### МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М. В. ЛОМОНОСОВА ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

### Борщевская Надежда Алексеевна

# Перепутанные состояния высокой размерности на основе спонтанного параметрического рассеяния

01.04.21 Лазерная физика

### ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель: д. ф.-м. н., проф. Кулик Сергей Павлович

Москва, 2019

### Содержание

1	Вве	едение З					
	1.1	Перепутанные состояния света					
	1.2	<ul><li>.2 Эффект спонтанного параметрического рассеяния .</li><li>.3 Степень перепутанности состояния</li></ul>					
	1.3						
	1.4	.4 Способы получения сигнала СПР с широким часто					
		ным с	спектром	13			
	1.5	1.5 Разложение Шмидта					
	1.6	1.6 Спонтанное параметрическое рассеяния третье					
		рядка	L	20			
		1.6.1	Сравнение процессов спонтанного параметриче-				
			ского рассеяния третьего порядка в кристаллах				
			и волокнах	22			
		1.6.2	Обзор работ по поглощению и люминесценции				
			в германатных волокнах	25			
<b>2</b>	Ген	ераци	я бифотонов с широким частотным спектром				
	в одной пространственной моде 29						
	2.1	Введе	ение	29			
	2.2	Теоретический расчет		32			
		2.2.1	Спектр совпадений бифотонов	32			
		2.2.2	Расчет положений линз для получения оптиче-				
			ской системы с увеличением $Q$	39			
	2.3	Экспе	еримент	42			
2.4		Выводы					
3	Генерация бифотонов с пространственно разделенны-						
	ми	ми модами Шмидта 47					

	3.1	Идея	метода	47				
	3.2	Teope	тический расчет	48				
	3.3	Построение голограмм						
	3.4	Эксперимент						
	3.5	ды	62					
4	Исследование возможности генерации трехфотонных							
	coc	гояниі	й в средах с кубичной нелинейностью	63				
	4.1	Оцени	ка скорости генерации трифотонов в кристаллах .	63				
		4.1.1	Расчет скорости генерации трифотонов	63				
		4.1.2	Расчет скорости генерации тифотонов для син-					
			хронизма типа I	64				
		4.1.3	Расчет скорости генерации тифотонов для син-					
			хронизма типа II	67				
		4.1.4	Оценка минимального времени наблюдения	72				
		4.1.5	Оценки для кристаллов кальцита и рутила	74				
		4.1.6	Выводы	77				
	4.2	ация трифотонов в волокнах с повышенным со-						
	держанием германия							
		4.2.1	Исследование люминесценции	79				
		4.2.2	Выводы	87				
<b>5</b>	Заключение							
6	Список литературы							

### 1 Введение

### 1.1 Перепутанные состояния света

Понятие "перепутанных состояний" ("entangled states") возникло для описания систем, состояние которых определено точно, в то время как состояние каждой из подсистем, их составляющих, может принимать разные значения с определенной вероятностью [1]. Перепутанные состояния света относятся к неклассическим состояниям, которые интересны для исследования благодаря тому, что вызывают эффекты, не имеющие классических аналогов, так что их нельзя описать в рамках представления света как суперпозиции волн [2]. К ним, в частности, относят такие состояния, в которых вероятность зарегистрировать некоторое число фотонов равна нулю. Примером таких состояний являются пары фотонов, получаемых в процессе спонтанного параметрического рассеяния (СПР) [3]. Поскольку фотоны в каждой паре рождаются от одного и того же фотона накачки, они коррелированы по ряду степеней свободы: пространственной, частотной, поляризационной. Эти корреляции могут быть использованы в метрологии для синхронизация часов [4, 5], абсолютной калибровки детекторов [6, 7, 8], в квантовой оптомеханике [9], двухфотонной литографии [10, 11, 12] и квантовой оптической когерентной томографии [13]. С их помощью можно получить доступ не только к видимому диапазону частот, но и к инфракрасному [14, 15], терагерцовому [16] и микроволновому [17]. И кроме того, перепутанные состояния света представляют неотъемлемый ресурс для осуществления квантовых вычислений [18, 19, 20], защищенной передачи информации [21, 22, 23, 24, 25, 26], коллективного использования данных [27] и

квантовой телепортации [28], что отражает **актуальность** исследования.

Помимо этого, неклассические состояния используются как источники света с подавленным дробовым шумом для увеличения точности измерений [29]. Состояния, которые получают в оптике в результате нелинейных процессов на восприимчивостях высших порядков, являются неотъемлемой частью квантовых вычислений [18], что свидетельствует о **теоретической и практической значимости** результатов данной работы.

Таким образом, **целью** работы было исследование и генерация двух- и трехфотонных состояний света высокой размерности с заданными частотным и угловыми характеристиками в процессе спонтанного параметрического рассеяния света. Для выполнения цели были поставлены следующие **задачи**:

- 1. Создать метод получения состояний высокой размерности в частотных переменных, являющихся одновременно с этим пространственно одномодовыми.
- Создать метод получения состояний высокой размерности в угловых переменных с не перекрывающимися в пространстве модами Шмидта.
- 3. Исследовать возможность генерации трехфотонных состояний в процессе 3-СПР в нелинейных кристаллах и световодах с высоким содержанием оксида германия.

**Объектом исследования** в данной работе являются состояния СПР, которые могут быть использованы в качестве кудитов (квантовых систем высокой размерности), описываемых непрерывными переменными фотонов: частотными и угловыми (**предмет исследования**). Особое внимание уделяется уменьшению потерь, которые возникают на этапе регистрации излучения.

В главе 2 рассматривается способ приготовления двухфотонного поля с широким частотным спектром, находящегося в то же время в одной пространственной моде. Такое поле может служить частотным кудитом, который удобно передавать по одномодовому волокну между разными компонентами оптической схемы.

В главе 3 рассматривается способ приготовления кудита на основе угловых переменных двухфотонного поля. Способ позволяет получать угловой спектр произвольной формы, что также позволит уменьшить потери на этапе регистрации сигнала.

В главе 4 рассматривается возможность генерации трехфотонных состояний, которые обладают еще более широким частотным и пространственным спектром, однако рождаются с очень низкой эффективностью. В связи с этим рассмотрены важные вопросы о подавлении дополнительных шумов (паразитной люминесценции) и ограничениях, возникающих в связи со свойствами детекторов, при регистрации сигнала.

Научная новизна работы заключается в следующих утверждениях:

1. Впервые продемонстрирован источник пространственно одномодового двухфотонного света с широким частотным спектром на основе частотно-угловой дисперсии.

2. Впервые продемонстрирован источник двухфотонного света с пространственно разделенными угловыми модами Шмидта на основе модуляции углового спектра накачки.

3. Впервые рассчитана скорость счета и минимального времени на-

копления при регистрации сигнала трехфотонных состояний в объемных кристаллах в ближнем ИК диапазоне с учетом характеристик существующих детекторов.

4. Впервые продемонстрирован метод подавления люминесценции в волокнах с высоким содержанием оксида германия в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах от накачки на длине волны 532 нм для регистрации трехфотонных состояний.

Работа была выполнена на современном оборудовании. Ее результаты многократно обсуждались на семинарах лаборатории, кафедры и международных конференциях и были опубликованы в рецензируемых международных научных изданиях, что подтверждает обоснованность и достоверность полученных результатов.

Апробация диссертационной работы происходила на следующих российских и международных конференциях: «23 ежегодном международном семинаре по квантовой физике» (Болгария, София, 2014), «24 ежегодном международном семинаре по квантовой физике» (Китай, Шанхай, 2015), «XIV Международной конференции по квантовой оптике и квантовой информатике (Белоруссия, Минск, 2015), «25 ежегодном международном семинаре по квантовой физике» (Армения, Ереван, 2016), «Десятом семинаре памяти Д.Н.Клышко» (Россия, Завидово, 2017), "Quantum 2017"(Италия, Турин, 2017), "Quantum 2019"(Италия, Турин, 2019). Результаты опубликованы в 5 печатных работах в рецензируемых научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus.

#### Защищаемые положения:

1. За счет оптического элемента угловой дисперсии можно эффективно перераспределить энергию между разными частотно-угловыми модами спонтанного параметрического рассеяния и приготовить широкополосное бифотонное поле в одной пространственной моде. При этом уширение спектра происходит с сохранением спектральной интенсивности. В частности, для кристалла BBO толщиной 2 мм от накачки на длине волны 325 нм достигнуто уширение спектра с 39 до 99 ТГц.

2. Пространственная модуляция лазерной накачки позволяет в процессе спонтанного параметрического рассеяния получить бифотоннное поле с пространственно разделенными модами Шмидта в дальней зоне.

3. Регистрация спонтанного параметрического рассеяния третьего порядка в кристаллах возможна в случае использования лазерной накачки на длине волны 266 нм мощностью 10 Вт, кристалла кальцита толщиной 0,1 мм с зеркальным покрытием на длине волны накачки и кремниевых однофотонных детекторов.

4. Основным фактором, препятствующим наблюдению спонтанного параметрического рассеяния третьего порядка в оптических волокнах с повышенным содержанием германия, является паразитная люминесценция, интегральная мощность которой на 12 порядков превышает расчетную мощность трехфотонного излучения.

5. Метод насыщения водородом позволяет на 2 порядка подавить люминесценцию при наблюдении спонтанного параметрического рассеяния третьего порядка в оптических волокнах с повышенным содержанием германия.

7

Методология диссертационного исследования отражена в последующих параграфах введения.

### 1.2 Эффект спонтанного параметрического рассеяния

Одним из основных способов генерации перепутанных состояний, на использовании которого построена и данная работа, является эффект спонтанного параметрического рассеяния света (СПР) [3].

СПР заключается в спонтанном распаде одного фотона накачки на два фотона в среде с квадратичной восприимчивостью  $\chi^{(2)}$ (рис. 1), называемых сигнальным и холостым [3]. При этом выполняются условия пространственного синхронизма для волновых векторов:

$$\vec{k}_p - \vec{k}_s - \vec{k}_i = \Delta \vec{k} \tag{1.1}$$

и закон сохранения энергии:

$$\omega_s + \omega_i = \omega_p, \tag{1.2}$$

где индексы p, s, i, относятся к накачке, сигнальному и холостому фотонам соответственно,  $\Delta \vec{k}$  — вектор расстройки волновых векторов (при  $\Delta \vec{k} = 0$  синхронизм точный), а L — длина нелинейной среды, в которой происходит генерация бифотонов.

В зависимости от того, для каких волновых векторов и частот выполняются условия (1.1) и (1.2), а также от поляризации рожденных фотонов, различают следующие виды синхронизма:

• коллинеарный — при  $\vec{k_p} \| \vec{k_s}$  или  $\vec{k_p} \| \vec{k_i}$  и неколлинеарный — когда  $\vec{k_p}$  не параллелен  $\vec{k_s}$  и  $\vec{k_i}$ ;



Рис. 1: Спонтанное параметрическое рассеяние света.  $k_p$  – волновой вектор накачки,  $k_s$  и  $k_i$  – волновые вектора сигнального и холостого фотонов.  $\theta_s$  и  $\theta_i$  – углы между направлениями распространения накачки и сигнального и холостого фотонов.  $\varphi$  – угол между направлением распространения накачки и оптической осью нелинейного одноосного кристалла

- вырожденный при равных частотах сигнального или холостого фотонов и невырожденный — при различных частотах.
- синхронизм типа 1 при одинаковой поляризации фотонов в паре или синхронизм типа 2 при ортогональной поляризации.

Состояние бифотонного поля задается следующим образом:

$$|\Psi\rangle = |vac\rangle + \int d^{3}\vec{k}_{s} \int d^{3}\vec{k}_{i}F(\vec{k}_{s},\vec{k}_{i})\hat{a}^{\dagger}_{s}\left(\vec{k}_{s}\right)\hat{a}^{\dagger}_{i}\left(\vec{k}_{i}\right)|vac\rangle, \qquad (1.3)$$

где  $\hat{a}_{s}^{\dagger}$ ,  $\hat{a}_{i}^{\dagger}$  — операторы рождения в сигнальной и холостой модах, а  $F(\vec{k}_{s},\vec{k}_{i})$  — спектральная амплитуда бифотонного поля.

Одной из важных характеристик, представляющих интерес в связи с данной работой, является частотно-угловой спектр S, определяемый через квадрат модуля спектральной амплитуды:  $S \propto \left|F(\vec{k}_s, \vec{k}_i)\right|^2$ . Проинтегрировав S по волновым векторам одного из фотонов пары, получим однофотонное частотно-угловое распределение. Для коллинеарного вырожденного синхронизма типа 1 оно имеет вид, представленный на рис. 2 (с максимальной эффективностью генеруются бифотоны в центре креста, у которых волновой вектор параллелен волновому вектору фотонов накачки).

Результирующий сигнал получается многомодовым по частотным и пространственным переменным, что служит предпосылкой к созданию перепутанных состояний высокой размерности в частотных и пространственных переменных, чему была посвящена данная работа.



Рис. 2: Частотно-угловой спектр СПР (коллинеарный вырожденный режим генерации).

### 1.3 Степень перепутанности состояния

Степень перепутанности состояний можно измерить в эксперименте. Для состояний, описание которых проводится в непрерывных переменных, был введен параметр Федорова R [30]. В случае угловых переменных R определяется как отношение ширины спектра единичных отсчетов (получаемого сканированием по углу одного фотона из пары независимо от угла второго фотона)  $\Delta \theta_S$  к ширине спектра условных совпадений (получаемого сканированием по углу одного фотона из пары при фиксированном угле второго фотона)

$$R = \frac{\Delta \theta_S}{\Delta \theta_C}.$$
 (1.4)

Аналогично, через ширину однофотонного и двухфотонного распределения по частоте, определяется степень перепутанности состояния в частотных переменных:

$$R = \frac{\Delta\omega_S}{\Delta\omega_C}.\tag{1.5}$$

Если R = 1, то система не перепутана, и ее размерность равна 1. Этот критерий одномодовости был использован в эксперименте (глава 3).

Другим способом охарактеризовать степень перепутанности можно, воспользовавшись подходом, основанным на представлении состояния в виде разложения по модам Шмидта (раздел 1.5).

Как видно из определения параметра Федорова, степень перепутанности состояния растет с увеличением ширины спектра сигнала  $\Delta \omega_S$ . Поэтому рассмотрим ниже основные способы уширения спектра СПР.

# 1.4 Способы получения сигнала СПР с широким частотным спектром

Простейшим способом уширения спектра бифотонного поля является уменьшение толщины кристалла. Обосновать это можно следующим образом.

Фиксируем направления распространения сигнального и холостого фотонов, тогда зависимость амплитуды бифотонного поля  $F(\vec{k}_s, \vec{k}_i)$ от углов  $\theta_i$  и  $\theta_s$  пропадет. Считая приближенно накачку монохроматической плоской волной, получим, что

$$F(\omega_i, \omega_s) = f(\omega_i)\delta(\omega_i + \omega_s - \omega_p),$$
  
где  $f(\omega_i) \propto \sqrt{\omega_i(\omega_p - \omega_i)} E_0 \int_{-\infty}^0 dz \cdot \chi^{(2)}(z) e^{i\Delta kz}.$  (1.6)

Кроме того, удобно ввести  $\omega_{s0}$  и  $\omega_{i0}$ , центральные частоты в распределениях сигнального и холостого фотонов, и  $\Omega$  – расстройку сигнального и холостого фотонов от этих частот:

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i \equiv (\omega_{s0} + \Omega) + (\omega_{i0} - \Omega). \tag{1.7}$$

Поскольку  $\omega_{s0}$  и  $\omega_{i0}$  фиксированы, то  $\omega_s = \omega_s(\Omega)$  и  $\omega_i = \omega_i(\Omega)$ , поэтому  $F(\omega_i, \omega_s)$  тоже зависит только от  $\Omega$ , далее будем писать  $F(\Omega) \equiv F(\omega_i, \omega_s)$ .

Наконец, если среда пространственно однородна, интеграл (1.6) берется и выражение упрощается:

$$f(\Omega) \propto \sqrt{\frac{\omega_p^2}{4} - \Omega^2} LE_0 \exp\left(-i\frac{\Delta k(\Omega)L}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta k(\Omega)L}{2}\right).$$
 (1.8)

Значит, ширина спектра определяется из условия

$$-\frac{2\pi}{L} \le k(\Omega) \le \frac{2\pi}{L}.$$
(1.9)

Следовательно, для увеличения ширины спектра достаточно просто уменьшить длину кристалла [31]. Например, в работе [32] ширина спектра, полученного при выполнении условий синхронизма второго типа в коллинеарном режиме от кристалла BBO толщиной 0,5 мм, составляла 15,1 ТГц, а при тех же условиях, но для кристалла толщиной 0,1 мм,— 123,5 ТГц. Однако использование этого метода имеет ограничения, связанные с падением интенсивности рассеянного света при уменьшении L [3].

В работе [33] было предложено компенсировать падение интенсивности бифотонов с помощью увеличения мощности накачки, поместив кристалл внутрь лазерного резонатора. В результате при генерации бифотонов в кристалле BBO толщиной 100 мм в неколлинеарном режиме был получен спектр шириной 55 ТГц.

Кроме того, уширение спектра бифотонного поля возможно благодаря ослаблению зависимости расстройки  $\Delta k(\Omega)$  на некотором интервале частот вблизи точного синхронизма ( $\Delta k = 0$ ), что дает возможность выполнить условия синхронизма для большего диапазона длин волн:

$$\Delta k(\Omega) = k_p - k_s(\omega_{s0} + \Omega) - k_i(\omega_{i0} - \Omega) \equiv k_p - k_{s0}(\Omega) - k_{i0}(\Omega) \quad (1.10)$$

Раскладывая  $\Delta k(\Omega)$  в ряд Тейлора, получим:

$$\Delta k(\Omega) = [k_p - k_{s0} - k_{i0}] - [k'_{s0} - k'_{i0}]\Omega - \frac{1}{2}[k''_{s0} + k''_{i0}]\Omega^2 - \dots \quad (1.11)$$

Отсюда следует, что для выполнения широкополосного синхронизма необходимо выполнение условий

$$k_p - k_{s0} - k_{i0} = 0, (1.12)$$

$$k_{s0}^{'} - k_{i0}^{'} = 0 \tag{1.13}$$

$$k_{s0}^{''} + k_{i0}^{''} = 0. (1.14)$$

Первое условие определяет точное выполнение условия фазового синхронизма для центральных частот сигнального и холостого фотонов, второе - равенство групповых скоростей, а третье - отсутствие дисперсии групповых скоростей.

Во всех указанных выше методах среда, в которой происходила генерация, являлась пространственно однородной. Большей ширины спектра можно достичь, используя неоднородные среды.

К таким способам относится использование чирпированных кристаллов, в которых период модуляции  $\chi^{(2)}$  изменяется вдоль направления распространения накачки. Это создает условия для того, чтобы синхронизм в разных точках кристалла замыкался для разных частот, за счет чего и уширяется спектр.

Так в работе [13] использовался чирпированный кристалл, в котором период обратной решетки p(z) зависел линейно от продольной координаты в кристалле:

$$p(z) = p(0) + \frac{\Delta p}{L} z, \qquad (1.15)$$

так что общее изменение периода внутри кристалла менялось на  $\Delta p$ . . Бифотоны генерировались в коллинеарном режиме.

При этом условия синхронизма (1) модифицируются и выглядят следующим образом:

$$\Delta k = k_p(\omega_p) - k_s(\omega_s) - k_i(\omega_i) - \frac{2\pi}{p(z)}.$$
(1.16)

В работах [34, 35, 36] было предложен способ управления спектром бифотонного поля в чирпированных средах с постоянным периодом в неколлинеарном режиме за счет подбора геометрических параметров СПР, пространственного распределения накачки, а также ее фокусировки. При этом можно получить спектры, ширины которых равны от минимальных значений в несколько нанометров до максимальных порядка 150 нанометров, т.е. значений, получаемых в коллинеарном режиме.

Так авторы [36] зарегистрировали увеличение ширины спектра с 6,2 нм до 148 нм (с 2,8 ТГц до 67 ТГц) с центральной длиной волны 812 нм при уменьшении диаметра пучка накачки с 131 мкм до 1,2 мкм. Эксперимент проводился с кристаллом , вырезанном под углом к оптической оси для коллинеарного вырожденного синхронизма первого типа. Накачкой служил криптоновый лазер, работающий в непрерывном режиме на длине волны 406 нм.

Кроме того, уширение спектра достигается за счет пространственной модуляции показателя преломления. Это может быть осуществлено посредством изменения вдоль кристалла внешних параметров, например, температуры [37] и электростатического поля [38].

Так в работе [37] кристалл КDP был помещен на нагреватель, состоящий из пяти независимых резисторов. За счет этого на поверхности кристалла менялась температура, в целом от начала до конца кристалла на 239 К. Накачкой служил аргоновый лазер, работающий в непрерывном режиме на длине волны 351,1 нм. При этом измерялось увеличение ширины спектра по сравнению с однородно нагретым кристаллом как в вырожденном режиме (с 21 до 154 ТГц), так и в невырожденном (с 2,1 до 48 ТГц). Авторы показали, что данный метод позволяет управлять формой частотного и углового спектра, изменяя температуру терморезисторов.

В статье [38] где авторы исследовали уширение спектра бифотонного поля за счет электрооптического эффекта. Использовался кристалл KDP, вырезанный под углом 50° к оптической оси, накачкой также, служил аргоновый лазер на длине волны 351,1 нм. Прикладываемое поле изменялось ступенчато на 30 В от (-30 кВ/см) на одном конце кристалла до (+30 кВ/см). В результате в невырожденном режиме наблюдалось уширение с 3,5 до 29 ТГц, а в вырожденном с 37 до 72 ТГц. Кроме того, был получен спектр в вырожденном режиме шириной 102 ТГц.

Нужно отметить, что метод приложения поля более удобен в использовании, чем метод нагрева, поскольку требуется меньше времени для установления равновесного распределения. Однако он позволяет получить и меньшую ширину спектра. При этом оба последних метода допускают многократное использование одного и того же кристалла в разных экспериментах, что невозможно в случае чирпированных сред.

### 1.5 Разложение Шмидта

Определить степень перепутанности системы можно также, воспользовавшись подходом, основанным на разложении вектора состояния системы по модам Шмидта.

Базис Шмидта является одним из базисов, которые можно ввести в подпространстве каждого из пары фотонов, и он специально выбирается таким образом, что каждая мода в подпространстве сигнального фотона коррелирует только с одной модой в подпространстве холостого фотона, и наоборот. В общем же случае, при другом выборе базиса, корреляции могут наблюдаться между несколькими модами.

Математически это означает, что при использовании подхода, основанного на разложении по модам Шмидта, запись волнового вектора бифотонного поля в общей форме в виде двойной суммы по базисным векторам в подпространстве каждого фотона  $\{\eta_l^{(1)}(x_1)\}$  $(\{\eta_{l'}^{(2)}(x_2)\})$ 

$$\Psi(x_1, x_2) = \sum_{l,l'} |\eta_l^{(1)}(x_1)\rangle |\eta_{l'}^{(2)}(x_2)\rangle.$$
(1.17)

переходит в одинарную сумму по базисным векторам мод Шмидта  $\{\psi_j(x_1)\}\ (\{\psi_j(x_2)\}):$ 

$$\Psi(x_1, x_2) = \sum_j \lambda_j |\psi_j^{(1)}(x_1)\rangle |\psi_j^{(2)}(x_2)\rangle.$$
(1.18)

Таким образом, подход, основанный на разложении по модам Шмидта, позволяет определить размерность состояния и избежать кросскорреляций между различными модами [39].

Моды Шмидта были выделены для состояний на основе частотных и пространственных степеней свободы [40, 41, 42, 43, 44].

Сложность заключается в том, что при генерации сигнала спонтанного параметрического рассеяния в стандартных условиях от гауссовой накачки, угловые моды в разложении Шмидта выражаются через моды Гаусса-Лагерра или Гаусса-Эрмита [46]. В этом случае моды пространственно перекрываются между собой (рис. 4), что делает процесс одновременной регистрации фотонов во всех модах одновременно затруднительным. Для этих целей можно использовать пространственные модуляторы света (spatial light modulators, SLM). Однако каждый SLM позволяет осуществить проекционное измерение только на одну моду, поэтому для одновременной регистрации



Рис. 3: (a) Схематичная иллюстрация амплитуды бифотона [45] и (b) мод  $f_j^{(s),(i)}$ , наблюдаемых после щелей, помещенных в дальнюю зону сигнального и холостого пучков.



Рис. 4: Первые слагаемые (b-d) в разложении двухгауссовой амплитуды бифотона (a) по модам Гаусса-Эрмита.

фотонов в k модах потребуется k SLM. При этом исходный пучок должен быть разделен на k пучков, и в каждом измерении будет получена информация только об одной из k мод.

Помимо SLM, для данных целей могут быть использованы специальные элементы, селективно преобразующие фазу пучка [47, 48, 49], однако это также приведет к потере эффективности.

Все перечисленные недостатки можно обойти за счет генерации пространственно разделенных мод Шмидта, что было реализовано в главе 3. В этом случае можно установить детекторы во все моды одновременно и регистрировать сигнал во всех модах, не внося дополнительных потерь.

### 1.6 Спонтанное параметрическое рассеяния третьего порядка

К увеличению размерности состояния приводит также увеличение числа фотонов.

О применимости троек фотонов можно косвенно судить по тому, какое распространение получили пары фотонов после демонстрации двухфотонного СПР. Это и линейнооптические вычисления [50], и квантовые повторители [51] и использование пар фотонов при условии регистрации третьего фотона, что включают все возможные области применения двухфотонных состояний света [52, 53].

Для их генерации существует несколько путей, при этом разные способы обеспечивают трифотоны с разными корреляционными свойствами. Наиболее "естественным"способом, когда все три фотона получаются равноправными, является эффект СПР третьего порядка (3-СПР), аналогичный рассмотренному ранее двухфотонному СПР. В данном случае фотоны накачки в среде с кубической нелинейностью распадаются на тройки фотонов меньшей энергии с сохранением энергии и поперечного импульса:

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = \omega_p, \tag{1.19}$$

$$\vec{q}_1 + \vec{q}_2 + \vec{q}_3 = 0, \tag{1.20}$$

где индекс p соответствует фотону накачки, 1, 2 и 3 — фотонам генерируемой тройки,  $\vec{q_i}$  — поперечному импульсу *i*-го фотона.

Эффект 3-СПР был предсказан в 80-х годах [54, 55], однако его экспериментальная демонстрация представляет существенные трудности до сих пор. Причинами этого является слабость процесса (малая величина кубической нелинейности сред), а также большая ширина спектра фотонов троек (как частотного, так и углового) по сравнению с шириной спектра пар при 2-СПР. Ширина частотного спектра зачастую оказывается сопоставимой или даже превышающей диапазон чувствительности существующих детекторов, так что собрать фотоны со всех мод одновременно не представляется возможным. В результате очень слабый интегрально сигнал оказывается распределен по большому количеству пространственных и частотных мод и даже дополнительно ослабляется потерями в регистрирующей части установки.

В качестве сред для генерации трифотонов выбираются среды с наибольшими значениями нелинейной восприимчивости: некоторые кристаллы или оптические волокна. Большое значение также представляют оптические волокна за счет того, что условия синхронизма в них существенно ограничивают пространственный спектр трифотонов и тем самым упрощают их регистрацию. Кроме того, потенциально возможно использование волокон, что отчасти компенсирует низкую эффективность генерации. В ходе данной работы была последовательно рассмотрена каждая группа сред в целях оценки реалистичности генерации триплетов в ней.

# 1.6.1 Сравнение процессов спонтанного параметрического рассеяния третьего порядка в кристаллах и волокнах

К преимуществам использования кристаллов в процессе 3-СПР по сравнению с оптическими волокнами можно отнести:

- сравнительную простоту в выполнении условий фазового синхронизма для мод накачки и трифотонов,
- простоту в изготовлении экспериментальных образцов и, следовательно, меньшую их стоимость,
- меньшую хрупкость образцов,
- больший порог предельно допустимой мощности накачки.

Однако можно отметить следующие недостатки:

- существенную пространственную многомодовость получаемых триплетов, что приводит к невозможности детектирования всего излучения,
- невозможность плавного регулирования параметров синхронизма (что возможно в волноводах за счет изменения параметров их изготовления – диаметра, концентраций допируемых веществ и т.д.).

Генерация трифотонов в кристаллах в процессе 3-СПР обсуждалась в статье [56], однако до сих пор приводились только грубые оценки скорости счета единичных фотонов, а не тройных совпадений, причем интегрально по всему частотно-угловому спектру. Поэтому одной из задач данной работы было проведение оценки скорости регистрации тройных совпадений с учетом характеристик существующих детекторов.

Альтернативно процессу 3-СПР в кристаллах трехфотонные состояния были получены несколькими способами, включающими каскадную генерацию или генерацию с постселекцией триплетов в двухфотонных процессах [57, 58, 59, 60, 61, 62, 63]. Кроме того, генерация трифонов в кристаллах продемонстрирована в процессе вынужденного трехфотонного рассеяния [64], когда помимо накачки на входе в кристалл имеется излучение на той же частоте, что и один из фотонов генерируемой тройки, что увеличивает эффективность генерации.

Более перспективными кандидатами для реализации процесса 3-СПР являются оптические волокна. Как было сказано выше, основным преимуществом их использования по сравнению с объемными кристаллами является пространственное ограничение мод, что упрощает процесс регистрации и уменьшает потери при детектировании сигнала. Кроме того, параметры поддерживаемых ими мод могут существенно варьироваться за счет подбора профиля показателя преломления (ППП) при изготовлении заготовки волокна. Варьируемым параметром также является конечная толщина волокна в процессе вытяжки из заготовки.

Как и в случае с кристаллами, параметры существующих однофотонных детекторов ограничивают длину волны сигнала сверху 1,7 мкм. В данной работе нами были выбраны волокна со следующими характеристиками:

- ППП имеет форму step-index
- Пространственная одномодовость для трифотонов (длина волны накачки в 3 раза меньше, что неизбежно приводит к многомодовости на длине волны накачки)
- сравнительно большая величина разницы показателей преломления сердцевины и оболочки (∆n ≈ 0,05), что продиктовано условиями фазового синхронизма для компенсации дисперсии при столь большой разнице длин волн сердцевины и накачки и что является трудно выполнимой задачей для текущей техники изготовления заготовок

Для получения большого  $\Delta n \approx 0,05$  были изготовлены волокна с повышенным содержанием оксида германия в сердцевине, а также небольшим содержания фтора в оболочке. Оксид германия является стандартным веществом, используемым с целью увеличения показателя преломления, поэтому характеризация германатных волокон довольно подробно освещена в литературе. Кроме того, в таких волокнах уже наблюдалась генерация третьей гармоники [65], т.е. процесса, обратного 3-СПР, с теми же условиями фазового синхронизма, но большей эффективностью. Это означает, что условия фазового синхронизма и для 3-СПР могут быть выполнены при правильном подборе параметров волокон.

Отметим, что генерация третьей гармоники (ГТГ) наблюдалась не только в германатных волокнах, но и в фотоннокристаллических [66], а также была предсказана в микроволокнах [67], однако и микрокристаллические волокна, и микроволокна обладают большой хрупкостью, что является существенным недостатком по сравнению с германатными волокнами.

Теоретический расчет параметров фазового синхронизма для процессов 3-СПР и ГТГ в германатных волокнах можно найти в работах [68, 69, 65], и в том числе он был сделан нашей группой для конкретных параметров заготовки, изготовленной для проведения эксперимента [70]. Оценки [68] дают, что в волокне длиной 1 м от накачки мощностью 1 Вт на длине волны 532 нм будет генерироваться 0,2 триплета в сек., что доступно для наблюдения. Однако в ходе проведения эксперимента нами была обнаружена сильная люминесценция в ИК-области (по спектру совпадающая с ожидаемым сигналом очень слабой интенсивности) при заведении в германатные волокна накачки на длине волны 532 нм. Поэтому одной из целей данной работы было определение природы этой люминесценции и ее подавление. Ниже приведен обзор имеющихся в литературе данных по люминесценции в германатных волокнах.

### 1.6.2 Обзор работ по поглощению и люминесценции в германатных волокнах

Помимо реализации процесса 3-СПР германатные волокна на протяжении длительного времени привлекали большой интерес исследователей благодаря их использованию для записи брэгговских решеток [71], которые применяются как элементы волоконных лазеров [72] и сенсоров [73], в области телекоммуникации [74] и компенсации дисперсии [75]. Поэтому существует множество публикаций, связанных с анализом поглощения и люминесценции в таких волокнах, однако нам не удалось найти данных, соответствующих интересующему нас диапазону (люминесценция в области 1-2 мкм при возбуждении накачкой на длине волны 532 нм).

Было продемонстрировано, что процесс наводораживания при давлении от 1 до 100 атм. приводит к повышению фоточувствительности волокон [76]. Если оно проводится при температуре выше 250°С, то количество германиевых кислородно-дефицитных центров (ГК-ДЦ) увеличивается [77]. Химические реакции с участием водорода проходят только в местах дефектов [78] и, в согласии с нашими экспериментами, вызываются только германием, поскольку в волокнах, содержащих только чистых кварц или фтор, изменения в пропускании от наводораживания не наблюдалось даже при высоких температурах [79].

Химические реакции при наводораживании приводят к появлению дополнительных линий поглощения в видимом и ИК-диапазонах [78] на уровне десятков дБ/км [80] вследствие образования SiOH и GeOH. Однако, если концентрация фосфора в волокнах невысока, эти потери становятся пренебрежимо малы [78]. Наши образцы не содержали фосфора и были короче 10 м, поэтому указанные потери не были существенны. Кроме того, считается, что химическое взаимодействие водорода с кварцем становится значительным только при температурах выше 250°C, а при меньших температурах (имевших место в наших экспериментах) влияние водорода сводится к простой диффузии [77]. При этом диффузия приводит к тому, что не прореагировавшие химически молекулы водорода инициируют появление линии поглощения на длине волны 1,9 мкм [80], что выходит за пределы диапазона чувствительности InGaAs детекторов.

D. M. Krol вместе с соавторами в [81] наблюдали при возбужде-

нии на длине волны 532 нм люминесценцию на длине волны 720 нм, но ими был изучен только диапазон длин волн менее 900 нм. Зависимость интенсивности люминесценции от интенсивности накачки была линейна, что совпадает с нашими результатами. Авторы предположили, что появление этой линии связано с образованием GeH-центров. Однако, для существования этих центров необходим водород, тогда как в нашем случае люминесценция наблюдалась и в отсутствии наводораживания. В то же время, мы наблюдали обратную зависимость интенсивности люминесценции от уровня наводораживания: в [81] при более сильном наводораживании уровень люминесценции возрастал (что связано с ростом числа GeH-центров), тогда как в наших экспериментах наблюдалась обратная тенденция.

Н. Кизwanto и соавторы [82] исследовали люминесценцию от GeHцентров на длине волны 740 нм при возбуждении на 488 нм. Также, как и в работе [81], они наблюдали рост уровня люминесценции с ростом температуры при наводораживании. Однако с некоторым различием: в [82] сначала проводилось наводораживание при комнатной температуре и далее нагревание, а в [81] температуру увеличивали прямо в процессе наводораживания. Наводораживание при комнатной температуре без последующего нагревания не приводило к росту люминесценции, тогда как в нашей работе проведение наводораживания приносило эффект и при комнатной температуре, и при 250°С.

Отметим, что концентрация германия в образцах из [81] была сравнительно небольшой (2,5 mol.% GeO<sub>2</sub>), тогда как наши образцы содержали большое количество германия (31 mol.% GeO<sub>2</sub>). Однако согласно работе [83] увеличение концентрации GeO<sub>2</sub> не приводит к появлению новых типов дефектов в волокнах.

Хорошо известен пик поглощения германатных волокон на длине

волны 240 нм (5,12 eV) [77], связываемый с наличием ГКДЦ [84]. Возбуждение этих центров в УФ-области приводит к возникновению индуцированных потерь в УФ- и видимом диапазонах и появлению центров Ge(n) [85]. Кроме того, эти центры связаны с люминесценцией на длинах волн 620 нм (2 эВ), 680 нм (1,8 эВ) и 400 нм (3,13 эВ), регистрируемых при накачке на 488 нм [86].

В то же время было показано, что двухфотонное поглощение в германатных волокнах возможно только для фотонов с длиной волны не более 550 нм, что соответствует линии однофотонного поглощения на 240 нм [87]. Излучение с длиной волны 266 нм, соответствующее двухфотонному поглощению на длине волны накачки, используемой в наших экспериментах (532 нм), также частично приводит к возбуждению этой линии [88]. Таким образом, можно предположить, что люминесценция в наших образцах напрямую вызвана двухфотонным поглощением на этой длине волны в ГКДЦ. Однако, это противоречит линейной зависимости интенсивности люминесценции от мощности накачки (рис. 26).

В работе [89] наблюдалась люминесценция на длине волны 270 нм, но она не была связана с наличием германия.

Кроме того, известно также, что при разрыве регулярных связей в кварце помимо кислород-дефицитных центров возникают и центы с избытком кислорода. Один из них поглощает на длине волны 260 нм (4,75 эВ). Однако нам удалось найти только данные по люминесценции на длине волны 650 нм.

## 2 Генерация бифотонов с широким частотным спектром в одной пространственной моде

### 2.1 Введение

Как следует из определения параметра Федорова 1.5, частотно широкополосное излучение имеет большой потенциал с точки зрения приготовления перепутанных состояний высокой размерности. Поскольку СПР является нелинейным эффектом с участием квадратичной восприимчивости среды, его интенсивность сравнительно невелика, и большой интерес представляет вопрос об эффективном сборе сигнала со всего частотного диапазона, где он был сгенерирован. При этом использование частотно широкополосного излучения часто предполагает узкий пространственный спектр, в идеале, с минимальной угловой расходимостью. Например, в интерференционных схемах, таких как квантовая оптическая когерентная томография [90]. Это также необходимо для передачи сигнала на большие расстояния с наименьшими потерями. Таким образом, в данной главе решается вопрос о приготовлении состояния СПР с максимально широким частотным спектром в одной пространственной моде, т.е. заведение широкополосного излучения в одномодовый световод.

Рассмотрим частотно-угловой спектр СПР в коллинеарном вырожденном режиме для стандартных условий: нелинейная среда кристалл BBO толщиной 2 мм, длина волны накачки — 325 нм. Он имеет форму креста (рис. 5а), и в силу (1.1) и (1.2) на этом рисунке коррелирующие между собой компоненты располагаются симметрично относительно центра креста, т.е. чем большую частоту имеет фотон, тем больше угол, под которым он распространяется. Таким образом, для получения широкого спектра с сохранением корреляционных характеристик бифотонов требуется выделение широкого углового диапазона (10 град.).

Для того чтобы собрать излучение после кристалла в одномодовое волокно по всем частотам (и следовательно, по всем углам), нужно собирать сигнал с перетяжки  $W_1 = 0, 6$  мкм. Эта величина ограничивает сверху размер перетяжки накачки, т.к. при большей перетяжке накачки часть полезного сигнала не будет попадать в детектор. Одновременно существует ограничение снизу на размер перетяжки накачки, определяемое углом сноса накачки внутри кристалла и его толщиной (рис. 6):  $W_2 = 105$  мкм, и не может быть уменьшено, поскольку уменьшение толщины кристалла приведет к падению интенсивности сигнала. Таким образом, исходный сигнал СПР пространственно многомодовый, и собрать в одномодовый световод модно лишь его часть.

Идея нашего эксперимента заключается в том, чтобы преобразовать исходный спектр так, чтобы одна из его ветвей повернулась, и фотоны с максимально широким частотным спектром попадали в меньший угловой диапазон, регистрируемый одномодовым световодом (рис. 5). Для этого мы предлагаем использовать дифракционную решетку — элемент, осуществляющий угловую дисперсию. Так же, как и для спектра СПР, частотно-угловая характеристика дифракционной решетки для фотонов, отраженных в первый дифракционный порядок в одном и том же направлении, близка к прямой. Таким образом, приравняв наклоны этих прямых (что осуществляется системой линз между кристаллом и решеткой), мы добьемся того, что



Рис. 5: Спектр единичных отсчетов: (а) — после кристалла, (б) — после растяжения по углу эффективной линзой  $L_{eff}$ , (в) — после преобразования дифракционной решеткой; и дисперсириная кривая дифракционной решетки (обозначена голубым). Расчет проводился для случая генерации в кристалле BBO толщиной 2 мм в коллине-арном вырожденном режиме, длина волны накачки 325 нм.



Рис. 6: Снос накачки в кристалле.

все фотоны на разных частотах будут отражаться от решетки в одном и том же направлении.

### 2.2 Теоретический расчет

### 2.2.1 Спектр совпадений бифотонов

Теоретический расчет проводился в соответствии с [91]. Авторы использовали приближения, что все пучки являются параксиальными с Гауссовым профилем и что их длины Рэлея много больше, чем длина кристалла:

$$g_j(\vec{r}) = e^{ik_j z_j} e^{-(x_j^2 + y_j^2)/W_j^2}, \qquad (2.1)$$

где  $(x_p, y_p, z_p) \equiv (x, y, z)$ , а координаты и волновые вектора сигнального и холостого фотонов определяются через координаты накачки и матрицы поворота:

$$\begin{pmatrix} x_{s,i} \\ y_{s,i} \\ z_{s,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{s,i} & \pm \sin \theta_{s,i} \\ 0 & \mp \sin \theta_{s,i} & \cos \theta_{s,i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

$$\vec{k}_{s,i} = k_{s,i} \left(\mp \sin \theta_{s,i} \vec{e}_y + \cos \theta_{s,i} \vec{e}_z\right), \qquad (2.3)$$

где  $\vec{e}_{p,s,i}$  - вектора поляризации соответствующих волн. В представлении вторичного квантования операторы электрического поля имеют вид ( $\alpha_j$  — норма функции  $g_j$ ):

$$\hat{E}_{s,i} = \frac{1}{2} \left( \hat{E}_{s,i}^{(+)} + \hat{E}_{s,i}^{(-)} \right) = \frac{i}{2} \sum_{k_{s,i}} \sqrt{\frac{2\hbar\omega_{s,i}}{n_{s,i}^2 \varepsilon_0}} \frac{\alpha_{s,i}}{\sqrt{L}} \vec{e}_{s,i} g_{s,i} \left(\vec{r}\right) e^{-i\omega_{s,i}t} \hat{a}_{k_{s,i}} + H.c.$$
(2.4)

Процесс СПР описывается гамильтонианом взаимодействия

$$H_{I} = -\frac{2\epsilon_{0}\chi^{(2)}}{8} \int_{-\infty}^{\infty} dx \, dy \int_{-l/2}^{l/2} dz \, \hat{E}_{p}^{(+)} \hat{E}_{i}^{(-)} \hat{E}_{s}^{(-)} + H.c.$$
  
$$= d \int_{-\infty}^{\infty} dx \, dy \int_{-l/2}^{l/2} dz \, \sum_{k_{s},k_{i}} \frac{\hbar\sqrt{\omega_{s}\omega_{i}}}{n_{s}n_{i}} \frac{\alpha_{s}\alpha_{i}E_{p}^{0}}{L} e^{-i\Delta\omega t} \times$$
  
$$\times g_{p}(\vec{r}) g_{s}^{*}(\vec{r}) g_{i}^{*}(\vec{r}) \hat{a}_{k_{s}}^{\dagger}(t) a_{k_{i}}^{\dagger}(t) + H.c. \qquad (2.5)$$

Здесь кристалл считается неограниченным в поперечном сечении,  $\Delta \omega = \omega_p - \omega_s - \omega_i -$ частотная расстройка, а  $d = \frac{1}{2} \vec{e}_p \chi^{(2)} : \vec{e}_s \vec{e}_i -$ эффективная нелинейность кристалла.

Вид гамильтониана определяется интегралом перекрытия мод — частью выражения (2.5), без учета постоянных множителей:

$$\Phi\left(\Delta\vec{k}\right) = \int dz \,\iint dx \,dy \,g_p\left(\vec{r}\right) g_s^*\left(\vec{r}\right) g_i^*\left(\vec{r}\right) \tag{2.6}$$

Проинтегрировав (2.6) по x и y, получим:

$$\Phi\left(\Delta\vec{k}\right) = \frac{\pi}{\sqrt{AC}} e^{-\frac{\Delta k_y^2}{4C}} \int dz \, e^{-Hz^2 + iKz},\tag{2.7}$$

где

$$A = \frac{1}{W_p^2} + \frac{1}{W_s^2} + \frac{1}{W_i^2},$$
(2.8)

$$C = \frac{1}{W_p^2} + \frac{\cos^2 \theta_s}{W_s^2} + \frac{\cos^2 \theta_i}{W_i^2},$$
(2.9)

$$D = \frac{\sin 2\theta_s}{W_s^2} + \frac{\sin 2\theta_i}{W_i^2},\tag{2.10}$$

$$F = \frac{\sin^2 \theta_s}{W_s^2} + \frac{\sin^2 \theta_i}{W_i^2},\tag{2.11}$$

$$H = F - \frac{D^2}{4C},\tag{2.12}$$

$$K = \Delta k_y \frac{D}{2C} + \Delta k_z, \qquad (2.13)$$

здесь  $\Delta \vec{k} = (k_x, k_y, k_z) \equiv (0, k_y, k_z) = \vec{k}_p - \vec{k}_s - \vec{k}_i$  Поскольку в начальном состоянии  $|i\rangle$  в сигнальной и холостой модах не было фотонов  $(|i\rangle = |0_{k_s}, 0_{k_i}\rangle)$ , а в конечном состоянии  $|f\rangle$  в сигнальной и холостой модах появилось по одному фотону  $(|i\rangle = a_{k_s}^{\dagger}a_{k_i}^{\dagger}|0_{k_s}, 0_{k_i}\rangle)$ , из золотого правила Ферми для спектральной скорости излучения в единицу спектрального интервала  $d\omega_s$  получаем:

$$\frac{dR\left(\omega_{s}\right)}{d\omega_{s}} = \left|\frac{d\alpha_{s}\alpha_{i}E_{p}^{0}\Phi(\Delta\vec{k})}{c}\right|^{2}\frac{\omega_{s}\omega_{i}}{2\pi n_{s}n_{i}},\qquad(2.14)$$

эта же формула определяет спектр совпадений детекторов, регистрирующих сигнальный и холостой фотоны. Полная скорость совпадений по всему спектру  $R_T$  вычисляется как интеграл по всем частотам от  $\frac{dR(\omega_s)}{d\omega_s}$ .

Измеряемому в эксперименте спектру совпадений соответствует

величина

$$\int_{\omega_{s}-\frac{\Delta\omega_{s}}{2}}^{\omega_{s}+\frac{\Delta\omega_{s}}{2}}\frac{dR\left(\omega_{s}\right)}{d\omega_{s}}d\omega_{s},$$

где  $\Delta \omega_s$  определяется спектральным окном детектирования. Предположим, что  $\Delta \omega_s$  достаточно узкий интервал, так что функция  $\frac{dR(\omega_s)}{d\omega_s}$ на этом интервале почти не зависит от  $\omega_s$ . Тогда можно получить:

$$R_T(\omega_s) = \frac{dR(\omega_s)}{d\omega_s} \Delta \omega_s \qquad (2.15)$$

Формула (2.15) будет использована в дальнейшем для сравнения с экспериментальными данными.

Найдем, чему равны величины, входящие в (2.15), для нашего эксперимента. Для этого обратимся к рисунку 7 и воспользуемся принципом обратимости хода лучей: конфигурация пучков, попадающих в волокно, совпадает с конфигурацией пучков, испускаемых из волокна. Собственные моды одномодового волокна имеют вид функций Бесселя, однако с хорошей точностью могут быть приближены Гауссовыми функциями [92]. Будем считать, что для всех пучков расходимость одинакова и равна 0,12 рад. Действительно, она определяется углом полного внутреннего отражения сердцевины волокна, т.е. показателями преломления его оболочки и сердцевины. Мы предположим, что эти показатели преломления меняются слабо в интересующем нас диапазоне частот.

Пусть перетяжка сигнального (холостого) пучка на выходе из волокна равна  $W_{s(i)1}$  линзы  $L_F$  и  $L_{eff}$  уширяют спектр по углу соответственно в q и Q раз (q > 1, Q > 1). Тогда перетяжка на дифракционной решетке  $W_{s(i)2} = qW_{s(i)1}$  (рис. 7), а перетяжка в кри-


Рис. 7: К расчету спектра совпадений.  $\theta_{s4}$ ,  $\theta_{s3}$  — угол вылета сигнального фотона в кристалле и в воздухе соответственно,  $\theta_{s2}$  — угол падения на решетку (после преобразования системой линз  $L_{eff}$ ),  $\gamma$ — направление, в котором все пучки отражаются от решетки. Фокусировка в волокно осуществляется с помощью линзы  $L_F$ ,  $\beta_{s1}$  расходимость собственных мод волокна.

сталле  $W_{s(i)3} = QW_{s(i)2}$  (заметим, что перетяжка при переходе из кристалла в воздух не меняется, т.к. она зависит от произведения  $k\beta = n\frac{\omega}{c}\beta \propto n\beta$ , а  $n\sin\beta \sim n\beta$  в параксиальном приближении постоянно).

Расположим волокно так, чтобы в него попадало излучение на вырожденной частоте (на длине волны 650 нм), падающее на решетку вдоль нормали и отраженное под углом  $\gamma$ . Тогда дисперсионная кривая решетки (рис. 5) задается уравнением

$$\sin\gamma - \sin\theta_{s(i)2} = \frac{\lambda_{s(i)}}{d},\tag{2.16}$$

где  $\theta_{s(i)2}$  — угол падения на решетку фотона с длиной волны  $\lambda_s(i)$  (и частотой  $\omega_{s(i)}$ ), d — расстояние между соседними штрихами дифракционной решетки.

Угол распространения в воздухе перед преобразованием на  $L_{eff}$  равен

$$\theta_{s(i)3} = \frac{\theta_{s(i)2}}{Q},\tag{2.17}$$

в кристалле (из формулы Снеллиуса)

$$\theta_{s(i)4} = \arcsin\left(\frac{\sin\theta_{s(i)3}}{n_{s(i)}(\omega_{s(i)})}\right).$$
(2.18)

На рис. 8 приведены расчетные спектры совпадений, предсказываемые теорией, при разных перетяжках накачки (для всех кривых выполнено условие максимизации абсолютного значения скорости счета совпадений  $\frac{W_s}{W_p} = \frac{W_i}{W_p} = \sqrt{2}$ ): красная кривая —  $W_p = 70$  мкм, зеленая кривая -  $W_p = 34$  мкм, синяя кривая —  $W_p = 20$  мкм. Видно, что с ростом  $W_p$  скорость счета совпадений уменьшается, однако



Рис. 8: Спектр совпадений (абсолютное и нормированное значение) для разных перетяжек накачки: красная кривая —  $W_p = 70$  мкм, зеленая кривая —  $W_p = 34$  мкм, синяя кривая —  $W_p = 20$  мкм.

для центрального пика это происходит быстрее, чем для «крыльев», поэтому эффективная ширина спектра совпадений растет с увеличением  $W_p$ . Однако  $W_p$  ограничено сверху: начиная с некоторого значения, на краях образуются провалы, т.е. возникает три пика вместо одного. Зеленая кривая соответствует приблизительно оптимальному значению  $W_p$  (при таком  $W_p$  ширина спектра, измеренная на высоте «крыльев», максимальна) и построена для параметров нашей экспериментальной установки.

Значение  $W_p = 34$  мкм было измерено экспериментально и далее в ходе эксперимента не изменялось.

# 2.2.2 Расчет положений линз для получения оптической системы с увеличением Q

Необходимое преобразование углового спектра между кристаллом и решеткой осуществляется двумя линзами. Вместе они преобразуют спектр эквивалентно одной линзе, обозначенной на рис. 7  $L_{eff}$ , но с перестраиваемым фокальным расстоянием (зависящим от расстояния между линзами). Для определения параметров пучков, распространяющихся в оптических системах, удобны методы матричной оптики [93].

В параксиальном приближении пучок характеризуется вектором  $\begin{pmatrix} y \\ v \end{pmatrix}$  (рис. 9(a)) с компонентами, равными расстоянию до оптической оси (y) и наклону относительно нее (v). Если известна матрица преобразования всей оптической системы  $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ , то вектор пучка на выходе из системы  $\begin{pmatrix} y_2 \\ v_2 \end{pmatrix}$  достаточно просто выражается через вектор на

входе  $\begin{pmatrix} y_1 \\ v_1 \end{pmatrix}$  и матрицу преобразования всей системы:

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ v_1 \end{pmatrix}, \qquad (2.19)$$

где матрица преобразования всей системы в свою очередь определяется как произведение матриц отдельных элементов системы.

В нашем случае система состоит из свободного пространства длиной a (ему соответствует матрица  $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ), первой линзы с фокусным расстоянием f (матрица  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$ ), свободного пространства длиной t (матрица  $\begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ) и второй такой же линзы.

Следовательно,

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}.$$
 (2.20)

Таким образом, угловое увеличение системы линз равно

$$\frac{v_2}{v_1} = Q \tag{2.21}$$

и выбирается таким, чтобы наклон перестроечной кривой СПР совпал с наклоном дисперсионной кривой решетки.

Для параметров нашей установки (кристалл ВВО толщиной 2 мм, фотоны, полученные в коллинеарном режиме при синхронизме типа 1, падают ортогонально на дифракционную решетку с 600 штрихами на мм, длиной волны накачки 325 нм и ) Q = 1,05.

Учитывая (см. рис. 9(б)), что  $y_1 = 0, \frac{y_2}{h} = v_2$ , а также (2.20) и (2.21), найдем расстояние b, где пересекутся лучи после второй линзы (т.е. на каком расстоянии от второй линзы нужно поставить дифракционную решетку).



Рис. 9: (а): Параметры, которыми в матричной оптике характеризуется пучок: y — расстояние до оптической оси и v — наклон по отношению к оптической оси. (б): Преобразование пучка системой линз  $L_{eff}$ , индекс 1 относится к пучку сразу после кристалла, индекс 2 — к пучку после преобразования.

Увеличение линзы  $L_F$  подбирается таким, чтобы в кристалле для размера перетяжки  $W_s$  на вырожденной длине волны и  $W_p$  выполнялось соотношение  $\sqrt{2}W_p = W_s$ . Т.е. q определяется из соотношения

$$\sqrt{2}W_p = W_f \, qQ,\tag{2.22}$$

где  $W_f$  — размер перетяжки моды волокна на вырожденной длине волны, и с учетом размера перетяжки накачки  $W_p = 34$  мкм равно q = 18,7.

#### 2.3 Эксперимент

Схема экспериментальной установки изображена на рис. 10. Накачкой служит гелий-кадмиевый лазер с длиной волны 325 нм. Излучение разряда отсекается призмой Pr и фильтром F<sub>1</sub>. С помощью линзы L<sub>145</sub> с фокусным расстоянием 145 мм накачка фокусируется на кристалл ВВО толщиной 2 мм, вырезанный под коллинеарный вырожденный синхронизм на 351 нм, и далее отсекается фильтром  $F_2$ . Две одинаковые линзы  $L_{40}$  с фокусным расстоянием 40 мм, работающие эффективно как одна L<sub>eff</sub>, уширяют угловой спектр бифотонов после кристалла в Q раз. После отражения от дифракционной решетки ДР фотоны фокусируются объективом  $L_F$  в одномодовое волокно, соединенное через волоконный поляризационный контроллер ВПК со входом волоконного светоделителя ВСД. Сигнал с выходов светоделителя поступает в волоконные детекторы фирмы Excelitas, соединенные схемой совпадений. Для измерения спектра совпадений в одном из каналов используется монохроматор МДР-1. После выходной щели монохроматора излучение фокусируется в многомодовое волокно MMF, которое соединено с детектором  $D_1$ .

В ходе эксперимента был измерен спектр совпадений после дифракционной решетки. Его ширина находилась по формуле

$$\Delta \nu = \frac{1}{R(0)} \int R(\nu) d\nu$$

Кроме того, для этих спектров было рассчитано время корреляции как ширина корреляционной функции второго порядка. Результаты приведены в табл. 1.

	До уширения		После уширения	
	теор.	эксп.	теор.	ЭКСП.
$\Delta \nu$ , THz	36	39	112	99
$\Delta \tau$ , fs	20.3	18.2	4.1	4.8

Таблица 1: Ширина спектра совпадений и время корреляции исходного и уширенного спектров: exp. — экспериментальное значение, teor. — pacчет (ideal — без учета частотной зависимости коэффициента отражения дифракционной решетки, real — после его учета).

В результате ширина спектра совпадений бифотонов после дифракционной решетки составила 99 ТГц при исходной ширине спектра 39 ТГц (в расчетах мы учли частотную зависимость коэффициента отражения дифракционной решетки). В "идеальном"случае, когда все фотоны, независимо от частоты, дифрагируют с одинаковой эффективностью, расчетное значение ширины спектра дистигает 144 ТГЦ. Заметим, что приведенный метод позволяет получить



Рис. 10: Схема экспериментальной установки. Накачка — гелийкадмиевый лазер с длиной волны 325 нм. С помощью линзы  $L_{145}$ накачка фокусируется на кристалл ВВО толщиной 2 мм, вырезанный под коллинеарный вырожденный синхронизм на 351 нм, и далее отсекается фильтром  $F_2$ . Две одинаковые линзы  $L_{40}$  с фокусным расстоянием 40 мм, работающие эффективно как одна  $L_{eff}$ , уширяют угловой спектр бифотонов после кристалла в Q раз. После отражения от дифракционной решетки ДР фотоны фокусируются объективом  $L_F$  в одномодовое волокно, соединенное через волоконный поляризационный контроллер ВПК со входом волоконного светоделителя ВСД. Сигнал с выходов светоделителя поступает в детекторы  $D_1$  и  $D_2$ , соединенные схемой совпадений СС. Для измерения спектра совпадений в одном из каналов используется монохроматор МДР-1.



Рис. 11: Нормированные спектры совпадений: красные кривые — без уширения (после кристалла), черные кривые — уширенные (после дифракционной решетки). Точками показаны экспериментальные данные, кривыми — теория. Черная сплошная кривая соответстует расчету, в который не входит частотная зависимость коэффициента отражения дифракционной решетки, учтенная при построении черной пунктирной кривой.

значение, соизмеримое со значениями, которые позволяют получить другие методы уширения спектра (порядка 100 ТГц, см. п. 1.4), и при этом не влечет уменьшения спектральной яркости, т.е. дополнительных потерь в интенсивности сигнала.

#### 2.4 Выводы

1. Показана принципиальная возможность приготовления пространственно одномодового источника бифотонов с широким частотным спектром на основе частотно-угловой дисперсии.

2. Получено увеличение ширины спектра совпадений бифотонов с  $(39 \pm 5)$  ТГц до  $(99 \pm 4)$  ТГц, что соответствует уменьшению корреляционного времени с 18,2 фс до 4,8 фс.

3. Метод позволяет избежать уменьшения спектральной яркости сигнала, тем самым снизив потери при его регистрации.

### 3 Генерация бифотонов с пространственно разделенными модами Шмидта

#### 3.1 Идея метода

Как обсуждалось в разделе 1.5, моды Шмидта углового спектра СПР, полученного в стандартных условиях от гауссовой накачки, выражаются через моды Гаусса-Эрмита или Гаусса-Лагерра и перекрываются между собой в пространстве. Это делает их регистрацию затруднительной.

Простейший способ выделить набор мод в угловом спектре СПР — поместить набор щелей в дальнюю зону (рис. 3). При этом с уменьшением ширины щелей полученное состояние будет приближаться к одномодовому режиму, но одновременно будут возрастать потери и доля некоррелированных фотонов в каждой моде. В случае же, когда регистрируются моды Шмидта (1.18), между соответствующими сигнальными и холостыми модами попарно будут наблюдаться 100% корреляции.

В данной главе приведен метод, основанный на модуляции пространственного спектра накачки, с тем чтобы в угловом спектре бифотонного поля наблюдалось несколько разделенных в пространстве угловых мод Шмидта. Это значит, что угловые спектры единичных отсчетов каждого фотона из пары можно разбить на несколько неперекрывающихся интервалов (рис. 12)  $S_1, S_2,...$  и  $I_1, I_2,...,$  так что все сигнальные фотоны, попавшие в  $S_j$ , имеют парные им холостые только в одном интервале  $I_j$ , и наоборот, для всех холостых фотонов из  $I_j$  сигнальные обязательно будут находиться только в  $S_j$ .

В этом случае можно выбрать  $S_1, S_2, \dots$  и  $I_1, I_2, \dots$  в качестве

базисных векторов мод Шмидта(1.18), т.е.  $\{\psi_j^{(1)}\} = \{S_1, S_2, ..., S_n\}, \{\psi_j^{(2)}\} = \{I_1, I_2, ..., I_n\}, с плотностью вероятности <math>\lambda_j$  детектирования бифотона в моде j.

Преимуществами такого подхода являются:

- отсутствие потерь, которые возникают в случае других методов приготовления кудитов на основе пространственных степеней свободы;
- возможность получения состояний сравнительно большой размерности и простота изменения размерности;
- простота детектирования.

#### 3.2 Теоретический расчет

В приближении монохроматической накачки с достаточно узким угловым распределением  $v(\mathbf{k}_{\mathbf{p}\perp})$ , так что  $\mathbf{k}_{\mathbf{p}\perp} \ll \mathbf{k}_{\mathbf{p}}$  амплитуда бифотонного поля в дальней зоне определяется выражением [94]

$$F(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = v(\mathbf{k}_{s\perp} + \mathbf{k}_{i\perp}) \cdot \operatorname{sinc}\left[\frac{L}{2}\Delta k_z\right], \qquad (3.1)$$

где  $\perp$  обозначает поперечную компоненту волнового вектора,  $\Delta k_z$  — компоненту расстройки волновых векторов  $\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i$ , параллельную вектору накачки, L — длину кристалла.

Таким образом, второй множитель включает параметры синхронизма и кристалла, а первый — Фурье-образ от распределения накачки по координате на кристалле, т.е. угловое распределение накачки в дальней зоне. Следовательно, варьируя угол синхронизма и



Рис. 12: Идея метода. Модуляция углового спектра накачки приводит к модуляции бифотонного поля в дальней зоне. Разделенные в пространстве моды бифотонного поля (S<sub>1</sub>I<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>I<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>I<sub>3</sub>, S<sub>4</sub>I<sub>4</sub> и S<sub>5</sub>I<sub>5</sub>) соответствуют отдельным максимам углового спектра накачки.

профиль накачки, можно влиять на пространственное распределение бифотонного поля.

Поскольку в выражении (3.1) для амплитуды бифотона функция sinc(x) имеет только один максимум, то для того, чтобы получить поле с несколькими пространственно разделенными модами, необходимо, чтобы несколько разделенных мод присутствовали в угловом спектре накачки.

В соответствии с работами [43, 95, 96] sinc(...) в выражении (3.1) может быть аппроксимирован гауссовой функцией:

$$F(k_{sx}, k_{ix}) = \exp\left(-\frac{(k_{sx}+k_{ix})^2}{2\sigma_k^2}\right) \times \left[\exp\left(-\frac{(k_{sx}-k_{ix}+K)^2}{2\sigma_k^{\prime 2}}\right) + \exp\left(-\frac{(k_{sx}-k_{ix}-K)^2}{2\sigma_k^{\prime 2}}\right)\right],$$
(3.2)

где  $\sigma_k$  соответствует угловой расходимости накачки, а  $\sigma'_k$  определяется из условий фазового синхронизма (Fig. 3a). Для коллинеарных и неколлинеарных условий генерации СПР типа I в частотно вырожденном режиме  $\sigma'_k$  и K выражаются как  $\sigma'_{k,c} = \sqrt{4k_p/(\gamma_1 L)}, K_c = 0$ [46] и  $\sigma'_{k,nc} = \sqrt{n_s}/(L\sqrt{(n_s - n_p)\gamma_2}), K_{nc} = 2\pi\sqrt{2n_s(n_s - n_p)}/\lambda_p = k_s \sin(\theta_{s0})$  [96, 43] соответственно, где через  $n_s$  и  $n_p$  обозначены показатели преломления сигнальных фотонов и фотона накачки,  $\lambda_p =$ длина волны накачки и  $\theta_{s0}$  — угол между направлением распространения накачки и сигнала на вырожденной длине волны.  $\gamma_1 = 0.249$ [45] и  $\gamma_2 = 0.195$  [43] возникают как параметры при аппроксимации  $\operatorname{sinc}(x^2) \approx \exp\{(-\gamma_1 x^2)\}$  и  $\operatorname{sinc}(x) \approx \exp\{(-\gamma_2 x^2)\}$ .

Для эксперимента были выбраны условия генерации СПР в частотновырожденном неколлинеарном режиме типа I, который характеризуется поперечной компонентой волнового вектора K. Форма накачки выбиралась таким образом, чтобы угловое распределение сигнала в дальней зоне вдоль оси x (перпендикулярной волновому вектору



Рис. 13: Угловое распределение амплитуды бифотона для различной расходимости накачки.

накачки, см. рис. 14) представляло собой набор *М* пиков гауссовой формы:

$$F(k_{s_x}, k_{i_x}) = \sum_{m=0}^{M-1} \exp\left(-\frac{(k_{s_x} + k_{i_x} - k(m))^2}{2\sigma_k^2}\right) \times \left[\exp\left(-\frac{(k_{s_x} - k_{i_x} - K)^2}{2\sigma_k'^2}\right) + \exp\left(-\frac{(k_{s_x} - k_{i_x} + K)^2}{2\sigma_k'^2}\right)\right],$$
(3.3)

где  $k(m) = (M - 1 - 2m)k_0/2$ ,  $k_0$  определяет расстояние между соседними пиками (Fig. 13a). Если  $\sigma_k = \sigma'_k$ , (3.3) факторизуется и принимает вид разложения Шмидта.

Распределение поля накачки вдоль оси *x* на поверхности кристалла для получения такого распределения СПР представляет собой произведение периодической функции, определяющей расстояние между соседними модами Шмидта в распределении СПР 3.3, и гауссовой огибающей, определяющей угловой размер каждой моды Шмидта:

$$E_p(x) \propto e^{-\frac{x^2 \sigma_k^2}{2}} \sum_{m=0}^{M-1} \cos(xk(m))$$
 (3.4)

Следовательно, чтобы получить набор пространственно разделенных мод Шмидта (3.3) в угловом спектре СПР, мы должны подобрать  $\sigma_k$  так, чтобы без модуляции  $\cos(...)$  наблюдался одномодовый режим генерации СПР.

#### 3.3 Построение голограмм

Для пространственной модуляции накачки использовался пространственный модулятор света (SLM), способный вносить модуляцию только по фазе. Построение голограмм проводилось в соответствии с работой [97] в приближении, что на модулятор падает плоская волна вида

$$E(\mathbf{r}_{\perp}, z_0) = A(\mathbf{r}_{\perp}, z_0) \exp\left[\Phi(\mathbf{r}_{\perp}, z_0)\right], \qquad (3.5)$$

где  $\mathbf{r}_{\perp}$  — координата в поперечном сечении,  $A(\mathbf{r}_{\perp}, z_0)$  и  $\Phi(\mathbf{r}_{\perp}, z_0)$  — амплитуда и фаза волны в точке ( $\mathbf{r}_{\perp}, z_0$ ).

Голограмма представляет собой закодированную в изображении фазу, состоящую из двух слагаемых: фазы Фурье-образа от поля  $E_{out}$ , которое требуется получить в первом порядке дифракции, и фазы, имитирующей дифракционную решетку с периодом  $\Lambda$ . Причем максимальная эффективноть преобразования наблюдается при условии, что закодированная фаза лежит в диапазоне от 0 до  $2\pi$ :

$$\Omega(m,n) = G(m,n) \operatorname{Mod}(\Phi(m,n) + \frac{2\pi m}{\Lambda}, 2\pi), \qquad (3.6)$$

где m, n — номера пикселей по осям X и Y соответственно, G и  $\Phi$  — амплитуда и фаза Фурье-образа от  $E_{out}, \Lambda$  — период дифракционной решетки.

Дифракционная решетка нужна для разделения в пространстве модулированного (отраженного в первый порядок дифракции) пучка и немодулированного (отраженного в нулевой порядок).

В нашей задаче функция G имела вид (3.3) вдоль оси X и постоянное значение вдоль оси Y, а функция  $\Phi$  была тождественно равна нулю (нас интересует поле в перетяжке). Период дифракционной решетки был равен шести пикселям (рис. 16).

#### 3.4 Эксперимент

Для проведения эксперимента была собрана установка (рис. 14), в которой бифотонное поле генерировалось от гауссовой накачки нужного размера в режиме вырожденного неколлинеарного синхронизма (угол между направлением распространения накачки и направлением распространения параметрики на вырожденной длине волны в воздухе 10°). В качестве нелинейной среды был выбран кристалл BBO толщиной 3 мм.

Накачкой служил диодный лазер, работающий в непрерывном режиме на длине волны 405 нм. Для создания требуемой формы накачки использовался пространственный модулятор света SLM (Holoeye Pluto-VIS phaseonly SLM, размер пикселя 8 мкм, разрешение 1920 × 1080 пикселей), освещенный пучком, расширенным с помощью линз



Рис. 14: Схема экспериментальной установки. Накачкой служил диодный лазер, работающий в непрерывном режиме на длине волны 405 нм. Для создания требуемой формы накачки использовался пространственный модулятор света SLM, освещенный пучком, расширенным с помощью телескопа из линз с фокусными расстояниями 25,4 мм и 500 мм. На кристалл излучение, отраженное в первый порядок дифракции, фокусировалось оптической системой, состоящей из линзы с фокусным расстоянием 300 мм и телескопа (две одинаковые линзы с фокусным расстоянием 100 мм). Преобразование поляризации накачки (из вертикальной в горизонтальную), которое осуществлялось с помощью полуволновых фазовых пластин HWP<sub>1</sub> и HWP<sub>2</sub>. Регистация параметрического излучения в дальней зоне осуществлялась сканированием системы сбора излучения в волокно вдоль оси Х в фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием 100 мм. Система сбора излучения состояла из линзы и установленной перед ней щелью.

с фокусными расстояниями 25,4 мм и 500 мм. На кристалл излучение, отраженное в первый порядок дифракции, фокусировалось оптической системой, состоящей из линзы с фокусным расстоянием 300 мм и телескопа (две одинаковые линзы с фокусным расстоянием 100 мм). Для максимально эффективного отражения в первый дифракционный порядок требовалось преобразование поляризации накачки (из вертикальной в горизонтальную), которое осуществлялось с помощью полуволновой фазовой пластины HWP<sub>1</sub>. Вторая полуволновая фазовая пластина HWP<sub>2</sub> использовалась для обратного преобразования поляризации накачки перед кристаллом.

Мощность накачки на кристалле составляла 0,5 мВт.

Регистация параметрического излучения в дальней зоне осуществлялась сканированием системы сбора излучения в волокно вдоль оси X в фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием 100 мм. Система сбора излучения состояла из линзы и установленной перед ней щелью. Размеры щелей в сигнальном и холостом каналах составляли 0,  $2 \times 4$  мм и 0,  $4 \times 10$  мм (меньший размер вдоль оси X, больший размер вдоль Y). Для частотной фильтрации в каждом канале были установлены интерференционные фильтры с шириной пропускания на полувысоте 10 нм и центральной длиной волны 810 нм (соответствующей вырожденному режиму генерации бифотонов).

В качестве детекторов использовались кремниевые лавинные детекторы на основе фотодиодов Perkin Elmer.

На первой стадии эксперимента мы использовали гауссову накачку без модуляции и подобрали ее расходимость таким образом, чтобы  $\sigma_k = \sigma_k I$ . Сигнал от такой накачки должен быть пространственно одномодовым. Данные эксперимента представлены на рис. 15. Ширина на полувысоте поля накачки была равна  $250 \pm 2$  мкм. Синие точ-



Рис. 15: Измеренное угловое распределение сигнала СПР для немодулированного пучка накачки. Синие точки соответствуют скорости счета детектором одиночных фотонов, красные — скорости счета совпадений, синяя линия — аппроксимация гауссовой функцией. Фиолетовая и черная линия соответственно показывают теоретический расчет для тех же параметров накачки и СПР только на вырожденной длине волны (бесконечно узкая линия по частоте) или с той же спектральной шириной, что и в эксперименте (10 нм).

ки соответствуют скорости счета детектором одиночных фотонов, красные — скорости счета совпадений двух детекторов, в первый из которых попадало все излучение из сигнального канала, а второй сканировался вдоль оси *x* в холостом канале. Отношение ширин этих двух кривых показывает число Шмидта полученного состояния [30]. Таким образом, можно считать, что полученное состояние является одномодовым.

На втором этапе был измерен спектр бифотонного поля с модулированной накачкой вида (3.4) для M = 3. Требуемая форма накачки создавалась в дальней зоне (в фокальной плоскости линзы) при дифракции на пространственном модуляторе света, поэтому маска имела вид Фурье-образа от функции (3.4) (рис. 16). Для контроля за параметрами накачки проводилась аппроксимация изображения, полученного с помощью ССD камеры (Spiricon SP620U) на месте кристалла (рис. 17). В качестве управляющих параметров в выражении (3.4) рассматривались  $k_0$ , обратно пропорциональное периоду модуляции накачки на кристалле, и  $\sigma_k$ , обратно пропорциональное ширине огибающей  $\delta x$ .

Поскольку пучок накачки, попадающий на SLM, имел гауссово распределение, а не однородное, центральный максимум в полученном спектре СПР был ярче, чем остальные. Поэтому при аппроксимации данных с CCD-камеры мы ввели параметр  $\alpha = 0.63$  в Eq. (3.4) и использовали его во всех теоретических расчетах:

$$E_p(x) \propto (1/2 + \alpha \cos(2k_0 x)) \exp\left(-\frac{x^2 \sigma_k^2}{2}\right). \tag{3.7}$$

Используя распределение интенсивности в поперечном сечении снимка CCD-камеры (рис. 17), мы определили параметры распре-



Рис. 16: Распределение фазы на пространственном модуляторе света вдоль ос<br/>и $\boldsymbol{x}.$ 



Рис. 17: Распределение интенсивности накачки, полученное ССДкамерой, расположенной на месте кристалла ВВО и его центральное поперечное сечение (сверху, розовая кривая). Серая область аппроксимация выражением (3.7), черная кривая — ее гауссова аппроксимация.

деления накачки: ширину на полувысоте огибающей поля —  $(246 \pm 2) \,\mu\text{m}$  и  $k_0 = (0.168 \pm 0.002) \,\mu\text{m}^{-1}$ . Отметим, что поскольку размер каждого пикселя составлял 4.4  $\mu\text{m}$ , разрешение камеры было недостаточным для хорошей визуализации распределения, но тем не менее позволило оценить период и ширину огибающей.

Экспериментальные и теоретические угловые распределения интенсивности сигнала представлены на рис. 18. Синие кривые показывают однофотонные распределения, полученные сканированием детектора в сигнальном пучке. Красные, коричневые и розовые — двухфотонные распределения, полученные сканированием щели в сигнальном пучке после помещения второй щели в холостом пучке в три положения, соответствующих максимумам однофотонных распределений. Сплошные кривые на рис. 18b вычислены для парамет-



Рис. 18: Экспериментальные угловые распределения сигнала (a) и расчет (b) для случая трех мод Шмидта (M=3). Синие точки и кривые соответствуют однофотонным распределениям. Красные, коричневые и розовые — двухфотонным. Сплошные кривые на рис. (b) вычислены для параметров эксперимента, пунктирные — для случая слабой фокусировки накачки одновременно вдоль осей x и y и узких щелей вдоль обеих осей ( $0.2 \times 0.5$  мм).

ров эксперимента, пунктирные — для условий слабой фокусировки вдоль осей x и y (ширина на полувысоте огибающей равна 250 мкм) и достаточно узких щелей (0, 2 × 0, 5 мм) вдоль обеих осей.

Также форма углового спектра бифотонного поля была зафиксирована с помощью ICCD камеры (Princeton Instruments PI-MAX3:1024i). Полученные снимки представлены на рис. 19 (время накопления равно 1 минуте). Несимметричность относительно горизонтальной оси объясняется сносом в вертикальной плоскости.

Уширение экспериментальных распределений по сравнению с рас-



Рис. 19: Изображение распределения бифотонного излучения в фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием 100 мм, полученное с помощью ICCD камеры (M=3)

четными объясняется большим размером щелей, что привело к интегрированию интенсивности сигнала вдоль оси *х*. Для иллюстрации этого эффекта на рис. 18b пунктирными линиями приведены расчетные спектры для случая узких щелей. Другой причиной уширения являлся снос накачки, чего можно избежать за счет модуляции формы накачки вдоль обеих осей вместо одной. Кроме того, для сужения распределений в детектирующей части установки можно также использовать более узкополосные частотные фильтры. При этом эффект анизотропии показателя преломления накачки, рассматривавшийся в работе [98], в данной геометрии эксперимента не проявляется и поэтому не приводит к дополнительному уширению угловых распределений.

Различия между однофотонными и двухфотонными распределениями мы объясняем небольшим сдвигом щелей от центрального положения.

#### 3.5 Выводы

- Предложен метод создания системы с пространственно разделенными угловыми модами Шмидта, основанный на модуляции углового спектра накачки.
- 2. Реализованы системы с двумя и тремя пространственно разделенными угловыми модами Шмидта.

## 4 Исследование возможности генерации трехфотонных состояний в средах с кубичной нелинейностью

### 4.1 Оценка скорости генерации трифотонов в кристаллах

#### 4.1.1 Расчет скорости генерации трифотонов

Во втором порядке теории возмущений 3-СПР в объемных кристаллах описывается Гамильтонианом

$$H = \frac{1}{2} \int_{V} d^{3} \vec{r} \sum_{\vec{k}_{1}, \vec{k}_{2}, \vec{k}_{3}} \chi^{(3)} c_{k_{1}} c_{k_{2}} c_{k_{3}} a_{k_{1}}^{\dagger} a_{k_{2}}^{\dagger} a_{k_{3}}^{\dagger} E_{p} \times \exp\left[i(\vec{k}_{p} - \vec{k}_{1} - \vec{k}_{2} - \vec{k}_{3})\vec{r} - i(\omega_{p} - \omega_{1} - \omega_{2} - \omega_{3})t\right] + H.c.,$$

где  $E_p$  — амплитуда плоской классической монохроматической волны накачки, V — объем взаимодействия,

$$c_k \approx i \sqrt{\frac{2\pi\hbar\omega_k}{v}},$$
(4.1)

v — объем квантования и  $a_{ki}^{\dagger}$  — операторы рождения фотонов в модах  $k_i$  (i = 1, 2, 3, p).

Отсюда дифференциальная скорость генерации триплетов в единичном частотном интервале и единичном интервале в пространстве поперечных волновых векторов  $\vec{q}$ :

$$R_{\omega_1 \vec{q}_1 \omega_2 \vec{q}_2 \omega_3 \vec{q}_3} = \Gamma \ l^2 W_p \text{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k_z l}{2}\right) \delta^{(2)}(\vec{q}) \delta(\Omega), \tag{4.2}$$

где

$$\delta^{(2)}(\vec{q}) = \delta(q_{1x} + q_{2x} + q_{3x})\delta(q_{1y} + q_{2y} + q_{3y}),$$
  

$$\Omega_i = \omega_i - \omega_p/3, \quad \delta(\Omega) = \delta(\Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3),$$
  

$$\Gamma = \hbar \left[\chi^{(3)}\right]^2 \omega_1 \omega_2 \omega_3 / \left(c^4 (2\pi)^2 n_1 n_2 n_3 n_p\right),$$
(4.3)

 $n_i$ — показатель преломления <br/> i-й моды  $(i=1,2,3,p), W_p$ — мощность накачки и

c — скорость света.

Интегральная скорость счета

$$R_T \approx I\Gamma l^2 W_p,\tag{4.4}$$

где интеграл

$$I \equiv \int \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k_z l}{2}\right) \,\delta^{(2)}(\vec{q})\delta(\Omega) d\omega_1 \,d\omega_2 \,d\omega_3 \,d\vec{q_1} \,d\vec{q_2} \,d\vec{q_3} \tag{4.5}$$

содержит все пространственные и частотные ограничения, возникающие при использовании реальных детекторов.

Оценим значение I (4.5) при коллинеарных вырожденных условиях генерации в случае двух типов фазового синхронизма: типа I (e-ooo) и типа II (e-ooe).

#### 4.1.2 Расчет скорости генерации тифотонов для синхронизма типа I

В этом случае все фотоны в триплете имеют одинаковую поляризацию, поэтому расстройка волновых векторов в первом приближении квадратична по отстройкам от волновых векторов, соответствующих коллинеарному вырожденному режиму генерации:

$$\Delta k_z(q_{\Sigma}, \Omega_{\Sigma}) = \beta \Omega_{\Sigma}^2 - \alpha q_{\Sigma}^2, \qquad (4.6)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= -\frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 \Delta k_z}{\partial q_i^2} \right]_0 = \frac{3}{2} k_p, \\ \beta &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 \Delta k_z}{\partial \omega_i^2} \right]_0 = \frac{1}{4\pi c^2} \left[ \lambda^3 \frac{\partial^2 n_i}{\partial \lambda_i^2} \right]_0, \\ q_{\Sigma}^2 &= \sum_{i=1,2,3} q_i^2, \quad \Omega_{\Sigma}^2 = \sum_{i=1,2,3} \Omega_i^2. \end{aligned}$$

Таким образом,  $\Delta k_z$  зависит только от двух переменных:  $q_{\Sigma}$  и  $\Omega_{\Sigma}$ , и следовательно, точный синхронизм определяется равенством  $\beta \Omega_{\Sigma}^2 - \alpha q_{\Sigma}^2 = 0$  (пунктирная зеленая линия на рис. 20а).

Проведем замены переменных  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3 \to \Omega_A, \Omega_B, \Omega_C$  (рис. 20с) и  $\vec{q_1}, \vec{q_2}, \vec{q_3} \to \vec{q_A}, \vec{q_B}, \vec{q_C}$  (рис. 20b):

$$\Omega_A = \frac{2\Omega_3 - \Omega_1 - \Omega_2}{\sqrt{6}}, \quad \Omega_B = \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{\sqrt{2}}, \quad \Omega_C = \frac{\Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3}{\sqrt{3}}$$

$$\vec{q}_A = \frac{2\vec{q}_3 - \vec{q}_1 - \vec{q}_2}{\sqrt{6}}, \quad \vec{q}_B = \frac{\vec{q}_1 + \vec{q}_2}{\sqrt{2}}, \quad \vec{q}_C = \frac{\vec{q}_1 + \vec{q}_2 + \vec{q}_3}{\sqrt{3}}$$

В этих переменных  $\delta(\Omega) \equiv \delta(\Omega_C)$  and  $\delta^{(2)}(\vec{q}) \equiv \delta^{(2)}(\vec{q}_C)$  in (4.5), благодаря чему интегралы по  $\Omega_C$  and  $\vec{q}_C$  могут быть легко взяты.

Введем также другие полярные координаты в плоскостях  $(q_{Ax}, q_{Ay})$ ,

 $(q_{Bx}, q_{By}), (q_A, q_B)$  и  $(\Omega_A, \Omega_B)$ :

$$q_{Ax} = q_A \cos \phi_A, \quad q_{Ay} = q_A \sin \phi_A,$$
  

$$q_{Bx} = q_B \cos \phi_B, \quad q_{By} = q_B \sin \phi_B,$$
  

$$q_A = q_\Sigma \cos \phi_q, \quad q_B = q_\Sigma \sin \phi_q,$$
  

$$\Omega_A = \Omega_\Sigma \cos \phi_\Omega, \quad \Omega_B = \Omega_\Sigma \sin \phi_\Omega.$$

Учтем, что якобиан перехода к полярным координатам имеет вид  $J = \Omega_{\Sigma} q_{\Sigma}^3 \cos \phi_q \sin \phi_q$ , тогда интегральная скорость счета I (4.5) примет вид:

$$I = \int dq_{\Sigma} d\Omega_{\Sigma} d\phi_q d\phi_A d\phi_B d\phi_\Omega J \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k_z l}{2}\right) = \frac{(2\pi)^3}{2} \int q_{\Sigma}^3 dq_{\Sigma} \Omega_{\Sigma} d\Omega_{\Sigma} \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k_z l}{2}\right)$$
(4.7)

Область синхронизма в плоскости ( $\Omega_{\Sigma}, q_{\Sigma}$ ) выделена белым на рис. 20а. Каждая точка кривой точного синхронизма в этой области соответствует четверти кольца спектрального распределения в переменных  $q_A - q_B$  (рис. 20b) и целому красному кольцу в переменных  $\Omega_A - \Omega_B$  (рис. 20c). Интегралы по  $q_A - q_B$  и  $\Omega_A - \Omega_B$  включены в Якобиан J.

Интеграл по  $q_{\Sigma}$  в (4.7) можно аппроксимировать произведением подытегрального выражения при точном синхронизме и ширины  $\Delta q_{\Sigma}$  области синхронизма в направлении  $q_{\Sigma}$ . Ее можно найти из условия

$$(\beta \Omega_{\Sigma}^{2} - \alpha (q_{\Sigma} + \Delta q_{\Sigma})^{2})l/2 = \pi \implies q_{\Sigma} \Delta q_{\Sigma} = \frac{\pi}{l\alpha}, \qquad (4.8)$$

что приводит (4.7) к виду

$$I \approx \frac{(2\pi)^3}{2} \int_{0}^{\Omega_{\Sigma max}} \frac{\pi}{\alpha l} \frac{\beta}{\alpha} \Omega_{\Sigma}^3 d\Omega_{\Sigma} = \frac{\pi^4 \beta}{\alpha^2 l} \Omega_{\Sigma max}^4, \qquad (4.9)$$

где 
$$\Omega_{\Sigma max} \equiv \min\left[\frac{2\pi c}{\lambda_{min}} - \frac{\omega_p}{3}, \frac{\omega_p}{3} - \frac{2\pi c}{\lambda_{max}}, \frac{k_p \theta_{max}}{3} \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}\right]$$
 (4.10)

Здесь учтены ограничения в диапазоне детектирования по спектру (от  $\lambda_{min}$  до  $\lambda_{max}$ ) и по углу (не более  $\theta_{max}$ ).

#### 4.1.3 Расчет скорости генерации тифотонов для синхронизма типа II

В этом случае один фотон из триплета имеет поляризацию, совпадающую с поляризацией накачки, поэтому в расстройке волновых векторов остаются линейные члены:

$$\Delta k_{z} = \beta_{o}(\Omega_{1} + \Omega_{2}) + \beta_{e}\Omega_{3} + \alpha_{e}q_{3x} + \frac{1}{2}\gamma_{ox}(q_{1x}^{2} + q_{2x}^{2}) + \frac{1}{2}\gamma_{ex}q_{3x}^{2} + \frac{1}{2}\gamma_{oy}(q_{1y}^{2} + q_{2y}^{2}) + \frac{1}{2}\gamma_{ey}q_{3y}^{2}, \qquad (4.11)$$

где

$$\beta_o \equiv \frac{\partial k_{1,2}}{\partial \omega_{1,2}}, \quad \beta_e \equiv \frac{\partial k_3}{\partial \omega_3}, \quad \alpha_e \equiv \frac{\partial k_3}{\partial q_{3x}},$$
$$\gamma_{ox,y} \equiv \frac{\partial^2 k_{1,2}}{\partial^2 q_{1,2,x,y}}, \quad \gamma_{ex,y} \equiv \frac{\partial^2 k_3}{\partial^2 q_{3,x,y}}.$$

Учтем, что в малом угловом диапазоне в направлении x члены, содержащие вторые производные  $\gamma_{o,ex}$  много меньше, чем члены, содержащие первые производные  $\alpha_{o,e}$ , но в направлении  $y \partial \Delta k_z / \partial q_{iy} = 0$ , и значит вторыми производными  $\gamma_{o,ey}$  нельзя пренебречь.



Рис. 20: (а) Функция  $\operatorname{sinc}^2 \left[\Delta k_z(q_{\Sigma}, \Omega_{\Sigma})l/2\right]$  и соответствующие спектральные распределения в соответствует кривой синхронизма, задаваемой уравнением  $\Delta k_z(q_{\Sigma},\Omega_{\Sigma})=0.$  Вычисления переменных  $q_A - q_B$  (b) и  $\Omega_A - \Omega_B$  (c) для 3-СПР типа I. Зеленая пунктирная кривая на рис. (a) сделаны для 10 см кристалла рутила и накачки на 532 нм.

Введем обозначение  $\gamma \simeq \gamma_{ey} \simeq \gamma_{oy}$ , и получим

$$\Delta k_z = (\beta_o - \beta_e)(\Omega_1 + \Omega_2) - \alpha_e(q_{1x} + q_{2x}) + \gamma(q_{1y}^2 + q_{2y}^2),$$

тогда интеграл І в (4.5) примет вид

$$I = \frac{2\pi}{l|\gamma|} \int \operatorname{sinc}^2 \left( \frac{[\beta_+ \Omega_+ - \alpha_+ q_+]l}{2} \right) d\Omega_+ d\Omega_- dq_+ dq_-,$$

где

$$\Omega_{\pm} = \frac{\Omega_1 \pm \Omega_2}{\sqrt{2}}, \quad q_{\pm} = \frac{q_{1x} \pm q_{2x}}{\sqrt{2}},$$
$$\alpha_{\pm} = \sqrt{2\alpha_e}, \quad \beta_{\pm} = \sqrt{2}(\beta_o - \beta_e),$$

и интервалы по  $q_{1,2y}^2$  в области  $|\Delta k_z l| < 2\pi$  мы можем оценить как  $\Delta q_y^2 = 2\pi/l|\gamma|.$ 

Следовательно, кривая точного фазового синхронизма для 3-СПР типа II имеет вид  $\beta_+\Omega_+ - \alpha_+q_+ = 0$  (зеленая пунктирная линия на рис. 21а). Каждая точка в области фазового синхронизма { $\Omega_+, q_+$ } соответствует диапазонам  $\Delta q_-$  (рис. 21b) и  $\Delta \Omega_-$  (рис. 21c), которые могут быть найдены из условий фазового синхронизма:

$$\Delta q_{-} = 2(q_m\sqrt{2} - |q_+|) = 2\left(q_m\sqrt{2} - \left|\frac{\beta_+}{\alpha_+}\Omega_+\right|\right)$$

(показано синей стрелкой на рис. 21b),

 $\Delta \Omega_{-} = 2(\Omega_m \sqrt{2} - |\Omega_{+}|)$ (показано красной стрелкой на рис. 21с).

Аналогично типу I интеграл по  $q_+$  можно оценить как произведение значения подынтегрального выражения при точном синхронизма и ширины области синхронизма  $\Delta q_+ = 4\pi/|\alpha_e|l$ :

$$I \approx \frac{2\pi}{l|\gamma|} \int_{-\sqrt{2}\Omega_{max}}^{\sqrt{2}\Omega_{max}} d\Omega_{+} \cdot \Delta\Omega_{-}\Delta q_{+}\Delta q_{-} =$$
(4.12)

$$\frac{32\pi^2}{|\alpha_e\gamma|l^2} \int_{-\sqrt{2}\Omega_{max}}^{\sqrt{2}\Omega_{max}} d\Omega_+ \cdot \left(\Omega_m\sqrt{2} - |\Omega_+|\right) \left(q_m\sqrt{2} - \left|\frac{\beta_+}{\alpha_+}\Omega_+\right|\right), \quad (4.13)$$

где  $\Omega_{max}$ ,  $\Omega_m$  and  $q_m$  определяются диапазонами детектирования по частоте и углу, отмеченными на рис. 21:

$$q_m = k_p \theta_{max}, \quad \Omega_{max} \equiv \min[\Omega_m, \Omega_q],$$
  
$$\mathbf{M} \quad \Omega_m \equiv \min\left[\frac{2\pi c}{\lambda_{min}} - \frac{\omega_p}{3}, \frac{\omega_p}{3} - \frac{2\pi c}{\lambda_{max}}\right], \quad \Omega_q \equiv q_m \frac{\alpha_+}{\beta_+}.$$



Рис. 21: (а) Функция  $\operatorname{sinc}^2 \left[\Delta k_z(\Omega_+, q_+)l/2\right]$  и диапазоны ее интегрирования по  $q_1, q_2$  (b) и по  $\Omega_1, \Omega_2$  (c) для 3-СПР типа II. Зеленая пунктирная линия в (a) соответствует кривой точного фазового синхронизма, определяемой уравнением  $\Delta k_z(\Omega_+,q_+)=0.$  Вычисления сделаны для кристалла кальцита толщиной 1 мм и накачки на 532 нм.
#### 4.1.4 Оценка минимального времени наблюдения

Приведенные выше расчеты показывают, что трифотоны имеют достаточно широкий частотный спектр, так что в большинстве случаев существующими детекторами можно зарегистрировать только два фотона из триплета. Оценим минимальное время наблюдения двойных и тройных совпадений в схеме, изображенной на рис. 22.

Минимальным временем наблюдения  $T_3$  будем считать то время, по прошествии которого становится возможным выделить полезный сигнал от тройных совпадений  $R_s^{(3)}$  на фоне шумовых совпадений  $R_n^{(3)}$ . Математически это означает, что общее число отсчетов от тройных совпадений, определяемое как разность суммарных отсчетов от сигнала и шума интегрально и отдельно только от шума  $N_s^{(3)} = R_s^{(3)}T_3$ , не менее чем в  $t_{C,\infty}$  раз выше, чем его стандартное отклонение  $\sigma_s^{(3)}$ , где  $t_{C,\infty}$  — параметр Стьюдента для уровня совпадений C. В предположении пуассоновского распределения фотоотсчетов можно вычислить дисперсию:

$$\sigma_n^{(3)} = \sqrt{R_n^{(3)}T_3}, \quad \sigma_{n+s}^{(3)} = \sqrt{\left(R_n^{(3)} + R_s^{(3)}\right)T_3}$$
$$\sigma_s^{(3)} = \sqrt{\left(\sigma_n^{(3)}\right)^2 + \left(\sigma_{n+s}^{(3)}\right)^2} = \sqrt{\left(2R_n^{(3)} + R_s^{(3)}\right)T_3}$$

и найти  $T_3$ :

$$N^{(3)} = T_3 R_s^{(3)} = t_{C,\infty} \sigma_s^{(3)} = t_{C,\infty} \sqrt{\left(2R_n^{(3)} + R_s^{(3)}\right)T_3}.$$

Предполагая характеристики детекторов (квантовую эффективность  $\eta$  и шумовую скорость счета единничных фотонов  $R_n^{(1)}$ ) примерно одинаковыми, временное разрешение электроники (обычно ограничиваемое джиттером детекторов)  $\delta \tau$  и  $R_T$ , вычисленным из выражения (4.4), получим:

$$R_n^{(3)} = \left(R_n^{(1)}\right)^3 \delta\tau^2, \tag{4.14}$$

$$R_s^{(3)} = \xi_3 R_T \eta^3, \tag{4.15}$$

где параметр  $\xi_3$  (а также параметр  $\xi_2$ , определяемый ниже) характеризует свойства неполяризационных светоделителей, потенциально используемых для деления сигнала на три канала.

Следовательно,

$$T_3 = t_{C,\infty}^2 \frac{2\left(R_n^{(1)}\right)^3 \delta\tau^2 + \xi_3 R_T \eta^3}{\left(\xi_3 R_T \eta^3\right)^2}.$$
(4.16)

Аналогичные выражения можно получить для минимального времени наблюдения  $T_2$  ( $T_1$ ), требуемого для различения сигнала от двухфотонных совпадений (сигнала от единичных отсчетов):

$$T_{2} = t_{C,\infty}^{2} \frac{2\left(R_{n}^{(1)}\right)^{2} \delta\tau + \xi_{2} R_{T} \eta^{2}}{\left(\xi_{2} R_{T} \eta^{2}\right)^{2}},$$
(4.17)

$$T_1 = t_{C,\infty}^2 \frac{2R_n^{(1)}\delta\tau + R_T\eta}{(R_T\eta)^2}$$
(4.18)

Ситуация, соответствующая случаю, показанному на рис. 22 (последовательно установленные светоделители 30/70 и 50/50, которые позволяют получить примерно равные по интенсивности сигналы в каждом из трех каналов). В этом случае  $\xi_3 = 0.22$  and  $\xi_2 = 0.75$ .



Рис. 22: Схема эксперимента по наблюдению двойных и тройных совпадений от фотонов, сгенерированных в процессе 3-СПР.

### 4.1.5 Оценки для кристаллов кальцита и рутила

Кристаллы кальцита и рутила обладают сравнительно большими кубическими восприимчивостями, поэтому для них были сделаны оценки скорости генерации триплетов и минимальных времен наблюдения при накачке на длинах волн 266, 325, 405 и 532 нм (табл. 2). Показатели преломления взяты из работ [99] и [100], рассматривался случай коллинеарного режима 3-СПР. Используя значения матричных элементов  $\chi^{(3)}$  [101, 102, 103, 104] и зависимости  $\chi^{(3)}$  от угла между направлением распространения накачки и оптической осью кристалла [105], мы нашли значения эффективной кубической восприимчивости  $\chi^{(3)}_{eff}$  (табл. 2). Интегральная скорость счета (4.4) для рутила рассчитывалась по формуле (4.9) и по формуле (4.12) для кальцита. Характеристики существующих детекторов, используемые в расчетах, приведены в таблице 3.

фотонов  $R_T$ , времени накопления для регистрации тройных и двойных совпадений  $T_3$  и  $T_2$ для различных длин волн  $\lambda_p$  и мощностей  $W_p$  накачки, нелинейных сред, длин кристаллов l и Таблица 2: Расчетные значения эффективной восприимчивости  $\chi^{(3)}_{eff}$ , скорости генерации тринатора для кристалла. Зеленым помечены легко доступные в эксперименте значения, желтым типов фазового синхронизма для различных детекторов с учетом возможного наличия резо-— трудно доступные, красным — невозможные для наблюдения.

$T_2$	(days)	15	$1.4 \cdot 10^{-2}$	750	1  000	$2.0\cdot 10^{11}$	370	$2.0\cdot 10^{11}$	690	$2.8\cdot 10^7$	$3.9\cdot 10^3$
$T_3$	(ays)	94	$9.4\cdot 10^{-2}$	5200	18000	$8.1\cdot 10^{10}$	6200	$8.2\cdot 10^{10}$	$1 \ 200$	$1.1\cdot 10^7$	$6.6\cdot 10^4$
$R_T$	(Hz)	$4.0\cdot 10^{-5}$	$4.0\cdot 10^{-2}$	$1.1\cdot 10^{-5}$	$3.4\cdot 10^{-6}$	$1.8\cdot 10^{-4}$	$9.5\cdot 10^{-6}$	$1.8\cdot 10^{-4}$	$5.0\cdot 10^{-6}$	$1.5\cdot 10^{-2}$	$8.9\cdot 10^{-7}$
Cavity			+	_	⊦	_	ł	_	⊦		
	(mm)	1 0	0.1	1 0	0.1	- C	0.1	1	0.1	100	0.77
Detector		CIC V CIC V CIC V		Si APD	Super Cond.	PMD	Super Cond.	PMD	Super Cond.	PMD	Super Cond.
$W_{p},$	$(\mathbf{W})$	10	TU	200	0.U		0.0	0	TU	10	TO
$\chi^{(3)}_{eff}$	$(10^{-15} \mathrm{esu})$	66 U	70.0	0 EO	0.03	<i>31</i> 0	0.10	00 0	0.00	J 1 L	0.17
Medium		Calcite	(e→00e)	Calcite	(e→00e)	Calcite	(e→00e)	Calcite	(e→00e)	Rutile	(o→eee)
$\lambda_p$	(mm)	996	700	90E	070		CU <del>1</del>	603	700	с01 Г	700

Отметим, что хотя рутил — положительный кристалл и в синхронизме типа I все фотоны из тройки являются необыкновенными, можно показать, что даже в этом случае вычисления, основанные на (4.9), дают погрешность по  $\Delta k_z$  в размере 10%.

Условия синхронизма в кальците выполняются на рассматриваемых длинах волн для каждого типа синхронизма ( $e \rightarrow 000$ ,  $e \rightarrow 000$  и  $e \rightarrow 000$ ), но для всех типов, кроме  $e \rightarrow 000$ е, значения  $\chi_{eff}^{(3)}$  очень малы и поэтому не представлены в табл. 2.

Особого внимания заслуживает определение оптимальной длины кристалла *l* и диапазона детектирования по угловым переменным.

Отметим, что интегральная скорость счета пропорциональна l в синхронизме типа I (4.2), (4.9) и не зависит от l для типа II (4.2), (4.12). Последнее верно до тех пор, пока в неравенстве (см. (4.12) и далее)

$$\left|\Delta k_z\right| = \left|\alpha q + \frac{1}{2}\gamma q^2\right| < \frac{2\pi}{l}$$

можно пренебречь квадратичными членами. Для кальцита это выполняется для  $l \gg l_{min} = 4\pi\gamma/\alpha^2 \sim 0.05$  mm. Но длина кристалла может ограничить диапазон детектирования по углу. Для многофотонного детектирования (см. табл. 2) мы выбрали значение  $\theta_{max} = \pi/2$  (мы предполагаем, что все излучение может быть сфокусировано на окно детектора)<sup>1</sup>. Но в случае одномодового детектирования угловой диапазон определяется расходимостью гауссовой моды  $\theta_{max} = \lambda/\pi w$ , где w — перетяжка накачки, которая должна быть меньше, чем пространственный снос  $\rho l$  (обычно  $\rho \sim 0.1$ ). Значит

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Такие большие углы выходят за пределы модели, но мы предполагаем, что они вмогут быть использованы для грубых оценок

 $\theta_{max} \propto 1/l$ . Следовательно, в синхронизме типа II мы должны использовать максимально тонкий кристалл (в наших вычислениях  $l = 2l_{min} = 0.1$  мм). В синхронизме типа I длину кристалла нужно уменьшать до того момента, пока пределы интегрирования в (4.9) не станут ограничиваться угловым диапазоном. Это означает, что оптимальная длина кристалла

$$l = \frac{k_p \lambda}{3\pi\rho} \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} / \min\left[\frac{2\pi c}{\lambda_{min}} - \frac{\omega_p}{3}, \frac{\omega_p}{3} - \frac{2\pi c}{\lambda_{max}}\right].$$

Для многомодового детектирования в типе I следует брать кристалл максимально возможной длины (мы проводили вычисления для 100 мм).

#### 4.1.6 Выводы

Из табл. 2 следует, что единственным доступным для проведения эксперимента является случай генерации СПРТП в кристалле кальцита от накачки 266 нм мощностью 10 Вт, помещенном в резонатор, где для детектирования используются кремниевые лавинные фотодиоды. В кристалле рутила, несмотря на достаточно большую нелинейность, имеет место большое поглощение накачки, что делает неэффективным использование резонатора на длину волны накачки. Кроме того, из-за его дисперсионных свойств условия фазового синхронизма замыкаются только в области чувствительности пространственно одномовых сверхпроводящих детекторов, что позволяет зарегистрировать только малую часть получаемых триплетов.

$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	nt rate $R_n^{(1)}$ Jitter       Hz)     (ps)       (00     350       000     200       1     70
	100 350
00–1040 Multi 0.1-0.7 100 350	Hz) (ps)
(nm) of spatial modes efficiency $\eta$ (Hz) (ps) 0-1040 Multi 0.1-0.7 100 350	nt rate $R_n^{(1)}$ Jitter

Таблица 3: Характеристики однофотонных детекторов, используемых для регистрации триплетов

<sup>1</sup> Excelitas SPCM-AQRH-16 <sup>2</sup> IDQuantique ID210

20

50000

0.01

Multi

950 - 1700

 $PMD^4$ 

<sup>3</sup> Scontel SSPD

<sup>4</sup> Hamamatsu R3809U-69



Рис. 23: Схема эксперимента по регистрации люминесценции.

# 4.2 Генерация трифотонов в волокнах с повышенным содержанием германия

#### 4.2.1 Исследование люминесценции

Схема установки по регистрации люминесценции изображена на рис. 23. В качестве накачки использовался диодный лазер с мощностью 40 мВт на длине волны 532 нм. На выходе из волокна накачка отсекалась фильтром с полосой пропускания в диапазоне 0,6-2 мкм. Регистрация люминесценции производилась с помощью InGaAs детектора IDQ-210 с квантовой эффективностью 2,5%, и его средняя скорость счета была пропорциональна средней интенсивности сигнала. Для ввода и вывода сигнала из германатных волокон использовались линзы  $L_1$ ,  $L_2$  и  $L_3$ .

В эксперименте использовались волокна с содержанием германия 31 мол. %. Параметры синхронизма для них рассчитаны в [70]. Такие волокна сильно поглощают в ультрафиолетовой области, а также в видимом диапазоне (рис. 24).



Рис. 24: Спектр поглощения германатных волокон.



Рис. 25: Нормированный спектр люминесценции в стандартных германатных волокнах от накачки 532 нм.

Люминесценция не только совпадала по спектру с ожидаемым сигналом, но и полностью покрывала весь диапазон чувствительности InGaAs-детекторов. На рис. 25 приведен нормированный спектр люминесценции. Пики в области 1000-1200 нм предположительно связаны с хроматическими аберрациями в покрытии линз.

Интенсивность люминесценции зависела линейно как от длины волокна, так и от мощности накачки (рис. 26), что означает отсутствие вкладов в люминесценцию от нелинейных процессов.

Скорость счета сигнала люминесценции интегрально в области



Рис. 26: Голубым показана зависимость скорости счета люминесценции от мощности накачки (точки) и ее линейная аппроксимация (линия). Розовым показана зависимость скорости счета люминесценции от длины волокна (точки) и ее линейная аппроксимация (линия).

1000-1800 нм составляла  $10^9 \,\Gamma \mu \,\mathrm{Br}^{-1} \,\mathrm{m}^{-1}$ , что соответствует скорости генерации  $10^{11} \,\Gamma \mu \,\mathrm{Br}^{-1} \,\mathrm{m}^{-1}$ . Это на 12 порядков превышает ожидаемую скорость генерации трифотонов [68]. При этом оценки необходимого времени накопления для выделения сигнала на трифотонов на фоне люминесценции, аналогичные оценкам, приведенные в предыдущем разделе для кристаллов, на уровне нескольких часов, ограничивают уровень люминесценции на уровне  $10^4 \,\Gamma \mu \,\mathrm{Br}^{-1} \,\mathrm{m}^{-1}$  Таким образом, возникает необходимость подавления люминесценции минимум на 7 порядков.

В ходе работы была проверена гипотеза, что источник люминесценции находится в самом световоде, а не в его полимерном покрытии. Для этого был измерен спектр люминесценции в отсутствии покрытия. Кроме того, был измерен спектр люминесценции от световода без покрытия, помещенного в иммерсионную жидкость, подсолнечное масло, с показателем преломления, близким к показателю преломления оболочки световода. В обоих случаях удалось добиться уменьшения сигнала люминесценции, но не более чем в два раза. Из этого был сделан вывод, что основной источник люминесценции находился в самой сердцевине волокна.

Далее был изучен вопрос влияния оксида германия на величину люминесценции. Для этого помимо оптимального для генерации трифонов волокна с содержанием 31 mol.% (A) мы исследовали волокно с содержанием 15 mol.% Ge (B), стандартное волокно SMF28 с 3 mol.% Ge (C), а также волокно (A) без покрытия, помещенное в иммерсионную жидкость (D), а также волокно (A) после выдерживания в водородной камере (E), о котором подробнее речь пойдет ниже. Полученные для них данные поглощения и люминесценции представлены на рис. 27.



Рис. 27: Корреляции между поглощением и люминесценцией в волокнах с различным содержанием оксида германия.

При этом в волокне, не содержащем германия, не наблюдалось ни люминесценции (на фоне шумов, составлявших  $2 \cdot 10^4 \Gamma \mathfrak{l} \cdot c^{-1}$ ), ни поглощения на длине волны 532 нм.

Кроме того, люминесценции не наблюдалось и в видимой области и ближнем ИК от 400 до 1000 нм.

Заметим, что смещение длины волны накачки в красную область приводит к уменьшению сигнала люминесценции. Так, в случае накачки на 650 нм его скорость счета уменьшилась на два порядка по сравнению с люминесценцией от 532 нм.

Также было исследовано влияние радиуса намотки волокна на люминесценцию. В результате было показано, что уменьшение радиуса намотки в 4 раза приводит к увеличению сигнала люминесценции в 1,7 раз, что может быть вызвано образованием дополнительных дефектов при деформации.

Фокусировка накачки в волокно неоптимальным способом позволяет сдвинуть максимум сигнала люминесценции по длине волны, но не избавиться от него полностью.

Однако полного подавления люминесценции добиться не удалось.

Единственным эффективным методом подавления люминесценции оказалось насыщение волокон водородом при высоком давлении. При этом атомы водорода взаимодействуют с дефектами в структуре кварца, образуя новые соединения, в результате чего уменьшается количество люминесцирующих молекул. Взаимодействие с водородом было произведено для двух образцов волокна, полученного из одной заготовки, при следующих параметрах:

- температура 20°С, давление 100 атм., время ожидания 1 сутки, диаметр волокна 123 мкм;
- температура 100°С, давление 200 атм., время ожидания 1 сутки, диаметр волокна 140 мкм.

В обоих случаях в результате сигнал люминесценции уменьшился на два порядка и составлял 10<sup>7</sup> Гц Вт<sup>-1</sup> м<sup>-1</sup>, однако по-прежнему был слишком большим для наблюдения трифотонов. Отметим, что после процедуры наводораживания интенсивность люминесценции падала, но уровень поглощения не менялся, тогда как в образцах, не подвегнувшихся наводораживанию, уровни люминесценции и поглощения изменялись синхронно.

Поскольку одной из возможных причин возникновения люминесценции является наличие в заготовке резких перепадов концентрации германия и, как следствие, особенностей в радиальной зависимости профиля показателя преломления (ППП), была изготовлена заготовка со сглаженным профилем ППП. При ее изготовлении поддерживалась та же концентрация германия, что и в первоначальной заготовке, но удалось существенно уменьшить центральный провал ППП. Однако несмотря на это измерения показали, что мощность сигнала люминесценции осталась на том же уровне.

### 4.2.2 Выводы

1. В германатных волокнах наблюдается люминесценция в диапазоне 1000-1800 нм, достигающая  $10^9 \,\Gamma \mu \, Br^{-1} \, m^{-1}$ .

2. Источник люминесценции находится в сердцевине волокон или на границе между сердцевиной и оболочкой и связан с допированием германием.

3. Смещение длины волны накачки в красную область ослабляет люминесценцию на два порядка.

4. В видимом диапазоне и ближнем ИК люминесценции не наблюдается.

5. Выдерживание волокон в камере под высоким давлением водорода ослабляет люминесценцию на два порядка.

## 5 Заключение

Основные результаты работы:

1. Предложен и реализован метод создания источника пространственно одномодового двухфотонного света с широким частотным спектром, основанный на частотно-угловой дисперсии.

2. Предложен и реализован метод создания двухфотонного света с пространственно разделенными угловыми модами Шмидта, основанный на модуляции углового спектра накачки.

3. Рассчитана скорость счета единичных отсчетов детекторов при регистрации трехфотонного света с учетом частотных и угловых распределений реальных детекторов, а также при регистрации парных и тройных совпадений.

4. Исследованы способы подавления люминесценции в волокнах с высоким содержанием оксида германия в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах от накачки на длине волны 532 нм.

Для дальнейшего исследования путей регистрации трехфотонных состояний, получаемых в процессе СПР третьего порядка, перспективными являются резонаторы, поддерживающие моды шепчущей галереи. Они позволяют на много порядков увеличить интенсивность накачки за счет большой добротности и тем самым частично скомпенсировать малую эффективность 3-СПР.

Результаты диссертационной работы рекомендуется для использования научными группами, специализирующимися на исследованиях в области квантовой оптики, волоконной оптики и лазерной метрологии.

# 6 Список литературы

- Freedman S. J., Clauser J. F. Experimental test of local hiddenvariable theories // Physical Review Letters. — 1972. — Vol. 28, no. 14. — P. 938–941.
- [2] Klyshko D. N. The nonclassical light // Physics-Uspekhi. –
   1996. Vol. 39, no. 6.
- [3] Klyshko D. N. Photons and nonlinear optics. Routledge, 1980. —
   P. 260.
- [4] Giovannetti V., Lloyd S. Quantum enhanced positioning and clock synchronization // Nature. — 2001. — Vol. 412. — P. 417–419. — 0103006v3.
- [5] Giovannetti V., Lloyd S., Maccone L. Clock synchronization with dispersion cancellation. — P. 3–6. — 0105156v1.
- [6] Klyshko D. N. Use of two-photon light for absolute calibration of photoelectric detectors // Sov. J. Quantum Electron. — 1980. — Vol. 10. — P. 1112.
- [7] Absolute calibration of analog detectors by using parametric down conversion / Giorgio Brida, M. Chekhova Maria, Marco Genovese et al. // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. — 2007. — Vol. 56, no. 2. — P. 275–279. — 0802.0346.

- [8] Absolute brightness measurements in the terahertz frequency range using vacuum and thermal fluctuations as references / G. Kh Kitaeva, P. V. Yakunin, V. V. Kornienko, A. N. Penin // Applied Physics B: Lasers and Optics. — 2014. — Vol. 116, no. 4. — P. 929–937.
- [9] A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit / J. Abadie, B. P. Abbott, R. Abbott et al. // Nature Physics. 2011. Vol. 7, no. 12. P. 962-965. URL: http://dx.doi.org/10.1038/nphys2083.
- [10] D'Angelo M., Chekhova M., Shih Y. Two-Photon Diffraction and Quantum Lithography // Physical Review Letters. — 2001. — Vol. 87, no. 1. — P. 13602–13604. — URL: http://link.aps.org/ doi/10.1103/PhysRevLett.87.013602.
- [11] Strekalov D. V., Dowling J. P. Two-photon interferometry for high-resolution imaging // Journal of Modern Optics. 2002. Vol. 49, no. 3-4. P. 519–527. 0104115.
- [12] Quantum interferometric optical lithography : Exploiting entanglement to beat the diffraction limit / Agedi N Boto, Pieter Kok, Daniel S Abrams et al. // Quantum Electronics and Laser Science Conference QELS 2000 Technical Edition TOPS Postconference Vol40 IEEE Cat Digest No00CH37089. – 2000. – Vol. 85, no. 13. – P. 9. – URL: http://arxiv.org/abs/quant-ph/9912052.
- [13] Enhancing the axial resolution of quantum optical coherence tomography by chirped quasi-phase matching. / Silvia Carrasco,

Juan P Torres, Lluis Torner et al. // Optics Letters. — 2004. — Vol. 29, no. 20. — P. 2429-2431. — URL: http://www.ncbi.nlm. nih.gov/pubmed/15532289.

- [14] Measurement of infrared optical constants with visible photons / Anna Paterova, Hongzhi Yang, Chengwu An et al. // New Journal of Physics. — 2018. — Vol. 20, no. 4.
- [15] Tunable optical coherence tomography in the infrared range using visible photons / Anna V. Paterova, Hongzhi Yang, Chengwu An et al. // Quantum Science and Technology. — 2018. — Vol. 3, no. 2.
- [16] Khan M. J., Chen J. C., Kaushik S. Nonlinear Parametric Upconversion // Optics Letters. – 2007. – Vol. 32, no. 22. – P. 3248–3250.
- [17] Efficient upconversion of subterahertz radiation in a high-Q whispering gallery resonator. / D V Strekalov, a a Savchenkov, a B Matsko, N Yu // Optics letters. — 2009. — Vol. 34, no. 6. — P. 713–715. — 0807.5098.
- [18] Bartlett S. D., Sanders B. C. Requirement for quantum computation // Journal of Modern Optics. — 2003. — Vol. 50-15, no. 17. — P. 2331–2340. — 0302125.
- [19] Nielsen M. A. Optical quantum computation using cluster states // Physical Review Letters. — 2004. — Vol. 93, no. 4. — P. 040503–1.
- [20] Universal Quantum Computation with Continuous-Variable Cluster States / Nicolas C. Menicucci, Peter van Loock, Mile Gu et al. // Physical Review Letters. — 2006. — Vol. 97,

no. 11. – P. 110501. – URL: https://link.aps.org/doi/10. 1103/PhysRevLett.97.110501.

- [21] Quantum cryptography / Nicolas Gisin, Grégoire Ribordy, Wolfgang Tittel, Hugo Zbinden // Reviews of Modern Physics. — 2002. — Vol. 74, no. 1. — P. 145-195. — URL: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/10990784http: //link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.74.145.
- [22] Security of Quantum Key Distribution Using d-Level Systems / Nicolas Cerf, Mohamed Bourennane, Anders Karlsson, Nicolas Gisin // Physical Review Letters. — 2002. — Vol. 88, no. 12. — P. 127902. — URL: http://link.aps.org/doi/10. 1103/PhysRevLett.88.127902.
- [23] Quantum secure direct communication with high-dimension quantum superdense coding / Chuan Wang, Fu-Guo Deng, Yan-Song Li et al. // Physical Review A. - 2005. - apr. - Vol. 71, no. 4. - P. 044305. - URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/ PhysRevA.71.044305.
- [24] Bruss D., Macchiavello C. Optimal Eavesdropping in Cryptography with Three-Dimensional Quantum States // Physical Review Letters. - 2002. - Vol. 88, no. 12. - P. 1-4. - URL: http: //link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.88.127901.
- [25] Bourennane M., Karlsson A., Björk G. Quantum key distribution using multilevel encoding // Physical Review A. - 2001. - Vol. 64, no. 012306. - P. 1-5. - URL: http://link.aps.org/doi/10. 1103/PhysRevA.64.012306.

- [26] Experimental quantum cryptography with qutrits / Simon Gröblacher, Thomas Jennewein, Alipasha Vaziri et al. // New Journal of Physics. — 2006. — may. — Vol. 8, no. 5. — P. 75-75. — URL: http://stacks.iop.org/1367-2630/8/i=5/a=075? key=crossref.573f2b8a35f0eb373ce957b5369c9a12.
- [27] Takesue H., Inoue K. Quantum secret sharing based on modulated high-dimensional time-bin entanglement // Phys. Rev. A. – 2006. – Vol. 74, no. 012315.
- [28] Stenholm S., Bardroff P. J. Teleportation of N -dimensional states // Phys. Letters Ser. A. - 1998. - Vol. 58, no. 6. - P. 4373-4376.
- [29] Xiao M., Wu L.-A., Kimble H. J. Precision Measurement beyond the Shot-Noise Limit // Phys. Rev. Lett. — 1987. — Vol. 59, no. 3. — P. 278–281.
- [30] Packet narrowing and quantum entanglement in photoionization and photodissociation / M V Fedorov, M A Efremov, A E Kazakov et al. // Physical Review A. - 2004. - Vol. 69, no. 5. - P. 52117. - URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/ PhysRevA.69.052117.
- [31] Китаева . ., Чехова . ., Шумилкина . . Генерация широкополосных бифотонов и их компрессия в оптическом волокне // Письма в ЖЭТФ. — 2009. — Vol. 90, по. 3. — Р. 190–194.
- [32] Tests of a Two-Photon Technique for Measuring Polarization Mode Dispersion With Subfemtosecond Precision / Eric Dauler,

Gregg Jaeger, Antoine Muller, A<br/> Migdall. - 2000. - Vol. 104, no.<br/> 1.- P. 1–10.

- [33] Intracavity generation of broadband biphotons in a thin crystal / K G Katamadze, N A Borshchevskaya, I V Dyakonov et al. // Laser Physics Letters. — 2013. — Vol. 10, no. 4. — P. 45203. — URL: http://stacks.iop.org/1612-202X/10/i=4/a=045203? key=crossref.faf73764295f0c525ac0e756635975b8.
- [34] Spatial-to-spectral mapping in spontaneous parametric downconversion / Silvia Carrasco, Juan Torres, Lluis Torner et al. // Physical Review A. - 2004. - Vol. 70, no. 4. - P. 43817.
- [35] Spectral engineering of entangled two-photon states / Silvia Carrasco, Alexander Sergienko, Bahaa Saleh et al. // Physical Review A. - 2006. - Vol. 73, no. 6. - P. 1-6. - URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.73.063802.
- [36] Broadband light generation by noncollinear parametric Silvia В downconversion. / Carrasco, Magued Nasr, Alexander V Sergienko et al. // Optics letters. — 2006. -Vol. 31, no. 2. – P. 253–255. – URL: http://www.ncbi.nlm. nih.gov/pubmed/16441047.
- [37] Kalashnikov D. A., Katamadze K. G., Kulik S. P. Controlling the spectrum of a two-photon field: Inhomogeneous broadening due to a temperature gradient // JETP Letters. 2009. Vol. 89, no. 5. P. 224-228. URL: http://www.springerlink.com/index/10. 1134/S0021364009050026.

- [38] Управление частотным спектром бифотонного поля за счет электрооптического эффекта / Константин Григорьевич Катамадзе, Анна Владимировна Патерова, Евгения Геннадьевна Якимова et al. // Письма в ЖЭТФ. — 2011. — Vol. 94, no. 4. — P. 284–288. — URL: http://www.jetpletters.ac.ru/ps/1945/ article{\_}29487.shtml.
- [39] Law C., Walmsley I., Eberly J. Continuous frequency entanglement: effective finite hilbert space and entropy control // Physical review letters. - 2000. - jun. - Vol. 84, no. 23. - P. 5304-7. - URL: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/10990929.
- [40] Angular Schmidt modes in spontaneous parametric downconversion / S S Straupe, D P Ivanov, A A Kalinkin et al. // Physical Review A. - 2011. - Vol. 83, no. 6. - P. 60302.
- [41] Spatial Schmidt modes generated in parametric down-conversion / F M Miatto, H Di Lorenzo Pires, S M Barnett, M P van Exter // The European Physical Journal D. - 2012. - Vol. 66, no. 10. -P. 263. - arXiv:1201.3041v2.
- [42] Fedorov M. V., Miklin N. I. Three-photon polarization ququarts: polarization, entanglement and Schmidt decompositions // Laser Physics. - 2015. - apr. - Vol. 25, no. 3. - P. 035204. - 1404.1496.
- [43] Fedorov M. V. Schmidt decomposition for non-collinear biphoton angular wave functions // Physica Scripta. — 2015. — Vol. 90, no. 074048. — P. 1–7. — URL: http://dx.doi.org/10.1088/ 0031-8949/90/7/074048.

- [44] Separable Schmidt modes of a nonseparable state / A. Avella, M. Gramegna, A. Shurupov et al. // Physical Review A. - 2014. feb. - Vol. 89, no. 2. - P. 023808. - URL: http://link.aps.org/ doi/10.1103/PhysRevA.89.023808.
- [45] Fedorov M. V., Mikhailova Y. M., Volkov P. A. Gaussian modelling and Schmidt modes of SPDC biphoton states // Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics. - 2009. - Vol. 42, no. 17. - P. 175503. - URL: http://stacks.iop.org/0953-4075/42/i=17/a=175503?key= crossref.5931dd57f56504aa96a8a3b3c21332f9.
- [46] Law C., Eberly J. Analysis and Interpretation of High Transverse Entanglement in Optical Parametric Down Conversion // Physical Review Letters. - 2004. - Vol. 92, no. 12. - P. 1-4. - URL: http: //link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.92.127903.
- [47] Sorting photons by radial quantum number / Yiyu Zhou, Mohammad Mirhosseini, Dongzhi Fu et al. // Physical Review Letters. — 2017. — Vol. 119, no. 26. — P. 263602. arXiv:1711.08120v1.
- [48] OPEN A compact diffractive sorter for high-resolution demultiplexing of orbital angular momentum beams / Gianluca Ruffato, Marcello Girardi, Michele Massari et al. // Scientific reports. — 2018. — Vol. 8, no. 10248. — P. 1–12.
- [49] Using all transverse degrees of freedom in quantum communications based on a generic mode sorter / Yiyu Zhou,

Mohammad Mirhosseini, Stone Oliver et al. // Optics Express. — 2019. — Vol. 27, no. 7. — P. 10383–10394.

- [50] Knill E., Laflamme R., Milburn G. Efficient Linear Optics Quantum Computation // Nature. - 2001. - Vol. 409. - P. 46-52. - 0006088v1.
- [51] Quantum repeaters based on atomic ensembles and linear optics / Nicolas Sangouard, Christoph Simon, Hugues de Riedmatten, Nicolas Gisin // Review of Modern Physics. — 2011. — Vol. 83, no. 1. — P. 33-80. — URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/ RevModPhys.83.33.
- [52] Heralded generation of entangled photon pairs / Stefanie Barz, Gunther Cronenberg, Anton Zeilinger, Philip Walther // Nature Photonics. — 2010. — Vol. 4, no. 8. — P. 553–556. — URL: http: //dx.doi.org/10.1038/nphoton.2010.156.
- [53] Experimental demonstration of a heralded entanglement source / Claudia Wagenknecht, Che Ming Li, Andreas Reingruber et al. // Nature Photonics. — 2010. — Vol. 4, no. 8. — P. 549–552. — 1007.2510.
- [54] Braunstein S. L., McLachlan R. I. Generalized squeezing // Phys. Rev. A. -1987. Vol. 35, no. 4. P. 1659–1667.
- [55] Elyutin P. V., Klyshko D. N. Three-photon squeezing: exploding solutions and possible experiments // Physics Letters A. 1990. Vol. 149, no. 5. P. 241–247.

- [56] Spectral properties of three-photon entangled states generated via three-photon parametric down-conversion in a χ<sup>^</sup>{(3)} medium / M. Chekhova, O. Ivanova, V. Berardi, a. Garuccio // Physical Review A. 2005. aug. Vol. 72, no. 2. P. 023818. URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.72.023818.
- [57] Theory of three-photon entangled state / Timothy E Keller, Morton H Rubin, Yanhua Shih, Ling-An Wu // Phys. Rev. A. – 1998. – Vol. 57, no. 3. – P. 2076–2079.
- [58] Direct generation of photon triplets using cascaded photon-pair sources / Hannes Hübel, Deny R Hamel, Alessandro Fedrizzi et al. // Nature. - 2010. - Vol. 466, no. 7. - P. 601-603. - URL: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/20671705.
- [59] Three-photon energy-time entanglement / Lynden K Shalm, Deny R Hamel, Zhizhong Yan et al. // Nature Physics. — 2013. — Vol. 9. — P. 19–22. — 1203.6315.
- [60] Generating superposition of up-to three photons for continuous variable quantum information processing / Mitsuyoshi Yukawa, Kazunori Miyata, Takahiro Mizuta et al. // Optics Express. – 2013. – Vol. 21, no. 5. – P. 5529. – 1212.3396.
- [61] Direct generation of three-photon polarization entanglement / Deny R Hamel, Lynden K Shalm, Hannes Hübel et al. // Nature Photonics. 2014. Vol. 8, no. 10. P. 801-807. URL: http://dx.doi.org/10.1038/nphoton.2014.218.

- [62] Nonlinear interaction between single photons / T. Guerreiro,
  A. Martin, B. Sanguinetti et al. // Physical Review Letters. –
  2014. Vol. 113, no. 17. P. 1–5. arXiv:1403.2084v1.
- [63] On-Chip generation of photon-triplet states in integrated waveguide structures / Stephan Krapick, Benjamin Brecht, Viktor Quiring et al. // Cleo: 2015. 2015. Vol. 1. P. FM2E.3. URL: http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?uri=CLEO{\_}QELS-2015-FM2E.3.
- [64] Douady J., Boulanger B. Experimental demonstration of a pure third-order optical parametric downconversion process // Optics letters. - 2004. - Vol. 29, no. 23.
- [65] Anisotropy analysis of third-harmonic generation in a germaniumdoped silica optical fiber / Adrien Borne, Tomotaka Katsura, Corinne Félix et al. // Opt. Lett. — 2015. — Vol. 40, no. 6. — P. 982–985.
- [66] Hybrid photonic-crystal fiber for single-mode phase matched generation of third harmonic and photon triplets / Andrea Cavanna, Felix Just, Xin Jiang et al. // Optica. — 2016. — Vol. 3, no. 9. — P. 952–955. — URL: https: //www.osapublishing.org/optica/abstract.cfm?uri= optica-3-9-952.
- [67] Corona M., Garay-Palmett K., U'Ren A. B. Third-order spontaneous parametric down-conversion in thin optical fibers as a photon-triplet source // Physical Review A. - 2011. - Vol. 84, no. 033823. - P. 1-13. - arXiv:1307.3261v1.

- [68] Semiclassical model of triple photons generation in optical fibers / S Richard, K Bencheikh, B Boulanger, J a Levenson // Optics Letters. - 2011. - Vol. 36, no. 15. - P. 3000-3002.
- [69] Corona M., Garay-Palmett K., U'Ren A. B. Experimental proposal for the generation of entangled photon triplets by third-order spontaneous parametric downconversion in optical fibers. // Optics letters. — 2011. — Vol. 36, no. 2. — P. 190–192. — 1307.3222.
- [70] Phase-matching of the HE 11 and HE 13 modes of highly doped GeO 2 -SiO 2 fiber waveguides at 1596 nm and 532 nm, respectively, for triple-photon generation / S Tsvetkov, K Katamadze, N Borshchevskaia et al. // Laser Physics Letters. 2016. Vol. 13, no. 025104. P. 1-6. URL: http://stacks.iop.org/1612-202X/13/i=2/a=025104? key=crossref.cee7575b7809b478063fbfd357774420.
- [71] Photosensitivity in optical fiber waveguides: Application to reflection filter fabrication / K. O. Hill, Y. Fujii, D. C. Johnson, B. S. Kawasaki // Applied Physics Letters. 1978. Vol. 32, no. 10. P. 647–649.
- [72] Ball G. a., Morey W. W., Glen W. H. StandingWave Monornode Erbium Fiber Laser // Ieee Photonics Technology Letters. – 1991. – Vol. 3, no. 7. – P. 613–615.
- [73] Yun-Jiang R. In-fibre Bragg grating sensors // Measurement Science and Technology. — 1997. — Vol. 8, no. 4. — P. 355–375. — URL: http://stacks.iop.org/0957-0233/8/i=4/a=002.

- [74] Poumellec B., Kherbouche F. The Photorefractive Bragg Gratings in the Fibers for Telecommunications // Journal de Physique III. – 1996. – Vol. 6, no. 12. – P. 1595–1624.
- [75] Fibre dispersion compensation using a chirped in-fibre Bragg grating / J.A.R. Williams, N.J. Doran, K. Sugden, I. Bennion // Electronics Letters. 1994. Vol. 30, no. 12. P. 985–987. URL: http://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/el{\_}19940661.
- [76] Meltz G., Morey W. Bragg grating formation and germanosilicate fiber photosensitivity // International Workshop on Photoinduced Self-Organization Effects in Op. – International Society for Optics and Photonics. – Vol. 1516. – 1991. – P. 185–199.
- [77] Neustruev V. B. Colour centres in germanosilicate glass and optical fibres // J. Phys.: Condens. Matter. – 1994. – Vol. 6, no. 6901.
- [78] Stone J. Interactions of Hydrogen and Deuterium with Silica Optical Fibers: A Review // Journal of Lightwave Technology. — 1987. — Vol. 5, no. 5. — P. 712–733.
- [79] Wehr H., Weling F. Transmission loss behaviour of PCVD fibres in H2 atmosphere // Electronics Letters. — 1985. — Vol. 21, no. 19. — P. 315–316.
- [80] Infrared Loss Increase Phenomenon of Coated Optical Fibers at High Temperatures / Naoshi Uesugi, Tsuneo Kuwabara, Yukinori Ishida et al. // Journal of Lightwave Technology. — 1985. — Vol. 3, no. 4. — P. 824–828.

- [81] Krol D., Atkins R., Lemaire P. Photoinduced second-harmonic generation and luminescence of defects in Ge-doped silica fibers // International Workshop on Photoinduced Self-Organization Effects in Op. – International Society for Optics and Photonics. — 1991. — P. 38–46.
- [82] Luminescence properties of hydrogen loaded germanosilicate optical fibers / H. Kuswanto, F. Goutaland, A. Yahya et al. // OSA Trends in Optics and Photonics Series. - Vol. 33. - 1999. -P. 1-6.
- [83] Uv absorption and excess optical loss in preforms and fibers with high germanium content / Valery M Mashinsky, Evgeny M Dianov, Vladimir B Neustruev et al. // SPIE. — 1994. — Vol. 2290, no. 105. — P. 9–16.
- [84] Spectroscopic study of densified germlanosilicate glass /
   E. M Dianov, V M Mashinskii, V B Neustruev et al. //
   OFC '97 Technical Digest. 1997.
- [85] Poyntz-Wright L. J., Fermann M. E., Russell P. S. J. Nonlinear transmission and color-center dynamics in germanosilicate fibers at 420–540 nm // Optics letters. – 1988. – Vol. 13, no. 11. – P. 1023– 1025.
- [86] Photoluminescence in VAD SiO2 : GeO2 Glasses Sintered under Reducing or Oxidizing Conditions / Masami Kohketsu, Koichi Awazu, Hiroshi Kawazoe, Masayuki Yamane // Japanese Journal of Applied Physics. — 1989. — Vol. 28, no. 4.

- J., [87] Kuo Р. Bravo-Abad Solomon G. S. S., Secondharmonic generation using 4-quasi-phasematching in а GaAs whispering-gallery-mode microcavity. // Nature 2014. - Vol. 5. - P. 3109. communications. — URL: http://www.pubmedcentral.nih.gov/articlerender.fcgi? artid=3905730{&}tool=pmcentrez{&}rendertype=abstract.
- [88] Hand D. P., Russell P. S. J., Wells P. J. UV-Induced Refractive Index Changes In Germanosilicate Fibres // Photorefractive Materials Meeting. — 1990.
- [89] 270 Nm Absorption and 432 Nm Luminescence Bands in Doped Silica Lasses / B Poumellec, V M Mashinsky, A N Trukhin, P Guenot // Journal of Non-Crystalline Solids. — 1998. — Vol. 239, no. 1-3. — P. 84–90.
- [90] Demonstration of Dispersion-Cancelled Quantum-Optical Coherence Tomography / Magued B Nasr, Bahaa E a Saleh, Alexander V Sergienko, Malvin C Teich // Physical Review Letters. - 2003. - aug. - Vol. 91, no. 8. - P. 8-11. - URL: http://arxiv.org/abs/quant-ph/0304160.
- [91] Ling A., Lamas-Linares A., Kurtsiefer C. Absolute emission rates of spontaneous parametric down-conversion into single transverse Gaussian modes // Physical Review A. - 2008. - apr. - Vol. 77, no. 4. - P. 043834. - URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/ PhysRevA.77.043834.

- [92] Солимено ., Крозиньяни ., Ди Порто . Дифракция и волноводное распространение оптического излучения. — Москва : Мир, 1989. — ISBN: 5-03-001021-1.
- [93] Джеррард ., Берч . Введение в матричную оптику. Москва : Мир, 1978.
- [94] Interference effects in spontaneous two-photon parametric scattering from two macroscopic regions / A V Burlakov, M V Chekhova, D N Klyshko et al. // Physical Review A. – 1997. – Vol. 56, no. 4. – P. 3214–3225.
- [95] U'Ren A. B., Banaszek K., Walmsley I. A. Photon engineering for quantum information processing // Quantum Information & Computation. — 2003. — Vol. 3, no. October. — P. 480–502. — 0305192.
- [96] Fedorov M. V. High resource of azimuthal entanglement in terms of Cartesian variables of noncollinear biphotons // Phys. Rev. A. – 2018. – Vol. 97, no. 012319. – P. 1–7.
- [97] Exact solution to simultaneous intensity and phase encryption with a single phase-only hologram. / Eliot Bolduc, Nicolas Bent, Enrico Santamato et al. // Optics letters. - 2013. - sep. - Vol. 38, no. 18. - P. 3546-9. - URL: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/ pubmed/24104810.
- [98] Spontaneous parametric down-conversion: Anisotropical and anomalously strong narrowing of biphoton momentum correlation distributions / M. Fedorov, M. Efremov, P. Volkov et al. // Physical

Review A. - 2008. - Vol. 77, no. 032336. - P. 1-15. - URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.77.032336.

- [99] Ghosh G. Dispersion-equation coefficients for the refractive index and birefringence of calcite and quartz crystals // Optics Communications. — 1999. — may. — Vol. 163, no. 1-3. — P. 95-102. — URL: http://linkinghub.elsevier.com/ retrieve/pii/S0030401899000917.
- [100] Gravier F., Boulanger B. Cubic parametric frequency generation in rutile single crystal. // Optics express. — 2006. — nov. — Vol. 14, no. 24. — P. 11715–20. — URL: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/ pubmed/19529593.
- [101] Khadzhiiski N. G., Koroteev N. I. Coherent Raman ellipsometry of crystals: Determination of the components and the dispersion of the third-order nonlinear susceptibility tensor of rutile // Optics Communications. — 1982. — Vol. 42, no. 6. — P. 423–427.
- [102] Thalhammer M., Penzkofer A. Measurement of Third-Order Nonlinear Susceptibilities by Non0Phase Matched Third-Harmonic Generation // Applied Physics B. - 1983. - Vol. 143, no. 32. -P. 137-143.
- [103] Penzkofer A., Ossig F., Qiu P. Picosecond third-harmonic light generation in calcite // Applied Physics B Photophysics and Laser Chemistry. - 1988. - sep. - Vol. 47, no. 1. - P. 71-81. - URL: http://link.springer.com/10.1007/BF00696212.
- [104] Quantum theory analysis of triple photons generated by a  $\chi$  (3) process / a. Dot, a. Borne, B Boulanger et al. // Physical Review

A. - 2012. - Vol. 85, no. 2. - P. 23809. - URL: http://link. aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.85.023809.

[105] Midwinter J. E., Warner J. The effects of phase matching method and crystal symmetry on the polar dependence of third-order non-linear optical polarization // Brit. J. Appl. Phys. — 1965. — Vol. 16. — P. 1667–1674.