

Учреждение Российской академии наук
Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН

на правах рукописи

Алексеев Павел Сергеевич

ТУННЕЛЬНЫЕ И МАГНИТНЫЕ
СПИН-ЗАВИСИМЫЕ ЭФФЕКТЫ
В КУБИЧЕСКИХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ
БЕЗ ЦЕНТРА ИНВЕРСИИ

Специальность:

01.04.10 - физика полупроводников

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

научный руководитель:

доктор физико-математических наук,
профессор И. Н. Ясиевич

Санкт-Петербург

2009

Оглавление

Введение	4
1 Спин-зависимое резонансное туннелирование	12
1.1 Обзор литературы: спин-зависимое туннелирование в магнитных и намагниченных структурах, фильтрация и детектирование спина, нерезонансные и резонансные структуры	12
1.2 Спин-зависимая туннельная прозрачность двухбарьерной структуры	15
1.3 Туннельный ток спин-поляризованных электронов и туннельный спин-гальванический эффект	21
1.4 Спиновая ориентация электронов при туннелировании	31
2 Гамильтониан Дрессельхауза в магнитном поле	35
2.1 Обзор литературы: метод эффективной массы и спин-зависимые поправки к электронным состояниям в магнитном поле	35
2.2 Гамильтониан Дрессельхауза в однородном магнитном поле	37
2.3 Гамильтониан Дрессельхауза в неоднородном магнитном поле	39
2.4 K^4 -гамильтониан метода эффективной массы в неоднородном магнитном поле	41
2.5 Спин-орбитальные поправки к электронному спектру в одиночной квантовой яме	42

2.6	Спин-орбитальные поправки к электронному спектру в двойной квантовой яме	46
3	Анизотропия зоны проводимости объёмного полупроводника в сильном магнитном поле	52
3.1	Обзор литературы: анизотропия уровней Ландау в объёмном по- лупроводнике; характерные диапазоны магнитных полей; явления, связанные с анизотропией уровней Ландау	52
3.2	Влияние слагаемого Дрессельхауза на состояния электронов в кван- тующем магнитном поле	57
3.3	Полная формула для анизотропии уровней Ландау в сильном маг- нитном поле	70
3.4	Сравнение рассчитанной анизотропии g -фактора с эксперименталь- ными данными по анизотропии циклотронного резонанса	75
3.5	Магнитокристаллическая анизотропия n -легированного полупро- водника	81
	Заключение	89
A	Приближённое вычисление прозрачности прямоугольного барье- ра, искажённого приложенным к нему напряжением	90
B	Формула прозрачности двухбарьерной несимметричной структу- ры	94
C	Общий вид K^3-гамильтониана в полупроводнике симметрии цин- ковой обманки	97

Публикации автора по теме диссертации	103
Литература	104

Введение

Актуальность темы диссертации. В последнее время спиновые явления в полупроводниках стали привлекать к себе большое внимание, так как появилась надежда использовать спиновую степень свободы электрона в вычислительной технике нового поколения [1]. В этой связи необходимо найти способы создания спиновой поляризации электронов, её сохранения достаточно долгое время и детектирования. Поскольку устройства, осуществляющие ориентацию, детектирование и хранение спиновой поляризации электронов должны иметь минимальные размеры, наиболее разумно говорить о различных квантоворазмерных структурах: квантовых ямах и квантовых точках. Кроме того, в низкоразмерных структурах возможно достижение гораздо более длинных времён спиновой релаксации, чем в объёмном материале (см., например, работу [2] и ссылки на неё). В этой связи является актуальным изучение спин-зависимого туннельного транспорта через полупроводниковые барьеры, а также изучение спиновых состояний электрона в низкоразмерных структурах различной конфигурации.

В Физико-техническом институте изучение спиновых явлений в полупроводниках имеет давнюю историю. В работах М. И. Дьяконова и В. И. Переля [3] впервые была построена теория спиновой ориентации зонных электронов циркулярно поляризованным светом в кубических полупроводниках без центра инверсии (например, в A_3B_5 -полупроводниках). В [3] был предложен новый, как оказалось, наиболее часто проявляющийся механизм спиновой релаксации электронов в A_3B_5 -полупроводниках. Экспериментальные работы [4] качественно и количественно подтвердили теорию [3]. Релаксация спина электрона по механизму Дьяконова-

Перея происходит во время свободного движения электрона между столкновениями, за счёт прецессии в эффективном магнитном поле от спин-зависимых членов в гамильтониане метода эффективной массы.

Спин-зависимые члены в гамильтониане электрона в кубическом полупроводнике с решёткой цинковой обманки и минимумом зоны проводимости в Γ -точке (например, GaAs, GaSb, InSb) возникают в третьем порядке по волновому вектору $\mathbf{k}$ и называются гамильтонианом Дрессельхауза [5]:

$$\hat{H}_{\text{SO}} = \gamma [(k_y^2 - k_z^2) k_x \hat{\sigma}_x + (k_z^2 - k_x^2) k_y \hat{\sigma}_y + (k_x^2 - k_y^2) k_z \hat{\sigma}_z] , \quad (1)$$

где γ – константа материала, оси x , y и z направлены вдоль кристаллографических осей $\langle 100 \rangle$. Взаимодействие (1) возникает в связи с тем, что точечная группа T_d , к которой принадлежат A_3B_5 -полупроводники, не содержит операции инверсии координат.

В работе [6] было показано, что туннелирование через барьер из материала без центра инверсии также может приводить к спиновой ориентации электронов. Этот эффект связан с неодинаковой прозрачностью барьера за счёт гамильтониана (1) для электронов в разных спиновых состояниях. В статье [7] был предложен обратный эффект к эффекту спиновой ориентации электронов при туннелировании – туннельный спин-гальванический эффект, состоящий в том, что при прохождении спин-поляризованных электронов через барьер возникает поверхностный ток вдоль интерфейса барьера. В статьях [6],[7] рассматривалось туннелирование в структурах с одиночным барьером, где в силу маленькой прозрачности барьера предсказанные эффекты малы. Поэтому появился интерес к изучению спин-зависимого резонансного туннелирования через двухбарьерную структуру. Как известно, туннельная прозрачность таких структур может эффективно управляться приложенным напряжением, при некоторых значениях напряжения достигая величины, гораздо большей, чем у одиночного барьера.

Наличие магнитного поля приводит к множеству интересных особенностей в спин-зависимых явлениях в полупроводниках. Например, скорость спиновой ре-

лаксации существенным образом зависит от направления спина электрона относительно магнитного поля и кристаллографических осей [8],[9]. Изучение спин-зависимых эффектов в магнитном поле даёт возможность экспериментально определить ряд параметров полупроводника, в первую очередь, параметр γ [10]. В работе [11] были измерены спиновое расщепление линии циклотронного резонанса в объёмном GaAs в сильном магнитном поле и его анизотропия при вращении магнитного поля относительно кристаллографических осей. По этим данным была определена константа η в спин-орбитальном члене $\hat{H}_\tau$, вызывающем анизотропное спиновое расщепление уровней Ландау:

$$\hat{H}_\tau = \eta (\hat{\boldsymbol{\tau}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}), \quad \hat{\tau}_i = \mathcal{H}_i \hat{K}_i^2, \quad (2)$$

где $\mathcal{H} = \text{rot } \mathbf{A}$ – магнитное поле, $\hat{\mathbf{K}} = -i \partial / \partial \mathbf{r} + e \mathbf{A} / c \hbar$ – кинематический импульс, $e > 0$ – абсолютная величина заряда электрона. Член Дрессельхауза (1) также должен совместно с (2) давать вклад в анизотропию спинового расщепления уровней Ландау. Таким образом, представлялось актуальным построение последовательной аналитической теории анизотропии спинового расщепления уровней Ландау в объёмном полупроводнике. Такая теория полезна не только для интерпретации данных по циклотронному и спиновому резонансам, но и при изучении других эффектов, непосредственно связанных с анизотропией нижних уровней Ландау, например, магнитокристаллической анизотропии и спиновой релаксации в сильном магнитном поле.

Со времён классических статей [12],[13] (см. также [14],[15],[16]), где был представлен рецепт построения гамильтониана метода эффективной массы в однородном магнитном поле, не был рассмотрен вопрос о гамильтониане метода эффективной массы в неоднородном магнитном поле. Между тем, недавно были сделаны интересные эксперименты [17],[18], где исследовалось влияние неоднородности магнитного поля на свойства двумерных электронов в квантовой яме. Неоднородное поле создавалось вихрями Абрикосова в объёмном сверхпроводнике, расположенном вблизи ямы [17], или узкими полосками сверхпроводника, нанесёнными

на квантовую яму [18]. Таким образом, является актуальным развитие метода эффективной массы для случая неоднородного магнитного поля.

Целью работы является:

1. Изучение эффекта спин-зависимого резонансного туннелирования через полупроводниковые двухбарьерные структуры, в том числе, при наличии приложенного напряжения на структуре.

2. Вывод спин-орбитальных членов гамильтониана электрона в A_3B_5 -полупроводнике в неоднородном магнитном поле.

3. Изучение влияния спин-орбитального взаимодействия Дрессельхауза на тонкую структуру электронного спектра в квантовых ямах в параллельном интерфейсам магнитном поле и на анизотропию энергии уровней Ландау в объёмном полупроводнике.

4. Расчёт обусловленной электронами магнитокристаллической анизотропии полупроводника в сильном магнитном поле.

Научная новизна работы состоит в решении следующих задач:

1. Развита теория спин-зависимого резонансного туннелирования через симметричную двухбарьерную структуру. Для рассматриваемой GaSb/AlGaSb структуры рассчитаны величина эффекта спиновой поляризации электронов, возникающей при туннелировании, а также величина туннельного спин-гальванического эффекта.

2. Изучено влияние напряжения между контактами резонансной туннельной структуры на эффект спиновой поляризации электронов при туннелировании и на туннельный спин-гальванический эффект.

3. Построен гамильтониан метода эффективной массы для электрона в неоднородном магнитном поле до членов третьего порядка по $\hat{\mathbf{K}}$.

4. Аналитически рассчитана анизотропия энергии основного и первого уровней Ландау электрона в объёмном полупроводнике в сильном магнитном поле за счёт спин-орбитального члена (1). На основе полученного результата выполнен анализ

экспериментальных данных работ [11],[19],[20] по анизотропии расщепления линии циклотронного резонанса в сильном магнитном поле в GaAs.

5. Изучена магнитокристаллическая анизотропия n -легированного A_3B_5 -полупроводника в сильном магнитном поле.

Здесь хочется отметить, что в развитой теории анизотропии зоны проводимости A_3B_5 -полупроводника в сильном магнитном поле величина g -фактора электрона на уровне Ландау (величина спинового расщепления уровня Ландау) непосредственно связывается с двумя константами материала η и γ . При этом получена аналитическая зависимость спинового расщепления от направления магнитного поля, отражающая симметрию кристаллической решётки. До этого существовали теории анизотропии g -фактора уровней Ландау, основанные на численном решении уравнения Шредингера для 14-зонного матричного kp -гамильтониана [21] или на численном решении уравнения Шредингера для K^4 2×2 -гамильтониана электрона проводимости с учётом всех констант типа γ и η [22]. Такие теории не давали однозначного ответа, какими именно константами определяется анизотропия g -фактора и как она в целом зависит от направления магнитного поля. Полученная формула для анизотропии g -фактора дала возможность теоретически изучить магнитокристаллическую анизотропию легированного полупроводника, что было затруднительно сделать на основе численных теорий [21],[22].

Практическая значимость работы. Предложены схемы спинового детектора и спинового инжектора на основе эффекта спин-зависимого резонансного туннелирования через симметричную двухбарьерную структуру, работа которых управляется прикладываемым напряжением.

На основе полученных формул для анизотропии энергии уровней Ландау в объёмном полупроводнике предложен новый метод измерения зонных параметров γ и η A_3B_5 -полупроводников по анизотропии линий циклотронного и спинового резонансов. Этот способ является непосредственным в том смысле что измеряется энергия спинового расщепления, непосредственно выражающаяся через γ и

η без параметров, описывающих кинетику и другие свойства электронов. Например, измерение γ по скорости спиновой релаксации не вполне однозначно, так как измеряется её произведение с некоторым временем релаксации [3],[10],[23]. Знание обоих вкладов от членов (1) и (2) в спиновое расщепление уровней Ландау позволило на основе экспериментальных данных работ [11],[19],[20] более точно определить параметр η в GaAs: $\eta = 6.5 \cdot 10^{-23}$ эВ·см²·Э⁻¹, по сравнению с тем, что было получено в [11]: $\eta = 4.9 \cdot 10^{-23}$ эВ·см²·Э⁻¹. В литературе довольно сильно разнятся экспериментальные значения константы γ для GaAs [10],[24]; проведённый анализ данных [11],[19],[20] свидетельствует в пользу “канонического” значения $\gamma \approx 25$ эВ·Å³ [10]. Заметим, что для GaSb величина γ гораздо больше, чем в GaAs, а данных по константе η , видимо, не существует. Таким образом, найденная формула для анизотропии энергии уровней Ландау будет особенно полезна при экспериментальном определении констант γ и η в GaSb по данным типа анизотропии расщепления линии циклотронного резонанса.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. При резонансном туннелировании спин-поляризованных электронов через двухбарьерную структуру из А₃В₅-материалов возникает поверхностный ток вдоль интерфейса, который меняет направление и величину в зависимости от приложенного к структуре напряжения.

2. В неоднородном магнитном поле гамильтониан электрона третьего порядка по кинематическому импульсу $\hat{\mathbf{K}}$ в А₃В₅-полупроводнике содержит две константы: помимо члена типа члена Дрессельхауза появляется спин-зависимый член, содержащий градиенты компонент магнитного поля $\nabla \mathcal{H}_i$, но не содержащий оператора $\hat{\mathbf{K}}$.

3. Анизотропия спинового расщепления уровней Ландау электронов в объёмном А₃В₅-полупроводнике в сильном магнитном поле определяется двумя константами γ и η в гамильтониане четвёртого порядка по $\hat{\mathbf{K}}$, квадратично зависит от величины магнитного поля $\mathcal{H}$ и зависит от направления магнитного поля $\mathbf{h} = \mathcal{H}/\mathcal{H}$.

относительно кристаллографических осей $\langle 100 \rangle$ как линейная комбинация кубических инвариантов четвёртого и шестого порядков $h_x^2 h_y^2 + h_x^2 h_z^2 + h_y^2 h_z^2$ и $h_x^2 h_y^2 h_z^2$.

4. Магнитокристаллическая анизотропия n -легированного объёмного A_3B_5 -полупроводника в сильном магнитном поле обусловлена анизотропным спиновым расщеплением основного уровня Ландау электрона и анизотропией эффективной массы электрона.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на семинарах лабораторий Физико-технического института им. А. Ф. Иоффе, на Российской конференции по физике полупроводников (Екатеринбург, 2007), на Молодёжной всероссийской конференции по физике полупроводников и полупроводниковых структур (Санкт-Петербург, 2006), на международных конференциях “Nanostructures: Physics and Technology” (Санкт-Петербург, 2006), “Winterschool on New Developments in Solid State Physics” (Бад Хофгастейн, Австрия, 2008).

Публикации. По результатам исследований, проведенных в диссертации, опубликовано 5 статей (их список приведен в конце диссертации).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, трёх приложений и списка литературы. Диссертация содержит 110 страницы текста, включая 19 рисунков и 3 таблицы. Список цитируемой литературы содержит 92 наименований.

Первая глава “Спин-зависимое резонансное туннелирование” посвящена теоретическому исследованию влияния спин-орбитального взаимодействия в виде члена Дрессельхауза на резонансное туннелирование электронов через двухбарьерную структуру. Найден спин-зависимый коэффициент прохождения электронов через структуру, рассчитаны величины эффекта спиновой ориентации электронов при туннелировании и туннельного спин-гальванического эффекта в зависимости от приложенного напряжения на барьере.

Во второй главе “Гамильтониан Дрессельхауза в магнитном поле” спин-зависимый K^3 -гамильтониан электрона метода эффективной массы, в отсутствии

магнитного поля являющийся гамильтонианом (1), обобщается на случай присутствия неоднородного магнитного поля. Кроме того, обсуждается связь способов записи спин-орбитального K^3 -члена в однородном магнитном поле и рассчитываются поправки от него к состояниям двумерных электронов в однородном магнитном поле вдоль слоя.

Третья глава “Анизотропия зоны проводимости объёмного полупроводника в сильном магнитном поле” посвящена расчёту анизотропии спин-расщеплённых уровней Ландау электронов в объёмном A_3B_5 -полупроводнике (иногда говорят, анизотропии сдвига и g -фактора уровней Ландау). Проведённый анализ экспериментальных данных по расщеплению линии циклотронного резонанса в сильном магнитном поле, видимо, подтверждает полученную формулу для анизотропии g -фактора. В Главе 3 также рассчитана анизотропия намагниченности объёмного полупроводника в сильном магнитном поле за счёт электронов на основном уровне Ландау.

В **Заключении** сформулированы некоторые комментарии к полученным в диссертации результатам.

В **Приложениях А и В** приведены громоздкие выкладки, посвящённые расчёту туннельной прозрачности двухбарьерной структуры при наличии приложенного к ней напряжения. В **Приложении С** дан теоретико-групповой вывод общей формы спин-зависимого кубического по оператору $\hat{K}$ гамильтониана вблизи Γ -точки (представление $\mathcal{D}^{1/2}(g)$) в кристалле симметрии T_d .

Формулы, рисунки и таблицы диссертации нумеруются по главам, нумерация литературы единая для всего текста.

Глава 1

Спин-зависимое резонансное туннелирование

1.1 Обзор литературы: спин-зависимое туннелирование в магнитных и немагнитных структурах, фильтрация и детектирование спина, нерезонансные и резонансные структуры

Как обсуждалось во Введении, в последнее время большое внимание привлекает к себе проблема транспорта спин-поляризованных носителей в полупроводниковых структурах с целью создания спиновых детекторов и инжекторов. Первоначально основное внимание было направлено на изучение спин-зависимого транспорта и спиновой динамики электронов в структурах на основе магнитных материалов [1]. Так, экспериментально и теоретически изучался спин-зависимый транспорт электронов в гетероструктурах на основе полумагнитных растворов типа GaMnAs [25],[26], в слоистых структурах “полупроводник – ферромагнетик” [27], “ферромагнетик – полупроводник – нормальный металл” [28], а также в квантовых структурах с так называемыми магнитными барьерами [29]. Фильтрация спина в структурах на основе материалов типа GaMnAs может быть основана на том, что в разных слоях структуры сильно различна величина g -фактора [25]. При инжекции равновесных электронов из области с большим g -фактором в области с маленьким g -фактором эти электроны обладают значительной неравновесной спи-

новой поляризацией. В работах [26] изучалось спин-зависимое туннелирование в резонансной двухбарьерной структуре во внешнем магнитном поле. Расщепление пика туннельного тока на вольт-амперной характеристике связывалось с зеемановским расщеплением резонансного уровня в центральной яме.

Все описанные в предыдущем абзаце способы управления спином являются “магнитными”: они основаны на использовании зеемановского взаимодействия электрона в полупроводнике или инжекции электронов из материалов с магнитным упорядочением. Существует также возможность осуществлять контроль за спином электрона в полупроводнике при помощи спин-орбитального взаимодействия. Оно значительно меньше по величине зеемановского взаимодействия для обычно используемых внешних магнитных полей, но зато спин-орбитальное взаимодействие существует и в отсутствии магнитного поля, что позволяет применять для управления спином электронов электрические методы. Впервые на возможность создания спинового фильтра на основе туннелирования через несимметричный барьер в немагнитных полупроводниках было указано в работах [30],[31]. Влияние спина на движение электронов в [30],[31] учитывалось введением в эффективный гамильтониан слагаемого Бычкова-Рашбы [32], связанного с асимметричной формой потенциала барьера. Возможность получать поляризацию носителей в трёхбарьерной гетероструктуре, где асимметрия создаётся за счёт легирования, была проанализирована в работе [33]. В работе [6] была построена теоретическая модель спинового инжектора на основе одиночного симметричного барьера из A_3B_3 -материала, где член Бычкова-Рашбы отсутствует, а спин-орбитальное взаимодействие является определяемым кристаллической решёткой дрезсельхаузовским взаимодействием.

С другой стороны, представляет интерес задача создания анализатора степени поляризации носителей. Для этой цели, как и для создания спинового фильтра, также могут быть использованы немагнитные полупроводниковые структуры с достаточно большой величиной спин-орбитального взаимодействия. Тун-

нельный спин-гальванический эффект, состоящий в генерации электрического тока в плоскости интерфейса на одном контакте гетероструктуры под действием спиновой поляризации носителей на другом контакте, был предсказан в статье [7]. Этот эффект является туннельным аналогом обычного (оптического) спин-гальванического эффекта для двумерных электронов в квантовой яме, который состоит в том, что спиновая поляризация электронов (созданная циркулярно поляризованным светом) приводит к электрическому току [34]. Ясно, что туннельный спин-гальванический эффект даёт возможность определять спиновую поляризацию электронов достаточно точным измерением тока вдоль интерфейса барьера.

В настоящей главе рассматриваются эффекты, возникающие при резонансном туннелировании спин-поляризованных электронов через двухбарьерные немагнитные гетероструктуры из полупроводников с решёткой цинковой обманки. Вычисляется спин-зависимая туннельная прозрачность двухбарьерной структуры, на основе чего рассчитываются величины туннельного тока спин-поляризованных электронов через структуру, поверхностного тока туннельного спин-гальванического эффекта, а также спиновой ориентации, возникающей при туннелировании выстроенных по импульсу электронов. Изучается влияние на эти эффекты электрического напряжения, приложенного между контактами гетероструктуры. Напряжение позволяет сдвигать резонансный уровень, через который происходит туннелирование, тем самым эффективно регулировать прозрачность гетероструктуры для электронов с заданными значениями энергии и спина. Рассмотренные эффекты открывают возможность создания на основе двухбарьерной структуры из A_3B_3 -материалов спинового инжектора и спинового детектора, работа которых контролируется приложенным к структуре напряжением.

1.2 Спин-зависимая туннельная прозрачность двухбарьерной структуры

Рассмотрим туннелирование электрона через гетероструктуру, изображённую на Рис. 1.1. Будем для определённости проводить рассмотрение на примере структуры, выращенной на основе AlGaSb-растворов. Структура предполагается выращенной так, что нормаль к интерфейсам направлена вдоль одной из главных кристаллографических осей $\langle 001 \rangle$. Растворы $\text{Ga}_x\text{Al}_{1-x}\text{Sb}$ обладают решёткой типа цинковой обманки, то есть решёткой с симметрией T_d , не имеющей центра инверсии, и, следовательно, допускают в гамильтониане кубические слагаемые. Направим оси x , y и z вдоль кристаллографических осей $[100]$, $[010]$ и $[001]$. В качестве подложки (коллектора) и кэп(сар)-слоя (эмиттера) выбран раствор $\text{Al}_{0.15}\text{Ga}_{0.85}\text{Sb}$ с концентрацией электронов $n = 3.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, что соответствует энергии Ферми вырожденного электронного газа $E_F = 10 \text{ мэВ}$. Барьеры выращены из раствора $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{Sb}$; яма представляет собой чистый GaSb. Если выбрать ширину барьера $b = 6.0 \text{ нм}$, а ширину ямы $a = 2.6 \text{ нм}$, то резонансный уровень в такой структуре лежит около дна зоны проводимости эмиттера. Это позволяет регулировать прозрачность гетероструктуры приложенным внешним напряжением.

Пусть $\mathbf{k}_{\parallel}$ - волновой вектор движения электронов в плоскости интерфейсов, а k_z - волновой вектор движения электронов вдоль оси z (направления туннелирования). В отсутствии напряжения движение электрона описывается гамильтонианом:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} + U(z) + \hat{H}_{\text{SO}}. \quad (1.1)$$

Здесь m^* - эффективная масса электрона, которая считается одинаковой для всей гетероструктуры, $\hat{H}_{\text{SO}}$ - гамильтониан Дрессельхауза (1), $U(z)$ - потенциал гетероструктуры (энергия электрона отсчитывается от дна зоны проводимости в эмиттере), его величина в барьере - $V_b = 230 \text{ мэВ}$, в яме - $V_w = -200 \text{ мэВ}$. Для $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{Sb}$ константа γ в члене $\hat{H}_{\text{SO}}$ составляет $76 \text{ эВ} \cdot \text{\AA}^3$, для GaSb - $187 \text{ эВ} \cdot \text{\AA}^3$ [35]. Будем изучать туннелирование электронов с кинетическими энергиями ε (в

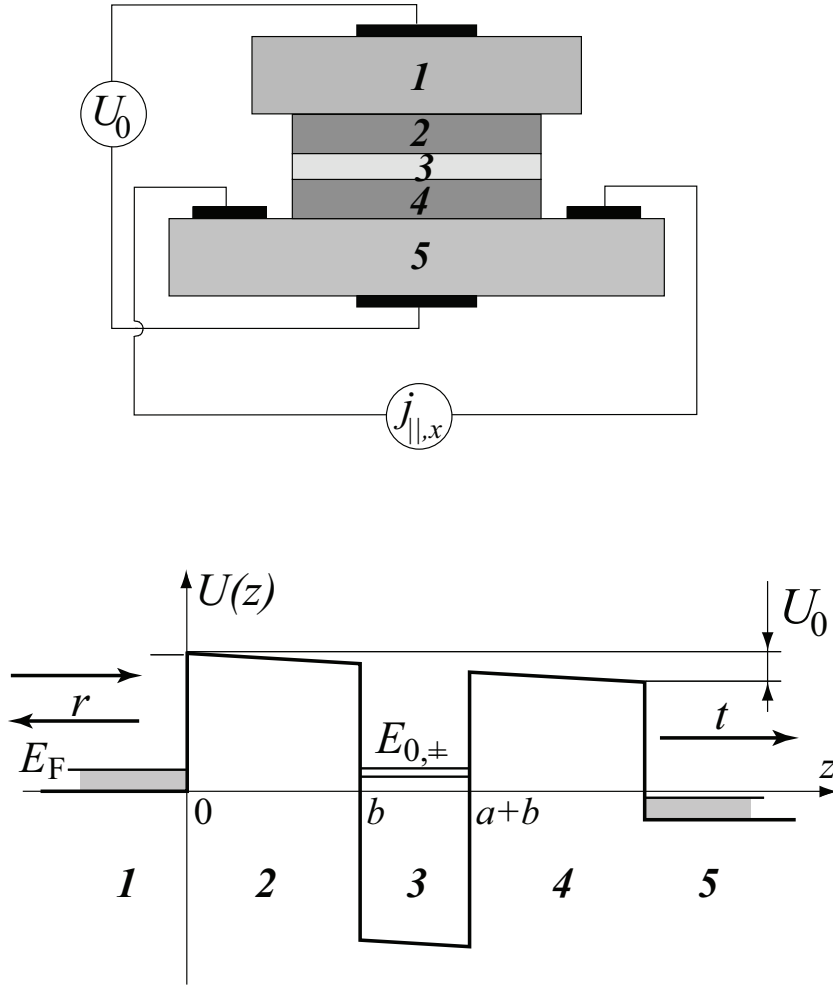


Рис. 1.1: Схема и зонная диаграмма исследуемой двухбарьерной гетероструктуры. На подложке из раствора $\text{Al}_{0.15}\text{Ga}_{0.85}\text{Sb}$ выращиваются слои ямы (состава GaSb) и барьеров (состава $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{Sb}$) толщинами порядка десятков ангстрем, а также кэп-слой (состава $\text{Al}_{0.15}\text{Ga}_{0.85}\text{Sb}$). Подложка, слой 5, служит коллектором; кэп-слой, слой 1, – эмиттером. Между коллектором и эмиттером прикладывается напряжение U_0 . К подложке подведены контакты, позволяющие измерять поверхностный ток $j_{||,x}$.

эмиттере и коллекторе), существенно меньшими глубины ямы и высоты барьера, что позволяет, оставить в гамильтониане $\hat{H}_{\text{SO}}$ только линейные по волновым векторам k_x , k_y члены и записать $\hat{H}_{\text{SO}}$ для слоёв 2-4 (ямы и барьеров) следующим образом:

$$\hat{H}_{\text{SO}} = \gamma(\hat{\sigma}_x k_x - \hat{\sigma}_y k_y) \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (1.2)$$

В слоях 1 и 5 (коллектора и эмиттера) в этом приближении нужно считать $\hat{H}_{\text{SO}} =$

0, так как член $\hat{H}_{\text{SO}}$ в коллекторе и эмиттере имеет порядок γk_{F}^3 , в слоях ямы и барьера – $\gamma k_i^2 k_{\text{F}}$, а по предположению $k_i \gg k_{\text{F}}$ ($k_i = \sqrt{2m^*V_i}/\hbar$, $i = 2, 3, 4$).

Пусть между коллектором и эмиттером прикладывается напряжение U_0 . Оно падает преимущественно на слоях барьера и ямы (см. Рис. 1.1), так как слои коллектора и эмиттера являются очень хорошими проводниками тока из-за высокого уровня легирования по сравнению со слоями барьера и ямы. Будем считать электрическое поле, возникающее в слоях ямы и барьера за счёт U_0 , достаточно малым, так что вызванное им искажение гетероструктуры много меньше высоты барьеров и глубины ямы: $eU_0 \ll V_{\text{b,w}}$. Это позволит рассматривать его как малое возмущение и пренебречь эффектом Рашбы, как будет показано ниже. Итак, гамильтониан, описывающий туннелирование электрона, записывается в виде:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} + U(z) + \hat{H}_{\text{SO}} + \chi(z)e\mathcal{E}z, \quad (1.3)$$

где $\mathcal{E} = -U_0/(2b+a)$ – электрическое поле в слоях 2-4, функция $\chi(z)$ равна единице в слоях 2-4 и нулю в слоях 1 и 5.

Проведём оценку, показывающую, что в данной задаче слагаемое Дрессельхауза превалирует над слагаемым Бычкова-Рашбы, связанным с прикладываемым напряжением. Для этого сравним величины спин-орбитального расщепления резонансного уровня энергии в центральной яме для этих двух механизмов спин-орбитального взаимодействия. Для эффекта Дрессельхауза расщепление также, как и для эффекта Бычкова-Рашбы, является линейным по волновому вектору движения электрона в плоскости xy : $\Delta E_{\pm} = \pm \alpha k_{\parallel}$. Для коэффициента этой линейной зависимости для случая гамильтониана Дрессельхауза можно получить:

$$\alpha_{\text{D}} = \frac{2\gamma m^* V_{\text{w}}}{\hbar^2} \left(1 + \frac{2\hbar}{\sqrt{2m^* V_{\text{w}} a}} \right)^{-1}.$$

При выбранных значениях параметров это расщепление составляет 9.7 мэВ·нм. Для расщепления Рашбы, следуя работе [36], имеем:

$$\alpha_{\text{R}} = \frac{\hbar^2 P^2}{12m_0^2} e\mathcal{E} \left[\frac{1}{E_g^2} - \frac{1}{(E_g + \Delta_0)^2} \right],$$

где P - параметр Кейна, E_g - ширина запрещённой зоны в яме (GaSb), Δ_0 - спин-орбитальное расщепление валентной зоны. Получаем, что $\alpha_R < 1$ мэВ·нм в интересующем нас интервале полей $\mathcal{E} < 32$ кВ/см. Заметим, что в рассматриваемой структуре могут существовать расщепления Бычкова-Рапбы в правом и левом барьерах за счёт скачка электрического поля на интерфейсах (в центральной симметричной яме, как известно, взаимодействие бычкова-Рапбы равно нулю). Однако, для простоты не будем рассматривать расщепления Бычкова-Рапбы в барьерах, имея в виду, что спин-зависимая прозрачность структуры в основном определяется спиновым расщеплением резонансного уровня в центральной яме (см. далее).

В силу вида гамильтониана (1.2) волновую функцию электрона с волновым вектором $\mathbf{k}_{||}$ в плоскости интерфейсов, следуя [7], будем искать в виде:

$$\psi_{\mathbf{k}_{||},\pm} = \chi_{\mathbf{k}_{||},\pm} u_{\pm}(z) e^{i \boldsymbol{\varrho} \cdot \mathbf{k}_{||}}, \quad (1.4)$$

где $\boldsymbol{\varrho} = (x, y)$. Спиноры $\chi_{\mathbf{k}_{||},\pm}$ выбираются так, чтобы они диагонализировали гамильтониан Дрессельхауза (1.2):

$$\chi_{\mathbf{k}_{||},\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp e^{-i\varphi} \end{pmatrix}, \quad (1.5)$$

где φ - полярный угол в плоскости волновых векторов $\mathbf{k}_{||}$.¹ Относящиеся к полученным спиновым состояниям (1.5) величины будем обозначать индексами $\pm$. Значения спина электрона в полученных состояниях оказываются равными:

$$\mathbf{s}_{\pm}(\mathbf{k}_{||}) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mp \cos(\varphi) & \pm \sin(\varphi) & 0 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

Отметим, что направление спина $\mathbf{s}_{\pm}(\mathbf{k}_{||})$ есть зеркальное отражение направления волнового вектора в плоскости xz или yz в зависимости от знака спинового состояния. После подстановки волновой функции (1.4) в уравнение Шредингера с гамильтонианом (1.3) получим уравнение для функций $u_{\pm}(z)$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_{i,\pm}} \frac{d^2 u_{\pm}}{dz^2} + U(z) u_{\pm} + e\mathcal{E}z u_{\pm} = \varepsilon_z u_{\pm}. \quad (1.7)$$

¹Знаки “+” и “−” отвечают волновым функциям, которые соответствуют верхнему $E_{0,+}$ и нижнему $E_{0,-}$ подуровню резонансного уровня E_0 в центральной яме.

Здесь $\varepsilon_z = \hbar^2 k_z^2 / 2m^*$, k_z - волновой вектор, соответствующий функции $u_{\pm}$, введена величина $m_{i,\pm}$, означающая зависимость от волнового вектора эффективную массу в слое i , равную соответственно

$$m_{i,\pm} = \frac{m^*}{1 \pm \frac{2\gamma_i m^* k_{||}}{\hbar^2}}, \quad (1.8)$$

где γ_i - константа Дрессельхауза, своя в каждом слое. Напомним, что $\gamma_{1,5} = 0$ (нет спин-орбитального взаимодействия в областях коллектора и эмиттера). Как обычно при рассмотрении туннелирования, будем решать уравнение (1.7) с граничными условиями $u_{\pm}(z) = e^{ik_z z} + r_{\pm} e^{-ik_z z}$, $z \rightarrow -\infty$, $u_{\pm}(z) = t_{\pm} e^{ik_{r,z} z}$, $z \rightarrow +\infty$, где $k_{r,z} = \sqrt{2m^*(\varepsilon_z + eU_0)}/\hbar$.

При приложении напряжения на структуре резонансные уровни опускаются вниз, что приводит к резкому спин-зависимому изменению прозрачности структуры для фиксированного электронного состояния. Для количественного описания этого необходимо решать уравнение (1.7) с условиями непрерывности на интерфейсах волновой функции и потоков с массами $m_{i,\pm}$. Его решения в каждом слое $i = 2 - 4$ с потенциалом V_i выражаются через функции Эйри :

$$u_{i,\pm}(z) = c_{A,i,\pm} \text{Ai}(\xi) + c_{B,i,\pm} \text{Bi}(\xi), \quad (1.9)$$

$$\xi = 2 m_{i,\pm} (-\varepsilon_z + V_i - e\mathcal{E}z) (2 m_{i,\pm} e \mathcal{E} \hbar)^{-\frac{2}{3}}$$

Однако, численные расчёты, использующие волновые функции в форме (1.9), оказываются весьма трудоёмкими. Был предложен метод приближённого решения этой задачи. Реальный потенциал гетероструктуры в присутствии электрического поля заменяется ступенчатым, так что значение ступенчатой потенциальной энергии в каждом слое равно реальной потенциальной энергии электрона $U(z) + e\mathcal{E}z$ в середине слоя. В Приложении А обсуждается степень точности такого приближения на примере задачи с одиночным барьером. Используя функции (1.9) был численно найден коэффициент прохождения $D_{\pm}(\varepsilon_z, k_{||})$ электронов, налетающих слева на гетероструктуру для точного потенциала $U(z) + e\mathcal{E}z$.

Для ступенчатого потенциала была получена аналитическая формула амплитуды прошедшей волны $t_{\pm}(\varepsilon_z, k_{||})$, и, следовательно, и для коэффициента прохождения $D_{\pm}(\varepsilon_z, k_{||}) = |t_{\pm}(\varepsilon_z, k_{||})|^2 k_{r,z}/k_z$ (см. Приложение В, здесь обозначено $k_{r,z} = \sqrt{2m^*(\varepsilon + e\mathcal{E})}/\hbar$ – волновой вектор в коллекторе электрона с волновым вектором k_z в эмиттере). Результаты расчётов двумя этими методами согласовывались с хорошей точностью см. Приложение А, поэтому в дальнейшем при расчёте туннельного тока и аналогичных интегральных величин будет использоваться полученная в Приложении В аналитическая формула для приближённого ступенчатого потенциала.

На Рис. 1.2 представлена зависимость $D_{\pm}(\varepsilon_z, k_{||})$ от $\varepsilon_z = \hbar^2 k_z^2 / 2m^*$ – кинетической энергии движения электронов вдоль оси z . Видно, что эта зависимость имеет резонансный характер. Положение резонанса с хорошей точностью определяется уровнем размерного квантования электрона в центральной яме при бесконечно широких барьерах (см. Приложение В). Приложение электрического поля смещает резонансный уровень в сторону меньших энергий ε_z вплоть до его полного исчезновения. На резонансном уровне электрон живет некоторое время $\tau_{\pm}$ в процессе туннелирования. Ширина резонансных уровней $\Gamma_{\pm} \sim \hbar/\tau_{\pm}$ определяет “интегральную” прозрачность структуры для газа электронов в эмиттере с энергией Ферми $0 < E_{0,\pm} < E_F$.

Величина расщепления резонансного уровня E_0 для двух спиновых состояний $\chi_{\mathbf{k}_{||},\pm}$ линейно зависит от волнового вектора $k_{||}$ движения электронов в плоскости xy . На Рис. 1.3 представлены вычисленные значения резонансных уровней для “+” и “–” спиновых состояний как функции волнового вектора в плоскости интерфейсов при различных значениях приложенного напряжения.

Туннелирование электрона в произвольном спиновом состоянии описывается путём разложения его спинора по базисным (1.5). Введём матрицу туннельной прозрачности, которая определяет соотношение между значениями волновой

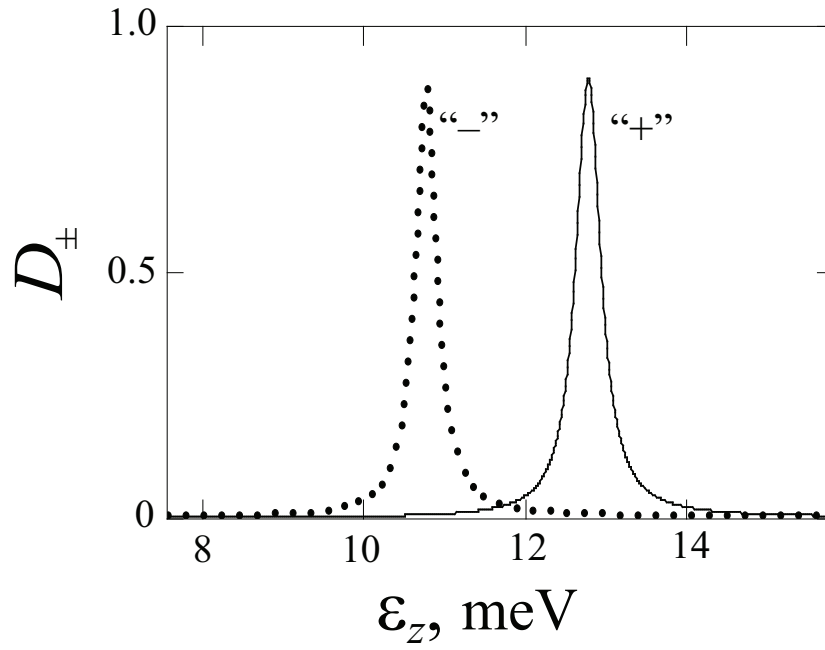


Рис. 1.2: Коэффициент прохождения $D_{\pm} = |t_{\pm}|^2 k_{r,z}/k_z$ электронов в состояниях “+” и “-” как функция их кинетической энергии ε_z движения вдоль z -оси при $k_{||} = 10^6 \text{ см}^{-1}$. Электрическое поле в яме и барьерах $\mathcal{E} = 16 \text{ кВ/см}$ соответствует напряжению в $U_0 = 24 \text{ мВ}$.

функции с двух сторон структуры:

$$\psi(z = 0-) = T\psi(z = 2b + a+).$$

Для неё путём разложения произвольной волновой функции на базисные была получена формула была получена формула:

$$T = t_+ \chi_+ \chi_+^\dagger + t_- \chi_- \chi_-^\dagger. \quad (1.10)$$

1.3 Туннельный ток спин-поляризованных электронов и туннельный спин-гальванический эффект

Рассмотрим два объёма полупроводника (эмиттер и коллектор), разделённые двухбарьерной структурой (Рис. 1). Электроны из каждого объёма с волновым вектором, направленным в сторону границы, могут туннелировать в противо-

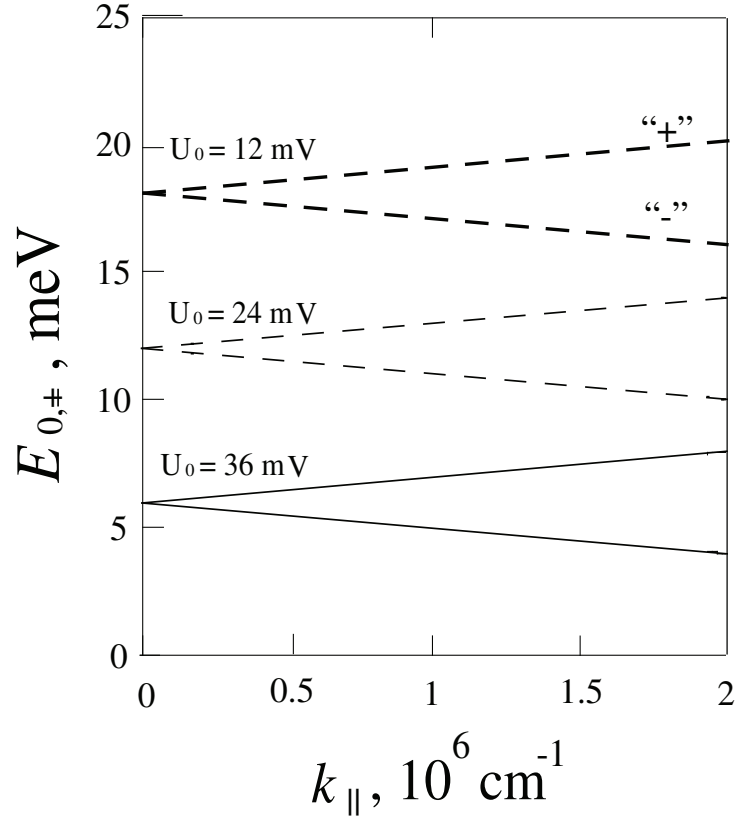


Рис. 1.3: Расщепление резонансной энергии (соответствующей максимуму $D_{\pm}(\varepsilon_z)$) в зависимости от волнового вектора $k_{\parallel}$ движения электрона в плоскости интерфейсов при различных приложенных напряжениях. Возрастающие ветви соответствуют “+”- состояниям, нисходящие – “-”.

ложный. Будем предполагать, что рассеяния электронов в процессе туннелирования не происходит. Пусть налетающие на барьер электроны поляризованы по спину, но термализованы в каждом спиновом состоянии и степень поляризации $p_s \ll 1$. Поэтому их матрица плотности в линейном по поляризации приближении имеет вид

$$\hat{\rho} = f_0 \hat{I} - \frac{2p_s}{\langle 1/\varepsilon \rangle} \frac{df_0}{d\varepsilon} (\mathbf{n}_s \cdot \hat{\sigma}), \quad (1.11)$$

где p_s – степень поляризации носителей, f_0 – равновесная (фермиевская) функция распределения, $\mathbf{n}_s$ – единичный вектор, направленный вдоль среднего спина носителей, $\langle 1/\varepsilon \rangle$ – средняя обратная кинетическая энергия носителей, $\hat{I}$ – единичная матрица 2×2 .

Используя матрицу туннельной прозрачности T , запишем выражение для туннельного тока электронов через структуру. Туннельный ток состоит из двух слагаемых, описывающих электроны, летящие из левого объёма в правый и из правого в левый и поэтому вычисляется по формуле [37]:

$$j_z = - \sum_{\mathbf{k}_{||}, k_z > 0} \frac{e v_{r,z}}{V_l} \text{tr}(T_{l \rightarrow r} \hat{\rho}_l T_{l \rightarrow r}^\dagger) - \sum_{\mathbf{k}_{||}, k_z < 0} \frac{e v_{l,z}}{V_r} \text{tr}(T_{r \rightarrow l} \hat{\rho}_r T_{r \rightarrow l}^\dagger) \quad (1.12)$$

Здесь V_l и V_r – нормировочный объём эмиттера и коллектора, ρ_l – матрица плотности вида (1.11) для электронов в эмиттере, $T_{l \rightarrow r} \equiv T$ – матрица туннельной прозрачности для электронов, туннелирующих из эмиттера в коллектор, $v_{r,z} = \sqrt{2[\varepsilon_z + eU_0]/m^*}$ – скорость электрона в коллекторе с энергией ε_z в эмиттере, во втором слагаемом величины имеют аналогичный смысл для электронов, туннелирующих из коллектора в эмиттер. Будем считать, что параметры структуры (E_F и положение резонансных уровней $E_{0,\pm}$) таковы, что ток электронов их коллектора в эмиттер (второе слагаемое в формуле (1.12)) всегда экспоненциально мал. Для этого нужно, чтобы при напряжении U_0 , когда резонансные уровни спускаются до энергии Ферми в эмиттере, энергия Ферми в коллекторе находилась бы уже ниже отметки $\varepsilon = 0$ в коллекторе (см. Рис. 1.1). При вычислении матричных элементов скорости в коллекторе и в эмиттере, как и при расчёте $D_\pm$ в предыдущем параграфе, пренебрегаем слагаемым Дрессельхауза. Не связанная со спиновой поправкой к матрице плотности часть туннельного тока определяется выражением:

$$j_{0,z} = -\frac{em^*\epsilon_0^2}{4\pi^2\hbar^3} \tilde{I}_j, \quad (1.13)$$

где $\epsilon_0 = \hbar^2/(m_0 a_0^2)$, $a_0 = 1$ нм – характерная длина этой задачи, $\tilde{I}_j$ – безразмерная величина порядка $E_F \Gamma_\pm / \epsilon_0^2$ при открытом резонансном уровне и экспоненциально малая при закрытом, определяемая коэффициентами прохождения $D_\pm$:

$$\tilde{I}_j = \int_0^\infty d\tilde{\varepsilon}_z \int_0^\infty d\tilde{\varepsilon}_{||} f_0[(\tilde{\varepsilon}_{||} + \tilde{\varepsilon}_z)\epsilon_0] [D_+(\tilde{\varepsilon}_z, \tilde{\varepsilon}_{||}) + D_-(\tilde{\varepsilon}_z, \tilde{\varepsilon}_{||})]$$

где $\tilde{\varepsilon}_z$ и $\tilde{\varepsilon}_{||}$ – кинетические энергии движения электронов вдоль оси z и в плоскости интерфейсов в единицах ϵ_0 .

Из уравнений (1.11) и (1.12) можно получить выражение для зависящей от $\mathbf{n}_s$ связанной с поляризацией электронов поправки к туннельному току в линейном по поляризации приближении:

$$\Delta j_z = -\frac{em^*\epsilon_0^2}{4\pi^2\hbar^3} \frac{2p_s}{\langle 1/\epsilon \rangle \epsilon_0} \int_0^\infty d\tilde{\epsilon}_z \int_0^\infty d\tilde{\epsilon}_\parallel \frac{df_0}{d\tilde{\epsilon}} [(\tilde{\epsilon}_\parallel + \tilde{\epsilon}_z)\epsilon_0] \times \quad (1.14)$$

$$\times [D_+(\tilde{\epsilon}_z, \tilde{\epsilon}_\parallel) \overline{(\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{s}_+)} + D_-(\tilde{\epsilon}_z, \tilde{\epsilon}_\parallel) \overline{(\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{s}_-)}] .$$

Скалярные произведения $(\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{s}_+)$, $(\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{s}_-)$ усреднены по азимутальному углу волнового вектора $\mathbf{k}_\parallel$ (углу φ), который определяет направления спинов $\mathbf{s}_\pm$ электронов согласно уравнению (1.6). Это усреднение приводит к обращению в нуль поправки Δj_z .

Точечная группа несимметричной гетероструктуры (в данном случае за счёт приложенного напряжения U_0) - это $\mathbf{C}_{2v}$: ось C_2 параллельна оси z , плоскость отражения σ_v натянута на вектора $\mathbf{e}_z$ и $(\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$.² Для эффекта возникновения дополнительных токов $\Delta \mathbf{j}$ к основной к основной части туннельного тока $j_{0,z}$ за счёт наличия среднего спина $\mathbf{s}$ у электронов в эмиттере в линейном приближении по $\mathbf{s}$ имеем соотношение:

$$\Delta \mathbf{j} = B \mathbf{s} ,$$

где B – тензор эффекта. Можно показать с помощью прямого перебора преобразований группы $\mathbf{C}_{2v}$, что тензор B должен иметь вид:

$$B = \begin{pmatrix} B_1 & -B_2 \\ B_2 & -B_1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} . \quad (1.15)$$

Нули в последней строке этого тензора означают, что и с симметрией точки зрения добавка к туннельному току (1.14) должно тождественно обращаться в нуль. Первые две строки тензора B описывают возможное возникновение тока

²Использованные формулы для расчёта туннельного тока j_z на самом деле обладают более высокой симметрией, не учитывающей наличие связанного с U_0 различия положительного и отрицательного направлений оси z , например, посредством члена Бычкова-Рашбы. Это обстоятельство, впрочем, здесь не будет существенно, на него обращается внимание для ссылки в дальнейшем при анализе ответа для спин-гальванического тока.

вдоль барьера, которое будет микроскопически изучено ниже в этом параграфе, и согласуются с видом аналогичного тензора спин-гальванического эффекта в квантовой яме [38].

Таким образом, туннельный ток не зависит от степени p_s и направления $\mathbf{n}_s$ спиновой поляризации электронного газа в линейном p_s приближении. Заметим, что недавно наблюдалась анизотропия туннельного тока через одиночный барьер в зависимости от направления поляризации налетающих электронов, но она была вызвана совместным действием членов Дрессельхауза и Бычкова-Рашбы и возникла в нелинейном по p_s режиме [28].

Рассмотрим возникновение поверхностного тока вдоль интерфейса в коллекторе за счёт спиновой поляризации электронов в эмиттере – туннельный спин-гальванический эффект в рассматриваемой структуре [7]. В двух состояниях с одной и той же энергией и противоположными $\mathbf{k}_{||}$ спины электрона $\mathbf{s}_{\pm}(\mathbf{k}_{||})$ направлены противоположно, поэтому, если через структуру проходят преимущественно электроны с энергией, соответствующей верхнему (“+”) или нижнему (“−”) спинового состоянию, и при этом электроны поляризованы по спину, то в силу связи $\mathbf{s}_{\pm}$ и $\mathbf{k}_{||}$ протуннелировавшие электроны в коллекторе будут обладать некоторым ненулевым импульсом в плоскости интерфейса. Это означает, что спиновая поляризация электронов в эмиттере будет приводить к электрическому току вдоль интерфейса в коллекторе [7]. При движении электронов вдоль оси z в коллекторе будет происходить рассеяние импульса протуннелировавших, поэтому ток сосредоточен только в некоторой области вблизи интерфейса шириной порядка длины свободного пробега электрона, то есть является поверхностным. Для вычисления этого поверхностного тока используется та же матрица плотности (1.11):

$$\mathbf{j}_{||} = - \sum_{\mathbf{k}_{||}, k_z > 0} \frac{e \tau_p v_{r,z} \mathbf{v}_{||}}{V_l} \text{tr}(T \hat{\rho}_l T^\dagger), \quad (1.16)$$

где τ_p - время релаксации импульса, $v_{r,z} = \sqrt{2[\varepsilon_z + e U_0]/m^*}$ – скорость электрона в коллекторе с энергией ε_z в эмиттере. Подставляя матрицу плотности в форме (1.11) в (1.16), мы получаем, что вклад от её главного слагаемого с равновесной

фермиевской функцией исчезает, и остаётся только член, линейный по поляризации p_s :

$$j_{||,x} = -j_{||} n_{s,x}, \quad j_{||,y} = j_{||} n_{s,y}$$

$$j_{||} = -\frac{e \tau_p p_s}{\langle 1/\varepsilon \rangle V_1} \sum_{\mathbf{k}_{||}, k_z > 0} \frac{df_0}{d\varepsilon} (\varepsilon_{||} + \varepsilon_z) [|t_+(\varepsilon_z, \varepsilon_{||})|^2 - |t_-(\varepsilon_z, \varepsilon_{||})|^2] v_{r,z} v_{||} \quad (1.17)$$

Полученная формула согласуется с феноменологически полученным видом (1.15) тензора B и соответствует тому $B_1 \neq 0$, $B_2 = 0$. В статье [38] показывается, что константа B_2 связана с асимметрией структуры вдоль оси z , именно, с членом Бычкова-Рашбы. Таким образом, равенство $B_2 = 0$ в нашем рассмотрении соответствует тому, что формулы для расчёта спин-зависимой туннельной прозрачности, основанные на одном взаимодействии Дрессельхауза, действительно обладают симметрией выше, чем C_{2v} .

На Рис. 1.4 приведены рассчитанные для рассматриваемой гетероструктуры туннельный и поверхностный токи для одинакового диапазона приложенных напряжений. Обсудим вид зависимости токов j_z и $j_{||}$ от напряжения U_0 . Пользуясь схемой расположения резонансных уровней $E_{0,\pm}$ относительно сферы Ферми в эмиттере (Рис. 1.5, см. также Рис. 1.1), на графиках Рис. 1.4 можно выделить следующие участки.

1) Токи отсутствуют (точнее, экспоненциально малы), резонансный уровень лежит выше уровня Ферми: $E_F < E_0$.

2) Резонансный уровень E_0 опускается ниже E_F в эмиттере, ток j_z растёт и достигает максимума при ~ 40 мВ. При этом первым заходит ниже уровня Ферми резонансный уровень для состояний “−”. В силу этого возникает ток $j_{||,x}$, направленный по оси x (см. (1.17), $df_0/d\varepsilon < 0$). При заходе резонансного уровня для состояния “+” ниже уровня Ферми поверхностный ток уменьшается, обращается в нуль и меняет знак. Напряжении, при котором ток $j_{||,x}$ меняет знак, близко к тому, при котором ток j_z максимален.

3) Участок, на котором происходит исчезновение резонансных уровней: сначала

“−”, а потом “+”, что сопровождается уменьшением тока j_z и появлением пика тока $j_{||,x}$ в противоположном направлении.

4) Резонансный уровень опускается ниже дна зоны проводимости в эмиттере, токи отсутствуют.

Как видно из Рис. 1.4(а), расхождение кривых $j_z(U_0)$, вычисленных с учётом спин-орбитального взаимодействия и в пренебрежении им, невелико и достигает наибольшей величины на участке “3”. Спиновое расщепление уровня E_0 (см. Рис. 1.5) приводит к тому, что с учётом расщепления с ростом U_0 резонансные уровни спускаются ниже точки $\varepsilon = 0$ в эмиттере менее резко за счёт зависимости $E_{0,\pm}$ от $k_{||}$, как бы в два этапа (сначала $E_{0,-}$, потом $E_{0,+}$). Это проявляется в дополнительном изгибе кривой $j_z(U_0)$ с учётом члена $\hat{H}_{SO}$ по сравнению с кривой $j_z(U_0)$ без учёта члена $\hat{H}_{SO}$ на участке “3”

Изменение знака тока $j_{||,x}$ с ростом U_0 связано с различной шириной Γ_+ и Γ_- резонансных подуровней $E_{0,\pm}$ и с тем фактом, что при различных U_0 каждый из подуровней $E_{0,\pm}$ может находиться выше или ниже заселённых состояний в эмиттере (см. Рис. 1.5). Говоря подробнее, при движении резонансного уровня относительно энергии Ферми в эмиттере электроны получают возможность проходить в основном через верхнее, оба или нижнее спиновые подуровни $E_{0,\pm}$ резонансного уровня. Это иллюстрируется нижней панелью Рис. 1.5. Когда открыты оба подуровня, тем не менее, есть разница во вкладах в $j_{||}$ для электронов в “+”- и “−”-состояниях из-за разной ширины и разного положения резонансов $E_{0,+}$ и $E_{0,-}$.

Данное качественное объяснение поведения зависимости $j_{||}(U_0)$ можно сделать количественным для случая полного вырождения электронного газа ($T=0$) и толстых барьеров, когда прозрачность структуры и производная функции распределения могут быть аппроксимированы дельта-функциями. Для прозрачности барьера имеем:

$$D_{\pm}(\varepsilon_z, \varepsilon_{||}) = \tilde{\Gamma}_{\pm}(\varepsilon_{||}) \delta(\varepsilon_z - E^{0,\pm}(\varepsilon_{||})).$$

Здесь $\tilde{\Gamma}_{\pm}(\varepsilon_{||}) = (\pi/2) \max_{\varepsilon_z} [D_{\pm}(\varepsilon_z, \varepsilon_{||})] \Gamma_{\pm}(\varepsilon_{||})$ – такое выражение обусловлено тем,

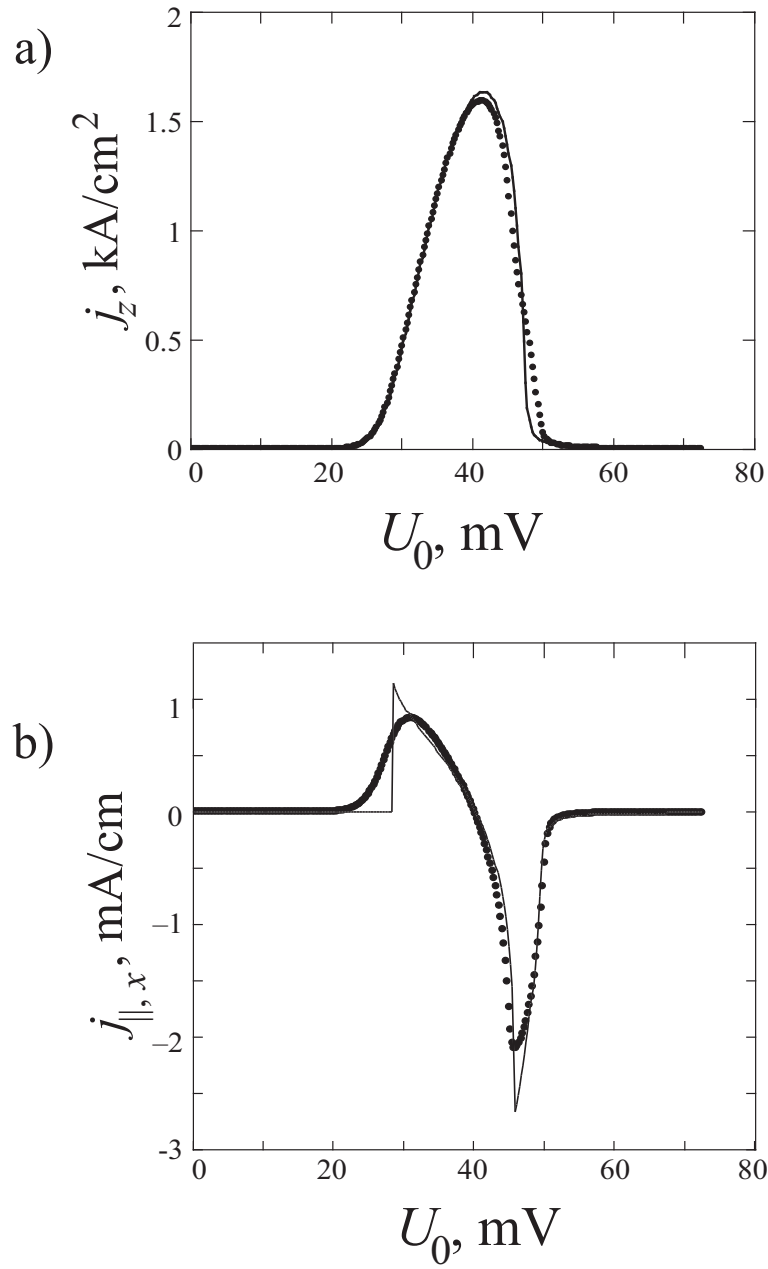


Рис. 1.4: Туннельный ток j_z (а) и составляющая $j_{x,\parallel}$ тока в плоскости интерфейса (б) как функции напряжения U_0 . Расчёты проведены для температуры 9 К, энергии Ферми 10 мэВ, степени поляризации $p_s = 0.1$, $n_{s,x} = 1$, $n_{s,y} = 0$, $\tau_p = 1$ пс. На панели а) точки соответствуют расчёту с учётом спин-орбитального взаимодействия, а тонкая сплошная линия – в пренебрежении им. На панели б) точки соответствуют численному расчёту с учётом температурного размытия функции распределения ($T = 9$ К) и конечности ширин $\Gamma_{\pm}$ резонансов; тонкая сплошная линия отвечает аналитическому расчёту для $T = 0$ и $\Gamma_{\pm} \rightarrow 0$.

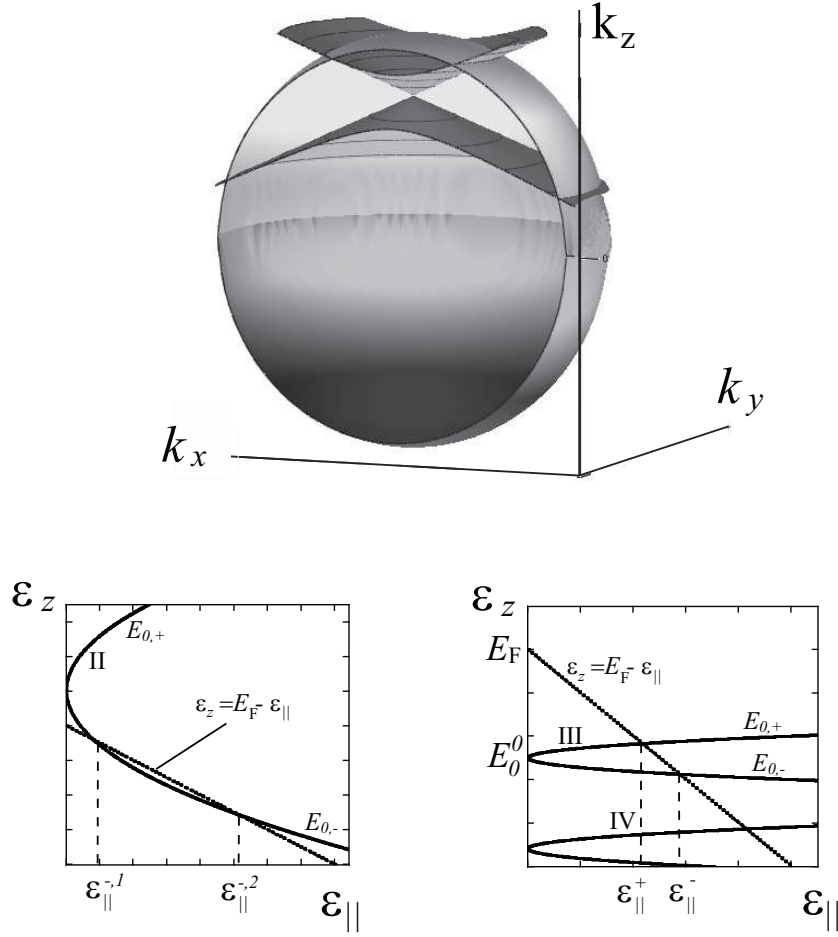


Рис. 1.5: Верхняя панель: сфера Ферми электронов в эмиттере и два конуса, соответствующих положению резонансных состояний $E_{0,\pm}(k_{||})$ в центральной яме. Нижняя панель: верхний рисунок в осях ϵ_z , $\epsilon_{||}$ при различных значениях $E_0^0 = E_{0,\pm}(k_{||} = 0)$.

что зависимость $D_{\pm}$ от ϵ_z имеет лоренцевский вид с шириной $\Gamma_{\pm}(\epsilon_{||})$ и максимальной высотой $\max_{\epsilon_z}[D_{\pm}(\epsilon_z, \epsilon_{||})]$ (см. Приложение В). В сумму в (1.17) вносит вклад та точка в плоскости $(\epsilon_z, \epsilon_{||})$, где одновременно отличны от нуля функция $D_{\pm}(\epsilon_z, \epsilon_{||})$ и функция $df_0/d\epsilon(\epsilon_{||} + \epsilon_z)$. Эти точки $(\epsilon_{||}^{\pm}, E_{0,\pm}(\epsilon_{||}^{\pm}))$ определяется уравнением:

$$E_F = \epsilon_{||} + E_{0,\pm}(\epsilon_{||}), \quad (1.18)$$

На Рис. 1.5 представлены возможные случаи расположения E_F и E_0^0 , когда у этого уравнения нет, есть два или одно решения разных типов. Соответствующие интервалы на оси $E_0^0 = E_{0,\pm}(0)$ задаются неравенствами:

I) $E_0^0 > E_F + \lambda^2/4$, где $\lambda = \alpha\sqrt{2m^*}/\hbar$, коэффициент α определяет расщепление резонансного уровня: $E_{0,\pm}(k_{||}) = E_0^0 \pm \alpha k_{||}$. Заметим, что обычно $E_F \gg \lambda^2$. У уравнения (1.18) корней нет.

II) $E_F < E_0^0 < E_F + \lambda^2/4$. У уравнения (1.18) два корня, соответствующие кривой $E_{0,-}$.

III) $\lambda\sqrt{E_F} < E_0^0 < E_F$. У уравнения (1.18) два корня, соответствующие кривым $E_{0,-}$ и $E_{0,+}$.

IV) $-\lambda\sqrt{E_F} < E_0^0 < \lambda\sqrt{E_F}$. У уравнения (1.18) один корень, соответствующий кривой $E_{0,+}$.

V) $E_0^0 < -\lambda\sqrt{E_F}$. У уравнения (1.18) корней нет.

Результат расчёта тока $j_{||}$ по формуле (1.17) можно представить в виде:

$$j_{||} = -\frac{e \tau_p p_s \sqrt{2m^*}}{4 \pi^2 \hbar^3 \langle 1/\varepsilon \rangle} \tilde{j}_{||}, \quad (1.19)$$

$$\tilde{j}_{||} = \sum_{\varepsilon_{||}^+} \frac{\sqrt{\varepsilon_{||}^+} \tilde{\Gamma}_+(\varepsilon_{||}^+)}{1 + \frac{dE_{0,+}(\varepsilon_{||}^+)}{d\varepsilon_{||}^+}} - \sum_{\varepsilon_{||}^-} \frac{\sqrt{\varepsilon_{||}^-} \tilde{\Gamma}_-(\varepsilon_{||}^-)}{1 + \frac{dE_{0,-}(\varepsilon_{||}^-)}{d\varepsilon_{||}^-}},$$

где суммы берутся по корням уравнения (1.18) и формально считаются нулём, если у уравнения (1.18) корней нет. В первом приближении по U_0 , положение точки E_0^0 зависит от U_0 линейно: $E_0^0(U_0) = E_0^0(U_0) - KU_0$, $K > 0$. Расчёт по формуле (1.19) с учётом неравенств I)-V) приводит к результату, что на участке II):

$$\tilde{j}_{||} \approx -2 \lambda \tilde{\Gamma}_-(0),$$

на участке III) $\tilde{j}_{||} = \tilde{j}_{||}^1 + \tilde{j}_{||}^2$, где:

$$\tilde{j}_{||}^1 \approx -\lambda [\tilde{\Gamma}_+(E_F - E_0^0) + \tilde{\Gamma}_-(E_F - E_0^0)],$$

$$\tilde{j}_{||}^2 \approx [\tilde{\Gamma}_+(E_F - E_0^0) - \tilde{\Gamma}_-(E_F - E_0^0)] \sqrt{E_F - E_0^0},$$

на участке IV):

$$\tilde{j}_{||} \approx \sqrt{E_F} \tilde{\Gamma}_+(E_F).$$

Знаки приближённого равенства в этих формулах означают главный член по параметру λ^2/E_F . Численный расчёт показывает, что в интервале III) при условии $E_0^0 \ll V_{w,b}$ справедливо $\tilde{\Gamma}_{\pm}(E_F - E_0^0) \sim \sqrt{E_0^0}[C_1 \pm (C_2 + C_3(E_0^0)^{-3/4})]$, на остальных интервалах $\Gamma_{\pm}$ рассчитывались только численно. На Рис. 1.4(b) приведён расчёт тока $j_{||}$ непосредственно по формуле (1.17) с учётом температурного размытия функции распределения и конечности ширин $\Gamma_{\pm}$ резонансных состояний и по полученным в этом абзаце аналитическим формулам. Как и следовало ожидать, результат численного расчёта отличается от аналитического ответа при $T = 0$ и $\Gamma_{\pm} \rightarrow 0$ замытием острых особенностей при переходе между I)-V) участками и небольшим изменением величины $j_{||}$.

Полученная зависимость поверхностного тока от приложенного напряжения открывает возможность создания регулируемого спинового детектора. В спиновом детекторе, построенном в соответствии со схемой на Рис. 1.1, будет измеряться проекция поверхностного тока $\mathbf{j}_{||}$ на направление между контактами. Разумно контакты расположить на осях x или y , тогда измеряться будет одна из компонент проекций поверхностного тока (1.17) на главные кристаллографические оси. Эти проекции тока пропорциональны соответствующим компонентам спиновой поляризации электронов $\mathbf{n}_s$. Тем самым становится возможным определять степень спиновой поляризации электронов зная её направление, и направление, зная её степень. Приложением поля можно эффективно управлять прозрачностью структуры, следовательно, и чувствительностью детектора.

1.4 Спиновая ориентация электронов при туннелировании

В двухбарьерной структуре возможен также эффект, обратный только что рассмотренному: возникновение спиновой поляризации электронов в коллекторе при наличии ненулевого среднего импульса в плоскости интерфейса в эмиттере (то есть электрического тока вдоль интерфейса). В равновесии распределение электро-

нов по скоростям в плоскости интерфейса аксиально симметрично, следовательно средний спин протуннелировавших носителей равен нулю. При приложении электрического поля в плоскости интерфейса у функции распределения появляется анизотропная добавка, и теперь преобладают электроны с некоторым направлением волнового вектора, определяемым внешним полем. В результате среди протуннелировавших электронов также будет преобладать определённое направление волнового вектора движения в плоскости, а, следовательно, и спина. Таким образом, природа этого эффекта аналогична природе спин-гальванического эффекта: совместное действие асимметрии прозрачности и асимметрии заселённости спин-зависимых состояний электрона.

Средний спин протуннелировавших электронов определяется отношением потока спина и потока числа частиц:

$$\mathbf{s} = \dot{\mathbf{S}} / \dot{N}$$

$$\dot{\mathbf{S}} = \sum_{\mathbf{k}_{||}, k_z > 0} f_1(\mathbf{k}) [D_+(\varepsilon_z, k_{||}) \mathbf{s}_+(\mathbf{k}_{||}) + D_-(\varepsilon_z, k_{||}) \mathbf{s}_-(\mathbf{k}_{||})] v_z \quad (1.20)$$

$$\dot{N} = \sum_{\mathbf{k}_{||}, k_z > 0} f_1(\mathbf{k}) [D_+(\varepsilon_z, k_{||}) + D_-(\varepsilon_z, k_{||})] v_z$$

где $\dot{\mathbf{S}}$ и $\dot{N}$ – потоки спина и числа частиц из эмиттера в коллектор, $v_z = \hbar k_z / m^*$ – скорость электрона в эмиттере,

$$f_1(\mathbf{k}_{||}) = -e\tau_p \frac{df_0}{d\varepsilon}(\mathbf{v}_{||} \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}_{||})$$

– анизотропная поправка в функции распределения электронов в эмиттере за счёт электрического поля. После преобразования из (1.21) получаем

$$s_x = \frac{1}{2} \frac{v_{d,x}}{v_d} p_s, \quad s_y = -\frac{1}{2} \frac{v_{d,y}}{v_d} p_s,$$

где

$$p_s = \frac{v_d m^*}{2\dot{N}} \sum_{\mathbf{k}_{||}, k_z > 0} \frac{df_0}{d\varepsilon}(\varepsilon_{||} + \varepsilon_z) [D_+(\varepsilon_z, k_{||}) - D_-(\varepsilon_z, k_{||})] v_{||} v_z, \quad (1.21)$$

где $\mathbf{v}_d = e\tau_p \mathcal{E}_{||}/m^*$ – дрейфовая скорость электрона. Заметим, что сумма в этой формуле такая же, как и в формуле (1.17) для поверхностного тока $j_{||}$. Это неудивительно в связи с родственной природой эффекта спиновой поляризации при туннелировании и туннельного спин-гальванического эффекта.

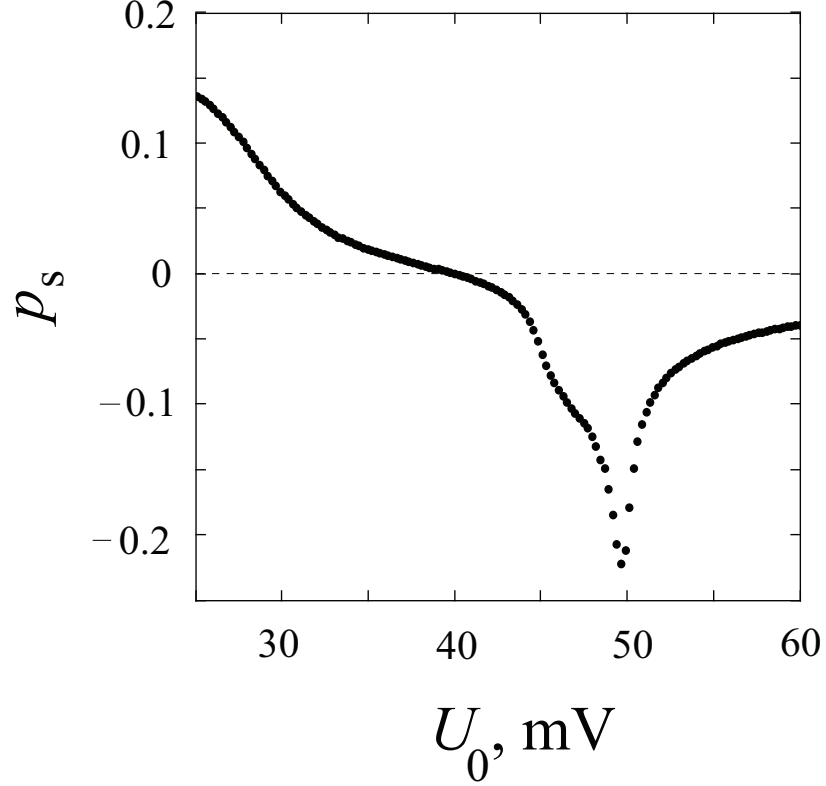


Рис. 1.6: Степень поляризации протуннелировавших электронов как функция напряжения U_0 . Расчёты проведены для дрейфовой скорости $v_d = 2.5 \cdot 10^6$ см/с и остальных параметром таких же, как для Рис. 1.4

На Рис. 1.6 приведена зависимость степени поляризации протуннелировавших электронов от напряжения в предположении, что в плоскости интерфейса приложено поле $\mathcal{E}_{||} = 75$ В/см, соответствующее дрейфовой скорости $v_d = 2.5 \cdot 10^6$ см/с. График приведён для интервала напряжений U_0 , при которых поток электронов $\dot{N} = -j_z/e$ существенно отличен от нуля (определяется туннелированием через резонансный уровень). Как видно из Рис. 1.6, зависимость $p_s(U_0)$ похожа на зависимость $j_{||}(U_0)$: при изменении U_0 поляризация меняет знак при напряжении,

близком к тому, при котором максимален туннельный ток; после смены знака появляется резкий пик.

Таким образом, рассмотренный эффект спиновой ориентации выстроенных по импульсу электронов при туннелировании через двухбарьерную структуру открывает возможность создания спинового инжектора, регулируемого приложенным к структуре напряжением. Прикладывая различные U_0 можно будет управлять величиной и направлением спиновой поляризации.

Глава 2

Гамильтониан Дрессельхауза в магнитном поле

2.1 Обзор литературы: метод эффективной массы и спин-зависимые поправки к электронным состояниям в магнитном поле

В работах [32],[39] изучались электронные состояния в присутствии магнитного поля в полупроводниковых материалах и структурах, обладающих осью симметрии высокого порядка и допускающих линейные по волновому вектору члены в гамильтониане (член Бычкова-Рашбы). Примером таких материалов служили объёмные полупроводники типа вюрцита [32] и гетероструктуры [39]. Спин-орбитальное взаимодействие учитывалось в рамках квадратичного приближения метода эффективной массы и приводило к своеобразному зависящему от магнитного поля и волнового вектора электрона расщеплению электронного спектра. Характерной особенностью полученного спектра являлось наличие петли экстремумов в дисперсии нижней спиновой подзоны. Как было сказано во Введении, в кубических полупроводниках без центра инверсии за снятие спинового вырождения зоны проводимости отвечает гамильтониан (1). Кубическая зависимость (1) от волнового вектора не позволяет непосредственно перенести подход статей [32],[39] изучения спин-орбитального взаимодействия в магнитном поле на случай кубического полупроводника.

Наличие магнитного поля, как ожидается при первом взгляде на эту проблему, должно приводить к тому, что в эффективном гамильтониане, $\hat{H} = \hbar^2 k^2 / (2m^*) + \hat{H}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$, волновой вектор $\mathbf{k}$ заменяется на оператор кинематического импульса $\hat{\mathbf{K}} = -i\partial/\partial\mathbf{r} + e\mathbf{A}/(c\hbar)$, где $\mathbf{A}$ – векторный потенциал магнитного поля $\mathcal{H}$ [40],[50]. Кроме того, к $\hat{H}$ добавляется зеемановский член $\hat{H}_Z = g\mu_B(\hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathcal{H})/2$, где g – g -фактор электрона проводимости в данном материале. При этом возникает следующая проблема. Компоненты обобщённого импульса $\hat{K}_i$ не коммутируют, и поэтому при их подстановке, например, в гамильтониан (1) не ясен заранее порядок их взаимного расположения в произведениях $\hat{K}_i^2 \hat{K}_j$. Как было показано в [40],[50], эта проблема порядка следования операторов не является существенной в квазиклассическом случае слабого магнитного поля, когда $[\hat{K}_i, \hat{K}_j] \sim e\mathcal{H}/c\hbar \ll K^2$. Заметим, что для члена $\hat{K}^2/2m^*$ [12] и для члена Бычкова-Рашбы [39],[32] проблема порядка следования $\hat{K}_i$ также не возникает из-за низкой степени одночленов от $\hat{K}$, входящих в эти гамильтонианы и, следовательно, отсутствия возможности опразования различных неэквивалентных комбинаций.

Для однородного магнитного поля сформулированная проблема в общем, для произвольного кристалла, была впервые рассмотрена в работах [12],[13]. В работе [41] был выписан конкретный, допустимый по симметрии, гамильтониан электрона в кубическом полупроводнике с решёткой цинковой обманки (полупроводник типа GaAs) до членов четвёртого порядка по $\hat{\mathbf{K}}$. В работе [42] были рассчитаны константы K^4 гамильтониана [41] в рамках 14-зонной модели зонной структуры полупроводника типа GaAs.

Для неоднородного магнитного поля вопрос построения гамильтониана эффективной массы электрона в A_3B_5 -полупроводнике решается в настоящей главе (грубо говоря, устанавливается порядок следования операторов $\hat{K}_i$ в члене типа $\hat{H}_{\text{SO}}$ в неоднородном магнитном поле). Также обсуждается связь способов записи члена типа $\hat{H}_{\text{SO}}$ в случае однородного магнитного поля.

Кроме того, в этой главе исследуются поправки за счёт спин-орбитального

члена типа члена $\hat{H}_{\text{SO}}$ к состояниям двумерных электронов в одиночной и двойной квантовых ямах на основе A_3B_5 -материалов в магнитном поле параллельно слою ямы. В статьях [43],[44],[45],[46] теоретически исследовалось влияние спин-орбитального взаимодействия в виде слагаемых Рашбы и Дрессельхауза на движение электронов в магнитном поле в одномерных и двумерных полупроводниковых структурах. В [43] исследовался спектр одномерных электронов, и было показано, что одновременный учёт членов Рашбы и Зеемана в эффективном гамильтониане приводит к специфическому расщеплению и модификации подзон одномерных электронов. В работах [44], [45],[46] рассматривалось движение двумерных электронов, проквантованное перпендикулярным к интерфейсам магнитным полем, и были получены формулы, описывающие модификацию уровней Ландау спин-орбитальным взаимодействием. В ряде работ (например, см. [47],[48],[49]), были экспериментально исследованы электронные состояния в двойных квантовых ямах во внешнем магнитном поле. Информация об электронном спектре получалась на основе измерения магнитосопротивления как функции магнитного поля, прикладываемаемого вдоль нормали к слоям гетероструктуры, параллельно слоям или при наличии обеих компонент поля - параллельной и перпендикулярной, - то есть в наклонных полях. В настоящей главе исследуются спин-орбитальные поправки к состояниям электрона в одиночной и двойной квантовых ямах, где основную роль в спин-орбитальном взаимодействии играет член Дрессельхауза. Это имеет место, например, в симметричных одиночных ямах и в симметричной двойных достаточно широких ямах, где отсутствует и мало влияние члена Бычкова-Рашбы.

2.2 Гамильтониан Дрессельхауза в однородном магнитном поле

Общий рецепт построения гамильтониана электрона $\hat{H}$ метода эффективной массы во внешнем магнитном поле в некотором порядке N по оператору $\hat{\mathbf{K}}$ относительно Γ -точки $\mathbf{k}_0 = 0$ состоит в следующем [13]. Гамильтониан $\hat{H}$ ищется в виде

линейной комбинации операторов $\hat{K}_i \hat{K}_j \hat{K}_k \dots \hat{\sigma}_t$, в которую входят все возможные одночлены по операторам $\hat{K}_i$ степени не выше N , $i, j, k, \dots = 1..3$, $t = 0..3$, $\hat{\sigma}_0$ – единичная матрица 2×2 , $\hat{\sigma}_{1,2,3}$ – матрицы Паули. При этом из большого числа возможных членов нужно оставить только те, которые образуют инварианты относительно преобразований точечной группы кристалла ¹ [51].

В работах [13],[14], [16] было показано, что в случае однородного магнитного поля гамильтониан $\hat{H}$ имеет вид суммы членов $(e\mathcal{H}/c\hbar)^n \hat{H}_n(\hat{\mathbf{K}})$, $n = 0 \dots [N/2]$, где $\hat{H}_n(\hat{\mathbf{K}})$ – полином от операторов $\hat{K}_i$, полностью симметризованный по всем $\hat{K}_i$ (для каждого одночлена $\hat{K}_i \hat{K}_j \hat{K}_k \dots$ берётся сумма всех возможных перестановок, делённая на их число), символ $[q]$ означает целую часть числа q . В случае отсутствия магнитного поля член $\hat{H}_0$ переходит в гамильтониан метода эффективной массы в отсутствии магнитного поля, поэтому на константы, содержащиеся в $\hat{H}_0$, накладывается некоторое требование соответствия константам гамильтониана $\hat{H}$ в отсутствии магнитного поля.

Таким образом, для электрона в произвольном магнитном поле в приближении эффективной массы в третьем порядке по $\hat{\mathbf{K}}$ имеем гамильтониан:

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m^*} \hat{K}^2 + \hat{H}^{(3)}(\hat{\mathbf{K}}) + \frac{1}{2} g \mu_B (\hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \boldsymbol{\mathcal{H}}), \quad (2.1)$$

где m^* – эффективная масса электрона, g – g -фактор электрона в кристалле в приближении эффективной массы, вычисляемый, например, в рамках модели Кейна [35], а $\hat{H}^{(3)}(\hat{\mathbf{K}})$ – наиболее общий допускаемый симметрией кубический по оператору $\hat{\mathbf{K}}$ оператор спин-орбитального взаимодействия, при $\mathcal{H} = 0$ переходящий в член Дрессельхауза. В Приложении С описано получение $\hat{H}^{(3)}(\hat{\mathbf{K}})$ методом инвариантов из симметричных соображений [51]. Оказалось, что $\hat{H}^{(3)}$ состоит из двух членов, аналогичных члену Дрессельхауза (1) за тем исключением, что каждое выражение вида $k_x(k_y^2 - k_z^2)$ заменяется на $\hat{K}_y \hat{K}_x \hat{K}_y - \hat{K}_z \hat{K}_x \hat{K}_z$ или на $[\hat{K}_x(\hat{K}_y^2 - \hat{K}_z^2) + (\hat{K}_y^2 - \hat{K}_z^2)\hat{K}_x]/2$. Таким образом, в гамильтониане содержатся две

¹Симметричный отбор допустимых членов значительно усложняется при построении гамильтониана в окрестности точки $\mathbf{k}_0 \neq 0$.

константы, сумма которых равна γ . Этот результат аналогичен полученному в [15] результату для бесспинового гамильтониана четвёртого порядка по волновому вектору для электрона вблизи Γ -точки в кубическом полупроводнике с центром инверсии. В случае, рассмотренном в [15], некоммутативность $\hat{K}_i$ приводит к возникновению в гамильтониане электрона нетривиального члена $\propto \mathcal{H}^2$ кроме членов, получаемых подстановкой $\hat{\mathbf{K}}$ вместо $\hat{\mathbf{k}}$ в $\mathbf{k}^4$ -закон дисперсии электрона и последующей симметризации результатов по перестановкам $\hat{K}_i$.

Было показано, (см. Приложение С) что для однородного магнитного поля полученные “квазичлены Дрессельхауза” с $\hat{K}_y \hat{K}_x \hat{K}_y - \hat{K}_z \hat{K}_x \hat{K}_z$ или $[(\hat{K}_x(\hat{K}_y^2 - \hat{K}_z^2) + (\hat{K}_y^2 - \hat{K}_z^2)\hat{K}_x)]/2$ тождественны. Поэтому в гамильтониане $\hat{H}^{(3)}$ остаётся одна константа γ , и $\hat{H}^{(3)}$ не зависит от вида симметризации операторов $\hat{K}_i \hat{K}_j^2$. (симметризация по всевозможным перестановкам операторов $\hat{K}_i$, приведённые выше частные виды эрмитовых кубических членов). Итак, в однородном магнитном поле гамильтониан $\hat{H}^{(3)}$ можно выбрать в наиболее коротком виде:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{SO}} = \gamma [& (\hat{K}_y \hat{K}_x \hat{K}_y - \hat{K}_z \hat{K}_x \hat{K}_z) \hat{\sigma}_x + \\ & + (\hat{K}_z \hat{K}_y \hat{K}_z - \hat{K}_x \hat{K}_y \hat{K}_x) \hat{\sigma}_y + (\hat{K}_x \hat{K}_z \hat{K}_x - \hat{K}_y \hat{K}_z \hat{K}_y) \hat{\sigma}_z] . \end{aligned} \quad (2.2)$$

где γ - константа Дрессельхауза, та же, что и (1). В работах [8],[9],[22] при расчёте эффектов спин-орбитального взаимодействия в однородном магнитном поле использовалась форма гамильтониана Дрессельхауза, содержащая в соответствии с [13],[42], полностью симметризованные комбинации операторов $\hat{K}_i^2 \hat{K}_j$. Технически это значительно более трудоёмко, чем использование формы (2.2).

2.3 Гамильтониан Дрессельхауза в неоднородном магнитном поле

В случае же неоднородного магнитного поля описанные в предыдущем параграфе два “квазичлена Дрессельхауза” с $\hat{K}_y \hat{K}_x \hat{K}_y - \hat{K}_z \hat{K}_x \hat{K}_z$ или $[(\hat{K}_x(\hat{K}_y^2 - \hat{K}_z^2) + (\hat{K}_y^2 - \hat{K}_z^2)\hat{K}_x)]/2$ нетождественны. Если одну часть гамильтониана $\hat{H}^{(3)}$ выбрать в виде (2.2), то оставшаяся часть приводится к виду, содержащему только производные

от магнитного поля по пространственным переменным:

$$\hat{H}'_{\text{SO}} = \zeta (\{ \nabla, \boldsymbol{\mathcal{H}} \} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}), \quad (2.3)$$

где ζ – новая константа материала, $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\} = (a_y b_z + a_z b_y, a_z b_x + a_x b_z, a_x b_y + a_y b_z)$ – “косовекторное” произведение, и оператор ∇ действует только на магнитное поле, но не на волновые функции.

Критерии ситуации, когда должен проявляться член (2.3), достаточно экзотичны. Во-первых, магнитное поле должно быть досточно сильным: $[\hat{K}_i, \hat{K}_j] \sim \hat{K}_i^2$, иначе говоря $1/l_m \sim k_F$, то есть магнитное поле должно быть ультраквантовым (l_m – магнитная длина). Во-вторых, содержащий производные магнитного поля член (2.3) должен быть не мал по сравнению с членом (2.2), отличным от нуля при однородном магнитном поле. Это происходит, когда поле меняется достаточно быстро: на расстояниях $l_{\text{char}} \sim l_m$. Экспериментально такая ситуация с наибольшей вероятностью может быть достигнута для электронов в симметричной квантовой яме в неоднородном магнитном поле, создаваемом расположенными рядом узкими полосками сверхпроводника или вихрями Абрикосова в объёмном сверхпроводнике вблизи квантовой ямы [17],[18].

В работе [52] был рассчитан спектр электронов в квантовой яме в рамках K^2 -гамильтониана в линейно меняющемся в плоскости ямы магнитном поле, направленном по нормали к яме. Спектр имеет дискретные уровни, зависящие от положения центра волновой функции, аналогично квантованию Ландау при наличии внешнего электростатического потенциала. Между этими уровнями в принципе могут наблюдаться оптические переходы; на анизотропию их энергии относительно вращения направления градиента магнитного поля в плоскости ямы окажут влияние члены (2.2) и (2.3).

2.4 K^4 -гамильтониан метода эффективной массы в неоднородном магнитном поле

В однородном магнитном поле $\mathcal{H}$ гамильтониан метода эффективной массы электрона проводимости в четвёртом порядке по оператору кинематического импульса $\hat{K} = -i(\partial/\partial \mathbf{r}) + (e/\hbar c) \mathbf{A}$ имеет вид [41],[42]:

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2 \hat{K}^2}{2m} + \frac{1}{2} g\mu_B (\mathcal{H} \cdot \boldsymbol{\sigma}) + \hat{H}_{4,\text{isotr}} + \hat{H}_\beta + \hat{H}_\tau + \hat{H}_{\text{SO}}. \quad (2.4)$$

Здесь $\hbar^2 \hat{K}^2/2m$ – главный ($\hat{K}^2$) член, $g\mu_B (\mathcal{H} \cdot \boldsymbol{\sigma})/2$ – член Зеемана, $\hat{H}_{4,\text{isotr}}$ непа-раболические K^4 , но изотропные члены:

$$\hat{H}_{4,\text{isotr}} = \beta_{\text{isotr}} \hat{K}^4 + g_1 \hat{K}^2 (\mathcal{H} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) + g_2 (\hat{\mathbf{K}} \cdot \mathcal{H}) (\hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) + v \mathcal{H}^2$$

Остальные члены в (2.4) анизотропны. Слагаемое $\hat{H}_{\text{SO}}$ обсуждалось в предыдущем параграфе, $\hat{K}^4$ слагаемое $\hat{H}_\tau$ обсуждалось во Введении (формула (2)). Член $\hat{H}_\beta$ – это $\hat{K}^4$ анизотропный, но бесспиновый член, отвечающий за анизотропию эффективной массы и имеющий вид [41]:

$$\hat{H}_\beta = \beta (\hat{K}_x^4 + \hat{K}_y^4 + \hat{K}_z^4),$$

где β – константа материала.

В сильном магнитном поле члены четвёртого порядка в (2.4), как правило, на движение электрона оказывают эффект того же типа и порядка величины, что и K^3 -член (2.2) (см. Главу 3). Поэтому вопрос о виде гамильтониана (2.4) в неоднородном магнитном поле представляет существенный интерес.

Из проведённого в Приложении С рассмотрения разумно сделать вывод, что в неоднородном магнитном поле K^4 -члены модифицируются аналогичным образом тому, как это было происходит K^4 для слагаемого Дрессельхауза. Поэтому логично попытаться выписать эти члены до проведения подробного теоретико-группового анализа типа сделанного в Приложении С. При этом нужно руководствоваться теми соображениями, что искомые слагаемые есть одночлены из $\hat{\sigma}_i$, $\hat{K}_i$, $\mathcal{H}_i$ и градиентов магнитного поля; из каждого слагаемого в (2.4) происходит несколько

членов, аналогичных ему по симметрии и получаемых перестановкой составляющих его операторов.

В соответствии с этой логикой члены $\beta_{\text{isotr}} \hat{K}^4$, $\hat{H}_\beta$ и $v \mathcal{H}^2$ в неоднородном магнитном поле сохраняют свой вид. Вместо члена (2) $\hat{H}_\tau = \eta (\hat{K}_x^2 \mathcal{H}_x \hat{\sigma}_x + \dots)$, отвечающего совместно с $\hat{H}_{\text{SO}}$ за анизотропию спинового расщепления уровней Ландау (см. Введение), возникают два члена: $\eta_1 [\hat{K}_x \mathcal{H}_x \hat{K}_x \hat{\sigma}_x + \dots]$ и $\eta_2 [\hat{K}_x^2 \mathcal{H}_x + \mathcal{H}_x \hat{K}_x^2] \hat{\sigma}_x / 2 + \dots$. Из члена $g_1 \hat{K}^2 (\mathcal{H} \cdot \hat{\sigma})$ могут произойти три члена: $g_{1,a} (\Delta \mathcal{H} \cdot \hat{\sigma})$, $g_{1,b} \hat{K}_i \mathcal{H}_j \hat{K}_i \hat{\sigma}_j$ и $g_{1,c} [\hat{K}^2 (\mathcal{H} \cdot \hat{\sigma}) + (\mathcal{H} \cdot \hat{\sigma}) \hat{K}^2] / 2$ (здесь Δ – оператор Лапласа, по повторяющимся индексам подразумевается суммирование). Первый из этих членов есть в отсутствии электрического тока есть тождественный нуль, третий выражается через первый и второй. Аналогично, из члена $g_2 (\hat{\mathbf{K}} \cdot \mathcal{H}) (\hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\sigma})$, учитывая, что $\text{div} \mathcal{H} = 0$ может произойти только член $g_{2,a} [(\hat{\mathbf{K}} \cdot \mathcal{H}) (\hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\sigma}) + (\hat{\mathbf{K}} \cdot \mathcal{H}) (\hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\sigma})] / 2$.

Учитывая, следующие факты:

1) инверсия времени ограничивает всевозможные одночлены от $\hat{\sigma}_t$, $\hat{K}_i$, $\mathcal{H}_i$ и градиентов магнитного поля только такими, в которые входит чётное число сомножителей $\hat{\sigma}_t$, $\hat{K}_i$, ($\mathcal{H}_i$ или градиент магнитного поля);

2) максимальная величина натуральных чисел s и q в одночлене $\partial_i^q (\mathcal{H}_i^s) / \partial x_j^q$ в K^4 гамильтониане ограничена числом 2,

приходим к выводу, что других членов в K^4 гамильтониане в неоднородно магнитном поле, видимо, нет. Заметим, однако, что в отдельной разработке нуждается вопрос об определении числа независимых констант K^4 гамильтониане, так как некоторые из приведённых выше членов могут выражаться через остальные.

2.5 Спин-орбитальные поправки к электронному спектру в одиночной квантовой яме

Исследуем поправки, к которым приводит спин-орбитальное взаимодействие (2.5) в одиночной квантовой яме, когда однородное магнитное поле направлено вдоль одной из кристаллографических осей в плоскости интерфейсов. Эта задача ча-

стично была рассмотрена в [53].

Пусть одиночная квантовая яма выращена вдоль направления [001], координатные оси x , y и z направим вдоль кристаллографических осей [100], [010] и [001] соответственно, и пусть магнитное поле направлено по оси x : $\mathcal{H} = \mathcal{H}\mathbf{e}_x$. Векторный потенциал $\mathbf{A}$ может быть выбран в виде:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -\mathcal{H}z & 0 \end{pmatrix},$$

и член (2.2) приобретает форму:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{SO}(\hat{\mathbf{k}}, \mathcal{H}) = & \gamma \left\{ \hat{\sigma}_x \left[\hat{k}_x \left(\hat{k}_y - z/l_m^2 \right)^2 - \hat{k}_x \hat{k}_z^2 \right] + \right. \\ & + \hat{\sigma}_y \left[\hat{k}_z \left(\hat{k}_y - z/l_m^2 \right) \hat{k}_z - \hat{k}_x^2 \left(\hat{k}_y - z/l_m^2 \right) \right] + \\ & \left. + \hat{\sigma}_z \left[\hat{k}_x^2 \hat{k}_z - \left(\hat{k}_y - z/l_m^2 \right) \hat{k}_z \left(\hat{k}_y - z/l_m^2 \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

В геометрии, когда магнитное поле параллельно интерфейсам, классификация волновых функций электронов в яме с приложением магнитного поля не меняются. Волновая функция электрона представляет собой произведение бегущей волны, описывающей свободное движение в плоскости интерфейсов, множителя, определяющего размерное квантование вдоль оси z и спиновой части:

$$\psi = e^{i\mathbf{k}_{||}\vec{\varrho}} u(z) \chi. \quad (2.6)$$

Здесь $\mathbf{k}_{||} = (k_x, k_y)$, $\vec{\varrho} = (x, y)$, χ - спинор, зависящий от $\mathbf{k}_{||}$.

Будем рассматривать электроны вблизи дна двумерной подзоны, образованной уровнем размерного квантования в яме. Поэтому волновые вектора электрона в плоскости интерфейса значительно меньше характерной обратной длины волновой функции в направлении оси z . В этом приближении гамильтониан спин-орбитального взаимодействия (2.5) записывается в виде:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{SO} = & \gamma(k_x \hat{\sigma}_x - k_y \hat{\sigma}_y) \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \\ & - \frac{\gamma}{l_m^2} \left(\frac{\partial}{\partial z} z \frac{\partial}{\partial z} \right) \hat{\sigma}_y + i \frac{\gamma}{l_m^4} \left(z \frac{\partial}{\partial z} z \right) \hat{\sigma}_z. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Пренебрегая взаимодействием с другими подзонами размерного квантования и используя тот факт, что матричные элементы операторов $[(\partial/\partial z)z(\partial/\partial z)]$ и $[z(\partial/\partial z)z]$, вычисляемые на бесспиновой волновой функции $u_0(z)$ рассматриваемого уровня E_0 , равны нулю, получаем матричную форму гамильтониана для двумерных носителей в подзоне размерного квантования:

$$H = \begin{pmatrix} E_0 + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} + V_{z^2} & \frac{\hbar\omega_L}{2} + \alpha k_- \\ \frac{\hbar\omega_L}{2} + \alpha k_+ & E_0 + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} + V_{z^2} \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Здесь $\omega_L = ge\mathcal{H}/2m_0c$ – ларморовская частота, $V_{z^2} = (1/2)m^*\omega_c^2 \langle u_0 | z^2 | u_0 \rangle$ – квадратичный по магнитному полю диамагнитный сдвиг уровня, $\omega_c = e\mathcal{H}/m^*c$ – циклотронная частота, $\alpha = \gamma \langle u_0 | \partial^2/\partial z^2 | u_0 \rangle$ – коэффициент линейного спин-орбитального расщепления в отсутствии магнитного поля, $k_{\pm} = k_x \pm ik_y$. Гамильтониан (2.8) приводит к следующему выражению для энергетического спектра двумерных электронов:

$$E_{\pm} = E_0 + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} + V_{z^2} \pm \sqrt{\left(\frac{\hbar\omega_L}{2}\right)^2 + \alpha^2 k_{\parallel}^2 + \hbar\omega_L \alpha k_x}. \quad (2.9)$$

Данный спектр представляет собой сумму диамагнитного сдвига на V_{z^2} обычного квадратичного спектра и смещённой по оси k_x на $-\hbar\omega_L/\alpha$ конусообразной спин-орбитальной поправки. На Рис. 2.1 представлен спектр (2.9), рассчитанный для квантовых ям в GaAs/InGaAs и AlGaSb/GaSb-гетероструктурах. В расчётах значения всех параметров выбирались в соответствии с приведёнными в [35]. При этом за значение константы Дрессельхауза во всей структуре принималось её значение для ямы, которое равно $43 \text{ эВ} \cdot \text{\AA}^3$ для GaAs/InGaAs-гетероструктуры и $187 \text{ эВ} \cdot \text{\AA}^3$ для AlGaSb/GaSb-гетероструктуры. Из Рис. 1 видно, что учёт спин-орбитального взаимодействия приводит к сдвигу минимумов верхней и нижней поверхностей зеемановски расщеплённой подзоны размерного квантования и появлению точки вырождения спектра $(-\hbar\omega_L/\alpha, 0)$ (при отсутствии магнитного поля этой точкой является $k_{\parallel} = 0$). Также видно, что сила описываемых эффек-

тов для ямы на основе GaSb/AlGaSb-гетероструктуры значительно больше, чем для ямы на основе GaAs/InGaAs-гетероструктуры.

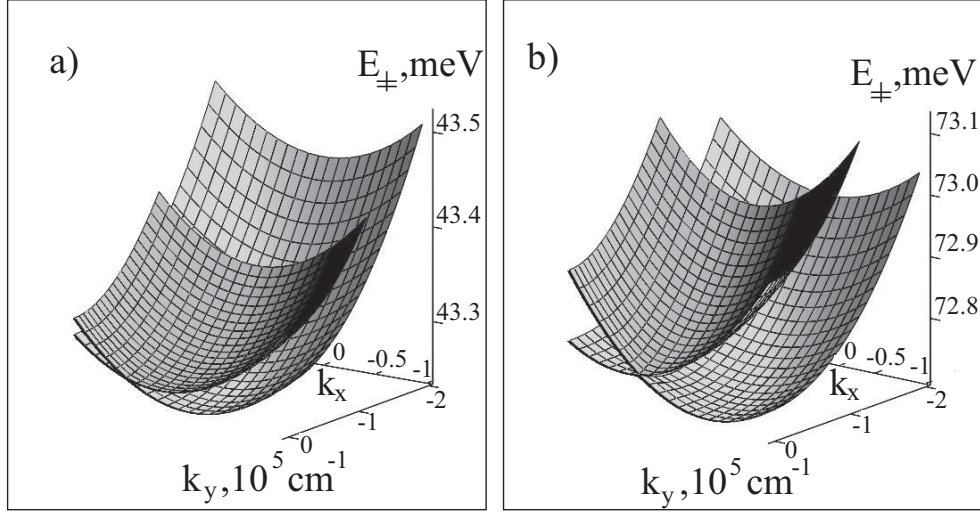


Рис. 2.1: Спектр электронов в одиночной квантовой яме в гетероструктурах GaAs/In_{0.18}Ga_{0.82}As/GaAs (a) и Al_{0.15}Ga_{0.85}Sb/GaSb/Al_{0.15}Ga_{0.85}Sb (b). Ширина ямы равна 5 нм, величина магнитного поля - 0.05 Тл. Верхние поверхности соответствуют “+”-состояниям, нижние - “-”-состояниям.

Соответствующие подзонам (2.9) спиноры $\chi_{\pm}$, диагонализующие матричный гамильтониан (2.8), имеют вид:

$$\chi_{\pm}(\mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm \sqrt{\frac{1 + ak_{-}}{1 + ak_{+}}} \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

где $a = 2\alpha/(\hbar\omega_L)$ – параметр, характеризующий сравнительное влияние зеемановского и спин-орбитальных членов. При включении магнитного поля a меняется от бесконечности до нуля. Предельный переход по $a \rightarrow \infty$ переводит (2.10) в собственные спиноры (1.5) гамильтониана Дрессельхауза без магнитного поля, полученные в Главе 1.

Спины электрона в описанных состояниях $\chi_{\pm}$ равны:

$$\mathbf{s}_{\pm}(\mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \pm \frac{1 + ak_{\parallel} \cos \varphi}{\sqrt{1 + a^2 k_{\parallel}^2 + 2ak_{\parallel} \cos \varphi}} & \mp \frac{ak_{\parallel} \sin \varphi}{\sqrt{1 + a^2 k_{\parallel}^2 + 2ak_{\parallel} \cos \varphi}} & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

где φ - полярный угол в плоскости волновых векторов $\mathbf{k}_{\parallel}$. Из (2.11) видно, что спины состояний “+” и “-” противоположно направлены, лежат в плоскости интерфейсов и зависят от полярного угла φ . При этом оказывается, что если $ak_{\parallel} > 1$, то спин каждого электронного состояния при изменении направления волнового вектора пробегает всю окружность радиуса $1/2$, если же $ak_{\parallel} < 1$, то происходит прецессия в интервале углов для состояния “+” около положительного направления оси x , а для состояния “-” - около отрицательного направления оси x ($e_x \parallel \mathcal{H}$ является направлением магнитного поля.). Эти свойства спиновых состояний электрона являются новым результатом по сравнению с полученными в статье [53] результатами (в [53] для рассматриваемой одиночной ямы была получена формула для энергетического спектра (2.9)). Такого типа скачкообразное изменение типа спиновых состояний может приводить к сингулярностям в зависимостях различных термодинамических и кинетических величин вырожденного двумерного электронного газа от магнитного поля при $\mathcal{H}_{\text{cr}}$: $a(\mathcal{H}_{\text{cr}})k_{F,\parallel} = 1$ [40].

2.6 Спин-орбитальные поправки к электронному спектру в двойной квантовой яме

Исследуем электронные состояния в двойной квантовой яме при наличии магнитного поля в плоскости интерфейсов. Направление нормали к квантовой яме, магнитного поля и координатных осей выберем так же, как и при рассмотрении одиночной квантовой ямы.

Волновые функции и гамильтониан в этом случае также имеют вид (2.6) и (2.7) (аналогично случаю одиночной квантовой ямы рассматриваются электроны с малой кинетической энергией). В результате туннельной связи через барьер, разделяющий ямы, основное состояние размерного квантования в каждой яме расщепляется на два состояния: симметричное $\Psi_s = e^{i\mathbf{k}_{\parallel}\vec{e}} u_s(z) \chi_s$ и антисимметричное $\Psi_a = e^{i\mathbf{k}_{\parallel}\vec{e}} u_a(z) \chi_a$. Будем рассматривать две подзоны, образованные этими двумя состояниями. Взаимодействием с остальными подзонами размерного квантования

пренебрежём. После усреднения по функциям u_s и u_a гамильтониан двумерных электронов в этой системе принимает форму:

$$H = \begin{pmatrix} E_a + V_{aa} + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} & \frac{1}{2}\hbar\omega_L + \alpha_a k_+ & \beta k_y - i c & i b \\ \frac{1}{2}\hbar\omega_L + \alpha_a k_- & E_a + V_{aa} + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} & -i b & \beta k_y + i c \\ \beta k_y + i c & i b & E_s + V_{ss} + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} & \frac{1}{2}\hbar\omega_L + \alpha_s k_+ \\ -i b & \beta k_y - i c & \frac{1}{2}\hbar\omega_L + \alpha_s k_- & E_s + V_{ss} + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

где

$$\beta = \hbar\omega_c \langle \Psi_s | z | \Psi_a \rangle,$$

$$V_{ss,aa} = \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \langle \Psi_s, \Psi_a | z^2 | \Psi_s, \Psi_a \rangle,$$

$$\alpha_{s,a} = \gamma \left\langle \Psi_s, \Psi_a \left| \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right| \Psi_s, \Psi_a \right\rangle,$$

$$b = \frac{\gamma}{l_m^2} \left\langle \Psi_s \left| \frac{\partial}{\partial z} z \frac{\partial}{\partial z} \right| \Psi_a \right\rangle, \quad c = \frac{\gamma}{l_m^4} \left\langle \Psi_s \left| z \frac{\partial}{\partial z} z \right| \Psi_a \right\rangle,$$

E_s и E_a - уровни энергии симметричного и антисимметричного состояния в отсутствии магнитного поля.

На основе гамильтониана (2.12) было проведено вычисление спектра электронов в двойной квантовой яме в гетероструктуре состава

GaAs/In_{0.18}Ga_{0.82}As/GaAs/In_{0.18}Ga_{0.82}As/GaAs, с ямами шириной 5 нм и барьером шириной 7 нм, которая экспериментально исследовалась в работе [47], а также для двойной квантовой ямы в гетероструктуре состава Al_{0.15}Ga_{0.85}Sb/GaSb/Al_{0.15}Ga_{0.85}Sb/GaSb/Al_{0.15}Ga_{0.85}Sb с такими же размерами ям и барьера, где более сильны эффекты спин-орбитального взаимодействия. Величина расщепления между уровнями $\Delta = E_a - E_s$ составляет для первой ямы $\Delta = 7.1$ мэВ, а для второй – $\Delta = 10.4$ мэВ. На Рис. 2.2 и 2.3 представлен результат вычисления зеемановских, спин-орбитальных поправок и связанных с членом βk_y к основному слагаемому $\hbar^2 k_{\parallel}^2 / (2m^*)$ двумерного спектра. Видно, что влияние

спин-орбитального взаимодействия на модификацию спектра значительно сильнее в AlGaSb/GaSb-гетероструктуре.

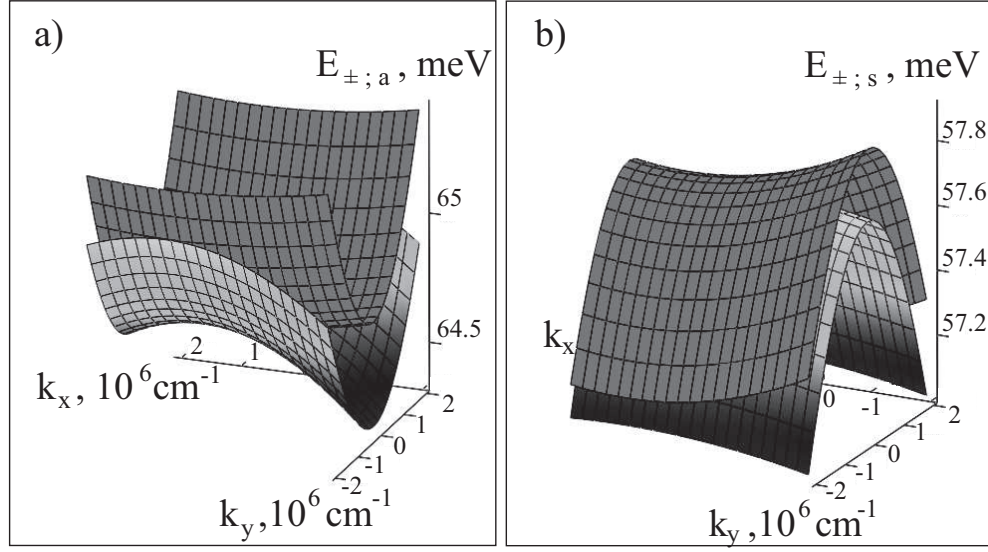


Рис. 2.2: Спин-зависимые поправки к двумерному спектру $\hbar^2 k_{||}^2 / (2m^*)$ электронов в двойной квантовой яме для подзон, соответствующих антисимметричному (a) и симметричному состоянию (b). Расчёт выполнен для гетероструктуры GaAs/In_{0.18}Ga_{0.82}As/GaAs/In_{0.18}Ga_{0.82}As/GaAs. Ширины ям - 5 нм, ширина барьера - 7 нм, величина магнитного поля - 1 Тл. Верхние поверхности соответствуют “+”-состояниям, нижние - “-”-состояниям.

В слабом магнитном поле $\hbar\omega_L \lesssim \alpha k_F$ характер поправок оказывается похожим на случай одиночной квантовой ямы: существует точка вырождения $\mathbf{k}_{||,0}$, где соприкасаются спектры “+”- и “-”- подзон, вблизи $\mathbf{k}_{||,0}$ спиновое расщепление линейно по $|\mathbf{k}_{||} - \mathbf{k}_{||,0}|$ (см. Рис. 2.4). Однако, из-за взаимодействия симметричной и антисимметричной подзон между собой зависимость энергии от $\mathbf{k}_{||}$ в целом имеет очень сложный вид, аналогичный показанному на Рис. 2.2 и 2.3).

Из (2.12) можно получить спин-орбитальное расщепление спектра в каждой подзоне размерного квантования при нулевом магнитном поле:

$$\delta E_{s,a;\pm} = \pm \alpha_{s,a} k_{||}. \quad (2.13)$$

Это расщепление является стандартным расщеплением спектра двумерных носителей спин-орбитальным взаимодействием.

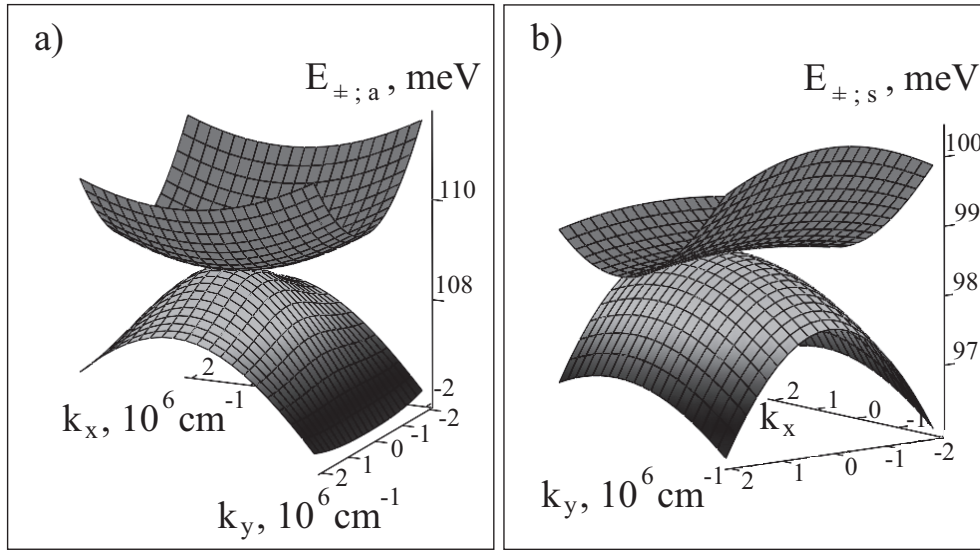


Рис. 2.3: Спин-зависимые поправки к двумерному спектру $\hbar^2 k_{\parallel}^2 / (2m^*)$ электронов в двойной квантовой яме для подзон, соответствующих антисимметричному (a) и симметричному состоянию (b). Расчёт выполнен для гетероструктуры $\text{Al}_{0.15}\text{Ga}_{0.85}\text{Sb}/\text{GaSb}/\text{Al}_{0.15}\text{Ga}_{0.85}\text{Sb}/\text{GaSb}/\text{Al}_{0.15}\text{Ga}_{0.85}\text{Sb}$. Ширины ям - 5 нм, ширина барьера - 7 нм, величина магнитного поля - 1 Тл. Верхние поверхности соответствуют “+”-состояниям, нижние - “-”-состояниям.

Также на основе (2.12) можно получить зеемановское расщепление и магнитную деформацию спектра в пренебрежении спин-орбитальным взаимодействием:

$$E_{s,a;\pm} = \frac{1}{2} \left[(E_s + E_a + V_{ss} + V_{aa}) \pm \sqrt{(E_s - E_a + V_{ss} - V_{aa})^2 + 4\beta^2 k_y^2} \right] \pm \frac{\hbar\omega_L}{2}, \quad (2.14)$$

что совпадает с полученным в работе [47].

Для случая достаточно сильного магнитного поля существенны спин-орбитальные поправки к энергиям спин-расщеплённых симметричной и антисимметричной подзон в точке $\mathbf{k}_{\parallel} = 0$. Без учёта члена $\hat{H}_{\text{SO}}$ энергия электрона при $\mathbf{k}_{\parallel} = 0$ имеет вид $E_{a,s;\pm} = E_{a,s;0} + V_{aa,ss} \pm \hbar\omega_L/2$. Для поправок к энергиям $E_{a,s;\pm}$ за счёт члена Дрессельхауза на основе (2.12) было получено:

$$\delta E_{a,\pm} = \frac{(c \pm b)^2}{\Delta \pm \hbar\omega_L}, \quad \delta E_{s,\pm} = -\frac{(c \mp b)^2}{\Delta \mp \hbar\omega_L}. \quad (2.15)$$

Поправки (2.15) оказываются особенно существенны при магнитном поле, для которого зеемановское расщепление $\hbar\omega_L$ близко к туннельному расщеплению Δ_T

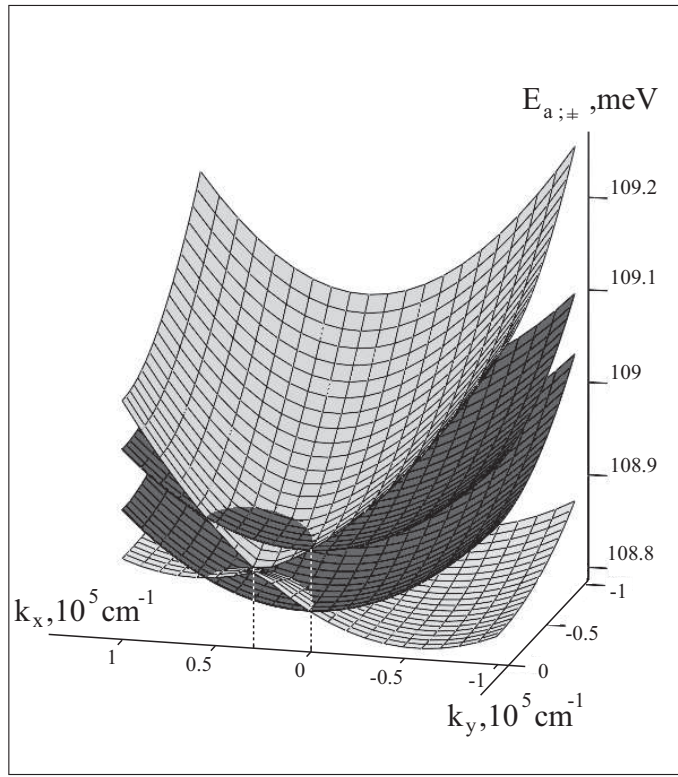


Рис. 2.4: Расщеплённый энергетический спектр электрона в подзоне антисимметричного состояния в AlGaSb/GaSb-гетероструктуре, для которой приведён расчёт на Рис. 3. Случай слабого магнитного поля ($\mathcal{H} = 0.1$ Тл). Приведены результаты расчёта с учётом (светлые поверхности) и для сравнения без учёта спин-орбитального взаимодействия (темные поверхности).

энергий s- и а-состояний. Заметим, что никакой из членов в гамильтониане (2.4) кроме члена $\hat{H}_{SO}$ не может приводить к смешиванию волновых функций симметричного и антисимметричного уровня при $k_x, k_y = 0$. Действительно, при $k_x, k_y = 0$ $\hat{K}_y \sim z$, $\hat{K}_z \sim d/dz$, $\hat{K}_x = 0$. Для необращения в нуль матричного элемента $\langle \Psi_a | z^{s_1} (d/dz)^{s_2} z^{s_3} \dots | \Psi_s \rangle$ необходимо, чтобы $s = s_1 + s_2 + s_3 + \dots$ было нечётным числом. Для любого одночлена четвёртого порядка из (2.4) это невозможно.

Расчитанные спин-орбитальные поправки к энергетическому спектру для GaAs/InGaAs-структуры оказались очень малы (см. Рис. 2.2), поэтому к наблюдаемому в [47] особенностям магнитосопротивления в GaAs/InGaAs-структуре они не имеют отношения. Однако для GaSb/AlGaSb-структуры рассчитанные поправки оказываются более значительны (см. Рис. 2.2) и, следовательно, могут с

большей вероятностью наблюдаться в транспортных экспериментах типа [47] или в оптических экспериментах.

Глава 3

Анизотропия зоны проводимости объёмного полупроводника в сильном магнитном поле

3.1 Обзор литературы: анизотропия уровней Ландау в объёмном полупроводнике; характерные диапазоны магнитных полей; явления, связанные с анизотропией уровней Ландау

Для кубических кристаллов характерной является ситуация, когда некоторый эффект в первом приближении не зависит от ориентации внешнего поля относительно кристаллографических осей. Поэтому представляет интерес изучение анизотропных поправок к различным эффектам – при этом проявляются принципиальное отличие свойств кубического кристалла от свойств изотропной среды. В полупроводниках ярким примером эффектов такого типа является эффект Сасаки-Шибуй, состоящий в отклонении направления электрического тока от направления электрического поля, вызвавшего этот ток [54],[55]. Другим ярким примером анизотропных эффектов в полупроводниках является зависимость энергии циклотронного резонанса электронов от направления магнитного поля относительно образца. В работе [11] была экспериментально изучена анизотропия циклотронного резонанса в n -GaAs. При $T = 4.2$ К в ультраквантовом магнитном поле,

$\hbar\omega_c \gg E_F$, наблюдались зависящие от величины магнитного поля сдвиг и расщепление линии перехода электронов между основным ($n = 0$) и первым ($n = 1$) уровнями Ландау. Расщепление линии связывалось с различием g -фактора электрона для $n = 0$ и $n = 1$ уровней. Была обнаружена разница в расщеплении линии для магнитного поля вдоль $\langle 100 \rangle$ - и $\langle 110 \rangle$ -направлений, что свидетельствует об анизотропии g -фактора. В работах [19, 20] получены данные по анизотропии циклотронного резонанса в n -GaAs, аналогичные данным [11], но более полные. В [19] магнитное поле изменялось в более широком диапазоне и было направлено как вдоль $\langle 100 \rangle$ - и $\langle 110 \rangle$ -осей, так и вдоль $\langle 111 \rangle$ -оси. В [20] расщепление линии циклотронного резонанса было измерено как функция угла магнитного поля в плоскости $\{110\}$.

Теоретические подходы к описанию анизотропии зоны проводимости A_3B_5 -полупроводников в сильном магнитном поле и, в частности, анизотропии циклотронного резонанса электронов были заложены еще в статьях [11],[19],[20]. Работы [21],[22] дают окончательную формулировку двух теоретических подходов к описанию этих эффектов. Подход А (работа [21]) есть численный поиск уровней Ландау электронов в 14-зонном kp -гамильтониане. В подходе В (работы [22],[42]) сначала из 14-зонного kp -гамильтониана строится 2×2 -гамильтониан электрона проводимости с точностью до членов четвертого порядка по обобщенному импульсу $\hat{\mathbf{K}} = -i(\partial/\partial\mathbf{r}) + (e/\hbar c)\mathbf{A}$. Затем ищутся уровни Ландау в рамках K^4 -гамильтониана. В работе [11] анизотропия расщепления линии циклотронного резонанса была связана с членом (2) $\hat{H}_{tau}$ в K^4 -гамильтониане, что является упрощенной формой подхода В. В работе [22] путем численного разложения по собственным функциям гармонического осциллятора был проделан расчет первых двух уровней Ландау с учетом всех констант в K^4 -гамильтониане. Как обсуждалось в [22], подход В последовательнее, чем подход А, и позволяет гораздо более однозначно восстановить из экспериментальных данных константы материала.

Анизотропию уровней Ландау в сильном магнитном поле можно также на-

блюдают по анизотропии положени осцилляций Шубникова - де Гааза [56],[57], по анизотропии энергии спинового резонанса [58],[59], по анизотропии скорости спиновой релаксации спиновой релаксации в слабом [8] и сильном магнитном поле [9].

Очевидно, что любые поправки к энергии электрона в магнитном поле, в частности анизотропные спин-зависимые поправки от членов $\hat{H}_{SO}$ и $\hat{H}_\tau$, могут носить существенно различный характер для различных величин магнитного поля. Рассмотрим вырожденный электронный газ в достаточно сильно легированном объёмном полупроводнике с энергией Ферми $E_F \approx \hbar^2 k_F^2 / (2 m^*)$. Различаются случаи слабых и сильных магнитных полей, переходу между которыми соответствует условие $E_F \sim \hbar \omega_c$. В случае слабых магнитных полей заселено большое число уровней Ландау, и характерные величины основного, квадратичного, и спин-орбитального членов в гамильтониане $\hat{H}$ равны E_F и γk_F^3 соответственно. В случае сильных полей электроны распределены на нескольких первых уровнях Ландау. Квадратичный и спин-орбитальный вклады в эффективном гамильтониане оцениваются величинами $\hbar \omega_c$ и γ / l_m^3 . При всех магнитных полях величина зеемановского члена составляет $\hbar \omega_L / 2$.

Случай слабых магнитных полей $\hbar \omega_c \ll E_F$ является квазиклассическим. За спиновые поправки к электронным состояниям отвечает преимущественно либо член Дрессельхауза (если $\hbar \omega_L < \gamma k_F^3$), либо зеемановский член (если $\hbar \omega_L > \gamma k_F^3$). Исследование спин-орбитальных поправок для этого интервала полей было проведено в работах [56],[60]. Основной интерес представляли квазиклассические уровни Ландау большого номера, для которых некоммутативность компонент кинематического импульса $\hat{K}_i$ в гамильтониане (2.2) являлась несущественной.

При магнитных полях $\hbar \omega_c \sim E_F$ основную роль играет квантование Ландау за счёт квадратичного члена в гамильтониане $\hat{H}$. Существенно модифицируется плотность электронных состояний по сравнению со случаем отсутствия магнитного поля, энергия Ферми $E_F(\mathcal{H})$ значительно отличается от своего значения в

отсутствии магнитного поля $E_F = E_F(0)$. Спиновое расщепление определяется в основном зеемановским членом (при условии $\hbar\omega_L > \gamma/l_m^3$, которое обычно справедливо вплоть до весьма сильных магнитных полей). Спин-орбитальное взаимодействие приводит к поправкам к g -фактору электронов на каждом уровне Ландау. Соответствующее рассмотрение было выполнено в работе [9]. Были вычислены поправки к g -фактору первого порядка по спин-орбитальному взаимодействию. Полученные поправки линейно зависели от волнового вектора электрона в направлении магнитного поля и обращались в 0, когда магнитное поле было направлено вдоль главных кристаллографических осей $\langle 111 \rangle$ и $\langle 001 \rangle$.

При очень сильных, ультраквантовых, магнитных полях $\hbar\omega_c \gg E_F$ заселён только основной уровень Ландау. Уровню Ферми $E_F(\mathcal{H})$ можно по аналогии со случаем отсутствия магнитного поля поставить в соответствие волновой вектор Ферми вдоль направления магнитного поля $k_F^{\text{uq}} = k_F^{\text{uq}}(\mathcal{H})$: $\hbar^2 (k_F^{\text{uq}})^2 / (2m^*) \approx E_F(\mathcal{H}) - \hbar\omega_c/2$ ($E_F(\mathcal{H})$ отсчитывается от дна зоны проводимости в отсутствии магнитного поля). Нетрудно показать, что $k_F^{\text{uq}} = k_F^3 l_m^2 / 3$, откуда $k_F^{\text{uq}} \ll (1/l_m)$. Поэтому спин-орбитальные поправки первого порядка от члена $\hat{H}_{SO}$, линейные по волновому вектору [9], подавляются поправками более высоких порядков по $\hat{H}_{SO}$, в которые волновой вектор, возможно, не входит. Если $\hbar\omega_L < \gamma/l_m^3$, то спин-орбитальный член начинает оказывать даже преимущественное влияние на спиновую часть электронных состояний на основном уровне Ландау. При этом вместе с поправками от $\hat{H}_{SO}$ нужно учитывать спин-зависимые поправки от K^4 -членов в гамильтониане электрона (см. далее).

Верхней границей случая ультраквантовых полей является нарушение условий применимости метода эффективной массы $l_m \gg a_0$ (a_0 – постоянная решётки). Классификация электронных состояний становится принципиально отличной от квазиблоховских волн метода эффективной массы [61]. В работе [62] было показано, что в этом случае спектр электрона существенным образом зависит от величины потока магнитного поля через элементарную ячейку кристалла и обладает

фрактальной структурой (бабочка Хофштадтера).

В данной главе изучаются спин-орбитальные поправки к электронным состояниям в ультраквантовых магнитных полях за счёт члена $\hat{H}_{SO}$. Это является аналитическим развитием подхода В теоретического описания зоны проводимости в сильном магнитном поле. В главе также рассматриваются спин-орбитальные поправки к спектру электронов, когда магнитное поле (не обязательно ультраквантовое) направлено вдоль главных кристаллографических осей. Этот случай не был изучен ранее и представляет интерес в связи с задачами о туннельном и холловском транспорте в гетероструктурах.

В главе аналитически рассчитаны поправки от слагаемого Дрессельхауза $\hat{H}_{SO}$ к энергиям $n = 0$ и $n = 1$ уровней Ландау. Вычисленные поправки представляют собой анизотропные сдвиг и расщепление каждого уровня и дают вклад в сдвиг и расщепление линии циклотронного резонанса $0^\pm \rightarrow 1^\pm$. Для случая GaAs вклад от члена $\hat{H}_{SO}$ в анизотропию расщепления линии циклотронного резонанса составляет до -10% от анизотропии за счет члена $\hat{H}_\tau$, что неплохо согласуется с экспериментальными данными [19],[20] и уточняет их описание численным расчетом [19],[20]. В работах [21],[22] была рассчитана зависимость расщепления линии циклотронного резонанса от одного угла, описывающего направление магнитного поля относительно кристаллографических осей. Здесь же аналитически получена полная угловая зависимость анизотропии расщепления линии, отражающая симметрию кристалла. Показано, что вклад от члена $\hat{H}_{SO}$ в сдвиг уровней Ландау пренебрежимо мал по сравнению с эффектом от члена $\hat{H}_\beta$. Таким образом, получено аналитическое описание анизотропии вершины зоны проводимости A_3V_5 -полупроводников в ультраквантовом магнитном поле.

Кроме того, в этой главе на основе полученной формулы для анизотропии уровней Ландау рассчитана магнитокристаллическая анизотропия n -легированного полупроводника в сильном магнитном поле.

3.2 Влияние слагаемого Дрессельхауза на состояния электронов в квантующем магнитном поле

В этой главе будет проводиться развитие подхода В описания анизотропии уровней Ландау электрона в сильном магнитном поле в сторону получения аналитических формул. В этом параграфе будет изучено влияние члена $\hat{H}_{\text{SO}}$ на состояния электрона в ультраквантовом магнитном поле.

В случае ультраквантового магнитного поля и достаточно низкой температуры для равновесных электронов выполнено неравенство $k_{\mathcal{H}} l_m \ll 1$, где $k_{\mathcal{H}}$ – волновой вектор вдоль направления $\mathcal{H}$. Поэтому в ультраквантовом случае $\hat{K} \sim 1/l_m$. В первом, K^2 , (следовательно, линейном по $\mathcal{H}$) у уровней Ландау нет анизотропии:

$$E_{0,\pm}^{K^2} = \frac{\hbar\omega_c}{2} \pm \frac{g\mu_B\mathcal{H}}{2} = \frac{\hbar e\mathcal{H}}{2mc} \pm \frac{g\hbar e\mathcal{H}}{4m_0c}.$$

Здесь важно, что g -фактор в различных полупроводниках может быть как положительным, так и отрицательным. Имея в виду, GaAs, GaSb и InSb, будем считать $g < 0$. Поэтому спин электрона в на основном подуровне сонаправлен с $\mathcal{H}$ ($q = -e < 0$ и $g < 0$). Первые анизотропные поправки к энергии уровней Ландау в модели (2.4) должны быть квадратичны по $\mathcal{H}$. Действительно, соотношение $K \sim 1/l_m$ приводит к тому, что поправки первого порядка теории возмущений от членов H_τ and H_β к уровням Ландау квадратичны по $\mathcal{H}$.

Кроме члена $\hat{H}_\tau$ и бесспинового члена $\hat{H}_\beta$ в K^4 -гамильтониане электрона анизотропией обладает только K^3 -слагаемое Дрессельхауза (2.2), которое удобно записать в виде:

$$\hat{H}_{\text{SO}} = \gamma (\hat{\kappa}(\hat{\mathbf{K}}) \cdot \hat{\sigma}). \quad (3.1)$$

Здесь $\hat{\kappa}_i(\hat{\mathbf{K}}) = \hat{K}_{i+1}\hat{K}_i\hat{K}_{i+1} - \hat{K}_{i+2}\hat{K}_i\hat{K}_{i+2}$ (индекс i циклически принимает значения x, y и z). Как говорилось в предыдущем параграфе из неравенства $k_{\mathcal{H}} l_m \ll 1$ следует, что поэтому поправки первого порядка от взаимодействия (3.1), линейные по $k_{\mathcal{H}}$, становятся малы по сравнению с поправками второго порядка, не исчезающими при $k_{\mathcal{H}} \rightarrow 0$. Итак, характерная энергия (анизотропных) поправок второго

порядка теории возмущений от члена Дрессельхауза для нескольких первых уровней Ландау при $k_{\mathcal{H}} l_m \ll 1$ квадратично зависит от $\mathcal{H}$ и дается формулой¹ :

$$\nu(\mathcal{H}) = \frac{(\gamma/l_m^3)^2}{\hbar \omega_c} = \frac{e^2 m^* \gamma^2 \mathcal{H}^2}{c^2 \hbar^4} . \quad (3.2)$$

Таким образом, анизотропию состояний электронов с точностью до квадратичных по $\mathcal{H}$ членов определяют слагаемое Дрессельхауза $\hat{H}_{\text{SO}}$, а также K^4 -слагаемые $\hat{H}_\tau$ и $\beta (\hat{K}_x^4 + \hat{K}_y^4 + \hat{K}_z^4)$, причем относительная сила каждого из этих механизмов анизотропии не зависит от абсолютной величины $\mathcal{H}$.

Рассмотрим объёмный полупроводник, к которому приложено однородное магнитное поле в произвольном направлении относительно главных кристаллографических осей. Введём вспомогательную “магнитную” систему координат следующим образом. Пусть ось x' совпадает с направлением магнитного поля $\mathcal{H}$, ось z' лежит в плоскости векторов $\mathbf{e}_z$ и $\mathbf{e}_{x'}$ и образует с вектором $\mathbf{e}_z$ тупой угол, а ось y' выбрана так, чтобы орты $\mathbf{e}_{x'}$, $\mathbf{e}_{y'}$ и $\mathbf{e}_{z'}$ составляли правую тройку (см. Рис. 3.1). Обозначим через θ и φ полярные углы вектора $\mathcal{H}$ в исходной системе координат $x y z$. Угол θ , $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$, отсчитывается от плоскости $x y$. Старые, “кристаллические”, координаты волнового вектора $\mathbf{k}$ выражаются через новые, “магнитные”, следующим образом:

$$\begin{cases} k_x(k_{x'}, k_{y'}, k_{z'}) = \cos \theta \cos \varphi k_{x'} + \sin \varphi k_{y'} + \sin \theta \cos \varphi k_{z'} \\ k_y(k_{x'}, k_{y'}, k_{z'}) = \cos \theta \sin \varphi k_{x'} - \cos \varphi k_{y'} + \sin \theta \sin \varphi k_{z'} \\ k_z(k_{x'}, k_{y'}, k_{z'}) = \sin \theta k_{x'} - \cos \theta k_{z'} \end{cases} .$$

Выберем векторный потенциал в стандартной калибровке Ландау: $\mathbf{A} = -\mathcal{H} z' \mathbf{e}_{y'}$. Компоненты волнового вектора $k_{x'}$ и $k_{y'}$ остаются хорошими квантовыми числами, и волновая функция электрона записывается в виде:

$$\psi_{k_{x'}, k_{y'}} = \exp[i(k_{x'} x' + k_{y'} y')] \chi_{k_{x'}, k_{y'}}(z') .$$

Спинор $\chi_{k_{x'}, k_{y'}}(z')$ вообще говоря нельзя представить в виде $u_{k_{x'}, k_{y'}}(z') \chi_{k_{x'}, k_{y'}}$, где

¹Ниже в этом параграфе будет сделан численный расчет зависящего от направления поля $\mathcal{H}$ безразмерного коэффициента перед ν в выражениях для поправок к энергии основного уровня Ландау.

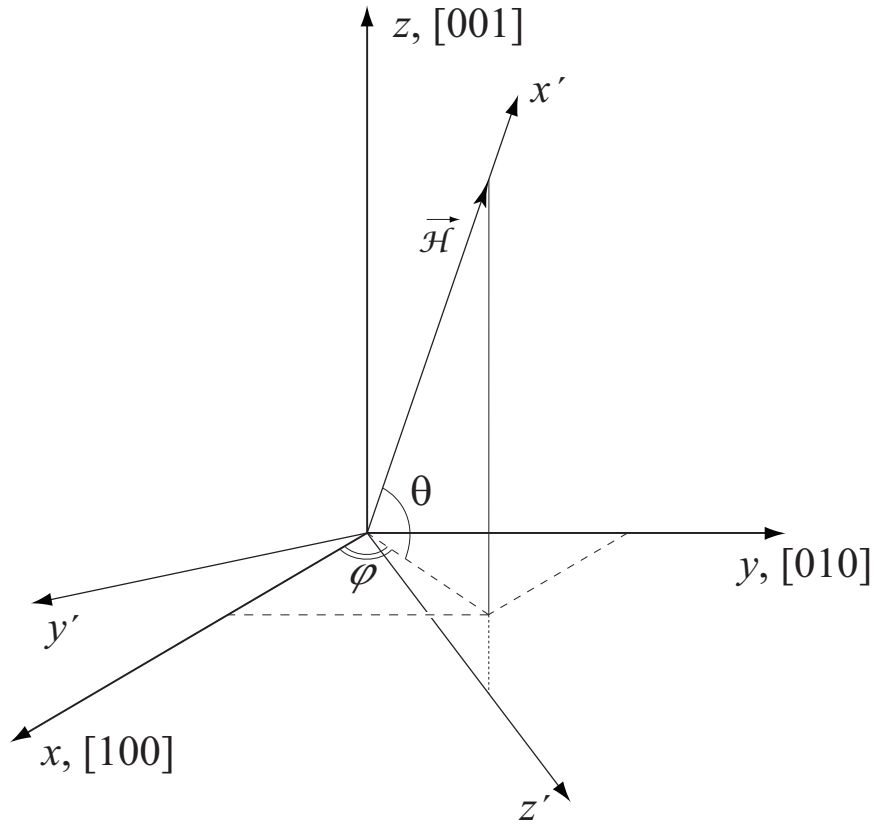


Рис. 3.1: “Кристаллическая” и “магнитная” системы координат.

$u_{k_{x'}, k_{y'}}(z')$ - скалярная функция. Это означает, что в данной задаче спиновые и пространственные переменные не разделяются.

После введения безразмерной осцилляторной переменной $\xi = (z'/l_m) - k_{y'}l_m$ уравнение Шредингера на спинор $\chi_{k_{x'}, k_{y'}}(z')$, принимает форму:

$$\hat{H}^\xi \chi_{k_{x'}, k_{y'}} = E^\xi \chi_{k_{x'}, k_{y'}}, \quad (3.3)$$

где

$$\hat{H}^\xi = \frac{\hbar \omega_c}{2} \left(-\frac{d^2}{d\xi^2} + \xi^2 \right) + \hat{H}_Z + \hat{H}_{SO}^\xi, \quad (3.4)$$

E^ξ - претерпевающая квантование часть полной энергии электрона:

$$E = E^\xi + \frac{\hbar^2 k_{x'}^2}{2m^*},$$

$\hat{H}_{SO}^\xi = \hat{H}_{SO}(k_{x'})$ - член спин-орбитального взаимодействия, выраженный через ос-

цикляторную переменную ξ :

$$\hat{H}_{\text{SO}}^\xi = \frac{\gamma}{l_m^3} (\hat{\kappa}^\xi \cdot \hat{\sigma}) , \quad (3.5)$$

$\hat{\kappa}_i^\xi$ - многочлены третьей степени от операторов ξ и $d/(d\xi)$, зависящие от волнового вектора $k = k_{x'} l_m$ и определяемые следующим образом:

$$\hat{\kappa}^\xi = \hat{\kappa}(\hat{\mathbf{K}}^\xi),$$

$$\hat{\mathbf{K}}^\xi = \begin{pmatrix} k_x \left(k, -\xi, -i \frac{d}{d\xi} \right) \\ k_y \left(k, -\xi, -i \frac{d}{d\xi} \right) \\ k_z \left(k, -\xi, -i \frac{d}{d\xi} \right) \end{pmatrix} .$$

Гамильтониан (3.4) не зависит явным образом от квантового числа $k_{y'}$, поэтому вырождение по нему сохраняется как и в случае квантования без учёта спин-орбитального взаимодействия. Таким образом, результат решения уравнения (3.3) представляет собой набор расщеплённых по спину дискретных уровней $E_{n,s;k}$ (уровней Ландау, модифицированных спин-орбитальным взаимодействием) и набор соответствующих им спинорных волновых функций $\chi_{n,s;k}(z')$.

Зеемановский член $\hat{H}_Z$ с учётом введённых углов θ и φ имеет следующий вид:

$$\hat{H}_Z = \frac{g \mu_B \mathcal{H}}{2} (c_\theta c_\varphi \hat{\sigma}_x + c_\theta s_\varphi \hat{\sigma}_y + s_\theta \hat{\sigma}_z) .$$

Здесь и далее в этом параграфе используются следующие сокращённые обозначения:

$$\begin{aligned} c_\theta &= \cos \theta , & s_\theta &= \sin \theta , \\ c_\varphi &= \cos \varphi , & s_\varphi &= \sin \varphi . \end{aligned}$$

Спин-орбитальное слагаемое $\hat{H}_{\text{SO}}^\xi$ в гамильтониане (3.4) в явном виде было вычислено для трёх частных случаев. Во-первых, в качестве проверки был рассмотрен ранее исследованный в [9] случай квантовых, но не слишком сильных магнитных полей, когда выполнено $\hbar \omega_c \sim E_F$. Для изучения поправок первого порядка к

n -му бесспиновому уровню Ландау за счёт зеемановского и спин-орбитального членов необходимо усреднить гамильтониан (3.4) по координатной волновой функции n -го бесспинового уровня Ландау $|n\rangle$:

$$\hat{H}_n^{(1)} = \langle n | \hat{H}^\xi | n \rangle ,$$

и решить полученное секулярное уравнение:

$$\hat{H}_n^{(1)} \chi_{n;k} = E^\xi \chi_{n;k}.$$

Всюду в настоящей главе верхний индекс в круглых скобках у оператора означает, что этот оператор действует в подпространстве спиновых переменных размерности 2, в силу чего является матрицей 2×2 . При вычислении диагонального матричного элемента $\langle n | \hat{\kappa}^\xi | n \rangle$ не исчезают только чётные по ξ операторы $\hat{1}$, ξ^2 и $d^2/(d\xi^2)$, и спин-орбитальное слагаемое $\hat{H}_{n,\text{SO}}^{(1)}$ одноуровневого гамильтониана $\hat{H}_n^{(1)} = [n + (1/2)] \hbar \omega_c + \hat{H}_Z + \hat{H}_{n,\text{SO}}^{(1)}$ имеет вид:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{n,\text{SO}}^{(1)} = \frac{\gamma}{l_m^3} \left[k^3 + 3k \left(n + \frac{1}{2} \right) \right] \times \\ \times \left[c_\theta c_\varphi (s_\theta^2 - c_\theta^2 s_\varphi^2) \hat{\sigma}_x + c_\theta s_\varphi (c_\theta^2 c_\varphi^2 - s_\theta^2) \hat{\sigma}_y + s_\theta c_\theta^2 (s_\varphi^2 - c_\varphi^2) \hat{\sigma}_z \right] . \end{aligned} \quad (3.6)$$

Этот результат совпал с полученным ранее в работе [9].

Во-вторых, был рассмотрен вырожденный случай, когда магнитное поле направлено вдоль кристаллографической оси [100]: при этом спин-орбитальные поправки (3.6) к уровням Ландау первого приближения исчезают. При выбранном способе задания магнитных координат оказывается, что $\mathbf{e}_{x'} = \mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_{y'} = -\mathbf{e}_y$ и $\mathbf{e}_{z'} = -\mathbf{e}_z$. Вычисление гамильтониана спин-орбитального взаимодействия $\hat{H}_{\text{SO}}^\xi$ по формуле (3.5) даёт:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{SO}}^\xi = \frac{\gamma}{l_m^3} \left\{ k \left[\xi^2 + \frac{d^2}{d\xi^2} \right] \hat{\sigma}_x + \right. \\ \left. + \left[-k^2 \xi - \frac{d}{d\xi} \xi \frac{d}{d\xi} \right] \hat{\sigma}_y + i \left[k^2 \frac{d}{d\xi} - \xi \frac{d}{d\xi} \xi \right] \hat{\sigma}_z \right\} . \end{aligned} \quad (3.7)$$

Выражение (3.7) выведено без каких-либо предположений относительно соотношения между величинами $k_{x'}$ и $1/l_m$, что даёт возможность рассматривать в этой геометрии спиновые поправки при магнитных полях произвольной величины.

В-третьих, был рассмотрен случай ультраквантовых магнитных полей произвольного направления относительно главных осей кристалла. В этой ситуации $k \leq k_F^{\text{uq}} l_m \ll 1$ (см. Параграф 3.1). Следовательно с ростом магнитного поля гамильтониан первого порядка (3.6) становится мал по сравнению с величиной γ/l_m^3 , представляющей собой оценку спин-орбитального члена в квантовом случае. Поэтому необходимо учитывать поправки второго порядка по спин-орбитальному взаимодействию и для этого провести вычисление всех членов в гамильтониане $\hat{H}_{\text{SO}}^\xi$ по формуле (3.5). При этом следует считать, что $k = 0$, так как переменная ξ безразмерна и характерные величины всех зависящих от ξ операторов для основного уровня Ландау по порядку величины равны 1. С учётом последнего предположения для операторов $\hat{\kappa}_i^\xi$ было получено:

$$\begin{aligned}
\hat{\kappa}_x^\xi &= i s_\theta c_\varphi (s_\theta^2 s_\varphi^2 - c_\theta^2) \frac{d^3}{d\xi^3} - s_\varphi c_\varphi^2 \xi^3 + \\
&+ s_\varphi (-3 s_\theta^2 c_\varphi^2 + s_\theta^2 - c_\theta^2) \frac{d}{d\xi} \xi \frac{d}{d\xi} + i s_\theta c_\varphi (2 s_\varphi^2 - c_\varphi^2) \xi \frac{d}{d\xi} \xi, \\
\hat{\kappa}_y^\xi &= -i s_\theta s_\varphi (s_\theta^2 c_\varphi^2 - c_\theta^2) \frac{d^3}{d\xi^3} - s_\varphi^2 c_\varphi \xi^3 + \\
&+ c_\varphi (-3 s_\theta^2 s_\varphi^2 + s_\theta^2 - c_\theta^2) \frac{d}{d\xi} \xi \frac{d}{d\xi} - i s_\theta s_\varphi (2 c_\varphi^2 - s_\varphi^2) \xi \frac{d}{d\xi} \xi, \\
\hat{\kappa}_z^\xi &= i s_\theta^2 c_\theta (-c_\varphi^2 + s_\varphi^2) \frac{d^3}{d\xi^3} - \\
&- 4 s_\theta c_\theta s_\varphi c_\varphi \frac{d}{d\xi} \xi \frac{d}{d\xi} + i c_\theta (s_\varphi^2 - c_\varphi^2) \xi \frac{d}{d\xi} \xi.
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Исследуем поправки к электронным состояниям, вызванные спин-орбитальным взаимодействием в формах (3.7) и (3.8). Из изложенного выше следует, что если

магнитное поле направлено вдоль кристаллографической оси $[100]$ или настолько велико, что $\hbar \omega_c \gg E_F$, то в первом порядке теории возмущений спин-орбитальные поправки к основному уровню Ландау исчезают. В “одноуровневом” гамильтониане $\hat{H}_0^{(1)}$ из спин-зависимых слагаемых остаётся только зеемановский член:

$$\hat{H}_0^{(1)} = \frac{\hbar \omega_c}{2} + \hat{H}_Z.$$

Следуя [51], вычислим “одноуровневый” гамильтониан $\hat{H}_0^{(2)} = \hat{H}_0^{(1)} + \hat{H}_{0,\text{SO}}^{(2)}$ основного бесспинового уровня Ландау, учитывающий взаимодействие с остальными уровнями Ландау во втором порядке теории возмущений. Общее выражение для члена $\hat{H}_{0,\text{SO}}^{(2)}$ в гамильтониане $\hat{H}_0^{(2)}$ имеет вид:

$$\hat{H}_{0,\text{SO}}^{(2)} = \sum_{m \neq 0} \frac{\hat{H}'_{0m} \hat{H}'_{m0}}{E_0^{(0)} - E_m^{(0)}}, \quad (3.9)$$

где m - номер уровня Ландау, $E_m^{(0)}$ - уровни Ландау без учёта спина, $\hat{H}'_{mn} = \langle m | \hat{H}_{\text{SO}}^\xi | n \rangle$.

По порядку величины гамильтониан (3.9) равен $(\gamma/l_m^3)^2/(\hbar \omega_c)$, то есть он становится сравним с зеемановским членом $\hat{H}_Z \sim g m^* \hbar \omega_c / (4 m_0)$ при магнитных полях, удовлетворяющих условию:

$$\hbar \omega_L \sqrt{\frac{4 m_0}{g m^*}} \sim \frac{\gamma}{l_m^3}. \quad (3.10)$$

Это соотношение уточняет приведённое в Параграфе 3.1 пограничное соотношение $\hbar \omega_L \sim \gamma/l_m^3$ между интервалами магнитных полей, на каждом из которых доминирует член $\hat{H}_Z$ или $\hat{H}_{\text{SO}}$. Особенно велика роль члена (3.9) по сравнению с зеемановским может быть, когда g -фактор рассматриваемого полупроводника близок к 0. При этом возможна даже такая ситуация, что при всех полях $\hbar \omega_c \gtrsim E_F$ за спиновые поправки будет отвечать преимущественно член спин-орбитального взаимодействия.

В процессе нахождения $\hat{H}_{0,\text{SO}}^{(2)}$ возникает необходимость вычислять матричные элементы операторов $\hat{\kappa}_i^\xi$ между волновыми функциями $|0\rangle$ и $|m\rangle$. В силу кубичности $\hat{\kappa}_i^\xi$ по операторам ξ и $d/(d\xi)$ ряд в формуле (3.9) обрывается на третьем члене.

Не приводя остальных подробностей промежуточных вычислений, сразу изложим результаты.

В случае магнитного поля, направленного вдоль оси [100], на основе (3.7) для гамильтониана $\hat{H}_{0,\text{SO}}^{(2)}$ получается выражение:

$$\hat{H}_{0,\text{SO}}^{(2)} = \nu(\mathcal{H}) \left[-\frac{3}{4} - k^4 + \hat{\sigma}_x \left(-\frac{1}{4} - k^2 + k^4 \right) \right]. \quad (3.11)$$

Выражение (3.11) означает, что спин-орбитальное взаимодействие приводит к зависящим от волнового вектора k сдвигу основного бесспинового уровня Ландау и поправке к g -фактору для электронов на этом уровне:

$$E_{0,\pm;k} = \frac{1}{2} \hbar \omega_c + \Delta E \pm \frac{1}{2} g' \mu_B \mathcal{H},$$

где

$$\Delta E(\mathcal{H}) = \nu(\mathcal{H}) \left(-\frac{3}{4} - k^4 \right), \quad (3.12)$$

$$g'(\mathcal{H}) = g + \frac{e m_0 m^* \gamma^2 \mathcal{H}}{c \hbar^5} (-1 - 4 k^2 + 4 k^4).$$

Этот результат справедлив для магнитных полей произвольной величины, так что учёт членов k^2 и k^4 в выражениях (3.11) и (3.12) является существенным.

По полученным формулам (3.12) был проведён численный расчёт спиновых поправок к энергии $\delta E_{\pm} = \Delta E \pm (g' \mu_B \mathcal{H}/2)$ для твёрдого раствора $\text{Al}_{0.12}\text{Ga}_{0.88}\text{As}$, где величина g -фактора близка к 0. Для эффективной массы электрона в $\text{Al}_{0.12}\text{Ga}_{0.88}\text{As}$ на основе линейной интерполяции между значениями масс для GaAs и AlAs было получено значение $m^* = 0.075 m_0$. Для константы Дресельхауза использовалось её значение в GaAs $\gamma = 24.5 \text{ эВ} \cdot \text{\AA}^3$. Величина g -фактора была выбрана равной -0.003 (не выбиралось значение точного нуля, чтобы модельно учесть возможную неопределённость g -фактора в реальном материале). При этом величины магнитных полей, соответствующих переходу от квазиклассического к квантовому случаю (условие $\hbar \omega_c \sim E_F$) и от случая $\hat{H}_Z > \hat{H}_{0,\text{SO}}^{(2)}$ к случаю $\hat{H}_Z < \hat{H}_{0,\text{SO}}^{(2)}$ (условие (3.10)) составили соответственно 3.3 и 62.5 Тл при $E_F = 5 \text{ мэВ}$. На Рис. 3.2 (а) приведена зависимость спиновых поправок $\delta E_{\pm}$

от магнитного поля при $k = 0$. На Рис. 3.2 (b) представлено спиновое расщепление основного уровня Ландау $\pm (g'(\mathcal{H}) \mu_B \mathcal{H}/2)$ как функция магнитного поля при $k = 0$, то есть зависимость $\delta E_{\pm}(\mathcal{H})$ без учёта постоянного сдвига $\Delta E(\mathcal{H})$. Зависимость величин $\delta E_{\pm}$ от волнового вектора $k_{x'}$ при фиксированном магнитном поле приведена на Рис. 3.3. Нетривиальными особенностями спиновых поправок, как видно из рисунков, являются те факты, что спиновое расщепление есть нелинейная функция магнитного поля, а g -фактор как функция волнового вектора $k_{x'}$ может менять знак.

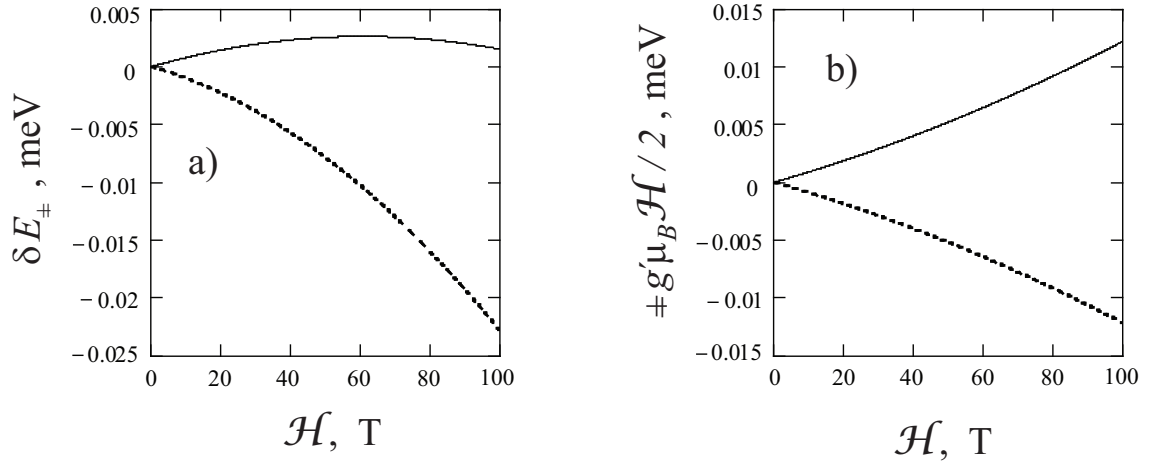


Рис. 3.2: Спиновые поправки $\delta E_{\pm}(\mathcal{H})$ к энергии основного уровня Ландау $\hbar \omega_c/2$ (a) и спиновое расщепление $\pm (g'(\mathcal{H}) \mu_B \mathcal{H}/2)$ основного уровня Ландау (b) как функции магнитного поля $\mathcal{H} \parallel [100]$ при $k_{x'} = 0$. Расчёт выполнен для твёрдого раствора $\text{Al}_{0.12}\text{Ga}_{0.88}\text{As}$, использовались следующие значения зонных параметров: $m^* = 0.075 m_0$, $\gamma = 24.5 \text{ эВ} \cdot \text{\AA}^3$, $g = -0.003$.

Случай произвольной ориентации магнитного поля относительно кристаллографических осей был сначала исследован численно (вывод аналитической формулы для этого случая представляет отдельную своеобразную задачу и изложен

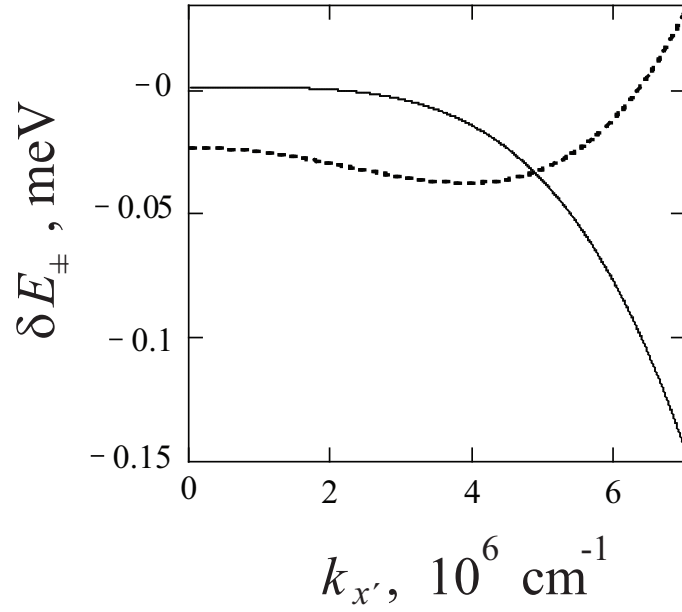


Рис. 3.3: Спиновые поправки $\delta E_{\pm}$ к энергии основного уровня Ландау $\hbar\omega_c/2$ в объёмном $\text{Al}_{0.12}\text{Ga}_{0.88}\text{As}$ как функции волнового вектора $k_{x'}$ при магнитном поле $\mathcal{H} = 70$ Тл, $\mathcal{H} \parallel [100]$.

в следующем параграфе). По выражениям (3.8) был проведён расчёт “одноуровневого” гамильтониана $\hat{H}_0^{(2)}$ для основного бесспинового уровня Ландау и спиновых поправок к энергии $\delta E_{\pm}$. Критерий подавления поправок первого порядка (3.6) поправками второго порядка (3.8), уточняющий критерий ультраквантовости $\hbar\omega_c \gg E_F$, имеет вид:

$$\frac{(\gamma/l_m^3)^2}{\hbar\omega_c} \gtrsim \frac{\gamma}{l_m^3} k_F^{\text{uq}} l_m.$$

Это условие может быть переписано следующим образом:

$$l_m \lesssim \frac{1}{k_F} \sqrt[4]{\frac{\gamma k_F^3}{E_F}},$$

что для при $E_F = 5$ мэВ даёт $\mathcal{H} \gtrsim 76.4$ Тл для GaAs и $\mathcal{H} \gtrsim 20.5$ Тл для GaSb. Зависимости $\delta E_{\pm}(\mathcal{H})$ при различных значениях углов φ и θ оказались приблизительно такими же, как и в исследованном аналитически случае $\varphi = 0$ и $\theta = 0$ (см. Рис. 3.2).

Кроме того, учёт спин-орбитального взаимодействия приводит к различным эффектам анизотропии электронных состояний в ультраквантовом магнитном по-

ле произвольного направления. Примерами таких эффектов являются отклонение направления спина электрона в собственных состояниях от направления магнитного поля, а также анизотропия определяемой по частоте спинового резонанса абсолютной величины g -фактора. Все эти эффекты могут интерпретироваться как возникновение в гамильтониане $\hat{H}_0^{(2)}$ члена вида $g_{ij}(\vec{\mathcal{H}})\hat{\sigma}_i\mathcal{H}_j$, то есть появление в g -факторе электрона анизотропных поправок.

Отклонение направления спина электрона в собственных состояниях $\chi_s \equiv \chi_{0,s;0}$ от направления магнитного поля $\mathbf{e}_{x'}$ связано с тем, что спин-орбитальный член $\hat{H}_{\text{SO}}^\xi$ в гамильтониане $\hat{H}^\xi$ анизотропно зависит от направления магнитного поля (см. формулы (3.8)). Для изучения этого эффекта были численно найдены собственные спиноры χ_s и соответствующие им электронные спины $\mathbf{s}_s$. Количественно отклонение спина электрона от направления магнитного поля характеризовалось величиной $\delta s_+ = |\mathbf{s}_+ - (1/2)\mathbf{e}_{x'}|$. Вычисление показало, что при изменении магнитного поля от 0 до 100 Тл величина δs_+ монотонно растёт (для разных направлений магнитного поля с разной скоростью) и достигает значительной доли от 1/2. На Рис. 3.4 приведён результат расчёта δs_+ как функции полярных углов θ и φ при 100 Тл. Функция $\delta s_+(\theta, \varphi)$ описывает некоторое универсальное свойство кристалла симметрии T_d . Кроме того, она всюду положительна и не меняет знак при инверсии координат. Следовательно она представляет собой единичное представление A_1^+ группы $O_h = T_d \times C_i$ и симметрична относительно отражения в плоскостях $\theta = 0$, $\varphi = \pi/4$ и $\varphi = \pi/2$ (обозначения соответствуют принятым в книге [?]). В связи с этим на Рис. 3.4 функция $\delta s_+(\theta, \varphi)$ представлена только для углов в пределах прямоугольника $0 \leq \theta \leq \pi/2$, $0 \leq \varphi \leq \pi/4$. Из рисунка следует, что для направлений магнитного поля вдоль главных кристаллографических осей $\langle 001 \rangle$, $\langle 011 \rangle$ и $\langle 111 \rangle$ направления спина электрона и магнитного поля совпадают.

Спин-орбитальный член $\hat{H}_{\text{SO}}^\xi$ в гамильтониане (3.4) приводит также к тому, что абсолютная величина g -фактора становится зависимой не только от силы магнитного поля, но и от его направления. Абсолютная величина g -фактора связана с

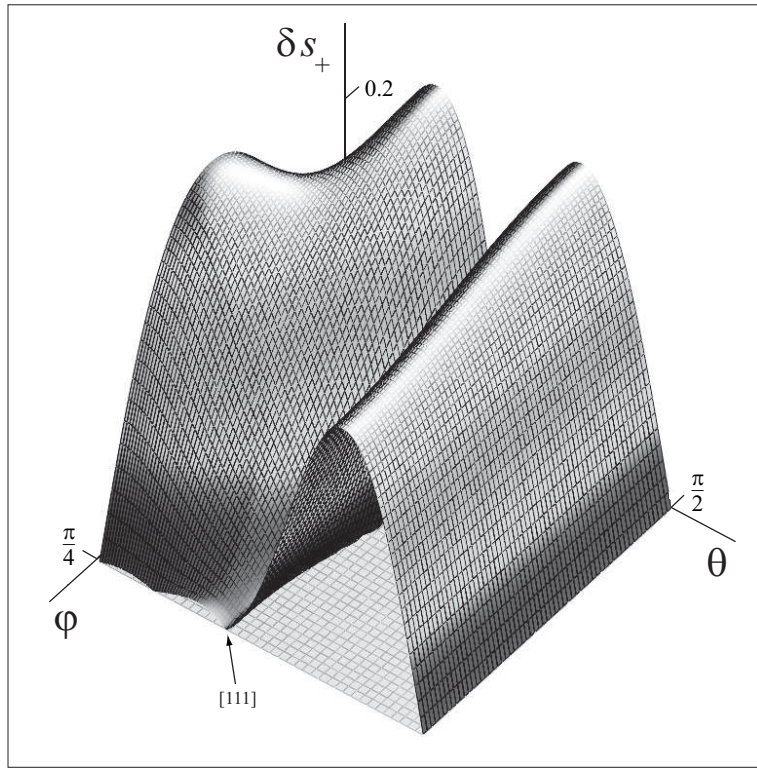


Рис. 3.4: Отклонение электронного спина от направления магнитного поля $\delta s_+ = |\mathbf{s}_+ - (1/2)\mathbf{e}_{x'}|$ как функция полярных углов θ и φ , задающих направление магнитного поля. Расчёт выполнен для объёмного $\text{Al}_{0.12}\text{Ga}_{0.88}\text{As}$, величина магнитного поля равна 100 Тл. Приведён результат расчёта для углов в интервалах $0 \leq \theta \leq \pi/2$, $0 \leq \varphi \leq \pi/4$. На остальные углы функция $\delta s_+(\varphi, \theta)$ продолжается с помощью соотношений: $\delta s_+(\varphi, \theta) = \delta s_+(\varphi, -\theta)$, $\delta s_+(\varphi, \theta) = \delta s_+(\pi/2 - \varphi, \theta)$ и $\delta s_+(\varphi, \theta) = \delta s_+(\pi - \varphi, \theta)$ (см. текст Параграфа 3.2).

частотой спинового резонанса и определяется через спиновое расщепление энергии основного уровня Ландау:

$$g_{\text{abs}}(\theta, \varphi) = \frac{2m_0 c}{e \hbar \mathcal{H}} |E_+(\theta, \varphi) - E_-(\theta, \varphi)| ,$$

где $E_{\pm}(\theta, \varphi) \equiv E_{0,\pm;0}(\theta, \varphi)$ - энергии электрона в состояниях основного уровня Ландау с противоположными спинами. Конкретный расчёт был проведён для чистого антимонида сурьмы GaSb, где наиболее сильны эффекты спин-орбитального взаимодействия. На Рис. 3.5 (a) и (b) приведён результат расчёта функции $g_{\text{abs}}(\theta, \varphi)$ при двух фиксированных значениях угла φ для величины магнитного поля 100 Тл. Видно, что функция $g_{\text{abs}}(\theta)$, как и функция $\delta s_+(\theta)$, симметрична относительно

точки $\theta = 0$.

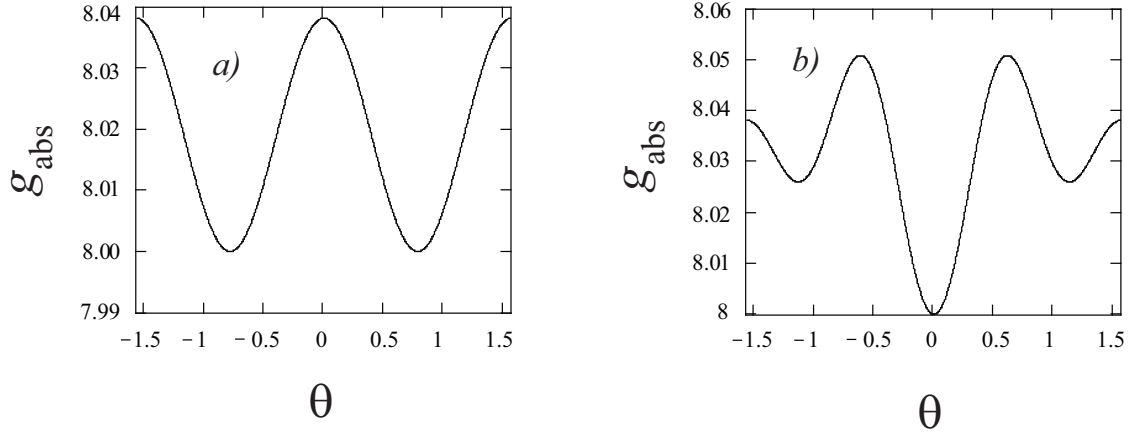


Рис. 3.5: Зависимость абсолютной величины g -фактора электрона g_{abs} от угла θ при $\varphi = 0$ (a) и при $\varphi = \pi/4$ (b) (углы θ и φ определяют направление магнитного поля относительно главных кристаллографических осей). Магнитное поле равно 100 Тл. Расчёт выполнен для чистого антимонида сурьмы GaSb, использовались следующие значения зонных параметров: $m^* = 0.041 m_0$, $\gamma = 187 \text{ эВ} \cdot \text{\AA}^3$, $g = -8$.

Выше отмечалось, что K^4 -члены в гамильтониане электрона оказывают, как и рассмотренное в этом параграфе слагаемое Дрессельхауза, квадратичное по величине магнитного поля влияние на энергию и спиновую часть волновой функции электрона в ультраквантовом магнитном поле. Поэтому рассмотренные в этом параграфе эффекты будут проявляться совместно с аналогичными эффектами за счёт K^4 членов. Встаёт вопрос о сравнительной силе K^3 и K^4 механизмов анизотропии. ниже в этой главе будет детально рассмотрен этот вопрос для GaAs. Для других полупроводников, например, для GaSb нет данных по соответствующим константам K^4 гамильтониана (η и другие). Поэтому развитая теория K^3 и K^4 механизмов анизотропии будет полезна для интерпретации экспериментальных данных типа проведённой в Параграфе 3.4 и определения и уточнения по этим данным констант типа γ и η .

3.3 Полная формула для анизотропии уровней Ландау в сильном магнитном поле

Для расчета совместного влияния членов $\hat{H}_\tau$, $\hat{H}_\beta$ и $\hat{H}_{\text{SO}}$ на энергию n -го уровня Ландау нужно построить “одноуровневый” гамильтониан теории возмущений (матрицу 2×2) с учетом $\hat{H}_{\text{SO}}$ во втором и $\hat{H}_\tau$ и $\hat{H}_\beta$ в первом порядке теории возмущений:

$$\hat{H}_n^{(\text{SO},\tau)} = \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) I + \frac{g\mu_B(\mathcal{H} \cdot \hat{\sigma})}{2} + \hat{H}_{n,\text{SO}}^{(2)} + \hat{H}_{n,\tau}^{(1)} + \hat{H}_{0,\beta}^{(1)}. \quad (3.13)$$

где I – единичная матрица 2×2 , $\hbar\omega_c (n + 1/2) I$ – главный член, $H_Z = g\mu_B(\mathcal{H} \cdot \hat{\sigma})/2$ – зеемановское слагаемое,

$$\hat{H}_{n,\tau}^{(1)} = \langle n | \hat{H}_\tau | n \rangle, \quad \hat{H}_{n,\beta}^{(1)} = \langle n | \hat{H}_\beta | n \rangle,$$

– 2×2 гамильтонианы первого порядка теории возмущений по H_τ и H_β , член $\hat{H}_{n,\text{SO}}^{(2)}$ учитывает смешивание за счет $\hat{H}_{\text{SO}}$ остальными $n' \neq n$ уровнями Ландау во втором порядке теории возмущений (см. предыдущий параграф). В случае, если зеемановское расщепление много больше характерных величин операторов $\hat{H}_\tau$ и $\hat{H}_{\text{SO}}$, то для вычисления поправок к энергиям спиновых подуровней за счет $\hat{H}_\tau$ и $\hat{H}_{\text{SO}}$ нужно также применить теорию возмущений уже в рамках 2×2 -гамильтониана $\hat{H}_n^{(\text{SO},\tau)}$. При этом модификация спиновых волновых функций будет незначительна. Поэтому, во-первых, спиновые состояния электрона можно классифицировать по свойству спина в данном состоянии быть приблизительно сонаправленным или приблизительно противоположно направленным с направлением магнитного поля (состояния “+” и “–” соответственно). Во-вторых, для каждого состояния $|n, \pm\rangle$ поправки к энергии от членов $\hat{H}_{\text{SO}}$ и $\hat{H}_\tau$ будут просто складываться. Здесь существенно учитывать, что в GaAs $g < 0$ и $\eta > 0$, – K^3 - и K^4 -вклады могут как взаимно усиливаться, так и взаимно ослабляться (знак константы η приведен в работе [11] и для проверки был независимо определен теоретически по формулам работы [42],[70]). Основным спиновым подуровнем для каждого уровня Ландау в GaAs в этих обозначениях будет “+”-подуровень.

Поправки первого порядка по $\hat{H}_\tau$ к энергии n -го уровня Ландау при $k_{\mathcal{H}}l_m \ll 1$ имеют вид [11, 41]:

$$\delta E_{n,\pm} = \pm \frac{e\eta}{c\hbar} (2n+1) \mathcal{H}^2 P^4(\mathbf{h}), \quad (3.14)$$

где $\mathbf{h} = \mathcal{H}/\mathcal{H}$, $P^4(\mathbf{h}) = h_x^2 h_y^2 + h_x^2 h_z^2 + h_y^2 h_z^2$ – анизотропный инвариант группы O^h (и T^d) четвертой степени по $\mathbf{h}$.

H_β поправки к энергии одинаковы для обоих спиновых подуровней ($\langle n|H_\beta|n \rangle = (\delta E_\beta)_n I$). Для основного и первого уровня Ландау они были вычислены в статье [11]. Но в той статье была приведена в качестве ответа только разность $[(\delta E_\beta)_1 - (\delta E_\beta)_0]$. Поэтому в диссертации была рассчитана величина $(\delta E_\beta)_n$ for $n = 0$ (с расчётом применения при изучении магнитокристаллической анизотропии, см. Параграф 3.6). Не описывая подробно метод этого расчёта, так как он хотя и достотаточно трудоёмок, но очень близок изложенному в [41] и Параграфа 3.2, приведём ответ:

$$(\delta E_\beta)_0 = \frac{3e^2\beta}{4c^2\hbar^2} \mathcal{H}^2 [1 + (h_x^4 + h_y^4 + h_z^4)] . \quad (3.15)$$

Расчет поправок $\delta E_{0,\pm}$ за счет слагаемого $\hat{H}_{\text{SO}}$ к энергии основного уровня Ландау был проделан в предыдущем параграфе (см., например, Рис. 3.5). На Рис. 3.6 а приведена зависимость $\delta E_{0,\pm}(\theta, \varphi)$ для условий эксперимента [11]. Для изучения влияния члена $\hat{H}_{\text{SO}}$ на энергию циклотронного резонанса необходимо сделать расчет поправок $\delta E_{1,\pm}(\theta, \varphi)$ к первому уровню Ландау при $k_{\mathcal{H}} = 0$. Такой расчет был проведен с помощью формул (3.8) и (3.9) (Рис. 3.6 б). Видно, что абсолютная величина $\delta E_{1,\pm}$ значительно больше, чем $\delta E_{0,\pm}$, а угловая зависимость оказывается похожей.

Как следует из предыдущего рассмотрения, матрица $\hat{H}_{n,\text{SO}}^{(2)}$ в формуле (3.13) имеет вид $\nu(\mathbf{Q}_n(\theta, \varphi) \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}})$, где $(Q_n)_i(\theta, \varphi)$ – безразмерные тригонометрические полиномы не старше шестого порядка. Если зеемановское расщепление много больше характерных величин $\hat{H}_{\text{SO}}^{(2)}$ и $\hat{H}_\tau$, то спиновое расщепление от члена (3.1) равно $2\nu(\mathbf{Q}_n \cdot \mathbf{h})$. Полином $R_n(\theta, \varphi) = (\mathbf{Q}_n \cdot \mathbf{h})$ должен быть не старше седьмого порядка. Так как при определении углов θ и φ была выделена роль оси z , то разумно

ожидать, что $R_n(\theta, \varphi)$ можно представить как полином от компонент вектора $\mathbf{h}$. В силу инвариантности относительно инверсии времени выбранного способа классификации спиновых состояний и вычисленных поправок к их энергии полином $R_n(\mathbf{h})$ включает члены только четной степени по $\mathbf{h}$. Пространственная инверсия не меняет члены четной степени, следовательно $R_n(\mathbf{h})$ есть линейная комбинация постоянного члена и двух инвариантов группы O^h (и T^d): $P^4(\mathbf{h})$ и $P_1^6(\mathbf{h}) = h_x^2 h_y^2 h_z^2$ ². Итак, анизотропная часть поправок к спиновому расщепления уровней Ландау от взаимодействия (3.1) имеет вид:

$$\delta E_{n,+} - \delta E_{n,-} = \nu(\mathcal{H}) [a_n P^4(\mathbf{h}) + b_n P_1^6(\mathbf{h})] .$$

Коэффициенты a_n и b_n были вычислены путем сравнения разложений на сферические гармоники численно рассчитанных функций $\delta E_{n,\pm}$ (Рис. 3.6) и инвариантов P^4 и P_1^6 . Было получено:

$$a_0 = 2, \quad b_0 = -22\frac{1}{2}, \quad a_1 = -2, \quad b_1 = -157\frac{1}{2} .$$

Для поправок за счёт члена Дрессельхауза непосредственно для энергии первого и второго уровней Ландау было получено:

$$(\delta E_\gamma)_{n,\pm} = \nu(\mathcal{H}) [r_{n,\pm} + s_{n,\pm} (h_x^4 + h_y^4 + h_z^4) + t_{n,\pm} h_x^2 h_y^2 h_z^2] , \quad (3.16)$$

где:

$$\begin{aligned} r_{0,+} &= -\frac{3}{16}, & s_{0,+} &= -\frac{13}{16}, & t_{0,+} &= -23\frac{5}{8}, \\ r_{0,-} &= -\frac{11}{16}, & s_{0,-} &= \frac{3}{16}, & t_{0,-} &= -1\frac{1}{8}. \end{aligned}$$

Выражение (3.16) содержит h^6 кубический инвариант $h_x^2 h_y^2 h_z^2$, который по угловой зависимости принципиально отличается от h^4 -инварианта.

Все полученные поправки (3.14), (3.15) и (3.16) квадратичны по $\mathcal{H}$, но четвёртого и шестого порядка по вектору $\mathbf{h}$. Это означает, что они неаналитически зависят

²Для любого $\mathbf{h}$, $|\mathbf{h}| = 1$, верно тождество $P_2^6(\mathbf{h}) = 3 P_1^6(\mathbf{h}) - 3 P^4(\mathbf{h}) + 1$, где $P_2^6(\mathbf{h}) = h_x^6 + h_y^6 + h_z^6$ – второй анизотропный инвариант шестого порядка группы O^h . Поэтому в разложении $R_n(\mathbf{h})$ есть только два существенно различных анизотропных кубических инварианта не старше шестой степени.

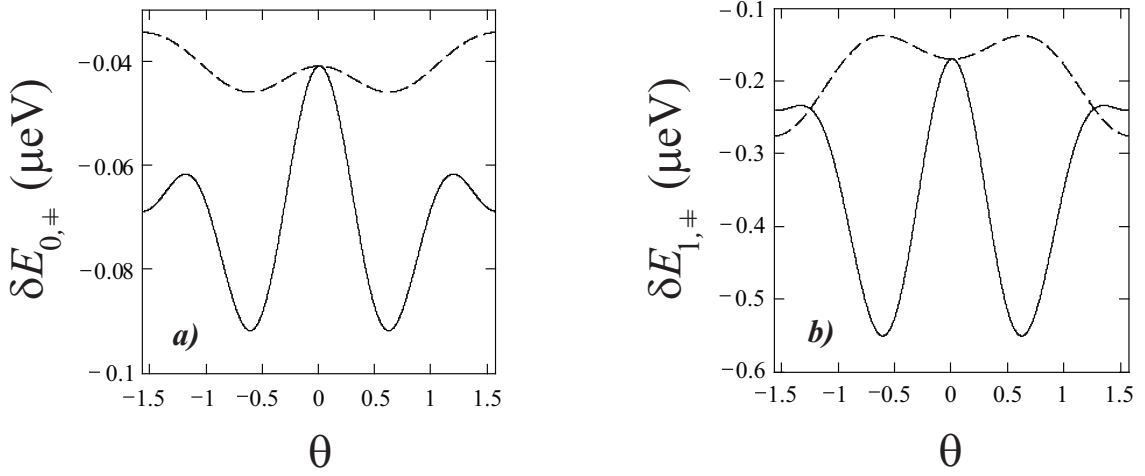


Рис. 3.6: Поправки $\delta E_{n,\pm}$ за счет взаимодействия Дрессельхауза к энергии основного (a) и первого (b) уровней Ландау как функции угла θ при $\varphi = \pi/4$. Магнитное поле равно 7.5 Тл. Использовались следующие значения зонных параметров GaAs: $m^* = 0.0667 m_0$, $\gamma = 24.5$ эВ·Å³ [10]. Сплошные линии отвечают спиновым состояниям “+”, пунктирные линии – состояниям “−” (при переходах циклотронного резонанса “тип линии не меняется”)

от $\mathcal{H}$, что будет очень важно в Параграфе 3.5 при расчёт уловой зависимости намагниченности.

Суммируя (3.14), (3.15) и (3.16), для энергии нижнего подуровня основного уровня Ландау получаем:

$$\begin{aligned}
 E_{0,+}^{K4} &= E_{0,+}^{K2} + \delta E_{0,+}^{\text{is}} + \delta E_{0,+}^{\text{anis}}, \\
 \delta E_{0,+}^{\text{anis}} &= [(\delta E_{\eta})_{0,+} + (\delta E_{\beta})_0 + (\delta E_{\gamma})_{0,+}]_{\text{anis}} = \\
 &= [A (h_x^4 + h_y^4 + h_z^4) + B h_x^2 h_y^2 h_z^2] \mathcal{H}^2, \\
 A &= \frac{1}{2} \frac{e\eta}{c\hbar} + \frac{3}{4} \frac{\beta e^2}{c^2 \hbar^2} - \frac{13}{16} \frac{e^2 m^* \gamma^2}{c^2 \hbar^4}, \quad B = -23 \frac{5}{8} \frac{e^2 m^* \gamma^2}{c^2 \hbar^4}.
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Здесь $\delta E_{0,+}^{\text{is}}$ содержит как изотропные вклады от членов $H_{4,\text{isotr}}$ in (2.4), так изотропную часть вкладов от членов H_{η} , H_{β} и H_{SO} (см. формулы (3.14), (3.15) и (3.2)). Нижний индекс “anis” после выражения в скобках обозначает выделение анизотропной части выражения в скобках в рамках базиса $\{1, h_x^4 + h_y^4 + h_z^4, h_x^2 h_y^2 h_z^2\}$.

В рамках $\mathbf{k}\mathbf{p}$ -гамильтониана четвёртого порядка существует также ещё один механизм возникновения анизотропных поправок к g -фактору. В кубических по-

лупроводниках первое бесспиновое анизотропное слагаемое в гамильтониане – это $\hat{H}_\beta$. Этот член вообще говоря может быть велик по сравнению с любыми спин-орбитальными членами третьего и четвёртого порядка, так как его возникновение не связано со спин-орбитальным взаимодействием. При квантовании Ландау наличие $\hat{H}_\beta$ приведёт к некоторой анизотропии волновых функций. Анизотропия волновых функций в свою очередь за счёт изотропной, но большой поправки к g -фактору $g_1 \hat{K}^2$ (см. (2.4)) вызовет дополнительную анизотропию спинового расщепления. Иначе говоря, речь идёт о поправках второго порядка теории возмущений за счёт совместно действия членов $g_1 \hat{K}^2(\mathcal{H} \cdot \hat{\sigma})$ и $\hat{H}_\beta$. Выполним оценку величины этого механизма анизотропии спинового расщепления уровней Ландау. Во-первых, определим по теории возмущений поправку к координатной волновой функции χ_0 основного уровня Ландау за счёт члена $\hat{H}_{\text{anis}}^4$:

$$\chi_0^{(1)} \sim \chi_0^{(0)} + \frac{1}{\hbar \omega_c} \langle 2 | \hat{H}_\beta^4 | 0 \rangle \chi_2^{(0)}.$$

Оценим сверху анизотропный вклад в матричный элемент $\langle 2 | \hat{H}_{\text{anis}}^4 | 0 \rangle$ величиной β/l_m^4 . Затем, в рамках 2×2 гамильтониан теории возмущений основного уровня Ландау, вычислим анизотронную поправку к g -фактору за счёт взаимодействия $g_1 \hat{K}^2(\mathcal{H} \cdot \hat{\sigma})$:

$$g'_{\text{anis}} \sim \frac{\beta}{\hbar \omega_c l_m^4} g_1 \langle 2 | \hat{K}^2 | 0 \rangle \approx \frac{g_1 \beta m^*}{\hbar^2 l_m^4}. \quad (3.18)$$

Используя приведённую в [64] формулу для расчёта константы g_1 и приведённые в [20, 65] данные по величинам констант β , получаем следующие результаты. Для GaAs поправка g'_{anis} сравнивается с поправками за счёт спин-орбитального члена при магнитном поле 142 Тл (значение константы $\beta = 490 \text{ эВ} \cdot \text{\AA}^4$ определялось из экспериментальных данных работы [20]), для GaSb поправка g'_{anis} сравнивается с поправками за счёт спин-орбитального члена при магнитном поле 130 Тл (значение константы $\beta = 2850 \text{ эВ} \cdot \text{\AA}^4$ было взято из расчёта работы [65]). При меньших полях g'_{anis} убывает квадратично по магнитному полю, в то время, как поправки за счёт спин-орбитального взаимодействия убывают линейно по магнитному полю (см. формулы (3.12)). Более того, эта оценка является гораздо более жёсткой,

чем можно получить при более подробном анализе, по следующей причине. Наличие квадрата кинематического импульса в $g_1 \hat{K}^2 (\mathcal{H} \cdot \hat{\sigma})$ приводит к тому, что этот член является диагональным по номеру бесспинового уровня Ландау, поэтому по изложенному выше механизму могут возникать поправки только во втором порядке по β (матричный элемент в (3.18) равен нулю). Отметим, что в собственных состояниях члена $g_1 \hat{K}^2 (\sigma \cdot \mathcal{H}) / 2$ спины всегда направлены вдоль или против направления магнитного поля. Поэтому влияние анизотропного члена $\hat{H}_{\text{anis}}^4$ распространяется только на абсолютную величину g -фактора, не приводя к дополнительному отклонению спина от направления магнитного поля.

3.4 Сравнение рассчитанной анизотропии g -фактора с экспериментальными данными по анизотропии циклотронного резонанса

Обсудим возможности экспериментального наблюдения предсказанных эффектов. В последнее время очень выросла максимальная величина магнитных полей, которые можно достичь в лаборатории. Наибольшее магнитное поле, которое может быть получено в стационарном режиме, составляет 35 Тл; в импульсном режиме возможно получение полей до 70 Тл [63]. С другой стороны, в работах по изучению спинового резонанса [68],[58] была достигнута большая точность измерения g -фактора электрона (вплоть до 0.001). Таким образом, предсказанные зависимости поправок к g -фактору от величины и направления магнитного поля находятся в рамках экспериментальной достижимости при использовании измерительных техник типа описанных в [68],[58],[69].

Эффект отклонения электронных спинов в собственных состояниях от направления магнитного поля приводит к тому, что в термодинамическом равновесии магнитный момент $\mathbf{M}$ системы электронов будет направлен не вдоль магнитного поля $\mathcal{H}$. Этот эффект подробно обсуждается в следующем параграфе.

Отклонение электронных спинов от направления магнитного поля может так-

же существенно влиять на скорость спиновой релаксации электронов в ультра-квантовом продольном магнитном поле по механизму Дзяконова-Переля. Если возбуждённый параллельно магнитному полю спин находится не в собственном состоянии гамильтониана, то он претерпевает прецессию, рассеяние и, следовательно, релаксацию. Наличие направлений, вдоль которых спин всё-таки находится в собственных состояниях (см. Рис. 3.4), приводит к тому, что время спиновой релаксации становится сильно анизотропно при изменении направления магнитного поля. Для полей из интервала $\hbar\omega_c \sim E_F$ этот эффект был экспериментально и теоретически изучен в [9]. Для случая более сильных магнитных полей, когда заполнен только основной уровень Ландау, можно ожидать проявления похожих эффектов за счёт спин-орбитальных поправок, изученных в параграфах выше.

При циклотронном резонансе происходят переходы электронов $0^\pm \rightarrow 1^\pm$ с сохранением типа спинового состояния и величины волнового вектора $k_{\mathcal{H}} \approx 0$. Таким образом, расщепление Δ линии циклотронного резонанса за счет заданных поправок $\delta E_{n,\pm}$ к уровням Ландау определяется по формуле:

$$\Delta = (\delta E_{1,+} - \delta E_{0,+}) - (\delta E_{1,-} - \delta E_{0,-}) . \quad (3.19)$$

Основной (изотропный) вклад в эту величину дает член $g_1 \hat{K}^2(\mathcal{H} \cdot \hat{\sigma})$ в K^4 -гамильтониане. Как указывалось во Введении, анизотропию Δ в квадратичном по $\mathcal{H}$ приближении определяют члены H_β и H_τ . Для анизотропных поправок к Δ за счет $\hat{H}_\tau$ из формул (3.14) и (3.19) получаем: $\Delta_\tau = (4e\eta\mathcal{H}^2/c\hbar)P^4(\mathbf{h})$ [11].

Рассчитанные в предыдущем параграфе поправки приводят к анизотропным сдвигу $(E_{\text{sh}})_{\text{SO}}$ линии циклотронного резонанса и к расщеплению линии Δ_{SO} . На Рис. 3.7 приведена вычисленная на основе $\delta E_{n,\pm}$ и формулы (3.19) величина Δ_{SO} как функция θ для трех частных значений φ . По формуле (3.19) для анизотропной части $(\Delta_{\text{SO}})_{\text{anis}}$ расщепления Δ_{SO} получаем аналитическое выражение:

$$(\Delta_{\text{SO}})_{\text{anis}} = -\frac{e^2 m^* \gamma^2}{c^2 \hbar^4} \mathcal{H}^2 [4P^4(\mathbf{h}) + 135P_1^6(\mathbf{h})] . \quad (3.20)$$

Для исключения недоразумений, укажем, что на Рис. 3.6 предстала величина

$$\Delta_{\text{SO}} = (\Delta_{\text{SO}})_{\text{anis}} + 1 \cdot \nu.$$

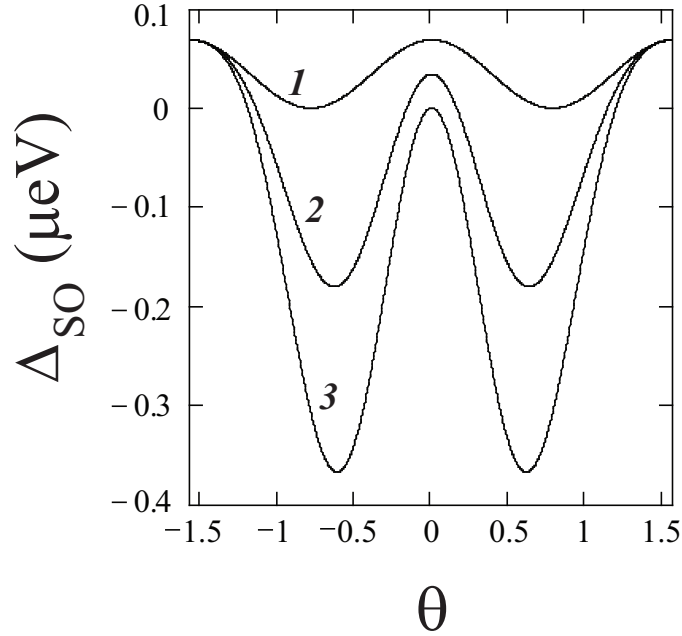


Рис. 3.7: Вклад Δ_{SO} от взаимодействия Дрессельхауза в расщепление линии циклотронного резонанса как функция угла θ при $\varphi = 0$ (кривая “1”), при $\varphi = \pi/8$ (кривая “2”) и при $\varphi = \pi/4$ (кривая “3”). Магнитное поле и зонные параметры те же, что для рис.3.6

Сравним полученный результат для Δ_{SO} с данными работы [11]. Примем в качестве экспериментального значения разницы $(\Delta_{110} - \Delta_{100})$ расщеплений линии при $\mathbf{h}||[110]$ и при $\mathbf{h}||[100]$ в магнитном поле $\mathcal{H} = 7.5$ Тл величину 5 мкэВ (крайние справа точки на рис.1 работы [11]). Из рис.3.7 видно, что для $\mathbf{h}||[100]$ вклад Δ_{SO} в расщепление составляет ~ 0.07 мкэВ, а для $\mathbf{h}||[110]$ отсутствует. Таким образом, влияние рассматриваемого механизма на наблюдавшуюся в [11] анизотропию расщепления линии относительно $\langle 100 \rangle$ и $\langle 110 \rangle$ осей невелико и составляет около 1.5 %. Поэтому можно считать, что $(\Delta_{110} - \Delta_{100})_{\text{exp}} = (\Delta_{110} - \Delta_{100})_{\text{r}}$. С другой стороны, для магнитных полей, чье направление $\mathbf{h}$ близко к оси $\langle 111 \rangle$ (см. рис.3.7), разность расщеплений $(\Delta_{\mathbf{h}} - \Delta_{100})_{\text{SO}}$ равна ~ 0.45 мкэВ, что составляет около 10 % от наблюдавшегося значения $(\Delta_{110} - \Delta_{100})_{\text{exp}}$. Здесь же заметим, что влияние члена Дрессельхауза на сдвиг дублета циклотронного резонанса (см. рис.3.6) очень мало по сравнению с измеренным в [11] значением сдвига (рис.1 работы [11]).

Реальность предсказанного вклада в Δ за счет взаимодействия Дрессельхауза (3.1) можно подтвердить, сравнив рис.3.7 с данными работы [19] для трех направлений магнитного поля: $\langle 100 \rangle$, $\langle 110 \rangle$ и $\langle 111 \rangle$. Будем пользоваться данными из табл.1 работы [19]. В ней расщепления линии циклотронного резонанса приведены через расщепление $\Delta\mathcal{H}$ резонансного магнитного поля при фиксированной энергии перехода; при (выполненном) условии $\hbar\omega_c \gg \Delta$ величина $\Delta\mathcal{H}$ пропорциональна величине Δ . Если бы существовал один вклад (3.14) в анизотропию расщепления линии, то величины $(\Delta_{111} - \Delta_{110})$ и $(\Delta_{110} - \Delta_{100})$ составляли бы 1/12 и 1/4 от $(4e\eta\mathcal{H}^2/c\hbar)$, а их отношение $f_{\text{anis}} = (\Delta_{111} - \Delta_{110})/(\Delta_{110} - \Delta_{100})$ было бы равно 1/3. Но с учетом отрицательного K^3 -вклада в анизотропию расщепления величина $(\Delta_{111} - \Delta_{110})_{\text{theor}}$ должна составлять $\sim 33.3 - (0.37/5.0) \cdot 100 = 26$ % от величины $(\Delta_{110} - \Delta_{100})$ (см. предыдущий абзац и рис.3.7). Из табл.3.1. видно, что для $\mathcal{H} = 10.43$ Тл и $\mathcal{H} = 13.87$ Тл экспериментальные значения f_{anis} неплохо согласуются с числом 26 %. Согласно развитой теории, расщепления $\Delta_{\mathbf{h}}$ для всех $\mathbf{h}$ должны зависеть от $\mathcal{H}$ квадратично. Как видно из табл.3.1, значения расщеплений для $\mathcal{H} = 6.7$ Тл выпадают из этой зависимости, поэтому эту точку разумно списать на измерительную ошибку. Для сравнения укажем, что теоретическое предсказание работы [22] для f_{anis} составляет 0.29 (использован рис.1 работы [22]).

Таблица 3.1

Экспериментальные значения расщепления линии циклотронного резонанса. Используются данные табл.1 из статьи [19].

$\mathcal{H}$, Тл	$\Delta\mathcal{H}_{\mathbf{h}}/\mathcal{H}^2$, кТл $^{-1}$			f_{anis}
	$\mathbf{h} = [100]$	$\mathbf{h} = [110]$	$\mathbf{h} = [111]$	
6.08	0.357	0.398	0.417	0.467
10.43	0.352	0.420	0.438	0.270
13.87	0.356	0.425	0.441	0.233

Сравним полученные поправки к величине Δ с измеренной в работе [20] угловой зависимостью Δ для магнитного поля $\mathcal{H} = 10.43$ Тл в плоскости $\{110\}$. Используя $(\Delta_{110} - \Delta_{100})_{\text{exp}} \approx (\Delta_{110} - \Delta_{100})_{\tau}$, из измеренных в [19, 20] значений Δ_{110} и Δ_{100} была извлечена константа η : $\eta = 6.8 \cdot 10^{-23}$ эВ·см²·Э⁻¹, что несколько превосходит полученный в [11] результат $\eta = 4.9 \cdot 10^{-23}$ эВ·см²·Э⁻¹. С так выбранной константой η и с константой γ из обзора [10] были построены величины Δ_{τ} и $\Delta_{\text{theor}} = \Delta_{\tau} + \Delta_{\text{SO}}$ в зависимости от угла θ при $\varphi = \pi/4$ и затем наложены на данные работ [19, 20] (рис.3.8). Вертикальное положение экспериментального значения Δ при $\theta = 0$ было совмещено с вертикальным положением $\Delta_{\text{theor}}(\theta = 0)$ ³. Погрешность приведенных на рис.3.8 экспериментальных данных оценивается вертикальным размером символов, использованных для нанесения экспериментальных точек [22]. Видно, с одной стороны, что так построенная зависимость $\Delta_{\text{theor}}(\theta)$ существенно уточняет зависимость $\Delta_{\text{theor}}(\theta)$ работы [22]. С другой стороны, видно, что учет поправок за счет члена Дрессельхауза (штриховая линия), насколько можно судить при имеющейся неточности экспериментальных данных, уточняет описание на основе одного члена $\hat{H}_{\tau}$ (тонкая сплошная линия).

В работах [71] показано, что при $\mathcal{H} \gtrsim 15$ Тл на структуру зоны проводимости GaAs сильно влияет поляронный эффект от взаимодействия электронов с оптическими фононами. Поэтому к проведенному сопоставлению развитой теории с данными [19],[20] нужно относиться с известной осторожностью и в дальнейшем актуально теоретически изучить влияние поляронного эффекта на анизотропию уровней Ландау.

Как видно из построенной теории, более точное и подробное, чем в [11],[19],[20], измерение зависимости Δ от углов θ и φ позволит экспериментально провести разделение K^3 - и K^4 -вкладов в анизотропию спинового расщепления уровней Ландау. Действительно, путем разложения экспериментальной зависимости $\Delta(\theta, \varphi)$ по

³При этом в силу сделанного выбора параметра η совпало вертикальное положение точек $\Delta_{\text{exp}}(\theta = -\pi/2)$ и $\Delta_{\text{theor}}(\theta = -\pi/2)$; положение этих точек соответствует началу отсчёта по оси ординат на Рис. 3.8: $\Delta\mathcal{H} = 0$.

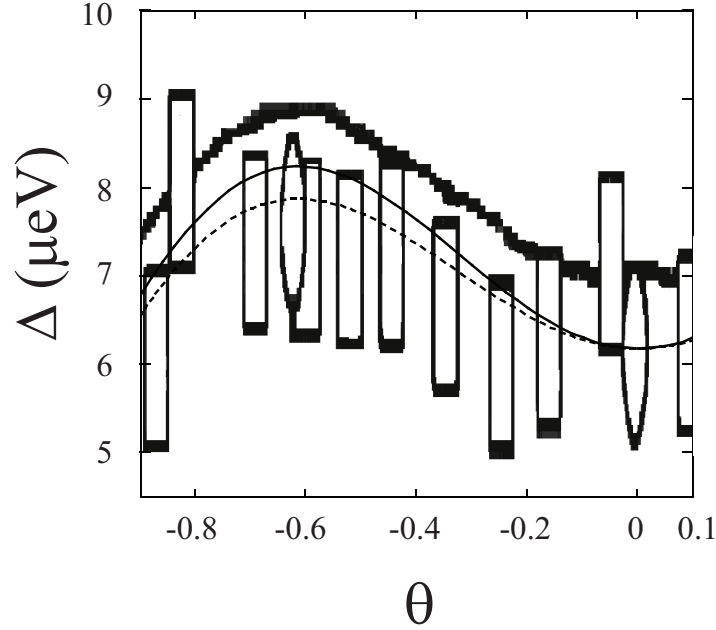


Рис. 3.8: Расщепление Δ линии циклотронного резонанса в GaAs как функция угла θ при $\varphi = \pi/4$ и $\mathcal{H} = 10.43$ Тл. Круги – результат эксперимента [19], прямоугольники – результат эксперимента [20], толстая сплошная линия – предсказание теории [22], тонкая сплошная линия – величина Δ_τ с параметром η , выбранным на основе экспериментальных данных [19] и [20] для Δ_{100} и Δ_{110} , штриховая линия – величина $\Delta_{\text{theor}} = \Delta_\tau + \Delta_{\text{SO}}$ с тем же значением константы η , что и для тонкой сплошной линии, и с константой γ из обзора [10]. Рисунок взят из работы [22] (не считая тонкой сплошной и штриховой линий)

сферическим гармоникам можно выделить вклады четвертого и шестого порядков, которые соответственно описывают K^4 - и K^3 -механизмы анизотропии и тем самым независимо определить константы η и γ . Заметим, что вклад от члена $\hat{H}_{SO}$ в Δ_{theor} является квадратичным по константе γ , то есть очень чувствителен к её величине. Аналогичным образом для определения η и γ можно использовать данные по анизотропии спинового и комбинированного резонансов (переходы $n^+ \rightarrow n^-$ и $n_1^+ \rightarrow n_2^-$). Такие способы измерения η и γ являются непосредственными в том смысле, что измеряется энергия спинового расщепления, выражающаяся через γ и η без параметров, описывающих кинетику электронов. Например, определение константы γ по скорости спиновой релаксации не вполне однозначно, так как из-

меряется её произведение с некоторым временем рассеяния τ [10]. Заметим, что в литературе довольно сильно, в 2 раза, разнятся экспериментальные значения константы γ для GaAs [10],[24]. Проведённый анализ данных [11],[19],[20] свидетельствует в пользу значений константы γ вблизи “канонического” значения $24.5 \text{ eV} \cdot \text{\AA}^3$ [10] и, кроме того, позволил уточнить значение константы η по сравнению с приведённым в [11].

Представляет интерес применение предложенного метода измерения констант η и γ к антимониду галлия. С одной стороны, GaSb – материал с большим спинным расщеплением ($\gamma = 187 \text{ эВ} \cdot \text{\AA}^3$ [10]), перспективный для изучения влияния спина на оптические и электрические явления в полупроводниках и полупроводниковых гетероструктурах (см., например, работу [6] и ссылки на нее). С другой стороны, насколько известно автору, для GaSb отсутствуют экспериментальные данные по константе η и по другим константам в K^4 -эффективном гамильтониане.

3.5 Магнитокристаллическая анизотропия n -легированного полупроводника

Эффект отклонения электронных спинов в собственных состояниях от направления магнитного поля является одной из причин того, что в термодинамическом равновесии магнитный момент $\mathbf{M}$ вырожденного электронного газа в полупроводнике будет направлен не вдоль магнитного поля $\mathcal{H}$. Однако, симметричный анализ показывает, что в кристалле группы T_d у тензора магнитной восприимчивости $\chi_{ij} = \chi_{ij}(\mathcal{H}) = \partial M_i(\mathcal{H}) / (\partial \mathcal{H}_j)$ недиагональные компоненты невозможны. Это означает, что эффект магнитной анизотропии хотя и должен существовать, но появляется в более высоких порядках по магнитному полю, а также в настолько сильных магнитных полях, что зависимость $\mathbf{M}(\mathcal{H})$ становится существенно нелинейной. В этой связи наиболее ярко магнитная анизотропия должна проявляться в ультраквантовом случае в n -легированном полупроводнике, когда основная часть

намагниченности за счёт электронов насыщается.

Здесь полезно кратко изложить основные сведения об эффекте магнитокристаллической анизотропии. Эффект магнитной анизотропии твёрдого тела состоит в отклонении направления и зависимости величины намагниченности образца от направления магнитного поля. Существует несколько механизмов эффекта: за счёт анизотропии кристаллической решётки, за счёт анизотропии формы образца и за счёт возникновения в магнитном поле деформации образца, которая в свою очередь вызывает анизотропию намагниченности [72]. Магнитная анизотропия за счёт решётки нацывается магнитокристаллической анизотропией и будет рассматриваться в настоящем параграфе. Магнитокристаллическая анизотропия, в свою очередь, может быть связана с анизотропией формы молекул, из которых состоит кристалл (для диэлектриков) [73] или со спин-орбитальным взаимодействием микроскопических магнитных моментов с потенциалом решётки (для металлов) [74]. Она экспериментально изучалась для многих твёрдых тел: неметаллических диа- и парамагнетиков [73], ван-Флековских парамагнетиков, [75], ферромагнетиков и антиферромагнетиков [66][72],[74], нормальных металлов [76], ферромагнитных тонких плёнок [77],[74], и, недавно, для полупагнитных полупроводниковых растворов $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$ [78],[79].

В этом параграфе будет рассмотрена магнитокристаллическая анизотропия n -легированного полупроводника типа GaAs для случая нулевой температуры и сильного, ультраквантового, магнитного поля, когда заселено только дно основного уровня Ландау. В этом случае, как ожидается, намагниченность образца определяется в значительной степени электронами проводимости [50] и поэтому магнитокристаллическая анизотропия определяется анизотропией зоны проводимости (не только спин-зависимыми членами). Поэтому теория будет очень простой, а возможные экспериментальные данные, ожидается, будут легко интерпретируемы. В терминах книги [50], будет представлено исследование анизотропии сильного диамагнетизма. Будет получена аналитическая формула для анизотропных поправок

к намагниченности, в эту формулу будут входить зонные параметры полупроводника.

В сильном магнитном поле, когда заселён только нижний подуровень $n = 0$ уровня Ландау происходит насыщение намагниченности как функции $\mathcal{H}$. Например, это наблюдалось в работе [83], где исследовался металлический раствор LaRhIn_5 , у которого поверхность Ферми обладает маленькими карманами, и в работе [75], где изучалась магнитная анизотропия ван-флековского парамагнетика TmPO_4 .

Намагниченность следует вычислять по формуле:

$$\mathbf{M} = -\frac{\partial F}{\partial \mathcal{H}}, \quad (3.21)$$

где $F = F(\mathcal{H}, T, V, \mu \equiv E_F)$ – свободная энергия электронного газа. В ультраквантовом случае выполнено соотношение, $E_F \ll \hbar\omega_c$, $|g|\mu_B\mathcal{H}$, и свободная энергия приблизительно равна сумме энергий основного состояния всех электронов [50]:

$$F = n_e E_{0,+}(\mathcal{H}) + \delta F(\mathcal{H}, T, V, E_F),$$

где $n_e = N_e/V$ – концентрация электронов проводимости, δF – поправка к свободной энергии за счёт 1D дисперсии электронов и отличия температуры от нуля. δF мала, если

$$E_{0,+} \gg E_F^{mag} = C E_F \left(\frac{E_F}{\hbar\omega_c} \right)^2; \quad T \lesssim E_F^{mag} \text{ and } T \ll |g|\mu_B\mathcal{H}.$$

Здесь E_F^{mag} – энергия Ферми 1D электронного газа на $|0, +\rangle$ уровне Ландау (см. Параграф 3.1), C – числовая константа. Анизотропные поправки к δF обусловлены анизотропией закона 1D дисперсии электронов на уровне Ландау $n = 0$ и поэтому того же относительного порядка величины, как и анизотропные поправки к основному члену $n_e E_{0,+}(\mathcal{H})$. Это означает, что анизотропии δF и $\mathbf{M}$ определяются в основном величиной анизотропии $E_{0,+}$.

Выразим энергию основного состояния (3.17) в форме, где зависимость от $\mathcal{H}$ выделена в явной форме:

$$E_{0,+}^{K4} = \lambda\mathcal{H} + \lambda'\mathcal{H}^2 + A \frac{\mathcal{H}_x^4 + \mathcal{H}_y^4 + \mathcal{H}_z^4}{\mathcal{H}^2} + B \frac{\mathcal{H}_x^2 \mathcal{H}_y^2 \mathcal{H}_z^2}{\mathcal{H}^4}, \quad (3.22)$$

где $\lambda = (e\hbar/2mc) + (ge\hbar/4m_0c)$, λ' – непараболическая изотропная поправка к λ . Подставляя (3.22) в определение (3.21), для магнитокристаллической анизотропии получаем:

$$\begin{aligned}
\mathbf{M} &= \mathbf{M}_0 + \delta\mathbf{M} \\
\mathbf{M}_0 &= -n_e \lambda \mathbf{h}, \quad \delta\mathbf{M} = -2n_e \lambda' \mathcal{H} \mathbf{h} + \delta\mathbf{M}_{anis}, \\
\frac{\delta\mathbf{M}_{anis}}{n_e} &= -\frac{\partial(\delta E_{0,+}^{anis})}{\partial\mathcal{H}} = \\
&= -\left[\frac{\partial(\delta E_\eta)_{0,+}}{\partial\mathcal{H}} + \frac{\partial(\delta E_\beta)_0}{\partial\mathcal{H}} + \frac{\partial(\delta E_\gamma)_{0,+}}{\partial\mathcal{H}} \right]_{anis} = \\
&= 2A\mathcal{H} [-2\mathbf{v}_3(\mathbf{h}) + (h_x^4 + h_y^4 + h_z^4)\mathbf{h}] + \\
&\quad + 2B\mathcal{H}h_xh_yh_z [-\mathbf{v}_2(\mathbf{h}) + 2h_xh_yh_z\mathbf{h}], \\
\mathbf{v}_3(\mathbf{h}) &= \begin{pmatrix} h_x^3 \\ h_y^3 \\ h_z^3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2(\mathbf{h}) = \begin{pmatrix} h_yh_z \\ h_xh_z \\ h_xh_y \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{3.23}$$

В проделанных дифференцированиях было существенно, что от $\mathcal{H}_i$ зависят как числитель, так и знаменатель выражения (3.22). Полезно выделить из $\delta\mathbf{M}_{anis}$ компоненты $\delta\mathbf{M}_{||}$ и $\delta\mathbf{M}_{\perp}$, параллельную и перпендикулярную направлению $\mathcal{H}$:

$$\begin{aligned}
\frac{\delta\mathbf{M}_{||}}{n_e} &= 2\mathcal{H} [-A(h_x^4 + h_y^4 + h_z^4) + B h_x^2 h_y^2 h_z^2] \mathbf{h}, \\
\frac{\delta\mathbf{M}_{\perp}}{n_e} &= 4A\mathcal{H} [-\mathbf{v}_3(\mathbf{h}) + (h_x^4 + h_y^4 + h_z^4)\mathbf{h}] + \\
&\quad + 2B\mathcal{H}h_xh_yh_z [-\mathbf{v}_2(\mathbf{h}) + h_xh_yh_z\mathbf{h}].
\end{aligned} \tag{3.24}$$

Заметим, что полученная анизотропия намагниченности растёт линейно с ростом $\mathcal{H}$, в то время, как основная часть намагниченности $\mathbf{M}_0$ постоянна как функция $\mathcal{H}$.

Угловая зависимость полученного результата такая же, как и угловая зависимость магнитокристаллической анизотропии в кубических ферромагнетиках, которая также описывается h^4 и h^6 кубическими инвариантами [66],[72],[84].

Оценки величины предсказанного эффекта для различных полупроводников приведены в Таблице 3.2. Следует сделать некоторые комментарии по поводу ис-

пользованных при этом зонных параметров. “Экзотические” зонные параметры (все остальные кроме хорошо известных: эффективной массы и g -фактора электрона) взяты из экспериментов по циклотронному резонансу (β для GaAs и InSb; η для GaAs) [11],[19], [20],[85], из экспериментов по спиновому резонансу (η для InSb) [58],[59], из измерения спиновой релаксации (γ для GaAs, GaSb и InSb) [10] и из измерения эффекта Шубникова – де Гааза (β для GaSb) [65]. Хотелось бы особо отметить, что в Таблице 3.2 знаки параметров η и β действительно являются известными и положительными. Положительный знак β следует из данных по циклотронному резонансу, интерпретируемых в терминах анизотропии эффективной массы и является тем же самым, что и знак эффективной массы. Как следует из данных [11], в GaAs знак константы η тот же самый, что и знак константы g_1 в члене $g_1 K^2(\mathcal{H} \cdot \sigma)$. Положительность η и g_1 была получена из формул 14-зонной модели [42] и находится в согласии с интерпретацией данными [11],[19], [20] в Параграфе 3.4. В InSb знак константы η противоположен знаку g и поэтому также положителен (это следует из анализа угловой зависимости g -фактора для $n = 0$ уровня Ландау, измеренной в работах [58],[59]).

Из Таблицы 3.2 видно, что $\hat{H}_\eta$ и $\hat{H}_\beta$ поправки к намагниченности приблизительно одного порядка величины. Для GaAs и InSb $\hat{H}_{SO}$ вклады в магнитную анизотропию значительно меньше, чем $\hat{H}_\tau$ и $\hat{H}_\beta$ вклады. В GaSb $\hat{H}_{SO}$ вклад более значителен, чем в GaAs и InSb. Для GaSb нет экспериментальных данных по константе η , но, возможно, the $\hat{H}_{SO}$ спиновые поправки к намагниченности в этом полупроводнике, где $\gamma = 187 \text{ эВ} \cdot \text{\AA}^3$, того же порядка величины, что и H_η поправки к намагниченности (см. формулу (3.2)).

Таблица 3.2

Зонные параметры трёх широко известных полупроводников GaAs, GaSb и InSb и величины различных вкладов в магнитокристаллическую анизотропию этих полупроводников, отнесённые к насыщенной намагниченности на один электрон λ . Величина магнитного поля $\mathcal{H}$ равна 10 Тл.

	GaAs	GaSb	InSb
m/m_0	0.067	0.041	0.014
g	-0.3	-8	-49.5
γ , eV·Å ³	24 ^a	187 ^a	220 ^a
η , eV·cm ² ·Oe ⁻¹	6.5·10 ⁻²³ ^b	-	7.23·10 ⁻²¹ ^c
β , eV·Å ⁴	670 ^f	2900 ^d	2.19 · 10 ⁴ ^e
$\frac{g\mu_B\mathcal{H}/2}{\hbar\omega_c/2}$	0.0101	0.164	0.350
$\frac{\partial(\delta E_\eta)_{0,+}/\partial\mathcal{H}}{\lambda}$	7.75 · 10 ⁻⁴	-	0.0274
$\frac{\partial(\delta E_\beta)_{0,+}/\partial\mathcal{H}}{\lambda}$	1.83 · 10 ⁻³	5.74 · 10 ⁻³	0.0190
$\frac{[\partial(\delta E_\gamma)_{0,+}/\partial\mathcal{H}]_{h4}}{\lambda}$	1.50 · 10 ⁻⁵	4.05 · 10 ⁻⁴	8.40 · 10 ⁻⁵
$\frac{[\partial(\delta E_\gamma)_{0,+}/\partial\mathcal{H}]_{h6}}{\lambda}$	2.40 · 10 ⁻⁵	6.45 · 10 ⁻⁴	1.34 · 10 ⁻⁴

Примечание к таблице: Верхние индексы у зонных параметров в клетках таблицы обозначают источник, где этот параметр был измерен: $a = [10]$, $b = [11], [19], [20], [A5]$, $c = [58], [59]$, $d = [65]$, $e = [85]$ and $f = [20]$. В последних четырёх строках таблицы приведено максимальное значение анизотропной части вклада каждого механизма в величину $\delta\mathbf{M}_{||}$, делённое на λ .

Во-первых, обсудим вопрос об отделении решёточной части намагниченности образца от рассчитанной намагниченности за счёт электронов проводимости. Решёточная часть намагниченности насыщается при очень большом магнитном поле.

Оно оценивается из (неквантового) критерия $e^2/r^2 \sim (e/c)v\mathcal{H}$ [66]: сила, действующая на электрон электронного остова со стороны остальной решётки становится того же порядка, что сила Лоренца, действующая на этот электрон. Таким образом, для обсуждаемых магнитных полей (хотя и ультраквантовых с точки зрения электронов проводимости) имеем $M^{core} = \chi^{core}\mathcal{H}$. В этой связи для InSb для $n_e = 2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, насыщенная намагниченность за счёт электронов проводимости $|\mathbf{M}_0|$ становится равна линейно по $\mathcal{H}$ экстраполированной низкополевой намагниченности, измеренной в [81], при магнитном поле $\mathcal{H} \sim 10 \text{ Т}$ (в пределах низких полей основная часть $\mathbf{M}$ есть вклад решётки). Поэтому ниже этого магнитного поля, но когда, тем не менее, ещё выполнено $\hbar\omega_c \gg E_F$ намагниченность за счёт электронов проводимости больше, чем намагниченность за решётки. Такая картина приближается к аналогичной картине в нормальных металлах с поверхностями Ферми с маленькими карманами, где вклад электронов проводимости в намагниченность, как правило, превалирует в сильных магнитных полях за счёт маленькой величины эффективной массы и выполняющемуся поэтому поэтому неравенству $\lambda \gg \mu_B$ [40]. С другой стороны, следуя [81], в принципе возможно сделать измерения на большом наборе образцов с разной степенью легирования и, проанализировав зависимости $\mathbf{M}(n_e)$, извлечь изученную в этой статье часть намагниченности (и её анизотропию), связанную с электронами проводимости.

Обсудим кратко экспериментальные методы, которые могут быть использованы для измерения предсказанной магнитокристаллической анизотропии. В работе [81] использовался метод Гюи, основанный на измерении силы, которая действует на длинный образец в неоднородном магнитном поле. Точность этого метода в статье [81] была около 2 процента, что близко к величине предсказанной анизотропии (см. Таблицу 3.2). Также, существуют силовые методы, измеряющие разность между $(\mathbf{M}_{||})_{\mathbf{H}'}$ и $(\mathbf{M}_{||})_{\mathbf{H}''}$ непосредственно [73]. Существует много модификаций метода Гюи, основанных на использовании колеблющихся и вращающихся образцов [75]. Для случая, когда образец имеет хорошую грань, можно использовать ме-

тод измерения намагниченности с помощью магнитного эффекта Керра [77]. Наконец, отметим, что современный SQUID магнетометр, недавно использованный для измерения магнитной анизотропии раствора [79] имеет очень высокий уровень точности (см, например, Рис. 2 в [79]).

Эффект, близкий к эффекту анизотропии $\mathbf{M}$, – это анизотропия последней особенности $\mathcal{H}_{0,-}$ в эффекте де Гааза – ван Альфена, возникающей при вращении магнитного поля относительно кристаллографических осей. Теория эффекта анизотропии $\mathcal{H}_{0,-}$ должна включать детальный вычисление вклада δF в свободную энергию, связанного 1D дисперсией электронов на основном уровне Ландау. Заметим, что для аналогичного эффекта Шубникова – де Гааза эффект анизотропии $\mathcal{H}_{0,-}$ был измерен в полупроводнике n -типа (InSb) [57]. Отметим также, представленная теория, видимо, является первой количественной и аналитической теорией магнитокристаллической анизотропии. Например, теории магнитокристаллической анизотропии d- и f- ферромагнетиков вынуждены использовать сложные подходы теории систем многих частиц и не приводят к ответу в замкнутой форме [80].

Заключение

Хотелось бы отметить явления, которые, видимо, ещё не изучены теоретически, но непосредственно связаны с полученными в диссертации результатами и, таким образом, могут быть теоретически изучены непосредственно на основе полученных в диссертации результатов. Во-первых, это анизотропия дискретных уровней электрона в неоднородном магнитном поле [52] за счёт K^3 и K^4 членов типа члена Дрессельхауза. Во-вторых, это релаксация электронного спина по механизму Дьяконова-Переля в объёмном полупроводнике в ультраквантовом магнитном поле (см. обсуждение в Параграфе 3.4). В-третьих, это спин-зависимое туннелирование в магнитном поле (нерезонансное и резонансное). При этом разумно ограничиться случаем слабых магнитных полей, когда возникающие эффекты будут линейны или квадратичны по магнитному полю (см., например, [87],[88]): в случае квантующего магнитного поля зависимость, например, туннельного тока от магнитного поля и напряжения на барьере имеет трудно интерпретируемый осциллирующий характер [89],[91],[90],[92].

Я выражаю искреннюю благодарность моему научному руководителю И. Н. Ясиевич за данные мне знания по физике и навыки научной работы, за постоянное внимание и поддержку. Я очень благодарен А. П. Алексеевой, М. М. Глазову, С. А. Тарасенко за интересное и плодотворное научное сотрудничество, а также Н. С. Аверкиеву, Л. Е. Голубу, А. А. Грешнову, А. А. Даниленко, А. П. Дмитриеву, Е. Л. Ивченко, В. Ю. Качоровскому, В. И. Козубу, М. О. Нестоклону за многочисленные полезные советы и обсуждения.

Приложение А

Приближённое вычисление прозрачности прямоугольного барьера, искажённого приложенным к нему напряжением

Покажем, что в первом приближении по электрическому полю коэффициенты прохождения и отражения через барьер, искажённый электрическим полем (см. Рис. А.1), могут быть вычислены путём замены реального потенциала ступенчатым. Вычисления оказывается удобным производить методом матриц переноса.

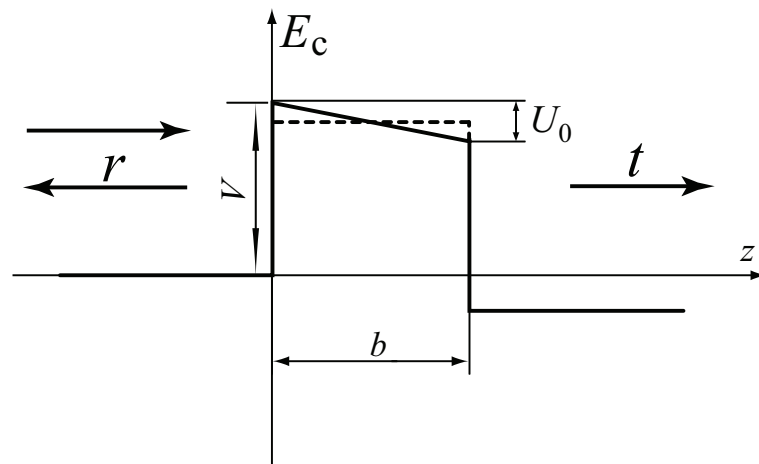


Рис. А.1: Барьер, искажённый электрическим полем (сплошная толстая линия), и прямоугольный барьер (штриховая толстая линия), прозрачность которого близка к прозрачности искажённого электрическим полем барьера.

Рассмотрим туннелирование через одиночный барьер высоты V_b и ширины b , искажённый приложенным напряжением U_0 (напряжение падает только на барьере). Волновая функция внутри барьера записывается в виде линейной комбинации функций F_1 и F_2 . Для "плавного", реального, потенциала, возникающего при приложении к барьеру электрического поля базисные функции имеют вид:

$$F_{\text{sm},1}(z) = \text{Ai}(\xi), \quad F_{\text{sm},2}(z) = \text{Bi}(\xi), \quad (A.1)$$

$$\xi = 2 m^* (-\varepsilon_z + V - e\mathcal{E}z) (2 m^* e \hbar \mathcal{E})^{-\frac{2}{3}},$$

а для ступенчатого:

$$F_{\text{st},1}(z) = e^{k_2 z}, \quad F_{\text{st},2}(z) = e^{-k_2 z}, \quad (A.2)$$

где $k_2 = \sqrt{2 m^* (V - \varepsilon_z - e\mathcal{E}b/2)}/\hbar$. Для амплитуд прохождения t и отражения r получаем систему:

$$\begin{pmatrix} 1+r \\ k_1(1-r) \end{pmatrix} = t \hat{A} \begin{pmatrix} 1 \\ k_3 \end{pmatrix}, \quad \hat{A} = w(0) w(b)^{-1}, \quad (A.3)$$

$$w(z) = \begin{pmatrix} F_1(z) & F_2(z) \\ F_1'(z) & F_2'(z) \end{pmatrix}$$

Здесь $\hat{A}$ – матрица переноса через барьер, $w(z)$ – матрица Вронского системы функций $\{F_1, F_2\}$, k_1 и k_3 – волновые векторы падающего и протуннелировавшего электрона. Подставляя во вронскиан (A.3) базисные функции в виде (A.1) или (A.2), мы получаем две системы для двух рассматриваемых приближений (для двух базисов функций в барьере). Если мы покажем, что коэффициенты этих систем отличаются на величины выше первого порядка малости по полю $\mathcal{E}$, значит и t и r совпадают с такой же степенью точности.

Матрица системы (A.3) выражается через значения функций (A.1) и (A.2) и их производных в точках 0 и b . Рассмотрим, например, коэффициент A_{12} , который равен:

$$A_{12} = \frac{-F_1(0)F_2(b) - F_2(0)F_1(b)}{\det w(b)} \quad (A.4)$$

Для случая ступенчатого потенциала легко получаем простую формулу:

$$A_{12} = -\frac{\text{sh}(k_2 b)}{k_2}.$$

Напишем асимптотики для функций $F_{\text{sm},1}(z)$ и $F_{\text{sm},2}(z)$ по $\xi \rightarrow +\infty$ при фиксированном z . При этом будем считать, что $\varepsilon_z \ll V - e\mathcal{E}z$ и $V \gg e\mathcal{E}z$. Используя известные асимптотики функций Эйри Ai и Bi по большому аргументу, имеем:

$$\begin{aligned} F_{1,2} &\rightarrow c_{\text{A,B}}(\mathcal{E}, z) \exp \left\{ \mp \frac{2}{3} \frac{[2m^*(-\varepsilon_z + V - e\mathcal{E}z)]^{3/2}}{2m^* e \hbar \mathcal{E}} \right\} = \\ &= \tilde{c}_{\text{A,B}}(\mathcal{E}, z) \exp \left\{ \mp \frac{\sqrt{2m^*(V - \varepsilon_z)} z}{\hbar} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{e\mathcal{E}z}{V - \varepsilon_z} + \dots \right) \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

где $c_{\text{A,B}}$ и $\tilde{c}_{\text{A,B}}$ – слабо (неэкспоненциально) зависящие от z функции. Обозначив

$$k_{\text{sm},2}(\mathcal{E}, z) = \frac{\sqrt{2m^*(V - \varepsilon_z)}}{\hbar} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{e\mathcal{E}z}{V - \varepsilon_z} \right),$$

нетрудно заметить, что $[\partial k_{\text{sm},2}(\mathcal{E}, z)/\partial z] z \ll k_2$ при $z < b$ и $e\mathcal{E}b \ll V$. Используя это, для коэффициента A_{12} с помощью формул (A.4) и (A.5) получаем:

$$A_{12} = -\frac{\text{sh}[k_{\text{sm},2}(\mathcal{E}, b) b]}{k_{\text{sm},2}(\mathcal{E}, b)}.$$

Видно, что $k_2(\mathcal{E})$ и $k_{\text{sm},2}(\mathcal{E}, b)$ совпадают с точностью до членов первого порядка по $h = e\mathcal{E}b/V$, а, значит, с такой же точностью совпадают и коэффициенты A_{12} .

Таким образом, коэффициенты прохождения t и отражения r совпадают для двух схем расчёта в линейном по электрическому полю $\mathcal{E}$ (по безразмерному параметру $h = e\mathcal{E}b/V = eU_0/V$) приближении.

Для демонстрации погрешности используемого приближения была рассчитана относительная погрешность $\delta = (D_{\text{st},+} - D_{\text{sm},+})/D_{\text{sm},+}$ вычисления методом приближённого ступенчатого потенциала прозрачности двухбарьерной структуры, изучавшейся в Главе 1, (см. Рис. 1.1). Была найдена зависимость величины δ от приложенного к структуре напряжения U_0 и различных энергий электрона: величина δ составляет не более ~ 10 процентов в рассматривавшемся в Главе 1

диапазоне напряжений и кинетических энергий электрона. Более того, рассчитанный коэффициент прохождения как функция ε_z через ступенчатую структуру $D_{\text{st},+}(\varepsilon_z)$ имеет резонансный характер, совершенно аналогичный зависимости $D_{\text{sm},+}(\varepsilon_z)$ (см. Рис. 1.2): разница состоит только в небольшом изменении положения пика $E_{0,\pm}$ (именно это приводит к тому, что δ иногда может достигать ~ 10 процентов) и ширины $\Gamma_{0,\pm}$. Поэтому при вычислении интегральных величин типа j_z и $\mathbf{j}_{\parallel}$ погрешности из-за сделанной замены реального потенциала ступенчатым оказывается совершенно незначительной.

Приложение В

Формула прозрачности двухбарьерной несимметричной структуры

Выпишем полученную методом, описанным в Приложении А, аналитическую формулу для коэффициента прозрачности $D(\varepsilon_z)$ несимметричной двухбарьерной гетероструктуры. Аналогичная формула приведена в статье Е. О. Кейна в сборнике [37], однако приводимая в этом приложении формула записана в виде, гораздо более удобным для анализа вида коэффициента прохождения вблизи резонанса. Кроме того, в [37] на основе полученной формулы было только указано на сам факт существования резонанса в зависимости $D(\varepsilon_z) = |t(\varepsilon_z)|^2 k_{r,z}/k_z$, но не были рассчитаны параметры возникающего резонанса. Настоящее приложение имеет целью дополнить результаты [37] по пункту.

Путём сшивки волновой функции на границах областей 1–5 (см. Рис. 1.1) для амплитуды прошедшей волны было получено:

$$t(\varepsilon_{||}, \varepsilon_z) = \frac{8 \sqrt{\varepsilon_2 \varepsilon_4}}{P \cos(k_3 a) - i Q \sin(k_3 a)}, \quad (\text{В.1})$$

где $\varepsilon_i = \exp(-2\kappa_i b)$ – “туннельные экспоненты”, $\kappa_{2,4} = \sqrt{2m_i(V_{2,4} - \varepsilon_z)}/\hbar$, $k_{1,3,5} = \sqrt{2m_i(\varepsilon_z - V_{1,3,5})}/\hbar$,

$$\begin{aligned} P &= A + \varepsilon_2 A_2 + \varepsilon_4 A_4 + \varepsilon_2 \varepsilon_4 A_{2,4}, \\ Q &= B + \varepsilon_2 B_2 + \varepsilon_4 B_4 + \varepsilon_2 \varepsilon_4 B_{2,4}, \end{aligned}$$

$m_i = m_{i,\pm}(k_{||})$ (см. формулу (1.8)), V_i - значения приближённого ступенчатого потенциала $U(z)$ в слое с номером i ,

$$\begin{aligned} A &= (1 - K_{5,4})(1 - K_{2,1})(1 + K_{3,2}K_{4,3}), \\ A_2 &= (1 - K_{5,4})(1 + K_{2,1})(1 - K_{3,2}K_{4,3}), \\ A_4 &= (1 + K_{5,4})(1 - K_{2,1})(1 - K_{3,2}K_{4,3}), \\ A_{2,4} &= (1 + K_{5,4})(1 + K_{2,1})(1 + K_{3,2}K_{4,3}); \\ B &= (1 - K_{5,4})(1 - K_{2,1})(K_{3,2} + K_{4,3}), \\ B_2 &= (1 - K_{5,4})(1 + K_{2,1})(-K_{3,2} + K_{4,3}), \\ B_4 &= (1 + K_{5,4})(1 - K_{2,1})(K_{3,2} - K_{4,3}), \\ B_{2,4} &= (1 + K_{5,4})(1 + K_{2,1})(K_{3,2} + K_{4,3}), \end{aligned}$$

$$K_{ij} = \frac{\kappa_i/m_i}{\kappa_j/m_j}, \quad \kappa_{1,3,5} = -i k_{1,3,5}.$$

Индексы i и j у всех величин соответствуют номеру слоя структуры (Рис. 1.1). Здесь приведён результат вычисления коэффициента прохождения одновременно для “+” и “−” состояний: величины t_+ и t_- получаются из (B.1) подстановкой в качестве m_i соответственно $m_{i,+}$ или $m_{i,-}$.

Видно, что формула (B.1) имеет резонансный характер. Действительно, если величина $A \cos(k_3 a) - i B \sin(k_3 a)$ много больше $\varepsilon_2 A_2$, $\varepsilon_2 B_2$ и $\varepsilon_4 A_4$, $\varepsilon_4 B_4$, то величина t является экспоненциально малой по параметру $\sqrt{\varepsilon_2 \varepsilon_4}$. Это означает, что коэффициент прозрачности структуры D пропорционален произведению двух туннельных экспонент от каждого барьера. Если же выполнено равенство:

$$A \cos(k_3 a) - i B \sin(k_3 a) = 0,$$

или, подробнее:

$$R = (1 + K_{3,2}K_{4,3}) \cos(k_3 a) - i (K_{3,2} + K_{4,3}) \sin(k_3 a) = 0, \quad (\text{B.2})$$

то числитель и знаменатель в формуле (B.1) становятся одного порядка величины, и должен наблюдаться резонанс. Заметим, что (вещественное) уравнение (B.2) является известным уравнением, определяющим положения уровней в яме конечной глубины. Их проведённых рассуждений также следует, что ширина резонанса пропорциональна некоторой линейной комбинации величин ε_2 и ε_4 .

Пусть $E_{\text{ар},0}$ – корень уравнения (В.2), а E_0 положение максимума функции $D(\varepsilon_z)$ (резонансная энергия). Формулу (В.1) вблизи E_0 можно записать в виде:

$$t(\varepsilon_z) = \frac{f_1(\varepsilon_z)}{\frac{dR}{d\varepsilon_z}(E_{\text{ар},0}) \Delta\varepsilon_z + f_2(\varepsilon_z) + if_3(\varepsilon_z)}, \quad (\text{В.3})$$

где $\Delta\varepsilon_z = \varepsilon_z - E_{\text{ар},0}$, $f_2, 3$ вещественны, функции f_k выражаются через коэффициенты $K_{i,j}$ и не равны нулю в точке $E_{\text{ар},0}$. Из формулы (В.3) видно, что коэффициент прохождения вблизи резонанса имеет лоренцевский вид. Функция f_3 определяет ширину резонанса, функция f_2 определяет поправку к положению резонанса, то есть разницу $E_{\text{ар},0}$ и E_0 , а отношение f_1/f_3 определяет значение коэффициента прохождения в резонансе (для несимметричной структуры оно может быть отличным от единицы, см. Рис. 1.2).

Приложение С

Общий вид K^3 -гамильтониана в полупроводнике симметрии цинковой обманки

Получим общее выражение, допустимое симметрией полупроводника точечной группы T_d вблизи точки $\mathbf{k}_0 = 0$, для гамильтониана, действующего в пространстве спиноров (представление $\mathcal{D}_{1/2}(g)$) и зависящего от произвольного трижды полярного тензора третьего ранга K_{ijk} , используя метод инвариантов [51]. Будем искать его в виде линейной комбинации базисных операторов $\hat{I}$, $\hat{\sigma}_x$, $\hat{\sigma}_y$ и $\hat{\sigma}_z$:

$$\hat{H}^3(K_{ijk}) = a_{ijk}K_{ijk}\hat{I} + a_{ijk}^xK_{ijk}\hat{\sigma}_x + a_{ijk}^yK_{ijk}\hat{\sigma}_y + a_{ijk}^zK_{ijk}\hat{\sigma}_z. \quad (\text{C.1})$$

Здесь $\hat{I}$ – единичная матрица 2×2 , по повторяющимся индексам подразумевается суммирование.

При этом (C.1) должен быть инвариантен относительно всех преобразований группы T_d и инверсии времени. Эти требования приводят к тому, что часть коэффициентов a_{ijk} и a_{ijk}^l окажутся нулями, а остальные будут не независимы и выразятся через несколько констант.

Существует общий метод нахождения коэффициентов в (C.1). При указанном выборе базисных матриц необходимо, чтобы сумма $a_{ijk}K_{ijk}$ преобразовывалась по представлению A_1 группы T_d , соответствующему скаляру, а суммы $a_{ijk}^xK_{ijk}$, $a_{ijk}^yK_{ijk}$ и $a_{ijk}^zK_{ijk}$ – по представлению F_1 , соответствующему аксиальному век-

тору. Таким образом, существует два возможных метода построения $\hat{H}^3(K_{ijk})$: непосредственный поиск соотношений, которым должны удовлетворять коэффициенты в (С.1) из-за инвариантности гамильтониана при преобразованиях группы T_d и инверсии времени, или построение линейных комбинаций тензора K_{ijk} , преобразующихся по неприводимым представлениям группы T_d , а затем отдельный учёт инвариантности при инверсии времени.

Выясним, каково число N_a независимых констант, через которые выразятся коэффициенты a_{ijk}^l . На основании сказанного выше N_a равно числу линейно независимых комбинаций компонент тензора K_{ijk} , преобразующихся по представлению F_1 . Используя теорию характеров, найдём число таких комбинаций без их поиска в явном виде. Для этого разложим представление $F_2 \times F_2 \times F_2$, по которому преобразуется тензор K_{ijk} , по неприводимым представлениям группы T_d :

$$F_2 \times F_2 \times F_2 = A_1 + A_2 + 2 E + 3 F_1 + 4 F_2.$$

Таким образом, число искомых линейных комбинаций равно трём, и, следовательно, $N_a = 3$. Основываясь на этом результате, продолжим построение $\hat{H}^{(3)}(K_{ijk})$ непосредственным поиском соотношений для коэффициентов a_{ijk} и a_{ijk}^l .

Волновые функции с учётом спина в Γ -точке преобразуются по представлению $\mathcal{D}_{\frac{1}{2}}(g)$, так что член (С.1) должен удовлетворять соотношениям

$$\exp(-i \boldsymbol{\varphi}_g \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}/2) \hat{H}^{(3)}(g(K_{ijk})) \exp(i \boldsymbol{\varphi}_g \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}/2) = \hat{H}^{(3)}(K_{ijk}) \quad (\text{С.2})$$

для каждого элемента g группы T_d и соотношению

$$(\hat{\sigma}_y^{-1} \hat{H}^{(3)}(\text{In}(K_{ijk})) \hat{\sigma}_y)^* = \hat{H}^{(3)}(K_{ijk}), \quad (\text{С.3})$$

описывающему инвариантность при инверсии времени. Здесь $\boldsymbol{\varphi}_g$ - угол поворота при преобразовании g , а In - операция, которой подвергается тензор при инверсии времени.

Можно заметить, что для выполнения соотношений (С.2) и (С.3) для всех элементов группы T_d достаточно их выполнение только для образующих элементов

группы, которыми являются, например, поворот вокруг одной из высот тетраэдра g_1 и одно из зеркально-поворотных преобразований g_2 . Таким образом, необходимо последовательно подставить в (С.2) и (С.3) вместо g g_1 и g_2 и 27 линейно независимых наиболее простых наборов величин K_{ijk} . В результате получатся соотношения для коэффициентов a_{ijk} и a_{ijk}^l .

Соотношение (С.3) приведёт к тому, что все коэффициенты a_{ijk} обратятся в 0. Можно показать, что соотношение (С.2) переписывается в виде:

$$M \mathbf{a}_{ijk} g(K_{ijk}) = \mathbf{a}_{ijk} K_{ijk}, \quad (\text{С.4})$$

где по повторяющимся индексам подразумевается суммирование и

$$\mathbf{a}_{ijk} = \begin{pmatrix} a_{ijk}^x \\ a_{ijk}^y \\ a_{ijk}^z \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} d_x & c_{xy} & c_{xz} \\ c_{xy} & d_y & c_{yz} \\ c_{xz} & c_{yz} & d_z \end{pmatrix}, \quad (\text{С.5})$$

$$c_{ij} = \frac{2}{\varphi} \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \left[\varphi_i \varphi_j \frac{1}{\varphi} \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \varphi_k \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right],$$

$$d_i = \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \frac{1}{\varphi^2} \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) [\varphi_i^2 - \varphi_{i+1}^2 - \varphi_{i+2}^2]. \quad (\text{С.6})$$

В (С.6) подразумевается циклическая перестановка индексов x, y, z , а в (С.5) эти же индексы не равны друг другу.

Результат анализа (С.4) можно представить в виде Таблицы С.1 значений коэффициентов $a_{ijk}^x, a_{ijk}^y, a_{ijk}^z$. Пустые клетки в таблице означают равенство нулю соответствующего коэффициента. Для построения таблицы последовательно подставлялись для g_1 и g_2 в соотношение (С.4) тензор K_{ijk} с отличной от нуля какой-нибудь одной компонентой $K_{i_0 j_0 k_0} = 1$ и смотрелось, к каким соотношениям на величины a_{ijk}^l это приводит.

Таблица С.1

Коэффициенты разложения кубического гамильтониана $\hat{H}^{(3)}$ по матрицам Паули и компонентам произвольного тензора третьего ранга.

ijk	a_{ijk}^x	a_{ijk}^y	a_{ijk}^z
xxx			
xyx		$-c$	
xxz			c
xyy	a		
xzy			
xzx			b
xzz	$-a$		
yxx		$-a$	
yxy	b		
yxx	c		
yxy			
yyx			
yyz			$-c$
yzx			
yyz			$-b$
yzx		a	
zxx			a
zxy			
zxx	$-b$		
zyx			
zyy			$-a$
zyz		b	
zzx	$-c$		
zzx		c	
zzz			

В итоге получается выражение:

$$\begin{aligned}
\hat{H}^3 = & [a(K_{xyy} - K_{xzz}) + b(K_{yxy} - K_{zzx}) + c(K_{yyx} - K_{zzx})] \hat{\sigma}_x + \\
& + [a(K_{yzz} - K_{yxx}) + b(K_{zyz} - K_{xyx}) + c(K_{zzy} - K_{xxy})] \hat{\sigma}_y + \\
& + [a(K_{zxx} - K_{zyy}) + b(K_{xzx} - K_{yzy}) + c(K_{xxz} - K_{yyz})] \hat{\sigma}_z
\end{aligned} \tag{C.7}$$

Пусть теперь тензор K_{ijk} представляет собой куб тензорного произведения некоторого векторного эрмитова оператора, например, кинематического импульса $\hat{\mathbf{K}} = \hat{\mathbf{k}} + [e\mathbf{A}/(c\hbar)]$ частицы в электромагнитном поле:

$$K_{ijk} = \hat{K}_i \hat{K}_j \hat{K}_k.$$

В случае, если $\hat{K}_i$ коммутируют, из (С.7) мы легко получаем выражение, пропорциональное (1). В представляющем интерес случае, когда $\hat{K}_i$ не коммутируют, выбирается $a = c$ из требования эрмитовости всего гамильтониана (С.7). Потребуем также, чтобы гамильтониан (С.7) в отсутствии магнитного поля, когда различные компоненты $\hat{K}_i$ коммутируют друг с другом, переходил в обычный гамильтониан Дрессельхауза (1). В итоге получается, что в (С.7) остаётся одна дополнительная константа, которую удобно выбрать в безразмерном виде следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{H}^3 = \gamma \{ & [\mu(\hat{K}_x \hat{K}_y \hat{K}_y - \hat{K}_x \hat{K}_z \hat{K}_z) + \\ & + (1 - 2\mu)(\hat{K}_y \hat{K}_x \hat{K}_y - \hat{K}_z \hat{K}_x \hat{K}_z) + \\ & + \mu(\hat{K}_y \hat{K}_y \hat{K}_x - \hat{K}_z \hat{K}_z \hat{K}_x)] \hat{\sigma}_x + \\ & + [\mu(\hat{K}_y \hat{K}_z \hat{K}_z - \hat{K}_y \hat{K}_x \hat{K}_x) + \\ & + (1 - 2\mu)(\hat{K}_z \hat{K}_y \hat{K}_z - \hat{K}_x \hat{K}_y \hat{K}_x) + \\ & + \mu(\hat{K}_z \hat{K}_z \hat{K}_y - \hat{K}_x \hat{K}_x \hat{K}_y)] \hat{\sigma}_y + \\ & + [\mu(\hat{K}_z \hat{K}_x \hat{K}_x - \hat{K}_z \hat{K}_y \hat{K}_y) + \\ & + (1 - 2\mu)(\hat{K}_x \hat{K}_z \hat{K}_x - \hat{K}_y \hat{K}_z \hat{K}_y) + \\ & + \mu(\hat{K}_x \hat{K}_x \hat{K}_z - \hat{K}_y \hat{K}_y \hat{K}_z)] \hat{\sigma}_z \}. \end{aligned} \quad (\text{С.8})$$

Подчеркнём, что γ – это константа из гамильтониана Дрессельхауза в отсутствии магнитного поля.

В случае, если магнитное поле однородно, выражение (С.8) не зависит от параметра μ . Это легко понять, анализируя порядок расположения операторов $\hat{K}_i$ в каждом операторном множителе перед матрицей Паули в (С.8). Например, результат “действия” K_y на K_x есть константа (коммутатор компонент кинематического импульса пропорционален независящему от координат магнитному полю). Поэтому при преобразовании первого и третьего слагаемого множителя перед $\hat{\sigma}_x$ к виду “второе слагаемое плюс добавка”, добавки от третьего и первого слагаемого отличаются только знаком. Сделаем описанное преобразование выражения

(C.8) к виду, содержащего только вторые слагаемые в выражении перед каждой матрицей Паули или, иначе говоря, положим $\mu = 0$, так что искомое выражение в однородном поле имеет вид (2.2).

Публикации автора по теме диссертации

[A1] M. M. Glazov, P. S. Alekseev, M. A. Odnoblyudov, V. M. Chystyakov, S. A. Tarasenko, I. N. Yassievich. Spin-dependent resonant tunneling in symmetrical double-barrier structures // Phys. Rev. B **71**, 155313-1–155313-5 (2005).

[A2] П. С. Алексеев, В. М. Чистяков, И. Н. Яссиевич. Влияние электрического поля на спин-зависимое резонансное туннелирование // ФТП **40**, 1436–1442 (2006).

[A3] П. С. Алексеев, М. В. Якунин, И. Н. Яссиевич. Влияние спин-орбитального взаимодействия на спектр двумерных электронов в магнитном поле // ФТП **41**, 1110–1117 (2007).

[A4] П. С. Алексеев. Анизотропия электронного g -фактора в полупроводниках кубической симметрии // ЖЭТФ **134**, 996–1005 (2008).

[A5] П. С. Алексеев. Аналитическая теория анизотропии зоны проводимости A_3B_5 -полупроводников в сильном магнитном поле // Письма в ЖЭТФ **90**, 111–115 (2009).

Литература

- [1] *Semiconductor Spintronics and Quantum Computation*, eds. D. D. Awschalom, D. Loss, N. Samarth (Springer-Verlag, Berlin, 2002).
- [2] М. И. Дьяконов, В. Ю. Качоровский, *ФТП* **20**, 178 (1986).
- [3] М. И. Дьяконов, В. И. Перель, *Письма в ЖЭТФ* **13**, 206 (1971); *ЖЭТФ* **60**, 1954 (1971); *ФТТ* **13**, 3581 (1971).
- [4] G. Lampel, *Phys. Rev. Lett.* **20**, 491 (1968); R. R. Parsons, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 1152 (1969); А. И. Екимов, В. И. Сафаров, *Письма в ЖЭТФ* **12**, 293 (1970), Б. П. Захарчения, В. Г. Флейшер, Р. И. Джигоев, Ю. П. Вещунов, И. Б. Русанов, *Письма в ЖЭТФ* **13**, 195 (1971).
- [5] G. Dresselhaus, *Phys. Rev.* **100**, 580, (1955).
- [6] V. I. Perel', S. A. Tarasenko, I. N. Yassievich, et al., *Phys. Rev. B* **67**, 201304, (2003).
- [7] S. A. Tarasenko, V. I. Perel', I. N. Yassievich, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 056601 (2004).
- [8] Е. Л. Ивченко, *ФТТ* **15**, 1566 (1973); Б. П. Захарчения, Е. Л. Ивченко, Ф. Я. Рыскин, Ф. В. Варфоломеев, *ФТТ* **18**, 1, 230 (1976).
- [9] Б. П. Захарчения, Е. Л. Ивченко, Ф. Я. Рыскин, Ф. В. Варфоломеев, *ФТТ* **18**, 1, 230 (1976).
- [10] Г. Е. Пикус, В. А. Марущак, А. Н. Титков, *ФТП* **22**, 185, (1988).
- [11] В. Г. Голубев, В. И. Иванов-Омский, И. Г. Минервин, и др., *Письма в ЖЭТФ* **40**, 143 (1984).
- [12] J. M. Luttinger, W. Kohn, *Phys. Rev.* **97**, 869 (1955).

- [13] W. Kohn, *Phys. Rev.* **115**, 1460 (1959).
- [14] E. I. Blount, *Phys. Rev.* **126**, 1636 (1962).
- [15] T. Kjeldaas, W. Kohn, *Phys. Rev.* **105**, 806 (1957).
- [16] L. M. Roth, *J. Phys. Chem. Solids* **23**, 433 (1962).
- [17] A. K. Гейм, *Письма в ЖЭТФ* **50**, 359 (1989); S. J. Bending, K. von Klitzing, K. Ploog, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1060 (1990).
- [18] H. A. Karmona, A. K. Geim, A. Nogaret, P. C. Main, T. J. Foster, M. Henini, S. P. Beaumont, M. G. Blamire, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3009 (1990); P. D. Ye, D. Weiss, R. R. Gerhardts, M. Seeger, K. von Klitzing, K. Eberl, H. Nickel, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3013 (1995).
- [19] H. Sigg, J. A. A. J. Perenboom, P. Pfeffer, W. Zawadzki, *Solid State Comm.* **61**, 685 (1987).
- [20] M. A. Hopkins, R. J. Nicholas, P. Pfeffer, W. Zawadzki, D. Gauthier, J. C. Portal, M. A. Di Forte-Poisson, *Semicond. Sci. Technol.* **2**, 568 (1987).
- [21] P. Pfeffer, W. Zawadzki, *Phys. Rev. B* **41**, 1561 (1990).
- [22] H. Mayer, U. Rössler, *Phys. Rev. B* **44**, 9048 (1991).
- [23] М. М. Глазов, Е. Л. Ивченко, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 476 (2002); *ЖЭТФ* **126**, 1465 (2004).
- [24] W. J. H. Leyland, R. T. Harley, M. Henini, et al., *Phys. Rev. B* **76**, 195305 (2007).
- [25] R. Fiederling, M. Keim, G. Reuscher, W. Ossau, G. Schmidt, A. Waag, L. M. Molenkamp, *Nature* **402**, 787 (1999); Y. Ohno, D. K. Young, B. Beschoten, F. Matsukura, H. Ohno, D. Awschalom, *Nature*, **402**, 790 (1999).
- [26] Th. Gruber, M. Keim, R. Fiederling, G. Reuscher, W. Ossau, G. Schmidt, L. M. Molenkamp, A. Waag, *Appl. Phys. Lett.*, **78**, 1101 (2001); A. Slobodskyy, C. Gould, T. Slobodskyy, C. R. Becker, G. Schmidt, L. M. Molenkamp, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 246601 (2003)

- [27] H. J. Zhu, M. Ramsteiner, M. Wassermeier, H.-P. Schonherr, K. H. Ploog, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 016601 (2001); K. H. Ploog, *J. Appl. Phys.* **91**, 7256 (2002).
- [28] J. Moser, A. Matos-Abiad, D. Schuh, W. Wegscheider, D. Weiss, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 056601 (2007).
- [29] A. Matulis, F. M. Peeters, P. Vasilopoulos, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1518 (1994); M. W. Lu, L. D. Zhang, *Semicond. Sci. Technol.* **17**, 1184 (2002); C. Heide, *Phys. Rev. B* **60**, 2571 (1999).
- [30] A. Voskoboynikov, S. S. Liu, and C. P. Lee, *Phys. Rev. B* **58**, 15397 (1998).
- [31] A. Voskoboynikov, S. S. Liu, and C. P. Lee, *Phys. Rev. B* **59**, 12514 (1999).
- [32] Ю. А. Бычков, Э. И. Рашба, *Письма в ЖЭТФ* **39**, 66 (1984).
- [33] Takaaki Koga, Junsaki Nitta, Yideaki Takayanagi, and Supriyo Datta, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 126601 (2002).
- [34] S. D. Ganichev, E. L. Ivchenko, V. V. Bel'kov, S. A. Tarasenko, M. Sollinger, D. Weiss, W. Wegscheider, and W. Prettl *Nature* **417**, 153 (2002).
- [35] E. L. Ivchenko and G. E. Pikus, *Superlattices and Other Heterostructures. Symmetry and Optical Phenomena* (Springer, Berlin, 1995), [2nd ed., 1997].
- [36] E. A. Andrada de Silva, G. C. La Rocca and F. Bassani, *Phys. Rev. B* **55**, 16293 (1996).
- [37] *Туннельные явления в твёрдых телах*, под ред. Э. Бурштейн, С. Лунквист В. И. Перель (М., Мир, 1974).
- [38] S. Giglberger, L. E. Golub, V. V. Bel'kov, S. N. Danilov, D. Schuh, C. Gerl, F. Rohlfing, J. Stahl, W. Wegscheider, D. Weiss, W. Prettl, S. D. Ganichev, *Phys. Rev. B* **75**, 035327 (2007).
- [39] Э. И. Рашба, *ФТТ* **2**, 1224 (1960).
- [40] И. М. Лифшиц, М. Я. Азбель, М. И. Каганов, *Электронная теория металлов* (М., Наука, 1971).
- [41] N. R. Ogg, *Proc. Phys. Soc.* **89**, 431 (1966).

- [42] M. Braun and U. Rössler, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **18**, 3365 (1985).
- [43] Yu. V. Pershin, J. A. Nesteroff, V. Privman, *Phys. Rev. B* **69**, 121306 (2004).
- [44] N. S. Averkiev, M. M. Glazov, and S. A. Tarasenko, *Solid State Commun.* **133**, 543 (2004).
- [45] M. Valin-Rodrigues, R. G. Nazmitdinov, *Phys. Rev. B* **73**, 235306 (2006).
- [46] M. Zarea, S. E. Ulloa, *Phys. Rev. B* **72**, 085342 (2005).
- [47] М. В. Якунин, Г. А. Альшанский, Ю. Г. Арапов, В. Н. Неверов, Г. И. Хариус, Н. Г. Шелушинина, Б. Н. Звонков, Е. А. Ускова, А. де Виссер, Л. Пономаренко, *ФТП* **39**, 1, 118 (2005).
- [48] I. S. Millard, N. K. Patel, C. L. Foden, M. Y. Simmons, D. A. Ritchie, G. A. S. Jones, M. Pepper, *Phys. Rev. B* **55**, 13401 (1997).
- [49] N. E. Harff, J. A. Simmons, S. K. Lyo, J. F. Klem, G. S. Boebinger, L. N. Pfeiffer, K. W. West, *Phys. Rev. B* **55**, 13405 (1997).
- [50] И. М. Лифшиц, А. М. Косевич, *ЖЭТФ* **29**, 6(12), 730 (1955).
- [51] Г. Л. Бир, Г. Е. Пикус, *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках* (М., Наука, 1972).
- [52] J. E. Müller, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 385 (1992).
- [53] M.-C. Chang, *Phys. Rev. B* **71**, 085315 (2005).
- [54] K. Zeeger, *Semiconductor Physics* (Springer-Verlag: Wien–New York, 1973).
- [55] Г. Г. Зегря, В. И. Перель, *Физика полупроводников* (М., Мир, 2008).
- [56] L. M. Roth, S. H. Groves, P. W. Wyatt, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 576 (1967).
- [57] N. B. Brandt, R. R. Ioon, S. M. Chudinov, *JETP Letters* **22**, 152 (1975).
- [58] Y.-F. Chen, M. Dobrowolska, J. K. Furdyna, *Phys. Rev. B* **31**, 7989 (1985).
- [59] A. V. Vdovin, E. M. Skok, Y. I. Uvarov, *JETP Letters* **42**, 236 (1985).
- [60] L. M. Roth, *Phys. Rev.* **173**, 755 (1968).

- [61] Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика: теория конденсированного состояния* (Л. Д. Ландау Е. М. Лифшиц *Теоретическая физика*, т.9) (М., Наука, 1978)? с. 265-336.
- [62] D. R. Hofstadter, *Phys. Rev. B* **14**, 2239 (1976).
- [63] <http://ghmfl.grenoble.cnrs.fr> (официальный сайт Grenoble High Magnetic Field Laboratory).
- [64] Е. Л. Ивченко, А. А. Киселёв, *ФТП* **26**, 1471 (1992).
- [65] H. I. Zhang, *Phys. Rev. B* **1**, 3450 (1970).
- [66] С. В. Вонсовский, *Магнетизм. Магнитные свойства диа-, пара-, ферро, антиферро-, и ферримагнетиков* (М., Наука, 1971).
- [67] A. P. Heberle, W. W. Ruhle, and K. Ploog, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3887 (1994).
- [68] M. Dohers, K. v. Klitzing, and G. Weimann, *Phys. Rev. B* **38**, 5453 (1988).
- [69] M. J. Snelling, G. P. Flinn, A. S. Plaut et al., *Phys. Rev. B* **44**, 11345 (1991).
- [70] U. Rössler, *Solid State Comm.* **49**, 943 (1984).
- [71] S.P. Najda, S. Takeyama, N. Miura et al., *Phys. Rev. B* **40**, 6189 (1989);
N. Miura, H. Nojiri, P. Pfeffer, and W. Zawadzki, *Phys. Rev. B* **55**, 13598 (1997).
- [72] B. D. Cullity, C. D. Graham, *Introduction to magnetic materials*, Wiley, IEEE Press: New Jersey (2008).
- [73] K. Lonsdale, *Rep. Prog. Phys.* **4**, 368 (1937).
- [74] P. Bruno, Physical origin and theoretical models of magnetic anisotropy in Lecture Notes, 24. IFF Ferienkurs Magnetismus von Festkörpern und Grenzflächen, Jülich, 1993.
- [75] V. A. Ioffe, S. I. Andronenko, I. A. Bondar', L. P. Mezentseva, A. N. Bazhan, C. Bazan, *JETP Letters* **34**, 562 (1981).
- [76] J. Verhaeghe, G. Vandermeersche, G. Le Compte, *Phys. Rev.* **80**, 758 (1950);
G. T. Croft, W. F. Love, F. C. Nix, *Phys. Rev.* **95**, 1403 (1954).

- [77] W. Weber, C. H. Back, A. Bischof, Ch. Wursch, R. Allenspach, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1940 (1996).
- [78] U. Welp, V. K. Vlasko-Vlasov, X. Liu, J. K. Furdyna, T. Wojtowicz, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 167206 (2003); S. C. Masmanidis, H. X. Myers, Mo Li, K. De Greve, G. Vermeulen, W. Van Roy, M. L. Roukes, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 187206 (2005).
- [79] L. Thevenard, L. Largeau, O. Mauguin, A. Lemaître, K. Khazen, H. L. von Bardeleben, *Phys. Rev. B* **75**, 195218 (2007).
- [80] P. Bruno, *Phys. Rev. B* **39**, 865 (1989); N. Magnani, S. Carretta, E. Livioti, G. Amoretti, *Phys. Rev. B* **67**, 144411 (2003).
- [81] R. Bowers, Y. Yafet, *Phys. Rev.* **115**, 1165 (1959).
- [82] P. K. Misra, L. Kleinman, *Physics Letters* **37A**, 132 (1971).
- [83] R. G. Goodrich, D. L. Maslov, A. F. Hebard, J. L. Sarrao, D. Hall, Z. Fisk, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 026401 (2002).
- [84] C. Zener, *Phys. Rev.* **96**, 1335 (1954).
- [85] W. Zawadzki, I. T. Yoon, C. L. Littler, X. N. Song, P. Pfeffer, *Phys. Rev. B* **46**, 9469 (1992).
- [86] R. M. White, *Quantum Theory of Magnetism* (Springer-Verlag: Berlin-Heidelberg-New York, 1984), p. 108-112.
- [87] P. Gueret, A. Baratoff, E. Marclay, *Europhys. Lett.* **3**, 367 (1987).
- [88] A. Zaslavsky, T. P. Li, D. C. Tsui, M. Santos, M. Shayegan, *Phys. Rev. B* **42**, 1374 (1990).
- [89] М. И. Дьяконов, М. Э. Райх, *ЖЭТФ* **88**, 1898 (1985).
- [90] G. Platero, L. Brey, C. Tejedor, *Phys. Rev. B* **40**, 8548 (1989).
- [91] B. R. Snell, K. S. Chan, F. W. Sheard, L. Eaves, G. A. Toombs, D. K. Maude, J. C. Portal, S. J. Bass, P. Claxton, G. Hill, M. A. Pate, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2806 (1987).

- [92] M. L. Leadbeater, E. S. Alves, L. Eaves, M. Henini, O. H. Hughes, A. Celeste, J. C. Portal, G. Hill, M. A. Pate, *J. Phys.: Condens. Matter* **1**, 4865 (1989).