ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Дорофеенко Александр Викторович

УПРАВЛЕНИЕ СВЕТОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕОДНОРОДНЫХ ОПТИЧЕСКИХ И ПЛАЗМОННЫХ СИСТЕМ

Специальность 01.04.03 – Радиофизика

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант:
доктор физико-математических наук,
профессор
Виноградов Алексей Петрович

Москва 2019

Оглавление

Введение

Актуальность темы

Электродинамика прошла большой путь со времени своего появления. Основные уравнения в данной области давно известны [1, 2], и полученные из них результаты широко используются на практике [3, 4]. Несмотря на это, электродинамика как наука продолжает развиваться, в ней появляются новые разделы, темы и задачи [5, 6]. Во многом это связано с развитием технологии, появлением новых материалов [7] и совершенствованием свойств имеющихся [8], и с повышением точности изготовления различных структур из этих материалов. В результате становятся актуальными новые задачи.

В частности, развитие технологии привело к возможности создания высококачественных 1-, 2- и 3-мерных диэлектрических решеток. С начала 90-ых годов возник бум исследований электромагнитных волн в таких системах, получивших название фотонных кристаллов [9]. Аналогия между распространением фотонов в периодическом диэлектрике и распространением электронов в кристаллической решетке (наличие разрешенных и запрещенных зон, поверхностных волн и состояний и т.д.) обогатилась эффектами, связанными с векторным характером электромагнитных волн. Было открыто бесчисленное множество эффектов [10-12], некоторые из них нашли практические применения (оптические волокна с периодической решеткой отверстий и т.д.), но даже сейчас фотонные кристаллы продолжают оставаться популярным предметом исследований.

Одной из областей, где применение фотонных кристаллов оказалось успешным, является магнитооптика. Возникший интерес связан с малостью магнитооптических эффектов и большой потребностью в их усилении. Исследования по усилению эффектов Фарадея и Керра в одномерных магнитофотонных кристаллах (фотонных кристаллах, содержащих магнитооптические слои) [13] перешли в исследования 2- и 3-мерных магнитофотонных кристаллов [14], а также плазмонных кристаллов [15].

Плазмоника – это еще один относительно новый раздел современной электродинамики [16], к которому относится ряд задач диссертационной работы. Основные эффекты плазмоники обусловлены существованием резонанса на границе металла и диэлектрика, а возникающее при этом распределение поля не подчиняется ограничению на минимальный размер оптических устройств и разрешающую способность оптических микроскопов, равный $\lambda/2$ (рэлеевский предел) [17]. В плазмонных системах максимум поля может занимать область размером, много меньшим длины волны в свободном пространстве. Отсюда возникло множество эффектов –

изменение скорости излучения различных эмиттеров вблизи металлических тел [18], управление излучением с помощью металлических (плазмонных) наноантенн [19], распространение волн вдоль различных металлических поверхностей и цепочек наночастиц, усиление поля в различных плазмонных структурах, создание резонаторов субволновых размеров и оптических микроскопов, обеспечивающих субволновое разрешение (сканирующий оптический микроскоп ближнего поля), «суперлинз», высокочувствительных плазмонных сенсоров, и многое другое [16]. Задачам плазмоники посвящены тысячи публикаций за последние несколько лет, и эта область не теряет актуальности.

Основной проблемой плазмоники являются потери, свойственные металлу. Большинство применений плазмонных устройств ограничиваются именно этим фактором. Частично эффект потерь можно компенсировать использованием усиливающих сред [20, 21]. Однако описание усиления как отрицательных потерь во многих случаях не соответствует действительности, требуется использовать более сложные модели. Фактически, попытка компенсации потерь привела к образованию нового раздела науки – квантовой плазмоники, и к возникновению нового объекта исследований – плазмонного лазера (спазера) [22, 23]. Такие лазеры обладают большими потерями, но характеризуются малыми размерами и быстрым откликом на внешнее воздействие. В публикациях последних лет сообщается о ряде реализаций плазмонных лазеров [24], и регулярно появляются новые подобные сообщения.

Цель работы

Исследовать возможности управления светом с использованием неоднородных оптических (фотонных и плазмонных) систем – как пассивных, так и содержащих усиливающие среды

Задачи, решенные для достижения цели

1. Исследование оптических свойств одномерных фотонных кристаллов: определение особенностей распределения поля в разрешенных и запрещенных зонах (эффект Боррманна), изучение поверхностных состояний и волн на границе двух фотонных кристаллов, поиск возможностей усиления магнитооптических эффектов устройствами на основе фотонных кристаллов.
2. Исследование оптических свойств одномерных плазмонных кристаллов: выяснение механизма образования зонной структуры, определение множества возможных форм дисперсионных зависимостей, изучение плазмонных кристаллов, обладающих отрицательным преломлением.
3. Объяснение эксперимента по аномальному нерезонансному прохождению ИК излучения через неупорядоченную систему отверстий в металлической пленке.
4. Разработка методов расчета эффективной диэлектрической проницаемости метаматериалов.

5. Определение физических пределов разрешения многослойной суперлинзы, состоящей из слоев с положительной и отрицательной диэлектрической проницаемостью.
6. Исследование свойств многослойных структур, содержащих усиливающие слои. Определение связи порога генерации и модового состава излучения с зонной структурой.
7. Исследование свойств плазмонных лазеров на основе плазмонных структур, включая лазеры на основе канавок в металле.
8. Исследование применений плазмонных лазеров для спектроскопии.

Объект и предмет исследования

Объектом исследования послужила возможность управления светом с помощью диэлектрических и металлических структур. Предметом исследования является взаимодействие света с фотонными и плазмонными кристаллами, плазмонными нанокомпозитами, плазмонными суперлинзами, многослойными усиливающими средами, плазмонными лазерами.

Методология исследования

Для решения одномерных задач использовался метод Т-матриц. Для изучения эффективных оптических свойств композитных сред использованы формулы смешения (Гарнетта, Бруггемана, симметризованная формула Гарнетта). Для моделирования динамики плазмонных лазеров применялось численное решение уравнений Максвелла-Блоха и скоростных лазерных уравнений. Для изучения электродинамического отклика сложных структур использовалось численное решение уравнений Максвелла с помощью пакета COMSOL Multiphysics.

Теоретическая и практическая значимость работы

Результаты исследования усиления магнитооптических эффектов могут быть использованы для уменьшения размера магнитооптических устройств, что может иметь большое практическое значение.

Исследование одномерных фотонных кристаллов отрицательной контрастности имеет фундаментальное значение. Теоретическую ценность имеют предсказания нового типа блоховских волн в одномерных фотонных кристаллах. Эти волны представляющих собой систему поверхностных плазмонов, распространяющихся под углом к слоям. Показано, в таких кристаллах могут наблюдаться запрещенные зоны нулевой ширины (точки Дирака). В этих точках возникает безотражательное прохождение света.

На основе развитых теоретических представлений проведен анализ работы многослойных металинз, предложенных Дж. Пендри [25], а также А. Алю и Н. Энгетой [26]. Определена разрешающая способность суперлинзы, ограниченная поглощением, присутствующим в металлических слоях суперлинзы и в детекторе. Рассматриваемые в работе суперлинзы в принципе могут быть использованы для улучшения разрешения в фотолитографии, поэтому в работе было проведено исследование устойчивости этих линз к наличию диссипации и случайным отклонениям параметров (диэлектрической проницаемости, толщины слоев), которое всегда имеет место при практической реализации.

Исследуемые в диссертации плазмонные лазеры могут найти применение как наноразмерные источники света с возможностью быстрой модуляции. На пример, в рамках диссертационной работы предложен плазмонный лазер, выдающий оптические импульсы с частотой следования порядка единиц ТГц. Результат оформлен в виде патента.

Предложено и обосновано новое применение плазмонных лазеров – спектроскопия на основе плазмонного лазера, которая в некотором смысле аналогична методу внутрирезонаторной лазерной спектроскопии. Система, работающая на этом принципе, была экспериментально реализована в лаборатории В.И. Балыкина в ИСАНе [А31].

Научная новизна

1. Впервые в расчетах показана возможность усиления магнитооптических эффектов в результате резонанса, обусловленного существованием поверхностного (таммовского) состояния на границе двух фотонных кристаллов. На основании этих расчетов в Технологическом университете Тойохаши (Япония) был поставлен эксперимент, в котором впервые было экспериментально продемонстрировано усиление магнитооптического эффекта Фарадея таммовским состоянием.
2. Предсказан новый эффект в одномерных фотонных кристаллах – инвертированный эффект Боррманна.
3. Предложен и изучен новый тип одномерных фотонных кристаллов в виде чередующихся слоев металла и диэлектрика, в которых зоны прозрачности возникают в результате резонансного возбуждения поверхностных плазмонов. Впервые изучены все виды зонной структуры в таких кристаллах.
4. Впервые показано, что поглощение в материале металинзы приводит к расфазировке эванесцентных волн, что в свою очередь ухудшает разрешающую способность линзы.
5. Найден новый механизм возникновения сверхразрешения – фильтрация ближних и дальних волн. На основании этого объяснен эксперимент по улучшению разрешения проволочной металинзы, проведенный в ИТПЭ РАН (Г. А. Федоров и др.)
6. Дано теоретическое объяснение эксперимента по нерезонансному аномальному прохождению света через металлическую пленку с неупорядоченной системой субволновых отверстий (ИТПЭ РАН, И.В. Быков и др.)

7. Развито описание металинз с помощью зонной теории фотонных кристаллов, что позволило выявить физический смысл ограничений разрешающей способности этих устройств.
8. Предложен алгоритм расчета эффективных параметров металл-диэлектрических нанокомпозитов. Указан способ расчета, при котором формула Бруггемана и симметризованная формула Гарнетта всегда дают физически осмысленный ответ.
9. Предложен новый вид плазмонного лазера на основе канавки в металлической пленке, заполненной активным материалом.
10. Впервые предложена модификация метода внутрирезонаторной спектроскопии, использующая плазмонный лазер.
11. Предложен генератор колебаний с терагерцовой частотой модуляции на основе плазмонного лазера.

Достоверность результатов

Теоретические результаты подтверждены в экспериментах, обнаруживших сверхразрешение в проволочной металинзе (Г.А. Федоров, ИТПЭ РАН), аномальное прохождение света через систему субволновых отверстий (И.В. Быков, ИТПЭ РАН), таммовское состояние на границе двух фотонных кристаллов и усиление этим состоянием магнитооптического эффекта Фарадея (А.В. Барышев, Университет Тойохаши, Япония), логарифмическую чувствительность интенсивности излучения плазмонного лазера к концентрации аналита (В.И. Балыкин, П.Н. Мелентьев, ИСАН). Почти все результаты диссертации докладывались и обсуждались на конференциях и семинарах, где получили положительные оценки.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Магнитооптический эффект Фарадея может быть усилен электромагнитным таммовским состоянием на границе фотонного и магнитофотонного кристаллов.
2. Механизмом резонансного усиления магнитооптического эффекта Фарадея является быстрая зависимость фазы коэффициента пропускания от частоты в области резонанса.
3. Эффект Боррмана в фотонных кристаллах позволяет управлять распределением поля внутри элементарной ячейки. Возможно усиление магнитооптического эффекта Фарадея вблизи одного края запрещенной зоны и ослабление вблизи другого края. Аналогичный эффект проявляется и в поглощении.
4. В одномерных металл-диэлектрических фотонных кристаллах существуют разрешенные зоны в области, находящейся за пределами световых конусов всех диэлектрических слоев. Соответствующее решение локально в каждом слое является суммой убывающей и возрастающей экспонент. Каждая из этих экспоненциальных волн энергии не переносит, но

волна в целом распространяется и переносит энергию. Зоны прозрачности формируются за счет туннелирования плазмонов между соседними ячейками фотонного кристалла.

5. Разрушение изображения, создаваемого идеальной линзой Пендри, связано с переносом энергии через линзу. Перенос энергии может быть вызван как потерями внутри линзы, так и потерями в детекторе, фиксирующем изображение.
6. Диапазон пространственных частот, воспроизводимых многослойной линзой Пендри, ограничивается системой коллективных плазмонных резонансов коэффициента прохождения, возникающих в многослойной металл-диэлектрической структуры, которой является линза.
7. Суперлинза способна работать не только в *TM*-, но и в *TE*-поляризации. В этом случае механизм работы обусловлен не плазмонным резонансом, а фильтрацией пространственных гармоник, а именно, отражением распространяющихся волн и пропусканием неоднородных волн. Этот же механизм фильтрации может приводить к аномальному прохождению света через неупорядоченную систему субволновых отверстий в металлической пленке.
8. Лазерная генерация в конечном фрагменте одномерного фотонного кристалла, состоящего из чередующихся слоев усиливающей среды и обычного диэлектрика, возможна как в разрешенной, так и в запрещенной зоне. Если частота перехода принадлежит разрешенной зоне, то генерация обязательно возникает, начиная с некоторого числа слоев. Если частота перехода принадлежит запрещенной зоне, наоборот, генерация подавляется, начиная с некоторого числа слоев.
9. На основе кольцевой или линейной канавки на поверхности металла может быть создан генератор плазмонов (спазер), если внутри канавки расположена усиливающая среда (например, квантовые точки). При накачке лишь части этих квантовых точек спазер может перейти в режим пассивной модуляции добротности, сопровождающийся генерацией пичков с терагерцовой частотой повторения.
10. В двумерной решетке спазеров (генераторов плазмонов, локализованных на металлических наночастицах) автоколебания отдельных спазеров могут самопроизвольно синхронизироваться. При этом благодаря эффекту сверхизлучения возрастает интенсивность излучения решетки в целом с сужением диаграммы направленности.
11. На основе плазмонного лазера может быть изготовлен высокочувствительный сенсор концентрации атомов или молекул, поглощающих свет на частоте лазера.

Апробация результатов

Результаты данной работы докладывались диссертантом на следующих международных и российских конференциях: MISM 2008, 2011, 2017 (Москва), Metamaterials 2016 (Crete, Greece), Metamaterials 2015 (Oxford, Great Britain), Metamaterials 2014 (Copenhagen, Denmark), CLEO 2013 (Munich, Germany), TaCoNa-Photonics 2010, 2012 (Bad Honnef, Germany), NFO-12 (2012, San Sebastian, Spain), PLASMETA 2011 Samarkand, Uzbekistan), YSMM2009 (Madrid, Spain), CAOL 2008, 2010 (Крым), ICMAT 2011 (Singapore), Metamaterials 2009 (London, Great Britain), Международные конференции Days on Diffraction 2006, 2007, 2008, 2009, 2011, 2012, 2014, 2015 (Санкт-Петербург), PIERS 2009 (Москва), PIERS 2007 (Prague, Czech Republic), НМММ-21 (2009, Москва), НМММ-20 (2006, Москва), BIANISOTROPICS 2006 Samarkand, Uzbekistan), Ежегодные научные конференции МФТИ 2004−2014 (Москва), Ежегодные научные конференции ИТПЭ РАН 2006−2017 (Москва).

Личный вклад автора

По разделу 2.3.2 диссертант ответственен только за проведение расчетов.

По разделам 3.2, 6.1, 6.2, 6.4 диссертант осуществлял научное руководство.

В книге [А34] диссертантом написаны разделы 1.2.3, 2.2.7, 2.3.7, 2.4, 3.5.

В остальных разделах вклад диссертанта был решающим и включал постановку задачи, выбор методов решения, обсуждение результатов, участие в написании статей, в части разделов – расчеты.

Публикации

Основные результаты диссертации изложены в 35 печатных работах, в том числе в 32 статьях в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова, 1 патенте, 1 монографии и 1 главе в редактируемой книге. Список работ автора приведен в конце автореферата перед списком литературы.

Структура, объем и краткое содержание диссертации

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы из 425 наименований. Общий объем 359 страниц, в том числе 183 рисунка и 4 таблицы.

В первой главе дан обзор литературы, относящейся к теме работы.

Во второй главе описаны результаты, связанные с диэлектрическими фотонными кристаллами (ФК). В разделе 2.1 изучается эффект Боррманна в фотонных и магнитофотонных кристаллах. В разделе 2.2 изучаются свойства поверхностных волн и поверхностных (таммовских) состояний в фотонных кристаллах. Раздел 2.3 посвящен демонстрации усиления эффекта Фарадея.

Третья глава посвящена плазмонике систем, не содержащих усиливающих сред. В разделе 3.1 обсуждается способ расчета эффективной проницаемости по формулам смешения для композитного материала, в состав которого входят вещества с диэлектрическими проницаемостями разных знаков. В разделе 3.2 исследуются свойства одномерных плазмонных кристаллов (ПК), которые представляют собой чередующиеся слои металла и диэлектрика. В разделе 3.3 дано объяснение эксперимента по аномальному прохождению света через неупорядоченную систему малых (субволновых) отверстий в серебряной пленке.

В четвертой главе рассматривается ряд задач, посвященных созданию сверхразрешения плазмонными суперлинзами. Рассмотрены однослойные и многослойные линзы на основе сред с отрицательными значениями диэлектрической и/или магнитной проницаемости. Изучено влияние потерь на такие системы.

Пятая глава посвящена активной фотонике, а именно, в ней рассматривается задача о взаимодействии света с системой диэлектрических слоев, часть из которых являются усиливающими.

В шестой главе рассматриваются задачи активной плазмоники и изучаются системы, содержащие как металл, так и усиливающие среды. В разделе 6.1 предложен новый вид плазмонного лазера (спазера), в котором возбуждается плазмон, распространяющийся вдоль канала на поверхности металла. В разделе 6.2 предложен генератор плазмонов, работающий с тактовой частотой порядка 1 ТГц. В разделе 6.3 рассмотрен двумерный массив плазмонных лазеров и показано, что плазмонные колебания в такой системе могут синхронизироваться при некогерентной накачке усиливающей среды. В разделе 6.4 предложен новый метод спектроскопии, основанный на высокой чувствительности плазмонных лазеров к поглощению.

В заключении сформулированы выводы диссертационной работы.

Глава 1. Методы описания ближних полей в сложных системах, в том числе при наличии усиления

1.1 Плоские и неоднородные (эванесцентные) электромагнитные волны

Хорошо известно, что в определенных случаях распространение света может сменяться экспоненциальным затуханием в пространстве. Это происходит при полном внутреннем отражении [27], в запредельных участках волновода [28], при отражении от металла [17], при рассеянии на малых (субволновых) препятствиях и периодических структурах с периодом, меньшим длины волны [29]. В соответствующих областях пространства формируется так называемая неоднородная (нераспространяющаяся, исчезающая, или эванесцентная (от английского термина «evanescent») волна. В классической литературе по физической оптике [30, 31] неоднородным волнам не придается большого значения: считается, что такие волны обеспечивают переход поля к нулю в тех областях пространства, где волна не распространяется.

В последнее время возникло понимание важности работы с неоднородными волнами. Ближнепольные устройства могут управлять светом на масштабах, меньших или порядка длины волны, однако для изготовления этих устройств требуется технология, обеспечивающая аналогичную пространственную точность. В последнее время развитие технологии приближает оптические ближнепольные устройства к массовому использованию. Уже сейчас коммерчески выпускаются сенсоры на основе плазмонного резонанса (SPR sensor), сканирующие ближнепольные микроскопы (SNOM) и т.д.

Большой интерес вызывают и другие системы, где поля экспоненциально затухают, хотя, строго говоря, поле не является ближним. Такая ситуация возникает в периодических диэлектрических решетках – фотонных кристаллах (ФК), где в результате резонансного брэгговского отражения создаются запрещенные зоны для распространения света.

1.1.1 Возникновение неоднородных волн при полном внутреннем отражении. Свойства неоднородных волн

Чтобы определить понятие неоднородной волны, заметим, что обычная (распространяющаяся) волна переносит энергию, и это однозначно определяет закон изменения амплитуды в пространстве: $1/r$ для сферической, $1/\sqrt{r}$ для цилиндрической и 1 для плоской волны, т.е. $1/r^{(D-1)/2}$, где D — число измерений. Ближние (неоднородные) волны не переносят энергию и убывают с расстоянием быстрее, чем $1/r^{(D-1)/2}$. Как правило, такое убывание имеет экспоненциальный характер.

Обратимся теперь к одномерному случаю и выясним, в каких системах можно ожидать появление неоднородных волн. Если среда имеет отрицательную диэлектрическую или магнитную проницаемость ($\varepsilon < 0$ или $\mu < 0$), то из дисперсионного уравнения плоской волны $\vec{k}^2 = \varepsilon\mu k_0^2 < 0$ следует, что одновременно все компоненты волнового вектора не могут быть действительными. Для $\vec{k} = \{k_x, 0, k_z\}$ при действительном k_x величина $k_z = \sqrt{\varepsilon\mu k_0^2 - k_x^2}$ будет чисто мнимой. Таким образом, в среде с одной отрицательной проницаемостью (диэлектрической или магнитной) плоская волна не может распространяться. Тем не менее, в последующих главах работы будут рассматриваться слоистые среды, включающие слои с $\varepsilon < 0$, поддерживающие неограниченное распространение системы неоднородных волн.

Неоднородные волны могут возникать также при полном отражении волны от границы двух диэлектриков. Обозначим проницаемости этих диэлектриков как ε_1 и ε_2. Рассмотрим наклонное падение на эту границу обычной распространяющейся волны из первой среды. Волну можно представить в виде суммы двух волн независимых поляризаций. В качестве базиса удобно использовать две линейно поляризованные волны, в первой из которых электрический, а во второй – магнитный вектор в каждый момент времени направлен параллельно границе диэлектриков (перпендикулярно к плоскости падения). В первом случае говорят об электрической (*TE*-, или *s*-), а во втором — о магнитной (*TM*- или *p*-) поляризации. В изотропных средах каждая из этих волн не меняет поляризации при отражении и преломлении [17].

Рассмотрим случай *TM*-поляризации. Выберем систему координат, направив ось z перпендикулярно поверхности, а ось x – параллельно тангенциальной составляющей волнового вектора k_x. Поля имеют компоненты $\vec{H} = \{0, H_y, 0\}$, $\vec{E} = \{E_x, 0, E_z\}$. На границе компоненты электрического и магнитного полей должны быть непрерывны [17, 32]. Чтобы это было возможно, функциональная зависимость падающей, отраженной и прошедшей волн от x, имеющая вид $\exp(ik_x x)$, должна быть одинаковой, поэтому величина k_x сохраняется при переходе через границу. Последнее обстоятельство также является следствием инвариантности системы при переносе параллельно границе сред. Из дисперсионного уравнения $k_x^2 + k_z^2 = \varepsilon k_0^2$ ($k_0 = \omega / c$) следует, что нормальная компонента волнового вектора во второй среде равна $k_z = \sqrt{\varepsilon k_0^2 - k_x^2}$. При $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ и $k_0\sqrt{\varepsilon_2} < k_x < k_0\sqrt{\varepsilon_1}$ волна в первой среде – распространяющаяся ($k_z = \sqrt{\varepsilon_1 k_0^2 - k_x^2}$ –

действительная величина), тогда как во второй среде из-за чисто мнимого значения волнового числа $k_{z2} = i\sqrt{k_x^2 - \varepsilon_2 k_0^2} = i\kappa$ волна экспоненциально затухает: $\exp(ik_{z2}z) = \exp(-\kappa z)$. Это явление называется полным внутренним отражением.

Покажем, что волна во второй среде не переносит энергию перпендикулярно поверхности. Используя выражение для усредненного по времени вектора Пойнтинга [32] $\vec{S} = \frac{c}{8\pi}\mathrm{Re}\left[\vec{E},\vec{H}^*\right]$ и одно из уравнений Максвелла $\vec{E} = -\frac{1}{\varepsilon k_0}\left[\vec{k},\vec{H}\right]$, получим:

$$\vec{S} = \frac{c}{8\pi\varepsilon k_0}\mathrm{Re}\left[\vec{H}^*,\left[\vec{k},\vec{H}\right]\right] = \frac{c}{8\pi\varepsilon k_0}\mathrm{Re}\left(\vec{k}\left(\vec{H},\vec{H}^*\right) - \vec{H}\left(\vec{k},\vec{H}^*\right)\right).$$

Поскольку $\vec{k} = \{k_x, 0, k_z\}$, а $\vec{H}$ имеет только y-компоненту, то $\left(\vec{k},\vec{H}^*\right) = 0$, и поток энергии имеет вид $\vec{S} = \frac{c}{8\pi\varepsilon k_0}\left(\vec{H},\vec{H}^*\right)\mathrm{Re}\,\vec{k}$. Эта формула верна для любой (распространяющейся или нераспространяющейся) плоской p-поляризованной волны. В рассматриваемом случае $\mathrm{Re}\,k_z = 0$, и энергия переносится только в x-направлении.

Коэффициенты прохождения и отражения от границы выражаются через характеристический импеданс, который определим как отношение комплексных амплитуд тангенциальных компонент полей E_t / H для *TM*-волны и $-H_t / E$ для *TE*-волны.[1] Для плоской волны *TM*- или *TE*-поляризации он равен соответственно $Z_{TM} = \frac{k_z}{\varepsilon k_0}$, $Z_{TE} = \frac{k_z}{\mu k_0}$. Для распространяющейся волны k_z и импеданс действительны. Для нераспространяющейся волны импеданс чисто мнимый, т.е. сдвиг фаз между тангенциальными компонентами полей E и H равен $\pi / 2$, что равносильно $S_z = 0$.

Выразим коэффициенты отражения R и прохождения T от границы через импедансы сред. Сшивка тангенциальных составляющих полей дает уравнения

$$\begin{cases} 1 + R = T, \\ Z_1(1 - R) = Z_2 T, \end{cases} \qquad (1.1)$$

[1]Обычно импеданс определяют как отношение тангенциальных компонент *E* и *H*. В этом случае для *TE*-волны получается обратная величина, по сравнению с нашим определением. Однако наш способ позволяет записывать амплитуды волн, выраженные через импеданс, одинаково для *TE*- и *TM*-поляризаций. Поляризации отличает только выражение для импеданса.

откуда

$$R = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2},\ T = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}. \qquad (1.2)$$

Эти формулы верны для распространяющихся и затухающих волн обеих поляризаций.

В случае распространяющихся волн закон сохранения потока энергии приводит к соотношению $|R|^2 + |T|^2 = 1$, поэтому $|R| \le 1$ и $|T| \le 1$. Для нераспространяющихся волн это соотношение не обязано выполняться, поэтому коэффициенты прохождения и отражения могут быть по модулю больше единицы.

1.1.2 Расчет распределения поля путем разложения на плоские волны

Ближние поля также появляются при рассеянии электромагнитной волны на объекте, имеющем мелкие детали [27]. Рассмотрим для примера монохроматическую волну, возникшую в результате рассеяния на таком объекте и заданную тангенциальной компонентой магнитного поля $\vec{H}_t = \left\{H_x(x,y), H_y(x,y)\right\}$ в плоскости $z=0$. Как известно [33], задание тангенциальной составляющей одного из полей на границе однозначно определяет его распределение во всей области. Представим магнитное поле в виде пространственного спектра:

$$H_{x,y}(x,y) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y \cdot h_{x,y}(k_x,k_y)\cdot \exp\left[i\left(k_x x + k_y y\right)\right].$$

Волна вида

$$\vec{h}(x,y,z) = \left\{h_x(k_x,k_y), h_y(k_x,k_y), h_z(k_x,k_y)\right\}\cdot \exp\left[i\left(k_x x + k_y y + k_z z\right)\right],$$

где $k_z = \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}$ и h_z находится из уравнения Максвелла $k_x h_x + k_y h_y + k_z h_z = 0$, является решением уравнений Максвелла и дает такое распределение поля на границе $z=0$, какое определяется составляющей спектра с заданными k_x и k_y. В силу однозначности решения, указанная волна и будет распространяться в системе. Заметим, что интеграл по k_x, k_y берется в бесконечных пределах, поэтому в спектре предмета есть как дальние волны с $k_x^2 + k_y^2 < k_0^2$, так и ближние с $k_x^2 + k_y^2 > k_0^2$.

Распределение магнитного поля в плоскости $z=0$ для волны с заданными k_x, k_y имеет вид бегущей волны $\exp\left[i\left(k_x x + k_y y\right)\right]$ с периодом $2\pi / \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$. Для распространяющихся волн период оказывается больше длины волны: $2\pi / \sqrt{k_x^2 + k_y^2} > 2\pi / k_0 = \lambda$, тогда как для нераспространяющихся волн он меньше длины волны. Поэтому информация о деталях предмета размером больше длины волны переносится в основном дальними составляющими спектра. Для более мелких деталей важны ближние поля, которые экспоненциально убывают в области $z > 0$. Поэтому вдали от источника обычно не удается получить изображение предмета, содержащее детали размером меньше длины волны.

Разложение волны в спектр используется для вычисления поля произвольной волны (которую можно представить как сумму плоских волн) после прохождения некоторой системы слоев, заданной величиной $\varepsilon(z)$. Изменение комплексных амплитуд $h_x\left(k_x,k_y\right)$, $h_y\left(k_x,k_y\right)$ при прохождении системы можно представить как их умножение на комплексные числа $T_x(k_x,k_y)$, $T_y(k_x,k_y)$, соответственно. Они называются передаточными функциями. Прошедшая волна определяется выражением

$$H_{x,y}(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y \cdot h_{x,y}(k_x,k_y) \cdot T_{x,y}(k_x,k_y) \cdot \exp\left[i\left(k_x x + k_y y\right)\right].$$

Усиление неоднородных волн спектра позволяет получить разрешение меньше длины волны (см. главу 4).

1.1.3 Расчет коэффициентов прохождения и отражения многослойной системы методом *T*-матриц

Рассмотрим падение плоской волны с заданным тангенциальным волновым числом и поляризацией на произвольную слоистую среду. Для нахождения коэффициентов прохождения и отражения можно использовать условия сшивки тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границах слоев и решить полученную систему линейных уравнений. Вместо этого можно использовать метод *T*-матриц [17, 34], который является более удобным и обеспечивает меньшее время счета.

В методе *T*-матриц поле описывается как столбец из двух комплексных амплитуд заранее выбранных базисных волн. Эти базисные волны являются любыми линейно независимыми решениями уравнений Максвелла, например, можно использовать две бегущие в противоположные стороны волны единичной амплитуды. Из линейности уравнений Максвелла следует, что такие столбцы на входе и выходе из системы должны быть связаны линейным преобразованием, которое представляется в виде матрицы 2×2 (T-матрицы), не зависящей от самих амплитуд.

Прохождение волны через слоистую систему можно представить как последовательность частичных отражений от границ слоев и прохождение самих однородных слоев, которое меняет фазу плоских волн. Если n-ый слой имеет толщину d_n, то соответствующая ему матрица имеет вид $\hat{J}_n = \begin{pmatrix} \exp(ik_{zn}d_n) & 0 \\ 0 & \exp(-ik_{zn}d_n) \end{pmatrix}$, где k_{zn} – нормальная компонента волнового вектора в n-ом слое. В этом случае волна, бегущая вправо, получит набег фазы $k_{zn}d_n$, а волна, бегущая влево, набег фазы $-k_{zn}d_n$, как и должно быть.

Получим теперь матрицу $\hat{S}_{n-1,n}$ перехода через границу слоев с импедансами Z_{n-1} и Z_n. Обозначим амплитуды базисных волн слева от этой границы как $\begin{pmatrix} C_{n-1} \\ D_{n-1} \end{pmatrix}$, а справа как $\begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix}$ (рисунок 1.1). Условия непрерывности на границе приводят к системе уравнений

$$\begin{cases} C_{n-1} + D_{n-1} = A_n + B_n, \\ Z_{n-1}(C_{n-1} - D_{n-1}) = Z_n(A_n - B_n). \end{cases}$$

Отсюда получим, что матрица перехода, определяемая из соотношения $\begin{pmatrix} C_n \\ D_n \end{pmatrix} = \hat{S}_{n-1} \begin{pmatrix} A_{n-1} \\ B_{n-1} \end{pmatrix}$, равна $\hat{S}_{n-1} = \begin{pmatrix} \dfrac{Z_n + Z_{n-1}}{2Z_n} & \dfrac{Z_n - Z_{n-1}}{2Z_n} \\ \dfrac{Z_n - Z_{n-1}}{2Z_n} & \dfrac{Z_n + Z_{n-1}}{2Z_n} \end{pmatrix}$. Свяжем теперь амплитуды в n-ом и 1-ом слоях (рисунок 1.1):

$\begin{pmatrix} C_n \\ D_n \end{pmatrix} = \hat{J}_n \begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix} = \hat{J}_n \hat{S}_{n-1} \begin{pmatrix} C_{n-1} \\ D_{n-1} \end{pmatrix} = \ldots = \hat{J}_n \hat{S}_{n-1} \ldots \hat{J}_2 \hat{S}_1 \hat{J}_1 \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = \hat{T} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}$. Таким образом, передаточная матрица системы равна произведению матриц элементов, составляющих систему, в обратном порядке.

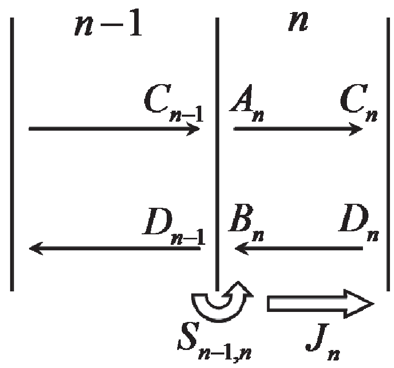


Рисунок 1.1 – Амплитуды волн в слоистой системе

Выразим теперь амплитудные коэффициенты отражения R и прохождения T (передаточную функцию) через элементы матрицы $\hat{T} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix}$: $\begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ R \end{pmatrix}$, откуда $T = \det \hat{T} / t_{22}$, $R = -t_{21} / t_{22}$. Заметим, что $\det J_n = 1$, $\det S_n = Z_n / Z_{n+1}$. Поэтому $\det \hat{T} = Z_1 / Z_n$. При $Z_1 = Z_n$ получаем $T = 1 / t_{22}$.

При распространении волны через систему, погруженную в некоторую среду, матричный метод позволяет находить эффективное волновое число, соответствующее системе. Для этого представим матрицу системы в виде $\hat{T} = \hat{S}_{eff} \hat{J}_{eff} \hat{S}_{eff}^{-1}$, где $\hat{J}_{eff}$ – диагональная матрица. Такое разложение представляет собой переход в базис из собственных векторов матрицы $\hat{T}$. Поскольку $\det \hat{T} = 1$, то и $\det \hat{J}_{eff} = 1$, т. е. $\hat{J}_{eff} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & 1/\lambda \end{pmatrix}$. Обозначим $\lambda = \exp(ik_{eff} d)$, где d – толщина системы, а k_{eff} – некоторое комплексное число. Описанное разложение матрицы $\hat{T}$ можно интерпретировать как переход через эффективную границу, определяемую матрицей $\hat{S}_{eff}$, через однородный слой, определяемый матрицей $\hat{J}_{eff}$ и обратно через такую же границу. Тогда k_{eff} и есть эффективное волновое число. Этот метод позволяет определять волновое число блоховской волны, распространяющейся в фотонном кристалле.

Заметим, что в качестве базисных можно использовать и другие волны, например, стоячие. Также можно задавать волну с помощью комплексных амплитуд тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей. Передаточные матрицы при этом преобразуются, как линейные операторы при смене базиса. В представлении через амплитуды электрического и магнитного полей матрица $\hat{S}$ равна единичной, поскольку тангенциальные компоненты полей непрерывны. Матрица $\hat{J}$ в этом представлении называется *M*-матрицей.

1.1.4 Перенос энергии при интерференции встречных неоднородных волн

Для системы из двух противонаправленно распространяющихся плоских волн поток энергии равен сумме потоков, создаваемых каждой волной в отдельности. Другими словами, интерференционный вклад в поток энергии отсутствует. В случае *неоднородных* волн, наоборот, каждая волна в отдельности не переносит энергию в направлении, соответствующем мнимой величине волнового числа, но система таких волн, перекрывающихся в пространстве, может переносить энергию за счет интерференции [35].

Рассмотрим полное внутреннее отражение от плоскопараллельной пластинки толщины d, окруженной с двух сторон вакуумом. Вид волны и направление осей возьмем такими же, как в разделе 0. Теперь в среде 2 (в пластинке) присутствует пара ближних волн, затухающих в противоположных направлениях. Можно показать, что коэффициент прохождения такой системы отличен от нуля (этот процесс аналогичен туннелированию в квантовой механике), т. е. прошедшая волна уносит энергию от пластинки. Тогда внутри пластинки должен существовать поток энергии, хотя в ней присутствуют только ближние поля.

Запишем поток энергии как $S_z = \dfrac{c}{8\pi}\operatorname{Re}\left(E_x H_y^*\right)$. Если поле в пластинке равно

$H_y = H_{y1} + H_{y2} = h_1 \exp(-\kappa z) + h_2 \exp(\kappa z)$,

$E_x = E_{x1} + E_{x2} = e_1 \exp(-\kappa z) + e_2 \exp(\kappa z)$, то

$S_z = \dfrac{c}{8\pi}\operatorname{Re}\left(E_{x1}H_{y1}^*\right) + \dfrac{c}{8\pi}\operatorname{Re}\left(E_{x2}H_{y2}^*\right) + \dfrac{c}{8\pi}\operatorname{Re}\left(E_{x1}H_{y2}^*\right) + \dfrac{c}{8\pi}\operatorname{Re}\left(E_{x2}H_{y1}^*\right)$. Первые два слагаемых соответствуют потокам энергии, создаваемым каждой из волн в отдельности. Как было показано в разделе 0, они равны нулю. Вторые два слагаемых являются результатом интерференции волн. Для примера будем считать волны *TM*-поляризованными. Тогда $E_{x1} = ZH_{y1}$, $E_{x2} = -ZH_{y2}$, и $S_z = \dfrac{c}{8\pi}\operatorname{Re}\left(Z(H_{y1}H_{y2}^* - H_{y1}^*H_{y2})\right)$. Величина $H_{y1}H_{y2}^* - H_{y1}^*H_{y2}$, очевидно, мнимая. Если бы волны были распространяющимися, их импеданс был бы вещественным, и, следовательно, $S_z = 0$. Для неоднородной волны импеданс должен быть чисто мнимой величиной: $Z = i\eta$. Переписав выражение для потока энергии через комплексные амплитуды, получим

$S_z = \dfrac{c}{4\pi}\eta \cdot \mathrm{Im}\left(h_{y1}^* h_{y2}\right)$. Равенство нулю последнего выражения равносильно равенству фаз двух волн (выражение $h_{y1}^* h_{y2}$ в этом случае будет действительным).

Таким образом, две неоднородные волны, убывающие в противоположные стороны, переносят энергию при наличии разности фаз между ними.

1.1.3 Плазмонный резонанс

На границе среды с отрицательными значениями диэлектрической и/или магнитной проницаемости существуют поверхностные волны [32]. Примером среды с отрицательной диэлектрической проницаемостью является плазма, которая описывается законом дисперсии $\varepsilon\left(\omega\right) = 1 - \omega_p^2 / \omega^2 < 0$. В этом случае $\varepsilon\left(\omega\right) < 0$ при $\omega < \omega_p$. Поэтому исторически различные волны, существующие при $\varepsilon \le 0$, называют плазмонами, даже если они встречаются не в плазме. Отрицательная диэлектрическая проницаемость характерна, например, для металлов, имеющих плазменную дисперсию на высоких (ИК и оптических) частотах. Термин «плазмон» используют для следующих, довольно различных, видов волн: (1) объемный плазмон — продольная волна (лэнгмюровское колебание), существующая на плазменной частоте, когда $\varepsilon = 0$; (2) поверхностные плазмоны в ограниченных телах, которые, по своей сути, являются мультипольными квазистатическими колебаниями, например, возникающие в шаре при $\varepsilon = -\varepsilon_{external}(l+1)/l$ [36, 37]); при этом термин «поверхностные» связывают с существенной зависимостью поля от формы поверхности; (3) поверхностный плазмон, имеющий вид поверхностной волны, бегущей вдоль границы сред с диэлектрическими проницаемостями разных знаков. Поверхностные волны известны с конца 19 – начала 20 века [38, 39]. Рассмотрим поверхностные волны подробнее.

Поверхностная волна состоит из неоднородных волн, экспоненциально убывающих от поверхности (рисунок 1.2). Найдем такое решение в окрестности плоской границы сред с $\varepsilon_1 > 0$ и $\varepsilon_2 < 0$ [32]. Направим ось *z* перпендикулярно поверхности, а ось *x* – вдоль компоненты волнового вектора, параллельной поверхности. Ищем решение в среде 1 для магнитного поля в виде $R\exp\left(-ik_{z1}z\right)$, а в среде 2 в виде $T\exp\left(ik_{z2}z\right)$, где $k_{z1,2} = i\sqrt{k_x^2 - \varepsilon_{1,2}k_0^2}$. Одинаковые множители $\exp\left[i\left(k_x x - \omega t\right)\right]$ здесь не записаны. Условия непрерывности на границе тангенциальных компонент магнитного и электрического полей для *TE*-поляризации сводятся к непрерывности E и $\partial E / \partial z$, для *TM*-поляризации – H и $\left(1/\varepsilon\right)\partial H / \partial z$. Следовательно, смена знака производной, необходимая для существования поверхностной волны (см. рисунок 1.2), возможна только для случая *TM*-поляризации. Тогда сшивка полей на границе приводит к уравнениям

$$\begin{cases} R = T, \\ -Z_1 R = Z_2 T, \end{cases} \qquad (1.3)$$

где $Z_{1,2} = k_{z1,2} / (\varepsilon_{1,2} k_0)$.

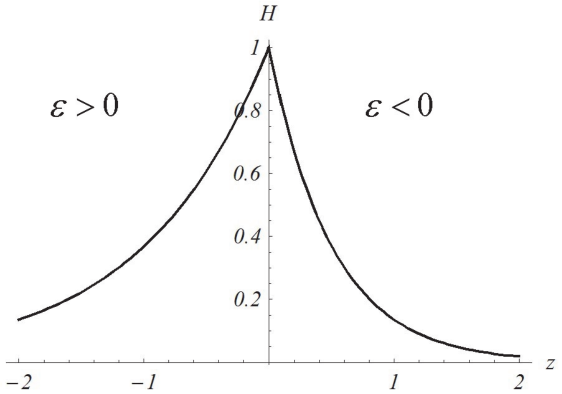


Рисунок 1.2 – Магнитное поле в поверхностном плазмоне на границе двух сред.

Для существования решения необходимо приравнять нулю детерминант полученной однородной системы уравнений, что дает дисперсионное уравнение плазмона:

$$Z_1 + Z_2 = 0, \qquad (1.4)$$

или $\sqrt{k_x^2 - \varepsilon_1 k_0^2} / \varepsilon_1 = -\sqrt{k_x^2 - \varepsilon_2 k_0^2} / \varepsilon_2$. Оно связывает частоту k_0 с волновым числом k_x: $k_0 = k_x \cdot \sqrt{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2}$, и дисперсионная кривая $k_0(k_x)$ представляет собой прямую. Видно, что для существования решения необходима смена знака ε на границе, причем отрицательное ε должно иметь бóльшую абсолютную величину, чтобы выражение под корнем было положительным.[2] Поле в плазмоне показано на рисунке 1.2.

Допустим теперь, что на границу падает волна $\exp(ik_{z1}z)$ (заметим, что это волна ближнего поля). Из выражений $R = (Z_1 - Z_2)/(Z_1 + Z_2)$, $T = 2Z_1/(Z_1 + Z_2)$, полученных в разделе 0, мы видим, что коэффициенты отражения и прохождения при условии плазмонного резонанса (1.4)

[2]Для волны электрической поляризации аналогичное дисперсионное уравнение имеет вид $k_0 = k_x \cdot \sqrt{1/\mu_1 + 1/\mu_2}$, оно имеет решения только при смене знака магнитной проницаемости на границе. Такая волна называется магноном.

оказываются бесконечно большими. Другими словами, если параметры падающей волны (k_x и k_0) соответствуют собственному состоянию системы в отсутствие падающей волны (т.е., в данном случае, удовлетворяют дисперсионному уравнению плазмона), то амплитуда волн будет расти до бесконечности. В реальных системах величина поля ограничивается диссипацией энергии.

При падении плоской распространяющейся волны на плоскую поверхность поверхностный плазмонный резонанс не возникает. Это связано с тем, что для поля плазмона тангенциальная проекция волнового вектора больше его длины, тогда как у распространяющейся волны она меньше. Наблюдать плазмонный резонанс можно при использовании призмы или дифракционной решетки, которые позволяют получить неоднородные волны.

1.2 Одномерные фотонные кристаллы

Фотонный кристалл (ФК) – это среда с периодической зависимостью диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\vec{r})$ [40, 41]. Электромагнитные волны в ФК имеют много общего с волнами в квантовых кристаллах, где периодическую зависимость имеет потенциальная энергия. В обоих случаях решение является блоховской функцией вида $f(\vec{r})\exp\left(i\vec{k}_B\vec{r}\right)$, где $f(\vec{r})$ – периодическая функция с периодом кристалла. Однако уравнение, к которому сводятся уравнения Максвелла в неоднородной среде, отличаются от уравнения Шредингера. В результате в ФК существуют решения, которые невозможны в обыкновенных, квантовых кристаллах. Например, это имеет место в ФК, содержащих материалы с отрицательной диэлектрической проницаемостью.

Во многих разделах мы будем рассматривать только одномерные ФК, в которых диэлектрическая проницаемость меняется в одном направлении: $\varepsilon = \varepsilon(z)$. Решение уравнений Максвелла в таком кристалле приведено в следующем разделе.

1.2.1 Одномерный ФК с двухслойной ячейкой

Простым примером ФК могут служить чередующиеся слои двух типов с проницаемостями ε_1, μ_1 и ε_2, μ_2 и толщинами d_1 и d_2. Следуя работе С. М. Рытова [42] (она приведена в книге [27], § 7.1, см. также [43]), получим дисперсионное уравнение для такого кристалла. Чтобы избежать решения бесконечной системы уравнений, используем периодические граничные условия для предэкспоненты $f(z)$ в блоховской волне $f(z)\exp(ik_Bz)$ (ось z перпендикулярна слоям).

Блоховская волна *s*- или *p*-поляризована и имеет некоторую заданную тангенциальную компоненту волнового вектора k_x. Рассмотрим элементарную ячейку ФК, которая представляет собой 2 однородных слоя (рисунок 1.3). Если найти блоховское волновое число k_B и распределение поля в двухслойной ячейке, то можно найти волну в бесконечном кристалле, периодически продолжив функцию $f(z)$. Блоховская волна в каждом слое будет суммой двух плоских волн с неизвестными амплитудами (рисунок 1.3). Эти плоские волны в двух слоях определяются волновыми числами k_{z1}, k_{z2} и импедансами Z_1, Z_2. В случае *s*-поляризованной волны комплексные амплитуды относятся к электрическому полю, в случае *p*-поляризованной – магнитному. В первом случае $Z_{1,2} = k_{z1,2} / \mu_{1,2}$, во втором $Z_{1,2} = k_{z1,2} / \varepsilon_{1,2}$. Волновые числа $k_{z1,2} = \sqrt{\varepsilon_{1,2}\mu_{1,2}k_0^2 - k_x^2}$.

Сшивка электрического и магнитного полей на границе $z = 0$ приводит к уравнениям

$$\begin{aligned} &A_1 + B_1 = A_2 + B_2, \\ &Z_1(A_1 - B_1) = Z_2(A_2 - B_2). \end{aligned} \tag{1.5}$$

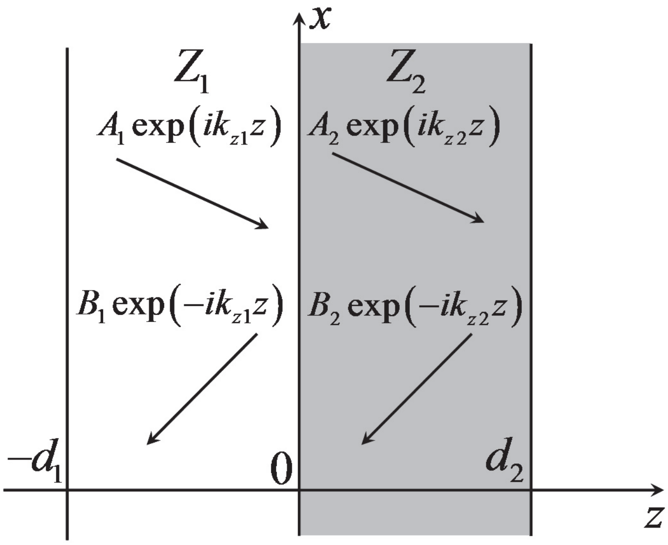


Рисунок 1.3 – Волны в ячейке фотонного кристалла.

Поскольку волна, представленная в виде суммы плоских волн, является также блоховской волной, то функции $f(z) = H(z)\exp(-ik_B z)$ и $g(z) = E(z)\exp(-ik_B z)$ периодические с периодом кристалла. Поэтому на границах ячейки необходимо использовать периодические условия:

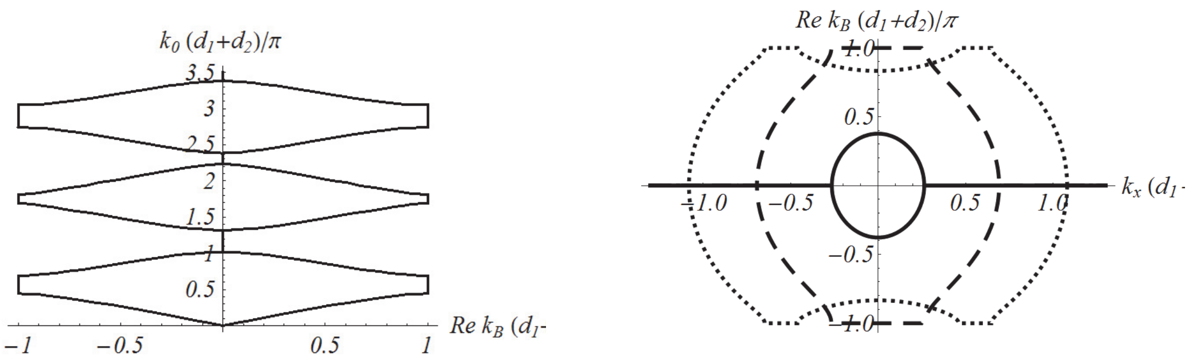
$$
\begin{aligned}
&(A_1\exp(-ik_{z1}d_1)+B_1\exp(ik_{z1}d_1))\exp(ik_Bd_1)=\\
&=(A_2\exp(ik_{z2}d_2)+B_2\exp(-ik_{z2}d_2))\exp(-ik_Bd_2),\\
&Z_1(A_1\exp(-ik_{z1}d_1)-B_1\exp(ik_{z1}d_1))\exp(ik_Bd_1)=\\
&=Z_2(A_2\exp(ik_{z2}d_2)-B_2\exp(-ik_{z2}d_2))\exp(-ik_Bd_2).
\end{aligned}
\tag{1.6}
$$

Полученная система линейных однородных уравнений (1.5), (1.6) имеет ненулевое решение, когда ее определитель равен нулю. Это условие после упрощений приводит к дисперсионному уравнению для рассматриваемого ФК [27, 42, 43]:

$$
\cos k_B(d_1+d_2)=\cos k_{z1}d_1\cos k_{z2}d_2-\frac{1}{2}\left(\frac{Z_1}{Z_2}+\frac{Z_2}{Z_1}\right)\sin k_{z1}d_1\sin k_{z2}d_2 \tag{1.7}
$$

Найденное значение k_B надо подставить в систему (1.5), (1.6) (одно из уравнений окажется лишним), после чего можно найти амплитуды плоских волн в блоховской волне и восстановить вид волны во всем кристалле.

С помощью дисперсионного уравнения можно получить информацию о зонной структуре кристалла. Для этого обычно строится либо дисперсионная кривая $k_0(\mathrm{Re}\,k_B)$ при заданном k_x, либо изочастотная кривая $\mathrm{Re}\,k_B(k_x)$ при заданном k_0. Прямые вертикальные участки дисперсионных кривых (рисунок 1.4а) соответствуют областям, где $\mathrm{Im}\,k_B\neq 0$, т.е. запрещенным зонам. Обычно при построении эти участки не изображают, обозначая этим отсутствие ограниченных решений в бесконечном кристалле. Однако в полубесконечном ФК существуют решения, в среднем экспоненциально убывающие от границы.



б

а

Рисунок 1.4 – а. Дисперсионная кривая для волны с $k_x=0$ в кристалле с $\varepsilon_1=1$, $\varepsilon_2=6$, $\mu_1=\mu_2=1$, $d_1=d_2=1$. б. Изочастные кривые для волн с $k_0(d_1+d_2)/\pi$ равным 0.2 (сплошная кривая), 0.5 (штриховая кривая) и 0.72 (пунктирная кривая) в том же кристалле для *TM*-

поляризации. На обоих графиках показана структура, приведенная к первой зоне Бриллюэна.

Изочастотные кривые при малых частотах приближенно имеют такой же вид, как в однородной анизотропной среде с $\varepsilon_z = \langle \varepsilon \rangle$, $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \langle \varepsilon^{-1} \rangle^{-1}$ (рисунок 1.4б, сплошная кривая). При увеличении частоты кривая достигает границы зоны Бриллюэна $k_B(d_1 + d_2)/\pi = 1$, при этом открывается запрещенная зона по k_x, т.е. по углу падения (рисунок 1.4б, штриховая кривая). Увеличение частоты ведет к дальнейшему изменению изочастотной кривой (рисунок 1.4б, пунктирная кривая), вид которой можно объяснить с точки зрения взаимодействия решений вблизи точек пересечения изочастотных кривых в расширенной зонной картине. Этот подход мы обсуждать не будем. Заметим только, что в разрешенной зоне вдали от ее границы одна из гармоник блоховской волны является доминирующей (несет большую часть энергии). На границе зоны волна имеет 2 доминирующих гармоники, бегущих в противоположные стороны. Они компенсируют потоки энергии друг друга, создавая стоячую волну.

Можно показать, что условие, при котором образуются запрещенные зоны, когда ФК мало отличается от однородной среды, соответствует условию брэгговского отражения $k_{z1}d_1 + k_{z2}d_2 = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Поэтому запрещенные зоны в кристаллах, включающих только вещества с $\varepsilon > 0$ (а также в квантовых кристаллах), называют брэгговскими.

1.2.2 Вычисление волнового числа волны в ФК, имеющем многослойную элементарную ячейку

Матричный метод позволяет находить k_B для ФК с элементарной ячейкой в виде N однородных слоев. Рассмотрим эту ячейку, погруженную в какую-либо однородную среду, например, в вакуум. Составим T-матрицу для N-слойной ячейки (см. раздел 1.1.3): $\hat{T}_{cell} = \hat{S}_{N+1}\hat{J}_N\hat{S}_N \ldots \hat{J}_1\hat{S}_1 = \hat{S}_{eff}\hat{J}_{eff}\hat{S}_{eff}^{-1}$, где $\hat{J}_{eff} = \begin{pmatrix} \exp(ik_{eff}d) & 0 \\ 0 & \exp(-ik_{eff}d) \end{pmatrix}$, d – толщина ячейки (период кристалла).

Теперь допустим, что в той же однородной среде находятся M ячеек кристалла. Этой системе соответствует матрица $\hat{T}_M = \left(\hat{T}_{cell}\right)^M = \left(\hat{S}_{eff}\hat{J}_{eff}\hat{S}_{eff}^{-1}\right)\left(\hat{S}_{eff}\hat{J}_{eff}\hat{S}_{eff}^{-1}\right)\ldots\left(\hat{S}_{eff}\hat{J}_{eff}\hat{S}_{eff}^{-1}\right) = \hat{S}_{eff}\left(\hat{J}_{eff}\right)^M\hat{S}_{eff}^{-1}$, $\left(\hat{J}_{eff}\right)^M = \begin{pmatrix} \exp(ik_{eff}Md) & 0 \\ 0 & \exp(-ik_{eff}Md) \end{pmatrix}$.

Матрицам $\hat{T}_{cell}$ и $\hat{T}_M = \left(\hat{T}_{cell}\right)^M$ соответствует одна и та же пара собственных векторов, но разные собственные значения. Собственный вектор – это амплитуды плоских волн на входе в систему, которые в ФК создают *одну* блоховскую волну и при прохождении *M* ячеек кристалла получают множитель $\exp(ik_{eff}Md)$ (или $\exp(-ik_{eff}Md)$). Число ячеек можно взять сколь угодно большим. Понятно, что мы получили теорему Флоке-Блоха, и k_{eff} есть блоховское волновое число k_B.

Теперь вычислим k_B, зная матрицу ячейки $\hat{T}_{cell}$. Для этого найдем след $\mathrm{Sp}\left(\hat{T}_{cell}\right) = \mathrm{Sp}\left(\hat{S}_{eff}\hat{J}_{eff}\hat{S}_{eff}^{-1}\right)$. След произведения матриц не меняется, если внутри него производить циклическую перестановку:

$$Sp\left(\hat{T}_{cell}\right) = Sp\left(\hat{J}_{eff}\hat{S}_{eff}^{-1}\hat{S}_{eff}\right) = Sp\left(\hat{J}_{eff}\right) = \exp(ik_B d) + \exp(-ik_B d) = 2\cos(k_B d).$$

Таким образом, вычислив *T*-матрицу ячейки кристалла, можно найти ее след и из него – величину k_B.

Для одномерного фотонного кристалла с непрерывным изменением ε элементарной ячейке также соответствует *T*-матрица, что следует из линейности уравнений Максвелла. Но ячейка уже не представляется в виде конечного числа однородных слоев, поэтому матрицу в этом случае найти сложнее. Если удалось это сделать (например, путем аппроксимации ячейки конечным числом слоев), то приведенным выше методом можно найти k_B.

1.2.3 Теорема Флоке-Блоха для одномерного ФК

Рассмотрим бесконечный одномерный ФК (периодическую слоистую среду), в котором диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(z)$ имеет период изменения d. Будем искать собственное решение, имеющее заданную тангенциальную компоненту k_x волнового вектора с магнитным полем, параллельным оси *y* (*TM*-поляризация). Уравнение для магнитного поля в этом случае имеет вид ([32], §88)

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\varepsilon(z)}\frac{\partial H}{\partial z}\right) + \frac{k_z^2(z)}{\varepsilon(z)}H = 0. \qquad (1.8)$$

Здесь под H понимается единственная (направленная вдоль *y*) компонента магнитного поля, $k_z^2(z) = \varepsilon(z)k_0^2 - k_x^2$, $k_0 = \omega / c$. Поскольку зависимость от x и t в каждом слое имеет одинаковый вид $\exp\left[i\left(k_x x - \omega t\right)\right]$, этот множитель сокращается в уравнении (1.8), и магнитное поле оказывается только функцией *z*: $H = H(z)$.

Перепишем уравнение (1.8) в виде

$$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} - \frac{\varepsilon'(z)}{\varepsilon(z)} \frac{\partial H}{\partial z} + k_z^2(z) H = 0 \qquad (1.9)$$

Представим поле $H(z)$ в виде интеграла Фурье: $H(z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} h(k) \exp(ikz) dk$ и получим уравнения для $h(k)$. Заметим, что функции $\varepsilon'(z)/\varepsilon(z)$ и $k_z^2(z)$ периодические с периодом кристалла, поэтому их можно представить в виде ряда Фурье: $\varepsilon'(z)/\varepsilon(z) = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(iqnz)$, $k_z^2(z) = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} b_n \exp(iqnz)$, где $q = 2\pi/d$ – период обратной решетки. Преобразование Фурье от произведения приводит к свертке:

$$k_z^2(z) H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \exp(iqnz) \cdot \int\limits_{-\infty}^{\infty} h(k) \exp(ikz) dk = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n h(k) \exp\left(i(k+qn)z\right) dk =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n h(k-qn) \exp(ikz) dk = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dk \cdot \exp(ikz) \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n h(k-qn),$$

аналогично $\frac{\varepsilon'(z)}{\varepsilon(z)} \frac{\partial H}{\partial z} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dk \cdot i(k-qn) \cdot \exp(ikz) \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} a_n h(k-qn),$

и уравнение (1.9) принимает вид бесконечной системы уравнений $\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \left(b_n - i(k-qn)a_n\right) h(k-qn) = k^2 h(k)$. В случае однородной среды уравнения независимы, поскольку в каждом из них стоит только одна величина $h(k)$. В неоднородной среде решение не является плоской волной, а представляет собой их сумму с некоторыми коэффициентами, поэтому уравнения связаны. В рассмотренном случае периодической неоднородной среды сцепленными оказываются не все уравнения, образующие непрерывное множество, а только счетные подмножества этих уравнений. Действительно, в каждом уравнении участвуют только переменные $h(k-qn)$, $n \in \mathbb{Z}$. Нумеруя уравнения числом m, получим однородную систему линейных уравнений

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(b_{m-n} - i(k+qn)a_{m-n}\right) \cdot h(k+qn) = (k+qm)^2 h(k+qm)\,, m \in \mathbb{Z} \qquad (1.10)$$

Амплитуды гармоник, полученные как решение системы (1.10), не зависят от других амплитуд, которые в систему не входят. Следовательно, они образуют собственное решение в кристалле, которое записывается как

$$H=\sum_{n=-\infty}^{\infty}h(k+qn)\exp\big(i(k+qn)z\big)=\left(\sum_{n=-\infty}^{\infty}h(k+qn)\exp\big(iqnz\big)\right)\exp\big(ikz\big)=$$
$$=f(z)\exp\big(ikz\big)$$

и называется блоховской волной. Функция $f(z)$, определенная в виде ряда, имеет период кристалла. Величина k называется блоховским волновым числом и определяется как решение дисперсионного уравнения

$$\det\Big(b_{m-n}-i(k+qn)a_{m-n}-(k+qn)^2\delta_{mn}\Big)=0 \qquad (1.11)$$

Далее мы будем обозначать ее как k_B. В состав волны входят волны с волновым числом $k+qn$, поэтому величина k_B определяется только с точностью до постоянной обратной решетки q.

Блоховская волна $H(z)=f(z)\exp\big(ik_Bz\big)$ отличается от плоской тем, что предэкспонента является периодической функцией, а не константой, а дисперсия $k_B=k_B(k_0,k_x)$ отличается от $k_z=\pm\sqrt{\varepsilon k_0^2-k_x^2}$. В некотором диапазоне параметров (k_0,k_x) (не только $k_x^2>\varepsilon k_0^2$), называемом запрещенной зоной, величина k_B может быть комплексной, тогда огибающая блоховской волны имеет вид экспоненты.

1.2.4 Усиление магнитооптических эффектов структурами на основе одномерных фотонных кристаллов

Одним из успешных применений фотонных кристаллов является усиление с их помощью магнитооптических эффектов. Для этого в состав ФК включаются слои, дающие мощный магнитооптический отклик – как правило, это висмут-замещенный железо-иттриевый гранат (висмут-замещенный ЖИГ, на английском Bi:YIG – yttrium-iron garnet).

Конфигурации, обеспечивающие наиболее эффективное усиление, основываются на дефект-модах и поверхностных состояниях в ФК (см. подробнее раздел 2.2). Дефект-мода наблюдается в ФК, работающем на частоте запрещенной зоны и содержащем дефект (например, слой удвоенной толщины). Фактически, этот слой играет роль полости резонатора Фабри-Перо, тогда как ФК создает зеркала резонатора.

Усиление эффекта Фарадея дефект-модой предложено в теоретической работе [44], где с помощью генетического алгоритма рассмотрены всевозможные 16-слойные структуры, включающих слои 2 видов – обладающие магнитооптическими свойствами (ЖИГ) и обычные диэлектрические слои (SiO_2). Найдены конфигурации, при которых фарадеевское вращение максимально. Структуры, обеспечивающие максимальное фарадеевское вращение (отмечены a,b,c на рисунке 1.5), оказались близки к фотонным кристаллам с дефект-модой. В частности, толщины слоев получились близкими к четверть-волновому условию. Сделан вывод о том, что усиление магнитооптических эффектов определяется эффектом локализации электромагнитного поля.

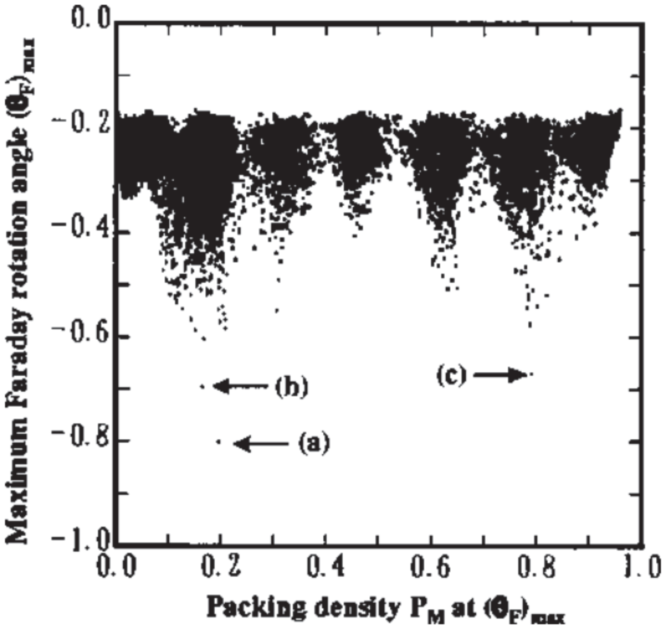


Рисунок 1.5 – Максимальные значения фарадеевского вращения в зависимости от доли магнитооптического материала в структуре, полученные в ходе реализации генетического алгоритма в работе [44]. Каждая точка соответствует одной из рассмотренных структур.

Об экспериментальной реализации усиления магнитооптических эффектов дефект-модой в ФК сообщается в работе [44]. Продемонстрировано усиление как эффекта Керра (поворот поляризации отраженного излучения), так и эффекта Фарадея (поворот поляризации прошедшего излучения). В частности, для эффекта Фарадея резонанс пропускания совпадает с резким увеличением поворота плоскости поляризации (рисунок 1.6).

Рассчитанные при резонансных параметрах распределения поля говорят о связи усиления с модой, локализованной на дефектном слое (рисунок 1.7).

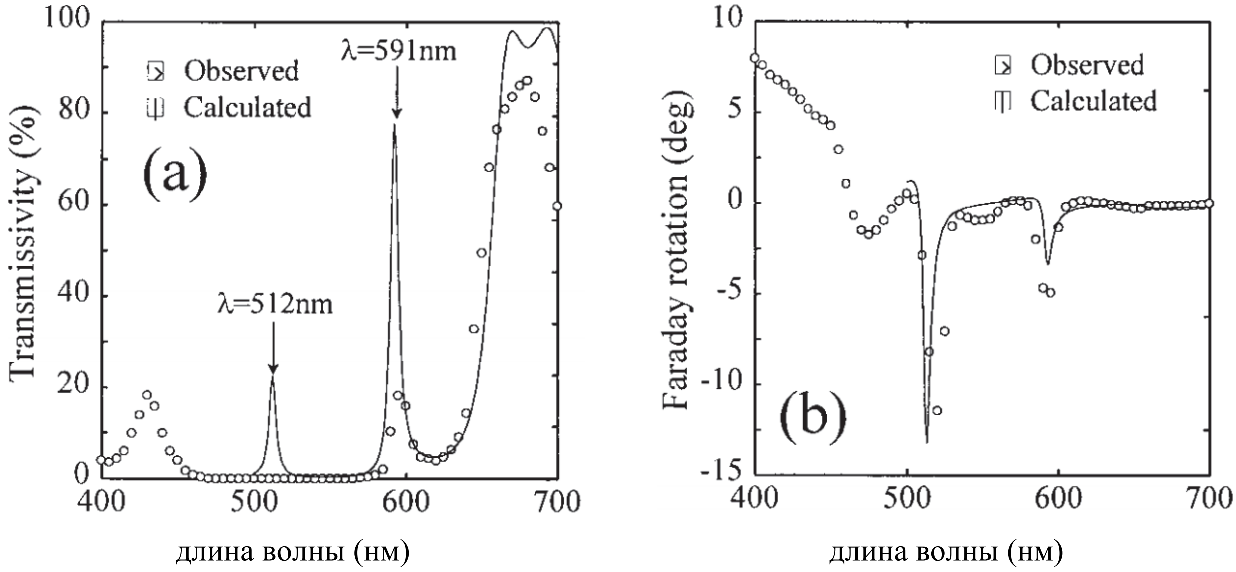


Рисунок 1.6 – Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) спектры пропускания (а) и фарадеевского вращения (б), полученные в работе [44].

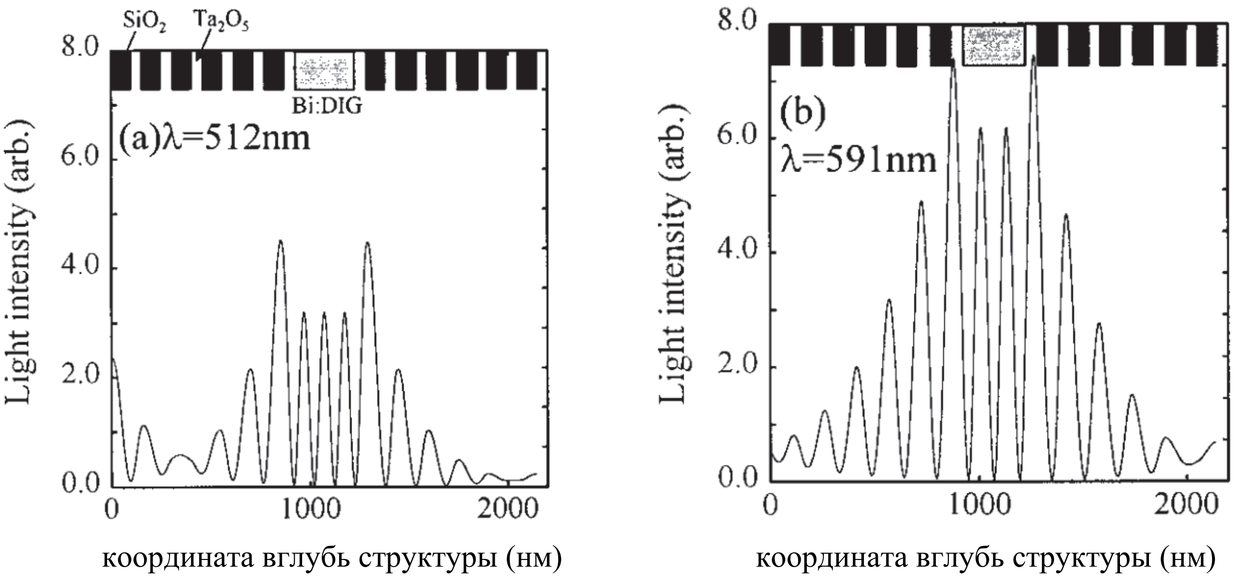


Рисунок 1.7 – Расчетные распределения поля в структуре на длинах волн, обеспечивающих резонанс пропускания и фарадеевского вращения, полученные в работе [44].

После этих оригинальных работ усиление в различных конфигурациях на основе дефект-моды продемонстрировано в ФК, состоящем только из слоев гранатов YIG и BIG вида $(BIG/YIG)^4/BIG^4/(YIG/BIG)^4$ [45], в ФК из слоев GaAs/AlAs с магнитооптическим дефектом из GaAs:MnAs [46]. В обоих случаях качество изготовления ФК было улучшено благодаря удачному подбору веществ, составляющих слои, имеющих совместимые конфигурации кристаллических решеток. Усиление магнитооптических эффектов дефект-модой ФК реализовано и в конфигурации гребенчатого волновода [47].

В нелинейном режиме наблюдается еще большее усиление магнитооптических эффектов [48]. Также наблюдается мощная генерация второй гармоники. В цитированной работе усиление наблюдалось без дефект-моды – за счет резонансов, возникающих на границе разрешенной зоны.

Наиболее детальное теоретическое описание механизмов усиления магнитооптических эффектов разработано группой М. Леви [49]. Показано, что усиление эффекта Фарадея резонансной структурой определяется магнитооптическим сдвигом двух резонансов для правой и левой круговой поляризаций. При этом эффект Фарадея конкурирует с величиной пропускания в соответствии с простой формулой $T = \cos^2 \theta_F$, где T – коэффициент пропускания структуры, θ_F – угол поворота поляризации прошедшего излучения. Однако надо заметить, что как правило величина расщепления резонанса много меньше его ширины, так что уменьшение пропускания из-за этого расщепления на практике не наблюдается.

Эти и другие результаты по усилению магнитооптических эффектов описаны в обзоре [14].

Диссертант участвовал в работах, продемонстрировавших усиление магнитооптических эффектов с помощью поверхностных состояний на границе фотонных кристаллов. Результаты описаны в разделе 2.3.

1.3 Линзы В. Г. Веселаго и Дж. Пендри

1.3.1 Среда В. Г. Веселаго

Среды с одновременно отрицательными значениями ε и μ исследовались в давней работе Веселаго [50]. Затем интерес к ним угас до 2000 г., когда работа Дж. Пендри [51] снова обратила на них внимание.

Среды Веселаго обладают рядом интересных свойств. Как следует из дисперсионного уравнения $|\vec{k}|^2 = k_0^2 \varepsilon\mu$, длина волнового вектора в такой среде, так же как и в обычной, будет вещественной, следовательно, в среде существуют распространяющиеся волны. Из уравнений Максвелла для плоской волны:

$$\left[\vec{k}, \vec{E}\right] = k_0 \mu \vec{H},$$

$$\left[\vec{k}, \vec{H}\right] = -k_0 \varepsilon \vec{E},$$

где $k_0 = \omega / c$, следует, что тройка векторов $\{\vec{E}, \vec{H}, \vec{k}\}$ становится левой при $\varepsilon < 0$, $\mu < 0$, тогда как в обычной среде она правая. Поэтому среду Веселаго также называют левой средой.

Вектор Пойнтинга по-прежнему определяется формулой $\vec{S} = \frac{c}{4\pi}\left[\vec{E}, \vec{H}\right]$, и векторы $\{\vec{E}, \vec{H}, \vec{S}\}$ образуют правую тройку. Поэтому волновой вектор и вектор Пойнтинга направлены в разные стороны [50]. Другими словами, направления групповой и фазовой скоростей противоположны. Волны, обладающие этим свойством, называют обратными.

Рассмотрим преломление волны на плоской границе правой и левой сред (рисунок 1.8а). Сшивка касательных компонент полей на границе и смена ориентации тройки векторов $\{\vec{E}, \vec{H}, \vec{k}\}$ приводят к изменению знака нормальной компоненты вектора $\vec{k}$: $k_n = -\sqrt{\varepsilon\mu k_0^2 - k_t^2}$. В то же время тангенциальная компонента сохраняется. Поэтому фазовая скорость в левой среде направлена к поверхности (см. рисунок 1.8а), тогда как энергия по-прежнему течет от границы раздела сред. Поверхности постоянной фазы (пунктирные линии на рисунок 1.8а) движутся навстречу друг другу.

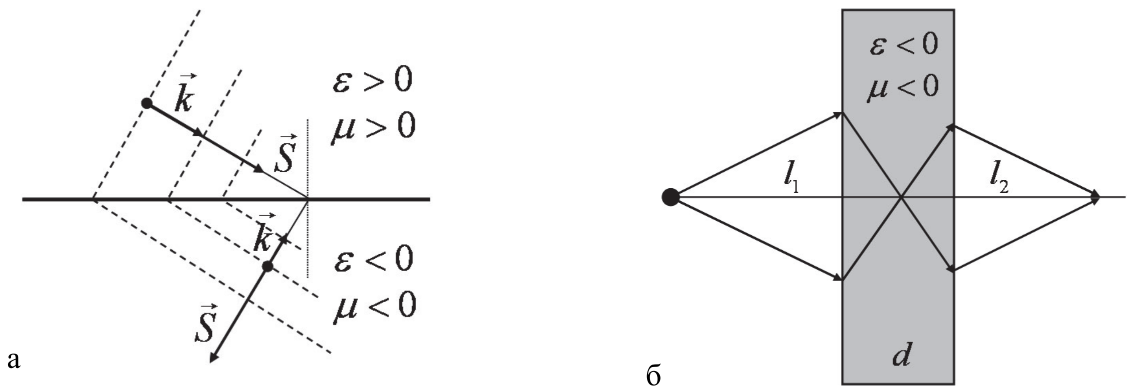


Рисунок 1.8 – а. Преломление на границе правой и левой сред. Линии постоянной фазы показаны пунктиром. б. Создание действительного изображения плоской пластинкой из левой среды.

Падающая и преломленная волны лежат по одну сторону от нормали к поверхности, т. е. угол преломления отрицателен. Обобщая закон Снеллиуса на случай границы правой и левой сред, получим, что коэффициент преломления должен быть отрицательным. Отсюда еще одно название среды Веселаго: среда с отрицательным показателем преломления. Отрицательное преломление на границе, где прямая волна переходит в обратную, было обнаружено еще Мандельштамом [52].

Одним из следствий отрицательного преломления является создание действительного (а не мнимого, как обычно) изображения точечного источника плоской пластинкой (рисунок 1.8б). Стоит отметить отдельно свойства среды с $\varepsilon = \mu = -1$. Можно показать, что отражение от границы пластинки из такого вещества отсутствует, а изображение точки создается на расстоянии, определяемом соотношением $l_1 + l_2 = d$ (рисунок 1.8б) (см., например, обзор [53]). Такая пластинка создает изображение плоского предмета.

1.3.2 Идеальная линза

В спектре предмета присутствуют как обычные (распространяющиеся) плоские волны, так и неоднородные волны (см. раздел 1.1.2). В частности, это относится к разложению сферической и цилиндрической волн по плоским волнам [27]. Как уже говорилось в предыдущем разделе, пластинка с $\varepsilon = \mu = -1$ фокусирует дальние волны, создавая действительное изображение предмета. Покажем, что на расстоянии, определяемом соотношением $l_1 + l_2 = d$ (рисунок 1.8б) восстанавливаются фазы распространяющихся волн и амплитуды волн ближнего поля, т. е. происходит полное восстановление спектра и создание идеального изображения, в котором присутствуют сколь угодно мелкие детали. Другими словами, покажем, что комплексный коэффициент пропускания (см. раздел 1.1.3) системы $T(k_x) = 1$ для всех k_x.

Рассмотрим падение плоской (распространяющейся или эванесцентной) волны единичной амплитуды на пластинку толщиной d. Ось z перпендикулярна поверхности пластинки, ось x параллельна тангенциальной составляющей волнового вектора. Волна в пластинке характеризуется волновым числом k_{z2} и импедансом Z_2, в окружающей среде – соответственно k_{z1} и Z_1. В случае s-поляризованной волны комплексные амплитуды соответствуют электрическому полю, в случае p-поляризованной – магнитному.

Условия сшивки тангенциальных компонент полей (рисунок 1.9) имеют вид:

$$\begin{cases} 1 + R = A + B, \\ Z_1(1 - R) = Z_2(A - B), \\ A\exp\left(ik_{z2}d\right) + B\exp\left(-ik_{z2}d\right) = T, \\ Z_2\left(A\exp\left(ik_{z2}d\right) - B\exp\left(-ik_{z2}d\right)\right) = Z_1 T. \end{cases}$$

Решая эту систему, найдем:

$$T = \frac{4Z_1Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2 \exp\left[-ik_{2z}d\right] - (Z_1 - Z_2)^2 \exp\left[ik_{2z}d\right]} \qquad (1.12)$$

Учитывая также распространение по среде 1, получим передаточную функцию

$$T(k_x) = \frac{4Z_1Z_2\exp\left[ik_{z1}(l_1+l_2)\right]}{(Z_1+Z_2)^2\exp\left[-ik_{2z}d\right]-(Z_1-Z_2)^2\exp\left[ik_{2z}d\right]} \tag{1.13}$$

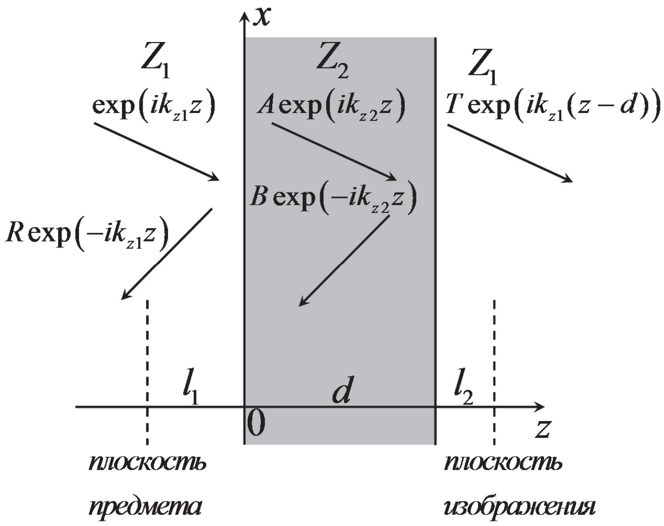


Рисунок 1.9 – Волны в плоской пластинке.

Для рассматриваемой идеальной линзы $\varepsilon_2 = -\varepsilon_1$, $\mu_2 = -\mu_1$. Тогда для среды Веселаго $k_{z2} = -\sqrt{\varepsilon_2\mu_2k_0^2 - k_x^2} = -\sqrt{\varepsilon_1\mu_1k_0^2 - k_x^2} = -k_{z1}$. Для s-поляризованных волн $Z_2 = k_{z2}/\mu_2 = k_{z1}/\mu_1 = Z_1$, для p-поляризованных волн $Z_2 = k_{z2}/\varepsilon_2 = k_{z1}/\varepsilon_1 = Z_1$, т.е. для обеих поляризаций $Z_2 = Z_1$. Тогда передаточная функция принимает вид $T(k_x) = \exp\left[ik_{z1}(l_1 + l_2 - d)\right]$. При $l_1 + l_2 = d$ получаем $T(k_x) = 1$, что и требовалось доказать.

Этот результат был получен Дж. Пендри [51]. Из-за сложности получения среды Веселаго и практической ценности линзы, создающей субволновое изображение, было предложено множество вариантов этой линзы.

Создание изображения не означает фокусировку в прямом смысле слова: неоднородные волны в плоскости изображения имеют меньшую амплитуду, чем между линзой и изображением. Это приводит к парадоксу: для многих видов источников (диполь, провод с током и т.д.) поле оказывается бесконечно большим в области между действительным изображением за линзой и мнимым изображением внутри линзы [54]. Однако мы будем рассматривать в основном модификации линзы Пендри, имеющей $\mu = +1$, для которой указанная расходимость отсутствует.

1.3.3 Возможность получения среды Веселаго

Среда Веселаго имеет отрицательные значения ε и μ. Веществ, обладающих такими параметрами, в природе не найдено. В первую очередь это касается магнитных свойств, которые для встречающихся в природе веществ просто отсутствуют в оптическом диапазоне частот. Но именно этот диапазон представляет интерес во многих предполагаемых применениях сред Веселаго. Например, для получения мелких деталей в изображении, создаваемом пластинкой из такой среды, имеет смысл использовать как можно меньшую длину волны. Если переход к использованию среды Веселаго потребует увеличение длины волны, едва ли можно ожидать улучшение разрешения.

Для области СВЧ удалось создать среду с отрицательными эффективными значениями ε и μ и экспериментально подтвердить свойства таких сред, предсказанные в статье В. Г. Веселаго. Для этого использовались метаматериалы [55-57] – искусственно изготовленные гетерогенные среды, в которых поле резонансно взаимодействует с проводящими включениями.

Отрицательное ε в области СВЧ было получено в системе параллельных металлических проволочек [58, 59]. Сплошной слой металла, в отличие от случая оптических частот, непригоден из-за большой проводимости.

Среда с выраженными эффективными магнитными свойствами состояла из немагнитных веществ [60-63]. Этот эффект был предсказан ранее в работе [3]. Метаматериал представлял собой систему периодически расположенных незамкнутых колец. Каждому из них соответствуют некоторые индуктивность и емкость, обеспечивающие свойства резонатора. Вблизи резонансных частот может наблюдаться $\mu_{eff} < 0$.

Включение в среду проволочек и незамкнутых колец позволило получить обе отрицательных проницаемости [64]. Эксперимент показал, что такая среда (рисунок 1.10) действительно обеспечивает отрицательное преломление [65]. Было продемонстрировано создание действительного изображения такой средой [66]. Вычисления показали, что фаза волны внутри слоя рассматриваемого метаматериала меняется в противоположную сторону по сравнению с ее изменением в обычной среде [67].

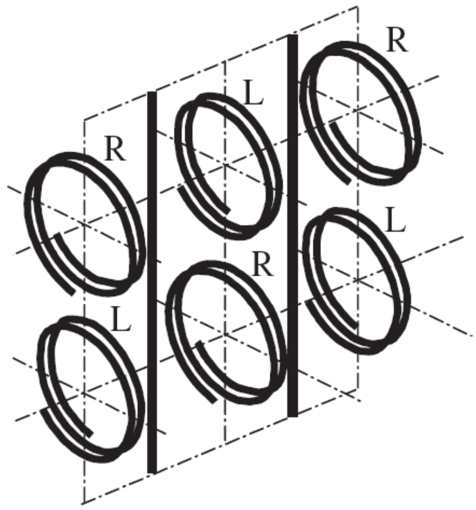


Рисунок 1.10 – Метаматериал, обладающий свойствами среды Веселаго. Из работы [66].

Для создания среды Веселаго в оптическом диапазоне необходимо использовать металлические включения, имеющие отрицательную диэлектрическую проницаемость. При размере много меньше длины волны они могут давать резонансный отклик. Создать такие малые включения определенной формы технологически сложно. Однако метаматериал, действующий в ИК-области, уже был создан [68], и ожидается также создание оптического метаматериала [69, 70].

Заметим, что среда Веселаго не единственная система, обеспечивающая отрицательное преломление. Например, этот эффект, вместе с созданием субволнового изображения, можно получить с помощью слоя фотонного кристалла [71].

1.3.4 Линза Дж. Пендри

Из-за отсутствия среды Веселаго для оптического диапазона Дж. Пендри предложил [51] использовать среду с $\varepsilon < 0$ (например, серебро). Такая среда не обладает отрицательным преломлением, и пространственные гармоники с малыми поперечными волновыми числами k_x не фокусируются и не участвуют в создании изображения. Тем не менее, в слое с $\varepsilon = -1$, $\mu = 1$, помещенном в плоскости *xy*, *TM*-поляризованные пространственные гармоники с большими значениями k_x все же усиливаются плазмонным резонансом, что делает возможным разрешение мелких деталей.

Для описания распространения волн через такой слой при больших k_x ($k_0 / k_x << 1$, $k_0 = \omega / c$) можно использовать электростатическое приближение, когда в уравнениях Максвелла временными производными пренебрегают по сравнению с пространственными. В этом случае значения нормальных компонент волновых векторов в вакууме

$$k_{1z} = \left(k_0^2 - k_x^2\right)^{1/2} \approx ik_x, \qquad (1.14)$$

и в среде с отрицательным ε

$$k_{2z} = \left(\varepsilon_2 \mu_2 k_0^2 - k_x^2\right)^{1/2} \approx ik_x \qquad (1.15)$$

также как соответствующие значения импеданса для *TM*-волн

$$\zeta_1 = \frac{k_z}{k_0} \approx \frac{ik_x}{k_0}, \quad \zeta_2 = \frac{k_z}{\varepsilon_2 k_0} \approx \frac{ik_x}{\varepsilon_2 k_0} \qquad (1.16)$$

более не зависят от магнитной проницаемости. Следовательно, знак μ неважен, и *TM*-гармоники проходят через линзу так же, как через слой левой среды. Это замечание не относится к *TE*-поляризованным волнам, для которых $\zeta = \mu k_0 / k_z \approx -i\mu k_0 / k_x$. Далее мы будем рассматривать случай *TM*-поляризации.

Подставив приближенные выражения (1.14)–(1.16) в передаточную функцию (1.13), получим, что в электростатическом приближении при $\varepsilon_2 = -1$, $l_1 + l_2 = d$ она тождественно равна единице (рисунок 1.11, горизонтальная прямая), как и в случае линзы из среды Веселаго. Из-за равенства $\zeta_1 \approx -\zeta_2$ [см. (1.16)] затухающая в вакууме волна сшивается с возрастающей волной в линзе. Равенство $k_{1z} \approx k_{2z}$ означает, что при $l_1 + l_2 = d$ затухание в вакууме компенсируется возрастанием в линзе. Точный расчет показывает, что передаточная функция близка к единице только в некотором диапазоне значений k_x (рисунок 1.11), который будем называть рабочим диапазоном. Очевидно, что для малых k_x ($k_x \sim k_0$) электростатическое приближение ($k_x >> k_0$) неприменимо, причем наблюдается существенное отклонение от предсказаний, сделанных в рамках этого приближения: передаточная функция заметно отклоняется от единицы. Менее очевидно, что область применимости электростатического приближения ограничена также и справа, поскольку при $k_x > K_x >> k_0$ (точно величина K_x будет определена в разделе 4.2) передаточная функция стремится к нулю (см. рисунок 1.11). Фактически, нарушение электростатического приближения наступает даже при меньших значениях $k_x < K_x$, вблизи точки, соответствующей собственным состояниям линзы. Коэффициент пропускания принимает при этом бесконечно большие значения, и электростатическое приближение неприменимо [72].

Существование этих резонансов особенно сильно сужает рабочий диапазон многослойной линзы (см. раздел 4.2).

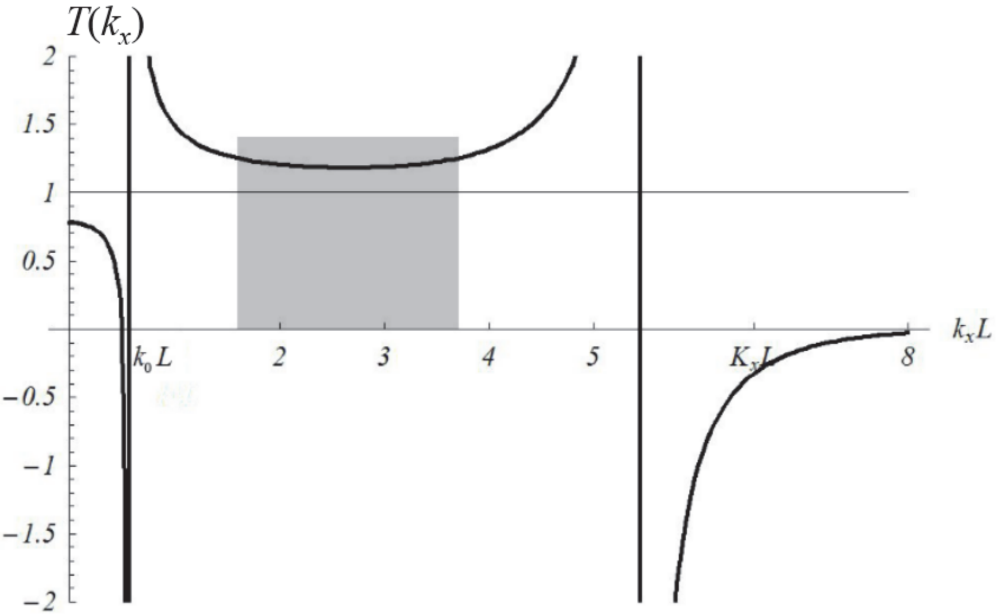


Рисунок 1.11 – Коэффициент пропускания линзы Пендри. Серым прямоугольником показан рабочий диапазон.

Каждая гармоника несет информацию о деталях размером порядка $2\pi / k_x$. Отклонение передаточной функции от единицы при малых $k_x \le k_0$ означает, что крупные детали предмета размером $\delta > 2\pi / k_0 = \lambda$ будут отображаться с искажениями. Размеры различимых деталей находятся в промежутке $2\pi / K_x < \delta < 2\pi / k_0$, они меньше длины волны.

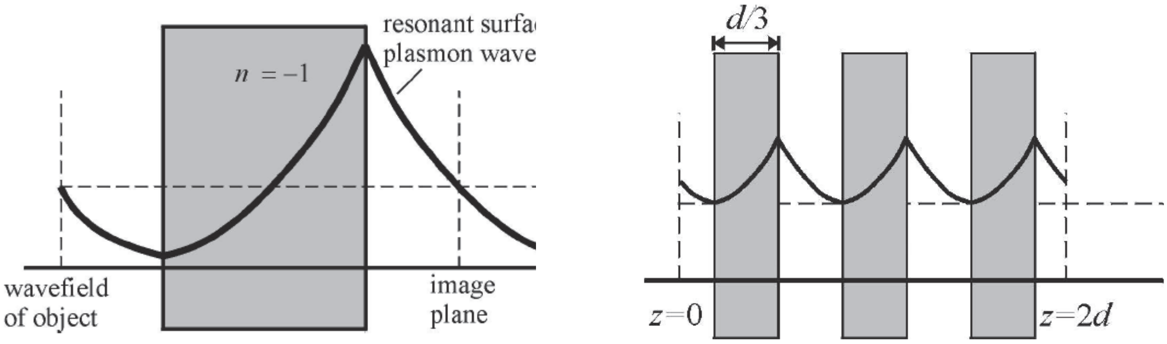
1.3.5 Влияние потерь на изображение. Модификации линзы Пендри

В материале линзы (серебро) в оптическом диапазоне имеются существенные потери. Численный эксперимент показал [51], что они ухудшают качество изображения. Наличие потерь выражается как появление положительной мнимой части у диэлектрической проницаемости линзы: $\varepsilon_2 = -1 + i\varepsilon''$. Если тангенс потерь мал ($\varepsilon'' << 1$), в соответствии с работой [51], передаточная функция (1.13) записывается как $T(k_x) = \dfrac{\exp\left[-2k_x d\right]}{(\varepsilon'')^2/4 + \exp\left[-2k_x d\right]}$. В этом выражении по какой-то причине отброшены члены первого порядка по ε'', в результате передаточная функция оказалась вещественной, как и без наличия потерь. В результате гармоники спектра получают различное изменение амплитуды, что портит изображение. Наличие линейных по ε'' слагаемых будет обсуждаться в разделе 4.1.

Линза оказалась очень чувствительной к наличию потерь. Чтобы уменьшить их влияние, была рассмотрена линза Пендри [73], граничащая с вакуумом с одной стороны и с некоторым диэлектриком с другой. Вакуум, линза и диэлектрик имели проницаемости ε_1, ε_2, ε_3 соответственно. Оказалось, что при выполнении одного из равенств $\varepsilon_2 = -\varepsilon_1$, $\varepsilon_2 = -\varepsilon_3$ в электростатическом приближении передаточная функция не зависит от k_x (хотя и неравна единице). Изображение снова образуется на расстоянии, определяемом соотношением $l_1 + l_2 = d$, но имеет не такую интенсивность, как предмет. Описанную систему называют *асимметричной* линзой. Точный расчет показывает наличие ограниченного рабочего диапазона, при отсутствии потерь более узкого, чем в случае симметричной линзы.

Однако асимметричная линза оказалась менее чувствительной к потерям, чем симметричная, и при наличии диссипации она может иметь более широкий рабочий диапазон. Кроме того, ее изготовление проще технологически, когда пленка металла наносится на слой диэлектрика и используется частота, на которой $\varepsilon_2 = -\varepsilon_3$.

Высокую чувствительность линзы к потерям Пендри объяснял большой амплитудой поля на границах линзы (см. рисунок 1.12а). Было предложено рассмотреть многослойную линзу Пендри, которая получается как бы разделением однослойной линзы на более тонкие слои металла и вакуума [74, 75] (рисунок 1.12б), в этом случае в электростатическом пределе каждый бислой металл/вакуум передает волну без изменения, поскольку сам является однослойной линзой Пендри. Следовательно, система слоев будет иметь единичный коэффициент пропускания в этом приближении. При «делении линзы на слои» амплитуда поля на границах уменьшается (рисунок 1.12б), поэтому снижается чувствительность к потерям. Численный эксперимент показал при этом расширение рабочего диапазона волновых чисел, передаваемых линзой. Этот эффект наблюдался также и в отсутствие потерь, что в работах [74, 75] связывается с уменьшением толщины слоев.



а б

Рисунок 1.12 – Волна: а. в однослойной линзе; б. в многослойной линзе. Рисунок взят из работы [74].

1.3.6 Линза А. Алю и Н. Энгеты

Рассмотрим систему, состоящую из двух однородных слоев, характеризующихся диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_1, μ_1, ε_2, μ_2, и толщиной d_1, d_2. В работе [26] было показано, что если для некоторой волны импедансы слоев подчиняются соотношению

$$\zeta_1 = -\zeta_2, \tag{1.17}$$

и оптические толщины равны

$$k_{z1}d_1 = k_{z2}d_2, \tag{1.18}$$

то двуслойная система может пропускать падающую волну, восстанавливая на выходе ее амплитуду и фазу. Это верно для волны любой поляризации. Кроме того, условия (1.17), (1.18) не зависят от внешней среды. Можно показать, что для выполнения этих условий один из слоев должен иметь отрицательное ε, а другой – отрицательное μ. В работе [26] это утверждение было доказано с помощью эквивалентных схем, мы же это сделаем в разделе 4.4 с использованием *T*-матриц.

Равенство $\zeta_1 = -\zeta_2$ – это условие возбуждения поверхностного плазмона на границе слоев (см. выражение (1.4)), а $k_{z1}d_1 = k_{z2}d_2$ означает, что возрастание амплитуды в первом слое компенсируется убыванием во втором.

Описанная система восстанавливает амплитуду и фазу только одной гармоники из спектра предмета, для которой выполняются условия Алю и Энгеты (1.17), (1.18). Для создания изображения необходимо выполнение условий Алю и Энгеты для всего спектра, что реализуется в частном случае

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_2 ,\ \mu_1 = -\mu_2 ,\ d_1 = d_2 . \qquad (1.19)$$

В линзе Веселаго (идеальной линзе Пендри) отрицательные значения ε и μ сосредоточены в одном слое, тогда как в линзе Алю и Энгеты они находятся в разных слоях. Создать две среды с одним отрицательным параметром, вероятно, проще, чем среду с одновременно отрицательными ε и μ.

В работе [26] замечено, что периодическая система описанных бислоев также, как и каждый из них, не меняет амплитуду волны. В разделе 4.4 эта система рассмотрена как фотонный кристалл, где возникают необычные блоховские волны.

1.3.7 Гиперлинза и линза П.А. Белова

Все рассмотренные выше линзы использовали восстановление амплитуды неоднородных волн плазмонным резонансом. Существуют и другие способы получения сверхразрешения.

Дополнительный механизм улучшения разрешения можно получить, изогнув поверхность многослойной линзы Пендри в виде цилиндра. Из-за нарушения одномерности задачи плоские волны перестают быть собственными решениями. В результате усиленные плазмонным резонансом ближние волны трансформируются в дальние [76, 77]. Линза как бы увеличивает субволновые детали предмета, так что в изображении они имеют размер больше длины волны и могут наблюдаться в дальних полях. Такая линза была реализована экспериментально [76].

Другой способ передачи света с сохранением субволновых деталей предмета, названный каналированием, был предложен П.А. Беловым. Он связан с возможностью контролировать изочастотную кривую фотонного кристалла. Прообразом линзы служит слой гипотетического анизотропного вещества, имеющего диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_z = \infty$ в направлении перпендикулярно поверхности и $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 1$ параллельно поверхности [78]. Изочастотная кривая $\omega\left(\vec{k}\right) = \omega_0$ для необыкновенной волны в такой среде не зависит от k_x, k_y и превращается в плоскость $k_z\left(k_x, k_y\right) = \mathrm{const}$. Если толщина пластинки удовлетворяет условию Фабри-Перо $k_z d = \pi n$, то любая плоская волна проходит через пластину без изменения. Групповая скорость в пластине направлена перпендикулярно поверхности, так что любой луч, падающий под углом, распространяется внутри пластины в этом направлении. Это касается и неоднородных волн: внутри пластины они являются распространяющимися. Описанное явление получило название каналирования. Моделью такой анизотропной пластины в области СВЧ послужила решетка металлических проволочек [79]. Сохранение субволновых деталей предмета при распространении света по системе проволочек было продемонстрировано экспериментально [80, 81]. Для реализации каналирования в оптике была предложена мелкослоистая среда, обеспечивающая необходимые эффективные проницаемости: $\langle \varepsilon \rangle = 1$, $\langle \varepsilon^{-1} \rangle^{-1} = \infty$ [78].

Стоит заметить, что передача изображения по системе проволочек, которая моделировала многослойную линзу Пендри, была предложена в работе [74], но проволочки должны были находиться в среде с $\varepsilon = 0$.

Была также предложена линза, объединяющая идеи гиперлинзы и линзы П.А. Белова. Она представляла собой массив непараллельных (сходящихся или расходящихся) проволочек, способных увеличить или уменьшить изображение [82].

1.4 Описание поля в усиливающей среде с помощью уравнений Максвелла-Блоха

В данном разделе описан простейший способ описания усиливающих сред на основе квантовых точек и красителей. При этом не ставится целью точное описание процесса накачки – для этого необходимо проводить более точное моделирование структуры уровней, характерной для конкретного вида квантовых точек или красителя. Вместо этого модель упрощается таким образом, чтобы описать большое множество усиливающих систем с единой точки зрения. Кроме того, описанная здесь модель позволяет получить ряд качественных оценок характерной мощности накачки и величины усиления.

Полученные величины соответствуют известным литературным данным. Так, характерная мощность оптической накачки квантовых точек, известная из литературы, имеет порядок от нескольких киловатт до мегаватт на квадратный сантиметр [83-85], что согласуется с расчетами раздела 1.4.3. Такие мощности разрушительны для квантовых точек при работе в CW-режиме и допускают только импульсную накачку. Аналогичная величина для красителей на порядок больше: мощность накачки, создающая инверсию населенностей, имеет величину не менее 10^4 Вт / см^2 [86, 87], что также согласуется с приведенными расчетами. Заметим, что лазеры на красителе могут выдерживать указанные мощности накачки, поэтому их работа возможна в CW-режиме.

1.4.1 Основные параметры и уравнения системы «поле накачки + усиливающая среда + поле излучения»

Простейшее макроскопическое описание усиливающей среды

Для сравнения различных усиливающих сред используется простейшая характеристика, называемая усилением (gain) и измеряемая в см$^{-1}$. Это взятая с обратным знаком удвоенная мнимая часть волнового числа плоской волны, распространяющейся в усиливающей среде:

$$G = -2(\omega / c)\operatorname{Im}\sqrt{\varepsilon_G} . \tag{1.20}$$

Здесь $\varepsilon_G = \varepsilon'_G + i\varepsilon''_G$ – эффективная диэлектрическая проницаемость, отрицательный знак которой означает наличие усиления. Величина ε_G, наряду с G, позволяет характеризовать усиливающие свойства среды. Благодаря малости ε'', связь (1.20) этих величин можно переписать в виде

$$G = -\frac{\omega}{c}\frac{\varepsilon''_G}{\sqrt{\varepsilon'_G}} . \tag{1.21}$$

Выражая отсюда ε''_G, получим широко используемую [88-90] формулу

$$\varepsilon''_G = -\frac{\lambda}{2\pi}G\sqrt{\varepsilon'_G} . \tag{1.22}$$

Для оценки значений G обычно предполагают, что максимально возможное усиление равно с обратным знаком поглощению, возникающему в отсутствие накачки. В этом случае, выражая поглощение в виде коэффициента экстинкции κ, имеем

$$G = \tilde{C}\kappa , \tag{1.23}$$

где концентрация $\tilde{C}$ частиц усиливающей среды обычно приводится в молях на литр – M, а сечение экстинкции – в единицах $\mathrm{M}^{-1}\mathrm{см}^{-1}$. Соотношение (1.23) может быть представлено через концентрацию C частиц, выраженную в $\mathrm{см}^{-3}$, и сечение поглощения σ одной частицы, выраженное в $\mathrm{см}^2$ [88-90]:

$$G = C\sigma . \tag{1.24}$$

Типичные значения коэффициента экстинкции $\kappa \sim 10^6\,\mathrm{M}^{-1}\mathrm{см}^{-1}$ для нанокристаллических квантовых точек и $\kappa \sim 10^5\,\mathrm{M}^{-1}\mathrm{см}^{-1}$ для красителей, тогда как допустимые концентрации $\tilde{C} \sim 10^{-4}\,\mathrm{M}$ и $\tilde{C} \sim 10^{-3}\,\mathrm{M}$ для тех же систем. В результате получаем оценку $G \sim 100\ \mathrm{см}^{-1}$, или $\varepsilon''_G \sim 10^{-3}$. Этот результат вполне согласуется с данными, известными из литературы (рисунок 1.13).

Корректное описание лазера требует более детального знания свойств усиливающей среды, чем эффективная диэлектрическая проницаемость. Поэтому перейдем к рассмотрению более сложной модели.

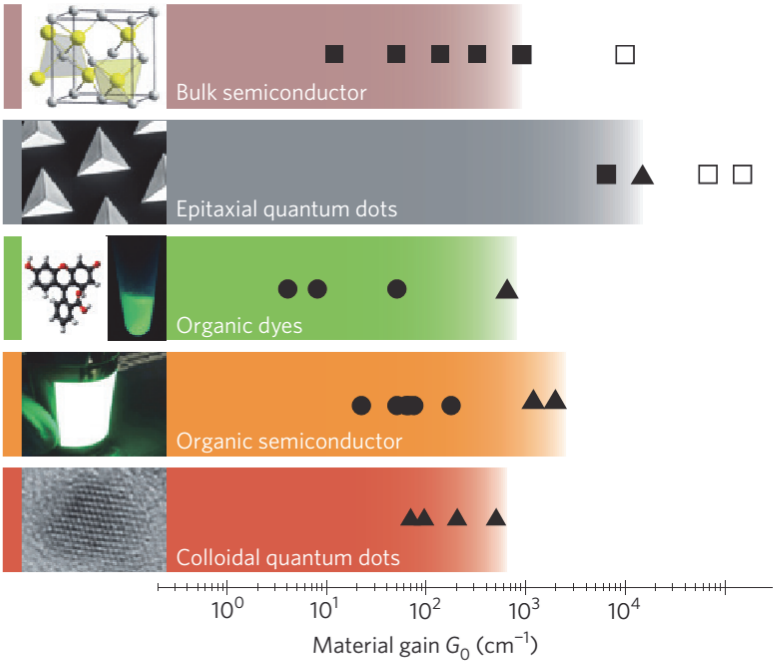


Рисунок 1.13 – Величины усиления для разных типов усиливающих сред, известные из разных работ. Квадраты обозначают накачку током, круги и треугольники – оптическую накачку пико- и фемтосекундными импульсами, соответственно. Незакрашенные квадраты соответствуют работе при низких температурах. Рисунок взят из работы [91].

Основные уравнения системы «поле накачки + усиливающая среда + поле излучения»

Рассмотрим задачу об усилении плазмонов усиливающей средой, созданной оптической накачкой. Пусть плазмонная система описывается распределением диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}(\mathbf{r})$. Плазмоника подразумевает наличие металлических включений в системе, что в свою очередь приводит к необходимости учета временной дисперсии диэлектрической проницаемости. Таким образом, $\hat{\varepsilon}(\mathbf{r})$ является временным оператором $\hat{\varepsilon}(\mathbf{r})\boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r},t)=\varepsilon_0\boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r},t)+\int\limits_0^{+\infty} g(\tau)\boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r},t-\tau)\,d\tau$ с ядром $g(\tau)$, специфичным для рассматриваемой модели дисперсии металла. В частности, для дисперсии Друде диэлектрическая проницаемость в спектральном представлении равна

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)}, \tag{1.25}$$

и ядро временного оператора имеет вид

$$g(\tau) = \left(\omega_p^2 / \gamma\right)\left(\exp(-\gamma\tau) - 1\right). \tag{1.26}$$

В качестве усиливающей среды рассмотрим квантовые точки или краситель, распределенные с концентрацией $C(\mathbf{r})$ в матрице с диэлектрической проницаемостью ε_0. Квантовые точки взаимодействуют с полем плазмонов $\mathcal{E}$ за счет колебаний своего дипольного момента $\mathcal{P}$. Как будет показано ниже (раздел 1.4.4), в интересующих нас случаях этот процесс описывается эффективными уравнениями Максвелла-Блоха для двухуровневой системы [92-95]:

$$\nabla \times \nabla \times \mathcal{E} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\hat{\varepsilon}(\mathbf{r})\mathcal{E}\right] = -\frac{4\pi}{c^2} C(\mathbf{r}) \frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathcal{P}, \tag{1.27}$$

$$\dot{\mathcal{P}} + i\omega_0 \mathcal{P} = -\mathcal{P} / T_2 - (i/\hbar)\mathbf{d}_{12}\left(\mathbf{d}_{12} \cdot \mathcal{E}\right)\mathcal{N}, \tag{1.28}$$

$$\dot{\mathcal{N}} = \left(\mathcal{N} - \mathcal{N}_0(\mathbf{E})\right) / \tilde{T}_1(\mathbf{E}) + (i/2\hbar)\left(\mathcal{E}\mathcal{P}^* - \mathcal{E}^*\mathcal{P}\right). \tag{1.29}$$

Здесь ω_0 – частота перехода усиливающей среды, $\mathbf{d}_{12}$ – недиагональный матричный элемент оператора дипольного момента усиливающей среды, T_1 и T_2 – времена продольной и поперечной релаксации. Время T_1 описывает релаксацию энергии в результате нерадиационных и радиационных неупругих процессов. Время T_2 связано с теми же процессами, а также с упругими процессами, не меняющими энергию, но «сбивающими» фазу колебаний дипольного момента. Поэтому выполняется неравенство $T_2 < T_1$ (чаще всего эти времена отличаются на несколько порядков). В уравнении (1.29) фигурируют эффективное время продольной релаксации $\tilde{T}_1(\mathbf{E})$ и параметр накачки $\mathcal{N}_0(\mathbf{E})$, которые связаны с настоящим временем продольной релаксации выражениями

$$\tilde{T}_1(\mathbf{E}) = T_1 / \left(1 + \Gamma(\mathbf{E}) T_1\right), \tag{1.30}$$

$$\mathcal{N}_0(\mathbf{E}) = \left(\Gamma(\mathbf{E}) T_1 - 1\right) / \left(\Gamma(\mathbf{E}) T_1 + 1\right). \tag{1.31}$$

Здесь скорость накачки определяется локальным значением поля накачки $\mathbf{E}$:

$$\Gamma(\mathbf{E}) = \frac{\kappa\lambda\sqrt{\varepsilon_0}}{4\pi\hbar}\mathbf{E}\mathbf{E}^*, \tag{1.32}$$

где κ – коэффициент экстинкции частиц усиливающей среды на частоте накачки, λ – соответствующая частоте накачки длина волны.

При положительной инверсии населенностей $\mathcal{N}$ происходит усиление поля плазмонов, тогда как отрицательное локальное значение $\mathcal{N}$ приводит к поглощению энергии этого поля.

Поле накачки в усиливающей среде может быть оценено приближенно, либо получено в результате решения уравнения

$$\nabla\times\nabla\times\mathbf{E}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\left(\hat{\varepsilon}\left(\mathbf{r}\right)+iC\left(\mathbf{r}\right)\lambda\kappa\sqrt{\varepsilon_0}\left(1-\mathcal{N}\right)\right)\mathbf{E}\right]=-\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial\mathbf{J}}{\partial t}, \qquad (1.33)$$

где $\mathbf{J}$ – источник поля накачки, а мнимая добавка к диэлектрической проницаемости в квадратных скобках в уравнении (1.33) описывает поглощение поля квантовыми точками.

1.4.2 Численные значения параметров квантовых точек и красителей

В соответствии с предыдущим разделом, для расчета взаимодействия квантовых точек (красителя) с веществом необходимо знать следующие параметры: T_1, T_2, d_{12}, коэффициент экстинкции κ и максимально возможную концентрацию частиц усиливающей среды C.

Определение численных параметров CdSe квантовых точек из экспериментов

Определим численные значения вышеуказанных величин для CdSe квантовых точек. Значения T_1 и T_2 при комнатной температуре, приводимые в литературе, различаются на порядки и, как правило, лежат в промежутке от долей пикосекунды до единиц наносекунд. Если в «старых» работах 90-х годов, таких как [96], получены значения T_1 200-300 фс, то в более современных работах приводятся значения в несколько нс [97]. Это изменение связано с огромным прогрессом в изготовлении квантовых точек, который произошел в начале 2000-х годов (см. пояснения в Приложении). Эксперимент по измерению времени релаксации одной квантовой точки, проведенный в лаборатории В.И. Балыкина (ИСАН, г. Троицк), показал $T_1\sim 1.1$ нс (см. рисунок 1.14).

Для оценки времени T_2 используем спектр флуоресценции одной квантовой точки, полученный в лаборатории В.И. Балыкина (рис. рисунок 1.15). Определяя полуширину на полувысоте $\delta\lambda=15$ нм, найдем $T_2^{-1}=2\pi c\cdot\delta\lambda/\lambda^2$, т.е. $T_2\sim 15$ фс.

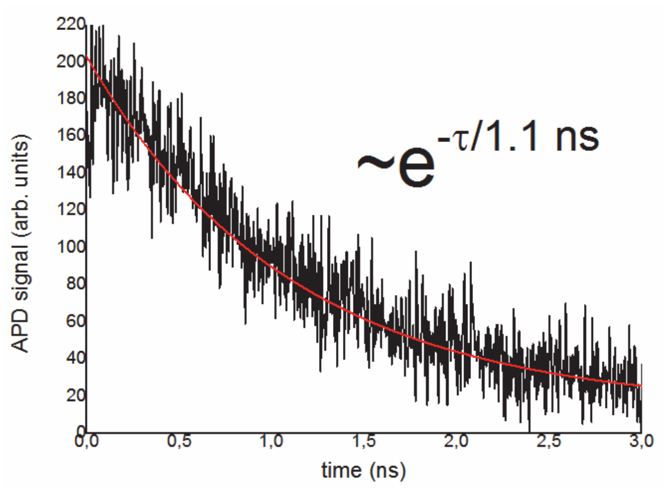


Рисунок 1.14 – Экспоненциальная аппроксимация временной зависимости излучения одной квантовой точки.

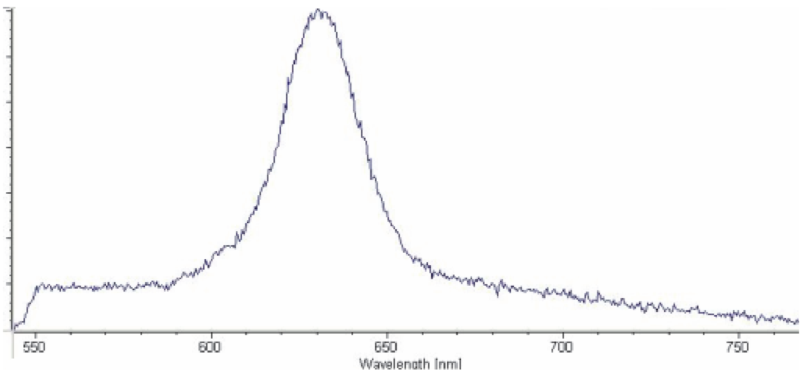


Рисунок 1.15 – Спектр излучения одной квантовой точки.

Для матричных элементов дипольного момента CdSe квантовых точек в литературе приводятся значения порядка 50 Д (1 Д = 10^{-18} СГСЭ) [98, 99]. В более старой работе [100] измеряется $d_{12} = 32$ Д. Оценим d_{12}, исходя из имеющихся экспериментальных данных. Время продольной релаксации T_1 определяется различными видами релаксации: излучением фотонов, возбуждением фононов в самой квантовой точке и т.д. Поскольку для современных квантовых точек квантовый выход близок к 1, то время T_1 квантовой точки, в основном, определяется временем излучения фотона. В этом случае обратное время продольной релаксации равно естественной ширине линии: $T_1^{-1} = \omega^3 |d_{12}|^2 / \left(3\pi\hbar c^3\right)$ [101], откуда находим дипольный момент $d_{12} = \sqrt{3\pi\hbar c^3 / \left(T_1\omega^3\right)}$. Учитывая вышеприведенные данные для CdSe квантовых точек ($T_1 \sim 1.1$ нс, частота соответствует длине волны излучения $\lambda = 655$ нм), получаем $d_{12} \approx 100$ Д. Эта оценка является существенно завышенной.

Простейший учет нерадиационных механизмов релаксации сводится к корректировке, определяемой квантовым выходом η: $\eta T_1^{-1} = \omega^3 |d_{12}|^2 / \left(3\pi\hbar c^3\right)$, т.е. $d_{12} = \sqrt{3\pi\hbar c^3 \eta / \left(T_1 \omega^3\right)}$. Чтобы получить вышеуказанное значение $d_{12} \approx 50$ Д, необходимо принять значение квантового выхода $\eta \sim 0.25$.

Для расчета концентрации квантовых точек предположим, что на каждую частицу приходится кубик со стороной 20 нм. В этом случае концентрация равна $\tilde{C} = 0.2$ мМ. В дальнейшем для соответствия известным данным по величине усиления нам придется ввести дополнительный коэффициент 0.05 в концентрацию, что означает $\tilde{C} = 0.01$ мМ, или $C = 6.25 \cdot 10^{15}$ см$^{-3}$. Это соответствует тому, что только одна из 20 квантовых точек находится в рабочем состоянии. При этом эксперименты, связанные с измерением поглощения, в любом случае измеряют общую усредненную величину, а пересчеты на одну частицу или на моль имеют вторичный характер и дают заниженные значения для «работающих» частиц.

Коэффициент экстинкции, необходимый для дальнейших расчетов, был взят из паспорта квантовых точек (рисунок 1.16).

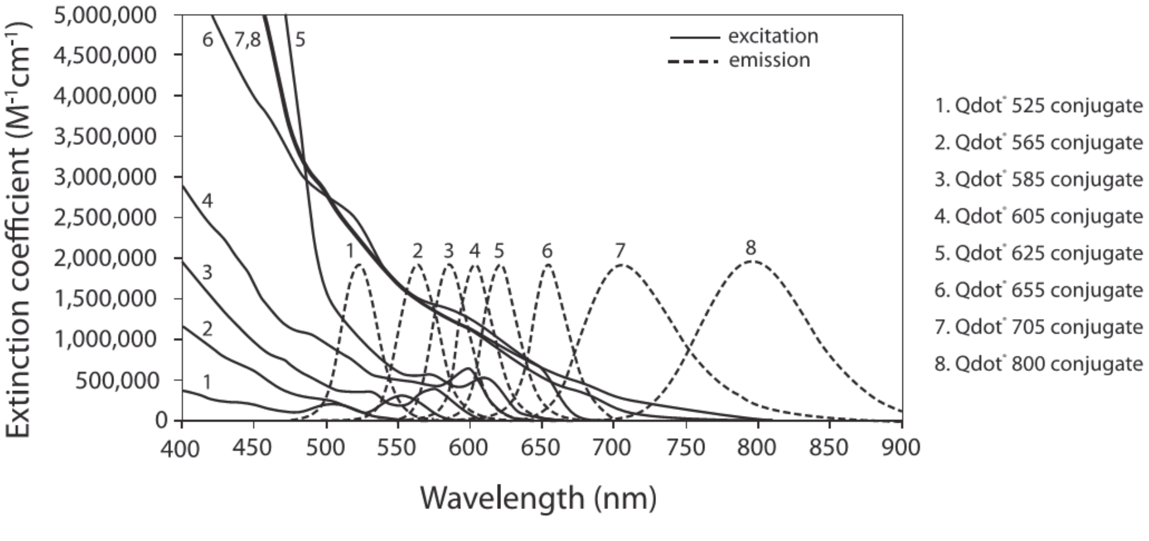


Рисунок 1.16 – Спектры поглощения и излучения квантовых точек, имеющихся в распоряжении лаборатории В.И. Балыкина (из паспорта квантовых точек).

Расчет усиления

Усиление G, полученное выше в виде оценки, можно также получить из микроскопической модели усиливающей среды. Используем выведенную ниже формулу (1.37) для диэлектрической проницаемости с учетом эффекта усиления. Рассматривая частоту перехода $\omega = \omega_0$, получим $\varepsilon_G = \varepsilon_0 - i4\pi C\left|d_{12}\right|^2 \mathcal{N}_0 T_2 / \hbar$. Для максимального уровня накачки ($\mathcal{N}_0 = 1$) получаем искомое выражение для коэффициента усиления:

$$G = -2\frac{2\pi}{\lambda}\operatorname{Im}\sqrt{\varepsilon_G} = -2\frac{2\pi}{\lambda}\operatorname{Im}\sqrt{\varepsilon_0 - i4\pi C\left|d_{12}\right|^2 T_2 / \hbar} = -2\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\varepsilon_0}\operatorname{Im}\sqrt{1 - i\frac{4\pi C\left|d_{12}\right|^2 T_2}{\varepsilon_0 \hbar}},$$

или, считая мнимую часть малой,

$$G = \frac{8\pi^2 C\left|d_{12}\right|^2 T_2}{\hbar\lambda\sqrt{\varepsilon_0}}. \qquad (1.34)$$

Используя параметры, указанные в предыдущем разделе, и приняв квантовый выход $\eta = 0.8$ и концентрацию $\tilde{C} = 0.2$ мМ, получим $G = 12000$ см$^{-1}$, что не согласуется с известными данными (см. предыдущий раздел) и с оценками, приведенными в разделе «Простейшее макроскопическое описание усиливающей среды». Микроскопическая теория дает завышенное в 60 раз значение усиления. Поэтому для дальнейших вычислений возьмем квантовый выход $\eta = 0.25$ и уменьшим концентрацию в 20 раз до $\tilde{C} = 0.01$ мМ. Тогда получим $G = 186$ см$^{-1}$.

1.4.3 Характеристики усиливающих сред на основе квантовых точек и красителей

Минимальная накачка, создающая инверсию населенностей

В отсутствие накачки квантовые точки или молекулы красителя являются поглощающими. Для появления усиления необходимо создать инверсию населенностей, когда на уровне 2 находится больше частиц, чем на уровне 1. Это соответствует положительным значениям переменной $\mathcal{N}$. Равновесные значения $\mathcal{N}$ будут положительными, когда положителен параметр накачки: $\mathcal{N}_0 > 0$. Действительно, исключая влияние поля на инверсию, т.е. отбрасывая последнее слагаемое в уравнении (1.29), видим из этого уравнения, что разность населенностей $\mathcal{N}$ выходит на значение $\mathcal{N}_0$, так что параметр накачки $\mathcal{N}_0$ имеет смысл равновесного значения разности населенностей $\mathcal{N}$. Таким образом, интенсивность поля накачки, при которой квантовые точки (молекулы красителя) усиливают поле, определяется неравенством $\mathcal{N}_0 > 0$, или, в соответствии с формулой (1.31), $\Gamma T_1 > 1$. Это соответствует интенсивности поля накачки (см. (1.32))

$$\mathbf{EE}^* > \frac{4\pi\hbar}{\kappa\lambda T_1\sqrt{\varepsilon_0}}. \qquad (1.35)$$

При приведенных выше числах для CdSe квантовых точек это соответствует потоку поля накачки $P = c\mathbf{E}\mathbf{E}^* / (8\pi)$ около 3 $\text{кВт}/\text{см}^2$, для красителя R6G – 32 $\text{кВт}/\text{см}^2$. В экспериментах В.И. Балыкина и П.Н. Мелентьева допустимые значения мощности постоянной накачки, при которых квантовые точки не разрушались, находились в пределах 0.8 $\text{кВт}/\text{см}^2$. Таким образом, накачка квантовых точек и красителей возможна только в импульсном режиме.

Эффективная диэлектрическая проницаемость усиливающей среды

При достаточно низкой накачке, когда система находится ниже порога генерации, усиливающая среда является линейной и должна обычным образом описываться через диэлектрическую проницаемость. Дисперсия этой диэлектрической проницаемости должна иметь резонанс, обусловленный наличием перехода $1 \leftrightarrow 2$.

Линейность среды связана с отсутствием влияния поля на населенности уровней усиливающей среды, т.е. с пренебрежением последним слагаемым в уравнении (1.29). В этом приближении инверсия населенностей становится константой, принимая равновесное значение $\mathcal{N} = \mathcal{N}_0$, и уравнения (1.27) и (1.28) становятся линейными по переменным $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ и $\boldsymbol{\mathcal{P}}$.

Рассмотрим стационарный случай, когда поле и поляризация осциллируют с частотой ω. Тогда, выполняя подстановку $\dot{\boldsymbol{\mathcal{P}}} = -i\omega\boldsymbol{\mathcal{P}}$ в уравнении (1.28) и считая дипольный момент $\mathbf{d}_{12}$ параллельным электрическому полю $\boldsymbol{\mathcal{E}}$, получим

$$\boldsymbol{\mathcal{P}} = -\frac{d_{12}^2 \mathcal{N} / \hbar}{\omega - \omega_0 + iT_2} \boldsymbol{\mathcal{E}}. \tag{1.36}$$

Подставляя это выражение в уравнение (1.27), видим, что волна распространяется по среде с эффективной диэлектрической проницаемостью:

$$\varepsilon_G = \varepsilon_0 + \frac{4\pi C |d_{12}|^2 \mathcal{N}_0 / \hbar}{\omega - \omega_0 + i / T_2}. \tag{1.37}$$

Величину ε_0 для квантовых точек оценим по формуле Гарнетта

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{\text{PMMA}} \left(1 + \frac{3p\left(\varepsilon_{\text{CdSe}} - \varepsilon_{\text{PMMA}}\right)}{\varepsilon_{\text{CdSe}} + 2\varepsilon_{\text{PMMA}} - p\left(\varepsilon_{\text{CdSe}} - \varepsilon_{\text{PMMA}}\right)} \right), \tag{1.38}$$

где $\varepsilon_{\text{PMMA}} = 2.22$ и $\varepsilon_{\text{CdSe}} = 8$ − диэлектрические проницаемости матрицы PMMA и CdSe ядер квантовых точек, p − объемная доля ядер квантовых точек. Оценим диэлектрическую проницаемость ансамбля КТ при максимальной плотности. Оказывается, что даже если линейный размер ядра в 5 раз меньше среднего расстояния между КТ, то $\varepsilon_0 = 2.24$. Таким образом, полупроводниковые ядра едва ли существенно отклоняют величину ε_0 от значения, характерного для PMMA матрицы.

Сравним результаты расчетов диэлектрических проницаемостей для двух усиливающих систем – CdSe квантовых точек и красителя R6G.

При указанных выше значениях параметров дисперсия квантовых точек в матрице PMMA, посчитанная по формуле (1.37), показана на рисунке 1.17. Чтобы превратить создать существенное усиление в среде, необходима накачка порядка 10 кВт/см^2.

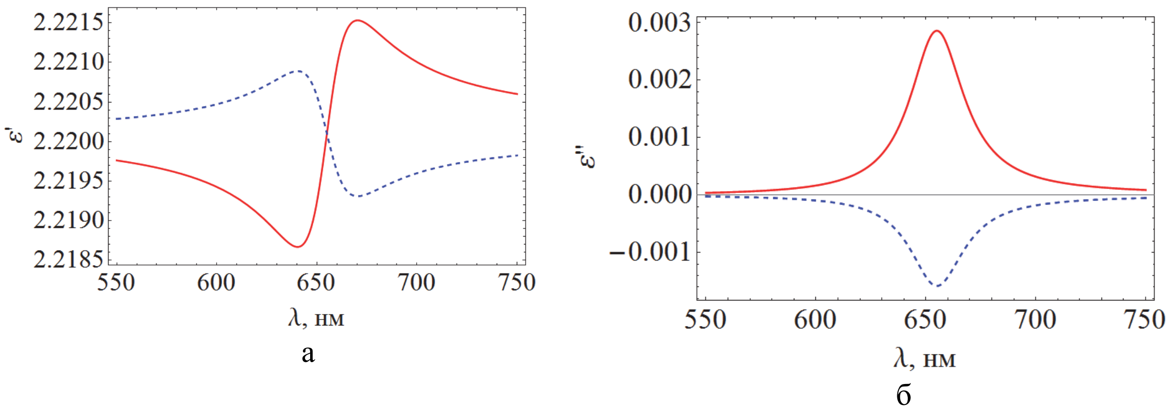


Рисунок 1.17 – Диэлектрические проницаемости слоя PMMA, содержащего квантовые точки с концентрацией $0.05 \cdot (20\,\text{нм})^{-3}$ при значениях накачки 0 (сплошные линии) и 10 кВт/см^2 (штриховые линии). Пороговое значение накачки, при котором среда становится усиливающей, равно 3 кВт/см^2. При расчетах принято $\kappa = 3 \cdot 10^6 \;\; M^{-1} см^{-1}$ (см. рисунок 1.13). Остальные параметры указаны в тексте.

Результат аналогичного расчета для красителя R6G показан на рисунке 1.18. У молекулы красителя сечение поглощения в десятки раз меньше, чем у квантовой точки. Из-за этого требуется гораздо большая интенсивность накачки (на порядок больше, чем для квантовых точек), чтобы создать положительную инверсию населенностей. Но допустимые концентрации молекул красителя намного больше, чем квантовых точек. В итоге максимально возможное усиление при максимальной концентрации у красителя больше, чем у квантовых точек.

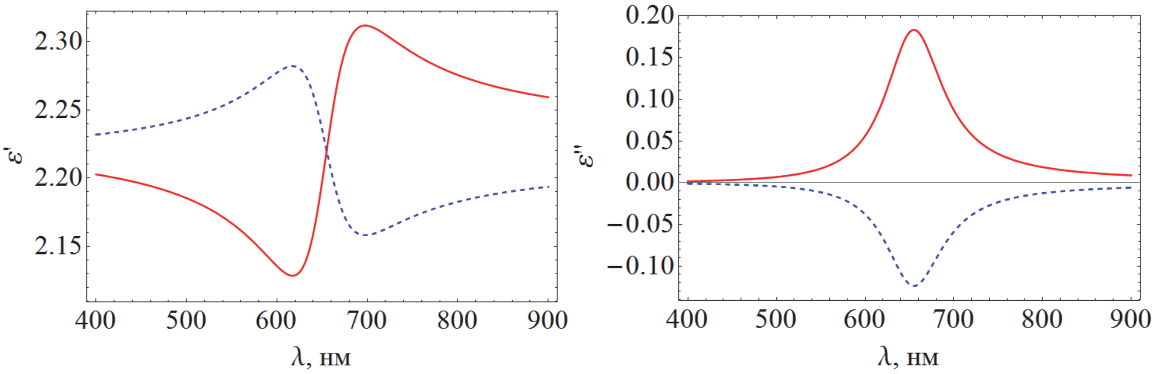


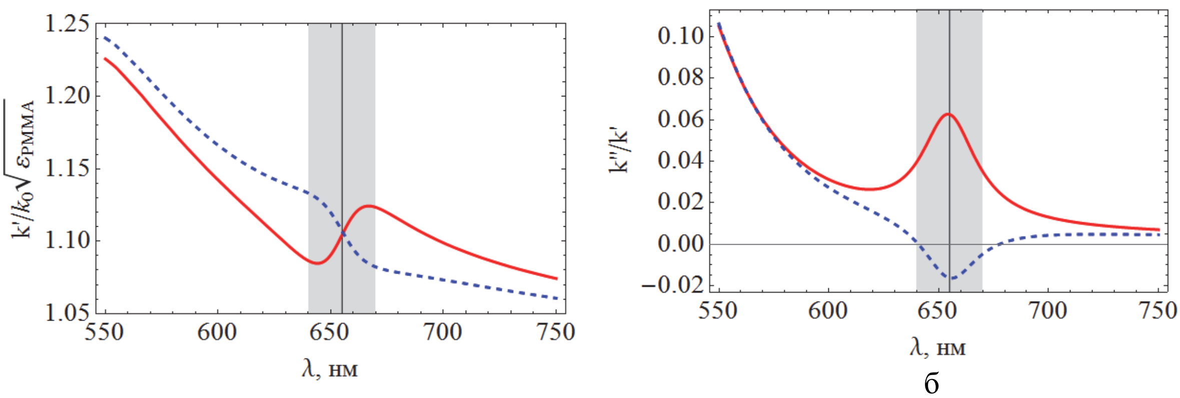
Рисунок 1.18 – Дисперсия эффективной диэлектрической проницаемости полимера, содержащего молекулы красителя с концентрацией 5 мМ. Сплошная линия – в отсутствие накачки, штриховая – с накачкой 100 кВт/см^2 (инверсия населенностей равна 0.68). Пороговое значение накачки, при котором среда становится усиливающей, равно 32 кВт/см^2.

Длина пробега плазмона при наличии усиливающей среды

Для расчета возможности компенсации потерь при распространении плазмонов вдоль границы золота и наполненной квантовыми точками матрицы PMMA были рассчитаны комплексные волновые числа по известной формуле

$$k = k_0 \sqrt{\frac{\varepsilon_G \varepsilon_{Au}}{\varepsilon_G + \varepsilon_{Au}}}\,. \tag{1.39}$$

При параметрах, соответствующих штриховой линии на рисунке 1.17, меняется знак мнимой части $\operatorname{Im} k$ (рисунок 1.19б), что означает возможность усиления плазмона. Однако заметим, что система не демонстрирует достаточного «запаса прочности», который понадобится для реализации эффекта в эксперименте. Например, если эффект мерцания квантовых точек приведет к понижению эффективной концентрации с коэффициентом 0.3, то наблюдается лишь частичная компенсация потерь при распространении плазмона (рисунок 1.19г).



а б

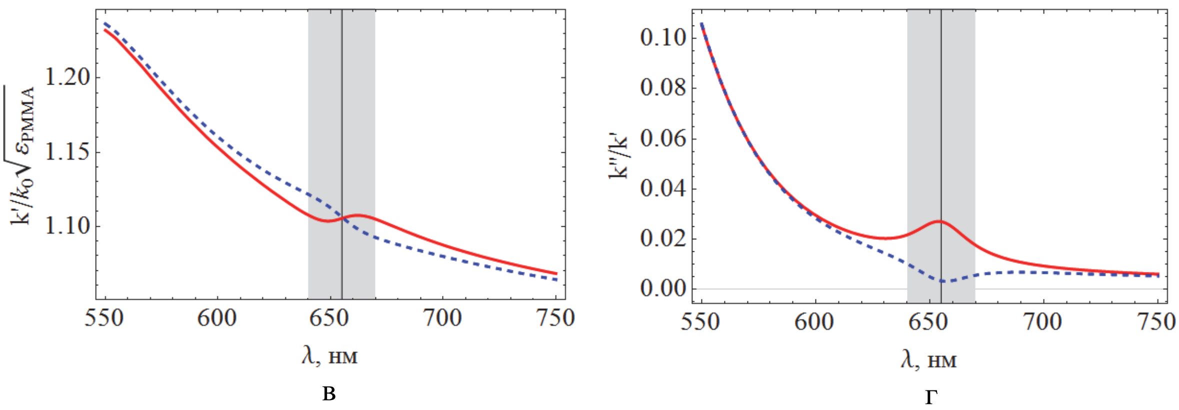


Рисунок 1.19 – Действительная (а,в) и мнимая (б,г) части волнового числа плазмона, распространяющегося вдоль границы золота и усиливающей среды. Параметры соответствуют рисунку 1.18 (а,б) и уменьшению концентрации действующих квантовых точек с коэффициентом 0.3. Вертикальной линией отмечена длина волны, соответствующая частоте перехода. Диапазон длин волн, соответствующий линии перехода КТ, затемнен.

Поскольку для усиления плазмона на поверхности сплошного металла потребовалась концентрация квантовых точек, близкая к предельной (объемная доля = 30%), рассмотрим систему с меньшими потерями – тонкую пленку металла. В такой системе распространяется решение, получившее за большую длину распространения название Long-range plasmon. Используемая ранее накачка приводит к мощному усилению long-range плазмона даже при более низких концентрациях (5%) квантовых точек (рисунок 1.20).

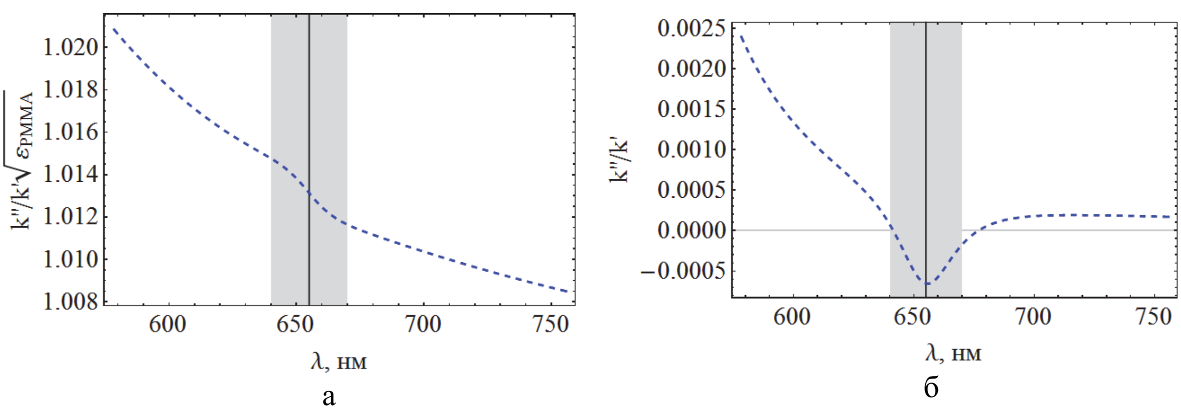


Рисунок 1.20 – Действительная (а) и мнимая (б) части волнового числа плазмона, распространяющегося вдоль 20 нм пленки золота, окруженной с двух сторон усиливающей средой. Вертикальной линией отмечена длина волны, соответствующая частоте перехода. Диапазон длин волн, соответствующий линии перехода КТ,

затемнен. Концентрация соответствует 5% от указанной в подписи рисунку 1.17.

1.4.4 Вывод уравнений системы «поле накачки + усиливающая среда + поле излучения»

Система энергетических уровней квантовой точки и красителя

Рассмотрим трехуровневую модель КТ (рисунок 1.21), в которой процесс накачки представляется как поглощение света с переходом КТ в состояние 3 с последующей быстрой релаксацией в долгоживущее возбужденное состояние 2. Излучение происходит в результате перехода из состояния 2 в основное состояние 1.

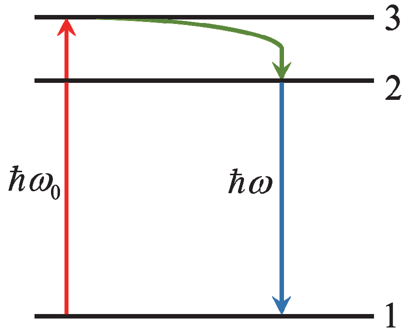


Рисунок 1.21 – Схема, поясняющая модель накачки КТ.

Квантовое описание трехуровневой системы

Среди множества лазерных теорий наибольшее распространение получили так называемые полуклассические теории, которые рассматривают частиц усиливающей среды как квантовые объекты, наделенные дискретными уровнями, а поле считается классическим, т.е. описывается пространственной функцией, а не оператором. В этом случае учитывается только индуцированное излучение в системе. Более того, корректное описание возможно только в том случае, если длина когерентности больше размера системы, т.е. и лазерная динамика корректно описывается лишь строго выше порога. На пороге и ниже него когерентная часть строго равна нулю. В реальном лазере близи порога генерации плотность энергии спонтанного излучения много больше, чем когерентного. Учет спонтанного излучения требует применения более сложной теории, учитывающей конечность длины корреляции. В рамках данной работы мы будем предполагать, что даже при работе вблизи порога генерации длина когерентности все же больше размера системы. В этом случае учет спонтанного излучения возможен путем добавления релаксационного члена.

В реальном лазере существует спонтанное излучение, которое требует усложнения теории путем записи поля в операторном виде, либо, упрощенно, может описываться дополнительными шумовыми слагаемыми. Всего этого мы в рамках данной работы учитывать не будем и предположим, что спонтанное излучение включено в релаксационные члены, что, конечно, не учитывает его стохастической природы.

Итак, приступим к описанию усиливающей трехуровневой системы, характеризуя ее матрицей плотности размерности 3х3:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} \end{pmatrix}. \qquad (1.40)$$

Временная эволюция этой матрицы описывается уравнением Гейзенберга, которое является обобщением уравнения Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \left[\hat{H}, \hat{\rho}\right] + \hat{R}, \qquad (1.41)$$

где коммутатор $\left[\hat{H}, \hat{\rho}\right] = \hat{H}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{H}$.

На первом шаге не будем учитывать каких-либо взаимодействий, т.е. возьмем гамильтониан, записанный в базисе состояний трехуровневой системы, в виде диагональной матрицы:

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix}, \qquad (1.42)$$

и $\left[\hat{H}_0, \hat{\rho}\right] = \begin{pmatrix} E_1\rho_{11} & E_1\rho_{12} & E_1\rho_{13} \\ E_2\rho_{21} & E_2\rho_{22} & E_2\rho_{23} \\ E_3\rho_{31} & E_3\rho_{32} & E_3\rho_{33} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} E_1\rho_{11} & E_2\rho_{12} & E_3\rho_{13} \\ E_1\rho_{21} & E_2\rho_{22} & E_3\rho_{23} \\ E_1\rho_{31} & E_2\rho_{32} & E_3\rho_{33} \end{pmatrix}.$

Отсюда видно, что уравнение (1.41) при $\hat{H} = \hat{H}_0$ примет вид

$$i\hbar\dot{\rho}_{\alpha\beta} = \left(E_\alpha - E_\beta\right)\rho_{\alpha\beta}, \qquad (1.43)$$

или, вводя обозначение для частоты перехода

$$\omega_{\alpha\beta} = \left(E_\alpha - E_\beta\right)/\hbar, \qquad (1.44)$$

перепишем (1.43) в виде

$$\dot{\rho}_{\alpha\beta} = -i\omega_{\alpha\beta}\rho_{\alpha\beta}, \tag{1.45}$$

откуда в явном виде получаем временную эволюцию системы:

$$\rho_{\alpha\beta} = \rho_{\alpha\beta}^{(0)} \exp\left(-i\omega_{\alpha\beta}t\right). \tag{1.46}$$

Теперь учтем взаимодействие трехуровневой системы с полем:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}, \tag{1.47}$$

где оператор взаимодействия определяется как $\hat{V} = -\left(\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathrm{Re}\left(\boldsymbol{\mathcal{E}} + \mathbf{E}\right)\right)$. Здесь $\hat{\mathbf{d}}$ – векторный оператор дипольного момента, который имеет только недиагональные компоненты ($\mathbf{d}_{\alpha\beta} = 0$ при $\alpha = \beta$), а поле представлено в виде суммы поля накачки

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0\left(t\right)\exp\left(-i\omega_{31}t\right), \tag{1.48}$$

настроенного в резонанс с переходом $1 \to 3$ (последнее означает, что $\mathbf{E}_0\left(t\right)$ равно константе или меняется медленно по сравнению с $\exp\left(-i\omega_{31}t\right)$), и поля излучения

$$\boldsymbol{\mathcal{E}} = \boldsymbol{\mathcal{E}}_0\left(t\right)\exp\left(-i\omega_{21}t\right), \tag{1.49}$$

настроенного в резонанс с переходом $2 \to 1$. В результате оператор взаимодействия включает 4 слагаемых: $V_{\alpha\beta} = -\left(\mathbf{d}_{\alpha\beta} \cdot \left(\boldsymbol{\mathcal{E}} + \boldsymbol{\mathcal{E}}^* + \mathbf{E} + \mathbf{E}^*\right)\right)/2$, а стоящий в уравнении (1.41) коммутатор примет вид $\left[\hat{V}, \hat{\rho}\right] = -\left(\left(\hat{\mathbf{d}}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{\mathbf{d}}\right) \cdot \left(\boldsymbol{\mathcal{E}} + \boldsymbol{\mathcal{E}}^* + \mathbf{E} + \mathbf{E}^*\right)\right)/2$. В операторе дипольного момента учтем только возможность переходов $1 \rightleftarrows 2$ и $1 \rightleftarrows 3$, тогда как переход $2 \rightleftarrows 3$ будем считать обусловленным нерадиационными процессами, т.е. положим $\mathbf{d}_{23} = \mathbf{d}_{32} = 0$.[3] Тогда матрица оператора дипольного момента равна

$$\hat{\mathbf{d}} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{d}_{12} & \mathbf{d}_{13} \\ \mathbf{d}_{21} & 0 & 0 \\ \mathbf{d}_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{1.50}$$

---

[3]Дипольный момент $\mathbf{d}_{32}$ отвечает за взаимодействие квантовой точки с полем $\mathfrak{E}$ частоты ω_{32}. Процесс излучения этого поля конкурирует с безызлучательной релаксацией, описываемой релаксационным временем $T_1^{3\to2}$. Это время также учитывает релаксацию, связанную со спонтанным излучением. Вынужденным излучением на частоте ω_{32} мы обоснованно пренебрегаем. Действительно, записывая вместо (1.62) полное уравнение на ρ_{32}, $i\hbar\left(\dot{\rho}_{32} + i\omega_{32}\rho_{32}\right) = -i\hbar\rho_{32}/T_2^{3\to2} + \mathbf{d}_{32}\mathfrak{E}\left(\rho_{33} - \rho_{22}\right)/2$, видим, что при очень быстрой релаксации ($1/T_2^{3\to2} >> \mathbf{d}_{32}\mathfrak{E}$) последним слагаемым в уравнении можно пренебречь, что формально может быть получено путем обнуления величины $\mathbf{d}_{32}$.

а коммутатор $\hat{\mathbf{d}}\hat{\rho}-\hat{\rho}\hat{\mathbf{d}}$ матриц (1.40), (1.50) имеет довольно сложный вид. Например, элемент 11 этого коммутатора имеет вид

$$\left(\hat{\mathbf{d}}\hat{\rho}-\hat{\rho}\hat{\mathbf{d}}\right)_{11}=\mathbf{d}_{12}\rho_{21}+\mathbf{d}_{13}\rho_{31}-\rho_{12}\mathbf{d}_{21}-\rho_{13}\mathbf{d}_{31},$$

а соответствующее уравнение на элемент матрицы плотности

$$i\hbar\dot{\rho}_{11}=\left(\mathbf{d}_{12}\rho_{21}+\mathbf{d}_{13}\rho_{31}-\rho_{12}\mathbf{d}_{21}-\rho_{13}\mathbf{d}_{31}\right)\cdot\left(\boldsymbol{\mathcal{E}}+\boldsymbol{\mathcal{E}}^{*}+\mathbf{E}+\mathbf{E}^{*}\right)/2.$$

Заметим, что левая часть имеет частоту осцилляций $\omega_{11}=0$, т.е. является медленной функцией. Это значит, что в правой части имеет смысл оставить только резонансные слагаемые, не содержащие быстрых частот. В частности, $\rho_{21}\sim\exp\left(-i\omega_{21}t\right)$, и эта зависимость гасится только компонентой поля $\boldsymbol{\mathcal{E}}^{*}\sim\exp\left(i\omega_{21}t\right)$, тогда как остальные 3 компоненты поля можно исключить из рассмотрения. Это приближение называется приближением вращающейся волны. В результате получим уравнение на ρ_{11}

$$i\hbar\dot{\rho}_{11}=-\mathbf{d}_{12}\boldsymbol{\mathcal{E}}^{*}\rho_{21}/2+\mathbf{d}_{21}\boldsymbol{\mathcal{E}}\rho_{12}/2-\mathbf{d}_{13}\mathbf{E}^{*}\rho_{31}/2+\mathbf{d}_{31}\mathbf{E}\rho_{13}/2 \qquad (1.51)$$

и аналогично на остальные диагональные элементы матрицы плотности:

$$i\hbar\dot{\rho}_{22}=\mathbf{d}_{12}\boldsymbol{\mathcal{E}}^{*}\rho_{21}/2-\mathbf{d}_{21}\boldsymbol{\mathcal{E}}\rho_{12}/2, \qquad (1.52)$$

$$i\hbar\dot{\rho}_{33}=\left(\mathbf{d}_{13}\mathbf{E}^{*}\right)\rho_{31}/2-\left(\mathbf{d}_{31}\mathbf{E}\right)\rho_{13}/2. \qquad (1.53)$$

Для недиагональных элементов матрицы плотности надо также выделить слагаемые с соответствующей частотой осцилляций, например, для $\rho_{21}\sim\exp\left(-i\omega_{21}t\right)$ в правой части уравнения Гейзенберга остаются только слагаемые, пропорциональные полю $\boldsymbol{\mathcal{E}}\sim\exp\left(-i\omega_{21}t\right)$, помноженному на диагональные элементы матрицы плотности:

$$i\hbar\left(\dot{\rho}_{21}+i\omega_{21}\rho_{21}\right)=\mathbf{d}_{21}\boldsymbol{\mathcal{E}}\left(\rho_{22}-\rho_{11}\right)/2. \qquad (1.54)$$

Аналогичным образом поступим с остальными уравнениями для недиагональных элементов матрицы плотности:

$$i\hbar\left(\dot{\rho}_{31}+i\omega_{31}\rho_{31}\right)=\mathbf{d}_{31}\mathbf{E}\left(\rho_{33}-\rho_{11}\right)/2, \qquad (1.55)$$

$$i\hbar\left(\dot{\rho}_{32}+i\omega_{32}\rho_{32}\right)=0. \qquad (1.56)$$

По вышеуказанным причинам в уравнении (1.55) отброшено слагаемое $\mathbf{d}_{21}\boldsymbol{\mathcal{E}}\rho_{32}/2$, в уравнении (1.56) – слагаемые $\mathbf{d}_{12}\boldsymbol{\mathcal{E}}^{*}\rho_{31}/2-\mathbf{d}_{31}\mathbf{E}\rho_{12}/2$. Уравнения на матричные элементы вида $\rho_{12}=\rho_{21}^{*}$ записывать не будем.

Далее для описания процессов релаксации дополним уравнения (1.51)−(1.56) феноменологическими слагаемыми с соответствующими временами релаксации:

$$i\hbar\dot{\rho}_{11} = i\hbar\rho_{22} / T_1^{2\to1} + i\hbar\rho_{33} / T_1^{3\to1} - \mathbf{d}_{12}\boldsymbol{\mathcal{E}}^*\rho_{21} / 2 + \mathbf{d}_{21}\boldsymbol{\mathcal{E}}\rho_{12} / 2 - \mathbf{d}_{13}\mathbf{E}^*\rho_{31} / 2 + \mathbf{d}_{31}\mathbf{E}\rho_{13} / 2\,, \tag{1.57}$$

$$i\hbar\dot{\rho}_{22} = -i\hbar\rho_{22} / T_1^{2\to1} + i\hbar\rho_{33} / T_1^{3\to2} + \mathbf{d}_{12}\boldsymbol{\mathcal{E}}^*\rho_{21} / 2 - \mathbf{d}_{21}\boldsymbol{\mathcal{E}}\rho_{12} / 2, \tag{1.58}$$

$$i\hbar\dot{\rho}_{33} = -i\hbar\left(1 / T_1^{3\to1} + 1 / T_1^{3\to2}\right)\rho_{33} + \left(\mathbf{d}_{13}\mathbf{E}^*\right)\rho_{31} / 2 - \left(\mathbf{d}_{31}\mathbf{E}\right)\rho_{13} / 2\,, \tag{1.59}$$

$$i\hbar\left(\dot{\rho}_{21} + i\omega_{21}\rho_{21}\right) = -i\hbar\rho_{21} / T_2^{2\to1} + \mathbf{d}_{21}\boldsymbol{\mathcal{E}}\left(\rho_{22} - \rho_{11}\right) / 2\,, \tag{1.60}$$

$$i\hbar\left(\dot{\rho}_{31} + i\omega_{31}\rho_{31}\right) = -i\hbar\rho_{31} / T_2^{3\to1} + \mathbf{d}_{31}\mathbf{E}\left(\rho_{33} - \rho_{11}\right) / 2\,, \tag{1.61}$$

$$i\hbar\left(\dot{\rho}_{32} + i\omega_{32}\rho_{32}\right) = -i\hbar\rho_{32} / T_2^{3\to2}\,. \tag{1.62}$$

Заметим, что уравнение (1.62) не связано с остальными. Это выражает тот факт, что нерадиационный переход $3 \to 2$ описывается релаксацией населенности уровня 3 (ρ_{33}) в населенность уровня 2 (ρ_{22}). Осцилляции элемента ρ_{32}, описывающие вынужденное излучение на частоте ω_{32}, в этом процессе не играют роли. Поэтому рассмотрение величины ρ_{32} не нужно для нашего анализа, и уравнение (1.62) может быть отброшено.

Выясним физический смысл элементов матрицы плотности. Диагональные элементы имеют смысл населенностей уровней трехуровневой системы: $\mathcal{N}_\alpha = \rho_{\alpha\alpha}$. Недиагональные элементы матрицы плотности определяют матричные элементы оператора дипольного момента, связанные с переходами между различными уровнями: $\boldsymbol{\mathcal{P}}_{\alpha\beta} = 2\rho_{\alpha\beta}\mathbf{d}_{\beta\alpha}$. Переписывая уравнения (1.54)–(1.61) для указанных переменных, получаем систему уравнений, определяющих временную эволюцию населенностей уровней и компонент дипольного момента трехуровневой системы:

$$\dot{\mathcal{N}}_1 = \mathcal{N}_2 / T_1^{2\to1} + \mathcal{N}_3 / T_1^{3\to1} - \left(i / 4\hbar\right)\left(\boldsymbol{\mathcal{E}}\boldsymbol{\mathcal{P}}_{21}^* - \boldsymbol{\mathcal{E}}^*\boldsymbol{\mathcal{P}}_{21}\right) - \left(i / 4\hbar\right)\left(\mathbf{E}\boldsymbol{\mathcal{P}}_{31}^* - \mathbf{E}^*\boldsymbol{\mathcal{P}}_{31}\right), \tag{1.63}$$

$$\dot{\mathcal{N}}_2 = -\mathcal{N}_2 / T_1^{2\to1} + \mathcal{N}_3 / T_1^{3\to2} + \left(i / 4\hbar\right)\left(\boldsymbol{\mathcal{E}}\boldsymbol{\mathcal{P}}_{21}^* - \boldsymbol{\mathcal{E}}^*\boldsymbol{\mathcal{P}}_{21}\right), \tag{1.64}$$

$$\dot{\mathcal{N}}_3 = -\left(1 / T_1^{3\to1} + 1 / T_1^{3\to2}\right)\mathcal{N}_3 + \left(i / 4\hbar\right)\left(\mathbf{E}\boldsymbol{\mathcal{P}}_{31}^* - \mathbf{E}^*\boldsymbol{\mathcal{P}}_{31}\right) \tag{1.65}$$

$$\dot{\boldsymbol{\mathcal{P}}}_{21} + i\omega_{21}\boldsymbol{\mathcal{P}}_{21} = -\boldsymbol{\mathcal{P}}_{12} / T_2^{2\to1} - \left(i / \hbar\right)\mathbf{d}_{12}\left(\mathbf{d}_{21} \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}\right)\left(\mathcal{N}_2 - \mathcal{N}_1\right) \tag{1.66}$$

$$\dot{\boldsymbol{\mathcal{P}}}_{31} + i\omega_{31}\boldsymbol{\mathcal{P}}_{31} = -\boldsymbol{\mathcal{P}}_{31} / T_2^{3\to1} - \left(i / \hbar\right)\mathbf{d}_{13}\left(\mathbf{d}_{31} \cdot \mathbf{E}\right)\left(\mathcal{N}_3 - \mathcal{N}_1\right) \tag{1.67}$$

Уравнения для поля

Чтобы замкнуть систему уравнений, дополним (1.63)−(1.67) уравнениями Максвелла на электрическое поле – поле накачки $\mathbf{E}$ и генерируемое системой поле $\boldsymbol{\mathcal{E}}$:

$$\nabla\times\nabla\times\mathbf{E}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\hat{\varepsilon}(\mathbf{r})\mathbf{E}\right]=-\frac{4\pi}{c^2}C(\mathbf{r})\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathcal{P}_{31}-\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial\mathbf{J}}{\partial t}, \qquad (1.68)$$

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{\mathcal{E}}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\hat{\varepsilon}(\mathbf{r})\boldsymbol{\mathcal{E}}\right]=-\frac{4\pi}{c^2}C(\mathbf{r})\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathcal{P}_{21}. \qquad (1.69)$$

Здесь $\mathbf{J}$ − ток источника поля накачки, $C(\mathbf{r})$ − концентрация квантовых точек или молекул красителя. В уравнении (1.68) учтено взаимодействие поля $\mathbf{E}$, осциллирующего с частотой ω_{31}, только с компонентой дипольного момента $\mathcal{P}_{31}$, имеющей ту же частоту осцилляций. Аналогично, для поля $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ учтено взаимодействие только с компонентой $\mathcal{P}_{21}$. Заметим, что в усиливающей среде оперетор $\hat{\varepsilon}(\mathbf{r})$ зависит как $\boldsymbol{\mathcal{E}}$, так и от $\mathbf{E}$.

Сведение трехуровневой системы к эффективной двухуровневой

Рассмотрим случай быстрой релаксации из состояния 3 в состояние 2. В этом случае оказывает возможным исключить все переменные, связанные с состоянием 3 и при этом исключить некоторое число параметров состояния 3. Условно говоря, будем считать, что все попавшие в это состояние квантовые точки сразу попадают в состояние 2. Это приближение соответствует пределу $1/T_1^{3\to 2}\to\infty$, в результате чего в уравнении (1.65) можно пренебречь слагаемыми $1/T_1^{3\to 1}$ и $\dot{\mathcal{N}}_3$. Это приближение соответствует квазистационару для населенности $\mathcal{N}_3$, для которой уравнение (1.65) принимает упрощенный вид

$$\mathcal{N}_3/T_1^{3\to 2}=(i/4\hbar)\left(\mathbf{E}\mathcal{P}_{31}^*-\mathbf{E}^*\mathcal{P}_{31}\right). \qquad (1.70)$$

Для нахождения (исключения) поляризации $\mathcal{P}_{31}$, применим квазистационарное приближение к уравнению (1.67), считая $\dot{\mathcal{P}}_{31}+i\omega_{31}\mathcal{P}_{31}=0$. Учтем также $(\mathcal{N}_3-\mathcal{N}_1)\approx-\mathcal{N}_1$. Получим:

$$\mathcal{P}_{31}=(i/3\hbar)T_2^{3\to 1}d_{13}^2\mathbf{E}\mathcal{N}_1. \qquad (1.71)$$

Подставляя это в (1.70), получим:

$$\frac{\mathcal{N}_3}{T_1^{3\to 2}}=\frac{T_2^{3\to 1}d_{13}^2}{6\hbar^2}\mathcal{N}_1\mathbf{E}\mathbf{E}^*. \qquad (1.72)$$

Исключим комбинацию параметров $T_2^{3\to 1}d_{13}^2$, связанных с короткоживущим 3-им состоянием. Эта комбинация параметров определяются из экспериментально измеряемой величины –коэффициента экстинкции (рис. 3). Действительно, коэффициент экстинкции κ, измеряемый в $M^{-1}cm^{-1}$, определяется из закона Бугера убывания волны $I = I_0 \exp\left(-\kappa C z\right)$. С другой стороны, этот же закон записывается как $I = I_0 \exp\left(-2\left(2\pi/\lambda\right)n''z\right)$, откуда получаем:

$$\kappa = \frac{4\pi n''}{C\lambda}. \tag{1.73}$$

Здесь n'' − мнимая часть коэффициента преломления, связанная с поглощением в квантовых точках. Эта величина связана с диэлектрической проницаемостью на частоте накачки: $\varepsilon\mathbf{E} = \varepsilon_0\mathbf{E} + 4\pi C\mathcal{P}_{31}$, откуда, учитывая (1.71), получаем $\varepsilon = \varepsilon_0 + \left(i/3\hbar\right)T_2^{3\to1}d_{13}^2 C\mathcal{N}_1$, т.е. $n'' = \operatorname{Im}\sqrt{\varepsilon} = \operatorname{Im}\left(\varepsilon_0 + \left(i/3\hbar\right)T_2^{3\to1}d_{13}^2 C\mathcal{N}_1\right)^{1/2} \approx \dfrac{T_2^{3\to1}d_{13}^2 C\mathcal{N}_1}{6\hbar\sqrt{\varepsilon_0}}$. Поскольку эксперимент проводился в условиях малой интенсивности, то $\mathcal{N}_1 = 1$, так что $n'' = \dfrac{CT_2^{3\to1}d_{13}^2}{6\hbar\sqrt{\varepsilon_0}}$.

Подставим эту величину в (1.73) и выразим $T_2^{3\to1}d_{13}^2$:

$$T_2^{3\to1}d_{13}^2 = \frac{3\lambda}{2\pi}\hbar\sqrt{\varepsilon_0}\kappa. \tag{1.74}$$

Далее, введем обозначение для инверсии населенностей $\mathcal{N} = \mathcal{N}_2 - \mathcal{N}_1$ и выразим $\mathcal{N}_1$ и $\mathcal{N}_2$ через $\mathcal{N}$, для чего запишем $\mathcal{N}_2 - \mathcal{N}_1 = \mathcal{N}$ и $\mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 \approx 1$ (пренебрегли малой величиной $\mathcal{N}_3$), откуда

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_1 &= \left(1-\mathcal{N}\right)/2, \\ \mathcal{N}_2 &= \left(1+\mathcal{N}\right)/2 \end{aligned} \tag{1.75}$$

Подставим (1.74), (1.75) в (1.71), (1.72):

$$\mathcal{P}_{31} = i\frac{\kappa\lambda\sqrt{\varepsilon_0}}{4\pi}\left(1-\mathcal{N}\right)\mathbf{E}, \tag{1.76}$$

$$\frac{\mathcal{N}_3}{T_1^{3\to2}} = \frac{\kappa\lambda\sqrt{\varepsilon_0}}{8\pi\hbar}\left(1-\mathcal{N}\right)\mathbf{E}\mathbf{E}^*. \tag{1.77}$$

Чтобы получить уравнение на $\mathcal{N}$, вычтем почленно уравнение (1.63) из уравнения (1.64):

$$\dot{\mathcal{N}} = -2\mathcal{N}_2/T_1^{2\to1} + \mathcal{N}_3/T_1^{3\to2} + \left(i/2\hbar\right)\left(\boldsymbol{\mathcal{E}}\mathcal{P}_{21}^* - \boldsymbol{\mathcal{E}}^*\mathcal{P}_{21}\right) + \left(i/4\hbar\right)\left(\mathbf{E}\mathcal{P}_{31}^* - \mathbf{E}^*\mathcal{P}_{31}\right) \tag{1.78}$$

Используя (1.76) и (1.77), можно исключить параметры, описывающие третий уровень:

$$\dot{\mathcal{N}} = -\frac{1+\mathcal{N}}{T_1^{2\to1}} + \frac{\kappa\lambda\sqrt{\varepsilon_0}}{8\pi\hbar}\left(1-\mathcal{N}\right)\mathbf{E}\mathbf{E}^* + \frac{i}{2\hbar}\left(\boldsymbol{\mathcal{E}}\mathcal{P}_{21}^* - \boldsymbol{\mathcal{E}}^*\mathcal{P}_{21}\right) + \frac{\kappa\lambda\sqrt{\varepsilon_0}}{8\pi\hbar}\left(1-\mathcal{N}\right)\mathbf{E}\mathbf{E}^* \tag{1.79}$$

Перепишем первое, второе и четвертое слагаемые из правой части уравнения (1.79), вводя параметр накачки $\mathcal{N}_0$ и эффективное время продольной релаксации $\tilde{T}$:

$$-\frac{(1+\mathcal{N})}{T_1^{2\to1}}+\frac{\kappa\lambda\sqrt{\varepsilon_0}}{4\pi\hbar}(1-\mathcal{N})\mathbf{E}\mathbf{E}^*=\frac{\mathcal{N}-\mathcal{N}_0}{\tilde{T}_1(\Gamma)}. \tag{1.80}$$

Новые параметры определены следующим образом:

$$\mathcal{N}_0(\mathbf{E})=\frac{\Gamma(\mathbf{E})T_1^{2\to1}-1}{\Gamma(\mathbf{E})T_1^{2\to1}+1} \tag{1.81}$$

и

$$\tilde{T}_1(\mathbf{E})=T_1^{2\to1}/\left(1+\Gamma(\mathbf{E})T_1^{2\to1}\right). \tag{1.82}$$

Здесь обозначена скорость накачки

$$\Gamma(\mathbf{E})=\frac{\kappa\lambda\sqrt{\varepsilon_0}}{4\pi\hbar}\mathbf{E}\mathbf{E}^*. \tag{1.83}$$

Величина $\mathcal{N}_0$ может принимать значения от –1 до 1 (рисунок 1.22, сплошная линия). Усиление наблюдается при $\mathcal{N}_0>0$ (в этом случае $\mathcal{N}_0$ имеет смысл той части двухуровневых систем, которые находятся в возбужденном состоянии). Другими словами [см. (1.81)], среда переходит от поглощения к усилению, когда скорость накачки Γ превышает значение T_1^{-1}. Эффективное время продольной релаксации $\tilde{T}_1(\Gamma)$ равно $T_1^{2\to1}$ в отсутствие накачки ($\Gamma=0$) и убывает при ее наличии (рисунок 1.22, штриховая линия). В частности, накачка среды до состояния усиления ($\Gamma T_1=1$) уменьшает время продольной релаксации в 2 раза, а если среда накачана до $\mathcal{N}_0=1-\delta$, то $\tilde{T}_1=T_1\delta/2$.

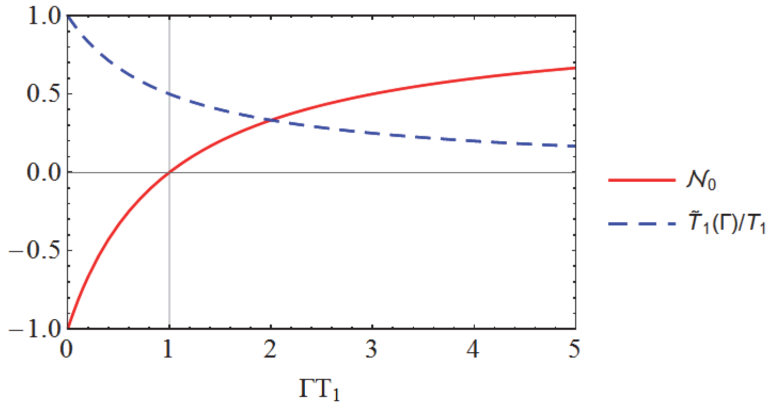


Рисунок 1.22 – Зависимость параметра $\mathcal{N}_0$ (сплошная линия) и перенормированного времени продольной релаксации $\tilde{T}_1(\Gamma)$ (штриховая линия) от скорости накачки Γ. Неравенство $\Gamma T_1 > 1$ имеет место при высокой интенсивности накачки, когда квантовые точки (молекулы красителя) усиливают поле. Соответствующая мощность накачи составляет около 3 $\text{кВт}/\text{см}^2$ для CdSe квантовых точек и 32 $\text{кВт}/\text{см}^2$ для красителя R6G.

Итак, уравнение (1.79) переписывается в виде

$$\dot{\mathcal{N}} = -\frac{\mathcal{N} - \mathcal{N}_0(\mathbf{E})}{\tilde{T}_1(\mathbf{E})} + \frac{i}{2\hbar}\left(\boldsymbol{\mathcal{E}}\boldsymbol{\mathcal{P}}_{21}^* - \boldsymbol{\mathcal{E}}^*\boldsymbol{\mathcal{P}}_{21}\right) \qquad (1.84)$$

Чтобы получить итоговую систему уравнений, введем упрощенные обозначения для величин, связанных с рабочим переходом $2 \to 1$: $\boldsymbol{\mathcal{P}} = \boldsymbol{\mathcal{P}}_{21}$, $T_2 = T_2^{2\to1}$ и $\omega_0 = \omega_{21}$. С учетом подстановки (1.76) итоговая система уравнений (1.68), (1.69), (1.66), (1.84) принимает окончательный вид (1.27)−(1.29), (1.33).

Глава 2. Фотонные кристаллы: управление распределением электромагнитной энергии на частотах разрешенных и запрещенных зон

2.1 Прямой и обратный эффект Боррманна в фотонных кристаллах

Изучается эффект Боррманна в фотонных и магнитофотонных кристаллах. Этот эффект, хорошо известный в рентгеновской кристаллографии, связан с перераспределением электромагнитного поля внутри элементарной ячейки. В результате при вариации угла падения или частоты наблюдается как резкое усиление, так и ослабление различных линейных и нелинейных эффектов. Показано, что в зависимости от наполнения элементарной ячейки кристалла этот эффект может быть ослаблен или даже инвертирован по частотной/угловой зависимости.

Данный раздел основывается на материалах работы [A15].

2.1.1 Оптический эффект Боррманна в литературе

Фотонные и магнитофотонные кристаллы привлекли большое внимание из-за их уникальных электромагнитных свойств [14, 45, 49, 102]. Почти все приложения фотонных кристаллов (ФК) связаны с существованием фотонных запрещенных зон (ЗЗ), характеризуемых наличием мнимой части волнового числа. Существование ЗЗ приводит к возможности создания высокодобротных микрорезонаторов и оптических волноводов [103]. При этом используются именно свойства волнового числа (его комплексные значения), т.е. поведение поля на масштабе целого числа элементарных ячеек. Другой метод управления светом с помощью ФК использует изменение распределения поля на масштабе одной элементарной ячейки. Недавно в работе [104] было теоретически показано, что пространственное распределение электрического поля в магнитофотонных кристаллах сильно зависит от частоты и от состава элементарной ячейки. В результате было предсказано [104, 105] и в последующем реализовано [106] существенное усиление эффекта Фарадея и нелинейных магнитооптических эффектов.

Зависимость оптических и магнитооптических свойств ФК от пространственного распределения поля в ячейке ФК может рассматриваться как оптический аналог эффекта Боррманна, открытого для рентгеновских лучах, испытывающих рассеяние на кристаллах [107].

В данной работе представлен детальный анализ оптического эффекта Боррманна в одномерных ФК. Предсказано, что при определенном наполнении элементарной ячейки эффект Боррманна может быть подавлен и даже инвертирован.

2.1.2 Прямой и обратный эффекты Боррманна в одномерных ФК

Блоховская волна в ФК может быть представлена в виде

$$\vec{E}_{\vec{k}_B}(\vec{r},t) = \exp\left(i\vec{k}_B \cdot \vec{r} - ik_0 ct\right) \sum_{\{m\}} \vec{A}_{\{m\}\vec{k}_B} \exp\left(i\vec{G}_{\{m\}} \cdot \vec{r}\right), \qquad (2.85)$$

где $k_0 = \omega / c$, $\vec{k}_B$ – блоховский волновой вектор, $\vec{G}_{\{m\}}$ – множество векторов обратной решетки, $\vec{A}_{\{m\}\vec{k}_B}$ – амплитуды гармоник Флоке. В результате функция

$$\vec{f}(\vec{r}) = \sum_{\{m\}} \vec{A}_{\{m\}\vec{k}_B} \exp\left(i\vec{G}_{\{m\}}\vec{r}\right) \qquad (2.86)$$

периодическая и имеет такой же период, как ФК.

Ниже мы используем k_0 в качестве частоты, а на графиках использованы безразмерные единицы $k_0\left(d_1 + d_2\right)$ для частоты, $k_B\left(d_1 + d_2\right)$ для блоховского волнового числа, $z / \left(d_1 + d_2\right)$ – для пространственных координат. Здесь d_1, d_2 – толщины слоев, составляющих элементарную ячейку ФК.

Оказывается, что в зависимости от частоты периодическая часть блоховской функции $f(\vec{r})$ может концентрироваться в одних слоях и уходить из других. Этот эффект, называемый в рентгеновской спектроскопии эффектом Боррманна [107], наиболее сильно проявляется на границах запрещенных зон. Изучать эффект Боррманна можно как по частоте, так и по углу. В рентгеновской области обычно рассматривается угловая зависимость. Мы же сейчас рассмотрим частотное перераспределение интенсивности поля в элементарной ячейке ФК. В разрешенной зоне этот процесс описывается через периодическую часть блоховской функции:

$$\vec{E} \cdot \vec{E}^* = \left(\vec{f}(z)e^{ik_B z}\right) \cdot \left(\vec{f}(z)e^{ik_B z}\right)^* = \vec{f} \cdot \vec{f}^*.$$

Ниже будет показано, что этот эффект является основой для усиления или ослабления большого числа явлений, наблюдаемых в ФК.

Для простейшего описания эффекта заметим, что в первой разрешенной зоне эффекты запаздывания на масштабе ячейки ФК слабы, и можно применять теорию гомогенизации. В соответствии с этой теорией эффективная диэлектрическая проницаемость может быть определена как (см. [108, 109] и Приложение 2.1)

$$\varepsilon_{eff} \left\langle EE^* \right\rangle = \left\langle \varepsilon EE^* \right\rangle, \tag{2.87}$$

где скобки $\langle ... \rangle$ означают усреднение по объему элементарной ячейки. Эффективный коэффициент преломления n_{eff} связан с эффективной диэлектрической проницаемостью обычным образом: $n_{eff} = \sqrt{\varepsilon_{eff}}$. Хотя это приближение должно работать только на низких частотах (существенно ниже границы первой запрещенной зоны), вычисление точного распределения поля методом Т-матриц показывает, что формула (2.87) неплохо описывает поведение волнового числа и выше первой запрещенной зоны (рисунок 2.1).

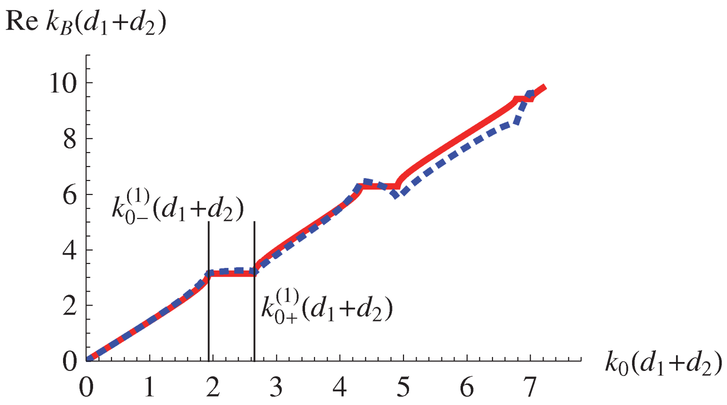


Рисунок 2.1 − Частотная дисперсия действительной части блоховского волнового числа в ФК с двуслойной элементарной ячейкой (сплошная линия) и усредненного волнового числа $k_0\left(d_1+d_2\right)\sqrt{\left\langle \varepsilon EE^* \right\rangle / \left\langle EE^* \right\rangle}$ (штриховая линия). Слои, составляющие элементарную ячейку, имеют диэлектрические проницаемости $\varepsilon_1 = 1$ и $\varepsilon_2 = 3$ и одинаковые толщины $d_1 = d_2$.

Нижняя $k_{0-}^{(1)}$ и верхняя $k_{0+}^{(1)}$ частотные границы первой запрещенной зоны соответствуют одинаковому волновому числу $k_B^{(1)}$ [41]. Поэтому, предполагая для простоты нормировку собственных решений на единицу, $\left\langle E_- E_-^* \right\rangle = \left\langle E_+ E_+^* \right\rangle = 1$ (индексы «+» и «–» означают, соответственно, верхнюю и нижнюю границы ЗЗ), мы можем записать следующее равенство:

$$k_B^{(1)} = k_{0-}^{(1)} n_- = k_{0+}^{(1)} n_+ ,$$

где обозначено $n_- = \sqrt{\left\langle \varepsilon E_- E_-^* \right\rangle}$ и $n_+ = \sqrt{\left\langle \varepsilon E_+ E_+^* \right\rangle}$. В результате неравенство $k_{0-}^{(1)} < k_{0+}^{(1)}$ приводит к неравенству для величин $n_- > n_+$, или

$$\left\langle \varepsilon E_- E_-^* \right\rangle > \left\langle \varepsilon E_+ E_+^* \right\rangle \qquad (2.88)$$

Учитывая нормировку на единицу, запишем $\left\langle E_\gamma E_\gamma^* \right\rangle_l = 1 - \left\langle E_\gamma E_\gamma^* \right\rangle_h$ (индекс γ принимает значения «+» или «–», а индексы «h» и «l» обозначают слои с большей и меньшей диэлектрическими проницаемостями, соответственно). Кроме того,

$$\left\langle \varepsilon E_- E_-^* \right\rangle = \varepsilon_h \left\langle E_- E_-^* \right\rangle_h + \varepsilon_l \left\langle E_- E_-^* \right\rangle_l, \qquad (2.89)$$

$$\left\langle \varepsilon E_+ E_+^* \right\rangle = \varepsilon_h \left\langle E_+ E_+^* \right\rangle_h + \varepsilon_l \left\langle E_+ E_+^* \right\rangle_l. \qquad (2.90)$$

В результате приходим к следующим неравенствам:

$$\varepsilon_h \left\langle E_- E_-^* \right\rangle_h > \varepsilon_h \left\langle E_+ E_+^* \right\rangle_h, \qquad (2.91)$$

$$\varepsilon_l \left\langle E_- E_-^* \right\rangle_l < \varepsilon_l \left\langle E_+ E_+^* \right\rangle_l. \qquad (2.92)$$

Эти неравенства означают, что количество электрической энергии в слое с большим эпсилон больше на нижней границе ЗЗ, чем на верхней. Для слоя с меньшей диэлектрической проницаемостью соотношение обратное (рисунок 2.2). Этот эффект может рассматриваться как оптический аналог эффекта Боррманна [41].

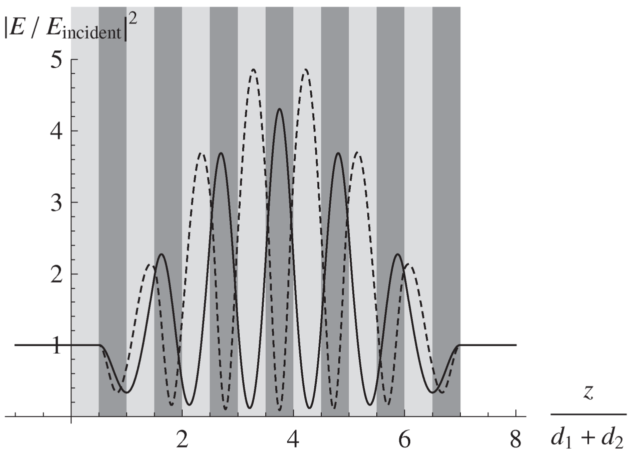


Рисунок 2.2 − Результат точного решения одномерных уравнений Максвелла: распределение интенсивности электрического поля в слое ФК на частотах ближайших к границам запрещенной зоны Фабри-Перо резонансов. Сплошная и штриховая линии соответствуют частотам ниже

($k_0\left(d_1+d_2\right)=1.55$) и выше ($k_0\left(d_1+d_2\right)=2.77$) первой запрещенной зоны. Темные и светлые области изображают слои с $\varepsilon_1=1$ и $\varepsilon_2=3$, внешняя среда – вакуум.

Перераспределение энергии имеет место как на частотах из ЗЗ, так и в соседних разрешенных зонах (см. результаты расчета на основании точного решения уравнений Максвелла, рисунок 2.3). На низких частотах, $k_0 << \pi/(\sqrt{\varepsilon_1}d_1+\sqrt{\varepsilon_2}d_2)$, доля энергии электрического поля в слое с большей диэлектрической проницаемостью $\left\langle \varepsilon EE^* \right\rangle_h / \left\langle \varepsilon EE^* \right\rangle$ равна «относительной электрической толщине» этого слоя, $\varepsilon_2 d_2/(\varepsilon_1 d_1+\varepsilon_2 d_2)$. Эта доля увеличивается с ростом частоты, достигая максимума на нижней границе первой ЗЗ. При пересечении ЗЗ доля энергии уменьшается в соответствии с неравенством (2.91). Заметим, что если доля энергии превышает уровень $\varepsilon_2 d_2/(\varepsilon_1 d_1+\varepsilon_2 d_2)$ (показан на рисунке 2.3 горизонтальной линией), то выполняется неравенство $\left\langle \varepsilon EE^* \right\rangle_h > \left\langle \varepsilon EE^* \right\rangle_l$, более сильное, чем (2.91), (2.92).

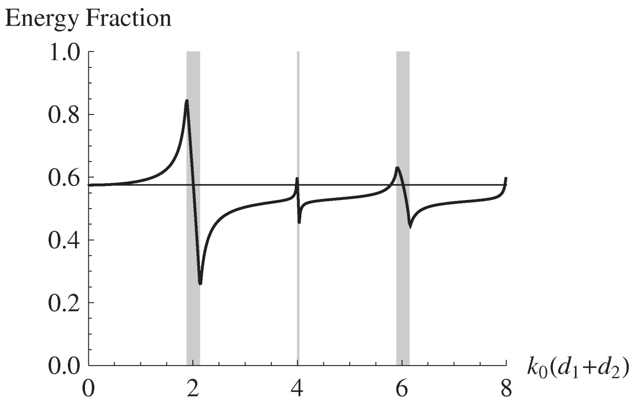


Рисунок 2.3 − Частотная зависимость доли энергии электрического поля в слое с большей диэлектрической проницаемостью для ФК с низким контрастом диэлектрических проницаемостей при значениях параметров $d_1/d_2=1.108$, $\varepsilon_1=2$, $\varepsilon_2=3$. Эти значения соответствуют введенным ниже параметрам $K_0=1$ и $\alpha=0.05$. Запрещенные зоны затемнены.

Можно показать (см. Приложение 2.1 к этому разделу), что при малых значениях отклонения диэлектрической проницаемости $\delta\varepsilon\left(z\right)$ от среднего значения ε_0 теория возмущений по параметру $\delta\varepsilon/\varepsilon_0$ дает такое же значение действительной части волнового числа, как и теория гомогенизации (формула (2.87)), причем не только в первой ЗЗ, но и в зонах более высоких порядков. При этом в первом порядке по $\delta\varepsilon / \varepsilon_0$ энергия электрического поля в слое с большей диэлектрической проницаемостью на нижней границе ЗЗ всегда больше, чем на верхней границе. Ниже такую ситуацию мы будем называть *прямым эффектом Боррманна*. Ниже мы покажем, что это соотношение может быть обратным: вышеуказанная энергия на верхней границе ЗЗ больше, чем на нижней. Такую ситуацию будем называть *обратным эффектом Боррманна*. Насколько нам известно, обратный эффект Боррманна впервые описан в нашей работе [A15].

Таким образом, пока поведение системы определяется первым порядком теории возмущений, эффект Боррманна всегда прямой и может быть объяснен теорией гомогенизации. Но при большом контрасте диэлектрических проницаемостей ($\varepsilon_2 >> \varepsilon_1$) теории возмущений и гомогенизации неприменимы (см. Приложение 2.1). В этом случае расчет показывает существенное расхождение между волновым числом, посчитанным из точного дисперсионного соотношения [27, 42], и результатом теории гомогенизации (рисунок 2.4). Сходство результатов наблюдается только в центрах разрешенных зон.

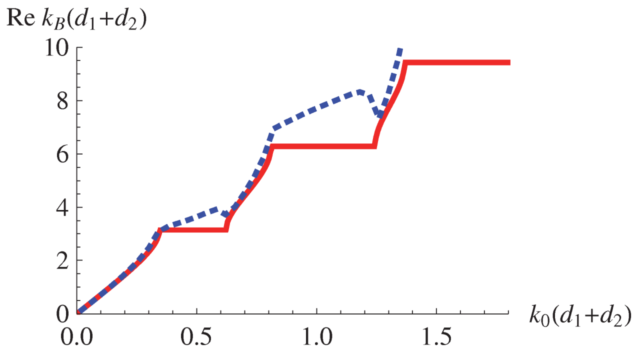


Рисунок 2.4 − Частотная дисперсия действительной части блоховского волнового числа в ФК с двуслойной элементарной ячейкой (сплошная линия) и усредненного волнового числа $k_0\left(d_1+d_2\right)\sqrt{\left\langle \varepsilon EE^* \right\rangle / \left\langle EE^* \right\rangle}$ (штриховая линия). Слои, составляющие элементарную ячейку, имеют диэлектрические проницаемости $\varepsilon_1 = 1$ и $\varepsilon_2 = 100$ и одинаковые толщины $d_1 = d_2$.

Для дальнейшего рассмотрения выберем элементарную ячейку ФК в виде одного слоя, окруженного половинками другого. Внутренний слой может рассматриваться как полость Фабри-Перо резонатора. Поскольку есть две возможности выбора внутреннего слоя, рассматриваемая система имеет две системы резонансов: $k_0 d_1 \sqrt{\varepsilon_1} = \pi n_1$ и $k_0 d_2 \sqrt{\varepsilon_2} = \pi n_2$. В окрестности этих частот ФК может рассматриваться как цепочка Фабри-Перо резонаторов. В соответствии с теорией сильной связи, каждая собственная частота резонатора расширяется, превращаясь в разрешенную зону. Таким образом, свойства блоховских волн определяются соответствующим резонансом. Учитывая, что на резонансных частотах коэффициент отражения от центрального слоя равен нулю и блоховская волна в дополнительных слоях сводится к одиночной распространяющейся волне, можно прямым расчетом показать, что величина $\left\langle \varepsilon EE^* \right\rangle_h / \left\langle \varepsilon EE^* \right\rangle_l$ пропорциональна $\sqrt{\varepsilon_h / \varepsilon_l}$ при резонансе в слое с меньшей диэлектрической проницаемостью и к $\sqrt{\varepsilon_l / \varepsilon_h}$ при резонансе в другом слое. Поскольку $\sqrt{\varepsilon_h / \varepsilon_l} >> \sqrt{\varepsilon_l / \varepsilon_h}$, большая часть энергии оказывается в резонансном слое. Поэтому можно ожидать существенного перераспределения поля при пересечении запрещенной зоны, разделяющей разрешенные зоны, связанные с резонансами в разных слоях.

Чтобы понять, как это перераспределение энергии приводит к прямому и обратному эффектам Боррманна, удобно рассмотреть ФК с различными геометрическими параметрами. При изменении структуры элементарной ячейки меняется зонная структура. Чтобы проследить эту зависимость в случае двуслойной элементарной ячейки, удобно параметризовать структуру параметром α, определяющим толщины слоев $d_1 = \pi(1-\alpha)/\left(K_0\sqrt{\varepsilon_1}\right)$, $d_2 = \pi(1+\alpha)/\left(K_0\sqrt{\varepsilon_2}\right)$, где $K_0 = 2\pi / D$, а D – безразмерная оптическая толщина ячейки. Для любых значений приведенной частоты k_0 и параметра α получаем $k_0 d_1 \sqrt{\varepsilon_1} + k_0 d_2 \sqrt{\varepsilon_2} = 2\pi k_0 / K_0 = k_0 D$. Поскольку D не зависит от α, изменение α от –1 до +1 позволяет менять относительную толщину слоев без изменения общей оптической толщины ячейки. Зонная структура ФК с высоким контрастом диэлектрических проницаемостей слоев показана на рисунке 2.5. В случае низкого контраста структура выглядит аналогично, но области, соответствующие запрещенным зонам, оказываются меньше.

Как видно на рисунке 2.5, существуют точки, в которых запрещенные зоны схлопываются [110-113]. Это происходит в точках, где пересекаются линии, соответствующие условиям прозрачности $k_0 d_1 \sqrt{\varepsilon_1} = \pi n_1$ и $k_0 d_2 \sqrt{\varepsilon_2} = \pi n_2$ (пунктирные и штриховые линии на рисунке 2.5). В этих точках соотношение оптических путей в слоях ячейки является рациональным числом. Поэтому условие схлопывания запрещенной зоны

$$d\left\langle k \right\rangle = \left(d_1 + d_2\right) \frac{d_1 k_1 + d_2 k_2}{\left(d_1 + d_2\right)} = \pi N, \qquad (2.93)$$

может быть выполнено, если $d_1 k_1 = \pi n_1$, $d_2 k_2 = \pi n_2$, $N = n_1 + n_2$. В этом случае, несмотря на выполнение условия брэгговского отражения, запрещенная зона не формируется, потому что волна проходит через каждый слой без отражения. Стоит заметить, что в случае низкого контраста в окрестности точек исчезновения ЗЗ возникает область, где линейная теория возмущений не работает из-за обнуления линейного члена. Доминируют нелинейные члены, что иногда приводит к обращению эффекта Бормманна (см. Приложение 2.2 в этом разделе).

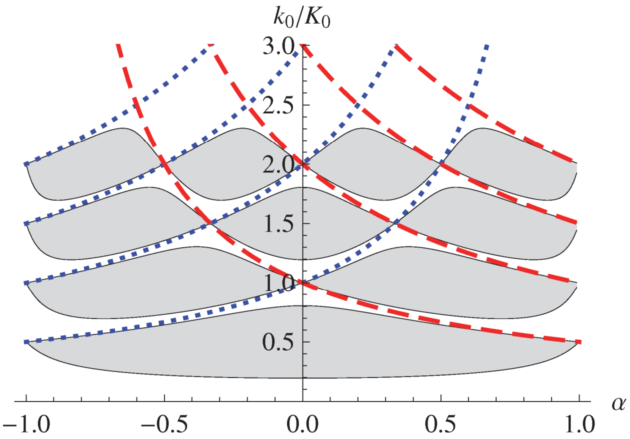


Рисунок 2.5 − Эволюция зонной структуры при изменении параметра α. Пунктирные ($k_0 / K_0 = n_1 / (1-\alpha)$) и штриховые ($k_0 / K_0 = n_2 / (1+\alpha)$) кривые соответствуют резонансам Фабри-Перо $k_0 d_1 \sqrt{\varepsilon_1} = \pi n_1$ и $k_0 d_2 \sqrt{\varepsilon_2} = \pi n_2$. Запрещенные зоны затемнены. Диэлектрические проницаемости слоев равны $\varepsilon_1 = 1$ и $\varepsilon_2 = 100$.

На рисунке 2.5 условия резонанса выполнены на штриховых и пунктирных линиях. На резонансных частотах энергия сосредоточена в тех слоях, которые играют роль резонаторов Фабри-Перо (рисунок 2.6). Пересечение точки схлопывания запрещенной зоны при фиксированной частоте меняет последовательность резонансов на оси частот (рисунок 2.5) и приводит к нестандартной зависимости распределения поля от частоты. Таким образом мы приходим к обратному эффекту Борманна. Поскольку первая ЗЗ всегда ненулевая (не схлопывается), обратный эффект Борманна возникает только начиная со второй ЗЗ. Как показано на рисунок 2.6а, при $\alpha = 0.15$ прямой эффект Борманна возникает в 1-ой, 2-ой и 4-ой ЗЗ, тогда как обратный эффект имеет место в 3-ей и 5-ой ЗЗ. При $\alpha = -0.15$ (рисунок 2.6б) прямой эффект Борманна возникает в 1-ой, 3-ей и 5-ой ЗЗ, тогда как обратный эффект – во 2-ой и 4-ой ЗЗ.

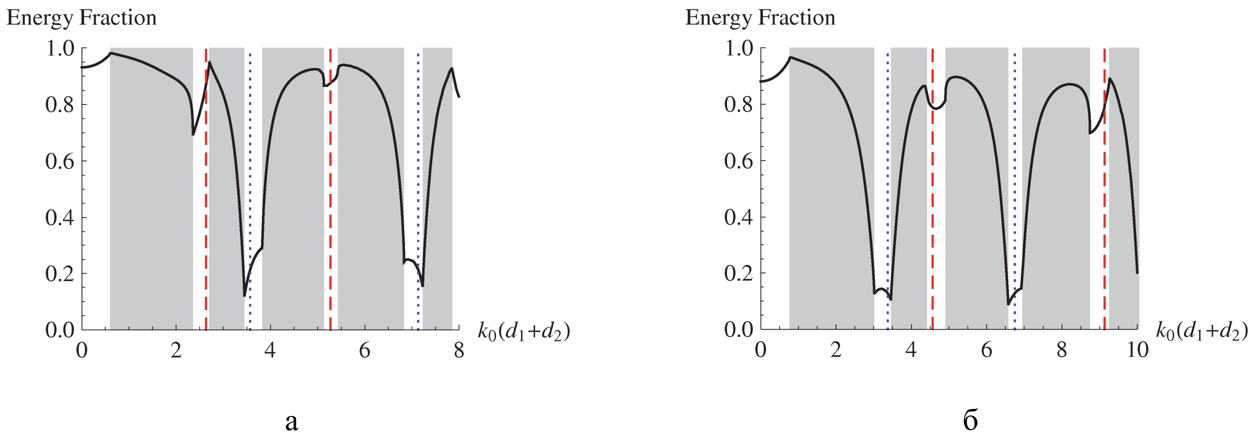


Рисунок 2.6 − Частотная зависимость доли энергии, находящейся в слое с большей диэлектрической проницаемостью (сплошные линии) для разных структур элементарной ячейки ФК: а. $\alpha = 0.15$, б. $\alpha = -0.15$. Запрещенные зоны закрашены. Вертикальные линии показывают частоты резонансов Фабри-Перо, которые показаны на рисунке 2.5. Инверсия эффекта Боррманна означает возрастание доли энергии с частотой внутри запрещенной зоны. Такая ситуация наблюдается, когда ЗЗ окружена пунктирной линией снизу и штриховой линией сверху по частоте, что связано с резонансами Фабри-Перо в соответствующих слоях.

2.1.3 Проявление эффекта Боррманна в усилении/ослаблении магнитооптических эффектов

Можно наблюдать эффект Боррманна через усиление магнитооптического эффекта Фарадея магнитофотонным кристаллом в окрестности резонансов прохождения волны через эту структуру [14, 45, 49, 102]. Легко показать, что в окрестности такого резонанса угол θ фарадеевского поворота поляризации равен $-QgW_{MO}/\varepsilon W$, где Q – добротность резонанса прохождения, g – магнитооптический фактор, пропорциональный приложенному статическому магнитному полю, W_{MO} и W – энергии электрического поля, находящиеся соответственно в магнитооптическом слое и во всей структуре. Таким образом, чем больше концентрация электрического поля в магнитооптических слоях, тем больше фарадеевское вращение. Это значит, что эффект Боррманна сделает фарадеевское вращение вблизи разных границ разрешенной зоны существенно различным. Об экспериментальном и численном наблюдении этого эффекта в первой ЗЗ было доложено в работе [106].

Для наблюдения обратного эффекта Боррманна мы должны использовать частоты из второй ЗЗ. Чтобы проиллюстрировать инверсию, рассмотрим МФК, аналогичный исследованному в работе [106], Пусть этот МФК имеет вид 10×(SiO_2/Bi:YIG) с толщинами слоев $d_1 = \pi(1-\alpha)/\left(K_0\sqrt{\varepsilon_1}\right)$ и $d_2 = \pi(1+\alpha)/\left(K_0\sqrt{\varepsilon_2}\right)$. При $K_0 = 2\pi/850$ нм$^{-1}$ вторая ЗЗ находится в окрестности длины волны 850 нм (рисунок 2.7). ЗЗ закрывается при условии $k_0 d_1\sqrt{\varepsilon_1} = \pi$, $k_0 d_2\sqrt{\varepsilon_2} = \pi$ ($\alpha = 0$). Рисунки 2.7а и б соответствуют $\alpha = +0.4$ и $\alpha = -0.4$. Эти точки находятся с разных сторон от точки закрытия ЗЗ. Как и предсказывается вышеизложенной теорией, на рисунке 2.7а наблюдается прямой, на рисунке 2.7б – обратный эффект Боррманна.

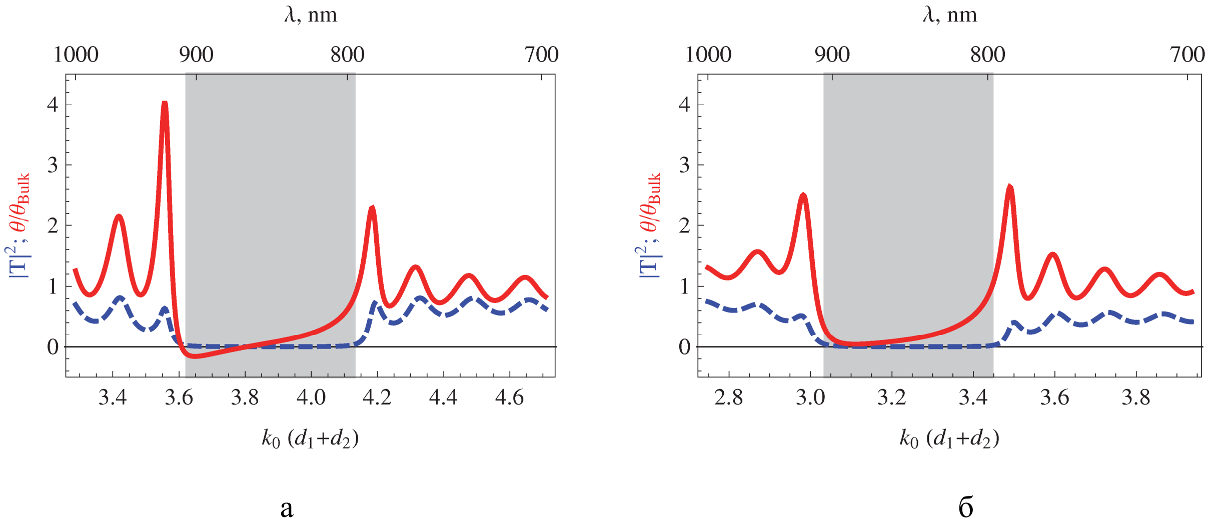


Рисунок 2.7 − Коэффициент прохождения (штриховые линии) и угол фарадеевского вращения, нормированный на объемное значение (сплошные линии) при $\alpha = +0.4$ (а) и $\alpha = -0.4$ (б). Запрещенные зоны затемнены.

2.1.4 Заключение

В этом разделе показано, что подбором внутреннего строения ячейки ФК можно менять пространственное распределение электромагнитного поля и в результате усиливать или ослаблять линейные и нелинейные оптические и магнитооптические эффекты. Показано, что существуют два противоположных случая: прямой и обратный эффекты Боррманна. В первом из них концентрация электрической энергии в слое с большей диэлектрической проницаемостью на нижней границе запрещенной зоны больше, чем на верхней границе. Этот эффект был подтвержден в недавних экспериментах [106]. В случае обратного эффекта Боррманна распределение энергии инвертировано, так что электрическое поле на частоте нижней границы запрещенной зоны больше сосредоточено в слоях с меньшей диэлектрической проницаемостью. Найдены условия возникновения прямого и обратного эффектов Боррманна. Показано, что в первой запрещенной зоне эффект Боррманна всегда прямой.

2.2 Поверхностные состояния в фотонных кристаллах

Рассматривается распространение поверхностных электромагнитных волн по границе фотонных кристаллов (ФК). Показано, что в ряде случаев эти волны могут быть обратными. Обсуждается природа поверхностных электромагнитных состояний, локализованных на границе ФК и не переносящих энергию вдоль этой границы (тангенциальное волновое число этих состояний равно нулю). Проводится аналогия с известными в физике твердого тела таммовскими поверхностными состояниями. Результаты экспериментов по обнаружению поверхностных состояний приведены в разделе 2.3.2.

Данный раздел основан на материалах работы [A18]

2.2.1. Введение

В последнее время в литературе уделяется большое внимание исследованию свойств фотонных кристаллов (ФК) [40, 41, 114], что в первую очередь связано с перспективой их применения в квантовой оптике и оптоэлектронике. Однако даже с точки зрения традиционной оптики природных кристаллов взаимодействие электромагнитных волн с ФК вызывает интерес. Основное отличие ФК от традиционных оптических материалов заключается в том, что однородные среды вплоть до ультрафиолета можно рассматривать как инвариантные относительно непрерывной группы трансляций, в то время как ФК инвариантны лишь относительно дискретной группы трансляций соответствующей решетки. В этих условиях начинают действовать весьма необычные законы преломления и отражения [115]. Например, в ФК может реализоваться отрицательное преломление, интенсивно исследуемое сегодня в метаматериалах с $\varepsilon < 0$ и $\mu < 0$ [71], эффект суперпризмы [116-119], каналирование электромагнитных волн [120]. При отражении от границы раздела, обладающей высоким индексом плоскости [121], даже на низких частотах могут возникнуть боковые лепестки (эффект Боррманна) [122, 123], а при прохождении волн по ограниченному ФК – волны утечки [124]. Большую роль в изучении свойств ФК играет тесная аналогия электродинамики ФК с квантовой механикой обычных электронных кристаллов, что позволило быстро создать адекватный аппарат для описания явлений, заимствовав его из физики твердого тела. Однако и исследование ФК, в свою очередь, отдает долг физике твердого тела: отсутствие в линейной электродинамике взаимодействия между фотонами позволяет в чистом виде изучать интерференционные и дифракционные явления: это локализация Андерсона [125], осцилляции Бэрри [126-129], каналирование [120], а также существование поверхностных состояний, которым посвящен настоящий обзор. Поверхностные решения, локализованные по обе стороны от границы [32, 130, 131], возникают в конечных образцах как однородных сред, так и ФК, вследствие того что граница нарушает трансляционную инвариантность.

Для наглядности и упрощения математики рассмотрение ведется на примере одномерных ФК (слоистых систем), что в простейшем случае изотропных материалов является физической реализацией модели Кронига-Пени. Однако векторный характер полей в электродинамике делает одномерную задачу гораздо богаче квантовомеханической. Особенно наглядно это различие становится при рассмотрении ФК, состоящих из анизотропных материалов.

2.2.2. Поверхностные решения на границе однородных сред

Начнем с задачи о распространении поверхностных электромагнитных волн. Хорошо известно [32, 132, 133], что вдоль границы изотропных сред, диэлектрические проницаемости которых имеют разные знаки, может распространяться поверхностная волна. Поле этой волны экспоненциально убывает при удалении от границы раздела. Убывание вглубь среды с отрицательной диэлектрической проницаемостью (ОДП-среда) связано с чисто мнимым значением волнового числа в этой среде. Убывание волны в среде с положительной диэлектрической проницаемостью связано с выполнением условия полного внутреннего отражения: тангенциальная компонента волнового вектора поверхностной волны (ПВ) превосходит по модулю волновой вектор $k_{>0}$ в среде с положительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{>0}$ (см. [32]):

$$k_x^2 = k_0^2 \frac{\left|\varepsilon_{<0}\right| \cdot \varepsilon_{>0}}{\left|\varepsilon_{<0}\right| - \varepsilon_{>0}} > k_0^2 \varepsilon_{>0} \tag{2.94}$$

Отметим, что рассмотренная ПВ является ТМ-поляризованной (рисунок 2.8а). Если вместо ОДП-среды взять среду с отрицательной магнитной проницаемостью (ОМП-среду), то ПВ будет ТЕ-поляризованной.

Вектор Пойнтинга по разные стороны от границы направлен в противоположные стороны [133] так, что в ОДП (ОМП) среде он антипараллелен фазовой скорости, а в среде с положительными проницаемостями он параллелен фазовой скорости. Суммарный же перенос энергии происходит вдоль фазовой скорости – ПВ волна прямая.

Помимо поверхностных волн могут существовать иные, локализованные вблизи границы решения. Если имеется граница ОДП- и ОМП-сред, то при условии $\mu_1 / \varepsilon_1 = \mu_2 / \varepsilon_2 < 0$ существует поверхностное состояние, имеющее нулевое волновое число вдоль поверхности [26], см. также [А7].

Требование смены знака диэлектрической проницаемости при переходе через поверхность раздела необходимо, чтобы согласовать условие непрерывности тангенциальных составляющих полей и экспоненциальное спадание полей по обе стороны от поверхности раздела. Действительно, непрерывность тангенциальной составляющей электрического поля $E_x \sim (1/\varepsilon)(\partial H_y / \partial z)$ требует компенсации смены знака производной $\partial H_y / \partial z$, возникающей из-за экспоненциального спадания магнитного поля при удалении от границы (рисунок 2.8б).

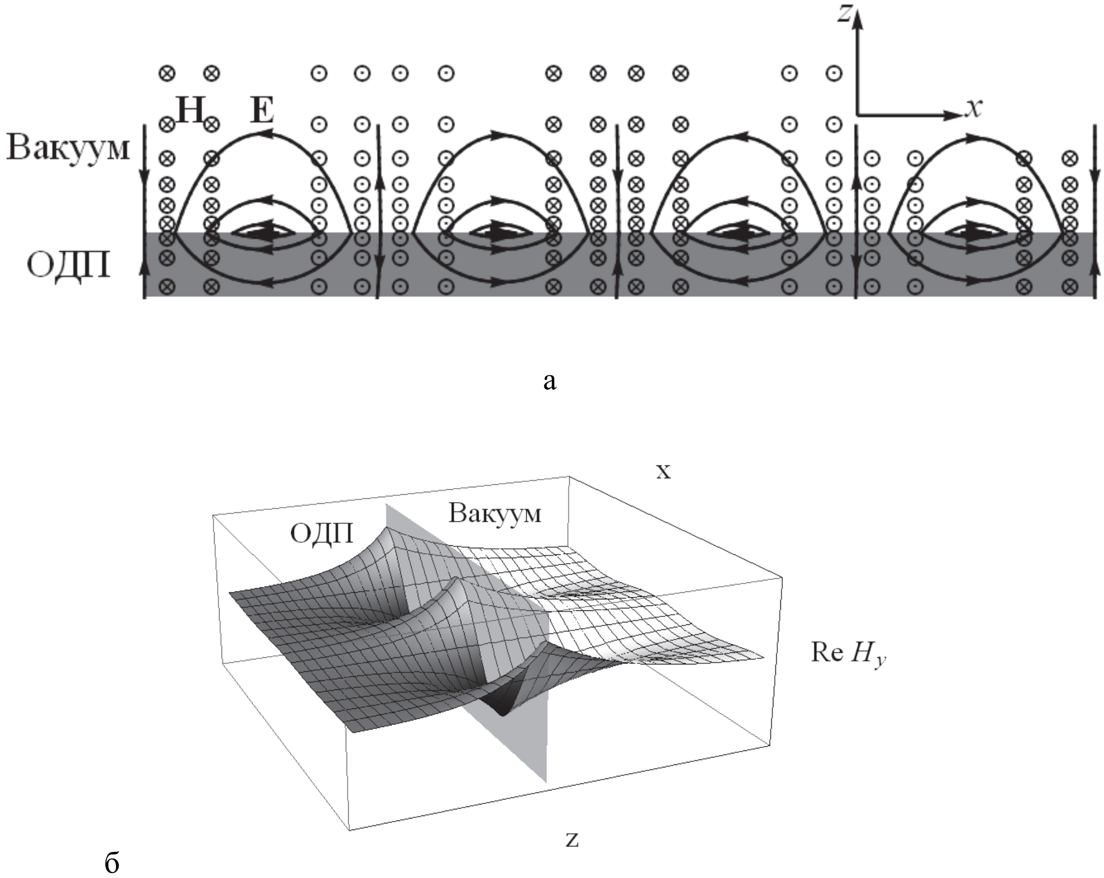


Рисунок 2.8 − Поверхностная волна на границе двух однородных сред ($\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = -2$). а. Силовые линии электрического и магнитного полей вблизи поверхности (сверху среда с ε_1). б. Зависимость величины магнитного поля от координаты. Параметры волны $k_x / k_0 = 1.414$

2.2.3. Поверхностные волны на границе ФК

ФК отличаются разнообразием поверхностных мод. Причиной этого является отличие блоховских волн от плоских. Если на масштабах, больших размера элементарной ячейки, распространение блоховской волны достаточно хорошо описывается блоховским волновым вектором, что роднит ее с плоской волной, то на масштабах, меньших размера элементарной ячейки, наблюдаются значительные отклонения в распределении полей плоской и блоховской волн, даже при совпадении волновых векторов этих волн.

Рассмотрим в качестве примера ФК, ячейка которого состоит из двух однородных слоев (см. рисунок 2.9). В общем случае распространения волны под углом к плоскостям ФК, перпендикулярным оси z, задача является двумерной и сводится к двум скалярным задачам, соответствующим TE (ненулевые компоненты полей $E_{y,} H_x, H_z$) и TM (ненулевые компоненты полей $H_{y,} E_x, E_z$) поляризациям [33]. Для TE-поляризации электрическое и магнитное поля этих волн в n-ном слое имеют вид:

$$\begin{aligned}
&E_{yn} = A_n e^{ik_{zn}(z-z_n)+ik_x x} + B_n e^{-ik_{zn}(z-z_n)+ik_x x},\\
&H_{xn} = i\frac{c}{\omega}\frac{\partial}{\partial z}E_y = -\frac{c}{\omega}k_{zn}\left[A_n e^{ik_{zn}(z-z_n)+ik_x x} - B_n e^{-ik_{zn}(z-z_n)+ik_x x}\right],\\
&H_{zn} = -i\frac{c}{\omega}\frac{\partial}{\partial x}E_y = \frac{c}{\omega}k_{xn}\left[A_n e^{ik_{zn}(z-z_n)+ik_x x} + B_n e^{-ik_{zn}(z-z_n)+ik_x x}\right],
\end{aligned} \tag{2.95}$$

где z_n − одна из границ n-ого слоя, $k_{zj} = \sqrt{\varepsilon_j \mu_j k_0^2 - k_x^2}$ − нормальная компонента волнового вектора в j-ом слое.

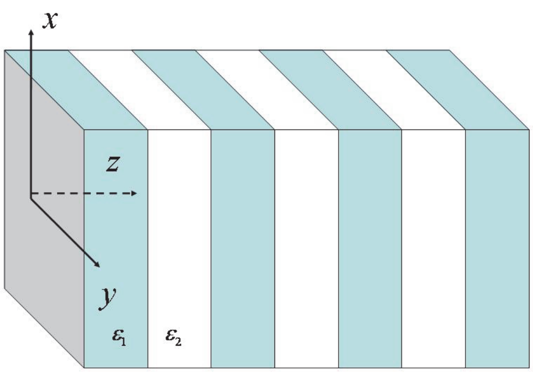


Рисунок 2.9 − Схема одномерного фотонного кристалла.

Используя условия непрерывности E_y и H_x на границе слоев и теорему Флоке ($E\left(z+d\right)=\exp(ik_B d)E(z)$, k_B − блоховское волновое число), можно получить систему однородных линейных уравнений на коэффициенты A_n, B_n [27, 42, 43, 134, 135]. Условие равенства нулю определителя соответствующей матрицы приводит к дисперсионному уравнению, определяющему блоховское волновое число. Если ячейка состоит из двух слоев, то уравнение имеет вид [27, 42, 43, 134, 135]:

$$\cos\left[k_B(d_1+d_2)\right]=\cos\left(k_{z1}d_1\right)\cos\left(k_{z2}d_2\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{\zeta_1}{\zeta_2}+\frac{\zeta_2}{\zeta_1}\right)\sin\left(k_{z1}d_1\right)\sin\left(k_{z2}d_2\right) \quad (2.96)$$

Здесь индекс означает номер слоя, а ζ_n − нормальный импеданс слоя [27].[4] Для ТМ-поляризации $\zeta_n = k_{zn}/\left(k_0\varepsilon_n\right)$, а для ТЕ-поляризации $\zeta_n = -\left(k_0\mu_n\right)/k_{zn}$.

Для дальнейшего очень важно то, что хотя уравнение (2.96) определяет эффективное волновое число k_B блоховской волны, распространяющейся по ФК[5], но приписать этой волне эффективные характеристический или нормальный импедансы в принципе невозможно. Данный факт связан с тем, что лишь для плоской волны, распространяющейся по однородному пространству, отношение полей имеет однозначную связь с указанными величинами. В каждом отдельном слое ФК блоховская волна является суммой двух идущих навстречу друг другу плоских волн [27, 43, 134]. В результате этого отношение $\zeta = E_t/H_t$ меняется уже в пределах одного слоя. В целом, это отношение является периодической функцией координаты, что отличает блоховскую волну от плоской, имеющей постоянное в пространстве отношение $\zeta = E_t/H_t$.

Если на некоторой частоте правая часть в (2.96) по абсолютной величине больше единицы, то k_B имеет мнимую часть, и в бесконечном ФК ограниченных решений нет. Такие частоты образуют запрещенную зону. Если же ФК заполняет половину пространства, то на частотах запрещенной зоны существуют ограниченные, в среднем экспоненциально убывающие от границы решения. Отметим, что в запрещенной зоне блоховская волна не переносит энергии, и ее импеданс является чисто мнимой величиной (потерями мы пренебрегаем). Являясь периодической функцией координаты, нормальной к поверхности раздела, величина $\zeta = E_t/H_t$ принимает в пределах

---

[4]Следует отличать характеристический импеданс, равный $\sqrt{\mu/\varepsilon}$, от нормального, возникающего в задаче о преломлении плоской волны на границе полупространства, заполненного однородным веществом. Только при нормальном падении эти импедансы совпадают.

[5]Более того, для определения k_B достаточно решить задачу в пределах одной ячейки.

ячейки ФК все значения от $-i\infty$ до $+i\infty$ (рисунок 2.10) и равна входному импедансу полубесконечного ФК с границей, совпадающей с соответствующим сечением ячейки. Таким образом, ζ принимает любое чисто мнимое значение, в зависимости от выбора расположения границы элементарной ячейки. На нижнем краю запрещенной зоны полюс входного импеданса наблюдается, когда граница элементарной ячейки проходит посередине слоя с бóльшим ε (сплошная кривая на рисунке 2.10). При увеличении частоты полюс смещается, и на частоте верхнего края запрещенной зоны он находится посередине слоя с меньшим ε (пунктирная кривая на рисунке 2.10).

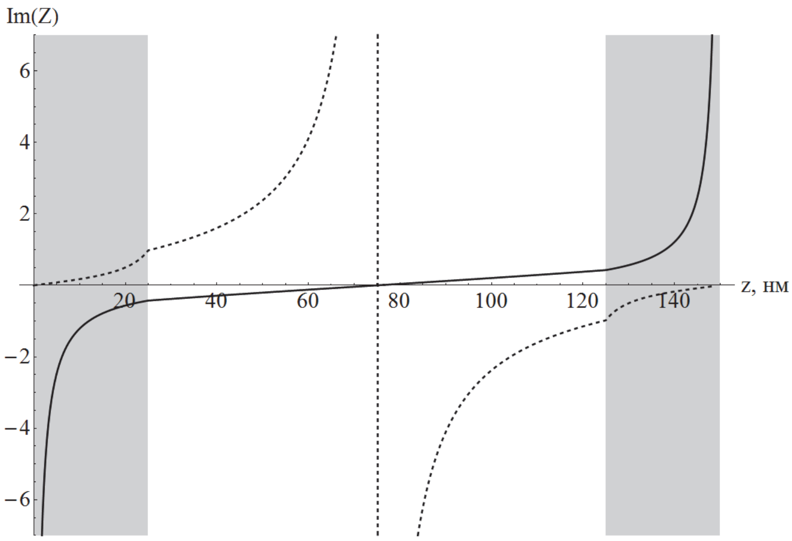


Рисунок 2.10 − Зависимость мнимой части импеданса от координаты в пределах одной элементарной ячейки ФК вида $\{(\varepsilon_1, d_1/2), (\varepsilon_2, d_2), (\varepsilon_1, d_1/2)\}$ для нижнего (сплошная кривая, частота $k_0 = 0.00807$ нм$^{-1}$) и верхнего (пунктирная кривая, частота $k_0 = 0.0159$ нм$^{-1}$) краев первой запрещенной зоны при $k_x = 0$. Слой с большей диэлектрической проницаемостью показан серым. Действительная часть импеданса равна нулю, так как перенос энергии отсутствует. Параметры: $\varepsilon_1 = 10$, $\varepsilon_2 = 1$, $d_1 = 50$ нм, $d_2 = 100$ нм.

Нулевое или бесконечное значение импеданса возникает в месте расположения узлов электрического или магнитного поля, которые имеются у предэкспоненциального множителя блоховской волны на частотах запрещенной зоны. В общем случае, входной импеданс может принимать любое промежуточное значение в зависимости от положения границы ФК. Этот факт обеспечивает существование поверхностных волн на границе ФК и среды с положительными диэлектрической и магнитной проницаемостями. При выполнении условия полного внутреннего отражения решение в среде с положительными диэлектрической и магнитной проницаемостями экспоненциально убывает при удалении от границы и имеет на границе чисто мнимый поверхностный импеданс. Это решение можно «сшить» с блоховской волной. Такая сшивка становится возможной из-за осцилляций поля блоховской волны внутри элементарной ячейки, приводящих к тому, что в отдельных точках знак $\partial H_y / \partial z$ может быть положительным, несмотря на экспоненциальное убывание волны на масштабе целого числа ячеек, в то время как убывающая экспонента сама по себе имеет отрицательную производную (см. рисунок 2.11, формулу (2.95) и [А3]).

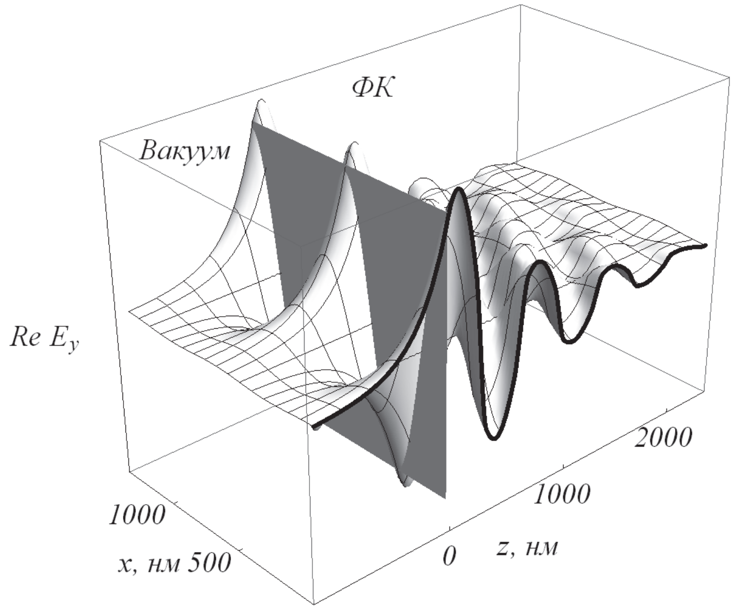


Рисунок 2.11 − ТЕ-поляризованная поверхностная волна (мгновенное значение электрического поля) на границе ФК с ячейкой $\{(\varepsilon_1, d_1), (\varepsilon_2, d_2)\}$ ($\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 10$, $d_1 = 232$ нм, $d_2 = 100$ нм, частота $k_0 = 0.00835$ нм$^{-1}$) и вакуума. Тангенциальная составляющая волнового вектора $k_x / k_0 = 0.8\sqrt{\varepsilon_1}$, что обеспечивает распространение волны в каждом из слоев ФК и экспоненциальное убывание в вакууме.

Упомянутое выше условие равенства поверхностных импедансов волн, убывающих от границы в однородной среде и в фотонном кристалле, является дисперсионным уравнением поверхностной волны.

Из (2.95) и (2.96) следует, что для кристалла с ячейкой из двух однородных слоев величина Z, поверхностный импеданс для ТМ-поляризации, или поверхностный адмитанс (величина обратная импедансу) для ТЕ-поляризации, определяется выражением [А3]:

$$Z=-\zeta_1\cdot\frac{\left(\zeta_2\cos k_{z1}d_1+i\zeta_1\sin k_{z1}d_1\right)\exp(ik_{z2}d_2)-\zeta_2\exp(ik_B(d_1+d_2))}{\left(\zeta_1\cos k_{z1}d_1+i\zeta_2\sin k_{z1}d_1\right)\exp(ik_{z2}d_2)-\zeta_1\exp(ik_B(d_1+d_2))}\qquad(2.97)$$

где $\zeta_j=k_{zj}/\left(\varepsilon_j k_0\right)$ − нормальный импеданс в j-том слое для ТМ-поляризации и $\zeta_j=-k_{zj}/\left(\mu_j k_0\right)$ − нормальный адмитанс в j-том слое для ТЕ-поляризации.

Волна в однородном полупространстве, расположенном слева от ФК, должна убывать в отрицательном направлении оси z, поэтому ей соответствует волновое число $-k_z$, и поверхностный импеданс равен нормальному импедансу с обратным знаком.

Приравнивая поверхностные импедансы, получим условие существования ТЕ-поляризованной поверхностной волны [43]:

$$\frac{\sqrt{\varepsilon\mu k_0^2-k_x^2}}{\mu}=\frac{k_{z1}}{\mu_1}\times$$
$$\times\frac{\left(\frac{k_{z2}}{\mu_2}\cos\left(k_{z1}d_1\right)+i\frac{k_{z1}}{\mu_1}\sin\left(k_{z1}d_1\right)\right)e^{ik_{z2}d_2}-\frac{k_{z2}}{\mu_2}e^{ik_B(d_1+d_2)}}{\left(\frac{k_{z1}}{\mu_1}\cos\left(k_{z1}d_1\right)+i\frac{k_{z2}}{\mu_2}\sin\left(k_{z1}d_1\right)\right)e^{ik_{z2}d_2}-\frac{k_{z1}}{\mu_1}e^{ik_B(d_1+d_2)}},\qquad(2.98)$$

где $k_{z1}=\sqrt{\varepsilon_1\mu_1k_0^2-k_x^2}$, $k_{z2}=\sqrt{\varepsilon_2\mu_2k_0^2-k_x^2}$, и ТМ-поляризованной поверхностной волны:

$$\frac{\sqrt{\varepsilon\mu k_0^2-k_x^2}}{\varepsilon}=\frac{k_{z1}}{\varepsilon_1}\times$$
$$\times\frac{\left(\frac{k_{z2}}{\varepsilon_2}\cos\left(k_{z1}d_1\right)+i\frac{k_{z1}}{\varepsilon_1}\sin\left(k_{z1}d_1\right)\right)\exp(ik_{z2}d_2)-\frac{k_{z2}}{\varepsilon_2}\exp(ik_B(d_1+d_2))}{\left(\frac{k_{z1}}{\varepsilon_1}\cos\left(k_{z1}d_1\right)+i\frac{k_{z2}}{\varepsilon_2}\sin\left(k_{z1}d_1\right)\right)\exp(ik_{z2}d_2)-\frac{k_{z1}}{\varepsilon_1}\exp(ik_B(d_1+d_2))}.\qquad(2.99)$$

Если однородная среда имеет положительные ε и μ, то такие локализованные вблизи границы ФК волны обязательно имеют ненулевое тангенциальное волновое число, поскольку для формирования неоднородной волны в однородном пространстве необходимо выполнение условия полного внутреннего отражения.

Таким образом, для существования ПВ на поверхности ФК не требуется существование границы, на которой диэлектрическая или магнитная проницаемости меняют знаки. Если в однородном полупространстве экспоненциальное спадание ПВ все также связано с условием полного внутреннего отражения ($k_x^2>k_0^2$), то спадание поля ПВ внутрь ФК связано с существованием запрещенной зоны. ФК в этом случае играет роль среды с отрицательной диэлектрической/магнитной проницаемостью. Отметим, что на границе ФК с положительными проницаемостями ПВ существует, если хотя бы в одном из слоев решение является распространяющимся ($k_0^2\varepsilon_i > k_x^2$) [43].

Необходимо отметить, что ФК может поддерживать в пределах одной запрещенной зоны как ТЕ, так и ТМ ПВ, выступая то как среда с отрицательной диэлектрической проницаемостью, то как среда с отрицательной магнитной проницаемостью [А3]. Так как для ненулевых значений тангенциального волнового числа ТЕ и ТМ запрещенные зоны в общем случае не совпадают, то для большей наглядности будем рассматривать зонную структуру целого класса ФК с различными значениями толщины первого слоя d_1. Зафиксировав величину $\gamma = k_x / k_0$, введем параметр $D_1 = \dfrac{d_1\sqrt{\varepsilon_1 - \gamma^2}}{d_1\sqrt{\varepsilon_1 - \gamma^2} + d_2\sqrt{\varepsilon_2 - \gamma^2}}$, имеющий смысл относительной оптической толщины первого слоя и характеризующий структуру ячейки ФК. На рисунке 2.12 темно-серым цветом закрашены разрешенные для обеих поляризаций зоны, светло-серым – ТЕ запрещенные зоны, а белым – ТМ запрещенные зоны. Видно, что ТМ запрещенные зоны находятся внутри ТЕ запрещенных зон. Сплошные и пунктирные жирные линии соответствуют поверхностным волнам соответственно ТЕ- и ТМ-поляризации. Таким образом, для одного и того же ФК (величина D_1 фиксирована), одного и того же номера запрещенной зоны мы можем наблюдать ПВ обеих поляризаций, правда, на разных частотах. Если значения $\gamma = k_x / k_0$ для ТЕ- и ТМ-поляризаций различны, то можно получить ПВ обеих поляризаций на одной и той же частоте, но при этом они будут находиться в запрещенных зонах с разными номерами.

Как говорилось выше, на границе однородных сред ПВ может распространяться, если $|\varepsilon_{<0}| > \varepsilon_{>0}$. Несмотря на то, что в ОДП-среде вектор Пойнтинга антипараллелен фазовой скорости ПВ, это неравенство делает поверхностную волну прямой (суммарный вектор Пойнтинга параллелен фазовой скорости ПВ). В случае же границы ФК-ОДП (ФК выступает как среда с положительными проницаемостями) указанного ограничения на значения диэлектрических проницаемостей нет, что приводит к возможности существования обратной ПВ (суммарный вектор Пойнтинга и групповая скорость антипараллельны фазовой скорости ПВ). Данная ситуация проиллюстрирована на рисунке 2.13. Наличие участка дисперсионной кривой с отрицательным наклоном (см. рисунок 2.13) означает, что на одной и той же частоте могут существовать две поверхностных волны при разных значениях k_x, одна прямая, другая обратная. В одной волне больше энергии переносится по ФК, а в другой — по ОДП-среде.

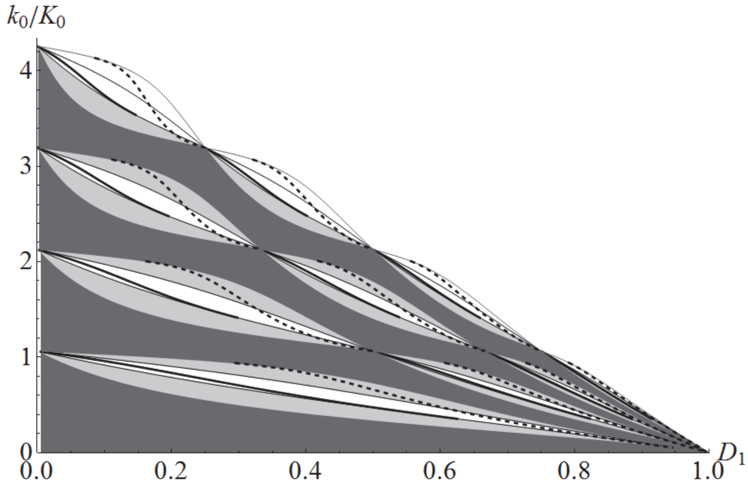


Рисунок 2.12 − Эволюция зонной структуры ФК при изменении d_1. Запрещенные зоны для ТМ-поляризованных волн (показаны белым) находятся внутри зон для ТЕ-поляризованных волн (показаны светло-серым и белым). Жирные штриховые линии — ТЕ-поверхностные волны, жирные сплошные — ТМ-поверхностные волны. По оси абсцисс откладывается относительная оптическая толщина первого слоя D_1. Параметры: ячейка ФК имеет вид $\{(\varepsilon_1, d_1), (\varepsilon_2, d_2)\}$, $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 10$, $\varepsilon_{ext} = 1$, величина $\gamma = k_x / k_0 = 0.8\sqrt{\varepsilon_1}k_0$ обеспечивает распространение в диэлектрике с проницаемостью ε_1 и экспоненциальное убывание в вакууме, необходимое для существования поверхностной волны. Частота нормирована на величину $K_0 = \dfrac{\pi}{d_2\sqrt{\varepsilon_2 - \gamma^2}}$.

Впервые на существование обратных поверхностных волн было обращено внимание в работах, посвященных изучению ПВ на границе ФК и среды Веселаго (среда с отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями) [136-138]. Как следует из вышесказанного, для существования обратных ПВ достаточно отрицательности лишь одной из проницаемостей, правда, при этом наблюдаются обратные ПВ лишь одной поляризации: ТМ в случае ОДП-среды и ТЕ в случае ОМП-среды.

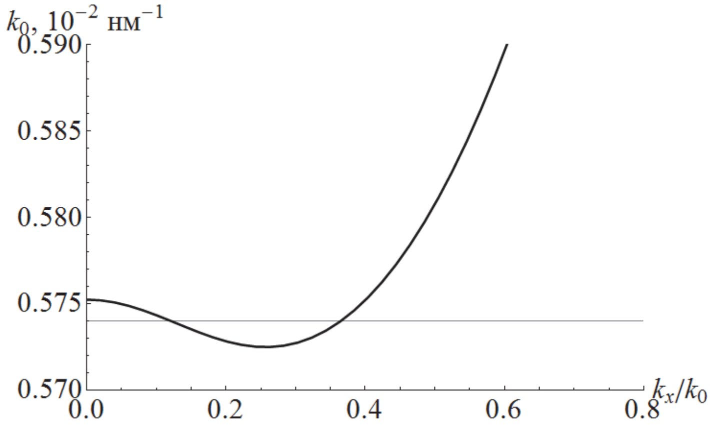


Рисунок 2.13 − Дисперсионная кривая *TM*-поляризованного поверхностного состояния из первой запрещенной зоны ФК с ячейкой $\{(\varepsilon_1, d_1), (\varepsilon_2, d_2)\}$, $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 10$, $d_1 = 200$ нм, $d_2 = 100$ нм, граничащего с ОДП-средой с $\varepsilon = -0.1$. Отрицательный наклон дисперсионной кривой соответствует обратной волне.

2.2.4. Таммовские поверхностные состояния

Рассмотренные в предыдущем разделе поверхностные волны бегут вдоль поверхности ФК и среды с положительными проницаемостями. Комбинируя две таких волны, распространяющихся в противоположных направлениях, можно получить состояние в виде стоячей поверхностной волны, которое не переносит энергию. При этом тангенциальное волновое число k_x не равно нулю, поскольку должно быть выполнено условие полного внутреннего отражения в диэлектрике, граничащем с ФК. Если же ФК, изготовленный из немагнитных диэлектриков, граничит с ОДП материалом, то выполнение указанного условия не требуется, и на границе могут существовать однородные вдоль поверхности решения (поверхностные состояния) с $k_x = 0$, которые не переносят энергию (рисунок 2.14).[6] Используя аналогию с вышеупомянутым поверхностным состоянием Энгеты [26] на границе ОДП- и ОМП-сред, можно рассматривать ФК как среду с $\mu < 0$.

---

[6]Впервые ситуация, когда возможно существование однородных поверхностных решений, не переносящих энергию, была рассмотрена в [139, 140], где была решена задача о ФК, граничащим с идеально проводящей поверхностью. Среди найденных решений волноводного типа также существовало и решение с $k_x = 0$. Однако на это не было обращено должного внимания.

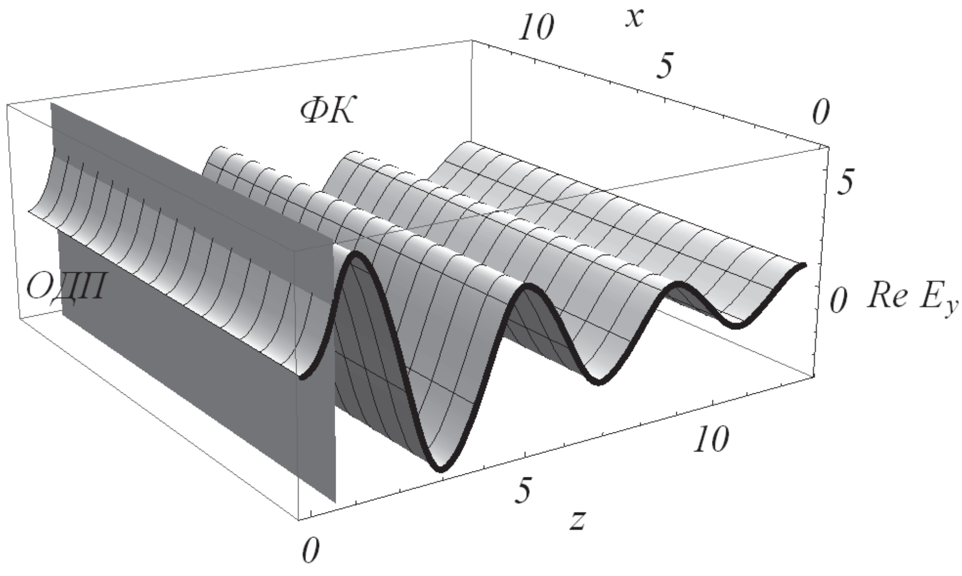


Рисунок 2.14 − Таммовское состояние на границе ФК ($\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 1$, $d_1 = d_2 = 100$ нм, $k_0 = 0.00132$ нм$^{-1}$ – частота таммовского состояния, ячейка симметричная $\{(\varepsilon_1, d_1/2), (\varepsilon_2, d_2), (\varepsilon_1, d_1/2)\}$) и среды с $\varepsilon_{SNG} = -3$. Тангенциальная составляющая волнового вектора $k_x = 0$.

Необходимо также отметить, что уравнение для электрического поля является точным аналогом одноэлектронного уравнения Шредингера для полубесконечного кристалла, решением которого является таммовское поверхностное состояние [А3].[7] Действительно, уравнения Максвелла сводятся в этом случае к уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y + k_0^2 \varepsilon E_y = 0, \qquad (2.100)$$

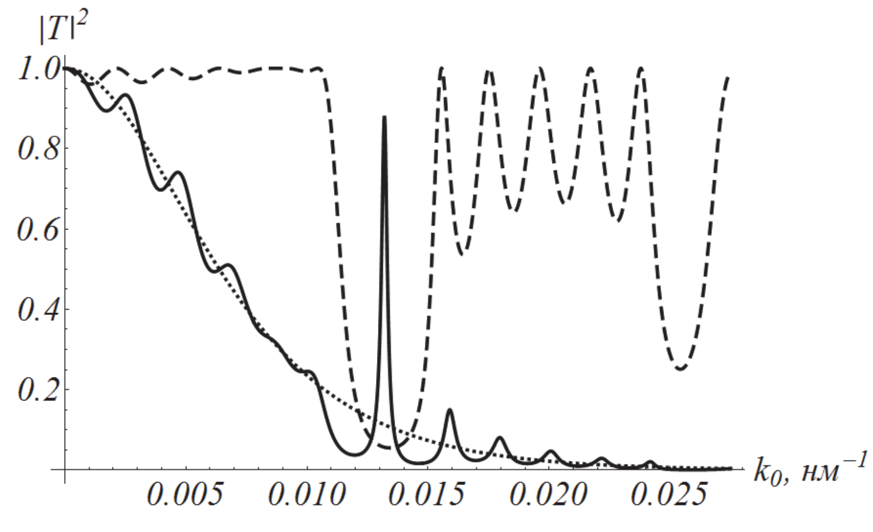
[7]В 1932 году И. Е. Таммом [141] было предсказано новое квантовое явление – локализация электрона вблизи поверхности кристалла. Если для локализации классической частицы требуется, чтобы потенциальная энергия имела углубление в некоторой определенной области пространства и высота потенциального барьера по краям области превышала полную энергию частицы, то квантовая частица может быть «остановлена» периодическим потенциалом даже в случае надбарьерного отражения. Рассмотрение велось в рамках модели Кронига-Пени. Роль отрицательной диэлектрической проницаемости играл внешний потенциал, превосходящий энергию таммовского состояния (см. [142] и прочие).

а граничные условия требуют непрерывности E_y и H_x. Учитывая, что $H_x \sim \frac{\partial E_y}{\partial z}$, получаем полное соответствие квантовомеханической задаче: $\partial^2\psi / \partial z^2 + \left[2m\left(E-U\right)/\hbar^2\right]\psi = 0$, где ψ и $\partial\psi / \partial z$ непрерывны на границе.

В общем случае дисперсионное уравнение для рассматриваемого поверхностного состояния определяется формулой (2.98) с $k_x = 0$.

Экспериментально таммовское состояние можно обнаружить, измеряя коэффициент прохождения волн через слой фотонного кристалла конечной толщины, сопряженный со слоем вещества с $\varepsilon < 0$. На частоте, соответствующей таммовскому состоянию, наблюдается узкий пик коэффициента прохождения (рисунок 2.15), связанный с туннелированием света через таммовское состояние [А3, А11]. Действительно, коэффициенты прохождения через один только однородный слой и через один только ФК (который работает в запрещенной зоне) оказываются много меньше, чем через сопряженную систему (см. рисунок 2.15), так как свет в среднем экспоненциально затухает, проходя по ФК или по ОДП-среде.

Напомним, что ФК может выступать и как ОДП-среда, и как ОМП-среда. Следствием этого является возможность существования поверхностных состояний на границе двух разных ФК (рисунок 2.16) [143-147], [А3, А11].



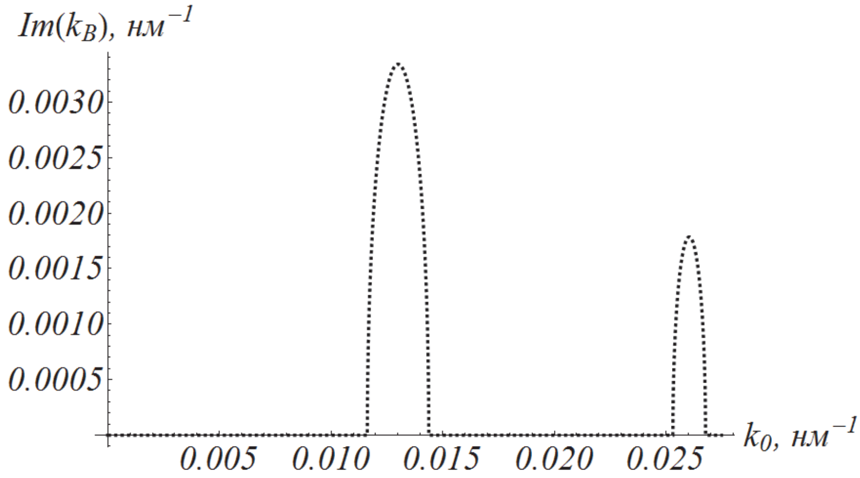


Рисунок 2.15 − Таммовское состояние на границе ФК (6 периодов) и ОДП-среды (толщина $d_{SNG} = 709$ нм), параметры соответствуют рисунку 2.14. Верхний график: коэффициент прохождения через систему ФК и однородной среды (сплошная линия), а также через ФК (штриховая линия) и через слой однородной среды (пунктирная линия) в отдельности. Нижний график: мнимая часть k_B, определяющая положение запрещенных зон в кристалле. На частоте $k_0 = 0.00132$ нм$^{-1}$ наблюдается прохождение волны, находящейся в запрещенной зоне кристалла.

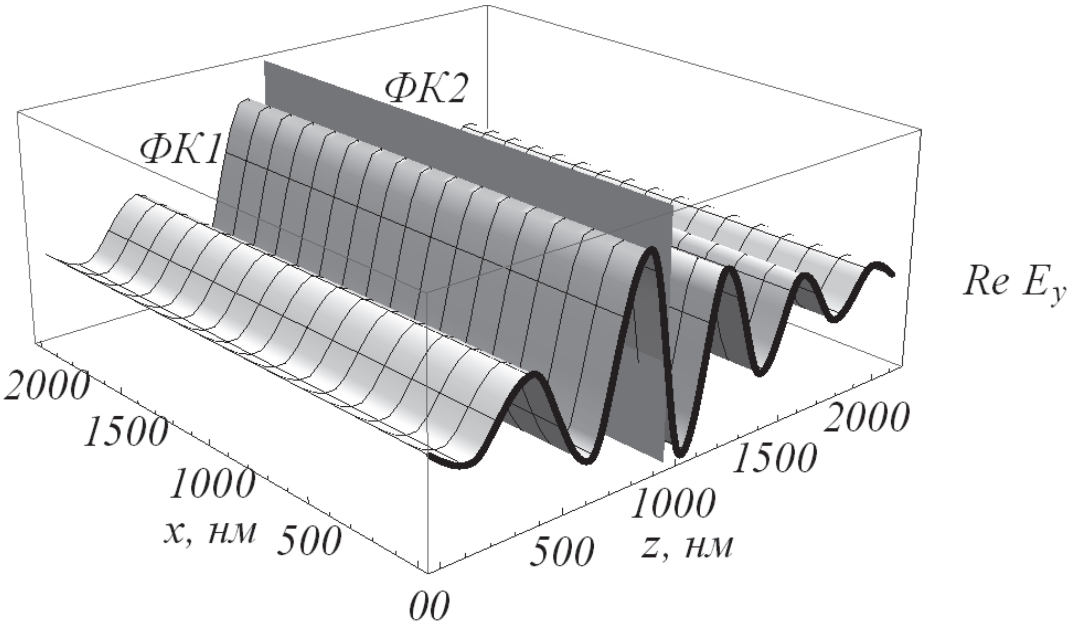


Рисунок 2.16 − Таммовское состояние на границе двух ФК (первый: $\varepsilon_1 = 2$, $\varepsilon_2 = 1$, $d_1 = 157$ нм, $d_2 = 91$ нм; второй: $\varepsilon_1 = 4$, $\varepsilon_2 = 2$, $d_1 = 79$ нм, $d_2 = 111$ нм). Частота волны $k_0 = \omega / c = 0.01$ нм$^{-1}$, тангенциальная составляющая волнового вектора $k_x = 0$.

Естественно, что такое состояние лежит в частотном диапазоне, соответствующем пересечению запрещенных зон этих ФК. Такое состояние вызывает особый интерес, потому что оно не требует наличия сред с отрицательными ε или μ. Подчеркнем, что речь идет о решении, имеющем нулевое тангенциальное волновое число. Во всех рассмотренных выше системах, включающих лишь материалы с положительными ε и μ, могли существовать только поверхностные волны. Для возбуждения этих волн падающей волной требуется наличие призмы или дифракционной решетки, обеспечивающей выполнение условия полного отражения. Теперь же мы имеем дело с поверхностным состоянием (см. рисунок 2.17), которое можно наблюдать при падении волны по нормали к слоям.

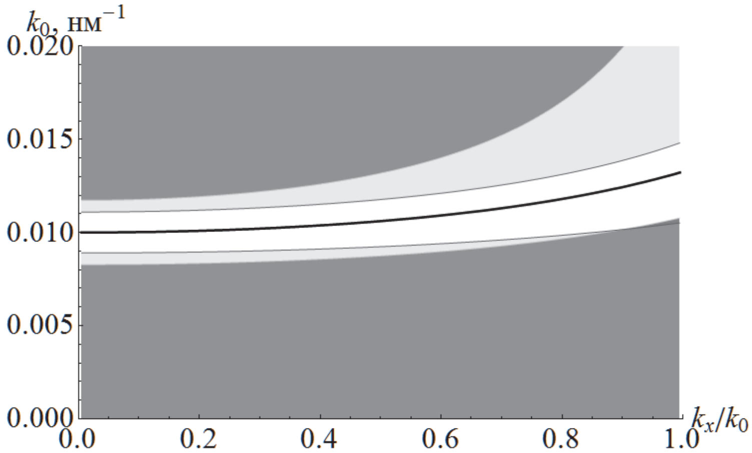
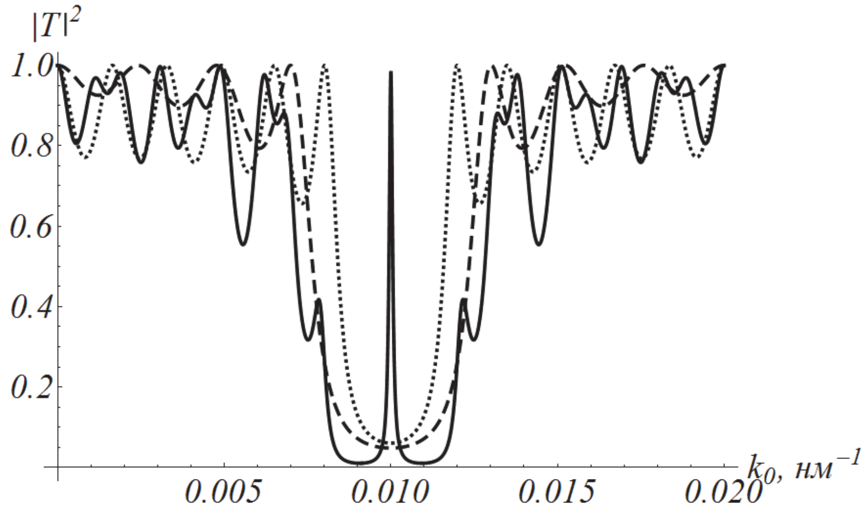


Рисунок 2.17 − Зависимость частоты от тангенциального волнового числа поверхностных волн на границе двух ФК (из работы [148]). Выход на ненулевую частоту при $k_x = 0$ означает существование поверхностного состояния.

Уравнение, определяющее параметры такого состояния, соответствует равенству поверхностных импедансов волн в двух кристаллах. Эти величины вычисляются по формуле (2.97) с $k_x = 0$. Оба блоховских волновых числа должны быть комплексными, и волны должны убывать в направлениях от границы.

В системе двух сопряженных фотонных кристаллов наличие таммовского состояния можно экспериментально обнаружить по пику коэффициента прохождения через образец, состоящий из конечных кусков ФК, на частотах перекрывания запрещенных зон кристаллов (см. рисунок 2.18).



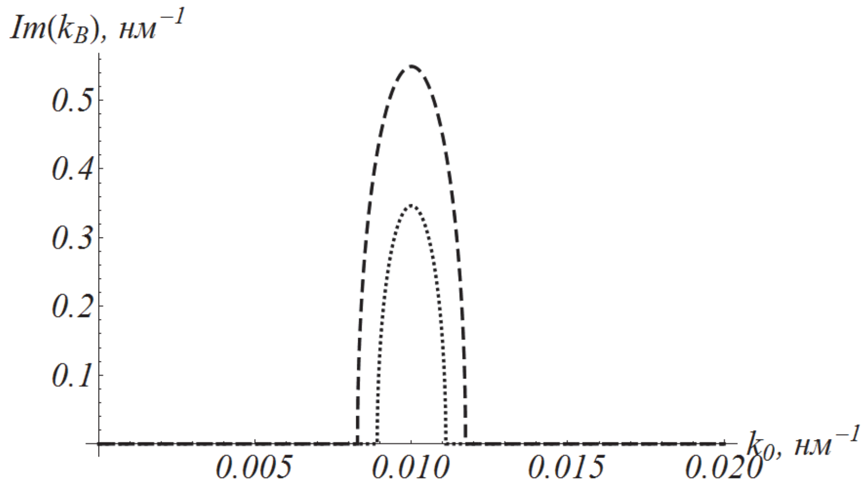


Рисунок 2.18 − Коэффициент прохождения через систему двух ФК (параметры соответствуют рисунок 2.16). Верхний график: коэффициент прохождения через систему двух кристаллов (сплошная линия) и через каждый из кристаллов в отдельности (штриховая и пунктирная линии). Нижний график: мнимая часть k_B для двух кристаллов. На частоте $k_0 = 0.01$ нм$^{-1}$ наблюдается прохождение волны, находящейся в запрещенной зоне кристалла.

Экспериментальное наблюдение таммовского поверхностного состояния на поверхности между двумя ФК описано в нашей работе [A11], о чем подробнее см. раздел 2.3.2.

Заключение

Как и в случае электронных кристаллов, существование поверхностных состояний в ФК связано со значительным изменением блоховских функций на масштабах элементарной ячейки. При этом входной импеданс сильно меняется как при изменении положения границы ФК относительно элементарной ячейки так и при изменении частоты внутри запрещенной зоныЫ, позволяя сшить решение не только с ОДП или ОМП средами, но и с другим ФК, имеющим запрещенную зону. Так как ФК на частотах запрещенной зоны может проявлять себя как среда с положительной магнитной и отрицательной диэлектрической проницаемостью, или как среда с положительной диэлектрической и отрицательной магнитной проницаемостью, то ПС, образующееся на границе двух ФК, можно рассматривать как аналог ПС, возникающего на границе ОДП и ОМП сред [А3]. Локализация ПС на поверхности ФК связана с всреднем экспоненциальным затуханием блоховской волны внутрь ФК на частотах запрещенной зоны.

2.3 Усиление магнитооптических эффектов

Данный раздел содержит материал из работ [А3,А8,А11,А14,А17,А20,А33].

2.3.1 Общая теория усиления магнитооптического эффекта Фарадея произвольной резонансной структурой

Введение

В 1845 г. М. Фарадей обнаружил, что после прохождения волны через продольно намагниченное вещество плоскость ее поляризации поворачивается. Обнаружение этого явления, названного эффектом Фарадея, явилось началом магнитооптики (МО). В настоящее время микроскопические механизмы МО явлений хорошо изучены (см. [149]). МО свойства возникают вследствие влияния спин-орбитального взаимодействия на межзонные и внутризонные оптические переходы и, как все релятивистские эффекты, имеют малую величину. Увеличения МО отклика можно добиться, с одной стороны, синтезируя новые МО материалы [150, 151], или, с другой стороны, включая эти материалы в состав многослойных структур [14]. Усиление МО эффектов Фарадея и Керра было продемонстрировано в одномерных магнитооптических квазикристаллах (на последовательности Фибоначчи) [152, 153], в системах со случайным распределением МО слоев [102, 154], в регулярных магнитофотонных кристаллах (МФК) [155, 156], в МФК, содержащих один [13, 102, 157, 158] или два дефекта [49, 159], а также в системе двух ФК, обладающей таммовским состоянием [А3].

Заметное понимание работы многослойных систем было достигнуто в работе [49], где было показано, что в системах без диссипации, обладающих одиночным резонансом прозрачности (т.е. в условиях, когда расстояние между соседними максимумами прозрачности много больше расщепления резонанса, вызванного намагниченностью), существует связь между коэффициентом прохождения и углом поворота плоскости поляризации $T = \cos^2 \vartheta$. Превзойти этот предел можно, используя системы, имеющие два близких резонанса прозрачности, например, в ФК с двумя далеко отстоящими МО дефектами [49, 159]. При этом удается добиться не только усиления собственно МО сигнала, но и сохранения прозрачности всей структуры. Однако на практике не удается приблизиться к условию $T = \cos^2 \vartheta$, выведенному для бездиссипативной системы. Вместо десятков градусов вращение может составлять порядка одного градуса. Кроме того, для системы с двумя резонансами требования на точность изготовления оказываются нереально строгими.

Несмотря на все перечисленные достижения, вопрос об истинном механизме усиления МО эффектов резонансом остался невыясненным. В частности, в литературе можно найти следующие утверждения:

1) Когда система освещается на частоте, близкой к частоте дефект-моды, существенное количество энергии локализовано в дефекте [49, 102, 157].

2) Многократное отражение света в условиях резонанса увеличивает оптический путь света внутри дефекта, что увеличивает поворот поляризации [45, 46, 49, 157, 158]. Хотя это соображение интуитивно понятно, более точное определение процесса переотражения и числа отражений, предполагаемое как метод расчета угла Фарадея, затруднительно. Если свет переотражается внутри МО дефекта в ФК, при каждом последующем переотражении он частично выходит. Заменить этот процесс прохождением одной гармоники не удается. Если МО-слоев несколько (как, например, в системе с таммовским состоянием), то способ введения переотражающихся волн неочевиден.

3) В работах [160, 161] причиной усиления эффекта Фарадея фотонным кристаллом считается малая групповая скорость, что получается из теории возмущений. Ниже будет показано, что этот подход дает неверный результат для конечного фрагмента фотонного кристалла. Также будет показано, что вместо групповой скорости должна использоваться энергетическая скорость.

Ниже будет показано, что перечисленные факторы важны, но не являются достаточными условиями усиления магнитооптических эффектов.

В данной работе предлагается подход, который объясняет работу ранее известных систем и позволяет создавать более эффективные схемы. В частности, каждая из упомянутых выше систем может рассматриваться как открытый резонатор. Одно из известных свойств резонанса – быстрое изменение набега фазы с частотой. В окрестности резонанса это изменение равно π. Поэтому и угол Фарадея также имеет масштаб π, а не масштаб малого объемного эффекта.

Объемный эффект Фарадея в однородной пластинке. Резонансное усиление как поверхностный эффект

До настоящего времени для исследования усиления эффекта Фарадея в резонансных структурах применялся либо численный расчет, базирующийся на методе *T*-матриц [14, 45, 46, 49, 102, 150-157, 159], либо приближенные методы типа приближения связанных мод [49, 161]. В данном разделе производится обобщение метода Эйри [162], который успешно применяется для описания явлений, происходящих в одном слое, на случай многослойных систем сколь угодно сложной конфигурации (фотонные кристаллы с дефект-модами и таммовскими состояниями). Иными словами, анализ многослойной системы сводится к известному случаю одного слоя с заданной оптической толщиной и импедансом. Поэтому дальнейшее изложение имеет смысл предварить рассмотрением этой реперной задачи.

Если внешнее магнитное поле направлено вдоль оси z, то для изотропного материала диэлектрическая проницаемость в низшем порядке по спин-орбитальному взаимодействию является тензором вида

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & ig & 0 \\ -ig & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix},$$

где постоянная гирации g пропорциональна статической намагниченности [32]. Переход от линейной поляризации к круговой $E_{\pm} = E_x \pm iE_y$ диагонализует этот тензор:

$$\hat{\varepsilon}_{diag} = \begin{pmatrix} \varepsilon + g & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon - g & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix}.$$

Это означает, что собственные волны такой среды циркулярно поляризованы и имеют различные волновые числа $k^{\pm} = k_0\sqrt{\varepsilon \pm g}$, где $k_0 = \omega / c$ — волновое число в вакууме (приведенная частота).

Если эти две собственные волны имеют одинаковые амплитуды, их сумма может быть представлена как линейно поляризованная волна, плоскость поляризации которой вращается по мере распространения (эффект Фарадея):

$$E = E_+ \exp(ik_+ z) + E_- \exp(ik_- z) = \exp(ikz)\Big(\left(E_x + iE_y\right)\left(\cos\Delta kz + i\sin\Delta kz\right)$$
$$+\left(E_x - iE_y\right)\left(\cos\Delta kz - i\sin\Delta kz\right)\Big) = \exp(ikz)\left[E_x\cos\Delta kz - E_y\sin\Delta kz\right],$$

где $k = (k_+ + k_-)/2$, $\Delta k = (k_+ - k_-)/2$ [149]. Из приведенных выше выражений следует, что на расстоянии d угол поворота составит

$$\theta_{bulk} = \Delta k d = 0.5 k_0 d \left(\sqrt{\varepsilon + g} - \sqrt{\varepsilon - g} \right) \qquad (2.101)$$

Ниже этот угол будет называться углом вращения в объеме вещества, или объемным эффектом Фарадея. При $g/\varepsilon \ll 1$ объемный угол вращения пропорционален *g*:

$$\theta_{bulk} \approx 0.5 k_0 d \sqrt{\varepsilon} \frac{g}{\varepsilon} \qquad (2.102)$$

В классических опытах Фарадея для увеличения θ_{bulk} пластинка из МО материала была помещена между двумя непрозрачными металлическими зеркалами (ячейка Фарадея), что увеличивает длину пути d в МО веществе (рисунок 2.19). Современные схемы предполагают использование многослойных диэлектрических структур при нормальном падении волн.

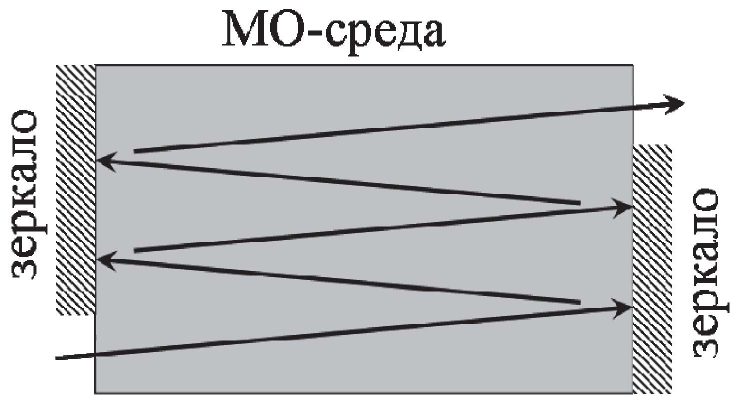


Рисунок 2.19 − Ячейка Фарадея

Самая простая из таких ячеек – однородный МО слой. В соответствии с подходом Эйри [162], прохождение света через пластинку можно рассматривать как последовательность актов отражения и прохождения на границах слоя. В этом смысле однородный слой работает как ячейка Фарадея, но с учетом многолучевой интерференции [163] — прошедшую волну можно рассматривать как сумму парциальных волн, каждая из которых прошла МО слой $2n+1$ раз: $T = \sum_{n=0}^{\infty} T_n$. Таким образом, в отличие от ячейки Фарадея (рисунок 2.19) итоговый угол фарадеевского вращения соответствует не волне, прошедшей образец определенное число раз, а получается в результате интерференции бесконечного числа волн [163].[8]

Если пластинка имеет диэлектрическую проницаемость, не намного большую, чем у внешней среды, то переотражение можно не учитывать. В этом случае коэффициент прохождения близок к единице, а точно посчитанный угол Фарадея, определяемый для произвольной структуры как полуразность набегов фаз двух круговых поляризаций

$$\theta = 0.5\left(\varphi^{+} - \varphi^{-}\right) \qquad (2.103)$$

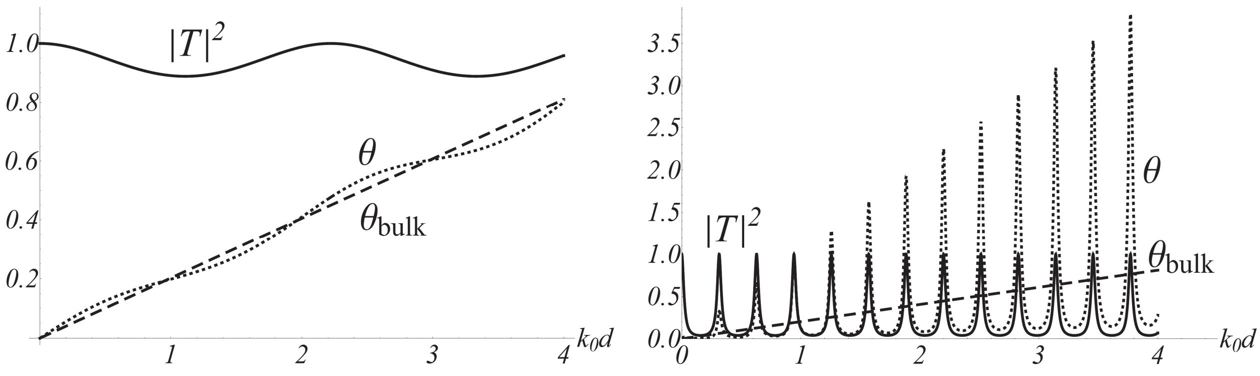
мало отличается от θ_{bulk} (2.102), см. рисунок 2.20а.

Если же диэлектрическая проницаемость пластинки велика, переотражение приводит к образованию резонансов прохождения при полуволновом условии $k_r = \pi n / d\sqrt{\varepsilon}$ (см. рисунок 2.20б, сплошная линия). Видно, что фарадеевское вращение усиливается по сравнению с объемным значением вблизи этих резонансов. Выясним причину этого усиления, рассматривая прошедшую волну как сумму парциальных волн Эйри.

При условии резонанса парциальные волны Эйри имеют фазы, отличающиеся на $2\pi n$, и их комплексные амплитуды изображаются параллельными отрезками (сплошная линия на рисунке 2.21а). Положительное или отрицательное отклонение частоты δk от условия резонанса приводит к образованию между отрезками, соответствующими T_n и T_{n+1}, конечного угла, равного $2d\sqrt{\varepsilon}\delta k$. Комплексная амплитуда суммарной прошедшей волны соответствует конечной точке образующейся спирали (см. рисунок 2.21а, прерывистые кривые), а знак угла между отрезками совпадает со знаком δk.

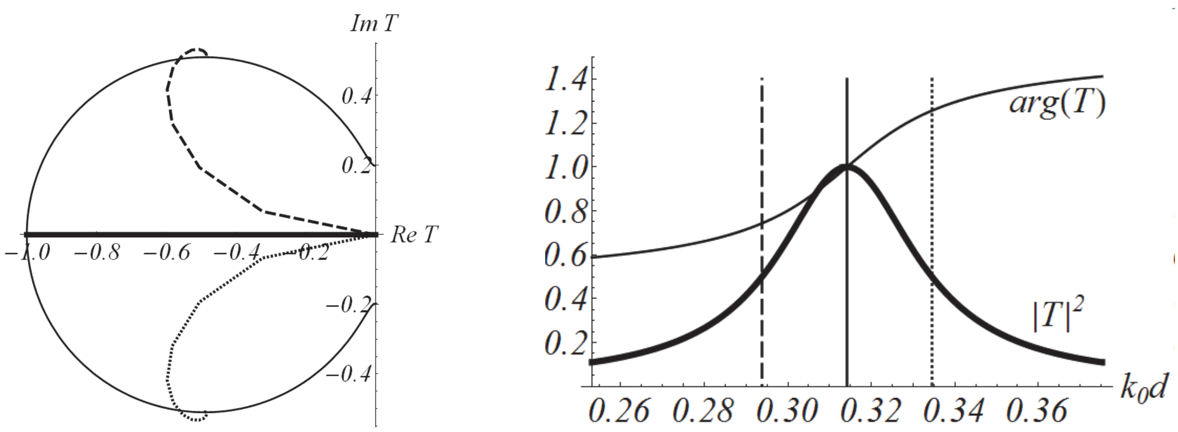
В полном согласии с общей теорией резонаторов, изменение фазы прошедшей волны при изменении частоты связано с прохождением резонанса, причем наиболее резкое изменение происходит в окрестности резонанса, равной его ширине. При прохождении n-го резонанса фаза меняется от $\pi n - \pi / 2$ до $\pi n + \pi / 2$ (рисунок 2.21б).

[8]При этом ввести зависящее от толщины, частоты и других параметров эффективное число отражений достаточно трудно, и ниже выполнен анализ этого случая, показывающий, что многократное прохождение света может в ряде случаев приводит не к усилению, а, наоборот, к ослаблению эффекта Фарадея.



а б

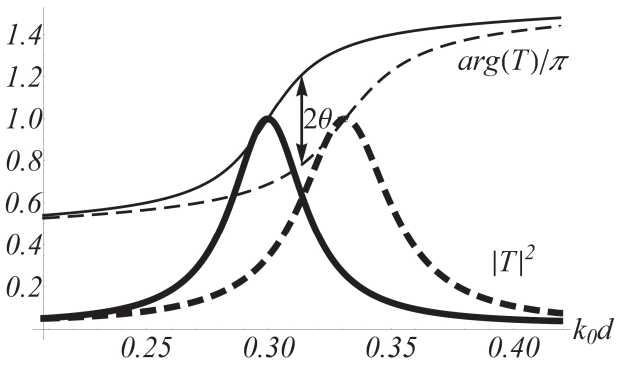
Рисунок 2.20 − Частотная зависимость коэффициента прохождения (сплошная линия) и угла фарадея: точно вычисленного (пунктирная линия) и объемного (штриховая линия) для однородной пластинки с $\varepsilon = 2$ (а) и $\varepsilon = 100$ (б).



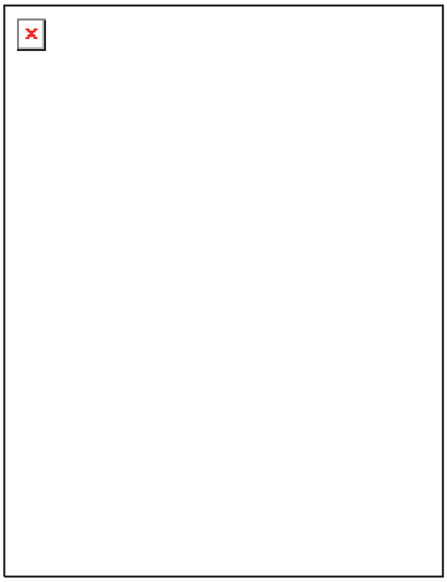
а б

Рисунок 2.21 − а. Комплексные амплитуды парциальных волн, изображенные отрезками спирали, при суммировании дают полную амплитуду прошедшей волны. б. Частотная зависимость коэффициента прохождения (жирная линия) и фазы (тонкая линия) вблизи резонанса. Резонансная частота, отмеченная сплошной вертикальной линией, соответствует горизонтальной толстой сплошной линии на левой части рисунка. Частотам, смещенным от резонанса, которые показаны штриховой и пунктирной вертикальными линиями, соответствуют такие же линии на левой части рисунка.

При изменении частоты длина звеньев спирали не меняется, а угол для каждого из них изменяется линейно с частотой, т.е. звенья вращаются «с постоянной скоростью». Таким образом, большая амплитуда в резонансе связана с «разматыванием спирали», т.е. с параллельностью и сонаправленностью комплексных амплитуд парциальных волн. Способ их сложения также приводит к быстрому изменению фазы. Увеличение добротности означает измельчение звеньев, так что спираль фактически становится гладкой. При этом скорость изменения общей фазы в резонансе равна бесконечности, тогда как для одного отдельно взятого звена никаких особенностей вблизи резонансной частоты нет.



а



б

Рисунок 2.22 − а. Расщепление резонанса для правой и левой круговых поляризаций при наличии гиротропии. б. Спирали, соответствующие двум круговым поляризациям. Частота соответствует пересечению жирных кривых на левой части рисунка.

При наличии намагниченности волны правой и левой круговых поляризаций имеют немного различные волновые числа. Как следствие, зависимости, показанные на рисунке 2.21б, расщепляются (см. рисунок 2.22а). Максимумы прохождения наблюдаются на различных частотах

$$k_r^{\pm} = \frac{\pi n}{d\sqrt{\varepsilon \pm g}} \tag{2.104}$$

что видно на рисунке 2.22а. Зависимость фазы прошедшей волны от частоты $\varphi(k_0)$ также расщепляется на две кривые: $\varphi^+(k_0)$ и $\varphi^-(k_0)$ (рисунок 2.22а, штриховые линии). Угол фарадеевского вращения определяется соотношением $\theta = 0.5\left(\varphi^+ - \varphi^-\right)$.

Если $k \in \left[k_r^-, k_r^+\right]$, спирали Эйри для правой и левой круговых поляризаций закручены в противоположные стороны (рисунок 2.22б), и результирующий угол поворота поляризации больше объемного значения. Фарадеевское вращение максимально на частоте пересечения резонансных кривых. Заметим, что при расщеплении, сравнимом с шириной резонанса, характерный масштаб изменения угла вращения равен π, а не малой величине объемного эффекта Фарадея (2.102).

Оценка усиления эффекта Фарадея резонансом в произвольной структуре

При резонансном усилении угол Фарадея достигает максимума на частоте пересечения резонансных кривых (рисунок 2.22а). В этом разделе будет найдено приближенное значение этого угла в предположении, что вблизи рассматриваемого резонанса другие резонансы можно не учитывать. Другими словами, передаточная функция рассматривается в виде $T = \dfrac{\alpha}{k_0 - k_r + i\Gamma}$.

Рассмотрим зависимость фазы передаточной функции от частоты и диэлектрической проницаемости МО вещества: $\varphi(k_0, \varepsilon_{MO})$. Если магнитооптическое расщепление много меньше ширины резонанса, то частотную зависимость фазы вблизи резонансной частоты можно считать линейной (см. рисунок 2.22а). Тогда угол Фарадея оценивается следующим выражением:

$$\theta = 0.5\left(\varphi\left(k_0, \varepsilon_{MO} + g\right) - \varphi\left(k_0, \varepsilon_{MO} - g\right)\right) \approx \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_{MO}} g \qquad (2.105)$$

Будем считать, что при расщеплении резонанса не меняется его форма. Другими словами, при изменении ε_{MO} изменяется резонансная частота, но не меняется ширина резонанса. Тогда можно сказать, что φ и T зависят от ε_{MO} через частоту резонанса: $\varphi = \varphi\left(k_0 - k_r\left(\varepsilon_{MO}\right)\right)$ (важно только смещение частоты от резонансного значения). Следовательно,

$$\theta \approx \frac{\partial \varphi\left(k_0 - k_r\left(\varepsilon_{MO}\right)\right)}{\partial \varepsilon_{MO}} g = \frac{\partial \varphi\left(k_0 - k_r\right)}{\partial k_r} \frac{\partial k_r}{\partial \varepsilon_{MO}} g = -\frac{\partial \varphi\left(k_0 - k_r\right)}{\partial k_0} \frac{\partial k_r}{\partial \varepsilon_{MO}} g .$$

Частота k_0 соответствует пересечению резонансов. При малом расщеплении резонансов наклон фазовой кривой $\dfrac{\partial \varphi}{\partial k_r}$ можно считать на резонансной частоте, пренебрегая смещением:

$\dfrac{\partial\varphi\left(k_0-k_r\left(\varepsilon_{MO}\right)\right)}{\partial\varepsilon_{MO}}\approx\dfrac{\partial\varphi(0)}{\partial\varepsilon_{MO}}$. Таким образом, $\theta\approx\left.\dfrac{\partial\varphi}{\partial k_0}\right|_{k_0=k_r}\dfrac{\partial k_r}{\partial\varepsilon_{MO}}g$. Теперь преобразуем множители в этой формуле.

Покажем, что $\partial\varphi/\partial k_0\big|_{k_0=k_r}=1/\Gamma$, где Γ — ширина резонанса.

Дифференцируя равенство $T\left(k_0\right)=|T\left(k_0\right)|\exp\left(i\varphi(k_0)\right)$, получаем

$$\frac{\partial\varphi}{\partial k_0}=\frac{i}{|T|}\frac{\partial|T|}{\partial k_0}-\frac{i}{T}\frac{\partial T}{\partial k_0}.$$

Вычисляя производные из формулы $T\left(k_0\right)=\dfrac{\alpha}{k_0-k_r+i\Gamma}$, находим $\dfrac{\partial|T|}{\partial k_0}=|T|\dfrac{k_0-k_r}{\left(k_0-k_r\right)^2+\Gamma^2}$ и $\dfrac{\partial T}{\partial k_0}=-\dfrac{T}{k_0-k_r-i\Gamma}$, откуда $\dfrac{\partial\varphi}{\partial k_0}=\dfrac{\Gamma}{\left(k_0-k_r\right)^2+\Gamma^2}$.

При $k_0=k_r$ получается требуемый результат.

Покажем, что $\dfrac{\partial k_r}{\partial\varepsilon_{MO}}\approx-0.5\dfrac{k_r}{\varepsilon_{MO}}\dfrac{W_{MO}}{W}$, где $W_{MO}=\int\limits_{MO}\varepsilon EE^*dz$ (интеграл берется по магнитооптическим слоям), $W=\int\limits_{resonator}\varepsilon EE^*dz$ (интеграл берется по всей резонансной структуре).

Заметим, что рассматриваемая структура является открытым резонатором. Рассмотрим вспомогательный закрытый резонатор, на границе которого ставятся нулевые граничные условия. Для схемы с дефект-модой это бесконечный ФК с дефектом; для схемы с таммовским состоянием — граничащие полубесконечные фотонные кристаллы; для однородного слоя и фрагмента ФК закрытый резонатор получается, если поставить на границах структуры электрические стенки.

Интересующая нас формула является точной для закрытого резонатора, для которого она и будет получена. Для открытого резонатора равенство верно приближенно, когда добротность велика.

Допустим, для закрытого одномерного резонатора диэлектрическая проницаемость определяется функцией $\varepsilon\left(z\right)$, тогда поле является решением уравнения

$$E''+k^2\varepsilon\left(z\right)E=0 \qquad (2.106)$$

с нулевыми граничными условиями. Допустим, резонатор изменился, так что диэлектрическая проницаемость стала $\varepsilon_1\left(z\right)$, частота стала k_1, уравнение –

$$E_1''+k_1^2\varepsilon_1(z)E_1=0 \qquad (2.107)$$

Умножим уравнение (2.106) на E_1^* и вычтем из него уравнение (2.107), умноженное на E^*, и полученное выражение проинтегрируем по всему резонатору. Получим:

$$\int dz\left(E''E_1^*-E_1^{*}{}''E\right)+\int dz\left(k^2\varepsilon-k_1^2\varepsilon_1\right)EE_1^*=0 \qquad (2.108)$$

Взяв первый интеграл по частям и используя нулевые граничные условия, получим, что он равен нулю. Тогда

$$\int dz\left(k^2\varepsilon-k_1^2\varepsilon_1\right)EE_1^*=0 \qquad (2.109)$$

Если $\varepsilon_1(z)$ отличается от $\varepsilon(z)$ малым изменением $\delta\varepsilon(z)$, а $k_1=k+\delta k$, то в первом порядке по возмущению необходимо пренебречь отличием E_1 от E, и получается

$$\delta k_r=-0.5k_r\frac{\int\delta\varepsilon\cdot EE^*dz}{\int\varepsilon EE^*dz}. \qquad (2.110)$$

Поскольку $\delta\varepsilon$ в нашем случае одинаково в МО-слоях и равно нулю в остальных частях резонатора, формулу (2.110) можно переписать как $\frac{\partial k_r}{\partial\varepsilon_{MO}}\approx-0.5\frac{k_r}{\varepsilon_{MO}}\frac{W_{MO}}{W}$, что и требовалось.

В результате получаем: $\theta\approx\frac{1}{\Gamma}\cdot\left(-0.5\frac{k_r}{\varepsilon_{MO}}\frac{W_{MO}}{W}\right)\cdot g$. Поскольку $0.5\frac{k_r}{\Gamma}=Q$ — добротность резонатора, то получаем итоговую формулу

$$\theta\approx-Q\frac{g}{\varepsilon_{MO}}\frac{W_{MO}}{W}. \qquad (2.111)$$

Таким образом, угол Фарадея пропорционален добротности резонатора Q и доле энергии резонатора, находящейся в магнитооптических слоях W_{MO}/W (фактор локализации). Магнитооптический фактор g/ε_{MO} является малой величиной; Q — большая величина, обеспечивающая усиление; W_{MO}/W может принимать значения от 0 до 1.

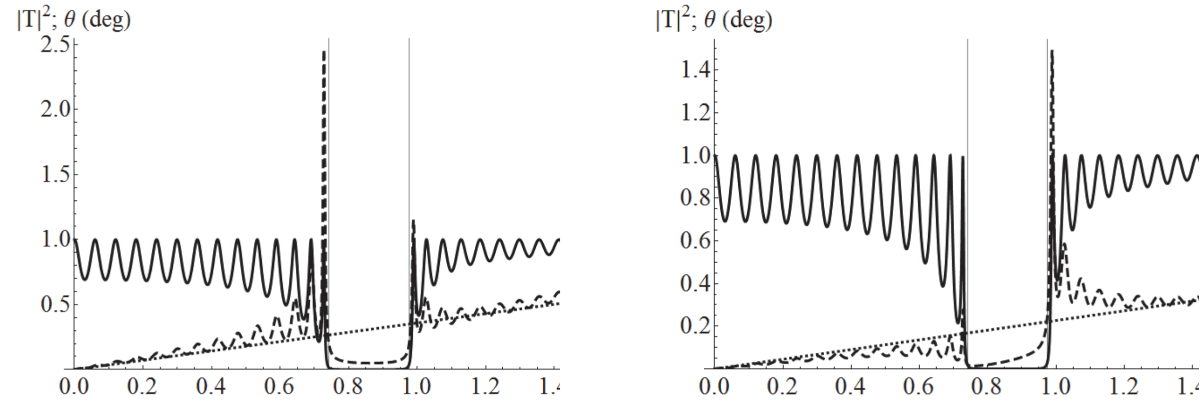
Влияние фактора локализации на эффект Фарадея

Исследуем сначала влияние локализации энергии в МО-слоях W_{MO}/W на эффект Фарадея. Фактор локализации принимает значения от 0 до 1 и поэтому не может использоваться для усиления эффекта Фарадея. Но при разработке резонансных структур для усиления эффекта

Фарадея необходимо следить, чтобы этот фактор не уменьшался на фоне роста добротности (такая ситуация описана в работе [104]).

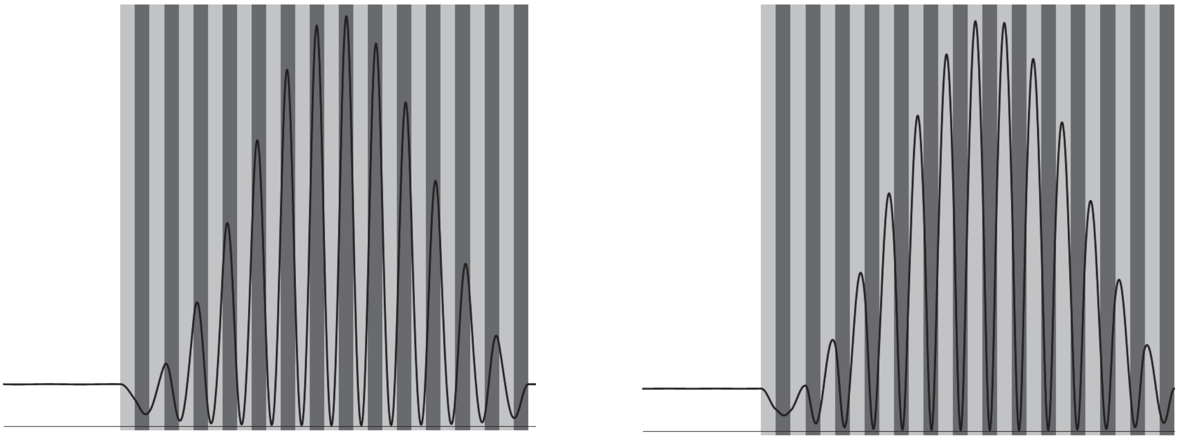
Приведем пример, когда существенное изменение эффекта Фарадея определяется изменением фактора локализации при почти неизменной добротности. Рассмотрим прохождение света через фрагмент регулярного ФК, содержащего МО-слои (магнитофотонный кристалл, МФК).

Как и ожидается (рисунок 2.23), эффект Фарадея усиливается вблизи резонансов прохождения, находящихся в разрешенных зонах (они соответствуют полуволновому условию на блоховское волновое число). Но усиление на различных резонансах существенно отличается, хотя ширина резонансов Γ примерно одинакова. С одной стороны от запрещенной зоны усиление велико, с другой стороны эффект Фарадея может быть меньше объемного значения. Этот результат определяется эффектом, который можно назвать оптическим аналогом эффекта Бормана: вблизи низкочастотного края запрещенной зоны электрическое поле сосредоточено в слоях с большим ε, вблизи высокочастотного — в слоях с меньшим ε. В разрешенной зоне вблизи краев запрещенной зоны этот эффект также имеет место, в частности, на частоте ближайшего к краю зоны резонанса прохождения (рисунок 2.24). Эти резонансы определяются условием Фабри-Перо для блоховского волнового числа. Если сравнивать добротности резонансов, ближайших к краям запрещенной зоны, то они почти одинаковы: $Q = 117$ для низкочастотного края и $Q = 110$ для высокочастотного. А доля энергии, находящейся в слоях с большим ε, соответственно, $W_{MO} / W = 0.90$ и $W_{MO} / W = 0.44$, т.е. отличие более чем в два раза. В таком же соотношении находятся углы Фарадея на рисунке 2.24а слева и справа от запрещенной зоны. Таким образом, наряду с резонансным усилением, локализация поля в МО-слоях оказывается существенной.



а б

Рисунок 2.23 − Спектр прохождения (сплошная линия), эффекта Фарадея (штриховая линия), объемного эффекта Фарадея в слое суммарной толщины (пунктирная линия). МО свойствами обладает слой с большей (а) или меньшей (б) диэлектрической проницаемостью; отношение g / ε в обоих случая одинаково. Вертикальные линии показывают границы зон.



а б

Рисунок 2.24 − Интенсивность электрического поля в МФК на частоте резонанса прохождения, ближайшего к низкочастотной (а) и высокочастотной (б) границе запрещенной зоны.

Идеальный эффект Фарадея

Описанный в данном разделе эффект предложен А.М. Мерзликиным, расчет и подбор параметров произведен автором данной диссертации.

Как легко понять из рисунка 2.22а, увеличение намагниченности и, следовательно, расщепления резонансов, приводит не только к увеличению фарадеевского вращения, но и к неизбежному уменьшению интенсивности прошедшего сигнала. В однорезонансном приближении, которое использовалось выше, в частности, при выводе формулы (2.111), комплексный коэффициент прохождения имеет вид $T = \dfrac{\alpha}{k_0 - k_r + i\Gamma}$. Если рассмотреть два таких резонанса (МО расщепление) и учесть, что угол Фарадея равен $\theta = 0.5\left(\varphi^+ - \varphi^-\right)$, то при исключении частоты из этих уравнений получаем однозначную зависимость между амплитудой сигнала и фарадеевским вращением (этот результат был ранее получен в работе [49] другим способом):

$$T = T_0 \cos\theta \qquad (2.112)$$

Эта зависимость не включает в себя добротность. Следовательно, увеличение добротности резонанса позволяет лишь получить больший угол при данной магнитооптической постоянной, но амплитуда сигнала уменьшится вне зависимости от значения добротности. Более правильно рассматривать формулу (2.112) как верхний предел, который далек от достижения на практике, главным образом из-за потерь в МО-слоях. Тем не менее, в работе [49] предложено использовать ФК с двумя дефектами, что создает два расположенных рядом резонанса. Мы предлагаем другую, более простую схему, в которой также используется перекрытие резонансов разных порядков, и предел (2.112) может быть превзойден.

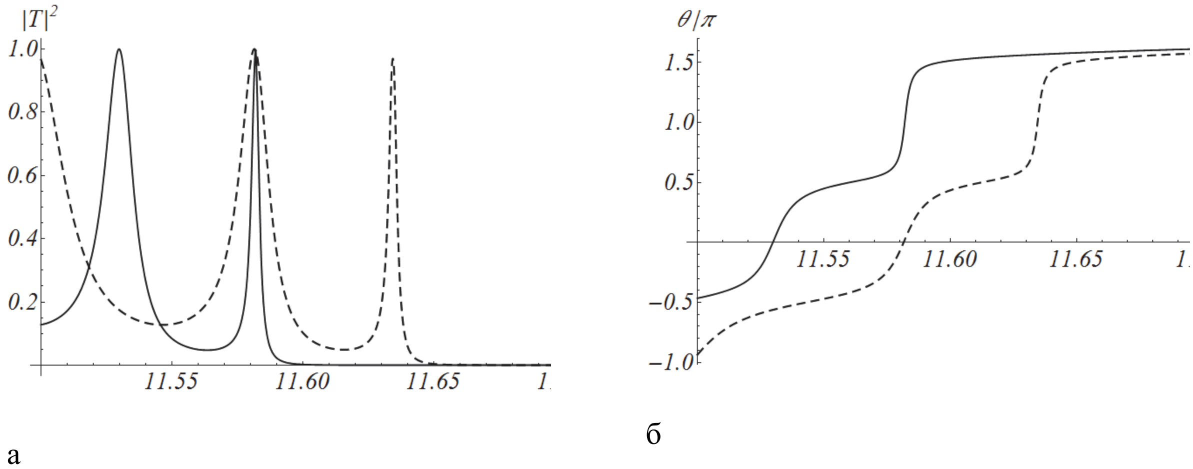


Рисунок 2.25 − Совпадение частот резонансов разных порядков для двух круговых поляризаций. а. Коэффициент прохождения. б. Фаза. Период ФК состоит из двух слоев ($\varepsilon_1 = 1$, $d_1 = 0.1$ мкм, $\varepsilon_2 = 2$, $g_2 = 0.01$, $d_2 = 0.1$ мкм), ФК включает 58 периодов.

Рассмотрим конечный образец МФК. Увеличивая число слоев в нем, можно добиться того, чтобы разность частот резонансов разных порядков, находящихся в разрешенной зоне, стала сколь угодно малой. Когда она становится равной величине магнитооптического расщепления резонанса, возникает пересечение резонансов разных порядков (рисунок 2.25а). Поскольку каждый резонанс дает изменение фазы π, очевидно, что разность фаз между обеими поляризациями также равна π, а угол фарадеевского вращения равен $\pi/2$ (см. рисунок. 2.25б и рисунок 2.26 на частоте 11.58). Для осуществления этой идеи для существующих МО веществ необходимо иметь близкие частоты резонансов разных порядков. Это можно получить, увеличивая количество слоев в ФК (в рассмотренном примере оно равно 58), а также используя частоту вблизи границы разрешенной зоны. Плотность резонансов пропорциональна плотности числа состояний (обратно пропорциональна групповой скорости), которая имеет максимум на границе зоны. Увеличение числа слоев позволяет сделать плотность состояний сколь угодно большой.

Реализация такой системы на практике потребует очень точного воспроизведения теоретически найденных параметров, поскольку при большом числе слоев нужно получить совпадение частот двух узких резонансов.

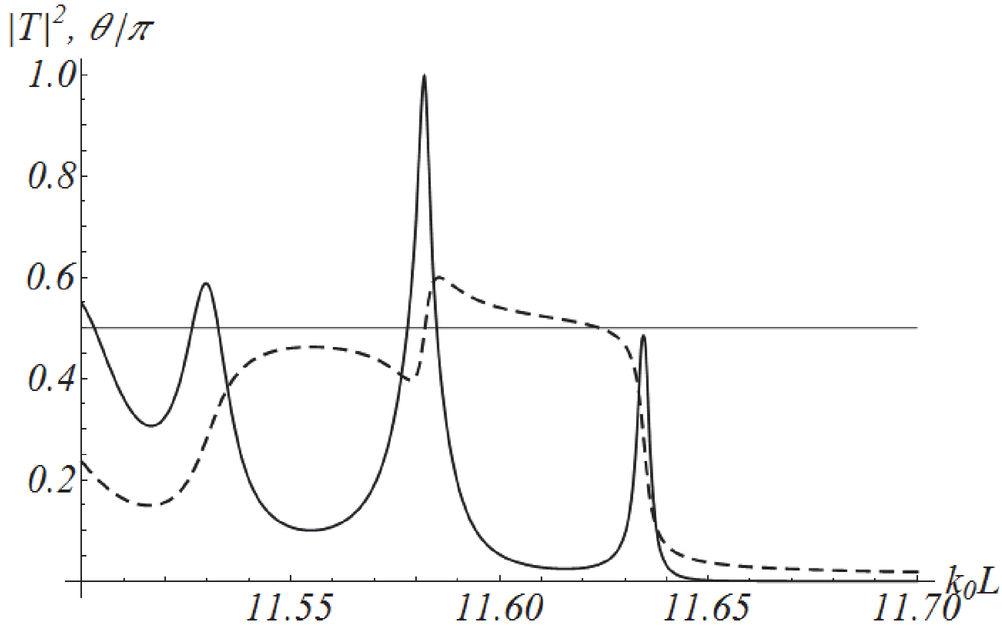


Рисунок 2.26 − Коэффициент прохождения (а) и угол Фарадея (б) при падении линейной поляризации на ФК с параметрами, как на рисунке 2.25. На частоте $k_0L = 11.58$ имеет место единичное прохождение и поворот поляризации на 90˚.

2.3.2 Усиление магнитооптических эффектов Керра и Фарадея таммовским состоянием

В разделе 2.3.1 исследовалось усиление эффекта Фарадея резонансом. Для предыдущего анализа было неважно, в какой системе этот резонанс создается. В предшествующих работах предлагалось использовать дефект-моду или магнитофотонный кристалл (см. обзор в разделе 2.3.1). В данном разделе показано, что для усиления эффекта Фарадея также можно использовать таммовское состояние (см. раздел 2.2.4). Оно возникает в системе граничащих друг с другом магнитного и немагнитного ФК. Пусть ячейка первого ФК состоит из двух немагнитных материалов: Ta_2O_5 ($n = 2.1$) и SiO_2 ($n = 1.44$). Ячейка второго ФК включает магнитный и немагнитный слои: Bi:DyIG и SiO_2. На длине волны $1.15\,мкм$ тензор диэлектрической проницаемости МО материала имеет $\varepsilon_1 = 5.58$ и $\gamma = -0.00198$. На рисунке 2.27 показан коэффициент прохождения для системы, в которой взято по 8 слоев каждого ФК. Пик в запрещенной зоне обоих ФК соответствует таммовскому состоянию. Точнее, там находятся два близко расположенных пика, соответствующих циркулярным волнам противоположных поляризаций. Коэффициенты прохождения для обеих волн показаны в более крупном масштабе на рисунке 2.28 (жирные линии). Видно, что при $\lambda = 1.15$ мкм коэффициенты прохождения равны для обеих поляризаций. Это значит, что прошедшая волна будет линейно (а не эллиптически) поляризована. Ее плоскость поляризации повернута на половину угла, равного разности фаз коэффициентов прохождения (рисунок 2.28, тонкие линии).

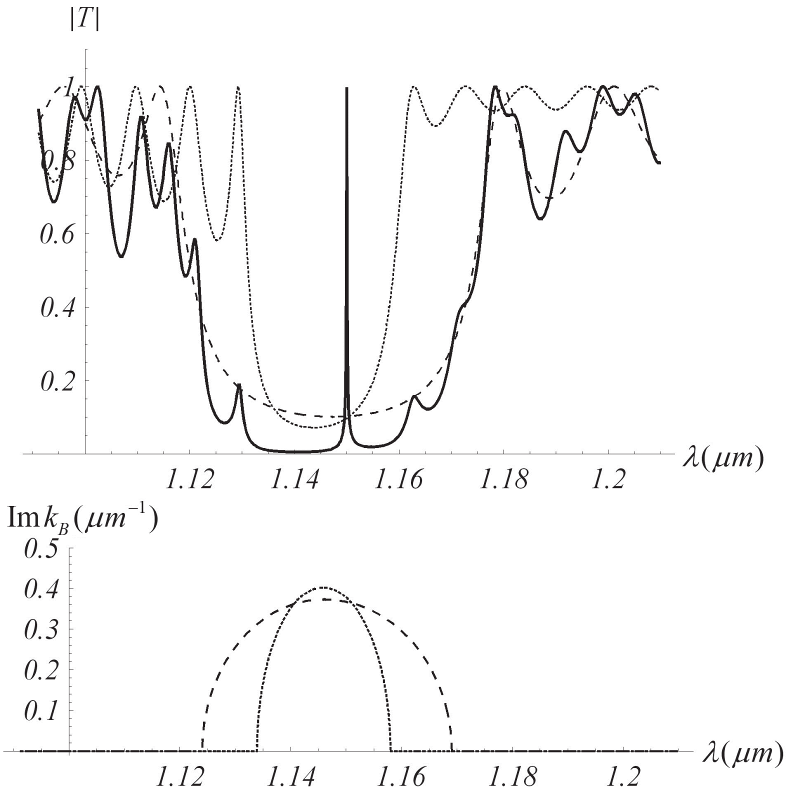


Рисунок 2.27 − Коэффициент прохождения для системы двух ФК, описанных в тексте. На верхнем графике сплошная линия соответствует системе двух ФК, пунктирная и штриховая каждому из кристаллов в отдельности. Нижний график показывает мнимые части блоховского волнового числа для каждого кристалла. Видно, что при длине волны $\lambda = 1.15$ мкм, которая принадлежит запрещенным зонам обоих кристаллов, имеется резкий пик прохождения, соответствующий таммовскому состоянию.

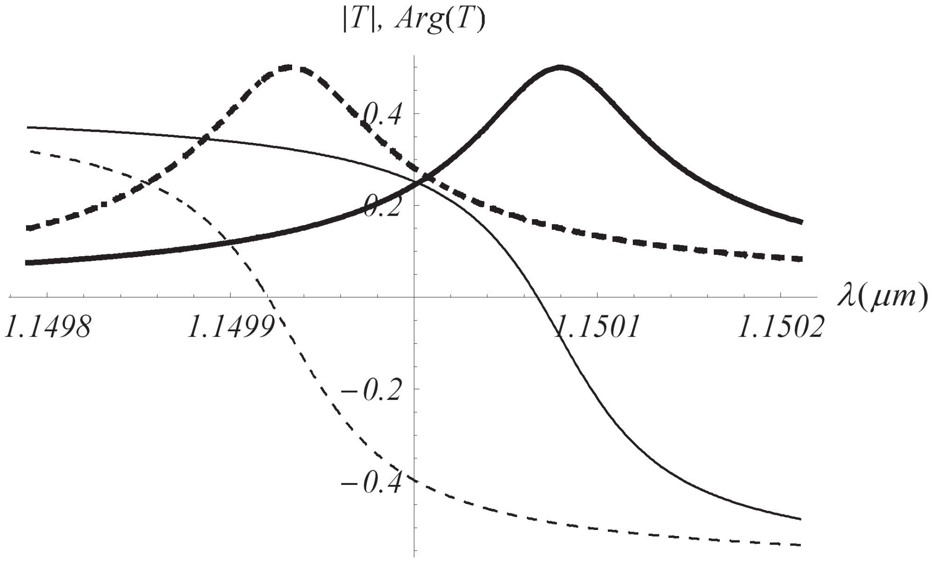


Рисунок 2.28 − Амплитуда (жирные линии) и фаза (тонкие линии) коэффициента прохождения системы двух ФК, описанных в тексте. Сплошная и пунктирная линия обозначают правую и левую поляризации.

Результаты численных расчетов для коэффициента прохождения и угла вращения для разного числа слоев приведены в табл. 1.

Таблица 1

Эффект Фарадея при различном числе слоев в кристаллах

Число слоев в каждом ФК	Коэффициент прохождения по мощности, $\|T\|^2$	Угол вращения плоскости поляризации в градусах
6	0.88	20.1
7	0.63	37.7
8	0.28	58.6
9	0.079	73.9

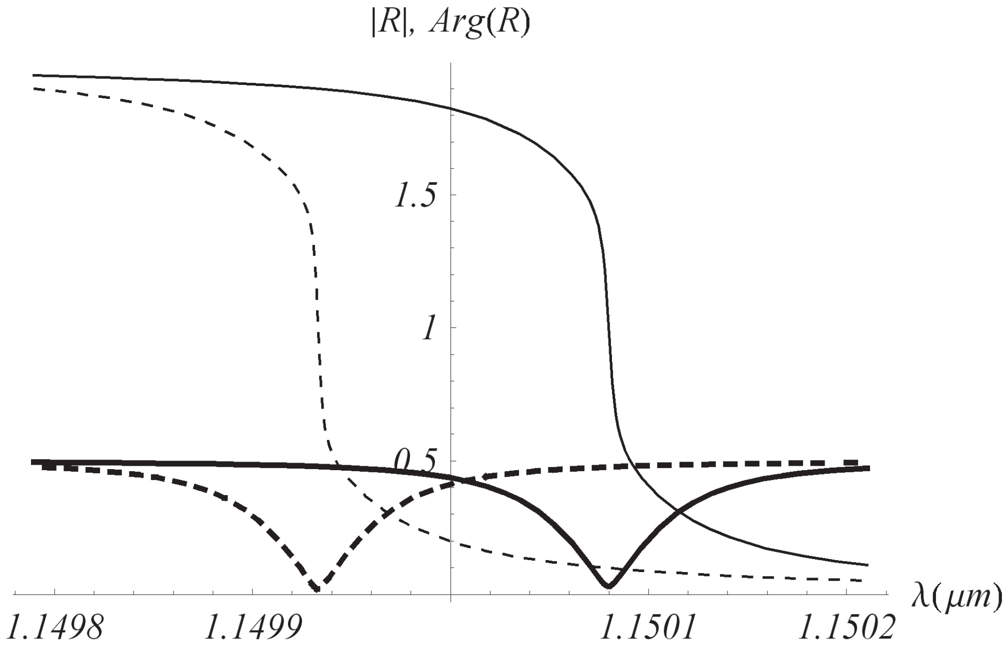


Рисунок 2.29 − Амплитуда (толстые линии) и фаза (тонкие линии) коэффициента отражения системы двух ФК, описанных в тексте. Сплошная и пунктирная линии обозначают правую и левую поляризации.

Существенный эффект Керра, т. е. вращение плоскости поляризации при отражении, также наблюдается в той же схеме. Результаты показаны на рисунке 2.29 и в табл. 2.

Таблица 2

Эффект Фарадея при различном числе слоев в кристаллах

Число слоев в каждом ФК	Коэффициент отражения по мощности, $\|R\|^2$	Угол вращения плоскости поляризации в градусах
6	0.12	74.3
7	0.37	55.4
8	0.72	33.4
9	0.92	17.3

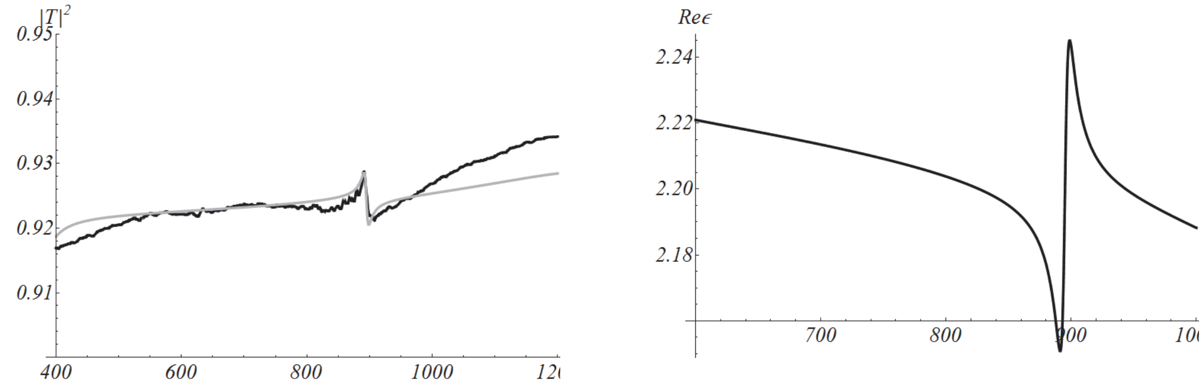
Для слоя рассматриваемого МО-вещества толщиной, равной толщине 8 МО-слоев кристалла, вращение плоскости поляризации составляет всего около 2° для прошедшей и отраженной волн.

Рассмотренная система является достаточно устойчивой к потерям для реализации ее на практике. Эффект наблюдается при величине тангенса потерь до 10^{-3}, тогда как в эксперименте он менее 10^{-7} для МО вещества. Чувствительность к беспорядку (неодинаковой толщине слоев) также оказывается достаточно низкой. При варьировании толщины слоев пик коэффициента прохождения остается различимым, когда относительное среднеквадратичное отклонение толщины слоев не превышает 2%.

Теоретическое сопровождение экспериментов по проверке наличия таммовских состояний и усиления МО эффектов

По нашим расчетам группа проф. М. Инуе (А. Барышев, Т. Гото) из Университета Тойохаши (Япония) провела экспериментальную проверку наличия таммовских состояний на границе двух фотонных кристаллов и усиления эффекта Фарадея. Общее руководство и идеи проведенных работ принадлежат А.М. Мерзликину, тогда как автор данной диссертационной работы провел все расчеты.

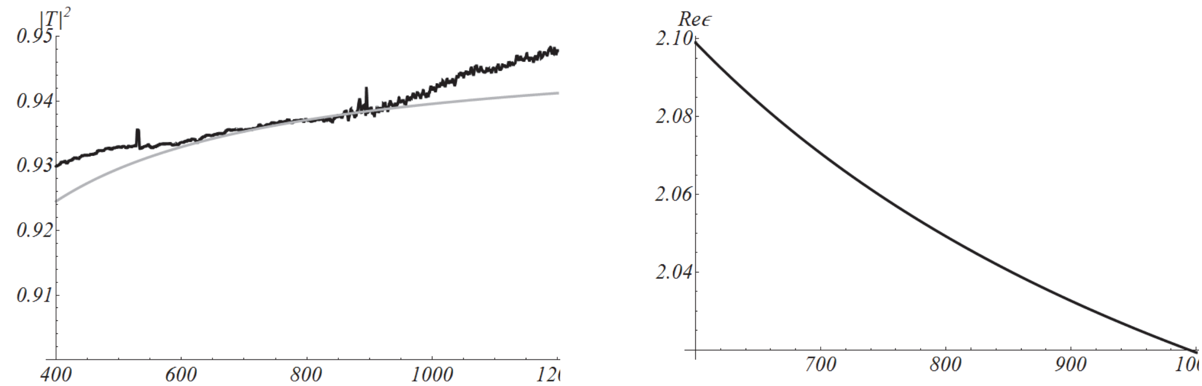
Сначала были получены диэлектрические проницаемости компонентов. Для этого по спектрам прохождения используемых подложек (B270 и кремний) были подобраны их диэлектрические проницаемости (рисунок 2.30, 2.31). В расчете коэффициента прохождения толщина подложки считалась равной бесконечности: было аналитически проведено усреднение величины $|T|^2$ по частым интерференционным колебаниям. В результате получается результат $|T|^2 = \dfrac{16 Z_1^2 Z_2^2}{\left|Z_1 + Z_2\right|^4 + \left|Z_1 - Z_2\right|^4}$, не зависящий от толщины слоя. Этот расчет учитывает, что прибор не различает интерференционные колебания, производя усреднение по ним. Такое вычисление имеет смысл только в предположении отсутствия потерь, т.к. в противном случае стремление толщины слоя к бесконечности приведет к отсутствию прохождения. Поэтому, хотя дисперсия подбиралась по формуле Лоренца, мнимая часть ε не учитывалась.



а

б

Рисунок 2.30 − а. Спектр пропускания подложки B270 (черная кривая — эксперимент, серая — теория); б. использованная в расчетах дисперсия диэлектрической проницаемости

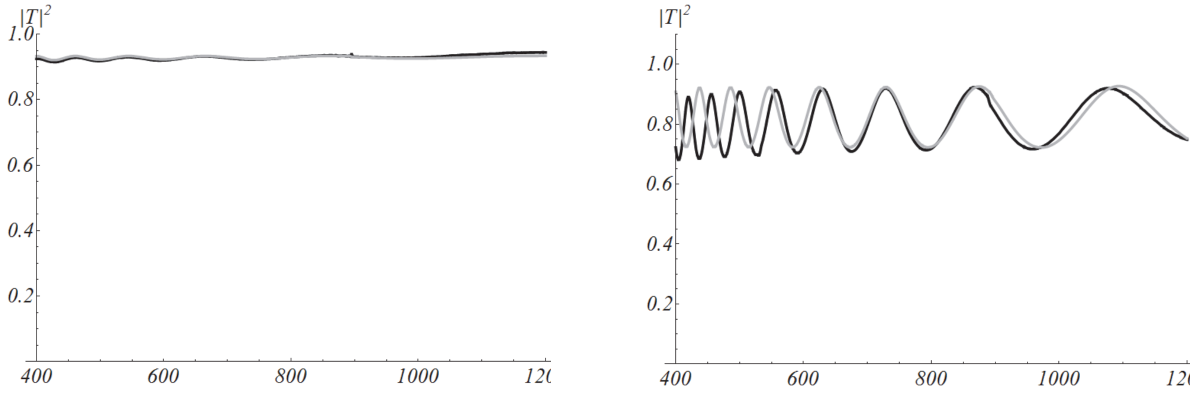


а

б

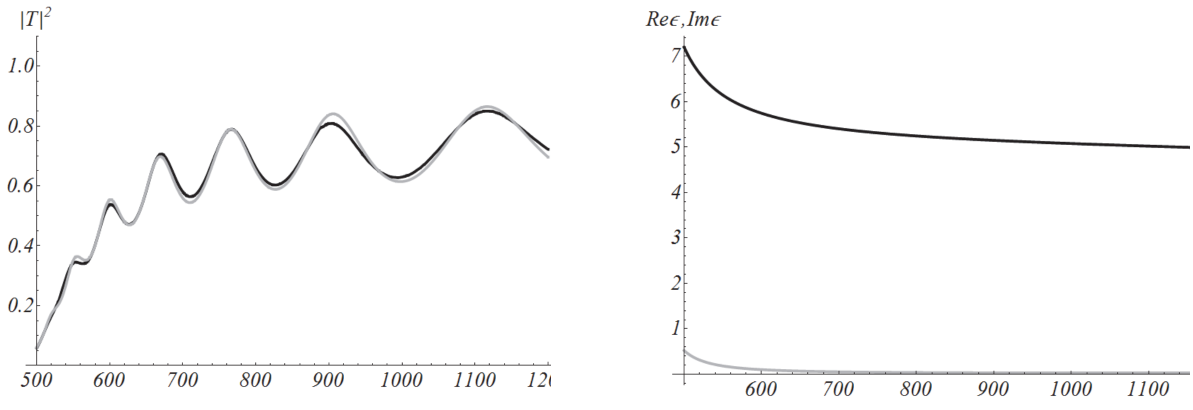
Рисунок 2.31 − а. Спектр пропускания подложки из кварца (черная кривая — эксперимент, серая — теория); б. использованная в расчетах дисперсия диэлектрической проницаемости

Далее, были использованы результаты экспериментов, в которых слой каждого из компонентов будущей резонансной структуры (SiO_2, Ta_2O_5, висмут-замещенный железоиттриевый гранат $Bi:YIG$) находился на одной из подложек. Слои были достаточно тонкими, чтобы различить интерференционные колебания. Измеренные толщины слоев были подкорректированы для лучшего согласия с экспериментом. Для SiO_2, Ta_2O_5 дисперсия не учитывалась (рисунок 2.32).



а б

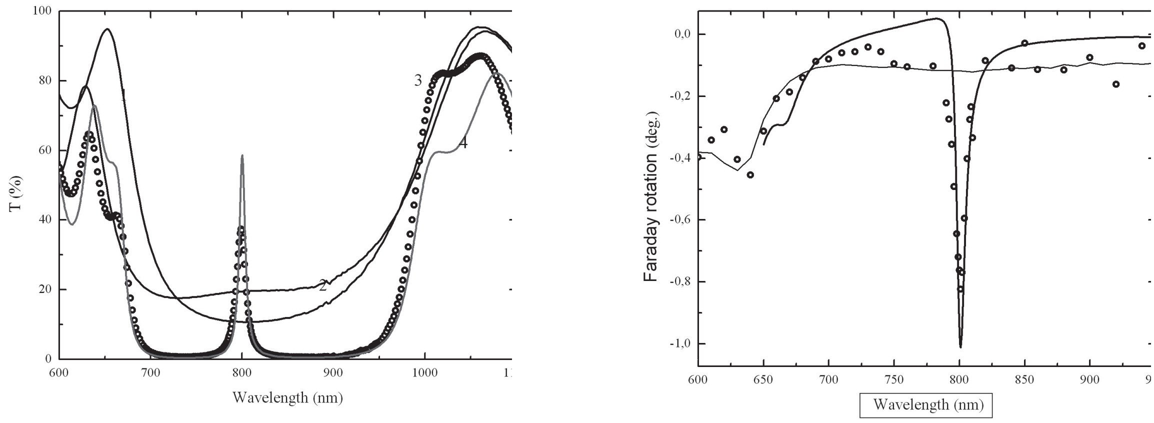
Рисунок 2.32 − Спектр пропускания слоя SiO_2 (а) и Ta_2O_5 (б) на подложке B270 (черная кривая – эксперимент, серая – теория). Дисперсия в SiO_2 и Ta_2O_5 не учитывалась; использованы значения $\varepsilon = 2.093$ и $\varepsilon = 4.36$ соответственно.



а б

Рисунок 2.33 − а. Спектр пропускания слоя магнитооптического материала — висмут-замещенного железоиттриевого граната (черная кривая — эксперимент, серая — теория) на подложке из кварца; б. использованная в расчетах дисперсия диэлектрической проницаемости ЖИГ (черная кривая — $\mathrm{Re}\,\varepsilon$, серая — $\mathrm{Im}\,\varepsilon$)

Дисперсия для $Bi:YIG$ предполагалась лоренцевской (потери учитывались), рисунок 2.33. Для последующего расчета угла Фарадея требовалась дисперсия магнитооптического параметра $Bi:YIG$, которая была взята из результатов экспериментов, проведенных вне данной работы.



а б

Рисунок 2.34 − Результаты расчетов (сплошные линии) и эксперимента (точки). а. Коэффициент прохождения через структуру ФК/ФК (линия с пиком) и через каждый из двух ФК в отдельности. б. Угол Фарадея для структуры ФК/ФК (линия с пиком) и для однородного слоя $Bi:YIG$ суммарной толщины

Исходя из расчетов, были предложены следующие параметры структуры для наблюдения таммовского состояния: 5*{ SiO_2 138 нм, $Bi:YIG$ 87 нм}+5*{ Ta_2O_5 93.6 нм, SiO_2 138 нм}. В эксперименте кристалл Ta_2O_5/SiO_2 наносился на кварцевую подложку. Чтобы это учесть, использовалась модель, подобная описанной выше для однородного слоя: толщина подложки считалась бесконечной, и производилось усреднение по интерференционным колебаниям в подложке. Интерференция, связанная с другими (тонкими) слоями, учитывалась. Считая известными Т-матрицу многослойной структуры (два фотонных кристалла, либо один из них) и диэлектрическую проницаемость подложки, было получено выражение для усредненного коэффициента прохождения. Результаты этих расчетов показаны на рисунке 2.34а. Также был рассчитан эффект Фарадея как $\theta = 0.5\left(\arg\left(T\left(\varepsilon+g\right)\right)-\arg\left(T\left(\varepsilon-g\right)\right)\right)$, где $\arg$ обозначает фазу функции, $T\left(\varepsilon+g\right)$ — коэффициент прохождения для структуры, в которой к диэлектрической проницаемости МО-слоев прибавлен недиагональный элемент. Угол Фарадея также имел частые интерференционные колебания, связанные с наличием толстой подложки. По ним было произведено усреднение в виде интегрирования по периоду функции $\exp\left(i\kappa\right)$, где κ — оптическая толщина подложки. Результат показан на рисунке 2.34б.

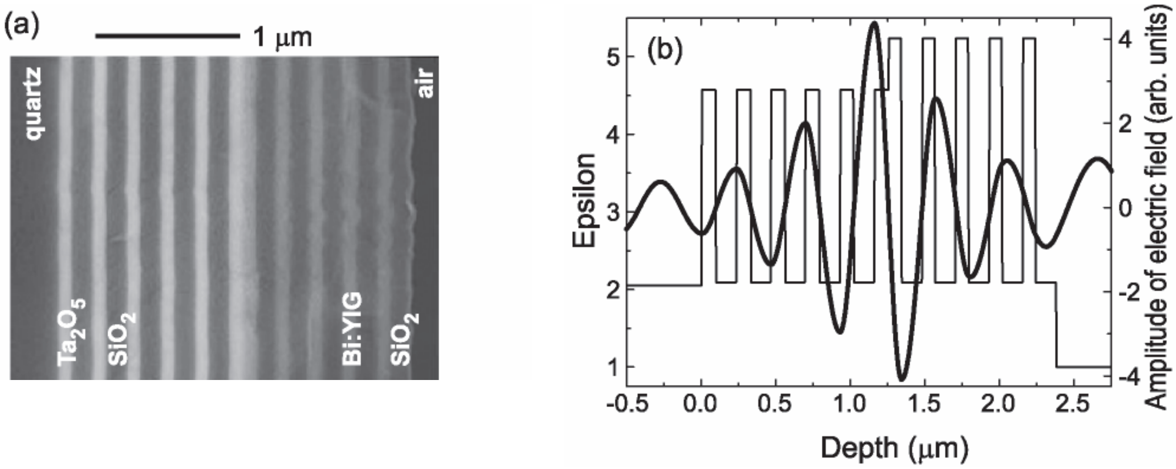


Рисунок 2.35 − а. Фотография структуры, используемой в эксперименте. б. Зависимость диэлектрической проницаемости от координаты и результат расчета распределения поля в структуре.

Фотография структуры, полученной экспериментально, показана на рисунке 2.35а. Искривление слоев не привело к сильным отклонениям результатов эксперимента (показаны точками на рисунке 2.34) от расчетных, что говорит о хорошей устойчивости схемы. Результат расчетов электрического поля в структуре показан на рисунке 2.35 б.

2.3.3 Усиление магнитооптического эффекта Фарадея поверхностным плазмоном

Методом взаимодействующих мод изучаются схемы, в которых эффект Фарадея усиливается плазмонным резонансом, а также резонатором типа Фабри-Перо. Показано, что величина эффекта определяется, во-первых, тем, какие моды (имеющая поляризацию падающей волны или кросс-поляризацию) усиливаются резонансом. Во-вторых, при заданном усилении важна величина перекрытия мод. Так, в схеме с плазмоном резонансно усиливается только кросс-поляризация. В результате нет необходимости ставить дополнительный поляризатор на выходе. Однако эффект (интенсивность кросс-поляризации на выходе) оказывается пропорциональным $\ln^2 Q$, где Q — добротность резонанса. Модификация этой схемы позволила увеличить перекрытие мод и получить более сильную зависимость от добротности, $\sim Q$. В схеме с резонатором типа Фабри-Перо резонанс усиливает обе взаимодействующих моды, что увеличивает их взаимодействие и приводит к эффекту, пропорциональному Q^2.

Схема с поверхностным плазмоном

В разделах 2.3.1, 2.3.2 рассматривался метод усиления эффекта Фарадея диэлектрическими резонансными структурами. Здесь будет рассмотрено усиление структурами, содержащими метаматериалы (среды с отрицательными проницаемостями). Существуют несколько способов усиления МО эффектов, основанных на использовании метаматериалов.

Наиболее очевидное использование метаматериалов – это снижение эффективной диэлектрической проницаемости МО слоя путем внедрения включений с отрицательной диэлектрической проницаемостью. Как известно, угол фарадеевского вращения пропорционален $g/\sqrt{\varepsilon}$, где ε и g есть диагональный и недиагональный элементы тензора диэлектрической проницаемости, следовательно, уменьшение ε эквивалентно усилению МО свойств.

Другую возможность усиления МО свойств дает использование поверхностных волн, существующих на границе металла (или заменяющего его метаматериала) и МО материала. В работах [164-166] было предложено таким способом усиливать эффект Керра[9].

В данной работе рассматриваются модификации этих схем для усиления полярного эффекта Фарадея. Как и в случае усиления эффекта Керра, в предлагаемой схеме используется трансформация распространяющихся волн в неоднородные, усиление последних за счет плазмонного резонанса и обратная трансформация неоднородных волн в распространяющиеся. Трансформация волн осуществляется при помощи эффекта нарушенного полного внутреннего отражения.

Рассматриваемая нами схема (рисунок 2.36) состоит из призмы, изготовленной из материала с высокой диэлектрической проницаемостью, МО слоя со сравнительно более низкой диэлектрической проницаемостью, слоя метаматериала (в случае ИК или оптического диапазона роль метаматериала играет слой золота или серебра, обладающего в данном диапазоне отрицательной диэлектрической проницаемостью), и второй призмой.

[9]В указанных работах также рассматривался «эффект Фарадея в ближних полях», мы же модифицируем предложенную схему для наблюдения этого эффекта в дальних полях.

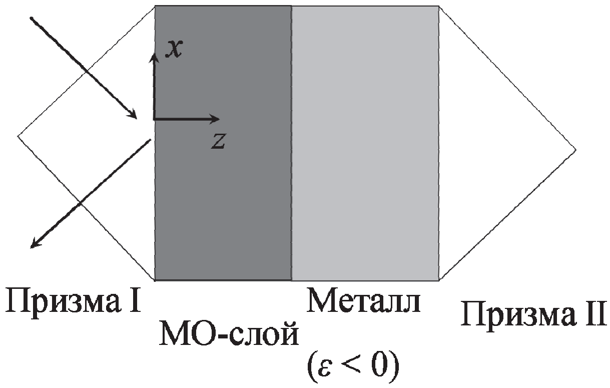
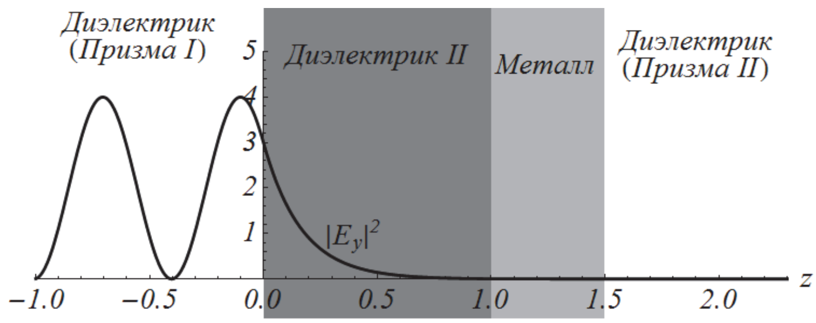


Рисунок 2.36 − Схема для усиления эффекта Фарадея поверхностным плазмоном.

а



б

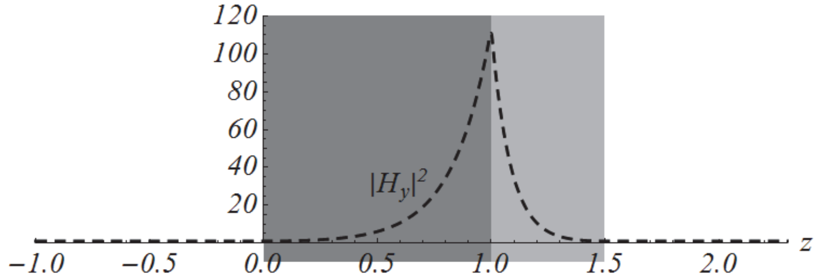


Рисунок 2.37 − Распределение поля в схеме, приведенной на рисунке 2. 36, при отсутствии намагниченности (МО-слой становится изотропным диэлектриком). Падает *TE*-поляризованная (а) или *TM*-поляризованная (б) волна.

Рассмотрим сначала *ненамагниченную систему*. Тогда *TE*- или *TM*-поляризация волн сохраняется. Если падающая волна *TE*-поляризована, она испытывает внутреннее отражение в призме, и в результате практически не проходит через систему (рисунок 2.37а). Если же падающая волна *TM*-поляризована, при выполнении условия плазмонного резонанса, которое соответствует пересечению дисперсионных кривых падающей волны и плазмона, возможно безотражательное прохождение (резонансное туннелирование) волны через систему (рисунок 2.37б). Плазмон проявляется как пик коэффициента прохождения для *TM*-волн; для *TE*-волн он отсутствует (рисунок 2.38).

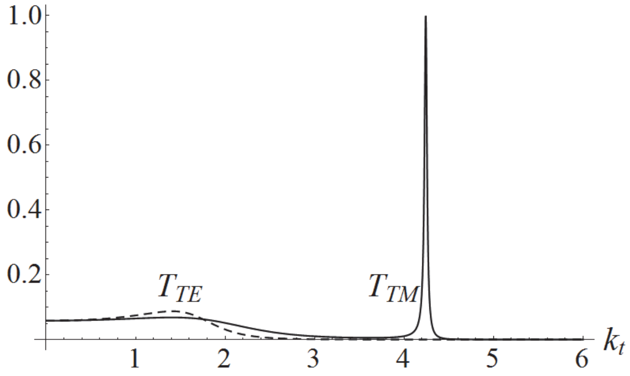


Рисунок 2.38 − Зависимость коэффициента прохождения через ненамагниченную систему для *TE*- и *TM*-поляризованных волн от тангенциального волнового числа. Пик вызван плазмонным резонансом.

При *наличии намагниченности* падающая *TE*-поляризованная волна создает в МО-слое неоднородную волну, которая обладает гибридной поляризацией, т.е. имеет примесь *TM*-поляризованной компоненты. Благодаря этой компоненте на границе МО-слоя и металла возбуждается плазмон. Для этого необходимо, чтобы тангенциальная компонента волнового числа k_x удовлетворяла дисперсионному уравнению плазмона: $k_0^2 / k_x^2 = 1/\varepsilon_{MO} + 1/\varepsilon_M$ (ε_{MO} и ε_M обозначают диэлектрические проницаемости МО-вещества и металла соответственно, $k_0 = \omega / c$ — нормированная частота). Для упрощения дальнейших выкладок, потребуем выполнения условия компенсации возрастания волны в МО-слое и убывания в слое металла:

$$\kappa_{MO} d_{MO} = \kappa_M d_M \qquad (2.113)$$

где $\kappa_{MO} = \sqrt{k_x^2 - \varepsilon_{MO} k_0^2}$,$\kappa_M = \sqrt{k_x^2 - \varepsilon_M k_0^2}$. Хотя данное условие и не является оптимальным, но оно позволяет выявить все существенные моменты, не отягощая анализ излишней громоздкостью.

Таким образом, *TE*-волна, экспоненциально затухающая в МО-слое, практически полностью отражается, а *TM*-волна, экспоненциально возрастающая в МО-слое, усиливается благодаря плазмонному резонансу (рисунок 2.39). В результате прошедшая волна *TM*-поляризована и, следовательно, эффективное фарадеевское вращение плоскости поляризации примерно равно 90º.[10]

[10]Плазмон при наличии магнитооптического вещества включает в себя примесь *TE*-поляризации, а не только *TM*, и отношение их амплитуд линейно по g / ε_{MO} . Это приводит к тому, что при

Это верно в окрестности условия плазмонного резонанса, где компоненты поля, характерные для *TM*-волн, на выходе из системы становятся больше, чем компоненты, характерные для *TE*-волн (рисунок 2. 40).

Теперь, в отличие от систем, рассмотренных в разделе 0, критическим параметром становится не угол Фарадея, а интенсивность прошедшей волны. Оценим эту величину.

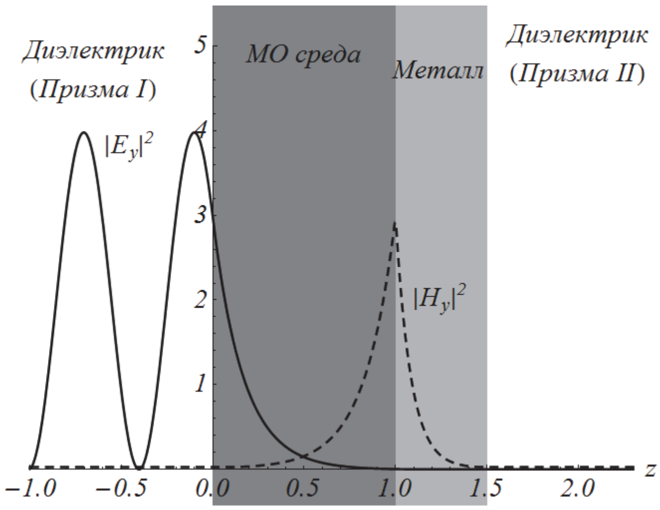
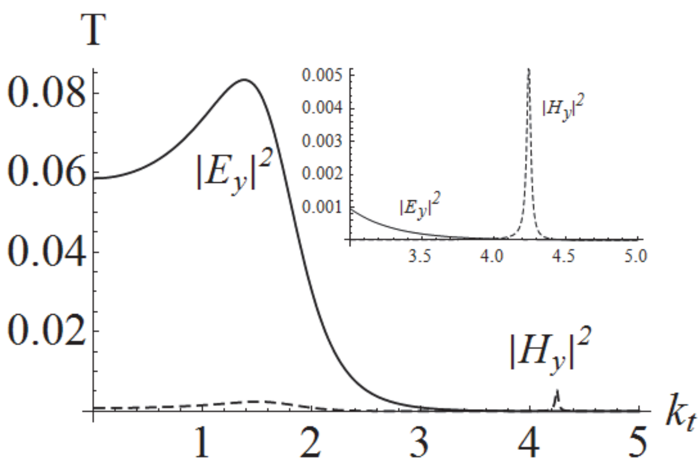


Рисунок 2.39 − Распределение поля в схеме, приведенной на рисунке 2.36, при наличии намагниченности (МО-слой становится гиротропным диэлектриком). Падает *TE*-поляризованная волна. Сплошной линией показана компонента, характерная для *TE*-поляризованной волны, штриховой — для *TM*-поляризованной волны.



увеличении g / ε_{MO} фарадеевское вращение, почти достигнув 90°, начинает уменьшаться. Однако этот эффект едва ли может быть заметен для существующих МО-веществ.

Рисунок 2.40 − Интенсивность на выходе из системы компонент поля, характерных для *TE*-поляризации (сплошная линия) и *TM*-поляризации (штриховая линия) при падении *TE*-поляризованной волны. На вставке показан масштабированный участок графика (пик соответствует плазмонному резонансу).

Запишем уравнения Максвелла

$$\left[\nabla, \vec{E}\right] = k_0 \vec{H},$$

$$\left[\nabla, \vec{H}\right] = -k_0 \hat{\varepsilon} \vec{E},$$

в которых $\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & ig & 0 \\ -ig & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix}$. Предполагая плоскость xz плоскостью падения (рисунок 2.36), получим $\partial / \partial x = ik_x$, $\partial / \partial y = 0$. При отсутствии намагниченности система из шести уравнений Максвелла разделяется на 2 независимых группы, соответствующих *TE*-волне (уравнения содержат E_y, H_x, H_z) и *TM*-волне (H_y, E_x, E_z) [32]. Магнитооптические эффекты связывают эти две подсистемы:

TE:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial E_y}{\partial z} = ik_0 H_x, \\ ik_x E_y = ik_0 H_z, \\ \dfrac{\partial H_x}{\partial z} - ik_x H_z = \boldsymbol{-k_0 g E_x} - ik_0 \varepsilon E_y, \end{cases} \tag{2.114}$$

TM:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial E_x}{\partial z} - ik_x E_z = ik_0 H_y, \\ -\dfrac{\partial H_y}{\partial z} = \boldsymbol{k_0 g E_y} - ik_0 \varepsilon E_x, \\ ik_x H_y = -ik_0 \varepsilon E_z. \end{cases} \tag{2.115}$$

Жирным выделены слагаемые, обусловленные магнитооптикой и связывающие между собой эти две системы уравнений. Они стоят на тех местах, где обычно стоит ток. Таким образом, *TE*-волну можно представить как эффективный ток, создающий *TM*-волну, и наоборот: $\dfrac{4\pi}{c} j_y^{TE} = -k_0 g E_x$, $\dfrac{4\pi}{c} j_x^{TM} = k_0 g E_y$.

Ввиду малости фактора гиротропии g/ε_{MO}, данные члены можно учитывать по теории возмущения. Найдем сначала поле *TE*-волны без учета магнитооптики. Полученное поле E_y рассмотрим как заданный ток в системе (2.114), откуда найдем H_y (напомним, что в *TE*-волне $H_y = 0$). В принципе, далее можно найти поправки к полям E_y и H_y, последовательно подставляя компоненты поля, найденные из одной из систем (2.114), (2.115) в другую. Однако параметром малости в данном разложении служит величина $Q\left(g/\varepsilon\right)^2$, которая обычно много меньше единицы, поэтому *TM*-поляризованную волну на выходе можно рассчитывать в линейном приближении.

Определим вид зависимости интенсивности кросс-поляризации на выходе от добротности резонатора Q и магнитооптического параметра g/ε. Остальные параметры будем опускать, поскольку они порядка единицы. Если падающая *TE*-волна имеет единичную амплитуду, то прошедшая в МО-слой *TE*-волна имеет амплитуду порядка единицы вблизи границы диэлектрик/МО-слой (рисунок 2.39), изменяясь как $E_y \sim \exp\left(-\kappa z\right)$. Большая добротность означает $\kappa d_{MO} >> 1$. *TM*-волна, создаваемая этой *TE*-волной, определяется уравнением

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + \left(k_0^2 \varepsilon\left(z\right) - k_x^2\right) H_y = -k_0 g\left(z\right) \frac{\partial E_y}{\partial z},$$

которое получается из системы (2.115). Поскольку МО-параметр $g\left(z\right)$ неравен нулю только в МО-слое, источник находится только в этой области. Для *TM*-волны система является открытым резонатором с большой добротностью, который возбуждается сторонним током j_x^{TM}. Если параметры источника (в нашем случае k_0 и k_x) соответствуют параметрам одной из собственных мод резонатора (в нашем случае это плазмон), то распределение поля примерно такое же, как в собственной моде. Таким образом, поле *TM*-волны можно искать как поле плазмона $H_s\left(z\right)$, нормированное, скажем, на единичное значение на границе резонатора (в МО слое $H_s\left(z\right) = \exp\left(\kappa z\right)$, см. рисунок 2.39), умноженное на некоторый множитель C_s. В результате применения метода собственных мод получаем $C_s \sim Q \cdot \dfrac{\left\langle \partial E_y/\partial z \,|\, H_s \right\rangle_{MO}}{\left\langle H_s \,|\, H_s \right\rangle} \dfrac{g}{\varepsilon}$, где скалярное произведение обозначает интегрирование по объему резонатора (в числителе – только по МО-слою). Первый множитель Q возникает из так называемого резонансного множителя (лоренцевской зависимости от частоты вблизи резонанса). Во втором множителе выражение в числителе – это интеграл перекрытия источника и собственной моды резонатора, в знаменателе – норма собственной моды. Первая из этих величин оценивается как $\left\langle \partial E_y / \partial z \,|\, H_s \right\rangle_{MO} \sim \kappa \int_0^{d_{MO}} \exp(-\kappa z)\exp(\kappa z)\,dz = \kappa d_{MO}$. Вторая – как $\left\langle H_s \,|\, H_s \right\rangle \sim \int_0^{d_{MO}} \exp(2\kappa z)\,dz \sim \exp(2\kappa d_{MO})$. Добротность пропорциональна энергии, находящейся в резонаторе, т.е. $Q = \beta \exp(2\kappa d_{MO})$, где β — некоторая постоянная порядка единицы. Таким образом, добротность сократилась, и $C_s \sim \kappa d_{MO} \dfrac{g}{\varepsilon} = \dfrac{g}{\varepsilon} \ln \dfrac{Q}{\beta}$. Поскольку собственное решение нормировано на единицу на границе резонатора, то коэффициент прохождения по амплитуде определяется величиной C_s, а по интенсивности – C_s^2:

$$T \sim (g/\varepsilon)^2 (\kappa d_{MO})^2 = (g/\varepsilon)^2 \ln^2 (Q/\beta) \qquad (2.116)$$

Недостающий коэффициент в формуле (2.116) также был посчитан, но здесь его приводить мы не будем. Изменяя величину d_{MO} и пропорционально ей d_M, чтобы сохранялось условие , мы будем менять T и Q. Из вышеприведенных формул следует, что коэффициент прохождения T квадратично зависит от толщины d_M. Поэтому для проверки приближенной теории был построен график в этих координатах в двойном логарифмическом масштабе (рисунок 2.41). Линия на этом рисунке показывает расчет с помощью формулы (2.116), в которой учтен упомянутый выше коэффициент пропорциональности. Это прямая с тангенсом угла наклона, равным 2. Точками показан результат точного расчета, выполненный методом Т-матриц 4x4 (это обобщение метода матриц 2x2, изложенного в разделе 1.1.4, на случай, когда *TE*- и *TM*-поляризованные волны не являются собственными решениями). Точный расчет, как и приближенная теория, дает в выбранных координатах почти точную прямую с близким углом наклона. Таким образом, развитый метод является хорошей оценкой и, главное, предсказывает правильную функциональную зависимость.

Формула (2.116) показывает, насколько эффективно резонансные свойства (добротность) используются для усиления волны кросс-поляризации. Поскольку зависимость от Q логарифмическая, эта эффективность очень низка. Причина этого кроется в малом значении интеграла перекрытия функций, соответствующих источнику $\exp(-\kappa z)$ и возбуждению $\exp(\kappa z)$.

Для увеличения интенсивности прошедшей волны можно использовать дополнительный слой-резонатор или принципиально изменить схему, увеличив интеграл перекрытия.

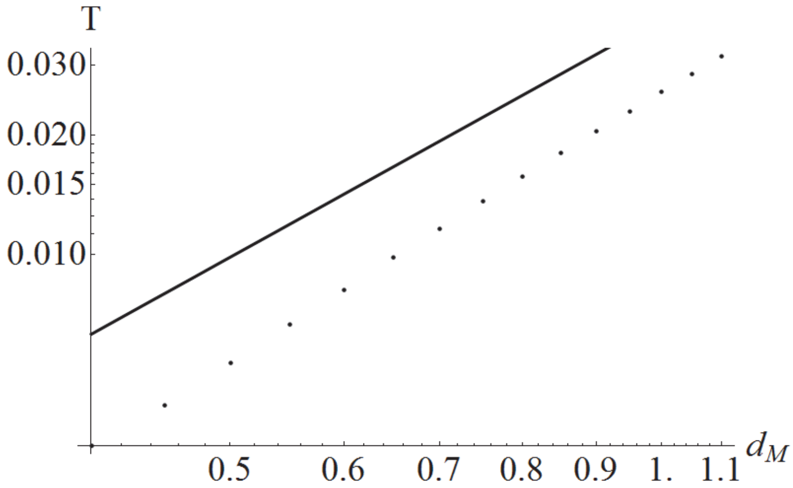


Рисунок 2.41 − Зависимость коэффициента прохождения от толщины слоя металла (при пропорциональном изменении толщины слоя МО-вещества) в двойном логарифмическом масштабе для схемы с плазмоном. Точками показан результат точного расчета, линией — результат, полученный из приближенной формулы (2.116).

Схема с поверхностным плазмоном и дополнительным резонатором

Рассмотрим схему с дополнительным слоем-резонатором. В качестве дополнительного резонатора используем слой диэлектрика, из которого сделана призма, отделив его от призмы слоем вакуума (рисунок 2.42). Так как в вакууме выполняется условие полного внутреннего отражения, он служит «стенкой» резонатора, в котором усиливается *TE*-волна (сплошная линия на рисунке 2.42). Поскольку энергия, находящаяся в дополнительном резонаторе, пропорциональна его добротности Q_{add}, то амплитуда поля пропорциональна $\sqrt{Q_{add}}$. Т.е. интенсивность *TE*-волны в МО-слое увеличивается в Q_{add} раз. Во столько же раз увеличивается и интенсивность прошедшей *TM*-волны, для которой *TE*-волна является источником: $T \sim (g/\varepsilon)^2 Q_{add} \ln^2(Q/\beta)$. При рассматриваемых параметрах интенсивность прошедшего сигнала в резонансе повысилась с 0.5% до 35% (рисунок 2.43).

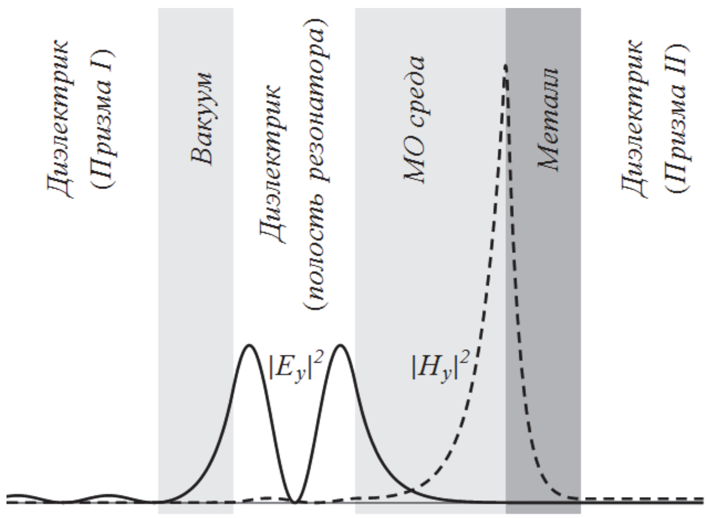


Рисунок 2.42 − Распределение поля в схеме с дополнительным резонатором при наличии намагниченности. Сплошной линией показана компонента, характерная для *TE*-поляризованной волны, штриховой — для *TM*-поляризованной волны.

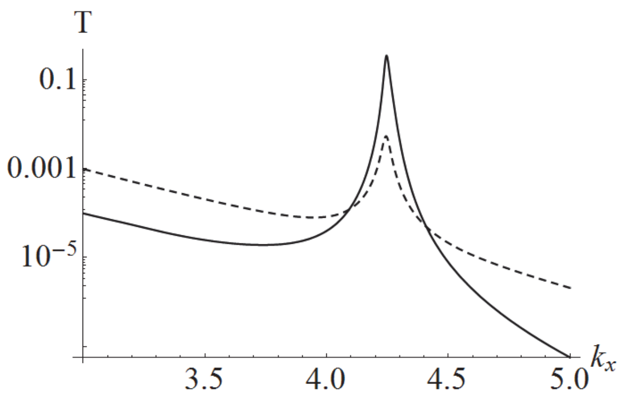


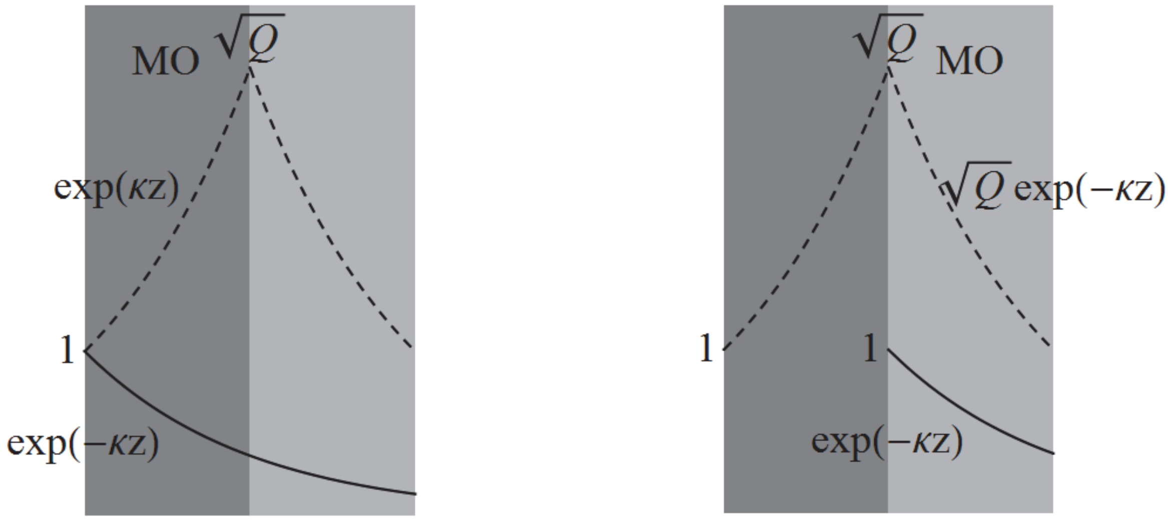
Рисунок 2.43 − Коэффициент прохождения для схемы с дополнительным резонатором (сплошная линия) и без него (штриховая линия). Сплошной линией показана компонента, характерная для *TE*-поляризованной волны, штриховой — для *TM*-поляризованной волны.

Схема с МО-эффектом, пропорциональным добротности

Недостатком схемы, описанной в позапрошлом разделе, является неэффективное использование резонанса: интенсивность волны кросс-поляризации зависит от добротности логарифмически. Это является следствием малого перекрытия падающей волны с резонансной модой и, как следствие, их малым взаимодействием. В этом разделе мы предлагаем схему, лучше использующую свойства резонатора: интенсивность кросс-поляризации пропорциональна добротности.

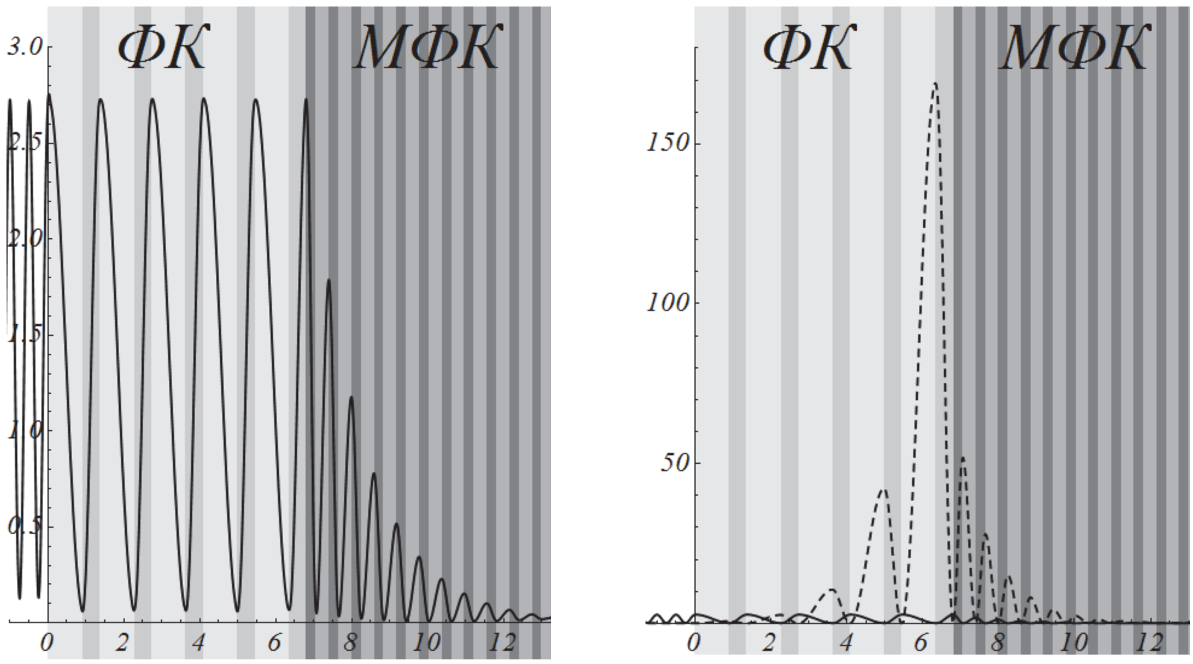
Резонатор, в котором возбуждается плазмон, можно разделить на левую и правую части, показанные разным цветом на рисунке 2.44. Представим, что распределение поля волны падающей поляризации, изображенное на рисунке 2.44а, сдвинулось из левой части в правую, как показано на рисунке 2.44б. Собственное состояние (поле плазмона, нормированное на единицу на краях резонатора), показанное штриховой линией, осталось неизменным. Единственное, что изменилось в амплитуде кросс-поляризации C_s, – это интеграл перекрытия волн падающей и кросс-поляризации. Допустим, что магнитооптическими свойствами теперь обладает не первый слой, а второй (см. рисунок 2.44б), соответственно, интеграл перекрытия нужно считать по нему. Отсчитывая теперь координату *z* от границы между правой и левой частями системы, получаем поле падающей поляризации в виде $\exp(-\kappa z)$ и кросс-поляризации – $\sqrt{Q}\exp(-\kappa z)$. Их перекрытие $\int\limits_0^d \exp(-\kappa z)\sqrt{Q}\exp(-\kappa z)dz \approx \int\limits_0^\infty \exp(-\kappa z)\sqrt{Q}\exp(-\kappa z)dz \sim \sqrt{Q}$ зависит от добротности уже не логарифмическим, а коренным образом. Интенсивность тогда будет пропорциональна Q. Таким образом, перекрытие двух поляризаций можно существенно увеличить, просто сдвинув их друг относительно друга.

Рассмотрим реализацию этой системы. Теперь падающая волна *TM*-поляризована, а в результате МО-эффектов появляется *TE*-поляризация. Вместо МО-диэлектрика и металла используются два фотонных кристалла (ФК), причем МО-слои присутствуют в дальнем по отношению к падающей волне кристалле (магнитофотонный кристалл, МФК) (рисунок 2.45). Каждый из кристаллов имеет ячейку в виде двух однородных слоев, определяемых диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_i^{(j)}$ и толщиной $d_i^{(j)}$, где верхний индекс $j = 1,2$ обозначает номер кристалла, нижний $i = 1,2$ – номер слоя в ячейке. В схеме не используются металлические слои с $\mathrm{Re}\,\varepsilon < 0$, обычно имеющие большие потери, а экспоненциальное возрастание/убывание обеспечивается запрещенными зонами кристаллов.



а б

Рисунок 2.44 − Схематическое изображение распределения поля в волне падающей (сплошная линия) и кросс-поляризации (штриховая линия) в схеме, описанной в разделе 0, и в усовершенствованной схеме.



а б

Рисунок 2.45 − Распределение поля в усовершенствованной схеме. Сплошной линией показана компонента, характерная для *TM*-поляризованной волны, штриховой — для *TE*-

поляризованной волны. Падающая волна *TM*-поляризована.

Пусть фиксирована частота k_0, на которой надо получить усиление МО-эффекта, а также диэлектрические проницаемости $\varepsilon_i^{(j)}$ четырех материалов, образующих кристаллы. Укажем способ построения кристаллов и угол, под которым должно падать излучение.

Угол падения выбирается как угол Брюстера для веществ, из которых сделан первый кристалл, т.е. $k_x = k_0 / \sqrt{1/\varepsilon_1^{(1)} + 1/\varepsilon_2^{(1)}}$, $\sin\theta_B = k_x / k_0$. Это (в сочетании с условием (2.113)) обеспечивает безотражательное прохождение падающей *TM*-волны через ФК (рисунок 2.45а).

Вместо плазмона для усиления кросс-поляризации (теперь это *TE*-поляризация) используется поверхностная волна, существующая на границе ФК/МФК, см. разделы 2.2.3, 2.2.4). Существование поверхностной волны на границе можно обеспечить, подбирая толщину каждого слоя в ФК и МФК из «четверть-волнового» условия: $\sqrt{\varepsilon_i^{(j)} k_0^2 - k_x^2} \cdot d_i^{(j)} = \pi / 2$, которое гарантирует попадание в центр запрещенной зоны и нужное соотношение между импедансами блоховских волн в кристаллах. Кроме того, кристаллы надо повернуть друг к другу так, чтобы они граничили слоями либо с бóльшими, либо с меньшими ε.

Соотношение числа слоев ФК и МФК определяет, в какую сторону излучается поверхностная волна. Если взять много слоев в ФК, излучение назад будет подавлено, и прохождение будет в 4 раза больше, чем при условии компенсации типа (2.113), когда кросс-поляризация высвечивается назад и вперед примерно одинаково. Однако если взять число слоев в ФК слишком большим, очень малое отклонение от условия Брюстера сделает ФК непрозрачным, т.е. система не будет робастной.

В описанной системе падающая *TM*-волна проходит без затухания через ФК и создает экспоненциально убывающую *TM*-волну в МФК (рисунок 2.45а). Если не учитывать колебания поля в ячейке МФК, то волна характеризуется огибающей $H_y \sim \exp(-\kappa z)$ (z отсчитывается от границы ФК/МФК).[11] Указанная волна служит источником поверхностной *TE*-волны (штриховая

[11]Учет внутренней структуры блоховской волны легко произвести, но он усложняет выражения. Скалярное произведение двух блоховских волн $\langle f_1(z)\exp(ik_1 z) \,|\, f_2(z)\exp(ik_2 z)\rangle$, где $f_{1,2}$ — периодические функции с периодом ячейки, можно представить в виде суммы интегралов по каждой ячейке, отличающихся друг от друга множителем, и интеграл вынести как общий множитель:

линия на рисунке 2.45б). Если рассматривать эту волну как собственную моду резонатора E_s и нормировать ее так, чтобы амплитуда поля была равна единице на правой границе МФК, то на границе ФК/МФК величина поля порядка $\sqrt{Q}$, т.е. $E_s \sim \sqrt{Q}\exp(-\kappa z)$ (рисунок 2.44). Поле *TE*-волны можно представить как $E_y = C_s E_s(z)$, причем $C_s \sim Q\dfrac{\langle H_y \mid E_s\rangle_{MO}}{\langle E_s \mid E_s\rangle}\dfrac{g}{\varepsilon}$, $\langle E_s \mid E_s\rangle \sim Q$. Таким образом, поле определяется интегралом перекрытия, который в приближении $Q \sim \exp(2\kappa d) >> 1$ оценивается как

$$\langle H_y \mid E_s\rangle \sim \int_0^d \exp(-\kappa z)\sqrt{Q}\exp(-\kappa z)\,dz \approx \int_0^\infty \exp(-\kappa z)\sqrt{Q}\exp(-\kappa z)\,dz \sim \sqrt{Q}\,.$$

Интенсивность поля на выходе из системы тогда имеет вид

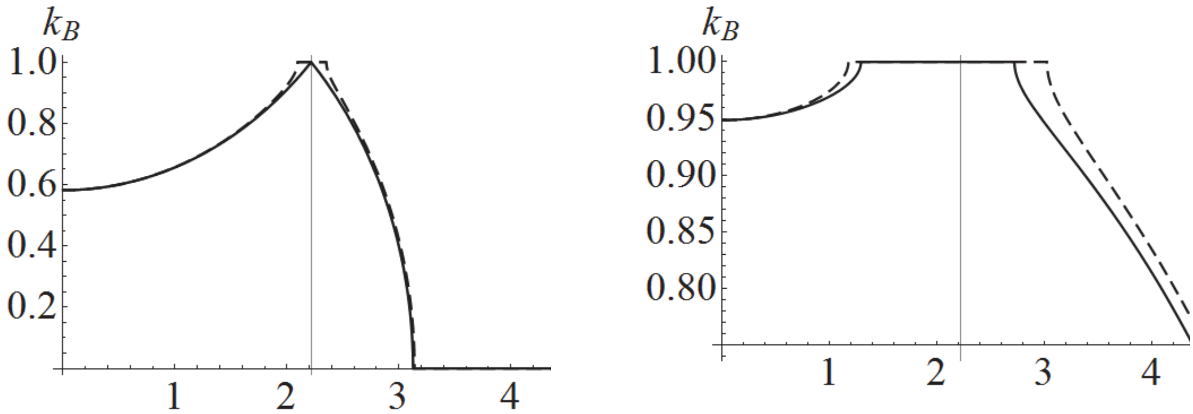
$$T \sim (g/\varepsilon)^2 \exp(2\kappa d_{MO}) \sim (g/\varepsilon)^2 Q \qquad (2.117)$$

Таким образом, зависимость от добротности теперь линейная, а не логарифмическая.

Возникает вопрос: что означает для *TM*-волны в ФК одновременно четверть-волновое условие (центр запрещенной зоны) и угол Брюстера (безотражательное прохождение)? Конечно, это запрещенная зона нулевой ширины (см. раздел 4.4), которая не открывается из-за выполнения двух условий: равенства импедансов в двух слоях периода (условие Брюстера – это условие равенства импедансов) и четверть-волнового условия. На рисунке 2.46а показаны изочастотные кривые для *TM*- и *TE*-волн в ФК. Видно, что запрещенная зона открылась только для *TE*-поляризации. В МФК, естественно, открылись зоны для обеих поляризаций, что обеспечивает отражение падающей *TM*-волны (рисунок 2.46б).

$$\langle f_1(z)\exp(ik_1 z) \mid f_2(z)\exp(ik_2 z)\rangle = \int_{cell} f_1^*(z) f_2(z)\exp(i(k_2-k_1)z)\sum_m \exp(i(k_2-k_1)md)\,.$$

Интеграл учитывает перекрытие функций на одной ячейке, а сумма определяет перекрытие огибающих. Мы рассматриваем последнее.



а б

Рисунок 2.46 − Изочастотные кривые для *TM*- (сплошные линии) и *TE*- (штриховые линии) поляризаций для ФК (а) и МФК (б). Вертикальная прямая соответствует условию Брюстера для ФК.

Проверим зависимость $T \sim Q$, т.е. экспоненциальный рост прохождения с пропорциональным возрастанием числа слоев в ФК и МФК. Если $T \sim \exp\left(2\,\mathrm{Im}\,k_{B(2)}^{E} n_2\right)$, то $\lg T = \alpha + \mathrm{Im}\,k_{B(2)}^{E} \cdot n_2$ (заметим, что, в отличие от приведенных выше графиков, здесь логарифм откладывается только по оси ординат). Таким образом, должна получиться прямая с известным наклоном $\mathrm{Im}\,k_{B(2)}^{E}$ [12]. Коэффициент в формуле (2.117) не вычислялся, поэтому прямая была сдвинута параллельно себе для лучшего согласия с расчетом, произведенным методом матриц (рисунок 2.47). Точный расчет показывает, что, во-первых, в логарифмических координатах получается прямая, и, во-вторых, ее наклон хорошо согласуется с получаемым их формулы (2.117). Убывающий участок слева на рисунке 2.47 соответствует малой толщине МФК, когда запрещенная зона еще не подавила прохождение *TM*-волны (прохождение зависит как $\exp\left(-2\,\mathrm{Im}\,k_{B(2)}^{E} n_2\right)$, поэтому на графике в логарифмических координатах прямая).

Можно показать, что малым параметром в построенной теории возмущений, как и в случае плазмонного резонанса, является $Q\left(g/\varepsilon\right)^2$.

[12] Блоховское волновое число рассчитывается по известной формуле Рытова (2.96).

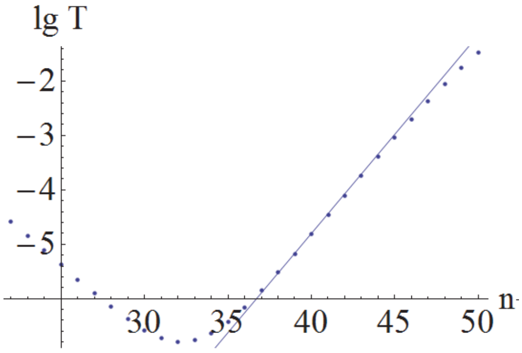


Рисунок 2.47 − Зависимость логарифма интенсивности поля на выходе из системы от числа слоев в кристаллах. Точки – расчет методом матриц; прямая соответствует формуле (2.117).

Выводы и обсуждение

1. Схема, в которой кросс-поляризация усиливается поверхностным плазмоном, малоэффективна: интенсивность волны кросс-поляризации приближенно пропорциональна $\left(g/\varepsilon\right)^2 \ln^2 Q$.

2. Интенсивность волны кросс-поляризации можно усилить дополнительным резонатором, его добротность определяет коэффициент усиления.

3. Предложена схема, в которой интенсивность волны кросс-поляризации пропорциональна $\left(g/\varepsilon\right)^2 Q$.

4. Схемы типа дефект-моды и таммовского состояния (раздел 2.3.2), работающие при падении по нормали, также можно рассматривать методом взаимодействующих мод, в частности, можно получить формулу (2.112). В этом случае резонанс усиливает волны как падающей, так и кросс-поляризации. В результате интенсивность волны кросс-поляризации пропорциональна $\left(g/\varepsilon\right)^2 Q^2$. Но для этой системы необходимо использовать фильтр на выходе, поскольку падающая поляризация проходит через систему.

Приложение 2.1. Теория возмущений для фотонных кристаллов с малым контрастом диэлектрических проницаемостей

Рассмотрим однородную среду с диэлектрической проницаемостью ε_0 и добавим малую периодическую модуляцию $\delta\varepsilon(z)$. Получим одномерный ФК с $\varepsilon(z)=\varepsilon_0+\delta\varepsilon(z)$. В соответствии с зонной теорией, *n*-ая ЗЗ образуется при значении волнового числа $k_B^{(n)}=\pi n/d$ (d – период ФК). В однородной среде это волновое число соответствует частоте $k_0^{(n)}=k_B^{(n)}/\sqrt{\varepsilon_0}=\pi n/\left(\sqrt{\varepsilon_0}d\right)$. Предполагая малость параметра $|\delta\varepsilon|/\varepsilon_0<<1$ и применяя теорию возмущений, найдем частоты $k_{0\pm}^{(n)}$, где индексы «+» и «–» соответствуют верхней и нижней границам ЗЗ:

$$\left(k_{0\pm}^{(n)}\right)^2-\left(k_0^{(n)}\right)^2=-\left(k_0^{(n)}\right)^2\frac{\int\delta\varepsilon\,|E_{0\pm}^{(n)}|^2\,dz}{\varepsilon_0\int|E_{0\pm}^{(n)}|^2\,dz}.$$

Поскольку мы имеем дело с вырожденным случаем, невозмущенные поля $E_{0\pm}^{(n)}$ должны быть выбраны так, чтобы диагонализовать матрицу секулярной системы уравнений. При симметричной ячейке эти функции – синус и косинус, имеющие целое число периодов на размере ячейки.

Далее, преобразуя последнее выражение к виду

$$\left(k_{0\pm}^{(n)}\right)^2\frac{\varepsilon_0\int|E_{0\pm}^{(n)}|^2\,dz}{\int\left(\varepsilon_0-\delta\varepsilon\right)|E_{0\pm}^{(n)}|^2\,dz}=\left(k_0^{(n)}\right)^2=\frac{\left(k_B^{(n)}\right)^2}{\varepsilon_0}$$

и учитывая $|\delta\varepsilon|/\varepsilon_0<<1$, получаем

$$\begin{aligned}\left(k_B^{(n)}\right)^2&=\left(k_{0\pm}^{(n)}\right)^2\varepsilon_0\left(1-\frac{\int\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon_0}|E_{0\pm}^{(n)}|^2\,dz}{\int|E_{0\pm}^{(n)}|^2\,dz}\right)^{-1}\\&\approx\left(k_{0\pm}^{(n)}\right)^2\varepsilon_0\left(1+\frac{\int\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon_0}|E_{0\pm}^{(n)}|^2\,dz}{\int|E_{0\pm}^{(n)}|^2\,dz}\right)=\left(k_{0\pm}^{(n)}\right)^2\frac{\int\varepsilon\,|E_{0\pm}^{(n)}|^2\,dz}{\int|E_{0\pm}^{(n)}|^2\,dz}.\end{aligned}\tag{2.118}$$

Уравнение (2.87) следует из (2.118):

$$\left(k_B^{(n)}\right)^2=\left(k_{0\pm}^{(n)}\right)^2\varepsilon_{eff\pm}^{(n)},\ \text{где}\ \varepsilon_{eff\pm}^{(n)}=\frac{\int\varepsilon\,|E_{0\pm}^{(n)}(z)|^2\,dz}{\int|E_{0\pm}^{(n)}(z)|^2\,dz}.$$

Функции $E_{0\pm}^{(n)}(z)$ и собственные частоты $\left(k_{0\pm}^{(n)}\right)^2$ различны на обеих границах ЗЗ (этот факт обозначен символами «$\pm$»), тогда как волновое число $k_B^{(n)}$ одинаково. Исходя из этого, используя теорию возмущений можно предсказать прямой эффект Борманна, но не обратный.

Аргументы теории возмущений верны, пока ЗЗ определяется невозмущенной частотой $k_{01}^{(n)} = \pi n / \left(\sqrt{\langle \varepsilon \rangle} d\right)$. Действительно, положение ЗЗ определяется величиной $k_{02}^{(n)} = \pi n / \left(\left\langle \sqrt{\varepsilon} \right\rangle d\right)$ (см. рисунок 2.48). Таким образом, предел высоких частот определяется условием принадлежности частот $k_{01}^{(n)}$ и $k_{02}^{(n)}$ n-ой ЗЗ: $\left(1/\left\langle \sqrt{\varepsilon} \right\rangle - 1/\sqrt{\langle \varepsilon \rangle}\right) << \dfrac{\left(k_{0+}^{(n)}\right)^2 - \left(k_{0-}^{(n)}\right)^2}{\left(k_0^{(n)}\right)^2}$.

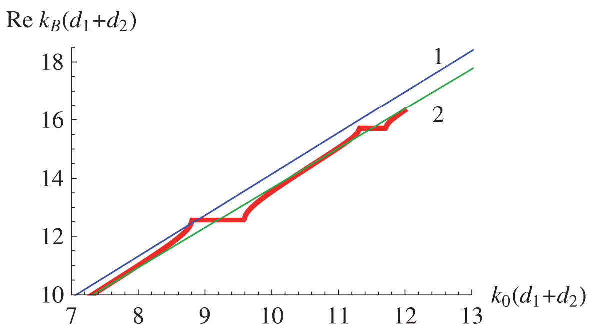


Рисунок 2.48 − Толстая линия –фрагмент дисперсионной кривой, показанной на рисунке 2.1. Тонкие линии –дисперсионные кривые невозмущенной среды при различных способах усреднения: линия 1 соответствует выбору волнового числа $k_B = k_0\sqrt{\langle \varepsilon \rangle}$, линия 2 – теоретической зависимости $k_B = k_0 \left\langle \sqrt{\varepsilon} \right\rangle$.

Приложение 2.2. Условие закрытия запрещенной зоны

Условие закрытия ЗЗ выполняется при наборе дискретных значений $\alpha = \alpha_{zero}$ (точки пересечения штриховых и пунктирных линий на рисунке 2.5). Эти точки разделяют отрезок $-1 \le \alpha \le 1$ на n равных частей для n-ой ЗЗ. В окрестностях этих точек линейная теория возмущений не работает, потому что линейная поправка обращается в ноль. В этом случае нужно рассматривать высшие порядки теории возмущений. В этих частотных областях наблюдается следующее поведение: при $\alpha < \alpha_{zero}$, но вблизи α_{zero}, наблюдается прямой эффект Борманна (рисунок 2.3), а для $\alpha < \alpha_{zero}$ (также вблизи α_{zero}) наблюдается обратный эффект Борманна во второй ЗЗ (рисунок 2.49а): концентрация энергии в слое с большей диэлектрической проницаемостью выше на верхней границе второй ЗЗ (рисунок 2.49а). Дальнейшее возрастание

$(\alpha_{zero} - \alpha)$ последовательно приводит к исчезновению эффекта Боррманна (рисунок 2.49б) и затем к прямому эффекты Боррманна (рисунок 2.49в). Поэтому обратный эффект Боррманна не может наблюдаться также и при малом контрасте диэлектрических слоев в ФК. Тем не менее,

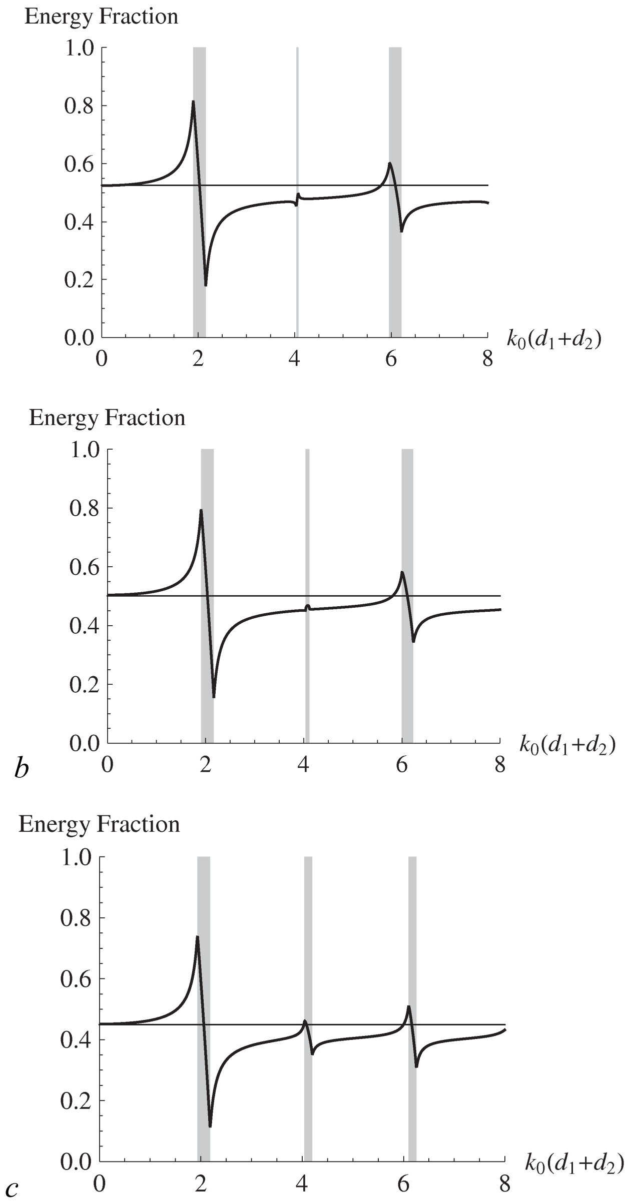


Рисунок 2.49 − Частотная зависимость доли электрической энергии в слое с большей диэлектрической проницаемостью (сплошная линия) для ФК с низким контрастом в окрестности условия закрытия ЗЗ ($\alpha = 0$). Структуры примитивной ячейки определяются параметрами $\alpha = -0.05$ (а), $\alpha = -0.1$ (б), $\alpha = -0.2$ (в). Другие параметры соответствуют рисунку 2.3. Запрещенные зоны затемнены.

Глава 3. Плазмоны в композитах и наноструктурированных системах

3.1 Формулы смешения для вычисления эффективных параметров метаматериалов при наличии плазмонных наночастиц

Дан анализ формул смешения для расчета эффективных параметров композитных материалов, содержащих включения с отрицательными проницаемостями. Указаны проблемы, возникающие при использовании различных формул, и приведены алгоритмы расчета, дающие физически осмысленные решения. Обсуждается вопрос о вычислении коэффициента преломления для сред с произвольными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей.

Раздел основан на материалах работы [А13].

3.1.1 Введение

В последнее время в электродинамике и оптике большое внимание уделяется метаматериалам [50, 51, 53, 167-170]. Термин метаматериалы возник при изучении искусственных сред, внутри которых взаимодействие электромагнитных волн с включениями носит существенно непотенциальный характер, что отличает эти среды от традиционных искусственных диэлектриков. Эффекты запаздывания на масштабе включения приводят ко многим интересным явлениям – киральности [171], искусственному магнетизму [3, 60-63] и т.п. Наиболее ярко новые свойства проявляются при резонансном возбуждении включений.

Помимо упомянутых свойств, при резонансном возбуждении, на определенных частотах, наведенный электрический (магнитный) момент включения и внешнее поле колеблются в противофазе, что может привести к отрицательным эффективным значениям проницаемостей. Примером являются композиты, содержащие высокопроводящие иголки [172], или включения более сложной формы [63, 109, 173-175]. В узком смысле, под метаматериалами подразумевают именно среды, обладающие отрицательными проницаемостями. В согласии с этим определением, многие естественные вещества можно тоже отнести к метаматериалам, например, ферриты и полупроводники на частотах, близких к ферромагнитному и экситонному резонансам соответственно, а также многие металлы в ИК и оптическом диапазоне.

Даже отрицательные значения лишь одной проницаемости приводят ко многим интересным явлениям, а именно, к возбуждению поверхностных волн и объемных Ми-резонансных мод отдельных включений [17, 176]. Принятие же обеими проницаемостями отрицательных значений качественно меняет оптику таких сред, позволяя воспроизводить эффекты ближних полей (сверхразрешение, передача энергии запредельными волнами и т.д.) на масштабах, соизмеримых и больших длины волны (см. [51]).

В данном разделе мы не будем подробно рассматривать физику всех этих явлений, а сфокусируем наше внимание на математических трудностях, возникающих при описании сред с отрицательными проницаемостями. Для описания свойств метаматериалов необходимо умение выделять однозначные ветви аналитических функций многих комплексных переменных. На сегодняшний день математика не дает однозначного алгоритма, как это делать. Поэтому статьи по физике пестрят различными подходами и утверждениями [177, 178]. Целью данной заметки является сформулировать задачу для математиков и дать физикам некие рецепты, приводящие к физически осмысленным решениям.

3.1.2 Формулы смешения (теория гомогенизации)

Начнем со случая, когда означенные выше проблемы удается свести к решению известных задач, а именно, к квазистатическому случаю. Известно [32], что в квазистатическом приближении электрическую и магнитную задачи можно решать раздельно. Фактически это означает, что мы имеем дело не с би-отрицательными (double-negative, DNG) средами, в которых как диэлектрическая, так и магнитная проницаемость принимают отрицательное значение, а с просто-отрицательными (single negative, SNG) средами, где отрицательное значение принимает лишь одна из проницаемостей.

Теория эффективных значений композитных материалов имеет долгую историю (см. обзор [179]). Имеются как точные результаты (так называемая двухмасштабная теория гомогенизации [180, 181], формула Дыхне [182]), так и целый набор феноменологических теорий, дающих формулы смешения, т.е. формулы, по которым можно рассчитать эффективные проницаемости, зная состав композита [183-190]. Наиболее известные формулы смешения – это формулы Гарнетта [183] и фон Бруггемана [191], а также симметризованная формула Гарнетта [192-196]. Заметим, что строгое обоснование теории двухмасштабной гомогенизации существует лишь для задач с положительно определенным оператором [181]. Распространение результатов этой теории на случай метаматериалов носит «силовой», т.е. феноменологический характер. Применение же феноменологических теорий носит, как всегда, неконтролируемый с точки зрения строгой теории характер. Более того, в отличие от строгой теории, каждая из феноменологических теорий дает качественное описание лишь части свойств системы[13].

Необходимо также упомянуть спектральную теорию Бергмана-Мильтона, в которой включения с отрицательным значением проницаемости играют особую роль. Так, в рамках теории Бергмана-Мильтона показывается [108], что расчет эффективной проницаемости ε_{eff} может быть сведен к нахождению спектральной функции, которая, в свою очередь, определяется распределением полюсов ε_{eff} как функции проницаемостей включений. Хотя теория Бергмана-Мильтона и не дает алгоритма расчета спектральной функции, но зато она показывает, что все полюса эффективной проницаемости лежат на отрицательной действительной оси [108].

Ниже мы рассмотрим применение наиболее известных феноменологических теорий для описания метаматериалов.

Все феноменологические теории формул смешения сводят, тем или иным образом, многочастичную задачу к решению одночастичной задачи. Рассмотрим, для начала, «теорию возмущений», или «газовое приближение», т.е. случай, когда концентрация включений столь мала, что мы можем пренебречь влиянием частиц друг на друга.

Рассмотрим, следуя [32], интеграл

$$\mathbf{I} = \frac{1}{V}\int(\mathbf{D}-\varepsilon_m\mathbf{E})dv = \langle\mathbf{D}\rangle - \varepsilon_m\langle\mathbf{E}\rangle \qquad (3.119)$$

(мы будем обозначать ε_m и ε_i диэлектрические проницаемости матрицы и включения). Эффективная диэлектрическая проницаемость ε_{eff} определяется из уравнения $\langle\mathbf{D}\rangle = \varepsilon_{eff}\langle\mathbf{E}\rangle$ и может быть выражена через интеграл **I**:

$$\langle\mathbf{D}\rangle = \varepsilon_{eff}\langle\mathbf{E}\rangle = \varepsilon_m\langle\mathbf{E}\rangle + \mathrm{I} \qquad (3.120)$$

Принимая во внимание, что подынтегральное выражение отлично от нуля только внутри включения, где $\mathbf{D} = \varepsilon_m\mathbf{E}$, получим для интеграла **I:**

$$\mathbf{I} = \frac{1}{V}\int(\mathbf{D}-\varepsilon_m\mathbf{E})dv = \frac{1}{V}\int(\varepsilon_i-\varepsilon_m)\mathbf{E}dv \qquad (3.121)$$

где в последнем интеграле интегрирование производится по объему включений.

[13]Мы здесь не будем рассматривать вопрос о правомерности введения эффективных проницаемостей для композитов при резонансном взаимодействии электромагнитных волн с неоднородностями, отсылая читателя к работам, где дискутируется этот вопрос [66, 109, 197-199].

Пренебрегая пространственным изменением так называемого локального поля $\mathbf{E}_{loc}$, в котором находится включение, получим известное выражение для поля внутри включения [32]:

$$\mathbf{E}_i = \frac{3\varepsilon_m}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_m}\mathbf{E}_{loc}, \tag{3.122}$$

что дает нам уравнение

$$\langle \mathbf{D} \rangle = \varepsilon_m \langle \mathbf{E} \rangle + p\frac{3\varepsilon_m(\varepsilon_i - \varepsilon_m)}{(\varepsilon_i + 2\varepsilon_m)}\mathbf{E}_{loc} \tag{3.123}$$

(здесь p – объемная концентрация включений).

До сих пор единственными предположениями, сделанными нами, были предположения о том, что частицы находятся в однородном внешнем поле и что расстояние между ними настолько больше их размера, что изменением полей от других частиц на масштабе любого выделенного включения можно пренебречь.

Предположив далее, что полями других частиц можно пренебречь («газовое приближение»), иными словами, $\mathbf{E}_{loc} = \mathbf{E}_{ext}$, получим следующее выражение для расчета эффективной проницаемости:

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_m + p\frac{3\varepsilon_m(\varepsilon_i - \varepsilon_m)}{(\varepsilon_i + 2\varepsilon_m)} \tag{3.124}$$

Если величину локального поля рассчитывать по формуле Лорентц-Лоренца (см. [184, 185]):

$$\mathbf{E}_{loc} = \langle \mathbf{E} \rangle + \frac{4\pi}{3}\mathbf{P} \tag{3.125}$$

где $\langle \mathbf{E} \rangle$ – среднее поле, $\mathbf{E}_{loc}$ – локальное поле, $\mathbf{P}$ – поляризация частицы, то придем к известной формуле Дж. К. М. Ганетта:

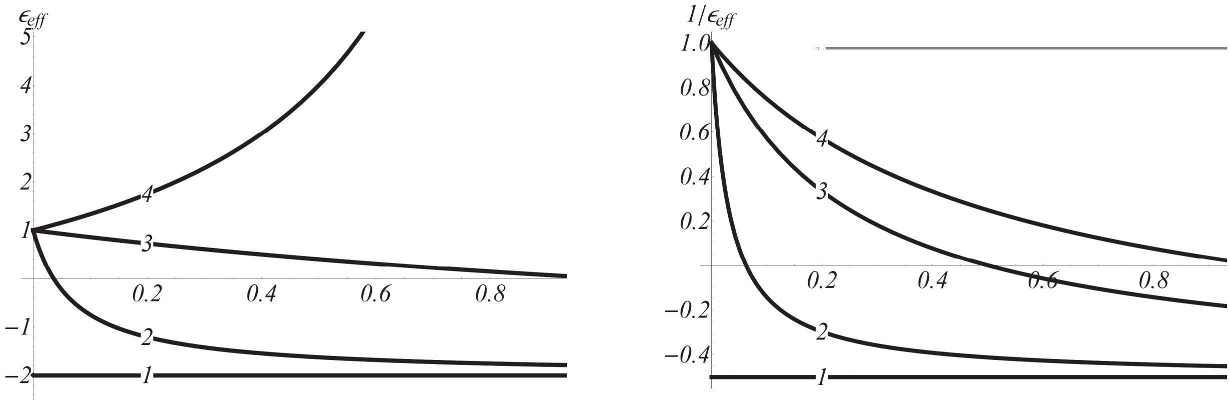
$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_{\mathrm{m}} + 3p\frac{\varepsilon_{\mathrm{m}}(\varepsilon_{\mathrm{i}} - \varepsilon_{\mathrm{m}})}{(\varepsilon_{\mathrm{i}} + 2\varepsilon_{\mathrm{m}}) - p(\varepsilon_{\mathrm{i}} - \varepsilon_{\mathrm{m}})} \tag{3.126}$$

(ε_m и ε_i – диэлектрические проницаемости матрицы и включения, p – объемная концентрация включений). Эта формула замечательна тем, что в ней учитываются реально существующие граничные условия, что чрезвычайно важно при наличии объемных и поверхностных мод [200].

Применительно к включениям с отрицательными проницаемостями никаких математических проблем не возникает ни с (3.124), ни с (3.126). Концентрационные зависимости ε_{eff} представлены на рисунке 3.50а, б.

До тех пор пока $\varepsilon_i > -2\varepsilon_m$, наблюдается монотонное изменение ε_{eff} от ε_m к ε_i при увеличении концентрации включений от нуля до единицы (рисунок 3.50а)[14]. Для включений с отрицательной проницаемостью, в полном соответствии со спектральной теорией Бергмана-Мильтона, существует концентрация, при которой эффективная проницаемость обращается в ноль. При $\varepsilon_i < -2\varepsilon_m$ удобнее анализировать функцию ε_{eff}^{-1}, так как вместо нуля проницаемости возникает ее полюс, т.е. эффективная проницаемость обращается в бесконечность, что связано с явлением «электромагнитной ловушки» при $\varepsilon_i = -2\varepsilon_m$. При выполнении этого условия дипольный момент включения, а вместе с ним и локальное поле, обращается в бесконечность, что и дало название этому явлению. Учет эффектов запаздывания ограничивает значения поля и дипольного момента, что вытекает из точной теории Ми [17, 109].

При точном выполнении условия $\varepsilon_i = -2\varepsilon_m$ эффективная проницаемость перестает зависеть от концентрации (полюс находится при $p = 0$): $\varepsilon_{eff} = -2\varepsilon_m$. При стремлении ε_i к минус бесконечности полюс движется к единице (рис. 3.4, штриховая линия). При заданных проницаемостях величина ε_{eff}^{-1} монотонно изменяется от ε_m^{-1} до ε_i^{-1} (рисунок 3.50б).



а б

---

[14]Еще раз обратим внимание на то, что эти формулы выведены в приближении малых концентраций, когда расстояние между частицами много больше размера частицы. Часто об этом забывают и применяют этих формулы для больших концентраций, что может привести к нефизическим результатам.

Рисунок 3.50 − Зависимость от концентрации *p* величин: а. ε_{eff} при значениях $\varepsilon_i / \varepsilon_m$, равных -2 (1), -1.8 (2), 0 (3), ∞ (4); б. $1/\varepsilon_{eff}$ при значениях $\varepsilon_i / \varepsilon_m$, равных -2 (1), -2.8 (2), -5 (3), $-\infty$ (4). Кривые получены по формуле Гарнетта (3.126).

В теории фон Бруггемана, часто называемой теорией эффективной среды (ТЭС), матрица и включения рассматриваются «равноправно». Часто эту формулу называют симметричной формулой смешения. ТЭС предполагает, что «в среднем» частицы не возмущают внешнее поле, т.е. в среднем поле внутри частиц равно приложенному полю. При этом считается, что частицы, состоящие из материала включений, и частицы, состоящие из материала матрицы, погружены в некую однородную среду с искомой восприимчивостью ε_{eff}. Уравнение для нахождения ε_{eff} принимает вид $\sum_{\mathrm{i}} p_i \mathrm{E}_{int}^{(i)} = \mathrm{E}_0$, где суммирование ведется по всем видам материалов. Используя (3.122), для двухкомпонентной смеси это уравнение перепишем в виде:

$$p\frac{\varepsilon_{eff}-\varepsilon_i}{2\varepsilon_{eff}+\varepsilon_i}+(1-p)\frac{\varepsilon_{eff}-\varepsilon_m}{2\varepsilon_{eff}+\varepsilon_m}=0 \qquad (3.127)$$

Существует множество модификаций ТЭС, в которых делаются попытки учесть те или иные явления или свойства композитов, не описываемых формулой фон Бруггемана. Так, в [175] получено выражение, учитывающее скин-эффект на металлических включениях. В [187] предложена формула, куда порог протекания входит как свободный параметр. Существует также масса работ, где делаются попытки учесть корреляции в распределении частиц [109, 188, 201]. Все эти подходы базируются на уравнении (3.127).

Популярность формулы (3.127) связана с тем, что она дает описание перколяционного перехода при $p_c = 1/3$ (в теории Гарнетта порог протекания равен единице). Т. е. при $\varepsilon_m = 0$ эффективная проницаемость ε_{eff} тождественно равна нулю при концентрациях ниже порога протекания и изменяется от нуля до ε_i при увеличении концентрации включений от порога протекания до единицы. Однако получение уже этого результата требует осторожного обращения с функциями комплексного переменного.

Действительно, при стремлении ε_m к нулю второе слагаемое в (3.127) имеет вид неопределенности 0/0, и для получения правильного ответа мы должны использовать общее решение (3.127) в форме:

$$\varepsilon_{eff} = 0.25\left(\varepsilon_i\left(3p-1\right)+\varepsilon_m\left(2-3p\right)+\sqrt{\left(\varepsilon_i\left(3p-1\right)+\varepsilon_m\left(2-3p\right)\right)^2+8\varepsilon_i\varepsilon_m}\right) \quad (3.128)$$

Здесь мы впервые сталкиваемся с проблемой выбора однозначной аналитической ветви корня. Физически правильный ответ (пассивные включения дают пассивную эффективную среду, а активные – активную) дает разрез по отрицательной действительной оси и определение квадратного корня как

$$\sqrt{z} = \sqrt{|z|}\exp\left(i\frac{1}{2}\varphi_z\right) \text{ при } -\pi < \varphi_z < \pi\,. \quad (3.129)$$

Тогда в пределе $\varepsilon_m \to 0$ и $\varepsilon_i > 0$ ТЭС дает перколяционное поведение (рисунок 3.51а)

$$\begin{aligned}\varepsilon_{eff} &= 0.25\left(\varepsilon_i\left(3p-1\right)+\sqrt{\left(\varepsilon_i\left(3p-1\right)\right)^2}\right) = \\ &= 0.25\left(\varepsilon_i\left(3p-1\right)+\left|\varepsilon_i\left(3p-1\right)\right|\right) = \begin{cases}0, & p < p_c\\ \varepsilon_i\left(3p-1\right)/2, & p > p_c\end{cases}\end{aligned} \quad (3.130)$$

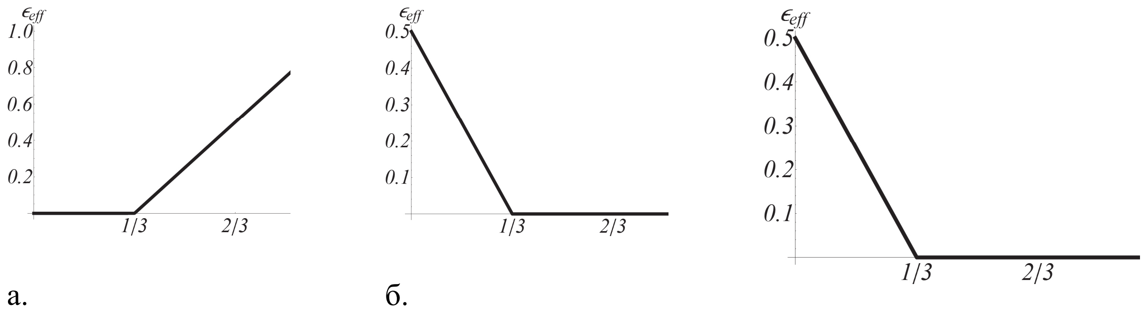
Однако, чтобы получить аналогичное поведение при $\varepsilon_i < 0$, нужно выбрать другую ветвь квадратного корня, иначе получается странный результат (рисунок 3.51б)

$$\varepsilon_{eff} = \begin{cases}\varepsilon_i\left(3p-1\right)/2, & p < p_c,\\ 0, & p > p_c,\end{cases} \quad (3.131)$$

что лишает подход универсальности. Причина этого кроется в том, что мы имеем дело с функцией многих комплексных переменных. Вопрос о выделении однозначной аналитической ветви функции многих комплекных переменных на сегодняшний день не имеет окончательного решения [202, 203]. Представляется разумным свести задачу к вычислению функций одной переменной, факторизуя аргумент $\sqrt{z_1\cdot\ldots\cdot z_n} = \sqrt{z_1}\cdot\ldots\cdot\sqrt{z_n}$ [202, 203]. Вместо (12) мы получаем выражение:

$$\varepsilon_{eff} = 0.25\left(\varepsilon_i\left(3p-1\right)+\sqrt{\varepsilon_i}\sqrt{\varepsilon_i}\sqrt{\left(3p-1\right)^2}\right) \quad (3.132)$$

дающее правильное перколяционное поведение (рисунок 3.51в). Заметим, что при извлечении корня из квадрата проницаемости используется выражение $\sqrt{\varepsilon_i^2} = \sqrt{\varepsilon_i}\sqrt{\varepsilon_i} = \varepsilon_i$, а при извлечении корня из оставшегося выражения используется традиционная формула теории функций действительного переменного: $\sqrt{\left(3p-1\right)^2} = \left|3p-1\right|$.



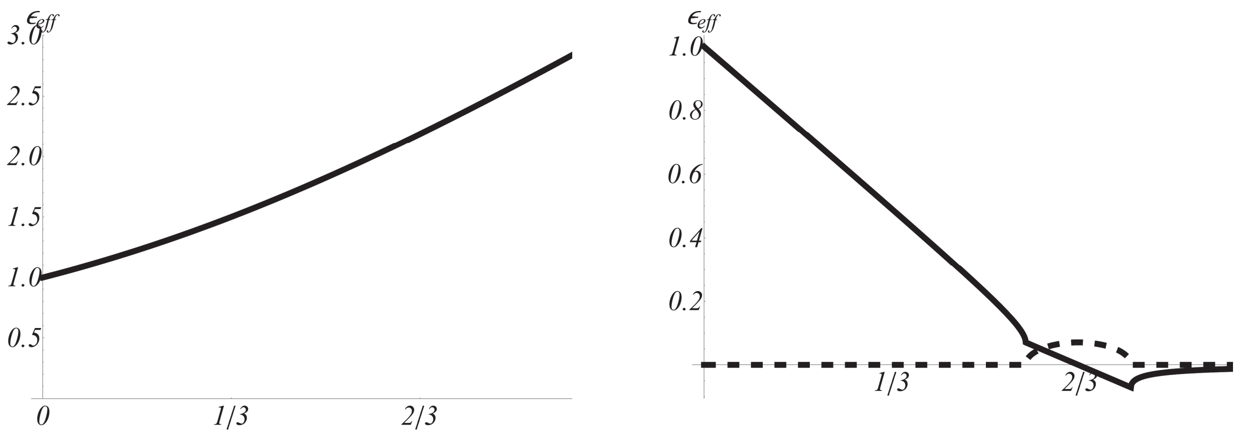
а. б. в.

Рисунок 3.51 − Концентрационные зависимости эффективной диэлектрической проницаемости, иллюстрирующие перколяционный переход при $\varepsilon_m / \varepsilon_i \to 0$, в соответствии в ТЭС. а. $\varepsilon_i = 1$. б. некорректный результат (3.131) при $\varepsilon_i = -1$. в. корректный результат, получаемый из формулы (3.132) при $\varepsilon_i = -1$.

Для нахождения решения в общем случае $\varepsilon_m \neq 0$ предлагается использовать выражение вида:

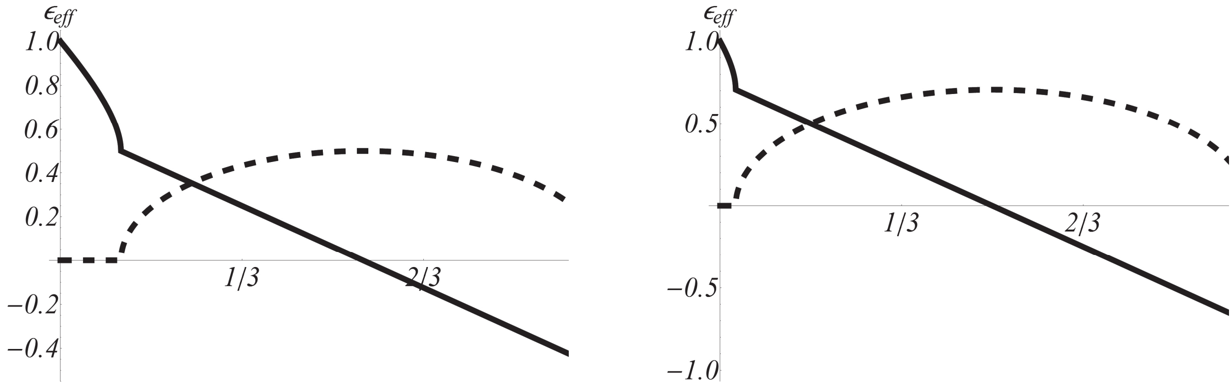
$$\varepsilon_{eff} = 0.25\Big(\varepsilon_i(3p-1) + \varepsilon_m(2-3p) + \sqrt{\left(\varepsilon_i - \varepsilon_m \frac{9p^2 - 9p - 2 + 6\sqrt{2p(1-p)}}{(1-3p)^2}\right)}\sqrt{\left(\varepsilon_i - \varepsilon_m \frac{9p^2 - 9p - 2 - 6\sqrt{2p(1-p)}}{(1-3p)^2}\right)}\sqrt{(3p-1)^2}\Big) \quad (3.133)$$

Расчеты по этой формуле представлены на рисунке 3.52.



б

а



в г

Рисунок 3.52 − Зависимость $\mathrm{Re}\,\varepsilon_{eff}$ (сплошная линия) и $\mathrm{Im}\,\varepsilon_{eff}$ (штриховая линия) от объемной доли включений *p*, в соответствии с ТЭС, при значениях параметров $\varepsilon_m = 1$; а. $\varepsilon_i = 3$; б. $\varepsilon_i = -0.01$; в. $\varepsilon_i = -0.5$, г. $\varepsilon_i = -1$.

Характерной особенностью является отсутствие полюсов, что связано с нарушением условия плазмонного резонанса (вместо истинных граничных условий рассматриваются эффективные), а также наличие области концентраций, где эффективная проницаемость имеет мнимую часть (рисунок 3.53). Возникновение «диссипации» связано с «накачкой» энергии в образующиеся резонансные конфигурации [182].

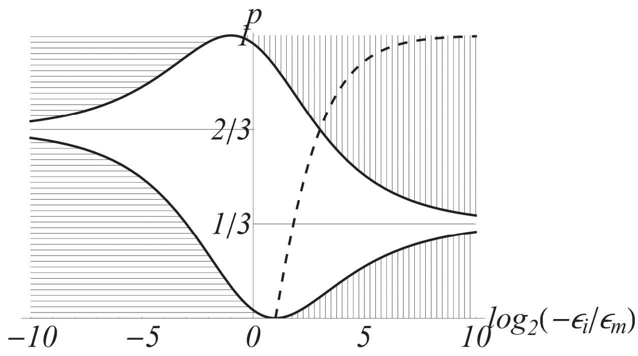
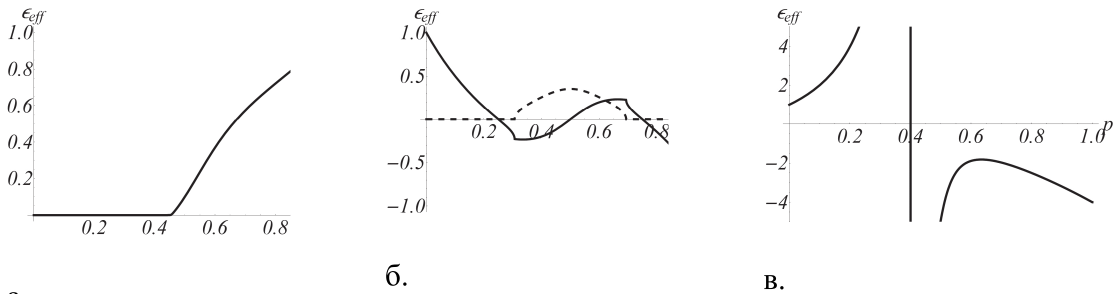


Рисунок 3.53 − Характерные точки кривой $\varepsilon_{eff}(p)$, в зависимости от соотношения $\varepsilon_i / \varepsilon_m$. Незакрашенная область соответствует комплексным значениям ε_{eff}, полученным из ТЭС. Горизонтальная штриховка показывает области, где функция $\varepsilon_{eff}(p)$ имеет выпуклость вверх ($d^2\varepsilon_{eff} / dp^2 < 0$), вертикальная штриховка показывает области с выпуклостью вниз.

В незакрашенной области $\mathrm{Re}\left(d^2\varepsilon_{eff} / dp^2\right) = 0$. Штриховая линия показывает положение полюса, в соответствии с формулой Гарнетта.

Симметризованная формула Гарнетта [192-196] дает как перколяционный переход, так и резонансное поведение. В данном подходе рассматривается вероятность P_I конфигураций, когда включение окружено материалом матрицы, и вероятность P_{II} конфигураций, когда частица матрицы окружена материалом включений. Как показано в работе [192], $P_I = u_I / (u_I + u_{II})$, $P_{II} = u_{II} / (u_I + u_{II})$, где $u_I = \left(1 - p^{1/3}\right)^3$ и $u_{II} = \left(1 - \left(1 - p\right)^{1/3}\right)^3$. Для каждой из конфигураций I, II рассчитывается эффективная проницаемость в соответствии с теорией Гарнетта $\varepsilon_I = \varepsilon_\mathrm{m} + 3p\dfrac{\varepsilon_\mathrm{m}(\varepsilon_\mathrm{i} - \varepsilon_\mathrm{m})}{(\varepsilon_\mathrm{i} + 2\varepsilon_\mathrm{m}) - p(\varepsilon_\mathrm{i} - \varepsilon_\mathrm{m})}$, $\varepsilon_{II} = \varepsilon_\mathrm{i} + 3\left(1 - p\right)\dfrac{\varepsilon_\mathrm{i}(\varepsilon_\mathrm{m} - \varepsilon_\mathrm{i})}{(\varepsilon_\mathrm{m} + 2\varepsilon_\mathrm{i}) - (1 - p)(\varepsilon_\mathrm{m} - \varepsilon_\mathrm{i})}$, что дает правильное описание возможных резонансов. На втором шаге происходит усреднение по конфигурациям в рамках ТЭС. Предполагается, что других конфигураций нет, поэтому уравнение, определяющее эффективную проницаемость, имеет вид $P_I\dfrac{\varepsilon_{eff} - \varepsilon_I}{2\varepsilon_{eff} + \varepsilon_I} + P_{II}\dfrac{\varepsilon_{eff} - \varepsilon_{II}}{2\varepsilon_{eff} + \varepsilon_{II}} = 0$.

Теория дает конечный порог протекания $p_c \approx 0.455$ (рисунок 3.54а). В целом поведение эффективной проницаемости носит довольно сложный характер: существуют области значений, когда наблюдаются полюса и когда наблюдается эффективная диссипация (см. рисунок 3.54б, в и рисунок 3.55).



а. б. в.

Рисунок 3.54 − Зависимость $\mathrm{Re}\,\varepsilon_{eff}$ (сплошная линия) и $\mathrm{Im}\,\varepsilon_{eff}$ (штриховая линия) от объемной доли включений *p*, в соответствии с симметризованной формулой Гарнетта, при следующих значениях параметров: а. $\varepsilon_m \to 0$, $\varepsilon_i = 1$, б. $\varepsilon_m = 1$, $\varepsilon_i = -1$, в. $\varepsilon_m = 1$, $\varepsilon_i = -4$.

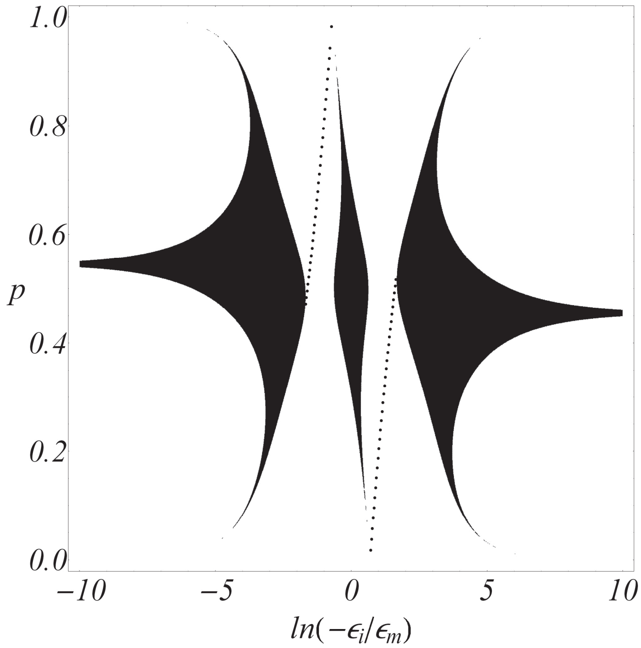


Рисунок 3.55 −Поведение функции ε_{eff}, вычисленной в соответствии с симметризованной формулой Гарнетта. Закрашенные области соответствуют комплексным значениям ε_{eff}. Пунктирные линии показывают положение полюса.

3.1.3 Выбор знака коэффициента преломления для среды Веселаго

К сожалению, развитый подход не всегда удается перенести на другие задачи, например, на расчет коэффициента преломления, а именно, не удается факторизовать аргумент так, чтобы можно было ограничиться лишь одной аналитической ветвью. Это связано с тем, что необходимо определить не только коэффициент преломления, но и импеданс. В случае, когда обе восприимчивости пассивны ($\varepsilon'' > 0,\ \mu'' > 0$) или активны ($\varepsilon'' < 0,\ \mu'' < 0$), можно использовать алгоритм факторизации $\sqrt{z_1 z_2} = \sqrt{z_1}\sqrt{z_2}$, описанный выше, определяя коэффициент преломления по формуле $n = \sqrt{\varepsilon}\sqrt{\mu}$. Легко видеть, что в пренебрежении потерями для среды Веселаго ($\varepsilon' < 0,\ \mu' < 0$) получается отрицательный коэффициент преломления. Однако в смешанном случае, например, когда среда электрически активна и магнитно пассивна, приходится брать другую ветвь корня, что заставляет искать более надежный и однозначный алгоритм нахождения коэффициента преломления.

На фоне вышеописанных трудностей в настоящее время в литературе ведется дискуссия (см. [177]) о способе и правомерности введения отрицательного коэффициента преломления. Складывается мнение [177, 204], что коэффициент преломления и импеданс описывают не свойства среды, а свойства распространяющейся по среде волны, и что вообще не нужно вводить эти переменные, а надо работать с проницаемостями. Хотя данный подход не лишен некоторого смысла, для практических целей (решение интегральных уравнений в задачах дифракции, расчет волноводных систем и т.п.) мы с неизбежностью придем к проблеме вычисления квадратных корней.

Заметим, что уравнения Максвелла можно переписать не в привычном виде, магнитную и диэлектрическую проницаемости:

$$\begin{aligned} \left[\mathbf{k}\times\mathbf{E}\right] &= k_0\mu\mathbf{H} \\ \left[\mathbf{k}\times\mathbf{H}\right] &= -k_0\varepsilon\mathbf{E} \end{aligned} \tag{3.134}$$

($k_0 = \omega / c$), а используя коэффициент преломления $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ и импеданс $\zeta = \sqrt{\mu / \varepsilon}$:

$$\begin{aligned} \left[\mathbf{k}\times\mathbf{E}\right] &= \left(k_0 n\right)\left(\zeta\mathbf{H}\right) \\ \left[\mathbf{k}\times\left(\zeta\mathbf{H}\right)\right] &= -\left(k_0 n\right)\mathbf{E} \end{aligned} \tag{3.135}$$

Хотя данный подход обладает многими недостатками, особенно при переходе к статике, он оказывается полезным в нашем случае. Из соотношений

$$\mu = n\zeta, \quad \varepsilon = n / \zeta \tag{3.136}$$

видно, что для среды Веселаго знаки n и ζ должны быть различны, откуда следует, что распространяющаяся волна будет обратной. Действительно, в отсутствии потерь вектор Пойнтинга выражается через волновой вектор, коэффициент преломления и импеданс следующим образом:

$$\mathbf{S} = \frac{c}{8\pi}\operatorname{Re}\left[\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*\right] = \frac{c}{8\pi}\frac{\mathbf{k}}{k_0}\left(\mathbf{E}\mathbf{E}^*\right)\frac{1}{\zeta n} \tag{3.137}$$

Для сред с отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями $\zeta n = \mu < 0$. Как следствие, вектор Пойнтинга и волновой вектор направлены в противоположные стороны.

Отметим, что знак коэффициента преломления все еще не определен, и у нас, в полном согласии с выводами работы [177], остаются два варианта:

$$\zeta < 0, \quad n > 0 \tag{3.138}$$

или

$$\zeta > 0, \quad n < 0 \qquad (3.139)$$

Более того, в [177] было сделано утверждение о том, что, оставаясь в рамках уравнений Максвелла, окончательно решить эту дилемму, по-видимому, нельзя. Формальное использование дисперсионного уравнения

$$k^2 = \left(k_0 n\right)^2 \Rightarrow k = \pm k_0 \sqrt{\varepsilon\mu} \qquad (3.140)$$

требует дополнительной информации к выбору нужной в данный момент аналитической ветви.

В работе [177] было предложено считать положительными числами как n, так и k (модуль волнового вектора), но при этом неопределенность в знаке переносится на выбор направления единичного орта: $\vec{k} = k\vec{\tau}$. Выбрав положительный знак у коэффициента преломления, мы должны в случае среды Веселаго не только направить $\vec{\tau}$ антипараллельно вектору Пойнтинга, но и изменить знак в формулах, описывающих явления, зависящие только от коэффициента преломления. Так, закон Снелиуса принимает вид

$$\frac{\sin\vartheta}{\sin\vartheta'} = -n \qquad (3.141)$$

где ϑ − угол падения в вакууме, а ϑ' − угол преломления. Это несколько неудобно: чтобы записать ту или иную формулу, мы должны априори знать, с какой средой мы работаем. Более того, это не спасает положение, так как остается вопрос о выборе направления $\vec{\tau}$.

Оказывается, что более удобно и, по всей видимости, правильно фиксировать не знак коэффициента преломления, как это сделано в [177], а знак действительной части импеданса. Общепринято выбирать действительную часть импеданса положительной [32], что приводит нас в случае среды Веселаго к варианту (3.139), а в случае обыкновенных сред – к обычному выражению для коэффициента преломления. Как и в случае [177], это однозначно определяет знак коэффициента преломления с той лишь разницей, что все формулы (закон Снелиуса, эффект Доплера и т.д.) имеют один и тот же вид для всех случаев. При этом абсолютно все равно, какую ветвь квадратного корня использовать. Главное, чтобы при расчетах n и ζ бралась одна и та же ветвь. Если знак $\mathrm{Re}\,\zeta$ оказался меньше нуля, то это значит, что мы имеем дело с волной, распространяющейся в обратном направлении.

Для подтверждения правильности такого подхода можно обратиться к работе Д. В. Сивухина [205], где был дан оригинальный вывод выражения для плотности электромагнитной энергии в диспергирующей среде:

$$w=\frac{1}{16\pi}\left\{\frac{d\left(\omega\varepsilon\right)}{d\omega}EE^{*}+\frac{d\left(\omega\mu\right)}{d\omega}HH^{*}\right\}=\frac{1}{16\pi}\left\{\frac{d\left(\omega\varepsilon\right)}{d\omega}+\frac{\mu}{\varepsilon}\frac{d\left(\omega\mu\right)}{d\omega}\right\}EE^{*}=$$
$$=\frac{c}{8\pi}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\frac{dk}{d\omega}EE^{*}=\frac{c}{8\pi}\frac{1}{\zeta v_{гр}}EE^{*} \qquad (3.142)$$

Естественно предположить, что плотность энергии является положительной величиной. Следуя [205] (см. также [32]), запишем (3.142) в виде

$$w=\frac{\mu}{\mu}\frac{c}{8\pi}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\frac{dk}{d\omega}EE^{*}=\frac{c}{8\pi}\frac{EE^{*}}{\mu\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\frac{d\omega}{dk}}=\frac{1}{8\pi}\frac{EE^{*}}{\mu\frac{\omega}{k}\frac{d\omega}{dk}}>0 \qquad (3.143)$$

«Это неравенство должно соблюдаться для любых сред, у которых знаки ε и μ совпадают, поскольку оно выведено в предположении, что в среде может распространяться однородная монохроматическая волна, для которой $k^2=\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mu>0$. В том же предположении имеет смысл говорить о групповой и фазовой скорости. В итоге легко получить неравенство [205]

$$\mu\frac{\omega}{k}\frac{d\omega}{dk}=\mu v_{ф}v_{гр}>0 \qquad (3.144)$$

Таким образом, при отрицательных значениях ε и μ знаки групповой и фазовой скоростей различны. Напомним, что групповая скорость связана с переносом энергии и информации [33, 206]. Поэтому именно ее следует рассматривать как положительную величину [204]. Возвращаясь к выражению (3.142), приходим к требованию положительности импеданса. Действительно, (3.142) и (3.143) дают $\zeta v_{гр}>0$.

Окончательный алгоритм определения коэффициента преломления состоит в выборе однозначной ветви корня квадратного, дающей положительную действительную часть характеристического импеданса. При этом все равно, где делать разрез, определяющий две однозначные аналитические ветви корня квадратного. Ветвь с отрицательной действительной частью импеданса соответствует волне, движущейся в отрицательном направлении, т.е. в (3.140) мы должны брать знак минус. Окончательно дисперсионное уравнение приобретает вид:

$$k=\left[\operatorname{sgn}\left(\operatorname{Re}\zeta\right)\right]k_0 n \qquad (3.145)$$

Итак, чтобы определить знак коэффициента преломления и правильный знак в дисперсионном уравнении, мы должны прибегнуть к рассмотрению волны, с которой эти понятия связаны (см. также [204]). Используя (3.145) и одну из пар (3.138), (3.139) мы получим правильное описание распространения волн.

Несмотря на то что рассуждения проводились для бездиссипативных сред, алгоритм (3.145) дает правильный знак коэффициента преломления в общем случае, в частности, когда по одной проницаемости среда пассивна, а по другой активна.

3.2 Плазмонные кристаллы: механизм образования зонной структуры

Исследовано явление отрицательного преломления света в одномерных фотонных кристаллах, включающих слои металла. Физику явления определяет возбуждение на границах металлических слоев плазмонов, которые переносят энергию внутри металла и внутри диэлектрика в разные стороны. Соотношение между величинами двух этих потоков и определяет знак групповой скорости, а, следовательно, и знак угла преломления. Показано, что знак преломления не зависит от дисперсии диэлектрической проницаемости металла, а определяется лишь ее значением и геометрическими параметрами элементарной ячейки.

Раздел основан на результатах работ [A2, A19, A23].

3.2.1 Введение

В разделе 3.2 рассмотрен общий случай одномерных плазмонных фотонных кристаллов (ПФК), элементарная ячейка которых содержит слои с $\varepsilon < 0$. В таких ФК блоховские волны, как указывалось выше, состоят из поверхностных плазмонов, что во многих случаях приводит к явлению отрицательного преломления [207, 208]. Раздел 3.2 посвящен исследованию зонной структуры и дисперсионных свойств ПФК и их связи со структурой возбуждаемых поверхностных плазмонов. В данном разделе везде предполагается отсутствие потерь и частотной дисперсии у локальных значений диэлектрической проницаемости. Если первое предположение сделано для более контрастного выделения физических механизмов, обуславливающих обсуждаемые эффекты, то отсутствие частотной дисперсии в средах с отрицательной диэлектрической проницаемостью позволяет провести однозначную классификацию возможных типов зонной структуры.

Безусловно, изменение отрицательной диэлектрической проницаемости ε_M с частотой изменит вид зонной структуры ПФК, причем многообразие этих видов определяется многообразием дисперсионных зависимостей. Однако для фиксированной частоты вид решения (значение блоховского волнового вектора, значение вектора Пойнтинга и т.п.) определяется только значением ε_M. Более того, как будет показано ниже, в пренебрежении дисперсией ε_M существует лишь конечное число типов зонных структур, и пространство материальных параметров разбивается на области с характерным типом зонной структуры. Истинное поведение зонной структуры при наличии дисперсии ε_M является траекторией в пространстве материальных параметров.

3.2.2 Зонная структура плазмонных кристаллов

Рассмотрим одномерный плазмонный кристалл, который состоит из 2-х слоёв с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_M < 0$ и $\varepsilon_D > 0$ (диэлектрические слои). Толщины слоев обозначим соответственно d_M и d_D. Полученные результаты предполагается использовать для описания преломления плоской волны, падающей под углом к поверхности ФК, поэтому тангенциальная к поверхности компонента волнового числа k_x всюду считается действительной и одинаковой во всех слоях. Изменение поля в направлении, перпендикулярном слоям, согласно теореме Блоха, имеет вид $E(z) = E_0(z)\exp(ik_{Bz}z)$, $H(z) = H_0(z)\exp(ik_{Bz}z)$, причем функции с индексом «0» периодичны с периодом ФК. Из работы С.М. Рытова [42], известно дисперсионное уравнение для такой волны:

$$\cos\kappa_{Bz} = \cos\kappa_M \cos\kappa_D - 0.5\left(Z_M / Z_D + Z_D / Z_M\right)\sin\kappa_M \sin\kappa_D \qquad (3.146)$$

где $\kappa_{Bz} = k_{Bz}(d_M + d_D)$–$z$-компонента блоховского волнового вектора в безразмерных единицах, равная оптической толщине элементарной ячейки, $\kappa_i = d_i\sqrt{k_0^2\varepsilon_i - k_x^2}$, $i \in \{M, D\}$ – оптические толщины слоя металла или диэлектрика, $Z_i = \sqrt{k_0^2\varepsilon_i - k_x^2} / \left(k_0\varepsilon_i\right)$ – импеданс ТМ-поляризованной волны в соответствующем слое [209], $k_0 = \omega / c$ − волновое число в свободном пространстве. Так как рассматриваются разрешенные зоны плазмонного происхождения, то ниже ТЕ-поляризация рассматриваться не будет.

По ПФК могут распространяться волны двух типов. Первые характеризуются действительной величиной κ_D и возникают в результате туннелирования распространяющихся по диэлектрическим слоям волн через металлические слои. Вторые связаны с распространением вдоль границ поверхностных волн (поверхностных плазмонов). Такие волны в каждом слое неоднородны, т.е. κ_D является мнимой величиной из-за выполнения условий полного внутреннего отражения [A19].

При малых толщинах слоев, когда запаздыванием на масштабе одного слоя можно пренебречь, ПФК воспринимается волной как однородная анизотропная среда. Действительно, уравнение (3.146) для *TM*-поляризации при условии

$$\left|\kappa_M\right| << 1,\ \left|\kappa_D\right| << 1 \qquad (3.147)$$

преобразуется к виду (см. [43], §6.8):

$$k_x^2 / \left(1/\left\langle\varepsilon^{-1}\right\rangle\right) + k_z^2 / \left\langle\varepsilon\right\rangle = k_0^2 . \qquad (3.148)$$

Здесь $\left\langle\varepsilon\right\rangle = \left(\varepsilon_M d_M + \varepsilon_D d_D\right) / \left(d_M + d_D\right)$, $\left\langle\varepsilon^{-1}\right\rangle = \left(d_M / \varepsilon_M + d_D / \varepsilon_D\right) / \left(d_M + d_D\right)$, а $k_0^2 = \left(\kappa_M^2 / d_M^2 - \kappa_D^2 / d_D^2\right) / (\varepsilon_M - \varepsilon_D)$ независимая от k_x частота. Заметим, что (3.148) совпадает с дисперсионным уравнением необыкновенной волны в одноосном кристалле с главными значениями тензора диэлектрической проницаемости $\left\langle\varepsilon\right\rangle$ параллельно слоям и $1/\left\langle\varepsilon^{-1}\right\rangle$ в перпендикулярном направлении.

Далее дисперсионные свойства решений в ПФК будут рассматриваться в терминах изочастот. Изочастота является геометрическим местом концов волновых (в случае ФК блоховских) векторов при фиксированной частоте. Заметим, что волновой вектор параллелен фазовой скорости: $\vec{v}_{ph} / c = k_0 \vec{k} / k^2$, а групповая скорость, $\vec{v}_{gr} / c = \partial k_0 / \partial \vec{k}$, параллельна нормали к изочастоте $k_0\left(k_x, \kappa_B\right) = \mathrm{const}$ и направлена в сторону смещения изочастоты при увеличении частоты.

Если диэлектрические проницаемости обоих слоев положительны, величины $\left\langle\varepsilon\right\rangle$, $1/\left\langle\varepsilon^{-1}\right\rangle$ также положительны, и в соответствии с (3.148) изочастоты ФК являются эллипсами.

Изочастоты ПФК ($\varepsilon_M < 0$) в квазистатическом приближении также эквивалентны изочастотам одноосного кристалла. Однако из-за возможного отрицательного знака у одной или обоих величин $\left\langle\varepsilon\right\rangle$, $1/\left\langle\varepsilon^{-1}\right\rangle$ появляются принципиально новые формы изочастот. В соответствии с уравнением (3.148), возможны четыре случая.

В первом случае $\left\langle\varepsilon\right\rangle > 0$, $\left\langle\varepsilon^{-1}\right\rangle > 0$ изочастота является эллипсом (рисунок 3.56а). Записанные неравенства могут быть записаны как $\varepsilon_D\left(d_M / d_D\right) < \left|\varepsilon_M\right| < \varepsilon_D\left(d_D / d_M\right)$,следовательно, этот случай может быть реализован, только если $d_M < d_D$.

Во втором случае $\langle\varepsilon^{-1}\rangle < 0$, $\langle\varepsilon\rangle < 0$, откуда следует, что $(d_D / d_M) < |\varepsilon_M| / \varepsilon_D < (d_M / d_D)$. Последнее неравенство может выполняться, только если $d_M > d_D$. В этом случае ПФК ведет себя как металл (среда с отрицательной диэлектрической проницаемостью), т.е. наблюдается низкочастотная запрещенная зона.

В третьем случае $\langle\varepsilon^{-1}\rangle > 0$, $\langle\varepsilon\rangle < 0$, т.е. $|\varepsilon_M| > \varepsilon_D \max\{(d_M / d_D),(d_D / d_M)\}$, изочастота является гиперболой (рисунок 3.56б). При малых тангенциальных волновых числах $k_x < k_0 / \sqrt{\langle\varepsilon^{-1}\rangle}$ величина k_z^2 является отрицательной, и наблюдается низкочастотная запрещенная зона. Данное явление связано с тем, что при малых k_x (распространение, близкое к нормальному) электрическое поле почти параллельно слоям, и эффективный коэффициент преломления определяется средним значением диэлектрической проницаемости, которая в данном случае отрицательна. По мере возрастания k_x вектор электрического поля становится перпендикулярен слоям, и эффективный коэффициент преломления определяется уже выражением $\langle\varepsilon^{-1}\rangle > 0$.

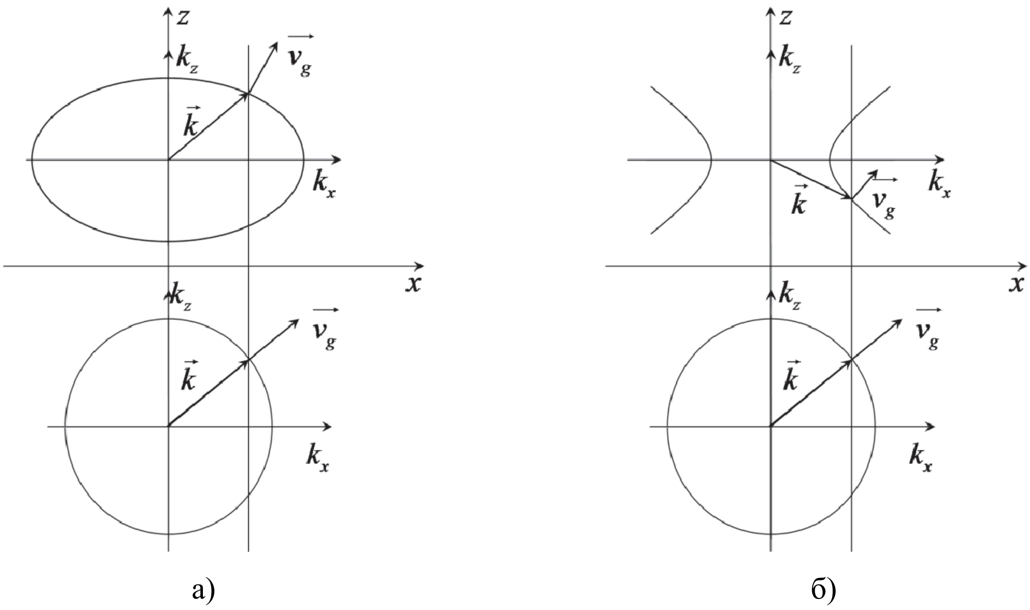
В четвертом случае $\langle\varepsilon^{-1}\rangle < 0$, $\langle\varepsilon\rangle > 0$, т.е. $|\varepsilon_M| < \varepsilon_D \min\{d_M / d_D, d_D / d_M\}$, изочастота также является гиперболой (рисунок 3.56в), но низкочастотная запрещенная зона отсутствует, так как $\langle\varepsilon\rangle > 0$.

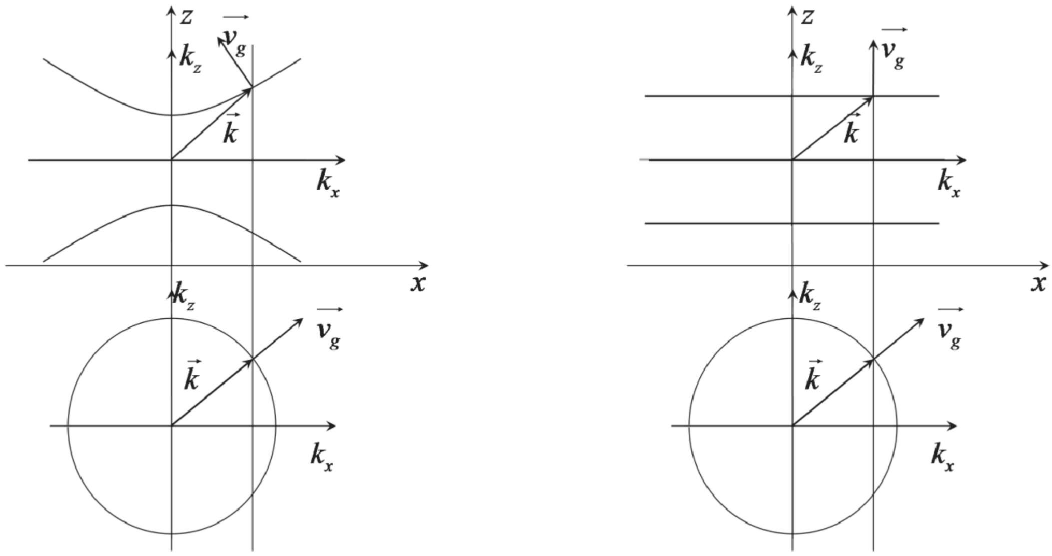
В работах [51, 79] рассмотрен случай каналирования: $\langle\varepsilon^{-1}\rangle = 0$. Дисперсионная кривая вырождается в линейную зависимость $k_z = \pm k_0 \langle\varepsilon\rangle$. Изочастота в этом случае вырождается в прямую, параллельную оси k_x (рисунок 3.56г). При отклонении от условия $\langle\varepsilon^{-1}\rangle = 0$ изочастота может превратиться в эллипс, гиперболу или вообще исчезнуть, в зависимости от знака $\langle\varepsilon\rangle$.

В другом предельном частном случае, $\langle\varepsilon\rangle = 0$, из формулы (3.148) формально следует, что k_z тоже должно быть равно нулю, однако получить дисперсионную кривую в этом случае невозможно, так как в уравнении (3.148) мы имеем неопределенность 0/0. Для раскрытия этой неопределенности мы должны учесть высшие степени k_x^2 и k_0^2. Тогдаизочастота перестает быть кривой второго порядка, и ее вид более не определяется исключительно значениями $\langle\varepsilon\rangle$ и $\langle\varepsilon^{-1}\rangle$. Иными словами, квазистатическое приближение в этом случае не работает. Возможные виды изочастот в этом случае будут подробно рассмотрены ниже.

Используя технику изочастот, легко представить себе ход преломленной волны, падающей из вакуума на ПФК (рисунок 3.56). Если граница вакуум-ПФК перпендикулярна оси *z*, то тангенциальная составляющая волнового вектора k_x сохраняется. Как следствие, направление волнового вектора в ПФК определяется точкой пересечения изочастоты ПФК с прямой, параллельной оси k_z и отстоящей от этой оси на величину k_x. Как правило, имеется два таких пересечения. Если ПФК считается полубесконечным, то выбрать нужно то из решений, групповая скорость которого направлена от границы.

Волновой вектор и групповые скорости таких решений также показаны на рисунке 3.56. В случае $\langle\varepsilon\rangle > 0$, $\langle\varepsilon^{-1}\rangle > 0$ (рисунок 3.56а) имеется положительное преломление, и преломленная волна прямая. В случае $\langle\varepsilon^{-1}\rangle > 0$, $\langle\varepsilon\rangle < 0$ (рисунок 3.56б) преломление также положительно, а преломленная волна прямая по координате *x* и обратная по *z* [210]: положительное значение *z*-компоненты v_g создается волной с $k_z < 0$. В случае $\langle\varepsilon^{-1}\rangle < 0$, $\langle\varepsilon\rangle > 0$ (рисунок 3.56в) преломление отрицательно, волна обратная по координате *x* и прямая по *z*. Очевидно, необходимым и достаточным условием отрицательного преломления является наличие обратной по *x* волны. В случае $\langle\varepsilon^{-1}\rangle = 0$ (рисунок 3.56г) любая преломленная волна распространяется перпендикулярно слоям.





в) г)

Рисунок 3.56 − Схема преломления плоской волны, падающей из вакуума (изочастота является окружностью) под углом на ПФК: а) изочастота ПФК является эллипсом ($\langle\varepsilon\rangle > 0$, $\langle\varepsilon^{-1}\rangle > 0$); б) изочастота ПФК является гиперболой ($\langle\varepsilon\rangle < 0$, $\langle\varepsilon^{-1}\rangle > 0$); в) изочастота ПФК является гиперболой ($\langle\varepsilon\rangle > 0$, $\langle\varepsilon^{-1}\rangle < 0$); г) изочастота ПФК является прямой $k_z = k_0\langle\varepsilon\rangle$ ($\langle\varepsilon\rangle > 0$, $\langle\varepsilon^{-1}\rangle = 0$).

Заметим, что в случае гиперболических изочастот отклонение от квазистатического приближения начинает сказываться даже при малых частотах ($k_0 d << 1$) в силу нарушения неравенства $k_x d << 1$.

Прежде чем перейти к рассмотрению плазмонов, образующих в ПФК блоховскую волну, рассмотрим две простые задачи, которые упоминались в первой главе − распространение одиночной поверхностной волны по границе металла и диэлектрика (рисунок 1.2) и распространение двух взаимодействующих поверхностных волн, распространяющихся по противоположным поверхностям плоского слоя металла или диэлектрика. Хотя эти решения хорошо известны, мы вкратце рассмотрим их, так как они понадобятся при дальнейшем изложении.

В частности, будут выведены условия, при которых плазмоны становятся обратными волнами, поскольку именно это их свойство является причиной отрицательного преломления в ПФК. Так как эти задачи носят вспомогательный характер, рассмотрение ведется в пренебрежении дисперсией, что дает несколько непривычные дисперсионные кривые (рисунок 3.57). Однако, оценка знака групповой скорости по наклону дисперсионной кривой остается справедливой [А23].

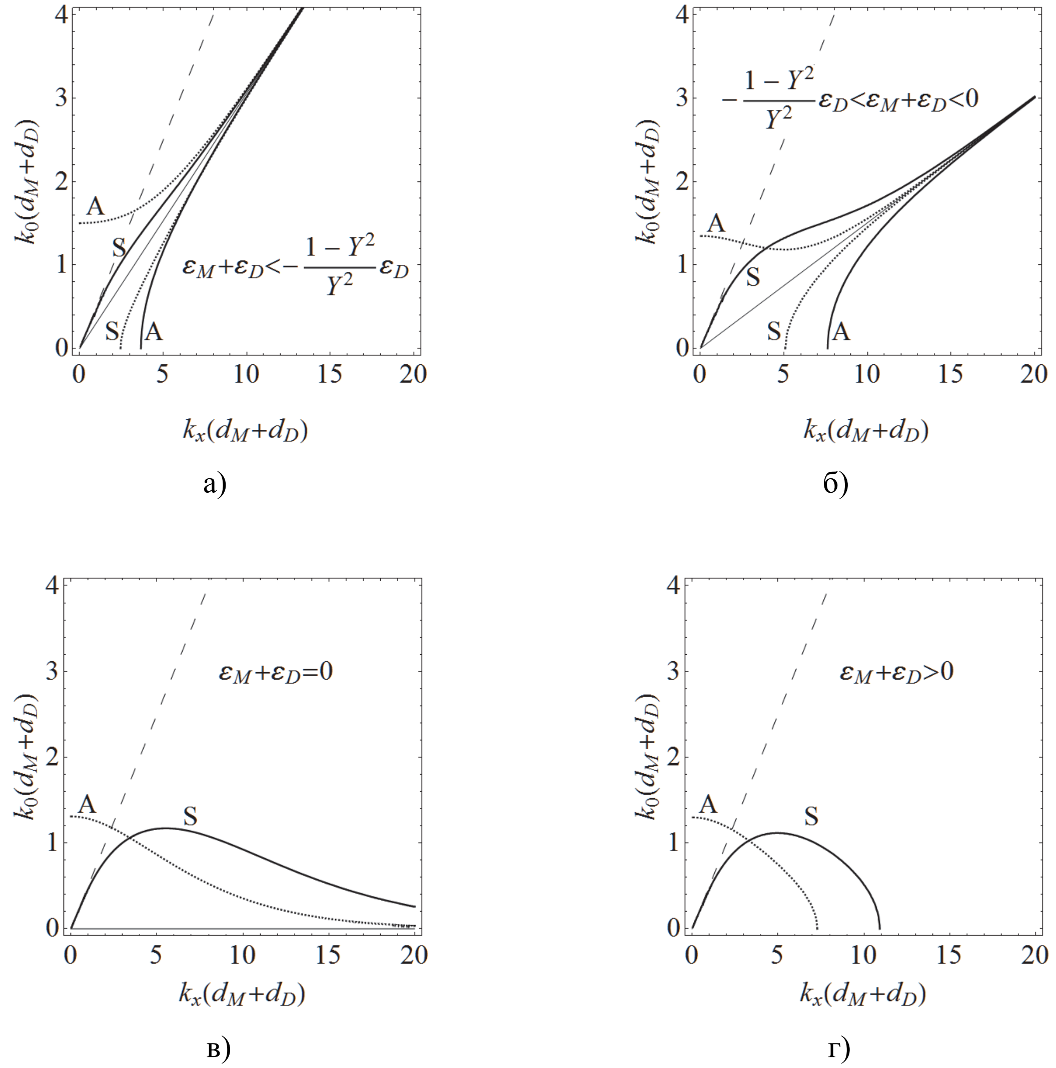


Рисунок 3.57 − Дисперсионные кривые поверхностных волн однородного слоя: ДМД (сплошные линии) и МДМ (пунктирные линии) для случаев (а) $\varepsilon_M+\varepsilon_D<-\varepsilon_D\left(1-Y^2\right)/Y^2\approx-0.35\varepsilon_D$, (б) $-\varepsilon_D\left(1-Y^2\right)/Y^2<\varepsilon_M+\varepsilon_D<0$, (в) $\varepsilon_M+\varepsilon_D=0$ и (г) $\varepsilon_M+\varepsilon_D>0$. Линии, соответствующие симметричному и антисимметричному распределениям магнитного поля в волне, обозначены S и A соответственно. Дисперсионная кривая плазмона на одной границе показана тонкой сплошной линией. Дисперсионные кривые для распространяющихся волн в неограниченном диэлектрике (световой конус), $k_0=k_x/\sqrt{\varepsilon_D}$, показаны прямыми штриховыми линиями

Для начала решим задачу о распространении поверхностной волны вдоль границы полупространств металла и диэлектрика (МД-система). ТМ-поляризованное решение в металле будем искать в виде $H_y = H_{yM}\exp[i\left(k_x x - k_{zM} z\right)]$, а в диэлектрике: $H_y = H_{yD}\exp[i\left(k_x x + k_{zD} z\right)]$, где $k_{zi} = \sqrt{k_0^2\varepsilon_i - k_x^{\,2}} = i\sqrt{k_x^{\,2} - k_0^2\varepsilon_i}$ ($i \in \{M, D\}$) − чисто мнимая величина. Поля такого вида называются поверхностными плазмонами. Из условий сшивки тангенциальных составляющих магнитного $H_{yM} = H_{yD}$ и электрического $\left.\frac{1}{\varepsilon_M}\frac{\partial H_{yM}}{\partial z}\right|_{z=0} = \left.\frac{1}{\varepsilon_D}\frac{\partial H_{yD}}{\partial z}\right|_{z=0}$ полей на границе можно получить дисперсионную кривую поверхностного плазмона (тонкая сплошная линия на рисунке 3.57а, б):

$$k_x = k_0\sqrt{\frac{\varepsilon_M\varepsilon_D}{\varepsilon_M + \varepsilon_D}}, \qquad (3.149)$$

причем распространяющаяся вдоль поверхности волна существует лишь при условии $\varepsilon_M + \varepsilon_D < 0$, т.е. при $\left|\varepsilon_M\right| > \varepsilon_D$. При $\varepsilon_M + \varepsilon_D = 0$ дисперсионная кривая становится горизонтальной (рисунок 3.57в) и исчезает при $\varepsilon_M + \varepsilon_D > 0$.

Без учета потерь поверхностный плазмон создает поток энергии, параллельный поверхности. При этом вектор Пойнтинга имеет противоположные направления в металле и диэлектрике [133]. Действительно, вектор Пойнтинга определяется произведением тангенциальной компоненты магнитного поля на нормальную компоненту электрического. Тангенциальная компонента магнитного поля непрерывна на границе, в то время как нормальная компонента электрического поля меняет знак. В силу (3.149) поток энергии в диэлектрическом слое оказывается больше, чем в металле, и определяет направление суммарного потока энергии, создаваемого плазмоном. В результате фазовая и групповая скорости плазмона, бегущего по границе металл-диэлектрик, сонаправлены, и он в целом является прямой волной, что выражается в положительном наклоне дисперсионной кривой. Таким образом, хотя в целом плазмон является прямой волной, внутри металла он представляет собой обратную волну. Это свойство является причиной отрицательного преломления в ПФК.

Теперь рассмотрим распространение поверхностной волны вдоль слоя металла, окруженного диэлектриком – система ДМД. По такой системе плазмоны могут распространяться парами, представляя единое решение. Каждый из плазмонов двигается вдоль своей границы, но их фазовые скорости совпадают. Магнитное поле в диэлектрике имеет вид:

$$H_y = \begin{cases} H_{yD}^{+} exp[ik_x x + \chi_D z], \; z < 0, \\ H_{yD}^{-} exp[ik_x x - \chi_D z], \; z > 0, \end{cases} \qquad (3.150)$$

и в металле оно равно $H = H_{yM}^{+} exp[ik_x x + \chi_M z] + H_{yM}^{-} exp[ik_x x - \chi_M z]$, $\chi_j = ik_{zj}$, $j \in \{M, D\}$.

Из соображений симметрии следует, что решение может быть либо симметричным, либо антисимметричным относительно плоскости $z = 0$. Симметрию волн будем определять по магнитному полю, имеющему единственную компоненту H_y. Нормальная компонента электрического поля E_z имеет такую же симметрию, тангенциальная E_x − противоположную. Воспользовавшись условиями сшивки, можно найти дисперсионные уравнения (3.146).

Рассмотрим также распространение поверхностной волны вдоль слоя диэлектрика, окруженного металлом – система МДМ . Система представляет собой двумерный диэлектрический волновод, отличаясь от предыдущей лишь тем, что металл и диэлектрик поменялись местами. Естественно, что и дисперсионные уравнения можно получить из (3.146), поменяв местами индексы «M» и «D»:

$$\tanh\left(\frac{d_D}{2}\sqrt{k_x^{\,2} - k_0^2\varepsilon_D}\right) = -\frac{\varepsilon_M\sqrt{k_x^{\,2} - k_0^2\varepsilon_D}}{\varepsilon_D\sqrt{k_x^{\,2} - k_0^2\varepsilon_M}} \qquad (3.151)$$

для антисимметричного распределения магнитного поля и

$$\tanh\left(\frac{d_D}{2}\sqrt{k_x^{\,2} - k_0^2\varepsilon_D}\right) = -\frac{\varepsilon_D\sqrt{k_x^{\,2} - k_0^2\varepsilon_M}}{\varepsilon_M\sqrt{k_x^{\,2} - k_0^2\varepsilon_D}} \qquad (3.152)$$

для симметричного распределения магнитного поля. Соответствующие дисперсионные кривые показаны пунктирными линиями на рисунке 3.57.

В зависимости от знака $\varepsilon_M + \varepsilon_D$ мы наблюдаем качественно разные поведения дисперсионных кривых (рисунок 3.57). Дисперсионные кривые антисимметричных волн в МДМ-системе ведут себя аналогично дисперсионным кривым симметричной ДМД-волны. Так при $\varepsilon_M + \varepsilon_D < 0$ a-МДМ и s-ДМД дисперсионные кривые находятся выше МД дисперсионной кривой, а s- МДМ и a- ДМД – ниже (рисунок 3.57). При $\varepsilon_M + \varepsilon_D \geq 0$ МД дисперсионная кривая прижимается к оси абсцисс: МД плазмон, а вместе с ним и s- МДМ и a- ДМД плазмоны, чьи дисперсионные кривые лежат еще ниже, не могут распространяться, существуют только решения a-МДМ и s-ДМД. Наиболее существенное отличие a-МДМ и s-ДМД мод проявляется на низких частотах, где s-МДМ мода является волноводной и имеет частоту отсечки. Смена с волноводного режима на плазмонный происходит при пересечении дисперсионной кривой светового конуса (штриховые линии на рисунке 3.57).

В отличие от МД поверхностных мод МДМ и ДМД плазмоны могут быть обратными волнами. Как было указано выше, тангенциальные составляющие вектора Пойнтинга в средах с положительной и отрицательной диэлектрической проницаемостями направлены в противоположные стороны. Вопрос о характере волны связан с распределением потока энергии. Если окажется, что основная часть потока энергии сосредоточена в металле, то суммарный вектор Пойнтинга будет отрицательным, а плазмон – обратной волной. Существенно, что данный факт определяется только значением ε_M на рассматриваемой частоте и не зависит от дисперсии диэлектрической проницаемости металла. Однако в силу пропорциональности вектора Пойнтинга групповой скорости [43] и положительности коэффициента пропорциональности, направление групповой скорости при любом законе частотной дисперсии совпадает с направлением вектора Пойнтинга. Т.о., вопрос об «обратности» плазмона можно решить в рамках модели бездисперсионных диэлектриков. Как видно на рисунке 3.57а, 3.57б, в, существуют области отрицательного наклона дисперсионных кривых, соответствующие отрицательной тангенциальной групповой скорости. В частности, дисперсионная кривая а-МДМ плазмона (и волноводной моды, в которую он переходит) имеет участок с отрицательным наклоном при $\varepsilon_M + \varepsilon_D > -\varepsilon_D\left(1 - Y^2\right)/Y^2$, где $Y \approx 0.860$ является корнем уравнения $Y\,\mathrm{tg}\,Y = 1$ [А23]. Отрицательная тангенциальная составляющая групповой скорости, как будет показано в дальнейшем, приводит к возникновению отрицательного преломления на границе ФК.

Кроме поверхностных волн, в системе МДМ могут распространяться моды диэлектрического волновода, тоже описываемые уравнениями (3.151), (3.152). Поле внутри диэлектрического слоя является суммой двух распространяющихся волн. Дисперсионные кривые этих мод стремятся к световой линии $k_0 = k_x/\sqrt{\varepsilon_D}$ при $k_x d \to \infty$, тогда как кривые, соответствующие плазмонам на двух границах, стремятся к кривой для плазмона на одной границе (3.149), которая идет ниже световой линии (рисунок 3.57а, б), что соответствует области так называемых медленных волн [211].

Вернемся к рассмотрению фотонных кристаллов. Для одномерных ФК, содержащих материалы лишь с положительными диэлектрическими проницаемостями, картина эволюции изочастотной кривой с ростом частоты качественно не меняется при изменении строения элементарной ячейки ФК. При малых частотах изочастотная кривая напоминает эллипс, определяемый уравнением (3.148). При увеличении частоты изочастотные кривые следуют за увеличивающимися эллипсами, пока не достигают границ зон Бриллюэна (пунктирная линия на рисунке 3.9), где в изочастотах появляются разрывы [43] – запрещенные зоны, связанные с резонансным брэгговским отражением (см. рисунок 3.58).

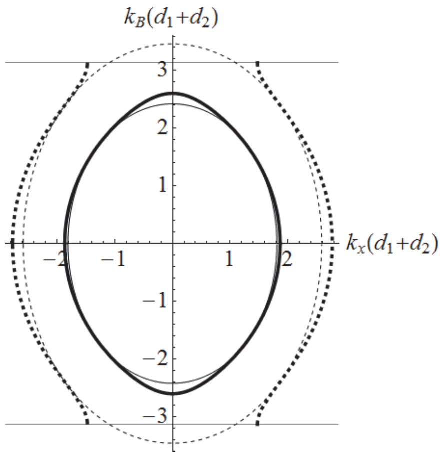


Рисунок 3.58 − Изочастотные кривые для ФК с $\varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 5$, $d_1 / d_2 = 1$, для частоты $k_0\left(d_1 + d_2\right) = 0.7$ (сплошная толстая линия) и $k_0\left(d_1 + d_2\right) = 1.0$ (пунктирная толстая линия) и для соответствующего одноосного кристалла – тонкие линии. Горизонтальные прямые линии показывают границы первой зоны Бриллюэна $k_B\left(d_1 + d_2\right) = \pm\pi$.

Напротив, изочастоты ПФК, имеют не только различный вид в квазистатическом приближении (3.147), но и по-разному эволюционируют при изменении частоты. Ниже мы постараемся рассмотреть все качественно различные случаи.

Заметим, что элементарная ячейка ФК определяется неоднозначно (см. [212, 213]). В нашем случае представляет интерес асимметричное представление, когда в качестве элементарной ячейки рассматривается пара слоев металл/диэлектрик, а также два симметричных представления, когда один из слоев обложен половинками другого. Очевидно, что вид разрешенных зон ПФК при больших значениях толщин связан с одним из типов ранее рассмотренных плазмонов. При увеличении толщины обоих слоев (d_M, d_D) решения вблизи каждой границы металл/диэлектрик должны стремиться к решению в МД системе. При увеличении одной только величины d_D ПФК превращается в удаленные друг от друга ДМД-системы. Аналогично МДМ-системе соответствует предел бесконечно больших значений d_M.

Как было показано выше, качественное поведение плазмонов определяется знаком суммы $\varepsilon_M + \varepsilon_D$ (рисунок 3.57). Эту величину мы рассматриваем как первый из трех параметров, определяющих качественный вид зонной структуры ПФК.

Когда оптическая толщина каждого слоя мала, справедливо квазистатическое приближение и ПФК можно рассматривать как эффективный одноосный кристалл. Как указывалось выше, качественный вид изочастот ПФК определяется параметрами $\langle\varepsilon\rangle$, $\langle\varepsilon^{-1}\rangle$, которые косвенно характеризуют строение ячейки.

Ниже вид дисперсионных кривых и изочастот ПФК мы будем характеризовать соотношениями между этими тремя параметрами:

$$\begin{gathered}\varepsilon_M + \varepsilon_D, \\ \langle\varepsilon\rangle = \frac{\varepsilon_M d_M + \varepsilon_D d_D}{d_M + d_D}, \\ \langle\varepsilon^{-1}\rangle = \frac{d_M / \varepsilon_M + d_D / \varepsilon_D}{d_M + d_D},\end{gathered} \tag{3.153}$$

точнее, знаками этих параметров. Существует всего восемь комбинаций знаков трех величин, но два из них нереализуемы:

1) $\varepsilon_M + \varepsilon_D < 0$, $\langle\varepsilon\rangle > 0$, $\langle\varepsilon^{-1}\rangle < 0$,

2) $\varepsilon_M + \varepsilon_D > 0$, $\langle\varepsilon\rangle < 0$, $\langle\varepsilon^{-1}\rangle > 0$.

Это становится очевидным, если использовать тождество $\varepsilon_M + \varepsilon_D = \langle\varepsilon\rangle + \varepsilon_M \varepsilon_D \langle\varepsilon^{-1}\rangle$ и учесть, что $\varepsilon_M \varepsilon_D < 0$. В результате получаем шесть областей параметров (3.153), границы между которыми определяются обращением в ноль одного из них (рисунок 3.59). Заметим, что из обращения в ноль одновременно двух из этих параметров следует, что $\varepsilon_M = -\varepsilon_D$, $d_M = d_D$, из чего следует равенство нулю и третьего параметра. Это значит, что граница более чем двух областей является границей всех шести областей (центральная точка на рисунке 3.59). Заметим, что обращение в ноль сразу трех параметров соответствует многослойной линзе Пендри.

В переменных $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M), \ln(d_D / d_M)$ условия $\varepsilon_M + \varepsilon_D = 0$, $\langle\varepsilon\rangle = 0$ и $\langle\varepsilon^{-1}\rangle = 0$ можно записать в виде $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = 0$, $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = -\ln(d_D / d_M)$ и $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = \ln(d_D / d_M)$. Таким образом, условия равенства нулю параметров (3.153) разбивают плоскость $\{\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M), \ln(d_D / d_M)\}$ на шесть областей (см. рисунок 3.59, 3.60), в которых знаки $\varepsilon_M + \varepsilon_D$,

$\langle\varepsilon\rangle$ и $\langle\varepsilon^{-1}\rangle$ постоянны, поэтому ниже эти области описываются тройкой $\left\{\operatorname{sign}\left(\varepsilon_M+\varepsilon_D\right),\operatorname{sign}\left(\langle\varepsilon\rangle\right),\operatorname{sign}\left(\langle\varepsilon^{-1}\rangle\right)\right\}$.

Непрерывно меняя параметры (3.153) ПФК, можно получать качественно разные зонные структуры, последовательно пересекая указанные границы. Перешагнуть «через одну» или «через две» области можно, только пройдя через центральную точку на рисунке 3.59, т.е. через параметры, описывающие линзу Пендри. При изменении параметров ПФК внутри областей с постоянными знаками $<\varepsilon>$, $<\varepsilon^{-1}>$, $\varepsilon_M+\varepsilon_D$ наблюдается лишь деформация разрешенных зон.

Полное представление о зонной структуре дает зависимость блоховского волнового числа κ_{Bz} от двух переменных: нормированной частоты $k_0\left(d_M+d_D\right)$ и нормированного угла распространения $k_x\left(d_M+d_D\right)$. Изочастоты являются сечением поверхности $\kappa_{Bz}\left[k_0\left(d_M+d_D\right),k_x\left(d_M+d_D\right)\right]$ плоскостью $k_0\left(d_M+d_D\right)=\mathrm{const}$. Ниже мы будем использовать упрощенное изображение зон, когда поверхность $\kappa_{Bz}\left[k_0\left(d_M+d_D\right),k_x\left(d_M+d_D\right)\right]$ и изочастоты проецируются на плоскость $k_0\left(d_M+d_D\right)$, $k_x\left(d_M+d_D\right)$. Таким образом, серые области на рисунке 3.59, 3.60 изображают разрешенные зоны, определяемые уравнением $\operatorname{Im}\kappa_{Bz}\left(k_0\left(d_M+d_D\right),k_x\left(d_M+d_D\right)\right)=0$ [A19].

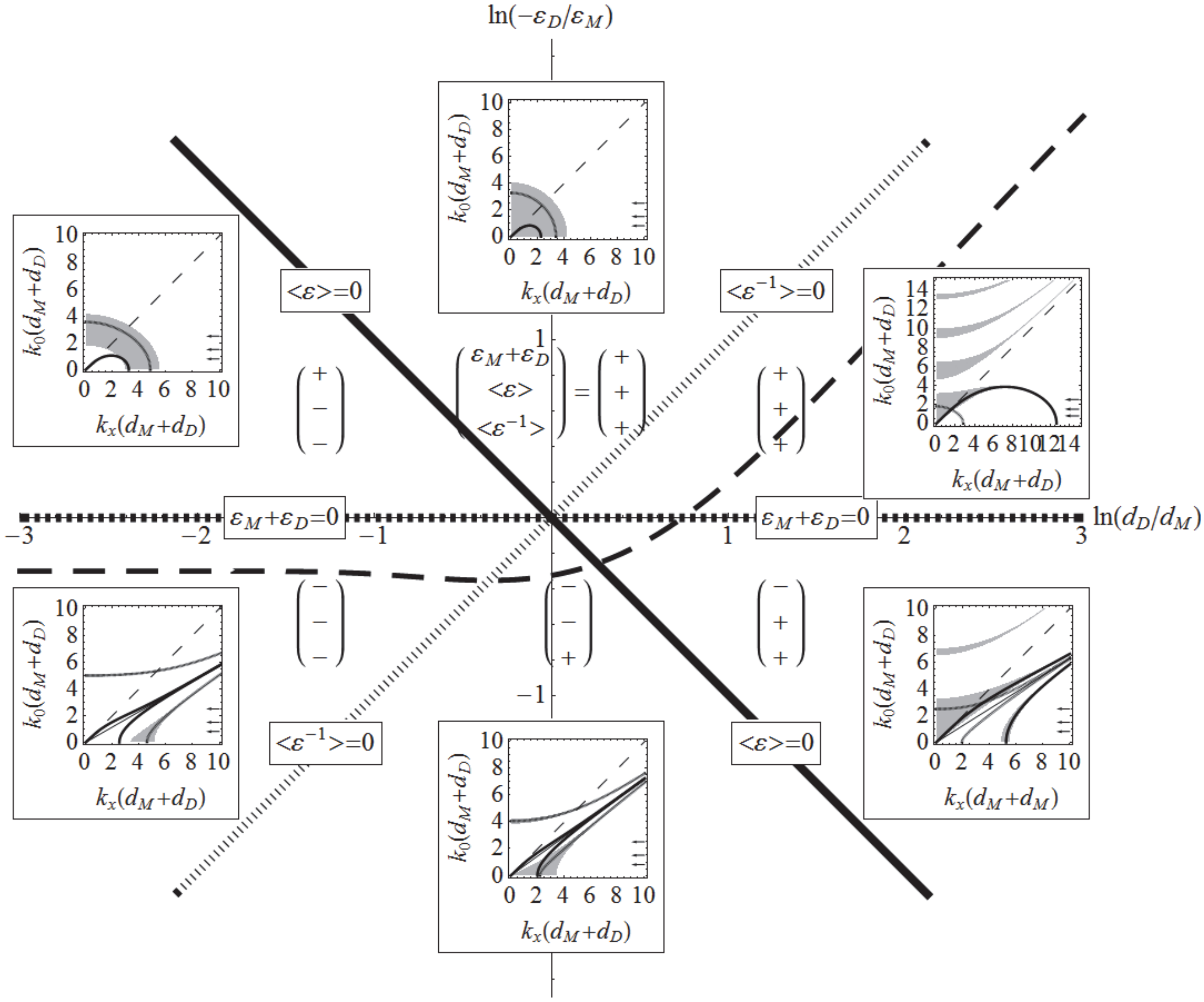


Рисунок 3.59 − Диаграмма, изображающая различные виды зонной структуры в ПФК. Сплошной и пунктирными линиями показаны границы областей, соответствующих качественно одинаковым видам зонной структуры. Области выше сплошной, штриховой и пунктирной линий можно условно считать областями, где положительны величины $\varepsilon_M + \varepsilon_D$, $\langle\varepsilon\rangle$ и $\langle\varepsilon^{-1}\rangle$ соответственно. Линия из длинных штрихов («кривая каналирования») ограничивает область параметров, в которой существует отрицательное преломление в окрестности $k_x = 0$. Выше уровня $\ln(-\varepsilon_D/\varepsilon_M) = \ln(Y^2)$ (Y определяется из уравнения $Y\,\mathrm{tg}\,Y = 1$) а-МДМ плазмон имеет участок с отрицательным наклоном дисперсионной кривой (см. рисунок 3.57б, в, г)

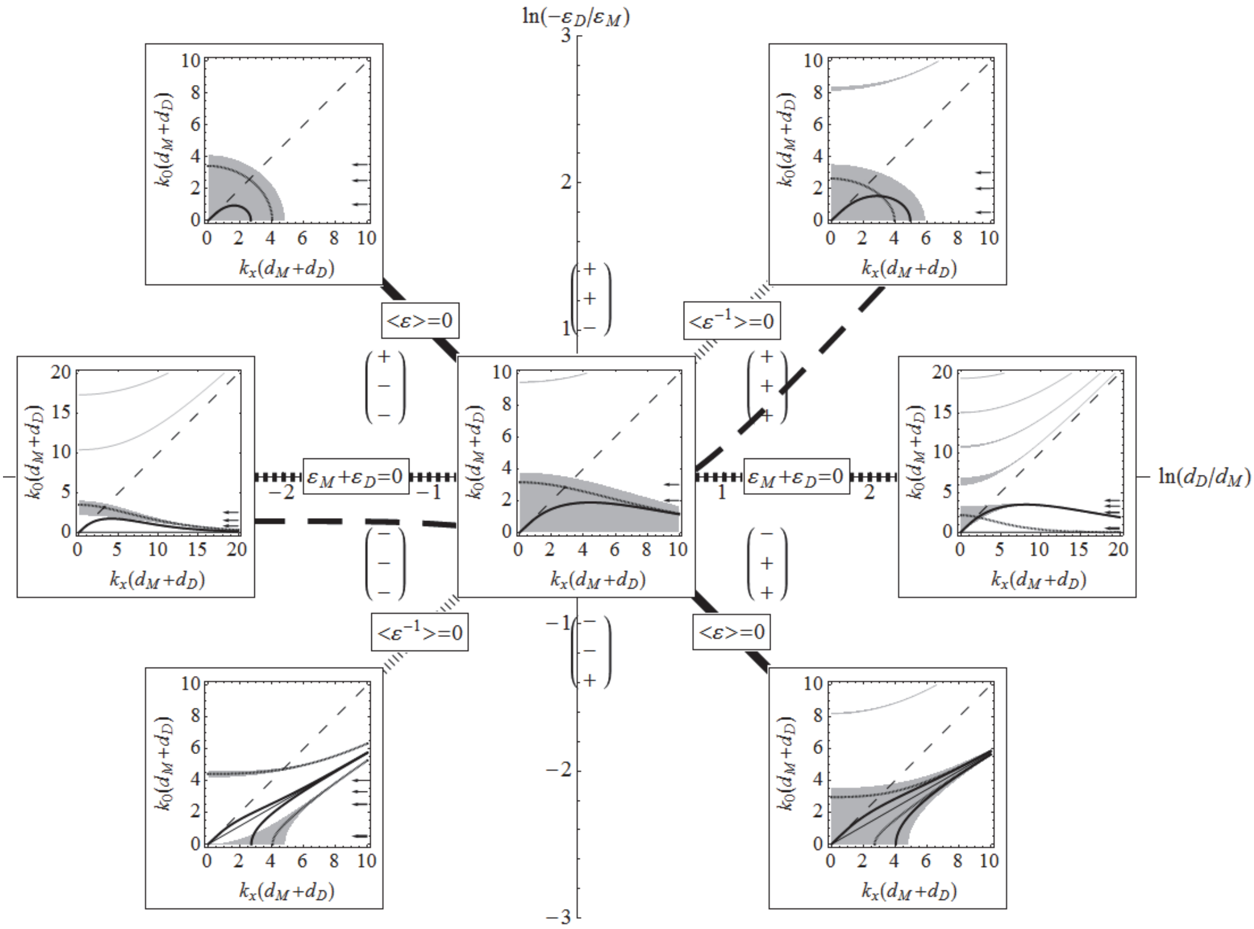


Рисунок 3.60 − На плоскости $\{\ln(-\varepsilon_D/\varepsilon_M),\ \ln(d_D/d_M)\}$ толстыми линиями показаны границы, разделяющие области с различными зонными структурами ПФК: $\ln(-\varepsilon_D/\varepsilon_M)=0$ (соответствует условию $\varepsilon_M+\varepsilon_D=0$), $\ln(-\varepsilon_D/\varepsilon_M)=-\ln(d_D/d_M)$ (соответствует условию $\langle\varepsilon\rangle=0$), $\ln(-\varepsilon_D/\varepsilon_M)=\ln(d_D/d_M)$ (соответствует условию $\langle\varepsilon^{-1}\rangle=0$). Вставки показывают характерные для каждой границы виды зонной структуры. При наличии дисперсии в металле траектория движения будет вертикальной прямой, независимо от вида дисперсии

Рассмотрение видов зонных структур начнем с точки $\ln(-\varepsilon_D/\varepsilon_M)=0$, $\ln(d_D/d_M)=0$, соответствующей, как было показано выше, многослойной линзе Пендри с

$$\begin{pmatrix}\varepsilon_M+\varepsilon_D\\ \langle\varepsilon\rangle\\ \langle\varepsilon^{-1}\rangle\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \qquad (3.154)$$

т.е. центральная точка на рисунке 3.59, 3.60.

При $\langle \varepsilon^{-1} \rangle = 0$ уравнение (3.148) дает изочастоту $k_z = k_0 \langle \varepsilon \rangle$, переходящую в ось абсцисс при $\langle \varepsilon \rangle = 0$, т.е. $\kappa_{Bz} = 0$ (см. рисунок 3.61), и мы получаем «электростатическое» поведение – набег фазы на толщине образца отсутствует. Далее, в преломленной волне групповая скорость не зависит от угла падения и перпендикулярна плоскости кристалла. Иными словами, значения полей на верхней и нижней границе ФК совпадают, и мы получаем прибор, переносящий ближние поля в дальнюю зону. Конечно, потери и эффекты запаздывания портят такую идеальную картину.

На центральной вставке рисунка 3.60 серым цветом изображены разрешенные зоны ($\mathrm{Im}\,\kappa_{Bz} = 0$). Они находятся из условия $-1 \le \cos\kappa_{Bz} \le 1$ (см. уравнение (3.146)). Пунктирной и сплошной линиями показаны дисперсионные кривые МДМ и ДМД плазмонов (см. рисунок 3.57б). Разрешенная зона следует за этими кривыми. Изочастоты фактически являются сечением функции $\mathrm{Re}\,\kappa_{Bz}\left(k_0\left(d_M + d_D\right), k_x\left(d_M + d_D\right)\right)$ плоскостью $k_0\left(d_M + d_D\right) = \mathrm{const}$. При увеличении частоты, а точнее, при отклонении от условий квазистатики, изочастота отщепляется от оси абсцисс (рисунок 3.61), что приводит к нарушению условия каналирования (независимость направления групповых скоростей преломленной волны от угла падения).

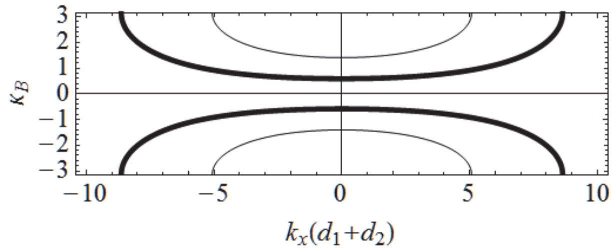


Рисунок 3.61 − Изочастотные кривые ПФК с параметрами линзы Пендри (центральная вставка на рисунке 3.59; $\varepsilon_M = -1$, $\varepsilon_D = 1$, $d_D / d_M = 1$) при $k_0\left(d_M + d_D\right) = 2$ (жирная линия) и 3 (тонкая линия). Стрелкой показана частота, использованная для построения изочастотных кривых. Изочастотная кривая гомогенизированной системы соответствует горизонтальной линии $\kappa_B = 0$.

Как видно из рисунка 3.61, волна с $k_x > 0$ будет иметь $v_{gr,x} < 0$ при $v_{gr,z} > 0$. Следовательно, при падении волны на поверхность ФК, параллельную слоям, возникнет отрицательное преломление (аналогично случаю, показанному на рис. 1.3в). Это свойство связано с тем, что тангенциальная компонента вектора Пойнтинга меняет знак на границе сред с разными знаками диэлектрической проницаемости.

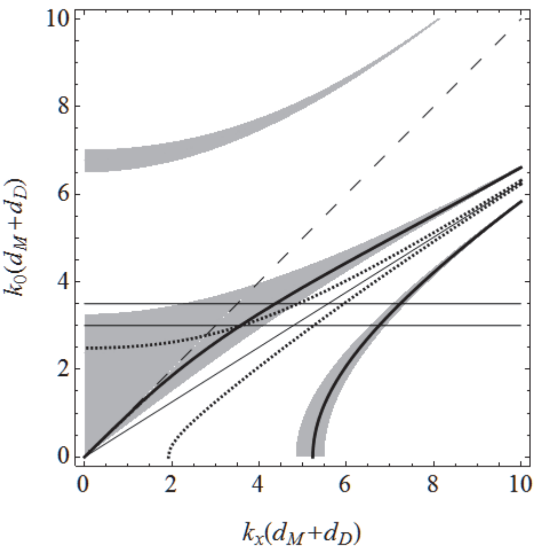
Перейдем далее к области $\{-,+,+\}$, где имеются две ветви разрешенных зон (см. рисунок 3.59, 3.62а), одна из которых лежит выше, другая – ниже дисперсионной кривой МД-плазмона. При рассматриваемых параметрах ($\varepsilon_M + \varepsilon_D < 0$) соответствующие кристаллу ДМД- и МДМ-системы имеют по два плазмона (рисунок 3.57а).

Если параметры ПФК лежат далеко от параметров линзы Пендри, что соответствует на рис. 6 точкам, далеким от начала координат, т.е. областям с большими значениями $\ln\left(d_D / d_M\right)$, то толщина диэлектрических слоев много больше толщины металлических, и ПФК представляет собой последовательность слабовзаимодействующих ДМД-систем, и две узкие разрешенные зоны идут вдоль дисперсионных кривых s-ДМД и a-ДМД плазмонов.

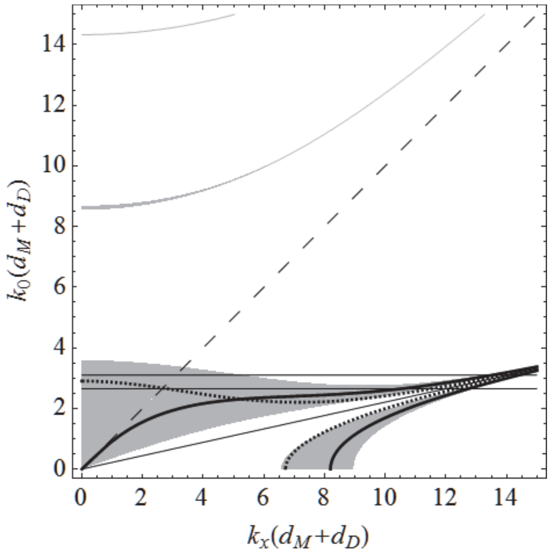
Если же параметры ПФК приближаются к параметрам линзы Пендри $\ln\left(-\varepsilon_D / \varepsilon_M\right) \to -0$, $\ln\left(d_D / d_M\right) \to +0$, то дисперсионная кривая МД-плазмона прижимается к оси абсцисс (рисунок 3. 57б), и выживают только s-ДМД и a-МДМ плазмоны. При этом зона, лежащая ниже дисперсионной кривой МД-плазмона (a-ДМД зона) исчезает. Поскольку в этой области $d_D / d_M \sim 1$, то взаимодействие между соседними s-ДМД плазмонами усиливается, что приводит к расширению разрешенной зоны, лежащей выше дисперсионной кривой МД-плазмона (s-ДМД зоны).

Заметим, что соответствие разрешенных зон ДМД или МДМ плазмонам имеется только вдали от точки $k_0(d_M + d_D) = k_x(d_M + d_D) = 0$. Вблизи этой точки свойства ПФК описываются в квазистатическом приближении, и дисперсионное уравнение переходит в уравнение (3.147). Распространяющиеся волны определяются условием $k_z^2 \geq 0$, или, учитывая что $\langle\varepsilon\rangle > 0$, $\langle\varepsilon^{-1}\rangle > 0$, условием $k_0 \geq k_x\sqrt{\langle\varepsilon^{-1}\rangle}$. Последнее неравенство определяет вид разрешенной зоны при $k_0\left(d_M + d_D\right) << 1$, $k_x\left(d_M + d_D\right) << 1$ (рисунок 3.59). Изочастота ПФК при этих условиях имеет вид эллипсообразной кривой (сплошная линия на рисунке 3.63а), в соответствии с результатом расчета в квазистатическом приближении (рисунок 3.56а и штриховая линия на рисунке 3.63а). Изображенная на рисунке 3.63а изочастота соответствует горизонтальной линии $k_0\left(d_M + d_D\right) = 3$ на рисунке 3.62а, пересекающей обе зоны. Из пересечения с зоной, лежащей выше дисперсионной кривой МД-плазмона, возникает эллипсообразный участок изочастоты. Пересечение с зоной, лежащей ниже линии МД-плазмона, создает второй участок изочастоты (рисунок 3.63а), не описываемый квазистатическим приближением (2), так как в этой области $k_x\left(d_M + d_D\right) > 1$.

Изменение изочастот с ростом частоты может идти по двум путям в зависимости от кривизны верхней границы разрешенной зоны, лежащей выше дисперсионной кривой МД-плазмона. Кривизна может быть положительной (рисунок 3.62а) или отрицательной (рисунок 3.62б). Это свойство наследуется от а-МДМ плазмона (рисунок 3.57).

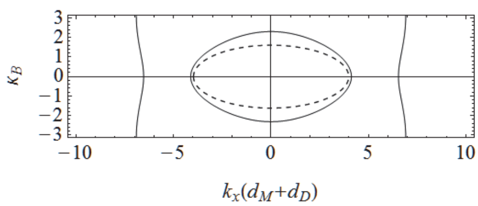


а)

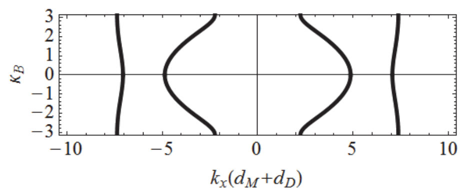


б)

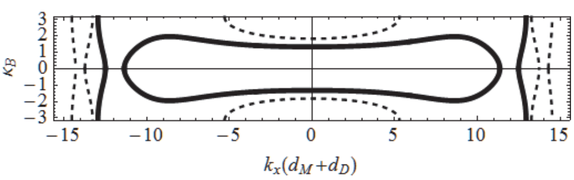
Рисунок 3.62 − Зоны ПФК с параметрами $\{-,+,+\}$. а) $\ln(d_D / d_M) = 1$, $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = -0.5$, горизонтальными линиями отмечены частоты, соответствующие рисунку 3.63а (нижняя линия) и рисунку 3.63б (верхняя линия). б) $\ln(d_D / d_M) = 0.2$, $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = -0.05$, горизонтальными линиями отмечены частоты, соответствующие рисунку 3.63в. Наклонная прямая линия соответствует дисперсии МД-плазмона.



а)



б)



в)

Рисунок 3.63 − Изочастоты для системы с параметрами $\{-,+,+\}$. а) Изочастота ПФК при «малой» частоте $k_0(d_M + d_D) = 3$; штриховой линией показана изочастота гомогенизированной системы, задаваемая уравнением (3.148). Параметры ПФК: $\ln(d_D / d_M) = 1$, $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = -0.5$. б) Изменение изочастоты, когда параметры далеки от условий линзы Пендри, при увеличении частоты ($k_0(d_M + d_D) = 3.5$). в) Изменение изочастоты ПФК вблизи условий линзы Пендри ($\ln(d_D / d_M) = 0.2$, $\ln(-\varepsilon_D / \varepsilon_M) = -0.1$). Изочастоты построены при $k_0(d_M + d_D) = 3.20$ (сплошная линия), 3.32 (штриховая линия).

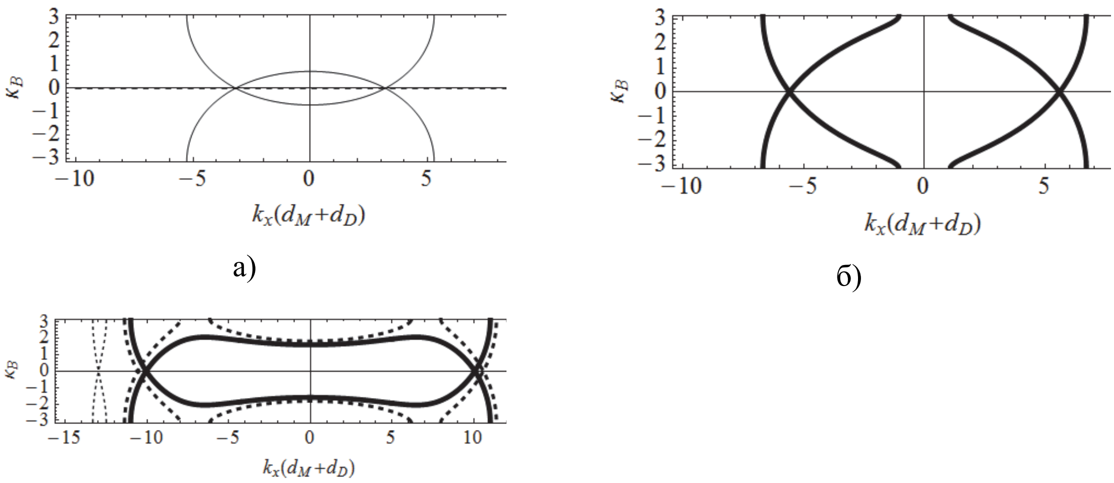
Хотя вид разрешенных зон выше линии полного отражения в диэлектрике качественно соответствует дисперсии волн МДМ-системы (ДМД-плазмонов при этом не существует), количественный критерий смены знака кривизны границы зоны отличается от условия появления обратных волн в МДМ-системе. Кривая, показанная длинными штрихами на рисунке 3.59, соответствует указанному критерию. Выше этой кривой разрешенная зона выгибается (рисунок 3.62б), и пересечение зоны линией $k_0(d_M + d_D) = \text{const}$ происходит не так, как для параметров ниже указанной кривой (см. рисунок 3.62а). Поэтому случаи рисунка 3.62а (кривизна верхней границы зоны положительна) и рисунка 3.62б (кривизна верхней границы зоны отрицательна) дают качественно разные виды изочастот. В обоих случаях нормаль к изочастоте направлена во вне изочастоты, так что изочастота, соответствующая меньшей частоте, лежит внутри изочастоты, соответствующей большей частоте. В случае рисунка 3.62а эволюция изочастоты напоминает эволюцию изочастоты обыкновенного ФК с положительными ε_D, ε_M. Эллипс, соответствующий квазистатическому пределу, расширяется, пока не достигнет границы зоны Бриллюэна, после чего в точке касания ($k_x = 0$) зарождается запрещенная зона (рисунок 3.63б). Тангенциальная составляющая нормали (групповой скорости) всегда имеет тот же знак, что и тангенциальная составляющая волнового вектора (фазовой скорости), и преломление является положительным. В случае рисунка 3.62б по мере увеличения частоты эллипс деформируется в гантелеобразную кривую и появляются участки, где тангенциальные составляющие групповой и фазовой скорости имеют разные знаки (рисунок 3.63в), что указывает на отрицательное преломление. Касание границы зоны Бриллюэна происходит при $|k_x| \neq 0$, и образуются сразу две запрещенные зоны, разделенные зоной прозрачности (рисунок 3.63в). Из сравнения рисунок 3.63б, 3.63в понятно, что в промежуточном случае, когда кривизна изочастоты равна нулю при $k_x = 0$, в окрестности этой точки будет иметь место эффект каналирования [78]. Поэтому линию из длинных штрихов на рисунке 3.59, 3.60 будем называть кривой каналирования.

Во второй ветви (а-ДМД) зоны преломление всегда будет положительным: схема аналогична рисунку 3.56б.

Двигаясь по часовой стрелке на рисунке 3.59, 3.60, приходим к границе $\{-,0,+\}$. При этом две разрешенные зоны, характерные для области $\{-,+,+\}$, смыкаются, так что разделяющая их запрещенная зона исчезает, превращаясь в линию, задаваемую уравнением (3.149). На этой линии выполняется условие $\kappa_{Bz} = 0$ (это следует из (3.146) и (3.149) при учете $\langle \varepsilon \rangle = 0$). Соответственно этому, изочастоты ПФК с параметрами $\{-,0,+\}$ имеют характерную особенность – точку $\kappa_{Bz} = 0$ (рисунок 3.64). Поведение изочастот вблизи этой точки при пересечении рассматриваемой границы (т.е. условия $\langle \varepsilon \rangle = 0$) понятно из рисунка 3.65: при смыкании изочастот происходит их перезамыкание с образованием запрещенной зоны нулевой толщины [214], [А7], так что точка пересечения имеет характер точки Дирака.

С точки зрения квазистатики, граница $\{-,0,+\}$ является переходной: при пересечении этой границы разрешенная зона в окрестности начала координат перемещается из области $k_0 \geq k_x \sqrt{\langle \varepsilon^{-1} \rangle}$ ($\langle \varepsilon \rangle > 0$) в область $k_0 \leq k_x \sqrt{\langle \varepsilon^{-1} \rangle}$ ($\langle \varepsilon \rangle < 0$) (рисунок 3.59), тогда как на самой границе описание зон и изочастоты требует уточнения уравнения (3.148).

Вдали от квазистатики границу $\{-,0,+\}$ тоже можно считать промежуточным случаем: зоны содержат дисперсионные кривые всех четырех плазмонов. Это связано с тем, что на дисперсионной кривой МД-плазмона, к которой стремятся дисперсионные кривые всех плазмонов с ростом $k_x(d_M + d_D)$, выполняется условие $k_{zD} d_D = k_{zM} d_M$. В результате перекрытие ДМД-плазмонов, локализованных на соседних слоях металла, примерно такое же, как перекрывание МДМ-плазмонов, локализованных на слоях диэлектрика, и ПФК одинаково соответствует как МДМ-, так и ДМД-системе. Вид изочастот вдали от условий применимости квазистатики, как и в области $\{-,+,+\}$, зависит от близости параметров к параметрам линзы Пендри. Если они далеки (ниже кривой каналирования на рисунке 3.60), то касание изочастотой границы зоны Бриллюэна происходит в одной точке (рисунок 3.64б), и отрицательного преломления не наблюдается. Выше кривой каналирования на рисунке 3.62 касание происходит сразу в двух точках (рисунок 3.64в), в результате изочастота образует прогиб, обеспечивающий отрицательное преломление.



в)

Рисунок 3.64 − Изочастоты для системы с параметрами $\{-,0,+\}$. а) При «малой» частоте, штриховой линией показана изочастота гомогенизированной системы, задаваемая уравнением (3.148) б) Изменение изочастоты, когда параметры далеки от условий линзы Пендри, при увеличении частоты. в) Изменение изочастоты ПФК вблизи условий линзы Пендри.

Рисунок 3.65 − Перезамыкание изочастот при переходе через условие $\langle\varepsilon\rangle = 0$.

Приступим к изучению области $\{-,-,+\}$. Ветви разрешенных зон, которые лежали выше и ниже дисперсионной кривой МД-плазмона, снова разделяются. Из вышесказанного ясно, что в рассматриваемой области зонная структура определяется теперь уже МДМ-системой (рисунок 3.59). Вблизи начала координат разрешенная зона имеет вид $k_0 \le k_x\sqrt{\langle\varepsilon^{-1}\rangle}$. Изочастота, в соответствии с уравнением (3.147), имеет форму гиперболы (рисунок 3.7), что соответствует поведению изочастоты ПФК при небольших $k_x\left(d_M + d_D\right)$ (рисунок 3.66а). Поясним неочевидный переход от рисунка 3.64а к рисунку 3.66а. Как уже было сказано, при $\langle\varepsilon\rangle = 0$ квазистатическое приближение в форме уравнения (3.148) не описывает изочастоту. В результате, когда параметр $\langle\varepsilon\rangle$ становится отрицательным, изочастота сначала приобретает вид, показанный жирной линией на рисунке 3.66б; при дальнейшем уменьшении $\langle\varepsilon\rangle$ эллипсообразная фигура схлопывается, и изочастота становится похожей на показанную на рисунке 3.66а, и соответствие квазистатике восстанавливается.

Если параметры ПФК находятся ниже линии из длинных штрихов на рисунке 3.59, то, как и в предыдущих случаях, зона, лежащая по частоте выше кривой МД-плазмона, выгибается (подобно тому, как показано на рисунке 3.66б), в результате запрещенная зона образуется не в одной, а в двух точках (рисунок 3.66в), между которыми находится область отрицательного преломления.

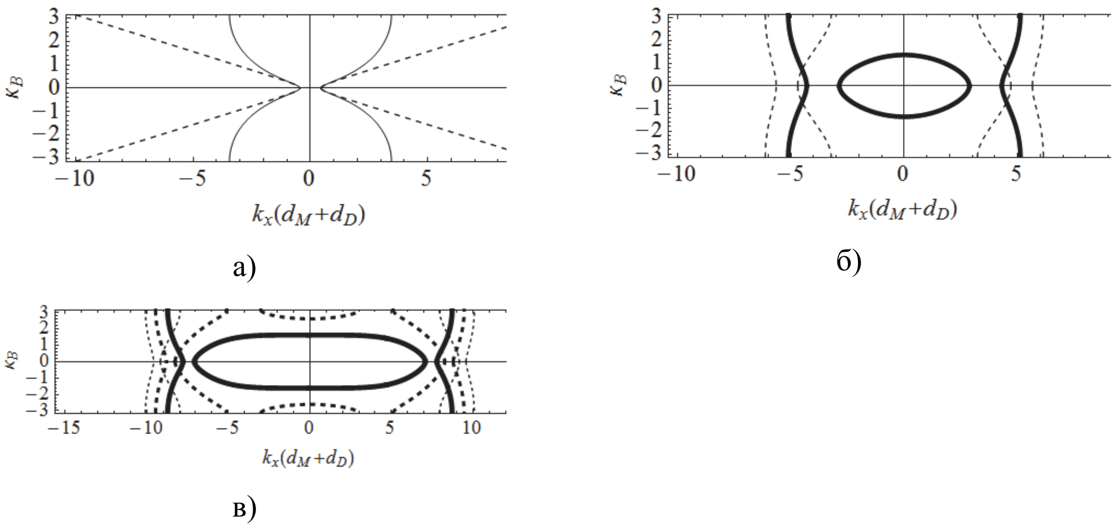
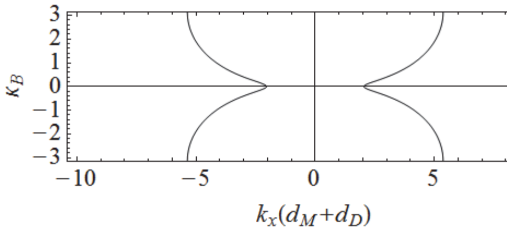
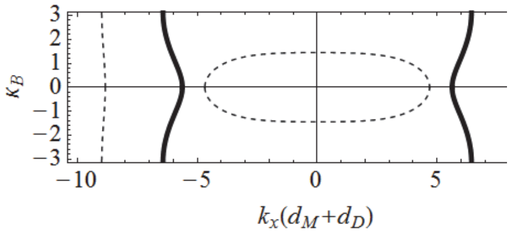


Рисунок 3.66 − Изочастоты для системы с параметрами $\{-,-,+\}$. а) При «малой» частоте, штриховой линией показана изочастота гомогенизированной системы, задаваемая уравнением (3.148) б) Изменение изочастоты, когда параметры далеки от условий линзы Пендри, при увеличении частоты. в) Изменение изочастоты ПФК вблизи условий линзы Пендри.

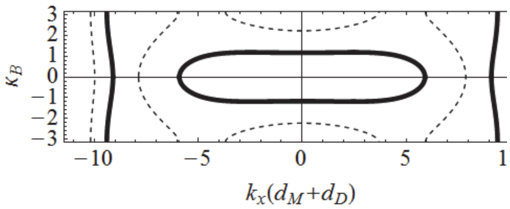
Перейдем к границе $\{-,-,0\}$, на которой зоны определяются дисперсионными кривыми симметричного и антисимметричного плазмонов МДМ-системы, поскольку всегда $d_D < d_M$. Рассматриваемая граница является переходной в смысле существования зон прозрачности в квазистатике. Как видно из рисунка 3.59, в области $\{-,-,+\}$ зона прозрачности существует в квазистатическом пределе, а в области $\{-,-,-\}$ в этом пределе зона не существует; на разделяющей их границе $\{-,-,0\}$ зона подходит к началу координат, но с горизонтальной касательной (рисунок 3.60). Чтобы описать поведение изочастоты при этом (рисунок 3.67а), надо производить разложение в формуле (3.146) до большего порядка, чем это сделано при получении формулы (3.147). Иначе получаем отсутствие изочастоты, т.к. формула (3.147) дает $k_z^2 = k_0^2 \langle \varepsilon \rangle$ при $\langle \varepsilon \rangle < 0$. С ростом частоты появляется вторая плазмонная зона (рисунок 3.67б, в). Все рассуждения относительно отрицательного преломления остаются прежними. При параметрах, близких к параметрам линзы Пендри, оно возникает (рисунок 3.67в), в противном случае его нет (рисунок 3.67а).



а)



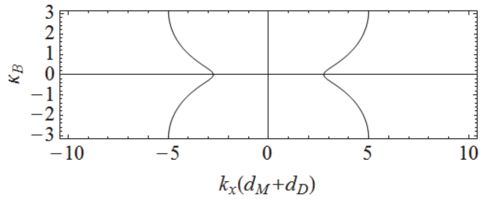
б)



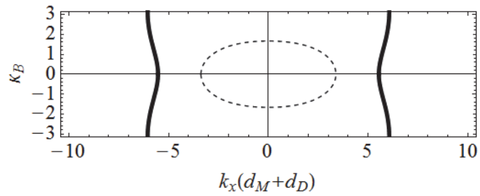
в)

Рисунок 3.67 − Изочастоты для системы с параметрами $\{-,-,0\}$. а) При «малой» частоте, штриховой линией показана изочастота гомогенизированной системы, задаваемая уравнением (3.148) б) Изменение изочастоты, когда параметры далеки от условий линзы Пендри, при увеличении частоты. в) Изменение изочастоты ПФК вблизи условий линзы Пендри.

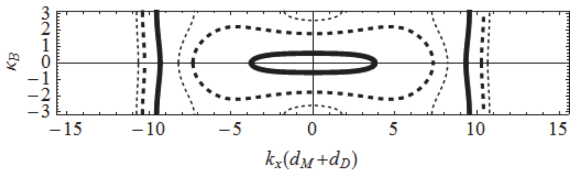
В случае всех отрицательных параметров $\{-,-,-\}$ зоны прозрачности возникают, хотя они и отсутствуют в квазистатическом приближении. Плазмонные зоны и соответствующие изочастоты ведут себя аналогично предыдущему случаю (рисунок 3.68б,в). Единственная особенность, которая требует внимания, заключается в том, что область отрицательного преломления не локализована в окрестности условий линзы Пендри. Ограничивающая эту область кривая каналирования (рисунок 3.59) в этой области стремится к горизонтальной линии, определяемой равенством $\ln\left(-\varepsilon_D/\varepsilon_M\right)=\ln\left(Y^2\right)$, которая определяет возникновение отрицательного наклона у МДМ-плазмона. Таким образом, при больших толщинах металла, вопрос об отрицательном преломлении сводится к вопросу об отрицательном наклоне дисперсионной кривой МДМ-плазмона.



а)



б)



в)

Рисунок 3.68 − Изочастоты для системы с параметрами $\{-,-,-\}$. а) При «малой» частоте, штриховой линией показана изочастота гомогенизированной системы, задаваемая уравнением (3.148). б) Изменение изочастоты, когда параметры далеки от условий линзы Пендри, при увеличении частоты. в) Изменение изочастоты ПФК вблизи условий линзы Пендри.

Дальнейшее движение по часовой стрелке приводит нас на границу $\{0,-,-\}$. Это движение сопровождается исчезновением а-МДМ плазмона, так как при условии $\ln\left(-\varepsilon_D/\varepsilon_M\right)=0$ дисперсионная кривая МД плазмона прижимается к оси абсцисс. Остается зона, порожденная s-МДМ плазмоном (рисунок 3.56в). Между разрешенной зоной и осью абсцисс лежит квазистатическая запрещенная зона. При стремлении параметров к параметрам линзы Пендри эта зона схлопывается. Для всех ПФК с параметрами $\{0,-,-\}$ характерно отрицательное преломление (рисунок 3.69), которое является следствием обратного а-МДМ плазмона.

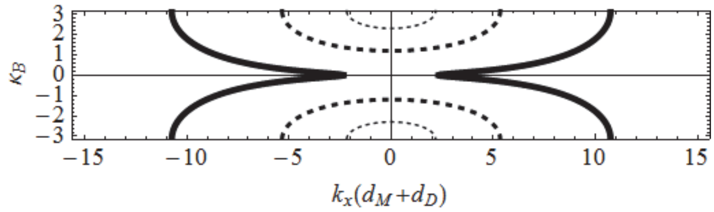


Рисунок 3.69 − Изочастоты для системы с параметрами $\{0,-,-\}$.

В области $\{+,-,-\}$ единственная плазмонная зона становится ограниченной, вслед за дисперсионной кривой а-МДМ плазмона (рисунок 3.56г). В квазистатике все еще нет решений, поэтому в окрестности точки $k_x = k_0 = 0$ сохраняется запрещенная зона. Отрицательная дисперсия плазмона, как обычно, приводит к отрицательному преломлению (рисунок 3.70).

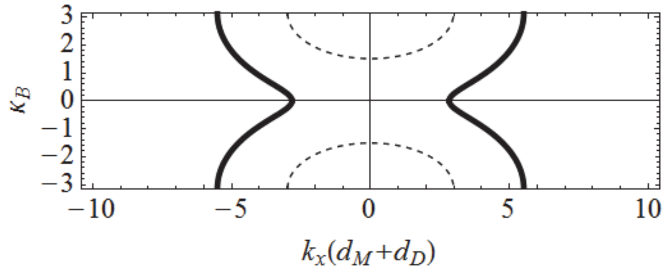


Рисунок 3.70 − Изочастоты для системы с параметрами $\{+,-,-\}$.

У ПФК, соответствующих границе $\{+,0,-\}$, появляется низкочастотная зона прозрачности; вид изочастот (рисунок 3.71) соответствует предсказываемому квазистатикой результату $\kappa_{Bz} = 0$ только при малых значениях $k_x\left(d_M + d_D\right)$. Отрицательное преломление присутствует.

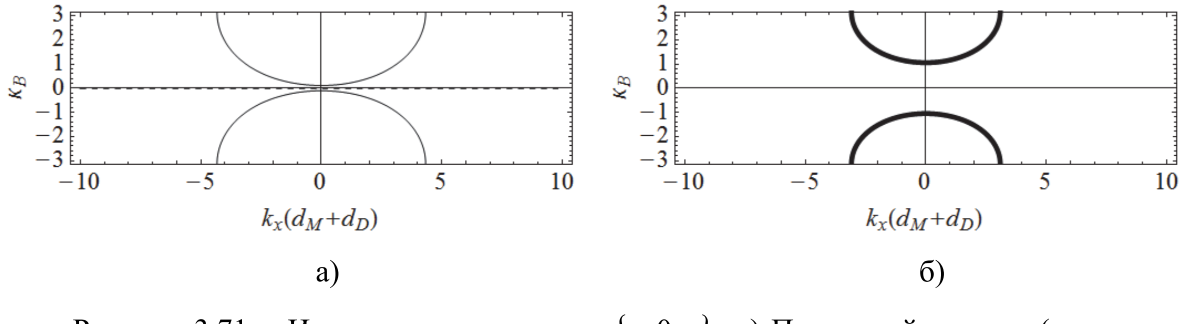
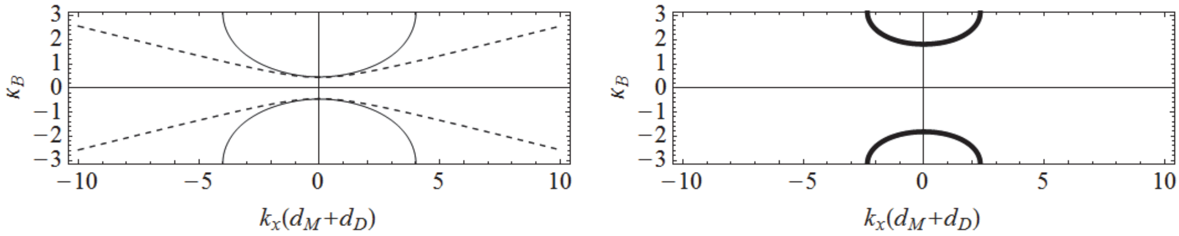


Рисунок 3.71 − Изочастоты для случая $\{+,0,-\}$. а) При малой частоте (сплошная линия) и результат квазистатики (пунктир). б) При большем значении частоты.

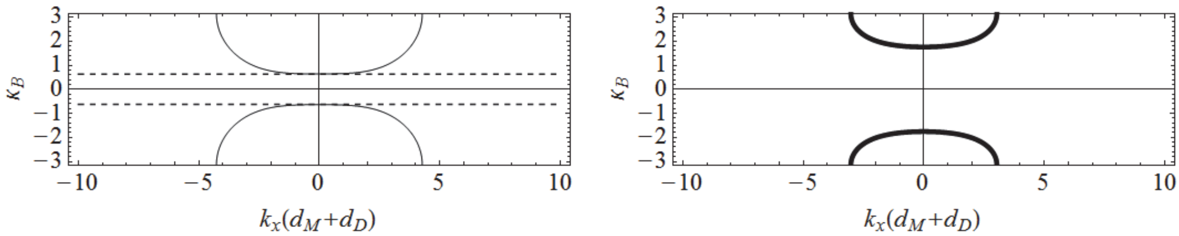
В области $\{+,+,-\}$ изочастота (рисунок 3.72) в квазистатическом приближении имеет вид гиперболы (рисунок 3.70в). Соответственно этому уже в квазистатике преломление отрицательно, что отличает ПФК с положительными значениями $\varepsilon_M + \varepsilon_D$ от вышерассмотренных ПФК с отрицательными значениями этого параметра.



а) б)

Рисунок 3.72 − Изочастоты для случая $\{+,+,-\}$.

Граница $\{+,+,0\}$ соответствует линзе Белова [78], при этом изочастоты (рисунок 3.73) в квазистатическом приближении становятся горизонтальными линиями $\kappa_{Bz} = \pm k_0 \left(d_M + d_D\right)\sqrt{\langle \varepsilon \rangle}$, обеспечивая эффект каналирования.

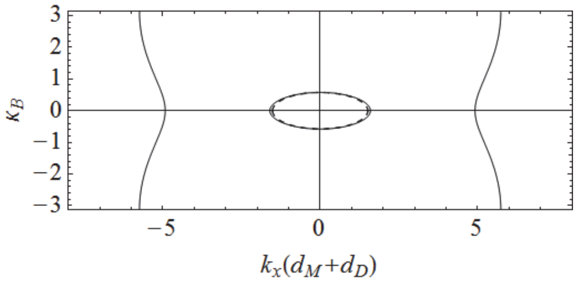


а) б)

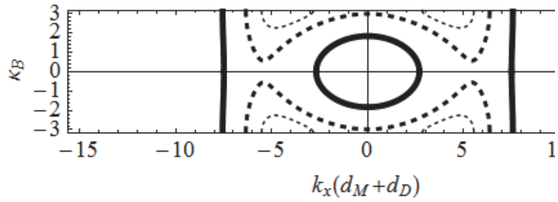
Рисунок 3.73 − Изочастоты в случае $\{+,+,0\}$.

В области $\{+,+,+\}$ вид зон определяется s-ДМД плазмоном. Зона в квазистатическом приближении имеет вид $k_0 \ge k_x\sqrt{\langle \varepsilon^{-1} \rangle}$ при эллипсообразной изочастоте (рисунок 3.73а). В целом поведение изочастот напоминает область $\{-,+,+\}$, с тем отличием, что второй участок изочастоты, не описываемый квазистатикой, теперь движется в сторону уменьшения $k_x\left(d_M + d_D\right)$, что приводит к отрицательному преломлению, которое, однако, для наблюдения потребует нанесения дифракционной решетки на границу ПФК. У ПФК из рассматриваемой области еще одно, более существенное, отличие от случая $\{-,+,+\}$. Из картины зон видно, что наблюдаемые участки изочастоты в случае $\{+,+,+\}$ на самом деле являются частями одной плазмонной зоны, тогда как в случае $\{-,+,+\}$ они происходят из разных зон.

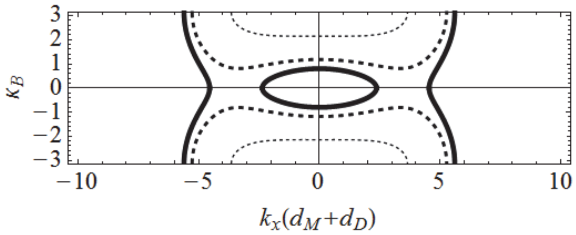
Отрицательное преломление при малых углах падения наблюдается лишь в части области $\{+,+,+\}$, близкой к условиям линзы Белова (выше кривой каналирования на рисунке 3.59), точнее, при $d_D / d_M < -2\varepsilon_D / \varepsilon_M$. В этом случае участки изочастоты объединяются, образуя зону с отрицательным преломлением (рисунок 3.74в). В остальных случаях перезамыкание на границе зоны Бриллюэна препятствует появлению области отрицательного преломления (рисунок 3.74б).



а)



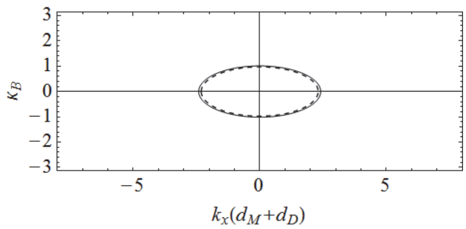
б)



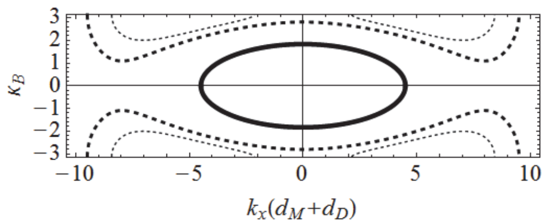
в)

Рисунок 3.74 − Изочастоты для системы с параметрами $\{+,+,+\}$. а) При малых частотах. б) Ниже кривой каналирования. в) Выше кривой каналирования.

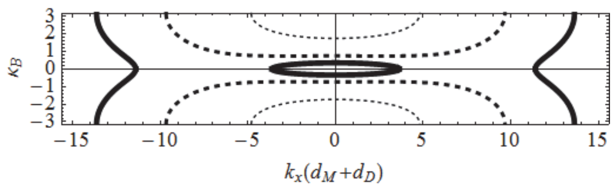
Граница $\{0,+,+\}$ соответствует появлению МД-плазмона, при этом дисперсионная кривая s-ДМД плазмона, определяющая вид зоны, становится неграниченной. В остальном поведение зон и изочастот (рисунок 3.75) полностью аналогично области $\{+,+,+\}$.



а)



б)



в)

Рисунок 3.75 − Изочастота $\{0,+,+\}$

3.2.3 Отрицательное преломление в ПФК

Критерием отрицательного преломления в плазмонных зонах ФК является отрицательный наклон верхней границы разрешенной зоны [A23]. Эта ситуация встречается только у той плазмонной зоны, которая имеет бóльшую частоту. В зоне, лежащей в области меньших частот (она существует не при всех значениях параметров), преломление всегда положительно. Сформулированный общий критерий позволяет получить явные выражения условия отрицательного преломления через параметры ПФК в двух предельных случаях, когда оптическая толщина слоев диэлектрика много больше или много меньше, чем оптическая толщина слоев металла.

Для начала рассмотрим случай, когда оптическая толщина слоев диэлектрика меньше, чем слоев металла. В этом случае разрешенные зоны образуются из дисперсионных кривых МДМ системы. Условие отрицательного преломления в пределе тонких слоев диэлектрика совпадает с условием существования обратных волноводных мод. Другими словами, мы ищем условие, при котором точка перегиба (рисунок 3.57б) исчезает, пересекая ось ординат. Запишем уравнение плазмона в виде

$$F(k_0,k_x)=0, \qquad (3.155)$$

где $F(k_0,k_x)=\mathrm{tg}\left(\frac{d_D}{2}\sqrt{k_0^2\varepsilon_D-k_x{}^2}\right)+\frac{\varepsilon_M\sqrt{k_0^2\varepsilon_D-k_x{}^2}}{\varepsilon_D\sqrt{k_x{}^2-k_0^2\varepsilon_M}}$.

Поскольку F четно относительно k_x, разложение в окрестности $k_x=0$ будет иметь вид $F(k_0,k_x)\approx F(k_0,0)+\alpha(k_0)k_x^2$. Когда точка перегиба пересекает ось ординат, величина $\alpha(k_0)$ обращается в ноль.

Первое слагаемое в $F(k_0,k_x)$ раскладывается следующим образом:

$$\mathrm{tg}\left(\frac{d_D}{2}\sqrt{k_0^2\varepsilon_D-k_x{}^2}\right)\approx\mathrm{tg}\left(\frac{d_D}{2}k_0\sqrt{\varepsilon_D}\right)-\frac{d_Dk_x{}^2}{4k_0\sqrt{\varepsilon_D}}\frac{1}{\cos^2\left(\frac{d_D}{2}k_0\sqrt{\varepsilon_D}\right)} \qquad (3.156)$$

Второе слагаемое:

$$\frac{\varepsilon_M\sqrt{k_0^2\varepsilon_D-k_x{}^2}}{\varepsilon_D\sqrt{k_x{}^2-k_0^2\varepsilon_M}}\approx-\sqrt{\frac{-\varepsilon_M}{\varepsilon_D}}\left(1-\frac{k_x{}^2}{2k_0^2}\frac{\varepsilon_D-\varepsilon_M}{\varepsilon_D\varepsilon_M}\right) \tag{3.157}$$

Тогда $\alpha(k_0)=-\frac{d_D}{4k_0\sqrt{\varepsilon_D}}\frac{1}{\cos^2\left(\frac{d_D}{2}k_0\sqrt{\varepsilon_D}\right)}+\sqrt{\frac{-\varepsilon_M}{\varepsilon_D}}\frac{1}{2k_0^2}\frac{\varepsilon_D-\varepsilon_M}{\varepsilon_D\varepsilon_M}$. Приравнивая эту функцию к нулю, получаем:

$$\frac{d_D}{2}\frac{1}{\cos^2\left(\frac{d_D}{2}k_0\sqrt{\varepsilon_D}\right)}+\frac{\sqrt{-\varepsilon_M}}{k_0}\frac{\varepsilon_D-\varepsilon_M}{\varepsilon_D\varepsilon_M}=0 \tag{3.158}$$

Формула (3.155) при $k_x=0$ имеет вид $\operatorname{tg}\left(\frac{d_D}{2}k_0\sqrt{\varepsilon_D}\right)=\sqrt{\frac{-\varepsilon_M}{\varepsilon_D}}$, тогда $\frac{1}{\cos^2\left(\frac{d_D}{2}k_0\sqrt{\varepsilon_D}\right)}=1+\operatorname{tg}^2\left(\frac{d_D}{2}k_0\sqrt{\varepsilon_D}\right)=1-\frac{\varepsilon_M}{\varepsilon_D}$.

Тогда (3.158) преобразуется в

$$k_0d_D\sqrt{-\varepsilon_M}=2 \tag{3.159}$$

Частоту снова находим из $\operatorname{tg}\left(\frac{d_D}{2}k_0\sqrt{\varepsilon_D}\right)=\sqrt{\frac{-\varepsilon_M}{\varepsilon_D}}$:

$$k_0d_D=\frac{2}{\sqrt{\varepsilon_D}}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{-\varepsilon_M}{\varepsilon_D}} \tag{3.160}$$

Подставив это выражение в (3.159), получим, что условием исчезновения точки перегиба является:

$\varepsilon_D=-\varepsilon_M Y^2$, где Y является корнем уравнения

$$Y\operatorname{tg}Y=1 \tag{3.161}$$

т.е. $Y\approx0.860$.

Соответственно, отрицательное преломление у ПФК с тонкими слоями диэлектрика имеется при

$$\varepsilon_D>-\varepsilon_M Y^2 \tag{3.162}$$

Теперь рассмотрим случай тонких слоев металла. В таком случае положение запрещенной зоны определяется классическим брэгговским условием, при котором металлические слои выступают как точечные рассеиватели, а в слоях диэлектрика набегает фаза π:

$$k_D d_D = \pi \tag{3.163}$$

$$k_D = \sqrt{\varepsilon_D k_0^2 - k_x^2} \tag{3.164}$$

Фактически, это условие определяет верхнюю границу первой запрещенной зоны. Нам же интересна нижняя граница: когда она имеет отрицательную кривизну, появляется отрицательное преломление. Нижняя граница определяется более сложным условием.

Поле блоховской волны на нижней границе ЗЗ меняет знак при переходе через период ($k_B d = \pi$), в слое диэлектрика магнитное поле нечетное, в слое металла – четное. Условия сшивки тангенциальных составляющих магнитного и электрического полей имеют, соответственно, следующий вид:

$$\sin\left(k_D d_D / 2\right) = \alpha \,\mathrm{ch}\left(\kappa_M d_M / 2\right) \tag{3.165}$$

$$\frac{k_D}{\varepsilon_D}\cos\left(k_D d_D / 2\right) = -\alpha \frac{\kappa_M}{\varepsilon_M}\mathrm{sh}\left(\kappa_M d_M / 2\right) \tag{3.166}$$

где $\kappa_M = \sqrt{k_x^2 - \varepsilon_M k_0^2}$. Исключая α, получаем уравнение нижней границы ЗЗ:

$$F_1 = F_2 \tag{3.167}$$

$$F_1 = \mathrm{tg}\left(k_D d_D / 2\right) \tag{3.168}$$

$$F_2 = -\frac{k_D \varepsilon_M}{\kappa_M \varepsilon_D}\mathrm{cth}\left(\kappa_M d_M / 2\right) \tag{3.169}$$

Разложим это уравнение при малых k_x (нас интересует кривизна в окрестности $k_x = 0$). При $k_x = 0$ частота мало отличается от значения, определяемого условием (3.163): $k_0 d_D \sqrt{\varepsilon_D} = \pi - \Delta$. При отклонении k_x от нуля частота отклоняется от этого значения: $k_0 d_D \sqrt{\varepsilon_D} = \pi - \Delta + \delta_0$. Учитывая, что δ_0, d_M / d_D, $-\varepsilon_M / \varepsilon_D$, $\delta_x \equiv k_x d_D \sqrt{\varepsilon_D}$ – малые величины, получим:

$$k_D \approx \frac{\pi}{d_D}\left(1 - \frac{\Delta}{\pi} + \frac{\delta_0}{\pi} - \frac{\delta_x^2}{2\pi^2 \varepsilon_D}\right) \tag{3.170}$$

$$\kappa_M \approx \frac{\pi}{d_D}\sqrt{\frac{-\varepsilon_M}{\varepsilon_D}}\left(1 - \frac{\Delta}{\pi} + \frac{\delta_0}{\pi} - \frac{\delta_x^2}{2\pi^2 \varepsilon_M}\right) \tag{3.171}$$

Тогда:

$$F_1 \approx \frac{1}{\dfrac{\Delta}{2} - \dfrac{\delta_0}{2} + \dfrac{\delta_x^2}{4\pi\varepsilon_D}} \tag{3.172}$$

$$F_2 \approx \sqrt{\frac{-\varepsilon_M}{\varepsilon_D}} \left(\frac{1 - \dfrac{\Delta}{\pi} + \dfrac{\delta_0}{\pi} - \dfrac{\delta_x^2}{2\pi^2\varepsilon_D}}{1 - \dfrac{\Delta}{\pi} + \dfrac{\delta_0}{\pi} - \dfrac{\delta_x^2}{2\pi^2\varepsilon_M}} \right) \frac{1}{\dfrac{d_M}{d_D}\sqrt{\dfrac{-\varepsilon_M}{\varepsilon_D}} \left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\Delta}{2} + \dfrac{\delta_0}{2} - \dfrac{\delta_x^2}{4\pi\varepsilon_M} \right)} \tag{3.173}$$

Равенство (3.167) в виде $1/F_1 = 1/F_2$ приводится к выражению:

$$\frac{\Delta}{2} - \frac{\delta_0}{2} + \frac{\delta_x^2}{4\pi\varepsilon_D} \approx \frac{\pi}{2}\frac{d_M}{d_D}\left(1 - \frac{\Delta}{\pi} + \frac{\delta_0}{\pi} - \frac{\delta_x^2}{\pi^2\varepsilon_M} + \frac{\delta_x^2}{2\pi^2\varepsilon_D} \right) \tag{3.174}$$

Приравнивая $\delta_0 = 0$, $\delta_x = 0$, получаем $\Delta = \pi d_M / d_D$. В первом порядке по δ_0, δ_x, d_M / d_D, $-\varepsilon_M / \varepsilon_D$ уравнение принимает вид:

$$\delta_0 = \frac{\delta_x^2}{2\pi\varepsilon_D}\left(\frac{d_M}{d_D}\frac{2\varepsilon_D}{\varepsilon_M} + 1 \right) \tag{3.175}$$

В результате, граница зоны представляет собой параболу в координатах δ_0, δ_x. Отрицательное преломление имеет место при отрицательной кривизне, т.е.

$$\frac{d_D}{d_M} < -2\frac{\varepsilon_D}{\varepsilon_M} \tag{3.176}$$

есть условие возникновения отрицательного преломления в пределе малых толщин металлических слоев.

Таким образом, в разделе 3.2 рассмотрено прохождение электромагнитной волны через одномерный фотонный кристалл, чья элементарная ячейка состоит из двух слоев с положительной и отрицательной диэлектрическими проницаемостями. Блоховская волна, распространяющаяся по ФК, может быть представлена как цепочка плазмонных резонансов, возбуждаемых на границах слоев. Показано, что возникновение эффекта отрицательного преломления не зависит от дисперсии диэлектрической проницаемости. Этот факт позволяет провести классификацию ФК по типам их зонной структуры. В результате частотная зависимость зонной структуры может быть легко определена, исходя из отношений диэлектрических проницаемостей на заданной частоте.

3.3 Аномальное прохождение света через неупорядоченную систему субволновых отверстий

В этом разделе приводятся и теоретически объясняются экспериментальные результаты, полученные И.В. Быковым и др. (ИТПЭ). Было получено, что прохождение света ближнего и среднего ИК-диапазона через 17-нанометровый слой серебра, нанесенный на лавсановую пленку с неупорядоченной системой субволновых отверстий, в 2-6 раз больше, чем через такой же слой, нанесенный на сплошную лавсановую пленку. Эффект широкополосный и охватывает область длин волн 1500 – 5000 нм. Изучение микроструктуры системы с помощью атомно-силового микроскопа и электронного микроскопа (проведено О.Л. Ореловичем) показало, что серебряная пленка содержит отверстия, такие же как в лавсановой пленке. Оценка в рамках приближения физической оптики показала, что из-за малости диаметра отверстий (200 нм) дополнительное прохождение через отверстия много меньше, чем наблюдаемый эффект. Обсуждается механизм этого аномального прохождения света.

Раздел основан на результатах работ [А12, А16].

3.3.1 Введение

Развитие нанотехнологий в последнее время стимулировало как экспериментальные, так и теоретические исследования оптики ближних полей и плазмоники [215-217]. Особый интерес вызывают явления, связанные с трансформацией ближних полей в дальние. Наряду с плазмонным усилением ближних полей, часто важную роль играет фильтрация, которая заключается в эффективном отражении распространяющихся волн и пропускании неоднородных волн.

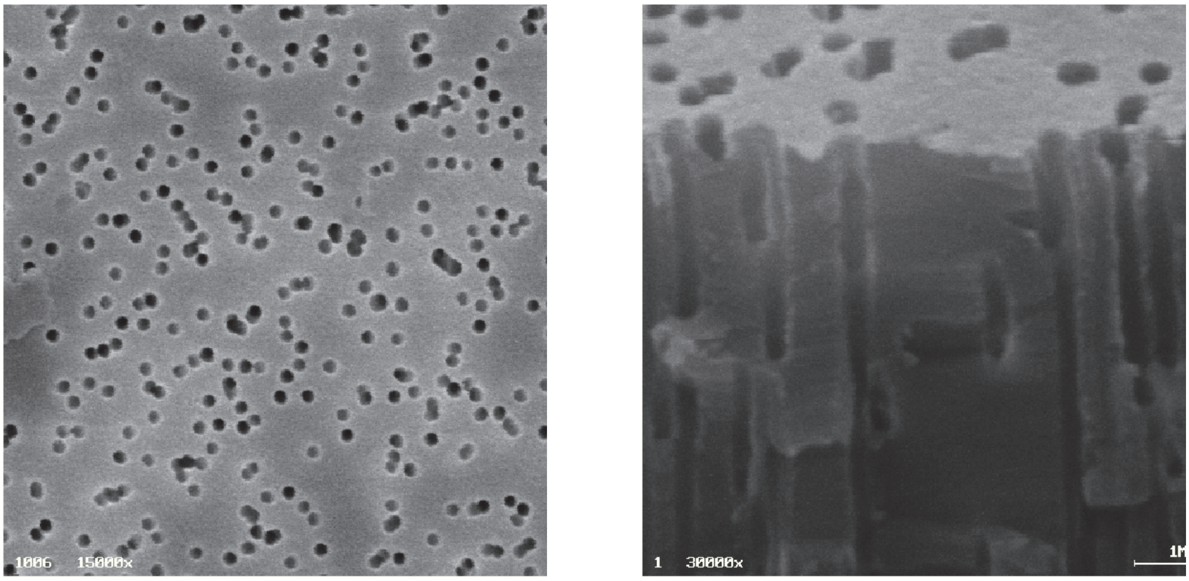
Обычно аномальную прозрачность тонких металлических пленок, содержащих периодическую систему отверстий, которая была обнаружена в недавних работах [218-221], связывают с возбуждением поверхностных плазмонов. Аномальное прохождение света также было предсказано в вычислительном эксперименте и для непериодических систем [222-230], в которых имеет место резонанс поверхностных волн. Все наблюдавшиеся ранее эффекты в периодических и непериодических системах имеют выраженный резонансный характер.

Данная работа посвящена экспериментальному наблюдению аномального прохождения света через металлическую пленку, содержащую неупорядоченную систему субволновых отверстий. Это явление наблюдается в широкой полосе частот. В отличие от указанных ранее случаев, предполагается, что наблюдаемое явление связано с фильтрацией ближних волн, а не с плазмонным резонансом.

3.3.2 Изготовление образцов и описание эксперимента

Нанесение серебра и оптические измерения выполнены в лаборатории И.А. Рыжикова.

Образцы изготавливались на основе трековых мембран (ТрМ). ТрМ — это полимерная пленка (ПП) с трековыми отверстиями, возникающими в результате бомбардировки тяжелыми ионами [231]. Край ТрМ, не подвергавшийся бомбардировке и не содержащий отверстий, использовался как контрольный образец. Ниже он называется полимерной пленкой (ПП). Фотография, сделанная АСМ, показала, что средний диаметр пор около 200 нм (рисунок 76а). Отверстия случайно распределены по поверхности мембраны. Измерение толщины мембраны микрометром дало значение $10^4 nm$.



а б

Рисунок 3.76 − Фотография образца, сделанная атомно-силовым микроскопом: а. вид сверху; б. скол

Слой серебра был нанесен на однородную ПП и ТрМ термическим испарением металла электронным пучком при остаточном давлении 0.1 мПа. Толщина слоя контролировалась по прозрачности системы в видимом свете (при длине волны 650 нм). Исследование скола образца ТрМ электронным микроскопом показывает (рисунок 3.76б), что после нанесения серебра отверстия остаются открытыми, металлизация внутренней поверхности отверстий незначительна и в глубину не превышает их диаметр отверстия. Толщина слоя металла в отверстии плавно уменьшается.

Спектры прохождения света через ТрМ были получены ИК Фурье-спектрометром «Philips PU 9804» со спектральным разрешением $4cm^{-1}$, позволяющим разрешить фононные моды твердого тела. Материал мембраны был идентифицирован как полиэтилен терефталат торговой марки «Лавсан».

Образец был помещен в камере спектрометра в фокальной плоскости сходящегося пучка естественно поляризованного света с углом конуса 13°. Освещенная поверхность образца имеет диаметр 10 мм. Использовался диапазон волн $6000-1900$ см$^{-1}$ (1666 – 5263 нм). Высокочастотный предел определялся характеристиками прибора, низкочастотный — областью поглощения мембраны.

Прежде всего, были определены электромагнитные свойства субстрата (лавсан). Наиболее существенным для нас было различие в спектрах прохождения ПП и ТрМ (рисунок 3.77).

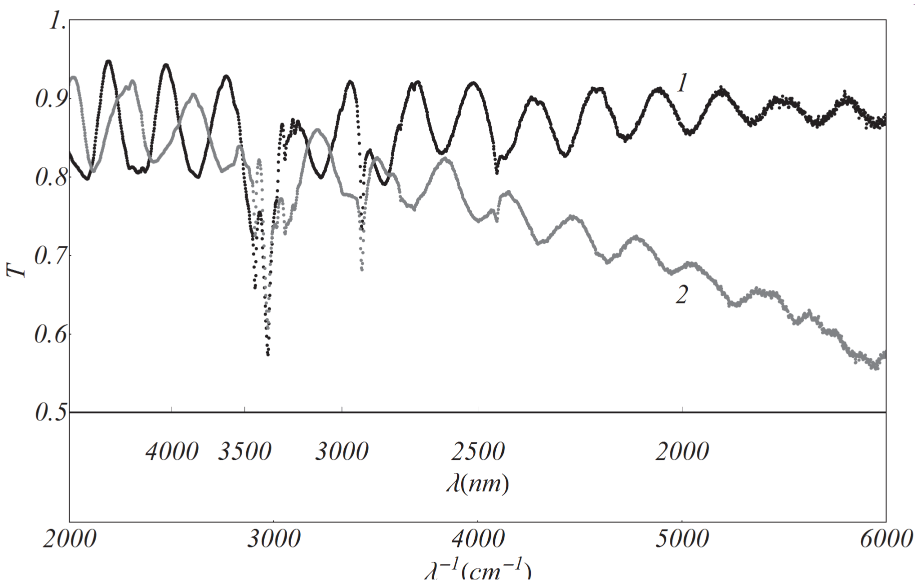


Рисунок 3.77 − Экспериментальные данные по прохождению света через ТМ (кривая 2) и однородную пленку лавсана (кривая 1)

Прежде всего, на рисунке 3.77 видны колебания спектров ПП и ТрМ. Они связаны с интерференцией волн, выходящих из образца после многократных переотражений. Максимумы соответствуют полуволновому условию. Эксперимент показывает сдвиг фазы интерференционных колебаний в спектрах прохождения ПП и ТрМ (рисунок 3.77). При малых частотах $d/\lambda \sim 4$ разность фаз достигает $\pi/2$. Очевидно, этот сдвиг связан с различием коэффициентов преломления, вызванным относительно более низкой плотностью ТрМ по сравнению с ПП. Поскольку оптический путь $n_{PF}k_0d$ в ПП порядка 12π, а показатель преломления лавсана

$n_{PF} \approx 1.5$, легко оценить показатель преломления ТрМ как $0.96 n_{PF}$. С другой стороны, из АСМ-фотографии можно оценить долю поверхности, занятую отверстиями, равной 10%. Можно ожидать такое же уменьшение поляризации $\varepsilon - 1$ трековой мембраны. Таким образом, коэффициент преломления должен измениться на 4%, что совпадает с предыдущей оценкой.

На частотах более $3300 cm^{-1}$ (длина волны менее 3000 нм) наблюдается уменьшение пропускания ТрМ (рисунок 3.77). Пропускание ТрМ уменьшается с увеличением частоты и, видимо, связано с появлением диффузного рассеяния. Как следствие, часть света не попадает на приемную площадку спектрометра. Рассеяние может быть обусловлено объемными и поверхностными неоднородностями, возникшими из-за бомбардировки ионами. По спектрам пропускания размер неоднородности был оценен в 1000 нм, что совпадает с характерным расстоянием между отверстиями (рисунок 3.78а).

Чтобы оценить диэлектрическую проницаемость ПП, мы использовали спектры прохождения и отражения, измеренные при различных углах падения и различной поляризации.

Все теоретические оценки сделаны в предположении, что мы имеем дело с плоскими волнами. Диэлектрическая проницаемость лавсана описывалась лоренцевской дисперсией с четырьмя резонансами. Толщина пленки и параметры дисперсии предполагались анизотропными, что обычно для полимера и вызвано механическим напряжением. Введение анизотропии улучшает согласие с экспериментальными данными (некоторые результаты показаны на рисунке 3.79) и объясняет двойные максимумы в пропускании ПП с напыленным слоем серебра (рисунок 3.79б).

Экспериментальные данные по пропусканию ПП и ПП с нанесенным слоем серебра удовлетворительно описываются диэлектрической проницаемостью лавсана

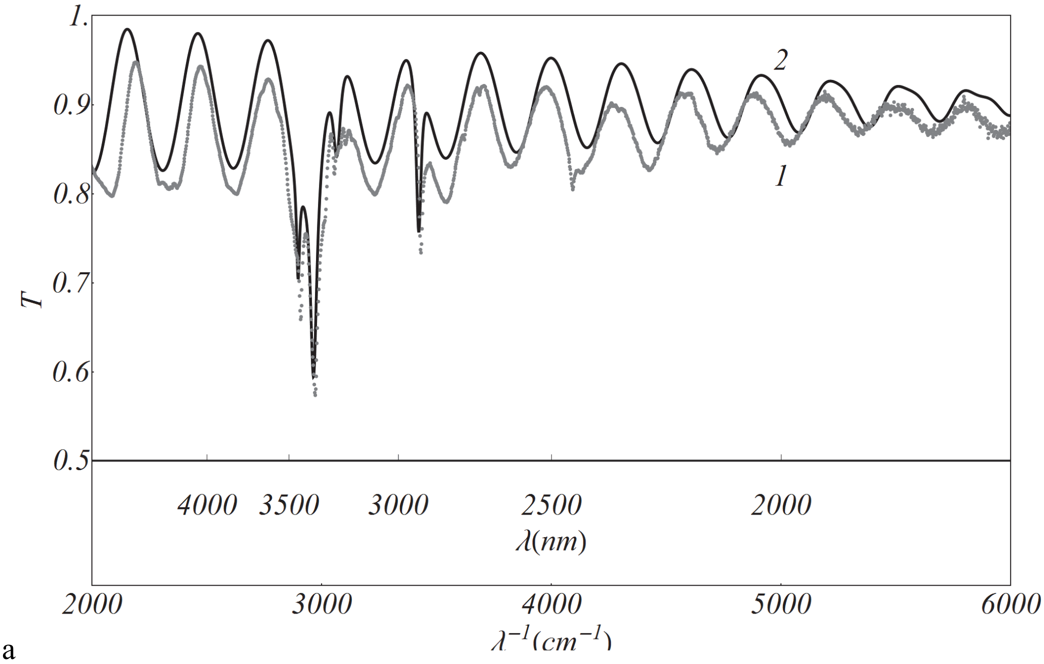
$$\varepsilon_L = \varepsilon_0 + \sum_{i=1}^{4} \frac{f_i}{\Lambda_{0i}^2 - \Lambda^2 - 2i\gamma_i \Lambda}, \qquad (3.177)$$

где Λ — обратная длина волны в см^{-1}; ε_0 принимает значения 2.45 и 2.57 вдоль и поперек оси анизотропии. Другие параметры считались изотропными.[15] Лоренцевские резонансы в (3.177) учитывают колебательную моду группы ($> CH_2$) при 3000 см^{-1} и обертон группы ($C = O$) при 3400 см^{-1}. Диэлектрическая проницаемость серебра была получена интерполяцией данных, взятых из работы [232], дисперсией Друде (рисунок 3.80):

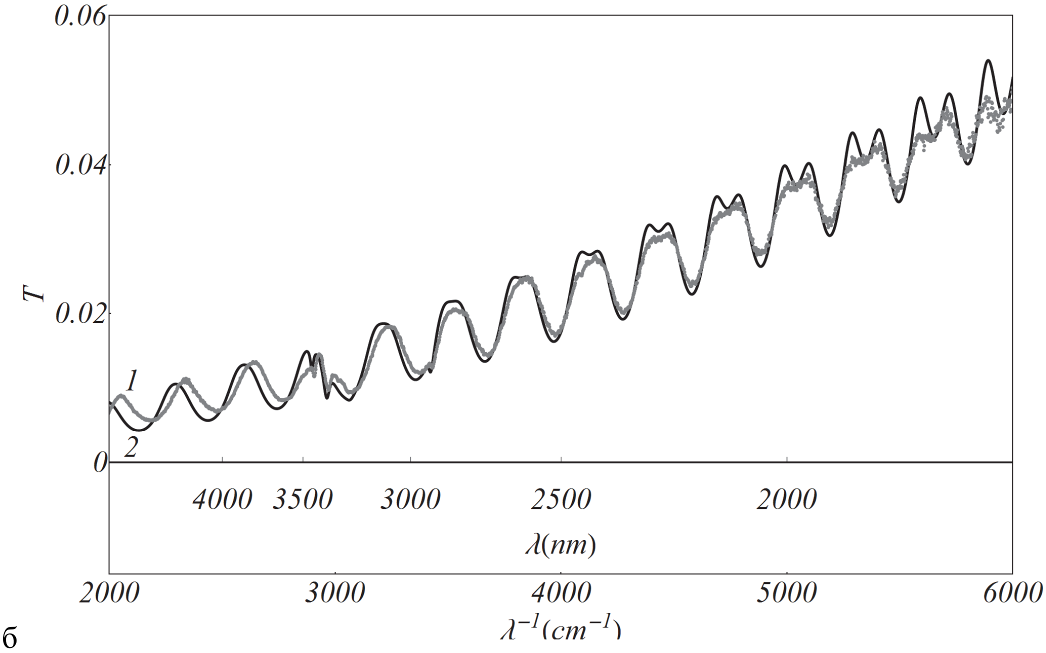
[15] $\Lambda_{01} = 2897 cm^{-1}$, $\Lambda_{02} = 2963 cm^{-1}$, $\Lambda_{03} = 3065$, , $\gamma_1 = 7.96 cm^{-1}$, $\gamma_2 = 15.92 cm^{-1}$, $\gamma_3 = 20.69 cm^{-1}$, $\gamma_4 = 12.73 cm^{-1}$, $f_1 = 648 cm^{-2}$, $f_2 = 2928 cm^{-2}$, $f_3 = 1226 cm^{-2}$, $f_4 = 1340 cm^{-2}$.

$$\varepsilon_{Ag} = 4.06 - \frac{5.52 \cdot 10^9}{\Lambda^2 + 180 \cdot i\Lambda} \qquad (3.178)$$

Были получены толщины пленок серебра (17.2 нм) и лавсана ($1.03 \cdot 10^4$ нм).



а



б

Рисунок 3.79 − Коэффициент прохождения по нормали через однородную пленку лавсана без серебра (а) и с нанесенным слоем серебра (б): эксперимент (точки, отмечены 1) и расчет (сплошная линия, отмечена 2).

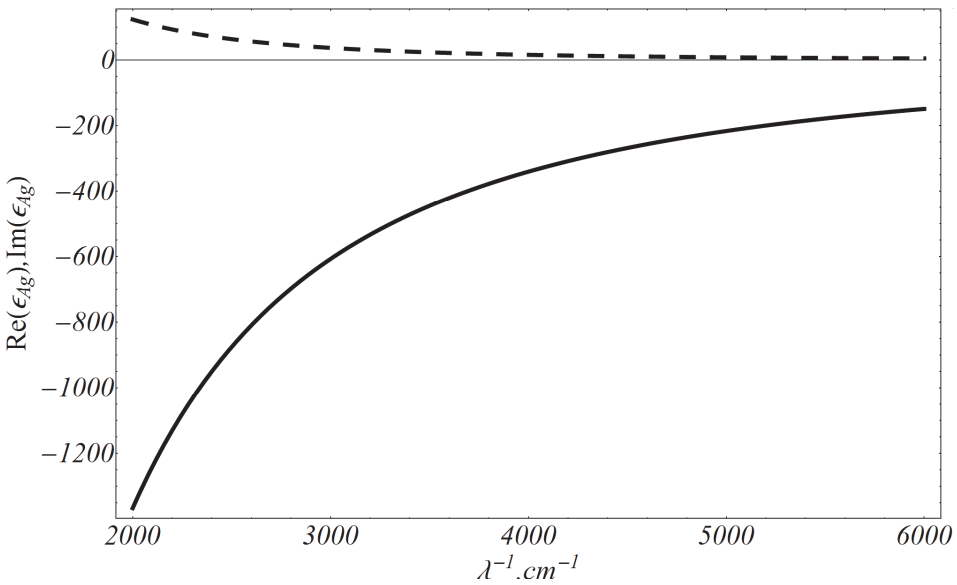


Рисунок 3.80 − Дисперсия действительной (сплошная линия) и мнимой (штриховая линия) частей диэлектрической проницаемости серебра.

Полученные параметры диэлектрической проницаемости ПП находятся в хорошем согласии с известными для лавсана значениями. Таким образом, все наблюдаемые особенности спектров прохождения, кроме эффекта просветления, можно объяс $\Lambda_{04} = 3422cm^{-1}$ нить в приближении непрерывной среды. Применимость этой модели является обоснованной, потому что диаметр отверстий и среднее расстояние между ними много меньше длины волны падающего света.

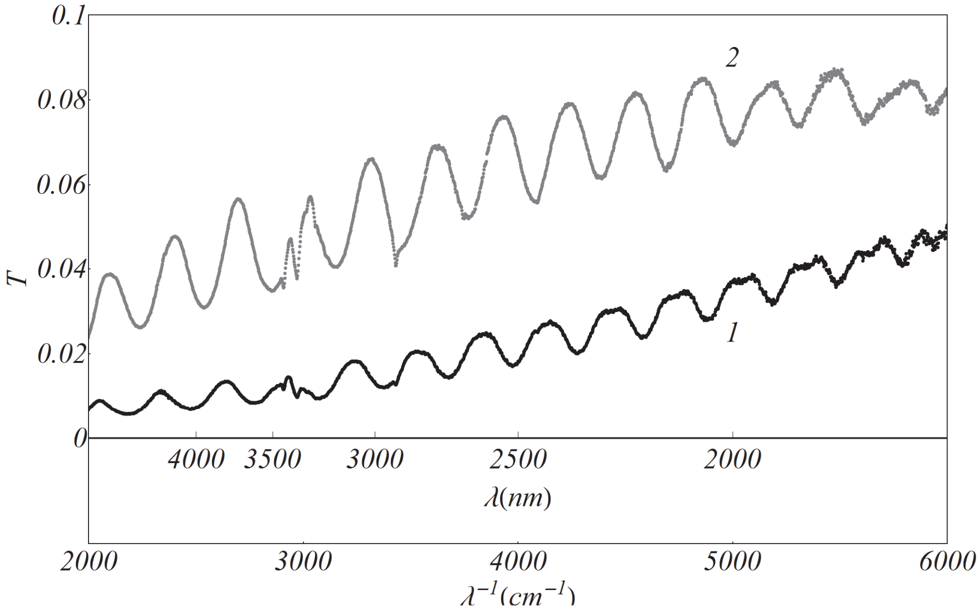


Рисунок 3.81 − Экспериментальные данные по прохождению света через пленку серебра, нанесенную на ТрМ (кривая 2) и на однородную пленку лавсана (кривая 1). Осцилляции связаны с интерференцией соответственно в ТрМ и в ПП.

3.3.3 Эффект просветления при наличии неупорядоченной системы отверстий

Эксперимент показал, что серебряная пленка просветляется при наличии системы отверстий. Другими словами, пропускание серебряной пленки, нанесенной на ТрМ, в 2-6 раз выше, чем нанесенной на сплошную ПП (рисунок 3.81). Заметим, что при отсутствии пленки серебра ситуация противоположная (рисунок 3.79). Эффект наблюдается во всем среднем ИК-спектре.

Рассмотрим подробнее явление просветления. В приближении физической оптики существование таких малых отверстий ($0.04\lambda - 0.13\lambda$) с поверхностной плотностью 10% не должно вызывать заметного увеличения коэффициента прохождения [233]. В рассматриваемой области спектра диэлектрическая проницаемость серебра $\varepsilon \approx -1000$, и пропускание непрерывной пленки составляет несколько процентов. Поэтому, чтобы оценить вклад отверстий в пропускание, можно использовать теорию Бете ([233], см. также [234]). Он показал, что при нормальном падении волны на идеально проводящий экран с отверстием, размер которого много меньше длины волны, отверстие излучает волну за экраном как магнитный диполь с моментом $M \sim a^3 H_i$, где a — размер отверстия, H_i — магнитное поле падающей волны.

Систему отверстий-магнитных диполей можно рассматривать как поверхностный магнитный ток $j_M = \dot{M} \sim c(ka) Na^2 H_i$, где N — плотность отверстий, $Na^2 = \alpha \sim 0.1$. В результате получается следующая оценка: $j_M \sim c(ka)\alpha H_i$. Амплитуда волны, испущенной током, определяется величиной $E = H \sim j_M / c$ с точностью до числового множителя [235]. Вектор Пойнтинга прошедшей волны имеет порядок $EH \sim (ka)^2 \alpha^2 H_i^2$. Таким образом, ожидаемый коэффициент прохождения $T \sim \alpha^2 (ka)^2 \sim 0.1^2 (200nm / 2000nm)^2 \sim 10^{-4}$, что много меньше наблюдаемых эффектов (4-6%).[16] Как видно на рисунке 3.76, часть отверстий образует кластеры. Это неизбежное следствие технологии. Размер кластера не превосходит 5*a*, поэтому учет кластеризации может увеличить оценку в 25 раз, чего недостаточно для объяснения наблюдаемого увеличения прохождения.

Таким образом, увеличение прохождения невозможно объяснить, не учитывая возникновение ближних полей при рассеянии падающей волны на отверстиях. Поэтому мы называем этот эффект аномальным прохождением.

Ближние поля, возникающие при рассеянии плоской волны системой отверстий, можно представить в виде суммы неоднородных плоских волн, имеющих действительные тангенциальные волновые числа k_t.

Прохождение *TE*- и *TM*-поляризованных неоднородных волн определяется продольным волновым числом $k_z d = \sqrt{\varepsilon k_0^2 - k_t^2}\, d$ и значениями импедансов $Z_{TE} = k_0 / \sqrt{\varepsilon k_0^2 - k_t^2}$ и $Z_{TM} = \sqrt{\varepsilon k_0^2 - k_t^2} / (\varepsilon k_0)$, соответственно.

При $k_t^2 >> \varepsilon k_0^2$ импеданс *TE*-поляризованных волн перестает зависеть от ε ($Z_{TE} \approx Z_{TEvac} \approx -ik_0 / k_t$). Поскольку у продольного волнового числа $k_z \approx ik_t$ эта зависимость также

[16]Из теории перколяции известно, что в случайной системе кластер содержит в среднем 2-3 частицы [236]. Диаметр тройного кластера составляет $a_3 = a(1 + 2/\sqrt{3}) \approx 2.1547$. Предполагая, что все отверстия составляют тройные кластеры, приходим к следующей оценке сверху для магнитного тока: $j_M = \dot{M} \sim c(ka_3) n_3 a_3^2 H_i$, где n_3 — плотность тройных кластеров, и $n_3 a_3^2 = \alpha \sim 0.1$. Таким образом, при заданной относительной поверхностной доле отверстий магнитный ток увеличивается линейно с диаметром отверстия, а коэффициент прохождения увеличивается квадратично. Кластеризация отверстий может увеличить коэффициент прохождения примерно в 4.6 раз и не может объяснить эксперимент. Компьютерная симуляция прохождения через идеально проводящий экран с одним отверстием или с тройным кластером показывает четырехкратное увеличение прохождения во втором случае, в соответствии с нашей оценкой.

пропадает, волны проходят, не замечая металл: $T \approx \exp(-k_t d)$ (см. рисунок 3.82)[17] и не возникает заметного отражения от пленки.

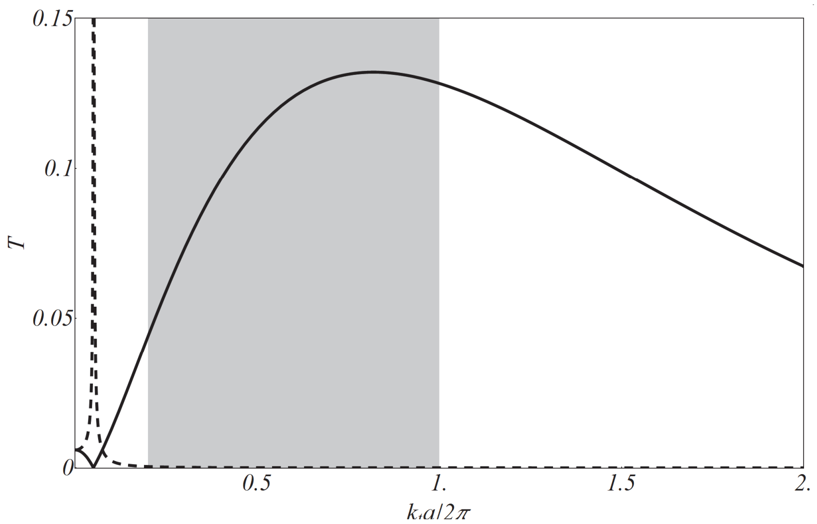


Рисунок 3.82 − Относительная амплитуда поверхностной волны на задней поверхности серебряной пленки на частоте $\Lambda = 2500cm^{-1}$, что соответствует диэлектрической проницаемости серебра $\varepsilon_{Ag} = -854 + 63i$. Толщина слоя серебра 17 нм. Сплошная линия соответствует *TE*-поляризации, штриховая — *TM*-поляризации. Волны в вакууме неоднородные ($k_0^2 < k_t^2$) справа от точки $k_t a / 2\pi \approx 0.05$.

В другом предельном случае, $k_t \to k_0$, волновой импеданс в пленке стремится к числу $-i/\sqrt{1-\varepsilon}$, тогда как импеданс вакуума Z_{vacTE} стремится к бесконечности. Как следствие, волна полностью отражается. Интересующий нас случай $k_t a / 2\pi \sim 1$ соответствует прохождению более 10% (см. затемненную область частот на рисунке 3.82).

Импеданс *TM*-поляризованной волны в пленке всегда заметно отличается от импеданса волны в вакууме . Тем не менее, из-за того что , неоднородная *TM*-поляризованная волна может возбудить поверхностную волну.[18] На частоте плазмонного резонанса имеется заметное

---

[17]При нормальном падении импеданс $Z_{TE}^{-1} = i\sqrt{|\varepsilon|}$ сильно отличается от импеданса волны в вакууме, что приводит к сильному отражению.

[18]При $|\varepsilon| >> 1$ из условия возбуждения поверхностного плазмона $\sqrt{k_t^2 - k_0^2} = \sqrt{k_t^2 + |\varepsilon| k_0^2} \Big/ |\varepsilon|$ можно получить $k_t \approx k_0 \left(1 + 1/2\varepsilon\right)$.

прохождение (пик прохождения на рисунке 3.82). Тем не менее, пространственные частоты, определяемые рассеянием падающей плоской волны на отдельном отверстии ($k_t \sim 2\pi / a$), на ансамбле отверстий ($k_t \sim 2\pi / d$, где $d \sim 1/\sqrt{N} \sim a/\sqrt{\alpha} \sim 3a$ — среднее расстояние между отверстиями) или на кластере ($k_t \sim 2\pi / d_{cl}$,) прохождение *TM*-поляризованной волны порядка 10^{-4} (см. затемненную область на рисунке 3.82) и не может объяснить наблюдаемое прохождение.

Таким образом, предлагается следующий механизм просветления: хотя падающая волна плохо проходит через серебряную пленку, она производит неоднородные волны при рассеянии на отверстиях. Для *TE*-поляризованных неоднородных волн коэффициент прохождения более чем на порядок больше, чем для падающей волны. После прохождения неоднородные волны рассеиваются той же системой отверстий и, в соответствии с теоремой взаимности, эффективно формируют прошедшую волну.

3.3.4 Заключение

Впервые экспериментально показано, что случайная система отверстий в металлической пленке может создавать аномальное прохождение света в широком диапазоне частот. Это явление связано с фильтрацией неоднородных *TE*-волн.

Глава 4. Эффекты, ограничивающие разрешающую способность плазмонных суперлинз

4.1 Влияние потерь и неточностей задания параметров на работу суперлинзы

4.1.1 Механизм разрушения изображения, создаваемого линзой Дж. Пендри, как результат наличия поглощения в материале и процесса детектирования

Раздел основан на материале работы [A1].

Рассмотрим падение неоднородной волны на асимметричную линзу (см. рисунок 4.83 и разделы 1.3.4, 1.3.5). Исследуем влияние потерь в материале линзы и процесса измерения на изображение.

Рисунок 4.83 − Геометрия системы.

Одна нераспространяющаяся волна не переносит энергии в направлении оси z (см. раздел 1.1.1), но падающая и отраженная ближние волны будут переносить энергию за счет интерференции, если они имеют разные фазы (см. раздел 1.1.4). При отсутствии диссипации нет потоков энергии; все волны имеют одинаковую фазу. Передаточная функция в этом случае вещественна. Когда внутри линзы есть потери, имеет место перенос энергии в область диссипации, поэтому падающая и отраженная волны, находящиеся в пространстве перед линзой, должны иметь разные фазы. В самой линзе, где есть потери, фаза волны начинает зависеть от z. Действительно, при наличии малой диссипации $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$, $\varepsilon'' << \varepsilon'$ и при $k_x^2 >> |\varepsilon| k_0^2$ получаем разложение:

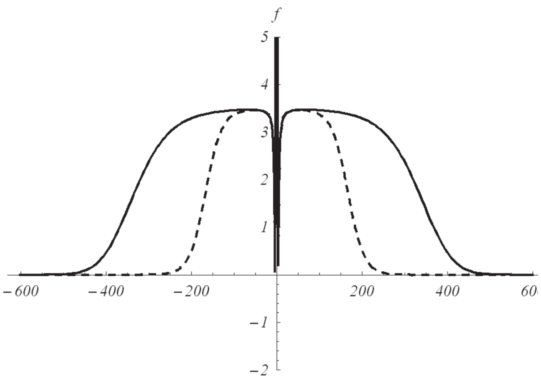
$$k_z / k_0 \approx i\sqrt{k_x^2 / k_0^2 - \varepsilon'} + \frac{(k_0 / k_x)}{\sqrt{1-\varepsilon' k_0^2 / k_x^2}}\varepsilon'' + i\frac{(k_0 / k_x)^3}{(1-\varepsilon' k_0^2 / k_x^2)^{3/2}}(\varepsilon'')^2 + \ldots \quad (4.179)$$

Малые потери приводят в первом порядке по ε'' к появлению действительной части у чисто мнимого волнового числа. Поэтому в первую очередь проявляется не уменьшение амплитуды, а набег фазы ближней волны внутри линзы. В результате волна получает фазу при движении от предмета к изображению, и передаточная функция становится комплексной.

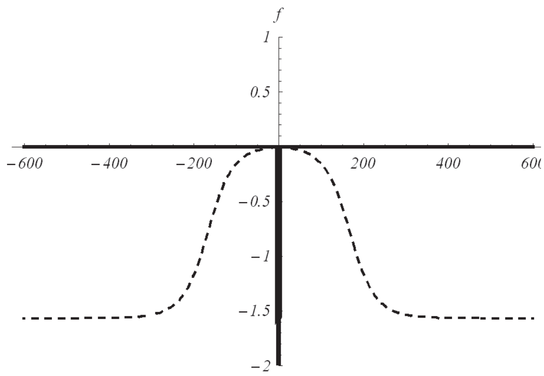
С помощью расчета, проведенного в разделе 1.3.2, можно найти выражение для коэффициента пропускания нашей системы:

$$f_1(k_x) = \frac{4\zeta_1\zeta_2 \cdot \exp\left[i(k_{1z}l_1 + k_{3z}l_2)\right]}{(\zeta_1 - \zeta_2)(\zeta_2 - \zeta_3)\exp\left[ik_{2z}d\right] + (\zeta_1 + \zeta_2)(\zeta_2 + \zeta_3)\exp\left[-ik_{2z}d\right]}. \quad (4.180)$$

Наличие потерь приводит к появлению набега фазы, а также к более быстрому спаду передаточной функции (рисунок 4.84). Зависимость набега фазы от k_x означает, что возникает расфазировка составляющих спектра. Это (а не уменьшение амплитуды) в первую очередь и приводит к ухудшению изображения. На рисунке 4.85 показано изображение двух щелей. Когда в линзе есть потери, разрешение ухудшается.



а



б

Рисунок 4.84 − Зависимость модуля (а) и фазы (б) передаточной функции от k_x в схеме без детектора. Сплошная кривая соответствует случаю без потерь ($\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_3 = -\varepsilon_2 = 14.9$, $k_0 d = 0.013$, $l_1 = l_2 = d/2$), пунктирная кривая – случаю с тангенсом потерь в линзе $\varepsilon_2''/\varepsilon_2' = 0.027$.

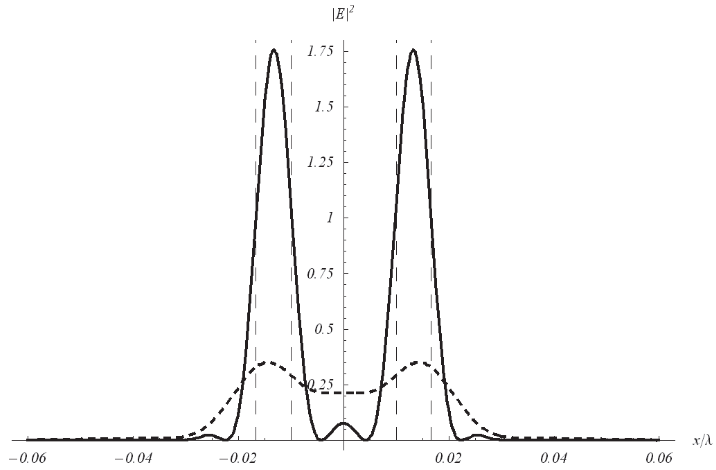


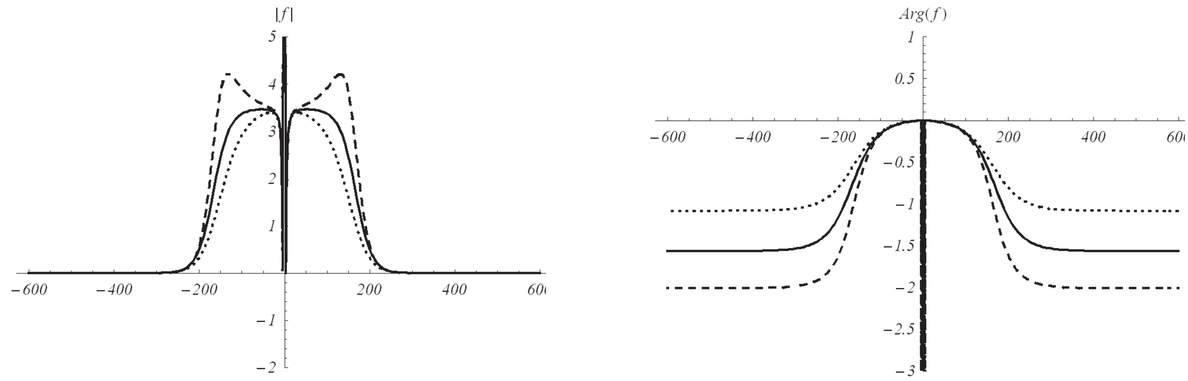
Рисунок 4.85 − Изображение двух щелей шириной $k_0 \Delta x = 0.0067$, расстояние между ними $k_0 L = 0.027$. Сплошная линия соответствует случаю без потерь, пунктирная линия – случаю с потерями в линзе или в детекторе ($\mathrm{Re}\,\varepsilon = \varepsilon_3$, $\mathrm{Im}\,\varepsilon = 0.4$). Все остальные параметры соответствуют рисунку 4.84

Теперь исследуем влияние детектора, который будем моделировать однородной полубесконечной пластиной с диссипацией. Граница пластины находится в плоскости изображения. Параметры детектора обозначены без индекса. Будем считать, что $\mathrm{Re}\,\varepsilon = \varepsilon_3$. Влияние детектора аналогично влиянию потерь: перенос энергии в область потерь приводит к расфазировке гармоник. Явный вид передаточной функции в системе с детектором $f(k_x) = \dfrac{1}{1-\lambda R} f_1(k_x)$, где введены обозначения

$$\lambda = -\frac{(\zeta_1-\zeta_2)(\zeta_2+\zeta_3)\exp\left(ik_{2z}d\right)+(\zeta_1+\zeta_2)(\zeta_2-\zeta_3)\exp\left(-ik_{2z}d\right)}{(\zeta_1-\zeta_2)(\zeta_2-\zeta_3)\exp\left(ik_{2z}d\right)+(\zeta_1+\zeta_2)(\zeta_2+\zeta_3)\exp\left(-ik_{2z}d\right)} \quad (4.181)$$

и $R = \left(\zeta_3 - \zeta\right)/\left(\zeta_3 + \zeta\right)$ (коэффициент отражения от детектора). Коэффициенты пропускания при наличии потерь в линзе и в детекторе практически совпадают (рисунок 4.84).

Выбор детектора с $\mathrm{Re}\,\varepsilon = \varepsilon_3$ обеспечивает наиболее широкий рабочий диапазон (см. рисунок 4.86). Количественное совпадение результатов в случаях потерь в линзе и в детекторе является следствием выбора модели детектора.



а б

Рисунок 4.86 − Зависимость модуля (а) и фазы (б) передаточной функции от k_x в схеме с детектором и линзой без потерь. Сплошная кривая соответствует детектору с $\mathrm{Re}\,\varepsilon = \varepsilon_3 = 14.9$, $\mathrm{Im}\,\varepsilon_3 = 0.4$, пунктирная кривая – случаю с $\mathrm{Re}\,\varepsilon = 14.7 < \varepsilon_3$, $\mathrm{Im}\,\varepsilon_3 = 0.395$, штриховая кривая – случаю с $\mathrm{Re}\,\varepsilon = 15.1 > \varepsilon_3$, $\mathrm{Im}\,\varepsilon_3 = 0.405$. Во всех случаях тангенс потерь равен 0.027.

Таким образом, наличие диссипации в линзе или детектора приводит к возникновению потока энергии в соответствующую область пространства. Этот поток создается неоднородными волнами, в том числе, в тех областях, где диссипации нет. Для этого необходима разность фаз перекрывающихся неоднородных волн. В результате возникает расфазировка гармоник, создающих изображение.

4.1.2 Описание суперлинзы в терминах запрещенной зоны нулевой ширины

Разделы 4.1.2, 4.1.3, 4.1.4 написаны на основе работы [A9].

В последнее время было предложено довольно большое количество различных систем, позволяющих формировать субволновое изображение плоских объектов. Прежде всего, как известно из работы В. Г. Веселаго [50], слой с $\varepsilon = \mu = -1$ фокусирует распространяющиеся волны за счет отрицательного преломления. Эта же система усиливает нераспространяющиеся (evanescent в англоязычной литературе) волны из-за плазмонного резонанса (рисунок 4.87а), восстанавливая весь пространственный спектр источника волн и создавая идеальное изображение, идентичное источнику, содержащее детали размером меньше длины волны [51]. Будем называть эту систему линзой Веселаго.

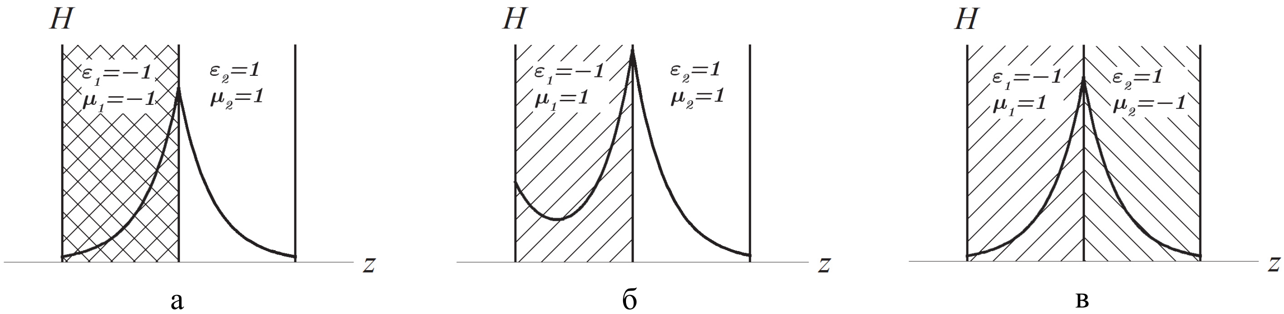


Рисунок 4.87 − Распределение поля: а. в линзе Веселаго; б. в линзе Пендри; в. в линзе Энгеты.

Поскольку создание среды с отрицательными ε и μ сталкивается с трудностями, Дж. Пендри предложил использовать немагнитный материал ($\varepsilon = -1,\ \mu = +1$) вместо среды Веселаго (рисунок 4.87б). В этом случае изображение не идентично источнику, но субволновое разрешение все еще может быть получено, причем разрешение линзы ухудшается с ростом толщины слоя. Будем называть такую систему линзой Пендри.

Если источник находится на передней поверхности линзы Веселаго или Пендри, изображение формируется в вакууме на расстоянии d от задней границы линзы, равном толщине линзы [в случае многослойноых линз (см. ниже) – толщине одного слоя]. В данной работе линзы Веселаго и Пендри рассматриваются как двуслойные структуры, причем второй слой состоит из вакуума.

Еще один вариант линзы был предложен А. Алю и Н. Энгетой [26]. Он отличается от линзы Веселаго тем, что отрицательное μ находится во втором слое, а не в первом (рисунок 4.87в). Изображение при этом идентично предмету, как в случае линзы Веселаго. Эта линза представляет собой двуслойную систему, в которой первый слой имеет отрицательное ε, а второй отрицательное μ. Такая система, по-видимому, проще в изготовлении, чем среда с двумя отрицательными параметрами.

Для начала рассмотрим довольно общий класс двуслойных систем, которые способны передавать одну определенную плоскую волну заданной поляризации без изменения амплитуды и фазы (линза является частным случаем такой системы, поскольку передает все плоские волны без изменения). Как показано в работе [26], есть два типа указанных систем.

Первый из них удовлетворяет условиям

$$Z_1 = Z_2, \tag{4.182}$$

$$k_{z1}d_1 = -k_{z2}d_2, \tag{4.183}$$

где волновой импеданс $Z_j = \mu_j k_0 / k_{zj}$ в случае *TE*-поляризации и $Z_j = k_{zj}/(\varepsilon_j k_0)$ в случае *TM*-поляризации, $k_0 = \omega / c$, d_j – толщина *j*-го слоя, нормальная составляющая волнового вектора $k_{zj} = -\sqrt{\varepsilon_j \mu_j k_0^2 - k_x^2}$ для среды Веселаго и $k_{zj} = +\sqrt{\varepsilon_j \mu_j k_0^2 - k_x^2}$ для остальных сред[19], k_x – тангенциальная составляющая волнового вектора. Система, удовлетворяющая условиям (4.182), (4.183), состоит из слоя обычного диэлектрика ($\varepsilon > 0$, $\mu > 0$) и слоя среды Веселаго ($\varepsilon < 0$, $\mu < 0$).

Для двуслойных систем второго типа

$$Z_1 = -Z_2, \tag{4.184}$$

$$k_{z1}d_1 = k_{z2}d_2, \tag{4.185}$$

тогда в одном из слоев $\varepsilon < 0$, $\mu > 0$, в другом $\varepsilon > 0$, $\mu < 0$.

В частном случае

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_2,\ \mu_1 = -\mu_2,\ d_1 = d_2 \tag{4.186}$$

получается линза Веселаго для системы (4.182), (4.183) и линза Энгеты для системы (4.184), (4.185), при этом вышеуказанные условия выполняются сразу для всех плоских волн. Условие (4.186) в

[19] Можно определить величину k_z одним выражением для всех случаев, если использовать ветвь квадратного корня с разрезом по положительной действительной полуоси и представить ее в виде $k_z = \sqrt{\sqrt{\varepsilon}\sqrt{\mu}k_0 - k_x}\sqrt{\sqrt{\varepsilon}\sqrt{\mu}k_0 + k_x}$.

работе [26] называется условием сопряженного согласования, в отличие от условий согласования (4.182), (4.183) или (4.184), (4.185).

Для дальнейшего анализа удобно переписать условия (4.182), (4.183) [или (4.184), (4.185)] в виде

$$\varepsilon_1 d_1 = -\varepsilon_2 d_2 \ (TM\text{-поляризация}), \qquad (4.187)$$

$$\mu_1 d_1 = -\mu_2 d_2 \ (TE\text{-поляризация}), \qquad (4.188)$$

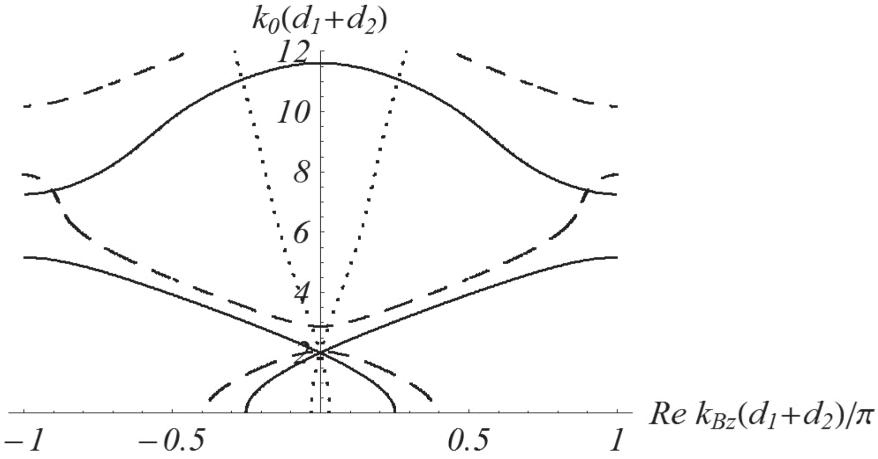
$$\frac{k_x}{k_0} = \pm\sqrt{\frac{\mu_1/\varepsilon_1 - \mu_2/\varepsilon_2}{1/\varepsilon_1^2 - 1/\varepsilon_2^2}} \ (TM\text{-поляризация}), \qquad (4.189)$$

$$\frac{k_x}{k_0} = \pm\sqrt{\frac{\varepsilon_1/\mu_1 - \varepsilon_2/\mu_2}{1/\mu_1^2 - 1/\mu_2^2}} \ (TE\text{-поляризация}). \qquad (4.190)$$

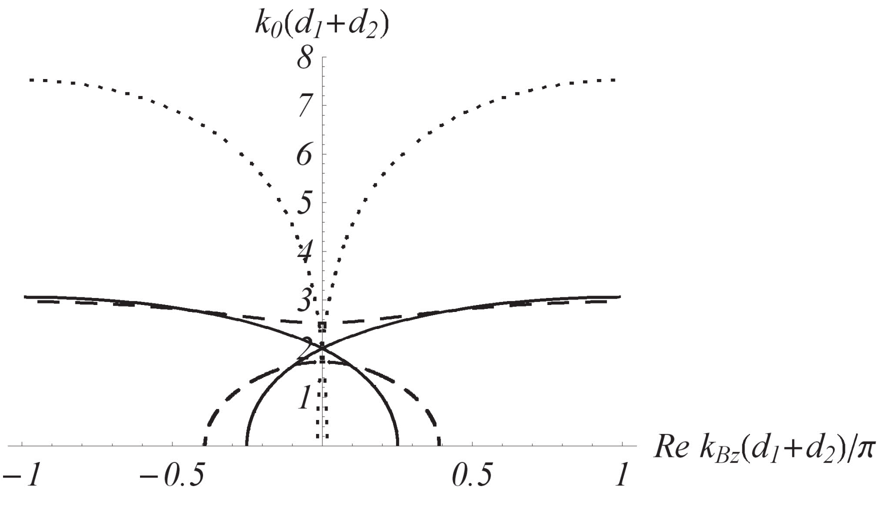
Если для двуслойной системы выполняется условие (4.187) [или (4.188)], то волна соответствующей поляризации, удовлетворяющая условию (4.189) [или (4.190)], проходит через систему без изменений. Следовательно, и ряд из последовательно расположенных двуслойных систем будет пропускать волну без изменения. Поскольку такая среда является периодической, ее можно анализировать, используя зонную теорию фотонных кристаллов. Оказывается, что многие свойства даже отдельной двуслойной системы определяются зонной структурой (см. [А7]). Например, положение сингулярностей передаточной функции определяется значением блоховского волнового вектора, а предел разрешения – началом запрещенной зоны [А7].

Как показано в [А7], условие (4.187) [или (4.188)] определяет в точке, соответствующей условию (4.189) [или (4.190)], наличие пересечения дисперсионных кривых без открытия запрещенной зоны конечного размера (рисунок 4.88, сплошная кривая). Это пересечение рассматривается как запрещенная зона нулевой ширины. При тех же условиях наблюдается пересечение изочастот без перезамыкания (рисунок 4.89), что объясняется отсутствием взаимодействия блоховских гармоник, идущих навстречу друг другу (см. [А7]). При этом есть две независимых волны, имеющих блоховское волновое число $k_{Bz} = 0$. Это можно рассматривать как частный случай условия Фабри-Перо $k_z = \pi n$, поэтому отражение отсутствует, а коэффициент прохождения равен единице, независимо от внешней среды, окружающей многослойную структуру.

При выполнении условия (4.186) дисперсионные и изочастотные кривые вырождаются в прямые $k_{Bz}(k_0, k_x) = 0$. При небольшом отклонении от условия (4.186) с сохранением условия (4.187) или (4.188) возникают кривые, показанные точками на рисунках 4.88, 4.89

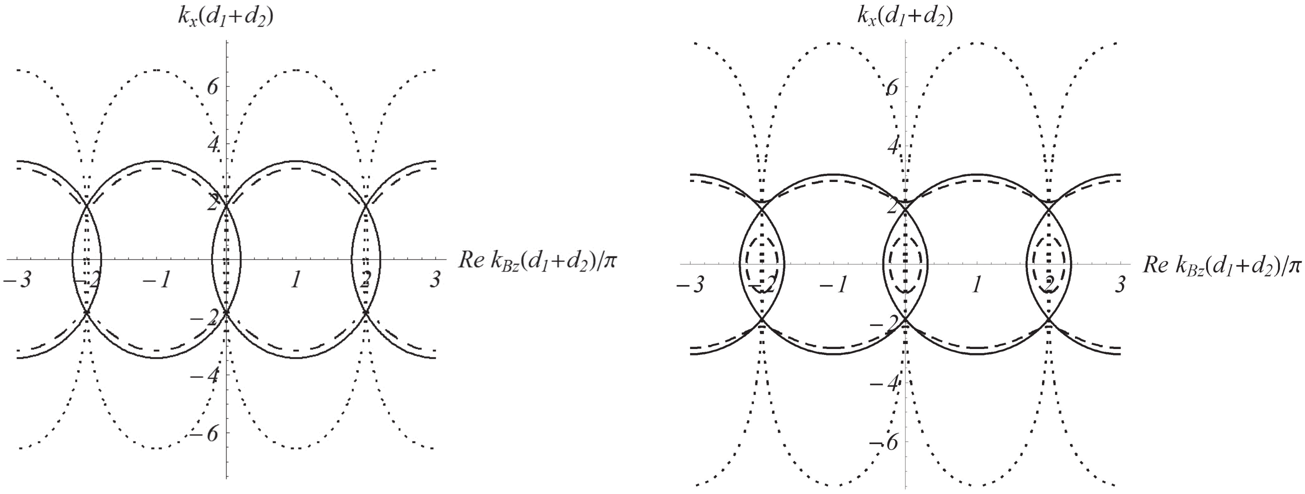


а



б

Рисунок 4.88 − Дисперсионные кривые, иллюстрирующие выполнение условий: а. (4.182), (4.183), б. (4.184), (4.185). Сплошные кривые соответствуют строгому выполнению условий, пунктирные кривые – их нарушению [$\varepsilon_2 d_2 = -0.8\varepsilon_1 d_1$, см. (4.187)], штриховые кривые – выполнению этих условий, когда параметры ближе к условию (4.186). Значения параметров: а. сплошная кривая: $\varepsilon_1 = -6$, $\mu_1 = -1$, $\varepsilon_2 = 1$, $\mu_2 = 1$, $\varepsilon_2 d_2 = -\varepsilon_1 d_1$, $k_x(d_1 + d_2) = 1.852$; пунктирная кривая: параметры те же, за исключением соотношения между толщиной слоев ($\varepsilon_2 d_2 = -0.8\varepsilon_1 d_1$); штриховая кривая: $\varepsilon_1 = -1.2$, $\mu_1 = -0.886$, $\varepsilon_2 = 1$, $\mu_2 = -1$, $\varepsilon_2 d_2 = -\varepsilon_1 d_1$, $k_x(d_1 + d_2) = 1.852$; б. сплошная кривая: $\varepsilon_1 = -6$, $\mu_1 = 11$, $\varepsilon_2 = 1$, $\mu_2 = -1$, $\varepsilon_2 d_2 = -\varepsilon_1 d_1$, $k_x(d_1 + d_2) = 1.852$; пунктирная кривая: параметры те же, за исключением соотношения между толщиной слоев ($\varepsilon_2 d_2 = -0.8\varepsilon_1 d_1$); штриховая кривая: $\varepsilon_1 = -1.1$, $\mu_1 = 1.263$, $\varepsilon_2 = 1$, $\mu_2 = -1$, $\varepsilon_2 d_2 = -\varepsilon_1 d_1$, $k_x(d_1 + d_2) = 1.852$.



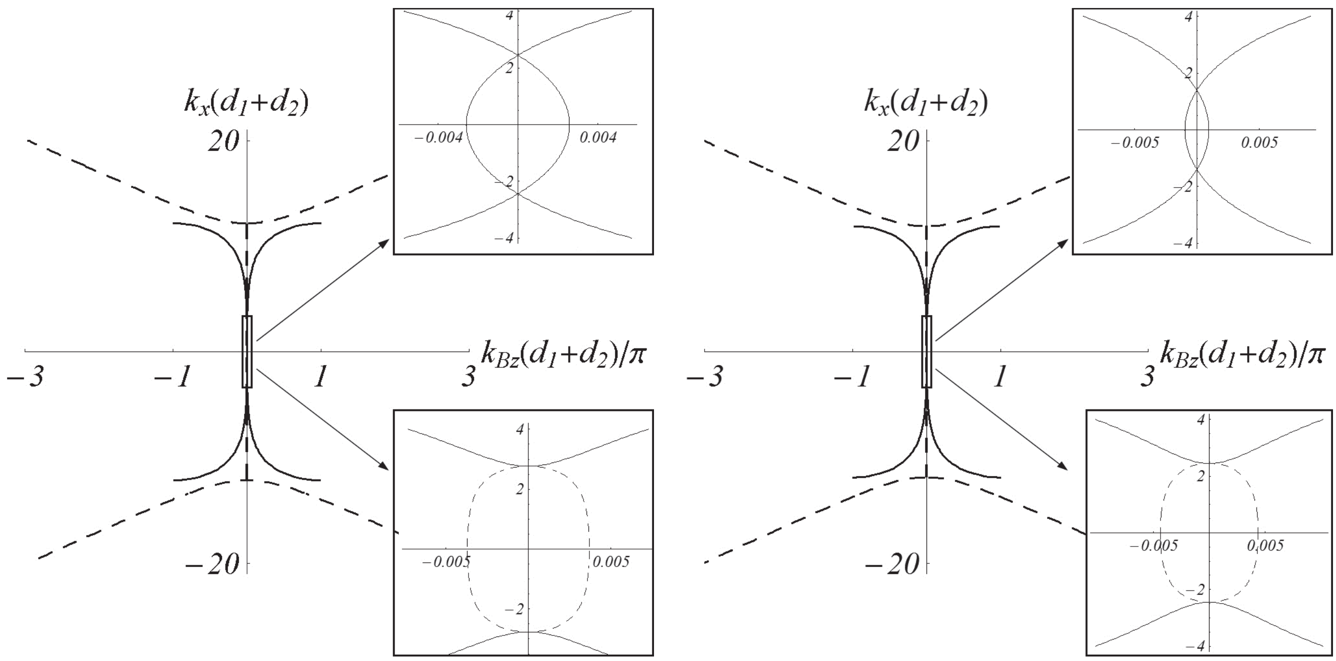
а б

Рисунок 4.89 − Изочастотные кривые. Все параметры соответствуют рисунку 4.88, за исключением того что величина $k_x(d_1 + d_2)$ меняется, а значение $k_0(d_1 + d_2) = 2$ фиксировано.

4.1.3 Устойчивость линз Веселаго и Энгеты к неточностям в значениях ε и μ

Рассмотрим влияние на линзы Веселаго и Энгеты отклонений в значениях ε и μ. В этой части будут рассматриваться действительные отклонения, в части 3 – мнимые, т.е. потери.

При изменении действительных значений ε и μ возможно два варианта. В первом соотношение (4.187) [или (4.188)] все еще верно, т.е. система остается согласованной, перестав быть сопряженно согласованной. Тогда, как было указано выше, изочастоты перестают быть прямыми $k_{Bz}(k_x)=0$ и пересекаются без открытия запрещенной зоны в окрестности точки пересечения (см. рисунок 4.90а, б и вставки в верхней части рисунка). Положение точки пересечения определяется условием (4.189) [или (4.190)] и может быть любым, в зависимости от соотношения отклонений параметров. В этой точке коэффициент прохождения равен единице. Из-за искривления изочастот возникает запрещенная зона при больших значениях k_x, и можно ожидать подавление коэффициента прохождения в этой области.



а б

Рисунок 4.90 − Изочастотные кривые (сплошная линия $\mathrm{Re}\,k_{Bz}(k_x)$, пунктирная – $\mathrm{Im}\,k_{Bz}(k_x)$) при двухпроцентном отклонении параметров от идеального условия (4.186) при отсутствии потерь. а. Линза Веселаго ($\varepsilon_1=-1.01$, $\mu_1=-0.98$, $\varepsilon_2=1$, $\mu_2=1$, $d_1=d_2$, $k_0(d_1+d_2)=2$). б. Линза Энгеты ($\varepsilon_1=-0.99$, $\mu_1=1$, $\varepsilon_2=1$, $\mu_2=-1.02$, $d_1=d_2$, $k_0(d_1+d_2)=2$). Вставка в верхней части рисунка соответствует выполнению условия (4.187), вставка в нижней части рисунка соответствует его нарушению на 1%.

Если соотношения (4.187) [или (4.188)] не выполняются, то вместо пересечения изочастот возникает запрещенная зона (перезамыкание), см. вставки в нижней части рисунка 4.90а, б. Можно ожидать подавление передаточной функции в этой области.

Передаточные функции для линз Энгеты и Веселаго, включающих один, пять и десять двуслойных периодов, показаны на рисунке 4.91а, б [для случая, когда выполняется условие (4.187)]. Эти передаточные функции быстро стремятся к нулю при значениях k_x, лежащих в запрещенной зоне. Сингулярные точки передаточной функции соответствуют собственным состояниям конечного кристалла, их количество равно количеству периодов в кристалле. Наличие сингулярностей приводит к ухудшению изображения (см. рисунок 4.92а, б). Линза Веселаго несколько более устойчива, чем линза Энгеты: сингулярности в ее передаточной функции у́же и меньше портят изображение.

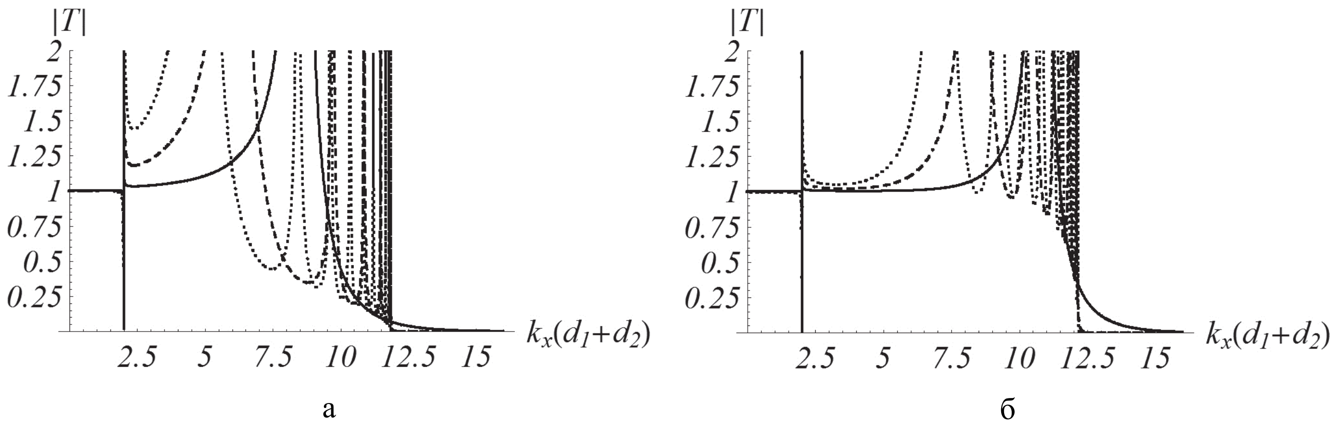


Рисунок 4.91 − Модуль передаточной функции для однослойной (сплошная кривая), пятислойной (пунктирная кривая) и десятислойной (штриховая кривая) линз. Параметры соответствуют рисунку 4.90.

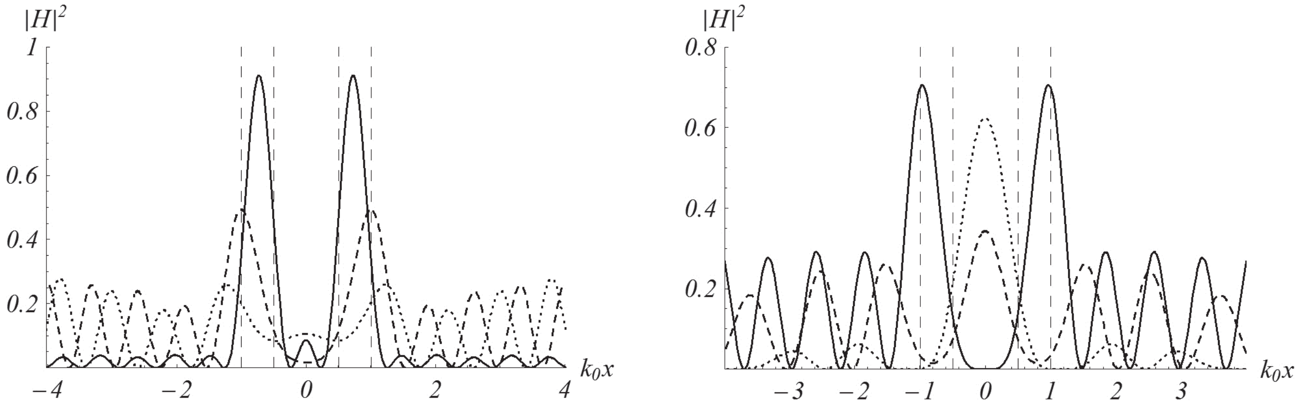
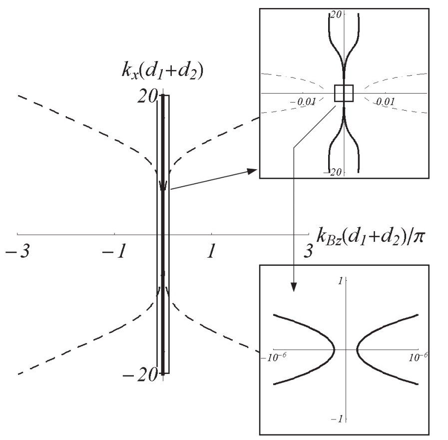


Рисунок 4.92 − Изображение двух щелей, получаемые системами с передаточными функциями, изображенными на рисунке 4.91. Ширина щели $k_0\delta = 0.5$, расстояние между щелями $k_0\Delta = 1$.

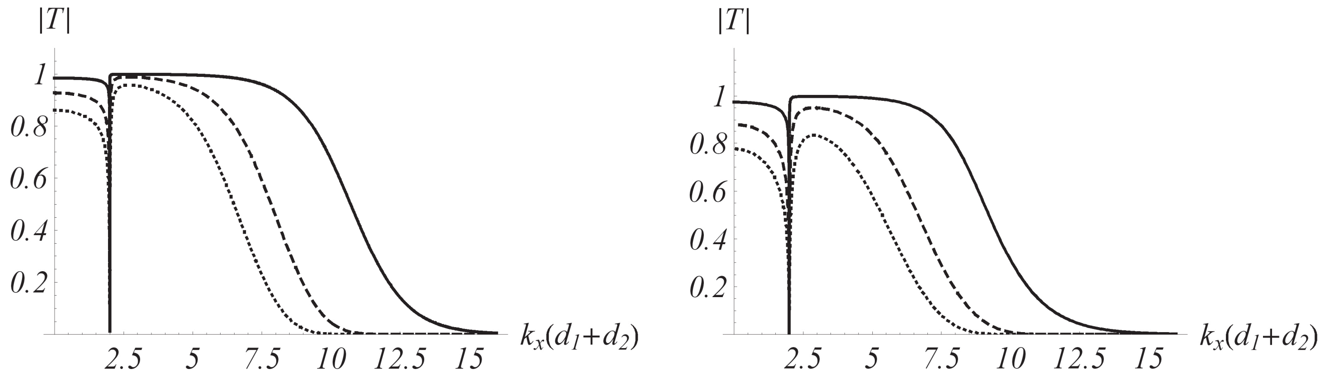
4.1.4 Устойчивость линз Веселаго и Энгеты к наличию потерь

Наличие потерь приводит к возникновению мнимой части блоховского волнового числа при всех значениях k_x (см. рисунок 4.93а, б). Действительная часть k_{Bz} также отклоняется от нуля, но она много меньше мнимой. Выполнение условий (4.187) или (4.188) в этом случае невозможно. Возрастание $\operatorname{Im} k_{Bz}$ приводит к тому, что передаточная функция стремится к нулю с ростом k_x (рисунок 4.94а, б), и область передаваемых частот оказывается ограниченной. Кроме того, потери всегда приводят к появлению набега фазы у нераспространяющейся волны, т.е. к возникновению мнимой части передаточной функции [A2] (рисунок 4.95а, б). В случае линзы Веселаго набег фазы оказывается меньше, т.е. эта линза более устойчива к наличию потерь, чем линза Энгеты. Изображение также оказывается лучше в случае линзы Веселаго (рисунок 4.96).



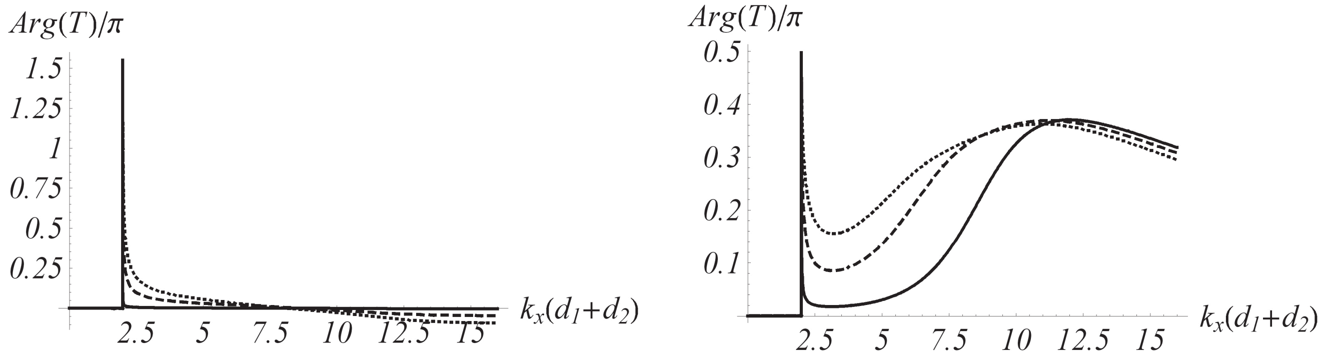
а б

Рисунок 4.93 − Изочастотные кривые (сплошная линия $\mathrm{Re}\,k_{Bz}(k_x)$, пунктирная – $\mathrm{Im}\,k_{Bz}(k_x)$) при наличии диссипации (тангенс потерь 2%) а. для линзы Веселаго ($\varepsilon_1 = -1 + 0.01i$, $\mu_1 = -1 + 0.02i$, $\varepsilon_2 = 1$, $\mu_2 = 1$, $d_1 = d_2$, $k_0(d_1 + d_2) = 2$). б. Линза Энгеты ($\varepsilon_1 = -1 + 0.01i$, $\mu_1 = -1 + 0.02i$, $\varepsilon_2 = 1$, $\mu_2 = 1$, $d_1 = d_2$, $k_0(d_1 + d_2) = 2$).



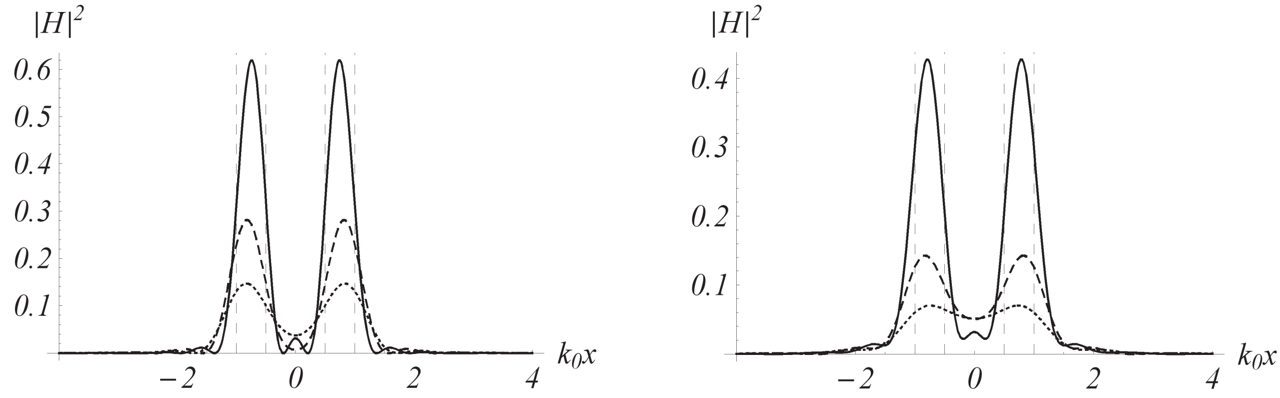
а б

Рисунок 4.94 − Модуль передаточной функции для однослойной (сплошная кривая), пятислойной (пунктирная кривая) и десятислойной (штриховая кривая) линз. Параметры соответствуют рисунку 4.93



а б

Рисунок 4.95 − Аргумент (фаза) передаточной функции для однослойной (сплошная кривая), пятислойной (пунктирная кривая) и десятислойной (штриховая кривая) линз. Параметры соответствуют рисунку 4.93.



а б

Рисунок 4.96 − Изображение двух щелей, получаемые системами с передаточными функциями, изображенными на рисунках 4.94, 4.95. Ширина щели $k_0\delta = 0.5$, расстояние между щелями $k_0\Delta = 1$.

4.1.5 Выводы

Показано, что отклонение действительных величин ε и μ от условия (4.186) приводит к возникновению полюсов передаточной функции, что приводит к ухудшению изображения. Также наблюдается искривление изочастотной кривой с образованием запрещенной зоны при больших значениях k_x. Соответствующие гармоники практически не пропускаются системой. При наличии потерь возникает уменьшение амплитуды и изменение фазы передаточной функции.

Отклонение действительных частей ε и μ может сильнее повлиять на изображение, чем наличие потерь. Линза Веселаго оказывается несколько более устойчивой к изменению параметров. Однослойные линзы выдерживают отклонение действительных частей ε и μ на 2% и наличие диссипации с такой же величиной тангенса потерь. Пяти- и десятислойные линзы при наличии таких отклонений действительных частей ε и μ практически не работают, тогда как при наличии потерь изображение все еще можно получить.

4.2 Электродинамический анализ многослойной линзы Пендри

Данный раздел основан на материале работы [А4].

Многослойная линза была предложена как менее чувствительная к потерям, чем исходная (однослойная) линза. Предполагалось [74], что уменьшение амплитуды поля в линзе приведет к уменьшению потерь. Однако, как было показано в разделе 4.1.1, наличие потерь приводит в первую очередь не к изменению амплитуды, а к расфазировке составляющих спектра, и эта расфазировка не зависит от амплитуды волны. Поэтому объяснение наблюдаемого улучшения изображения через уменьшение влияния потерь из-за ослабления волн сомнительно. Кроме того, расчеты, проведенные в работе [74], показали, что деление линзы на слои приводит к улучшению ее работы и при отсутствии потерь. Поэтому механизм улучшения изображения должен быть другим. Его исследованию и посвящена эта часть диссертационной работы.

Многослойная линза Пендри получается из однослойной делением на N частей толщиной d, разделенных слоями вакуума такой же толщины (рисунок 4.97). Будем считать, что диэлектрические проницаемости металла ε_m и вакуума ε_v согласованы ($\varepsilon_m = -\varepsilon_v$) и не будем учитывать потери. Полученная линза имеет более широкий рабочий диапазон, чем однослойная (серые прямоугольники на рисунке 4.98а, б). Выясним, чем определяются его границы. Очевидно, что для малых k_x ($k_x \sim k_0$) электростатическое приближение ($k_x >> k_0$) неприменимо, поэтому наблюдается существенное отклонение от предсказаний, сделанных в рамках этого приближения: передаточная функция заметно отклоняется от единицы. Менее очевидно, что область применимости электростатического приближения ограничена также и справа, поскольку при

$k_x > K_x >> k_0$ (точно величина K_x будет определена ниже) передаточная функция стремится к нулю (см. рисунок 4.98 а, б). Фактически, нарушение электростатического приближения наступает даже при меньших значениях $k_x < K_x$, вблизи точек, соответствующих собственным состояниям линзы как резонатора. Передаточная функция принимает при этом бесконечно большие значения, и электростатическое приближение неприменимо. Существование этих резонансов сильно сужает рабочий диапазон многослойной линзы.

Стремление передаточной функции к нулю при $k_x > K_x$ и происхождение собственных состояний удается объяснить, рассматривая многослойную линзу как фрагмент фотонного кристалла (ФК). Поле внутри линзы можно представить как комбинацию волн Блоха $f_1(z)\exp\left[i\left(k_x x + k_{Bz} z\right)\right] + f_2(z)\exp\left[i\left(k_x x - k_{Bz} z\right)\right]$, где $f_{1,2}(z)$ – периодические функции с периодом кристалла, и k_{Bz} – блоховское волновое число, определяемое формулой (1.7). В области $\operatorname{Im} k_{Bz} \neq 0$ находится запрещенная зона кристалла (см. рисунок 4.98б, точечная кривая), и именно там передаточная функция стремится к нулю. Поэтому определим величину K_x как границу разрешенной и запрещенной зон.

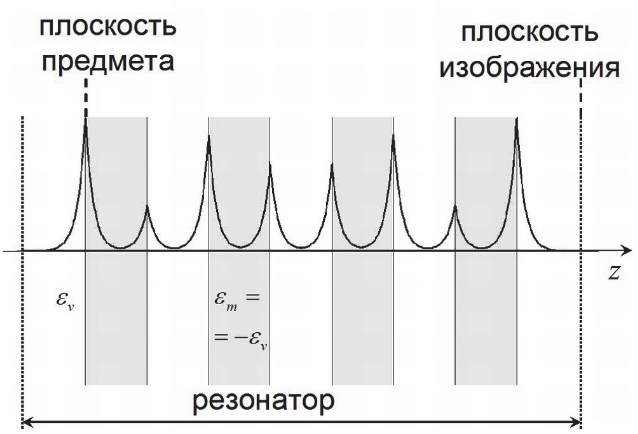
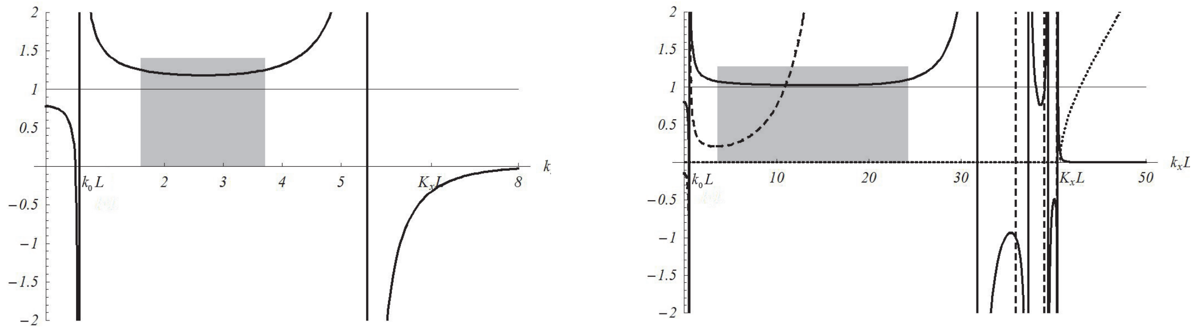


Рисунок 4.97 − Первая резонаторная мода в четырехслойной линзе ($\varepsilon_v = 1$, $\varepsilon_m = -1$, $k_0 L = 0.5$, $k_x L = 31.732$, L – суммарная толщина слоев линзы). Серым цветом показан металл, белым – вакуум.

Компьютерный расчет показывает, что передаточная функция *N*-слойной линзы имеет *N*+1 сингулярность при $k_x = k_x^{(n)}$, $n = 0,\dots,N$. Как видно из рисунка 4.98б, передаточная функция меняет знак при переходе через сингулярность. Поэтому волны, разделенные сингулярной точкой, приходят в противофазе, что ухудшает изображение. Следовательно, рабочий диапазон не должен включать сингулярных точек и находится в промежутке $k_x^{(0)} < k_x < k_x^{(1)}$ (серый прямоугольник на рисунке 4.98).



а б

Рисунок 4.98 − Передаточная функция однослойной линзы. Горизонтальная прямая соответствует передаточной функции в электростатическом приближении. б. Передаточная функция (сплошная линия) и коэффициент отражения (штриховая линия) для четырехслойной линзы. Серый прямоугольник показывает рабочий диапазон. Пунктирной линией изображена величина $\mathrm{Im}\, k_B d$, ненулевые значения которой соответствуют запрещенной зоне ФК. $k_0 L = 0.5$. Серый прямоугольник показывает рабочий диапазон частот.

Отметим, что в рабочем диапазоне k_x блоховская волна в пределах каждого однородного слоя является суммой двух экспоненциально затухающих плоских волн: в слое с $\varepsilon < 0$ существуют только затухающие решения, а в слое с $\varepsilon > 0$ выполняется условие полного внутреннего отражения $\varepsilon k_0^2 < k_x^2$. Выполнение последнего условия одновременно не позволяет волнам распространяться вне линзы. При этом блоховские волны попадают в разрешенную зону фотонного кристалла (ФК) и могут распространяться внутри линзы. Линза, таким образом, является резонатором, собственные моды которого соответствуют сингулярностям передаточной функции. Сингулярность, соответствующая $n = 0$, которая ограничивает рабочий диапазон слева, имеет $k_{Bz} \approx 0$ и соответствует возбуждению объемного плазмона с $\varepsilon = \infty$. Первая сингулярность ($n = 1$), ограничивающая рабочий диапазон справа, а также все остальные сингулярности, находится в области $k_x d >> 1$. Это дает возможность с хорошей точностью определить положение резонансов с $n > 0$ на оси k_{Bz}, заменив нулевое граничное условие на бесконечности условием магнитной стенки на границах резонатора, состоящего из N слоев металла и N+1 слоя вакуума (рисунок 4.97). Распределение поля в собственном состоянии (рисунок 4.97) показывает, что оно успевает затухнуть на промежутке от границ металла до стенок резонатора, что оправдывает применение нулевых граничных условий.

Если бы резонатор включал целое число N элементарных ячеек ФК, то значения периодической функции $f_{1,2}(z)$ на границах резонатора были бы одинаковы. Тогда бы не проявилось отличие блоховской волны от плоской вида $C_{1,2}\exp\left[i\left(k_x x \pm k_{Bz} z\right)\right]$, и условие резонанса имело бы обычный вид $\sin\left(k_{Bz}\cdot 2Nd\right)=0$, или

$$k_{Bz}\cdot 2d = \pi n / N . \qquad (4.191)$$

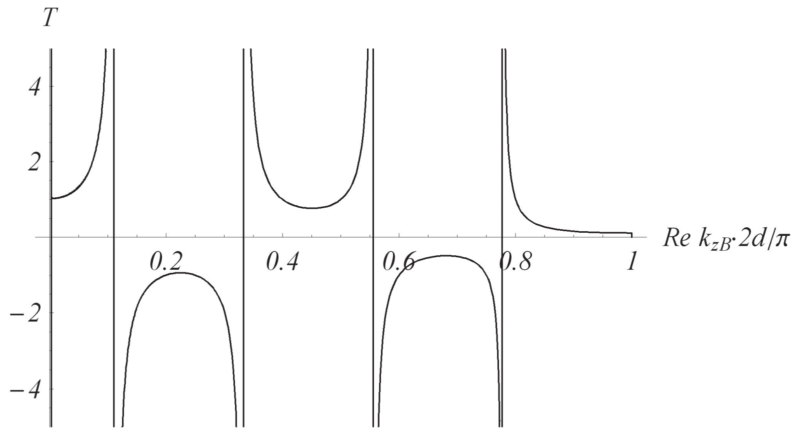


Рисунок 4.99 − Передаточная функция линзы в зависимости от $\mathrm{Re}\,k_{zB}\cdot 2d/\pi$. Сингулярные точки подчиняются соотношению $k_{zB}\cdot 2d/\pi = \left(2n-1\right)/\left(2N+1\right)$, $n=1,\ldots,N$. Точка $k_{zB}\cdot 2d/\pi = 1$ соответствует границе зоны Бриллюэна.

В нашем случае число периодов полуцелое ($N+1/2$), поэтому каждая из периодических функций $f_{1,2}(z)$ принимает на границах резонатора различные значения. Можно показать, что для рассматриваемого ФК при $k_x d >> 1$ эти значения имеют одинаковый модуль, а их фазы отличаются на $\pm\pi/2$. С учетом этого нулевые граничные условия приводят к уравнению

$$k_{Bz}\cdot 2d = \pi\cdot\frac{2n-1}{2N+1},\ n=1,\ldots,N . \qquad (4.192)$$

Поэтому $T(k_B)$ имеет более «упорядоченный» вид (рисунок 4.99), чем $T(k_x)$ (рисунок 4.98б).

Отличие знаменателей в формулах (4.191) и (4.192) обусловлено собственно разным числом слоев в резонаторе, а отличие числителей – тем, что периодическая блоховская предэкспонента не является константой. Нас, главным образом, интересует резонанс с $n=1$, который ограничивает рабочий диапазон. Если при большом числе слоев в линзе отличием знаменателей можно пренебречь, то отличие числителей для $n=1$ всегда оказывается существенным. Формула (4.192) дает более узкий рабочий диапазон, чем формула (4.191) (в случае $N>>1$ он отличается в 2 раза по оси k_{Bz}).

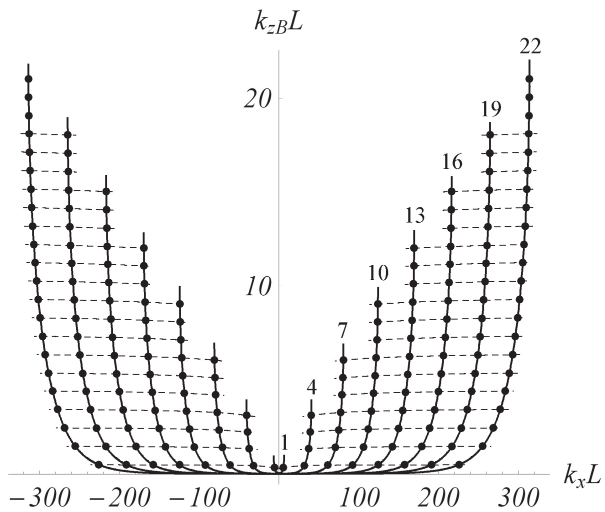


Рисунок 4.100 − Зависимость k_{zB} от k_x для различного количества слоев N при одинаковой общей толщине L (сплошные линии). Значения N указаны около верхних концов кривых. Каждая кривая заканчивается на границе разрешенной зоны. Точки обозначают положение собственных состояний. Объемный плазмон расположен около начала координат. Пунктирные линии соединяют точки, соответствующие одинаковым n, чтобы показать слабую зависимость k_{zB} от N.

Информация о положении сингулярностей функции T просуммирована на рисунке 4.100. Видно, что рабочий диапазон, расположенный между началом координат и состоянием с $n=1$, при делении линзы на слои почти не изменяется по оси k_{Bz}, но расширяется по оси k_x. Это связано с уменьшением толщины слоя.

Если теперь увеличивать количество слоев, не меняя толщины одного слоя, то линза будет фрагментом одного и того же ФК. Поэтому положение точки K_x не изменится, но начнут образовываться новые состояния при меньших значениях k_x, что сузит рабочий диапазон. Это подтверждает то, что улучшение разрешения при делении линзы на слои связано с уменьшением толщины слоя.

Уменьшение толщины слоя приводит к улучшению разрешения, но изображение придвигается к границе линзы (оно находится от нее на расстоянии $\leq d = L/N$), что нежелательно для применения в фотолитографии, где необходимо поместить изображение как можно дальше в фоторезист. Поэтому существует некоторая оптимальная толщина слоя, которая должна быть подобрана на практике.

4.3 Асимметричная линза Пендри

Раздел основывается на материале работы [A10]

4.3.1 Убывание передаточной функции в разрешенной зоне ФК

Рассмотрим асимметричную многослойную линзу, которая состоит из чередующихся слоев металла и диэлектрика ($\varepsilon_d = -\varepsilon_m$), и только на передней границе соприкасается с вакуумом [74] (рисунок 4.101). Эта линза позволяет использовать материал с $\varepsilon_m \neq -1$. Кроме того, исследование такой линзы отвечает на вопрос, как неточности значений ε сказываются на работе симметричной линзы. Одно из отличий асимметричной линзы заключается в том, что убывание передаточной функции происходит уже внутри разрешенной зоны кристалла (рисунок 4.102). Чтобы объяснить это явление, добавим перед асимметричной линзой (рисунок 4.103, верхняя часть) слой диэлектрика бесконечно малой толщины δ (рисунок 4.103, средняя часть). Из физических соображений понятно, что система при этом не изменится (передаточная матрица слоя будет единичной в нулевом приближении по δ). Если бы слой диэлектрика имел конечную толщину, он бы представлял собой границу вакуум-диэлектрик, сам слой диэлектрика и границу диэлектрик-металл. Слой бесконечно малой толщины включает в себя только две границы, расположенные вплотную друг к другу. Смысл добавления такого слоя состоит в том, что первую границу слоя (вакуум-диэлектрик) можно рассматривать как первый элемент системы, а граница диэлектрик-металл вместе с оставшейся частью линзы образует симметричную линзу, включающую N слоев металла и N слоев диэлектрика (см. рисунок 4.103). Ее будем считать вторым элементом системы. Асимметричная линза эквивалентна двум описанным элементам.

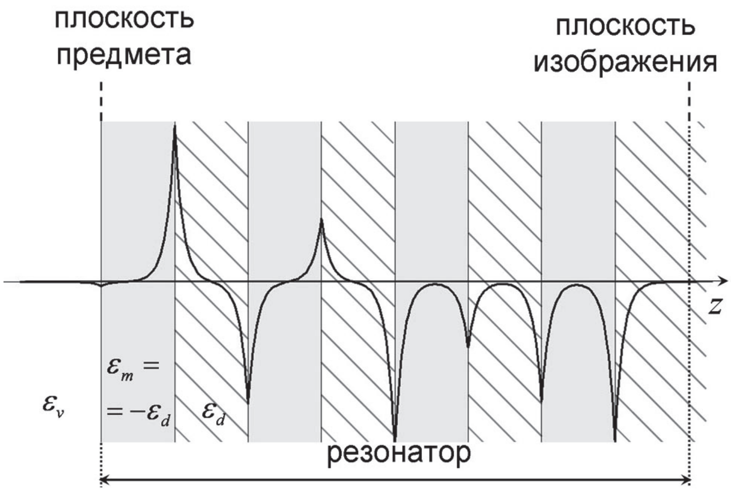


Рисунок 4.101 − Первая резонаторная мода в четырехслойной линзе ($\varepsilon_v = 1$, $\varepsilon_m = -1.01$, для диэлектрика $\varepsilon_d = 1.01$, $k_0 L = 0.5$, $k_x L = 35.855$).

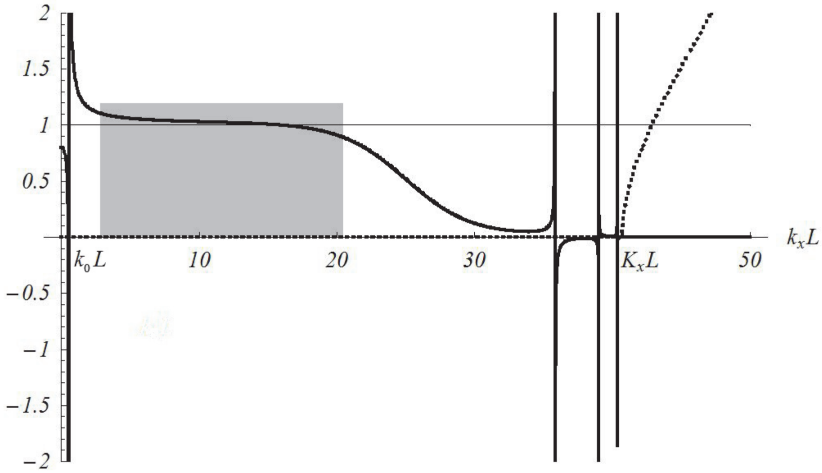


Рисунок 4.102 − Передаточная функция (сплошная линия) для асимметричной четырехслойной линзы ($\varepsilon_v = 1$, $\varepsilon_m = -1.01$, $\varepsilon_d = 1.01$, $k_0 L = 0.5$). Серый прямоугольник показывает рабочий диапазон. Пунктирной линией изображена величина $\operatorname{Im} k_B d$.

Считая известными амплитудные коэффициенты отражения и прохождения для симметричной линзы R_0 и T_0, а также коэффициенты отражения от границы диэлектрик-вакуум и прохождения через границу вакуум-диэлектрик r и t, найдем коэффициент прохождения T через асимметричную линзу. Учитывая многократное переотражение (рисунок 4.103, нижняя часть), коэффициент прохождения через асимметричную линзу можно представить как сумму прошедших волн: $T = tT_0\left(1 + R_0 r + (R_0 r)^2 + ...\right) = T_0 \cdot \dfrac{t}{1 - R_0 r}$. Обозначив импедансы вакуума и диэлектрика как Z_v и Z_d, легко получить соотношения $r = \dfrac{Z_d - Z_v}{Z_d + Z_v}$, $t = \dfrac{2Z_v}{Z_d + Z_v}$, следовательно, $r + t = 1$. В результате получаем:

$$T = T_0 \cdot \frac{1 - r}{1 - R_0 r} \qquad (4.193)$$

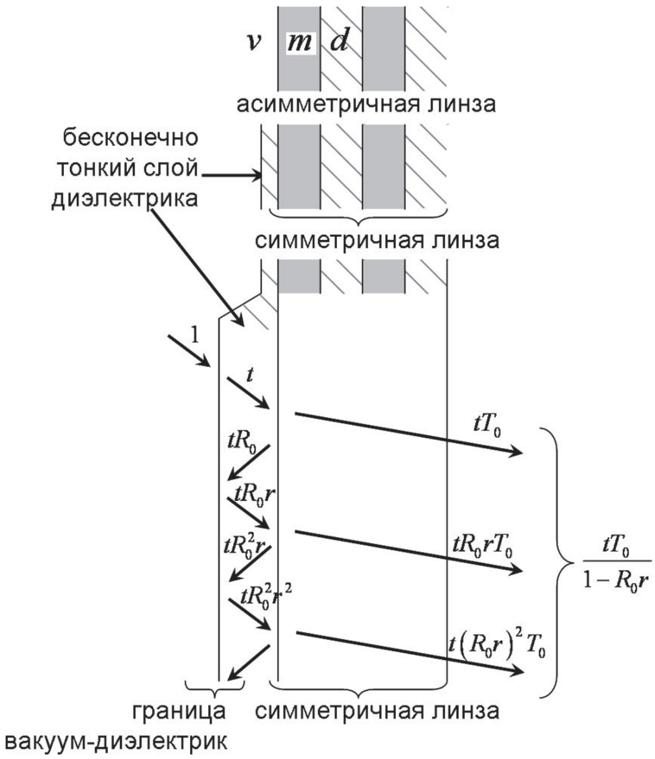


Рисунок 4.103 − Представление асимметричной линзы как границы вакуум-диэлектрик и симметричной линзы, заполненной диэлектриком. Переотражение волны при прохождении линзы.

Проанализируем зависимость r и R_0 от k_x. В рабочем диапазоне линзы верно соотношение $k_x >> k_0\sqrt{\varepsilon_{d,v}}$, откуда

$$Z_{d,v} = \sqrt{\varepsilon_{d,v} k_0^2 - k_x^2} \,/\, (\varepsilon_{d,v} k_0) \approx i\left|k_x\right| / (\varepsilon_{d,v} k_0).$$

Поэтому величина $r \approx \dfrac{\varepsilon_v - \varepsilon_d}{\varepsilon_v + \varepsilon_d}$ не зависит от k_x. Как правило, на практике $\varepsilon_d > \varepsilon_v$, тогда $r < 0$ и формула (4.193) примет вид

$$T(k_x) = T_0(k_x) \cdot \frac{1 + |r|}{1 + R_0(k_x)|r|} \tag{4.194}$$

Коэффициент отражения от симметричной линзы $R_0(k_x)$ растет уже в разрешенной зоне (см. рисунок 4.98б, штриховая линия). Это приводит к тому, что величина $T(k_x)$ стремится к нулю внутри разрешенной зоны [см. (4.194)]. Чем меньше отличие проницаемостей $\delta\varepsilon = \varepsilon_d - \varepsilon_v$, тем меньше $|r|$, и тем меньше чувствительность $T(k_x)$ к возрастанию $R_0(k_x)$.

Напомним, что формула (4.194) получена суммированием волн, отраженных от симметричной линзы с коэффициентом $R_0 > 0$ и переотраженных границей диэлектрика и вакуума с коэффициентом $r < 0$. Переотражение волны меняет ее фазу на π. В результате исходная волна, не испытавшая переотражения, частично гасится. Это и приводит к стремлению к нулю передаточной функции $T(k_x)$ в разрешенной зоне, где коэффициент R_0 становится достаточно большим.

Рисунки 4.101, 4.102 сделаны для линзы, которая мало отличается от симметричной ($\delta\varepsilon << \varepsilon_{v,d}$). Когда проницаемости диэлектрика и вакуума отличаются в несколько раз, рабочий диапазон оказывается еще меньше. Максимумы передаточной функции становятся при этом более узкими и окружены областями почти нулевого прохождения.

4.3.2 Собственные состояния в асимметричной линзе

Даже малое отличие проницаемостей диэлектрика и вакуума $\delta\varepsilon << \varepsilon_{v,d}$ приводит к резкому изменению структуры собственных состояний. Во-первых, меняется количество этих состояний, что видно из сравнения рисунков 4.98б и 4.104. Если симметричной линзе соответствует $N+1$ состояние, то в асимметричной линзе их может оказаться N. Во-вторых, с изменением $\delta\varepsilon$ резонаторные моды резко сдвигаются по оси k_x (рисунок 4.104а). В частности, при малом положительном отклонении ε_d от ε_v они сдвигаются вправо. Вставка к рисунку 4.104а показывает, что зависимость является немонотонной. Картина упрощается, если строить положение состояний на оси блоховских волновых чисел (рисунок 4.104б). Зависимость при этом становится монотонной и легко объясняется.

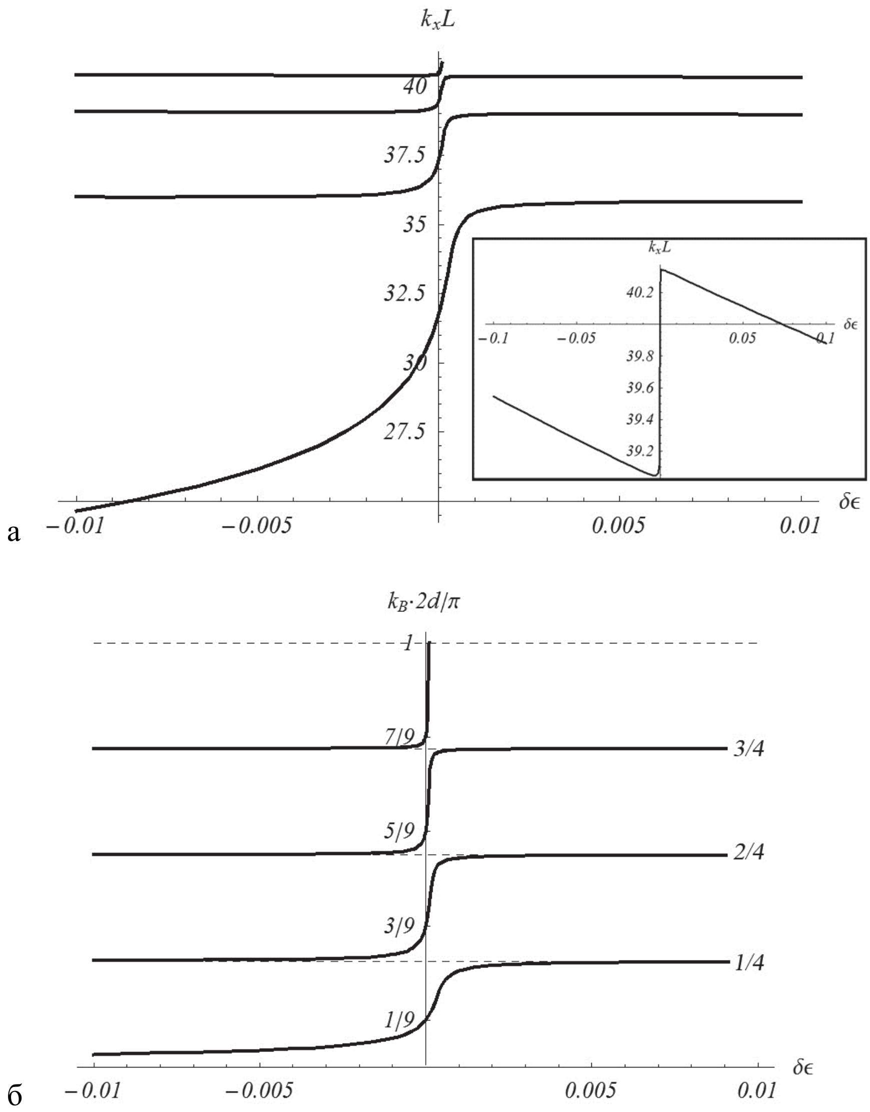


Рисунок 4.104 − Положение резонаторных мод для асимметричной четырехслойной линзы ($\varepsilon_v = 1, \varepsilon_d = \varepsilon_v + \delta\varepsilon$, $\varepsilon_m = -\varepsilon_d$, $k_0L = 0.5$) в зависимости от $\delta\varepsilon$: а. на оси k_x. Вставка показывает положение третьего состояния на большем интервале значений $\delta\varepsilon$. б. на оси блоховских волновых чисел. $k_B \cdot 2d / \pi = 1$ соответствует границе зоны Бриллюэна.

Резкий сдвиг резонаторных мод связан с изменением граничных условий. Слой вакуума слева от линзы, который включался в состав резонатора в симметричной схеме (рисунок 4.103), больше не является частью ФК. Зато нарушение плазмонного резонанса на границе металла и вакуума приводит к резкому уменьшению поля на этой границе (рисунок 4.101), так что уже при небольших значениях $\delta\varepsilon / \varepsilon$ (при наших параметрах это доли процента) нулевые гранусловия на ней являются хорошим приближением (см. на рисунке 4.101 распределение поля в собственном состоянии, сплошная кривая). Причиной существенного сдвига состояний при малом изменении длины резонатора является изменение количества периодов в резонаторе: если в случае симметричной линзы оно было полуцелым, то теперь оно целое, и вместо условия (4.192) состояния подчиняются обычному условию (4.191). Кривые на рисунке 4.104б соответствуют условию (4.192) при $\delta\varepsilon = 0$ и стремятся к условию (4.191) при отклонении $\delta\varepsilon$ от нуля.

С ростом $|\delta\varepsilon|$ блоховское волновое число выходит на константу, но диэлектрические проницаемости слоев линзы продолжают меняться, поэтому меняется и соответствующая величина k_x. Это является причиной немонотонной зависимости (вставка на рисунке 4.104а).

Хотя первое состояние двигается в область больших значений k_x с ростом $\delta\varepsilon$, это не расширяет рабочий диапазон. Он ограничивается затуханием передаточной функции в разрешенной зоне ФК, о чем было сказано в предыдущей части.

4.3.3 Выводы

Показано, что асиметричная линза по сравнению с симметричной получает дополнительное ограничение рабочего диапазона, а именно, передаточная функция убывает еще внутри разрешенной зоны ФК. Для объяснения этого явления можно заменить асимметричную линзу эквивалентной системой из границы вакуум-диэлектрик и симметричной линзы. Волна, отраженная от симметричной линзы, переотражается с отрицательным коэффициентом от границы диэлектрик-вакуум и деструктивно интерферирует с исходной волной. Отклонение проницаемости диэлектрика от единицы на 1% уже приводит к заметному уменьшению передаточной функции в разрешенной зоне в случае четырехслойной линзы.

Также обнаружен резкий сдвиг собственных состояний при рассогласовании диэлектрических проницаемостей линзы и вакуума. Это связано с изменением вида граничных условий при нарушении плазмонного резонанса на передней границе линзы.

4.4 Запрещенная зона нулевой ширины в многослойной структуре А. Алю и Н. Энгеты

Раздел основан на материале работы [А7].

4.4.1 Введение

В работе [26] была предложена двуслойная структура, которая восстанавливает амплитуду и фазу волны (см. раздел 1.3.6). Для этого достаточно выполнения условий (1.17), (1.18).

Действительно, T-матрица двухслойной системы представляется как $\hat{T} = S_{01}J_1S_{12}J_2S_{21}S_{10}$, где индексы 0, 1, 2 обозначают внешнюю среду, первый и второй слой соответственно, а

$$S_{ij} = \begin{pmatrix} \dfrac{\zeta_j + \zeta_i}{2\zeta_j} & \dfrac{\zeta_j - \zeta_i}{2\zeta_j} \\ \dfrac{\zeta_j - \zeta_i}{2\zeta_j} & \dfrac{\zeta_j + \zeta_i}{2\zeta_j} \end{pmatrix} \text{ и } J_i = \begin{pmatrix} \exp(ik_{zi}d_i) & 0 \\ 0 & \exp(-ik_{zi}d_i) \end{pmatrix} \qquad (4.195)$$

обозначают T-матрицы границы и слоя. При условиях Алю-Энгеты $S_{12} = S_{21} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, и легко видеть, что $J_1S_{12}J_2S_{21}$ – единичная матрица. Поскольку $S_{01} = S_{10}^{-1}$, матрица $\hat{T}$ также единичная. Следовательно, волна передается без изменения амплитуды и фазы.

Учитывая, что для волны TM-поляризации $\zeta_j = k_{zj} / \varepsilon_j$, а для волны TE-поляризации $\zeta_j = k_{zj} / \mu_j$, условия (1.17), (1.18) для дальнейшего анализа удобнее переписать в виде

$$\varepsilon_1 d_1 = -\varepsilon_2 d_2 \ (TM),\ \mu_1 d_1 = -\mu_2 d_2 \ (TE), \qquad (4.196)$$

$$\frac{k_x}{k_0} = \pm\sqrt{\frac{\mu_1/\varepsilon_1 - \mu_2/\varepsilon_2}{1/\varepsilon_1^2 - 1/\varepsilon_2^2}} \ (TM),\ \frac{k_x}{k_0} = \pm\sqrt{\frac{\varepsilon_1/\mu_1 - \varepsilon_2/\mu_2}{1/\mu_1^2 - 1/\mu_2^2}} \ (TE). \qquad (4.197)$$

Условие (4.196) касается свойств кристалла, а не волны. Если оно выполнено, то одна гармоника, определяемая равенством (4.197), передается без изменения амплитуды и фазы.

В работе А. Алю и Н. Энгеты [26] замечено, что если один слой восстанавливает амплитуду волны, то и система таких слоев будет обладать тем же свойством (рисунок 4.105). Легко видеть, что Т-матрица снова будет единичной. В этой части работы проводится анализ многослойной структуры Алю и Энгеты, которая рассматривается как фотонный кристалл с двуслойной ячейкой.

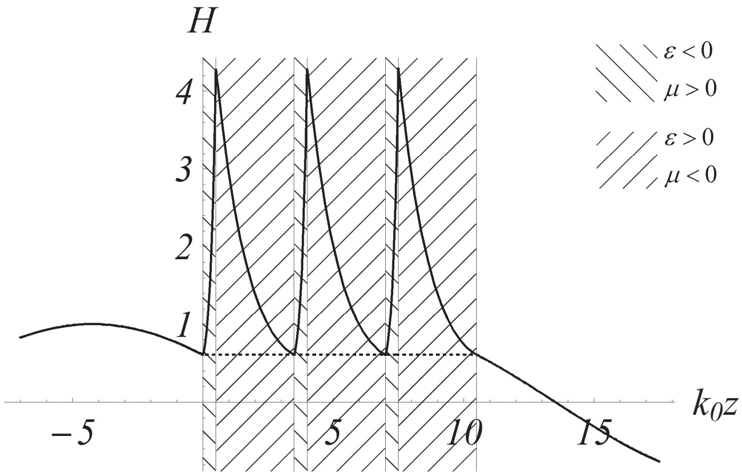


Рисунок 4.105 − Схема одномерного кристалла, удовлетворяющего условию (4.196) для TM-волн ($\varepsilon_1 = -6$, $\mu_1 = 11$, $\varepsilon_2 = 1$, $\mu_2 = -1$, $\varepsilon_2 d_2 = -\varepsilon_1 d_1$) и распределение поля TM-поляризованной волны, соответствующей условию (4.197) при $k_0(d_1 + d_2) = 2$.

4.4.2 Запрещенная зона нулевой ширины

Рассмотрим падение плоской волны с $k_x \neq 0$ на фрагмент ФК, для которого выполняется условие (4.196). Волна внутри кристалла представляет собой комбинацию двух блоховских волн с таким же значением k_x и величинами k_{Bz}, определяемыми из дисперсионного уравнения (1.7).

Типичная зависимость $\cos k_{Bz}(d_1 + d_2)$ от k_0 показана на рисунке 4.106 штриховой линией. При значениях k_x, для которых $|\cos k_{Bz}(d_1 + d_2)| < 1$, величина k_{Bz} вещественная, что соответствует разрешенной зоне. Запрещенная зона существует в области $|\cos k_{Bz}(d_1 + d_2)| > 1$, где k_{Bz} комплексное. Условие $\cos k_{Bz}(d_1 + d_2) = \pm 1$ соответствует границе зон. Это означает, что, во-первых, соответствующая групповая скорость равна нулю, и в бесконечной системе потока энергии быть не может. Во-вторых, в слое ФК конечной толщины из-за вырождения возникает линейное по z решение, которое не дает полям восстанавливать свои значения через целое число периодов. Тем не менее, как будет показано ниже, если условия (4.196), (4.197) выполнены, линейное решение отсутствует, и оба независимых решения будут блоховскими волнами с $k_{Bz} = 0$. В этом случае условие $\cos k_{Bz}(d_1 + d_2) = 1$ соответствует локальному максимуму $\cos k_{Bz}(d_1 + d_2)$ (рисунок 4.106, сплошная линия). Эту точку можно интерпретировать как запрещенную зону нулевой ширины.

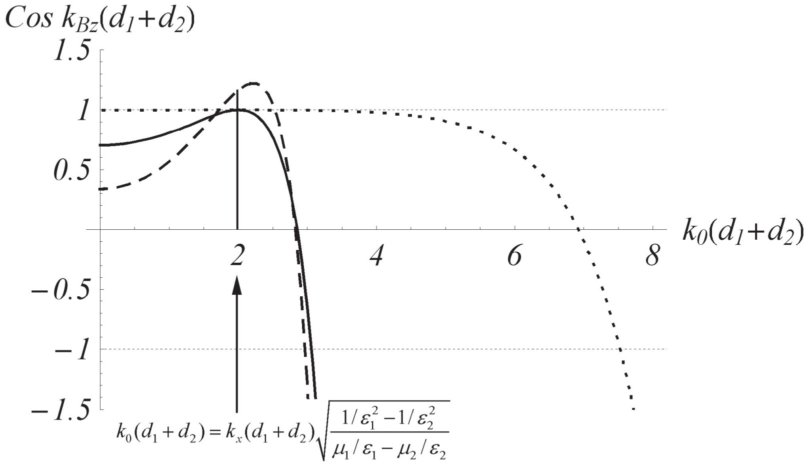


Рисунок 4.106 − Зависимость $\cos k_{Bz}(d_1+d_2)$ от $k_0(d_1+d_2)$. Штриховая линия иллюстрирует типичную зависимость с запрещенной зоной ($\varepsilon_2 d_2=-0.8\varepsilon_1 d_1$). Сплошная линия соответствует системе, показанной на рисунке 4.105 (случай с $\varepsilon_2 d_2=-\varepsilon_1 d_1$). В точке, показанной стрелкой, выполняется условие (4.197). Пунктирная линия соответствует случаю, когда параметры ближе к условию (4.197) ($\varepsilon_1=-1.1$, $\mu_1=1.263$).

Оказывается, что блоховская волна, находящаяся в запрещенной зоне нулевой ширины, переносит энергию. Рассматривая, например, *TM*-поляризованную волну с магнитным полем

$$H_y=f(z)\exp(ik_{Bz}z)$$

и соответствующим электрическим полем

$$E_x(z)=-\left(i/\varepsilon k_0\right)\partial H_y/\partial z=-\left(i/\varepsilon k_0\right)(f'(z)+ik_{Bz}f(z))\exp(ik_{Bz}z)$$

и представляя предэкспоненту блоховской функции в виде $f(z)=|f(z)|\exp(i\varphi(z))$ и $f'(z)=\left[|f(z)|'+i|f(z)|\varphi'(z)\right]\exp(i\varphi(z))$, вычислим нормальную компоненту вектора Пойнтинга:

$$S_z=\frac{c}{8\pi}\operatorname{Re}\left(E_xH_y^*\right)=\frac{c}{8\pi\varepsilon(z)k_0}\operatorname{Re}\left(-if'(z)f^*(z)+k_{Bz}f(z)f^*(z)\right)=$$
$$=\frac{c}{8\pi\varepsilon(z)k_0}\left|f(z)\right|^2\left(\varphi'(z)+\operatorname{Re}k_{Bz}\right).$$

Видно, что S_z не отличается от компоненты вектора Пойнтинга плоской волны с волновым числом $k_z=k_{Bz}$ и с постоянной амплитудой $C=|f(z_0)|=\text{constant}$: $S_z^{\text{plane}}(z)=\dfrac{c}{8\pi\varepsilon k_0}|C|^2\operatorname{Re}k_{Bz}$. В отличие от S_z^{plane}, S_z может быть неравен нулю при $k_{Bz}=0$. Поскольку $f(z)$ периодическая функция, то ее фаза $\varphi(z)$ может измениться на $2\pi n$ при переходе через период кристалла. Добавляя векторы обратной решетки к блоховскому вектору, мы можем прийти к ситуации $n = 0$. Тогда $\varphi(z)$ периодическая, и $\varphi'(z)$ меняет знак на периоде кристалла. В примитивной ячейке рассматриваемого кристалла $\varphi'(z)$ положительно в одном слое и отрицательно в другом. В то же время знак $\varepsilon(z)$ также меняется, в результате поток энергии не меняет направления и величины. Таким образом, поток энергии на границе зоны возникает за счет градиента фазы блоховской предэкспоненты.

Нарушение условий Алю-Энгеты (1.17), (1.18) (например, несоответствие импедансов) приводит к открытию настоящей запрещенной зоны, где нет потока энергии. Это является следствием появления отражения блоховской волны. Решение будет комбинацией блоховских волн, убывающих в противоположных направлениях.

В общем случае запрещенная зона нулевой ширины образуется при пересечении двух изочастот (рисунок 4.107) или дисперсионных кривых (рисунок 4.108). Поэтому вырождения нет, групповая скорость ω / k_{Bz} равна бесконечности ($k_{Bz} = 0$), и групповая скорость неравна нулю из-за ненулевого наклона дисперсионных кривых. Пересечение изочастот или дисперсионных кривых – необычное явление. Действительно, обычно оно сопровождается взаимодействием соответствующих мод, что приводит к гибридизации и открытию запрещенной зоны (пунктирные линии на рисунках 4.107, 4.108) [237]. При условиях (4.196), (4.197) запрещенная зона сжимается в запрещенную зону нулевой ширины. Дисперсионные кривые перезамыкаются, так что групповая скорость становится ненулевой.

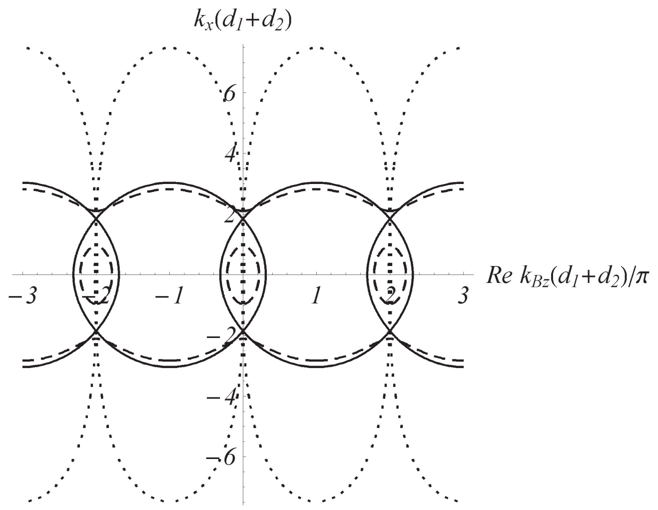


Рисунок 4.107 − Изочастотные кривые при $k_0(d_1+d_2)=2$. Пунктирная линия иллюстрирует типичную зависимость с запрещенной зоной ($\varepsilon_2 d_2 = -0.8\varepsilon_1 d_1$). Сплошная линия соответствует системе, показанной на рисунке 4.105 (случай с $\varepsilon_2 d_2 = -\varepsilon_1 d_1$). В точках $k_{Bz}(d_1+d_2)/\pi = 2n$, $n \in \mathbb{Z}$, выполнено условие (4.197). Штриховая линия соответствует случаю, когда параметры ближе к условию (4.197) ($\varepsilon_1 = -1.1$, $\mu_1 = 1.263$).

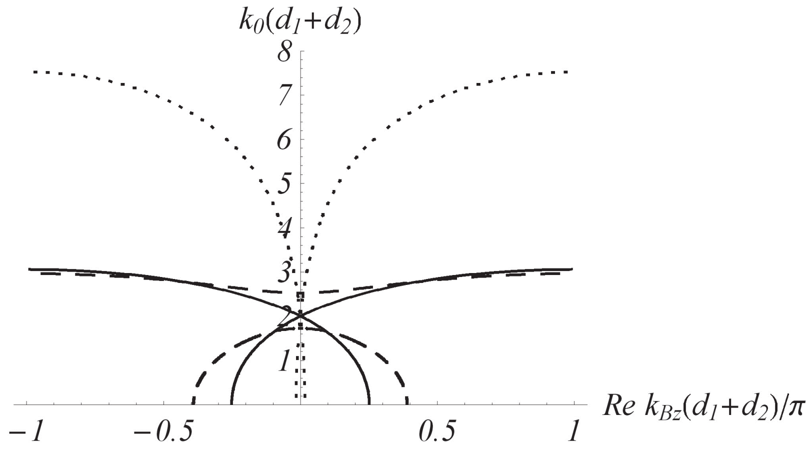


Рисунок 4.108 − Дисперсионные кривые, соответствующие кривым на рисунке 4.106.

При приближении к условию (4.197) кривые прижимаются к оси (штриховые линии на рисунке 4.107, 4.108), а $\cos k_{Bz}(d_1+d_2)$ стремится к единице при всех значениях k_x (рисунок 4.106). Когда (4.197) выполнено, блоховское волновое число равно нулю при любых значениях k_x, и дисперсионные кривые совпадают с осью.

4.4.3 Отсутствие взаимодействия мод в системе Энгеты

В одномерной системе магнитное поле H *TM*-волны определяется уравнением

$$H''(z)+(\varepsilon(z)\mu(z)k_0^2-k_x^2)H(z)=\frac{\varepsilon'(z)}{\varepsilon(z)}H'(z). \qquad (4.198)$$

Производя замену переменных $\{\varepsilon,\mu\}$ на $\{k_z,\zeta\}$ ($k_z^2=\varepsilon(z)\mu(z)k_0^2-k_x^2$, $\zeta=k_z/\varepsilon$), уравнение (4.198) можно переписать в виде

$$H''(z)-\frac{k_z'(z)}{k_z(z)}H'(z)+k_z^2(z)H(z)=-\frac{\zeta'(z)}{\zeta(z)}H'(z) \qquad (4.199)$$

Если импеданс постоянен в системе, волны не испытывают отражения. Другими словами, волны, идущие навстречу друг другу, не взаимодействуют. Тогда явления, связанные с отражением, такие как открытие запрещенной зоны, не возникают. Действительно, если $\zeta'(z)=0$, то уравнение (4.199) имеет два невзаимодействующих, независимых решения:

$$H(z)=\exp\left(\pm i\int_0^z k_z(\tilde{z})d\tilde{z}\right), \qquad (4.200)$$

что можно переписать в виде

$$H(z)=\exp\left(\pm i\int_0^z \left(k_z(\tilde{z})-\langle k_z\rangle\right)d\tilde{z}\right)\cdot\exp\left(\pm i\langle k_z\rangle z\right) \qquad (4.201)$$

где $\langle ...\rangle$ означает усреднение по периоду. Первая функция $\exp\left(\pm i\int_0^z \left(k_z(\tilde{z})-\langle k_z\rangle\right)d\tilde{z}\right)$ имеет период кристалла, а вторую можно рассматривать как блоховскую экспоненту с волновым числом $k_{Bz}=\pm\langle k_z\rangle=\pm\dfrac{\int k_z(z)dz}{\int dz}$. Групповая скорость неравна нулю при $k_{Bz}=\{0,\pm\pi/d\}$, потому что ее равенство нулю связано с равенством амплитуд гармоник блоховской волны, идущих в противоположные стороны. Если нет взаимодействия, то нет отраженной волны, и выполнение условия Брэгга не приводит к возникновению волны, идущей в противоположную сторону. Когда импеданс меняется на периоде кристалла, при $k_{Bz} = \{0, \pm\pi / d\}$ возникает отраженная волна, которая приводит к открытию запрещенных зон. На границах запрещенной зоны групповая скорость должна обратиться в ноль.

В кристалле из слоев с одним отрицательным параметром (ε или μ) k_z и, следовательно, $\langle k_z \rangle$ чисто мнимые, поэтому при постоянном импедансе возникнет запрещенная зона. Если же знак импеданса меняется, то можно ожидать открытия разрешенных зон, разделенных запрещенными зонами. Это касается как $k_{Bz}(k_0)$ при постоянном k_x, так и $k_{Bz}(k_x)$ при постоянном k_0.

При условиях (4.196), (4.197) возникают квази-невзаимодействующие волны. Действительно, поскольку зависимость $\zeta(z) = k_z(z) / \varepsilon(z)$ состоит только в перемене знака, удобно ввести функцию $\chi(z)$, которая равна 1 в одном слое и -1 в другом. Используя преобразование

$$\frac{\varepsilon'(z)}{\varepsilon(z)} = \frac{d}{dz}\ln\varepsilon(z) = \frac{d}{dz}\ln\frac{k_z(z)}{\zeta(z)} = \frac{d}{dz}\ln\frac{\chi(z)\cdot k_z(z)}{\chi(z)\cdot\zeta(z)} = \frac{\left(\chi(z)k_z(z)\right)'}{\chi(z)k_z(z)} - \frac{\left(\chi(z)\zeta(z)\right)'}{\chi(z)\zeta(z)},$$

перепишем уравнение (4.198) в виде

$$H''(z) - \frac{\left(\chi(z)k_z(z)\right)'}{\chi(z)k_z(z)}H'(z) + (k_z\cdot\chi(z))^2 H(z) = -\frac{\left(\chi(z)\zeta(z)\right)'}{\chi(z)\zeta(z)}H'(z) \quad (4.202)$$

При условии (1.17) $\chi(z)\zeta(z) = const$. Тогда правая часть (4.202) равна нулю, и уравнение сводится к рассмотренному выше. В приведенных выше формулах для решения и волнового числа необходимо сделать подстановку $k_z(z) \to k_z(z)\cdot\chi(z)$: $H(z) = \exp\left(\pm i\int\limits_0^z \chi(\tilde{z})\cdot k_z(\tilde{z})d\tilde{z}\right)$, $k_{Bz} = \pm\langle\chi(z)\cdot k_z(z)\rangle$, как будто взаимодействие в системе отсутствует. При $\zeta_1 = -\zeta_2$ последняя формула совпадает с результатом, полученным из дисперсионного уравнения (1.7): $k_{Bz} = \frac{k_{z1}d_1 - k_{z2}d_2}{d_1 + d_2} = \langle\chi(z)\cdot k_z(z)\rangle$. При условиях (1.17), (1.18) $\int\limits_0^{d_1+d_2}\chi(z)\cdot k_z(z)dz = 0$, в результате $k_{Bz} = 0$. Последнее равенство гарантирует, что волна восстановится после прохождения кристалла.

4.4.4 Выводы

Условия Алю-Энгеты (1.17), (1.18) нашли ясное физическое обоснование в терминах теории фотонных кристаллов, а именно, они соответствуют возникновению запрещенной зоны нулевой ширины. На частоте этой запрещенной зоны фазовая скорость равна бесконечности, а групповая отлична от нуля. Именно это свойство, обусловленное квази-декаплингом встречных волн, позволяет использовать эту структуру как суперлинзу.

4.5 Формирование изображений системой проволочек в *s*-поляризации

Раздел написан на основе работ [А5, А6].

4.5.1 Фильтрация пространственных гармоник при прохождении *s*-поляризованной волны через слоистые структуры

Рассмотрим падение плоской (распространяющейся или неоднородной) *TE*- или *TM*-поляризованной волны из вакуума на слой металла толщиной d. В зависимости от частоты, металл может рассматриваться как вещество с $\varepsilon < 0$ или с большой проводимостью, что обычно препятствует прохождению света через него. Коэффициент прохождения определяется двумя величинами: комплексной фазой $k_z d = \sqrt{\varepsilon k_0^2 - k_t^2}\, d$ (k_t — тангенциальное волновое число) и импедансом $Z_{TE} = k_z / k_0$, $Z_{TM} = k_z / \varepsilon k_0$ волны в металле. Точнее, важен не сам импеданс, а его отношение к импедансу волны в вакууме $Z_v = \sqrt{k_0^2 - k_x^2} / k_0$, который не зависит от поляризации. Обычно диэлектрическая проницаемость металла сильно отличается от единицы. В результате для волн, падающих по нормали, несоответствие импедансов велико, и уже при небольшой толщине металла (возможно, меньше скин-слоя) наблюдается почти полное отражение. Посмотрим, будет ли иметь место отражение для «сильно неоднородных» волн, т.е. при $k_t^2 >> \varepsilon k_0^2$.

При этом условии комплексная фаза перестает зависеть от диэлектрической проницаемости металла ε: $k_z d \approx i|k_t| d$. Импеданс *TE*-волн $Z_{TE} \approx i|k_t| / k_0$ также не зависит от ε. Таким образом, неоднородная TE-поляризованная волна не замечает металл, проходя его с таким же затуханием, как вакуум. Это явление особенно сильно проявляется, когда несоответствие импедансов металла и вакуума велико, а толщина металла невелика: в этом случае *TE*-поляризованные неоднородные волны могут проходить через металл лучше, чем распространяющиеся. Этот эффект мы и называем фильтрацией.

Для *TM*-поляризованных неоднородных волн этот эффект отсутствует, поскольку их импеданс по-прежнему зависит от ε: $Z_{TM} \approx i|k_t| / \varepsilon k_0$. Они плохо проходят через металл.

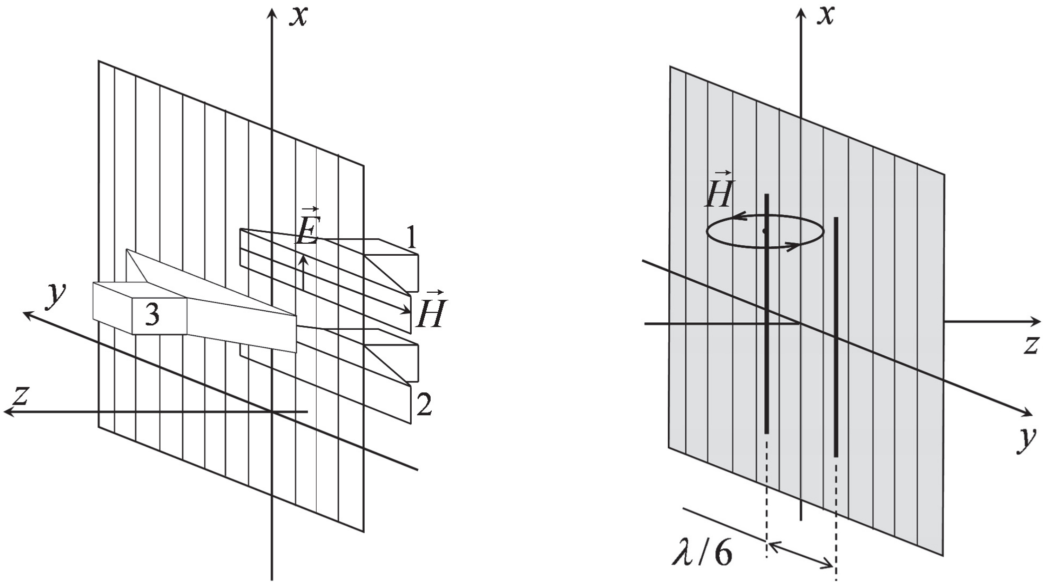
В разделе 3.3 описано явление фильтрации пространственных гармоник неупорядоченной системой отверстий в металлической пленке. Это явление приводит тому, что в спектре прохождения через проволочную среду доля энергии неоднородных волн увеличивается, что приводит к проявлению мелких деталей в изображении.

4.5.2 Экспериментальная часть

Г.А. Федоров (ИТПЭ РАН) провел эксперимент по формированию линзой с отрицательной диэлектрической проницаемостью изображения в СВЧ диапазоне [А5]. В качестве линзы был взят слой параллельных металлических проволочек, расположенных на расстоянии много меньше длины волны друг от друга. В случае нормального падения такая среда может быть описана эффективным тензором диэлектрической проницаемости, имеющим отрицательную компоненту [62].

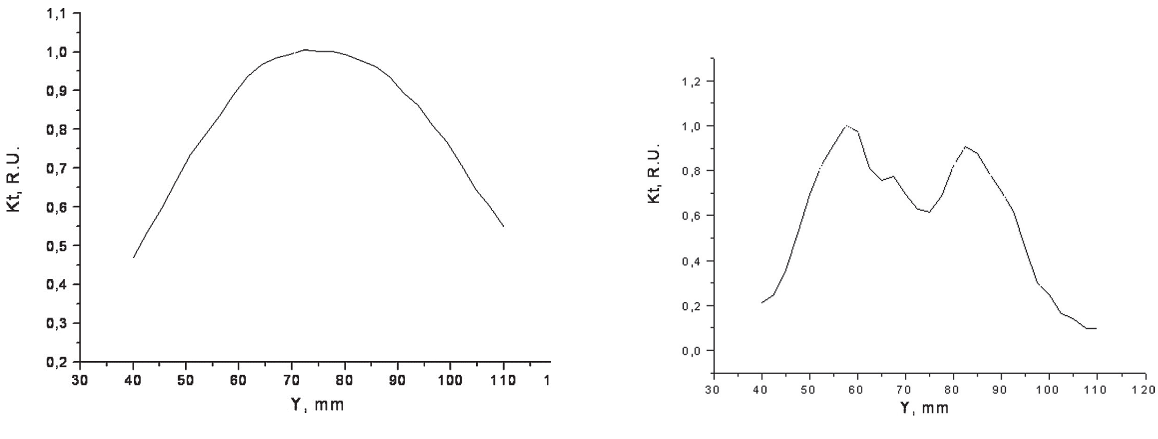
При моделировании среды с отрицательной диэлектрической проницаемостью с помощью системы проводящих проволочек необходимо учитывать, что такая среда является анизотропной и имеет равную единице диэлектрическую проницаемость в направлениях, перпендикулярных проволочкам. Как следствие (см. [А5]), такая среда не поддерживает поверхностных плазмонов. Преодоление волнового предела разрешения за счет возбуждения плазмонов предполагает, во-первых, использование *TM*-волн, во-вторых, то, что улучшенное разрешение наблюдается вдоль направления тангенциальной составляющей электрического поля (см. рисунок 4.109а).

В [А5] экспериментально исследовалась возможность получения изображения *TE*-поляризованными волнами. Схема эксперимента приведена на рисунке 4.109б, эксперимент проводился на установке [66], предназначенной для изучения свойств линзы на основе среды Веселаго. Для излучения и регистрации были использованы четвертьволновые дипольные антенны, параллельные проволочкам, расположенные на расстоянии $\lambda/6$ (длина волны $\lambda = 18$ $см$). Эксперимент подтвердил возможность получения сверхразрешения (рисунок 4.110). Заметим, что разрешение деталей при этом достигается в направлении, перпендикулярном проволочкам (см. рисунок 4.109а, б). Для объяснения эксперимента в работе [А5] был предложен иной механизм, отличный от рассмотренного в [66] плазмонного механизма образования изображения, а именно, роль системы проволочек сводилась к фильтрации пространственных гармоник: ослабление было более существенным для дальних полей, чем для ближних полей. Это предположение базировалось на расчете токов, возбуждаемых в проволочках *TE*-волнами. Было показано, что максимальные токи возбуждаются гармониками, падающими по нормали, т.е. имеющими малые трансверсальные волновые числа. В настоящей работе система проволочек моделируется пластиной с анизотропной диэлектрической проницаемостью. Приведены расчеты передаточной функции с учетом реальной поляризации волн и построено изображение антенн. Результаты качественно согласуются с экспериментом и с теоретическими оценками [А5].



а б

Рисунок 4.109 − Схема установки, иллюстрирующей работу линзы Пендри с применением анизотропного материала. а. Источник *ТМ*-волн – волноводно-щелевые антенны (разрешение достигается вдоль оси х). 1, 2 – излучающие антенны, 3 – приемная антенна. б. Источник *ТЕ*-волн – проволочные дипольные антенны (разрешение достигается вдоль оси *y*).



а б

Рисунок 4.110 − Изображение двух антенн, полученное в эксперименте. а. Без линзы. б. При наличии линзы (два слоя параллельных проволочек, находящихся на расстоянии 8 мм друг от друга). Длина волны $\lambda = 18$ *см*, расстояние между предметом и изображением $l = 2.0$ см.

4.5.3 Качественное рассмотрение: прохождение s-поляризованных волн через линзу Пендри

Рассмотрим формирование изображения пластинкой с анизотропным тензором диэлектрической проницаемости, имеющим одну отрицательную компоненту $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{\parallel} < 0$ вдоль оси x (рисунок 4.109б) и $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{\perp} = 1$ в перпендикулярных направлениях (одноосный кристалл). Поскольку расстояние между проволочками (2 мм) много меньше длины волны (18 см), такая пластинка может служить моделью линзы.

На первом этапе пренебрежем краевыми эффектами, считая антенну бесконечно длинной. Излучаемые волны TE-поляризованы: электрическое поле строго параллельно, а магнитное поле перпендикулярно антенне (силовые линии образуют окружности, см. рисунок 4.109б). В этом случае анизотропность среды не играет роли, так как электрическое поле параллельно оси анизотропии. Плазмоны не возбуждаются не только в анизотропной, но и в изотропной системе. Спектр излучаемого поля состоит из *s*-поляризованных плоских волн, и, в соответствии с теорией линзы Пендри [51], сверхразрешение вдоль оси y не должно наблюдаться. Однако эксперимент [A5] в присутствии линзы из тонких металлических проволочек показал наличие двух максимумов поля, соответствующих антеннам, разнесенным вдоль оси y, тогда как в отсутствие линзы наблюдался лишь один максимум.

Прохождение через слой s-поляризованной волны с электрическим вектором, параллельным оси x, определяется нормальной составляющей волнового вектора $k_z = \sqrt{\varepsilon_{xx} k_0^2 - k_y^2}$ и характеристическим импедансом $\zeta = k_0 / k_z$. Для высоких пространственных частот ($k_y^2 >> \varepsilon k_0^2$) $k_z \approx i\left|k_y\right|$, и диэлектрическая проницаемость исчезает из уравнений. Наличие линзы не влияет на ход таких волн. Они ослабляются так же, как и в свободном пространстве. В то же время низкие пространственные частоты ($k_y^2 << \varepsilon k_0^2$) ослабляются линзой, затухая в среде с отрицательной диэлектрической проницаемостью. Таким образом, в данном случае имеет место фильтрация: низкие пространственные частоты почти не пропускаются линзой, тогда как высокие проходят через нее, как через пустое пространство, что следует из спектра пропускания системы

$$f(k_y) = \frac{4k_{1z}k_{2z} \cdot \exp\left(ik_{1z}l\right)}{(k_{1z}+k_{2z})^2 \exp\left(-ik_{2z}d\right) - (k_{1z}-k_{2z})^2 \exp\left[ik_{2z}d\right]},$$

где $k_{1z} = \sqrt{k_0^2 - k_y^2}$, $k_{2z} = \sqrt{\varepsilon_{\parallel} k_0^2 - k_y^2}$, d – толщина линзы и l – длина пути через пустое пространство (см. рисунок 4.111).

Легко показать, что при наличии линзы действительно достигается улучшение разрешения. Рассмотрим систему двух антенн, которые моделируются щелями, освещенными s-поляризованной волной. В этом случае электрическое поле источника

$$E_{x0}(y) = \begin{cases} 1, -y_2 \le y \le -y_1 \text{ и } y_1 \le y \le y_2 \\ 0 \text{ в остальных точках} \end{cases} = \int e(k_y) \cdot \exp\left(ik_y y\right) dk_y$$

имеет спектр

$$e(k_y) = \frac{\sin k_y y_2 - \sin k_y y_1}{\pi k_y}.$$

Тогда поле изображения рассчитывается как

$$E_x(y) = \int e(k_y) \cdot f(k_y) \cdot \exp\left(ik_y y\right) dk_y .$$

Результат расчета показан на рисунке 4.112. Как видно, амплитуда при наличии линзы заметно падает, что обусловлено фильтрацией, однако достигается разрешение двух антенн.

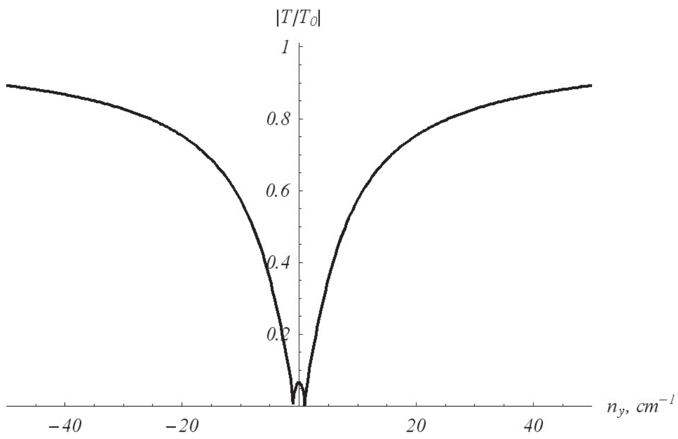


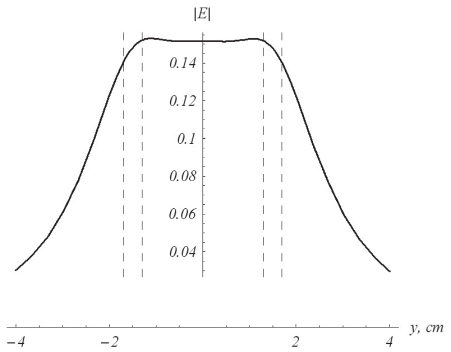
Рисунок 4.111 − Отношение амплитуд волн, пропускаемых системами с линзой и без нее, в зависимости от $n_y = k_y / k_0$. Длина волны $\lambda = 18$ см, толщина линзы $d = 0.8$ см, $\varepsilon_{\parallel} = -40$. Расстояние между предметом и изображением $l = 3.6$ см.

4.5.4 Влияние излучения *p*-поляризованных волн конечной антенной

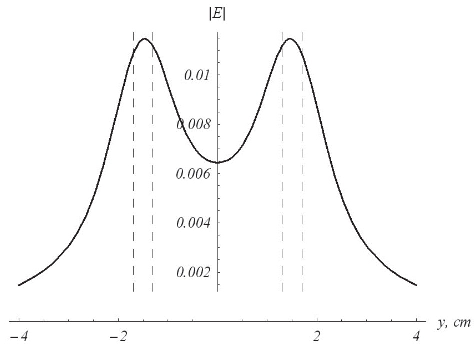
Конечная длина антенны приводит к тому, что в спектре излучения присутствуют составляющие с ненулевыми компонентами волнового вектора $n_x = k_x / k_0$ (см. рисунок 4.109б). В этом случае волна, излучаемая антенной, будет содержать добавку p-поляризованных волн.

Для анализа прохождения через систему фурье-составляющих предметной волны вычислим передаточную функцию для плоской волны, падающей на систему под произвольным углом. Передаточная функция равна амплитуде прошедшей волны, если падает единичная волна (касательная составляющая электрического поля равна единице). Будем считать, что волна проходит пластинку из кристалла толщиной d и слой вакуума размера l (до и после пластины). Допустим, волне соответствует вектор $\vec{n} = \vec{k} / k_0$. Расположение осей координат соответствует рисунку 4.109б.

Волну в окружающем линзу пространстве будем представлять в виде комбинации s- и p-поляризованных волн, которые будем обозначать $\left|S\right\rangle$ и $\left|P\right\rangle$ соответственно.



а



б

Рисунок 4.112 − Изображения двух щелей (показаны пунктиром), освещенных s-поляризованной волной. а. Система без линзы. б. Система с линзой. Параметры соответствуют рисунку 4.111. Длина волны $\lambda = 18$ см, ширина щели 0.4 см, расстояние между щелями 3.0 см.

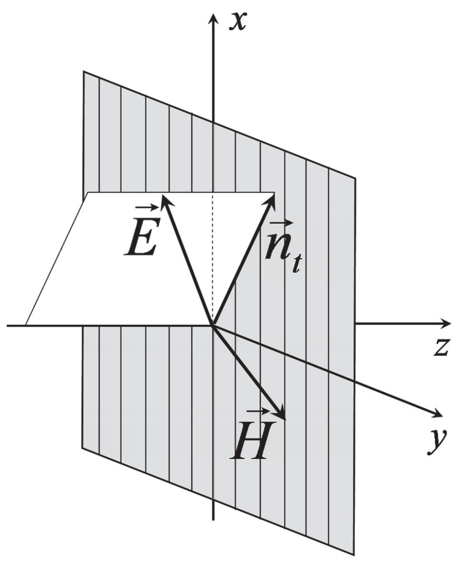


Рисунок 4.113 − p-поляризованная волна. Вектор $\vec{H}$ параллелен плоскости линзы и

перпендикулярен плоскости падения, в которой лежат векторы $\vec{E}$ и $\vec{n}_t$. Белым цветом показана плоскость падения.

На рисунке 4.113 показаны направления полей в p-поляризованной волне. Компонента волнового вектора, параллельная поверхности кристалла, обозначена $\vec{n}_t = \{n_x, n_y, 0\}$. Магнитное поле, перпендикулярное плоскости падения (эта плоскость проходит через $\vec{n}_t$ и ось z), оказывается параллельным плоскости кристалла и, следовательно, совпадает со своей тангенциальной составляющей. Чтобы выбрать базисную волну $|P\rangle$ однозначно (для каждого $\vec{n}$), положим комплексную амплитуду колебаний магнитного поля в волне $|P\rangle$ равной единице у поверхности кристалла. Тогда амплитуда тангенциальной составляющей электрического поля равна характеристическому импедансу $\zeta = n_z = \sqrt{1 - n_x^2 - n_y^2}$ для волны $|P \rightarrow\rangle$, имеющей z-составляющую волнового вектора n_z, и $-\zeta$ для волны $|P \leftarrow\rangle$, имеющей z-составляющую волнового вектора $-n_z$.

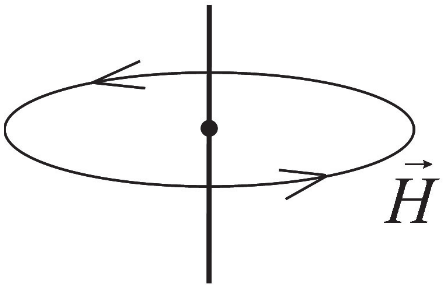
Для базисных волн $|S \rightarrow\rangle$, $|S \leftarrow\rangle$, наоборот, удобнее выбрать единичной амплитуду поля $\vec{E}$, которое перпендикулярно плоскости падения. При этом $\vec{H}_t$ имеет амплитуду $\mp\zeta$.

Заметим, что для волны $|P \rightarrow\rangle$ $\vec{H} = \vec{e}_2$, $\vec{E}_t = \zeta \vec{e}_1$, где $\vec{e}_1 = \left\{ \frac{n_x}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2}}, \frac{n_y}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2}}, 0 \right\}$ – единичный вектор, лежащий в плоскости падения и параллельный плоскости линзы, $\vec{e}_2 = \left\{ -\frac{n_y}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2}}, \frac{n_x}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2}}, 0 \right\}$ – единичный вектор, перпендикулярный плоскости падения (напомним, что в нашем случае плоскость падения перпендикулярна плоскости линзы). Выражения для амплитуд остальных базисных волн сведены в таблице 4.3.

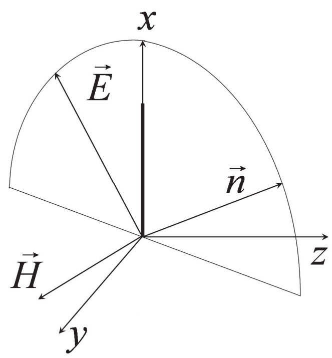
Для нахождения передаточной функции системы нужно представить единичную падающую плоскую волну в виде комбинации волн $|S \rightarrow\rangle$ и $|P \rightarrow\rangle$, т.е. найти коэффициенты α_S, α_P в выражении для падающей волны $\alpha_S |S \rightarrow\rangle + \alpha_P |P \rightarrow\rangle$. Чтобы это сделать, необходимо выяснить поляризацию волны, излучаемой антенной. Из симметрии понятно, что силовые линии магнитного поля направлены по кругу в плоскости, перпендикулярной антенне, как показано на рисунке 4.114а. Рассмотрим разложение излучаемой волны на плоские волны. Очевидно, что в любой такой плоской волне магнитное поле будет перпендикулярно антенне (рисунок 4.114б), а тангенциальная компонента электрического полагается равной единице (см. выше).

Таблица 4.3

	$\vec{E}_t$	$\vec{H}_t$
$\lvert S \rightarrow\rangle$	$\vec{e}_2$	$-\zeta\vec{e}_1$
$\lvert S \leftarrow\rangle$	$\vec{e}_2$	$\zeta\vec{e}_1$
$\lvert P \rightarrow\rangle$	$\zeta\vec{e}_1$	$\vec{e}_2$
$\lvert P \leftarrow\rangle$	$-\zeta\vec{e}_1$	$\vec{e}_2$



а



б

Рисунок 4.114 − Волна, излучаемая антенной, параллельной оси x. а. Направление силовой линии магнитного поля, антенна показана вертикальной линией. б. Поляризация плоской волны. Магнитное поле перпендикулярно оси x и вектору $\vec{n}$. Плоскость поляризации показана полукругом.

Магнитное поле этой волны представимо в виде

$$\vec{H} = \chi\left[\vec{x}\times\vec{n}\right] = \chi\begin{vmatrix} \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} \\ 1 & 0 & 0 \\ n_x & n_y & n_z \end{vmatrix} = \chi\left\{0, -n_z, n_y\right\},$$

где $n_z = \sqrt{1 - n_x^2 - n_y^2}$, а константу χ можно найти из нормировки тангенциального электрического поля волны. Из уравнений Максвелла следует, что

$$\vec{E} = -\left[\vec{n} \times \vec{H}\right] = -\chi \begin{vmatrix} \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} \\ n_x & n_y & n_z \\ 0 & -n_z & n_y \end{vmatrix} = \chi\left\{-n_y^2 - n_z^2, n_x n_y, n_x n_z\right\} = \chi\left\{n_x^2 - 1, n_x n_y, n_x n_z\right\}, \text{отсюда}$$

$\chi = 1/\sqrt{(n_x^2 - 1)^2 + (n_x n_y)^2}$.

Коэффициент α_S равен скалярному произведению электрического поля рассматриваемой плоской волны на электрическое поле волны $\left|S \rightarrow\right\rangle$ (которое равно вектору $\vec{e}_2 = \left\{-n_y, n_x, 0\right\} \big/ \sqrt{n_x^2 + n_y^2}$). Аналогично α_P находится как скалярное произведение магнитного поля рассматриваемой волны на магнитное поле волны $\left|P \rightarrow\right\rangle$ (которое также равно вектору $\vec{e}_2$). В результате получаем

$$\begin{aligned} \alpha_S &= \frac{1}{\sqrt{(n_x^2 - 1)^2 + (n_x n_y)^2}} \frac{n_y}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2}}, \\ \alpha_P &= \frac{1}{\sqrt{(n_x^2 - 1)^2 + (n_x n_y)^2}} \frac{-n_y n_z}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2}}. \end{aligned} \tag{4.203}$$

Теперь найдем собственные решения внутри анизотропной пластины. Выбрав их фазоры в качестве базиса, фазор любого поля в линзе можно представить в виде линейной комбинации этих фазоров.

Компоненты электрического вектора подчиняются системе трех уравнений

$$(n^2 \delta_{ik} - n_i n_k - \varepsilon_{ik}) E_k = 0, \tag{4.204}$$

где $\left\|\varepsilon_{ik}\right\| = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\perp} \end{pmatrix}$, $n^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2$, δ_{ik} − символ Кронекера. Приравнивая к нулю детерминант системы (4.204), получим дисперсионные уравнения для обыкновенной и необыкновенной волн: соответственно $\dfrac{n_x^2 + n_y^2 + n_{zO}^2}{\varepsilon_{\perp}} = 1$ и $\dfrac{n_x^2}{\varepsilon_{\perp}} + \dfrac{n_y^2 + n_{zE}^2}{\varepsilon_{\parallel}} = 1$. Соответствующие собственные решения обозначим $\left|O \rightarrow\right\rangle$, $\left|O \leftarrow\right\rangle$, $\left|E \rightarrow\right\rangle$, $\left|E \leftarrow\right\rangle$ (O обозначает обыкновенную волну, E – необыкновенную). Компоненты $\vec{E}$ и $\vec{H}$ в этих волнах найдем из уравнений (4.204).

Обыкновенная волна.

С учетом дисперсионного уравнения для обыкновенной волны, система уравнений (4.204) принимает вид

$$\begin{cases} (n_x^2 + \varepsilon_\parallel - \varepsilon_\perp)E_x + n_x n_y E_y + n_x n_{zO} E_z = 0, \\ n_x E_x + n_y E_y + n_{zO} E_z = 0. \end{cases} \qquad (4.205)$$

Из этого следует, что $E_x = 0$, тогда $n_y E_y + n_z E_z = 0$. В качестве базисного вектора $\left| O \rightarrow \right\rangle$ можно выбрать $\vec{E} = \{0, n_{zO}, -n_y\}$. Соответствующее магнитное поле находится из уравнений Максвелла: $\vec{H} = [\vec{n} \times \vec{E}] = \begin{vmatrix} \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} \\ n_x & n_y & n_{zO} \\ 0 & n_{zO} & -n_y \end{vmatrix} = \left\{ -(n_y^2 + n_{zO}^2), n_x n_y, n_x n_{zO} \right\} = \left\{ n_x^2 - \varepsilon_\perp, n_x n_y, n_x n_{zO} \right\}$. Для получения полей волны $\left| O \leftarrow \right\rangle$ нужно изменить знак n_{zO}.

Необыкновенная волна

Система уравнений (4.204) с учетом дисперсионного уравнения сводится к:

$$\begin{cases} -\dfrac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp} n_x E_x - n_y E_y - n_{zE} E_z = 0, \\ -n_x E_x + \left(\dfrac{\varepsilon_\perp - \varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp} \dfrac{n_x^2}{n_y} + \dfrac{\varepsilon_\perp - \varepsilon_\parallel}{n_y} - n_y \right) E_y - n_{zE} E_z = 0. \end{cases} \qquad (4.206)$$

Для электрических полей волны $\left| E \rightarrow \right\rangle$ выберем следующее решение этого уравнения: $\vec{E} = \left\{ n_x^2 - \varepsilon_\perp, n_x n_y, n_x n_{zE} \right\}$. Магнитное поле снова ищем из уравнений Максвелла:

$$\vec{H} = [\vec{n}, \vec{E}] = \begin{vmatrix} \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} \\ n_x & n_y & n_{zE} \\ n_x^2 - \varepsilon_\perp & n_x n_y & n_x n_{zE} \end{vmatrix} = \left\{ 0, -n_{zE}\varepsilon_\perp, n_y \varepsilon_\perp \right\}.$$

Полученные касательные компоненты полей в системе координат (x, y) представлены в таблице 4.4.

Таблица 4.4

	$\vec{E}_t$	$\vec{H}_t$

$\lvert O \rightarrow \rangle$	$(0, n_{zO})$	$(n_x^2 - \varepsilon_\perp, n_x n_y)$
$\lvert O \leftarrow \rangle$	$(0, -n_{zO})$	$(n_x^2 - \varepsilon_\perp, n_x n_y)$
$\lvert E \rightarrow \rangle$	$(n_x^2 - \varepsilon_\perp, n_x n_y)$	$(0, -n_{zE}\varepsilon_\perp)$
$\lvert E \leftarrow \rangle$	$(n_x^2 - \varepsilon_\perp, n_x n_y)$	$(0, n_{zE}\varepsilon_\perp)$

Для нахождения амплитуды волны на выходе из системы нужно представить волну в системе как линейную комбинацию собственных волн в каждой из сред и использовать условия сшивки касательных компонент электрического и магнитного полей на границах кристалла.

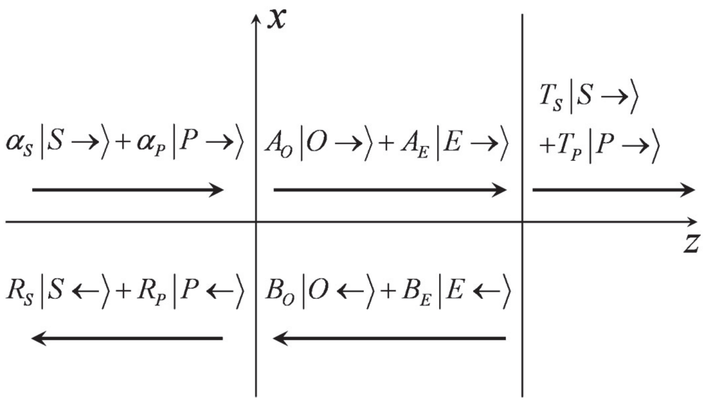


Рисунок 4.115 − Разложение волны в системе по собственным волнам в каждом слое.

Ранее мы определили вид собственных решений в каждой из сред, а также коэффициенты разложения падающей волны по этим решениям. Теперь необходимо вычислить коэффициенты разложения полей по собственным решениям в каждом из слоев (рисунок 4.115).

Для этого приравняем x- и y-компоненты электрического и магнитного полей на обеих границах кристалла. В результате получим 8 линейных уравнений относительно 8 неизвестных амплитуд. Считаем, что в кристалле и в среде справа от кристалла вычисленные амплитуды собственных решений относятся к левым границам соответствующих сред. Толщина кристалла равна d.

Граница $z = 0$:

E_x :

$$\alpha_S \frac{-n_y}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + \alpha_P \zeta \frac{n_x}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + R_S \frac{-n_y}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + R_P(-\zeta) \frac{n_x}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} =$$

$$= A_E(n_x^2-\varepsilon_\perp) + B_E(n_x^2-\varepsilon_\perp);$$

E_y:

$$\alpha_S \frac{n_x}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + \alpha_P \zeta \frac{n_y}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + R_S \frac{n_x}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + R_P(-\zeta) \frac{n_y}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} =$$

$$= A_O n_{zO} + A_E n_x n_y + B_O(-n_{zO}) + B_E n_x n_y;$$

H_x:

$$\alpha_S(-\zeta) \frac{n_x}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + \alpha_P \frac{-n_y}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + R_S \zeta \frac{n_x}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + R_P \frac{-n_y}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} =$$

$$= A_O(n_x^2-\varepsilon_\perp) + B_O(n_x^2-\varepsilon_\perp);$$

H_y:

$$\alpha_S(-\zeta) \frac{n_y}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + \alpha_P \frac{n_x}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + R_S \zeta \frac{n_y}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + R_P \frac{n_x}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} =$$

$$= A_O n_x n_y + A_E(-n_{zE}\varepsilon_\perp) + B_O n_x n_y + B_E n_{zE}\varepsilon_\perp.$$

Граница $z = d$:

E_x:

$$A_E(n_x^2-\varepsilon_\perp)\exp(ik_0 n_{zE} d) + B_E(n_x^2-\varepsilon_\perp)\exp(-ik_0 n_{zE} d) =$$

$$= T_S \frac{-n_y}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + T_P \zeta \frac{n_x}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}};$$

E_y:

$$A_O n_{zO} \exp(ik_0 n_{zE} d) + A_E n_x n_y \exp(ik_0 n_{zE} d) + B_O(-n_{zO})\exp(-ik_0 n_{zE} d) +$$

$$+B_E n_x n_y \exp(-ik_0 n_{zE} d) = T_S \frac{n_x}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + T_P \zeta \frac{n_y}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}};$$

H_x:

$$A_O(n_x^2-\varepsilon_\perp)\exp(ik_0 n_{zE} d) + B_O(n_x^2-\varepsilon_\perp)\exp(-ik_0 n_{zE} d) =$$

$$= T_S(-\zeta) \frac{n_x}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + T_P \frac{-n_y}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}};$$

H_y:

$$A_O n_x n_y \exp(ik_0 n_{zE} d) + A_E(-n_{zE}\varepsilon_\perp)\exp(ik_0 n_{zE} d) + B_O n_x n_y \exp(-ik_0 n_{zE} d) +$$

$$+B_E n_{zE}\varepsilon_\perp \exp(ik_0 n_{zE} d) = T_S(-\zeta)\frac{n_y}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + T_P\frac{n_x}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}}.$$

Величины α_S, α_P берутся из формул (4.203), n_{zE} и n_{zO} – из дисперсионных уравнений, приведенных выше, $\zeta = \sqrt{1-n_x^2-n_y^2}$.

Полученные значения T_S, T_P используются для получения амплитуды прошедшей волны. Точнее, нужно получить величину, измеряемую антенной, т.е. E_x. Как следует из пятого уравнения приведенной системы, на выходе из линзы $E_x = T_S\frac{-n_y}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + T_P\zeta\frac{n_x}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}}$. Мы считаем, что волна прошла в свободном пространстве расстояние l, так что в результате передаточная функция системы равна $T(n_x,n_y) = \left(T_S\frac{-n_y}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}} + T_P\zeta\frac{n_x}{\sqrt{n_x^2+n_y^2}}\right)\exp(ik_0 n_z l)$. Обозначим $T_0(n_x,n_y)$ передаточную функцию при отсутствии линзы. Ее можно вычислить как $T(n_x,n_y)$ в случае, когда толщина линзы равна нулю.

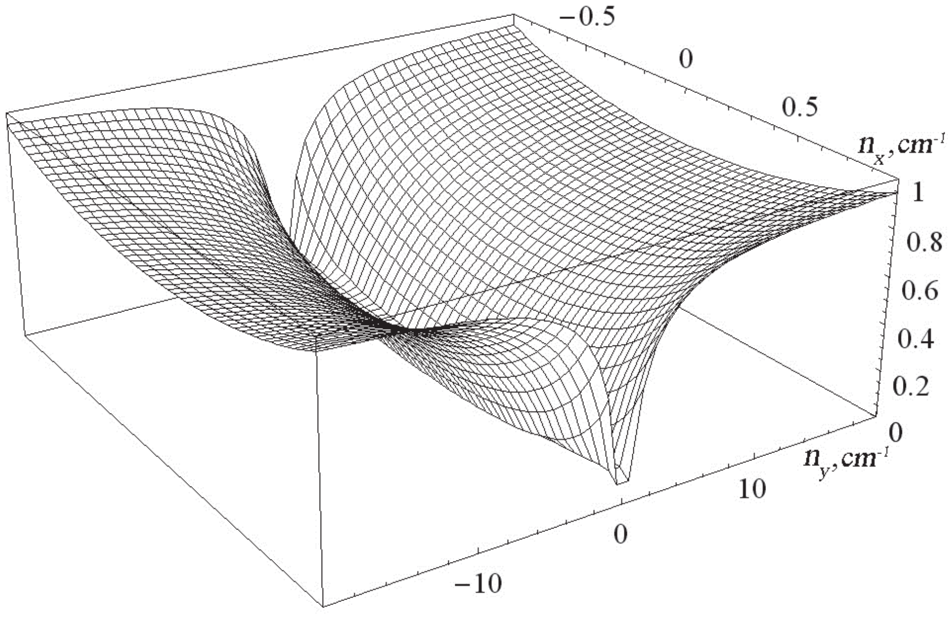


Рисунок 4.116 − Отношение передаточных функций системы с линзой и без нее. Параметры соответствуют рисунку 4.111.

Чтобы сравнить прохождение составляющих спектра через систему с линзой и без нее, удобно строить отношение $\left|T(n_x,n_y)/T_0(n_x,n_y)\right|$ (рисунок 4.116). Спектр по n_x узкий из-за больших размеров антенн по оси x, поэтому нас интересует вертикальная полоса в пределах $-1<n_x<1$. Видно, что волны с малыми n_y не пропускаются. К тому же, для частот из указанной полосы $\left|T(n_x,n_y)/T_0(n_x,n_y)\right|<1$. Это означает, что линза работает как фильтр, а не как усилитель высоких частот. Наличие составляющей n_x хотя и приводит к появлению *p*-поляризации в падающих волнах, но при $-1<n_x<1$ плазмонный резонанс не возникает.

4.5.5 Выводы

При формировании изображения анизотропной пластинкой, имеющей вдоль оси анизотропии отрицательное значение диэлектрической проницаемости, достигается увеличение разрешения в направлении, перпендикулярном этой оси. Однако механизмом этого увеличения служит не плазмонный резонанс и усиление ближних полей, как в случае разрешения вдоль направления отрицательной диэлектрической проницаемости, а фильтрация, т.е. ослабление дальних полей, замывающих мелкие детали. Вообще говоря, данный механизм должен работать и для линзы Пендри, изготовленной из изотропного материала (согласно [51], увеличение разрешения в этом случае должно наблюдаться только для *TM*-поляризованных волн и только в направлении, перпендикулярном магнитному полю), что объясняет увеличение разрешения по всем направлениям при использовании тонкой серебряной пленки при фотолитографии [238], где в формировании изображения участвуют как *TM*-, так и *TE*-волны.

Глава 5. Активная фотоника. Прохождение света через однослойные и многослойные системы, содержащие усиливающие слои

Рассмотрено распространение света через единичный усиливающий слой и многослойные системы, содержащие усиливающие слои. Проведен сравнительный анализ результатов, основанных на применении формул Френеля и на суммировании рядов Эйри, а также результатов, полученных численным решением нелинейных уравнений Максвелла-Блоха FDTD-методом. Рассмотрена задача о нормальном и наклонном прохождении волны как через усиливающий слой, так и через пластину фотонного кристалла. Для задачи о фотонном кристалле рассмотрены случаи нахождения линии усиления как в разрешенной, так и в запрещенной зоне фотонного кристалла.

Показано, что приближение плоской монохроматической волны в общем случае неприменимо к системе с усиливающими средами, что выражается в нарушении принципа причинности. Однако учет структуры переднего фронта волны и конечной апертуры пучка делают постановку задачи физически осмысленной и позволяют получить корректные результаты во всех трех подходах.

Глава написана по материалу работ [A24, A25, A26].

5.1 Введение

Задача о прохождении света через систему усиливающих слоев имеет большое прикладное и фундаментальное значение. Прикладные задачи связаны с созданием полупроводниковых лазеров поверхностного излучения с вертикальным объемным резонатором (vertical cavity surface-emitting lasers — VCSEL). Усиливающие многослойные системы часто используются в качестве модельных сред при изучении андерсоновской локализации света [239-249] и лазерной генерации в случайных средах [250-252]. В последнее время возрождение интереса к задачам о прохождении света через многослойные усиливающие системы инспирировано фундаментальными исследованиями метаматериалов [20, 25, 253]. Наряду с этим данная задача обладает большим методическим значением, так как пренебрежение дифракционными явлениями и одномерность задачи позволяют получить аналитические ответы.

Выбор круга явлений, рассмотренных в этом обзоре, подразумевает дальнейшее применение полученных результатов для анализа свойств метаматериалов, содержащих слои с усиливающими элементами [20, 254-257].

Уникальные свойства метаматериалов (отрицательные значения магнитной и диэлектрической проницаемостей) возникают благодаря плазмонному резонансу на металлических наночастицах-включениях. В рассматриваемых нами явлениях знаки импеданса и коэффициента преломления не имеют существенного значения, и поэтому мы не будем сосредотачивать внимание на средах с отрицательным преломлением, отсылая интересующегося читателя к вышедшим в последнее время обзорам [A13, A17], где изложены различные подходы к решению этой проблемы.

Практически во всех предполагаемых применениях требуются метаматериалы с черезвычайно низким уровнем потерь [258], достичь который в настоящее время в пассивных системах не представляется возможным. Для уменьшения потерь было предложено сочетать метаматериалы с усиливающими средами (см. [20, 255, 256, 259-262] , а также обзор [263] и приведенные там ссылки). В частности, в [20] было предложено чередовать слои метаматериалов со слоями усиливающей среды (схема Пендри-Рамакришны). В работах [261, 264] было предложено вводить усиливающие элементы непосредственно в матрицу метаматериала.

Задачей настоящего обзора является описание физической картины прохождения электромагнитной волны через многослойные системы, содержащие усиливающие слои. Основное внимание уделено линейной стадии взаимодействия с полем падающей волны, т.е. до начала лазерной генерации. Для этой цели мы будем описывать усиливающие среды при помощи диэлектрической проницаемости с отрицательной мнимой частью. Взаимодействие системы с волной будет рассчитываться двумя способами: исходя из граничных условий для суммарного поля (метод Френеля) и из рассмотрения распространения волны как процесса переотражений (метод Эйри). Результаты будут контролироваться путем сравнения с численным решением «честных» нелинейных уравнений Максвелла-Блоха, описывающих взаимодействие квантово-механической системы (атома, молекулы или квантовой точки) с инвертированной населенностью и классического электромагнитного поля [265]. Далее, для определенности, мы будем говорить о квантовой точке (КТ). Как будет показано (см. также [254, 266, 267]), при отсутствии лазерной генерации, в пределе слабых полей распространение волны можно описывать уравнениями Максвелла, вводя отрицательную мнимую часть диэлектрической проницаемости $\operatorname{Im} \varepsilon < 0$. Простота такого подхода делает его привлекательным для теоретических исследований усиливающих сред [268-272], кроме того, этот подход является основным при обработке эксперимента по метаматериалам [255, 256, 273].

Возможность описания прохождения электромагнитной волны через образец в терминах линейной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{gain}(\omega)$, рассматриваемая нами в данном обзоре, чрезвычайно важна как с точки зрения приложений (это существенно облегчает конструирование конкретных устройств), так и с точки зрения трактовки эксперимента (существующие подходы характеризации электромагнитных свойств метаматериалов базируются на гипотезе о возможности введения эффективной диэлектрической проницаемости метаматериалов $\varepsilon_{gain}(\omega)$). Действительно, в большинстве исследований, посвященных свойствам метаматериалов с усиливающими компонентами, предполагается, что эти метаматериалы являются линейными средами [257, 274-276]. Иными словами, в таких работах рассматриваются либо подпороговые режимы, либо переходные режимы до установления стационарной генерации. Этими случаями данный подход исчерпывается, так как установившаяся лазерная генерация превращает метаматериал с усилением в нелинейный объект.

Как правило, в эксперименте измеряются коэффициенты прохождения T и отражения R от слоя. Алгоритм получения из R и T коэффициента преломления и импеданса или, альтернативно, диэлектрической и магнитной проницаемостей материала основан на использовании формул Френеля, точнее, на решении одномерного волнового уравнения [277-283]. В случае пассивных «правых» сред особых проблем не возникает. В случае «левых» сред, когда значения диэлектрической и магнитной проницаемостей отрицательны [253], процедура извлечения гомогенизированных значений эффективных проницаемостей $\varepsilon_{eff}(\varepsilon)$ и $\mu_{eff}(\varepsilon)$ из $R(\varepsilon)$ и $T(\varepsilon)$ не является однозначной. Это связано с неоднозначностью выделения аналитической ветви корня квадратного от функции двух комплексных переменных [A13]. В отличие от случая одного комплексного переменного [284], комплексный анализ не дает однозначного рецепта выделения однозначной аналитической ветви функции двух комплексных переменных. Физически согласованный подход был разработан для пассивных сред: корень квадратный $\sqrt{Z_1 Z_2}$ из произведения комплексных сомножителей определяется как произведение квадратных корней из каждого сомножителя $\sqrt{Z_1}\sqrt{Z_2}$ [285]. Выбор «правильной» ветви квадратного корня осуществляется из физических соображений: действительная часть входного импеданса $\operatorname{Re} Z$ должна быть положительной [286] При использовании усиливающих сред вопрос о знаке действительной части входного импеданса остается открытым [A13], поскольку амплитуда отраженной волны может быть больше амплитуды падающей. Действительно, в работах [287, 288] при рассмотрении наклонного падения на усиливающую среду в условиях полного внутреннего отражения наблюдался коэффициент отражения больше единицы. Сам по себе этот факт не является неожиданным, так как волна в условиях полного внутреннего отражения, прежде чем отразиться, частично заходит в усиливающую среду [289, 290]. Однако вопрос о том, может ли поток энергии исходить из образца навстречу падающей волне ($\operatorname{Re} Z < 0$) в случае малых углов падения (в частности, в случае нормального падения) требует отдельного рассмотрения.

Описание усиливающей среды при помощи диэлектрической проницаемости вполне оправдано для схемы Пендри-Рамакришны, где области с усиливающим веществом и области, где находятся плазмонные нано-частицы (НЧ), разделены. Однако при введении инвертированных КТ непосредственно в матрицу, окружающую металлические НЧ, возникает квантовая задача возбуждения инвертированной КТ поверхностного плазмона, локализованного на НЧ. Фактически, пара НЧ плюс КТ образует спазер [22], интенсивно изучающийся в последнее время. Решение задачи о взаимодействии системы спазеров, находящихся выше порога генерации, с проходящей по метаматериалу электромагнитной волной требует иных подходов, учитывающих как квантовые, так и нелинейные свойства спазера. В настоящем обзоре эти вопросы рассматриваться не будут, они проанализированы в работах [291-296], [A21].

Отметим, что интерпретация существующего к настоящему времени эксперимента [255, 297] затруднена тем, что в нем используются образцы, обладающие чертами обеих схем: как правило, инвертированные КТ нанесены на готовый образец метаматериала [297].

Интерес к режимам, предшествующим началу генерации, связан с тем, что для применения метаматериалов одинаково губительными являются как потери, так и усиление. Действительно, приборы на основе метаматериалов, в частности суперлинза [25], при помощи которой предполагается превзойти дифракционный предел, как правило, являются ближнепольными устройствами. Передача энергии ближними полями (неоднородными волнами или эванесцентными модами) обладает известной спецификой [298], [A2]: одна неоднородная волна энергии не передает, так как электрическое и магнитное поле в ней сдвинуты на четверть периода [A15], и вектор Пойнтинга тождественно обращается в ноль. Для передачи энергии требуется вторая (отраженная) ближнепольная волна. Вклад в передачу энергии дают перекрестные (интерференционные) члены, возникающие из-за перекрытия магнитного поля одной волны и электрического поля другой, причем для образования ненулевого потока энергии требуется наличие разности фаз у этих волн [298]. Верно и обратное: при возникновении потока энергии возникает сдвиг фазы у «интерферирующих» ближних полей. Наличие потерь или усиления создает поток энергии в этой системе. В результате в слое метаматериала возникает не предусмотренный «схемой без потерь» сдвиг фаз, как правило, зависящий от волнового числа эванесцентной гармоники. Возникающая деструктивная интерференция приводит к частичному или полному разрушению сверхизображения [A1]. Таким образом, нужна точная компенсация потерь, и наиболее интересными представляются здесь именно подпороговые режимы. При этом есть надежда создать метаматериалы, в которых потери в металле скомпенсированы за счет притока энергии от КТ еще до развития спазерной генерации.

5.2 Описание усиливающей среды при помощи диэлектрической проницаемости с отрицательной мнимой частью

Прежде чем перейти к исследованию особенностей распространения света в усиливающей среде, рассмотрим возможность сведения изначально квантовой задачи к полуклассической, т.е. к использованию диэлектрической проницаемости с отрицательной мнимой частью. Наличие большого числа фотонов в рассматриваемых нами модах излучения позволяет пренебречь квантовыми флуктуациями и описывать электромагнитное поле классическими уравнениями Максвелла [299, 300]. В то же время, поведение двухуровневой системы, моделирующей КТ, требует квантово-механического рассмотрения. Такое приближение называется полуклассическим, а получающаяся система уравнений – уравнениями Максвелла-Блоха. Для одномерного случая, когда все физические величины зависят только от координаты z и времени, и волна распространяется по нормали к слоям метаматериала, эти уравнения принимают вид [265, 267, 301-303]:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}-\frac{\varepsilon_0(z)}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \qquad (5.207)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}+\frac{2}{\tau_P}\frac{\partial P}{\partial t}+\omega_0^2 P=-\frac{2\omega_0|\mu|^2 nE}{\hbar}, \qquad (5.208)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\frac{1}{\tau_n}\left(n-n_0\right)=\frac{2}{\hbar\omega_0}E\frac{\partial P}{\partial t}. \qquad (5.209)$$

Здесь электрическое поле $E(z,t)$, поляризация $P(z,t)$, диэлектрическая проницаемость матрицы $\varepsilon_0\left(z\right)$, и инверсия населенностей n верхнего и нижнего уровней квантовой точки предполагаются действительными величинами. Внешнее возбуждение стремится привести n к значению n_0, а индуцированное излучение уменьшает величину n. Частота перехода квантовых точек обозначена как ω_0, а недиагональный матричный элемент дипольного момента перехода квантовой точки через μ, τ_P и τ_n – характерные времена релаксации поляризации и инверсии населенностей. Релаксация инверсии населенностей, называемая также продольной релаксацией, определяется процессами передачи энергии возбуждения квантовых точек в фононы. Релаксация поляризации (поперечная релаксация) связана с теми же процессами, а также с упругими процессами, не меняющими инверсию населенностей, но меняющими фазу поляризации. Поэтому время поперечной релаксации всегда меньше, чем продольной [302].

Уравнение (5.207) представляет собой волновое уравнение, получаемое из уравнений Максвелла для неоднородной среды. Уравнения (5.208), (5.209) получаются из уравнений для матрицы плотности КТ и описывают поляризацию и инверсную населенность КТ [301, 304, 305].

Переходя к Фурье-представлению, правую часть уравнения (5.209) запишем в виде $\frac{1}{2\hbar\omega_0}\left(E^*\frac{\partial P}{\partial t}+E\frac{\partial P^*}{\partial t}\right)$ (см. [286]). При этом $n\left(z\right)$ перестает зависеть от времени. Переменные P и n можно исключить, получив одно уравнение на электрическое поле:

$$\partial^2E\left(z,\omega\right)/\partial z^2+\left(\omega/c\right)^2\varepsilon_{gain}\left(\omega\right)E\left(z,\omega\right)=0. \qquad (5.210)$$

В этом случае усиливающая среда описывается эффективной диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon_{gain}(\omega) = \varepsilon_0 + \alpha \frac{\omega_0}{\omega} \frac{-i + \dfrac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\omega / \tau_P}}{1 + \beta |E|^2 + \left(\dfrac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\omega / \tau_P} \right)^2}, \qquad (5.211)$$

имеющей отрицательную мнимую часть при $n_0 > 0$ (см. также [267, 306], [A22, A24]), здесь $\alpha = 4\pi |\mu|^2 \tau_P n_0 / \hbar$, $\beta = |\mu|^2 \tau_n \tau_P / \hbar^2$.

Из-за зависимости ε_{gain} от E уравнение (5.210) представляет собой нелинейное уравнение Гельмгольца, описывающее распределение поля гармоники $E(z,\omega)$ по z. Уменьшение мнимой части $\varepsilon_{gain}(\omega)$ с увеличением интенсивности поля $E(z,\omega)$ связано с подавлением инверсии населенностей КТ за счет индуцированного излучения. Однако при малой величине поля излучения,

$$|E|^2 << \frac{\hbar^2}{|\mu|^2 \tau_P \tau_n}, \qquad (5.212)$$

распространение по усиливающей среде можно описывать с помощью независящей от поля диэлектрической проницаемости, частотная дисперсия которой имеет вид «антирезонанса», а мнимая часть – отрицательна:

$$\varepsilon_{gain}(\omega) = \varepsilon_0 - \frac{2\alpha\omega_0 / \tau_P}{-2i\omega / \tau_P + \omega_0^2 - \omega^2}. \qquad (5.213)$$

Сразу отметим, что использование нелинейного уравнения Гельмгольца (5.210) позволяет учесть влияние интенсивности поля на свойства среды лишь ниже порога генерации. Это связано с тем, что начало лазерной генерации наступает, как правило, на частоте, отличной от частоты падающей волны (см., например, [307]).

5.3 Падение света по нормали на усиливающий слой

5.3.1 История вопроса

Вопрос об отражении плоской волны, падающей по нормали на усиливающую среду, имеет долгую историю [268-272], полную противоречий и неясных мест. В частности, в работе [270] теоретически исследуется отражение волны от границы раздела двух сред, одна из которых является усиливающей. При этом сначала рассматривается прохождение волны через усиливающий слой конечной толщины, а коэффициент отражения находится из решения одномерного волнового уравнения с использованием максвелловских граничных условий [308]. Ниже такой подход будем называть подходом Френеля. Далее в [270] осуществляется предельный переход к полубесконечному слою. Найденный таким образом коэффициент отражения R от усиливающего полупространства оказывается больше единицы. Это означает, что в полупространстве, заполненном усиливающей средой, распространяется только одна встречная волна, идущая из бесконечности и несущая энергию навстречу падающей волне, что находится в явном противоречии с принципом причинности.

Такое решение было подвергнуто критике в [269], где было отмечено, что волны, «возникающие при последовательных отражениях от границ слоя, образуют, при достаточно большом d, расходящийся ряд и решения просто нет». Фактически, это соответствует расходимости ряда парциальных волн Эйри [309, 310]. Налицо явное противоречие: подход Френеля дает конечный результат, а ряд Эйри расходится. Заметим, что для диссипативных сред результат суммирования ряда Эйри всегда согласуется с предсказаниями подхода Френеля.

В [269] для разрешения этого парадокса вместо стационарной задачи о прохождении бесконечной плоской волны было предложено рассматривать прохождение импульса. Утверждалось, что, если внутри слоя имеет место бесконечный рост амплитуды импульса со временем, то преобразование Фурье от амплитуды поля $E(z,\omega)$ не существует. Следовательно, и представление поля в виде суммы монохроматических волн в этом случае некорректно. Вместо этого было предложено раскладывать поле по волнам с экспоненциально возрастающей амплитудой (см. также [311]), в соответствии с обобщенным преобразованием Фурье [312, 313]. При этом контур интегрирования на комплексной плоскости частот в обратном преобразовании Фурье располагается выше всех полюсов подынтегральной функции. Как будет показано ниже, полюса, лежащие выше вещественной оси, дают экспоненциально растущую во времени поправку к обычному решению, полученному в рамках френелевского подхода.

Ниже рассмотрено прохождение электромагнитных волн через усиливающий слой волны в виде полубесконечного цуга с конечным передним фронтом. Проведен сравнительный анализ результатов, получаемых из подхода Френеля, подхода Эйри и результатов численного решения уравнений Максвелла-Блоха методом FDTD.

5.3.2 Подходы Френеля и Эйри

Перейдем теперь непосредственно к рассмотрению задачи о нормальном падении полубесконечного синусоидального цуга с плавным фронтом на усиливающий слой конечной толщины d. Пусть, для определенности, цуг падает слева направо. Предполагая условие (5.212) выполненным, пренебрежем на первом этапе нелинейностью, т.е. будем использовать диэлектрическую проницаемость вида (5.213) в уравнении (5.210). Линейность задачи позволяет перейти к Фурье-представлению амплитуды $E(z,t)$. В этом случае наше рассмотрение сводится к задаче о прохождении плоской волны через однородный слой с отрицательной мнимой частью диэлектрической проницаемости $\operatorname{Im}\varepsilon_{gain} < 0$, когда распределение поля $E(z,\omega)$ представляется в виде произведения распределения поля при единичной падающей волне $g(z,\omega)$ на амплитуду падающей волны. Вид функции $g(z,\omega)$ находится из решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка (5.210) с использованием максвелловских граничных условий непрерывности полей (подход Френеля):

$$g(z,\omega)=\begin{cases} \exp(ik_0z)+r(d)\exp(-ik_0z), & z<0, \\ a(d)\exp\left(ik_0z\sqrt{\varepsilon_{gain}}\right)+b(d)\exp\left(-ik_0z\sqrt{\varepsilon_{gain}}\right), & 0<z<d, \\ t(d)\exp\left(ik_0(z-d)\right), & z>d. \end{cases} \qquad (5.214)$$

Амплитуды $r(d)$, $a(d)$, $b(d)$, $t(d)$ находятся из сшивки тангенциальных компонент полей на границах слоя $z=0$ и $z=d$ [286]:

$$r(d)=-\frac{\left(Z_1^2-Z_2^2\right)\left(\exp\left(-ik_0d\sqrt{\varepsilon_{gain}}\right)-\exp\left(ik_0d\sqrt{\varepsilon_{gain}}\right)\right)}{\left(Z_1+Z_2\right)^2\exp\left(-ik_0d\sqrt{\varepsilon_{gain}}\right)-\left(Z_1-Z_2\right)^2\exp\left(ik_0d\sqrt{\varepsilon_{gain}}\right)} \qquad (5.215)$$

$$t(d)=\frac{4Z_1Z_2}{\left(Z_1+Z_2\right)^2\exp\left(-ik_0d\sqrt{\varepsilon_{gain}}\right)-\left(Z_1-Z_2\right)^2\exp\left(ik_0d\sqrt{\varepsilon_{gain}}\right)} \qquad (5.216)$$

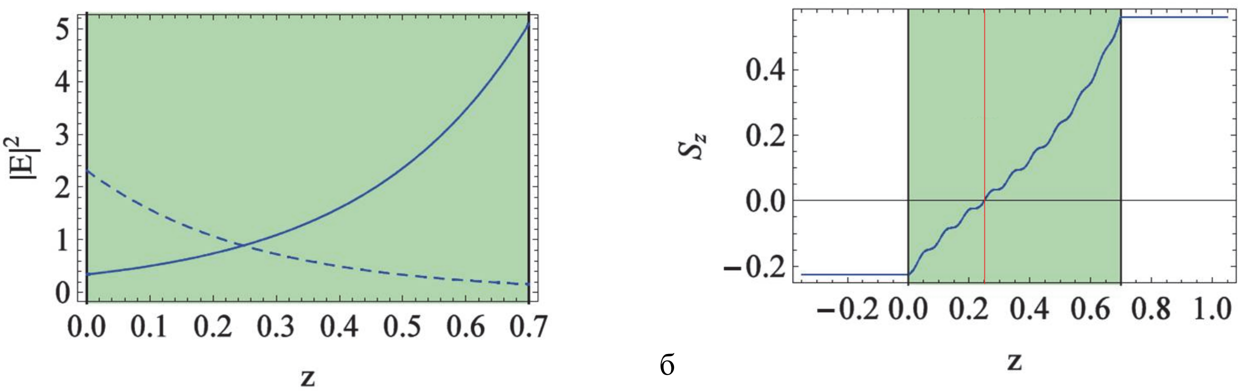
$$a(d)=\frac{2Z_2\left(Z_1+Z_2\right)\exp\left(-ik_0d\sqrt{\varepsilon_{gain}}\right)}{\left(Z_1+Z_2\right)^2\exp\left(-ik_0d\sqrt{\varepsilon_{gain}}\right)-\left(Z_1-Z_2\right)^2\exp\left(ik_0d\sqrt{\varepsilon_{gain}}\right)} \qquad (5.217)$$

$$b(d)=\frac{2Z_2\left(Z_1-Z_2\right)\exp\left(ik_0d\sqrt{\varepsilon_{gain}}\right)}{\left(Z_1+Z_2\right)^2\exp\left(-ik_0d\sqrt{\varepsilon_{gain}}\right)-\left(Z_1-Z_2\right)^2\exp\left(ik_0d\sqrt{\varepsilon_{gain}}\right)} \qquad (5.218)$$

где $Z_1=1$ и $Z_2=1/\sqrt{\varepsilon_{gain}}$ – характеристические импедансы вакуума и среды, а k_0 – волновое число в вакууме. Отметим, что поле волны в слое является суммой полей двух волн (рисунок 5.117). Одна из них, имеющая положительную действительную часть волнового числа и положительную z-компоненту вектора Пойнтинга, возрастает (усиливается) вглубь слоя. Эту волну будем называть «падающей», а вторую, соответственно, «встречной». «Встречная» волна убывает вглубь слоя и имеет отрицательную компоненту S_z вектора Пойнтинга. Отношение величин электрических полей этих двух волн на правой границе слоя $z=d$ однозначно определяется импедансом прошедшей волны, и, таким образом, не зависит от толщины слоя. Так как «встречная» волна (штриховая линия на рисунке 5.117а), двигаясь, справа налево, усиливается, то при достаточно большой толщине слоя на левой границе $z=0$ она по интенсивности превысит «падающую» (сплошная линия на рисунке 5.117а).[20] Плоскость $z=z^*$, определяемая равенством интенсивностей прямой и обратной волн, характеризуется также нулевым потоком энергии, проходящим через эту плоскость. При $z<z^*$ поток энергии направлен влево, при $z>z^*$ – вправо. Расстояние d_0 от плоскости $z=z^*$ до правой границы слоя нетрудно получить из уравнений (5.215)–(5.218) и условия равенства интенсивностей волн, двигающихся в пластинке навстречу друг другу. Таким образом

$$d_0=\frac{1}{4k_0\kappa}\ln\left[\frac{\left(n_{gain}+1\right)^2+\kappa_{gain}{}^2}{\left(n_{gain}-1\right)^2+\kappa_{gain}{}^2}\right], \tag{5.219}$$

где $n_{gain}=\mathrm{Re}\sqrt{\varepsilon_{gain}}$ и $\kappa_{gain}=\mathrm{Im}\sqrt{\varepsilon_{gain}}$. Заметим, что d_0 зависит от уровня накачки κ_{gain}, и для одного и того же образца может быть как меньше, так и больше толщины образца d.



[20]Во всех численных расчетах мы использовали параметры, характерные для усиливающих сред с полупроводниковыми КТ [254]: $\omega_0=10^{15}c^{-1}$, $\tau_p=3\cdot10^{-14}c$, $\tau_n=5\cdot10^{-13}c$, $n_0=2.15\cdot10^{18}$ атомов/$см^3$, $|\mu|^2=\left(1.5\cdot10^{-17}\right)^2 дин\cdot см^3$, $\varepsilon_0=2$ в усиливающем слое ($0<z<d$) и 1 вне него. Далее для удобства сравнения результатов было проведено обезразмеривание системы (1), при котором время (t, τ_p, τ_n) измерялось в единицах τ_p, координата – в единицах $c\tau_p$, частота ω_0 – в единицах τ_p^{-1}, E и P – в единицах $\sqrt{\hbar n_0/\tau_p}$, n – в единицах n_0, $|\mu|^2$ – в единицах $\hbar/\left(n_0\tau_p\right)$. В результате получаем значения безразмерных параметров $\omega_0=30$, $\tau_p=1$, $\tau_n=167$, $n_0=1$, $|\mu|^2=0.0145$, при этом константы c и $\hbar$ исчезают из уравнений.

Рисунок 5.117 − Результаты расчета электрического поля $E(z,\omega)$ в рамках подхода Френеля. (а) Падающая (сплошная линия) и встречная (штриховая линия) волны. (б) Поток энергии S_z в слое толщиной $d > d_0$. Усиливающий слой закрашен. Частота падающей волны ω равна частоте перехода КТ ω_0, диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_{gain} = 2 - 0.182i$ получена из формулы (5.213) при значениях параметров, характерных для усиливающих сред с полупроводниковыми КТ [254].[21]

На самом деле, выражение (5.219) для d_0 является приближенным. Оно найдено из условия равенства интенсивностей волн в пластинке. Но это условие не гарантирует равенство нулю потока энергии $S_z = \frac{c}{4\pi}\left[n_{gain}\left(a(d_0)a^*(d_0) - b(d_0)b^*(d_0)\right) + 2\kappa_{gain}\,\mathrm{Im}\left(a(d_0)b^*(d_0)\right)\right]$. Из последнего выражения видно, что при ненулевой мнимой части волнового числа $\mathrm{Im}\,k = \kappa_{gain}$ встречные волны при наличии разности фаз между ними создают интерференционный вклад в поток энергии [297]. Интерференционная поправка проявляется в виде мелкой ряби на рисунке 5.117б, которая несколько смещает точку, где $S_z = 0$. Однако, как правило, это влияние незначительно.

При толщине слоя, большей d_0, как указывалось выше, внутри слоя появляется область, где поток энергии направлен навстречу падающей волне (рисунок 5.117б). Из непрерывности потока энергии внутри слоя и его постоянства вне слоя следует, что при $d > d_0$ коэффициент отражения больше единицы. При дальнейшем увеличении толщины слоя подход Френеля предсказывает рост области, где преобладает «встречная» волна, убывающая слева направо и несущая энергию справа налево, навстречу «падающей» волне [270]. Энергия переносится слева направо лишь в слое

---

[21]Во всех численных расчетах мы использовали параметры, характерные для усиливающих сред с полупроводниковыми КТ [254]: $\omega_0 = 10^{15} c^{-1}$, $\tau_p = 3\cdot 10^{-14}$ с, $\tau_n = 5\cdot 10^{-13}$ с, $n_0 = 2.15\cdot 10^{18}$ атомов/см^3, $|\mu|^2 = \left(1.5\cdot 10^{-17}\right)^2$ дин$\cdot$см^3, $\varepsilon_0 = 2$ в усиливающем слое ($0 < z < d$) и 1 вне него. Далее для удобства сравнения результатов было проведено обезразмеривание системы (1), при котором время (t, τ_p, τ_n) измерялось в единицах τ_p, координата – в единицах $c\tau_p$, частота ω_0 – в единицах τ_p^{-1}, E и P – в единицах $\sqrt{\hbar n_0/\tau_p}$, n – в единицах n_0, $|\mu|^2$ – в единицах $\hbar/(n_0\tau_p)$. В результате получаем значения безразмерных параметров $\omega_0 = 30$, $\tau_p = 1$, $\tau_n = 167$, $n_0 = 1$, $|\mu|^2 = 0.0145$, при этом константы c и $\hbar$ исчезают из уравнений.

толщины d_0, примыкающем к задней границе слоя. Важно отметить, что при увеличении толщины слоя подход Френеля (5.216) предсказывает стремление коэффициента прохождения T к нулю, а коэффициента отражения R – к конечному значению (рисунок 5.118). Таким образом, предельный переход к полупространству ($d / d_0 \to \infty$) дает коэффициент отражения больше единицы и распространяющуюся по полупространству «встречную» волну (см. [270]).

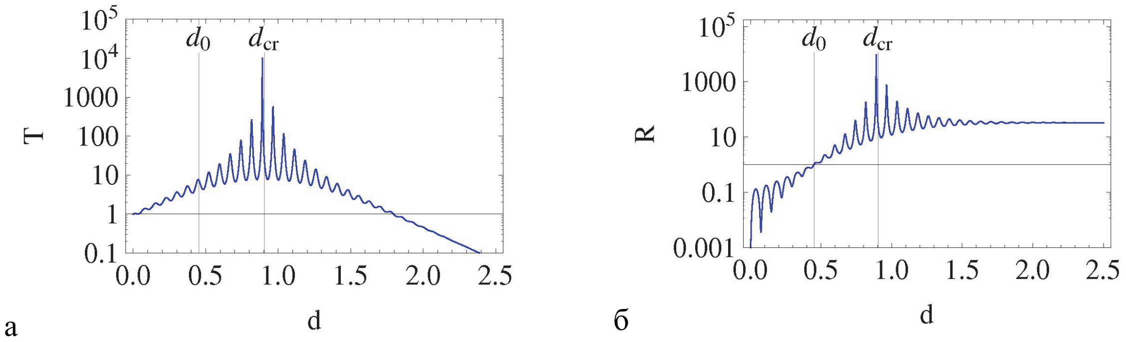


Рисунок 5.118 − Коэффициенты (а) прохождения T по интенсивности и (б) отражения R по интенсивности от усиливающего слоя в зависимости от его толщины d, рассчитанные в рамках подхода Френеля. Параметры те же, что на рисунке 5.117.

В случае диссипативных сред результат расчета распределения поля, использующий подход Френеля (5.214)–(5.218), совпадает с результатом суммирования парциальных волн ряда Эйри, возникающих при последовательных переотражениях волн от границ слоя [314, 315]. В случае усиливающего слоя результаты применения подходов Эйри и Френеля могут отличаться. Рассмотрим построение Эйри (рисунок 5.119) подробнее. Падающая волна единичной амплитуды рассеивается на передней поверхности образца. В результате получается отраженная волна с амплитудой

$$r_\infty = \left(Z_1 - Z_2\right) / \left(Z_1 + Z_2\right), \tag{5.220}$$

и прошедшая волна с амплитудой $t_{\infty 1} = 2Z_1 / (Z_1 + Z_2)$, где r_∞ и $t_{\infty 1}$ – коэффициенты отражения и прохождения в задаче о полупространстве. Обычно предполагается, что прошедшая волна должна быть «падающей» [269], т.е. иметь $\operatorname{Re} Z_2 > 0$. Эта волна распространяется по образцу, и на правой границе ($z = d$) ее амплитуда приобретает множитель $\exp(i\delta)$, $\delta = k_0 \sqrt{\varepsilon_{gain}} d$. После этого она проходит через правую границу с коэффициентом $t_{\infty 2} = 2Z_2 / (Z_1 + Z_2)$, так что амплитуда первой прошедшей через образец волны равна $\tau_1 = t_{\infty 1} t_{\infty 2} \exp\left(ik_0 \sqrt{\varepsilon_{gain}} d\right)$. Часть волны отражается от правой границы образца с коэффициентом отражения $-r_\infty$, превращаясь во «встречную» волну. Затем она проходит по образцу справа налево, отражается от левой границы с коэффициентом отражения $-r_\infty$, превращается в «падающую» и двигается слева направо до границы образца. При прохождении границы этой «падающей» волной возникает вторая прошедшая парциальная волна с амплитудой, равной $\tau_2 = \tau_1 q$, где

$$q = r_\infty^2 \exp\left(2ik_0 \sqrt{\varepsilon_{gain}} d\right) = r_\infty^2 \exp(2i\delta) \tag{5.221}$$

Амплитуда каждой последующей парциальной волны получается умножением на множитель q (знаменатель геометрической прогрессии). В результате полный коэффициент прохождения дается рядом

$$t(d) = t_{\infty 1} t_{\infty 2} \exp\left(ik_0 \sqrt{\varepsilon_{gain}} d\right)\left(1 + r_\infty^2 \exp(2i\delta) + \ldots\right) = t_{\infty 1} t_{\infty 2} \exp\left(ik_0 \sqrt{\varepsilon_{gain}} d\right) \sum_{n=0}^{\infty} \left(r_\infty^2 \exp(2i\delta)\right)^n \tag{5.222}$$

Просуммировав прогрессию (5.222), приходим к выражению (5.216).

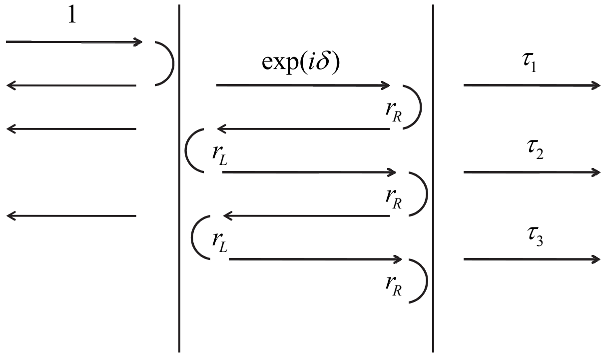


Рисунок 5.119 − Процедура Эйри для нахождения коэффициентов отражения и прохождения от пластинки как последовательность переотражений. В случае однородного слоя $r_L = r_R = -r_\infty$.(3)

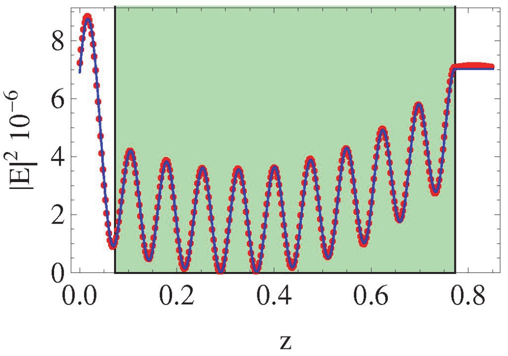
Заметим, что прогрессия (5.222) сходится только при $|q|<1$. Это условие соответствует либо отсутствию усиления, либо, при его наличии, малой толщине слоя, $d < d_{cr}$. При $d = d_{cr}$ модуль q обращается в единицу. При $d < d_{cr}$ ослабление волны за счет выхода ее из образца превышает усиление за счет прохода по усиливающей среде. Величина d_{cr} ровно в два раза превышает величину d_0 и определяется выражением

$$d_{cr} = 2d_0 = \frac{1}{2k_0\kappa_{gain}} \ln\left[\frac{\left(n_{gain}+1\right)^2+\kappa_{gain}^2}{\left(n_{gain}-1\right)^2+\kappa_{gain}^2}\right]. \qquad (5.223)$$

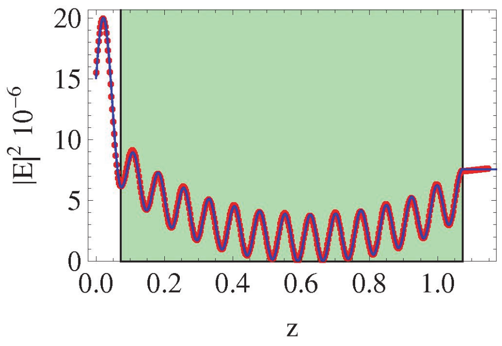
При $d > d_{cr}$ ряд Эйри (5.222) расходится, а подход Френеля (5.214)–(5.218) дает для амплитуды прошедшей волны конечный результат.

Таким образом, при $d > d_{cr}$ подходы Френеля и Эйри дают разные результаты. Поэтому нами было проведено численное FDTD-моделирование решения уравнений Максвелла-Блоха (5.207)–(5.209), корректно описывающих усиливающую среду. Рассматривалась временная задача о нормальном падении на усиливающий слой полубесконечного синусоидального цуга с плавным передним фронтом. Для сравнения с подходами Френеля и Эйри находилось стационарное распределение поля, возникающее после окончания переходного процесса.

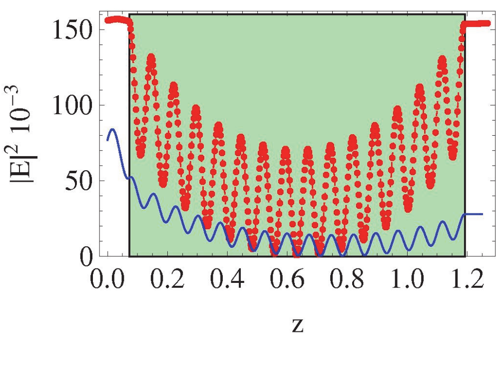
Из рисунка 5.120а видно, что в области значений параметров задачи, для которых ряд Эйри (5.222) сходится ($d < d_{cr}$), имеется согласие результатов численных и обоих аналитических подходов. При толщинах $d_{cr} < d < d_{las}$ ряд Эйри (5.222) расходится, но подход Френеля и результаты численного моделирования дают совпадающие результаты (рисунок 5.120б). При толщинах, больших некоторого значения d_{las}, начинается лазерная генерация, и значения поля, полученные в ходе численного эксперимента, начинают превышать результат, полученный с использованием подхода Френеля (рисунок 5.120в). Это связано с нарушением условия (5.212), и установившееся решение не описывается в линейном приближении, т.е. по Френелю.[22]



а



б



[22] Область значений d вблизи d_{cr} будет рассмотрена ниже.

в

Рисунок 5.120 − Интенсивность электрического поля, рассчитанная в рамках подхода Френеля (3) (сплошные линии) и по уравнениям Максвелла-Блоха (5.207)–(5.209) (пунктирные линии) при прохождении волны (а) через слой с толщиной $d = 0.7$, меньшей критического значения $d_{cr} \approx 0.905$; (б) через слой толщины $d = 1$, большей критического значения, когда генерация все еще отсутствует; и (в) через слой толщиной $d = 1.12$, когда возникает лазерная генерация. Частота падающей волны ω равна частоте перехода КТ ω_0, а дипольный момент КТ $|\mu|^2 = 0.0145$, интенсивность падающей волны равна (а) 10^{-6}, (б) 10^{-6}, (в) 10^{-3} в безразмерных единицах.[1]

Построение ряда Эйри (5.222) весьма наглядно описывает прохождение полубесконечного цуга волн через слой вещества. Однако для усиливающей среды оно должно проводиться по-разному для случаев $d < d_{cr}$ и $d > d_{cr}$. Действительно, по построению r_∞ – это коэффициент отражения в задаче об отражении плоской волны от полупространства. Величина r_∞ зависит от того, с какой волной в слое «сшивается» падающая из вакуума волна.

Если брать, как это обычно делается для диссипативных сред [316], волну, переносящую энергию вглубь слоя, то при $d < d_{cr}$ модуль знаменателя геометрической прогрессии $q = r_\infty^2 \exp(2i\delta)$ ($\delta = k_0\sqrt{\varepsilon_{gain}}d$) оказывается меньше единицы $|q| < 1$, и ряд Эйри по «падающим» волнам сходится к выражению (5.215)–(5.218), получаемому из подхода Френеля.

Если же в процедуре Эйри считать, что решение в полубесконечной среде является «встречной» волной [270], несущей энергию к границе $z = 0$ из бесконечности, то величины импеданса Z_2 и комплексной фазы δ меняют знак. В результате знаменатель прогрессии (5.222) становится равным $1/q$. Формально это означает, что при $d > d_{cr}$ ряд Эйри по «встречным» волнам сходится, причем к результату расчета по Френелю (3б).

Проведенный выше анализ показывает, что результат (5.215)–(5.218), полученный в рамках подхода Френеля, можно рассматривать как аналитическое продолжение суммы ряда Эйри (5.222) в область $d > d_{cr}(\omega)$ на плоскости комплексных частот. Иными словами, при $d < d_{cr}$ нужно использовать ряд Эйри по «падающим» волнам, а при $d > d_{cr}$ – по «встречным» волнам. Заметим, что при $d = d_{cr}$ ($|q| = 1$) ни один из этих рядов не сходится. Если $q \neq 1$, то предел $d \to d_{cr} + 0$ суммы ряда по «встречным» волнам совпадает с пределом $d \to d_{cr} - 0$ суммы ряда (5.222) по «падающим» волнам. Напомним, что лазерной генерации пока еще нет. Использование ряда по «встречным» волнам эквивалентно продолжению функции $1/(1-q)$ за радиус ее сходимости. Действительно [284]:

$$1/(1-q) = -(1/q)/[(1-1/q)] = -(1/q)\sum_{n=0}^{\infty}(1/q)^n \qquad (5.224)$$

Таким образом, мы получаем полное соответствие между рядами Эйри и результатом френелевского подхода во всех рассмотренных выше случаях.

5.3.3 Временна́я задача о прохождении полубесконечного цуга волн через усиливающий слой

Чтобы выяснить причину несоответствия, казалось бы, надежного френелевского подхода (рисунок 5.120в) результатам численного решения системы Максвелла-Блоха, рассмотрим временную задачу о прохождении полубесконечного цуга волн через усиливающий слой. Пусть передний фронт цуга $E_0(z,t)$ достигает точку $z = 0$ в момент времени $t = 0$, а форма цуга задается выражением

$$E_0(z=0,t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ (1-\exp(-t/\sigma))\exp(-i\Omega t), & t > 0, \end{cases}$$

где Ω – несущая частота цуга, σ – ширина фронта.

Корректное нахождение спектра такого импульса

$$e_0(\omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(t) \exp(i\omega t)\, dt \qquad (5.225)$$

требует определенной аккуратности [317], поскольку $E_0(z=0,t)$ не является финитной функцией (она не убывает при $t \to +\infty$). Здесь можно использовать стандартный прием [313], когда находится спектр произведения $E_0(z=0,t)\exp(-\gamma t)$, а γ затем устремляется к нулю. В результате получается выражение

$$e_0(\omega) = -\frac{1}{2\pi\sigma(\omega-\Omega)(\omega-\Omega+i/\sigma)}. \qquad (5.226)$$

В отсутствие слоя, в соответствии с линейным уравнением Гельмгольца (5.210), (5.213), каждая гармоника $e_0(\omega)\exp(-i\omega t)$ поля, заданного в точке $z=0$, создает сразу во всем пространстве бегущую направо плоскую волну $e_0(\omega)\exp(-i\omega t)\exp(i\omega z/c)$. Сумма этих плоских волн

$$E_0(z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} e_0(\omega)\exp(-i\omega t)\exp(i\omega z/c)\,d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} e_0(\omega)\exp(-i\omega(t-z/c))\,d\omega =$$
$$= E_0(0,t-z/c)$$

равна полю цуга, распространяющегося с течением времени направо без изменения его формы (пунктирная кривая на рисунке 5.121а). Заметим, что $E_0(z,t)=0$ при $z/c>t$, что находится в соответствии с принципом причинности.

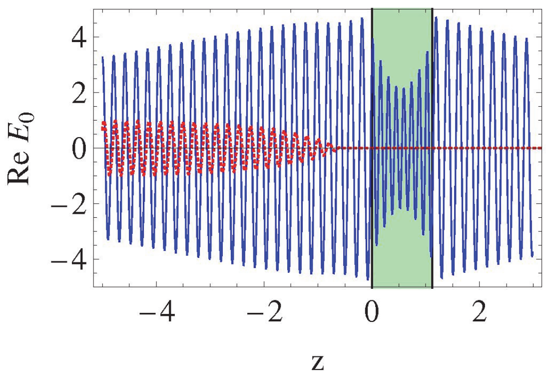
При наличии слоя, расположенного в области $z \notin [0,d]$, полное (падающее плюс рассеянное) поле цуга должно также подчиняться принципу причинности, т.е. рассеянная волна должна отсутствовать до достижения фронтом цуга левой границы слоя $z=0$. При $t<0$ полное поле должно быть равно $E_0(0,t-z/c)$.

Фурье-гармоника полного поля при наличии слоя равна произведению амплитуды падающей гармоники $e_0(\omega)$ на передаточную функцию $g(z,\omega)$ из (5.214). Напомним, что эта функция была найдена в рамках подхода Френеля. Она выражает распределение поля в системе вакуум/слой/вакуум при нормальном падении на нее плоской волны единичной амплитуды.

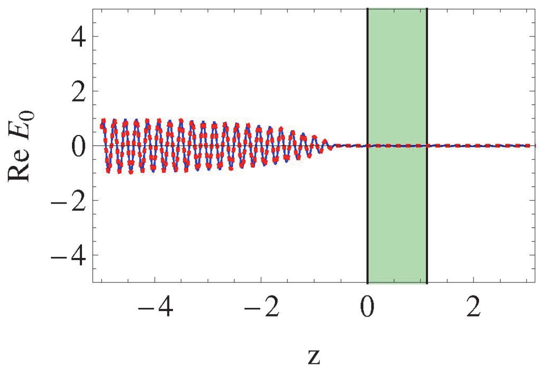
Временная зависимость поля при этом находится обратным преобразованием Фурье:

$$E(z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} e_0(\omega) g(z,\omega) \exp(-i\omega t) d\omega . \qquad (5.227)$$

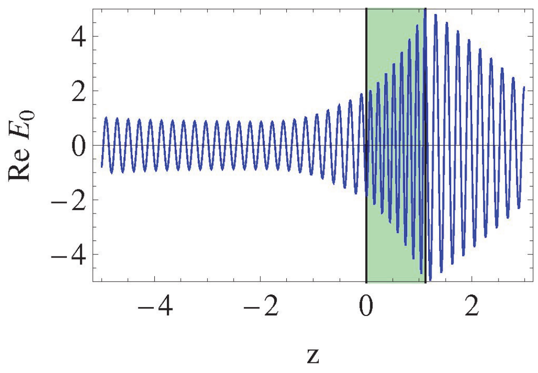
В случае диссипативного слоя или усиливающего слоя толщины $d < d_{cr}$ указанная процедура действительно дает правильную форму исходного импульса: $E(z,t) = E_0(0, t - z/c)$. Однако при $d > d_{las} \geq d_{cr}$, где d_{las} – толщина, при которой начинается лазерная генерация (см. ниже), получается отличное распределение поля (сплошная линия на рисунке 5.121а). Как видно из рисунка 5.121а, рассеянная волна появляется до того как передний фронт цуга дошел до слоя, т.е. имеется явное нарушение принципа причинности. Это нарушение указывает на необходимость модифицикации подхода Френеля.



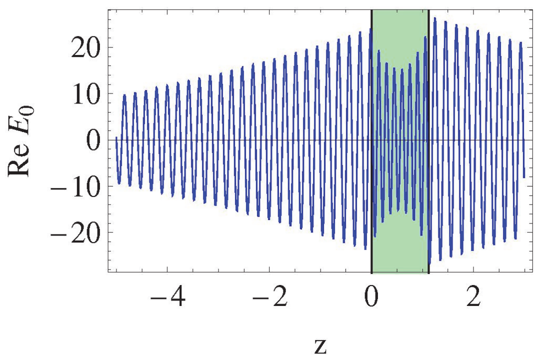
а



б



в



г

Рисунок 5.121 − Результат расчета распределения поля в цуге, падающем на слой усиливающей среды. (а) Подход Френеля. Момент времени $t=0$, когда передний фронт цуга не дошел до слоя. Сплошной линией показано распределение поля, найденное по формуле (8), пунктирной линией показано истинное распределение поля в цуге; (б) то же, рассчитанное по модифицированному подходу Френеля (обсуждается ниже); (в) усиление поля цуга (модифицированный френелевский расчет) при $t=5.5$; (г) поле цуга в более поздний момент времени $t=15.5$, выходящее на локализованное собственное состояние с комплексной частотой. Параметры соответствуют рисунку 5.117.

Как известно, принцип причинности определяет аналитические свойства передаточной функции $g(z,\omega)$, которая по своей природе является функцией отклика, как функции комплексной частоты ω [286]. Функция $g(z,\omega)$ имеет особенности в виде полюсов на плоскости ω в точках $\omega_j = \mathrm{Re}\,\omega_j + i\,\mathrm{Im}\,\omega_j$, $j=1,2,\ldots$, соответствующих собственным модам слоя как открытого резонатора [176, 318]. Положение полюсов на плоскости ω определяется из условия обращения в ноль знаменателей, одинаковых для всех амплитуд поля (5.215)–(5.218)

$$\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{gain}(\omega)}-1}{\sqrt{\varepsilon_{gain}(\omega)}+1}\right)^2 \exp\left(2i\frac{\omega}{c}d\sqrt{\varepsilon_{gain}(\omega)}\right)=1 \qquad (5.228)$$

что равносильно условию $q=1$.

При отсутствии усиления (диссипативный слой), все полюса функции $g(z,\omega)$ располагаются в нижней полуплоскости комплексной частоты ω (рисунок 5.122а). В этом случае обратное преобразование Фурье (5.227) дает физически осмысленный результат.

В случае усиливающего слоя, в соответствии с (5.228), образуются дополнительные полюса (рисунок 5.122б), которые при увеличении накачки [параметр α в формуле (5.211)] переходят в верхнюю полуплоскость комплексной частоты ω (рисунок 5.122г), что впервые происходит при $d=d_{las}(\alpha)$. Как правило, касание оси $\operatorname{Im}\omega=0$ линией $|q|=1$ происходит при $d=d_{cr}<d_{las}$. В случае $d_{cr}<d<d_{las}$ существует диапазон действительных частот, когда ряд Эйри расходится, но лазерной генерации нет (рисунок 5.122в), и как следствие, ряд Эйри по «встречным» волнам и расчеты с использованием формул Френеля дают правильный результат.

Если делать обратное преобразование Фурье обычным образом (5.227) [286], то появление полюсов в верхней полуплоскости приводит к нарушению принципа причинности. В этом случае выражение (5.227) должно быть модифицировано [269, 311], исходя из того, что передаточная функция $g(z,\omega)$ по своей природе является функцией отклика. Чтобы получить временное представление функции отклика $G(z,t)=(2\pi)^{-1}\int\limits_C g(z,\omega)\exp(-i\omega t)\,d\omega$, удовлетворяющей принципу причинности ($G(z,t)=0$ при $t<0$), контур интегрирования C в обратном преобразовании Фурье

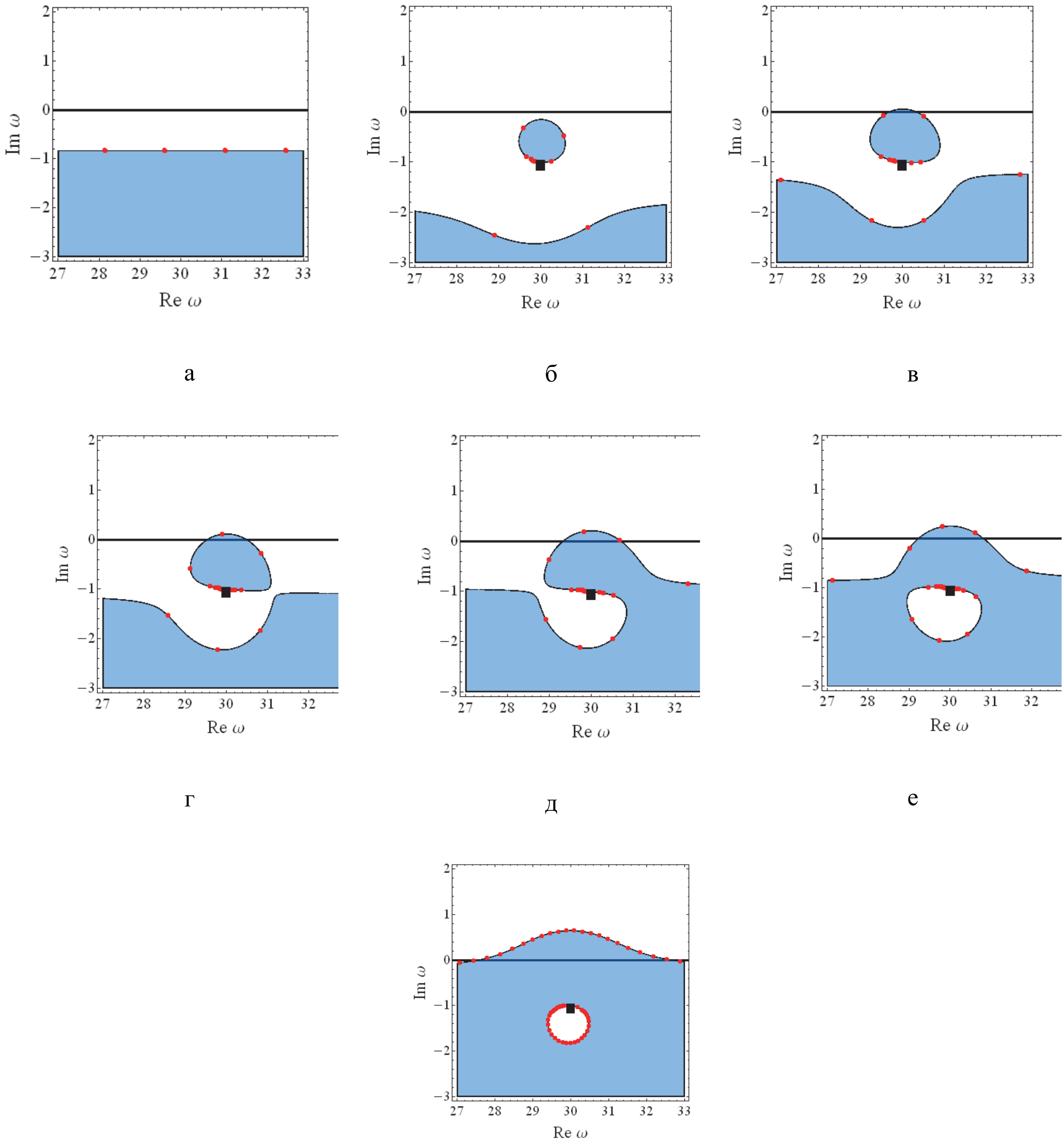
$$E(z,t)=\int\limits_C e_0(\omega)\,g(z,\omega)\exp(-i\omega t)\,d\omega \qquad (5.229)$$

должен быть проведен выше всех имеющихся полюсов. Далее он может быть деформирован таким образом, что (5.229) принимает вид суммы интеграла по вещественной оси и всех вычетов в полюсах [269, 311]:

$$E(z,t)=\int_{-\infty}^{+\infty} e_0(\omega)\,g(z,\omega)\exp(-i\omega t)\,d\omega-2\pi i\sum_j \mathrm{res}\left[g\left(\omega_j,z\right)\right]e_0\left(\omega_j\right)\exp\left(-i\omega_j t\right) \qquad (5.230)$$

Заметим, что интеграл по вещественной оси ω в выражении (5.230) совпадает с результатом, полученным в рамках стандартного подхода Френеля (5.227). Как мы видели выше (рисунок 5.121а), само по себе первое слагаемое в (5.230) приводит к нарушению принципа причинности. Интегрирование же по новому контуру добавляет вычеты в дискретном наборе частот ω_j в виде растущих со временем слагаемых $\sim\exp\left(-i\,\mathrm{Re}\,\omega_j t\right)\exp\left(\mathrm{Im}\,\omega_j t\right)$ [269, 311, 319]. Добавление этих дискретных мод согласует схему расчета с принципом причинности, т.е. до момента достижения фронтом цуга границы слоя отраженная волна отсутствует (рисунок 5.121б). Будем называть далее модифицированным френелевским подходом расчет поля волны с учетом описанных выше дискретных мод.

Каждое собственное решение в (5.230), возникающее на частоте одного из полюсов, представляет собой экспоненциально возрастающее со временем поле, локализованное в слое и экспоненциально убывающее при удалении от него (рисунок 5.121г) [269, 311, 319]. Это убывание связано с тем, что вне усиливающего слоя мнимая часть волнового числа положительна, $\mathrm{Im}(\omega/c)>0$. Таким образом, пренебрежение вкладом дискретного спектра полюсов в (5.230) является причиной ошибок, возникающих во френелевском подходе. Именно корректный учет вклада этих полюсов обеспечивает выполнение принципа причинности при анализе задачи.



а б в

г д е

ж

Рисунок 5.122 − Полюса функции отклика $g(z,\omega)$ обозначены точками, квадратиком обозначен полюс диэлектрической проницаемости, области $d > d_{cr} \approx 0.905$ затемнены; (а) квантовые точки отсутствуют ($|\mu|^2 = 0$), толщина слоя $d = 1.5$; (б) квантовые точки присутствуют ($|\mu|^2 = 0.0145$), толщина слоя $d = 0.7$; (в) $|\mu|^2 = 0.0145$, $d = 1.0$; (г) $|\mu|^2 = 0.0145$, $d = 1.12$; (д) $|\mu|^2 = 0.0145$, $d = 1.5$; (е) $|\mu|^2 = 0.0145$, $d = 2.0$; (ж) $|\mu|^2 = 0.0145$, $d = 7.0$. Параметры соответствуют рисунку 5.117.

Поскольку модифицированный френелевский подход был получен из линеаризованных уравнений Максвелла-Блоха, он вполне корректно описывает поведение поля на линейной стадии развития генерации, когда поле удовлетворяет критерию малости (5.212) (см. рисунок 5.123). Однако с течением времени поле неограниченно возрастает. При этом усиливается в основном прошедшая через слой волна (рисунок 5.121в), а не отраженная, как предсказывает расчет в рамках стандартного подхода Френеля [270]. Однако получение стационарных значений поля возможно только в рамках нелинейного подхода.

Важно отметить связь между полюсами функции отклика и критической толщиной слоя. Положение полюсов определяется уравнением (5.228), а критическая толщина (5.223) определяется нарушением условия сходимости ряда Эйри, т.е. фактически этим же равенством (5.228), но взятым по модулю. Следовательно, все полюса лежат на кривых, определяемых условием $d = d_{cr}(\omega)$, где ω принимает комплексные значения (рисунок 5.122). При достаточно большой толщине слоя [или достаточно сильной накачке, определяемой коэффициентом α в уравнении (5.213)] на вещественной оси частот появляется область, где $d > d_{cr}(\omega)$. В этой области ряд Эйри перестает сходиться (пересечение закрашенной области с осью абсцисс на рисунке 5.122в), но френелевский подход (5.227) все еще дает ответ, совпадающий с численным расчетом решения уравнений (5.207)–(5.209) (рисунок 5.122в). Лазерная генерация возникает при несколько большей толщине слоя d_{las} (или величине накачки), когда один из полюсов переходит в верхнюю полуплоскость (рисунок 5.122г), и только тогда подход Френеля дает неправильный ответ. Таким образом, условие расходимости ряда Эйри является необходимым, но не достаточным условием начала лазерной генерации, и может использоваться только в качестве приближенной оценки условия возникновения генерации.

Интересной особенностью задачи является движение полюсов по комплексной плоскости с увеличением толщины слоя. Полюса двигаются вдоль кривой $d = d_{cr}(\omega)$, при этом они могут выходить в верхнюю полуплоскостью и снова возвращаться в нижнюю полуплоскость. В результате, по мере увеличения d, генерация то возникает, то пропадает. Таким образом может существовать целый набор толщин d_{las}, максимальное значение которых d_{th}. При толщинах больших d_{th} в верхней полуплоскости всегда оказывается не менее одного полюса, после этого генерация с возрастанием толщины слоя уже не исчезает.

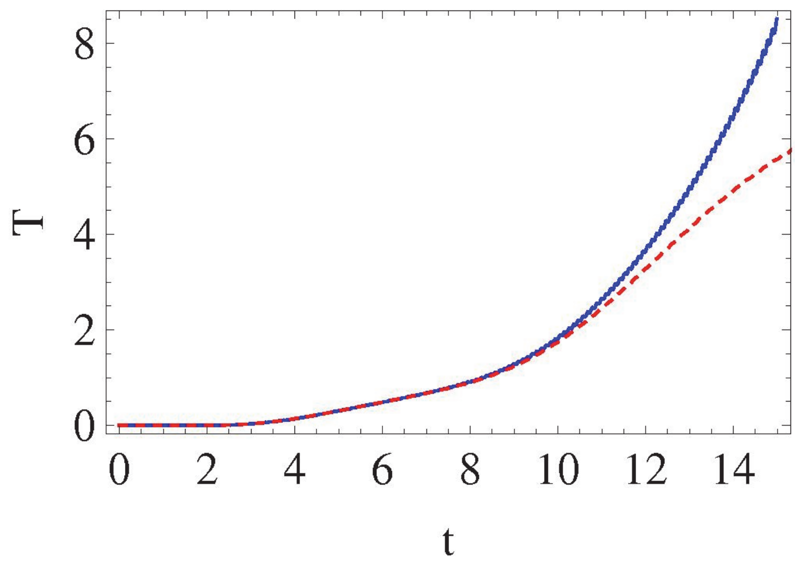


Рисунок 5.123 − Зависимость коэффициента прохождения, рассчитанного модифицированным методом Френеля (сплошная линия) и полученного численным решением уравнений Максвелла-Блоха (штриховая линия), от времени при падении полубесконечного синусоидального цуга на усиливающий слой. Интенсивность падающей волны равна 10^{-6} в

единицах $\sqrt{\hbar n_0 / \tau_p}$, см. сноску 1.

Как указывалось выше, пока генерации нет, стандартный френелевский подход дает тот же результат, что и решение нелинейных уравнений Максвелла-Блоха. Данное утверждение проиллюстрировано на рисунке 5.124, где изображена зависимость стационарного значения коэффициента прохождения T от толщины слоя при некоторой фиксированной частоте. Видно, что отклонение распределения поля, полученного путем решения уравнений Максвелла-Блоха, от стандартного френелевского[23] происходит при таких значениях d, когда в верхней полуплоскости комплексной частоты ω появляются полюса.

Отметим, что на частотах, отличных от частоты лазерной генерации, френелевский подход предсказывает плавное изменение стационарной интенсивности прошедшей волны от толщины. При некоторых значениях толщины наблюдаются максимумы интенсивности прошедшей волны (рисунок 5.124). Нелинейные же уравнения Максвелла-Блоха предсказывают в этой зависимости скачки интенсивности (рисунок 5.124) даже в случае бесконечно малой интенсивности падающей волны. Однако эти скачки наблюдается отнюдь не на тех толщинах, где находятся пики интенсивности, а на каждой толщине, где начинается или заканчивается лазерная генерация. В этой точке происходит выход полюса в верхнюю полуплоскость комплексных частот (начинается лазерная генерация) или уход полюса в нижнюю полуплоскость (прекращается лазерная генерация).

На частотах падающей волны, близких к частоте генерации, при приближении к d_{las} френелевский подход дает бесконечно большое увеличение поля. Нелинейные же уравнения Максвелла-Блоха предсказывают конечные значения поля, причем в нелинейном режиме лазерной

[3]Отметим, что нарушение условия сходимости ряда Эйри не всегда приводит к отклонению фактического распределения поля от френелевского.

генерации зависимость интенсивности прошедшей волны от толщины образца имеет явно выраженный гистерезисный характер (рисунок 5.125), что связано с бистабильностью слоя в режиме лазерной генерации (наиболее просто физика этого явления описывается в рамках модели «мода поля-двухуровневый атом» [301]).

При частоте падающей волны, отличной от частоты генерации, возможность начала генерации и переход в нелинейный режим связана с наличием у падающего цуга переднего фронта, содержащего все частотные гармоники. Контроль амплитуды несущей волны даст совпадение с френелевским подходом вплоть до толщины d_{las} и последующий скачок интенсивности (рисунок 5.124) при превышении этой толщины.

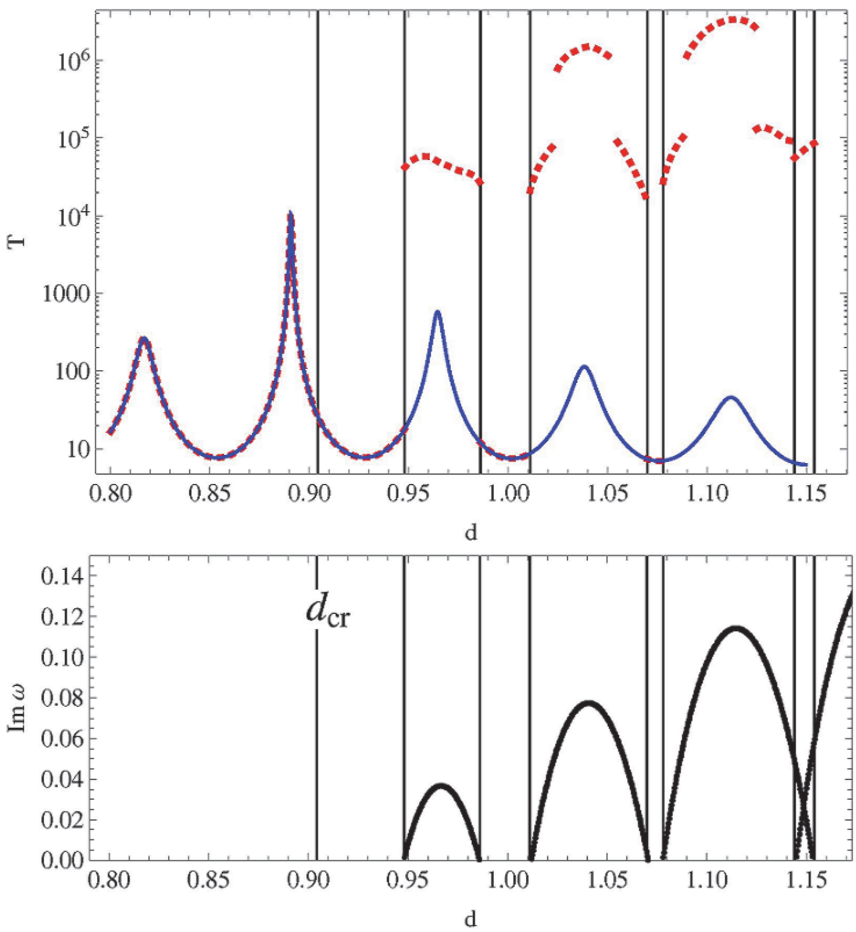


Рисунок 5.124 − Верхний рисунок: коэффициент прохождения через слой, рассчитанный по

методу Френеля (сплошная линия) и найденный из численного решения уравнений Максвелла-Блоха (штриховая линия), в зависимости от толщины слоя. Нижний рисунок: положение полюсов, имеющих $\operatorname{Im}\omega > 0$, в зависимости от толщины слоя. Интенсивность падающей волны равна 10^{-6}.

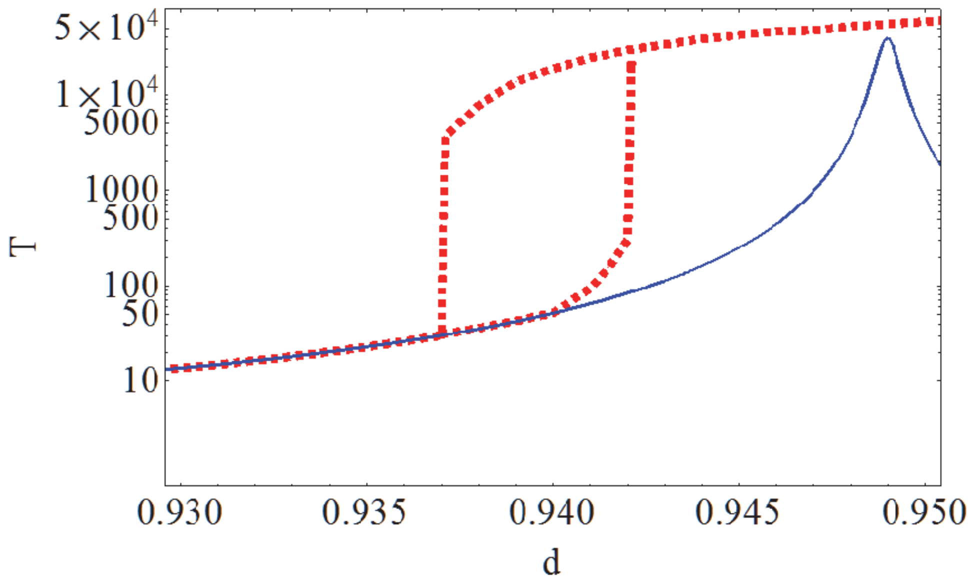


Рисунок 5.125 − Коэффициент прохождения электромагнитной волны через усиливающий слой от толщины усиливающего слоя. Интенсивность падающей волны равна 10^{-2}.

5.4 Лазерная генерация в фотонных кристаллах

До сих пор мы рассматривали прохождение света через единичный усиливающий слой. Рассмотрим теперь прохождение света через конечную периодическую многослойную систему, в которой усиливающие слои чередуются с "нормальными". Такая система называется также одномерным фотонным кристаллом (ФК). Задача о падении волны на ФК имеет особенности, связанные, прежде всего, с наличием разрешенных и запрещенных зон, определяющих поведение поля на масштабе нескольких элементарных ячеек ФК. Меняется также распределение интенсивности поля в пределах одной ячейки, так как энергия поля концентрируется в определенной областях ячейки ФК в зависимости от частоты (эффект Боррманна [A15]), и интенсивность поля в усиливающих слоях может превосходить интенсивность поля в одиночном слое при одинаковых амплитудах падающих волн. Кроме того, сама зонная структура ФК меняется при включении накачки в силу изменения частотной дисперсии диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{gain}(\omega)$. Эти особенности проявляются уже в самом простом случае, когда ФК представляет собой последовательность усиливающих слоев, разделенных слоями вакуума, с толщинами d_1 и d_2 и диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_{gain}(\omega)$ ($\mathrm{Im}\,\varepsilon_{gain}(\omega) < 0$) и $\varepsilon_2 = 1$ соответственно.

Простейшим способом нахождения коэффициентов прохождения и отражения для ФК является метод *T*-матриц [316]. Применительно к ФК метод *T*-матриц эквивалентен подходу Френеля для однородного слоя. Подход Эйри тоже можно обобщить, заменяя плоские волны блоховскими.

При достаточно большой толщине усиливающего ФК в нем может начаться лазерная генерация. В данном обзоре мы ограничились рассмотрением линейной стадии распространения волн по ФК, так как мы интересуемся, в основном, подпороговыми явлениями. Нелинейная же оптика ФК в настоящее время является бурно развивающейся областью, изложение результатов которой требует отдельного рассмотрения (см. [306, 320, 321]).

5.4.1 Ряд Эйри для ФК

В разделе 5.3 подход Эйри был подробно проанализирован для единичного однородного слоя, когда распространение волны рассматривается как последовательность переотражений внутри слоя. Обобщим этот метод на случай произвольного числа слоев. В ФК есть два собственных решения, которые являются блоховскими волнами $E^{\pm} = f^{\pm}(z)\exp(\pm i k_B z)$. Для построения ряда Эйри по блоховским волнам достаточно знать блоховское волновое число k_B и импедансы $Z^{\pm}$ (или адмитансы $\zeta^{\pm} = 1/Z^{\pm}$) этих волн.[24] Заметим, что в отличие от блоховского волнового числа k_B, определенного с точностью до вектора обратной решетки, импеданс волны $Z^{\pm}$ в данной точке определен однозначно, хотя и меняется внутри элементарной ячейки. Учитывая связь между магнитным и электрическим полями в волне $H = -i/k_0\left(\partial E/\partial z\right)$, находим $\zeta^{\pm} = \pm k_B/k_0 - i/k_0\left(\partial \ln f^{\pm}/\partial z\right)$. Второе слагаемое периодически зависит от z и соответствует вкладу предэкспоненты блоховской волны. В отсутствие потерь и усиления импеданс $Z^{\pm}$ принимает комплексные значения в разрешенной зоне и чисто мнимые – в запрещенной [A18]. Волновое число k_B, соответственно, принимает вещественные и комплексные значения. Этим и определяется основное отличие разрешенной и запрещенной зон. Появление мнимой части диэлектрической проницаемости размывает границы зон, но качественно основные закономерности сохраняются.

Процесс переотражений (ряд Эйри) конструируется следующим образом. Падающая из вакуума и отраженная волны, имеющие импедансы $+1$ и -1, порождают внутри ФК блоховскую волну, имеющую импеданс $Z^{+} = 1/\zeta^{+}$ и амплитуду электрического поля $t_L = 2/\left(\zeta^{+} + 1\right)$ (рисунок 5.119). Эта волна затем распространяется по ФК, приобретая в конце образца ФК множитель $\exp\left(i\delta\right)$, $\delta = k_B N\left(d_1 + d_2\right)$. Затем она отражается от правой границы, причем отраженная волна имеет импеданс $Z^{-} = 1/\zeta^{-}$, а прошедшая $Z = 1$. Коэффициент прохождения волны E^{+} в вакуум равен $t_R = \left(\zeta^{-} - \zeta^{+}\right)/\left(\zeta^{-} - 1\right)$, так что амплитуда первой прошедшей парциальной волны равна $\tau_1 = t_L t_R \exp\left(i\delta\right)$. При этом происходит отражение от правой границы с коэффициентом $r_R = \left(1 - \zeta^{+}\right)/\left(\zeta^{-} - 1\right)$. Затем происходит прохождение волны E^{-} через слой ФК и ее отражение от

[24]Ниже будем предполагать, что предэкспоненциальные функции нормированы так, что они равны единице при $z = 0$. О связи $\zeta^{\pm}$ с k_B подробнее см. [A18].

левой границы с коэффициентом $r_L = -\left(1+\zeta^-\right)/\left(1+\zeta^+\right)$. Отраженная волна E^+ вновь проходит через слой ФК, так что вторая парциальная волна, вышедшая из ФК, имеет амплитуду $\tau_2 = q\tau_1$, где

$$q = r_R r_L \exp\left(2i\delta\right). \qquad (5.231)$$

Далее итерации проводятся аналогично, так что n-я парциальная волна имеет амплитуду $\tau_n = q^{n-1}\tau_1$. В результате коэффициент прохождения можно представить в виде ряда:

$$t = t_L t_R \exp\left(i\delta\right)\sum_{n=0}^{\infty} q^n . \qquad (5.232)$$

Формально суммируя ряд, получим выражение

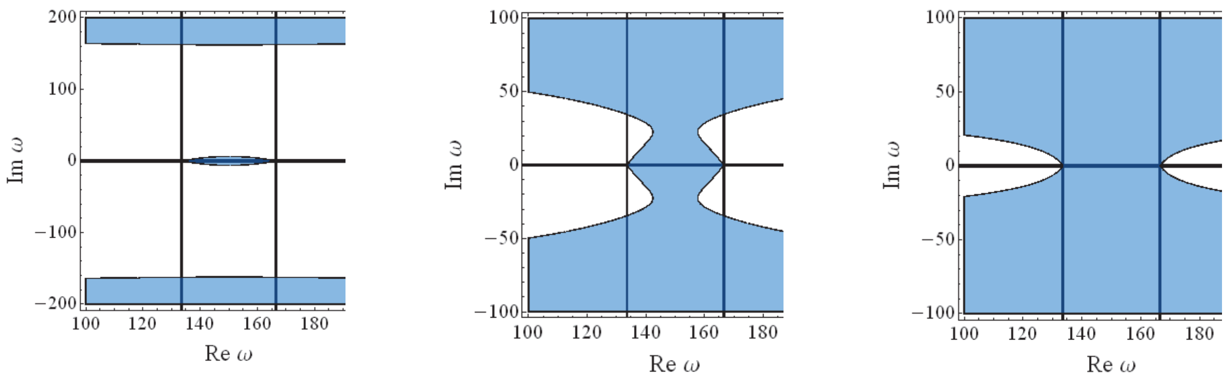
$$t = \frac{t_L t_R \exp\left(ik_B N\left(d_1 + d_2\right)\right)}{1 - r_L r_R \exp(2ik_B N\left(d_1 + d_2\right))}, \qquad (5.233)$$

которое, как легко убедиться, тождественно совпадает с результатом применения метода T-матриц (при условии выбора волны E^+ в качестве прошедшей из вакуума в ФК, т.е. «падающей» по терминологии, введенной в п. 5.3).

В дальнейшем наблюдается полная аналогия со случаем единичного усиливающего слоя: расходимость на какой-либо частоте ряда Эйри по «падающим» волнам не является достаточным условием для лазерной генерации. Более того, как будет показано в дальнейшем, это условие является необходимым лишь в том случае, если частота линии накачки ω_0 лежит в разрешенной зоне ФК. В случае же, когда частота линии накачки лежит в запрещенной зоне, необходимое условие начала лазерной генерации связано с расходимостью ряда Эйри по «встречным» волнам.

5.4.2 Лазерная генерация в разрешенной зоне ФК

В разрешенной зоне знаки действительной и мнимой частей k_B противоположны. «Падающая» волна усиливается при прохождении по ФК. Граница сходимости ряда Эйри, на которой расположены все полюса передаточной функции, определяется, как и в случае единичного усиливающего слоя, условием $|q| = 1$ [q находится по формуле (5.231)].



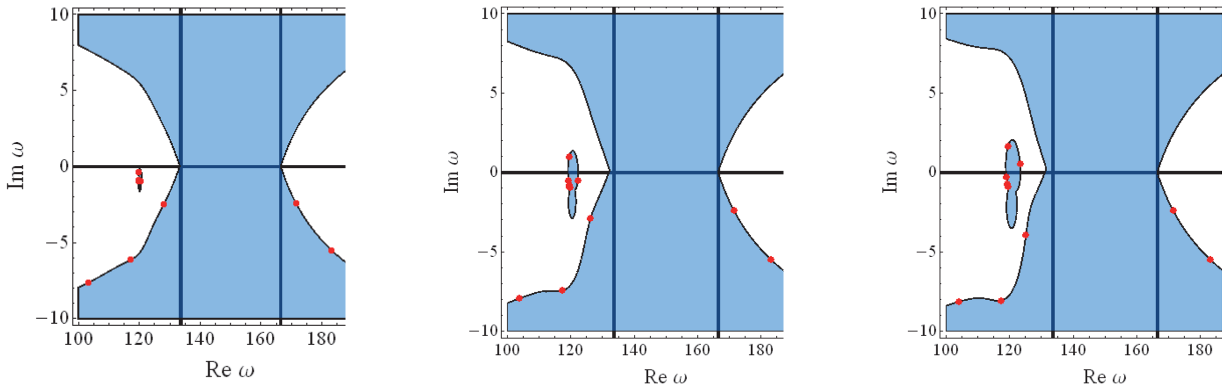
а б в

Рисунок 5.126 − Образование запрещенной зоны ФК: (а) одна ячейка, (б) две ячейки, (в) четыре ячейки. Усиление и потери отсутствуют.

Отметим принципиальное отличие случая слоя, состоящего из одной ячейки ФК от случая однородного слоя. Если накачка отсутствует и мы пренебрегаем потерями, то вместо рисунка 5.122а мы имеем рисунок 5.126а. Области, где ряд Эйри по «падающим» волнам расходится затемнены. Для одной ячейки существуют три таких области. Одна окружает область действительных частот, соответствующих запрещенной зоне ФК. Также появляется область в верхней полуплоскости. Увеличение числа слоев ведет к смыканию этих областей, и к заполнению области с действительной частью частоты принадлежащей запрещенной зоне (рисунок 5.126в). Однако, как и в случае одного слоя, все полюса лежат в нижней полуплоскости.

Поскольку величина q (5.231) увеличивается с ростом числа слоев N, то условие расходимости ряда Эйри можно представить как превышение числом слоев критического значения $N > N_{cr}$, по аналогии с критической толщиной однородного слоя. Действительно, при $N < N_{cr}$ метод Эйри по «падающим» волнам и метод Френеля (метод T-матриц) дают одинаковый результат, при $N > N_{cr}$ расчет методом *T*-матриц даёт конечный результат, а ряд Эйри по «падающим» волнам расходится. Функция $N_{cr}(\omega)$, будучи вещественной функцией комплексной переменной ω, задает кривую на комплексной плоскости частот $\left|q\left(N_{cr}(\omega)\right)\right| = 1$.

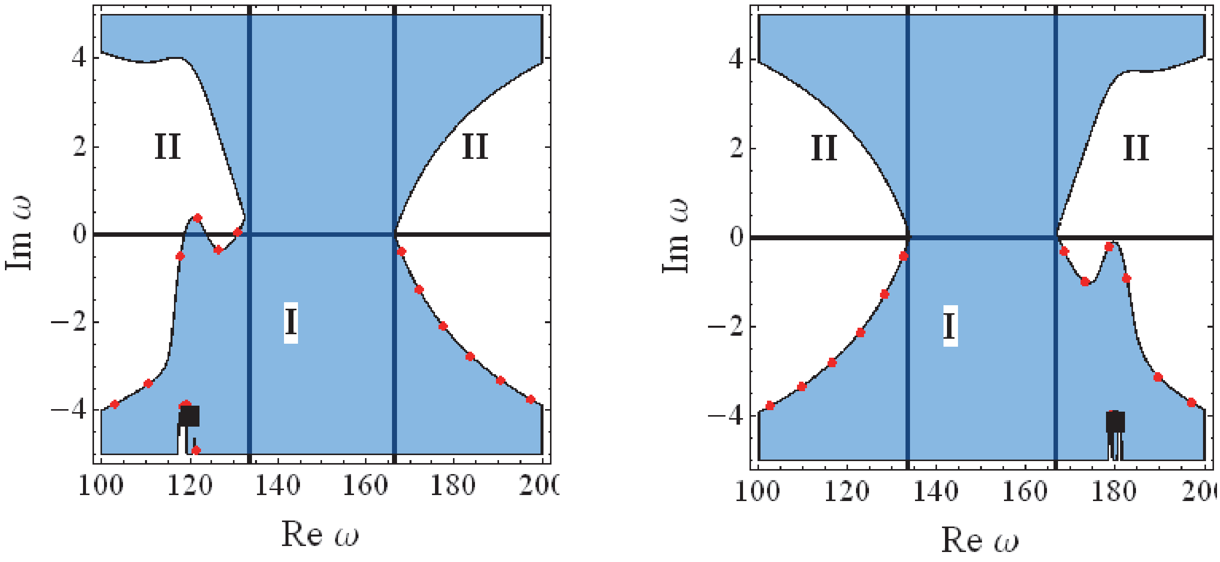
Накачка изменяет не только мнимую, но и действительную часть диэлектрической проницаемости. Это ведет к деформации кривой $\left|q(\omega)\right| = 1$, но качественно динамика движения полюсов в зависимости от толщины (числа ячеек) напоминают случай единичного усиливающего слоя (рисунок 5.127).



а б в

Рисунок 5.127 − Положение кривой $|q| = 1$ в комплексной плоскости частот (черная кривая) и положение полюсов (обозначены точками) при различной интенсивности накачки.

Особенности возникают лишь вблизи границы с запрещенной зоной. Как и ожидалось, критическое число слоев $N_{cr}(\omega)$ уменьшается в разрешенных зонах вблизи их границ из-за уменьшения групповой скорости блоховских волн. Причем этот эффект сильнее проявляется на нижней границе запрещенной зоны из-за концентрации энергии электрического поля в усиливающих слоях, имеющих большие значения ε (эффект Боррманна [A15]), так что вблизи нижней границы запрещенной зоны проще получить генерацию (рисунок 5.128).



а б

Рисунок 5.128 − Расположение полюсов функции отклика ФК на комплексной плоскости частот при частотах накачки на нижней и верхней границах запрещенной зоны. Темным и светлым отмечены области сходимости ряда Эйри по «падающим» и по «встречным» волнам, соответственно.

5.4.3 Лазерная генерация в запрещенной зоне ФК

Если частота накачки лежит в запрещенной зоне, то в отличие от случая разрешенной зоны зависимость порога генерации от числа ячеек ФК носит немонотонный характер (рисунок 5.129). Это связано с тем, что запрещенная зона существует лишь в бесконечном ФК. Формирование свойств запрещенной зоны происходит по мере увеличения числа ячеек ФК. При малых толщинах зависимость от толщины напоминает случай разрешенной зоны ФК (раздел 5.4.2). Ниже под разрешенной и запрещенными зонами мы понимаем не только множества действительных частот, но и соответствующие им полосы на комплексной области частот.

При достаточно больших толщинах ФК, где меняется зависимость порога от толщины, меняется и топология областей сходимости рядов Эйри. Теперь на частотах запрещенной зоны граница сходимости ряда Эйри окружает область сходимости ряда по «падающим» волнам (белая область I на рисунке 5.130а). Одновременно существует и область сходимости того же ряда в разрешенной зоне (область II). Вне этих областей ряд Эйри по «падающим» блоховским волнам (5.232) расходится. Однако при малой накачке лазерная генерация не наступает, так как все полюса передаточной функции лежат ниже вещественной оси частот, в окрестности полюса диэлектрической проницаемости ε_{gain} (рисунок 5.130а).

Область I увеличивается с ростом накачки (рисунок 5.130б), так что ее граница рано или поздно пересекает действительную ось, и один из полюсов выходит в верхнюю полуплоскость. Возникает лазерная генерация на частоте из запрещенной зоны (рисунок 5.130б). При этом указанная область сходимости может как остаться обособленной, так и объединиться с аналогичной областью, существующей в разрешенной зоне (рисунок 5.130б). Во втором случае возможен переход полюсов из запрещенной зоны в разрешенную. Однако при увеличении числа слоев вновь происходит обособление областей (рисунок 5.130в). При дальнейшем увеличении числа слоев полюса, находящиеся на границе области I, движутся вниз, а полюса, находящиеся на границе области II, движутся вверх. При большом числе слоев генерация возможна лишь на границе области II.

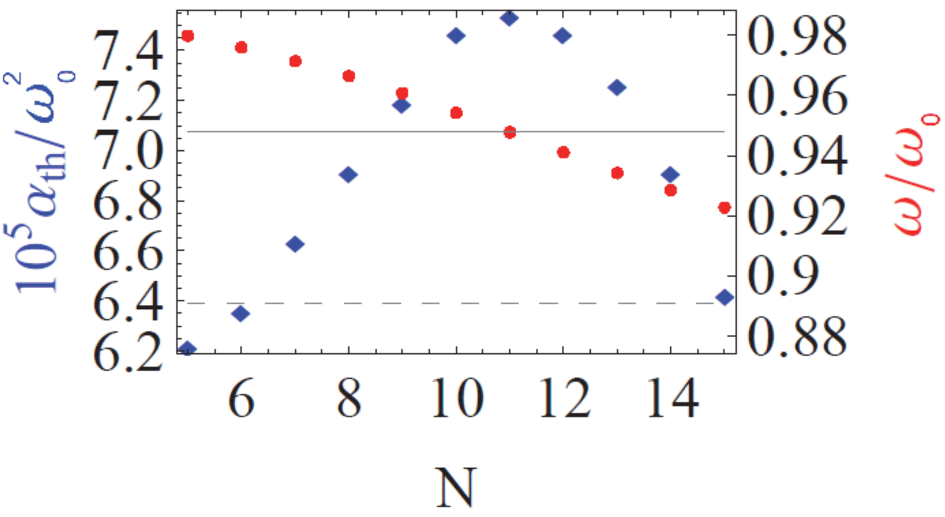
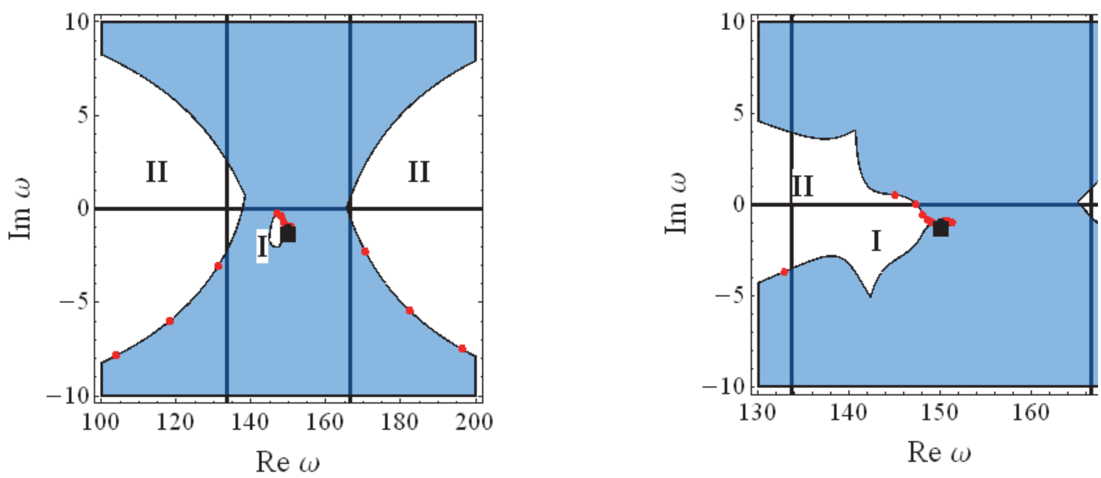
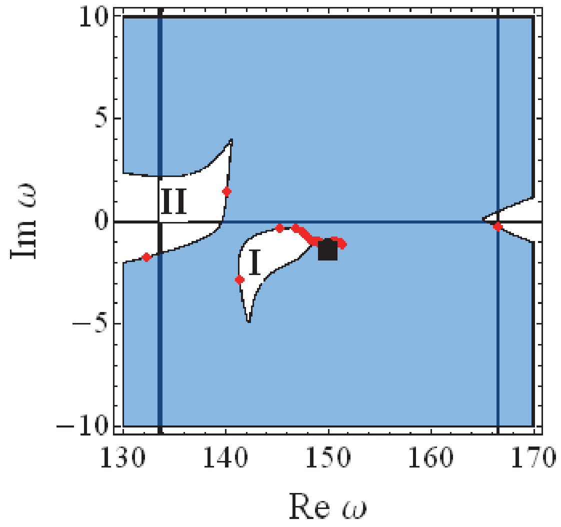


Рисунок 5.129 − Пороговое значение α_{th} (ромбы) и частота генерации ω, нормированная на частоту центра запрещенной зоны ω_0 (круги) в зависимости от числа слоев N. Штриховой линией отмечена граница запрещенной зоны.



а

б



в

Рисунок 5.130 − Расположение полюсов функции отклика ФК на комплексной плоскости частот (отмечены точками) при различном числе слоев. Квадратиком отмечен полюс диэлектрической проницаемости. В незакрашенных областях сходится ряд Эйри по «падающим» волнам, закрашены области, где этот ряд расходится: (а) 10 ячеек ФК, (б) 12 ячеек ФК, (в) 14 ячеек ФК.

Переход полюса из зоны I в зону II приводит к немонотонной зависимости пороговой накачки от числа слоев (рисунок). Пока полюс находится на границе области I, рост числа слоев приводит к росту α_{th} (ромбы на рисунке 5.129). Но после перехода полюса в область II (круги на рисунке 5.129) поведение меняется на обратное. При этом частота генерации монотонно смещается в сторону нижней границы запрещенной зоны.

Таким образом, когда линия усиления находится в области I, генерация возможна лишь при малом числе слоев $N < N_{cr}$. Однако увеличение числа слоев в конце концов приводит лишь к генерации на частотах области II. Это возможно из-за конечной ширины линии усиления.

В частности при достаточно малой ширине линии усиления области I и II (рисунок 5.130а) не объединяются. Тогда полюса из области I не могут перейти в область II, и рост числа слоев подавляет генерацию. Тем не менее, в разрешенной зоне с ростом числа слоев, из-за конечной ширины линии усиления, генерация рано или поздно наступает.

Заметим, что область II захватывает как разрешенную, так и запрещенную зону. Это связано с тем, что увеличение параметра усиления α меняет диэлектрическую проницаемость ε_{gain} [см. (5.213)]. Таким образом, возникновение лазерной генерации в той части области II, которая лежит в запрещенной зоне, можно интерпретировать как изменение зонной структуры ФК. Действительно, когда мы меняем параметр усиления α, меняется не только мнимая, но и действительная часть $\varepsilon_{gain}(\alpha)$. Если рассмотреть вспомогательный ФК, усиливающий слой в котором заменен на слой с диэлектрической проницаемостью $\mathrm{Re}\,\varepsilon_{gain}(\alpha)$, то запрещенная зона этого вспомогательного ФК оказывается уже, чем у исходного ФК с $\alpha = 0$ (рисунок 5.131). При этом область II целиком лежит в разрешенной зоне вспомогательного ФК.

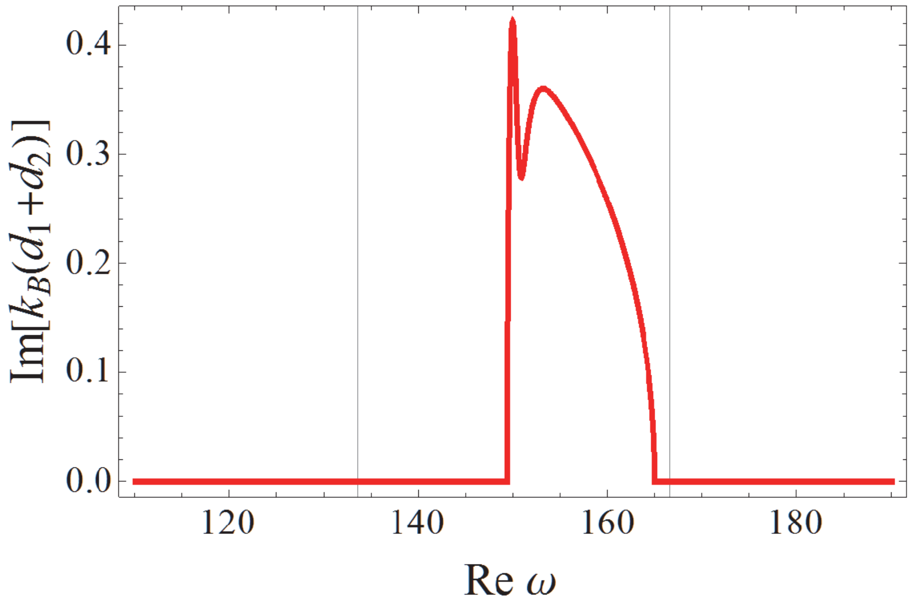


Рисунок 5.131 − Зависимость мнимой части k_B вспомогательного ФК от несущей частоты падающего цуга. Вертикальными линиями отмечены границы запрещенной зоны для ФК без усиления.

Таким образом, при $N < N_{th}(\alpha)$ в верхней полуплоскости всегда есть хотя бы один полюс, так что наблюдается лазерная генерация. При $N_{th} < N < N_{las}(\alpha)$ полюса передаточной функции могут заходить и выходить из верхней полуплоскости, при этом лазерная генерация то начинается, то прекращается. При $N_{las} < N < N_{cr}(\alpha)$ ряд Эйри по «падающим» волнам не сходится (кривая $|q| = 1$ касается действительной оси частот снизу), но полюсов в верхней полуплоскости нет, лазерная генерация не наблюдается. При $N > N_{cr}(\alpha)$ ряд Эйри по «падающим» волнам сходится (кривая $|q| = 1$ не касается действительной оси частот снизу).

5.5 Падение света под углом на усиливающий слой

Рассмотрим теперь случай наклонного падения волны на усиливающий слой, окруженный средой с диэлектрической проницаемостью ε_e. Формулы Френеля (5.214)–(5.218) и ряды Эйри (5.221), (5.222), полученные нами для случая нормального падения, будут иметь тот же вид, если произвести замену $\sqrt{\varepsilon_{gain}} \to \sqrt{\varepsilon_{gain} - \varepsilon_e \sin^2 \phi}$ и $Z_2 \to \sqrt{\varepsilon_{gain} - \varepsilon_e \sin^2 \phi}$, $Z_1 \to \sqrt{\varepsilon_e} \cos \phi$ для *s*-поляризации и $Z_2 \to \sqrt{\varepsilon_{gain} - \varepsilon_e \sin^2 \phi} / \varepsilon_{gain}$, $Z_1 \to \cos \phi / \sqrt{\varepsilon_e}$ для *p*-поляризации, где ϕ – угол падения.

Из формул Френеля следует, что для усиливающего или диссипативного слоя при увеличении его толщины d коэффициент прохождения T стремится к нулю, а коэффициент отражения R – к отличной от нуля константе. В полубесконечной усиливающей или диссипативной среде остается только одна убывающая от границы волна. Различие между диссипативной и усиливающей средой состоит в направлении вектора Пойтинга: в первом случае он направлен от границы вглубь полупространства, во втором – к границе.

Как и в случае нормального падения, формулы Френеля становятся неверными при возникновении лазерной генерации, т.е. при наличии полюсов функции отклика в верхней полуплоскости комплексной частоты. Положение полюсов определяется уравнением

$$q = \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{gain} - \varepsilon_e \sin^2 \phi} - \sqrt{\varepsilon_e} \cos\phi}{\sqrt{\varepsilon_{gain} - \varepsilon_e \sin^2 \phi} + \sqrt{\varepsilon_e} \cos\phi} \right)^2 \exp\left(2i\omega d \sqrt{\varepsilon_{gain} - \varepsilon_e \sin^2 \phi} / c\right) = 1 . \quad (5.234)$$

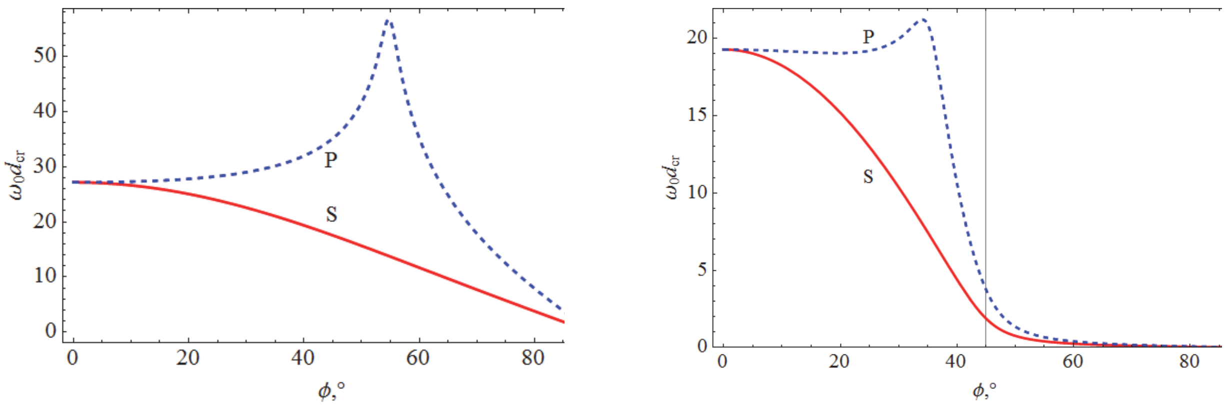
Полюса функции отклика расположены на кривой, определяемой из амплитудных условий лазерной генерации:

$$\left| r_\infty \right|^2 \exp\left(2\omega d \,\mathrm{Im} \sqrt{\varepsilon_{gain} - \varepsilon_e \sin^2 \phi} / c\right) = 1 \quad (5.235)$$

где $r_\infty = \dfrac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$.

Для того чтобы определить, при какой толщине усиливающего слоя $d_{las}(\phi)$ начинается лазерная генерация, удобно проследить за эволюцией кривой (5.235) на комплексной плоскости частот при изменении толщины слоя. В отличие от нормального падения, при падении под углом, существует два принципиально различных случая.

Если усиливающая среда окружена оптически менее плотной средой, $\mathrm{Re}\,\varepsilon_{gain} > \varepsilon_e$, то ситуация полностью аналогична случаю нормального падения. При $d < d_{cr}(\phi)$ ряд Эйри по «падающим» волнам сходится, а при $d > d_{cr}(\phi)$ не сходится, и полюса передаточной функции могут переходить в верхнюю полуплоскость. Критическая толщина слоя, при которой начинается лазерная генерация, зависит от угла падения. Для p-поляризации $d_{las}(\phi) \to \infty$ при падении под углом Брюстера ϕ_{Br} (рисунок 5.132а). Это связано с тем, что при точном выполнении условия Брюстера отсутствуют отражение и слой перестает быть резонатором. Из-за наличия усиления диэлектрическая проницаемость слоя имеет мнимую часть, а следовательно и отличный от единицы импеданс. Поэтому $d_{las}(\phi_{Br})$ остается конечной величиной.



а

б

Рисунок 5.132 − Зависимость критической толщины слоя от угла для s- (сплошные линии) и p- (штриховые линии) поляризаций. (а). Нерезонансная часть диэлектрической проницаемости слоя $\varepsilon_0 = 2$ [см. уравнение (5.213)], слой находится в вакууме. (б). Слой с $\varepsilon_0 = 1$ в диэлектрике с $\varepsilon_e = 2$.

Если же слой находится в оптически более плотном диэлектрике $\operatorname{Re}\varepsilon_{gain} < \varepsilon_e$, то появляется область полного внутреннего отражения (правее вертикальной линии на рисунке 5.132б). В этой области величина d_{cr} уменьшается с ростом угла падения, но это не означает, что область $\phi > \phi_{TIR}$ благоприятствует лазерной генерации, т.к. это только амплитудное условие, а требуется еще фазовое (переход полюса).

При углах падения ϕ, меньших угла полного внутреннего отражения ϕ_{TIR}, кривая (5.235) и полюса функции отклика ведут себя аналогично случаю нормального падения (рисунок 5.133).

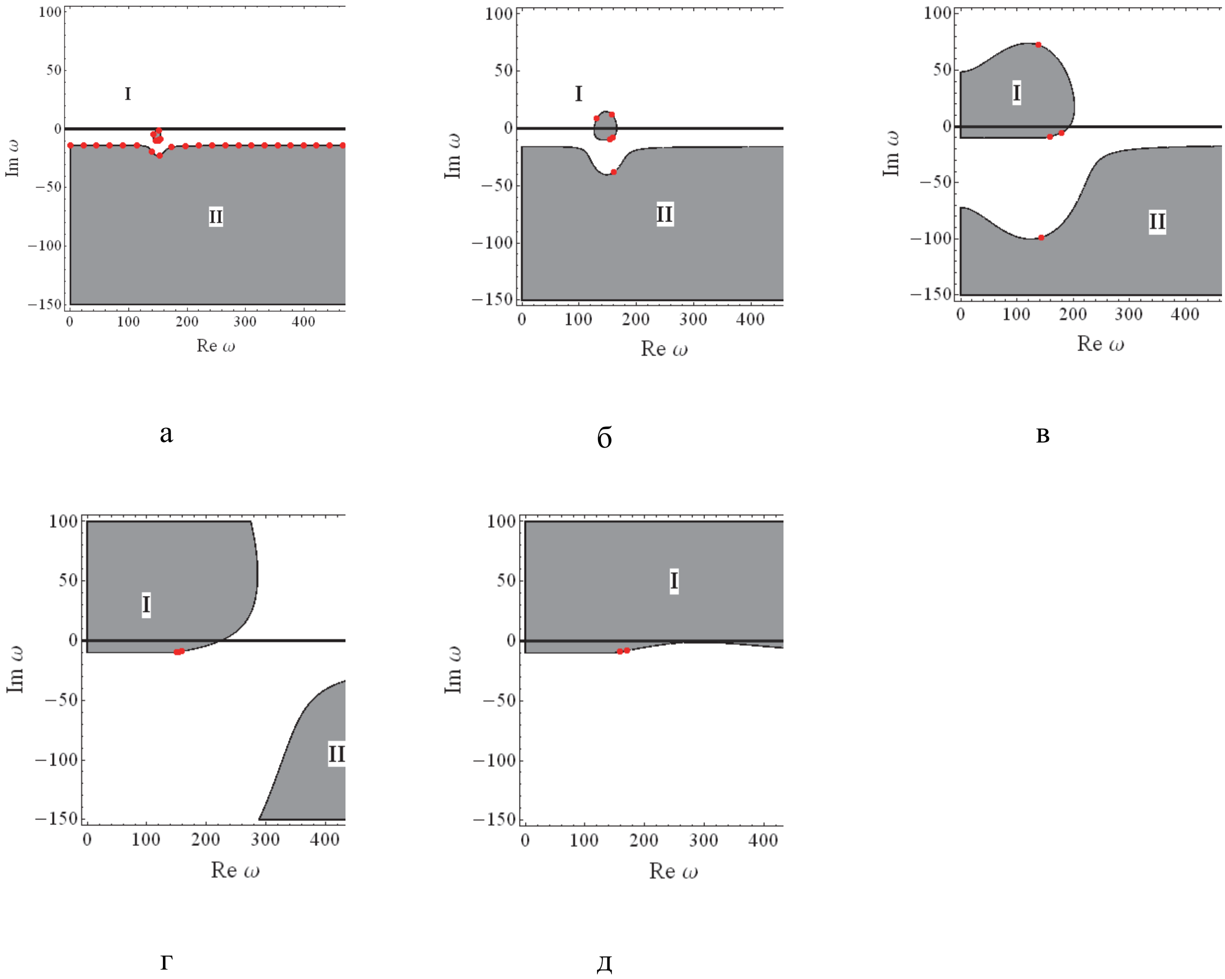


Рисунок 5.133 − Положение полюсов передаточной функции в комплексной плоскости при различных углах падения. Серым цветом выделена область расходимости ряда Эйри по «падающим» волнам при нормальном падении: (а) нормальное падение $\phi = 0.0$, (б) угол падения $\phi = 0.9 \cdot \phi_{TIR}$, (в) угол падения $\phi = 0.99 \cdot \phi_{TIR}$, (г) угол падения $\phi = 0.999 \cdot \phi_{TIR}$, (д) угол падения больше угла полного внутреннего отражения $\phi = 1.01 \cdot \phi_{TIR}$

При углах падения, больших критического, области сходимости и области расходимости ряда Эйри меняются местами (рисунок 5.133д). С увеличением толщины слоя область, где ряд Эйри по возрастающим волнам сходится, уменьшается, поэтому теперь кривая (5.235), лежащая между областями сходимости, с увеличением толщины слоя опускается в комплексной плоскости частот. Таким образом, при углах падения больше угла полного внутреннего отражения лазерная генерация возможна лишь при малой толщине усиливающего слоя и исчезает с увеличением толщины слоя, что аналогично случаю запрещенной зоны в ФК. Полюса, расположенные на кривой (5.235), с увеличением угла падения движутся по ней по часовой стрелке (рисунок 5.133) [320], и при $\phi \to \phi_{TIR}$ оказываются вблизи частоты перехода ω_0.

Интересно отметить, что угол, при котором меняются местами области сходимости, в точности равен углу полного внутреннего отражения в отсутствие усиления: $\phi_{cr} = \phi_{TIR} = \arcsin\sqrt{\varepsilon_0 / \varepsilon_e}$. Здесь ε_0 – действительная часть диэлектрической проницаемости без учета дисперсии [см. уравнение (5.213)]. Такое значение критического угла было получено в работах [269, 320] и на первый взгляд кажется странным. Более ожидаемой была бы величина $\phi_{cr} = \arcsin\sqrt{\operatorname{Re}\varepsilon_{gain}(\omega) / \varepsilon_e}$. Однако заметим, что инверсия областей сходимости ряда Эйри (рисунок 5.133) определяется свойствами системы при $\omega \to \infty$, где из-за конечности линии усиления $\varepsilon_{gain} \to \varepsilon_0$. При этом падающая волна усиливаться не будет, и при углах, больших угла полного внутреннего отражения $\left(\varepsilon_0 - \varepsilon_e \sin^2\phi\right) < 0$ при действительных частотах сходится ряд по убывающим волнам [269, 320].

Таким образом, при $\phi < \phi_{cr}$ лазерная генерация начинается с увеличением толщины усиливающего слоя, а при $\phi > \phi_{cr}$ лазерная генерация возможна только при малой толщине усиливающего слоя. Угол, при котором происходит переход от одного типа поведения к другому $\phi_{cr} = \phi_{TIR} = \arcsin\sqrt{\varepsilon_0 / \varepsilon_e}$ определяется значением диэлектрической проницаемости без учета дисперсии [269].

5.6 Заключение

В настоящем обзоре акцентировано внимание на том, что пока в слоистой системе, содержащей усиливающие слои, отсутствует лазерная генерация, применимо описание с использованием эффективной диэлектрической проницаемости ε_{gain} с отрицательной мнимой частью.

Существует иерархия толщин усиливающего слоя $d_0 < d_{cr} < d_{las} < d_{th}$. Во всех рассмотренных в работе случаях существует толщина усиливающего слоя d_0 или число элементарных ячеек ФК N_0, начиная с которых коэффициент отражения от слоя становится больше единицы. Далее, по мере роста толщины системы достигается критическая толщина d_{cr} усиливающего слоя, при превышении которой ряд Эйри по «падающим» волнам расходится. При толщинах, меньших d_{cr}, ряд Эйри сходится к результату, полученному в рамках подхода Френеля (решение линейного волнового уравнения), который, в свою очередь, совпадает с решением, получаемым из численного решения уравнений Максвелла-Блоха.

Иная ситуация возникает при превышении толщиной порогового значения d_{las}, когда начинается лазерная генерация. Вместо линейного режима, предсказываемого френелевским подходом, возникает нелинейное стационарное решение (рисунок 5.120в). В этом случае, даже если интенсивность поля во френелевском решении достаточно мала и, казалось бы, можно не учитывать изменение инверсной населенности под действием поля, уравнения Максвелла-Блоха (5.207)–(5.209) дают решение большой амплитуды, при которой указанная нелинейность становится определяющей. Точным условием возникновения лазерной генерации является выход полюсов линейной функции отклика $g(\omega)$ (5.214) в верхнюю полуплоскость комплексных частот ω.

Построение ряда Эйри весьма наглядно описывает прохождение полубесконечного цуга волн через слой вещества. Однако для усиливающей среды оно должно проводиться по-разному для случаев $d < d_{cr}$ и $d > d_{cr}$. Действительно, при построении ряда Эйри используется величина r – коэффициент отражения в задаче об отражении плоской волны от полупространства. Величина r зависит от того, с какой волной в слое «сшивается» падающая из вакуума волна. Если брать, как это обычно делается для диссипативных сред [309], волну, переносящую энергию вглубь слоя, т.е. «падающую» волну, то при $d < d_{cr}$ модуль знаменателя геометрической прогрессии $q = r_{\infty}^{2} \exp(2i\delta)$ оказывается меньше единицы, и ряд Эйри по «падающим» волнам сходится к выражению (5.214)–(5.218), получаемому из подхода Френеля.

Если же строить ряд из предположения, что решение в полубесконечной среде является «встречной» волной [270], то величины импеданса Z_2 и комплексной фазы δ в уравнениях (5.220), (5.221) меняют знак. В результате знаменатель прогрессии становится равным $1/q$, и при $d > d_{cr}$ уже ряд Эйри по «встречным» волнам (5.224) сходится, причем к результату расчета френелевским методом.

Проведенный в работе анализ показывает, что результат, полученный в рамках подхода Френеля (5.214)–(5.218), можно рассматривать как аналитическое продолжение суммы ряда Эйри (5.222) в область $d > d_{cr}(\omega)$ на плоскости комплексных частот (закрашенные участки на рисунке 5.122). Иными словами, при $d < d_{cr}$ нужно использовать ряд Эйри по «падающим» волнам, а при $d > d_{cr}$ – по «встречным» волнам. Заметим, что при $d = d_{cr}$ ($|q| = 1$) ни один из рядов не сходится, но если $q \neq 1$, то пределы сверху и снизу при $d \to d_{cr} \pm 0$ совпадают.

Переход от ряда Эйри по «падающим» волнам к ряду Эйри по «встречным» волнам эквивалентен аналитическому продолжению функции $1/(1-q)$ из окрестности $q = 0$, где

$1/(1-q)=\sum_n q^n$, в окрестность $|q|=\infty$, где $1/(1-q)=-(1/q)/[(1-1/q)]=-(1/q)\sum_{n=0}^{\infty}(1/q)^n$ [284]. Таким образом, мы получаем полное соответствие между рядами Эйри и результатом френелевского подхода: ответ, полученный в подходе Френеля, является той же аналитической функцией, чье разложение в ряд представляет собой ряды Эйри. По аналогии с модифицированным подходом Френеля, к ряду Эйри по встречным волнам необходимо добавить сумму вычетов в полюсах, определяемых условием $q(\omega)=1$. Это прибавляет бесконечно растущие во времени слагаемые в тех областях параметров, где есть лазерная генерация.

Физическим параметром, определяющим условие начала генерации, является путь, проходимый лучом по слою. При падении под углом этот путь отличается от толщины слоя. В результате модам, распространяющимся под углом, соответствуют меньшие значения толщин d_0, d_{cr}, d_{las}, d_{th}. В частности, при стремлении угла падения к $\pi/2$ эти величины стремятся к нулю (рисунок 5.133). В случае пучка с конечной апертурой в его разложении по плоским волнам всегда присутствуют волны с углами падения близкими к $\pi/2$. Для таких волн необходимо учитывать, что их путь ограничен шириной пучка или поперечным размером системы. Действительно, накачка осуществляется не во всей плоскости, а в ограниченной области слоя, как в случае лазеров поверхностного излучения с вертикальным объемным резонатором (vertical cavity surface-emitting lasers — VCSELs) [322-327]. Выходя за пределы этой области, волны попадают в область поглощения.

При падении электромагнитной волны под углом существенными оказываются явления Брюстера и полного внутреннего отражения. При ненулевой мнимой части ε_{gain} угол Брюстера и угол полного внутреннего отражения будут комплексными. Однако оказывается, что в случае полного внутреннего отражения существует действительный критический угол φ_{cr}, равный углу полного внутреннего отражения φ_{TIR} при отсутствии накачки, выше и ниже которого поведение системы качественно отличается. Для углов падения, меньших этого угла, зависимости всех величин от толщины слоя аналогичны случаю нормального падения на слой или на ФК в разрешенной зоне, а именно, существуют характерные толщины d_0, d_{cr}, d_{las}, d_{th}. При падении под углами, большими критического, все зависимости от толщины аналогичны зависимостям от толщины в ФК на частотах запрещенной зоны: d_0 всегда существует, d_{cr}, d_{las} существуют не при всех уровнях накачки, а d_{th} отсутствует. Увеличение толщины слоя рано или поздно приводит к срыву генерации.

Глава 6. Активная плазмоника

Материал, использованный при написании данной главы, получен диссертантом в соавторстве. Диссертант осуществлял научное руководство и участвовал в написании статей. Непосредственные расчеты по разделам 6.1, 6.2, 6.4 выполнил И.А. Нечепуренко, по разделу 6.3 – А.А. Зябловский.

Современные микросхемы работают на основе электрических сигналов, в то же время для быстрой и надежной передачи данных на большие расстояния используют оптоволоконные линии. Таким образом, для того чтобы передать информацию от одного "компьютера" к другому (или между процессорами одного компьютера), необходимо преобразовать электрический сигнал в оптический, передать его по оптоволоконной линии, а затем преобразовать обратно оптический сигнал в электрический.

В настоящее время для конвертации электрического сигнала в оптический и обратно в основном используют поверхностно-излучающие лазеры (vertical-cavity surface-emitting laser, VCSEL). Такие лазеры представляют собой планарный фотонный кристалл с резонансной полостью, в которую помещается усиливающая среда. Излучение поверхностно-излучающего лазера происходит в направлении, перпендикулярном поверхности фотонного кристалла. VCSEL имеют существенные преимущества по сравнению с другими типами лазеров:

– поверхность, с которой происходит лазерное излучение, может быть сделана центрально-симметричной и существенно превышать по размерам длину волны. Это позволяет добиться узкой и симметричной диаграммы направленности испускаемого излучения. В свою очередь, узкая и симметричная диаграмма направленности необходима для эффективного введения оптического сигнала в оптоволокно;

– благодаря планарной технологии изготовления VCSEL, тестирование изготовляемых лазеров можно проводить прямо на подложке, на которой они производятся, что существенно снижает их себестоимость при промышленном изготовлении;

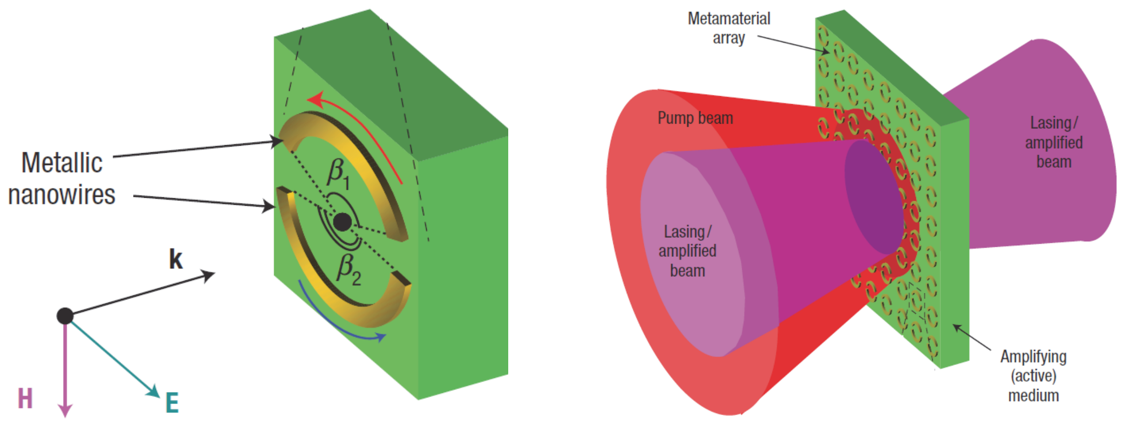
– использование в качестве материалов для слоев фотонного кристалла GaAs и AlAs позволяет добиться высокого контраста коэффициентов преломления, благодаря чему удается создать высокодобротный резонатор, используя всего несколько периодов фотонного кристалла. В свою очередь, это необходимо для эффективного охлаждения усиливающей среды.

В качестве альтернативы лазерам с резонаторами на основе фотонных кристаллов в последние годы рассматривают источники когерентного излучения на основе плазмонных наноструктур [328-334]. Ключевым элементом таких структур является генератор когерентных плазмонов – спазер (плазмонный лазер), теоретически предложенный в 2003 году [333, 335] и впервые экспериментально реализованный в 2009 году [336, 337]. Схематически спазер представляет собой квантово-плазмонный прибор, состоящий из инверсно возбужденных квантовых точек, атомов или молекул, взаимодействующих с плазмонными наночастицами [333, 335] или с плазмонными волноводами [336, 337]. Принцип действия спазера аналогичен действию лазера – это усиление, обеспеченное инверсной населенностью, в сочетании с обратной связью, создаваемой индуцированным излучением квантовой системы. Роль резонатора и резонансной моды в спазере играет наночастица и соответствующий поверхностный плазмон. Перекрытие поля плазмона с усиливающей средой создает условия для положительной обратной связи. Другими словами, в спазере происходит генерация и усиление ближних полей наночастицы. Усиление поверхностных плазмонов происходит за счет безызлучательной передачи энергии [35] от квантовых точек. В основе процесса лежит диполь-дипольное или любое иное ближнепольное взаимодействие квантовой точки и плазмонной наночастицы. Этот механизм можно рассматривать как основной, потому что вероятность безрадиационного возбуждения плазмона в $\left(k \cdot r_{НЧ-КТ}\right)^{-3}$ раз больше радиационного высвечивания фотона, где $r_{НЧ-КТ} \ll \lambda$ – расстояние между центрами наночастицы и квантовой точки и $k = 2\pi / \lambda$ (λ – длина волны в вакууме). Основными источниками потерь в спазере являются джоулевы потери $I_{дж}$ в наночастице и потери на излучение дальних электромагнитных полей $I_{изл}$. Джоулевы потери в наночастице увеличиваются пропорционально объему наночастицы: $I_{дж} \sim V_{НЧ} \sim r_{НЧ}^{3}$, а потери на излучение – пропорционально квадрату объема наночастицы: $I_{изл} \sim V_{НЧ}^{2} \sim r_{НЧ}^{6}$. Поэтому при больших размерах наночастицы ($r_{НЧ} \geq 50\,нм$) основными являются потери на излучение, а при малых размерах наночастицы ($r_{НЧ} \leq 20\,нм$) доминируют джоулевы потери. Обычно спазерами называют генераторы когерентных плазмонов, в которых преобладают джоулевы потери ($r_{НЧ} \leq 20\,нм$), а плазмонными лазерами – генераторы когерентных дальних полей ($r_{НЧ} \geq 50\,нм$).

Основными недостатками спазеров (плазмонных лазеров), препятствующих использованию их в качестве источников дальних электромагнитных полей, являются низкая эффективность преобразования энергии токовой накачки в энергию излучения (особенно при малых размерах наночастицы, $r_{НЧ} \leq 20\,нм$) и ненаправленность излучения отдельного спазера. Последнее связано с дипольным характером излучения малой наночастицы.

Для создания направленных источников когерентного излучения на основе спазеров было предложено использовать двумерные массивы спазеров. Действительно, если колебания электрического тока на всех спазерах в массиве будут происходить синхронизовано, то излучение от такой системы будет направленным. К настоящему моменту было предложено несколько способов добиться синхронизации колебаний в двумерных массивах спазеров [328-334].

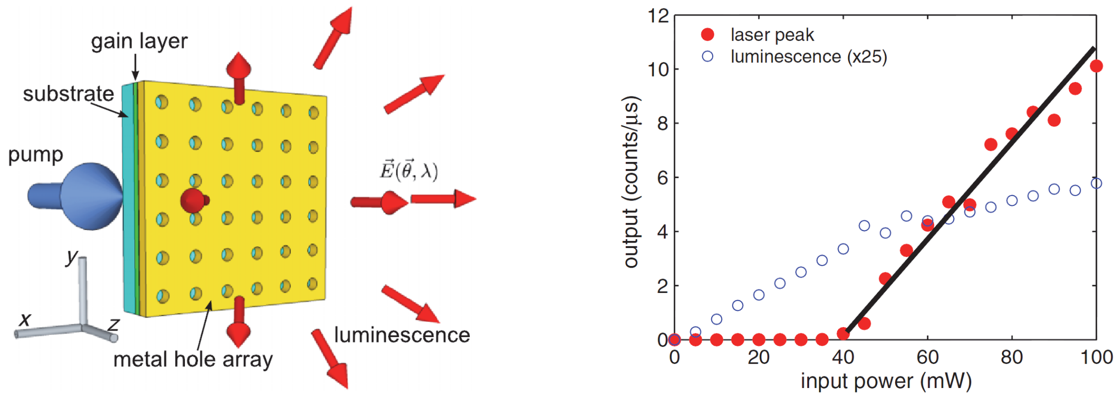
Один способ состоит в выборе такой формы наночастицы, чтобы в синхронизованном режиме интенсивность излучения от массива спазеров была минимальна [328, 329] (рисунок 6.134). В результате синхронизованная мода в такой системе имеет наименьшую пороговую накачку, необходимую для начала лазерной генерации. Так как в многомодовых лазерах (которым является любая система нескольких спазеров) в результате конкуренции мод обычно выживает мода с наименьшим порогом генерации, то в системе устанавливается синхронизованное распределение токов. Данный способ имеет два существенных недостатка: во-первых, необходимо использовать наночастицы сложной формы (рисунок 6.134а); во-вторых, механизм синхронизации приводит к минимизации интенсивности излучения системы, что не позволяет создать на её основе мощный источник когерентного излучения.



а б

Рисунок 6.134 − (а) Схематическое изображение формы наночастицы из работы [328], (б) схематическое изображение массива наночастиц из работы [328].

Альтернативно синхронизация колебаний дипольных моментов отдельных наночастиц может быть обеспечена путем расположения наночастиц в узлах решетки с периодом, равным длине волны света [330-332]. Благодаря такому расположению излучаемые наночастицами электромагнитные волны, распространяющиеся вдоль массива, всегда складываются в фазе и синхронизуют колебания на отдельных наночастицах. Описанный механизм синхронизации был экспериментально реализован в работах [330-332] (рисунок 6.135), где вместо наночастиц использовались отверстия в металлической пленке. Основным недостатком данного способа синхронизации является то, что он не позволяет сделать расстояние между наночастицами меньше длины волны.



а

б

Рисунок 6.135 − (а) Принципиальная схема синхронизации колебаний в системе спазеров при расположении плазмонных наночастиц на расстоянии порядка длины волны. (б) Интенсивность излучения двумерным массивом спазеров от интенсивности накачки (красные сплошные точки), интенсивность люминесценции от интенсивности накачки умноженная в 25 раз (синие кружки). Рисунки взяты из работы [328].

6.1 Генератор плазмонов в канале на поверхности металла

Раздел написан по материалу работы [A21].

6.1.1 Введение

В разделе 6.1 рассмотрен спазер на основе параболической канавки. Такой выбор геометрии связан с потенциальной возможностью создания плазмонных линий передачи информации.

Использование распространяющихся плазмонных мод вместо локализованных (как в исходно предложенном спазере [335]) приводит к значительным отличиям в работе спазера. Во-первых, энергия спазера локализована только по двум направлениям, тогда как по третьему направлению плазмон может распространяться. Усиление плазмона, распространяющегося вдоль канала, может быть использовано для создания когерентного источника, излучающего в пассивные секции канала. Оптические устройства на основе одномерных структур, в том числе каналов на поверхности металла, широко обсуждаются в литературе [338]. Для того чтобы возник эффект лазирования в канавке спазера, необходимо создать резонатор или использовать замкнутый канал [339]. Во-вторых, энергия сконцентрирована на дне канала, и эффективность взаимодействия КТ с плазмонной модой увеличивается. В отличие от известных оптических схем, предлагаемый плазмонный лазер может работать в частотном диапазоне, в котором плазмон на плоской поверхности не существует, а именно в области $\varepsilon_M(\omega)+\varepsilon_D>0$, где ε_D и ε_M – диэлектрические проницаемости диэлектрика в канале и металла [340]. Это приводит к уменьшению перекрестных помех между соседними каналами.

6.1.2 Возможность компенсации потерь и генерации плазмонов параболической канавки

Рассмотрим возбужденные квантовые точки, находящиеся на дне канавки, вырезанной на поверхности металла (рисунок 6.136) [A11]. В работах [341, 342] показано, что плазмонные моды могут распространяться вдоль канала с волновым числом k_z, большим, чем у волны в свободном пространстве $k_0=\omega/c$. Нас интересуют такие плазмонные моды, которые могут быть возбуждены накачиваемыми КТ. Кроме канальных плазмонов, КТ могут возбуждать плазмоны на плоской поверхности, а также излучать фотоны. Указанные процессы повышают потери в системе. Однако значительная эффективность возбуждения плазмонов превышает эффективность излучения фотонов в $(k_0\rho)^{-3}$, где ρ – радиус кривизны дна канавки [343]. Более того, геометрия канавки подавляет излучение фотонов по причине экспоненциального затухания волн в канавке субволновой ширины. По этой причине мы пренебрегаем излучением фотонов. Такое приближение было проверено в работах [344, 345], где было рассмотрено излучение классического диполя, расположенного возле металлического провода, клина и в канале. По этой причине мы предполагаем, что основной вклад в безызлучательные потери вносят $2D$ поверхностные плазмоны, которые не локализованы в канале. Эти потери существенно подавлены, так как мы выбрали рабочую частоту спазера, определяемую условием $\varepsilon_M(\omega)+\varepsilon_D>0$, при котором плазмоны на плоской поверхности не существуют.

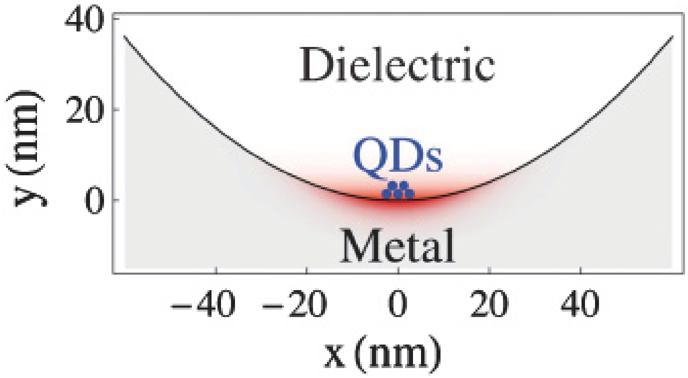


Рисунок 6.136 − Геометрия системы. Затемненная область вокруг КТ показывает распределение интенсивности электрического поля плазмона, вычисленного для канала с кривизной $\rho = 50$ нм при $k_z \rho = 10$. Квантовые точки, расположенные на дне канавки, изображены кружками.

Таким образом, излучение в плазмоны практически изолировано от окружающей среды, что может быть полезно для применений в системах, генерирующих и передающих оптические сигналы по субволновым каналам. Для преодоления сложностей накачки КТ предполагается использовать ультрафиолет на частотах, превышающих частоту объемных плазмонных колебаний в металле. При таком условии металл становится прозрачен, и КТ эффективно поглощают ультрафиолет, переизлучая его на своей частоте люминесценции [346].

С учетом вышесказанного, мы пренебрегаем радиационными потерями, учитывая только омические потери в металле плазмона, распространяющегося вдоль дна канала.

Перейдем к описанию процесса генерации плазмонов. Этот процесс описывается уравнениями Максвелла-Блоха:

$$\begin{gathered}
-\left[\nabla \times \left[\nabla \times \mathbf{E}\right]\right] - \frac{\varepsilon(x,y)}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \\
\frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} + \frac{2}{\tau_p}\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \Omega^2 \mathbf{P} = -\frac{2\Omega \mu^2 n \mathbf{E}}{\hbar}, \\
\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{\tau_n}\left(n - n_0\right) = \frac{1}{\hbar\Omega}\mathrm{Re}\left(\mathbf{E}^* \cdot \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}\right),
\end{gathered} \tag{6.236}$$

где $\boldsymbol{E}$ – электрическое поле канального плазмона, $\varepsilon\left(x,y\right)$ диэлектрическая проницаемость системы, $\mathbf{P}$ – поляризация КТ, n разница между заселенностью верхнего и нижнего уровней КТ (инверсия заселенности), n_0 – равновесное значение n, возбуждаемое накачкой, Ω – частота перехода КТ, τ_p – обратная ширина линии, τ_n – время релаксации инверсии заселенности, и μ – недиагональный элемент дипольного момента КТ.

Порог лазирования может быть найден в линейном приближении, когда интенсивность поля так мала, что инверсия заселенности не подавлена. Другими словами, можно исключить третье уравнение в системе МБ и положить $n = n_0$. Далее, если частота перехода КТ совпадает с частотой плазмона, то $\boldsymbol{E}$, $\mathbf{P} \sim \exp(-i\Omega t)$, и поляризация может быть выражена через электрическое поле:

$$\mathbf{P} = -i\frac{\tau_p |\mu|^2 n_0}{\hbar}\mathbf{E} \tag{6.237}$$

Коэффициент усиления плазмона может быть найден через выражение для вектора Пойнтинга [A11]:

$$\operatorname{div}\mathbf{S} = \Omega \operatorname{Im}\left(\mathbf{E}\cdot\mathbf{P}^*\right) - \Omega\varepsilon''\mathbf{E}\cdot\mathbf{E}^*/4\pi \tag{6.238}$$

Здесь ε'' – мнимая часть диэлектрической проницаемости, которая отвечает за потери. Мы предполагаем, что расстояние между КТ, находящимися на дне канавки, так мало, что их взаимодействие с плазмоном можно рассматривать, как взаимодействие непрерывной активной среды, распределенной по дну канавки с плотностью $n_0 = N_0\delta(x)\delta(y)$, где оси x и y перпендикулярны оси канала а направлены, соответственно, параллельно и перпендикулярно поверхности металла. Интегрируя выражение для вектора Пойнтинга, с учетом выражения для поляризации можно получить выражения для потока энергии $\Phi = \int S_z dxdy$. Предполагая, что $\Phi \sim \exp(\gamma z)$ и $\left|\mathbf{E}(0,0,z)\right|^2 \sim \exp(\gamma z)$, находим коэффициент усиления плазмона в канавке:

$$\gamma = \Omega\frac{\tau_p|\mu|^2 N_0}{\hbar}\frac{\left|\mathbf{E}(0,0,z)\right|^2}{\Phi(z)} - \frac{\Omega}{4\pi}\frac{\int \varepsilon''\left|\mathbf{E}(x,y,z)\right|^2 dxdy}{\Phi(z)} \tag{6.239}$$

Правая часть в выражении для коэффициента усиления описывает конкуренцию между накачкой и потерями в металле. В случае плазмонов, распространяющихся вдоль плоской поверхности, накачка может превзойти потери [347]. Мы покажем ниже, что в случае канальных плазмонов накачка с помощью КТ также может превзойти потери в металле.

Усиление плазмона означает условие $\gamma > 0$, которое дает условие на концентрацию КТ:

$$N_0 > \frac{\hbar}{4\pi\tau_p|\mu|^2}\frac{\varepsilon''\int\limits_{Metal}\left|\mathbf{E}(x,y,z)\right|^2 dxdy}{\left|\mathbf{E}(0,0,z)\right|^2} \tag{6.240}$$

Оценим N_0 без учета перераспределения поля, возникающего из-за потерь и с учетом реальных параметров канавки и КТ. В серебре характерное значение $\varepsilon'' \sim 0.6$ [348]. Для КТ из CdSe $\tau_p \sim 300$ фс и $|\mu| \sim 20$ Д [346, 349]. Полагая, что радиус кривизны дна канавки равен $\rho = 50$ нм, а также используя аналитическое выражения для распределения поля плазмона в канале параболического сечения [350], находим эффективную площать поперечного сечения плазмона $\int_{Metall} |\mathbf{E}|^2 dxdy / |\mathbf{E}(0,0,z)|^2 = 75$ нм^2. В результате вычислений находим, что для усиления плазмона необходимо использовать как минимум $N_0 \sim 30$ возбужденных КТ на один микрометр длины дна канавки [A11]. Для КТ из CdSe, которые достигают размеров нескольких нанометров, такие концентрации могут быть легко достигнуты, даже если на дне канавки расположен всего один ряд КТ.

Для того чтобы определить оптимальные параметры лазирования, необходимо знать моды излучения. В приближении больших значений k_z, канальные плазмоны могут быть описаны в квазистатическом приближении [342, 350]. В таком случае проблема сводится к задаче о гармоническом осцилляторе, чьи локализованные решения образуют набор дискретных уровней [350]. Так плазмоны образуют дискретный набор мод, пронумерованных числом $\nu = 0,1,2...$, и локализованы на дне канавки. Выход за пределы квазистатического приближения не меняет этот результат: моды канавки аналогичны модам обычного волновода и образуют дискретный спектр при фиксированной частоте. Дисперсионные кривые плазмонных мод низких порядков изображены на рисунке 6.137 [341, 351]. Кривые на рисунке 6.137 вычислены точно, поскольку квазистатическое приближение перестает работать при малых значениях k_z (сравните точечно-пунктирную линию со сплошной линией с $\nu = 0$ на рисунке 6.137)

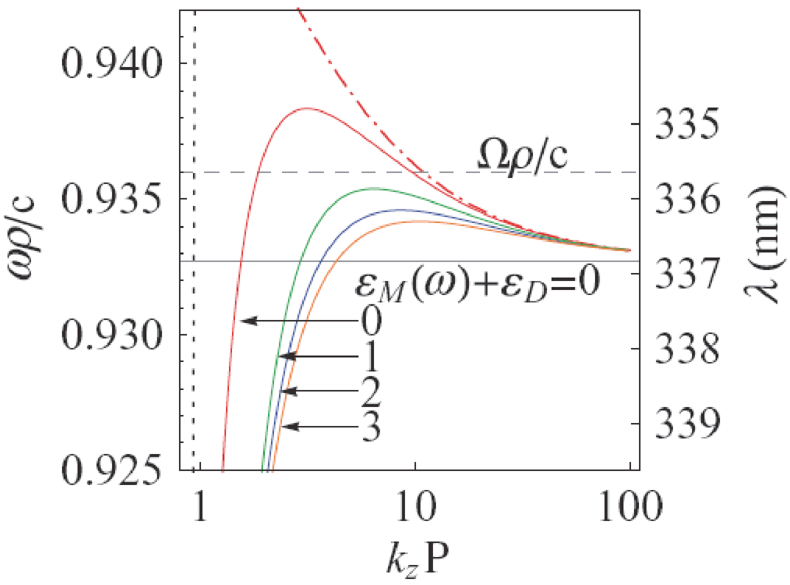


Рисунок 6.137 − Дисперсионные кривые плазмонных мод, вычисленные с учетом эффектов запаздывания. Кривые пронумерованы числом ν – номером плазмона. Штрих-пунктирной линией изображена дисперсионная кривая плазмона наименьшего порядка $\nu = 0$, вычисленного в квазистатическом приближении. Сплошная горизонтальная линия отвечает частоте, на которой $\varepsilon_M(\omega) + \varepsilon_D = 0$. Горизонтальная пунктирная линия показывает частоту, на которой существует минимальное количество мод. Пунктирная линия показывает границу светового конуса. Дисперсия серебра взята из работы [352], мнимой частью диэлектрической проницаемости пренебрегли. Радиус кривизны дна канавки $\rho = 50$ нм.

Дисперсионная кривая канального плазмона стремится к горизонтальной асимптоте при $\omega = \omega_0$, где ω_0 определяется условием $\varepsilon_M(\omega_0) + \varepsilon_D = 0$. Для любой наперед заданной частоты существует набор дискретных мод с разными волновыми числами k_z, которые образуют дискретный пространственный спектр. Как упоминалось выше, мы будем рассматривать частотный диапазон, в котором $\varepsilon_M(\omega) + \varepsilon_D > 0$. Как видно из рисунка 6.137, мы можем выбрать такой частотный диапазон, который одновременно удовлетворяет условию $\varepsilon_M(\omega) + \varepsilon_D > 0$ и условию существования плазмонной моды с $\nu = 0$. Мода самого низкого порядка возбуждается одновременно с двумя волновыми числами k_z. Меньшее и большее значение k_z соответствуют прямой и обратной волнам. Обратная волна имеет отрицательный наклон дисперсионной кривой $\partial\omega / \partial k_z < 0$. Эта волна передает энергию от источника, а ее фазовая скорость направлена в сторону источника. Обратная волна может быть с достаточной точностью описана в квазистатическом приближении, что подтверждается «близостью» дисперсионных точечно-пунктирной и сплошной красной кривой на рисунке 6.137. Это приближение не работает для прямой волны. Плазмон, обладающий большим волновым числом k_z, сильнее локализован в окрестности дна канавки, следовательно, он имеет большой фактор перекрытия поля с квантовыми точками $\left|\mathbf{E}(0,0,z)\right|^2 / \Phi(z)$. В результате такой плазмон обладает большим коэффициентом усиления и более низким порогом генерации по концентрации КТ, N_0. Поэтому плазмон с меньшим волновым числом будет подавлен в результате конкуренции мод. По этой причине при оценке порога генерации мы рассматривали плазмон с большим волновым числом k_z. Для него квазистатическое приближение работает достаточно хорошо, и мы использовали его при вычислении плазмонных полей.

Рабочий диапазон частот лазера находится в области ближнего ультрафиолета. Сдвиг рабочей области в видимый диапазон возможен за счет использования других материалов. Этот сдвиг может быть достигнут за счет увеличения диэлектрических проницаемостей $\varepsilon_M(\omega)$ и ε_D. Для этого можно использовать диэлектрик вместо вакуума, либо уменьшить $\varepsilon_M(\omega)$ за счет использования наноразмерхных диэлектрических вкраплений (серебряная пена). Такая система более предпочтительна, чем использование металлических включений, по причине существования поверхностных плазмонов на металлических частицах. Последнее приводит к возникновению линии поглощения на дисперсии эффективной диэлектрической проницаемости среды, тогда как серебряная пена не содержит такого резонанса [353].

Таким образом, в данном разделе предложен новый вид плазмонного лазера (спазера), в котором возбуждается одномерный плазмон, распространяющийся вдоль канала, в отличие от локализованного плазмона в оригинальной схеме. Использование одномерной геометрии позволяет значительно расширить область применения активной плазмоники. В частности, такой спазер может быть использован как когерентный источник излучения для систем, использующих канальные плазмоны.

Оценки показывают, что усиление канального плазмона квантовыми точками может превзойти потери. Так как амплитуда плазмона растет при распространении по каналу, лазирование может возникнуть в кольцевой канавке. Можно также использовать резонатор в линейной канавке. В таком случае потребуется большая накачка. Таким образом, кольцевой и линейный каналы могут быть использованы в новом спазере, генерирующем 1D плазмоны. Потери на возбуждение плазмона на плоской поверхности могут быть подавлены в частотном диапазоне, в котором выполняется соотношение $\varepsilon_M(\omega)+\varepsilon_D>0$. Для вакуумной канавки в серебре этот диапазон находится в ближнем ультрафиолете. За счет использования диэлектриков с большой диэлектрической проницаемостью вместо вакуума, а также металл/диэлектрического композита вместо серебра, рабочая область спазера может быть смещена в видимый диапазон.

6.2 Генератор плазмонных импульсов с терагерцовой частотой модуляции

Раздел основан на материале работ [А32, А35].

Одним из важных элементов любого компьютера является генератор тактовой частоты. В данном разделе предложен такой генератор плазмонов, работающий с тактовой частотой порядка 1 ТГц, что значительно превышает тактовые частоты современных компьютеров. Генерация импульсов в спазере на указанных частотах происходит за счет добавления насыщающегося поглотителя. Данный метод, называемый пассивной модуляцией добротности, нередко используется в традиционных лазерах [354, 355], и недавно был предложен для генерации отдельных фемтосекундных плазмонных импульсов в металлической пленке, находящейся между активной и пассивной средами [356]. Предложенный в предыдущем разделе генератор плазмонов в канавке используется в данном разделе как базовый элемент для создания генератора тактовой частоты.

Ниже будет показано, что добавление в систему насыщающегося поглотителя приведет к нестационарному режиму генерации – импульсному режиму. Насыщающийся поглотитель может быть реализован в виде пассивных (ненакачанных) квантовых точек, находящихся на дне канала среди усиливающих квантовых точек (рисунок 6.138). Предложенное устройство может быть использовано как генератор тактовой частоты, хорошо интегрируемый в перспективные плазмонные схемы с соответствующей геометрией (в рассмотренном случае геометрии канавки). Поперечный размер устройства определяется локализацией плазмона в канавке и составляет порядка 50 – 100 нм. Продольный размер может быть достаточно малым (несколько полуволн плазмона, чтобы обеспечить затухание в брэгговских стенках резонатора, и примерно половина длины волны – в полости резонатора), но имеет смысл изготовить резонатор бóльших продольных размеров, чтобы сделать тактовые колебания менее чувствительными к влиянию окружения. По этоуй причине мы рассмотрен резонатор с длиной в 10 длин полуволн плазмона (~750 нм) и прямым моделированием динамики спазера продемонстрировано наличие временных колебаний с терагерцовой частотой, происходящих синхронно по длине резонатора.

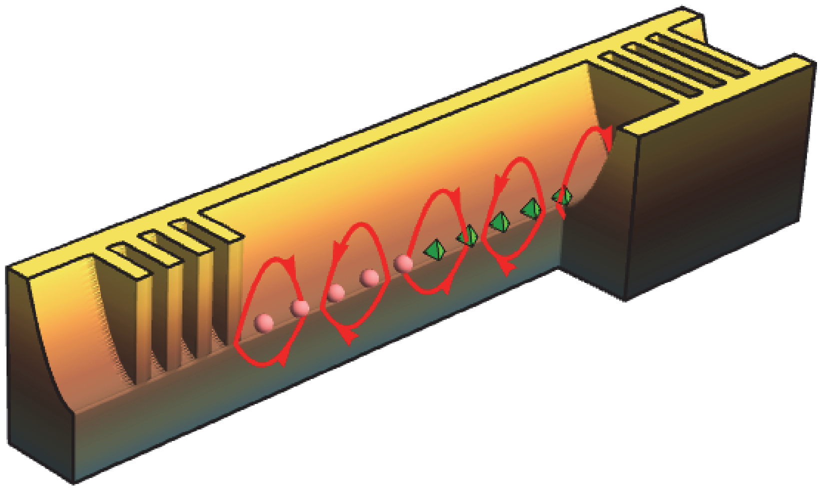


Рисунок 6.138 − Генератор плазмонов в канале (разрез). Сферами и тетраэдрами показаны насыщающийся поглотитель и усиливающая среда.

Описание динамики спазера производится в с помощью уравнений Максвелла-Блоха, подробно описанных в пункте 1.3 диссертации. Для определения параметров μ, n_0 используется поперечное распределение поля в плазмоне $\zeta(y,z)$. При малых поперечных размерах канавки (кривизна ее дна много меньше длины волны в вакууме) и для больших волновых чисел плазмона ($\mathrm{Re}\, q >> \omega_0 / c$) функция $\zeta(y,z)$ может быть найдена в электростатическом приближении, что позволяет использовать известное аналитическое решение, приближая форму канавки, например, параболой [342, 350].

Учет насыщающегося поглотителя производится по аналогии с усиливающей средой в виде двухуровневой системы с отрицательной «накачкой» $n_{0S}(x) < 0$ (переменные, относящиеся к поглотителю, обозначены индексом «S»). В результате запишем итоговую систему уравнений:

$$\begin{cases} e''(x,t)+q^2e(x,t)+\dfrac{i}{c^2}\left\langle\dfrac{\partial\left(\varepsilon(\omega_0)\omega_0^2\right)}{\partial\omega_0}\right\rangle\dot{e}(x,t)=4\pi\dfrac{\omega_0^2}{c^2}(p+p_S),\\ \dot{p}(x,t)+\dfrac{1}{T_2}p(x,t)=\dfrac{i}{\hbar}\mu|d_{12}|^2e(x,t)n(x,t),\\ \dot{n}(x,t)+\dfrac{n(x,t)-n_0(x)}{T_1}=\dfrac{i}{\hbar}\left(e^*(x,t)p(x,t)-e(x,t)p^*(x,t)\right),\\ \dot{p}_S(x,t)+\left(i(\omega_{0S}-\omega_0)+\dfrac{1}{T_{2S}}\right)p_S(x,t)=\dfrac{i}{\hbar}\mu_S|d_{12S}|^2e(x,t)n_S(x,t),\\ \dot{n}_S(x,t)+\dfrac{n_S(x,t)-n_{0S}(x)}{T_{1S}}=\dfrac{i}{\hbar}\left(e^*(x,t)p_S(x,t)-e(x,t)p_S^*(x,t)\right). \end{cases} \tag{6.241}$$

Система уравнений (6.241) описывает динамику одномерного спазера при наличии насыщающегося поглотителя.

Полученные выше уравнения позволяют изучить динамику распределенного спазера. Рассмотрим спазер в виде канавки, вырезанной на поверхности серебра, которая заполнена диэлектриком – париленом (диэлектрическая проницаеомсть $\varepsilon_D = 2.56$). Кривизна дна канавки $\rho = 20$ нм, длина резонатора $L = 750$ нм. При такой длине резонатора основные потери сосредоточены «в объеме резонатора», т.е. связаны с поглощением в металле, и конкретный вид граничных условий мало влияет на результат. Поэтому, для простоты, поставим нулевые граничные условия на стенках резонатора, который на практике может быть выполнен путем создания брэгговских отражателей [357]. Частота перехода соответствует длине волны 400 нм, при этом серебро имеет диэлектрическую проницаемость –3.77 + 0.67*i*. Времена релаксации: $T_1 = 2\cdot10^{-12}$ с, $T_2 = 10^{-13}$ с, $T_{1S} = 5T_1$, $T_{2S} = 5T_2$; матричные элементы дипольного момента имеют значения, типичные для квантовых точек: $d_{12} = d_{12S} = 20$ Д. Остальные параметры в системе (6.241) были получены по вышеприведенным формулам, используя расчет распределения поля в плазмоне: $\left\langle\dfrac{\partial\left(\varepsilon(\omega_0)\omega_0^2\right)}{\partial\omega_0}\right\rangle = 3.6\omega_0$, $q = 1.7\dfrac{\omega_0}{c}\sqrt{\varepsilon_D}\left(1+0.27i\right)$, $\mu|d_{12}|^2/\hbar = 9\cdot10^{-4}\omega_0$, $\mu_S|d_{12S}|^2/\hbar = 2.4\cdot10^{-4}\omega_0$. Величина n_0 варьировалась.

В результате численного решения системы уравнений (48) была получена временная эволюция распределения поля в резонаторе. В отсутствие насыщающегося поглотителя наблюдалось обычное пороговое поведение: выше определенного значения накачки устанавливалось стационарное распределение поля, характерное для одномодовой генерации.

Исследование многомодовых и нестационарных режимов, требующих повышения уровня накачки, не проводилось. При добавлении насыщающегося поглотителя даже при невысоком уровне накачки (в полтора раз выше порогового значения) возникал «второй порог», выше которого стационарная генерация сменялась пичковым режимом (рисунок 6.139), известным как режим пассивной модуляции добротности [358].

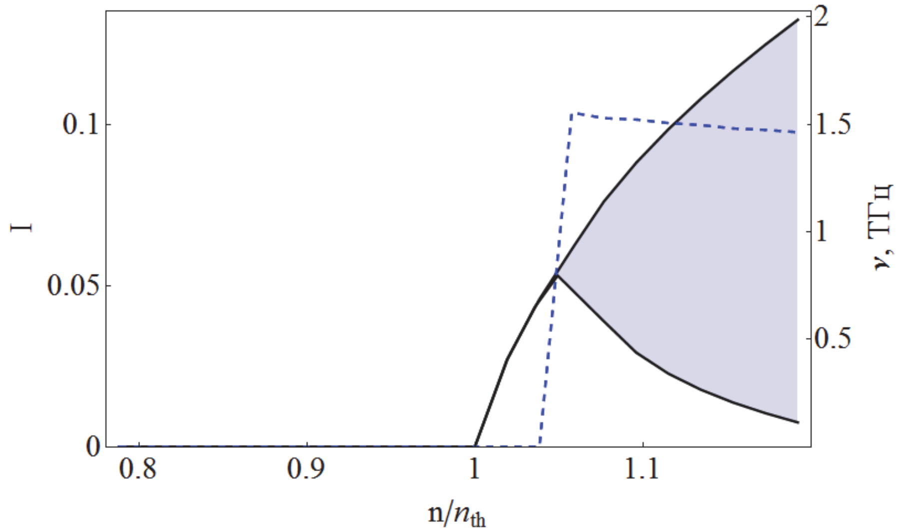


Рисунок 6.139 − Зависимость интенсивности генерации от величины накачки n_0, однородной вдоль резонатора (сплошная линия). Закрашенная область соответствует режиму пульсаций, ее нижняя и верхняя границы – минимальной и максимальной интенсивности при пульсациях. Штриховой линией показана частота пульсаций.

Пичковый режим проявляется как синхронные колебания поля по всему резонатору (рисунок 6.140). Заметим, что колебания не являются в точности периодическими. Они имеют квазипериодический характер, что проявляется как небольшая вариация амплитуды колебаний, незаметная на рисунке 6.140.

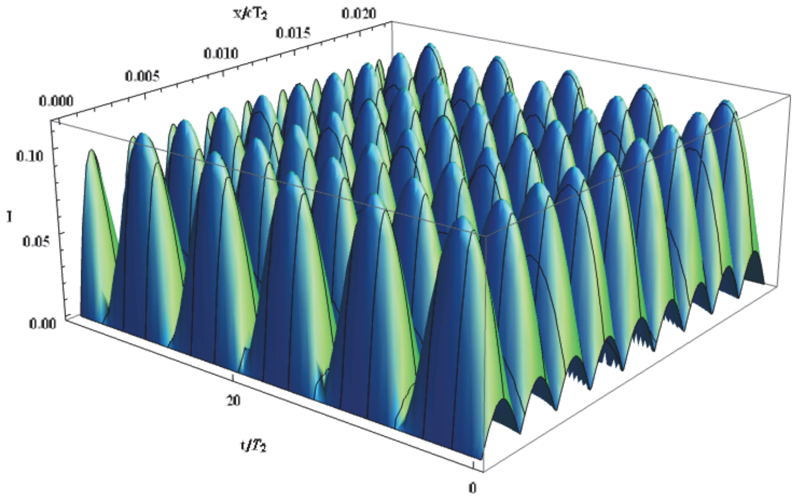
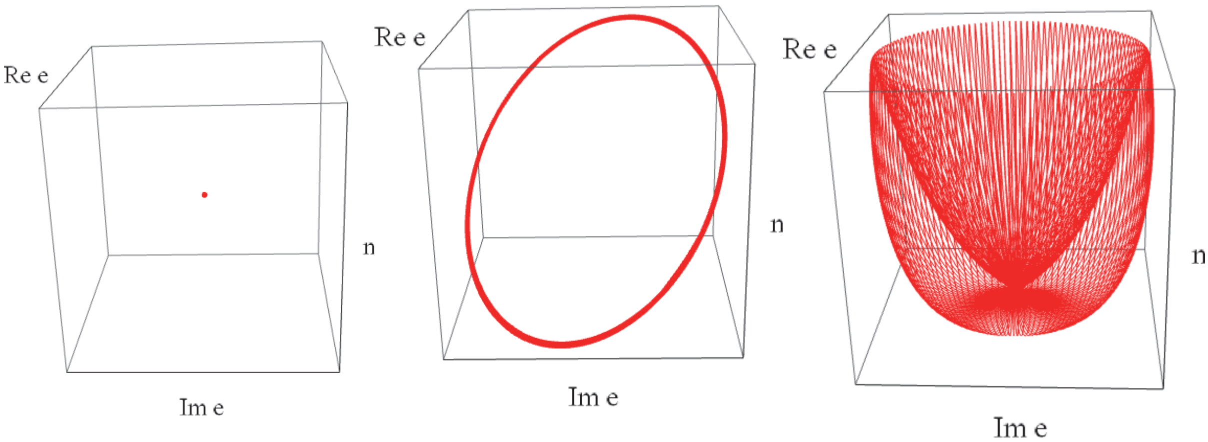


Рисунок 6.140 − Временная эволюция распределения поля ($|a|$) в резонаторе в режиме пульсаций.

Квазипериодичность является следствием вида бифуркации, возникающей при переходе «второго порога». Если переход через первый порог связан с появлением устойчивого предельного цикла из стационарной точки $e = p = p_S = 0$, $n = n_0$, $n_S = n_{0S}$ (рисунок 6.141а, б), то на втором пороге предельный цикл теряет устойчивость с образованием вокруг него устойчивого тора (рисунок 6.141в). Траектория системы закрашивает поверхность этого тора, что в представлении интенсивности электрического поля выглядит как квазипериодические колебания.



а) б) в)

Рисунок 6.141 − Фазовая диаграмма процесса генерации ниже порога (а), выше порога в режиме стационарной генерации (б) и в режиме пульсаций (в).

Заметим, что вариация частоты при этом не превышает нескольких процентов. При рассматриваемых параметрах частота импульсов составляет около 1.5 ТГц. Отметим, что эта частота проявляет хорошую устойчивость к изменению уровня накачки. Таким образом, в данной главе диссертации предложен генератор плазмонов для плазмонных линий передачи информации, который может работать как в постоянном, так и в импульсном режиме. Данное устройство способно генерировать импульсы с частотой, существенно превосходящей частоты современных компьютеров. Дальнейшее развитие активных плазмонных устройств позволит создать элементную базу для будущего оптического (плазмонного) компьютера.

6.3 Двумерный массив спазеров

Раздел основан на материале работы [A27].

6.3.1 Введение

Как правило, синхронизация колебаний дипольных моментов в массиве спазеров (см. начало главы 6) обеспечивается путем расположения наночастиц в узлах решетки с периодом, равным длине волны света [330-332]. Основным недостатком данного способа синхронизации является разреженность массива расстояние между отдельными излучателями не может быть меньше длины волны. В нашей работе [A27] был предложен способ синхронизации, лишенный этого недостатка. Перекрытие полей соседних излучателей в активной среде приводит к тому, что при синхронных колебаниях дипольных моментов излучателей возникает более эффективное взаимодействие с усиливающей средой. Благодаря такому взаимодействию возникает синхронизация колебаний дипольных моментов, которая сохраняется и при учете радиационных потерь. Мощность излучения от массива синхронизованных спазеров в единицу телесного угла в направлении, перпендикулярном плоскости массива, растет как квадрат числа спазеров, N^2. Указанный рост обусловлен сверхизлучением [359] при малых размерах массива ($\ll \lambda$) и сужением диаграммы направленности при больших размерах массива. В результате описанная система становится эффективным источником направленного когерентного излучения.

6.3.2 Система уравнений для двумерного массива спазеров

В качестве модели спазера рассмотрим инвертированную квантовую систему (атом, молекула, квантовая точка), расположенную вблизи металлических эллипсоидальных наночастиц. Для простоты предположим, что накачка осуществляется эффективной двухуровневой системой, к которой во многих случаях сводятся системы с большим числом уровней. Наночастицы, имеющие дипольные плазмонные моды, играют роль резонаторов (рисунок 6.142). Расстояние между наночастицами Δ предполагается много меньшим длины волны (в расчетах полагалось, что $\Delta = \lambda / 20$). Рассматриваемый массив имеет форму квадрата со стороной L и числом спазеров $N = (L/\Delta)^2$. Отметим, что при практической реализации в качестве усиливающей среды можно использовать p-n переход вместо квантовых точек. В этом случае p-n переход формируется на специальной подложке (например, InP), а затем на полученную структуру наносятся металлические (золотые/серебряные) наночастицы.

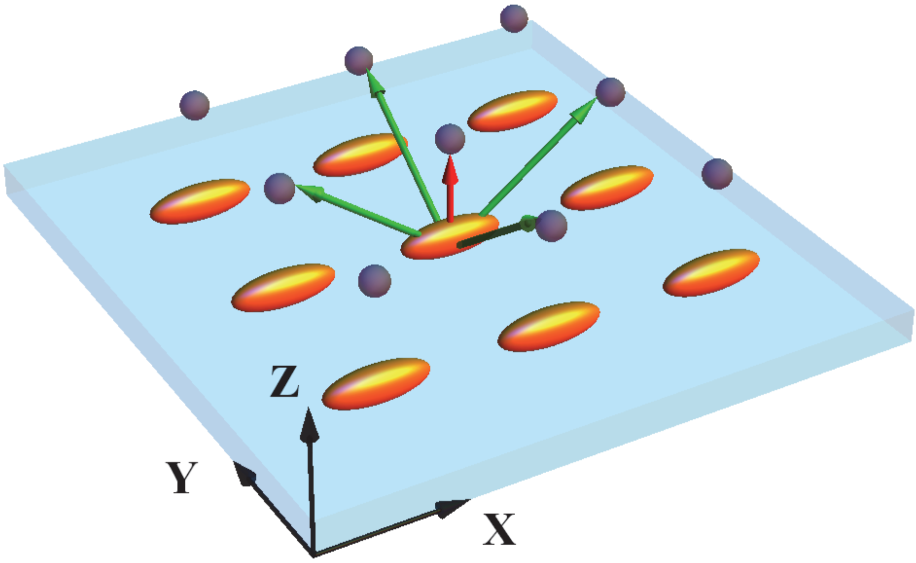


Рисунок 6.142 − Схематическое изображение двумерного массива спазеров. Квантовые точки (сферы), взаимодействующие с дипольными модами металлических наночастиц. Красной стрелкой обозначено взаимодействие наночастицы со «своей» квантовой точкой, а зелеными стрелками – с квантовыми точками, находящихся вблизи соседних наночастиц.

Динамика спазера описывается системой трех уравнений на амплитуду дипольного момента наночастицы a, поляризацию σ и инверсию населенностей D квантовой точки [360]. В двумерном массиве спазер с номером $\mathbf{n} = \{n_x, n_y\}$ взаимодействует с локальным полем $\Omega_{\mathbf{n}-\mathbf{m}} \cdot a_{\mathbf{m}} = \Omega\left((\mathbf{n}-\mathbf{m})\Delta\right) \cdot a_{\mathbf{m}}$, созданным спазером с номером $\mathbf{m} = \{m_x, m_y\}$. Проекция локального поля, создаваемого единичным диполем, на направление дипольного момента наночастицы задается выражением

$$\Omega(\mathbf{e}R) = \tau_R^{-1}\left(\frac{3(\mathbf{e}\cdot\mathbf{e}_x)^2-1}{R^3} - ik_0\frac{3(\mathbf{e}\cdot\mathbf{e}_x)^2-1}{R^2} - k_0^2\frac{(\mathbf{e}\cdot\mathbf{e}_x)^2-1}{R}\right)\exp(ikR) \quad (6.242)$$

где $k_0 = \omega / c$ – волновое число в вакууме, $\mathbf{e}_x$ – единичный вектор, параллельный дипольному моменту наночастиц, $\mathbf{e}R$ – вектор, соединяющий спазеры с номерами $\mathbf{m}$ и $\mathbf{n}$, τ_R^{-1} – скорость радиационного затухания. Для сферической наночастицы радиуса $r_{НЧ}$ в свободном пространстве $\tau_R^{-1} = 2\left.\frac{(k_0 r_{НЧ})^3}{\partial\varepsilon/\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_r}$ [360]. В общем случае τ_R^{-1} зависит от окружения и формы наночастицы. На частоте дипольного резонанса ω_r значение τ_R^{-1} связано с поляризуемостью $\alpha(\omega)$ по формуле $\tau_R^{-1} = -\frac{2}{3}\left.\frac{k_0^3}{\partial\alpha^{-1}/\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_r}$.

Как видно из (6.242), для расчета локального поля мы ограничиваемся диполь-дипольным взаимодействием между наночастицами (без учета высших мультиполей), но учитываем эффекты запаздывания. Используемое выражение для локального поля характерно для свободного пространства. Единственный учтенный нами эффект, связанный с окружением – это затухание волны в пространстве [в (6.242) принято $k = k' + ik''$, и при численном моделировании использовались значения $k' = k_0$ и $k''/k' = 0.2$]. Без учета этого затухания взаимодействие наночастиц не ограничивается соседними наночастицами, в результате становится существенной конечность размеров структуры, что приводит к неоднородности по массиву локальных полей, действующих на спазеры, и к возникновению различных неустойчивостей. В остальном вид локального поля качественно не влияет на поведение рассматриваемой нами системы.

В приближении вращающейся волны [95] система взаимодействующих спазеров описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\dot{a}_{\mathbf{n}} + \tau_a^{-1}a_{\mathbf{n}} = -i\Omega_R\sigma_{\mathbf{n}} - i\Omega_{R1}\sum_{|\mathbf{m}-\mathbf{n}|=1}\sigma_{\mathbf{m}} + i\sum_{\mathbf{m}\neq\mathbf{n}}\Omega_{\mathbf{n}-\mathbf{m}}a_{\mathbf{m}}, \quad (6.243)$$

$$\dot{\sigma}_{\mathbf{n}} + \tau_\sigma^{-1}\sigma_{\mathbf{n}} = i\Omega_R a_{\mathbf{n}}D_{\mathbf{n}} + i\Omega_{R1}\sum_{|\mathbf{m}-\mathbf{n}|=1}a_{\mathbf{m}}D_{\mathbf{m}} \quad (6.244)$$

$$\dot{D}_{\mathbf{n}} + \tau_D^{-1}\left(D_{\mathbf{n}} - D_0\right) = 2i\Omega_R(a_{\mathbf{n}}^*\sigma_{\mathbf{n}} - \sigma_{\mathbf{n}}^* a_{\mathbf{n}}) + \\ +2i\Omega_{R1}\sum_{|\mathbf{m}-\mathbf{n}|=1}\left(a_{\mathbf{m}}^*\sigma_{\mathbf{n}} - a_{\mathbf{m}}\sigma_{\mathbf{n}}^*\right), \tag{6.245}$$

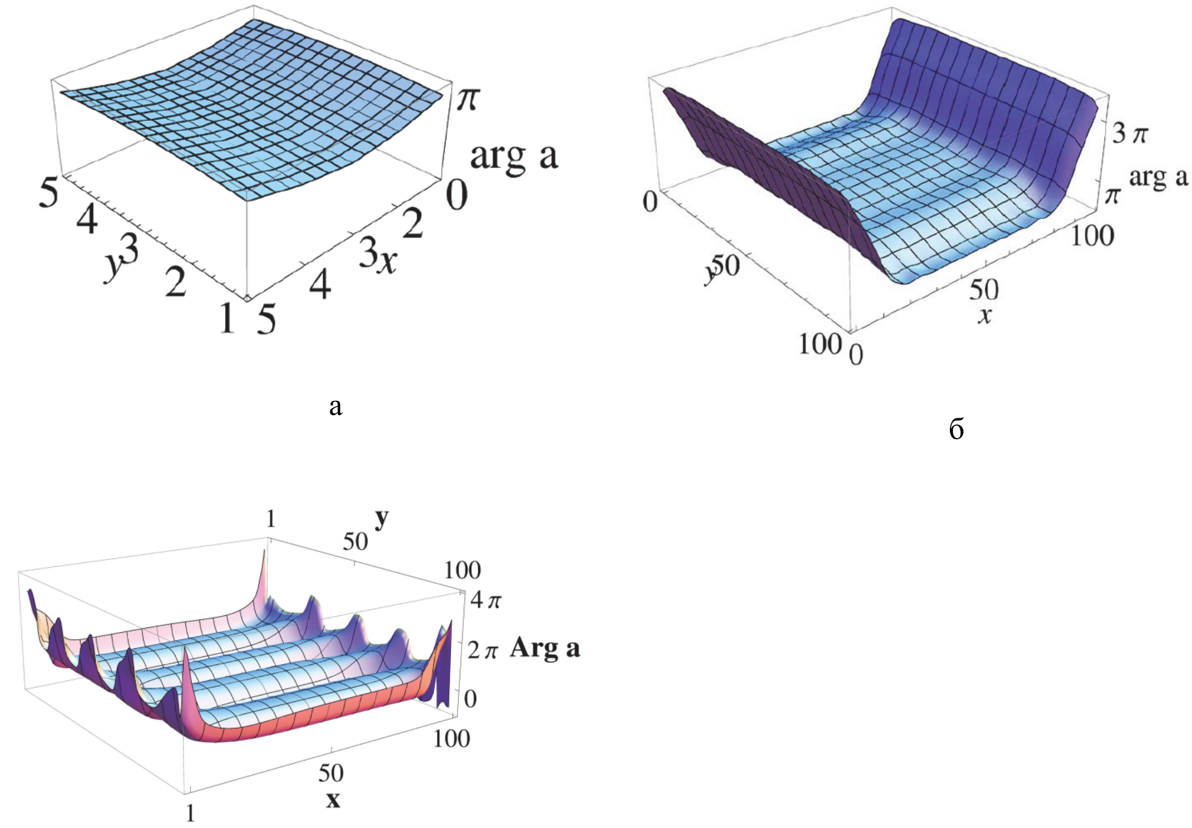
где $a_{\mathbf{n}}$ – дипольный момент $\mathbf{n}$-ой наночастицы, $\sigma_{\mathbf{n}}$ и $D_{\mathbf{n}}$ – дипольный момент и инверсия населенностей квантовой точки с номером $\mathbf{n}$, D_0 – интенсивность внешней накачки, которая считается одинаковой для всех квантовых точек. Времена релаксации поляризации (поперечной релаксации) и инверсии населенностей (продольной релаксации) квантовых точек обозначены, соответственно, τ_σ и τ_D. Время жизни плазмонной моды определяется джоулевыми потерями и потерями на излучение: $\tau_a^{-1} = \tau_J^{-1} + \tau_R^{-1}$ (в наших вычислениях $\tau_J^{-1} = 27\tau_R^{-1}$).

В системе уравнений (6.243)–(6.245), кроме взаимодействия между наночастицами [последнее слагаемое в правой части (6.243)], учитывается взаимодействие наночастицы со «своей» квантовой точкой [первое слагаемой в правой части (6.243)] и с квантовыми точками соседних наночастиц [второе слагаемое в правой части (6.243)]. Амплитуда этих взаимодействий пропорциональна частотам Раби Ω_R и Ω_{R1}, соответственно. В системе уравнений (6.243)–(6.245) также учтены радиационные потери, которые увеличиваются с ростом числа спазеров [см. раздел 6.3.4].

6.3.3 Синхронизация колебаний дипольных моментов отдельных спазеров в двумерном массиве

При численном решении системы уравнений (6.243)–(6.245) было показано, что при значениях Ω_{R1}, больших некоторого критического значения, колебания дипольных моментов спазеров в двумерном массиве выходят на стационар с почти однородным распределением фазы по массиву (рисунок 6.143). В массивах с числом спазеров N порядка 10^2 удается добиться "идеальной" синхронизации колебаний дипольных моментов по массиву (рисунок 6.143а). В больших массивах ($N \gg 10^2$) вблизи границ возникают возмущения в направлении, параллельном колебаниям дипольных моментов (рисунок 6.143б). Этот краевой эффект имеет масштаб порядка длины волны в вакууме. При размерах массива, много больших длины волны влияние краевых эффектов на интенсивность излучения от массива спазеров и диаграмму направленности становится пренебрежимо малым.

Синхронизованный режим колебаний дипольных моментов в массиве спазеров устанавливается именно благодаря взаимодействию наночастиц с квантовыми точками соседних наночастиц. Действительно, при Ω_{R1} меньше критического значения в массиве спазеров устанавливается рассинхронизованное распределение дипольных моментов (рисунок 6.143в).



а

б

в

Рисунок 6.143 − Распределение фазы колебаний дипольных моментов по плоскости спазеров (а) в массиве 5 на 5 спазеров при $\Omega_{R1} \neq 0$, (б) в массиве 100 на 100 спазеров при $\Omega_{R1} \neq 0$, (в) в массиве 100 на 100 спазеров при $\Omega_{R1} = 0$. По осям *x*- и *y*- номер спазера, по оси *z*- фаза дипольных моментов.

6.3.4 Сверхизлучение от двумерного массива спазеров

В синхронизованном массиве спазеров сверхизлучение приводит к увеличению радиационных потерь. Это явление более очевидно для системы малых размеров ($k_0 R \ll 1$), для которых выражение (6.242) преобразуется к виду

$$\Omega\left(\mathbf{e}R\right) \approx \tau_R^{-1}\left(\frac{3}{2}\frac{3(\mathbf{e}\cdot\mathbf{e}_x)^2-1}{\left(k_0 R\right)^3}+i\right) \qquad (6.246)$$

с $\operatorname{Im}\Omega\left(\mathbf{e}R\right)\approx\tau_R^{-1}$. Когда все диполи осциллируют с одинаковой фазой и амплитудой, последнее слагаемое в уравнении (6.243) может быть разделено на два:

$$\begin{aligned} &i\sum_{\mathbf{m}\neq\mathbf{n}}\Omega_{\mathbf{n}-\mathbf{m}}a_{\mathbf{m}} = ia_{\mathbf{m}}\sum_{\mathbf{m}\neq\mathbf{n}}\operatorname{Re}\Omega_{\mathbf{n}-\mathbf{m}} - a_{\mathbf{m}}\sum_{\mathbf{m}\neq\mathbf{n}}\operatorname{Im}\Omega_{\mathbf{n}-\mathbf{m}} = \\ &= ia_{\mathbf{m}}\sum_{\mathbf{m}\neq\mathbf{n}}\operatorname{Re}\Omega_{\mathbf{n}-\mathbf{m}} - a_{\mathbf{m}}\left(N-1\right)\tau_R^{-1}. \end{aligned} \qquad (6.247)$$

Второе слагаемое в правой части (6.247) приводит к увеличению потерь при плазмонных колебаниях плазмона на **n**-ой частице в $(N-1)$ раз. В результате, эффективная скорость затухания становится равной $\tau_J^{-1}+N\tau_R^{-1}$, и уравнение (6.243) может быть переписано в виде

$$\dot{a}_{\mathbf{n}} + \left(\tau_J^{-1}+N\tau_R^{-1}\right)a_{\mathbf{n}} = -i\Omega_R\sigma_{\mathbf{n}} - i\Omega_{R1}\sum_{|\mathbf{m}-\mathbf{n}|=1}\sigma_{\mathbf{m}} + i\operatorname{Re}\sum_{\mathbf{m}\neq\mathbf{n}}\Omega_{\mathbf{n}-\mathbf{m}}a_{\mathbf{m}}\,. \qquad (6.248)$$

Таким образом, дипольные моменты на всех наночастицах, находящихся в области $k_0R\ll 1$, дают равный вклад в радиационные потери каждой наночастицы, равный $\tau_{R\_eff}^{-1}=N\tau_R^{-1}$. В этом случае полная интенсивность излучения N наночастиц пропорциональна квадрату их полного числа, N^2, что является особенностью сверхизлучения [359]. Заметим, что для получения этой зависимости мы использовали выражение для полного поля диполя с учетом запаздывания (6.242). При этом учет всех слагаемых в (6.242) необходим для корректного описания влияния излучения на динамику массива спазеров.

Мощность излучения от всего массива спазеров может быть получена, используя уравнения баланса энергии, которые следуют из (6.243) для стационарного режима:

$$\sum_{\mathbf{n}}\left[\Omega_R\operatorname{Im}\left(a_{\mathbf{n}}^*\sigma_{\mathbf{n}}\right)+\Omega_{R1}\sum_{|\mathbf{m}-\mathbf{n}|=1}\operatorname{Im}\left(a_{\mathbf{n}}^*\sigma_{\mathbf{m}}\right)\right]=\tau_J^{-1}\sum_{\mathbf{n}}\left|a_{\mathbf{n}}\right|^2+\sum_{\mathbf{n},\mathbf{m}}\operatorname{Im}\left(\Omega_{\mathbf{n}-\mathbf{m}}\right)\operatorname{Re}\left(a_{\mathbf{n}}^*a_{\mathbf{m}}\right). \quad (6.249)$$

В соответствии с выражением (6.246), $\operatorname{Im}\Omega\left(\mathbf{e}R\right)\approx\tau_R^{-1}$ для $k_0R\ll 1$. Таким образом, слагаемое $\mathbf{n}=\mathbf{m}$ в сумме $\sum\limits_{\mathbf{n},\mathbf{m}}$ может быть учтено как $\operatorname{Im}\Omega_{\mathbf{n}-\mathbf{m}}=\tau_R^{-1}$. Левая часть уравнения (6.249) пропорциональна энергетическим потерям в системе. Первое слагаемое в правой части соответствует джоулевым потерям, а второе – радиационным потерям I, равным

$$I=\frac{m\omega^2}{e^2}\sum_{\mathbf{n},\mathbf{m}}\operatorname{Im}\left(\Omega_{\mathbf{n}-\mathbf{m}}\right)\operatorname{Re}\left(a_{\mathbf{n}}^*a_{\mathbf{m}}\right) \qquad (6.250)$$

Мощность потерь на излучение в зависимости от числа спазеров в массиве показана на рисунке 6.144а.

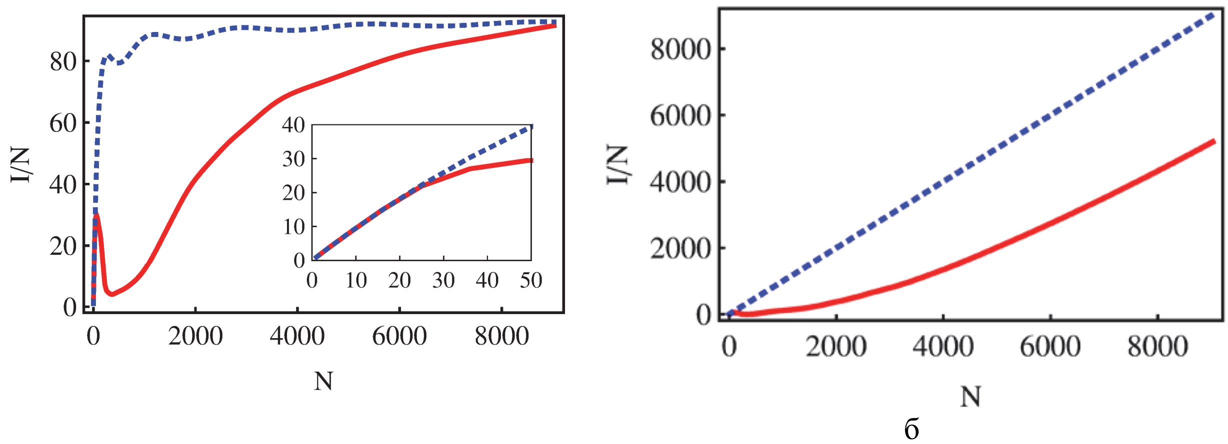


Рисунок 6.144 – Зависимость интенсивности излучения в расчете на один спазер в массиве (а) и интенсивность излучения в перпендикулярном к плоскости массива направлении в расчете на один спазер (б) от числа спазеров. Сплошной линией показана интенсивность излучения для распределения фазы, получаемого из численного счета, штриховой линией – интенсивность излучения для идеально синхронизованного массива. Зависимость интенсивности излучения для малого числа спазеров показана на вставке к рисунку 6.144а.

При малых размерах массива ($N < 100$ при наших параметрах) все спазеры осциллируют в фазе (рисунок 6.143а). В этом случае интенсивность излучения в расчете на один спазер растет линейно с ростом числа спазеров в массиве, $I_1 = I / N \sim N$. Для таких массивов интенсивность излучения совпадает с интенсивностью излучения идеально синхронизованной системы (вставка на рисунке 6.144а). При дальнейшем увеличении размера массива интенсивность излучения проваливается, что связано с формированием граничных состояний (рисунок 6.143б). Дальнейший рост приводит к синхронизации большей части массива, как видно на рисунке 6.143б. При числе спазеров $N > 5000$ интенсивность излучения исследуемой и идеально синхронизованной системы примерно сравниваются.

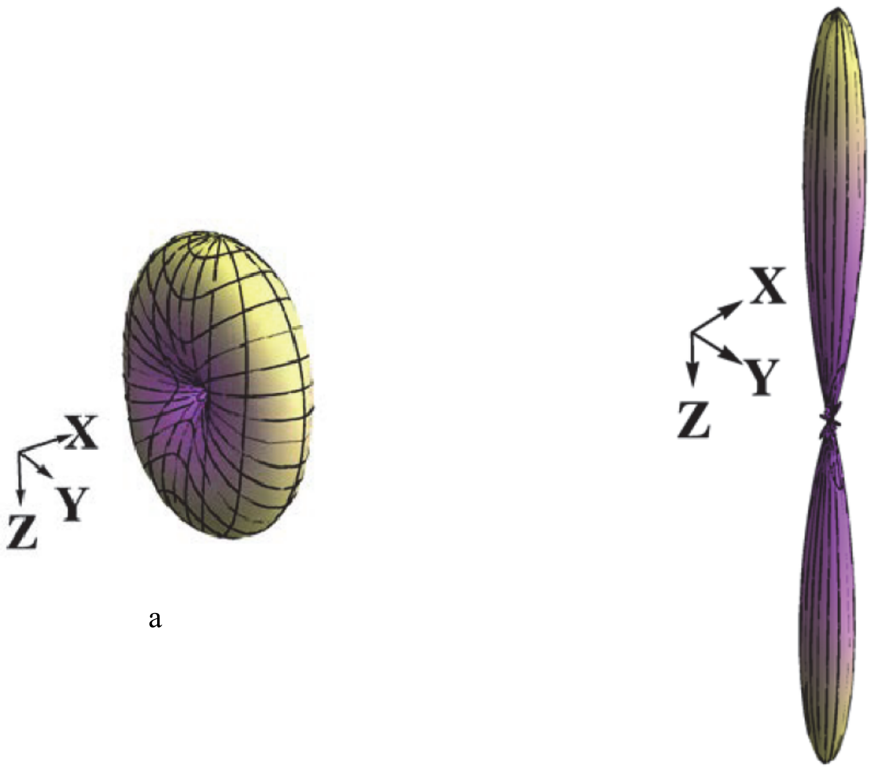
6.3.5 Диаграмма направленности излучения от двумерного массива спазеров

Для практических применений суммарная интенсивность излучения от системы спазеров часто является менее важной, чем интенсивность излучения в определенном направлении, соответствующая измерению при помощи маленького детектора, находящегося на большом расстоянии. Мы будем интересоваться в основном интенсивностью излучения в направлении, перпендикулярном плоскости массива. Однако в отличие от суммарной мощности излучения, которая может быть вычислена как работа локального поля над диполем, угловое распределение интенсивности излучения таким способом не вычисляется. Вместо этого необходимо рассчитать диаграмму направленности излечения системы диполей с найденным распределением амплитуды и фазы дипольных моментов. Угловое распределение интенсивности излучения такой антенны может быть найдено при помощи преобразования Фурье от распределения токов в её апертуре [361]:

$$I_{\Omega}\left(\mathbf{e}\right)=I_{\Omega}^{0}\left(\mathbf{e}\right)\left|\sum_{\mathbf{n}}a_{\mathbf{n}}\exp\left(-ik_{0}\mathbf{e}\cdot\mathbf{r}_{\mathbf{n}}\right)\right|^{2}, \qquad (6.251)$$

где $\mathbf{e}$ – единичный вектор в направлении излучения, $\mathbf{r}_{\mathbf{n}}$ – радиус-вектор диполя с номером $\mathbf{n}$ в массиве и $I_{\Omega}^{0}\left(\mathbf{e}\right)=\left(8\pi\right)^{-1}ck_{0}^{4}\left|\left[\mathbf{e}\times\mathbf{e}_{x}\right]\right|^{2}$ – интенсивность излучения единичного диполя в направлении вектора $\mathbf{e}$. При интегрировании выражения (6.251) по всем направлениям $\mathbf{e}$ получается результат (6.250). В перпендикулярном к плоскости направлении $I_{\Omega}\left(\mathbf{e}\right)=I_{\Omega}^{0}\left(\mathbf{e}\right)\left|\sum_{\mathbf{n}}a_{\mathbf{n}}\right|^{2}$, что дает зависимость $I_{\Omega}/N\sim N$ для синхронизованного массива любого размера.

Данный результат подтверждается численным расчетом (рисунок 6.144б). Интересно, что линейный рост I_{Ω}/N определяется двумя эффектами. При малых размерах массива $L<\lambda$, это происходит из-за роста интегральной интенсивности излучения, вследствие сверхизлучения [359], а при $L>\lambda$ рост I_{Ω}/N обусловлен сужением диаграммы направленности, что связано с увеличением апертуры излучающей системы (рисунок 6.145).



а

б

Рисунок 6.145 − Диаграмма направленности излучения двумерного массива 5×5 спазеров (а) и 100×100 спазеров (б).

6.3.6 Теория синхронизации массива спазеров

Построим теорию, которая позволяет качественно объяснить механизм синхронизации спазеров в массиве. В многомодовых лазерах в результате конкуренции мод обычно выживает мода с наименьшим пороговым значением параметра усиления D_{th} [362, 363]. Для массива спазеров это пороговое значение равно $D_{th}(\mathbf{k}) = \Omega_{R\_eff}^{-2} \tau_{a\_eff}^{-1} \tau_{\sigma}^{-1} \left(1 + \delta_{eff}^{2} \tau_{a\_eff}^{2}\right)$. Это выражение идентично порогу генерации единичного спазера [360], эффективные параметры Ω_R, τ_a, δ для массива спазеров равны

$$\Omega_{R\_eff} = \Omega_R + 2\Omega_{R1} \left(\cos k_x \Delta + \cos k_y \Delta\right), \tag{6.252}$$

$$\tau_{a\_eff}^{-1} = \tau_J^{-1} + \Delta^{-2} \int \Omega(\mathbf{e}R)\, d^2\mathbf{R}, \tag{6.253}$$

$$\delta_{eff} \approx 3\tau_R^{-1} (k_0 \Delta)^{-3} \left(2\cos k_x \Delta - \cos k_y \Delta\right), \tag{6.254}$$

где $\mathbf{k} = \{k_x, k_y\}$ – волновое число собственной моды дипольных колебаний в массиве спазеров, Δ – период массива.

Значение $D_{th}(\mathbf{k})$ определяется тремя множителями: $\Omega_{R\_eff}^{-2}$, $\tau_{a\_eff}^{-1}$ и $1+\delta_{eff}^2\tau_{a\_eff}^2$. Первый множитель $\Omega_{R\_eff}^{-2}$ имеет минимум при $|\mathbf{k}| = 0$. Действительно, в синхронизованной моде поля соседних наночастиц интерферируют на квантовых точках, из-за чего взаимодействие плазмонных мод и наночастиц максимально для синхронизованной моды. Этот механизм синхронизации был рассмотрен в [363]. С другой стороны, второй множитель $\tau_{a\_eff}^{-1}$ увеличивается с ростом $|\mathbf{k}|$ из-за повышения потерь на излучение, что приводит к росту D_{th}. Из-за этого множителя рассинхронизованная мода должна иметь наименьший порог. В то же время, увеличение $\tau_{a\_eff}^{-1}$ приводит к тому, что третий множитель $1+\delta_{eff}^2\tau_{a\_eff}^2$ стремится к 1.

Таким образом, стационарная мода в системе определяется в результате конкуренции двух факторов: синхронизации из-за нелинейного диполь-дипольного взаимодействия наночастиц с соседними квантовыми точками и рассинхронизации из-за увеличения интенсивности излучения.

При рассмотренных параметрах первый механизм превалирует. Следовательно, мода с $\mathbf{k} = 0$ имеет наименьший порог, и именно она наблюдается в расчете в стационарном режиме генерации.

6.3.7 Выводы

Подводя итоги, в работе предложен высоконаправленный непрерывный источник когерентного излучения. Предлагаемый источник создается на основе двумерного массива некогерентно накачиваемых спазеров, колебания дипольных моментов которых взаимно синхронизуются благодаря взаимодействию наночастиц с ближайшими и соседними квантовыми точками. В результате синхронизации колебаний интенсивность излучения в расчете на один спазер увеличивается по сравнению с интенсивностью излучения изолированного спазера, что связано с эффектом сверхизлучения от массива. Рассмотренный механизм синхронизации принципиально отличается от механизма, предложенного Дике [359]. Действительно, в нашем случае синхронизация происходит из-за диполь-дипольного взаимодействия спазеров, которое разрушает синхронизацию Дике. Кроме того, по мере увеличения размеров системы излучение от массива спазеров становится все более узконаправленным.

Таким образом, на основе двумерного массива спазеров можно создать высокоинтенсивный узконаправленный источник когерентного излучения. Такой источник будет полезен для реализации скоростных оптических коммуникаций благодаря тому, что нанолазеры обладают меньшим временем отклика на возмущение по сравнению с обычными поверхностно-излучающими лазерами.

6.4 Внутрирезонаторная спектроскопия на основе спазера

6.4.1 Введение

Метод лазерной спектроскопии возник из работы [364], где линейчатая структура спектра лазерной генерации объяснялась наличием малых потерь в резонаторе. Новый метод спектроскопии сразу стал предметом дискуссий. Основными вопросами были механизм высокой чувствительности к поглощению, а также факторы, ограничивающие чувствительность. Высокая чувствительность была объяснена тем, что усиление многократно увеличивает эффективную длину пробега L_{eff} света в резонаторе, содержащем поглотитель [365]. Дополнительное увеличение чувствительности возникает в результате конкуренции мод [366]: достаточно небольшого резонансного поглощения, чтобы соответствующая мода проиграла конкуренцию остальным модам. Ограничение эффективной длины пробега и конкуренции мод могло быть связано с различным пространственным разделением мод или с процессами спонтанного излучения. Второй процесс оказался доминирующим [367]: наличие постоянного шума спонтанного излучения приводит к конечной длине пробега фотона в резонаторе лазера.

За годы своего развития внутрирезонаторная лазерная спектроскопия зарекомендовала себя как один из наиболее чувствительных методов обнаружения малых количеств вещества [368-370]. Возникло разделение [371] на одномодовый [372] и многомодовый [365] методы.

Внутрирезонаторная лазерная спектроскопия была реализована на основе лазеров на красителях [367, 373], титан-сапфирового лазера [374], полупроводниковых GaAs [375], GaAlAs [376] лазеров, Cr:YAG лазера [377], лазера на основе волокна, допированного Nd [378], квантово-каскадных микро-лазеров [379]. С помощью лазерной спектроскопии обнаруживали линии поглощения йода [373], калия [375], воды в ближнем ИК [377], атмосферное поглощение в ближнем ИК [378], различную органику (изопропанол, ацетон) по характеристическим линиям в среднем ИК [379]. Метод внутрирезонаторной лазерной спектроскопии успешно применяется для контроля состава газовой смеси при CVD технологии (см. работу [380]).

Лазерная спектроскопия на основе плазмонных лазеров наследует высокую чувствительность традиционной лазерной спектроскопии. Кроме того, малый размер лазера потенциально позволяет регистрировать следовые количества анализируемого вещества. В данном разделе рассматриваются возможные реализации метода.

6.4.2 Поверхностная спектроскопия

Раздел основан на результатах работы [А28].

Поверхностные плазмоны проявляют высокую чувствительность к изменениям диэлектрической проницаемости вещества вблизи границы металл/диэлектрик. При этом использование «поверхностной оптики» для создания плазмонного резонатора хорошо совместимо с идеей помещать молекулы анализируемого вещества внутрь резонатора. В данном разделе предложена реализация метода внутрирезонаторной спектроскопии на основе плазмонного лазера.

Рассмотрим квантовый генератор поверхностных плазмон-поляритонов (ППП) на плоской металлической поверхности (рисунок 6.146), [А28]. Эти плазмон-поляритоны эффективно взаимодействуют с частицами (атомами или молекулами), расположенными на металлической поверхности. Распространяясь по поверхности, плазмоны ведут себя аналогично электромагнитным волнам в трехмерном пространстве, и аналоги обычных оптических устройств, такие как резонаторы, могут быть созданы для плазмонов. ППП зеркала могут быть выполнены в виде периодических наборов канавок, ребер или наборов частиц, образуя брэгговскую решетку на поверхности металла [381-383]. Два таких зеркала образуют резонатор для поверхностных плазмонов. Моды этого резонатора могут быть усилены с помощью нанесенных на поверхность металла инверсно населенных двухуровневых систем – квантовых точек, молекул красителя и др. Благодаря сильному ближнепольному возбуждению энергия квантовых точек резонансно переходит в ППП вместо излучения в свободное пространство [345]. Накачка, превышающая пороговое значение, приводит к генерации ППП.

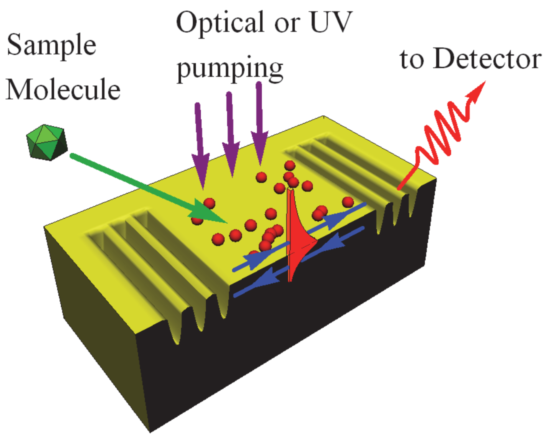


Рисунок 6.146 − Схема поверхностного спазерного спектроскопа. Периодические возмущения поверхности металла, выполненные в виде системы канавок, ребер или наночастиц, образуют

резонатор для плазмонной моды, которая усиливается за счет взаимодействия с квантовыми точками (красные сферы). Расстояние между "зеркалами" составляет около 300 нм.

Помещение поглощающей молекулы в резонатор может привести к срыву генерации. Чувствительность системы к потерям внутри резонатора становится значительно выше, чем чувствительность обычной плазмонной спектроскопии. Это можно объяснить, во-первых, многократным прохождением плазмонных волн через образец, во-вторых, легкостью срыва ППП генерации в случае, если система находится вблизи порога генерации. Высокая чувствительность к потерям открывает путь для развития новой плазмонной спектроскопии. В некотором смысле предлагаемый метод является аналогом внутрирезонаторной лазерной спектроскопии – одного из самых чувствительных методов оптической спектроскопии [384]. Тем не менее, эти методы сильно отличаются.

В отличие от обычных электромагнитных волн плазмоны подвержены сильному затуханию. В результате плазмонные резонаторы обладают низкой добротностью, и ширина линии резонатора становится больше, чем ширина линии активной среды. Это приводит к естественному отличию ППП генератора от обычного лазера с высокодобротным резонатором. Для последнего применимо модовое приближение, которое позволяет избавиться от координаты в уравнениях, описывающих систему. В рамках этого приближения считается, что генерация происходит на собственных модах пассивного резонатора. Ниже будет показано, что в случае ППП генератора лазерные моды не являются модами пассивного резонатора, а возникают в результате добавления в систему активной среды. Это понятно, так как в отсутствие активной среды в достаточно большом резонаторе потери ничего не оставляют от плазмона, распространяющегося между зеркалами. Высокий уровень накачки необходим для того, чтобы усиление плазмона превзошло омические потери.

В результате активная среда вносит существенные изменения в свойства системы, и стандартное модовое приближение неприменимо. Более того, в большом резонаторе неочевидно, на какой из мод будет происходить лазирование. В принципе, может быть разработан многомодовый подход, который бы учитывал дисперсию активной среды. Разработка этого метода лежит за пределами данной работы.

Вместо этого мы решаем соответствующую пространственную задачу вдоль оси резонатора (ось x). При этом предполагается, что зависимость амплитуды поля от продольной координаты x может меняться в результате наличия усиления, но поперечное распределение электрического поля $\zeta(z)$ остается таким же, как у плазмона в пассивном резонаторе. Это предположение позволяет избавиться от координаты z в уравнениях Максвелла-Блоха аналогично тому, как пространственные переменные исключаются в модовом приближении (см. раздел 1.4). Детали процесса исключения одной координаты изложены в работе [A28]. Полученная система уравнений имеет вид

$$-e''(x,t)-q^2e(x,t)-\frac{i}{c^2}\left\langle\frac{\partial\left(\varepsilon(\omega_0)\omega_0^2\right)}{\partial\omega_0}\right\rangle\dot{e}(x,t)=4\pi k_0^2p+4\pi k_0^2p_S, \quad (6.255)$$

$$\dot{p}(x,t)+\frac{1}{T_2}p(x,t)=\frac{i}{\hbar}|d_{12}|^2\mu e(x,t)n(x,t), \quad (6.256)$$

$$\dot{n}(x,t)+\frac{n(x,t)-n_0}{T_1}=\frac{iw}{\hbar}\left(e^*(x,t)p(x,t)-e(x,t)p^*(x,t)\right), \quad (6.257)$$

$$\dot{p}_S(x,t)+\left(i(\omega_{0S}-\omega_0)+\frac{1}{T_{2S}}\right)p_S(x,t)=\frac{i}{\hbar}|d_{12S}|^2\mu e(x,t)n_{0S}, \quad (6.258)$$

где $k_0=\omega_0/c$ и q – волновые числа волны в свободном пространстве и плазмона соответственно. Эти величины связаны соотношением $q^2=k_0^2\varepsilon/(1+\varepsilon)$, где $\varepsilon=\varepsilon'+i\varepsilon''$ – диэлектрическая проницаемость металла на частоте ω_0 перехода усиливающей среды, диэлектрическую проницаемость диэлектрика считаем равной 1. Из-за потерь в металле волновое число q является комплексным. Также введены обозначения $e(x,t)$ – амплитуда поля, $p(x,t)$ – поляризация активной среды, $n(x,t)$ – инверсия населенности активной среды. Мода поля нормирована на фактор $w=\int\zeta^2(z)dz$. Степень локализации плазмона может быть легко оценена в случае тонкого слоя усиливающей среды: $\mu=\zeta^2(0)/w$. Это применимо, в частности, к CdSe квантовым точкам, которые могут иметь размер в несколько нанометров. Обозначения T_1 и T_2 соответствуют продольному и поперечному временам жизни квантовой точки, n_0 – параметр накачки, который в дальнейшем будет считаться однородным вдоль поверхности резонатора. Также введено обозначение $\left\langle\partial\left(\varepsilon\omega^2\right)/\partial\omega\right\rangle=\int_{-\infty}^{+\infty}\partial\left(\varepsilon'\omega^2\right)/\partial\omega\Big|_{\omega=\omega_0}\zeta^2(z)dz/w$. Заметим, что учет дисперсии диэлектрической проницаемости металла ($\partial\varepsilon'/\partial\omega_0\neq0$) при описании плазмонного лазера обязателен. Это связано с тем, что величина $\left\langle\partial\left(\varepsilon\omega^2\right)/\partial\omega\right\rangle$ без учета дисперсии принимает значение $\langle\varepsilon'\rangle$ вместо полного выражения $\left\langle\partial\left(\varepsilon\omega^2\right)/\partial\omega\right\rangle=2\omega_0\langle\varepsilon'\rangle+\omega_0^2\langle\partial\varepsilon'/\partial\omega_0\rangle$. В отсутствие потерь имеем $\langle \varepsilon \rangle = 0$, что делает систему динамических уравнений бессмысленной. Обязательность учета временной дисперсии в динамических уравнениях является вполне ожидаемой.

Поглощающее анализируемое вещество, взаимодействующее с ППП лазером, может быть описано как двухуровневая система с отрицательной стационарной инверсией населенностей, $n_{0S} < 0$. Для дальнейшего упрощения задачи пренебрежем эффектами насыщения поглощающего образца, то есть будем считать, что инверсия населенностей не зависит от поля, $n_S = n_{0S}$. Тогда поглощение описывается только переменной, отвечающей за поляризацию $p_S(x,t)$. Заметим, что уравнение (6.258) учитывает отстройку частоты перехода образца и квантовой точки ω_{0S} и ω_0.

Динамическая система нелинейных уравнений (6.255)–(6.258) была решена численно. При выбранных параметрах было численно найдено стационарное решение. Зависимость стационарной интенсивности ППП генерации от уровня накачки n_0 показано на рисунке 6.147. Характерное распределение поля внутри резонатора (вставка на рисунке 6.147) демонстрирует реализацию одномодового режима генерации [A28].

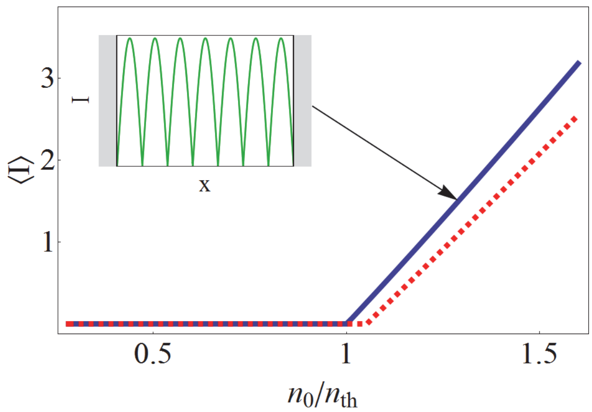
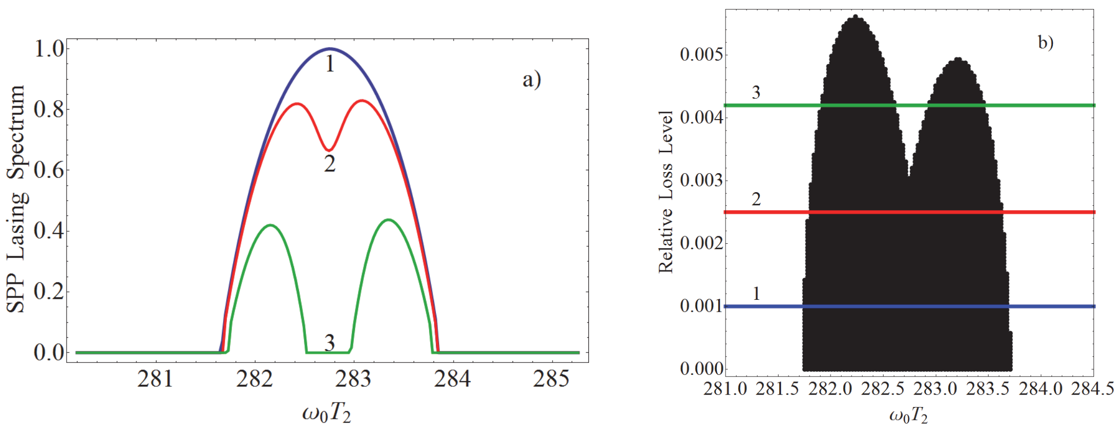


Рисунок 6.147 − Интенсивность ППП генерации, усредненная по плазмонному резонатору (в безразмерных единицах), в отсутствие (непрерывная кривая) и при наличии (пунктирная кривая) поглотителя в зависимости от уровня накачки n_0. Уровень накачки нормирован на пороговое значение n_{th}. На вставке показано распределение поля внутри резонатора.

Система уравнений (6.255)–(6.258) выведена для случая квантовой точки (КТ), взаимодействующей с поверхностным плазмоном. В общем случае квантовые точки обладают разными размерами и, следовательно, разными частотами излучения, что приводит к неоднородному уширению линии. Предположим, что возбуждение плазмонов разными КТ происходит независимо. В этом случае, спектральная линия ППП генератора может быть получена за счет сканирования частоты перехода КТ, ω_0. Допустим также, что распределение квантовых точек по частотам перехода является гауссовым с некоторой центральной частотой $\tilde{\omega}_0$. Тогда уровень инверсной населенности определяется простым выражением $n_0(\omega_0) = ND_0 \exp\left(-(\omega_0 - \tilde{\omega}_0)^2 / 2\sigma^2\right) / \left(\sqrt{2\pi}\sigma T_2\right)$, где N – поверхностная плотность квантовых точек, а D_0 – инверсная населенность единичной КТ. Так при сканировании частоты необходимо варьировать уровень накачки n_0. Принимая данный факт во внимание, численно была решена система уравнений (6.255)–(6.258) при каждом значении ω_0 до достижения стационарного состояния. Так был получен спектр ППП генерации. В отсутствии поглотителя, спектр ППП генерации имеет максимум на центральной частоте $\tilde{\omega}_0$ (кривая 1 на рисунке 6.148а). Слабый узкополосный поглотитель приводит к возникновению провала в спектре генерации (кривая 2 на рисунке 6.148а), в то время, как сильный поглотитель способен полностью подавить ППП генерацию в определенной частотной области (кривая 3 на рисунке 6.148а). Все такие кривые, формируют область, в которой амплитуда генерации не равна нулю, и эта область изображена на рисунке 6.148б [A28].



а) б)

Рисунок 6.148 – а) Спектр ППП генерации в отсутствие (линия 1) и при наличии (линии 2 и 3) поглощающего образца. б) Область ненулевой амплитуды генерации, построенная в координатах частоты и уровня потерь. Уровень потерь задается как отношение уровня потерь $|d_{12S}|^2(-n_{0S})$ к уровню накачки $|d_{12}|^2 n_0$.

Хотя лазерная генерация является существенно нелинейным процессом, порог генерации может быть определен в рамках линейного приближения. Так, нестабильность в лазере развивается из малых амплитуд поля, тогда как нелинейность, связанная с эффектом насыщения, предотвращает расходимость интенсивности поля. Линейное приближение позволяет описывать активную среду посредством введения эффективной диэлектрической проницаемости с отрицательной мнимой частью [385]. Линейное приближение подразумевает пренебрежение зависимостью инверсной населенности активной среды от поля и поляризации, $n(x,t)=n_0(x)$. В дальнейшем будем рассматривать распространение единичной плазмонной волны с частотой ω и волновым числом k, так что $e(x,t)=e_0\exp\left(i(kx-\delta\cdot t)\right)$ ($\delta=\omega-\omega_0$ – отстройка частоты). Исключение переменных p и p_S, пропорциональных экспоненте $\exp(-i\delta\cdot t)$, из системы уравнений (6.255)–(6.258) приводит к следующему соотношению:

$$k^2(\omega)=q^2(\omega_0)-\frac{\delta}{c}\left\langle\frac{\partial\left(\varepsilon(\omega_0)\omega_0^2\right)}{\partial\omega_0}\right\rangle+\frac{i\alpha k_0^2}{1/T_2-i\delta}+\frac{i\alpha_S k_0^2}{1/T_{2S}-i\delta_S}. \qquad (6.259)$$

Здесь $\alpha=4\pi\mu\left|d_{12}\right|^2 n_0/\hbar$, $\alpha_S=4\pi\mu_S\left|d_{12S}\right|^2 n_{0S}/\hbar$, и $\delta_S=\omega-\omega_{0S}$. Принимая во внимание плазмонную дисперсию $q^2(\omega)=k_0^2\varepsilon(\omega)/\left(1+\varepsilon(\omega)\right)$, получим эффективную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_{eff}=k^2/k_0^2$:

$$\varepsilon_{eff}=\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}+\frac{\alpha}{\delta+i/T_2}+\frac{\alpha_S}{\delta_S+i/T_{2S}}. \qquad (6.260)$$

Таким образом, накачка создает частотный диапазон, в котором эффективная диэлектрическая проницаемость обладает отрицательной мнимой частью (толстые линии на рисунке 6.149), тогда как поглощающий образец приводит к возникновению дополнительных потерь в этой области (тонкие линии на рисунке 6.149).

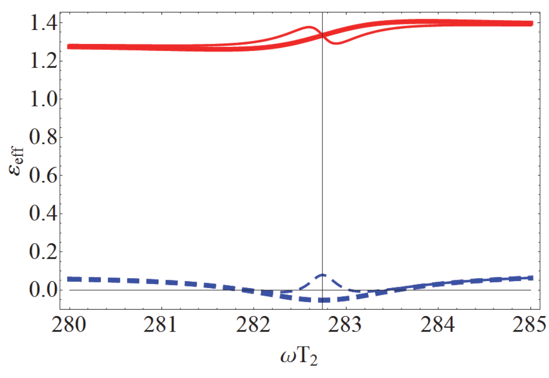


Рисунок 6.149 − Эффективная диэлектрическая проницаемость при наличии активной среды, в отсутствии (толстые линии) и при наличии поглощающего образца (тонкие линии). $\mathrm{Re}\,\varepsilon_{eff}$ и $\mathrm{Im}\,\varepsilon_{eff}$ показаны соответственно непрерывными и пунктирными линиями.

Для определения условий порога генерации воспользуемся методикой, описанной в работе [385]. Собственные моды системы определяются условием резонанса, подразумевающим, что волна не изменит своей амплитуды при круговом прохождении резонатора длиной d: $r^2 \exp\left(2ik_0 d\sqrt{\varepsilon_{eff}}\right)=1$. В случае, когда размер резонатора достаточно велик, основные потери имеют омическую природу, в то время как потерями на отражение от стенок резонатора можно пренебречь: $r \approx 1$. Тогда условие резонанса принимает вид

$$\exp\left(2ik_0 d\sqrt{\varepsilon_{eff}}\right)=1, \qquad (6.261)$$

эквивалентный двум условиям:

$$\mathrm{Im}\left[k_0\sqrt{\varepsilon_{eff}}\right]=0, \qquad (6.262)$$

$$\mathrm{Re}\left[k_0 d\sqrt{\varepsilon_{eff}}\right]=\pi n. \qquad (6.263)$$

Уравнения (6.262) и (6.263) определяют кривую на комплексной плоскости частот и точки на ней (рисунок 6.150). Эти точки относятся к комплексным собственынм модам, а те из них, которые расположены в верхней полуплоскости $\mathrm{Im}\,\omega>0$, соответствуют лазирующим модам [385]. Условие лазирования (6.262) представляет условие компенсации омических потерь в металле за счет усиления от квантовых точек. Фазовое лазерное условие (6.263) описывает дискретные моды и аналогично условию Фабри-Перо с учетом дисперсии активной среды.

Если размер резонатора велик по сравнению с длиной волны, что характерно для случая классических (макроскопических) лазеров, лазирующие частоты расположены близко друг к другу так, что их дискретностью можно пренебречь. В этом случае появление кривой, определяемой амплитудным условием (6.262), в верхней полуплоскости комплексных частот может считаться условием начала лазерной генерации. В случае нанолазера за счет его малого размера необходимо принимать во внимание оба условия (6.262) и (6.263) для того, чтобы отследить дискретность лазерных частот. В отсутствие активной среды и поглощающего образца кривая, определенная выражением (6.262), находится в нижней полуплоскости комплексных частот. То же самое относится и к собственным модам (толстая линия с пустыми кругами на ней, рисунок 6.150). Собственные частоты, находящиеся в верхней полуплоскости, соответствуют экспоненциальному росту со временем решения линеаризованной системы уравнений (6.255)–(6.258). Этот рост в конечном итоге ограничен нелинейными эффектами насыщения, так что собственные частоты смещаются на действительную ось. Тем не менее, для описания нелинейных эффектов требуется более сложная теория. В рамках линейного приближения может быть лишь предсказано начало генерации. Описываемая методика позволяет расчитать область параметров, в которой происходит генерация (рисунок 6.148б). Она полностью совпадает с результатом численного решения системы (6.255)–(6.258).

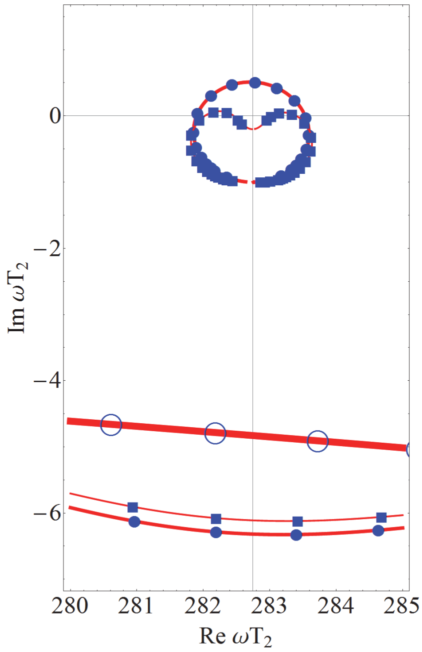


Рисунок 6.150 − Собственные частоты на комплексной плоскости. Те из них, которые находятся в верхней полуплоскости частот, соответствуют модам, для которых выполнено условие генерации.

6.4.3 Спектроскопия высокого пространственного разрешения

В предыдущем разделе предложен новый метод поверхностной спектроскопии на основе генератора поверхностных плазмонов. В данном разделе предлагается развитие этого метода, на основе которого может быть создан прибор, измеряющий спектр поглощения с субволновым пространственным разрешением. Этот прибор должен использовать генератор плазмонов на малой наночастице, т.е. спазер.

Предлагаемое устройство основано на спазере, генерирующем плазмоны на металлическом острие [A29]. Благодаря фокусирующим свойствам острия [386], анализируемый нанообъект эффективно взаимодействует с полем плазмонной моды, концентрирующимся на острие иглы, и способен резонансно поглощать поле плазмона. Плазмонная мода резонатора возбуждается активной средой, например, квантовой точкой. Поэтому данный процесс аналогичен взаимодействию образца с лазерной модой в методе внутрирезонаторной лазерной спектроскопии.

Плазмонное лазирование потенциально способно создавать значительно большие интенсивности поля, чем в распространенных сканирующих оптических безапертурных ближнепольных микроскопах (СОББМ), так как генерация плазмонов происходит непосредственно на игле, благодаря безызлучательным переходам в активной среде, а не за счет внешней волны.

Схема возможной реализации предлагаемого метода изображена на рисунке 6.151, геометрия типична для ближнепольных устройств типа сканирующего ближнепольного микроскопа и допускает существование плазмонных мод. Предлагается использовать сужающееся диэлектрическое волокно с запыленным металлом концом. Мода, распространяющаяся по металлической игле, локализована между острием иглы и металл-диэлектрической поверхностью. Так формируется резонатор плазмонной моды. Активная среда может быть реализована в виде набора квантовых точек, нанесенных на иглу, в результате чего формируется спазер. Для накачки таких квантовых точек может использоваться ультрафиолетовый диапазон, в результате исследуемый образец не подвержен паразитной засветке, присущей традиционным схемам СОББМ. Поле, усиленное острием (рисунок 6.152), эффективно взаимодействует с исследуемым образцом. Локализация поля, от которой зависит пространственное разрешение, определяется радиусом кривизны острия иглы. Детектирование сигнала либо осуществляется посредством спектрального анализа света, рассеянного системой по принципам СОББМ, либо за счет анализа излучения, туннелирующего в оптоволокно, согласованное со спазером [А29].

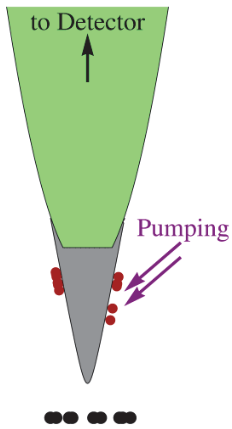


Рисунок 6.151 − Принципиальная схема спазерного спектроскопа. Красным цветом изображены квантовые точки, черным – исследуемый образец, серым – металлическая

игла, находящаяся на конце волокна (показано зеленым).

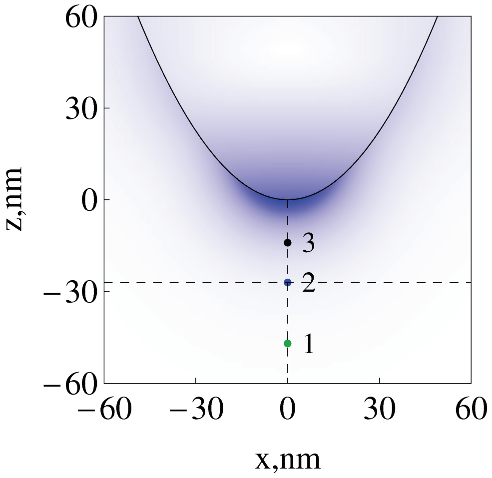


Рисунок 6.152 − Распределение электрического поля вблизи острия. Пересечение пунктирных линий указывает на оптимальное положение образца.

В классических методах лазерной спектроскопии спектр анализируемого образца либо сканируется с помощью перестройки узкой лазерной линии, либо проявляется в виде провалов в спектре многомодового лазера [387]. В схеме, основанной на спазере, ширина линии генерации довольно велика за счет сильных шумов, связанных с большим поглощением в металле. Так как время жизни плазмонной моды меньше, чем время поперечной релаксации квантовой точки T_2, ширина линии плазмонной генерации (спазирования) определяется в основном $T_2^{-1} \sim 10^{12}\,Гц$. Линии поглощения молекул обычно меньше этой величины. Ниже будет показано, что каждая спектральная линия образца приводит к возникновению провала в спектре однородно уширенной линии генерации спазера. Неоднородное уширение, возникающие за счет различия в частоте перехода разных квантовых точек, может привести к уширению линии генерации плазмона до ширины плазмонной линии. Однако характерная ширина линии излучения отдельной квантовой точки при комнатной температуре превышает типичные значения неоднородного уширения линии. Поэтому для демонстрации работы устройства мы учтем только однородное уширение.

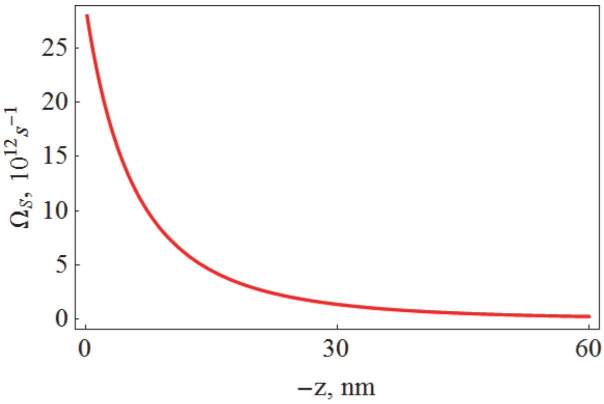
В большинстве работ, посвященных традиционной лазерной спектроскопии, квантовые флуктуации параметров лазера не учитываются [387], или учитываются в упрощенном феноменологическом виде [388]. Наиболее распространенная схема использует многомодовый лазер, спектр которого состоит и набора узких часторасположенных линий, некоторые из которых подавляются при добавлении поглощающего образца. В качестве альтернативы используют одномодовый лазер с перестраиваемой рабочей частотой. Это позволяет осуществлять сканирование спектра поглощения исследуемого образца. Во всех этих случаях учет квантовых шумов не требуется. В нашем случает необходимо применить одномодовое приближение, а также учесть шумы, возникающие вследствие высоких потерь в металле, приводящие к однородному уширению линии генерации. Одномодовое приближение может быть применено при правильном выборе плазмонной моды. Хотя металлическая игла имеет серию плазмонных резонансов с разными частотами, частота генерации определяется частотой перехода квантовых точек, а волновой вектор определяется расстоянием между иглой и исследуемой поверхностью (см. рисунок 6.152). Учет однородного уширения необходим, так как спектр исследуемого образца должен находиться в пределах спектра генерации, чья ширина полностью определяется шумом. Согласно флуктуационно-диссипативной теореме, источником шума является источник потерь, т.е. металлический плазмонный резонатор.

Взаимодействие плазмонного лазера с атомами анализируемого вещества, поглощающими излучение в некоторой узкой полосе в пределах линии генерации, приведет к появлению провала в спектре генерации. Для описания динамики спазера воспользуемся уравнениями Максвелла-Блоха в той же форме, как и раньше, но с добавлением шумовой функции $F(t)$ [А29]:

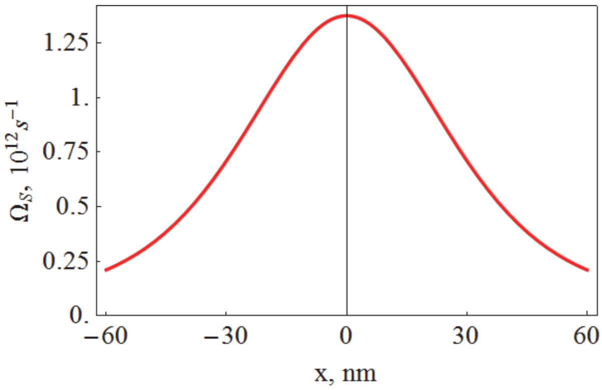
$$\begin{aligned}
&\dot{a} = -a/\tau_a - i\Omega\sigma - i\Omega_S\sigma_S + F(t),\\
&\dot{\sigma} = (i\delta - 1/T_2)\sigma + i\Omega a D,\\
&\dot{D} = -\left(D - D_0\right)/T_1 + 2i\Omega(a^*\sigma - \sigma^* a),\\
&\dot{\sigma}_S = (i\delta_S - 1/T_{2S})\sigma_S + i\Omega_S a D_S,\\
&\dot{D}_S = -\left(D_S - D_{0S}\right)/T_{1S} + 2i\Omega_S(a^*\sigma_S - \sigma_S^* a).
\end{aligned} \qquad (6.264)$$

Индекс «S» обозначает переменные, относящиеся к исследуемому образцу. Наличие поглощения анализируемым образцом означает $D_{0S} < 0$. Значения времен релаксации могут варьироваться в широких пределах. В расчете использовались значения $T_{1S} \sim 0.5\cdot 10^{-12}$ с, $T_{2S} \sim 10^{-12}$ с. Взаимодействие спазера с атомом определяется перекрытием поля плазмона с образцом, находящимся вблизи острия: $\Omega_S = \sqrt{\mu_S\omega/8\hbar W}$, $\mu_S = \int \left|\mathbf{d}_{12S}^* \cdot \mathbf{E}\right|^2 \mathcal{N}_S dV / \int \mathcal{N}_S dV \sim \left|\mathbf{d}_{12S}\right|^2 \mathbf{E}^2\Big|_S$ (последний множитель означает интенсивность поля в месте расположения образца). При расчете распределения поля вблизи острия, последнее аппроксимировалось параболоидом вращения. Поскольку его радиус кривизны $\rho \sim 20$ нм много меньше длины волны, поле рассчитывалось в статическом приближении путем перехода к параболической системе координат. Это поле приближенно «сшивалось» с полем плазмона металлического цилиндра путем приравнивания амплитуды поля на границе металл/вакуум.

Фактически, постоянная Ω_S подстраивается вертикальным движением иглы и является свободным параметром (рисунок 6.153).



а)



б)

Рисунок 6.153 − Константа взаимодействия спазера с 20 атомами ($D_0 = -20$) как функция а) вертикальной, б) горизонтальной координаты. Координаты меняются вдоль штриховых линий на рисунке 6.152.

Численное решение системы уравнений (6.264) позволило вычислить спектр генерации. При этом шумовая функция $F(t)$ моделировалась численно. В результате было вычислено среднее по времени значение $\left.\left\langle a^*(t)a(t'-t)\right\rangle\right|_t$. На основе полученной корреляционной функции согласно теореме Винера-Хинчина был найден спектр генерации спазера [A29]. При слабом взаимодействии спазера с поглотителем (игла на большом расстоянии от образца) провал также оказывается слабым (зеленая линия на рисунке 6.154). Рост константы взаимодействия приводит к росту провала (синяя линия на рисунке 6.154). В конце концов провал начинает уширяться (черная линия на рисунке 6.154), что приводит к уменьшению его глубины и спектральной чувствительности. В результате существует оптимальное положение иглы спектроскопа, которое соответствует максимальной глубине провала спектра (рисунок 6.154).

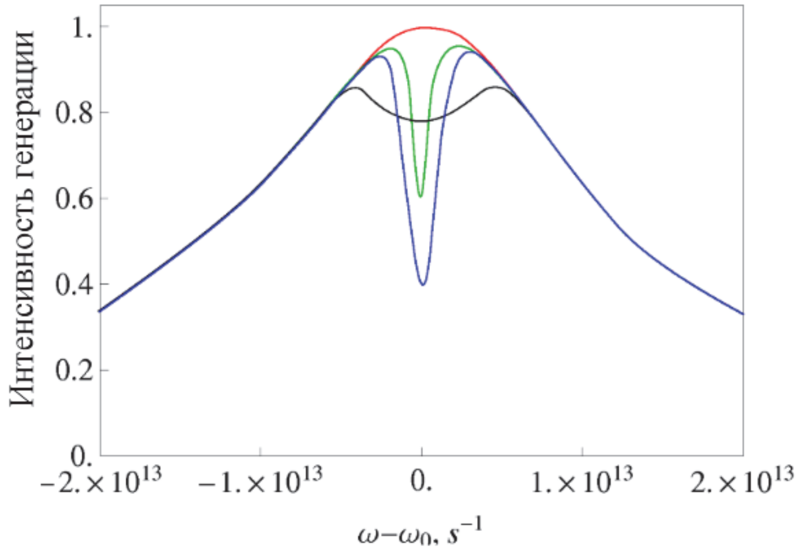


Рисунок 6.154 − Спектр лазирования (красная линия), и его деформации при взаимодействии с образцом (красная, зеленая и синяя линия), отвечающие разным константам взаимодействия $\Omega_S = 0.5 \cdot 10^{12}$, $1.7 \cdot 10^{12}$ и $5 \cdot 10^{12}$ s^{-1}, соответственно.

Вычисления показывают, что прибор способен зарегистрировать несколько десятков атомов. Пространственное разрешение прибора может быть оценено с помощью рисунка 6.153б. Видно, что пространственное разрешение данного прибора по порядку величины совпадает с радиусом кривизны иглы спектроскопа 20 нм. Влияние атомов, находящихся вне оптимальной области, может быть оценено с помощью графиков на рисунке 6.155, поскольку величина Ω_S описывает взаимодействие образца с иглой в независимости от направления смещения образца. В результате возникает интересный эффект. Когда игла находится очень близко к исследуемой поверхности, то область, создающая оптимальный провал в спектре, образует окружность. Внутри этой окружности образец оказывает сильный спектрально выраженный эффект.

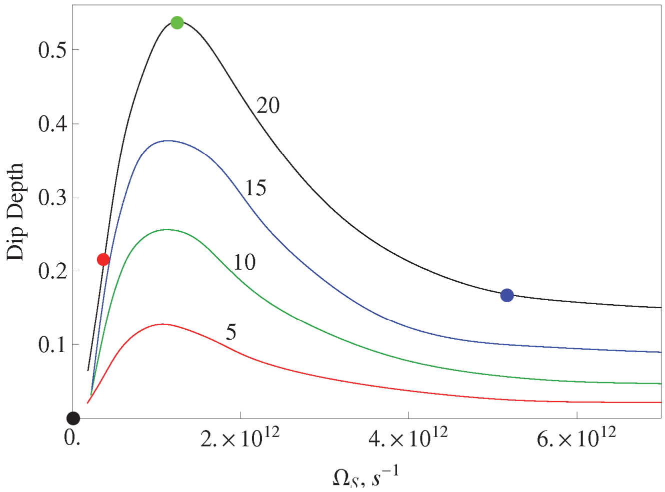


Рисунок 6.155 – Зависимость глубины провала от константы взаимодействия иглы с образцом Ω_S. Эта константа определяется, например, вертикальным положением иглы. Цветные точки соответствуют цветам спектров на рисунке 6.154.

6.4.4 Спектроскопия на основе графенового спазера

В данном разделе предлагается метод внутрирезонаторной спектроскопии поглощения на основе плазмонов графена [A30]. Показано, что плазмонный резонаторный вклад в чувствительность метода пропорционален добротности, $\sim Q$, графенового плазмонного резонатора и составляет 2 порядка. Показано, что добавление усиливающей среды в резонатор дополнительно приводит к увеличению чувствительности пропорционально корню из добротности, $\sim\sqrt{Q}$. Высокая чувствительность к поглощению связана с огромной длиной пробега плазмона при наличии усиления, которая ограничивается только процессами декогеренции. Получена аналитическая оценка усиления чувствительности метода к потерям на анализируемых частицах (молекулах, наночастицах и т.п.) по сравнению с однопроходной плазмонной схемой. Использование графеновой чешуйки в качестве плазмонного резонатора дает возможность достичь, в дополнение к высокой чувствительности, высокое пространственное разрешение.

Методы лазерной спектроскопии, такие как внутрирезонаторная спектроскопия, находят применения в химических, биологических и физических исследованиях [389-393]. Добавление активной среды, накаченной до порога генерации, приводит к одному из самых чувствительных методов лазерной спектроскопии – внутрирезонаторной лазерной спектроскопии поглощения [394, 395]. Развитие плазмоники позволило предложить высокочувствительную внутрирезонаторную *плазмонную* спектроскопию [396-398]. В лазерной (традиционной и плазмонной) спектроскопии усиление ограничивается шумами, обусловленными наличием потерь.

Существенное увеличение чувствительности спазерной спектроскопии можно ожидать в системах, поддерживающих распространение плазмонов с низкими потерями. Одной из лучших систем в этом отношении является графен. В этом двумерном материале [399, 400] подвижность носителей крайне высока [401]. Допирование носителями, например, с помощью управляющего электрода позволяет обеспечить низкие потери на частотах вплоть до ближнего ИК [402]. В сочетании с этим, отрицательная эффективная диэлектрическая проницаемость вдоль слоя графена приводит к существованию плазмонов со свойствами (длиной распространения и степенью локализации) [403], намного превосходящими таковые в металлических системах.

С одной стороны, высокая локализация дает возможность создания сенсоров с высокой чувствительностью. С другой стороны, локализация означает экстремально большие значения волновых чисел, что создает трудности в возбуждении плазмонов падающей волной. В результате большинство предложенных датчиков использует гибридные системы, включающие графен и металл, с возбуждением плазмонов по методу Кречманна [404, 405]. Этого недостатка лишена предложенная в данной работе схема, использующая метод возбуждения плазмона ближним полем квантовых точек. Кроме того, как будет показано ниже, использование усиливающей среды дает дополнительное увеличение чувствительности метода благодаря увеличению длины свободного пробега плазмона.

Ограниченность длины свободного пробега является одним из основных препятствий для применений графеновой плазмоники, несмотря на относительно низкие потери по сравнению с металл-содержащими плазмонными системами. Поэтому начала развиваться активная графеновая плазмоника [406]. В частности, в ряде работ были предложены плазмонные генераторы (спазеры) на основе графена [407-409].

В качестве модельной системы, реализующей метод спектроскопии на основе графенового спазера, рассмотрим чешуйку графена, находящуюся вблизи усиливающей среды (системы квантовых точек) с инверсией населенностей, поддерживаемой некогерентной накачкой (рисунок 6.156). Активная среда безызлучательно, своим ближним полем, возбуждает плазмонную моду, и этот процесс доминирует над излучением дальних полей из-за сильной локализации плазмонов [345, 410]. При достаточной интенсивности накачки возможен переход к когерентной генерации плазмонов, но вблизи порога достаточно добавления малого поглощения, чтобы генерация на частоте поглощения оказалась подавлена. Таким образом, вблизи порога генерации система имеет чрезвычайно высокую чувствительность к добавлению в резонатор частиц (атомов, молекул, кластеров), имеющих поглощение на частоте генерации.

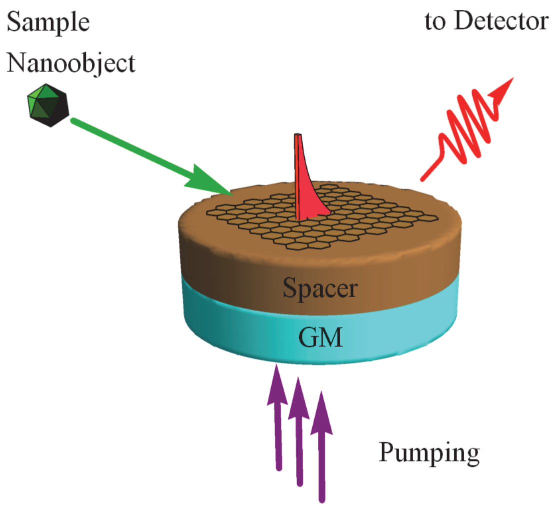
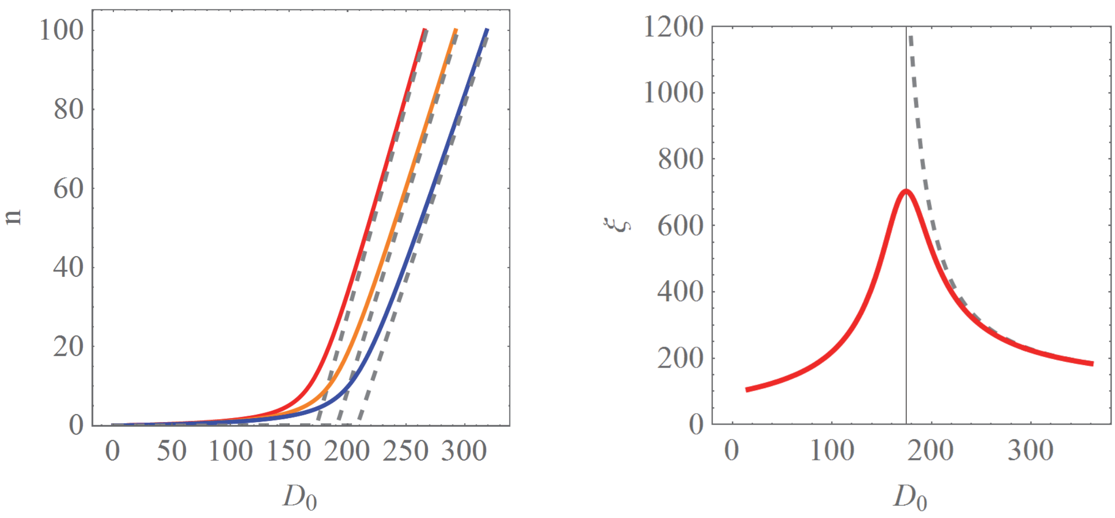


Рисунок 6.156 − Схематичное изображение сенсора на основе спазера на графене.

Чувствительность метода была бы бесконечной, если бы кривая генерации имела идеальный порог (штриховая линия на рисунке 6.157а). Однако в реальной системе шумовые процессы размывают порог, ограничивая чувствительность метода. Особенно сильны эти процессы в генераторах плазмонов на поверхности металла, где усиление метода поверхностной спазерной спектроскопии не превосходит 10^2 [A29].

Графеновый спазер отличается от спазера на основе металла. Плазмонная мода графена может обладать большим временем жизни при высокой степени локализации [411]. В металле сильная субволновая фокусировка поля всегда сопряжена с высокими омическими потерями, поэтому осуществление когерентной генерации в такой системе требует высоких уровней накачки, а порог генерации достаточно сильно размывается квантовыми шумами [412]. В то же время, высокая добротность графенового спазера позволяет получить ярко выраженный порог генерации, что, как будет показано ниже, необходимо для высокой чувствительности метода внутрирезонаторной спазерной спектроскопии.

Спазер на основе наночешуйки графена подробно рассматривался в работе [409]. В этой работе моделирование генерации с учетом системы плазмонных мод наночешуйки размером порядка 50 нм показало, что возможен одномодовый режим генерации.



а) б)

Рисунок 6.157 − а) Зависимость интенсивности генерации от параметра накачки (красная кривая). При увеличении потерь на 10% и 20% (оранжевая и синяя кривые, соответственно) порог смещается в область большего параметра накачки (большего числа возбужденных атомов). Штриховыми линиями показаны кривые без учета шума спонтанного излучения. б) Зависимость коэффициента усиления ξ от параметра накачки (красная кривая). Максимум коэффициентов усиления находится на пороге генерации (вертикальная линия). Серой пунктирной линии соответствует кривая усиления без учета спонтанного излучения. Она стремится к бесконечности при приближении к порогу генерации.

Поэтому для анализа мы рассмотрим одномодовую модель спазера. Мы оценим чувствительность по аналогии с классической лазерной спектроскопией, где она максимальна на пороге генерации. При этом максимум чувствительности не может быть получен в полуклассическом подходе, учитывающем только вынужденное излучение. Необходимо рассматривать шумы в лазерной системе, особенно существенные в окрестности порога. Учтем шумы, связанные со спонтанным излучением усиливающей среды в плазмонную моду. Для оценки чувствительности мы воспользуемся системой уравнений, учитывающей спонтанное излучение [365, 413]:

$$\dot{n} + \gamma n = \Omega(n+1)D, \tag{6.265}$$

$$\dot{D} + (D - D_0)/T_1 = -\Omega(n+1)D \tag{6.266}$$

Здесь n – число плазмонов в лазерной моде, D – инверсная населенность активной среды, D_0 – параметр накачки активной среды, γ – декремент затухания плазмонной моды, T_1 – время продольной релаксации активной среды, Ω – константа взаимодействия активной среды и плазмонной моды, которая может быть легко вычислена из параметров активной среды и геометрии системы.

Для анализа эффективности работы датчика естественно рассмотреть стационарный режим генерации. Полагая в уравнениях (6.265), (6.266) производные $\dot{n}=0$ и $\dot{D}=0$ и исключая D, найдем

$$D_0(n)=\gamma n\left(\frac{1}{\Omega(n+1)}+T_1\right) \tag{6.267}$$

Обратная зависимость, $n(D_0)$, есть кривая генерации (красная сплошная линия на рисунке 6.157а). Из этой кривой видно наличие порога, который несколько размыт по сравнению с расчетом без учета спонтанного излучения (штриховая линия на рисунке 6.157а).

Попадание молекулы в резонатор приводит к увеличению потерь γ. В результате кривая деформируется, как показано оранжевой и синей линиями на рисунке 6.157а. Относительное изменение интенсивности генерации при увеличении потерь, определяющее чувствительность метода, максимально вблизи порога (сравните красную и оранжевую кривые на рисунке 6.157а). Эта величина достигает бесконечности без учета спонтанного излучения и ограничена при его наличии. Далее будет дана аналитическая оценка для чувствительности метода.

Зная зависимость интенсивности генерации от величины накачки, оценим чувствительность системы к добавлению в резонатор образца (молекулы, атома). Мы определим чувствительность как отношение изменения интенсивности детектируемого сигнала в предлагаемом методе, dn, к изменению интенсивности сигнала в однопроходной схеме, dn_{SP}, при добавлении малого поглощения: $\xi \sim dn/dn_{SP}$. Примем определение чувствительности, используемое, в частности, в работе [372]:

$$\xi=\frac{dn/n}{dn_{SP}/n_{SP}} \tag{6.268}$$

Гипотетическая однопроходная схема, которую мы используем в качестве опорной, выглядит следующим образом. Плазмон пробегает по поверхности металла расстояние, равное размеру L чешуйки графена, и испытывает затухание $n_{SP}=n_0\exp(-k''L)$ (k'' – мнимая часть волнового числа). Это затухание усиливается при добавлении малых потерь $dk"$. В результате $dn_{SP}/n_{SP} = -dk"L$. Удобно выразить мнимую часть волнового числа $k"$ через временной декремент затухания γ и групповую скорость υ_{gr}: $dk" = \partial\gamma/\upsilon_{gr}$. Волновое число и групповая скорость находятся численно из дисперсионного соотношения для плазмонов графена: $\varepsilon/\sqrt{k^2-\varepsilon\left(\omega/c\right)^2} = 2\pi\sigma\left(\omega\right)/i\omega$. В интересующем нас спектральном диапазоне дисперсия плазмона хорошо описывается моделью Друде $\sigma\left(\omega\right) = ie^2E_F/\left[\pi\hbar^2\left(\omega+i\tau^{-1}\right)\right]$ [411]. В результате находим относительное изменение интенсивности однопроходной схемы:

$$\frac{dn_{SP}}{n_{SP}} = -\frac{L}{\upsilon_{gr}}d\gamma. \tag{6.269}$$

Перейдем к рассмотрению спазерной системы. Расчет dn/n был проведен на основе скоростных уравнений (6.265), (6.266). Для вычисления чувствительности $\xi = \dfrac{dn/n}{dn_{SPS}/n_{SPS}} = -\dfrac{\upsilon_{gr}}{L}\dfrac{1}{n}\dfrac{\partial n}{\partial\gamma}$ заметим, что при условии постоянной накачки, $D_0 = \text{const}$, интересующая нас производная может быть найдена как $\dfrac{\partial n}{\partial\gamma} = -\dfrac{\partial D_0/\partial\gamma}{\partial D_0/\partial n}$. В результате получаем (сплошная красная линия на рисунке 6.157б):

$$\xi = \frac{\upsilon_{gr}}{L\gamma}\left(1+\frac{n}{\Omega T_1\left(n+1\right)^2+1}\right) \tag{6.270}$$

Заметим, что без учета спонтанного излучения мы бы получили выражение: $\xi = \dfrac{\upsilon_{gr}}{L\gamma}\left(1+\dfrac{1}{\Omega T_1 n}\right)$, которое расходится (серая пунктирная линия на рисунке 6.157б) при стремлении к нулю числа плазмонов в резонаторе $n\to 0$, то есть при приближении к порогу генерации. Величина групповой скорости υ_{gr} может быть вычислена из дисперсии плазмонов графена.

Найдем величину накачки D_0, максимизирующую ξ. Эта величина находится вблизи порога и определяется из условия $\dfrac{\partial\xi}{\partial D_0} = \dfrac{\partial\xi/\partial n}{\partial D_0/\partial n} = 0$, что дает $\Omega T_1\left(n^2-1\right) = 1$. Выражая отсюда n и подставляя в ξ, получим: $\xi_{\max} = \dfrac{\upsilon_{gr}}{L\gamma}\left(1+\sqrt{1+\left(\Omega T_1\right)^{-1}}\right)/2$, или

$$\xi_{\max} \approx \frac{\upsilon_{gr}}{L\gamma} \frac{1}{2\sqrt{\Omega T_1}} \qquad (6.271)$$

Чтобы определить возможные границы чувствительности, выразим Ω через пороговую накачку $D_{th} = \gamma / \Omega$. Возможные значения D_{th} ограничены числом активных атомов $D_{th} < N_0$. Поэтому

$$\xi_{\max} < \frac{\upsilon_{gr}}{L\gamma} \frac{\sqrt{N_0}}{2\sqrt{\gamma T_1}} \qquad (6.272)$$

В эту величину входят "резонаторный" (ξ_{cav}) и "лазерный" (ξ_{gain}) вклады. Вклад резонатора может быть найден при условии $D_0 \to 0$. В соответствии с уравнением (3), $\xi_{\text{cav}} = \dfrac{\upsilon_{gr}}{L\gamma}$. Эта величина пропорциональна добротности резонатора: $\xi_{\text{cav}} \sim \gamma^{-1} \sim Q$.

Оставшаяся часть коэффициента усиления определяет $\xi_{\text{gain}} = \xi / \xi_{\text{cav}}$: $\xi_{gain} = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{N_0}{\gamma T_1}}$. Эта величина пропорциональна корню из добротности: $\xi_{gain} \sim \gamma^{-1/2} \sim \sqrt{Q}$.

В принципе, использование в качестве спазера графеновой чешуйки нанометровых размеров позволяет одновременно с достижением сверхвысокой чувствительности внутрирезонаторной спазерной спектроскопии, продемонстрированной в предыдущих разделах, достичь и высокого пространственного разрешения. Для этого можно использовать схему, изображенную на рисунке 6.158. В этом случае система состоит из графеновой чешуйки и квантовых точек, аналогично рассмотренной выше схеме. Чешуйка прикреплена к игле сканирующего зондового микроскопа. Исследование анализируемых молекул, кластеров, наноструктур осуществляется ближним полем плазмона, возбужденного в графеновой чешуйке. Пространственное разрешение в предлагаемом методе порядка радиуса графеновой чешуйки.

Для создания спазера на основе графена необходимо повышать уровень Ферми электронов в графене выше нуля (точки Дирака). Для этого нужно увеличить концентрацию электронов, что обычно достигается либо легированием донорными примесями, либо использованием полевого эффекта, что требует подключения электродов.

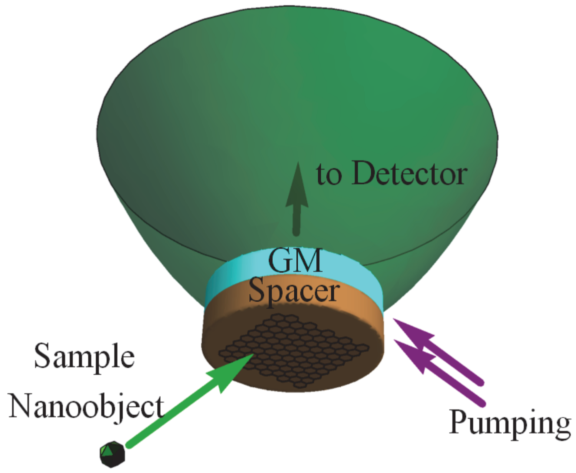


Рисунок 6.158 − Схема спазерного спектромикроскопа, базирующегося на чешуйке графена, со сверхрелеевским разрешением.

Активная среда также может быть реализована разными способами. Первый подход заключается в использовании молекул красителя или квантовых точек. Такой подход подразумевает оптическую накачку, то есть освещение всей системы коротковолновым лазером. Второй подход заключается в использовании квантовых проводов и квантовых ям. Для них возможна электрическая накачка.

Наиболее важным является вопрос о детектировании спазерного спектра. Поскольку плазмоны на графене обладают очень высокой степенью локализации, они слабо связаны с волнами в свободном пространстве. Как следствие, без высокочувствительного оптического спектроскопа измерение спектра окажется трудноосуществимым. Если резонатор для плазмона будет достаточно большим, то решить эту проблему можно нанесением брэгговской решетки, которая обеспечит взаимодействие волны в свободном пространстве и плазмона. Если же плазмонный резонатор будет достаточно мал, то в ближнее поле этого резонатора можно будет поместить квантовую яму, которая будет играть роль детектора.

Таким образом, предложен новый метод графеновой внутрирезонаторной спазерной спектроскопии. Показано, что добавление активной среды (квантовых точек) в резонатор (чешуйку графена) позволяет довести существенно увеличить чувствительность по сравнению с однопроходной схемой. Проведена оценка резонаторного и лазерного вкладов в чувствительность. Показано, что резонаторный вклад растет пропорционально добротности системы, в то время как спазерный вклад растет как корень из добротности. Предложенный метод обладает большим потенциалом для применения.

6.4.5 Экспериментальная реализация метода внутрирезонаторной спектроскопии на основе плазмонного лазера с периодической решеткой отверстий в металлической пленке

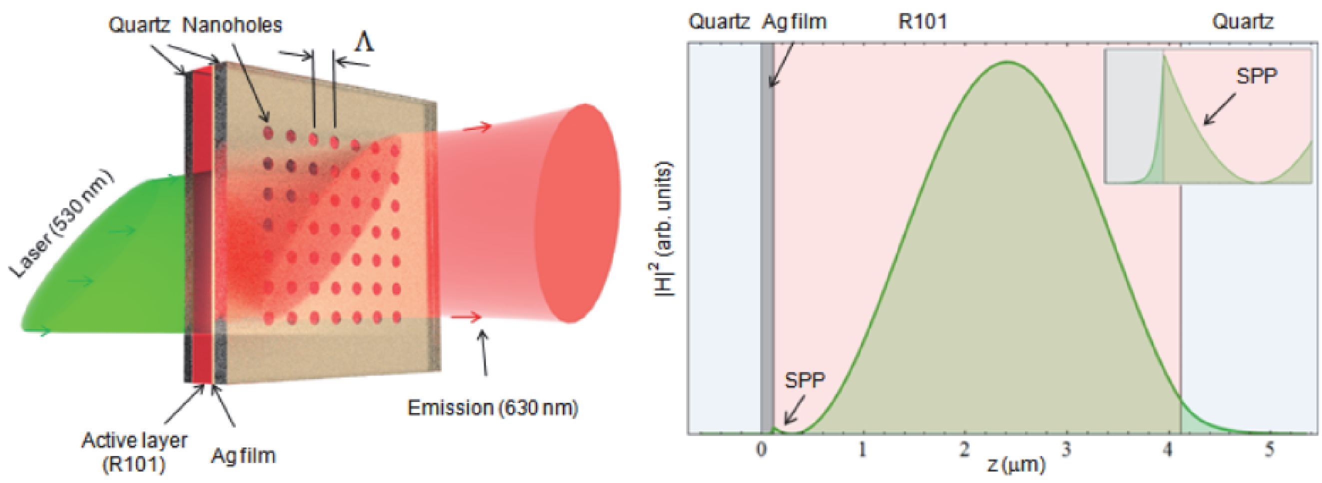
Идея использования плазмонного лазера для внутрирезонаторной спектроскопии была реализована в лаборатории В.И. Балыкина в Институте спектроскопии РАН (П.Н. Мелентьев и др.) Наноструктура на основе серебряной пленки изготовлена в НОЦ ФМН (совместная лаборатория МГТУ им. Баумана и ВНИИА имени Н.Л. Духова) под руководством И.А. Родионова. Вклад диссертанта в эту работу ограничивается расчетами мод плазмонного лазера. Результаты опубликованы в работе [A31].

Внутрирезонаторная спектроскопия реализована на основе планарного плазмонного лазера с распределенной обратной связью (ПЛРОС) [414-423]. Использовалась усиливающая среда в виде раствора молекул красителя R101 в диметил сульфоксиде (ДМСО), нанесенная на перфорированную металлическую пленку.

Молекулы красителя на сегодняшний день являются одними из лучших квантовых излучателей для создания активной среды с высоким коэффициентом усиления. Их квантовая эффективность приближается к 100% и позволяют создавать оптически однородную среду с высоким коэффициентом усиления. Существенным недостатком молекул красителя в качестве активной среды является их фотоиндуцированное выцветание (photobleaching), при котором молекула красителя перестаёт поглощать излучение после примерно $10^5 - 10^6$ актов поглощения-переиспускания фотонов [424]. Это означает, что в режиме насыщения оптического перехода среда с молекулами красителя является люминесцирующей лишь в течение 1 мс.

На рисунке 6.159 показана схема изготовленного ПЛРОС. В таком лазере генерация происходит на основе гибридной плазмон-фотонной моды. Гибридная мода формируется в планарном нановолноводе, образованном жидким слоем ДМСО, граничащем с плазмонным кристаллом с одной стороны и с диэлектрическим слоем (кварц) – с другой стороны. Плазмонный кристалл сформирован массивом наноотверстий в плёнке серебра толщиной 100 нм, нанесенной на кварцевую подложку. Для определения оптимальных параметров плазмонного кристалла были изготовлены и исследованы структуры с разными периодами решетки Λ (545–585 нм) и разными диаметрами наноотверстий (150–200 нм).

Оптимальные параметры лазирования достигаются при условии, когда большая часть энергии моды сконцентрирована в слое ДМСО с красителем, но рассеяние на металлических отверстиях всё еще достаточно для создания распределенной обратной связи. Определено, что оптимальная толщина слоя усиливающей среды составляет 4 мкм. Лазерная мода в такой системе обладает низкими потерями порядка 1 см$^{-1}$.



а б

Рисунок 6.159 − Плазмонный нанолазер: а. схема плазмонного нанолазера, образованного матрицей наноотверстий в плёнке серебра, б. пространственное распределение поля H для TM моды в системе «плёнка серебра толщиной 100 нм/активная среда толщиной 1 мкм/кварцевая подложка».

Используемая усиливающая среда позволяла реализовать усиление до значений около 75 см$^{-1}$ при накачке импульсным лазерным излучением с длиной волны 530 нм. Экспериментальным достижением коллег из ИСАН является использование вытянутого пятна накачки, что позволило селективно возбуждать определенные моды в системе. Пятно накачки имело вид вытянутого эллипса с осями 1.6 мм × 20 мкм. Это позволило многократно уменьшить мощность лазера накачки. Кроме того, диффузия молекул красителя в растворе создала возможность многократного использования усиливающей среды без существенного выцветания.

Матрицы с наноотверстиями создавались методом электронной литографии и сухого травления в НОЦ ФМН. Массив наноотверстий (рисунок 6.160) был сформирован в плёнке серебра толщиной 100 ± 5 нм, нанесенной на кварцевую подложку класса UV-grade с шероховатостью менее 1 нм. Плёнка серебра была нанесена в режиме многошагового эпитаксиального роста [425].

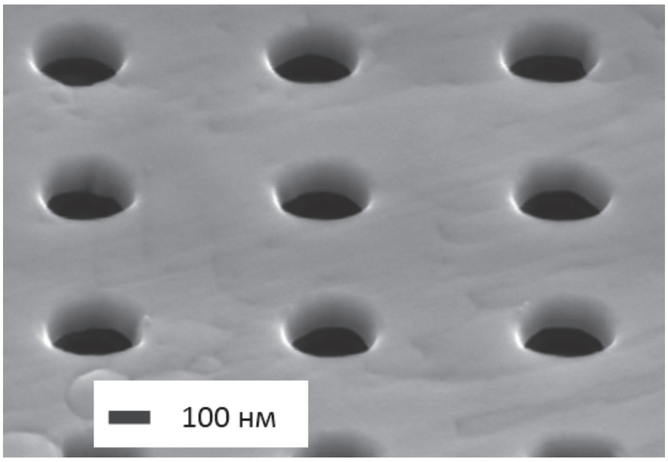


Рисунок 6.160 − Изображение поверхности (сканирующая электронная микроскопия) массива наноотверстий диаметром 200 нм с периодом 565 нм, сформированные в пленке серебра.

Измерения спектра люминесценции молекул красителя (рисунок 6.161) подтвердили наличие генерации плазмонного лазера. При малой интенсивности накачки наблюдается спектр, характерный для флуоресценции красителя R101 с максимумом на длине волны около 620 нм. Ширина этого спектра на полувысоте довольно велика – около 40 нм. При достаточно большой интенсивности накачки (около 2,5 МВт/см^2) в измеренном спектре люминесценции возникает спектрально узкая линия с длиной волны 628 нм и шириной около 1.7 нм. Появление этой линии имеет пороговый характер и является результатом генерации плазмонного лазера.

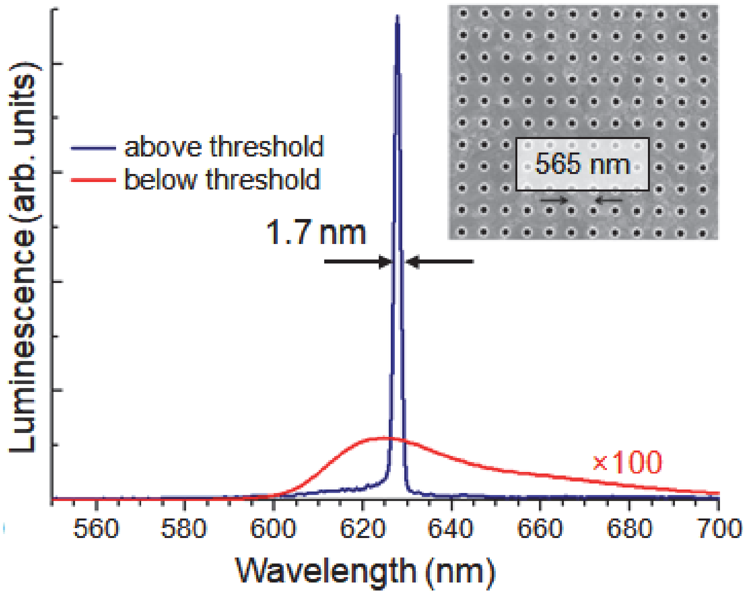


Рисунок 6.161 − Спектр излучения плазмонного нанолазера ниже (красная линия) и выше (синяя линия) порога генерации. Вставка показывает изображение металлической поверхности исследуемых образцов в электронном микроскопе.

Продемонстрируем возможность использования созданного плазмонного лазера для приложений сенсорики и внутрирезонаторной спектроскопии. А именно, коллегами из ИСАН было показано, что малая концентрация поглощающего анализируемого вещества внутри лазерного резонатора приводит к существенному подавлению лазирования. Изменение интенсивности излучения лазера интерпретируется как отклик сенсора. Жидкая форма активной среды позволяет добавить анализируемое вещество прямо в раствор красителя. В этом случае сильное взаимодействие лазерной моды с активной средой гарантирует такое же сильное взаимодействие с анализируемым веществом.

Для демонстрации работы плазмонного лазера как сенсора использовалась схема, отображенная на рис. 5 (вставка). Краситель цианин-5, обладающий поглощением на частоте генерации, добавлялся в резонатор лазера с помощью микрофлюидного ввода. Использовались концентрации красителя 7, 0.7 и 0.07 частиц на миллион молекул растворителя (ppm). До введения аналита усиливающая среда была удалена из лазерного резонатора. Затем резонатор был заполнен анализируемым веществом. В результате низкая концентрация анализируемого вещества обнаружена при экстремально малых объемах пробы (800 нл). Это принципиальная особенность изготовленного сенсора.

Полученные лазерные кривые приведены на рисунке 6.162, демонстрирующем подавление генерации поглощающим красителем. Минимальная концентрация, дающая заметный отклик сенсора, составила 70 частиц на миллиард (ppb). Таким образом, было продемонстрировано детектирование крайне низкой концентрации красителя.

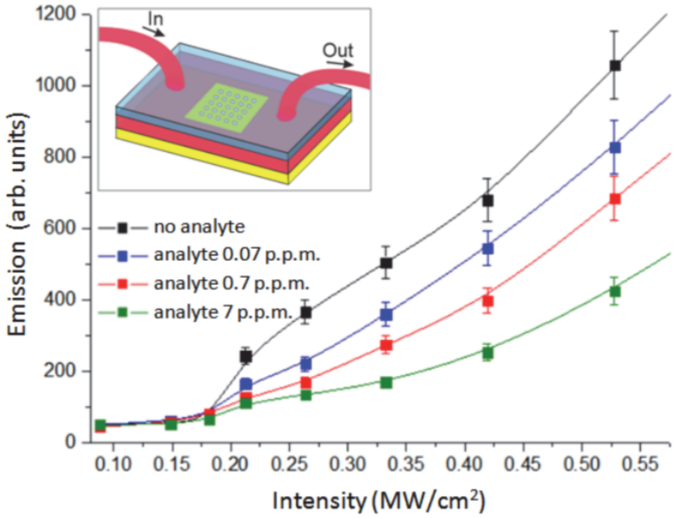


Рисунок 6.162 − Зависимость интенсивности генерации плазмонного лазера от мощности накачки при различных концентрациях анализируемого вещества (краситель цианин-5) в лазерном резонаторе. Вставка показывает схему экспериментальной установки. Приведённые погрешности определены в сериях измерений с идентичными значениями концентраций аналита.

Таким образом, возможность применения метода внутрирезонаторной лазерной спектроскопии на основе плазмонного лазера экспериментально продемонстрирована с помощью реализованного в ИСАН плазмонного лазера с распределенной обратной связью. Обнаружена низкая (70 ppb) концентрация красителя цианин-5.

Заключение. Основные результаты работы

1. Исследованы поверхностные состояния и волны на границе фотонного кристалла и однородного вещества (диэлектрика или металла), а также на границе двух фотонных кристаллов. Показано, что последняя схема может быть использована для усиления магнитооптического эффекта Фарадея. Проведен расчет, по которому японскими коллегами поставлен эксперимент, подтвердивший существование таммовского состояния по наличию пика прохождения в запрещенной зоне двух фотонных кристаллов, а также усиление эффекта Фарадея вблизи этого пика.
2. Изучен оптический аналог эффекта Боррманна – концентрация поля в определенных областях фотонного кристалла на частотах, соответствующих границам зон. Обнаружен инвертированный эффект Боррманна.
3. Предложен метод расчета эффективной диэлектрической проницаемости метаматериалов.
4. Показано, что в одномерных металл-диэлектрических фотонных кристаллах существуют зоны прозрачности за пределами светового конуса диэлектрика. Соответствующая волна локально (в пределах одного слоя) состоит из неоднородных волн с экпоненциальной пространственной зависимостью, но на масштабе нескольких периодов волна является распространяющейся. Рассмотрены предельные случаи, когда разрешенные зоны стремятся к дисперсионным кривым поверхностных плазмонов. На основе этого построена классификация зонных структур в фотонных кристаллах с элементарной ячейкой вида металл/диэлектрик.
5. Показано, что процесс детектирования изображения, созданного линзой Пендри, сам по себе приводит к частичному разрушению изображения, что связано с расфазировкой за счет переноса энергии.
6. Исследованы пределы разрешения многослойной линзы Пендри. Показано, что область частот, воспроизводимых в изображении, ограничена резонансами в пространственном спектре пропускания, возникающими из-за существования собственных состояний рассматриваемой многослойки. Они являются стоячими блоховскими волнами, которые имеют плазмонную разрешенную зону внутри линзы (см. пункт 4 в данном разделе) и не могут выйти наружу.
7. Исследована плазмонная линза Энгеты. Показано, что она функционирует на границе зоны Бриллюэна, причем запрещенная зона не может открыться из-за постоянства импеданса в кристалле («запрещенная зона нулевой ширины»). Хотя эффективное волновое число в такой системе равно нулю, энергия переносится за счет градиента фазы, создаваемого предэкспоненциальным множителем блоховской волны.
8. Показано, что суперлинза способна работать не только в *TM*-, но и в *TE*-поляризации. Установлен механизм возникновения сверхразрешения в такой системе – фильтрация пространственных гармоник, когда ближние *s*-поляризованные волны «не замечают» слой металла, а дальние волны от него отражаются. На основе этой теории объяснены результаты

эксперимента (Г.А. Федоров, ИТПЭ РАН), в котором линза Пендри моделировалась слоем параллельных проволочек и наблюдалось сверхразрешение для s-поляризации.

9. Эффект фильтрации пространственных гармоник (пункт 8 данного раздела) позволил объяснить аномальное прохождение света через неупорядоченную систему субволновых отверстий в серебряной пленке, обнаруженное в эксперименте (И.В. Быков, ИТПЭ РАН). Получено согласие с экспериментом (спектры прохождения через сплошные пленки), теоретически объяснен спектр прохождения через пленку с отверстиями.
10. Изучены условия лазерной генерации в слое усиливающей среды и в системе таких слоев, разделенных обычным диэлектриком. Показано, что прямое решение задачи о падении импульса на такую систему с помощью преобразования Фурье (разложение на монохроматические волны) дает некорректный результат, противоречащий принципу причинности. Правильное вычисление требует учета лазерных мод, которым соответствуют комплексные частоты с положительной мнимой частью частоты. Для фотонного кристалла характерно качественно различное поведение лазерных мод на частотах из разрешенных и запрещенных зон: в первом случае увеличение числа слоев в кристалле неизбежно приводит к началу генерации, во втором случае – к подавлению генерации.
11. Предложен генератор плазмонов, распространяющихся в канале на поверхности металла. При наличии усиливающей среды (например, квантовых точек) на дне канала плазмон усиливается по мере распространения, в результате возможна генерация плазмонов в кольцевом канале.
12. Рассмотрена система из пункта 11, в которой дополнительно присутствует насыщающийся поглотитель. Показано, что в этом случае генератор плазмонов может работать в режиме пассивной модуляции добротности и генерировать пички с терагерцовой частотой повторения.
13. Рассмотрен новый объект – двумерная решетка спазеров. Каждый спазер моделировался локализованной плазмонной модой и эффективной двухуровневой системой. Показано, что в результате взаимодействия спазеров возможна синхронизация системы, при которой дипольные моменты спазеров осциллируют синфазно. Как следствие, повышается эффективность излучения (сверхизлучение), а также возникает направленность, которой нет у единичного спазера.
14. Предложен новый метод спектроскопии поглощения на основе плазмонного лазера. Предложены и рассчитаны следующие возможные реализации метода: 1) на основе генератора плазмонов на плоской поверхности металла, чувствительного к появлению поглощающих молекул на этой поверхности; 2) на основе металлического острия, обеспечивающего чувствительность к потерям в малой (субволновой) области пространства вблизи острия, что дает как спектральное, так и пространственное разрешение; 3) на основе плазмона, существующего на чешуйке графена, в средней ИК-области, где находятся «отпечатки пальцев» различных органических веществ. Проведено теоретическое сопровождение первой экспериментальной реализации метода спектроскопии на основе плазмонного лазера.

Благодарности

Хотелось бы выразить огромную благодарность Алексею Петровичу Виноградову за научное руководство с того времени, когда я был студентом и аспирантом, и последующее научное консультирование, а также за постоянную поддержку по организационным и другим жизненным вопросам.

Особую благодарность выражаю своей супруге Екатерине за непрерывную поддержку, а также за большую техническую работу над данной диссертацией.

Благодарю всех соавторов за плодотворные обсуждения и вклад в общие работы: И.А. Нечепуренко, А.А Пухова, Е.С. Андрианова, А.А. Зябловского, Ю.Е. Лозовика, И.В. Быкова, И.А. Рыжикова, А.М. Мерзликина, А.В. Барышева, А.Б. Грановского, С.А. Никитова, П.Н. Мелентьева, В.И Балыкина. Благодарю А.Н. Лагарькова за возможность работать в ИТПЭ РАН, где выполнена данная диссертация.

Список публикаций по теме диссертации

Публикации в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова:

A1. Vinogradov A., **Dorofeenko A.** Destruction of the image of the Pendry lens during detection // Optics communications. – 2005. – V. 256. – N 4. – P. 333-336. **IF = 1.961**

A2. Виноградов А., **Дорофеенко А.** Блоховские волны ближнего поля в фотонных кристаллах // Радиотехника и электроника. – 2005. – Т. 50. – № 10. – С. 1246-1251. **IF = 0.510**

A3. Vinogradov A., **Dorofeenko A.**, Erokhin S., Inoue M., Lisyansky A., Merzlikin A., Granovsky A. Surface state peculiarities in one-dimensional photonic crystal interfaces // Physical Review B. – 2006. – V. 74. – N 4. – P. 045128. **IF = 3.736**

A4. **Dorofeenko A.**, Lisyansky A., Merzlikin A., Vinogradov A. Full-wave analysis of imaging by the Pendry-Ramakrishna stackable lens // Physical Review B. – 2006. – V. 73. – N 23. – P. 235126. **IF = 3.736**

A5. Fedorov G., Maslovski S., **Dorofeenko A.**, Vinogradov A., Ryzhikov I., Tretyakov S. Subwavelength imaging: resolution enhancement using metal wire gratings // Physical Review B. – 2006. – V. 73. – N 3. – P. 035409. **IF = 3.736**

A6. Федоров Г., Виноградов А., **Дорофеенко А.**, Рыжиков И., Масловский С., Третьяков С. Формирование изображения системой параллельных проводящих проволочек, имитирующей метаматериал // Радиотехника и электроника. – 2006. – Т. 51. – № 7. – С. 831-838. **IF = 0.510**

A7. Zouhdi S., **Dorofeenko A.**, Merzlikin A., Vinogradov A. Theory of zero-width band gap effect in photonic crystals made of metamaterials // Physical Review B. – 2007. – V. 75. – N 3. – P. 035125. **IF = 3.736**

A8. Merzlikin A., Vinogradov A., **Dorofeenko A.**, Inoue M., Levy M., Granovsky A. Controllable Tamm states in magnetophotonic crystal // Physica B: Condensed Matter. – 2007. – V. 394. – N 2. – P. 277-280. **IF = 1.874**

A9. Виноградов А., **Дорофеенко А.**, Мерзликин А., Зухди С., Клерк Ж. Роль потерь при создании изображений с субволновым разрешением // Радиотехника и электроника. – 2007. – V. 52. – N 9. – P. 1108-1115. **IF = 0.510**

A10. **Дорофеенко А.** Асимметричная многослойная линза Пендри // Радиотехника и электроника. – 2007. – V. 52. – N 9. – P. 1116-1121. **IF = 0.510**

A11. Goto T., **Dorofeenko A.**, Merzlikin A., Baryshev A., Vinogradov A., Inoue M., Lisyansky A., Granovsky A. Optical Tamm states in one-dimensional magnetophotonic structures // Physical Review Letters. – 2008. – V. 101. – N 11. – P. 113902. **IF = 9.227**

A12. Bykov I., **Dorofeenko A.**, Ilyin A., Ryzhikov I., Sedova M., Vinogradov A. Extraordinary optical transmission through a random array of subwavelength holes // Physical Review B. – 2008. – V. 78. – N 5. – P. 054201. **IF = 3.736**

A13. Виноградов А. П., **Дорофеенко А. В.**, Зухди С. К вопросу об эффективных параметрах метаматериалов // Успехи физических наук. – 2008. – Т. 178. – № 5. – С. 511-518. **IF = 3.090**

A14. Goto T., Baryshev A., Inoue M., **Dorofeenko A.**, Merzlikin A., Vinogradov A., Lisyansky A., Granovsky A. Tailoring surfaces of one-dimensional magnetophotonic crystals: Optical Tamm state and Faraday rotation // Physical Review B. – 2009. – V. 79. – N 12. – P. 125103. **IF = 3.736**

A15. Vinogradov A., Lozovik Y. E., Merzlikin A., **Dorofeenko A.**, Vitebskiy I., Figotin A., Granovsky A., Lisyansky A. Inverse Borrmann effect in photonic crystals // Physical Review B. – 2009. – V. 80. – N 23. – P. 235106. **IF = 3.736**

A16. Быков И., Виноградов А., **Дорофеенко А.**, Мерзликин А., Рыжиков И., Седова М., Ильин А. Аномальное прохождение света через систему неупорядоченных отверстий в металлической пленке // Радиотехника и электроника. – 2009. – Т. 54. – № 5. – С. 592-596. **IF = 0.510**

A17. Белозоров Д. П., Ходзицкий М. К., Тарапов С.И., Мерзликин А. М., Виноградов А. П., **Дорофеенко А. В.**, Грановский А. Б. Особенности таммовских состояний магнитофотонных кристаллов в сверхвысокочастотном диапазоне // Материаловедение. – 2009. – № 5. – С. 22-25. **IF = 0.690**

A18. Виноградов А. П., **Дорофеенко А. В.**, Мерзликин А. М., Лисянский А. А. Поверхностные состояния в фотонных кристаллах // Успехи физических наук. – 2010. – Т. 180. – № 3. – С. 249-263. **IF = 3.090**

A19. Vinogradov A., **Dorofeenko A.**, Nechepurenko I. Analysis of plasmonic Bloch waves and band structures of 1D plasmonic photonic crystals // Metamaterials. – 2010. – V. 4. – N 4. – P. 181-200. **IF = N/A**

A20. Тарапов С., Ходзицкий М., Черновцев С., Белозоров Д., Мерзликин А., Дорофеенко А., Виноградов А., Иноуе М., Грановский А. Управление частотой таммовского СВЧ состояния // Физика твердого тела. – 2010. – Т. 52. – № 7. – С. 1332-1335. **IF = 1.218**

A21. Lisyansky A., Nechepurenko I., Dorofeenko A., Vinogradov A., Pukhov A. Channel spaser: Coherent excitation of one-dimensional plasmons from quantum dots located along a linear channel // Physical Review B. – 2011. – V. 84. – N 15. – P. 153409. **IF = 3.736**

A22. Zyablovsky A., Dorofeenko A., Vinogradov A., Pukhov A. Light propagation in photonic crystal with gain: Applicability of the negative loss approximation // Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications. – 2011. – V. 9. – N 4. – P. 398-404. **IF = 1.957**

A23. Нечепуренко И. А., Дорофеенко А. В. Отрицательное преломление в одномерных плазмонных фотонных кристаллах // Радиотехника и электроника. – 2011. – Т. 56. – № 9. – С. 1132–1141. **IF = 0.510**

A24. Зябловский А. А., Дорофеенко А. В., Пухов А. А., Виноградов А. П. Лазерная генерация в активном слое как следствие принципа причинности // Радиотехника и электроника. – 2011. – Т. 56. – С. 1142-1148. **IF = 0.510**

A25. Дорофеенко А. В., Зябловский А., Пухов А. А., Лисянский А. А., Виноградов А. П. Прохождение света через композитные материалы, содержащие усиливающие слои // Успехи физических наук. – 2012. – Т. 182. – № 11. – С. 1157-1175. **IF = 3.090**

A26. Vinogradov A., Zyablovsky A., Dorofeenko A., Pukhov A. Total internal reflection in gain medium slab // Applied Physics A. – 2012. – V. 107. – N 1. – P. 89-92. **IF = 1.784**

A27. Dorofeenko A. V., Zyablovsky A. A., Vinogradov A. P., Andrianov E. S., Pukhov A. A., Lisyansky A. A. Steady state superradiance of a 2D-spaser array // Optics express. – 2013. – V. 21. – N 12. – P. 14539-14547. **IF = 3.561**

A28. Lozovik Y. E., Nechepurenko I., Dorofeenko A., Andrianov E., Pukhov A. Highly sensitive spectroscopy based on a surface plasmon polariton quantum generator // Laser Physics Letters. – 2014. – V. 11. – N 12. – P. 125701. **IF = 2.328**

A29. Lozovik Y. E., Nechepurenko I. A., Dorofeenko A. V., Andrianov E. S., Pukhov A. A. Spaser spectroscopy with subwavelength spatial resolution // Physics Letters A. – 2014. – V. 378. – N 9. – P. 723-727. **IF = 2.087**

A30. Lozovik Y. E., Nechepurenko I., Dorofeenko A. Graphene intracavity spaser absorption spectroscopy // Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications. – 2016. – V. 21. – P. 60-66. **IF = 1.957**

A31. Melentiev P., Kalmykov A., Gritchenko A., Afanasiev A., Balykin V., Baburin A., Ryzhova E., Filippov I., Rodionov I., Nechepurenko I., Dorofeenko A.V., Ryzhikov I., Vinogradov A.P., Zyablovsky A.A., Andrianov E.S., Lisyansky A.A. Plasmonic nanolaser for intracavity spectroscopy and sensorics // Applied Physics Letters. – 2017. – V. 111. – N 21. – P. 213104. **IF = 3.521**

A32. Нечепуренко И., Дорофеенко А., Виноградов А., Никитов С. Спазер в режиме пассивной модуляции добротности: генератор терагерцовой тактовой частоты для плазмонного компьютера // Радиотехника и электроника. – 2017. – Т. 62. – № 11. – С. 1053-1060. **IF = 0.510**

Патент:

А33. Нечепуренко И. А., **Дорофеенко А. В.**, Виноградов А. П., Никитов С. А. Пат. 2613808 РФ, МПК7 H01S 5/34, G02F 1/017, B82Y 20/00 Генератор плазмонных импульсов терагерцовой частоты. № 2015141550; заявл. опубл. 21.03.2017. Бюл. № 9. С. 1.

Монография:

А34. Андрианов Е., Виноградов А., **Дорофеенко А.**, Зябловский А., Лисянский А., Пухов А. Квантовая наноплазмоника. – Долгопрудный: Интеллект, 2015. – 368 с.

Глава в редактируемой книге:

А35. Vinogradov A., **Dorofeenko A.**, Merzlikin A., Strelniker Y., Lisyansky A., Granovsky A., Bergman D. Enhancement of the Faraday and Other Magneto-Optical Effects in Magnetophotonic Crystals // Magnetophotonics / Inoue M., Levy M., Baryshev A. – Berlin: Springer, 2013. – P. 1-17.

Список литературы

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. – Москва: Физматлит, 2005.
2. Тамм И. Е. Основы теории электричества. – Москва: ОГИЗ, 1946.
3. Щелкунов С., Фриис Г. Антенны (Теория и практика). – Москва: Сов. Радио, 1955.
4. Петров Б. Электродинамика и распространение радиоволн. – Москва: Горячая линия-Телеком, 2003.
5. Виноградов А. Электродинамика композитных материалов. – Москва: УРСС, 2001.
6. Pal B. Frontiers in guided wave optics and optoelectronics. – Vukovar: InTech, 2010.
7. Grigorenko A., Polini M., Novoselov K. Graphene plasmonics // Nature photonics. – 2012. – V. 6. – N 11. – P. 749.
8. Baburin A. S., Merzlikin A. M., Baryshev A. V., Ryzhikov I. A., Panfilov Y. V., Rodionov I. A. Silver-based plasmonics: golden material platform and application challenges // Optical Materials Express. – 2019. – V. 9. – N 2. – P. 611-642.
9. Joannopoulos J. D., Villeneuve P. R., Fan S. Photonic crystals // Solid State Communications. – 1997. – V. 102. – N 2-3. – P. 165-173.
10. Kosaka H., Kawashima T., Tomita A., Notomi M., Tamamura T., Sato T., Kawakami S. Superprism phenomena in photonic crystals // Physical review B. – 1998. – V. 58. – N 16. – P. R10096.
11. Baba T. Slow light in photonic crystals // Nature photonics. – 2008. – V. 2. – N 8. – P. 465.
12. Cubukcu E., Aydin K., Ozbay E., Foteinopoulou S., Soukoulis C. M. Electromagnetic waves: Negative refraction by photonic crystals // Nature. – 2003. – V. 423. – N 6940. – P. 604.
13. Inoue M., Arai K. i., Fujii T., Abe M. One-dimensional magnetophotonic crystals // Journal of Applied Physics. – 1999. – V. 85. – N 8. – P. 5768-5770.
14. Inoue M., Fujikawa R., Baryshev A., Khanikaev A., Lim P., Uchida H., Aktsipetrov O., Fedyanin A., Murzina T., Granovsky A. Magnetophotonic crystals // Journal of Physics D: Applied Physics. – 2006. – V. 39. – N 8. – P. R151.
15. Baranov D., Vinogradov A., Lisyansky A. Magneto-optics enhancement with gain-assisted plasmonic subdiffraction chains // JOSA B. – 2015. – V. 32. – N 2. – P. 281-289.
16. Maier S. A. Plasmonics: fundamentals and applications. Springer Science & Business Media, 2007.
17. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – Москва: Наука, 1973.
18. Tam F., Goodrich G. P., Johnson B. R., Halas N. J. Plasmonic enhancement of molecular fluorescence // Nano letters. – 2007. – V. 7. – N 2. – P. 496-501.
19. Giannini V., Fernández-Domínguez A. I., Heck S. C., Maier S. A. Plasmonic nanoantennas: fundamentals and their use in controlling the radiative properties of nanoemitters // Chemical reviews. – 2011. – V. 111. – N 6. – P. 3888-3912.
20. Ramakrishna S. A., Pendry J. B. Removal of absorption and increase in resolution in a near-field lens via optical gain // Physical Review B. – 2003. – V. 67. – N 20. – P. 201101.
21. Gather M. C., Meerholz K., Danz N., Leosson K. Net optical gain in a plasmonic waveguide embedded in a fluorescent polymer // Nature Photonics. – 2010. – V. 4. – N 7. – P. 457.
22. Bergman D. J., Stockman M. I. Surface Plasmon Amplification by Stimulated Emission of Radiation: Quantum Generation of Coherent Surface Plasmons in Nanosystems // Physical Review Letters. – 2003. – V. 90. – N 2. – P. 027402.
23. Виноградов А. П., Андрианов Е. С., Пухов А. А., Дорофеенко А. В., Лисянский А. А. Квантовая плазмоника метаматериалов: перспективы компенсации потерь при помощи спазеров // Успехи физических наук. – 2012. – Т. 182. – № 10. – С. 1122-1130.
24. Oulton R. F., Sorger V. J., Zentgraf T., Ma R.-M., Gladden C., Dai L., Bartal G., Zhang X. Plasmon lasers at deep subwavelength scale // Nature. – 2009. – V. 461. – N 7264. – P. 629.

25. Pendry J. B. Negative refraction makes a perfect lens // Physical review letters. – 2000. – V. 85. – N 18. – P. 3966.
26. Alù A., Engheta N. Pairing an Epsilon-Negative Slab With a Mu-Negative Slab: Resonance, Tunneling and Transparency // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. – 2003. – V. 51. – P. 2558-2571.
27. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. – Москва: Издательство АН СССР, 1957.
28. Семенов Н. А. Техническая электродинамика. – Москва: Связь, 1973.
29. Петров Н. И., Данилов В. А., Попов В. В., Усиевич Б. А. Субволновые дифракционные решетки видимого диапазона // Квантовая электроника. – 2018. – Т. 48. – № 6. – С. 537-544.
30. Сивухин Д. Общий курс физики. Том 4 Оптика. – Москва: Физматлит, 2002.
31. Тамм И. Е. Основы теории электричества. – Москва: Физматлит, 2003.
32. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. – Москва: Физматлит, 1982.
33. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. – Москва: Радио и связь, 1988.
34. Dorofeenko A., Lisyansky A., Merzlikin A., Vinogradov A. Full-wave analysis of imaging by the Pendry-Ramakrishna stackable lens // Physical Review B. – 2006. – V. 73. – N 23. – P. 235126.
35. Колоколов А. А., Скроцкий Г. В. Интерференция реактивных компонент электромагнитного поля // УФН. – 1992. – Т. 12. – С. 165-174.
36. Brongersma M. L., Kik P. G. Surface plasmon nanophotonics. Springer, 2007.
37. Sernelius B. E. Surface modes in physics. John Wiley & Sons, 2011.
38. Sommerfeld A. Ueber die Fortpflanzung elektrodynamischer Wellen längs eines Drahtes // Annalen der Physik. – 1899. – V. 303. – N 2. – P. 233-290.
39. Zenneck J. Über die Fortpflanzung ebener elektromagnetischer Wellen längs einer ebenen Leiterfläche und ihre Beziehung zur drahtlosen Telegraphie // Annalen der Physik. – 1907. – V. 328. – N 10. – P. 846-866.
40. Sakoda K. Optical Properties of Photonic Crystals. – Berlin: Springer, 2001.
41. Joannopoulos J. D., Meade R. D., Winn J. N. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light. – Princeton: Princeton Univ. Press, 1995.
42. Рытов С. М. Электромагнитные свойства мелкослоистой среды // ЖЭТФ. – 1955. – Т. 29. – С. 605.
43. Ярив А., Юх П. Оптические Волны в Кристаллах. – Москва: Мир, 1987.
44. Inoue M., Arai K. i., Fujii T., Abe M. Magneto-optical properties of one-dimensional photonic crystals composed of magnetic and dielectric layers // Journal of applied physics. – 1998. – V. 83. – N 11. – P. 6768-6770.
45. Kahl S., Grishin A. M. Enhanced Faraday rotation in all-garnet magneto-optical photonic crystal // Applied Physics Letters. – 2004. – V. 84. – N 9. – P. 1438-1440.
46. Shimizu H., Miyamura M., Tanaka M. Magneto-optical properties of a GaAs: MnAs hybrid structure sandwiched by GaAs/AlAs distributed Bragg reflectors: Enhanced magneto-optical effect and theoretical analysis // Applied Physics Letters. – 2001. – V. 78. – N 11. – P. 1523-1525.
47. Li R., Levy M. Bragg grating magnetic photonic crystal waveguides // Applied Physics Letters. – 2005. – V. 86. – N 25. – P. 251102.
48. Fedyanin A., Aktsipetrov O., Kobayashi D., Nishimura K., Uchida H., Inoue M. Enhanced Faraday and nonlinear magneto-optical Kerr effects in magnetophotonic crystals // Journal of magnetism and magnetic materials. – 2004. – V. 282. – P. 256-259.
49. Steel M., Levy M., Osgood R. Photonic bandgaps with defects and the enhancement of Faraday rotation // Journal of lightwave technology. – 2000. – V. 18. – N 9. – P. 1297.
50. Веселаго В. Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ε и μ // Успехи физических наук. – 1967. – Т. 92. – № 7. – С. 517-526.
51. Pendry J. B. Negative Refraction Makes a Perfect Lens // Physical Review Letters. – 2000. – V. 85. – P. 3966.

52. Мандельштам Л. Групповая скорость в кристаллической решетке // ЖЭТФ. – 1945. – Т. 15. – № 9. – С. 475-478.
53. Блиох К. Ю., Блиох Ю. П. Что такое левые среды и чем они интересны? // Успехи физических наук. – 2004. – Т. 174. – № 4. – С. 439-447.
54. Yaghjian A. D., Hansen T. B. Plane-wave solutions to frequency-domain and time-domain scattering from magnetodielectric slabs // Physical Review E. – 2006. – V. 73. – N 4. – P. 046608.
55. Cai W., Shalaev V. M. Optical metamaterials. Springer, 2010.
56. Zouhdi S., Sihvola A., Vinogradov A. P. Metamaterials and plasmonics: fundamentals, modelling, applications. Springer Science & Business Media, 2008.
57. Sarychev A. K., Shalaev V. M. Electrodynamics of metamaterials. World Scientific, 2007.
58. Pendry J. B., Holden A., Stewart W., Youngs I. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures // Physical review letters. – 1996. – V. 76. – N 25. – P. 4773.
59. Maslovski S., Tretyakov S., Belov P. Wire media with negative effective permittivity: A quasi-static model // Microwave and Optical Technology Letters. – 2002. – V. 35. – N 1. – P. 47-51.
60. Kostin M., Shevchenko V. Artificial magnetics based on circular film elements // Proc. Bianisotropics' 93 / Eds. Sihvola A., Tretyakov S., Semchenco I. – Gomel, Belarus: Helsinki University of Technology, 1993. – C. 22.
61. Kostin M. V., Shevchenko V. V. Artificial magnetics based on double circular elements // Proc. of 3rd Intern. Workshop on Chiral, Bi-isotropic and Bianisotropic Media / Под ред. F Mariotte J.-P. P. – Perigueux, France, 1994. – C. 49.
62. Pendry J. B., Holden A. J., Robbins D., Stewart W. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena // IEEE transactions on microwave theory and techniques. – 1999. – V. 47. – N 11. – P. 2075-2084.
63. Vinogradov A., Romanenko V., Sihvola A., Tretyakov S., Unrau U., Varadan V., Varadan V., Whites K. Artificial magnetics based on racemic helix inclusions // Proc. of 4th Intl. Conf. on Chiral, Bi-isotropic and Bi-anisotropic Media, CEIRAL / Под ред. A Sihvola S. T. – T. 95 – Pennsylvania State University, State College, USA, 1995. – C. 143-148.
64. Smith D. R., Padilla W. J., Vier D., Nemat-Nasser S. C., Schultz S. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity // Physical review letters. – 2000. – V. 84. – N 18. – P. 4184.
65. Shelby R. A., Smith D. R., Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction // science. – 2001. – V. 292. – N 5514. – P. 77-79.
66. Lagarkov A., Kissel V. Near-perfect imaging in a focusing system based on a left-handed-material plate // Physical review letters. – 2004. – V. 92. – N 7. – P. 077401.
67. Kissel V. N., Lagar'kov A. N. Superresolution in left-handed composite structures: From homogenization to a detailed electrodynamic description // Physical Review B. – 2005. – V. 72. – N 8. – P. 085111.
68. Shalaev V. M. Optical negative-index metamaterials // Nature photonics. – 2007. – V. 1. – N 1. – P. 41.
69. Enkrich C., Wegener M., Linden S., Burger S., Zschiedrich L., Schmidt F., Zhou J., Koschny T., Soukoulis C. Magnetic metamaterials at telecommunication and visible frequencies // Physical review letters. – 2005. – V. 95. – N 20. – P. 203901.
70. Sarychev A. K., Shvets G., Shalaev V. M. Magnetic plasmon resonance // Physical Review E. – 2006. – V. 73. – N 3. – P. 036609.
71. Luo C., Johnson S. G., Joannopoulos J. D., Pendry J. B. All-angle negative refraction without negative effective index // Phys. Rev. B. – 2002. – V. 65. – P. 201104.
72. Shamonina E., Kalinin V., Ringhofer K., Solymar L. Imaging, compression and Poynting vector streamlines for negative permittivity materials // Electronics Letters. – 2001. – V. 37. – N 20. – P. 1243-1244.

73. Ramakrishna S. A., Pendry J., Schurig D., Smith D., Schultz S. The asymmetric lossy near-perfect lens // journal of modern optics. – 2002. – V. 49. – N 10. – P. 1747-1762.
74. Ramakrishna S. A., Pendry J., Wiltshire M., Stewart W. Imaging the near field // Journal of Modern Optics. – 2003. – V. 50. – N 9. – P. 1419-1430.
75. Pendry J., Ramakrishna S. A. Refining the perfect lens // Physica B: Condensed Matter. – 2003. – V. 338. – N 1-4. – P. 329-332.
76. Liu Z., Lee H., Xiong Y., Sun C., Zhang X. Far-field optical hyperlens magnifying sub-diffraction-limited objects // Science. – 2007. – V. 315. – N 5819. – P. 1686-1686.
77. Liu Z., Durant S., Lee H., Pikus Y., Fang N., Xiong Y., Sun C., Zhang X. Far-field optical superlens // Nano letters. – 2007. – V. 7. – N 2. – P. 403-408.
78. Belov P. A., Hao Y. Subwavelength imaging at optical frequencies using a transmission device formed by a periodic layered metal-dielectric structure operating in the canalization regime // Physical Review B. – 2006. – V. 73. – N 11. – P. 113110.
79. Belov P. A., Simovski C. R., Ikonen P. Canalization of subwavelength images by electromagnetic crystals // Physical review B. – 2005. – V. 71. – N 19. – P. 193105.
80. Belov P. A., Hao Y., Sudhakaran S. Subwavelength microwave imaging using an array of parallel conducting wires as a lens // Physical Review B. – 2006. – V. 73. – N 3. – P. 033108.
81. Ikonen P., Belov P., Simovski C., Maslovski S. Experimental demonstration of subwavelength field channeling at microwave frequencies using a capacitively loaded wire medium // Physical Review B. – 2006. – V. 73. – N 7. – P. 073102.
82. Shvets G., Trendafilov S., Pendry J., Sarychev A. Guiding, focusing, and sensing on the subwavelength scale using metallic wire arrays // Physical review letters. – 2007. – V. 99. – N 5. – P. 053903.
83. Banerjee A., Li R., Grebel H. Surface plasmon lasers with quantum dots as gain media // Applied Physics Letters. – 2009. – V. 95. – N 25. – P. 251106.
84. Oulton R. F., Sorger V. J., Zentgraf T., Ma R.-M., Gladden C., Dai L., Bartal G., Zhang X. Plasmon lasers at deep subwavelength scale // Nature. – 2009. – V. 461. – N 7264. – P. 629-632.
85. Berini P., De Leon I. Surface plasmon-polariton amplifiers and lasers // Nature Photonics. – 2012. – V. 6. – N 1. – P. 16-24.
86. Peterson O., Tuccio S., Snavely B. CW operation of an organic dye solution laser // Applied Physics Letters. – 1970. – V. 17. – N 6. – P. 245-247.
87. Soffer B., McFarland B. Continuously tunable, narrow-band organic dye lasers // Applied physics letters. – 1967. – V. 10. – N 10. – P. 266.
88. De Leon I., Berini P. Modeling surface plasmon-polariton gain in planar metallic structures // Optics express. – 2009. – V. 17. – N 22. – P. 20191-20202.
89. Seidel J., Grafström S., Eng L. Stimulated emission of surface plasmons at the interface between a silver film and an optically pumped dye solution // Physical Review Letters. – 2005. – V. 94. – N 17. – P. 177401.
90. Radko I., Nielsen M. G., Albrektsen O., Bozhevolnyi S. I. Stimulated emission of surface plasmon polaritons by lead-sulphide quantum dots at near infra-red wavelengths // Optics express. – 2010. – V. 18. – N 18. – P. 18633-18641.
91. Hill M. T., Gather M. C. Advances in small lasers // Nature Photonics. – 2014. – V. 8. – N 12. – P. 908-918.
92. Sargent M., Meystre P. Elements of Quantum Optics. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
93. Ораевский А. Н. Резонансные свойства системы "мода резонатора — двухуровневые атомы" и частотная бистабильность // Квантовая Электроника. – 1999. – Т. 29. – № 11. – С. 137-140.
94. Скалли М. О., Зубайри М. С. Квантовая оптика. – Москва: Физматлит, 2003.
95. Пантел Р., Путхов Г. Основы квантовой электроники. – Москва: Мир, 1972.

96. Klimov V. I., McBranch D. W. Femtosecond 1 P-to-1 S electron relaxation in strongly confined semiconductor nanocrystals // Physical Review Letters. – 1998. – V. 80. – N 18. – P. 4028.
97. Haridas M., Basu J. K., Tiwari A. K., Venkatapathi M. Photoluminescence decay rate engineering of CdSe quantum dots in ensemble arrays embedded with gold nano-antennae // Journal of Applied Physics. – 2013. – V. 114. – N 6. – P. 064305.
98. Blanton S. A., Leheny R. L., Hines M. A., Guyot-Sionnest P. Dielectric dispersion measurements of CdSe nanocrystal colloids: observation of a permanent dipole moment // Physical review letters. – 1997. – V. 79. – N 5. – P. 865.
99. Shim M., Guyot-Sionnest P. Permanent dipole moment and charges in colloidal semiconductor quantum dots // The Journal of chemical physics. – 1999. – V. 111. – N 15. – P. 6955-6964.
100. Colvin V., Alivisatos A. CdSe nanocrystals with a dipole moment in the first excited state // The Journal of chemical physics. – 1992. – V. 97. – N 1. – P. 730.
101. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. – Москва: Физматлит, 2004.
102. Inoue M., Arai K. i., Fujii T., Abe M. Magneto-optical properties of one-dimensional photonic crystals composed of magnetic and dielectric layers // Journal of applied physics. – 1998. – V. 83. – P. 6768-6770.
103. Johnson S. G., Joannopoulos J. D. Photonic crystals: the road from theory to practice. Springer Science & Business Media, 2001.
104. Ерохин С., Виноградов А., Грановский А., Инуе М. Распределение поля световой волны в окрестности магнитного дефекта в одномерных фотонных кристаллах // Физика твердого тела. – 2007. – Т. 49. – № 3. – С. 477-479.
105. Figotin A., Vitebskiy I. Absorption suppression in photonic crystals // Physical Review B. – 2008. – V. 77. – N 10. – P. 104421.
106. Khanikaev A., Baryshev A., Lim P., Uchida H., Inoue M., Zhdanov A., Fedyanin A., Maydykovskiy A., Aktsipetrov O. Nonlinear Verdet law in magnetophotonic crystals: Interrelation between Faraday and Borrmann effects // Physical Review B. – 2008. – V. 78. – N 19. – P. 193102.
107. Batterman B. W., Cole H. Dynamical diffraction of x rays by perfect crystals // Reviews of modern physics. – 1964. – V. 36. – N 3. – P. 681.
108. Bergman D. J. The dielectric constant of a composite material—a problem in classical physics // Physics Reports. – 1978. – V. 43. – N 9. – P. 377-407.
109. Виноградов А. Электродинамика композитных материалов // Москва: Эдиториал УРСС, 2001.
110. Nusinsky I., Hardy A. A. Band-gap analysis of one-dimensional photonic crystals and conditions for gap closing // Physical review B. – 2006. – V. 73. – N 12. – P. 125104.
111. de Dios Leyva M., Gondar J. L. Zero energy gap conditions and band inversion in superlattices // physica status solidi (b). – 1985. – V. 128. – N 2. – P. 575-581.
112. Milanović V., Tjapkin D. Energy band calculation and zero energy gap conditions for semiconductor superlattices // physica status solidi (b). – 1982. – V. 110. – N 2. – P. 687-695.
113. Zak J. Symmetry criterion for surface states in solids // Physical Review B. – 1985. – V. 32. – N 4. – P. 2218.
114. Johnson S. G., Joannopoulos J. D. Photonic Crystals: The Road from Theory to Practice. – Boston: Kluwer, 2002.
115. Силин Р. А. Необычные законы преломления и отражения. – Москва: Фазис, 1999.
116. Russell P. S. J., Birks T. B. // Photonic Band Gap Materials / Soukoulis C. M. – Kluwer: Dordrecht, 1996. – C. 71.
117. Kosaka H., Kawashima T., Tomita A., Notomi M., Tamamura T., Sato T., Kawakami S. Superprism phenomena in photonic crystals // Phys. Rev. B. – 1998. – V. 58. – N 16. – P. R10096 - R10099.
118. Baba T., Matsumoto T. Resolution of photonic crystal superprism // Appl. Phys. Lett. – 2002. – V. 81. – N 13. – P. 2325.

119. Merzlikin A. M., Vinogradov A. P. Superprism effect in 1D photonic crystal // Optics Communications. – 2005. – V. 259. – N 2. – P. 600-603.
120. Belov P. A., Simovski C. R., Ikonen P. Canalization of subwavelength images by electromagnetic crystals // Phys. Rev. B. – 2005. – V. 71. – N 19. – P. 193105.
121. Чупурнов Е. В., Хохлов А. Ф., Фаддеев М. А. Основы кристаллографии. – Москва: Физматлит, 2004.
122. Battermen B. W., Cole H. // Rev. Mod. Phys. – 1964. – V. 36. – P. 681.
123. Zhang Z., Satpathy S. Electromagnetic wave propagation in periodic structures: Bloch wave solution of Maxwell's equations // Phys. Rev. Lett. – 1990. – V. 65. – P. 2650 - 2653.
124. Tikhodeev S. G., Yablonskii A. L., Muljarov E. A., Gippius N. A., Ishihara T. // Phys. Rev. B. – 2002. – V. 66. – P. 045102.
125. John S. Strong Localization of Photons in Certain Disordered Dielectric Superlattices // Phys. Rev. Lett. – 1987. – V. 58. – N 23. – P. 2486-2489.
126. Berry M. V., Popesku S. Evolution of quantum superoscillations and optical superresolution without evanescent waves // J. Phys. A. – 2006. – V. 39. – P. 6965–6977.
127. Berry M. V. Evanescent and real waves in quantum billiards and Gaussian beams // J. Phys. A. – 1994. – V. 27. – P. L391-L398.
128. Kempf A., Ferreira P. J. S. G. Unusual properties of superoscillating particles // J. Phys. A. – 2004. – V. 37. – P. 12067–12076.
129. Ferreira P. J. S. G., Kempf A. Superoscillations: Faster Than the Nyquist Rate // IEEE Trans. on Signal Processing. – 2006. – V. 54. – N 10. – P. 3732-3740.
130. Tamm I. Uber eine mogliche Art der Elektronenbindung an Kristalloberflachen // Z. Physik. – 1932. – V. 76. – P. 849.
131. Shockley W. On the Surface States Associated with Periodic Potential // Phys. Rev. – 1939. – V. 56. – P. 317.
132. Агранович В. М., Миллс Д. С. Поверхностные поляритоны. – Москва: Наука, 1985.
133. Дмитрук Н. Л., Литовченко В. Г., Стрижевский В. Л. Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках. – Киев: Наукова думка, 1989.
134. Басс Ф. Г., Булгаков А. А., Тетервов А. П. Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. – Москва: Наука, 1989.
135. Kronig R., Penney W. // Proc. Roy. Soc. – 1931. – V. A130. – P. 499.
136. Namdar A., Shadrivov I. V., Kivshar Y. S. Backward Tamm states in left-handed metamaterials // Appl. Phys. Lett. – 2006. – V. 89. – P. 114104.
137. Barvestani J., Kalafi M., Soltani-Vala A., Namdar A. Backward surface electromagnetic waves in semi-infinite one-dimensional photonic crystals containing left-handed materials // Phys. Rev. A. – 2008. – V. 77. – P. 013805.
138. Namdar A., Shadrivov I. V., Kivshar Y. S. Excitation of backward Tamm states at an interface between a periodic photonic crystal and a left-handed metamaterial // Phys. Rev. A. – 2007. – V. 75. – P. 053812.
139. Bass F. G., Tetervov A. P. // Phys. Rep. – 1986. – V. 140. – P. 237.
140. Kaliteevski M., Iorsh I., Brand S., Abram R. A., Chamberlain J. M., Kavokin A. V., Shelykh I. A. Tamm plasmon-polaritons: Possible electromagnetic states at the interface of a metal and a dielectric Bragg mirror // Phys. Rev. B. – 2007. – V. 76. – P. 165415.
141. Tamm I. // Phys. Z. Sowjetunion. – 1932. – V. 1. – P. 733.
142. Лифшиц И. М., Пекар С. И. Таммовские связанные состояния электронов на поверхности кристалла и поверхностные колебания атомов решетки // УФН. – 1955. – Т. 56. – № 4. – С. 531-568.
143. Kavokin A., Shelykh I., Malpuech G. Optical Tamm states for the fabrication of polariton lasers // Appl. Phys. Lett. – 2005. – V. 87. – P. 261105.

144. Kavokin A., Shelykh I., Malpuech G. Lossless interface modes at the boundary between two periodic dielectric structures // Phys. Rev. B. – 2005. – V. 72. – P. 233102.
145. Villa F., Gaspar-Armenta J. A. Electromagnetic surface waves: photonic crystal–photonic crystal interface // Optics Communications. – 2003. – V. 223. – P. 109-115.
146. Villa F., Gaspar-Armenta J. A. Photonic crystal to photonic crystal surface modes: narrow-bandpass filters // Opt. Express. – 2004. – V. 12. – N 11. – P. 2338-2355.
147. Brand S., Kaliteevski M. A., Abram R. A. Optical Tamm states above the bulk plasma frequency at a Bragg stack/metal interface // Phys. Rev. B. – 2009. – V. 79. – P. 085416.
148. Булгаков А. А., Мериуц А. В., Ольховский Е. А. Поверхностные электромагнитные волны на границе раздела двух диэлектрических сверхрешеток // ЖТФ. – 2003. – Т. 74. – № 10. – С. 103.
149. Звездин А. К., Котов В. А. Магнитооптика тонких пленок. – Москва: Наука, 1988.
150. Sugano S., Kojima N. Magneto-Optics. – Berlin, Heidelberg Springer, 2000.
151. Pittini R., Schoenes J., Wachter P. Giant magneto-optical Kerr rotation observed in CeS single crystals // Physical Review B. – 1997. – V. 55. – N 12. – P. 7524.
152. Kohmoto M., Sutherland B., Iguchi K. Localization of optics: Quasiperiodic media // Physical Review Letters. – 1987. – V. 58. – N 23. – P. 2436.
153. Iguchi K. Theory of quasiperiodic lattices. I. Scaling transformation for a quasiperiodic lattice // Physical Review B. – 1991. – V. 43. – N 7. – P. 5915.
154. Inoue M., Fujii T. A theoretical analysis of magneto-optical Faraday effect of YIG films with random multilayer structures // Journal of applied physics. – 1997. – V. 81. – N 8. – P. 5659-5661.
155. Виноградов А. П., Ерохин С. Г., Грановский А. Б., Инуе М. Полярный эффект Керра в многослойных системах (магнитофотонных кристаллах) // Радиотехника и электроника. – 2004. – Т. 49. – № 6. – С. 726.
156. Lyubchanskii I., Dadoenkova N., Lyubchanskii M., Shapovalov E., Rasing T. Magnetic photonic crystals // Journal of Physics D: Applied Physics. – 2003. – V. 36. – N 18. – P. R277.
157. Takeda E., Todoroki N., Kitamoto Y., Abe M., Inoue M., Fujii T., Arai K. i. Faraday effect enhancement in Co-ferrite layer incorporated into one-dimensional photonic crystal working as a Fabry-Perot resonator // Journal of Applied Physics. – 2000. – V. 87. – P. 6782-6784.
158. Kato H., Matsushita T., Takayama A., Egawa M., Nishimura K., Inoue M. Theoretical analysis of optical and magneto-optical properties of one-dimensional magnetophotonic crystals // Journal of applied physics. – 2003. – V. 93. – N 7. – P. 3906-3911.
159. Sakaguchi S., Sugimoto N. Transmission properties of multilayer films composed of magneto-optical and dielectric materials // Journal of lightwave technology. – 1999. – V. 17. – N 6. – P. 1087-1092.
160. Belotelov V., Zvezdin A. Magneto-optical properties of photonic crystals // JOSA B. – 2005. – V. 22. – N 1. – P. 286-292.
161. Belotelov V., Doskolovich L., Zvezdin A. Extraordinary magneto-optical effects and transmission through metal-dielectric plasmonic systems // Physical review letters. – 2007. – V. 98. – N 7. – P. 077401.
162. Шефер К. Теоретическая физика, т. III, часть 2, Оптика. – Москва: РТТЛ, 1938.
163. Кринчик Г. С., Есикова О. В., Костюрин А. А. К теории магнитооптической интерференции в магнитных пленках // Оптика и спектроскопия. – 1978. – Т. 45. – С. 804-806.
164. Safarov V., Kosobukin V. A., Hermann C., Lampel G., Peretti J., Marliere C. Magneto-optical effects enhanced by surface plasmons in metallic multilayer films // Physical review letters. – 1994. – V. 73. – N 26. – P. 3584.
165. Hermann C., Kosobukin V., Lampel G., Peretti J., Safarov V., Bertrand P. Surface-enhanced magneto-optics in metallic multilayer films // Physical Review B. – 2001. – V. 64. – N 23. – P. 235422.
166. Richard N., Dereux A., Bourillot E., David T., Goudonnet J., Scheurer F., Beaurepaire E. Near-field zone analysis of the Faraday rotation of magneto-optical thin films // Journal of Applied Physics. – 2000. – V. 88. – N 5. – P. 2541-2547.

167. A Priou A. S., S Tretyakov, A Vinogradov. Advances in complex electromagnetic materials. – Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1996.
168. S Zouhdi A. S., M Arsalane. Advances in Electromagnetics of Complex Media and Metamaterials. – Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2003.
169. Агранович В. М., Гартштейн Ю. Пространственная дисперсия и отрицательное преломление света // Успехи физических наук. – 2006. – Т. 176. – № 10. – С. 1051-1068.
170. Шевченко В. В. Прямые и обратные волны: три определения, их взаимосвязь и условия применимости // Успехи физических наук. – 2007. – Т. 177. – № 3. – С. 301-306.
171. Lindell I. V., Sihvola A., Tretyakov S., Viitanen A. Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media. – Boston: Artech House, 1994.
172. Lagarkov A., Sarychev A., Smychkovich Y. R., Vinogradov A. Effective medium theory for microwave dielectric constant and magnetic permeability of conducting stick composites // Journal of Electromagnetic Waves and Applications. – 1992. – V. 6. – N 7. – P. 1159-1176.
173. Serdyukov A., Semchenko I., Tretyakov S., Sihvola A. Electromagnetics of bi-anisotropic materials: Theory and applications. – Amsterdam: Gordon and Breach Science Publishers, 2001.
174. Smith D., Schultz S., Markoš P., Soukoulis C. Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients // Physical Review B. – 2002. – V. 65. – N 19. – P. 195104.
175. Левин Л. Теория волноводов. – Москва: Радио и связь, 1981.
176. Ваганов Р. Б., Каценеленбаум Б. З. Основы теории дифракции. – Москва: Наука, 1982.
177. Pokrovsky A., Efros A. Sign of refractive index and group velocity in left-handed media // Solid state communications. – 2002. – V. 124. – N 8. – P. 283-287.
178. Tayeb G., Petit R. On the numerical study of deep conducting lamellar diffraction gratings // Journal of Modern Optics. – 1984. – V. 31. – N 12. – P. 1361-1365.
179. Landauer R. Electrical conductivity in inhomogeneous media // AIP Conference Proceedings. – 1978. – V. 40. – N 1. – P. 2-45.
180. Санчес-Паленсия Э. Неоднородные среды и теория колебаний. – Москва: Мир, 1984.
181. Жиков В. В., Козлов С. М., Олейник О. А. Усреднение дифференциальных операторов. – Москва: Физико-математическая литература, 1993.
182. Дыхне А. Проводимость двумерной двухфазной системы // ЖЭТФ – 1970 – Т. 59. – № 1. – С. 7.
183. Garnet J. C. M. // Phil. Trans. R. Soc. London. – 1904. – V. 203. – P. 385.
184. Mossotti O. Discussione analitica // Mem. Soc. Ital. – 1850. – V. 14. – P. 49.
185. Lorenz L. Ueber die refractionsconstante // Annalen der Physik. – 1880. – V. 247. – N 9. – P. 70-103.
186. Браун В. Диэлектрики –Москва: ИЛ, 1961.
187. Sarychev A., Vinogradov A. Effective medium theory for the magnetoconductivity tensor of disordered materials // Physica status solidi (b). – 1983. – V. 117. – N 2. – P. K113-K118.
188. Hui P., Stroud D. Complex dielectric response of metal-particle clusters // Physical review B. – 1986. – V. 33. – N 4. – P. 2163.
189. Lagarkov A., Sarychev A. Electromagnetic properties of composites containing elongated conducting inclusions // Physical Review B. – 1996. – V. 53. – N 10. – P. 6318.
190. фон Хиппель А. Р. Диэлектрики и волны –Москва: ИЛ, 1960.
191. Bruggeman V. D. Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen. I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen // Annalen der physik. – 1935. – V. 416. – N 7. – P. 636-664.
192. Sheng P. Theory for the dielectric function of granular composite media // Physical Review Letters. – 1980. – V. 45. – N 1. – P. 60.
193. Niklasson G. A., Granqvist C. G. Optical properties and solar selectivity of coevaporated Co-Al2O3 composite films // Journal of applied physics. – 1984. – V. 55. – N 9. – P. 3382-3410.

194. Brouers F. Percolation threshold and conductivity in metal-insulator composite mean-field theories // Journal of Physics C: Solid State Physics. – 1986. – V. 19. – N 36. – P. 7183.
195. Gibson U., Buhrman R. Optical response of Cermet composite films in the microstructural transition region // Physical Review B. – 1983. – V. 27. – N 8. – P. 5046.
196. Granovsky A. B., Kuzmichov M. V., Clerc J.-P., Inoue M. Effective-medium theory for nonlinear magneto-optics in magnetic granular alloys: cubic nonlinearity // Journal of magnetism and magnetic materials. – 2003. – V. 258. – P. 103-105.
197. Симовский К. Об использовании формул Френеля для отражения и прохождения электромагнитных волн вне квазистатического приближения // Радиотехника и электроника. – 2007. – Т. 52. – № 9. – С. 1031-1050.
198. Vinogradov A., Aivazyan A. Scaling theory for homogenization of the Maxwell equations // Physical Review E. – 1999. – V. 60. – N 1. – P. 987.
199. Виноградов А., Мерзликин А. К вопросу о гомогенизации одномерных систем // ЖЭТФ. – 2002. – Т. 121. – № 3. – С. 565-572.
200. Lozovik Y. E., Klyuchnik A. The dielectric function and collective oscillations in inhomogeneous matter // The Dielectric Function of Condensed Systems. – 1989. – P. 299.
201. Granek R., Nitzan A. Correlated dynamic percolation: Many bond effective-medium theory // The Journal of Chemical Physics. – 1989. – V. 90. – N 7. – P. 3784-3794.
202. Poincaré H. Sur les fonctions abéliennes // Acta mathematica. – 1902. – V. 26. – N 1. – P. 43-98.
203. Osgood W. Topics in the theory of functions of several complex variables. – New York: Dover, 1966.
204. Шевченко В. В. Об обратных плоских волнах в однородных изотропных средах // Радиотехника и электроника. – 2003. – Т. 48. – С. 1202.
205. Сивухин Д. Об энергии электромагнитного поля в диспергирующих средах // Оптика и спектроскопия. – 1957. – Т. 3. – № 4. – С. 308-312.
206. Brillouin L. Wave propagation and group velocity. – New York: Academic press, 1960.
207. Fan X., Wang G. P., Lee J. C. W., Chan C. T. All-Angle Broadband Negative Refraction of Metal Waveguide Arrays in the Visible Range: Theoretical Analysis and Numerical Demonstration // Physical review letters. – 2006. – V. 97. – N 7. – P. 073901.
208. Zhang J., Jiang H., Gralak B., Enoch S., Tayeb G., Lequime M. Towards -1 effective index with one-dimensional metal-dielectric metamaterial: a quantitative analysis of the role of absorption losses // Opt. Express. – 2007. – V. 15. – N 12. – P. 7720-7729.
209. Бреховских Л. М. Волны и слоистых средах. – Москва: Наука, 1973.
210. Белов П. А., Симовский К. Р., Иконен П., Силвейринья М. Г., Хао Я. Передача изображений с разрешением, много меньшим длины волны, в микроволновом, терагерцовом и оптическом диапазонах частот // Радиотехника и электроника. – 2007. – Т. 52. – № 9. – С. 1092-1107.
211. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. – Москва: Радио и связь, 1988.
212. Займан Д. Принципы теории твердого тела. – Москва: Мир, 1974.
213. Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твердого тела. – Москва: Мир, 1979.
214. Leyva M. D., Gondar J. L. Zero Energy Gap Conditions and Baud Inversion in Superlattices // Phys. Stat. Sol. (b). – 1985. – V. 128. – P. 575-581.
215. Pitarke J., Silkin V., Chulkov E., Echenique P. Theory of surface plasmons and surface-plasmon polaritons // Reports on Progress in Physics. – 2006. – V. 70. – N 1. – P. 1.
216. Shalaev V. M. Optical properties of nanostructured random media. Springer Science & Business Media, 2002.
217. Ключник А., Курганов С., Лозовик Ю. Плазменная оптика наноструктур // Физика твердого тела. – 2003. – Т. 45. – № 7. – С. 1267-1271.
218. Ebbesen T. W., Lezec H. J., Ghaemi H., Thio T., Wolff P. Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays // Nature. – 1998. – V. 391. – N 6668. – P. 667-669.

219. García-Vidal F. J., Pendry J. Collective theory for surface enhanced Raman scattering // Physical Review Letters. – 1996. – V. 77. – N 6. – P. 1163.
220. Martin-Moreno L., Garcia-Vidal F., Lezec H., Pellerin K., Thio T., Pendry J., Ebbesen T. Theory of extraordinary optical transmission through subwavelength hole arrays // Physical review letters. – 2001. – V. 86. – N 6. – P. 1114.
221. De Abajo F. G. Colloquium: Light scattering by particle and hole arrays // Reviews of Modern Physics. – 2007. – V. 79. – N 4. – P. 1267.
222. Sarrazin M., Vigneron J.-P., Vigoureux J.-M. Role of Wood anomalies in optical properties of thin metallic films with a bidimensional array of subwavelength holes // Physical Review B. – 2003. – V. 67. – N 8. – P. 085415.
223. Miyazaki H., Ohtaka K. Near-field images of a monolayer of periodically arrayed dielectric spheres // Physical Review B. – 1998. – V. 58. – N 11. – P. 6920.
224. Martin-Moreno L., Garcia-Vidal F., Lezec H., Degiron A., Ebbesen T. Theory of highly directional emission from a single subwavelength aperture surrounded by surface corrugations // Physical Review Letters. – 2003. – V. 90. – N 16. – P. 167401.
225. Chaloupka J., Zarbakhsh J., Hingerl K. Local density of states and modes of circular photonic crystal cavities // Physical Review B. – 2005. – V. 72. – N 8. – P. 085122.
226. Garcia-Vidal F., Moreno E., Porto J., Martin-Moreno L. Transmission of light through a single rectangular hole // Physical review letters. – 2005. – V. 95. – N 10. – P. 103901.
227. Bravo-Abad J., Fernandez-Dominguez A., García-Vidal F., Martin-Moreno L. Theory of extraordinary transmission of light through quasiperiodic arrays of subwavelength holes // Physical review letters. – 2007. – V. 99. – N 20. – P. 203905.
228. Ruan Z., Qiu M. Enhanced transmission through periodic arrays of subwavelength holes: the role of localized waveguide resonances // Physical review letters. – 2006. – V. 96. – N 23. – P. 233901.
229. Matsui T., Agrawal A., Nahata A., Vardeny Z. V. Transmission resonances through aperiodic arrays of subwavelength apertures // Nature. – 2007. – V. 446. – N 7135. – P. 517-521.
230. Lee J., Seo M., Kang D., Khim K., Jeoung S., Kim D. Terahertz electromagnetic wave transmission through random arrays of single rectangular holes and slits in thin metallic sheets // Physical review letters. – 2007. – V. 99. – N 13. – P. 137401.
231. Митрофанов А., Апель П., Блонская И., Орелович О. Дифракционные фильтры на основе полиимидных и полиэтиленнафталатных трековых мембран // Журнал технической физики. – 2006. – Т. 76. – № 9. – С. 121-127.
232. Lide D. R. Handbook of chemistry and physics. – Boca Raton: CRC press, 2004.
233. Bethe H. Theory of diffraction by small holes // Physical Review. – 1944. – V. 66. – N 7-8. – P. 163.
234. Джексон Д. Классическая электродинамика. – Москва: Физматлит, 1965.
235. Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. – Москва-Ленинград: Энергия, 1967.
236. Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электронные свойства легированных полупроводников. – Москва: Наука, 1979.
237. Jiang H., Chen H., Li H., Zhang Y., Zi J., Zhu S. Properties of one-dimensional photonic crystals containing single-negative materials // Physical Review E. – 2004. – V. 69. – N 6. – P. 066607.
238. Blaikie R. J., McNab S. J. Evanescent interferometric lithography // Applied Optics. – 2001. – V. 40. – N 10. – P. 1692-1698.
239. Asatryan A. A., Nicorovici N. A., Botten L. C., Martijn de Sterke C., Robinson P. A., McPhedran R. C. Electromagnetic localization in dispersive stratified media with random loss and gain // Physical Review B. – 1998. – V. 57. – N 21. – P. 13535.
240. Bulgakov S. A., Nieto-Vesperinas M. Light amplification and attenuation in stratified structures with a complex refractive index // Waves in Random Media. – 2000. – V. 10. – P. 373-380.

241. Frank R., Lubatsch A., Kroha J. Theory of strong localization effects of light in disordered loss or gain media // Physical Review B. – 2006. – V. 73. – N 24. – P. 245107.
242. Heinrichs J. Light amplification and absorption in a random medium // Physical Review B. – 1997. – V. 56. – N 14. – P. 8674.
243. Jiang X., Li Q., Soukoulis C. M. Symmetry between absorption and amplification in disordered media // Physical Review B. – 1999. – V. 59. – N 14. – P. R9007.
244. Joshi S. K., Jayannavar A. M. Transmission and reflection from a disordered lasing medium // Physical Review B. – 1997. – V. 56. – N 19. – P. 12038.
245. Nam C.-K., Zhang Z.-Q. Light amplification and localization in random amplifying layered media: Statistics from physical solutions // Physical Review B. – 2002. – V. 66. – N 7. – P. 073101.
246. Paasschens J. C. J., Misirpashaev T. S., Beenakker C. W. J. Localization of light: Dual symmetry between absorption and amplification // Physical Review B. – 1996. – V. 54. – N 17. – P. 11887.
247. Ramakrishna S. A., Das E. K., Vijayagovindan G. V., Kumar N. Reflection of light from a random amplifying medium with disorder in the complex refractive index: Statistics of fluctuations // Physical Review B. – 2000. – V. 62. – N 1. – P. 256.
248. Yamilov A., Chang S.-H., Burin A., Taflove A., Cao H. Field and intensity correlations in amplifying random media // Physical Review B. – 2005. – V. 71. – N 9. – P. 092201.
249. Datta P. K. Transmission and reflection in a perfectly amplifying and absorbing medium // Physical Review B. – 1999. – V. 59. – N 16. – P. 10980.
250. Dowling J. P., Scalora M., J B. M., M B. C. The photonic band edge laser: A new approach to gain enhancement // Journal of Applied Physics. – 1994. – V. 75. – P. 1896.
251. Jiang X., Soukoulis C. M. Time Dependent Theory for Random Lasers // Physical Review Letters. – 2000. – V. 85. – N 1. – P. 70.
252. Feng Y., Ueda K.-i. Random stack of resonant dielectric layers as a laser system // Opt. Express. – 2004. – V. 12. – N 15. – P. 3307-3312.
253. Веселаго В. Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ε и μ // Успехи физических наук. – 1967. – Т. 92. – № 7. – С. 517.
254. Fang A., Koschny T., Soukoulis C. M. Lasing in metamaterial nanostructures // Journal of Optics. – 2010. – V. 12. – P. 024013.
255. Xiao S., Drachev V. P., Kildishev A. V., Ni X., Chettiar U. K., Yuan H.-K., Shalaev V. M. Loss-free and active optical negative-index metamaterials // Nature. – 2010. – V. 466. – N 7307. – P. 735-738.
256. Cai W., Shalaev V. Optical Metamaterials. – Dordrecht: Springer, 2010.
257. Wuestner S., Pusch A., Tsakmakidis K. L., Hamm J. M., Hess O. Overcoming Losses with Gain in a Negative Refractive Index Metamaterial // Physical Review Letters. – 2010. – V. 105. – N 12. – P. 127401.
258. Шатров А. Д. Электродинамический анализ линзы Пендри // Радиотехника и электроника. – 2007. – Т. 52. – № 12. – С. 1430-1435.
259. Mozjerin I., Gibson E. A., Furlani E. P., Gabitov I. R., Litchinitser N. M. Electromagnetic enhancement in lossy optical transition metamaterials // Opt. Lett. – 2010. – V. 35. – N 19. – P. 3240-3242.
260. Sarychev A. K., Pukhov A. A., Tartakovsky G. Metamaterial Comprising Plasmonic Nanolasers // PIERS Online. – 2007. – V. 3. – N 8. – P. 1264-1267.
261. Sarychev A. K., Tartakovsky G. Magnetic plasmonic metamaterials in actively pumped host medium and plasmonic nanolaser // Physical Review B. – 2007. – V. 75. – N 8. – P. 085436.
262. Gabitov I. R., Kennedy B., Maimistov A. I. Coherent amplification of optical pulses in metamaterials // IEEE Journ. of Selected topics in quantum electronics. – 2010. – V. 16. – N 2. – P. 401-409.
263. Лагарьков А. Н., Сарычев А. К., Кисель В. Н., Тартаковский Г. Сверхразрешение и усиление в метаматериалах // Успехи физических наук. – 2009. – Т. 179. – № 9. – С. 1018-1027.

264. Noginov M. A., Podolskiy V. A., Zhu G., Mayy M., Bahoura M., Adegoke J. A., Ritzo B. A., Reynolds K. Compensation of loss in propagating surface plasmon polariton by gain in adjacent dielectric medium // Optics Express. – 2008. – V. 16. – N 2. – P. 1385-1392.
265. Ханин Я. И. Основы динамики лазеров. – Москва: Наука, 1999.
266. Hu X., Cao J., Li M., Ye Z., Miyawaki M., Ho K.-M. Modeling of three-dimensional photonic crystal lasers in a frequency domain: A scattering matrix solution // Physical Review B. – 2008. – V. 77. – N 20. – P. 205104.
267. Солимено С., Крозиньяни Б., Ди Порто П. Дифракция и волноводное распространение оптического излучения. – Москва: Мир, 1989.
268. Колоколов А. А. Формулы Френеля и принцип причинности // Успехи Физических Наук. – 1999. – Т. 169. – С. 1025–1034.
269. Вайнштейн Л. А. Распространение импульсов // Успехи Физических Наук. – 1976. – Т. 118. – № 2. – С. 339-367.
270. Колоколов А. А. Отражение волн от усиливающей среды // Письма в ЖЭТФ. – 1975. – Т. 21. – № 11. – С. 660-662.
271. Романов Г. Н., Шахиджанов С. С. Усиление электромагнитного поля при полном внутреннем отражении от области инверсной населенности // Письма в ЖЭТФ. – 1972. – Т. 16. – № 5. – С. 298-301.
272. Бойко Б. Б., Петров Н. С. Отражение света от усиливающих и нелинейных сред. – Минск: Наука и техника, 1988.
273. Dolling G., Enkrich C., Wegener M., Soukoulis C. M., Linden S. Low-loss negative-index metamaterial at telecommunication wavelengths // Opt. Lett. – 2006. – V. 31. – N 12. – P. 1800-1802.
274. Wegener M., L. G.-P. J., Soukoulis C. M., Meinzer N., Ruther M., Linden S. Toy model for plasmonic metamaterial resonances coupled to two-level system gain // Optics Express. – 2008. – V. 16. – N 24. – P. 19785.
275. Meinzer N., Ruther M., Linden S., Soukoulis C. M., Khitrova G., Hendrickson J., Olitzky J. D., Gibbs H. M., Wegener M. Arrays of Ag split-ring resonators coupled to InGaAs single-quantum-well gain // Optics Express. – 2010. – V. 18. – N 23. – P. 24140.
276. Dong Z.-G., Liu H., Li T., Zhu Z.-H., Wang S.-M., Cao J.-X., Zhu S.-N., Zhang X. Optical loss compensation in a bulk left-handed metamaterial by the gain in quantum dots // Applied Physics Letters. – 2010. – V. 96. – N 4. – P. 044104-3.
277. Fang A., Koschny T., Wegener M., Soukoulis C. M. Self-consistent calculation of metamaterials with gain // Physical Review B. – 2009. – V. 79. – N 24. – P. 241104.
278. Fang A., Koschny T., Soukoulis C. M. Self-consistent calculations of loss-compensated fishnet metamaterials // Physical Review B. – 2010. – V. 82. – N 12. – P. 121102.
279. Chen X., Grzegorczyk T. M., Wu B.-I., Pacheco J., Kong J. A. Robust method to retrieve the constitutive effective parameters of metamaterials // Physical Review E. – 2004. – V. 70. – N 1. – P. 016608.
280. Smith D. R., Vier D. C., Koschny T., Soukoulis C. M. Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials // Physical Review E. – 2005. – V. 71. – N 3. – P. 036617.
281. Menzel C., Rockstuhl C., Paul T., Lederer F., Pertsch T. Retrieving effective parameters for metamaterials at oblique incidence // Physical Review B. – 2008. – V. 77. – N 19. – P. 195328.
282. Franceschetti G. A Complete Analysis Of The Reflection And Transmission Methods For Measuring The Complex Permeability And Permittivity Of Materials At Microwaves // Alta Frequenza. – 1967. – V. XXXVI. – N 8. – P. 757.
283. Smith D. R., Schurig D. Electromagnetic Wave Propagation in Media with Indefinite Permittivity and Permeability Tensors // Physical Review Letters. – 2003. – V. 90. – N 7. – P. 077405.
284. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. – Москва: Наука, 1965.

285. Lagarkov A. N., Kissel V. N. Near-Perfect Imaging in a Focusing System Based on a Left-Handed-Material Plate // Physical Review Letters. – 2004. – V. 92. – N 7. – P. 077401.
286. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. – Москва: Физматлит, 2003.
287. Лебедев С. А., Волков В. М., Коган Б. Я. // Оптика и спектроскопия. – 1973. – Т. 35. – С. 976.
288. Коган Б. Я., Волков В. М., Лебедев С. А. // Письма ЖЭТФ. – 1972. – Т. 16. – С. 144.
289. Goos F., Hanchen H. Ein neuer und Fundamentaler Versuch zur Totalreflexion // Annalen der Physik. – 1947. – V. 1. – P. 333.
290. Goos F., Hanchen H. Neumessung des Strahlversetzungseffektes bei Totalreflexion // Annalen der Physik. – 1949. – V. 5. – P. 251.
291. Andrianov E. S., Pukhov A. A., Dorofeenko A. V., Vinogradov A. P., Lisyansky A. A. Forced synchronization of spaser by an external optical wave // Optics Express. – 2011. – V. 19. – N 25. – P. 24849.
292. Andrianov E. S., Pukhov A. A., Dorofeenko A. V., Vinogradov A. P., Lisyansky A. A. Dipole response of spaser on an external optical wave // Optics Letters. – 2011. – V. 36. – N 21. – P. 4302-4304.
293. Andrianov E. S., Pukhov A. A., Dorofeenko A. V., Vinogradov A. P., Lisyansky A. A. Stationary behavior of a chain of interacting spasers // Physical Review B. – 2012. – V. 85. – N 16. – P. 165419.
294. Andrianov E. S., Pukhov A. A., Dorofeenko A. V., Vinogradov A. P., Lisyansky A. A. Rabi oscillations in spasers during nonradiative plasmon excitation // Physical Review B. – 2012. – V. 85. – N 3. – P. 035405.
295. Stockman M. I. Loss compensation by gain and spasing // Philosophical Transaction of the Royal Society A-Mathematical Physical and Engineering Science. – 2011. – V. 369. – N 1950. – P. 3510-3524.
296. Андрианов Е. С., Пухов А. А., Дорофеенко А. В., Виноградов А. П. Работа спазера во внешнем оптическом поле // Радиотехника и электроника. – 2012. – Т. 57. – № 1. – С. 114-124.
297. Plum E., Fedotov V. A., Kuo P., Tsai D. P., Zheludev N. I. Towards the lasing spaser: controlling metamaterial optical response with semiconductor quantum dots // Opt. Express. – 2009. – V. 17. – N 10. – P. 8548-8551.
298. Колоколов А. А., Скроцкий Г. В. Интерференция реактивных компонент электромагнитного поля // Успехи физических наук. – 1992. – Т. 162. – № 12. – С. 165-174.
299. Мандель Л., Вольф Э. Оптическая когерентность и квантовая оптика. – Москва: Физматлит, 2000.
300. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. – Москва: ИЛ, 1956.
301. Ораевский А. Н. Резонансные свойства системы «мода резонатора – двухуровневые атомы» и частотная бистабильность // Квантовая электроника. – 1999. – Т. 29. – № 2. – С. 37-140.
302. Пантел Р., Путхоф Г. Основы квантовой электроники. – Москва: Мир, 1972.
303. Скалли М. О., Зубайри М. С. Квантовая оптика. – Москва: Физматлит, 2003.
304. Luks A., Perinova V. Quantum Aspects of Light Propagation. Springer Science Business Media, 2009.
305. Erneux T., Glorieux P. Laser Dynamics. Cambridge University Press, 2010.
306. Kivshar Y. S., Agrawal G. P. Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals. – San Diego: Academic Press, 2003.
307. Ярив А. Квантовая электроника. – Москва: Советское радио, 1980.
308. Джексон Д. Классическая электродинамика. – Москва: Мир, 1965.
309. Airy G. B. // Phil. Mag. – 1833. – V. 2. – P. 20.
310. Sturrock P. A. Kinematics of Growing Waves // Physical Review. – 1958. – V. 112. – N 5. – P. 1488.
311. Skaar J. Fresnel equations and the refractive index of active media // Physical Review E. – 2006. – V. 73. – N 2. – P. 026605.
312. Владимиров В. С. Обобщенные функции в математической физике. – Москва: Наука: Физматлит, 1979.
313. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. – Москва: Наука: Физматлит, 1981.

314. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Оптика. – Москва: Физматлит, 2002.
315. Бутиков Е. И. Оптика. – Москва: Высшая школа, 1986.
316. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – Москва: Наука, 1970.
317. Зоммерфельд А. Оптика (Лекции по теоретической физике, т. 4). – Москва: ИЛ, 1953.
318. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. – Москва, 1966.
319. Bahlouli H., Alhaidari A. D., Al Zahrani A., Economou E. N. Electromagnetic wave propagation in an active medium and the equivalent Schrödinger equation with an energy-dependent complex potential // Physical Review B. – 2005. – V. 72. – N 9. – P. 094304.
320. Манцызов Б. И. Когерентная и нелинейная оптика фотонных кристаллов. – Москва: Физматлит, 2009.
321. Kurizki G., Kozhekin A. E., Opatmy T., Malomed B. A. // Progress in Optics / Wolf E. – North-Holland: North-Holland, 2000. – C. 93.
322. Iga K. Surface-Emitting Laser—Its Birth and Generation of New Optoelectronics Field // IEEE Journal on Selected Topics in Quantum Electronics. – 2000. – V. 6. – N 6. – P. 1201-1215.
323. Kawai S. Handbook of Optical Interconnects. – Boca Raton: CRC Press Taylor & Francis Group, 2005.
324. Yu S. F. Analysis and design of vertical cavity surface emitting lasers. – Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2003.
325. Botez D., Scifres D. R. Diode Laser Arrays. – Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
326. Wilmsen C. W., Temkin H., Coldren L. A. Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers: Design, Fabrication, Characterization, and Applications. – New York: Cambridge University Press, 1999.
327. Cheng J., Dutta N. K. Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers: Technology and Applications. – Amsterdam: Gordon & Breach, 2000.
328. Zheludev N. I., Prosvirnin S. L., Papasimakis N., Fedotov V. A. Lasing spaser // Nature Photonics. – 2008. – V. 2. – P. 351-354.
329. Huang Y.-W., Chen W. T., Wu P. C., Fedotov V. A., Zheludev N. I., Tsai D. P. Toroidal Lasing Spaser // Scientific Reports. – 2013. – V. 3. – P. 1237.
330. Suh J. Y., Kim C. H., Zhou W., Huntington M. D., Co D. T., Wasielewski M. R., Odom T. W. Plasmonic Bowtie Nanolaser Arrays // Nano Letters. – 2012.
331. van Beijnum F., van Veldhoven P. J., Geluk E. J., de Dood M. J. A., Hooft G. W. t., van Exter M. P. Surface Plasmon Lasing Observed in Metal Hole Arrays // Phys. Rev. Lett. – 2013. – V. 110. – P. 206802.
332. Zhou W., Dridi M., Suh J. Y., Kim C. H., Co D. T., Wasielewski M. R., Schatz G. C., Odom T. W. Lasing action in strongly coupled plasmonic nanocavity arrays // Nature Nanotechnology. – 2013. – V. 8. – P. 506-511.
333. Protsenko I. E., Uskov A. V., Zaimidoroga O. A., Samoilov V. N., O'Reilly E. P. Dipole nanolaser // Phys. Rev. A. – 2005. – V. 71. – N 6. – P. 063812.
334. Protsenko I. E., Uskov A. V., Krotova K. E., O'Reilly E. P. Dipole nano-laser // J. Phys.: Conf. Ser. – 2008. – V. 107. – N 1. – P. 012010.
335. Bergman D. J., Stockman M. I. Surface Plasmon Amplification by Stimulated Emission of Radiation: Quantum Generation of Coherent Surface Plasmons in Nanosystems // Phys. Rev. Lett. – 2003. – V. 90. – P. 027402.
336. Noginov M. A., Zhu G., Belgrave A. M., Bakker R., Shalaev V. M., Narimanov E. E., Stout S., Herz E., Suteewong T., Wiesner U. Demonstration of a spaser-based nanolaser // Nature. – 2009. – V. 460. – P. 1110-1112.
337. Lu Y.-J., Kim J., Chen H.-Y., Wu C., Dabidian N., Sanders C. E., Wang C.-Y., Lu M.-Y., Li B.-H., Qiu X., Chang W.-H., Chen L.-J., Shvets G., Shih C.-K., Gwo S. Plasmonic Nanolaser Using Epitaxially Grown Silver Film // Science. – 2012. – V. 337. – P. 450-453.
338. Bozhevolniy S. I. Plasmonic Nanoguides and Circuits. – Singapore: Pan Stanford Publishing, 2009.

339. Holmgaard T., Chen Z., Bozhevolnyi S. I., Markey L., Dereux A., Krasavin A. V., Zayats A. V. Wavelength selection by dielectric-loaded plasmonic components // Applied Physics Letters. – 2009. – V. 94. – N 5. – P. 051111-3.
340. Raether H. Surface plasmons on smooth and rough surfaces and on gratings. – Berlin: Springer Verlag, 1988.
341. Novikov I. V., Maradudin A. A. Channel polaritons // Physical Review B. – 2002. – V. 66. – N 3. – P. 035403.
342. Lu J. Q., Maradudin A. A. Channel plasmons // Physical Review B. – 1990. – V. 42. – N 17. – P. 11159.
343. Novotny L., Hecht B. Principles of Nano-Optics. – New York: Cambridge University Press, 2006.
344. Chang D. E., Sorensen A. S., Hemmer P. R., Lukin M. D. Quantum Optics with Surface Plasmons // Physical review letters. – 2006. – V. 97. – N 5. – P. 053002.
345. Martín-Cano D., Martín-Moreno L., García-Vidal F. J., Moreno E. Resonance Energy Transfer and Superradiance Mediated by Plasmonic Nanowaveguides // Nano Letters. – 2010. – V. 10. – N 8. – P. 3129-3134.
346. Klimov V. I. Nanocrystal quantum dots. – Boca Raton: CRC Press, 2010.
347. Maier S. A. Gain-assisted propagation of electromagnetic energy in subwavelength surface plasmon polariton gap waveguides // Optics communications. – 2006. – V. 258. – N 2. – P. 295-299.
348. Scully M. O., Zubairy M. S. Quantum Optics. – Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
349. Rogach A. L. Semiconductor Nanocrystal Quantum Dots. – Wien – New York: Springer, 2008.
350. Eguiluz A., Maradudin A. A. Electrostatic edge modes along a parabolic wedge // Physical Review B. – 1976. – V. 14. – N 12. – P. 5526.
351. Boardman A. D., Aers G. C., Teshima R. Retarded edge modes of a parabolic wedge // Physical Review B. – 1981. – V. 24. – N 10. – P. 5703.
352. Palik E. D. Handbook of Optical Constants of Solids. – New York: Academic Press, 1985.
353. Liznev E., Dorofeenko A., Huizhe L., Vinogradov A., Zouhdi S. Epsilon-near-zero material as a unique solution to three different approaches to cloaking // Applied Physics A: Materials Science & Processing. – 2010. – V. 100. – N 2. – P. 321-325.
354. Звелто О. Принципы лазеров. – Москва: Мир, 1990.
355. Siegman A. E. Lasers. – California: University Science Books, 1986.
356. Kim K.-H., Husakou A., Herrmann J. Theory of plasmonic femtosecond pulse generation by mode-locking of long-range surface plasmon polariton lasers // Opt. Express. – 2012. – V. 20. – N 1. – P. 462-473.
357. Bozhevolnyi S. I. Plasmonic nanoguides and circuits. – Singapore: Pan Stanford Publishing Pte Ltd, 2009.
358. Ханин Я. И. Основы динамики лазеров. – Москва: Наука, 1999.
359. Dicke R. H. Coherence in Spontaneous Radiation Processes // Phys. Rev. – 1954. – V. 93. – P. 99-110.
360. Andrianov E. S., Pukhov A. A., Dorofeenko A. V., Vinogradov A. P., Lisyansky A. A. Forced synchronization of spaser by an external optical wave // Optics Express. – 2011. – V. 19. – P. 24849-24857.
361. Balanis C. A. Antenna Theory - Analysis and Design, 3rd Ed.: Willey-Interscience, 2005.
362. Khanin Y. I. Fundamentals of Laser Dynamics. Cambridge Int Science Publishing, 2006.
363. Andrianov E. S., Pukhov A. A., Dorofeenko A. V., Vinogradov A. P., Lisyansky A. A. Stationary behavior of a chain of interacting spasers // Phys. Rev. B. – 2012. – V. 85. – P. 165419.
364. Пахомычева Л., Свириденков Э., Сучков А., Титова Л., Чурилов С. Линейчатая структура спектров генерации ОКГ с неоднородно уширенной линией усиления // Письма в ЖЭТФ. – 1970. – Т. 12. – № 2. – С. 60-63.

365. Baev V., Latz T., Toschek P. Laser intracavity absorption spectroscopy // Applied Physics B. – 1999. – V. 69. – N 3. – P. 171-202.
366. Brunner W., Paul H. Theory of intracavity absorption spectroscopy // Optical and Quantum Electronics. – 1978. – V. 10. – N 2. – P. 139-151.
367. Баев В., Беликова Т., Свириденков Э., Сучков А. Внутрирезонаторная спектроскопия с использованием лазеров непрерывного и квазинепрерывного действия // ЖЭТФ. – 1978. – Т. 74. – № 1. – С. 43.
368. Demtröder W. Laser spectroscopy: basic concepts and instrumentation. Springer Science & Business Media, 2013.
369. Летохов В. С., Чеботаев В. П. Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения. – Москва: Наука, 1990.
370. Kliger D. Ultrasensitive laser spectroscopy. Elsevier, 2012.
371. Harris S. J. Intracavity laser spectroscopy: an old field with new prospects for combustion diagnostics // Applied optics. – 1984. – V. 23. – N 9. – P. 1311-1318.
372. Kimble H. Calculated enhancement for intracavity spectroscopy with a single-mode laser // Quantum Electronics, IEEE Journal of. – 1980. – V. 16. – N 4. – P. 455-461.
373. Harris S. J. Continuous wave intracavity dye laser spectroscopy: Dependence of enhancement on pumping power // The Journal of Chemical Physics. – 1979. – V. 71. – N 10. – P. 4001-4004.
374. Kachanov A., Charvat A., Stoeckel F. Intracavity laser spectroscopy with vibronicsolid-state lasers. I. Spectrotemporal transient behavior of a Ti: sapphire laser // JOSA B. – 1994. – V. 11. – N 12. – P. 2412-2421.
375. Величанский В., Виноградов С., Свириденков Э., Харисов Г. Внутрирезонаторная лазерная спектроскопия с использованием полупроводниковых лазеров // Письма в ЖЭТФ. – 1995. – Т. 61. – № 2. – С. 87-90.
376. Scherer B., Salzmann W., Wöllenstein J., Weidemüller M. Injection seeded single mode intra-cavity absorption spectroscopy // Applied Physics B. – 2009. – V. 96. – N 2-3. – P. 281-286.
377. Gilmore D., Cvijin P. V., Atkinson G. Intracavity laser spectroscopy in the 1.38–1.55 μm spectral region using a multimode Cr 4+: YAG laser // Optics communications. – 1993. – V. 103. – N 5. – P. 370-374.
378. Böhm R., Stephani A., Baev V., Toschek P. E. Intracavity absorption spectroscopy with a Nd 3+-doped fiber laser // Optics letters. – 1993. – V. 18. – N 22. – P. 1955-1957.
379. Belkin M. A., Loncar M., Lee B. G., Pflugl C., Audet R., Diehl L., Capasso F., Bour D., Corzine S., Hofler G. Intra-cavity absorption spectroscopy with narrow-ridge microfluidic quantum cascade lasers // Optics express. – 2007. – V. 15. – N 18. – P. 11262-11271.
380. Atkinson G. H. Intracavity laser spectroscopy // OE/LASE'92 –International Society for Optics and Photonics, 1992. – C. 126-133.
381. Gong Y., VuCkovic J. Design of plasmon cavities for solid-state cavity quantum electrodynamics applications // Applied Physics Letters. – 2007. – V. 90. – N 3. – P. 033113-3.
382. Krenn J. R., Ditlbacher H., Schider G., Hohenau A., Leitner A., Aussenegg F. R. Surface plasmon micro- and nano-optics // Journal of Microscopy. – 2003. – V. 209. – N 3. – P. 167-172.
383. Ditlbacher H., Krenn J. R., Schider G., Leitner A., Aussenegg F. R. Two-dimensional optics with surface plasmon polaritons // Applied Physics Letters. – 2002. – V. 81. – N 10. – P. 1762-1764.
384. Kimble H. J. Calculated Enhancement for lntracavity Spectroscopy with a Single-Mode Laser // Journal of quantum electronics. – 1980. – V. 16. – N 4. – P. 455-461.
385. Дорофеенко А. В., Зябловский А. А., Пухов А. А., Лисянский А. А., Виноградов А. П. Прохождение света через композитные материалы, содержащие усиливающие слои // Успехи физических наук. – 2012. – Т. 182. – № 11. – С. 1157-1175.
386. Pettinger B. Single-molecule surface- and tip-enhanced raman spectroscopy // Molecular Physics. – 2010. – V. 108. – N 16. – P. 2039-2059.

387. Baev V. M., Latz T., Toschek P. E. Laser intracavity absorption spectroscopy // Applied Physics B: Lasers and Optics. – 1999. – V. 69. – N 3. – P. 171-202.
388. Kimble H. Calculated enhancement for intracavity spectroscopy with a single-mode laser // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 1980. – V. 16. – N 4. – P. 455-461.
389. Moskvitina E., Kuzyakov Y. Y. Intracavity laser spectroscopy of the HfCl molecule. Analysis of rotational structure of new bands of the 2Δ-X2Δ electronic transition // Moscow University Chemistry Bulletin. – 2014. – V. 69. – N 1. – P. 37-44.
390. Bierret A., Desbois Q., Martin J.-L., Kassi S., Tashkun S., Perevalov V., Campargue A. Intracavity Laser Absorption Spectroscopy of $^{13}C^{16}O_2$ near 734nm // Journal of Molecular Spectroscopy. – 2014. – V. 298. – P. 38-42.
391. Rahinov I., Fomin A., Poliak M., Cheskis S. Absorption electronic spectrum of gaseous FeO: in situ detection with intracavity laser absorption spectroscopy in a nanoparticle-generating flame reactor // Applied Physics B. – 2014. – P. 1-7.
392. Kulikov K. Study of Optical Properties of Biotissues by the Intracavity Laser Spectroscopy Method // Laser Interaction with Biological MaterialSpringer, 2014. – C. 121-127.
393. Harms J. C., O'Brien L. C., Ni A., Mahkdoom B., O'Brien J. J. Near-Infrared Spectrum of ZrF by Intracavity Laser Absorption Spectroscopy // Journal of Molecular Spectroscopy. – 2014.
394. Baev V., Sarkisov I., Sviridenkov E., Suchkov A. Intracavity laser spectroscopy // Journal of Soviet Laser Research. – 1989. – V. 10. – N 1. – P. 61-85.
395. O'Keefe A., Deacon D. A. Cavity ring-down optical spectrometer for absorption measurements using pulsed laser sources // Review of Scientific Instruments. – 1988. – V. 59. – N 12. – P. 2544-2551.
396. Novo C., Funston A. M., Mulvaney P. Direct observation of chemical reactions on single gold nanocrystals using surface plasmon spectroscopy // Nature nanotechnology. – 2008. – V. 3. – N 10. – P. 598-602.
397. Kalkbrenner T., Håkanson U., Sandoghdar V. Tomographic plasmon spectroscopy of a single gold nanoparticle // Nano Letters. – 2004. – V. 4. – N 12. – P. 2309-2314.
398. N'Gom M., Ringnalda J., Mansfield J. F., Agarwal A., Kotov N., Zaluzec N. J., Norris T. B. Single particle plasmon spectroscopy of silver nanowires and gold nanorods // Nano Letters. – 2008. – V. 8. – N 10. – P. 3200-3204.
399. Novoselov K., Geim A. K., Morozov S., Jiang D., Grigorieva M. K. I., Dubonos S., Firsov A. Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene // nature. – 2005. – V. 438. – N 7065. – P. 197-200.
400. Zhang Y., Tan Y.-W., Stormer H. L., Kim P. Experimental observation of the quantum Hall effect and Berry's phase in graphene // nature. – 2005. – V. 438. – N 7065. – P. 201-204.
401. Bolotin K. I., Sikes K., Jiang Z., Klima M., Fudenberg G., Hone J., Kim P., Stormer H. Ultrahigh electron mobility in suspended graphene // Solid State Communications. – 2008. – V. 146. – N 9. – P. 351-355.
402. Balandin A. A., Ghosh S., Bao W., Calizo I., Teweldebrhan D., Miao F., Lau C. N. Superior thermal conductivity of single-layer graphene // Nano Letters. – 2008. – V. 8. – N 3. – P. 902-907.
403. Hwang E., Sarma S. D. Dielectric function, screening, and plasmons in two-dimensional graphene // Physical Review B. – 2007. – V. 75. – N 20. – P. 205418.
404. Wu L., Chu H., Koh W., Li E. Highly sensitive graphene biosensors based on surface plasmon resonance // Optics express. – 2010. – V. 18. – N 14. – P. 14395-14400.
405. Verma R., Gupta B. D., Jha R. Sensitivity enhancement of a surface plasmon resonance based biomolecules sensor using graphene and silicon layers // Sensors and Actuators B: Chemical. – 2011. – V. 160. – N 1. – P. 623-631.
406. Otsuji T., Popov V., Ryzhii V. Active graphene plasmonics for terahertz device applications // Journal of Physics D: Applied Physics. – 2014. – V. 47. – N 9. – P. 094006.

407. Berman O. L., Kezerashvili R. Y., Lozovik Y. E. Graphene nanoribbon based spaser // Physical Review B. – 2013. – V. 88. – N 23. – P. 235424.
408. Apalkov V., Stockman M. I. Proposed Graphene Nanospaser // arXiv preprint arXiv:1303.0220. – 2013.
409. Rupasinghe C., Rukhlenko I. D., Premaratne M. Spaser Made of Graphene and Carbon Nanotubes // ACS Nano. – 2014. – V. 8. – N 3. – P. 2431-2438.
410. Chang D. E., Sørensen A. S., Hemmer P. R., Lukin M. D. Quantum Optics with Surface Plasmons // Physical Review Letters. – 2006. – V. 97. – N 5. – P. 053002.
411. Jablan M., Buljan H., Soljačić M. Plasmonics in graphene at infrared frequencies // Physical Review B. – 2009. – V. 80. – N 24. – P. 245435.
412. Protsenko I. E. Theory of the dipole nanolaser // Physics-Uspekhi. – 2012. – V. 55. – N 10. – P. 1040-1046.
413. Siegman A. E. Lasers. – Mill Valley, California: University Science Books, 1986.
414. Hakala T., Rekola H., Väkeväinen A., Martikainen J.-P., Nečada M., Moilanen A., Törmä P. Lasing in dark and bright modes of a finite-sized plasmonic lattice // Nature communications. – 2017. – V. 8. – P. 13687.
415. Beijnum F., Veldhoven P. J., Geluk E. J., Dood M. J. A., Hooft G. W. t., van Exter M. P. Surface Plasmon Lasing Observed in Metal Hole Arrays // Phys. Rev. Lett. – 2013. – V. 110. – N 20. – P. 206802.
416. Marell M. J., Smalbrugge B., Geluk E. J., van Veldhoven P. J., Barcones B., Koopmans B., Nötzel R., Smit M. K., Hill M. T. Plasmonic distributed feedback lasers at telecommunications wavelengths // Optics express. – 2011. – V. 19. – N 16. – P. 15109-15118.
417. Meng X., Liu J., Kildishev A. V., Shalaev V. M. Highly directional spaser array for the red wavelength region // Laser & Phot. Rev. – 2014. – V. 8. – N 6. – P. 896-903.
418. Molina P., Yraola E., Ramirez M. O., Tserkezis C., Plaza J. L., Aizpurua J., Abad J. B., Bausa L. E. Plasmon assisted Nd3+ based solid-state nanolaser // Nano Letters. – 2016.
419. Schokker A. H., Koenderink A. F. Lasing at the band edge of plasmonic lattices // Phys. Rev. B. – 2014. – V. 90. – N 15. – P. 155452.
420. Schokker A. H., Koenderink A. F. Statistics of randomized plasmonic lattice lasers // ACS Photonics. – 2015. – V. 2. – N 9. – P. 1289-1297.
421. Tokel O., Yildiz U. H., Inci F., Durmus N. G., Ekiz O. O., Turker B., Cetin C., Rao S., Sridhar K., Natarajan N. Portable microfluidic integrated plasmonic platform for pathogen detection // Scientific reports. – 2015. – V. 5.
422. van Beijnum F., van Veldhoven P. J., Geluk E. J., de Dood M. J., Gert W., van Exter M. P. Surface plasmon lasing observed in metal hole arrays // Physical review letters. – 2013. – V. 110. – N 20. – P. 206802.
423. Zhou W., Dridi M., Suh J. Y., Kim C. H., Co D. T., Wasielewski M. R., Schatz G. C., Odom T. W. Lasing action in strongly coupled plasmonic nanocavity arrays // Nature Nanotech. – 2013. – V. 8. – P. 506-511.
424. Zondervan R., Kulzer F., Kol'chenk M. A., Orrit M. Photobleaching of rhodamine 6G in poly (vinyl alcohol) at the ensemble and single-molecule levels // The Journal of Physical Chemistry A. – 2004. – V. 108. – N 10. – P. 1657-1665.
425. Baburin A. S., Merzlikin A. M., Baryshev A. V., Ryzhikov I. A., Panfilov Y. V., Rodionov I. A. Silver-based plasmonics: golden material platform and application challenges [Invited] // Optical Materials Express. – 2019. – V. 9. – N 2. – P. 611-642.