

Российский Национальный комитет
по теоретической и прикладной механике
Научный совет РАН по механике деформируемого твердого тела
Российский фонд фундаментальных исследований
Южный федеральный университет
Научно-исследовательский институт
механики и прикладной математики им. Воровича И.И.
Южный научный центр РАН

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ XIII МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

г. Ростов-на-Дону, 12-15 октября 2009 г.

Издательство ЮФУ
Ростов-на-Дону
2009

ББК В 25

Ответственный редактор

д.ф-м.н., профессор А.В. Белоконь

Современные проблемы механики сплошной среды. Тезисы докладов XIII международной конференции, г. Ростов-на-Дону, 12-15 октября 2009г.. Ростов-на-Дону. Издательство ООО «ЦВВР». 2009г., 60 стр.

ISBN 5-94153-035-8

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на XIII Международную конференцию «Современные проблемы механики сплошной среды», (Ростов-на-Дону, 12-15 октября 2009 г.)

Научная программа конференции включает разнообразные актуальные разделы механики сплошной среды: математические проблемы механики сплошной среды, математические модели в механике разрушения, устойчивость и колебания тонкостенных конструкций, связанные физико-механические поля в механике сплошной среды, смешанные задачи механики сплошной среды, вычислительная механика и др.

Программный комитет

Александров В.М., Бабешко В.А., Баженов В.Г., Белоконь А.В. (председатель), Ватульян А.О. Гринченко В.Т., Зубов Л.М., Индейцев Д.А., Колесников В.И., Манжиров А.В., Морозов Н.Ф., Наседкин А.В., Победря Б.Е., Попов Г.А., Саркисян В.С., Улитко А.Ф., Устинов Ю.А., Чебаков М.И., Черный Г.Г., Юдин А.С.

Организационный комитет

Ватульян А.О., Жуков М.Ю., Карякин М.И., Сафроненко В.Г., Чебаков М.И., Юдин А.С., Юдина Л.М.

Тезисы докладов публикуются с файлов-оригиналов, представленных авторами в оргкомитет конференции.

ISBN 5-94153-035-8

XIII Международная конференция «Современные проблемы механики сплошной среды» (Ростов-на-Дону, 12-15 октября 2009г.) поддержана Российским фондом фундаментальных исследований

© НИИ механики и прикладной математики им. Воровича И.И. ЮФУ, 2009г.

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

**ФИЗИЧЕСКИЙ МЕХАНИЗМ СПИРАЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ В
КРОВЕНОСНОМ СОСУДЕ**

Батищев В.А.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия
batish@math.rsu.ru*

Изучен один из физических механизмов возникновения закрученных потоков жидкости в крупных кровеносных сосудах человека и животных. В конце прошлого столетия обнаружено винтовое течение крови в артериальных сосудах. Это открытие подробно описано в работе [1]. В [2,3] описан один из механизмов возникновения винтовых течений, однако в этой модели закрученный поток жидкости локализован в пограничном слое вблизи стенок сосудов. В то же время эксперименты показали, что винтовое течение крови сосредоточено в окрестности оси цилиндрического сосуда.

В докладе показано, что в потоке жидкости в цилиндрической области, ограниченной тонкой упругой оболочкой, возникает два семейства спиральных осесимметричных бегущих волн. Одно семейство волн локализовано вблизи оси цилиндра, а другое – в пограничном слое вблизи стенки сосуда. Модель основана на уравнениях Навье-Стокса и уравнениях тонкой упругой цилиндрической оболочки в безмоментном приближении [2,3]. Физические параметры соответствуют крупным кровеносным сосудам собаки. Численными и асимптотическими методами показано, что в потоке жидкости малой вязкости в критическом слое вблизи оси цилиндра возникает счетное число спиральных волн. Декременты затухания этих волн уменьшаются, а фазовые скорости и их длины увеличиваются при увеличении скорости среднего стационарного потока жидкости. Рассчитана спиральная бегущая волна, локализованная в пограничном слое вблизи стенок сосуда. Эта волна имеет большую длину и затухает гораздо медленнее, чем волны в критическом слое. Найденные волны в критическом слое соответствуют результатам экспериментов по описанию «винтового» течения крови.

1. Багаев С.Н., Захаров В.А., Орлов В.А. О необходимости винтового движения крови // Российский журнал биомеханики. 2002. Т.6., № 4. С. 30-51.
2. Богаченко С.Е., Устинов Ю.А. Модель движения крови в артериальном сосуде во время систолы и анализ напряженного состояния стенки с учетом винтовой анизотропии // Российский журнал биомеханики. 2009. Т.13., № 1. С. 29-42.
3. Устинов Ю.А. Некоторые задачи для упругих цилиндрических тел с винтовой анизотропией // Успехи механики. 2008. Т.2, № 4. С. 37-62.

К ПРОБЛЕМЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ СВОЙСТВ В ЛИНЕЙНОЙ МЕХАНИКЕ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Ватульян А. О.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия
Южный математический институт, Владикавказ, Россия
vatulyan@math.rsu.ru*

Работа посвящена разработке новых методов аналитического и численного исследования обратных задач механики линейно деформируемых тел об определении характеристик тел с неоднородностями различного типа (локализованными или непрерывными) на основе измерения полевых функций (смещений, температуры, потенциала) либо внутри, либо на границе исследуемого тела. Предлагается использовать слабые формулировки для общих эллиптических задач с параметром, что позволит с единых позиций подойти к исследованию подобных задач как для упругих и вязкоупругих моделей, так и для связанных моделей- термоупругости и электроупругости. Проведено исследование обратных задач в двух постановках. В первой считаются известными (измеренными) полевые характеристики в объеме тела, а во второй – на части границы тела при варьировании частоты колебаний в некотором диапазоне. Такой подход позволяет формулировать простые линейные операторные соотношения для первой постановки и итерационные процессы для второй постановки без сложной процедуры линеаризации и вычисления производных Фреше нелинейных операторов, разработать новые эффективные вычислительные схемы и пакеты прикладных программ на основе представленных постановок, сочетания идей МКЭ, метода конечных разностей и методов регуляризации на этапе численной реализации, идентифицировать как слабые рассеиватели (трещины и полости малого характерного размера, геометрические неровности малой амплитуды на недоступной части границы), сильные (например, включения с характеристиками, отличающимися на несколько порядков), непрерывно распределенные неоднородности, характерные для функционально-градиентных материалов, композитов сложной структуры, биологических тканей .

ЛОКАЛЬНЫЕ ФОРМЫ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ВИНТОВОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

Викторов И.В., Товстик П.Е.

*Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
peter.tovstik@mail.ru*

Ю.А.Устинов решил ряд задач о деформации стержней и цилиндров с винтовой анизотропией, а также задач статики и динамики цилиндрических оболочек и обнаружил интересные особенности, связанные с винтовой анизотропией. В докладе рассматриваются задачи устойчивости тонкой цилиндрической оболочки, армированной системой малорастяжимых нитей, наклоненных под некоторым углом к образующим. Рассматриваются три задачи устойчивости – при осевом сжатии, при внешнем давлении и при кручении. При этом ограничиваемся задачами, к которым применим метод локальной потери устойчивости, заключающийся в том, что граничные условия на краях оболочки игнорируются.

Полученные результаты применимы для длинных цилиндрических оболочек. По-видимому, они применимы и для оболочек средней длины в случае осевого сжатия. В слу-

чаях внешнего давления и кручения для оболочек средней длины эти результаты можно использовать лишь для грубых оценок, ибо даже для изотропной оболочки зависимость критической нагрузки от граничных условий является существенной. В то же время точное удовлетворение граничных условий представляет определенные технические трудности, о которых можно судить по задаче об устойчивости изотропной цилиндрической оболочки при кручении.

Обсуждаются особенности, которые вносит винтовая анизотропия по сравнению с оболочками из изотропного или ортотропного материала.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 07.01.00250а).

ПОЛУОБРАТНЫЙ МЕТОД В НЕЛИНЕЙНОЙ СТАТИКЕ МИКРОПОЛЯРНЫХ ТЕЛ

Зеленина А.А.¹, Зубов Л.М.².

¹*Ростовский государственный университет путей сообщения, Россия
a.zelenina@gmail.com*

²*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия
zubov@math.rsu.ru*

Найдены семейства конечных деформаций упругого континуума Коссера, на которых система уравнений равновесия сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Этими семействами можно описать раздувание, кручение и растяжение полого кругового цилиндра, изгиб прямоугольного параллелепипеда, выпрямление сектора кругового цилиндра, выворачивание полого цилиндра, осевой сдвиг цилиндрической трубы, а также различные комбинации перечисленных типов деформации. При помощи указанных семейств деформации построены точные решения ряда задач об изгибе и кручении микрополярных тел для модели физически линейного материала.

МЕХАНИКА НАРАЩИВАЕМЫХ ТЕЛ: СТАРЫЕ ОШИБКИ И НОВЫЙ ПОДХОД

Манжиров А.В.

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, г.Москва, Россия
manzh@ipmnet.ru*

В работе впервые представлена полностью обоснованная система уравнений механики наращиваемых тел. Рассмотрена кинематика растущего тела и его сложная геометрия. Отмечено, что непрерывно наращиваемое тело является телом с непрерывно распределенными дисклинациями и дислокациями, обсуждается проблема отсчетных конфигураций и остаточных напряжений в таких телах. Строятся теории деформаций и напряжений.

Под непрерывно наращиваемым телом в общем случае понимается трехмерное деформируемое твердое тело, к поверхности которого непрерывно присоединяются двумерные деформируемые математические поверхности. Анализ процесса наращивания показывает, что основные уравнения целесообразно записывать в приращениях, в том числе условие на поверхности роста. Для формулировки условия на поверхности роста в каждом конкретном случае нужно решать краевую задачу, впервые сформулированную в данной ра-

боте. Она выражает условие полного контакта математической поверхности с трехмерным телом. Впервые получен простейший вариант этого условия в явном виде.

Сформулирован ряд актуальных проблем окончательно сформировавшейся теории, обсуждены возможности ее широкого использования при моделировании разнообразных инженерных, технологических и природных процессов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №08-01-00553-а, №08-01-91302-ИНД\а, 09-08-01180-а), Программы ОЭМПУ РАН №ОЭ-13, а также Гранта Президента Российской Федерации по государственной поддержке ведущих научных школ №НШ-169.2008.1.

КОРРЕКТИРОВКА ЗДАНИЙ В ПРОСТРАНСТВЕ И АСПЕКТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ОБОЛОЧЕЧНЫХ ДОМКРАТОВ

Юдин А.С.¹, Кутасов И.А.²

¹ *НИИМиПМ Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия*

² *НПО «ИНТЕРБИОТЕХ», Ростов-на-Дону, Россия*

Неравномерные деформации грунтового основания строящихся и эксплуатируемых зданий и связанные с ними последствия являются серьезной проблемой. Например, в России и странах СНГ в аварийном состоянии находятся свыше 3000 объектов, в Польше – более 500. Значительное количество жилых зданий и памятников архитектуры нуждаются в восстановлении эксплуатационной надежности в Германии, Франции, Италии, Чехии, Бразилии, США и других странах. Разработан ряд методов, которые нашли применение в отечественной практике искусственного регулирования положений зданий в пространстве. К ним относятся выбуривание, выравнивающие песочницы, регулируемое замачивание основания и пр. Перечисленные методы имеют ряд недостатков в технологических решениях их применения. Это – высокая стоимость оборудования, неконтролируемость процесса выравнивания здания и т.п. Поэтому широкое практическое применение нашел метод выравнивания при помощи домкратов. Для этих целей используют как поршневые, так и плоские домкраты, работающие по принципу сиффона. Поршневые домкраты применяются, в основном, для корректировки зданий малой этажности (до пяти этажей). Большая масса этих домкратов и большое рабочее давление, порядка 70 МПа практически неприемлемы для геометрической корректировки зданий большой этажности (шестнадцать этажей и выше). Плоские домкраты, выполненные в виде торовых оболочек, сопряженных с пластинами, обладают большой площадью контакта с опорной поверхностью, низким удельным давлением текучей среды в полости, высокой грузоподъемностью, хорошими амортизирующими и демпфирующими свойствами, небольшой массой и простой конструкции. В НПО «Интербиотех» такие домкраты используются на протяжении десяти лет. Накоплен практический опыт их применения. Однако характер их работы не был теоретически исследован, а необходимость этого важна для разработки конструкций домкратов с разными характеристиками. В связи с этим реализованы некоторые расчетные схемы и математические модели оболочек плоских домкратов, частично представленные в секционных докладах авторов.

СЕКЦИЯ 1

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ТРЕЩИНЫ В ВЯЗКОУПРУГОЙ ОРТОТРОПНОЙ ПОЛОСЕ

Азарова П.А., Явруян О.В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

polina_azarova86@mail.ru, bulgurian@km.ru

Рассмотрена задача о колебаниях ортотропной вязкоупругой полосы, жестко защемленной на нижней границе, ослабленной внутренней трещиной. Колебания вызываются нормальной сосредоточенной нагрузкой, приложенной на верхней границе полосы. Предполагается, что в процессе колебаний берега трещины не взаимодействуют друг с другом. Свойства вязкоупругого материала учтены в рамках принципа соответствия. Построены интегральные представления фундаментальных решений. На основании теоремы взаимности получены интегральные представления полей перемещений точек полосы, в частности на верхней границе полосы. Составлена система граничных интегральных уравнений относительно неизвестных функций раскрытия трещины, после определения которых вычисляются поля перемещений точек полосы. Данная система решена численно при помощи метода граничных элементов.

В рамках такой модели исследована обратная геометрическая задача идентификации параметров трещины по известным полям перемещений на части верхней границы, решение которой сведено к минимизации функционала невязки. Минимизация функционала осуществлена с помощью генетического алгоритма.

Представлены результаты вычислительных экспериментов, оценено влияние затухания на процедуру определения параметров наклонной прямолинейной трещины.

ВНЕДРЕНИЕ СФЕРИЧЕСКОГО ИНДЕНТОРА В ФУНКЦИОНАЛЬНО- ГРАДИЕНТНОЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВО, МОДУЛЬ ЮНГА И КОЭФФИЦИЕНТ ПУАССОНА КОТОРОГО ИЗМЕНЯЮТСЯ НЕЗАВИСИМО.

Айзикович С.М.¹, Кренев Л.И.¹, Селезнев М.Г.²

¹ Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия

aiz@math.rsu.ru

² Ростовский государственный строительный университет, Ростов-на-Дону, Россия

В работе рассматривается задача о внедрении в функционально – градиентное упругое полупространство осесимметричного штампа. Предполагается, что штамп является телом вращения, подошва которого имеет сферическую форму, а контакт между штампом и неоднородным слоем гладкий. Механические свойства (модуль Юнга и коэффициент Пуассона) функционально-градиентного покрытия непрерывно изменяются в приповерхностном слое.

При решении контактной задачи используется двухсторонний асимптотический метод, разработанный Айзиковичем С.М. [1-2]. В основе метода лежит численное построение трансформанты ядра парного интегрального уравнения, к которому сводится задача о внедрении параболического штампа в неоднородный по глубине слой. Затем

трансформанта ядра интегрального уравнения аппроксимируется дробно-рациональным выражением. Решение интегрального уравнения с аппроксимированным ядром строится аналитически. Таким образом, удается получить решение в виде, удобном для аналитического исследования различных эффектов, связанных с неоднородностью.

В численном эксперименте анализируется взаимовлияние непрерывно изменяющихся по глубине модуля Юнга и коэффициента Пуассона на напряженно-деформированное состояние покрытия и подложки при внедрении сферического индентора.

1. Айзикович С.М., Кренев Л.И., Трубчик И.С. Асимптотическое решение задачи о внедрении сферического индентора в неоднородное по глубине полупространство // Изв. РАН, МТТ. 2000. N 5. С. 107-117.
2. Айзикович С.М., Александров В.М., Белоконь А.В., Трубчик И.С., Кренев Л.И. Контактные задачи теории упругости для неоднородных сред. М.: Физматлит, 2006. 240с.

РАВНОВЕСИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОГО ЦИЛИНДРА ПРИ НАЛИЧИИ ПАДАЮЩЕГО УЧАСТКА ДИАГРАММЫ НАГРУЖЕНИЯ

Александрин М.В., Карякин М.И.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

В работе рассматривается растяжение нелинейно-упругого цилиндра, боковая поверхность которого свободна от напряжений, а граничные условия на торцах соответствуют жесткому нагружающему устройству: задано продольное смещение, при этом касательные напряжения отсутствуют.

С использованием общей модели материала Блейтца и Ко решена задача о возможности существования падающего участка диаграммы нагружения, наличие которого может означать начало образования шейки в растягиваемом образце. Построена область существования падающего участка на плоскости материальных параметров, получена зависимость от этих параметров критического коэффициента удлинения цилиндра.

Проведено исследование устойчивости полученных решений, соответствующих падающему участку. В качестве метода исследования была выбрана линеаризация уравнений равновесия в окрестности полученного решения, при этом под потерей устойчивости понималось появление нетривиальных решений линейной однородной краевой задачи. В случае упрощенного варианта модели материала ее решение в виде функций Бесселя первого рода удалось построить аналитически. В общем случае вопрос о существовании нетривиальных решений линейной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений исследовался численно. Показано, что в начале падающего участка существует малый его отрезок, на котором цилиндр ведет себя устойчиво. Проведены расчеты длины области устойчивости на падающем участке в зависимости от геометрических параметров и механических характеристик материала.

Дано сравнение результатов моделирования растяжения цилиндра на основе полуобратного метода с прямыми численными исследованиями методом конечных элементов в пакете "ANSYS".

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЬЕЗОАКТИВНЫХ ДАТЧИКОВ ДЕФОРМАЦИИ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЛНОВОГО ПОЛЯ НА ПОВЕРХНОСТИ СРЕДЫ, ОСЛАБЛЕННОЙ ТРЕЩИНОЙ

Анджикович И.Е., Пузанов Ю.Е., Зайцева И.А.

НИИМлПМ Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия

Представлены результаты экспериментальных исследований на основе использования миниатюрных датчиков динамической деформации генераторного типа. Основу датчика составляет сегнетоэлектрическая плёнка $\text{Pb}(\text{Zr,Ti})\text{O}_3$ (PZT) толщиной 20 нм, нанесённая на подложку из металлической фольги (1X18H9T) толщиной 40 мкм. Толщина сегнетоэлектрической плёнки 20 нм. Область возможного применения датчиков – мониторинг напряженного состояния инженерных объектов, мониторинг сложных механических систем, диагностика ударных и взрывных процессов, акустическая эмиссия, регистрация пульсовой волны в медицине, пассивная эхолокация в акустическом диапазоне, регистрация и мониторинг вибраций и сейсмических возмущений. Особенностью используемых датчиков является то, что в отличие от акселерометров, они регистрируют не ускорение, а деформацию среды. Это обуславливает необходимость коренного пересмотра методов и подходов к экспериментальному исследованию динамических процессов в среде. Приведены результаты сравнительного анализа экспериментальных исследований динамических процессов с помощью данных датчиков, акселерометров и интерферометра

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИИ РОГОВИЦЫ НА ПОКАЗАТЕЛИ ВНУТРИГЛАЗНОГО ДАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Бауэр С.М.¹, Воронкова Е.Б.¹, Качанов А.Б.², Семенов Б.Н.¹, Типясев А.С.¹

¹ *Санкт-Петербургский государственный университет, Россия*

² *Санкт-Петербургский филиал ФГУ МНТК «Микрохирургия глаза» Россоцздрава, Россия
s_bauer@mail.ru*

При апплатационном методе измерения внутриглазного давления роговица – внешняя оболочка глаза – деформируется грузом с плоским основанием. По диаметру образованной зоны контакта (метод Маклакова) или по величине нагрузки при заданной зоне контакта груза и роговицы (метод Гольдмана) определяют внутриглазное давление.

В работе предлагаются два подхода к моделированию апплатационных методов. Первый основан на теории мягких оболочек, а второй на конечно-элементном анализе трехмерных задач теории упругости.

В рамках первого подхода рассмотрена задача контактного взаимодействия жесткого плоского штампа с мягкой оболочкой, заполненной несжимаемой жидкостью. Оболочка до контакта со штампом имеет форму двух соединенных сегментов эллипсоидов вращения.

Для учета особенностей строения роговицы глаза (анизотропии, переменной толщины) построена трехмерная конечно-элементная модель задачи в программном пакете ANSYS10.

Расчеты по аналитической и конечно-элементной моделям показывают, что теория мягких безмоментных оболочек достаточно точно описывает чувствительность показате-

лей внутриглазного давления к кривизне роговицы и к возможным отклонениям формы роговицы от сферической. Учет кривизны роговицы оказывает большее влияние на величину истинного давления, чем учет отклонения формы склеры от сферической. Погрешность результатов при учете кривизны роговицы достигала от 3% до 20%.

Проведено сравнение показателей внутриглазного давления, полученных различными методами (Маклакова и Гольдмана) на одном и том же глазу у группы соматически здоровых пациентов, с данными математического моделирования. Для статистической обработки учитывалось значения толщины роговицы в центральной зоне.

Большая чувствительность показателей внутриглазного давления, полученных методом Гольдмана по сравнению с методом Маклакова, может быть объяснена меньшей зоной контакта груза и оболочки (при равных значениях внутриглазного давления), и, следовательно, большей долей усилий, идущих на изгибные деформации.

При операциях по коррекции зрения изменяется толщина и форма роговицы. Расчеты, проведенные по трехмерной модели, показывают, что после операций показатели внутриглазного давления уменьшаются за счет уменьшения изгибной жесткости роговицы. При большей глубине удаляемого слоя роговицы возможно нарушение контакта роговицы с тонометром.

Результаты расчетов по конечно-элементной модели согласуются с клиническими данными об уменьшении показателей внутриглазного давления после операций по коррекции зрения.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 09-01-00140.

ДИНАМИЧЕСКАЯ ЖЕСТКОСТЬ ФУНКЦИОНАЛЬНО ГРАДИЕНТНЫХ СРЕД

Белянкова Т.И.

*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону, Россия
belyankova@mmbi.krinc.ru*

Современная технология создания новых материалов с заданными свойствами обуславливает необходимость заранее представлять, какую структуру должен иметь создаваемый материал с тем, чтобы обладать требуемыми свойствами. Решение проблемы опирается на эффективное моделирование неоднородных материалов, которое, в свою очередь, базируется на разработке действенных методов численного восстановления функции Грина неоднородной, в общем случае с произвольно изменяющимися по толщине свойствами, среды. Для численного построения функции Грина среды предложена и реализована модификация двухточечной схемы. В основе подхода лежит сведение краевой задачи к системе задач Коши относительно естественных комбинаций производных компонент вектора перемещений – компонент тензора напряжений, что позволяет существенно расширить класс функций, определяющих закон изменения механических параметров неоднородной среды, и рассматривать материалы с сильной градиентностью. Тем самым открылась возможность эффективного моделирования широкого класса функционально градиентных и структурно неоднородных сред с целью прогнозирования их динамического поведения и оптимизации структуры.

ОСОБЕННОСТИ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ НЕОДНОРОДНЫХ КЛИНОВИДНЫХ ОБЛАСТЕЙ

Беркович В.Н.

*Московский государственный университет технологий и управления
(Ростовский филиал), Россия*

В докладе представлены результаты исследования характера концентрации напряжений в окрестности угловой точки неоднородно-упругой клиновидной среды, механические характеристики которой являются функциями только угловой координаты. На основе применения методов граничных интегральных уравнений (ГИУ) и метода Бубнова-Галеркина получены уравнения для определения показателя концентрации $0 < \gamma < 1$ в вершине клина при различных условиях нагружения его граней. Установлено, что в отличие от однородной среды, этот показатель существенно зависит не только от угла её раствора, но и от характера распределения упругих свойств материала в окрестности угловой точки. Для случая кусочно-однородной клиновидной среды приведены некоторые результаты численного анализа.

ДВУКРАТНОЕ ПЕРЕОТРАЖЕНИЕ УПРУГИХ ВОЛН НА ГРАНИЧНЫХ КОНТУРАХ ПРЕПЯТСТВИЙ С УЧЕТОМ ИХ ВОЗМОЖНЫХ ТРАНСФОРМАЦИЙ

Боев Н.В.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия
boyev@math.rsu.ru*

Исследовано двукратное переотражение упругих волн на плоских граничных контурах препятствий с учетом всех возможных их трансформаций. В рамках геометрической теории дифракции асимптотической оценкой дифракционных интегралов Кирхгофа методом двумерной стационарной фазы получены явные выражения главного члена асимптотики перемещений в двукратно отраженной упругой волне.

УПРАВЛЕНИЕ СВОЙСТВАМИ КЕРАМИЧЕСКИХ МАСС ВВЕДЕНИЕМ ДОБАВОК УГЛЕОТХОДОВ

Буравчук Н.И., Гурьянова О.В., Окороков Е.П., Павлова Л.Н.

*НИИМхПМ Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия
burav@math.rsu.ru*

На территории Ростовской области имеются запасы глинистого легкоплавкого сырья, которое используется для изготовления стеновых керамических материалов. Химический состав глин отличается высоким содержанием кремнезема (52,0-75,0), умеренным количеством глинозема (6,3-18,9), повышенным содержанием оксидов железа (3,2-10,85) [1]. Глинистое сырье не отличается высоким качеством и для получения кирпича марок 100, 150 и выше требуется подбор шихты с введением различных по назначению добавок.

Основными недостатками таких глин является неоднородность по составу, наличие крупнозернистых включений карбонатов, запесоченность и высокое содержание пылеватых частиц, повышенная чувствительность глин к сушке. Использование такого сырья отражается на качестве кирпича: повышается хрупкость, количество и глубина трещин, снижается прочность и морозостойкость. Проблема повышения качества кирпича существует не только для Ростовской области, но и для других регионов страны.

Керамические свойства глин являются теми характерными признаками, которые определяют их пригодность и способ использования для изготовления керамических изделий [2]. Одним из направлений по улучшению керамических свойств глин и повышению качества керамических изделий является использование корректирующих добавок. Наиболее перспективными для использования в качестве корректирующих добавок для керамических масс, как с точки зрения минералогического состава, так и по объему накопления представляют отходы угледобычи (горелые шахтные породы) и золы от сжигания углей (золы ТЭС). Отходы угледобычи представляют собой обожженную породу, состоящую в основном из аргиллитов, частично песчанистых сланцев, алевролитов и примеси песчаника. По минеральному составу глинистая часть отходов представлена в основном гидрослюдами с примесью каолинита. Золы ТЭС представляют собой тонкодисперсный алюмосиликатный материал. Минеральный состав зол содержит стеклофазу, метакаолинит, включения оксидов железа, несгоревшего угля.

Зола в составе керамических масс использовались в основном как топливосодержащая добавка и добавка, улучшающая гранулометрический состав шихты и оказывающая пластифицирующий эффект. Горелые шахтные породы использовались частично как топливосодержащая и в основном как отошающая добавка, влияющая на сушильные свойства керамической массы.

В результате экспериментальных исследований определены оптимальные составы керамических масс и технологические режимы их сушки и обжига. Содержание добавок дробленых пород составляло от 13 до 20, а золы от 18 до 25 %. Чувствительность к сушке керамических масс к сушке снизилась на 29-40 % по сравнению с чувствительностью к сушке исходной глины, что повысило трещиностойкость образцов при сушке. Обожженные образцы по прочности соответствуют марке кирпича "150" и "175", по морозостойкости F35.

1. Справочник по месторождениям нерудных полезных ископаемых Ростовской области. Часть I./ Е.М. Пушкарский, О.М. Кисиленко, В.И. Белявский, А.Е. Милявский, Ю.Ф. Деев. – Ростов н/Д: Издательство Ростовского университета, 1992, 320 с.
2. Р. Грим. Минералогия и практическое использование глин. – М.: Изд-во "Мир". 1967, 510 с.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РЕЙСНЕРА-САГОЧИ ДЛЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНОГО МАТЕРИАЛА СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ.

Васильев А.С.¹, Айзикович С.М.¹, Селезнев М.Г.²

¹*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия*

²*Ростовский государственный строительный университет, Ростов-на-Дону, Россия*

Рассматривается задача о кручении круговым штампом полупространства с неоднородным упругим покрытием, градиент изменения упругих свойств которого меняет знак.

Для сведения задачи к интегральным уравнениям, используя метод интегральных преобразований Ганкеля. Задача решается аналитическими и асимптотическими методами.

Излагается метод численного построения трансформант ядер интегральных уравнений и исследуются их свойства. На основании изучения этих свойств доказывается возможность аппроксимации трансформант ядер некоторыми аналитическими выражениями. Приводятся примеры трансформант ядер интегральных уравнений для случаев, когда градиент изменения упругих свойств в покрытии меняет знак 1, 2, 4, 10-раз. Для этих случаев получено приближенное аналитическое решение задачи контактного взаимодействия.

1. Айзикович С.М.// Кручение круглым штампом неоднородного полупространства. Расчет оболочек и пластин, Ростов-на-Дону: РИСИ, 1978, 156–169.
2. Грилицкий Д.В. Кручение двухслойной упругой среды.// Прикл. механика, 1961, т.7, вып.1, 89-94.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТЕЛА С УЧЕТОМ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ

Васильев Л.М.¹, Костандов Ю.А.², Локшина Л.Я.²

*¹Институт геотехнической механики им.Н.С.Полякова НАН Украины,
Днепропетровск, Украина
avalansh@ua.fm*

*²Таврический национальный университет им. В.И.Вернадского, Симферополь, Украина
ipgd@yandex.ru*

При исследовании напряженно-деформированного состояния хрупкого материала при одноосном сжатии с учетом внутреннего трения материала принимаем, что разрушение материала начинается при его деформировании за пределом упругости в некоторой локальной области. Дальнейшее нагружение приводит к тому, что в одних областях происходит разрушение материала, в то время как в других он продолжает находиться в неразрушенном упругом состоянии. При этом считаем, что формирование очагов разрушения в локальных областях происходит на траекториях максимальных эффективных касательных напряжений (ТМЭКН). Под понятием эффективного касательного напряжения понимается активное касательное напряжение за вычетом фрикционной составляющей. Для математического описания равновесия на ТМЭКН используется критерий Кулона.

Установлено влияние внутреннего трения на сопротивляемость материала сдвигу и вид траектории максимальных касательных напряжений. Для этого определялись углы наклона касательной к ТМЭКН относительно плоскости нагружения образца. Рассматривались ТМЭКН пересекающие и не пересекающие вертикальную ось симметрии образца. Проведено сравнение результатов для разных видов ТМЭКН.

Получено уравнение состояния материала на траектории максимальных касательных напряжений.

Получена система уравнений для расчета предела прочности хрупкого материала с учетом внутреннего трения методом итераций. При этом ищется пара значений: нагрузка и эффективное касательное напряжение, для которой выполняется критерий разрушения Кулона. Таким образом, используя полученные результаты, можно определить разрушающее нормальное напряжение в угловых областях образца.

Проведено сравнение полученных выражений для нагрузки и эффективного касательного напряжения с результатами, полученными другими авторами без учета внутреннего трения.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ВОССТАНОВЛЕНИЮ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕНОСА И МОДУЛЯ ЮНГА НЕОДНОРОДНОГО СТЕРЖНЯ

Ватульян А.О.¹, Нестеров С.А.².

¹*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия
Южный математический институт, Владикавказ, Россия*

²*Поливянская сш № 29, Песчаноконский р-н, Ростовская обл., Россия
vatulyan@math.rsu.ru*

Модель однородной термоупругости в ряде случаев (механике функционально-градиентных материалов, геофизике, нано- и биомеханике) требует уточнения. Причем определение модулей упругости и коэффициентов переноса как функций координат требует решения коэффициентных обратных задач термомеханики.

В работе рассматривается задача о восстановлении коэффициента теплопроводности, удельной теплоемкости, модуля Юнга и плотности термоупругого неоднородного стержня при возбуждении продольных колебаний. При решении связанной прямой задачи использовался метод возмущений и сведение к интегральному уравнению Фредгольма второго рода в пространстве трансформант по Лапласу.

Восстановление коэффициентов дифференциальных операторов уравнений термоупругости проходит в два этапа. На первом, искомое начальное приближение в классе линейных функций. На втором, коэффициенты уточнялись на основе итерационного процесса, на каждом этапе которого решается интегральное уравнение Фредгольма первого рода.

Проведена серия вычислительных экспериментов. При этом каждая из функций восстанавливалась, когда был известен закон изменения остальных функций. В этом случае, полученное с помощью метода линеаризации интегральное уравнение распадалось на ряд независимых уравнений. Результаты вычислительных экспериментов показали эффективность предлагаемого подхода реконструкции монотонных функций.

ЗАДАЧА СЕН-ВЕНАНА ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПРИЗМЫ С РОМБОЭДРИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

Ватульян К.А., Устинов Ю.А.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия
vatulyan_karina@mail.ru*

Рассмотрены две задачи Сен-Венана: задача кручения прямоугольной призмы с ромбоэдрической анизотропией и задача изгиба поперечной силой. Задача растяжения и задача чистого изгиба рассмотрены ранее.

Обе задачи на сечении сводятся к системе трёх дифференциальных уравнений второго порядка относительно трёх функций, зависящих только от поперечных координат. Постановка задач отличается только правыми частями.

Для построения решений использовался пакет FlexPDE. Проведена серия расчётов для конкретных материалов с различными отношениями сторон поперечного сечения. На основе этих решений исследована жёсткость на кручение и на изгиб, для консоли- НДС в различных сечениях. Анализ проводился на основании ранее полученных формул. Результаты расчётов проиллюстрированы графиками.

ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПИИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ УПРУГИХ ВОЛН В МНОГОСЛОЙНЫХ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛАХ С НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

Глушков Е.В., Глушкова Н.В., Еремин А.А., Кривонос А.С.

*Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия
evg@math.kubsu.ru*

Новые композитные материалы с уникальными свойствами получили в настоящее время широкое распространение в ядерной энергетике, аэрокосмической промышленности, химическом производстве, машиностроении. Так, например, углепластики, применяемые при изготовлении фюзеляжей аэробусов, сочетают высокую прочность армирующих углеродных волокон с пластичностью и трещиностойкостью эпоксидного заполнителя. Многие композиты представляют собой многослойные структуры с резко отличающимися, как правило, анизотропными свойствами составляющих их слоев. Наличие анизотропии приводит к существенному усложнению волновых процессов в таких материалах. В частности, амплитудно-частотные характеристики распространяющегося нестационарного сигнала зависят не только от количества слоев, типа граничных условий, но и от направления распространения. Последнее обстоятельство также важно при изучении взаимодействия упругих волн в анизотропных композитах с различного рода неоднородностями.

В работе рассматриваются особенности распределения энергии, переносимой упругими волнами, в зависимости от направления их распространения и от свойств анизотропных материалов, составляющих многослойную структуру. Кроме того анализируется влияние взаимного расположения поверхностного источника и неоднородности на вид отраженного волнового поля. В качестве неоднородности рассматривается интерфейсное жесткое включение и массивный штамп, идеально контактирующий со средой. При этом задача определения неизвестного поля, отраженного препятствием, сводится к граничному интегральному уравнению (ГИУ) с ядром – слоистым элементом для многослойного композита. Для решения ГИУ используется вариационно-разностный подход с кусочно-постоянной аппроксимацией неизвестной вектор-функции.

Работа поддержана грантами Минобрнауки АВИЦП № 2.1.1/1231 и РФФИ № 07-01-00307.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ SH-ВОЛН И РЕЗОНАНСНЫЕ ЭФФЕКТЫ В СЛОИСТЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМПОЗИТАХ, ОСЛАБЛЕННЫХ ПОЛОСОВОЙ ТРЕЩИНОЙ

Голуб М.В.¹, Жанг Ч.²

¹*Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия*

²*Universität Siegen, Зиген, Германия
m_golub@inbox.ru*

Рассматривается распространение упругих волн в периодических структурах и их взаимодействие с интерфейсными и внутренними трещинами. Распределенные дефекты, зачастую интерфейсные, образуются в композитных материалах в процессе изготовления и эксплуатации, поэтому интерес здесь представляют резонансные режимы и возможность локализации колебаний в окрестности трещины. Проблема рассеяния SH-волн как на единичных, так и на периодически и стохастически распределенных интерфейсных трещинах между двумя полупространствами была решена различными методами. При рассмотрении многослойных структур многократные переотражения затрудняют анализ влияния расположения трещин на прохождение волн. В этом случае, большой интерес представляет распространение плоских волн в многослойных средах, которое эффективно может быть описано с помощью метода Т-матриц (transfer matrix method). В настоящей работе для описания рассеяния плоской SH-волны на одиночных трещинах совместно с методом Т-матриц используется техника интегральных преобразований. Данный подход позволяет также решать задачу дифракции SH-волн на периодически распределенных трещинах, для этого решение строится согласно с теоремой Флоке-Блоха. Модель, базирующаяся на интегральном подходе, позволяет анализировать изменения волновых полей, вызванных наличием дефектов в периодических структурах, а также влияние местоположения зон отслоения и трещиноватости на распространение волн в многослойных структурах с периодически изменяющимися упругими свойствами.

Работа выполнена в рамках аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы» 2.1.1/1231.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ТЕЛ С МНОГОСЛОЙНЫМИ ТОНКИМИ ПОКРЫТИЯМИ

¹Денина О.В., ²Наседкин А.В., ¹Сухов Д.Ю., ¹Чебаков М.И.

¹*НИИМхПМ Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия
devitor@mail.ru*

²*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия
nasedkin@math.rsu.ru*

В последнее время для снижения трения в области контакта при взаимодействии деталей машин и механизмов используются многослойные тонкие антифрикционные покрытия. При выборе материала покрытий и способов их нанесения важное значение имеет предварительное математическое моделирование контактного взаимодействия таких три-

босопряжений, когда на поверхность одного из контактирующих тел нанесено слоистое покрытие.

В работе на основе конечно-элементного пакета ANSYS осуществлено моделирование взаимодействия гребня железнодорожного колеса и рельса при движении вагонов железнодорожного состава в поворотах, при этом принимается во внимание наличие тонкого трехслойного покрытия, нанесенного на головку рельса.

В качестве модели рассматривается взаимодействие двух упругих тел, являющимися фрагментами однородного колеса и рельса с покрытием при учете их геометрии в области контакта. Учитывая, что область контакта имеет форму эллипса, одна ось которого значительно больше другой, рассматривается также и плоская модель в качестве первоначального этапа. На основе проведенных конечно-элементных расчетов исследовано напряженно-деформированное состояние тел в окрестности области контакта. Дан анализ влияния геометрических и механических параметров покрытий на концентрацию эффективных напряжений на границах раздела слоев, проведена оптимизация параметров слоев с целью уменьшения концентрации напряжений.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 08-08-00873, 09-08-12062)

ВЛИЯНИЕ БОЛЬШИХ НАЧАЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ НА ПОВЕРХНОСТНОЕ ВОЛНОВОЕ ПОЛЕ СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

Звездина Ю.А., Сулацкова Е.Ю.

*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону, Россия
zvezdina@mmbi.krinc.ru*

В рамках линеаризованной теории электроупругости рассмотрены задачи о распространении плоских поверхностных волн в преднапряженных слоистых пьезоактивных средах. Исследовано влияние изменения структуры среды, различных видов начального напряженного состояния и величины начальной деформации на структуру поверхностного волнового поля, скорости распространения поверхностных волн и коэффициент электро-механической связи как для случая свободной, так и металлизированной поверхности. Определены условия существования поверхностных волн и условия увеличения скорости распространения поверхностных волн при различных видах начального напряженного состояния.

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОГО МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ РАЗРАБОТКЕ УГОЛЬНОГО ПЛАСТА ЛАВАМИ С УЧЕТОМ ПРИЗАБОЙНОЙ КРЕПИ

Зенченков А.В.

*Институт прикладной математики и механики НАН Украины, Донецк, Украина
azenchenkov@mail.ru*

Получено аналитическое решение смешанной задачи теории упругости о распределении напряжений в трансверсально-изотропной полуплоскости, моделирующей массив

горных пород при разработке угольного пласта лавами. На его основе численно исследовано влияние крепи на напряженное состояние массива вблизи очистной выработки.

АНАЛИЗ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ СУХОГО ТРЕНИЯ С ДВУХСЛОЙНОЙ ВТУЛКОЙ ПО КРИТЕ- РИУ ИЗНОСА

Иваночкин П.Г.

*Ростовский государственный университет путей сообщения, Россия
prkom_ivan@rgups.ru*

Рассмотрение контактной задачи для подшипника скольжения с двухслойной втулкой при наличии изнашивания позволило разработать методику расчета долговечности вкладышей. Данная методика использует модель изнашивания, имеющую физический смысл, и дает возможность производить оценку ресурса работы подшипника. В качестве примера рассмотрен расчет ресурса втулки из антифрикционного композитного материала для узла балансира электровоза ВЛ-60.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-08-00873)

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЕРМОУПРУГИХ ВОЛН В ТЕЛАХ СО СЛОЖНОЙ РЕО- ЛОГИЕЙ

Индейцев Д.А.¹, Наумов В.Н.¹, Семенов Б.Н.², Стернин М.Д.²

¹ *Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия*

² *Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
bsemenov@rambler.ru*

Рассматривается спектр задач о распространении нестационарных возмущений в средах со сложно изменяющейся структурой с дискретно расположенными включениями, имеющими собственную динамику и параметры, отличающиеся от самой структуры. При решении этих задач используется общий подход построения реологической модели, описывающей поведение такой среды, в основу которого положено представление о двухкомпонентном строении модели материала. При этом первая из компонент описывает поведение основной (несущей) структуры. Роль второй компоненты может выполнять континуум, частицы которого могут изменять свойства первого за счет внедрения в его структуру.

Рассмотрена задача о динамической перестройке материала при наличии фазового перехода первого рода, осуществляемого путем переноса частиц несвязанного водорода из межфазной области в основную структуру самого материала. Показана зависимость динамики перестройки основной структуры от начального распределения несвязного водорода и характера нагружения.

Вторым классом задач, рассматриваемым в работе, является решение задач связанной термоупругости в материале, содержащем различные дефекты. Под дефектами в изучаемой модели понимаются пространственные области, в которых механические и/или тепловые параметры претерпевают скачкообразное изменение.

Скачкообразное уменьшение коэффициента теплопроводности создает препятствие для распространения температурного возмущения. При прохождении термоупругого волнового импульса, возбуждаемого температурным ударом на торце образца, через дефекты определенного вида (дефект коэффициента температурного расширения, дефект модуля упругости) наблюдаются температурные максимумы (пики) на границах дефектных областей. Величина этих максимумов зависит как от перепада значений параметров, обуславливающих дефект, так и от коэффициента теплопроводности образца в окрестности дефекта. Наряду с дефектами рассмотренного вида предполагается, что в образце может иметь место аномалия механических свойств в виде немонотонной определяющей характеристики. Подобные немонотонности определяющих соотношений описываются в ряде работ, посвященных потере устойчивости в механических системах при появлении несмежных форм равновесия и моделированию фазовых переходов в материале. В настоящей работе использование немонотонной характеристики позволяет отразить структурные преобразования в материале образца.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 09-01-96500-р_юг_а и № 08-01-12017-офи.

ТОРСИОННЫЕ ВОЛНЫ НА ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА ИЗ ФУНКЦИОНАЛЬНО ГРАДИЕНТНОГО МАТЕРИАЛА, ЗАПОЛНЕННОГО ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТЬЮ, НАХОДЯЩЕЙСЯ ПОД БОЛЬШИМ ДАВЛЕНИЕМ

Каламбет В.Б., Суворова Г.Ю., Богомолов А.С.

¹*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия*

²*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону, Россия*

³*НИИМиПМ Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия
galias@yandex.ru*

Исследуются крутильные гармонические колебания жесткого банджа на поверхности упругой тонкостенной цилиндрической трубы, заполненной находящейся под большим статическим давлением жидкостью. В отсутствии прилипания роль жидкости сводится к наведению в стенке трубы неоднородного начального напряженного состояния, обусловленного давлением жидкости. Задача сведена к интегральному уравнению, символ ядра которого строится численным образом. Исследованы свойства интегрального уравнения, предложен метод его решения, изучено влияние начальных напряжений на характеристики волнового поля в зоне контакта и на свободной поверхности трубы. Результаты представлены в виде графиков.

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ НАНОРАЗМЕРНЫХ ПЬЕЗОАКТИВНЫХ СТРУКТУР

Калинчук В.В.

*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону, Россия
kalin@mmbi.krinc.ru*

Обсуждается проблема моделирования динамических процессов с участием наноразмерных пьезоактивных структур. Эксперименты показали, что наноразмерные сегнетоэлектрические пленки сложных оксидов, за счет особенностей сопряжения их решетки в рамках технологического процесса с решеткой подложки, приобретают уникальные свойства, отличающиеся от свойств обычных сегнетоэлектриков. В этом плане большое значение приобретает разработка методов моделирования напряженного состояния наноразмерных пленок. Приведены некоторые результаты экспериментальных и теоретических исследований.

ЗАДАЧА ЭЛЕКТРОМАГНИТОУПРУГОСТИ ДЛЯ МНОГОСВЯЗНОЙ ПЛАСТИНКИ С ТРЕЩИНАМИ ВДОЛЬ ОДНОЙ ПРЯМОЙ

Калоеров С.А., Петренко А.В.

*Донецкий национальный университет, Донецк, Украина
kaloerov@mail.ru*

Рассматривается многосвязная пластинка из пьезоматериала с трещинами вдоль одной прямой. Для решения задачи используются комплексные потенциалы. Граничные условия на трещинах приводятся к системе задач линейного сопряжения для многолистных поверхностей. Решением этих задач получены общие представления комплексных потенциалов, точно удовлетворяющие граничным условиям на берегах трещин. Для пластинки с одной трещиной получены точные решения задач при действии распределенных или сосредоточенных усилий и зарядов.

К МОДЕЛИРОВАНИЮ НДС ЗУБЬЕВ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЁС, НАХОДЯЩИХСЯ В УСЛОВИЯХ ЛОКАЛЬНОГО КОНТАКТА

Короткин В.И., Колосова Е.М., Сухов Д.Ю.

*НИИМмПМ Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия
korotkin@math.rsu.ru*

Представлены результаты численного моделирования изгибных напряжений в корне продольно модифицированного зуба эвольвентного зубчатого колеса, находящегося под действием сосредоточенной силы, приложенной в вершине зуба. Получены графики и инженерные формулы коэффициентов формы зубьев в широком диапазоне изменения чисел зубьев и смещений стандартного исходного контура, приведенные к виду, позволяю-

щему в расчётах использовать допускаемые изгибные напряжения, принятые для линейного контакта обычных (немодифицированных) зубьев.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-08-00873)

УСТАНОВЛЕНИЕ СЦЕПЛЕНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТОВ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ХРУПКИХ МАТЕРИАЛОВ

Костандов Ю.А., Медведев В.С.

*Таврический национальный университет, Симферополь, Украина
ipgd@yandex.ru*

Возможность более адекватного описания разрушения хрупких материалов представляется при учете влияния внутреннего трения материала на величину его предельного сопротивления сдвигу. Это требует экспериментального установления как параметров предельного состояния нагружаемых тел, так и влияния условий нагружения на проявление трения в формировании их напряженно-деформированного состояния. Из этого следует необходимость экспериментального определения величин сцепления и коэффициента внутреннего трения исследуемого материала.

Несмотря на то, что значения коэффициентов внутреннего трения материалов сегодня можно найти лишь в немногочисленной литературе, приведенные в ней данные достаточно противоречивы. Объяснить это можно различием методик и условий определения этих величин (значение нормальной нагрузки, однородность нормальных напряжений по плоскости сдвига и т.д.). Поэтому для возможности корректной постановки и проверки решения фундаментальных задач была разработана следующая методика определения сцепления и коэффициентов внутреннего трения хрупких материалов.

Образец, изготовленный из исследуемого материала в виде прямоугольного параллелепипеда с выступами на одной из его граней, которые выполнены также в виде прямоугольных параллелепипедов, подвергают одноосному сжатию между плоскими поверхностями двух плит пресса. При достижении определенного значения сжимающей силы воздействуют на выступ на образце сдвигающей силой, ортогональной сжимающей силе. Суть методики состоит в определении зависимости разрушающего сдвигающего усилия от нормальной сжимающей нагрузки. Из этой зависимости определяют сцепление и коэффициент внутреннего трения исследуемого материала.

Разработанная методика повышает достоверность и точность определения сцепления и коэффициента внутреннего трения материалов за счет устранения возможности реализации разрушения типа нормального отрыва при разрушении образца сдвигающей силой. (Такое разрушение может происходить вследствие приложения к выступу образца сдвигающей силы, смещенной относительно предопределенной плоскости разрушения.)

С помощью разработанной методики были определены величины сцепления и коэффициентов внутреннего трения песчано-цементного материала, габбро, мрамора и гранита.

РЕЗОНАНСЫ В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИНАХ ПРИ РАВНОМЕРНОМ ГАРМОНИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Крушинская А.А.¹, Мелешко В.В.², Трофимчук А.Н.¹

¹*Институт телекоммуникаций и глобального информационного пространства*

НАН Украины, Киев, Украина

anastasiya.bondarenko@gmail.com, itelua@kv.ukrtel.net

²*Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Украина*

meleshko@univ.kiev.ua

В методике неразрушающего контроля материалов, а также в связи с разработкой и созданием устройств ультразвуковой акустоскопии для медицинских целей [1], в качестве резонаторов широко применяются длинные прямоугольные стержни из пьезокерамических материалов. Для работы таких резонаторов представляется очень важной кинематика движений, характерным признаком которой является наличие лишь нормальных к срединной поверхности составляющих u_z вектора перемещений частиц среды. Возбуждение описанных движений в тонких круглых пластинах и длинных прямоугольных стержнях оказывается возможным в окрестности основной частоты толщинного резонанса. Важным свойством толщинного резонанса является независимость собственной частоты от радиуса (соотношения сторон) и простота ее определения по свойствам материала и толщине. Однако, первые попытки практического использования резонаторов на таких частотах показали наличие большого числа паразитных мод и значительное усложнение форм колебаний вследствие специфики отражения упругих волн от свободных границ и влияния углов. Целью настоящего теоретического исследования является выработка рекомендаций по подавлению нежелательных резонансов в окрестности толщинного резонанса, а также достижение максимальной эффективности возбуждения колебаний на этой частоте. Решение данной задачи получено путем изучения спектра колебаний и форм колебаний в широких диапазонах изменения геометрических и физических характеристик резонатора.

В предположении, что длина стержня прямоугольного сечения намного превышает его поперечные размеры, вводится гипотеза о состоянии плоской деформации в стержне. Задача о двумерных колебаниях прямоугольника решается аналитически методом суперпозиции [2]. На основе полученного решения проведена систематизация данных о частотах и формах колебаний в окрестности частоты основного толщинного резонанса. Показано, что одним из основных показателей связи между толщинными и планарными колебаниями является коэффициент Пуассона ν . Установлена зависимость между значением величины a/b и наличием системы паразитных резонансов в окрестности толщинного. Как и в случае круглого диска, независимость собственных частот стержня от соотношения сторон наблюдается и для частот, существенно меньших, чем частота чисто толщинного резонанса. Однако, экспериментальные данные показывают существенное различие в эффективности возбуждения колебаний на основном толщинном и дополнительных плато при подводе электрической энергии через сплошные электроды. С помощью полученного решения удастся рассчитать формы колебаний на указанных частотах, что позволяет решить вопрос об оптимальной конфигурации электродов и значительно повысить эффективный коэффициент электромеханической связи практически важных мод.

1. Cugnet B., Assaad J., Hladky-Hennion A. C. Characterization of matched piezoelectric transducer bars // J. Acoust. Soc. Amer. – 2004. – 115, No. 6. – С. 2904-2913.
2. Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. – К.: Наукова думка, 1981. – 284 с.

УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИЙ УДАР МАССИВНОГО ТЕЛА ПО КРУГЛОЙ ПЛАСТИНЕ, СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ, ЛЕЖАЩЕЙ НА ОСНОВАНИИ

Лапин А.Г.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия
alapin1985@mail.ru*

Рассмотрена задача об ударе массивного тела по круглой пластине со свободной границей, лежащей на основании Винклера. Решение строится на основе решения дифференциального уравнения поперечных колебаний плиты, вызываемых приложением точечной нагрузки в центре плиты и время, за который происходит удар считается малым. Также применяется функциональное уравнение теории удара С.П.Тимошенко, для определения силы контактного взаимодействия. Построена функция Грина, с помощью которой была решена задача упругого и неупругого удара. Построены графики зависимости силы контактного взаимодействия $P(t)$ для различных параметров задачи.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МНОГОЭЛЕКТРОДНЫХ СТРУКТУР С ПЬЕЗОАКТИВНЫМИ СРЕДАМИ

Лыжов В.А., Тукодова О.М., Ворович Е.И.

*НИИМиПМ Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия
Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону, Россия
Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия
taggod-rnd@yandex.ru*

Исследуется возбуждение сдвиговых волн в различных неоднородных пьезоэлектрических структурах при помощи системы планарных электродов. Неоднородность подложки предполагается зависящей только от расстояния до поверхности электроупругой среды и моделируется системой пьезоактивных слоев с различными материальными параметрами на поверхности пьезоактивного либо диэлектрического полупространства. Рассматривается система возбуждения в виде двух (и более) электродов на поверхности однородного и неоднородного пьезоэлектрического полупространства, полагается, что жесткостью и весом электродов можно пренебречь, механическая нагрузка на поверхности электроупругой среды отсутствует, на электроды подается потенциал в виде единичной гармонической нагрузки. Исследовано влияние структуры среды, геометрии задачи (взаимное расположение, система нагружения электродов) на распределение заряда под электродами. Исследована зависимость суммарного наведенного заряда под электродами от частоты для симметричного и антисимметричного возбуждения. Получена амплитудно-частотная характеристика для системы возбуждения из 9 электродов:

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ КОНТАКТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ КУСОЧНО-НЕОДНОРОДНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СЛОЯ

Ляпин А.А.¹, Колосова Е.М.², Чебаков М.И.²

¹ Ростовский институт ракетных войск, Ростов-на-Дону, Россия

² НИИМиПМ Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия
chebakov@math.rsu.ru

Методом конечных элементов исследуются задачи о взаимодействия упругого цилиндра с внутренней поверхностью цилиндрического слоя конечной длины, при этом цилиндрический слой содержит так называемые протекторные вставки различной формы из другого материала. Внешняя граница слоя жестко закреплена, а в зоне контакта отсутствует трение. Рассмотренная задача может рассматриваться как компьютерная модель работы бинарных подшипников, широко используемых в последнее время в машиностроении. Изучено влияние геометрических и механических параметров задачи на напряженно деформированное состояние цилиндрического слоя. Показано, что в зоне контакта наибольшие напряжения возникают на границах смены упругих констант. Проведена оптимизация параметров кусочно-неоднородного слоя с целью минимизации максимальных контактных и эффективных напряжений.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФФ (гранты № 08-08-00873, 09-08-01195)

ВИХРЕВЫЕ КОЛЬЦА: ИСТОРИЯ И СОВРЕМЕННОСТЬ

¹ Мелешко В.В., ² Гуржий А.А.

¹ Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Украина,
meleshko@univ.kiev.ua

³ Институт гидромеханики Национальной Академии наук, Киев, Украина,
agourjii@gmail.com

В докладе дается ретроспективный обзор результатов по одной из классических задач гидродинамики – движению и взаимодействию вихревых колец в невязкой несжимаемой жидкости. Эта задача ведет начало с фундаментального мемуара Гельмгольца (1858), заложившего прочную основу всей вихревой динамики. Можно, однако, утверждать, что существование явления вихревых колец было известно и задолго до времени Гельмгольца, В. Томсона (лорда Кельвина) и Максвелла. Как указано в обстоятельной статье Northrup (1911), первые такие наблюдения были связаны с появлением табака: *«Не является невероятным, что первым наблюдателем вихревого движения был сэр Вальтер Ралей, если верить популярному мнению, что именно он ввел употребление табака; вероятно лишь немногие курильщики того времени не наблюдали устойчивые формы белого табачного дыма, который они выпускали. Но прошло более двухсот восьмидесяти лет со времени романтических дней Ралея и сэра Френсиса Дрейка, которые сделали популярным табак в Англии, прежде чем было получено научное объяснение дымовых колец.»*

Приведены эффективные аналитические модели Dyson (1893) для одиночного вихревого кольца и системы коаксиальных вихревых колец в безграничной жидкости. Во втором случае задача взаимодействия N колец сводится к гамильтоновой системе порядка N . Установлены два независимые первые интеграла такой системы. Исследованы регулярные (классическая «чехарда» и иные типы движения двух колец) и хаотические режимы

движения колец. Особое внимание уделено хаотической адвекции «атмосферы» вихревых колец и связи с основными положениями современной теории динамических систем.

Доклад иллюстрируется анимациями расчетов, а также некоторыми экспериментами с вихревыми кольцами в аудитории.

ЭФФЕКТ САМООБЛУЧЕННОСТИ В ЗАДАЧАХ ТЕРМОУПРУГОСТИ

Романов А.Е.

Самарский государственный университет, Самара, Россия
rom-alex@mail.ru

Одним из известных способов решения задач сложного теплообмена является зональный [1]. При их решении для совокупности открытых/полуоткрытых вогнутых поверхностей имеет место эффект самооблученности, обеспечивающий дифференциально-интегральную форму записи граничных условий [2]. Для решения задач термоупругости, включающих нелинейные граничные условия сложного теплообмена, в [3] предложено использовать декомпозицию тепловых потоков на первичные (непосредственно от внешних источников) и вторичные (генерируемые за счет эффекта самооблученности). В этом контексте связанность задачи термоупругости обеспечивается на основе квазистационарной модели теплообмена за счет диффузного рассеяния тепла в системе неизотермических поверхностей термдеформируемых тел. В основе модели теплообмена лежит зональный метод, используемый с применением вычислительных алгоритмов оптической модели диффузных отражений в светозащитной бленде [4].

Граничное условие 2-го рода для уравнения теплопроводности записывается согласно принципу декомпозиции и включает 3 компонента плотности теплового потока – первичный, вторичный и рассеянный. Плотность первичного теплового потока полностью определяется внешними условиями воздействия на термдеформируемое твердое тело. Распределение вторичного для каждой зоны находится из решения интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода, обеспечивающего учет эффекта самооблученности. Плотность рассеянного тепла за счет теплопроводности в течение промежутка квазистатичности находится из решения уравнения теплопроводности в системе уравнений термоупругости с указанным граничным условием за предыдущий момент времени.

Основными источниками температурных деформаций являются тепло вторичных источников и рассеянное на неизотермических поверхностях тел. В течение любого промежутка квазистатичности граничное условие постоянно, что позволяет применять известные аналитические методы к решению задачи термоупругости системы термдеформируемых тел с последующим объединением множества решений в непрерывные во времени функции перемещений и температур [3].

1. Суринов Ю.А. Об итерационно-зональном методе исследования и расчета локальных характеристик лучистого теплообмена // Теплофизика высоких температур. 1972. т.10. №4. С.844-852.
2. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС, 2003, 784 с.
3. Романов А.Е. Термомеханическая расстраиваемость светозащищенных диоптрических систем // Вестник СамГУ. 2008. т.65 (6). С.290-308.
4. Романов А.Е. Диффузное отражение в светозащитных блендах // Оптический журнал. 2008. т.75. №8. С.36-41.

МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ В БИОМЕХАНИКЕ КРУПНЫХ КРОВЕНОСНЫХ СОСУДОВ

Соколов А.В.

*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону, Россия
arcady_sokolov@mail.ru*

Рассмотрены употребительные модели биомеханики крупных кровеносных сосудов, основанные на упругих потенциалах материалов с явным нелинейным механическим поведением. Общим для данных потенциалов является нелинейность и анизотропия. Проведен сравнительный анализ указанных моделей и даны некоторые рекомендации по их использованию. Необходимо отметить, что в рассматриваемых моделях не учитываются электрические процессы, а также процессы переноса, играющие заметную роль в функционировании биообъектов.

ОСЕСИММЕТРИЧНОЕ НАГРУЖЕНИЕ ИЗОТРОПНОГО УПРУГОГО ЦИЛИНДРА КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

¹ Токовый Ю.В., ² Мелешко В.В., ³ Барбер Дж.Р.,

¹*Институт прикладных проблем механики и математики имени Я.С. Подстригача
Национальной Академии наук Украины, Львов, Украина,
tokovyy@gmail.com*

²*Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Украина,
meleshko@univ.kiev.ua*

³*Мичиганский университет, Энн Арбор, США,
jbarber@umich.edu*

В докладе дается ретроспективный анализ одной из классических задач линейной теории упругости и термоупругости: осесимметричной задачи для сплошного цилиндра конечной длины, нагруженного по торцам и боковой поверхности усилиями или находящегося в осесимметричном неоднородном температурном поле. Проведен краткий обзор основных работ Schiff (1883), Filon (1902), Прокопова (1948), Лурье (1956), Валова (1962), Воровича (1965), Гринченко (1978), Устинова (2006), посвященных разработке и применению двух основных подходов: методов однородных решений и суперпозиции для построения аналитического решения указанной задачи. Установлена аналитическая связь между представлениями смещений и напряжений в обоих подходах.

При использовании метода суперпозиции для решения бесконечной системы линейных алгебраических уравнений, к которым сводятся задачи вследствие удовлетворения краевым условиям, применяется алгоритм усовершенствованной редукции, основанный на законе асимптотического выражений Кояловича (1930). С этой целью получено дополнительное линейное алгебраическое уравнение, позволяющее отыскать указанное асимптотическое значение наряду с искомыми решениями системы. Показано, что применение данной методики дает возможность существенно упростить расчет напряжений в рамках рассмотренных задач, и позволяет осуществлять его с высокой степенью точности при не большом числе уравнений в приведенных конечных системах.

Рассмотрено (термо)напряженное состояние «кубообразного» цилиндра для четырех типичных случаев нагружения:

1. Сжатие нормальными сосредоточенными силами на торцах;
2. «Опоясанный цилиндр» - равномерное обжатие боковой поверхности нормальными сосредоточенными силами в срединном сечении;
3. Задача Файлона – растяжение цилиндра равномерными касательными усилиями, приложенными симметрично на части боковой поверхности;
4. Цилиндр в стационарном температурном поле, распределенном по параболе вдоль радиуса.

и приведены типичные эпюры напряжений и смещений внутри и на поверхности цилиндра.

Проведена сравнительная оценка возможностей приближенных теорий при рассмотрении практически важных распределений напряжений в цилиндре.

БОЛЬШИЕ ПРОГИБЫ КРУГЛОЙ ПЛАСТИНКИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ДИСКЛИНАЦИЯМИ

Фам Т.Х.

*Южный федеральный университет, Ростов- на- Дону, Россия
tanhung1981@mail.ru*

При помощи модифицированных уравнений Кармана решается задача о больших прогибах круглой пластинки, нагруженной равномерным давлением и содержащей осесимметрично распределенные клиновые дисклинации. Система нелинейных обыкновенных уравнений для прогиба и функции напряжений Эри, описывающая осесимметричный изгиб пластинки, решалась численным методом. Исследовано влияние дисклинаций на функцию прогиба и напряженное состояние пластинки.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В ЗАДАЧЕ ИЗГИБА ЕСТЕСТВЕННО ЗАКРУЧЕННОГО СТЕРЖНЯ

Чумакова Е. С., Курбатова Н.В.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия
kate2811rsu@yandex.ru, nvk@math.sfedu.ru*

В предлагаемой работе решена задача Сен-Венана изгиба естественно закрученного стержня (ЕЗС) поперечной силой. С помощью метода конечных элементов было построено решение на сечении, и на его основе рассчитано напряженно-деформированное состояние. Моделирование соответствующей задачи изгиба протяженного ЕЗС было выполнено в пакете ANSYS для трехмерной постановки. Расчеты, полученные на основе пакетов авторских программ, реализующих МКЭ, и выполненные в ANSYS, качественно согласуются.

ЗАДАЧА ТИПА КИРША ДЛЯ НИЗКОМОДУЛЬНОГО КОМПОЗИТНОГО СЛОЯ

Шалдырван В.А., Ержаков Г.В.

*Донецкий национальный университет, Украина,
shald@dongu.donetsk.ua*

Исследуется концентрация напряжений однонаправленно-армированного композитного слоя с полостью. Для моделирования материала используется структурный подход, при котором композит заменяется гомогенным материалом, полученным в результате специального осреднения характеристик компонент композита. Решение поставленной задачи строится с использованием однородных решений типа Лурье-Воровича. Проведены численные исследования влияния структуры материала и геометрических параметров слоя.

ОСОБЕННОСТИ БИФУРКАЦИИ РАВНОВЕСИЯ СЖАТОГО НЕОДНОРОДНОГО МИКРОПОЛЯРНОГО СТЕРЖНЯ

Шейдаков Д.Н.

*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону, Россия
sheidakov@mail.ru*

Настоящая работа посвящена исследованию устойчивости неоднородного цилиндрического стержня при осевом сжатии. Стержень состоит из двух частей — внутренней части или «сердцевины», которая выполнена из микрополярного материала (металлическая или полимерная пена), и внешнего покрытия, выполненного из обычного материала. Такие конструкции находят достаточно широкое применение в современной автопромышленности и авиастроении, так как обладают рядом преимуществ: они мало весят, имеют высокую удельную прочность, а также большие возможности к поглощению энергии. Анализ устойчивости составного стержня проводится на основе точных трехмерных уравнений нелинейной моментной теории упругости. Путем численного решения линеаризованных уравнений равновесия, для ряда материалов найдены спектры критических значений удельного осевого сжатия и соответствующие им моды выпучивания. Проанализировано влияние толщины внешнего покрытия стержня и его размеров на потерю устойчивости. Установлено, в частности, что величина критического осевого сжатия возрастает с уменьшением размеров стержня.

НЕЛИНЕЙНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ЗАЩЕМЛЕННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ

Юдин С.А., Юдин А.С.

НИИМхПМ Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия

Рассмотрена задача о пластическом изменении формы тонкой цилиндрической оболочки при нагружении внутренним давлением. Математическая модель учитывает большие перемещения, повороты, деформации (изменение метрики) и физическую нелинейность материала вплоть до разрушения. Применяется полуобратный метод, предложенный

и использованный ранее в ряде работ авторов применительно к задачам вытяжки из круглых пластин куполообразных оболочек типа сферических сегментов и близких к ним эллипсоидальным (Пластическая вытяжка купола из круглой пластинки: теория и эксперимент // Соврем. пробл. мех. сплош. среды. Тр. XI Междунар. конф. Ростов–на–Дону: Изд–во ООО "ЦВВР". 2007. Т.1. С.255–259; Условия сферичности купола при пластической формовке из круглой пластинки // Модели и алгоритмы для имитац. физ.–хим. процессов. М–лы Междунар. конф. 8 – 12 сент. 2008г. Таганрог, Россия. – Таганрог: Изд–во ТГПИ, 2008. С.86–94, и др.). При определении поля деформаций на одном из этапов метода строится и решается итерационным методом уравнение для компоненты радиального перемещения. Уравнение следует из равенства текущих объемов исходной и актуальной конфигураций, отсекаемых лагранжевой меридиональной координатой. Для этого ранее применялся подход, использующий явное аналитическое интегрирование, которое приводило к громоздким выражениям, и было возможно в специальных частных случаях. В данной работе предложен подход, снимающий эти ограничения, расширяющий возможности метода по геометрии оболочек и упрощающий его применение.

ВЛИЯНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИОНАЛЬНО ГРАДИЕНТНОЙ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ТИПА РЭЛЕЯ

Юрченко А.И., Пипа В.А., Леви М.О.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону, Россия

urchenko88@mail.ru

Исследовано влияние интенсивности изменения параметров функционально градиентной среды как на особенности распространения поверхностных волн рэлеевского типа, так и на структуру поверхностного волнового поля вертикальных колебаниях неоднородной среды. В качестве модели пьезоактивной неоднородной среды использованы либо диэлектрическое, либо пьезоактивное полупространство с функционально градиентным покрытием. Использован подход, позволяющий достаточно эффективно восстанавливать функцию Грина неоднородной среды, расширяя, тем самым, класс функций, описывающих закон изменения физико-механических параметров неоднородной среды и использовать не только экспоненциальные, но и произвольные монотонные и немонотонные зависимости. Изучено влияние интенсивности изменения различных параметров пьезоэлектрического функционально-градиентного покрытия на структуру поверхностного волнового поля, скорости распространения поверхностных волн, коэффициент электромеханической связи в широком диапазоне изменения параметров задачи. Результаты представлены в виде графиков.

ON THE EFFECTIVE STIFFNESS OF PLATES MADE OF HYPERELASTIC FOAMS

Altenbach H.¹, Eremeyev V.A.²

¹*Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Germany
holm.altenbach@iw.uni-halle.de*

²*South Scientific Center of RASci & South Federal University, Rostov on Don, Russia
eremeyev.victor@gmail.com*

Thin-walled engineering structures made of porous materials, such as metal and polymer foams, have different applications in the last decades [1-3]. Polymer foams may demonstrate very large elastic strains. Hence such foams may be considered as a non-linear hyperelastic material. Different models allowing the description of large hyperelastic deformations of foams are proposed in the literature, see [3,4] among others. There are many plate-like engineering structures made of foams, for example sandwich plates with a core made of foam, laminates, etc., see [1-3]. For such structures the initial stresses may influence on the plate behavior. The aim of this paper is to extend the results of [5] to plates made of material with internal stresses using the theory of small deformations superposed on finite deformation.

Within the framework of the direct approach to the plate theory we consider the infinitesimal deformations of a plate made of hyperelastic foams taking into account the non-homogeneously distributed initial stresses. Here we consider the plate as a material surface with 5 degrees of freedom (3 translations and 2 rotations). Starting from the equations of the non-linear elastic body and describing the small deformations superposed on the finite deformation we present the two-dimensional constitutive equations for a plate. The influence of initial stresses in the bulk material on the plate behavior is considered.

The research work was supported by DFG grant AL 341/31-1, by the Martin-Luther-University Halle-Wittenberg, and by RFBR grant 09-01-00459.

1. M. F. Ashby, A. G. Evans, N. A. Fleck, L. J. Gibson, J. W. Hutchinson, H. N. G. Wadley, *Metal Foams: a Design Guide*, Butterworth-Heinemann, Boston, 2000.
2. L. J. Gibson, M. F. Ashby, *Cellular Solids: Structure and Properties*, 2nd Edition, Cambridge Solid State Science Series, Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
3. N. Mills, *Polymer Foams Handbook. Engineering and Biomechanics Applications and Design Guide*, Butterworth-Heinemann, Amsterdam, 2007.
4. R. W. Ogden, *Non-Linear Elastic Deformations*, Dover Publications, New York, 1997.
5. H. Altenbach, V. A. Eremeyev, Direct approach based analysis of plates composed of functionally graded materials, *Archive of Applied Mechanics*. **78** (10) (2008) 775-794.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПОВРЕЖДЕННОСТИ ЭЛЕМЕНТА СТЕРЖНЕВОЙ КОНСТРУКЦИИ.

Акопьян В.А., Соловьев А.Н., Черпаков А.В.

*НИИМ_иПМ Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия
akop@math.sfedu.ru*

В работе рассмотрена задача реконструкции степени поврежденности элемента стержневой конструкции, имеющего прямоугольное сечение, на основе данных модального анализа. Повреждение представляет собой надрез и моделирует поперечную трещину. Механической моделью, на основе которой осуществлена идентификация дефекта, является составная балка, в которой дефект заменяется пружиной определенной жесткости. При реконструкции восстанавливается длина составных балок и жесткость пружины.

Решение задачи проводится в два этапа. На первом этапе устанавливается зависимость между жесткостью пружины и глубиной надреза, на основе статической эквивалентности задач об изгибе составной балки с пружиной и конечно элементным решением в ANSYS задачи об изгибе консольно-закрепленного тела (в трехмерной модели) с надрезом. Установлено, что графики этой зависимости имеют убывающий характер: с ростом глубины надреза эквивалентная жесткость монотонно уменьшается и слабо зависит от места положения пружины.

На втором этапе рассмотрены вынужденные гармонические колебания конструкций. При этом конечно элементное решение задачи в ANSYS моделирует процесс измерения резонансных частот в натурном эксперименте, реконструкция осуществляется на основе аналитического решения задачи для составной балки с пружиной и нахождения резонансных частот в среде Maple. Далее с помощью результатов первого этапа осуществляется реконструкция степени поврежденности.

О МЕХАНИЧЕСКОЙ ЖЕСТКОСТИ АСБЕСТОВЫХ НАНОТРУБОК

А.В. Анкудинов, И.А. Няпшаев¹ С.М. Бауэр, С.В. Каштанова, Н.Ф. Морозов²

¹*ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия*

²*Санкт-Петербургский государственный университет, Россия*

kastasy@yandex.ru

С помощью сканирующей зондовой микроскопии (СЗМ) исследованы механические свойства отдельных нанообъектов, определены жесткости мостиков и консолей, сформированных нановолокнами, перекрывающими отверстия пористой подложки. Основное внимание уделено экспериментам с природным хризотилловым асбестом, формирующимся в виде нанотрубок с внешним диаметром около 30 нм и внутренним – около 5 нм (технология подробно описана в [1]). Представлены результаты исследований как полого асбеста, так и содержащего нанопроволоки, полученные заполнением полостей [2] различными материалами: Bi, Te, InSb, Hg или сегнетовой солью.

Представлено сравнение результатов экспериментов с моделированием в рамках континуальной теории упругости. Рассмотрены как простейшие классические модели изотропных балок и тонких цилиндрических оболочек, так и неклассические модели теории трансверсально-изотропных объектов. Удалось показать, что даже в условиях, когда каждый слой не меняет своей структуры, модуль сдвига в поперечном сечении может существенно меняться в зависимости от наполнителя, что и наблюдается в эксперименте. При

описании деформаций был использован подход Тимошенко - Рейснера [3]. В работе [4] показано, что для тел из трансверсально-изотропного материала с малой жесткостью на сдвиг в направлении толщины балки этот подход существенно уточняет теорию Кигхгофа - Лява и дает следующее асимптотическое приближение трехмерной теории.

1. Кумзеров Ю.А., Парфеньева Л.С., Смирнов И.А., Кривчиков А.И., Звягина Г.А., Филь В.Д., Мисиорек Х., Муха Я., Ежовский А. Тепловые и акустические свойства хризотилового асбеста // ФТТ, 2005, т. 47, с. 357.
2. Белотоцкий В.И., Кумзеров Ю.А., Фокин А.В. Генерация второй оптической гармоники в нанопроволоках сегнетоэлектрических материалов // письма в ЖЭТФ, 2008, т. 87, с. 465.
3. Григолюк Э.И., Селезов И.Т. Неклассические модели колебаний стержней, пластин и оболочек. М.1973, 274 с.
4. Товстик П.Е. Об асимптотическом характере приближенных моделей балок, пластин и оболочек // Вестник С.-Пб. Ун-та. Сер.1, 2007, т. 3, с. 49.

О ДВОЯКОПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ДОБЫВАЮЩИХ СКВАЖИН

Астафьев В.И., Ротерс П.В.

*Самарский государственный университет, Самара, Россия
vlast@ssu.samara.ru*

Работа посвящена исследованию процесса фильтрации вязкой жидкости в системе периодически расположенных добывающих скважин. Система добывающих скважин моделируется плоской бесконечной двоякопериодической решеткой точечных стоков одинаковой мощности.

Аналогично работам о вихревых решетках, решение строится в комплексной плоскости с привлечением дзета- и сигма-функций Вейерштрасса и принятых в вихревой динамике правил суммирования условно сходящихся рядов.

В результате решения для двоякопериодической системы скважин был построен комплексный потенциал, вещественная часть которого является двоякопериодической функцией и определяет поле давления в системе, а его производная – поле скоростей. Построено распределение поля давления и поля скоростей в решетках произвольных конфигураций, определены контуры питания скважин, расположенных в этой решетке.

В нефтегазодобыче важную роль играет коэффициент продуктивности скважины – отношение дебита скважины к перепаду среднего давления в области питания скважины и давления на контуре скважины. Найдено явное выражение для коэффициента продуктивности скважины в решетке произвольной конфигурации и определен безразмерный коэффициент формы такой решетки. Значения этого коэффициента полностью совпали с теми его значениями, которые были найдены D.N. Dietz и другими авторами путем численного суммирования бесконечных расходящихся рядов для некоторых прямоугольных решеток.

ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ ЖЕСТКОГО ШТАМПА-ОБОЛОЧКИ ПРИ НЕПОЛНОТЕ ИНФОРМАЦИИ О ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Баничук Н.В., Иванова С.Ю., Макеев Е.В.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
banichuk@ipmnet.ru, ivanova@ipmnet.ru, makeev@ipmnet.ru

Рассматривается контактное взаимодействие без трения абсолютно жесткой оболочки-штампа с упругим полупространством. Внешние воздействия, прикладываемые к упругой среде, заранее не фиксируются, а заданным предполагается множество, содержащее все допустимые реализации этих сил. На основе гарантированного (минимаксного) подхода формулируются задачи оптимизации формы оболочки из условия минимума ее массы. В качестве ограничений принимаются неравенства, наложенные на суммарную силу и моменты, прикладываемые к оболочке со стороны упругой среды. С использованием теоремы взаимности Бетти и в соответствии со сценарием расчета на «наихудший» случай определяются для различных типов ограничений соответствующие воздействия и в аналитической форме находится оптимальная форма оболочки.

1. Banichuk N.V., Neittaanmaki P. On structural optimization with incomplete information // Mechanics Based Design of Structures and Machines. 2007. V. 35. № 1. P. 76-95.
2. Banichuk N.V., Neittaanmaki P. Optimal design with incomplete information using worst case scenario // Advances in Mechanics. Dynamics and Control / Eds by F.L. Chernousko et al. Moscow: Nauka, 2008. P. 46-52.
3. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. М.: Наука, 1980. 303с.
4. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001, 478с.
5. Лурье А.И. Пространственные задачи теории упругости. М.: Гостехиздат, 1955. 492с.
6. Моссаковский В.И. Применение теоремы взаимности к определению суммарных сил и моментов в пространственных контактных задачах // ПММ. 1953. Т. 17. Вып.4. С. 477-482.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛН В ПОРОУПРУГИХ ТЕЛАХ И СРЕДАХ

Белов А.А., Игумнов Л.А., Карелин И.С.

НИИ механики Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, Россия
igumnov@dk.mech.unn.ru

Рассматривается модель трехмерной среды Био с четырьмя базовыми искомыми функциями: перемещения и поровое давление. Применяется прямой подход метода граничных интегральных уравнений (ГИУ). Использована гранично-элементная техника построения дискретных аналогов исходных ГИУ. Численное моделирование осуществляется на основе шаговой схемы метода граничных элементов, построенной с привлечением метода квадратур сверток. Приведены результаты численных исследований ядер ГИУ, а также волн в трехмерных пороупругих телах и пороупругом полупространстве. Исследовано влияние параметра проницаемости на распространение волн.

ГРАНИЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ РАСЧЕТ ДИНАМИКИ УПРУГИХ И ПОРОУПРУГИХ ТРЕХМЕРНЫХ ТЕЛ

Белов А.А., Литвинчук С.Ю.

*НИИ механики Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, Россия
igumnov@dk.mech.unn.ru*

Приводятся результаты численных исследований, полученных на основе прямого подхода метода граничных элементов с использованием методов Дурбина и квадратур свертки. Используются регуляризованные граничные интегральные уравнения. Применена согласованная гранично-элементная аппроксимация. При построении дискретных аналогов учтена симметрия задачи. Применено поэлементное численное интегрирование по Гауссу в сочетании с адаптивным алгоритмом гранично-элементного разбиения. В трехмерной постановке рассмотрены модельные и прикладные задачи, численное решение которых демонстрирует высокоточность используемой численной схемы.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН В МНОГОСЛОЙНЫХ КОМПОЗИТАХ С НЕИДЕАЛЬНЫМ КОНТАКТОМ ПОСРЕДСТВОМ ПРУЖИННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Голуб М.В.¹, Бострем А.²

*Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия¹
Chalmers University of Technology, Гётеборг, Швеция²
m_golub@inbox.ru*

Для моделирования многочисленных интерфейсных микротрещин в многослойных композитных конструкциях предлагается модель, описывающая поведение таких отслоений посредством пружинных граничных условий. Модель позволяет проводить параметрический анализ и изучить влияние различных параметров отслоения распространения ультразвукового сигнала через области с неидеальным контактом в местах соединений.

В настоящей работе излагается схема вывода пружинных граничных условий для моделирования отслоений в плоском случае, которая во многом повторяет алгоритм, использованный в [1] для антиплоского случая. Аналогично [1] сначала рассматривается случай падения плоской волны на одиночную трещину между двумя полупространствами. Применением интегрального подхода [2] задача сводится к решению интегрального уравнения относительно скачка смещений берегов трещины, разрешаемое методом Петрова-Галеркина, что позволяет получить асимптотическое решение задачи, которое справедливо на низких частотах либо для трещин малых размеров. Асимптотическое решение для одиночной трещины может быть использовано вместе с осреднением по ансамблю, для стохастически расположенных трещин, тем самым позволяя выразить волновое поле, рассеянное на интерфейсе с дефектами, в явном виде через упругие константы материалов каждого из полупространств, плотность распределения трещин и их размер. Полученное решение может быть сопоставлено со случаем периодической системы трещин, которое опирается на теорему Флоке-Блоха, однако, очевидно, больший интерес представляет решение, полученное для случайно распределенных трещин.

Коэффициент прохождения плоской волны через интерфейс с распределением трещин приравнивается к коэффициенту прохождения для двух полупространств с "непре-

рывно распределенной пружиной" дабы определить ее жесткость. Полученная формула для жесткости распределенной пружины используется при моделировании многослойных пластин с неидеальным контактом слоев. Изучается влияние параметров отслоения на дисперсионные характеристики волновода, в частности на фазовые скорости распространения нормальных мод.

Работа выполнена в рамках аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы» 2.1.1/1231.

1. A. Bostrom, M. Golub. Elastic SH wave propagation in a layered anisotropic plate with interface damage modelled by spring boundary conditions // Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. 2009. No. 62, P. 39-52.
2. Бабешко В.А., Глушков Е.В., Зинченко Ж.Ф. Динамика неоднородных линейно-упругих сред. -М.: Наука, 1989.

ДАТЧИКИ НА ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНАХ ДЛЯ КОНТРОЛЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЖИДКИХ СРЕД.

Днепровский В.Г., Карапетян Г.Я.

*НИИМ и ПМ Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия
dnpr3@rambler.ru*

В настоящее время применение датчиков на поверхностных акустических волнах для контроля параметров жидких сред осуществляется, в основном, за счет изменения параметров распространения поверхностных акустических волн (ПАВ) при воздействии на подложку или ее поверхность различных жидкостей или за счет поглощения их различными пленками веществ, осажденных на пьезоподложки, что приводит к изменению параметров ПАВ под пленкой. При измерении концентрации и состава жидкостей, контролируемые вещества вынуждены контактировать с поверхностью, вдоль которой распространяется ПАВ, что приводит к ее постепенному загрязнению. Особенно это сказывается на высоких частотах (свыше 800 МГц), где даже незначительное загрязнение может приводить к выходу прибора из строя. А именно на таких частотах строятся пассивные беспроводные датчики, так как при этом размеры приемо-передающих антенн становятся незначительными. Кроме того, контакт жидкости с рабочей поверхностью ПАВ устройства приводит к существенному затуханию волны. Поэтому создание акустоэлектронных датчиков, в которых контроль физических параметров осуществлялся бы без взаимодействия жидких сред с рабочей поверхностью ПАВ устройства, является актуальной проблемой.

В настоящей работе предлагается датчик нового типа, представляющий собой двухканальную линию задержки на ПАВ, первый канал которой содержит приемо-передающий встречно-штыревой преобразователь (ВШП), соединенный с антенной, отражательный ВШП и управляющие ВШП, нагруженные на импедансы, значение которых зависит от измеряемой физической величины, а второй канал содержит только приемо-передающий ВШП и отражательный ВШП. Приемо-передающие ВШП обоих каналов подключаются параллельно. Импедансы располагаются вне герметичного корпуса линии задержки и могут быть изготовлены в пленочном исполнении в виде структуры специальной формы на подложке с низкой диэлектрической проницаемостью, позволяющей вести эффективные измерения диэлектрической проницаемости неполярных жидкостей, электропроводности жидкости, вязкости и других ее физических свойств. В этом случае значения импеданса могут значительно изменяться как при погружении его в жидкость, так и

при изменении ее свойств, т.е. датчик может быть применен для дистанционного беспроводного контроля параметров жидких сред. Загрязнение поверхности элемента, обладающего импедансом, не приводит к выходу из строя датчика, а лишь изменяет значение импеданса, что можно учесть калибровкой датчика. Так как условия распространения ПАВ в каналах различны, то они приходят на приемо-передающие ВШП с разными фазами, и приемо-передающие ВШП различных каналов соединены параллельно, то амплитуда отраженного от датчика опросного импульса будет зависеть от фазы пришедших на них ПАВ, а, следовательно и от значений импедансов, подсоединенных к управляющим ВШП (амплитуда отраженного сигнала будет близка к уровню шума, если сдвиг фаз между каналами будет равен π , и будет максимальным при сдвиге фаз 0 или 2π).

Предлагаемые датчики дают возможность варьирования в широких пределах параметров нагрузки, подключаемой к ВШП-отражателю, в плане ее чувствительности к той или иной физической характеристике жидкости, мониторинг которой предполагается вести.

О ФИЗИЧЕСКИХ ОСНОВАХ РАЗВИТИЯ СИЛОВЫХ ЗУБЧАТЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ

Журавлев Г.А.

НИИМиПМ Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия

Показано, что в теории и практике силовых зубчатых передач накоплено множество противоречий, отсутствие объяснений которых сдерживает прогресс редукторостроения. Эти противоречия столь глубоки, что их анализ приводит к необходимости оценки не только различных показателей зубчатых передач, но и самих физических основ их синтеза. Все традиционные физические основы развития силовых зубчатых зацеплений имеют, как минимум, две составляющие (одни и те же взаимосвязи основных факторов контакта, на базе решения плоской контактной задачи Герца, и принципиально разные оценки влияния угла зацепления на контактную прочность зубьев в фазе полюса зацепления), определяющие выбор направления совершенствования, например, эвольвентного зацепления (с линейчатым контактом зубьев) или внеполюсных передач (типа ДЛЗ) зацепления Новикова (с точечным контактом зубьев). Они основаны на учете влияния гидродинамического эффекта на механизм контактной усталости зубьев (и, как следствие, реализации предполагаемых резервов роста допускаемых контактных напряжений при увеличении угла зацепления эвольвентной передачи) или, наоборот, на полном отрицании (при обосновании предполагаемых преимуществ внеполюсного зацепления Новикова) наличия каких-либо заметных резервов прочности фазы полюса зацепления и в целом любых передач с линейчатым контактом зубьев. Однако, физические основы эвольвентного зацепления не подтверждаются практикой применения (и опытами, например – Браиловского, СССР) хорошоприрабатываемых (малонагруженных – низкоскоростных, с термоулучшенными колесами) передач, а физические основы зацепления Новикова – несоизмеримо разными сферами рационального применения (и опытами, например – Niemann-Richter, ФРГ) эвольвентных передач и передач ДЛЗ, особенно - при высоких нагрузках и/или при высоких скоростях. Все традиционные физические основы не имеют достоверного теоретического и экспериментального обоснования (в том числе – опытами Зубарева-Игдалова с изменением вида контактного отказа поверхностно-упрочненных зубчатых колес) и не объясняют другие известные экспериментальные результаты, принципиально взаимоисключают друг друга,

противоречат ряду достоверных экспериментальных данных и мировой практике, ограничены в сфере своего рационального применения.

Как следствие ошибочности обеих составляющих традиционных физических основ, в мировом редукторостроении до сих пор отсутствует расчетный аппарат выбора рационального значения угла зацепления и учета реальных резервов роста контактной прочности зубчатых зацеплений с линейчатым контактом зубьев, а теория завышенной оценки конкурентоспособности точечного зацепления Новикова не соответствует практике зубчатых передач; традиционные зубчатые зацепления характеризуются низкой конструктивной гибкостью торцевой и продольной форм зубьев.

Причина всех накопившихся противоречий – заниженная (в соответствии решением плоской контактной задачи Герца) оценка влияния кривизны контактирующих зубьев с близким к начально-линейному касанием на уровень контактных напряжений, определение физических основ зубчатых зацеплений без учета условий прирабатываемости и деформативности тяжело нагруженного трибоконтакта.

Отсутствие достоверной оценки роли угла зацепления и ошибочность традиционных физических основ развития силовых зубчатых зацеплений стали тормозом дальнейшего прогресса редукторостроения.

ГРАНИЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВЯЗКОУПРУГИХ ТЕЛ НА ОСНОВЕ НОВОГО МЕТОДА ОБРАЩЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

Игумнов Л.А., Петров А.Н.

*НИИ механики Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, Россия
igumnov@dk.mech.unn.ru*

Представлен новый метод численного обращения преобразования Лапласа и продемонстрированы его возможности. С использованием предложенного метода построены гранично-элементные схемы дискретного решения трехмерных динамических задач вязкоупругости. Сформулированный подход – единственный среди других существующих подходов (схем) метода граничных элементов, использующих интегральные преобразования, который позволяет решать краевые задачи во времени через шаговые схемы. Приведены результаты численных исследований.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ КОЛЕБАНИЯМИ БУРИЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Кабельков А.Н., Калинин П.В.

*ЮРГТУ(НПИ), Новочеркасск, Россия
prof_kan@mail.ru*

Получены уравнения движения бурильной установки, приводимой в движение электродвигателем со встроенной системой управления. Бурильная колонна, моделируемая вязкоупругим стержнем постоянного сечения, подвержена действию следящих силы и момента сопротивления. Найдены характеристики стационарных режимов работы системы. Построены области устойчивости движения бурильной установки в зависимости от параметров, характеризующих её свойства. На основе метода Ляпунова-Шмидта найдены

характеристики периодических режимов, ответвляющихся от стационарных состояний в окрестностях критических значений параметров. Определены оптимальные значения управляющих воздействий (напряжений), подаваемых на вход электродвигателя.

ГАРМОНИЧЕСКИЕ ТРЕХМЕРНЫЕ УПРУГИЕ ВОЛНЫ С ВЫСОКИМИ АЗИМУТАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

Ковалев В.А.¹, Радаев Ю.Н.², Семенов Д.А.²

¹*Московский городской университет управления Правительства Москвы, Россия
vlad_koval@mail.ru*

²*Самарский государственный университет, Россия
radayev@ssu.samara.ru
semenov@ssu.samara.ru*

В представляемой работе исследовано распространение трехмерных гармонических волн вдоль оси свободного цилиндрического волновода в постановке линейной теории упругости. Для получения аналитического решения использован метод разделения пространственных переменных в цилиндрической системе координат. В результате получены комплексные представления для форм гармонических колебаний с произвольным азимутальным числом n . Неизвестные постоянные, входящие в указанное решение, определяются из граничных условий, соответствующих случаю, когда боковая поверхность волноводящей области свободна от напряжений, и дополнительного калибровочного условия (дивергенция векторного потенциала равна нулю).

Указанные условия образуют систему линейных алгебраических уравнений относительно постоянных, которая имеет нетривиальное решение, только если ее определитель равен нулю. Таким образом получается частотное уравнение (дисперсионное соотношение) для упругих волн. В известной литературе имеется лишь решение о распространении чисто упругих волн в бесконечных цилиндрических волноводах при $n = 0$ (осесимметричный случай) и исследование изгибающей волны, соответствующей азимутальному числу $n = 1$.

Наименее изучен случай, когда азимутальное число n принимается произвольным. Ему практически не уделяется внимания в современной научной литературе. Для значений азимутального числа $n \geq 2$ отсутствуют более или менее явные формы частотного уравнения. В представляемой работе получена простая явная форма указанного уравнения.

Далее приводится численный анализ частотного уравнения и показано, что частотный определитель обладает важными свойствами симметрии, что значительно упрощает проведение выкладок и форму исследуемого уравнения. Численный анализ реализован в пакете символьных вычислений Mathematica 6.0. с целью определения зависимости волнового числа от частоты гармонических колебаний.

Установлено, что каждой заданной частоте отвечает счетное число волновых чисел; всегда имеется по крайней мере одно чисто мнимое волновое число, характеризующее стоящую волну, и одно чисто вещественное волновое число, характеризующее бегущую вдоль оси волновода волну.

СОВМЕСТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ УПРУГО ДНА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СОСУДА И ПЛАСТИНКИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ

Кононов Ю.Н., Дидок Н.К.

Донецкий национальный университет, Украина
kononov@univ.donetsk.ua

Выведено и исследовано уравнение собственных частот совместных колебаний плоского упругого дна цилиндрического сосуда и упругой пластинки, расположенной на свободной поверхности жидкости, находящейся в сосуде. Цилиндрический сосуд имеет произвольное поперечное сечение. Боковые стенки считаются абсолютно жесткими с образующей, параллельной вектору ускорения силы тяжести. Жидкость полагается идеальной и несжимаемой, а пластинки изотропными, защемленными по контуру и подверженными растягивающим усилиям в срединной поверхности.

Рассмотрен ряд частных случаев исходной задачи: совместные колебания упругого дна и свободной поверхности жидкости (упругая пластинка на свободной поверхности отсутствует); колебания упругого дна и жидкости (упругая пластинка на свободной поверхности является абсолютно жесткой); колебания упругой пластинки при абсолютно жестком дне.

Получено условие устойчивости совместных колебаний пластин и жидкости. Проведены численные исследования для случая кругового цилиндра и круговых пластин.

НЕКОТОРЫЕ РЕЛАКСАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ НАНОСТРУКТУРНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Кувыркин Г.Н., Савельева И.Ю.

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Россия
Inga.Chalaya@gmail.com

На основе соотношений рациональной термодинамики необратимых процессов предложена система определяющих уравнений, позволяющих учесть процессы, происходящие в материалах на микроуровне. Для этого в рассмотрение введены внутренние параметры состояния, позволяющие, в общем случае, учесть конечную скорость распространения теплоты и эффекты вязкого высокоскоростного деформирования.

Кроме того, рассмотрены математические модели, учитывающие эффекты, характерные для наноструктурных материалов: более низкую теплопроводность и более высокую теплоемкость, а также меньшую температурную деформацию по сравнению с массивным материалом.

ДИАГНОСТИКА ПЛОСКИХ ДОМКРАТОВ ИНДИКАТОРОМ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

Кутасов И.А.

НПО «ИНТЕРБИОТЕХ», Ростов-на-Дону, Россия

При выполнении работ по корректировке жилых зданий в пространстве без отселения жильцов проблема надежности силовых узлов (домкратов) особенно актуальна. Так, разрушение или повреждение конструкции в результате развития трещины в процессе выравнивания зданий является аварийной ситуацией. Для предотвращения нештатных ситуаций разработана методика экспресс-диагностики плоских домкратов на основе применения универсального элетромагнитного индикатора механических напряжений. При его разработке использован ряд физико-механические закономерностей, установленных при пластической деформации материала: а) в локальных областях материала действуют ориентированные остаточные механические напряжения; б) зависимости деформаций от напряжений поликристалла в области растяжения и сжатия идентичны; в) толщина намагниченного датчиком поверхностного слоя материала составляет несколько диаметров зерен; г) при пластической деформации материала происходит разрыхление материала в виде пор, корреляционно связанное с магнитной проницаемостью материала, определяемой дроблением доменов; д) пластическое разрушение поверхностного слоя материала царапинами происходит в результате сдвиговых деформаций; е) для моделирования процесса разрушения материала в локализованном участке необходимо формирование сдвиговых деформаций минимум в трех ортогональных плоскостях ; ж) прочностные параметры материала определяются характером его напряженно-деформированного состояния. В качестве информационного сигнала индикатора использован экстремальный сигнал функции преобразования датчика, корреляционно связанный с разрыхлением материала в области концентрации напряжений, обеспечивающий бесконтактный контроль. Методика включает выполнение ряда подготовительных, контрольных и расчетных операций, представляемых в докладе. Приведены результаты практического применения экспериментального образца индикатора для контроля остаточных напряжений в материале мембран плоского гидравлического домкрата, используемого при подъеме зданий и сооружений. Полученный характер распределения остаточных напряжений и их значения показывают, что остаточные напряжения в отдельных областях достигают предела текучести и даже предела прочности.

МОДИФИЦИРОВАННОЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ УСТРОЙСТВО ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ДЕФЕКТООБРАЗОВАНИЯ В ТОНКИХ ОБРАЗЦАХ ПЕРСПЕКТИВНЫХ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Мирошниченко И.П.¹, Паринов И.А.², Рожков Е.В.², Серкин А.Г.¹

¹*Ростовский военный институт ракетных войск, Россия*

²*НИИМхПМ Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия*
ipmir@rambler.ru

В настоящее время одной из главных причин снижения качества продукции является наличие скрытых дефектов, не обнаруженных при установленных для данного типа изделий проверках. Большая часть отказов связана с проявлением скрытых дефектов в конструкционных материалах на различных этапах эксплуатации изделий.

Научно-методический аппарат дефектоскопии в настоящее время достаточно хорошо развит, но при выборе конкретного метода исследования необходимо учитывать особенности конкретной измерительной задачи. Например, акустико-эмиссионные (АЭ) методы, применяемые для исследования процессов разрушения материалов, позволяют надежно определить предел текучести, момент зарождения микро- и макро трещин и некоторые другие характеристики материала. Однако выявление и локализация источников разрушения в элементах конструкции сложной конфигурации методом АЭ затруднены. Поэтому актуальной задачей является разработка унифицированных экспериментальных устройств, объединяющих достоинства нескольких методов дефектоскопии.

Из анализа существующих технических решений, следует, что недостатком ограничивающим область их применения, является невозможность исследования процессов дефектообразования в тонких образцах при испытаниях на изгиб. Отмеченный недостаток обусловлен тем, что конструкции устройств исключают установку измерительного оборудования, кроме дополнительного, для регистрации параметров процессов дефектообразования, при этом применение дополнительного измерительного оборудования приводит к усложнению экспериментальных устройств и внесению погрешностей в результаты испытаний, снижая их точность. Наряду с этим, объединение силовых элементов в жесткую замкнутую конструкцию приводит к появлению значительного количества случайных возмущений, что существенно влияет на точность результатов испытаний и исключает проведение исследований процессов дефектообразования в тонких образцах.

Разработано унифицированное экспериментально-измерительного устройство для исследований процессов разрушения в образцах конструкционных материалов и фрагментах изделий, в реализации которого измерителя заложены несколько технических решений, защищенных патентами на изобретения.

Предлагаемое устройство, сохраняя положительные качества существующих аналогов отличается по сравнению с ними расширением функциональных возможностей за счет проведения исследований процессов дефектообразования в тонких образцах из перспективных конструкционных материалов при испытаниях на изгиб и может быть применена, например, при исследовании процессов дефектообразования в тонких образцах ленточных высокотемпературных сверхпроводников в приборостроении, машиностроении, судостроении, авиастроении и т.д.

Настоящая разработка частично поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований № 07-01-00012.

О ПОВЫШЕНИИ ВИБРОУСТОЙЧИВОСТИ ОПТИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Мирошниченко И.П., Шевцов В.А.

*Ростовский военный институт ракетных войск, Россия
ipmir@rambler.ru*

В настоящее время существенным недостатком известных измерителей перемещений, основанных на использовании интерференционных методов, и применяемых для регистрации малых перемещений поверхностей объектов контроля в процессе диагностики состояния конструкционных материалов и изделий, является низкая точность результатов измерений.

Отмеченный недостаток обусловлен тем, что в процессе измерений имеют место внешние нестационарные и, как правило, случайные возмущения (вибрации технологиче-

ского испытательного оборудования, воздействия различной природы и т.п.), которые от основания с установленным на нем объектом контроля, передаются на контролируемую поверхность и вызывают ее дополнительные перемещения, что приводит к внесению случайных погрешностей в результаты измерений, снижая их точность. Поэтому решение задачи о компенсации отмеченных возмущений является актуальной, особенно для высокоточных оптических средств измерений в составе передвижных диагностических систем.

Разработан перспективный способ компенсации внешних влияющих воздействий, реализованный в конструкции известного оптического измерителя малых перемещений, расширяющий его функциональные возможности и обеспечивающий учет влияния внешних возмущений в процессе проведения измерений.

Для подтверждения принципиальной возможности реализуемости предлагаемого способа и проведения его экспериментального обоснования была разработана и изготовлена экспериментальная установка.

Проведены предварительные испытания, анализ результатов которых позволяет сделать вывод о реализуемости предлагаемого способа и решении поставленной задачи разработки, а именно, повышении точности результатов измерений малых перемещений поверхностей объектов контроля и может быть применен для регистрации малых перемещений поверхностей объектов контроля при диагностике состояния конструкционных материалов, в процессе высокоточных измерений малых линейных и угловых перемещений поверхностей объектов контроля при проведении экспериментальных исследований перспективных конструкций, оценке их технического состояния и диагностике, при исследовании акустико-эмиссионных процессов в твердых телах, исследовании процессов дефектообразования в ленточных высокотемпературных сверхпроводниках, исследовании волновых процессов в слоистых конструкциях и конструкциях, выполненных из анизотропных конструкционных материалов, в машиностроении, судостроении, авиастроении, ракетно-космической технике и т.п.

Предложенный способ может быть распространен на интерференционные измерения в целом, его применение также позволяет повысить точность результатов измерений.

Настоящая разработка частично поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований № 07-01-00012.

НЕКОТОРЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ВИНТОВОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ТИПА ТИМОШЕНКО-РЕЙССНЕРА.

Панфилов И. А., Устинов Ю. А.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия
mehanic_rgu@mail.ru*

На основе прикладной теории типа Тимошенко–Рейсснера исследуются особенности гармонических волн и колебаний оболочки с винтовой анизотропией. Основное внимание уделено изучению осесимметричных и изгибных колебаний. В обоих случаях построены дисперсионные уравнения и проведен качественный и численный анализ их корней и отвечающих им элементарным решениям. Показано, что в осесимметричном случае винтовая анизотропия порождает связь между продольными и крутильными колебаниями, которая математически описывается амплитудными коэффициентами однородных волн. Для оболочки с жестко заделанными торцами исследовано поведение первых двух собственных частот от длины оболочки и угла

наклона винтовых. Для анализа степени преобразования продольных колебаний в продольно–крутильные рассмотрена краевая задача, в которой на одном торце задаются продольные смещения, изменяющиеся по гармоническому закону, а второй торец свободен от усилий и моментов. В случае изгибных колебаний также исследованы две задачи для полубесконечной оболочки. В первой задаче волны возбуждаются кинематическим способом путем задания гармонических колебаний торца оболочки в плоскости осевого сечения и показывается, что вдали от торца ось в общем случае описывает некоторые замкнутые траектории. Во второй задаче исследуется отражение однородной волны, набегающей на торец оболочки. Показано, что при некотором сочетании параметров возникает явление "краевого резонанса". Приводится сравнительный анализ результатов, полученными на основе теории Кирхгофа–Лява и теории Тимошенко–Рейсснера.

ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОУПРУГИХ СВОЙСТВ ПОЛИМЕРНОЙ МАТРИЦЫ НА АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМПОЗИТНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Сафроненко В.Г., Трифонов В.В., Шутько В.М.

*НИИММПМ Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия
safron@math.sfedu.ru*

Рассмотрены вынужденные колебания цилиндрической оболочки из волокнистого композита с полимерным связующим под воздействием гармонической поверхностной нагрузки. Для исследования процесса распространения стационарных колебаний в оболочке используется теория типа Тимошенко. Уравнения состояния полимерного заполнителя соответствуют модели термовязкоупругого тела. Для исследования малых колебаний оболочек используется модальный подход с последующим формированием разрешающих систем уравнений и сведением решения краевых задач к решению задач типа Коши. Численно исследуются амплитудно-частотные характеристики в зависимости от углов армирования и механических свойств полимерной матрицы. При этом рассмотрены три варианта учета механических свойств полимера. В первом случае полимер рассматривается как упругий материал с характеристиками, соответствующими мгновенно-упругому состоянию, во втором случае – длительному упругому состоянию. Значения упругих характеристик получены из термовязкоупругой модели в результате предельных переходов по частоте. Рассчитанные по упругой схеме амплитудно-частотные характеристики поперечного смещения сравниваются с результатами, полученными по термовязкоупругой модели. Сделаны выводы о применимости упругой схемы расчета первых собственных частот цилиндрической оболочки в случае шарнирного закрепления.

ОБОЛОЧКА ВРАЩЕНИЯ ТИПА «ТОР-ПЛАСТИНА» ПРИ БОЛЬШИХ ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ

Юдин А.С.¹, Юдин С.А.¹, Кутасов И.А.²

¹ *НИИМиПМ Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия*

² *НПО «ИНТЕРБИОТЕХ», Ростов-на-Дону, Россия*

yudin@math.sfedu.ru; iKutasov@mail.ru

Анализируются оболочки вращения, образованные двумя соосными и параллельными круглыми пластинами, сопряженными на контурах с разрезанным по внутреннему диаметру тором. Конструкция симметрична относительно горизонтальной плоскости, эквидистантной по отношению к пластинам. Меридиан тора имеет составную геометрию и образуется дугами гладких кривых, в частности, окружностей. В точках сопряжения элементов имеются разрывы кривизны со сменой знака. При нагружении оболочки внутренним гидравлическим давлением масла обеспечиваются большие перемещения (несколько сантиметров) и значительные усилия распора (десятки тонн) при сопротивлении на пластинах. Оболочками такого типа моделируются конструкции, называемые плоскими домкратами. Такие силовые механизмы используются в НПО «Интербиотех» для подъёма и выравнивания многоэтажных зданий, получивших крен в процессе эксплуатации при просадке грунта. Актуальность анализа таких конструкций связана с отсутствием методик их расчета, с необходимостью оценки вариантов домкратов с разными геометрическими и техническими характеристиками, а также в связи с преимуществами плоских домкратов по сравнению с поршневыми.

В работе используется геометрически и физически нелинейная математическая модель, основанная на уравнениях теории оболочек для больших перемещений, углов поворота и деформаций и определяющих свойства материала соотношениях, в которых используется диаграмма пластичности для логарифмических деформаций. В применяемом полуаналитическом полуобратном методе геометрия и толщина задаются так, чтобы подбором параметров с достаточной точностью удовлетворить комплексу уравнений теории оболочек. Для этого используется выводимая из уравнений формула, связывающая гидростатическое давление с параметрами задачи. Реализована одна из схем конструкции и алгоритма расчета, когда пластины жесткие, а меридиан тора меняет геометрию без удлинения. Растяжение в окружном направлении и изменение толщины учитываются.

СЕКЦИЯ 3

Памяти В. И. Юдовича (75 лет со дня рождения)

О ВОЗНИКНОВЕНИИ КОНВЕКЦИИ В ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ НАГРЕВЕ СВЕРХУ

Барковский Ю.С.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
bark@math.rsu.ru*

Возможность парадоксального явления, указанного в названии, была обнаружена Г.З. Гершуни и Г.М. Жуховицким путем вычислительного эксперимента. В докладе предлагается его математическое обоснование и описывается соответствующий аппарат, который ранее использовался в совместных работах В.И. Юдовича и автора при обосновании рождения тейлоровских вихрей между разновращающимися цилиндрами.

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ЗАДАЧА ОБ УДАРЕ ПЛАСТИНКИ О НЕСЖИМАЕМУЮ ЖИДКОСТЬ

Волков С.С.¹, Сметанин Б.И.², Соболев Б.В.¹

¹*Донской государственный технический университет (ДГТУ), Ростов-на-Дону, Россия
fenix_rsu@mail.ru*

²*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
smet@math.rsu.ru*

Рассмотрена задача о центральном ударе жесткой пластинки достаточно произвольной формы о поверхность несжимаемой жидкости. Область контакта пластинки с жидкостью ограничена гладкой кривой. В качестве конкретного примера рассмотрена кривая четвертого порядка. Методом интегральных преобразований задача сведена к решению двумерного интегрального уравнения по области контакта пластинки с жидкостью относительно функции распределения импульсивного давления под пластинкой. Решение уравнения ищется в виде произведения двух функций, одна из которых учитывает известную особенность решения уравнения. Для определения второй функции получено двумерное сингулярное интегральное уравнение более простой структуры, которое решено методом коллокации. С целью установления сходимости метода непосредственные вычисления проведены для 16, 25 и 36 узлов в первом квадранте области контакта. Приведены таблицы значений искомой функции и значение суммарного ударного импульса для различного числа узлов, свидетельствующие об эффективности предложенного алгоритма решения задачи.

СТАЦИОНАРНЫЕ ВИХРЕВЫЕ СТРУКТУРЫ ПРИ ПРОТЕКАНИИ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ СКВОЗЬ ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ КАНАЛ

Говорухин В.Н.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
vgov@math.rsu.ru*

Предложен алгоритм поиска стационарных вихревых конфигураций в идеальной жидкости при ее протекании сквозь границу прямоугольного канала (на границах задана нормальная компонента скорости и завихренность жидкости на входе). Алгоритм основан на решении нестационарного уравнения Эйлера методом вихрей в ячейках в сочетании с фильтрацией полученных вихревых распределений. Для верификации численных результатов разработан и проведен ряд вычислительных тестов. С применением алгоритма найдены и исследованы нетривиальные стационарные вихревые конфигурации с различным числом застойных зон.

СПЕКТР СДВИГОВЫХ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ ТЕЧЕНИЙ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

Гуда С.А.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
gudasergey@gmail.com*

Изучается неустойчивый спектр стационарных сдвиговых течений идеальной жидкости, быстро осциллирующих вдоль пространственной переменной. Работа продолжает исследования В.И.Юдовича, С.Фридлендер, Л.Беленькой и М.Вишика (1998, 2000). Построение асимптотики зависит от свойств предельной спектральной задачи. Например, вышеуказанные авторы предполагали, что собственное значение предельной задачи является простым, и проверяли, что данным свойством обладают сдвиговые течения с синусоидальным профилем при всех значениях. Здесь изучается случай кратного предельного собственного значения. Сформулированы условия, при которых двукратное собственное значение предельной задачи является предельным собственным значением исходной. Построена его асимптотика. Рассмотрен пример течения, в спектре предельной задачи которого присутствует двукратное собственное значение. Показано полное согласие асимптотической формулы и численных расчетов.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОБОБЩЕННОГО ГОДОГРАФА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ О РАЗДЕЛЕНИИ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СМЕСИ

Елаева М.С.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
marel84@mail.ru*

Рассмотрено применение обобщенного метода годографа для построения решения задачи о разделении двухкомпонентной смеси веществ электрическим полем в предполо-

жении, что проводимость смеси зависит от концентрации компонент. В бездиффузионном приближении решается аналог задачи Римана о распаде начального разрыва в случае, когда разрыв сглаживается при помощи бесконечно дифференцируемых функций. Методом обобщенного годографа получено решение задачи о движении квазиразрывных начальных данных.

О ТЕЧЕНИИ ВЯЗКОУПРУГОЙ МИКРОПОЛЯРНОЙ ЖИДКОСТИ В НАНОРАЗМЕРНОМ ЗАЗОРЕ МЕЖДУ ВРАЩАЮЩИМИСЯ ЦИЛИНДРАМИ

Еремеева И.А.

*Ростовский госуниверситет путей сообщения (РГУПС), Ростов-на-Дону, Россия
innaajurba@rambler.ru*

В последнее время в связи с задачами нанотехнологии установлено, что свойства жидкости существенно изменяются в случае течения в наноразмерных каналах и капиллярах. Это делает актуальным привлечение для описания поведения жидкости более сложных реологических законов, в частности, уравнений микрополярной жидкости [1]. Особенностью модели микрополярной жидкости по сравнению с ньютоновской жидкостью является наличие моментных напряжений и учета вращательных степеней свободы. Модель микрополярной жидкости использовалась в задачах трибологии, например в [1-3], где проведен анализ влияния микрополярных свойств на течение.

Целью данной работы является рассмотрение течения микрополярной жидкости при учете эффектов вязкоупругости. Рассмотрены некоторые типы уравнения состояния для микрополярной жидкости – уравнения состояния жидкости дифференциального типа и релаксационного типа. В качестве примера рассмотрена задача о течении между вращающимися соосными цилиндрами, аналогичная задаче Куэтта. Проведен анализ размерного эффекта в случае различных уравнений состояния, то есть, анализ влияния толщины зазора между цилиндрами на характеристики течения. Дано сравнение с решением классической задачи Куэтта, а также задачи для вязкой микрополярной жидкости.

1. Мигун Н.П., Прохоренко П.П. Гидродинамика и теплообмен градиентных течений микроструктурной жидкости. Минск: Наука и техника, 1984. 264 с.
2. Бессонов Н.М., Аэро Э.Л. Моментная гидродинамическая теория трения // Трение и износ. 1993. Т. 14. № 1. С. 107-111.
3. Ахвердиев К.С., Колобов И.А., Ялышев Р.Г. Гидродинамический расчет металлополимерного подшипника, работающего в режиме полужидкостного трения с микрополярным смазочным материалом // Трение и износ. 2003. Т. 24. № 6. С. 64-72.

СТАЦИОНАРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИЙ ДЛЯ БЕСКОНЕЧНО-КОМПОНЕНТНОЙ СМЕСИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Жуков М.Ю.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
zhuk@math.rsu.ru*

Построена и аналитически исследована математическая модель процесса переноса примесей электрическим полем в случае бесконечнокомпонентной смеси. В простейшем варианте переход от смеси с большим числом компонент к бесконечнокомпонентной смеси осуществляется формальной заменой дискретного номера компоненты континуальным параметром сорта и заменой суммирования по дискретному индексу интегрированием по параметру. В общем случае требуется введение подходящей счетно-аддитивной меры и функций распределения кинетических параметров смеси по параметру сорта.

ВИБРАЦИОННО-ГРАВИТАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ СЛОЕ

Зеньковская С. М., Овчинникова С. Н., Прозоров О. А.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
zenkov@math.sfedu.ru, ovch@math.sfedu.ru, oprozorov@mail.ru.*

Рассматривается задача о вибрационной конвекции в горизонтальном слое с твердыми стенками при действии высокочастотной вибрации малой амплитуды и произвольного направления. Анализируются осредненные уравнения, их равновесный режим и его устойчивость. Соответствующая линейная задача изучается при различных значениях вибрационных параметров. Особое внимание уделено случаю нагрева сверху, когда в отсутствие вибрации имеет место устойчивость. Построены нейтральные кривые, изотермы и линии тока. В окрестности критических чисел Рэлея изучаются вторичные стационарные режимы с применением метода Ляпунова-Шмидта.

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВИБРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В СЛОЕ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ

Зеньковская С. М., Прозоров О. А.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
zenkov@math.sfedu.ru, oprozorov@mail.ru*

Исследовано возникновение вибрационной конвекции в горизонтальном слое жидкости, ограниченном твердой стенкой и свободной, недеформирующейся в среднем, поверхностью. Применен метод осреднения, найден квазиравновесный режим, исследована его устойчивость. Спектральная задача для нормальных возмущений проанализирована асимптотически и численно в случае монотонной и колебательной неустойчивости. По-

строены длинноволновая и коротковолновая асимптотики критических чисел Марангони. Показано стабилизирующее влияние высокочастотной вибрации.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕАВТОНОМНЫХ МОДЕЛЕЙ КОНКУРЕНЦИИ

Ильичев В.Г.

*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону, Россия
vita@mmbi.krinc.ru*

Предложен геометрический метод исследования нелинейных неавтономных систем дифференциальных уравнений, основанный на взаимном расположении так называемых изоклин. Показано, что в случае моделей конкуренции изоклины допускают простое описание, а характер их взаимного расположения определяет глобальное асимптотическое поведение конкурентов.

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ АМПЛИТУДНОЙ СИСТЕМЫ В ЗАДАЧЕ О ДВИЖЕНИЯХ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ МЕЖДУ ВРАЩАЮЩИМИСЯ ПРОНИЦАЕМЫМИ ЦИЛИНДРАМИ

Колесов В.В., Романов М.Н.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
kolesov@math.rsu.ru*

Изучается потеря устойчивости стационарного течения вязкой однородной несжимаемой жидкости, заполняющей полость между двумя пронизываемыми бесконечными вращающимися концентрическими цилиндрами. Возмущения предполагаются периодическими по времени, а также в азимутальном и аксиальном направлениях. Рассчитываются нейтральные кривые монотонной вращательно-симметричной и колебательной трехмерной неустойчивости основного режима, а также точки их пересечения. Излагается алгоритм, и приводятся результаты численного расчета коэффициентов амплитудной системы, описывающей пересечение бифуркаций вторичного стационарного и автоколебательного режимов.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ N ТОЧЕЧНЫХ ВИХРЕЙ, РАСПОЛОЖЕННЫХ В ВЕРШИНАХ ПРАВИЛЬНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА, ВНЕ КРУГОВОЙ ОБЛАСТИ

Куракин Л.Г., Островская И.В.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
kurakin@math.rsu.ru, ostrov@math.rsu.ru*

Рассматривается задача устойчивости стационарного вращения правильного точечного вихревого n -угольника, расположенного вне круговой области. После работы Хаве-

лока (1931) осталось неясным ее полное решение в случае $1 < n < 6$. В данной работе получены исчерпывающие результаты для четного числа вихрей $n=2, 4, 6$.

УСТОЙЧИВОСТЬ НЕПОДВИЖНЫХ ТОЧЕК АВС-ТЕЧЕНИЯ

Маннаников Р.С., Ревина С.В.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
revina@math.rsu.ru*

Рассматривается поле скорости трехмерного пространственно-периодического течения несжимаемой жидкости. Найдены его неподвижные точки при различных значениях параметров. Показано, что при определенных значениях параметров возникают циклы равновесий. Проведена их визуализация с помощью пакетов компьютерных программ. Исследована устойчивость равновесий, построены фазовые портреты. Обнаружено, что спектр устойчивости зависит от положения равновесия на цикле.

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛОЖЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ ПРОФИЛЯ В ПОТОКЕ

Марчевский И.К.

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
iliamarchevsky@mail.ru*

Для исследования устойчивости положений равновесия профиля, находящегося в потоке жидкости или газа, предложен численно-аналитический метод, основанный на численном моделировании обтекания профиля и аналитическом исследовании устойчивости по Ляпунову. Алгоритм метода включает в себя три основных этапа: определение стационарных аэродинамических коэффициентов лобового сопротивления и подъемной силы для различных углов атаки профиля; аппроксимация полученных зависимостей гладкими кривыми; определение углов атаки, соответствующих неустойчивым положениям профиля.

Обтекание профиля несжимаемым потоком моделируется при помощи бессеточного метода вихревых элементов и его модификаций. Этот метод основан на лагранжевом описании эволюции завихренности и позволяет получать приемлемые для инженерных расчетов результаты при сравнительно низких требованиях к мощности компьютеров и затратах машинного времени.

Полученные автором инвариантные (т.е. зависящие только от стационарных аэродинамических коэффициентов и их производных по углу атаки) достаточные условия неустойчивости позволяют установить диапазон углов атаки, соответствующих неустойчивым положениям равновесия профиля в потоке.

Хорошее согласие полученных результатов с экспериментальными данными по исследованию устойчивости различных профилей показывает эффективность и адекватность построенного численно-аналитического метода.

ВИБРОДИНАМИКА И ПЛАВУЧЕСТЬ БЬЕРКНЕСА

Моргулис А.Б.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
Южный математический институт РАН, Владикавказ, Россия
amor@math.rsu.ru*

В докладе обсуждается классическая задача о движении твердого тела в несжимаемой жидкости, подверженной действию периодической вынуждающей силы с нулевым временным средним. Известно, что в таком случае на тело действуют силы с ненулевым средним. Рассматривается простая, но довольно общая модель этого явления. Именно, жидкость считается идеальной, а её течение – потенциальным; вынуждающая сила создается точечным источником периодической интенсивности. Форма тела считается произвольной. Для этой задачи формулируется принцип наименьшего действия в форме Гамильтона, где в роли конфигурационного пространства выступает подмногообразие группы движений трёхмерного пространства, а лагранжиан явно выражается через функцию Грина внешней задачи Неймана для заданного тела. Лагранжиан содержит линейный по скорости член. Примечательно, что эта линейная форма интегрируема лишь в том случае, если тело есть шар. Затем рассматривается случай высокочастотных колебаний и, непосредственно из принципа Гамильтона, выводится усреднённый лагранжиан, описывающий плавную составляющую движения. Этот лагранжиан включает потенциал виброгенной силы, пропорциональный среднеквадратической амплитуде интенсивности источника. На этой основе устанавливается достаточное условие существования положений равновесия. Приводятся примеры, показывающие, что усреднённая система может вовсе не иметь равновесий, если амплитуда интенсивности источника слишком мала.

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ВИБРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЕ НЕОДНОРОДНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Новосядлый В.А.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
vasili_20021981@mail.ru*

Исследовано возникновение конвекции Марангони–Рэлея–Бенара в двухслойной системе вязких несмешивающихся неоднородных жидкостей. Устойчивость основного режима с линейными градиентами температур изучается методом линеаризации. Получена спектральная задача. Построены нейтральные кривые монотонной и колебательной неустойчивости критического числа Марангони в зависимости от волнового числа.

ОТРЫВНОЙ УДАР ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА В СЛУЧАЕ НЕОДНОРОДНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Норкин М.В.

Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
norkin@ns.math.rsu.ru

Рассматривается плоская задача об ударе с отрывом эллиптического цилиндра, плавающего на поверхности неоднородной несжимаемой жидкости конечной глубины. Особенность данной задачи заключается в том, что область контакта тела с жидкостью заранее не известна и подлежит определению вместе с течением жидкости после удара. Вследствие этого поставленная задача является нелинейной и относится к классу задач со свободными границами. Для решения задачи применяется метод нелинейных граничных интегральных уравнений типа Гаммерштейна. Исследуется влияние дна, а также кинематических параметров и геометрических размеров на образующуюся на поверхности эллиптического цилиндра зону отрыва частиц жидкости.

ТЕЧЕНИЯ В ОКРЕСТНОСТИ ТОЧКИ РЕЗОНАНСА RES3 В ЗАДАЧЕ КУЭТТА-ТЕЙЛОРА

Овчинникова С.Н., Моршнева И.В.

Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
ovch@math.rsu.ru, morsh@math.rsu.ru

Рассматриваются режимы течения жидкости в точке пересечения бифуркаций в задаче Куэтта-Тейлора о течении вязкой несжимаемой жидкости между твердыми соосными вращающимися цилиндрами в случае Res3. Взаимодействие независимых нейтральных мод, существующих в окрестности точки пересечения двух нейтральных кривых (точки пересечения бифуркаций) описывается системой амплитудных уравнений, в которой кроме обязательных появляются дополнительные резонансные слагаемые. Для амплитудных уравнений строится фактор система. Равновесиям фактор системы соответствуют периодические и квазипериодические решения амплитудной системы, которым в свою очередь отвечают асимптотические решения уравнений движения. Получены условия существования и устойчивости равновесий фактор системы. В достаточно широком диапазоне изменения параметров задачи проведен расчет точек резонанса Res3, вычислены коэффициенты соответствующих амплитудных уравнений и найдены области на плоскости надкритичности, в которых существуют и устойчивы некоторые из резонансных режимов.

УРАВНЕНИЕ РАУСОВСКОГО ТИПА И ЛИНЕЙНЫЙ МЕТОД РАСЧЁТА ВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЙ ИДЕАЛЬНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Моргулис А.Б.¹, Петровская Н.В.²

¹*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
Южный математический институт, Владикавказ, Россия
amor@donpac.ru*

²*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
petr@ns.math.rsu.ru*

Излагается численная схема расчёта двумерных вихревых течений идеальной несжимаемой жидкости, основанная на новой форме уравнений гидродинамики. В работах В. И. Юдовича лагранжевы уравнения гидродинамики в случае двумерных течений в односвязной области приводятся к замкнутому интегро-дифференциальному уравнению. Подобно уравнениям раусовского типа, оно описывает движения по совместным множествам уровня интегралов момента (интегралов вихря). Для построения численной схемы используется линейаризованная форма этого уравнения. Конечномерные аппроксимации строятся с помощью стандартной проекционной техники (методом Галеркина).

ОЦЕНКА МАССЫ ГАЗА В ГАЗОВОЙ ПОДУШКЕ ТРЕЩИНЫ, ЗАПОЛНЯЕМОЙ МАГМАТИЧЕСКИМ РАСПЛАВОМ

Радионов А.А.
*Южный математический институт, Владикавказ, Россия
aar200772@mail.ru*

В работе построена математическая модель, описывающая процесс заполнения магматическим расплавом трещины, мгновенно образовавшейся вблизи вулканической камеры. Предполагается, что незаполненная расплавом часть трещины может содержать газ, масса которого пополняется за счет дегазации магматического расплава, а также за счет возможного поступления газа из вмещающей породы.

Для различных длин модельных трещин и различных композиций магматического расплава выясняется масса газа, попавшего в газовую подушку при дегазации расплава, а также ее объем после заполнения трещины.

В случае базальтовых водонасыщенных расплавов для относительно коротких трещин образование газовой подушки может привести к усилению колебаний, вызванных движением магматического расплава по трещине. В случае длинных трещин колебаний давления в газовой подушке не наблюдается. Более вязкие магматические расплавы заполняют трещину без дегазации и возникновение газовой подушки возможно только за счет притока газов из вмещающей породы.

УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ДЛИННОВОЛНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Ревина С.В.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
Южный математический институт, Владикавказ, Россия
revina@math.rsu.ru*

Построена асимптотика задачи устойчивости двумерных стационарных сдвиговых течений вязкой несжимаемой жидкости, когда один из пространственных периодов стремится к бесконечности. Рассмотрены два случая: когда поток основного течения вдоль длинного периода равен нулю и когда он отличен от нуля. Показано, что если выполняются некоторые условия невырожденности, то при уменьшении вязкости происходит колебательная потеря устойчивости. Для главных членов асимптотики получены явные формулы.

ОЦЕНКИ РЕШЕНИЙ ВОЗМУЩЕННОЙ СИСТЕМЫ ОЗЕЕНА В ПРОСТРАНСТВЕ R^n .

Сазонов Л.И.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
sazonov@math.rsu.ru*

В докладе представлены результаты о глобальной разрешимости возмущенной на стационарном решении нелинейной системы Озеена во всем многомерном пространстве для малых начальных данных. Предварительно установлены степенные оценки для возмущенной полугруппы Озеена. Относительно стационарного решения предполагается, что соответствующий возмущенный оператор Озеена не имеет собственных значений, расположенных в замыкании правой полуплоскости комплексной плоскости. Показано, что это условие влечет глобальную разрешимость для малых начальных данных, устойчивость по Ляпунову стационарного решения и позволяет получить степенные оценки сходимости по времени нестационарных решений к данному стационарному решению.

ЧИСЛЕННЫЕ И ПОЛУАНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА В ДВУМЕРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Сумбатян М.А., Бондарчук А.А.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
sumbat@math.rsu.ru, melchior@list.ru*

В работе строится два разных решения задачи о расчете высокоскоростного потока вязкой несжимаемой жидкости в канале постоянной ширины в двумерном приближении. Первый метод является полуаналитическим и основан на классических итерациях по времени. При этом на каждом шаге итерации задача сводится к некоторой линейной эллиптической проблеме, решение которой с использованием предложенной функции Грина

строится в замкнутом виде. Сама функция Грина также выписывается явно в квадратурах. За счет разделения переменных в структуре функции Грина удается построить алгоритм, квадратичный по числу узлов в продольном направлении. Второй метод основан на МКЭ и используется для тестирования полуаналитического метода на основе стандартного программного комплекса ANSYS с новым встроенным пакетом ANSYS-CFX, предназначенным для расчета задач гидродинамики. Дается сравнение результатов расчетов, полученных с помощью двух применяемых методов.

РАСЧЕТ СЕМЕЙСТВА СТАЦИОНАРНЫХ КОНВЕКТИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ В КОЛЬЦЕВОМ ПОРИСТОМ СЕКТОРЕ

Трофимова А.В., Цибулин В.Г.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
tsybulin@math.rsu.ru*

Рассматривается фильтрационная конвекция несжимаемой жидкости в кольцевых секторах. На основе уравнений для температуры и функции тока, записанных в цилиндрических координатах, развит метод исследования конвективных движений. В численном эксперименте рассчитаны семейства стационарных режимов для полукольца и трапецевидной области, подогреваемых снизу. Изучены переходы с ростом числа Рэлея, найдены случаи возникновения неустойчивости на семействе.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В ПОРИСТОУПРУГОМ СЛОЕ, КОЛЕБЛЮЩЕМСЯ НА СЛОЕ ЖИДКОСТИ

Усошина Е.А

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
elena_usoshina@mail.ru*

Рассматриваются колебания гетерогенного флюидонасыщенного слоя, лежащего на слое жидкости. Нижний слой идеальной жидкости покоится на недеформируемом основании. К верхней границе приложена осциллирующая сосредоточенная нагрузка. Колебания пористоупругой гетерогенной среды описывается уравнениями Био-Френкеля. Применением преобразования Фурье к системе уравнений, описывающих краевую задачу, строится функция Грина, выражение которой адаптировано для дальнейших расчетов при всех диапазонах изменения аргумента. Исследованы дисперсионные множества, которые, в отличие от гетерогенного слоя, имеют большее количество элементов с комплексной частью. При заданной на поверхности среды осциллирующей нагрузке построены формулы, описывающие волновые поля. Дан численный анализ перемещений в ближней и дальней зоне от области приложения нагрузки в зависимости от обводненности и пористости слоя.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ОТРАЖЕНИЕ ВОЛН В ЗАПОЛНЕННЫХ ЖИДКОСТЬЮ ВЯЗКОУПРУГИХ ТРУБКАХ ПРИ РАЗНЫХ УСЛОВИЯХ НАГРУЖЕНИЯ

Филиппова Е.Н., Кизилова Н.Н.

Харьковский национальный университет им.В.Н.Каразина, Харьков, Украина

Исследование распространения волн давления и скорости в системах вязкоупругих трубок, заполненных жидкостью, лежит в основе теории пульсовых волн в артериях. Линейная теория пульсовых волн была заложена в трудах Дж. Лайтхилла. Последующее развитие теории связано с учетом вязкости жидкости и стенки, нелинейными свойствами, сложной геометрией систем трубок, многочисленными отражениями и наложениями волн, необходимостью диагностической интерпретации регистрируемых кривых колебаний внутрисосудистого давления $P(t)$, диаметра сосуда $D(t)$ и объемного расхода крови $Q(t)$. В последние годы были разработаны новые методы анализа пульсовых кривых – анализ интенсивностей волн (wave-intensity analysis), анализ резонансных свойств артериальных русел. В связи с усилением интереса к глобальному проекту Virtual physiological human особую важность приобретает разработка моделей, насчитывающих тысячи артерий. При этом актуальной становится задача выбора адекватных граничных условий.

В данной работе исследуется распространение малых возмущений в толстостенной цилиндрической трубке из материала Кельвина-Фойхта. Трубка заполнена вязкой несжимаемой жидкостью. На входе в трубку задана входная волна, а на выходе - условие отражения волн от расположенного вниз по течению артериального русла. Решение задачи найдено в виде разложений. Получены и исследованы дисперсионные соотношения. Рассмотрены несколько типов граничных условий на внешней поверхности: условия ненагружения (поверхностные артерии), нулевые перемещения (глубокие и поджатые артерии), заданный закон перемещения (артерии мышц, желудка, сердца) с учетом наличия вязкоупругого контакта между стенкой артерии и тканями. Проведены расчеты пульсовых кривых и показано, что при одной и той же входной волне наложение падающей и отраженной волн приводит к различиям параметров кривых, зарегистрированных посередине трубки, в зависимости от граничных условий на стенке. Численно исследовано влияние жесткости и толщины стенки трубки, вязкости жидкости и коэффициента отражения волн на зависимости $P(t)$, $D(t)$ и $Q(t)$. Обнаруженные закономерности важны для биомеханического анализа пульсовых кривых в клинической диагностике.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОСЕДАНИЯ ЭРИТРОЦИТОВ КРОВИ КАК АГРЕГИРУЮЩИХ ЧАСТИЦ В НЕОДНОРОДНОМ ПОЛЕ СИЛ

Черевко В.А., Кизилова Н.Н.

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Харьков, Украина

Исследование параметров оседания эритроцитов крови в вертикальной трубке в поле силы тяжести является стандартным клиническим тестом (СОЭ), по которому ставится диагноз об общей суспензионной стабильности крови, которая определяется скоростью агрегации. СОЭ исследуется путем измерения координаты X границы раздела между столбиком чистой плазмы в верхней части трубки и зоной оседающих эритроцитов. Обра-

зование крупных агрегатов приводит к ускорению оседания, а пониженная агрегационная способность – к замедлению. Несмотря на обширную литературу, посвященную моделированию оседания агрегирующих частиц и эритроцитов крови в частности, многие вопросы, связанные с кинетикой процесса и влияния на него различных физико-химических факторов остаются неизученными.

В данной работе представлен краткий обзор моделей суспензий агрегирующих частиц. Приведены результаты экспериментальных исследований кривых оседания $X(t)$, выполненные на пробах крови здоровых испытуемых и пациентов с различными видами аллергии. При проведении экспериментов параллельно с контрольным тестом проводились измерения кривых $X(t)$ для проб с добавлением в них небольшого количества лекарственного препарата (аллергена). В случае наличия у пациента аллергии обычно отмечается ускоренное оседание эритроцитов после добавления аллергена. При этом наблюдается различная динамика кривых оседания $X(t)$, появление или отсутствие размытой границы между зонами чистой плазмы и оседающих агрегатов, и другие феномены, которые не находят объяснения в рамках существующих математических моделей. Для анализа полученных кривых, исследования наблюдающихся феноменов и физических основ воздействия аллергена на эритроциты, в работе используется трехфазная модель крови как суспензии агрегирующих частиц, которая была предложена в работах С.А.Регирера (1975, 1978). Квазиодномерная постановка задачи для оседания эритроцитов в тонкой длинной трубке исследовалась в работах Е.С.Лосева (1980, 1983).

Кровь рассматривается как суспензия, состоящая из твердой фазы (эритроциты) и двух жидких фаз – свободной жидкости (плазма крови) и жидкости, захваченной агрегатами. Захваченная жидкость может затем отфильтровываться из уплотняющегося под действием силы тяжести столба агрегатов и переходить в фазу свободной плазмы. Законы сохранения массы и импульсов фаз и уравнение, описывающее кинетику образования агрегатов, осреднены по сечению трубки. Учтена возможность неоднородного внешнего поля сил (центробежные силы при проведении оседания в центрифуге). Полученная гиперболическая система уравнений решена методом характеристик. Проанализированы различные предельные случаи, для которых можно получить количественные оценки, и построен алгоритм численного решения задачи. Проведено исследование кривых $X(t)$ при различных условиях задачи. Показано, какие параметры крови определяют ускоренное, замедленное или ступенчатое оседание. Выявлена диагностическая значимость параметров дифференциальной кривой $X'(t)$ и фазовых кривых $X'(X)$. Полученные результаты использованы для диагностической интерпретации экспериментальных кривых $X(t)$ и выявления аллергии.

ЭЛЕКТРОМИГРАЦИОННЫЙ ПЕРЕНОС ПРИМЕСИ В 2D МИКРОКАНАЛАХ

Ширяева Е.В.

*Южный федеральный университет (ЮФУ), Ростов-на-Дону, Россия
shir@math.rsu.ru*

Численными и аналитическими методами исследовано поведение примесей под действием электрического поля и потока жидкости в плоских микроканалах сложной конфигурации. При построении математической модели учитывались различные электрокинетические эффекты, например, электроосмос и потенциал течения. Особое внимание уделяется поведению примеси в окрестностях угловых точек микроканалов, в которых имеются сингулярности электрического поля. Для расчета электрического поля и поля

скоростей течения жидкости использован метод конечных элементов и пакет FreeFem. Результаты численных расчетов демонстрируют хорошее соответствие аналитической теории массопереноса электрическим полем для одномерных задач.

ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

Altenbach Н.	30	Еремеева И.А.	47
Eremeyev V.A.	30	Еремин А.А.	15
Азарова П.А.	7	Ержаков Г.В.	28
Айзикович С.М.	7, 12	Жанг Ч.	16
Акопьян В.А.	31	Жуков М.Ю.	48
Александрин М.В.	8	Журавлев Г.А.	36
Анджикович И.Е.	9	Зайцева И.А.	9
Анкудинов А.В.	31	Звездина Ю.А.	17
Астафьев В.И.	32	Зеленина А.А.	5
Баничук Н.В.	33	Зенченков А.В.	17
Барбер Дж.Р.	26	Зеньковская С.М.	48
Барковский Ю.С.	45	Зубов Л.М.	5
Батищев В.А.	3	Иванова С.Ю.	33
Бауэр С.М.	9, 31	Иваночкин П.Г.	18
Белов А.А.	33, 34	Игумнов Л.А.	33, 37
Белянкова Т.И.	10	Ильичев В.Г.	49
Беркович В.Н.	11	Индейцев Д.А.	18
Богомоллов А.С.	19	Кабельков А.Н.	37
Боев Н.В.	11	Каламбет В.Б.	19
Бондарчук А.А.	54	Калинин П.В.	37
Бострем А.	34	Калинчук В.В.	20
Буравчук Н.И.	11	Калоеров С.А.	20
Васильев А.С.	12	Карапетьян Г.Я.	35
Васильев Л.М.	13	Карелин И.С.	33
Ватульян А.О.	4, 14	Карякин М.И.	8
Ватульян К.А.	14	Качанов А.Б.	9
Викторов И.В.	4	Каштанова С.В.	31
Волков С.С.	45	Кизилова Н.Н.	56
Ворович Е.И.	23	Ковалев В.А.	38
Воронкова Е.Б.	9	Колесов В.В.	49
Глушков Е.В.	15	Колосова Е.М.	20, 24
Глушкова Н.В.	15	Кононов Ю.Н.	39
Говорухин В.Н.	46	Короткин В.И.	20
Голуб М.В.	16, 34	Костандов Ю.А.	13, 21
Гуда С.А.	46	Кренев Л.И.	7
Гуржий А.А.	24	Кривонос А.С.	15
Гурьянова О.В.	11	Крушинская А.А.	22
Денина О.В.	16	Кувыркин Г.Н.	39
Дидок Н.К.	39	Куракин Л.Г.	49
Днепроовский В.Г.	35	Курбатова Н.В.	27
Елаева М.С.	46	Кутасов И.А.	6, 40, 44

Лапин А.Г.	23	Селезнев М.Г.	7, 12
Леви М.О.	29	Семенов Б.Н.	9, 18
Литвинчук С.Ю.	34	Семенов Д.А.	38
Локшина Л.Я.	13	Серкин А.Г.	40
Лыжов В.А.	23	Сметанин Б.И.	45
Ляпин А.А.	24	Соболь Б.В.	45
Макеев Е.В.	33	Соколов А.В.	26
Маннаников Р.С.	50	Соловьев А.Н.	31
Манжиров А.В.	5	Стернин М.Д.	18
Марчевский И.К.	50	Суворова Г.Ю.	19
Медведев В.С.	21	Сулацкова Е.Ю.	17
Мелешко В.В.	22, 24, 26	Сумбатян М.А.	54
Мирошниченко И.П.	40, 41	Сухов Д.Ю.	16, 20
Моргулис А.Б.	51, 53	Типясов А.С.	9
Морозов Н.Ф.	31	Товстик П.Е.	4
Моршнева И.В.	52	Токовый Ю.В.	26
Наседкин А.В.	16	Трифонов В.В.	43
Наумов В.Н.	18	Трофимова А.В.	55
Нестеров С.А.	14	Трофимчук А.Н.	22
Новосядлый В.А.	51	Тукодова О.М.	23
Норкин М.В.	52	Усошина Е.А.	55
Няпшаев И.А.	31	Устинов Ю.А.	14, 42
Овчинникова С.Н.	48, 52	Фам Т.Х.	27
Окороков Е.П.	11	Филиппова Е.Н.	56
Островская И.В.	49	Цибулин В.Г.	55
Павлова Л.Н.	11	Чебаков М.И.	16, 24
Панфилов И.А.	42	Черевко В.А.	56
Паринов И.А.	40	Черпаков А.В.	31
Петренко А.В.	20	Чумакова Е.С.	27
Петров А.Н.	37	Шалдырван В.А.	28
Петровская Н.В.	53	Шевцов В.А.	41
Пипа В.А.	29	Шейдаков Д.Н.	28
Прозоров О.А.	48	Ширяева Е.В.	57
Пузанов Ю.Е.	9	Шутько В.М.	43
Радаев Ю.Н.	38	Юдин А.С.	6, 28, 44
Радионых А.А.	53	Юдин С.А.	28, 44
Ревина С.В.	50, 54	Юрченко А.И.	29
Рожков Е.В.	40	Явруян О.В.	7
Романов А.Е.	25		
Романов М.Н.	49		
Ротерс П.В.	32		
Савельева И.Ю.	39		
Сазонов Л.И.	54		
Сафроненко В.Г.	43		

