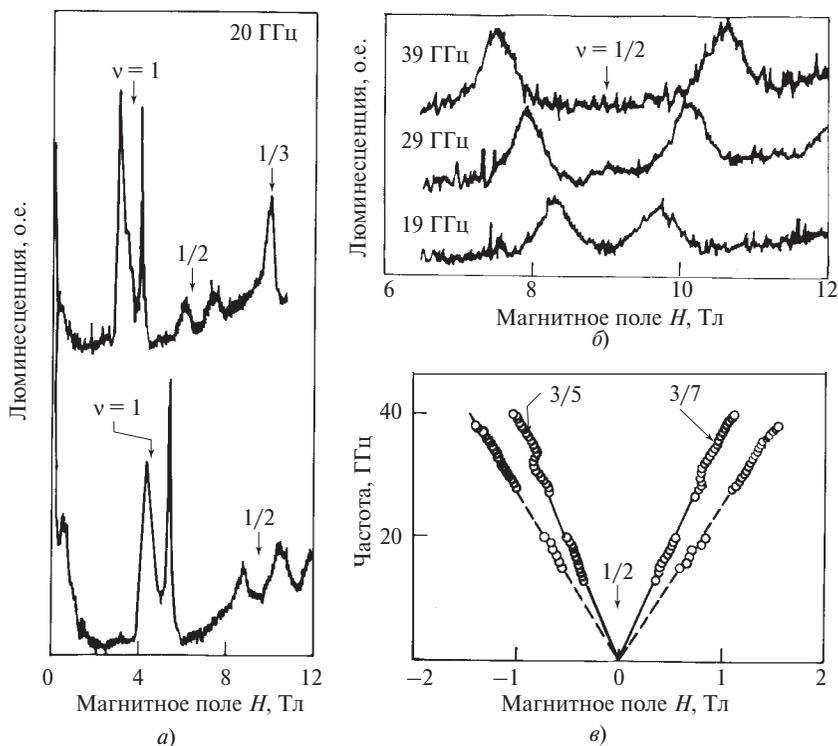


Рис. 3.8. Микроволновое поглощение в сильных магнитных полях.

Измерения для двух образцов с электронной плотностью $0,81 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и $1,15 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ на частоте 20 ГГц ($T = 0,4 \text{ К}$) (а); микроволновое резонансное поглощение для трех частот, измеренное в окрестности фактора заполнения $\nu = 1/2$ и плотности электронов $1,09 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ (б); позиции циклотронных мод композитных фермионов в функции эффективного магнитного поля H^* , измеренные для электронных плотностей $1,09 \cdot 10^{11}$ (кружки) и $0,59 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ (квадраты) (в). Найденные из этих измерений эффективные массы композитных фермионов оказались равными $1,04m_0$ и $0,71m_0$ соответственно. Из работы [14]

тронным движением новых, «одетых» кулоновским взаимодействием квазичастиц, а именно — композитных фермионов. Определенная масса композитных фермионов оказывается более чем на порядок тяжелее массы электрона в GaAs. Из-за межчастичного взаимодействия масса композитных частиц возрастает с ростом плотности или величины магнитного поля. Для идеальной двумерной системы, согласно численным расчетам, $m_{cr}^{cf}/m_0 = 0,079H^{1/2}$. Экспериментальные наблюдения [12] качественно согласуются с теоретическими

представлениями, хотя количественно между экспериментом и теорией разница весьма существенна.

Следует также обратить внимание на одно существенное обстоятельство. Если кулоновские щели, измеряемые с помощью активационного магнитотранспорта, соответствуют большим импульсам передачи, то при оптическом детектировании циклотронного резонанса соответствующие щели измеряются вблизи $K \approx 0$.

Литература к лекции 3

1. **Jain J.K.** // Phys. Rev. Lett. 63, 199 (1980); Adv. Phys. 41, 105 (1992); Comments Condensed Matter Physics. 16. 307 (1993).
2. **Halperin B.I., Lee P.A., and Read N.** // Phys. Rev. B 47. 7312 (1993).
3. **Laughlin R.B.** // Phys. Rev. Lett. 50. 1395 (1983).
4. **Willett R.L., Paalanen M.A., West K.W., Pfeiffer L. and Bishop D.J.** // Phys. Rev. Lett. 65. 112, (1990); Willett R.L., Ruel R.R., Paalanen M.A., West K.W., Pfeiffer L.N. // Phys. Rev. B 47. 7344 (1993).
5. **Willett R.L., Ruel R.R., West K.W., Pfeiffer L.N.** // Phys. Rev. Lett. 71. 3846 (1993).
6. **Willett R.L., West K.W., Pfeiffer L.N.** // Phys. Rev. Lett. 75. 2988 (1995).
7. **Cohen M.H., Harrison M.J. and Harrison W.A.** // Phys. Rev. 117, 937 (1960).
8. **Goldman V.J., Su B., Jain B.** // Phys. Rev. Lett. 72, 2065 (1994).
9. **Tsoi V.S.** // Rev. Mod. Phys. (1998).
10. **Van H. Houten, Beenakker C.W.J., Williamson J.G. et al.** // Europhys. Lett. 5. 721 (1988); // Phys. Rev. b 39. 8556 (1989).
11. **Du R.R., Stormer H.L., Tsui D.C., Pfeiffer L.N., and West K.W.** // Phys. Rev. Lett. 70. 2944 (1993).
12. **Kukushkin I.V., Smet J.H., Von Klitzing K., and Wegscheider W.** // Nature. 415. 409 (2002).
13. **Kohn W.** // Phys. Rev. 123. 1242 (1961).
14. **Kukushkin I.V.** Strongly Correlated Fermions and Bosons in Low-Dimensional Systems. Kluwer Academic Publishers. 185—218 (2002).
15. **Gubarev S.I. et al.** // JETP Lett., 72. 324 (2000).

4.1. ЭКЗОТИЧЕСКИЙ СПИНОВОЙ ПОРЯДОК В РЕЖИМЕ КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА. СКИРМИОНЫ

4.1.1. Квантовый эффект Холла и ферромагнетизм

В режиме квантового эффекта Холла, в области фактора заполнения $\nu = 1$ и некоторых других дробных факторах заполнения, двумерная электронная система демонстрирует магнитный порядок. По существу, речь идет о необычном ферромагнетизме. Этот ферромагнетизм является в своем роде «странствующим»: электроны могут свободно перемещаться подобно тому, как они движутся, например, в обычном железе, но, помимо этого, в таком ферромагнетике существует щель, и связанные с ней надщелевые зарядовые возбуждения. Наличие щели проявляется в квантовании холловской проводимости σ_{xy} и исчезновении диссипативной продольной проводимости σ_{xx} .

С теоретической точки зрения (такой точки зрения придерживается теоретик А. MacDonald), это пример наиболее легко понимаемого ферромагнетизма. Действительно, мы рассматриваем ситуацию, когда нижайшее спин-отщепленное состояние самого низкого уровня Ландау полностью заполнено. Основное состояние такого ферромагнетика описывается детерминантом Слетера, построенным на одноэлектронных волновых функциях, и в точности представляется волновой функцией Лафлина для состояний с дробными факторами заполнения. В отличие от железа, рассматриваемый ферромагнетик на 100 % поляризован, поскольку в нем кинетическая энергия «вымораживается» в дискретные уровни Ландау, и поэтому за возникающую магнитную поляризацию электронного газа не приходится «расплачиваться» кинетической энергией.

Как известно, включение в рассмотрение спинов двумерных электронов усложняет ситуацию по нескольким причинам. Во-первых, удваивается число состояний на каждом уровне Ландау. Во-вторых, взаимодействие электронного спина с магнитным полем приводит к зеемановскому расщеплению: расстояние между нижним спин-расщепленным состоянием, когда спины ориентированы вверх относительно направления магнитного поля, и верхним, когда спины «смотрят»

рят» вниз, составляет $E_Z = g^* \mu_B H$ (g^* — эффективный g -фактор, или множитель Ланде, а μ_B — магнетон Бора). Таким образом, если проигнорировать электрон-электронное взаимодействие, то следовало бы ожидать, что при факторе заполнения $\nu < 1$ и $T = 0$ электронная система должна была бы оставаться полностью спин-поляризованной [т.е. ферромагнитной (рис. 4.1)].

Если добавить в систему при условии $\nu = 1$ один электрон, то он окажется в верхнем спин-отщепленном состоянии (со спином ориентированном вниз), при этом результирующий спин всей системы уменьшится на величину добавленного в систему электронного спина. Подчеркнем, что такое поведение ожидается только в отсутствии электрон-электронных корреляций (рис. 4.2).

Первым указанием на то, что спиновые эффекты не развиваются по привычной схеме и посему не столь тривиальны, послужила работа [1]. Они показали, что если пренебречь зеемановским расщеплением и добавить один лишний электрон при факторе заполнения $\nu = 1$, то половина спинов системы перевернется и, тем самым, разрушит поляризацию всей электронной системы. Этот результат выглядит совершенно неожиданным и поэтому нетривиален (рис. 4.2). На рисунке видно, что спины вдоль оси x иллюстрируют поведение всей системы в силу цилиндрической симметрии вдоль оси z . Также видно, что происходит при добавлении электрона в полностью спин-

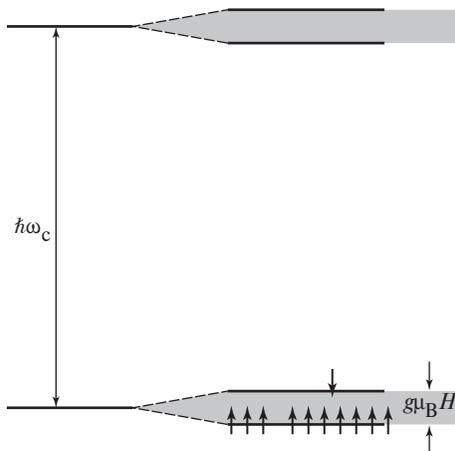


Рис. 4.1. Качественная картина циклотронного и спинового расщепления в GaAs-гетероструктуре, где из-за малого g -фактора ($g_e = -0,44$) спинового расщепления почти на два порядка меньше циклотронного (ландауского) расщепления.

При достаточно низких температурах и сильных магнитных полях все электроны оказываются спин-ориентированными на нижайшем зеемановском уровне при факторе заполнения $\nu = 1$

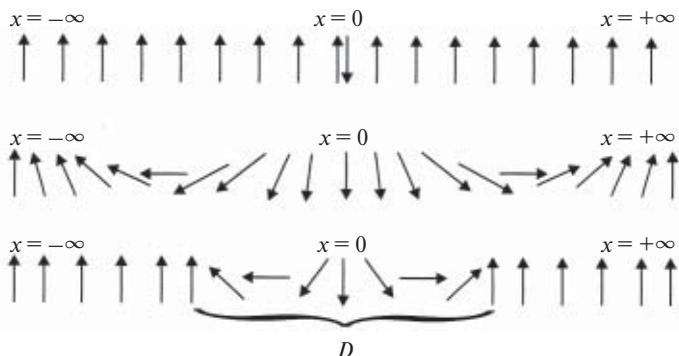


Рис. 4.2. Качественная картина возбуждения спиновой текстуры-скирмиона

поляризованное состояние с $\nu = 1$. Возможны следующие сценарии: (верхний рисунок) — если электроны не взаимодействуют, то добавляется электрон с перевернутым спином, оставляя остальные электроны без изменения; (средний рисунок) — электронное взаимодействие пытается выстроить спины соседей и создает *скирмион*; (нижний рисунок) — конечная зеемановская энергия делает энергетически невыгодным выстраивание спинов вниз, в результате, конкуренция между электронным взаимодействием и конечной зеемановской энергией приводит к возникновению *магнитной текстуры* (или *скирмиона*) конечного размера D .

Обстоятельное и последовательное рассмотрение этой задачи выполнено в работе [2]. Авторы этой работы установили, что истинное основное состояние системы при $\nu = 1$ действительно полностью спин-поляризовано. Однако для основного состояния с фактором заполнения чуть больше (или чуть меньше) единицы энергетически проигрышно, если в каком-то месте поместить избыточный электрон с перевернутым спином. Оказалось, что энергетически более предпочтительна ситуация, когда при помещении избыточного электрона с перевернутым спином спины соседних электронов также переворачиваются, однако по мере движения в сторону от возмущения спины медленно разворачиваются и приобретают первоначальную ориентацию. Возникающая в результате целая *спиновая текстура* имеет определенный пространственный размер и получила название скирмиона спинового поля (см. рис. 4.2).

Аналогичным образом, если фактор заполнения оказывается чуть меньше единицы, основное состояние является *антискирмионом*. При этом z - и y -компоненты спинового поля оказываются такими же, как у скирмиона, а x -компонента становится обратной. Диаметр скирмиона определяется конкуренцией между энергией электрон-

электронного взаимодействия, которая увеличивает диаметр скирмиона, и зеемановской энергией, которая линейные масштабы скирмиона уменьшает. Если $E_Z = 0$, или $g^* = 0$, то скирмион приобретает бесконечную протяженность. Последующие расчеты в работе [2] позволили определить линейные масштабы и энергию скирмиона в зависимости от соотношения между зеемановской энергией и энергией электрон-электронного взаимодействия.

Первоначально казалось маловероятным экспериментальное обнаружение скирмионных магнитных текстур в режиме квантового эффекта Холла. Действительно, в магнитных полях напряженностью 10 Тл размеры скирмионов очень малы и включают в себя всего несколько спинов. С другой стороны, спины скирмионов существенно больше $1/2$, и это обстоятельство должно заметно повлиять на результирующую электронную намагниченность в окрестности $\nu = 1$. Заметим также, что для GaAs даже в сильном магнитном поле 10 Тл зеемановское расщепление $E_Z = g^* \mu_B H = 0,3$ мэВ (при электронном g -факторе $g^* = -0,44$) много меньше кулоновской энергии $E_Q = e^2/(\epsilon l_B) = 13,7$ мэВ ($\epsilon = 13$) и циклотронной энергии $\omega_c = eH/(m^*c) = 16,8$ мэВ ($m^* = 0,07m_0$).

Теперь остановимся на некоторых экспериментах по обнаружению и исследованию скирмионов в двумерных электронных системах.

4.1.2. Обнаружение и экспериментальные исследования скирмионов

Ядерный магнитный резонанс (ЯМР) с оптической накачкой

Известно, что исследования с применением метода ЯМР ограничены чувствительностью этого метода. Сложности возникают при изучении микроскопических образцов, к числу которых следует отнести тонкие пленки, нанокристаллические структуры и др. Действительно, амплитуда сигнала ЯМР пропорциональна произведению числа ядерных спинов N на их среднюю поляризацию $p_n \equiv \langle I_z \rangle$. Поляризация p_n обычно очень мала (характерные масштабы спиновых расщеплений ядер составляют 5 мК в магнитном поле с индукцией 10 Тл, обеспечивая при $T = 100$ К равновесную поляризацию $p_n \approx 10^{-4} \div 10^{-5}$), поэтому для детектирования сигнала ЯМР нужно иметь число ядерных спинов $N > 10^{17}$. Очевидно, что микроскопические образцы и наноструктурные объекты, в частности, содержа-

щие $N \approx 10^{12} \div 10^{15}$, могут исследоваться только при полной спиновой поляризации ядер ($p_n \approx 1$).

Баррет (Barrett) и соавторы [3] исследовали ЯМР двумерных электронов в одиночном GaAs/AlGaAs, гетеропереходе в режиме квантового эффекта Холла в окрестности $\nu = 1$. Для усиления сигнала ЯМР (почти на два порядка) авторы использовали оптическую накачку циркулярно поляризованным светом. Высокая чувствительность метода позволила изучить спиновую динамику и поляризацию (намагниченность) двумерных электронов. С помощью циркулярно поляризованного света возбуждались электроны полностью ориентированные по спину. Поляризованные фотовозбужденные электроны, благодаря сверхтонкому контактному взаимодействию с ядрами ^{71}Ga сильно поляризуют спины ядер и усиливают сигнал ЯМР. Когда лазерная подсветка выключается, электроны очень быстро термализуются, тогда как ядерные спины сохраняют выстроенную спиновую ориентацию в течение длительного времени.

В работе [3] сильно поляризованная система ядер использовалась для изучения намагниченности электронов в двух направлениях. Во-первых, намагниченность электронов, которая прямо пропорциональна их поляризации, сдвигает частоту переходов между магнитными подуровнями в ядре. Этот сдвиг частоты, известный как сдвиг Найта (Knight shift), позволяет прямым образом измерить магнитную поляризацию изучаемой электронной системы в основном состоянии. Во-вторых, скорость релаксации поляризованных ядер также может быть использована для анализа поляризации электронной системы, поскольку один из каналов релаксации ядерных спинов связан с отдачей момента электрону, спин которого переворачивается при переходе в возбужденное состояние. Таким образом, скорость релаксации поляризованных ядер пропорциональна числу переворотов спинов электронов в возбужденное состояние, которое расположено вблизи основного состояния.

В методе ЯМР с оптической накачкой утилизирована следующая последовательность воздействий на исследуемую систему: сначала с помощью радиочастотного импульса насыщалась (разрушалась) поляризация ядер, затем в течение времени t_L образец освещался циркулярно поляризованным светом, после этого подсветка выключалась и отсутствовала в течение времени $t_D \geq 1$ с, лишь только после этого детектировалось затухание сигнал ЯМР. В течение t_L циркулярно поляризованный свет генерировал в GaAs квантовой яме ориентированные по спину электроны, которые в результате контактного сверхтонкого взаимодействия поляризовали ядра.

Электронная система быстро приходила в равновесие к началу t_D , однако усиленная поляризация ядер сохранялась в течение времени детектирования, поскольку время спин-решеточной релаксации ядер $t_1 \gg 1$ с. Авторы детектировали два резонансных ^{71}Ga ЯМР-пика: широкий асимметричный резонанс был связан с ядрами ^{71}Ga непосредственно в квантовой яме, где неравновесная поляризация ядер возникала за счет фотовозбуждения спин-ориентированных электронов; другой узкий и симметричный резонанс возникал в спектре ЯМР внутри AlGaAs барьера в результате спиновой диффузии при больших временах подсветки t_L . Электроны в яме создавали сверхтонкое поле, которое сдвигало ЯМР-резонанс в квантовой яме ниже по частоте ЯМР-резонанса в барьере, что, собственно, и ожидается в случае ферми-контактного взаимодействия при $g^* < 1$. Частотный сдвиг между обсуждаемыми резонансами, или сдвиг Найта, равен:

$$K_s(\nu, T) = A_{zz} \langle S_z \rangle,$$

где A_{zz} — константа сверхтонкого взаимодействия для ядер в центре квантовой ямы, а сам гамильтониан сверхтонкого взаимодействия есть

$$\hat{H} = \sum_{\alpha, \alpha'} h A_{\alpha, \alpha'} I_{\alpha} S_{\alpha'},$$

где $\alpha' = x, y, z$ — координаты ядра.

На рис. 4.3 представлена зависимость сдвига Найта от фактора заполнения ν , измеренная в окрестности $\nu = 1$ при $T = 1,55$ К. Сим-

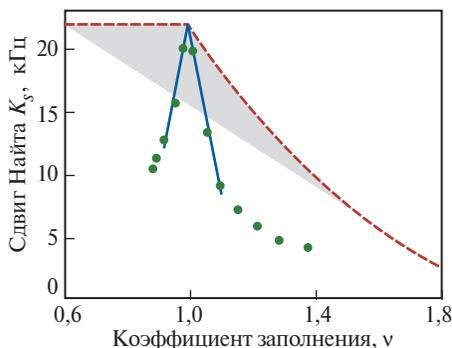


Рис. 4.3. Сдвиг Найта $K_s(\nu, T)$ (Knight shift) ядерного магнитного резонанса (ЯМР) прямо пропорционален намагниченности $2D$ -электронной системы, или магнитной поляризации.

Экспериментальные результаты Barrett'a и соавторов в окрестности фактора заполнения $\nu = 1$ (зеленые точки) согласуются с гипотезой, что система взаимодействующих квазичастиц является скирмионом, и находятся в противоречии с гипотезой о невзаимодействующих электронах (красная линия). Из работы [3]

метричность пика свидетельствует об изотропности константы сверхтонкого взаимодействия, $A_{\alpha, \alpha} = A$, и означает, что сдвиг Найта прямым образом отражает электронную спиновую поляризацию, т.е. $K_s(\nu, T) = A \langle S_z(\nu, T) \rangle$.

Авторы размещали образец с двумерными электронами в магнитном поле, реализуя состояние $\nu = 1$. Затем, поворачивая образец вокруг направления магнитного поля, авторы создавали состояния ν несколько больше 1, что соответствовало полностью поляризованной системе электронов плюс квазичастичное возбуждение, а также ν несколько меньше 1, что соответствовало полностью поляризованному состоянию плюс возбуждение квазидырки. Если бы квазичастичные возбуждения имели спин $1/2$, то можно было бы ожидать следующее поведение поляризации (намагниченности) системы при вариации фактора заполнения: поляризация была бы постоянна и составляла 100 % при $\nu < 1$, плавно уменьшаясь в области $\nu > 1$. Результат эксперимента оказался полностью неожиданным для авторов (следует учесть, что авторы не были вначале посвящены в концепцию скирмионов вплоть до завершения своих экспериментов): поляризация электронной системы падала симметричным образом в окрестности фактора заполнения 1 (!).

На рис. 4.3 представлены две аппроксимации измеренной зависимости сдвига Найта $K_s(\nu)$, при $H = 7,05$ К и $T = 1,55$ К. Функциональная форма этих аппроксимаций является обобщением в рамках модели невзаимодействующих электронов с подгоночным параметром, характеризующим эффект взаимодействия в окрестности $\nu = 1$. В рассматриваемой модели нижайший спин-отщепленный уровень Ландау полностью заполнен при $\nu = 1$. Уменьшая магнитное поле, так что $\nu = 1 + \epsilon$, S электронов оказываются в верхнем спин-отщепленном состоянии, поэтому результирующая электронная поляризация уменьшается. Альтернативно, увеличивая магнитное поле, так что $\nu = 1 - \epsilon$, A дырок оказываются в опустошенных состояниях уровня Ландау, и поэтому результирующая поляризация тоже уменьшается при $A > 1$. В случае электрон-дырочной симметрии $A = S$. Эта простая модель приводит к следующему выражению для сдвига Найта:

$$K_s(\nu) = \frac{A}{2} \Theta(1 - \nu) \left[\frac{2}{\nu} (1 - A) - (1 - 2A) \right] + \Theta(\nu - 1) \left[\frac{2S}{\nu} + (1 - 2S) \right], \quad (4.1)$$

где $\Theta(x) = 1$ при $x > 0$ и $\Theta(x) = 0$ при $x < 0$. Это уравнение справедливо в окрестности $\nu = 1$, где A и S не зависят от ν . Сплошная красная кривая на рис. 4.3 предполагает $A = S = 1$ и плохо описывает эксперимен-

тальную зависимость. Прекрасное согласие с экспериментом возникает, если положить $A = S = 3,6 \pm 0,3$ (синяя кривая на рис. 4.3). Это означает, что заряженные возбуждения в окрестности $\nu = 1$ имеют эффективный спин $(3,6 \pm 0,3)$.

Другой, не менее интересный, результат авторов работы [3] касается изучения процессов релаксации намагниченности. Было обнаружено, что релаксация очень медленна при факторах заполнения $\nu = 1$ и $\nu = 2/3$, где наблюдается квантовый эффект Холла, однако в области $\nu = 0,88$, т.е. там, где квантовый эффект Холла не наблюдается, скорость релаксации оказалась очень большой. Эти результаты неопровержимо доказывают, что исследуемая система только в режиме квантового эффекта Холла имеет энергетические щели между основным состоянием и возбужденными спин-перевёрнутыми состояниями.

Оптический метод обнаружения и исследования скирмионов

Оптический метод детектирования электронной магнитной поляризуемости и возникающих магнитных текстур в режиме квантового эффекта Холла был развит в работах [4, 5]. Предложенный метод основан на оптической накачке ядерных спинов и позволяет компенсировать зеемановскую энергию, усиливая, тем самым, скирмионные возбуждения. С этой целью авторы использовали известный со времен Каствлера [6] оптический способ возбуждения электронных спин-поляризованных состояний с помощью циркулярно поляризованного света.

Чтобы понять суть подхода, разработанного авторами работ [4, 5], рассмотрим гамильтониан электронной и ядерной системы в магнитном поле напряженностью H_0 , который запишем в следующем виде:

$$\hat{H} = g^* \mu_B H_0 \gamma_z + \alpha H_0^2 + \langle A \cdot I \rangle_z \gamma_z. \quad (4.2)$$

Здесь γ_z — электронная спиновая поляризация в направлении z ; g^* — электронный g -фактор, второе слагаемое связано с диамагнитной энергией электронов, а в третьем слагаемом $\langle A \cdot I \rangle_z$ — усредненное по ансамблю сверхтонкое контактное взаимодействие спин-поляризованных электронов с ядрами. Третье слагаемое, соответствующее сверхтонкому взаимодействию, удобно переписать в следующей форме:

$$\hat{H} = g^* \mu_B (H_0 + H_N) \gamma_z + \alpha H_0^2. \quad (4.3)$$

Теперь сверхтонкое взаимодействие представляется как эффективное магнитное поле ядер H_N , действующее на электроны:

$$H_N \equiv \langle A \cdot I \rangle_z / (g^* \mu_B). \quad (4.4)$$

Ядерные моменты могут быть сориентированы параллельно либо антипараллельно направлению внешнего магнитного поля, в зависимости от направления вращения циркулярно поляризованного света, распространяющегося вдоль магнитного поля, и ориентирующего соответствующим образом спины фотовозбужденных электронов. Таким образом, с помощью циркулярно-поляризованного света возбуждаются спин-поляризованные электроны, которые в результате сверхтонкого взаимодействия ориентируют атомные ядра, выстраивая их вдоль или против направления магнитного поля (эффект Оверхаузера, см., например [7]). Оказалось, что магнитное поле сориентированных ядер может практически полностью скомпенсировать зеемановскую энергию электронов, или, на феноменологическом языке, реализовать эффективный электронный g -фактор, близкий к нулю.

На рис. 4.4 продемонстрированы зависимости электронной спиновой поляризации γ_e и производной $d\gamma_e/d\nu$ в функции фактора

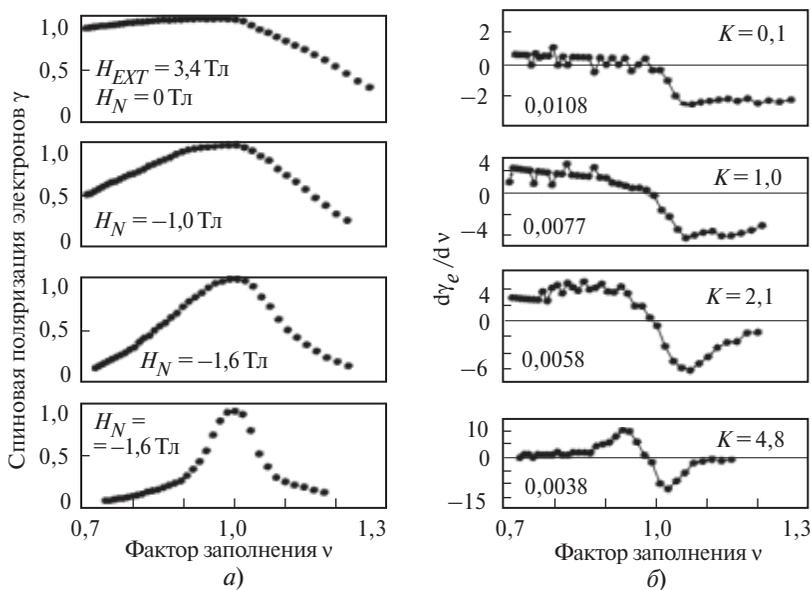


Рис. 4.4. Зависимость электронной спиновой поляризации γ_e (а) и производной $d\gamma_e/d\nu$ (б) в функции фактора заполнения ν :

$H_N = 0, -1,0, -1,6$ и $-2,2$ Тл. Отрицательные значения H_N соответствуют ориентации ядерных спинов, направленных против внешнего магнитного поля. Линейный размер скирмиона в единицах магнитной длины определялся по размаху производной $d\gamma_e/d\nu$ для различных E_Z/E_Q (см. б): $K = 0,1 \pm 0,15$ для $E_Z/E_Q = 0,0108$; $K = 1,0 \pm 0,15$ для $E_Z/E_Q = 0,0077$; $K = 2,1 \pm 0,15$ для $E_Z/E_Q = 0,0058$; $K = 4,8 \pm 0,15$ для $E_Z/E_Q = 0,0038$. Из работы [4]

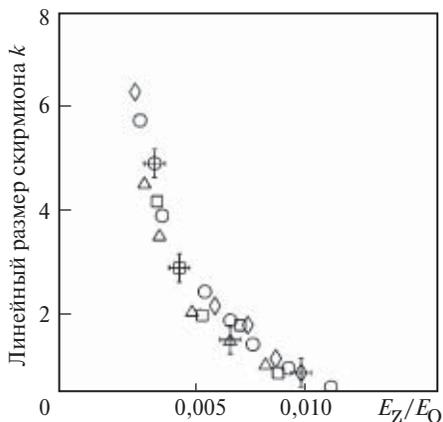


Рис. 4.5. Зависимость линейного размера скирмиона (в единицах магнитной длины) в функции отношения зеемановской и кулоновской энергий, E_Z/E_Q , измеренная для различных образцов (различные маркеры) в условиях вариации зеемановской энергии с помощью оптической ориентации ядерных спинов. Из работы [5]

заполнения v , измеренные для GaAs/AlGaAs гетероструктуры с концентрацией двумерных электронов $8,2 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ при различных условиях оптической накачки, которые приводили к различным значениям внутреннего поля ядер. Это позволило авторам с помощью использованной оптической методики проанализировать, как изменяется радиус скирмиона в функции отношения зеемановской и кулоновской энергий E_Z/E_Q (рис. 4.5). Исследования позволили авторам установить, что скирмионы не возникают в двумерной электронной системе, когда отношение $E_Z/E_Q \leq 0,011 \pm 0,001$.

Литература к разделу 4.1

1. Sondhi S.L., Karlhede A., Kivelson S.A., Rezayi E.H. // Phys. Rev. B 47. 16419 (1993).
2. Fertig H.A., Brey L., Cote R., Mac Donald A.H. // Phys. Rev. B 50. 11018 (1994).
3. Barrett S.E., Dabbagh G., Pfeiffer L.N., West K.W. // Phys. Rev. Lett. 74. 5112. (1995).
4. Kukushkin I.V. et al. // Phys. Rev. B55. 10607 (1997).
5. Kukushkin I.V. Strongly Correlated Fermions and Bosons in Low-Dimensional Systems. Kluwer Academic Publishers, 185—218 (2002).
6. Kastler A. // Sciences. 158. 214 (1967).
7. Meier F. and Zakharchenya B. // Optical Orientation, North Holland, 1984.

4.2. ГРАФЕН И ЕГО УНИКАЛЬНЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ СВОЙСТВА

4.2.1. Введение

Графен (graphene) представляет собой двумерный, атомной толщины слой из атомов углерода, образующих гексагональную кристаллическую решетку, напоминающую регулярно расположенные пчелиные соты (рис. 4.6). По существу, графен является основным «строительным блоком» ряда углеродных материалов различной размерности (рис. 4.7). Так, в результате складывания одиночных слоев графена в стопки можно «приготовить» *трехмерный кристалл графита*. При скручивании монослоя графена в трубу можно создать *одномерную нанотрубку*. Свертывая графен в шар (типа баскетбольного мяча), можно создать *фуллерен* — нульмерную наноструктуру, аналогичную квантовой точке. Однако в течение длительного времени считалось, что двумерный монослой графена в свободном состоянии не может существовать из-за термодинамических неустойчивостей. Тем не менее такое предубеждение было успешно преодолено работами А. Гейма и К. Новоселова (Манчестерский университет) и их коллегами из Института микроэлектроники и чистых

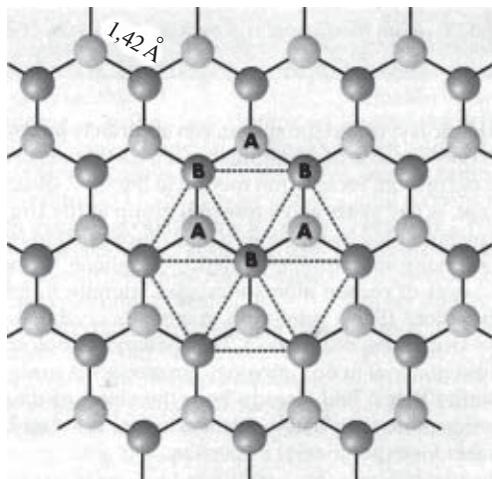


Рис. 4.6. Гексагональная решетка графена образуется из двух взаимопроникающих треугольных решеток из атомов сорта *A* и *B* соответственно

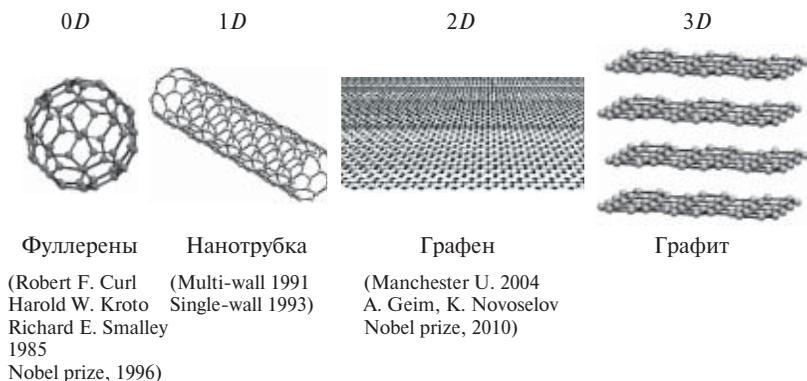


Рис. 4.7. Монослойный графен — «строительный блок» для углеродных кристаллических структур различной размерности: фуллеренов, углеродных нанотрубок и графита, D — размерность кристаллических структур

веществ РАН (г. Черноголовка) в 2004 г., которые научились отслаивать от графита изолированные одиночные слои графена, контролировать их толщину и смогли выполнить на них широкий комплекс интереснейших исследований электронных и структурных свойств [1, 2]. Цикл исследований Андрея Гейма и Константина Новоселова по графену был отмечен Нобелевской премией по физике в 2010 г. В эту область привнесли также существенный вклад работы Р. Ким и соавторов из Колумбийского университета, США [3].

Предложенный метод [1] оказался относительно простым: авторы с помощью адгезивной пленки механически отщепляли от монокристалла объемного графита отдельные слои (чешуйки) и сразу же размещали их на поверхности оксида монокристаллического кремния, тем самым предотвращая потенциальное свертывание слоев в структуры более низкой размерности.

Главная сложность состояла в том, чтобы в большом многообразии отщепленных слоев различной толщины установить и отобрать чешуйки должной толщины, соответствующие монослоям. Чешуйки на поверхности кремниевого оксида имели интерференционную окраску, обусловленную «интерференцией равной толщины» (рис. 4.8). Окраска тонких слоев контролировалась с помощью оптического микроскопа и подсказывала исследователям, какие чешуйки следует отбирать для последующего точного измерения их толщины с помощью атомно-силового и электронного микроскопов.

Эта рутинная, но крайне необходимая и блестяще выполненная часть работы продемонстрировала, что графен является стабильным, химически инертным и достаточно совершенным двумерным кристаллическим объектом. Прочные ковалентные углеродные связи пре-



Рис. 4.8. Отщепленные от графита микромеханическим способом слои, размещенные на поверхности SiO_2 , в условиях наблюдения в отраженном свете в оптическом микроскопе; размер поля наблюдения составляет около 300 мкм.

Слои, демонстрирующие наименьший цветовой контраст, близки по толщине к слоям графена. Из работы [5]

допределяют относительную чистоту и структурное совершенство графена, его устойчивость, твердость и способность выдерживать большие неразрушающие токи вплоть до 10^8 А/см² (т.е. на два порядка выше неразрушающих токов в обычном медном проводе). Это вызвало очень большой интерес у технологов и инженеров, работающих в области микроэлектроники.

4.2.2. Кристаллическая решетка и электронная структура графена

Решетка графена, схематически изображенная на рис. 4.6, состоит из двух взаимопроникающих треугольных подрешеток. Позиции атомов углерода типа *A* одной из подрешеток, окрашенных в зеленый цвет, являются центрами треугольников другой подрешетки (атомы типа *B*, оранжевые).

Таким образом, элементарная ячейка содержит два углеродных атома *A* и *B*, инвариантных при 120° вращения вокруг решеточных узлов. Каждый атом углерода имеет четыре валентных электрона: один *S*-типа и три *P*-электрона. Электронные *S*-орбиталь и две *P*-орбитали гибридизуются и образуют в плоскости решетки сильную ковалент-

ную связь (σ -связь). Оставшаяся P -орбиталь ориентирована перпендикулярно плоскости слоя и нечетна относительно инверсии в плоскости. Эта орбиталь гибридизуется и образует π -типа валентную зону и π^* -типа зону проводимости.

Электронная структура графена в K -пространстве показана на рис. 4.9. Зоны π - и π^* - вследствие симметрии инверсии не взаимодействуют с σ -состояниями и расположены близко к энергии Ферми. Уровень Ферми разделяет заполненные и свободные зонные состояния. В нейтральном графене зона проводимости и валентная зоны касаются друг друга в области уровня Ферми (эта область называется еще точкой нейтральности). Электронные долины на краях Brillouin-зоны, в точках K и K' , имеют правильную коническую форму. Вблизи этих точек электронная энергия изменяется линейно в функции от волнового вектора \mathbf{k} . Четыре других угла в зоне Бриллюэна связаны с K и K' обратными векторами решетки и поэтому не дают актуального вклада в рассматриваемые электронные состояния.

Расчеты структуры энергетических зон графена восходят к концу 40-х годов прошлого столетия [4], и касались они изучения динамики электронов в кристаллической решетке. Интерес к этому материалу носил исключительно академический характер. Однако теперь, почти 60 лет спустя, авторы работ [1—3] экспериментально исследовали природу проводимости в графене и установили экзотические электронные свойства, некоторые из которых предсказывались много лет тому назад, в частности, что свободные электроны в графене могут вести себя как «безмассовые», релятивистские электроны.

Чтобы почувствовать разницу поведения в кристаллической решетке обычных носителей заряда и безмассовых частиц, следует сравнить их энергетические спектры, а именно — каким образом

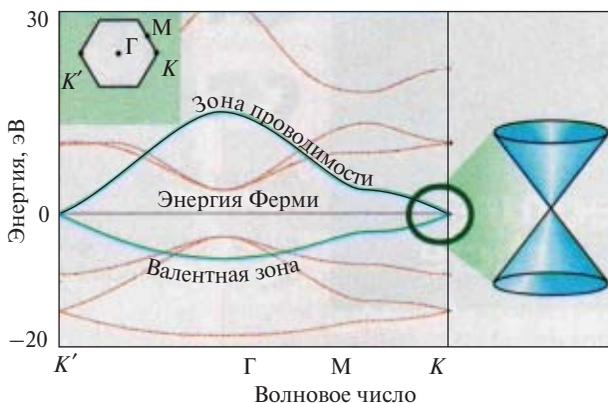


Рис. 4.9. Энергетический спектр графена

изменяется энергия частицы в функции волнового вектора в валентной зоне и зоне проводимости. В обычных (традиционных) полупроводниках электроны характеризуются эффективной массой, значение которой определяется их взаимодействием с кристаллической решеткой. Энергия электронов вблизи экстремумов зон в таких полупроводниках ведет себя, как правило, квадратично в зависимости от импульса $E = \hbar^2 k^2 / (2m)$.

В графите, который является полуметаллом, где зоны несколько перекрываются и электронные и дырочные волновые пакеты могут туннелировать между слоями, квадратичный закон дисперсии работает уже плохо. Однако в монослойном графене перекрытия зон нет вовсе, а есть лишь касание вершин зонных конусов в одной точке (точка касания конусов называется еще точкой Дирака, это показано на вставке к рис. 4.9). Зона, заполненная электронами, и зона, заполненная дырками, совершенно симметричны. Более существенно, что дисперсия этих зон линейна в достаточно протяженном интервале волновых векторов. По этой причине динамика электронов в графене лучше описывается релятивистским уравнением Дирака, которое дает линейную связь между энергией носителя заряда и импульсом: $E = |\hbar k| \cdot V_F$ (вместо скорости света здесь стоит фермиевская скорость электронов или дырок V_F). Дисперсионная кривая в таких условиях подразумевает, что электронная масса исчезает в большом интервале волновых векторов.

На самом деле, конечно же, электроны не являются безмассовыми частицами. Эффективная масса электрона с фиксированным волновым вектором является параметром, описывающим его реакцию на внешнюю силу. То обстоятельство, что этот параметр обращается в ноль, означает только, что скорость электронов в плоскости графена постоянна. По этой причине их транспортные свойства оказываются похожими на свойства безмассовых частиц, таких как фотоны. Следует также иметь в виду, что фермиевская скорость электронов (дырок) в графене V_F в области линейной дисперсии почти на два порядка меньше скорости света в вакууме. Поэтому в случае графена речь идет об очень слабом релятивизме.

4.2.3. Электронный квантовый транспорт и квантовый эффект Холла в графене

Теперь остановимся на необычных электронных транспортных свойствах графена в электрическом и поперечном плоскости слоя магнитном поле. Полный цикл такого рода экспериментальных исследований наиболее правильно выполнять в структурах графена, приготовленных в виде полевого транзистора (FET) с архитектурой

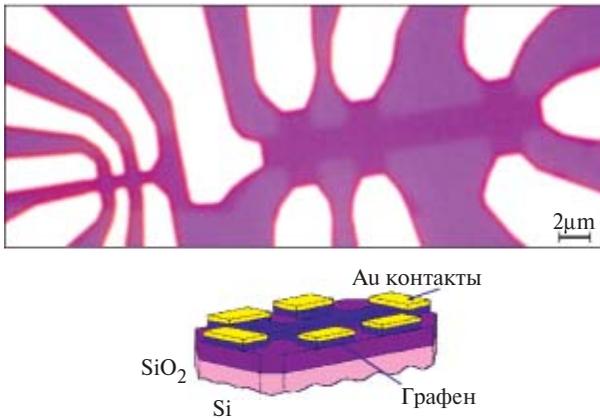


Рис. 4.10. Графеновый холловский мост, с помощью которого исследовался квантовый эффект Холла.

Желтым — демонстрируются контактные области. Управляющий металлический затвор, с помощью которого изменяется концентрация электронов, расположен под окислом SiO_2 в области кремния

контактов в виде холловского моста (показано на рис. 4.10). В случае графена управляющий металлический затвор, с помощью которого изменяется концентрация носителей, расположен под окислом SiO_2 в области кремния. Меняя напряжение на затворе и его знак, можно монотонно изменять положение уровня Ферми, т.е. концентрацию свободных носителей и переходить через точку нейтральности от заполнения верхнего конуса электронами (положительные напряжения на затворе) к заполнению нижнего конуса дырками (отрицательные напряжения на затворе). Проводимость определяется формулой

$$\sigma = ne\mu = \varepsilon_0\mu V_g/d,$$

где μ — подвижность; V_g — напряжение на затворе; ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума; ε — диэлектрическая проницаемость среды; d — расстояние между затвором и слоем графена. Из рис. 4.11 следует, что значения проводимости меняются монотонно с ростом напряжения на затворе по закону близкому к линейному и зависимости проводимости от V_g выглядят симметрично при изменении знака затворного напряжения относительно нуля V_g . Наиболее интересным результатом этих исследований является то, что в точке нейтральности величина проводимости оказывается конечной и имеет масштаб, близкий к e^2/h .

Сначала был соблазн объяснить этот результат, основываясь на аргументах Н. Мотта (Nevill Mott). Идея состоит в том, что элект-

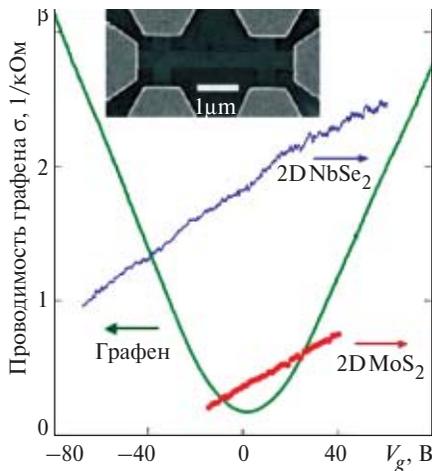


Рис. 4.11. Поведение проводимости графена при вариации электрического напряжения на затворе, V_g .

Здесь же приведены для сравнения данные для двумерных слоев NbSe_2 и MoS_2

рон в металле, подобно свету, не чувствует несовершенств (примеси, дефекты) на масштабах длины волны λ , поэтому казалось правдоподобным, что длина свободного пробега электрона не может быть меньше де-бройлевской длины волны. Если принять длину свободного пробега $l \cong \lambda$ согласно Мотту, то из стандартной бальцмановской теории следует, что минимальная проводимость должна равняться:

$$\sigma = (e^2/h)(l/\lambda) \cong e^2/h.$$

Однако это заключение не является общепринятым, а по поводу самих измерений минимальной проводимости в точке нейтральности до сих пор существуют разночтения.

В отличие от двумерных электронных систем с квадратичным законом дисперсии, где одночастичная плотность электронных состояний постоянна:

$$D(E) = \frac{g^* m^*}{\pi \hbar^2},$$

для графена с линейным законом дисперсии электронов плотность состояний растет линейно с ростом $|E|$ и имеет вид:

$$D(E) = \frac{g^* m^*}{\pi \hbar^2 c^*},$$

где g^* — g -фактор; c^* — скорость электронов.

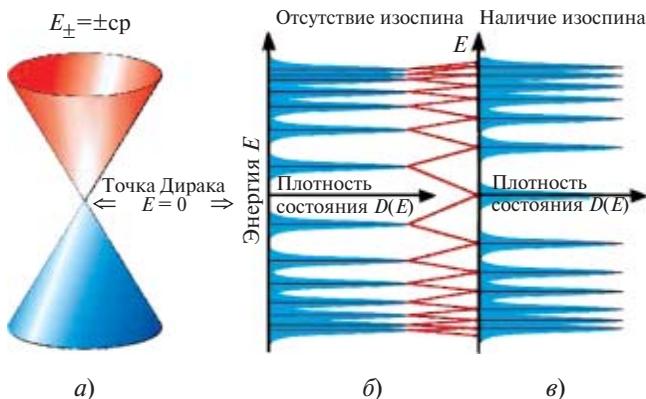


Рис. 4.12. Качественная картина уровней Ландау в графене в магнитном поле с учетом изоспина (в) и без учета изоспина (б).

На рис. (а) показаны соприкасающиеся в точке Дирака конусы энергетического спектра графена в отсутствии магнитного поля

Теперь рассмотрим, что происходит с электронным спектром графена, когда включено магнитное поле поперек слоя (рис. 4.12). Решение уравнения Дирака для электронного спектра графена в магнитном поле имеет вид:

$$E = \pm \sqrt{2\hbar c^* e H \left(N + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right)}, \quad N = 0, 1, 2, \dots \quad (4.5)$$

Качественная картина расщепления на уровни Ландау в графене в магнитном поле в отсутствие изоспина и при наличии изоспина показана на рис. 4.12. Слева проиллюстрированы соприкасающиеся в точке Дирака (точка нейтральности) конусы энергетического спектра графена в отсутствие магнитного поля. Согласно выражению (4.5) каждый уровень Ландау оказывается четырехкратно вырожденным: дважды вырожден из-за спина (изоспина) и дважды из-за долинного вырождения, связанного с двумя взаимопроникающими треугольными решетками в кристаллической структуре графена. Полезно напомнить, что такого же характера вырождение имеют уровни Ландау в кремниевом полевом транзисторе (MOSFET) с границей раздела. Благодаря изоспину новым и совершенно необычным в графене, в сравнении с привычной картиной ландауского расщепления в $2D$ -электронном газе с квадратичной дисперсией, является появление узкого пика плотности состояний при $E = 0$, где в отсутствие магнитного поля просто нет состояний.

В связи с изложенным также необычно выглядит картина целочисленного квантового эффекта Холла в графене, измеренная при фиксированном магнитном поле при вариации плотности носителей заряда и представленная на рис. 4.13.

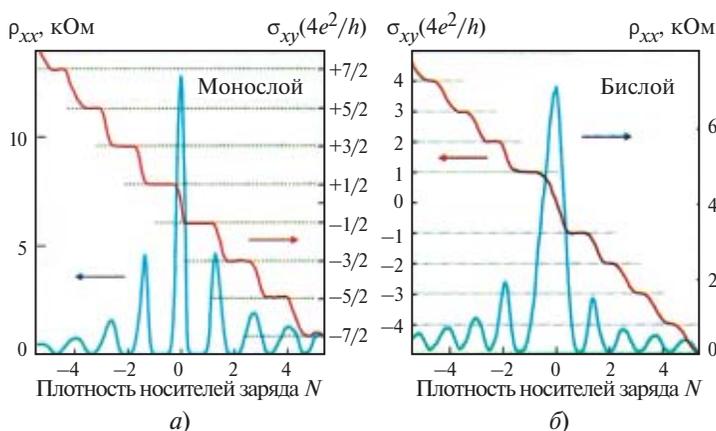


Рис. 4.13. Квантовый эффект Холла в графене в функции плотности носителей заряда N :

a — КЭХ в графеновом монослое; b — КЭХ в двухслойном графене. Из работы [6]

В однослойном графене пик продольного сопротивления ρ_{xx} прямо демонстрирует, что уровень Ландау возникает при нулевом значении энергии. Из предыдущего опыта по КЭХ известно, что плато в значениях холловской проводимости σ_{xy} соответствуют плотностям носителей, при которых уровни Ландау оказываются полностью заполненными. В случае графена первые наблюдаемые плато $\sigma_{xy} = \pm 2e^2/h$ (см. рис. 4.13) указывают, что уровень $E = 0$ заполняется электронами наполовину из зоны проводимости (верхний конус на рис. 4.12) и наполовину из валентной зоны (нижний конус). Это необычное свойство нулевого уровня Ландау доказывает, что заряженные носители в однослойном графене являются *безмассовыми дираковскими фермионами* и предопределяет аномальную последовательность плато в графене. В результате вся последовательность уровней Ландау сдвинута на $1/2$, по сравнению с картиной стандартного целочисленного КЭХ, так что холловская проводимость $\sigma_{xy} = \pm 4e^2/h(N + 1/2)$. Здесь N — номер уровня Ландау, а фактор 4 — следствие спинового и долинного вырождения.

Картина целочисленного квантового эффекта Холла в бислое графена выглядит еще более интересной. В двухслойном графене двойной прыжок σ_{xy} при $N = 0$ демонстрирует (см. правую часть рис. 4.13), что два уровня Ландау пиннингуются при нулевой энергии. Квантовое плато теперь соответствует фактору заполнения $\nu = 8(N + 1/2)$ — возникает экстремально двукратное вырождение уровня Лан-

дау. Такое квантование указывает, что двухслойный графен сделан из массивных краевых (киральных) дираковских фермионов (в квантовой электродинамике — это так называемые *оксимороны* («охутогон»)).

Итак, целочисленный квантовый эффект Холла в графене получил достаточно полное объяснение в рамках модели невзаимодействующих электронов. Однако в двумерном электронном газе на примере полупроводниковых гетероструктур известно, что электрон-электронное взаимодействие приводит к новым и неожиданным коллективным явлениям, таким как дробный КЭХ, вигнеровская кристаллизация, возбуждение композитных фермионов, скирмионов и других экзотических возбуждений.

Следует иметь в виду, что электрон-электронные корреляции являются примером весьма хрупких взаимодействий, поэтому связанные с такими корреляциями явления следует искать и исследовать в сильных магнитных полях при достаточно низких температурах и, что особенно существенно, в высокосовершенных структурах, обладающих большой подвижностью носителей заряда.

Изложенные выше эксперименты, включая целочисленный КЭХ, выполнялись на слоях графена, размещенных на поверхности SiO_2 , и в этих образцах носители не обладали высокой подвижностью, которая составляла $(2\text{—}3) \cdot 10^4 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. Чтобы обнаружить дробный КЭХ в графене, следовало увеличить подвижность структур по меньшей мере на порядок. И это было реализовано путем размещения слоев графена в подвешенном состоянии на кремниевых подпорках, которые изготавливались с помощью литографии. Размеры подвешенного слоя графена должны быть очень невелики, чтобы обеспечить стабильность слоя (всего несколько мкм). В подвешенном графене исключалось всякое воздействие подложки SiO_2 (заряженных примесей и других дефектов).

Фотография подвешенного микроскопического слоя графена (*suspended graphene*) в обычной атмосфере, полученная с помощью сканирующего электронного микроскопа, показана на рис. 4.14. Далее, с целью поиска дробного КЭХ, возникала необходимость изготовления точечных контактов в таком миниатюрном слое подвешенного графена. Авторы работы [8] отказались от изготовления 4-контактной схемы и холловского моста, опасаясь короткого замыкания между контактами, и, в конечном итоге, остановились на простой 2-контактной схеме.

Сначала было установлено, что в подвешенном графене подвижность μ возросла почти на порядок и составила $\cong 2 \cdot 10^5 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. Далее следует иметь в виду, что в случае 2-контактной схемы

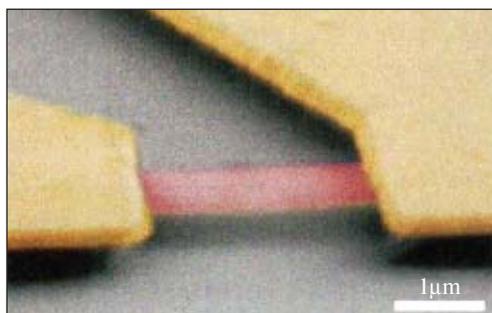


Рис. 4.14. Микрофотография графена, размещенного на кремниевых подпорках и свободно висящего в воздухе, полученная с помощью сканирующего микроскопа. Видны контактные области и сам графен, соответственно. Из работы [8])

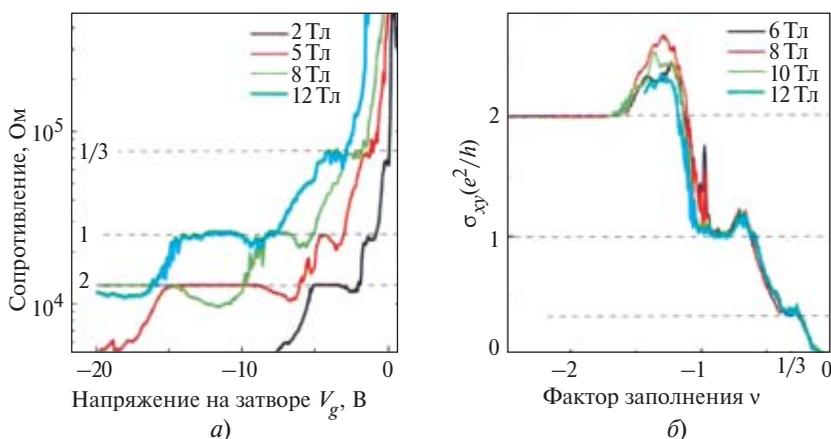


Рис. 4.15. Дробный квантовый эффект Холла в графене:

a — холловское сопротивление ρ_{xy} , измеренное для 4 значений поперечного магнитного поля; *b* — кривые кондуктанса σ_{xy} , измеренные при различных магнитных полях; лучшее совпадение кривых наблюдается в области $\nu = 1/3$. Из работы [8]

в общем случае измеряется комбинация диагональной и холловской проводимости. Однако в режиме КЭХ, целочисленного и дробного, диагональная компонента проводимости стремится к нулю ($\sigma_{xx} \rightarrow 0$). Поэтому даже в упрощенной 2-контактной схеме в режиме КЭХ удастся измерить с достаточно высокой точностью саму величину холловской проводимости σ_{xy} (или кондуктанса). Результаты выполненных в работе [8] измерений иллюстрирует рис. 4.15. Из рисунка отчетливо видно плато в кондуктансе σ_{xy} при факторе заполнения $\nu = 1/3$. Видность плато при этом дробном факторе заполнения возрастает с ростом магнитного поля. Авторы работы [9] в подвешенном гра-

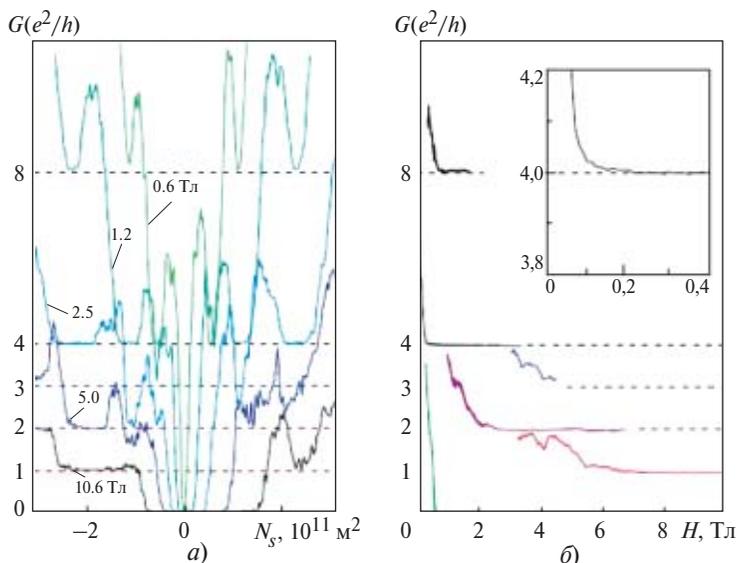


Рис. 4.16. Снятие вырождения восьмикратно вырожденного уровня Ландау в подвешенном двойном слое графена вследствие нарушения симметрии из-за электрон-электронного взаимодействия:

a — зависимости кондактанса в функции электронной плотности, измеренные для 5 значений магнитного поля; *б* — квантование кондактанса в функции магнитного поля и $T = 450$ мК. Из работы [10]

фене видели также особенность, связанную с квантованием холловского кондактанса, вблизи фактора заполнения $\nu = 2/3$.

Эффект сильно взаимодействующих электронов проявляет себя также и при измерениях целочисленного КЭХ в сильном магнитном поле. Электрон-электронное взаимодействие в присутствии достаточно сильного магнитного поля разрушает исходную симметрию и снимает четырехкратное вырождение нижайшего (нулевого) уровня Ландау. Это обнаруживается в появлении серии дополнительных плато в кондактансе монослоя и бислоя графена. В случае графенового бислоя, в условиях нарушенной симметрии при включении сильного магнитного поля в области нулевого уровня Ландау появляются плато при факторах заполнения $\nu = 0, \pm 1$ и ± 4 (см. рис. 4.16, *a*). В симметричной ситуации наблюдение этих плато запрещено согласно формуле $\pm 4(N_s + 1/2)$. В случае бислоя графена фактор вырождения возрастает в два раза, поэтому в точке Дирака имеется восьмикратное вырождение. Авторы работы [10] смогли разрешить структуру холловских плато нулевого уровня Ландау в подвешенном графене вследствие снятия вырождения в условиях нарушенной симметрии в достаточно сильном магнитном поле (см. рис. 4.16, *б*).

4.2.4. Заключение

Целый ряд вопросов, связанных с электрон-электронным взаимодействием в графене еще ждет своего решения. Хотелось бы знать гораздо больше об уровне Ландау с нулевой энергией. Этот уровень соответствует точке Дирака, где электроны ведут себя как безмассовые дираковские фермионы. Хотя, казалось бы, в этой точке не должно быть носителей заряда, тем не менее, в этой области проводимость ненулевая в отсутствии магнитного поля, о чем говорилось в предыдущем разделе.

Возникает актуальный вопрос, что произойдет с кондактансом, когда включено магнитное поле: останется графен металлом или же он перейдет в диэлектрическое состояние? Эксперимент пока не дал исчерпывающих ответов на этот вопрос. Эксперименты манчестерской группы поддерживают теорию о проводящем состоянии в этой точке [11], однако более поздние эксперименты, выполненные в Принстоне [12], продемонстрировали переход в диэлектрическое состояние, стимулированный магнитным полем.

Согласно теории, верность результата зависит от того, какая симметрия нарушается в первую очередь. Согласно одному из сценариев, кулоновское взаимодействие в присутствии достаточно сильного магнитного поля разрушает субрешеточное вырождение, и точка Дирака переходит в диэлектрическую область. По другому сценарию кулоновское взаимодействие разрушает псевдоспиновое вырождение, и состояние остается проводящим. В последнем случае материал остается диэлектриком в объеме, а кондактанс возникает из-за краевых (киральных) токов, которые распространяются навстречу друг другу. В случае бислоевого графена число разнообразных возможностей только возрастает, причем при более низких значениях критического магнитного поля.

Существует также точка зрения, что диэлектрическая фаза может препятствовать наблюдению дробного КЭХ с числами заполнения $\nu < 1/3$. Исследование конкуренции между диэлектрической фазой вблизи $\nu = 0$ и состояниями с дробными факторами заполнения $\nu < 1/3$ могут оказаться очень интересными и информативными в данной области.

Литература к разделу 4.2

1. **Novoselov K.S., Geim A.K., Morozov S.V. et al.** // Science. 306. 666 (2004).
2. **Novoselov K.S., Geim A.K., Morozov S.V. et al.** // Nature. 438. 197 (2005).
3. **Zhang Y., Tan Y.-W., Stormer H., Kim P.** // Nature. 438. 201 (2005).
4. **Wallace P.R.** // Phys. Rev. 71. 622 (1947).
5. **Geim A.K. and MacDonald A.H.** // Physics Today, August. P. 35 (2007).

6. **Geim A.K., Novoselov K.S.** // Nat. Mater. 6. 183 (2007).
7. **Zhang Y. et al.** // Phys. Rev. Lett. 96. 136806 (2006).
8. **Du X., Skachko I., Duerr F., Luican A., Andrei E.Y.** // Nature. 462. 192 (2009).
9. **Bolotin K.I., Ghahari F., Shulman M.D., Stormer H.L., Kim P.** // Nature. 462. 196 (2009).
10. **Feldman B.E., Martin J., Yacoby A.** // Nat. Phys. 5. 889 (2009).
11. **Abanin D.A. et al.** // Phys. Rev. Lett. 98. 196806 (2009).
12. **Checkelsky J., Li L., Ong N.P.** // Phys. Rev. Lett. 100. 206801 (2008); Phys. Rev. B 79. 115434 (2009).

Лекция 5

5.1. ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ИЗОЛЯТОРЫ И КВАНТОВЫЙ СПИНОВЫЙ ЭФФЕКТ ХОЛЛА

5.1.1. Введение

Сравнительно недавно был открыт новый класс топологических состояний, который получил название топологического изолятора, где и был обнаружен квантовый спиновый эффект Холла (КСЭХ). Состояние в режиме КСЭХ топологически отличается от других известных состояний материи, включая состояния самого квантового эффекта Холла. КСЭХ был теоретически предсказан [1, 5] и экспериментально обнаружен в HgTe квантовых ямах [2], а также проанализирован в Bi_2Te_3 и Bi_2Se_3 объемных кристаллах [3, 4, 5]. Системы, где может наблюдаться КСЭХ, являются изоляторами в объеме, поскольку содержат щель, разделяющую валентную зону и зону проводимости, однако на границе раздела они имеют бесщелевые краевые или поверхностные состояния, которые топологически защищены от воздействий немагнитных примесей и особенностей геометрического устройства (так называемые «иммунно-защищенные» состояния). В таких топологических изоляторах законы Максвелла сильно модифицируются благодаря дополнительному топологическому слагаемому с точным квантовым коэффициентом, что приводит к весьма примечательным новым физическим эффектам.

Между КЭХ и СКЭХ есть много общего, однако имеется и принципиальное отличие: в случае состояний в режиме квантового эффекта Холла требуется магнитное поле, которое разрушает симметрию инверсии во времени; состояния в режиме квантового спинового эффекта Холла не требуют внешнего магнитного поля и остаются инвариантными к инверсии во времени. Это чисто схематически иллюстрирует рис. 5.1.

Итак, в сердцевине квантового эффекта Холла и квантового спинового эффекта Холла лежит пространственное разделение краевых состояний. Качественную иллюстрацию такого пространственного разделения краевых состояний в режимах КЭХ и СКЭХ дает рис. 5.2. Краевые квазиодномерные состояния не рассеиваются на немагнитных дефектах. Рассеяние «назад» на немагнитных дефектах гасится из-за интерференционного эффекта (оптической аналогией этого эффекта является «просветление» оптики, когда гасится рассеяние света назад вследствие деструктивной интерференции). В этом

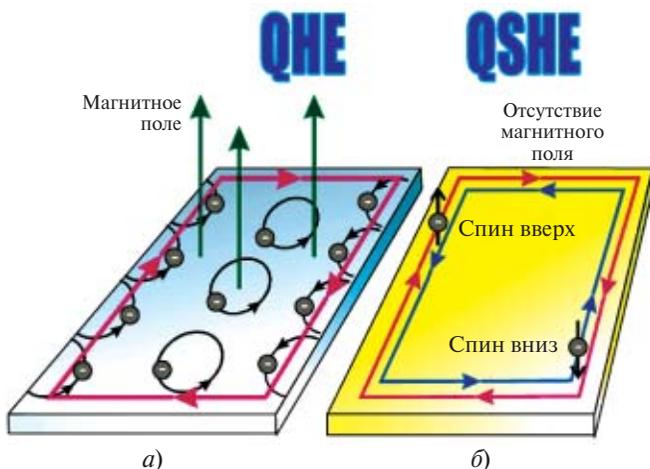


Рис. 5.1. Объекты, в которых наблюдается квантовый эффект Холла (КЭХ, а) и квантовый спиновый эффект Холла (КСЭХ, б)

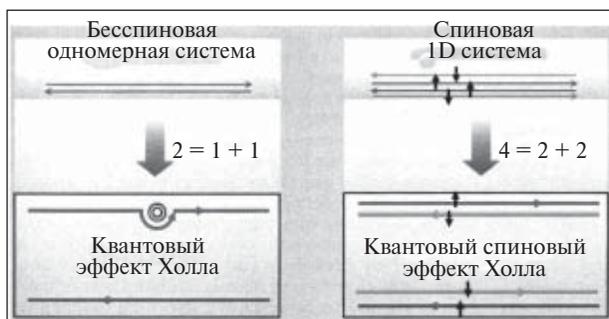


Рис. 5.2. Слева — бесспиновая одномерная система содержит два противоположно направленных (киральных) и пространственно разделенных квазиодномерных краевых состояния (условно обозначены уравнением « $2 = 1 + 1$ »).

У верхнего края ток направлен направо, у нижнего края — налево. Эти состояния устойчивые и «обходят» немагнитные центры без рассеяния (нижний рисунок). Справа — спиновая 1D-система с четырьмя краевыми каналами, которые пространственно разделены в геометрии квантового спинного эффекта Холла. Верхний край содержит канал со спином вверх и нижний край имеет канал со спином вниз, и соответственное расположение токовых каналов у нижнего края. Пространственное разделение каналов условно обозначено уравнением « $4 = 2 + 2$ »

смысле краевые состояния в режиме КЭХ и СКЭХ являются бездиссипативными до тех пор, пока не произойдет захлопывания объемной щели из-за сильных возмущений. В режиме КСЭХ число пар противоположно направленных краевых состояний должно быть обязательно нечетным, чтобы исключить вклад рассеяния между различными парами краевых состояний, который ведет к диссипации.

5.1.2. 2D-топологический изолятор и квантовый спиновый эффект Холла

Итак, в случае КСЭХ есть два состояния с противоположно направленными спинами, которые распространяются навстречу друг другу. Существующая при этом связь между орбитальным движением и спином является релятивистским явлением, которое наиболее сильно выражено для атомов тяжелых элементов. В работе [1] сформулирован достаточно общий подход к отысканию топологических изоляторов. В этой же работе, в частности, предсказано, что квантовые ямы на основе HgTe, окруженные барьерами из других материалов с более легкими атомными элементами (например, барьеры CdTe, решетка которых неплохо соизмерима с решеткой HgTe), должны быть топологическими изоляторами при условии, что толщина ям HgTe превышает некоторое критическое значение d_c .

В предложенном подходе основным механизмом является инверсия зон, согласно которому обычный порядок расположения валентной зоны и зоны проводимости благодаря спин-орбитальному взаимодействию инвертируется, т.е. изменяется на противоположный. В большинстве типичных объемных полупроводников блоховская часть волновой функции электронов в зоне проводимости S -типа, тогда как у электронов валентной зоны блоховская часть P -типа. Однако в случае атомов тяжелых элементов, таких как Hg и Te, спин-орбитальное взаимодействие столь сильно, что P -терм в шкале энергий может подняться над S -термом, и, таким образом, порядок расположения зон инвертируется. Таким образом, увеличивая ширину HgTe квантовой ямы ($d > d_c$) можно усилить и распространить воздействие спин-орбитального взаимодействия на всю ширину квантовой ямы. Качественно это показано на рис. 5.3.

Заметим, что годом раньше примерно такие же идеи были развиты в работе [6]. Авторы в качестве объекта выбрали графен, но этот выбор оказался неудачным по следующей причине. Предполагалось, что вследствие спин-орбитального взаимодействия в точке Дирака (точка касания энергетических конусов в графене) откроется щель, в которой должны появиться пересекающиеся краевые состояния с противоположными спинами. Однако углерод, из которого построен графен, очень легкий элемент, поэтому рассчитанное значение щели в точке Дирака из-за малости спин-орбитальной связи оказались ничтожно малым, около 0,001 мкэВ. В таких условиях вряд ли можно экспериментально наблюдать СКЭХ в графене.

Вернемся снова к квантовым ямам на основе HgTe/CdTe. Энергетический спектр двумерного топологического изолятора на основе

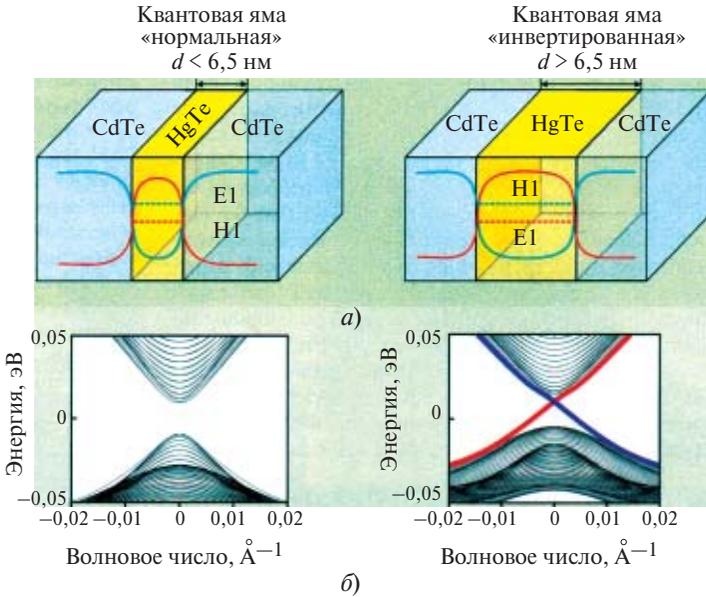


Рис. 5.3. Показанная на рисунке HgTe-квантовая яма, окруженная CdTe-барьерами, является топологическим изолятором:

a — поведение HgTe/CdTe-квантовой ямы в зависимости от толщины d слоя HgTe; *б* — энергетический спектр HgTe/CdTe-квантовых ям: слева для $d < d_c$, справа для $d > d_c$. В узкой квантовой яме в объеме имеется щель, тогда как в широкой квантовой яме в щели появляется пара квазиодномерных краевых (киральных) состояний, пересекающихся при $K = 0$

квантовых ям HgTe/CdTe рассчитывается с помощью следующего гамильтониана:

$$\hat{H}(\mathbf{k}) = E_1(\mathbf{k}) + \left. \begin{array}{cccc} M(\mathbf{k}) & A_2(k_x + ik_y) & 0 & A_1 k_z \\ A_2(k_x - ik_y) & -M(\mathbf{k}) & A_1 k_z & 0 \\ 0 & A_1 k_z & M(\mathbf{k}) & -A_2(k_x - ik_y) \\ A_1 k_z & 0 & -A_2(k_x + ik_y) & -M(\mathbf{k}) \end{array} \right\}; \quad (5.1)$$

$$E(\mathbf{k}) = C + D_1 k_z^2 + D_2 k_{\perp}^2; \quad M(\mathbf{k}) = M - B_1 k_z^2 - B_2 k_{\perp}^2,$$

где верхний 2×2 блок описывает S -электроны со спином вверх в E_1 зоне проводимости и электроны P -типа в H_1 валентной зоне. $2M$ — энергетическая щель между зонами и B (обычно отрицательная величина) — характеризует кривизну зон. При $M/B < 0$ собственные зна-

чения гамильтониана описывают обычный изолятор с привычным расположением зон: зона проводимости E_1 расположена над валентной зоной H_1 . Однако в случае достаточно широких квантовых ям ($d > d_c$) расположение зон инвертируется, M становится отрицательным и, как результат решений гамильтониана (5.1), возникают краевые состояния (рис. 5.3, б справа) (красная и синяя кривые), защищенные от нарушения симметрии инверсии во времени.

Верхняя кривая на рис. 5.3, а иллюстрирует потенциальную энергию электронов в зоне проводимости; нижняя кривая — барьер для дырок в валентной зоне. Электроны и дырки удерживаются этими потенциальными кривыми в квантовой яме, где могут двигаться свободно в плоскости квантовой ямы. Для HgTe-квантовых ям с толщиной $d > d_c$ ($d_c \approx 6,5$ нм) энергия нижней зоны проводимости E_1 располагается ниже энергии валентной зоны H_1 . Таким образом, согласно рис. 5.3, б видно, что $2D$ -топологический изолятор имеет пару одномерных краевых состояний, пересекающихся в точке $K = 0$ (вырождение в точке пересечения сильно защищено симметрией инверсии во времени), и в окрестности точки пересечения дисперсия этих состояний линейная. Такая дисперсия возникает в квантовой теории поля и следует из уравнения Дирака для релятивистских безмассовых квазиодномерных фермионов. Этим уравнением можно воспользоваться для описания краевых состояний в режиме спинового квантового эффекта Холла.

Сразу же после появления теории [1] были поставлены эксперименты по обнаружению СКЭХ. Объектом исследований являлись HgTe/CdTe-квантовые ямы. Увеличенная фотография структуры, на которой были выполнены измерения спинового квантового эффекта Холла представлена на рис. 5.4. Площадка, на которой велись транспортные измерения составляла $1 \times 1 \text{ мкм}^2$. На линейных размерах 1 мкм электронный транспорт носил баллистический характер, т.е. исключались какие-либо акты рассеяния носителей на дефектах.

На рис. 5.5 представлены результаты измерений сопротивления в узкой ($d < d_c$, черная кривая) и широкой ($d > d_c$, синяя, красная и зеленая кривые) HgTe-квантовых ямах в функции напряжения на затворе, изменяющего положение химпотенциала. В узкой HgTe-квантовой яме сопротивление бесконечно большое, когда химпотенциал находится в диэлектрической щели спектра. Однако в широкой квантовой яме, когда в щели возникают пересекающиеся краевые состояния, наблюдается отчетливое квантовое плато сопротивления, равное $R_{xx} = h/2e^2$ (кондактанс $G = 2e^2/h$). Этот результат свидетельствует о совершенстве краевых состояний и их бездиссипативности.

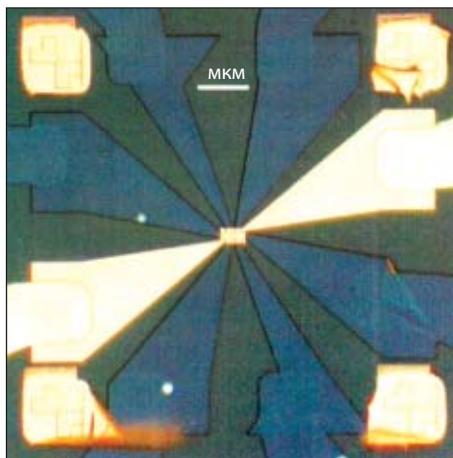


Рис. 5.4. Увеличенная фотография структуры, на которой были выполнены измерения спинового квантового эффекта Холла на площадке $1 \times 1 \text{ мкм}^2$ (прямоугольник в центре фотографии).

Площадка покрывалась золотой пленкой, играющей роль затвора (в самом центре рисунка). Темно-синие области — HgCdTe. Темно-серые области — изолирующий субстрат (Cd, Zn)Te

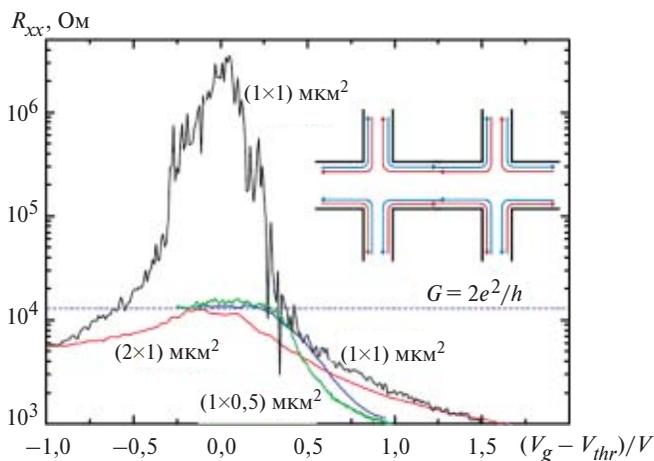


Рис. 5.5. Экспериментально измеренный контактанс в тонкой ($d < d_c$, черная кривая) и широкой ($d > d_c$, синяя, красная и зеленая кривые) в функции напряжения на затворе, именующего величину химпотенциала. Из работы [2]

Подчеркнем также, что на плато получены одинаковые значения сопротивления для образцов с различной шириной от 0,5 мкм (красная кривая) до 1 мкм (синяя кривая). На вставке к рисунку показана H -образная схема транспортных измерений краевых токов. Авторы

[2], используя такие схемы измерений, доказали, что спиновый квантовый эффект Холла обусловлен именно краевыми состояниями. Авторы продемонстрировали также, что включение поперечного магнитного поля разрушает спиновый КЭХ и вместо него возникает целочисленное квантование холловского сопротивления (или кондактанса).

5.1.3. 3D-топологические изоляторы

В работе [7] было предсказано, что твердый расплав $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ должен вести себя как трехмерный топологический изолятор при определенных значениях параметра x . Затем в работе [8] с помощью фотоэмиссионной спектроскопии с угловым разрешением в этом

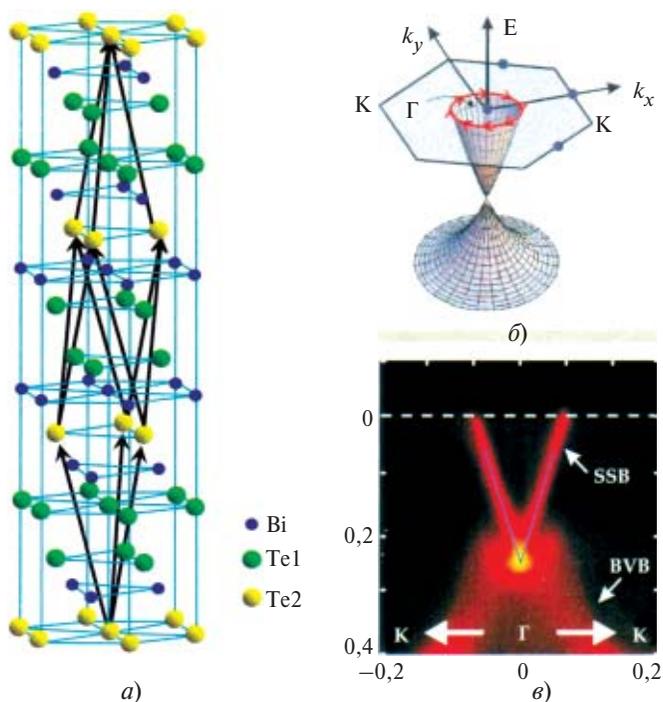


Рис. 5.6. Трехмерный топологический изолятор, Bi_2Te_3 :

a — кристаллическая структура 3D-топологического изолятора, содержащего двухслойные пакеты чередующихся слоев Te-Bi-Te-Bi-Te ; *б* — фотоэмиссионная спектроскопия проецирует энергетический спектр в K -пространстве. Спины поверхностных состояний (показаны красным) расположены в плоскости поверхности и перпендикулярны импульсам K ; *в* — зона поверхностных состояний (SSB) расположена над валентной зоной объемного кристалла. Белая пунктирная линия отвечает уровню Ферми. Голубые линии пересекаются в вершине дираковского конуса. Из работы [3]

твердом растворе были обнаружены топологические поверхностные состояния. В работе [3] было предсказано, что слоистые бинарные кристаллы Bi_2Te_3 , Bi_2Se_3 и Sb_2Te_3 , структура которых проиллюстрирована на рис. 5.6, *a*, также являются топологическими изоляторами.

Подобно HgTe семейство слоистых кристаллов типа Bi_2Te_3 имеет нетривиальную топологию благодаря инверсии термов вследствие спин-орбитального взаимодействия тяжелых атомов Bi и Te . Семейство этих слоистых кристаллов можно проанализировать с помощью гамильтониана, представляющего собой 3-мерную версию гамильтониана (5.1). Вычисления показали, что эти материалы имеют одиночный дираковский конус на поверхности, как это продемонстрировано на рис. 5.6, *б*. Экспериментальные исследования фотоэмиссионного углового рассеяния спин-разрешенных состояний показали, что электронный спин расположен в плоскости и всегда перпендикулярен импульсу в полном согласии с теорией.

Область исследований топологических изоляторов развивается очень интенсивно, особенно в направлении экспериментальных исследований новых топологических объектов. Решения уравнений Максвелла с учетом топологического слагаемого предсказывают новые физические свойства и неожиданные электронные возбуждения. Так, например, в $2D$ -топологических изоляторах ожидаются краевые возбуждения с дробными зарядами.

Литература к Лекции 5

1. **Bernevig B.A., Hughes T.L., Zhang S.-C.** // Science. 314. 1757 (2006).
2. **Konig M., Wiedmann S., Brune C. et al.** // {-L.Qi, S.-C.Zhang, Science. 318. 766 (2007).
3. **Zhang H. et al.** // Nat. Phys. 5. 438 (2009).
4. **Xiao-Liang Qi and Shou-Cheng Zhang** // Physics Today, January. P. 33 (2010).
5. **Chen Y.L. et al.** // Science. 325. 178 (2009).
6. **Kane C.L., Mele E.J.** // Phys. Rev. Lett. 95. 226801 (2005); 95. 146802 (2005).
7. **Fu L., Kane C.L.** // Phys. Rev. B76. 045302 (2007).
8. **Hsieh D. et al.** // Nature. 452, 970 (2008).

6.1. БОЗЕ—ЭЙНШТЕЙНОВСКАЯ КОНДЕНСАЦИЯ ДИПОЛЯРНЫХ ЭКСИТОНОВ В ЛАТЕРАЛЬНЫХ ЛОВУШКАХ

6.1.1. Введение

В работах А. Эйнштейна 1924—1925 гг. [1, 2] предсказано, что при достаточно низких температурах в термодинамически равновесной системе невзаимодействующих атомов-бозонов должна происходить спонтанная конденсация частиц в нижайшее по энергии квантовое состояние с нулевым импульсом. Такая конденсация сопровождается макроскопическим заполнением частицами этого состояния. А. Эйнштейн рассматривал идеальный атомный бесспиновый¹ газ и использовал в своем подходе статистический метод, ранее предложенный и успешно примененный С. Бозе [3] при выводе формулы Планка для теплового излучения черного тела. Работы [1—3] и составили фундамент статистики, известной сейчас как квантовая статистика Бозе—Эйнштейна. На волновом языке бозе—эйнштейновская конденсация (БЭК) происходит в многочастичных системах бозонов с массой m и температурой T , когда тепловая де-бройлевская длина волны бозе-частицы, $\lambda_{dB} = (2\pi^2/mk_B T)^{1/2}$, начинает превосходить средние межчастичные расстояния. Для идеального трехмерного газа с концентрацией бозонов n критическое условие для БЭК выглядит следующим образом:

$$n\lambda_{dB}^3 \geq 2,61. \quad (6.1)$$

Наиболее впечатляющим следствием бозе—эйнштейновской конденсации является то, что макроскопические свойства частиц в конденсате описываются единой волновой функцией (параметром порядка) и, как результат, квантовые свойства бозе-конденсата начинают проявляться на классических масштабах длины. Макроскопические масштабы квантовой когерентности намного превосходят межчастичные расстояния в самом конденсате и тепловую де-бройлевскую длину волны. Крупномасштабная когерентность бозе—эйн-

¹Представление о собственном угловом моменте или спине элементарных частиц и атомов возникли лишь три года спустя после работы А. Эйнштейна [1].

штейновского конденсата имеет глубокие физические последствия принципиальной значимости. Среди них наиболее впечатляющими оказались такие макроскопические квантовые явления, как сверхтекучесть (например, сверхтекучее течение ^4He) и сверхпроводимость куперовских пар, которые являются композитными бозонами, — явления, связанные с бездиссипативным протеканием в среде материи, электрически нейтральной или заряженной. Впервые на непосредственную связь сверхтекучести ^4He с явлением БЭК обратил внимание Ф. Лондон еще в 1938 г. [4].

Экспериментально явление БЭК в разреженных, слабо взаимодействующих и достаточно сильно охлажденных атомных бозе-газах удалось впервые наблюдать сравнительно недавно, в 1995 г. [5—7], т.е. почти 70 лет спустя после того, как А. Эйнштейном была построена соответствующая теория конденсации. Это выдающееся экспериментальное достижение явилось результатом элегантной реализации техники лазерного и испарительного охлаждения атомных газов, накапливаемых в магнитооптических ловушках. Из-за большой массы атомов и сильной разреженности исследуемых газов, $na_B^3 \ll 1$ (a_B — соответствующий борковский радиус), явление БЭК в атомных бозе-газах обнаруживается при чрезвычайно низких температурах (критические температуры конденсации составляют доли 10^{-6} К).

Возможность бозе—эйнштейновской конденсации рассматривалась ранее и для других физических объектов. Среди этих объектов одним из весьма привлекательных представлялся газ водородоподобных экситонов. Экситон в полупроводнике является связанным по Кулону состоянием фотовозбужденного электрона и дырки и аналогичен по внутренней структуре атому водорода, а в случае равных эффективных масс электрона и дырки — атому позитрония. Оптически возбуждаемые экситоны, в отличие от реальных атомов водорода, объекты эфемерные в том смысле, что относительно быстро аннигилируют, резонансно излучая фотоны. Электроны и дырки — фермионы, однако сами экситоны в полупроводниках имеют целочисленный результирующий угловой момент, или спин, и являются композитными бозонами.

После 1957 г., когда представления о спаривании электронов в сверхпроводнике (куперовском спаривании) стали общепризнанными, появились теоретические работы, в которых рассматривалась принципиальная возможность БЭК экситонов [8—11]. Масса экситонов в полупроводнике почти на четыре порядка меньше атомных масс, поэтому при легко достижимых в эксперименте экситонных концентрациях, при которых газ экситонов все еще остается достаточно раз-

реженным и слабо взаимодействующим, БЭК экситонов должна происходить при доступных криогенных температурах (единицы К). Однако в 3-мерных кристаллических полупроводниковых средах БЭК экситонов, а также экситонных молекул или биэкситонов, до настоящего времени наблюдать не удавалось (по существу, не удавалось реализовать критические условия для такой конденсации), несмотря на многочисленные поиски этого явления, которые продолжаются до настоящего времени.

В последние годы произошел несомненный прорыв в этой области, связанный с обнаружением явления БЭК в различных экситонных квазидвумерных системах. Напомним, что в идеальной пространственно неограниченной двумерной системе бозе-частиц БЭК не может происходить по принципиальным причинам: из-за расходимости заполнения при $k = 0$ в условиях постоянной плотности состояний. Эта проблема снимается при пространственном ограничении свободного движения двумерных экситонов и их накоплении в латеральных ловушках. В этих условиях критическая температура конденсации T_c становится связанной с площадью ловушки S и определяется формулой:

$$T_c = 2\pi^2 n_{ex} / (g_{ex} k_B m_{ex} \ln(Sn_{ex})), \quad (6.2)$$

где n_{ex} и m_{ex} — концентрация и масса экситонов, соответственно; g_{ex} — фактор спинового вырождения.

Далее речь пойдет об экситонах в квазидвумерных полупроводниковых системах, главным образом в GaAs/AlGaAs гетероструктурах, с пространственным разделением электронных и дырочных слоев. Перспективность пространственно-разделенных электронно-дырочных слоев для изучения коллективных свойств экситонов и их ожидаемого сверхтекучего течения впервые рассматривалась в работах [12, 13]. Условия для пространственного разделения фотовозбужденных электронов и дырок реализуются в двойных, туннельно-связанных, квантовых ямах, а также в одиночных квантовых ямах при электронно-дырочном фотовозбуждении и приложенном электрическом смещении между двумерными слоями [14—21].

Экситоны в таких системах называются пространственно-непрямыми, или дипольными, поскольку имеют дипольный момент в нижайшем состоянии. Времена излучательной аннигиляции таких экситонов из-за сильного ограничения перекрытия волновых функций электрона и дырки в направлении приложенного электрического поля оказываются достаточно большими в сравнении с более короткими временами термализации. Поэтому дипольные экситоны нетрудно накапливать в латеральных ловушках и охлаждать до достаточно низких температур, близких к решеточным температурам.

В работах [17, 18] было экспериментально продемонстрировано, что при превышении критических условий конденсации диполярные экситоны накапливаются в нижайшем состоянии с импульсами, близкими к нулевым, в специально приготовленных латеральных ловушках. БЭК проявляется в пороговом появлении узкой линии фотолуминесценции (ФЛ) экситонного конденсата, а волновые вектора сконденсировавшихся экситонов оказываются почти на два порядка меньше тепловых де-бройлевских волновых векторов [20]. Люминесценция экситонного конденсата является линейно-поляризованной, благодаря анизотропному электронно-дырочному обменному взаимодействию, расщепляющему основное состояние диполярного экситона в ловушке на два линейно-поляризованные состояния. Обнаружение линейной поляризации ФЛ экситонного конденсата является одним из свидетельств спонтанного нарушения симметрии в условиях конденсации экситонов [19].

При наблюдении с высоким пространственным разрешением картины фотолуминесценции бозе-конденсата экситона из ловушки обнаруживаются пространственно-периодические структуры пятен люминесценции, когерентно связанных между собой [17, 18, 20]. Впервые обнаруженные большие масштабы пространственной когерентности означают, что экспериментально наблюдаемые пространственно-периодические структуры люминесценции в условиях бозе-конденсации диполярных экситонов в латеральных ловушках описываются единой волновой функцией.

Наблюдение пространственно-периодических структур ФЛ в реальном пространстве, их фурье-образов в K -пространстве, а также линейной поляризации люминесценции экситонного конденсата является прямым свидетельством спонтанного нарушения симметрии в условиях бозе-конденсации диполярных экситонов: макроскопическая когерентная фаза бозе-конденсата возникает спонтанно в резервуаре термализованных некогерентных экситонов. Прямые измерения корреляторов первого порядка, как результата интерференционного сложения амплитуд люминесценции, а также корреляторов второго порядка, связанных с корреляционными измерениями пар испускаемых фотонов, свидетельствуют о высокой пространственно-временной когерентности экситонного бозе-конденсата [21].

Недавно была обнаружена крупномасштабная когерентность бозе-конденсата двумерных экситонных поляритонов в микрорезонаторах [22, 23]. При условии высокой добротности микрорезонатора фотоны в области резонанса сильно взаимодействуют с двумерными экситонными поляризационными возбуждениями. В результате возникают двумерные экситонные поляритоны — смешанные состояния экситонной поляризации с резонансным электромагнитным полем. Эффективная масса двумерных экситонных поляритонов в достаточно

добротных микрорезонаторах чрезвычайно мала: почти на девять порядков меньше атомных масс. При достижении критических плотностей в квазиравновесном газе экситонных поляритонов, благодаря эффективному поляритон-поляритонному рассеянию, наблюдалось гигантское заполнение нижайшего состояния экситонными поляритонами с практически нулевыми импульсами, а также пороговое возрастание крупномасштабной пространственной когерентности. Наряду с обнаружением линейной поляризации излучения [22], эти эксперименты, чрезвычайно интересные и впечатляющие, также указывают на спонтанное возникновение макроскопического когерентного квантового состояния в условиях бозе-конденсации двумерных экситонных поляритонов. Однако, на наш взгляд, в данном случае речь идет скорее о неравновесной бозе-конденсации экситонных поляритонов в близкой аналогии с лазерным эффектом.

Далее остановимся на вопросах, касающихся фазовой диаграммы БЭК диполярных экситонов, накапливаемых в латеральных электростатических ловушках, и наблюдения пространственно-периодических структур люминесценции экситонного бозе-конденсата, их критического поведения в зависимости от накачки и температуры, а также на вопросах, связанные с исследованиями когерентности БЭК диполярных экситонов, а именно прямыми измерениями корреляторов 1-го и 2-го порядков от накачки и температуры, которые свидетельствуют о крупномасштабной когерентности экситонного бозе-конденсата.

6.1.2. Фазовая диаграмма БЭК

Исследовались пространственно-непрямые, или диполярные, экситоны в широкой (25 нм) одиночной GaAs-квантовой яме, помещенной в поперечное гетерослоям электрическое поле, которое прикладывалось между металлической пленкой (затвором Шоттки) на поверхности AlGaAs/GaAs-гетероструктуры и проводящим электронным слоем внутри структуры (встроенным нижним электродом, роль которого выполнял плотный электронный ферми-газ). Благодаря приложенному электрическому полю диполярные экситоны имеют в нижайшем состоянии большой дипольный момент, около 100 дебай, ориентированный вдоль поля.

В исследуемой системе такие экситоны вследствие диполь-дипольного отталкивания не связываются в молекулы или другие многочастичные комплексы. Фотовозбуждение экситонов и наблюдение их люминесценции велось через круглое окно диаметром 5—7 мкм в непрозрачной металлической маске. Диполярные экситоны накапливались в кольцевой латеральной ловушке, которая возникала вдоль периметра окна из-за сильно неоднородного электрического поля

[17]. Использование светосильной проекционной оптической системы (угловая апертура = 0,28) позволяло наблюдать пространственную структуру люминесценции диполярных экситонов из окна в металлическом затворе с разрешением около 1,5 мкм.

Увеличенное изображение окна образца, через которое велось фотовозбуждение и наблюдение люминесценции, проецировалось либо на входную щель спектрометра, либо, минуя спектрометр, непосредственно на фоточувствительную матрицу охлаждаемой кремниевой CCD-камеры. Образец размещался в гелиевом оптическом криостате, в котором можно было проводить эксперименты в интервале температур 0,45—4,2 К. При $T < 1,5$ К образец находился непосредственно в жидком ^3He , а при более высоких температурах — в охлажденных парах ^3He . Используя интерференционные светофильтры, можно было изучать пространственную структуру люминесценции избирательно по спектральному составу. Конструкция проекционной оптической системы позволяла оперативно переходить от наблюдения картины люминесценции с высоким пространственным разрешением к *in situ* оптическому фурье-преобразованию изображений, т.е. к угловому распределению интенсивности люминесценции в дальней зоне.

Возбуждение диполярных экситонов осуществлялось одновременно двумя непрерывными лазерами: Ti-Sr лазером или полупроводниковым лазером с длиной волны $\lambda = 782$ нм (фотовозбуждение под барьером AlGaAs) и He-Ne лазером ($\lambda = 633$ нм) или полупроводниковым лазером с $\lambda = 659$ нм (надбарьерное фотовозбуждение). Комбинацией таких лазеров и экспериментально подобранным отношением используемых мощностей достигалась максимальная компенсация избыточных зарядов в ловушке, и сама система экситонов поддерживалась максимально нейтральной. Подробные детали архитектуры использованных структур, латеральных ловушек и компенсации избыточных зарядов в ловушках можно найти в работах [18, 20].

С целью определения равновесной фазовой границы, очерчивающей область в шкале «накачка P (или экситонная плотность) — температура T », где происходит бозе-эйнштейновская конденсация диполярных экситонов, изучались и анализировались спектры ФЛ при вариации оптической накачки в температурном интервале 0,45—4,2 К. При достижении критических условий конденсации, температуры T и мощности оптического возбуждения P , в спектре люминесценции пороговым образом вырастает узкая линия диполярных экситонов, соответствующая макроскопическому заполнению нижайшего состояния в ловушке и возникновению экситонного конденсата [20].

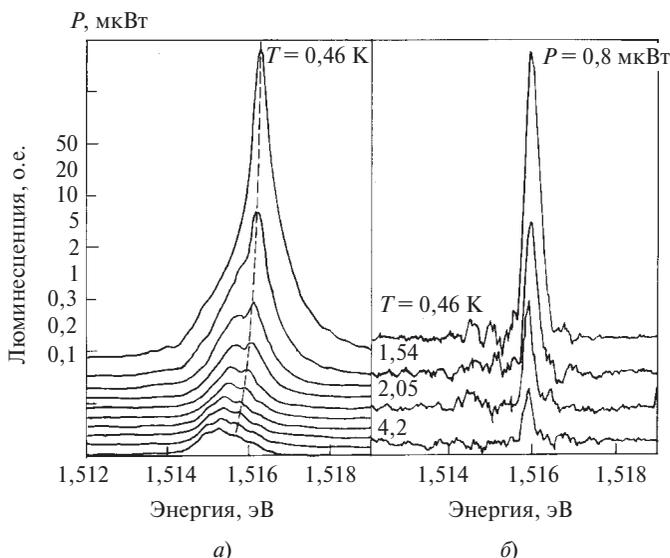


Рис. 6.1. Спектры фотолюминесценции дипольных экситонов в кольцевой латеральной ловушке диаметром 5 мкм:

a — пороговое возникновение и рост узкой спектральной линии дипольных экситонов при увеличении мощности P надбарьерного лазера ($\lambda = 659$ нм). Мощность подбарьерного лазера $P_{782\text{nm}} = 10$ мкВт. Температура $T = 0,46$ К; *б* — рост интенсивности экситонной линии с понижением температуры T при фиксированном фотовозбуждении: $P_{659\text{nm}} = 0,8$ мкВт, $P_{782\text{nm}} = 10$ мкВт

На рис. 6.1, *a* продемонстрировано, как ведут себя спектры люминесценции дипольных экситонов, детектируемые непосредственно из кольцевой ловушки, при вариации непрерывной накачки при $T = 0,45$ К. В данном случае накачка осуществлялась одновременным действием двух лазеров, осуществляющих над- и подбарьерное фотовозбуждение, с целью максимальной компенсации избыточных зарядов в ловушке. Варьировалась только мощность лазера 659 нм, осуществляющего надбарьерное фотовозбуждение.

При очень малых накачках в спектре видна бесструктурная и асимметричная полоса люминесценции шириной 1,3 мэВ. Форма этой полосы при варьировании накачек не меняется; полоса неоднородно уширена и имеет происхождение, связанное с локализацией экситонов на флуктуациях случайного потенциала из-за остаточных заряженных примесей и структурных дефектов в самой ловушке и в ее ближайшей окрестности.

При увеличении мощности возбуждения на фиолетовом краю широкой полосы пороговым образом начинает появляться и затем сверхлинейно возрастать по интенсивности узкая линия, соответ-

ствующая конденсированному состоянию дипольных экситонов [17, 20] (см. рис. 6.1). Ширина узкой линии вблизи порога составляет около 200 мкэВ, а ее интенсивность вблизи порога растет с накачкой сверхлинейно.

При больших накачках линия доминирует в спектре в сравнении с бесструктурным континуумом под ней. Зависимость интенсивности линии от накачки становится линейной при дальнейшем увеличении мощности фотовозбуждения. Линия с ростом накачки несколько уширяется и сдвигается в сторону больших энергий. Такое поведение связано с отталкивательным взаимодействием дипольных экситонов при возрастании их концентрации, что подробно проанализировано в работе [24]. Спектральный сдвиг линии, а также ее уширение, имеют близкий масштаб. В частности, в интервале накачек, соответствующих рис. 6.1, *a*, отношение спектрального сдвига центра тяжести линии (спектральный момент M_1) к ее ширине (спектральный момент M_2) составляет $M_1/M_2 \approx 0,8$. По величине спектрального сдвига узкой линии с ростом накачки можно оценить концентрацию экситонов. Эта концентрация составляет $\approx 10^{10} \text{ см}^{-2}$ вблизи порога конденсации (рис. 6.1, *a*).

Интенсивность линии люминесценции, соответствующей экситонному бозе-конденсату, очень чувствительна к температуре. При фиксированной накачке интенсивность этой линии уменьшается с ростом температуры по линейному закону, вплоть до полного ее исчезновения на фоне бесструктурного континуума вблизи порога экситонной конденсации. Температурное поведение узкой линии экситонного конденсата иллюстрирует рис. 6.1, *б*. В интервале температур 0,45—4,2 К была установлена следующая закономерность поведения интенсивности узкой линии экситонного конденсата при фиксированной накачке и вариации температуры:

$$I_T \propto (1 - T/T_c), \quad (6.3)$$

где I_T — интенсивность линии при температуре T ; T_c — критическая температура, при которой узкая спектральная линия исчезает в спектре. С целью построения фазовой диаграммы, при каждой заданной температуре в изученном интервале 0,45—4,2 К, исследовалась зависимость спектров люминесценции от мощности фотовозбуждения. В результате определялась пороговая величина мощности P_c , при которой начинает появляться (исчезать) в спектре узкая линия экситонного конденсата. Фазовая диаграмма строилась в координатах P — T , и для ее построения использовалась нелинейная область зависимости интенсивности узкой линии от мощности лазерного возбуждения.

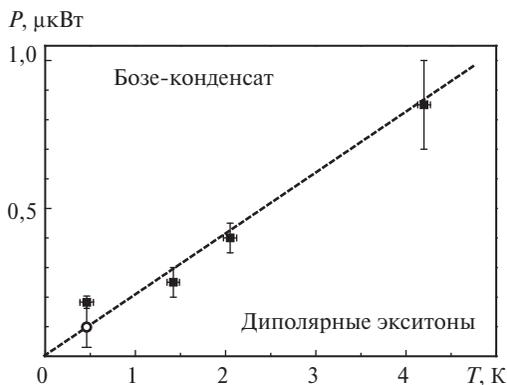


Рис. 6.2. Фазовая диаграмма бозе-конденсации дипольных экситонов в кольцевой ловушке в координатах «мощность фотовозбуждения P_{659nm} — температура T ».

Мощность подбарьерного лазера $P_{782nm} = 10$ мкВт. Квадраты отвечают порогу конденсации, найденному по появлению узкой спектральной линии. При $T = 0,45$ К кружком показан порог, оцененный по положению максимума коррелятора 2-го порядка $g^{(2)}(\tau)$ в зависимости от накачки

Результирующая фазовая диаграмма изображена на рис. 6.2. Видно, что фазовая граница, очерчивающая область, где происходит бозе-конденсация, является линейной функцией температуры, что и следует ожидать для двумерной системы. Исследуемые структуры отличаются достаточно высоким структурным совершенством и низким порогом подвижности для дипольных экситонов (оцениваемые концентрации экситонов вблизи порога подвижности составляют $n_T \approx \approx 3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$). Поэтому естественно, что на рис. 6.2 линейная аппроксимация фазовой границы в область еще более низких температур и малых экситонных плотностей оказывается непосредственно в начале координат.

6.1.3. Пространственно-периодические структуры люминесценции БЭК дипольных экситонов

Одновременно с возникновением в спектрах люминесценции узкой линии бозе-конденсата дипольных экситонов в прямом изображении картины люминесценции, которая проецировалась с высоким пространственным разрешением ($\sim 1,5$ мкм) непосредственно из ловушки (из окна в шоттки-затворе гетероструктуры), появляется пространственно-периодическая структура эквидистантно расположенных пятен свечения [17—20]. Подчеркнем, что пространственно-периодические структуры люминесценции наблюдаются исключительно в случае спектральной селекции узкой линией экситонного

бозе-конденсата. При выполнении этих экспериментов линия экситонного конденсата «вырезалась» с помощью узкополосного интерференционного светофильтра со спектральной шириной около 2 мэВ. В случае других изученных каналов электронно-дырочной рекомбинации из электростатических ловушек, в частности, в условиях нарушенной компенсации избыточных зарядов (положительных или отрицательных), пространственная структура люминесценции не возникает.

В этих условиях вдоль периметра ловушки всегда, при вариации накачки и температуры в широких пределах, наблюдается исключительно однородное распределение интенсивности люминесценции. Таким образом, надежно установлено, что пространственно-периодические структуры люминесценции, отражающие неоднородное распределение экситонной плотности в ловушке, непосредственно связаны с бозе-конденсатом дипольных экситонов, который возникает в полностью компенсированной, электрически нейтральной электронно-дырочной системе при достижении критических условий конденсации.

Пространственно-периодические структуры люминесценции в условиях БЭК дипольных экситонов можно наблюдать не только в круглой кольцевой электростатической ловушке [17—20], но и в ловушках иной формы. На рис. 6.3 представлены изображения пространственно-периодических структур пятен свечения, полученные при

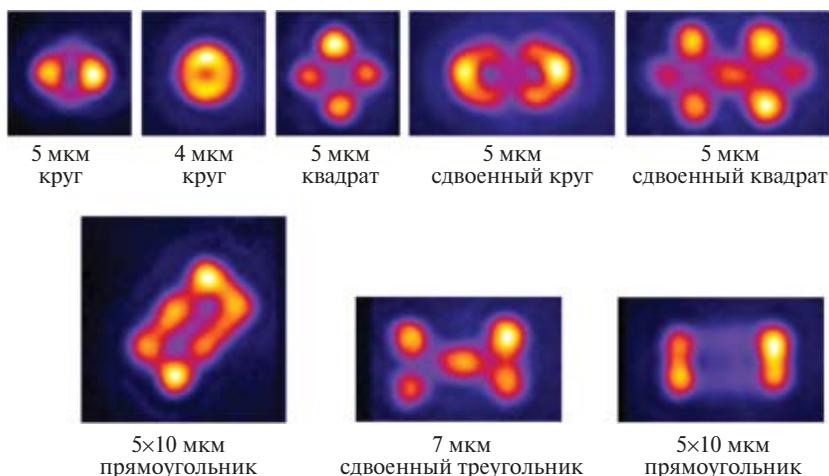


Рис. 6.3. Пространственно-периодические картины люминесценции в условиях БЭК дипольных экситонов в различных латеральных ловушках, образованных по периметру различных по форме окон в шоттки-электроде на поверхности гетероструктуры

фиксированной накачке P с относительно небольшим превышением над порогом при температуре $T = 1,6$ К в ловушках, формирующихся вдоль периметра круга, квадрата, треугольника, прямоугольника, а также касающиеся друг друга пар таких фигур.

Видность пятен V в обнаруженных пространственно-периодических структурах свечения в условиях БЭК дипольных экситонов оказалась очень чувствительной к температуре. Видность пятен определялась по стандартной формуле:

$$V = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}), \quad (6.4)$$

где I_{\max} и I_{\min} — максимальная интенсивность люминесценции, в центре пятен, и минимальная интенсивность по периметру кольца, в области между пятнами, соответственно. При температурах выше критической в полном соответствии с установленной фазовой диаграммой БЭК пространственно-периодические структуры люминесценции размываются, свидетельствуя, что в этих условиях распределение экситонов в ловушках становится однородным (рис. 6.4).

Наблюдаемые пространственно-периодические структуры пятен люминесценции в условиях БЭК экситонов в ловушках всегда ориентированы вдоль кристаллографических направлений или в плоскости, параллельной гетерослоям. Именно вдоль этих направлений в GaAs-гетероструктурах наиболее сильны и анизотропные флуктуации случайного потенциала. Естественным считать, что анизотропный потенциал вдоль указанных направлений «пиннингует» пространственно-периодическую структуру пятен свечения.

Исчерпывающих объяснений природы возникновения пространственно-периодических структур люминесценции дипольных экс-

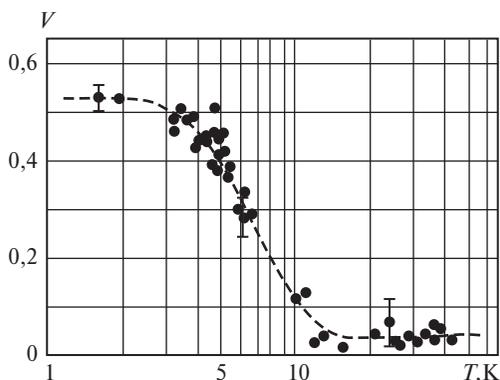


Рис. 6.4. Видность пятен свечения $V = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$ в кольцевой ловушке диаметром 5 мкм в условиях БЭК дипольных экситонов в функции температуры T

тонов в ловушках в условиях БЭЖ пока нет. Приведем здесь лишь некоторые из опубликованных объяснений. Так, в теоретической работе [25], высказано предположение, что в бозе—эйнштейновском конденсате пространственно-непрямых (дипольных) экситонов, накапливаемых в латеральных ловушках, могут возникать квантовые вихри. Вихревой характер конденсата, благодаря крупномасштабной когерентности (параметру порядка), должен проявиться в особенностях углового распределения интенсивности люминесценции в результате деструктивной и конструктивной интерференции. Выполненные *in situ* оптические фурье-преобразования пространственно-периодических структур, воспроизводящие картину распределения интенсивности люминесценции в дальнем поле, продемонстрировали результат деструктивной и конструктивной интерференции (рис. 6.5), а также пространственную направленность люминесценции по нормали к гетерослоям структуры [20] в близком соответствии с результатами теории [25].

Эти экспериментальные результаты являются несомненным следствием крупномасштабной когерентности конденсированного экситонного состояния в кольцевой латеральной ловушке и указанием на то, что вся периодическая структура люминесценции в ловушке описывается единой волновой функцией. Однако однозначным доказательством квантового вихревого происхождения пятен люмине-

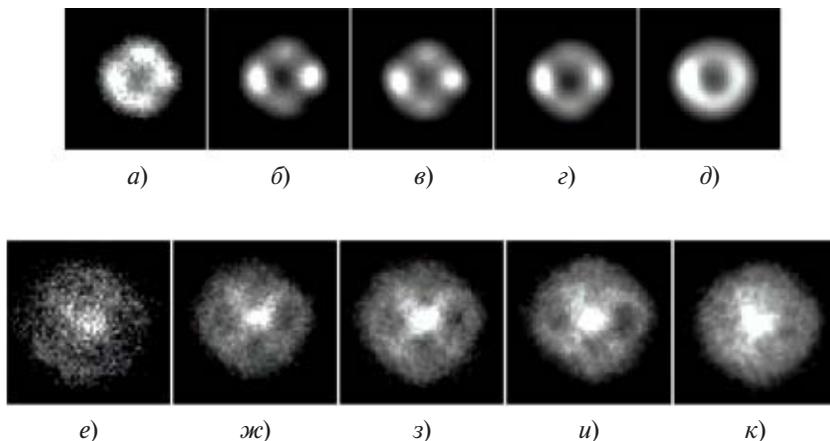


Рис. 6.5. Пространственное (а—д) и угловое (е—к) (как результат оптического фурье-преобразования) распределения люминесценции дипольных экситонов в кольцевой ловушке диаметром 5 мкм при мощности фотовозбуждения $P_{633nm} = 0,5$ (а, е), 5 (б, ж), 10 (в, з), 50 (г, и) и 250 (д, к) мкВт соответственно; $T = 1,6$ К.

Размер панелей с распределениями в дальней зоне (е—к) составляет 32° или $4 \cdot 10^4$ см⁻¹ для планарной компоненты волнового вектора $k_{||}$

сценции в пространственно-периодических структурах могли бы послужить интерференционные измерения, позволяющие, в принципе, проследить за изменением фазы при обходе одиночного вихря, связанного с уединенным пятном люминесценции, памятуя, что при полном обходе вихря фаза должна изменяться на число, кратное 2π (целое число обходов определяет топологический заряд вихря).

В недавно выполненных интерференционных экспериментах для экситонных поляритонов в микрорезонаторах было продемонстрировано, что пятна свечения в случае экситон-поляритонных бозе-конденсатов действительно являются вихрями, хотя сама пространственная картина пятен люминесценции выглядит совершенно нерегулярным образом и не демонстрирует какой-либо периодичности [26]. Гидродинамическое зарождение экситон-поляритонных вихрей, их временная эволюция и динамика экспериментально исследованы и проанализированы в работах [27, 28].

Остановимся еще на одной точке зрения, касающейся происхождения наблюдаемой пространственно-периодической, фрагментарной структуры люминесценции бозе-конденсата диполярных экситонов в ловушках. Эта точка зрения в своей сути основывается на представлениях о фазовом переходе 1-го рода «газ-жидкость» в неравновесной пространственно-разделенной электронно-дырочной системе с конечным временем жизни [29]. Теория, в принципе, не исключает, что конденсированная фаза может быть бозе-конденсатом. Согласно этой теории пятна свечения во фрагментарной структуре являются каплями экситонного конденсата, и их размер определяется исключительно соотношением между временами зарождения и радиационными временами жизни. Теория [29, 30] в целом очень хорошо объясняет фрагментарную структуру люминесценции и размеры отдельных пятен свечения (капель конденсата) в пространственно-периодических структурах, которые наблюдаются в экспериментах и изложены выше. Однако остается совершенно неясным, почему в рамках таких представлений возникает большая пространственная когерентность экситонного конденсата.

6.1.4. Когерентность бозе-конденсата диполярных ЭКСИТОНОВ

Теперь остановимся на вопросах когерентности бозе-конденсата диполярных экситонов в ловушках. С целью исследования временной и пространственной когерентности бозе-конденсата диполярных экситонов были выполнены эксперименты, использующие в своей основе двулучевое интерференционное сложение амплитуд люминесценции.

Первые эксперименты использовали классическую схему Юнга, а именно: производились прямые измерения двулучевой интерференции от пар пространственно-разнесенных пятен люминесценции во фрагментарной, пространственно-периодической структуре (рис. 6.6). Наблюдение интерференционной картины велось в дальней зоне. Такие измерения позволили определить величину кросс-коррелятора амплитуд первого порядка, $g^{(1)}(r, r')$, а также оценить длину пространственной когерентности. Длина пространственной когерентности оказалась близкой к самому диаметру ловушки и составила около 4 мкм. Впервые обнаруженные столь большие масштабы пространственной когерентности означают, что экспериментально наблюдаемые периодические структуры люминесценции описываются в условиях бозе-конденсации диполярных экситонов в латеральной ловушке единой волновой функцией.

Помимо этого, с помощью специально сконструированного двулучевого интерферометра (вариант интерферометра Майкельсона), исследовался автокоррелятор первого порядка, $g^{(1)}(t, t + \tau)$, с целью

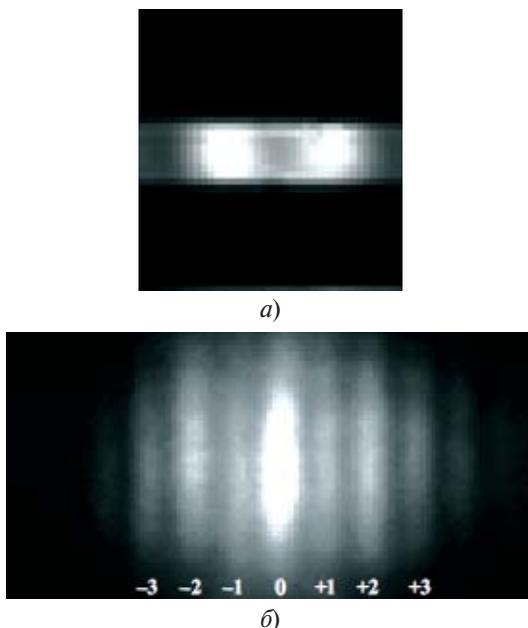


Рис. 6.6. Интерференция излучения от двух пятен люминесценции внутри окна диаметром 5 мкм в шоттки-затворе (аналог опыта Юнга (Young experiment)):

a — два диаметрально противоположных пятна люминесценции, выделенные с помощью щели; *б* — картина интерференции света от выбранной пары пятен в дальней зоне. $T = 1,7$ К. $P_{\text{He-Ne}} = 10$ мкВт. Напряжение на затворе Шоттки $U = +1,46$ В

оценки временной когерентности τ_c . Измеренные пространственные масштабы продольной когерентности l_c составили несколько мм, что находятся в полном соответствии со спектральной шириной линии люминесценции конденсата (в полном согласии с теоремой Винера—Хинчина).

Заметим, что высокую пространственную когерентность обнаруживает бозе-конденсат экситонных поляритонов в микрорезонаторных структурах с несколькими квантовыми ямами [22], а также коллективное состояние пространственно-непрямых экситонов в структурах с двойными квантовыми ямами [32].

Теперь остановимся на исследовании парных фотонных корреляций интенсивности люминесценции, $g^{(2)}(\tau)$, в условиях экситонной бозе-конденсации. Нами измерялся коррелятор второго порядка, или коррелятор интенсивностей I :

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I_1(r, t)I_2(r, t + \tau) \rangle}{\langle I_1(r, t) \rangle \langle I_2(r, t) \rangle}. \quad (6.5)$$

Здесь угловые скобки означают усреднение по ансамблю, r — пространственная координата излучателя, а τ — время задержки в регистрируемой паре фотонов.

Измерения парных фотонных корреляций проводились с использованием двулучевого интерферометра интенсивностей по известной классической схеме Хэнбери Брауна — Твисса (Hanbury Brown — Twiss) (НВТ). В качестве «старт-стоп» детекторов использовались скоростные лавинные фотодиоды двух типов: а) «медленные», со временем нарастания сигнала фотоотклика на переднем фронте 420 пс, и б) более высокоскоростные или «быстрые», с временем нарастания 40 пс. Детекторы размещались симметрично относительно светоделительной призмы, которая разделяет падающий световой поток люминесценции образца строго поровну. Специальные экраны и диафрагмы обеспечивали регистрацию детекторами только полезного сигнала люминесценции и полностью исключали воздействие рассеянного света и трудно контролируемых отражений. В случае высокоскоростных фотодетекторов использовалась световодная техника подвода фотосигнала к детекторам. Сигналы фотооткликов поступали на электронный преобразователь (конвертор) «время-амплитуда», а с его выхода — на вход многоканального анализатора. Реализованная методика позволяла детектировать коррелятор интенсивности $g^{(2)}(\tau) > 1$ в условиях суперпозиции когерентных состояний со временем взаимной когерентности более 0,5 нс. Корреляционные измерения интенсивности люминесценции выполнялись для узкой спектральной области, в которой располагалась линия экситонного конденсата. Эта

область вырезалась из спектра люминесценции с помощью узкополосного интерференционного светофильтра с шириной полосы 2 мЭВ.

Полученные результаты представлены на рис. 6.7, б. Подробно остановимся на измерениях при $T = 0,45$ К. При накачках существенно ниже порога конденсации распределение парных фотонных корреляций отвечает пуассоновскому распределению: $g^{(2)}(\tau) = 1$. В этой области накачек бесструктурный спектр люминесценции, отвечающий локализованным экситонным состояниям, широкий: более 1 мЭВ.

Еще раз подчеркнем, что использованная регистрационная система не разрешает во времени суперпозицию хаотических когерентных источников (в нашем случае речь идет о локализованных экситонных состояниях), если времена взаимной когерентности существенно меньше 0,1 нс. При приближении к порогу конденсации с ростом оптической накачки надежно наблюдается эффект группировки фотонов («bunching»). При этом сама функция парных фотонных корреляций демонстрирует сверхпуассоновское распределение ($g^{(2)}(\tau) > 1$) на масштабах времен когерентности исследуемой системы $\tau_c < 0,1$ нс.

Измеренную величину фотонной группировки ограничивают два фактора. Первый из них связан с тем, что помимо сигнала люминесценции дипольных экситонов фиксируется также широкая спектральная область континуума, обусловленного локализованными состояниями. Второй фактор обусловлен конечной разрешающей способностью по времени использованной регистрационной системы. При накачках, заметно превышающих порог, когда в спектрах люминесценции доминирует узкая линия экситонного конденсата, эффект группировки уменьшается и в конечном итоге с дальнейшим ростом оптического возбуждения пропадает. При этом само распределение парных фотонных корреляций становится пуассоновским, отражающим, как мы предполагаем, единое квантовое когерентное состояние экситонного конденсата. Это заключение подтверждается прямыми наблюдениями крупномасштабной когерентности — кросс-коррелятора 1-го порядка (см. рис. 6.8).

Обнаруженный эффект группировки фотонов оказался очень чувствительным к температуре. Величина эффекта группировки уменьшается в несколько раз при увеличении температуры в интервале 0,45—4,2 К (см. рис. 6.7, в). Это наблюдение может косвенно свидетельствовать о разрушении параметра порядка с ростом температуры. Подчеркнем также, что измеренная при различных температурах максимальная величина группировки фотонов в функции накачки достаточно хорошо коррелирует с найденной фазовой диаграммой (см. рис. 6.2). Это означает, что максимальная 2-фотонная

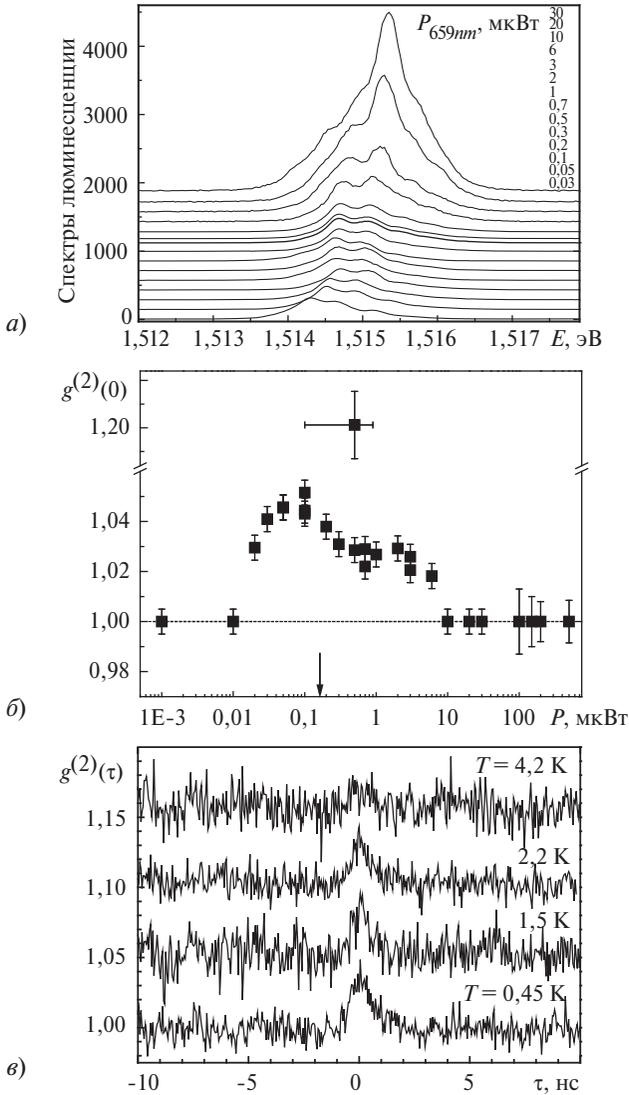


Рис. 6.7. Коррелятор второго порядка $g^{(2)}(\tau)$ для люминесценции дипольных экситонов в кольцевой ловушке диаметром 5 мкм:

a — спектры фотолюминесценции при различном уровне фотовозбуждения P_{659} ; *b* — значение коррелятора 2-го порядка $g^{(2)}(0)$ как функция мощности фотовозбуждения P . Черные и светлые квадраты — результаты измерений с «медленными» и «быстрыми» детекторами соответственно. Стрелкой указан порог бозе-конденсации в соответствии с фазовой диаграммой на рис. 6.2; $T = 0,45$ К; *c* — временные зависимости коррелятора $g^{(2)}(\tau)$ при различных температурах. Мощности возбуждающих лазеров: $P_{659nm} = 0,1$ мкВт; $P_{782nm} = 10$ мкВт

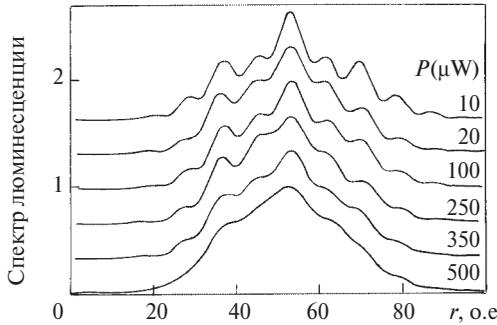


Рис. 6.8. Профили полос двухлучевой интерференции люминесценции от двух пространственно разнесенных (≈ 4 мкм) частей экситонного конденсата (пара диаметрально противоположных пятен в картине люминесценции диполярных экситонов в кольцевой ловушке) при мощности фотовозбуждения P ($\lambda = 633$ нм).

Коррелятор 1-го порядка $g^{(1)}(r, r') \approx 0,2$ при $P = 10$ мкВт и $g^{(1)}(r, r') \rightarrow 0$ при $P = 500$ мкВт. Кривые для удобства сравнения сдвинуты по вертикали. Температура $T = 1,7$ К.

группировка происходит в области, где наиболее сильны флуктуации экситонной плотности, т.е. вблизи фазовой границы.

В рамках предположения, что люминесценция диполярных экситонов прямым образом передает когерентные свойства газа взаимодействующих экситонов, обнаруженная группировка испускаемых фотонов в области порога конденсации, где наиболее существенны флуктуации экситонной плотности, и, следовательно, интенсивности люминесценции, свидетельствует о фазовом переходе во взаимодействующем экситонном бозе-газе и является независимым способом детектирования экситонной бозе-конденсации. Представляется интересным исследовать в условиях бозе-конденсации диполярных экситонов пространственный кросс-коррелятор интенсивности люминесценции $g^{(2)}(r, r')$, который непосредственно связан с недиагональным параметром порядка.

При увеличении накачки из-за возрастающего электрон-дырочного рассеяния пространственная когерентность экситонного бозе-конденсата в конечном итоге разрушается. Эффект возрастания декогерентности экситонного бозе-конденсата иллюстрирует рис. 6.8. Видно, что при больших накачках интерференционная картина сложения амплитуд люминесценции из пространственно-разнесенных частей конденсата размывается, а кросс-коррелятор 1-го порядка становится равным нулю. Оцениваемое нами время декогерентности, соответствующее разрушению экситонного бозе-конденсата диполярных экситонов менее 10 пс.

6.1.5. Заключение

К числу вопросов, представляющих интерес для дальнейших исследований прежде всего относится тщательное изучение крупномасштабной пространственно-временной когерентности бозе-конденсата дипольных экситонов. Если интерференционные измерения подтвердят вихревое происхождение пятен люминесценции в обнаруженных пространственно-периодических фрагментарных структурах, это будет означать возможность сверхтекучего течения бозе-конденсата дипольных экситонов. Поиски возможного сверхтекучего течения экситонной материи и постановка соответствующих экспериментов находятся в кругу ближайших интересов исследователей.

Интересная задача относится к реализации туннельной связи между близко расположенными ловушками с экситонными бозе-конденсатами. В этом случае можно ожидать биения фазы и интенсивности фотолюминесценции в каждом из конденсатов в прямой аналогии с эффектом Джозефсона в сверхпроводниках. Обнаружение такого эффекта в случае туннельно-связанных экситонных бозе-конденсатов имеет перспективу приложений в информационных технологиях, связанных с квантовыми вычислениями.

Другое направление касается поиска и реализации латеральных ловушек, включая оптически приготовленные ловушки, в которых из-за сильного пространственного разделения электронно-дырочных слоев времена излучательной электрон-дырочной рекомбинации существенно возрастут и будут составлять десятки (а возможно и сотни) наносекунд. Имеются также попытки осуществить пространственное электрон-дырочное разделение на основе гетероперехода 2-го рода в специально приготовленной для этих целей гетероструктуре GaAs/AlGaAs.

Литература к разделу 6.1

1. **Einstein A.** // Sber. Preuss. Akad. Wiss. 22. 261 (1924).
2. **Einstein A.** // Sber. Preuss. Akad. Wiss. 1. 3 (1925).
3. **Bose S.N.** // Zeitschrift für Physik 26 178 (1924).
4. **London F.** // Nature. 141 643 (1938).
5. **Anderson M.N., Ensher J.R., Matthews M.R., Wieman C.E. and Cornell E.A.** // Science 269. 198 (1995).
6. **Ketterle W.** // Rev. Mod. Phys. 74. 1131 (2002).
7. **Leggett A.J.** // Rev. Mod. Phys. 73. 307 (2001).
8. **Москаленко С.А.** // ФТТ 4. 276 (1962) [Sov. Phys. Solid State 4. 199 (1962)].
9. **Blatt J.M., Boer K.W. and Brandt W.** // Phys. Rev. 126. 1691 (1962).
10. **Casella R.C., Appl J.** // Phys. 34. 1703 (1963).
11. **Келдыш Л.В., Козлов А.Н.** // ЖЭТФ. 54. 978 (1968) [Sov. Phys. JETP 27. 521 (1968)].

12. **Лозовик Ю.Е., Юдсон В.И.** // Письма в ЖЭТФ 22. 556 (1975) [JETP Lett. 22. 274 (1975)].
13. **Шевченко С.И.** // ФНТ 2. 505 (1976) [J. Low Temp. Phys. 2. 251 (1976)].
14. **Fukuzawa T., Mendez E.E. and Hong J.M.** // Phys. Rev. Lett. 64. 3066 (1990).
15. **Butov L.V., Zrenner A., Abstreiter G.A., Vuhn G. and Weimann G.** // Phys. Rev. Lett. 73. 304 (1994).
16. **Butov L.V., Phys J.** // Condens. Matter 16. R1577 (2004).
17. **Горбунов А.В., Тимофеев В.Б.** // Письма в ЖЭТФ 83. 178 (2006) [JETP Lett. 83. 146 (2006)]; *ibid.* 84. 390 (2006) [84. 329 (2006)].
18. **Timofeev V.B. and Gorbunov A.V.** // J. Appl. Phys. 101. 081708 (2007).
19. **Горбунов А.В., Тимофеев В.Б.** // Письма в ЖЭТФ 87. 797 (2008) [JETP Lett. 87. 698 (2008)].
20. **Timofeev V.B. and Gorbunov A.V.** // Phys. Stat. Solidi (c) 5. 2379 (2008).
21. **Горбунов А.В., Тимофеев В.Б., Демин Д.А., Дремин А.А.** // Письма в ЖЭТФ 90. 156 (2009) [JETP Lett. 90. 146 (2009)].
22. **Kasprzak J., Richard M., Kundermann S., Baas A. et al.** // Nature 443. 409 (2006).
23. **Balili R., Hartwell V., Snoke D., Pfeiffer L. and West K.** // Science 316. 1007 (2007).
24. **Schindler C. and Zimmermann R.** // Phys. Rev B 78. 045313 (2008).
25. **Keeling J., Levitov L.S. and Littlewood P.B.** // Phys. Rev. Lett. 92. 176402 (2004).
26. **Krizhanovskii D.N., Whittaker D.M., Bradley R.A., Guda K., Sarkar D. et al.** // Phys. Rev. Lett 104. 126402 (2010).
27. **Amo A., Sanvitto D., Laussy F.P., Ballarini D., E. del Valle et al.** // Nature 457. 291 (2009).
28. **Nardin G., Lagoudakis K.G., Pietka V. et al.** // Phys. Rev. B 82. 073303 (2010).
29. **Sugakov V.I.** // Solid State Commun. 134. 63 (2005).
30. **Chernyuk A.A. and Sugakov V.I.** // Phys. Rev. B 74. 085303 (2006); Сугаков В.И., Чернюк А.А. // Письма в ЖЭТФ 85. 699 (2007) [JETP Letters 85. 570 (2007)].
31. **Paraskevov A.V. and Savel'ev S.E.** // Phys. Rev. B 81. 193403 (2010).
32. **Yang S., Hammack A.T., Fogler M.M., Butov L.V. and Gossard A.C.** // Phys. Rev. Lett. 97. 187402 (2006).

6.2. БОЗЕ-КОНДЕНСАЦИЯ ЭКСИТОННЫХ ПОЛЯРИТОНОВ В МИКРОРЕЗОНАТОРАХ

6.2.1. Введение

В концепции квантовых жидкостей заложен общий принцип, состоящий в том, что фермиевские частицы, у которых спин полуцелый, при определенных условиях могут связываться в пары, образуя композитные бозоны с целочисленным спином [1, 2]. Коллектив таких композитных бозонов, равно как и бозе-частиц или бозе-квази-частиц разной природы, обладает впечатляющим свойством: в условиях термодинамического равновесия и при температурах ниже критической, когда тепловые де-бройлевские длины волн частиц сравниваются и начинают превышать межчастичное расстояние, происходит макроскопическое заполнение бозе-частицами нижайшего квантового состояния с нулевым импульсом. В этих условиях полная свободная энергия системы бозонов минимизируется. Сконденсировавшиеся в такое состояние бозе-частицы образуют коллективное состояние, получившее название бозе—эйнштейновского конденсата (БЭК), которое представляет собой крупномасштабную, когерентную материальную волну [3]. Вследствие квантовомеханических эффектов обменного межчастичного взаимодействия возникающее квантовое состояние оказывается устойчивым, поскольку вклады обменных взаимодействий складываются когерентно. Индивидуальные свойства бозе-частиц в конденсате теряются, а сам конденсат демонстрирует коллективные когерентные свойства на макроскопических масштабах.

В качестве примеров можно вспомнить, что бездиссипативное течение материи — явления сверхтекучести ^3He , ^4He и сверхпроводимости в металлах — непосредственно связаны с бозе-конденсацией композитных бозонов, в случае сверхпроводников — связанных в куперовские пары фермионов [2]. Ф. Лондон еще в 1938 г. впервые обратил внимание на возможную связь сверхтекучести ^4He с явлением бозе—эйнштейновской конденсации. (F. London // Nature N3571, 643 (1938)).

Недавно было обнаружено явление бозе-конденсации экситонных поляритонов, также композитных бозонов, в квазидвумерных полупроводниковых гетероструктурах, помещенных в микрорезонатор [4]. Поляритон представляет собой квантовую суперпозицию света и поляризационного возбуждения среды и является проявлением

эффекта запаздывания света, распространяющегося в диэлектрическом кристалле [5, 6]. Сам же коллектив экситонных поляритонов в микрорезонаторе представляет собой открытую и диссипативную систему взаимодействующих бозе-частиц, которая термодинамически сильно неравновесна из-за чрезвычайно коротких времен жизни поляритонов в резонаторе.

По всей совокупности обнаруженных свойств бозе-конденсация экситонных поляритонов в микрорезонаторе отличается от эффекта лазерной генерации в полупроводниковых гетероструктурах и, несмотря на неравновесность системы, очень близка к явлению бозе—эйнштейновской конденсации, открытого в коллективе сильно охлажденных атомных бозе-газов [4].

Если отвлечься от терминологии и оценивать всю панораму обнаруженных экситон-поляритонных коллективных эффектов в целом, экситонные поляритоны в микрорезонаторах являются принципиально новым и, несомненно, интересным объектом фундаментальных исследований коллективных свойств бозе-систем, где квантовые эффекты проявляют себя на макроскопических масштабах, а неравновесность самой системы экситонных поляритонов в микрорезонаторах открывает новые возможности и обнаруживает качества, которые могут оказаться востребованными для технических приложений.

6.2.2. Концепция экситонных поляритонов в микрорезонаторе

Концепция экситонных поляритонов была введена в физику твердого тела в пионерских работах С.И. Пекара [5] и J.J. Hopfield'a [6], выполненных в конце 50-х годов прошлого столетия*. Напомним, что поляритон является квазичастицей, представляющей собой квантовую суперпозицию электромагнитного (фотонного) и поляризацион-

* Следует заметить, что фотоны могут связываться и с другими поляризационными твердотельными возбуждениями, например с поляризационными оптическими фононами, плазмонами и т.д., создавая при этом квантовые суперпозиции новых смешанных собственных состояний, получивших названия фононных поляритонов, плазменных поляритонов и т.д. Эффект запаздывания и смешивание электромагнитных колебаний с поперечными поляризационными оптическими фононами в полярных диэлектрических кристаллах впервые рассматривались К.Б. Толпыго [72] и Huang Kun [73]. В монографии М. Борна и Хуан Куна «Динамическая теория кристаллических решеток», Оксфорд, Издательство Кларендон, перевод 1956 г. (Max Born and Kun Huang «Dynamical Theory of Crystal Lattice», Oxford at the Clarendon Press, 1954) приведены аналитические выражения для верхней и нижней дисперсионных ветвей оптического фононного поляритона в объемном ионном кристалле, как результат запаздывания и взаимодействия света с поляризационными оптическими колебаниями. Сам термин «поляритон» был введен в физику коллективных возбуждений в конденсированных средах Дж. Хапфилдом (J.J. Hopfield) несколько позже [6].

ного (экситонного) возбуждений в твердом теле. Волновую функцию такой суперпозиции Хапфилд (Hopfield) предложил представлять следующим образом:

$$|\psi_{\pm}\rangle = \eta_c|\psi_c\rangle \pm \eta_x|\psi_x\rangle. \quad (6.6)$$

Здесь $\eta_{c,x}$ — коэффициенты, определяющие парциальные доли светового (фотонного) и материального (экситонного) вкладов в поляритонную субстанцию, а ψ_c, ψ_x — волновые функции собственно фотона и экситона, соответственно. При равных парциальных вкладах коэффициенты $\eta_{c,x} = 1/\sqrt{2}$ и поляритон, при таком парциальном соотношении, является наполовину светом — наполовину материальной частицей. Варьируя коэффициенты $\eta_{c,x}$, в принципе, можно плавно интерполировать экситонный поляритон между световым и материальным пределами, что само по себе является уникальной возможностью для бозе-систем.

Экситонные поляритоны исследовались всесторонне в объемных прямозонных полупроводниках, а также в квазидвумерных полупроводниковых структурах, содержащих квантовые ямы. Следует особо подчеркнуть, что свежее «дыхание» и новые раскрывающиеся перспективы в эту область привнесла известная работа Клода Вайсбуха (C. Weisbuch) с соавторами, где впервые реализовано сильное свето-экситонное взаимодействие двумерных экситонных поляритонов в микрорезонаторе [7]. Напомним, эта работа возникла в связи с исследованиями полупроводниковых лазеров на гетероструктурах в вертикально ориентированных резонаторах (Vertical Cavity Surface Emitting Laser — VCSEL).

На рис. 6.9 (слева) продемонстрирована схема типичной полупроводниковой структуры для экспериментов с экситонными поляритонами в микрорезонаторе. В таких экспериментах используются гетероструктуры с одиночной, достаточно узкой, или несколькими квантовыми ямами, с тем, чтобы распределить между одинаковыми квантовыми ямами экситонный поляризационный вклад и обеспечить даже при больших оптических накачках режим разреженного экситонного газа, $na_{ex}^2 \ll 1$ (n — экситонная плотность, a_{ex} — боровский радиус экситона). Обычно квантовая яма (или ямы) располагается в области пучности стоячей электромагнитной волны, симметрично между многослойными отражателями, служащими зеркалами в микрорезонаторе Фабри—Перо. Брэгговские отражатели представляют собой чередующиеся $\lambda/4$ диэлектрические слои, отличающиеся показателем преломления. При поглощении фотона в полупроводниковой квантовой яме рождается экситон, а именно —

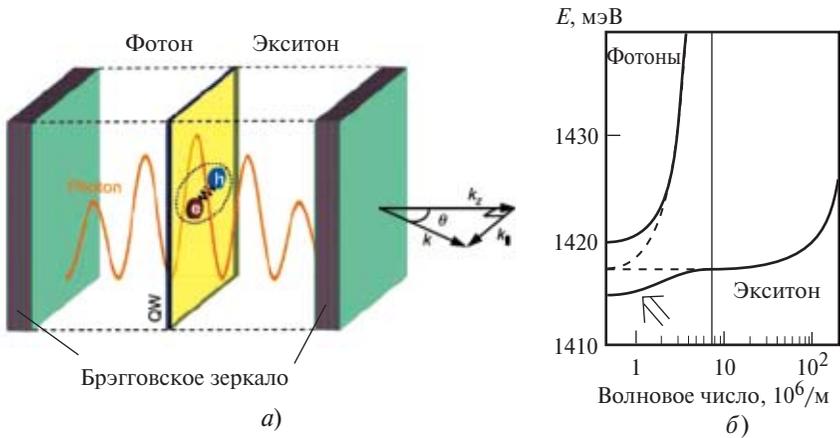


Рис. 6.9. Схематические изображения структуры микрорезонатора с квантовой ямой и спектра экситонных поляритонов:

a — микрорезонатор образуют брэгговские зеркала — стопки чередующихся полупроводниковых $\lambda/4$. Квантовая яма (или несколько квантовых ям) располагаются внутри микрорезонатора в области пучности стоячей световой волны; *б* — штриховая линия — дисперсии двумерных фотонов и экситонов в отсутствии взаимодействия, когда энергии размерного квантования фотонов в микрорезонаторе и экситонного резонанса в квантовой яме совпадают в области $K = 0$. При светоэкситонном взаимодействии возникают верхняя (фотоноподобная) и нижняя (экситоноподобная) поляритонные моды, которые при $K = 0$ «расталкиваются» на величину расщепления Раби (сплошные линии)

электрон в зоне проводимости и дырка в валентной зоне, которые связываются между собой благодаря кулоновскому притяжению в экситон.

У водородоподобных экситонов в полупроводниках боровский радиус $a_{ex} = \epsilon \hbar^2 / \mu e^2$ (e — заряд электрона, μ — приведенная масса экситона, ϵ — диэлектрическая проницаемость) намного превосходит размер кристаллической ячейки, поэтому такие экситоны хорошо описываются в приближении эффективной массы, в отличие от экситонов малого радиуса, или экситонов Френкеля, в молекулярных кристаллах. Из-за близких масс электрона и дырки экситоны в полупроводниках скорее близки по своей внутренней структуре атому позитрония. В достаточно узкой квантовой яме движение фотовозбужденных носителей и экситонов из-за размерного квантования в направлении, перпендикулярном гетерослоям, ограничено плоскостью квантовой ямы, т.е. оказывается двумерным.

Напомним также, что экситон является композитным бозоном, подобно куперовской паре в сверхпроводнике. Однако существенное различие между ними состоит в том, что экситон метастабилен и имеет конечное время жизни, а связь между электроном и дыркой

в экситоне имеет кулоновскую природу. В случае радиационного распада экситона испускается фотон, при этом электрон, ранее принадлежавший экситону, заполняет место дырки в валентной зоне. В объемных прямозонных полупроводниках экситоны гибнут главным образом безызлучательно, благодаря процессам неупругого рассеяния на структурных несовершенствах и примесных центрах. Именно поэтому в объемных полупроводниках с прямой щелью не удавалось использовать люминесценцию для изучения динамики экситонных поляритонов.

Заметим, что у экситонного поляритона в трехмерных кристаллах отсутствует энергия основного состояния, так как при $K \rightarrow 0$ дисперсионная кривая экситонного поляритона становится световой и энергия в этой области волновых векторов асимптотически стремится к нулю.

Если квантовая яма располагается в области пучности стоячей электромагнитной волны в достаточно добротном резонаторе и если энергия двумерного экситона совпадает с энергией фотонной моды микрорезонатора при $K = 0$, то в таких условиях экситонное и фотонное состояния сильно взаимодействуют друг с другом в области световых волновых векторов, т.е. в электродинамической области. Речь, конечно же, идет о поперечных экситонных поляризационных возбуждениях, поскольку продольные экситоны не взаимодействуют со светом. В результате такого взаимодействия, как показано на рис. 6.9, происходит квантово-механическое смешивание фотонного и экситонного состояний [см. формулу (6.6)], и вырождение в окрестности нулевых планарных волновых векторов снимается.

В конечном итоге возникают два новых собственных одночастичных состояния, каждое из которых является линейной комбинацией поперечных фотонных и поляризационных экситонных мод. Именно эти собственные состояния и получили название экситонных поляритонов. На рис. 6.9 справа показаны расщепленные вследствие экситон-фотонного взаимодействия верхняя — «up» и нижняя — «down» ветви поляритонов в микрорезонаторе. Верхняя и нижняя поляритонные ветви в точке $K = 0$ расщеплены на величину, получившую название расщепления Раби, которое является мерой экситон-фотонного взаимодействия [8]. Частоту Раби можно определить следующим образом:

$$\Omega_{\text{Rabi}} = e\langle r \rangle E / \hbar. \quad (6.7)$$

В этом выражении e — заряд электрона, $\langle r \rangle$ — матричный элемент дипольного момента прямого разрешенного перехода в экситонное состояние, E — амплитуда электромагнитной волны в микрорезонаторе, \hbar — постоянная Планка. Чисто качественно расщепление Раби определяет частоту, с которой за время жизни поляритона в микрорезонаторе фотон превращается в экситон и наоборот — экситон в фотон. Поляритонные эффекты существенны, когда час-

тота Раби сильно превосходит характерные частоты затухания в микрорезонаторе, связанные с конечным временем жизни поляритонов, включая туннельное «просачивание» поляритона сквозь брэгговские зеркала в вакуум и превращение поляритона в фотон, а также процессы неупругого рассеяния поляритонов на фононах и на структурных несовершенствах внутри самого резонатора. Такие условия реализуются в микрорезонаторах с высокой добротностью и структурным совершенством.

Не связанная с электронной поляризацией фотонная энергия (верхняя ветвь, показанная пунктиром на рис. 6.9, б) в функции планарного волнового вектора дается выражением [7, 9]:

$$E = \frac{\hbar\omega}{L_c} k = \frac{\hbar c}{n_c} \sqrt{\left(\frac{2\pi}{L_c}\right)^2 + k_{\parallel}^2}. \quad (6.8)$$

В этом выражении первое слагаемое под корнем соответствует фотонным модам резонатора (модам Фабри—Перо), которые возникают из-за размерного квантования света вдоль оси роста гетероструктуры $z = (2\pi/L_c)$, где L_c и n_c — длина и средний показатель преломления микрорезонатора, а k_{\parallel} — планарный волновой вектор. При малых k_{\parallel} фотоны не релятивистские, их дисперсия близка к параболической $[\hbar\omega_c = \hbar\omega_c^0 + \hbar^2 k_{\parallel}^2 / (2m_c)]$, а сами фотоны обладают очень малой «эффективной» массой: $m_c \approx 10^{-5} m_0$ (m_0 — масса свободного электрона). Здесь речь идет о микрорезонаторе на основе GaAs и показателе преломления $n \cong 3$.

Подчеркнем, что планарный резонатор пространственно ограничивает движение фотонов в окрестности $K = 0$ и делает их спектр, как и у экситонов, двумерным. Массу фотона легко также оценить, пользуясь формулой Эйнштейна $E \equiv \hbar\omega = m_c c^{*2}$, где E и m_c — энергия и масса фотона соответственно, а c^* — скорость света в микрорезонаторе. При этом дисперсией собственно экситона в электродинамической области можно пренебречь и считать постоянной: $\hbar\omega_x(k) = \hbar\omega_x^0(k)$.

Как правило, между экситонным и фотонным резонансами в $K = 0$ есть расстройка $\delta = \omega_c^0 - \omega_x^0$ масштаба области дисперсии резонатора Фабри—Перо. Эту расстройку можно устранять или, по меньшей мере, минимизировать, например, а) изменяя температуру гетероструктуры в микрорезонаторе: энергия уровня размерного квантования экситона в квантовой яме чувствительна к температуре, тогда как энергии фотонных мод резонатора Фабри—Перо малочувствительны к температурным изменениям, или б) используя в направлении оси

микрорезонатора одноосную направленную деформацию, к которой очень чувствительны экситонные состояния и мало чувствительны собственно фотонные моды.

Экситон-поляритонные моды можно отыскать с помощью решения связанных уравнений Шредингера для фотонных и экситонных полей $\Psi_{c,x} = \Psi_{c,x}(r, t)$:

$$i \frac{\delta}{\delta t} \begin{pmatrix} \Psi_x \\ \Psi_c \end{pmatrix} = H_0 \begin{pmatrix} \Psi_x \\ \Psi_c \end{pmatrix}, \quad H_0 = \begin{pmatrix} \omega_x^0 - i\kappa_x & \Omega_{R/2} \\ \Omega_{R/2} & \omega_c(-i\nabla) - i\kappa_c \end{pmatrix}. \quad (6.9)$$

Здесь Ω_R — частота расщепления Раби; $\kappa_{x,c}$ — скорости затухания экситонов и фотонов. Дисперсию нижней и верхней поляритонных ветвей описывает следующее выражение:

$$\omega_{xlp, up}(k) = \frac{1}{2} [\omega_c(k) + \omega_{ex}^0] \pm \frac{1}{2} \sqrt{[\omega_c(k) - \omega_{ex}^0]^2 + \Omega_R^2}. \quad (6.10)$$

При нулевой расстройке фотонного и экситонного резонансов в точке $K = 0$ в микрорезонаторе и нормальном падении поляритоны оказываются в точности наполовину световыми и наполовину материальными квазичастицами. В области сильного экситон-фотонного взаимодействия (нижняя поляритонная ветвь на рис. 6.9) эффективная масса поляритонов также чрезвычайно мала, $\approx 10^{-5}m_0$, вплоть до волновых векторов $\approx 3 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$. Однако с дальнейшим возрастанием волновых векторов, т.е. при удалении от электродинамической области, дисперсия нижней поляритонной ветви становится все более близкой к дисперсии механических двумерных экситонов, у которых масса большая, и соответственно большая плотность состояний. Например, для GaAs эффективная масса экситона $m_{ex} \approx 0,3m_0$, т.е. на четыре порядка больше эффективной массы поляритона. В то же время верхняя поляритонная ветвь при увеличении волновых векторов оказывается все более «фотоноподобной».

Время жизни экситонных поляритонов в микрорезонаторе ограничено и определяется его добротностью. Поскольку брэгговские зеркала имеют конечную прозрачность, экситонные поляритоны туннелируют сквозь зеркала в вакуум и превращаются в фотоны. Даже при высоких добротностях микрорезонаторов, $\cong 10^5$ (что соответствует числу полных циклов отражений поляритона между брэгговскими зеркалами внутри микрорезонатора до туннельного просачивания в вакуум), времена жизни поляритонов в микрорезонаторе малы и не превышают $\tau_p \approx 10$ —15 пс. Тем не менее, такие времена жизни более чем на порядок превосходят характерные времена поляритон-поляритонного рассеяния, в результате которого в неравновесной системе

взаимодействующих экситонных поляритонов при достаточной плотности может устанавливаться кинетическое равновесие (квазиравновесие) в нижней поляритонной ветви в окрестности $K = 0$.

Подчеркнем, что в отличие от фотонов, которые не взаимодействуют между собой, поляритоны достаточно сильно взаимодействуют друг с другом. Это взаимодействие проистекает исключительно из-за вклада в поляритон экситонной компоненты поляризуемости и определяется кулоновским взаимодействием, а также запретом Паули.

Поляритоны в микрорезонаторах обладают очень существенным свойством, востребованным для экспериментальных исследований их пространственно-временной эволюции, — динамики, рассеяния (включая процессы параметрического межзонного и внутризонного рассеяния), а также затухания и релаксации в условиях как резонансного, так и не резонансного фотовозбуждения. Это свойство связано с тем, что планарный момент поляритонов сохраняется при их туннелировании через зеркала в вакуум, которое сопровождается превращением поляритона в фотон. Отсюда следует однозначное соответствие и взаимосвязь между квантовым состоянием поляритона в микрорезонаторе и испущенным фотоном. Короткие времена жизни поляритонов в данном случае являются несомненным благом в том смысле, что в совершенных структурах и достаточно добротных резонаторах испускаемые фотоны несут полную информацию об экситонных поляритонах внутри микрорезонатора. Поэтому распределения экситонных поляритонов и их динамику можно исследовать экспериментально в функции планарного волнового вектора по отражению, рассеянию, пропусканию и люминесценции, производя спектральные измерения угловых распределений интенсивности света, испускаемого из микрорезонатора (иными словами, производя оптические измерения в дальней зоне) [7, 9].

С чисто экспериментальной точки зрения такие возможности являются совершенно уникальными. Следует иметь в виду, что здесь, тем не менее, имеются естественные физические ограничения на максимально измеряемые в эксперименте планарные волновые вектора поляритонов. Эти ограничения электродинамического происхождения и обусловлены полным внутренним отражением света на границах раздела микрорезонатор-вакуум.

Выше уже отмечалось, что сильное экситон-фотонное взаимодействие в микрорезонаторе впервые наблюдалось в работе Weisbuch с соавторами еще в 1992 г., [7]. В этой работе был продемонстрирован антикроссинг и перестройка между интенсивностями экситонной и фотонной модами, наблюдаемыми в отражении, при вариации энергии резонаторной моды относительно энергии размерного квантования экситона в квантовой яме. Результаты экспериментов

по измерению отражения света в функции угла падения на входное зеркало микрорезонатора, или планарного волнового вектора поляритона, представлены на рис. 6.10. В обсуждаемом частном случае резонанс между экситонным состоянием и фотонной модой резонатора наблюдается при угле падения $\varphi \cong 30^\circ$ ($k_{\parallel} \cong 3,5 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$). Угол φ прямо связан с планарным волновым вектором $k_{\parallel} = (E_{\text{photon}}/c)\sin \varphi$. Поэтому представленные на рис. 6.10 зависимости отражения в функции угла непосредственно отражают дисперсию расщепленных поляритонных ветвей вплоть до волновых векторов $k_{\parallel} \cong 6 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$.

Таким образом, эти результаты демонстрируют, что связанные поляритонные дисперсионные ветви могут самым прямым образом наблюдаться и исследоваться экспериментально. Такая возможность является следствием конечного времени жизни фотона и его квантования в микрорезонаторе. Кроме того, на рис. 6.10 видно небольшое, но достаточно заметное расщепление между ТЕ и ТМ поляризационными модами, которое возникает из-за различия фазовых задержек для различных поляризаций в условиях распространения света в микрорезонаторе.

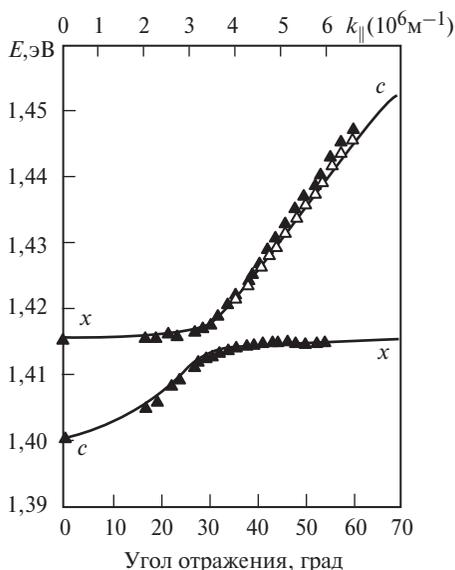


Рис. 6.10. Расщепленные дисперсионные экситон-поляритонные ветви, наблюдаемые в отражении при вариации угла отражения, или планарного волнового вектора. Видно также расщепление между ТЕ (светлые маркеры) и ТМ (черные маркеры) модами. Из работы Weisbuch'a [7]

6.2.3. Резонансное возбуждение экситонных поляритонов и режим оптического параметрического осциллятора (ОПО)

Различают два режима оптического возбуждения экситонных поляритонов в микрорезонаторе: нерезонансный и резонансный. В условиях нерезонансного фотовозбуждения (как правило, с помощью лазера) возбуждаются электронно-дырочные пары высоко в зоне с кинетической энергией намного превышающей экситонный Ридберг. В результате безызлучательной конверсии электронно-дырочных возбуждений в нижайшем экситонном состоянии размерного квантования в квантовой яме, вдали от $K = 0$, возникает неравновесный экситонный резервуар, который при непрерывной (либо квазинепрерывной) накачке, в результате процессов релаксации и рассеяния в основное состояние, поддерживает стационарную плотность экситонных поляритонов в нижней поляритонной ветви. При таком способе фотовозбуждения крайне трудно контролировать динамику поляритонов и временную эволюцию их распределений в нижней поляритонной зоне. Однако эта сложность преодолевается в резонансной схеме фотовозбуждения, когда поляритоны с заданным волновым вектором и энергией рождаются непосредственно с помощью перестраиваемого по частоте лазерного пучка, определенным образом ориентированного относительно оси микрорезонатора.

В условиях резонансного фотовозбуждения поляритонов различают два режима: 1) линейный режим, когда накачка генерирует стабильное поляритонное состояние и 2) нелинейный режим, когда поляритоны, непрерывно генерируемые на частоте лазерной накачки, когерентно рассеиваются в сигнальное состояние (signal state), близкое к направлению нормали, и в холостое состояние (idler state), которое в шкале энергий размещено выше накачки (см. рис. 6.9). Такой нелинейный режим параметрического рассеяния происходит выше порога по накачке и получил название (optical parametric oscillator regime — ОПО). Заметим, что область, где реализуется режим параметрического рассеяния, занимает очень малую часть Бриллюэновской зоны. Наконец подчеркнем, что нелинейная восприимчивость этого параметрического процесса, $\chi^{(3)}$, чрезвычайно велика благодаря особенностям дисперсии поляритонов нижней ветви и резонансному характеру самого явления, которое происходит в относительно узком спектральном интервале. Отметим также, что нелинейная восприимчивость, $\chi^{(3)}$, особенно велика в области дисперсионной кривой, где рост скорости поляритона изменяется на их замедление (inflection point), см. рис. 6.11.

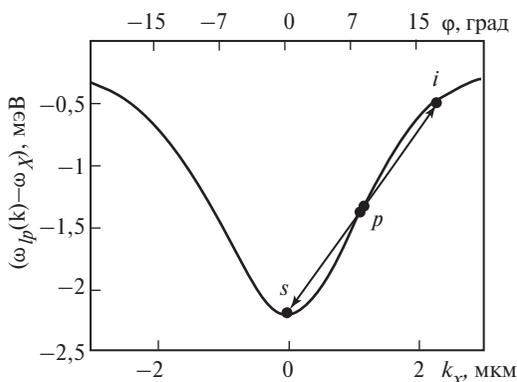


Рис. 6.11. Принцип оптического параметрического рассеяния поляритонов (ОРО) в условиях резонансного фотовозбуждения

Итак, в *режиме оптического параметрического рассеяния* (ОРО) два поляритона, генерируемые непосредственно накачкой с волновым вектором и частотой (k_p, ω_p) рассеиваются в нижнюю по энергии сигнальную моду (k_s, ω_s) и высокоэнергетическую холостую моду (k_i, ω_i) . Такой процесс параметрического рассеяния подчиняется следующим законам сохранения:

$$2k_p = k_s + k_i, \quad 2\omega_p = \omega_s + \omega_i. \quad (6.11)$$

$$2\omega_{lp}(k_p) = \omega_{lp}(k_s) + \omega_{lp}(|2k_p - k_s|). \quad (6.12)$$

Эти законы сохранения не выполняются при произвольной дисперсии частиц. Например, в случае квадратичного закона дисперсии, который отвечает гармоническому приближению, рассмотренный процесс параметрического рассеяния не может происходить в принципе.

Нетрудно также убедиться в том, что согласно законам сохранения (6.11), (6.12) при фиксированном k_p разрешенные конечные состояния k_s и k_i в условиях параметрического рассеяния поляритонов образуют в пространстве волновых векторов геометрическое место точек, представляющее собой центросимметричную плоскую фигуру типа восьмерки. Всесторонние экспериментальные исследования резонансного возбуждения поляритонов в режиме ОРО выполнены несколькими экспериментальными группами в работах см. например [10—21]. Тем не менее, истинная квантовая природа рассеяния пар фотонов в режиме ОРО окончательно не раскрыта, равно как до настоящего времени экспериментально не доказано ожидаемое перепутывание (entanglement) квантовых парных состояний при таком рассеянии.

Ниже порога для ОРО слабый пробный световой пучок, действующий в области ожидаемых сигнального или холостого состояний может стимулировать процесс параметрического рассеяния, сопровождающийся эффективным усилением пробного светового сигнала. Такой режим получил название *оптического параметрического усиления* (ОПА). Режим параметрического усиления исследовался в работах [22—30]. В частности, в результате исследований параметрического усиления было показано, что экситонные поляритоны ведут себя как хорошие композитные бозоны вплоть до высоких плотностей [22]. В микрорезонаторах на основе GaAs/AlGaAs и CdTe получены экстраординарно большие величины параметрического усиления, близкие к 10^4 [27].

При резонансном фотовозбуждении возникает уникальная возможность рождения поляритонного бозе-конденсата с контролируемой частотой, моментом и плотностью. В условиях резонансного лазерного фотовозбуждения и коротких временах жизни поляритонов (несколько пикосекунд) создаваемый светом экситон-поляритонный газ пространственно ограничен размером лазерного пятна, а фаза поляритонов задается непосредственно возбуждающим лазером. В этом случае система экситонных поляритонов хорошо описывается количественно с помощью уравнения Гросса—Питаевского [3], в сущности зависящего от времени уравнения Шредингера для материальной среды, в котором учтены диссипация поляритонов, их взаимодействие, накачка и потенциальный рельеф:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(r, t) = \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(r) + \hbar g |\psi|^2 + i(\gamma_p - F) \right] \psi(r, t). \quad (6.13)$$

Здесь $\psi(r, t)$ — волновая функция поляритона; γ_p — обратное время жизни поляритона; F — накачка; $V(r)$ — потенциальная энергия, моделирующая потенциальный рельеф структуры; g — константа поляритон-поляритонного взаимодействия. В принципе, $V(r)$ может моделировать локальный дефект — (барьер) конечных размеров. При резонансном фотовозбуждении и гауссовой форме лазерного пятна шириной σ_0 накачку F можно аппроксимировать в виде:

$$F(r, t) = F_0 \exp [i\hbar(k_0 r - \omega_0 t)] \exp \left[-(r - r_0)^2 / 2\sigma_0^2 \right], \quad (6.14)$$

где F_0 — амплитуда монохроматической световой волны; k_0 — волновой вектор; ω_0 — частота света (лазера). Расчеты, выполненные на основе уравнения (6.13) и лазерной накачки, показывают, что если частота лазера несколько сдвинута в фиолетовую сторону относительно нижней поляритонной ветви, возникает сильная бистабильность в поведении поляритонной плотности от мощности накачки

(бистабильность в условиях резонансного фотовозбуждения экситонных поляритонов впервые экспериментально исследовалась в работах [31—33]). При бистабильном поведении, согласно расчетам [34] и эксперименту [35], происходят драматические изменения самого спектра возбуждений, а именно: при малых мощностях межчастичные взаимодействия незначительны, поэтому одночастичный спектр возбуждений параболический; однако выше порога межчастичные взаимодействия приводят к фиолетовому сдвигу спектра возбуждений и его линеаризации. Наклон, который связан с линейной частью спектра определяет скорость «звука» экситон-поляритонной жидкости. Линейный (боголюбовского типа) закон дисперсии в спектре возбуждений поляритонов служит серьезным сигналом о возможном сверхтекучем течении экситон-поляритонной жидкости.

6.2.4. Бозе – конденсация экситонных поляритонов в микрорезонаторе

Квазидвумерные экситонные поляритоны в микрорезонаторе являются композитными бозонами. Поэтому при достижении критических условий и кинетическом равновесии (квазиравновесии) может происходить их конденсация, близкая по своей природе к явлению БЭК. Здесь уместно напомнить, что в идеальной, пространственно неограниченной двумерной системе БЭК не может происходить по принципиальным причинам: из-за расходимости заполнения в $K = 0$ в условиях постоянной плотности состояний, а также из-за квантовых флуктуаций в таком газе, которые расходятся логарифмически с ростом размера системы. Однако эта проблема снимается при пространственном ограничении свободного движения двумерных экситонных поляритонов и их накоплении в латеральных ловушках, искусственно приготовленных, либо в естественных ловушках, связанных с флуктуациями случайного потенциала. Здесь уместно вспомнить предыдущий раздел, где рассматривалась бозе—эйнштейновская конденсация дипольных водородоподобных экситонов.

Напомним, что бозе-конденсация должна происходить, когда де-Бройлевская длина волны экситонного поляритона

$$\lambda_{dB} \cong (h^2/mk_B T)^{1/2},$$

сравнивается и начинает превышать межчастичное расстояние, которое по порядку величины составляет $1/n_c$ (n_c — плотность квазидвумерных поляритонов). Тогда для оценки порога конденсации экситонных поляритонов в микрорезонаторе, если пренебречь спиновыми степенями свободы и пространственными ограничениями области конденсации (латеральным конфайнментом), нетрудно получить следующее выра-

жение, которое можно использовать для отыскания и других существенных критических параметров конденсации:

$$k_B T_c \cong n_c h^2 / m, \quad (6.15)$$

где k_B — постоянная Больцмана.

Пользуясь полученным приближенным выражением для порога конденсации и учитывая очень малую массу поляритона, можно заключить, что во многих полупроводниковых гетероструктурах конденсация экситонных поляритонов может происходить при десятках градусов Кельвина, а в некоторых объектах даже и при комнатных температурах.

Явление конденсации экситонных поляритонов в микрорезонаторах демонстрирует практически все наиболее значимые особенности и свойства классических бозе—эйнштейновских конденсатов. К числу таких свойств следует отнести:

экспериментальные наблюдения сужения поляритонных распределений по импульсу в окрестности $K = 0$ (трансформацию больцмановского, классического, типа распределений к бозевскому, квантовому) и макроскопическое накопление поляритонов в этой области, существенное возрастание чисел заполнения поляритонов, $n_k \gg 1$ за счет процессов стимулированного рассеяния при накачках выше порога конденсации;

наблюдение пространственных сжатий поляритонных конденсатов, накапливаемых в естественных и искусственно приготовленных ловушках;

обнаружение крупномасштабной пространственной когерентности, а также линейной поляризации люминесценции поляритонного конденсата и взаимосвязи этого явления со спонтанным нарушением симметрии;

обнаружение эффектов спонтанного возникновения и стимулированного возбуждения квантовых сингулярностей — вихрей и полувихрей; обнаружение аналога эффекта Джозефсона, а также явления бездиссипативного, сверхтекучего течения поляритонного конденсата.

Остановимся здесь только на некоторых, наиболее ярких из обнаруженных явлений, соответствующих бозе-конденсации экситонных поляритонов.

Рассмотрим сначала, как выглядит чисто качественно конденсация экситонных поляритонов в импульсном пространстве при исследовании угловых распределений интенсивности света, связанного с излучением поляритонов на выходе из микрорезонатора, при вариации нерезонансной оптической накачки. Соответствующие измерения выполняются в дальней зоне, их результаты в качестве примера иллюстрирует рис. 6.12 (любезно предоставлен В.Д. Кулаковским).

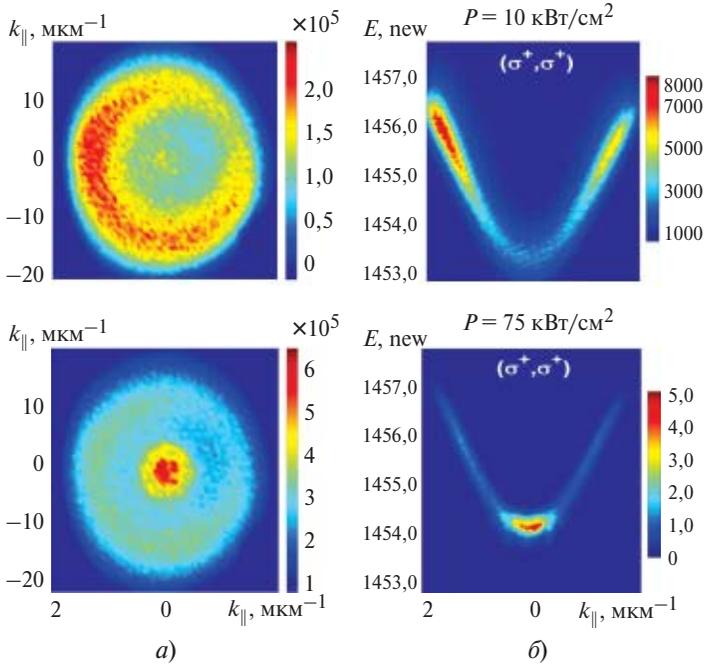


Рис. 6.12. Люминесценция экситонных поляритонов в микрорезонаторе, наблюдаемая в дальней зоне, при нерезонансной оптической накачке ниже порога ($P = 10 \text{ кВт/см}^2$) и выше порога конденсации ($P = 75 \text{ кВт/см}^2$):

a — угловое распределение люминесценции экситонных поляритонов ниже (вверху) и выше порога БЭК (внизу). По осям планарные волновые вектора; *б* — бимодальная картина распределения интенсивности люминесценции экситонных поляритонов ниже (вверху) и выше порога БЭК (внизу). По вертикальной оси — распределения интенсивности люминесценции поляритонов по энергии. Съемка люминесценции экситонных поляритонов проведена с использованием интерференционного фильтра, вырезающего узкую спектральную область. Из неопубликованной работы В.Д. Кулаковского [36]

Нерезонансная оптическая накачка с энергией фотонов, несколько меньшей ширины запрещенной щели в барьерах, окружающих квантовую яму, генерирует в квантовой яме микрорезонатора неравновесные электронно-дырочные пары (возбуждения). Эти возбуждения связываются в «горячие» экситоны, которые быстро релаксируют с участием фононов, сначала оптических, а затем и акустических, в нижайшую экситонную зону, создавая экситонный «резервуар», из которого в дальнейшем и происходит конденсация экситонов в область минимума, $K = 0$, нижней поляритонной зоны.

При небольших накачках, ниже порога конденсации, экситоны накапливаются в области изгиба дисперсионной кривой нижней

поляритонной ветви, где плотность одночастичных экситонных состояний начинает сильно возрастать. Накопление экситонов связано с тем, что в окрестности этой особенности для однофоновых процессов релаксации поляритонов в $K = 0$, согласно законам сохранения, возникает «узкое» место (так называемый «bottle neck»). Это явление при небольших накачках проявляется в наблюдении в дальней зоне кольца свечения (так называемое «кольцо рассеяния Релея», см. рис. 6.12, *a* вверху). Быстрые процессы поперечной, почти упругой, релаксации обеспечивают распределение поляритонов по периметру кольца и, соответственно, его интенсивность свечения, близкую к однородной. В этих же условиях плотность поляритонов в окрестности $K = 0$ еще чрезвычайно мала, а соответствующие числа заполнения поляритонов $n_k \ll 1$.

Однако при накачках выше порога, когда в окрестности дна нижней поляритонной зоны числа заполнения накапливаются и начинают превышать $n_k \geq 1$, включаются процессы стимулированного рассеяния на дно зоны. В условиях стимулированного рассеяния, которые являются непосредственным проявлением статистики Бозе—Эйнштейна, плотность экситонных поляритонов начинает сверхлинейно возрастать с ростом накачки в окрестности волновых векторов $K = 0$. В таком режиме интенсивность свечения «кольца рассеяния Релея» становится незначительной по сравнению с гигантской интенсивностью люминесценции конденсата экситонных поляритонов из области нулевых импульсов (см. рис. 6.12, *b* внизу).

Теперь остановимся на экспериментах, когда конденсация экситонных поляритонов происходит в окрестности дна потенциальной ловушки, создаваемой с помощью точечной деформации сжатия [37, 38]. Соответствующие результаты иллюстрирует рис. 6.13. При небольших оптических накачках и соответственно малых поляритонных плотностях облако термализованных поляритонов занимает широкую область импульсов (в дальней зоне это эквивалентно большому угловому распределению, см. верхний ряд иллюстраций на рис. 6.13). С ростом накачки, выше порога конденсации, распределение поляритонов в функции углов, а значит и планарных импульсов, сильно сужается. Также сужается распределение поляритонов в функции энергии, что является прямой демонстрацией возрастания когерентности (в данном случае речь идет о временной когерентности) конденсата экситонных поляритонов (см. нижнюю последовательность иллюстраций на рис. 6.13). Аналогичные эксперименты демонстрируют сужение облака экситонных поляритонов вблизи дна деформационной потенциальной ямы при увеличении оптической

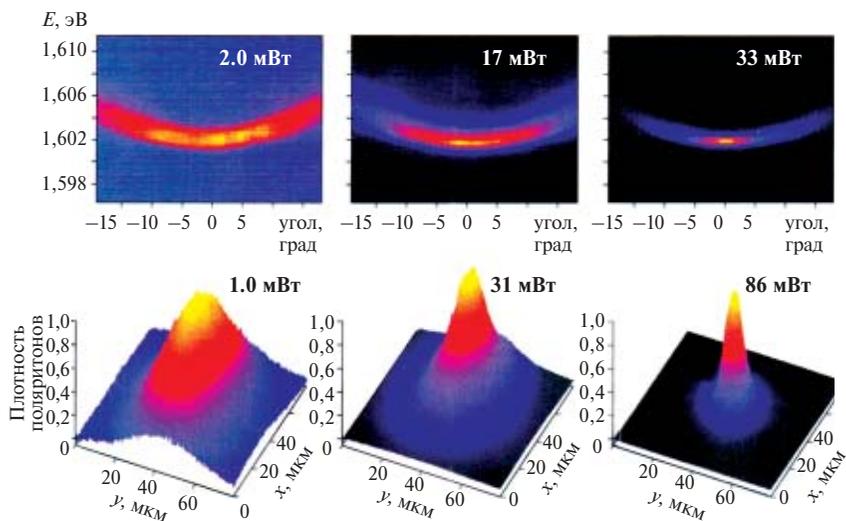


Рис. 6.13. Сужение люминесценции бозе-конденсата экситонных поляритонов в функции угла, а также в функции энергии и планарного импульса, в условиях конденсации экситонных поляритонов в деформационной ловушке:

верхний ряд: угловое распределение люминесценции экситонных поляритонов в микрорезонаторе непосредственно проецируется в распределение в функции планарных волновых векторов; кривизна спектра поляритонов дает непосредственно величину эффективной массы, если воспользоваться соотношением $\hbar^2/m = d^2E/dk_{\parallel}^2$. *Нижний ряд:* сужение облака экситонных поляритонов вблизи дна деформационной потенциальной ямы при увеличении оптической накачки. Из работ [37, 38]

накачки. Примечательным является то обстоятельство, что, невзирая на увеличение отталкивания между поляритонами с ростом их плотности, само пространственное распределение поляритонов выше порога конденсации сильно сжимается. Такое поведение является проявлением и непосредственным следствием бозе—эйнштейновской статистики.

6.2.5. Когерентность поляритонного конденсата, функции когерентности первого и второго порядков

БЭК содержит макроскопическое число частиц в одноквантовом состоянии и демонстрирует квантовые корреляции на макроскопических масштабах. Волновая функция конденсата рассматривается как параметр порядка. Матрица плотности, соответствующая волновой функции конденсата, содержит отличные от нуля недиагональные элементы, именуемые недиагональными крупномасштабными параметрами порядка — ODLRO (согласно терминологии, впервые

введенной Penrose и Onsager в 1956 г. [39], а также работу Беляева [40] и Yang'a [41]). Недиагональные параметры порядка могут быть измерены экспериментально с помощью корреляторов (или функций когерентности) первого порядка. Корреляторы, или функции когерентности квантовых состояний второго и более высокого порядков, введенные Глаубером [42], характеризуют саму природу квантового состояния и позволяют отличить это состояние от термически смешанных состояний.

Бозе-конденсат экситонных поляритонов в микрорезонаторах демонстрирует высокую крупномасштабную когерентность. Это следует из прямых интерференционных измерений корреляторов 1-го порядка ($g^{(1)}(\Delta r)$) — коррелятор классических амплитуд). По определению, кросс-коррелятор амплитуд первого порядка можно представить в следующем виде:

$$g^{(1)}(r, r') = \frac{\langle E^*(r)E(r') \rangle}{\langle E^*(r) \rangle \langle E(r') \rangle}, \quad (6.16)$$

где $E(r)$, $E^*(r')$ — электрические поля в разных точках конденсата. Этот коррелятор определяет фазовую когерентность электрических полей в пространственно разнесенных частях конденсата r и r' в отсутствие временной задержки $\Delta t = 0$. Измерения обычно проводятся с использованием двухлучевого интерферометра Майкельсона, совмещенного с высокоразрешающей проекционной оптической системой. В конечном итоге измеряется контраст интерференционной картины, совмещенной с высоко разрешенным полем самого конденсата:

$$C(r, d) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I(r)I(r+d)}}{I(r) + I(r+d)} g^{(1)}(r, r+d), \quad (6.17)$$

где I_{\max} и I_{\min} — интенсивности максимумов и минимумов интерференционных полос при вариации фазы интерферометра; d — расстояние между пространственно разделенными частями конденсата, для которых осуществляется интерференционное сложение амплитуд. Отсюда непосредственно находится соответствующий коррелятор.

При накачках ниже порога конденсации поляритонная система также демонстрирует когерентность, но коротко-масштабную, которая определяется тепловой де-бройлевской длиной волны поляритона масштаба 2—1,5 мкм. Ситуация изменяется радикально выше порога конденсации. Было обнаружено, что кросс-коррелятор амплитуд, $g^{(1)}(\Delta r)$, достигает величин 0,8—0,9 на пространственных масшта-

бах, которые определяются размерами области, занятой поляритонным конденсатом (около 10 мкм), т.е. более чем на порядок превосходящем де-бройлевскую длину волны [4, 43]. Такое поведение крупномасштабной когерентности иллюстрирует рис. 6.14. Неоднородность яркости интерференционной картины связана с флуктуациями случайного потенциала в исследуемой системе поляритонов. Видно, что измеренные пространственные масштабы когерентности поляритонного конденсата более чем на порядок величины превосходят тепловую де-бройлевскую длину волны одночастичного экситон-поляритонного состояния.

С помощью корреляторов второго или более высоких порядков можно охарактеризовать саму природу квантового состояния и отличить его от термически смешанных, многомодовых состояний. Коррелятор интенсивностей, или парных фотонных корреляций второго порядка, можно определить следующим выражением:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I_1(r, t) I_2(r, t + \tau) \rangle}{\langle I_1(r, t) \rangle \langle I_2(r, t) \rangle}. \quad (6.18)$$

Здесь угловые скобки означают усреднение по ансамблю, r — пространственная координата излучателя, а τ — время задержки между регистрируемой парой фотонов детекторами (1) и (2). Для одномодового состояния максимум корреляций (или антикорреля-

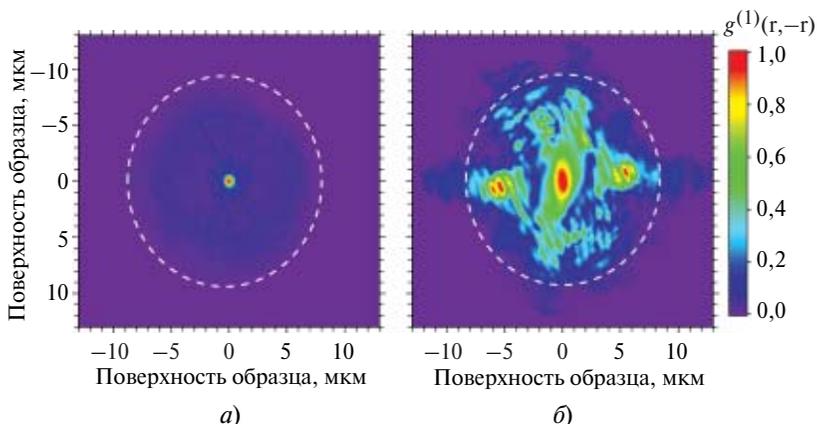


Рис. 6.14. Картины двухлучевой интерференции, измеренные с помощью интерферометра Майкельсона с ретрорефлектором в условиях высокого пространственного разрешения, иллюстрирующие крупномасштабную пространственную когерентность экситонных поляритонов, $g^{(1)}(\Delta r)$, при накачках ниже (а) и выше (б) порога бозе-конденсации. Из работы [4]

ций) достигается при $\tau = 0$, т.е. коррелятор $g^{(2)}|_{\tau=0}$ демонстрирует следующие свойства:

$$g^{(2)}|_{\tau=0} = 2 \text{ для термического состояния;}$$

$$g^{(2)}|_{\tau=0} = 1 - 1/n, \text{ где } n \text{ — число состояний;}$$

$$g^{(2)}|_{\tau=0} = 1 \text{ для когерентного, например, одноквантового состояния.}$$

Таким образом, определенная нормированная когерентная функция второго порядка не зависит от линейных потерь между источником и детектором. Существенно, чтобы временное разрешение используемых фотодетекторов (как правило, лавинно-пролетных фотодиодов) не сильно превышало время когерентности исследуемой излучающей системы. Измерения парных фотонных корреляций проводятся с использованием двухлучевого интерферометра интенсивностей по известной классической схеме Hanbury Brown — Twiss'a (HBT) [44].

В интерферометре HBT лавинные фотодетекторы размещаются симметрично относительно призмы, которая разделяет падающий световой поток от излучающего источника строго поровну. Сигналы фотооткликов поступают далее на электронный конвертор и затем, после времяамплитудного преобразования, на многоканальный анализатор. Корреляционные измерения интенсивности люминесценции выполняются для узкой спектральной области, в которой располагается линия излучения конденсата экситонных поляритонов. Измерения ведутся с помощью импульсных лазеров с высокой частотой следования одиночных импульсов, либо с использованием непрерывных (cw) одномодовых лазеров. В конечном итоге строится нормированная гистограмма парных фотонных корреляций в функции времени задержки между парами регистрируемых фотонов фотодетекторами.

Первые измерения парных фотонных корреляций $g^{(2)}$ вблизи порога конденсации экситонных поляритонов выполнены в работе [45] в режиме импульсного нерезонансного фотовозбуждения экситонных поляритонов в микрорезонаторе на основе GaAs (рис. 6.15). В окрестности порога отчетливо видна группировка фотонов (bunching), и коррелятор $g^{(2)}|_{\tau=0} = 1,8$. Выше порога, с ростом накачки, коррелятор второго порядка монотонно уменьшается, что свидетельствует о возникновении когерентного состояния поляритонного конденсата. В данном случае конденсат сильно обеднен и роль флуктуаций интенсивности значительна. Поэтому уменьшение коррелятора с ростом накачки происходит гораздо медленнее по сравнению с необедненными бозе-конденсатами. Аналогичные

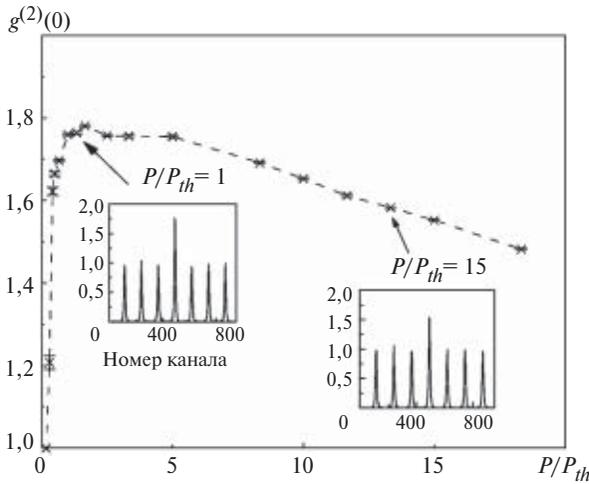


Рис. 6.15. Поведение коррелятора второго порядка, $g^{(2)}|_{\tau=0}$, в функции мощности накачки, нормированной на ее величину, в окрестности порога конденсации экситонных поляритонов в микрорезонаторе. Из работы [45]

измерения выполнены для экситон-поляритонных бозе-конденсатов в микрорезонаторе на основе CdTe в работе [46, 47]. В работах [13, 14] продемонстрировано, что группировка фотонов, судя по измерениям коррелятора $g^{(2)}|_{\tau=0}$, а также время когерентности не зависят от материала микрорезонатора (GaAs либо CdTe), равно как от способа фотовозбуждения — резонансного (ОРО) или нерезонансного. Однако характер поведения и сама величина корреляторов первого и второго порядков существенно зависят от величины флуктуаций квазичастиц и неравновесного состояния конденсата.

6.2.6. Экситон-поляритонный конденсат и спиновые степени свободы

Очень интересные особенности водородоподобных экситонов в двумерных III-V, II-VI полупроводниковых гетероструктурах проистекают от степеней свободы, связанных с экситонным спином. Известно, что в GaAs/AlGaAs квантовых ямах основное, оптически активное состояние экситона на тяжелых дырках двукратно вырождено по спину: проекции спина на направление перпендикулярное плоскости квантовой ямы составляют $S_z = \pm 1$. Этим проекциям спина отвечают противоположные направления циркулярной поляризации

света — σ^+ и σ^- в плоскости квантовой ямы, соответствующие вращениям вектора поляризации электрического поля световой волны по и против часовой стрелки.

Такая спиновая структура оптически активных («bright») экситонов на тяжелых дырках в GaAs/AlGaAs квантовых ямах является следствием релятивистского эффекта и, связанного с ним, спин-орбитального взаимодействия и проистекает от проекций спина электрона $\pm 1/2$ и проекций спина тяжелой дырки $\pm 3/2$ в самой верхней валентной зоне, отщепленной из-за размерного квантования, (см., например, монографию [48]).

Спиновые степени свободы особенно существенны при рассмотрении межчастичных взаимодействий: из-за эффектов обмена межчастичные взаимодействия оказываются анизотропными. Действительно, экситоны с одинаковой ориентацией проекции спина должны сильно отталкиваться, тогда как частицы с противоположными ориентациями проекций спина должны, скорее, притягиваться, или, по меньшей мере, отталкиваться, но значительно слабее. В этой связи очевидно, что бозе-конденсаты, содержащие спиновые степени свободы, ведут себя отлично от бесспиновых бозе-конденсатов, в частности атомных бозе-конденсатов.

Вследствие квантовомеханических эффектов обменного межчастичного взаимодействия возникающее основное состояние бозе-конденсата со спиновыми степенями свободы оказывается наиболее устойчивым при одинаковом числе бозе-частиц, которые отличаются своими спиновыми проекциями, поскольку вклады обменных взаимодействий складываются когерентно. В результате конденсированная экситонная фаза оказывается линейно поляризованной. Действительно, большая степень линейной поляризации люминесценции наблюдалась экспериментально в бозе-конденсатах экситонных поляритонов в микрорезонаторах [4], а также в бозе-конденсате диполярных, пространственно непрямых экситонов, накапливаемых в электростатических потенциальных ловушках [49]. Было также установлено, что в подавляющей части выполненных экспериментов плоскость линейной поляризации оказалась «привязанной» (эффект пиннинга) к кристаллографии структуры (как правило, к направлению [011] в плоскости (001) GaAs — гетероструктуры), что обусловлено сильной анизотропией случайного потенциала, связанного с особенностями структуры и структурными несовершенствами. В совершенных структурах, где влияние случайного потенциала минимизировано, обнаружено, что направление линейной поляризации люминесценции конденсата возникает случайным образом, что является одним из проявлений спонтанного нарушения симметрии в условиях бозе-конденсации.

Исследования спинорных экситонных бозе-конденсатов в магнитном поле начаты сравнительно недавно. Интерес к этому направлению исследований стимулировала, в частности, теоретическая работа Ю. Рубо и соавторов [50]. В этой работе показано, что свойства спинорных, спин-поляризованных бозе-конденсатов в магнитном поле, перпендикулярном плоскости слоев, существенно отличаются от свойств бесспиновых бозе-конденсатов. В спинорном конденсате, на примере бозе-конденсата экситонных поляритонов в микрорезонаторе, парамагнитное (зеэмановское) расщепление спиновых компонент подавляется вплоть до некоторых критических величин магнитного поля, которое определяется разностью энергий взаимодействия между бозе-частицами с одинаковой и противоположной ориентацией спинов в конденсате. Такое подавление, или экранирование парамагнетизма в условиях бозе-конденсации в спинорных системах получило название спинового эффекта Мейснера.

Сам же эффект можно понять на чисто качественном уровне, а именно: в магнитных полях, меньших критического поля, зеэмановское расщепление экситонов в конденсате в точности компенсируется поляритон-поляритонным взаимодействием в эллиптически поляризованном конденсате. Одновременно с подавлением парамагнетизма экситонного бозе-конденсата происходит разрушение линейного закона дисперсии возбуждений в конденсате и его сверхтекучести (экситонной сверхтекучести). Однако в магнитных полях, напряженность которых превышает напряженность критического магнитного поля ($H > H_c$), парамагнитные свойства бозе-конденсата восстанавливаются, и в спектрах снова должен обнаруживаться зеэмановский дублет, ($\sigma^+ - \sigma^-$), у которого расщепление оказывается пропорционально инкременту магнитного поля $\Delta H = (H - H_c)$. В магнитных полях при $H > H_c$ восстанавливается линейный закон дисперсии возбуждений, а также сверхтекучесть самого экситонного конденсата.

Экспериментальное наблюдение спинового эффекта Мейснера реализовано в работе В.Д. Кулаковского и соавторов на примере экситонных поляритонов в GaAs-гетероструктуре с квантовой ямой в микрорезонаторе [51]. В этой работе экситонные поляритоны возбуждались с помощью нерезонансной оптической накачки, а их бозе-конденсация устанавливалась по макроскопическому заполнению поляритонами нижайшего состояния вблизи порога. Полное подавление зеэмановского расщепления наблюдалось в магнитном поле $H_c = 1,8$ Т (рис. 6.16). Однако времена жизни экситонных поляритонов в микрорезонаторе очень короткие (всего несколько псек). Поэтому бозе-конденсация экситонных поляритонов в микрорезонаторе про-

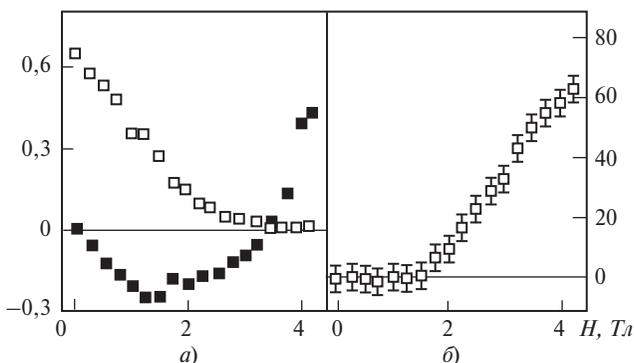


Рис. 6.16. Иллюстрация спинового эффекта Мейснера согласно экспериментальным исследованиям, выполненным в работе [51].

Слева (а) — поведение линейной и циркулярной поляризаций люминесценции экситон-поляритонного конденсата в функции магнитного поля (геометрия Фарадея). Справа (б) — подавление парамагнитного (зеемановского) расщепления вплоть до магнитного поля $H_c = 1,8$ Т

исходит в сильно неравновесных условиях. По-видимому, из-за такой неравновесности поведение поляризация экситон-поляритонного конденсата в функции магнитного поля несколько отличается от теоретических предсказаний, которые сформулированы в работе [50].

К числу других интересных спин-зависимых явлений в экситон-поляритонных конденсатах следует отнести нелинейные явления поляризационной мультистабильности и спинового переключения, которые рассмотрены в теоретической работе [52] и обнаружены недавно экспериментально [53]. Наконец, остановимся еще на одном явлении, связанном со спином экситонных поляритонов, которое касается так называемых полувихрей, возникающих в спиновых бозе-конденсатах. Об этом явлении более логично рассказать в следующем разделе, который связан с квантовыми сингулярностями и вихревыми структурами в экситон-поляритонных бозе-конденсатах.

6.2.7. Квантовые вихри и полувихри в поляритонном конденсате

Одним из замечательных и ярких свойств БЭК является возникновение в конденсате фазовых сингулярностей, связанных с возбуждениями квантовых вихрей. В квантовых жидкостях вихрь переносит фазу циркуляции сверхпроводящих частиц, которая при обходе вокруг кора (сердцевины) вихря квантуется. По определению, квантовые вихри характеризуются вращением фазы вокруг кора, которое кратно целому числу 2π , получившему название топологического заряда. Помимо этого сверхпроводящая компонента исчезает непосредст-

венно в коре вихря, а сам вихрь проявляет себя на масштабе длины «залечивания» (healing length). По существу, квантовые вихри принципиально отличаются от обычных классических вихрей, у которых отсутствует квантование фазы и которые, например, легко наблюдать при стоке воды в обычной водопроводной раковине.

В случае атомных бозе-конденсатов блестящие эксперименты по наблюдению квантовой структуры вихрей были реализованы в условиях механических вращений конденсатов, как целого [54]. Для визуализации стационарно локализованного одиночного квантового вихря применяется двухлучевая кросс-корреляционная интерференционная техника с использованием ретрорефлектора в качестве одного из зеркал в двухлучевом интерферометре. В картине интерференционного сложения амплитуд с помощью интерферометра Майкельсона (или Маха—Цендера) вихрь проявляется в виде характерной дислокационной «вилки», которая связана с изменением фазы при круговом обходе кора вихря («скачок» на одну интерференционную полосу соответствует изменению фазы на 2π). Рис. 6.17 качественно иллюстрирует, как проявляется локализованный вихрь в картине ближнего поля, совмещенной с двухлучевой интерференцией. Если из картины ближнего поля перейти в k -пространство, пользуясь соответствующими преобразованиями Фурье, то можно воспроизвести вращение фазы при круговом обходе кора вихря (показано на рис. 6.18).

Первые экспериментальные наблюдения квантовых вихрей, локализованных на крупномасштабных флуктуациях случайного потенциала, в экситон-поляритонном конденсате в условиях возбуждения стационарной некогерентной накачкой выполнены в работе [55] (см. рис. 6.18). В интерференционной картине вихрь проявляется, как уже разъяснялось выше, в виде характерной дислокационной «вилки». Изначально казалось, что для наблюдения квантовых вихрей в квантовой поляритонной жидкости необходимо, в прямой ана-

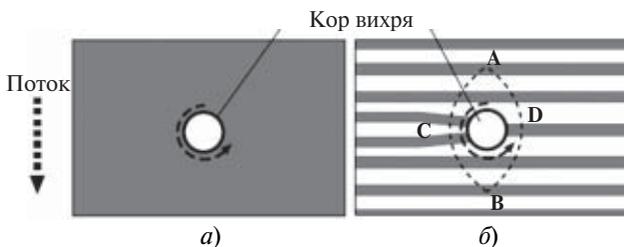


Рис. 6.17. Схематическая визуализации вихря с помощью двухлучевого интерферометра Майкельсона.

Кор вихря изображен схематически в форме круга на рисунках *а* и *б*). Интерференционная методика позволяет безошибочно детектировать наличие вихревой структуры даже в условиях, когда сам кор вихря не разрешается

логии с атомными конденсатами, обеспечить механическое вращение поляритонной жидкости как целого для передачи системе углового момента.

Действительно, такого рода эксперименты были выполнены недавно в работе [56], в которой авторы для возбуждения вихревой структуры использовали световой пучок, несущий угловой момент должной величины. В этой работе исследована динамика вихрей в условиях импульсного фотовозбуждения с пикосекундным разрешением и непосредственно продемонстрировано, что за времена жизни экситон-поляритонной жидкости вихри успевают переместиться на значительные расстояния (несколько микрон). Однако первое сообщение о наблюдениях квантовых вихрей в поляритонном конденсате содержится в работе [55], в которой не использовалось механическое вращение поляритонного конденсата как целого. Дело в том, что в эксперименте приходится иметь дело с динамическими поляритонными конденсатами в присутствии беспорядка. Действительно, в бозе-конденсатах экситонных поляритонов спонтанное рождение вихрей может обеспечить беспорядок (крупномасштабные флуктуации случайного потенциала), всегда присутствующий в реальных гетероструктурах в микрорезонаторах, а также неравновесная природа самого конденсата.

В сильно упрощенном виде картина выглядит так, что поляритонная жидкость протекает по сложному, флуктуирующему и искривленному потенциальному рельефу, и непосредственно сам сложный ландшафт, порождаемый случайным потенциалом, предопределяет оптимальные места локализации поляритонных вихрей. Фотонная составляющая в конденсате позволяет самым прямым образом визуализировать вихревую структуру конденсата в картине ближнего поля, совмещенную с двухлучевой интерференцией. Именно это явление и иллюстрирует рис. 6.18. Тем не менее, к таким экспериментам нужно относиться с известной степенью осторожности. Это связано с тем, что в этих экспериментах, помимо накачки, отсутствует возможность повлиять на статическую картину пиннинга вихрей с помощью каких-либо внешних воздействий.

Теперь остановимся еще на одном явлении, связанном со спином экситонных поляритонов. Как уже отмечалось выше, оптически активные экситонные поляритоны в микрорезонаторе на основе GaAs/AlGaAs-гетероструктур с квантовыми ямами являются бозонами со спинами $+1$ и -1 , отвечающими левой и правой циркулярной поляризации в плоскости движения. Конденсат с ненулевым угловым моментом является спинором, в нем могут возникать так называемые полувихри, когда вращение фазы и поляризации при обходе вокруг кора вихря составляет величину π вместо обычных 2π .

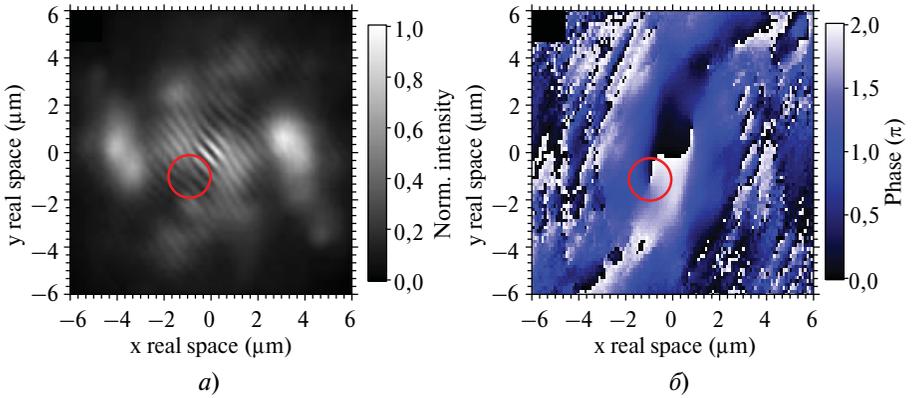


Рис. 6.18. Вихревая структура бозе-конденсата экситонных поляритонов:

a — интерференционная картина ближнего поля вблизи области образца (обведена кружком), где возникает «вилкообразная дислокация», соответствующая квантовому вихрю. Интерференционные полосы свидетельствуют о крупномасштабной когерентности или крупномасштабном дальнем порядке; *б* — фурье-преобразованная картина ближнего поля вокруг кора вихря, которая демонстрирует вращение фазы вокруг кора на 2π . Из работы [55]

Сама идея спинорных конденсатов не нова и была впервые предложена в работе [57], а также [58], и рассматривалась достаточно давно применительно к сверхтекучему ^3He [59] и к высокотемпературным сверхпроводникам [60]. Сравнительно недавно Рубо высказал убедительные предположения [61], что экситонные поляритоны являются идеальной системой для экспериментальных наблюдений полувихрей.

Остановимся на физической картине возникновения полувихрей в поляритонном конденсате, имеющем спинорную природу. Параметр порядка поляритонного конденсата в базисе линейной поляризации можно записать следующим образом:

$$\Phi_{lin} = \sqrt{ne^{i\theta(r)}} \begin{pmatrix} \cos \eta(r) \\ \sin \eta(r) \end{pmatrix}, \quad (6.19)$$

где $\eta(r)$ — фаза и $\theta(r)$ — угол, которые характеризуют пространственную ориентацию поляризации когерентной поляритонной жидкости. В этих терминах квантовые вихри описываются одновременным вращением фазы и угла поляризации: $\eta(r) + 2\pi k$, $\theta(r) + 2\pi m$, где «винтовые» числа k и m принимают целые или полуцелые значения, чтобы их сумма всегда была целым числом. Таким образом, этими двумя «винтовыми числами» описываются четыре полувихря с числами $\pm 1/2$

Для лучшего феноменологического описания квантового полу-вихря, в сравнении с его целочисленными составляющими удобно проанализировать циркулярно поляризованные компоненты параметра порядка, который можно представить в виде:

$$\varphi_{lin}(r) = \frac{\sqrt{n}}{2} \left[e^{i(\theta(r) - \eta(r))} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + e^{i(\theta(r) + \eta(r))} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right]. \quad (6.20)$$

Нетрудно увидеть, что когда $\eta(r)$ и $\theta(r)$ одновременно изменяются на π , то нулевое вращение происходит только для одной циркулярной поляризации, тогда как полный 2π поворот происходит для другой циркулярной поляризации. Таким образом, для визуализации полу-вихрей проще вести одновременное наблюдение для $\sigma+$ и $\sigma-$ поляризаций. При таком способе наблюдений в случае квантового полу-вихря «вилкообразная» дислокационная картина будет наблюдаться в интерференционной картине только для одной из циркулярных поляризаций.

На рис. 6.19 иллюстрируются первые экспериментальные наблюдения полувихря в экситон-поляритонном бозе-конденсате в картине ближнего поля, совмещенной с картиной двухлучевой интерференции [62, 63]. Картина с «вилкой» исчезает, если ее наблюдать с помощью циркулярного анализатора с другим направлением вращения плоскости поляризации. Это является независимым доказательством полувихревого характера «вилки».

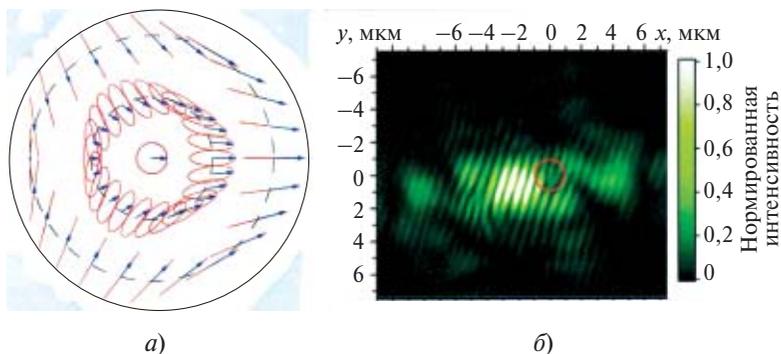


Рис. 6.19. «Полувихри» в бозе-конденсате экситонных поляритонов в микрорезонаторе:

a — при движении по контуру (штриховая линия) вокруг так называемого «полувихря» фаза волновой функции поляритона поворачивается на 180° (а не на 360°), это сопровождается вращением поляризации также на 180° ; эллипсы — поляризация, вектора — мгновенные величины поля. Вдали от кора вихря поляризация линейна, ближе к кору она эллиптическая, в самом центре (в коре) она циркулярная (из статьи [63]); *b* — такой вихрь детектируется в картине двухлучевой интерференции как «вилка» (круг на рисунке) при пропускании света через циркулярно-поляризующий анализатор

Надежность наблюдения полувихря устанавливается с помощью циркулярных анализаторов. Наконец заметим, что в картине ближнего поля обычного лазера полувихри не возникают по принципиальным причинам.

6.2.8. Масштабы энергии, связанные с экситонными поляритонами в микрорезонаторах

Помимо критической температуры T_c , которая непосредственно связана с де-бройлевской длиной волны (см. формулу (6.1)), поляритонные конденсаты в микрорезонаторе и бозе-эйнштейновские конденсаты в других объектах характеризуются несколькими масштабами энергии, удобными для описания их свойств. Один из таких масштабов nU связан со средней энергией взаимодействия отталкивания, где n — плотность бозе-частиц, а U — характерная энергия взаимодействия в расчете на единицу плотности. Такое взаимодействие увеличивает среднюю энергию коллектива поляритонов и проявляется в сдвиге основного состояния поляритонного конденсата в сторону больших энергий («фиолетовый спектральный сдвиг»). Система бозонов является слабо взаимодействующей, если $nU \ll k_B T$. Напротив, если $nU \geq k_B T$, то соответствующая система — сильно взаимодействующая. Заметим, что охлажденные атомы в оптических ловушках и экситонные поляритоны в микрорезонаторах являются примерами слабо взаимодействующих бозе-систем, тогда как, например, в жидких ${}^4\text{He}$ или ${}^3\text{He}$ атомы взаимодействуют сильно.

Другим естественным энергетическим масштабом является энергия связи фермионов в результирующем композитном бозоне, $\hbar^2/\mu a^2$, (по сути, в рассматриваемом случае речь идет об энергии связи $2D$ -водородоподобного экситона в квантовой яме, помещенной в микрорезонатор). Здесь μ — приведенная масса композитного бозона (экситона), a — его линейный размер (боровский радиус). Когда происходит конденсация поляритонов, то для коллектива экситонов выполняется условие $na^2 \ll 1$. В таких условиях экситоны практически не контактируют друг с другом. Это эквивалентно тому, что энергия связи экситонных поляритонов (композитных бозонов) гораздо больше $k_B T$, так что они во всех отношениях являются «хорошими» бозе-квазичастицами. Такая же ситуация реализуется и в атомных бозе-конденсатах, включая конденсат охлажденных атомов He в магнитооптических ловушках.

В другом предельном случае, когда $na^2 \geq 1$, в достаточно плотной и высокотемпературной области экситонной системы может происхо-

дить переход Мотта с образованием слабо коррелированной (классической) фермиевской плазмы. При достаточно низких температурах в такой плазме, в принципе, может происходить переход в слабо коррелированное состояние фермионов типа БКШ (Bardeen-Cooper-Shriffer) с образованием куперовских пар вследствие электрон-дырочного взаимодействия. Такое поведение описывает куперовские пары в сверхпроводнике и может произойти с парами фермиевских атомов, накапливаемых в оптических ловушках.

Перечисленные энергетические масштабы существенны, прежде всего, для атомных бозе-эйнштейновски конденсатов. Однако для экситонных поляритонов в микрорезонаторах есть еще два других существенных энергетических параметра. Один из них связан с расщеплением Раби между верхней и нижней поляритонными ветвями. Если расщепление Раби меньше $k_B T$, тогда тепловые возбуждения разрушают когерентную суперпозицию экситонов и фотонов в поляритоне, или, на другом языке, разрушают жесткую фазовую связь между верхней и нижней поляритонными ветвями.

Если же поддерживать температуру достаточно низкой, а плотность поляритонов увеличивать, так что обеспечивается режим $\Omega_{\text{Rabi}} \gg k_B T$, то межчастичное расстояние в системе слабо взаимодействующих экситонных поляритонов может оказаться много меньше де-бройлевской длины волны, которая определяет масштабы пространственной локализации поляритонов. В таких условиях система поляритонов оказывается в режиме достаточно слабого (в смысле применимости приближения среднего поля), но крупномасштабного взаимодействия. Это может происходить при увеличении плотности поляритонов в области, когда эта плотность еще остается ниже критической для перехода Мотта, т.е. когда $na^2 \ll 1$.

Наконец, остановимся еще на одном энергетическом масштабе, который определяет конечную спектральную ширину экситонных поляритонов из-за их конечного времени жизни в квантовом состоянии (это масштаб можно оценить из соотношения неопределенности Гейзенберга, $\Delta E \cong h/\Delta t$, где Δt — конечное время жизни в квантовом состоянии). В микрорезонаторах с добротностями $Q \cong 10^4$ уширение резонаторной моды, связанное с конечным временем жизни в квантовом состоянии, оказывается много меньше величины расщепления Раби. Режим сильной светоэкситонной связи является главной особенностью экситон-поляритонной моды, отличающей ее от резонаторной моды в обычном лазере. Тем не менее, экситонные поляритоны имеют конечное время жизни в микрорезонаторе, и, следовательно, сам ансамбль поляритонов испытывает непрерывные потери и связанные с этими потерями шумы (в прямом соответствии с флуктуа-

ционно-диссипационной теоремой). Поэтому из-за шумов конденсация экситонных поляритонов не может происходить при сколь угодно малых поляритонных плотностях.

Следует также подчеркнуть, что неизбежные потери в поляритонном конденсате могут сильно повлиять на его длинноволновое, низкочастотное коллективное поведение. Именно в этом видится главное отличие между бозе-конденсатом экситонных поляритонов и сверхтекучими квантовыми жидкостями, такими как ^4He и ^3He .

6.2.9. Отличия между бозе-конденсатом экситонных поляритонов и обычным лазером

Поляритонный конденсат, подобно обычному, например полупроводниковому лазеру, является открытой диссипативной системой: нерезонансная и непрерывная накачка создает резервуар неравновесных электронно-дырочных возбуждений, которые в свою очередь поддерживают когерентное световое поле в микрорезонаторе. Итак, в этих системах есть некогерентная накачка для создания резервуара почти свободных электронов и дырок, и в каждом случае на выходе микрорезонатора возникает направленный когерентный свет.

Возникает естественный вопрос: в чем же, собственно, состоит отличие между экситон-поляритонным бозе-конденсатом и обычным лазером? На чисто качественном уровне различие определяется тем, в какой мере электронные (экситонные) состояния участвуют в формировании когерентности. В лазере частота когерентного света определяется исключительно резонатором, т.е. фиксируется его длиной и показателем преломления. Роль электронных возбуждений сводится к заселению и опустошению фотонной моды. Следовательно, для генерации когерентного света в лазере населенность электронных возбуждений должна быть инвертирована так, чтобы стимулированная эмиссия, обеспечивающая генерацию жестко связанных по фазе фотонов, доминировала над спонтанной эмиссией, рождающей фотоны с хаотическими фазами. В случае поляритонного конденсата фазы фотонов и экситонов жестко связаны уже изначально в самом состоянии одночастичного поляритона [см. формулу (6.6)].

В свою очередь, поляритоны жестко сфазированы между собой непосредственно в самом конденсате. Поэтому в рассматриваемом случае поляритонного конденсата осциллирующее световое поле принимает энергию и фазу экситонного поляритона. В этом случае нет необходимости в инверсии, а когерентные поля могут поддерживаться квазиравновесием с надконденсатной частью поляритонов. В таких условиях пороговая величина электронно-дырочной плотности для создания стимулированного излучения оказывается существенно меньше, чем это требуется для обычного лазера в такой же

полупроводниковой среде. Заметим, что термин «поляритонный лазер» часто используют в случае когерентного излучения поляритонным конденсатом (бозе-конденсатом), который не находится в полном равновесии с надконденсатной частью поляритонов.

В недавно выполненных экспериментах с экситонными поляритонами в микрорезонаторе с достаточной степенью надежности установлены два различных порога возникновения когерентного излучения [64]: один для поляритонной бозе-конденсации и другой для стандартного лазера. Результаты одного из такого рода экспериментов иллюстрирует рис. 6.20. В этом эксперименте с помощью деформации сжатия, которая осуществляется с помощью «точечного» плунжера, обеспечивающего так называемый точечный контакт Герца (H. Herz), плавно перестраивается энергия экситона квантовой ямы относительно фотонной моды микрорезонатора, с которой взаимодействует экситонное состояние. Деформация сдвигает экситонные состояния, тогда как положения фотонных мод из-за размерного квантования в микрорезонаторе остаются практически не возмущенными и фиксированными.

Видно, что энергия излучения микрорезонатора вблизи порога когерентного поляритонного состояния вначале уменьшается так же, как и энергия экситонного состояния. Это указывает на то, что при такой перестройке система продолжает оставаться конденсатом и при этом электронные состояния среды дают определяющий вклад в когерентность системы. При больших спектральных перестройках (больших деформациях сжатия) связь между фотонами и экситонами ослабевает. В таких условиях возможен обычный лазерный эффект,

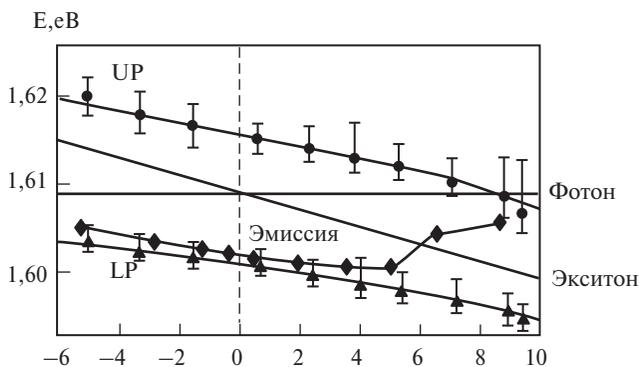


Рис. 6.20. Иллюстрация перехода между поляритонным бозе-конденсатом и обычным лазерным состоянием.

Верхняя и нижняя поляритонные энергии уменьшаются по мере того, как перестраивается экситонная энергия с помощью механического давления, проходя при этом через фотонный резонанс в микрорезонаторе.

и, как результат этого, когерентное излучение скачком сдвигается в сторону резонаторной фотонной моды (из работы [64], см. также [63]). Результирующий деформационный сдвиг энергии поляритонного бозе-конденсата происходит в том же направлении и на таких же масштабах, на которых сдвигается энергия собственно экситонного состояния. Это непосредственно демонстрирует, что экситонная компонента поляризуемости сильно вовлечена в формирование когерентности конденсата. В противоположность этому в обычном лазерном состоянии когерентное излучение происходит на частоте фотонной моды, которая не испытывает заметного сдвига под действием деформации (рис. 6.20).

6.2.10. Заключение

Исследования экситонных поляритонов в микрорезонаторах и их бозе-конденсации в настоящее время переживают свой ренессанс и пребывают в самом пике активности. К числу явлений, привлекающих наибольший интерес, относится сверхтекучесть экситон-поляритонной жидкости. Явление сверхтекучести, как известно, предполагает существование линейного закона дисперсии коллективной звуковой моды, так называемой боголюбовской моды. Согласно феноменологическому критерию Ландау в этом случае критическая скорость оказывается конечной: $v_c = \min [\varepsilon(p)/p] \neq 0$.

Недавно в экспериментах стенфордовской группы установлено [35], что вследствие поляритон-поляритонного взаимодействия с ростом плотности спектр возбуждений экситонных поляритонов перенормируется и становится линейным в области волновых векторов вплоть до нескольких обратных микрон. На существование линейного закона дисперсии взаимодействующих поляритонов в условиях резонансного фотовозбуждения ранее указывали расчеты авторов работы [34]. Первые эксперименты с экситон-поляритонными пакетами [65, 66], распространяющимися со скоростью $v < v_c$ ($v_c \cong 10^6$ см/с в случае экситонных поляритонов в GaAs/AlGaAs-микрорезонаторах), продемонстрировали бездиссипативное течение поляритонной жидкости через искусственно приготовленную преграду («мелкий» дефект) размером несколько мкм.

В то же время для экситон-поляритонных пакетов, движущихся через ту же преграду, но со скоростью $v > v_c$ наблюдался аналог эффекта Черенкова — появление фронтов ударных, «сверхзвуковых волн», рассеянных тем же дефектом. Численное моделирование этих экспериментов с использованием уравнения Гросса—Питаевского продемонстрировало хорошее согласие с наблюдениями [65, 66].

Несомненно, эксперименты в этом направлении будут продолжаться наряду с изучением явлений, непосредственно связанных с сильной неравновесностью экситон-поляритонных бозе-конденсатов, таких как нелинейные возбуждения в квазиодномерных конденсатах [67], или возбуждение «черных дыр» в спиновых конденсатах [68].

С чисто экспериментальной точки зрения гораздо проще исследовать стационарное состояние экситон-поляритонного конденсата по сравнению с исследованием его пространственно-временной эволюции и динамики. Тем не менее, в последние годы появилось значительное число публикаций, связанных с изучением бездиссипативного, незагущающего транспорта конденсата экситонных поляритонов комбинированными средствами пространственной и времяразрешенной спектроскопии. Быстрый прогресс в совершенствовании технологических методов роста высококачественных полупроводниковых структур с микрорезонаторами высокой добротности, наряду с развитием самой экспериментальной техники измерений, позволяют надеяться на обнаружение в обозримом будущем спиновой поляритонной сверхтекучести наряду с другими эффектами, связанными со спиновой природой экситонного поляритона, которые в данный момент даже трудно предугадать.

Создание новых структур высокого качества, в которых времена жизни экситонных поляритонов составляют несколько десятков пикосекунд, позволяют детально исследовать эффекты локализации — слабой (андерсоновского типа) и сильной локализации на флуктуациях хаотического, крупномасштабного потенциала. Другое интересное направление исследований связано с периодически модулированными структурами, в которых пространственная модуляция реализуется с помощью акустических волн (деформационных и поляризационных). В таких структурах можно ожидать совершенно новый класс явлений, например таких, как высокочастотные блоховские осцилляции, а также, в условиях слабой связи между конденсатами, — оптический аналог джозефсоновских осцилляций.

В экспериментах с экситонными поляритонами в микрорезонаторах пока в основном используется оптический способ возбуждения. Однако уже сейчас виден заметный прогресс в области, связанной с электрической инжекцией экситон-поляритонных возбуждений в полупроводниковых микрорезонаторах [69—71]. Электрическая инжекция открывает целую область возможных практических приложений, таких как низкопороговые когерентные световые источники, оптические транзисторы, в которых один световой луч модулирует другой, а также излучатели с перепутанными парами фотонов. Перечисленные области исследований, несомненно, найдут свои приложения в информационных технологиях.

Пока в качестве объектов экситонной поляритоники в микрорезонаторах в основном используются полупроводники (III—V, II—VI гетероструктуры). Однако большой потенциал возможностей содержат органические материалы. В органических кристаллах дипольно-разрешенные экситоны имеют малый радиус (так называемые экситоны Френкеля) и обладают большими силами осцилляторов, на много порядков превосходящими силы осцилляторов водородоподобных экситонов в полупроводниках. Поэтому в органических системах в принципе легче обеспечить сильную экситон-фотонную связь, а также в таких структурах можно реализовать более широкий динамический диапазон экситон-поляритонных плотностей, по сравнению с полупроводниковыми системами.

Нет причин сомневаться, что данная область физики конденсированных сред еще долго будет радовать своими, подчас не предсказуемыми, сюрпризами. Основные, самые современные достижения в этой области интересующийся читатель может найти в коллективной монографии [75]. Можно с большой степенью уверенности также предполагать, что в ближайшее время будет открыта следующая страница, связанная с плазменными поляритонами в микрорезонаторах и их многочисленными приложениями в микроволновой области спектра.

Литература к разделу 6.2

1. **Legget A.J.** Quantum Liquids: Bose-Condensation and Cooper Pairing in Condensed Matter Systems // Oxford U. Press, New York (2006).
2. **Griffin A.** Excitations in a Bose-Condensed Liquid // Cambridge U. Press, Cambridge, UK (1993).
3. **Pitaevskii L., Stringari S.** Bose-Einstein Condensation // Oxford U. Press, New York (2003).
4. **Kasprzak J. et al.** // Nature 443. 409 (2006).
5. **Пекар С.И.** // ЖЭТФ 33, 1022 (1957); S.I. Pekar, Sov. Phys. JETP 6. 785 (1958).
6. **Hopfield J.J.** // Phys. Rev. 112.1555 (1958).
7. **Weisbuch C. et al.** // Phys. Rev. Lett., 69. 3314 (1992).
8. **Rabi I.I.** // Phys. Rep. 51. 652 (1937).
9. **Skolnick M.S. et al.** // Proceedings of 24th Intern. Conf. on Phys. Semic. Jerusalem, August 2—7, 1998, Editor D. Gershoni. P. 25.
10. **Stevenson R.M. et al.** // Phys. Rev. Lett. 85. 3680 (2000).
11. **Baumberg J.J., et al.** // Phys. Rev. B 62. R16247 (2000).
12. Houdr'e R., Weisbuch C., Stanley R.P., Oesterle U., Ilegems M. Phys. Rev. Lett. 85, 2793 (2000).
13. **Tartakovskii A.I. et al.** // Phys. Rev. B 65. 081308 (2002).
14. **Krizhanovskii D.N. et al.** // Phys. Rev. B 66. 165329 (2002).
15. **Butt'e R. et al.** // Phys. Rev. B 68. 115325 (2003).

16. **Gippius N.A. et al.** // EPL (Europhysics Letters) 67, 997 (2004).
17. **Baas A. et al.** // Phys. Rev. Lett. 96, 176401 (2006).
18. **Sanvitto D. et al.** // Phys. Rev. B 73, 241308 (2006).
19. **Krizhanovskii D.N. et al.** // Phys. Rev. Lett. 97, 097402 (2006).
20. **Krizhanovskii D.N. et al.** // Phys. Rev. B 77, 115336 (2008).
21. **Ballarini D. et al.** // Phys. Rev. Lett. 102, 056402 (2009).
22. **Savvidis P.G. et al.** // Phys. Rev. B 62, R13278 (2000).
23. **Huang R. et al.** // Phys. Rev. B 62, 13076 (2000).
25. **Erland J. et al.** // Physica Status Solidi (b) 221, 115 (2000).
26. **Messin G. et al.** // Phys. Rev. Lett. 87, 127403 (2001).
27. **Saba M. et al.** // Nature 414, 731 (2001).
28. **Savvidis P.G. et al.** // Phys. Rev. B 64, 075311 (2001).
29. **Huynh A. et al.** // Phys. Rev. Lett. 90, 106401 (2003).
30. **Diederichs C. et al.** // Nature 440, 904 (2006).
31. **Demenev A.A., Schekin A.A., Larionov A.V. et al.** // Phys. Rev.Lett., 101, 136401 (2008).
32. **Sarkar D., Gavrilov S.S., Sich M. et al. et al.** // Phys. Rev. Lett., 105, 216402 (2010).
33. **Гаврилов С.С., Бричкин А.С., Дородный А.А. и др.** // Письма в ЖЭТФ 92, 194 (2010).
34. **Carusotto I and Ciuti C.** // Phys. Rev. Lett. 93, 166401 (2004).
35. **Ustunomiya S. et al.** // Nat.Phys. 4, 700 (2008).
36. **Kulakovskii V.D.** et al., (to be published).
37. **Balili R. et al.** // Science 316, 1007 (2007).
38. **Love A.P.D. et al.** // Phys. Rev. Lett. 101, 067404 (2008).
39. **Penrose O., Onsager L.** // Phys. Rev. 104, 576 (1956).
40. **Beliaev S.T.** // Sov. Phys. JETP (1958).
41. **Yang C.N.** // Rev. Mod. Phys. 34, 694 (1962).
42. **Glauber R.J.** // Phys. Rev. 130, 2529 (1963).
43. **Richard M.J., Kasprzak J., Romestain R., Andre A., Dang L.S.** // Phys. Rev. Let. 94,187401 (2005).
44. **R. Hanbury Brown and R.Q. Twiss** // Nature (London) 178, 1046 (1956).
45. **Deng Y.G. et al.** // Science 298, 199 (2002).
46. **Kasprzak J. et al.** // Phys. Rev.Lett. 100, 067402 (2008).
47. **Kasprzak J. et al.** // Phys. Rev. B 75, 045336 (2007).
48. **Ivchenko E.L., Pikus G.E.** Superlattices and Other Heterostructures — Symmetry and Optical Phenomena. Springer Series in Solid-State Sciences 110, Springer-Verlag Berlin-Heidelberg 1995.
49. **Gorbunov A.V., Timofeev V.B.** // JETP Lett. 87, 698 (2008).
50. **Rubo Y.G., Kavokin A.V., Shelykh I.A.** // Phys. Lett. A358, 227 (2006).
51. **Larionov A.V., Kulakovskii V.D., Hofling S. et al.** // Phys. Rev. Lett., 105, 256401 (2010).
52. **Gippius N.A., Shelykh I.A., Solnyshkov D.D., Gavrilov S.S. et al.** // Phys. Rev. Lett. 98, 236401 (2007).
53. **Paraïso T.K., Wouters M., Léger Y. et al.** // Nature Materials 9, 655 (2010).
54. **Abo-Shaeer J.R., Raman C., Vogels J.M. et al.** // Science, 292, 476 (2001).
55. **Lagoudakis K.G. et al.** // Nature Physics 4, 706 (2008).

56. **Sanvitto D., Marchetti F.M. et al.** // Nature Phys., 6, 527 (2010).
57. **Volovik E.& Mineev V.P.** // JETP Lett. 24 561—563 (1976).
58. **Cross M.C.& Brinkmann W.F.** // J.Low Temp. Phys., 5—6, 683 (1977).
59. **Salomaa M. , Volovik G.E.** // Rev. Mod. Phys. 59, 533 (1987).
60. **Kirtley J.R. et al.** // Phys. Rev. Lett. 76, 1336 (1996).
61. **Rubo Y.G.** // Phys. Rev. Lett. 99, 106401 (2007).
62. **Lagoudakis K.G. et al.** // Science 326, 974 (2009).
63. **Snoke D., Littlwood P.** // Physics Today, August 2010, p.42.
64. **Balili R. et al.** // Phys. Rev. B 79, 075319 (2009).
65. **Amo A., Sanvitto D., Laussy F.P. et al.** // Nature 457, 291 (2009).
66. **Amo A., Lefrère J., Pigeon S. et al.** // Nature Phys. 5, 805 (2009).
67. **Cuevas J., Rodrigues A.S., Carretero-Gonzalez R. et al.** // arXiv:1102.2209v1 (2011).
68. **Solnyshkov D.D., Flayac H., Malpuech G.** // arXiv:1104.3013v1 (2011).
69. **Bajoni D., Semenova E., Lemaître A., et al.** // Phys. Rev. B 77, 113303 (2008).
70. **Khalifa A.A., Love A.P.D., Krizhanovskii D.N. et al.** // Appl. Phys. Lett. 92, 061107 (2008).
71. **Tsintzos S.I., Pelekanos N.T., Konstantinidis G. et al.** // Nature 453, 372 (2008).
72. **Толпыго К.Б.** // ЖЭТФ, 20, 497 (1950).
73. **Huang K.** // Proc. Royal Soc. London A, 206, 352 (1951).
74. **Max Born and Kun Huang.** Dynamical Theory of Crystal Lattice», Oxford at the Clarendon Press, 1954 (М. Борн и Хуан Кун. Динамическая теория кристаллических решеток. Оксфорд: Издательство Кларендон: перевод 1956 г.).
75. **Exciton Polariton in Microcavities: New Frontiers,** Springer Series in Solid State Sciences 172, Editors Daniele Sanvitto and Vladislav Timofeev, Springer-Verlag Berlin Hiedelberg. 2012.

В КАЧЕСТВЕ ЗАКЛЮЧЕНИЯ К ЦИКЛУ ЛЕКЦИЙ

Завершая настоящий цикл лекций, я хотел бы привести известную парадигму, приписываемую Уильяму Шоккли (William Shockly) — одному из первооткрывателей полупроводникового транзистора, которая звучит примерно так: научный успех пропорционален факториалу от числа концепций (идей), которыми исследователь оперирует одновременно (не просто сумме, а факториалу!). Новизна, качество и число проверенных концепций, а также сама производная в обсуждаемой области физики конденсированного состояния вещества впечатляют, поэтому можно с уверенностью утверждать, что фундаментальные исследования электронных корреляций в квантово-размерных полупроводниковых системах и наноструктурах преподнесут еще много интересных и, главное, неожиданных сюрпризов.

Вне каких либо сомнений, самое интересное нас всех, и в первую очередь, вас, читатель, — еще ждет впереди.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|-----|
| К читателю | 5 |
| От редакционной коллегии | 6 |
| Предисловие автора | 8 |
| Список основных обозначений | 11 |
| Введение к циклу лекций | 13 |
| <i>Лекция 1</i> | |
| 1.1. Целочисленный квантовый эффект Холла | 17 |
| <i>Лекция 2</i> | |
| 2.1. Дробный квантовый эффект Холла | 37 |
| 2.2. Вигнеровский кристалл | 51 |
| <i>Лекция 3</i> | |
| 3.1. Композитные фермионы | 61 |
| <i>Лекция 4</i> | |
| 4.1. Экзотический спиновый порядок в режиме квантового эффекта Холла. Скирмионы | 77 |
| 4.2. Графен и его уникальные электронные свойства | 87 |
| <i>Лекция 5</i> | |
| 5.1. Топологические изоляторы и квантовый спиновый эффект Холла | 101 |
| <i>Лекция 6</i> | |
| 6.1. Бозе—эйнштейновская конденсация диполярных экситонов в латеральных ловушках | 109 |
| 6.2. Бозе-конденсация экситонных поляритонов в микрорезонаторах | 129 |
| В качестве заключения к циклу лекций | 166 |

Учебное издание

Тимофеев Владислав Борисович

**ВОЗБУЖДЕНИЯ В ДВУМЕРНЫХ СИЛЬНО КОРРЕЛИРОВАННЫХ
ЭЛЕКТРОННЫХ И ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНЫХ СИСТЕМАХ**

Курс лекций

Редактор *Л.Т. Васильева*

Художественный редактор *А.Ю. Землеруб*

Технический редактор *Т.А. Дворецкова*

Компьютерная верстка *В.В. Пак*

Подписано в печать с оригинала-макета ???.???.14 Формат 60×90/16

Бумага офсетная

Гарнитура Таймс

Печать офсетная

Усл. печ. л. 10,0

Усл. кр.-отт. 11,0

Уч.-изд.л. 9,5

Тираж ??? экз.

Заказ

ЗАО «Издательский дом МЭИ», 111250, Москва, ул. Красноказарменная, д. 14А,

тел/факс: (499) 654-0774, адрес в Интернет: <http://www.idmei.ru>,

электронная почта: info@idmei.ru

Отпечатано в Академиздатцентре «Наука» РАН, 117864, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 90