

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ И ЭЛЕКТРОМЕТРИИ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи



АБАЛМАСОВ ВЕНИАМИН АЛЕКСАНДРОВИЧ

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ СПИНОВ
ЭЛЕКТРОНА И ЯДЕР В КВАНТОВОЙ ТОЧКЕ

01.04.07 — Физика конденсированного состояния

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
Н.В. СУРОВЦЕВ

НОВОСИБИРСК – 2014

Содержание

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ	4
Глава 1. Обзор литературы	15
1.1. Теоретическое исследование релаксации спина электрона и ядер в квантовой точке	15
1.2. Экспериментальные работы по измерению времени релаксации спина электрона и ядер в квантовой точке	18
1.3. Поляризация ядерных спинов в твёрдом теле	20
Глава 2. Фононный механизм электронно-ядерной спиновой релаксации через сверхтонкое взаимодействие в квантовой точке	22
2.1. Введение	22
2.2. Гамильтониан	23
2.3. Переход между зеемановскими подуровнями энергии	26
2.4. Релаксация триплетного в синглетное состояние	34
2.5. Численная оценка и обсуждение	37
2.6. Заключение	41
Глава 3. Релаксация спина электрона через флуктуации электрического поля в квантовой точке	42
3.1. Введение	42
3.2. Теоретическая модель	42
3.3. Вероятность переворота спина	44
3.4. Сверхтонкое взаимодействие	46
3.5. Спин-орбитальное взаимодействие	49
3.6. Заключение	53

Глава 4. Обзор экспериментальных данных по скорости релаксации электронного спина в квантовой точке	54
4.1. Введение	54
4.2. Экспериментальные данные и их подгонка	57
4.3. Обсуждение результатов	68
4.4. Заключение	69
Глава 5. Динамическая самополяризация ядерных спинов в квантовой точке	71
5.1. Введение	71
5.2. Теоретическая основа	71
5.3. Ток через квантовую точку и поляризация ядер	73
5.4. Механизмы релаксации ядерных спинов	76
5.5. Заключение	81
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	83
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ	84
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	85
ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ	95

Введение

Актуальность

Спин - собственный момент импульса элементарных частиц является ключевым понятием квантовой физики и с момента своего экспериментального обнаружения в 1922 году в опытах Штерна и Герлаха продолжает оставаться объектом интенсивных фундаментальных и прикладных исследований. Спин тесно связан с магнитным моментом частиц и определяет, таким образом, магнитные свойства вещества. Спин определяет также квантовую статистику частиц, а значит и структурные и электронные свойства веществ. Кроме того, спин, как дополнительная степень свободы каждой отдельной элементарной частицы, может использоваться для хранения и передачи информации.

Спиновые эффекты в электронике активно изучаются с семидесятых годов прошлого века. Данное направление исследований получило название спинтроники [1–5]. Открытый в 1988 году эффект гигантского магнетосопротивления нашёл применение в промышленной микро(нано)электронике в качестве механизма считывания битов информации с накопителей на жёстких магнитных дисках в компьютерах.

Ещё более многообещающими являются перспективы использования спина электронов и ядер атомов кристалла в квантовой электронике в контексте создания квантового компьютера, идея которого возникла в последней четверти двадцатого века (см., например, [6, 7]). Относительно слабо взаимодействующий с другими степенями свободы спин в большей степени способен сохранять когерентность своих состояний, что является необходимым условием для проведения квантовых вычислений, и претендует, таким образом, на роль физической реализации квантового бита (кубита) информации [8, 9].

Время декогеренции квантового состояния, T_2 , и время его релаксации в состояние термодинамического равновесия, T_1 , в результате взаимодействия с окружающей средой являются ключевыми параметрами кубита [10] (обозна-

чения этих времён заимствованы из физики ядерного магнитного резонанса, где их также называют временем поперечной и продольной релаксации соответственно). Релаксация спина в состояние термодинамического равновесия сопровождается диссипацией энергии и потому время релаксации, как правило, оказывается существенно большим, чем время декогеренции, и ограничивает его значение сверху.

Наибольшее значение время релаксации спина принимает для локализованных электронов из-за дискретности их орбитальных состояний и, соответственно, невозможности передачи энергии при перевороте спина электрона в магнитном поле пространственным степеням свободы электрона, а также ядер по причине малого значения ядерного магнитного момента. В качестве основного способа локализации электронов используют примесные центры в полупроводниках и полупроводниковые квантовые точки (самоорганизующиеся квантовые точки или квантовые точки, созданные с помощью электродов на поверхности двумерного электронного газа в полупроводниковых гетероструктурах).

Теоретические работы по вычислению времени релаксации спина электрона и ядер в квантовой точке появились в начале нынешнего века [11–14]. В этих работах была выявлена зависимость времени релаксации от таких основных параметров, как магнитное поле и энергия возбуждения электрона в квантовой точке, а также получена численная оценка времени релаксации для различных механизмов релаксации. Причиной релаксации спина электрона в квантовой точке является спин-орбитальное взаимодействие и сверхтонкое взаимодействие с ядрами решётки. Сверхтонкое взаимодействие является также основной причиной релаксации ядерных спинов, т.к. диполь-дипольное взаимодействие ядерных магнитных моментов значительно слабее. Роль теплового резервуара для обмена энергией при перевороте электронного спина могут играть фононы – колебания кристаллической решётки или колебания электрического поля (электронной плотности) в электрической цепи,

частью которой является квантовая точка (см., например, обзоры [15–18]).

Технические сложности эксперимента и отсутствие соответствующих методик долгое время не позволяли получить экспериментальные данные для времени спиновой релаксации в квантовой точке. В настоящее время имеются данные около десятка экспериментов [19–27], которые имеет смысл сопоставить между собой и сравнить с теоретическими предсказаниями.

Сверхтонкое взаимодействие электронного и ядерных спинов приводит также к ряду интересных эффектов, из которых, возможно, наиболее известным, изученным и востребованным в различных приложениях является динамическая поляризация ядер локализованным электроном [10, 28], при том что даже сильные магнитные поля не позволяют достичь существенной поляризации ядерных спинов, магнитный момент которых на три порядка меньше электронного. Суть эффекта заключается в следующем. Если релаксация неравновесного электронного спина в состоянии термодинамического равновесия во внешнем магнитном поле происходит через сверхтонкое взаимодействие со спинами ядер, поляризация ядер достигает значений равновесной поляризации электронов в этом поле. Связано это с тем, что каждый переворот электронного спина сопровождается переворотом ядерного спина в противоположном направлении.

В работе Дьяконова и Переля [29] было высказано предположение, что динамическая самополяризация ядер возможна даже в отсутствие внешнего магнитного поля ниже критической температуры, определяемой константой сверхтонкого взаимодействия (порядка нескольких градусов Кельвина для арсенида галлия). При этом роль ядер сводится к тому, чтобы одновременно и переворачивать электронный спин, и создавать эффективное магнитное поле (поле Оверхаузера), в котором находится электронный спин. Однако данный эффект до сих пор не удалось наблюдать в эксперименте.

В настоящее время эффекты, связанные с поляризацией ядерных спинов, активно изучаются экспериментально и теоретически. Например, существен-

ная поляризация ядер обнаружена при протекании электрического тока через двойные квантовые точки в режиме спиновой блокады [30–32] и построена теоретическая модель, описывающая наблюдаемые явления [33–35]. Интерес к подобным исследованиям связан, в частности, с тем, что ядра в поляризованном состоянии гораздо меньше влияют на декогеренцию электронного спина [36], что важно для использования последнего в качестве квантового бита информации. Поляризованные ядра могут быть полезны и в других практических приложениях, например, как источники сильного (до нескольких Тесла) локального магнитного поля.

Целями диссертационной работы являлись:

1. Исследование процессов релаксации электронного и ядерного спина в квантовой точке.
2. Исследование возможности динамической самополяризации ядер в квантовой точке.

Достижение поставленных целей предполагало решение следующих **задач**:

1. Получить функциональную зависимость и дать численную оценку времени релаксации спина электрона во внешнем магнитном поле и релаксации триплетного спинового состояния двух электронов в синглетное в квантовой точке при учёте теплового движения ядер в процессе сверхтонкого взаимодействия с электроном.
2. Получить функциональную зависимость и дать численную оценку времени релаксации спина электрона в квантовой точке за счёт сверхтонкого и спин-орбитального взаимодействия при обмене энергией с колебаниями электрического поля в электрической цепи, содержащей квантовую точку.
3. Сопоставить полученные результаты по зависимости времени релаксации спина электрона от магнитного поля, энергии возбуждения электрона

трона в квантовой точке и температуры с имеющимися экспериментальными данными.

4. Рассмотреть возможность динамической самополяризации ядерных спинов в квантовой точке. Указать условия, при которых данный эффект может наблюдаться.

Научная новизна и значимость полученных в работе результатов заключается в следующем:

1. Предложенные в данной работе механизмы релаксации электронного и ядерного спина в квантовой точке рассмотрены впервые.
2. Показано, что при учёте тепловых колебаний ядер решётки необходимо учитывать колебания потенциала квантовой точки, что приводит к существенному взаимному вычитанию при длинах волн фонона больших размера наносистемы.
3. Механизм релаксации электронного и ядерного спина посредством тепловых флуктуаций электрического поля является достаточно эффективным и зависит от параметров, которыми легко можно управлять в эксперименте, что может способствовать детальному изучению особенностей спиновой релаксации в квантовой точке. При определённых значениях регулируемых параметров данный механизм релаксации может быть ведущим.
4. Впервые рассмотрена возможность самополяризации ядерных спинов в квантовой точке при протекании через неё электрического тока. В качестве возможной причины, по которой самополяризация ядерных спинов не наблюдалась до сих пор, указана малая скорость поляризации в обычных условиях и большая скорость деполяризации.
5. Предложена схема эксперимента, которая позволяет уменьшить время поляризации ядерных спинов, сделав тем самым возможным наблюдение явления самополяризации ядерных спинов. Приведена численная оценка времени самополяризации ядер.

Содержание работы

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения.

Во **Введении** показана актуальность выбранной темы исследований, сформулированы цели и задачи работы, обозначена научная новизна проделанных исследований, дано краткое содержание работы, и приведены положения, выносимые на защиту.

В **Главе 1** производится обзор научной литературы, отображающий историческое развитие и текущее состояние исследований по вопросам и задачам диссертационной работы. Обзор литературы производится последовательно по темам глав диссертации. В первом разделе рассматриваются теоретические работы, посвящённые релаксации спина локализованного электрона и ядер кристаллической решётки в квантовой точке. Второй раздел содержит краткое описание экспериментальных методов исследования спиновой релаксации и ссылки на работы с результатами измерений времени релаксации электронного и ядерного спина в квантовой точке. В третьем разделе приводится обзор экспериментальных и теоретических работ по эффектам, связанным со взаимодействием спина локализованного электрона и спинов ядер атомов кристаллической решётки, в частности, с возможностью поляризации ядерных спинов в квантовой точке.

В **Главе 2** рассматривается механизм релаксации электронного спина в квантовой точке, проистекающий из контактного слагаемого сверхтонкого взаимодействия, написанного в линейном приближении по тепловым колебаниям ядер решётки. Показано, что для получения правильного решения задачи необходимо учитывать также колебания потенциала квантовой точки, в котором локализован электрон. Это взаимодействие приводит к релаксации спина, только если учитывать подмешивание сверхтонким взаимодействием к состоянию электрона состояний с противоположным направлением спина. Оба вклада в процесс релаксации оказываются одного порядка малости и взаимно вычитаются на больших длинах волн фонона (в малых магнитных

полях), когда ядра в квантовой точке и электрон в ней колеблются почти синхронно. Для нахождения скорости релаксации используется правило Ферми.

Характерной особенностью данного процесса релаксации является отсутствие в первом приближении зависимости от энергии возбуждения электрона в квантовой точке и линейная зависимость скорости релаксации от величины внешнего магнитного поля в пределе низких температур и малых длин волн фонона. В рамках данного механизма вычислено также время релаксации триплетного состояния двух электронных спинов в квантовой точке в синглетное состояние. Численная оценка скорости релаксации спина электрона указывает на низкую эффективность рассмотренного механизма. Однако учёт колебаний потенциала квантовой точки представляет как методический, так, возможно, и практический интерес применительно к другим механизмам спиновой релаксации.

В **Главе 3** рассмотрен механизм релаксации электронного спина в квантовой точке, возникающий за счёт подмешивания состояний с противоположным направлением электронного спина посредством сверхтонкого и спин-орбитального взаимодействий при взаимодействии с флуктуациями электрического поля в электрической цепи, содержащей квантовую точку. Технически вычисления матричного элемента квантового перехода соответствуют второму порядку теории возмущений по спин-зависимому взаимодействию и взаимодействию электрона с флуктуирующим электрическим полем. Далее для вычисления скорости релаксации используется правило Ферми. Скорость релаксации спина электрона зависит от спектральной плотности среднего квадрата флуктуаций электрического поля в квантовой точке, значение которой определяется согласно флуктуационно-диссипационной теореме и соответствует тепловому шуму Джонсона-Найквиста.

В данном случае скорость релаксации зависит от энергетического спектра квантовой точки. Зависимость скорости релаксации от энергии зеемановского расщепления электронного спина отличается от случая фононного

механизма релаксации (через деформационный потенциал или пьезоэлектрическое взаимодействие), что может позволить определить действующий механизм релаксации в эксперименте. Показано, что релаксация посредством спин-орбитального взаимодействия является более эффективной, нежели посредством сверхтонкого взаимодействия, и отличается сильной зависимостью от направления магнитного и флуктуирующего электрического полей в квантовой точке.

В **Главе 4** представлен анализ имеющихся экспериментальных данных (около десяти экспериментальных работ) по измерению времени спиновой релаксации в квантовой точке. Особое внимание уделено зависимости скорости релаксации от величины магнитного поля и энергии орбитального возбуждения электрона в квантовой точке, т.к. это позволяет различить механизм релаксации в эксперименте. В большинстве случаев для того, чтобы выяснить параметры данной зависимости была произведена собственная подгонка экспериментальных данных. Полученный из подгонки показатель степенной зависимости скорости релаксации от энергии возбуждения электрона в квантовой точке указывает на механизм подмешивания спиновых состояний через спин-орбитальное взаимодействие. Зависимость скорости релаксации от магнитного поля в большей мере соответствует релаксации электронного спина посредством пьезоэлектрических фононов. Тем не менее для большей уверенности в этом вопросе желательно проведение дополнительных экспериментов.

В **Главе 5** рассматривается возможность динамической самополяризации ядерных спинов в квантовой точке при протекании через неё тока электронов с неравновесной нулевой поляризацией спина. Показано, что условия, необходимые для наблюдения эффекта, реализуются при нелинейном режиме протекания электрического тока через квантовую точку в режиме кулоновской блокады на пике проводимости. Получено уравнение на среднее значение спина ядер в зависимости от разности потенциалов в контактах квантовой точки и температуры. Приведено численное решение этого уравнения.

Рассмотрены механизмы релаксации электронного спина, приводящие к поляризации и деполяризации ядерных спинов и сделан вывод о значительной интенсивности деполяризации в обычных условиях. Предложен способ увеличения скорости поляризации ядерных спинов за счёт включения квантовой точки в электрической контур, собственная частота колебаний которого подстраивается в резонанс с энергией зеемановского расщепления электронного спина в эффективном магнитном поле ядер. Вычислена динамика среднего спина ядер в данном случае.

В **Заключении** подытожены основные результаты диссертационной работы.

Положения, выносимые на защиту:

1. Вклады колебания ядер и колебания потенциала квантовой точки при сверхтонком взаимодействии в релаксацию спина электрона в квантовой точке имеют один порядок малости и взаимно сокращаются при длинах волн фонона больших размера наносистемы.
2. Время релаксации электронного спина с передачей энергии колебаниям электрического поля в расположенном рядом электрическом контуре существенно зависит от направления магнитного и флуктуирующего электрического полей, а также от сопротивления электрического контура и может доминировать над другими механизмами релаксации.
3. Полученный на основании собственной подгонки имеющихся экспериментальных данных показатель степенной зависимости времени релаксации спина электрона в квантовой точке из арсенида галлия от магнитного поля в большей степени соответствует релаксации через пьезоэлектрические фононы.
4. В квантовой точке в режиме кулоновской блокады на пике проводимости протекает неполяризованный по спину ток электронов и, таким образом, реализуются условия необходимые для самополяризации ядерных спинов, что подтверждается вычислением равновесного значения

ядерного спина при различных значениях температуры и разности потенциалов в контактах квантовой точки.

5. Скорость поляризации ядер значительно возрастает и превышает скорость деполяризации, что необходимо для наблюдения эффекта самополяризации, если квантовая точка включена в электрический контур, собственная частота колебаний которого подстраивается в резонанс с энергией зеемановского расщепления электронного уровня в квантовой точке.

Личный вклад. Автор лично продумывал постановку задачи, находил решение, производил вычисления, писал и участвовал в написании статей для научных журналов, а также представлял результаты работы на научных конференциях.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались на международных конференциях: F. Marquardt and V. A. Abalmassov, "Spin relaxation in quantum dots induced by Nyquist noise", 69th Annual Meeting of the Deutsche Physikalische Gesellschaft, March 4-9, 2005, Berlin; V. A. Abalmassov, "On the possibility of the dynamic nuclear self-polarization in a quantum dot", International Symposium "Spin Waves 2013", June 9-15, 2013, Saint Petersburg.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 6-и печатных изданиях [A1–A6], 4 из которых опубликованы в журналах, входящих в перечень ВАК [A1–A4], 2 – в тезисах докладов и трудов конференций и симпозиумов [A5, A6]. Публикации [A1, A2] имеют индекс цитируемости в базе данных ISI 20 и 12 соответственно. Список публикаций приведен в конце диссертации.

Объём и структура диссертации. Диссертация изложена на 95-и страницах машинописного текста и состоит из введения, обзора литературы, 4-х глав собственных расчётно-теоретических исследований, обсуждения результатов, заключения, библиографического указателя. Работа иллюстрирована

18-ю рисунками, 1-ой таблицей. Библиография включает 96 источников литературы.

Глава 1

Обзор литературы

Динамика спина электрона и ядер в твёрдом теле активно исследуется с середины прошлого века в контексте развития и использования методов ядерного магнитного резонанса (ЯМР) и электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) для изучения структуры вещества [10,37]. Данные исследования оказались также востребованными применительно к спинтронике [1–5, 38] и идеи квантового компьютера [6, 7] после того, как в качестве квантового бита информации (кубита) был предложен спин электрона [8,39], локализованного в квантовой точке, и спины ядер кристаллической решётки [9].

Метод ЭПР позволил получить первые экспериментальные данные по времени продольной релаксации T_1 электрона, локализованного на донорной примеси [40, 41]. Экспериментальные исследования сопровождались теоретическим изучением вопроса [42–46] (см. также обзоры [47, 48]). В качестве механизма спин-решёточной релаксации рассматривалась модуляция фононами константы сверхтонкого взаимодействия [42] и электронного g-фактора [44, 45], а также междолинное электрон-фононное взаимодействие [44].

1.1. Теоретическое исследование релаксации спина электрона и ядер в квантовой точке

Спиновая релаксация для электронов локализованных на донорах и в квантовых точках (КТ), очевидно, имеет много общего. Две системы отличаются однако длиной локализации (3-7 нм для доноров и до 100 нм для КТ), формой потенциала, наличием поверхностей, границ раздела гетероструктур и электрических схем (в случае КТ).

Дискретность состояний локализованного электрона приводит к тому, что энергия при перевороте (продольной релаксации) электронного спина в маг-

нитном поле не может трансформироваться в кинетическую энергию электрона и необходим иной энергетический резервуар. В качестве такого резервуара могут выступать фононы – колебания кристаллической решётки.

В одной из первых теоретических работ [49] по релаксации спина электрона, локализованного на неоднородностях в двумерном электронном газе на границе гетероструктуры GaAs–Al_xGa_{1-x}As (аналог квантовой точки), релаксация рассматривалась как следствие спин-орбитального взаимодействия при упругих деформациях кристалла (акустических фононах).

В работе [12] были рассмотрены различные механизмы релаксации электронного спина в квантовой точке из арсенида галлия и было показано, что наиболее эффективным механизмом релаксации является подмешивание электронных состояний спин-орбитальным взаимодействием с релаксацией энергии в магнитных полях порядка нескольких Тесла через пьезоэлектрические фононы. Пьезофононы возникают в кристаллах с нарушенной симметрией относительно пространственной инверсии (таким кристаллом является арсенид галлия, но не является наиболее часто используемый в электронике кристалл кремния) и эффективно взаимодействуют с электроном благодаря создаваемому ими электрическому полю. В более сильных магнитных полях электроны оказываются сильнее связаны с фононами через деформационный потенциал пропорциональный квадратному корню от волнового вектора фонона (а, следовательно, и величины магнитного поля), в отличие от потенциала взаимодействия с пьезоэлектрическими фононами обратно пропорционального этой величине [50]. Связь электрона с фононами в данном случае возникает за счёт зависимости нижнего края зоны проводимости от деформации кристалла.

В магнитных полях ниже 1 Тл более эффективным источником подмешивания состояний в квантовых точках из арсенида галлия является сверхтонкое взаимодействие [14], амплитуда вероятности квантового перехода для которого не зависит от энергии зеемановского расщепления, в то время как

амплитуда спин-орбитального взаимодействия пропорциональна этой энергии (как следствие сокращения Ван Флека [51]).

В работе [52] было показано, что в квантовых точках малых размеров в гетероструктуре GaAs/Al_xGa_{1-x}As релаксация должна происходить в большей степени через колебания границы раздела двух сред, а при высокой температуре за счёт спин-фононной связи, проистекающей из-за взаимодействия валентной зоны и зоны проводимости полупроводника.

Релаксация спина электрона в квантовых точках из кремния при спин-орбитальном взаимодействии через фононы рассматривалась в работах [53–55].

Другим энергетическим резервуаром в нанoeлектронных схемах являются колебания электронной плотности в проводнике, проявлением которых является тепловой шум Джонсона-Найквиста [56]. Ранее рассматривалось влияние таких флуктуаций на декогеренцию кубита на основе заряда электрона [57–59] и на основе спина ядер в кремнии [9, 60]. В последнем случае декогеренция возникала за счёт зависимости константы сверхтонкого взаимодействия от тепловых флуктуаций электрического напряжения затворов на поверхности кристалла. В работе [12] было показано, что скорость релаксации электронного спина в магнитном поле, порождаемом флуктуирующим электрическим током в электрической цепи согласно закону Био-Савара-Лапласа, мала (см. также [61]).

К механизмам релаксации спина *ядер* в квантовой точке можно отнести все механизмы релаксации спина электрона за счёт сверхтонкого взаимодействия. При этом скорость релаксации ядер оказывается в N раз меньше скорости релаксации электронов, где N – число ядер в квантовой точке (области локализации электрона). Ещё один эффективный механизм релаксации ядерных спинов возникает при когерентном туннелировании электрона в квантовую точку с переворотом спина за счёт сверхтонкого взаимодействия внутри точки [62]. При этом скорость релаксации существенно зависит от скорости

туннелирования и спин-орбитального взаимодействия электрона в квантовой точке.

Обзор по теме релаксации спина электронов и ядер в квантовых точках представлен в работах [15–18, 48])

1.2. Экспериментальные работы по измерению времени релаксации спина электрона и ядер в квантовой точке

Для измерения времени релаксации спина электрона, локализованного на донорной примеси, и ядер используется метод электронного парамагнитного резонанса и ядерного магнитного резонанса (см. например, учебники [10, 37] и первые работы по ЭПР [40, 41, 63]). Для измерения времени релаксации спина электрона в одиночной квантовой точке или в относительно небольшом количестве самособирающихся квантовых точек данные методы не работают по причине слабого сигнала.

Современный метод измерения времени продольной релаксации спина электрона в одиночной квантовой точке, определённой электродами в двумерном электронном газе, основан на спин-зарядовом преобразовании, которое достигается последовательностью импульсов электрического напряжения на затворе квантовой точки, с последующим чтением её зарядового состояния [19]. Первоначальное напряжение на затворе позволяет электрону туннелировать в квантовую точку и занять один из двух зеemanовских подуровней энергии. Туннелирование большего количества электронов оказывается невозможным в силу явления кулоновской блокады. Через некоторое время ожидания τ_0 напряжение на затворе выбирают таким образом, чтобы уровень Ферми в контакте находился между зеemanовскими подуровнями энергии электрона в квантовой точке. Если электрон находится к этому моменту в верхнем по энергии состоянии (не успел релаксировать в нижнее), он туннелирует из квантовой точки и практически сразу другой электрон из контакта

туннелирует обратно в неё. Точка оказывается на некоторое время без электрона. Таким образом, состояние спина оказывается связанным с наличием заряда в квантовой точке. Квантовая точка в свою очередь является затвором для расположенного рядом квантового контакта и, если в точке отсутствует электрон, ток через квантовый контакт увеличивается. Таким образом, по силе тока через квантовый контакт можно судить о наличии в ней электрона и состоянии спина через интервал времени равный времени ожидания τ_0 . Зависимость числа случаев нахождения спина в верхнем состоянии от времени τ_0 имеет экспоненциальный характер и позволяет определить время релаксации спина электрона T_1 .

Описанным выше способом определялось время релаксации спина электрона в одиночной квантовой точке [19, 20, 25–27] и электрона, локализованного на одиночной донорной примеси [64–66].

Другой способ использовался в работах [21–23] при измерении времени релаксации спина электрона в самособирающихся квантовых точках. Экситоны с определённым направлением электронного спина в основном состоянии КТ возбуждались с помощью циркулярно поляризованного света определённой частоты. Под действием импульса электрического поля дырка туннелировала из КТ и через определённый промежуток времени возвращалась назад, порождая таким образом электролюминесценцию с задержкой по времени. Зависимость степени циркулярной поляризации электролюминесценции от задержки по времени позволяет определить время спиновой релаксации электрона в КТ.

В работе [24] время спиновой релаксации электрона в одиночной самособирающейся КТ InAs/GaAs определялось методом разрешённой по времени резонансной флюоресценции.

В указанных работах время релаксации измерялось при различных значениях магнитного поля, размерах квантовой точки и температуры для того, чтобы иметь возможность сравнить полученную зависимость с теоретически-

ми предсказаниями и определить основной механизм релаксации.

Выше приведены ссылки на все экспериментальные работы по измерению времени релаксации спина электрона в КТ на сегодняшний день.

1.3. Поляризация ядерных спинов в твёрдом теле

Было показано теоретически [36, 67] и подтверждено экспериментально [68], что ядерные спины в поляризованном или запутанном состоянии в меньшей степени влияют на декогеренцию спина локализованного электрона, что имеет принципиальное значение для использования спина электрона в качестве квантового бита информации.

Сверхтонкое взаимодействие лежит в основе явления динамической поляризации ядерных спинов электронами во внешнем магнитном поле. Ядерный магнитный момент примерно в тысячу раз меньше магнитного момента электрона, поэтому поляризовать спины ядер подобно спинам электронов во внешнем магнитном поле практически невозможно. Однако, если во внешнем магнитном поле поддерживать неравновесное (неполяризованное) состояние электронных спинов, например, радиочастотным излучением, поляризация ядерных спинов может достичь значения, соответствующего равновесной поляризации электронных спинов в этом магнитном поле, если релаксация электронных спинов происходит посредством сверхтонкого взаимодействия с ядрами [10].

Ряд интересных эффектов, связанных со сверхтонким взаимодействием и поляризацией ядерных спинов, удалось наблюдать недавно в двойных квантовых точках, как то: осцилляции во времени электрического тока при постоянной разности потенциалов [30], электронный спиновый резонанс в переменном электрическом поле и поляризация ядерных спинов до 16% [32], возникновение когерентного состояния ядерных спинов и, как следствие, многократное увеличение времени декогеренции электронного спина [68].

Экспериментально удалось также получить высокую, до 60%, поляризацию спинов ядер в квантовых точках из GaAs с помощью оптической накачки [69], и до 50%, используя наноманит, в двойной латеральной квантовой точке [70]. В то же время с практической точки зрения особый интерес представляет возможность манипулирования электронными и ядерными спинами исключительно с помощью электрических полей. Так, с помощью последовательности управляющих импульсов электрического напряжения удалось достичь поляризации ядерных спинов до 40% в двойной вертикальной квантовой точке из GaAs [71]. Данные экспериментальные работы были подкреплены теоретическими моделями и расчётами [33–35].

В работе М. И. Дьяконова и В. И. Переля 1972 года [29] было показано, что динамическая поляризация ядерных спинов должна наблюдаться и в отсутствие внешнего магнитного поля за счёт релаксации спина локализованного на примеси электрона в эффективном магнитном поле, создаваемом самими ядрами. Возникновение поляризации ядер при понижении температуры происходит как фазовый переход второго рода. В качестве практической реализации данного механизма в работе [72] предлагалось использовать взаимодействие электронов с ядрами в квантовой яме или в квантовой точке при освещении неполяризованным светом. Однако, экспериментальное подтверждение самополяризации ядерных спинов на сегодняшний день отсутствует [73].

Глава 2

Фононный механизм электронно-ядерной спиновой релаксации через сверхтонкое взаимодействие в квантовой точке

2.1. Введение

В данной главе мы исследуем механизм спиновой релаксации электрона в квантовой точке (КТ), возникающий при сверхтонком взаимодействии электрона с ядрами кристаллической решётки, испытывающими тепловые колебания. Для этого мы разлагаем координату ядра по малости его смещения относительно положения равновесия. Возникающее при таком разложении прямое спин-фононное взаимодействие приводит к релаксации спина уже в первом порядке по теории возмущений в отличие от механизма подмешивания спиновых состояний с последующей релаксацией по энергии через фононы [14]. Однако, как мы убедимся далее, необходимо учитывать также слагаемое в гамильтониане, связанное с тепловыми колебаниями потенциала квантовой точки, в котором локализован электрон. Это слагаемое приводит к амплитуде квантового перехода между состояниями с различными проекциями электронного спина (при подмешивании к ним состояний с противоположным направлением спина за счёт сверхтонкого взаимодействия) того же порядка и вида, что и прямое спин-фононное взаимодействие. В результате происходит взаимное вычитание двух амплитуд, что выражается в подавлении релаксации для длин волн фононов больших размера квантовой точки (расстояния между электроном и источником потенциала КТ). Этот эффект можно объяснить следующим образом. Фононы больших длин волн смещают одинаковым образом ядра решётки и потенциальную яму. В то же время для того чтобы электрон получил или отдал энергию колебаниям решётки, необходимо, чтобы электрон и ядра двигались относительно друг друга. Поэтому длинноволновые фононы менее эффективно участвуют в релаксации.

Однако если потенциальная яма, в которой локализован электрон, фиксирована или колеблется независимо от ядер в окрестности электрона, описанная выше деструктивная интерференция отсутствует.

В разделе 2.2. мы описываем гамильтониан взаимодействия, включающий сверхтонкое взаимодействие и потенциал КТ. Затем, мы получаем амплитуду вероятности переворота электронного спина, вычисляем скорость релаксации для подуровней зеемановского расщепления основного состояния электрона в КТ (раздел 2.3.) и для триплет-синглетного перехода (раздел 2.4.). В разделе 2.5. мы производим численную оценку скорости релаксации для типичных параметров КТ.

2.2. Гамильтониан

Будем предполагать, что потенциал КТ колеблется синхронно с центром КТ – началом системы координат, что в точности имеет место для потенциала донорной примеси и годится в некотором приближении для реальной КТ. Более детальное описание потенциала КТ (несколько электрических затворов – источников потенциала, расположенных на поверхности гетероструктуры на некотором расстоянии от области локализации электрона порядка размера КТ) не изменит существенным образом результаты, полученные для модельного потенциала.

В приближении эффективной массы гамильтониан электронов, взаимодействующих друг с другом и с потенциалом КТ, и фононов выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{H}_0 = & \sum_i \left[\frac{\hat{\mathbf{P}}_i^2}{2m^*} + V(\mathbf{r}_i) + g^* \mu_B \hat{\mathbf{S}}_i \cdot \mathbf{B} \right] \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i \neq i'} V_e(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i'}) + \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \hbar \omega_{\mathbf{k}, \lambda} \left[\hat{b}_{\mathbf{k}, \lambda}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{k}, \lambda} + \frac{1}{2} \right], \end{aligned} \quad (2.1)$$

где $\hat{\mathbf{P}}_i = -i\hbar\nabla_{\mathbf{r}_i} + e\mathbf{A}(\mathbf{r}_i)/c$ – оператор импульса i -ого электрона, i – мнимая единица, \hbar – постоянная Планка, $\nabla_{\mathbf{r}_i}$ – градиент по координате i -ого электрона, $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ – вектор-потенциал магнитного поля, e – модуль заряда электрона, c – скорость света, m^* и g^* – эффективная масса и гиромагнитное соотношение (g -фактор) электронов, $\mu_B > 0$ – магнетон Бора, $\hat{\mathbf{S}}$ – оператор спина i -ого электрона, \mathbf{B} – вектор магнитной индукции, $V(\mathbf{r})$ – потенциал КТ, $V_e(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i'})$ – потенциал парного взаимодействия электронов с координатами \mathbf{r}_i и $\mathbf{r}_{i'}$, $\hat{b}_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger$ и $\hat{b}_{\mathbf{k},\lambda}$ – операторы рождения и уничтожения акустических фононов с волновым вектором \mathbf{k} , поляризацией λ и частотой $\omega_{\mathbf{k},\lambda}$. В (2.1) мы пренебрегаем взаимодействием магнитных моментов ядер μ_I с магнитным полем и друг с другом ввиду малости $\mu_I \sim 10^{-3}\mu_B$.

Контактное слагаемое сверхтонкого взаимодействия электронов с ядрами (со спином \mathbf{I}_j и координатой \mathbf{R}_j) имеет вид [10]:

$$\hat{V}_{HF}(\mathbf{r}_i) = \sum_j \hat{V}_{hf}(\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_j) = Av_0 \sum_j \hat{\mathbf{S}}_i \cdot \hat{\mathbf{I}}_j \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_j), \quad (2.2)$$

с константой сверхтонкого взаимодействия равной [74]

$$A = \frac{4\mu_0 \mu_B \mu_I}{3I v_0} \eta, \quad (2.3)$$

где $\eta = |u(0)|^2$ – квадрат блоховской волновой функции электрона в позиции ядра, μ_0 – магнитная постоянная, v_0 – объём элементарной ячейки кристалла. Благодаря множителю η , численное значение которого составляет порядка $10^2 - 10^3$ в зависимости от материала, контактное слагаемое оказывается гораздо больше других слагаемых сверхтонкого взаимодействия [10], поэтому мы ими пренебрегаем. В общем случае константа сверхтонкого взаимодействия A определяется как сумма констант для отдельных ядер, находящихся в элементарной ячейке, учитывая их, возможно, разные значения спинов и параметров η [74].

Тепловые колебания кристаллической решётки приводят к отклонению ядер от положения равновесия, $\mathbf{R}_j = \mathbf{R}_j^0 + \mathbf{u}(\mathbf{R}_j^0)$. Разлагая взаимодействие (2.2) по малому параметру $\mathbf{u}(\mathbf{R}_j^0)$ в линейном приближении получаем слагаемое, которое приводит к взаимодействию электронного и ядерного спинов и зависит от тепловых колебаний кристаллической решётки:

$$\hat{V}_{HF-ph}(\mathbf{r}_i) = -Av_0 \sum_j \hat{\mathbf{S}}_i \cdot \hat{\mathbf{I}}_j (\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{R}_j^0) \cdot \nabla_{\mathbf{r}_i}) \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_j^0). \quad (2.4)$$

Смещения узлов решётки $\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{R}_j^0)$ в (2.4) на языке вторичного квантования выражаются через операторы рождения и уничтожения фононов [75],

$$\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{R}_j^0) = \sum_{\mathbf{k},\lambda} \sqrt{\frac{\hbar}{2\rho\omega_{\mathbf{k},\lambda}V_{ph}}} (\hat{b}_{\mathbf{k},\lambda} + \hat{b}_{-\mathbf{k},\lambda}^\dagger) \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k},\lambda} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}_j^0}, \quad (2.5)$$

где $\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k},\lambda}$ – вектор поляризации фонона, V_{ph} – объём кристалла, ρ – плотность кристалла. В дальнейшем равновесные координаты ядер мы будем писать без нулевого индекса.

Аналогичным образом мы получаем линейное по полю фононов слагаемое для колеблющегося потенциала КТ:

$$\sum_i \delta\hat{V}(\mathbf{r}_i) = -\sum_i (\hat{\mathbf{u}}(0) \cdot \nabla_{\mathbf{r}_i}) V(\mathbf{r}_i) = \hat{\mathbf{u}}(0) [H_0, \sum_i \frac{i}{\hbar} \hat{\mathbf{P}}_i]. \quad (2.6)$$

Последнее равенство в (2.6) оказывается справедливым ввиду того, что суммарный импульс электронов коммутирует с потенциалом парного электронного взаимодействия в гамильтониане \hat{H}_0 , (2.1).

Таким образом, возмущение к гамильтониану \hat{H}_0 в нашем приближении содержит три слагаемых:

$$\delta\hat{H} = \sum_i \left[\delta\hat{V}(\mathbf{r}_i) + \hat{V}_{HF}(\mathbf{r}_i) + \hat{V}_{HF-ph}(\mathbf{r}_i) \right]. \quad (2.7)$$

2.3. Переход между зеемановскими подуровнями энергии

Рассмотрим сначала релаксацию электронного спина между зеемановскими подуровнями энергии в основном орбитальном состоянии электрона в КТ.

Начальное состояние системы является прямым произведением состояний электрона, ядер и фононов:

$$|i\rangle = |i_e\rangle \otimes |i_N\rangle \otimes |i_{ph}\rangle. \quad (2.8)$$

Пусть единичный вектор \mathbf{n} указывает направление магнитного поля. Начальное состояние электрона $|i_e\rangle = |\psi(\mathbf{r})\rangle \otimes |\mathbf{n}_-\rangle$ является произведением спиновой волновой функции $|\mathbf{n}_-\rangle$, которая есть решение уравнения $(\mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{S}})|\mathbf{n}_\pm\rangle = \pm \frac{1}{2}|\mathbf{n}_\pm\rangle$, и нормированной на единицу координатной волновой функции основного состояния электрона в КТ:

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}}\varphi_0(\mathbf{r}), \quad \frac{1}{V} \int d^3\mathbf{r} |\varphi_0(\mathbf{r})|^2 = 1, \quad (2.9)$$

где V – эффективный объём квантовой точки. В арсениде галлия электронный g-фактор имеет отрицательное значение, поэтому состояние $|\mathbf{n}_-\rangle$ соответствует наибольшему значению энергии.

Будем считать, что начальное состояние системы ядерных спинов $|i_N\rangle$ является прямым произведением состояний каждого отдельного спина. Состояние фононной системы соответствует термодинамически равновесному распределению бозе-частиц, $n_\omega = (e^{\hbar\omega/T} - 1)^{-1}$, где T - температура в энергетических единицах.

В конечном состоянии,

$$|f\rangle = |f_e\rangle \otimes |f_N\rangle \otimes |f_{ph}\rangle, \quad (2.10)$$

спин электрона направлен в противоположную сторону, $|f_e\rangle = |\psi(\mathbf{r})\rangle \otimes |\mathbf{n}_+\rangle$.

Состояния ядерных спинов, $|f_N\rangle$, и фононов, $|f_{ph}\rangle$, определяются действием возмущения \hat{V}_{HF-ph} к гамильтониану H_0 , которое меняет направления электронного и ядерного спинов на противоположные, сохраняя при этом полный спин электронно-ядерной системы и рождает фонон с энергией равной разности энергии начального и конечного состояний электронного спина.

Соответствующий матричный элемент квантового перехода возникает в первом порядке по теории возмущений по взаимодействию $\hat{V}_{HF-ph}(\mathbf{r})$:

$$\langle f|\delta\hat{H}|i\rangle^{(1)} = -\sum_j \langle f_{ph}|\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{R}_j)|i_{ph}\rangle \langle f_{e,N}|\nabla_{\mathbf{r}}\hat{V}_{hf}(\mathbf{r}-\mathbf{R}_j)|i_{e,N}\rangle. \quad (2.11)$$

Необходимо отметить, что переход между указанными состояниями может осуществляться и во втором порядке теории возмущений по взаимодействию $\delta\hat{V}$ и \hat{V}_{HF} :

$$\langle f|\delta\hat{H}|i\rangle^{(2)} = \sum_m' \left[\frac{\langle f|\delta\hat{V}(\mathbf{r})|m\rangle \langle m|\hat{V}_{HF}(\mathbf{r})|i\rangle}{E_i^{(e)} - E_m^{(e)}} + \frac{\langle f|\hat{V}_{HF}(\mathbf{r})|m\rangle \langle m|\delta\hat{V}(\mathbf{r})|i\rangle}{E_f^{(e)} - E_m^{(e)}} \right], \quad (2.12)$$

где суммирование производится по всем промежуточным состояниям, отличным от начального и конечного состояний. Выражение (2.12) можно понимать как переход под действием возмущения $\delta\hat{V}(\mathbf{r})$ между начальным и конечным состояниями, к которым сверхтонким взаимодействием \hat{V}_{HF} подмешаны состояния $|m\rangle$ с противоположным направлением спина. В знаменателе (2.12) энергия $E^{(e)}$ относится только к электронным уровням энергии, т.к. сверхтонкое взаимодействие, дающее поправку к волновой функции, меняет только электронную составляющую полной энергии системы (магнитным моментом ядер пренебрегаем). При этом разность энергии начального и конечного состояния равна энергии излучаемого фонона $E_i^{(e)} - E_f^{(e)} = \hbar\omega$.

Согласно (2.6) для матричного элемента возмущения потенциала КТ име-

ем:

$$\langle f | \delta \hat{V}(\mathbf{r}) | m \rangle = (i/\hbar) \langle f_{ph} | \hat{\mathbf{u}}(0) | i_{ph} \rangle (E_i^{(e)} - \hbar\omega - E_m^{(e)}) \langle f_{e,N} | \mathbf{P} | m_{e,N} \rangle \quad (2.13)$$

и аналогично

$$\langle m | \delta \hat{V}(\mathbf{r}) | i \rangle = (i/\hbar) \langle f_{ph} | \hat{\mathbf{u}}(0) | i_{ph} \rangle (E_m^{(e)} - E_f^{(e)} - \hbar\omega) \langle m_{e,N} | \mathbf{P} | i_{e,N} \rangle \quad (2.14)$$

После подстановки выражений (2.13) и (2.14) в (2.12) слагаемые, в которых разность энергий в числителе и знаменателе полностью сокращается, содержат коммутатор $[\mathbf{P}, \hat{V}_{HF}(\mathbf{r})] = (-i\hbar)\nabla_{\mathbf{r}}\hat{V}_{HF}(\mathbf{r})$ после тривиального суммирования по полному набору собственных функций промежуточного состояния, $\sum_m |m\rangle\langle m| = 1$ (первая строка в (2.15)). В оставшихся слагаемых, пропорциональных частоте фонона ω , мы заменяем импульс электрона коммутатором, $\mathbf{P} = (im^*/\hbar)[H_0, \mathbf{r}]$, который при подстановке в матричный элемент даёт дополнительный множитель $im^*\omega$.

В итоге выражение (2.12) можно написать в виде:

$$\begin{aligned} \langle f | \delta \hat{H} | i \rangle^{(2)} &= \langle f_{ph} | \hat{\mathbf{u}}(0) | i_{ph} \rangle \left\{ \langle f_{e,N} | \nabla_{\mathbf{r}} \hat{V}_{HF}(\mathbf{r}) | i_{e,N} \rangle \right. \\ &- m^* \omega^2 \sum_m' \left[\frac{\langle f_{e,N} | \mathbf{r} | m_{e,N} \rangle \langle m_{e,N} | \hat{V}_{HF}(\mathbf{r}) | i_{e,N} \rangle}{E_i^{(e)} - E_m^{(e)}} \right. \\ &\left. \left. + \frac{\langle f_{e,N} | \hat{V}_{HF}(\mathbf{r}) | m_{e,N} \rangle \langle m_{e,N} | \mathbf{r} | i_{e,N} \rangle}{E_f^{(e)} - E_m^{(e)}} \right] \right\}. \quad (2.15) \end{aligned}$$

Мы видим, что оба матричных элемента (2.11) и (2.15) оказываются одного порядка малости по константе сверхтонкого взаимодействия, \hat{V}_{HF} , и смещению ядер $\mathbf{u}(R_i)$. Именно поэтому необходимо учитывать интерференцию обоих процессов.

Полную амплитуду квантового перехода, которая содержит два вклада (2.11) и (2.15), удобно разбить на две части. Первая часть будет включать в

себя вклад первого порядка по теории возмущений (2.11) и первого слагаемого вклада второго порядка (2.15), которые имеют одинаковый вид:

$$A_1 = \sum_j \langle f_{ph} | \hat{\mathbf{u}}(0) - \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{R}_j) | i_{ph} \rangle \langle f_{e,N} | \nabla_{\mathbf{r}} \hat{V}_{hf}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_j) | i_{e,N} \rangle. \quad (2.16)$$

Выражение (2.16) содержит разность амплитуды относительного смещения узлов решётки в начале координат (т.е. в точке расположения электрического заряда, создающего локализуемый потенциал для электрона) и в точке расположения спинов ядер. Для длинноволновых фононов эта разность по сути есть деформация решётки и исчезает как $|\mathbf{kR}_j|$ при увеличении длины волны. Ещё раз отметим, что для описания подобного сокращения амплитуды квантового перехода с излучением фонона наряду с колебанием потенциала сверхтонкого взаимодействия в первом порядке теории возмущений необходимо учитывать должным образом сверхтонкое взаимодействие и колебания потенциала квантовой точки во втором порядке теории возмущений.

Вторая часть амплитуды перехода содержит сумму по промежуточным состояниям:

$$A_2 = -\langle f_{ph} | \hat{\mathbf{u}}(0) | i_{ph} \rangle m^* \omega^2 \sum'_m \left[\frac{\langle f_{e,N} | \mathbf{r} | m_{e,N} \rangle \langle m_{e,N} | \hat{V}_{HF}(\mathbf{r}) | i_{e,N} \rangle}{E_i^{(e)} - E_m^{(e)}} + \frac{\langle f_{e,N} | \hat{V}_{HF}(\mathbf{r}) | m_{e,N} \rangle \langle m_{e,N} | \mathbf{r} | i_{e,N} \rangle}{E_f^{(e)} - E_m^{(e)}} \right], \quad (2.17)$$

Для электронного перехода между зеемановскими подуровнями энергии основного орбитального состояния, мы можем положить $E_i^{(e)} - E_m^{(e)} = \varepsilon_0 + \hbar\omega/2 - (\varepsilon_m - \hbar\omega/2)$ в первом слагаемом и $E_f^{(e)} - E_m^{(e)} = \varepsilon_0 - \hbar\omega/2 - (\varepsilon_m + \hbar\omega/2)$ – во втором, где ε_0 и ε_m – орбитальные энергии основного и возбуждённого состояния электрона, $\hbar\omega$ – энергия зеемановского расщепления. Отметим, что в двух суммах в уравнении (2.17) промежуточные состояния электронов отличаются направлением спина.

Для дальнейшего рассмотрения необходимо уточнить форму потенциала КТ, $V(\mathbf{r})$. Будем рассматривать КТ образованную в двумерном электронном газе (ДЭГ) симметричным параболическим потенциалом. Потенциал в направлении оси Oz обычно аппроксимируется потенциалом квадратной формы в вертикальных КТ и потенциалом треугольной формы в горизонтальных КТ. Как обычно, мы будем пренебрегать вкладом возбуждённых состояний в потенциале $V(z)$, имея в виду большую энергию возбуждения электрона в этом направлении, и будем считать, что электрон всегда находится в основном состоянии $\chi_0(z)$ вдоль этой оси (идеальный двумерный электронный газ). В присутствие магнитного поля волновая функция электрона в плоскости xy соответствует состоянию Фока-Дарвина $\phi_{n\lambda}(\rho, \varphi)$ (см., например, [76]) с частотой $\omega_0 = \sqrt{\Omega_0^2 + \omega_c^2/4}$, где Ω_0 – частота параболического потенциала, $\omega_c = eB_z/(m^*c)$ – циклотронная частота в магнитном поле с компонентой B_z вдоль оси Oz . Спектр энергии этих состояний вычисляется согласно формуле $\varepsilon_{n\lambda} = (2n + |\lambda| + 1)\hbar\omega_0 - \lambda\hbar\omega_c/2$, где n и λ – радиальное и угловое квантовые числа.

В случае гармонического потенциала вектор координаты порождает переход только между соседними орбитальными состояниями. Таким образом, сумма в уравнении (2.17) сводится к двум слагаемым, соответствующим переходу из основного состояния $\phi_{00}(\rho, \varphi)$ в состояния $\phi_{0\pm 1}(\rho, \varphi)$. Это становится очевидным, если скалярное произведение вектора поляризации фононов и вектора координаты, входящее в матричный элемент перехода (2.17), переписать в цилиндрических координатах $\boldsymbol{\epsilon}\boldsymbol{\rho} = (\epsilon_+\rho e^{-i\varphi} + \epsilon_-\rho e^{i\varphi})/\sqrt{2}$ и заметить, что $\phi_{00}\rho e^{\pm i\varphi}/\sqrt{2} = l\phi_{0\pm 1}$, где $l = \sqrt{\hbar/(m^*\omega_0)}$ – характерная длина локализации электрона в двумерном гармоническом потенциале в присутствии внешнего магнитного поля и $\epsilon_{\pm} = (\epsilon_x \pm \epsilon_y)/\sqrt{2}$.

Сравним по порядку величины две части амплитуды квантового перехода, (2.16) и (2.17). Будем иметь в виду, что матричный элемент $\langle f_{e,N} | \nabla_{\mathbf{r}} \hat{V}_{hf}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_j) | i_{e,N} \rangle$ в выражении для A_1 пропорционален градиенту электронной вол-

новой функции $|\nabla_{\mathbf{R}_j} \varphi_0^2(\mathbf{R}_j)|$, который имеет максимальную составляющую в направлении оси Oz порядка величины $1/z_0$, где z_0 – размер КТ в этом направлении, толщина ДЭГ (другие составляющие градиента имеют дополнительный множитель порядка $z_0/l \ll 1$). Таким образом, мы можем оценить выражения (2.16) и (2.17) с точностью до общего множителя следующим образом:

$$|A_1| \propto \frac{\min[kl, 1]}{z_0} \simeq \frac{\min[\omega l/s, 1]}{z_0}, \quad (2.18)$$

$$|A_2| \propto \frac{m^* \omega^2 l}{\hbar(\omega_0 - \omega_c/2)} \simeq \frac{\omega^2}{\omega_0(\omega_0 - \omega_c/2)l}, \quad (2.19)$$

где s – средняя скорость звука. В зависимости от длины волны (модуля волнового вектора) фонона:

$$|A_2/A_1| \simeq \begin{cases} (z_0/l)(\omega/(\omega_0 - \omega_c/2)) s/(\omega_0 l), & \text{если } kl \ll 1, \\ (z_0/l) \omega^2/(\omega_0^2 - \omega_0 \omega_c/2), & \text{если } kl \gg 1. \end{cases} \quad (2.20)$$

Учитывая, что $z_0/l \sim 1/10$ и энергия зеемановского расщепления $\hbar\omega = |g^* \mu_B B|$ меньше или порядка разности энергий орбитальных состояний $\hbar(\omega_0 - \omega_c/2)$ для типичных магнитных полей в эксперименте, $B < 10$ Т, в дальнейшем мы пренебрегаем вкладом A_2 . Мы приведём оценку верхнего предела значений магнитного поля для указанного приближения, когда будем обсуждать численные значения наших параметров.

Напишем полную амплитуду квантового перехода более подробно:

$$\begin{aligned} \langle f | \delta \hat{H} | i \rangle^{(total)} &= A \frac{v_0}{V} \sqrt{\frac{\hbar}{2\rho \omega_{\mathbf{k},\lambda} V_{ph}}} \sqrt{n_{\omega_{\mathbf{k},\lambda}} + 1} \\ &\times \sum_{j,\alpha} (e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}_j} - 1) \hat{S}_{+-}^\alpha \langle f_N | \hat{I}_j^\alpha | i_N \rangle \\ &\times (\epsilon_{\mathbf{k},\lambda} \cdot \nabla_{\mathbf{R}_j}) \varphi_0^2(\mathbf{R}_j), \end{aligned} \quad (2.21)$$

где $\hat{S}_{+-}^\alpha = \langle \mathbf{n}_+ | \hat{S}^\alpha | \mathbf{n}_- \rangle$ – матричный элемент для компонент спина электрона.

Для получения вероятности переворота в единицу времени электронного спина используем правило Ферми (включая суммирование по конечным и усреднение по начальным состояниям):

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{2\pi}{\hbar} \frac{A^2}{N^2} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \delta(\hbar\omega_{\mathbf{k}} - \hbar\omega) \\ &\times \frac{\hbar}{2\rho\omega_{\mathbf{k}}} (n_{\omega_{\mathbf{k}}} + 1) \sum_{j,j'} F(\mathbf{R}_j, \mathbf{R}_{j'}) G_{jj'} \\ &\times \left[\nabla_{\mathbf{R}_j} \varphi_0^2(\mathbf{R}_j) \cdot \nabla_{\mathbf{R}_{j'}} \varphi_0^2(\mathbf{R}_{j'}) \right], \end{aligned} \quad (2.22)$$

где $N = V/v_0$ – число элементарных ячеек внутри объёма КТ, V . В (2.22) мы использовали дисперсионное соотношение для звуковых колебаний $\omega_{\mathbf{k}} = ks$, пренебрегая разностью между скоростью поперечных и продольных колебаний в сумме по поляризации фононов. Данное приближение упрощает выкладки, не искажая существенным образом численный результат.

В выражении (2.22) мы собрали вместе экспоненты от фононных волновых функций:

$$F(\mathbf{R}_j, \mathbf{R}_{j'}) = 4 e^{i\mathbf{k} \cdot \frac{\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_{j'}}{2}} \sin \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}_j}{2} \sin \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}_{j'}}{2} \quad (2.23)$$

и выделили спиновые координаты в виде спин-корреляционной функции (см. [13, 14])

$$G_{jj'} = \hat{S}_{-+}^\alpha \hat{S}_{+-}^\beta \langle i_N | \hat{I}_j^\alpha \hat{I}_{j'}^\beta | i_N \rangle_{av}, \quad (2.24)$$

где нижний индекс av означает усреднение по начальным состояниям ядерных спинов (в нашем случае по их термодинамическому распределению).

При температурах значительно больших, чем сила взаимодействия ядерных спинов, порядка $10^{-7} K$, ядерные спины можно считать статистически независимыми, т.е. $G_{jj'} = G \delta_{jj'}$. Мы также предполагаем, что нет других

причин для появления поляризации ядерных спинов. Это означает в свою очередь, что интерференционные слагаемые в уравнении (2.22), проистекающие от разных ядер, $j \neq j'$, исчезают (взаимно сокращаются).

С помощью правил коммутации для оператора спина и равенства $\langle \mathbf{n}_- | \hat{\mathbf{S}} | \mathbf{n}_- \rangle = -\frac{1}{2} \mathbf{n}$ для каждого ядерного спина получим соотношение

$$\hat{S}_{-+}^{\alpha} \hat{S}_{+-}^{\beta} \hat{I}^{\alpha} \hat{I}^{\beta} = \frac{1}{4} \left[\hat{\mathbf{I}}^2 - (\hat{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{n})^2 + (\hat{\mathbf{I}} \cdot \mathbf{n}) \right], \quad (2.25)$$

которое позволяет вычислить корреляционную функцию, $G = \frac{1}{6} I(I+1)$ (приведено значение в случае нулевого среднего значения ядерного спина, $\langle I \rangle_{av} = 0$)

Заметим, что в эксперименте измеряют скорость релаксации спина, которая равна сумме вероятностей переворота в единицу времени спина в противоположных направлениях, $1/T_1 = \Gamma_{+-} + \Gamma_{-+}$. Действительно, скорость изменения чисел заполнения n_+ , n_- состояний электрона с разными проекциями спина на направление магнитного поля определяется уравнением: $dn_+/dt = -\Gamma_{-+}n_+ + \Gamma_{+-}n_-$. Исходя из определения среднего значения проекции спина $I_z = (n_+ - n_-)/2(n_+ + n_-)$, получаем кинетическое уравнение $dI_z/dt = -I_z(\Gamma_{-+} + \Gamma_{+-}) + (\Gamma_{+-} - \Gamma_{-+})/2$. При этом т.к. вероятности переворота спина с излучением и поглощением фонона пропорциональны $n_{\omega} + 1$ и n_{ω} соответственно, скорость (обратное время) релаксации пропорциональна $2n_{\omega} + 1 = \coth \hbar\omega/2T$.

Учитывая вышесказанное, для обратного времени спиновой релаксации электрона во внешнем магнитном поле (между зеемановскими подуровнями энергии) в основном орбитальном состоянии КТ за счёт сверхтонкого взаимодействия с ядерными спинами посредством описанного нами механизма получаем следующее выражение:

$$\frac{1}{T_1} = \frac{A^2 I(I+1)}{N 6\pi \hbar \rho s^3} \omega \coth \frac{\hbar\omega}{2T} \int \frac{d^3 R}{V} \left[1 - \frac{\sin kR}{kR} \right] [\nabla_{\mathbf{R}} \varphi_0^2(\mathbf{R})]^2, \quad (2.26)$$

где суммирование в (2.22) мы заменили усреднением по объёму КТ в (2.26) и при интегрировании по направлению волнового вектора фонона \mathbf{k} использовали соотношение

$$\int d\Omega_{\mathbf{k}} \sin^2 \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}}{2} = 2\pi \left[1 - \frac{\sin kR}{kR} \right]. \quad (2.27)$$

Отметим, что скорость релаксации отдельного *ядерного* спина получается из (2.26) делением на число ядер N .

2.4. Релаксация триплетного в синглетное состояние

Аналогичным образом вычислим скорость релаксации двух электронов, находящихся первоначально в нижнем по энергии (из трёх возможных) триплетном состоянии, при переходе в основное синглетное состояние. Будем предполагать при этом, что зеемановским расщеплением (в присутствии возможного внешнего магнитного поля и эффективного магнитного поля ядер) можно пренебречь по сравнению с энергией возбуждения орбитального состояния электрона в КТ, которая будет являться энергией перехода в этом случае.

Электронная волновая функция начального триплетного состояния имеет вид

$$|i_e^T\rangle = |\psi^T(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\rangle \otimes |1\rangle, \quad (2.28)$$

где предполагается, что координатная волновая функция определяется детерминантом Слатера (т.е. будем пренебрегать корреляциями электронов):

$$\psi^T(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{\varphi_0(\mathbf{r}_1)\varphi_1(\mathbf{r}_2) - \varphi_0(\mathbf{r}_2)\varphi_1(\mathbf{r}_1)}{V\sqrt{2}}. \quad (2.29)$$

Здесь $\varphi_1(\mathbf{r})$ – волновая функция первого возбуждённого одноэлектронного

орбитального состояния, нормированного согласно (2.9). Для определённости, примем, что это состояние соответствует квантовым числам $n = 0$ и $\lambda = 1$ (во внешнем магнитном поле энергия этого состояния меньше энергии $\varepsilon_{0,-1}$). Заметим также, что в полном гамильтониане нет слагаемых, которые связывали бы состояния с $\lambda = \pm 1$.

Спиновую часть волновой функции (подобно [13]) напомним в виде:

$$|1\rangle = -\frac{\nu_x - i\nu_y}{\sqrt{2}}|1, +1\rangle + \frac{\nu_x + i\nu_y}{\sqrt{2}}|1, -1\rangle + \nu_z|1, 0\rangle, \quad (2.30)$$

где коэффициенты $\nu_{x,y,z}$ определяют первоначальную суперпозицию вырожденных состояний $|1, m\rangle$ с различными значениями z -компоненты $m = \pm 1, 0$ полного спина $S = 1$ двух электронов.

Аналогично представим конечное состояние электронов в виде:

$$|f_e^S\rangle = |\psi^S(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\rangle \otimes |0\rangle, \quad (2.31)$$

где $|0\rangle$ означает синглетное состояние спинов электронов ($S = 0$) и координатная волновая функция имеет вид:

$$\psi^S(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{\varphi_0(\mathbf{r}_1)\varphi_0(\mathbf{r}_2)}{V}. \quad (2.32)$$

Амплитуда квантового перехода определяется выражениями аналогичными (2.16) и (2.17), в которых введено суммирование по координатам обоих электронов, т.е. $\nabla_{\mathbf{r}}\hat{V}_{hf}(\mathbf{r}-\mathbf{R}_j) \rightarrow \sum_i \nabla_{\mathbf{r}_i}\hat{V}_{hf}(\mathbf{r}_i-\mathbf{R}_j)$ и т.д.

В данном случае энергия релаксационного фонона, $\hbar\omega$, равна одноэлектронной энергии возбуждения, $\hbar(\omega_0 - \omega_c/2)$. В выражении для A_2 , Eq. (2.17), вклад возбуждённого синглетного по спину состояния $\psi^{S^*}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = (1/V\sqrt{2})(\varphi_0(\mathbf{r}_1)\varphi_1(\mathbf{r}_2) - \varphi_0(\mathbf{r}_2)\varphi_1(\mathbf{r}_1))|S = 0\rangle$ является основным, учитывая малую величину обменной энергии $\delta_{ST} = E^T - E^{S^*}$ в знаменателе дроби по сравнению с $\hbar\omega_0$ [13]. В то же время будем считать, что отношение

$|A_2/A_1| \sim (z_0/l)(\omega_0/\delta_{ST})$ (в данном случае $kl \gg 1$) по-прежнему меньше единицы и вкладом A_2 можно пренебречь.

Таким образом, вероятность переворота спина электрона в квантовой точке в единицу времени с излучением фонона равна:

$$\begin{aligned} \Gamma^{ST} &= \frac{2\pi}{\hbar} \frac{A^2}{N^2} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \delta(\hbar\omega_{\mathbf{k}} - \hbar\omega) \\ &\times \frac{\hbar}{2\rho\omega_{\mathbf{k}}} (n_{\omega_{\mathbf{k}}} + 1) \sum_{j,j'} F(\mathbf{R}_j, \mathbf{R}_{j'}) G_{jj'}^{ST} \\ &\times \frac{1}{2} [\nabla_{\mathbf{R}_j}(\varphi_0(\mathbf{R}_j)\varphi_1(\mathbf{R}_j)) \cdot \nabla_{\mathbf{R}_{j'}}(\varphi_0(\mathbf{R}_{j'})\varphi_1(\mathbf{R}_{j'}))], \end{aligned} \quad (2.33)$$

где корреляционная функция

$$\begin{aligned} G_{jj'}^{ST} &= \langle T | \hat{S}_1^\alpha - \hat{S}_2^\alpha | S \rangle \langle S | \hat{S}_1^\beta - \hat{S}_2^\beta | T \rangle \langle i_N | \hat{I}_j^\alpha \cdot \hat{I}_{j'}^\beta | i_N \rangle_{av} \\ &= \nu^{*\alpha} \nu^\beta \langle i_N | \hat{I}_j^\alpha \cdot \hat{I}_{j'}^\beta | i_N \rangle_{av} \delta_{jj'} = \frac{1}{3} I(I+1) \delta_{jj'}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Состояние ядерных спинов при усреднении считаем неполяризованным и соответствующим термодинамическому распределению.

Окончательно, выражение для обратного времени релаксации триплетного спинового состояния пары электронов в синглетное основное состояние имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_1^{ST}} &= \frac{A^2}{N} \frac{I(I+1)}{6\pi\hbar\rho s^3} \omega \coth \frac{\hbar\omega}{2T} \\ &\times \int \frac{d^3R}{V} \left[1 - \frac{\sin kR}{kR} \right] [\nabla_R(\varphi_0(R)\varphi_1(R))]^2. \end{aligned} \quad (2.35)$$

2.5. Численная оценка и обсуждение

Сделаем дополнительное упрощение выражений (2.26) и (2.35), принимая, как и выше (когда мы пренебрегали вкладом A_2), во внимание типичные соотношения продольных и поперечных размеров КТ, $l \gg z_0$. Для оценки градиентов примем $[\nabla_{\mathbf{R}}(\varphi_0(\mathbf{R})\varphi_1(\mathbf{R}))]^2 \simeq [\nabla_{\mathbf{R}}\varphi_0^2(\mathbf{R})]^2 \simeq \frac{1}{(z_0/2)^2}$. Для КТ в форме диска (типичной для КТ созданных электродами в ДЭГ) в пределе $kz_0 < 1$ для среднего значения по объёму КТ имеем:

$$f(kl) \equiv \int \frac{d^3R}{V} \left[1 - \frac{\sin kR}{kR} \right]^2 \simeq 1 - \frac{2(1 - \cos(kl))}{(kl)^2}, \quad (2.36)$$

что в пределах точности наших выкладок можно заменить выражением $\min\{(kl)^2/12, 1\}$. Ещё раз подчеркнём, что данный множитель отсутствует (равен единице) в случае, когда потенциал, создающий КТ, фиксирован и не испытывает тепловых колебаний вместе с кристаллической решёткой, в которой находится электрон. Это единственное отличие от случая колеблющегося вместе с решёткой потенциала проявляется только для относительно малых частот фонона, $kl \ll 1$, т.е. при уменьшении величины магнитного поля.

Таким образом, мы можем написать единую приближённую формулу для скорости спиновой релаксации между зеемановскими подуровнями основного состояния одноэлектронной КТ и между триплетным и синглетным состоянием двухэлектронной КТ (при этом частота ω соответствует частоте перехода характерной для каждого указанного случая) в виде :

$$\frac{1}{T_1} \simeq \frac{2}{3} \frac{A^2}{N} \frac{I(I+1)}{\pi \hbar \rho s^3 z_0^2} \omega \coth \frac{\hbar \omega}{2T} f(kl). \quad (2.37)$$

Линейная зависимость скорости релаксации от частоты фонона в пределе низких температур, когда $T \ll \hbar \omega$, для длин волн фонона меньших, чем размер КТ, $kl \gg 1$, т.е. для достаточно сильных магнитных полей в случае релаксации между зеемановскими подуровнями отличает данный механизм

от рассмотренных ранее [14, 42], где ожидается кубическая зависимость. Также данный результат не зависит от энергии возбуждения электрона в КТ в отличие от механизма подмешивания спиновых состояний [13, 14].

Результат, полученный в [42], для скорости спиновой релаксации электрона, локализованного на примеси, при сверхтонком взаимодействии с ядрами решётки больше нашего на множитель $\sim (\gamma z_0/l)^2$ (при $kl \ll 1$), который имеет порядок величины 10 (при $\gamma \simeq 50$) для КТ типичных размеров, но может быть меньше для больших КТ.

В арсениде галлия все ядра имеют спин $I = \frac{3}{2}$ и константа сверхтонкого взаимодействия A является суммой констант A_j по ядрам внутри элементарной ячейки кристалла: $A = \sum_j A_j \simeq 90$ мкэВ [74]. Плотность этого материала $\rho \simeq 5.32 \times 10^3$ кг/м³, скорость поперечных колебаний (которую мы примем в качестве средней скорости звука), $s \sim s_t \simeq 3 \times 10^3$ м/с [77]. Типичный поперечный размер КТ составляет около $z_0 \simeq 10$ нм, а продольный около $l \simeq 100$ нм. КТ содержит порядка $N \sim 10^5$ элементарных ячеек (8 ядер в каждой). Таким образом, мы можем написать численное выражение для скорости спиновой релаксации:

$$\frac{1}{T_1} \simeq 1 \cdot 10^{-15} \omega \coth \frac{\hbar \omega}{2T} f(kl). \quad (2.38)$$

Для перехода между зеемановскими подуровнями энергия фонона равна энергии зеемановского расщепления, $\Delta E_Z = |g^* \mu_B B|$. Для арсенида галлия, где $g^* = -0.44$, $\Delta E_Z/B = 0.025$ мэВ·Т⁻¹. Что касается энергии, соответствующей циклотронной частоте, $\hbar \omega_c/B = 1.76$ мэВ·Т⁻¹ благодаря малой эффективной массе электрона в GaAs, $m^* = 0.067 m_e$. Энергия возбуждения электрона ΔE в латеральной КТ составляет порядка 100 - 300 мкэВ [78, 79], в то время как в вертикальной КТ имеет значение около $\Delta E \approx 4$ мэВ [76, 78]. Условие $|A_2/A_1| < 1$ выполняется для $B_z < 4$ Т при $\hbar \omega_0 = 0.1$ мэВ и для $B < 24$ Т при $\hbar \omega_0 = 1$ мэВ. Соответствующие значения для магнитного поля

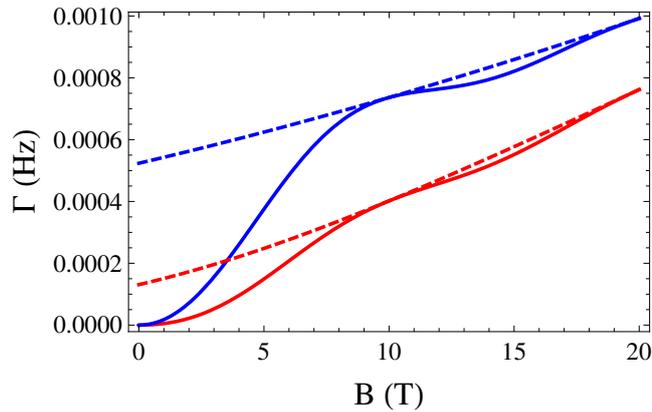


Рисунок 2.1: Скорость спиновой релаксации одиночного электрона в КТ из GaAs в зависимости от магнитного поля (согласно (2.38)). Сплошная линия соответствует случаю, когда потенциал КТ колеблется вместе с кристаллической решёткой, пунктирная линия соответствует фиксированному потенциалу КТ.

в плоскости ДЭГ составляют $B < 10$ Тл и $B < 100$ Т. Множитель $f(kl) \approx 1$ при значении магнитного поля $B \approx 5$ Т. Выше этого значения скорость релаксации зависит линейно от величины магнитного поля (см. рис. 2.1). Для неколеблющегося потенциала КТ зависимость от магнитного поля всегда линейна в пределе низких температур (когда $T < \hbar\omega/2$).

Что касается численной оценки величины скорости релаксации между зеемановскими подуровнями для механизма, описанного в данной работе, она составляет порядка $1/T_1 \sim 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ при температуре $T = 1$ К в магнитном поле $B = 1$ Т. Это гораздо меньше, чем скорость релаксации через механизм сверхтонкого подмешивания спиновых состояний при взаимодействии с пьезоэлектрическим фононом [14], имеющая порядок величины $1/T_1 \sim 1 \text{ с}^{-1}$ при температуре $T = 4$ К в магнитном поле $B = 0.5$ Т.

Для скорости релаксации триплетного спинового состояния в синглетное в латеральных КТ мы получаем значение порядка $1/T_1 \sim 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ для температуры до $T = 1$ К при энергии возбуждения электрона $\hbar\omega_0 \sim 0.1$ мэВ и в вертикальных КТ скорость релаксации $1/T_1 \sim 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ для температуры до $T = 10$ К при энергии возбуждения электрона $\hbar\omega_0 \sim 1$ мэВ (оба случая соответствуют пределу больших длин волн фонона $kl > 1$). Последний результат можно сравнить со скоростью релаксации через механизм сверхтонкого под-

мешивания состояний $1/T_1 \approx 2 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ [13].

Обратимся теперь к спиновой релаксации в кремнии. Принимая во внимание природное содержание изотопов кремния ^{29}Si с ненулевым спином $n_{I=1/2} = 4.68\%$, магнитный момент этих ядер $\mu_I = -0.56 \mu_N$, постоянную решётки $a = 5.43 \text{ \AA}$ и электронную плотность на ядре $\eta \simeq 186$ [10], находим эффективную константу сверхтонкого взаимодействия $A \simeq 5 \text{ мкэВ}$. Это значение оказывается гораздо меньшим по сравнению с арсенидом галлия из-за малых значений η и процента ядер с ненулевым магнитным моментом. Для плотности кремния $\rho \simeq 2.3 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$ и скорости поперечных фононов $s_t \simeq 5.4 \times 10^3 \text{ м/с}$ получаем множитель порядка 10^{-20} в уравнении (2.38). Это соответствует очень маленькой скорости релаксации порядка $1/T_1 \sim 10^{-9} \text{ s}^{-1}$ между зеемановскими подуровнями в магнитном поле $B = 1 \text{ Тл}$ при температуре $T < 1 \text{ К}$ (в кремнии $g = 2$). Заметим, что время спиновой релаксации как следствие спин-орбитального взаимодействия в латеральных КТ из кремния [55], для электронов на фосфорных донорах и КТ на гетероструктурах SiGe [54] предсказывается в районе нескольких минут для тех же значений магнитного поля и температуры. Однако, при одноосном сжатии кристалла скорость релаксации в этих случаях может снизиться до значений, присущих нашему механизму [54].

В целом, релаксация электронного спина в КТ через сверхтонкое взаимодействие с ядрами решётки оказывается не столь эффективной, как релаксация через спин-орбитальное взаимодействие для типичных параметров КТ [11–13, 52–55] и в эксперименте будет слабо проявляться. Исключением, возможно, является случай очень малых значений магнитного поля $B < 0.5 \text{ Тл}$ [14]. Экспериментальное значение времени триплет-синглетной релаксации в вертикальной КТ из арсенида галлия составляет $T_1 \approx 200 \text{ мкс}$ при температуре $T < 0.5 \text{ К}$ и разности энергии триплетного и возбуждённого синглетного состояний $\delta_{ST} \sim 0.6 \text{ мэВ}$ [80]. Данные по скорости спиновой релаксации между зеемановскими подуровнями основного состояния КТ по-

явились относительно недавно. Мы производим анализ этих данных в Главе 4.

Механизм спиновой релаксации электрона, проистекающий именно из сверхтонкого взаимодействия электронов и ядер имеет непосредственное отношение к явлению динамической поляризации ядер [10, 42, 74]. Время релаксации ядерного спина за счёт сверхтонкого взаимодействия порядка 10 минут было измерено в КТ из арсенида галлия при температуре $T = 40$ мК в магнитном поле до $B = 0.5$ Тл [81]. Однако механизм релаксации в данном эксперименте, скорее всего, связан с когерентным туннелированием электрона в контакты и из них [62]), а не со взаимодействием с фононами.

2.6. Заключение

В данной главе мы рассмотрели механизм спиновой релаксации электрона в КТ, проистекающий из сверхтонкого взаимодействия электрона и ядер кристаллической решётки при учёте теплового движения ядер и потенциала КТ. Оказалось, что слагаемые первого порядка теории возмущений по спин-фононному взаимодействию и второго порядка по сверхтонкому взаимодействию и флуктуациям потенциала КТ при тепловых колебаниях решётки имеют один порядок величины и их интерференция приводит к подавлению релаксации для фононов, длина волны которых больше характерного размера КТ. Скорость релаксации вычислена для зеемановских подуровней основного состояния КТ и триплет-синглетного квантового перехода. Рассмотренный механизм оказывается менее эффективным, чем механизм сверхтонкого подмешивания спиновых состояний при взаимодействии с пьезоэлектрическими фононами [14] и механизм, связанный с изменением константы сверхтонкого взаимодействия при колебаниях решётки [42].

Глава 3

Релаксация спина электрона через флуктуации электрического поля в квантовой точке

3.1. Введение

В данной главе мы вычисляем скорость спиновой релаксации электрона в одиночной латеральной квантовой точке (КТ), возникающей вследствие флуктуаций электрического поля в ней (теплового шума Джонсона-Найквиста) при подмешивании спиновых состояний сверхтонким и спин-орбитальным взаимодействиями. В случае сверхтонкого взаимодействия релаксация электронного спина сопровождается также релаксацией ядерного спина. Как будет показано, в случае спин-орбитального взаимодействия скорость спиновой релаксации существенно зависит от направления как флуктуирующего электрического поля, так и постоянного магнитного поля. Рассматриваемый нами механизм релаксации через флуктуации электрического поля оказывается эффективнее взаимодействия с пьезоэлектрическими фононами (ведущего механизма спиновой релаксации в КТ из арсенида галлия) в магнитном поле до 0.1 Тл при типичных параметрах КТ, но может доминировать и в больших магнитных полях при увеличении сопротивления электрической цепи, порождающей флуктуации электрического поля.

3.2. Теоретическая модель

Будем рассматривать КТ с одним электроном, сформированную в двумерном электронном газе (ДЭГ) электродами, расположенными на поверхности гетероструктуры. Будем считать, что потенциал КТ в плоскости ДЭГ – гармонический, цилиндрически симметричный. КТ находится во внешнем постоянном магнитном поле \mathbf{B} и слабом флуктуирующем электрическом поле (см. Рисунок 3.1). Невозмущённый гамильтониан электрона в КТ выглядит

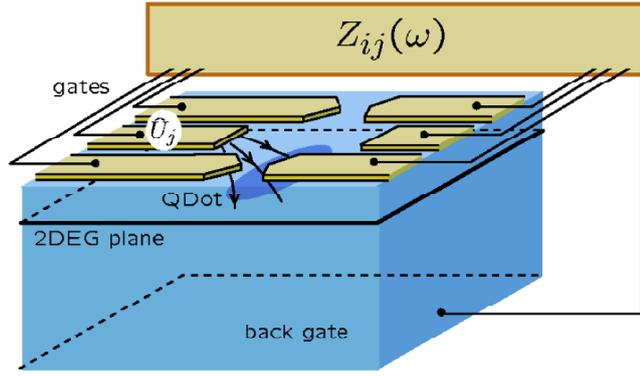


Рисунок 3.1: Модель квантовой точки и эквивалентная схема электрической цепи

следующим образом:

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{\pi}^2}{2m} + \frac{m\Omega_0^2}{2}\rho^2 + V(z) + g\mu_B\hat{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{B}, \quad (3.1)$$

где $\hat{\boldsymbol{\pi}} = \hat{\mathbf{p}} - (q/c)\mathbf{A}$ – импульс электрона, $q = -|e|$ – заряд электрона, m и g – эффективная масса и гиромагнитное соотношение (g-фактор) электрона соответственно, $\mu_B > 0$ – магнетон Бора, $\hat{\mathbf{S}}$ – оператор спина электрона, $\boldsymbol{\rho}$ – радиус-вектор электрона в плоскости ДЭГ, Ω_0 – частота гармонического потенциала КТ, $V(z)$ – потенциал, создающий ДЭГ.

Собственными состояниями гамильтониана (3.1) в плоскости ДЭГ являются состояния Фока-Дарвина $|n_+n_-\rangle$ с энергией $E(n_+, n_-) = n_+\omega_+ + n_-\omega_-$, где $\omega_{\pm} = \sqrt{\Omega_0^2 + (\omega_c/2)^2} \pm \omega_c/2 \equiv \Omega \pm \omega_c/2$ и циклотронная частота $\omega_c = |q|B_z/(mc)$ определяется компонентой магнитного поля B_z , перпендикулярной плоскости ДЭГ. В дальнейшем нам понадобится выражение для орбитальной волновой функции основного и первого дублета возбуждённых состояний $\phi_{00} = (\pi l)^{-1/2} \exp[-\rho^2/(2l^2)]$ и $\phi_{10} = \phi_{01}^* = (\rho e^{i\varphi}/l)\phi_{00}$ соответственно, где $x + iy = \rho e^{i\varphi}$ и $l = \sqrt{\hbar/(m\Omega)}$.

Рассмотрим релаксацию спина электрона при наличии тепловых флуктуаций (шума Джонсона-Найквиста) электрического поля, создаваемого электродами КТ (см. Рисунок 3.1). Взаимодействие электрона с электрическим

полем имеет вид:

$$\hat{V}_E = q\hat{\mathbf{E}}\boldsymbol{\rho} = q\hat{E}\rho_E, \quad (3.2)$$

где $\hat{\mathbf{E}} = \hat{E}(\cos \zeta, \sin \zeta)$ – оператор (в смысле вторичного квантования) электрического поля, $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ – радиус-вектор электрона, $\rho_E = x \cos \zeta + y \sin \zeta$ – проекция радиус-вектора на направление электрического поля. Взаимодействие (3.2) написано в длинноволновом приближении, имея в виду, что длина волны колебаний электрического поля гораздо больше размеров КТ.

Релаксация спина происходит только, когда взаимодействие (3.2) рассматривается совместно со спин-зависимым взаимодействием \hat{V}_{spin} , вид которого мы уточним далее. Таким образом, полное возмущение $\delta\hat{H}$ к исходному гамильтониану \hat{H}_0 имеет вид:

$$\delta\hat{H} = \hat{V}_{\text{spin}} + \hat{V}_E. \quad (3.3)$$

Полный гамильтониан системы включает также слагаемые, определяющие динамику электромагнитного поля, которые мы не выписываем в явном виде, но предполагаем необходимое знание их свойств (в частности временного коррелятора электрического поля).

3.3. Вероятность переворота спина

Скорость релаксации электронного спина является суммой вероятности переворота в единицу времени электронного спина в противоположных направлениях под действием возмущения \hat{V}_E на волновые функции и вычисляется по правилу Ферми

$$\Gamma = (e/\hbar)^2 |\langle f' | \rho_E | i' \rangle|^2 \langle \hat{E}^2 \rangle_\omega. \quad (3.4)$$

где $\hbar\omega = E_{f'} - E_{i'}$ – энергия переворота электронного спина, $\langle \hat{E}^2 \rangle_\omega = (1/2) \int dt e^{i\omega t} \langle \hat{E}(t)\hat{E}(0) + \hat{E}(0)\hat{E}(t) \rangle$ – термодинамически равновесная спек-

тральная плотность флуктуаций электрического поля. Спектральная плотность выражается через сопротивление электрической цепи (Рисунок 3.1) согласно флуктуационно-диссипационной теореме [56]:

$$\langle \hat{E}^2 \rangle_\omega = \frac{R(\omega)}{\pi d^2} \hbar \omega \coth \frac{\hbar \omega}{2T}, \quad (3.5)$$

где d – эффективное расстояние между обкладками конденсатора, между которыми расположена КТ (Рисунок 3.1), определяющее соотношение между напряжением и электрическим полем, T – температура проводника в энергетических единицах. Для электрической цепи на Рисунке 3.1 полное сопротивление выражается согласно формуле $R(\omega) = R [1 + (RC\omega)^2]^{-1}$.

Переворот электронного спина оказывается возможным, только когда матричный элемент в (3.4) вычисляется с учётом спин-зависимого слагаемого \hat{V}_{spin} , которое приводит к подмешиванию к электронным состояниям состояний с противоположным направлением спина (другими словами, матричный элемент вычисляется во втором порядке по теории возмущений по слагаемым взаимодействия \hat{V}_E и \hat{V}_{spin}):

$$\langle f' | \rho_E | i' \rangle = \langle f \downarrow | \rho_E G(\mathcal{E}_{i\uparrow}) \hat{V}_{\text{spin}} + \hat{V}_{\text{spin}} G(\mathcal{E}_{f\downarrow}) \rho_E | i \uparrow \rangle, \quad (3.6)$$

где $G(\mathcal{E}) = (\mathcal{E} - \hat{H}_0)^{-1} = \sum |m\rangle \langle m| / (\mathcal{E} - \mathcal{E}_m)$ – резольвента оператора \hat{H}_0 , $|m\rangle$, \mathcal{E}_m – собственные состояния и значения гамильтониана [82]. Энергия зеемановских подуровней основного состояния равна $\mathcal{E}_{i\uparrow} = \varepsilon_0 + \hbar\omega/2 = \mathcal{E}_{f\downarrow} + \hbar\omega$, где ε_0 – энергия основного орбитального состояния, $\hbar\omega$ – энергия зеемановского расщепления. Уравнения (3.4) и (3.6) описывают переход из начального состояния $|i \uparrow\rangle$ в конечное $|f \downarrow\rangle$. Отметим, что возмущение (3.2) связывает основное орбитальное состояние ϕ_{00} исключительно с состояниями ϕ_{10} и ϕ_{01} .

Далее в качестве спин-зависимого возмущения \hat{V}_{spin} мы рассмотрим два основных в твёрдом теле взаимодействия: сверхтонкое и спин-орбитальное.

3.4. Сверхтонкое взаимодействие

Контактное слагаемое сверхтонкого взаимодействия электронного спина $\hat{\mathbf{S}}$ со спинами ядер $\hat{\mathbf{I}}_j$, имеющих координату \mathbf{R}_j , имеет вид [74]:

$$\hat{V}_{\text{HF}} = \sum_j v_0 A_j \hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{I}}_j \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_j), \quad (3.7)$$

где A_j – константа сверхтонкого взаимодействия, зависящая от типа ядра, v_0 – объём элементарной ячейки кристалла.

В пределе малой величины энергии зеемановского расщепления электрона, $\omega \ll \Omega_0$ (мы пренебрегаем энергией зеемановского расщепления ядер), для матричного элемента (3.6) имеем:

$$\begin{aligned} \langle f' | \rho_E | i' \rangle_{\text{HF}} &= -2lv_0 \frac{(1 + \omega_c^2 / (2\Omega_0)^2)^{1/2}}{\hbar\Omega_0} \\ &\times \sum_j A_j \langle \downarrow | \hat{S}^\alpha | \uparrow \rangle \langle f_N | \hat{I}_j^\alpha | i_N \rangle \Phi(z_j, \rho_j) \cos(\zeta - \varphi_j), \end{aligned} \quad (3.8)$$

где $|i_N\rangle$, $\langle f_N|$ – начальное и конечное состояния системы ядерных спинов, $\Phi(z_j, \rho_j) = \chi_0^2(z_j) \phi_{00}(\rho_j) |\phi_{10}(\rho_j)|$ – произведение волновых функций электрона в точке расположения ядер (ρ_j, z_j, φ_j) , $\chi_0(z)$ – волновая функция основного состояния электрона вдоль оси Oz , перпендикулярной ДЭГ.

Подставляя выражение (3.8) в (3.4) и усредняя по начальному термодинамически равновесному состоянию (неполяризованных и нескоррелированных) ядерных спинов [A1], получаем выражение для скорости релаксации электронного спина через сверхтонкое взаимодействие с ядрами при учёте тепловых флуктуаций электрического поля:

$$\Gamma_{\text{HF}} = \frac{4\pi}{3} I(I+1) \frac{A^2}{(\hbar\Omega_0)^2} \frac{v_0 \eta}{z_0 d^2} \frac{R(\omega) \omega}{R_Q} \left(1 + \frac{\omega_c^2}{(2\Omega_0)^2} \right) \coth \frac{\hbar\omega}{2T}, \quad (3.9)$$

где $A^2 = \sum_j A_j^2$ – сумма по всем ядрам в элементарной ячейке, $R_Q = h/e^2$ – квант сопротивления, $\eta = z_0 l^2 \int \Phi(z, \rho)^2 dz d\rho$ – безразмерный множитель,

включающий в себя усреднение по координатам ядер (z, ρ, φ) , z_0 – толщина ДЭГ.

Сделаем численную оценку скорости релаксации, используя параметры типичные для КТ из арсенида галлия: константа сверхтонкого взаимодействия $A^2 \simeq 1.2 \times 10^{-3}$ мЭВ² [83], ядерный спин $I = 3/2$, объём элементарной ячейки $v_0 = (5.65 \text{ \AA})^3$, эффективная масса электрона $m = 0.067m_0$, $|g\mu_B| = 0.025$ мЭВ·Т⁻¹, $\hbar\omega_c/|B_z| = 1.76$ мЭВ·Т⁻¹, $z_0 = 10$ нм и геометрический фактор $\eta = 9/(16 \cdot 4\pi)$ для приближённого решения потенциала инвертированного слоя (треугольная яма) (см., например, [84]).

Таким образом, для численной оценки скорости релаксации можно использовать выражение:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\text{HF}} = & 0.6 \text{ Hz} \times \frac{R(\omega)}{R_Q} \left(\frac{1\mu\text{m}}{d} \right)^2 \left(\frac{1\text{meV}}{\hbar\Omega_0} \right)^2 \frac{B}{1\text{T}} \\ & \times \left[1 + 0.8 \times \left(\frac{B_z}{1\text{T}} \right)^2 \right] \coth 0.29 \frac{B}{1\text{T}} \frac{1\text{K}}{T}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Сопротивление $R(\omega) = R/(1 + (RC\omega)^2)$ существенно уменьшается, когда частота становится больше $\omega_0 = 1/(RC)$. Удобно выразить эту величину через зарядовую энергию $E_c = e^2/C$, равную интервалу между пиками проводимости КТ при изменении напряжения на её затворе. Таким образом, $\omega_0 = (E_c/h)(R_Q/R)$. Типичное экспериментальное значение для КТ из арсенида галлия $E_c = 1$ мЭВ соответствует $RC\omega \approx 10^{-1}(R/R_Q)(B/1\text{T})$. Таким образом, $R(\omega)$ отличается от R только в сильных магнитных полях при $R < R_Q$. Скорость спиновой релаксации имеет максимальное значение при $R_{\text{max}} = 1/(C\omega)$. Для КТ из арсенида галлия это сопротивление соответствует $R_{\text{max}} \approx 10R_Q(1\text{T}/B)$.

Для гармонического потенциала КТ $\hbar\Omega_0 = 1$ мЭВ скорость релаксации составляет примерно 0.1 Hz в магнитном поле $B = 0.1$ Тл при температуре $T = 1$ К и параметрах $R/R_Q = 10^{-2}$, $d = 0.5 \mu\text{m}$. Эта величина сравнима

со скоростью релаксации через пьезоэлектрические фононы при учёте сверхтонкого взаимодействия для тех же значений Ω_0 , T и B [14]. Так как скорость релаксации через тепловые флуктуации электрического поля линейна по энергии переворота электронного спина в магнитном поле $\hbar\omega$ в пределе низких температур $T < \hbar\omega$ (вместо кубической зависимости для пьезоэлектрических фононов [14]), данный механизм становится доминирующим при малых значениях магнитного поля. Отметим, что скорость релаксации может достигать и больших значений, если сопротивление равно R_{\max} . Например, при $T = 1$ К и $B = 1$ Тл имеем $R_{\max} = 10R_Q$, что приводит к $\Gamma_{\text{HF}} \simeq 0.1$ кГц. Это значение гораздо выше, чем скорость релаксации через пьезоэлектрические фононы при сверхтонком подмешивании спиновых состояний при тех же значениях температуры и магнитного поля [14].

Если через КТ непрерывно туннелируют электроны, рассматриваемый механизм приводит также к релаксации поляризации ядерных спинов. Соответствующая скорость релаксации получается из Γ_{HF} делением на число ядер N в КТ. Для приведённых выше типичных параметров КТ из арсенида галлия $N \simeq 5 \times 10^5$ и скорость релаксации ядерных спинов оказывается порядка 10^{-7} Гц при температуре $T = 1$ К. Для сравнения, время релаксации ядерных спинов около 10 минут при температуре $T = 100$ мК в магнитном поле $B = 40$ мТ было измерено в недавнем эксперименте с КТ из арсенида галлия [81]. Для того, чтобы релаксация через флуктуации электрического поля приводила к подобному значению скорости релаксации, сопротивление электрической цепи должно быть $R \sim 10^3 R_Q$, что примерно соответствует R_{\max} для значения магнитного поля в эксперименте [81].

3.5. Спин-орбитальное взаимодействие

Спин-орбитальное взаимодействие для электронов в ДЭГ имеет вид:

$$\hat{V}_{\text{SO}} = \alpha(\hat{\pi}_x \hat{\sigma}_y - \hat{\pi}_y \hat{\sigma}_x) + \beta(\hat{\pi}_y \hat{\sigma}_y - \hat{\pi}_x \hat{\sigma}_x), \quad (3.11)$$

где α и β – параметры взаимодействия. Первое слагаемое в (3.11) – взаимодействие Рашбы проистекает из нарушения инверсной структурной симметрии в гетероструктурах с ДЭГ. Второе слагаемое – (линейное) взаимодействие Дрессельхауса является следствием нарушения внутренней инверсной симметрии полупроводника. Мы предполагаем, что координатные оси совпадают с основными кристаллографическими осями.

Используя правила коммутации $(i\hbar/m)\hat{\pi} = [\rho, \hat{H}_0]$ и $[\hat{H}_0, \hat{\sigma}] = ig\mu_B \hat{\sigma} \times \mathbf{B}$, взаимодействие (3.11) можно переписать в виде:

$$\hat{V}_{\text{SO}} = -i[\boldsymbol{\xi} \hat{\sigma}, H_0] + g\mu_B \hat{\sigma} [\mathbf{B} \times \boldsymbol{\xi}], \quad (3.12)$$

где мы ввели вектор $\boldsymbol{\xi} = (m/\hbar)(-\beta x - \alpha y, \alpha x + \beta y, 0)$, расположенный в плоскости ДЭГ.

Вклад первого слагаемого в уравнении (3.12) в амплитуду квантового перехода (3.6) оказывается пропорционален $[\rho_E, \boldsymbol{\xi} \hat{\sigma}] = 0$ и, следовательно, равен нулю. Таким образом, в пределе малых частот перехода по сравнению с энергией пространственного квантования в КТ, $\omega \ll \Omega_0$, имеем:

$$\langle f' | \hat{\rho}_E | i' \rangle_{\text{SO}} = \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\hbar \Omega_0^2} g\mu_B \langle f \downarrow | \hat{\sigma} [\mathbf{B} \times \boldsymbol{\Omega}] | i \uparrow \rangle, \quad (3.13)$$

где мы ввели вектор $\boldsymbol{\Omega} = (\cos(\zeta - \gamma), -\sin(\zeta + \gamma), 0)$, угол ζ задаёт направление флуктуирующего по амплитуде электрического поля (см. (3.2)), параметр γ определяется отношением параметров спин-орбитального взаимодействия, $\tan \gamma \equiv \alpha/\beta$.

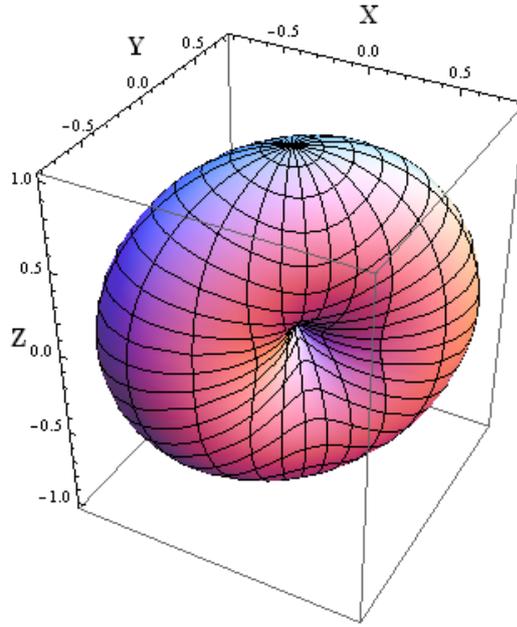


Рисунок 3.2: Угловая зависимость скорости спин-орбитальной релаксации через флуктуации электрического поля от направления магнитного поля, определяемого углами (θ, φ) согласно (3.15) для $\varphi^* = -\pi/4$. Для иных численных значений φ^* , определяемых направлением электрического поля ζ и соотношением констант спин-орбитального взаимодействия γ данная форма поворачивается относительно оси Oz

Определим вектор магнитного поля в сферических координатах согласно $\mathbf{B} = B(\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$. Подставляя (3.13) в (3.4), получим выражение для скорости релаксации электронного спина в КТ через флуктуации электрического поля при спин-орбитальном взаимодействии:

$$\Gamma_{\text{SO}} = 4\pi \frac{\alpha^2 + \beta^2}{d^2} \frac{R(\omega)}{R_Q} \frac{\omega^3}{\Omega_0^4} I(\zeta, \gamma; \theta, \varphi) \coth \frac{\hbar\omega}{2T}, \quad (3.14)$$

где функция углов и параметров спин-орбитального взаимодействия

$$\begin{aligned} I(\zeta, \gamma; \theta, \varphi) &= (\sin^2(\zeta + \gamma) + \cos^2(\zeta - \gamma)) \\ &\times (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \sin^2(\varphi - \varphi^*)) \end{aligned} \quad (3.15)$$

определяет угловую зависимость скорости релаксации (см. Рисунок 3.2), $\varphi^* = -\arctan [\sin(\zeta + \gamma)/\cos(\zeta - \gamma)]$.

Отметим, что согласно (3.13) матричный элемент перехода (а значит и

скорость релаксации) равен нулю, во-первых, когда $\mathbf{\Omega} \parallel \mathbf{B}$, т.е. когда вектор магнитного поля лежит в плоскости ДЭГ в направлении φ^* , независимо от направления электрического поля и соотношения параметров спин-орбитального взаимодействия γ . Действительно, как видно из (3.15), в этом случае $I(\zeta, \gamma; \pi/2, \varphi^*) = 0$ при всех значениях угла ζ и параметра γ . Во-вторых, матричный элемент равен нулю, когда $\mathbf{\Omega} = 0$, независимо от направления магнитного поля. Это оказывается возможным, когда параметры спин-орбитального взаимодействия равны по модулю $\alpha = \pm\beta$ и, следовательно, $\gamma = \pm\pi/4$, а электрическое поле направлено согласно $\zeta = \mp\pi/4$. Действительно, в этом случае $I(\mp\pi/4, \pm\pi/4; \theta, \varphi) = 0$ для любых значений θ и φ . Заметим, что первое и третье утверждения верны и в случае релаксации через пьезоэлектрические фононы, создающие электрическое макрополе, взаимодействующее с зарядом электрона, подобно описанному нами механизму.

В случае $\alpha = \pm\beta$ релаксация исчезает для произвольного направления ζ электрического поля, если магнитное поле лежит в плоскости ДЭГ и $\varphi = \mp\pi/4$, т.е. $I(\zeta, \pm\pi/4; \pi/2, \mp\pi/4) = 0$ для любого ζ . Как отмечено в работе [85] в случае $\alpha = \pm\beta$ комбинации компонент спина $\hat{\sigma}_x \mp \hat{\sigma}_y$ коммутируют с оператором спин-орбитального взаимодействия \hat{V}_{SO} , а при $\mathbf{B} \parallel (\mathbf{1}, \mp\mathbf{1}, \mathbf{0})$ коммутируют также с гамильтонианом \hat{H}_0 . Таким образом, подавление спиновой релаксации в этом случае является точным и не зависящим от порядка теории возмущений.

Численное значение скорости релаксации можно получить по формуле:

$$\begin{aligned} \Gamma_{SO} &= 0.8 \text{ кГц} \times \frac{R(\omega)}{R_Q} \left(\frac{1 \text{ мкм}}{d} \right)^2 \left(\frac{1 \text{ мЭВ}}{\hbar\Omega_0} \right)^4 \left(\frac{B}{1 \text{ Т}} \right)^3 \\ &\times \left(\frac{1 \text{ мкм}}{\lambda_{SO}} \right)^2 I(\zeta, \gamma; \theta, \varphi) \coth 0.29 \frac{B}{1 \text{ Т}} \frac{1 \text{ К}}{T}, \end{aligned} \quad (3.16)$$

где введён параметр $\lambda_{SO}^{-2} = (m/\hbar)^2(\alpha^2 + \beta^2)$.

Скорость релаксации Γ_{SO} составляет около 1 Гц при температуре $T = 1 \text{ К}$

в магнитном поле $B = 0.1$ Тл при типичных параметрах КТ из арсенида галлия, которые использовались выше для оценки влияния сверхтонкого взаимодействия (принимая $\lambda_{SO} = 1$ мкм, $I(\zeta, \gamma; \theta, \varphi) = 1$). Это значение скорости релаксации примерно совпадает со скоростью релаксации через пьезоэлектрические фононы при спин-орбитальном взаимодействии [12, 86]. Последняя, однако, убывает с уменьшением магнитного поля как B^5 , в отличие от зависимости B^3 свойственной рассмотренному нами механизму релаксации через флуктуации электрического поля, который, таким образом, может оказаться доминирующим при $B < 0.1$ Т. Кубическая зависимость скорости релаксации от магнитного поля возникает также в двухфононном процессе [12], однако эффективность этого процесса резко падает при температуре $T < 1$ К. Надо отметить, что релаксация оказывается подавлена для длин волн фонона меньше минимального размера КТ (т.е. толщины ДЭГ около 5 - 10 нм) из-за когерентного усреднения амплитуды вероятности переворота электронного спина [86]. В то же время такое подавление практически невозможно для релаксации через электромагнитные флуктуации, длина волны которых всегда больше размеров КТ.

В эксперименте [19] было впервые измерено время релаксации электронного спина $T_1 \approx 1$ мс при температуре $T = 20$ мК и магнитном поле $B = 8$ Т, что в принципе согласуется со скоростью релаксации через флуктуации электрического поля в КТ $\Gamma_{SO} \sim 10^3$ Гц для типичных значений параметров $\hbar\Omega_0 = 1$ мэВ, $d = 0.5$ мкм, $\lambda_{SO} = 1$ мкм при $R/R_Q = 10^{-3}$. При этом зависимость от магнитного поля (на основании трёх имеющихся точек) близка к кубической. Более подробно имеющиеся экспериментальные данные по скорости релаксации электронного спина в КТ мы рассмотрим в Главе 4. Так как скорость релаксации через электромагнитные флуктуации линейно зависит от сопротивления электрической цепи, было бы интересно получить данные для скорости релаксации при различных значениях этого сопротивления. Используя электрическую цепь с большим сопротивлением, можно

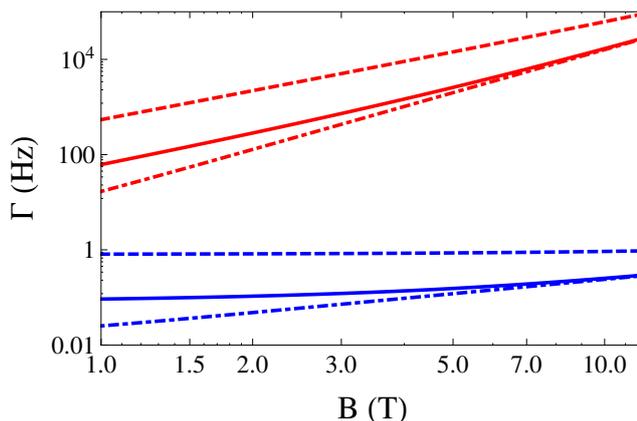


Рисунок 3.3: Скорость спиновой релаксации через флуктуации электрического поля для спин-орбитального (верхние линии) и сверхтонкого (нижние линии) взаимодействий при температуре 10 К (пунктир), 1 К (сплошная), 0.1 К (штрих-пунктир)

было бы легко измерить малые времена релаксации электронного спина.

3.6. Заключение

В данной главе мы вычислили скорость релаксации электронного спина в КТ через флуктуации электрического поля отдельно для сверхтонкого и спин-орбитального взаимодействий. В случае спин-орбитального взаимодействия скорость релаксации сильно зависит от направления магнитного и флуктуирующего электрического полей. При равных константах спин-орбитального взаимодействия (что достигается подстройкой слагаемого Рашбы [85]) релаксация может совсем исчезнуть при определённом направлении магнитного поля в плоскости ДЭГ (при произвольной геометрии электрических затворов) или при определённом направлении электрического поля и произвольном направлении магнитного поля в плоскости ДЭГ. Для типичных параметров КТ скорость релаксации через флуктуации электрического поля сравнима со скоростью релаксации через пьезоэлектрические фононы – ведущего механизма релаксации в КТ из GaAs. Более того, если сопротивление электрической цепи сделать большим, рассмотренный в данной главе механизм релаксации электронного спина может стать доминирующим.

Глава 4

Обзор экспериментальных данных по скорости релаксации электронного спина в квантовой точке

4.1. Введение

Скорость релаксации электронного спина в квантовой точке (КТ) при подмешивании спиновых состояний спин-орбитальным и сверхтонким взаимодействием имеет различную зависимость от энергии возбуждения электрона в КТ (разности энергий основного и первого возбуждённого орбитальных состояний), ΔE , и магнитного поля, B . Зависимость от магнитного поля также различна в случае, когда пьезоэлектрические фононы, деформационные фононы или флуктуации электрического поля выступают в качестве теплового резервуара для обмена энергией при перевороте спина электрона. Пьезоэлектрические фононы присутствуют только в кристаллах, где нарушена пространственная симметрия относительно инверсии (например в GaAs, но не в Si). Электрические поля порождаются находящимися рядом с КТ, в особенности образованными в ДЭГ, электрическими контактами.

Формулу для скорости (обратного времени) спиновой релаксации электрона в КТ, $W = T_1^{-1} = \Gamma_{\uparrow\downarrow} + \Gamma_{\downarrow\uparrow}$, где $\Gamma_{\uparrow\downarrow}$, $\Gamma_{\downarrow\uparrow}$ – скорости соответствующего переворота спина электрона, напишем в общем виде, выделив зависимость от магнитного поля, энергии возбуждения и температуры:

$$T_1^{-1} = a \Delta E^m B^n \coth \frac{|g|\mu_B B}{2T}, \quad (4.1)$$

где a – коэффициент, $\Delta E_Z = |g|\mu_B B$ – энергия зеемановского расщепления электронного уровня. В пределе низких температур, когда $T \ll \Delta E_Z$, $T_1^{-1} \propto B^n$. В противоположном пределе высоких температур, когда $T \gg \Delta E_Z$, $T_1^{-1} \propto T B^{n-1}$. Степенные показатели (m, n) в формуле (4.1) для разных релаксационных механизмов подмешивания спиновых состояний приведены

Таблица 4.1: Степенные показатели (m, n) из формулы (4.1), $T_1^{-1} \propto \Delta E^m B^n$, для различных механизмов подмешивания спиновых состояний релаксации спина электрона в КТ

механизм	флуктуации электрического поля	пьезо-электрические фононы	деформационные фононы
спин-орбитальное взаимодействие	$(-4, 3)$	$(-4, 5)$	$(-4, 7)$
сверхтонкое взаимодействие	$(-2, 1)$	$(-2, 3)$	$(-2, 5)$

в Таблице 4.1.

Релаксация электронного спина, помимо механизма подмешивания спиновых состояний, может быть вызвана модуляцией колебаниями решётки (фононами) константы сверхтонкого взаимодействия ($n = 3$) [42] или g-фактора ($n = 5$) [44, 45], а также междолинным электрон-фононным взаимодействием ($n = 5$) [44]. Скорость релаксации при этом не зависит от энергии возбуждения локализованного электрона ($m = 0$). Данные механизмы релаксации проявляются в большей степени в кремнии, где отсутствуют пьезоэлектрические фононы, делающие механизм подмешивания спиновых состояний за счёт сильной электрон-фононной связи наиболее эффективным, а также для электронов локализованных на донорных примесях, где энергия возбуждения электрона ΔE , обратно пропорциональная квадрату длины локализации, значительно больше, чем в более крупных КТ, что делает механизм подмешивания состояний менее эффективным.

Большой показатель степенной зависимости от магнитного поля (Таблица 4.1) делает релаксацию через деформационные фононы в GaAs доминирующей в сильных магнитных полях $B > 24$ Тл при энергии зеемановского расщепления, $\Delta E_Z > 0.6$ мэВ [15] (g-фактор электрона в GaAs $g = -0.44$, магнетон Бора $\mu_B = 5.79 \times 10^{-5}$ эВ \cdot Т $^{-1}$). При этом ожидается, что сверхтонкое взаимодействие становится основной причиной релаксации спина электрона

трона в КТ из GaAs в малых магнитных полях $B < 0.3$ Тл [14].

Можно ожидать, что скорость релаксации электронного спина в КТ имеет максимальное значение, когда длина волны релаксационного фонона равна минимальному размеру КТ, z (т.е. когда $(|g|\mu_B B/\hbar)(z/s) \approx 2\pi$, где s – скорость звука, $\hbar = 6.58 \cdot 10^{-16}$ эВ·с – постоянная Планка), и затем резко уменьшается ввиду когерентного усреднения по объёму КТ амплитуд вероятности испускания фонона за пределами длинноволнового приближения [15, 86, 87]. Соответствующее значение магнитного поля для КТ, сформированной электродами в ДЭГ (минимальный размер $z \approx 10$ нм), велико и составляет около $B_{\max} \approx 48$ Тл для КТ из GaAs ($s \approx 3 \cdot 10^3$ м/с, $g = -0.44$) и около $B_{\max} \approx 18$ Тл для КТ на кремнии ($s \approx 5 \cdot 10^3$ м/с, $g = 2$). Для самособирающихся КТ из InGaAs $B_{\max} \approx 36$ Тл ($|g| = 0.8$, $z = 3 - 5$ нм). Отклонение от ожидаемого степенного закона скорости релаксации от магнитного поля должно наблюдаться уже при вдвое меньшем, но всё ещё очень большом, значении магнитного поля. В то же время, максимум значения и последующее подавление релаксации наблюдалось в эксперименте [88] для синглет-триплетного перехода в КТ из GaAs при энергии релаксации $\hbar\omega \approx 0.2$ мэВ эквивалентной зеемановскому расщеплению в магнитном поле $B \approx 8$ Тл, когда длина волны фонона равнялась диаметру КТ из GaAs в ДЭГ $d \approx 60$ нм, а не её толщине $z \approx 10$ нм. Если, действительно, сравнивать длину волны надо с диаметром КТ (т.е. с её максимальным, а не минимальным размером), то указанные выше значения поля B_{\max} для различных типов КТ надо уменьшить примерно в шесть раз. Учитывая, что при длине волны фонона меньшей диаметра КТ подавляется излучение фононов преимущественно в плоскости ДЭГ, при $\lambda > d$ можно ожидать уменьшение темпа роста скорости релаксации от магнитного поля, однако, максимум релаксации при $\lambda \approx d$ ничем не обоснован и выглядит маловероятным.

Отметим, что подавление релаксации не должно наблюдаться при обмене энергией с электромагнитными флуктуациями, т.к. их длина волны всегда го-

раздо больше размеров квантовой точки и излучение может рассматриваться в длинноволновом приближении.

В данной главе мы делаем обзор имеющихся на сегодняшний день экспериментальных данных по скорости (времени) спиновой релаксации электрона в КТ из арсенида галлия и кремния (см. также обзоры [15–18, 39, 48]). В случае, если подгонка данных в исходной работе отсутствует или не совсем очевидна, мы делаем собственную подгонку экспериментальных данных. Для подгонки набора экспериментальных данных (x_i, f_i) некоторой функцией $f(x)$ мы используем метод наименьших квадратов и минимизируем сумму квадратов относительных отклонений:

$$R = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(1 - \frac{f(x_i)}{f_i}\right)^2}. \quad (4.2)$$

Для определения механизма спиновой релаксации можно сделать подгонку экспериментальных данных по зависимости скорости релаксации от магнитного поля и энергии возбуждения электрона степенными функциями с различными целочисленными значениями показателей (m, n) из формулы (4.1). Ведущий механизм релаксации при этом будет соответствовать наилучшему приближению. Однако, чтобы уменьшить объём работы и, возможно, получить информацию за пределами известного механизма релаксации, мы делаем подгонку экспериментальных данных одной степенной функцией с действительными показателями степени. При этом мы считаем, что наилучшему приближению соответствуют ближайшие целые числа к полученным действительным значениям показателей (m, n) .

4.2. Экспериментальные данные и их подгонка

Экспериментальные данные по спиновой релаксации электрона в КТ изображены вместе на Рисунке 4.1. Далее мы рассмотрим подробнее данные каж-

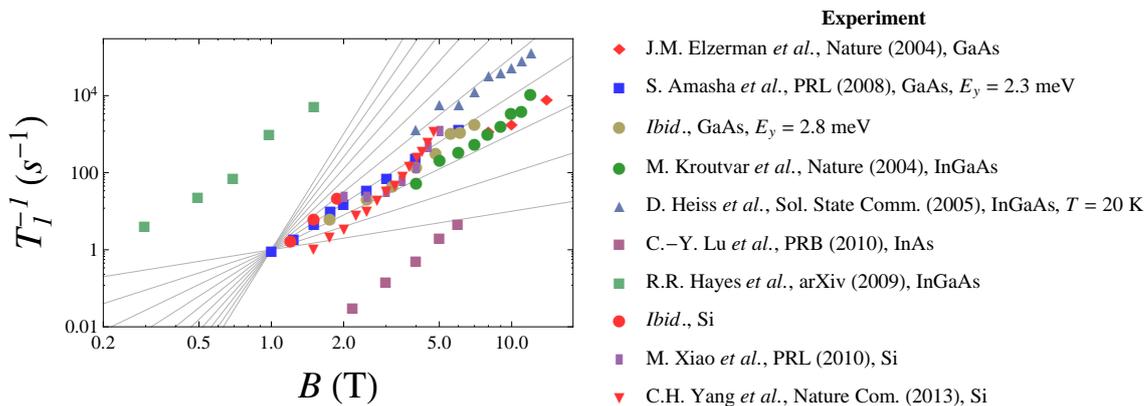


Рисунок 4.1: Экспериментальные данные по зависимости скорости спиновой релаксации электрона в КТ от магнитного поля. Линии соответствуют степенной зависимости с показателем степени от 1 до 10

дого эксперимента.

Первые экспериментальные данные по зависимости спиновой релаксации электрона в КТ от магнитного поля появились в 2004 году [19]. КТ диаметром около 100 нм была сформирована с помощью электродов в двумерном электронном газе (ДЭГ) на гетероструктуре GaAs/AlGaAs. В эксперименте использовалась техника спин-зарядового преобразования. В зависимости от проекции спина на направление магнитного поля электрон либо находился постоянно в КТ, либо туннелировал из неё при определённой последовательности импульсов напряжения на затворе. Зарядовое состояние КТ отслеживалось с помощью электрического тока протекающего через расположенный рядом квантовый точечный контакт. Температура в эксперименте соответствует энергии $T = 25$ мкэВ, что меньше энергии зеемановского расщепления $\Delta E_Z > 160$ мкэВ, а значит скорость релаксации не зависит от температуры, $W \propto B^n$. Экспериментальные данные включают в себя только три точки при значении магнитного поля 8, 10 и 14 Тл без подгонки какой-либо функцией. Подгонка этих данных степенной функцией даёт $n = 3.64$ с остатком $R = 0.17$ (Рисунок 4.2). Отметим, что длина волны фонона в данном экспе-

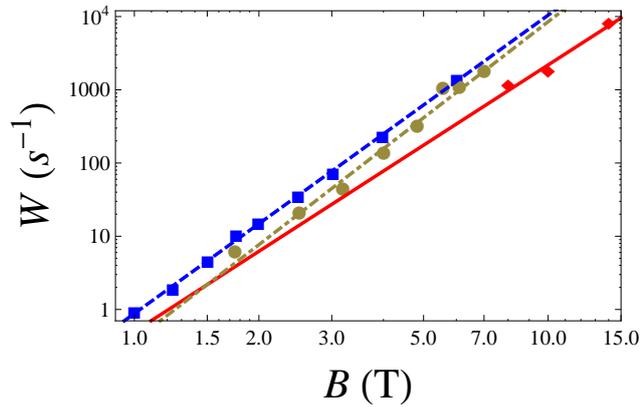


Рисунок 4.2: Зависимость скорости спиновой релаксации электрона в КТ из GaAs от магнитного поля согласно J. M. Elzerman et al. [19] – ромбики и S. Amasha et al. [20] – квадраты, $E_y = 2.3$ мэВ, и кружки, $E_y = 2.8$ мэВ (подгонка степенной функцией)

рименте меньше диаметра КТ.

Больше данных по спиной релаксации электрона в КТ из GaAs было получено в 2008 году [20] для магнитных полей от 1 до 7 Тл при температуре $T = 120$ мК. КТ диаметром около 100 нм была создана электродами в ДЭГ на гетеропереходе $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}/\text{GaAs}$. В этом эксперименте также использовалось преобразование спина электрона в КТ в заряд, который детектировался с помощью квантового точечного контакта. Минимальная энергия зеемановского расщепления в эксперименте составляла около 500 мК, что соответствует пределу низких температур. Один электрод использовался для изменения формы КТ в двух измерениях и следовательно энергии возбуждения электрона E_x и E_y . Авторы указывают на хорошее согласие полученных экспериментальных данных по зависимости скорости спиновой релаксации от магнитного поля и энергии возбуждения с теорией [86]. Результаты подгонки экспериментальных данных соответствуют показателям степени $n = 4.07$ с остатком $R = 0.07$ для $E_y = 2.3$ мэВ и $n = 4.36$, $R = 0.22$ для $E_y = 2.8$ мэВ (Рисунок 4.2), а также $m = -3.88$ (Рисунок 4.3), что близко к зависимости

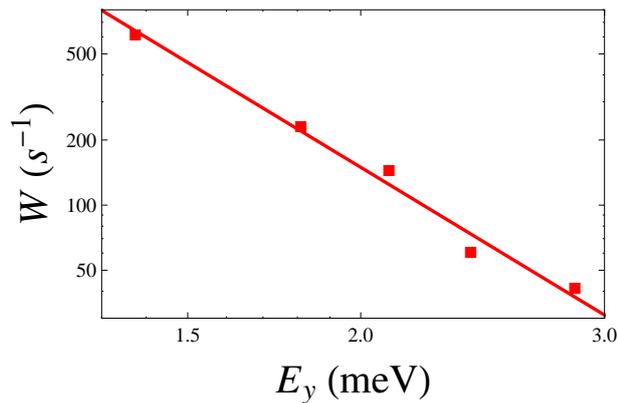


Рисунок 4.3: Спиновая релаксация электрона в КТ из GaAs в зависимости от его энергии возбуждения E_y , S. Amasha et al. [20] (подгонка степенной функцией)

$W \propto E_y^{-4}$ характерной для спин-орбитального механизма релаксации спина электрона в КТ [12], [A2]. В то же время полученная зависимость скорости релаксации от магнитного поля не позволяет однозначно определить с каким тепловым резервуаром взаимодействует спин электрона: с фононами ($W \propto B^5$) [12] или с флуктуациями электрического поля ($W \propto B^3$) [A2].

Первые экспериментальные данные по спиновой релаксации в самособирающихся КТ из Ga(In)As были получены в 2004 [21]. Эксперимент проводился с одинарным слоем КТ среднего диаметра 25 нм и высоты 4 нм при температуре $T = 1$ К в магнитном поле от 4 до 12 Тл. Подгонка экспериментальных данных в [21] отдельно для магнитного поля ниже и выше 7 Тл приводит к степенными показателями $n = 4$ и $n = 5.3$ соответственно. Согласно авторам [21] наличие двух показателей связано с переходом от предела высоких к пределу низких температур в формуле (4.1) при $B \approx 7$ Тл. В то же время авторы отмечают, что такой переход (определяемый соотношением $|g|\mu_B B = T$ или $|g|\mu_B B/2 = T$) ожидается при магнитном поле $B \approx 2 - 4$ Тл для КТ из Ga(In)As при температуре эксперимента $T = 1$ К ($|g| = 0.8$).

Мы сделали подгонку экспериментальных данных с помощью форму-

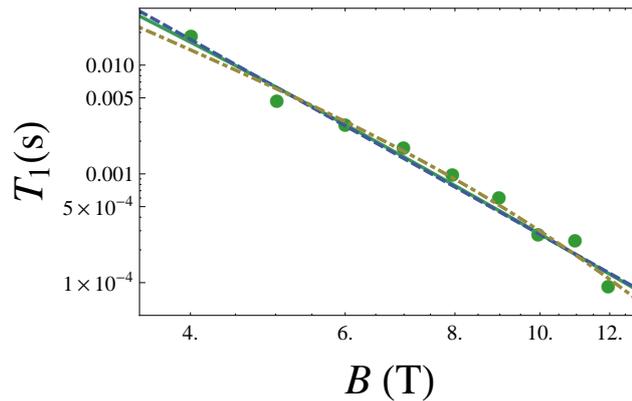


Рисунок 4.4: Время спиновой релаксации в КТ из Ga(In)As, М. Kroutvar et al. [21]. Сплошная линия – подгонка формулой (4.1), пунктир – степенной функцией, штрих-пунктир – полиномом

лы (4.1) при температуре эксперимента $T = 1$ К с результатом $W \propto B^{4.7} \coth(0.27B)$ при $R = 0.218$, степенной функцией $W \propto B^{4.5}$, $R = 0.224$ и полиномом $W = (0.57B^{3.5} + 0.0001B^{7.1})$, $R = 0.185$ (рис. 4.4). Последняя формула могла бы соответствовать релаксации через спин-орбитальное взаимодействие при обмене энергией с флуктуациями электрического поля и деформационными фононами в пределе низких температур, что, однако, выглядит маловероятным, учитывая сильную связь электрона с пьезоэлектрическим фононом.

В последующем эксперименте той же группы с самособирающимися КТ из InGaAs [22] приводится зависимость скорости релаксации от магнитного поля $W \propto TB^{4.5}$ при температурах в 1, 10 и 20 К в магнитном поле от 4 до 12 Тл. Данные для температуры $T = 30$ К не описываются степенной функцией (как это ожидалось бы). Указанный диапазон магнитного поля в эксперименте для $T = 1$ К соответствует пределу низких температур, тогда как для $T = 10$ К – пределу высоких температур, т.к. ΔE_Z принимает значения от 2.2 до 6.5 К ($|g| = 0.8$). Напомним, что скорость релаксации в разных пределах должна отличаться на множитель TB^{-1} , что, однако, не наблюдается

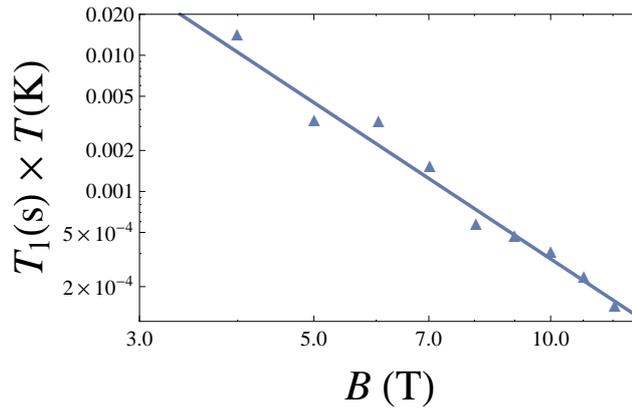


Рисунок 4.5: Время спиновой релаксации электрона в КТ из InGaAs в зависимости от магнитного поля согласно D. Heiss et al. [22]. Подгонка выполнена степенной функцией

в эксперименте. Подгонка экспериментальных данных степенной функцией при температуре $T = 20$ К, что соответствует пределу высоких температур, приводит к зависимости $T_1 \propto B^{-3.8}$ (Рисунок 4.5), что указывает на механизм спиновой релаксации через подмешивание состояний спин-орбитальным взаимодействием с излучением (поглощением) пьезоэлектрического фонона.

В эксперименте [22] была также измерена зависимость времени спиновой релаксации от энергии детектирования люминесценции квантовой точки в магнитном поле $B = 8$ Тл при температуре $T = 1$ К. Энергия детектирования E_D равна сумме энергии запрещённой зоны E_g и энергии основного состояния электрона, которая составляет доли минимальной энергии возбуждения электрона ($2/3$ для двумерной прямоугольной ямы и 1 для двумерного гармонического потенциала), $E_D = E_g + \alpha \Delta E$. Мы пренебрегаем энергией основного состояния тяжёлой дырки. Разные энергии детектирования в эксперименте соответствуют люминесценции КТ, имеющих разные размеры и, как следствие, разные энергии возбуждения ΔE . Подгонка экспериментальных данных с помощью функции $T_1 = a(E_D - E_g)^m$ приводит к результату $T_1 \propto (E_D - 1.236)^4$, $R = 0.076$ и $T_1 \propto (E_D - 1.262)^2$, $R = 0.086$ (см. Рисунок 4.6). Без знания точного значения энергии запрещённой зоны E_g сложно однозначно определить степенной показатель m , а следовательно и тип теп-

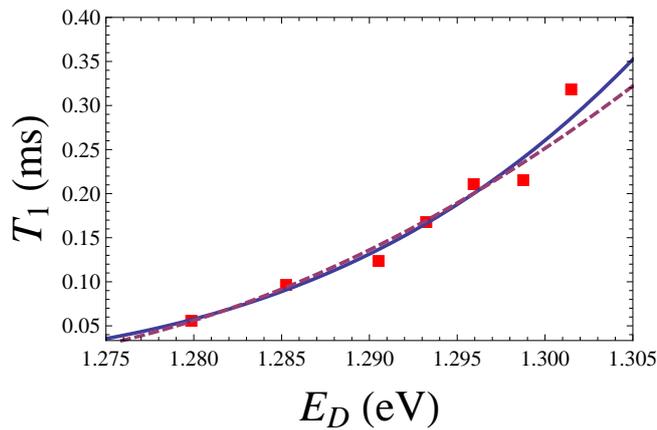


Рисунок 4.6: Время спиновой релаксации электрона в КТ из InGaAs в зависимости от энергии детектирования люминесценции согласно D. Heiss et al. [22]. Подгонка степенной функцией с показателем $m = 4$ – сплошная линия, $m = 2$ – штриховая линия

лового резервуара, с которым электронный спин обменивается энергией. Но показатель $m = 4$ чуть лучше соответствует экспериментальным данным, что как и в эксперименте [20] указывает на спин-орбитальный механизм релаксации.

В последующей работе тех же авторов [23] была измерена температурная зависимость спиновой релаксации. Наилучшее приближении данных степенной функцией, приведённое в работе [23], соответствует показателю -0.7 . Заметим, однако, что в указанном диапазоне температур, 1.4, 10 и 20 К, в магнитном поле $B = 12$ Тл необходимо использовать точную функцию температуры, $\coth \Delta E_Z/2T$, в формуле (4.1), а не её асимптотическое приближение в виде степенной функции. С учётом вышесказанного наилучшее приближение (Рисунок 4.7) соответствует энергии зеемановского расщепления $E_Z = 5.83$ К или, другими словами, магнитному полю $B = 10.8$ Тл (для $|g| = 0.8$), что близко к экспериментальному значению.

Зависимость времени спиновой релаксации электрона в одиночной самособирающейся КТ InAs/GaAs от магнитного поля была измерена в экспе-

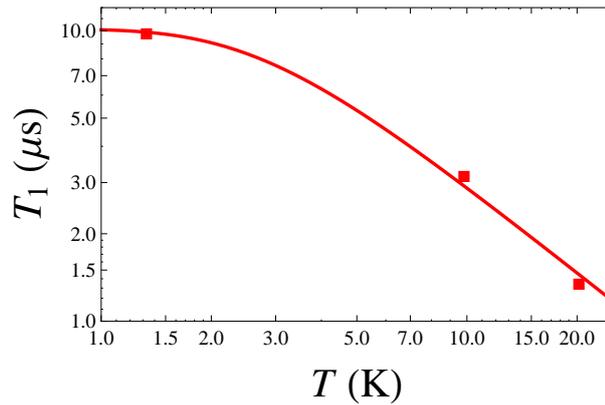


Рисунок 4.7: Время спиновой релаксации в КТ из InGaAs в зависимости от температуры согласно D. Heiss et al. [23]. Подгонка формулой (4.1)

рименте [24] методом разрешённой по времени резонансной флюоресценции. Было обнаружено поведение близкое к $T_1 \propto B^{-5}$, что характерно для спиновой релаксации посредством спин-орбитального взаимодействия с излучением пьезоэлектрического фонона в пределе низких температур. Однако отмечено, что температура эксперимента $T = 4$ К при значении магнитного поля от 2 до 6 Тл соответствует пределу высоких температур ($|g|\mu_B B \leq 2.4$ К, $g = -0.6$), когда согласно (4.1) указанный механизм релаксации имеет зависимость $W \propto TB^4$.

В эксперименте R. R. Nayes et al. [25] исследовалась спиновая релаксация электрона в КТ из InGaAs и Si/SiGe (диаметром около 100 нм), сформированных электродами в ДЭГ и содержащих по несколько электронов, в магнитном поле от 0.3 до 1.5 Тл и от 1.2 до 1.9 Тл соответственно при температуре $T = 48$ мК. Оба случая соответствуют пределу низких температур ($\Delta E_Z > 0.1$ К для InGaAs при $|g| = 0.5$ и $\Delta E_Z > 1.6$ К для Si/SiGe при $|g| = 2$). Согласно авторам работы, измеренные значения T_1 для нечётного спина $1/2$ хорошо соответствуют (возможно, чуть меньшему) значению T_1 для одного электрона в этих точках.

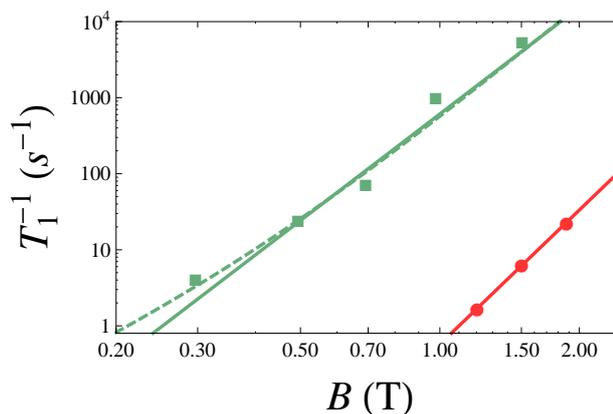


Рисунок 4.8: Скорость спиновой релаксации электрона в КТ из InGaAs и Si в зависимости от магнитного поля согласно R. R. Hayes et al. [25]. Подгонка степенной (сплошная линия) и полиномиальной (штриховая линия) функциями

Измеренная в эксперименте зависимость скорости спиновой релаксации электрона в КТ из InGaAs от магнитного поля сравнивалась с поведением B^4 и B^5 в слабом и сильном магнитных полях соответственно (в то время как при температуре эксперимента указанный переход соответствует $B \approx 0.2$ Тл и лежит ниже экспериментальных значений магнитного поля) и для КТ из Si с зависимостью B^7 . Подгонка данных для КТ из InGaAs единой степенной функцией (Рисунок 4.8) приводит к показателю степени $n = 4.65$ при $R = 0.38$, что близко к зависимости $W \propto B^5$ характерной для спин-орбитальной релаксации с излучением пьезоэлектрического фонона. Аналогичная подгонка данных для КТ из Si приводит к $n = 5.86$ при $R = 0.01$, что более-менее соответствует зависимости $W \propto B^7$ связанной со спин-орбитальной релаксацией при излучении деформационного фонона (пьезоэлектрические фононы отсутствуют в Si ввиду симметрии кристалла относительно преобразования пространственной инверсии). Отметим также, что в КТ из GaAs в магнитном поле $B < 0.3$ Тл согласно [14] может преобладать спиновая релаксация из-за сверхтонкого взаимодействия (в InGaAs соответствующее значение магнитного поля может быть больше из-за большего значения ядерного спина индия $I = 9/2$). Таким образом, мы также сделали подгонку данных для InGaAs многочленом $aB^3 + cB^5$ при $R = 0.32$ (Рисунок 4.8).

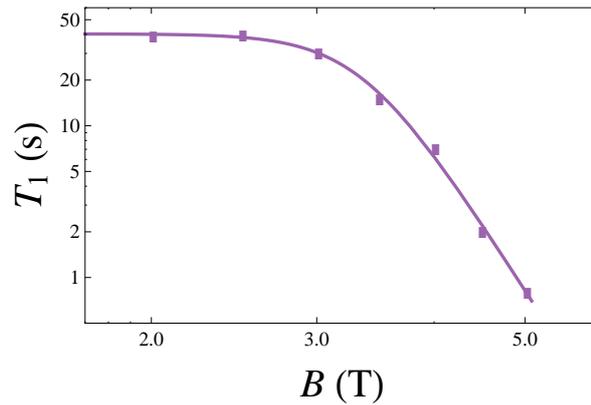


Рисунок 4.9: Время спиновой релаксации в КТ из Si в зависимости от магнитного поля согласно М. Xiao et al. [26]. Подгонка полиномиальной функцией

В эксперименте М. Xiao et al. [26] измерялось время спиновой релаксации электрона в КТ из кремниевой МОП-структуры (диаметром около 20 нм), созданной электродами в ДЭГ на поверхности раздела Si/SiO₂ методом преобразования спина в заряд в магнитном поле от 2 до 5 Тл (т.е. $\Delta E_Z > 2.7$ К) при температуре $T = 300$ мК, т.е. в пределе низких температур. Экспериментальные данные сравнивались с зависимостью $T_1 \propto B^{-7}$ для магнитного поля $B > 3$ Тл, что соответствовало бы спин-орбитальной релаксации с излучением деформационного фонона в пределе низких температур [15]. Подгонка этих данных полиномом во всей области изменения магнитного поля приводит к результату $T_1 = (1.76 \cdot 10^{-7} B^{9.77} + 0.025)^{-1}$, $R = 0.07$ (Рисунок 4.9).

В недавнем эксперименте С. Н. Yang et al. [27] скорость спиновой релаксации электрона в КТ из кремниевой МОП-структуры размером 8 нм × 25 нм × 30 нм измерялась методом спин-зарядового преобразования при температуре $T = 40$ мК в магнитном поле от 1.4 до 4.8 Тл (это соответствует низкотемпературному пределу, $\Delta E_Z > 1.9$ К). Было отмечено, что полученные данные не согласуются с предсказанной теорией зависимостью от магнитного

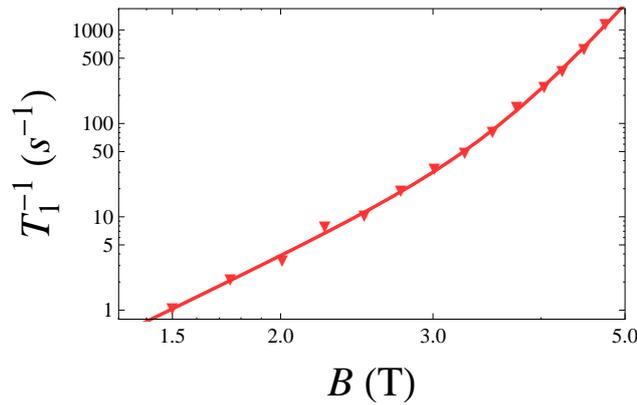


Рисунок 4.10: Скорость спиновой релаксации в КТ из Si в зависимости от магнитного поля согласно С. Н. Yang et al. [27]. Подгонка полиномиальной функцией

поля $W \propto B^7$. Подгонка этих данных полиномиальной функцией приводит к результату $W = 0.17B^{4.50} + 0.48 \cdot 10^{-4}B^{10.78}$, $R = 0.07$ (см. Рисунок 4.10) с переходом от одной степенной зависимости к другой при значении магнитного поля около 3.7 Тл.

Для полноты изложения приведём последние данные по скорости спиновой релаксации электрона локализованного на доноре в кремнии. Такие данные были получены в работе [64] для донора фосфора методом спин-зарядового преобразования в пределе низких температур ($T = 40$ мК) в магнитном поле от 1.5 to 5 Тл. Зависимость от магнитного поля хорошо описывалась выражениями $W = aB^5$ и $W = aB^5 + c$ соответственно для двух разных образцов. Зависимость $W \propto B^5$ была подтверждена для кластера доноров фосфора в магнитном поле от 1.2 до 3.5 Тл [65]. Согласно [64, 65] данная зависимость от магнитного поля соответствует спиновой релаксации через механизм долинного перераспределения при взаимодействии с акустическим фононом [44]. Подобные измерения для одиночного донора сурьмы в кремнии в магнитном поле от 4 до 7 Тл также показали зависимость $W \propto B^5$ [66]. Чуть большее численное значение времени релаксации в эксперименте [66]

было объяснено иным механизмом релаксации, связанным с зависимостью электронного гиромагнитного соотношения от деформации [45], доминирующим при выбранном направлении магнитного поля.

4.3. Обсуждение результатов

Экспериментальные данные [20] по зависимости скорости спиновой релаксации электрона в КТ из GaAs, созданной в ДЭГ, от орбитальной энергии возбуждения электрона согласуются с поведением $W \propto \Delta E^{-4}$, что указывает на спин-орбитальный механизм подмешивания состояний [12], [A2]. Полученные из подгонки экспериментальных данных показатели степенной зависимости скорости релаксации от магнитного поля в пределе низких температур, $n = 3.64$ [19] и $n = 4.07$, $n = 4.36$ [20], не позволяют однозначно определить тип задействованного теплового резервуара: пьезоэлектрические фононы ($W \propto B^5$ [12]) или флуктуации электрического поля ($W \propto B^3$ [A2]).

Эксперимент [21] с самособирающимися КТ из InGaAs указывает на зависимость скорости спиновой релаксации от магнитного поля через пьезоэлектрические фононы при спин-орбитальном подмешивании состояний, $W \propto B^{4.7} \coth(|g|\mu_B B/2T)$. Этому же механизму соответствуют данные эксперимента [22], $W \propto TB^{3.8}$, полученные в пределе высоких температур (при $T = 20$ К), а также эксперимента [25], $W \propto B^{4.65}$, в пределе низких температур. На основании данных эксперимента [24], однако, получена зависимость близкая к $W \propto B^5$ в пределе высоких температур, где для фононного спин-орбитального механизма подмешивания состояний ожидается $W \propto TB^4$.

Что касается КТ из кремния, экспериментальные данные [25] соответствуют зависимости скорости спиновой релаксации от магнитного поля $W \propto B^{5.9}$, что можно сравнить с зависимостью $W \propto B^7$, соответствующей спин-орбитальному механизму подмешивания состояний при взаимодействии с деформационными фононами, а также с зависимостью $W \propto B^5$, возникающей

при фононной релаксации с долинным перераспределением [44] или при фононной модуляции электронного g -фактора [45]. Последний случай соответствует экспериментальным данным по скорости спиновой релаксации электрона локализованного на донорной примеси в кремнии, где $W = aB^5 + c$ [64–66]. Полиномиальная зависимость от магнитного поля в КТ из кремния $W = aB^{9.77} + c$ наблюдалась в эксперименте [26] и $W = aB^{4.50} + bB^{10.78}$ - в [27]. По всей видимости на данный момент нет общеизвестного объяснения столь высокого показателя степенной зависимости от магнитного поля в этих экспериментах.

В экспериментах с КТ из InGaAs [21, 22] и Si [26, 27] в магнитном поле, большем некоторого значения, длина волны фонона оказывается меньше диаметра КТ. При этом не наблюдается максимума скорости спиновой релаксации (вопреки экспериментальным данным [88] для релаксации триплетного спинового состояния двух электронов в КТ в синглетное), который естественно ожидать при уменьшении длины волны фонона до минимального размера КТ.

4.4. Заключение

Вслед за теоретическим исследованием спиновой релаксации электрона в КТ в начале этого столетия за прошедшие десять лет появились соответствующие экспериментальные данные. Анализ этих данных позволяет сделать следующий вывод. Зависимость скорости спиновой релаксации электрона от его энергии возбуждения в КТ из GaAs [20] очевидно указывает на спин-орбитальный механизм подмешивания состояний. Большая часть данных по зависимости спиновой релаксации в КТ из GaAs [19, 20] и InGaAs [21, 22, 25] от магнитного поля соответствуют релаксации через пьезоэлектрические фононы при спин-орбитальном механизме подмешивания состояний. Спиновая релаксация электрона в КТ из InGaAs [21, 22] и Si [26, 27] в сильном магнит-

ном поле не подавляется из-за когерентного усреднения амплитуд квантового перехода для длин волн фононов меньших диаметра (а не минимального размера) КТ.

Глава 5

Динамическая самополяризация ядерных спинов в квантовой точке

5.1. Введение

В данной главе мы рассматриваем возможность явления самополяризации ядерных спинов при протекании электрического тока через одиночную КТ, созданную с помощью электродов в двумерном электронном газе, анализируем механизмы, которые способствуют и препятствуют этому явлению, предлагаем схему эксперимента, в котором скорость поляризации ядерных спинов может превысить скорость деполяризации.

5.2. Теоретическая основа

Изложим кратко суть эффекта динамической самополяризации ядер [29]. Сверхтонкое взаимодействие в твёрдом теле существенно усилено за счёт контактного слагаемого $V_{HF} = Av_0 \sum_j \mathbf{S} \cdot \mathbf{I}^j \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_j)$, где суммирование производится по всем спинам ядер, A – константа взаимодействия, v_0 – объём, приходящийся на один ядерный спин, \mathbf{r} и \mathbf{R}_j – координаты электрона и ядер соответственно. Скалярное произведение электронного \mathbf{S} и ядерного \mathbf{I} спинов удобно переписать через повышающий и понижающий спиновый оператор, $S_{\pm} = S_x \pm iS_y$, в виде $\mathbf{S} \cdot \mathbf{I} = (1/2)(S_+I_- + S_-I_+) + S_zI_z$. В данном представлении первое слагаемое при воздействии на начальное состояние приводит к одновременному перевороту спина электрона и ядра в противоположных направлениях, последнее слагаемое приводит к расщеплению уровней энергии с различными значениями проекций спина на ось z (аналогично действию внешнего магнитного поля B_z).

Пусть N_{\pm} – количество ядер в области локализации электрона с проекцией спина $I_z = \pm 1/2$ (будем рассматривать ядра со спином $I = 1/2$,

соответствующие формулы для произвольного ядерного спина представлены в [74, 89]). Общее число ядерных спинов равно $N = N_+ + N_-$, а средняя проекция спина на ось Oz определяется разностью чисел заполнения, $\langle I_z \rangle = (1/2)(N_+ - N_-)/N$. Пусть n_{\pm} – вероятность нахождения электрона внутри квантовой точки в состоянии с проекцией спина $S_z = \pm 1/2$, W_{\pm} – вероятность в единицу времени одновременного переворота электронного и ядерного спинов. Напишем кинетическое уравнение для числа заполнения ядерного состояния [10]:

$$\frac{dN_+}{dt} = -W_- n_- N_+ + W_+ n_+ N_- . \quad (5.1)$$

Данное уравнение можно переписать в виде [89]:

$$\frac{d\langle I_z \rangle}{dt} = -\gamma \left(\langle I_z \rangle - \frac{\langle S_z \rangle - S_T}{1 - 4\langle S_z \rangle S_T} \right) , \quad (5.2)$$

где $\langle S_z \rangle = (1/2)(n_+ - n_-)/(n_+ + n_-)$ – средний спин локализованного электрона, $S_T = -(1/2)(W_+ - W_-)/(W_+ + W_-)$ – термодинамически равновесное значение электронного спина. Если вероятности W_{\pm} удовлетворяют принципу детального равновесия $W_+/W_- = \exp(E_Z/T)$, где $E_Z = E_+ - E_-$ – зеемановское расщепление электронных уровней, то $S_T = -(1/2) \tanh(E_Z/2T)$. Коэффициент γ в уравнении (5.2), соответствующий скорости ядерной поляризации, равен

$$\gamma = \frac{n_+ + n_-}{2} (1 - 4\langle S_z \rangle S_T) (W_+ + W_-) . \quad (5.3)$$

В отсутствие внешнего магнитного поля зеемановское расщепление определяется сверхтонким взаимодействием, $E_Z = A\langle I_z \rangle$. В случае $\langle S_z \rangle = 0$ из уравнения (5.2) при условии $d\langle I_z \rangle/dt = 0$ следует уравнение для равновесного

значения среднего ядерного спина

$$\langle I_z \rangle - \frac{1}{2} \tanh \frac{A \langle I_z \rangle}{2T} = 0. \quad (5.4)$$

Уравнение (5.4) при $A > 0$ описывает фазовый переход второго рода: при температуре выше критической, $T_c = A/4$, имеется только нулевое решение, $\langle I_z \rangle = 0$, тогда как ниже критической температуры решение $\langle I_z \rangle = 0$ становится неустойчивым, а устойчивое решение соответствует конечному значению поляризации ядерных спинов [29].

Надо отметить, что уравнение (5.1) может включать слагаемые, связанные с другими механизмами взаимодействия ядерного спина. Это может привести, в частности, к появлению в правой части уравнения (5.2) дополнительного слагаемого вида $-\nu \langle I_z \rangle$, который соответствует деполяризации (утечке) ядерного спина. Если предположить, что параметры γ и ν не зависят от среднего спина $\langle I_z \rangle$, то утечка спина приводит к уменьшению критической температуры и поляризации в $\gamma/(\nu + \gamma)$ раз [29].

5.3. Ток через квантовую точку и поляризация ядер

В качестве конкретной физической системы, в которой возможна реализация указанного выше механизма самополяризации ядер, рассмотрим одиночную квантовую точку в режиме кулоновской блокады на пике проводимости, когда внутри точки либо нет электронов, либо находится один электрон (Рисунок 5.1).

Чтобы воспользоваться формулой (5.2) в данном случае, необходимо определить среднее значение электронного спина $\langle S_z \rangle$. Для этого найдем числа заполнения электронных уровней с энергией E_{\pm} внутри точки из уравнений

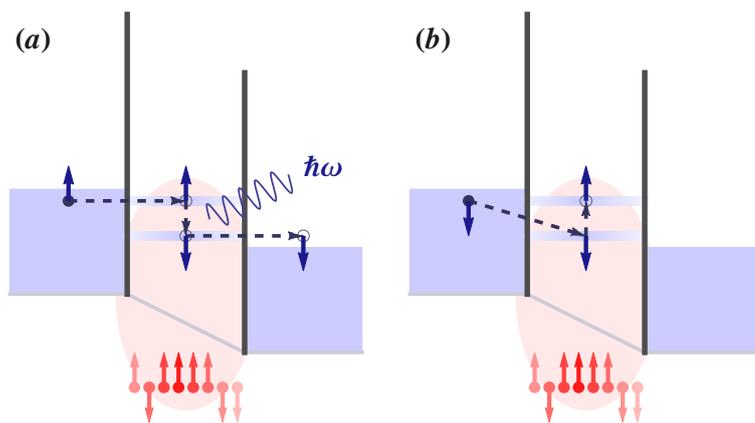


Рисунок 5.1: (а) Штриховые стрелки показывают направление последовательного туннелирования электрона через квантовую точку и переход между энергетическими уровнями электрона внутри точки под влиянием сверхтонкого взаимодействия со спинами ядер (изображены внизу), при этом излучается фонон или фотон с энергией $\hbar\omega$; (б) переход между начальным и конечным состояниями электрона соответствует когерентному туннелированию с переворотом спина электрона и ядра

баланса:

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{dn_{\pm}}{dt} = -n_{\pm} (2 - f_1^{\pm} - f_2^{\pm}) + n_0 (f_1^{\pm} + f_2^{\pm}) = 0, \quad (5.5)$$

где Γ – вероятность туннелирования электрона в единицу времени (мы предполагаем одинаковую вероятность туннелирования для обоих контактов), $n_0 = 1 - n_+ - n_-$ – вероятность отсутствия электрона в точке, $f_i^{\pm} = [\exp(E_{\pm} - \mu_i)/T + 1]^{-1}$ – функции распределения Ферми для электронов в контактах при соответствующих значениях энергии E_{\pm} и химического потенциала $\mu_{1,2}$. В уравнении (5.5) мы пренебрегли релаксацией электронного спина внутри квантовой точки, считая скорость этого процесса существенно ниже скорости туннелирования Γ . Мы также пренебрегаем отличием вероятности туннелирования для состояний с энергией E_{\pm} , что справедливо с точностью до поправок порядка отношения зеемановского расщепления к высоте потенциального барьера.

Вычисляя из (5.5) числа заполнения n_{\pm} и затем среднее значение электронного спина $\langle S_z \rangle$, из уравнения (5.2) находим выражение для стационар-

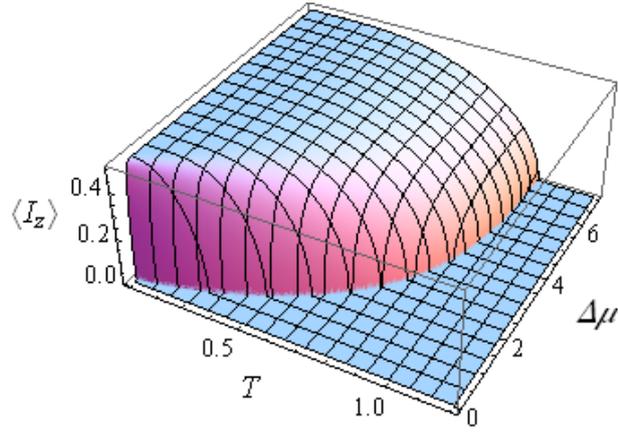


Рисунок 5.2: Среднее значение проекции ядерного спина, $\langle I_z \rangle$, в зависимости от температуры T и разности потенциалов $\Delta\mu$ (в единицах температуры $T_c = A/4$) из уравнения (5.6) при среднем потенциале $\mu = 0$ (в отсутствие деполяризации, $\nu = 0$)

ного ($d\langle I_z \rangle/dt = 0$) значения среднего ядерного спина:

$$\langle I_z \rangle = \frac{\sinh^2 \frac{\Delta\mu}{2T} \sinh \frac{A\langle I_z \rangle}{2T}}{4 \cosh \frac{\mu}{T} \cosh \frac{\Delta\mu}{2T} + (3 + \cosh \frac{\Delta\mu}{T}) \cosh \frac{A\langle I_z \rangle}{2T}}, \quad (5.6)$$

где $\Delta\mu = \mu_1 - \mu_2$ – разность химических потенциалов между контактами, $\mu = (\mu_1 + \mu_2)/2$ – среднее значение химических потенциалов.

В пределе большой разности потенциалов, $\Delta\mu \gg T$, при $\mu \ll T$ уравнение (5.6) тождественно уравнению (5.4) (считаем, что уровень $(E_+ + E_-)/2$ соответствует нулю энергии). Численное решение уравнения (5.6), Рисунок 5.2, указывает на возможность самополяризации ядерных спинов в квантовой точке при достаточном значении разности потенциала между контактами и отсутствии интенсивных процессов деполяризации ($\nu = 0$).

Отметим, что в предложенной нами схеме эксперимента неравновесное нулевое значение среднего спина электрона внутри квантовой точки (необходимое условие для самополяризации ядер [29]) получается за счёт наличия эффективного магнитного поля ядер для электрона, локализованного внутри квантовой точки, и отсутствия этого поля для электрона вне квантовой точки. Таким образом, при низкой температуре и достаточной разности потенциалов между контактами квантовой точки практически с равной вероят-

ностью электроны туннелируют на оба зеемановских уровня энергии внутри квантовой точки.

5.4. Механизмы релаксации ядерных спинов

Рассмотрим сначала процессы, приводящие к деполяризации ядерного спина. Один из таких процессов связан с магнитным диполь-дипольным взаимодействием ядер. Быстрая релаксация ядерного спина на временах порядка 10^{-4} с возможна, однако, только когда внешнее магнитное поле B меньше, чем локальное ядерное поле $B_L \sim 1$ мТл [74]. В противном случае, когда $B > B_L$, в гамильтониане диполь-дипольного взаимодействия следует учитывать только слагаемые, приводящие к диффузии спина (вклад остальных подавлен в силу закона сохранения энергии). Характерное значение коэффициента диффузии составляет порядка $D \sim 10^{-17}$ м²/с, что соответствует времени диффузии спина за пределы квантовой точки ($l \sim 10$ нм) порядка $\tau_N \sim l^2/D \sim 10$ с.

Более интенсивно деполяризация ядерных спинов происходит при когерентном туннелировании электронов в квантовую точку и из неё с переверотом электронного и ядерного спинов за счёт сверхтонкого взаимодействия (Рисунок 5.1.b). Изменение чисел заполнения состояний ядерных спинов для этого процесса описывается уравнением

$$\begin{aligned} \frac{1}{W} \frac{dN_+}{dt} = & N_- [n_+ (2 - f_1^+ - f_2^+) + n_0 (f_1^- + f_2^-)] \\ & - N_+ [n_- (2 - f_1^- - f_2^-) + n_0 (f_1^+ + f_2^+)], \end{aligned} \quad (5.7)$$

которое эквивалентно уравнению релаксационного типа, $d\langle I_z \rangle / dt =$

$-\nu (\langle I_z \rangle - I_0)$, со скоростью релаксации

$$\begin{aligned} \nu = W & [(n_0 - n_-)(f_1^- + f_2^-) + (n_0 - n_+)(f_1^+ + f_2^+) \\ & + 2(n_+ + n_-)]. \end{aligned} \quad (5.8)$$

В то же время равновесное значение спина I_0 в силу соотношений (5.5) оказывается равным нулю, что и соответствует деполяризации ядер.

Для квантовой точки в режиме кулоновской блокады данный механизм ядерной релаксации был рассмотрен в работе [62] в рамках теории возмущений. Вероятность релаксации ядерного спина на пике проводимости по порядку величины равна $W \sim (A/\hbar N)^2 \Gamma/(\omega^2 + \Gamma^2)$, где $\omega = E_Z/\hbar$. Переворот электронного спина оказывается энергетически возможным из-за конечной ширины и перекрытия уровней электрона с разной проекцией спина S_z в квантовой точке при туннелировании электрона в контакты [90]. Данный результат также совпадает с классической формулой для обратного времени релаксации при динамическом усреднении, $1/T_1 = \omega_e^2 \tau$, когда предполагается, что спин ядра вращается вокруг случайного магнитного поля $B_e = A/N$, создаваемого электронным магнитным моментом, с частотой $\omega_e = B_e/\hbar$ и временем корреляции $\tau = 1/\Gamma$ [74].

Для GaAs (спины ядер $I = 3/2$) $A \sim 0.1$ мэВ и типичное число ядер внутри точки $N \sim 10^6$, что соответствует изменению частоты зеемановского расщепления, $\omega = A\langle I_z \rangle/\hbar$, от $\omega \sim A/\hbar\sqrt{N} \sim 10^8$ с⁻¹ для флуктуаций эффективного ядерного поля в отсутствие ядерной поляризации до $\omega \sim A/\hbar \sim 10^{11}$ с⁻¹ для полной поляризации ядер. Типичное значение вероятности туннелирования в единицу времени по порядку величины равно $\Gamma \sim 10^8$ с⁻¹ (и может варьироваться в пределах 10 порядков величины [91]). Таким образом, максимальная скорость деполяризации ядерного спина оказывается порядка $\nu \sim 10^2$ с⁻¹ и уменьшается с ростом $\langle I_z \rangle$. Скорость деполяризации также может быть уменьшена, если уменьшить скорость туннелирования Γ , однако,

величина Γ не может быть выбрана меньше скорости релаксации за счёт спин-орбитального взаимодействия, чтобы избежать утечки электронного спина в квантовой точке.

По порядку величины указанные выше значения времени деполяризации согласуются с экспериментальными данными. Быстрая релаксация ядерных спинов порядка миллисекунд наблюдалась для самоорганизующихся квантовых точек из InGaAs, когда в точке находился электрон [92], в то время как в отсутствие электрона в квантовой точке время релаксации достигало секунд и увеличивалось ещё на 1–2 порядка в слабом внешнем магнитном поле, блокирующем диполь-дипольные взаимодействия ядер. В работе [93] независимую от температуры релаксацию ядерных спинов на временах порядка ~ 100 с в точках из InGaAs связывают с непрямым взаимодействием ядерных спинов через сверхтонкое взаимодействие с электроном в точке, тогда как релаксация, связанная с когерентным туннелированием электрона, в зависимости от напряжения на затворе может быть увеличена до $\sim 10^5$ с. Время релаксации ядерных спинов около 15 с в определённой электродами в двумерном электронном газе двойной квантовой точке из GaAs [68] можно связать с диффузией ядерного спина.

Рассмотрим теперь процессы релаксации ядерных спинов, которые приводят к установлению отличной от нуля поляризации. Роль резервуара, которому электроны передают избыток энергии при перевороте спина, могут выполнять фононы [14], [A1] или тепловые флуктуации электрического поля внутри электрической цепи, содержащей квантовую точку [A2]. Соотношение для вероятностей переворота ядерного спина, $W_+/W_- = \exp(E_Z/T)$, определяется отношением вероятности излучения и поглощения фононов или фотонов – квантов колебаний электрического поля, $(n_\omega + 1)/n_\omega$, что позволяет использовать уравнения (5.1), (5.2). Для температур $T \sim 1$ К и магнитных полей $B \sim 1$ Тл скорость релаксации электронного спина предсказывается в пределах секунд при взаимодействии с фононами (при этом скорость релак-

сации ядерного спина, W_{\pm} , в $N \sim 10^6$ раз меньше) [14]. В работе [A2] было показано, что взаимодействие электрона с колебаниями электрического поля в контуре может приводить к временам релаксации электронного спина того же порядка при типичных значениях параметров.

Для того чтобы самополяризация ядерных спинов была возможна надо существенно увеличить скорость поляризации. Будем рассматривать квантовую точку внутри резонансного контура, включающего индуктивность L , в отличие от работы [A2], где контур состоял только из электрической ёмкости квантовой точки, C , и активного сопротивления, R . Скорость релаксации электронного спина существенно увеличивается, если частота зеемановского расщепления электронного спина совпадает с частотой собственных колебаний контура, $\omega = 1/\sqrt{LC}$. Увеличение скорости релаксации объясняется увеличением плотности конечных состояний для излучаемого фотона в соответствии с эффектом Парселла [94]. Похожая схема эксперимента была рассмотрена при описании эффекта электронного дипольного спинового резонанса в двойной квантовой точке [32], где контур однако служит для создания условий индуцированного излучения при больших амплитудах электрического поля источника, а не для увеличения вероятности спонтанного излучения, как в нашем случае.

Вероятность переворота электронного спина при одновременном перевороте спина одного из ядер определяется выражением [A2]:

$$W_+ + W_- \approx \frac{\pi}{N^2} \frac{A^2}{(\hbar\Omega_0)^2} \frac{R_\omega}{R_Q} \omega \coth \frac{\hbar\omega}{2T}, \quad (5.9)$$

где $\hbar\Omega_0$ – разность энергий между основным и первым возбуждённым электронными состояниями квантовой точки, $R_Q = h/e^2$ – квант сопротивления. Действительная часть комплексного сопротивления контура равна

$$R(\omega) = \frac{R}{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}. \quad (5.10)$$

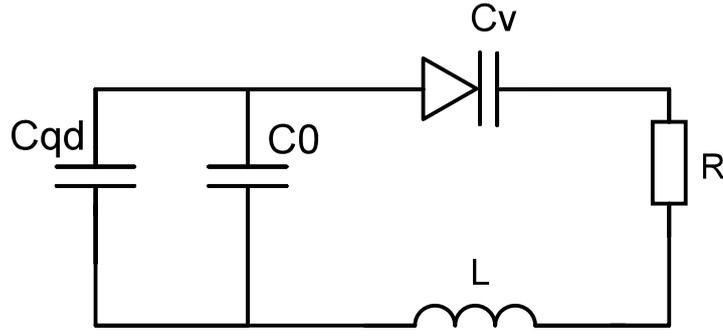


Рисунок 5.3: Схема электрической цепи, содержащей квантовую точку в виде электрической ёмкости C_{qd} , с дополнительной ёмкостью $C_0 \gg C_{qd}$, варикапом C_v и индуктивностью L

Далее будем предполагать, что в процессе увеличения поляризации $\langle I_z \rangle$ и, соответственно, частоты ω мы подстраиваем ёмкость контура так, чтобы постоянно выполнялось условие резонанса, $C = 1/(L\omega^2)$. Для этого можно воспользоваться схемой, изображённой на Рисунке 5.3, где ёмкость контура, определяемая соотношением $C^{-1} = (C_0 + C_{qd})^{-1} + C_v^{-1}$, в пределе $C_0 \gg C_{qd}$, C_v близка к ёмкости варикапа, $C \approx C_v$. Отметим, что подстройка индуктивности также возможна, но с точки зрения практической реализации выглядит более проблематичной.

Пусть разность потенциала между контактами будет много больше температуры $\Delta\mu \gg T$. В этом случае электронные уровни n_{\pm} и n_0 оказываются практически равнозаселенными, а средний спин электрона близок к нулю, $\langle S_z \rangle = 0$. В итоге уравнение (5.2) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} \frac{d\langle I_z \rangle}{dt} = & -\gamma_0 \langle I_z \rangle^3 \coth \frac{A\langle I_z \rangle}{2T} \left(\langle I_z \rangle - \frac{1}{2} \tanh \frac{A\langle I_z \rangle}{2T} \right) \\ & - \frac{\nu_0 \langle I_z \rangle}{1 + (A\langle I_z \rangle/\hbar\Gamma)^2}, \end{aligned} \quad (5.11)$$

где

$$\gamma_0 = \frac{\pi}{3N^2} \frac{(A/\hbar)^5}{\Omega_0^2} \frac{L^2}{RR_Q}, \quad \nu_0 = \frac{4}{3N^2} \frac{(A/\hbar)^2}{\Gamma}. \quad (5.12)$$

Предположим, что мы используем контур с индуктивностью $L \sim 1$ мГн

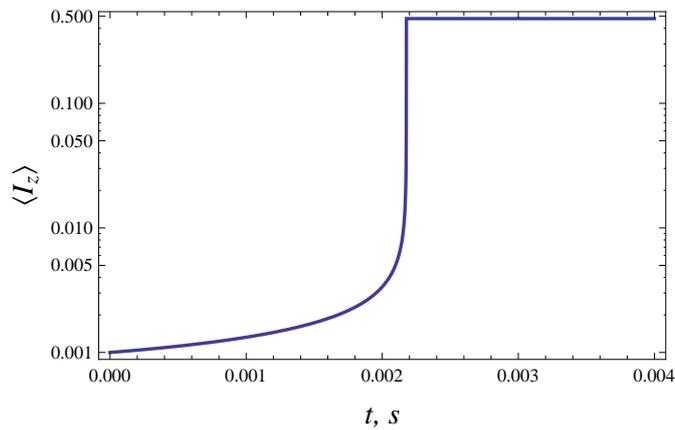


Рисунок 5.4: Зависимость от времени поляризации ядер, $\langle I_z \rangle$, согласно уравнению (5.11) при значении параметров $\gamma_0 = 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\nu_0 = 10^2 \text{ с}^{-1}$, температуре $T = T_c/2$ и начальной поляризации $\langle I_z \rangle_{t=0} = 10^{-3}$

(это предполагает, что ёмкость варикапа должна меняться в пределах $C_v \approx 1/(L\omega^2) \sim 10^{-1} \div 10^{-7} \text{ пФ}$) и сопротивлением $R \sim 1 \text{ Ом}$ ($R_Q \approx 26 \text{ кОм}$). Для параметров близких к квантовым точкам из GaAs ($A \approx 0.1 \text{ мэВ}$, $\hbar\Omega_0 \sim 1 \text{ мэВ}$, $\Gamma \sim 10^8 \text{ с}^{-1}$, $N \sim 10^6$) получаем $\gamma_0 \sim 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\nu_0 = 10^2 \text{ с}^{-1}$. Решение уравнения (5.11) при данных значениях параметров изображено на Рисунке 5.4 при начальном значении среднего спина ядер $\langle I_z \rangle_{t=0} = 10^{-3} \sim 1/\sqrt{N}$.

Поляризация нарастает медленно при малых значениях $\langle I_z \rangle$, где согласно уравнению (5.11) $\gamma \propto \langle I_z \rangle^2$. Для того, чтобы увеличить скорость поляризации на этом этапе можно использовать большие индуктивности с ферромагнитным сердечником, учитывая, что магнитная проницаемость может достигать значительных значений до частот порядка 10^{11} с^{-1} . В качестве резонансного контура можно также использовать сверхпроводящий микроволновый резонатор, связь которого со спином электрона в квантовой точке исследовалась, например, в недавнем эксперименте [95].

5.5. Заключение

В данной главе мы предложили схему эксперимента по обнаружению явления самополяризации ядерных спинов, предсказанной М. И. Дьяконовым и В. И. Перелем [29]. Мы показали, что условия, необходимые для самопо-

ляризации ядер, могут быть созданы при нелинейном режиме протекания электрического тока через одиночную квантовую точку. Мы показали, что известный механизм релаксации ядерного спина при туннелировании электрона [62, 74], приводит в данном случае к деполяризации ядер. Чтобы сделать явление самополяризации ядер возможным, мы предлагаем увеличить скорость поляризации ядер (сделать больше скорости деполяризации) за счёт резонансной передачи энергии при перевороте электронного и ядерного спинов колебаниям электрического поля в контуре, частью которого является квантовая точка.

Заключение

Основные результаты работы:

1. Впервые рассмотрены механизмы релаксации спина электрона в квантовой точке за счёт сверхтонкого взаимодействия с колеблющимися ядрами и за счёт взаимодействия с флуктуациями электрического поля в квантовой точке при сверхтонком и спин-орбитальном взаимодействии.

2. В случае прямого взаимодействия электронного спина со спинами ядер и фононами, проистекающего из сверхтонкого взаимодействия с учётом колебаний ядер, указана необходимость учёта колебаний потенциала квантовой точки, что приводит к частичному подавлению скорости релаксации электронного спина для длин волн фононов, больших размера квантовой точки.

3. В случае релаксации электронного спина при посредстве флуктуаций электрического поля в квантовой точке, указаны параметры электрической цепи, при которых данный механизм релаксации становится ведущим, отмечена существенная зависимость скорости релаксации от направления магнитного и электрического полей.

4. Рассмотрены имеющиеся экспериментальные данные по зависимости скорости релаксации спина электрона в квантовой точке от величины внешнего магнитного поля, энергии возбуждения электрона в квантовой точке и температуры. Сделана подгонка экспериментальных данных и произведено сравнение данных зависимостей с предсказаниями теории.

5. Предложена схема эксперимента для наблюдения явления самополяризации спинов ядер в квантовой точке. Для достижения необходимой скорости поляризации ядерных спинов предлагается использовать механизм релаксации ядер через сверхтонкое взаимодействие с электроном в квантовой точке при участии резонансно-усиленных флуктуаций электрического поля в квантовой точке.

Список сокращений

- ЯМР — ядерный магнитный резонанс
ЭПР — электронный парамагнитный резонанс
КТ — квантовая точка
ДЭГ — двумерный электронный газ
кубит — квантовый бит (информации)

Список литературы

1. *Prinz, G. A.* Magnetoelectronics / G. A. Prinz // *Science*. — 1998. — Vol. 282. — Pp. 1660–1663.
2. *Zütic, I.* Spintronics: Fundamentals and applications / I. Zütic, J. Fabian, S. Das Sarma // *Rev. Mod. Phys.* — 2004. — Vol. 76, no. 2. — Pp. 323–410.
3. Spin physics in semiconductors / Ed. by M.I. Dyakonov. — Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2008.
4. *Bader, S. D.* Spintronics / S. D. Bader, S. S. P. Parkin // *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* — 2010. — Vol. 1. — Pp. 71–88.
5. *Ивченко, Е. Л.* Спиновая физика в полупроводниковых наносистемах / Е. Л. Ивченко // *УФН*. — 2012. — Т. 182, № 8. — С. 869–876.
6. Квантовый компьютер и квантовые вычисления / Под ред. В. А. Садовниченко. — Ижевск: Издательский дом "Удмуртский университет", 1999. — 287 с.
7. *Нильсен, М.* Квантовые вычисления и квантовая информация / М. Нильсен, И. Чанг. — Москва: Мир, 2006. — 824 с.
8. *Loss, D.* Quantum computation with quantum dots / D. Loss, D. P. DiVincenzo // *Phys. Rev. A*. — 1998. — Vol. 57. — Pp. 120–126.
9. *Kane, B.E.* A silicon-based nuclear spin quantum computer / B.E. Kane // *Nature*. — 1998. — Vol. 393. — Pp. 133–137.
10. *Абрагам, А.* Ядерный магнетизм / А. Абрагам. — Москва: Издательство иностранной литературы, 1963. — С. 553.
11. *Khaetskii, A. V.* Spin relaxation in semiconductor quantum dots / A. V. Khaetskii, Y. V. Nazarov // *Phys. Rev. B*. — 2000. — Vol. 61. — Pp. 12639–12642.
12. *Khaetskii, A. V.* Spin-flip transitions between zeeman sublevels in semiconductor quantum dots / A. V. Khaetskii, Y. V. Nazarov // *Phys. Rev. B*. — 2001. — Vol. 64. — Pp. 125316(1–6).

13. *Erlingsson, S. I.* Nucleus-mediated spin-flip transitions in gas quantum dots / S. I. Erlingsson, Y. V. Nazarov, V. I. Fal'ko // *Phys. Rev. B.* — 2001. — Vol. 64. — Pp. 195306(1–4).
14. *Erlingsson, S. I.* Hyperfine-mediated transitions between a zeeman split doublet in gas quantum dots: The role of the internal field / S. I. Erlingsson, Y. V. Nazarov // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 66. — Pp. 155327(1–7).
15. *Hanson, R.* Spins in few-electron quantum dots / R. Hanson, L. P. Kouwenhoven, J. R. Petta et al. // *Rev. Mod. Phys.* — 2007. — Vol. 79, no. 4. — Pp. 1217–1265.
16. *Fabian, J.* Semiconductor spintronics / J. Fabian, A. Matos-Abiague, C. Ertler et al. // *Acta Physica Slovaca.* — 2007. — Vol. 57. — Pp. 565–907.
17. *Wu, M. W.* Spin dynamics in semiconductors / M. W. Wu, J. H. Jiang, M. Q. Weng // *Physics Reports.* — 2010. — Vol. 493. — Pp. 61–236.
18. *Zwanenburg, F. A.* Silicon quantum electronics / F. A. Zwanenburg, A. S. Dzurak, A. Morello et al. // *Rev. Mod. Phys.* — 2013. — Vol. 85, no. 3. — Pp. 961–1019.
19. *Elzerman, J. M.* Single-shot read-out of an individual electron spin in a quantum dot / J. M. Elzerman, R. Hanson, L. H. Willems van Beveren et al. // *Nature.* — 2004. — Vol. 430. — Pp. 431–435.
20. *Amasha, S.* Electrical control of spin relaxation in a quantum dot / S. Amasha, K. MacLean, I. P. Radu et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Vol. 100. — Pp. 046803(1–4).
21. *Kroutvar, M.* Optically programmable electron spin memory using semiconductor quantum dots / M. Kroutvar, Y. Ducommun, D. Heiss et al. // *Nature.* — 2004. — Vol. 432. — Pp. 81–84.
22. *Heiss, D.* Progress towards single spin optoelectronics using quantum dot nanostructures / D. Heiss, M. Kroutvar, J. J. Finley, G. Abstreiter // *Solid State Commun.* — 2005. — Vol. 135. — Pp. 591–601.

23. *Heiss, D.* Optically monitoring electron spin relaxation in a single quantum dot using a spin memory device / D. Heiss, V. Jovanov, F. Klotz et al. // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Vol. 82. — Pp. 245316(1–6).
24. *Lu, C.-Y.* Direct measurement of spin dynamics in InAs/GaAs quantum dots using time-resolved resonance fluorescence / C.-Y. Lu, Y. Zhao, A. N. Vamivakas et al. // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Vol. 81. — Pp. 035332(1–5).
25. *Hayes, R. R.* Lifetime measurements (T1) of electron spins in Si/SiGe quantum dots / R. R. Hayes, A. A. Kiselev, M. G. Borselli et al. // *arXiv:0908.0173.* — 2009.
26. *Xiao, M.* Measurement of the spin relaxation time of single electrons in a silicon metal-oxide-semiconductor-based quantum dot / M. Xiao, M. G. House, H. W. Jiang // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Vol. 104. — Pp. 09680(1–4).
27. *Yang, C.H.* Spin-valley lifetimes in a silicon quantum dot with tunable valley splitting / C.H. Yang, A. Rossi, R. Ruskov et al. // *Nature Commun.* — 2013. — Vol. 4. — Pp. 2069(1–8).
28. Оптическая ориентация / Под ред. Б.П. Захарчени, Ф. Майера. — Ленинград: Наука, 1989. — С. 408.
29. *Дьяконов, М.И.* Динамическая самополяризация ядер в твёрдых телах / М.И. Дьяконов, В.И. Перель // *Письма в ЖЭТФ.* — 1972. — Т. 16, № 10. — С. 563–566.
30. *Ono, K.* Nuclear-spin-induced oscillatory current in spin-blockaded quantum dots / K. Ono, S. Tarucha // *Phys. Rev. Lett.* — 2004. — Vol. 92, no. 25. — Pp. 256803(1–4).
31. *Koppens, F.H.L.* Control and detection of singlet-triplet mixing in a random nuclear field / F.H.L. Koppens, J.A. Folk, J.M. Elzerman et al. // *Science.* — 2005. — Vol. 309. — Pp. 1346–1350.
32. *Laird, E.A.* Hyperfine-mediated gate-driven electron spin resonance / E.A. Laird, C. Barthel, E.I. Rashba et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 99. — Pp. 246601(1–4).

33. *Erlingsson, S.I.* Coherent oscillations of current due to nuclear spins / S.I. Erlingsson, O.N. Jouravlev, Yu.V. Nazarov // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Vol. 72. — Pp. 033301(1–4).
34. *Rudner, M.S.* Electrically driven reverse overhauser pumping of nuclear spins in quantum dots / M.S. Rudner, L.S. Levitov // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 99. — Pp. 246602(1–4).
35. *Rudner, M.S.* Nuclear spin dynamics in double quantum dots: Fixed points, transients, and intermittency / M.S. Rudner, F.H.L. Koppens, J.A. Folk et al. // *Phys. Rev. B.* — 2011. — Vol. 84. — Pp. 075339(1–6).
36. *Khaetskii, A.V.* Electron spin decoherence in quantum dots due to interaction with nuclei / A.V. Khaetskii, D. Loss, L. Glazman // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Vol. 88. — Pp. 186802(1–4).
37. *Альтшулер, С. А.* Электронный парамагнитный резонанс / С. А. Альтшулер, Б. М. Козырев. — М.: Физматиз, 1961.
38. *Wolf, S. A.* Spintronics: A spin-based electronics vision for the future / S. A. Wolf, D. D. Awschalom, R. A. Buhrman et al. // *Science.* — 2001. — Vol. 294. — Pp. 1488–1495.
39. *Kloeffel, Ch.* Prospects for spin-based quantum computing in quantum dots / Ch. Kloeffel, D. Loss // *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* — 2013. — Vol. 4. — Pp. 10.1–10.31.
40. *Honig, A.* Electron spin-lattice relaxation in phosphorus-doped silicon / A. Honig, E. Stupp // *Phys. Rev. Lett.* — 1958. — Vol. 1, no. 8. — Pp. 275–276.
41. *Feher, G.* Electron spin resonance experiments on donors in silicon. ii. electron spin relaxation effects / G. Feher, E.A. Gere // *Phys. Rev.* — 1959. — Vol. 114, no. 5. — Pp. 1245–1256.
42. *Pines, D.* Nuclear polarization and impurity-state spin relaxation processes in silicon / D. Pines, J. Bardeen, C.P. Slichter // *Phys. Rev.* — 1957. — Vol. 106, no. 3. — Pp. 489–498.

43. *Abrahams, E.* Donor electron spin relaxation in silicon / E. Abrahams // *Phys. Rev.* — 1957. — Vol. 107, no. 2. — Pp. 491–496.
44. *Hasegawa, H.* Spin-lattice relaxation of shallow donor states in Ge and Si through a direct phonon process / H. Hasegawa // *Phys. Rev.* — 1960. — Vol. 118, no. 6. — Pp. 1523–1534.
45. *Roth, L.M.* g Factor and donor spin-lattice relaxation for electrons in germanium and silicon / L.M. Roth // *Phys. Rev.* — 1960. — Vol. 118, no. 6. — Pp. 1534–1540.
46. *Blumberg, W.E.* Spin relaxation of F-center electrons / W.E. Blumberg // *Phys. Rev.* — 1960. — Vol. 119, no. 6. — Pp. 1842–1850.
47. *Shrivastava, K.N.* Theory of spin-lattice relaxation / K.N. Shrivastava // *Phys. Stat. Sol. B.* — 1983. — Vol. 117. — Pp. 437–458.
48. *Jantsch, W.* Spin Properties of Confined Electrons in Si, Spin Physics in Semiconductors / W. Jantsch, Z. Wilamowski; Ed. by M.I. Dyakonov. — Springer Series in Solid-State Sciences, 2008.
49. *Frenkel, D. M.* Spin relaxation in GaAs-Al_xGa_{1-x}As heterostructures in high magnetic fields / D. M. Frenkel // *Phys. Rev. B.* — 1991. — Vol. 43, no. 17. — Pp. 14228–14231.
50. *Гантмахер, В. Ф.* Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках / В. Ф. Гантмахер, И. Б. Левинсон. — Москва: Наука, 1984. — С. 352.
51. *Van Vleck, J.H.* Paramagnetic relaxation times for titanium and chrome alum / J.H. Van Vleck // *Phys. Rev.* — 1940. — Vol. 57. — Pp. 426–447.
52. *Woods, L. M.* Spin relaxation in quantum dots / L. M. Woods, T. L. Reinecke, Y. Lyanda-Geller // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 66. — Pp. 161318(1–4).
53. *Mozyrsky, D.* Time scales of phonon-induced decoherence of semiconductor spin qubits / D. Mozyrsky, S. Kogan, V. N. Gorshkov, G. P. Berman // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 65. — Pp. 245213(1–4).

54. *Tahan, Ch.* Decoherence of electron spin qubits in si-based quantum computers / Ch. Tahan, M. Friesen, R. Joynt // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 66. — Pp. 035314(1–11).
55. *Glavin, B. A.* Spin-lattice relaxation in si quantum dots / B. A. Glavin, K. W. Kim // *Phys. Rev. B.* — 2003. — Vol. 68. — Pp. 045308(1–6).
56. *Ландау, Л.Д.* Статистическая физика. Ч. II / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — Москва: Физматлит, 2001. — Т. IX из *Теоретическая физика.* — С. 448.
57. *Averin, D. V.* Adiabatic quantum computation with cooper pairs / D. V. Averin // *Solid State Commun.* — 1998. — Vol. 105, no. 10. — Pp. 659–664.
58. *Makhlin, Yu.* Quantum-state engineering with josephson-junction devices / Yu. Makhlin, G. Schoon, A. Shnirman // *Rev. Mod. Phys.* — 2001. — Vol. 73. — Pp. 357–400.
59. *Dykman, M. I.* Qubits with electrons on liquid helium / M. I. Dykman, P. M. Platzman, P. Seddighrad // *Phys. Rev. B.* — 2003. — Vol. 67. — Pp. 155402(1–15).
60. *Wellard, C. J.* Thermal noise in a solid state quantum computer / C. J. Wellard, L. C. L. Hollenberg // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 2002. — Vol. 35. — Pp. 2499–2502.
61. *Sidles, J.A.* Fluctuation, dissipation, and entanglement: the classical and quantum theory of thermal magnetic noise / J.A. Sidles, J.L. Garbini, W.M. Dougherty, S.H. Chao // *quant-ph/0004106.* — 2000. — Pp. 1–41.
62. *Lyanda-Geller, Y.B.* Coulomb "blockade" of nuclear spin relaxation in quantum dots / Y.B. Lyanda-Geller, I.L. Aleiner, B.L. Altshuler // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Vol. 89, no. 10. — Pp. 107602(1–4).
63. *Honig, A.* Polarization of arsenic nuclei in a silicon semiconductor / A. Honig // *Phys. Rev.* — 1954. — Vol. 96. — Pp. 234–235.

64. Single-shot readout of an electron spin in silicon / A. Morello, J.J. Pla, F.A. Zwanenburg et al. // *Nature*. — 2010. — Vol. 467. — Pp. 687–691.
65. Büch, H. Spin readout and addressability of phosphorus-donor clusters in silicon / H. Büch, S. Mahapatra, R. Rahman et al. // *Nature Commun.* — 2013. — Vol. 4. — Pp. 2017()1–6.
66. Tracy, L. A. Electron spin lifetime of a single antimony donor in silicon / L. A. Tracy, T. M. Lu, N. C. Bishop et al. // *Appl. Phys. Lett.* — 2013. — Vol. 103. — Pp. 143115(1–4).
67. Coish, W.A. Hyperfine interaction in a quantum dot: Non-markovian electron spin dynamics / W.A. Coish, D. Loss // *Phys. Rev. B*. — 2004. — Vol. 70. — Pp. 195340(1–21).
68. Reilly, D.J. Suppressing spin qubit dephasing by nuclear state preparation / D.J. Reilly, J.M. Taylor, J.R. Petta et al. // *Science*. — 2008. — Vol. 321. — Pp. 817–821.
69. Bracker, A.S. Optical pumping of the electronic and nuclear spin of single charge-tunable quantum dots / A.S. Bracker, E.A. Stinaff, D. Gammon et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Vol. 94. — Pp. 047402(1–4).
70. Petersen, G. Large nuclear spin polarization in gate-defined quantum dots using a single-domain nanomagnet / G. Petersen, E.A. Hoffmann, D. et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Vol. 110. — Pp. 177602(1–5).
71. Baugh, J. Large nuclear overhauser fields detected in vertically coupled double quantum dots / J. Baugh, Y. Kitamura, K. Ono, S. Tarucha // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 99. — Pp. 096804(1–4).
72. Корнев, В.Л. Динамическая самополяризация ядер в низкоразмерных системах / В.Л. Корнев // *Письма в ЖЭТФ*. — 1999. — Vol. 70, no. 2. — Pp. 124–129.
73. Kalevich, V.K. Dynamic nuclear polarization and nuclear fields / V.K. Kalevich, K.V. Kavokin, I.A. Merkulov // *Spin Physics in Semiconductors* / Ed. by M. I. Dyakonov. — Springer, 2008. — Pp. 309–346.

74. Дьяконов, М.И. Теория оптической ориентации спинов электронов и ядер в полупроводниках / М.И. Дьяконов, В.И. Перель // Оптическая ориентация / Под ред. Б.П. Захарчени, Ф. Майера. — Ленинград: Наука, 1989. — С. 17–61.
75. Ландау, Л.Д. Статистическая физика. Ч. I / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — Москва: Физматлит, 2001. — Т. V из *Теоретическая физика*. — С. 616.
76. Kouwenhoven, L. P. Few-electron quantum dots / L. P. Kouwenhoven, D. J. Austing, S. Tarucha // *Rep. Prog. Phys.* — 2001. — Vol. 64. — Pp. 701–736.
77. Adachi, S. GaAs, AlAs, and $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$: Material parameters for use in research and device applications / S. Adachi // *J. Appl. Phys.* — 1985. — Vol. 58, no. 3. — Pp. R1–R29.
78. Fujisawa, T. Spin-dependent energy relaxation inside a quantum dot / T. Fujisawa, Y. Tokura, D. G. Austing et al. // *Physica B*. — 2002. — Vol. 314. — Pp. 224–229.
79. Fujisawa, T. Transient current spectroscopy of a quantum dot in the coulomb blockade regime / T. Fujisawa, Y. Tokura, Y. Hirayama // *Phys. Rev. B*. — 2001. — Vol. 63. — Pp. 081304(1–4).
80. Fujisawa, T. Allowed and forbidden transitions in artificial hydrogen and helium atoms / T. Fujisawa, D. G. Austing, Y. Tokura et al. // *Nature*. — 2002. — Vol. 419. — Pp. 278–281.
81. Hüttel, A. K. Nuclear spin relaxation probed by a single quantum dot / A. K. Hüttel, J. Weber, A. W. Holleitner et al. // *Phys. Rev. B*. — 2004. — Vol. 69. — Pp. 073302(1–4).
82. Мессиа, А. Квантовая механика / А. Мессиа. — Москва: Наука, 1979. — Т. 2. — С. 584.

83. *Merkulov, I. A.* Electron spin relaxation by nuclei in semiconductor quantum dots / I. A. Merkulov, Al. L. Efros, M. Rosen // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 65. — Pp. 205309(1–8).
84. *Ando, T.* Electronic properties of two-dimensional systems / T. Ando, A. B. Fowler, F. Stern // *Rev. Mod. Phys.* — 1982. — Vol. 54, no. 2. — Pp. 437–672.
85. *Schliemann, J.* Nonballistic spin-field-effect transistor / J. Schliemann, J. C. Eques, D. Loss // *Phys. Rev. Lett.* — 2003. — Vol. 90, no. 14. — Pp. 146801(1–4).
86. *Golovach, V. N.* Phonon-induced decay of the electron spin in quantum dots / V. N. Golovach, A. Khaetskii, D. Loss // *Phys. Rev. Lett.* — 2004. — Vol. 93, no. 1. — Pp. 016601(1–4).
87. *Bockelmann, U.* Phonon scattering between zero-dimensional electronic states: Spatial versus Landau quantization / U. Bockelmann // *Phys. Rev. B.* — 1994. — Vol. 50, no. 23. — Pp. 17271–17279.
88. *Meunier, T.* Experimental signature of phonon-mediated spin relaxation in a two-electron quantum dot / T. Meunier, I.T. Vink, L.H. Willems van Beveren et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 98. — Pp. 126601(1–4).
89. *Дьяконов, М.И.* Оптическая ориентация в системе электронов и ядер решётки в полупроводниках. теория / М.И. Дьяконов, В.И. Перель // *ЖЭТФ.* — 1973. — Т. 65, № 1. — С. 362–375.
90. *Ландау, Л.Д.* Квантовая механика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — Москва: Физматлит, 2001.
91. *MacLean, K.* Energy-dependent tunneling in a quantum dot / K. MacLean, S. Amasha, I.P. Radu et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 98. — Pp. 036802(1–4).
92. *Maletinsky, P.* Dynamics of quantum dot nuclear spin polarization controlled by a single electron / P. Maletinsky, A. Badolato, A. Imamoglu // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 99. — Pp. 056804(1–4).

93. *Latta, C.* Hyperfine interaction-dominated dynamics of nuclear spins in self-assembled InGaAs quantum dots / C. Latta, A. Srivastava, A. Imamoglu // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 107. — Pp. 167401(1–5).
94. *Purcell, E.M.* Spontaneous emission probabilities at radio frequencies / E.M. Purcell // *Phys. Rev.* — 1946. — Vol. 69. — P. 681.
95. *Petersson, K.D.* Circuit quantum electrodynamics with a spin qubit / K.D. Petersson, L.W. McFaul, M.D. Schroer et al. // *Nature.* — 2012. — Vol. 490. — Pp. 380–383.

Публикации автора по теме диссертации

- [A1] *Abalmassov, V. A.* Electron-nuclei spin relaxation through phonon-assisted hyperfine interaction in a quantum dot / V. A. Abalmassov, F. Marquardt // *Phys. Rev. B.* — 2004. — Vol. 70. — Pp. 075313(1–8).
- [A2] *Marquardt, F.* Spin relaxation in a quantum dot due to nyquist noise / F. Marquardt, V.A. Abalmassov // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Vol. 71. — Pp. 165325(1–6).
- [A3] *Fürst, J.* Spin lifetime from hanle-effect measurements in samples with InAs quantum dots embedded in different $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ matrices / J. Fürst, H. Pascher, V. A. Abalmassov et al. // *Semicond. Sci. Technol.* — 2005. — Vol. 20. — Pp. 209–215.
- [A4] *Абалмасов, В. А.* О возможности динамической самополяризации ядерных спинов в квантовой точке / В. А. Абалмасов // *Письма в ЖЭТФ.* — 2013. — Т. 98, № 5. — С. 303–308.
- [A5] *Marquardt, F.* Spin relaxation in quantum dots induced by nyquist noise / F. Marquardt, V.A. Abalmassov // Spring Meeting / Deutschen Physicalischen Gesellschaft, Berlin, Germany. — 2005. — March 4–9. — P. TT 8.5.
- [A6] *Abalmassov, V. A.* On the possibility of the dynamic nuclear self-polarization in a quantum dot / V. A. Abalmassov // International Symposium "Spin Waves 2013" / Ioffe Physical-Technical Institute, Saint-Petersburg. — 2013. — June 9–15. — P. 132.