Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

На правах рукописи

Демирчян Севак Серобович

НЕЛИНЕЙНЫЕ И НЕКЛАССИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ С ЭКСИТОННЫМИ ПОЛЯРИТОНАМИ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ МИКРОРЕЗОНАТОРАХ

01.04.21 – Лазерная физика

Диссертация на соискание ученой степени кандидата

физико-математических наук

Научный руководитель:

Доктор физ.-мат. наук

Аракелян Сергей Мартиросович

Владимир – 2017

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 4				
Глава 1. Поляритонные устройства. Обзор литературы 19				
1.1.	Экситонные поляритоны в микрорезонаторах19			
1.2.	Элементы оптических цепей на основе экситонных поляритонов			
1.3.	Выводы к главе 1			
Глава 2. Увеличение времени жизни осцилляций Раби в системе экситонных				
поляритонов в полупроводниковом микрорезонаторе 58				
2.1.	Экситонные поляритоны в микрорезонаторе в присутствии нерезонансной			
	накачки			
2.2.	Динамика Раби-осциллятора. Формализм псевдоспина61			
2.3.	Раби-осциллятор как макроскопический кубит квантовой памяти			
2.4.	Выводы к главе 2			
Глава 3. Перманентные Раби осцилляции в системе экситонных поляритонов 70				
3.1.	Различные механизмы пополнения экситонной моды из некогерентного			
	резервуара70			
3.2.	Перманентные осцилляции в экситон-фотонной системе. Свойства РТ-			
	симметрии74			
3.3.	Учет голубого сдвига энергии экситона и дополнительной релаксации			
	верхней ветки			
3.4.	Поляризационные свойства системы экситонных поляритонов в магнитном			
	поле в присутствии нерезонансной накачки			
3.5.	Выводы к главе 3			
Глава 4. Квантовые флуктуации в системе экситонных поляритонов 90				
4.1.	Квазиклассический предел. Линейный анализ устойчивости			
4.2.	Р-функция Глаубера-Сударшана. Спектр флуктуаций94			

4.3.	Решение уравнения Фоккера-Планка	.102
4.4.	Выводы к главе 4	.107
Заклі	очение	109
Спис	ок литературы	111

введение

Общая характеристика работы

Актуальность работы

В настоящее время поляритоника представляет собой универсальный инструмент изучения фундаментальных аспектов квантовых, когерентных и нелинейных явлений, протекающих при взаимодействии света с веществом, и находит свое применение в различных областях квантовой и атомной оптики, а также физики конденсированного состояния. Одним из основных достижений поляритоники на данный момент является разработка методов получения и управления поляритонным конденсатом в полупроводниковых микрорезонаторах - макроскопическим квантовым объектом, характеризующимся заселением основного энергетического состояния с одновременным увеличением временной пространственной когерентности [1]. Среди областей И возможного практического применения поляритонных конденсатов необходимо отметить значительный прогресс В исследованиях, посвященным использованию поляритонных систем в качестве альтернативы известным оптическим И электронным средствам обработки и передачи информации.

Принцип работы типичных оптических вентилей основан на управлении распространением оптического сигнала за счет изменения показателя преломления среды, которое, в том числе, может быть достигнуто за счет воздействия другого оптического импульса. Такое управление может быть достигнуто за счет нелинейных свойств материалов: изменение показателя преломления под действием управляющего оптического воздействия. Однако, к сожалению, нелинейные коэффициенты в доступных на данный момент оптических сплошных твердотельных средах относительно невелики, вследствие чего для функционирования оптических вентилей требуются большие мощности.

- 4 -

В этой связи поляритонные среды, которые характеризуются сильной нелинейностью, обладают преимуществами с точки зрения времени переключения (характерное время – несколько пикосекунд) и пороговых мощностей управляющих воздействий. необходимых осуществления ДЛЯ логических операций (на 2-3 порядка ниже, чем в схемах использующие сплошные твердотельные среды) [2]. Кроме того, уровень развития современных микро- и нанотехнологий позволяет создавать поляритонные устройства, способные функционировать при высоких температурах – вплоть до комнатной [3].

В последние десятилетия были предложены различные подходы к использованию резонаторных поляритонов для задач обработки информации как в классических, так и в квантовых системах. К наиболее ярким примерам необходимо отнести поляризационно-управляемые вентили [4], оптические цепи на поляритонных нейронах [5], а также оптические поляритонные транзисторы [6]. Основным критерием, предъявляемым к поляритонным средам в подобных задачах, является возможность поддержания долговременной когерентности как всего конденсата в целом, так и между поляритонами, находящимися в разных состояниях. В частности, речь идет о степени когерентности между состояниями поляритонного конденсата, относящимися к разным поляритонным веткам. В этом случае экспериментально присутствие когерентности проявляет себя в биении интенсивности оптического сигнала от микрорезонатора, известных также как осцилляции Раби. Данные биения происходят с частотой, соответствующей энергетическому расщеплению между поляритонными ветвями И сопровождаются периодическим обменом населенностью между экситонной и фотонной подсистемами. Однако, как было установлено экспериментально [7], сильные диссипативные эффекты, а также процессы декогеренции, имеющие место в полупроводниковых микрорезонаторах, приводят к быстрой потери когерентности между различными состояниями поляритонного конденсата и

- 5 -

сопутствующему затуханию осцилляций Раби на временах порядка нескольких пикосекунд.

Таким образом, свойств исследование когерентных экситонных способов поддержания поляритонов, a также поиск когерентности В поляритонных системах, представляют собой актуальную научную задачу. Для ее решения В диссертационной работе предлагается способ поддержания долгоживущих осцилляции Раби в полупроводниковом микрорезонаторе за счет непрерывной подпитки осцилляций из некогерентного экситонного резервуара, формируемого нерезонансной накачкой. Для этого исследуются различные механизмы рассеивания экситонов из некогерентного резервуара в основное поляритонное состояние, позволяющие оптимизировать параметры системы и добиться улучшения эффекта поддержания когерентности. При этом особенное эффектов, внимание уделено исследованию влияния характерных ЛЛЯ полупроводниковых микрорезонаторов и способных препятствовать наблюдению данного эффекта на практике. Речь идет, во-первых, о процессах экситонвзаимодействия, обуславливающих существенно экситонного нелинейный характер поляритонных систем. Во-вторых, существенно неравновесный характер поляритонных систем обуславливает присутствие дополнительных каналов релаксации поляритонного состояния. В этой связи исследование когерентных свойств экситонных поляритонов, a также квантовых флуктуаций В полупроводниковых микрорезонаторах, является принципиальной фундаментальной задачей с точки зрения изучения условий формирования конденсатов экситонных поляритонов в микрорезонаторе и исследования возможности их применения.

Целью диссертационной работы является исследование механизмов увеличения времени затухания осцилляций Раби в системе экситонных поляритонов, сформированных в присутствии резервуара некогерентных экситонов в плоском полупроводниковом микрорезонаторе, а также анализ

- 6 -

влияния квантовых флуктуаций на свойства экситонных поляритонов с учетом нелинейного взаимодействия между экситонами.

В соответствии с целью диссертационной работы решались следующие основные задачи:

1. Поиск и исследование способа поддержания долговременной когерентности в полупроводниковом микрорезонаторе между экситонными поляритонами, локализованными на разных дисперсионных ветках. Построение теории, описывающей действие предложенного механизма.

2. Исследование влияния нелинейных процессов в поляритонном конденсате (рассеяния экситонов, находящихся в основном состоянии, друг на друге и на экситонах из некогерентного резервуара), а также дополнительных механизмов релаксации на установление в экситон-фотонной системе устойчивых во времени осцилляций Раби.

3. Определение условий (требований к параметрам системы: интенсивности внешней накачки, диссипации экситонных и фотонных компонент, параметра некогерентного резервуара), при которых экситонные поляритоны обладают свойствами РТ-симметричных (или в общем случае псевдоэрмитовых) систем.

4. Анализ влияния квантовых флуктуаций на свойства системы экситонных поляритонов, локализованных в полупроводниковом микрорезонаторе, с учетом нелинейного взаимодействия между экситонами.

Научная новизна

1. Предложен физический механизм создания долгоживущих Раби осцилляций в системе экситонных поляритонов, формируемых в полупроводниковом микрорезонаторе в присутствии некогерентного резервуара экситонов.

2. Исследовано влияние различных механизмов потерь на возможность установления незатухающих Раби осцилляций с учетом нелинейного

взаимодействия между экситонами и дополнительной релаксации верхней поляритонной ветки. При этом впервые были определены условия, при которых экситонные поляритоны обладают свойствами РТ-симметричных (или в общем случае псевдоэрмитовых) систем при учете динамики резервуарных экситонов, внешней накачки и диссипации.

3. Исследовано влияние квантовых шумов на статистические свойства излучения микрорезонатора полупроводниковой квантовой ямой. С возбуждаемого околорезонансной накачкой. Продемонстрировано, что присутствие квантового шума может существенным образом влиять на состояние системы. В частности, показано, что в области, где стандартный анализ стационарных состояний экситонной и фотонной подсистем, выполненный в приближении среднего поля, предсказывает бистабильность решения, квантовая теория, учитывающая влияние квантового шума, ее не обнаруживает. Вместо этого наблюдается резкий скачок плотности экситонов при определенных значениях интенсивности внешней накачки, относящихся К области бистабильности, предсказанной в рамках полуклассического анализа.

Практическая значимость

Проведенные исследования когерентных свойств поляритонных систем могут лечь в основу создания средств обработки информации нового типа, а также источников когерентного излучения с неклассической статистикой. Полученные результаты открывают новые перспективы как для теоретического исследования осцилляций Раби в поляритонных средах и эффектов, связанных с ними (в частности, влияния осцилляций Раби на свойства поляризации излучения поляритонного лазера), так и для экспериментального обнаружения незатухающих осцилляций в реальных структурах.

Положения, выносимые на защиту

1. Время затухания осцилляций Раби в системе экситонных поляритонов в микрорезонаторе может быть увеличено за счет эффекта вынужденного

- 8 -

рассеяния из некогерентного экситонного резервуара, созданного нерезонансной постоянной накачкой. Для реалистичных параметров микрорезонаторов на основе GaAs время жизни осцилляций Раби может достигать 1 нс.

2. За счет механизма парного рассеяния экситонов из некогерентного резервуара в основное состояние, возможно установление незатухающих осцилляций населенности фотонной компоненты конденсата. Эффект будет иметь место в том числе и в структурах, для которых характерна быстрая дополнительная релаксация поляритонов верхней дисперсионной ветви.

3. Эффект динамической компенсации потерь в экситон-фотонной системе в присутствии нерезонансной накачки может быть интерпретирован в терминах неэрмитовой квантовой механики, как проявление поляритонной системой свойств псевдоэрмитовости, когда она характеризуется набором действительным собственных частот.

4. Присутствие флуктуаций квантовых В системе экситонных поляритонов с нелинейным взаимодействием между экситонами приводит к появлению резкого скачка экситонной плотности, сопровождающегося переходом системы с нижней ветви бистабильности на верхнюю. Данный скачок также сопровождается резким всплеском значений функции когерентности второго порядка. Значение накачки, при котором происходит скачок, а также амплитуда скачка определяются параметрами системы: нелинейностью, скоростью диссипации, а также экситон-фотонной отстройкой.

Апробация работы

Результаты работы прошли апробацию на следующих российских и международных конференциях:

International Conference and School «Single dopants», Россия, Санкт-Петербург, 1-5 июня 2014 г.; Молодежная школа для молодых ученых «Лазерная физика и фотоника», Россия, Владимир/Суздаль, 11-17 ноября 2014 г.; Second Russian-Britain Workshop for Young Scientists «Advanced Polaritonics and Photonics», Россия, Владимир/Суздаль, 12-15 марта 2015 г.; XXIII Международная

- 9 -

научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов», Россия, Москва, 11-15 апреля 2015г.; XII International Workshop on Quantum Optics (IWQO-2015), Россия, Москва/Троицк, 11-16 августа 2015 г.; The twenty fifth annual International Laser Physics Workshop, Армения, Ереван, 11-15 июля 2016г.

По теме диссертационной работы опубликовано 4 статьи в журналах из перечня ВАК.

Личный вклад автора

Представленные в диссертации результаты оригинальны и получены автором лично. Выбор направления исследования, постановка задач и интерпретация полученных результатов производились совместно с научным руководителем и соавторами статей.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, обзора литературы, трех глав, заключения и списка литературы из 115 наименований, изложена на 122 страницах и содержит 33 рисунка.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулированы ее цели, аргументирована научная новизна исследований. Показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения. Описан личный вклад автора и представлены сведения об апробации работы и публикациях.

Первая глава посвящена общему описанию исследуемых в диссертации задач с точки зрения их использования для решения современных проблем функционирования оптических сетей. Рассмотрены задачи взаимодействия оптического излучения с возбуждениями в твердом теле и приведены схемы реализации поляритонных устройств на их основе. Особое внимание уделено

рассмотрению экситонов в квантовой яме – низкоразмерной структуре, которая удерживает экситон в одном из направления и в результате вызывает квантование его энергии в направлении пленения. В частности, описывается процесс взаимодействия экситонов квантовой ямы и моды микрорезонатора, в который помещена эта квантовая яма, в режиме сильной связи, при котором $\Omega \gg \gamma_P, \gamma_X$. Здесь Ω – коэффициент связи между экситонной и фотонной модами, γ_{χ} – коэффициент затухания экситонной моды и γ_P – коэффициент затухания фотона, обусловленного несовершенством зеркал. Такое взаимодействие приводит к образованию двух новых собственных мод системы, которые называются поляритонами верхней и нижней ветви. В первой главе также представлен краткий обзор явлений, свойственных данным квазичастицам, а именно Раби осцилляций [7] и Бозе-Эйнштейновской конденсации [1]. Далее рассмотрены возможные способы создания элементов оптических цепей на основе экситонных поляритонов. Показано, что устройства на основе поляритонов обладают рядом преимуществ, таких как быстрое время переключения и низкая пороговая мощность. Продемонстрирована возможность интеграции нескольких оптических элементов в один микрорезонатор и каскадная реализация схем.

Вторая глава посвящена исследованию возможности увеличения времени жизни осцилляций Раби в полупроводниковом микрорезонаторе. Для этого предложено использовать внешнюю непрерывную накачку, формирующую некогерентный экситонный резервуар, пополняющий населенности поляритонных состояний и поддерживающий тем самым ИХ взаимную Принцип действия предложенной схемы можно когерентность. описать следующим образом. Короткий (длительностью порядка сотни фемтосекунд) спектрально широкий лазерный импульс возбуждает суперпозицию поляритонов верхней и нижней веток в области $\vec{k_{\parallel}} = 0$, где $\vec{k_{\parallel}}$ – волновой вектор, лежащий в плоскости микрорезонатора. При этом непрерывная нерезонансная накачка (оптическая или токовая) формирует резервуар некогерентных экситонов,

характеризующихся большими значениями волнового вектора \vec{k}_{\parallel} . Поляритоны из резервуара могут вынужденным (стимулированным) образом переходить в основное состояние на верхней и нижней поляритонных ветках ($\vec{k}_{\parallel} = 0$), поскольку именно эти состояния макроскопически заселены в результате действия начального импульса.

Для описания динамики подсистемы поляритонов верхней и нижней дисперсионных ветвей используется подход матрицы плотности размерности 2×2 . ДЛЯ которой диагональные элементы описывают населенности поляритонных состояний, а недиагональные отвечают за относительную фазу между верхним и нижним поляритонными состояниями [8]. Данный подход позволяет перейти к кинетическим уравнениям для компонент вектора псевдоспина П рассматриваемой двухуровневой системы (Раби осциллятора), длина которого нормирована на общее количество поляритонных частиц N. Последняя величина, в свою очередь, не сохраняется из-за взаимодействия с некогерентным резервуаром, поляритонной подсистемы описываемым кинетическим уравнением на число частиц N_R. При этом под резервуаром в обобщенном виде понимаются все поляритонные состояния, для которых составляющая волнового вектора, лежащая в плоскости микрорезонатора, не равна нулю. Влияние резервуара учтено в виде кинетических слагаемых, ответственных за вынужденные переходы частиц из резервуара в Рабиосциллятор (вероятность которых пропорциональна $W_{1,2}^{in}$, где индекс «1» соответствует нижнему состоянию, а индекс «2» - верхнему) и обратно (вероятность которых пропорциональна $W_{1,2}^{out}$). Используемый подход позволяет явным образом учесть бозонную природу вынужденных переходов, когда скорость перехода в конечное состояние пропорциональна не числу частиц N_i в данном состоянии, а N_i+1. Поэтому уравнения для населенностей также имеют вид полуклассических уравнений Больцмана.

За потерю когерентности и затухание Раби-осцилляций ответственны диссипативные процессы, вклад которых учитывается введением соответствующих релаксационных слагаемых, отвечающих за релаксацию населенностей поляритонных состояний, а также за дополнительную релаксации недиагональных элементов матрицы плотности.

Используемое представление наглядным образом демонстрирует эффект увеличения времени жизни осцилляций Раби. Согласно предложенной модели время затухания осцилляций определятся временем релаксации τ_R поперечных компонент вектора псевдоспина П, и П,. При этом анализ стационарных решений системы показывает, что чем больше мощность внешней накачки Р, тем более исследуемый эффект. Другим выражен ключевым параметром, определяющим эффективность увеличения времени когерентности, является соотношение скоростей вынужденных переходов из резервуара на верхнюю и ветви W_2^{in} / W_1^{in} . Получено наглядное выражение, описывающее нижнюю зависимость времени жизни осцилляций от параметров системы.

Если скорости затухания поляритонных состояний верхней и нижней ветвей равны, что может быть достигнуто в столпообразных микрорезонаторах (micropillars), время жизни осцилляций Раби может быть увеличено вплоть до наносекунд (в отсутствии резервуара осцилляции затухают на пикосекундном масштабе). В то же время, для плоских микрорезонаторов характерно присутствие дополнительной релаксации верхнего поляритонного состояния. В таких системах данный процесс будет определяющим образом влиять на время затухания осцилляций. Для компенсации разных времен жизни поляритонов верхней и нижней веток предложено подстраивать частоту внешней накачки таким образом, чтобы она была близка к резонансу с верхней поляритонной веткой. При этом скорость заселения верхней ветки из резервуара оказывается выше скорости переходов на нижнюю ветвь, что способствует компенсации дополнительных потерь для верхнего состояния.

В третьей главе было исследовано проявление квантовых свойств (псевдоэрмитовости экситон-фотонной системы в присутствии нерезонансной накачки) в динамике Раби осцилляций, а также влияние на нее нелинейных эффектов. Присутствие нелинейности в системе обусловлено процессами упругого рассеяния рассеяние экситонов, находящихся в основном состоянии, друг на друге, а также на экситонах резервуара. Оба эти процесса приводят к сдвигу уровня энергии экситонов в голубую область спектра.

При решении задачи, описанной в главе 2, конкретные физические процессы, приводящие к рассеянию частиц из резервуара в основное состояние, оставались за рамками рассмотрения, что позволило сделать лишь общие выводы о необходимом соотношении скоростей рассеяния на верхнюю и нижнюю ветку. В третьей главе для развития результатов, полученных ранее, было рассмотрено два конкретных механизма пополнения экситонной моды из резервуара. Первым процесс соответствует энергетической релаксации экситона из резервуара в основное состояние за счет рассеяния на акустическом фононе. Вероятность таких переходов пропорциональна плотности частиц в резервуаре. Вторым рассматриваемым механизмом является парное рассеяние экситонов с волновыми векторами $-\vec{k}$ и \vec{k} в состояние с $\vec{k}_{\parallel} = 0$. Поскольку в таком процессе принимают участие сразу два некогерентных экситона, скорость подобных переходов пропорциональна квадрату числе экситонов в резервуаре N_R^2 , а так же количеству экситонов в основном состоянии. Поскольку процессы пополнения Раби осциллятора непосредственным образом связаны с поведением экситонной компоненты поляритонного состояния, при решении задачи использовался экситон-фотонный базис. Таким образом, динамика системы описывалась в терминах амплитуд экситонной χ и фотонной ϕ компонент.

Вначале было рассмотрено поведение системы при значениях накачки в непосредственной близости от порога образования конденсата, когда переходы из резервуара полностью компенсирует потери в экситонных и фотонных модах.

- 14 -

При этом населенность экситонной $|\chi|^2$ моды мала, и нелинейными эффектами рассеяния экситонов в основном состоянии можно пренебречь. Выше порога накачки в системе устанавливается режим динамической компенсации потерь, соответствующий ненулевой заселенности экситонной и фотонной мод. При этом продемонстрировано, что при определенных параметрах системы возможно установление режима незатухающих во времени осцилляций плотности экситонной и фотонной компонент, т.е. осцилляций Раби. Установление незатухающих осцилляций возможно при действительных значениях частот, что позволяет интерпретировать эффект динамической компенсации потерь в экситон-фотонной системе в терминах неэрмитовой квантовой механики [9].

Условие Раби установления режима незатухающих осцилляций существенным образом зависит от конкретного механизма пополнения Рабиосциллятора. Продемонстрировано, что в случае доминирования процесса заселения основного состояния за счет рассеяния экситонов из резервуара на фононах незатухающие осцилляции устанавливаются только при выполнении условия резонанса экситонных и фотонных мод при $\vec{k}_{\parallel} = 0$. В противном случае экситонной вклад компоненты неодинаков для верхнего И нижнего поляритонного состояния. Тогда в отсутствии дополнительной релаксации верхней ветки потери не могут быть одновременно скомпенсированы для обоих поляритонных состояний, в результате чего осцилляции Раби затухают. В экситон-фотонном базисе описанный эффект проявляет себя в затухании биений и установлению населенностей экситонной и фотонной компонент на стационарном уровне.

В том случае, когда в системе доминирует процесс пополнения основного состояния за счет парного экситон-экситонного рассеяния в резервуаре (что, как было продемонстрировано в диссертации, возможно при больших значениях накачки) условие экситон-фотонного резонанса не является обязательным для установления незатухающих осцилляций. Показано, что присутствие рассмотренного механизма пополнения Раби-осциллятора делает систему более

- 15 -

устойчивой к дисбалансу потерь на поляритонных ветках. Определен диапазон значений экситон-фотонной отстройки, при которых система обладает действительным набором собственных частот.

Использованный подход позволяет обобщить сделанные выводы на случай присутствия нелинейности за счет процессов упругого экситон-экситонного рассеяния. Продемонстрировано, что присутствие взаимодействия между экситонами в основном состоянии приводит лишь к изменению диапазона значений параметров, при которых образуются незатухающие осцилляции, но не отражается на принципиальной возможности их обнаружения. Данный результат, однако, справедлив лишь в присутствии процессов парного экситон-экситонного рассеяния из резервуара.

Для определения параметров системы, при которых возможно установление осцилляций Раби, было выполнено численное моделирование динамики системы с учетом нелинейных процессов. При этом продемонстрировано, что благодаря процессам парного рассеяния экситонов из резервуара устойчивые осцилляции Раби могут устанавливаться даже в присутствии сильной дополнительной релаксации верхней ветки. Это возможно при больших отрицательных значениях отстройки. В этом пределе поляритоны верхней ветви становятся полностью экситоноподобными и получают большую часть от накачки экситонного состояния из резервуара, что позволяет компенсировать большие потери.

В третьей главы заключительном разделе продемонстрировано, ЧТО осцилляции Раби играют важную незатухающие роль В установлении долгоживущей спиновой поляризации в экситон-фотонной системе, что делает возможным создание новых устройств оптических, обладающих нетривиальными поляризационными характеристиками. В частности показано, что управление поляризационными свойствами поляритонной системы возможно внешним магнитным полем, присутствие которого приводит к зеемановскому расщеплению состояний экситонов с разными значениями спина. В результате осцилляции Раби могут независимым образом устанавливаются для обеих спиновых компонент, но

- 16 -

характеризуются разной частотой. Результирующая поляризация излучения микрорезонатора при этом совершает сложные биения, соответствующие быстрому заполнению вектором Стокса сферы Пуанкаре.

Четвертая глава посвящена анализу влияния ШУМОВ, вызванных диссипацией, на функционирование оптических и поляритонных систем, бистабильности. использующих явление Для описания такой системы используется гамильтониан экситон-фотонного взаимодействия в режиме сильной связи, учитывающий вклад экситонной нелинейности керровского типа и внешней околорезонансной оптической накачки фотонной моды. При этом экситонная и фотонная подсистемы взаимодействуют с соответствующими тепловыми резервуарами.

Вначале рассмотрено поведение системы в полуклассическом подходе, основанном на использование уравнений для средних от операторов уничтожения фотонов и экситонов. При этом стационарное решение системы предсказывает наличие бистабильной зависимости числа экситонов (и фотонов) от величины внешней накачки. Устойчивость соответствующих решений определяется в рамках линейного анализа устойчивости. Далее, на основе представления Глаубера-Сударшана был осуществлен переход от операторных уравнений к уравнениям на с-числа. В пределе малых возмущений получены точные аналитические выражения для спектра флуктуаций в квантовом пределе, подразумевающем, что энергии экситона и фотона существенно больше тепловой энергии, $\hbar \omega_{X,P} \gg kT$, что хорошо выполняется на практике. Однако приближение линеаризации по квантовым флуктуациям не всегда справедливо, и в таких случаях необходимо решать уравнение Фоккера-Планка, что, тем не менее, не всегда представляется возможным. В этой связи для нахождения решения уравнения Фоккера-Планка было использовано адиабатическое приближение. Данное приближение можно полагать хорошо выполняющимся на практике в силу быстрого затухания фотонной моды $\gamma_P >> \gamma_X$, наблюдаемое в типичных образцах. Существование обеспечивается искомого решения условием

потенциальности, которое выполняется в случае пренебрежения теплового шума, т.е. в квантовом пределе. При этом обычное интегрирование обобщенной силы в комплексной плоскости невозможно, так как функция распределения в этом случае расходится, поэтому вместо обычного диагонального представления Глаубера-Сударшана использовалось недиагональное.

Получено аналитическое выражение для *Р*-функции экситон-фотонной системы, что дает возможность определить корреляторы любого порядка. В области, частности. продемонстрировано, что В где полуклассическое стационарное решение предсказывает присутствие бистабильности, решение уравнение Фоккера-Планка ее не обнаруживает. Вместо этого наблюдается резкий скачок в зависимости плотности экситонов от накачки. Переход из состояния на нижней ветви бистабильности в состояние на верхней ветви сопровождается также резким всплеском величины когерентности второго порядка g⁽²⁾ до значений, соответствующих ярко выраженной группировки. При этом до скачка поле находится в состоянии группировки $g^{(2)} > 1$, а после скачка наблюдается эффект антигруппировки $g^{(2)} < 1$.

В Заключении сформулированы основные выводы и результаты диссертационной работы.

Публикации

Основное содержание работ опубликовано в [10-13]

ГЛАВА 1

ПОЛЯРИТОННЫЕ УСТРОЙСТВА. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

1.1. Экситонные поляритоны в микрорезонаторах.

Благодаря развитию методов молекулярно-лучевой эпитаксии и методов химического осаждения из газообразной фазы стало возможным создание полупроводниковых структур с точностью до моноатомных слоев. В результате изготовление низкоразмерных структур, таких как квантовые ямы (2D), квантовые нити (1D) и квантовые точки (0D) в настоящий момент является рутинной технологической задачей. Квантовая яма представляет собой тонкий слой полупроводника с узкой запрещенной зоной, помещенный посреди двух полупроводников с более широкой запрещенной зоной (рис. 1.1). Толщина квантовой ямы при этом сопоставима с боровским радиусом экситона, поэтому движение электрона и дырки в ней ограничено в направлении перпендикулярном к плоскости квантовой z. Поэтому энергетический спектр и волновая функция экситона будут сильно отличаться от случая объемного полупроводника (рис.1.2).



Рис.1.1. (а) – Гетероструктура GaAs/AlGaAs,

(б) – соответствующая структура энергетических зон.



Рис.1.2. (а) — Дискретные энергетические зоны в квантовой яме, (б) — плотность состояний в случае объемного полупроводника (штриховая линия) и в случае квантовой ямы (сплошная).

В зависимости от величины соотношения между толщиной квантовой ямы и боровским радиусом экситона различают два режима: режим слабой локализации экситона внутри квантовой ямы $a \gg a_B$ (этот случай очень похож на случай с объемным полупроводником) и режим сильной локализации $a \ll a_B$. В последнем случае электрон и дырка и квантуются независимо друг от друга. Этот дает возможность найти волновую функцию относительного движения. Используя представление $\vec{r} = (\vec{s}, z)$, основное состояние принимает вид:

$$\varphi_{1s}^{2D}(\wp) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{a_B^{2D}} e^{-\frac{\wp}{a_B^{2D}}},$$
(1.1)

где $a_B^{2D} = \frac{a_B^{3D}}{2}$ и энергия связи в квантовой яме оказывается в 4 раза больше чем в объемном полупроводнике $E_B^{2D} = 4E_B$.

С изменением размерности системы так же меняется и плотность состояний ρ . В случае объемного полупроводника $\rho \sim \sqrt{E}$, а в случае квантовой ямы данная зависимость имеет вид ступенчатой функции – рис. 1.26. Размерное квантование также меняет структуру валентной зоны. Так в объемном полупроводнике GaAs при $\vec{k} = 0$ подзоны тяжелых и легких дырок вырождены. В случае же квантовой ямы нарушается трансляционная симметрия в направлении

z, что влечет за собой снятие вырождения, вследствие чего подзона тяжелых дырок смещается ближе к зоне проводимости [14]. Размерное квантование так же влечет за собой изменение сил осцилляторов для оптических переходов и соответствующих им правил отбора [15].



Рис.1.3. Оптические переходы между электронами и дырками, для которых выполняется сохранение полного углового момента.

Таким образом, из правил отбора следует, что тяжелые дырки в квантовой яме могут взаимодействовать только с ТЕ-волнами, в то время как легкие дырки могут взаимодействовать как с ТЕ-волнами, так и с ТМ-волнами с вероятностью 1/3 и 2/3 соответственно. Разрешенные переходы, удовлетворяющие сохранению момента, показаны на рис.1.3. Кроме того, экситон в квантовой яме имеет меньший боровский радиус по сравнению со случаем объемного полупроводника,

что влечет за собой увеличение силы осциллятора на величину $\begin{pmatrix} a_B^{3D} \\ a_B^{2D} \end{pmatrix}$. Это

увеличение, тем не менее, зачастую компенсируется за счет уменьшения перекрытия между экситоном и полем излучения, так как длина когерентности фотона, как правило, больше толщины квантовой ямы. Для увеличения силы взаимодействия между излучением и экситонным возбуждением необходимо ограничить фотонное поле в направлении z, используя микрорезонатор. На рис. 1.4 изображена структура полупроводникового микрорезонатора, состоящего из слоя толщиной кратной $\lambda/2$, зажатого между двумя распределенными брэгговскими отражателями (РБО).



Рис.1.4. Схематическое изображение структуры полупроводникового микрорезонатора.

РБО представляет собой последовательность слоев материалов с различными показателями преломления и оптическими толщинами равными $\lambda/4$. Свет, отражаясь от поверхностей границ раздела сред в РБО, деструктивно интерферирует. В результате для волн из этого диапазона такая структура эффективно отражает свет и представляет собой не что иное, как зеркало с высокой отражательной способностью. Микрорезонатор состоящий из двух РБО с показателями отражения R_1 и R_2 и полостью толщиной кратной $\lambda/2$ обладает коэффициентом пропускания

$$T = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{\left(1 - \sqrt{R_1 R_2}\right)^2 + 4\sqrt{R_1 R_2} \sin^2(\varphi/2)},$$
(1.2)

где φ – набег фазы фотона с длиной волны λ за один обход. Соответствующая добротность резонатора

$$Q = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = \frac{\pi (R_1 R_2)^{1/4}}{1 - (R_1 R_2)^{1/2}},$$
(1.3)

где $\Delta \lambda$ – ширина резонанса. В случае идеального резонатора $Q = \infty$.

Если ширина полости $\lambda/2$, то Q – среднее число проходов по резонатору, которое успевает совершить фотон, прежде чем он уйдет из резонатора. Условие брэгговского отражения для оптических волн выполняется в широком спектральном диапазоне, приводя к формированию запрещенной зоны. На рис. 1.5а показан спектр отражения резонатора, два зеркала которого состоят из 17 и 21 пар слоев GaAs/GaAlAs. На рис. 1.5б показано распределение интенсивности поля резонансной моды.



Рис.1.5. (а) – Коэффициент отражения РБО, (б) – распределения интенсивности поля.

В отличие от металлических резонаторов поле в РБО проникает намного глубже. Эффективная длина полупроводникового микрорезонатора увеличивается:

$$L_{eff} = L_c + L_{DBR},$$

$$L_{DBR} \approx \frac{\lambda}{2n_c} \frac{n_1 n_2}{|n_1 - n_2|},$$
(1.4)

где n_c – показатель преломления полости, а n_1 и n_2 – показатели преломления слоев РБО.

Плоские РБО ограничивают фотонное поле в направлении z, в то время как в плоскости x - y бесконечно широкого резонатора распространение ничем неограниченно, поэтому дисперсия фотона в микрорезонаторе имеет вид:

$$E_{P} = \frac{\hbar c}{n_{c}} \sqrt{k_{\perp}^{2} + k_{\parallel}^{2}}, \qquad (1.5)$$

где k_{\perp} волновой вектор в направлении z. Если свет падает под углом θ к оси z, то резонансная длина волны $\lambda_c / \cos \theta$. В случае, когда $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$, справедливо

$$k_{\parallel} pprox rac{2\pi}{\lambda_c} heta$$
и

$$E_{P} \approx \frac{\hbar c}{n_{c}} k_{\perp} \left(1 + \frac{k_{\parallel}^{2}}{2k_{\perp}^{2}} \right) = E_{P} \left(k_{\parallel} = 0 \right) + \frac{\hbar^{2} k_{\parallel}^{2}}{2m_{P}}.$$
 (1.6)

Таким образом, фотон в микрорезонаторе приобретает эффективную массу $m_p = \frac{2\pi\hbar n_c^2}{\lambda c}$. Для типичных параметров РБО эта величина примерно на 5 порядков меньше массы свободного электрона.

Если поместить квантовую яму в пучность моды микрорезонатора, тем самым увеличивая силу взаимодействия между экситонным состоянием и светом, и в то же время подобрать параметры РБО и микрорезонатора таким образом, чтобы фотонная мода резонатора находилась вблизи резонанса экситонного перехода, то эти моды начинают обмениваться энергией. Если скорость обмена между ними превышает потери, то мы наблюдаем режим сильной связи, когда обмен энергией является обратимым. Данные процессы можно представить следующим образом. Фотон поглощается в квантовой яме и приводит к рождению экситона, который, в свою очередь, через некоторое время вынужденным образом испускает фотон, который будет обладать тем же волновым вектором и энергией что и первоначально поглощенный фотон. Благодаря высокой добротности резонатора произойдет много подобных актов, прежде чем фотон испустится из резонатора. Экспериментально этот эффект проявляется в антипересечении дисперсий энергий чистой фотонной и экситонной моды, что соответствует образованию двух новых собственных состояний системы – поляритонов верхней и нижней веток. Данное явление было впервые экспериментально обнаружено Вейшбахом в 1992 [16]. Результаты эксперимента (зависимость коэффициента отражения образца от энергии излучения) представлены на рис. 1.6.



Рис.1.6. Спектр отражения микрорезонатора с 7 внедренными квантовыми ямами при различных значениях отстройки.

Образец, выбранный был пространственно ДЛЯ эксперимента, неоднородным – толщина его постепенно менялась от центра к краям. Это давало возможность настраивать фотонную моду в резонанс с экситонной, меняя положение светового пучка на образце. В результате в точке, в которой фотонная мода резонатора в точности совпадает с экситонным резонансом квантовой ямы, спектр отражения содержит два ярко выраженных провала, которые соответствуют поляритонным модам системы. Величину такого расщепление в называют «вакуумным расщеплением Раби» или также чаще просто расщеплением Раби, хотя, этот термин изначально использовался в атомной физике для описания другого эффекта. Отметим, что в режиме слабой связи, расщепление мод не наблюдается, поскольку ширина спектральных линий превосходит энергетический зазор между ними.

Исторические формализм поляритонов был впервые использован Хопфилдом [17] и Аграновичем [18]. Этим работам также предшествовала работа

Пекара [19], который впервые описал изменение спектра энергии экситона благодаря связи со светом в терминах добавочных волн. В дальнейшем явления, связанные с поляритонами активно изучались в объемных полупроводниках [20,21], тонких пленках [22,23], квантовых ямах [24,25], квантовых проволоках и точках [26,27].



Рис.1.7. Дисперсионные кривые поляритонов в микрорезонаторе при различных условиях резонанса: (а) – резонанс при угле падения света на образец $\theta = 0^{\circ}$, (б) – резонанс при $\theta = 29^{\circ}$, (в) – резонанс при $\theta = 35^{\circ}$. Сплошные кривые соответствуют теоретическому расчету, а пунктирные чистым экситонным и фотонным модам. Энергия связи и положение точного резонанса были определенны из минимума энергия расщепления между двумя линиями фотолюминесценции.

Поляритоны уникальны своей способностью связывать свет с возбуждениями среды и локализовывать его в микрорезонаторе. При этом такое будет комбинировать свойства возбуждений состояние света И полупроводниковой среды. Ключевой характеристикой поляритонных состояний, определяющей динамические и статистические свойства, является их дисперсия, т.е. зависимость энергии поляритона от величины компоненты волнового вектора, лежащей в плоскости микрорезонатора. Экспериментально данная зависимость была впервые измерена в работе [28]. Результаты измерений воспроизведены на рис. 1.7.

Для нахождения дисперсии поляритонов удобно воспользоваться формализмом вторичного квантования. В этом случае линейный гамильтониан системы (не учитывающий взаимодействие между экситонами и эффекты, связанные с насыщением экситонного перехода) в приближении вращающейся волны, позволяющем исключить нерезонансные слагаемые экситон-фотонного взаимодействия, имеет вид:

$$\hat{H} = \hat{H}_{P} + \hat{H}_{X} + \hat{H}_{I},
\hat{H}_{P} = \sum_{k_{\parallel}} \hbar \omega_{P} (k_{\parallel}, k_{\perp}) \hat{\phi}_{k_{\parallel}}^{+} \hat{\phi}_{k_{\parallel}},
\hat{H}_{X} = \sum_{k_{\parallel}} \hbar \omega_{X} (k_{\parallel}) \hat{\chi}_{k_{\parallel}}^{+} \hat{\chi}_{k_{\parallel}},
\hat{H}_{I} = \sum_{k_{\parallel}} \hbar \Omega (\hat{\phi}_{k_{\parallel}}^{+} \hat{\chi}_{k_{\parallel}} + \hat{\phi}_{k_{\parallel}} \hat{\chi}_{k_{\parallel}}^{+}),$$
(1.7)

где $\hat{\phi}_{k_{\parallel}}^{+}$ – оператор рождения фотона с планарным волновым вектором k_{\parallel} и продольным волновым числом $k_c = \vec{k}\vec{e}_z$ (\vec{e}_z – орта оси z) определяющим резонансную частоту, $\hat{\chi}_{k_{\parallel}}^{+}$ – оператор рождения экситона с планарным волновым вектором k_{\parallel} , $\hbar\Omega$ – сила экситон-фотонного дипольного взаимодействия, которая отлична от нуля только для мод с одинаковыми k_{\parallel} . Проведем диагонализацию гамильтониана (1.7) с помощью преобразования:

$$LP_{k_{\parallel}} = C_{X}\left(k_{\parallel}\right)\hat{\chi}_{k_{\parallel}} - C_{P}\left(k_{\parallel}\right)\hat{\phi}_{k_{\parallel}},$$

$$UP_{k_{\parallel}} = C_{P}\left(k_{\parallel}\right)\hat{\chi}_{k_{\parallel}} + C_{X}\left(k_{\parallel}\right)\hat{\phi}_{k_{\parallel}}.$$
(1.8)

Тогда получаем

$$\hat{H} = \sum_{k_{\parallel}} E_{LP}(k_{\parallel}) LP_{k_{\parallel}}^{+} LP_{k_{\parallel}} + \sum_{k_{\parallel}} E_{UP}(k_{\parallel}) UP_{k_{\parallel}}^{+} UP_{k_{\parallel}}, \qquad (1.9)$$

где $LP_{k_{\parallel}}^{+}$ ($UP_{k_{\parallel}}^{+}$) – оператор рождения поляритона нижней (верхней) ветки. Так как экситоны и фотоны обладают бозонной статистикой, то поляритоны так же являются бозонами. Фракции экситонов и фотонов в каждом состоянии определяются квадратами коэффициентов $C_{X}(k_{\parallel})$ и $C_{P}(k_{\parallel})$, которые называются коэффициентами Хопфилда и удовлетворяют условию

$$|C_{X}(k_{\parallel})|^{2} + |C_{P}(k_{\parallel})|^{2} = 1.$$
 (1.10)

Коэффициенты Хопфилда определяются как

$$C_{X}(k_{\parallel}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\Delta(k_{\parallel})}{\sqrt{4\Omega^{2} + \Delta^{2}(k_{\parallel})}} \right)^{1/2}, C_{P}(k_{\parallel}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\Delta(k_{\parallel})}{\sqrt{4\Omega^{2} + \Delta^{2}(k_{\parallel})}} \right)^{1/2}, \quad (1.11)$$

где $\Delta = \omega_P (k_{\parallel}, k_c) - \omega_X (k_{\parallel})$ – экситон-фотонной отстройка. При $\Delta = 0$, $|C_X|^2 = |C_P|^2 = \frac{1}{2}$, и состояния нижней и верхней поляритонных веток представляют собой равновзвешенную суперпозицию экситона и фотона.

Энергии поляритонов, представляющие собой не что иное, как собственные значения Гамильтониана, находятся в процессе диагонализации и имеют вид

$$E_{LP,UP} = \frac{1}{2} \bigg[E_P + E_X \mp \sqrt{4\hbar^2 \Omega^2 + (E_P - E_X)^2} \bigg].$$
(1.12)

В случае, когда фотонная и экситонная моды находятся в резонансе, расстояние между ветками минимально и равно $2\hbar\Omega$. В случае, когда $|E_P - E_X| \gg \hbar\Omega$, поляритонные ветки сливаются с экситонной и фотонной модами.

Другой отличительной особенностью поляритонных систем является присутствие сильных потерь, которым подвержена как фотонная, так и экситонная подсистемы. В простейшем случае влияние потерь может быть учтено посредством феноменологического включения в системе конечных времен жизни фотона и экситона, что приводит к модификации выражения (1.12) к виду

$$E_{LP,UP} = \frac{1}{2} \left[E_P + E_X + i \left(\gamma_P + \gamma_X \right) \mp \sqrt{4\hbar^2 \Omega^2 + \left(E_P - E_X + i \left(\gamma_P - \gamma_X \right) \right)^2} \right].$$
(1.13)

Важной характеристикой поляритонной дисперсией, определяющей динамику поляритонов в плоскости микрорезонатора, является эффективная масса поляритонов, которая может быть выражена через эффективные массы фотона *m_p* и экситона *m_x* следующим образом:

$$\frac{1}{m_{LP}} = \frac{|C_X|^2}{m_X} + \frac{|C_P|^2}{m_P},$$

$$\frac{1}{m_{UP}} = \frac{|C_P|^2}{m_X} + \frac{|C_X|^2}{m_P}.$$
(1.14)

Так как $m_P \ll m_X$, эффективная масса поляритонов нижней ветки вблизи $k_{\parallel} = 0$ составляет

$$m_{LP}(k_{\parallel} \sim 0) \simeq \frac{m_P}{|C_P|^2} \sim 10^{-4} m_X.$$
 (1.15)

Столь малая масса поляритонов нижней ветви является хорошей предпосылкой для наблюдения высокотемпературных фазовых переходов и, в частности, бозеэйнштейновской конденсация бозонных частиц – поляритонов. Действительно, критическая температура перехода к состоянию бозе-конденсата обратно пропорциональна массе. Так, для трехмерного пространственно неограниченного бозе-газа критическая температура определяется из соотношения [29]:

$$kT_{c} = \frac{2\pi\hbar^{2}}{m} \left(\frac{n}{\zeta(3/2)}\right)^{2/3},$$
(1.16)

где $\zeta(x)$ – дзета-функция Римана. Хотя обратная зависимость критической температуры от массы частиц сохраняется, формула не может быть напрямую применена к системе экситонных поляритонов в микрорезонаторе из-за двумерного характера системы. Как известно, в системе размерности ниже 3 в идеально однородном случае БЭК не может быть сформирован при конечной температуре в термодинамическом пределе, т.к. в этом случае невозможно спонтанное нарушение непрерывной симметрии [30,31]. Спонтанное нарушение симметрии подразумевает наличие в системе физически наблюдаемой величины – параметра порядка, – величина которой равна нулю до формирования БЭК и становится отличной от нуля в конденсированной фазе. Таким образом, БЭК представляет собой фазовый переход второго рода, в котором при $T = T_c$ симметрия U(1), характеризующая фазу нормального бозе-газа и являющаяся непрерывной, спонтанно исчезает.

бозе-газ ограничен пространственным потенциалом, постоянная Если плотность состояний двумерной системы принципиальным образом модифицируется относительно однородного случая и формирование фазы БЭК при конечной температуре становится возможным. Тем не менее, формированию БЭК поляритонов препятствует существенно неравновесный характер подобных систем и достаточно короткое время жизни поляритонов в реальных образцах. Основной вклад здесь вносит конечная сравнительно низкая добротность микрорезонатора, соответствующая времени жизни фотона в районе десятка (в лучших образцах, сотни) пикосеунд. В результате, если поляритоны были созданы в высоэнергетичном состоянии с $k_{\parallel} \neq 0$, то обязательным условием осуществления равновесного перехода в состояние конденсации является наличие в системе эффективного механизма термализации частиц [32]. В твердотельных полупроводниковых системах роль агента, способствующего термализации поляритонов, принимают на себя фононы. Если время термализации сравнимо с характерным временем ухода частиц из конденсата, что чаще всего наблюдается на практике, такая система должна рассматриваться скорее как неравновесная открытая диссипативная система, чем закрытая система, находящаяся в тепловом равновесии.

Существование поляритонного БЭК в микрорезонаторе было впервые продемонстрировано в работе [1].



Рис.1.8. (а) – Излучения полупроводникового микрорезонатора в зависимости от накачки ниже порога, в пороге и выше порога БЭК (порог *P_{thr}* = 1.67кВт/см²). Вертикальная ось соответствует интенсивности излучения, (б) – энергетический спектр при разных значениях накачки.

Ниже порога (рис.8а слева) излучение от микрорезонатора обладало гладким распределением около $\theta_x = \theta_y = 0^\circ$, т.е. вокруг $k_{\parallel} = 0$. Когда мощность накачки

увеличивалось и достигала порогового значения, излучение из состояния с нулевым волновым вектором становилось преобладающим (рис.8а в центре), а выше порога в пространственном спектре сигнала формировались резкие пики вблизи состояний с $k_{\parallel} = 0$ (рис.8а слева). На рис.8б показано, что ширина спектрального распределения сужалась с увеличением мощности накачки, а основная часть излучения исходила из нижнего энергетического состояния с $k_{\parallel} = 0$. Кроме того, было продемонстрировано формирование пространственной когерентности и макроскопической поляризации вдоль конденсата. Все это является прямым свидетельством образования конденсата.

Получение поляритонного конденсата представляет интерес не только с точки зрения понимания фундаментальных закономерностей фазовых переходов в системах, которые можно считать лишь термодинамически квазиравновесными. Способность поляритонов переходить в макроскопически заселенное когерентное состояние, может быть использована для создания источника когерентного излучения нового типа [33]. В работах, посвященных экситонным поляритонам, за таким источником закрепилось название «поляритонный лазер», хотя лазером как таковым данное устройство не является. С практической точки зрения поляритонные лазеры обладают характеристиками, аналогичными характеристикам обычного лазера: оба являются источниками когерентного и монохроматического света, а также и в том и в другом случае существует некоторый порог накачки, выше которого только одно состояние становится эффективно заполненным. Важное отличие состоит в том, что для обычного лазера усиление лазерной моды за счет вынужденного излучения происходит, если достигнута инверсия населенности. В поляритонном же лазере отсутствуют явные требования к инверсии населенности. Принцип действия такого устройства заключается В TOM, ЧТО при формировании конденсата из-за конечной добротности микрорезонатора, поляритоны начинают высвечиваться ИЗ резонатора, формируя когерентное излучение. В работе [34] были подтверждены данные выводы. Для эксперимента был использован один и тот же образец, но

- 32 -

различных схемах возбуждения. В первой схеме внешний при двух возбуждающий импульс, падающий под углом 45°, был настроен в резонанс с нижней поляритонной веткой со значением планарного волнового вектора $k_{\parallel} = 5.53 \times 10^4 \,\mathrm{cm}^{-1}$ (при таком угле падения прямое когерентное оптическое четырехволновое смешение запрещено). Пороговая плотность мощности внешней накачки при котором наблюдался нелиненый рост интенсивности излучения из микрорезонатора (они пишут наблюдался фазовый переход) получалась равной $P = 300 \text{Bt/cm}^2$, которая соответствует плотности ижектированных экситинов $n_{OW} = 3 \times 10^9 \, \text{см}^{-2}$ в пересчете на одну квантовую яму и один импульс, что на два порядка меньше чем плотность Моттовского перехода и порога просветления $n_{OW} \sim 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Число поляритонов в расчете на одну моду около $k \sim 0$ имеет оценку около единицы. Это говорит о том, что нелинейный рост интенсивности излучения происходит из-за начала процесса стимулированного рассеяния в состояние $k \sim 0$ нижней поляритонной ветки. Для реализации второй схемы возбуждения лазер накачки направлялся в точку на образце, где фотонная мода отстроена выше экситонной на 15мэВ и энергия возбуждающего луча подобрана таким образом, чтобы выполнялось условие резонанса с резонаторной модой при $k_{\parallel} = 5.53 \times 10^4 \, \text{сm}^{-1}$. В этом случае пороговая плотность инжектированных носителей равна $n_{OW} = 3 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ в пересчете на одну квантовую яму и один импульс, что примерно соответствует плотности необходимой для инверсии населенности на энергии 15мэВ выше края зоны, что находится в согласии со стандартным лазерным механизмом. Число фотонов в расчете на одну моду около $k \sim 0$ имеет оценку около единицы. Таким образом порог генерации для поляритонного лазера оказывается на два порядка меньше чем для обычного фотонного лазера (рис. 1.9).



Рис.1.9. Зависимость населенности основного поляритонного состояния в расчете на одну моду от величины накачки. На рисунке так же представлен порог генерации для обычного лазера, который достигался в том же образце при больших отстройках, при которых нарушается условие сильной связи.

Количественно условие на порог поляритонной лазерной генерации определяется потерями: поляритонный конденсат образуется когда суммарная скорость рассеяния из высокоэнергетичных состояний в основное состояние превышает скорость ухода поляритонов из основного состояния, которая в основном определяется потерями на зеркалах. Таким образом, теоретически этот порог можно сделать сколь угодно малым, если увеличить время жизни поляритона. Именно этот потенциал для реализации сверхнизкопороговых источников когерентного света привлек значительное внимание исследователей в последние годы.

Сложная гибридная природа поляритонных систем имеет множество проявлений. Одним из примеров могут служить так называемые осцилляции Раби. В режиме сильной связи взаимодействие между экситонной и фотонной модами проявляют себя в периодическом обмене населенностями между двумя подсистемами, что на практике проявляется в виде биений оптического сигнала,

регистрируемого от микрорезонатора [7,35-38]. Кроме этого также может быть экспериментально измерена и динамика экситонной компоненты поляритонного состояния посредством техники керровского вращения [39]. В работе [7] было при возбуждении микрорезонатора коротким показано, что когерентным оптическим импульсом, интенсивность излучения микрорезонатора ИЗ демонстрирует биения, соответствующие осцилляциям между фотонной и экситонной модами (рис.1.10). Не смотря на то, что осцилляции Раби являются прямым следствием гибридной природы поляритонных состояний, одного только взаимодействия между экситонной и фотонной факта подсистемами не достаточно для их долговременного наблюдения. Напротив, экспериментально установлено, что в типичных плоских микрорезонаторных системах осцилляции исчезают за несколько пикосекунд, о чем также свидетельствуют результаты первого их обнаружения (рис.1.10).



Рис.1.10. Разрешенная во времени интенсивность излучения от микрорезонатора после возбуждения оптическим импульсом. На вставке пунктирная линия показывает спектр падающего излучения, а сплошная линия - спектр отраженного излучения.

Действительно, биение оптического сигнала от микрорезонатора на частоте, равной частоте расщепления между верхним и нижним поляритонными состояниями, может быть интерпретировано как результат сложения двух

когерентных оптических сигналов. Следовательно, в поляритонном базисе существование осцилляций Раби соответствует одновременному заселению состояний на обеих поляритонных ветках и долговременному поддержанию относительной фазы между этими состояниями или, иными словами, их взаимной выполнение обоих когерентности. На практике, однако, этих условий представляет собой сложную экспериментальную задачу. В реальных системах релаксационные процессы, возникающие вследствие открыто-диссипативной природы поляритонов, существенно влияют на течение осцилляций Раби, приводя к их быстрому затуханию. При этом существенную роль играют процессы, ответственные за дополнительную релаксацию верхней поляритонной ветви, проявляющейся в значительном дисбалансе времен жизни поляритонов верхней и нижней ветвей (в большинстве образцов плоских микрорезонаторов поляритоны верхней живут порядок меньше), было обнаружено ветви на что экспериментально [40].

Таким образом, диссипативные процессы играют определяющую роль в поляритонных системах. Однако учет влияние диссипации не ограничивается только конечным временем жизни поляритонов. Действительно, предположим, что частицы в конденсате затухают с характерным временем γ , тогда уравнение Гейзенберга для оператора поля $\hat{\psi}_0$ имеет вид

$$\frac{d\hat{\psi}_0}{dt} = -i\omega\hat{\psi}_0 - \frac{\gamma}{2}\hat{\psi}_0 \tag{1.17}$$

Пусть в начальный момент времени оператор рождения поляритона удовлетворяет бозонному коммутационному соотношению $\left[\hat{\psi}_{0}(t),\hat{\psi}_{0}^{+}(t)\right]=1$. Однако из уравнения (1.18) получаем, что коммутатор меняется со временем как

$$\left[\hat{\psi}_{0}(t),\hat{\psi}_{0}^{+}(t)\right] = \left[\hat{\psi}_{0}(0),\hat{\psi}_{0}^{+}(0)\right]e^{-\gamma t}$$
(1.18)

Таким образом, несмотря на то, что мы предположили корректное выполнение бозонной коммутации в момент времени t = 0, с течением времени оно
нарушится. Ошибка такого описания заключается в том, что мы пренебрегли взаимолействием конденсата И полями внешнего резервуара, которые ответственны за уход частиц из конденсата. Резервуар вносит «шум», когда система диссипирует резервуар. Это квантово-механический В аналог флуктуационно-диссипационной теоремы [41,42].

1.2. Элементы оптических цепей на основе экситонных поляритонов

В настоящее время возникает необходимость создания более эффективных и быстрых способов обработки и передачи информации. Одним из способов реализации этих задач являются использование технологий маршрутизации данных с помощью оптических цепей и высокопроизводительных оптических процессоров. В действительности, использование оптических волноводов и волокон позволило осуществлять распространение сигнала на большие потерями. Однако расстояния маленькими современные электронные С вычислительные устройства обладают такими преимуществами как низкой стоимостью и потребляемой мощностью, что является следствием годами накопленного опыта в изготовлении этих устройств. Принцип работы типичных оптических вентилей основан на нелинейности материалов: изменение показателя преломления материала вызванная пучком света одного может быть использована для модуляции интенсивности другого. К сожалению, нелинейные коэффициенты в оптических сплошных твердотельных материалах в основном маленькие величины, вследствие чего для функционирования таких устройств требуются большие мощности. Для того, чтобы повысить интенсивность сигнала на несколько порядков, были предложены схемы, использующие резонанснонелинейные эффекты В фотонных усиливающиеся кристаллах [43] И микрокольцевых резонаторах [44-46]. Оптическое переключение является одним из важнейших компонентов оптических сетей, позволяющим одному оптическому сигналу управлять другим.

Другим подходом к реализации систем передачи и обработки информации является использование микрорезонаторных поляритонов, которые совмещают

- 37 -

свойства света свойствами полупроводниковых сред. В частности, co поляритонные системы обладают ярко выраженными нелинейными свойствами, сильного экситон-экситонного взаимодействия. которые возникают из-за Следствием поляритон-поляритонного взаимодействия [47] является возникновение в поляритонных системах таких явлений, как оптическая бистабильность [48-50] и оптические параметрические осцилляции [51]. Таким образом, поляритоны, обладая к тому же и низким энергопотреблением, являются идеальным кандидатом для высокоскоростных операций В логических устройствах.

Кроме того, поляритоны представляют значительный интерес для задач квантовой информатики. Один из возможных подходов в этой области основывается на создании запутанных поляритонных состояний. В настоящий момент теория созданий квантовых криптографических схем на основе запутанных по поляризации фотонов развита достаточно хорошо [53]. Схемы, основанные на экситонных поляритонах, обладают теми же преимуществами, но кроме того, отличаются рядом важных особенностей. В поляритонных системах параметрическое рассеяние благодаря поляритон-поляритонному взаимодействию происходит очень эффективно. К тому же выполнение законов сохранения энергии и импульса достигается относительно просто благодаря своеобразной форме поляритонной дисперсии.

Важным аспектом реализации систем квантовой криптографии является возможность создания ЭПР(Эйншетейн-Подольски-Розен)-пар поляритонов, которые запутаны относительно некой степени свободы. В работе [53] показано, что спонтанное параметрическое рассеяние между поляритонами на разных ветках способствует формированию запутанных поляритонных состояний

$$|\Psi\rangle \propto |j_1, k_s\rangle |j_2, k_i\rangle + |j_2, k_s\rangle |j_1, k_i\rangle$$
(1.19)

где $|j,k\rangle$ соответствует поляритонному состоянию *j*-ой ветки с волновым вектором *k*. Для этого с помощью лазера накачки формируются поляритоны на

- 38 -

верхней поляритонной ветке с нулевым волновым вектором ($\vec{k}_p = 0$). Два поляритона верхней ветки могут когерентно рассеяться, параметрически преобразовавшись в пару сигнального (индекс «s») и холостого (индекс «i») поляритона, а именно: в нижний и верхний поляритоны с противоположными поперечными волновыми векторами (рис.1.11).



Рис.1.11.(а) — Сплошными линиями изображена дисперсия энергии $E_1(k)[E_2(k)]$ нижней (верхней) поляритонной ветки, а штрихованными линиями - дисперсия $E_C(k)[E_x(k)]$ фотонной (экситонной) моды. Стрелки изображают рассматриваемый межветочный поляритонный процесс парного рассеяния. (б) — Схема возбуждения плоского микрорезонатора.

Условие фазового синхронизма выполняется, когда волновые векторы удовлетворяют соотношению $\left| \vec{k}_{s} \right| = \left| \vec{k}_{i} \right| = k_{r}$, где k_{r} зависит от поляритонного расщепления и экситон-фотонной отстройки. Обратим внимание, что для заданного k_s, существуют два эквивалентных процесса, в которых роли сигнального И холостого сигнала по-разному распределяются между поляритонными ветками. Квантовая запутанность в такой системе возникает из-за того, что невозможно установить, какой именно рассеянные поляритон перешел на верхнюю или нижнюю ветку. На рис.1.12 представлена картина фазового синхронизма в двумерном пространстве импульсов. Функция фазового синхронизма $\eta(\vec{k}) = \eta_1(\vec{k}) + \eta_2(\vec{k})$ с

$$\eta_{1(2)}(\vec{k}) = \frac{\gamma^2}{\left(E_{1(2)}(\vec{k}) + E_{2(1)}(2\vec{k}_p - \vec{k}) - 2E_2(\vec{k}_p)\right)^2 + \gamma^2},$$
(1.20)

где γ представляет собой спектральную ширину поляритонного состояния. Заметим, что если законы сохранения энергии и импульса для межветочного рассеяния сильно нарушаются, то $\eta_{l(2)} \rightarrow 0$. С другой стороны, если \vec{k} – волновой вектор, соответствующий идеальному фазовому синхронизму для нижнего (верхнего) поляритонного сигнала, то $\eta_{l(2)}(\vec{k}) = 1$. Отметим, что если \vec{k} волновой вектор идеального фазового синхронизма для обеих веток, то $\eta(\vec{k}) = 2$.



Рис.1.12. Функция фазового синхронизма в зависимости от поперечного волнового вектора сигнальной моды (в единицах k_0). (а) – Накачка возбуждает верхнюю поляритонную ветку при нормальном падении $(\vec{k}_p = 0)$, (б) – $\vec{k}_p = 0.15k_0\vec{e}_x$. Параметры: $E_x = E_c(0) = 1.5$ в, $k_0 = E_c(0)/\hbar c$, $2\hbar\Omega = 4$ мэВ, $\gamma = 0.5$ мэВ.

На рис. (1.12а) представлен случай $\vec{k}_p = 0$, где $\eta_1(\vec{k}) = \eta_2(\vec{k})$ и $\eta(\vec{k}) = 2$ на кольце $|\vec{k}| = k_r$. Запутанные поляритоны могут быть получены с противоположными импульсами на кольце. В случае же когда $\vec{k}_p \neq 0$, где кривые фазового синхронизма для нижней и верхней ветки расходятся $(\eta_1(\vec{k}) \neq \eta_2(\vec{k}))$, запутанность по индексу ветки возможна только в двух точках пересечения. Важно отметить, что такие запутанные поляритоны могут испускать частотнозапутанные пары фотонов, т.е. состояния вида

$$|\Psi\rangle \propto \left(\alpha^{\dagger}_{\omega_{1},k_{r}}\alpha^{\dagger}_{\omega_{2},-k_{r}} + \alpha^{\dagger}_{\omega_{2},k_{r}}\alpha^{\dagger}_{\omega_{1},-k_{r}}\right)|0\rangle, \qquad (1.21)$$

где $\hbar \omega_1 (\hbar \omega_2)$ - энергия нижнего (верхнего) состояния с поперечным волновым вектором k_r . Для того, чтобы иметь значительную видимость вне резонатора, сигнальная и холостая моды поляритонов должны иметь одинаковую связь с полем вне резонатора. Этот случай соответствует сравнимым фотонным фракциям обоих сигналов.

В работе [4] показано, что за счет использования корреляционных и интерференционных эффектов, поляритон-поляритонное рассеяние В микрорезонаторах может быть использовано для создания оптических вентилей, имеют время меньший порог которые меньшее отклика И мощности функционирования, чем существующие поляризационно-чувствительные вычислительные устройства. Лазерные пучки настраиваются в резонанс с нижней поляритонной веткой на одинаковой энергии, но направляются таким образом, чтобы соответствовать противоположным волновым векторам \vec{k}_p и $-\vec{k}_p$. Пучки линейно поляризованы и поляризация одного из лучей может непрерывно и изменяться ОТ горизонтальной линейной поляризации независимо ДО вертикальной линейной поляризации с помощью полуволновой пластины. Для интерпретации полученных результатов применялся теоретический подход, основанный на уравнении Гросса-Питаевского:

$$i\hbar \frac{\partial \vec{\chi}(\vec{x})}{\partial t} = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_X} \vec{\chi}(\vec{x}) + \Omega \vec{\phi}(\vec{x}) + V_0 \left[\vec{\chi}^*(\vec{x}) \vec{\chi}(\vec{x}) \right] \vec{\chi}(\vec{x}) - V_1 \vec{\chi}^*(\vec{x}) \left[\vec{\chi}(\vec{x}) \vec{\chi}(\vec{x}) \right]$$

$$-\frac{i\hbar}{2\tau_X} \vec{\chi}(\vec{x})$$

$$i\hbar \frac{\partial \vec{\phi}(\vec{x})}{\partial t} = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_P} \vec{\phi}(\vec{x}) + \Omega \vec{\chi}(\vec{x}) + \vec{f}(\vec{x},t) + \vec{f}_b(\vec{x},t) - \frac{i\hbar}{2\tau_P} \vec{\phi}(\vec{x}).$$

$$(1.22)$$

 V_0 и V_1 – константы определяющие силу нелинейного взаимодействия [54]. τ_X и τ_P – времена жизни экситонов и фотонов соответственно. Оптическая накачка

имеет вид
$$\vec{f}(\vec{x},t) = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix} \iint e^{-iE_p t/\hbar} \frac{i\Gamma}{\left[E_{LP}(\vec{k}) - E_p - i\Gamma\right]} \left(e^{-L^2(\vec{k}-\vec{k}_p)^2/4} + e^{-L^2(\vec{k}+\vec{k}_p)^2/4}\right) d\vec{k}$$
, где

 A_x и A_y определяют амплитуды двух линейно поляризованных компонент накачки, E_p – энергия накачки, L представляет собой ширину каждого лазерного пятна в реальном пространстве. Множитель $i\Gamma / \left[E_{LP}(\vec{k}) - E_p - i\Gamma \right]$ учитывает неоднородность оптического поглощения [55], $\vec{f}_b(\vec{x},t)$ – ланжевеновский шум.



Рис.1.13. Распределение интенсивности сигнала от микрорезонатора в дальнем поле в случае одинаковой линейной горизонтальной (x) [кросс-линейной горизонтальной (x) и вертикальной (y)] поляризации лазеров накачки. (a)[(д)] экспериментально измеренная интенсивность горизонтально поляризованного излучения (x). (б)[(е)] теоретически рассчитанная интенсивность горизонтально поляризованного излучения (x). (в)[(ж)] экспериментально измеренная интенсивность горизонтально поляризованного излучения (x). (b)[(ж)] экспериментально измеренная интенсивность вертикально поляризованного излучения (y). (г)[(з)] теоретически рассчитанная интенсивность вертикально поляризованного излучения (y).

На рис.1.13а-г и рис.1.13д-з представлено сравнение теоретических и экспериментальных результатов, полученных при интенсивности накачки 40 мВт для двух случаев: когда поляризации накачек совпадают, и когда накачки поляризованы ортогонально. Когда обе накачки обладали одной и той же линейной поляризацией, наблюдалось сильное рассеивание в состояние с волновым вектором перпендикулярным к волновому вектору накачки линейной (сопровождающееся изменением поляризации). Это является следствием того, что константы поляритон-поляритонного взаимодействия в синглетной и триплетной конфигурации имеют разные знаки[56].

Описанное устройство функционирует как логический вентиль XNOR, представляющий собой двоичный элемент, возвращающий «истинно», если два ее входа одинаковы и возвращающие «ложно», если сигналы на входах различны. Вентиль XNOR имеет важное значение для таких приложений как распознавание адреса оптических пакетов, сравнения и шифрование данных. Такая реализация логического элемента, открывает возможности конструирования оптических цепей на меньших масштабах, чем те, что были доступны ранее.

Способность поляритонов эффективно в микрорезонаторе взаимодействовать с внешним световым полем позволяет соединять их с другими оптоэлектронными устройствами. При этом значительным достижением является интегрирование нескольких элементов вместе В плоскости одного микрорезонатора. В действительности, такая интеграция функциональных элементов – сложная задача даже для традиционных оптических цепей на основе внедренных цепочек дефектов в фотонном кристалле [57]. В работе [5] продемонстрирована техника создания бинарных логических элементов на основе поляризационной степени свободы поляритонов. Рассмотрим полупроводниковый микрорезонатор, который структурирован таким образом, что накладывает на поляритоны потенциал, показанный на рисунке 1.146.

- 43 -



Рис.1.14. (а) — Зависимость интенсивности единичного несвязанного (спин-поляризованного) поляритонного состояния от мощности накачки. Параметры: $E_p - E_0 = 1$ мэВ, $\tau = 3$ пс. (б) — Профиль поляритонного потенциала в реальном пространстве.

Поляритоны могут иметь две проекции спина на выделенное направление в системе, $\sigma = \pm 1$, соответствующих правой σ_+ и левой σ_- круговой поляризации внешних фотонов. Уравнение Гросса-Питаевского с учетом спина [58] имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \psi_{\sigma}}{\partial t} = \left(\hat{H}_{LP}\left(-i\hat{\nabla}\right) - \frac{i\hbar}{2\tau} + W\left(\vec{r}\right)\right)\psi_{\sigma} + \left(\left|\psi_{\sigma}\right|^{2} + \frac{\alpha_{2}}{\alpha_{1}}\left|\psi_{-\sigma}\right|^{2}\right)\psi_{\sigma} + p_{\sigma}\left(\vec{r},t\right)e^{-iE_{p}t/\hbar},$$
(1.23)

где оператор кинетической энергии \hat{H}_{LP} соответствует поляритонной дисперсии нижней ветви. Поляритоны верхней ветки не возбуждаются при данных условиях. Оптическое поле накачки задано слагаемым $p_{\sigma}(\vec{r},t)$ и E_p – энергия накачки, τ – время жизни поляритонов, $W(\vec{r})$ – потенциал, внутри которого локализованы поляритоны, $\alpha_{1(2)}$ – матричные элементы поляритон-поляритонного взаимодействия в параллельной (антипараллельной) спиновой конфигураций соответственно.

Если энергия накачки отстроена больше чем на $\hbar\sqrt{3}/\tau$ от энергии поляритонной ветки, то при некоторых значений накачки система может обладать более чем одним устойчивым состоянием [48-50]. Зависимость интенсивности

поляритонного состояния может быть найдена аналитически [58] из уравнения Гросс-Питаевского в стационарном режиме:

$$\left[\left(E_0 - E_p + |\psi_{\sigma}|^2 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} |\psi_{-\sigma}|^2 \right)^2 + \frac{\hbar^2}{4\tau^2} \right] |\psi_{\sigma}|^2 = |p_{\sigma}|^2, \qquad (1.24)$$

 E_0 – чистая собственная энергия поляритона. Если для где простоты предположить, что возбуждение системы осуществляется С помощью циркулярно-поляризованного света, все поляритоны будут обладать одинаковым спином и поляритонная интенсивность демонстрирует S-образную кривую, которая характеризует бистабильность в системе. Уравнение (1.24) решалось численно. При этом в начале предполагается, что система возбуждается широкой, *σ*₊-поляризованной гауссовой непрерывной накачкой. Накачка имеет слабую интенсивность, так что поляритонная интенсивность лежит на нижней ветке Sобразной кривой. Далее рассчитывалась динамика поляритонной системы, когда к одному из концов канала прикладывается σ_+ поляризованный импульс, который локально переключал поляритонную интенсивность на верхнюю ветку S образной кривой. Результаты показаны на рис.1.15, после того как импульс затухал, последовательные участки вдоль канала переключались в состояние с высокой интенсивностью. Это может быть связанно с членом кинетической который стремится сгладить энергии в уравнении (1.24), поляритонное распределение В пространстве [59]. Области с низкой интенсивностью, следующие за областью с высокой интенсивностью, имеет тенденцию к переключению на верхнюю ветвь кривой гистерезиса. Такое распространение имеет аналогию с биологическими нейронами, поэтому авторами эти каналы были названы «поляритонными нейронами». Такое распространение, которое не лимитировано коротким временем жизни поляритонов, открывает перспективу для создания проводов для оптических цепей в плоскости микрорезонатора.



Рис.1.15. Профиль пространственного распределения интенсивности излучения поляритонного конденсата в различные моменты времени, отсчитанные от момента воздействия импульса накачки. Непрерывная и импульсная накачки обладают гауссовыми профилем интенсивности и направлены нормально к плоскости образца. При этом частота накачек расположены выше нижней поляритонной ветки.

Учет поляризационной степени свободы приводит к тому, что в системе возникает не бистабильность, а мультистабильность. Авторами рассматривалось слияние двух поляритонных нейронов, которое получалось реструктуризацией профиля потенциала. Система снова возбуждалась широким, но слабым Гауссовым пучком, который был эллиптически поляризован с уклоном в сторону σ_1 -поляризации. Входы двух каналов возбуждались либо σ_1 - или σ_2 импульсами. На рис. 1.16 изображена степень круговой поляризации в реальном пространстве для случаев противоположно поляризованных входов (верхний ряд) и для случая двух σ_{-} -импульсов (нижний ряд). В первом случае, только сигнал с σ_+ -поляризацией продолжал распространение благодаря тому, что непрерывное фоновое поле было преимущественно $\sigma_{_+}$ -поляризовано, а величина $\alpha_{_2}$ – отрицательно. Это означает, что система вела себя как OR-логический вентиль, т.е. приводила к появлению на выходе σ_+ -поляризованного сигнала, если хотя бы на одном входе был σ_{\perp} -сигнал (в ином случае данное устройство работало бы как AND-логический фоновое вентиль, если бы постоянное поле имело противоположную степень поляризации ρ_c).



Рис.1.16. Круговая степень поляризации $\rho_c = \frac{|\psi_+|^2 - |\psi_-|^2}{|\psi_+|^2 + |\psi_-|^2}$ в области, где два поляритонных

нейрона соединяются в различные моменты времени относительно момента прикладывания импульса. Верхний ряд показывает случай, когда система возбуждается противоположно циркулярно поляризованными импульсами; нижний ряд показывает случай, когда система возбуждается двумя σ_{-} -поляризованными импульсами.

Это дает возможность конструировать оптические схемы, в которых несколько элементов интегрированы в единую структуру микрорезонатора. При данных значениях параметров логический вентиль работает на частоте 5ГГц и занимает площадь 200мкм × 200мкм, что делает его производительность конкурентоспособным с существующими оптическими вентилями.

При низкой мощности лазера, настроенной выше поляритонной моды, возбуждаемое состояние почти не заселено (OFF-состояние). При увеличении мощности, сдвиг энергии за счет взаимодействия между поляритонами приводит к усиленному поглощению, суперлинейному росту поляритонной населенности и, наконец, к скачку в состояние в высокой плотностью поляритонов (ONсостояние). Интенсивность излучения по отношению к мощности накачки, как мы уже отметили, характеризуется петлей гистерезиса, которая сильно зависит от условий возбуждения. Однако в случае двух лазеров накачки, взаимное взаимодействие между двумя возбуждаемыми поляритонными состояниями подразумевает более богатую феноменологию.

В работе [2] исследовалась двухкомпонентная поляритонная систем, которая когерентно управлялась с помощью двух различных лазеров с независимо настраиваемыми частотами, волновыми векторами и интенсивностями. Была возможность управлять циклом гистерезиса одного показана состояния посредством другого, а так же используя сочетание непрерывной и импульсной накачки, показана возможность ультрабыстрого управления поляритонным состоянием, в частности возможность переключения на временах порядка нескольких пикосекунд не только в состояние с большой плотностью поляритонов (ON-состояние), но и в состояние которое почти не заселено (OFFэксперименте состояние). В использовались два пространственно перекрывающихся непрерывных Ti-Sa лазера (P1 и P2) с различными волновыми векторами и частотами, которые возбуждали два поляритонных состояния на нижней поляритонной ветке в GaAs/AlAs микрорезонаторе с тремя In_{0.04}Ga_{0.96}As квантовыми ямами (образец поддерживался при температуре 10 К). Частоты и волновые вектора двух лазеров были выбраны таким образом, чтобы оптическая бистабильность проявлялась для обоих состояний. Теоретическое описание эксперимента осуществлялось с помощью уравнения Гросса-Питаевского:

$$i\partial_{t} \begin{pmatrix} \psi_{X} \\ \psi_{P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ F \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_{X} - i\gamma_{X} + g_{X} |\psi_{X}|^{2} & \Omega/2 \\ \Omega/2 & \omega_{P} - i\gamma_{P} - \frac{\nabla^{2}}{2m_{P}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{X} \\ \psi_{P} \end{pmatrix}.$$
(1.25)

Два внешних лазера моделировались в виде $F = f_1(r)e^{i(k_1r-\omega_1t)} + f_2(r)e^{i(k_2r-\omega_2t)}$, где $\hbar\omega_1 = -4.25 \,\text{мэB}, \hbar\omega_2 = -3.7 \,\text{мэB}$ и $k_1 = 0.2 \,\text{мкM}^{-1}, k_2 = 0.3 \,\text{мкM}^{-1}$ – их энергии (измеренные относительно E_X) и волновые вектора. Мощность лазеров определяется как $P_1 = |f_1(\vec{r})|^2$ и $P_2 = |f_2(\vec{r})|^2$. Сила экситонного взаимодействия устанавливается единицей путем перенормировки обоих полей и внешних накачек $f_{1,2}$.



Рис.1.17. Экспериментальные (1е, 2е, 3е, 4е) и теоретические (1Т, 2Т, 3Т и 4Т) нормированные интенсивности излучения конденсата в состоянии S1 (черные кривые) и S2 (красные кривые), полученные изменением мощности накачки P1 при фиксированном P2 (левый столбец) либо изменением P2 для фиксированного P1 (правая колонка). Стрелки и символы соответствуют направлению изменения мощности: увеличению мощности соответствуют сплошные символы, а уменьшение мощности открытые символы.

На рис.1.17 представлено сравнение результатов, полученных из эксперимента (1е,2е.3е и 4е) и рассчитанных теоретически (1t,2t,3t и 4t). Панели 1 и 3 соответствует случаю фиксированной накачки P2 и изменяющейся P1, а 2 и 4 - наоборот. Выбор значений фиксированной накачки осуществлялся таким

образом, чтобы продемонстрировать максимально различные конфигурации начального и конечного состояний.

Случаи 1 и 2 соответствуют ситуациям, когда нижняя поляритонная ветка расположена по частоте ниже частот обоих лазеров накачки, в то время как в случаях 3 и 4 она расположена выше частоты P1, но ниже P2. Как это видно из рисунка 1.17, варьируя накачку одного лазера и как следствие населенность соответствующего состояния (гистерезис которого изображен сплошной линией) можем управлять населенностью другого состояния (сплошные (открытые) символы соответствуют случаю увеличения (уменьшения) мощности накачки). В зависимости от относительных интенсивностей и относительных отстроек обоих лазеров накачки, система может быть приведена в резонанс (выведена из резонанса) с частотой накачки и поэтому любое состояние может быть переведено в ON- (OFF-) состояние. Определенное расхождение экспериментальных и теоретических кривых связанно с тепловыми флуктуациями и временным усреднением по различным реализациям, кроме того, в теории рассматривались дельта-образные лазерные линии, в то время как в эксперименте, по крайней мере, один из непрерывных лазеров не одномодовый.

Таким образом, система экситонных поляритонов в микрорезонаторе может быть использована для создания сверхбыстрых оптических переключателей.

Кроме того относительно недавно появились работы, предлагающие использовать поляритоны для создания полностью оптических транзисторов. В работе [6] был экспериментально продемонстрирован принцип работы поляритонного транзистора, реализованного на основе плоского полупроводникового микрорезонатора. Принцип работы устройства базируется на нелинейном взаимодействии между двумя поляритонными жидкостями. Схема эксперимента продемонстрирована на рис.1.18а. Одномодовое, непрерывное лазерное излучение падает на GaAs/AlAs микрорезонатор, состоящий из фронтального и заднего РБО с 21 и 24 парами соответственно и трех внедрённых

 $In_{0.04}Ga_{0.96}As$ квантовых ям. Угол падения лазерного луча соответствуют поперечной компоненте импульса резонансно созданных поляритонов, которые распространяются с конечной скоростью в плоскости микрорезонатора. В связи с конечным временем жизни поляритонов в микрорезонаторе (около 10 пс), этот процесс может наблюдаться посредством излучения фотонов с задней РБО: поляритонная плотность пропорциональна интенсивности излучения, которое регистрируется реальном и импульсном пространстве с помощью СССD-камеры, связанной со спектрографом.

В первой части эксперимента внешней оптической накачкой создавались адресное («А») и управляющее («С») состояния и измерялась поляритонная плотность в управляющем состоянии, которое предназначалось для переключения «А» в ОN-состояние. Лазерный луч делился на две части, которые попадали на микрорезонатор под разными углами для возбуждения двух состояний на нижней поляритонной ветке: «А» и «С». Эти состояния имеют одинаковую энергию $E_C = E_A$, но разные импульсы в плоскости микрорезонатора: K_C и K_A соответственно. На верхней панели рис.1.186 представлена двумерная картина излучения, в импульсном пространстве $(K_X; K_Y)$. Состояние с $K_X = K_C, K_Y = 0$ соответствуют управляющему состоянию, а $K_X = K_A, K_Y = 0$ - адресному. Импульсы $K_C = -1$ мкм⁻¹ и $K_A = 0.5$ мкм⁻¹ отмечены сплошной вертикальной линией, в то время как энергия накачки Е=1.481эВ отмечена горизонтальной штрихованной прямой. При такой конфигурации отстройка $\Delta E_{A,C} = E_{laser} - E_{A,C}$ управляющего состояния $\Delta E_A = 0.4$ мэВ и $\Delta E_C \approx 0$ ЛЛЯ адресного И соответственно. Из-за незначительной отстройки адресного состояния от частоты возбуждающего лазеры, поляритонная населенность в этом состояния проявляет нелинейное поведение в зависимости от мощности накачки (рис.1.18в). При мощности $P_{th}^{A} = 5$ мВт происходил резкий скачок населенности адресного состоянии, и при дальнейшем увеличении мощности возбуждающего луча

происходило насыщение благодаря голубому сдвигу поляритонной ветки по отношению к внешней накачке.



Рис.1.18. (а) – Схема экспериментальной установки. (б) – Верхняя панель: двумерная картина излучения в импульсном пространстве под действием сильного излучения, показывает поляритонные состояния, созданные двумя лазерными лучами, падающими под разными углами. Нижняя панель: поляритонная дисперсия вдоль направления соответствующее $K_{\gamma} = 0$ для верхней панели. (в) – Интенсивность излучения адресного состояния в зависимости от мощности возбуждающего луча. (г) – Измерение цикла гистерезиса около порога на рисунке (в). Черные и красные точки соответствуют увеличению и уменьшению мощности соответственно.

Важно отметить, что отстройка ΔE_A была выбрана таким образом, чтобы избежать петли гистерезиса [48-50]. В действительности, уменьшение отстройки между возбуждающим излучением и поляритонным резонансом приводит к сжатию петли гистерезиса. В результате при определенных условиях в системе возникает ситуация, когда вместо петли бистабильности существует только один порог перехода между ветками (режим оптического дискриминатора) [60]. Для

того чтобы проверить действительно ли система находилась в этом режиме, авторами работы были проведены повторные измерения интенсивности адресного состояния при увеличении и уменьшении интенсивности возбуждения вблизи порога (рис.1.18г). Как видно из рисунка кривые перекрывались, демонстрируя отсутствие кривой гистерезиса. Это важное условие, позволяющее получить необходимый контроль над параметрами переключения.



Рис.1.19. (а) — схема эксперимента с двумя адресными лучами, фокусированными в различные точки на образце под различными углами падения. (б) — Схема распространения поляритонов в случае, когда «С» сфокусирован над «А». Красными стрелками показано направление распространения соответствующего поляритонного состояния. (в) — интенсивность излучения «А» и «В» в реальном пространстве, когда «С» ниже порога. (г) — интенсивность излучения в дальнем поле показывающее импульсы «А», «В» и «С». Круг соответствует положению эластического круга рассеяния. (д) — распространение состояний «А» и «В» в реальном пространстве, когда «С) ниже пороганий «А» и «В» в реальном поле показывающее импульсы «А», «В» и «С». Круг соответствует положению эластического круга рассеяния. (д) — распространение состояний «А» и «В» в реальном пространстве, когда «С) выше порога. (е) — то же что и на (г), но в случае, когда «А» и «В» находятся в резонансе с лазерной накачкой. Их интенсивность резко возрастает, в то время как интенсивность «С» пренебрежимо мала.

Во второй части эксперимента была продемонстрирована возможность реализации (рис.1.19а,б). Использованная каскалной схема может быть интерпретирована как последовательность двух транзисторов, где вход на первый управляет выходом второго. Второй адресный луч («В») был сфокусирован на расстоянии 40мкм от первого адресного («А»). Интенсивности обоих лучей были ниже пороговой (рис.1.19в,г). Отметим, что управляющий луч («C») перекрывался пространственно только с «А», а его импульс был перпендикулярен импульсу «А». Когда плотность в состоянии «С» возрастает, переключение в «А» приводит к движению поляритонной жидкости в сторону «В», что в свою очередь приводит к переключению «В» и его распространению в перпендикулярном направлении. Данные процессы показаны на рис. 1.19д,е. Когда плотность управляющего состояния в первом транзисторе опускается ниже порога, оба состояния «А» и «В» переходят в состояние OFF.

Стоит отметить, что два или более управляющих состояния могут способствовать активации адресного состояния, образуя тем самым базис для логических операций. Исследовалась возможность использования двух распространяющихся поляритонных состояний (обозначенных как «А» и «В» на рис.1.20) для управления выходом третьего («С»). «А» и «В» разнесены на расстояние 70 мкм, а «С» расположен на одинаковом отдалении и смещена горизонтально вправо.

Схема в действительности работала, как вентиль AND, если порог достигался, когда оба «А» и «В» были в состоянии ON (правая колонка), в тоже время работала как вентиль OR если только населенность состояний «А» или «В» были достаточны для активации «С» (левая колонка). При этом режим AND-вентиля достигался уменьшением адресной накачки на 10% по сравнению со случаем OR-вентиля [61]. Верхняя вставка показывает случай, когда оба управляющих состояния «А» и «В» находились ниже порога.

- 54 -



Рис.1.20. Трехтранзисторная схема, в которой «С» работает как AND/OR логический вентиль со входами «А» и «В». (a) – «А», «В» и «С» ниже порога, их выходная мощность меньше 35 мкВт . Левая колонка соответствует вентилю OR с (б) – «А» и «В» в состояниях ON, (в) – только «В» в состояние ON, (г) – только «А» в состоянии ON. Вентиль AND описан в правой колонке с (д) – «А» и «В» в состояниях ON, (е) – только «В» в состоянии ON, (ж) – только «А» в состоянии ON.

Описанные схемы, позволяющие применять экситонные поляритоны для обработки передачи И оптических сигналов, используют способность поляритонных конденсатов находиться в когерентном состоянии, которое может посредством внешних воздействий передаваться из одной точки в другую. При управлять ЭТОМ сильные нелинейности поляритонных систем позволяют поляритонными сигналами за счет относительно слабых внешних воздействий. Однако большинство из описанных подходов равно как из прочих известных на данный момент предложений по практическому применению поляритонов используют макроскопические свойства поляритонной жидкости, а соответствующие теоретические модели базируются на простых и понятных представлениях о квазиконсервативном характере таких систем. Однако в то же время, экситонные поляритоны отличает одновременно сложная, многосоставная природа, позволяющая находиться во множестве состояний одновременно, а также присутствие сильных потерь, которые должны нетривиальным образом влиять на динамику таких систем.

В этой связи актуальным представляется исследование возможности установления в диссипативной системе долгоживущих конфигураций, поддерживающих взаимную когерентность между различными состояниями конденсата. Применительно к задачам, использующим квантовые свойства поляритонных сред, формирование таких состояний может представлять интерес с точки зрения реализации двухуровневых макроскопически заселенных систем. Примером таких систем может служить состояние, в котором обе поляритоны локализованы на обеих поляритонных ветках одновременно, что проявляется в виде осцилляций Раби.

Существование естественной двухуровневой возникающей системы, поляритонных вследствие расщепления веток, может являться хорошей предпосылкой для реализации кубита, квантовые состояния которого будут макроскопически заселены. На практике, макроскопический поляритонный кубит быть квантовых вычислений с непрерывными может использован для переменными квантовых вычислений С макроскопическими ИЛИ ДЛЯ поляритонными состояниями [62,63]. Тем не менее, открытая и неравновесная природа поляритонных систем ставит под вопрос саму возможность создания последний требует такого кубита, поскольку создания состояний С числом фиксированными И четко определенным что может частиц. сопровождаться определенными экспериментальными трудностями.

- 56 -

1.4. Выводы к главе 1

1. Полупроводниковые микрорезонаторы являются многофункциональным инструментом изучения динамических и квантовых эффектов в открытой и неравновесной системе бозонов. Одним из самых больших достижений области В поляритоники является создание И управление конденсатом, который характеризуется макроскопической населенностью одного квантового состояния, а также увеличенной временной и пространственной когерентностью.

2. Одним ИЗ самых примечательных достижением современных квантовых технологий является создание нового лазерного источника излучения работающего на принципах бозе-эйнштейновской поляритонного лазера. конденсации экситонных поляритонов. В отличие от традиционных лазеров, такие устройства характеризуются очень низкими пороговыми мощностями генерации.

3. Поляритоны характеризуют большая длина когерентности, заимствованная у фотонной компоненты, а также сильная нелинейность, возникающая из экситонной компоненты. Данный факт может быть использован для создания различных элементов оптических цепей, которые будут обладать преимуществами с точки зрения времени переключения и пороговой мощности по сравнению с чисто оптическими схемами. Однако в силу больших потерь времена когерентности в таких системах сильно ограничены и недостаточны для прямого их использования в целях обработки информации.

ГЛАВА 2

УВЕЛИЧЕНИЕ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ ОСЦИЛЛЯЦИЙ РАБИ В СИСТЕМЕ ЭКСИТОННЫХ ПОЛЯРИТОНОВ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ МИКРОРЕЗОНАТОРЕ

2.1. Экситонные поляритоны в микрорезонаторе в присутствии нерезонансной накачки

Взаимодействие света с веществом порождает двухуровневую систему, Раби-дуплет, состоящий из $|LP\rangle$ и $|UP\rangle$ заселенных ортогональных поляритонных состояний. В случае действия внешней интенсивной накачки, эти состояния должны быть макроскопически заселены. В этих терминах квантовое состояние поляритонной системы $|\Psi\rangle$ может быть представлено как линейная комбинация $|LP\rangle$ и $|UP\rangle$ состояний:

$$|\Psi\rangle = \beta_1 |LP\rangle + \beta_2 |UP\rangle \tag{2.1}$$

с двумя комплексными коэффициентами, которые удовлетворяют условию нормировки $|\beta_1|^2 + |\beta_2|^2 = 1$. Следовательно, состояние системы определяются как заселенностями нижнего и верхнего поляритонных состояний, которые задаются как $|\beta_{1,2}|^2$ соответственно, так относительной фазой. В случае свободной динамики системы коэффициенты в уравнении (2.1) эволюционируют как $\beta_1 = e^{-i\omega_1 t - i\varphi} / \sqrt{2}$ и $\beta_2 = e^{-i\omega_2 t} / \sqrt{2}$, где φ – произвольная фаза и $\omega_{1,2}$ – собственные частоты $|LP\rangle$ и $|UP\rangle$ состояний соответственно.

Современный прогресс в технологии изготовления микрорезонаторов делает возможным создание структур, где Раби-осцилляторы могут быть связаны друг с другом, тем самым открывая возможность для создания квантового вычислительного устройства на основе поляритонов. Однако, главная проблема здесь – сохранение когерентности между $|LP\rangle$ и $|UP\rangle$ состояниями в течение времени, необходимого для квантовой логической операции, или в наиболее общем виде, в течение времени вычислений [64]. На самом деле, декогеренция состояния происходит из-за взаимодействия системы с окружающей средой и препятствует применению квантовых алгоритмов [65]. Как результат, в присутствии декогерентности состояние системы (2.1) затухает, $|\Psi\rangle \propto e^{-t/\tau_R}$, где τ_R – характерное время затухания, определяемое рассеянием поляритонов из основного состояния и утечкой фотонов из микрорезонатора.

Рассмотрим экситонные поляритоны в плоском или столпообразном микрорезонаторе под действием нерезонансной непрерывной накачки (Рис.2.1).



Рис.2.1. (а) — Схема возбуждения поляритонов в микрорезонаторе, (б) — поляритонная дисперсия и схематическое изображение процесса поляритонного рассеяния поддерживаемого некогерентным резервуаром при $\Delta = 0$.

Накачка позволяет создать резервуар долгоживущих экситонных поляритонов с большими поперечным волновыми векторами. Пусть накачка настолько интенсивная, что в ее присутствии состояния на верхней и нижней поляритонных ветках оказываются макроскопически заселены. Динамика Рабидуплета может быть наиболее удобным образом описана с помощью матрицы плотности. Диагональные элементы 2×2 матрицы плотности ρ определяют значения заселенностей $|LP\rangle$ - и $|UP\rangle$ -состояний: $\rho_{11} = N_1$ и $\rho_{22} = N_2$, в то время как недиагональные элементы $\rho_{12} = \rho_{21}^*$ определяют когерентность между этими состояниями. Для чистого квантового состояния, представленного в виде (2.1) $\rho_{11} = |\beta_1|^2$, $\rho_{22} = |\beta_2|^2$, $\rho_{12} = \beta_1 \beta_2^*$ и $\rho_{21} = \beta_1^* \beta_2$. В данной задаче воздержимся от анализа полной статистики Раби-дуплета, которой может быть сдела на основе методов, описанных в [66]. Вместо этого воспользуемся формализмом псевдоспина по аналогии с тем, как это выполнено в [8]. Для простоты пренебрегаем поляритон-поляритонным взаимодействием для макроскопически заселенных состояний. Динамика матрицы плотности задается:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] + \mathcal{I} \{\rho\}, \qquad (2.2)$$

где H – гамильтониан системы, в котором отличны от нуля только диагональные элементы, $H_{11} = E_1 \ u H_{22} = E_2$ – энергии соответственно $|LP\rangle$ - и $|UP\rangle$ -состояний. $\mathcal{Z}\{\rho\}$ – супероператор Линдблада, описывающий диссипацию в системе. Уравнения, описывающие динамику заселенностей, имеют стандартную форму:

$$\frac{d\rho_{ii}}{dt} = \frac{dN_i}{dt} = -\frac{N_i}{\tau_i} + (1+N_i)W_i^{in} - N_iW_i^{out}, \qquad i = 1, 2,$$
(2.3)

где $\tau_{1,2}$ – времена жизни $|LP\rangle$ - и $|UP\rangle$ -состояний. В частности, они выражаются через времена жизни экситона τ_X и фотона τ_P :

$$\frac{1}{\tau_{1}} = \frac{|C_{X}|^{2}}{\tau_{X}} + \frac{|C_{P}|^{2}}{\tau_{P}}$$

$$\frac{1}{\tau_{2}} = \frac{|C_{P}|^{2}}{\tau_{X}} + \frac{|C_{X}|^{2}}{\tau_{P}}.$$
(2.4)

Для современных полупроводниковых микрорезонаторов $\tau_X \sim 100$ пс и $\tau_P \sim 10$ пс, т.е. выполняется неравенство $\tau_P \ll \tau_X$. В этом случае можно записать время

жизни верхней и нижней поляритонных веток, как $\tau_2 = \tau_P / |C_x|^2$ и $\tau_1 = \tau_P / |C_P|^2$ соответственно. В уравнении (2.3) $W_{1,2}^{in}(W_{1,2}^{out})$ – скорости рассеяния из резервуара в состояния (в резервуар из состояния) нижнего и верхнего поляритона (рис.2.1б). В общем случае, $W_1^{in(out)} \neq W_2^{in(out)}$ в силу значительного Раби расщепления $\hbar\Omega_R = |E_2 - E_1| = \hbar \sqrt{\Delta^2 + 4\Omega^2}$. Как следует из уравнения (2.3), любая флуктуация населенности $\delta N_i = N_i - \bar{N}_i$, где \bar{N}_i – стационарная населенность поляритонного состояния, затухает по закону

$$\frac{\delta N_i}{dt} = -\frac{\delta N_i}{\tau_{c,i}},\tag{2.5}$$

где $au_{c,i} = \frac{\overline{N}_i + 1}{\tau_i^{-1} + W_i^{out}}$ [8].

2.2. Динамика Раби-осциллятора. Формализм псевдоспина

Для описания динамики Раби-осциллятора удобно параметризировать матрицу плотности с помощью формализма псевдоспина: $\rho_{11} = N - \Pi_z$, $\rho_{22} = N + \Pi_z$, $\rho_{12} = \Pi_x + i\Pi_y$, где $N = \frac{N_1 + N_2}{2}$ и вектор псевдоспина $\vec{\Pi} = (\Pi_x, \Pi_y, \Pi_z)$. Следуя [8,67] получаем:

$$\frac{dN}{dt} = -\left[\frac{1}{\tau_{+}} - \delta W_{+}\right]N - \left[\frac{1}{\tau_{-}} - \delta W_{-}\right]\Pi_{z} + W_{+},$$

$$\frac{d\Pi_{z}}{dt} = -\left[\frac{1}{\tau_{+}} - \delta W_{+}\right]\Pi_{z} - \left[\frac{1}{\tau_{-}} - \delta W_{-}\right]N + W_{-},$$

$$\frac{d\vec{\Pi}_{\perp}}{dt} = -\left[\frac{1}{\tau_{+}} + \frac{1}{\tau_{\perp}} - \delta W_{+}\right]\vec{\Pi}_{\perp} - \left[\vec{\Omega}_{R} \times \vec{\Pi}_{\perp}\right]/$$
(2.6)

Здесь $\vec{\Pi}_{\perp} = (\Pi_x, \Pi_y)$, $\vec{\Omega}_R = \Omega_R \vec{e}_z$, где \vec{e}_z – единичный вектор по оси z, $W_{\pm} = (W_2^{in} \pm W_1^{in})/2$, $\delta W_{\pm} = \left[(W_2^{in} - W_2^{out}) \pm (W_1^{in} - W_1^{out}) \right]/2$ и τ_{\perp} – скорость дополнительной релаксации недиагональных компонент матрицы плотности. Подчеркнем, что псевдоспин $\vec{\Pi}$ эквивалентен вектору Блоха, который используется для описания состояния любой двухуровневой системы. В уравнении (2.6) введены характерные времена затухания $\tau_{\pm}^{-1} = (\tau_2^{-1} \pm \tau_1^{-1})/2$.

Рис. 2.2 показывает временную динамику нормированной компоненты вектора псевдоспина Π_x , рассчитанной численно, предполагая, что $\tau_\perp \gg \tau_0$, $C_{x,p} = 1/\sqrt{2}$ и $W_1^{in} = W_2^{in}$. Другие параметры вычисления представлены в подписи к рисунку. Мы предполагаем, что в момент t = 0 когерентность между верхней и нижней поляритонными ветками устанавливается коротким и относительно слабым лазерным импульсом (рис.2.1), который задает начальные условия.



Рис.2.2. Временная динамика нормированной компоненты вектора Блоха Π_x/N_0 $[N_0 \equiv N(t=0)]$ в присутствии (сплошная, синяя кривая) и отсутствии (штрих-пунктирная, черная кривая) накачки. Пунктирная (розовая) и точечная (зеленая) кривые показывают огибающую Раби-осцилляций в присутствии накачки и без нее соответственно. Параметры $P\tau_0 = 20$, $W_{1,2}^{out} = 0$, $\Omega_R \tau_0 = 10$. Начальные условия $\Pi_x/N_0 = 0.14$, $\Pi_y/N_0 = 0$ и $\Pi_z/N_0 = 0.48$.

Из этого рисунка явно видно, что время жизни Раби-осцилляций τ_R возрастает в присутствии непрерывной накачки. В таком случае Раби-осциляции поддерживаются резервуаром.

Чтобы описать наблюдаемый эффект аналитически, заметим что согласно уравнениям (2.6) $\Pi_x + i \Pi_y \propto e^{-i\Omega_R t - t/\tau_R}$, где скорость затухания Раби осцилляций τ_R^{-1} задается в виде

$$\frac{1}{\tau_R} = \frac{1}{\tau_0} - \delta W_+, \qquad (2.7)$$

где $\tau_0 = \tau_+ \tau_\perp / (\tau_+ + \tau_\perp)$ – эффективное время жизни поляритонной системы в отсутствии резервуара. Следует отметить, что $\delta W_+ > 0$ означает, что скорость рассеяния из резервуара в Раби-дуплет превышает скорость рассеяния из Раби-дуплета в резервуар, $\tau_R > \tau_0$. Поэтому, Раби осцилляции, которые на языке псевдоспина описываются прецессией величины $\vec{\Pi}_\perp$ вокруг оси *z*, будут затухать медленнее.

Скорость затухания Раби осцилляций может быть переписана в другой форме для наглядной демонстрации того, что $\tau_R > 0$ несмотря на знак минус в (2.7). Введем скорость рассеяния в Раби-дуплет и скорость рассеяния из Рабидуплета в резервуар \ как $W_{1,2}^{in} = w_{1,2}^{in}N_R$, $W_{1,2}^{out} = w_{1,2}^{out}(N_R + 1)$, где $w_i^{in/out}$ (*i*=1,2) некие константы. Тогда населенность резервуара должна удовлетворять следующему уравнению:

$$\frac{dN_R}{dt} = P - \sum_{i=1,2} \left[w_i^{in} \left(1 + N_i \right) N_R - w_i^{out} N_i \left(1 + N_R \right) \right].$$
(2.8)

Здесь Р – скорость рождения частиц в резервуаре. В дальнейшем для упрощения выкладок мы предположим, что процессами рассеяния в резервуар можно пренебречь, т.е. $w_{1,2}^{out} = 0$. Таким образом, в стационарном состоянии

$$\frac{N_i}{\tau_i} - N_i N_R w_i^{in} = N_R w_i^{in}, \qquad i = 1, 2.$$
(2.9)

Используя уравнения (2.6), (2.7), (2.8) и определение для δW_+ , получаем

$$\frac{1}{\tau_R} = \frac{1}{\tau_\perp} + \frac{N_R \left(w_1^{in} N_1^{-1} + w_2^{in} N_2^{-1} \right)}{2} > 0.$$
(2.10)

Отчетливо видно, что увеличение населенности дуплета Раби приводит к уменьшению величины $1/\tau_R$ и следовательно к увеличению времени жизни Раби осцилляций. Конечный вид зависимости τ_R от скорости накачки может быть получен, принимая во внимание, что стационарная населенность резервуара может быть найдена из следующего уравнения:

$$P = \frac{w_1^{in} N_R}{1 - \tau_1 w_1^{in} N_R} + \frac{w_2^{in} N_R}{1 - \tau_2 w_2^{in} N_R}.$$
(2.11)

Тогда можно получить

$$\frac{1}{\tau_{R}} = \frac{1}{\tau_{0}} - \frac{1+\alpha}{4\alpha} \left[\frac{P(\alpha\tau_{2}+\tau_{1}) + \alpha + 1 - \sqrt{P^{2}(\alpha\tau_{2}-\tau_{1})^{2} + 2P(\alpha\tau_{2}-\tau_{1})(\alpha-1) + (\alpha+1)^{2}}}{P\tau_{1}\tau_{2} + \tau_{1} + \tau_{2}} \right],$$
(2.12)

где $\alpha = w_2^{in} / w_1^{in}$ и предположено, что $0 \le \alpha \le 1$. Для случая $\alpha > 1$ в уравнении (2.12) нужно заменить $\alpha \to 1/\alpha$ и поменять местами τ_1 и τ_2 .



Рис.2.3. Отношение τ_0/τ_R как функция накачки $P\tau_0$. Для сплошных линий $\tau_1 = \tau_2$, а для пунктирной $\tau_1 = 10\tau_2$.

Рис. 2.3 показывает зависимость τ_0/τ_R от $P\tau_0$, рассчитанную для различных значений α . Здесь, так же как и для рис. 2.2 мы рассмотрели случай $|C_{X,P}|^2 = 1/2$, который соответствует равным временам жизни поляритонов верхней и нижней веток, т.е. $\tau_{pol} \equiv \tau_1 = \tau_2$. Экспериментально такое условие должно выполняться в столпообразных микрорезонаторах [68]. В то время как плоских В микрорезонаторах время жизни $|UP\rangle$ -состояния обычно намного короче, чем у Дисбаланс времен жизни в $|LP\rangle$ -состояния. этом случае может быть скомпенсирован дисбалансом накачки. Иными словами, для того, чтобы скорость рассеяния на верхнюю ветвь была выше, чем на нижнюю, необходимо возбуждать состояния в резервуаре близкие по энергии к |UP>-состоянию. Такая ситуация может быть учтена в рамках данной модели соответствующим выбором параметра α . Мы так же будем предполагать $\tau_{\perp} \gg \tau_0$. В этом пределе, эффективное время жизни поляритонной системы $\tau_0 \simeq \tau_{pol}$. Если же наоборот, τ_{\perp} сравнимо с $\tau_{\scriptscriptstyle pol}$, то при $P\tau_{\scriptscriptstyle pol}$ ightarrow имеем

$$\frac{\tau_{pol}}{\tau_R} = \frac{\tau_{pol}}{\tau_\perp} + \frac{1-\alpha}{2}$$
(2.13)

Отсюда следует, что время затухания Раби осцилляций ограничено τ_{\perp} . Тем не менее скорость затухания Раби осцилляций уменьшается с увеличением накачки, а асимптотическое значение для времени жизни зависит от соотношения между скоростями рассеиваний в $|LP\rangle$ - и $|UP\rangle$ -состояния и имеет минимум при $\alpha = 1$, т.е. когда $w_1^{in} = w_2^{in}$ (рис.2.3). В оптимальном случае, который может быть получен в столпообразном микрорезонаторе с равными временами жизни $|LP\rangle$ - и $|UP\rangle$ - состояний, $\alpha = 1$, $\tau_{\perp} \rightarrow \infty$. Тогда для $\tau_{pol} = 10$ пс и заселенности $N_1 = N_2 = 10^2$ мы имеем $\tau_R \sim 1$ нс.

Еще раз необходимо подчеркнуть, что в планарных микрорезонаторах времена жизни $|LP\rangle$ - и $|UP\rangle$ -состояний могут сильно отличаться. Важно отметить, что увеличение времени когерентности τ_R можно наблюдать так же и в этом случае, что показано пунктирной кривой на рис.2.3. В частности, если $w_1^{in}/w_2^{in} = \tau_2/\tau_1$, населенности верхнего и нижнего поляритонного состояния становятся равными и $\tau_R = \tau_0 (1 + P\tau_0/2)$.

2.3. Раби-осциллятор как макроскопический кубит квантовой памяти

Перейдем к описанию свойств состояния (2.1), рассматривая данную двухуровневую систему его как поляритоный кубит. Не теряя общности, можно переписать уравнение (2.1) в виде

$$\left|\Psi\right\rangle = e^{-i\omega_{0}t} \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left|0\right\rangle + e^{i\pi/2}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\left|1\right\rangle\right],\tag{2.14}$$

где введен азимутальный угол $\theta = \Omega_R t$, а состояния $|0\rangle = (e^{-i\varphi}|LP\rangle + |UP\rangle)/\sqrt{2}$ и $|1\rangle = (e^{-i\varphi}|LP\rangle - |UP\rangle)/\sqrt{2}$ образуют ортогональный (вычислительный) кубит, $\omega_0 = (\omega_P + \omega_X)/2$.

Рис. 2.4 показывает временную эволюцию состояния кубита $|\Psi\rangle$ на сфере Блоха для различных значений τ_0/τ_R . Так как один из эйлеровских углов равен $\pi/2$ (см. (2.14)), то эволюция вектора Блоха будет происходить в плоскости. Из рисунка наглядно видно, что благодаря поддержке резервуаром Раби осцилляций эффекты декогеренции значительно подавлены для сплошной (красной) траектории.



Рис.2.4. Сфера Блоха, отображающая динамику поляритонного кубита в отсутствии (пунктирная кривая) и в присутствии (сплошная кривая) резервуара, поддерживающего Раби осцилляции. Параметры $\alpha = 1$, $\varphi = \pi/2$, $P\tau_0 = 20$.

Управление состояниям кубита (2.14) может быть осуществлено через изменение фазы при фиксированной частоте Раби Ω_R . С другой стороны, представляется возможным манипулировать также самой частотой Ω_R . Это может быть осуществлено внешним электрическим полем, которое влияет на силу экситонного осциллятора и тем сам влечет модификацию параметра экситон-фотонного взаимодействия или изменением экситон-фотонной отстройки Δ [69,70]. В последнем случае, однако, коэффициенты Хопфилда C_X и C_P так же

меняются, что приводит к тому, что состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ более не являются вычислительным базисом системы. Следовательно, в этом случае необходимо переписать уравнение (2.14) в экситон-фотонном базисе. В частности, из уравнений (1.8) и (2.14) выражаем $|\Psi\rangle = e^{-i\omega_0 t} [\beta_1 |\Phi\rangle + \beta_2 |X\rangle]$, где коэффициенты $\beta_{1,2}$ выражаются как $\beta_{1,2} = (e^{-i\theta/2}C_{x,P} \mp e^{i\theta/2 - i\varphi}C_{P,X})/\sqrt{2}$. В этой форме состояние кубита $|\Psi\rangle$ представляет собой линейную суперпозицию экситонного и фотонного состояний кубита. Фаза φ определяет начальную фазу кубита. Короткий импульс накачки устанавливает начальное условие $\beta_1 = 1$, что соответствует чисто фотонному состоянию $|\Psi(t=0)\rangle = |\Phi\rangle$.

Далее. применений В квантовой информатике, ДЛЯ важно продемонстрировать запутанность между разными состояниями кубитов. Такая запутанность может быть достигнута с помощью использования архитектуры связанных резонаторов, в которой фотон туннелирует между соседними резонаторами [71,72]. Тогда поляритонный кубит может использоваться для квантового клонирования и приложений квантовой памяти [73]. В частности, процедура квантового клонирования фотонного состояния в состояния $|LP\rangle$ и $|UP\rangle$ может быть реализована на основе алгоритма, описанного в работе [74], который подразумевает когерентную манипуляцию коэффициентами Хопфилда. В этом случае схема клонирования включает в себя фотонный параметрический усилитель и полупроводниковую квантовую яму, помещенную в микрорезонатор. В идеальном случае без потерь параметр надежности F для процесса равна 2/3.Очевидно, клонирования что метод подавления эффектов декогеренции, предложенный выше, направлен на преодоление классического предела для процесса клонирования.

Более того, алгоритм динамической памяти [75,76] может быть реализован на основе использования полупроводниковых структур, описанных выше. Этапы записи, чтения и хранения в этом случае могут быть осуществлены адиабатическим контролем силы экситонного осциллятора и/или отстройкой между экситонной и фотонной модами [69].

2.4. Выводы к главе 2

1. Составлена теория осцилляций Раби В системе экситонных поляритонов, формирующихся в микрорезонаторе с квантовыми ямами и взаимодействующих с некогерентным резервуаром. Впервые предложен способ поддержания долговременной когерентности в системе экситонных поляритонов в полупроводниковом микрорезонаторе, способный решить существующую проблему быстрой декогеренции в полупроводниковых микрорезонаторах. Метод основывается на вынужденном рассеянии поляритонов в состояние суперпозиции поляритонов верхней и нижней ветви, с волновым вектором *k*_{//}=0 из поляритонного резервуара, создаваемого внешней постоянной оптической накачкой. Данный способ открывает принципиально новые возможности для создания квантовых устройств обработки и хранения информации.

2. Предложен новый физический механизм создания долгоживущих (до наносекунд) макроскопических кубитов на основе экситонных поляритонов, локализованных в квантовой яме, и находящихся в режиме сильной связи с модой полупроводникового микрорезонатора.

Основные результаты этой главы опубликованы в работе [10]

ГЛАВА 3

ПЕРМАНЕНТНЫЕ РАБИ ОСЦИЛЛЯЦИИ В СИСТЕМЕ ЭКСИТОННЫХ ПОЛЯРИТОНОВ

3.1. Различные механизмы пополнения экситонной моды из некогерентного резервуара

Увеличение времени когерентности Раби осцилляций в присутствии непрерывной накачки было экспериментально обнаружено [40], а влияние этого эффекта на пространственную динамику экситонных поляритонов было исследовано теоретически в работе [77]. Недавно в работе [78] было теоретически изучен нелинейный режим поляритонных Раби осцилляций и их взаимосвязь с экситон-фотонными джозеффсоновскими осцилляциями.

Данная глава посвящена описанию конфигураций, которые позволяют наблюдать незатухающие (или же перманентные) осцилляции Раби в системе спинорного экситон-поляритонного конденсата с диссипацией и накачкой. Кроме того, изучается режим, где микрорезонаторная система удовлетворяет условию пространственно-временной (РТ-) симметрии. Первоначально концепции РТсимметрии была предложена в работах [9] для демонстрации того, что некоторые неэрмитовые гамильтонианы могут обладать полностью действительными собственными значениями. В последнее время проявление свойств РТ-симметрии фотонике было обнаружено системах В [79-84], физике BO многих конденсированного состояния [85,86], метаматериалах [87] и даже электрических цепях [88]. Более того, недавно приближение РТ-симметрии было распространено на систему неравновесного конденсата экситонных поляритонов в слабо связанных посредством туннелирования столпообразных микрорезонаторах [89]. В приближении среднего поля и при пренебрежении локальной дисперсией было показано, что гамильтониан пары резонаторов может стать РТ-симметричным, если инжекция поляритонов в одном резонаторе эквивалента затуханию в другом. Хотя эта система имеет некую формальную схожесть с поляритонным Рабиосциллятором, между ними есть очень важные отличия. В работе [89] рассматривается система из двух поляритонных конденсатов, тогда как в данной работе в центре внимания находятся процессы, протекающие между экситонной и фотонной подсистемами внутри одного конденсата, образующего, например, поляритонный лазер. В последнем случае установление режима РТ-симметрии в присутствии нерезонансной накачки определяет нетривиальную динамику поляризации поляритонного лазера, что может быть использовано при создании новых источников излучения.

Физически требования РТ-симметрии можно легко понять на примере системы двух линейно связанных осцилляторов (димеров или волноводов в фотонике). Система удовлетворяет критериям РТ-симметрии, если величина диссипации в одном из осцилляторов точно равняется коэффициенту усиления в другом. Это может быть достигнуто в системе двух связанных поляритонных конденсатов с распределенной диссипацией [90]. В этом случае система обладает спектром собственных состояний, которые соответствуют действительным собственным значениям энергиям, что роднит такую систему с консервативными системами. В присутствии нелинейности физическая картина в системе обладающей РТ-симметрией становится намного богаче и требует более детального анализа [91]. В частности, для линейно связанных нелинейных осцилляторов может иметь место эффект нелинейно-индуцированного нарушения РТ-симметрии [83]. Однако даже в этом случае симметрия обращения времени приводит к балансу между средним коэффициентами усиления и потерь. Кроме того, важно отметить, что даже если точная компенсация между усилением и потерями в двухмодовой системе не достигается, то может быть введено понятие квази-РТ-симметрии [92].

Покажем, что режим перманентных Раби осцилляций может быть реализован для экситон-фотонной системы в микрорезонаторе и условие РТсимметрии может быть достигнуто, если усиление в экситонной компоненте компенсируется потерями фотонной компоненты.

- 71 -

Рассмотрим связанную экситон-фотонную систему в присутствии внешнего магнитного поля, которое приводит к расщеплению Зеемана $\hbar\Delta_z$ для экситонных уровней, и некогерентного экситонного резервуара, создаваемого внешней постоянной накачкой *P* (оптически или с помощью инжекции электрического тока [93,94]). В дальнейшем мы будем пренебрегать пространственными степенями свободы, предполагая, что конденсат находится в состоянии с нулевым волновым вектором. Тогда динамику конденсата будем описывать в приближении среднего поля зависящими только от времени амплитудами фотонной ϕ_{\pm} и экситонной χ_{\pm} компонент, подчиняющимися нелинейному уравнению Шредингера, а динамику некогерентного резервуара уравнением Больцмана:

$$\frac{d\chi_{\pm}}{dt} = \frac{1}{2} \left(p_X \left[N_{\pm} \right] - \gamma_x \right) \chi_{\pm} + i \Delta_{\pm} \chi_{\pm} - i \Omega \phi_{\pm} - i g_{ES} \chi_{\pm}, \qquad (3.1)$$

$$\frac{d\phi_{\pm}}{dt} = -\frac{1}{2}\gamma_P\phi_{\pm} - i\Omega\chi_{\pm}, \qquad (3.2)$$

$$\frac{dN_{\pm}}{dt} = P - \gamma_R N_{\pm} - p_X \left[N_{\pm} \right] \left| \chi_{\pm} \right|^2.$$
(3.3)

Индексы «+» («-») соответствуют параллельной (антипараллельной) проекции спина на направление магнитного поля. В уравнении (3.1) $\Delta_{\pm} = \Delta \pm \Delta_{Z}$ эффективная экситон-фотонная отстройка, определяемая отстройкой фотонной и экситонной моды $\Delta = \omega_p - \omega_x$ в отсутствии магнитного поля и зеемановским расщеплением Δ_Z ; $\gamma_X, \gamma_P, \gamma_R$ – скорости затухания экситона, фотона и резервуара соответственно. Параметр $g_{ES} = g_c |\chi_{\pm}|^2 + g_R N_{\pm}$ ответственен за экситон-экситонное и экситон-резервуарное взаимодействия, которые вызывает сдвиг энергии экситона в голубую область спектра ($g_{ES} > 0$). Наиболее важные свойства системы уравнений (3.1)-(3.3) могут быть установлены для случая идеального газа экситонов предполагая $g_{ES} \approx 0$. Это приближение оправдано вблизи порога
накачки, где населенности как экситонного состояния $|\chi_{\pm}|^2$, так и резервуара N_{\pm} не велики.

В данной модели учитывается только отталкивающее взаимодействие экситонов с одинаковыми спинами. Тогда система уравнений (3.1)-(3.3) может быть решена отдельно для каждой спиновой компоненты. В начале, исследуем подсистему со спином «+» и для простоты опустим индекс. Осцилляции Раби возбуждаются фемтосекундным оптическим импульсом $F_p(t)$, длительность которого существенно меньше периода осцилляций ~ Ω^{-1} . Действие подобного импульса может быть описано выбором начальных условий в виде: $\chi(t=0)=0$ и $\phi(t=0)=\sqrt{\int F_p(t) dt}$.

В (3.1) член $p_{X}[N] \equiv p_{X}$ описывает накачку экситонного состояния вследствие вынужденного рассеяния из резервуара. Рассмотрим два возможных механизма рассеяния, пренебрегая рассеянием экситонов с противоположными спинами:

$$p_X[N] \equiv p_1 = R_1 N, \qquad (3.4)$$

$$p_X[N] \equiv p_2 = R_2 N^2 |\chi|^2.$$
 (3.5)

Механизм p_1 подразумевает пополнение экситонной моды за счет рассеивания экситонов резервуара на фононах с коэффициентом R_1 [95], в то время как p_2 описывает парное рассеяния экситонов с волновыми векторами $-\vec{k}$ и \vec{k} в состояние конденсата с $\vec{k} = 0$. Поскольку во втором механизме принимают участие сразу два некогерентных экситона, скорость подобных переходов пропорциональна N^2 , а так же количеству экситонов $|\chi|^2$ в основном состоянии. Для оценки численного значения коэффициента R_2 представляется разумным предположить, что, как любой нелинейный процесс, он менее вероятен, чем рассеяние на фононах при слабой накачке и будет играть заметную роль лишь при достаточно сильной накачке *P*. Обратим внимание, что в обоих случаях, рассеяние подпитывает обе поляритонные ветки. Данная модель учитывает диссипации экситонной и фотонной компонент конденсата, но пренебрегает некогерентными процессами, которые приводят к релаксации между верхней и нижней поляритонными ветками. Учет этих процессов будет выполнен численно в конце данной главы.

3.2. Перманентные осцилляции в экситон-фотонной системе. Свойства РТ-симметрии.

Мы рассматриваем задачу в приближении среднего поля, что сводит многочастичное квантовое состояние Раби-осциллятора к одиночному полностью когерентному состоянию, которое может быть описано с помощью лвухкомпонентной волновой функцией. Мы не рассматриваем процессы дефазировки Раби осциллятора, в то время как это рано или поздно обязательно испортит картину среднего поля. В рамках приближения среднего поля мы рассматриваем усиление когерентной затравки, которая задается коротким лазерным импульсом, процессами стимулирования рассеяния поляритонов из некогерентного резервуара. В этом смысле, этот процесс усиления похож на процесс наращивания когерентности в поляритонном лазере [96]. В этом же духе, будем говорить стационарный режим достиг «Перманентных Раби ΜЫ осцилляций» если когерентная затравка не затухнет в пределах модели среднего поля.

Динамика экситон-фотонной системы по отношению к мощности накачки демонстрирует пороговое поведение при определенном значении P^{th} интенсивности постоянной накачки, которое зависит от конкретного механизма экситонной накачки $p_x[N]$ [95]. При $P < P^{th}$ величина экситонной накачки $p_x[N]$ сравнима или намного меньше, чем коэффициенты диссипации γ_x и γ_p , которые в свою очередь намного меньше, чем Раби расщепление [97]. В этом случае можно считать, что населенность резервуара N и величина накачки

- 74 -

 $p_{X}[N]$ являются постоянными на временном масштабе периода Раби осцилляций ~ Ω^{-1} . В частности, для механизма накачки p_{1} , адиабатически исключая уравнение (3.3), находим собственные частоты экситон-фотонной системы

$$\omega_{1,2} = \frac{i}{4} \left(\tilde{\gamma} - p_X \right) + \frac{\Delta}{2} \mp \sqrt{4\Omega^2 + \left(\Delta - \frac{i}{2} \left(\gamma_P - \gamma_X + p_X \right) \right)^2}, \qquad (3.6)$$

характеризующие стационарные решения $\chi = \chi_0 e^{i\omega t}$ и $\phi = \phi_0 e^{i\omega t}$. Физически уравнение (3.6) определяет частоты верхней (ω_2) и нижней (ω_1) поляритонных веток [97], измеренных относительно частоты чистой фотонной моды ω_p . В уравнении (3.6) мы обозначили $\tilde{\gamma} = \gamma_p + \gamma_X$. В этом случае, из уравнения (3.3) получаем $P_1^{th} = \frac{\tilde{\gamma}\gamma_R}{R}$.

РТ-симметрия системы (3.1)-(3.3) проявляется, если эрмитовая часть гамильтониана симметрична, а антиэрмитовая часть – антисимметрична относительно перестановки экситонной и фотонной компонент. Первое условие сводится к

$$\Delta = 0, \tag{3.7}$$

а второе требует, чтобы потери фотонной компоненты полностью компенсировались усилением экситонной,

$$p_X - \gamma_X = \gamma_P. \tag{3.8}$$

Очевидно, что, если эти условия удовлетворены, собственные частоты $\omega_{1,2}$ становятся полностью действительными. Заметим, что в этом случае амплитуды осцилляций экситонной и фотонной населенности становятся равными $|\chi|^2 = |\phi|^2 = |A|^2$. Условия (3.7) и (3.8) могут быть экспериментально реализованы путем настройки интенсивности постоянной накачки *P*. Рисунок 3.1 демонстрирует затухающую динамику связанной системы, описываемой

уравнениями (3.1)-(3.3) для различных механизмов накачки. Выбранные параметры реалистичны соответствуют экспериментально И доступным полупроводниковым микроструктурам на основе GaAs [98]. В данной главе для простоты экситонную $|\chi|^2$ и фотонную $|\phi|^2$ населенность будем представлять в единицах начальной плотности конденсата. Как видно из рисунка 3.1а и следует из (3.6) характерное время $\tau_R \propto 2/(\tilde{\gamma} - p_X)$ затухания Раби осцилляций может быть увеличено управлением величиной накачки Р (для сравнения, штрихпунктирная кривая найдена в отсутствии резервуара, а фиолетовая (пунктирная) и желтая (сплошная) кривые рассчитаны с учетом наличия резервуара и для двух различных значений мощностей накачки).



Рис.3.1. Временная зависимость (а) – населенности экситонной моды $|\chi|^2$, (б) – населенности резервуара N для $\Delta = 0$ и механизма накачки p_1 (пурпурная (пунктирная) кривая) и p_2 (желтая (сплошная) кривая) при P ниже порога P^{th} . Штрих-пунктирная черная кривая в (а) показывает динамику в отсутствии резервуара. Параметры: $\gamma_x = 0.01 \text{ nc}^{-1}$, $\gamma_P = 0.1 \text{ nc}^{-1}$, $\hbar\Omega = 2.5 \text{ мэВ}$, $\gamma_R = 0.003 \text{ nc}^{-1}$, $\hbar R_1 = 0.01 \text{ мкм}^2 \text{ мэВ}$ и $\hbar R_2 = 0.001 \text{ мкм}^6 \text{ мэВ}$. Значения накачек: $P_1 = 0.02 \text{ мкм}^{-2} \text{ nc}^{-1}$ (пурпурная кривая) и $P_2 = 0.035 \text{ мкм}^{-2} \text{ nc}^{-1}$ (желтая кривая). Начальные условия: $\chi(0) = 0, \phi(0) = 1$, $N(0) = P/\gamma_R$.

Условие (3.8) — есть критерий для реализации перманентных Раби осцилляций. Очевидно, этот режим не может быть достигнут ниже порога $P < P^{th}$. На самом деле, так как величина накачки $p_x \equiv p_x \lceil N(t) \rceil$ зависит от числа частиц

N(t) в резервуаре, которая меняется со временем, условие (3.8) просто не может быть удовлетворенно во всем временном интервале. Это указывает на то, что свойства комбинированной экситон-фотонной системы сильно зависят от динамики резервуара. На больших масштабах времени населенность резервуара стремится к своему стационарному значению P/γ_R (рис.3.26) в то время как населенности экситонной и фотонной мод стремятся к нулю.

В случае, когда экситонная накачка осуществляется преимущественно процессом экситон-экситонного рассеяния p_2 , динамика системы намного сложнее. Оранжевая (сплошная) кривая демонстрирует поведение огибающей осцилляций экситонной компоненты (рис.3.1а) и населенности резервуара (рис.3.1б) ниже порога $P < P_2^{th}$. Хотя обе компоненты конденсата первоначально усиливаются (из-за опустошения резервуара рис.3.1б), затем экситонная населенность $|\chi|^2$ (следовательно, и член накачки $p_2 = R_2 N^2 |\chi|^2$) очень быстро истощается и уходит в ноль. Поэтому условие РТ-симметрии (3.8) не может быть выполнено в этом случае.

Перейдем к анализу важного проявления РТ-симметрии в экситонфотонной системе, а именно, к установлению перманентных Раби осцилляций при $P > P^{th}$.

Нас интересует установление перманентных осцилляций, что соответствует решению уравнений (3.1) и (3.2) в виде:

$$\chi = \chi_1 e^{i\omega_1 t} + \chi_2 e^{i\omega_2 t}, \quad \phi = \phi_1 e^{i\omega_1 t} + \phi_2 e^{i\omega_2 t}$$
(3.9)

где $\chi_{1,2}$ и $\phi_{1,2}$ – постоянные амплитуды, которые пропорциональны экситонной и фотонной фракциям верхнего (индекс «2») и нижнего (индекс «1») поляритонного состояния. В режиме перманентных осцилляций, где условие (3.8) выполняется, неравенство $\Omega \gg \gamma_X, \gamma_P, p_X$ удовлетворенно. Таким образом, Раби осцилляции с частотой пропорциональной Ω , происходят существенно быстрее, чем процессы

переноса частиц из резервуара в экситонную моду (величина которого определяет p_x). Именно поэтому, населенность резервуара N остается приблизительно постоянной на временном интервале периода осцилляций. В действительности, как можно увидеть на вставке (рис.3.2б), в режиме перманентных осцилляций, населенность резервуара совершает осцилляции с очень маленькой амплитудой около своего среднего значения $\overline{N} = \langle N \rangle_t$. Поэтому, можно с уверенностью предположить, что экситонный резервуар находиться в стационарном состоянии, $\frac{dN}{dt} = 0$.

В первую очередь, нами исследуется механизм накачки экситонной моды за счет рассеяния на фононах. Подставляя выражение (3.4), (3.9) в (3.1), (3.2) и разделяя действительные и мнимые части, получаем:

$$R_{\rm I}\bar{N} = \gamma_X + \frac{\Omega^2 \gamma_P}{\gamma_P^2 / 4 + \omega_{\rm I,2}^2},\tag{3.10}$$

$$\omega_{1,2}^{3} - \omega_{1,2}^{2} \Delta - \omega_{1,2} \left(\Omega^{2} - \gamma_{P}^{2} / 4 \right) - \Delta \gamma_{P}^{2} / 4 = 0.$$
(3.11)

Уравнение (3.10) соответствует условию баланса накачки и потерь для нижнего и верхнего поляритонов. Предположим что первое условие (3.7) для РТ-симметрии выполнено, т.е. возьмем $\Delta = 0$. В этом случае верхние и нижние поляритонные состояния имеют равные экситонные и фотонные компоненты, т.е. $|\chi_{1,2}| = |\phi_{1,2}| = |A|$ и уравнение (3.11) дает характеристические частоты верхнего и нижнего поляритона:

$$\omega_{1,2} = \pm \omega = \pm \sqrt{\Omega^2 - \gamma_P^2/4}.$$
 (3.12)

Уравнение (3.12) хорошо известно в теории РТ-симметрии для связанных осцилляторов [80-82]. Величина $\Omega_c = \gamma_P/2$ может быть ассоциирована с порогом нарушения РТ-симметрии. В случае системы экситонных поляритонов мы работаем намного выше порога нарушения РТ-симметрии, предполагая $\Omega \gg \Omega_c$,

благодаря наличию условия сильной связи. Решение уравнения (3.10) с (3.12) приводит к условию

$$R_1 \overline{N} = \widetilde{\gamma},\tag{3.13}$$

которое просто подразумевает баланс между величиной накачки и потерями в системе и следует непосредственно из условия (3.8) РТ-симметрии. Усиление амплитуды Раби осцилляций вследствие стимулированного рассеяния экситонов из резервуара насыщается из-за опустошения резервуара, которое описывается уравнением (3.3).

Рис. 3.2а демонстрирует установление перманентных осцилляций для различных механизмов экситонной накачки. Режим перманентных осцилляций достигается после нескольких сот пикосекунд для экспериментально доступных параметров экситон-поляритонной системы. Затем экситонная и фотонная населенности осциллируют в противофазе (вставка на рис.3.2а) с равными постоянными амплитудами, определяемыми из выражения

$$\left|A\right|^{2} = \left(P - P_{1}^{th}\right) / 2\tilde{\gamma}.$$
(3.14)



Рис.3.2. То же, что и на рис.3.1, но для непрерывной накачки P = 0.2мкм⁻²пс⁻¹ (для обеих кривых), которая выше порога P^{th} . Перманентные осцилляции для экситонной и фотонной компонент нарисованы в увеличенном масштабе и показаны во вставке на (а). Соответствующее поведение населенности резервуара показано на вставке (б).

Поскольку условия (3.7) и (3.8) при этом выполняются, можно сказать, что данный режим так же обладает свойствами динамической РТ-симметрии. Следует отметить, что установление перманентных осцилляций Раби сопровождается быстрым опустошением резервуара (рис.3.2б) и как следствие всплеском экситон/фотонной населенности в первые несколько пикосекунд (рис.3.2а).

В общем случае при $\Delta \neq 0$ уравнение (3.11) имеет три действительных корня. Поскольку член $\Delta \gamma_P^2/4$ может быть достаточно маленьким, мы можем пренебречь им. В результате получаем

$$\omega_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\Delta \mp \sqrt{\Delta^2 + 4\Omega^2 - \gamma_P^2} \right). \tag{3.15}$$

Величина $\Omega_R = |\omega_2 - \omega_1|$ представляет собой частоту Раби осцилляций. Так как $|\omega_1| \neq |\omega_2|$, то равенство (3.10) не может быть удовлетворенно для обеих $\omega_{1,2}$ одновременно. Физически это означает, что поляритоны верхней и нижней веток подвержены различной по величине диссипацию, если $\Delta \neq 0$. С другой стороны, накачка обоих поляритонных состояний одинакова и зависит только от населенности резервуара \overline{N} . Поэтому она не может компенсировать потери в обоих поляритонных состояниях одновременно. Именно поэтому режим перманентных осцилляций за счет рассеивания экситонов резервуара на фононах не может быть реализован в нерезонансном случае. Это утверждение находится в согласии с первым критерием РТ-симметрии (3.7).

Перейдем к изучению режима перманентных осцилляций в случае пополнения экситонной моды за счет экситон-экситонного рассеяния из резервуара. В этом случае, используя (3.9) и опуская гармоники высокого порядка, получаем

$$R_{2}\bar{N}^{2}\left(\left|\chi_{1,2}\right|^{2}+2\left|\chi_{2,1}\right|^{2}\right)=\gamma_{X}+\frac{\Omega^{2}\gamma_{P}}{\gamma_{P}^{2}/4+\omega_{1,2}^{2}}.$$
(3.16)

Отметим, что уравнение (3.11) справедливо также и для этого случая, а частота осцилляций ω_R определяется уравнением (3.15).

Предел $\Delta = 0$ аналогичен случаю механизма рассеяния экситонов резервуара на фононах. В этом случае получается просто условие баланса $3R_2\bar{N}^2|A|^2 = \tilde{\gamma}$ для реализации перманентных Раби осцилляций. Желтая (сплошная) кривая на рис.3.2a демонстрирует динамику населенности экситонной компоненты в этом случае.

Населенность \overline{N} экситонного резервуара в режиме перманентных осцилляций достигает своего стационарного значения (горизонтальная черная кривая на рис.3.2б), которое может быть найдено из уравнения

$$P - \gamma_R \bar{N} - R_2 \bar{N}^2 \left(\left| \chi_1 \right|^4 + \left| \chi_2 \right|^4 + 4 \left| \chi_1 \right|^2 \left| \chi_2 \right|^2 \right) = 0.$$
(3.17)

Главным преимуществом механизма пополнения экситонной моды за счет экситон-экситонного рассеяния из резервуара является то, что он способен поддерживать перманентные Раби осцилляции и в случае ненулевой отстройки $\Delta \neq 0$. Это происходит из-за того, что уравнение (3.16) допускает решение одновременно для ω_1 , ω_2 и в случае неравных амплитуд $|\chi_1| \neq |\chi_2|$. В действительности, в нерезонансном случае верхний и нижний поляритоны снова испытывают неравные потери, но в силу природы механизма накачки экситонной моды p_2 такие потери могут быть по отдельности скомпенсированы рассеянием из резервуара. Заметим, что в отличие от механизма рассеивания на фононах, скорость накачки поляритонного состояния будет зависеть не только от \overline{N} , но и от населенностей обоих поляритонных мод, а точнее от степени их вклада в экситонную моду $|\chi_1|^2 u |\chi_2|^2$. В целом, пополнение заселенности когерентного Раби-осциллятора за счет экситон-экситонного рассеяния из резервуара повышает устойчивость системы к дисбалансу диссипации на верхней и нижней поляритонных ветках и позволяет реализовать перманентные осцилляции Раби в широком диапазоне параметров.

Несмотря на тот факт, что критерий РТ-симметрии не выполнен в случае нелинейной накачки, собственные частоты системы остаются $\omega_{1,2}$ действительными даже в этом режиме. Это означает, что в присутствии экситонэкситонного рассеяния из резервуара рассматриваемая система все еще обладает свойствами псевдоэрмитовых систем, что характерно для режима перманентных осцилляций. Необходимо отметить, что механизм поддержания осцилляций Раби за счет экситон-экситонного рассеяния действует в ограниченном диапазоне значений отстройки $|\Delta| < \Delta_c$. При определенной, допустим, положительной отстройке $\Delta = \Delta_c$ дисбаланс потерь и накачки для поляритонных состояний становится настолько велик, что для компенсации этого величина $\left|\chi_{2}\right|^{2}$ должна быть равна полному числу экситонов в системе $|\chi|^2$. При этом $\chi_1 = 0$, и осцилляции исчезают, - см. (3.9).

Величина Δ_c в пределе механизма пополнения за счет экситон-экситонного рассеяния из резервуара может быть получена с помощью формул (3.15) и (3.16) и приблизительна равна:

$$\Delta_c \simeq \pm \left(\frac{\Omega^2}{4\gamma_P} \left[\gamma_X - 8\gamma_P + 3\sqrt{\gamma_X^2 + 8\gamma_P^2}\right]\right)^{1/2}.$$
(3.18)

Важно отметить, что величина Δ_c определяется только параметрами Раби осциллятора и не зависит от параметров резервуара, включая мощность внешней накачки. Для полупроводниковых микроструктур на основе GaAs мы получаем $\hbar\Delta_c \simeq 0.38\hbar\Omega = 0.96$ мэВ.

Естественно, в реальных системах необходимо учитывать одновременное действие обоих рассмотренных выше механизмов пополнения моды из

резервуара. Комбинируя выражения (3.10) и (3.16), получим обобщенное уравнение баланса:

$$R_{2}\bar{N}^{2}\left(\left|\chi_{1,2}\right|^{2}+2\left|\chi_{2,1}\right|^{2}\right)+R_{1}\bar{N}=\gamma_{X}+\frac{\Omega^{2}\gamma_{P}}{\gamma_{P}^{2}/4+\omega_{1,2}^{2}}.$$
(3.19)

Величина \overline{N} может быть найдена из условия (см. (3.3) и (3.9)):

$$P - \gamma_{R}\overline{N} - R_{1}\overline{N}\left(\left|\chi_{1}\right|^{2} + \left|\chi_{2}\right|^{2}\right) - R_{2}\overline{N}^{2}\left(\left|\chi_{1}\right|^{4} + \left|\chi_{2}\right|^{4} + 4\left|\chi_{1}\right|^{2}\left|\chi_{2}\right|^{2}\right) = 0.$$
(3.20)

Для определения диапазона параметров, при которых достигается режим перманентных осцилляций, решим совместно уравнения (3.19) и (3.20) положив последовательно $|\chi_1|^2 = 0$ и $|\chi_2|^2 = 0$. Пунктирная линия на рис.3.3.а соответствует этому решению.



Рис.3.3. (а) — Диаграмма существования незатухающих осцилляций Раби (заштрихованная область) без учета релаксации верхней поляритонной ветки. Вертикальные пунктирные линии соответствуют значениям, определенным по формуле (3.18). Штрих-пунктирная линия соответствует области существования осцилляций, определенной численно с учетом голубого сдвига уровня энергии экситона. (б) — Диаграмма существования незатухающих осцилляций Раби с учетом релаксации верхней поляритонной ветки при $\gamma' = 0.4 \, \text{nc}^{-1}$.

В непосредственной близости от порога P^{th} в системе доминирует процесс рассеяния на фононах, поэтому незатухающие осцилляции существует только вблизи резонанса. При увеличении накачки P эта область расширяется и стремится к пределу, предсказываемому выражением (3.18) (вертикальные штриховые линии). При достаточно больших P выражение (3.19), записанное для величин, усредненных по периоду осцилляций Раби, уже не справедливо. В этом пределе резервуар истощается и амплитуда его флуктуаций, вызванных осцилляциями Раби, становится сравнимой со средним значением \overline{N} и перманентные осцилляции Раби пропадают. Сплошная кривая на рис.3.3a ограничивает область существования незатухающих осцилляций, определенную из численного решения системы (3.1-3.3) [при $g_{ES} = 0$]. Из рисунка видно, что проведенный нами анализ хорошо описывает поведение системы при не слишком больших накачках P. Следует также отметить, что при очень сильных накачках происходит переход Мотта, экситоны превращаются в электрон-дырочную плазму и все связанные с ними эффекты пропадают.

3.3. Учет голубого сдвига энергии экситона и дополнительной релаксации верхней ветки

Рассмотрим проблему поддержания осцилляций Раби с учетом голубого сдвига уровня энергии экситона, а также дополнительной релаксации поляритонов верхней ветки, которая, как известно [99], играет важную роль в затухании осцилляций Раби в реальных структурах.

Учет слагаемого g_{ES} , отвечающего за голубой сдвиг, позволяет повторить представленные выше выкладки. Структура уравнений (3.9) и (3.10) при этом остается прежней, но величина Δ должна быть заменена на эффективную отстройку

$$\tilde{\Delta}_{1,2} = \Delta - g_R \bar{N} - g_c \left(\left| \chi_{1,2} \right|^2 + 2 \left| \chi_{2,1} \right|^2 \right).$$
(3.21)

Таким образом, слабое взаимодействие между экситонами лишь приводит к изменению диапазона значений параметров, при которых образуются

незатухающие осцилляции (штрих-пунктирная кривая на рис.3.3а), но не отражается на принципиальной возможности их обнаружения.

Для того, чтобы учесть эффект дополнительной релаксации поляритонов верхней ветви, введем поляритонные состояния в приближении среднего поля:

$$LP = C_{\chi} \chi - C_{P} \phi, \quad UP = C_{\chi} \phi + C_{P} \chi, \qquad (3.22)$$

где C_X и C_P коэффициенты Хопфилда (1.22), а $|LP|^2$ и $|UP|^2$ – плотности числа поляритонов нижней и верхней ветви соответственно.

Воспользовавшись определением (3.22), можем переписать (3.1) и (3.2) в поляритонном базисе. Феноменологически учтем дополнительное затухание поляритонов верхней ветки со скоростью γ' , добавив слагаемое $-\frac{\gamma'}{2}UP$ в получившееся уравнение для $\frac{d}{dt}UP$. Затем выполним обратный переход в экситон-фотонный базис и получим следующую систему:

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{1}{2} \left(p_X - \tilde{\gamma}_X \right) \chi + i\Delta\chi - i\tilde{\Omega}\phi - ig_{ES}\chi$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{1}{2} \tilde{\gamma}_P \phi - i\tilde{\Omega}\chi,$$
(3.23)

где $\tilde{\gamma}_X = \gamma_X + \gamma' C_P^2$, $\tilde{\gamma}_P = \gamma_P + \gamma' C_X^2$ и $\tilde{\Omega} = \Omega - i\gamma'/2C_X C_P$.

Численное решение системы (3.23) позволяет найти область существования незатухающих осцилляций, учитывающую дополнительную релаксацию поляритонов верхней ветви, а также сдвиг энергии экситонов (рис.3.3б). Из рисунка видно, что незатухающие осцилляции будут существовать только при достаточно больших отрицательных значениях отстройки. В этом пределе поляритоны верхней ветви становятся сильным образом экситоноподобными и получают большую часть от накачки экситонного состояния из резервуара, что позволяет компенсировать большие потери верхней поляритонной ветви.

3.4. Поляризационные свойства системы экситонных поляритонов в магнитном поле в присутствии нерезонансной накачки

Здесь мы рассмотрим полный набор уравнений (3.1)-(3.3), которые характеризует спин-зависимые свойства экситон-поляритонов. Поляризационные свойства экситонной системы удобно описывать компонентами $S_{x,y,z}$ вектора Стокса \vec{S} , который определяется как:

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \left(\vec{\Psi}^{\dagger} \cdot \vec{\sigma} \cdot \vec{\Psi} \right), \tag{3.24}$$

где $\vec{\Psi} = (\phi_+, \phi_-)^T$ и $\sigma_{x,y,z}$ - матрицы Паули. Так как в общем случае $\Delta_+ \neq \Delta_-$, поведение компонент вектора Стокса полностью определяется отстройкой Δ для заданного ненулевого зеемановского расщепления $\Delta_z \neq 0$.

Общий случай, соответствующий ненулевым Δ и Δ_z показан на рис. 3.4. Используя анзац (3.9) и определение вектора Стокса (3.24), легко показать, что компоненты S_x и S_y осциллируют с частотой Δ_z (частые биения на рис.3.4а и рис.3.5а). Кроме того, существуют быстрые биения с частотой $(\omega_{R+} + \omega_{R-})/2$ близкие по частоте к Раби осцилляциям. Если условия установления перманентных осцилляций выполняются для обоих спиновых компонент единовременно $(|\Delta_{\pm}| < \Delta_c)$, то частоты Раби осцилляций ω_{R+} и ω_{R-} будут не равны в силу того, что $|\Delta_{+}| \neq |\Delta_{-}|$. В этом случае амплитуда осцилляций компонент вектора Стокса испытывают дополнительные биения с длинным периодом $T_B = 2\pi/\omega_B = 2\pi/(\omega_{R+} - \omega_{R-}) \approx \frac{2\pi\Omega}{\Delta\Delta_z}$ (рис.3.4a,б). Эти биение происходят для всех

компонентах $S_{x,y,z}$ и устойчивы во времени.



Рис. 3.4. Временная эволюция параметров Стокса при $\Delta_z = 0.2\Omega$, $\Delta = 0.15\Omega$ для случая пополнения экситонной моды за счет экситон-экситонного рассеяния из резервуара. (а) – Динамика компонент S_x (красная линия) и S_y (синяя линия). (б) – Динамика компонент S_z (красная линия) и S_0 (синяя линия). (в) – Эволюция поляризации на плоскости (S_x, S_y) на временном масштабе $T_B = 2\pi/\omega_B$, характеризующим биения перманентных осцилляций. (г) – Эволюция поляризации на сфере Пуанкаре на временном масштабе T_B . Параметры такие же как на рис.3.1 за исключением P = 0.2мкм⁻²пс⁻¹.

На рис. 3.4г представлена эволюция, нормализованного на общее число фотонов $S_0 = \frac{1}{2} (|\phi_+|^2 + |\phi_-|^2)$, вектора Стокса \vec{S} на сфере Пуанкаре единичного радиуса. Величина S_0 , описывающая фотонную подсистему, осциллирует во времени как показано на рисунке 3.46.



- 88 -

Рис.3.5. Временная эволюция (а) — S_x, S_y и (б) — S_z при $\Delta = \Delta_Z = 0.2\Omega$ для случая механизма пополнения экситонной моды за счет рассеивания экситонов резервуара на фононах. Параметры те же что на рис.3.4.

Заметим, что из-за осцилляций всех компонент, вектор Стокса охватывает почти всю сферу Пуанкарэ, что аналогично результату, полученному в недавней работе [100] при двухимпульсовом возбуждении в отсутствии магнитного поля.

Наконец, рассмотрим предел, когда перманентные осцилляции пропадают для одной из спиновых компонент, т.е. $|\Delta_+| < \Delta_c$ и $|\Delta_-| > \Delta_c$ или наоборот, который может реализоваться путем соответствующего выбора Δ_z и Δ . В этом случае биения в параметрах Стокса с периодом T_в подавляются со временем и осцилляций стремится значению. Рис. 3.5 амплитуда К постоянному демонстрирует это свойство для параметров Стокса в частном случае при $\Delta = \Delta_z$. В этом пределе $\Delta_{-} = 0$ и $\Delta_{+} = 2\Delta_{7}$. Физически это означает, что для механизма рассеяния на фононах перманентные осцилляции могут устанавливаться, но только для «-» спиновой компоненты, в то время как другая компонента стремится к постоянному значению. На больших промежутках времени только быстрые осцилляции компонент вектора Стокса сохраняются.

3.5. Выводы к главе 3

1. На примере плоского полупроводникового микрорезонатора, содержащего квантовые ямы, возбуждаемого нерезонансной накачкой, доказано,

что в режиме сильной связи система экситонов в основном состоянии, взаимодействующих с фотонами микрорезонатора, обладает РТ-симметричными свойствами. Показано, что наличие РТ-симметрии в экситон-фотонной системе отражается на ее динамике, а именно, проявляется в установлении режима устойчивых во времени осцилляций экситонной плотности и фотонного поля (осцилляций Раби).

2. Предложена схема реализации физического механизма достижения незатухающих осцилляций Раби в системе экситонных поляритонов, сформированных в микрорезонаторе, в присутствии диссипации. В основе метода лежит процесс вынужденного рассеянии экситонов из некогерентного резервуара за счет рассеяния на фононах, а также за счет парного рассеяния экситонов из резервуара в основное состояние. Произведено моделирование установления режима динамической РТ-симметрии с учетом различных механизмов рассеяния экситонов из некогерентного резервуара в Раби-осциллятор.

3. Определены критерии (требования к параметрам системы: величине некогерентной накачки, а также экситон-фотонной отстройке), при которых система взаимодействующих в режиме сильной связи экситонов и фотонов обладает РТ-симметричными свойствами.

4. Исследованы поляризационные свойства оптического излучения поляритонного лазера, функционирующего в режиме незатухающих осцилляций Раби, в присутствии внешнего магнитного поля. Доказано установление режима устойчивых биений поляризации.

Основные результаты этой главы опубликованы в [11,12]

ГЛАВА 4

КВАНТОВЫЕ ФЛУКТУАЦИИ В СИСТЕМЕ ЭКСИТОННЫХ ПОЛЯРИТОНОВ

4.1. Квазиклассический предел. Линейный анализ устойчивости

Целью настоящей главы является изучение квантовых флуктуаций в системе экситонных поляритонов, формируемых в результате сильного взаимодействия между экситонами и фотонами внутри полупроводникового микрорезонатора. Как известно, характерной особенностью поляритонных систем является сильная диссипация, присущая как фотонной, так и экситонной составляющим. Согласно флуктуационно-диссипативной теореме наличие диссипации в системе приводит к появлению флуктуаций [41,42]. Исследованию влияния такого шума на свойства системы и посвящена данная глава.

Рассматриваемая система в присутствии диссипаций описывается следующим гамильтонианом, записанным в терминах вторичного квантования:

$$H = H_s + H_{R1} + H_{R2}, (4.1)$$

где

$$H_{s} = \hbar \omega_{P} \hat{\phi}^{\dagger} \hat{\phi} + \hbar \omega_{X} \hat{\chi}^{\dagger} \hat{\chi} + \hbar \Omega \left(\hat{\phi}^{\dagger} \hat{\chi} + \hat{\chi}^{\dagger} \hat{\phi} \right) +$$

+ $\hbar \kappa \hat{\chi}^{\dagger 2} \hat{\chi}^{2} + i\hbar (E \hat{\phi}^{\dagger} - E^{*} \hat{\phi}),$ (4.2)

И

$$H_{R1} = \hat{\phi}^{\dagger} \Gamma_{1} + \hat{\phi} \Gamma_{1}^{\dagger}, H_{R2} = \hat{\chi}^{\dagger} \Gamma_{2} + \hat{\chi} \Gamma_{2}^{\dagger}.$$
(4.3)

Здесь $\hat{\phi}(\hat{\phi}^{\dagger})$ – оператор уничтожения (рождения) фотонной моды частоты ω_p , $\hat{\chi}(\hat{\chi}^{\dagger})$ – то же для экситонов, обладающих частотой ω_x . Поле внешней накачки полагается однородным, $E = E_p \cdot e^{-i\varepsilon t}$, где E_p – амплитуда накачки

фотонной моды ($I_p = |E_p|^2$ – величина, пропорциональная интенсивности накачки), ε – частота накачки. Слагаемое $\hbar \kappa \hat{\chi}^{\dagger 2} \hat{\chi}^2$ соответствует упругому экситон-экситонному рассеянию (κ – параметр нелинейности). $H_{R1,2}$ – гамильтонианы взаимодействия тепловых резервуаров с фотонами (индекс «1») и экситонами (индекс «2»). При этом операторы Γ_1 и Γ_2 описывают фононные резервуары для фотонов и экситонов соответственно.

Для учета влияния диссипации воспользуемся формализмом матрицы плотности. Для этого запишем основное кинетическое уравнение на матрицу плотности ρ (опустим значки оператора для простоты обозначений) [101,102]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i\omega_{p} \Big[\phi^{\dagger} \phi, \rho \Big] - i\omega_{\chi} \Big[\chi^{\dagger} \chi, \rho \Big] - i\Omega \Big[\chi^{\dagger} \phi, \rho \Big] - \\
-i\Omega \Big[\phi^{\dagger} \chi, \rho \Big] - i\kappa \Big[\chi^{\dagger 2} \chi^{2}, \rho \Big] + E \Big[\phi^{\dagger}, \rho \Big] - E^{*} \Big[\phi, \rho \Big] + \\
+ \gamma_{P} (2\phi\rho\phi^{\dagger} - \rho\phi^{\dagger}\phi - \phi^{\dagger}\phi\rho + 2n_{th1} [[\phi, \rho], \phi^{\dagger}]) + \\
+ \gamma_{\chi} (2\chi\rho\chi^{\dagger} - \rho\chi^{\dagger}\chi - \chi^{\dagger}\chi\rho + 2n_{th2} [[\chi, \rho], \chi^{\dagger}]).$$
(4.4)

Слагаемые, содержащие $2\gamma_P n_{th1}$ и $2\gamma_X n_{th2}$, описывают термальный резервуар для фотонов и экситонов со следующими распределениями числа индуцированных фононным резервуаром тепловых фотонов и экситонов [103]:

$$n_{th1} = \left(\exp\left(\frac{\hbar\omega_1}{kT}\right) - 1\right)^{-1}, n_{th2} = \left(\exp\left(\frac{\hbar\omega_2}{kT}\right) - 1\right)^{-1}, \tag{4.5}$$

где ω_1, ω_2 – частоты тепловых фотонов и экситонов. При этом полагаем $\omega_1 \approx \omega_P, \, \omega_2 \approx \omega_X.$

Эффекты, связанные с квантовыми флуктуациями, будут рассмотрены в следующем разделе. Сейчас же пренебрежем ими и рассмотрим уравнения в приближении среднего поля, полагая $\alpha = \langle \hat{\phi} \rangle$, $\beta = \langle \hat{\chi} \rangle$. Переходя к медленно меняющимся амплитудам, ограничимся рассмотрением состояний системы, в которых поляритонное поле имеет ту же плоскую структуру, что и возбуждающее внешнее лазерное поле, т.е. $\alpha \to \alpha e^{-i\varepsilon t}$, $\beta \to \beta e^{-i\varepsilon t}$. Для простоты так же

предположим, что поляритонный конденсат находится в основном энергетическом состоянии, когда составляющая волнового вектора, лежащая в плоскости микрорезонатора, $k_{\parallel} = 0$. Пусть падающее лазерное поле имеет частоту

 $\varepsilon = \frac{\omega_P + \omega_X}{2}$. Стоит, однако, отметить, что в отличие от собственной частоты атомного Бозе-конденсата, эквивалентной химическому потенциалу и являющейся величиной, детерминированной из уравнения состояния, в открытой системе с диссипацией и когерентной накачкой собственная частота поляритонного конденсата является экспериментально управляемым параметром.

Тогда получаем

$$\frac{\partial}{\partial t}\alpha = -(i\tilde{\Delta} + \gamma_{p})\alpha + E_{p} - i\Omega\beta,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\beta = -(-i\tilde{\Delta} + \gamma_{x})\beta - i\Omega\alpha - 2i\kappa|\beta|^{2}\beta,$$
(4.6)

где $\tilde{\Delta} = (\omega_p - \omega_x)/2$. Будем искать стационарные решения $\partial_t \alpha = 0$, $\partial_t \beta = 0$ системы (4.6). В этом режиме населенность экситонной моды $n_x = |\beta|^2$ определяется из следующего параметрического уравнения:

$$I_{p} = 4 \frac{\left(\gamma_{p}^{2} + \tilde{\Delta}^{2}\right)\kappa^{2}}{\Omega^{2}} n_{X}^{3} - 4 \frac{\left(\gamma_{p}^{2} + \tilde{\Delta}^{2}\right)c}{\Omega^{2}} \kappa n_{X}^{2} + \frac{\left(\gamma_{p}^{2} + \tilde{\Delta}^{2}\right)}{\Omega^{2}} \left(c^{2} + d^{2}\right) n_{X}, \qquad (4.7)$$

где введены следующие обозначения: $c = \tilde{\Delta} + \frac{\tilde{\Delta}\Omega^2}{\left(\tilde{\Delta}^2 + \gamma_P^2\right)}, \ d = \frac{\Omega^2 \gamma_P}{\left(\tilde{\Delta}^2 + \gamma_P^2\right)} + \gamma_X.$

Уравнение (4.7)предсказывает наличие петли бистабильности ЛЛЯ существование устойчивых населенности экситонной моды, т.е. ДBVX стационарных состояний при одной интенсивности накачки (рис. 4.1а). Для того чтобы найти область существования данного решения, потребуем, чтобы кривая, определяемая уравнением (4.7), имела два локальных экстремума (точки 1 и 2 на рис.4.1a), которые должны быть действительными и положительными. Несложно показать, что для этого должно выполняться условие $c > \sqrt{3}d$.

Бистабильность наблюдается, когда интенсивность внешней накачки заключена в интервале $I_p^2 < I_p < I_p^1$, где

$$I_{p}^{2,1} = \frac{\left(\tilde{\Delta}^{2} + \gamma_{P}^{2}\right)\left(2c \pm \sqrt{c^{2} - 3d^{2}}\right)}{27\kappa\Omega^{2}}\left(c^{2} + 3d^{2} \mp c\sqrt{c^{2} - 3d^{2}}\right)$$
(4.8)

соответствуют значениям интенсивности в точках изгиба кривой бистабильности (рис. 4.1а).



Рис.4.1. (а) – Зависимость экситонной населенности от интенсивности внешней накачки. Синяя кривая при $\tilde{\Delta} = 1.5 \text{пc}^{-1}$ (пунктиром показано неустойчивое решение), красная кривая без бистабильности при $\tilde{\Delta} = 0.5 \text{пc}^{-1}$. (б) – Область существования бистабильности. Для рассматриваемой системы характерны следующие значения параметров: $\hbar\kappa = 0,001 \text{ мэB}$, $\hbar\Omega = 2,5 \text{ мэB}$, $\gamma_x = 0.01 \text{ пc}^{-1}$, $\gamma_p = 0.1 \text{ пc}^{-1}$ [104,105].

В рассматриваемой модели экспериментально управляемыми являются отстройка частоты микрорезонатора от экситонного резонанса $\tilde{\Delta}$, а также интенсивность внешней накачки, пропорциональная I_p . Область существования бистабильности на плоскости ($\tilde{\Delta}$, I_p) изображена на рис.4.26. Явление бистабильности наблюдается только при положительных отстройках $\omega_p > \omega_\chi$ ($\tilde{\Delta} > 0.17$ пс⁻¹ при используемых значениях параметров системы).

Для определения устойчивости найденных стационарных решений будем искать решение уравнений (4.6) в виде $\alpha = \alpha_0 + \Delta \alpha e^{\lambda t}$ и $\beta = \beta_0 + \Delta \beta e^{\lambda t}$, где $\Delta \alpha$

и $\Delta\beta$ – малые возмущения стационарных решений для фотонного α_0 и экситонного β_0 полей. Характеристическое уравнение, определяющие собственные значения λ , имеет вид

$$\lambda^{4} + c_{1}\lambda^{3} + c_{2}\lambda^{2} + c_{3}\lambda + c_{4} = 0, \qquad (4.9)$$

где

$$c_{1} = 2(\gamma_{X} + \gamma_{P}),$$

$$c_{2} = \gamma_{P}^{2} + \tilde{\Delta}^{2} + \gamma_{X}^{2} + (\tilde{\Delta} - 4\kappa |\beta_{0}|^{2})^{2} + 4\gamma_{X}\gamma_{P} + 2\Omega^{2} - 4\kappa^{2} |\beta_{0}|^{4},$$

$$c_{3} = 2\gamma_{P} \left(\gamma_{X}^{2} + (\tilde{\Delta} - 4\kappa |\beta_{0}|^{2})^{2}\right) + 2\gamma_{X} \left(\gamma_{P}^{2} + \tilde{\Delta}^{2}\right) + 2(\gamma_{X} + \gamma_{P})\Omega^{2} - 8\gamma_{P}\kappa^{2} |\beta_{0}|^{4},$$

$$c_{4} = \left(\gamma_{X}^{2} + (\tilde{\Delta} - 4\kappa |\beta_{0}|^{2})^{2}\right) (\gamma_{P}^{2} + \tilde{\Delta}^{2}) + \Omega^{4} + 2\Omega^{2} \left(\gamma_{X}\gamma_{P} + \tilde{\Delta}(\tilde{\Delta} - 4\kappa |\beta_{0}|^{2})\right) - 4\kappa^{2} |\beta_{0}|^{4} \left(\gamma_{P}^{2} + \tilde{\Delta}^{2}\right)$$

$$(4.10)$$

Решение является неустойчивым, когда хотя одно из четырех собственных значений λ имеет положительную действительную часть. Области устойчивости решения, отмеченные сплошными линиями и на рис.4.1а, могут быть определены численно или с использованием критериев Рауса-Гурвица [106].

В нашей задаче в устойчивой области корнями характеристического уравнения являются две пары комплексных корней с отрицательными действительными частями (устойчивый фокус), а в неустойчивой – пара комплексных корней с отрицательными действительными частями и два действительных корня – один положительный, второй отрицательный (седлофокус первого рода).

4.2. Р -функция Глаубера-Сударшана. Спектр флуктуаций

Перейдем теперь к изучению влияния квантовых шумов на рассматриваемую поляритонную систему. Непосредственное решение основного кинетического уравнения с учетом нелинейности в операторном виде достаточно сложно. Поэтому оправдан переход к коммутирующем величинам, *с*-числам [102]. Одним

из способов решения этой задачи является диагонализация матрицы плотности по когерентным состояниям с помощью *P*-функции – так называемое *P*-представление или представление Глаубера-Сударшана [107,108].

Используя это представление, можем перейти от рассмотрения экситонных и фотонных мод в виде квантовых осцилляторов к модели стохастических осцилляторов с определенными смещениями и матрицей диффузии. Уравнение Фоккера-Планка, соответствующее уравнению для матрицы плотности. получается c использованием стандартных методов, основанных на представлении Глаубера.

В целом, однако, *P*-представление Глаубера-Сударшана, которое является диагональным разложением оператора плотности в базисе когерентных состояний, может приводить к распределениям, имеющим отрицательные значения и сингулярности. Это происходит, например, в случаях неклассической статистики фотонов [109]. Поэтому далее будет использоваться недиагональное обобщенное *P*-представление. Уравнения, описывающие динамику новой *P*-функции, а также соответствующие наблюдаемые, похожи на соответствующие величины для *P*-функции Глаубера-Сударшана. Однако заметим, что они определяются в комплексном фазовом пространстве, а не в реальном (классическом) фазовом пространстве.

Таким образом, перейдем к представлению Глаубера-Сударшана. А именно, запишем оператор плотности в виде: $\rho = \int P(\{x\})\Lambda(\{x\})d\mu(\{x\}),$ где $\{x\} = \{\alpha, \alpha^+, \beta, \beta^+\}, \hat{\Lambda}(\alpha, \alpha^+, \beta, \beta^+) = \frac{|\alpha\rangle|\beta\rangle\langle\beta^{+*}|\langle\alpha^{+*}|}{\langle\alpha^{+*}|\langle\beta^{+*}||\beta\rangle|\alpha\rangle}$ представляет собой проекционный оператор, а $d\mu(\alpha, \alpha^+, \beta, \beta^+)$ – элемент интегрирования. Величина P = x – это квазивероятность, имеет смысл аналогичный плотности вероятности в классической статистике. Заметим, что в данном представлении α и β имеют смысл *с*-чисел, т.е. собственных значений операторов рождения и уничтожения фотонов и экситонов, соответственно. При этом α и α^+ – не обязательно являются комплексно сопряженными величинами [110].

Используя стандартные правила операторной алгебры, получаем уравнение Фоккера-Планка:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \left[-\frac{\partial}{\partial \alpha} \left(-\left(i\omega_{P} + \gamma_{P}\right)\alpha + E - i\Omega\beta\right) - \frac{\partial}{\partial \beta} \left(-\left(i\omega_{X} + \gamma_{X}\right)\beta - i\Omega\alpha - 2i\kappa\beta^{+}\beta^{2}\right) + \frac{\partial^{2}}{\partial \beta^{2}} \left(-i\kappa\beta^{2}\right) + \gamma_{P}n_{th1}\frac{\partial^{2}}{\partial \alpha\partial \alpha^{+}} + \gamma_{X}n_{th2}\frac{\partial^{2}}{\partial \beta\partial \beta^{+}} + 3.c.\right]P,$$
(4.11)

где через э.с. обозначены эрмитово-сопряженные слагаемые.

Если бы мы использовали диагональное представление, в силу наличия нелинейного члена диффузия была бы неположительно-определена. Это означало бы, что обычные теоремы Ито для стохастических дифференциальных уравнений были бы не применимы [111]. Однако, как было показано в работе [110], при определении уравнения Фоккера-Планка в восьмимерном пространстве с теми же наблюдаемыми, уравнения с положительной полуопределенной диффузией все же могут быть получены. Точные стохастические уравнения в исчислении Ито могут быть получены преобразованием уравнения Фоккера-Планка (4.11) в форму Ито:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha^{+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(i\omega_{p} + \gamma_{p})\alpha + E - i\Omega\beta \\ -(-i\omega_{p} + \gamma_{p})\alpha^{+} + E^{*} + i\Omega\beta^{+} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2\gamma_{p}n_{th1} \\ 2\gamma_{p}n_{th1} & 0 \end{pmatrix}^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \xi_{1}(t) \\ \xi_{1}^{+}(t) \end{pmatrix},$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \beta \\ \beta^{+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(i\omega_{x} + \gamma_{x})\beta - i\Omega\alpha - 2i\kappa\beta^{+}\beta^{2} \\ -(-i\omega_{x} + \gamma_{x})\beta^{+} + i\Omega\alpha^{+} + 2i\kappa\beta^{+2}\beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2i\kappa\beta^{2} & 2\gamma_{x}n_{th2} \\ 2\gamma_{x}n_{th2} & 2i\kappa\beta^{+2} \end{pmatrix}^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \xi_{2}(t) \\ \xi_{2}^{+}(t) \end{pmatrix},$$
(4.12)

Где $\xi_i(t)$ – независимые стохастические функции (*i* = 1, 2), корреляционные функции которых удовлетворяют условиям

$$\langle \xi_i(t) \rangle = 0, \langle \xi_i^+(t) \rangle = 0, \langle \xi_i(t) \xi_j^+(t') \rangle = \delta_{ij} \delta(t-t').$$
 (4.13)

Здесь учтем тот факт, что термальные резервуары для фотонов и экситонов не зависят друг от друга, поэтому ланжевеновские силы для экситонной и фотонной

частей не коррелированы между собой [101]. Снова воспользуемся приближением вращающейся волны $\alpha \to \alpha e^{-i\varepsilon t}$, $\beta \to \beta e^{-i\varepsilon t}$ и положим $2\gamma_P n_{th1} = \Gamma_1$, $2\gamma_X n_{th2} = \Gamma_2$.

В общем случае уравнения Ланжевена (4.12) или соответствующее ему уравнение Фоккера-Планка (4.11) сложно решить. Однако есть множество приближений, которые дают адекватную оценку статистического характера нелинейного процесса. В начале, рассмотрим малые флуктуации около стационарного состояния и найдем выражения для их спектра и корреляционной функции из линеаризованного уравнения Ланжевена для малых флуктуаций:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\delta \vec{x} \right] = -A \left[\delta \vec{x} \right] + D^{1/2} \left[\vec{\eta} \left(t \right) \right]$$
(4.14)

где $\delta \vec{x} = (\delta \alpha, \delta \alpha^+, \delta \beta, \delta \beta^+)^T, \vec{\eta}(t) = (\xi_1, \xi_1^+, \xi_2, \xi_2^+)^T$. Матрица сноса

$$A = \begin{pmatrix} \left(i\tilde{\Delta} + \gamma_{P}\right) & 0 & i\Omega & 0\\ 0 & \left(-i\tilde{\Delta} + \gamma_{P}\right) & 0 & -i\Omega\\ i\Omega & 0 & \left(-i\tilde{\Delta} + \gamma_{X}\right) + 4i\kappa \left|\beta_{0}\right|^{2} & 2i\kappa\beta_{0}^{2}\\ 0 & -i\Omega & -2i\kappa\beta_{0}^{+2} & \left(i\tilde{\Delta} + \gamma_{X}\right) - 4i\kappa \left|\beta_{0}\right|^{2} \end{pmatrix}.$$

и диффузии

$$D = \begin{pmatrix} 0 & \Gamma_1 & 0 & 0 \\ \Gamma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2i\kappa\beta_0^2 & \Gamma_2 \\ 0 & 0 & \Gamma_2 & 2i\kappa\beta_0^{+2} \end{pmatrix}.$$

Здесь β_0 – стационарное решение детерминированной системы без флуктуаций (4.6). Уравнения (4.14) будут основой наших дальнейших вычислений.

Величина, которая представляет собой практический интерес - это корреляционная функция второго порядка. Эта величина может быть посчитана из полной системы, однако данный расчет довольно громоздкий, поэтому мы

ограничимся рассмотрением адиабатического случая, когда одна мода затухает быстрее, чем вторая ($\gamma_P > \gamma_X$). В этом пределе упрощенная система напрямую определяется из полной и имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\delta \vec{\beta} \right] = -A_{\beta} \left[\delta \vec{\beta} \right] + D_{\beta}^{1/2} \left[\vec{\eta}_{\beta} \left(t \right) \right], \tag{4.15}$$

где A_{β} и $D_{\beta}^{1/2}$ определяются как

$$A_{\beta} = \begin{pmatrix} \gamma + 4i\kappa |\beta_0|^2 & 2i\kappa\beta_0^2 \\ -2i\kappa\beta_0^{+2} & \gamma^* - 4i\kappa |\beta_0|^2 \end{pmatrix},$$
$$D_{\beta} = \begin{pmatrix} -2i\kappa\beta_0^2 & \Gamma_2 \\ \Gamma_2 & 2i\kappa\beta_0^{+2} \end{pmatrix},$$

где $\gamma = \gamma_x + \frac{\Omega^2 \gamma_P}{\gamma_P^2 + \tilde{\Delta}^2} - i \left(\tilde{\Delta} + \frac{\tilde{\Delta}\Omega^2}{\gamma_P^2 + \tilde{\Delta}^2} \right)$ и мы пренебрегли тепловыми флуктуациями

в фотонной моде, т.е. $\Gamma_1 = 0$.

Матрица корреляции

$$C = \begin{pmatrix} \langle \beta^2 \rangle - \langle \beta \rangle^2 & \langle \beta^+ \beta \rangle - |\langle \beta \rangle|^2 \\ \langle \beta^+ \beta \rangle - |\langle \beta \rangle|^2 & \langle \beta^{+2} \rangle - \langle \beta^+ \rangle^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle \delta \beta^2 \rangle & \langle \delta \beta^+ \delta \beta \rangle \\ \langle \delta \beta^+ \delta \beta \rangle & \langle \delta \beta^{+2} \rangle \end{pmatrix}$$
(4.16)

(4.17)

может быть рассчитана по методу [112]:

$$C = \frac{D_{\beta} \det A_{\beta} + (A_{\beta} - ITrA_{\beta})D_{\beta}(A_{\beta} - ITrA_{\beta})^{T}}{2TrA_{\beta} \det A_{\beta}} = \frac{1}{(\gamma + \gamma^{*})(|\gamma + 4i\kappa|\beta_{0}|^{2}|^{2} - 4\kappa^{2}|\beta_{0}|^{4})} \times \left(\frac{-i\kappa|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}{2\kappa^{2}|\beta_{0}|^{4}(\gamma + \gamma^{*}) + \Gamma_{2}|\gamma + 4i\kappa|\beta_{0}|^{2}|^{2}}\right) \times \left(\frac{-i\kappa|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}{2\kappa^{2}|\beta_{0}|^{4}(\gamma + \gamma^{*}) + \Gamma_{2}|\gamma + 4i\kappa|\beta_{0}|^{2}|^{2}}\right) \times \left(\frac{-i\kappa|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}{2\kappa^{2}|\beta_{0}|^{4}(\gamma + \gamma^{*}) + \Gamma_{2}|\gamma + 4i\kappa|\beta_{0}|^{2}|^{2}}\right) \times \left(\frac{-i\kappa|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}{2\kappa^{2}|\beta_{0}|^{4}(\gamma + \gamma^{*}) + \Gamma_{2}|\gamma + 4i\kappa|\beta_{0}|^{2}|^{2}}\right) \times \left(\frac{-i\kappa|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}{2\kappa^{2}|\beta_{0}|^{4}(\gamma + \gamma^{*}) + \Gamma_{2}|\gamma + 4i\kappa|\beta_{0}|^{2}|^{2}}\right) \times \left(\frac{-i\kappa|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}{2\kappa^{2}|\beta_{0}|^{4}(\gamma + \gamma^{*}) + \Gamma_{2}|\gamma + 4i\kappa|\beta_{0}|^{2}|^{2}}\right) \times \left(\frac{-i\kappa|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}{2\kappa^{2}|\beta_{0}|^{4}(\gamma + \gamma^{*}) + \Gamma_{2}|\gamma + 4i\kappa|\beta_{0}|^{2}|^{2}}\right) \times \left(\frac{-i\kappa|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}{2\kappa^{2}|\beta_{0}|^{4}(\gamma + \gamma^{*}) + \Gamma_{2}|\gamma + 4i\kappa|\beta_{0}|^{2}|^{2}}\right) \times \left(\frac{-i\kappa|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}{2\kappa^{2}|\beta_{0}|^{4}(\gamma + \gamma^{*}) + \Gamma_{2}|\gamma + 4i\kappa|\beta_{0}|^{2}|^{2}}\right) \times \left(\frac{-i\kappa|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}{2\kappa^{2}|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}\right) \times \left(\frac{-i\kappa|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}{2\kappa^{2}|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}\right) \times \left(\frac{-i\kappa|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}{2\kappa^{2}|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}\right) \times \left(\frac{-i\kappa|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}{2\kappa^{2}|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}\right) \times \left(\frac{-i\kappa|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}{2\kappa^{2}|\beta_{0}|^{2}(\gamma^{*} - 4i\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*})}\right)$$

Для нулевой задержки корреляционная функция второго порядка до второго порядка малости $\frac{\delta\beta}{\beta_0}$ имеет следующий вид

$$g^{(2)}(0) \simeq 1 + 2 \frac{\left\langle \delta \beta^{+} \delta \beta \right\rangle}{\beta_{0}^{+} \beta_{0}} + \frac{\left\langle \delta \beta^{2} \right\rangle}{\beta_{0}^{2}} + \frac{\left\langle \delta \beta^{+2} \right\rangle}{\beta_{0}^{+2}}.$$
(4.18)

Используя корреляционную матрицу (4.17) получаем

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{1}{(\gamma + \gamma^{*})(|\gamma + 4i\kappa|\beta_{0}|^{2}|^{2} - 4\kappa^{2}|\beta_{0}|^{4})} \times \left\{ \frac{\Gamma_{2}|\gamma + 4i\kappa|\beta_{0}|^{2}|^{2} + 4\kappa^{2}|\beta_{0}|^{4}(\gamma + \gamma^{*})}{|\beta_{0}|^{2}} + \kappa(i(\gamma - \gamma^{*}) - 8\kappa|\beta_{0}|^{2})(2\Gamma_{2} + \gamma + \gamma^{*}) \right\}$$
(4.19)

В случае, больших значений $|\beta_0|^2$ и пренебрежимо маленьким тепловым шумом $\Gamma_2 \simeq 0$, значение корреляционной функции не зависит от отстройки и задается

$$g^{(2)}(0) = 1 - \frac{1}{3|\beta_0|^2}.$$
(4.20)

В случае маленьких значений $|\beta_0|^2$ в области, где наблюдается бистабильность $g^{(2)}(0) > 1$. В области же где бистабильность отсутствует, наблюдается антигруппировка при любом значении $|\beta_0|^2$. Отметим, что присутствие теплового шума разрушает любой эффект антигруппировки.

Определяя спектр флуктуаций как Фурье-образ корреляционной функции

$$S_{ij}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega\tau) \langle \alpha_i(t)\alpha_j(t+\tau) \rangle d\tau.$$
(4.21)

можно показать, что матрица $S(\omega)$ будет задаваться следующим выражением [112]:

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} (i\omega I + A)^{-1} D(-i\omega I + A^{T})^{-1}.$$
(4.22)

Далее мы пренебрежем тепловыми флуктуациями (квантовый предел), $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0$ так как $\hbar \omega_{X,P} \gg kT$ и населенность тепловых резервуаров экситонов и фотонов мала.

Формула (4.22) позволяет определить любые спектральные элементы $S_{ij}(\omega)$ в стационарном состоянии. В частности, спектр флуктуаций фотонной компоненты будут определяться выражением

$$S_{12}(\omega) = \frac{4\Omega^{2}\kappa^{2}|\beta_{0}|^{4}}{\pi} \frac{\gamma_{P}\Omega^{2} + \gamma_{X}\left(\gamma_{P}^{2} + (\omega - \tilde{\Delta})^{2}\right)}{\left(\omega^{4} - c_{2}\omega^{2} + c_{4}\right)^{2} + \left(c_{3} - c_{1}\omega^{2}\right)^{2}\omega^{2}},$$
(4.23)

а спектр флуктуаций экситонной компоненты –

$$S_{34}(\omega) = \frac{4\kappa^{2}|\beta_{0}|^{4}}{\pi} \frac{\gamma_{X}\left(\left(\tilde{\Delta}^{2} + \gamma_{p}^{2} - \omega^{2}\right)^{2} + 4\gamma_{p}^{2}\omega^{2}\right) + \gamma_{p}\Omega^{2}\left(\left(\omega + \tilde{\Delta}\right)^{2} + \gamma_{p}^{2}\right)}{\left(\omega^{4} - c_{2}\omega^{2} + c_{4}\right)^{2} + \left(c_{3} - c_{1}\omega^{2}\right)^{2}\omega^{2}},$$
(4.24)

где коэффициенты c_i (i = 1, 2, 3, 4) задаются выражениями (4.10).

Спектр флуктуаций позволяет определить ΤО, как распределена корреляционная функция шума по частотам. Спектры флуктуаций экситонных и фотонных компонент, соответствующие стационарным состояниям на нижней и верхней ветвях бистабильности (см. рис.4.1а), изображены на рис. 4.2. В соответствии с рис.4.2 вся энергия квантовых флуктуаций сосредоточена в четырех узких пиках, расположенных вокруг частоты накачки. Знаменатель в выражениях (4.23) и (4.24) определяется характеристическим многочленом (4.9), определяющим устойчивость стационарных решений. Поэтому положение пиков в спектре будет определяться мнимой частью корней уравнения (4.9), в то время как действительная часть будет отвечать за ширину пиков.



Рис.4.2. (а), (б) — Спектры малых флуктуаций, рассчитанные для состояния на нижней стабильной ветви ($n_x = 100$). (в), (г) — Спектры малых флуктуаций, рассчитанные для состояния с верхней стабильной ветки ($n_x = 4000$). Величина отстройки на всех графиках $\tilde{\Delta} = 1,5 \text{ пc}^{-1}$.

Условно назовем центральными те пики, которые ближе к частоте конденсата и, соответственно, боковыми те, что расположены дальше. При увеличении накачки пики отдаляются друг от друга. При этом центральные пики движутся к частоте накачки, а боковые от нее. И в области порога мы имеем дельта-пик на частоте накачки. В общем случае спектр флуктуаций не симметричен относительно частоты накачки. Симметричность наблюдается только при $\tilde{\Delta} = 0$ – (4.23) и (4.24). При этом асимметрия спектра флуктуаций фотонов менее выражена, так как слагаемое, отвечающее за асимметрию в знаменателе выражения (4.23), пропорционально γ_x , а в формуле для спектра флуктуаций экситонов, аналогичное слагаемое пропорционально $\gamma_p \Omega^2$, согласно формуле

(4.24). При этом для типичных экспериментальных условий γ_P > γ_X и Ω ≫ γ_P, γ_X в режиме сильной связи.

4.3. Решение уравнения Фоккера-Планка

Выше нами были решены уравнения Ланжевена в пределе малых флуктуаций около стационарного решения, благодаря чему были получены спектры квантовых флуктуаций фотонов и экситонов. Однако приближение линеаризации по квантовым флуктуациям не всегда справедливо. В этом случае необходимо решать уравнение Фоккера-Планка. Однако, как было сказано выше, получить точное решение уравнения Фоккера-Планка для нелинейной системы возможно лишь для некоторых предельных случаев. Далее мы приведем пример решения стационарного уравнения Фоккера-Планка, $\partial P / \partial t = 0$. Искомое решение может быть получено в случае выполнения условия потенциальности [113]:

$$\partial_i V_i = \partial_i V_i \tag{4.25}$$

где
$$V_x = \sum_{\nu} \left(D^{-1} \right)_{x\nu} \left(2A_{\nu} + \sum_l \frac{\partial D_{\nu l}}{\partial q_l} \right).$$

Далее воспользуемся адиабатическим приближением [114], которое справедливо, так как диссипация фотонной моды намного быстрее затухания экситонной моды, $\gamma_P > \gamma_X$, и перейдем к приближению вращающейся волны. Тогда диффузия и матрица сноса в пределе пренебрежения термальным шумом принимают вид:

$$D = \begin{pmatrix} -2i\kappa\beta^2 & 0\\ 0 & 2i\kappa\beta^{+2} \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} \gamma\beta + i\mu\kappa E_p + 2i\kappa\beta^+\beta^2\\ \gamma^*\beta^+ - i\mu^*\kappa E_p^* - 2i\kappa\beta\beta^{+2} \end{pmatrix},$$
(4.26)

где $\mu = \frac{\Omega \gamma_P - i \Delta \Omega}{\kappa \left(\gamma_P^2 + \tilde{\Delta}^2 \right)}.$

После несложных вычислений получаем, что условие потенциальности выполняется, $\frac{\partial V_1}{\partial \beta^+} = \frac{\partial V_2}{\partial \beta} = -2$.

Проинтегрировав обобщенную силу *V*, чтобы найти потенциальную функцию, приходим к выражению для распределения квазивероятности $P_{ss}(\beta, \beta^+)$ в стационарном состоянии:

$$P_{ss}(\beta,\beta^{+}) = \exp\left(-\int_{\beta} (V_{1}d\beta + V_{2}d\beta^{+})\right) =$$

$$= \beta^{-2-i\frac{\gamma}{\kappa}}\beta^{+-2+i\frac{\gamma^{*}}{\kappa}} \exp\left(-\mu E_{p}\frac{1}{\beta} - \mu^{*}E_{p}^{*}\frac{1}{\beta^{+}} + 2\beta\beta^{+}\right).$$
(4.27)

Отсюда видно, что обычное интегрирование в комплексной плоскости $\beta^+ = \beta^*$ невозможно, так как потенциал в этом случае расходится, $\beta\beta^+ \to \infty$. Это означает, что вместо обычного диагонального представления Глаубера-Сударшана нужно использовать обобщенное *P*-представление, подразумевающее область интегрирования $\beta^+ \neq \beta^*$, так чтобы функция распределения убывала на краях. Перейдем к переменным $\beta = \frac{1}{z}, \beta^+ = \frac{1}{z^+}$:

$$P_{ss}(z,z^{+}) = z^{2+i\frac{\gamma}{\kappa}} z^{+2-i\frac{\gamma^{*}}{\kappa}} \exp\left(-\mu E_{p}z - \mu^{*}E_{p}^{*}z^{+} + 2\frac{1}{zz^{+}}\right).$$
(4.28)

Разложим множитель $\exp\left(\frac{2}{zz^{+}}\right)$ в ряд Тейлора, тогда для нормировочного интеграла получим

$$I(\gamma,\gamma^{*}) = \iint_{\Xi} P(z,z^{+}) dz dz^{+} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n}}{n!} \iint_{\Xi} z^{\frac{i\gamma}{\kappa}-n} z^{+\frac{-i\gamma^{*}}{\kappa}-n} e^{-\mu E_{p} z} e^{-\mu^{*} E_{p}^{*} z^{+}} dz dz^{+}.$$
(4.29)

Данное выражение представляет собой сумму интегралов Ханкеля, которые вычисляются через Гамма-функции

$$\int_{\Xi} z^{-x} e^{kz} dz = 2\pi i k^{x-1} \left(\Gamma(x) \right)^{-1}.$$
(4.30)

Используя формулу для гипергеометрического ряда

$${}_{0}F_{2}\left(\frac{i\gamma^{*}}{\kappa},-\frac{i\gamma}{\kappa},z\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z^{n}\Gamma\left(-\frac{i\gamma}{\kappa}\right)\Gamma\left(\frac{i\gamma^{*}}{\kappa}\right)}{n!\Gamma\left(\frac{i\gamma^{*}}{\kappa}+n\right)\Gamma\left(-\frac{i\gamma}{\kappa}+n\right)}\right).$$
(4.31)

Нормировочный интеграл принимает вид

$$I\left(\frac{i\gamma^{*}}{\kappa},-\frac{i\gamma}{\kappa}\right) = -4\pi^{2}\frac{\left(-\mu E_{p}\right)^{-\frac{i\gamma}{\kappa}}\left(-\mu^{*}E_{p}^{*}\right)^{\frac{i\gamma^{*}}{\kappa}}}{\left|\mu\right|^{2}\left|E_{p}\right|^{2}\Gamma\left(\frac{i\gamma^{*}}{\kappa}\right)\Gamma\left(-\frac{i\gamma}{\kappa}\right)}{0}F_{2}\left(\frac{i\gamma^{*}}{\kappa},-\frac{i\gamma}{\kappa},2\left|\mu\right|^{2}\left|E_{p}\right|^{2}\right).$$
 (4.32)

Аналогично проделанному выше анализу для нормировочного интеграла можно получить выражения для моментов функции распределения заменой $\left(\frac{i\gamma^*}{\kappa}, -\frac{i\gamma}{\kappa}\right)$ на $\left(\frac{i\gamma^*}{\kappa} + \mathbf{I}, -\frac{i\gamma}{\kappa} + J\right).$

Отношение момента к нормировочному интегралу соответствует выражению для корреляционной функции (при нулевой задержке):

$$G^{(IJ)} = \left\langle \hat{\chi}^{\dagger I} \hat{\chi}^{J} \right\rangle = \frac{\int \beta^{+I} \beta^{J} P_{ss} \left(\beta^{+}, \beta \right) d\mu}{\int P_{ss} \left(\beta^{+}, \beta \right) d\mu} = -\frac{\left(-\mu E_{p} \right)^{J} \left(-\mu E_{p}^{*} \right)^{I} \Gamma \left(\frac{i\gamma^{*}}{\kappa} \right) \Gamma \left(-\frac{i\gamma}{\kappa} \right)}{\Gamma \left(I + \frac{i\gamma^{*}}{\kappa} \right) \Gamma \left(J - \frac{i\gamma}{\kappa} \right)} \times \frac{{}_{0} F_{2} \left(I + \frac{i\gamma^{*}}{\kappa}, J - \frac{i\gamma}{\kappa}, 2|\mu|^{2} |E_{p}|^{2} \right)}{{}_{0} F_{2} \left(\frac{i\gamma^{*}}{\kappa}, -\frac{i\gamma}{\kappa}, 2|\mu|^{2} |E_{p}|^{2} \right)}$$

$$(4.33)$$

Это общее выражение, из которого можно легко получить выражения для среднего от оператора уничтожения экситонов, коррелятора первого порядка и корреляционной функции второго порядка:

$$\left\langle \hat{\chi} \right\rangle = \frac{\kappa \mu E_{p 0} F_2 \left(\frac{i\gamma^*}{\kappa}, -\frac{i\gamma}{\kappa} + 1, 2|\mu|^2 |E_p|^2 \right)}{i\gamma_0 F_2 \left(\frac{i\gamma^*}{\kappa}, -\frac{i\gamma}{\kappa}, 2|\mu|^2 |E_p|^2 \right)}$$
(4.34)

$$\left\langle \hat{\chi}^{\dagger} \hat{\chi} \right\rangle = \frac{\kappa^{2} \left| \mu \right|^{2} \left| E_{p} \right|^{2} {}_{0} F_{2} \left(\frac{i \gamma^{*}}{\kappa} + 1, -\frac{i \gamma}{\kappa} + 1, 2 \left| \mu \right|^{2} \left| E_{p} \right|^{2} \right)}{\left| \gamma \right|^{2} {}_{0} F_{2} \left(\frac{i \gamma^{*}}{\kappa}, -\frac{i \gamma}{\kappa}, 2 \left| \mu \right|^{2} \left| E_{p} \right|^{2} \right)}$$
(4.35)

$$g^{(2)}(0) = \frac{\left\langle \hat{\chi}^{\dagger} \hat{\chi}^{\dagger} \hat{\chi} \hat{\chi} \right\rangle}{\left\langle \hat{\chi}^{\dagger} \hat{\chi} \right\rangle^{2}} = \frac{\left\langle \beta^{+2} \beta^{2} \right\rangle}{\left\langle \beta^{+} \beta \right\rangle^{2}} = \frac{\left| \gamma \right|^{2}}{\left| \kappa + i \gamma^{*} \right|^{2}} \times \frac{\left| F_{2} \left(\frac{i \gamma^{*}}{\kappa}, -\frac{i \gamma}{\kappa}, 2 \left| \mu \right|^{2} \left| E_{p} \right|^{2} \right) \right|_{0} F_{2} \left(\frac{i \gamma^{*}}{\kappa} + 2, -\frac{i \gamma}{\kappa} + 2, 2 \left| \mu \right|^{2} \left| E_{p} \right|^{2} \right)}{\left(\left| F_{2} \left(\frac{i \gamma^{*}}{\kappa} + 1, -\frac{i \gamma}{\kappa} + 1, 2 \left| \mu \right|^{2} \left| E_{p} \right|^{2} \right) \right)^{2}}$$

$$(4.36)$$

Эти величины изображены на рис. 4.3 и рис. 4.4, где так же для сравнения экситонной приведены И населенность моды, определенной В рамках полуклассического анализа. Сравним предсказание квантово-механического В подхода И полуклассического. частности, как отмечалось выше, полуклассическая теория, предсказывает бистабильность для населенности экситонов. Экспериментально бистабильность может наблюдаться в виде внезапного изменения состояния системы при увеличении накачки выше точки 2 (рис.4.3а). При этом система переходит в состояние 2'. Далее населенность экситонов возрастает по верхней стационарной ветке бистабильности.



Рис.4.3. (а) — Сплошной кривой (с пунктирным участком) изображено полуклассическое значение населенности экситонов n_x как функция от интенсивности накачки, пропорциональной I_p ; штрих-пунктирной линией нарисовано квантово-механическое среднее значение населенности экситонов $\langle \hat{\chi}^{\dagger} \hat{\chi} \rangle$ от интенсивности накачки I_p . (б) — Сплошной линий (с пунктирным участком) изображено полуклассическое значение амплитуды поля $|\beta|$ как функция от поля накачки I_p ; штрих-пунктирной линии соответствует квантово-механическое среднее значение амплитуды от поля накачки I_p .

Анализ решения уравнения Фоккера-Планка показывает, что возникшие вокруг стационарного состояния квантовые флуктуации могут вытолкнуть систему из бассейна притяжения устойчивых стационарных точек нижней ветки бистабильности в область притяжения верхней устойчивой ветви. В этом случае при увеличении накачки состояние системы будет следовать штрих-пунктирной (красной) кривой на рис.4.3а, а после достижения точки 3 наблюдается резкое возрастание средней населенности экситонов вплоть до верхней ветви бистабильности.

Таким образом, в области, где полуклассическое описание (штриховая кривая) предсказывает наличие бистабильности, при учете квантовых флуктуаций бистабильность не наблюдается. При этом необходимо отметить, что участок нижней ветви между точками 3 и 2 (рис.4.3а) является метастабильным. Будет ли наблюдаться явление бистабильности на практике, зависит от характерного

времени случайного перехода с одной ветви на другую, которое, в свою очередь, определятся амплитудой флуктуаций. Если же поле накачки будет увеличиваться за промежуток времени короче, чем время данного случайного перехода, петля гистерезиса будет наблюдаться.

Когда же параметры системы таковы, что бистабильность не наблюдается при любом значении накачки, квантово-механическое и полуклассическое описания совпадают.

Корреляционная функция второго порядка $g^{(2)}$ для экситонного поля, изображенная на рис.4.4, демонстрирует резкий скачок в области перехода решения с нижней на верхнюю ветвь, проявляющейся в эффекте гигантской группировки [115]. При этом до скачка поле находится в состоянии группировки $g^2 > 1$, а после скачка наблюдается эффект антигруппировки, $g^2 < 1$.



Рис.4.4. Корреляционная функция второго порядка от поля накачки I_n.

4.4. Выводы к главе 4

1. Выполнен анализ влияния квантовых флуктуаций на свойства экситонных поляритонов, локализованных в плоском полупроводниковом

микрорезонаторе, с учетом нелинейного взаимодействия между экситонами и в присутствии теплового резервуара.

2. Получены аналитические решения для обобщенной *Р*-функции Глаубера в адиабатическом пределе. Предсказана неклассическая статистика экситонов (группировка, гигантская группировка, антигруппировка).

3. Обнаружено, что присутствие квантовых шумов приводит к метастабильности однородного решения, относящегося к нижней ветви бистабильности.

Основные результаты данной главы опубликованы в [13].
ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты и выводы настоящей диссертационной работы сводятся к следующим.

1. Решена проблема получения долгоживущих поляритонных состояний, формирующихся в полупроводниковых микрорезонаторах. Предложен способ увеличения времени жизни осцилляций Раби в подобных системах за счет вынужденных переходов поляритонов из некогерентного резервуара.

2. Выяснено, что в режиме сильной связи система экситонов в основном состоянии, взаимодействующих с фотонами моды микрорезонатора, обладает РТсимметричными свойствами. Показано, что наличие РТ-симметрии в экситонфотонной системе отражается на ее динамике, а именно, проявляется в установлении режима устойчивых во времени (самоподдерживающихся) осцилляций экситонной плотности и фотонного поля (осцилляций Раби). (требования системы: Определены критерии К параметрам величине некогерентной накачки, а также экситон-фотонной отстройке), при которых система взаимодействующих в режиме сильной связи экситонов и фотонов обладает РТ-симметричными свойствами.

3. Исследовано влияние нелинейных свойств поляритонного конденсата (рассеяния экситонов, находящихся в основном состоянии, друг на друге и на экситонах из некогерентного резервуара) на установление в экситон-фотонной системе устойчивых во времени осцилляций Раби. Выяснено, что если осцилляции Раби поддерживаются за счет процессов рассеяния экситонов резервуара на фононах с переходом в основное состояние, то нелинейное взаимодействие между экситонами делает невозможным установление перманентных осцилляций – осцилляции медленно затухают (на временах порядка нескольких пс).

4. Доказано, что нелинейный механизм парного рассеяния резервуарных экситонов способен поддерживать осцилляции Раби даже с учетом нелинейного взаимодействия между экситонами в основном состоянии (в отличие от

механизма рассеяния на фононах), а также в присутствии дополнительной релаксации поляритонов верхней поляритонной ветви – основного механизма, отвечающего за затухание осцилляций Раби. Учет данных эффектов является необходимым для обнаружения предсказываемых явлений в реальных структурах. Определена область значений параметров (экситон-фотонной отстройки и накачки), при которых могут устанавливаться перманентные осцилляции Раби.

5. Установлено, что учет квантовых флуктуаций для поляритонной системы с экситонной нелинейностью критическим образом меняет стационарное решение. Аналитическое решение уравнения Фоккера-Планка предсказывает резкий всплеск плотности экситонов в области, где полуклассическое решение проявляет бистабильность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

 Kasprzak J., Richard M., Kundermann S., Baas A., Jeambrun P., Keeling J.
 M. J., Marchetti F. M., Szymańska M. H., André R., Staehli J. L., Savona V., Littlewood
 P. B., Deveaud B., Dang Le Si Bose–Einstein condensation of exciton polaritons // Nature. – 2006. – T. 443. – №. 7110. – C. 409-414.

De Giorgi M., Ballarini D., Cancellieri E., Marchetti F. M., Szymańska M.
 H., Tejedor C., Cingolani R., Giacobino E., Bramati A., Gigli G., Sanvitto D. Control and ultrafast dynamics of a two-fluid polariton switch // Physical review letters. – 2012.
 T. 109. – №. 26. – C. 266407.

 Christopoulos S., Von Högersthal G. B. H., Grundy A. J. D., Lagoudakis P.
 G., Kavokin A. V., Baumberg J. J., Christmann G., Butté R., Feltin E., Carlin J.-F., Grandjean N. Room-temperature polariton lasing in semiconductor microcavities // Physical review letters. – 2007. – T. 98. – №. 12. – C. 126405.

4. Leyder C., Liew T. C., Kavokin A. V., Shelykh I. A., Romanelli M., Karr J.
P., Giacobino E., Bramati A. Interference of coherent polariton beams in microcavities: polarization-controlled optical gates // Physical review letters. – 2007. – T. 99. – №. 19. – C. 196402.

5. Liew T. C. H., Kavokin A. V., Shelykh I. A. Optical circuits based on polariton neurons in semiconductor microcavities // Physical Review Letters. $-2008. - T. 101. - N_{\odot}. 1. - C. 016402.$

6. Ballarini D., De Giorgi M., Cancellieri E., Houdré R., Giacobino E., Cingolani R., Bramati A., Gigli G., Sanvitto D. All-optical polariton transistor // Nature Communications. – 2013. – T. 4. – C. 1778.

7. Norris T. B., Rhee J. K., Sung C. Y., Arakawa Y., Nishioka M., Weisbuch C. Time-resolved vacuum Rabi oscillations in a semiconductor quantum microcavity // Physical Review B. – 1994. – T. 50. – \mathbb{N}_{2} . 19. – C. 14663.

8. *Glazov M. M., Semina M. A., Sherman E. Y., Kavokin A. V.* Spin noise of exciton polaritons in microcavities // Physical Review B. – 2013. – T. 88. – №. 4. – C. 041309.

9. Bender C. M., Boettcher S. Real spectra in non-Hermitian Hamiltonians having PT symmetry // Physical Review Letters. – 1998. – T. 80. – №. 24. – C. 5243.

Demirchyan S. S., Chestnov I. Yu., Glazov M.M., Alodjants A.P., Kavokin A.V. Qubits based on polariton Rabi oscillators // Physical review letters. – 2014. – T. 112. – №. 19. – C. 196403.

 Chestnov I. Y., Demirchyan S.S., Alodjants A.P., Rubo Y.G., Kavokin A.V.
 Permanent Rabi oscillations in coupled exciton-photon systems with PT-symmetry // Scientific Reports. – 2016. – T. 6. – C. 19551.

12. Демирчян С. С., Честнов И.Ю., Аракелян С.М., Алоджанц А.П., Кавокин А.В. О механизме поддержания осцилляций Раби в системе экситонных поляритонов в микрорезонаторе // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2016. – Т. 103. – №. 1. – С. 56-61.

13. Демирчян С.С., Худайберганов Т.А., Честнов И.Ю., Алоджанц А.П. Квантовые флуктуации в системе экситонных поляритонов в полупроводниковом микрорезонаторе// Оптический журнал. –2017. –Т.84. –№.2. – С. 10-18.

14. *Ivchenko E. L.* Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures. – Alpha Science International Ltd., 2005.

15. *Zhu B*. Oscillator strength and optical selection rule of excitons in quantum wells // Physical Review B. – 1988. – T. 37. – N_{2} . 9. – C. 4689.

16. Weisbuch C., Nishioka M., Ishikawa A., Arakawa Y. Observation of the coupled exciton-photon mode splitting in a semiconductor quantum microcavity // Physical Review Letters. – 1992. – T. 69. – N_{\odot} . 23. – C. 3314.

17. *Hopfield J. J.* Theory of the contribution of excitons to the complex dielectric constant of crystals // Physical Review. $-1958. - T. 112. - N_{\odot}. 5. - C. 1555.$

 Агранович В.М. Дисперсия электромагнитных волн в кристаллах // ЖЭТФ. — 1959. — Т. 37, No 2. —С. 430–441.

19. *Пекар С. И.* Теория электромагнитных волн в кристалле, в котором возникают экситоны // ЖЭТФ. – 1957. – Т. 33. – №. 4. – С. 1022-1036.

20. Agranovich V. M., Ginzburg V. L Spatial dispersion in crystal optics and the theory of excitons. – New York: Interscience, 1966.

21. *Ivchenko E. L.* Spatial dispersion effects in the exciton resonance region // Excitons. – 1982.

22. Fröhlich D., Kulik A., Uebbing B., Mysyrowicz A., Langer V., Stolz H., Von Der Osten W. Coherent propagation and quantum beats of quadrupole polaritons in Cu_2O // Physical review letters. – 1991. – T. 67. – No. 17. – C. 2343.

23. *Panzarini G., Andreani L. C.* Bulk polariton beatings and two-dimensional radiative decay: Analysis of time-resolved transmission through a dispersive film // Solid state communications. – 1997. – T. 102. – No. 7. – C. 505-509.

24. Andreani L. C., Tassone F., Bassani F. Radiative lifetime of free excitons in quantum wells // Solid state communications. $-1991. - T. 77. - N_{\odot}. 9. - C. 641-645.$

25. *Ivchenko E. L.* Excitonic polaritons in periodic quantum-well structures // Soviet physics. Solid state. $-1991. - T. 33. - N_{\odot}. 8. - C. 1344-1346.$

26. Ivchenko, E. L., Kavokin A. V., Kochereshko V. P., Kop'ev P. S., Ledentsov N. N. Exciton resonance reflection from quantum well, quantum wire and quantum dot structures // Superlattices and microstructures. – 1992. – T. 12. – N_{2} . 3. – C. 317-320.

27. *D'andrea A., Del Sole R.* Excitons in semiconductor confined systems // Solid State Communications. – 1990. – T. 74. – №. 10. – C. 1121-1124.

28. Houdré R., Weisbuch C., Stanley R. P., Oesterle U., Pellandini P., Ilegems M. Measurement of cavity-polariton dispersion curve from angle-resolved photoluminescence experiments // Physical Review Letters. – 1994. – T. 73. – №. 15. – C. 2043.

29. *Pitaevskii L., Stringari S.* Bose-Einstein condensation and superfluidity. – Oxford University Press. – 2016. – T. 164.

30. *Mermin N. D., Wagner H.* Absence of ferromagnetism or antiferromagnetism in one-or two-dimensional isotropic Heisenberg models // Physical Review Letters. $-1966. - T. 17. - N_{\odot}. 22. - C. 1133.$

31. Hohenberg P. C. Existence of long-range order in one and two dimensions
// Physical Review. – 1967. – T. 158. – №. 2. – C. 383.

32. Malpuech G., Rubo Y. G., Laussy F. P., Bigenwald P., Kavokin, A. V. Polariton laser: thermodynamics and quantum kinetic theory // Semiconductor science and technology. $-2003. - T. 18. - N_{\odot}. 10. - C. S395.$

33. Imamoglu A., Ram R. J., Pau S., Yamamoto Y. Nonequilibrium condensates and lasers without inversion: Exciton-polariton lasers //Physical Review A. – 1996. – T. 53. – No. 6. – C. 4250.

34. Deng H., Weihs G., Snoke D., Bloch J., Yamamoto Y. Polariton lasing vs. photon lasing in a semiconductor microcavity // Proceedings of the National Academy of Sciences. $-2003. - T. 100. - N_{\odot}. 26. - C. 15318-15323.$

35. *Cao H., Jacobson J., Björk G., Pau S., Yamamoto Y.* Observation of dressed-exciton oscillating emission over a wide wavelength range in a semiconductor microcavity // Applied physics letters. – 1995. – T. 66. – No. 9. – C. 1107-1109.

36. Jacobson J., Pau S., Cao H., Björk G., Yamamoto Y. Observation of exciton-polariton oscillating emission in a single-quantum-well semiconductor microcavity // Physical Review A. – 1995. – T. 51. – No. 3. – C. 2542.

37. Wang H., Shah J., Damen T. C., Pfeiffer L. N., Cunningham J. E. Femtosecond dynamics of excitons in quantum wells and quantum well microcavities // physica status solidi (b). $-1995. - T. 188. - N_{\odot}. 1. - C. 381-386.$

38. Berger J. D., Lyngnes O., Gibbs H. M., Khitrova G., Nelson T. R., Lindmark E. K., Kavokin A.V., Kaliteevski M.A., Zapasskii V. V. Magnetic-field enhancement of the exciton-polariton splitting in a semiconductor quantum-well microcavity: The strong coupling threshold // Physical Review B. – 1996. – T. 54. – N_{\odot} . 3. – C. 1975.

39. Brunetti A., Vladimirova M., Scalbert D., Nawrocki M., Kavokin A.V., Shelykh I.A., Bloch J. Observation of spin beats at the Rabi frequency in microcavities // Physical Review B. $-2006. - T. 74. - N_{\odot}. 24. - C. 241101.$

40. Dominici L., Colas D., Donati S., Restrepo Cuartas J. P., De Giorgi M., Ballarini D., Guirales G., López Carreño J. C., Bramati A., Gigli G., Del Valle E., Laussy F. P., Sanvitto D. Ultrafast control and Rabi oscillations of polaritons // Physical review letters. – 2014. – T. 113. – №. 22. – C. 226401. 41. *Stratonovich R. L.* Nonlinear nonequilibrium thermodynamics I: linear and nonlinear fluctuation-dissipation theorems. – Springer Science & Business Media. – 2012. – T. 57.

42. *Gardiner C., Zoller P.* Quantum noise: a handbook of Markovian and non-Markovian quantum stochastic methods with applications to quantum optics. – Springer Science & Business Media. – 2004. – T. 56.

43. Tan H. W., Van Driel H. M., Schweizer S. L., Wehrspohn R. B., Gösele U. Nonlinear optical tuning of a two-dimensional silicon photonic crystal // Physical review B. $-2004. - T. 70. - N_{\odot}. 20. - C. 205110.$

44. Van V., Ibrahim T. A., Ritter K., Absil P. P., Johnson F. G., Grover R., Goldhar J., Ho P. T. All-optical nonlinear switching in GaAs-AlGaAs microring resonators // IEEE Photonics Technology Letters. $-2002. - T. 14. - N_{\odot}. 1. - C. 74-76.$

45. Ibrahim T. A., Cao W., Kim Y., Li J., Goldhar J., Ho P. T., Lee C. H. Alloptical switching in a laterally coupled microring resonator by carrier injection // IEEE Photonics Technology Letters. $-2003. - T. 15. - N_{\odot}. 1. - C. 36-38.$

46. Almeida V. R., Barrios C. A., Panepucci R. R., Lipson M. All-optical control of light on a silicon chip // Nature. – 2004. – T. 431. – №. 7012. – C. 1081-1084.

47. Savvidis P. G., Baumberg J. J., Stevenson R. M., Skolnick M. S., Whittaker D. M., Roberts J. S. Angle-resonant stimulated polariton amplifier // Physical Review Letters. $-2000. - T. 84. - N_{\odot}. 7. - C. 1547.$

48. Baas A., Karr J. P., Eleuch H., Giacobino, E. Optical bistability in semiconductor microcavities // Physical Review A. -2004. - T. 69. - No. 2. - C. 023809.

49. Gippius N. A., Tikhodeev S. G., Kulakovskii V. D., Krizhanovskii D. N., Tartakovskii A. I. Nonlinear dynamics of polariton scattering in semiconductor microcavity: Bistability vs. stimulated scattering // EPL (Europhysics Letters). – 2004. – T. 67. – No. 6. – C. 997.

50. Bajoni D., Semenova E., Lemaître A., Bouchoule S., Wertz E., Senellart P., Barbay S., Kuszelewicz R., Bloch J. Optical bistability in a GaAs-based polariton diode // Physical review letters. – 2008. – T. 101. – №. 26. – C. 266402. 51. Stevenson R.M., Astratov V. N., Skolnick M. S., Whittaker D. M., Emam-Ismail M., Tartakovskii A. I., Savvidis P. G., Baumberg J. J., Roberts J. S. Continuous wave observation of massive polariton redistribution by stimulated scattering in semiconductor microcavities // Physical Review Letters. – 2000. – T. 85. – No. 17. – C. 3680.

52. *Gisin N., Ribordy G., Tittel W., Zbinden H.* Quantum cryptography //Reviews of modern physics. $-2002. - T. 74. - N_{\odot}. 1. - C. 145.$

53. *Ciuti C.* Branch-entangled polariton pairs in planar microcavities and photonic wires // Physical Review B. -2004. - T. 69. - No. 24. - C. 245304.

54. Shelykh I. A., Rubo Y. G., Malpuech G., Solnyshkov D. D., Kavokin A. V. Polarization and propagation of polariton condensates //Physical review letters. – 2006. – T. 97. – \mathbb{N}_{2} . 6. – C. 066402.

55. *Haug H., Koch S. W.* Quantum theory of the optical and electronic properties of semiconductors. – World Scientific Publishing Co Inc, 2009.

56. Shelykh I. A., Kavokin A. V., Malpuech G. Spin dynamics of exciton polaritons in microcavities // physica status solidi (b). – 2005. – T. 242. – №. 11. – C. 2271-2289.

57. Sun C. H., Jiang P. Photonic Crystals: Acclaimed defects // Nature Photonics. $-2008. - T. 2. - N_{\odot}. 1. - C. 9-11.$

58. *Gippius N. A., Shelykh I. A., Solnyshkov D. D., Gavrilov S. S., Rubo Y. G., Kavokin A. V., Tikhodeev S.G., Malpuech G.* Polarization multistability of cavity polaritons // Physical review letters. – 2007. – T. 98. – №. 23. – C. 236401.

59. Shelykh I. A., Liew T. C. H., Kavokin A. V. Spin rings in semiconductor microcavities // Physical review letters. – 2008. – T. 100. – №. 11. – C. 116401.

60. *Gibbs H. M.* Optical bistability: controlling light with light Academic. – New York. – 1985. – T. 73.

61. Gao T., Eldridge P. S., Liew T. C. H., Tsintzos S. I., Stavrinidis G., Deligeorgis G., Hatzopoulos Z., Savvidis P. G. Polariton condensate transistor switch // Physical Review B. -2012. - T. 85. - No. 23. - C. 235102. 62. *De Oliveira M. C., Munro W. J.* Quantum computation with mesoscopic superposition states // Physical Review A. $-2000. - T. 61. - N_{\odot}. 4. - C. 042309.$

63. Chen I. H., Lin Y. Y., Lai Y. C., Sedov E. S., Alodjants A. P., Arakelian S.
M., Lee R. K. Solitons in cavity-QED arrays containing interacting qubits //vPhysical
Review A. – 2012. – T. 86. – №. 2. – C. 023829.

64. *Nielsen M. A., Chuang I. L.* Quantum computation. – Quantum Information. Cambridge University Press. – Cambridge. – 2000.

65. Palma G. M., Suominen K. A., Ekert A. K. Quantum computers and dissipation // Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – The Royal Society, 1996. – T. 452. – №. 1946. – C. 567-584.

66. *Read D., Liew T. C. H., Rubo Y.G., Kavokin A.V.* Stochastic polarization formation in exciton-polariton Bose-Einstein condensates // Physical Review B. – 2009.
– T. 80. – №. 19. – C. 195309.

67. Kavokin K.V., Shelykh I. A., Kavokin A. V., Malpuech G., Bigenwald P. Quantum theory of spin dynamics of exciton-polaritons in microcavities // Physical review letters. $-2004. - T. 92. - N_{\odot}. 1. - C. 017401.$

68. Maragkou M., Grundy A. J. D., Wertz E., Lemaître A., Sagnes I., Senellart P., Bloch J., Lagoudakis P. G. Spontaneous nonground state polariton condensation in pillar microcavities // Physical Review B. – 2010. – T. 81. – №. 8. – C. 081307.

69. Sedov E. S., Alodjants A. P., Arakelian S. M., Chuang Y. L., Lin Y., Yang W. X., Lee R. K. Tunneling-assisted optical information storage with lattice polariton solitons in cavity-QED arrays // Physical Review A. – 2014. – T. 89. – N_{2} . 3. – C. 033828.

70. Alodjants A. P., Arakelian S. M., Leksin A. Y. Storage of quantum optical information based on the intracavity polaritons under the Bose-Einstein condensation condition // Laser Physics. $-2007. - T. 17. - N_{\odot}. 12. - C. 1432-1440.$

71. Su C. H., Greentree A. D., Munro W. J., Nemoto K., Hollenberg, L. C. High-speed quantum gates with cavity quantum electrodynamics // Physical Review A. $-2008. - T. 78. - N_{\odot}. 6. - C. 062336.$

72. Panzarini G., Andreani L. C., Armitage A., Baxter D., Skolnick M. S., Astratov V. N., Roberts J. S., Kavokin A. V., Vladimirova M. R., Kaliteevski M. A. Exciton-light coupling in single and coupled semiconductor microcavities: Polariton dispersion and polarization splitting //Physical Review B. – 1999. – T. 59. – No. 7. – C. 5082.

73. Simon C., Afzelius M., Appel J., Boyer de la Giroday A., Dewhurst S. J., Gisin N., Hu C. Y., Jelezko F., Kröll S., Müller J.H., Nunn J., Polzik E. S., Rarity J. G., De Riedmatten H., Rosenfeld W., Shields A. J., Sköld N., Stevenson R.M., Thew R., Walmsley I. A., Weber M. C., Weinfurter H., Wrachtrup J., Young R.J. Quantum memories // The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics. – 2010. – T. 58. – No. 1. – C. 1-22.

74. Alodjants A. P., Arakelian S. M., Bagayev S. N., Chekhonin I. A., Egorov V. S. Quantum cloning in coupled states of an optical field and an atomic ensemble by means of quasi-condensation of polaritons // Journal of Russian Laser Research. – 2006. – T. 27. – No. 5. – C. 482-491.

75. Heshami K., Green A., Han Y., Rispe A., Saglamyurek E., Sinclair N., Tittel
W., Simon C. Controllable-dipole quantum memory // Physical Review A. – 2012. – T.
86. – №. 1. – C. 013813.

76. He Q. Y., Reid M. D., Giacobino E., Cviklinski J., Drummond P. D. Dynamical oscillator-cavity model for quantum memories // Physical Review A. – 2009. – T. 79. – N_{2} . 2. – C. 022310.

77. *Liew T. C. H., Rubo Y. G., Kavokin A. V.* Exciton-polariton oscillations in real space // Physical Review B. -2014. - T. 90. - No. 24. - C. 245309.

78. *Voronova N. S., Elistratov A. A., Lozovik Y. E.* Detuning-controlled internal oscillations in an exciton-polariton condensate // Physical review letters. -2015. - T.115. $- N_{\odot}$. 18. - C. 186402.

79. *Rüter C. E., Makris K. G., El-Ganainy R., Christodoulides D. N., Segev M., Kip D.* Observation of parity–time symmetry in optics // Nature physics. – 2010. – T. 6. – N_{2} . 3. – C. 192-195. 80. *Feng L., Ayache M., Huang J., Xu Y. L., Lu M. H., Chen Y. F., Fainman Y., Scherer A.* Nonreciprocal light propagation in a silicon photonic circuit // Science. – 2011. – T. 333. – №. 6043. – C. 729-733.

81. Szameit A., Rechtsman M. C., Bahat-Treidel O., Segev M. PT-symmetry in honeycomb photonic lattices // Physical Review A. $-2011. - T. 84. - N_{\odot}. 2. - C.$ 021806.

82. Ramezani H., Kottos T., El-Ganainy R., Christodoulides D. N.
Unidirectional nonlinear PT-symmetric optical structures // Physical Review A. – 2010.
– T. 82. – №. 4. – C. 043803.

83. Sukhorukov A. A., Xu Z., Kivshar Y. S. Nonlinear suppression of time reversals in PT-symmetric optical couplers // Physical Review A. $-2010. - T. 82. - N_{\odot}$. 4. - C. 043818.

84. Barashenkov I. V., Suchkov S. V., Sukhorukov A. A., Dmitriev S. V.,
Kivshar, Y. S. Breathers in PT-symmetric optical couplers // Physical Review A. – 2012.
– T. 86. – №. 5. – C. 053809.

85. *Graefe E. M.* Stationary states of a PT symmetric two-mode Bose–Einstein condensate // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. $-2012. - T. 45. - N_{\odot}$. 44. - C. 444015.

86. *Hang C., Huang G., Konotop V. V.* PT Symmetry with a System of Three-Level Atoms // Physical review letters. – 2013. – T. 110. – №. 8. – C. 083604.

87. *Castaldi G., Savoia S., Galdi V., Alù A., Engheta N.* PT Metamaterials via
Complex-Coordinate Transformation Optics // Physical review letters. – 2013. – T. 110.
– №. 17. – C. 173901.

Schindler J., Lin Z., Lee J. M., Ramezani H., Ellis F. M., Kottos T. PT-symmetric electronics // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. – 2012. – T. 45. – №. 44. – C. 444029.

89. Lien J.-Y., Chen Y.-N., Ishida N., Chen H.-B., Hwang C.-C., Nori F. Multistability and condensation of exciton-polaritons below threshold // Physical Review B. $-2015. - T. 91. - N_{\odot}. 2. - C. 024511.$

90. Aleiner I. L., Altshuler B. L., Rubo Y. G. Radiative coupling and weak lasing of exciton-polariton condensates // Physical Review B. – 2012. – T. 85. – №. 12. – C. 121301.

91. Alexeeva N. V., Barashenkov I. V., Rayanov K., Flach S. Actively coupled optical waveguides // Physical Review A. $-2014. - T. 89. - N_{\odot}. 1. - C. 013848.$

92. Ornigotti M., Szameit A. Quasi-symmetry in passive photonic lattices // Journal of Optics. -2014. - T. 16. - No. 6. - C. 065501.

93. Schneider C., Rahimi-Iman A., Kim N. Y., Fischer J., Savenko I. G., Amthor M., Lermer M., Wolf A., Worschech L., Kulakovskii V. D., Shelykh I.A., Kamp M., Reitzenstein S., Forchel A., Yamamoto Y., Höfling S. An electrically pumped polariton laser // Nature. – 2013. – T. 497. – №. 7449. – C. 348-352.

94. Bhattacharya P., Xiao B., Das A., Bhowmick S., Heo J. Solid state electrically injected exciton-polariton laser // Physical review letters. $-2013. - T. 110. - N_{\odot}. 20. - C. 206403.$

95. Wouters M., Carusotto I. Excitations in a nonequilibrium Bose-Einstein condensate of exciton polaritons // Physical review letters. – 2007. – T. 99. – №. 14. – C. 140402.

96. Rubo Y. G., Laussy F. P., Malpuech G., Kavokin A., Bigenwald P. Dynamical theory of polariton amplifiers // Physical review letters. $-2003. - T. 91. - N_{\odot}. 15. - C. 156403.$

97. Savona V., Andreani L. C., Schwendimann P., Quattropani A. Quantum well excitons in semiconductor microcavities: Unified treatment of weak and strong coupling regimes // Solid State Communications. – 1995. – T. 93. – N_{2} . 9. – C. 733-739.

98. *Deng H., Haug H., Yamamoto Y.* Exciton-polariton bose-einstein condensation // Reviews of Modern Physics. – 2010. – T. 82. – №. 2. – C. 1489.

99. Sermage B., Long S., Abram I., Marzin J. Y., Bloch J., Planel R., Thierry-Mieg V. Time-resolved spontaneous emission of excitons in a microcavity: Behavior of the individual exciton-photon mixed states // Physical Review B. – 1996. – T. 53. – N_{\odot} . 24. – C. 16516. 100. Colas D., Dominici L., Donati S., Pervishko A. A., Liew T. C., Shelykh I. A., Ballarini D., De Giorgi M., Bramati A., Gigli G., Del Valle E., Laussy F.P., Kavokin A.V., Sanvitto D. Polarization shaping of Poincaré beams by polariton oscillations // Light: Science & Applications. – 2015. – T. 4. – No. 11. – C. e350.

101. *Lax M*. Fluctuation and coherence phenomena in classical and quantum physics. – Bell Telephone Labs., Inc., Murray Hill, NJ. – 1968.

102. Louisell W. H. Quantum Statistical Theory of Radiation. – Wiley, New York. – 1973.

103. Walls D. F., Milburn G.J. Quantum Optics. – Springer, Berlin. – 1994.

104. *Ciuti C., Savona V., Piermarocchi C., Quattropani A., Schwendimann P.* Threshold behavior in the collision broadening of microcavity polaritons // Physical Review B. – 1998. – T. 58. – N_{2} . 16. – C. R10123.

105. *Wouters M., Carusotto I.* Parametric oscillation threshold of semiconductor microcavities in the strong coupling regime // Physical Review B. $-2007. - T. 75. - N_{\odot}$. 7. -C. 075332.

106. *Хакен Г.* Синергетика. Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. – Мир, Москва. – 1985.

107. *Glauber R. J.* The quantum theory of optical coherence // Physical Review. $-1963. - T. 130. - N_{\odot}. 6. - C. 2529.$

108. *Glauber R. J.* Coherent and incoherent states of the radiation field // Physical Review. – 1963. – T. 131. – No. 6. – C. 2766.

109. *Carmichael H. J., Walls D. F.* A quantum-mechanical master equation treatment of the dynamical Stark effect // Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics. $-1976. - T. 9. - N_{\odot}. 8. - C. 1199.$

110. Drummond P. D., Gardiner C. W. Generalised P-representations in quantum optics // Journal of Physics A: Mathematical and General. – 1980. – T. 13. – N_{2} . 7. – C. 2353.

111. Arnold L. Stochastic differential equations. – New York. – 1974.

112. Chaturvedi S., Gardiner C. W., Matheson I. S., Walls D. F. Stochastic analysis of a chemical reaction with spatial and temporal structures //Journal of Statistical Physics. – 1977. – T. 17. – No. 6. – C. 469-489.

113. *Haken H.* Cooperative phenomena in systems far from thermal equilibrium and in nonphysical systems // Reviews of Modern Physics. $-1975. - T. 47. - N_{\odot}. 1. - C.$ 67.

114. *Gardiner C. W.* Adiabatic elimination in stochastic systems. I. Formulation of methods and application to few-variable systems // Physical Review A. – 1984. – T. 29. – N_{2} . 5. – C. 2814.

115. Jahnke F., Gies C., Aßmann M., Bayer M., Leymann H. A. M., Foerster A., Wiersig J., Schneider C., Kamp M., Höfling S. Giant photon bunching, superradiant pulse emission and excitation trapping in quantum-dot nanolasers // Nature communications. – 2016. – T. 7. – No. 11540. – C. 1-7.