

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова
Сибирского отделения Российской академии наук

На правах рукописи

Боев Максим Вадимович

**Транспортные и оптические эффекты в
двумерных экситонных газах**

01.04.07 – Физика конденсированного состояния

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

доктор физико-математических наук

Ковалёв Вадим Михайлович

Новосибирск – 2018

Оглавление

Введение	3
Обзор литературы	8
Глава 1. Эффекты увлечения в двумерном газе непрямых экситонов	18
1.1. Кулоновское увлечение непрямых экситонов в гибридной экситон-электронной системе	18
1.2. Эффект резонансного фотонного увлечения дипольных экситонов	30
1.3. Выводы к первой главе	41
Глава 2. Магнетоплазменный резонанс и процессы захвата в гибридной экситон-электронной системе	42
2.1. Магнетоплазменный резонанс Фано в гибридной экситон-электронной системе	42
2.2. Захват электрона примесным центром в гибридной экситон-электронной системе	52
2.3. Выводы ко второй главе	63
Глава 3. Взаимодействие двумерных экситонов с внешним электромагнитным полем: генерация звука и оптические переходы	64
3.1. Генерация звука экситонным газом в поле электромагнитной волны	64
3.2. Эффекты спин-орбитального взаимодействия в поглощении света двумерными экситонами	73
3.3. Выводы к третьей главе	84
Заключение	85
Список литературы	89

Введение

Актуальность темы исследования.

В области физики низкоразмерных структур большое количество исследований посвящено разнообразным электрон-дырочным системам. Работы в данном направлении ведутся на протяжении уже нескольких десятилетий. Активность исследований в данной области обусловлена рядом интересных физических явлений, характерных для таких систем. При этом можно выделить широкий класс задач, связанный с изучением газа экситонов – нейтральных квазичастиц, представляющих собой связанные пары электронов и дырок.

Одним из наиболее интригующих явлений, наблюдаемых в двумерных экситонных газах, является эффект конденсации Бозе-Эйнштейна (БЭК), заключающийся в макроскопическом заполнении частицами основного энергетического состояния при понижении температуры ниже критического значения. Фундаментальное значение данного эффекта сложно переоценить, а состоит оно в возможности наблюдения проявлений *квантовой* статистики Бозе-Эйнштейна на *макроскопических* масштабах. К настоящему моменту ведущими экспериментальными группами в данной области была проделана значительная работа [1–4], и на сегодняшний день можно уверенно утверждать о получении конденсата Бозе-Эйнштейна экситонов на базе структур с двойными квантовыми ямами (ДКЯ). При этом узкая линия в спектре фотолюминесценции экситонов не является единственным аргументом, подтверждающим достижение фазы БЭК. Возможности современной экспериментальной техники позволяют проводить измерения степени когерентности излучения, поступающего с разных участков пространственной области фотолюминесценции экситонов. Результаты данных экспериментов подтверждают наличие единой волновой функции экситонов в БЭК.

Текущие исследования БЭК двумерных экситонов ведутся в нескольких направлениях. Помимо упомянутой выше пространственной и временной спектроскопии большой интерес вызывают неравновесные процессы, обусловленные вза-

имодействием экситонного газа с электромагнитными и акустическими полями, элементарными возбуждениями кристалла, а также различной геометрией ограничивающего потенциала. В этом направлении особо важными являются вопросы о способах пространственного переноса экситонов и транспортных свойствах экситонного газа. Ответы на данные вопросы имеют не только фундаментальное значение, но и возможное практическое приложение в области оптоэлектроники.

Наиболее современный спектр задач связан с исследованиями гибридных двумерных экситон-электронных структур. Пристальное внимание к таким системам обусловлено теоретическими предсказаниями возможного наблюдения в них сверхпроводимости и состояния сверхтекучего твердого тела. Стоит отметить, что увеличение количества работ, посвященных данным структурам, лежит в русле общей тенденции роста интереса к системам сильно коррелированных частиц.

Большое фундаментальное значение исследований в обозначенной выше области физики низкоразмерных систем, а также множество еще не решенных проблем определяют актуальность данной диссертации.

Цель диссертационной работы:

Целью настоящей диссертации является построение теории транспортных и оптических эффектов в наноструктурах с двумерными экситонами в условиях их взаимодействия с электромагнитными полями и элементарными возбуждениями двумерного электронного газа.

Научная новизна заключается в решении следующих задач:

1. Построена теория эффектов кулоновского и фотонного увлечения газа двумерных непрямых экситонов в нормальном фазовом состоянии.
2. Дано теоретическое описание резонанса Фано в спектре поглощения электромагнитного излучения гибридной экситон-электронной системы в условиях бозе-конденсации экситонов.
3. Разработана микроскопическая теория процессов захвата электрона на примесный центр в присутствии экситонного бозе-конденсата.
4. Построена теория эффекта генерации объемных звуковых волн газом дву-

мерных непрямых экситонов, облучаемым электромагнитной волной.

5. Теоретически исследованы оптические свойства экситонов в квантовых ямах со спин-орбитальным взаимодействием Рашба.

Теоретическая и практическая значимость.

1. Построенная теория эффектов кулоновского и фотонного увлечения экситонного газа может найти применение в области оптической электроники и оптических систем коммуникации, а также при экспериментальных исследованиях транспортных свойств двумерных экситонов.

2. Теория резонанса Фано в гибридной экситон-электронной системе вносит вклад в область фундаментальных исследований гибридных Бозе-Ферми систем полупроводниковых наноструктур.

3. Разработанная теория захвата электрона на примесный центр в присутствии бозе-конденсата экситонов может найти применение в исследованиях транспортных свойств гибридных экситон-электронных систем и в области конструирования примесных фотодетекторов.

4. Теоретическое описание эффекта генерации звука газом непрямых экситонов предоставляет дополнительный инструмент в детектировании фазового перехода экситонного газа в состояние бозе-конденсата.

5. Построенная теория оптических переходов экситонов в квантовых ямах со спин-орбитальным взаимодействием описывает тонкую структуру уровней внутреннего движения экситона, а также предсказывает частотное поведение коэффициента поглощения света вблизи порога.

Методология и методы исследования.

Построение теории эффектов, представленных в настоящей диссертации, основано на использовании общепринятых методов физики твердого тела и квантовой теории поля.

Положения, выносимые на защиту:

1. Зависимость величины кросс-проводимости двумерной экситон-электронной системы от расстояния между экситонным и электронным газами различна

в диффузионном и баллистическом режимах транспорта. Температурная зависимость кросс-проводимости существенно зависит от экранировки экситон-электронного взаимодействия экситонной подсистемой.

2. Частотная зависимость плотности потока экситонов в условиях фотонного увлечения проявляет резонансный характер. Положение резонанса определяется расстоянием между уровнями внутреннего движения экситона, отличающимися на единицу собственного значения оператора орбитального момента.

3. В спектре поглощения гибридных двумерных экситон-электронных систем в однородном магнитном поле присутствует несимметричный резонанс Фано.

4. Процессы с испусканием двух боголонов дают основной вклад в вероятность захвата электрона на примесный центр в гибридных экситон-электронных системах.

5. Облучаемый электромагнитной волной газ двумерных непрямых экситонов испускает объемные поперечные звуковые волны. Частотная зависимость амплитуды звуковых волн определяется фазовым состоянием экситонного газа.

6. Тонкая структура уровней внутреннего движения экситонов в квантовых ямах со спин-орбитальным взаимодействием проявляется при внутризонных оптических переходах. Учет кулоновского взаимодействия электрона и дырки снимает расходимость в частотной зависимости вероятности фотоэффекта вблизи порога.

Степень достоверности и апробация результатов.

Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях: 15 Всероссийской Молодежной Конференции по физике полупроводников и наноструктур, полупроводниковой опто- и наноэлектронике (Санкт-Петербург, 2013); XII и XIII Российских Конференциях по Физике Полупроводников (Москва, Ершово, 2015; Екатеринбург, 2017); Российской Конференции по Актуальным Проблемам Полупроводниковой Фотоэлектроники «Фотоника – 2015» (Новосибирск, 2015); 24th, 25th International Symposium on Nanostructures: Physics and Technology (St. Petersburg, 2016, 2017); 18th International Conference on Physics of Light-Matter Coupling in Nanostructures (Wurzburg, Germany, 2017); META'17,

the 8th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics (Incheon - Seoul, South Korea, 2017).

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 7 печатных работах в рецензируемых журналах.

Личный вклад автора. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причем вклад диссертанта был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, обзора литературы, 3 глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации 99 страниц, включая 19 рисунков. Библиография включает 112 наименований на 11 страницах.

Обзор литературы

С совершенствованием технологий получения низкоразмерных полупроводниковых наноструктур широкое развитие получили теоретические и экспериментальные исследования двумерных систем. В данной области исследований можно выделить отдельный класс проблем, связанных с изучением физических свойств разнообразных электрон-дырочных систем, в которых в зависимости от параметров, геометрии и наличия внешних полей реализуется широкий спектр фазовых состояний (слабо взаимодействующий экситонный газ, электрон-дырочная жидкость, газ биэкситонов и др.). Отдельно стоит выделить те системы, в которых электроны и дырки образуют экситоны – нейтральные композитные квазичастицы, обладающие целочисленным спином. Наличие целочисленного спина играет особую роль в поведении электрон-дырочных возбуждений при достаточно низкой температуре, при которой экситонный газ претерпевает квантовое вырождение и начинает подчиняться квантовому распределению Бозе-Эйнштейна [5]. Именно в связи с проявлением особых физических свойств бозе-частиц к экситонному газу приковано особое внимание исследователей в последние годы.

При классификации различных экситонных систем следует различать две предельные ситуации, определяемые соотношением между концентрацией частиц n и их борновским радиусом a_B . При высокой концентрации $na_B^2 \gg 1$ электрон-дырочная система способна совершить переход в состояние экситонного диэлектрика при понижении температуры ниже критического значения [6]. Данное состояние интересно тем, что в этом случае экситонные возбуждения представляют собой аналог куперовских пар. Практическая реализация экситонного диэлектрика на базе полупроводников сопряжена с рядом трудностей, главной из которых является проблема охлаждения фотовозбужденной электрон-дырочной плазмы. Данную проблему удастся обойти в структурах, родственных полуметаллам, т.е. имеющих оба типа равновесных носителей при низких температурах. Электроны и дырки в таких структурах оказываются в разделенных барьером двух квантовых

ямах (КЯ), причем электронный уровень размерного квантования располагается ниже дырочного [7].

В обратном предельном случае низкой концентрации частиц $na_B^2 \ll 1$ электроны и дырки за счет кулоновского притяжения образуют разреженный газ водородоподобных экситонов [8]. Стоит отметить, что на практике реализуют два класса двумерных наноструктур с разреженным экситонным газом – с оптическим микрорезонатором и без него. В структурах первого типа вследствие взаимодействия экситонов с оптическим полем микрорезонатора формируется новый тип возбуждений – экситонные поляритоны. Эффективная масса экситонных поляритонов оказывается очень малой, порядка $m \sim 10^{-4}m_0$, где m_0 – масса свободного электрона, при этом в силу того, что температура квантового вырождения бозе-газа обратно пропорциональна массе $T_c \sim 1/m$, в газе двумерных экситонных поляритонов возможно наблюдать проявления бозе-статистики при достаточно высокой температуре [9]. Важно упомянуть, что с физической точки зрения когерентность в поляритонной системе устанавливается благодаря свойствам оптического поля в микрорезонаторе [10].

Структуры без микрорезонатора привлекают не меньший интерес [1–4]. В таких структурах экситонный газ низкой плотности ведет себя как слабо неидеальный газ бозе-частиц и поэтому достаточно хорошо описывается теоретически с помощью техники Беляева [11, 12]. С общезначимой точки зрения, слабо неидеальный бозе-газ интересен тем, что, как хорошо известно [13], при низких температурах он испытывает фазовый переход в состояние БЭК, в котором система характеризуется макроскопическим заполнением основного энергетического состояния. Частицы газа в этом фазовом состоянии теряют свою индивидуальность и описываются единой волновой функцией, что позволяет говорить о макроскопическом проявлении чисто квантового эффекта. Интересно отметить, что теоретическое предсказание эффекта БЭК [14] и его первую реализацию на практике в экспериментах с атомами рубидия, лития и натрия [15–17] разделяют несколько десятилетий. Такой большой временной промежуток оказался необходим для раз-

вития технологии охлаждения до чрезвычайно низких температур, требующихся для достижения БЭК атомных газов. Следствием технологических сложностей в достижении сверхнизких температур для изучения фазы БЭК стал поиск альтернативных объектов исследований, допускающих работу в более доступных температурных режимах. В этой связи большое развитие получили исследования бозе-газов элементарных возбуждений в твердом теле, т.к. оценки показывают, что состояние БЭК, например, экситонов будет достигаться уже при температуре порядка единиц Кельвин, что обусловлено обратной пропорциональностью критической температуры БЭК массе частиц.

Наиболее успешная и достоверная реализация эффекта бозе-конденсации экситонного газа осуществлена на основе двумерных наноструктур - квантовых ям. Успешная реализация состояния БЭК экситонов в двумерных структурах связана с возможностью обойти на их базе ряд физических ограничений. Первая проблема связана с тем, что экситоны имеют конечное время жизни, ограниченное временем рекомбинации электрона и дырки, а вторая – тем, что в условиях лазерной накачки экситонный газ обладает высокой температурой, и ему требуется время, чтобы прийти в термодинамическое равновесие с кристаллической решеткой. Очевидно, что успешное образование БЭК экситонов возможно только в условиях быстрого остывания газа и медленной рекомбинации экситонов, и, как оказалось, структуры на базе КЯ позволяют добиться удовлетворения этих условий. Во-первых, теория предсказывает [18], что остывание экситонного газа в КЯ за счет эмиссии объемных акустических фононов происходит значительно быстрее по сравнению с экситонным газом в объемном материале. Во-вторых, время рекомбинации экситонов в КЯ можно увеличить на три и более порядков с помощью перпендикулярного электрического поля, разделяющего в пространстве электроны и дырки [19]. Действительно, меньшее перекрытие электронных и дырочных волновых функций соответствует меньшей вероятности рекомбинации. Наибольших результатов с использованием этой идеи удается достичь на базе ДКЯ, в которой электроны и дырки пространственно разнесены в две разные КЯ [20–24]. Образующиеся в

такой структуре экситоны называют непрямыми (Рис.1(a)). Кроме того, экспериментально исследуются системы, в которых экситоны являются непрямыми и в импульсном пространстве [22] (Рис.1(b)). Дополнительное преимущество структур с ДКЯ связано с тем, что непрямые экситоны обладают ориентированным конечным дипольным моментом, поэтому межэкситонное взаимодействие проявляется в виде диполь-дипольного отталкивания, что делает экситонный газ устойчивым по отношению к образованию связанных экситонных комплексов.

Важно отметить, что, строго говоря, в двумерном неограниченном газе бозонов состояние БЭК достижимо только при абсолютно нулевой температуре, что с точки зрения экспериментальной реализации лишено смысла. Действительно, плотность состояний в идеальной двумерной системе является константой, поэтому в пределе $\mu \rightarrow 0$, где μ – химический потенциал бозе-газа, число состояний с ненулевым импульсом расходится, и, таким образом, данные состояния могут вместить любое число бозонов, что исключает появление БЭК. Однако, в реальных структурах экситонный газ всегда локализуется в областях конечных размеров. Кроме того, в опытах по изучению БЭК экситонов обычно создается ограничивающий потенциал [26], благодаря которому основное состояние системы оказывается отделенным от остального спектра энергетической щелью, что позволяет наблюдать БЭК, а критическую температуру конденсации в таких системах можно оценить по формуле $T_c \approx 2\pi\hbar^2 n/k_B M \ln(nS)$ [3], из которой видно, что T_c логарифмически стремится к нулю с ростом площади экситонного газа.

В последние годы большой прогресс достигнут в изучении транспортных свойств экситонного газа. Серьезная проблема в данном вопросе связана с электронейтральностью экситонов, исключающей возможность исследований их транспорта с помощью приложения постоянного однородного электрического поля. Однако, был предложен и реализован на практике ряд альтернативных подходов. Первый подход связан с анализом интенсивности фотолюминесценции экситонов, растекающихся из места лазерной накачки вследствие ненулевого градиента концентрации. В первых экспериментах [27] на поверхности структуры формирова-

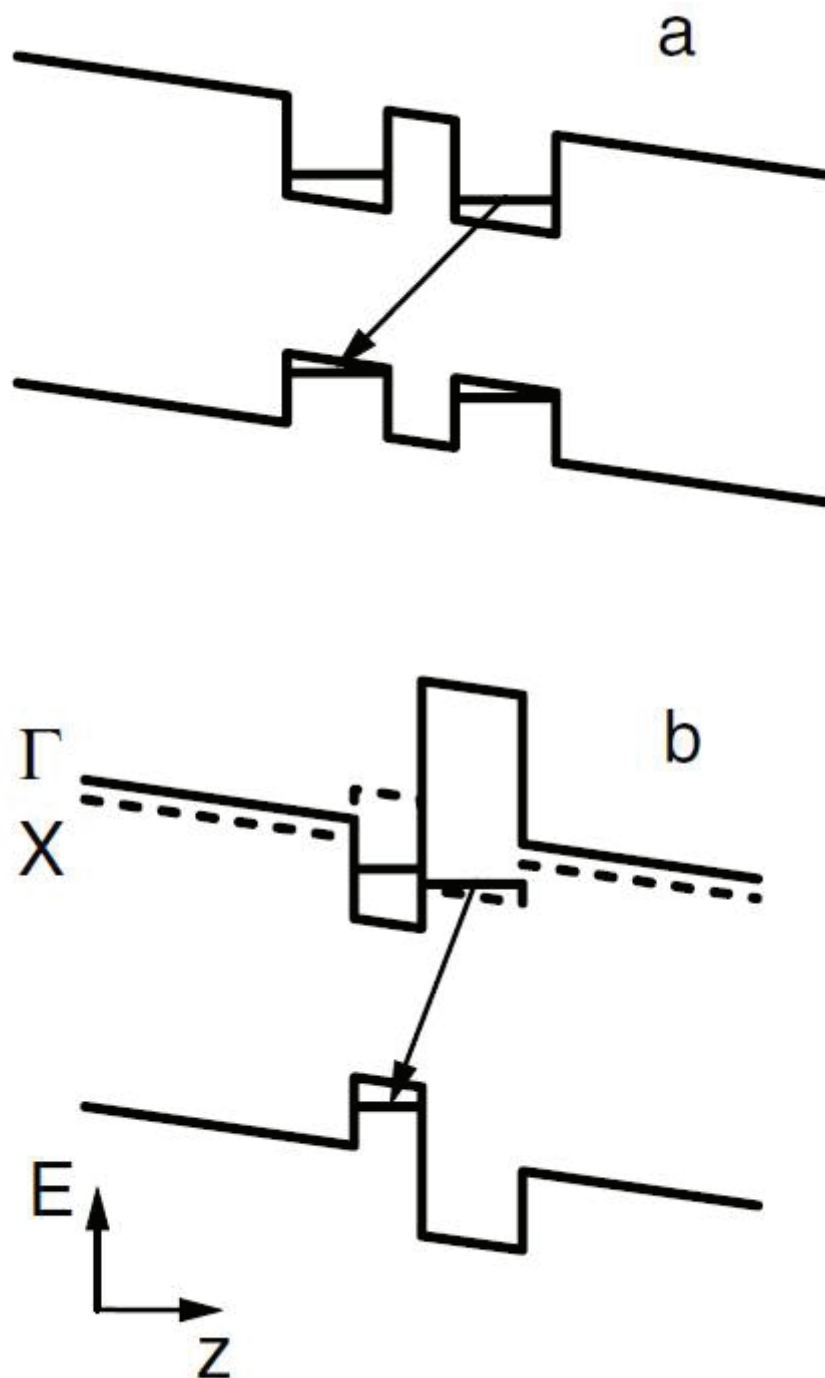


Рис. 1. Схематическое изображение (а) непрямого в пространстве экситона в ДКЯ на базе GaAs/AlGaAs и (b) непрямого в реальном и в импульсном пространствах экситона в AlAs/GaAs ДКЯ (Изображение взято из статьи [25]).

лась непрозрачная маска с щелью, которая позволяла определить долю экситонов, диффундировавших под нее, и на основе этих данных рассчитать коэффициент диффузии. С развитием экспериментальной техники появилась возможность непосредственно наблюдать пространственные области экситонной фотолюминесценции непрямых экситонов, диффундировавших из места лазерной генерации [3], и определять степень когерентности излучения, поступающего с различных участков узора фотолюминесценции.

Еще один способ перемещения непрямых экситонов основан на использовании статических либо динамических неоднородных полей. В статическом случае неоднородное поле порождается ограничивающим потенциалом особой формы [28]. Такой ограничивающий потенциал выступает в роли "трамплина", разгоняющего экситонный газ. Во втором случае неоднородное поле формирует движущиеся вдоль поверхности потенциальные ямы, в которые захватываются экситоны, и таким образом они перемещаются в пространстве. Данный механизм лежит в основе работы так называемого электростатического конвейера [29] и эффекта акустического увлечения [30–32].

Альтернативный способ изучения транспортных свойств экситонов предложен в работах [33, 34] и основан на использовании явления кулоновского увлечения экситонного газа электронным током в близлежащей КЯ. Данное явление хорошо известно в физике твердого тела [35], а его механизм заключается в передаче импульса и энергии потока частиц одной подсистемы частицам другой за счет трения, обусловленного кулоновским взаимодействием зарядов. Также в качестве источника импульса для экситонного газа может служить поток фотонов. В основе этого явления – эффекта фотонного увлечения – лежит процесс передачи экситону импульса фотона при его поглощении. Стоит отметить, что данный механизм увлечения приводит к эффекту резонансного давления света на атомные газы [36]. В связи с фундаментальной и практической значимостью исследований транспортных свойств непрямых экситонов, в Главе 1 построена и изложена теория эффектов кулоновского и фотонного увлечения экситонного газа

в нормальном фазовом состоянии.

В настоящее время большое количество работ посвящено системам взаимодействующих частиц с различной статистикой. В области физики твердого тела гибридные Бозе-Ферми системы реализуются на базе двумерных экситонных и экситон-поляритонных газов, при этом экситон-поляритонные Бозе-Ферми системы привлекают внимание исследователей возможностью контролировать силу поляритон-электронного взаимодействия, определяемую мощностью оптического поля в резонаторе. В экспериментальных структурах частицы, подчиняющиеся ферми-статистике (электроны либо дырки), могут размещаться либо в близлежащей отдельной КЯ, либо в той же КЯ, что и бозе-газ [37].

Для двумерных гибридных экситон-электронных систем предсказан ряд интересных эффектов. Например, выше упоминалось, что взаимодействие в газе непрямых экситонов является отталкиванием, кроме того, оно практически не зависит от величины волнового вектора, а закон дисперсии элементарных возбуждений БЭК экситонов – боголонов – в таком случае является линейным при малых волновых векторах и параболическим при больших. Однако, теория предсказывает [38], что при включении взаимодействия с электронным газом непрямые экситоны начинают эффективно притягиваться друг к другу, что приводит к появлению ротонного минимума в законе дисперсии боголонов. Еще одним следствием эффективного межэкситонного притяжения является возможность возникновения в системе экзотического фазового состояния – сверхтекучего твердого тела [39]. Система в данном состоянии характеризуется как трансляционной симметрией в прямом и обратном пространствах, так и сверхтекучестью. Следует отметить, что фаза сверхтекучего кристалла экспериментально наблюдалась в He^4 при низкой температуре и высоком давлении [40].

Еще одно перспективное направление исследований связано со стремлением обнаружить высокотемпературную сверхпроводимость в полупроводниковых гибридных экситон-электронных системах. Причинами развития данного направления являются следующие соображения. Как известно [41], механизм спарива-

ния электронов в рамках теории БКШ основан на возникновении эффективного притяжения между электронами, обусловленного обменом фононами кристаллической решетки. При этом оказывается, что критическая температура сверхпроводимости ограничена частотой Дебая фононов и константой электрон-фононного взаимодействия. Следовательно, материалы с высокой критической температурой перехода в сверхпроводящее состояние должны описываться альтернативными моделями, в которых за возникновение куперовского спаривания вместо фононов отвечают другие бозоны. Например, в структурах металл/полупроводник притяжение электронов обусловлено обменом виртуальным экситоном в полупроводнике, при этом критическая температура сверхпроводимости достигает значения 50 К [42, 43]. Однако, слабое место данного механизма спаривания – низкая вероятность рождения виртуального экситона вследствие большой энергии, необходимой для этого процесса. В основе альтернативного подхода, предложенного в работах [44, 45], лежит идея о возможности куперовского спаривания с помощью обмена элементарными возбуждениями БЭК экситонных поляритонов в гибридной структуре. Данный подход сулит следующие преимущества: во-первых, энергия рождения элементарного возбуждения в БЭК экситонных поляритонов намного ниже энергии рождения виртуального экситона, во-вторых, сила электрон-поляритонного взаимодействия является настраиваемым параметром в таких структурах в силу ее пропорциональности плотности частиц в БЭК, зависящей от мощности лазерной накачки. Следует добавить, что в недавней работе [46] было показано, что сверхпроводимость и состояние сверхтекучего твердого тела в гибридных электрон-поляритонных системах оказываются тесно связанными.

Большой интерес к гибридным экситон-электронным системам побуждает к их всестороннему изучению. В Главе 2 настоящей диссертации приводится теоретическое исследование двух эффектов, предсказанных для гибридных систем – возникновение резонанса Фано в спектре поглощения электронным слоем электромагнитной волны в однородном магнитном поле в присутствии БЭК экситонов, а также эффект захвата электрона примесью, сопровождаемого испусканием кван-

тов возмущения экситонного конденсата.

Широкая область исследований посвящена изучению взаимодействия акустических полей с непрямыми экситонами, пребывающими как в состоянии БЭК, так и в нормальной фазе. Важность акустических методов обусловлена тем, что они предоставляют дополнительные возможности для получения информации об элементарных возбуждениях в экситонном газе на основе анализа характеристик распространяющейся в экситонном газе звуковой волны. Стоит отметить, что акустические методы сформировали специальную область – акустоэлектронику, занимающуюся исследованием эффектов, основным механизмом которых является взаимодействие упругих волн с носителями заряда в кристаллах [47]. В частности, поверхностные акустические волны использовались при изучении свойств двумерного электронного газа [48]. Недавние экспериментальные работы, в которых использовались поверхностные акустические волны для изучения газов не прямых экситонов [30, 49, 50] и экситонных поляритонов [51, 52], стимулировали развитие теоретических исследований в этом направлении. Например, в работах [31, 32, 53, 54] описаны эффекты поглощения и перенормировки фазовой скорости поверхностной волны и эффект увлечения экситонов поверхностной звуковой волной.

Значительный интерес привлекает еще один эффект электроакустики – генерация звуковых волн в твердых телах, обусловленная возбуждением электронных степеней свободы кристалла. В частности, в работах [52, 55] изучался вопрос о генерации гиперзвука плазменными колебаниями двумерного и одномерного электронного газа под действием электромагнитного возмущения. В этой связи большой интерес привлекает вопрос о возможности генерации звуковых волн газом не прямых экситонов, возмущенного электромагнитной волной. Теория данного эффекта изложена в Главе 3.

Как было упомянуто выше, большие времена жизни экситонов в КЯ достигаются с помощью пространственного разделения электронов и дырок электрическим полем, приложенным перпендикулярно к плоскости КЯ. Однако, резуль-

тат включения электрического поля не сводится только лишь к разделению зарядов. Дополнительное воздействие данного поля проявляется в виде понижения симметрии системы в направлении роста структуры, что приводит к появлению спин-орбитального вклада в гамильтониан частиц и, следовательно, делает необходимым учет спиновых свойств частиц в КЯ. Применение методов оптической спектроскопии для изучения спиновых свойств носителей заряда в КЯ и квантовых точках стимулировало развитие теоретических исследований в этой области [56, 57]. Большое внимание в теоретических работах уделяется расчету энергетических спектров носителей заряда с учетом спин-орбитального взаимодействия (СОВ) в структурах пониженной размерности. Например, тонкая структура энергетических уровней одиночного электрона в квантовой точке, обусловленная СОВ Рашба, изучалась в работе [58] с последующим применением полученных результатов для расчета спин-поляризованного тока через квантовую точку. В работе [59] теоретически изучался вопрос о влиянии СОВ Рашба на незатухающие токи в квантовом кольце.

В настоящий момент все большее внимание уделяется вопросу одновременного учета СОВ и кулоновских членов в гамильтониане частиц, локализованных в наноструктурах пониженной размерности. Такая задача рассматривалась для двухэлектронных комплексов в одиночной [60] и двойной [61] квантовых точках. Было показано, что подмешивание к волновой функции электрона в зоне проводимости состояний валентной зоны в рамках **кp**-подхода приводит к снятию вырождения триплетного состояния пары электронов, что модифицирует спектры люминесценции квантовых точек.

В связи с важностью учета спиновых эффектов в низкоразмерных структурах большой интерес вызывает вопрос о влиянии СОВ на энергетический спектр и оптические свойства экситона Ванье-Мотта в одиночной КЯ. Результаты исследований в данном направлении изложены в Главе 3.

Эффекты увлечения в двумерном газе не прямых экситонов

1.1. Кулоновское увлечение не прямых экситонов в гибридной экситон-электронной системе

1.1.1. Введение

В данном параграфе рассматривается вопрос о влиянии кулоновского взаимодействия электронов и экситонов на транспортные свойства гибридных экситон-электронных систем в полупроводниковых наноструктурах. Одним из примеров такого влияния может служить эффект кулоновского увлечения, заключающийся в возникновении потока частиц в одной подсистеме за счет кулоновского взаимодействия с движущимися частицами в другой. Данный эффект изучался как теоретически, так и экспериментально для широкого класса систем [35].

Для построения теории кулоновского увлечения двумерных дипольных экситонов использована диаграммная техника Мацубары. Такой подход позволяет единым образом рассмотреть как квазибаллистический предел Друде-Больцмана, так и диффузионный предел. Помимо фундаментального интереса, данная задача может найти и практическое применение в свете развития технологии опто-электронных приборов для оптических систем коммуникации [62], [63] на основе двумерных экситонных газов.

1.1.2. Кросс-проводимость экситонного газа в гибридной системе

При наличии двух подсистем проводимость является матрицей ,

$$\mathbf{j}_i = \sigma_{ij} \mathbf{E}_j, \quad (1.1)$$

где индексы (i, j) нумерует подсистемы. Нас будет интересовать величина плотности тока в экситонной подсистеме при приложении поля к электронному слою

$$\mathbf{J} = \sigma_D \mathbf{E}, \quad (1.2)$$

где $\sigma_D \equiv \sigma_{21}$ – кросс-проводимость, являющаяся скалярной величиной в отсутствие магнитного поля. Плотность тока нейтральных экситонов имеет размерность $[\mathbf{J}] = 1/\text{см}\cdot\text{с}$, поэтому в настоящей задаче размерность кросс-проводимости $[\sigma_D] = e/\hbar$. Будем рассматривать следующую структуру (Рис.1.1): под электронным слоем на расстоянии l располагается двойная квантовая яма с непрямыми дипольными экситонами (d – расстояние между ямами). Статическая проводимость экситонного газа вычисляется предельным переходом $\sigma_D = \lim_{\Omega \rightarrow 0} \lim_{\mathbf{Q} \rightarrow 0} \sigma_D(\mathbf{Q}, \Omega)$, где $\sigma_D(\mathbf{Q}, \Omega)$ – фурье-образ проводимости на переменном поле с волновым вектором \mathbf{Q} и частотой Ω . Для вычисления кросс-проводимости воспользуемся формулой Кубо [64]:

$$\sigma_D(\mathbf{R} - \mathbf{r}, t - t') = -e \frac{\Theta(t - t')}{\Omega} \langle [\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{R}, t), \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}, t')] \rangle, \quad (1.3)$$

где $\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{R}, t)$ – оператор плотности потока экситонов и $-\hat{\mathbf{e}}\mathbf{j}(\mathbf{r}, t')$ – оператор плотности электронного тока; \mathbf{R} и \mathbf{r} – радиус-вектора в плоскостях экситонного и электронного газов. Вычисления удобно проводить в рамках мацубаровской диаграммной техники, для этого рассмотрим коррелятор:

$$\Pi(\mathbf{R} - \mathbf{r}, \tau - \tau') = -\frac{\langle T_\tau [S(\beta) \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{R}, \tau) \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}, \tau')] \rangle}{\langle S(\beta) \rangle}, \quad (1.4)$$

в котором $\beta = 1/T$, T – температура. В разложении S-матрицы

$$S(\beta) = T_\tau \exp \left[- \int_0^\beta d\tau \hat{H}'(\tau) \right] \quad (1.5)$$

по степеням возмущения

$$\hat{H}'(\tau) = \int d\mathbf{r} d\mathbf{R} V(\mathbf{R} - \mathbf{r}) \hat{N}(\mathbf{R}, \tau) \hat{\rho}(\mathbf{r}, \tau), \quad (1.6)$$

где $V(\mathbf{R} - \mathbf{r})$ – потенциал экситон-электронного взаимодействия, $\hat{N}(\mathbf{R}, \tau)$ и $\hat{\rho}(\mathbf{r}, \tau)$ – операторы экситонной и электронной плотностей соответственно, ограничиваем-

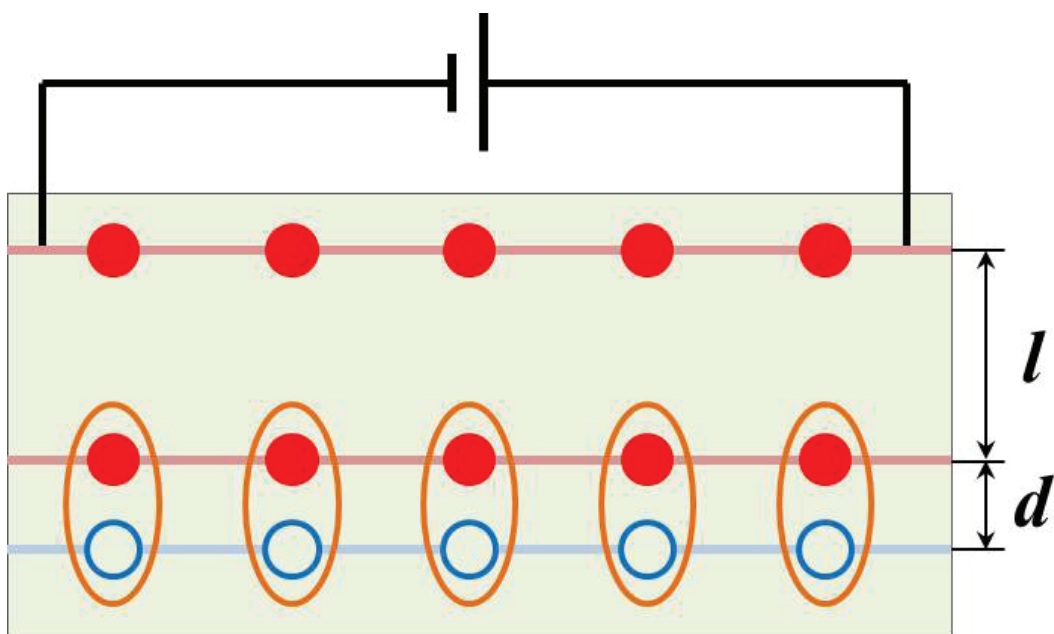


Рис. 1.1. Схематическое изображение исследуемой структуры. Красными кружками обозначены электроны, синими – дырки.

ся вторым порядком по электрон-экситонному взаимодействию (первый порядок дает нулевой отклик на постоянное поле):

$$\begin{aligned} \Pi^{(2)}(\mathbf{R} - \mathbf{r}, \tau - \tau') &= -\frac{1}{2} \int_0^\beta d\tau_1 d\tau_2 \times \\ &\times \langle T_\tau [\hat{H}'(\tau_1) \hat{H}'(\tau_2) \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{R}, \tau) \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}, \tau')] \rangle_c, \end{aligned} \quad (1.7)$$

где индекс c обозначает учет только связанных диаграмм. Раскрывая далее среднее по теореме Вика и переходя в мацубаровское представление, получаем:

$$\begin{aligned} \Pi^{(2)}(Q = 0, i\Omega_n) &= -\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{q}} V(\mathbf{q}, i\omega_m) V(\mathbf{q}, i\omega_m + i\Omega_n) \\ &\times \frac{1}{\beta} \sum_{i\omega_m} \Delta_{ex}(\mathbf{q}; i\Omega_n + i\omega_m, i\omega_m) \Delta_e(\mathbf{q}; i\omega_m, i\Omega_n + i\omega_m), \end{aligned} \quad (1.8)$$

где $V(\mathbf{q}, i\omega_m) = V(\mathbf{q})/\epsilon(\mathbf{q}, i\omega_m)$ – экранированное электрон-экситонное взаимодействие, $V(\mathbf{q}) = 2\pi e^2 d e^{-q l} / \epsilon$ – затравочное электрон-экситонное взаимодействие,

$$\begin{aligned} \epsilon(\mathbf{q}, i\omega_m) &= V(\mathbf{q})^2 \Pi_e(\mathbf{q}, i\omega_m) \Pi_{ex}(\mathbf{q}, i\omega_m) \\ &+ [1 - V_e(\mathbf{q}) \Pi_e(\mathbf{q}, i\omega_m)] [1 - V_{ex} \Pi_{ex}(\mathbf{q}, i\omega_m)] \end{aligned} \quad (1.9)$$

– диэлектрическая проницаемость с учетом экранировки, $V_{ee}(\mathbf{q}) = 2\pi e^2 / q\epsilon$ и $V_{ex} = 4\pi e^2 d / \epsilon$ – потенциалы межэлектронного и межэкситонного взаимодействия, $\Pi_{e(ex)}(\mathbf{q}, i\omega_m)$ – поляризационный оператор электронного (экситонного) газа, а ϵ – диэлектрическая проницаемость среды. Основной вклад в интеграл (1.8) дают q , лежащие в интервале $0 < q < 1/l$, в котором первое слагаемое в (1.9) мало по сравнению со вторым, поэтому далее оно не учитывается. Вклад экситонного газа в экранирование в нормальной фазе можно считать не зависящим от q и ω [65], тогда его учет сведется к замене диэлектрической постоянной в потенциале $V(\mathbf{q})$: $\epsilon \rightarrow \epsilon_T = (1 - V_{ex} \Pi_{ex}(0, 0)) = \epsilon [1 + (e^{T_c/T} - 1) 8d/a_B]$, где $T_c = \pi \hbar^2 N / 2M$ – температура вырождения экситонного газа, a_B – боровский радиус экситона. В

формуле (1.8) величина

$$\begin{aligned} \Delta_{ex}(\mathbf{q}; i\Omega_n + i\omega_m, i\omega_m) &= \frac{1}{\beta} \sum_{\mathbf{p}, i\omega_{n'}} \frac{\mathbf{p}}{M} \\ &\times \left[g_{\mathbf{p}}(i\omega_{n'} - i\omega_m) g_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}(i\omega_{n'}) g_{\mathbf{p}}(i\omega_{n'} - i\omega_m - i\Omega_n) \right. \\ &\quad \left. + \{\mathbf{q}, i\omega_m, i\Omega_n \rightarrow -\mathbf{q}, -i\omega_m, -i\Omega_n\} \right] \end{aligned} \quad (1.10)$$

– фурье-образ нелинейной восприимчивости экситонного газа, $g_{\mathbf{p}}(i\omega_n)$ – функция Грина экситона, M – его масса. Для электронной подсистемы нелинейная восприимчивость имеет аналогичный вид:

$$\begin{aligned} \Delta_e(\mathbf{q}; i\omega_m, i\Omega_n + i\omega_m) &= -\frac{1}{\beta} \sum_{\mathbf{p}', ik_{n'}} \frac{\mathbf{p}'}{m_e} \\ &\left[G_{\mathbf{p}'}(ik_{n'} - i\omega_m) G_{\mathbf{p}'+\mathbf{q}}(ik_{n'}) G_{\mathbf{p}'}(ik_{n'} - i\omega_m - i\Omega_n) \right. \\ &\quad \left. + \{\mathbf{q}, i\omega_m, i\Omega_n \rightarrow -\mathbf{q}, -i\omega_m, -i\Omega_n\} \right], \end{aligned} \quad (1.11)$$

где m_e – масса электрона. Диаграммы, поясняющие структуру (1.10), приведены на рис.1.2.

Чтобы получить отклик на постоянное поле, необходимо выполнить суммирование по мацубаровским частотам в (1.8), (1.10) и (1.11) и после аналитического продолжения $i\Omega_n \rightarrow \Omega + i\delta$ устремить $\Omega \rightarrow 0$. Производя суммирование по мацубаровским частотам, получаем:

$$\begin{aligned} \sigma_D(Q = 0, \Omega \rightarrow 0) &= \frac{e}{2} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} |V^R(\mathbf{q}, \omega)|^2 \\ &\times \frac{\partial n_B(\omega)}{\partial \omega} \Delta_{ex}^{RA}(\mathbf{q}; \omega, \omega) \Delta_e^{AR}(\mathbf{q}; \omega, \omega), \end{aligned} \quad (1.12)$$

где $n_B(\omega) = 1/(e^{\omega/T} - 1)$ – распределение Бозе-Эйнштейна.

Наличие случайного потенциала $u_i(\mathbf{r})$, порожденного примесями и иными дефектами, приводит к необходимости усреднения выражений (1.10) и (1.11) по всем его реализациям. Далее принимается стандартная модель случайного примесного поля, статистические свойства которого описываются соотношениями

$$\langle u_i(\mathbf{r}) \rangle = 0, \quad \langle u_i(\mathbf{r}) u_i(\mathbf{r}') \rangle = u_0^2 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (1.13)$$

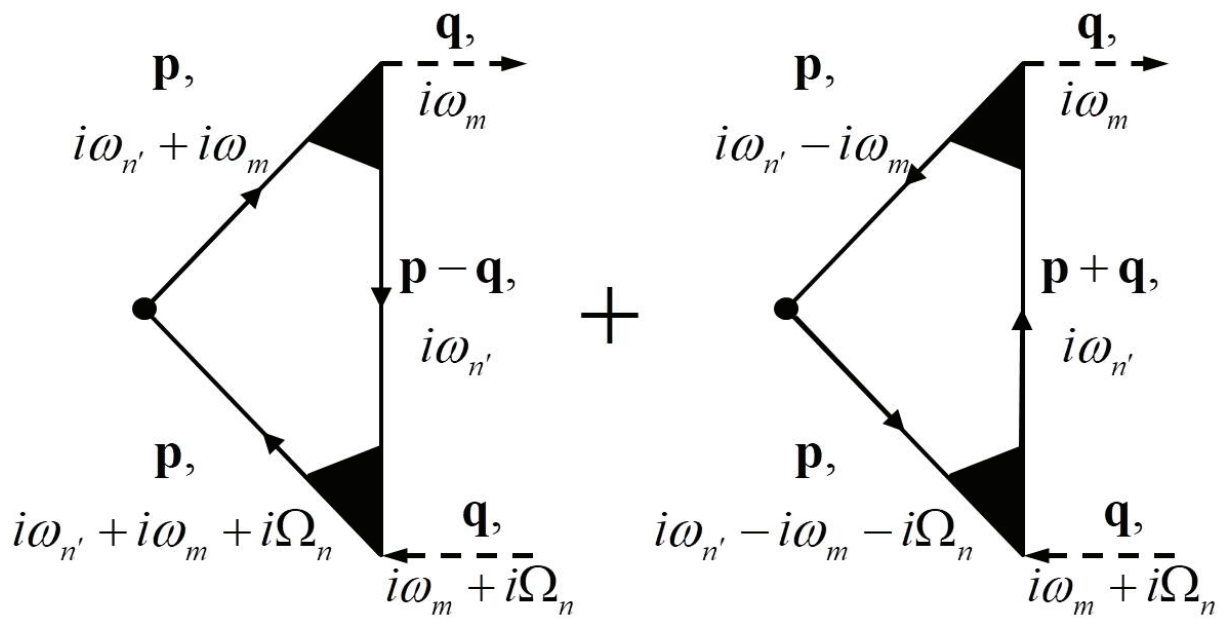


Рис. 1.2. Диаграммное представление выражения (1.10). Сплошная линия соответствует экситонной функции Грина, пунктирная – электрон-экситонному взаимодействию. Темные треугольники обозначают примесное усреднение вершин (см. уравнение (1.14)).

Будем считать, что рассеяние на примесях в каждой из подсистем происходит независимо, тогда усреднение нелинейных восприимчивостей можно проводить по отдельности. Процедура усреднения электронных функций Грина хорошо известна [41]. Экситонные функции Грина можно усреднять аналогичным образом [66], при этом критерием слабости рассеяния на случайном потенциале является соотношение $2\pi a_B n_{imp} \ll 1$, где a_B – борковский радиус экситона, n_{imp} – концентрация примесей.

Явный вид нелинейной восприимчивости определяется типом транспорта в соответствующей подсистеме. Далее мы рассмотрим два режима – диффузионный и баллистический.

1.1.3. Диффузионный режим.

Рассмотрим нелинейную восприимчивость экситонной подсистемы. В диффузионном режиме $\omega \ll 1/\tau_{ex}$ и $q \ll 1/l_{ex}$, и необходимо усреднить по беспорядку зарядовые вершины ($\tau_{ex} = (Mu_0^2)^{-1}$ – время рассеяния, l_{ex} – характерная тепловая длина свободного пробега экситона). Вычислим нелинейную восприимчивость экситонной подсистемы, состоящую из двух слагаемых (рис.1.2). Первое слагаемое имеет вид:

$$\begin{aligned} \Delta_{ex,1}(\mathbf{q}; i\Omega_n + i\omega_m, i\omega_m) = \\ = \sum_{\mathbf{p}} \frac{\mathbf{p}}{M} \frac{1}{\beta} \sum_{i\omega_{n'}} g_{\mathbf{p}}(i\omega_{n'} - i\omega_m - i\Omega_n) \Gamma_{-\mathbf{p}}(i\omega_{n'} - i\omega_m - i\Omega_n, i\omega_{n'}) \\ \times g_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}(i\omega_{n'}) \Gamma_{\mathbf{p}}(i\omega_{n'}, i\omega_{n'} - i\omega_m) g_{\mathbf{p}}(i\omega_{n'} - i\omega_m) \end{aligned} \quad (1.14)$$

где Γ - усредненная по беспорядку зарядовая вершина, зависящая только от разности входящего и выходящего импульсов, а также – частот; экситонные функции Грина здесь следует считать уже усредненными по случайному потенциалу. Сум-

мируя по $i\omega_{n'}$ и выполняя аналитическое продолжение, получаем:

$$\begin{aligned} \Delta_{ex,1}^{RA}(\mathbf{q}; \omega, \omega) &= \sum_{\mathbf{p}} \frac{\mathbf{p}}{M} \frac{1}{2\pi i} \int d\varepsilon (n_B(\varepsilon + \omega) - n_B(\varepsilon)) \\ &\times g_{\mathbf{p}}^A(\varepsilon) g_{\mathbf{p}}^R(\varepsilon) \left\{ \Gamma_{-\mathbf{p}}^{AR}(\varepsilon, \varepsilon + \omega) g_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}^R(\varepsilon + \omega) - \right. \\ &\quad \left. - \Gamma_{\mathbf{p}}^{AR}(\varepsilon + \omega, \varepsilon) g_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}^A(\varepsilon + \omega) \right\}, \end{aligned} \quad (1.15)$$

где мы положили $\Gamma^{AA}, \Gamma^{RR} = 1$ и пренебрегли слагаемыми типа $g^R g^R g^R, g^A g^A g^A = 0$ вследствие отсутствия в них диффузионного полюса. Второе слагаемое получается из первого с помощью замены $(\mathbf{q}, \omega) \rightarrow (-\mathbf{q}, -\omega)$.

Далее будем считать $1/\tau_{ex} \ll T$ (что выполняется уже при $\tau_{ex} = 0.01$ нс и $T = 10$ К), тогда $\omega \ll T$, что позволяет разложить функции распределения по малой ω . Сумма двух диаграмм (рис.1.2) в таком случае примет вид:

$$\begin{aligned} \Delta_{ex}^{RA}(\mathbf{q}; \omega, \omega) &= \frac{\omega}{2\pi i} \int d\varepsilon \frac{\partial n_B(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \sum_{\mathbf{p}} \frac{\mathbf{p}}{M} g_{\mathbf{p}}^A(\varepsilon) g_{\mathbf{p}}^R(\varepsilon) \\ &\times \left\{ \Gamma_{\varepsilon}^{-}(\mathbf{p}, \omega) [g_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}^R(\varepsilon + \omega) + g_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}^A(\varepsilon - \omega)] - \right. \\ &\quad \left. - \Gamma_{\varepsilon}^{+}(\mathbf{p}, \omega) [g_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}^A(\varepsilon + \omega) + g_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}^R(\varepsilon - \omega)] \right\}, \end{aligned} \quad (1.16)$$

где

$$\Gamma_{\varepsilon}^{\pm}(\mathbf{p}, \omega) = \frac{\Theta(\varepsilon + \mu)}{\tau_{ex}(D_{\varepsilon+\mu} q^2 \pm i\omega)}, \quad (1.17)$$

μ – химический потенциал, $D_{\varepsilon+\mu} = \tau_{ex} v_{\varepsilon+\mu}^2 / 2$ – коэффициент диффузии на массовой поверхности $\varepsilon + \mu$, $\Theta(\varepsilon + \mu)$ – функция Хевисайда, v – скорость экситона.

В диффузионном пределе можно разложить функции Грина по \mathbf{q} и ω до первых членов, дающих ненулевой вклад в интеграл, тогда после взятия интеграла по \mathbf{p} приходим к:

$$\Delta_{ex}^{RA}(\mathbf{q}; \omega, \omega) = -\omega \tau_{ex} \mathbf{q} \frac{\partial}{\partial \mu} \int_0^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} n_B(\varepsilon - \mu) \frac{2D_{\varepsilon} q^2}{(D_{\varepsilon} q^2)^2 + \omega^2} \quad (1.18)$$

Нелинейная восприимчивость электронной подсистемы имеет более простой вид [67]:

$$\Delta_e^{AR}(\mathbf{q}; \omega, \omega) = -\omega \tau_e \frac{\mathbf{q}}{\pi} \frac{2Dq^2}{(Dq^2)^2 + \omega^2} \quad (1.19)$$

где коэффициент диффузии электронов $D = \tau_e v_F^2/2$, v_F – скорость Ферми.

С учетом вида поляризационного оператора электронного газа в диффузионном пределе

$$\Pi_e^R(\mathbf{q}, \omega) = -\frac{m_e}{\pi} \frac{Dq^2}{Dq^2 - i\omega} \quad (1.20)$$

приходим к следующему выражению для кросс-проводимости:

$$\begin{aligned} \sigma_D = & 2 \frac{e^5 d^2 \tau_e \tau_{ex}}{\epsilon_T^2 \pi} \frac{\partial}{\partial \mu} \int_0^\infty \frac{d\varepsilon}{2\pi} n_B(\varepsilon - \mu) \int d\mathbf{q} \int_{-\infty}^\infty \frac{d\omega}{2\pi} \frac{\partial n_B(\omega)}{\partial \omega} q^2 \omega^2 \\ & \times \frac{e^{-2ql} Dq^2}{[(1 + \kappa/q)^2 (Dq^2)^2 + \omega^2]} \frac{D_\varepsilon q^2}{[(D_\varepsilon q^2)^2 + \omega^2]}, \end{aligned} \quad (1.21)$$

где $\kappa = 2e^2 m_e / \epsilon$ – импульс Томаса-Ферми. С учетом малости $\omega/T \ll 1$ и $D_\varepsilon/D \ll 1$ удается выполнить интегрирование в (1.21):

$$\begin{aligned} \sigma_D = & -T \frac{e^5 d^2 \tau_e \tau_{ex}}{2\epsilon_T^2} \frac{F(T)}{(1 + \tau_e \varepsilon_F M / m_e)} \\ & \times \frac{1}{l^2} \left[1 - 4\kappa l - (2\kappa l)^2 [1 + (3 + 2\kappa l) e^{2\kappa l} \text{Ei}(-2\kappa l)] \right], \end{aligned} \quad (1.22)$$

где Ei – интегральная показательная функция. Выражение (1.22) значительно упрощается в предельных случаях. Если $\kappa l \ll 1$, что соответствует ситуации, когда расстояние между слоями много меньше длины экранирования, то проводимость равна:

$$\sigma_D = -\frac{e T e^4 d^2 \tau_e \tau_{ex}}{\hbar 2\epsilon_T^2 (l\hbar)^2} \frac{F(T)}{(1 + \tau_e \varepsilon_F M / \hbar m_e)} \quad (1.23)$$

и не зависит от κ . В обратном предельном случае большого расстояния между слоями:

$$\sigma_D = -\frac{e 3T e^4 d^2 \tau_e \tau_{ex}}{\hbar 4\epsilon_T^2 (\kappa l)^2 (l\hbar)^2} \frac{F(T)}{(1 + \tau_e \varepsilon_F M / \hbar m_e)}. \quad (1.24)$$

В данных формулах $F(T) = \partial_\mu N_\mu$, $N_\mu \equiv N = -2MT \ln(1 - e^{\mu/T}) / \pi \hbar^2$ – полная концентрация экситонов и восстановлена постоянная Планка. Вычисление производной с учетом связи химического потенциала с полным числом экситонов дает

$$F(T) = \frac{2M}{\pi \hbar^2} \left(e^{T_c/T} - 1 \right). \quad (1.25)$$

Отрицательная величина кросс-проводимости имеет простой физический смысл: возникновение экситонного тока обусловлено передачей импульса от движущихся электронов. В связи с тем, что движение электронов и внешнее электрическое поле направлены противоположно, то и экситонный ток течет в обратном относительно внешнего поля направлении.

1.1.4. Баллистический режим.

В баллистическом режиме $\Gamma^{AR} \approx 1$. Первый вклад в треугольную диаграмму тогда принимает вид:

$$\begin{aligned} \Delta_{ex,1}^{RA}(\mathbf{q}; \omega, \omega) &= \frac{\tau_{ex}}{2\pi} \sum_{\mathbf{p}} \frac{\mathbf{p}}{M} \int d\varepsilon [n_B(\varepsilon + \omega) - n_B(\varepsilon)] \\ &\times \left(g_{\mathbf{p}}^R(\varepsilon) - g_{\mathbf{p}}^A(\varepsilon) \right) \left(g_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}^R(\varepsilon + \omega) - g_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}^A(\varepsilon + \omega) \right), \end{aligned} \quad (1.26)$$

а второй получается заменой $(\mathbf{q}, \omega) \rightarrow (-\mathbf{q}, -\omega)$. Объединяя эти два вклада и используя соотношение $g_{\mathbf{p}}^R(\varepsilon) - g_{\mathbf{p}}^A(\varepsilon) \simeq -2\pi i \delta(\varepsilon + \mu - \varepsilon_{\mathbf{p}})$, получаем:

$$\begin{aligned} \Delta_{ex}^{RA}(\mathbf{q}; \omega, \omega) &= 2\mathbf{q} \frac{\tau_{ex}}{2\pi} \int_0^\infty d\varepsilon_{\mathbf{p}} \frac{\Theta(4\varepsilon_{\mathbf{p}}\varepsilon_{\mathbf{q}} - \omega^2)}{\sqrt{4\varepsilon_{\mathbf{p}}\varepsilon_{\mathbf{q}} - \omega^2}} \\ &\times [n_B(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \mu + \omega) - n_B(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \mu)]. \end{aligned} \quad (1.27)$$

В общем случае взять интегралы не удастся. Однако заметим, что функция Хевисайда в (1.27) ограничивает значения частоты $\omega < q\sqrt{2\varepsilon_p/M}$, при этом интегрирование по q ограничено значением $q_{max} \sim 1/l$, а по ε_p — значением $\varepsilon_p \sim T$. Таким образом, $\omega_{max}/T \sim \sqrt{2/MTl^2}$. Оценки показывают, что при достаточно высокой температуре и большом расстоянии между экситонным и электронным газами можно вновь раскладывать функции распределения по параметру ω/T . Например, при $l = 50\text{нм}$ и $T = 30\text{К}$ или при $l = 30\text{нм}$ и $T = 80\text{К}$ параметр $\omega/T \sim 0.2$. При меньших значениях температуры и межслоевого расстояния требуется численный расчет. Стоит отметить, что известны материалы с температурой вырождения экситонного газа, достигающей десятков кельвинов [68], [69].

Нелинейная восприимчивость электронной подсистемы имеет вид [67]:

$$\Delta_e^{AR}(\mathbf{q}; \omega, \omega) = -\frac{2D\mathbf{q} m_e \omega}{\varepsilon_F \pi v_F q} \Theta[(v_F q)^2 - \omega^2]. \quad (1.28)$$

Подставляя выражения для нелинейных восприимчивостей (1.27) и (1.28) в (1.12) с учетом $\Pi_e^R(\mathbf{q}, \omega) = -m_e/\pi$ получаем следующее выражение для проводимости:

$$\begin{aligned} \sigma_D &= -2T \frac{e^5 d^2 \tau_e \tau_{ex}}{\epsilon^2 \pi^2 v_F} \int_0^\infty dq \frac{q^4 e^{-2ql}}{(q + \kappa)^2} \int_0^\infty d\omega \\ &\times \frac{\partial}{\partial \mu} \int_0^\infty d\varepsilon_p n_B(\varepsilon_p - \mu) \frac{\Theta(4\varepsilon_p \varepsilon_q - \omega^2)}{\sqrt{4\varepsilon_p \varepsilon_q - \omega^2}}. \end{aligned} \quad (1.29)$$

После взятия интегралов получаем

$$\begin{aligned} \sigma_D &= -2T \frac{e^5 d^2 \tau_e \tau_{ex}}{M \epsilon_T^2 v_F} F(T) \\ &\times \frac{1}{l^3} \left[1 - 2\kappa l + \frac{3}{2}(2\kappa l)^2 + \frac{1}{2}(2\kappa l)^3 [1 + (4 + 2\kappa l)e^{2\kappa l} \text{Ei}(-2\kappa l)] \right]. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Ответ также приведем в двух предельных случаях. Если $\kappa l \ll 1$

$$\sigma_D = -\frac{e}{\hbar} \frac{2T e^4 d^2 \tau_e \tau_{ex}}{M \hbar \epsilon_T^2 v_F l^3} F(T), \quad (1.31)$$

а при $\kappa l \gg 1$

$$\sigma_D = -\frac{e}{\hbar} \frac{6T e^4 d^2 \tau_e \tau_{ex}}{M \hbar \epsilon_T^2 v_F l^3} \frac{F(T)}{(\kappa l)^2}. \quad (1.32)$$

1.1.5. Обсуждение результатов

В данном параграфе изложена теория кулоновского увлечения двумерного экситонного газа электронным. В диффузионном режиме транспорта, в отличие от баллистического, кросс-проводимость фактически не зависит от электронного времени рассеяния, т.к. в скобках в знаменателе выражений (1.22) – (1.24) $\tau_e \varepsilon_F M / m_e \gg 1$, и таким образом τ_e сокращается, что можно объяснить значительно большим электронным коэффициентом диффузии по сравнению с экситонным. Кроме того, в баллистическом режиме кросс-проводимость убывает быстрее

с ростом расстояния между слоями. Учет экранирования межслоевого экситон-электронного взаимодействия не только электронами, но и экситонной подсистемой в выражении (1.9) является принципиальным моментом: величина ϵ_T , будучи функцией параметра T_c/T , существенным образом определяет поведение σ_D в зависимости от температуры и концентрации экситонов, поскольку $T_c \sim N$. Этот факт не учитывался в работе [33]. Действительно, температурная зависимость σ_D содержится в выражении

$$\frac{TF(T)}{\epsilon_T^2} \sim \frac{T(e^{T_c/T} - 1)}{\left(1 + \frac{8d}{a_B}(e^{T_c/T} - 1)\right)^2}, \quad (1.33)$$

которое в пределе $T \gg T_c$ стремится к независящему от температуры постоянно-му значению, а в области $T \ll T_c$ стремится к нулю. Следует, однако, подчеркнуть, что при $T < T_c$ в системе начинает формироваться квазиконденсат, что не учитывается изложенной здесь теорией.

1.2. Эффект резонансного фотонного увлечения дипольных ЭКСИТОНОВ

1.2.1. Введение

Эффект фотонного увлечения (ЭФУ), также называемый светоэлектрическим эффектом, заключается в возникновении потока носителей заряда, обусловленного передачей импульса фотона электронам (и дыркам) в твердом теле. Ток носителей заряда, обусловленный ЭФУ, пропорционален интенсивности световой волны, а его направление определяется импульсом фотона (а для двумерных систем – проекцией импульса фотона на плоскость структуры). В последнее время, основной мотивацией, стимулирующей изучение нелинейных оптических и транспортных эффектов, послужило открытие ряда новых двумерных систем, таких как графен [70] или дихалькогениды переходных металлов [71]. Эти материалы открывают новые возможности для нелинейной оптоэлектроники.

Помимо фундаментальной важности, ЭФУ широко применяется в измерении спектра и времени релаксации носителей заряда в полупроводниках и металлах. Более того, изучение низкоразмерных систем с активной областью из двойных квантовых ям способствует созданию приборов, ключевым ингредиентом которых является двумерный экситонный газ [72]. В качестве примера можно привести транзистор на основе двумерного газа дипольных экситонов [73–75]. Ввиду активного развития оптоэлектронных технологий, экситонные газы находятся в фокусе исследований. Транспорт экситонов осуществляется акустическими волнами в твердом теле, движущимися решётками, созданными электростатическим потенциалом и т.п. Отдельным вопросом является возможность управления током экситонов посредством электромагнитного излучения. В настоящем параграфе предлагается один из способов создания тока экситонов посредством ЭФУ.

Дипольные (непрямые) экситоны в двойных квантовых ямах являются нейтральными по своей природе возбуждениями. Тем не менее, они обладают встро-

енным дипольным моментом (Рис.1.3), что позволяет управлять их движением посредством электрического поля. Однако такой способ имеет ряд ограничений. Например, если поле создается электромагнитной волной, ток увлечения будет иметь малость порядка ka (где k – волновой вектор света), поскольку длина световой волны значительно превосходит величину a . Тем не менее, известно, что в случае резонансного взаимодействия, эффект светового давления на атомы может стать существенным даже в рамках дипольного приближения [36]. Действительно, основная идея механического воздействия света на атомы (в условиях резонансного светового давления) заключается в следующем. Электромагнитное поле световой волны, E , наводит индуцированный дипольный момент, $p = \alpha(\omega)E$, где $\alpha(\omega)$ – динамическая поляризуемость атома. При этом сила, действующая на атом, даётся усреднением величины $F = -\nabla U$ по времени, где $U = -pE$ – энергия поляризованного атома в поле волны. В результате в стационарном режиме получаем: $\langle F \rangle = \alpha(\omega)\nabla\langle E^2 \rangle$. Из этого выражения видно, что если частота света близка к частоте атомного перехода, величина силы возрастает резонансно. Изложенные соображения могут быть применены и к экситонным возбуждениям кристалла. Таким образом, настоящий параграф посвящен построению квантовой теории ЭФУ применительно к дипольным экситонам, пребывающим в нормальной фазе.

1.2.2. Расчет тока увлечения

Гамильтониан, описывающий одиночный экситон в двойной квантовой яме, имеет следующий вид:

$$H = \frac{(\mathbf{p}_h - \frac{e}{c}\mathbf{A}_h)^2}{2m_h} + \frac{(\mathbf{p}_e + \frac{e}{c}\mathbf{A}_e)^2}{2m_e} + U_c(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h), \quad (1.34)$$

где $m_{e(h)}$ – масса электрона (дырки), и $e > 0$ – элементарный заряд, $U_c(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h)$ – кулоновское взаимодействие электрона и дырки, \mathbf{r} – радиус-вектор положения соответствующей частицы в плоскости квантовой ямы, а $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}_0 e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t} + \mathbf{A}_0^* e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r} + i\omega t}$ – векторный потенциал поля электромагнитной волны. Вектор \mathbf{k} –

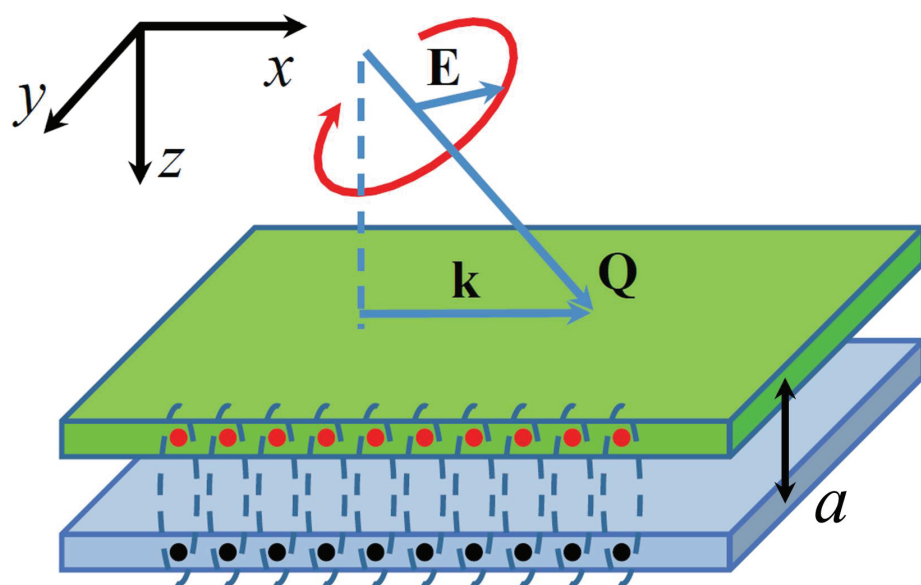


Рис. 1.3. Схематическое изображение двойной квантовой ямы с падающей на нее под некоторым углом электромагнитной волной.

проекция 3D волнового вектора света \mathbf{Q} на плоскость структуры, см. Рис.1.3.

Вид потенциала взаимодействия $U_c(\mathbf{r})$ зависит от типа двойной квантовой ямы, конкретные примеры будут рассмотрены ниже. Важное для дальнейшего расчета свойство этого потенциала: он обладает аксиальной симметрией для относительной координаты электрона и дырки, а значит, состояния экситона могут классифицироваться по определенному значению проекции углового момента относительного движения электрона и дырки в экситоне на нормаль к плоскости структуры. Переход к координатам относительного движения $\mathbf{r} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h$ и движения центра масс $\mathbf{R} = (m_e \mathbf{r}_e + m_h \mathbf{r}_h)/M$, согласно следующим правилам $\mathbf{r}_e = \mathbf{R} - \frac{m_h}{M} \mathbf{r}$; $\mathbf{r}_h = \mathbf{R} + \frac{m_e}{M} \mathbf{r}$; $\mathbf{p}_e = \frac{m_e}{M} \mathbf{p} - \mathbf{q}$; $\mathbf{p}_h = \frac{m_h}{M} \mathbf{p} + \mathbf{q}$, где $\mathbf{p} = -i\partial_{\mathbf{R}}$, $\mathbf{q} = -i\partial_{\mathbf{r}}$ – импульсы центра масс и относительного движения, а $M = m_e + m_h$ – масса экситона, позволяет записать Гамильтониан (1.34) в дипольном приближении:

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu} + U_c(\mathbf{r}) - \frac{e}{\mu c} \mathbf{q} \mathbf{A} + \frac{e^2}{2\mu c^2} \mathbf{A}^2, \quad (1.35)$$

где $\mu^{-1} = m_e^{-1} + m_h^{-1}$ – приведенная масса экситона. Векторный потенциал $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{R}, t)$ в дипольном приближении содержит теперь лишь координату центра масс экситона. Второе и третье слагаемые в (1.35) дают спектр внутреннего движения экситона. Этот спектр квантован и характеризуется главным квантовым числом радиального движения n , орбитальным квантовым числом m , энергией $\epsilon_{n,m}$ и собственными функциями $|n, m\rangle$. Матричные элементы импульса \mathbf{q} отличны от нуля лишь для состояний, в которых орбитальные квантовые числа отличаются на ± 1 . В частности, для экситонов в основном состоянии внутреннего движения $|0, 0\rangle$ переход возможен лишь в состояния $|n, \pm 1\rangle$, с энергией перехода $\Delta = \epsilon_{n,\pm 1} - \epsilon_{0,0}$. В дальнейшем, для определенности, будет рассмотрен переход в состояние с $n = 0$. Таким образом, полная энергия экситона в основном $\epsilon_1(\mathbf{p})$ и возбужденном $\epsilon_2(\mathbf{p})$ состояниях имеет вид (см. Рис.1.4):

$$\epsilon_1(\mathbf{p}) = \epsilon_{\mathbf{p}}, \quad \epsilon_2(\mathbf{p}) = \Delta + \epsilon_{\mathbf{p}}, \quad (1.36)$$

где $\epsilon_{\mathbf{p}} = \mathbf{p}^2/2M$ – кинетическая энергия центра масс.

Динамика экситона как целого, с учетом квантовых переходов между состояниями внутреннего движения, описывается уравнением ($x = (\mathbf{R}, t)$):

$$\begin{pmatrix} i\partial_t - \varepsilon_1(\mathbf{p}) & \frac{e}{\mu c} \mathbf{q}_{12} \mathbf{A} \\ \frac{e}{\mu c} \mathbf{q}_{21} \mathbf{A} & i\partial_t - \varepsilon_2(\mathbf{p}) \end{pmatrix} G(x, x') = \delta(x - x'). \quad (1.37)$$

Здесь опущено слагаемое \mathbf{A}^2 и матричные элементы равны $\mathbf{q}_{12} = \langle 0, 0 | \mathbf{q} | 1, \pm 1 \rangle$, при этом выбор знака определяется направлением циркулярной поляризации поля \mathbf{A} . Матричные элементы импульса связаны с матричными элементами координаты соотношением $\mathbf{q}_{12} = i\mu \mathbf{r}_{12} \Delta$.

Эффект увлечения экситонов заключается в появлении стационарной плотности экситонного тока, определяемого усреднением по времени выражения:

$$\mathbf{j} = \frac{1}{2M} \lim_{x' \rightarrow x} (\nabla_{\mathbf{R}} - \nabla_{\mathbf{R}'}) \text{Sp } G^<(x, x'), \quad (1.38)$$

где функция Грина находится из выражения (1.37) во втором порядке по \mathbf{A} . Соответствующий расчет дает:

$$\mathbf{j} = \frac{i}{M} \left(\frac{e}{\mu c} \right)^2 |\mathbf{q}_{12} \mathbf{A}_0|^2 [\mathbf{D}(\omega, \mathbf{k}) + \mathbf{D}(-\omega, -\mathbf{k})], \quad (1.39)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(\omega, \mathbf{k}) &= \sum_{\mathbf{p}, \varepsilon} [f(\varepsilon + \omega) - f(\varepsilon)] \times \\ &\times \left\{ G_1^R(\mathbf{p}, \varepsilon + \omega) \mathbf{p} G_1^A(\mathbf{p}, \varepsilon + \omega) [G_2^A(\mathbf{p} - \mathbf{k}, \varepsilon) - G_2^R(\mathbf{p} - \mathbf{k}, \varepsilon)] + \right. \\ &\left. + G_2^R(\mathbf{p}, \varepsilon + \omega) \mathbf{p} G_2^A(\mathbf{p}, \varepsilon + \omega) [G_1^A(\mathbf{p} - \mathbf{k}, \varepsilon) - G_1^R(\mathbf{p} - \mathbf{k}, \varepsilon)] \right\}. \end{aligned} \quad (1.40)$$

Здесь $f(\varepsilon)$ – функции распределения Бозе. Уравнение (1.40) соответствует диаграммам Рис.1.5. Функции Грина в (1.40) имеют вид:

$$G_i^{R(A)}(\mathbf{p}, \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_i(\mathbf{p}) \pm i/2\tau}, \quad (1.41)$$

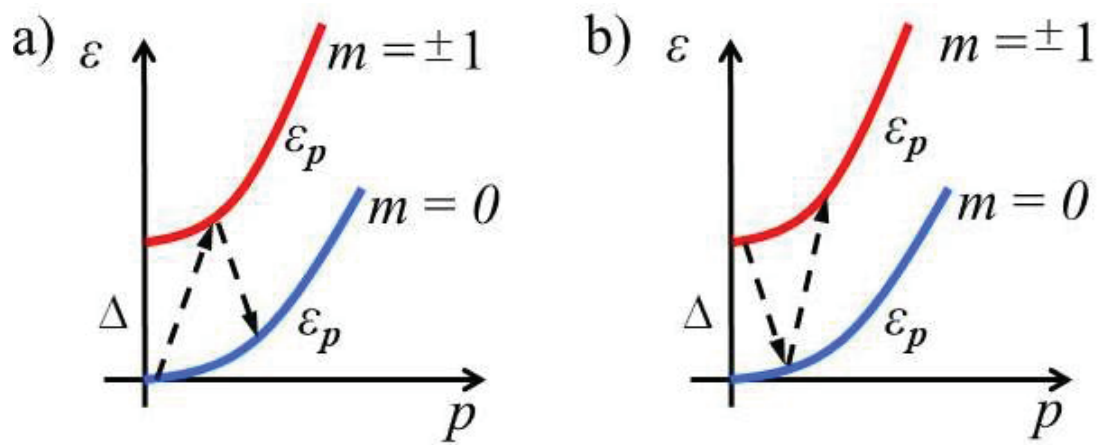


Рис. 1.4. Экситонные состояния $\varepsilon_{1,2}(\mathbf{p})$ и схема оптических переходов.

где τ – время рассеяния экситона на примеси. Использование (1.41) при интегрировании по энергии в (1.40) дает:

$$\begin{aligned} & \mathbf{D}(\mathbf{k}, \omega) + \mathbf{D}(-\mathbf{k}, -\omega) = \\ & = 2i\mathbf{k} \sum_{\mathbf{p}} \frac{f_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}^{(1)} - f_{\mathbf{p}}^{(2)}}{\left[\omega + \varepsilon_2(\mathbf{p}) - \varepsilon_1(\mathbf{p} + \mathbf{k})\right]^2 + \tau^{-2}} + \\ & + 2i\mathbf{k} \sum_{\mathbf{p}} \frac{f_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}^{(2)} - f_{\mathbf{p}}^{(1)}}{\left[\omega + \varepsilon_1(\mathbf{p}) - \varepsilon_2(\mathbf{p} + \mathbf{k})\right]^2 + \tau^{-2}}. \end{aligned} \quad (1.42)$$

Согласно теории кулоновского увлечения, это выражение имеет известный физический смысл: стационарный отклик второго порядка пропорционален мнимой части отклика первого порядка (поляризационного оператора). Иными словами, ток увлечения пропорционален коэффициенту поглощения света. Квантовые переходы, соответствующие слагаемым из (1.42), показаны на Рис.1.4.

Воспользовавшись малостью волнового вектора света, можно положить $\mathbf{k} = 0$ везде под знаком суммы в (1.42). Учет соотношения

$$\int d\mathbf{p}(f_{\mathbf{p}}^{(1)} - f_{\mathbf{p}}^{(2)}) = (2\pi)^2(N_1 - N_2), \quad (1.43)$$

где N_i – число частиц на i -м уровне, приводит к окончательному выражению для тока увлечения (для размерности восстановлена \hbar):

$$\begin{aligned} \mathbf{j} &= \frac{2\mathbf{k}\tau^2(N_1 - N_2)}{M\hbar} \left| \frac{e\mathbf{q}_{12}\mathbf{A}_0}{\mu c} \right|^2 \times \\ & \times \left(\frac{1}{1 + \tau^2(\omega - \Delta)^2} - \frac{1}{1 + \tau^2(\omega + \Delta)^2} \right), \end{aligned} \quad (1.44)$$

где связь с электрическим полем электромагнитной волны имеет вид:

$$\left| \frac{e\mathbf{q}_{12}\mathbf{A}_0}{\mu c} \right|^2 = \frac{\Delta^2}{\omega^2} |\mathbf{d}_{12}\mathbf{E}_0|^2. \quad (1.45)$$

Здесь $\mathbf{d} = -e\mathbf{r}$ – оператор дипольного момента экситона в плоскости двойной квантовой ямы. Из выражения (1.44) видно, что при наличии инверсной заселенности состояний $N_1 < N_2$ ток экситонов течет в направлении $-\mathbf{k}$. Этот факт име-

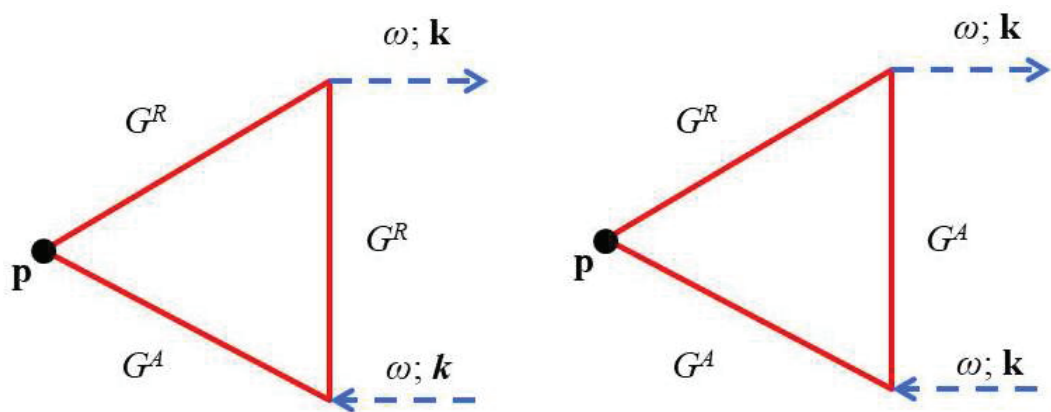


Рис. 1.5. Фейнмановские диаграммы, описывающие эффект увлечения. $R(A)$ – запаздывающая/опережающая функции Грина экситона, \mathbf{p} – импульс центра масс экситона, ω, \mathbf{k} – частота и волновой вектор света.

ет очевидное объяснение: ток в направлении $-\mathbf{k}$ образуется в результате эффекта отдачи при спонтанном излучении фотона инверсно-заселенными экситонами.

1.2.3. Обсуждение результатов

Интересно оценить величину Δ для типичных структур с двойными квантовыми ямами. Как пример, рассмотрены структуры AlGaAs/GaAs/AlGaAs [76, 77] и MoS₂/hBN/MoS₂ [69, 78]. Энергии взаимодействия электрона и дырки в случае GaAs и MoS₂ систем имеют вид, соответственно

$$U_c(\mathbf{r}) = -\frac{e^2}{\varepsilon_d \sqrt{a^2 + r^2}} \quad (1.46)$$

и

$$U_c(\mathbf{r}) = -\frac{\pi e^2}{2\varepsilon_d \rho_0} \left[H_0 \left(\frac{\sqrt{a^2 + r^2}}{\rho_0} \right) - Y_0 \left(\frac{\sqrt{a^2 + r^2}}{\rho_0} \right) \right], \quad (1.47)$$

где ε_d – диэлектрическая проницаемость среды, $\rho_0 = 2\pi\alpha/\varepsilon_d$, α – 2D поляризуемость [79], H_0, Y_0 – функция Струве и функция Бесселя нулевого индекса, соответственно. В приближении $r \ll a$ оба потенциала представимы в виде:

$$U_c(\mathbf{r}) \approx C + \frac{\mu\omega_0^2 r^2}{2}, \quad (1.48)$$

где C – некоторая постоянная. Выражение (1.48) находится разложением в ряд (1.46) и (1.47) по параметру r/a , что дает [79]:

$$\omega_0^2 = \frac{e^2}{\varepsilon_d \mu a^3},$$

$$\omega_0^2 = -\frac{\pi e^2}{2\varepsilon_d \mu a \rho_0^2} \left[H_{-1} \left(\frac{a}{\rho_0} \right) - Y_{-1} \left(\frac{a}{\rho_0} \right) \right] \quad (1.49)$$

для GaAs и MoS₂ системы, соответственно. Выше было отмечено, что рассматривается переход с уровня $n = 0, m = 0$ на $n = 0, m = \pm 1$, что по порядку величины дает $\Delta \sim \omega_0$. Для оценки использовались параметры материалов: GaAs: $\varepsilon_d = 12.5$, $\mu = 0.058m_0$, где m_0 – масса свободного электрона, $a = 10$ нм; MoS₂: $\varepsilon_d(hNB) = 4.89$, $\mu = 0.25m_0$, $a = 3.5$ нм, $\alpha = 0.71$ нм [80], что дает следующие значения: $\Delta = 12.6$ мэВ для структур GaAs и $\Delta = 42.7$ мэВ для MoS₂.

Учет (1.45), а также соотношения $k = \sin \theta Q/c$, где θ – угол падения электромагнитной волны (см. Рис.1.3), позволяет представить выражение (1.44) в виде

$$j = j_0(\theta)F(\omega), \quad (1.50)$$

где

$$j_0(\theta) = \sin \theta \frac{2\tau(N_1 - N_2)}{Mc\hbar} |\mathbf{d}_{12}\mathbf{E}_0|^2, \\ F(\omega) = \frac{(\Delta\tau)^2}{\omega\tau} \left[\frac{1}{1 + (\omega\tau - \Delta\tau)^2} - \frac{1}{1 + (\omega\tau + \Delta\tau)^2} \right]. \quad (1.51)$$

Качественное поведение тока увлечения экситонов в единицах j_0 показано на Рис.1.6 при $\tau\Delta = 10$.

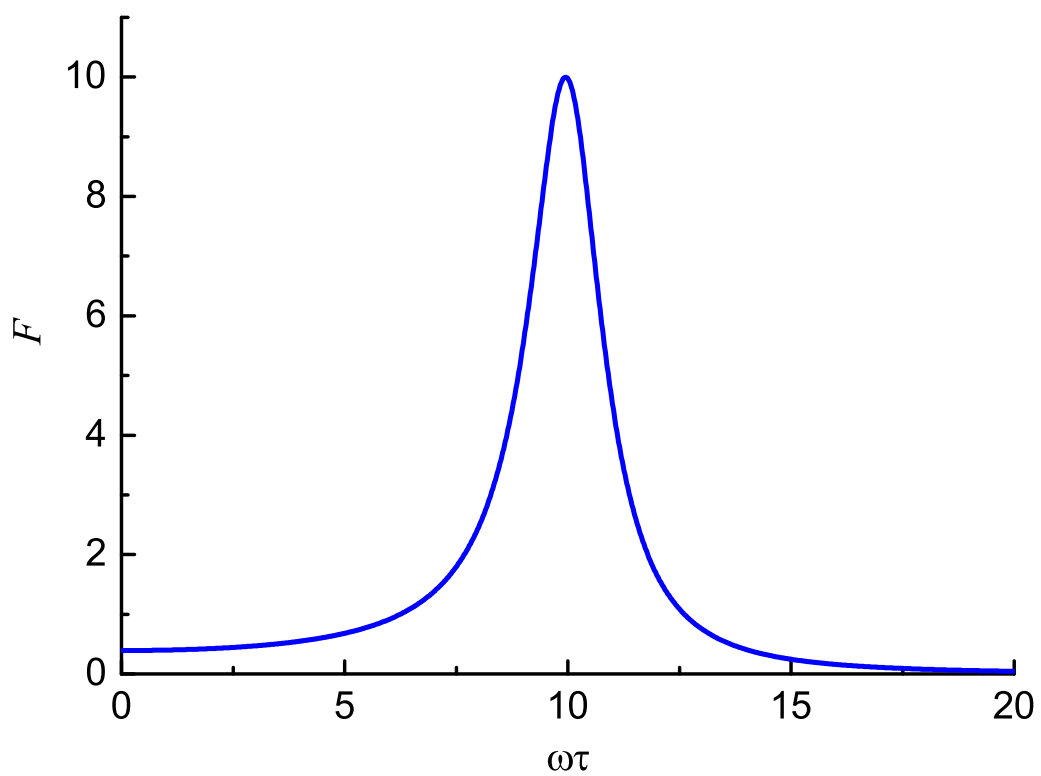


Рис. 1.6. Резонансное поведение плотности тока увлечения экситонов как функции частоты света.

1.3. Выводы к первой главе

В Главе 1 были рассмотрены эффекты кулоновского и фотонного увлечения экситонного газа в нормальном состоянии. На основе полученных результатов, можно сделать следующие выводы:

- Величина кросс-проводимости в эффекте кулоновского увлечения электронами экситонного газа, пребывающего в нормальном фазовом состоянии, в области $\kappa l \ll 1$ ведет себя как $\sim 1/l^2$ в диффузионном режиме и $\sim 1/l^3$ в баллистическом, а в обратном пределе $\kappa l \gg 1$ – как $\sim 1/l^4$ и $\sim 1/l^5$ соответственно. В диффузионном режиме транспорта зависимость кросс-проводимости от процессов примесного рассеяния электронов фактически отсутствует. Температурная зависимость кросс-проводимости существенно зависит от экранировки межслоевого взаимодействия как электронной, так и экситонной подсистемами, при этом в пределе высокой температуры величина кросс-проводимости стремится к постоянному значению.
- Частотная зависимость плотности потока экситонов при фотонном увлечении имеет резонансный характер при частоте падающего излучения близкой к энергии перехода между уровнями внутреннего движения экситона. Анализ правил отбора при поглощении электромагнитной волны показывает, что возможны лишь переходы между состояниями с отличающимися на единицу собственными значениями оператора углового момента.

Глава 1 написана по результатам работ соискателя [A1, A2].

Магнетоплазменный резонанс и процессы захвата в гибридной экситон-электронной системе

2.1. Магнетоплазменный резонанс Фано в гибридной экситон-электронной системе

2.1.1. Введение

Изучение гибридных Бозе-Ферми систем в области физики твердого тела проводится на базе экситонного (или экситон-поляритонного) газа. Одной из возможных реализаций такой системы является полупроводниковая гетероструктура, в которой непрямые экситоны локализованы в ДКЯ, а электроны – в отстоящей на некотором расстоянии одиночной КЯ. Движение частиц в плоскости квантовых ям является инфинитным, однако, рассеяние электронов и экситонов друг на друге, обусловленное электрон-экситонным взаимодействием, приводит к возможности распространения частиц по многим траекториям, интерферирующим между собой. В зависимости от характера интерференции - конструктивной либо деструктивной – транспорт частиц может как усиливаться, так и оказаться подавленным [81],[82].

Как известно [83], интерференция траекторий частиц из обеих подсистем проявляется в виде резонанса Фано, имеющего несимметричную форму и образованного двумя резонансными максимумами и одним минимумом. В настоящем параграфе изложена теория, описывающая появление резонанса Фано в спектрах поглощения электромагнитного излучения гибридной экситон-электронной системой в однородном магнитном поле.

2.1.2. Теория магнетоплазмонного резонанса

Рассмотрим систему из одиночной КЯ, заполненной двумерным электронным газом (ДЭГ), и параллельной ей ДКЯ, содержащей непрямые экситоны (Рис. 2.1). Вектор однородного магнитного поля направлен по оси роста структуры, т.е. ориентирован перпендикулярно электронному и экситонному слоям. Экситоны в предлагаемой модели являются жесткими диполями, ориентированными перпендикулярно плоскости ДКЯ и способными свободно в ней перемещаться. Будем считать, что ни электромагнитное поле, ни температура не могут возбуждать внутренние степени свободы экситонов, и рассмотрим случай нулевой температуры, при котором квантовые эффекты проявляются наиболее ярко. В рамках модели жестких диполей магнитное поле не оказывает влияния на движение центра масс экситонов, однако существенно модифицирует движение электронов.

Падающая на структуру электромагнитная волна $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = (E_0, 0, 0)e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t}$, обладающая лежащим в плоскости КЯ вектором напряженности электрического поля, вызывает отклонение электронной плотности от ее равновесного значения $\delta n(\mathbf{r}, t) = n(\mathbf{r}, t) - n_0$, где \mathbf{r} – радиус вектор в плоскости КЯ, а \mathbf{k} – проекция волнового вектора волны на плоскость КЯ. В типичных экспериментальных структурах необходимое для возбуждения двумерных плазмонов переменное электромагнитное поле с заданным волновым вектором создается с помощью металлической дифракционной решетки (metal grating), расположенной на поверхности образца. В таких структурах ДЭГ проявляет себя как резонатор, увеличивающий амплитуду индуцированного поля в $\sim \omega\tau_e$ раз по сравнению с амплитудой падающей волны (τ_e – время релаксации электронов), если частота падающей электромагнитной волны ω близка к частоте плазмонного резонанса (при фиксированном волновом векторе) [48]. Будем считать, что электромагнитное поле не взаимодействует с экситонами непосредственно. Однако, ниже будет показано, что плотность экситонного газа может быть возмущена электромагнитным полем через взаимодействие с электронами.

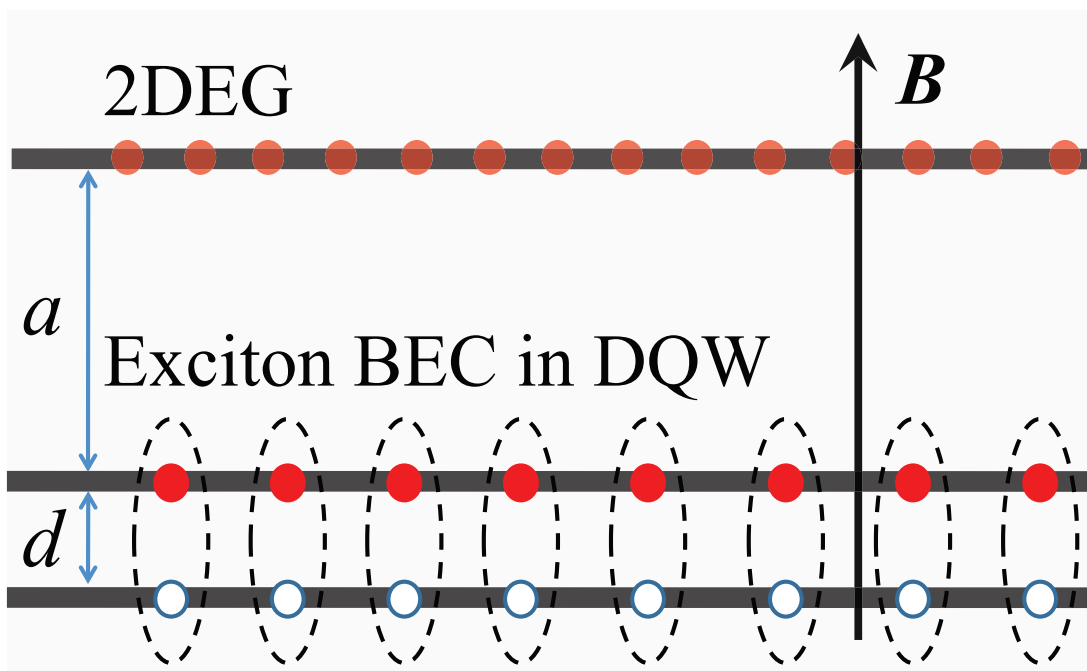


Рис. 2.1. Схематическое изображение исследуемой системы. Непрямые экситоны локализованы в ДКЯ, формируемой двумя КЯ, содержащими электроны и дырки и отстоящие друг от друга на расстоянии d . КЯ, содержащая электроны, расположена на расстоянии a над ДКЯ. Внешнее магнитное поле ориентировано перпендикулярно слоям.

Динамика электронной плотности может быть описана с помощью уравнения непрерывности $\dot{\rho} + \text{div } \mathbf{j} = 0$, дающего связь между фурье-компонентами флуктуации плотности и плотности тока:

$$\delta n_{k\omega} = -\frac{k}{e\omega} j_{k\omega}, \quad (2.1)$$

где направление вектора \mathbf{k} выбрано вдоль оси x . Рассмотрим далее закон Ома:

$$j_{k\omega} = \sigma_B \left(E_0 - \frac{1}{e} F_{k\omega} \right), \quad (2.2)$$

где σ_B – комплексная проводимость электронного газа в переменном электрическом и постоянном магнитном полях, а $F_{k\omega}$ – фурье-образ x -компоненты приложенной к электронному слою силы $\mathbf{F}(\mathbf{r}, t)$, обусловленной электрон-электронным и электрон-экситонным взаимодействиями. Используя общее соотношение между силой и потенциальной энергией $\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = -\nabla W(\mathbf{r}, t)$, можно выразить силу $F_{k\omega}$ через флуктуации плотности электронов и экситонов:

$$F_{k\omega} = -ik(U_k \delta n_{k\omega} + V_k \delta N_{k\omega}), \quad (2.3)$$

где

$$U_k = \frac{2\pi e^2}{\epsilon k}, \quad V_k = \frac{2\pi e^2}{\epsilon k} (1 - e^{-kd}) e^{-ka} \quad (2.4)$$

– потенциалы электрон-электронного и электрон-экситонного взаимодействий соответственно, ϵ – диэлектрическая проницаемость.

Чтобы замкнуть систему уравнений (2.1)-(2.3), необходимо связать возмущение плотности БЭК экситонов $\delta N_{k\omega}$ с флуктуациями в электронном газе. В этом помогут следующие соображения. Элементарными возбуждениями в БЭК являются квазичастицы Боголюбова, называемые также боголонами. Явный вид закона дисперсии боголонов зависит от выбора модели, описывающей взаимодействующий экситонный газ. Для случая низкой плотности экситонного газа ($N_0 a_B^2 \ll 1$, где a_B – борковский радиус экситона) наиболее подходящей является модель Боголюбова для слабовзаимодействующего Бозе-газа. В рамках этой модели закон

дисперсии боголонов имеет вид:

$$\varepsilon_k = \sqrt{\frac{k^2}{2M} \left(\frac{k^2}{2M} + 2g_0 n_c \right)}. \quad (2.5)$$

Здесь n_c – плотность экситонного БЭК, $g_0 \approx 4\pi e^2 d/\epsilon$ – константа экситон-экситонного взаимодействия, M – масса экситона. В длинноволновом пределе $\frac{k^2}{2M} \ll 2g_0 n_c$ боголоны имеют линейный закон дисперсии $\varepsilon_k \approx sk$, где $s = \sqrt{g_0 n_c/M}$ – их скорость

Для того, чтобы найти функцию отклика БЭК экситонов, следует рассмотреть уравнение Гросса-Питаевского:

$$\begin{aligned} i\partial_t \Psi(\mathbf{r}, t) = & \left(\frac{(\hbar \hat{\mathbf{k}})^2}{2M} - \mu + g_0 |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \Psi(\mathbf{r}, t) + \\ & + \Psi(\mathbf{r}, t) \int d\mathbf{r}' V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta n(\mathbf{r}', t), \end{aligned} \quad (2.6)$$

где последнее слагаемое описывает взаимодействие экситонов с флуктуациями электронной плотности, которое в рамках приближения линейного отклика будет полагаться возмущением. Волновую функцию $\Psi(\mathbf{r}, t)$ можно представить в виде двух слагаемых $\Psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{n_c} + \psi(\mathbf{r}, t)$, где второе слагаемое соответствует надконденсатным частицам. Функцию отклика БЭК экситонов $P_{k\omega}$ можно определить следующим образом:

$$\delta N_{k\omega} = P_{k\omega} V_k \delta n_{k\omega}, \quad (2.7)$$

где $\delta N_{k\omega} = \sqrt{n_c}(\psi^*(\mathbf{r}, t) + \psi(\mathbf{r}, t))$ – возмущение плотности экситонов в БЭК. Линеаризация уравнения (2.6) приводит к выражению:

$$P_{k\omega} = \frac{n_c k^2 / M}{(\omega + i\delta)^2 - \varepsilon_k^2}. \quad (2.8)$$

Следует отметить, что при выводе выражения для функции отклика (2.8) не учитывались процессы рассеяния на примесях (примесное усреднение экситонов рассмотрено в [84, 85]). В работе [86] показано, что учет примесного рассеяния экситонов приводит к конечному времени жизни боголонов $\varepsilon_k = sk - i\gamma_k$, где

$$\gamma_k = \frac{1}{\tau_X} (k\xi)^3, \quad (2.9)$$

где τ_X – время свободного пробега экситона в нормальной фазе, а $\xi = 1/2Ms$ – длина залечивания. Формула (2.9) справедлива при условии $k\xi \ll 1$ и получена без учета экситон-экситонного рассеяния [87]. Таким образом, учет рассеяния на примесях сводится к замене $\delta \rightarrow \gamma_k$ в выражении для функции отклика (2.8).

Собирая вместе уравнения (2.1), (2.2), (2.3) и (2.7) можно записать закон Ома в виде $j_{k\omega} = \tilde{\sigma}_{k\omega} E_0$, где

$$\tilde{\sigma}_{k\omega} = \frac{1}{\sigma_B^{-1} + i \frac{k^2}{e^2 \omega} [U_{k\omega} + V_{k\omega}^2 P_{k\omega}]},$$

$$\sigma_B = \sigma_0 \frac{i(\omega\tau_e + i)}{(\omega\tau_e + i)^2 - \omega_c^2 \tau_e^2}, \quad (2.10)$$

$\omega_c = eB/mc$ – циклотронная частота, а $\sigma_0 = e^2 n_0 \tau_e / m$ друдевская проводимость электронного газа.

Наличие кулоновского взаимодействия электронов и экситонов приводит к появлению гибридной моды, описывающей совместные осцилляции электронной и экситонной плотностей. Закон дисперсии данной моды определяется полюсами перенормированной проводимости $\tilde{\sigma}_{k\omega}^{-1} = 0$. В пределе больших времен релаксации $\tau_e, \tau_X \rightarrow \infty$ уравнение принимает простой вид:

$$(\omega^2 - \omega_p^2) (\omega^2 - \varepsilon_k^2) - \beta_k^2 = 0, \quad (2.11)$$

где $\omega_p = \sqrt{\omega_c^2 + \omega_k^2}$ – дисперсия магнетоплазмона, $\omega_k^2 = 2\pi e^2 n_0 k / \epsilon m$ – закон дисперсии плазмонов в ДЭГ, а константа взаимодействия:

$$\beta_k = \omega_k^2 \sqrt{\frac{mn_c}{Mn_0}} (1 - e^{-kd}) e^{-ka}.$$

Решение уравнение (2.11) соответствует двум гибридным модам:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} (\omega_p^2 + \varepsilon_k^2) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_p^2 - \varepsilon_k^2)^2 + 4\beta_k^2}. \quad (2.12)$$

На рис. 2.2 приведены законы дисперсии гибридных мод, рассчитанные для двух разных фазовых скоростей боголонов в экситонном газе.

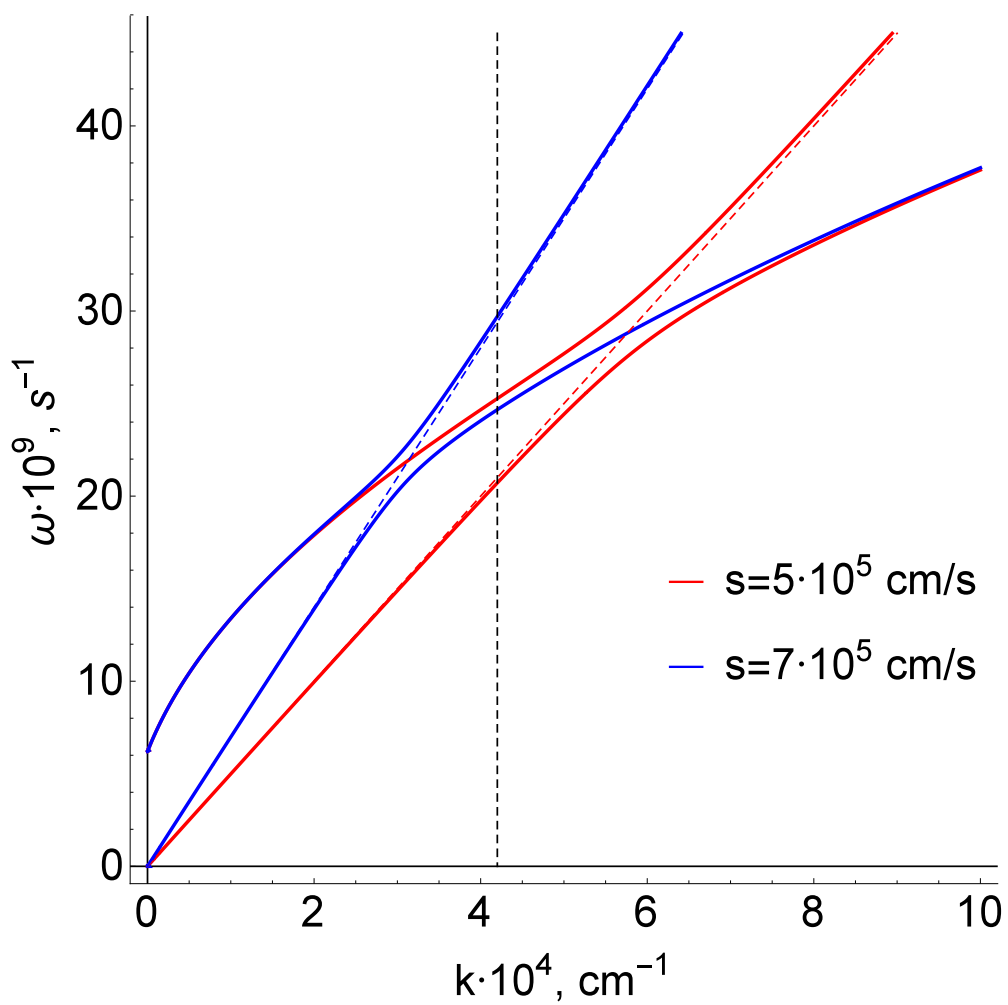


Рис. 2.2. Дисперсионные кривые гибридных плазмон-боголонных мод при двух различных скоростях боголюбовского звука. Вертикальная пунктирная линия соответствует значению волнового числа $k = 4.2 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$.

2.1.3. Обсуждение результатов

Поглощаемую структурой мощность электромагнитного излучения можно определить по формуле:

$$\mathcal{P}_{k\omega} = \frac{1}{2} E_0^2 \operatorname{Re} \tilde{\sigma}_{k\omega}. \quad (2.13)$$

Для построения частотной зависимости поглощаемой мощности были выбраны типичные для эксперимента параметры структуры: $d = 10^{-6}$ см, $a = 10^{-5}$ см, $k = 4.2 \cdot 10^4$ см $^{-1}$ и $\sigma_0 = 3.2 \cdot 10^{-5}$ см/с. На Рис.2.3 приведены спектры поглощения, на которых явно проявляется резонанс Фано. С увеличением скорости боголонов резонанс Фано сдвигается в область больших частот внешнего электромагнитного поля, причем вдали от магнетоплазмонного резонанса его форма существенно асимметричная (Рис. 2.3(a) и 2.3(c)). Возможна ситуация, когда в спектре поглощения будут присутствовать два зеркально симметричных пика (рис. 2.3(b)). Такой случай реализуется при совпадении волнового числа k с пересечением дисперсий магнетоплазмонов и боголонов.

На рис. 2.4 представлен резонанс Фано в спектре поглощения в логарифмическом масштабе при фиксированной скорости боголонов $s = 6.9 \cdot 10^5$ см/с и при различных временах релаксации экситонов на примесях. Из графика видно, что при увеличении времени релаксации (что соответствует уменьшению влияния примесного рассеяния) форма резонансного пика становится более отчетливой, а при частоте $\omega\tau_e \simeq 29$ появляется минимум поглощения.

Зависимость спектра поглощения от величины приложенного магнитного поля представлена на Рис. 2.5. Увеличение индукции магнитного поля (рост $\omega_c\tau_e$) приводит к качественно подобной картине, как и при увеличении скорости боголонов s (Рис. 2.3(a)-(c)). Однако, стоит отметить, что положение магнетоплазмонного резонанса определяется величиной индукции магнитного поля, в то время как резонанс Фано обусловлен наличием экситонной подсистемы и поэтому зависит от концентрации экситонов в БЭК, т.к. $s \sim \sqrt{n_c}$.

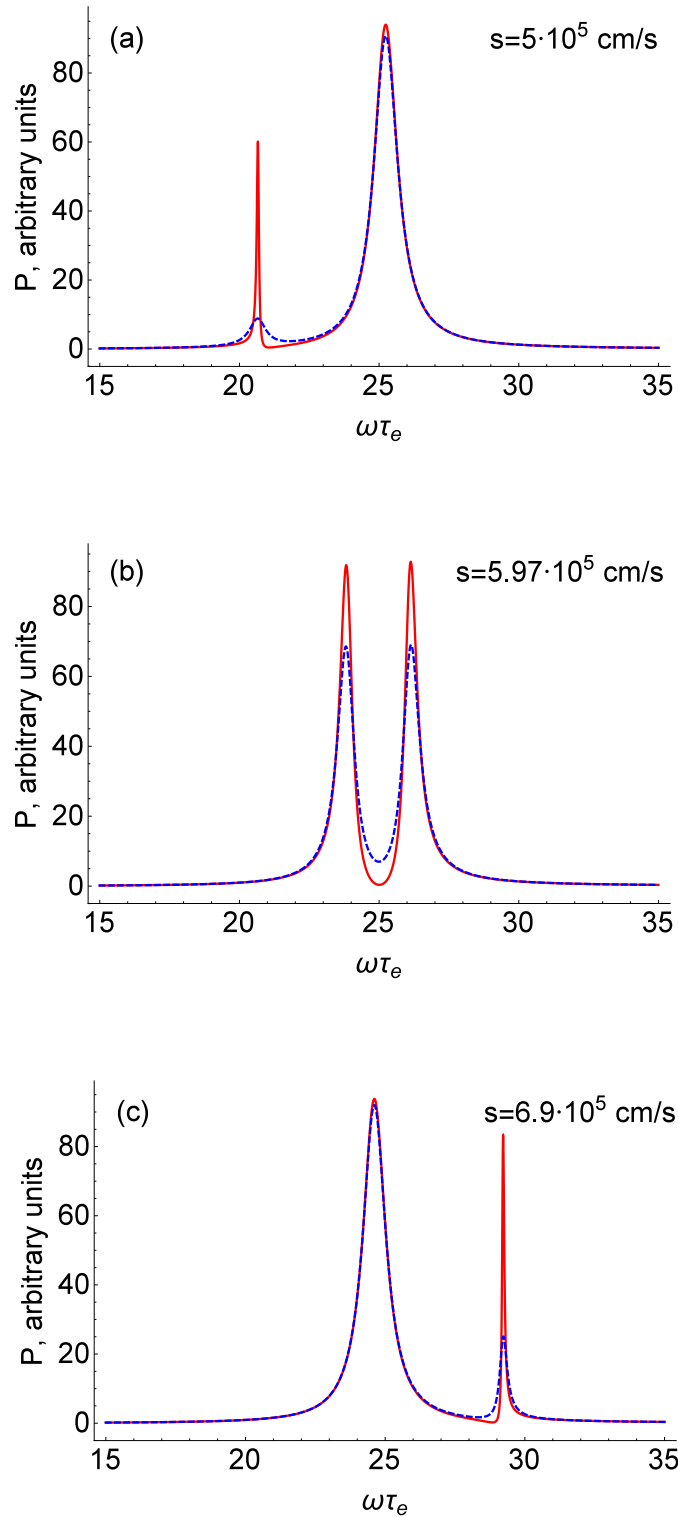


Рис. 2.3. Проявление Фано-резонанса в спектре поглощения гибридной электрон-экситонной системы. На графиках приведена частотная зависимость поглощаемой мощности излучения (2.13) при различных скоростях боголюбовского звука s и временах релаксации в экситонной подсистеме: $\tau_X = 10^{-8}$ с (красная сплошная кривая) и $\tau_X = 10^{-10}$ с (синяя пунктирная кривая). Положение резонансов на графиках (a) и (c) соответствуют значениям частоты экситон-плазмонных мод при $k = 4.2 \times 10^4$ см $^{-1}$ на Рис.2.2

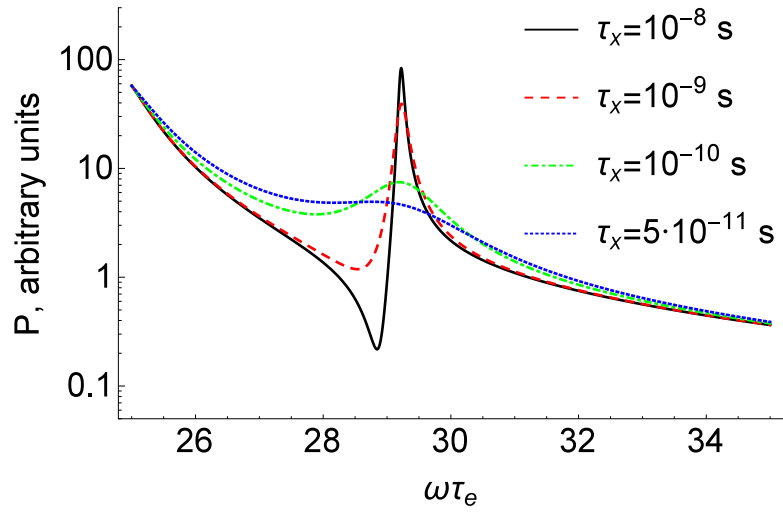


Рис. 2.4. Спектр поглощаемой мощности (2.13) в области высоких частот при различных временах релаксации экситонов τ_x (скорость боголюбовского звука $s = 6.9 \times 10^5$ см/с соответствует Рис.2.3(с)).

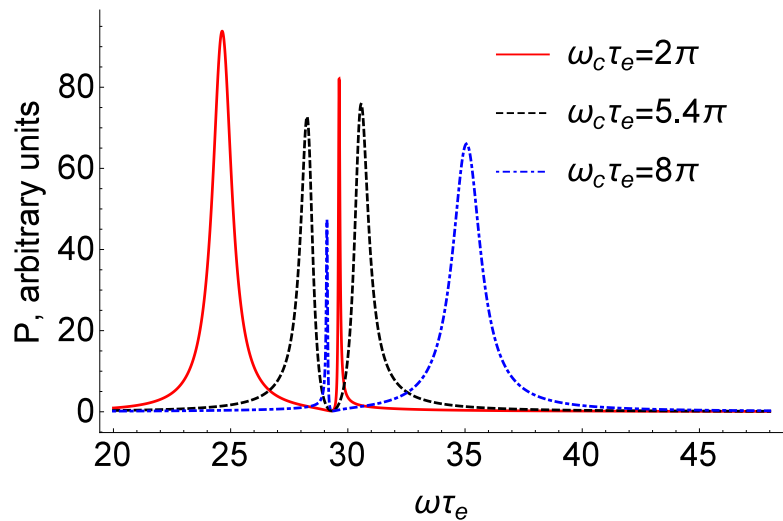


Рис. 2.5. Спектр поглощаемой мощности при $s = 7 \times 10^5$ см/с и различной величине магнитного поля.

2.2. Захват электрона примесным центром в гибридной экситон-электронной системе

2.2.1. Введение

Наличие примесей в полупроводниковых наноструктурах сильно влияет на их свойства [88, 89]. При низких температурах рассеяние на примесных атомах является доминирующим и определяет электрические свойства наноструктур, в частности, их проводимость [90]. В зависимости от знака взаимодействия электрон может либо рассеиваться на примесном центре, либо захватываться им [91–94]. На языке классической теории Друде первый процесс определяет эффективное транспортное время экситонов, тогда как второй процесс приводит к уменьшению концентрации электронов, дающих вклад в транспорт. В результате безызлучательный захват электронов на примесные центры сильно модифицирует проводимость структуры и играет ключевую роль в транспорте фотовозбужденных носителей заряда [95], определяя их время жизни, являющееся важнейшим параметром в примесных фотодетекторах [96, 97].

В большинстве случаев захват электрона на примесный центр сопровождается испусканием акустических и оптических фононов [98–100], при котором электрон теряет энергию и становится локализованным. Такой механизм захвата электрона считается основным, однако, фононы кристаллической решетки не единственные элементарные возбуждения, способные сопровождать процессы захвата. Например, в свете недавнего обнаружения БЭК экситонов в двумерных наноструктурах [3, 25, 69] можно ожидать, что боголюбовские возбуждения экситонного конденсата, представляющие собой колебания его плотности, также способны приводить к захвату электрона на примесный центр.

В данном параграфе процессы захвата электрона на примесные состояния будут изучены на примере гибридной экситон-электронной системы и будет показано, что присутствие БЭК экситонов порождает дополнительный механизм

захвата электрона на примесный центр.

2.2.2. Процессы испускания бogoлонов электроном

Рассматриваемая система представляет собой гибридную наноструктуру состоящую из КЯ с притягивающим примесным центром и параллельной ей ДКЯ, содержащей двумерный газ непрямых экситонов (рис. 2.6.) Оператор взаимодействия экситонов с электроном в ДЭГ описывается дополнительным слагаемым в Гамильтониане:

$$V = \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{R} \Psi^\dagger(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}) g(\mathbf{r} - \mathbf{R}) \Phi^\dagger(\mathbf{R}) \Phi(\mathbf{R}), \quad (2.14)$$

где $\Psi(\mathbf{r})$ и $\Phi(\mathbf{R})$ – полевые операторы электрона и экситона соответственно, $g(\mathbf{r} - \mathbf{R})$ – электрон-экситонное кулоновское взаимодействие, \mathbf{r} – координата электрона в плоскости КЯ, \mathbf{R} – координата центра масс экситона. Далее внутренняя структура экситонов не берется во внимание, и учитывается только плотность элементарных возбуждений в экситонном газе, являющихся его собственными модами.

В данном параграфе будет рассмотрен только случай нулевой температуры, при которой экситонный газ пребывает в состоянии БЭК. Для его описания используется модель слабо неидеального бозе-газа. В рамках данной модели полевой оператор экситонов представляется в виде двух слагаемых

$$\Phi(\mathbf{R}) = \sqrt{n_c} + \phi(\mathbf{R}), \quad (2.15)$$

описывающих конденсатную и надконденсатную части экситонного газа (n_c – плотность экситонного конденсата). С учетом (2.15) можно переписать оператор взаимодействия (2.14) в виде трех вкладов в Гамильтониан:

$$\begin{aligned} V_1 &= n_c \int d\mathbf{r} \Psi^\dagger(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}) \int d\mathbf{R} g(\mathbf{r} - \mathbf{R}), \\ V_2 &= \sqrt{n_c} \int d\mathbf{r} \Psi^\dagger(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}) \int d\mathbf{R} g(\mathbf{r} - \mathbf{R}) [\varphi^\dagger(\mathbf{R}) + \varphi(\mathbf{R})], \\ V_3 &= \int d\mathbf{r} \Psi^\dagger(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}) \int d\mathbf{R} g(\mathbf{r} - \mathbf{R}) \varphi^\dagger(\mathbf{R}) \varphi(\mathbf{R}). \end{aligned} \quad (2.16)$$

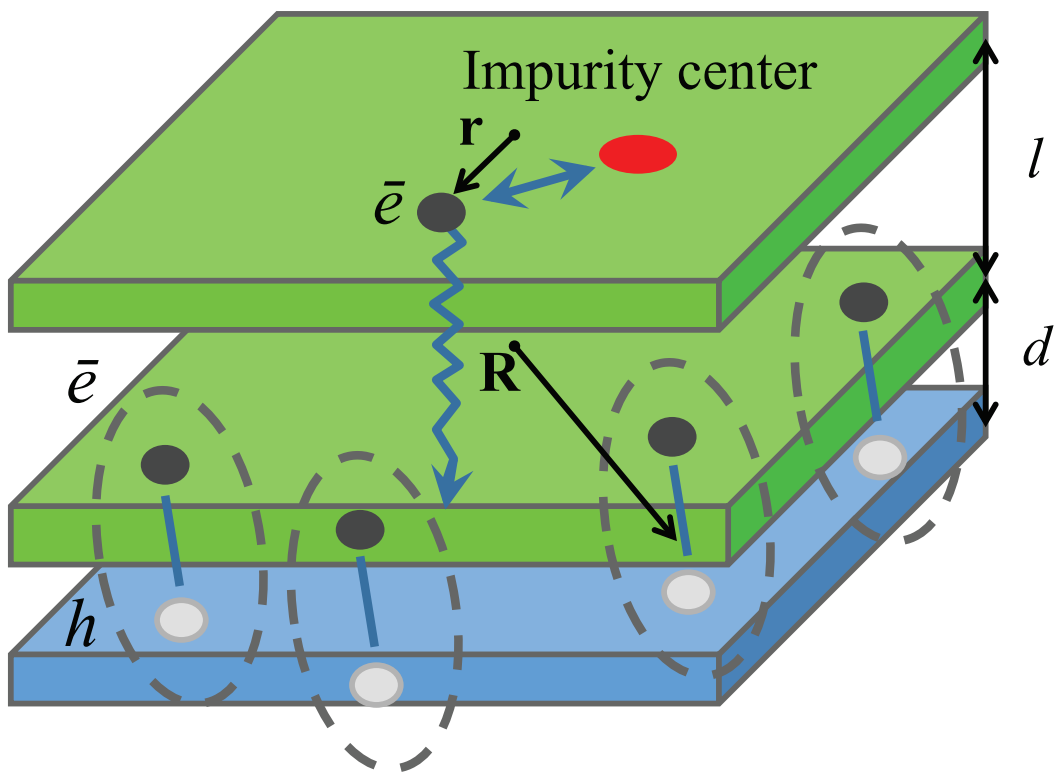


Рис. 2.6. Схематичное изображение исследуемой структуры. Над ДКЯ с экситонным газом располагается параллельная ей КЯ с электронами и примесным центром.

Оператор V_1 не дает вклада в процесс захвата электрона, т.к. он описывает только сдвиг энергии электрона на постоянную величину. Далее требуется выполнить фурье-преобразование оставшихся двух вкладов в (2.16) с помощью формул:

$$\varphi^\dagger(\mathbf{R}) + \varphi(\mathbf{R}) = \sum_{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{R}} \left[(u_{\mathbf{p}} + v_{-\mathbf{p}})b_{\mathbf{p}} + (v_{\mathbf{p}} + u_{-\mathbf{p}})b_{-\mathbf{p}}^\dagger \right],$$

$$\varphi^\dagger(\mathbf{R})\varphi(\mathbf{R}) = \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} e^{i(\mathbf{p}-\mathbf{p}')\mathbf{R}} (u_{\mathbf{p}'}b_{\mathbf{p}'}^\dagger + v_{\mathbf{p}'}b_{-\mathbf{p}'}) (u_{\mathbf{p}}b_{\mathbf{p}} + v_{\mathbf{p}}b_{-\mathbf{p}}^\dagger), \quad (2.17)$$

где $b_{\mathbf{p}}^\dagger, b_{\mathbf{p}}$ – операторы рождения и уничтожения боголонов, а коэффициенты записываются следующим образом:

$$u_{\mathbf{p}}^2 = 1 + v_{\mathbf{p}}^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \left[1 + \frac{(Ms^2)^2}{\omega_{\mathbf{p}}^2} \right]^{1/2} \right),$$

$$u_{\mathbf{p}}v_{\mathbf{p}} = -\frac{Ms^2}{2\omega_{\mathbf{p}}}. \quad (2.18)$$

Здесь M – масса экситона, $s = \sqrt{\kappa n_c/M}$ – фазовая скорость боголонов, $\kappa = 4\pi e^2 d/\epsilon$ – потенциал экситон-экситонного взаимодействия d – размер экситона, $\omega_k = sk(1 + k^2\xi^2)^{1/2}$ – закон дисперсии боголонов, а $\xi = 1/(2Ms)$ – длина зазевивания. При близкой к нулю температуре в экситонной подсистеме отсутствуют элементарные возбуждения, поэтому процесс захвата электрона может сопровождаться только испусканием боголонов. Вследствие этого в уравнении Eq. (2.17) следует оставить слагаемые, содержащие только операторы рождения боголонов: (b^\dagger) и $(b^\dagger b^\dagger)$. В процессе захвата электрона на примесь осуществляется переход из начального состояния $|0_{imp}, 1_{\mathbf{p}}\rangle$ с энергией $\varepsilon = \mathbf{p}^2/2m$ (начало отсчета энергии выбрано в минимуме нижайшей подзоны размерного квантования в КЯ) в конечное связанное состояние $|1_{imp}, 0_{\mathbf{p}}\rangle$ с энергией $-\epsilon_0 < 0$. Отличные от нуля матричные элементы для такого перехода получаются только для операторов, содержащих c_0^\dagger и $c_{\mathbf{p}}$. Таким образом слагаемые в Гамильтониане, описывающие испускание одного или двух боголонов, в импульсном представлении принимают вид:

$$V_2 = \sqrt{n_c} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{p}} g_{\mathbf{k}} \psi_0^*(\mathbf{p} - \mathbf{k}) (v_{-\mathbf{k}} + u_{\mathbf{k}}) c_0^\dagger c_{\mathbf{p}} b_{\mathbf{k}}^\dagger, \quad (2.19)$$

$$V_3 = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{p}} g_{\mathbf{k}} \psi_0^*(\mathbf{p} - \mathbf{k}) c_0^\dagger c_{\mathbf{p}} \sum_{\mathbf{q}} u_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} v_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}^\dagger b_{-\mathbf{q}}^\dagger. \quad (2.20)$$

В уравнениях (2.19) и (2.20) $g_{\mathbf{k}} = 2\pi e^2 d e^{-kl} / \varepsilon$ и $\psi_0^*(\mathbf{p}) = \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}} \psi_0^*(\mathbf{r})$ – фурье-образы потенциала электрон-экситонного взаимодействия и волновой функции электрона, захваченного примесью, соответственно. Схематическое изображение данных процессов (2.19) и (2.20) представлено на рис. 2.7 и 2.8. Далее требуется вычислить соответствующие вероятности захвата электрона.

2.2.3. Испускание одного бogoлона

Вероятность захвата электрона, сопровождающегося испусканием одного бogoлона, дается следующим выражением:

$$w = 2\pi n_c \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{p}} g_{\mathbf{k}}^2 |\psi_0^*(\mathbf{p} - \mathbf{k})|^2 |v_{-\mathbf{k}} + u_{\mathbf{k}}|^2 \delta(\omega_{\mathbf{k}} - \epsilon_0 - \mathbf{p}^2/2m). \quad (2.21)$$

Здесь $\omega_{\mathbf{k}}$ – закон дисперсии бogoлонов, а m – эффективная масса электрона. В выражении (2.21) удобно сделать замену $\mathbf{p} - \mathbf{k} \rightarrow \mathbf{p}'$, тогда угол между двумя векторами войдет в аргумент дельта-функции. Интегрирование по углу выполняется с использованием формулы:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \delta(a + b \cos \varphi) = 2 \frac{\theta[|b| - |a|]}{\sqrt{b^2 - a^2}}. \quad (2.22)$$

В результате получим:

$$w = \frac{2n_c}{(2\pi)^3} \int k dk g_k^2 |v_{-k} + u_k|^2 \int p dp \frac{|\psi_0^*(p)|^2 \theta \left[\frac{pk}{m} - \left| \omega_k - \epsilon_0 - \frac{p^2+k^2}{2m} \right| \right]}{\sqrt{\left(\frac{pk}{m} \right)^2 - \left(\omega_k - \epsilon_0 - \frac{p^2+k^2}{2m} \right)^2}}. \quad (2.23)$$

Вследствие наличия θ -функции пределы интегрирования ограничены интервалом, на котором подкоренное выражение положительно. В общем случае интеграл в (2.23) берется только численно. Однако, интеграл можно упростить, ограничившись рассмотрением наиболее интересного случая медленного движения электрона, при котором $\frac{p^2}{2m} \ll \epsilon_0$. Данное условие позволяет пренебречь кинетической

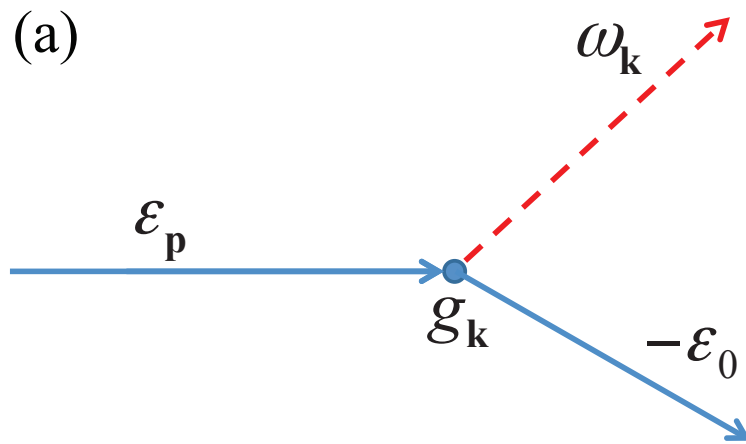


Рис. 2.7. Схематическое изображение захвата электрона, сопровождаемого испусканием одного бозона.

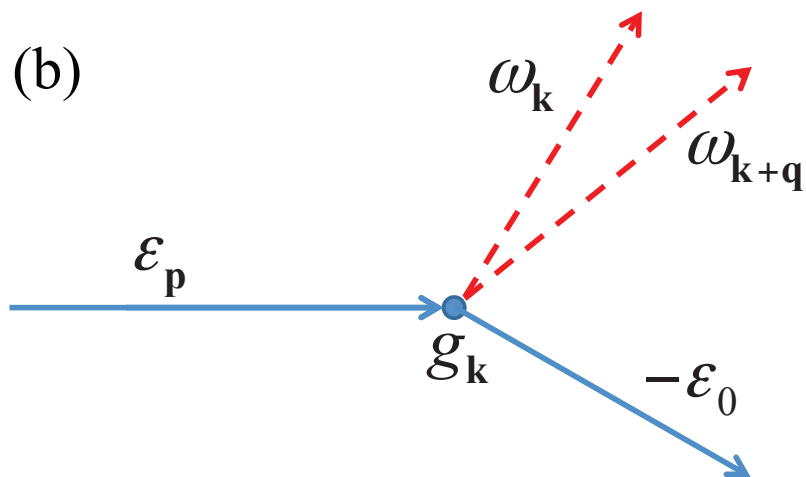


Рис. 2.8. Схематическое изображение захвата электрона, сопровождаемого испусканием двух бозонов.

энергией $\frac{p^2}{2m}$ в знаменателе интеграла (2.23). Кроме того, будем полагать, что электрон захватывается в основное энергетическое состояние кулоновского центра, волновая функция которого: $|\psi_0^*(p)|^2 = \frac{8\pi a^2}{(1+p^2 a^2)^3}$, где $a = \epsilon \hbar^2 / 2me^2$ – борковский радиус. Интегрирование по p дает:

$$w = \frac{3n_c m a}{8\pi} \int_0^\infty \frac{g_k^2 |v_{-k} + u_k|^2 dk}{\left[1 + \frac{m^2 a^2}{k^2} \left(\omega_k - \epsilon_0 - \frac{k^2}{2m}\right)^2\right]^{5/2}}. \quad (2.24)$$

В длинноволновом пределе $k\xi \ll 1$ закон дисперсии боголонов линеен: $\omega_k = sk$, и интеграл (2.24) можно упростить, учитывая, что $|v_{-k} + u_k|^2 \approx k\xi$ и $\omega_k \gg \frac{k^2}{2m}$. Тогда вероятность поглощения в безразмерной форме запишется в виде:

$$w = \frac{3\pi}{8} \left(\frac{d}{a}\right)^2 \frac{\epsilon_0^2 \xi n_c a}{m s^2} I\left(\frac{e^2 l}{\hbar s a}; \frac{m a}{2M \hbar \xi}\right),$$

$$I(\alpha; \beta) = \int_0^\infty \frac{e^{-\alpha x} x dx}{\left[1 + \beta^2 (1 - 1/x)^2\right]^{5/2}}. \quad (2.25)$$

Здесь для размерности восстановлена постоянная Планка.

2.2.4. Испускание двух боголонов

Вероятность перехода с одновременным испусканием двух боголонов имеет вид:

$$w = 2\pi \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{p}, \mathbf{q}} g_{\mathbf{k}}^2 |\psi_0^*(\mathbf{p} - \mathbf{k})|^2 |u_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} v_{\mathbf{q}}|^2 \delta(\omega_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} + \omega_{\mathbf{q}} - \epsilon_0 - \mathbf{p}^2/2m)$$

$$= 2\pi \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{p}} g_{\mathbf{k}}^2 |\psi_0^*(\mathbf{p})|^2 \int_{-\infty}^\infty d\xi F(\mathbf{k}, \xi) \delta(\xi - \epsilon_0 - (\mathbf{p} + \mathbf{k})^2/2m), \quad (2.26)$$

где введена вспомогательная функция:

$$F(\mathbf{k}, \xi) = \sum_{\mathbf{q}} |u_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} v_{\mathbf{q}}|^2 \delta(\xi - \omega_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} - \omega_{\mathbf{q}}). \quad (2.27)$$

Выполняя в (2.26) интегрирование по углу между векторами \mathbf{p} и \mathbf{k} , приходим к:

$$w = \frac{1}{\pi} \sum_{\mathbf{k}} g_{\mathbf{k}}^2 \int_{-\infty}^\infty d\xi F(\mathbf{k}, \xi) \int p dp |\psi_0^*(p)|^2 \frac{\theta\left[\frac{pk}{m} - \left|\xi - \epsilon_0 - \frac{p^2+k^2}{2m}\right|\right]}{\sqrt{\left(\frac{pk}{m}\right)^2 - \left(\xi - \epsilon_0 - \frac{p^2+k^2}{2m}\right)^2}}. \quad (2.28)$$

Вновь полагая, что закон дисперсии боголонов является линейным $\omega_{\mathbf{q}} = sq$, коэффициенты в выражении (2.27) можно упростить:

$$u_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} \approx \sqrt{\frac{ms}{2|\mathbf{q}+\mathbf{k}|}}, \quad v_{\mathbf{q}} \approx -\sqrt{\frac{ms}{2q}}. \quad (2.29)$$

Из (2.27) следует, что $\xi \geq sk \gg k^2/2m$. Далее снова будет предполагаться медленное движение электрона $p^2/2m \ll \epsilon_0$. Данные неравенства позволяют пренебречь слагаемым $(p^2 + k^2)/2m$ в интеграле (2.28). После некоторых вычислений выражение для вероятности захвата электрона с испусканием двух боголонов можно свести к безразмерной форме:

$$w = \frac{3m}{M} \left(\frac{d}{16a} \right)^2 \frac{a \epsilon_0}{\xi \hbar^2} J \left(\frac{e^2 l}{\hbar s a}; \frac{ma}{2M \hbar \xi} \right),$$

$$J(\alpha; \beta) = \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{e^{-\alpha x} dx dt}{\left[1 + \beta^2 (\cosh t - 1/x)^2 \right]^{5/2}}. \quad (2.30)$$

2.2.5. Обсуждение результатов

На рис.2.9 представлено сравнение вероятностей, вычисленных по формулам (2.25) и (2.30). Реальные структуры, позволяющие экспериментально наблюдать БЭК экситонов, получают на основе соединений InAlGaAs и MoS₂ [101]. Для численного расчета были выбраны типичные параметры экспериментальной реализации на основе соединений GaAs: $\epsilon = 12.5$, $m = 0.067 m_0$, $M = 0.517 m_0$ (m_0 – масса свободного электрона), $d = 10$ нм, $l = 50$ нм, а также на основе MoS₂: диэлектрическая проницаемость h-BN $\epsilon = 4.89$, эффективная масса электрона $m = 0.47 m_0$, эффективная масса экситона типа "A" $M = 0.499 m_0$, $d = 3.5$ нм (что составляет приблизительно 10 монослоев h-BN) и $l = 17.5$ нм [80]. Энергия связи электрона с примесным центром в рамках модели двумерного атома водорода имеет вид: $\epsilon_0 = e^2/\epsilon a$.

Из графика на рис.2.9 следует, что двухбогонный процесс является доминирующим над однобогонным и дает на порядки меньшее время захвата электрона. Стоит отметить, что, если для структур на основе GaAs разница во временах

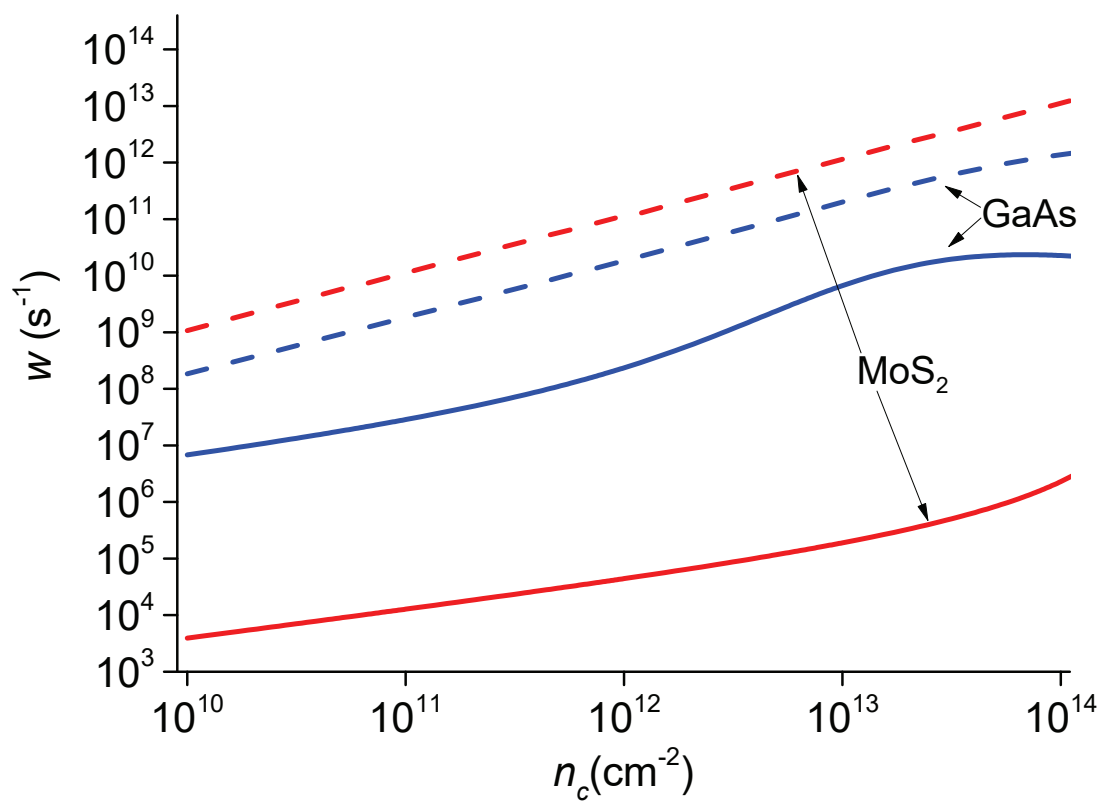


Рис. 2.9. Зависимость вероятности захвата электрона от плотности экситонов в БЭК. Сплошные линии соответствуют захвату с испусканием одного бозона, пунктирные – двух бозонов.

захвата составляет один порядок, то в структурах на базе MoS_2 разница является значительно большей, достигающей пяти порядков. Особо интересен тот факт, что процесс захвата с испусканием двух боголонов должен рассматриваться в том же порядке теории возмущений, что и однобогонный процесс. Совершенно иная картина возникает при захвате электрона с испусканием фононов кристаллической решетки. Действительно, вероятность перехода с испусканием одного фонона пропорциональна $\alpha_{\mathbf{k}}^2$, где $\alpha_{\mathbf{k}}$ – сила взаимодействия с фононом, в то время как вероятность двухфононного процесса пропорциональна $\alpha_{\mathbf{k}}^4$, что свидетельствует о следующем порядке теории возмущений.

Изложенная выше теория ограничена первым порядком теории возмущений по электрон-экситонному взаимодействию, поэтому важно прояснить вопрос о корректности принятого приближения. Заметим, что процессы захвата, сопровождаемые испусканием трех и более боголонов, описываются вкладами более высокого порядка и потому являются менее вероятными. На Рис.2.10 приведены диаграммы для трехбогонного процесса, на которых видно, что трехбогонный процесс является совокупностью одно- и двухбогонного вкладов. В связи с тем, что захват с испусканием одного боголона является значительно менее вероятным по сравнению с двухчастичным захватом, вклад от диаграмм на Рис.2.10 мал по сравнению со вкладом Рис.2.8, поэтому вкладами Рис.2.10 можно пренебречь.

В конце данного параграфа стоит дать пояснение по поводу законности пренебрежения вкладом фононного поля в процесс захвата электрона. Для наглядности на Рис.2.11 приведены некоторые диаграммы, описывающие захват с одновременным испусканием фонона и боголона. Согласно теореме Мигдала [102] каждая фононная линия вносит дополнительный малый множитель $\sqrt{m/M_a} \ll 1$, где m – масса электрона, а M_a – атома кристаллической решетки. В связи с этим, процессы захвата с дополнительным испусканием фонона оказываются в m/M_a раз менее вероятными, нежели без него (Рис.2.7), и на этом основании ими можно пренебречь.

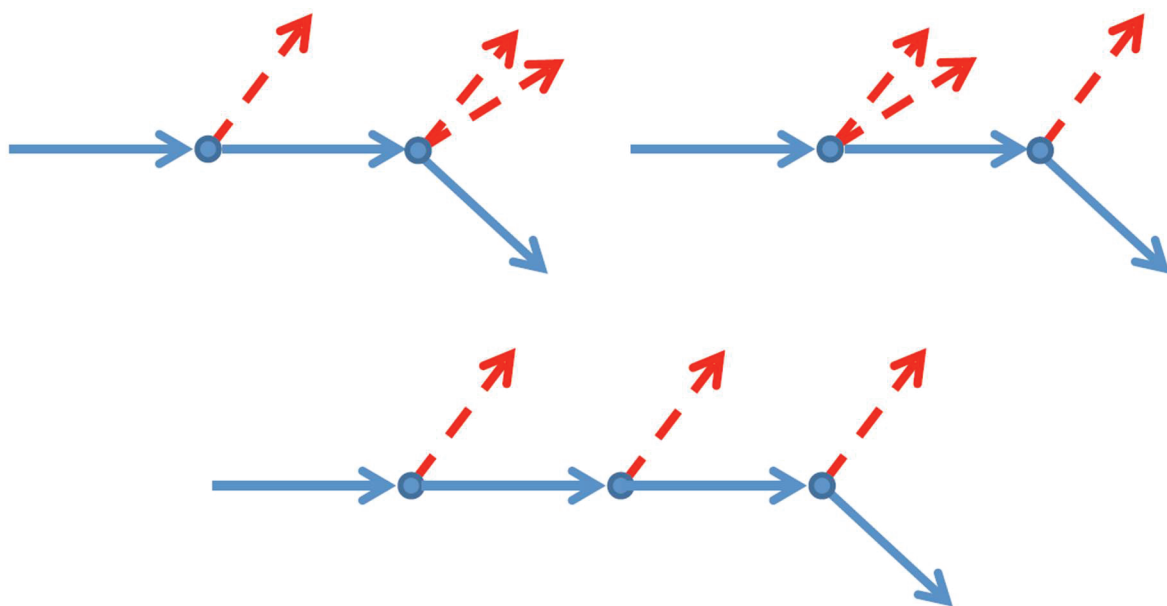


Рис. 2.10. Примеры диаграмм, описывающих захват электрона (синие стрелки) с испусканием трех бозонов (красные пунктирные стрелки).

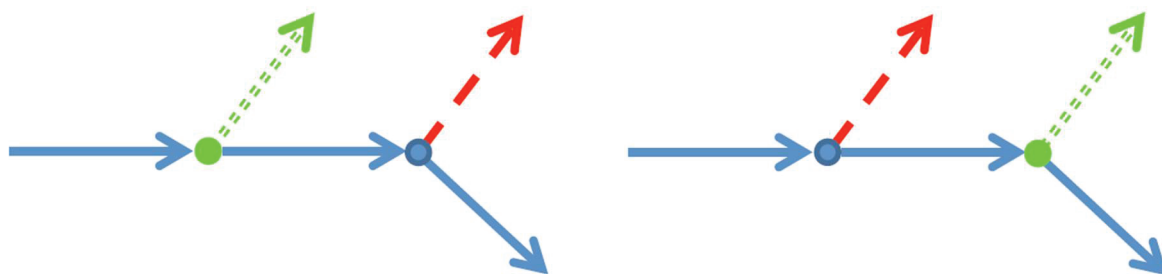


Рис. 2.11. Примеры диаграмм, описывающих захват электрона (синие стрелки) с испусканием бозона (красная пунктирная стрелка) и фотона (зеленая двойная пунктирная стрелка).

2.3. Выводы ко второй главе

В Главе 2 были рассмотрены явление магнетоплазменного резонанса и эффекты электронного захвата в гибридной экситон-электронной системе. На основе полученных результатов, можно сделать следующие выводы:

- В спектре поглощения электромагнитной волны гибридной электрон-экситонной системой в однородном магнитном поле проявляется два резонанса. Первый из резонансов имеет лоренцевскую форму и обусловлен хорошо известным механизмом возбуждения магнетоплазмонов в электронном газе, тогда как второй резонанс возникает за счет взаимодействия с БЭК экситонов и имеет несимметричную форму резонанса Фано. Положение магнетоплазменного резонанса на оси частот определяется величиной индукции магнитного поля, а положение резонанса Фано – концентрацией экситонов в БЭК. Форма асимметричного пика сильно зависит от величины времени рассеяния экситонов на примесях. При его уменьшении Фано-резонанс уменьшается по высоте и принимает лоренцевскую форму.
- Элементарные возбуждения экситонного БЭК могут стимулировать процессы захвата электронов на примеси. Показано, что процессы испускания одного и двух боголонов должны рассматриваться в одном порядке теории возмущений по электрон-экситонному взаимодействию, при этом второй процесс является доминирующим, что кардинально отличается от процессов захвата с участием фононов решетки.

Глава 2 написана по результатам работ соискателя [А3, А4].

Взаимодействие двумерных экситонов с внешним электромагнитным полем: генерация звука и оптические переходы

3.1. Генерация звука экситонным газом в поле электромагнитной волны

3.1.1. Введение

Генерация звуковых волн в твердых телах, обусловленная возбуждением электронных степеней свободы кристалла, неоднократно рассматривалась в литературе. В частности, в работах [55, 103] изучался вопрос о генерации гиперзвука плазменными колебаниями двумерного и одномерного электронного газа под действием электромагнитного возмущения.

В настоящем параграфе рассматривается задача о генерации звуковых волн экситонным газом под действием внешнего электромагнитного возмущения, промодулированного металлической дифракционной решеткой, расположенной над 2D экситонным газом. Основным вопросом здесь является поведение амплитуды колебаний вектора смещения кристаллической решетки при фазовом переходе экситонного газа в режим бозе-эйнштейновского конденсата. Кроме общезначимого интереса, такая задача может иметь и практическое значение, как метод экспериментального детектирования указанного перехода.

3.1.2. Амплитуда генерируемого звука

Изучаемая система схематически изображена на рис.3.1. Монохроматическая электромагнитная волна, падающая ортогонально на структуру, имеет вид $E_x(x, t) = E_x^0 e^{-iky - i\omega t}$. После прохождения металлической дифракционной решетки

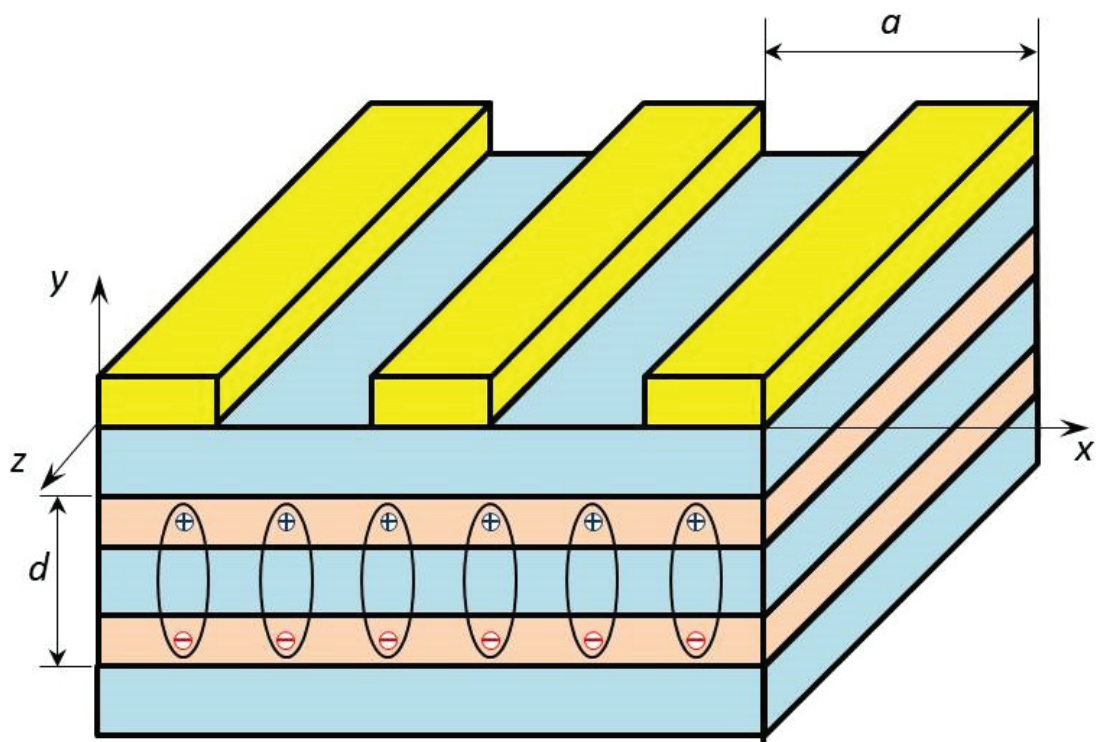


Рис. 3.1. Экситонный газ в двойной квантовой яме

ки в прошедшей волне кроме E_x -компоненты появляется и компонента, направленная ортогонально поверхности 2D экситонного газа, $E_y(x, t)$, которая возмущает экситонный газ. Прошедшее дифракционную решетку электромагнитное поле можно разложить на гармоники и в рамках линейного отклика рассматривать взаимодействие экситонов с одной гармоникой. Энергия взаимодействия дипольного момента экситона, расположенного в плоскости $y = 0$, с электромагнитным полем запишется в виде

$$W(x, t) = pE_y^0 e^{ik_a x - i\omega t}, \quad (3.1)$$

где $p = ed$ – абсолютное значение дипольного момента экситона, $k_a = 2\pi/a$ – волновой вектор, величина которого определяется периодом дифракционной решетки a . Под действием этого возмущения экситонная плотность N_0 приобретает неравновесную добавку $\delta N(\mathbf{k}, \omega)$, величина которой в рамках подхода линейного отклика находится согласно выражению

$$\delta N(\mathbf{k}, \omega) = S(\mathbf{k}, \omega)W(\mathbf{k}, \omega), \quad (3.2)$$

где $S(\mathbf{k}, \omega)$ – функция линейного отклика экситонного газа, $W(\mathbf{k}, \omega)$ – фурье-образ возмущения. Вследствие взаимодействия экситонов с кристаллической решеткой подложки колебания экситонной плотности генерируют звуковые колебания, распространяющиеся вглубь подложки. В рамках модели деформационного взаимодействия величину поверхностной плотности силы $\mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$, действующей со стороны экситонного газа на поверхность подложки $y = 0$, можно записать в виде [103]

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}, t) = \Lambda \nabla_{\mathbf{r}} \delta N(\mathbf{r}, t), \quad (3.3)$$

где $\Lambda = \Lambda_e + \Lambda_h$, а Λ_e и Λ_h – постоянные деформационного потенциала электрона и дырки, которые для простоты будут считаться скалярными величинами, не зависящими от квазиимпульсов носителей заряда. Вектор \mathbf{r} является двумерным в плоскости $y = 0$.

Считая материал подложки изотропной средой, звуковое поле, распростра-

няющееся вглубь подложки, следует описывать уравнением движения:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = c_l^2 \Delta \mathbf{u} + (c_l^2 - c_t^2) \text{grad div } \mathbf{u}, \quad (3.4)$$

где \mathbf{u} - вектор смещения среды, $c_l = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, $c_t = \sqrt{\mu/\rho}$ - скорости продольной и поперечной волн, ρ - плотность среды, λ , μ - параметры Ламе. Вектор смещений \mathbf{u} можно представить в виде суммы продольной и поперечной составляющих $\mathbf{u} = \mathbf{u}_l + \mathbf{u}_t$, удовлетворяющих стандартным условиям

$$\begin{cases} \text{rot } \mathbf{u}_l = 0 \\ \text{div } \mathbf{u}_t = 0. \end{cases} \quad (3.5)$$

Общее решение уравнения (3.4) ищется в виде плоской волны $\mathbf{u}(x, y) \sim e^{ikx - i\omega t}$. С учетом (3.5) при условии $\omega/c_{l,t} > k$ решение принимает вид:

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kD_l e^{-i\chi_l y} + \chi_t D_t e^{-i\chi_t y} \\ -\chi_l D_l e^{-i\chi_l y} + kD_t e^{-i\chi_t y} \end{pmatrix} e^{ikx - i\omega t} \quad (3.6)$$

где $\chi_{l,t} = \sqrt{\omega^2/c_{l,t}^2 - k^2}$, $\omega > c_l k > c_t k$. Это решение описывает звуковую двухпарциальную волну, распространяющуюся вглубь подложки. В случае $c_l k > \omega > c_t k$ излучается только поперечная волна, а при еще меньших частотах, $c_l k > c_t k > \omega$, обе волны затухают вглубь подложки, и общее решение получается путем замены $\chi_{l,t} \rightarrow i\kappa_{l,t} = i\sqrt{k^2 - \omega^2/c_{l,t}^2}$.

Граничное условие на поверхности подложки позволяет выразить неизвестные коэффициенты $D_{l,t}$ через фурье компоненты амплитуды колебаний возмущающей подложку силы $\mathbf{f}(\mathbf{k}, \omega)$

$$\sigma_{i,k} n_k = f_i \quad (3.7)$$

где $\sigma_{i,k}$ - тензор напряжений, $\mathbf{f}(\mathbf{k}, \omega) = (f(\mathbf{k}, \omega), 0, 0)$ и $\mathbf{n} = \{0, 1, 0\}$ - единичный вектор нормали к подложке. Учитывая стандартную связь тензоров напряжений и деформаций, получаем следующую систему граничных условий на поверхности изотропной подложки

$$\begin{cases} \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} = \frac{f}{\rho c_t^2} \\ c_l^2 \frac{\partial u_y}{\partial y} + (c_l^2 - 2c_t^2) \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

Эти соотношения позволяют найти неизвестные коэффициенты в решении (3.6). Тогда акустическая волна, распространяющаяся вглубь подложки (т.е. при условии $\omega/c_{l,t} > k$), запишется в виде (опускаем общий множитель $\exp(-i\omega t)$)

$$\begin{aligned} u_x(x, y) &= [A_x^l(k, \omega)e^{-i\chi_l y} + A_x^t(k, \omega)e^{-i\chi_t y}]e^{ikx}, \\ u_y(x, y) &= [A_y^l(k, \omega)e^{-i\chi_l y} + A_y^t(k, \omega)e^{-i\chi_t y}]e^{ikx}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

где амплитуды имеют вид

$$\begin{pmatrix} A_x^l(k, \omega) & A_x^t(k, \omega) \\ A_y^l(k, \omega) & A_y^t(k, \omega) \end{pmatrix} = \frac{if(\mathbf{k}, \omega)}{\Delta(k, \omega)\varrho c_t^2} \begin{pmatrix} 2k^2\chi_t & \chi_t(\chi_t^2 - k^2) \\ -2k\chi_t\chi_l & k(\chi_t^2 - k^2) \end{pmatrix}, \quad (3.10)$$

$$\Delta(k, \omega) = 4k^2\chi_l\chi_t + (\chi_t^2 - k^2)^2.$$

Поскольку фурье-образ силы связан с внешним возмущением соотношением $f(\mathbf{k}, \omega) = ik\Lambda S(\mathbf{k}, \omega)W(\mathbf{k}, \omega)$ при $k = k_a$, частотное поведение амплитуд генерируемого звука определятся поведением функции отклика $W(\mathbf{k}, \omega)$ выше и ниже температуры конденсации экситонного газа. Обе эти ситуации рассмотрены по отдельности.

3.1.3. Высокая температура

При температуре выше температуры конденсации экситонного газа T_c и при учете взаимодействия экситонов друг с другом в рамках метода среднего поля функция отклика дается выражением

$$S(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\Pi(\mathbf{k}, \omega)}{1 - g\Pi(\mathbf{k}, \omega)}, \quad (3.11)$$

$$\Pi(\mathbf{k}, \omega) = \sum_{\mathbf{p}} \frac{f_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} - f_{\mathbf{p}}}{\omega + E_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} - E_{\mathbf{p}} + i\delta}, \quad (3.12)$$

здесь $f_{\mathbf{p}} = [\exp(E_{\mathbf{p}}/T - \mu/T) - 1]^{-1}$ – распределение Бозе-Эйнштейна, $E_{\mathbf{p}} = \mathbf{p}^2/2M$ – энергия движения центра масс экситона, $M = m_e + m_h$ – его масса. Постоянная $g \approx 2\pi e^2 d/\varepsilon$ – описывает величину экситон-экситонного взаимодействия в контактном приближении. Интегрирование в общем виде в (3.12) затруднительно.

Однако, если волновой вектор возмущающего систему электромагнитного поля k_a удовлетворяет неравенству $k_a \ll Mv_T = M\sqrt{2T/M}$, то (3.12) можно упростить, считая что $\mathbf{k} \ll \mathbf{p}$. Разложение всех выражений по малому \mathbf{k} , приводит к [104]

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \Pi(\mathbf{k}, \omega) &= \frac{M}{2\pi} \int_0^\infty dx \left[1 - \frac{|\eta|\theta(\eta^2 - x)}{\sqrt{\eta^2 - x}} \right] f'(x), \\ \operatorname{Im} \Pi(\mathbf{k}, \omega) &= \frac{M}{2\pi} \int_{\eta^2}^\infty dx \frac{\eta}{\sqrt{x - \eta^2}} f'(x), \end{aligned} \quad (3.13)$$

где $f(x) = [\exp(x - \mu/T) - 1]^{-1}$, $\eta = \omega/v_T k$, и штрих означает дифференцирование по x .

Решение (3.9), описывающее излучаемые в подложку звуковые волны, ограничено неравенствами $\omega > c_l k$; $\omega > c_t k$, где $k = k_a$. В этой ситуации все четыре амплитуды в (3.10) одного порядка величины, и излучаемая в объем подложки волна представляет собой линейную комбинацию поперечной и продольной волн. При больших частотах $\omega \gg \max[c_{l,t}]k_a$ величина $\chi_{l,t} \approx \omega/c_{l,t} \gg k_a$ становится большой, и, как не трудно видеть из (3.10), амплитуда $A_x^t(k, \omega) \sim \chi_t^3$ становится значительно больше всех остальных, т.е. излучаемая волна становится почти полностью поперечной, распространяясь под малым углом $\alpha \approx k_a c_t / \omega \ll 1$ к нормали структуры. Важно подчеркнуть здесь следующее обстоятельство. В рамках модели деформационного потенциала взаимодействие экситонов возможно лишь с продольными звуковыми колебаниями (взаимодействие $\sim \operatorname{div} \mathbf{u}$). Наличие поверхности и граничных условий на ней приводит одновременно и к генерации поперечной волны. При больших частотах $\omega/c_{l,t} \gg k_a$ именно поперечная волна дает наибольший вклад в излучение звука, поскольку внешняя сила, действующая со стороны экситонного газа на поверхность подложки, имеет лишь x компоненту (см. текст после выражения (3.7)). Рассмотрим эту ситуацию подробнее. При $\omega/c_{l,t} \gg k_a$ выражение для амплитуды $A_x^t(k, \omega)$ принимает вид

$$A_x^t(k_a, \omega) \approx -\Lambda \frac{k_a (pE_y^0)}{\omega \rho c_t} S(k_a, \omega). \quad (3.14)$$

Для определения $S(k_a, \omega)$ надо заметить, что выражение для поляризационного оператора содержит параметр скорости – характерную тепловую скорость экситонов $v_T = \sqrt{2T/M}$. Взяв для оценки значения $T = 45K$, $M = 0.5m_0$, получаем $v_T \sim 5 \cdot 10^6$ см/с. Поскольку характерные скорости $c_l \sim c_t \sim 5 \cdot 10^5$ см/с, можно считать, что $v_T \gg c_{l,t}$. Учет этого неравенства дает для $S(k_a, \omega)$ две типичные области частот $v_T k_a \gg \omega \gg \max[c_{l,t}]k_a$ и $\omega \gg v_T k_a \gg \max[c_{l,t}]k_a$.

В первом случае в выражении для поляризационного оператора (3.13) можно положить $\omega = 0$. Мнимая часть поляризационного оператора при этом обращается в ноль, а в реальной остается лишь первое слагаемое в квадратных скобках. Вычисление оставшегося интеграла по x дает

$$S(k_a, 0) = \frac{\text{Re} \Pi(k_a, 0)}{1 - g \text{Re} \Pi(k_a, 0)} = -\frac{M}{2\pi} \frac{1 - e^{2\pi N_0/MT}}{1 + \frac{2d}{a_B} (e^{2\pi N_0/MT} - 1)}. \quad (3.15)$$

Поскольку это выражение не зависит от частоты, то из (3.14) следует частотное поведение амплитуды $A_x^t(k_a, \omega) \sim 1/\omega$.

В другой области частот $\omega \gg v_T k_a$ следует разложить в ряд подынтегральные выражения по малому параметру $1/\eta$ и вычислить получающиеся интегралы. В результате получается выражение

$$S(k_a, \omega) = \frac{N_0}{M} \frac{k_a^2}{\omega^2 - v^2 k_a^2 + i\omega^2 \gamma(k_a, \omega)}, \quad (3.16)$$

где $v^2 = gN_0/M$ – фазовая скорость собственных мод колебаний плотности экситонного газа, а величина

$$\omega^2 \gamma(k_a, \omega) = \frac{2\sqrt{\pi}d}{a_B} \left(1 - e^{-2\pi N_0/MT}\right) e^{-(\omega/v_T k_a)^2} \frac{\omega^3}{v_T k_a} \quad (3.17)$$

определяет их затухание. Видно, что выражение (3.16) имеет резонансную структуру: если $v > c_t, c_l$, то при $\omega \approx v k_a$ амплитуда волны может увеличиться значительно по сравнению с выражением (3.15). Нетрудно видеть, что если $v k_a \gg \omega \gg c_{l,t} k_a$, то $A_x^t(k_a, \omega) \sim 1/\omega$; если же $\omega \gg v k_a$, то $A_x^t(k_a, \omega) \sim 1/\omega^3$.

3.1.4. Нулевая температура

При нулевой температуре экситонный газ находится в состоянии БЭК. Большинство экситонов занимают основное состояние с нулевым импульсом. При наличии экситон-экситонного взаимодействия имеются и надконденсатные экситоны с ненулевым импульсом. Функция отклика такой системы имеет два вклада – конденсатный и надконденсатный. Соответствующие вычисления функции $S(k, \omega)$ в рамках боголюбовской модели слабонеидеального газа были проделаны в работах [104, 105]:

$$S(\mathbf{k}, \omega) \equiv P^c(\mathbf{k}, \omega) + P^n(\mathbf{k}, \omega), \quad (3.18)$$

где первое слагаемое обусловлено вкладом конденсатных частиц

$$P^c(\mathbf{k}, \omega) = \frac{n_c k^2}{M} \left[\frac{1}{\omega^2 - s^2 k^2} - i\pi \delta(\omega^2 - s^2 k^2) \right], \quad (3.19)$$

а второе соответствует надконденсатным частицам

$$P^n(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{g^2 n_c^2}{4s^2} \left[\frac{\theta(s^2 k^2 - \omega^2)}{\sqrt{s^2 k^2 - \omega^2}} + i \frac{\theta(\omega^2 - s^2 k^2)}{\sqrt{\omega^2 - s^2 k^2}} \right]. \quad (3.20)$$

В этих выражениях n_c – плотность частиц в конденсате, $s^2 = gn_c/M$ – фазовая скорость боголюбовского звука. Как и выше, в зависимости от соотношения между величиной скорости s и скоростями звука c_l, c_t можно различать две ситуации. Будем полагать, как и раньше, что $\omega \gg c_{l,t} k_a$. Тогда снова выражение (3.14) имеет место, и звуковая волна почти полностью поперечна. Если при этом $\omega \gg \max(s, c_{l,t}) k_a$, то из (3.19) и (3.20) следует

$$S(k_a, \omega) \approx \frac{n_c k_a^2}{M\omega^2} - i \frac{(Ms)^2}{4\omega}, \quad (3.21)$$

где первое слагаемое вклад конденсата, а второе – надконденсатных частиц. Из этого выражения видно, что при больших частотах вклад в амплитуду поперечных колебаний определяется надконденсатными частицами. В области малых частот $sk_a \gg \omega \gg c_{l,t} k_a$ функция $S(k_a, \omega)$ не зависит от частоты, и $A_x^t(k_a, \omega) \sim$

$1/\omega$ с другой величиной постоянного множителя в отличие от случая высоких температур.

Расходимости в (3.19) и (3.20) в резонансе $\omega = sk_a$ устраняются при учете затухания боголюбовского звука [106].

Таким образом, при переходе через точку конденсации, амплитуда звуковой волны определяется функцией отклика (3.18) содержащей два слагаемых, отвечающих, соответственно, за вклад конденсатных и надконденсатных экситонов в процесс генерации. При высоких частотах основной вклад дают надконденсатные экситоны, меняя частотную зависимость амплитуды акустической волны с ω^{-3} при $T > T_c$ на ω^{-2} при нулевой температуре. Кроме того, комплексность функций отклика (3.16) и (3.18) означает появление фазы φ в излучаемой звуковой волне, величина которой определяется соотношением

$$\tan \varphi = \frac{\text{Im } S(k_a, \omega)}{\text{Re } S(k_a, \omega)}. \quad (3.22)$$

Несложный анализ показывает, что для больших частот $\omega \gg vk_a$ при $T > T_c$ величина фазы пренебрежимо мала вследствие экспоненциальной малости величины $\gamma(k_a, \omega)$. Напротив, в режиме конденсата при $\omega \gg sk_a$, используя (3.21), имеем

$$-\tan \varphi = \frac{(Ms)^3}{n_c k_a} \frac{\omega}{sk_a} \gg 1, \quad (3.23)$$

что означает $\varphi \rightarrow -\pi/2$.

3.2. Эффекты спин-орбитального взаимодействия в поглощении света двумерными экситонами

3.2.1. Введение

Взаимодействие спиновой степени свободы носителей заряда и их орбитального движения в наноструктурах в настоящее время широко изучается. Это связано с надеждой на управление спином частицы посредством воздействия на ее пространственное движение.

Без учета СОВ 2D-экситон был детально изучен в работе [107]. Как известно, с одной стороны, экситонные эффекты модифицируют частотную зависимость коэффициента поглощения света вблизи края фундаментальной полосы, а с другой, эффекты СОВ Рашба даже в одночастичном приближении влияют на оптические свойства КЯ [108]. В современных экспериментах, посвященных изучению экситонов в двойных и широких одиночных КЯ, для увеличения рекомбинационного времени жизни экситона используется внешнее электрическое поле, приложенное в направлении роста структуры. Увеличивая время жизни экситона, такое поле вызывает сильную асимметрию потенциала КЯ, что, в свою очередь, приводит к рашбавскому вкладу в гамильтониан электрона и дырки, формирующих экситон.

В данном параграфе теоретически изучается вопрос о тонкой структуре энергетического спектра экситона, обусловленной СОВ Рашба электрона и дырки. В данном вопросе интерес привлекает влияние СОВ как на дискретную так и на континуальную области энергетического спектра относительного движения электрона и дырки, а также какое влияние оно оказывает на спектры поглощения света экситоном в КЯ. Стоит отметить, что задача об оптических переходах в КЯ с СОВ Рашба в сильном магнитном поле рассматривалась в работе [109]. Вследствие сильного квантования, обусловленного магнитным полем, уровни Ландау с учетом СОВ находились точно, а кулоновское взаимодействие электрона и дырки учитывалось по теории возмущений. Очевидно, что в такой постановке

кулоновское взаимодействие слабо меняет одночастичные состояния. Как показывают оценки, приведенные ниже, в отсутствие магнитного поля реализуется прямо противоположная ситуация: квантование, обусловленное кулоновским взаимодействием электрона и дырки, превосходит расщепление за счет СОВ. При этом роль СОВ сводится к снятию вырождения уровней энергии экситона по спину и угловому моменту, приводя к появлению дополнительной тонкой структуры в спектрах экситонного поглощения. Кроме того, как будет показано ниже, учет СОВ и кулоновского взаимодействия электрона и дырки модифицирует поведение зависимости фотоэффекта от частоты света вблизи пороговых значений.

3.2.2. Энергетический спектр экситона в КЯ с учетом СОВ

Гамильтониан, описывающий СОВ Рашба, для электрона в КЯ имеет хорошо известный вид:

$$V_e = \alpha[\boldsymbol{\sigma}_e, \mathbf{p}_e]\mathbf{n}, \quad (3.24)$$

где α – постоянная СОВ, $\boldsymbol{\sigma}$ – матрицы Паули, \mathbf{p} – импульс электрона, \mathbf{n} – нормаль к плоскости КЯ. Спин-орбитальное взаимодействие дырок описывается оператором [110]

$$V_h = \beta[\mathbf{J}, \mathbf{p}_h]\mathbf{n}, \quad (3.25)$$

где \mathbf{J} – оператор углового момента $j = 3/2$. Оператор (3.25) смешивает состояния легких и тяжелых дырок. Однако если квантование дырок в КЯ является достаточно сильным, т.е. энергетическое расстояние E_0 между нижайшими подзонами легких и тяжелых дырок достаточно велико, то дополнительное слагаемое (3.25) в гамильтониане можно "расцепить" на два независимых слагаемых для тяжелых и легких дырок. В отсутствие СОВ спектр дырок описывается гамильтонианом Латтинжера. В КЯ вырождение, имеющее место для трехмерных материалов в центре зоны Бриллюэна, снимается. В дальнейшем принимается квадратичное приближение для закона дисперсии обоих типов дырок в КЯ, а именно считается, что $E_{hh} = p^2/2m_{hh}$ для тяжелой дырки и $E_{lh} = E_0 + p^2/2m_{lh}$ для легкой. Более

высокие подзоны квантования для обоих типов дырок не учитываются. В принятом приближении с учетом (3.25) энергетический спектр дырок может быть легко найден. Разложение получающегося точного спектра по параметру $1/E_0$ приводит к выражениям:

$$E_{hh} \approx \left(\frac{1}{2m_{hh}} - \frac{3\beta^2}{4E_0} \right) p^2 \pm \frac{3\beta^2 p^3}{4E_0^2}, \quad (3.26)$$

$$E_{lh} \approx E_0 + \frac{p^2}{2m_{lh}} \pm \beta p. \quad (3.27)$$

Из этих выражений следует, что СО-расщепление спектра тяжелых дырок значительно меньше по параметру $\beta^2 p^2 / E_0^2 \ll 1$ по сравнению с расщеплением легких. Поэтому в дальнейшем СО-расщепление тяжелых дырок учитываться не будет. Как видно из (3.27), оператор СОВ легких дырок может быть записан в виде, аналогичном электронному:

$$V_{lh} = \beta[\boldsymbol{\sigma}_{lh}, \mathbf{p}_{lh}]\mathbf{n}, \quad (3.28)$$

где $\boldsymbol{\sigma}_{lh}$ – матрицы Паули, соответствующие состояниям $\pm 1/2$ легкой дырки. С учетом сказанного выше тяжелый и легкий экситоны описываются гамильтонианами:

$$H_{hex} = \frac{p_e^2}{2m_e} + \frac{p_{hh}^2}{2m_{hh}} + \alpha[\boldsymbol{\sigma}_e, \mathbf{p}_e]\mathbf{n} + U(|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_{hh}|), \quad (3.29)$$

$$H_{lex} = \frac{p_e^2}{2m_e} + \frac{p_{lh}^2}{2m_{lh}} + \alpha[\boldsymbol{\sigma}_e, \mathbf{p}_e]\mathbf{n} + \beta[\boldsymbol{\sigma}_{lh}, \mathbf{p}_{lh}]\mathbf{n} + U(|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_{lh}|), \quad (3.30)$$

где U – кулоновское взаимодействие электрона и дырки. Из этих выражений видно, что H_{hex} получается из H_{lex} , если формально в H_{lex} положить $\beta = 0$ и выполнить замену $m_{lh} \rightarrow m_{hh}$. Поэтому далее все выкладки будут проводиться для H_{lex} . В H_{lex} удобно перейти к координатам центра масс \mathbf{R} и относительного движения \mathbf{r} экситона, тогда $\mathbf{p}_e = \frac{m_e}{M}\mathbf{P} + \mathbf{p}$ и $\mathbf{p}_{lh} = \frac{m_{lh}}{M}\mathbf{P} - \mathbf{p}$, где $M = m_e + m_{lh}$ – масса экситона, $\mathbf{P} = M\partial_{\mathbf{R}}$ – импульс центра масс экситона, $\mathbf{p} = \mu\partial_{\mathbf{r}}$ – импульс относительного движения, μ – приведенная масса. При оптических переходах в дипольном приближении $\mathbf{P} = 0$. Таким образом, для расчета матричных элементов перехода

потребуется лишь волновые функции внутреннего движения экситона, которые удовлетворяют уравнению Шредингера:

$$\left\{ \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu} + U(r) + [(\alpha\boldsymbol{\sigma}_e - \beta\boldsymbol{\sigma}_{lh}), \mathbf{p}]\mathbf{n} \right\} \Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r}). \quad (3.31)$$

Точное решение уравнения (3.31) все еще представляет собой сложную задачу. Однако для типичных значений (α, β) параметр $e^2/\hbar\alpha \gg 1$ (например для GaAs $e^2/\hbar\alpha \approx 145$), что позволяет учитывать СОВ по теории возмущений. Для приближенного нахождения волновых функций и спектра уравнения (3.31) можно следовать подходу, использованному в [111] и основанному на применении к (3.31) унитарного преобразования. Для уравнения (3.31) соответствующий унитарный оператор имеет вид:

$$S(\mathbf{r}) = \exp \left\{ i \frac{\mu}{\hbar} [(\alpha\boldsymbol{\sigma}_e - \beta\boldsymbol{\sigma}_{lh}), \mathbf{r}]\mathbf{n} \right\}. \quad (3.32)$$

Вычисление $\tilde{H}_{lex} = SHS^{-1}$ с точностью до членов (α^2, β^2) приводит к $\tilde{H}_{lex}\tilde{\Psi} = E\tilde{\Psi}$, где

$$\tilde{H}_{lex} \approx \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu} + U(r) - \mu\alpha^2(1 + l_z\sigma_z^e) - \mu\beta^2(1 + l_z\sigma_z^{lh}) + \mu\alpha\beta(\sigma_x^e\sigma_x^{lh} + \sigma_y^e\sigma_y^{lh}) \quad (3.33)$$

и $\tilde{\Psi}(\mathbf{r}) = S(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r})$, l_z – оператор z -проекции углового момента. В отсутствие СОВ спектр (3.33) эквивалентен спектру 2D-атома водорода [112]. Из (3.33) при $\beta = 0$ следует выражение для спектра тяжелого экситона:

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}(\mathbf{r}) &= \tilde{\Psi}_{nl}^0(\mathbf{r})|\sigma\rangle, \\ E_{nl\sigma} &= E_g + E_n^0 - \mu\alpha^2(1 + l\sigma), \\ E_n^0 &= -\frac{I_0}{4(n-1/2)^2}, \quad \sigma = \pm 1, \quad |l| \leq n-1, \quad n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (3.34)$$

где $\tilde{\Psi}^0(\mathbf{r})$ и E_n^0 – собственные функции и собственные значения гамильтониана (3.33) без СОВ, $I_0 = 2e^2/a$ – потенциал ионизации экситона, $a = \epsilon\hbar^2/\mu e^2$ – его боровский радиус. Далее будет считаться, что ширина запрещенной зоны E_g включает энергетическое расстояние до нижайших подзон поперечного квантования

электрона и тяжелой дырки в КЯ. При $\beta \neq 0$ получается спектр легкого экситона:

$$\begin{aligned}
\tilde{\Psi}_{1nl}(\mathbf{r}) &= \tilde{\Psi}_{nl}^0(\mathbf{r})F_1, \\
E_{1nl} &= E_0 + E_g + E_n^0 - \gamma_+(1+l), \\
\tilde{\Psi}_{2nl}(\mathbf{r}) &= \tilde{\Psi}_{nl}^0(\mathbf{r})F_2, \\
E_{2nl} &= E_0 + E_g + E_n^0 - \gamma_+ + \Delta_l, \\
\tilde{\Psi}_{3nl}(\mathbf{r}) &= \tilde{\Psi}_{nl}^0(\mathbf{r})F_3, \\
E_{3nl} &= E_0 + E_g + E_n^0 - \gamma_+ - \Delta_l, \\
\tilde{\Psi}_{4nl}(\mathbf{r}) &= \tilde{\Psi}_{nl}^0(\mathbf{r})F_4, \\
E_{4nl} &= E_0 + E_g + E_n^0 - \gamma_+(1-l),
\end{aligned} \tag{3.35}$$

где $\Delta_l = \sqrt{4\gamma_0^2 + \gamma_-^2 l^2}$, $\gamma_{\pm} = \mu(\alpha^2 \pm \beta^2)$, $\gamma_0 = \mu\alpha\beta$ и $F_1 = |\uparrow\uparrow\rangle$, $F_2 = (A_2|\uparrow\downarrow\rangle + B_2|\downarrow\uparrow\rangle)$, $F_3 = (A_3|\uparrow\downarrow\rangle + B_3|\downarrow\uparrow\rangle)$, $F_4 = |\downarrow\downarrow\rangle$. В спиновых состояниях типа $|\uparrow\uparrow\rangle$ первая стрелка – спин электрона, вторая – дырки.

3.2.3. Межзонные переходы

Вероятность межзонного перехода из вакуумного состояния в состояния дискретного спектра тяжелого экситона (т.е. для частот $\omega < E_g$)

$$w = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{nl\sigma} |M_{nl\sigma}|^2 \delta(E_{nl\sigma} - \omega), \tag{3.36}$$

где матричный элемент

$$|M_{nl\sigma=\pm 1}|^2 \sim p_{cv}^2 |e_{\pm}|^2 \left| S^{-1}(\mathbf{r}=0) \tilde{\Psi}_{nl}(\mathbf{r}=0) \right|^2. \tag{3.37}$$

Здесь $e_{\pm} = e_x \pm ie_y$, \mathbf{e} – вектор поляризации света. Из этого выражения видно, что поскольку $S^{-1}(0) = 1$, СОВ не оказывает никакого влияния на интенсивность межзонного перехода. Кроме того, (3.37) отлично от нуля при $l = 0$, что дает $E_{nl=0\sigma} = E_g + E_n^0 - \mu\alpha^2$. Таким образом, влияние СОВ на межзонные переходы сводится лишь к сдвигу положений резонансов на постоянную величину $\mu\alpha^2$ по

оси частот. Аналогичная ситуация имеет место и для легкого экситона. Анализ матричных элементов p_{cv} для этого случая показывает, что оптически активными являются состояния E_{1nl} и E_{4nl} в (3.35), которые при наличии правил отбора $\delta_{l,0}$ приводят к постоянному сдвигу резонансов на величину γ_+ .

Интересно изучить межзонный фотоэффект, т.е. переход в состояния непрерывного спектра внутреннего движения экситона. Будет рассматриваться тяжелый экситон. Без учета кулоновского взаимодействия волновая функция относительного движения электрона и дырки находится из (3.31) при $U(r) = 0$, $\beta = 0$:

$$\Psi_{\mathbf{p}\nu}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i\nu p_-/p \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}}, \quad (3.38)$$

$$E_{\mathbf{p}\nu} = p^2/2\mu + \nu\alpha p,$$

где $p_- = p_x - ip_y$, $p^2 = p_x^2 + p_y^2$, $\nu = \pm 1$ нумерует ветви спинового расщепления. Вероятность перехода в этом случае пропорциональна плотности конечных состояний: $w \sim \int d\mathbf{p} \delta(p^2/2\mu + \nu\alpha p - \Omega)$, где $\Omega = \omega - E_g$. Несложное интегрирование дает (здесь $\Theta[x]$ – функция Хевисайда):

$$w \sim \frac{\Theta[2\mu\Omega + p_0^2](p_0 + \sqrt{2\mu\Omega + p_0^2} + |\sqrt{2\mu\Omega + p_0^2} + p_0|)}{\sqrt{2\mu\Omega + p_0^2}}. \quad (3.39)$$

Пороговое значение частоты ω_0 определяется из равенства $2\mu\Omega + p_0^2 = 0$, что дает $\omega_0 = E_g - p_0^2/2\mu$, где $p_0 = \mu\alpha$. Из (3.39) видно, что вблизи порога $w \sim 1/\sqrt{\omega - \omega_0}$. Корневая расходимость вероятности фотоэффекта обусловлена структурой плотности конечных состояний: наличие кольца экстремумов в энергетическом спектре (3.38) при $\nu = -1$ эффективно "одномеризует" относительное движение электрона и дырки, и частотное поведение вероятности фотоэффекта вблизи порога отражает структуру плотности состояний для одномерных систем.

Учет кулоновского взаимодействия существенно меняет зависимость вероятности фотоэффекта от частоты вблизи порога. Для непрерывного спектра оценки показывают, что кулоновское взаимодействие электрона и дырки преобладает над вкладом СОВ и последнее снова можно рассматривать по теории возмущений. Все

вычисления, сделанные выше для дискретного спектра, остаются в силе, но теперь под $\tilde{\Psi}^0(\mathbf{r})$ и E_n^0 нужно понимать величины, относящиеся к непрерывному спектру $E_{\mathbf{p}}^0 = \mathbf{p}^2/2\mu$, где \mathbf{p} – импульс относительного движения. Функции $\Psi_{\kappa,l}^0$ даны в [112]. Здесь $\kappa^2 = 4E_{\mathbf{p}}^0/I_0$. Вычисления приводят к следующему результату:

$$w \sim \frac{\kappa_1}{1 + e^{-2\pi/\kappa_1}} \Theta(\Omega + p_0^2/2\mu), \quad (3.40)$$

$$\kappa_1^2 = 4(\Omega + p_0^2/2\mu)/I_0.$$

Из этого выражения видно, что вблизи порога $(\omega - \omega_0)/I_0 \ll 1$ вероятность $w \sim \sqrt{(\omega - \omega_0)/I_0}$. Таким образом, кулоновское взаимодействие подавляет расходимость, обращая вероятность фотоэффекта при $\omega \rightarrow \omega_0$ в нуль. Стоит отметить, что для 3D-систем пороговое значение вероятности межзонного перехода при учете кулоновского взаимодействия остается конечным.

3.2.4. Внутризонные переходы

Более интересная ситуация возникает в случае внутризонных переходов, т.е. переходов между уровнями внутреннего движения экситона. Взаимодействие экситона со светом в этом случае описывается гамильтонианом:

$$H = \frac{1}{2m_e} \left(\mathbf{p}_e + \frac{e}{c} \mathbf{A}_e \right)^2 + \frac{1}{2m_{lh}} \left(\mathbf{p}_{lh} - \frac{e}{c} \mathbf{A}_{lh} \right)^2 + U(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_{lh}) + \alpha \left[\boldsymbol{\sigma}_e, \left(\mathbf{p}_e + \frac{e}{c} \mathbf{A}_e \right) \right] \mathbf{n} + \beta \left[\boldsymbol{\sigma}_{lh}, \left(\mathbf{p}_{lh} - \frac{e}{c} \mathbf{A}_{lh} \right) \right] \mathbf{n}, \quad (3.41)$$

где $\mathbf{A} = \mathbf{e}A_0$ – не зависящий от координат (дипольное приближение) векторный потенциал световой волны, \mathbf{e} – вектор поляризации света. В этом выражении следует оставить линейные по \mathbf{A} слагаемые и перейти к центру масс и относительному движению. Выполнение унитарного преобразования получающегося гамильтониана приводит к выражению $\tilde{H} = \tilde{H}_{lex} + \tilde{W}$, где

$$\tilde{W} = \frac{eA_0}{\mu c} \mathbf{e} \mathbf{p} - \frac{eA_0}{\hbar c} [\mathbf{r}, \mathbf{e}] (\mu \alpha^2 \boldsymbol{\sigma}_z^e + \mu \beta^2 \boldsymbol{\sigma}_z^{lh}), \quad (3.42)$$

а \tilde{H}_{lex} определен в (3.33). В дальнейшем будет рассматриваться тяжелый экситон. Вероятность поглощения фотона тяжелым экситоном ($\beta = 0$) имеет вид:

$$w = \frac{2\pi(eA_0)^2}{\hbar c^2} \sum_{\eta'\eta\sigma} \left| (\mathbf{e}\mathbf{v})_{\eta'\eta} - \frac{\mu\alpha^2}{\hbar} \sigma L_{\eta'\eta} \right|^2 \delta(E_{\eta'\sigma} - E_{\eta\sigma} - \omega), \quad (3.43)$$

где $E_{\eta\sigma}$ – спектр тяжелого экситона (3.34), η – совокупность орбитальных квантовых чисел, $\mathbf{v} = \mathbf{p}/\mu$, $L = [\mathbf{r}, \mathbf{e}]_z$. Как видно из (3.43), СОВ приводит не только к перестройке спектра, рассмотренной выше, но и к изменению интенсивностей, обусловленному вкладом $\sim \alpha^2 \sigma$ в матричный элемент. Вычисление матричных элементов в (3.43) в общем виде громоздко, поэтому будут рассмотрены некоторые типичные частные случаи. В отсутствие СОВ (т.е. при $\alpha = 0$ в (3.43)) выполняется $(\mathbf{e}\mathbf{v})_{nl}^{n'l'} = 0$ для матричных элементов с одинаковым главным квантовым числом n . При наличии СОВ вырождение по l снимается и возникают оптические переходы между уровнями тонкой структуры. В качестве примера будет рассмотрен переход $(2, 0, \sigma) \rightarrow (2, \pm 1, \sigma)$. Использование волновых функций из [112] дает:

$$\begin{aligned} (\mathbf{e}\mathbf{v})_{2,0}^{2,\pm 1} &= 0, \\ L_{2,0}^{2,l'} &= -\frac{i3}{\sqrt{2}\beta_2} (e_- \delta_{l',1} - e_+ \delta_{l',-1}). \end{aligned} \quad (3.44)$$

Здесь и далее $\beta_n = 2/[a(n - 1/2)]$, $n = 1, 2, \dots$. Выражение (3.43) в этом случае принимает вид:

$$w \sim \left(\frac{\mu\alpha^2}{\hbar} \right)^2 \sum_{l'} |e_- \delta_{l',1} - e_+ \delta_{l',-1}|^2 [\delta(\omega + \mu\alpha^2 l') + \delta(\omega - \mu\alpha^2 l')] \quad (3.45)$$

(здесь мы считаем $\omega > 0$). Видно, что в спектре поглощения экситона появляется тонкая структура, обусловленная переходами между ранее вырожденными состояниями. Для переходов с изменением квантового числа n СОВ приводит к поправкам к интенсивности. Действительно, для перехода $(1, 0, \sigma) \rightarrow (2, \pm 1, \sigma')$

матричные элементы имеют вид:

$$\begin{aligned} (\mathbf{e}\mathbf{v})_{1,0}^{2,l'} &= \frac{4i\hbar\beta_1^2\beta_2^2}{\mu\sqrt{6}(\beta_1 + \beta_2)^3}(e_{-\delta_{l',1}} + e_{+\delta_{l',-1}}), \\ L_{1,0}^{2,l'} &= \frac{i8\sqrt{6}\beta_1\beta_2^2}{(\beta_1 + \beta_2)^4}(e_{-\delta_{l',1}} - e_{+\delta_{l',-1}}), \end{aligned} \quad (3.46)$$

а вероятность перехода есть

$$w \sim \sum_{\sigma=\pm 1} \left[1 + \sigma \frac{12\mu^2\alpha^2}{\hbar^2\beta_1(\beta_1 + \beta_2)} \right]^2 \delta(2I_0/3 - \mu\alpha^2\sigma - \omega). \quad (3.47)$$

Отсюда видно, что СОВ приводит к поправкам к интенсивностям переходов $\sim \alpha^2$. Перейдем теперь к рассмотрению внутризонного фотоэффекта для тяжелого экситона.

Внутризонный фотоэффект представляет собой процесс перехода электрона и дырки из связанного состояния в состояние непрерывного спектра относительного движения, т.е. энергия поглощенного фотона здесь $\omega > I_0$. Далее будет рассмотрен такой процесс для случая перехода из основного $(1, 0, \sigma)$ связанного состояния с энергией I_0 как без, так и с учетом кулоновского взаимодействия электрона и дырки в конечном состоянии. В первом случае волновая функция непрерывного спектра относительного движения тяжелого экситона дается формулой (3.38). Матричный элемент перехода из связанного состояния экситона $\tilde{\Psi}_{\eta\sigma}(\mathbf{r})$ в состояние (3.38) непрерывного спектра имеет вид:

$$\begin{aligned} M_{\nu;\sigma} &= \int d\mathbf{r} \Psi_{\mathbf{p}\nu}^*(\mathbf{r}) W(\mathbf{r}) S^{-1}(\mathbf{r}) \tilde{\Psi}_{\eta\sigma}(\mathbf{r}), \\ W(\mathbf{r}) &= \frac{eA_0}{c} \begin{pmatrix} \mathbf{e}\mathbf{v} & i\alpha e_- \\ -i\alpha e_+ & \mathbf{e}\mathbf{v} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Используя свойство матриц Паули, оператор $S^{-1}(\mathbf{r})$ можно записать в виде:

$$S^{-1}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \cos(\mu\alpha r/\hbar) & \sin(\mu\alpha r/\hbar)e^{-i\varphi} \\ -\sin(\mu\alpha r/\hbar)e^{i\varphi} & \cos(\mu\alpha r/\hbar) \end{pmatrix}. \quad (3.49)$$

После подстановки (3.49) в (3.48) в случае линейно поляризованного света ($e_x = 1$,

$e_y = 0$) получается выражение $|M_{\nu;1}|^2 = |M_{\nu;-1}|^2$, где

$$|M_{\nu;1}|^2 = \frac{(8\pi)^2 e^2 A_0^2}{2c^2 \hbar^2 \beta_1^2} \left| v_x F_2 - \alpha F_1 - \nu \frac{p_+}{p} (v_x F_1 - \alpha F_2) \right|^2, \quad (3.50)$$

$$F_1(p) = \int_0^\infty x dx e^{-x} J_0 \left(\frac{2p}{\hbar \beta_1} x \right) \cos \left(\frac{2\mu\alpha}{\hbar \beta_1} x \right),$$

$$F_2(p) = \int_0^\infty x dx e^{-x} J_1 \left(\frac{2p}{\hbar \beta_1} x \right) \sin \left(\frac{2\mu\alpha}{\hbar \beta_1} x \right).$$

Для полной вероятности фотоэффекта $w = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{p}, \nu, \sigma} |M_{\nu; \sigma}|^2 \delta(\frac{p^2}{2\mu} + \nu \alpha p + \frac{p_0^2}{\mu} - \Omega)$, где $\Omega = \omega - I_0$, следует:

$$w = \left(\frac{8\pi e A_0}{\hbar c \beta_1} \right) \frac{\Omega \Theta(2\mu\Omega - p_0^2)}{\sqrt{2\mu\Omega - p_0^2}} \times$$

$$\times \sum_{\zeta = \pm 1} \left| \sqrt{2\mu\Omega - p_0^2} + \zeta p_0 \right| f \left(\sqrt{2\mu\Omega - p_0^2} + \zeta p_0 \right), \quad (3.51)$$

где $f(y) = F_1^2(y) + F_2^2(y)$. Пороговая частота света определяется из равенства $2\mu\Omega - p_0^2 = 0$, что дает $\omega_1 = I_0 + p_0^2/2\mu$. Вблизи порога $\omega \rightarrow \omega_1$ выражение (3.51) обращается в бесконечность по закону $w \sim 1/\sqrt{\omega - \omega_1}$ аналогично поведению межзонного фотоэффекта.

Теперь интересно изучить влияние кулоновского взаимодействия электрона и дырки в конечном состоянии на вероятность внутризонного фотоэффекта. Как и выше, при наличии кулоновского взаимодействия СОВ можно учитывать по теории возмущений. В этом случае выражение (3.43) остается в силе, но конечное состояние нужно считать принадлежащим непрерывному спектру. Для вероятности перехода в область $dE_{\mathbf{p}}^0$ непрерывного спектра получается:

$$dw = \frac{2\pi}{\hbar} \left(\frac{eA_0}{c} \right)^2 \sum_{\nu\sigma} \left| (\mathbf{e}\mathbf{v})_{1,0}^{\kappa l'} - \frac{\mu\alpha^2}{\hbar} \sigma L_{1,0}^{\kappa l'} \right|^2 \delta(E_{\mathbf{p}}^0 - \mu\alpha^2 \sigma l' - \Omega) \rho_{E^0} dE_{\mathbf{p}}^0, \quad (3.52)$$

где ρ_{E^0} – плотность конечных состояний непрерывного спектра, $\kappa^2 = 4E_{\mathbf{p}}^0/I_0$.

Матричные элементы в (3.52) имеют вид:

$$\begin{aligned}
(\mathbf{e}\mathbf{v})_{1,0}^{\kappa l'} - \frac{\mu\alpha^2}{\hbar}\sigma L_{1,0}^{\kappa l'} &= \frac{8i\hbar}{\mu a} \sqrt{\frac{2\kappa}{1+e^{-2\pi/\kappa}}} \frac{e^{-\frac{2}{\kappa}\arctan(\kappa/2)}}{4+\kappa^2} \times \\
&\times \left\{ e_{-\delta_{l',1}} \left[1 - \frac{2(p_0a)^2\sigma}{\hbar^2(\kappa^2+4)} \right] + e_{+\delta_{l',-1}} \left[1 + \frac{2(p_0a)^2\sigma}{\hbar^2(\kappa^2+4)} \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Проведенное в (3.53) интегрирование по энергии показывает, что вероятность фотоионизации экситона пропорциональна сумме двух слагаемых:

$$\begin{aligned}
w &\sim g_\kappa \left[1 - \frac{2(p_0a)^2}{\hbar^2(\kappa^2+4)} \right]^2 \Theta[\kappa^2] \Big|_{\kappa=2\sqrt{\frac{\Omega+\mu\alpha^2}{I_0}}} + \\
&+ g_\kappa \left[1 + \frac{2(p_0a)^2}{\hbar^2(\kappa^2+4)} \right]^2 \Theta[\kappa^2] \Big|_{\kappa=2\sqrt{\frac{\Omega-\mu\alpha^2}{I_0}}},
\end{aligned} \tag{3.54}$$

$$g_\kappa = \frac{2\kappa}{1+e^{-2\pi/\kappa}} \frac{e^{-\frac{4}{\kappa}\arctan(\kappa/2)}}{(4+\kappa^2)^2}.$$

При частотах, близких к пороговой, $\omega \rightarrow \omega_1$, выражение (3.54) ведет себя как $w \sim \sqrt{(\omega - \omega_1)/I_0} + \sqrt{(\omega - \omega_1 + p_0^2/\mu)/I_0}$. Отсюда видно, что точно на пороге $\omega = \omega_1$ вероятность внутризонного фотоэффекта остается малой ($p_0^2/I_0\mu \ll 1$), но конечной величиной.

3.3. Выводы к третьей главе

В Главе 3 описан эффект генерации звуковых волн экситонным газом и проведен анализ оптических свойств экситонов со спин-орбитальным взаимодействием Рашба. На основе полученных результатов, можно сделать следующие выводы:

- Экситонный газ, выведенный из равновесия внешним электромагнитным возмущением, может излучать звуковые волны внутрь образца, на котором он находится, как при высоких температурах, так и в режиме бозе-конденсата. В рамках модели деформационного потенциала, излучаемая волна является суперпозицией продольной и поперечной волн, вырождаясь при высоких частотах электромагнитного возмущения почти полностью в поперечную. При переходе через точку конденсации излучаемая волна приобретает дополнительную фазу $\varphi \simeq -\pi/2$.
- В оптических спектрах экситонов в КЯ с СОВ Рашба может наблюдаться тонкая структура. При исключении из рассмотрения кулоновского взаимодействия между электроном и дыркой СОВ Рашба порождает корневую расходимость вероятности фотоэффекта вблизи порога, что объясняется "одномеризацией" относительного движения электрона и дырки. При учете кулоновского взаимодействия данная расходимость подавляется, при этом вблизи порога вероятность межзонного фотоэффекта стремится к нулю, а внутризонного фотоэффекта – к малому конечному значению.

Глава 3 написана по результатам работ соискателя [А5, А6, А7].

Заключение

В диссертации получены следующие результаты:

- Построена теория кулоновского увлечения газа непрямых экситонов, пребывающих в нормальном фазовом состоянии, электронным током в близлежащей КЯ. В рамках данной теории получены выражения для кросс-проводимости экситонного газа в диффузионном и баллистическом режимах транспорта. Анализ полученных выражений в предельных случаях по параметру отношения межслоевого расстояния l к длине экранировки экситон-электронного взаимодействия $1/\kappa$ показал, что величина кросс-проводимости в области $\kappa l \ll 1$ ведет себя как $\sim 1/l^2$ в диффузионном режиме и $\sim 1/l^3$ в баллистическом, а в обратном пределе $\kappa l \gg 1$ – как $\sim 1/l^4$ и $\sim 1/l^5$ соответственно. В диффузионном режиме транспорта зависимость кросс-проводимости от процессов примесного рассеяния электронов фактически отсутствует. Температурная зависимость кросс-проводимости существенно зависит от экранировки межслоевого взаимодействия как электронной, так и экситонной подсистемами, при этом в пределе высокой температуры величина кросс-проводимости стремится к постоянному значению.
- Разработана теория фотонного увлечения газа непрямых экситонов. Показано, что частотное поведение плотности потока экситонов является резонансным, при этом положение резонанса определяется расстоянием между энергетическими уровнями внутреннего движения экситона, отличающимися на единицу собственного значения оператора орбитального момента. При инверсной заселенности уровней внутреннего движения экситонов должен наблюдаться поток экситонов в противоположном распространению света направлении, что объясняется эффектом отдачи при спонтанном испускании фотонов инверсно-заселенными экситонами.
- Теоретически исследован спектр поглощения электромагнитного излучения

гибридной экситон-электронной системы, помещенной в перпендикулярное магнитное поле. Показано, что в достаточно чистых структурах, следует ожидать наблюдения двух резонансов поглощения, причем первый резонанс обусловлен поглощением электромагнитной волны магнетоплазмонами, а второй резонанс, обладающий несимметричной формой резонанса Фано, возникает вследствие кулоновского взаимодействия между электронной и экситонной подсистемами.

- Разработана теория захвата двумерного электрона на примесный центр, сопровождаемого процессами испускания элементарных возбуждений БЭК непрямых экситонов. В рамках данной теории получены выражения, позволяющие рассчитать вероятность захвата с испусканием одного либо двух боголонов. Показано, что оба вклада соответствуют одному порядку теории возмущений по экситон-электронному взаимодействию. Приведена зависимость вероятности захвата электрона от концентрации экситонов в БЭК, рассчитанная для наноструктур на базе двух материалов – GaAs и MoS₂.
- Построена теория испускания объемных звуковых волн газом непрямых двумерных экситонов, облучаемых электромагнитной волной. Проведен анализ частотной зависимости амплитуды генерируемого звука, на основании которого можно заключить, что испускаемая звуковая волна является поперечной и распространяется под малым углом к нормали плоскости ДКЯ. При переходе через точку бозе-конденсации экситонного газа частотная зависимость амплитуды звуковой волны меняется с $\sim \omega^{-3}$ при $T > T_c$ на $\sim \omega^{-2}$ при нулевой температуре, а фаза волны приобретает добавку $\varphi \rightarrow -\pi/2$.
- Теоретически изучена тонкая структура уровней внутреннего движения экситонов в КЯ со спин-орбитальным взаимодействием Рашба. Исследовано частотное поведение вероятности межзонных и внутризонных переходов, а также межзонного и внутризонного фотоэффекта. Проведен анализ вероят-

ности межзонного и внутризонного фотоэффекта вблизи порога, из которого следует, что кулоновское притяжение электрона и дырки снимает расходимость вероятности поглощения.

Список публикаций по теме диссертации

- A1. Боев, М. В. Кулоновское увлечение непрямых экситонов в гибридной экситон-электронной системе / М. В. Боев, В. М. Ковалев // Письма в ЖЭТФ. — 2018. — Т. 107. — С. 668
- A2. Боев, М. В. Эффект резонансного фотонного увлечения дипольных экситонов / М. В. Боев, В. М. Ковалев // Письма в ЖЭТФ. — 2018. — Т. 107. — С. 763
- A3. Boev, M. V. Magnetoplasmon Fano resonance in Bose-Fermi mixtures / M. V. Boev, V. M. Kovalev, I. G. Savenko // Physical Review B.—2017.—Vol. 94.—P. 241408.
- A4. Boev, M. V. Bogolon-mediated electron capture by impurities in hybrid Bose-Fermi systems / M. V. Boev, V. M. Kovalev, I. G. Savenko // Physical Review B. — 2018. — Vol. 97.—P. 165305.
- A5. Боев, М. В. Генерация звука двумерным газом непрямых дипольных экситонов / М. В. Боев, В. М. Ковалев, А. В. Чаплик // Письма в ЖЭТФ. — 2015. — Т. 102. — С. 923.
- A6. Boev, M. V. Interaction of Rayleigh waves with 2D dipolar exciton gas: impact of Bose-Einstein condensation / M. V. Boev, A. V. Chaplik, V. M. Kovalev // Journal of Physics D: Applied Physics. — 2017. — Vol. 50. — P. 484002.
- A7. Боев, М. В. Оптические переходы экситонов в квантовых ямах со спин-орбитальным взаимодействием / М. В. Боев, В. М. Ковалев // Письма в ЖЭТФ. — 2013. — Т. 97. — С. 150–155.

Благодарности

В заключение настоящей диссертации я хочу выразить глубокую благодарность своему учителю и научному руководителю **Ковалёву В.М.** за помощь в освоении многих разделов физики и математики и за предоставленную возможность заниматься теоретическими исследованиями.

Кроме того, я благодарю коллектив лаборатории теоретической физики за поддержку, а также выражаю особую признательность **Чаплику А.В.**, **Магариллу Л.И.** и **Брагинскому Л.С.** за конструктивную критику и ценные советы при подготовке текста диссертации.

Список литературы

1. Ларионов, А. В. О конденсации межъямных экситонов в GaAs/AlGaAs двойных квантовых ямах / А. В. Ларионов, В. Б. Тимофеев // Письма в ЖЭТФ. — 2001. — Т. 73. — С. 342–350.
2. Тимофеев, В. Б. О фазовой диаграмме бозе-конденсации диполярных экситонов в GaAs/AlGaAs гетероструктурах с квантовыми ямами / В. Б. Тимофеев, А. В. Горбунов // Письма в ЖЭТФ. — 2012. — Т. 96. — С. 145–155.
3. Butov, L. V. Condensation and pattern formation in cold exciton gases in coupled quantum wells / L. V. Butov // Journal of Physics: Condensed Matter. — 2004. — Vol. 16. — P. R1577.
4. Butov, L. V. Cold exciton gases in coupled quantum well structures / L. V. Butov // Journal of Physics: Condensed Matter. — 2007. — Vol. 19. — P. 295202.
5. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — Т. V. — С. 616.
6. Келдыш, Л. В. Возможная неустойчивость полуматалического состояния относительно кулоновского взаимодействия / Л. В. Келдыш, Ю. В. Копаев // ФТТ. — 1964. — Т. 6. — С. 2791.
7. Zhu, X. Excitonic insulator transition in a GaSb–AlSb–InAs quantum-well structure / X. Zhu, J.J. Quinn, G. Gumbs // Solid State Communications. — 1990. — Vol. 75. — P. 595–599.
8. Келдыш, Л. В. Коллективные свойства экситонов в полупроводниках / Л. В. Келдыш, А. Н. Козлов // ЖЭТФ. — 1968. — Т. 54. — С. 978.
9. Bose–Einstein condensation of exciton polaritons / J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann et al. // Nature. — 2006. — Vol. 443. — P. 409–414.
10. Models of coherent exciton condensation / P. B. Littlewood, P. R. Eastham, J. M. J. Keeling et al. // Journal of Physics: Condensed Matter. — 2004. — Vol. 16. — P. S3597–S3620.
11. Беляев, С. Т. Применение методов квантовой теории поля к системе Бозе-

- частиц / С. Т. Беляев // ЖЭТФ. — 1958. — Т. 34. — С. 417.
12. Беляев, С. Т. Энергетический спектр неидеального Бозе-газа / С. Т. Беляев // ЖЭТФ. — 1958. — Т. 34. — С. 433.
 13. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — Т. IX. — С. 496.
 14. Эйнштейн, А. Квантовая теория одноатомного идеального газа / А. Эйнштейн // УФН. — 1965. — Т. 86. — С. 381–403.
 15. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor / М. Н. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews et al. // Science. — 1995. — Vol. 269. — P. 198–201.
 16. Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions / С. С. Bradley, С. А. Sackett, J. J. Tollett, R. G. Hulet // Physical Review Letters. — 1995. — Vol. 75. — P. 1170.
 17. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms / К. В. Davis, М. О. Mewes, М. R. Andrews et al. // Physical Review Letters. — 1995. — Vol. 75. — P. 3969.
 18. Ivanov, A. L. Bose-Einstein statistics in thermalization and photoluminescence of quantum-well excitons / A. L. Ivanov, P. B. Littlewood, H. Haug // Physical Review B. — 1999. — Vol. 59. — P. 5032–5048.
 19. Possibility of coherent light emission from bose condensed states of SEHPs / Т. Fukuzawa, S. S. Kano, Т. К. Gustafson, Т. Ogawa // Surface Science. — 1990. — Vol. 228. — P. 482–485.
 20. Fukuzawa, Т. Phase transition of an exciton system in GaAs coupled quantum wells / Т. Fukuzawa, E. E. Mendez, J. M. Hong // Physical Review Letters. — 1990. — Vol. 64. — P. 3066.
 21. Long-lived spatially indirect excitons in coupled GaAs/AlGaAs quantum wells / J. E. Golub, K. Kash, J. P. Harbison, L. T. Florez // Physical Review B. — 1990. — Vol. 41. — P. 8564(R).
 22. Condensation of indirect excitons in coupled AlAs/GaAs quantum wells /

- L. V. Butov, A. Zrenner, G. Abstreiter et al. // *Physical Review Letters*. — 1994. — Vol. 73. — P. 304.
23. Influence of random potential fluctuations on the interwell radiative recombination in biased double quantum well / V. B. Timofeev, A. I. Filin, A. V. Larionov et al. // *Europhysics Letters*. — 1998. — Vol. 41. — P. 535–540.
24. Influence of random potential fluctuations on the interwell radiative recombination in biased double quantum well / V. B. Timofeev, A. V. Larionov, A. S. Ioselevich et al. // *JETP Letters*. — 1998. — Vol. 67. — P. 613–620.
25. Butov, L. V. Exciton condensation in coupled quantum wells / L. V. Butov // *Solid State Communications*. — 2003. — Vol. 127. — P. 89–98.
26. Condensation of excitons in a trap / A. A. High, J. R. Leonard, M. Remeika et al. // *NANO Letters*. — 2012. — Vol. 12. — P. 2605–2609.
27. Butov, L. V. Anomalous transport and luminescence of indirect excitons in AlAs/GaAs coupled quantum wells as evidence for exciton condensation / L. V. Butov, A. I. Filin // *Physical Review B*. — 1998. — Vol. 58. — P. 1980–2000.
28. Transport of indirect excitons in a potential energy gradient / J. R. Leonard, M. Remeika, M. K. Chu et al. // *Applied Physics Letters*. — 2012. — Vol. 100. — P. 231106.
29. Electrostatic conveyer for excitons / A. G. Winbow, J. R. Leonard, M. Remeika et al. // *Physical Review Letters*. — 2011. — Vol. 106. — P. 196806.
30. Rudolph, J. Long-range exciton transport by dynamic strain fields in a GaAs quantum well / J. Rudolph, R. Hey, P. V. Santos // *Physical Review Letters*. — 2007. — Vol. 99. — P. 047602.
31. Ковалев, В. М. Акустоэкситонное взаимодействие в газе двумерных непрямых дипольных экситонов в присутствии беспорядка / В. М. Ковалев, А. В. Чаплик // *ЖЭТФ*. — 2016. — Т. 149. — С. 578.
32. Ковалев, В. М. Эффект увлечения экситонов поверхностной звуковой волной / В. М. Ковалев, А. В. Чаплик // *Письма в ЖЭТФ*. — 2015. — Т. 101. —

С. 194.

33. Лозовик, Ю. Е. Эффект увлечения в двухслойной системе пространственно-разделенных электронов и экситонов / Ю. Е. Лозовик, М. В. Никитков // ЖЭТФ. — 1997. — Т. 111. — С. 1107–1119.
34. Лозовик, Ю. Е. Кинетические свойства системы пространственно-разделенных экситонов и электронов при наличии бозе-конденсата экситонов / Ю. Е. Лозовик, М. В. Никитков // ЖЭТФ. — 1999. — Т. 116. — С. 1440–1449.
35. Narozhny, B. N. Coulomb drag / B. N. Narozhny, A. Levchenko // Reviews of Modern Physics. — 2016. — Vol. 88. — P. 025003.
36. Казанцев, А. П. Резонансное световое давление / А. П. Казанцев // УФН. — 1978. — Т. 124. — С. 113–145.
37. Electron-polariton scattering in semiconductor microcavities / P. G. Lagoudakis, M. D. Martin, J. J. Baumberg et al. // Physical Review Letters. — 2003. — Vol. 90. — P. 206401.
38. Shelykh, I. A. Rotons in a hybrid Bose-Fermi system / I. A. Shelykh, T. Taylor, A. V. Kavokin // Physical Review Letters. — 2010. — Vol. 105. — P. 140402.
39. Matuszewski, M. Exciton supersolidity in hybrid Bose-Fermi systems / M. Matuszewski, T. Taylor, A. V. Kavokin // Physical Review Letters. — 2012. — Vol. 108. — P. 060401.
40. Kim, E. Probable observation of a supersolid helium phase / E. Kim, M. H. W. Chan // Nature. — 2004. — Vol. 427. — P. 225–227.
41. Левитов, Л. С. Функции Грина. Задачи и решения / Л. С. Левитов, А. В. Шитов. — Москва: Издательство МЦНМО, 2016. — С. 400.
42. Hole redistribution across interfaces in superconducting cuprate superlattices / C. Aruta, G. Ghiringhelli, C. Dallera et al. // Physical Review B. — 2008. — Vol. 78. — P. 205120.
43. High-temperature interface superconductivity between metallic and insulating copper oxides / A. Gozar, G. Logvenov, L. F. Kourkoutis et al. // Nature. — 2008. — Vol. 455. — P. 782–785.

44. Laussy, F. P. Exciton-polariton mediated superconductivity / F. P. Laussy, A. V. Kavokin, I. A. Shelykh // *Physical Review Letters*. — 2010. — Vol. 104. — P. 106402.
45. Superconductivity in semiconductor structures: The excitonic mechanism / E.D. Cherotchenko, T. Espinosa-Ortega, A.V. Nalitov et al. // *Superlattices and Microstructures*. — 2016. — Vol. 90. — P. 170–175.
46. Superconductivity and other collective phenomena in a hybrid Bose-Fermi mixture formed by a polariton condensate and an electron system in two dimensions / O. Cotlet, S. Zeytinoglu, M. Sigrist et al. // *Physical Review B*. — 2016. — Vol. 93. — P. 054510.
47. Гуляев, Ю. В. Акустоэлектроника (исторический обзор) / Ю. В. Гуляев // *УФН*. — 2005. — Т. 175. — С. 887.
48. Chaplik, A. V. Two-dimensional plasmons (2DP) and acoustic waves in crystals / A. V. Chaplik, M. V. Krasheninnikov // *Surface Science*. — 1980. — Т. 98. — С. 533–552.
49. Scalable interconnections for remote indirect exciton systems based on acoustic transport / S. Lazic, A. Violante, K. Cohen et al. // *Physical Review B*. — 2014. — Vol. 89. — P. 085313.
50. Dynamics of indirect exciton transport by moving acoustic fields / A. Violante, K. Cohen, S. Lazic et al. // *New Journal of Physics*. — 2014. — Vol. 16. — P. 033035.
51. Effects of the piezoelectric field on the modulation of exciton–polaritons by surface acoustic waves / E. A. Cerda-Mendez, D. Krizhanovskii, K. Biermann et al. // *Superlattices and Microstructures*. — 2011. — Vol. 49. — P. 233–240.
52. Polariton condensation in dynamic acoustic lattices / E. A. Cerda-Mendez, D. N. Krizhanovskii, M. Wouters et al. // *Physical Review Letters*. — 2010. — Vol. 105. — P. 116402.
53. Боев, М. В. Rayleigh surface wave interaction with the 2D exciton Bose-Einstein condensate / М. В. Боев, В. М. Ковалев, А. В. Чаплик // *ЖЭТФ*. — 2015. —

- Т. 147. — С. 1155.
54. Ковалев, В. М. Поглощение поверхностных акустических волн газом двумерных не прямых дипольных экситонов / В. М. Ковалев, А. В. Чаплик // Письма в ЖЭТФ. — 2012. — Т. 96. — С. 865.
 55. Krasheninnikov, M.A. Resonance excitation of hypersound by two-dimensional plasmons / M.A. Krasheninnikov, A.V. Chaplik // ЖЭТФ. — 1979. — Vol. 49. — P. 921.
 56. Ivchenko, E. L. Pure spin photocurrents / E. L. Ivchenko, S. A. Tarasenko // Semiconductor Science and Technology. — 2008. — Vol. 23. — P. 114007.
 57. Глазов, М. М. Когерентная спиновая динамика электронов и экситонов в наноструктурах (Обзор) / М. М. Глазов // ФТТ. — 2012. — Т. 54. — С. 3.
 58. Bulgakov, E. N. Spin polarization in quantum dots by radiation field with circular polarization / E. N. Bulgakov, A. F. Sadreev // Письма в ЖЭТФ. — 2001. — Т. 73. — С. 573.
 59. Chaplik, A. V. Effect of the spin-orbit interaction on persistent currents in quantum rings / A. V. Chaplik, L. I. Magarill // Superlattices and Microstructures. — 1995. — Vol. 18. — P. 321.
 60. Glazov, M. M. Spin-orbit effect on electron-electron interaction and the fine structure of electron complexes in quantum dots / M. M. Glazov, V. D. Kulakovskii // Physical Review B. — 2009. — Vol. 79. — P. 195305.
 61. Glazov, M. M. The fine structure of two-electron states in single and double quantum dots / M. M. Glazov // Journal of Physics: Condensed Matter. — 2010. — Vol. 22. — P. 025301.
 62. Optically controlled excitonic transistor / P. Andreakou, S. V. Poltavtsev, J. R. Leonard et al. // Applied Physics Letters. — 2014. — Vol. 104. — P. 091101.
 63. Excitonic switches operating at around 100 K / G. Grosso, J. Graves, A. T. Hammack et al. // Nature Photonics. — 2009. — Vol. 3. — P. 577–580.
 64. Mahan, G. D. Many-Particle Physics / G. D. Mahan. — New York: Plenum

- Press, 1990. — P. 1032.
65. Ковалев В. М. Экранирование статического возмущения в системе дипольных экситонов / Ковалев В. М., Чаплик А. В. // Письма в ЖЭТФ. — 2010. — Т. 92. — С. 208–211.
 66. Арсеев, П. И. Магнитотранспорт экситонов в двумерных системах: эффекты слабой локализации / П. И. Арсеев, А. Б. Дзюбенко // ЖЭТФ. — 1998. — Т. 114. — С. 359–378.
 67. Kamenev, A. Coulomb drag in normal metals and superconductors: Diagrammatic approach / A. Kamenev, Y. Oreg // Physical Review B. — 1995. — Vol. 52. — P. 7516–7527.
 68. Signatures of exciton condensation in a transition metal dichalcogenide / A. Kogar, M. S. Rak, S. Vig et al. // Science. — 2017. — Vol. 358. — P. 1314–1317.
 69. Fogler, M. M. High-temperature superfluidity with indirect excitons in van der Waals heterostructures / M. M. Fogler, L. V. Butov, K. S. Novoselov // Nature Communications. — 2014. — Vol. 5. — P. 4555.
 70. Glazov, M. M. High frequency electric field induced nonlinear effects in graphene / M. M. Glazov, S. D. Ganichev // Physics Reports. — 2014. — Vol. 535. — P. 101–138.
 71. Kolobov, A. V. Two-Dimensional Transition-Metal Dichalcogenides / A. V. Kolobov, J. Tominaga. — Switzerland: Springer International Publishing, 2016. — Vol. 239 of Springer Series in Materials Science. — P. 538.
 72. Butov, L. V. Excitonic devices / L. V. Butov // Superlattices and Microstructures. — 2017. — Vol. 108. — P. 2–26.
 73. Exciton optoelectronic transistor / A. A. High, A. T. Hammack, L. V. Butov et al. // Optics Letters. — 2007. — Vol. 32. — P. 2466–2468.
 74. Control of exciton fluxes in an excitonic integrated circuit / A. A. High, E. E. Novitskaya, L. V. Butov et al. // Science. — 2008. — Vol. 321. — P. 229–231.

75. Excitonic switches operating at around 100 K / G. Grosso, J. Graves, A. T. Hammack et al. // *Nature Photonics*. — 2009. — Vol. 3. — P. 577–580.
76. Nonlinear optical spectroscopy of indirect excitons in coupled quantum wells / P. Andreakou, S. Cronenberger, D. Scalbert et al. // *Physical Review B*. — 2015. — Vol. 91. — P. 125437.
77. Nonlinear optical probe of indirect excitons / A. V. Nalitov, M. Vladimirova, A. V. Kavokin et al. // *Physical Review B*. — 2014. — Vol. 89. — P. 155309.
78. Control of excitons in multi-layer van der Waals heterostructures / E. V. Calman, C. J. Dorow, M. M. Fogler et al. // *Applied Physics Letters*. — 2016. — Vol. 108. — P. 101901.
79. Berman, O. L. Superfluidity of dipolar excitons in a transition metal dichalcogenide double layer / O. L. Berman, R. Y. Kezerashvili // *Physical Review B*. — 2017. — Vol. 96. — P. 094502.
80. Kylanpaa, I. Binding energies of exciton complexes in transition metal dichalcogenide monolayers and effect of dielectric environment / I. Kylanpaa, H. P. Komsa // *Physical Review B*. — 2015. — Vol. 92. — P. 205418.
81. Nonlinear Fano resonance and bistable wave transmission / A. E. Miroshnichenko, S. F. Mingaleev, S. Flach, Y. S. Kivshar // *Physical Review E*. — 2005. — Vol. 71. — P. 036626.
82. Ultrafast coherent dynamics of Fano resonances in semiconductors / U. Siegner, M.-A. Mycek, S. Glutsch, D. S. Chemla // *Physical Review Letters*. — 1995. — Vol. 74. — P. 470–473.
83. Miroshnichenko, A. E. Fano resonances in nanoscale structures / A. E. Miroshnichenko, S. Flach, Y. S. Kivshar // *Reviews of Modern Physics*. — 2010. — Vol. 82. — P. 2257–2298.
84. Gergel', V. A. Rarefied imperfect bose gas in a field of randomly distributed fixed impurities / V. A. Gergel', R. F. Kazarinov, R.A. Suris // *JETP*. — 1970. — Vol. 31. — P. 367.
85. Ковалев, В. М. Акустоэкситонное взаимодействие в газе двумерных непря-

- МЫХ ДИПОЛЬНЫХ ЭКСИТОНОВ В ПРИСУТСТВИИ БЕСПОРЯДКА / В. М. Ковалев, А. В. Чаплик // ЖЭТФ. — 2016. — Т. 149. — С. 578.
86. Kovalev, V. M. Paramagnetic resonance in spin-polarized disordered Bose-Einstein condensates / V. M. Kovalev, I. G. Savenko // Scientific Reports. — 2017. — Vol. 7. — P. 2076.
 87. Kovalev, V. M. Ultrafast exciton-polariton scattering towards the dirac points / V. M. Kovalev, I. G. Savenko, I. V. Iorsh // Journal of Physics: Condensed Matter. — 2016. — Vol. 28. — P. 105301.
 88. Jena, D. Enhancement of carrier mobility in semiconductor nanostructures by dielectric engineering / D. Jena, A. Konar // Physical Review Letters. — 2007. — Vol. 98. — P. 136805.
 89. Gibbons, T. M. Impact of impurities on the thermal conductivity of semiconductor nanostructures: First-principles theory / T. M. Gibbons, S. K. Estreicher // Physical Review Letters. — 2009. — Vol. 102. — P. 255502.
 90. Simon, S. H. The Oxford Solid State Basics / S. H. Simon. — Oxford: Oxford University Press, 2013. — P. 312.
 91. Influence of impurities on short range electron transport in GaAs / D. G. Eschenko, V. G. Storchak, J. H. Brewer, R. L. Lichti // Physical Review Letters. — 2002. — Vol. 89. — P. 226601.
 92. Shi, L. Ab initio calculations of deep-level carrier nonradiative recombination rates in bulk semiconductors / L. Shi, L. W. Wang // Physical Review Letters. — 2012. — Vol. 109. — P. 245501.
 93. Monte Carlo study of the statistics of electron capture by shallow donors in silicon at low temperatures / A. Palma, J. A. Jimenez-Tejada, A. Godoy et al. // Physical Review B. — 1995. — Vol. 51. — P. 14147.
 94. Bourgoin, J. C. Carrier capture on defects in multiband semiconductors / J. C. Bourgoin, M. Zazoui // Physical Review B. — 1992. — Vol. 45. — P. 11324.
 95. Abakumov, V. N. Nonradiative Recombination in Semiconductors /

- V. N. Abakumov, V. I. Perel, I. N. Yassievich. — Amsterdam: Elsevier Science, 1991. — Vol. 33 of Modern problems in condensed matter science. — P. 336.
96. Алешкин, В. Я. Динамика каскадного захвата электронов на заряженные доноры в GaAs и InP / В. Я. Алешкин, Л. В. Гавриленко // ЖЭТФ. — 2016. — Т. 150. — С. 328.
 97. Влияние прямого захвата дырок с испусканием оптических фононов на релаксацию примесной фотопроводимости в p-Si:B / Д. В. Козлов, С. В. Морозов, В. В. Румянцев и др. // ФТП. — 2015. — Т. 49. — С. 192.
 98. Gummel, H. Thermal ionization and capture of electrons trapped in semiconductors / H. Gummel, M. Lax // Physical Review. — 1955. — Vol. 97. — P. 1469.
 99. Lax, M. Cascade capture of electrons in solids / M. Lax // Physical Review. — 1960. — Vol. 119. — P. 1502.
 100. Abakumov, V. N. Cross section for recombination of an electron with a positively charged center in a semiconductor / V. N. Abakumov, I. N. Yassievich // JETP. — 1976. — Vol. 44. — P. 345.
 101. Berman, O. L. High-temperature superfluidity of the two-component bose gas in a transition metal dichalcogenide bilayer / O. L. Berman, R. Ya. Kezrashvili // Physical Review B. — 2016. — Vol. 93. — P. 245410.
 102. Migdal, A. B. Interaction between electrons and lattice vibrations in a normal metal / A. B. Migdal // JETP. — 1958. — Vol. 7. — P. 996.
 103. Krasheninnikov, M.V. Interaction between two-dimensional plasmons and acoustic waves caused by the deformation potential / M.V. Krasheninnikov, M.B. Sultanov, A.V. Chaplik // JETP. — 1979. — Vol. 50. — P. 821.
 104. Ковалев, В. М. Поглощение поверхностных акустических волн газом двумерных непрямых дипольных экситонов / В. М. Ковалев, А. В. Чаплик // Письма в ЖЭТФ. — 2012. — Т. 96. — С. 865.
 105. Батыев, Э. Г. Отклик бозе-эйнштейновского конденсата дипольных эксито-

- нов на статические и динамические возмущения / Э. Г. Батыев, В. М. Ковалев, А. В. Чаплик // Письма в ЖЭТФ. — 2014. — Т. 99. — С. 623.
106. Chung, M. C. Damping in 2D and 3D dilute bose gases / M. C. Chung, A. B. Bhattacharjee // New Journal of Physics. — 2009. — Vol. 11. — P. 123012.
107. Lerner, I. V. Mott exciton in a quasi-two-dimensional semiconductor in a strong magnetic field / I. V. Lerner, Yu. E. Lozovik // ЖЭТФ. — 1980. — Vol. 51. — P. 588.
108. Витлина, Р. З. Неупругое рассеяние света двумерной электронной системой с рашбовским спин-орбитальным взаимодействием / Р. З. Витлина, Л. И. Магарилл, А. В. Чаплик // Письма в ЖЭТФ. — 2012. — Т. 95. — С. 277.
109. The influence of the rashba spin-orbit coupling on the two-dimensional magnetoexcitons / T. Hakioglu, M. A. Liberman, S. A. Moskalenko, I. V. Podlesny // Journal of Physics: Condensed Matter. — 2011. — Vol. 23. — P. 345405.
110. Winkler, R. Rashba spin splitting in two-dimensional electron and hole systems / R. Winkler // Physical Review B. — 2000. — Vol. 62. — P. 4245.
111. Aleiner, I. L. Spin-orbit coupling effects on quantum transport in lateral semiconductor dots / I. L. Aleiner, V. I. Fal'ko // Physical Review Letters. — 2001. — Vol. 87. — P. 256801.
112. Analytic solution of a two-dimensional hydrogen atom. I. Nonrelativistic theory / X. L. Yang, S. H. Guo, F. T. Chan et al. // Physical Review A. — 1991. — Vol. 43. — P. 1186.