Генерация квантовых вихрей волнами на поверхности сверхтекучего гелия

М. Р. Султанова^{+*},¹⁾, И. А. Ремизов^{+*}, Л. П. Межов-Деглин^{+*}, А. А. Левченко^{+*}

+Институт физики твердого тела им. Ю.А. Осипьяна РАН, Черноголовка, 142432 Россия

*Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН Черноголовка, 142432 Россия

Submitted сентябрь 2023 Resubmitted 2023

Наблюдено формирование квантовых вихрей двумя взаимно перпендикулярными волнами, возбужденными на поверхности сверхтекучего гелия. В экспериментах исследовали взаимодействие инжектированных под поверхность He-II отрицательных зарядов с вихревым течением жидкости, формируемым поверхностными волнами частотой от 20 Гц до 49.9 Гц в интервале температур от 1.5К до 2.17К. О взаимодействии зарядов с вихревыми течениями судили по распределению токов, регистрируемых вертикально ориентированными сегментами приемного коллектора. При температуре T=1.5K наблюдается эффективный захват инжектированных зарядов квантовыми вихрями, что приводит к существенному перераспределению токов между сегментами приемного коллектора. При температурах около T=1.7Kзаряды уходят из ловушек на квантовых вихрях. При дальнейшем повышении температуры инжектированные заряды рассеиваются на вихревых течениях нормальной компоненты, создаваемых поверхностными волнами.

1. Введение. Предметом настоящего исследования является изучение взаимодействия инжектированных отрицательных зарядов (отрицательно заряженных электронных пузырьков в жидком ⁴He) с вихревыми течениями, которые создаются нелинейными волнами, распространяющимися на поверхности жидкого гелия. В нормальном жидком гелии Не-I при T>2.17К генерируемое волнами вихревое течение является классическим и описывается уравнением Навье-Стокса. При температурах T<2.17K в вихревом движении участвуют нормальная и сверхтекучая компоненты. Особенностью сверхтекучей компоненты является квантование циркуляции скорости движения жидкости [1]. Квантовый вихрь представляет собой топологический дефект, который заканчивается на поверхности жидкого гелия или на стенках сосуда, т.е. обычно квантовые вихри простираются от стенки до стенки экспериментального сосуда, или от стенки до свободной поверхности сверхтекучей жидкости [2]. Существуют также квантовые вихри в форме колец, которые могут формироваться, например, при движении в гелии инжектированных зарядов с высокими скоростями [3]. Взаимодействие пересекающихся квантовых вихрей между собой ("reconnection") приводит к формированию сложных структур - вихревых клубков [4].

Экспериментально свойства квантовых вихрей изучались, в основном, в замкнутой геометрии, когда свободная поверхность жидкости отсутствовала [5, 6]. Однако недавно была опубликована статья, посвященная взаимодействию квантовых вихрей со свободной поверхностью сверхтекучей жидкости [7]. В этой работе исследовали динамику заряженных наночастиц, которые взаимодействовали с квантовыми вихрями, оканчивающимися на свободной поверхности жидкости. Выделены два типа траекторий частиц и связанных с ними вихревых структур: вертикальные линейные вихри, закрепленные одним концом на дне емкости, и полукольцевые вихри, движущиеся вдоль свободной поверхности жидкости.

В экспериментах [8] было показано, что на поверхности классической жидкости две взаимно перпендикулярные стоячие волны формируют периодическую структуру – шахматную доску – из вихрей противоположной завихренности. Период этой решетки равен длине поверхностной волны λ . Вихри проникают в объем жидкости, их завихренность Ω затухает с глубиной z по экспоненциальному закону $\Omega \sim exp(-z/\zeta_0)$, где ζ_0 – глубина проникновения волны. В случае возбуждения стоячих капиллярных или гравитационных волн на поверхности сверхтекучего He-II следовало бы ожидать, что наряду с обычными классическими вихрями, возбуждаемыми в нормальной компоненте жидкости, взаимодействие волн приводит к формированию петель квантовых вих-

 $^{^{1)}\}mbox{e-mail:}$ mabinkaiftt@issp.ac.ru

рей, начинающихся и оканчивающихся на свободной поверхности сверхтекучей жидкости [7].

Для исследования особенностей вихревых структур, формируемых волнами на поверхности сверхтекучего He-II, мы выбрали методику, ранее примененную в работе [9]. Электрон, инжектированный в жидкий гелий, формирует сферическую вакуумную полость («пузырек») радиусом около ~ 20 Å при давлениях насыщенных паров [10]. При низких температурах T≤1.5K отрицательный заряд локализуется на квантовом вихре в потенциальной яме глубиной ΔU , оцениваемой от 50К до 130К согласно [11, 12, 13, 14]. Однако с повышением температуры время жизни заряда в ловушке должно уменьшаться по экспоненциальному закону, $\tau \sim exp(-\Delta U/T)$. О структуре вихревой системы и о взаимодействии зарядов с квантовыми вихрями можно судить, изменяя направления движения зарядов в объеме жидкости [15].

Таким образом, инжектированные в сверхтекучий гелий отрицательные заряды взаимодействуют с квантовыми вихрями и могут служить хорошими пробными частицами для обнаружения и изучения свойств квантовых вихрей [5].

Наши первые эксперименты были проведены при температурах T = 1.8К и T = 2.3К [9]. Было показано, что формирование вихревых структур стоячими волнами на свободной поверхности жидкого гелия приводит к отклонению зарядов от первоначальной траектории движения в приложенном электрическом поле вследствие рассеяния на вихревых течениях, формирующихся в объеме нормальной компоненты. Взаимодействие между волнами на поверхности жидкого гелия приводит к генерации, в основном, классических вихрей.

В цели настоящих экспериментов входила попытка обнаружения генерации квантовых вихрей нелинейными волнами, распространяющимися по поверхности сверхтекучего гелия по результатам изучения взаимодействия инжектированных отрицательных зарядов (электронных пузырьков) с вихревыми структурами, порождаемыми капиллярными или гравитационными волнами в слое He-II в широком интервале температур вплоть до 1.5 К.

2. Методика. Исследования проводили в гелиевом оптическом криостате, в вакуумной полости которого была установлена камера с экспериментальной ячейкой. Камера соединена с гелиевой полостью криостата медным хладопроводом. Рабочая ячейка представляет собой прямоугольный параллелепипед размерами 50х50х30 мм с шестью несоприкасающимися электрически изолированными гранями (рис. 1). Жидкий гелий конденсировали в камеру из наружного транспортного сосуда дьюара через капилляр набора. Для устранения примесей гелий проходил через мелкопористый медный фильтр, охлажденный до 4.2К. Рабочую температуру экспериментальной ячейки можно было варьировать от 1.5К до 4.2К откачкой паров жидкого гелия из гелиевой полости криостата.

Схема экспериментальной ячейки приведена на рис. 1. Верхняя грань ячейки изготовлена из прозрачной кварцевой пластины толщиной 2 мм, на которую снизу была напылена полупрозрачная металлическая пленка. На одной из вертикальных граней, выше центра, установлен точечный источник зарядов диаметром 3 мм (1 на рис. 1). Источник зарядов электрически соединен с гранью, на которой он установлен. На смежной источнику грани установлен составной регистрирующий коллектор, состоящий из 5 сегментов (3 на рис. 1) линейными размерами 9 х 30 мм. Каждый сегмент коллектора был подключен к независимому усилителю тока, электрический сигнал с которого через АЦП поступал в компьютер.



Рис. 1 – схема экспериментальной ячейки:1 – источник зарядов, 2 – плунжеры, 3 – составной принимающий коллектор

Как и в работе [9] для возбуждения волн на поверхности гелия использовали два плоских волнопродуктора (плунжеры 2 на рис. 1), которые были установлены параллельно свободным смежным вертикальным граням на расстоянии 3 мм от стенки. Плунжеры приводились в движение электромагнитными приводами, переменное напряжение на которые подавалось с двухканального функционального генератора. Они совершали возвратно-поступательные колебания в горизонтальной плоскости с частотой, задаваемой внешним генератором.

Напряжение на грани ячейки подавалось от пяти независимых источников постоянного напряжения с общей землей. Это позволяло создавать в объеме жидкости тянущие электрические поля заданной конфигурации, управляющие движением инжектированных зарядов от источника зарядов 1 к составному принимающему коллектору 3. При проведении измерений регистрировали зависимость тока на различных сегментах коллектора от времени до включения накачки, при включенной волновой накачке, и после отключения откачки. Чтобы подавить влияние случайных шумов и электрических наводок, и чтобы выделить постоянную составляющую тока каждого сектора коллектора I_i зарегистрированные зависимости подвергались Фурье фильтрации на низких частотах.

Экспериментальные результаты. 3. Ha рис. 2 представлены температурные зависимости токов $I_i(T)$, зарегистрированных секторами коллектора в отсутствие волновой накачки. К граням ячейки были приложены следующие напряжения: $U_{sours} = U_{s2} = -100$ B, $U_{top} = -50$ B, $U_{bot} = -100$ B, $U_{s1} = 0$ В. Видно, что ток, в основном, приходит на центральный 0 и на -1 сегменты коллектора. Плавное понижение значений токов $I_i(T)$ с ростом температуры связано с изменением вязкости He-II. Низкочастотные шумы на кривых $I_i(T)$ обусловлены, в основном, неконтролируемой вибрацией заряженной поверхности жидкого гелия в экспериментальной ячейке.



Рис.2. Температурные зависимости токов отрицательных зарядов $I_i(T)$, приходящих на сегменты коллектора, при плавном повышении температуры He-II в интервале T=1.5-2.17K в отсутствии накачки

Ниже, на рис. 3 показано, как изменяется распределение токов по секторам принимающего коллектора в He-II при постоянной температуре T=1.5K при включении волновой накачки на частоте f_g = 49.88 Гц на 140-й секунде и последующем выключении накачки на 290-й секунде. Распределение постоянных напряжений на гранях ячейки то же, что и на Рис. 2. Моменты включения и выключения переменного напряжения на приводах плунжеров указаны пунктирными вертикальными прямыми. При частоте накачки $f_g = 49.88$ Гц длина возбуждаемой на поверхности стоячей капиллярной волны на поверхности $\lambda = 0.2$ см (волновой вектор k ≈ 31.4 см⁻¹). В соответствии с оценками, приводимыми в работе [9], при амплитуде электрического напряжения, подаваемого на приводы плунжеров А=7000 мВ, амплитуда капиллярных волн составляла H \approx 0.003 см и крутизна волны kH ≈ 0.05 .



Рис.3. Влияние волновой накачки частотой f_g = 49.88 Гц на распределение токов по секторам принимающего коллектора в He-II при постоянной температуре T=1.5К. Пунктирные прямые указывают момент включения и выключения накачки

При включении накачки коллекторный ток перераспределился, в основном, между тремя сегментами. Ток на 0 сегменте $I_0(t)$ уменьшился с 390 до \approx 50 fA, на сегменте -1 $I_{-1}(t)$ увеличился до \approx 400 fA, ток на -2 сегменте $I_{-2}(t)$ также слегка увеличился. Суммарное значение коллекторного тока $I_{sum} \approx$ 640 fA практически не изменилось. После выключения накачки токи, регистрируемые отдельными сегментами, практически возвращались к исходным значениям.

На рис. 4 показаны зависимости токов от температуры на сегментах коллектора $I_i(T)$ при включенной накачке на частоте $f_g = 49.88$ Гц, которые были зарегистрированы при плавном повышении температуры жидкости от 1.5К до 2.17К. Время изменения температуры составляло 1850 секунд, т.е. температура повышалась со скоростью ≈ 16 mK/мин. Волновая накачка была включена в течение всего эксперимента. Отметим, что в интервале температур T = 1.5 -1.7K распределение токов по сегментам на рис. 4 качественно совпадает с распределением, показанным на рис. 3. При дальнейшем повышении температуры в узком интервале температур T = 1.68 - 1.75 K значения токов I_0 и I_{-1} резко изменяются: ток I_0 заметно возрастает, а I_{-1} убывает.

На вставке показаны зависимости токов отрицательных зарядов I_0 и I_{-1} от обратной температуры в полулогарифмическом масштабе в интервале температур T=1.68–1.75K. Сплошные прямые соответствуют зависимостям I~ $exp(\pm \Delta/T)$, где $\Delta = 121$ K.

Как видно на рис. 4, при температурах выше 2.0К распределение токов по отдельным сегментам при включенной накачке вновь заметно изменяется по сравнению с распределением токов в отсутствии накачки на рис. 2. Ток на центральном коллекторе $I_0(T)$ падает до величины 80 fA при T=2.17K, а ток на сегменте -1 $I_{-1}(T)$ возрастает до величины 330 fA. Плавное уменьшение суммарного тока $I_{sum}(T)$, токов $I_0(T)$ и $I_{-1}(T)$ с ростом температуры выше 1.9К может быть связано с возрастанием плотности нормальной компоненты и коэффициента кинетической вязкости жидкого гелия вблизи T_{λ} [9, 16].



Рис.4. Температурные зависимости токов отрицательных зарядов, регистрируемых сегментами коллектора при включенной волновой накачке при плавном повышении температуры He-II от 1.5K до 2.17K. На вставке показана зависимость токов отрицательных зарядов $I_0(T)$ и $I_{-1}(T)$ в полулогарифмическом масштабе от обратной температуры 1/T в интервале температур T=1.68 – 1.75K. Прямые линии соответствуют зависимости I= $exp(\pm 121/T)$.

Отметим, что токи на остальных сегментах коллектора в интервале температур 1.7-2.17К при включеной накачке практически не изменялись.

4. Обсуждение. В работе [17] было показано, что распределение стационарной вертикальной завихренности на поверхности и в объеме жидкости $\Omega(x, y, z)$, формируемой двумя стоячими взаимно перпендикулярными волнами на поверхности жидкости, может быть описано суммой двух одинаковых слагаемых, отличающихся только сомножителями:

$$\Omega(z) = \left(2e^{-2kz} + \sqrt{2}e^{-\sqrt{2}kz}\right) H_x H_y \omega k^2 * \\ sin(\varphi)sin(kx)sin(ky).$$
(1)

Первое слагаемое описывает вклад завихренности, которая связана с увлечением Стокса, а второе слагаемое обусловлено нелинейным взаимодействием волн – завихренность Эйлера.

Завихренность, генерируемая за счет увлечения Стокса, формируется на поверхности и в объеме жидкого гелия за время установления стоячей волны. В нашем эксперименте это время равно удвоенному времени пробега волны от стенки до стенки ячейки, ≈ 1 секунде [18].

Генерация вихревых движений в объеме сверхтекучей жидкости за счет нелинейного взаимодействия между волнами происходит в приповерхностном вязком подслое, который служит источником завихренности. При волновой накачке на частоте $f_g =$ 49.88 Гц Гц глубина вязкого подслоя на поверхности He-II при T=1.5К составляет около $\delta = \sqrt{\nu/\omega} \approx$ 5*10⁻⁴ см [19]. Эта глубина много меньше длины капиллярной волны $\lambda = 0.2$ см и амплитуды возбуждаемых волн H≈0.003 см. Завихренность проникает в объем вязкой жидкости с характерным вязким временем $\tau_{vis} = (2\nu k^2)^{-1} \approx 5.5$ сек. После включения или выключения накачки волн на временах t $\gg \tau_{vis}$ завихренность изменяется по экспоненциальному закону, $\Omega_E \sim exp(-t/\tau_{vis})$ [20].



Рис.5. Зависимость характерного времени изменения тока τ_0 от волнового вектора k волны накачки при T=1.5K. Точки – эксперимент, сплошная кривая соответствует зависимости $\tau_{vis} = (2\nu k^2)^{-1}$

На рис. 5 приведена зависимость характерного времени τ_0 от волнового вектора k (частоты накачки f_g), полученная аппроксимацией экспоненциальной функции $exp(-t/\tau_0)$ к экспериментальным зависимостям $I_i(t)$ при включении и выключении накачки

на пяти резонансных частотах. Значения частот τ_0 , представленные красными точками на рис. 5, были получены усреднением по результатам четырех измерений на каждой из частот. Сплошной кривой показана расчетная зависимость вязкого времени τ_{vis} от волнового вектора $\tau_{vis} = (2\nu k^2)^{-1}$.

Видно, что характерное время τ_0 уменьшается с ростом частоты и близко по значениям к вязкому времени τ_{vis} . Ошибки в расчетах τ_0 обусловлены довольно высоким уровнем токов смещения, связанных с колебаниями поверхности жидкости.

Как было отмечено выше, после включения накачки на поверхности жидкого гелия возникает решетка вихрей – «шахматная доска» (1), состоящая из вихрей, имеющих попарно противоположные завихренности. При температуре Т=1.5К плотность нормальной компоненты составляет около 11% от полной плотности жидкого гелия, поэтому следует ожидать, что при возбуждении вихревых течений в He-II доминирующую роль должна играть завихренность, возбуждаемая в сверхтекучей компоненте. Можно предположить, что квантовые вихри начинаются на одном вихре шахматной доски на поверхности, а заканчиваются на соседнем с противоположной завихренностью, то есть под поверхностью формируются петли квантовых вихрей. В этом случае из соображений минимума энергии длина заряженного вихря должна быть близка к $\lambda/2$, что может приводить к формированию под поверхностью выделенных направлений, вдоль в которых, в основном, располагаются петли квантовых вихрей. Под поверхностью возникает анизотропия в распределении плотности квантовых вихрей.

Оценим плотность квантовых вихрей, которые формируются под поверхностью. Циркуляция скорости вихревого движения квантовой жидкости определяется соотношением

$$\Gamma = \int_{S} rot \ V \ dS = n \frac{h}{m},\tag{2}$$

где интегрирование ведется по площади S, rot V = Ω - завихренность, h - постоянная Планка, m - масса атома гелия-4, n – количество вихрей на площади S. Отсюда по порядку величины плотность квантовых вихрей N ~ $\Omega/(\frac{h}{m})$. Завихренность вихря решетки на поверхности жидкости при накачке на частоте 49.88 Гц, оцененная по формуле (1), равна приблизительно $\Omega \approx 3$ сек⁻¹. Тогда средняя плотность квантовых вихрей под поверхностью сверхтекучего гелия составляет по порядку величины N ~ $\Omega/\frac{h}{m}$ =10³ см⁻².

Электрическое поле Е прижимает движущиеся в жидком гелии отрицательные заряды к свободной поверхности жидкости. Направленная вверх вертикальная составляющая силы еЕ на расстоянии z_0 под поверхностью сравнивается с отталкивающей силой изображения зарядов [21],

$$eE = e^2/16z_0^2 \pi \varepsilon_0(\varepsilon_i - \varepsilon_g)/\varepsilon_i(\varepsilon_i + \varepsilon_g).$$
(3)

В результате в жидком He-II в вертикальном электрическом поле напряженностью E ≈ 10 B/см на расстоянии $z_0 \approx 100$ нм от поверхности возникает квазидвумерный заряженный слой отрицательных зарядов плотностью $\sigma \approx 10^7$ зарядов/см 2 (диэлектрическая проницаемость жидкого ⁴Не и насыщенного пара равна $\varepsilon_i = 1.057$ и $\varepsilon_g = 1.00$, соответственно). При этой оценке, естественно, не учитывается возможность квантового туннелирования электронов из вакуумных пузырьков в пар, т.е. полагается, что образующийся под поверхностью квазидвумерный заряженный слой плотностью $\sigma \sim$ 10⁷ зарядов/см² экранирует вертикальную составляющую приложенного электрического поля, и среднее расстояние между электронными пузырьками в слое составляет ≈ 3 мкм. Отметим, что квазидвумерный заряженный слой располагается в вязком подслое, где возбуждается завихренность. [8]

Далее, предполагаем, что движущиеся заряды могут захватываться квантовыми вихрями, так как температура He-II в рабочей ячейке ниже 1.7К. Один квантовый вихрь длиной $\lambda/2 = 0.1$ см, расположенный на расстоянии z₀ от поверхности, может захватить до 300 электронных пузырьков. Если средняя плотность порожденных волновой накачкой квантовых вихрей $N \approx 10^3 \text{ см}^{-2}$, то плотность захваченных вихрями зарядов в среднем может достигать $\sigma_{tr} \approx 3 \cdot 10^5 \text{ см}^{-2}$, т.е. почти в 30 раз меньше плотности свободных незахваченных зарядов $\sigma \sim 10^7~{\rm cm}^{-2}$ в квазидвумерном слое. В результате, движущиеся от источника зарядов к коллектору электронные пузырьки при охлаждении He-II ниже 1.7К могут рассеиваться на заряженных квантовых вихрях. Иначе говоря, при включении волновой накачки на поверхности жидкого ⁴Не наряду с возбуждением обычных классических вихрей в объеме нормальной компоненты сверхтекучего He-II, как это было показано ранее в экспериментах [9], в сверхтекучей компоненте He-II образуются также квантовые вихри, которые могут захватывать отрицательно заряженные электронные пузырьки при температурах ниже 1.7К. Формирование сложных структур пузырь - квантовый вихрь в конденсате Бозе-Эйнштейна подробно исследовано в работе [22].

На вставке рис. 4 показаны зависимости токов I_0 и I_{-1} в полулогарифмическом масштабе от об-

ратной температуры 1/Т в интервале температур T=1.68-1.75К. Время прохождения этого температурного интервала составило более 200 секунд. Так как скорость повышения температуры невелика, а время захвата заряда в ловушке при $T \approx 1.68 K$ составляет ~ 10 секунд при сопоставимой плотности квантовых вихрей [14], то можно предположить, что распределение зарядов в ловушках находится в квазиравновесном состоянии. Плотность захваченных зарядов σ_{tr} пропорциональна времени жизни зарядов в ловушке на квантовом вихре au_{tr} и может быть описана экспоненциальной функцией вида $\sigma_{tr} \sim exp(-\Delta/T)$. Резкое изменение токов $I_i(T)$ при температурах вблизи 1.7К связано с процессами выхода отрицательных зарядов из ловушек на квантовых вихрях. Можно предположить, что отклонения токов I_0 и I_{-1} от исходных значений ΔI_i при изменении температуры вблизи 1.7К пропорциональны концентрации зарядов на квантовых вихрях σ_{tr} , т.е. $\Delta I_i \sim exp(-\Delta/T)$. На вставке прямыми линиями показаны экспоненциальные зависимости с $\Delta = 121$ К. Эта оценка глубины ловушки довольно близка к оценке глубины потенциальной ямы $\Delta = 132 \text{K}$, полученной в экспериментах [12], где измеряли среднее время захвата отрицательных зарядов в ловушки на квантовых вихрях в He-II при температурах вблизи 1.7К. Близость двух оценок энергий активаций и совпадение температурных тнтервалов подтверждает наше предположение. Поскольку при температурах выше T=1.7К вероятность захвата заряда ловушкой мала [11, 12, 13, 14] квантовые вихри в He-II оказываются электрически нейтральными. Поэтому при нагреве выше 1.7К основную роль в рассеянии отрицательных зарядов на вихревых течениях в He-II играет механизм, рассмотренный ранее в работе [9] - увлечение подвижных зарядов вихревыми течениями в нормальной компоненте.

5. Заключение. Впервые экспериментально установлено, что взаимодействие двух взаимно ортогональных стоячих волн на поверхности сверхтекучего He-II при температурах ниже 1.7К приводит к формированию вблизи поверхности квантовых вихрей, которые могут захватывать прижимаемые к поверхности жидкости внешним электрическим полем инжектированные отрицательные заряды (электронные пузырьки радиусом около 20 ангстрем). Рассеяние свободных зарядов на заряженных вихрях приводит к изменению направления их движения под поверхностью жидкости в постоянном электрическом поле. При температурах 1.7 < T < 2.17 K захват отрицательных зарядов квантовыми вихрями становится несущественным, и при включении волновой накачки на поверхности движущиеся в электрическом поле заряды рассеиваются, в основном, на вихревых течениях, генерируемых поверхностными волнами в нормальной компоненте сверхтекучего He-II.

Работа была выполнена при поддержке гранта РНФ
№ 23-72-30006.

- W.F. Vinen, Proceedings of the Royal Society A260, 218 (1961).
- W. F. Vinen, R. J. Donnelly, Physics Today 60 (4), 43 (2007).
- P. M. Walmsley, A. A. Levchenko, and A. I. Golov, Journal of Low Temperature Physics 145, 143 (2006).
- S.K. Nemirovskii, Physical Review B 102, 064511 (2020).
- P. M. Walmsley, A. I. Golov, H. E. Hall, et al., Physical Review Letters 99, 265302 (2007).
- W. F. Vinen, Journal of Low Temperature Physics 145, 7 (2006).
- P. Moroshkin, P. Leiderer, K. Kono and et al., Physical Review Letters 122, 174502 (2019).
- S. V. Filatov, V. M. Parfenyev, S. S. Vergeles and et al., Physical Review Letters 116, 054501 (2016).
- I.A. Remizov, M.R. Sultanova, A.A. Levchenko, L.P. Mezhov-Deglin, Low Temperature Physics/Fizika Nizkikh Temperatur 47, 378/409 (2021).
- R. J. Donnelly, Cambridge University Press, Cambridge 233, 690 (1991).
- 11. R. J. Donnelly, Physical Review Letters 14, 39 (1965).
- 12. R. L.Douglass, Physical Review Letters 13, 791, (1964).
- D. Mateo, J. Eloranta, and G.A. Williams, Journal of Chemical Physics 142, 064510 (2015).
- J. W. P. Pratt and J. W. Zimmermann, Physical Review 177, 412 (1969).
- P. M. Walmsley, A. A. Levchenko, S. E. May and A. I. Golov, Journal of Low Temperature Physics 146, 511 (2007).
- R.Donnelly, C.F.Barenghi, Journal of Physical and Chemical Reference 27 (6), 1217 (1998).
- S. V. Filatov, A. A. Levchenko, Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques 14, 751 (2020).
- S. V. Filatov, A. V. Poplevin, A. A. Levchenko, V. M. Parfenyev, Physica D: Nonlinear Phenomena 434, 133218 (2022).
- L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Fluid Mechanics, Pergamon press, New York, Course of Theoretical Physics 6 (1989).
- V. M. Parfenyev, S. S. Vergeles, Physical Review Fluids 5, 094702 (2020).
- V. B. Shikin, Yu. P. Monarkha, Two-dimensional electron system in helium, Moscow, Nauka-Fizmatlit (1989).

22. V.P. Ruban, Journal of Experimental and Theoretical Physics **133**, 779 (2020).