

Российская академия наук  
Отделение энергетики, машиностроения, механики  
и процессов управления Российской академии наук  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт прикладной механики Российской академии наук  
Федеральное государственное унитарное предприятие  
«Центральный аэрогидродинамический институт  
им. проф. Н.Е. Жуковского»  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской  
академии наук  
Федеральное государственное бюджетное учреждение  
Московский авиационный институт  
(Национальный исследовательский университет)

# **СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕД**

## **СБОРНИК ТРУДОВ**

**Всероссийской научной конференции с международным  
участием**

**(к 100-летию со дня рождения академика  
В.В. Струминского)**

**(28 – 30 апреля 2014 года, г. Москва)**

**МОСКВА**

**«СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕД».**  
Сборник трудов Всероссийской научной конференции с международным участием  
(к 100-летию со дня рождения академика В.В. Струминского).  
Москва, 28 – 30 апреля 2014 г. – М.: ИПРИМ РАН, 2014. – 189 с.

**В Сборник трудов Конференции включены работы участников, доложенные на секциях: «Фундаментальные проблемы аэро- и гидромеханики гетерогенных сред», «Аэро- и гидромеханика сред с нано- и микроразмерной фазой» и «Фундаментальные проблемы горения и детонации».**

Составители сборника:

Карнет Ю.Н., Муковникова И.И., Левин Ю.К., Яновский Ю.Г.

© ФГБУН Институт прикладной механики  
Российской академии наук, 2014

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Восстановление характеристик газового потока по полю скорости движения в нем частиц</b>	
Амелюшкин И.А.....	5
<b>Измерения тяговых параметров камеры сгорания модели импульсного ракетного двигателя с твердым и пастообразными топливами</b>	
Большаянов И.П., Захаров Н.Н., Левин Ю.К., Прудников А.Г., Прядко Е.С., Садовин М.А.....	15
<b>Методики стендовых измерений параметров импульса и тяги топлив в моделях реактивных метаемох элементов</b>	
Большаянов И.П., Захаров Н.Н., Левин Ю.К., Прудников А.Г., Прядко Е.С., Садовин М.А.....	23
<b>Академик Владимир Васильевич Струминский – выдающийся ученый и практик</b>	
Валиев Х.Х., Левин Ю.К.....	35
<b>Методы диспергирования жидких углеводородных топлив при стимулировании процессов поджига и горения электрическим разрядом</b>	
Великодный В.Ю., Дыренков А.В., Левин Ю.К., Попов В.В., Яновский Ю.Г.....	44
<b>Теоретический анализ течений гетерогенной смеси при больших объемных газосодержаниях</b>	
Великодный В.Ю., Дыренков А.В., Левин Ю.К., Попов В.В., Яновский Ю.Г.....	57
<b>Общие вопросы теории движения и горения турбулентных струй</b>	
Воротилин В.П., Яновский Ю.Г.....	71
<b>Применение метода РIV для решения некоторых задач аэродинамики</b>	
Гаджимагомедов Г.Г., Власов В.А., Лутовинов В.М., Сбоев Д.С.....	88
<b>Метод численного моделирования нестационарного деформирования многослойных неравномерно нагретых оболочек переменной толщины</b>	
Колесников К.С., Острик А.В., Бакулин В.Н., Емельянов В.В.....	97
<b>Влияние магнитного поля на течение водного потока и процессы массопереноса в нем</b>	
Кошоридзе С.И., Левин Ю.К.....	112
<b>Методика расчета формирования накипи в теплоэнергетических установках</b>	
Кошоридзе С.И., Левин Ю.К.....	118
<b>Модифицированный закон следа Коулса</b>	
Михайлов В.В., Самойлова Н.В.....	125
<b>Газотермодинамика, электрофизика и оптика сжатого слоя у сферы в сверхзвуковой полидисперсной струе</b>	
Моллесон Г.В., Стасенко А.Л.....	132
<b>Реляционная база данных «БАРС» для исследования действия потоков излучений и частиц на композитные конструкции летательных аппаратов</b>	
Острик А.В., Емельянов В.В.....	137
<b>Особенности ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое при повышенной турбулентности внешнего потока</b>	
Сбоев Д.С.....	150

**Работы В.В. Струминского и их влияние на развитие исследований  
трехмерного пограничного слоя**

Шалаев В.И..... 170

## **ВОССТАНОВЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ГАЗОВОГО ПОТОКА ПО ПОЛЮ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ В НЕМ ЧАСТИЦ**

Амелюшкин И.А.

*ФГУП Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского,  
г. Жуковский, Россия*

### **1. ВВЕДЕНИЕ**

При исследовании потоков жидкости и газа особое место занимают оптические методы измерения скорости потока, основанные на введении него частиц и их подсветкой монохроматическим излучением с целью определения скорости потока по анализу оптических сигналов. К таким методам относятся лазерные доплеровские измерители скорости [1,2] и методы измерения полей скорости потоков по изображениям частиц (PIV – Particle Image Velocimetry [3-6], PTV – Particle Tracking Velocimetry, Particle Speckle Velocimetry), а также метод измерения полей скорости потока по смещению аэрозольных оптически неоднородных структур – SIV – Smoke Image Velocimetry. Скорость газа определяется косвенно по скорости светорассеивающих (трассирующих) частиц или их скоплений, естественно присутствующих в потоке или специально в него введенных. При этом, как правило, используют предположение о том, что скорость частиц совпадает со скоростью несущей фазы потока. Такое предположение вполне оправдано в ряде практических задач, однако в разреженных высокоградиентных, в частности, сверхзвуковых течениях в ударных аэродинамических трубах [2,5,6] предположение о скоростном равновесии фаз двухфазного потока может быть существенно нарушено. В настоящей статье определены характеристики потока, при которых такое предположение оправдано; предложен новый критерий скоростной неравновесности двухфазного потока, позволяющий определить области потока с заданной разностью скоростей фаз и разработан алгоритм решения обратной задачи, заключающийся в восстановлении полей скорости и других характеристик стационарного потока по полю скорости движения в нем частиц.

При исследовании грубодисперсных высокоскоростных двухфазных высокоградиентных потоков скорости фаз могут существенно отличаться, что осложняет их исследование и требует развития методов экспериментальной диагностики и алгоритмов обработки изображений. Основная цель таких методов – получение информации о поведении одной фазы, используя информацию о поведении другой фазы дисперсного потока. Соответствующая математическая проблема относится к классу некорректно поставленных задач [7], методы решения которых разрабатывались ранее (см., например, [7, 8]).

### **2. ФИЗИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПОВЫШЕНИЯ ИНФОРМАТИВНОСТИ ТРАССЕРНЫХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОТОКОВ**

К основным физическим проблемам диагностики потоков с помощью частиц можно отнести, во-первых, как отмечалось выше, отличие скорости дисперсной фазы (частиц капель) в силу ее инерции от скорости несущей среды – газа или жидкости. На рис.1 показана визуализация существенно неравновесного по скорости двухфазного потока на стенде искусственного обледенения ЦАГИ. Из рисунка видно заметное отличие траекторий частиц от линий тока несущего их потока.

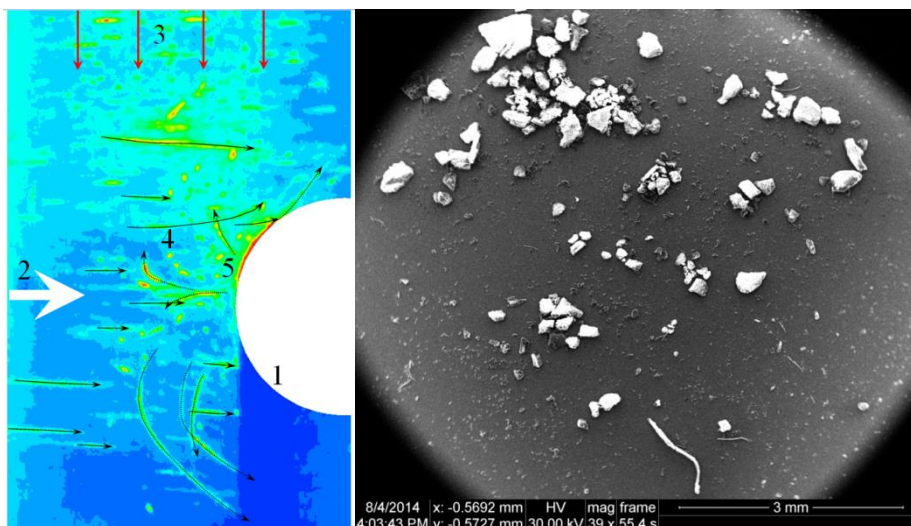


Рис.1. Слева – картина обтекания профиля крыла двухфазным полидисперсным потоком: результаты плоскостной оптической нефелометрии. 1 – обтекаемое тело, 2 – аэрозольный поток, 3 – направление излучения в лазерной плоскости, 4 – треки налетающих и отраженных частиц, 5 – зона повышенной концентрации – кумуляция частиц. Справа – фотография частиц в электронном микроскопе ЦАГИ.

Проблема скоростной неравновесности может быть решена путем уменьшения размера и плотности частиц, однако, плотность частиц не может быть уменьшена ниже определенных значений, как правило, на 2-3 порядка превосходящих плотность несущего их газа. Уменьшение размеров частиц приводит к снижению их видимости в результате уменьшения рассеяния ими зондирующего излучения, а производство полых частиц трудоемко и такие частицы могут быть повреждены в процессе засева ими потока.

Во-вторых, в потоке могут иметь место области, в которых частицы не падают (следовательно, в этих областях не удастся применить методы анемометрии, основанные на изображении частиц): при исследовании вихревых движений частицы могут быть выброшены из ядра вихря центробежными силами, а при движении в канале с большой степенью кривизны под действием электростатических сил, возникающих при электризации аэрозольного потока, а также, в силу стохастичности их траекторий оседают на стенках. Последнее может привести к недостаточной концентрации частиц для эффективного анализа изображений. В зависимости от типа течения эта проблема может быть решена должным образом путем подбора частиц, которые способны занимать исследуемые области потока.

В-третьих, известно, что при диффузном отражении лазерной плоскости (используемой в методе PIV) от поверхности обтекаемых тел, измерение скорости потока вблизи поверхности становится проблематичным. Данная проблема может быть решена путем изготовления прозрачных моделей обтекаемых тел. При этом в ряде задач важно учитывать физико-химические свойства материалов, т.к. вязкое трение значительно зависит от законов взаимодействия молекул потока с атомами обтекаемого тела. Поскольку использование прозрачных и зеркальных моделей обтекаемых тел не всегда возможно, предлагается решать обратную задачу, заключающуюся в восстановлении скорости потока вблизи обтекаемого тела, зная его форму и полученное методом PIV поле скорости на некотором расстоянии от

поверхности этого тела. Для решения этой задачи удобно использовать метод конечного элемента, с соответствующими граничными условиями.

В-четвертых, частицы имеют обратное влияние на несущий их поток, в частности на турбулизацию и ламинаризацию последнего. Кроме того, при использовании капель, последние при испарении и при конденсационном росте могут выделять или поглощать фазовое тепло, по температуре отличаться от несущего их потока и, как следствие влиять на его поведение. Кроме того, известны примеры использования частиц для разрушения ударных волн с целью снижения волнового сопротивления обтекаемого тела. Последнее обстоятельство может быть использовано для снижения сопротивления плохо обтекаемых тел.

Наконец, в-пятых, в высокоградиентном потоке размеры частиц и, особенно капель может существенно меняться в потоке и отличаться от их изначального размера в результате коагуляции, дробления и фазовых переходов. Это может привести к описанной выше первой проблеме.

Настоящая работа посвящена в основном исследованию скоростной неравновесности фаз двухфазного потока, диагностике потока на скоростную неравновесность, а также разработке методов расчета скорости и других характеристик несущей (дисперсионной фазы) дисперсного потока по полю скорости движения в нем дисперсной фазы (частиц или капель).

### **3. КРИТЕРИЙ СКОРОСТНОЙ НЕРАВНОВЕСНОСТИ ДВУХФАЗНОГО ПОТОКА**

Одним из наиболее часто употребляемых критериев скоростной неравновесности дисперсного потока является число Стокса, характеризующее весь поток в целом. В работах [9,10] приведены обзоры критериев скоростной неравновесности двухфазного потока, предложенных для оценок целесообразности применения методов измерения скорости потока, основанных на движении в нем частиц. Тем не менее, даже при малых значениях чисел Стокса, равных отношению времени релаксации частиц в потоке (рассчитанных по характерному размеру обтекаемого) а также других критериев скоростной неравновесности в пространстве могут иметь место области, в которых скорость дисперсной фазы существенно отличается от скорости несущей среды. Цель данного раздела настоящей работы – найти параметр, с помощью которого можно найти такие области. Будем считать, что движение частицы в несущем потоке описывается известным уравнением Бассе-Буссинеска-Озеена:

$$m_p \frac{dV_p}{dt} = \frac{1}{2} C_D \pi a_p^2 \rho |V - V_p| \cdot (V - V_p) + \frac{4}{3} \pi a_p^3 \rho \frac{dV}{dt} + \\ + \frac{2}{3} \pi a_p^3 \rho \frac{d(V - V_p)}{dt} + 6a_p^2 \sqrt{\pi \rho \mu} \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{t - \tau}} \frac{d(V - V_p)}{d\tau} d\tau + \Sigma F$$

Здесь  $m_p$  – масса частицы,  $a_p$  – ее радиус,  $\rho$  – плотность несущего частицу потока,  $\mu$  – динамическая вязкость несущей среды,  $V$  – скорость потока,  $V_p$  – скорость частицы,  $t$  – время,  $C_D$  – коэффициент сопротивления частицы, зависящий от режима ее обтекания. Первый член в правой части уравнения соответствует силе аэродинамического сопротивления, второй – силе Архимеда, третий – силе, обусловленной наличием «присоединенной» массы, четвертый – «наследственной» силе Бассе,  $\Sigma F$  – силы, приложенные со стороны внешнего потенциального поля.

Для движения частиц в газе это уравнение упрощается, поскольку плотность газа на три порядка меньше плотности частиц и, соответственно, второе третье и четвертое слагаемые в данном уравнении много меньше первого слагаемого силы аэродинамического сопротивления. Последним слагаемым – другими силами пренебрегаем в силу их малости или отсутствия в большинстве практических задач. Таким образом, описанное выше уравнение будет иметь следующий вид:

$$m_p \frac{d\mathbf{V}_p}{dt} = \frac{1}{2} C_D \pi a_p^2 \rho |\mathbf{V} - \mathbf{V}_p| \cdot (\mathbf{V} - \mathbf{V}_p)$$

Учитывая, что  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}_p \cdot \nabla)$  и выразив массу шаровой частицы через её плотность  $\rho_p$  и радиус  $a_p$ , перепишем уравнение движения частицы в следующем виде:

$$\frac{d\mathbf{V}_p}{dt} = \frac{\partial \mathbf{V}_p}{\partial t} + (\mathbf{V}_p \cdot \nabla) \mathbf{V}_p = \frac{3}{8} C_D \frac{\rho}{\rho_p} \frac{1}{a_p} |\mathbf{V} - \mathbf{V}_p| \cdot (\mathbf{V} - \mathbf{V}_p);$$

Обозначим  $\mathbf{V} - \mathbf{V}_p = \mathbf{V}^*$ ; Тогда

$$\frac{d\mathbf{V}_p}{dt} = ((\mathbf{V} - \mathbf{V}^*) \cdot \nabla) (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*) = \frac{3}{8} C_D \frac{\rho}{\rho_p} \frac{1}{a_p} |\mathbf{V}^*| \mathbf{V}^*;$$

Обозначим составляющие скорости  $\mathbf{V}^* \quad V_i^* = \alpha_i V_i$ ; здесь  $i = \overline{1, 3}$ .

$|\mathbf{V}^*| = \sqrt{\sum_{i=1}^3 [V_i(1 - \alpha_i)]^2}$ , имея экспериментальные данные о скорости дисперсной

фазы двухфазного потока, получим систему следующих уравнений:

$$\frac{\partial V_p^i}{\partial t} + u_p \frac{\partial V_p^i}{\partial x} + v_p \frac{\partial V_p^i}{\partial y} + w_p \frac{\partial V_p^i}{\partial z} = \frac{9}{2} \frac{\mu}{\rho_p a_p^2} \frac{C_D}{C_D^{\text{Stk}}} (V_i - V_p^i) = \frac{9}{2} \frac{\mu}{\rho_p a_p^2} \frac{C_D}{C_D^{\text{Stk}}} \alpha_i V_i = \frac{9}{2} \frac{\mu}{\rho_p a_p^2} \xi \frac{\alpha_i}{1 - \alpha_i} V_p^i$$

или

$$A_i = \frac{\frac{\partial V_p^i}{\partial t} + u_p \frac{\partial V_p^i}{\partial x} + v_p \frac{\partial V_p^i}{\partial y} + w_p \frac{\partial V_p^i}{\partial z}}{\frac{9}{2} \frac{\mu}{\rho_p a_p^2} V_p^i} = A_i \left( u_p, v_p, w_p, \frac{9}{2} \frac{\mu}{\rho_p a_p^2} \right) = \xi(\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z, \rho) \frac{\alpha_i}{1 - \alpha_i}$$

Выражая через один из коэффициентов скоростной неравновесности  $\alpha_i$  два других, получаем для каждого из трех коэффициентов нелинейное алгебраическое уравнение, которое, решается при известном распределении плотности потока или в частном случае несжимаемой жидкости:

$$A_i = \xi(\alpha_i, \rho) \frac{\alpha_i}{1 - \alpha_i}$$

$$\alpha_j = \frac{A_j}{A_j + A_i \frac{1 - \alpha_i}{\alpha_i}}$$

В частном случае, при стоксовом обтекании частицы, получим следующее выражение для коэффициентов  $\alpha_j$ :

$$\alpha_i = \frac{A_i}{1 + A_i}$$



Значение плотности может быть выражено из уравнений механики жидкости и газа через скорость газа, которая выражается, используя коэффициенты скоростной неравновесности через скорость частиц.

Для скоростной неравновесности потребуем  $\alpha = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \alpha_i^2} \ll 1$ . Будем считать  $\alpha$  критерием скоростной неравновесности двухфазного потока. Таким образом, получен новый критерий, характеризующий геометрические места пространства со скоростной неравновесностью дисперсного потока.

Таким образом, имея поле скорости, плотности и температуры несущей фазы двухфазного потока, можно определить геометрические места потока, в которых определена степень неравновесности последнего.

Используя полученный критерий, можно показать области пространства принадлежащие потоку, обтекающему твердое тело, в которых панорамные методы исследования потоков, основанные на слежении за введенными в него частицами (PIV, PTV, PSV, SIV) дают заданные различия скоростей фаз. Используя информацию о таких областях можно провести поправки к экспериментальному исследованию, тем самым повысить его качество.

#### **4. РАСЧЕТ ПОЛЕЙ СКОРОСТИ И ДРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕСУЩЕЙ ФАЗЫ ПОТОКА ПО АНАЛИЗУ ПОЛЕЙ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ В НЕМ ЧАСТИЦ**

Восстановление полей скорости несущего газа по анализу полей скорости частиц рассматривалось ранее в работах [5,11], основным отличием от которых в настоящей работе является расчет других характеристик несущей фазы двухфазного потока при расчете ее скорости. Последнее обстоятельство значительно уточняет метод расчета скорости несущей фазы двухфазного потока по полю скорости движения в нем частиц и капель (дисперсной фазы). Рассмотрим одномерное течение вязкого совершенного газа, в котором, зная поле скорости взвешенных в нем частиц нужно определить поле скорости и другие характеристики газа. При решении обратной задачи предполагается следующее:

1. Известно поле скорости частиц-трассеров.
2. Известно, что частицы имеют шаровую форму с известным радиусом, который остается постоянным.
3. Поток стационарный.
4. Для несущего газа тензор вязких напряжений прямо пропорционален тензору скоростей деформаций, при этом вязкость несущей среды зависит только от температуры и определяется формулой Сазерленда, газ считается совершенным. Вдали от обтекаемого тела поток равновесен по скорости фаз, известны давление и температура.
5. Движение частицы подчинено известному уравнению Бассе-Буссинеска-Озеена.
6. Коэффициент сопротивления частицы описывается известными физико-математическими моделями [12,13]. При выборе модели коэффициента сопротивления частицы были проведены сравнения расчета распределения скорости частиц в пространстве (рис.2) с экспериментальными данными [2].
7. Обратным влиянием частиц на поток пренебрегается в силу малости их массовой и объемной концентраций.

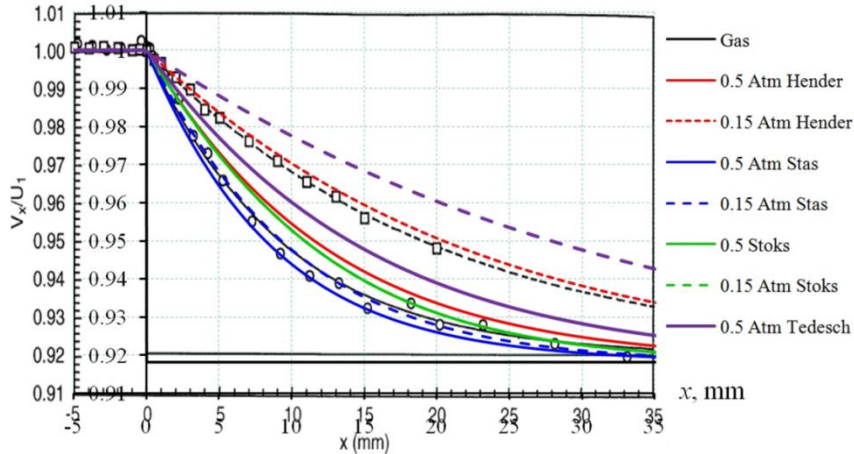


Рис.2. Сравнение зависимостей скорости частиц при прохождении косога скачка уплотнения с экспериментальными данными [3]. Рассматриваются модели в [13], [14], формула Стокса и модель [3].

Для перехода от поля скорости частиц к полю скорости несущего газа рассмотрим две соседние ячейки с номерами  $i$  и  $i-1$ , в которых известны скорости частиц  $V_p [i]$  и  $V_p [i-1]$  соответственно. Предполагая, что в невозмущенном потоке скорость частиц равна скорости несущего газа, будем считать, что в первых нескольких ячейках скорости газа известны и равны соответствующим значениям скорости частиц в этих ячейках.

Поскольку расстояние между ячейками  $\Delta x = x[i] - x[i-1] \ll L$  – характерного размера расчетной области будем считать, что скорость несущего газа постоянна по мере движения частицы от  $x[i-1]$  до  $x[i]$ .

Обработывая поле скорости частиц слева направо, т.е. в направлении их движения, поскольку скорость газа в предыдущей (с номером  $i - 1$ ) известна, подберем скорость несущей фазы  $V$  в ячейке  $i$  таким образом, при интегрировании уравнения движения частицы  $V_p^F$  от точки с координатой  $x[i-1]$  до точки с координатой  $x[i]$  скорость частицы  $V_p^F$  (F – Float) в малой окрестности точки с координатой  $x[i]$  принадлежала интервалу  $(V_p [i] - \varepsilon_{vp}, V_p [i] + \varepsilon_{vp})$ . Здесь  $\varepsilon_{vp} \ll V_p [i]$  – требуемая точность. При этом предполагается, что скорость несущей фазы потока на интервале  $\{x[i-1], x[i]\}$  постоянна в силу малости ячейки  $\Delta x \ll L$  – характерного линейного размера.

$$V_p^F (t = 0) = V_p [i];$$

$$x_p^* (t = 0) = x[i];$$

$$\frac{dV_p^F}{dt} = \frac{3}{8} C_D \frac{\rho}{\rho_p} \frac{1}{a_p} |V[i] - V_p^F| (V[i] - V_p^F);$$

Будем подбирать скорость газа  $V[i]$  до тех пор пока скорость частицы  $V_p^F$  в момент прохождения координаты  $x[i]$  не будет принадлежать интервалу  $(V_p [i] - \varepsilon_{vp}, V_p [i] + \varepsilon_{vp})$ .

Шаг по времени  $\tau$  подбирается исходя из условия  $\tau \ll 2\Delta x / (V_p [i] + V_p [i-1])$ .

Следует отметить, что помимо скорости несущего газа в уравнение движения частицы входят его плотность, и вязкость, зависящая главным образом от

температуры газа. Строго говоря, изменение давления также влияет на параметры движения частицы, но это влияние очень слабое. Расчет значений плотности, температуры и давления несущего газа по скорости движения в нем частиц требует решения системы уравнений сохранения массы, энергии и уравнения состояния несущего газа, который, как было отмечено выше, в настоящей работе принимается совершенным. В предположении о стационарности и одномерности потока, давление и плотность найдем из следующих выражений – законов сохранения массы и энергии:

$$\rho u = \rho_0 u_0 = \text{Const}_m ;$$
$$u \left( \frac{\rho u^2}{2} + \frac{P\gamma}{\gamma-1} \right) - u \mu_m(T) \frac{\partial u}{\partial x} = u_0 \left( \frac{\rho_0 u_0^2}{2} + \frac{P_0 \gamma}{\gamma-1} \right) = \text{Const}_E .$$

Температуру находим из уравнения состояния идеального газа. При этом предполагается, что вязкость воздуха зависит только от температуры и может быть описана известной формулой Сазерленда. Таким образом, в рамках принятых в настоящем разделе предположений решение единственно. Следует отметить, что коэффициент вязкости, как показывают эксперименты, вообще говоря, зависит и от давления, однако в большинстве практических расчетов этой зависимостью пренебрегают (см., например, [13]).

Значение скорости газа в  $i$ -й ячейке (другие параметры – давление, плотность и температура рассчитываются исходя из скорости газа) подбирается таким образом, чтобы скорость частицы, рассчитанная по новым параметрам потока, совпала с экспериментально измеренной скоростью дисперсной фазы. В этой ячейке частица движется между точками с  $i-1$ -й и  $i$ -й координатой. На рис.3. показан пример восстановления поля скорости газа по «экспериментальному» полю скорости движения в нем частицы (кривая 2), полученному в результате решения прямой задачи: расчете координат и скорости частиц при их движении в газе. Достоверность решения прямой задачи подтверждается сравнением (см. рис.2) с экспериментальными данными [2] и интегрировании уравнений при разных шагах по времени. Из рисунка видно влияние погрешности определения скорости, радиуса частицы и модели движения частицы в несущем ее потоке на устойчивость решения обратной задачи. Все параметры сверхзвукового аэрозольного были выбраны и соответствовали эксперименту [2], суть которого также изображена на рис.3 справа. Из рис.3. и рис.4 видно, что при отсутствии погрешностей «экспериментальных» данных 2 решение обратной задачи – поле скорости газа 3 практически точно ложится на теоретически рассчитанное поле скорости – «ступеньку» на скачке уплотнения 1. На рис.4 слева показан тот же расчет поля скорости по полю скорости движения в нем частиц, но на график нанесены кривые, соответствующие погрешности определения скорости частицы 1%. Из рисунка видно, что на точность и устойчивость решения обратной задачи больше всего влияет погрешность определения поля скорости частиц. При погрешности определения скорости частиц более 1% решение существенно колеблется вокруг среднего значения. Тем не менее, как показывают расчеты (рис.3, рис.4, слева) ошибка расчета параметров несущей фазы аэрозольного потока по полю скорости движения в нем частиц растет несущественно при обработке поля скорости дисперсной фазы. На рис.4 справа показан пример расчета распределения плотности газа в пространстве вблизи скачка уплотнения. На рис.5 показаны примеры расчета распределения в пространстве давления и температуры газа без погрешностей и при погрешностях

соответствующих (размер частицы, модель коэффициента сопротивления, скорость частицы) исходных данных. Расчеты выполнены также для эксперимента [2].

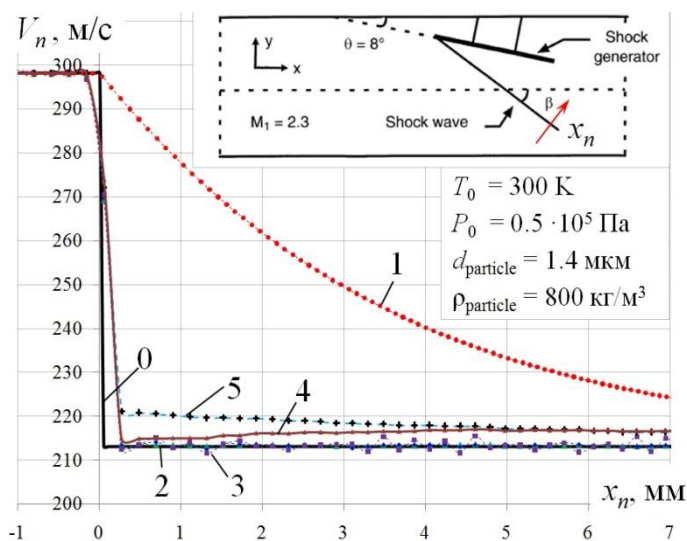


Рис.3. Восстановление поля скорости несущего газа по полю скорости, 0 – поле скорости несущего газа: точное значение, 1 – поле скорости частиц в «эксперименте», 2 – поле скорости газа, полученное при обработке «экспериментальных» данных без погрешностей, 3 – тоже при использовании формулы Стокса для силы сопротивления, 4 – обработка экспериментальных данных при погрешности определения скорости частицы 0.5 м/с, 5 – при ошибке определения размера частицы 7%.

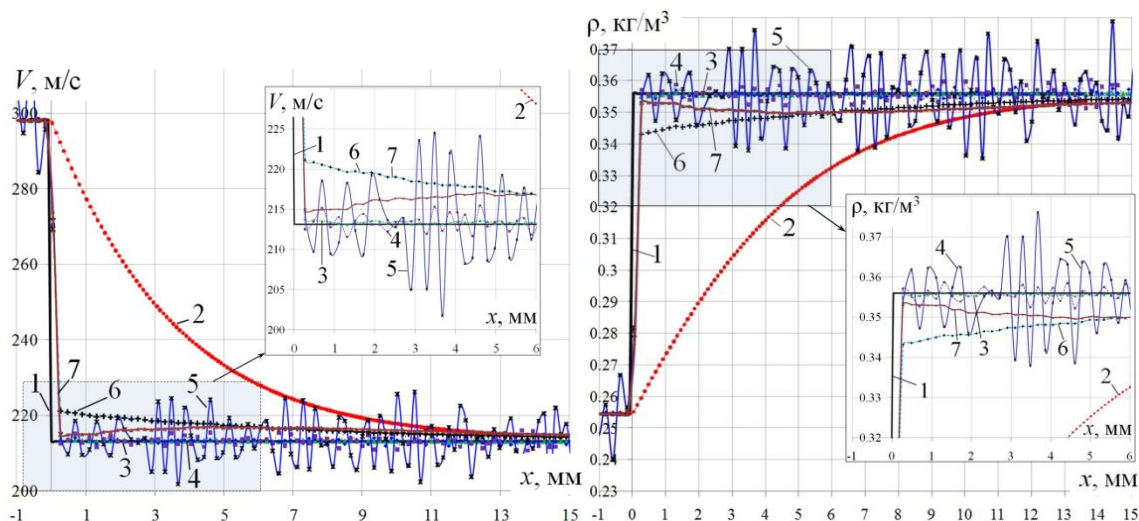


Рис.4. Восстановление поля скорости (слева) и плотности (справа) несущего газа по полю скорости, полученному по изображениям частиц: 1 – поле скорости несущего газа: точное значение, 2 – поле скорости частиц в «эксперименте», 3 – поле скорости газа, полученное при обработке «экспериментальных» данных без погрешностей, 4 – обработка экспериментальных данных при погрешности определения скорости частицы 0.5 м/с, 5 – то же при погрешности определения скорости частицы 1 м/с, 6 – то же при ошибке определения размера частицы 7%, 7 – то же при погрешности модели коэффициента сопротивления.

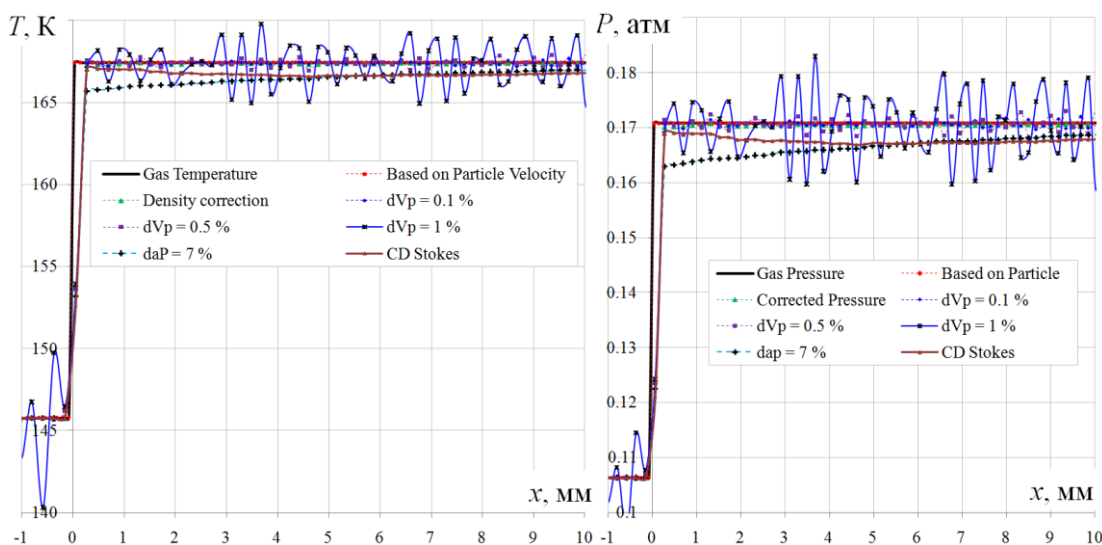


Рис.5. Расчет полей температуры (слева) и давления (справа) газа по скорости движения в нем частиц.

В работе [5] предложена формула, позволяющая перейти от скорости частиц к скорости несущего газа  $V = V_p \pm \sqrt{\frac{1}{\lambda} V_p \frac{dV_p}{dx}}$ , где  $\lambda = \frac{3}{8} C_D \frac{\rho}{\rho_p} \frac{1}{a_p}$ , которая может быть применима лишь для малого отставания частиц от газа:

$Re_p = \frac{2a_p \rho |V - V_p|}{\mu_m(T)} < \approx 10$  при известном поле температуры. В этом случае в правую часть формулы не входит скорость и плотность газа, а формула приобретает следующий вид:

$$V = V_p \pm \sqrt{\frac{9}{2} \frac{\mu_m(T)}{\rho_p a_p^2} V_p \frac{dV_p}{dx}}.$$

Численные оценки для скачка уплотнения показали, что решение обратной задачи с помощью формулы [5] приводит к колоссальным погрешностям. В настоящей работе в отличие от работы [11] используется пошаговый алгоритм для каждой ячейки, что обеспечивает большую точность при решении обратной задачи. При этом, в отличие от [11] помимо скорости несущей фазы двухфазного потока рассчитываются поля плотности, температуры и давления в рамках применимости известных уравнений Навье-Стокса. Алгоритм расчета полей скорости и других характеристик несущей фазы двухфазного потока может быть обобщен на случай нестационарного потока. Для его реализации необходимы экспериментальные данные для различных моментов времени.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан метод повышения информативности экспериментальных исследований потоков жидкости и газа с помощью частиц. Разработаны алгоритмы расчета полей параметров газа (дисперсионной фазы) двухфазного потока по полю скорости движущихся в нем частиц (дисперсной фазы). Предложен критерий определения полей скоростной неравновесности двухфазных потоков.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лазерное доплеровское измерение скорости потоков жидкости и газов / Труды ЦАГИ. – Сборник №1. – Теория измерения. Электронные системы регистрации. – М.: Изд-й отдел ЦАГИ. – 1976. – 420 с.
2. Tedeschi G., Gouin H., Elena M. Motion of tracer particles in supersonic flows // Exp. Fluids. – 1999. – Vol.26. – P.288-296.
3. Raffel M., Willert C.E., Wereley S.T., Kompenhans J. Particle Image Velocimetry. A Practical Guide. – Second Edition / Springer-Verlag. – Berlin Heidelberg. – 2007. – 448 p.
4. Токарев М.П., Маркович Д.М., Бильский А.В. Адаптивные алгоритмы обработки изображений частиц для расчета мгновенных полей скорости // Вычислительные технологии. – 2007. – Т.12. – №3. – С.109-131.
5. Бойко В.М., Пивоваров А.А., Поплавский С.В. Измерение скорости газа в высокоградиентном потоке по скорости трассирующих частиц // ФГВ. – 2013. – Т.49. – №5. – С.47-54.
6. Schrijer F.F.J., Scarano F., Oudheusden B.W. Application of PIV in a Mach 7 double-ramp flow // Experiments in Fluids. – 2006. – Vol.41. – P.353-363.
7. Алифанов О.М. Обратные задачи теплообмена. – М.: Машиностроение, 1988. – 280 с.
8. Амелюшкин И.А. Оптика зондирования осесимметричного обтекания тел монодисперсным аэрозольным потоком // Вестник СПбГУ. – Сер.1: Математика, механика, астрономия. – 2013. – Вып.1. – С.120-129.
9. Dring R.P. Sizing criteria for laser anemometry particles // Trans. ASME. – J. Fluids Eng. – Vol.104. – P.15-17.
10. Melling A. Tracer particles and seeding for particle image velocimetry // Meas. Sci. Technol. – 1997. – Vol.8. – P.1406-1416.
11. Koike S., Tamura T., Masuya G. Influence of Drag Coefficients and Velocity Fluctuation on PIV Correction Method // AIAA 2009. – Vol.75. – Copyright ©AIAA PIV47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition: 5<sup>th</sup>–8<sup>th</sup> January 2009. – Orlando. – Florida. – P.1-17.
12. Henderson C.B. Drag coefficients of spheres in continuum and rarefied flows // AIAA J. – 1976. – Vol.14. – N6. – P.707-708.
13. Гилинский М.М., Стасенко А.Л. Сверхзвуковые газодисперсные струи. – М.: Машиностроение, 1990. – 176. с.
14. Амелюшкин И.А. Физические аспекты исследования двухфазных потоков оптическими методами / Материалы Всероссийской научной конференции «Обратные краевые задачи и их приложения». – 2014 (статья на диске: 11 страниц).

## **ИЗМЕРЕНИЯ ТЯГОВЫХ ПАРАМЕТРОВ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ МОДЕЛИ ИМПУЛЬСНОГО РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ С ТВЕРДЫМ И ПАСТООБРАЗНЫМИ ТОПЛИВАМИ**

Большаинов И.П., Захаров Н.Н., Левин Ю.К., Прудников А.Г. \*,  
Прядко Е.С., Садовин М.А.

*ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия*

*\* ФГУП Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова,  
г. Москва, Россия*

### **РЕЗЮМЕ**

Представлены экспериментальные результаты импульсных замеров временных и тяговых параметров камеры сгорания модели ракетного двигателя с различными видами твердых и пастообразных топлив.

### **1. ВВЕДЕНИЕ**

Ракетные двигатели или двигатели ракетных летательных аппаратов имеют начало своей истории в IV-V веках н.э. одновременно с началом истории пороха. Использовались вначале для фейерверков как зажигательное средство, прикрепленное к стреле в нашествиях Чингисхана, как сигналы бедствия, как первое ракетное оружие в войсках Индии, как двигатель в первых летательных аппаратах – воздушных змеях Китая, как «потешное» средства на ассамблеях Петра I, как реактивные системы залпового огня (Катюша), в Великой отечественной войне 1941г.

Термин ракетный летательный аппарат ввел впервые В.П. Грушко, автор современных российских ЖРД.

Комбинацию пушечного (баллистического) и ракетного (реактивного) разгона (современного баллистикореактивного разгона (БРР)) реализовали впервые в Германии в Пенемюнде в 1944году [1].

Канадский учёный Д.Р. Булл впервые показал, что пушечно-ракетный разгон (вплоть до выхода в космос) в сто раз дешевле трехступенчатого разгона по К.Э. Циолковскому [1].

Сегодня, после пятнадцатилетних НИЭР на 136, 36 и 6-ти метровых пороховых легкогазовых метательных устройствах, все научные центры США всех видов ВС перешли на новые метательные устройства управляемых реактивных метаемых элементов (пуль, снарядов и осколков), использующих новые более энергоёмкие химические пастообразные энергоносители.

### **2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ ТЯГОВЫХ ПАРАМЕТРОВ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ МОДЕЛИ РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ТВЕРДЫХ И ПАСТООБРАЗНЫХ ЭНЕРГОНОСИТЕЛЯХ**

При экспериментальной оценке параметров камеры сгорания (КС) модели ракетного двигателя (РД) предварительно необходимо выяснить диапазон изменения исследуемых параметров РД (полное давление в КС модели РД, тяга и секундный массовый расход топлива). Полное давление в КС РД определяется из выражения:

$$\gamma_{III} \pi (r_2 + r_1) u_T l = 0,4 \frac{P^* F_{кр}}{\sqrt{T^*}}$$

Здесь  $\gamma_{III}$  – удельный вес топлива,  $r_1$  и  $r_2$  – внутренний и внешний радиус топливной шашки соответственно,  $u_T$  – скорость сгорания топлива,  $l$  – длина шашки,  $P^*$  – полное давление в КС РД,  $T^*$  – температура торможения в КС РД,  $F_{кр}$  – площадь критического сечения сопла РД.

Тяга:

$$R = J \cdot \frac{m_T}{\tau},$$

где  $J$  – импульс топлива,  $m_T$  – масса топлива и  $\tau$  – время горения топлива.

Секундный массовый расход:

$$G_{III} = [u_T^0 + \Delta u (\bar{P} - 1)^v] F_T \gamma_{III} = G_p = 0,4 \frac{\bar{P} P_n v(1) F_{кр}}{\sqrt{T^*}},$$

где  $u_T^0$  – скорость горения топлива при атмосферном давлении  $P_n$ ,  $\Delta u$  – коэффициент учитывающий влияние давления на скорость горения топлива,  $F_T = \pi (r_2 + r_1) l$  – площадь поверхности горения топлива,  $\bar{P} = \frac{P}{P_n}$  – степень повышения статического давления в КС,  $P$  – реальное значение статического давления в КС,  $v=0.55$ ,  $y(1)$  – значение газодинамической функции в критическом сечении сопла.

С учетом исходных параметров реального эксперимента  $m_T=21,8$ г.,  $J=300$ с.  $\tau=0,02$ с, получена следующая теоретическая оценка тяги:

$$R = 300 \cdot \frac{21,8}{0,002} = 327 \text{ кг}$$

Этому значению тяги соответствует давление  $P \approx 300$ ат.

Предварительная оценка параметров необходима для адекватного выбора параметров измерительных устройств эксперимента – диапазона измерения давления и импульса

При экспериментальной оценке тяговых параметров РД и его камеры сгорания выяснилось, что диапазон изменения тяговых параметров может изменяться на 2-3 порядка в зависимости: от формы заряда, его бронировки, вида ткани, армирующей бронировку, вида горения и места поверхности горения заряда в акустической системе двигателя; объемов его ВЗУ, камеры и вида сопла. Другими словами, отработка процесса горения разных топлив является сам по себе длительным исследовательским процессом. Поясним это на нескольких примерах разных наблюдаемых режимов горения.

В проведенных первых экспериментах было испытано только баллиститное ракетное твердое топливо (г. Пермь) и пастотопливные газогенерирующие составы: Паста ГПС-2ФК и Паста аномального горения ГПС-3ФУ (С.-Петербург) [3].

В качестве примера на рис.1 показано наше измерение импульса тяги твердого топлива в модели РД на тензовесах, а на рис.2 наше измерение импульса тяги пастообразного топлива ГПС-2ФК в модели РД на тензовесах. На этих рисунках слева показан сигнал от тензовесов, полученный на мониторе, посередине угадывается бликующий корпус датчика, а справа видна реактивная струя продуктов сгорания РТТ (рис.3) с 6-ю треками несгоревших частиц.



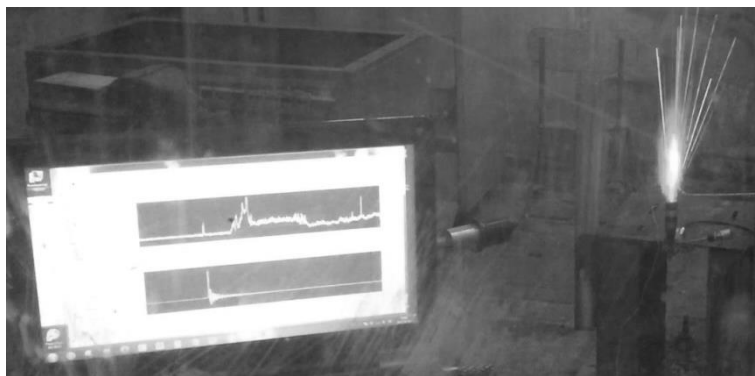


Рис.1. Общий вид системы измерения импульса тяги твердого топлива в модели РД. Слева направо: прибор с осциллограммами давления и тяги, бликующий корпус датчика, форс пламени вертикально зажатого РД (РДТТ).

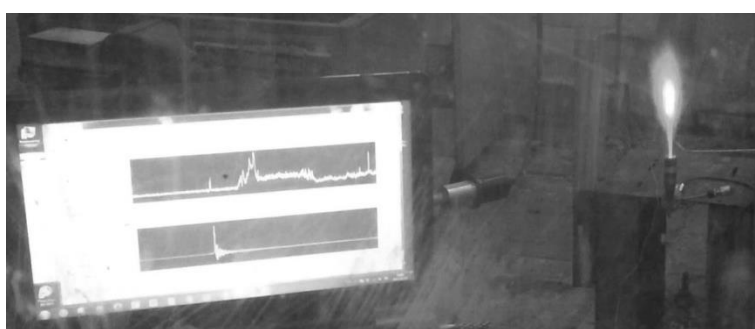


Рис.2. Общий вид системы измерения импульса тяги пастообразного топлива ГПС-2ФК в модели РД. Слева направо: прибор, датчик, форс пламени РДПТ.

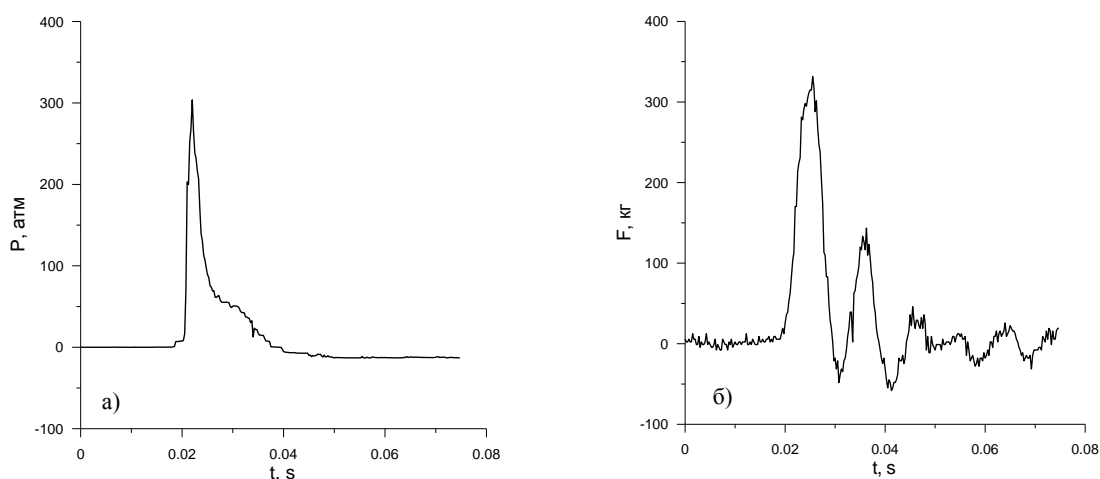


Рис.3. Изменение давления в камере (а) и силы развиваемой в модели РД (б) при сгорании пастообразного топлива ГПС-2ФК.

На рис.3 показано изменение давления и реактивной силы при сгорании 22,1 г пастообразного топлива ГПС-2ФК в модели РД. В этом опыте при сгорании топлива давление резко возрастает и при достижении максимального значения монотонно уменьшается, в критическом сечении сопла модели устанавливается скорость звука. Результаты этих испытаний подтвердили предварительную оценку максимального значения давления и силы тяги ( $P \approx 300\text{атм}$ ,  $F \approx 300\text{кг}$ ).

В таблицах 1,2 приведены:

1. Перечень испытанных энергоносителей бортового вневольного доразгонного энергосилового устройства (РДТТ и РДПТ)
  - баллиститного твердого ракетного топлива ТРТ (выпускает г. Пермь) – черные шашки и рыжие шашки ТРТ РСИ-12К,
  - пастообразных газогенерирующих составов ПГС (выпуска 2005 г., г. Санкт-Петербург);
2. Перечень форм оснастки и бронировки;
3. Перечень форм организованного горения;
4. Перечень визуально замеренных скоростей горения шашек ТТ и армированных зарядов ПГС;
5. Перечень интегральных расходов топлива (по начальной массе и времени горения).

Таблица 1.

№	Дата и время	Марка топлива	Броня	Комментарий	Скорость горения V по видео, мм/сек	Расход топлива G, г/сек
1	04.12.2013	Баллистит	Без брони	Горело со всех сторон.	-	-
2		Баллистит	Немного бумаги + силикатный клей	Торцевое горение. Броня лопнула	7,65	1,83
3		Баллистит	Много бумаги + силикат. клей + скотч	Торцевое горение.	1,23	0,298
4		Баллистит	Много бумаги + силикат. клей + скотч	Торцевое горение.	1,09	0,26
5		Баллистит	Много бумаги + силикат. клей + скотч	Торцевое горение.	1,24	0,3
6		Паста ГПС-3АФУ	Пластиковая чашечка - пьж 16	Прогрессивное горение.	-	0,906
7		Паста ГПС-3АФУ	Пластиковая чашечка - пьж 16	Прогрессивное горение.	-	0,86
8		Паста ГПС-3АФУ	Пластиковая чашечка - пьж 16	Прогрессивное горение.	-	0,902
9		Паста ГЖС-2	Пластиковая чашечка - пьж 16	Поджечь не удалось.	-	-
1	06.12.2013	Паста ГПС-2ФК	Пластиковая чашечка – пьж 16	Прогрессивное горение.	-	0,78
2		Паста ГПС-3ФУ	Пластиковая чашечка – пьж 16	Прогрессивное горение.	-	1,13
3		Паста ГПС-3ФУ	Пластиковая чашечка – пьж 16	Прогрессивное горение.	-	0,79
4		Паста ГПС-2ФК	Пластиковая чашечка – пьж 16	Прогрессивное горение.	-	1,97
5		Паста ГПС-2ФК	Пластиковая чашечка – пьж 16	Прогрессивное горение.	-	1,55
6		РСИ-12К (рыжее)	Нижний торец и вокруг из 1 слоя бумажного скотча.	Торцевое горение.	0,59	0,128
7		Паста ГПС-3АФУ	Без брони	Прогрессивное горение.	-	-

Таблица 2.

№	Дата и время	Марка топлива	Броня	Комментарий	Скорость горения V по видео, мм/сек	Расход топлива G, г/сек	T
1	11.12.2013	Баллистит	Бумажный скотч	Горело со всех сторон.	10,56	2,56	-
2		Баллистит	Бумажный скотч	Прогрессивное горение.	14,08	3,41	2700
3		Баллистит	Бумажный скотч	Прогрессивное горение.	25,58	6,2	2450
4		Баллистит	Бумажный скотч	Неудачная попытка поджега со всех сторон. Горело в основном изнутри (прогрессивное горение).	19,32	4,68	2400
5		Баллистит	Патрон диаметром 18 мм.	Горело со всех сторон.	21,95	5,32	2475
6		ГПС-2ФК	Патрон диаметром 18 мм.	Прогрессивное горение.	-	-	-

На рис.4 показаны результаты испытаний пасты ГПС-3ФУ. В приведённых опытах масса пасты составляла ~11г. Её поджог, осуществлялся с торца и из центрального канала. Характер изменения давления и реактивной силы по времени при сгорании этой пасты в модели РД аналогичен сгоранию пасты ГПС-2ФК.

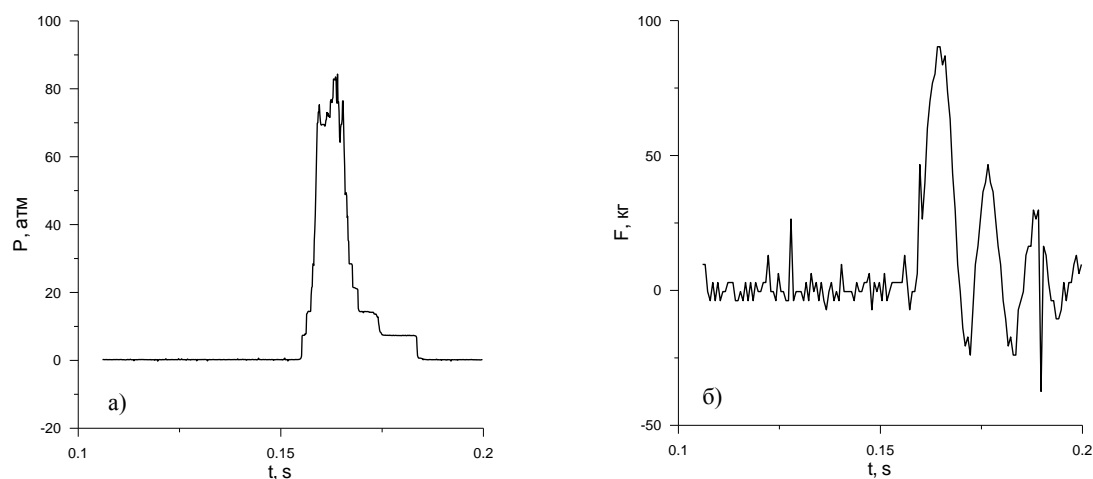


Рис.4. Изменение давления в камере (а) и силы развиваемой в модели РД (б) при сгорании пастообразного топлива ГПС-3ФУ

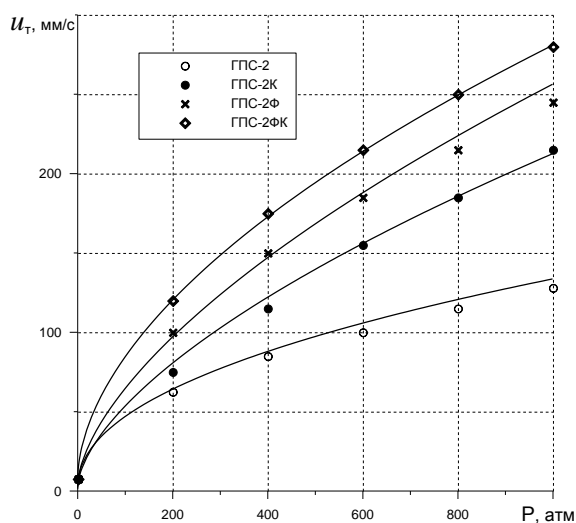


Рис.5. Зависимость скорости горения пастообразного топлива типа ГПС от давления.

На рис.5 и рис.6 показаны, в качестве примера, штатные графические зависимости скорости сгорания пастообразных топлив (ПТ) семейства ГПС и ГЖС от давления, полученные в [3] и необходимые нам для расчёта независимого от измерений импульсных параметров тяги. Скорость сгорания пастообразных топлив типа ГПС и ГЖС хорошо описывается интерполяционной зависимостью:

$$u_{\tau} = u_{\tau}^0 + \Delta u (P/P_n - 1)^{\nu}$$

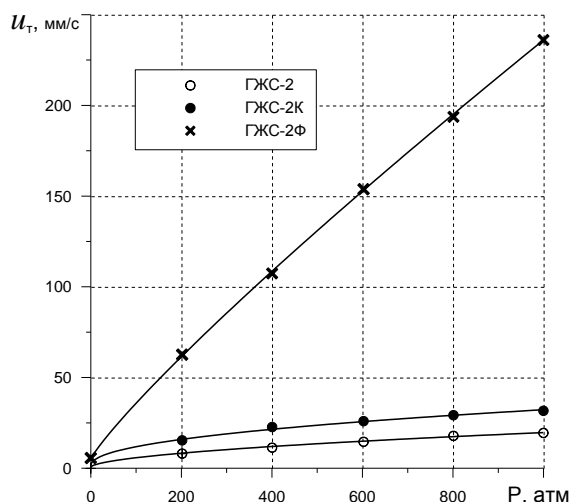


Рис.6. Зависимость скорости горения пастообразного топлива типа ГЖС от давления.

### 3. АЛГОРИТМ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ОЦЕНОК ТЯГОВЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ИМПУЛЬСНОМ СТЕНДЕ ТЕНЗОМЕТРИЧЕСКИМ СПОСОБОМ И УСТРОЙСТВОМ

Идеальный критический импульс реактивной тяги (при  $M = \eta_r = 1$ , где  $M$ ,  $\eta_r$  – коэффициенты расходы и теплоты сгорания соответственно) определяется соотношением прикладной газовой динамики вида:

$$R_{кр} = \frac{P_{кр} F_{кр}}{r(1)} = \frac{P_{кс}^* \pi (1) \pi r_{кр}^2}{\left( \frac{\tau(1)}{2} \right)} = \frac{300 \cdot 0,54 \pi (0,45)^2}{0,4293} = \frac{300 \cdot 0,54 \cdot 0,636}{0,4293} = 240 \text{ кГ},$$

при  $\chi = 1,33$ ;  $d_{кр} = 9 \text{ мм}$ ;  $\lambda = 1$  и при  $P^* = P_{кс} = 300 \text{ кГ}$  – максимальное экспериментальное значение статического давления в камере сгорания (по замерам импульсного датчика давления) развиваемое в камере при максимальной интегральной скорости горения.

При  $d_{кр} = 11 \text{ мм}$ ;  $R = 358 \text{ кГ}$ .

Для ПТ марки ГПС-2ФК (см. рис.5) – это низкие значения критического импульса тяги. Замеряемый пик реактивной силы тяги, согласно первому пику, силы тяги равен  $R_{\max} = 310 \text{ кГ}$ , т.е. больше критического идеального на 29,6%. Из других испытаний ГИПХа в 2014г. стационарного РДПТ полный импульс был выше измеренного авторами данной работы, что объясняется потерями на неравномерность профилей скорости и массы и меньшей полнотой горения.

#### **4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Методические замеры тензометрическим способом и полученные результаты подтвердили результаты и выводы, полученные в процессе многолетних исследований “турбулентных” (статических) и вибрационных (детерминированных) процессов в камерах сгорания ВРД [1-6]. В частности, режимы пульсирующего (вибрационного) горения в импульсных РДПТ, показанных на рис.3 и 4, были подтверждены данными полученными независимо в целевых совместных НИЭР МАИ, ЦИАМ, ГИПХ в 2014г.

Полученные и частично представленные в данной работе новые экспериментальные результаты, согласованные с предыдущими результатами других институтов и КБ, позволили сделать следующие заключения:

- Апробированный тензометрический способ изучения ТГАД-процессов может быть использован для определения состава, параметров и входных характеристик импульсных характеристик доразгонных, разгонных и маршевых ЭСУ баллистического, реактивного и комбинированного вида.
- Показана совместимость результатов импульсных замеров нестационарных ТГАД-параметров прикладной газовой динамики с нульмерными уравнениями Рейнольдса-Прандтля.
- Отмечена необходимость получения изобарических режимов импульсов давления и тяги вместо пульсаций с низкой интегральной полнотой.

В данных экспериментальных замерах получены высокие значения импульса тяги до 300 кг, но только в одной пиковой точке режима горения, при низком значении средней (интегральной) тяги. Это же заключение относится и к пиковому и среднему значению удельного импульса и коэффициента тяги.

Полученные первые результаты по импульсным тяговым параметрам и характеристикам ЭСУ показали, что сам ТГАД-процесс зависит от взаимодействия многих факторов, элементов системы импульсного ЭСУ и при этом далек от требуемого совершенства, что в свою очередь требует дальнейшего изучения его деталей и законов их взаимодействия.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Фомин В.М., Звегинцев В.И., Третьяков П.К. и др. Современное состояние и перспективы развития артиллерийских систем // Оборонная техника. – 2005. – №10-11.
2. Прудников А.Г. К вопросу о пушечно-ракетном выходе в космос // Наука и технология в промышленности. – 2010. – №1.
3. Карташов Ю.И., Фоменко В.В. и др. Правила по обращению, хранению и транспортировке составов типа ГПС / НТО ФГУП РНЦ «Прикладная химия» №2-212-ГПС-2003.
4. Гусейнов Ш.Л., Фёдоров С.Г., Железнов С.В. и др. Создание новых углеродных энергоносителей для управляемых гиперзвуковых средств поражения / НТО ФГУП «ГНИХТЭОС». – 2011г.
5. Прудников А.Г. Новый подход к теплогазоаэродинамическим процессам – силовой основе современных и перспективных авиакосмических, наземных и морских летательных аппаратов // Авиакосмическая техника и технология. – 2008. – №1.
6. Прудников А.Г. О вихревом горении // ФГВ. – 2010. – Т.46. – №6. – С.12-31.

7. Левин В.А., Марков В.В., Мануйлович В.В, Большианов И.П., Захаров Н.Н. Комплексное исследование течений в гиперзвуковой аэродинамической установке / Материалы XVIII Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013). – М.: Изд-во МАИ, 2013. – С.609-612.
8. Левин В.А., Марков В.В., Мануйлович В.В, Большианов И.П., Захаров Н.Н. Комплексное исследование течений в гиперзвуковой аэродинамической установке / Материалы 4-ой Международной научной школы молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах». – М.: МАКС Пресс, 2013. – С.100-101.
9. Левин В.А., Марков В.В., Мануйлович В.В, Большианов И.П., Захаров Н.Н., Яновский Ю.Г., Прудников А.Г. Исследование волновых процессов в аэродинамической трубе ИПРИМ РАН в натурном и виртуальном эксперименте / Сб. тезисов Конференции «Механика композиционных материалов и конструкций». – М.: ИПРИМ РАН, 2013. – С.93.
10. Большианов И.П., Захаров Н.Н., Прудников А.Г., Прядко Е.С., Садовин М.А. Разработка методик экспериментального определения параметров и характеристик бескомпрессорных ВРД ракетных ЛА / Сб. тезисов Конференции «Механика композиционных материалов и конструкций». – М.: ИПРИМ РАН, 2013. – С.80.
11. Большианов И.П., Садовин М.А. Разработка системы сбора и обработки экспериментальных данных в гиперзвуковой импульсной трубе при исследовании задач внешней и внутренней аэрогазодинамики / Сб. тезисов Конференции «Механика композиционных материалов и конструкций». – М.: ИПРИМ РАН, 2013. – С.81.

## **МЕТОДИКИ СТЕНДОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ИМПУЛЬСА И ТЯГИ ТОПЛИВ В МОДЕЛЯХ РЕАКТИВНЫХ МЕТАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Большаинов И.П., Захаров Н.Н., Левин Ю.К., Прудников А.Г. \*,  
Прядко Е.С., Садовин М.А.

*ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия*

*\*ФГУП Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова,  
г. Москва, Россия*

### **РЕЗЮМЕ**

Показаны примеры применения «импульсного» измерения импульса и тяги различных моделей метааемых дальних аппаратов перед их последующим испытанием в гиперзвуковой импульсной трубе для исследования задач внешней и внутренней аэрогазодинамики.

Рассмотрена методика измерения импульса и тяги различных моделей ГПВРД перед их испытанием в гиперзвуковой импульсной трубе при исследовании задач внешней и внутренней теплогазоаэродинамики (ТГАД).

### **1. ВВЕДЕНИЕ**

Представленные методики измерений импульса и тяги энергосиловых устройств (ЭСУ) перспективных сверхскоростных и одновременно сверхдальних метааемых объектов на малых образцах (в импульсном режиме работы малых ЭСУ и малых аэродинамических стендов) опираются на базовые методики и технологии отечественных учёных периода 50-80гг. [1-3]. В основе представленных методов импульсных замеров: давления, тяги, отдачи и сопротивления используется отечественная малоинерционная аппаратура, разработанная и эксплуатируемая прикладными институтами и РАН (ЦИАМ, ГИПХ, ИПРИМ РАН, ИТПМ СО РАН и др.) в рамках прикладных исследований последнего десятилетия по секции Президиума РАН.

### **2. ОБЗОР МЕТОДИК СТЕНДОВОГО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЯГОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК И ПАРАМЕТРОВ ПРЯМОТОЧНЫХ РАКЕТНЫХ МЕТАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ (РМЭ) ИМПУЛЬСНЫМ МЕТОДОМ**

Импульс и тяга различных твердых и пастообразных топлив, топливо-горючих или горючих в зависимости от режима энергосиловой установки (ЭСУ) могут быть определены с помощью модели метааемых ракетных летательных аппаратов (МРЛА), в камере сгорания которой размещено топливо, топливо-горючее или горючее.

Для исследования ТГАД характеристик горения при разном давлении была разработана и изготовлена разборная модель МРЛА и его реактивного двигателя (РД) со сменными соплами и лобовым воздухозаборником (рис.1). Диаметр критического сечения сопел составлял 9, 10, 11 и 12 мм. Угол раскрытия – 15 градусов. Площадь горла воздухозаборника была рассчитана из условия его запуска при числе  $M = 4$ .

Модель МРЛА, сделанная, как видно, из корпуса 30мм метаемого элемента (МЭ) способна выдержать давление в камере сгорания до 500 атм. В нее можно

помещать различные заряды твердых и пастообразных топлив. Она пригодна для испытаний на различных исследовательских стендах с целью определения ТГАД параметров и характеристик внешнего и внутреннего открытого и газогенераторного горения (ГГ). При проведении комплексного изучения внешних и внутренних процессов обтекания и горения или дожигания продуктов первичного горения пастообразного топливо-горючего (ПТГ) модель может быть размещена в аэродинамической трубе, как длительного действия, так и импульсного с длительностью работы от 0.1 до 3-х секунд.

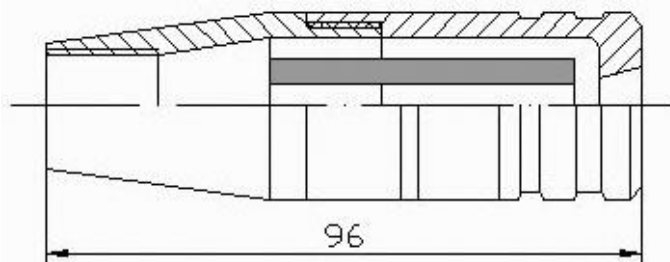


Рис.1. Схема модели РД.

Как показали предварительные аналитические исследования, возможны следующие различные способы измерения параметров и характеристик импульса и тяги различных твердых и пастообразных топлив с помощью следующих трёх взаимно дублирующих исполнительных устройств:

- тензометрических весов;
- баллистического маятника;
- центробежного стенда.

Далее приведен краткий анализ экспериментальных особенностей каждого из трёх вышеуказанных методов.

### 2.1. О способе и устройстве измерения импульса и тяги различных химических энергоносителей: топлив, топливо-горючих и горючих с помощью тензометрических весов.

В настоящих экспериментах использовались тензовесы типа «Датчик весоизмерительный тензорезистивный типа Т4-1-С3» ЗАО Весоизмерительная компания Тензо-М. Основные технические данные и характеристики датчика приведены в Таблице 1.

Таблица 1.

Класс точности по ГОСТ Р 8.726-2010	С
Максимальное число поверочных интервалов, $n_{\text{макс}}$	3000
Максимальная нагрузка $E_{\text{макс}}$ , кг	1000
Минимальная нагрузка, $E_{\text{мин}}$ , г	0
Значение поверочного интервала, $V$ , кг	0.333
Минимальный поверочный интервал, $V_{\text{мин}}$ , кг	0.1
Выходной сигнал при $E_{\text{макс}}$ , мВ/В	1.9998
Входное сопротивление, Ом	383
Выходное сопротивление, Ом	350
Предельные значения температуры	-10.....+40
Диапазон температур эксплуатации и хранения, С	-50 ... +50
Обозначение по влажности	СН



Напряжение питания, В	3 ... 12
Степень защиты оболочной по ГОСТ 14254 (МЭК 529-89)	IP68
Предел допустимой нагрузки % от E макс	IP68

В процессе отработки и выбора оптимальной оснастки, расположения, бронирования и теплозащиты различных зарядов, пришлось применять различные тензосилы с возможностью измерения силы в диапазонах до 20 и 1000 кг.

Для закрепления модели на весах в нее вкручивается наконечник с державкой и датчиком абсолютного давления ДМП-60 или ДМП-400 для измерения полного давления газов в камере сгорания (КС) (рис.2).

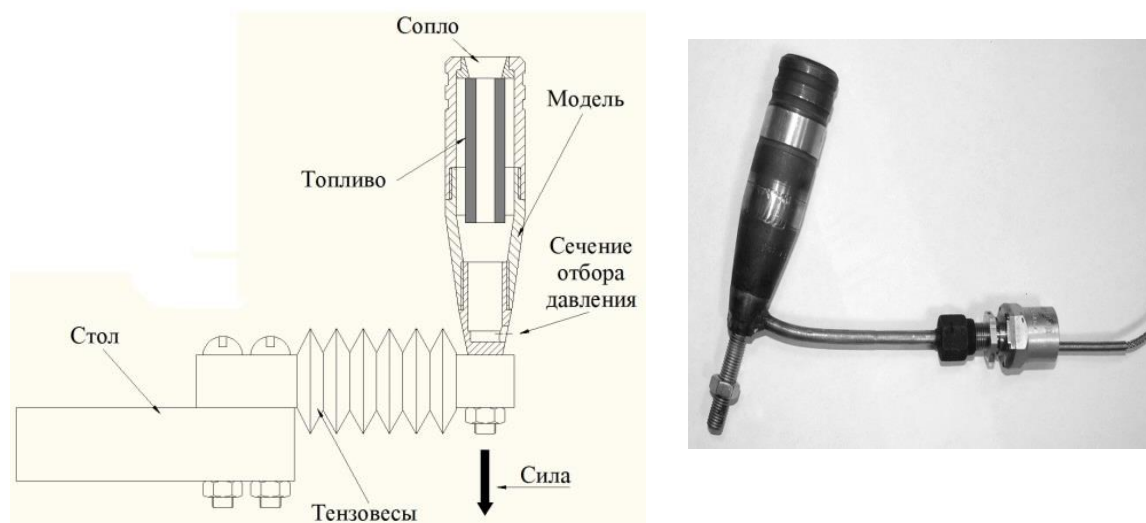


Рис.2. Схема модели РД с зарядом твердого или пастообразного топлива на тензометрических весах и фотография модели с датчиком давления ДМП-60

При подготовке к эксперименту производилась необходимая штатная тарировка датчика давления и тензометрических весов. Для примера на рис.3 приведён график тарировки тензометрических весов.

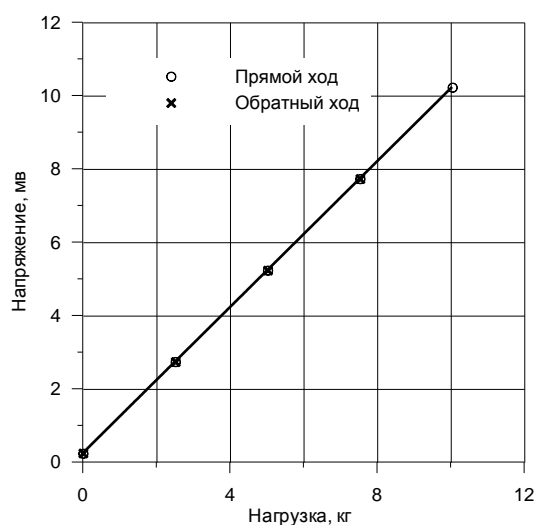


Рис.3. Тарировочный график измерения нагрузки на тензосилы.

Из графика видно, что реальная характеристика измерений – линейна, с отклонением от линейного закона в пределах 0.03%.

Поскольку тензоизмерительные весы представляют собой упругую систему, была проведена работа по определению её динамических характеристик. Для этого была произведена динамическая разгрузка весов. Эксперимент проводился следующим образом. Сначала увеличивали нагрузку на весы по 2,5 кг. Когда дошли до 10кг, начали сбрасывать вес ступенчато по 2,5 кг и регистрировать колебания системы. Собственные колебания системы были определены по показаниям тензовесов при сбрасывании последних 2.5 кг. На рис.4 показано изменение амплитуды собственных колебаний системы по времени. Из его анализа следует, что время затухания колебаний порядка 2 секунд. За это время амплитуда колебаний уменьшается ~ в 15 раз. Частота собственных колебаний составляет 4,2 гц (период колебаний 0,238 с).

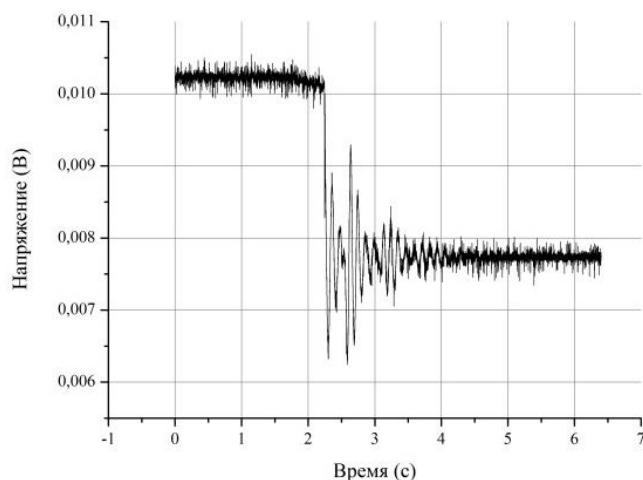


Рис.4. Собственные колебания системы тензовесов.

На фото рис.5 демонстрируется работа стенда при измерении параметров и характеристики импульса тяги твердого топлива в модели РДТТ РМЭ на тензовесах, где слева показан сигнал на мониторе от тензовесов, а справа – реактивная струя (форс) продуктов сгорания из сопла РДТТ РМЭ, по которой можно определить:

- теплогазоаэродинамические турбулентные параметры состоявшегося в камере РДТТ ТГАД процесса по светимости и границам затопленной струи продуктов сгорания, в том числе и химический состав топлив по оптико-диффузионным методам (ОДМ), разработанным в СССР ещё в 60-70 гг.. [1-3];
- процентное содержание К-фазы и её вклад в полноту горения по шести наблюдаемым в опытах трекам полёта твёрдых частичек (Рис.5).

На втором фото рис.6, показан висящий факел дожигания процесса неполного горения пастообразного топливгорючего (ПТГ) – ГПС-2ФК и дозвукового истечения турбулентной струи с вялым процессом смешения и вторичного диффузионного горения горючей части ПТГ в камере РД РМЭ, по которому можно также определить температуру, полноту дожигания и следовательно полноту горения в самой камере РД РМЭ.

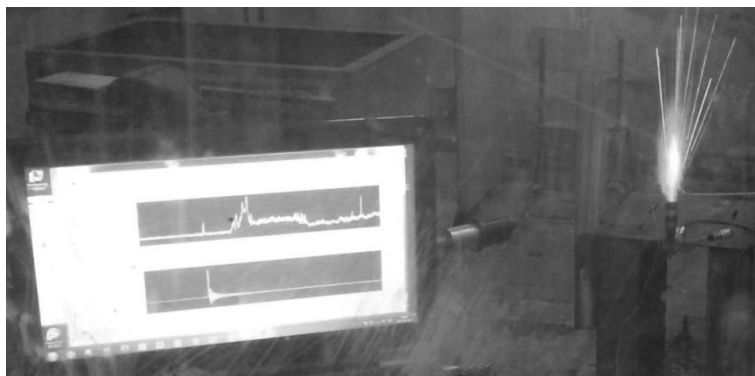


Рис.5. Измерение импульса тяги твердого топлива в модели РД на тензометрических весах.

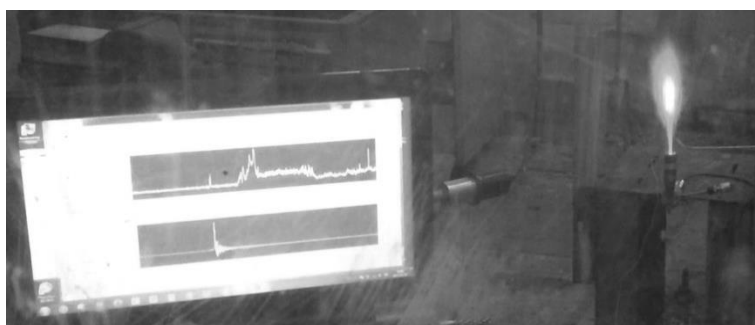


Рис.6. Измерение импульса тяги пастообразного топливогорючего ГПС-2ФК в модели РД на тензометрических весах.

## **2.2. О способе измерения параметров импульса и тяги различных топлив с помощью баллистического маятника.**

Рассмотрим Метод определения тяговых параметров твердотопливного ускорителя (ТТУ), с помощью баллистического маятника.

История баллистического маятника является частью исторического развития отечественной реактивной техники. Первый маятник был разработан русским генералом К.И. Константиновым [5].

Поясним методику измерения скорости метаемого элемента (МЭ) на баллистическом маятнике (БМ). Обозначим:  $m$  – масса МЭ,  $v$  – скорость МЭ,  $V$  – скорость маятника после попадания в него МЭ,  $M$  – масса маятника,  $l$  – длина подвеска,  $x$  – максимальное отклонение маятника,  $h$  – высота подъема маятника,  $g$  – ускорение свободного падения.

Из закона сохранения импульса  $mv = (M + m) \cdot V$  определяем скорость маятника сразу после попадания МЭ

$$V = \frac{mv}{M + m}. \quad (1)$$

Записываем закон сохранения энергии для маятника

$$\frac{(M + m) \cdot V^2}{2} = (M + m) \cdot gh. \quad (2)$$

Решая совместно (1) и (2) находим скорость МЭ:

$$v = \frac{M + m}{m} \sqrt{2gh}. \quad (3)$$

Скорость МЭ с погрешностью 1...2% можно найти по следующей упрощённой формуле:

$$v = \frac{Mx}{m} \sqrt{\frac{g}{l}}. \quad (4)$$

Формулы (3) и (4) справедливы для абсолютно неупругого удара, когда МЭ прилип к маятнику.

На фото рис.7 показан натурный баллистический маятник, совместной разработки двух институтов (ИПРИМ РАН и ЦИАМ) с большим опытом замера скоростей МЭ-30. Этот маятник использовался для измерения скорости натурального РМЭ при выстрелах из баллистической трубы метаемых элементов (МЭ-30). Сравнительный анализ полученных опытных значений скоростей с лазерными и рамочными способами показывает, что они отличаются на 1...3% и предпочтительней для анализа прочностной целостности самого РМЭ и его ЭСУ.

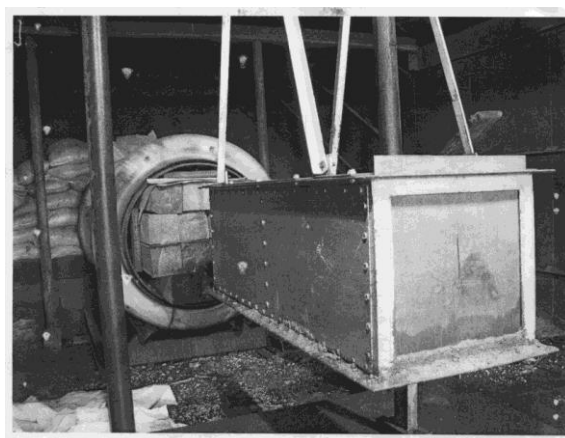


Рис.7. Фото стенда «Баллистический маятник» ИПРИМ РАН и ЦИАМ г. Лыткарино для измерения скорости натурального РМЭ.

В ИПРИМ РАН был разработан и создан другой стенд – «Баллистический маятник» меньшего размера (рис.8), предназначенный для измерения скорости свободного полёта РМЭ и определения значения импульса различных твердых и пастообразных топлив путем измерения угла отклонения маятника от вертикали. При этом сама модель РМЭ закрепляется на стенде посредством хомута, а в ее носовую часть вкручивается глухой наконечник. Основные параметры стенда «Баллистический маятник» приведены в Таблице 2.

Таблица 2.

Ширина стенда «Баллистический маятник», Н, м	0.3
Длина маятника, L, м	2
Максимальный угол отклонения маятника, Φ, град	45
Максимальный вес модели, кг	20
Разрешающая способность по импульсу, кг.м/с	0.025
Разрешающая способность по силе тяги, кг	0.02
Разрешающая способность по углу отклонения, Φ <sub>мин</sub> , град	
Диапазон измерения импульса, кг*м/с	0-25
Диапазон измерения силы тяги, кг	5

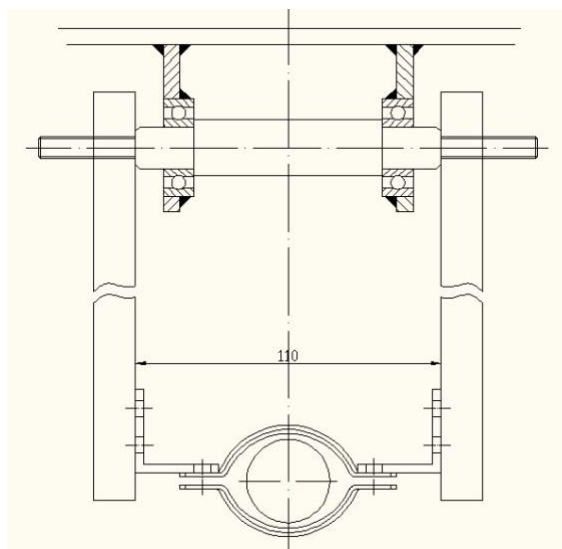


Рис.8. Схема стенда «Баллистический маятник».

При подготовке к эксперименту производилась тарировка стенда «Баллистический маятник» типовой тарировочный график для краткости не приведен.

### 2.3. О способе измерения параметров импульса и тяги РМЭ от различных топлив с помощью установки «центробежный стенд».

Методика определения тяговых параметров твердотопливного ускорителя (ТТУ), импульса отдачи МУ и ТТХ на центробежном стенде состоит в следующем.

Имеем для центробежного стенда уравнение моментов:

$$\frac{Jd\omega}{dt} = Rr_1 - F_f r_0, \quad (5)$$

где  $J = \frac{P}{g} r_u^2$  – момент инерции «коромысла» с противовесами и испытуемым объектом (МУ, безоткатное метаемое направляющее устройство (БоМНУ), ТТУ и др.);  $P$  – вес коромысла с противовесами и силовым устройством (ТТУ, БоМНУ и др.);  $g=9,81$  м/с<sup>2</sup>;  $r_u$  – радиус инерции «коромысла» с противовесами и ТТУ;  $R = J_T \dot{G}_T$  – избыточная или абсолютная сила тяги БоМНУ, ТТУ и др.;  $r_1$  – радиус (плечо) момента силы тяги;  $r_0$  – радиус (плечо) момента силы трения от подшипника скольжения со смазкой;  $F_f = \tau S_f$  – сила трения подшипника скольжения со смазкой, действующая на «коромысло»;  $\tau = \left( \frac{du}{dy} \right)_w$  –напряжение силы трения на «коромысло»

от вязкой жидкой смазки;  $S_f = 2\pi r_0 h_0$  – поверхность трения подшипника скольжения ( $r_0$  – радиус подшипника;  $h_0$  – высота цилиндрической поверхности трения подшипника).

Схема центробежного стенда и обозначения показаны на рис.9.

Из схемы на рис.9 видно, что радиус инерции вращающейся системы можно оценить с помощью простейшего соотношения:

$$mr_n^2 = m_2 r_2^2 + \int_0^{r_2} \gamma_1 x^2 dx = m_2 r_2^2 + \frac{m_1 r_2^2}{3} \quad (6)$$

или

$$\left(\frac{r_u}{r_2}\right)^2 = K_u = \frac{g_1}{3} + g_2, \quad (6a)$$

где  $g_1 = m_1/m = m_1/m_2 + m_2$ ;  $g_2 = m_2/m$ .

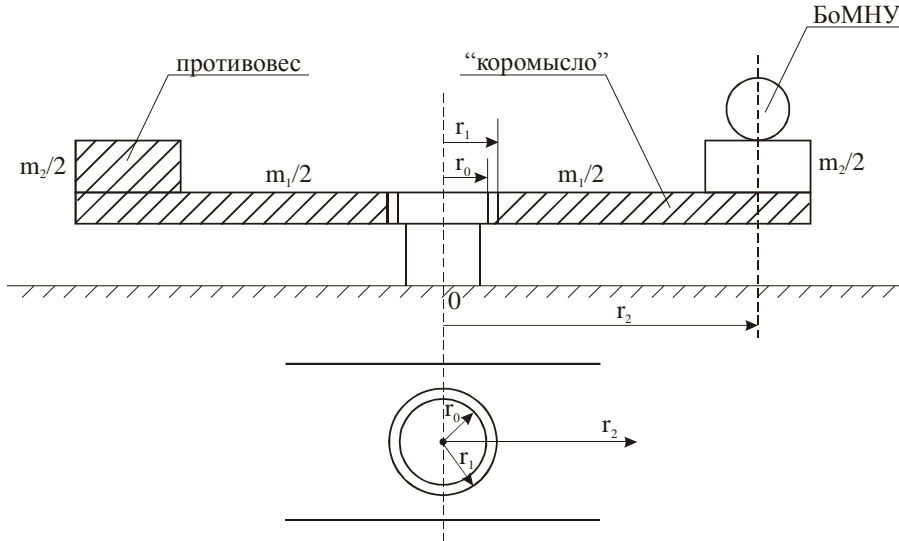


Рис.9. Схема центробежного стенда.

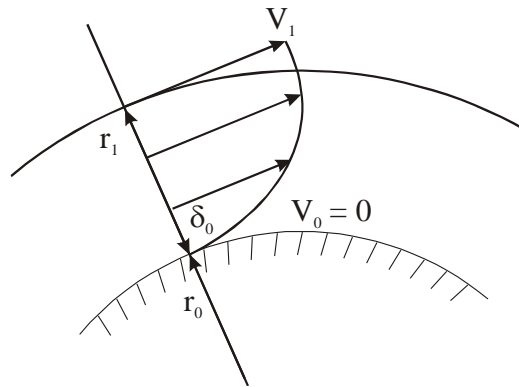


Рис.10. Ламинарный профиль скорости смазки.

Из схемы на рис.10 видно, что:

$$\tau = \left(\frac{du}{dy}\right)_w = \frac{2V_1}{\delta_0}, \quad (7)$$

где  $V_1 = \omega r_1$  — линейная скорость вращения поверхности внутри подшипника;  $\omega$  — угловая скорость вращения «коромысла».

Подставляя все выражения параметров в уравнение моментов (5), получим необходимые соотношения для определения параметров как стенда, так и характеристики исследуемого БоМНУ.

Таким образом, до испытаний БоМНУ имеем:  $P_1$  — вес «коромысла» с противовесами и БоМНУ;  $G_T$  — вес твердого топлива в камерах БоМНУ или в камерах ТТУ;  $K_u = \left(\frac{r_u}{r_2}\right)^2$  — отношение квадрата радиуса инерции к квадрату радиуса

(плеча) «коромысла»;  $r_0, r_1, r_2$  – радиусы оси, втулки, плеча ТТУ (рис.9);  $h_0$  – высота втулки.

Необходимо измерить и знать в результате предварительного опыта следующие параметры (характеристики) стенда, метательного или ускорительного устройства и системы «стенд-испытуемое устройство»:  $\tau_1$  – характерное время падения угловой скорости от действия момента силы трения;  $\nu_0$  – кинематический коэффициент вязкости масляной смазки,  $\text{см}^2/\text{с}$ .

В процессе основного опыта измеряем:  $T_1$  – полное время работы испытуемого устройства (ИУ) (меньше 0,01 с);  $V_{1\text{max}}, \omega_{1\text{max}}$  – максимальные значения линейной и угловой скоростей системы «коромысло-ИУ»;  $J_T, R$  – удельный импульс и полная сила избыточной тяги ИУ.

Методика и последовательность измерений.

*Измерение  $\tau_1$  (без работающего ИУ).*

Уравнение (5) при  $R = 0$  приводится к уравнению вида:

$$\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{dt}{\tau_1} \tag{5a}$$

или

$$\frac{dV_1}{V_1} = -\frac{dt}{\tau_1}, \tag{5б}$$

где

$$\tau_1 = K_u \left( \frac{r_1}{r_0} \right)^2 \frac{mg\delta_0}{\gamma_0\nu_0 \cdot 2r_0h_0 \cdot 2\pi}; \tag{8}$$

$mg=P$  – полный вес вращающейся системы «коромысло + противовесы + ИУ»;  $\gamma_0$  – удельный вес жидкой смазки.

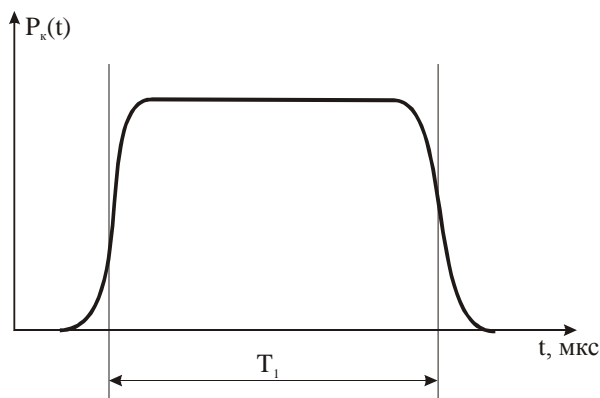
Значение  $\tau_1$  находим из интеграла уравнения (5a):

$$\tau_1 = \frac{l_1}{V_1^0}, \tag{8a}$$

где  $V_1^0$  – начальная скорость вращения ИУ электромотором при  $R=0$  в момент его выключения;  $l_1 = 2\pi r_1 n_1$  – путь, пройденный ИУ при его вращении в режиме  $R=0$ ;  $n_1$  – число оборотов «коромысла» до полной остановки вращения (от  $\omega_1^0$  до  $\omega=0$ ).

*Измерение  $T_1$ .*

Полное время работы ИУ измеряется на осциллографе по эпюре давления малоинерционного датчика в камере (каморе) или внешнего малоинерционного датчика тяги.



*Измерение  $V_{1\max}$  или  $\omega_{1\max}$ .*

Для определения  $V_{1\max}$  или  $\omega_{1\max}$  необходимо иметь либо прибор замера максимального значения угловой скорости при импульсном срабатывании ИУ, либо использовать нашу новую разработку (Иванова А.П.) для замера скорости вращения ИУ с фиксацией этим прибором максимального значения  $V_{1\max}$  или  $\omega_{1\max}$ .

*Измерение удельного импульса  $J_T$  ТТУ или избыточного (неотрегулируемого) импульса отдачи  $\Delta R$  БомНУ.*

Уравнение моментов (4) в режиме работы ТТУ ( $R = J_T \dot{G}_T$ ) после его интегрирования за время  $T_1$  дает соотношение вида:

$$J_1 \omega_{1\max} = J_T G_T r_1 - 2\pi r_0 \frac{2r_0 h_0 \gamma_0 V_0 r_0}{g \delta_0} \int_0^{T_1} \omega_0 dt \quad (9)$$

или

$$J_T = \frac{m K_u V_{1\max}}{G_T} \left( 1 + \frac{T_1}{\tau_1} \right) = \frac{P}{G_T} \frac{K_u V_{1\max}}{g} \left( 1 + \frac{T_1}{\tau_1} \right) \quad \text{и} \quad R = J_T \left( \frac{G_T}{T_1} \right). \quad (10)$$

В ФГУП ЦИАМ им.П.И.Баранова был совместно с ИПРИМ РАН спроектирован и изготовлен центробежный стенд (рис.11). На этом стенде по замерам скорости вращения и замедления путем измерения количества оборотов определялись значения импульса различных твердых и пастообразных топлив.



Рис.11. Центробежный стенд.

На фото рис.11, в частности на плече маятника укреплено коротковольное МУ с РД и тензодатчиком.

На фото рис.12 показан РМЭ диаметром 20мм после безоткатного пуска из коротковольного беззатворного МУ-20 на фоне экрана со следами поражения при его взаимодействии с РМЭ.

Опыт использования центрифужного способа и устройства показывает, что он удобен и востребован, если аэродинамические и аэробаллистические стенды отсутствуют.





Рис.12. РМЭ после безоткатного пуска из короткоствольного беззатворного МУ-20.

### **3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

1. Разработаны, изготовлены и собраны лабораторные стенды для измерения импульса и тяги топлив для моделей ракет на основе тензовесов, баллистического маятника и центробежного устройства.
2. Разработана модель РД со сменными соплами для исследования влияния давления на скорость сгорания твердого и пастообразного топлива.
3. Разработанная модель РД с пастообразным топливом испытана на тензометрических весах, и установках «Баллистический маятник» и «Центробежный стенд».
4. Определены оптимальные условия для применения указанных методик измерения.
5. Использование тензометрических весов, баллистического маятника и центрифуги в стендовых импульсных замерах базовых теплогазоаэродинамических параметров РМЭ: давления в ВЗУ, камере сгорания и сопле, скорости, импульсов, тяги и отдачи бортовых РД баллистических труб и реактивных устройств доразгона и марша любого реактивного метаемого элемента (РМЭ) крайне необходимо для успешного выполнения последующих аэродинамических испытаний (в импульсных, стационарных аэродинамических трубах и в свободном полёте).
6. Сравнительный анализ полученных опытных значений скоростей с использованием Баллистического маятника с лазерными и рамочными способами показывает, что они отличаются на 1...3% и предпочтительней для анализа прочностной целостности самого РМЭ и его ЭСУ.
7. Центрифужные способы и устройства удобны, если аэродинамические стенды и аэробаллистические стенды отсутствуют.
8. Времена импульсной работы бортовых энергосиловых устройств (ЭСУ) и времена достижений замера их параметров и характеристик тремя рассмотренными механическими способами укладываются в диапазон времён работы современных скоростных ракетных метательных устройств и бортовых импульсных РД.
9. Полученные в работе результаты позволят оптимизировать схему эксперимента, повысить его точность, информативность и оперативность.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Раушенбах Б.В. Вибрационное горение. – М.: Физматгиз, 1961. – 500 с.
2. Раушенбах Б.В., Беспалов И.В., Прудников А.Г. и др. Физические основы рабочего процесса в камерах сгорания воздушно-реактивных двигателей. – М.: «Машиностроение», 1964. – 527 с.
3. Prudnikov A.G. Flame Turbulence / Seventh symposium (international) on combustion, Baltimore, 1959.
4. Прудников А.Г., Вольнский М.С., Сагалович В.Н. и др. Процессы смесеобразования и горения в воздушно-реактивных двигателях. – М.: «Машиностроение», 1971. – 356 с.
5. Ерохин Б.Т., Прудников А.Г. История ракетной авиакосмической техники / Курс лекций Московского государственного университета приборостроения и информатики (МГУПИ) каф. ВТ-7 «Теплофизические приборы и аппараты» (2005÷2015г.г.).
6. Прудников А.Г. О вихревом горении // ФГВ. – 2010. – Т.46. – №6. – С.12-31.
7. Левин В.А., Марков В.В., Мануйлович В.В., Большиянов И.П., Захаров Н.Н. Комплексное исследование течений в гиперзвуковой аэродинамической установке / Материалы XVIII Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013). – М.: Изд-во МАИ, 2013. – С.609-612.
8. Левин В.А., Марков В.В., Мануйлович В.В., Большиянов И.П., Захаров Н.Н. Комплексное исследование течений в гиперзвуковой аэродинамической установке / Материалы 4-ой Международной научной школы молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах». – М.: МАКС Пресс, 2013. – С.100-101.
9. Левин В.А., Марков В.В., Мануйлович В.В., Большиянов И.П., Захаров Н.Н., Яновский Ю.Г., Прудников А.Г. Исследование волновых процессов в аэродинамической трубе ИПРИМ РАН в натурном и виртуальном эксперименте / Сб. тезисов Конференции «Механика композиционных материалов и конструкций». – М.: ИПРИМ РАН, 2013. – С.93.
10. Большиянов И.П., Захаров Н.Н., Прудников А.Г., Прядко Е.С., Садовин М.А. Разработка методик экспериментального определения параметров и характеристик бескомпрессорных ВРД ракетных ЛА / Сб. тезисов Конференции «Механика композиционных материалов и конструкций». – М.: ИПРИМ РАН, 2013. – С.80.
11. Большиянов И.П., Садовин М.А. Разработка системы сбора и обработки экспериментальных данных в гиперзвуковой импульсной трубе при исследовании задач внешней и внутренней аэрогазодинамики / Сб. тезисов Конференции «Механика композиционных материалов и конструкций». – М.: ИПРИМ РАН, 2013. – С.81.

**АКАДЕМИК ВЛАДИМИР ВАСИЛЬЕВИЧ СТРУМИНСКИЙ –  
ВЫДАЮЩИЙСЯ УЧЕНЫЙ И ПРАКТИК**

Валиев Х.Х., Левин Ю.К.

*ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия*

**РЕЗЮМЕ**

Представлен краткий обзор научных и практических достижений академика Владимира Васильевича Струминского.

ИПРИМ РАН, ЦАГИ, ИПТМ СО РАН бережно хранят память о замечательном подвижнике науки и практики академике Владимире Васильевиче Струминском, дают молодым ученым возможность изучать его творческое наследие.

Для стиля научной работы Владимира Васильевича Струминского были характерны постановка проблемы, выделение наиболее важных направлений экспериментальных и теоретических исследований, использование всех арсеналов теоретических методов для получения строгих количественных выводов, проверка этих выводов в лабораторных экспериментах, на пилотных установках, и затем активное внедрение в народное хозяйство. При этом он всегда исходил из фундаментального принципа: «Нет ничего практичнее хорошей теории!».

Уже в аспирантской работе 1941 года на физфаке МГУ Струминским В.В. впервые получено строгое теоретическое решение квантовомеханического уравнения Шредингера, записанного для двухкомпонентного сплава латуни CuZn (рис.1). Тем самым был снят покров загадочности с причины возникновения упорядочения атомов в интерметаллидах при понижении температуры, как обусловленного перераспределением плотности вероятности валентных электронов. До сих пор эта работа является путеводной в понимании разнообразных свойств интерметаллидов и использовании их в практике.

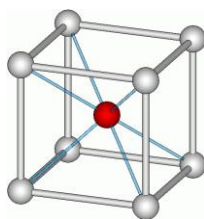


Рис.1. Атомно-кристаллическая структура сплавов типа  $\beta$  – латуни CuZn.

Было показано, что при перекрытии электронных энергетических зон атомов меди и цинка необходимо учитывать квантовомеханический эффект вырождения. Результатом снятия квантовомеханического вырождения, возникающего при образовании упорядоченного кристалла, является перераспределение плотности вероятности валентных электронов интерметаллидов. Именно благодаря этому эффекту становится возможным образование устойчивых кристаллических структур интерметаллических соединений. Согласно результатам, полученного им решения уравнения Шредингера для интерметаллида  $\beta$  – CuZn, было показано, что эффективно на атомах меди можно считать образующимся избыток электронной плотности в количестве:  $Q = - 0,1 e$ , а на атоме цинка – недостаток электронной плотности в количестве  $Q = + 0,1 e$ . Подсчет электростатического взаимодействия при этих вычисленных значениях избыточной электронной плотности привел к

значению энергии связи  $E = 0,05$  эв, близкой к экспериментальной величине  $423^\circ \text{C}$  для температуры упорядочения латуни  $\beta - \text{CuZn}$ . Будущий лауреат Нобелевской премии Н. Мотт получил аналогичный вывод, исходя из эмпирических представлений.

Предсказанные В.В. Струминским в этой работе эффекты перераспределения зарядовой плотности валентных электронов в интерметаллидах только недавно нашли прямое экспериментальное подтверждение с помощью эффекта Мессбауэра и рентгеновской фотоэлектронной спектроскопии. До настоящего времени результаты этой важной работы остаются актуальными и имеют большое научное и практическое значение в связи с поиском и исследованиями сплавов, обладающих уникальными физическими свойствами. Из теории В.В. Струминского следует важное для практики заключение о возможности изменять в широких пределах степени зарядового и спинового распределений валентных s-p-d-f-электронов в интерметаллидах и получать в результате широкий спектр уникальных физических свойств соединений с этими структурами (магнитными, магнитооптическими, сверхпроводящими, полуметаллическими, диэлектрическими, эффектами памяти формы т.д.). Таким образом, теоретический анализ особенностей электронной структуры бета-латуни позволил выявить взаимосвязи различных структурных типов, объяснить аномалии наблюдающихся свойств и показать направления улучшения важных практических свойств разнообразных сплавов. Это было продемонстрировано исследованиями в ИПРИМ РАН на примере сплавов Гейслера, обладающих упорядоченными кристаллическими структурами – сверхструктурами  $\text{Cu}_2\text{MnAl}$  и  $\text{CuMgSb}$  к  $\beta - \text{CuZn}$  (рис.2) и с замечательными магнитными свойствами, представляющими большой интерес для современной спинтроники.

О замечательных достижениях В.В. Струминского в ЦАГИ при создании теории трехмерных пограничных слоев на основе решений уравнений Навье – Стокса, разработке компоновки крыльев самолетов, детальном изучении особенностей аэродинамического обтекания стреловидных крыльев, как в теории, так и в эксперименте, и активном внедрении полученных результатов в авиа – космическую промышленность нашей страны хорошо известно. В ИПТМ СО РАН под руководством В.В. Струминского создана уникальная экспериментальная аэродинамическая база, до сих пор являющуюся одним из ведущих мировых центров в исследованиях проблем дозвуковых, сверхзвуковых и гиперзвуковых обтеканий, переходов течений из ламинарных в турбулентные, особенностей ударных волн.

В Москве, в Академии наук СССР Струминский В.В. развернул аналогичную кипучую, неутомимую, плодотворную научную и организационную деятельность. Он возглавил в ГКНТ научно-технологический Совет по использованию современных достижений аэродинамики для интенсификации химико-технологических и микробиологических процессов, объединив различные отраслевые и академические институты и организации для решения насущных проблем страны. На базе Института Проблем Механики АН СССР в 1976 году им создана уникальная организация: «Сектор механики неоднородных сред АН СССР», преобразованный позднее в Отдел «Механико-математические методы в технологических и экономических разработках» при Президиуме РАН.

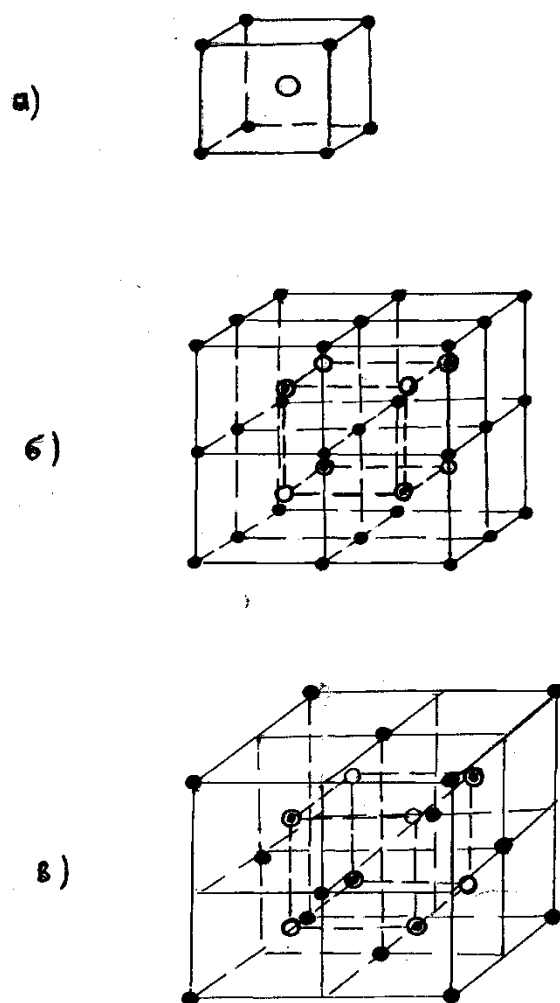


Рис.2. Атомно-кристаллические структуры сплавов типа Гейслера, сверхструктур к  $\beta$ -CuZn: а) B2 (тип  $\beta$ -CuZn,  $\bullet$  Cu,  $\circ$  Zn); б) L2<sub>1</sub> (тип Cu<sub>2</sub>MnAl,  $\bullet$  Cu,  $\oplus$  Mn,  $\circ$  Al); в) C1<sub>b</sub> (тип CuMgSb,  $\bullet$  Cu,  $\oplus$  Mg,  $\circ$  Sb).

Здесь стали интенсивно исследовать возможности применения научных достижений, достигнутых в области оборонной промышленности, для применения в народном хозяйстве. Некоторые теоретические и практические результаты этих обширных исследований В.В. Струминского в Секторе и последующие собственные оригинальные разработки ИПРИМ РАН представлены ниже:

**1.** Поиски альтернативных топлив, и разработка основ водородной энергетики с прямыми практическими приложениями в космонавтике, авиации, морских кораблях, автомобильной и тракторной промышленности.

Учитывая неразвитость инфраструктуры страны для обеспечения заправки водородным топливом автомобилей, Владимир Васильевич Струминский на переходный период разработал способ добавки 10% водорода к обычному бензину или дизельному топливу (рис.3) и продемонстрировал эффект резкого снижения токсичных выхлопов автомобилей и тракторов. Им разработана оригинальная легкая конструкция съемного криогенного бака с многослойной, экранно-вакуумной изоляцией сосуда (рис.4), допускающая быструю дозаправку любых автомобилей и тракторов. Хорошо известно участие водородных автомобилей Сектора в Олимпиаде–80 в Москве с наглядной демонстрацией экологичности транспорта с

таким видом топлива. Все ведущие автомобильные концерны мира сегодня работают в этом направлении.

В настоящее время ИПРИМ РАН развивает перспективное направление добавок наночастиц к углеводородным топливам с резким повышением их эффективности сгорания.

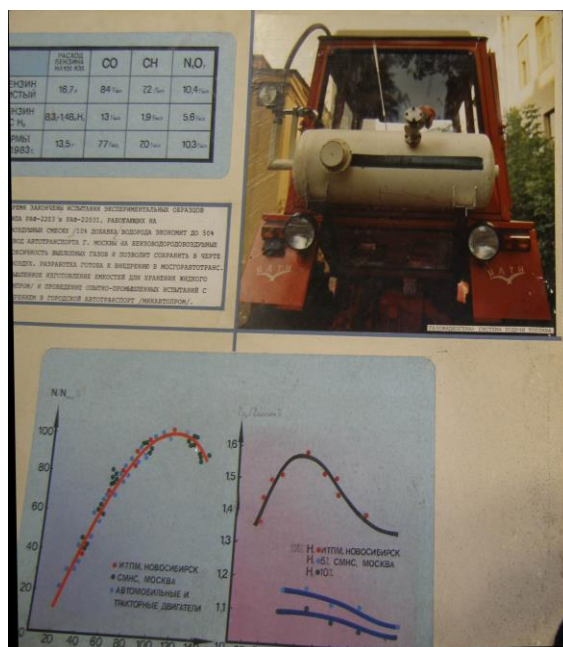


Рис.3. Натурный снимок трактора Т-25 (НАТИ), успешно работавшего на добавках водорода к дизельному топливу.



Рис.4. Криогенный съемный бак, изготовленный по оригинальной теплоизоляционной технологии Струминского В.В. Масса заправляемого водорода – 2.5 кг. Вес бака – 25 кг. Объем – 40 литров. Суточная испаряемость 8 %.

2. В Секторе В.В. Струминским был разработан новый метод решения системы кинетических уравнений Больцмана для газовых смесей, обобщающий классический метод Чепмена–Энскога и позволяющий полностью описать движение каждой компоненты и газовой смеси в целом.

Установленный механизм расслоения газовых смесей был использован для разделения газовых смесей в капиллярных мембранах. Экспериментальные работы по разделению воздуха, обеспечили обогащение воздуха кислородом до 60-80%.

Созданные в Секторе полволоконные (разделительные элементы сконструированы из нитей «Гравитон» – полиметилпентен наружным диаметром 80 мкм, толщиной стенки 20 мкм, НПО «Химволокно») мембранные модули, перспективные для космонавтики, нашли также практическое применение в Волоколамском совхозе для повышения продуктивности животноводства. Аналогичное обогащение воздуха азотом до 60-80% позволяет достичь резкого снижения потерь при хранении сельскохозяйственной продукции.

**3.** Обобщенная кинетическая теория Струминского В.В. для плотных газовых смесей открыла возможности для построения теорий коллективных движений дисперсных сред, имеющих первостепенное значение для описания важнейших технологических процессов. Уникальные результаты получены при исследовании в Секторе микропузырьковых и дисперсных сред, сразу нашедших применение на практике, в частности, для защиты изделий от кавитационной коррозии.

В ИПРИМ РАН это направление интенсивно разрабатывается с целью получения дальнейших эффективных теоретических подходов для обширных практических применений, таких как производство активированных пористых топлив, озонная водоочистка, радикальное снижение сопротивления движению подводных аппаратов и др.

**4.** Открытые Струминским В.В. законы движений неоднородных и неравновесных сред позволили ему предложить оригинальные перспективные модели ветроагрегатов (рис.5) и плазмотронов, позволяющие повысить их коэффициенты полезного действия. Значительное внимание он уделил исследованиям энергии ветра и морских волн для получения водорода из воды и использования в народном хозяйстве.



Рис.5. Макет лопастей, разработанных Струминским В.В., для оригинальной модели ветроагрегата.

**5.** На основе систематических теоретических и экспериментальных исследований в Секторе было изучено движение дисперсных потоков в сильных электрических полях. Применение кинетической теории Струминского В.В. позволило объяснить появление сильного электрического ветра, было измерено его распределение между острием катода и анода, обнаружено его доминирующее влияние на движение дисперсных примесей в поле коронного разряда. В результате были вскрыты значительные резервы для дальнейшего повышения эффективности



электрофильтров в условиях их промышленной эксплуатации. Была разработана и испытана новая схема электрофильтров для электроосаждения токсичных выбросов ТЭЦ крупных мегаполисов, цементных заводов и т.д.

6. Результаты теоретических и экспериментальных исследований псевдооживленных слоев в Секторе использовались для отработки практических методов получения водорода в промышленных каталитических реакторах, для гидрогенизации Канско–Ачинских углей, и даже нашли применение при сушке чаев в Сухумском институте Чаю.

7. Для исключения возможности повторения ситуации Чернобыля Струминским В.В. разработан уникальный проект захоронения ядерных реакторов в подземных стволах – шахтах, длиной 1,5-2,0 км и диаметром 20-25 м, получивший высокую оценку специалистов по атомной энергетике. Проведенный Струминским В.В. анализ аэродинамической компоновки реакторов РМБК выявил ряд крупнейших недостатков, резко снижающих их эффективность и надежность работы, и были указаны пути их устранения.

8. В совместной работе с ГИАП были успешно проведены испытания регулярной укладки катализаторов паровой конверсии природного газа в единичном элементе промышленной печи Новочеркасского завода. Было установлен существенный выигрыш в аэрогидродинамическом сопротивлении каталитического слоя и улучшение теплопередачи к стенкам реактора. Особый интерес В.В. Струминский всегда сохранял к перспективам внедрения в каталитические реакторы регулярной укладки активных элементов (рис.6).



Рис.6. Макет регулярной укладки активных элементов в реакторах.

В описании авторского свидетельства SU – 1252645 A1 указано, что: «Насадка теплообменного аппарата, содержит ряды труб, плотно уложенных по винтовой линии, причем каждая труба выполнена составной по длине, в виде цилиндрических элементов, нанизанных на нить. Смежные ряды труб могут иметь и противоположные направления навивки». В авторском свидетельстве на насадочную колонну для контактных аппаратов со стационарным зернистым слоем SU – 1625518 A1 приведено описание схемы взаимного расположения смежных керамических колец с катализатором, расположенных в соседних рядах. Также дан вариант выполнения колец в виде однополостных гиперboloидов, что способствует их упорядоченному расположению при многорядной укладке в корпусе, способствуя снижению гидравлического сопротивления при наиболее полном использовании их каталитических поверхностей. Кольца выполняются с отношением их длины к диаметру от 1,5 до 2,5, а их длина составляет 0,4-1,0 диаметра корпуса.



9. Проведенное Струминским В.В. теоретическое исследование структуры пограничного слоя на каталитических поверхностях более четко установило границы между кинетическими и диффузионными фазами реакций и позволило более полно использовать эффективные режимы работы катализаторов в химической и микробиологической промышленности. Было показано, что катализаторам целесообразно придавать форму таких поверхностей, которые бы исключали потери скоростного напора на сопротивление давления и на возникновение крупномасштабных вихрей. Изучение укладок трубчатых катализаторов (внешний диаметр 6 мм, внутренний диаметр 4 мм, длина 10 мм) в трубках диаметром 25 мм каталитических реакторов производства фталевого ангидрида предсказало почти двукратное снижение гидродинамического сопротивления таких структур по сравнению с общепринятой мировой практикой укладки шариковых катализаторов (диаметром 6 мм). Визуальное представление различия структуры этих укладок в трубке диаметром 25 мм показано на рис.7.



Рис.7. Сравнение укладок шариковых КС–278 (средний диаметр 6 мм) – слева и трубчатых КТ–1–СН (6 x 4 x 10 мм) – справа катализаторов в трубке диаметром 25 мм.

Число таких трубок длиной 3 метра в крупнотоннажных заводах фталевого ангидрида исчисляется десятками тысяч. Также В.В. Струминский теоретически установил эффективное влияние гидродинамических условий обтекания катализаторов на оптимизацию выхода конечного химического продукта. Экспериментальное подтверждение этих выводов при непосредственном участии автора данной статьи под руководством Струминского В.В., Матюшенко В.Х., Полотнюка О.В.Я. осуществлено как в лабораториях Сектора с оформлением соответствующих статей и авторских свидетельств, так и на пилотных установках НИИОПИК, и в заводских лабораториях Тамбовского химзавода "Пигмент".

Благодаря этому, преодолевая все препятствия, В.В. Струминский добился немедленного внедрения новых отечественных носителей катализаторов КТ-1-СН во все крупнотоннажные производства фталевого ангидрида нашей страны.

Струминский Владимир Васильевич взял под личный контроль изготовление этих трубчатых носителей особой оптимальной конфигурации на фарфоровом заводе в Гжели (Речицы), нанесение активной каталитической массы на них в Тамбове, невзирая на погодные условия срочную доставку, включая даже авиацию, наработанных катализаторов на заводы всей страны.

Самые мощные крупнотоннажные каталитические реакторы производства фталевого ангидрида в СССР (Лида – Белоруссия, Пермь – Россия, Рубежное – Украина, Омск – Россия и др.) эффективно работали на этих трубчатых катализаторах КТ–1–СН, которые под руководством Владимира Васильевича были совместно разработаны Сектором и НИИОПИК. Это позволило спасти эту важную отрасль промышленности от полного коллапса в 90-е годы кризисного периода нашей страны.

В ИПРИМ РАН совместно с НИИУФ аналогично этим работам был разработан принципиально новый катализатор ИА–1 для производства серной кислоты с ожидаемым высоким экономическим эффектом от внедрения на отечественные химические комбинаты.

**10.** Особый интерес Владимир Васильевич всегда сохранял к разработке теоретических и экспериментальных проблем турбулентности, проблемам ламинаризации обтекания летательных аппаратов и управления пограничным слоем, включая отсос, вдув или нагрев и охлаждение. В исследованиях нестационарных, неоднородных, дисперсных сред, в развитии теоретических основ кинетической теории газов и жидкостей он углублял и обобщал достижения Больцмана, Прандтля, Гейзенберга, Гильберта, Кирквуда, Боголюбова, Ландау, Пригожина, Колмогорова и других выдающихся ученых. Владимир Васильевич Струминский стоял на одном уровне с величайшими умами нашей планеты и сумел продвинуться существенно дальше в решении важнейших фундаментальных задач науки и техники.

**11.** Актуальны и оригинальны исследования Владимира Васильевича Струминского в гуманитарных науках. Его великолепные публицистические статьи в ведущих общественно-политических газетах и журналах страны с популяризацией новейших достижений науки всегда находили живейший отклик в обществе. В области экономики, приняв за основу математическую модель Вальраса–Понтрягина, Струминский В.В. правильно предсказал особенности поведения рынка в современных условиях.

**12.** В области философии проведенный им анализ вечных вопросов бытия всего мира привел к замечательным оптимистическим выводам о будущем всей нашей цивилизации.

Высшее руководство страны, выдающиеся ученые и конструкторы авиационной, космической, химико-технологической, атомной и других областей промышленности высоко ценили и уважали замечательные таланты академика Струминского В.В.. Его самоотверженная работа на благо Родины была отмечена самыми высокими правительственными наградами. Все знали, что если за дело берется Владимир Васильевич Струминский, то обязательно будет успех и в фундаментальной науке и в прикладных исследованиях!

Этот краткий и, конечно, фрагментарный обзор творчества выдающегося ученого академика Владимира Васильевича Струминского позволяет все же сделать удивительный вывод о своеобразной иерархичности и единства как процесса научного познания людьми, так и самой Природы. Начав с открытия механизмов упорядочения атомов в субмикром мире, Струминский В.В. в кратчайшее время добился феноменальных успехов в установлении макроскопических законов движения газов и жидкостей. Эти достижения в фундаментальной науке принесли ему необозримый урожай в практических успехах, как в мире атомов, так и в сверхзвуковой авиации, в различных областях народного хозяйства, в гуманитарных науках, включая и космос.

В ИПРИМ РАН изначально также интенсивно применялся аналогичный творческий подход: от нанотехнологий к макромиру процессов и веществ с особыми уникальными свойствами с практическими приложениями.

Владимир Васильевич очень любил молодежь. Огромные силы отдал он факультету аэрофизики космических исследований МФТИ, являясь основателем и бессменным заведующим кафедрой «Механика гетерогенных сред». Основным его призывом к студентам и сотрудникам было: «Любите Науку! Нет ничего в жизни прекрасней, чем беззаветное и бескорыстное исследование законов Природы!». Сам он не мыслил ни единого дня своей жизни без неустанного исследования тайн Вселенной.

В своей повседневной напряженной научно-педагогической деятельности с аспирантами и молодыми сотрудниками ИПРИМ РАН также отдает огромные силы воспитанию студентов МАИ, МИТХТ и других вузов.

Совершенно удивительны личные качества академика Струминского В.В. Владимир Васильевич – поразительный психолог. Он интуитивно не мог терпеть фальши и неискренности в людях. Все, знавшие его чистое сердце и великодушие, всегда его очень уважали и любили. Хорошо известно, как много людей навсегда сохранили глубочайшую благодарность Струминскому В.В. за неоценимую помощь в преодолении трудностей жизни. Своим трудом сотрудники ИПРИМ РАН, ЦАГИ, ИТПМ СО РАН стремятся воплотить в жизнь прекрасный завет академика Владимира Васильевича Струминского:

«Хочу видеть нашу Родину – счастливой!»

Авторы выражают глубокую благодарность директору ИПРИМ РАН профессору, доктору технических наук Юрию Григорьевичу Яновскому за бережное отношение к творческому наследию академика Владимира Васильевича Струминского, за создание замечательной атмосферы успешных научно-практических исследований в ИПРИМ РАН.

# МЕТОДЫ ДИСПЕРГИРОВАНИЯ ЖИДКИХ УГЛЕВОДОРОДНЫХ ТОПЛИВ ПРИ СТИМУЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ ПОДЖИГА И ГОРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ РАЗРЯДОМ

Великодный В.Ю., Дыренков А.В., Левин Ю.К. \*, Попов В.В. \*, Яновский Ю.Г. \*

МОУ Московский физико-технический институт (технический университет),  
г. Долгопрудный, Россия,

\* ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия.

## РЕЗЮМЕ

Рассмотрены методы диспергирования жидких углеводородных топлив, с использованием процессов их предварительного барботирования, высоковольтные электрические разряды, для активизации их поджига и стабилизации горения. Рассмотрена работа этих устройств использованием с керосина в качестве топлива и керосина с добавками наночастиц, воды.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Разработка гиперзвуковых летательных аппаратов, в которых используются в качестве окислителя воздух из окружающей среды, является актуальной научно-технической задачей. Интерес представляют летательные аппараты, стартующие прямо с земной поверхности с использованием ТРД, ЖРД, переходящие в гиперзвуковой режим в воздухе с использованием ПВРД, ГПВРД (см. [1]).

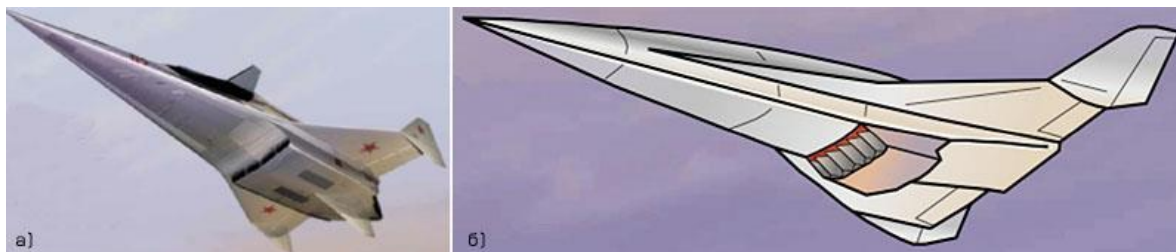


Рис.1. Проекты первых гиперзвуковых воздушно-космических самолетов. а) «Спираль»; б) NASPX-30.

В середине 1960-х годов в СССР и США появились сходные по концепции проекты воздушно-космических систем «Спираль» и NASP X-30 рис.1, (см. [1]). Самолет-разгонщик комплекса «Спираль» оснащался стартовыми ТРД и маршевыми ПВРД, одноступенчатый воздушно-космический самолет X-30 должен был иметь прямоточные двигатели со сверхзвуковым горением и разгонные жидкостные ракетные двигатели. В англоязычной литературе СПВРД принято обозначать термином Scramjet. В качестве одного из топлив в летательных аппаратах (ПВРД, ГПВРД) предполагалось использовать жидкий водород. Однако, из-за ряда, возникающих технологических проблем (хранение, массогабаритные характеристики) в ряде случаев целесообразно использовать керосин. Хотя его характеристики по удельному импульсу, поджигу, стабилизации горения хуже водорода см. [1] рис.2.

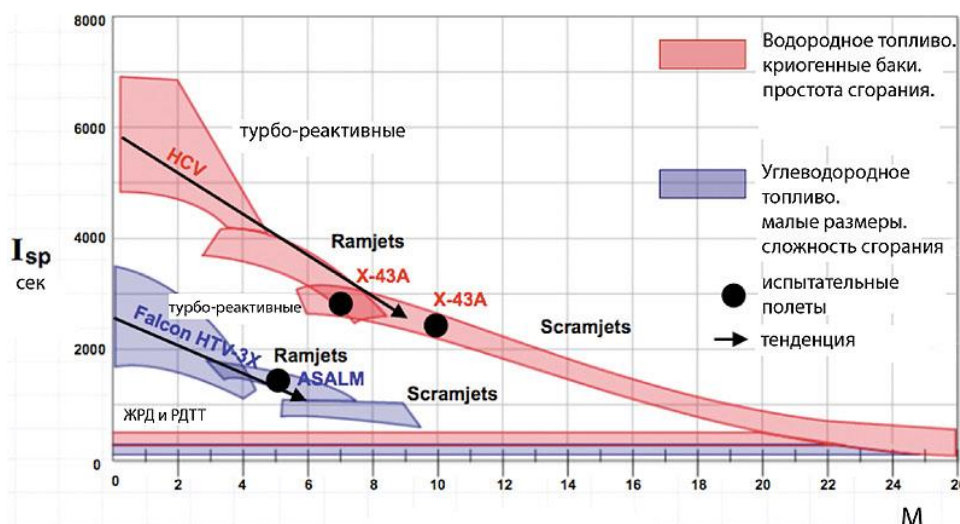


Рис.2. Сравнение удельного импульса  $I_{sp}$  ВРД различных типов см. [1].

Из рис.2 следует, что водород лучше горит, чем керосин, удельный импульс выше – меньше проблем с поджигом и стабилизацией горения, но есть и другие серьезные проблемы см. выше.

В этой связи научные работы (в экспериментальном и теоретическом плане) в области создания широкодиапазонного прямоточного воздушно-реактивного двигателя (ПВРД, ГПВРД) с использованием керосина в качестве топлива, являются важным элементом в решении данной проблемы [2-4]. Одной из нерешенных проблем является обеспечение поджига и устойчивого горения при числах Маха в набегающем потоке  $3 < M < 6$  с использованием керосина в качестве основного компонента топлива. В научных исследованиях при решении этой проблемы используются: электрические разряды различных типов [2,4-8], добавки промоторов в топливо (силана  $-SiH_4$  или др. [9]), разделение потока на две части – дозвуковую и сверхзвуковую [3,4] – «двухконтурная» схема, барботаж – пористое топливо, «активированное пористое топливо» [4, 10-14], новые распыляющие устройства с высокой степенью дисперсности, новые системы поджига, нанотехнологии [15-17] и комбинированные схемы [17,18].

В данной работе проводятся исследования методов подготовки топлива (диспергирования, распыления), стимуляции процессов поджига и горения керосино-воздушной смеси в высокоскоростном потоке электрическим разрядом. Эти процессы рассматриваются применительно к модернизированному устройству (элемент ПВРД, ГПВРД) [17], используемому для поджига и стабилизации горения основного сверхзвукового топливно-воздушного потока (двухконтурная схема ПВРД, ГПВРД [1-3]).

Одним из новых элементов в устройстве [17], являются барботер с кольцами Рашига, широко применяемых в химической промышленности. В СМНС АН СССР под руководством академика В.В. Струминского в большом объеме проводились работы по модернизации химических реакторов и массообменных устройств и использованием колец Рашига [19-21]. При этом использовался научно – технический задел, применяемый ранее самолето- и ракетостроении. Существенным образом были снижены непроизводительные потери полного давления, при сохранении выхода полезного продукта, за счет более неиспользованных резервов из области гидродинамики и физической химии [19-21]. Эти разработки были внедрены в производство, в частности фталевого ангидрида.

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ДИСПЕРГИРОВАНИЯ ТОПЛИВА

Ранее устройство для подготовки топлива (керосина), с использованием процесса барботирования, применялось нами в двухконтурном варианте модели ПВРД, ГПВРД [4,10,11,13,14,22]. Принципиальная схема устройства представлена на рис.3 [4,22].

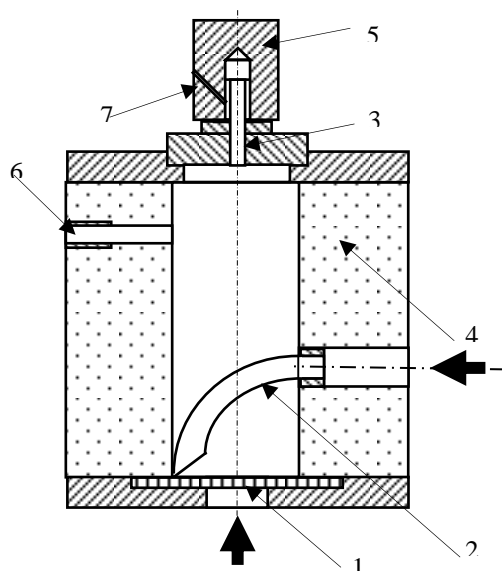


Рис.3. Принципиальная схема барботера совместно с форсункой 1 - диспергатор, 2 - пластиковая трубка, 3 - система каналов, 4 - полый цилиндр из оргстекла, 5 - пилон, 6 - вывод на манометр, 7 - форсунка.

Через трубку 2 подается топливо (керосин), через диспергатор 1 подается сжатый газ. На рис.4а,б представлен общий вид рабочей части установки (комплекса) для испытания модели прямооточного двигателя в «холодном» режиме. В рабочую часть входит сопло Лавалья для разгона газового потока, система подачи топлива в закритической части сопла Лавалья – это две черные трубы на рис.4а (при моделировании в «холодном» режиме используется вода), цилиндрическая часть, камера смешения с уступом, предназначенным для стабилизации горения, барботер с системой распыления гетерогенной струи [4,22].

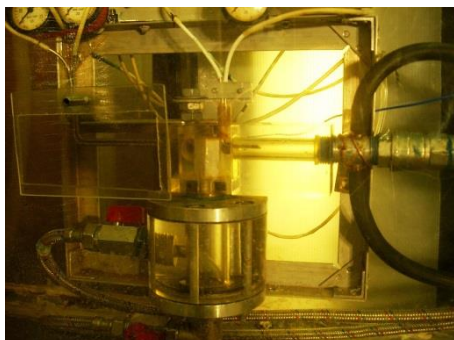


Рис.4а. Общий вид модели прямооточного двигателя с барботером см. рис.3 для «холодных» испытаний.

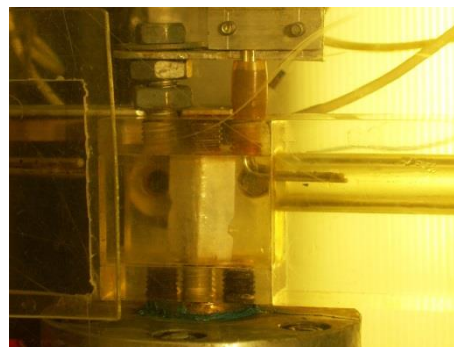


Рис.4б. Модель в увеличенном масштабе.



В этот комплекс входят трубки Пито-Прандтля для измерения статического и динамического давления, манометры, вакуумметры, устройства для измерения расхода жидкой и газовой фазы, датчик для определения амплитуды и частоты пульсаций давления с сопутствующей электронной аппаратурой, комплекс оборудования для измерения параметров дисперсной фазы [22]. На рис.5 представлено испытание устройства в «холодном» режиме. Сверхзвуковой поток с числами Маха  $M=1,7-2$  в цилиндрической части взаимодействует с газодисперсной струей на выходе из нее. Газодисперсная струя направлена под углом  $30^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$  к основному сверхзвуковому потоку. В цилиндрической части видны трубки Пито-Прандтля для измерения характеристик набегающего потока. Давление в рабочей части (цилиндрической части см. рис.3) барботера  $P_0=7$  атм., объемное газосодержание  $\varphi \sim 30\%$ . Повышение газосодержания приводило к росту акустических пульсаций [22].

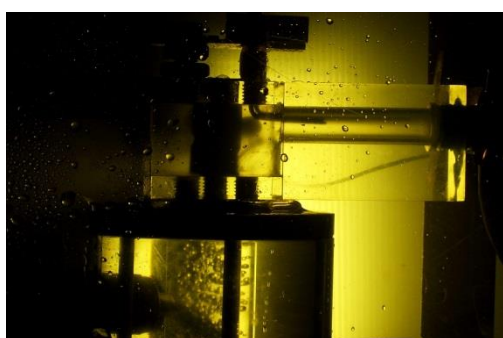


Рис.5. Устройство для моделирования процесса распыления пористого топлива.

На рис.6 представлены результаты «проливочных» испытаний для форсунки с углом подачи  $30^{\circ}$  (см. рис.3) при постоянном давлении в цилиндрической части барботера  $P_0=7$  атм. [4,22].

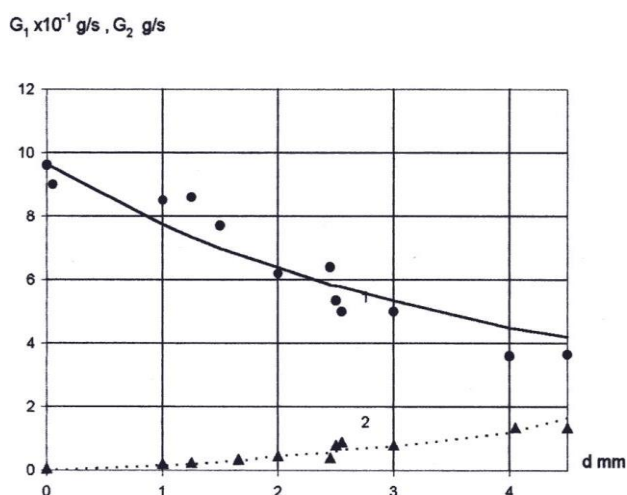


Рис.6. Расходно-напорная характеристика форсунки с подачей пористой жидкости под углом  $30^{\circ}$  к сверхзвуковому потоку. Точками изображены экспериментальные точки. Кривая 1 – массовый расход жидкой фазы  $G_2$ . Кривая 2 – массовый расход газовой фазы  $G_1$ .

На рис.7 представлена зависимость среднего диаметра капель  $D$ , м непосредственно на выходе из канала модели прямоточного двигателя в зависимости от диаметра первичных пузырьков в барботере  $d$  (мм).

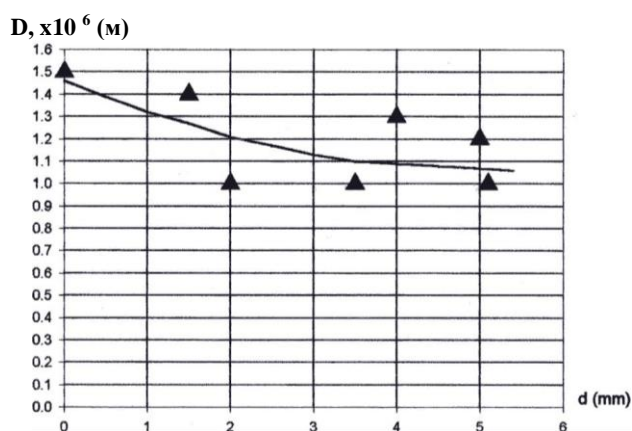


Рис.7. Изменение диаметра капель  $D$  на выходе из канала модели прямоточного двигателя в зависимости от диаметра пузырьков, генерируемых в барботере – экспериментальные данные.

Экспериментальные данные получены на форсунке с углом подачи пористой жидкости под углом  $30^0$  навстречу сверхзвуковому потоку  $M=1,7$  (см. рис.5). В данном испытании жидкость в основной тракт модели прямоточного двигателя не подавалась. Зависимость от  $D$ , представленная на рис.7, может быть пересчитана на расход жидкой или газовой фазы в барботере на основе данных, представленных на рис.6. При увеличении расхода по газовой фазе улучшаются характеристики распыла – уменьшается средний диаметр капель, увеличивается угол распыла. Однако возрастает уровень акустического шума при распылении, возрастают энергетические потери при подаче газа на пористую мембрану (см. рис.3 [22]).

Непроизводительные энергетические потери при больших расходах воздуха в распыляющем устройстве (в частности, в барботере на мембране из пористого титана рис.3), возрастающий уровень акустического шума потребовали его модернизации [17,18]. Существенно была модернизирована и система поджига. Модернизированное устройство для распыления и поджига пористого топлива [17] (см. рис.8 и 9) состоит также из двух контуров: первый – это смешение топлива и воздуха (барботирование) и распыление, второй контур – приготовление смеси топлива и присадок наночастиц и других присадок или добавок [17,18]. Имеется камера смешения, где смешиваются два потока, и система поджига [17] (см. рис.8,9). В барботере изменена конструкция форсунки (см. для сравнения рис.3 и рис.9), вместо пористой мембраны (рис.3) используются кольца Рашига (рис.9). Ранее эта технология с успехом применялась в реакторах для массообмена (водоподготовка) и в химической промышленности [12,19-21]. Все эти новшества, в комплексе, позволили значительно улучшить надежность поджига, получить более устойчивое горение, снизить дополнительно задержку воспламенения в 1,5-3 раза по сравнению с [2]. Отметим в связи с этим, что в [2] за счет применения импульсного высоковольтного электрического разряда задержка воспламенения в  $10^2 - 10^3$  раза меньше чем при «равновесном» поджиге в отраженной ударной волне (см. [23]).

Принципиальная схема модернизированной экспериментальной установки для испытаний системы поджига представлена на рис.8 [17,18].



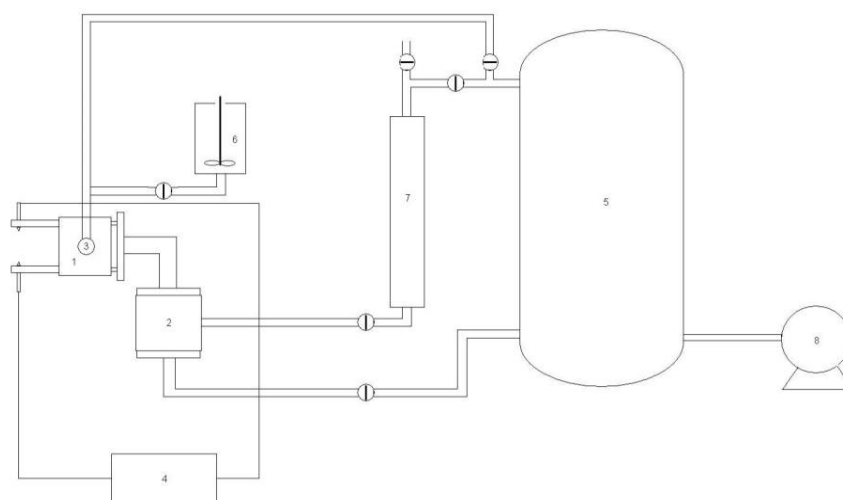


Рис.8. 1 – камера сгорания (смешения) с системой поджига, 2 – барботер, 3 – инжекционный насос, 4 – высоковольтный источник питания (40 кВ) с резонансным контуром, 5 – ресивер, 6 – блок подачи топлива с присадками, оснащенный высокоскоростными мешалками, 7 – блок подачи топлива в барботер с системой наддува, 8 – компрессорная станция.

В первом контуре в модернизированном устройстве (см. [17,18] и рис.9) топливо – керосин и воздух смешиваются в барботере – 1 в соотношении ~50:50% по массе (при давлении в барботере 4-5 атм, температура  $T=293^0\text{K}$ ), затем пузырьковая (пористая) смесь подается в сверхзвуковое сопло 6 (концепция «активированного пористого топлива» (см. [4,10,11,13]), далее в камеру смешения 7 для распыления и последующего поджига. Подробная принципиальная схема модернизированного устройства приведена на рис.9.

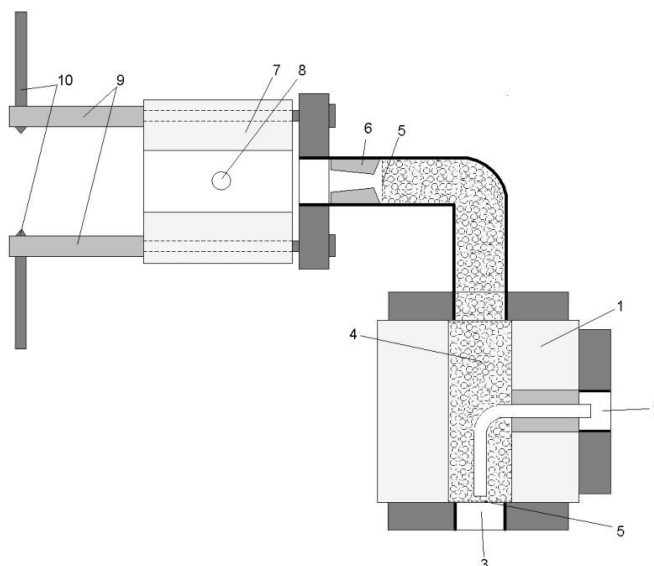


Рис.9. Принципиальная схема модернизированного устройства для распыления и поджига композитного топлива, где использованы обозначения: 1 – барботер, 2 – вход для керосина, 3 – вход для воздуха, 4 – кольца Рашига, 5 – разделительная сетка, 6 – сопло Лавала, 7 – камера смешения, 8 – посадочное место для инжектора, 9 – высоковольтные изоляторы, 10 – разрядные электроды с подводящими проводами.

Внешний вид модернизированного устройства для распыления и поджига композитного топлива (керосин с присадками наночастиц) [17] приведен на рис.10.



Рис.10. Внешний вид модернизированного устройства для распыления и поджига композитного топлива.

Сверху размещена камера смешения с поджигающими электродами, сбоку инжекционный насос для подачи и распыления топлива с присадками, внизу барботажная камера в защитном кожухе.

В камере 7 (см. рис.9) при истечении из сопла Лавалья 6 пористой среды происходит взрывное распыление и дальнейшее смешение с воздухом до стехиометрии. Истечение происходит в нерасчетном режиме для создания ударной волны в виде диска Маха. В связи с этим отметим, что скорость звука в пузырьковой (пористой) среде может быть существенно ниже, чем в исходных – жидкости и газе (см. рис.11). Скорость звука в газожидкостной среде зависит от газосодержания  $\varphi$  и может быть получена по формуле [24]:

$$a = \sqrt{\frac{Pk}{\varphi(1-\varphi)\rho}},$$

где  $P$  – давление в среде,  $k$  – показатель политропы,  $\rho$  – плотность жидкой фазы. Из данной формулы можно получить, что в воде при газосодержаниях от 0,1 до 0,9 скорость звука  $a$  будет менее 40 м/сек, минимум достигается при газосодержании 0,5 и равен 23м/сек [24], как проиллюстрировано на рис.11.

Таким образом, для создания однородной пузырьковой массы (пористой среды или пены) при высоких объемных газосодержаниях  $\varphi > 30\%$  предложено устройство смешения, распыления и поджига [17], в котором имеется барботер с кольцами Рашига, по аналогии с устройствами [12,19-21], ранее используемыми по другому назначению. В такой конструкции барботера, по сравнению с ранее использованной [11,13] (с мембраной из пористого титана), резко снижаются потери давления, присущие пористой мембране при высоких расходах газа, и существенным образом повышается производительность по топливу и газу. Рабочее давление в барботере при испытаниях невысоко 4-5 атм. (хотя в случае необходимости может быть и выше), однако тонина распыления (дисперсность), получаемая из-за взрывного расширения пузырьковой смеси, позволяет легко поджигать топливо-воздушную смесь имеющимся там разрядом [4,15,17]. Поясним это следующими экспериментальными результатами (см. [4,10,22] и раздел 3).

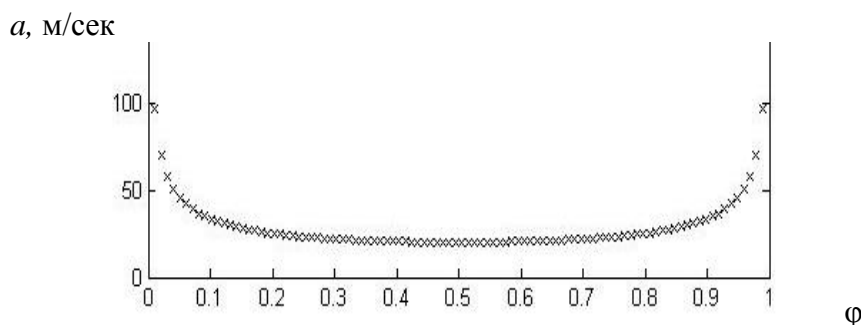


Рис.11. Зависимость скорости звука  $a$  в пузырьковой – пористой жидкости (вода – воздух) от объемного газосодержания  $\phi$ .

### **3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ДИСПЕРГИРОВАНИЯ ТОПЛИВА, УСТОЙЧИВОСТИ ЕГО ПОДЖИГА И ГОРЕНИЯ**

Для подтверждения эффективности наработанных технических решений и для описания физики явлений, легших в основу данных разработок, был проведен ряд экспериментов см. [4,10,22]. На фото рис.12, 13 показаны кадры съемки истечения струи воды в воздух и газодисперсной струи в воздух при одинаковых давлениях торможения. В обоих случаях струя ударяется в защитный экран (сверху). Из рис.12,13 явно видно преимущество барботированной струи по углу распыления, дисперсному составу, однородности факела на заданном расстоянии – 16 см.



Рис.12. Истечение струи небарботированной воды.



Рис.13. Истечение струи барботированной воды.

Были проведены сравнительные демонстрационные эксперименты по дальнобойности небарботированной и барботированной струй при одинаковых давлениях торможения (см. рис.14,15). Следует отметить, что эти факторы – дисперсный состав, угол распыла, дальнобойность имеют немаловажное значение для обеспечения объемного поджига сверхзвуковой топливно-воздушной смеси (основной) в ПВРД, ГПВРД, так как глубина проникновения поджигающей струи в сверхзвуковой поток, объем поджига увеличиваются. Для сокращения длины струй (торможения) используется небольшой слой жидкости. На рис.14 представлено истечение жидкой (небарботированной) струи в слой жидкости и далее в воздух. Для

визуализации поля течения в жидкость добавлено небольшое количество микропузырьков. На рис.15 представлено истечение газодисперсной струи.

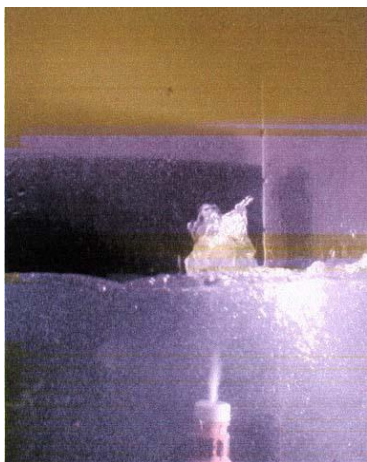


Рис.14. Истечение небарботированной струи воды.



Рис.15. Истечение барботированной струи воды.

Как и в предыдущем случае (без комментариев) эффект налицо.

На рис.16,17 представлены картины истечения и поджига небарботированной струи керосина (рис.16) и барботированной струи керосина (рис.17) [4,10,22].



Рис.16. Истечение и поджиг небарботированной струи керосина.



Рис.17. Истечение и поджиг барботированной струи керосина.

Отметим, что для поджига небарботированной струи в установке на рис.16 требовались специальные усилия, то есть поджиг был в большинстве случаев негарантированным. Из рис.16 видно также, что фронт пламени представлен в виде тонкого слоя, а в внутри струя топлива. На рис.17 при поджиге барботированной (газожидкодисперсной) струи керосина имеется развитое горение в объеме топливно-воздушной смеси. При этом реализован гарантированный поджиг с вероятностью близкой к 100%. Поясним, что в обоих случаях струи под углом ударяются в стенку, после чего поле кадра на рис.16,17 засвечено. Сравнительная демонстрация эффективности изложенной выше схемы распыления и поджига топлива с барботажем и без – представлена на рис.18,19. На рис.18 представлено взаимодействие небарботированной поджигающей струи керосина с основным высокоскоростным (дозвуковым  $M=0,9$ ) топливно-воздушным потоком в модели камеры сгорания. На рис.19 представлено взаимодействие барботированной поджигающей струи керосина с основным высокоскоростным (дозвуковым  $M=0,9$ )



топливно-воздушным потоком в модели камеры сгорания. Отметим, что поджечь сверхзвуковой топливно-воздушный поток набарботированной струей не удалось. Поэтому в [4,10,22] для целей поджига использовался только вариант с барботированной струей.



Рис.18. Поджиг «основного» потока  $M=0,9$  небарботированной струей в модели камеры сгорания.

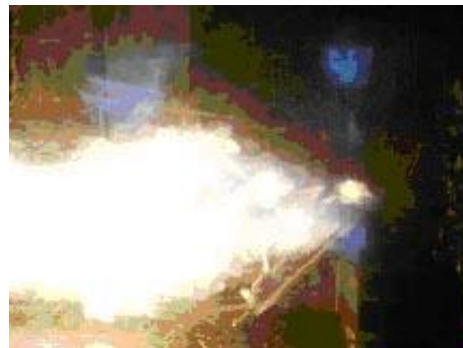


Рис.19. Поджиг «основного» потока  $M=0,9$  барботированной струей в модели камеры сгорания.

На рис.20,21 представлено горение и поджиг основного топливно-воздушного потока барботированной струей топлива в разных сверхзвуковых режимах ([4,10,22]).



Рис.20. Поджиг топливно-воздушной смеси при  $M=1,2$  основного потока в модели камеры сгорания.



Рис.21. Поджиг топливно-воздушной смеси при  $M=1,3$  основного потока в модели камере сгорания.

Как уже указывалось выше, концепция «активированного пористого топлива» разрабатывалась в ИПРИМ РАН на протяжении многих лет (см. [4,10,11,13,14,22]). Эта концепция состоит в предварительном барботировании, далее обработке смеси керосина с пузырьками воздуха ударными волнами, возникающими при истечении пузырьковой (пористой) гетерогенной смеси из сопла Лавалья в нерасчетном режиме (см. рис.9), и частичном окислении с целью наработки первичных радикалов и продуктов горения. Известно, что радикалы ускоряют запуск цепных реакций, а продукты горения оказывают каталитическое воздействие на процессы горения углеводородов [9]. В работах [4,10,11,13,14,22] и др. была показана принципиальная работоспособность двухконтурной схемы ПВРД, ГПВРД с поджигом основного сверхзвукового топливно-воздушного потока барботированной струей топлива. Эти работы дали толчок для дальнейшего развития системы распыления [17], устройств

поджига и стабилизации пламени электрическим разрядом [2,17,18], использования присадок наночастиц к углеводородным топливам (в том числе и наночастиц, графена, нонотрубок) [15,16], добавок разного назначения – воды [15], порошка алюминия, алюминия и воды [25].

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Рассмотрены методы диспергирования жидких углеводородных топлив для активизации процессов их поджига и стабилизации горения. Показаны технические решения, реализующие рассмотренные методы. Приведены съемки процессов диспергирования и горения. Рассмотрены основные физические эффекты, лежащие в основу предложенных разработок.
2. Предложенный барботер с кольцами Рашига, входящий в устройство смешения компонентов топлива их активации, распыления, поджига, стабилизации пламени, показал более высокую эффективность по сравнению с применяемым ранее аналогом – диспергатором воздуха с мембраной из пористого титана, поскольку в нем резко снижаются потери давления, присущие пористой мембране, существенным образом повышается производительность по топливу и газу, снижается акустический шум.
3. Новизна и промышленная полезность технического решения подтверждена патентами РФ [10,16,17]. Экспериментально подтверждена эффективность предложенных технических решений. Особо следует отметить, что представленные методы эффективно решают задачу поджига и горения сверхзвукового потока, что востребовано при построении ПВРД, ГПВРД для летательных аппаратов нового поколения.

*Работа поддержана Грантом РФФИ 15-08-99673а.*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Булат П. На пути к пятому и шестому поколению. Часть VII. Гиперзвук – будущее уже сегодня. 30.05.2013 г. <http://otvaga2004.ru/kaleydoskop/kaleydoskop-air/5-6-pokoleniye-7>.
2. Bituirin V.A., Vrlikodnyi V.Yu., Tolkunov B.N., Bukov A.A., Dyrenkov A.V., Popov V.V. Experimental study of the ignition of liquid hydrocarbon fuels and stabilization of their combustion by an arc discharge // Plasma Physics Reports. – 2012. – Vol.38. – N18. – P.1073-1077.
3. Ананьев А.В. Исследование пространственных двухфазных высокоскоростных потоков в камере сгорания / Автореферат на соискание ученой степени к.ф.-м.н. – М.: 2011.
4. Великодний В.Ю., Воротилин В.П., Еремеев А.В., Никитенко Л.К., Тимофеев И.Б., Д. Ван Ви, Яновский Ю.Г. Микропузырьковые технологии в проблеме создания широкодиапазонного гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя / Сборник Трудов Конф. «Современные проблемы механики гетерогенных сред». – М., ИПРИМ РАН, 2005. – Т.II. – С.167-180.
5. Александров А.Ф., Шибков Е.М., Шибкова Л.В. Поверхностный СВЧ разряд в высокоскоростных газовых потоках / Третья школа-семинар по магнитоплазменной аэродинамике. – Москва: ОИВТ РАН, 8-10 апреля 2008. – С.272-283.

6. Chernikov V., Dvinin S., Ershov A., Shibkov V., Timofeev I., Van Wie D. Experimental and theoretical research of DC transversal gas discharge in a supersonic gas flow / The 3<sup>rd</sup> workshop on magneto – plasma aerodynamics in aerospace applications. – Moscow, 24-26 April, 2001. – P.129-134.
7. Chernikov V., Ershov A., Shibkov V., Timofeev I., Van Wie D., Georgievsky P., Gromov V., Levin V. Pulsating gas discharge in supersonic flow / The 3<sup>rd</sup> workshop on magneto – plasma aerodynamics in aerospace applications. – Moscow, 24-26 April, 2001. – P.140-145.
8. Алферов В.И., Бушмин А.С., Карасев Б.В. Экспериментальное исследование свойств электрического разряда в потоке // ЖЭТФ. – 1966. – Т.51. – №5(11). – С.1287.
9. Щетинков Е.С. Физика горения газов. – М.: Наука, 1965. – 739 с.
10. Ereemeev A.V., Grishin V.G., Nikitenko L.K., Velikodnyi V.Yu., Vorotilin V.P., Timofeev I.B., Yunovsky Yu.G., D. Van Wie. Enhanced ignition and mixing of kerosene fuel in high – speed air streams // AIAA (Paper) – 2005. – Iss.614. – P.1-15.
11. Яновский Ю.Г., Великодный В.Ю., Тимофеев И.Б., Левин Ю.К. Устройство для сжигания топлива. / Патент на изобретение №2227870 от 27.04.2004.
12. Левин Ю.К., Полотнюк О.-В.Я., Яновский Ю.Г. Установка для насыщения воды озоном / Патент на изобретение. №2214370 от 20.10.2003.
13. Бушманов Е.А., Великодный В.Ю., Воротилин В.П., Яновский Ю.Г., Тимофеев И.Б., Д. Ван Ви. О возможности улучшения характеристик активированного пористого топлива при использовании ионизации в диэлектрическом кавитаторе // Прикладная физика. – 2003. – №5. – С.49-55.
14. Bushmanov E., Velikodnyi V., Timofeev I., Yunovsky Yu., D. Van Wie. About an opportunity of use activated porous fuel in processes of supersonic and detonation burning / 41-th Aerospace Sciences Meeting @ Exhibit. –Reno, Nevada. 5-12 January 2003. – In: AIAA (Paper). – 2003. – Iss.1204. – P.1-8.
15. Yanovsky Yu.G., Nikitina E.A., Nikitin S.M., Karnet Yu.N., Velikodnyi V.Yu. Quantum – mechanical simulation and some experimental assessment of thermodynamics and mechanisms of combustion of suspension hydrocarbon media with nanosized hydrocarbon additives // Nanomechanics Science and Technology. An Interactional Journal. – 2013. – Vol.4. – Iss.2. – P.1-22.
16. Великодный В.Ю., Дыренков В.А., Яновский Ю.Г. Топливная композиция / Заявка на патент. № 2013123454 (034555) от 20.05.2013. – Оpubл. 2014.
17. Великодный В.Ю., Дыренков А.В., Попов В.В., Яновский Ю.Г. Система смешения и поджига композитного топлива / Патент на полезную модель. 2013. №2013136887/(055524) от 07.08.2013 г. – Оpubл. 2014.
18. Яновский Ю.Г., Великодный В.Ю., Дыренков А.В., Попов В.В., Садовин М.А., Гусева М.А. / ОТЧЕТ ЗА 2012 г. о ходе выполнения Программы «Горение и взрыв» Проект: «Исследование процессов горения, «пористого топлива» стимулированного электрическими разрядами при наличии активирующих присадок». – М.: ИПРИМ РАН, 2012. – 19 с.
19. Струминский В.В., Заичко Н.Д., Алексеев А.М., Олевский В.М., Семенов В.П., Матюшенко В.Х., Завелов Е.Д., Ефименко С.Н., Сухорученко С.Ю., Вакк Э.Г. Регулярная насадка для контактных аппаратов / А.с. 1136830 СССР, МПК<sup>4</sup> В 01 D 53/20. - N 3677353; заявл. 15.12.83; опубл. 30.01.85. – Бюл. N4. – 3 с.
20. Струминский В.В., Матюшенко В.Х., Валиев Х.Х. Насадка теплообменного аппарата /заявитель Сектор механики неоднородных сред

АН СССР / А.с. 1252645 СССР, МПК<sup>4</sup> F 28 D 19/00, F 23 L 15/02. - N 3872460; заявл. 28.03.85; опубл. 23.08.86. – Бюл. N31. – 3 с.

21. Струминский В.В., Матюшенко В.Х., Базаров В.Г., Валиев Х.Х., Романчева Е.В. Насадочная колонна для контактных аппаратов / А.с. 1625518 СССР, МПК<sup>5</sup> B01 J 19/30. – N 3885631; заявл. 07.03.85; опубл. 07.02.91. – Бюл. N5. – 2 с.
22. Великодный В.Ю., Воротилин В.П., Гришин В.Г., Попов В.В., Самуолис И.А., Еремеев А.В., Никитенко Л.К. Быков А.А., Толкунов Б.Н., Рычагов Е.Н., Беркова М.Д. Отчет о научно-исследовательской работе по программе фундаментальных исследований «Гидродинамика турбулентных течений дисперсных потоков при наличии физико-химических превращений» (Итоговый за 2005 – 2007 гг., №Госрегистрации 0120.0504122). – М.: ИПРИМ РАН, 2007. – 155 с.
23. Старик А.М., Титова Н.С., Торохов С.А. Кинетика окисления и горения сложных углеводородных топлив: авиационный керосин // ФГВ. – 2013. – Т.49. – №4. – С.12-30.
24. Циклаури Г.В., Данилин В.С., Селезнев Л.И. Адиабатные двухфазные течения. – М.: Атомиздат, 1973. – 444 с.
25. Bityurin V.A., Velikodnyi V.Yu., Dyrenkov A.V., Popov V.V. Experimental Studying of Combustion and Ignition Kerosene with Additives of Aluminum and Water / 13-th International Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics. – Moscow, 2014. – P.268-285.



## **ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТЕЧЕНИЙ ГЕТЕРОГЕННОЙ СМЕСИ ПРИ БОЛЬШИХ ОБЪЕМНЫХ ГАЗОСОДЕРЖАНИЯХ**

Великодный В.Ю., Дыренков А.В., Левин Ю.К. \*, Попов В.В. \*, Яновский Ю.Г. \*

*МОУ Московский физико-технический институт (технический университет),  
г. Долгопрудный, Россия*

*\*ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия*

### **РЕЗЮМЕ**

Устройства технического назначения, в которых используются течения гетерогенных сред (в пузырьковом, микропористом режимах) при высоким объемном газосодержании  $\varphi > 30\%$  изобретены и стали применяться в различных отраслях народного хозяйства, промышленности, науки относительно недавно [1,2]. Дело в том, что, например, в воде с пузырьками воздуха течения в пузырьковом режиме при  $\varphi > 30\%$  в обычных условиях становятся неустойчивыми и переходят в поршневые, вследствие чего процессы массообмена, физико-химические процессы резко замедляются [3,4]. Разработки велись, в основном, инженерного, прикладного характера. Вследствие чего на первый план выходят работы фундаментального направления в области создания теоретических основ, для описания таких течений и происходящих там физико-химических процессов.

Проведен теоретический анализ течений гетерогенной смеси при больших объемных газосодержаниях: в трубах, ударных волнах, при обтекании тел, в соплах Лавала и вихревых соплах, пограничном слое, пузырьковых и микропористых течений с насадками. Показано, что течения гетерогенной смеси при больших объемных газосодержаниях имеют свою специфику и расчет традиционными методами может иметь большие погрешности. Было обнаружено, что для описания таких течений в уравнениях движения необходимо дополнительно учитывать дальнедействующую силу между компонентами гетерогенной среды.

Рассмотрена, как пример, частная задача о структуре ударной в гетерогенной смеси на основе теории «систем одинаковых частиц» [5]. Разработаны теоретические модели для описания работы отдельных узлов устройства распыления топлива, поджига и стабилизации горения. В частности, созданы теоретические основы для описания процессов дробления пузырьков и капель во фронте ударной волны, при высоком объемном газосодержании  $\varphi > 30\%$  с учетом дальнего действия сил дисперсной фазы.

### **1. ВВЕДЕНИЕ**

Идея использовать уравнения многотемпературной, многоскоростной гидродинамики, получаемые на основе кинетической теории для описания течений многокомпонентных газовых смесей, для исследования потоков дисперсных сред не нова [6-9]. Этот подход развивался в работах В.В. Струминского и ряда других исследователей. Несколько иной подход к получению уравнений движения многокомпонентных дисперсных сред развивался в Р.И. Нигматулина [3,4] на основе модели взаимопроникающих сред. Оба подхода являются незамкнутыми по отношению коэффициентам вязкости, теплопроводности, обмена фаз – эти величины, как правило, определяются из эксперимента, либо из достаточно сложных расчетно-теоретических методов (например, формула Энштейна для вязкости суспензий см. [10]). Однако, как показала историческая практика – оба подхода [3,4] и [6-9] полезны и взаимно друг друга дополняют. Это в первую очередь связано с тем, что в ряде случаев существенную роль на структуру течения оказывают дальнедействующие силы взаимодействия компонентов гетерогенной среды [11-13].

Собственно взаимодействуют гидродинамические поля, без непосредственного контакта (хотя межфазное взаимодействие остается). Есть отдаленная аналогия с явлениями в «безстолкновительной» плазме [14]. Из работ [11-13], где исследовалось движение ансамбля частиц или пузырьков в жидкости при малой объемной доле дисперсной фазы  $\varphi < 4\%$  следует, что потенциал взаимодействия частиц спадает очень медленно, аналогично как у заряженных частиц в плазме. Позже [15,16], при обработке экспериментальных данных [17] по ширине фронта ударной волны в пузырьковой среде при высоком объемном газосодержании выяснилось, что пузырьки в такой среде имеют также дальнедействующий потенциал. И роль силы взаимодействия пузырьков сравнима с гидродинамическими силами [18]. Поэтому взаимодействие частиц (пузырьков), как указывалось выше, можно свести к взаимодействию полей, что дает возможность использовать идеи подхода взаимопроникающих сред [3,4] при модернизации уравнений многотемпературной многоскоростной гидрогазодинамики [6-9] применительно к описанию высокоскоростных течений дисперсных сред (в частности структуры ударных волн). Зачем понадобился такой сложный подход? Тем более что есть уже уравнения [3,4] и [6-9]. Дело в том, что при «мягком» – дальнедействующем потенциале и больших скоростях потока, коэффициенты вязкости, теплопроводности, взаимодействия фаз зависят не только от параметров среды, но и от характеристик потока и геометрии, а тензор напряжений и тепловой поток имеют вид существенно отличающийся от ньютоновского и фиковского. Поэтому в данном случае возникает сложная и дорогостоящая задача экспериментально для каждого типа течения определять эти параметры, так как уравнения движения не замкнуты по отношению к коэффициентам вязкости, теплопроводности, межфазного взаимодействия. Для высокоскоростных, сильнонеравновесных течений при высоких объемных газосодержаниях необходима модернизация подходов [3,4,6-9] с учетом [11-13,15-18]. Конечно, в каждом конкретном случае надо проводить оценки вклада гидродинамических сил и сил взаимодействия дисперсной фазы, так как учет дальнедействия приводит к усложнению и без того сложных уравнений движения гетерогенной среды. Вывод таких уравнений, расчеты на основе их востребованы, так как в последние 10-15 лет разработаны устройства, в которых реализованы пузырьковые («микropористые») режимы течения при объемных газосодержаниях  $0,3 < \varphi < 0,99$  и высоких скоростях потока [1,2,19-21]. Обычно в этом случае пузырьковый режим течения переходит в поршневой или пленочно-клочковой [3,4]. Течения в этих устройствах обычно сопровождаются ударными и акустическими волнами, с помощью них происходит дробление дисперсной фазы разрыв молекулярных связей и т.д. [21]. Как указывалось выше, разработки таких устройств велись в основном на основе интуиции авторов, эксперимента, использовались простейшие интегральные соотношения. Поэтому в фундаментальном плане намечилось отставание от инженерных разработок, которые востребованы практикой.

## **2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СИЛ ДАЛЬНОДЕЙСТВИЯ В УРАВНЕНИЯХ ДВИЖЕНИЯ ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕД**

На основе [11-13,15-18], а так же более ранних работ (например, формула Бьюкенса 1905г. для двух колеблющихся пузырьков, вязкость суспензий Энштейн 1906г. см. [10]) можно предположить, что сила взаимодействия пузырьков, частиц

суспензии будет иметь форму  $f \sim 1/r^\nu$ , где  $\nu = 2-3$ , либо  $f = \sum_i \frac{C_i}{r^{\nu_i}}$ ,  $r$  – расстояние между частицами. Тогда дополнительно в уравнениях [22] в формуле для силы взаимодействия компонентов дисперсной фазы появится новое слагаемое, учитывающее дальное действие компонентов дисперсной фазы. Конечно, в каждом отдельном случае следует проводить оценку слагаемых сил динамического напора и потенциальных сил. Аналогичные явления существуют в неидеальной плазме и плотных газах [23]. В силу вышесказанного имеем дисперсной и несущей фазы (см. [22]):

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla^k \cdot (\rho_i v_i^k) = 0, \quad (1.1)$$

$$\rho_i \frac{dv_i^k}{dt} = \nabla^l \cdot \sigma_i^{lk} + R_{ij}^k + \rho_i g_i^k, \quad (1.2)$$

$$\rho_i \frac{d \left( u_i + \frac{v_i^2}{2} \right)}{dt} = \nabla^k \cdot \sigma_i^{kl} \cdot v_i^l - \nabla^k \cdot q_{i*}^k - p \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} + \chi_i F_{ji}^k \cdot (v_j^k - v_i^k) + F_{ji}^k \cdot v_i^k + Q_{ji} + \rho_i g_i^k \cdot v_i^k, \quad (1.3)$$

где  $\sigma_1^{kl} = -\alpha_1 p \delta^{kl} + \tau_{1*}^{kl}$ ,  $\sigma_2^{kl} = -\alpha_2 p \delta^{kl}$ ,  $R_{12}^l = -R_{21}^l = F_{12}^l + p \nabla^l \alpha_2$ , нижние индексы ( $i, j = 1, 2; i \neq j$ ), верхние индексы принимают значения ( $k, l = 1, 2, 3$ ), «немые» индексы в свертках пробегают значения от 1 до 3,  $\rho_i$  – парциальная средняя плотность фазы,  $\rho_i^0 = \frac{\rho_i}{\alpha_i}$  – истинная плотность фазы,  $\alpha_i$  – объемная доля фазы,  $v_i^l$  – парциальная скорость фазы,  $\sigma_i^{kl}$  – тензоры поверхностных сил фаз,  $q_{i*}^l$  – парциальные тепловые потоки,  $u_i$  – парциальная внутренняя энергия фазы,  $g_i^l$  – гравитационная постоянная,  $Q_{jk}$  – контактный теплообмен между фазами,  $\chi_i$  – доля потери кинетической энергии смеси из-за силового взаимодействия фаз. В уравнениях (1.1) – (1.3) (см. [22]):

$$\overrightarrow{F}_{12} = \overrightarrow{F}_{12}^\mu + \overrightarrow{F}_{12}^m + \overrightarrow{F}_{12}^r, \quad (1.4)$$

где  $\overrightarrow{F}_{12}^\mu$  – сила трения (стоксова сила),  $\overrightarrow{F}_{12}^m$  – сила, связанная с воздействием присоединенных масс,  $\overrightarrow{F}_{12}^r$  – (сила Магнуса или Жуковского).

$$\begin{aligned} \overrightarrow{F}_{12}^\mu &= \alpha_2 \rho_i^0 K^\mu \left( \overrightarrow{v}_1 - \overrightarrow{v}_2 \right) \\ K^\mu &= K^\mu \left( \alpha_2, \left| \overrightarrow{v}_1 - \overrightarrow{v}_2 \right|, \mu_1, \mu_2, a, \dots \right) \\ \overrightarrow{F}_{12}^m &= \alpha_2 \rho_1^0 \chi^r \left( \frac{d\overrightarrow{v}_1}{dt} - \frac{d\overrightarrow{v}_2}{dt} \right), \\ \overrightarrow{F}_{12}^r &= \alpha_2 \rho_1^0 \chi^r \left( \overrightarrow{v}_1 - \overrightarrow{v}_2 \right) \times \text{rot} \left( \overrightarrow{v}_1 \right) \end{aligned} \quad (1.5)$$

На основе [5-9, 15, 16, 18] при обработке экспериментальных данных [17] можно получить зависимость для сил взаимодействия компонентов фаз:

$$\overrightarrow{F}_{12}^\varphi = \alpha_1 \alpha_2 K_{12}^\varphi \left( \overrightarrow{v}_1 - \overrightarrow{v}_2 \right) = -\overrightarrow{F}_{21}^\varphi, \quad (1.6)$$

где  $K_{12}^\varphi = K_{12}^\varphi \left( \alpha_1, \alpha_2, M_1, \frac{(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2}{T_1} \beta, \nu, \dots \right)$ ,  $M_1$  – число Маха,  $T_1$  – характерная

температура,  $\beta$  – некий коэффициент, учитывающий форму, размеры и массу частиц,  $\nu$  – потенциал взаимодействия, входящий в формулу для дальнедействующей составляющей силы взаимодействия компонентов дисперсной фазы. Таким образом, имеем:

$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_{12}^\mu + \vec{F}_{12}^m + \vec{F}_{12}^r + \vec{F}_{12}^\varphi, \quad (1.7)$$

В итоге, в уравнения (1.1)-(1.3) входит сила из четырех слагаемых. Дополнительно, в (1.7) имеем слагаемое, обусловленное дальнедействующей составляющей потенциала взаимодействия. Это слагаемое играет существенную роль в медленных течениях микропузырьков, когда сила Архимеда сравнима потенциальными силами (см. [11-13]). Это может выражаться наличием резкой границы раздела между гетерогенной частью потока смеси и потока «чистой жидкости», даже при гауссовом распределении размеров пузырьков. Без наличия коллективного взаимодействия пузырьков, обусловленного дальнедействующим потенциалом, этого эффекта просто бы не существовало. Кроме того, это слагаемое в (1.1)-(1.3), (1.7) играет существенную роль в течениях гетерогенных сред при больших объемных содержаниях гетерогенной фазы  $0,3 < \varphi < 0,99$ , в том числе, и при наличии больших градиентов макропараметров, плотности, скорости, давления и температуры. Отметим, что для конкретных течений – структура ударных волн, пограничный слой, течения в сопле Лавала и вихревом сопле (особенно в критической области), обтекании тел, течения с насадками, можно получить упрощенную функциональную зависимость для

$$K_{12}^\varphi = K_{12}^\varphi \left( \alpha_1, \alpha_2, M_1, \frac{(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2}{T_1} \beta, \nu, \dots \right).$$

Конкретный вид для  $K_{12}^\varphi$  получен при решении задачи о структуре ударной волны в пузырьковой смеси и микропористой смеси при больших объемных газосодержаниях в [16,18]. Конечно в (1.7) часть параметров  $\nu$  – потенциал взаимодействия и  $K_{12}^\varphi$  Коэффициент межфазного взаимодействия, получаются из обработки экспериментальных данных [17], но из сказанного выше – это стандартная ситуация, так как уравнения движения гетерогенных сред незамкнуты по отношению к коэффициентам вязкости, теплопроводности и межфазного взаимодействия. Самое главное при решении этих задач отделить параметры, в которые входят физико-химические свойства среды от параметров течения, геометрии и граничных и начальных условий.

### 3. УСТРОЙСТВО ПОДЖИГА И ГОРЕНИЯ ДИСПЕРГИРОВАННЫХ ЖИДКИХ УГЛЕВОДОРОДНЫХ ТОПЛИВ

Рассмотрим устройство для распыления и поджига пористого топлива [24,26], анализ и моделирование работы которого невозможны без уточнения существующей научной теории. Принципиальная схема устройства для распыления и поджига композитного топлива, представлена на рис.1 [24]. Работа устройства происходит следующим образом. Жидкое топливо – керосин через трубку 2 подается в барботер,

газ – воздух подается снизу через отверстие 3. Барботер 1 выполнен в виде цилиндра (трубки) со сквозным отверстием. Внутренняя полость заполнена керамической насадкой в виде колец Рашига (см. [25]).

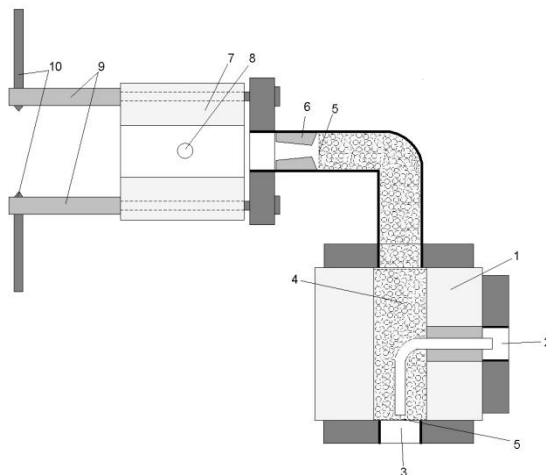


Рис.1. Принципиальная схема модернизированного устройства для распыления и поджига композитного топлива, где использованы обозначения: 1 – барботер, 2 – вход для керосина, 3 – вход для воздуха, 4 – кольца Рашига, 5 – разделительная сетка, 6 – сопло Лавалья, 7 – камера смешения, 8 – посадочное место для инжектора, предназначенного для подачи части топлива с добавками наночастиц см. [24], 9 – высоковольтные изоляторы, 10 – разрядные электроды с подводящими проводами.

В первом контуре устройства [20,24,26] топливо – керосин и воздух смешиваются в барботере 1 в соотношении ~50:50% по массе (при давлении в барботере 4-5 атм, температура  $T=293^{\circ}\text{K}$ ), затем пузырьковая (пористая) смесь подается в сверхзвуковое сопло 6 (концепция «активированного пористого топлива» [1,2,20]), далее – в камеру смешения 7. В сопле Лавалья 6 истечение происходит в нерасчетном режиме с образованием висячего скачка уплотнения в виде диска Маха [27]. Число Маха при давлении в барботере 4–5 атм.,  $D/D^* = 2$  ( $D$  – диаметр на выходе,  $D^*$  – диаметр критического сечения)  $M=2-2,5$ . Расчеты проводились по одномерной «газодинамической» теории движения гетерогенных сред без учета дробления пузырьков (см. [28]).

Такая конструкция устройства поджига, как показали проведенные эксперименты, позволяет обеспечить высокую надежность поджига и необходимую стабильность горения, при снижении потерь полного давления.

#### **4. ПРЕДПОСЫЛКИ СОЗДАНИЯ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ И ДРОБЛЕНИЯ КАПЕЛЬ И ПУЗЫРЬКОВ ПРИ ВЫСОКОМ СОДЕРЖАНИИ ДИСПЕРСНОЙ ПРИМЕСИ**

Для получения заданной степени дисперсности жидко-воздушной струи топлива необходимо корректно рассмотреть механизм дробления пузырьков воздуха, капель и дать необходимые количественные оценки. Надо оценить температуру в пузырьках за фронтом ударной волны. Формулы и методики расчета одномерных течений гетерогенной среды с учетом ударных волн (в «газодинамическом» приближении) без дробления пузырьков и капель даны в [28].

Отметим, что значений чисел Маха  $M=2-2,5$  явно недостаточно для реализации тепловых эффектов (концепция «активированного пористого» топлива [1,2,20]).

Однако для дробления капель керосина за счет сдвиговых напряжений, обусловленных эффектами поступательной неравновесности, во фронте ударной волны этой интенсивности достаточно [19,29,30]. Отметим, что в [30] получены количественные данные об устойчивости и дроблении пузырьков заданного размера в зависимости от характеристик потока. Дополнительно дробление капель осуществляется при «взрывном» расширении при выходе из сопла Лаваля [31]. Важно отметить, что структура ударной волны при больших объемных газосодержаниях  $0,3 < \varphi < 0,99$  имеет свою специфику: во-первых, характерным размером для толщины фронта ударной волны является средний диаметр пузырька [32] (в газах и жидкостях характерным размером является длина свободного пробега [27,32]); во-вторых, существенную роль играют дальнедействующие силы компонентов дисперсной фазы, которые, согласно работам [16-18], необходимо учитывать для адекватного описания происходящих процессов. Теория, эксперимент и уравнения движения дисперсной среды для решения задачи о структуре фронта ударной волны с учетом сил дальнего действия подробно изложены в [16-18]. Показано [18], что учет сил дальнего действия в уравнениях движения гетерогенных сред необходим не только для описания структуры ударных волн при  $0,3 < \varphi < 0,99$ , но и для описания течений в пограничном слое, течений в сопле Лаваля (с учетом вязкости), течений в трубах и с насадками, в частности, кольцами Рашига. На основании теории устойчивости пузырьков, капель при силовом воздействии на пузырьки, капли (см. [3,4]) и решения задачи о структуре ударной волны в дисперсной смеси [16-18,32] можно получить количественные данные относительно дробления пузырьков или капель [19,29,30].

Согласно [3,4,22], необходимые и достаточные условия разрушения пузырька по критерию Вебера определяются выражением:

$$We = \frac{2a\rho_g^0 v^2}{\Sigma} > We^* \sim 2\pi$$

где:  $\Sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения,  $a$  – радиус пузырька,  $v$  – скорость,  $\rho_g^0, \rho_l^0$  – плотности газовой и жидкой фаз,  $g$  – земное ускорение.

При достаточно больших числах Вебера разрушение пузырьков происходит из-за неустойчивости Кельвина-Гельмгольца рис.2 (слева).

Критерий Бонда определяется выражением:

$$Bo = \frac{4a^2 \rho_l^0 g}{\Sigma} > Bo^* \sim 4\pi^2,$$

при больших числах Бонда разрушение пузырьков происходит из-за неустойчивости Релея-Тейлора рис.2 (справа).

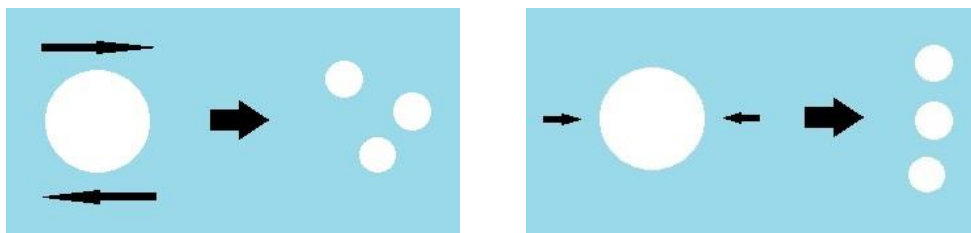


Рис.2. Схема разрушения пузырьков: из-за неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (слева) и Релея-Тейлора (справа).

## **5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТЕПЕНИ ДИСПЕРСНОСТИ ЖИДКО-ВОЗДУШНОЙ СТРУИ ТОПЛИВА**

В работе [1] была разработана и представлена методика визуализации пузырькового (микropористого потока) потока при  $\varphi > 30\%$  в последующих работах она модернизировалась и совершенствовалась по мере совершенствования диагностического оборудования [16,17,19,33,34]. На рис.3 представлена картина натекания сверхзвукового газодисперсного потока на препятствие (цилиндр справа), на фото явно видна ударная волна в виде пелены из микропузырьков («молока») [19]. Видно, что снизу размер дисперсной фазы много больше, чем сверху после прохождения ударной волны Быстродействия и разрешения камеры не хватает для четкой визуализации пузырьков за фронтом и во фронте. Пузырьки до ударной волны видны хорошо и их размер составляет порядка одного миллиметра. В ударной волне и за ней пузырьки становятся очень маленькими, поэтому эта область воспринимается как однородная среда – «молоко» [19,33]. В работах [19,33] разработана и представлена методика непрямого (химического метода) измерения среднего размера микропузырьков в высокоскоростном потоке. Средний диаметр лежит в пределах  $d=30-80$  мкм.



Рис.3. Фотография ударной волны в газожидкостном потоке. Поток направлен снизу вверх. Препятствие справа.

На рис.4 представлена теневая фотография фронта ударной волны в сверхзвуковом газодисперсном потоке откуда можно определить толщину фронта [16,17]. Параметры толщины ударной волны определяются путем сравнения размеров цилиндра и собственно фронта. Определение толщины фронта ударной волны облегчается тем, что отход фронта ударной волны при высоких объемных газосодержаниях практически равен нулю, что подтверждается экспериментально на основе анализа кино и фотоматериалов [16,17]. Это объясняется тем, что ширина ударной волны сравнима с размером препятствия. Аналогичные явления наблюдаются при обтекании острого конуса или клина в газодинамике – скачок является присоединенным [27].



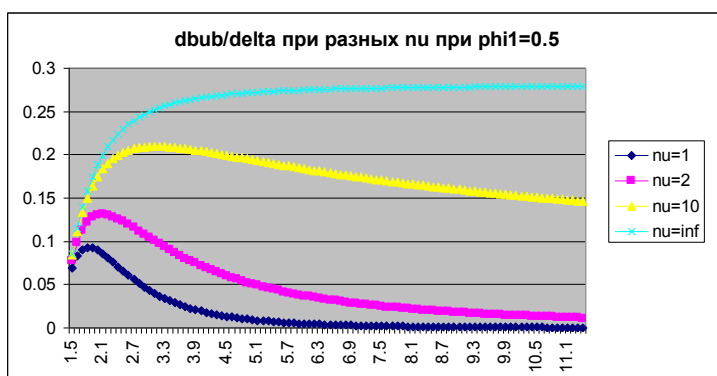
Рис.4. Визуализация фронта ударной волны [16,17]. Диаметр цилиндра 6 мм. Поток направлен снизу вверх.

## 6. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПУЗЫРЬКОВОЙ (МИКРОПОРИСТОЙ) СРЕДЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

На основе теории устойчивости пузырьковых течений (критерии дробления пузырьков) [3,4,22], теории структуры ударных волн при высоком объемном газосодержании с учетом сил дальнего действия [16,18], в частности, эффектов поступательной неравновесности [19,29], можно рассчитать средний размер пузырьков при протекании через фронт ударной волны [30]. Теория [16,18,19,29,32] позволяет вычислить все компоненты тензора давления во фронте ударной волны, получить профили скорости, плотности, а это в свою очередь с учетом критериев Вебера, Бонда, временных критериев дает возможность получить полную физическую картину дробления пузырьков, капель и количественные данные.

На рис.5 для различных степенных потенциалов  $\varphi \sim 1/r^\nu$  представлена зависимость отношения среднего диаметра пузырька к толщине ударной волны от числа Маха [16].

$$d_0/\delta$$



M

Рис.5. Зависимость отношения среднего диаметра пузырька  $d_0$  в набегающем потоке к толщине ударной волны  $\delta$  в пузырьковой среде от числа Маха потока – M для различных моделей степенного потенциала взаимодействия  $\nu$ . Объемное газосодержание  $\phi_1=0,5$ . Кривые: 1.  $\nu = \infty$ , 2.  $\nu = 10$ , 3.  $\nu = 2$ , 4.  $\nu = 1$  – сверху вниз.



Из рис.5 видно, что модель, в которой диаметр пузырька только зависит от давления ( $\nu = \infty$ , без учета сил дальнего действия) при  $M > 2$  дает сильное отличие от степенных потенциалов не только количественное, но и качественное. Хотя основные постулаты теории совпадают с [32]. Коррективы вносятся только в потенциал взаимодействия.

На рис.6 представлено сравнение теоретической зависимости толщины ударной волны от числа Маха с экспериментальными данными [16,17].

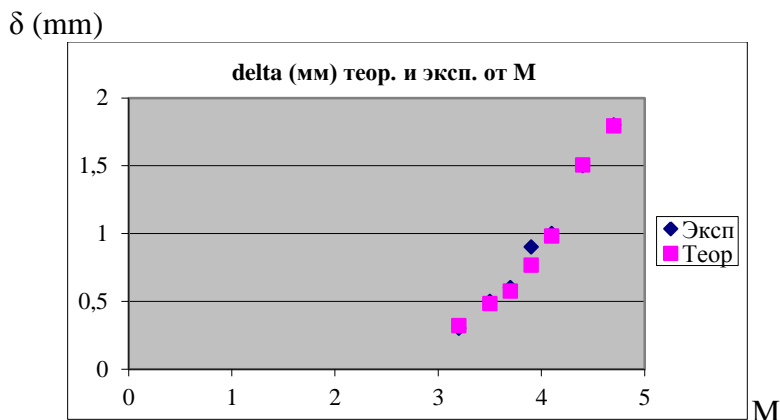


Рис.6. Теоретическая и экспериментальная зависимость толщины ударной волны  $\delta$  mm от числа Маха – M.

Из теории [16,18] и рис.6 возможно получить потенциал взаимодействия пузырьков  $\nu$  и  $K_{12}^{\phi}$  коэффициент межфазного взаимодействия. Оказалось, что потенциал взаимодействия пузырьков при высоком объемном газосодержании  $\phi > 30\%$  –  $\nu=2$ , на рис.5 это кривая 3, если идти сверху вниз.

В [19,33] на основе [3,4,22] были получены формулы для критериев Вебера и Бонда применительно к зоне поступательной неравновесности во фронте ударной волны:

$$We = \{ \tau_{lmax} * P_I \} / (2\sigma/a), \quad Bo = \{ P_I * \text{abs}(dP/dX)_{max} \} / (2\sigma/a)$$

В формулы входят параметры тензора давления, скорости, плотности, объемного газосодержания. На основе результатов [16,18,19,29,32] можно определить все необходимые данные.

Согласно [19,29,32] введем среднюю плотность и среднюю безразмерную скорость потока  $U_0$  (по отношению к скорости набегающего потока  $C_I$ ):

$$\rho = \rho_l(\phi_s^l + \phi_\tau^l) + \rho_I^g \phi_s^g + \rho_{II}^g \phi_\tau^g$$

$$U_0 = \frac{1}{\rho} \left( \rho_l \left( \phi_s^l + \phi_\tau^l \frac{C_{II}}{C_I} \right) + \rho_I^g \phi_s^g + \rho_{II}^g \phi_\tau^g \frac{C_{II}}{C_I} \right)$$

Безразмерные диффузионные скорости компонентов потока (по отношению к скорости набегающего потока  $C_I$ ):

$$W_s^l = W_s^g = 1 - U_0$$

$$W_\tau^l = W_\tau^g = \frac{C_{II}}{C_I} - U_0$$

где  $\phi_s^g, \phi_\tau^g$  – объемные содержания групп – (s,τ) из газовой фазы – g и  $\phi_s^l, \phi_\tau^l$  – объемные содержания групп – (s,τ) из жидкой фазы – l,  $\phi_s^g, \phi_\tau^g$  и  $\phi_s^l, \phi_\tau^l$  это переменные, зависящие от безразмерной текущей координаты – X, где  $X = x/d_0$ , x – текущая координата фронта ударной волны  $d_0$  – средний диаметр пузырька в набегающем потоке,  $C_{I,II}$  – скорость, I – состояние среды до фронта, II – после фронта ударной волны (см. [16,18,32]).

Отсюда найдем безразмерные компоненты тензора напряжений (по отношению к давлению в набегающем потоке  $P_I$ ):

$$P_{\parallel} = \phi_s^g + \phi_s^l + \frac{P_{II}}{P_I} (\phi_\tau^g + \phi_\tau^l) + \frac{n\rho_I^g \phi_s^g M^2 (W_s^g)^2}{\rho^l \phi_l (1-\phi_l)} + \frac{n\rho_{II}^g \phi_\tau^g M^2 (W_\tau^g)^2}{\rho^l \phi_l (1-\phi_l)} + \frac{n\phi_s^l M^2 (W_s^l)^2}{\phi_l (1-\phi_l)} + \frac{n\phi_\tau^l M^2 (W_\tau^l)^2}{\phi_l (1-\phi_l)}$$

$$P_{\perp} = \phi_s^g + \phi_s^l + \frac{P_{II}}{P_I} (\phi_\tau^g + \phi_\tau^l)$$

$$P = \frac{P_{\parallel} + 2P_{\perp}}{3}$$

На рис.7 приведены профили продольного, поперечного и полного давлений в ударной волне с учетом дальнего действия пузырьков  $\nu=2$ , и без него  $\nu = \infty$ .

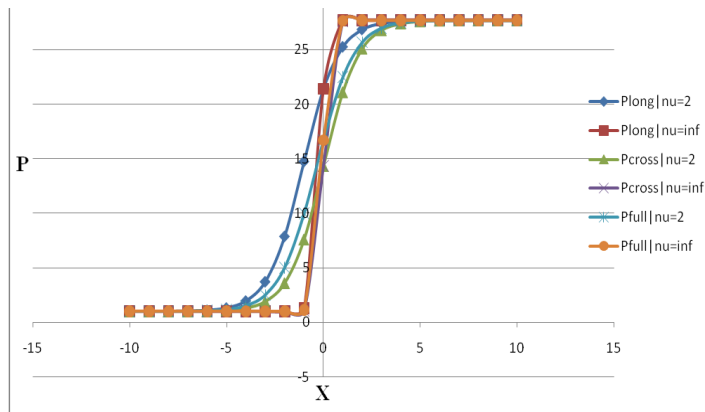


Рис.7. Профили давлений в ударной волне. Число Маха  $M=5$ , объемное газосодержание  $\phi=0.9$ , с учетом дальнего действия пузырьков  $\nu=2$ , и без него  $\nu = \infty$ .

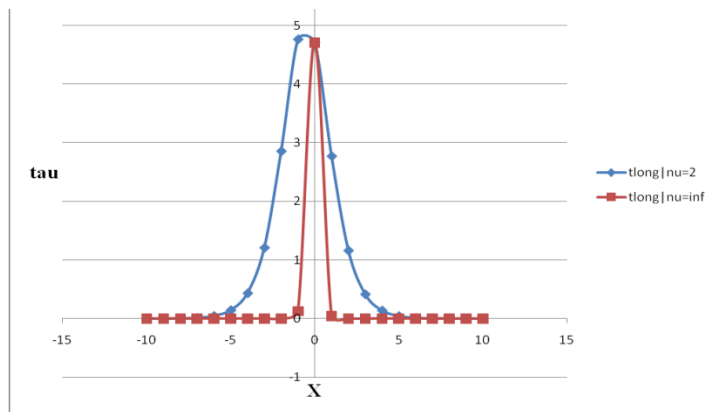


Рис.8. Профиль продольных касательных напряжений.  $M=5$ ,  $\phi=0.9$ , с учетом дальнего действия пузырьков  $\nu=2$ , и без него  $\nu = \infty$ .

Найдем безразмерные касательные напряжения:

$$\tau_{\parallel} = P_{\parallel} - P$$

$$\tau_{\perp} = P_{\perp} - P$$

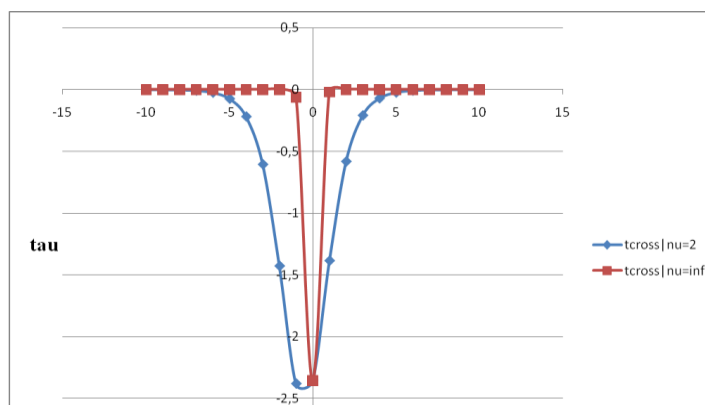


Рис.9. Профиль поперечных касательных напряжений.  $M=5$ ,  $\varphi=0.9$ , с учетом дальнего действия пузырьков  $\nu=2$ , и без него  $\nu = \infty$ .

На рис.8 и рис.9 приведены профили касательных напряжений.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе на основе результатов [1,5,16,18,19,29,30,32] показана возможность создания количественной теории описания структуры фронта ударной волны, эффектов поступательной неравновесности, процессов дробления пузырьков и капель при распылении пористого топлива (на основе жидкость, газ).

Это является необходимым условием для расчета устройств диспергирования и поджига топливно-воздушных смесей с целью повышения эффективности их работы.

Необходимые для получения замкнутой теории коэффициенты межфазного взаимодействия, вязкости определяются из эксперимента с учетом [16-18].

Подводя итоги полученным результатам отметим, что график рис.6 указывает на соответствие теоретических расчетов с учетом влияния эффекта дальнего действия проведенным экспериментам.

Как показали графики рис.5,7-9, введенное уточнение существующей теории существенным образом сказывается на расчетных кривых. Это в основном влияет не на силовой фактор дробления пузырьков и капель, а на временной, так как необходимым и достаточным условием является превышение их предела прочности и времени действия.

*Работа поддержана Грантом РФФИ 15-08-99673а.*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бушманов Е.А., Великодный В.Ю., Воротилин В.П., Яновский Ю.Г., Тимофеев И.Б., Д. Ван Ви О возможности улучшения характеристик активированного пористого топлива при использовании ионизации в диэлектрическом кавитаторе // Прикладная физика. – 2003. – №5. – С.49-55.

2. Яновский Ю.Г., Великодный В.Ю., Тимофеев И.Б., Левин Ю.К. Устройство для сжигания топлива / Патент на изобретение №2227870 от 27.04.2004.
3. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. (том.І). – М.: Наука, 1987. – 459 с.
4. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. (том.ІІ). – М.: Наука, 1987. – 352 с.
5. Струминский В.В., Великодный В.Ю. Структура ударных волн. // Докл. АН СССР. – 1982. – Т.266. – №1. – С.64-68.
6. Струминский В.В. Общая теория мелкодисперсных сред / В кн.: Механика многокомпонентных сред в технологических процессах. – М.: Наука, 1978. – 146 с.
7. Струминский В.В. Влияние диффузионной скорости на течение газовых смесей // ПММ. 1974, Том 38, № 2, с. 203 – 210.
8. Струминский В.В. Аэродинамика и молекулярная газовая динамика. – М.: Наука, 1985. – 240 с.
9. Струминский В.В. К теории многокомпонентных газов и дисперсных сред / В кн.: Гидродинамические проблемы технологических процессов. – М.: Наука, 1988. – 222 с.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. Теоретическая физика. Том VI. – М.: Наука, 1986. – 736 с.
11. Струминский В.В., Гуськов О.Б., Кульбицкий Ю.Н. Гидродинамика дисперсных и газожидкостных потоков // Докл. АН СССР. – 1984. – Т.278. – №1. – С.65-68.
12. Гуськов О.Б., Струминский В.В. Динамика дисперсных потоков в присутствии границ // Докл. АН СССР. – 1985. – Т.285. – №4. – С.832-835.
13. Гуськов О.Б. Метод самосогласованного поля применительно к динамике вязких суспензий // ПММ. – 2013. – Т.77. – Вып.4. – С.557-572.
14. Чен С. Кинетические уравнения для полностью ионизированной плазмы./В. Кн. Кинетические процессы в газах и плазме. – М.: Атомиздат, 1972. – С.92-103.
15. Великодный В.Ю., Дыренков А.В., Садовин М.А., Къянган О., Гусева М.А., Попов В.В. Ударноволновые и акустические процессы в гетерогенных средах / Отчет ИПРИМ РАН за 2012 г. о ходе выполнения Программы ОЭ -14 ОЭММПУ РАН. – М.: ИПРИМ РАН, 2012. – 71 с.
16. Velikodnyi V.Yu., Dyrenkov A.V., Kiyang-van O., Son E.E. Experimental and theoretical researches of structure of the shock wave in gas disperse mixtures /13-th International Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics. – Moscow, March 2014. – P.162-166.
17. Къянган О. Экспериментальное и расчетно-теоретическое исследование сверхзвуковых течений газожидкостных сред при высоких объемных газосодержаниях / Дипломная работа на соискание степени магистра. – Долгопрудный: МФТИ, 2012. – 79. с.
18. Яновский Ю.Г., Великодный В.Ю., Дыренков А.В., Крикунова А.И., Къянган О., Попов В.В. Ударноволновые и акустические процессы в гетерогенных средах / Отчет ИПРИМ РАН за 2014г. о ходе выполнения Программы ОЭ -14 ОЭММПУ РАН. – М.: ИПРИМ РАН, 2014. – 56 с.
19. Великодный В.Ю., Быков А.А. Структура ударной волны в пузырьковой и пористой жидкости. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. – 2010. – №10. – С.26. – [www.chemphys.edu.ru/pdf/2010-10-26-001.pdf](http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2010-10-26-001.pdf) 1
20. Великодный В.Ю., Воротилин В.П., Еремеев А.В., Никитенко Л.К., Тимофеев И.Б., Д. Ван Ви, Яновский Ю.Г. Микропузырьковые технологии в проблеме

- создания широкодиапазонного гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя / Сборник Трудов Конф. «Современные проблемы механики гетерогенных сред». – М.: ИПРИМ РАН, 2005. – Т. II. – С.167-180,
21. Великодный В.Ю., Крикунова А.И. Исследование влияния электрического разряда, ударноволновых и акустических процессов в пузырьковой жидкости на реологические свойства нефти и нефтепродуктов // Прикладная физика. – 2012. – №5. – С.57-61.
  22. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978. – 336 с.
  23. Струминский В.В. и др. Проблемы механики неоднородных сред и методы их решения для интенсификации технологических процессов / Препринт №19. – М.: Сектор механики неоднородных сред АН СССР, 1987. – 123 с.
  24. Великодный В.Ю., Дыренков А.В., Попов В.В., Яновский Ю.Г. Система смешения и поджига композитного топлива / Патент на полезную модель. 2013. №2013136887/(055524) от 07.08.2013 г. – Оpubл. 2014.
  25. Струминский В.В., Заичко Н.Д., Алексеев А.М., Олевский В.М., Семенов В.П., Матюшенко В.Х., Завелов Е.Д., Ефименко С.Н., Сухорученко С.Ю., Вакк Э.Г. / А.с. 1136830 СССР, МПК<sup>4</sup> В 01 D 53/20. Регулярная насадка для контактных аппаратов / – N 3677353; заявл. 15.12.83; опубл. 30.01.85. – Бюл. N4. – 3 с.
  26. Яновский Ю.Г., Великодный В.Ю., Гусева М.А., Дыренков А.В., Попов В.В., Садовин М.А. ОТЧЕТ ЗА 2014 г. о ходе выполнения Программы «Горение и взрыв» Проект: «Исследование процессов горения, «пористого топлива» стимулированного электрическими разрядами при наличии активирующих присадок». – М.: ИПРИМ РАН, 2014. – 54 с.
  27. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа: Учеб. для вузов. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
  28. Циклаури Г.В., Данилин В.С., Селезнев Л.И. Адиабатные двухфазные течения. – М.: Атомиздат, 1973. – 444 с.
  29. Битюрин В.А., Великодный В.Ю., Быков А.А. Теоретическое исследование неравновесных процессов в ударной волне в пузырьковой жидкости // Письма в ЖТФ. – 2011. – Т.37. – Вып.4. – С.44-52.
  30. Битюрин В.А., Великодный В.Ю., Дыренков А.В., Попов В.В. ОТЧЕТ ЗА 2014г. о ходе выполнения Программы РАН «Фундаментальные проблемы магнетоплазменной аэродинамики» Проект: «Экспериментальные исследования процессов поджига топлив с использованием алюминия». – М.: ОИВТ РАН, 2015. – 58 с.
  31. Великодный В.Ю., Воротилин В.П., Гришин В.Г., Попов В.В., Самуолис И.А., Еремеев А.В., Никитенко Л.К., Быков А.А., Толкунов Б.Н., Рычагов Е.Н., Беркова М.Д. Отчет о научно – исследовательской работе по программе фундаментальных исследований «Гидродинамика турбулентных течений дисперсных потоков при наличии физико-химических превращений». (Итоговый за 2005–2007 гг., №Госрегистрации 0120.0504122). – М.: ИПРИМ РАН, 2007. – 155 с.
  32. Бушманов Е.А., Великодный В.Ю., Воротилин В.П., Еремеев А.В., Тимофеев И.Б., Яновский Ю.Г., Д. Ван Ви Теоретическое и экспериментальное исследование структуры ударной волны в микропористых жидкостях // Труды III-го Международного симпозиума «Термохимические процессы в плазменной аэродинамике». – Санкт-Петербург, 28-31 июля 2003. – С.286-296.

33. Быков А.А. Исследование газожидкостных характеристик электрического разряда в процессах очистки промышленных и бытовых сточных вод / Дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук. – М., 2011. – 116 с.
34. Кашубин А.С. Экспериментальное исследование параметров течений пузырьковых сред / Магистерский диплом. – Долгопрудный: МФТИ, 2011.

## **ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ И ГОРЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙ**

Воротилин В.П., Яновский Ю.Г.

*ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия*

### **РЕЗЮМЕ**

На качественном уровне описания рассмотрены общетеоретические вопросы движения и диффузионного горения турбулентных струй горючего газа во внешней среде окислителя (воздуха). Основой предлагаемой теории явились представления о турбулентной среде как совокупности независимых турбулентных частиц – вихрей, при случайных контактах которых происходит смешение и горение реагирующих газов. Рассмотрен предел мгновенных реакций, соответствующий режиму диффузионного горения. Особенностью предлагаемой теории явилась необходимость ввести понятие эффективной скорости реакции не только для молекул реагирующих веществ, но также и для занимаемых ими объемов. Было получено уравнение баланса реагирующих объемов, замкнувшее систему интегральных уравнений баланса, описывающих все необходимые свойства быстрых химических реакций в условиях турбулентного смешения реагирующих веществ. С учетом факта существования резкой границы раздела между турбулентной струей и ламинарным течением внешней среды дан вывод обобщенного уравнения захвата внешней среды, замкнувшего систему гидродинамических уравнений движения турбулентных струй. Рассмотрены различные сопутствующие эффекты движения и горения, в частности, эффекты излучения, спутного течения внешней среды, турбулентности внешней среды, различия плотностей горючего струи и внешнего течения. Получено качественное согласие теоретических расчетов длины факела горения с имеющимися экспериментальными данными.

### **1. ВВЕДЕНИЕ**

В предлагаемой статье на примере простейшего варианта прямой турбулентной струи в параллельном потоке окружающей среды окислителя – воздуха рассматриваются общие вопросы движения и диффузионного горения турбулентных струй. Процессы горения протекают с высокими скоростями молекулярных реакций. Для рассматриваемого типа диффузионного горения лимитирующей стадией реакционного процесса является доставка реагентов к зоне реакции. Поэтому одной из целей исследования подобных процессов является выяснение механизма смешения реагентов и его влияния на эффективную скорость реакции. Формально данная задача полностью решается на основе уравнений гидродинамики и конвективной диффузии с химической реакцией. Однако получить точные аналитические или приближенные решения указанных уравнений из-за чрезвычайной сложности картины турбулентных течений невозможно. Существующие расчетные модели основаны на полуэмпирических методах описания процессов переноса и реакции в турбулентных потоках, в том числе модели с использованием методики «conserved scalar» и функции распределения вероятностей (PDF), [1-10].

С теоретической точки зрения основанием для поиска новых решений явилось отсутствие в существующих расчетных моделях движения и горения турбулентных струй понятия реально существующей границы раздела между турбулентной струей и областью ламинарного течения во внешней среде. Подход, предлагаемый в данной

работе основан на качественном описании понятий и структур, выражающих (по нашим представлениям) суть механизма воздействия турбулентности на процессы движения и горения турбулентных струй, но свойства которых описываются и, в принципе, могут быть рассчитаны на основе решений фундаментальных уравнений движения и конвективного тепло- и массопереноса с химической реакцией. К подобным понятиям относится, например, понятие турбулентного вихря, как независимой частицы хаотически блуждающей по объему турбулентной среды, при описании которой важно знать ее только характерный размер  $\lambda$  и характерное время «жизни»  $\tau$ .

Наличие четко различимой, нерегулярной по длине и пульсирующей во времени границы раздела между областью турбулентного течения в струе и ламинарным течением во внешней среде является отличительной особенностью движения турбулентных струй. Именно на этой границе происходят процессы смешения топлива струи и окислителя внешней среды. Как было отмечено выше, реакции горения относятся к классу химических реакций, протекающих с большими скоростями молекулярных реакций. Для них лимитирующей стадией процесса является подвод реагентов к зоне реакции, а сама реакционная зона вырождается в поверхность. Поэтому для процессов диффузионного горения вопросы смешения окислителя внешней среды и горючего газа турбулентной струи становятся основными в решении всей проблемы. Перенос окислителя внешней среды идет по механизму молекулярной диффузии, а горючего турбулентной струи под воздействием крупномасштабных турбулентных пульсаций. Но это различие в существующих моделях, использующих для описания переноса обоих реагентов механизм турбулентной диффузии, также никак не учитывается. Картина горения схематично представляется в виде вытянутого вдоль струи эллипсоида, внутри которого находится еще не сгоревший газ, снаружи окислитель, а реакция горения происходит на поверхности эллипсоида, причем положение этой поверхности причинно никак не связано с границей турбулентной струи. Таким образом, граница струи как один из факторов, характеризующих процесс смешения реагентов, остается вне поля зрения классической теории турбулентных струй. Напротив, метод решения, предлагаемый в данной работе, исходит из необходимости рассмотрения процессов смешения именно на границах струй, и как будет видно из дальнейших рассуждений, их описание однозначно связано с описанием закономерностей движения и горения турбулентных струй.

## 2. ОБОБЩЕННОЕ УРАВНЕНИЕ ЗАХВАТА ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ

Существующие модели движения и горения турбулентных струй, основанные на представлениях полуэмпирической теории, указанные особенности движения и горения никак не учитывают. Механизм турбулентной вязкости применялся ко всему пространству, в котором движется турбулентная струя, включая область внешнего ламинарного течения [11-13]. При описании гидродинамики однородных по составу турбулентных струй это упущение теории практически было не заметно. Единственный вопрос, связанный с фактом существования реальной границы турбулентной струи, касался механизма завихрения потенциального течения внешней среды. Для его объяснения была введена гипотеза о существовании на границе турбулентной струи вязкого надслоя толщиной порядка масштаба минимальных турбулентных пульсаций  $\lambda_{\min}$  [14]. Предполагалось, что завихрение внешней среды происходит в этом надслое под действием сил молекулярной



вязкости. Но поскольку движение турбулентных струй не зависит от молекулярной вязкости, то по аналогии с механизмом диссипации турбулентной энергии утверждалось, что скорость завихрения зависит только от крупномасштабных пульсаций внутри струи. Голословность этого объяснения скорее выглядит, как попытка отмахнуться от серьезного обсуждения проблемы завихрения внешней среды, поскольку, как было сказано выше, сама проблема не затрагивает основ существующих представлений о механизме турбулентных течений и методах их расчета.

В действительности, объяснение на основе гипотезы вязкого надслоя не только голословно и бездоказательно, но и физически противоречиво. Вот аргументы его несостоятельности и, соответственно, альтернативного объяснения механизма завихрения. Отметим, именно с попыткой обоснования физического механизма этого явления связана дальнейшая разработка предлагаемой теории движения и горения турбулентных струй. Во-первых, в рамках указанной гипотезы исключается механизм обратного влияния внешней среды на турбулентную струю, поскольку предполагается, что развитие струи, т.е. расширение ее границ целиком определяется динамикой хаотических пульсаций скорости внутри струи. Однако, как очевидно, условия течения во внешней среде должны влиять на движение струи. Достаточно сказать, что даже, если в строгой постановке задачи исходить из понятия турбулентной вязкости, то решение с условием  $u(x, y \rightarrow \pm\infty) \rightarrow u_\infty$ , где  $u_\infty$  – скорость внешнего течения, даст формальный результат, учитывающий влияние внешних условий. Отметим, что и в соотношениях для скорости расширения турбулентной струи, из соображений размерности задаваемой в виде [11]:

$$dr/dt \approx |u - u_\infty|$$

где  $t$  – время,  $r$  – текущий радиус струи,  $u$  – ее средняя по сечению струи скорость, также неявно подразумевается некоторый механизм обмена импульсом между струей и внешним течением. Иначе говоря, исходя из установленного факта, что внешняя среда и турбулентная струя это две четко различимые среды, акт динамического взаимодействия между ними можно представить как силу трения, действующую на границе этих сред.

Поскольку течение турбулентных струй не зависит от молекулярной вязкости, из соображений размерности следует, что эта сила может быть пропорциональна только квадрату некоторой комбинацией скоростей движения внешней среды и струи. С тем, чтобы учесть механизм переноса импульса от границы во внутрь струи, эту силу запишем в виде:

$$F_{fr} = \gamma \rho_\infty (u_s - u_\infty)^2 \quad (1)$$

где  $\gamma$  – некоторая константа,  $\rho_\infty$  – плотность внешней среды – смеси кислорода и инертной примеси (азота), далее помечаемых индексами «*ok*» и «*in*» соответственно:

$$\rho_\infty = (1 - \varepsilon_\infty) \rho_{ok\infty} + \varepsilon_\infty \rho_{in\infty}$$

$\varepsilon_\infty$  – объемная доля азота (для воздуха  $\varepsilon_\infty = 0.79$ );  $u_s$  – некоторая промежуточная скорость между скоростью внешнего течения и средней скоростью струи. Из условия непрерывности скорости и потока импульса, перетекающего от внешнего течения вовнутрь струи, эту же силу представим в виде:

$$F_{fr} = \gamma \rho (u_s - u)^2$$

где  $\rho$  – средняя по сечению плотность струи. Приравняв друг другу обе формы записи силы, для  $u_s$  и  $F_{fr}$  получим выражения:

$$u_s = \frac{u + (\rho_\infty / \rho)^{1/2} u_\infty}{1 + (\rho_\infty / \rho)^{1/2}}, \quad F_{fr} = \gamma \frac{\rho_\infty (u_\infty - u)^2}{(1 + (\rho_\infty / \rho)^{1/2})^2} \quad (2)$$

Вывод о том, что закон трения неизбежно квадратичен по скорости, означает, что обтекание возмущенной границы турбулентной струи внешним потоком должно происходить с образованием отрывных вихрей. Отметим, что факт действительного существования отрывных вихрей на границах турбулентных струй наглядно иллюстрируют флэш-снимки подкрашенных турбулентных струй [15]. По смыслу деления всей области течения на внешнюю безвихревую среду и собственно турбулентную струю указанные отрывные вихри должны остаться в составе струи, играя для нее роль источника турбулентности. Поэтому и импульс, при трении отдаваемый им струей, также должен возвратиться струе. От струи вихри получают импульс пропорциональный разности скоростей  $u - u_\infty$ . Отсюда, введя обозначение  $\mathbf{v}_c$  для скорости захвата вихрей внешней среды, поток возвращаемого импульса можно представить в виде:

$$j = \rho_\infty \mathbf{v}_c |u - u_\infty|.$$

Из условия равенства потоков  $j$  и  $F_{fr}$  для  $\mathbf{v}_c$  находим выражение:

$$\mathbf{v}_c = \gamma \frac{|u - u_\infty| + \xi_t u_\infty}{(1 + (\rho_\infty / \rho)^{1/2})^2} \quad (3)$$

где ради общности в правую часть равенства добавлен член, учитывающий вклад внешней турбулентности,  $\xi_t = u_t / u_\infty$  – отношение интенсивности пульсаций внешнего потока к его скорости. Так в работе [16] ее уровень для внешнего течения оценивался величиной  $\sim 3-6\%$ . Отметим, что введенное понятие скорости захвата не следует смешивать со скоростью натекания внешней среды на струю, обозначенную как  $u_{ex}$ . Последняя выводится из уравнения материального баланса и факт ее существования не зависит от режима течения струи. Теперь для струи, движущейся вдоль оси  $x$ , можно написать уравнение баланса массы «турбулентной» жидкости рассматривая произведение  $\rho_\infty \mathbf{v}_c$  как источник ее массы на единице площади поверхности струи:

$$\frac{d(\rho u r^2)}{dx} = 2\gamma \rho_\infty \frac{(|u_\infty - u| + \xi_t u_\infty)}{(1 + (\rho_\infty / \rho)^{1/2})^2} r \quad (4)$$

Общий характер полученных формул подчеркивает то обстоятельство, что никакие конкретные свойства крупных вихрей, особенности механизма их формирования на возмущенной границе турбулентной струи в их окончательном виде ни в чем не проявляются. Уравнение (4) играет роль замыкающего уравнения для системы интегральных уравнений баланса массы, состава, импульса, кинетической энергии и теплоты. Фактор границы как источника турбулентности дал основание описывать искомые параметры струи (скорость, концентрации, температуру) в упрощенной форме однородных распределений по сечению струи, а поверхность струи рассматривать как поверхность излучения при заданной температуре струи. Под влиянием хаотических турбулентных пульсаций крупномасштабные вихри окислителя проникают во внутренние области течения в струе, дробятся на мелкие вихри, в конечном счете, равномерно распределяясь по ее всему поперечному сечению. Таким образом, видим двоякую роль, которую играют

структуры и механизмы, описываемые формулами (2)-(4), в процессах движения и горения струй. С одной стороны они выражают суть механизма турбулентности в струях, а с другой позволяют оценить верхнюю границу скорости смешения окислителя из внешней среды с горючим реагентом струи, величину которой с учетом выражения для  $\rho_\infty$  представим в виде:

$$q_{ok} = 2\gamma(1 - \varepsilon_\infty)\rho_{ok\infty} \frac{(|u_\infty - u| + \xi_l u_\infty)}{(1 + (\rho_\infty / \rho)^{1/2})^2} r \quad (5)$$

Отметим важную роль учета промежуточной скорости на границе струи  $u_s$  для процессов горения при существенно различающихся плотностях горючего струи и внешней среды окислителя. Например, для струи водорода в воздухе согласно (5) будет справедлива оценка  $q_{ok} \sim \rho_{ok\infty} \rho_{H_2} / \rho_\infty$ . Если же в формуле для силы трения (1) принять  $u_s = u$ , то знаменатель в формулах (2)-(5) будет равен единице, и поток окислителя на горящую струю увеличится примерно в 16 раз, что существенно скажется на длине факела горения струи.

### 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ И ТЕПЛО-МАССОПЕРЕНОСА

Горение турбулентных струй в реальных условиях отличается исключительным многообразием режимов и влияющих на него сопутствующих физико-химических процессов и конструктивных факторов [7,12,13,16-19]. Естественно, что с точки зрения поставленных целей исследования, а именно, выяснения и описания механизма воздействия турбулентности на процесс горения, необходимы существенные упрощения общей картины горения. В данной работе рассматривается горение одиночной струи смеси горючего газа и инертной примеси, вытекающей из отверстия с радиусом  $r_0$  со скоростью  $u_0$  и плотностью  $\rho_0$ :

$$\rho_0 = (1 - \varepsilon_0)\rho_{f0} + \varepsilon_0\rho_{in0} \quad (6)$$

где  $\rho_{f0}$  – плотность горючего газа,  $\rho_{in0}$  – плотность инертной примеси,  $\varepsilon_0$  – ее объемная доля, в параллельный поток внешней среды, движущейся со скоростью  $u_\infty$  и плотностью  $\rho_\infty$ . Условная схема течения показана на рис.1. Предполагается, что с момента выхода струя движется в развитом турбулентном режиме со всеми характерными признаками турбулентности, позволяющим использовать уравнение (4). Текущие плотность  $\rho$  и скорость  $u$  струи, из-за турбулентного перемешивания принимаются постоянными по поперечному сечению струи. Исключаются все особенности горения, связанные с начальными этапами его возникновения, т.е. предполагается, что реакция начинается сразу же с момента выхода струи горючего газа в окружающее пространство окислителя. Состояние исходных компонент газовой фазы и продуктов реакции описывается уравнением идеального газа:

$$\rho_g = \mu P_\infty / RT \quad (7)$$

где  $\mu$  – молекулярный вес,  $P_\infty = 1.013 \cdot 10^5$  [паскаль] – давление, одно и то же для всей струи и внешней среды,  $T$  – температура [К],  $R = 8.314$  [кдж/моль К] – газовая постоянная. Рассматривается простейший вариант горения без учета эффектов диссоциации и образования промежуточных продуктов реакции. Формулу реакции можно представить в виде:

$$n_{ok} + 1 = n_{p1} + n_{p2}$$

где  $n_i = m_i(\mu_i/\mu_f)$ ,  $m_i$  - стехиометрический коэффициент, обозначающий количество молекул реагента « $i$ » на одну молекулу реагента « $f$ », « $pi$ » - индекс продуктов реакции:  $p1 = H_2O$ ,  $p2 = CO_2$ . Эффектная скорость реакции  $W_i$  любого из реагентов выражалась через реакцию реагента « $f$ »  $W_f$  соотношением:

$$W_i = \pm n_i W_f \quad (8)$$

где знак «+» относится к исходным реагентам, «-» к продуктам реакции. Реакция горения происходит с выделением тепла. Тепловая энергия  $Q_T$ , выделяемая в единице объема струи равна  $\lambda_f W_f$ , где  $\lambda_f$  - тепловыделение на единицу массы реагента « $f$ », Теплоемкости компонент смеси  $\tilde{N}_{pi}$  [кдж/кг К] задавались как функции температуры согласно данным справочника [20].

Уравнения баланса массы, импульса, состава и тепловой энергии получим путем суммирования входящих и выходящих потоков любой из указанных субстанций между нормальными сечениями струи  $x$  и  $x + dx$ , как показано на рис.1, с добавленными источниками (стоками) в объеме струи.

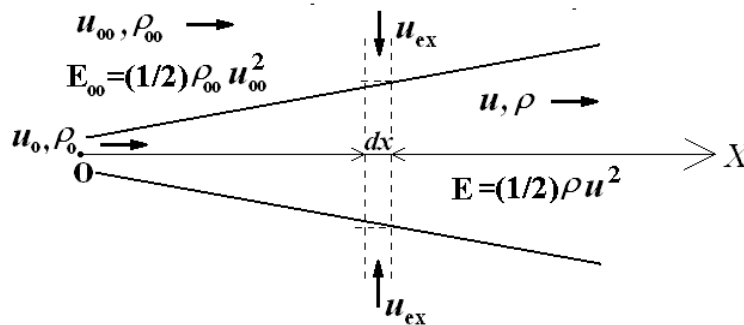


Рис.1. Схема движения турбулентной струи в спутном потоке газа внешней;  $E$  и  $E_\infty$  - кинетическая энергия (на единицу объема) струи и внешнего течения;  $u_{ex}$  - скорость эжекции внешней среды; смысл остальных параметров поясняется в тексте.

Все полученные по указанной методике уравнения записываются в безразмерном виде с использованием параметров  $u_0$ ,  $\rho_0$  и  $r_0$  в качестве характерных масштабов скорости, плотности и длины соответственно:

$$d[(\rho_\infty u_\infty - \rho u)r^2]/dx - 2r\rho_\infty u_{ex} = 0 \quad (9)$$

$$d[\rho u(u_\infty - u)r^2]/dx = 0 \quad (10)$$

$$d[(\rho_i u r^2 V_i)]/dx = -W_i r^2 + q_i \quad (11)$$

$$d(\bar{C}_p \rho u r^2 T)/dx = \lambda_f W_f r^2 + 2C_{p\infty} \rho_\infty T_\infty v_c r - 2[\sigma/(\rho_0 u_0)] T^4 r \quad (12)$$

где  $V_i$  - объемная доля  $i$ -го компонента (всего пять компонент),  $q_i$  - внешний источник массы, для окислителя задаваемый соотношением (5), аналогичной формулой для инерта - с заменой множителя  $(1 - \varepsilon_\infty)\rho_{ок\infty}$  на  $\varepsilon_\infty\rho_{ин\infty}$  и равный нулю для остальных компонент;  $\bar{C}_p$  - среднее значение теплоемкости смеси:

$$\bar{C}_p = \sum_i C_{pi} \rho_i V_i / \rho, \quad (13)$$

Отметим, что уравнение баланса для продольной компоненты импульса (10) записано с учетом подстановки в него выражения для  $u_{ex}$  из уравнения (9). В уравнении баланса тепла (12) первое слагаемое – теплота реакции, 2-е – тепло захватываемой массы внешней среды, 3-е сток тепла за счет излучения по закону Стефана-Больцмана,  $\sigma = 5.673 \cdot 10^{-11}$  [кж/К<sup>4</sup>м<sup>2</sup>с] – константа излучения. К написанным уравнениям следует добавить два условия, связывающих между собой  $V_i, \rho_i$  и  $\rho$ :

$$\sum V_i = 1, \quad \sum \rho_i V_i = \rho \quad (14)$$

Система уравнений (9) – (12) вместе с уравнением захвата (4) и дополнительными условиями (7), (14) при заданном значении параметра эффективной реакции  $W_f$  (вывод выражения которого будет дан позднее) образуют замкнутую систему дифференциальных уравнений относительно искомых  $u, r, \rho, V_i$  и  $T$ . Результаты интегрирования уравнений (10),(11) с учетом вытекающих из постановки задачи начальных условий для искомых переменных представим в виде:

$$u = u_\infty + (1 - u_\infty) / \varphi, \quad r = [\varphi / (\rho u)]^{1/2} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \rho_{ok} V_{ok} / \rho &= n_{ok} [\beta_\infty (1 - 1/\varphi) - W / \varphi], \quad \rho_f V_f / \rho = [\rho_{f0} (1 - \varepsilon_0) - W] / \varphi \\ \rho_{in} V_{in} / \rho &= (1 - n_{ok} \beta_\infty) (1 - 1/\varphi) + \rho_{in0} \varepsilon_0 / \varphi \quad \rho_{pi} V_{pi} / \rho = n_{pi} W / \varphi \end{aligned} \quad (16)$$

где для краткости записи введены обозначения:

$$\varphi = \rho u r^2, \quad \beta_\infty = (1 - \varepsilon_\infty) \rho_{ok\infty} / (n_{ok} \rho_\infty)$$

а через  $W$  обозначен расход реагента « $f$ » на длине струи  $x$ :

$$W = \int_0^x W_f r^2 dx \quad (17)$$

Подставив  $V_i$  из (16) в первое из равенств (14) для  $\rho$  получим выражение:

$$\rho = \varphi \rho_{ok} / \left[ (\varphi - 1) (\rho_{ok\infty} / \rho_\infty) + \rho_{ok0} + W (m_{p1} + m_{p2} - m_{ok} - 1) (\mu_{ok} / \mu_f) \right]$$

Аналогично, выражение для  $\bar{C}_p$  получим после подстановки  $\rho_i V_i / \rho$  из (16) в (13):

$$\bar{C}_p = (C_{p0T} + C_{p\infty T} (\varphi - 1) + W (C_{p1} n_{p1} + C_{p2} n_{p2} - C_{pok} n_{pok} - C_{pf})) / \varphi$$

где  $C_{p0T}$  и  $C_{p\infty T}$  – теплоемкости струи во входном сечении и внешней среды, вычисленные при текущей температуре струи  $T$ . Для расчета двух оставшихся искомых  $\varphi$  и  $T$  имеем уравнение захвата (4) и теплового баланса (12). Осталась еще одна важная гидродинамическая характеристика струи – ее кинетическая энергия  $E = (1/2) \rho u^2$ . Обозначим разность ее потоков, входящих и выходящих через сечения  $x$  и  $x + dx$ , в виде произведения  $\varepsilon \pi r^2 dx$ . Поскольку  $E$  является функцией других искомых переменных, эта разность уже не обязана равняться нулю. В результате несложных расчетов с использованием уравнения (10) для  $\varepsilon$  получим выражение:

$$\varepsilon \pi r^2 = (\pi / 2) (u - u_\infty)^2 d(\rho u r^2) / dx$$

или после подстановки производной из уравнения захвата (4):

$$\varepsilon \pi r^2 = \gamma \rho_\infty (u - u_\infty)^2 \frac{(|u_\infty - u| + \xi_i u_\infty)}{(1 + (\rho_\infty / \rho)^{1/2})^2} \pi r \quad (18)$$

Физический смысл параметра  $\varepsilon$  легко раскрывается, если уравнение (18) переписать с учетом выражения для силы трения (2) в виде:

$$\varepsilon \pi r^2 = F_{fr} (|u_\infty - u| + \xi_i u_\infty) \pi r$$

Правая часть равенства имеет смысл работы силы трения внешнего течения на границе турбулентной струи. Результат этой работы согласно исходным представлениям теории – формирование на границе струи отрывных вихрей, поглощаемых в объем турбулентной струи. Соответственно, параметр  $\varepsilon$  можно интерпретировать как скорость диссипации энергии этих вихрей в единице объема струи.

#### 4. ВЫВОД ВЫРАЖЕНИЙ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНЫХ СКОРОСТЕЙ РЕАКЦИЙ

Турбулентная струя горючего газа распространяется в окружающей среде другого газа – окислителя. Поэтому процесс горения турбулентных струй происходит в режиме предварительно несмешанных реагентов (режиме диффузионного горения). Реакции горения относятся к классу химических реакций, протекающих с большими скоростями молекулярных реакций, без потери общности для физики и химии процессов горения рассматриваемых далее как предел бесконечно быстрых или мгновенных реакций. Для них лимитирующей стадией процесса является подвод реагентов к зоне реакции. Поэтому скорость смешения реагентов для подобных реакций будет определять величину эффективной скорости реакции. Для турбулентных струй процесс смешения можно разбить на несколько последовательных этапов, различающихся характерными пространственными и временными масштабами взаимного сближения реагирующих молекул. На первом из них в результате отрывного обтекания внешним потоком возмущенной границы турбулентной струи происходит образование крупномасштабных вихрей, содержащих реагент из внешней среды, с последующим их захватом вовнутрь турбулентной области течения. Из-за малости поверхности контакта реагентов на этом этапе смешения эффектами реакции можно пренебречь. Под воздействием различного рода динамических процессов внутри струи происходит дробление захваченных крупных вихрей до вихрей минимального масштаба длины, определяемого (вместе с минимальным масштабом времени) соотношениями:

$$\lambda_{\min} = (\rho v^3 / \varepsilon)^{1/4}, \quad \tau_{\min} = (\rho v / \varepsilon)^{1/2} \quad (19)$$

где  $\nu$  – кинематическая вязкость,  $\varepsilon$  – скорость диссипации турбулентной энергии. Наконец, на завершающем этапе смешения до молекулярного уровня действует механизм молекулярной диффузии. Вихри минимального масштаба имеют максимальную поверхность контакта, для которой в единице объема можно написать оценку:

$$S \sim 1 / \lambda_{\min} \quad (20)$$

Для них процессы смешения и реакции протекают с наибольшей интенсивностью. Поэтому в целях не существенных для теории упрощений далее предполагается, что все вихри внутри струи дробятся до вихрей масштаба  $\lambda_{\min}$ . Для предела бесконечно быстрой реакции реакционная зона вырождается в поверхность, разделяющей объем струи на две области, в каждой из которых может находиться только одно из реагирующих веществ. Далее эти области помечаются индексами содержащихся в них реагентов с дополнительным индексом « $r$ ». Удельные объемы областей  $V_{ri}$  связаны условием нормировки:

$$V_{rf} + V_{rok} = 1 \quad (21)$$

Отметим, что если ранее введенная переменная  $V_i$  задает величину физического объема реагента  $i$ , то переменная  $V_{ri}$  есть часть объема струи, где

может находиться этот реагент, и поэтому всегда  $V_{ri} \geq V_i$ . Соответственно, произведение  $\rho_i V_i$  - средняя по всему объему (в сечении  $x$ ) струи концентрация реагента  $i$ , а  $C_i = \rho_i V_i / V_{ri}$  - его концентрация в реакционном объеме  $V_{ri}$ .

Турбулентными пульсациями объемы реагентов разбиваются на фрагменты, распределенные по объему струи случайным образом. Поэтому  $V_{ri}$  имеет смысл вероятности того, что в данной точке пространства находится  $i$ -й реагент. Поскольку области состоят из независимых вихрей, то  $V_{ri}$  есть также вероятность события попасть на поверхность вихря с тем же  $i$ -м реагентом. Контакты вихря с вихрем происходят независимо от находящихся в них реагентов. Поэтому  $V_{rf}$  и  $V_{rok}$  есть вероятности независимых событий и их произведение будет определять вероятность контакта областей « $f$ » и « $ok$ ». Отсюда с учетом формулы (19) для удельной площади контакта областей  $S_{12}$  можно написать выражение:

$$S_{12} = \gamma_s V_{rf} V_{rok} / \lambda_{min} \quad (22)$$

где  $\gamma_s$  – некоторая константа.

Используя концепцию независимых вихрей, нетрудно составить наглядную схему реакционного процесса, и получить количественную оценку для эффективной скорости реакции. Именно, случайные столкновения реагирующих вихрей можно представить как повторяющийся с частотой порядка  $1/\tau_{min}$  выход вихрей с заданными концентрациями реагентов из глубины областей 1 и 2 к поверхности  $S_{12}$ , где они в течение времени контакта, по порядку величины равном  $\tau_{min}$ , обмениваются диффузионными потоками реагентов  $J_{Di}$ . Концентрации реагентов на поверхности реакции обращаются в нуль. Поэтому потоки  $J_{Di}$  задают массу реагентов, исчезающих в ходе реакции на единице площади контакта, должны удовлетворять стехиометрическому равенству:

$$J_{Dok} / \mu_{ok} = m_{ok} J_{Df} / \mu_f \quad (23)$$

Произведение удельной площади контакта  $S_{12}$  на усредненные по времени контакта  $\tau_{min}$  потоки  $J_{Di}$  даст величину эффективной скорости реакции (обезразмеренной по группе параметров  $\rho_0 u_0 / r_0$ ) для  $i$ -го реагента в единице реакционного объема струи:

$$W_i = J_{Di} S_{12} \quad (24)$$

Необходимую оценку  $J_{Di}$  получим из решения нестационарных уравнений диффузии с мгновенной реакцией [21]. Результаты решения с учетом усреднения по времени контакта вихрей запишем в виде:

$$\begin{aligned} J_{Di} &= v_r \chi_i C_i \\ v_r &= \left( (D_{ok} D_f)^{1/2} / \tau_{min} \right)^{1/2} \eta_r \\ \chi_i &= \exp(-\eta_i^2) / \left[ \eta_i (1 \pm \operatorname{erf}(\eta_i)) \right] \end{aligned} \quad (25)$$

где  $v_r$  - скорость движения фронта реакции с положительным направлением, принятым в сторону области « $f$ »;  $\eta_i = \kappa^{\pm 1} \eta_r$ ; знак «+» берется при  $i = ok$ , знак «-» при  $i = f$ ;  $D_i$  - коэффициент молекулярной диффузии,  $\kappa = (D_f / D_{ok})^{1/4}$ . Переменная

$\eta_r$  при заданных  $C_i$  определяется из уравнения (23), которое после подстановки в него  $J_{Di}$  из соотношений (25), примет вид:

$$B \exp\left(-(\kappa \eta_r)^2\right) / (1 + \operatorname{erf}(\kappa \eta_r)) = \exp\left(-(\eta_r / \kappa)^2\right) / (1 - \operatorname{erf}(\eta_r / \kappa)) \quad (26)$$

где через  $B$  обозначена комбинация переменных:

$$B = C_{ok} / (n_{ok} \kappa^2 C_f)$$

Результат подстановки оценок  $S_{12}$  и  $J_{Di}$  в выражение для  $W_f$  (24) запишем в виде:

$$W_f = A \rho_f V_f V_{rok} \eta_r \chi_f \quad (27)$$

где вновь введенный параметр  $A$ , определяемый соотношением:

$$A = \gamma_s \left( D_{ok} D_f / \nu^2 \right)^{1/4} (\varepsilon / \rho)^{1/2} \operatorname{Re}_0^{1/2} \quad (28)$$

характеризует интенсивность турбулентного смешения реагентов,  $\gamma_s$  – константа,  $\operatorname{Re}_0 = u_0 r_0 / \nu$ .

Зная эффективные реакции  $W_i$ , из уравнений материального баланса можно найти искомые концентрации  $C_i$ . Однако теория содержит еще две неизвестные – объемные доли реагентов  $V_{ri}$ , связанные условием (21). Отсюда, чтобы число уравнений соответствовало числу неизвестных, необходимо еще одно уравнение. Физическая причина, позволяющая вывести недостающее уравнение, связана с тем свойством мгновенных реакций, что в общем случае произвольных значений параметра  $B$  фронт реакции движется с некоторой отличной от нуля скоростью  $v_r$ . Если, например,  $v_r > 0$ , то за малое время  $dt$  фронт реакции сместится вглубь области « $f$ » на расстояние  $v_r dt$ , и таким образом к объему области « $ok$ » будет добавлен некоторый малый объем  $dV_{rok}$  и точно такой же вычтен из объема области « $f$ ». Полную скорость изменения удельных объемов  $W_{Vi}$ , как и при определении  $W_i$  найдем, умножив  $S_{12}$  на  $v_r$ . Обезразмеренное по параметру  $u_0 / r_0$  выражение для  $W_{Vi}$  примет вид:

$$W_{Vi} = \pm A V_{if} V_{rok} \eta_r \quad (29)$$

где знак «+» пишется для области « $ok$ » и «-» для области « $f$ », а уравнение баланса объемов, аналогичное уравнениям для  $C_i$  достаточно получить для одной из искомым  $V_{ri}$ .

Напрямую написать уравнение баланса объемов, как это было сделано для потоков массы и импульса, не получится, поскольку изменение объемов сложным образом зависит также от температуры и реакции. Но можно, используя ранее введенное понятие «турбулентной» жидкости и полученное для нее уравнение баланса (4), написать аналогичные уравнения по каждой из реакционных зон « $f$ » и « $ok$ ». Тогда произведение  $\rho W_{Vi}$  можно описывать как источник (сток) массы «турбулентной» жидкости в  $i$ -ой реакционной зоне. Из внешней среды, согласно уравнению захвата (4), поступает поток «турбулентной» жидкости равный  $\rho_\infty v_c$ , который можно представить как сумму потоков окислителя  $q_{ok} = (1 - \varepsilon_\infty) \rho_{ok\infty}$  и инертной примеси  $q_{in} = \varepsilon_\infty \rho_{in\infty}$ . Поток  $q_{ok}$  целиком попадает в реакционную область  $V_{rok}$ , а поток инерта равномерно распределяется по объему струи, т.е. попадая в



каждую из реакционных областей пропорционально ее удельному объему  $V_{ri}$ . Отсюда для обеих областей можно написать следующую пару взаимосвязанных уравнений баланса масс, в сумме дающих уравнение захвата (4):

$$d(\rho u r^2 V_{rok})/dx = \rho r^2 W_V + 2v_c r [(1 - \varepsilon_\infty) \rho_{ok\infty} + \varepsilon_\infty \rho_{in\infty} V_{rok}]$$

$$d(\rho u r^2 V_{rf})/dx = -\rho r^2 W_V + 2v_c r \varepsilon_\infty \rho_{in\infty} V_{rf}$$

и в дальнейшем использовать только одно из них, поскольку уже связаны нормировкой (21). Используя уравнение захвата (4), первое из написанных уравнений после несложных преобразований представим в виде:

$$udV_{rok} / dx = W_V + 2(1 - \varepsilon_\infty) \rho_{ok\infty} (1 - V_{rok}) v_c / (\rho r) \quad (30)$$

Подведем итог полученным результатам: имеем три дифференциальные уравнения (4), (12), (30) относительно искомого  $\varphi = \rho u r^2$ ,  $T$  и  $V_{rok}$ ; трансцендентное уравнение (26) для искомой  $\eta_r$ ; интеграл (17), который можно переписать в виде дифференциального уравнения для искомой  $W$ , и множество алгебраических формул, однозначно связывающих их с другими искомыми переменными. Задача содержит ряд независимых гидродинамических и физико-химических параметров, задающих условия движения и горения турбулентных струй –  $Re_0, u_\infty, \rho_\infty, \varepsilon_0, \varepsilon_\infty, \xi_i, m_i$ , и две универсальные константы –  $\gamma$  (в уравнении захвата внешней среды (4)) и  $\gamma_s$  (в выражении для параметра интенсивности турбулентного смешения реагентов (28)). Значение первой из них, имеющей геометрический смысл угла расширения однородной затопленной струи, было принято в согласии с имеющимися экспериментальными данными [11] равным 0.32. Вторая входит множителем при числе Рейнольдса в параметре  $A$ , и поэтому ее неопределенность не отразится на качественном исследовании зависимости от этого числа искомого параметра горения.

## **5. ОБЩИЙ КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ**

Поскольку в теории отсутствуют подгоночные константы, эмпирические и полуэмпирические корреляции расчеты различных эффектов горения должны обладать силой объективных законов и поэтому могут стимулировать осмысленную постановку экспериментальных исследований для выяснения конкретных особенностей процессов горения. Обилие независимых параметров даже для такой предельно упрощенной схемы горения, как рассмотренной в данной работе, указывает на трудности поиска и выявления общих законов горения на основе опытных данных. Но закономерности, установленные для частных вариантов горения турбулентных струй, по крайней мере, на качественном уровне могут быть использованы для проверки правильности теоретических расчетов. Помимо расчетов естественных, и в принципе измеряемых, параметров горения, таких как температура, состав реагентов по длине струи, длина факела горения, представляют интерес переменные, характеризующие внутренние взаимосвязи механизма горения – эффективные скорости реакции  $W_f$  и  $W_{Vi}$ , объемы реакционных зон  $V_{ri}$ . В рамках качественного сравнения с экспериментом представляют интерес также оценки длины факела горения с учетом и без него различных сопутствующих факторов движения и горения турбулентных струй, таких, как эффекты теплового излучения, разности плотностей горючего и окислителя.

Последующие расчеты различных характеристик турбулентного горения приведены на примере горения струи водорода в параллельном потоке внешней среды – воздуха, вытекающей из отверстия с диаметром  $D_0 = 0.8 \text{ см}$  при  $T_0 = T_\infty = 298.1 \text{ K}$ . Поскольку при горении выделяется большое количества тепла ( $\lambda_{\text{H}_2} = 1.424 \cdot 10^5 \text{ кДж/кг}$ ;  $\rho_{\text{H}_2} = 8.17 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$ ), то температура является одной из основных характеристик, в наглядной форме иллюстрирующей особенности его протекания в зависимости от многообразия исходных условий задачи. На рис.2 для варианта движения с  $u_\infty$  и  $\xi_t$ , равными нулю, т.е. в неподвижной внешней среде и без внешней турбулентности, начальном содержании инертной примеси в струе  $\varepsilon_0 = 0$  и некоторым наборе значений чисел Рейнольдса из интервала  $3000 \leq \text{Re}_0 \leq 10^5$  приведены кривые зависимости средней температуры струи от продольной координаты  $x$ .

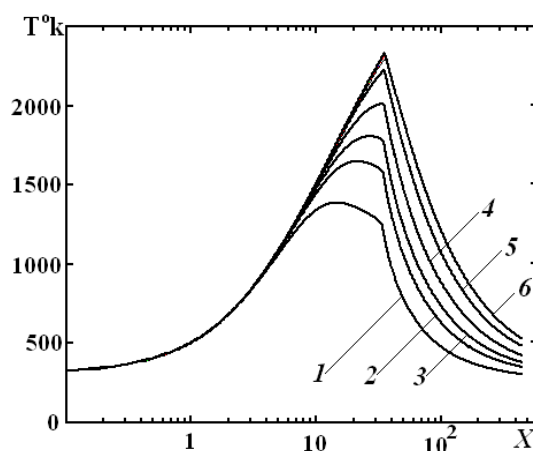


Рис.2. Кривые средней температуры вдоль струи  $T(x)$  при  $u_\infty = 0, \varepsilon_0 = 0$  и ряде значений числа Рейнольдса: 1 –  $\text{Re} = 3000$ ; 2 –  $10^4$ ; 3 –  $2 \cdot 10^4$ ; 4 –  $5 \cdot 10^4$ ; 5 –  $10^5$ ; кривая 6 – расчет варианта без учета эффектов теплового излучения.

Кривые 1-5 рассчитаны с учетом теплового излучения. Отметим, что излом на нисходящей ветви кривых соответствует моменту полного исчерпания горючего струи. Иллюстрацией роли излучения служит кривая 6, рассчитанная при его отсутствии. Фактически это все кривые из указанного интервала чисел  $\text{Re}_0$ , слившиеся в одну кривую. Объяснение полученному эффекту излучения состоит в том, что с ростом  $\text{Re}_0$  (точнее с ростом начальной скорости струи  $u_0$ ) относительные потери на излучение по сравнению с тепловыделением от реакции горения уменьшаются и, соответственно, возрастает средняя температура, достигая максимума при  $u_0 \rightarrow \infty$ . Независимость температуры от числа Рейнольдса в отсутствие излучения объясняется весьма слабой зависимостью от  $\text{Re}_0$  эффективных скоростей реакции  $W_f$  и  $W_v$ , кривые которых как функции  $x$  при тех же условиях горения и числах Рейнольдса приведены на рис.3.

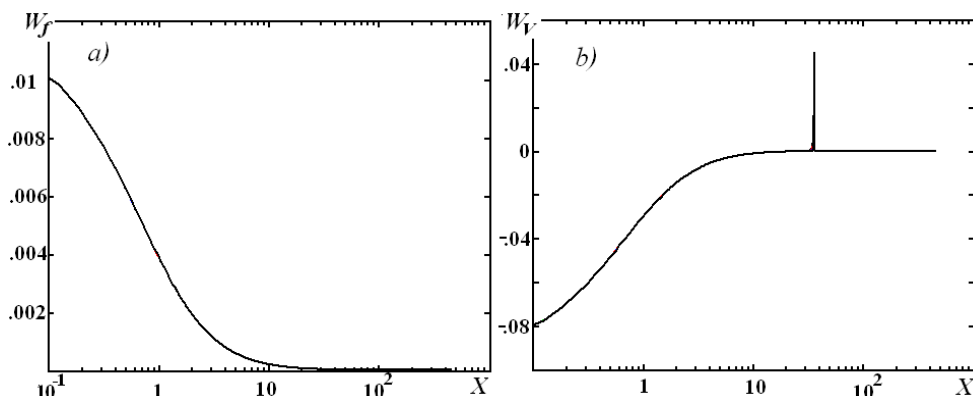


Рис.3. Кривые эффективной скорости горения водорода  $W_f$  (рис.3 а) и эффективной скорости изменения реакционного объема  $V_{rok}$  кислорода в объеме струи  $W_v$  как функции продольной координаты  $x$  при всех прочих параметрах горения, что и на рис.2.

Отметим, что кривая  $W_f(x)$  на рис.3 а практически полностью совпадает с максимальной скоростью горения, лимитируемой скоростью захвата кислорода из внешней среды (5), за исключением малой зоны в окрестности полного исчерпания горючего. Детали поведения кривых  $W_f$  и  $W_v$  в этой зоне показаны на рис.4.

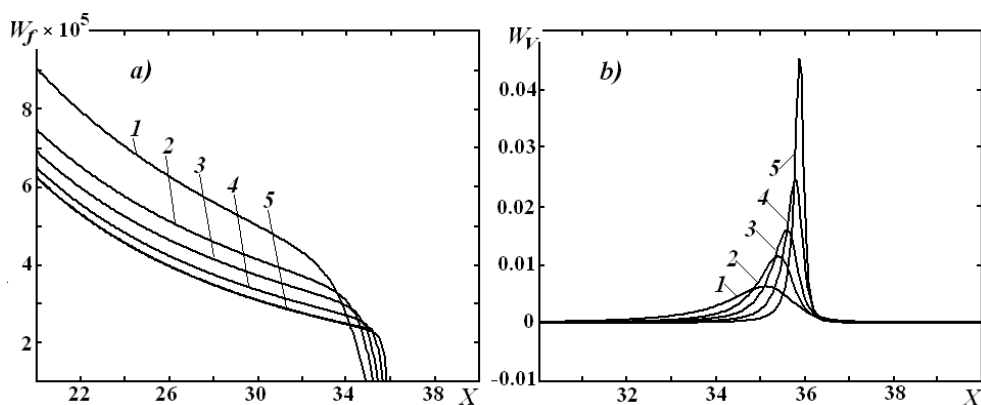


Рис.4. Кривые  $W_f(x)$  и  $W_v(x)$  в области максимума температуры горения и полного исчерпания горючего при тех же условиях движения и горения и тех же числах Рейнольдса и соответствующим им номерах кривых, что и на рис.2-3.

Истинно сложный характер взаимодействия различных физических механизмов, обусловивших независимость величин  $W_f$  и  $W_v$  от числа Рейнольдса почти на всем протяжении струи подчеркивает тот факт, что формулы (27) и (29), по которым они рассчитывались, явно зависят как от числа Рейнольдса, так и от других искомых параметров, в частности, от  $V_{ok}$  и  $V_{rok}$ , кривые которых при тех же условиях горения представлены на рис.5.

Среди отмеченных выше внешних условий горения струи в опытах часто варьируются такие параметры, как объемное содержание инертной примеси в струе  $\epsilon_0$ , скорость и турбулентность спутного течения [16,22]. На рис.6. приведены

кривые температуры и теплоемкости струи при  $Re_0 = 20000$ ,  $u_\infty = 0$  и некотором наборе значений параметра  $\varepsilon_0$ .

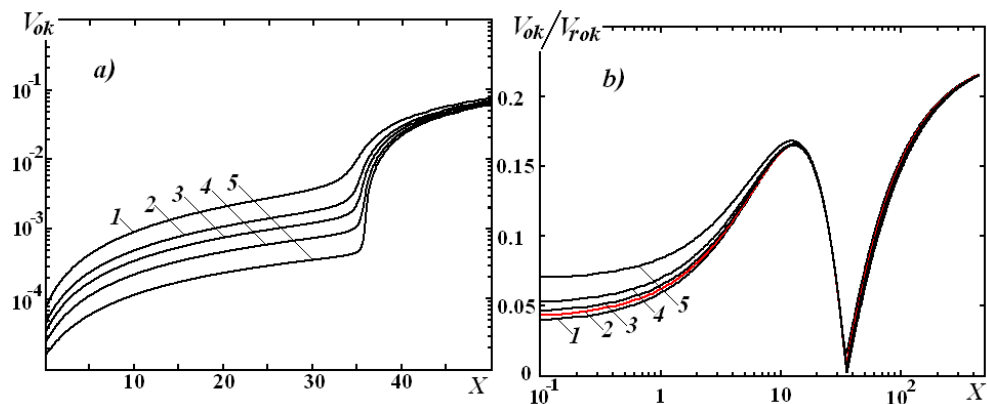


Рис.5. Кривые физической объемной доли  $V_{ок}$  окислителя и ее отношения к объемной реакционной доли  $V_{рок}$ , т.е. той части объема, где могут находиться его молекулы, вдоль струи при тех же условиях горения и движения, что и на предыдущих рисунках.

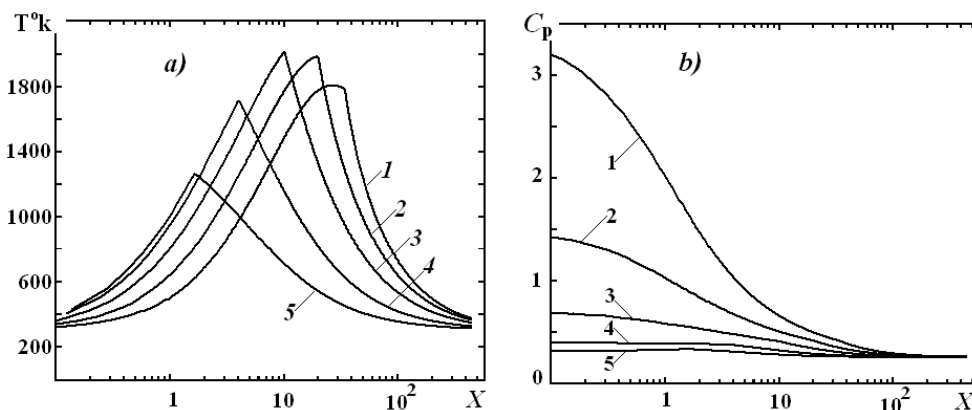


Рис.6. Кривые температуры и теплоемкости при  $Re_0 = 20000$ ,  $u_\infty = 0$  и ряде значений объемной доли примеси инертного газа (азота) в выходном сечении струи: кривая 1 -  $\varepsilon_0 = 0$ ; 2 - 0.1; 3 - 0.3; 4 - 0.6; 5 - 0.8.

Интересной особенностью полученных кривых явилось то, что максимум температуры горения струи горючего, существенно разбавленной инертной примесью азота (кривая 3), оказался на  $200^\circ$  выше, чем для струи чистого водорода. Объяснение данному эффекту дают кривые теплоемкости (рис.6 а), резко падающие с ростом содержания инертной примеси в струе горючего газа.

В работе [22] измерялась длина факела горения струй различных горючих газов, определяемая как то расстояние вдоль оси  $x$ , на котором ее температура падает до  $T_L \approx 800 - 900^\circ K$ . Экспериментальные данные этой и других упомянутых в ней работ для области турбулентных чисел Рейнольдса аппроксимировались зависимостью:

$$L/D_0 = c_1 Re^{0.2} (D_*/D_0)^{1/2} (1 - \varepsilon_0)^{c_2} \quad (31)$$

где для водорода коэффициенты  $c_1 = 2.64$ ,  $c_2 = 0.8$ ,  $D_* = 0.3\text{см}$  – условный диаметр. Полученный результат возрастания  $L$  с ростом числа  $Re$ , трудно объяснить с точки

зрения классических представлений. Действительно, с одной стороны движение турбулентных струй от молекулярной вязкости не зависит, а с другой с ростом  $Re$  интенсивность перемешивания и, следовательно, эффективная скорость горения должны только возрастать. При этом длина факела горения может только сокращаться, в пределе  $Re \rightarrow \infty$ , достигая некоторого минимального значения. Однако с точки зрения результатов предлагаемой теории эффект возрастания  $L$  с ростом числа Рейнольдса элементарно объясняется отмеченным выше относительным уменьшением вклада излучения в тепловой баланс струи. На рис.7 представлены результаты теоретических расчетов  $L$  струи чистого водорода в неподвижной внешней среде окислителя – воздуха (т.е. для случая с  $\varepsilon_0 = 0$  и  $u_\infty = 0$ ) при  $T_L = 850^\circ K$  по уравнениям модифицированной теории захвата внешней среды, учитывающей разность плотности струи горючего газа и окислителя внешней среды, в двух вариантах – кривая с номером 2 с учетом и номером 3 без учета теплового излучения и для сравнения кривая с номером 1 по эмпирической зависимости (31). Как видно из приведенных кривых, учет излучения по закону излучения черного тела дает несколько заниженные значения длины факела горения по сравнению с экспериментальными данными, а вообще без учета - завышенные. Очевидно, что кривые с учетом возможных поправок на излучение по закону серого тела расположатся между кривыми с номерами 2 и 3 и, следовательно, еще ближе к экспериментальной кривой 1.

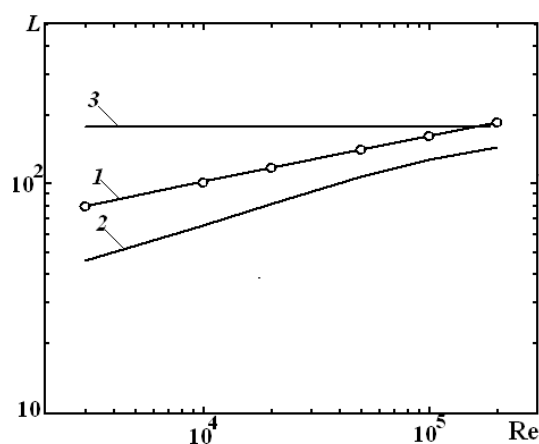


Рис.7. Безразмерная длина факела горения струи водорода  $L \equiv L/(2r_0)$  для варианта с  $\varepsilon_0 = 0$  и  $u_\infty = 0$  как функция числа Рейнольдса струи в ее выходном сечении  $x = 0$ . Кривая 2 рассчитана с учетом излучения, а кривая 3 – без; кривая 1 – эксперимент (корреляция (31)).

## 6. ВЫВОДЫ

1. Теоретически решается задача высокотемпературного горения турбулентной струи горючего газа в окружающей среде окислителя - воздуха. В отличие от ранее разрабатывавшихся полуэмпирических моделей движения и горения турбулентных струй учтена главная особенность движения турбулентной струи – наличие четкой границы раздела между струей и внешней ламинарной средой. Предложен альтернативный существующим представлениям механизм завихрения внешней среды на границах турбулентных струй. В его основе лежит идея образования турбулентных вихрей на границах турбулентных струй как

единственного механизма динамического взаимодействия ламинарного и потенциального течения внешней среды с турбулентным течением самой струи. Дан вывод обобщенного уравнения захвата внешней среды (баланса «турбулентной» жидкости) с учетом эффектов различия плотностей струи и внешнего течения.

2. Учтены два важных фактора горения – зависимость теплоемкости струи от температуры и состава и тепловое излучение в рамках закона Стефана-Больцмана. Фактор границы как источника турбулентности дал основание описывать искомые параметры струи (скорость, концентрации, температуру) в упрощенной форме однородных распределений по сечению струи, а поверхность струи рассматривать как поверхность излучения при заданной температуре струи.
3. Исходя из представлений о структуре турбулентности как совокупности независимых турбулентных частиц – вихрей получено выражение для эффективной скорости горения  $W_r$  в турбулентной среде. Введено понятие реакционных объемов реагентов, играющих роль своеобразных реагентов. Для них, как и для реагирующих веществ, получено выражение эффективной скорости реакции и на этой основе дан вывод уравнения баланса реакционных объемов, замкнувшего систему уравнений, описывающих процесс горения в условиях турбулентного смешения реагентов.
4. Поскольку в теории отсутствуют подгоночные константы и эмпирические корреляции, то все расчетные зависимости должны выражать суть объективных закономерностей горения турбулентных струй и поэтому могут представлять интерес для возможной экспериментальной проверки. В частности, получено качественное соответствие расчетов длины факела горения опытным данным. Дано объяснение тому факту, что наблюдаемый эффект возрастания длины факела горения с ростом числа Рейнольдса связан с относительным уменьшением потерь на излучение в тепловом балансе струи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов Р.И., Сабельников С.А. Турбулентность и горение. – М.: Наука, 1983. – 245 с.
2. Методы расчета турбулентных течений / Под ред. В.Колльмана. – М.: Мир, 1984. – 463 с.
3. Bilger R.W. Turbulent flows with nonpremixed reactants in turbulent reacting flows. – Libby P.A. & Williams F.A. (Eds.), 1994.
4. Turbulent reacting flows / Libby P.A., Williams F.A. (Eds.) – N.Y.: Acad. Press, 1994.
5. Pope S.B. Advances in PDF methods for turbulent reactive flows / In Advances in Turbulence X, Andersson H.I. and Krogstad P.-A. (Eds.) – CIMNE, 2004. – P.529-536.
6. Bilger R.W., Pope S.B., Bray K.N.C., Driscoll J.F. Paradigms in turbulent combustion research. Proceedings of the Combustion Institute. – 2005. – Vol.30. – P.21-42.
7. Варнатц Ю., Маас У., Диббл Р. Горение. Физические и химические аспекты, моделирование, эксперименты. – М.: Физматлит, 2006. – 352 с.
8. Burke S.P., Schumann T.E.W. Diffusion flames // Ind.Eng.Chem. – 1928. – Vol.20. – P.998.
9. Hawthorne W.R., Weddell D.S. / Third Symposium on Combustion and Flame and Explosion Phenomena, 1948. – P.266.

10. Toor H.L. Mass transfer in dilute turbulent systems with rapid irreversible reactions // A.I.Ch.E. Journal. – 1962. – Vol.8. – N1. – P.70-78.
11. Абрамович Г.Н. Теория турбулентных струй. – М.: Наука, 1984. – 715 с.
12. Вулис Л.А., Ярин Л.П. Аэродинамика факела. – Л.: Энергия, 1978. – 216 с.
13. Сполдинг Д.Б. Горение и массообмен. – М.: Машиностроение, 1985. – 236 с.
14. Corrsin S., Kistler A.L. Free-stream boundaries of turbulent flows // NASA Rept. – 1955. – N1244.
15. Westerweel J., Fukushima C., Pedersen J.M., Hunt J.C.R., Momentum and scalar transport at the turbulent/non-turbulent interface of a jet // J. Fluid Mech. – 2009. – Vol.631. – P.199-230.
16. Аннушкин Ю.М. Основные закономерности выгорания турбулентных струй водорода в воздушных каналах // ФГВ. – 1981. – Т.17. – №4. – С.59.
17. Щитенков Е.С. Физика горения газов. – М.: Наука, 1965. – 739 с.
18. Крайко В.Е., Макаров В.Е. Одномерная математическая модель камеры сгорания водородовоздушного гиперзвукового прямоточного реактивного двигателя // Изв. АН СССР, МЖГ. – 1997. – №1. – С.146.
19. Прудников А.Г. К вопросу о вихревом горении // ФГВ. – 2010. – Т.46. – №6. – С.12.
20. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Т.1 и 2 / Под ред. В.П.Глушко. – Изд. АН СССР, 1978-1982г.
21. Danckwerts P.V. Gas-liquid reactions. – New York: Mc. Grew Hill, 1969.
22. Полежаев Ю.В., Воробьев Б.А., Коровин Г.К. Экспериментальное исследование длины свободного диффузионного факела горючих газов, разбавленных инертными газами // ИФЖ. – 2010. – Т.83. – №2. – С.298-303.

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА PIV ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ АЭРОДИНАМИКИ

Гаджимагомедов Г.Г., Власов В.А., Лутовинов В.М., Сбоев Д.С.

ФГУП Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского,  
г. Жуковский, Россия

## РЕЗЮМЕ

Данная статья представляет собой краткий обзор работ, выполненных в аэродинамических трубах ЦАГИ, направленных на выявление возможностей и преимуществ метода PIV в решении ряда задач аэродинамики.

В первой работе была реализована методика бесконтактного измерения аэродинамических сил, действующих на двухмерный профиль крыла в потоке. По полученным данным о двумерном поле скорости вокруг профиля рассчитывались коэффициенты подъемной силы и сопротивления. Для оценки эффективности применения и погрешностей данной методики определены коэффициенты подъемной силы по распределению давления на поверхности модели и коэффициенты профильного сопротивления по результатам измерения дефекта полного давления в следе за моделью.

Во второй работе исследовались нестационарные вихревые структуры в турбулентном течении над обратным уступом. Для получения характеристик вихревого движения связанного с когерентными структурами в потоке применялась методика, основанная на вейвлет преобразовании двухмерных полей скорости, полученных с помощью измерений методом PIV. Разработан и реализован алгоритм автоматической идентификации вихрей, позволяющий обрабатывать большие массивы экспериментальных данных и получать статистические характеристики вихревого течения.

Целью третьей работы являлась разработка методики и раскрытие возможностей метода PIV для решения задачи исследования вихревой структуры, образующейся в течении, возникающем при засасывании воздуха воздухозаборником, расположенным низко над экраном имитирующем взлетно-посадочную полосу.

## 1. ИЗМЕРЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ПРОФИЛЬ КРЫЛА

Методика расчета аэродинамических сил [1] по полю скорости заключается в интегрировании газодинамических переменных вдоль контрольной поверхности вокруг объекта в потоке. Если предполагать течение несжимаемым и вязкость постоянной, то применение данной методики требует знания поля скорости в области, окруженной контрольной поверхностью, а также распределения давления по ней. Система PIV позволяет измерить поле скоростей, а распределение давления можно получить с помощью конечно-разностной аппроксимации уравнений Навье-Стокса:

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} = \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

Тогда аэродинамическую силу получаем при помощи теоремы импульсов, интегрируя выражение:

$$\mathbf{F} = \iint_S (\boldsymbol{\tau} - p\mathbf{I} - \rho\mathbf{u}\mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} dS, \quad \tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$



где  $\mathbf{u}$  – скорость,  $p$  – давление,  $\rho$  – плотность,  $\tau$  – тензор вязких напряжений. Данный метод может применяться как в двумерных, так и в трехмерных течениях.

В двумерных течениях коэффициент профильного сопротивления  $C_x$  также может быть рассчитан по распределению скорости в следе за моделью, измеренном с помощью системы регистрации полей скорости по изображениям частиц:

$$C_x = \frac{2}{U_\infty^2 b} \int u(U_\infty - u) dy,$$

где  $U_\infty$  – скорость набегающего потока,  $u$  – местная скорость в следе,  $b$  – хорда модели,  $W$  обозначает интегрирование вдоль вертикальной координаты в следе.

Эксперименты выполнены в малоскоростной АДТ Т-03 ЦАГИ. В качестве модели использовалось прямое крыло с симметричным профилем НАСА 65<sub>2</sub>-015 размахом 998 мм и хордой  $b$  длиной 100 мм. Модель располагалась по центру рабочей части АДТ. При нулевом угле атаки ее передняя кромка располагалась на расстоянии 650 мм от среза сопла. Измерения проводились на углах атаки  $\alpha$  равных 0, 2.5°, 5°, 7.5°, 10° и 12.5°. Для измерения поля скоростей использовалась PIV система "ПОЛИС". Плоскость лазерного ножа проходила посередине размаха модели. Оптическая система была настроена так, что позволяла измерять мгновенное двумерное поле скоростей вокруг модели с пространственным разрешением 1.5×1.5 мм. На каждом угле атаки делалось 200 кадров мгновенных полей скоростей в сечении перпендикулярном размаху крыла, которые далее усреднялись. По полученным данным рассчитывались коэффициенты подъемной силы и сопротивления.

Для оценки эффективности применения и погрешностей методики измерялись коэффициенты подъемной силы по распределению давления на поверхности модели и коэффициенты профильного сопротивления по результатам измерения дефекта полного давления в следе за моделью. Модель имела 23 приемных отверстия для измерения распределения давления по ее поверхности. Распределение полного давления в следе за моделью измерялось с помощью гребенки насадков полного давления, расположенной на расстоянии 1.4 $b$  от задней кромки модели. Насадки в гребенке расположены с шагом 2.5 мм. Количество точек, описывающих распределение дефекта полного давления в следе – 13-15.

На рис.1 приведено осредненное поле модуля скорости, полученное в эксперименте при угле атаки модели 5°, а также показаны построенные по измеренным векторам скорости линии тока. Видно, что полученное поле течения хорошо согласуется с известными представлениями об особенностях двумерного обтекания профиля.

Коэффициенты подъемной силы, вычисленные по измеренным полям скорости и по распределениям давления на модели, показаны на рис.2. Для оптического метода приведены средние значения  $C_y$ , полученные осреднением результатов вычислений по 25 контрольным контурам. Относительная невязка результатов на углах атаки до 10° составляет менее 1.5%. Средняя по углу атаки погрешность измерений  $C_y$  с помощью системы PIV составила 2.83%.

На рис.3 приведены результаты измерения двумя методами коэффициента сопротивления. Согласование данных пневмометрических и оптических измерений весьма хорошее, хотя значения  $C_x$ , полученные оптическим методом несколько выше полученных с использованием гребенки насадков полного давления. Абсолютное значение невязки практически постоянное во всем исследованном

диапазоне углов атаки и составило 0.001. Среднее значение относительной невязки во всем исследованном диапазоне углов атаки составило 3.2%.

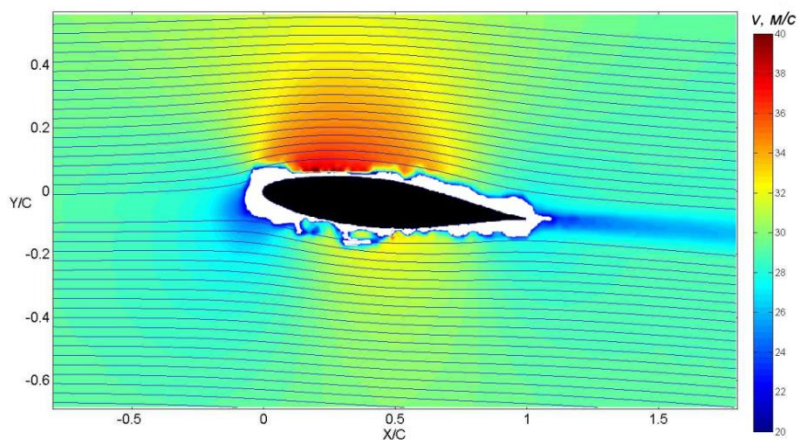


Рис.1. Поле модуля скорости и картина линий тока при  $\alpha = 5^\circ$ .

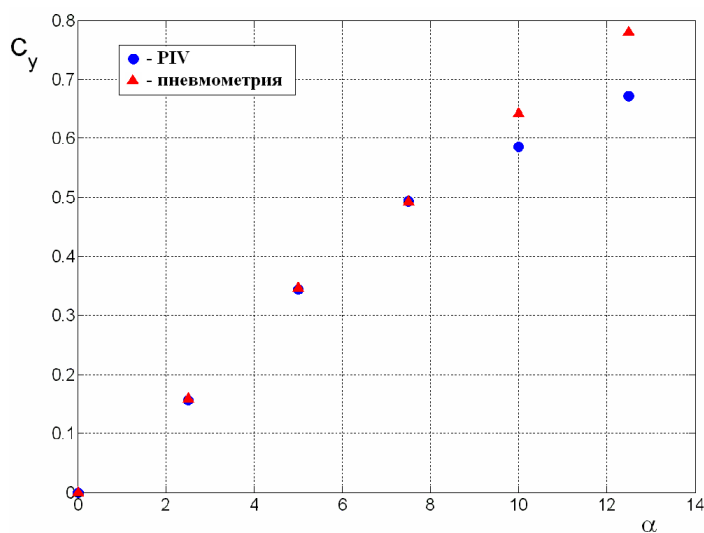


Рис.2. Результаты измерений  $C_y$  с помощью системы PIV и по распределению давления на поверхности модели для разных углов атаки.

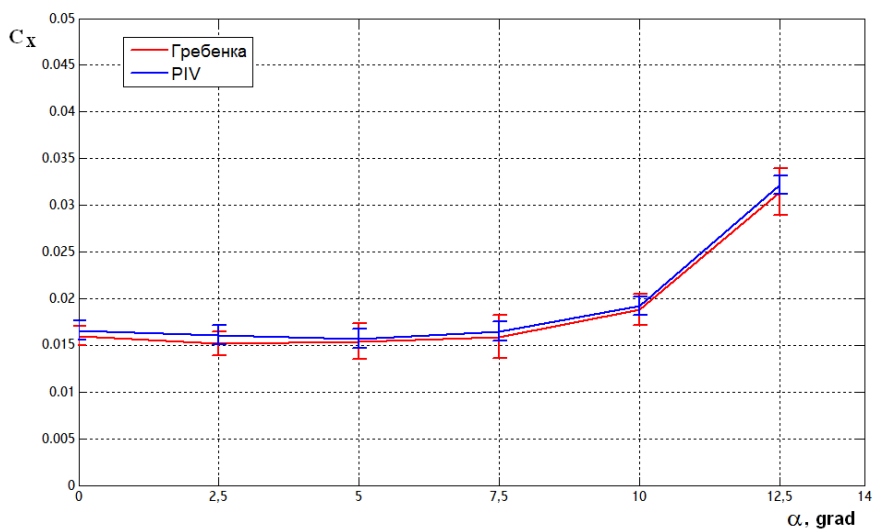


Рис.3. Результаты измерений  $C_x$  определенного по распределением дефекта полного давления в следе за моделью и по данным системы PIV.

Приведенные данные позволяют заключить, что применение комплекса регистрации полей скорости по изображениям частиц "ПОЛИС" обеспечивает определение аэродинамических коэффициентов при двумерном обтекании крылового профиля со средней погрешностью не выше 3%.

## **2. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТ АНАЛИЗА ДАННЫХ PIV**

В данной работе исследованы нестационарные вихревые структуры в турбулентном течении над обратным уступом. Для получения характеристик вихревого движения связанного с когерентными структурами в потоке применялась методика, основанная на вейвлет преобразовании двумерных полей завихренности, полученных с помощью измерений полей скоростей методом PIV. Был разработан и реализован алгоритм автоматической идентификации вихрей, что позволило обработать большой массив экспериментальных данных и получить статистические характеристики вихревого течения применительно к результатам измерений системы PIV в зоне возвратного течения за уступом.

Метод идентификации вихрей [2] основан на вейвлет преобразовании мгновенных полей квадрата завихренности, полученных из PIV измерений. Считается, что распределение завихренности в поперечном сечении вихря хорошо аппроксимируется функцией Гаусса. Такая структура известна как вихрь Озена. На основе этого предположения для формы исследуемых вихревых структур в качестве анализирующей функции был выбран вейвлет Маара:

$$\Psi(x, y) = (2 - x^2 - y^2) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right)$$

Квадрат завихренности был выбран в качестве характеристики течения, по которой определялось наличие вихревых структур. Преобразование поля квадратичной завихренности проводилось в виде свертки:

$$\langle \Psi_{l,x',y'} | \omega^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2(x, y) \Psi_{l,x',y'} dx dy$$

Вейвлет Маара использовался в полярных координатах:

$$\Psi_{l,r'}(r) = \frac{1}{l} \Psi\left(\frac{r-r'}{l}\right) = \frac{1}{l} \left(2 - \frac{(r-r')^2}{l^2}\right) \exp\left(-\frac{(r-r')^2}{2l^2}\right)$$

где  $l$  - является масштабным коэффициентом вейвлета. В работе [2] показано, что если применять к вихрю Озена вейвлет преобразование такого рода разного масштаба, при некотором характерном масштабе наблюдается максимум значения свертки в центре вихря. Там же выведена зависимость диаметра вихря  $D$  от масштаба вейвлета  $l$ , при котором вейвлет преобразование достигает максимума:  $D=2,5886l$ .

Данное вейвлет преобразование не позволяет выделить вихрь на фоне сдвигового течения, так как оба вида течений создают возмущения в поле завихренности. Для решения данной проблемы были разработаны методы, которые с помощью различных критериев позволяют выделить области, где завихренность связана преимущественно с наличием вихря. В данной работе использовался так называемый  $\lambda_2$ -критерий локального минимума давления, предложенный в работе

[3]. В областях завихренности вызванных вихрем  $\lambda_2$ -параметр принимает отрицательные значения.

Эксперимент проводился в АДТ Т-03 ЦАГИ. Скорость набегающего потока измерялась с помощью трубки Пито-Прандтля, установленной у среза сопла АДТ, и была равна 20 м/с. В центре рабочей части располагалась модель уступа размахом 1 м и длиной 0,6 м, выполненная из органического стекла. Высота уступа 0,02 м. Измерения полей скорости системой PIV проводилось в области размером 100\*100 мм за уступом.

На рис.4 представлен результат измерений системы PIV в виде среднего поля скорости и линий тока построенных по нему.

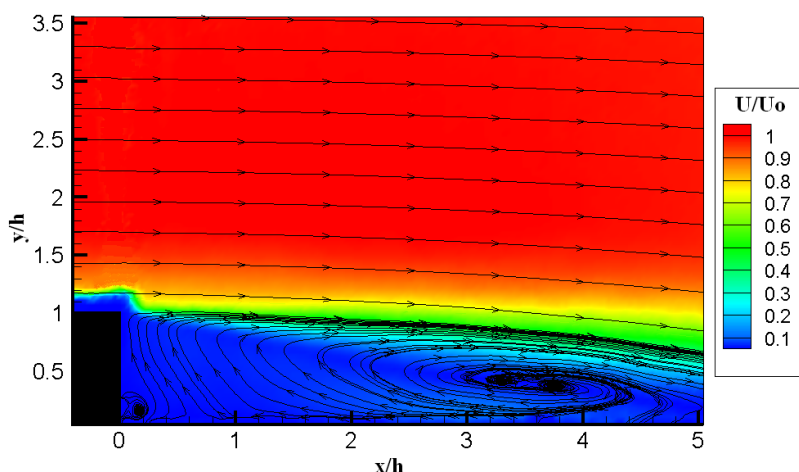


Рис.4. Среднее поле скорости и линии тока.

На рис.5 и 6 показаны поля квадрата завихренности и  $\lambda_2$ -параметра для одного из мгновенных полей скорости. Вектора на рисунке представляют разность мгновенной реализации векторного поля скорости и усредненного по 200 реализациям поля скорости.

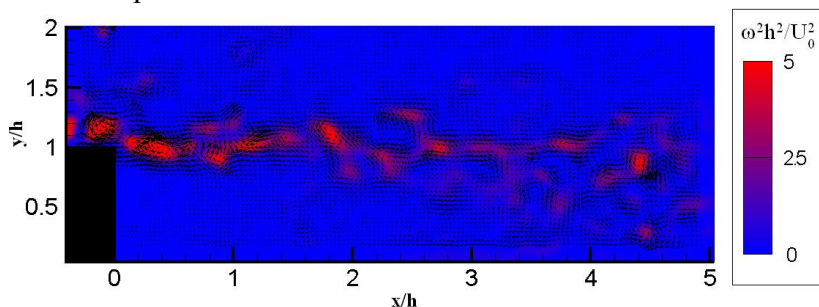


Рис.5. Поле квадрата завихренности.

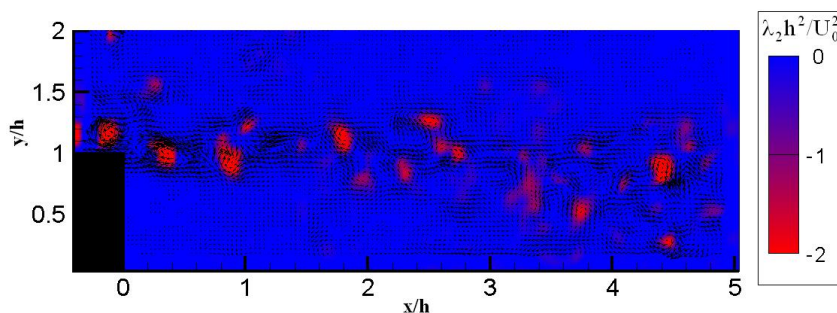


Рис.6. Поле  $\lambda_2$ -параметра.

С помощью методики идентификации вихрей, описанной выше было обработано 200 мгновенных полей скорости и подсчитано распределение вихрей по размерам, представленное на рис.7. В данной работе от уступа отрывался турбулентный пограничный слой. На график так же нанесено распределение вихрей по размерам в случае отрыва ламинарного пограничного слоя, полученного в работе [2]. Видно, что в случае турбулентного погранслоя увеличивается дисперсия распределения вихрей по размерам, что качественно совпадает с результатами анализа ламинарного и турбулентного отрыва на уступе [4].

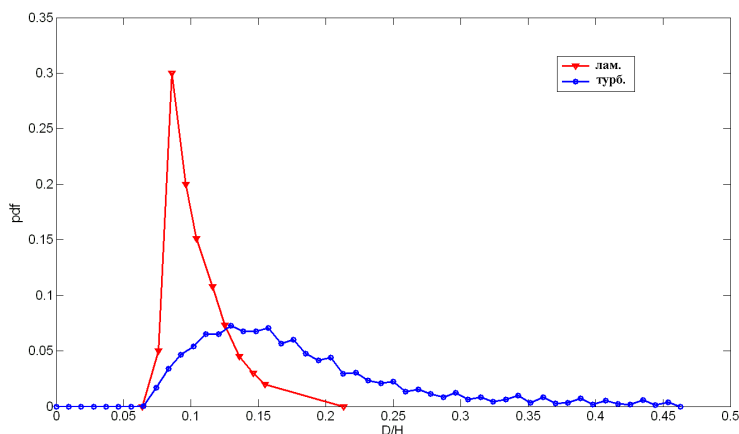


Рис.7. Распределение вихрей по размерам для случаев отрыва ламинарного и турбулентного пограничного слоя.

### **3. ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ПОЛЯ СКОРОСТИ ВОЗЛЕ ВОЗДУХОЗАБОРНИКА ВБЛИЗИ ЭКРАНА**

Целью данной работы являлась визуализация мгновенных полей скорости в течении, возникающем при засасывании воздуха моделью воздухозаборника вблизи экрана, имитирующего ВПП.

Актуальность исследования вызвана необходимостью разработки методов борьбы от попадания посторонних предметов в двигатель самолета. При эксплуатации самолетов с ТРД, в особенности при их базировании на аэродромах пониженного класса, наблюдается большое число случаев повреждения лопаток компрессора посторонними предметами, попадающими в двигатель с ВПП. Выявлено, что одной из основных причин является засасывание посторонних предметов воздушным вихрем с поверхности аэродрома при низком расположении силовых установок над поверхностью ВПП.

Испытания проводились при наличии горизонтального экрана, имитирующего взлетно-посадочную полосу (рис.8), при суммарном расходе воздуха через модель воздухозаборника  $G=1,5$  кг/с. Расстояние от центра входа в воздухозаборник до поверхности экрана равнялось  $H=220$  мм, при этом расстояние от нижней кромки воздухозаборника до экрана равнялось 105 мм.

В экспериментальных исследованиях вихреобразования и засасывания посторонних предметов в воздухозаборник двигателя при работе на месте и в начальный момент разбега летательного аппарата необходимо моделировать ветровые условия. В данном эксперименте моделирование ветра осуществлялось ветровой установкой, которая осуществляла обдув модели боковым ветром под углом  $\beta = 90^\circ$  к оси воздухозаборника со скоростью  $V=2$  м/с.

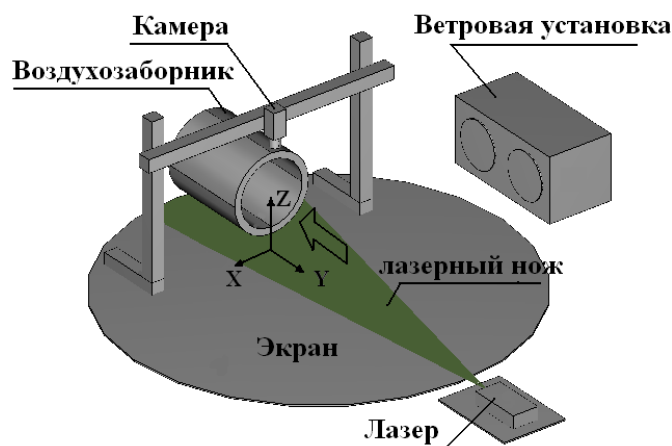


Рис.8. Схема эксперимента по визуализации поля течения около воздухозаборника.

Двухмерные мгновенные поля скорости были измерены с помощью метода PIV в горизонтальных (XY) сечениях, расположенных на расстояниях  $z=24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 104$  и  $124$  мм от поверхности экрана. Оптическая система обеспечивала размеры измерительной области от  $160 \times 160$  мм до  $190 \times 190$  мм. Камеры крепились на специальной стойке, располагавшейся на экране и позволявшей удобно выставлять необходимое положение камер. Лазер устанавливался на координатник, позволявший перемещать его вдоль вертикального направления. Генератор дыма располагался за ветровой установкой, что обеспечивало равномерный засев потока. На рис.8 показано расположение осей координат с центром в точке проекции нижней кромки воздухозаборника на горизонтальный экран.

Для каждой горизонтальной измерительной области было получено по 200 реализаций мгновенных двухкомпонентных полей скорости. Далее их усреднением были рассчитаны средние поля скорости, показанные на рис.9. Черным цветом на рисунках обозначены области, где вектора скорости не были получены.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана и реализована в условиях АДТ Т-03 методика измерения аэродинамических нагрузок на профиле крыла с помощью PIV системы. Результаты измерений методом PIV сравнивались с результатами пневмометрических измерений (распределение давления на поверхности модели и дефект полного давления в следе за моделью). Сравнение показало хорошее соответствие результатов измерений обоими методами коэффициентов подъемной силы и сопротивления. Погрешность измерений аэродинамических характеристик системой PIV оказалась равной 3%.

Реализована программа идентификации вихревых структур с помощью вейвлет преобразования поля завихренности. Данный алгоритм позволил обработать большой массив экспериментальных данных полученных системой PIV в слое смешения за уступом при отрыве турбулентного пограничного слоя и получить распределение вихревых структур по размерам. Сравнение с аналогичными результатами для случая отрыва ламинарного пограничного слоя [2] показало, что данный результат качественно совпадает с результатами других работ [4].

Разработана методика измерения системой PIV двухкомпонентных полей скорости в вихревом течении, возникающем при засасывании воздуха моделью воздухозаборника вблизи горизонтального экрана, имитирующего ВПП.



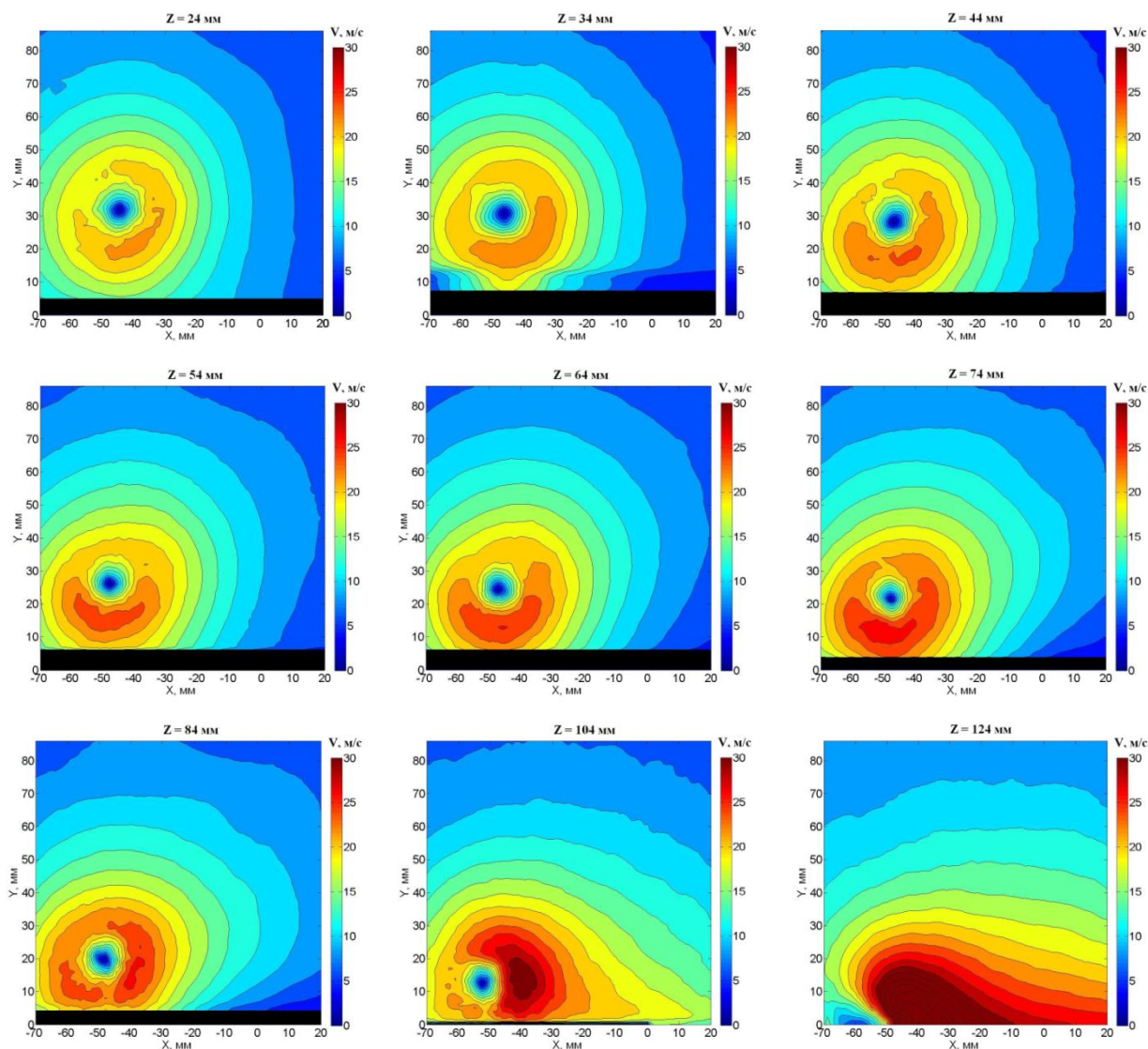


Рис.9. Средние поля модуля скорости для горизонтальных измерительных областей, расположенных на расстояниях  $Z=24, 34, 44, 54, 64, 74$  мм от поверхности экрана.

На экспериментальном стенде проведены исследования, результаты которых показывают возможности использования системы измерения полей скорости применительно к решению данной задачи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Van Oudheusden B.W., Casimiri E.W.F., Scarano F. Aerodynamic load characterisation of a low speed aerofoil using particle image velocimetry // The Aeronaut J. – 2008. – Vol.112. – N1130. – P.197-205.
2. Schram C., Rambaud P., Reithmuller M.L. Wavelet based eddy structure eduction from a backward facing step flow investigated using particle image velocimetry // Exp. Fluids. – 2004. – N36. – P.233-245.
3. Jeong J., Hussain F. On the identification of a vortex // J Fluid Mech. – 1995. – N285. – P.69-94.

4. Roos F.W., Kegelman J.T. Control of coherent structures in Reattaching laminar and turbulent shear layers // AIAA Journal. – 1986. – Vol.24. – N12. – P.1956-1963.



## **МЕТОД ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ НЕРАВНОМЕРНО НАГРЕТЫХ ОБОЛОЧЕК ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ**

Колесников К.С., Острик А.В. \*, Бакулин В.Н. \*\*, Емельянов В.В. \*\*

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,  
г. Москва, Россия*

*\* ФГБУН Институт проблем химической физики РАН, г. Черноголовка, Россия*

*\*\* ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия*

### **РЕЗЮМЕ**

Рассматривается метод численного интегрирования уравнений движения многослойных неравномерно нагретых композитных оболочек переменной толщины. Используется известный подход на основе неявной конечно-разностной схемы и расщепления по пространственным переменным. В отличие от него, для облегчения возможности перехода от одних оболочечных моделей к другим, предлагается не стремиться к компактной математической постановке задачи в перемещениях а, наоборот, максимально расщепить задачу, разбив ее на вполне естественные для теории оболочек блоки расчета. Расчет напряжений по деформациям проводится в рамках послойного анализа на основе уравнений упругопластического деформирования и условий разрушения.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Тепловое и механическое действия потоков излучений и частиц (ПИЧ) приводят к неравномерному нагреву тонкостенной конструкции, тепловому уносу и возникновению в этой конструкции волновых процессов, приводящих к откольным разрушениями. Образующиеся при механическом действии излучений и частиц (МДИЧ) волны напряжений, распространяясь по многослойному пакету тонкостенной конструкции, отражаются от его внешних и внутренних границ, взаимодействуют друг с другом и затухают: их амплитуда падает, а длительность возрастает. После нескольких отражений от свободных поверхностей пространственная протяженность волн становится соизмеримой с толщиной и деформирование конструкции переходит в оболочечную стадию [1,2]. Применение демфирующих пористых покрытий и экранов, существенно снижая роль волновых процессов в разрушении корпуса [3], практически не защищает от образования трещин и развития недопустимых прогибов при деформировании несущего элемента как оболочки [3,4]. Нестационарное деформирование оболочечных конструкций сопровождается изменением их жесткости из-за накопления микрповреждений в неоднородной структуре (для композитных корпусов) или переходе материала в область пластического течения (в случае корпусов с металлическим несущим слоем), что также необходимо учитывать при высоких уровнях ПИЧ.

Таким образом, для прогнозирования последствий воздействия ПИЧ с учетом оболочечной стадии деформирования конструкции ЛА требуется численная модель нестационарного деформирования и разрушения многослойной неравномерно прогретой оболочки переменной толщины (профилирование толщины происходит вследствие теплового уноса и откольных разрушений, распределенных по поверхности неравномерно облучаемой тонкостенной конструкции).

Растущие возможности современных ЭВМ позволяют строить весьма общие численные модели деформирования и разрушения многослойных анизотропных

оболочечных конструкций [2,5-16]. Далее строится один из вариантов такой модели [16] нестационарного деформирования тонкостенных конструкций с учетом основных особенностей рассматриваемой задачи совместного теплового и механического действия ПИЧ на корпуса ЛА: многослойности и анизотропии конструкции; переменности толщины; неравномерности прогрева по толщине; упругопластического поведения (в случае металлического несущего слоя); больших формоизменений до разрушения. При разработке программы на ЭВМ, реализующей предлагаемую нестационарную модель деформирования тонкостенных конструкций, одним из критериев выбора и построения численных методов и алгоритмов было стремление к универсальности, позволяющей, в частности [16]:

- переходить от одних оболочечных моделей к другим (например, от гипотезы Кирхгофа-Лява к модели Тимошенко);
- включать в код новые модели деформирования и разрушения;
- оперативно менять геометрию и структуру рассчитываемых тонкостенных конструкций и т.д.

Желательно при этом, чтобы численный код был «безаварийным» и не терял точности при больших деформациях и формоизменениях. Реализация этих требований возможна лишь при высоком качестве используемого численного метода решения нестационарных уравнений теории многослойных оболочек.

## **1. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Несмотря на бурное развитие методов расчета нестационарных процессов в деформируемых твердых телах, разработка методов численного моделирования динамического деформирования и разрушения тонкостенных конструкций в рамках оболочечных моделей не потеряла своей практической значимости. Это обусловлено, во-первых, возможностью снижения размерности задачи, а, следовательно, и большей обзорностью получаемых численных результатов, во-вторых, тем хорошо известным фактом, что вне рамок оболочечных гипотез численное моделирование нестационарных процессов в тонкостенных конструкциях требует столь значительных затрат времени ЭВМ, что не всегда оказывается осуществимым.

Современные линейные и нелинейные модели многослойных, в общем случае неанізотропных (как правило, ортотропных), оболочек используются для численного моделирования динамики тонкостенных конструкций при действии не сильно локализованных нагрузок и возможности осреднения параметров нестационарных процессов по толщине [2,5-29]. Решение уравнений движения совместно с определяющими уравнениями, начальными и граничными условиями проводится, как правило, численно с помощью одного из следующих методов: Бубнова-Галеркина [24,27], метода конечных элементов [28] и конечно-разностного.

Остановимся на последнем, как имеющем наибольшее распространение и возможность применения для широкого круга задач. В зависимости от типа применяемой конечно-разностной схемы это метод может быть: явным [2,5,6,17,21,23], неявным [16,20,22] или гибридным (явно-неявным) [26,29]. Применение явных схем приводит к известной парадоксальной ситуации [29]: во многих случаях малость временного шага по времени диктуется узкими областями с резкими градиентами решений, которые могут и не иметь принципиального значения для точности результатов во всей расчетной области (конечно, заранее

определить могут или не могут, как правило, не удастся). Гибридные схемы, предлагаемые в [26,29], несколько улучшают ситуацию, но применяемая в них явная составляющая не гарантирует абсолютной устойчивости, свойства, которое, во-первых, важно при выходе на стационарные режимы, а во-вторых, представляется желательным для обеспечения универсальности кода.

В настоящей работе используется подход [20,22] на основе неявной конечно-разностной схемы и расщепления по пространственным переменным. В отличие от [20,22], для облегчения возможности перехода от одних оболочечных моделей к другим, предлагается [16] не стремиться к компактной математической постановке задачи в перемещениях (такая постановка весьма затруднительна в реализации для большинства современных оболочечных моделей), а, наоборот, максимально расщепить задачу, разбив ее на вполне естественные блоки расчета (деформаций в слоях по перемещениям; напряжений по деформациям в рамках послойного анализа [6,17] на основе уравнений упругопластического деформирования и условий разрушения; усилий и моментов посредством численного интегрирования напряжений по слоям; уравнений движения в усилиях и моментах). В результате получается нелинейная система большого числа конечно-разностных уравнений, решение которой возможно лишь весьма эффективными методами, обладающими высокой устойчивостью. Используется линеаризация этих уравнений методом Ньютона и матричная прогонка с выбором главного элемента по столбцу, которая теоретически корректна для любой определенной системы линейных уравнений (в отличие от обычной прогонки не требует выполнения практического критерия “диагонального преобладания”).

## **2. СВЯЗЬ ДЕФОРМАЦИЙ С ПЕРЕМЕЩЕНИЯМИ И УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ**

Тонкостенные элементы конструкций ЛА представляют собой многослойные оболочки вращения под действием, как правило, осесимметричных теплосиловых полетных нагрузок. Очевидно, что тепловое и механическое действия ПИЧ являются односторонними и осевой симметрией не обладают. Для упрощения задачи будем считать, что воздействия ПИЧ обладают симметрией относительно плоскости, проходящей через ось рассчитываемой оболочки вращения и точку расположения источника ПИЧ. В общем случае, это имеет место в условиях отсутствия атмосферы или при совпадении оси оболочки с направлением по радиусу Земли (направлением изменения плотности атмосферы). При многократном воздействии рассматриваемое предположение выполняется, если у оболочки отсутствует вращение вокруг оси симметрии. Конечно, при этом предполагается, что выход ПИЧ из источника также симметричен относительно рассматриваемой плоскости.

Предположение о наличии плоскости симметрии (далее, секущей плоскости) теплого и механического действий ПИЧ существенно упрощает задачу, поскольку позволяет при расчетах рассматривать лишь половину конструкции с соответствующими условиями симметрии на границах, образованных пересечением этой плоскости с оболочкой вращения (в случае заполненных оболочек внутренний канал также должен быть симметричен относительно секущей плоскости).

Таким образом, при расчете мы ограничиваемся рассмотрением половинок оболочек вращения с симметричными относительно секущей плоскости распределениями теплового и механического действий ПИЧ и теплосиловых полетных нагрузок.

Уравнения, описывающие нестационарное поведение оболочки, представляются в лагранжевой системе координат, отнесенной к деформированной конфигурации (рис.1). Положение каждой точки оболочки с лагранжевыми координатами  $(\xi^1, \xi^2, z)$  задается декартовыми координатами  $R^i(\xi^1, \xi^2, z, t)$ ,  $(i=1,2,3)$ .

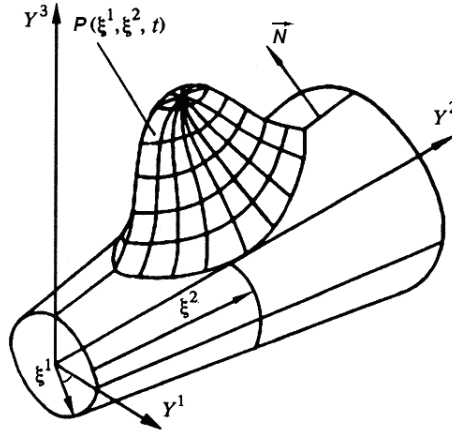


Рис.1. Системы координат (декартова и криволинейная) в модели деформирования оболочки.

Деформирование слоя оболочки по его толщине определяется принимаемой в расчете оболочечной гипотезой. В качестве простейшей может служить гипотеза Кирхгофа-Лява. Согласно этой гипотезе, положения точек на нормали к оболочке  $N^i(\xi^1, \xi^2, z, t)$  определяются положением точек поверхности приведения  $Y^i(\xi^1, \xi^2, t)$  (линейным по  $z$  соотношением):

$$R^i(\xi^1, \xi^2, z, t) = Y^i(\xi^1, \xi^2, t) + z N^i(\xi^1, \xi^2, t), \quad (1)$$

где  $z$  – расстояние точки до поверхности приведения;  $(\xi^1, \xi^2)$  – криволинейные координаты на поверхности приведения.

Деформации  $\varepsilon_{\alpha\beta}$  и их приращения  $\Delta\varepsilon_{\alpha\beta}$  также линейно зависят от  $z$  (эти соотношения используются для расчета приращения деформаций на временных шагах) [2,6]:

$$2\Delta\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{\partial R^i}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial R^i}{\partial \xi^\beta} - \frac{\partial R_0^i}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial R_0^i}{\partial \xi^\beta} = (A_{\alpha\beta} - A_{\alpha\beta,0}) - 2z(B_{\alpha\beta} - B_{\alpha\beta,0}), \quad 2\Delta\varepsilon_{\alpha\beta} = \Delta A_{\alpha\beta} - 2z\Delta B_{\alpha\beta},$$

$$A_{\alpha\beta} = Y_\alpha^i Y_\beta^i, \quad \Delta A_{\alpha\beta} = Y_\alpha^i \Delta Y_\beta^i + Y_\beta^i \Delta Y_\alpha^i - \Delta Y_\beta^i \Delta Y_\alpha^i, \quad Y_\alpha^i = \frac{\partial Y^i}{\partial \xi^\alpha}, \quad (2)$$

$$\Delta B_{\alpha\beta} = Y_{\alpha\beta}^i \Delta N^i = -\frac{\partial N^i}{\partial \xi^\alpha} Y_\beta^i = -\frac{\partial N^i}{\partial \xi^\beta} Y_\alpha^i, \quad \Delta B_{\alpha\beta} = Y_{\alpha\beta}^i \Delta N^i + N^i \Delta Y_{\alpha\beta}^i - Y_{\alpha\beta}^i \Delta N^i, \quad Y_{\alpha\beta}^i = \frac{\partial^2 Y^i}{\partial \xi^\alpha \partial \xi^\beta},$$

где  $A_{\alpha\beta}, B_{\alpha\beta}$  – метрический тензор и тензор кривизны на поверхности приведения. В (2) и далее по повторяющимся индексам предполагается суммирование. При выводе (2) в соответствие с гипотезой Кирхгофа-Лява слагаемыми порядка  $z^2$  пренебрегается. Здесь и далее индексы, обозначаемые греческими буквами, принимают значения  $\alpha, \beta, \delta, \rho, \sigma = 1, 2$ .

Усилия и моменты определяются интегрированием напряжений  $\sigma^{\alpha\rho}$  по толщине конструкции:

$$\begin{aligned} n^{\alpha\beta} &= \int \sigma^{\alpha\rho} (\delta_\rho^\beta - zB_\rho^\beta) \sqrt{|G|/|A|} dz, \\ m^{\beta\delta} &= \int \sigma^{\alpha\rho} (\delta_\rho^\beta - zB_\rho^\beta) \sqrt{|G|/|A|} z dz, \\ G_{\alpha\beta} &= R_\alpha^i R_\beta^i, \quad |G| = \det(G_{\alpha\beta}), \quad |A| = \det(A_{\alpha\beta}) \end{aligned} \quad (3)$$

где  $G_{\alpha\beta} = G_{\alpha\beta}(\xi^1, \xi^2, z, t)$  - компоненты метрического тензора.

Для вычисления входящих в (3) полей тензора напряжений при известных из (2) деформациях и скоростях их изменения необходимо использовать конкретные физические модели деформирования и разрушения материалов.

Для расчета ускорения точек поверхности приведения используются уравнения равновесия моментов:

$$m^{\beta\alpha} |_\beta - q^\alpha = 0 \quad (4)$$

и уравнения движения в проекциях на оси деформированной криволинейной системы координат [20]:

$$n^{\sigma\alpha} |_\sigma - q^\sigma B_\sigma^\alpha + F^\alpha = m_{sh} a^\alpha, \quad (5)$$

$$n^{\sigma\delta} B_{\delta\sigma} + q^\sigma |_\sigma + F^3 = m_{sh} a^3, \quad (6)$$

где  $q^\sigma$  – компоненты перерезывающей силы на единицу длины поверхности приведения;  $m_{sh}$  – масса на единицу площади оболочки;  $(F^\alpha, F^3)$  – компоненты внешней силы на единицу площади в криволинейной системе координат с базисными векторами  $(\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{N})$ . Вертикальная черта означает ковариантное дифференцирование относительно деформируемой поверхности.

С целью удобства для численного решения задачи уравнения (5) умножаются на базисные векторы  $\vec{A}_\alpha$ , а уравнение (6) на единичную нормаль  $\vec{N}$  к поверхности приведения соответственно и затем складываются [2,6]. В результате имеем:

$$n^{\sigma\alpha} |_\sigma \vec{A}_\alpha + n^{\sigma\alpha} B_{\delta\sigma} \vec{N} + q^\sigma |_\sigma \vec{N} - q^\sigma B_\sigma^\alpha \vec{A}_\alpha + \vec{F} = m_{sh} \vec{a}, \quad (7)$$

где  $\vec{a}$  – вектор ускорения. Используя определение ковариантной производной и свойства символов Кристоффеля, можно показать, что:

$$n^{\sigma\alpha} |_\sigma \vec{A}_\alpha + n^{\sigma\alpha} B_{\delta\sigma} \vec{N} = |A|^{-1/2} \frac{\partial}{\partial \xi^\sigma} \left( \sqrt{|A|} n^{\sigma\alpha} \vec{A}_\alpha \right), \quad (8)$$

$$q^\sigma |_\sigma \vec{N} - q^\sigma B_\sigma^\alpha \vec{A}_\alpha = |A|^{-1/2} \frac{\partial}{\partial \xi^\sigma} \left( \sqrt{|A|} q^\sigma \vec{N} \right). \quad (9)$$

Из уравнений равновесия моментов (4) находится перерезывающая сила:

$$q^\alpha = A^{\sigma\alpha} Y_\sigma^i Y_{\delta\beta}^i m^{\beta\delta} + |A|^{-1/2} \frac{\partial}{\partial \xi^\beta} \left( \sqrt{|A|} m^{\beta\alpha} \right). \quad (10)$$

Подстановка (8)-(10) в уравнения (7) с учетом условия сохранения массы  $m_{sh} \sqrt{|A|} = m_{sh0} \sqrt{|A_0|}$  приводит к окончательному виду используемых при численном моделировании уравнений движения ( $j = 1,2,3$ ;  $F^i$  – декартовы компоненты силы на единицу площади) [2,6,16]:

$$m_{sh0} \sqrt{|A_0|} \frac{\partial^2 Y^i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial \xi^\alpha} \left( \sqrt{|A|} p^{i\alpha} \right) + \sqrt{|A|} F^i, \quad (11)$$

где  $p^{i\alpha} = n^{\alpha\beta} Y_{\beta}^i + \left[ m^{\beta\delta} A^{\sigma\alpha} Y_{\sigma}^j Y_{\delta\beta}^j + \frac{\partial}{\partial \xi^{\beta}} \left( \sqrt{|A|} m^{\beta\alpha} \right) \right] N^i$ , ( $j=1, 2, 3$ ).

Из уравнений движения (11) определяются искомые функции  $Y^i(\xi^1, \xi^2, t)$  (текущая форма оболочки) при заданных начальных и граничных условиях. В качестве начальных условий задаются исходная форма оболочки  $Y_0^i(\xi^1, \xi^2)$  и скорости точек поверхности приведения  $V_0^i(\xi^1, \xi^2)$  (в частности, скорости точек поверхности приведения в начальный момент времени отличны от нуля при ударном воздействии и импульсном механическом действии ПИЧ, когда  $m_{sh0} V_0^i(\xi^1, \xi^2) = -I_p(\xi^1, \xi^2) N^i$ , где  $I_p$  – импульс давления):

$$Y^i(\xi^1, \xi^2, t) \Big|_{t=0} = Y_0^i(\xi^1, \xi^2), \quad \partial Y^i(\xi^1, \xi^2, t) / \partial t \Big|_{t=0} = V_0^i(\xi^1, \xi^2).$$

При записи граничных условий предполагается, что граница оболочки совпадает с одной из линий  $\xi^1 = \text{const}$  или  $\xi^2 = \text{const}$ . В соответствии с гипотезой Кирхгофа-Лява на каждой границе должно быть задано по четыре условия, которые, например, для линии  $\xi^1 = 0$  записываются в виде:

– для жестко – заземленного края

$$\Delta Y^i \Big|_{\xi^1=0} = 0, \quad \bar{N} \Delta \bar{A}_1 \Big|_{\xi^1=0} = 0$$

– для свободного края

$$m^{11} \Big|_{\xi^1=0} = 0, \quad p^{i1} + |A|^{-1/2} \frac{\partial}{\partial \xi^{\alpha}} \left( \sqrt{|A|} m^{1\alpha} N^i \right) \Big|_{\xi^1=0} = 0$$

– условия симметрии для плоскости,  $Y^2 O Y^3$  (нагрузка, как уже отмечалось, имеет общую плоскость симметрии с поверхностью приведения и, используя условия симметрии, можно ограничиться расчетом лишь половины оболочки)

$$Y^1 \Big|_{\xi^1=0} = 0, \quad Y_{\xi^1}^2 \Big|_{\xi^1=0} = Y_{\xi^1}^3 \Big|_{\xi^1=0} = 0, \quad q^1 \Big|_{\xi^1=0} = 0.$$

На других границах условия формулируются аналогичным образом.

### 3. МОДЕЛИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ

В предлагаемом численном методе применяется послойный анализ напряженно-деформированного состояния по толщине конструкции и необходимость в аналитическом интегрировании в соотношениях (3) отпадает. Однако в тех случаях, когда такое интегрирование возможно, оно существенно сокращает время расчета и повышает его точность. В связи с этим для некоторых моделей деформирования материалов слоев оболочки используются проинтегрированные соотношения (3), а также оказывается полезным метод минимальных жесткостей А.В. Кармишина [7].

Уравнения анизотропного упругого материала. Принципиально важной особенностью КМ является их выраженная анизотропия. В большинстве случаев анизотропия слоев тонкостенных конструкций РКТ носит частный характер: ортотропии или даже трансверсальной изотропии. Однако при разработке универсального численного кода (одним из средств, обеспечивающих универсальность кода, является формулировка всех соотношения в максимально общем тензорном виде) целесообразно рассмотреть общий случай. Обобщенный закон Гука для упругого анизотропного тела в нормальных координатах

( $g^{\alpha\beta} = G^{\alpha\beta}$ ,  $g^{\alpha 3} = 0$ ,  $g^{33} = 1$ ; индекс 3 соответствует оси  $z$  введенной криволинейной системы координат) записывается в виде [20]:

$$\sigma^{ij} = C_{\sigma\rho}^{ij} g^{\sigma\alpha} g^{\rho\beta} \varepsilon_{\alpha\beta} + 2C_{\sigma 3}^{ij} g^{\sigma\alpha} \varepsilon_{\alpha 3} + C_{33}^{ij} \varepsilon_{33} \quad (12)$$

где  $C_{kl}^{ij}$  – компоненты тензора упругих постоянных.

Из (12) получаем:

$$\sigma^{\alpha\beta} = C^{\alpha\beta\delta\rho} \varepsilon_{\delta\rho} + C^{\alpha\beta 33} \varepsilon_{33} \quad (13)$$

$$\sigma^{\alpha 3} = 2C^{\alpha 3\delta 3} \varepsilon_{\delta 3}, \quad \sigma^{33} = C^{33\delta\rho} \varepsilon_{\delta\rho} + C^{3333} \varepsilon_{33} \quad (14)$$

Для исключения  $\varepsilon_{33}$  из соотношений (13) примем, как это принято в теории оболочек, что поперечные нормальные напряжения малы  $\sigma^{33} \approx 0$  и тогда из (14) находим

$$\varepsilon_{33} = -\frac{C^{33\delta\rho}}{C^{3333}} \varepsilon_{\delta\rho}. \quad (15)$$

Подставляя (15) в (13), находим основные соотношения для расчета напряжений в слоях анизотропной оболочки:

$$\sigma^{\alpha\beta} = C^{\alpha\beta\delta\rho} \varepsilon_{\delta\rho} + C^{\alpha\beta 33} \varepsilon_{33} = \left( C^{\alpha\beta\delta\rho} - C^{\alpha\beta 33} C^{33\delta\rho} / C^{3333} \right) \varepsilon_{\delta\rho} = A^{\alpha\beta\delta\rho} \varepsilon_{\delta\rho}, \quad (16)$$

$$A^{\alpha\beta\delta\rho} = C^{\alpha\beta\delta\rho} - C^{\alpha\beta 33} C^{33\delta\rho} / C^{3333}, \quad A^{\alpha\beta\delta\rho} = A^{\beta\alpha\delta\rho} = A^{\alpha\beta\rho\delta} = A^{\delta\rho\alpha\beta}.$$

Приведенные условия симметрии для компонент введенного тензора  $A^{\alpha\beta\delta\rho}$  следуют из его определения и общих симметрий тензора упругих постоянных  $C^{\alpha\beta\delta\rho}$ .

Для слоя оболочки из изотропного материала с модулем упругости  $E_Y$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$  компоненты тензора  $A^{\alpha\beta\delta\rho}$  имеют наиболее простой вид [20]:

$$A^{\alpha\beta\delta\rho} = \frac{E_Y}{1 - \nu^2} \left[ (1 - \nu) G^{\alpha\delta} G^{\beta\rho} + \nu G^{\alpha\beta} G^{\delta\rho} \right]. \quad (17)$$

Уравнения деформационной теории пластичности. Несмотря на ограниченную область применимости (строго говоря, для траекторий нагружения близких к простым, когда все компоненты тензора деформации возрастают пропорционально одному параметру) деформационной теории пластичности [30-32], она широко используется в статике и динамике упругопластических оболочек [18,19,22,33] в связи с простотой численной реализации.

В теории оболочек изменение объема считается, как правило, линейно упругим, как в процессе нагрузки, так и при разгрузке, т.е. среднее нормальное напряжение однозначно описывается законом [30]:

$$\sigma_k^k = 2G \frac{1 + \nu}{1 - 2\nu} \varepsilon_k^k. \quad (18)$$

Используя (18), получаем следующие основные соотношения деформационной теории пластичности в ортогональных криволинейных координатах в трехмерном случае:

$$\sigma_j^j = \frac{2}{3} \left( \frac{\sigma_i}{e_i} \right) \varepsilon_j^j + \frac{1}{3} \left( 2G \frac{1 + \nu}{1 - 2\nu} - \frac{2}{3} \left( \frac{\sigma_i}{e_i} \right) \right) \varepsilon_k^k \delta_j^i. \quad (19)$$

Применительно к оболочечной конструкции, считая, как и для анизотропного тела, что поперечные нормальные напряжения малы ( $\sigma^{33} \approx 0$ ), из (19) находим  $\gamma_3^3$ :

$$\varepsilon_3^3 = -\frac{\eta_p(1+\nu)-(1-2\nu)}{\eta_p(1+\nu)+2(1-2\nu)}\varepsilon_\rho^\rho, \quad \eta_p = 3G\left(\frac{e_i}{\sigma_i}\right). \quad (20)$$

Подставляя (22) в (21), находим основные соотношения для расчета напряжений в слоях изотропной упругопластической оболочки при активном нагружении ( $\dot{\varepsilon}_{\text{int}} > 0$ )

$$\sigma_\beta^\alpha = \frac{2}{3}\left(\frac{\sigma_i}{e_i}\right)\left(\gamma_\beta^\alpha + \frac{\eta_p(1+\nu)-(1-2\nu)}{\eta_p(1+\nu)+2(1-2\nu)}\gamma_\rho^\rho\delta_\beta^\alpha\right). \quad (21)$$

Коэффициент Пуассона для упругопластических металлических слоев в упругой области лежит между 0.25 и 0.35. При переходе в пластическое состояние металл, как правило, становится несжимаемым и  $\nu$  приближается к 0.5. В этом случае множитель при втором слагаемом в (21) обращается в единицу:

$$\left.\frac{\eta_p(1+\nu)-(1-2\nu)}{\eta_p(1+\nu)+2(1-2\nu)}\right|_{\nu=1/2} = 1$$

и основные соотношения (21) существенно упрощаются (теперь в них не входит во многих случаях неизвестный коэффициент Пуассона, зависящий от близости напряженно-деформированного состояния к области пластичности)

$$\sigma_\beta^\alpha = 2(\sigma_i/e_i)(\varepsilon_\beta^\alpha + \varepsilon_\rho^\rho\delta_\beta^\alpha)/3. \quad (22)$$

Полученные соотношения (22) выполняются в процессе нагружения (активной упруго-пластической деформации), когда интенсивность деформаций является возрастающей функцией времени. Поскольку в соответствии с деформационной теорией пластичности разгрузка происходит упруго, то при убывании интенсивности деформации необходимо воспользоваться законом Гука, написанным в приращениях. Из него следуют (звездочкой помечены величины, соответствующие моменту начала разгрузки) соотношения деформационной теории в области разгрузки ( $\dot{\varepsilon}_i \leq 0$ ):

$$\sigma_\beta^\alpha = \sigma_\beta^{\alpha*} + 2G[\varepsilon_\beta^\alpha - \varepsilon_\beta^{\alpha*} + (\varepsilon_\rho^\rho - \varepsilon_\rho^{\rho*})\delta_\beta^\alpha] \quad (23)$$

При применении деформационной теории пластичности для расчета оболочечных конструкций разгрузка, как правило, принимается неограниченно упругой. Для учета влияния нагрева считается, что интенсивность напряжений есть функция интенсивности деформаций и температуры, а модуль сдвига  $G$  (он требуется при описании процесса разгрузки) – функция температуры.

Уравнения пластического течения Прандтля-Рейсса. При численной реализации уравнений пластического течения Прандтля-Рейсса используется метод нормировки упругих напряжений Уилкинса. В упругой области деформирования приращение напряжений  $(\Delta\sigma_\beta^\alpha)^e$  рассчитывается в соответствии с законом Гука для изотропного слоя материала оболочки (в частности, он получается при подстановке (17) в (16) и записи результата в приращениях):

$$(\Delta\sigma_\beta^\alpha)^e = \frac{E_Y}{1+\nu}\left(\Delta\varepsilon_\beta^\alpha + \frac{\nu}{1-\nu}\varepsilon_\rho^\rho\delta_\beta^\alpha\right).$$

При нарушении условия:

$$F_T = [(\sigma_\beta^\alpha)^{\text{old}} + (\Delta\sigma_\beta^\alpha)^e][(\sigma_\alpha^\beta)^{\text{old}} + (\Delta\sigma_\alpha^\beta)^e] - [(\sigma_\rho^\rho)^{\text{old}} + (\Delta\sigma_\rho^\rho)^e]^2/3 - 2\sigma_T^2/3 \leq 0, \quad (24)$$

обеспечивающего расположение тензора напряжений внутри области, ограниченной поверхностью текучести Мизеса-Генки (где  $(\sigma_\beta^\alpha)^{\text{old}}$  – значение тензора напряжений



на предыдущем временном шаге), материал переходит в состояние пластического течения и приращение  $\Delta\sigma_\beta^\alpha$  определяется соотношениями:

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_\beta^\alpha &= (\Delta\varepsilon_\beta^\alpha)^e + (\Delta\varepsilon_\beta^\alpha)^p, \\ (\Delta\varepsilon_\beta^\alpha)^e &= \frac{1+\nu}{E_Y} \left( \Delta\sigma_\beta^\alpha - \frac{\nu}{1+\nu} \Delta\sigma_\rho^\rho \delta_\beta^\alpha \right), \\ (\Delta\varepsilon_\beta^\alpha)^p &= \left( (\Delta\sigma_\beta^\alpha)^{old} - \frac{1}{3} (\Delta\sigma_\rho^\rho)^{old} \delta_\beta^\alpha \right) \lambda_p,\end{aligned}$$

где  $\lambda_p$  – неизвестный параметр, вычисляемый далее.

Из последней системы уравнений следует, что приращение напряжений задается формулой:

$$\Delta\sigma_\beta^\alpha = (\Delta\sigma_\beta^\alpha)^e + (\sigma_\beta^\alpha)^t \lambda_p,$$

где  $(\sigma_\beta^\alpha)^t = (\sigma_\beta^\alpha)^{old} - \frac{1-2\nu}{3(1-\nu)} (\sigma_\rho^\rho)^{old} (\delta_\beta^\alpha)$ .

Неизвестный параметр  $\lambda$  находится из условия равенства нулю функции текучести, которое сводится к квадратному уравнению ( $F_T$  определяется из (26)):

$$\begin{aligned}a_1 \lambda_p^2 + 2a_2 \lambda_p + F_T &= 0 \\ a_1 &= (\sigma_\beta^\alpha)^t (\sigma_\alpha^\beta)^t - \frac{1}{3} [(\sigma_\rho^\rho)^t]^2 \\ a_2 &= (\sigma_\beta^\alpha)^t [(\sigma_\alpha^\beta)^{old} + (\Delta\sigma_\alpha^\beta)^e] - \frac{1}{3} (\sigma_\rho^\rho)^t [(\sigma_\rho^\rho)^{old} + (\Delta\sigma_\rho^\rho)^e]\end{aligned}$$

откуда

$$\lambda_p = -a_2 / a_1 + \sqrt{(a_2 / a_1)^2 - F_D / a_1}.$$

Модели разрушения. Поскольку в предлагаемом подходе к расчету оболочек используется послойный анализ напряженно-деформируемого состояния, то для учета разрушения в слоях можно вводить уменьшение их деформационных свойств в соответствии с уровнем накопленных повреждений вплоть до полного отключения вклада разрушенных слоев в жесткостные характеристики тонкостенной конструкции.

В частности, для слоев высокомодульного композитного материала нитяной намотки в численном коде используется структурная модель послойного разрушения [34] ранее применяемая в [35,36] для расчета исчерпания несущей способности композитных баллонов высокого давления в результате теплового действия ПИЧ различной физической природы. При оценке прочности ортотропных слоев из армированных материалов оказывается также полезной модель отдельной прочности армирующих нитей и связующего [15].

Для численного моделирования разрушения металлических слоев используется кинетическая модель накопления повреждения [37]. Следует отметить, что реализация более детальных моделей разрушения слоев в численных кодах расчета нестационарных процессов в оболочечных конструкциях при использовании послойного анализа напряженно-деформированного состояния, как правило, не приводит к принципиальным затруднениям, однако их практическое применение весьма ограничено, вследствие отсутствия соответствующих экспериментальных констант для конструкционных материалов.

Рассматриваемые тонкостенные многослойные конструкции ЛА содержат тонкие клеевые соединения, обеспечивающие совместное деформирование разнородных слоев. Поэтому одним из возможных механизмов нарушения прочности оболочки является разрушение клеевого соединения и образование расслоений. Расчет расслоений, исходя из трехмерных уравнений теории упругости [38] – сложен, в рамках настоящей работы более предпочтительным оказывается подход [39], развитый В.А.Фельдштейном с учетом нелинейности характеристики клеевой прослойки.

В соответствии с этим подходом нормальные  $\sigma_n$  и касательные  $\sigma_\tau$  напряжения в склейке определяются относительными нормальными  $\delta_n$  и тангенциальными  $\delta_\tau$  смещениями, соответственно:

$$\sigma_n = \begin{cases} a_{gl} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} \delta_n\right) & -1 \leq \delta_n \leq 0, \\ \sigma_{n\max} \left[1 - (1 - \delta_n)^{\theta_{gl}}\right] & 0 < \delta_n \leq \delta_{n\max}, \\ 0 & \delta_n > \delta_{n\max}. \end{cases} \quad \sigma_\tau = \begin{cases} \sigma_{\tau\max} \left[1 - (1 - |\delta_\tau|)^{\xi_{gl}}\right] & |\delta_\tau| \leq \delta_{\tau\max}, \\ 0 & |\delta_\tau| > \delta_{\tau\max}. \end{cases} \quad (25)$$

Отметим, что определение введенных параметров склеек  $\sigma_{n\max}$ ,  $\sigma_{\tau\max}$ ,  $\theta_{gl}$ ,  $\xi_{gl}$ ,  $a_{gl}$ ,  $\delta_{n\max}$ ,  $\delta_{\tau\max}$  представляет сложную экспериментальную задачу. Положение облегчается тем, что при достаточной малости толщины склейки  $h_{gl}$  по отношению к характерному прогибу конструкции результаты расчетов разрушения склейки мало зависят от всех этих параметров кроме предельных напряжений при растяжении  $\sigma_{n\max}$  и на сдвиг  $\sigma_{\tau\max}$ , значения которых известны для большинства клеевых соединений.

#### 4. КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

В предлагаемом алгоритме используется блочный подход, при котором система дифференциальных уравнений математической модели оболочки разбивается на подсистемы – расчетные блоки (это разбиение традиционно в теории оболочек). Далее для каждой подсистемы конечно-разностные соотношения выписываются отдельно, что соответствует их поблочной реализации в численном коде. Для простоты все уравнения записываются для чисто неявной схемы, в которой все пространственные производные аппроксимируются на верхнем временном слое  $n+1$ , что дает первый порядок точности по времени. При необходимости повышения порядка аппроксимации в коде реализован последующий явный корректор (при этом получается схема типа предиктор – корректор с неявным предиктором), обеспечивающий второй порядок точности по временной переменной.

Уравнения движения. Уравнения движения (11) в конечных разностях имеют вид:

$$\begin{cases} V_{kl}^{in+1/2} - \frac{2 \Delta t}{m_{sh0} \sqrt{|A|} (\Delta \xi_k^1 + \Delta \xi_{k-1}^1)} \Lambda_{1+} \left( \sqrt{|A|} p^{i1} \right)_{k-1/2l}^{n+1/2} = \frac{\Delta t}{m_{sh0} \sqrt{|A|}} \left( \sqrt{|A|} F^i \right)_{kl}^{n+1/2} + V_{kl}^{in}, \\ V_{kl}^{jn+1} - \frac{2 \Delta t}{m_{sh0} \sqrt{|A|} (\Delta \xi_l^2 + \Delta \xi_{l-1}^2)} \Lambda_{2+} \left( \sqrt{|A|} p^{j2} \right)_{kl-1/2}^{n+1} = V_{kl}^{jn+1/2}, \end{cases} \quad (26)$$

где  $\Delta t$  – дискретный шаг по времени;  $V^i = \dot{Y}^i$  – декартовы компоненты скорости поверхности приведения;  $k, l$  – индексы пространственной сетки по переменным  $\xi^1$ ,  $\xi^2$ ;  $\Lambda_{1\pm}$ ,  $\Lambda_{2\pm}$  – разностные сеточные операторы по первой и второй пространственным переменным (например,  $\Lambda_{1+} f_{lk} = f_{l+1k} - f_{lk}$ ,  $f_{lk}$  – произвольная сеточная функция).

Согласно (26) двумерная задача неявного шага по времени распадается в конечно-разностном виде на два этапа (дробных шага по Я.Н. Яненко). На первом шаге решается одномерная задача по переменной  $\xi^1$ , на втором – по переменной  $\xi^2$ . Поскольку последовательность дробных шагов ничем не лимитируется, то имеет смысл ее изменять при переходе от одного целого шага к следующему, что обеспечивает симметрию разностной схемы по отношению к пространственным переменным  $\xi^1$  и  $\xi^2$ . Отметим, что на каждом дробном шаге используется вся совокупность вычислений по блокам, представленным ниже.

**Блок геометрии.** Этот блок служит для расчета величин, характеризующих геометрию поверхности приведения. Конечно-разностные соотношения для него имеют вид (суммирование по повторяющимся индексам  $k, l$  в этих соотношениях нет; здесь и далее в этом подразделе  $\varepsilon = 1/2, 1$ ):

$$\begin{aligned} \Delta Y_{kl}^{in+\varepsilon} &= V_{kl}^{in+\varepsilon} \Delta t, \quad Y_{kl}^{in+\varepsilon} = Y_{kl}^{in+\varepsilon-1/2} + \Delta Y_{kl}^{in+\varepsilon}, \\ \Delta Y_{\alpha kl}^{in+\varepsilon} &= \Lambda_{\alpha}^2 (V_{kl}^{in+\varepsilon}) \frac{\Delta t}{\Delta \xi_{\alpha}^{\varepsilon} + \Delta \xi_{\alpha-k-1}^{\varepsilon}}, \quad Y_{\alpha kl}^{in+\varepsilon} = Y_{\alpha kl}^{in+\varepsilon-1/2} + \Delta Y_{\alpha kl}^{in+\varepsilon}, \\ \Delta A_{\alpha\beta kl}^{n+\varepsilon} &= \Delta Y_{\alpha kl}^{in+\varepsilon} Y_{\beta kl}^{jn+\varepsilon} + Y_{\alpha kl}^{in+\varepsilon} \Delta Y_{\beta kl}^{in+\varepsilon} - \Delta Y_{\alpha kl}^{in+\varepsilon} \Delta Y_{\beta kl}^{in+\varepsilon}, \quad \Delta A_{\alpha\beta kl}^{n+\varepsilon} = A_{\alpha\beta kl}^{n+\varepsilon-1/2} + \Delta A_{\alpha\beta kl}^{n+\varepsilon}, \\ \Delta \bar{N}_{kl}^{n+\varepsilon} &= \Delta \left( \frac{[\bar{Y}_1, \bar{Y}_2]}{([\bar{Y}_1, \bar{Y}_2], [\bar{Y}_1, \bar{Y}_2])^{1/2}} \right)_{kl}^{n+\varepsilon} = \frac{[\bar{Y}_1^{n+\varepsilon}, \bar{Y}_2^{n+\varepsilon}]_{kl}}{([\bar{Y}_1^{n+\varepsilon}, \bar{Y}_2^{n+\varepsilon}]_{kl})^{1/2}} - \frac{[\bar{Y}_1^{n+\varepsilon} - \Delta \bar{Y}_1^{n+\varepsilon}, \bar{Y}_2^{n+\varepsilon} - \Delta \bar{Y}_2^{n+\varepsilon}]_{kl}}{([\bar{Y}_1^{n+\varepsilon} - \Delta \bar{Y}_1^{n+\varepsilon}, \bar{Y}_2^{n+\varepsilon} - \Delta \bar{Y}_2^{n+\varepsilon}]_{kl})^{1/2}}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\Delta Y_{11kl}^{in+\varepsilon} = \left( \frac{\Lambda_{1+} V_{kl}^{in+\varepsilon}}{\Delta \xi_k^1} - \frac{\Lambda_{1-} V_{kl}^{in+\varepsilon}}{\Delta \xi_{k-1}^1} \right) \frac{2 \Delta t}{\Delta \xi_k^1 + \Delta \xi_{k-1}^1}, \quad Y_{11kl}^{in+\varepsilon} = Y_{11kl}^{in+\varepsilon-1/2} + \Delta Y_{11kl}^{in+\varepsilon},$$

$$\Delta Y_{22kl}^{in+\varepsilon} = \left( \frac{\Lambda_{2+} V_{kl}^{in+\varepsilon}}{\Delta \xi_l^2} - \frac{\Lambda_{2-} V_{kl}^{in+\varepsilon}}{\Delta \xi_{l-1}^2} \right) \frac{2 \Delta t}{\Delta \xi_l^2 + \Delta \xi_{l-1}^2}, \quad Y_{22kl}^{in+\varepsilon} = Y_{22kl}^{in+\varepsilon-1/2} + \Delta Y_{22kl}^{in+\varepsilon},$$

$$\Delta Y_{21k+1/2l+1/2}^{in+\varepsilon} = \Delta Y_{12k+1/2l+1/2}^{in+\varepsilon} = (\Lambda_{1+} V_{kl+1}^{in+\varepsilon} - \Lambda_{1+} V_{kl}^{in+\varepsilon}) \frac{\Delta t}{\Delta \xi_l^2 \Delta \xi_k^1},$$

$$Y_{21k+1/2l+1/2}^{in+\varepsilon} = Y_{12k+1/2l+1/2}^{in+\varepsilon} = Y_{12k+1/2l+1/2}^{in+\varepsilon-1/2} + \Delta Y_{12k+1/2l+1/2}^{in+\varepsilon},$$

$$\Delta B_{\alpha\beta kl}^{n+\varepsilon} = Y_{\alpha\beta kl}^{in+\varepsilon-1/2} \Delta N_{kl}^{in+\varepsilon} + \Delta Y_{\alpha\beta kl}^{in+\varepsilon-1/2} N_{kl}^{in+\varepsilon} - \Delta Y_{\alpha\beta kl}^{in+\varepsilon-1/2} \Delta N_{kl}^{in+\varepsilon}, \quad B_{\alpha\beta kl}^{n+\varepsilon} = B_{\alpha\beta kl}^{n+\varepsilon-1/2} + \Delta B_{\alpha\beta kl}^{n+\varepsilon},$$

где  $\Lambda_{\alpha}^2 = (\Lambda_{\alpha+} + \Lambda_{\alpha-})/2$  – симметричный разностный оператор.

**Блок деформаций.** Блок служит для расчета текущих компонент тензора деформаций  $\varepsilon_{\alpha\beta}$  и его изменений  $\Delta \varepsilon_{\alpha\beta}$  (при переходе от одного дробного шага к другому) по изменению геометрических характеристик поверхности приведения. В узловых точках каждый слой оболочки разбивается на подслои, в которых рассчитывается напряженно деформированное состояние конструкции и суммированием, по которым находятся усилия и моменты в поверхности приведения. При этом, хотя решаемая задача по пространственным переменным и двумерная, но напряженно-

деформированное состояние представляется трехмерными массивами, что упрощает реализацию моделей деформирования и разрушения, а также расчет неравномерно прогретых многослойных оболочек переменной толщины.

Расчетные соотношения блока различны в зависимости от используемых оболочечных гипотез. Как следует из (2), в простейшем случае выполнения гипотезы Кирхгофа-Лява для всего пакета оболочки в целом компоненты тензора деформаций и их изменения записываются в виде ( $\zeta = 1, \dots, K$  – номер подслоя;  $K$  – общее число подслоев во всех слоях оболочки):

$$\begin{aligned} \left( \varepsilon_{\alpha\beta kl}^{n+\varepsilon} \right)_{\zeta} &= \left( \varepsilon_{\alpha\beta kl}^{n+\varepsilon-1/2} \right)_{\zeta} + \left( \Delta \varepsilon_{\alpha\beta kl}^{n+\varepsilon} \right)_{\zeta}, \\ \left( \Delta \varepsilon_{\alpha\beta kl}^{n+\varepsilon} \right)_{\zeta} &= \frac{1}{2} \left( \Delta A_{\alpha\beta kl}^{n+\varepsilon} - 2z_{kl\zeta} \Delta B_{\alpha\beta kl}^{n+\varepsilon} \right). \end{aligned} \quad (28)$$

**Блок расчета напряжений по подслоям.** Напряжения рассчитываются по известным деформациям и их приращениям, используя определяющие уравнения. В частности, для упругого изотропного подслоя с номером  $\zeta$  имеем:

$$\left( \sigma_{kl}^{\alpha\beta} \right)_{\zeta}^{n+\varepsilon} = \frac{E_Y}{1 - \nu^2} \left[ (1 - \nu) G^{\alpha\delta} G^{\beta\rho} + \nu G^{\alpha\beta} G^{\delta\rho} \right] \left( \varepsilon_{\delta\rho kl}^{n+\varepsilon} \right)_{\zeta},$$

где матрица  $A^{\alpha\beta}$  – матрица обратная матрице метрического тензора  $A_{\alpha\beta}$  ( $A^{\alpha\rho} A_{\rho\beta} = \delta_{\beta}^{\alpha}$ ):

$$A^{11} = A_{22} / \left( \det(A_{\alpha\beta}) \right)^{1/2}, \quad A^{22} = A_{11} / \left( \det(A_{\alpha\beta}) \right)^{1/2}, \quad A^{12} = A^{21} = -A_{12} / \left( \det(A_{\alpha\beta}) \right)^{1/2}. \quad (29)$$

Аналогично записываются соотношения для расчета компонент тензора напряжений  $\sigma^{\alpha\beta}$  и в случае других моделей деформирования, представленных выше.

**Блок расчета усилий и моментов в поверхности приведения.** Усилия и моменты в каждом узле ( $k, l$ ) расчетной сетки определяются интегрированием по толщине оболочки согласно соотношениям (3), которое заменяется суммированием по подслоям многослойной оболочки:

$$n_{kl}^{\alpha\beta n+\varepsilon} = \int \sigma_{kl}^{\alpha\rho n+\varepsilon} \left[ (\delta_{\rho}^{\beta} - z B_{\rho kl}^{\beta}) \sqrt{|G|_{kl} / |A|_{kl}} \right]^{n+\varepsilon} dz \approx \sum_{\zeta=1}^M \left( \sigma_{kl}^{\alpha\rho} \right)_{\zeta}^{n+\varepsilon} \left[ (\delta_{\rho}^{\beta} - z_{kl\zeta} B_{\rho kl}^{\beta}) \sqrt{|G|_{kl\zeta} / |A|_{kl}} \right]^{n+\varepsilon} h_{kl\zeta}, \quad (30)$$

$$m_{kl}^{\alpha\beta n+\varepsilon} = \int \sigma_{kl}^{\alpha\rho n+\varepsilon} \left[ (\delta_{\rho}^{\beta} - z B_{\rho kl}^{\beta}) \sqrt{|G|_{kl} / |A|_{kl}} \right]^{n+\varepsilon} z dz \approx \sum_{\zeta=1}^M \left( \sigma_{kl}^{\alpha\rho} \right)_{\zeta}^{n+\varepsilon} \left[ (\delta_{\rho}^{\beta} - z_{kl\zeta} B_{\rho kl}^{\beta}) \sqrt{|G|_{kl\zeta} / |A|_{kl}} \right]^{n+\varepsilon} z_{kl\zeta} h_{kl\zeta},$$

где  $h_{kl\zeta}$  – толщина подслоя  $\zeta$  в узле расчетной пространственной сетки ( $k, l$ ).

При замене интегрирования суммированием важен правильный выбор узлов (центров подслоев). В численном коде этот выбор делается следующим образом. Предполагается, что число подслоев кратно четырем  $K = 4P$ . Далее слой разбивается равномерно на  $P$  участков, и в каждом из них берутся гауссовы узлы интегрирования четвертого порядка (они и считаются центрами подслоев). Тогда на каждом участке интеграл от произвольной функции  $\sigma(z)$  определяется по формуле (в данном случае  $z$  отсчитывается от центра участка толщиной  $2h$ ):

$$\frac{1}{h} \int_{-h}^h \sigma(z) dz = 0.347865 \left( \sigma(-0.861136h) + \sigma(0.861136h) \right) + 0.652135 \left( \sigma(-0.339981h) + \sigma(0.339981h) \right).$$

Расчет напряжений в подслоях с последующим суммированием в приведенных выше соотношениях для усилий и моментов в узлах расчетной сетки требует значительных временных затрат и целесообразно для слоев с определяющими

уравнениями, позволяющими провести интегрирование аналитически, разбиение не проводить, а использовать результаты этого интегрирования. Так для упругого анизотропного слоя толщиной  $h$  с центром на расстоянии  $z_i$  от поверхности приведения получаем, используя (3), (16):

$$\begin{aligned}\Delta n^{\alpha\beta} &= \frac{1}{2} A^{\alpha\rho\sigma\delta} h \left[ \Delta A_{\sigma\delta} \delta_{\rho}^{\beta} - z_i \left( 2\Delta B_{\sigma\delta} \delta_{\rho}^{\beta} + \Delta A_{\sigma\delta} \Delta B_{\rho}^{\beta} + \eta_{AB} \Delta A_{\sigma\delta} \delta_{\rho}^{\beta} \right) \right], \\ \Delta m^{\alpha\beta} &= \frac{1}{2} A^{\alpha\rho\sigma\delta} h \left[ \Delta A_{\sigma\delta} \delta_{\rho}^{\beta} z_i - \left( z_i^2 - \frac{1}{12} h^2 \right) \left( 2\Delta B_{\sigma\delta} \delta_{\rho}^{\beta} + \Delta A_{\sigma\delta} \Delta B_{\rho}^{\beta} + \eta_{AB} \Delta A_{\sigma\delta} \delta_{\rho}^{\beta} \right) \right], \\ \eta_{AB} &= -\frac{1}{2} \left( \frac{d|G|/|A|}{dz} \right)_{z=0} = \frac{B_{11}A_{22} + A_{11}B_{22} - A_{12}B_{12}}{|A|}.\end{aligned}$$

Предлагаемая конечно-разностная схема имеет второй порядок аппроксимации по пространству и времени для равномерных сеток и абсолютно устойчива [40].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Острик А.В., Петровский В.П. Экспериментальные методы исследования работоспособности композитных конструкций в условиях воздействия нестационарных нагрузок // Конструкции из композиционных материалов. – 1996. – Вып.1. – С.3-9.
2. Физика ядерного взрыва: в 2-х томах. Т.1,2. – М.: Наука. Физматлит, 1997.
3. Бакулин В.Н., Грибанов В.М., Острик А.В., Ромадинова Е.А., Чепрунов А.А. Механическое действие рентгеновского излучения на тонкостенные композиционные конструкции. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 256с.
4. Бакулин В.Н., Острик А.В. Нестационарное деформирование и разрушение композитных оболочек // Известия РАН, МТТ. –2008. – №4. – С.135-146.
5. Физика ядерного взрыва. В 5т. Том 6. Действие взрыва. МО РФ. 12ЦНИИ. – М.: Из-во физико-математической литературы, 2010. – 620 с.
6. Moreno, Leech W., Witmer A. A more accurate method for the numerical calculation of non-stationary processes in elastic-plastic thin shells for large deformations // Appl. Mechanics. – 1971. – №6. – P.131-144.
7. Кармишин А.В. Уравнения неоднородных тонкостенных элементов на основе минимальных жесткостей // Прикладная механика. – 1974. – Т.10. – Вып.6. – С.34-46.
8. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. – М.: Наука, 1974. – 448 с.
9. Болотин В.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. – 1980. – 376 с.
10. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов В.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с.
11. Григолюк Э.И. Многослойные армированные оболочки. – 1988. – 288 с.
12. Вольмир А.С., Куранов Б.А., Турбаивский А.Т. Статика и динамика сложных структур: Прикладные многоуровневые методы исследований. – 1989. – 248 с.
13. Кошур В.Д., Немировский Ю.В. Континуальные и дискретные модели динамического деформирования элементов конструкций. – Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1990. – 198 с.
14. Терегулов И.Г. Нелинейные задачи теории оболочек и определяющие соотношения. – Казань: Фэн, 2000. – 335с.

15. Андреев А.Н., Немировский Ю.В. Многослойные анизотропные оболочки и пластины: Изгиб, устойчивость, колебания. – Новосибирск: Наука, 2001.–288с.
16. Бакулин В.Н., Бугай И.В., Острик А.В. Универсальный численный код для моделирования нестационарного деформирования и разрушения многослойных тонкостенных конструкций под действием интенсивных потоков энергии //Морские интеллектуальные технологии. 2010. N 2(8). С. 3-6.
17. Witmer E.A, Balmer H.A, Leech J.W., Pian T.H. Large dynamic deformations of beams, rings, plates and shells // AIAA J. – 1963. – 1(8). – P.1848-1857.
18. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. – М.: Наука, 1972. – 432 с.
19. Кармишин А.В., Лясковец В.А., Мяченков В.И., Фролов А.Н. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций. – М.: Машиностроение, 1975. – 376 с.
20. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа (задачи аэроупругости). – М.: Наука, 1976. – 416 с.
21. Ильгамов М.А., Иванов В.А. Гулин Б.В. Прочность, устойчивость и динамика оболочек с упругим наполнителем. – М.: Наука, 1977. – 332 с.
22. Кармишин А.В., Скурлатов Э.Д., Старцев В.Г., Фельдштейн В.А. Нестационарная аэроупругость тонкостенных конструкций – М.: Машиностроение, 1986. – 240 с.
23. Приварников Ю.К. Несимметричное динамическое деформирование упруго-пластической цилиндрической оболочки / В кн. Прочность и надежность элементов конструкций. – Киев: Наукова думка, 1986. – С.118-128.
24. Богданович А.Е. Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. – Рига: Зинатне, 1987. – 296 с.
25. Перцев А.К., Платонов Э.Г. Динамика оболочек и пластин: Нестационарные задачи. – Л.: Судостроение, 1987.
26. Баженов В.Г., Чекмарев Д.Т. Вариационно-разностные схемы в нестационарных волновых задачах динамики пластин и оболочек. – Нижний Новгород. Изд-во Нижегород. ун-та, 1996. – 159 с.
27. Бакулин В.Н., Образцов И.Ф., Потопахин В.А. Динамические задачи нелинейной теории многослойных оболочек: Действие интенсивных термосиловых нагрузок, концентрированных потоков энергии. – М.: Наука, Физматлит, 1998. – 464 с.
28. Голованов А.П., Тюленева О.Н., Шигабутдинов А.Ф. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций. – 2006. – 392 с.
29. Баженов В.Г., Ломунов В.К., Чекмарев Д.Т. Численное моделирование нелинейных задач динамики упругопластических конструкций // Математическое моделирование. – 2006. – Т.18. – №1. – С.10-16.
30. Ильющин А.А. Пластичность. – Гостехиздат, 1948. – 376с.
31. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
32. Соколовский В.В. Теория пластичности. – М.: Высшая школа, 1969. – 608 с.
33. Королев В.И. Упруго-пластические деформации оболочек. – М.: Машиностроение, 1970. – 304 с.
34. Протасов В.Д., Ермоленко А.Ф., Филипенко А.А., Дмитриенко И.П. Прочность и надежность цилиндрических оболочек, полученных методом непрерывной намотки // Механика полимеров. – 1978. – №3. – С.443-451.
35. Острик А.В., Слободчиков С.С. Математическая модель разрушения композитных оболочек высокого давления под действием лучистых потоков энергии // Математическое моделирование. – 1995. – Т.7. – №10. – С.33-46.

36. Грибанов В.М., Острик А.В., Слободчиков С.С. Тепловое действие рентгеновского излучения на композитные оболочки высокого давления // Конструкции из композиционных материалов. – 2002. – Вып.2. – С.18-28.
37. Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортков В.Е. Ударно-волновые явления в конденсированных средах. – М.: «Янус-К», 1996. – 408 с.
38. Артюхин Ю.П. Модифицированная теория Голланда-Рейснера склеенных пластин / В сб. «Исследования по теории пластин и оболочек». – Изд. Казанского университета, 1975. – Вып.11.
39. Goland M., Reissner E. The stresses in cemented joints // Appl. Mech. – 1944. – N11.
40. Ковеня В.М., Яненко Н.Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. – М.: Наука, 1981. – 304 с.

# ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ТЕЧЕНИЕ ВОДНОГО ПОТОКА И ПРОЦЕССЫ МАССОПЕРЕНОСА В НЕМ

Кошоридзе С.И., Левин Ю.К.

*ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия*

Как известно, для борьбы с накипеобразованием используют обработку водного потока магнитным полем, просто реализуемую и экономичную на практике. Обсуждение механизма наблюдаемого явления проводилось на протяжении многих лет, вплоть до настоящего времени. В ряде работ авторов [1-4] были заложены теоретические основы данного эффекта. Теория основывается на открытой Гамаюновым [5] зависимости скорости коагуляции коллоидных частиц от магнитного поля. Было показано, что зародышевые кристаллы  $\text{CaCO}_3$ , после магнитной обработки в результате коагуляции, укрупняются и становятся центрами гомогенной кристаллизации солей жесткости, в результате чего процесс накипеобразования на стенках теплообменных труб существенно снижается.

Как показывают эксперименты [6-7], воздействие магнитного поля не ограничивается уменьшением накипи на стенках: накипь претерпевает фазовый переход – вместо кальцита начинает преимущественно образовываться в виде хрупкого и рыхлого осадка другая кристаллографическая модификация  $\text{CaCO}_3$  – арагонит, который затем легко выводится из водной системы. Для объяснения данного явления в [6-7] высказана гипотеза, что в турбулентном водном потоке могут генерироваться очень большие магнитные поля (порядка  $B=45$  Т), вызывающие переход молекулы  $\text{CaCO}_3$  в кальците на более высокий энергетический уровень ( $\Delta E = 25\text{эВ}$ ), соответствующий уровню энергии в арагоните. На основе данной гипотезы авторы развивают количественную квантово-механическую теорию, сущность которой вкратце заключается в том, что молекула  $\text{CaCO}_3$ , обладающая двумя энергетическими уровнями, с помощью накачки (аналогия с мазером и лазером) при резонансе может оказаться на верхнем энергетическом уровне (инверсная населенность), соответствующем арагониту. Целью нашей статьи является критический анализ представленной выше гипотезы и выяснение вопроса – действительно ли в водном потоке могут генерироваться такие большие магнитные поля, которые способны превращать кальцит в арагонит. Кроме того, полезно определить степень влияния магнитного поля на характер движения водного потока.

В основу нашего анализа положены уравнения магнитной гидродинамики, изучающей влияние магнитного поля на движение проводящих жидкостей [8-9]. Рассмотрим хорошо известное плоскопараллельное движение со скоростью  $U$  в вязкой проводящей жидкости в поперечном магнитном поле с индукцией  $B$ . В данном случае в системе отсчета, связанной с движущейся водой, возникает индуцированное электрическое поле (эффект Гартмана) напряженности  $E = UB$ , направленное перпендикулярно скорости воды и внешнего магнитного поля. Оно вызывает согласно закону Ома появление вторичных токов - поперечных как полю, так и движению жидкости, плотность которых по порядку величины равна  $j = \sigma E = \sigma UB$  ( $\sigma$  – удельная электропроводность среды). Взаимодействие вторичных токов с магнитным полем обуславливает появление пондеромоторных сил (иногда говорят сил Лоренца):  $F = \sigma UB^2$ . Здесь  $F$  – электромагнитная



(пондеромоторная) сила, приходящаяся на единицу объема жидкости. Ясно, что эта сила по правилу Ленца должна тормозить движение жидкости (энергия токов черпается из кинетической энергии движения жидкости). Вода испытывает из-за вязкости торможение также и от стенок трубы, по которой она течет. Степень влияния магнитного поля на течение жидкости определяется числом Гартмана:

$$Ha = B \cdot L \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \nu}}, \quad (1)$$

квадрат которого равен отношению пондеромоторной силы к силе вязкости. Здесь:  $L$  – поперечный размер трубы (магнитного аппарата) по которому течет жидкость,  $\rho$  – плотность жидкости и  $\nu$  – ее кинематическая вязкость.

На рис.1 изображена зависимость числа Гартмана от удельной электрической проводимости воды для параметров некоторого гипотетического магнитного аппарата. Несмотря на то, что при расчете мы выбрали максимально возможную индукцию внешнего магнитного поля, число Гартмана для пресной воды ( $\sigma \leq 0.1 \text{ (Ом} \cdot \text{м)}^{-1}$ ) получилось меньше единицы. Это означает, что влияние внешнего магнитного поля по сравнению влиянием вязкости для потока пренебрежимо мало и обычный пуазелевый профиль скоростей останется практически неизменным.

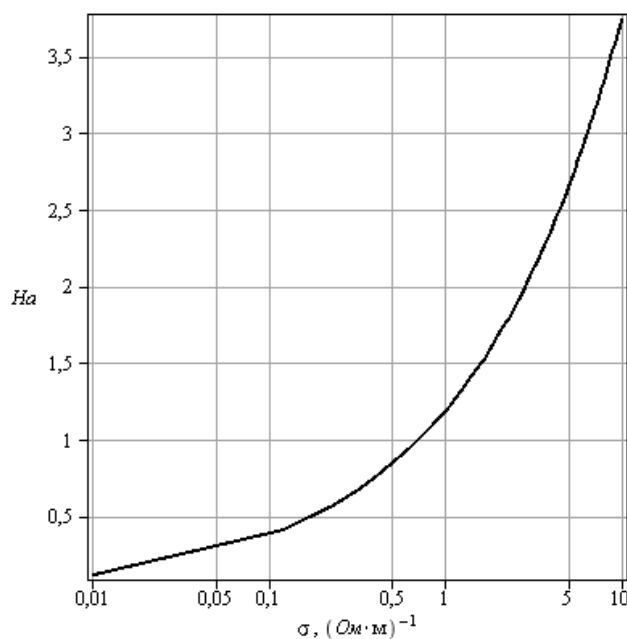


Рис.1. Зависимость числа Гартмана  $Ha$  от удельной электропроводности воды  $\sigma$ .  
Расчетные параметры:  $B=1 \text{ Т}$ ,  $L=0.05 \text{ м}$ ,  $\nu=10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\rho=1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

Следует отметить, что для соленой, например, морской воды ( $\sigma > 1 \text{ См}/\text{м}$ ) магнитное поле может вносить определенные искажения профиля течения.

Поток жидкости тормозится из-за вязкости и в подвижной системе отсчета возникают силы инерции. Число Рейнольдса показывает отношение сил инерции к силе вязкости

$$Re = \frac{L \cdot U}{\nu} \quad (2)$$

Для нашего случая, если допустить, что  $U = 1 \text{ м/с}$ , получается довольно большое число Рейнольдса  $Re = 5 \cdot 10^4$ , т.е. движение турбулентное. Рассмотрим теперь т.н. число Стюарта:

$$N = \frac{Ha^2}{Re} = \frac{\sigma B^2 L}{\rho U}. \quad (3)$$

Обратная величина числа Стюарта  $1/N$  равняется отношению сил инерции к пондеромоторной силе торможения. График зависимости обратного числа Стюарта от удельной проводимости воды показан на рис.2.

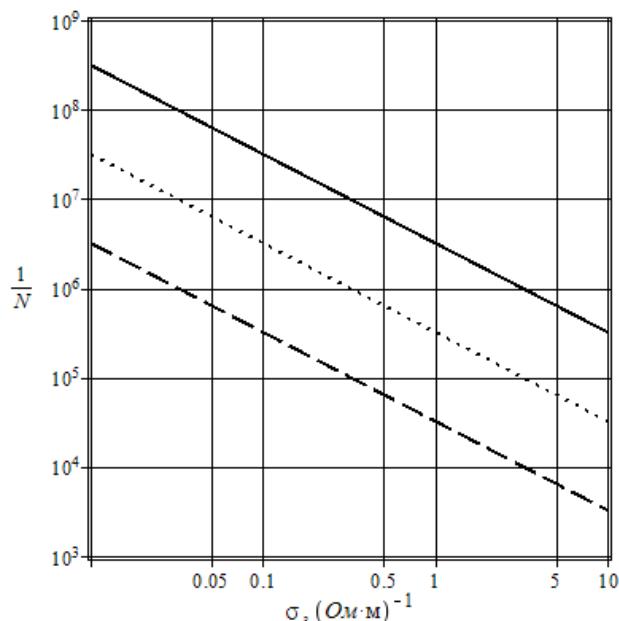


Рис.2. Зависимость обратного числа Стюарта  $1/N$  от удельной электропроводности воды  $\sigma$  при различных скоростях ее течения  $U$ . Расчетные параметры: сплошная линия:  $U = 10 \text{ м/с}$ , пунктирная линия:  $U = 1 \text{ м/с}$ ; штриховая линия:  $U = 0.1 \text{ м/с}$ . Остальные параметры соответствуют рис.1.

Как видно из рис.2, обратное число Стюарта достаточно велико, т.е. влияние пондеромоторной силы ничтожно мало по сравнению с силой инерции даже для морской воды. Вычислим теперь т.н. магнитное число Рейнольдса:

$$Re_m = \frac{LU}{\nu_m}. \quad (4)$$

В знаменателе этого выражения стоит т.н. магнитная вязкость или «коэффициент диффузии» магнитного поля:

$$\nu_m = \frac{1}{\mu_0 \sigma}. \quad (5)$$

Здесь  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$  магнитная постоянная.

Магнитное число Рейнольдса равняется отношению величины индуцированного магнитного поля к внешнему магнитному полю. Существует и другая интерпретация этого числа – это отношение времени диффузии магнитного поля к характерному времени системы. Проще говоря, это отношение времени, в течение которого магнитное поле, созданное индуцированными токами в проводящей среде, исчезнет (диффундирует) из-за омических потерь (это время

имеет порядок  $L^2 / \nu_m$ ), к времени  $L/U$ . Как видно из расчетов на рис.3, магнитное число Рейнольдса в нашем случае мало – т.е. индуцированного магнитного поля практически нет и создаваемое вторичными токами магнитное поле практически сразу исчезает из за весьма малого значения произведения магнитной постоянной и электропроводности даже для морской воды.

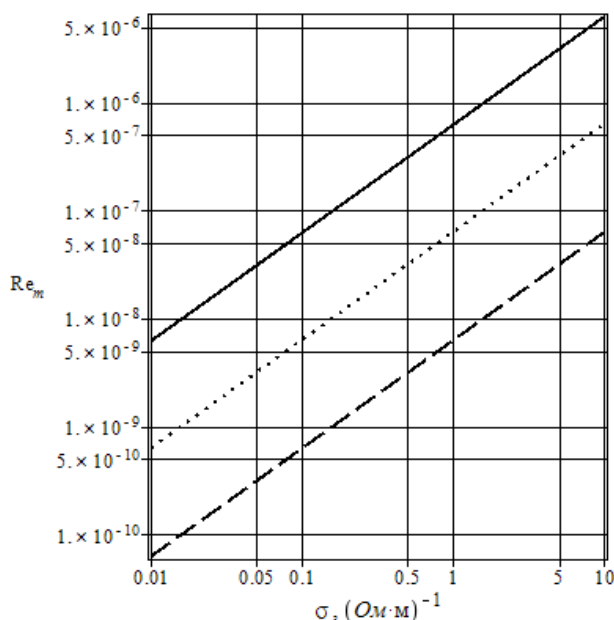


Рис.3. Зависимость магнитного числа Рейнольдса  $Re_m$  от удельной электропроводности воды  $\sigma$  при различных скоростях ее течения  $U$ . Расчетные параметры: сплошная линия:  $U = 10 \text{ м/с}$ , пунктирная линия:  $U = 1 \text{ м/с}$ ; штриховая линия:  $U = 0.1 \text{ м/с}$ . Остальные параметры как на рис.1.

Рассмотрим, наконец, число Бэтчелора, равное отношению кинематической вязкости к магнитной вязкости:

$$Bt = \frac{\nu}{\nu_m} = \mu_0 \sigma \nu. \tag{6}$$

На рис.4 приводится зависимость числа Бэтчелора от удельной электропроводности воды.

Генерация магнитного поля при турбулентном движении проводящей жидкости (теория турбулентного динамо) относится к сложнейшим и нерешенным проблемам современной физики. Не вдаваясь в подробности этой теории, отметим, что обязательным условием генерации поля является достаточно большие значения чисел Рейнольдса  $Re_m \gg 1$  и Бэтчелора  $Bt \gg 1$ , что в нашем случае не выполняется. Поэтому не только в пресной, но даже морской воде нет оснований для утверждаемой в [6-7] «вмороженности» магнитных силовых линий, движущихся вместе с жидкостью. Из-за огромного значения магнитной вязкости и омических потерь не выполняется здесь и закон постоянства магнитного потока через контур, движущийся вместе с жидкостью, а, следовательно, нет и усиления магнитного поля. Также нет и условий для «запутывания» магнитных силовых линий при турбулентном перемешивании.

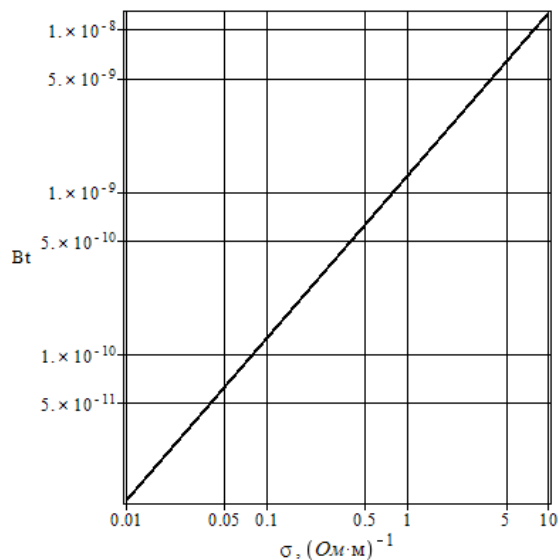


Рис.4. Зависимость числа Бэтчелора  $Bt$  от удельной электропроводности воды  $\sigma$ . Расчетные параметры как на рис.1.

Таким образом, все аргументы в [6-7] о возможном динамо-механизме генерации магнитного поля в турбулентном водном потоке и даваемые оценки порядков генерированных при этом физических величин (магнитное поле  $B=45$  Т, скорость воды  $1000$  м/с, плотность энергии магнитного поля  $10^9$  Дж/м<sup>3</sup>) не соответствуют реальности.

На основе проведенного анализа можно сделать вывод, что наблюдаемое на практике превращение кальцита в арагонит в магнитном поле не объясняется эффектом турбулентного динамо и для этого следует искать другие теории и механизмы.

Вывод о несостоятельности гипотезы [6,7] подтверждает и работа [10], где получен вывод о наличии эффекта биморфизма нанокристаллов, который может быть использован для объяснения равновероятной генерации пластинчатой и стержневидной формы рассматриваемых нами нанокристаллов арагонита и кальцита в пересыщенном водном потоке. Неоднозначность генерируемой фазы приводит к состоянию бифуркации. Также возможна и осцилляция формы – переход из стержневой формы в пластинчатую и обратно. Поэтому даже незначительное изменение энергетических характеристик той или иной фазы может вызывать наблюдаемый эффект фазовой трансформации за счет даже небольшого магнитного поля.

Математическая модель, использующая результаты работы [7] и описывающая фазовые трансформации пары арагонит – кальцит, находится в стадии разработки.

## ВЫВОДЫ

1. Магнитное поле при реальных для практики величинах напряженности может создавать определенные искажения профиля течения морской воды ( $\sigma > 1$  См/м), но не изменяет профиля течения пресных вод.
2. Применяемые на практике магнитные поля не способны обеспечить фазовый переход кальцит – арагонит за счет индуцирования вторичных токов в водном потоке.

3. Причиной указанного фазового перехода кальцита в арагонит может быть эффект биморфизма нанокристаллов, который обеспечивает равновероятную генерацию пластинчатой и стержневидной форм рассматриваемых нанокристаллов в стабильных термодинамических условиях.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кошоридзе С.И., Левин Ю.К. Влияние коагуляции коллоидных частиц на снижение накипеобразования при магнитной обработке воды в теплоэнергетических устройствах // Теплоэнергетика. – 2011. – №7. – С.13-16.
2. Кошоридзе С.И., Левин Ю.К. Механизм снижения накипи при магнитной обработке воды в теплоэнергетических устройствах // Теплоэнергетика. – 2013. – №3. – С.74-77.
3. Кошоридзе С.И. Левин Ю.К. Влияние магнитного поля на коагуляцию наноразмерных коллоидных частиц // ПЖТФ. – 2014. – Т.40. – Вып.16. – С.80-87.
4. Гамаюнов Н.И. Воздействие постоянного магнитного поля на движущиеся растворы и суспензии // Коллоидный журнал. – 1994. – Т.56. – №2. – С.290-298.
5. Cefalas A.C., Kobe S., Drazic G., Sarantopoulou A., Kollia Z., Strazistar J., Meden A. Nanocrystallization of at solid/liquid interfaces // Applied Surface Science. – 2008. – Vol.254. – N21. – P.6715-6724.
6. Kobe S., Drazic G., Cefalas A.C., Cefalas A.C., Sarantopoulou A., Strazistar J. Nucleation and crystallization of CaCO<sub>3</sub> in applied magnetic fields // Crystal Engineering. – 2002. – Vol.5. – N5. – P.243-253.
7. Брановер Г.Г., Цинобер А.Б. Магнитная гидродинамика несжимаемых сред. – М.: Наука, 1970. – 380 с.
8. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Электродинамика сплошных сред (Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том 8). – М.: Наука, 1982. – 621 с.
9. Магомедов М.Н. О зависимости поверхностной энергии от размера и формы нанокристалла // ФТТ. – 2004. – Т.46. – Вып.5. – С.924-937.

# МЕТОДИКА РАСЧЕТА ФОРМИРОВАНИЯ НАКИПИ В ТЕПЛОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ

Кошоридзе С.И., Левин Ю.К.

*ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия*

## РЕЗЮМЕ

Рассмотрены этапы формирования накипи в теплоэнергетических установках с природной водой и обоснована методика их расчета. Показано, что кристаллизация растворенных солей накипеобразователя на взвешенные зародыши существенно больше, чем на стенки трубы. Определено влияние гомогенной генерации критических зародышей на снижение накипи.

Известно, что отложения  $\text{CaCO}_3$  в теплообменных установках (ТЭУ) существенно понижают их КПД. По данным компании ACV International n.v. (Бельгия) слой отложений 1 мм поглощает 10% тепловой энергии. Поэтому снижение накипеобразования и анализ указанного процесса актуальны для широкого круга ТЭУ.

Известно, что природные воды обычно являются микродисперсными средами, и, с учетом малости размеров дисперсной фазы, классифицируются как коллоидные растворы. Они зачастую пересыщены солями жесткости, но могут сохранять стабильность в течение длительного времени. В теории ДЛФО это объясняется тем, что коллоидные частицы окружены двойным электрическим слоем (ДЭС) и существует определенный потенциальный барьер на пути сближения коллоидных частиц (КЧ) в ходе коагуляции. Высокий барьер делает коагуляцию КЧ при их столкновениях в ходе броуновского движения маловероятной и коллоидный раствор сохраняет устойчивость. Вместе с тем, на твердой поверхности накипь образуется - с учетом меньшей энергозатратности процесса гетерогенной нуклеации. В современных ТЭУ для частичного снижения карбонатной жесткости проводится подкисление циркуляционной воды [1]. Это вызывает сжатие ДЭС, высота барьера уменьшается и КЧ коагулируют. В настоящей работе рассмотрены характерные особенности анализа указанных процессов.

Для количественных оценок на основе предложенной математической модели процесса осаждения растворенных солей накипи воспользуемся данными эксперимента, проведенного на мощной ТЭУ в г. Кракове в 2001-2002гг. [2].

Следует отметить, что при анализе метастабильного макроскопического состояния жидкой среды в работе [3] предполагается наличие в растворе равновесной концентрации зародышей критического радиуса  $r_{кр0}$ , для которых вероятность сорбции и десорбции растворенных солей одинаковы. Более мелкие частицы быстро растворяются, а крупные – выпадают в осадок. В водных растворах при малой скорости зародышеобразования пересыщение остается практически неизменным [2], поэтому концентрация критических зародышей непрерывно восстанавливается до значения, даваемого равновесной функцией распределения [3]. Радиус  $r_{кр0}$  критического зародыша обычно вычисляется по формуле Гиббса-Томсона:

$$r_{кр0} = \frac{2\sigma_{т.ж.0}M}{RT\rho \ln(C/C_0)}, \quad (1)$$

где:  $T$  – температура, (K);  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $\sigma_{т.ж.0}$  – поверхностное натяжение на плоской границе раздела твердой и жидкой фаз, (Дж/м<sup>2</sup>);  $M$  – молярная масса соли жесткости, в нашем случае – CaCO<sub>3</sub>, (кг/м<sup>3</sup>);  $C_0$  – равновесная молярная концентрация молекул CaCO<sub>3</sub> в воде для плоской границы, (моль/м<sup>3</sup>);  $C$  – молярная концентрация молекул CaCO<sub>3</sub> в воде (моль/м<sup>3</sup>).

Однако эта формула требует уточнения. Ожидаемый размер критических зародышей – порядка нанометров [5]. При анализе таких систем необходим учет влияния межфазных границ с использованием константы Толмена  $\delta$  [4]. Реальные значения радиуса критического зародыша  $r_{кр}$  и поверхностного натяжения на границе раздела твердой и жидкой фаз  $\sigma_{т.ж.}$  определяются формулами [4]:

$$r_{кр} = \frac{r_{кр0}}{2} \cdot \left( 1 - \frac{4\delta}{r_{кр0}} + \sqrt{\frac{4\delta + r_{кр0}}{r_{кр0}}} \right) \quad (2)$$

$$\sigma_{т.ж.} = \frac{\sigma_{т.ж.0}}{1 + \frac{2\delta}{r_{кр}}}, \quad (3)$$

где параметр  $\delta$  принимает значения  $0 \leq \delta \leq 1.5r_{кр0}$ .

При расчете величин  $r_{кр}$  и  $\sigma_{т.ж.}$  использованы параметры эксперимента [2]:

$\sigma_{т.ж.0} = 0.16$  Дж/м<sup>2</sup>;  $r_{кр0} = 1.6$  нм;  $M = 0.1$  кг/моль;  $T = 300$  K;  $R = 8.3$  Дж/(моль K);  
 $C_0 = 0.14$  моль/м<sup>3</sup>;  $C = 2.6$  моль/м<sup>3</sup>;  $u = 0.5$  м/с;  $d = 0.03$  м;  $L = 16$  м;  $D = 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/с,  
 $\nu = 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с.

Расчетные зависимости критического радиуса  $r_{кр}(\delta/r_{кр0})$  и реального поверхностного натяжения  $\sigma_{т.ж.}(\delta/r_{кр0})$  от безразмерного параметра Толмена  $\delta/r_{кр0}$ , приведены на рис.1 и 2, соответственно. Указанные графики показывают, что с ростом толщины межфазного слоя уменьшается критический радиус зародыша и удельная энергия поверхности.

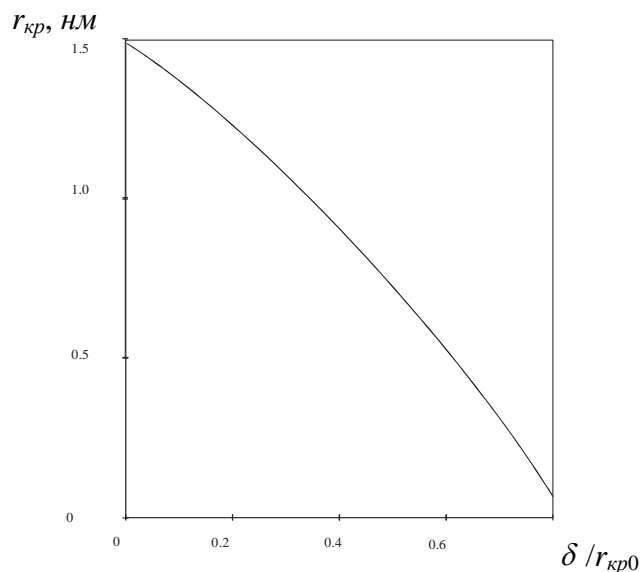


Рис.1. Зависимость радиуса критического зародыша  $r_{кр}$  от безразмерного параметра Толмена  $\delta/r_{кр0}$ .

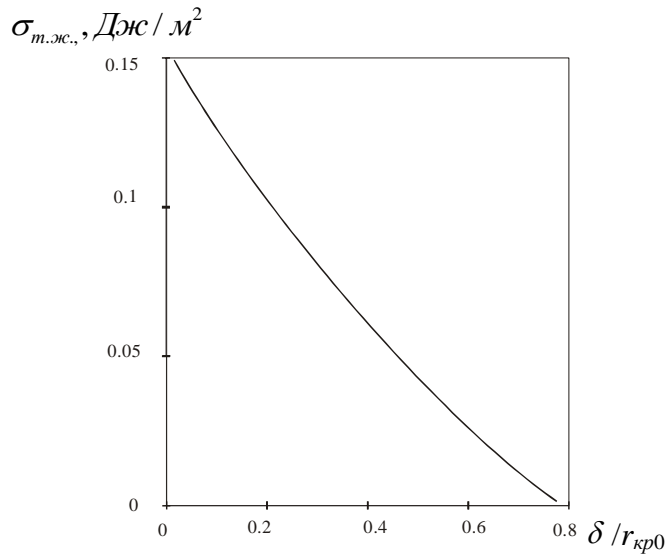


Рис.2. Зависимость реального поверхностного натяжения на границе зародыш-вода  $\sigma_{т.жс.}, ДЖс / м^2$  от безразмерного параметра Толмена  $\delta / r_{кр0}$ .

При этом повышается вероятность гомогенной генерации новых зародышей. Это, как покажем далее, является важным фактором, влияющим на процессы образования накипи. Кроме того, на укрупненных в ходе коагуляции зародышах, в том числе и вновь рожденных, интенсивно кристаллизуются растворенные соли [5]. Ускоренная кристаллизация солей на взвеси, соответственно, снижает отложения на стенке трубы, что необходимо учитывать при оценке накипи в ТЭУ. Следует отметить, что вероятность образования зародыша экспоненциально зависит от соотношения  $(-\sigma_{т.жс.}/k_B T)$ . Влияние константы Толмена на эту вероятность оценивается размерным фактором  $K_1 = \exp(-\sigma_{т.жс.0}/\sigma_{т.жс.})$ . Из формулы (3) следует  $\sigma_{т.жс.0}/\sigma_{т.жс.} = 1 + 2\delta / r_{кр}$ . По данным [5],  $\delta / r_{кр} = 0.4$  в условиях эксперимента [2], так что фактор  $K_1$  оценивается заметной для практики величиной  $K_1 = 6$ .

Следует отметить, что при анализе процессов массопереноса в пересыщенном потоке обычно полагали коэффициенты массопереноса на стенки трубы  $\beta_{mp}$  и на взвешенные частицы  $\beta_{ч}$  одинаковыми. Однако в случае наноразмерных частиц, вовлеченных в процесс накипеобразования, соотношение  $\beta_{ч}/\beta_{mp}$  требует уточнения.

Коэффициент массопередачи на поверхность стенки трубы  $\beta_{mp}$  определяется гидродинамикой турбулентного потока в круглой трубе диаметра  $d$  и выражается формулой [6]:

$$\beta_{mp} = 0.023 Re^{-0.2} Pr^{-2/3} u \quad (5)$$

$$Re = \frac{ud}{\nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{D},$$

где  $Re$  и  $Pr$  – числа Рейнольдса и Прандтля, а  $u$  – скорость водного потока в трубе;  $\nu$  – кинематическая вязкость воды,  $D$  – коэффициент диффузии молекул  $CaCO_3$  в воде.

Массоперенос на поверхность взвешенных частиц описывается диффузией молекул накипи на твердую сферу в неподвижной среде [7], поскольку частицы взвеси перемещаются вместе с потоком жидкости. Анализ показал, что масштаб турбулентности больше, чем среднее расстояние между накипеобразующими ионами и зародышевыми кристаллами  $CaCO_3$ . Напомним, что кристаллизация солей



идет на частицы, укрупненные в результате коагуляции критических зародышей. При этом  $\beta_c$  определяется выражением:

$$\beta_c = \frac{D}{r_k}, \quad (6)$$

где  $k$  – порядок коагуляции, при котором  $k$  критических зародышей с радиусом  $r_{кр}$  объединяются в одну, предположительно сферическую, частицу с радиусом  $r_k = r_{кр} \sqrt[3]{k}$ .

Таким образом, кристаллизация растворенного вещества на стенках трубы и на поверхности взвеси подчиняется различным закономерностям. График соотношения коэффициентов массопереноса  $\frac{\beta_2}{\beta_{mp}} \left( \frac{\delta}{r_{кр0}} \right)$  в ранее упомянутых условиях эксперимента [2] вначале коагуляции (при  $k=2$ ) представлен на рис.3. Учет более высоких порядков коагуляции  $k>2$  не вносит заметных коррективов в полученную оценку [5].

Отметим, что значение  $\frac{\beta_2}{\beta_{mp}} > 10^4$  соответствует геометрическому соотношению средних расстояний молекулы  $\text{CaCO}_3$  до стенки трубы ( $\approx 10^{-2}$  м) и до ближайшего зародыша ( $\approx 10^{-6}$  м).

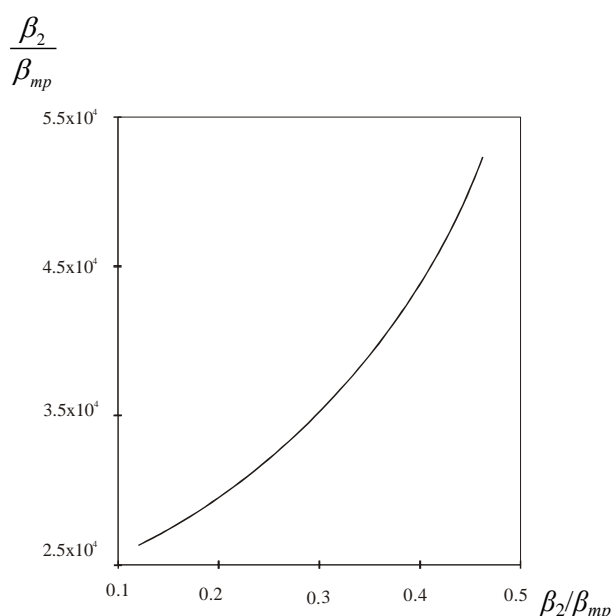


Рис.3. Зависимость отношения коэффициентов массопереноса  $\beta_2/\beta_{mp}$  от безразмерного параметра Толмена  $\delta/r_{кр0}$  в условиях эксперимента [1].

Еще одна особенность формирования накипи связана с тем, что концентрация зародышей критического радиуса, убывающая в ходе коагуляции, непрерывно восполняется за счет процесса гомогенной генерации до равновесного значения  $n_0$  [3], которое однозначно определяется термодинамическими характеристиками раствора (температурой, пересыщением).

Напомним, что порядок коагуляции  $k$  практически равен количеству критических зародышей, объединенных в одну частицу, т.к. в ходе коагуляции на каждом последующем ее этапе к частице добавляется очередной критический зародыш. Размеры частиц при  $k>1$  больше критического, и на их поверхности

начинают кристаллизоваться растворенные молекулы солей жесткости, как уже отмечалось ранее. При этом поток солей жесткости переключается на поверхность взвешенных частиц, что, в конечном итоге, приводит к уменьшению накипи на стенках. Для количественной оценки накипеобразования, очевидно, необходимо знать распределение взвешенных в водном потоке частиц по размерам. Теория быстрой коагуляции Смолуховского предлагает следующее выражение для расчета изменения во времени концентрации первичных, вторичных и др. коллоидных частиц  $n_k(t)$  [10]:

$$n_k(t) = \frac{n_0(t/\tau)^{k-1}}{(1+t/\tau)^{k+1}}, \quad k=1, 2, 3 \dots, \quad (7)$$

где  $n_0$  – начальная концентрация частиц, а время, за которое концентрация частиц снижается вдвое, называемое временем коагуляции, определяется формулой:

$$\tau = \frac{3\eta W}{4k_B T n_0}, \quad (8)$$

где  $W$  – коэффициент замедления, величина обратная вероятности коагуляции при столкновениях частиц.

Зависимость (7) предполагает, что концентрация первичных частиц непрерывно уменьшается вследствие их коагуляции, однако это противоречит выводу о поддержании равновесной концентрации критических зародышей [3] в стабильных термодинамических условиях. Появление новых зародышей увеличивает поверхность взвеси и влияет на образование накипи. Предложена уточненная формула для расчета изменения концентрации коллоидных частиц  $n_k(t)$ , которая учитывает восполнение концентрации первичных (критических) зародышей [8]:

$$n_k(t) = n_0 \cdot \left(\frac{t}{\tau + t}\right)^{k-1} \quad k=1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

где  $n_1(t) = n_0 = \text{const}$ .

Отношение выражений (7) и (9) приводит к поправочному коэффициенту:

$$K_2 = (1 + t/\tau)^2, \quad (10)$$

который определяет необходимый рост числа частиц для восстановления равновесной концентрации критических зародышей в пересыщенном коллоидном растворе после утраты им устойчивости.

На рис.4 приведен график зависимости поправочного коэффициента от времени коагуляции  $K_2(\tau)$ , согласно выражению (10).

Было учтено, что время прохождения водного потока по трубе в эксперименте [2] составляет 30с. Также принято значение концентрации  $n_0 = 10^{14} \text{ м}^{-3}$ . При вероятности коагуляции 0.1 – 0.01, что соответствует значениям  $W$  в диапазоне (10 ... 100), время коагуляции лежит в диапазоне (10 ... 100) с. Из графика рис.4 видно, что поправочный коэффициент имеет величину  $K_2=2-20$ . Отсюда следует вывод, что учет гомогенной генерации при коагуляции критических зародышей в пересыщенном растворе необходим, т.к. может вносить существенные отклонения в оценки образования накипи на основе теории Смолуховского.

Итак, показано, что при оценке накипи в теплоэнергетических установках с учетом наноразмерности критических зародышей важную роль играют следующие физические факторы:

- существенно большая скорость (коэффициент массопереноса) осаждения растворенных солей на взвешенные зародыши, чем на контактные поверхности ТЭУ;
- влияние толщины межфазной области, сопоставимой с номинальным размером критических зародышей;
- гомогенная нуклеации новых частиц в объеме пересыщенного раствора с учетом стабильных термодинамических условий.

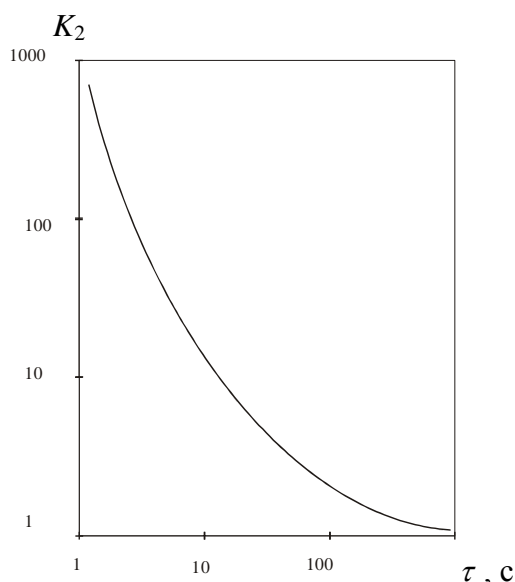


Рис.4. График зависимости поправочного коэффициента  $K_2$  от времени коагуляции  $\tau$ .

Полученные результаты определяют роль физических факторов, влияющих на процесс накипеобразования в теплоэнергетических установках, дают возможность количественной оценки данного процесса, а также могут быть востребованы при определении противонакипной эффективности ввода наноразмерных затравочных кристаллов в теплоэнергетических установках [11,12].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Очков В.Ф., Орлов К.А., Иванов Е.Н., Макушин А.А. Расчет и визуальное отображение водно-химического режима систем оборотного охлаждения на ТЭС // Теплоэнергетика. – 2013. – №7. – С.1-7.
2. Szkatula A, Balanda M., Kopec M. Magnetic treatment of industrial water. Silica activation // The Europ. Phys. J. – Appl. Phys. – 2002. – Vol.18. – P.41-49.
3. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.. Физическая кинетика (Ландау Л.Д, Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том 10). – М.: Наука, 1979.
4. Рехвиашвили С.Ш., Кишტიкова Е.В., Розенберг Б.А. Модель наночастицы в теории неоднородной среды // Журнал технической физики. – 2009. – Т.79. – №12. – С.10-13.
5. Кошоридзе С.И., Левин Ю.К. Массообмен в омагниченном водном потоке, пересыщенном солями накипи / Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), 25-31 мая 2014 г., Алушта. – М.: Изд-во МАИ, 2014. – С.557.
6. Ньюмен Дж. Электрохимические системы. – М.: Мир, 1977.

7. Шервуд Т., Пигфорд Р., Уилки Ч. Массопередача. – М.: Химия, 1982.
8. Кошоридзе С.И., Левин Ю.К. Влияние коагуляции коллоидных частиц на снижение накипеобразования при магнитной обработке воды в теплоэнергетических устройствах // Теплоэнергетика. – 2011. – №7. – С.13-16.
9. Кошоридзе С.И., Левин Ю.К. Механизм снижения накипи при магнитной обработке воды в теплоэнергетических устройствах // Теплоэнергетика. – 2013. – №3. – С.74-77.
10. Наука о коллоидах. Т.1. Необратимые процессы / Под ред. Кройта. Г.Р. – М.: ИЛ, 1955. – 538 с.
11. Кошоридзе С.И., Левин Ю.К. Анализ физической модели снижения накипи в теплоэнергетических устройствах // Теплоэнергетика. – 2009. – №5. – С.66-68.
12. Мартынова О.И., Копылов А.С., Кашинский В.И., Очков В.Ф. Расчет противонакипной эффективности ввода затравочных кристаллов в теплоэнергетических устройствах // Теплоэнергетика. – 1979. – №9. – С.21-25.

## **МОДИФИЦИРОВАННЫЙ ЗАКОН СЛЕДА КОУЛСА**

Михайлов В.В., Самойлова Н.В.

*ФГУП Центральный аэродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского,  
г. Жуковский, Россия*

### **РЕЗЮМЕ**

Исследуется осредненное течение несжимаемой жидкости в плоском турбулентном пограничном слое. Предполагается, что слой достаточно тонкий вплоть до отрыва («гладкий» отрыв), и течение близко к плоскопараллельному. Предложена новая модификация функции следа Коулса, которая хорошо аппроксимирует профиль скорости и коэффициент трения, что подтверждается экспериментальными данными. Получено, что на режиме отрыва достигается максимальное значение формпараметра  $H$ , равное 3.89. Предложенная зависимость вблизи сечения отрыва имеет участок профиля скорости, где выполняется известный «закон 1/2». Однако, как показано в работе, в отличие от приведенных в литературе данных, в сечении отрыва такой участок исчезает.

Применение асимптотических методов для турбулентного пограничного слоя (в отличие от ламинарного) достаточно сложно, так как малым параметром асимптотического решения служит  $1/\ln Re_*$ , где  $Re_*$  – число Рейнольдса, определенное по толщине вытеснения  $\delta^*$  и местной скорости  $u_0$  на поверхности тела. Этот параметр недостаточно мал и не обеспечивает приемлемую точность предельного асимптотического решения для реальных условий обтекания.

Кроме этого, асимптотическое решение не описывает предотрывную область течения, поскольку при  $\ln Re_* \rightarrow \infty$  скорость в основной части слоя как угодно близка к значению  $u_0$ . В работе [1] предлагается ввести в прежнюю двухслойную схему закона дефекта скорости третью область. Однако, как показано ниже, двухслойная схема может быть использована вплоть до сечения отрыва, если течение остается близким (локально) к плоскопараллельному. В этом случае оно описывается соотношениями типа закона следа Коулса [2], а режим отрыва можно назвать «гладким» отрывом.

Ниже исследуется модификация закона следа Коулса, предложенная в [3]. Показано, что применение в сечении отрыва для профиля скорости «закона 1/2», (например, в [4-6]) ухудшает результат расчета. Получено, что в сечении отрыва формпараметр  $H = \delta^*/\theta = 3.89$  ( $\theta$  – толщина потери импульса) как и в [7,8].

### **1. УТОЧНЕНИЕ ЗАКОНА СЛЕДА КОУЛСА. УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ**

Закон следа Коулса [2] является частным случаем однопараметрического закона дефекта скорости, обоснованность которого содержат, например, работы [2,9,10]. В общем виде это:

$$\frac{u - u_0}{u_\tau} = f(\xi, g). \quad (1)$$

Здесь  $u_0(x)$  – скорость на поверхности тела при его «невязком» обтекании с заданным распределением давления  $p(x)$ ,  $x$  – длина дуги образующей тела,  $\xi = y/\delta$

– безразмерная координата по нормали к поверхности,  $\delta$  – толщина слоя,  $u(\xi, x)$  – скорость в слое,  $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho} = u_0\varepsilon$  – динамическая скорость,  $\tau_w$  – напряжение трения при  $\xi = 0$ ,  $\rho$  – плотность. Значение параметра  $g$  в зависимости  $f(\xi, g)$  в общем случае меняется вдоль поверхности и постоянно лишь для равновесных по Клаузеру [9] режимов. Соотношение (1) описывает область слоя, где вязкостью  $\nu$  и размером пристеночного «вязкого» слоя можно пренебречь. Для этого число  $Re_*$  должно быть достаточно велико. Тогда из (1), как показано в [3], следует:

$$\delta = -\frac{\delta^*}{\varepsilon} \left( \int_0^1 f d\xi \right)^{-1}, \quad G(g) = \int_0^1 f^2 d\xi \cdot \left( -\int_0^1 f d\xi \right)^{-1} = \frac{H-1}{H\varepsilon}. \quad (2)$$

Здесь  $G(g)$  – параметр Клаузера [9].

Асимптотическое сращивание закона стенки [2] при  $y^+ = yu_\tau/\nu \rightarrow \infty$  и функции  $f(\xi, g)$  при  $\xi \rightarrow 0$ , проведенное в [3], позволяет определить  $\varepsilon$ , если вблизи поверхности существует логарифмический участок профиля скорости:

$$\frac{1}{A\varepsilon} = g + \ln \left( \exp(B/A) Re_* / -\int_0^1 f d\xi \right). \quad (3)$$

При этом из условия асимптотического сращивания:

$$f(\xi, g)_{\xi \rightarrow 0} = A(\ln \xi - g).$$

Из этого соотношения следует, что функция  $f$  должна иметь вид:

$$f = A[\ln \xi - g + \Lambda(\xi, g)], \quad \Lambda(\xi, g) \rightarrow 0 \text{ при } \xi \rightarrow 0. \quad (4)$$

После работы Коулса [2], для функции  $\Lambda$  был предложен ряд других выражений, указанных в [3]. Это связано с тем, что функция Коулса не обеспечивает гладкое сопряжение профиля скорости с внешним потоком. Однако в новых соотношениях потеряно другое экспериментальное свойство этой функции –  $f(\xi, 0) = A \ln \xi$ . Этими недостатками не обладает функция [3]:

$$\Lambda = g \left[ \alpha \xi^2 (1 - \xi^{1/\alpha g}) + \xi^2 (3 - 2\xi) \right], \quad \alpha = const.$$

Здесь сравнением с экспериментом оценивается эта аппроксимация при  $\alpha = 1$

$$\Lambda = g \xi^2 (4 - 2\xi - \xi^{1/g}), \quad A = 2.44, \quad B = 5.00.$$

(5)

Ниже для сравнения будут использоваться и две аппроксимации [3] и [14]

$$\Lambda = (1 - \xi) \xi^2 + g \left[ -1 + \xi^2 (3 - 2\xi) \right], \quad (6)$$

$$\Lambda = (1 - \xi^3) / 3 + g \xi^2 (3 - 2\xi). \quad (7)$$

Естественным условием применимости приведенных зависимостей является локальная близость течения к плоскопараллельному:  $d\delta^*/dx \ll 1$ . Учитывая результаты испытаний [11] и уравнение сохранения импульса:

$$\frac{d\theta}{dx} = \varepsilon^2 + \frac{H+2}{H} \varepsilon^2 \beta, \quad \beta = -\frac{\delta^*}{\varepsilon^2} \frac{d \ln u_0}{dx}, \quad (8)$$

критерием локальной плоскопараллельности можно принять неравенства:

$$\varepsilon^2 < 0.01, \quad \beta \varepsilon^2 < 0.01. \quad (9)$$

Это следует из того, что в испытаниях [11] показано, что при  $\beta\varepsilon^2 \approx 0.013$  на течение уже начинают оказывать влияние и нормальные напряжения Рейнольдса  $\tau_{xx}, \tau_{yy}$ . Если (9) выполняются, то можно ожидать справедливость двухслойной схемы течения. Тогда при ограниченном значении  $Re_*$  и  $g \rightarrow \infty$  согласно (3)  $A\varepsilon g \rightarrow 1$ . При  $g \geq 1$  закон дефекта скорости можно записать в виде:

$$\frac{u-u_0}{A\varepsilon g u_0} = \frac{f(\xi, g)}{Ag}. \quad (10)$$

Отсюда и из (3) при ограниченном  $Re_*$  характерная скорость  $A\varepsilon g u_0$  изменяется от  $Au_\tau$  при  $g=1$  до  $u_0$  при  $g \rightarrow \infty$  ( $A\varepsilon g=1$ ). Следовательно, двухслойная схема течения описывает и предотрывный режим, когда характерная скорость порядка  $u_0$ , а функция  $f/(Ag)$  при  $g \rightarrow \infty$  ограничена и не равна нулю.

Естественно, что справедливость применения рассмотренных соотношений ограничивают (9) и условие существования логарифмического участка скорости:

$$\varepsilon > 4|K|^{1/3}, \quad K = \frac{v}{u_0^2} \frac{du_0}{dx} = -\frac{\beta\varepsilon^2}{Re_*}. \quad (11)$$

Это неравенство получено в [12] и означает, что изменением касательного напряжения поперек пристеночной зоны влияния вязкости можно пренебречь.

Следует отметить, что принятый подход справедлив, если зависимость  $f(\xi, g)$ , определяемая (4), (5), универсальна для всех значений  $g$ . Это оспаривается в ряде работ [4-6,13], где утверждается, что при больших градиентах давления вплоть до отрыва функция  $f$  при малых  $\xi$  имеет вид:  $f = \sqrt{\xi} + const$ , то есть справедлив «half-power law». Рассмотрим подробнее этот вопрос.

## 2. ЗАКОН СЛЕДА И «ЗАКОН 1/2»

Рассмотрим предложенную выше аппроксимацию функции  $f(4), (5)$ :

$$f = A \left\{ \ln \xi + g \left[ -1 + \xi^2 (4 - 2\xi - \xi^{1/g}) \right] \right\}. \quad (12)$$

При  $g \geq 1$ , введем вместо  $f$  функцию  $\varphi$ , используя преобразование (10). Тогда закон дефекта скорости (1) примет вид:

$$\varphi = \frac{u-u_0}{u_s} = \omega \ln \xi - 1 + \xi^2 (4 - 2\xi - \xi^\omega). \quad (13)$$

Здесь  $\omega = 1/g$ ,  $u_s = Au_0\varepsilon/\omega$  – характерная скорость, изменяющаяся по порядку величины от  $u_0\varepsilon = u_\tau$  при  $\omega=1$  до  $u_s = O(u_0)$  при  $\omega \rightarrow 0$  ( $g \rightarrow \infty$ ). Покажем, что функция  $\varphi$  вблизи точек  $\xi = \xi_\omega$  локально аппроксимируется как  $\phi = C_1\sqrt{\xi} + C_2$ , если  $\omega$  достаточно мало, то есть действует «закон 1/2».

Найдем значения  $C_1$  и  $C_2$  введя переменную  $\zeta = \sqrt{\xi}$  и определив точку перегиба, где  $d^2\phi/d\zeta^2 = 0$ , что согласно (13) приводит к уравнению:

$$\left(1 + \frac{\omega}{2}\right) \left(1 + \frac{2\omega}{3}\right) (\xi_\omega)^\omega = 4 - 5\xi_\omega - \frac{\omega}{6\xi_\omega^2}. \quad (14)$$

Величина  $C_1(\omega)$  при этом определяется как  $d\varphi/d\xi$  при  $\xi_\omega = \sqrt{\xi_\omega}$ , а  $C_2$  находится из (13) и соотношения:

$$\varphi(\xi_\omega, \omega) = C_1 \sqrt{\xi_\omega} + C_2.$$

Максимально возможное значение  $\omega$ , при котором  $d\omega/d\xi_\omega = 0$ , определяем, взяв логарифм от (14) и далее производную  $d\omega/d\xi_\omega$ , что приводит уравнению, соответствующему максимуму  $\omega$ :

$$\omega^2 + 2\omega(1 - 2\xi^2 + 15\xi^3) - 30\xi^3 = 0. \quad (15)$$

Решение уравнений (14), (15) дает максимальное значение  $\omega = 1.0143$  при  $\xi_\omega = 0.3555$ . При этом полученные результаты несправедливы, начиная с некоторых достаточно малых  $\omega$ , где не выполняется (11) и, следовательно, соотношение (3) в законе дефекта скорости применять нельзя. Вне указанной области введение слагаемого с  $\sqrt{\xi}$  в закон дефекта скорости (13) может лишь ухудшить аппроксимацию.

Покажем это на примере равновесного течения, исследованного в опытах Клаузера [9], соответствующие данные приведены в [4]. На рис.1 показан профиль Клаузера и профиль, построенный с помощью (2), (12), (13) и данных [4] (значения  $\xi_\omega$ , при которых в (13) действует аппроксимация  $\varphi = C_1\sqrt{\xi} + C_2$ , отмечены крестиком). Здесь же показан профиль Шофилда [4], использовавшем «закон 1/2», видно, что совпадение с экспериментом хуже, чем для (12).

Результаты расчета с помощью (4), (5) и (6) близки и на Рис.1 визуально неразличимы. Однако применение (4), (5) по сравнению с (6) и (7) обеспечивает большую точность при малых  $g$ . Кроме того, как показано в [3], соотношения (6), (7) не обеспечивают логарифмической зависимости на автомодельном режиме, подтвержденной экспериментально [14].

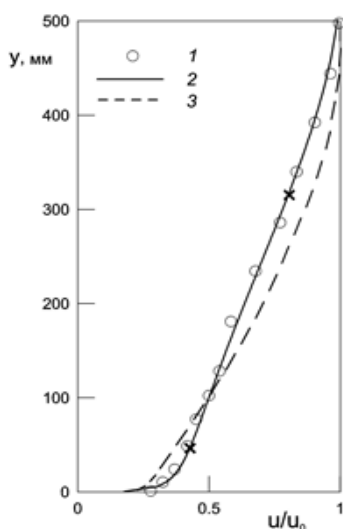


Рис.1. 1 – эксперимент [9], 2 – (4), (5), 3 – [4].

### 3. РЕЖИМ «ГЛАДКОГО» ОТРЫВА

В сечении отрыва (где  $\varepsilon = 0$ ,  $\tau_w = 0$ ,  $K \neq 0$ ) вблизи поверхности тела, как и ранее, должно быть существенным влияние вязкости. Однако, поскольку



логарифмический участок скорости исчезает, то в определяющие параметры в этой области входит уже не  $u_\tau = \varepsilon u_0$ , а  $dp/dx$ . Поэтому в сечении отрыва характерными скоростью и линейным размером во внутренней зоне будут:

$$u_{\tau_0} = \left( \frac{\nu}{\rho} \frac{dp}{dx} \right)^{1/3} = u_0 |K|^{1/3}, \quad l_{\tau_0} = \left( \frac{1}{\rho \nu^2} \frac{dp}{dx} \right)^{-1/3} = \delta^* |K|^{-1/3} \cdot \text{Re}^{-1}. \quad (16)$$

В области сращивания с внешней «невязкой» областью, где  $l_{\tau_0} < O(y) < \delta$ ,  $\delta = O(\delta^*)$ , характерный размер не существует. Однако ранее при выполнении условия (11) характерная скорость  $u_\tau = u_0 \varepsilon$  была одинаковой для «вязкой» и «невязкой» зон, что приводило к существованию логарифмической зоны. Теперь же в зоне сращивания, как и ранее, нет характерного линейного размера, а влияние вязкости  $\nu$  исчезает. Поэтому, по теории размерности для обезразмеривания линейного размера используется  $y$ , а для обезразмеривания скорости  $\left( y \frac{dp}{dx} \frac{1}{\rho} \right)^{1/2}$ .

Тогда получим, обозначив безразмерную постоянную  $a/2$ :

$$\frac{du}{dy} = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{dp}{dx} \frac{1}{\rho}}.$$

Это соотношение для зоны сращивания справедливо и во внутренних, и во внешних переменных. Переходя к внутренним,  $u/u_{\tau_0} = u^{+0}$ ,  $y/l_{\tau_0} = y^{+0}$  получим:

$$\frac{du^{+0}}{dy^{+0}} = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{1}{y^{+0}}}, \quad u^{+0} = a \sqrt{y^{+0}} + b. \quad (17)$$

Здесь для случая гладкой стенки  $b$  – некоторая безразмерная постоянная.

Зависимость (17) аналогична логарифмическому участку профиля, существующему при выполнении неравенства (11), а постоянные  $a$  и  $b$ , соответственно, постоянным  $A$  и  $B$ . При этом (17) полностью совпадает с формулой в [13], где  $y^x = y^{+0}$ ,  $C^x = b$ ,  $a = 2/k_\infty$ . Подставляя (16) в (17):

$$\frac{u}{u_0} = a (\beta \varepsilon^2)^{1/2} \sqrt{\frac{y}{\delta^*}} + b |K|^{1/3}. \quad (18)$$

В предельном случае «абсолютно гладкого» отрыва в зоне сращивания решений  $u/u_0 = 0$ , так как  $\beta \varepsilon^2 = 0$  то есть также, как это следует из закона следа при  $\xi = 0$ . Иначе говоря, «закон 1/2» в этом случае пропадает.

При выполнении условия «гладкого» отрыва  $\beta \varepsilon^2 < 0.01$  отношение  $u/u_0$  – малая величина. Результаты измерений [11] (рис.2) подтверждают этот вывод.

Значения  $a$ ,  $b$  (как  $A$ ,  $B$  для логарифмической зоны) определяются из эксперимента. Если в сечении отрыва (9) не выполняется, экспериментальные данные для рассматриваемого режима непригодны. Однако такие данные использованы в [13] и дали  $a = 2/k_\infty \approx 3.33$ ,  $b = 0$ . Если это принять (что, строго говоря, неверно!), и использовать экспериментальные результаты [8], где условия (9) выполняются, то из (18) следует:

$$\frac{u}{u_0} = 0.37 \sqrt{y/\delta}. \quad (19)$$

Проверить справедливость этого соотношения нельзя, так как в [8] профиль скорости не приведен. Такой профиль содержится в [11] ( $x = 132.2$  in, рис.2). Из [11] следует, что в зоне срачивания значение  $u/u_0 \approx const$ , то есть  $a$  мало и можно положить  $a(\beta\varepsilon^2)^{1/2} = 0$ . Иначе говоря, «закон 1/2» практически не реализуется. В то же время в предотрывном сечении  $x = 124.3$  in скорость аппроксимируется уже соотношением типа (19), что согласуется с результатом, данной работы, когда  $\omega \ll 1$ , но логарифмический участок скорости существует.

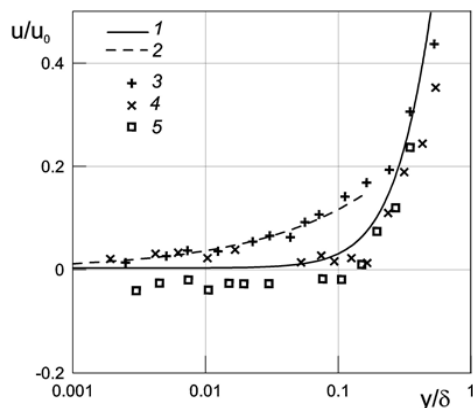


Рис.2. 1 – (20), 2 – (19). Эксперимент [11]: 3 – сечение перед отрывом, 4 – отрыва, 5 – после отрыва (возвратное течение).

Значения  $a$  и  $b$  для «гладкого» отрыва можно было бы получить из рис.2 для  $x = 132.2$  in. Однако эти экспериментальные данные имеют значительный разброс, а конкретные значения необходимых параметров в [11] не приведены.

В [3] предложена другая методика для определения постоянной  $b$ . Приняв во внимание  $a(\beta\varepsilon^2)^{1/2} = 0$  и данные [8], а также используя (12), (2), (18), получено, что при «абсолютно гладком» отрыве форм-параметр  $H = 3.89$ , а профиль скорости на режиме отрыва имеет вид:

$$\frac{u}{u_0} = 0.9966\xi^2(3 - 2\xi) + 0.0034. \quad (20)$$

Профиль скорости (20) показан на рис.2 также, как и рекомендованный в [13] профиль (19). Видно, что (20) соответствует измерениям [11] в отличие от (19). Отметим, что предотрывные режимы требуют специального рассмотрения.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная модификация закона следа Коулса уточняет имеющиеся в настоящее время варианты этого закона. Основным допущением, принятым при выводе этого закона, является, как это принималось и ранее, однопараметричность профиля дефекта скорости. Закон следа уже содержит в себе (неявно) «закон 1/2». При этом в сечении «гладкого» отрыва этот закон практически исчезает. Отметим, что максимальное значение форм-параметра  $H$  близкое к 3.89 в сечении отрыва слоя достигается на режиме «гладкого» отрыва. В других случаях отрыв может наступать, как известно, при  $H = 1.8, \dots, 2.4$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Сычев В.В., Сычев Вик.В. О структуре турбулентного пограничного слоя // ПММ. – 1987. – Т.51. – Вып.4. – С.593-599.
2. Coles D. The law of the wake in turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. – 1956. – Vol.1, – Pt.2, – P.191-226.
3. Михайлов В.В., Самойлова Н.В. Автомодельное и предельное решения уравнений турбулентного пограничного слоя. Условия реализации парадокса Даламбера // Ученые записки ЦАГИ. – 2015. – Т.XLVI. – №3 (принята к опубликованию).
4. Schofield W.H. Equilibrium Boundary Layers in Moderate to Adverse Pressure Gradients // J. Fluid Mech. – 1981. – Vol.113. – P.91-122.
5. Лашков Ю.А., Михайлов В.В., Самойлова Н.В., Успенский А.А. О применимости универсального закона дефекта скорости к неравновесным течениям в турбулентном пограничном слое // ИФЖ. – 2008. – Т.81. – №5. – С.834-843.
6. Vigdorovich I. Self-similar turbulent boundary layer in pressure gradient. Four flow regimes / 13-th European Turbulence Conference. – 2011. – Warsaw.
7. Sandborn V.A. Reynolds-Number Correlations for Separation of Turbulent Boundary Layers // AJAA J. – 2003. – Vol.41. – N4. – P.744-747.
8. Maciel V., Rossignol R.-S., Lemay J. Self-Similarity in the Outer Region of Adverse-Pressure-Gradient Turbulent Boundary Layers // AJAA J. – 2006. – Vol.44. – N11. – P.2450-2474.
9. Clauser F.H. 1954 Turbulent boundary layers in adverse pressure gradient // J. Aeronaut. Sci. – Vol.21. – P.91-108.
10. Михайлов В.В. Применение асимптотических методов к расчету турбулентного пограничного слоя // ИФЖ. – 2004. – Т.77. – №5. – С.114-121.
11. Simpson R.L., Strikland J.H., Barr P.W. Features of a Separating Turbulent Boundary Layer in the Vicinity of Separation // J. Fluid. Mech. – 1977. – Vol.79. – P.553-594.
12. Михайлов В.В., Самойлова Н.В. О расчете коэффициента трения турбулентного пограничного слоя. Критерий реламинаризации слоя // Ученые записки ЦАГИ. – 2013. – Т.XLIV. – №6. – С.58-68.
13. Gersten K. Turbulent boundary layers I. Fundamentals / In Recent Advances in Boundary Layer Theory (ed. A. Kluwick). CISM courses and lectures. – Vein New York: Springer, 1998. – Vol.390. – P.107-120.
14. Jones M.B., Marusic I., Perry A.E. Evaluation and structure of sink flow turbulent boundary layers // J. Fluid Mech. – 2001. – Vol.428 – P.1-27.

# ГАЗОТЕРМОДИНАМИКА, ЭЛЕКТРОФИЗИКА И ОПТИКА СЖАТОГО СЛОЯ У СФЕРЫ В СВЕРХЗВУКОВОЙ ПОЛИДИСПЕРСНОЙ СТРУЕ

Моллесон Г.В. \*, Стасенко А.Л. \*\*,\*\*\*

\* ФГУП Центральный аэрогидродинамический институт  
им. проф. Н.Е. Жуковского, г. Жуковский, Россия

\*\* Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, Россия

Движение высокоскоростного летательного аппарата в запыленной атмосфере часто моделируется в аэрогазодинамических установках [1,2], обладающих конечными размерами, что приводит к скоростной и термической неравновесности фаз еще до взаимодействия потока с обтекаемой моделью и, следовательно, необходимости рассматривать движение смеси от самой форкамеры. Это взаимодействие сопровождается рядом физических явлений (образование «каустики» отраженных от тела вращающихся частиц, электрический поток через заземленное тело, свечение возбужденных разрядом молекул несущего газа), измерение параметров которых позволяет оценить характерный размер частиц диспергированной фазы, их угловую скорость, коэффициенты восстановления компонент скорости частиц после столкновения с телом, их электрический заряд. В работе использована развитая ранее [3,4] физико-математическая модель газодисперсной струи, учитывающая перекрестное влияние поступательного и вращательного движения частиц, существенную термическую и скоростную неравновесность фаз, обрезание спектра собственного излучения микрочастиц.

В предыдущих работах исследовано обтекание сферы или торца цилиндра монодисперсным сверхзвуковым потоком. В настоящей работе отражены следующие новые моменты:

- полидисперсность двухфазного потока,
- обтекание несимметричного тела более сложной геометрии – сферического затупления с экранирующим «грибком», из-под которого через кольцевую щель может выдуться охлаждающая жидкость.

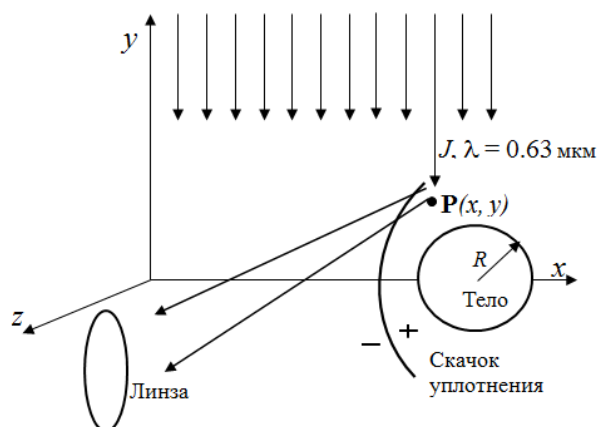


Рис.1. Схема обтекания тела (поток полидисперсной смеси слева направо вдоль оси  $x$ ) и наблюдения рассеянного излучения.  $P(x, y)$  – «точка», от которой идет рассеянный сигнал вдоль оси  $z$ .

Стимулом для настоящей работы послужили эксперименты [2], в которых тело упомянутой геометрии обтекалось сверхзвуковым потоком воздуха, несущим мелкодисперсные частицы железа (Fe), гематита ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) и корунда ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ).

На рис.1 показан поток зондирующего излучения, падающий вдоль оси  $y$ , обтекаемое тело, скачок уплотнения и рассеянный сигнал, направленный к линзе регистрирующего прибора (вдоль оси  $z$ ). Обтекаемое тело – шар радиусом 37,5 мм. Несущий газ – воздух. Число Маха на срезе сопла  $M=6$ , условия в форкамере –  $P_0=33$  ата,  $T_0=600\text{K}$ . В работе рассмотрены частицы со среднекубическим радиусом  $a_3 = \langle a_s^3 \rangle^{1/3} = 0.185$  мкм, которые характеризует инерционные свойства смеси и частицы радиусом  $a_6 = \langle a_s^6 \rangle^{1/6} = 0.205$  мкм наиболее часто используемые для исследования оптических параметров.

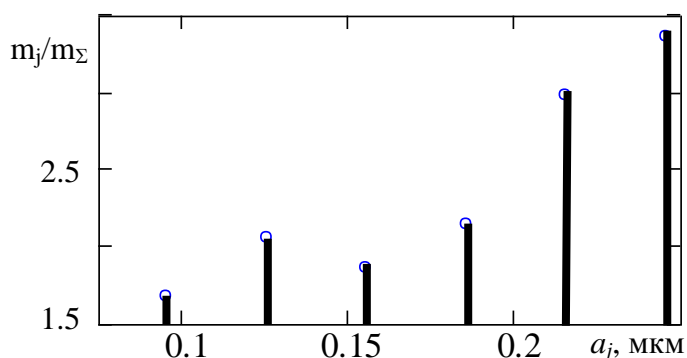


Рис.2. Гистограмма фракций частиц  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ .

На рис.2 показан массовый спектр частиц гематита, использованных в экспериментах [2].

Прежде всего, представляет интерес тепловое воздействие на тело таких потоков. В этом плане своеобразие полидисперсных потоков состоит в следующем. Частицы различных фракций в результате ускорения в сверхзвуковом сопле получают различные скорости, с которыми они соударяются с телом, причем зависимость значений этих скоростей от размера частиц немонотонна: мелкие частицы быстро ускоряются, но и сильно тормозятся в сжатом слое перед телом, а крупные просто не успевают ускориться на трассе от сопла до обтекаемого тела. Между тем для каждой пары веществ (частица – бомбардируемое тело) существует некоторая предельная скорость, выше которой столкновение становится абсолютно неупругим:

$$v_n^* \approx \left[ \frac{\rho_p}{3} \left( \frac{1}{\sigma_p} + \frac{1}{\sigma_w} \right) \right]^{-1/2}$$

где  $\rho_p$  – плотность частиц,  $\sigma_p$  и  $\sigma_w$  – пределы упругости частиц и тела [5]. Поэтому возникает ситуация, при которой малые и большие частицы, отскакивающие от тела, не успевают обменяться с ним своей энтропией. «Средние» частицы со скоростями, превышающими предельную скорость, передают телу (вследствие абсолютно неупругого взаимодействия) не только всю свою кинетическую энергию, но также успевают прийти в тепловое равновесие с ним, не отражаясь, а проникая внутрь тела или образуя псевдосжиженный слой у его поверхности.

Большую роль в экспериментальных исследованиях неоднородных потоков играют оптические измерения. Как известно, характер рассеяния

монохроматического излучения длиной волны  $\lambda$  частицей радиуса  $a$  зависит от дифракционного параметра  $2\pi a/\lambda$ . Значение этого параметра, равное  $2\pi$ , служит условной границей между релеевским режимом мелких частиц, и Ми – рассеянием на крупных частицах [6]. Коэффициент рассеяния излучения отдельной частицей для обсуждаемых условий эксперимента описывается формулой Лоренц–Лорентца

$a_j < \lambda$ ,  $Q_{sca j} = \frac{8}{3} \left( \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right)^2 \left( \frac{2\pi a_j}{\lambda} \right)^4$ . Относительные средние моменты массового спектра

имеют вид:

$$N_k = \frac{(\sum n_j a_j^k)^+}{(\sum n_j a_j^k)^-}$$

где  $k=3$  или  $6$ , а относительный поток рассеянного излучения определяется по всей области наблюдения с учетом всех фракций смеси:

$$N_1 = \frac{J(x, y)}{J_0} = \exp \left[ - \int_{y'}^{\infty} \sum_{j=1}^6 \pi a_j^2 Q_{j\text{ext}} n_j(x, y', 0) dy' \right] \times \\ \times \left[ \sum_{j=1}^6 \pi a_j^2 Q_{j\text{sca}} n_j(x, y', 0) h \right] \times \exp \left[ - \int_{z'}^{\infty} \sum_{j=1}^6 \pi a_j^2 Q_{j\text{ext}} n_j(x, y', z') dz' \right].$$

Здесь  $a_j$  – радиус частиц  $j$ -й фракции,  $n_j$  – их концентрация, суммирование ведется по номеру фракции  $1 \leq j \leq 6$ ;  $N$  – относительное суммарное рассеяние излучения (по Релею) всеми фракциями (индексы «минус» и «плюс» означают величины в сжатом слое и перед скачком уплотнения в потоке, рис.1). Экспоненциальные множители описывают бугеровское ослабление (индекс *ext*) сигнала вдоль падающего луча (ось  $y$ , рис.1) – первый сомножитель в квадратных скобках – и вдоль направления наблюдения (ось  $z$ ) – третий сомножитель. Средний сомножитель описывает рассеяние (индекс *sca*) частицами каждой фракции, пропорциональное  $a_j^6$ .

Физико-математическая модель электризации частиц развита в следующих мажорирующих предположениях: при ударе с телом каждая частица приобретает максимальный электрический заряд, определяемый пробойным напряжением при локальной плотности несущего газа у поверхности тела. Отскочившие от тела частицы уносятся потоком в области понижающейся плотности, в которых увеличивается длина свободного пробега электронов, что приводит к ионизации газа вокруг частицы; образующиеся ионы с зарядом, противоположным заряду частицы, стремятся к ней, заряды другого знака возвращаются на тело, что создает иллюзию «стекания заряда с частицы».

Численные исследования выполнены в режиме установления по времени на дифференциальных уравнениях метода крупных частиц, удобного в случае потоков со сверхзвуковым течением и дозвуковыми областями в нем, со сложной топологией скачков, контактных поверхностей, сепаратрис (разделяющих течение «чистого» газа и отдельных фракций), «каустики» (областей повышенной плотности частиц у поверхностей, огибающих возвратные траектории). Отметим, что наличие «грибка» вызывает необходимость дополнительного измельчения расчетной сетки у поверхности обтекаемого тела.

На рис.3 представлено полидисперсное распределение безразмерной концентрации  $N$  и коэффициента рассеяния  $N_1$  частиц  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  радиусом  $0.185 \mu\text{м}$  с массовой концентрацией  $\varepsilon^0=0.14$  в картинной плоскости в декартовых координатах; горизонтальная ось соответствует поверхности обтекаемого тела. Центральный

угол  $\theta$  отсчитывается от точки торможения. Видно резкое повышение плотности излучения частиц у «грибка», связанное с увеличением их концентрации.

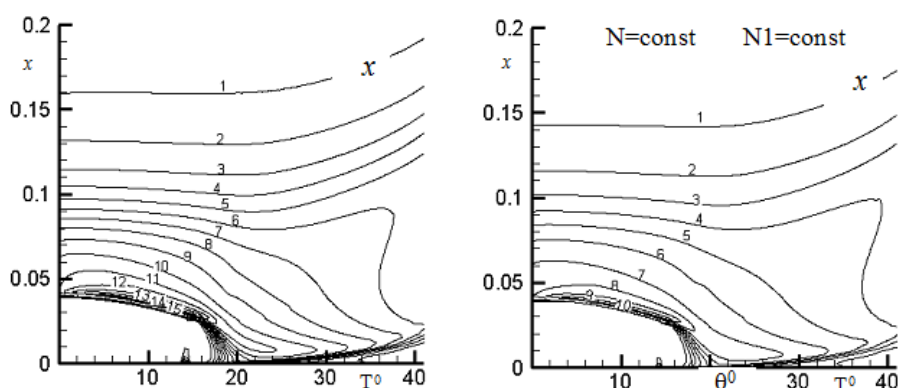


Рис.3. Линии равных значений концентрации коэффициента рассеяния регистрируемого излучения частицами радиусом 0.185 мкм,  $\varepsilon^0=0.14$ .

Аналогичные результаты представлены на рис.4 для частиц радиусом 0.205 мкм. Сравнение рис.3 и рис.4 показывает, что с увеличением радиуса частиц существенно увеличиваются концентрация и излучение у обтекаемого тела.

Численные расчеты показали близость коэффициента рассеяния излучения у тело к экспериментально измеренным значениям.

Развитые в работе алгоритмы предназначены для предсказания характеристик физических процессов, сопровождающих обтекание тел неоднородными неравновесными потоками при входе летательных аппаратов в запыленные атмосферы, в экспериментальных аэродинамических установках, при оптимизации технологии пескоструйной обработки поверхностей.

Результаты работы могут быть использованы также при исследовании движения ЛА в кристаллических облаках.

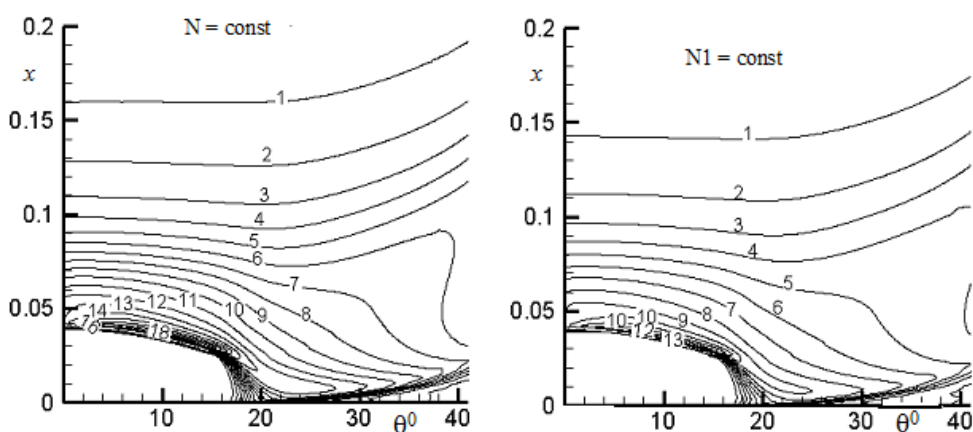


Рис.4. Линии равных значений концентрации коэффициента рассеяния регистрируемого излучения частицами радиусом 0.205 мкм,  $\varepsilon^0=0.14$ .

*Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 13-01-00766.*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кудин О.К., Нестеров Ю.Н., Токарев О.Д., Флакман Я.Ш. Экспериментальное исследование натекания высокотемпературной струи запыленного газа на преграду // Ученые записки ЦАГИ. – 2013. – Т.44. – №6. – С.105-115.
2. Василевский Э.Б., Осипцов А.Н., Чирихин А.В., Яковлева Л.В. Теплообмен на лобовой поверхности затупленного тела в высокоскоростном потоке, содержащем малоинерционные частицы // Инженерно-физический журнал. – 2001. – Т.74. – №6. – С.34-42.
3. Моллесон Г.В., Стасенко А.Л. Обтекание твердого тела горячей сверхзвуковой газодисперсной струей с учетом вращения отраженных частиц // Ученые записки ЦАГИ. – 2011. – Т.ХLII. – №2. – С.53-67.
4. Моллесон Г.В., Стасенко А.Л. Электрооптические явления при обтекании твердого тела газодисперсной струей // ТВТ. – 2014. – Т.52. – №6. – С.907-917.
5. Стасенко А.Л. Коэффициенты восстановления скорости частицы при отражении от поверхности твердого тела // ИФЖ. – 2007. – Т.80. – №5. – С.38-44.
6. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. – М.: Изд-во Мир, 1986. – 660 с.



## **РЕЛЯЦИОННАЯ БАЗА ДАННЫХ «БАРС» ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕЙСТВИЯ ПОТОКОВ ИЗЛУЧЕНИЙ И ЧАСТИЦ НА КОМПОЗИТНЫЕ КОНСТРУКЦИИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

Острик А.В., Емельянов В.В.\*

*ФГБУН Институт проблем химической физики РАН, г. Черноголовка, Россия*

*\*ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия*

### **РЕЗЮМЕ**

Предлагается база данных «БАРС», предназначенная для проведения численных исследований зарядового, теплового и механического действий потоков излучений и частиц на многослойные композитные конструкции летательных аппаратов. Используется свободно распространяемая современная система управления базами данных «Oracle 10g XE» с языком запросов SQL. Описываются принципы, средства реализации и содержание основных блоков базы. Предлагаемая база данных позволяет существенно ускорить и облегчить разработку композитных конструкций, работающих в условиях воздействия потоков излучений и частиц различной физической природы.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Как известно [1], разработка композитной конструкции летательного аппарата (ЛА) и определение требуемых свойств ее материалов реализуются в едином расчетном процессе при заданном наборе эксплуатационных нагрузок и внешних воздействующих факторов, в число которых входят и потоки излучений и частиц (ПИЧ). Если расчет конструкций к теплосиловым эксплуатационным нагрузками (в большинстве случаев квазистационарных и осесимметричных) и поиск необходимых для него данных не вызывает, как правило, принципиальных затруднений, то оценка параметров теплового и механического действий ПИЧ, а также зарядовых эффектов, требуют использования физико-математических моделей и исходных данных из различных областей прикладной физики. Даже при наличии комплекса численных кодов исследования последствий воздействия ПИЧ поиск и извлечение требующихся для расчетов данных из имеющихся обширных баз по дифференциальным сечениям взаимодействия излучений и частиц, а также оптическим, термодинамическим, теплофизическим и механическим свойствам конструкционных материалов является кропотливой и длительной работой, неизбежно сопровождающейся ошибками. Поэтому наличие проблемно – ориентированной реляционной базы данных для прогнозирования последствий теплового и механического действий ПИЧ, а также зарядовых эффектов, на многослойные композитные конструкции ЛА существенно облегчает и ускоряет их проектирование [2]. Конечно, такая база данных нуждается и в собственном интерфейсе [3]. В работе рассматривается один из возможных вариантов такой реляционной базы данных «БАРС» (БАЗа – Реляционная, Специализированная) [2].

## 1. ПРИНЦИПЫ И СРЕДСТВА РЕАЛИЗАЦИИ БАЗЫ ДАННЫХ

Реляционные модели баз данных (БД) предполагают организацию и управления данными в виде простых структур (связанных двумерных таблиц), что оказывается весьма удобным для пользователя при пополнении и извлечении данных в требуемом для проведения расчетов формате. Современные системы управления базами данных (СУБД) поставляются вместе со встроенными в них языками, эффективно обеспечивающими запрос данных, их обработку и пополнение с разделением прав пользователей и ограничениями, гарантирующими качество вводимых и корректируемых данных. Предлагаемая база данных использует свободно распространяемую (в урезанном варианте) реляционную СУБД «Oracle 10g XE» [4] с языком запросов SQL [5].

Ввод новых данных в базу сопровождается дополнительными сведениями (по терминологии теории реляционных БД, атрибутами, размещаемыми в соответствующих столбцах двумерных таблиц): датами ввода или изменения (определяется и фиксируется средствами СУБД автоматически); литературными источниками данных; единицами измерения вводимых физических величин (вводится переводной коэффициент в СИ); точностями измерения величин, идентификаторами блоков данных (основные блоки данных кратко рассмотрены ниже). Вполне понятно и общепринято, что ввод данных в базу сопровождается контролем со стороны СУБД. В частности, для каждой из вводимых физических величин средствами СУБД задаются интервалы ее изменения с учетом текущей системы единиц измерения (ввод данной возможен лишь после предварительного ввода переводного коэффициента ее в СИ). Поиск и связывание данных из различных таблиц для требуемого материала осуществляется по уникальному идентификатору записей ID, которым, в частности, определяется и название материала в сокращенном до 10 символов виде.

Наличие табличных баз данных само по себе не обеспечивает эффективности проведения расчетов, так как поиски требуемых значений для интерполяции и ее реализация в ряде случаев приводят к необоснованно большим затратам времени и оперативной памяти ЭВМ. В рассматриваемую БД внедрена сервисная оболочка, производящая расчет, запись в базу и считывание из нее коэффициентов аппроксимации и достигнутый уровень погрешности. Таблично заданные функциональные зависимости (от температуры, угла рассеяния и энергии квантов и т.д.) разбиваются на характерные области, в каждой из которых они аппроксимируются соответствующими для этих зависимостей и выбранных областей аналитическими функциями (во многих случаях выбор аппроксимирующих функций основывается на физических соображениях). Коэффициенты аппроксимации определяются методом наименьших квадратов численно с помощью ЭВМ-программы поиска минимума функции многих переменных, входящей в известную библиотеку FORTRAN – программ “NAG”. Использование лишь коэффициентов аппроксимации существенно сокращает объем оперативной памяти ЭВМ при расчетах. Особенно это касается задач переноса и поглощения ПИЧ, где хранение в оперативной памяти многомерных табличных зависимостей дифференциальных сечений взаимодействия излучений и частиц от углов рассеяния, энергий квантов и частиц, а также типа вещества представляется явно нецелесообразным.

Поскольку данные в базе находятся под управлением СУБД, то для каждой из использующих их расчетных методик достаточно задать на языке запросов SQL соответствующие программе требования к необходимым данным. При этом

результатом работы СУБД является набор файлов данных (в том числе, и коэффициентов аппроксимаций необходимых для расчетов зависимостей) в электронном виде с расширением *dat*, требуемыми структурой и единицами измерения физических величин.

Отметим, что не представляется возможным в рамках одного раздела представить описание и дать ссылки для всего набора источников, используемых при наполнении рассматриваемой базы данных. В наибольшей степени это касается многочисленных интернет-источников, выбор данных из которых по критериям непротиворечивости, полноты и достоверности является искусством и определяется накопленным опытом и знаниями исследователя в соответствующей области прикладной физики. Поэтому далее даются ссылки лишь на некоторые надежные источники, имеющиеся данные в которых в принципе достаточны для проведения исследований последствий воздействия ПИЧ на композитные корпуса ЛА.

## **2. ОСНОВНЫЕ БЛОКИ ДАННЫХ**

Предлагаемая база данных состоит из следующих основных блоков: блока характеристик ПИЧ и материалов объекта; блока взаимодействия излучений и частиц с веществом; блока электрофизики; блока теплофизики; блока термодинамики (уравнений состояния); блока характеристик высокоскоростного деформирования и прочности; блока механических характеристик динамического нагружения. Далее кратко рассматривается основное содержание каждого из этих блоков.

Характеристики ПИЧ и материалов объекта. Это весьма специфический раздел БД, содержащий разнообразные данные, требующиеся для оценки последствий воздействия ПИЧ на тонкостенные композитные конструкции ЛА. В подблоке характеристик ПИЧ в БД имеется набор таблично заданных функций. Это, прежде всего, спектральные, угловые и временные (например, для светового излучения мощного взрыва при различных его мощностях и расстояниях до объекта) характеристики воздействующих ПИЧ.

Подблок материалов объекта содержит геометрические характеристики и функции плотности распределения по размерам дискретных наполнителей в защитных гетерогенных покрытиях, а также состав и массовое содержание химических элементов в конструкционных композитных материалах и металлических сплавах.

Характеристики взаимодействия излучений и частиц с веществом. Распространение и поглощение ПИЧ определяется сечениями взаимодействия излучений и частиц с материалами преграды [6-13]. Данные по сечениям взаимодействия нейтронов с атомными ядрами и радиационных захватов с испусканием  $\gamma$  – квантов входят в состав ряда широко известных библиотек оцененных ядерных данных (БРОНД-2.2(3) – Россия; ENDF/B-VI.8 и ENDF/B-VII.0 – США; JENDL-3.3 – Япония; JEFF-3.1 – Западная Европа), обсуждение достоверности и непротиворечивости которых может быть предметом отдельной монографии.

Далее рассмотрим данные о сечениях взаимодействия квантов гамма-рентгеновского излучения и электронов. Многогрупповое представление сечений обладает высокой степенью универсальности по отношению к методу расчета. Однако, будучи по сути проблемно-ориентированными данными, групповые константы не гарантируют точности решения вне области проблемы, для которой

они разработаны. Более детальная информация о групповых сечениях и проверке их достоверности имеется в [13,14].

Точечное представление сечений взаимодействия используется программами расчета переноса излучения, основанными на методе Монте-Карло. При этом формат библиотек данных до настоящего времени не стандартизован и определяется потребностями проводимых расчетов. Детальность описания зависимостей сечений от энергий квантов и частиц в таких библиотеках существенно выше, чем в групповых. Это позволяет их использовать при расчетах глубокого проникновения, где важно точное описание минимумов в полных сечениях, или при решении задач определения энергетических спектров и (или) угловых распределений. Рассматриваемый блок данных содержит, в частности, точечные по энергии фотонов интегральные сечения фотопоглощения, комптоновского и релеевского рассеяний. Достаточно полно эти данные представлены в справочниках [15,16], а для квантов низких энергий (0,1...2кэВ) в [17] (применительно к области задач рассматриваемой проблемы эти данные нужны при расчете механического действия ультрамягкого рентгеновского излучения).

Дифференциальные по углу сечения комптоновских и релеевских рассеяний в области энергий  $E_{ph} = 1,3...22,1$ кэВ, где связность электронов существенна, внесены в базу данных из справочника [18]. Для комптоновского рассеяния при энергиях  $E_{ph} > 20$ кэВ связность не существенна и дифференциальное сечение описывается формулой Клейна–Нишины–Тамма, а при  $E_{ph} < 1$ кэВ вклад комптоновского рассеяния в перенос квантов мал по сравнению с фотопоглощением. Для релеевского рассеяния при низких энергиях  $E_{ph} < 1$ кэВ используется томсоновское дифференциальное сечение рассеяния фотона, а при  $E_{ph} > 1$ МэВ в случае необходимости можно ограничиться розыгрышем углов рассеяния в пределах малого угла  $\Delta\theta$ , рассчитываемого по известным соотношениям [19], предполагая угловое распределение равномерным в телесном угле (размер этого угла  $\Delta\theta$  не превышает шести градусов для: алюминия – при  $E_{ph} > 0,6$ МэВ; железа – при  $E_{ph} > 0,8$ МэВ; свинца – при  $E_{ph} > 1,2$ МэВ).

Тормозные потери энергии электронов на единицу массового расстояния внесены в базу данных из работ [20,21]. Также в этой части базы данных содержатся: средний потенциал ионизации для химических элементов и ряда представляющих практический интерес многокомпонентных материалов; результаты расчетов таблиц дифференциальных по углу сечений упругого рассеяния электрона на ядре с учетом экранирования ядра атома электронными оболочками по программе аналогичной ESCAT [22,23] для нескольких видов потенциалов экранирования; таблицы интегральных функций распределения потерь Ландау [24] и Блунка-Лейзеганга (для различных значений безразмерного параметра  $b$ ), требующиеся для розыгрыша флуктуаций потерь в методе Монте-Карло, а также и другие данные, необходимые для расчета переноса вторичного излучения с энергией электронов  $E_e \leq 50$ МэВ.

При расчете механического действия ультрамягкого излучения с учетом переноса энергии тепловым излучением образующейся у поверхности преграды низкотемпературной плазмы необходима информация об ее оптических свойствах (этот учет требуется уже при температурах газообразной части преграды, начиная с 1эВ [25-28]). Достаточно широкие диапазоны изменения температур от 1 до 100эВ и плотностей от  $10^{-5}$  до  $1\text{г/см}^3$  охватывает практически все состояния плазмы,

возникающей в результате действия ультрамягкого излучения на конденсированную преграду. Для этой области изменения параметров плазмы имеются обширные данные расчетов состава, термодинамических и оптических свойств [29-38]. Поэтому, наряду с данными о составе и термодинамических свойствах плазмы (эта часть данных входит в блок термодинамики, см. ниже), в БД помещены подробные данные по групповым коэффициентам поглощения плазмы в спектральном диапазоне 1 – 1000эВ (именно излучением этой части спектра переносит основную долю лучистой энергии при воздействии потока излучения этого диапазона спектра). Групповые коэффициенты поглощения являются исходной информацией для решения задач радиационной плазмодинамики в многогрупповом приближении [28]. Однако при решении многих задач оказывается достаточным рассмотрение переноса энергии излучением в приближениях квазидиффузии, лучистой теплопроводности, объемного высвета или их комбинации. Для обеспечения проведения расчетов в этих случаях в блок данных БД помещены интегральные оптические характеристики (усредненный по Росселанду пробег излучения и усредненный по Планку коэффициент поглощения) в зависимости от температуры и плотности плазмы.

Для исследования теплового действия потоков излучения оптического диапазона на конденсированные преграды в рассматриваемом блоке БД имеются известные из литературных источников зависимости коэффициентов поглощения  $A_i(\lambda, T)$  или отражения  $R_i(\lambda, T) = 1 - A_i(\lambda, T)$  от длины волны  $\lambda$  и температуры  $T$  облучаемой поверхности. Кроме того, блок содержит данные для интегральных коэффициентов излучения  $\varepsilon(T)$  (зависимостей степени черноты поверхности материала от температуры).

Электрофизические характеристики диэлектриков. Для оценки зарядовых эффектов в многослойных композитных преградах облучаемых ПИЧ требуются: диэлектрические проницаемости; собственные (темновые) проводимости; коэффициенты пропорциональности в зависимости радиационной проводимости от темпа подвода энергии; пробойные значения напряженностей электрических полей.

В БД введены таблицы зависимостей комплексных диэлектрических проницаемостей (или связанных с ними комплексных показателей преломления, или других данных, по которым они могут быть вычислены) от частоты для различных материалов, в том числе, и полимерных, которые представлены во многих работах (см., например, [39-44]). В БД также внесены зависимости времени до пробоя (долговечности)  $\tau_{rup}$  от величины напряженности электрического поля  $E$  (см. например, [44-48]). Эти данные требуются в программах расчета зарядовых эффектов при численной реализации локального критерия пробоя, использующего принцип суммирования парциальных долговечностей в виде интеграла Бейли [49] ( $t_{rup}$  – время наступления пробоя):

$$\int_0^{t_{rup}} \frac{dt}{\tau_{rup}(t)} = 1. \quad (1)$$

Экспериментальные данные по радиационной проводимости немногочисленны [44,50-54] и носят отрывочный характер. Известно, что проводимость при воздействии ионизирующего излучения на диэлектрик возрастает пропорционально некоторой степени интенсивности облучения (мощности энерговыделения) [50,51]:

$$\gamma_p = \gamma_{p0} \left( \frac{dQ}{dt} \right)^\theta. \quad (2)$$

Экспериментально определенные коэффициенты  $\gamma_{p0}, \theta$  зависимости (2) представлены в БД для ряда полимеров и конструкционных КМ.

Теплофизические характеристики материалов. В блоке теплофизики содержатся данные для расчета теплового действия ПИЧ [13,55-58]. Они представляют собой табличные данные и коэффициенты аппроксимаций (для зависимостей от температуры) следующих теплофизических характеристик материалов:

- теплопроводности  $\lambda(T)$ , [Вт/(см град)];
- объемной теплоемкости,  $\rho(T)c(T)$ , [Дж/см<sup>3</sup>];
- изменений удельных энтальпии при физико-химических превращениях компонент конструкционных и теплозащитных материалов  $\Delta H_{PCT}$ , [Дж/кг].

Информация по теплофизическим характеристикам и их зависимостям от температуры имеется для многих представляющих практический интерес веществ (см. например, [59-63]). Эти данные внесены в БД для большинства химических элементов, материалов несущих слоев, теплозащитных и многофункциональных покрытий ЛА.

Блок термодинамики (широкодиапазонные уравнения состояния). Для прогнозирования параметров механического действия высокоинтенсивных ПИЧ [13,58,64] требуются широкодиапазонные уравнения состояния [65,66]. Эти уравнения представляются в табличном виде [67] в форме зависимостей термодинамических функций от температуры и плотности. В том практически важном случае, когда описание гидродинамического разлета вещества при воздействии высокоинтенсивных ПИЧ не требует знания температуры (характерно для режимов воздействия ПИЧ с объемным характером поглощения, при котором эффекты плазмообразования не существенны [64]), достаточным оказывается калорических уравнений состояния [13,65], которые могут быть построены по данным ударно-волновых экспериментов [68,69].

Для проведения газодинамических расчетов калорические уравнения состояния нуждаются в корректировке в двухфазной области «газ-конденсат». В БД введены скорректированные данные по калорическим УРС с учетом возможности реализации метастабильных состояний при разгрузке быстро нагретого вещества [70].

Характеристики высокоскоростного деформирования и разрушения материалов. Модели нестационарного деформирования и разрушения применительно к рассматриваемым задачам требуются при расчете параметров механического действия ПИЧ, для которого во многих практически важных случаях достаточно рассмотрения одноосного деформированного состояния. Большинство имеющихся экспериментальных данных получено именно в этой геометрии (или в геометрии одноосного напряженного состояния: соударения стержней с преградой) ударно-волновым методом посредством генерации волновых процессов в исследуемых материалах соударением пластин [68,71-73].

В БД введены константы  $\sigma_{T0}, \alpha, \beta, m$ , описывающие зависимости величины динамического предела текучести для материалов металлических несущих слоев от давления  $P$  температуры  $T$  и интенсивности пластической деформации  $e_p$  [71,74]:

$$\sigma_T = \sigma_{T0} \left[ (1 + \beta e_p)^m + \alpha P \right] \left[ 1 - \frac{E_T}{E_{Tmel}} \right], \quad (3)$$

где  $E_T, E_{Tmel}$  – тепловые энергии соответствующие текущему состоянию и точки плавления материала (определяются по используемому в расчетах УРС). Также введены имеющиеся данные о зависимостях динамических модулей сдвига от температур и скоростей деформаций.

Простейшей дискретной моделью разрушения является модель мгновенного откола. В ней нарушение сплошности материала (образование дефекта в виде трещины) возникает мгновенно после достижения растягивающими напряжениями величины откольной прочности материала. Применение этой модели оправдано для условий деформирования (температур, скоростей и распределений деформаций в области разрушения) близких к тем, которые имели место при экспериментальном определении откольной прочности.

Для более корректного описания разрушения под действием нестационарных растягивающих напряжений критерий откола может быть сформулирован, как условие превышения интегралом накопления повреждений Тулера-Бучера некоторого критического значения  $K_{cr}$  [71,75]

$$\int_{t_0}^{t_{spall}} [\sigma(t) - \sigma_0]^\eta dt = K_{cr}, \quad \sigma(t_0) = \sigma_0, \quad (4)$$

где  $\eta, \sigma_0, K_{cr}$  – параметры материала (для меди:  $\eta \approx 2, \sigma_0 \approx 0,75$  ГПа,  $K_{cr} = 0,19$  ГПа<sup>2</sup> × мкс);  $t_{spall}$  – время, при котором наступает откольное разрушение преграды. Критерий Тулера – Бучера (4) содержит три константы, которые должны определяться из экспериментальных данных, полученных при различных температурах  $T$ .

Альтернативным подходом может служить дискретный критерий откола, следующий из представлений кинетической теории прочности [76]. Предполагая справедливость суммирования парциальных долговечностей и используя интеграл Бейли, критерий откола можно написать в виде:

$$\int_0^{t_{spall}} \frac{dt}{\tau_{spall}[\sigma(t), T]} = 1, \quad (5)$$

$$\tau_{spall} = \tau_{spall}(\sigma, T) = \tau_0 \exp\left(\frac{U - \gamma \sigma}{k_B T}\right), \quad (6)$$

где  $\tau_0, U, \gamma$  константы, зависящие от свойств и температуры материала. Отметим, что механизм развития откола при субмикросекундных длительностях может существенно отличаться [71] от разрушения при квазистатических нагружениях и носить атермический характер. В этом случае соотношении (6) уже не имеет своего логического обоснования. Это в частности, выражается тем, что в широком диапазоне изменений длительностей нагрузки появляются две ветви в зависимости  $\tau_{spall} = \tau_{spall}(\sigma, T)$ : квазистатическая и динамическая с различными значениями констант  $\tau_0, U, \gamma$ . Возможность использования температурной зависимости (6) для описания динамической ветви требует экспериментальной проверки для каждого исследуемого материала.

Критерий откола (5) может быть использован и без (6), если имеются экспериментальные данные по долговечности  $\tau_{spall} = \tau_{spall}(\sigma, T)$ . При этом измерения, конечно, должны проводиться в условиях, когда изменение растягивающего напряжение в сечении близко к ступеньке (например, это имеет место в

акустическом приближении при инициировании откола ударом пластины). Экспериментально определенные зависимости  $\tau_{spall} = \tau_{spall}(\sigma, T)$  также введены в БД для ряда конструкционных материалов.

Характеристики динамического деформирования и разрушения материалов при высоких температурах. В данном случае под динамическими мы понимаем скорости нагружения существенно меньшие, чем при волновых процессах, соответствующие скоростям деформаций корпусов ЛА на оболочечной стадии деформирования ( $d\varepsilon/dt \approx 10^2 \dots 10^3 \text{ с}^{-1}$ ) [77].

Корпуса ЛА после теплового и механического действий ПИЧ представляют собой неравномерно прогретые оболочки переменной толщины [58]. В случае наличия металлического несущего слоя в конструкции для описания его пластического деформирования требуется соответствующий набор зависимостей модулей Юнга, коэффициентов Пуассона и пределов текучести материалов от температуры, которые представлены в рассматриваемом блоке БД.

Композитные слои, входящие в состав пакета, как правило, представляют собой ортотропный материал (предполагается, что воздействие ПИЧ обладает плоскостью симметрии, проходящей через ось симметрии корпуса, и тепловые уносы и отколы не нарушают ортотропии) и для описания их деформирования в рамках оболочечной модели необходимо задание четырех температурных зависимостей: модулей Юнга  $E_1(T)$ ,  $E_2(T)$  (1 – направление по образующей корпуса, 2 – по угловой координате); коэффициента Пуассона  $\nu_{12}(T)$  (второй коэффициент Пуассона  $\nu_{21}(T)$  находится из соотношения  $E_1(T)/\nu_{12}(T) = E_2(T)/\nu_{21}(T)$ ) и модуля сдвига  $G_{12}(T)$ . Соответствующие зависимости для широко используемых конструкционных материалов (угле-, органо- и стеклопластиков) включены в этот блок БД в виде таблиц и коэффициентов аппроксимационных зависимостей.

В случае корпусов ЛА нитяной намотки каждый элементарный слой композита представляет собой совокупность однонаправленных волокон, расположенных в связующем. Деформационные и прочностные характеристики всей оболочки в целом определяются характеристиками этих слоев и схемой армирования [1,78,79]. При симметричных схемах армирования свойства слоистого материала корпуса ЛА близки к ортотропному. В соответствии с теорией высоконаполненных волокнистых материалов элементарный слой можно считать трансверсально изотропным материалом (в плоскости, перпендикулярной армирующим волокнам) [79,80]. Температурные зависимости вводятся в БД для деформационных и прочностных характеристик элементарного слоя, подробно описанных в [78].

В качестве примера на Рис.1 показан результат работы СУБД после обращения к блоку «Характеристики ПИЧ и материалов объекта» и формирования запроса на выдачу функции распределения излучения планковского спектра с  $T_{eff} = 8 \text{ кэВ}$ .





Рис.1. Результат работы СУБД «БАРС».

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана база данных «БАРС», предназначенная для проведения численных исследований зарядового, теплового и механического действий потоков излучений и частиц на многослойные композитные конструкции ЛА. В ней используется свободно распространяемая современная СУБД «Oracle 10g XE» с языком запросов SQL. База данных «БАРС» позволяет существенно ускорить и облегчить разработку композитных конструкций, работающих в условиях воздействия потоков излучений и частиц различной физической природы.

Практика использования разработанной проблемно-ориентированной БД «БАРС» показала ее эффективность и удобство применения при расчетах последствий совместного теплового и механического действий ПИЧ, а также зарядовых эффектов, на несущие элементы многослойных композитных конструкций ЛА.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Механика конструкций из композиционных материалов: Сборник статей / Под ред. В.Д.Протасова. – М.: Машиностроение, 1992.
2. Антипов Ю.В., Острик А.В., Филипенко А.А. Реляционная база данных для прогнозирования последствий теплового и механического действий потоков излучений и частиц на многослойные конструкции / Материалы XXXIII Международной конференции «Композиционные материалы в промышленности». – Украинский инф. Центр «Наука. Техника. Технология», 2013. – С.99-101.

3. Дейт К. Дж. Введение в системы баз данных – Introduction to Database Systems. – 8-е изд. – М.: Вильямс, 2006. – 1328 с.
4. Фейерштейн С., Прибыл Б. Oracle PL/SQL для профессионалов. – СПб.: Питер, 2003. – 941 с.
5. Мартин Грабер. Введение в SQL. – М.: Лори, 2010. – 228 с.
6. Блохин М.А. Физика рентгеновских лучей. – М.: Гиттл, 1953. – 455 с.
7. Власов Н.А. Нейтроны. – М.: Гиттл, 1955. – 428 с.
8. Ямпольский П.А. Нейтроны атомного взрыва. – М.: Госатомиздат, 1961. – 132 с.
9. Фано У., Спенсер Л., Бергер М. Перенос гамма излучения. – М.: Госатомиздат, 1963. – 95 с.
10. Гусев Н.Г., Машков В.П., Суворов А.П. Защита от ионизирующих излучений. В 2т. Том 1. Физические основы защиты от излучений. – М.: Атомиздат, 1980. – 461 с.
11. Аккерман А.Ф., Грудский М.Я., Смирнов В.В. Вторичное электронное излучение из твердых тел под действием гамма квантов. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 168 с.
12. Бойко В.И., Скворцов В.А., Фортов В.Е., Шаманин И.В. Взаимодействие импульсных пучков заряженных частиц с веществом. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
13. Физика ядерного взрыва. В 5т. Том 2. Действие взрыва. МО РФ. 12ЦНИИ. – М.: Из-во физико-математической литературы, 2010. – 620 с.
14. Исаев В.А., Кондурушкин Н.А., Шаховский Н.А. и др. Сравнение расчетов по различным константным библиотекам с данными реперных экспериментов по прохождению нейтронов и вторичных фотонов в защитных материалах //ВАНТ. Сер. Ядерные константы. – 1990. – Вып.1. – С.172-176.
15. Сторм Э., Исраэль Х. Сечения взаимодействия гамма-излучения (для энергий 0,001-100МэВ и элементов с 1 по 100). Справочник. – М.: Атомиздат, 1973. – 256 с.
16. Немец О.Ф., Гофман Ю.В. Справочник по ядерной физике. – Киев: Наукова думка, 1975. – 415 с.
17. Henke B.L., Lee P., Tanaka T.J. et. al. Low-energy X-ray interaction coefficients: Photoabsorption, scattering, and reflection:  $E = 100\text{--}2000\text{ eV}$ ,  $Z = 1\text{--}94$  // Atomic data and nuclear data tables. – 1982. – Vol.27. – Iss.1. – P.1-144.
18. Блохин М.А., Швейцер И. Г. Рентгеновский справочник. – М.: Наука, 1982. – 374 с.
19. Альфа-, бета- и гамма-спектроскопия / Под ред. К. Зибмана. – Вып.1. – М.: Атомиздат, 1968. – 568 с.
20. Pages L., Bertel E., Joffre H., Sklavenitis L. Energy loss, range, and bremsstrahlung yield for 10keV to 100MeV electrons in various elements and chemical compounds // Atomic Data and Nuclear Data Tables. – 1972. – Vol.4. – P.1-2.
21. Berger M.J. and Seltzer S.M. Tables of energy losses and ranges of electron and positron // NASA SP-3012. – 1982.
22. Аккерман А.Ф., Чернов Г.Я. // Журн. Техн. Физ. – 1978. – Т.48. – Вып.2. – С.415-418.
23. Аккерман А.Ф. Моделирование траекторий заряженных частиц в веществе. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 200с.
24. Ландау Л.Д. О потерях энергии быстрыми частицами на ионизацию //J. Phys. USSR. – 1944. – Vol.8. – P.201-212.
25. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: Наука, 1966.

26. Немчинов И.В. Об осредненных уравнениях переноса излучения и их использовании при решении газодинамических задач // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1970. – Т.34. – №4. – С.706-722.
27. Грабовский Е.В., Воробьев О.Ю., Острик А.В. и др. Генерация мощных ударных волн мягким рентгеновским излучением плазмы Z-пинча / Письма в ЖЭТФ. – 1994. – Т.60. – Вып.1.
28. Четверушкин Б.Н. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. – М.: Наука, 1985. – 304 с.
29. Романов Г.С., Степанов К.Л., Сыркин М.И. Спектральные и средние коэффициенты поглощения углеродной плазмы // Оптика и спектроскопия. – 1979. – Т.47. – Вып.5. – С.860-865.
30. Бойко Ю.П. и др. Термодинамические и оптические свойства плазмы металлов и диэлектриков. – М.: Металлургия, 1988. – 356 с.
31. Бойко Ю.П. и др. Термодинамические и оптические свойства ионизованных газов при температурах до 100 эВ. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 192 с.
32. Romanov G.S., Stankevich Yu.A., Stanchits L.K., Stepanov K.L. Thermodynamic and optical properties of gases in a wide range of parameters International // J. of Heat and Mass Transfer. – 1995. – Vol.38. – Iss.3. – P.545-556.
33. Коряшев О.В. и др. Термодинамические, оптические и транспортные свойства рабочих веществ плазменных и фотонных энергетических установок. Т.1. – М.: Изд. МГТУ им. Н.Э.Баумана, 1999. – 640 с.
34. Протасов Ю.Ю., Телех В.Д. Термодинамические, оптические и транспортные свойства рабочих веществ плазменных и фотонных энергетических установок. Т.2. – М.: Изд. МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2000. – 720 с.
35. Stepanov K.L., Stanchits L.K., Stankevich Yu. A bank of optical and physical characteristics for solving problems of radiative plasma // J. of Applied Spectroscopy. – 2000. – Vol.67. – N2. – P.327-335.
36. Никифоров А.Ф., Новиков В.Г., Уваров В.Б. Квантово-статистические модели высокотемпературной плазмы и методы расчета росселандовых пробега и уравнений состояния. – М.: Физматлит, 2000. – 400 с.
37. Суржиков С.Т. Оптические свойства газов и плазмы. – М.: ГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 576 с.
38. Косарев И.Б. Оптические свойства паров вещества космических тел, вторгающихся в атмосферу Земли // Теплофизика высоких температур. – 2009. – Т.4. – №6. – С.811-821.
39. Сканапи Г.И. Физика диэлектриков (область сильных полей). – М.: ГИТТЛ. – 1949. – 500 с.
40. Энциклопедия полимеров. Т.1 А-К. – М.: Сов. Энци., 1972. – 1224 с.
41. Справочник по электротехническим материалам / Под ред. Ю.В. Корицкого и др. Том 1. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 368 с.
42. Справочник по электротехническим материалам / Под ред. Ю.В. Корицкого и др. Том 2. – М.: Энергоатомиздат, 1987, – 464 с.
43. Ахадов Я.Ю. Диэлектрические параметры чистых жидкостей. – М.: Изд-во МАИ, 1999. – 171 с.
44. Электрические свойства полимеров / Под ред. Б.И.Сажина. – Л.: Химия, 1986. – 224 с.
45. Сканапи Г.И. Физика диэлектриков (область сильных полей). – М.: ГИФМЛ, 1958. – 909 с.
46. Франц В. Пробой диэлектриков. – М.: ИЛ, 1961. – 207 с.

47. Воробьев А.А., Воробьев Г.А. Электрический пробой и разрушение твердых диэлектриков. – М.: Высшая школа, 1966. – 224 с.
48. Слуцкер А.И., Гиляров В.Л., Поликарпов Ю.И., Каров Д.Д. Механизмы элементарных актов в кинетике электрического разрушения полимеров // Высокомолекулярные соединения, сер. А. – 2009 – Т.49. – №10. – С.1790-1800.
49. Veiley J. // Glass Ind. – 1939. – Vol.20. – P.21.
50. Чарлзби А. Ядерные излучения и полимеры. – М.: ИЛ, 1962. – 522 с.
51. Громов В.В. Электрический заряд в облученных материалах. – М.: Энергоиздат, 1982. – 112 с.
52. Тютнев А.П., Ванников А.В., Мингалеев Г.С., Саенко В.С. Электрические явления при облучении полимеров. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 174 с.
53. Тютнев А.П., Ванников А.В., Мингалеев Г.С. Радиационная электрофизика органических диэлектриков. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 192 с.
54. Тютнев А.П., Саенко В.С., Пожидаев Е.Д., Костюков Н.С. Диэлектрические свойства полимеров в полях ионизирующих излучений. – М.: Наука, 2005. – 453 с.
55. Анисимов С.Н., Имас Я.И., Романов Г.С., Ходыко Ю.В. Действие излучения большой мощности на металлы. – М.: Наука, 1970.
56. Полежаев Ю.В., Юревич Ф.Б. Тепловая защита. – М.: Энергия, 1976.
57. Димитриенко Ю.И. Механика композиционных материалов при высоких температурах. – М.: Машиностроение, 1997. – 368 с.
58. Грибанов В.М., Острик А.В., Ромадинова Е.А. Численный код для расчета многократного комплексного действия излучений и частиц на многослойный многофункциональный гетерогенный плоский пакет. – Черногловка: ИПХМ РАН, 2006. – 92 с.
59. Новицкий Л.А., Кожевников И.Г. Теплофизические свойства материалов при низких температурах. Справочник. – М.: Машиностроение, 1975. 216 с.
60. Кикоин И.К. Таблицы физических величин. Справочник. – М.: Атомиздат, 1976. – 1005 с.
61. Гурвич Л.В., Глушко В.П., Вейц И.В. и др. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочное издание. В 4-х томах. 1979 – 1982.
62. Теплопроводность твердых тел: Справочник / Под ред. А.С. Охотина. – М.: Энергоиздат, 1984. – 320 с.
63. Lienhard J.H. (IV), Lienhard J.H. (V) A heat transfer textbook. – Phlogiston Press, 2003. – 760 p.
64. Острик А.В. Термомеханическое действие рентгеновского излучения на многослойные гетерогенные преграды в воздухе. – М.: НТЦ «Информтехника», 2003. – 160 с.
65. Бушман А.В., Фортов В.Е. Модели уравнения состояния вещества // УФН. – 1983. – Т.140. – №2. – С.177-232.
66. Ломоносов И.В., Фортов В.Е., Хищенко К.В. Модель широкодиапазонных уравнений состояния полимерных материалов при высоких плотностях энергии // Хим. физика. – 1995. – Т.14. – С.47-52.
67. Левашов П.Р., Ломоносов И.В., Фортов В.Е., Хищенко К.В. Представление многофазных уравнений состояния металлов в табличном виде. Физика экстремальных состояний вещества. – Черногловка: ИПХФ РАН, 2004. – С.70-72.
68. Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортов В.Е. Ударно-волновые явления в конденсированных среда. – М.: «Янус-К», 1996.

69. Безручко Г.С., Острик А.В., Разоренов С.В. Экспериментальное определение ударно-волновых характеристик однонаправленных углепластиков с полимерной матрицей // Конструкции из композиционных материалов. – 2013. – Вып.1. – С.50-18.
70. Острик А.В., Ромадинова Е.А. Модель уравнения состояния в области существования двухфазной смеси жидкость-пар с учетом метастабильности при низких температурах // Конструкции из композиционных материалов. – 2004. – Вып.2. – С.42-49.
71. Прочность и ударные волны / Под ред. С.А. Новикова. – Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 1996. – 573 с.
72. Antoun T., Seaman L., Curran D.R., Kanel G.I., Razorenov S.V., Utkin A.V. Spall Fracture. – New York: Springer, 2003. – P.1-404.
73. Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортвов В.Е. Экспериментальные профили ударных волн в конденсированных средах. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 248 с.
74. Steinberg D.J., Cochran S.G. and Guinon M.W. A constitutive model for metals applicable at high-strain rate // J. Appl. Phys. – 1980. – Vol.51. – N3. – P.1498-1504.
75. Новиков С.А. Разрушение материалов при воздействии интенсивных ударных нагрузок // Соросовский образовательный журнал. – 1999. – N8. – С.116-121.
76. Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. – М.: Наука, 1974.
77. Острик А.В., Петровский В.П. Экспериментальные методы исследования работоспособности композитных конструкций в условиях воздействия нестационарных нагрузок // Конструкции из композиционных материалов. – 1996. – Вып.1. – С.3-9.
78. Протасов В.Д., Ермоленко А.Ф., Филиппенко А.А., Дмитриенко И.П. Исследование несущей способности слоистых цилиндрических оболочек при помощи моделирования процесса разрушения на ЭВМ // Механика композитных материалов. – 1980. – №2. – С.254-261.
79. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1988. – 264 с.
80. Композиционные материалы. Справочник / Под общей редакцией В.В. Васильева и Ю.М. Тарнопольского. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.

# ОСОБЕННОСТИ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПРИ ПОВЫШЕННОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ВНЕШНЕГО ПОТОКА

Сбоев Д.С.

*ФГУП Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского,  
г. Жуковский, Россия*

*ФГБУН Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича  
СО РАН, г. Новосибирск, Россия*

## РЕЗЮМЕ

Проведено экспериментальное исследование ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое плоской пластины под воздействием умеренной турбулентности внешнего потока. Сравнение полученных результатов с расчетами по линейной теории показало, что ранние стадии развития возмущений в пограничном слое могут описываться линейными моделями. В то же время, протяженность линейного участка оказалась невелика. Причиной этого является нелинейное развитие внешней турбулентности вблизи пограничного слоя и нелинейные взаимодействия низкочастотных и высокочастотных возмущений. Нелинейные процессы начинаются задолго до возникновения в пограничном слое турбулентных пятен. Выявлены их некоторые особенности.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Предсказание характеристик ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое при обтекании тел турбулентным внешним потоком является весьма актуальной проблемой, возникающей как в многочисленных задачах внутренней аэродинамики, так и при моделировании в аэродинамических трубах. В настоящее время для определения положения перехода в этих условиях применяются, главным образом, расчеты с использованием различных моделей турбулентности [1]. Такие модели содержат большое число эмпирических констант и не всегда состоятельны с физической точки зрения. Использование методов гидродинамической неустойчивости довольно ограничено, что связано с существенными пробелами в понимании физических механизмов перехода в пограничных слоях при повышенной внешней турбулентности.

В соответствии с современными представлениями [2] процесс ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое при воздействии внешней турбулентности существенно отличается от классического типа перехода в условиях низкого уровня внешних возмущений. Основным типом возмущений в пограничном слое являются не волны Толлмина-Шлихтинга, а локализованные в пространстве и времени, вытянутые вниз по потоку структуры, получившие название продольных или «полосчатых». Отношение характерных масштабов полосчатых структур по продольной и трансверсальной координате от 10:1 до 50:1. Нарастание этих возмущений начинается при докритических числах Рейнольдса в устойчивом с классической точки зрения течении и имеет не экспоненциальный, а алгебраический характер. При этом в пограничном слое преимущественно усиливаются низкочастотные колебания, устойчивые согласно классической теории во всей области течения. Высокочастотные пульсации наблюдаются лишь вблизи верхней

границы слоя и сильно затухают к стенке. Разрушение ламинарного режима происходит через образование турбулентных пятен.

Порождение и развитие полосчатых структур оказалось возможным описать при помощи линейной теории временного роста (другое название – теория алгебраической неустойчивости, см. обзор в [2]), в рамках которой их зарождение и нарастание тесно связаны. При возбуждении полосчатых структур определяющую роль играют пульсации нормальной к стенке компоненты скорости. Перемещаемые поперек сдвигового слоя жидкие частицы, сохраняя свой импульс в горизонтальном направлении, приводят к появлению внутри слоя интенсивных возмущений продольной компоненты скорости (подъемный эффект, lift-up effect). Полосчатые структуры могут быть представлены как волновые пакеты мод, наклоненных к направлению среднего потока под очень большими углами (более 80°). Поскольку моды соответствующих уравнений Орра-Зоммерфельда и Сквайра неортогональны, их суперпозиция в течение некоторого времени может давать весьма большую суммарную энергию пакета даже в докритической области. При этом рост энергии оказывается алгебраическим. На больших временах после стадии начального роста полосчатые структуры либо затухают вследствие вязкой диссипации, либо в результате нелинейных эффектов порождают турбулентные пятна. Существуют также и другие основанные на подъемном эффекте подходы к описанию возникновения и развития этих структур [3,4], использующие параболизированные уравнения Навье-Стокса.

Теория временного роста была подтверждена в экспериментах [5], проведенных в модельных условиях, когда в набегающий малотурбулентный поток вводились контролируемые локализованные в пространстве и времени вихревые возмущения. Взаимодействуя с пограничным слоем, они порождали в нем полосчатую структуру, характеристики которой изучались с применением разложения возмущения в веер бегущих волн. Удалось добиться очень хорошего количественного совпадения с теоретическими данными дисперсионных характеристик, совпадение характеристик нарастания в пограничном слое носило качественный характер. Вследствие вязкой диссипации в эксперименте [5] модельная полосчатая структура как целое затухала вниз по потоку, демонстрируя нарастание лишь отдельных спектральных компонент. Это могло быть вызвано отсутствием распределенного возбуждения вдоль внешней границы слоя, которое имеет место при развитии полосчатых структур в естественных условиях при турбулированном внешнем течении. Эксперименты [6,7], использовавшие в качестве внешних возмущений стационарные продольные вихри, показали, что возбуждаемые с их помощью в пограничном слое стационарные полосчатые структуры нарастают вниз по потоку до стадии нелинейного насыщения.

Несмотря на успехи теории временного роста в описании возникновения и развития полосчатых структур, существуют серьезные расхождения между данными этой теории и экспериментом. В естественных условиях [8-10] при воздействии генерируемой сетками турбулентности амплитуда пульсаций скорости в пограничном слое вплоть до самых поздних стадий перехода возрастала пропорционально квадратному корню из продольной координаты, в то время как согласно теории такое поведение имеет место лишь на ранних стадиях, а ниже по потоку рост замедляется [3,4]. В [11] предпринята попытка достижения лучшего согласования теории и эксперимента. Для этого использована линейная модель [3] восприимчивости пограничного слоя, однако принята нелинейная модель развития внешней турбулентности, для которой не выполняется гипотеза Тейлора о ее

«вмороженности» во внешний поток. Результаты [11] показали удовлетворительное согласие с экспериментами [4,10]. В частности, удалось описать наблюдаемый в [10] закон развития спектров пульсаций в пограничном слое. Линейную модель восприимчивости пограничного слоя к линейно развивающейся турбулентности [3,4] обозначим как *Л2*-модель, а модель [11] линейной восприимчивости к нелинейной турбулентности как *ЛН*-модель.

Механизмы разрушения ламинарного режима течения в рассматриваемом типе перехода в настоящее время изучены весьма фрагментарно. Как в эксперименте [12], так и в прямом численном моделировании [13] были обнаружены признаки высокочастотной вторичной неустойчивости полосчатых структур. В [14] на основании данных прямого численного моделирования был предложен еще один механизм возникновения турбулентных пятен. В соответствии с ним в результате подъемного эффекта в верхней части пограничного слоя возникают узкие полосы с отрицательными отклонениями продольной компоненты скорости от средней ее величины. Вместе с внешним потоком эти полосы формируют сдвиговые слои, подверженные неустойчивости типа Кельвина-Гельмгольца. По мнению авторов [14] турбулентность возникает в верхней части пограничного слоя и распространяется к стенке. Частично этот механизм был подтвержден в экспериментах [15].

Перед настоящей работой ставились цели получения новых экспериментальных данных в естественных условиях перехода при повышенной степени турбулентности внешнего потока, допускающих прямое сопоставление с расчетами в рамках теории временного роста, а также позволяющих выявить причины имеющих место расхождений результатов линейной теории и эксперимента.

## 2. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Эксперименты проведены в построенной по инициативе В.В. Струминского малотурбулентной аэродинамической трубе Т-324 ИТПМ СО РАН в пограничном слое, развивавшемся на модели плоской пластины толщиной 10 мм. Передняя кромка модели состояла из двух полуэллипсов с соотношениями полуосей 2:132 мм на верхней рабочей стороне и 8:132 мм на нижней. Скорость набегающего потока  $U_0=7.4$  м/сек. Начало координат расположено на передней кромке модели. Для компенсации влияния передней кромки было введено виртуальное начало пограничного слоя  $-18$  мм и значения продольной координаты  $X$  скорректированы на эту величину. Измерения в пограничном слое проведены в диапазоне по  $X$  от 118 до 578 мм, что соответствовало рассчитанным по толщине вытеснения  $\delta^*$  числам Рейнольдса от 410 до 974. Были приняты меры к тому, чтобы невозмущенное среднее течение в наибольшей степени соответствовало решению Блазиуса для пограничного слоя на плоской пластине. В частности, за исключением небольшого пика разрежения вблизи передней кромки модели, коэффициент давления на поверхности пластины во всей области измерений не выходил за пределы  $\pm 0.01$ . Формпараметр профилей средней скорости в невозмущенном пограничном слое отклонялся от теоретического значения 2.59 на величину не более  $\pm 0.01$ .

Измерения были выполнены при помощи термоанемометра. В пограничном слое отфильтрованный в полосе  $0 \div 600$  Гц сигнал оцифровывался с частотой  $f_s=1200$  Гц. В турбулентном внешнем потоке аналоговая фильтрация не применялась, а частота выборки составляла 10 кГц. Измерения средней и пульсационной составляющей продольной компоненты скорости в пограничном



слое проводились одноточным датчиком, установленным в автоматизированном координатном устройстве с погрешностью позиционирования не более 5 мкм. Характеристики внешней турбулентности были получены как при помощи одноточного датчика, так и двухточным датчиком, которым проведены измерения продольной ( $u$ ) и поперечной ( $v$ ) компонент пульсаций скорости. Совпадение результатов, полученных обоими датчиками, было очень хорошим. Основная часть данных была получена путем измерения осциллограмм длительностью 100 с. При исследовании нелинейных процессов для улучшения статистической устойчивости оценок записывались осциллограммы длительностью 600 с. Сравнение статистических характеристик сигналов разной длительности, таких как функции плотности распределения вероятности и их моменты, показало, что исследуемый случайный процесс был стационарным с высокой степенью точности.

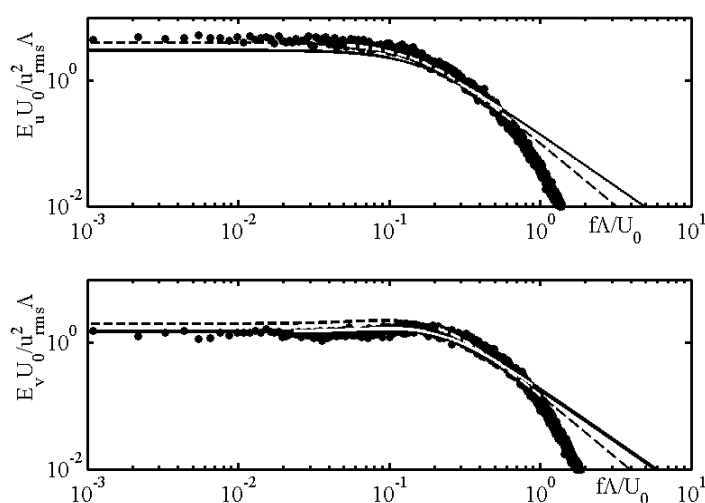


Рис.1. Спектры пульсаций продольной  $u$  и поперечной  $v$  компонент скорости внешней турбулентности при  $X = 100$  мм. Точки – эксперимент, штриховые линии – спектр Тейлора, сплошные линии – спектр Кармана.

Турбулентность во внешнем потоке создавалась при помощи плетеной сетки, установленной на срезе сопла аэродинамической трубы на расстоянии 1020 мм от передней кромки модели. Диаметр прутка сетки 1 мм, размер ячейки 10 мм. На передней кромке модели создаваемая сеткой степень турбулентности составила  $Tu=1.15\%$ , а интегральный масштаб турбулентности по продольной компоненте скорости  $\Lambda$  был равен 7 мм. Наблюдалась небольшая анизотропия внешней турбулентности, отношение среднеквадратичных пульсаций поперечной и продольной компонент скорости  $v_{rms}/u_{rms}=0.9$ . Измеренные спектры  $u$  и  $v$  внешней турбулентности приведены на Рис.1 в виде спектральных плотностей  $E$  в сравнении со спектрами пульсаций, полученными с применением гипотезы Тейлора стандартным методом [16] для энергетических спектров Тейлора и Кармана. Видно, что, как и в большинстве турбулентных течений за сеткой, пульсации  $u$  хорошо описываются спектром Тейлора. В то же время пульсации компоненты  $v$  (нормальной к поверхности пластины) в диапазоне частот  $f=1\div 1100$  Гц очень хорошо описываются спектром Кармана. Измерения на расстоянии 290 мм от передней кромки модели показали аналогичное поведение спектров внешней турбулентности.

Для анализа нелинейных процессов в пограничном слое применялся метод биспектрального анализа, позволяющий выявить присутствие в сигнале квадратичных нелинейных взаимодействий. Биспектральный анализ использовался в варианте [17]. В соответствии с данным методом реализации сигнала длительностью 600 с разбивались на  $M=1200$  неперекрывающихся участков. Для каждого участка вычислялся биспектр:

$$B(f_1, f_2) = P(f_1)P(f_2)P^*(f_1 + f_2),$$

где  $P$  – дискретное преобразование Фурье рассматриваемого участка, звездочка означает комплексное сопряжение. Оценки биспектра имеют высокую статистическую изменчивость, для ее уменьшения рассматривают нормированный биспектр, называемый бикогерентностью:

$$b^2(f_1, f_2) = \frac{\frac{1}{M} \sum_1^M |B(f_1, f_2)|^2}{\frac{1}{M} \sum_1^M |P(f_1)P(f_2)|^2 |P(f_1 + f_2)|^2}.$$

Свойства симметрии биспектра таковы, что вычисления на плоскости частот  $(f_1, f_2)$  достаточно проводить лишь в треугольной области с вершинами  $(0,0)$ ,  $(f_s/2,0)$  и  $(f_s/4, f_s/4)$ . Для линейного процесса  $b^2(f_1, f_2)$  равна нулю всюду в области ее определения. Наличие пиков  $b^2(f_1, f_2)$  говорит о присутствии квадратичных взаимодействий гармоник на частотах  $f_1$ ,  $f_2$  и  $f_1+f_2$ . При этом называемый бифазой аргумент комплексной величины  $B(f_1, f_2)$

$$biph(f_1, f_2) = \varphi(f_1) + \varphi(f_2) - \varphi(f_1 + f_2)$$

равен нулю. Для сигнала, в котором квадратичная связь по фазе отсутствует, бифаза распределена в интервале от  $-\pi$  до  $\pi$  случайным образом. При анализе сигналов конечной длины вследствие высокой статистической изменчивости биспектра бифаза не бывает в точности равной нулю, а на плоскости  $(f_1, f_2)$  могут наблюдаться ложные пики не соответствующие нелинейности. Для их отсева налагаются специальные условия на величину бикогерентности и бифазы, определяющие вероятность наблюдения нелинейного взаимодействия. Эти условия зависят от числа имеющихся реализаций сигнала и даны в [17]. Приводимые ниже данные биспектрального анализа получены при равной 0.9999 вероятности наблюдения нелинейности в сигнале. Для более наглядного представления результатов в работе введен индекс нелинейности  $TNLI$ , равный сумме по треугольной области  $(f_1, f_2)$  всех значений  $b^2$ , удовлетворяющих указанной вероятности наблюдения нелинейности.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Выбранные параметры эксперимента были таковы, что позволили провести исследование самых ранних стадий перехода в пограничном слое при умеренной степени турбулентности внешнего потока. Во всей области измерений на протяжении длительного времени регистрации сигналов не наблюдалось прохождения ни одного турбулентного пятна. При этом интегральные характеристики развития возмущений были в хорошем согласии с известными результатами [8-10]. В частности, в пограничном слое интенсивно нарастали низкочастотные возмущения, а высокочастотные компоненты затухали по направлению к стенке. Ниже результаты экспериментов сравниваются с линейной теорией [3,4], поэтому для удобства сравнения вместо продольной координаты  $X$

введена величина  $R/R_\Lambda$ , где  $R$  – квадратный корень из рассчитанного по  $X$  числа Рейнольдса,  $R_\Lambda$  – число Рейнольдса, рассчитанное по масштабу турбулентности  $\Lambda$ .

На рис.2 приведено сравнение с расчетным автомодельным профилем измеренных в пограничном слое распределений по нормальной к стенке координате  $Y$  интегральных по спектру среднеквадратичных пульсаций продольной компоненты скорости  $u_{rms}$ . Профили нормированы на их максимумы, которые расположены при постоянной безразмерной высоте от стенки  $Y/\delta^* \approx 1.4$ . Совпадение данных вблизи стенки хорошее, в области выше середины пограничного слоя экспериментальные профили отклоняются от теоретического вследствие влияния внешней турбулентности. Вблизи стенки и в средней части пограничного слоя измеренные профили также автомодельны. Подобное поведение профилей пульсаций наблюдалось во многих экспериментах, а форма профилей характерна для возбуждаемых внешней турбулентностью полосчатых структур [4,8-10].

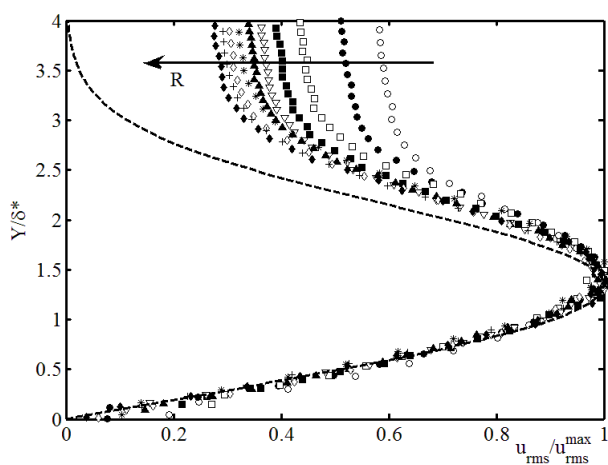


Рис.2. Профили среднеквадратичных пульсаций продольной компоненты скорости в пограничном слое при различных значениях  $R$ . Направление возрастания продольной координаты показано стрелкой. Точки – эксперимент, штриховая линия – теория [3].

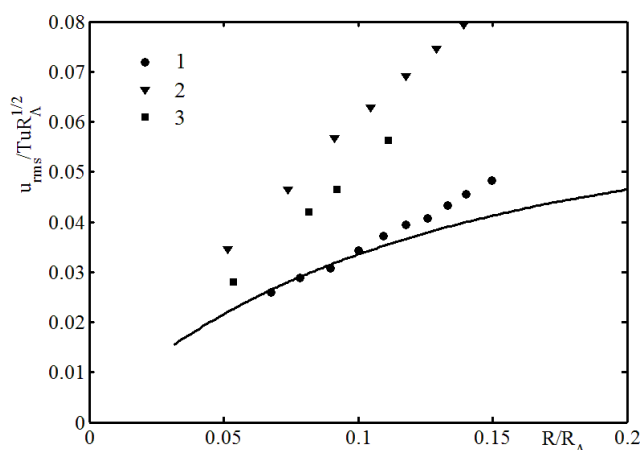


Рис.3. Нарастание вниз по потоку среднеквадратичных пульсаций продольной компоненты скорости в пограничном слое в максимуме пульсаций по координате  $Y$ . Точки 1 – данная работа ( $Tu=1.15\%$ ,  $R_\Lambda=3696$ ,  $R_t=42$ ), 2 – эксперимент [8] (режим ТЗАМ,  $Tu=0.95\%$ ,  $R_\Lambda=6811$ ,  $R_t=65$ ), 3 – эксперимент [9] ( $Tu=1.35\%$ ,  $R_\Lambda=3773$ ,  $R_t=50$ ), линия – теория [4].

На рис.3 в принятых в [4] переменных приведена кривая нарастания  $u_{rms}$ , измеренная в положении максимума пульсаций по нормали к стенке. Экспериментальные точки хорошо ложатся на прямую линию, рост пульсаций наблюдается при докритических значениях числа Рейнольдса и пропорционален  $R$  во всей области измерений, что также является известной особенностью нарастания полосчатых структур. Сравнение экспериментальных данных с  $L2$ -моделью показывает хорошее количественное совпадение для сечений, расположенных выше по потоку от  $R/R_\Lambda=0.1$  ( $X=258$  мм). Ниже по потоку от этого положения предсказываемое теорией нарастание возмущений замедляется и наблюдается расхождение между экспериментом и теорией.

Похожие особенности развития возмущений в пограничном слое выявляются и при анализе их спектров. В [4] было показано, что согласно  $L2$ -модели характерный продольный масштаб полосчатых структур должен увеличиваться вниз по потоку пропорционально  $X$ . Введем волновое число  $\alpha$  и безразмерную спектральную плотность  $E_u^*$  как:

$$\alpha = \frac{2\pi}{U_0} f, \quad E_u(\alpha) = \frac{U_0}{2\pi} E_u(f) \quad \text{и} \quad E_u^*(\alpha) = \frac{E_u(\alpha)}{(U_0 R)^2}.$$

Результат [4] означает, что спектры, масштабируемые как:

$$E_\alpha(\alpha') = \frac{E_u^*(\alpha)}{X}, \quad \alpha' = \alpha X \tag{1}$$

должны совпадать. В то же время, в экспериментах [10] было обнаружено, что спектры возмущений в пограничном слое масштабируются как:

$$E_\alpha(\alpha^*) = \frac{E_u^*(\alpha^*)}{\delta^*}, \quad \alpha^* = \alpha \delta^*, \tag{2}$$

т.е. характерный продольный масштаб возмущений возрастает пропорционально толщине вытеснения или  $R$ . Такое поведение спектров не может быть объяснено при помощи  $L2$ -модели. На рис.4 приведены спектры пульсаций, измеренные в максимуме пульсаций по  $Y$  (в середине пограничного слоя) и нормированные согласно линейной теории [4] и данным [10].

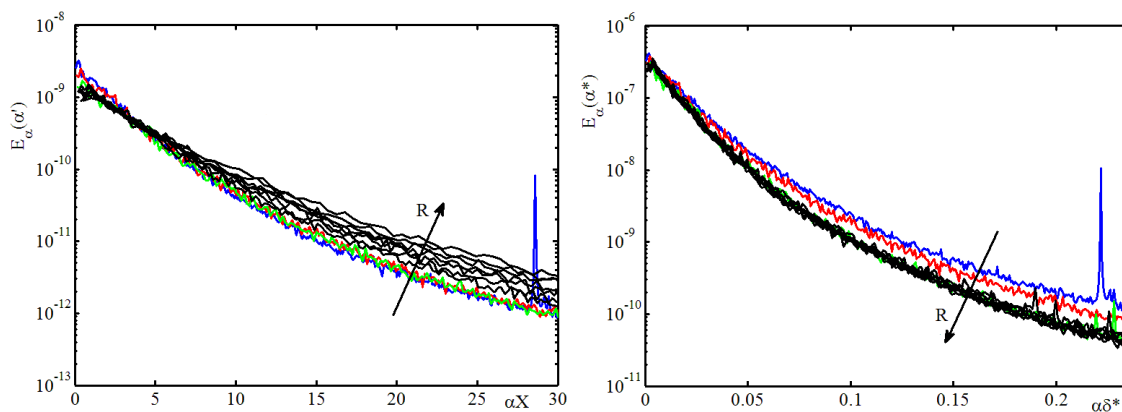


Рис.4. Спектры пульсаций в пограничном слое при  $Y/\delta^*=1.4$ , нормированные в соответствии с [4] (слева) и [10] (справа). Синим, красным и зеленым цветом показаны спектры при  $R/R_\Lambda=0.07, 0.08, 0.09$  ( $X=118, 158, 208$  мм), остальные спектры показаны черным. Направление роста продольной координаты указано стрелками.

Из рисунка видно, что нормировка (1) выполняется с хорошей точностью только в первых трех сечениях по продольной координате (до  $X=208$  мм), ниже по потоку нормированные в соответствии с (1) спектры расходятся. Напротив, при использовании нормировки (2) совпадают спектры, измеренные ниже по потоку, а результаты измерений в первых сечениях расходятся. Подобное развитие спектров наблюдалось по всей толщине слоя за исключением его верхней части,  $Y/\delta^* \geq 2.5$ , где масштабирование спектров не удовлетворяет ни одной из рассмотренных нормировок. В одном из режимов измерений в экспериментах [4] также наблюдалось масштабирование спектров в соответствии с (1). Отличие данной работы от [4,10] состоит в том, что эволюция продольного масштаба полосчатых структур от описываемого (1) в начальной стадии к описываемому (2) ниже по потоку наблюдалась в одном и том же режиме измерений.

Из сравнения результатов  $L2$ -модели [3,4] и данных эксперимента можно сделать несколько выводов. Во-первых, нарастание возмущений в [4] рассчитывалось в том предположении, что внешняя турбулентность имеет спектр Кармана и удовлетворяет линеаризованным уравнениям Навье-Стокса. В настоящих экспериментах спектр пульсаций поперечной компоненты внешней турбулентности также хорошо совпадает с кармановским, особенно в области низких частот (рис.1). Поперечная компонента пульсаций внешнего потока играет определяющую роль в генерации полосчатых структур. При совпадении спектров начальных возмущений хорошее совпадение данных эксперимента и теории на ранних стадиях развития возмущений говорит о том, что восприимчивость пограничного слоя была линейной и может быть удовлетворительно описана в рамках  $L2$ -модели. При этом генерация полосчатых структур является распределенной, т.е. передача энергии от внешней турбулентности к полосчатым структурам имеет место на всей длине пограничного слоя.

Во-вторых, изложенные данные позволяют прийти к заключению, что  $L2$ -модель [3,4] хорошо описывает лишь начальные стадии развития полосчатых структур. Последующее развитие возмущений на значительном протяжении оказывается, по всей видимости, под влиянием нелинейных процессов, хотя генерации турбулентных пятен еще не наблюдается. Отклонения от линейности в данной работе наблюдались при достижении среднеквадратичными пульсациями продольной компоненты скорости величины более 2% от  $U_0$ . Это, однако, не означает, что наблюдается нелинейное развитие самих полосчатых структур, которые по-прежнему возбуждаются линейным механизмом подъемного эффекта. Основываясь на данных [11], можно предположить, что отклонения от  $L2$ -модели могут быть вызваны изменением характера самой внешней турбулентности и эффектами ее нелинейного развития вблизи стенки.  $L2$ -модель построена в предположении малости параметра  $R_t = TuR_\lambda$ . В данном эксперименте он был равен 42. В [11] для  $LH$ -модели показано, что при малых  $R_t$  спектры возмущений пограничного слоя развиваются согласно закону (1), т.е. аналогично  $L2$ -модели. При  $R_t$  порядка  $10^2$ , когда нелинейность развития внешней турбулентности становится существенной,  $LH$ -модель дает закон развития спектров (2). В эксперименте затухание внешней турбулентности вниз по потоку компенсируется возрастанием ее интегрального масштаба, и параметр  $R_t$  остается практически постоянным во всей области измерений. Однако, несмотря на малость  $R_t$ , при развитии вниз по потоку изменяется течение в пограничном слое. Низкочастотные полосчатые структуры, достигая большой амплитуды, вызывают квазистационарную модуляцию пограничного слоя и его отклонение от решения Блазиуса. Можно предположить,

что такое квазистационарное изменение среднего течения приводит к существенному изменению характеристик турбулентности внешнего потока вблизи верхней границы сдвигового слоя и проявлению нелинейных эффектов в ее развитии. Другими словами, существует обратная связь между развитием полосчатых структур и характеристиками внешней турбулентности вблизи стенки. В пользу этого говорит тот факт, что в данном эксперименте наблюдалась непрерывная эволюция спектров от описываемых линейным законом (1) к описываемым нелинейным законом (2).

На рис.3 изображены результаты экспериментов [8,9], проведенных при близких к настоящей работе параметрах. Они лежат существенно выше теоретической кривой и демонстрируют опережающий рост амплитуды возмущений по сравнению с  $L2$ -моделью. Очевидной причиной этих расхождений может быть несоответствие спектров внешней турбулентности в теории и экспериментах, однако анализ параметров этих экспериментов показывает, что причины расхождений могут быть иными. Начало области измерений в [8,9] соответствовало среднеквадратичной амплитуде пульсаций в пограничном слое 2.7% и 2.3% соответственно, что выше полученной в данной работе оценки 2% для начала влияния нелинейности. Эксперименты [8] проведены при скорости набегающего потока 19.8 м/с, поэтому числа Рейнольдса в пограничном слое в [8] были довольно высокими, а параметр  $R_t$  был в полтора раза выше, чем в настоящей работе. Все это говорит о том, что, возможно, причиной расхождения результатов [8,9] и  $L2$ -модели было влияние нелинейности внешней турбулентности, которое  $L2$ -моделью не учитывается.

Изменения среднего течения, которые согласно предложенной гипотезе должны появляться после достижения полосчатыми структурами достаточно высокой амплитуды, действительно наблюдались во многих экспериментах. На рис.5 приведены зависимости формпараметра  $H$  в пограничном слое, полученные в [8,9] и в данной работе.

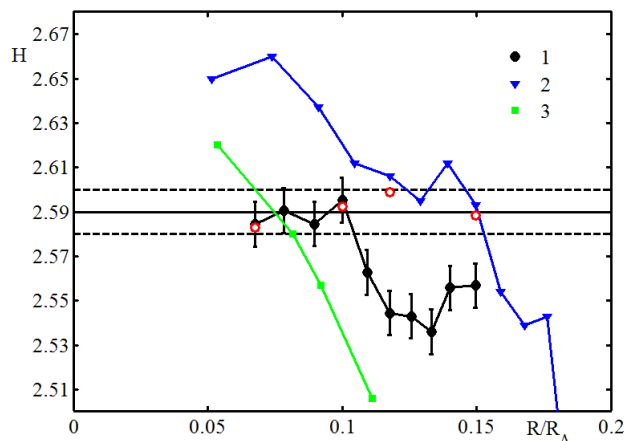


Рис.5. Изменение вниз по потоку формпараметра пограничного слоя. Точки 1 – данная работа, светлыми символами показаны величины, полученные при тех же значениях  $X$  без сетки, 2 – эксперимент [8] (режим ТЗАМ), 3 – эксперимент [9].

Во всех экспериментах  $H$  довольно сильно отклоняется от блазиусовского значения 2.59 и уменьшается вниз по потоку. Применение в данной работе для позиционирования датчика высокоточного координатного устройства позволило оценить погрешность измерения  $H$  путем сравнения профилей скорости в невозмущенном пограничном слое с решением Блазиуса. Эта погрешность составила

не более  $\pm 0.01$  и показана на рис.5 в виде дорожки разброса. Хорошо видно, что наблюдаемые искажения среднего течения не могут быть связаны с ошибками измерений. Важно также отметить, что в данных экспериментах искажение среднего течения становится заметным при  $R/R_\Lambda = 0.09 \div 0.1$ , что соответствует началу отклонения в нарастании возмущений от  $L2$ -модели.

Как сказано выше, с целью выявления особенностей нелинейного развития возмущений был использован биспектральный анализ. На рис.6 показаны профили по  $Y$  суммарного индекса нелинейности  $TNLI$ . В первых сечениях этот индекс равен нулю по всей толщине слоя, что означает отсутствие квадратичных нелинейных взаимодействий. Начало заметного отклонения  $TNLI$  от нулевого значения фиксируется при  $R/R_\Lambda = 0.09 \div 0.1$ , т.е. именно там, где начинаются отклонения нарастания возмущений от  $L2$ -модели (см. рис.3). При дальнейшем развитии вниз по потоку величина  $TNLI$  монотонно растет по всей толщине слоя за исключением самой близкой к стенке области  $Y/\delta^* < 0.5$ . Характерной особенностью профилей на Рис. 6 является наличие двух максимумов. Первый максимум расположен в нижней части пограничного слоя при  $Y/\delta^* = 1$  и в дальнейшем постепенно смещается к середине слоя до  $Y/\delta^* = 1.5$ . Второй максимум профилей  $TNLI$  располагается в верхней части пограничного слоя при  $Y/\delta^* = 2.3 \div 2.6$ . При развитии профилей вниз по потоку его положение остается примерно постоянным. Необходимо здесь отметить, что во внешнем потоке вдали от стенки при  $Y/\delta^* > 3.5$  биспектральный анализ не показал наличия нелинейных взаимодействий, хотя известно, что турбулентность является нелинейным феноменом. Это связано с тем, что были проведены только одноточечные измерения. Функции плотности распределения вероятности как для  $u$ , так и для  $v$ -компоненты пульсаций во внешнем потоке были гауссовыми с хорошей точностью. Гауссовость функции плотности распределения вероятности является достаточным условием для равенства нулю биспектра во всей области его определения [17]. Для выявления нелинейных взаимодействий во внешнем потоке вдали от стенки необходимо применять пространственные многоточечные методы измерений.

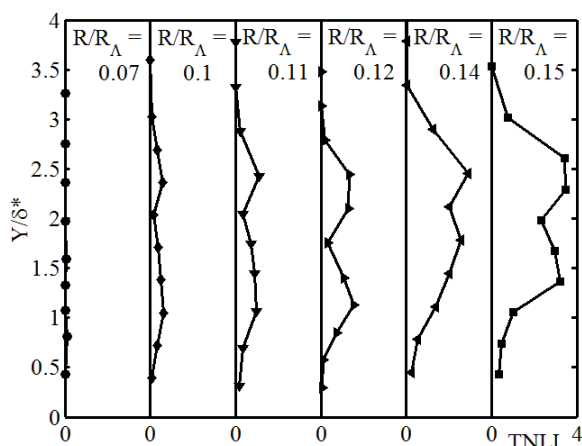


Рис.6. Развитие вниз по потоку профилей суммарного индекса нелинейности в пограничном слое. Значения продольной координаты указаны на рисунке. Начала координат для последовательности профилей смещены на 4.

Детальный анализ функций бикогерентности показал, что два пика в профилях  $TNLI$  соответствуют двум различным типам нелинейных процессов. Эти процессы начинаются одновременно при  $R/R_\square = 0.09 \div 0.1$ , вероятно, после достижения

полосчатыми структурами некоторой пороговой амплитуды. По результатам данного эксперимента эта амплитуда около  $u_{\text{rms}}=0.02U_0$ . На рис.7 в виде изолиний приведены функции  $b^2$ , полученные в пограничном слое в последнем из измеренных сечений для различных положений датчика по  $Y$ . Частота представлена в виде безразмерного частотного параметра  $F=2\pi f\nu/U_0^2$ . Функции бикогерентности для расположенных выше по потоку сечений качественно подобны показанным на рис.7, отличаясь лишь величиной пиков  $b^2$ . При движении датчика из внешнего потока к стенке начало роста  $TNLI$  соответствует появлению квадратичных взаимодействий низкочастотных гармоник с  $F_1=(0\div 100)\cdot 10^{-6}$  и  $F_2=(0\div 50)\cdot 10^{-6}$  (рис.7а). Пример распределения бифазы для этого случая приведен на рис.8.

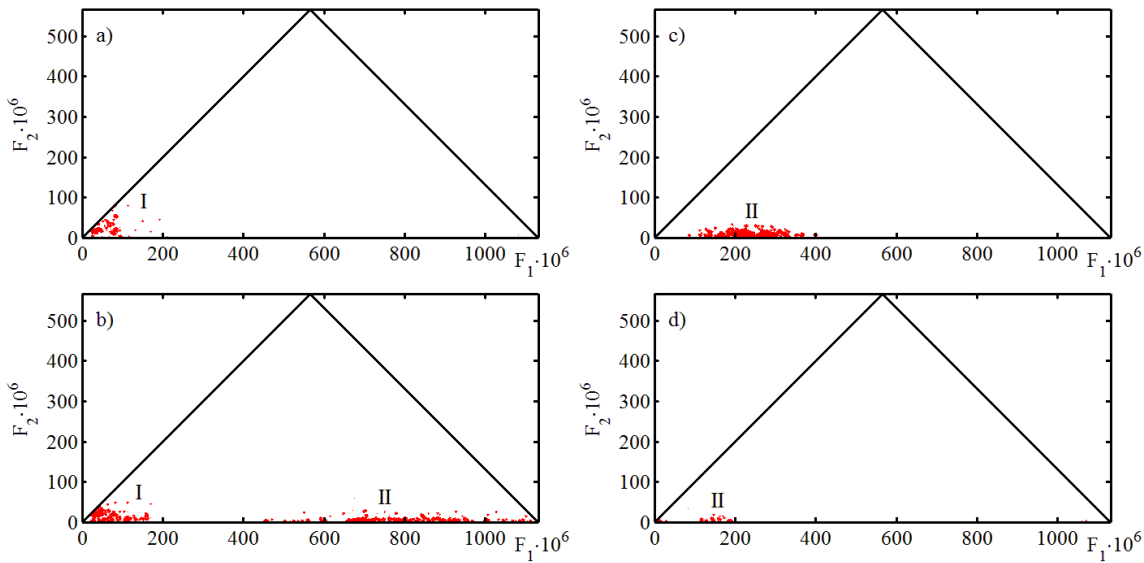


Рис.7. Бикогерентность  $b^2$  сигнала термоанемометра в пограничном слое при  $R/R_\Lambda=0.15$  ( $X=578$  мм), а) – д) –  $Y/\delta^*=3.02, 2.29, 1.36$  и  $0.74$ . На рисунках показаны только пики бикогерентности, удовлетворяющие вероятности наблюдения нелинейного взаимодействия 0.9999.

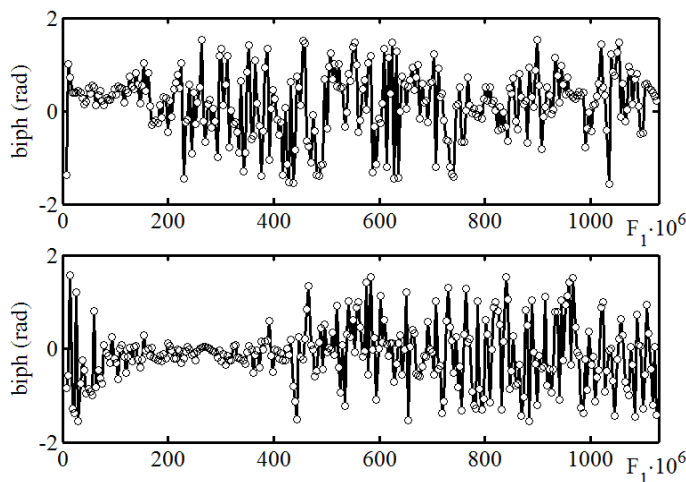


Рис.8. Распределение бифазы для  $F_2=7.5\cdot 10^{-6}$  ( $f_2=4$  Гц) при  $R/R_\Lambda=0.15$ ,  $Y/\delta^*=3.02$  (вверху) и  $1.36$  (внизу).

Хорошо видна область близкой к нулю бифазы при  $F_1=(20\div 100)\cdot 10^{-6}$ , для остальных частот  $F_1$  бифаза распределена случайным образом. Ближе к стенке, в районе



верхнего пика  $TNLI$  (рис.7b), наряду с взаимодействиями на низкой частоте появляются взаимодействия высокочастотных гармоник с  $F_1=(500\div 1100)\cdot 10^{-6}$  и полосчатых структур с  $F_2=(0\div 30)\cdot 10^{-6}$ . В средней части пограничного слоя в области нижнего пика  $TNLI$  (рис.7c) взаимодействия низкочастотных гармоник друг с другом не наблюдаются, а диапазон частот взаимодействующих с полосчатыми структурами возмущений смещается в область  $F_1=(100\div 350)\cdot 10^{-6}$ . Пример распределения бифазы для этого положения датчика также показан на рис.8. Снова диапазон квадратичной связи по фазе четко идентифицируется по близким к нулю значениям бифазы. Вблизи стенки (рис.7d) полосчатые структуры с  $F_2=(0\div 15)\cdot 10^{-6}$  взаимодействуют с гармониками в частотном диапазоне  $F_1=(10\div 200)\cdot 10^{-6}$ . При  $Y/\delta^*=0.43$  этот диапазон сужается до  $F_1=(15\div 110)\cdot 10^{-6}$ .

Первый из отмеченных выше нелинейных процессов состоит во взаимодействии друг с другом низкочастотных гармоник в верхней части пограничного слоя и во внешнем потоке вблизи границы слоя. В трехволновых взаимодействиях этого типа, обозначенных на рисунках римской цифрой I, участвуют гармоники с частотным параметром до  $190\cdot 10^{-6}$  (до 100 Гц). Изменения в развитии внешней турбулентности вблизи пограничного слоя отчетливо видны при анализе спектров мощности. На рис.9 показан коэффициент усиления энергии возмущений, определяемый как:

$$K(R, Y, f) = \frac{E_u(R, Y, f)}{E_u(R_0, Y, f)},$$

где в качестве начального принят спектр при  $R_0/R_\Lambda=0.07$ .

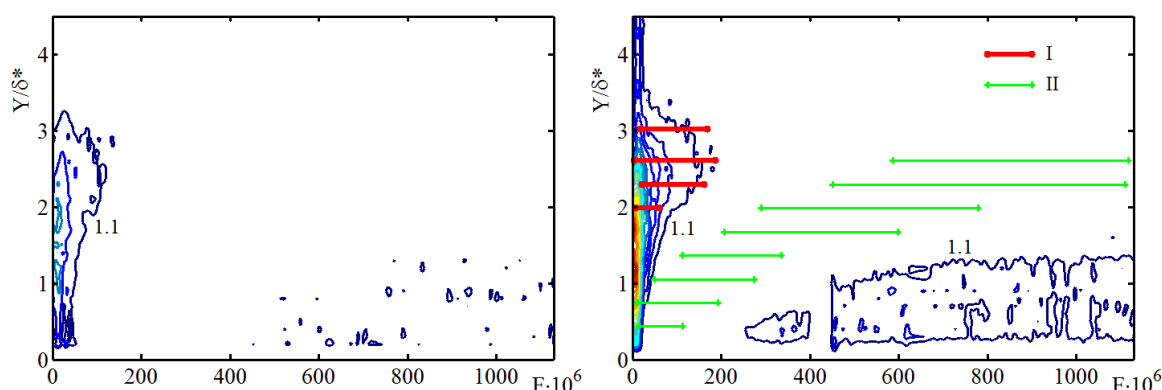


Рис.9. Коэффициент усиления энергии пульсаций в зависимости от частотного параметра при  $R/R_\Lambda=0.09$  (слева) и  $0.15$  (справа). Первая изолиния  $K=1.1$ , последующие изображены с инкрементом  $0.5$  начиная с  $K=1.5$ . Для  $R/R_\Lambda=0.15$  линиями показаны диапазоны частоты  $F_1(Y)$  для нелинейных взаимодействий, указанных римскими цифрами на рис.7.

Наибольшее усиление имеют возмущения внутри пограничного слоя при  $Y/\delta^*=1\div 2$ ,  $F < 20\cdot 10^{-6}$ , т.е. полосчатые структуры. Их энергия к концу зоны измерений возрастает в  $11\div 12$  раз. Высокочастотные колебания по направлению к стенке затухают. При  $R/R_\Lambda=0.09$  в области  $Y/\delta^*=2\div 3$  наблюдается небольшое нарастание возмущений с частотой до  $F=120\cdot 10^{-6}$ , но во внешнем потоке при  $Y/\delta^*>3$  все частоты затухают. С момента появления нелинейных взаимодействий развитие возмущений в верхней части пограничного слоя изменяется (рис.9,  $R/R_\Lambda=0.15$ ). В области  $Y/\delta^*=2\div 3$  диапазон нарастающих возмущений расширяется до  $F=180\cdot 10^{-6}$ , кроме того во

внешнем потоке при  $Y/\delta^* > 3$  появляются нарастающие низкочастотные колебания (рис.10). Нарастание при  $Y/\delta^* = 3 \div 4$  колебаний с  $F = 7.5 \cdot 10^{-6}$  также видно из данных [9].

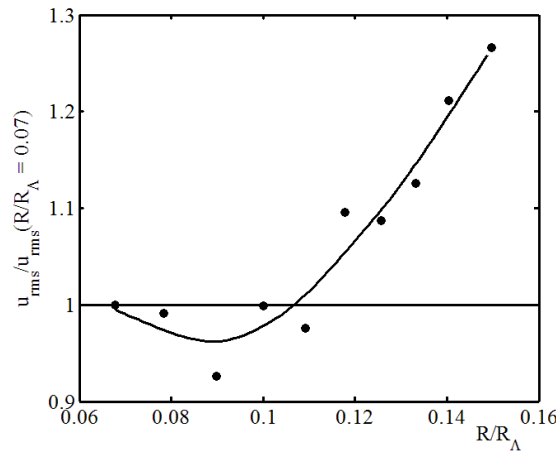


Рис.10. Нарастание нормированных на начальное значение среднеквадратичных пульсаций в полосе  $F = 0 \div 19 \cdot 10^{-6}$  по продольной координате при  $Y/\delta^* = 3.9$ . Линией показан сглаживающий сплайн третьего порядка.

Именно низкочастотные колебания наиболее эффективны в возбуждении и поддержании нарастания полосчатых структур, поэтому изменения низкочастотных составляющих в спектре внешних возмущений сильно сказываются на характере нарастания  $u_{rms}$ . Появление нелинейных взаимодействий в сигнале совпадает с изменением закона развития спектров возмущений в пограничном слое и с отклонением их нарастания от предсказываемого  $L2$ -моделью. Как показано на рис.9, частотный диапазон и местоположение по  $Y$  нелинейных взаимодействий типа I очень хорошо совпадают с описанной активностью в верхней части пограничного слоя. Все это позволяет утверждать, что данный нелинейный процесс является отражением предположенной выше обратной связи между нарастающими в пограничном слое полосчатыми структурами и внешней турбулентностью. Нужно подчеркнуть, что этот процесс, хотя он и протекает в верхней части пограничного слоя, не связан с генерацией турбулентных пятен [14], а приводит к интенсификации роста самих полосчатых структур.

Второй наблюдавшийся тип нелинейных взаимодействий заключается в появлении квадратичной связи по фазе низкочастотных (не выше 20 Гц) и высокочастотных гармоник внутри пограничного слоя. На рис.7 и 9 он обозначен как II. Сам факт возникновения таких взаимодействий свидетельствует о том, что к этому моменту полосчатые структуры достигли достаточно большой амплитуды. Для нелинейного процесса этого типа диапазон взаимодействующих высокочастотных возмущений интегрально по толщине слоя охватывает практически все частоты, но при приближении к стенке область взаимодействия смещается в сторону низких частот. Это соответствует затуханию высокочастотных возмущений в пограничном слое по направлению к стенке. При  $Y/\delta^* > 1.4$  высокочастотные возмущения затухают и в направлении вниз по потоку (рис.9). В области  $Y/\delta^* < 1.4$  наблюдается нарастание возмущений с  $F > 250 \cdot 10^{-6}$ , однако коэффициент усиления при  $R/R_\Delta = 0.15$  не превышает 1.5. Взаимодействия типа II наблюдаются на значительном протяжении по продольной координате и, следовательно, сравнительно медленные. По результатам прямого численного моделирования [13] и теории [18] для начала высокочастотной вторичной

неустойчивости полосчатых структур требуется амплитуда последних не менее 20% от  $U_0$ . В данном эксперименте наибольшая величина  $u_{rms}$  в пограничном слое составляла 3.4% для  $R/R_\Lambda=0.15$ , а пиковые отклонения скорости от ее средней величины не превышали 15% как в большую, так и в меньшую сторону. Как указывалось выше, генерации турбулентных пятен в области измерений не отмечалось на всем протяжении эксперимента. Таким образом, нелинейные взаимодействия типа II не являются процессом вторичной неустойчивости и не ведут к взрывной стохастизации течения и к непосредственному возникновению турбулентных пятен.

При анализе обнаруженной в эксперименте нелинейности второго типа необходимо учитывать то обстоятельство, что в естественных условиях (т.е. без сохранения фазовой информации) при помощи одноточечных измерений невозможно различить возмущения, имеющие одинаковую частоту, но различную фазовую скорость. В пограничном слое датчик термоанемометра регистрирует как пульсации внешней турбулентности, так и порождаемые ею возмущения самого пограничного слоя. Несмотря на затухание внешней турбулентности в направлении вниз по потоку и к стенке, в диапазоне  $F > 20 \cdot 10^{-6}$  амплитуда этих двух типов возмущений может различаться в 10 раз и нарастание высокочастотных возмущений пограничного слоя маскируется затуханием внешней турбулентности на тех же частотах. Поэтому отсутствие нарастания энергии возмущений в той области на плоскости  $(F, Y)$ , где наблюдается нелинейность типа II (рис.9), не должно вводить в заблуждение. Высокочастотные компоненты спектра внешней турбулентности по сравнению с низкочастотными имеют меньшую амплитуду, а затухание их энергии по направлению к стенке более быстрое [9]. По этой причине вблизи стенки при  $Y/\delta^* < 1.4$  для  $F > 250 \cdot 10^{-6}$  указанный эффект маскировки ослабляется, нарастающие возмущения пограничного слоя проявляются более ярко и удается зафиксировать рост их энергии (рис.9). К тем же выводам можно прийти при рассмотрении профилей пульсаций по  $Y$  на различных частотах.

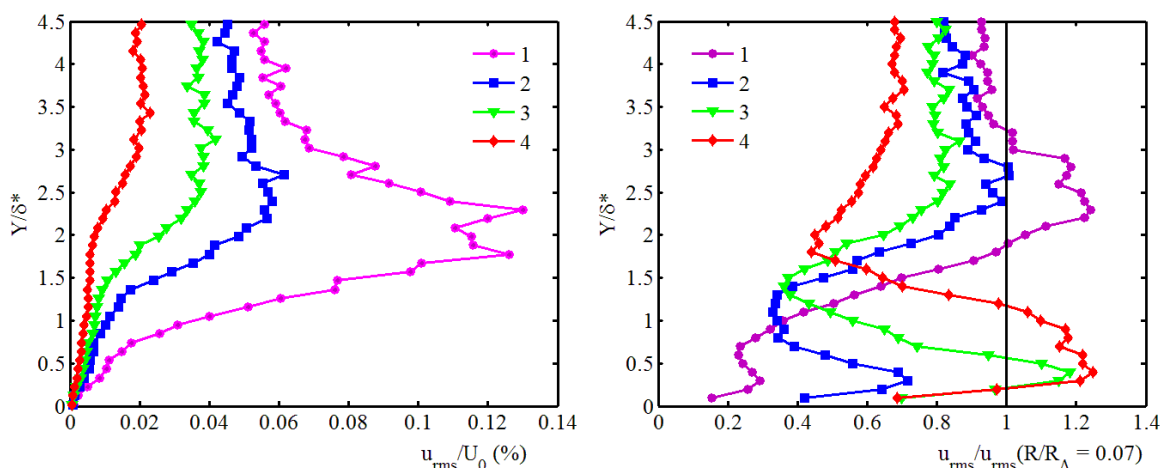


Рис.11. Профили среднеквадратичных пульсаций в полосе 1 Гц при  $R/R_\Lambda=0.15$ , нормированные на скорость набегающего потока (слева) и на величину  $u_{rms}$  при  $R/R_\Lambda=0.07$  (справа). Точки 1-4 –  $F=101.8, 201.8, 301.7$  и  $601.5 \cdot 10^{-6}$ .

На рис.11 приведены профили среднеквадратичных пульсаций в полосе 1 Гц для  $R/R_\Lambda=0.15$ , нормированные как на скорость  $U_0$ , так и на свою величину в начальном сечении  $R/R_\Lambda=0.07$ . Нормированные на  $U_0$  профили демонстрируют при

$F > 200 \cdot 10^{-6}$  сильное затухание к стенке. Для  $F < 200 \cdot 10^{-6}$  профили имеют максимум при  $Y/\delta^* = 2 \div 3$ , соответствующий нелинейным взаимодействиям типа I, ниже этого положения пульсации данных частот также сильно затухают к стенке. Характер профилей, нормированных на  $u_{rms}(R/R_\Lambda = 0.07)$ , иной. Эти профили имеют максимум вблизи стенки при  $Y/\delta^* = 0.3 \div 0.4$ . Для частот  $F > 250 \cdot 10^{-6}$  этот максимум соответствует положению наибольшего нарастания пристенных пульсаций, а для частот  $F < 250 \cdot 10^{-6}$  – положению их наименьшего затухания.

Кривые нарастания (затухания) в полосе 1 Гц для нормированных на свое начальное значение пульсаций  $u_{rms}$  вблизи стенки приведены на рис.12. Видно, что при  $R/R_\Lambda > 0.1$  характер этих кривых меняется. Наблюдается нарастание возмущений с  $F > 200 \cdot 10^{-6}$ , а возмущения с  $F < 200 \cdot 10^{-6}$  по крайней мере не затухают вниз по потоку. Разброс точек на рис.12 связан с большими ошибками измерения пульсаций малой величины вблизи стенки. При  $Y/\delta^* = 0.3$  в полосе 1 Гц для  $F = 101.8 \cdot 10^{-6}$  среднеквадратичные пульсации составляют 0.007% от  $U_0$ , что может служить оценкой сверху амплитуды высокочастотных колебаний, участвующих в нелинейных взаимодействиях с полосчатыми структурами. Для той же частоты при  $Y/\delta^* = 3$  пульсации  $u_{rms}$  составляют 0.063% от  $U_0$ , что еще раз подчеркивает сложность выделения высокочастотных собственных возмущений пограничного слоя на фоне проникающей в него внешней турбулентности.

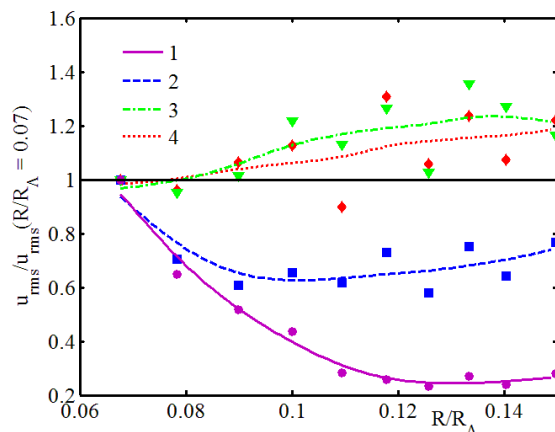


Рис.12. Нарастание нормированных на начальное значение среднеквадратичных пульсаций в полосе 1 Гц по продольной координате при  $Y/\delta^* = 0.3$ . Точки 1-4 –  $F = 101.8, 201.8, 301.7$  и  $601.5 \cdot 10^{-6}$ . Линиями показаны сглаживающие сплайны третьего порядка.

Нелинейный процесс второго типа можно сопоставить с обнаруженными в модельных экспериментах так называемыми «предвестниками» – колебаниями, развивающимися на фронтах полосчатых структур [19]. Эксперимент [19] показал, что «предвестники» представляют собой возмущения, аналогичные волнам Толлмина-Шлихтинга (ТШ). Интересно отметить, что вычисленные по толщине вытеснения числа Рейнольдса ( $Re_{\delta^*} = 552 \div 635$  при  $R/R_\Lambda = 0.09 \div 0.1$ ), соответствующие началу нелинейных взаимодействий, близки к числу Рейнольдса потери устойчивости пограничного слоя к волнам ТШ  $Re_{\delta^*} = 518$ . При этом вблизи стенки значения  $F$  для высокочастотных возмущений, участвующих во взаимодействиях типа II, лежат либо в области неустойчивости, либо несколько выше нее в области второй ветви кривой нейтральной устойчивости.

На рис.13 изображена функция бикогерентности вблизи стенки при  $R/R_\Lambda=0.15$ . Наиболее сильные нелинейные взаимодействия наблюдаются для гармоник с  $F_2=(0\div 10)\cdot 10^{-6}$  (т.е. полосчатых структур) и колебаний на частотах  $F_1=(60\div 110)\cdot 10^{-6}$ , которые находятся внутри кривой нейтральной устойчивости. Связь по фазе полосчатых структур и возмущений с  $F=(60\div 110)\cdot 10^{-6}$  достаточно хорошо видна в осциллограммах в нижней и средней части пограничного слоя.

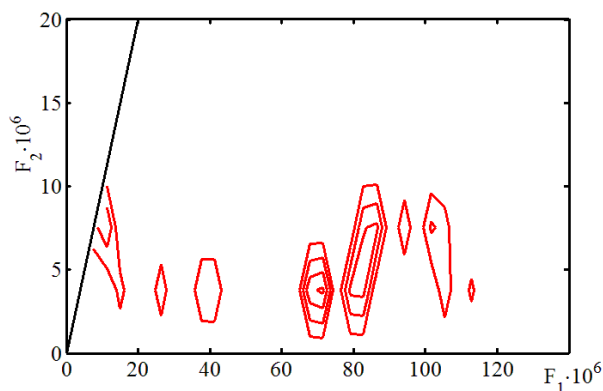


Рис.13. Бикогерентность  $b^2$  сигнала термоанемометра в пограничном слое при  $Y/\delta^*=0.43$ ,  $R/R_\Lambda=0.15$ . Показаны только пики, удовлетворяющие вероятности наблюдения нелинейного взаимодействия 0.9999.

На рис.14 приведены примеры сигналов термоанемометра для двух положений датчика по высоте при  $R/R_\Lambda=0.15$ .

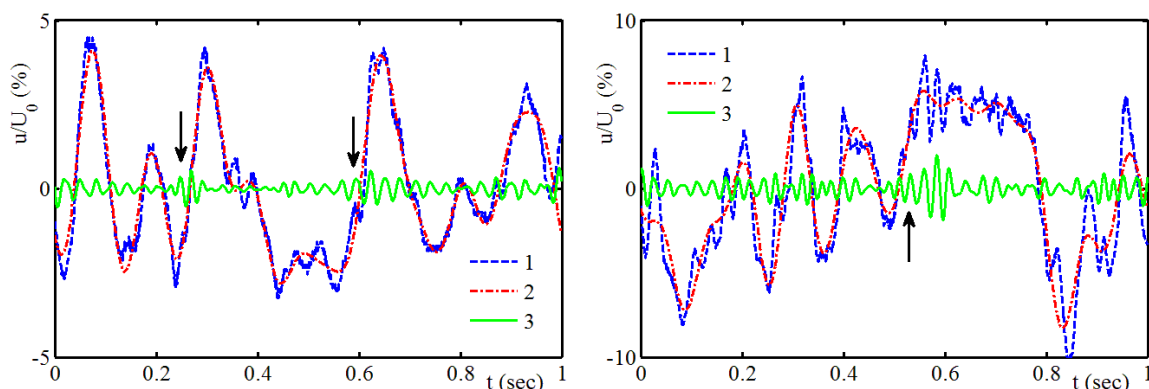


Рис.14. Сигналы термоанемометра в пограничном слое при  $Y/\delta^*=0.74$  (слева) и 1.36 (справа),  $R/R_\Lambda=0.15$ . 1 – полный сигнал, 2 – сигнал в полосе  $F=(0\div 30)\cdot 10^{-6}$ , 3 – сигнал в полосе  $F=(60\div 110)\cdot 10^{-6}$ .

Вместе с полным сигналом показаны сигналы, отфильтрованные в полосе  $F=(0\div 30)\cdot 10^{-6}$  и в полосе  $F=(60\div 110)\cdot 10^{-6}$ . Полосчатые структуры идентифицируются в осциллограммах как низкочастотные колебания с периодом от 0.1 до 0.3 с. В отфильтрованном в полосе  $F=(60\div 110)\cdot 10^{-6}$  сигнале наблюдаются волновые пакеты повышенной амплитуды, локализованные в области передних фронтов полосчатых структур (эти моменты времени отмечены на рисунке стрелками).

Еще один пример реализации сигнала термоанемометра приведен на рис.15.

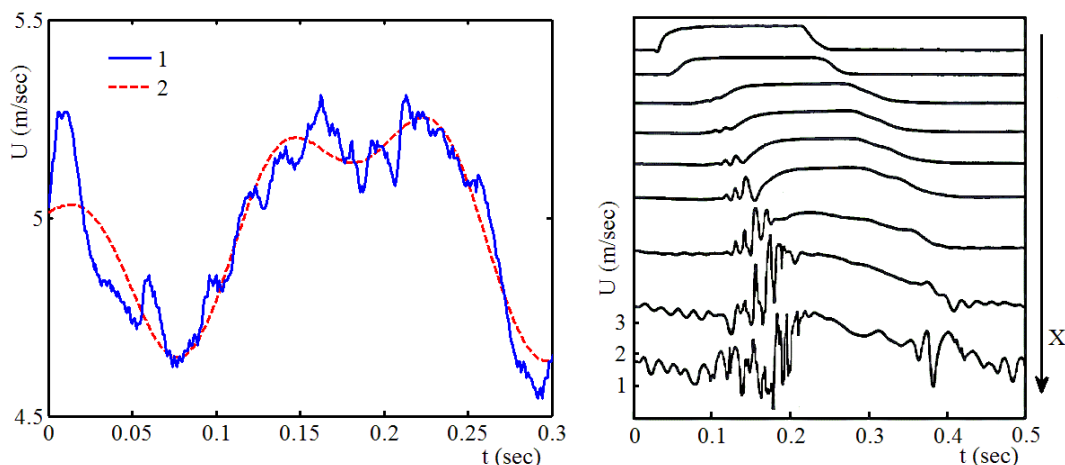


Рис.15. Сигнал термоанемометра в пограничном слое при  $Y/\delta^*=1.36$ ,  $R/R_\Lambda=0.15$ , 1 – полный сигнал, 2 – сигнал в полосе  $F=(0\div 18)\cdot 10^{-6}$  (слева). Осциллограммы развития «предвестника» в модельном эксперименте [20], направление возрастания  $X$  показано стрелкой (справа).

На этом рисунке в промежутке времени  $0.075\div 0.29$  секунд видна низкочастотная полосчатая структура, на переднем фронте которой развиваются колебания с периодом около  $0.02$  с (промежуток  $0.09\div 0.15$  с составляет три полных периода). Эти временные протяженности позволяют оценить верхнюю границу полосы частот для формирующей полосчатую структуру колебаний как  $F=18\cdot 10^{-6}$ , а частоту развивающегося на ее фронте возмущения как  $F=94\cdot 10^{-6}$ . Обе величины прекрасно согласуются с приведенными выше результатами биспектрального анализа для нелинейных взаимодействий типа II, а последняя из них лежит в частотном диапазоне усиливающихся при данном  $Re_{\delta^*}$  волн ТШ. Скорость распространения переднего и заднего фронтов полосчатой структуры можно оценить как  $0.8U_0$  и  $0.5U_0$  соответственно [5]. Это позволяет оценить длину показанной на рис.15 полосчатой структуры как  $420$  мм. При характерном масштабе полосчатой структуры по трансверсальной координате порядка двух местных толщин пограничного слоя [9] отношение продольного и трансверсального масштабов составляет  $39:1$ . Длину волны возмущения на переднем фронте полосчатой структуры можно оценить как  $42$  мм, что также близко к характерным длинам волн ТШ. В модельном эксперименте [20] при повышенной внешней турбулентности было продемонстрировано, что «предвестники» играют важную роль в генерации турбулентных пятен и непосредственно предшествуют их появлению. Сходство процессов взаимодействия «предвестников» и полосчатых структур в [20] и высокочастотных и низкочастотных возмущений в данном эксперименте в естественных условиях хорошо видно из сравнения осциллограмм, приведенных на рис.14 и 15.

Следует отметить еще одну особенность, общую для исследованных нелинейных процессов обоих типов. Спектры взаимодействующих возмущений сплошные, без выделенных частот. В [21] получена оценка максимальной величины бикогерентности для таких спектров  $\delta f/\Delta f$ , где  $\delta f$  – ширина бина дискретного преобразования Фурье,  $\Delta f$  – характерная ширина спектра. Для условий настоящей работы при вычислениях биспектров  $\delta f$  равная  $2$  Гц и  $\Delta f$  порядка  $100\div 200$  Гц соответствуют оценке максимальной величины пика бикогерентности  $0.01\div 0.02$ . Максимальная величина  $b^2$ , например, на рис.7а составила  $0.021$ , а на рис.7с  $0.043$ ,

что очень близко к оценке [21]. Это показывает, что описанные выше результаты биспектрального анализа достаточно надежны. Оценка  $b^2_{\max}(f_i, f_j) = \delta f / \Delta f$  получена в предположении, что большая часть наблюдаемой на частоте  $f_k = f_i + f_j$ ,  $k = i + j$  энергии генерируется при нелинейных взаимодействиях, а доля энергии колебаний, не связанной с квадратичными взаимодействиями, мала. Тогда из совпадения этой оценки с результатами эксперимента можно заключить, что после начала нелинейных процессов в пограничном слое практически все возмущения с  $F > 20 \cdot 10^{-6}$  развиваются нелинейно, взаимодействуя с низкочастотными полосчатыми структурами задолго до начала генерации турбулентных пятен. Таким образом, область нелинейности преобладает в процессе ламинарно-турбулентного перехода, а линейный участок сравнительно невелик. В данном эксперименте он имел протяженность по продольной координате не более 200 мм при общей длине зоны измерений 560 мм.

#### **4. ВЫВОДЫ**

1. Проведено сравнение развития возмущений в подверженном воздействию умеренной внешней турбулентности пограничном слое на плоской пластине с существующими теоретическими моделями. В эксперименте спектры начальных возмущений, а именно нормальной к поверхности модели компоненты пульсаций скорости внешней турбулентности, хорошо совпадали с принятыми в расчетах до частот около 1 кГц (безразмерный частотный параметр  $1720 \cdot 10^{-6}$ ).
2. Сравнение нарастания возмущений (полосчатых структур) в пограничном слое и эволюции их спектров с данными теоретической модели линейной восприимчивости к линейно развивающейся турбулентности (*Л2-модель*) показало, что такая модель хорошо описывает только начальные стадии этих процессов. Ниже по потоку эволюция спектров возмущений может быть описана моделью линейной восприимчивости пограничного слоя к нелинейно развивающейся внешней турбулентности (*ЛН-модель*).
3. При помощи биспектрального анализа выявлен нелинейный процесс, ответственный за изменение в законах развития внешней турбулентности вблизи стенки. Это взаимодействие низкочастотных гармоник в верхней части и вблизи границы сдвигового слоя. В результате такого взаимодействия изменяется развитие низкочастотных внешних возмущений, возбуждающих полосчатые структуры в пограничном слое. Предложена гипотеза об обратном влиянии достигших некоторой критической амплитуды полосчатых структур на развитие внешней турбулентности вблизи пограничного слоя.
4. Показано, что высокочастотные возмущения в пограничном слое нелинейно взаимодействуют с низкочастотными полосчатыми структурами задолго до начала генерации турбулентных пятен.
5. Нелинейные процессы регистрировались при величине среднеквадратичной амплитуды продольных пульсаций скорости в пограничном слое большей 2% от скорости набегающего потока. При меньшей амплитуде нелинейных эффектов не отмечено. Область нелинейных взаимодействий занимала большую часть зоны измерений.

*Автор благодарит д.ф.-м.н. М.В. Устинова (ЦАГИ) и проф., д.ф.-м.н. В.В. Козлова (ИТПМ СО РАН) за полезные дискуссии.*



## ЛИТЕРАТУРА

1. Вожаев В.В., Киселев А.Ф., Сбоев Д.С., Теперин Л.Л., Чернышев С.Л. Численное моделирование положения ламинарно-турбулентного перехода на крыле с ламинаризованным профилем LV6 // Ученые записки ЦАГИ. – 2013. – Т. XLIV. – №1. – С.43-51.
2. Бойко А.В., Грек Г.Р., Довгаль А.В., Козлов В.В. Физические механизмы перехода к турбулентности в открытых течениях. – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006. – 304 с.
3. Устинов М.В. Восприимчивость пограничного слоя на плоской пластине к турбулентности набегающего потока // Изв. РАН. МЖГ. – 2003. – №3. – С.56-68.
4. Жигулев С.В., Успенский А.А., Устинов М.В. Влияние масштаба турбулентности потока и формы передней кромки на ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое // Изв. РАН. МЖГ. – 2009. – №1. – С.39-55.
5. Boiko A.V., Grek G.R., Sboev D.S. Spectral analysis of localized disturbances in boundary layer at subcritical Reynolds numbers // Phys. Fluids. – 2003. – Vol.15. – N12. – P.3613-3624.
6. Bertolotti F.P., Kendall J.M. Response of the Blasius boundary layer to controlled free-stream vortices of axial form. – AIAA Paper 97-2018, 1997.
7. Лохов Д.С., Бойко А.В., Сбоев Д.С. Управление развитием стационарных продольных структур в пограничном слое на плоской пластине при помощи риблет // ПМТФ. – 2005. – Т.46. – №4. – С.47-54.
8. Roach P.E., Brierley D.H. (1990). The influence of a turbulent free stream on zero pressure gradient transitional boundary layer development. Part 1: testcases T3A and T3B / Numerical simulation of unsteady flows and transition to turbulence. – Cambridge: Cambridge University Press, 1992. – P.319-347.
9. Westin K.J.A., Boiko A.V., Klingmann B.G.B., Kozlov V.V., Alfredsson P.H. Experiments in a boundary layer subjected to free stream turbulence. Part 1. Boundary layer structure and receptivity // J. Fluid Mech. – 1994. – Vol.281. – P.193-218.
10. Matsubara M., Alfredsson P.H. Disturbance growth in boundary layers subjected to free-stream turbulence // J. Fluid Mech. – 2001. – Vol.430. – P.149-168.
11. Устинов М.В. Восприимчивость пограничного слоя к нелинейно развивающейся турбулентности набегающего потока // Изв. РАН. МЖГ. – 2013. – №5. – С.62-78.
12. Mans J., Kadijk E.C., de Lange H.C., van Steenhoven A.A. Breakdown in a boundary layer exposed to free-stream turbulence // Exp. Fluids. – 2005. – Vol.39. – N6. – P.1071-1083.
13. Brandt L., Henningson D.S. Transition of streamwise streaks in zero-pressure-gradient boundary layers // J. Fluid Mech. – 2002. – Vol.472. – P.229-261.
14. Durbin P., Wu X. Transition beneath vortical disturbances // Ann. Rev. Fluid Mech. – 2007. – Vol.39. – P.107-128.
15. Hernon D., Walsh E.J., Mceligot D.M. Experimental investigation into the routes to bypass transition and the shear-sheltering phenomenon // J. Fluid Mech. – 2007. – Vol.591. – P.461-479.
16. Хинце И.О. Турбулентность. – М: Физматгиз, 1963. – 680 с.
17. Fackrell J.W.A. Bispectral analysis of speech signals. PhD Thesis. – Edinburgh: The University of Edinburgh, 1996. – 216 p.
18. Устинов М.В. Устойчивость неоднородного по размаху течения в пограничном слое // Изв. РАН. МЖГ. – 1998. – №6. – С.54-63.



19. Горев В.Н., Катасонов М.М. Возникновение и развитие предвестников на фронтах продольных структур в пограничном слое прямого крыла // Теплофизика и Аэромеханика. – 2004. – Т.11. – №3. – С.403-415.
20. Katasonov M.M., Kozlov V.V., Motyrev P.A., Sboev D.S. Hot-wire visualization of localized boundary layer disturbances under the low and enhanced free stream turbulence level / Proc. of PSFVIP-8: The 8th Pacific Symposium on Flow Visualization and Image Processing. – 2011. – Moscow, Russia, August 21st-25th, 2011. – CD-ROM.
21. Greb U., Rusbridge M.G. The interpretation of the bispectrum and bicoherence for non-linear interactions of continuous spectra // Plasma Phys. Contr. Fusion. – 1988. – Vol.30. – N5. – P.537-549.

# **РАБОТЫ В.В. СТРУМИНСКОГО И ИХ ВЛИЯНИЕ НА РАЗВИТИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ ТРЕХМЕРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ**

Шалаев В.И.

*Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, Россия*

## **РЕЗЮМЕ**

Сделан краткий обзор пионерских работ академика В.В. Струминского по теории трехмерного пограничного слоя и рассмотрено их влияние на развитие исследований динамики трехмерных течений вязкой жидкости и газа в XX столетии. Представлены оригинальные результаты исследований в этом направлении, выполненные в отделе ЦАГИ имени В.В. Струминского и развивающие идеи его работ. Рассмотрены автомодельные решения уравнений трехмерного пограничного слоя с малыми пространственными возмущениями, описывающие широкий класс практически важных задач и обобщающие теорию малых возмущений для невязкой среды на течения вязкого газа. Проанализированы особенности, возникающие в решениях уравнений трехмерного пограничного слоя на конических поверхностях, на основе асимптотических решений определен их точный тип; изучена структура течения в окрестности особенности и получены точные регулярные решения уравнений Навье-Стокса, которые сращиваются с сингулярными решениями для пограничного слоя.

## **1. ВКЛАД АКАДЕМИКА В.В.СТРУМИНСКОГО В ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ**

Вклад академика В.В.Струминского в развитие фундаментальных и прикладных научных исследований настолько широк, что одно только перечисление его достижений – предмет для отдельной статьи [1]. Его фундаментальные работы связаны с развитием квантовой теории сплавов [1], теории трехмерного и нестационарного пограничного слоя [2-7], теории максимальной подъемной силы и аэродинамики стреловидных крыльев, распространения возмущений и ламинарно-турбулентного перехода в пограничных слоях, кинетической теории разреженных газов и газовых смесей [7].

Пионерские работы В.В.Струминского, посвященные теории течения на скользящих крыльях [2,3], опубликованы в 1946 году. Осознание того факта, что полученное модельное решение является главным приближением для обтекания стреловидных крыльев, пришло не сразу и вызывало в ЦАГИ бурные дискуссии в конце сороковых – начале пятидесятых годов прошлого столетия. Однако, теоретические расчеты и экспериментальные исследования позволили автору убедительно доказать свою правоту и убедить генеральных конструкторов самолетов (А.Н.Туполева, С.И.Микояна, А.С.Яковлева, С.А.Лавочкина и др.) в эффективности предложенного подхода для разработки высокоскоростных летательных аппаратов. В результате именно работы В.В. Струминского послужили основой для понимания особенностей аэродинамики стреловидных крыльев, расчетов их характеристик, а также для разработки крыльев реальных транс- и сверхзвуковых самолетов в СССР. За исследования аэродинамики и методов создания стреловидных крыльев, а также транс- и сверхзвуковых самолетов с такими крыльями его называют отцом советской сверхзвуковой авиации и ему присуждены две Сталинские и Ленинская премии, премия и золотая медаль имени профессора Н.Е.Жуковского, он награжден орденами и медалями СССР. Во многом благодаря

гению В.В.Струминского авиация России и в настоящее время сохраняет за собой передовые позиции в мире.

С другой стороны, эти работы, наряду с независимыми исследованиями Л.Прандтля (1946), У.Р.Сирса (1948), Р.Т.Джонса (1947,1949), и Дж.М.Уилда (1949) являются главными вехами в развитии теории трехмерного пограничного слоя, что признано мировым научным сообществом [8]. В период бурного развития этой теории в 60–80-х годах двадцатого столетия, а также численных методов исследования, непременным атрибутом списка литературы во всех советских работах по этой тематике были ссылки на указанные публикации В.В.Струминского, а также на фундаментальные работы [4,6], посвященные общей теории трехмерного пограничного слоя на произвольных поверхностях.

Как видно, в США и Англии сразу после войны не было методов расчета трехмерного пограничного слоя на стреловидных крыльях, поскольку сама постановка задачи появилась только в 1948 г. [8]. Первые реактивные американские истребители F-16 Сейбр создавались немецкими учеными и конструкторами на основе данных испытаний в аэродинамических трубах Геттингена и Адлерсхгофа. Данные из Адлерсхгофа использовались также и сотрудниками отдела В.В.Струминского в ЦАГИ, но развитая в работах [2,3] теория, а также разработанные В.В. Струминским методы расчета и конструирования [7] позволили существенным образом улучшить аэродинамические качества первых серийных советских истребителей МИГ-15 со стреловидными крыльями, которые имели значительное превосходство в воздухе над Сейбрами во время корейской войны 1949 г. В частности, перегородки на крыльях предложены еще в Германии и были неудачные попытки их использования на F-16, но только инженерный талант В.В.Струминского позволил сделать их эффективным средством управления потоком – в результате повысились скоростные качества МИГ-15, его потолок и управляемость.

Течение на скользящих крыльях – удобная модель для физических экспериментальных исследований и одна из основных тестовых задач при разработке новых методов расчета трехмерного пограничного слоя [9]. Для него было впервые понято и изучено свойство гиперболичности пространственных уравнений, что позволило построить адекватные численные и интегральные методы расчета характеристик [9]. Кроме того, решение В.В.Струминского возникает, как главное приближение для течения около передней кромки крыла [9]. Течение в этой узкой области имеет важное значения для характеристик обтекания всего крыла в целом. В частности, явление неустойчивости поперечных волн (cross-flow instability), приводящее к раннему ламинарно-турбулентному переходу в трехмерных пограничных слоях, впервые было обнаружено на передней кромке треугольного крыла – амбициозного проекта ламинарного самолета «летающее крыло», реализованного в Англии по германским чертежам. Именно из-за этого, неизвестного в то время явления, на этом самолете не удалось обнаружить ламинарного пограничного слоя. Позднее это явление было исследовано Д. Полом путем анализа экспериментальных данных для скользящего цилиндра [10]. Все фундаментальные экспериментальные результаты по развитию возмущений и переходу в трехмерном до- и сверхзвуковом пограничных слоях в ИТПМ СО РАН были получены на моделях скользящих крыльев. Это же касается и теоретических результатов.

Деятельность В.В.Струминского в области изучения ламинарно-турбулентного перехода породила в СССР три научных школы, которые в настоящее время

занимают ведущие позиции в мировой науке: в ИТПМ [11-13], МФТИ [14] и ЦАГИ [15-16]. Работы В.В.Струминского высоко подняли планку уровня теоретических исследований в СССР в области аэродинамики и с этой точки зрения явились катализатором для многих работ этого направления. Здесь, прежде всего, следует отметить фундаментальные исследования по теории сверх- и гиперзвуковых течений вязкого газа, которые оказали существенное влияние на развитие гиперзвуковой аэродинамики [17-18].

Естественным продолжением работ В.В.Струминского являются новые результаты в теории трехмерного пограничного слоя, полученные в лаборатории ЦАГИ его имени [9,19], – метод малых возмущений для трехмерных пограничных слоев [9,19] и исследование особенностей уравнений трехмерного пограничного слоя [9,20].

Асимптотический анализ позволил выделить широкий класс течений в трехмерных пограничных слоях, который описывается автомодельным решением и реализуется на двух основных элементах летательного аппарата – тонких крыльях и фюзеляжах при малых углах атаки. Полученные результаты являются аналогом теории малых возмущений для течений невязкого газа.

Вопрос об возможных особенностях решений уравнений трехмерного пограничного слоя дискутировался достаточно давно [8], но реальные результаты получены в работах [9,21,22], где выявлен аналитический вид сингулярностей уравнений для конических течений и дана их классификация в зависимости от параметра. Показано, что в окрестности особенности регулярное решение уравнений Навье-Стокса имеет сложную многослойную асимптотическую структуру. Получены аналитические решения уравнений для отдельных областей и показано, что они сращиваются с сингулярными решениями уравнений пограничного слоя.

## 2. ТЕОРИЯ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ ТРЕХМЕРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Система уравнений и краевых условий нестационарного трехмерного пограничного слоя в неортогональных, криволинейных, безразмерных координатах  $x, n$  и  $z$  имеет вид [9]:

$$\begin{aligned}
 & \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{H_1} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w}{\lambda H_2} \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial u}{\partial n} - k_1 \operatorname{ctg} \theta u^2 + \frac{k_2}{\sin \theta} w^2 + k_{12} u w \right) + \nabla_1 p = \frac{\partial}{\partial n} \mu \frac{\partial u}{\partial n}, \\
 & \rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{u}{H_1} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{w}{\lambda H_2} \frac{\partial w}{\partial z} + v \frac{\partial w}{\partial n} + \frac{k_1}{\sin \theta} u^2 - k_2 \operatorname{ctg} \theta w^2 + k_{21} u w \right) = -\nabla_2 p + \frac{\partial}{\partial n} \mu \frac{\partial w}{\partial n} \\
 & , \rho \left( \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{u}{H_1} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{w}{\lambda H_2} \frac{\partial h}{\partial z} + v \frac{\partial h}{\partial n} \right) - (\gamma - 1) M^2 \left( \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{u}{H_1} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{w}{\lambda H_2} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \\
 & = \frac{\partial}{\partial n} \frac{\kappa}{\operatorname{Pr}} \frac{\partial h}{\partial n} + (\gamma - 1) M^2 \mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial n} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial n} \right)^2 + 2 \frac{\partial u}{\partial n} \frac{\partial w}{\partial n} \cos \theta \right], \quad (1.1) \\
 & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial n} + \frac{1}{H} \frac{\partial(\rho u H_2 \sin \theta)}{\partial x} + \frac{1}{\lambda H} \frac{\partial(\rho w H_1 \sin \theta)}{\partial z} = 0, \\
 & n = 0 : u = w = 0, \quad v = v_w(t, x, z), \quad h = h_w(t, x, z) \left( \frac{\partial h}{\partial n} = 0 \right); \\
 & n \rightarrow \infty : u = u_e(t, x, z), \quad w = w_e(t, x, z), \quad h = h_e(t, x, z);
 \end{aligned}$$

$$x^* = bx, \quad z^* = \lambda bz, \quad n^* \sqrt{\text{Re}} = bn, \quad t^* = bt/u_\infty, \quad H = H_1 H_2 \sin \theta,$$

$$\text{Re} = \rho_\infty u_\infty b / \mu_\infty, \quad M = u_\infty / a_\infty, \quad p = (p^* - p_\infty) / \rho_\infty u_\infty^2, \quad \rho h = 1 + \gamma M^2 p.$$

Здесь звездочкой отмечены размерные величины,  $b$  и  $\lambda b$  – продольный и поперечный масштабы длины,  $a_\infty$  – масштаб скорости звука,  $\text{Pr}$  – число Прандтля,  $\theta(x, z)$  – угол между координатными линиями  $x$  и  $z$  на поверхности тела,  $H_1$  и  $H_2$  – метрические коэффициенты,  $\gamma$  – показатель адиабаты. Плотность  $\rho$ , энтальпия  $h$  вязкость  $\mu$ , теплопроводность  $\kappa$ , продольная ( $u$ ) и поперечная ( $w$ ) скорости отнесены к своим характерным значениям в набегающем потоке:  $\rho_\infty, h_\infty, \mu_\infty, \kappa_\infty, u_\infty$ ; нормальная скорость  $v$  – к  $u_\infty / \sqrt{\text{Re}}$ . Течение в пограничном слое может быть ламинарным или турбулентным, что учитывается выбором соответствующих моделей вязкости и теплопроводности. Нестационарность течения может быть обусловлена зависимостью от времени параметров набегающего потока, обозначенных индексом  $e$  или условий на поверхности – скорости ддува (отсоса)  $v_w(t, x, z)$  и температуры  $h_w(t, x, z)$ . Кривизны  $k_1, k_2, k_{12}, k_{21}$  и составляющие градиента давления  $\nabla_1 p$  и  $\nabla_2 p$  вдоль координатных линий  $x$  и  $z$  определяются известными формулами [9]. Для уравнений (1.1) необходимо также задать состояние течения в начальный момент времени, а на каждом шаге по времени – начальные условия, в качестве которых обычно используются решения в плоскостях растекания или симметрии и в критической точке.

Для анализа уравнений (1.1) предположим, что поперечная скорость является малой величиной ( $w \ll 1$ ), а краевые условия и метрический коэффициент  $H_2$  слабо меняются по поперечной координате, т.е. выполняются соотношения:

$$\frac{1}{\lambda H_2} \frac{\partial p}{\partial z} \sim \cos \theta \sim k_1 \sim \frac{\varepsilon}{\lambda} \ll 1,$$

$$v_w = v_{w0}(t, s) + \varepsilon v_{w1}(t, s, z), \quad h_w = h_{w0}(t, s) + \varepsilon h_{w1}(t, s, z), \quad (1.2)$$

$$H_2 = H_{20}(s) + \varepsilon H_{21}(s, z), \quad k_2 = k_{20}(s) + \varepsilon k_{22}(s, z).$$

Малый параметр  $\varepsilon$  характеризует величину поперечного градиента давления; заметим, что использование одного параметра не снижает общности задачи. При условиях (1.2), с точностью до линейных по малым параметрам слагаемых, характеристики течения можно представить асимптотическими разложениями:

$$\cos \theta = \frac{\varepsilon}{\lambda} C(s, z), \quad k_2 = -k_{21} = k_{20}(s) = -\frac{1}{H_{10} H_{20}} \frac{\partial H_{20}}{\partial x},$$

$$(H_1, p) = [H_{10}(s), p_0(t, s)] + \varepsilon [H_{11}(s, z), p_1(t, s, z)],$$

$$(k_1, k_{12}, w_e, w) = \frac{\varepsilon}{\lambda} [k_{11}(s, z), k_{10}(s, z), w_{e1}(t, s, z), w_1(t, s, n, z)], \quad (1.3)$$

$$(u_e, h_e) = [u_{e0}(t, s), h_{e0}(t, s)] + \varepsilon [u_{e1}(t, s, z), h_{e1}(t, s, z)],$$

$$\mathbf{V} = (u, v, h, \rho, \mu, \kappa) = \mathbf{V}_0(t, s, n) + \varepsilon_1 \mathbf{V}_1(t, s, n, z), \quad s = \int_{x_c}^x H_{10} dx,$$

Здесь  $s(t, x, z)$  – длина координатной линии  $z = const$ , измеряемая от критической точки  $x_c(t, z)$ . Масштаб возмущений в пограничном слое,  $\varepsilon_1 \ll 1$ , заранее не известен, он находится из анализа уравнений.

Уравнения и краевые условия первого приближения имеют вид:

$$\rho_0 \left( \frac{\partial u_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial u_0}{\partial s} + v_0 \frac{\partial u_0}{\partial n} \right) + \frac{\partial p_0}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial n} \mu_0 \frac{\partial u_0}{\partial n},$$

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho_0 u_0}{\partial s} + \frac{\partial \rho_0 v_0}{\partial n} - k_2 \rho_0 u_0 = 0, \quad (1.4)$$

$$\rho_0 \left( \frac{\partial h_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial h_0}{\partial s} + v_0 \frac{\partial h_0}{\partial n} \right) - (\gamma - 1) M^2 \left[ \frac{\partial p_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial p_0}{\partial s} + \mu_0 \left( \frac{\partial u_0}{\partial n} \right)^2 \right] = \frac{\partial}{\partial n} \frac{\kappa_0}{Pr} \frac{\partial h_0}{\partial n},$$

$$n = 0 : u_0 = 0, v_0 = v_{w0}, h_0 = h_{w0} \left( \frac{\partial h_0}{\partial n} = 0 \right); \quad n \rightarrow \infty : u_0 = u_{e0}, h_0 = h_{e0}.$$

Уравнения (1.4) подобны уравнениям осесимметричного пограничного слоя, но в общем случае содержат поперечную координату  $z$  в качестве параметра. Они соответствуют пределу  $\varepsilon = 0, \lambda = const$ , в котором поперечное течение не оказывает никакого влияния на характеристики пограничного слоя. Для того чтобы учесть пространственные эффекты при конечных значениях  $\varepsilon_1 \ll 1$ , рассмотрим уравнения второго приближения:

$$\rho_0 \left[ \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_0}{\partial s} + u_0 \frac{\partial u_1}{\partial s} + v_1 \frac{\partial u_0}{\partial n} + v_0 \frac{\partial u_1}{\partial n} \right] + \rho_1 \left( \frac{\partial u_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial u_0}{\partial s} + v_0 \frac{\partial u_0}{\partial n} \right) -$$

$$- \frac{\partial}{\partial n} \left( \mu_0 \frac{\partial u_1}{\partial n} + \mu_1 \frac{\partial u_0}{\partial n} \right) = - \frac{\partial p_1}{\partial s} - \frac{\varepsilon}{\lambda^2 \varepsilon_1} \frac{\rho_0 w_1}{H_2} \left( \frac{\partial u_0}{\partial z} - \beta \frac{\partial u_0}{\partial s} \right) + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \frac{H_{11}}{H_{10}} \left( \rho_0 u_0 \frac{\partial u_0}{\partial s} + \frac{\partial p_0}{\partial s} \right),$$

$$\rho_0 \left[ \frac{\partial h_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial h_0}{\partial s} + u_0 \frac{\partial h_1}{\partial s} + v_1 \frac{\partial h_0}{\partial n} + v_0 \frac{\partial h_1}{\partial n} \right] + \rho_1 \left( \frac{\partial h_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial h_0}{\partial s} + v_0 \frac{\partial h_0}{\partial n} \right) -$$

$$- (\gamma - 1) M^2 \left[ \frac{\partial p_1}{\partial t} + u_0 \frac{\partial p_1}{\partial s} + u_1 \frac{\partial p_0}{\partial s} + 2 \mu_0 \frac{\partial u_1}{\partial n} \frac{\partial u_0}{\partial n} + \mu_1 \left( \frac{\partial u_0}{\partial n} \right)^2 \right] - \frac{1}{Pr} \frac{\partial}{\partial n} \left( \kappa_0 \frac{\partial h_1}{\partial n} + \kappa_1 \frac{\partial h_0}{\partial n} \right) =$$

$$= - \frac{\varepsilon}{\lambda^2 \varepsilon_1} \frac{\rho_0 w_1}{H_2} \left( \frac{\partial h_0}{\partial z} - \beta \frac{\partial h_0}{\partial s} \right) + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \frac{H_{11}}{H_{10}} u_0 \left( \rho_0 \frac{\partial h_0}{\partial s} - (\gamma - 1) M^2 \frac{\partial p_0}{\partial s} \right), \quad (1.5)$$

$$\rho_0 \left[ \frac{\partial w_1}{\partial t} + u_0 \frac{\partial w_1}{\partial s} + v_0 \frac{\partial w_1}{\partial n} + k_{11} u_0^2 - k_2 u_0 w_1 \right] + \frac{1}{H_2} \left( \frac{\partial p_1}{\partial z} - \beta \frac{\partial p_1}{\partial s} \right) - C \frac{\partial p_0}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial n} \mu_0 \frac{\partial w_1}{\partial n},$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_0 u_1 + \rho_1 u_0)}{\partial s} + \frac{\partial (\rho_0 v_1 + \rho_1 v_0)}{\partial n} - k_2 (\rho_0 u_1 + \rho_1 u_0) =$$

$$= - \frac{\varepsilon}{\lambda^2 \varepsilon_1} \frac{1}{H_2} \left( \rho_0 q_1 - \beta \frac{\partial \rho_0 w_1}{\partial s} \right) + \frac{\varepsilon H_{11}}{\varepsilon_1 H_{10}} \frac{\partial \rho_0 u_0}{\partial s},$$

$$\rho_0 \left[ \frac{\partial q_1}{\partial t} + u_0 \frac{\partial q_1}{\partial s} + v_0 \frac{\partial q_1}{\partial n} + \frac{\partial k_{11}}{\partial z} u_0^2 - k_{20} u_0 q_1 \right] +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{H_{20}} \left( \frac{\partial p_1}{\partial z} - \beta \frac{\partial p_1}{\partial s} \right) - C \frac{\partial p_0}{\partial s} \right] = \frac{\partial}{\partial n} \mu_0 \frac{\partial q_1}{\partial n},$$

$$\beta(t, z) = \frac{\partial s}{\partial z} = -H_{10}(x_c) \frac{\partial x_c}{\partial z}, \quad q_1 = \frac{\partial w_1}{\partial z},$$

$$n = 0: u_1 = w_1 = 0, v_1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} v_{w1}, h_1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} h_{w1}(t, s, z), \left( \frac{\partial h_1}{\partial n} = 0 \right);$$

$$n \rightarrow \infty: u_1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} u_{e1}, h_1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} h_{e1}, w_1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} w_{e1}.$$

Уравнения (1.5) содержат два отношения малых параметров:

$$c = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}, \quad c_1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1 \lambda^2},$$

которые характеризуют тип возмущений. Для тонких тел или крыльев малого удлинения ( $\lambda \ll 1$ ) пространственные эффекты наиболее существенны и в этом случае  $c_1 = \varepsilon / (\varepsilon_1 \lambda^2) = O(1)$ , масштаб возмущений в пограничном слое  $\varepsilon_1 = \varepsilon / \lambda^2$  много больше возмущений невязкого течения, так как параметр  $c_1 = \varepsilon / \varepsilon_1 = O(\lambda^2) \ll 1$ . Для очень тонких тел,  $\varepsilon = O(\lambda^2)$ , пограничный слой является трехмерным в первом приближении, хотя поперечные течения могут быть малыми, так как  $\varepsilon / \lambda \ll 1$ . В другом пределе,  $\lambda \gg 1$ , параметр  $c \gg c_1$ , масштаб возмущений  $\varepsilon_1 = \varepsilon$ , а трехмерные эффекты пропорциональны  $c_1 = 1 / \lambda^2 \ll 1$ . Для тел умеренного удлинения ( $\lambda = c = c_1 = 1$ ) уравнения (1.5) сохраняют наиболее общую форму.

Заметим, что уравнения первого приближения (1.4) содержат дополнительную функцию  $q_1(t, s, n, z) = \partial w_1(t, s, n, z) / \partial z$ , которая входит в уравнении неразрывности. Уравнение для этой функции можно трактовать как уравнение сохранения потока поперечного импульса; оно выведено дифференцированием уравнения поперечного импульса (1.5). Таким образом, трехмерную в целом задачу второго приближения удастся свести к последовательности двумерных задач за счет увеличения числа уравнений всего на единицу.

Однако, размерность полной системы уравнений для двух приближений, (1.4)-(1.5), все же остается большой и ее применение для решения инженерных задач неудобно по целому ряду причин, связанных, в частности, с моделированием ламинарно-турбулентного перехода и развитого турбулентного течения. Преодолеть эти трудности удастся введением составного решения, включающего два члена разложений (1.2) и (1.3), которое подчиняется следующим уравнениям:

$$\rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + \left( u - \frac{\beta w}{\lambda H_2} \right) \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} \right] + \frac{\partial p}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial n} \mu \frac{\partial u}{\partial n}, \quad s(t, x, z) = \int_{x_c}^x H_1 dx,$$

$$\rho \left[ \frac{\partial h}{\partial t} + \left( u - \frac{\beta w}{\lambda H_2} \right) \frac{\partial h}{\partial s} + v \frac{\partial h}{\partial n} \right] = \frac{\partial}{\partial n} \frac{\kappa}{\text{Pr}} \frac{\partial h}{\partial n} + (\gamma - 1) M^2 \left[ \frac{\partial p}{\partial t} + \left( u - \frac{\beta w}{\lambda H_2} \right) \frac{\partial p}{\partial s} + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial n} \right)^2 \right],$$

$$\rho \left[ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial s} + v \frac{\partial w}{\partial n} + k_1 u^2 - k_2 u w \right] = \frac{\partial}{\partial n} \mu \frac{\partial w}{\partial n} - \frac{1}{\lambda H_2} \left( \frac{\partial p}{\partial z} - \varepsilon \beta \frac{\partial p_1}{\partial s} \right) + \cos \theta \frac{\partial p}{\partial s}, \quad (1.6)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial s} + v \frac{\partial q}{\partial n} + \frac{\partial k_1}{\partial z} u^2 - k_2 u q \right] = \frac{\partial}{\partial n} \mu \frac{\partial q}{\partial n} - \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{\lambda H_2} \left( \frac{\partial p}{\partial z} - \varepsilon \beta \frac{\partial p_1}{\partial s} \right) - \cos \theta \frac{\partial p}{\partial s} \right],$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial s} + \frac{\partial \rho v}{\partial n} + \frac{1}{\lambda H_2} \left( \rho q - \beta \frac{\partial \rho w}{\partial s} \right) - k_2 \rho u = 0, \quad q(t, s, n, z) = \frac{\varepsilon}{\lambda} q_1 = \frac{\partial w}{\partial z}.$$

Краевые условия для уравнений (1.6) сохраняют свою исходную форму (1.1), но к ним добавляются очевидные условия для функции  $q(t, s, n, z)$ . По своему статусу уравнения (1.6) занимают промежуточное место между уравнениями приближения малых поперечных течений (1.3) и уравнениями (1.1). Первые два уравнения (1.6) идентичны уравнениям двумерного пограничного слоя (1.3). Уравнение неразрывности подобно уравнению неразрывности (1.1), но функция  $q(t, s, n, z)$  находится из дополнительного уравнения. В целом система (1.6) – система двумерных нестационарных уравнений, в которые координата  $z$  входит как параметр.

Таким образом, использование метода малого параметра позволяет существенно упростить задачу трехмерного пограничного слоя, сведя ее к анализу автомодельных уравнений. Существует два класса практически важных задач, которые описываются этими уравнениями – течения в пограничном слое на тонких крыльях произвольной формы в плане и фюзеляжах летательных аппаратов, которые можно рассматривать как близкие к телам вращения объекты при малых углах атаки, что соответствует режиму крейсерского полета. В этих случаях уравнения (1.6) справедливы практически на всей основной поверхности указанных тел за исключением малых областей вблизи кромок крыла и вершины фюзеляжа.

В случае крыла толщиной  $\delta b$  и с местным углом стреловидности  $\chi(z)$  в уравнениях (1.6)  $H_1 = H_2 = 1$ ,  $k_2 = 0$ ,  $\beta = \lambda \operatorname{tg} \chi$ , а  $\lambda$  – удлинение. Для анализа течения около кромки крыла с радиусом затупления  $\Delta(z) = O(\delta^2) \ll 1$  введем криволинейную ортогональную систему координат  $SNR$ :

$$dR = dz / \cos \chi, \quad S = [s \cos \alpha_0 - y \sin \alpha_0] \cos \chi / \Delta, \quad N = n / \sqrt{\Delta}.$$

Здесь  $R$  – координата вдоль кромки,  $S$  – ортогональна кромке и направлена вдоль срединной поверхности крыла,  $N$  – нормаль к поверхности,  $\alpha_0(t) \ll 1$  – угол между проекцией вектора скорости набегающего потока на плоскость  $SN$  и осью  $S$ . В особой области характеристики пограничного слоя быстро изменяются в направлении  $S$  – это свойство позволяет упростить задачу. С точностью до малых второго порядка по углу атаки и толщине форма крыла в особой области аппроксимируется параболической поверхностью  $y = \pm \Delta \sqrt{2S} = \Delta \sigma$ , а вектор скорости течения представляется так:

$$\mathbf{u}^*(t, S, N, R) = (U^*, v^*, W^*) = u_\infty (U, V / \sqrt{\Delta \operatorname{Re}}, W).$$

Здесь  $U^*$  и  $W^*$  – проекции вектора скорости на линии  $R = \text{const}$  и  $S = \text{const}$ ,  $v^*$  – нормальная скорость. В главном приближении по параметру  $\Delta$  уравнения (1.1) сводятся к уравнениям пограничного слоя для скользящего крыла [3]:

$$\begin{aligned} \rho \left( U \frac{\partial U}{\partial S_1} + V \frac{\partial U}{\partial N} \right) + \frac{\partial p}{\partial S_1} &= \frac{\partial}{\partial N} \mu \frac{\partial U}{\partial N}, \quad S_1 = \int_{\sigma_c}^{\sigma} \sqrt{1 + \sigma^2} d\sigma, \\ \rho \left( U \frac{\partial W}{\partial S_1} + V \frac{\partial W}{\partial N} \right) &= \frac{\partial}{\partial N} \mu \frac{\partial W}{\partial N}, \\ \frac{\partial(\rho U)}{\partial S_1} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial N} &= 0, \end{aligned} \tag{1.7}$$



$$\rho \left( U \frac{\partial h}{\partial S_1} + V \frac{\partial h}{\partial N} \right) - (\gamma - 1) M^2 \left\{ U \frac{\partial p}{\partial S_1} + \mu \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial N} \right)^2 + \left( \frac{\partial W}{\partial N} \right)^2 \right] \right\} = \frac{\partial}{\partial N} \frac{\kappa}{Pr} \frac{\partial h}{\partial N},$$

$$N = 0: U = W = 0, V = V_w(t, S_1, R), h = h_w(t, S_1, R) \left( \frac{\partial h}{\partial N} = 0 \right),$$

$$N \rightarrow \infty: U = U_e(t, S_1, R), W = u_r \sin \chi, h = h_e(t, S_1, R).$$

Остальные члены являются величинами  $O(\Delta/\lambda)$ , время  $t$  и координата  $R$  входят в уравнения (1.7) в качестве параметров. Таким образом, в окрестности затупленной кромки течение в главном приближении описывается универсальными уравнениями двумерного квазистационарного пограничного слоя на скользящей параболе с единичным радиусом кривизны носка. Положение критической линии  $\sigma_c(t, R)$  является единственным параметром задачи, который находится из решения задачи невязкого обтекания крыла [9].

Начальные условия для уравнений (1.6) находятся из решения задачи (1.7) и условий сращивания, которые формулируются для промежуточной области  $1 \ll S \ll 1/\Delta$ . Можно показать, что предельная ( $S \gg 1$ ) форма уравнений (1.7), преобразованных к системам координат  $snz$  тождественна предельной ( $s \ll 1$ ) форме уравнений (1.6). Условия сращивания формулируются для некоторой плоскости  $s = s_0 = \Delta S_0 / \cos \chi$ :

$$u(s_0, n, z, t) = U(S_0, N, R, t) \cos \chi + W(S_0, N, R, t) \sin \chi, h(s_0, n, z, t) = h(S_0, N, R, t),$$

$$w(s_0, n, z, t) = -U(S_0, N, R, t) \sin \chi + W(S_0, N, R, t) \cos \chi. \quad (1.8)$$

Начальное условие для функции  $q = \partial w / \partial z$  находится дифференцированием второго уравнения (1.8).

Аналогичным образом исследуется течение в окрестности острой передней кромки при условии ее безотрывного обтекания. В этом случае задача описывается автомодельными уравнениями для скользящего клина и условиями сращивания вида (1.8)

Во многих случаях фюзеляж летательного аппарата можно рассматривать как тело, поперечное сечение которого мало отличается от круга, а режим крейсерского полета обычно соответствует малым углам атаки. Поверхность такого тела в цилиндрических координатах  $xrz$  ( $z$  – полярный угол,  $r$  – радиус) и параметры задачи определяются соотношениями:

$$r^* = \lambda br(x, z) = \lambda br_0(x) [1 + \delta r_1(x, z)], \alpha = \frac{\alpha^*}{\lambda} \ll 1, \lambda \leq O(1), \delta \ll 1,$$

где  $\alpha^* \ll 1$  – масштаб угла атаки, параметр  $\delta$  характеризует асимметрию тела. Для рассматриваемой задачи  $\varepsilon = O(\lambda^2 \delta) = O(\lambda^2 \alpha)$ ,  $\varepsilon_1 = O(\delta) = O(\alpha)$ , и с точностью до линейных по малому параметру слагаемых в уравнениях (1.4) геометрические параметры вычисляются по формулам:

$$H_{10} = \sqrt{1 + \lambda^2 \left( \frac{\partial r_0}{\partial x} \right)^2}, H_{11} = \frac{r_0}{H_{10}} \frac{\partial r_0}{\partial x} \frac{\partial r_1}{\partial x}, \cos \theta = \frac{\lambda \delta}{H_{10}} \frac{\partial r_0}{\partial x} \frac{\partial r_1}{\partial z} = \lambda \delta C, H_2 = r,$$

$$H = H_1 r, k_1 = \frac{\lambda \delta}{H_{10}^4} \frac{\partial r_1}{\partial z} \frac{\partial^2 r_0}{\partial x^2}, k_2 = -k_{21} = -\frac{1}{r_0 H_{10}} \frac{\partial r_0}{\partial x} + O(\delta), k_{12} = O(\delta).$$

При этом уравнения (1.4) и (1.5) несколько упрощаются в связи с тем, что критическая точка, от которой начинается расчет пограничного слоя на каждом шаге по времени, совпадает с острой вершиной тела ( $x_c = 0$ ), а для затупленной вершины лишь на малые второго порядка отличается от начала координат,  $x_c = O(\alpha^{*2})$ . Поэтому  $\beta = 0$  для острого тела и  $\beta = O(\alpha^{*2}) \approx 0$  в рассматриваемом приближении для затупленного тела. В этом случае уравнение поперечного импульса отделяется и может быть решено после интегрирования остальных уравнений.

Уравнения (1.6) применимы вплоть до вершины, в окрестности которой решение является особым. Острая вершина аппроксимируется конусом  $r = x[1 + \delta r_1(z)]$ , а уравнения (1.6) являются автомодельными. Их можно получить, вводя преобразование А.А. Дородницына и функции тока:

$$H_1(z) = \sqrt{1 + \lambda^2} \left( 1 + \frac{\delta r_1}{1 + \lambda^2} \right), \quad s = xH_1, \quad H_2 = r, \quad \cos \theta = -sk_{12} = \frac{\lambda \delta}{\sqrt{1 + \lambda^2}} \frac{dr_1}{dz},$$

$$k_1 = 0, \quad sk_2 = -sk_{21} = -1, \quad p = P_r(t) + s^{2i} P_1(t, z), \quad h_e = H_r(t) + O(s^{2i}),$$

$$u_e = Bs^i U_e(t, z), \quad w_e = Bs^i W_e(t, z), \quad d\eta = \sqrt{s^{i-1} / \rho_e \mu_e B U_e} \rho_e dn,$$

$$u = u_e f'(t, \eta, z), \quad h = h_e T'(t, \eta, z), \quad w = w_e g'(t, \eta, z).$$

Для дозвукового течения около конуса  $H_r$  и  $P_r$  – энтальпия и давление адиабатически заторможенного газа, параметр  $i$  ( $0 < i < 1$ ) есть функция угла раствора конуса [9], постоянная  $B$  находится из условий срачивания локального и глобального решений невязкой задачи. Для сверхзвукового обтекания конуса  $i = 0$ , а  $u_e(t, z)$ ,  $h_e(t, z)$  и  $w_e(t, z)$  соответствуют параметрам невязкого газа за присоединенным скачком. В обоих случаях функции течения представляются в виде разложений подобных (1.2) и при  $x \rightarrow 0$  уравнения (1.6) допускают автомодельное решение, которое описывается уравнениями:

$$(\rho \mu f'')' = -F f'' + i(f'^2 - T') + \frac{s^{1-i}}{U_e} \left[ f'_t + \frac{U_{et}}{U_e} (f' - T') \right],$$

$$\left( \frac{\rho \kappa}{Pr} T'' \right)' = -F T'' - s^{2i} \frac{(\gamma - 1) M^2 U_e^2}{h_e} \rho \mu f'^2 + \frac{s^{1-i}}{U_e} \left( T'_t + \frac{h_{et}}{h_e} T' \right),$$

$$(\rho \mu g'')' = -F g'' + (i + 1)(f' g' - T') + \frac{s^{1-i}}{U_e} \left[ g'_t + \frac{W_{et}}{W_e} (g' - T') \right], \quad (1.9)$$

$$\eta = 0: f' = g' = f = g = 0, T' = h_w / h_e, (T'' = 0); \quad \eta = \infty: f' = g' = T' = 1,$$

$$F = s^{1-i} \frac{\eta}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left( \ln \frac{\rho_e \mu_e}{U_e} \right) + \frac{3+i}{2} f + g H_1 \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{W_e}{U_e} \right).$$

Нестационарные члены уравнений (1.9) пропорциональны  $s^{1-i}$  и для острого носка обращаются в ноль, то есть в главном приближении течение является квазистационарным, а уравнения (1.9) – обыкновенными дифференциальными уравнениями, в которые  $z$  и  $t$  входят в качестве параметров. Диссипативные члены уравнения энергии пропорциональны  $s^{2i}$ , поэтому при дозвуковом течении они равны нулю.

В окрестности затупленной вершины поверхность тела аппроксимируется параболической поверхностью  $r = \sqrt{2a_0x} [1 + \delta r_1(z)]$ ,  $a_0$  – радиус кривизны тела вращения, отнесенный к  $\lambda^2 b$ . Структура течения определяется положением критической точки относительно вершины, которое при малых углах атаки можно задать эффективным углом атаки  $\alpha_0(t) \sim \alpha \ll 1$ . Тогда координаты точки торможения в главном приближении можно определить так:

$$x_c = \frac{a_0 \lambda^2 \alpha_0^2}{2}, \quad r_c = \alpha_0 \sqrt{a_0} [1 + \delta r_1(z_c)], \quad z = z_c.$$

В цилиндрических координатах, связанных с критической точкой уравнения (1.6) сводятся к уравнениям (1.9) при  $i=1$ . В этом случае течение является нестационарным, диссипативные члены уравнения энергии равны нулю. В отличие от острой вершины рассмотренное локальное решение для затупленного тела получено сингулярным разложением по параметру и оно связано с решением уравнений (1.6) условиями срачивания, подобным (1.8).

В заключение этого раздела отметим, что асимптотический анализ уравнений нестационарного трехмерного пограничного слоя позволил существенно упростить постановку задачи и предложить рациональный и эффективный метод расчета характеристик вязкого обтекания реальных крыльев и фюзеляжей. Примеры приложений рассмотренного подхода к решению конкретных задач представлены в [9].

### **3. ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ И СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЯ В ОКРЕСТНОСТИ ПЛОСКОСТИ СТЕКАНИЯ НА КОНИЧЕСКИХ ТЕЛАХ**

В настоящем разделе представлено исследование особенностей уравнений пограничного слоя и структуры ламинарного течения вязкого газа в окрестности плоскости стекания на острых конических телах под углом атаки. Получен явный вид особенностей во внешней части пограничного слоя. Показано, что в окрестности особенности формируется пограничная область, где течение описывается укороченными уравнениями Навье-Стокса; получены их регулярные решения. Эффект вязко-невязкого взаимодействия является основным в области порядка корня квадратного из толщины пограничного слоя, где течение описывается двухслойной моделью: уравнениями Эйлера в приближении тонкого тела во внешней области и уравнениями трехмерного пограничного слоя; давление определяется условиями взаимодействия. На основе анализа решений во внешней части пограничного слоя показано, что взаимодействие приводит к ослаблению особенностей и к зависимости характера течения от продольной координаты, но не позволяет устранить сингулярность.

Безотрывное течение газа в ламинарном пограничном слое на конической поверхности при линейной зависимости вязкости от температуры  $\rho\mu=1$  и числе Прандтля  $Pr=1$  описывается автомодельными уравнениями, которые в ортогональных криволинейных координатах  $xu\varphi$  имеют вид [9]:

$$\begin{aligned} w_{yy} &= Aww_\varphi - vw_y + w\left(\frac{2}{3}u + Kw\right) - h\left(\frac{2}{3} + K\right), \\ u_{yy} &= Awu_\varphi - vu_y + A_1w(u-w), \quad h_{yy} = Aw h_\varphi - v h_y - M_0\left(u_y^2 + \frac{3}{2}A_1w_y^2\right), \\ y=0: u &= v = w = 0, \quad h = h_w \quad (h_y = 0); \quad y = \infty: u = w = h = 1, \end{aligned}$$

$$y = \sqrt{\frac{3\text{Re}(\varphi)}{2x}} \int_0^{y^*} \rho dy^*, \quad \text{Re}(\varphi) = \frac{\rho_e u_e \text{Re}_\infty}{\mu_e}, \quad \text{Re}_\infty = \frac{\rho_\infty u_\infty l}{\mu_\infty}, \quad (2.1)$$

$$f_y = u, \quad g_y = w, \quad v = f + \left[ K - \frac{1}{2} A (\ln(\rho_e \mu_e / u_e))' \right] g + A g_\varphi,$$

$$A(\varphi) = \frac{2w_e}{3Ru_e}, \quad A_1(\varphi) = \frac{2}{3} \left( \frac{w_e}{u_e} \right)^2, \quad M_0(\varphi) = \frac{u_\infty^2 u_e^2}{h_\infty h_e}, \quad K(\varphi) = \frac{2w_e'}{3Ru_e}.$$

Координата  $x$  вдоль образующей отнесена к длине тела  $l$ ,  $\varphi$  – поперечная координата,  $y^*$  – нормаль к поверхности тела, отнесенная к  $l$ ;  $R(\varphi)$  – метрический коэффициент,  $f(y, \varphi)$  и  $g(y, \varphi)$  – функции тока,  $v(y, \varphi)$  – преобразованная нормальная скорость. Плотность  $\rho$ , энтальпия  $h$ , вязкость  $\mu$ , продольная и поперечная составляющие скорости,  $u$  и  $w$ , отнесены к своим значениям на внешней границе пограничного слоя;  $\rho h = 1$ , индексы  $x$ ,  $\varphi$  и  $y$  обозначают дифференцирование по соответствующим переменным, штрихи – дифференцирование по аргументу. Функции течения на внешней границе пограничного слоя, которые зависят только от  $\varphi$ , обозначены индексом « $e$ » и отнесены к своим значениям в набегающем потоке, помеченным индексом « $\infty$ »;  $\text{Re}_\infty$  – число Рейнольдса.

Поперечная скорость на внешней границе пограничного слоя  $w_e = 0$  в плоскости растекания  $\varphi = \varphi_0 = 0$  ( $K(0) \sim w_e(0) > 0$ ), которая является плоскостью начальных данных для уравнений (1.1), и в плоскости стекания  $\varphi = \varphi_1$  ( $K(\varphi_1) = -k \sim w_{e\varphi}(\varphi_1) < 0$ ), где две части пограничного слоя, приходящие с разных сторон плоскости растекания, сталкиваются.

Рассмотрим асимптотику уравнений (2.1) во внешней области пограничного слоя, при  $y \gg 1$ , где функции течения представляются в виде:

$$u = 1 + U(\eta, \varphi), \quad w = 1 + W(\eta, \varphi), \quad h = 1 + H(\eta, \varphi),$$

$$v = y - \Delta_1 + \left[ K - \frac{1}{2} A (\ln(\rho_e \mu_e / u_e))' \right] (y - \Delta_2) - A \Delta_2',$$

$$\Delta_1(\varphi) = \int_0^\infty (1 - u) dy, \quad \Delta_2(\varphi) = \int_0^\infty (1 - w) dy, \quad \eta = \frac{y}{\sqrt{a(\varphi)}}, \quad (2.2)$$

$$a' + 2 \left[ (N + 1) (\ln w_e)' - \frac{1}{2} \ln(\rho_e \mu_e / u_e)' \right] a = 2N (\ln w_e)', \quad N(\varphi) = K^{-1}.$$

Предполагается, что  $\Delta_1 \ll y$ ,  $\Delta_2 \ll y$ , а функции  $U(\eta, \varphi) \ll 1$ ,  $W(\eta, \varphi) \ll 1$ ,  $H(\eta, \varphi) \ll 1$  и удовлетворяют в главном приближении уравнениям:

$$U_{\eta\eta} = -\eta U_\eta + a \left[ A U_\varphi + A_1 (U - 2W) \right],$$

$$W_{\eta\eta} = -\eta W_\eta + \frac{2}{3} a \left[ \frac{3}{2} A W_\varphi + (1 + 3K) W + U - H \left( 1 + \frac{3}{2} K \right) \right], \quad (2.3)$$

$$H_{\eta\eta} = -\eta H_\eta + a A H_\varphi - 2M_0 \sqrt{a} \left( U_\eta + \frac{3}{2} A_1 W_\eta \right).$$

Решение (2.3) должно убывать при  $\eta \rightarrow \infty$  и срачиваться с численным решением (2.1) при  $\eta = O(1)$ . Начальным условием для (2.3) является их решение в плоскости  $\varphi = 0$ .

Рассмотрим случай тонкого тела и малых углов атаки, так что  $A = O(1)$ ,  $A_1 \ll 1$ ,  $u_e = \rho_e = \mu_e = 1$ . Пренебрегая в (2.1) пропорциональными  $A_1$  членами, получим для уравнения энергии (2.1) интеграл Крокко:

$$h = h_w + h_r u - \frac{1}{2} M_0 u^2, \quad h_r = 1 - h_w + \frac{1}{2} M_0.$$

В этом случае решение (1.3) можно представить так:

$$H = -\left(\frac{1}{2} M_0 + h_w - 1\right) U, \quad U(\eta, \varphi) = C_1 \operatorname{erfc}\left(\eta/\sqrt{2}\right),$$

$$W(\eta, \varphi) = -b(\varphi) U, \quad b' + 2(1+M)(\ln w_e)' b = 2pM(\ln w_e)', \quad (2.4)$$

$$p(\varphi) = 1 + \left(1 + \frac{3}{2} K\right) \left(\frac{1}{2} M_0 + h_w - 1\right), \quad M(\varphi) = (3K)^{-1}.$$

Постоянная  $C_1(k)$  находится из срачивания внешней асимптотики (2.4) с решением внутри пограничного слоя.

Чтобы выделить особенности в плоскости стекания, решения уравнений (2.2) и (2.4) для функций  $a(\varphi)$  и  $b(\varphi)$  представим в виде квадратур, используя интегрирование по частям:

$$m \neq 1: b = \frac{Mp}{M+1} - E w_e^{-2(M+1)} \int_0^\varphi \frac{p'M(M+1) + pM'}{E(M+1)^2} w_e^{2(M+1)} d\varphi,$$

$$m = 1: b = 2Mp \ln w_e - 2 \int_0^\varphi \frac{(pM)' w_e + 2(M+1)Mp w_e'}{E} w_e^{2M+1} \ln w_e d\varphi,$$

$$n \neq 1: a = \frac{N}{N+1} - E_1 w_e^{-2(N+1)} \int_0^\varphi \frac{N'}{E_1(N+1)^2} w_e^{2(N+1)} d\varphi, \quad (2.5)$$

$$n = 1: a = 2N \ln w_e - 2E_1 w_e^{-2(N+1)} \int_0^\varphi \frac{N' w_e + 2(N+1)N w_e'}{E_1(N+1)^2} w_e^{2N+1} \ln w_e d\varphi,$$

$$E = \exp\left(2 \int_0^\varphi M'(t) \ln w_e(t) dt\right), \quad E_1 = \exp\left(2 \int_0^\varphi N'(t) \ln w_e(t) dt\right).$$

Соотношения (2.5) для  $a(\varphi)$  и  $b(\varphi)$  при  $n \neq 1$  и  $m \neq 1$  удовлетворяют начальным условиям на линии растекания  $\varphi = 0$  для регулярного при  $K(0) \rightarrow 0$  решения [9]; выражения для  $n = m = 1$  справедливы только при  $\varphi > 0$ . В окрестности плоскости стекания (2.5) можно представить в форме:

$$\zeta = \varphi_1 - \varphi \ll 1, \quad w_e = \frac{3}{2} k R \zeta + O(\zeta^2), \quad k = -K(\varphi_1), \quad R = R(\varphi_1),$$

$$p_1 = p(\varphi_1) = 1 + \left(1 - \frac{3}{2} k\right) \left(\frac{1}{2} M_0 + h_w - 1\right), \quad n = -N(\varphi_1), \quad m = -M(\varphi_1),$$

$$m \neq 1: b = \frac{mp_1}{m-1} - b_m \zeta^{2(m-1)}; \quad m = 1: b = -2mp_1 \ln \zeta + b_1,$$

$$n \neq 1: a = \frac{n}{n-1} + a_n \zeta^{2(n-1)}, \quad n = 1: a = -2n \ln \zeta + a_1,$$

$$b_m = E(\varphi_1) \left(\frac{3}{2} kR\right)^{2(m-1)} \int_0^{\varphi_1} \frac{p'M(M+1) + pM'}{E(M+1)^2} w_e^{2(M+1)} d\varphi, \quad (2.6)$$

$$b_1 = -2mp_1 \ln\left(\frac{3}{2} kR\right) - 2 \int_0^{\varphi_1} \frac{(pM)' w_e + 2(M+1)Mp w_e'}{E} w_e^{2M+1} \ln w_e d\varphi,$$

$$a_n = -E_1(\varphi_1) \left(\frac{3}{2} kR\right)^{2(n-1)} \int_0^{\varphi_1} \frac{N'}{E_1(N+1)^2} w_e^{2(N+1)} d\varphi,$$

$$a_1 = -2n \ln \frac{3}{2} kR - 2E_1(\varphi_1) \int_0^{\varphi_1} \frac{N' w_e + 2(N+1)N w_e'}{E_1(N+1)^2} w_e^{2N+1} \ln w_e d\varphi.$$

Для тонкого кругового конуса коэффициенты  $a_n$  и  $b_m$  вычислены явно [9].

В случае  $A_1 = O(1)$  можно получить асимптотический вид решения уравнений (1.3) в окрестности плоскости стекания. При  $\zeta \rightarrow 0$  для функций внешнего течения, наряду с (2.6) справедливы разложения:

$$u_e = u_e(\varphi_1) + O(\zeta^2), \quad h_e = h_e(\varphi_1) + O(\zeta^2), \quad A_1 = O(\zeta^2), \\ M_0 = M_0(\varphi_1) + O(\zeta^2), \quad A = -k\zeta + O(\zeta^2), \quad w_e = \frac{3}{2} kR u_e \zeta + O(\zeta^2).$$

Учитывая эти соотношения, из (1.1) при  $\zeta \rightarrow 0$  получим уравнения:

$$u_{yy} = -2k\zeta w u_\zeta - v u_y, \quad h_{yy} = -2k\zeta w h_\zeta - v h_y - M u_y^2, \\ w_{yy} = -2k\zeta w w_\zeta - v w_y + w \left(\frac{2}{3} u - k w\right) - h \left(\frac{2}{3} u - k\right), \quad v = f - k g - 2k\zeta g_\zeta. \quad (2.7)$$

Уравнения (2.7) зависят от двух переменных и содержат однородные по  $\zeta$  слагаемые, их решение не зависит от масштаба поперечной координаты; они также допускают интеграл Крокко. Для внешней области справедливы соотношения (2.4), а для функций  $a(\zeta)$  и  $b(\zeta)$  – соотношения (2.5), но в этом случае постоянные  $a_n$  и  $b_m$  не определяются явными формулами.

Результаты настоящего пункта показывают, что во внешней части пограничного слоя имеется два типа особенностей в плоскости стекания. Для  $k < 1$  функция  $U(\eta, \zeta)$  существует при  $\zeta = 0$ , но приближается к этому пределу не регулярно; характер этой нерегулярности подробно исследован в случае тонкого кругового конуса [9]. Для  $k \geq 1$   $U(\eta, \zeta)$  не имеет предела  $\zeta \rightarrow 0$  – при этих значениях параметра область пограничного слоя неограниченно растет пропорционально  $\sqrt{a(\zeta)}$  при приближении к плоскости стекания; для  $k = 1$  особенность является логарифмической. При  $k > 1$  экспериментальные и численные исследования обнаруживают появление отрыва потока в окрестности плоскости стекания; это явление приводит к изменению структуры течения во внутренней части пограничного слоя, а не только в его внешней области [9]. Поэтому представленный анализ не достаточен для описания полной структуры течения в диапазоне умеренных значений  $k \geq 1$ , но полученные результаты имеют интерес, так как дают представление об одном из возможных типов особенностей, возникающих в трехмерном пограничном слое.

Функция  $W(\eta, \zeta)$  нерегулярна при  $\zeta \rightarrow 0$ , имеет конечный предел для  $k < 1/3$  и неограниченно растет при  $k \geq 1/3$ ; для  $k = 1/3$  особенность является

логарифмической. Особенности трехмерного пограничного слоя в окрестности плоскости стекания при  $1/3 \leq k < 1$  связаны исключительно с поведением поперечного течения. Наличие такой сингулярности свидетельствует об усилении продольной компоненты вихря во внешней части вязкой области. Особенность имеет место, как при отрицательном ( $k \leq 2/3$ ), так и при положительном ( $k > 2/3$ ) градиенте давления, следовательно, этот параметр не является определяющим – особенность образуется в результате действия центробежных сил и сил инерции. Критическое значение  $k_c = 1/3$  не зависит от числа Маха и температуры стенки, однако в определенном диапазоне этих параметров, когда численные значения  $k_c(h_w, M) \geq 1/3$ , структура течения определяется особенностями именно внешней части пограничного слоя и представленный анализ является актуальным.

Нерегулярность решения (2.6) приводит к тому, что в окрестности плоскости стекания формируется вихревая пограничная область с поперечным размером порядка толщины пограничного слоя, в которой члены поперечной вязкой диффузии становятся одного порядка с членами уравнений пограничного слоя. Для анализа течения в этой области введем переменные:

$$z = \sqrt{kx}R\zeta/\varepsilon, \quad u = u(y, z), \quad h = h(y, z), \quad w = w(y, z), \quad \varepsilon = \left[\frac{3}{2}\text{Re}(\varphi_1)\right]^{-\frac{1}{2}}.$$

Подставив эти соотношения и соотношения (1.2) в уравнения Навье-Стокса [9], при  $\varphi \rightarrow \varphi_1$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$  и  $\rho\mu = \text{Pr} = 1$  получим уравнения:

$$\begin{aligned} u_{yy} + kh(hu_z)_z &= -kzwu_z - vu_y, \\ w_{yy} + k\frac{h}{z}(h(zw)_z)_z &= -kzww_z - vw_y + w\left(\frac{2}{3}u - kw\right) - h\left(\frac{2}{3} - k\right), \\ h_{yy} + kh(hh_z)_z &= -kzwh_z - vh_y - M_0(u_y^2 + h^2u_z^2). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Краевые условия (1.1) сохраняют свою форму; при  $z \rightarrow \infty$  решения уравнений (2.8) и (2.7) должны срачиваться. Учет поперечной диффузии не изменяет распределение давления и допускает автомодельное решение, а уравнение для энтальпии имеет интеграл Крокко.

Рассмотрим внешнюю часть вязкой области,  $y \gg 1$ , где функции течения в главном приближении имеют вид, подобный (2.2), но удовлетворяют уравнениям, которые следуют из (2.8):

$$\begin{aligned} U_{yy} + kU_{zz} + (1-k)yU_y + kzU_z &= 0, \\ W_{yy} + (1-k)yW_y + kW_{zz} + \left(\frac{2}{z} + kz\right)W_z + 2k(m-1)W + \frac{2}{3}p_1U &= 0, \end{aligned} \quad (2.9)$$

Уравнение (2.9) для возмущений продольной скорости имеет решение:

$$U(y, z) = C_1 \text{erfc}\left(y\sqrt{(1-k)/2}\right) \left[1 + C_2 \text{erfc}\left(z/\sqrt{2}\right)\right], \quad (2.10)$$

где  $C_2$  постоянная. Эта функция при  $z \rightarrow \infty$  срачивается в главном порядке с решением уравнений пограничного слоя (2.4) для  $k < 1$ . Для  $k \geq 1$  простого решения первого уравнения (2.9) построить не удастся.

Решение уравнения (2.9) для возмущений поперечной скорости при  $k < 1$  находится методом разделения переменных:

$$W = -B(z)C_1 \text{erfc}\left(y\sqrt{(1-k)/2}\right),$$

$$B_{zz} + \left(\frac{2}{z} + z\right)B_z - 2(m-1)B = -2mp_1F(z), \quad (2.11)$$

$$F(z) = \left[1 + C_2 \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)\right].$$

Чтобы производная  $B_z(0)$  была конечной, необходимо  $F(0) = 0$ . Из этого условия следует, что  $C_2 = 1$  и  $F(z) = \operatorname{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)$ . Функция  $B(z)$  выражается через функцию Куммера  $\Phi(a, b, x)$ :

$$B = mp_1 B_0(z) + B_m \Phi\left(1-m, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}z^2\right), \quad B_m = b_m \left(R\sqrt{kx}/\varepsilon\right)^{2(1-m)},$$

$$z \rightarrow \infty: \Phi \sim z^{2(m-1)}, \quad B_0(z) \rightarrow (m-1)^{-1}. \quad (2.12)$$

Здесь  $B_0(z)$  – частное решение неоднородного уравнения, а коэффициент  $B_m$  определен из условия сращивания (2.12) и (2.4).

Для  $m = 1$  уравнение (2.11) интегрируется явно:

$$B = B_1 - 2p_1 F_1(z), \quad B_1 = b_1 + p_1 \left(2 \ln\left(R\sqrt{kx}/\varepsilon\right) + C + \ln 2 - 1\right),$$

$$F_1(z) = F(z) \left(\ln z - \frac{1}{2}\right) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^z e^{-t} \ln t dt - \int_0^z e^{-1}(x) x^{-2} \int_0^x e(t) F(t) dt,$$

$$e(z) = \exp\left(z^2/2\right).$$

где  $C$  – постоянная Эйлера. Функция  $F_1(z)$  и ее асимптота при  $z \gg 1$ ,  $\ln z - 0.54$ , которая соответствует решению уравнений пограничного слоя, представлены на рис.1. Как видно, решение (2.12) достаточно быстро выходит на свою асимптоту.

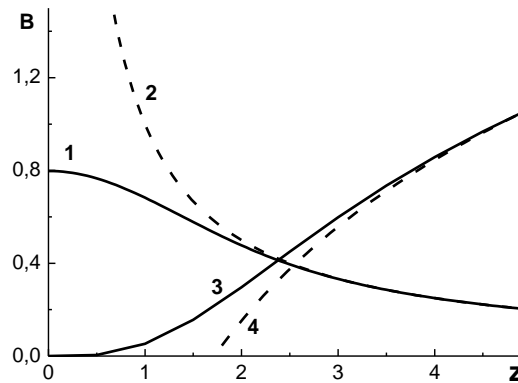


Рис.1. Решения укороченных уравнений Навье-Стокса в области 3. 1 –  $F_1(z)$ , 2 – асимптота  $F_1(z)$ ; 3 –  $F_2(z)$ , 4 – асимптота  $F_2(z)$ .

Другое явное решение можно получить для  $m = 1/2$ . В этом случае:

$$B(z) = B_{1/2} F(z)/z - 2p_1 \left\{ F(z) + 2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[ e^{-1}(z) - 1 \right] / z \right\}.$$

Функция  $F_2(z) = F(z)/z$  и ее асимптота  $1/z$ , соответствующая решению (2.4), приведены на рис.1.



Таким образом, при  $k \geq 1/3$  в малой окрестности плоскости стекания  $|\varphi_1 - \varphi| \sim O(\varepsilon)$  в пограничном слое формируется область вихревого течения, которое описывается укороченными автомодельными уравнениями Навье-Стокса с заданным градиентом давления. Решение этих уравнений не имеет особенностей и сращивается с решением уравнений пограничного слоя при удалении от плоскости  $\varphi = \varphi_1$ .

Особенность в плоскости стекания при  $k \geq 1/3$  приводят также к другому эффекту – росту толщины пограничного слоя при  $\zeta \rightarrow 0$  и вязко-невязкому взаимодействию. Используя в соотношении (2.2) для  $W(y, \zeta)$  асимптотическое представление функции  $erfc(x)$  при  $x \gg 1$  и логарифмируя его, из условия  $W(\Delta, \zeta) \sim 1$  получим оценки для безразмерной толщины пограничного слоя  $\Delta(\zeta)$  в окрестности плоскости стекания:

$$k > 1: \Delta \sim \zeta^{n-1} \sqrt{\ln(1/\zeta^2)}; \quad k = 1: \Delta \sim \ln(1/\zeta^2),$$

$$1/3 < k < 1: \Delta \sim \sqrt{(1-m)\ln(1/\zeta^2)/(1-k)}, \quad k = 1/3: \Delta \sim \sqrt{\ln \ln(1/\zeta^2)}. \quad (2.13)$$

Точность этих выражений есть  $O(\ln \Delta)$ . Поведение толщины вихревого слоя при  $\zeta \rightarrow 0$  зависит от значения параметра  $k$ : она медленно увеличивается по закону двойного логарифма при  $k = 1/3$ , зависимость становится степенной только при  $k > 1$ . Из-за этого особенность трудно обнаружить в численных расчетах, рост толщины пограничного слоя при  $\varphi \rightarrow \varphi_1$  становится заметным лишь с развитием отрыва. В целом, структура течения около особенности представляется в виде диаграммы, представленной на рис.2.

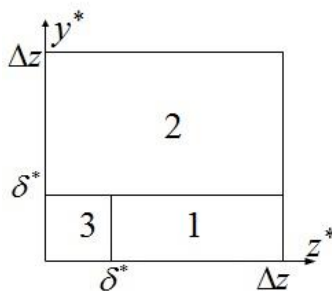


Рис.2. Структура течения в окрестности особенности: 1 – пограничный слой, 2 – область невязкого течения, 3 – пограничная область;  $y^*$  и  $z^*$  – декартовы координаты в плоскости поперечного сечения с началом на линии особенности,  $\delta^*$  – толщина пограничного слоя,  $\Delta z$  – размер области взаимодействия.

Чтобы эффект вязко-невязкого взаимодействия проявился в главном порядке, поперечная скорость  $w_e$  из (2.5) и индуцированная ростом толщины пограничного слоя скорость  $w_{ei}$  должны быть одного порядка в области 2. Используя это условие, можно получить оценку для углового размера области взаимодействия  $\Delta\varphi \sim \Delta z/x$  и скорости на внешней границе пограничного слоя:

$$w_{ei} \sim \frac{2\varepsilon u_e}{R\sqrt{x}} \zeta \frac{\partial \Delta}{\partial \zeta} \sim w_e = \frac{3}{2} kRu_e \Delta \varphi,$$

$$\Delta \varphi \sim \zeta \sim \sqrt{m\varepsilon x}^{-\frac{1}{4}}, w_e \sim w_{ei} \sim kRu_e \sqrt{m\varepsilon x}^{-\frac{1}{4}}.$$

Поперечный размер области взаимодействия  $\Delta z \sim x^{\frac{3}{4}}$ , но  $\Delta \varphi$  и  $w_{ei}$  уменьшаются по  $x$ , что качественно согласуется с численными результатами [9]. В этой области введем переменную  $\lambda$  и функции:

$$\lambda = R\zeta/\sqrt{\varepsilon}, u_e = u_e(\varphi_1) + O(\varepsilon), h_e = h_e(\varphi_1) + O(\varepsilon),$$

$$w_e = \frac{3}{2} u_e \sqrt{\varepsilon} W_e(x, \lambda), A = W_e, K = W_{e\lambda}, A_1 = O(\varepsilon), R = R(\varphi_1) + O(\varepsilon),$$

$$u = u(x, y, \lambda), h = h(x, y, \lambda), w = w(x, y, \lambda), v = f + Kg + Ag_\lambda + \frac{2}{3} \chi f_x.$$

Пограничный слой 1 описывается уравнениями:

$$u_{yy} = W_e w u_\lambda - v u_y + \frac{2}{3} \chi u u_x, h_{yy} = W_e w h_\lambda - v h_y - M_0 u_y^2 + \frac{2}{3} \chi u h_x,$$

$$w_{yy} = W_e w w_\lambda - v w_y + w \left( \frac{2}{3} u + W_{e\lambda} w \right) - h \left( \frac{2}{3} + W_{e\lambda} \right) + \frac{2}{3} \chi w w_x. \quad (2.14)$$

Краевые условия для этих уравнений сохраняются в виде (1.1), а уравнение энергии интегрируется в виде (2.1). Решение (2.14) должно сращиваться с решением уравнений (2.6) при  $\lambda \rightarrow \infty$ . Кроме этого, для уравнений (2.14) необходимо поставить начальные условия в некотором сечении  $x = x_0$ , которые можно получить из решения уравнений Навье-Стокса в окрестности вершины конуса, что усложняет задачу.

Зависимость функций течения от  $x$  связана с взаимодействием пограничного слоя и внешнего потока, которое определяется толщиной вытеснения  $\delta^* = \varepsilon \delta(x, \lambda)$ . В области невязкого течения 2, где для умеренных сверхзвуковых скоростей потока течение можно считать безвихревым, введем потенциал  $\Phi^*$  и деформированные координаты:

$$\Phi^*(x^*, y^*, z^*) = u_e \left[ x + \varepsilon \Phi(x, Y, Z) \right], y^* = \sqrt{\varepsilon} Y, z^* = \sqrt{\varepsilon} Z.$$

Потенциал возмущений находится из решения задачи Неймана:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \Big|_{Y=0} = \sqrt{\varepsilon} \frac{\partial \delta}{\partial x}, \quad \left( \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \right)^2 \Big|_{Y^2+Z^2 \rightarrow \infty} \rightarrow 0.$$

Используя свойство локальной симметрии,  $\delta(x, Z) = \delta(x, -Z)$ , на поверхности тела получим соотношения:

$$\Phi = -\frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x, t) \ln |Z - t| dt,$$

$$W_e(x, \lambda) = -k\lambda [1 + r], r(x, \lambda) = \frac{4m}{\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} \frac{\delta(x, t) dt}{\lambda^2 - t^2},$$

$$W_{e\lambda}(x, \lambda) = -k(1 - q), q(x, \lambda) = -r_\lambda = -\frac{4m}{\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} \frac{\delta_t(x, t) t dt}{\lambda^2 - t^2}.$$

Эти соотношения замыкают задачу пограничного слоя. Для больших сверхзвуковых скоростей несколько иные соотношения следуют из гиперзвуковой теории малых возмущений [18]; в этом случае, при некоторых дополнительных предположениях, уравнения допускают автомодельное решение.

Рассмотрим решение уравнений (2.14) для внешней части пограничного слоя, при  $y \gg 1$ . Введем переменные:

$$t = y/\sqrt{d(x, \lambda)}, \quad u = 1 + U(x, t, \lambda), \quad w = 1 - c(x, \lambda)U,$$

$$v = y[1 - k(1+r)], \quad p_0 = \frac{3}{2}(\frac{1}{2}M_0 + h_w - 1).$$

Уравнения для неизвестных функций имеют вид:

$$U_{tt} + tU_t + k(1+r)d\lambda U_{\lambda} - \frac{2}{3}dxU_x = 0, \quad U = C_1 \operatorname{erfc}(t/\sqrt{2}),$$

$$(1+r)\lambda d_{\lambda} - 2mxd_x - 2(n-1+q)d = -2n, \tag{2.15}$$

$$(1+r)\lambda c_{\lambda} - 2mxc_x - 2(m-1+q)c = -2m(p_1 - qp_0).$$

При  $\lambda \rightarrow \infty$  функции  $d(x, \lambda)$  и  $c(x, \lambda)$  должны срачиваться с функциями  $a(\xi)$  и  $b(\xi)$  из (2.4). Вдоль характеристик  $\xi(x, \lambda) = \text{const}$  – линий тока невязкого течения на поверхности тела – (2.15) сводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям:

$$(1+r)\lambda \xi_{\lambda} - 2m\xi \xi_x = 0, \quad d = d(\xi, \lambda), \quad c = c(\xi, \lambda),$$

$$(1+r)\lambda d_{\lambda} - 2(n-1+q)d = -2n, \quad r = r(\xi, \lambda), \quad q = q(\xi, \lambda),$$

$$(1+r)\lambda c_{\lambda} - 2(m-1+q)c = -2m(p_1 - qp_0).$$

Решение этих уравнений имеет вид:

$$c = CE_2 \lambda^L + \frac{m(p_1 - p_0q)}{m-1+q} + \lambda^L E_2 \int_{\lambda}^{\infty} \frac{[(m-1)p_0 + p_1]q_t}{(m-1+q)^2 E_2} t^{-L} dt,$$

$$L(\xi, \lambda) = 2 \frac{m-1+q}{1+r}, \quad E_2(\xi, \lambda) = \exp\left(-\int_{\lambda}^{\infty} L_t \ln t dt\right),$$

$$d = DE_3 \lambda^I + \frac{n}{n-1+q} + n\lambda^I E_3 \int_{\lambda}^{\infty} \frac{q_t E_3^{-1} t^{-I}}{(n-1+q)^2} dt,$$

$$I(\xi, \lambda) = 2 \frac{n-1+q}{1+r}, \quad E_3(\xi, \lambda) = \exp\left(-\int_{\lambda}^{\infty} I_t \ln t dt\right).$$

При  $\lambda \rightarrow \infty$  взаимодействие становится слабым,  $r \rightarrow 0$  и  $q \rightarrow 0$ , интегралы в соотношениях (4.8) обращаются в ноль. Сравнивая предельные выражения для  $d$  и  $c$  с соотношениями (2.4) для  $a$  и  $b$ , найдем  $D$  и  $C$ :

$$C = b_m \varepsilon^{m-1}, \quad D = a_n \varepsilon^{n-1}.$$

Функции  $c(\xi, \lambda)$  и  $d(\xi, \lambda)$  обращаются в бесконечность в точках  $(\xi_c, \lambda_c)$  и  $(\xi_d, \lambda_d)$ , где  $L(\xi_c, \lambda_c) = 0$  и  $I(\xi_d, \lambda_d) = 0$ , причем в обеих точках особенность является логарифмической. Если при приближении к плоскости стекания  $L < 0$  или  $I < 0$ , то возмущения поперечной или продольной скоростей имеют в этой плоскости степенную особенность. Если толщина пограничного слоя растет при  $\lambda \rightarrow 0$  вдоль линии тока  $\xi = \text{const}$ , то  $q+r > 0$  и вязко-невязкое взаимодействие приводит к ослаблению особенности, она не возникает, если в поле течения  $L > 0$  и  $I > 0$ . Появление особенности зависит от продольной координаты, в области носка, где взаимодействие сильное, она может не возникать, но образовываться ниже по потоку, где взаимодействие ослабевает. Эти результаты качественно согласуются с

расчетами [9]. Возникновение особенности приводит к необходимости введения вязкой области  $\varphi \sim y^* \sim \varepsilon$ , но течение в этой области уже не является автомодельным.

Таким образом, в настоящем разделе обнаружены и исследованы особенности уравнений трехмерного пограничного слоя на конических поверхностях. Изучена асимптотическая структура решений уравнений Навье-Стокса в окрестности особенности. В виде квадратур получены решения уравнений течения для некоторых асимптотических областей и показано, что они сращиваются с решениями уравнений пограничного слоя.

В заключение настоящей работы следует отметить, что представленные материалы свидетельствуют о громадном влиянии исследований академика В.В. Струминского по теории трехмерного пограничного слоя на развитие этого направления механики в Советском Союзе и России. В частности, исследования, выполненные в его отделе в ЦАГИ, явились достойным продолжением его работ. В них представлены как новые автомодельные решения уравнений в рамках теории возмущений, так и изучение новых свойств и особенностей сложных трехмерных течений.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ по гранту № 13-01-00202а.*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Маркеев Б.М. Краткий очерк научной, научно-организационной и педагогической деятельности В.В.Струминского. – М.: Наука, 1993. – С.7-23. (Материалы к биобиблиографии ученых. Сер. техн. наук. Механика; Вып.21).
2. Струминский В.В. Скольжение крыла в вязкой жидкости // ДАН СССР. – 1946. – Т.54. – №7. – С. 575-578.
3. Струминский В.В. Скольжение крыла в вязком и сжимаемом газе // ДАН СССР. – 1946. – Т.54. – №9. – С.769-772.
4. Струминский В.В. Теория нестационарного пограничного слоя // Труды ЦАГИ. – 1948. – 23 с.
5. Струминский В.В. Трехмерный пограничный слой на произвольной поверхности // ДАН СССР. – 1956. – Т.108. – №4. – С.595-598.
6. Струминский В.В. Уравнения трехмерного пограничного слоя в сжимаемом газе для произвольной поверхности // ДАН СССР. – 1957. – Т.114. – №2. – С.271-274.
7. Струминский В.В. Аэродинамика и молекулярная газовая динамика. – М.: Наука, 1985. – 240 с.
8. Moore F.K. Three-dimensional boundary layer theory // Advances in Applied Mechanics. – N.Y.: Academic Press Inc., Publishers, 1956. – Vol.4. – P.159-228. (Ф.К. Мур. Теория трехмерного пограничного слоя // Проблемы механики. Вып.2. – М.: ИЛ, 1959. – С.239-296.)
9. Шалаев В.И. Применение аналитических методов в современной аэромеханике. Ч.1. Теория пограничного слоя. – М.: МФТИ, 2010. – 300 с.
10. Poll D.I.A. Leading edge transition on swept wings // AGARD CP. – 1977. – N224. – P.21-1 – 21-11.
11. Левченко В.Я., Володин А.Г., Гапонов С.А. Характеристики устойчивости пограничных слоев. – Новосибирск: Наука, 1975.
12. Гапонов С.А., Маслов А.А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. – Новосибирск: Наука, 1980.

13. Бойко А.В., Грек Г.Р., Довгаль А.В., Козлов В.В. Физические механизмы перехода к турбулентности в открытых течениях. – М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». Институт компьютерных исследований, 2006. – 304 с.
14. Жигулев В.Н., Тумин А.М. Возникновение турбулентности. Динамическая теория возбуждения и развития неустойчивостей в пограничных слоях. – Новосибирск: Наука, 1987. – 279 с.
15. Chernyshev S. L., Kiselev A. Ph., Kuryachii A. P. Laminar flow control research at TsAGI: Past and present // Progress in Aerospace Sciences. – 2011. – Vol.47. – P.169-185.
16. Киселев А.Ф., Сбоев Д.С., Чернышев С.Л. Особенности ламинарно-турбулентного перехода в трехмерном пограничном слое при повышенной внешней турбулентности // Доклады академии наук, – 2014. – Т.454. – №6. – С.1-4.
17. Башкин В.А., Дудин Г.Н. Пространственные гиперзвуковые течения вязкого газа. – М.: Наука: Физматлит, 2000. – 288 с.
18. Нейланд В.Я., Боголепов В.В., Дудин Г.Н., Липатов И.И. Асимптотическая теория сверхзвуковых течений вязкого газа. – М.: Физматлит, 2003. – 456 с.
19. Шалаев В.И. Нестационарные пограничные слои с малыми поперечными течениями // Изв. РАН. МЖГ. – 2007. – №3. – С.72-83.
20. Шалаев В.И. Особенности решений уравнений пограничного слоя и структура течения в окрестности плоскости стекания на конических телах // Изв. РАН. МЖГ. – 2007. – №4. – С.61-71.