

**Российская Академия Наук  
Институт Физики Микроструктур**

*На правах рукописи*

Дубинов Александр Алексеевич

**Механизмы генерации излучения среднего и дальнего  
инфракрасных диапазонов при продольном транспорте  
электронов и смешении оптических мод в полупроводниковых  
микроструктурах  $A_3B_5$**

05.27.01 – твердотельная электроника, радиоэлектронные компоненты, микро- и  
наноэлектроника, приборы на квантовых эффектах

Диссертация  
на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук  
В.Я. Алешкин

Нижний Новгород – 2005

# Содержание

Введение	4
Глава 1. Моделирование продольного транспорта в квантовых ямах	15
1.1. Моделирование продольного транспорта в квантовых ямах с помощью метода Монте-Карло	15
1.2. Частоты рассеяния электрона в квантовых ямах	25
Глава 2. Инверсия электронной населенности подзон размерного квантования при продольном транспорте в туннельно-связанных квантовых ямах	39
2.1. Инверсия электронной населенности подзон размерного квантования при продольном транспорте в туннельно-связанных квантовых ямах с шероховатой гетерограницей	39
2.2. Инверсия электронной населенности $\Gamma$ -подзон в квантовых ямах в условиях междолинного $\Gamma$ -L переноса	47
2.3. О возможности экспериментального наблюдения генерации излучения среднего и дальнего ИК диапазонов в структурах с электронной инверсией населенности при продольном транспорте	56
Глава 3. Генерация электромагнитного излучения среднего и дальнего ИК диапазонов при смешении оптических мод в полупроводниковых структурах на основе $A_3B_5$	60
3.1. Механизмы оптической нелинейности в полупроводниках $A_3B_5$	60
3.2. Генерация поверхностного плазмона среднего и дальнего ИК диапазонов в полупроводниковых структурах	73
3.3. Генерация излучения среднего ИК диапазона в полупроводниковых структурах с гофрированным волноводом	83
3.4. Генерация излучения среднего и дальнего ИК диапазона в полупроводниковых структурах с металлической дифракционной решеткой	92
3.5. Генерация излучения среднего и дальнего ИК диапазона в полупроводниковых волноводах на основе GaP	111

Заключение	120
Приложение. Решение задачи Римана-Гильберта	122
Список цитированной литературы	126
Список работ автора по теме диссертации	134

# Введение

## Актуальность темы

Несмотря на то, что компактные источники излучения в терагерцовом диапазоне частот, соответствующих длинам волн от 300 мкм до 10 мкм, в настоящее время очень востребованы для различных применений, количество таких источников мало. Освоение этого диапазона, находящегося на стыке СВЧ электроники и лазерной физики, сопряжено с большими трудностями [1 - 4]. По разным причинам здесь не работают ни методы вакуумной и классической твердотельной электроники, ни стандартные схемы квантовой электроники. Так, создание субмиллиметровых ЛБВ и ЛОВ [3] сопряжено с проблемами малой эффективности катодов, сложного согласования электронного пучка с замедляющей системой и больших потерь в вакуумных волноводах, а привлечение плазменных неустойчивостей при баллистическом транспорте в полупроводниках требует пока недостижимого качества субмикронных полевых транзисторов [5]. Для молекулярных (пучковых) мазеров требуются сильное охлаждение и трудно реализуемые высокочастотные микрорезонаторы, а в газоразрядных лазерах инверсия на вращательных переходах, достаточная для генерации, достигается лишь для ограниченного числа линий [4]. Указанного диапазона длин волн не достигают ни диоды Ганна, ни лавинно-пролетные диоды [1]. Попытки возбуждения короткими (фемтосекундными) оптическими импульсами терагерцовых колебаний в холодной плазме, в том числе полупроводниковой, или в дипольных антеннах-фотопроводниках ограничиваются слишком малой эффективностью соответствующих процессов "оптического детектирования" [6 - 8]. В целом доступные источники когерентного терагерцового излучения являются маломощными (от нано- до микроватт, иногда — до ватт), плохо перестраиваемыми и фактически покрывающими лишь отдельные узкие полосы частот.

Данная ситуация крайне неблагоприятна для широкого круга потенциальных приложений терагерцового излучения, включая радары, спутниковую и наземную связь, системы охраны и наведения, трехмерную томографию, диагностику (биохимическую и медицинскую), молекулярную и твердотельную спектроскопию и т.д. [1 - 3]. В этом отношении большие надежды возлагаются на полупроводниковые источники, которые хорошо зарекомендовали себя в оптическом и ближнем инфракрасном (ИК) диапазонах и в последние годы стали активно развиваться также в терагерцовом и дальнем ИК диапазонах. Данная работа посвящена именно этому направлению физики

полупроводниковых приборов, потенциально ведущему к созданию компактных, монокристаллических, эффективных и дешевых генераторов излучения с длиной волны от десятка до сотен микрон.

Стандартные диодные гетеролазеры на межзонных переходах в узкощелевых полупроводниках, например на основе солей свинца типа Pb(S, Se) или  $Pb_{1-x}Sn_xTe(Se)$ , оказываются неэффективными в дальнем ИК диапазоне при длинах волн больших 30 мкм вследствие увеличения роли безызлучательной Оже рекомбинации. Даже в среднем ИК диапазоне создание инверсии в них сопряжено с охлаждением до температур жидкого гелия (4,2 К) или азота (77 К) и большой пороговой плотностью тока от долей до десятков килоампер на квадратный сантиметр соответственно, причем стабильность и надежность оставляют желать лучшего [9].

В настоящее время имеется только два типа апробированных полупроводниковых лазеров, показавших эффективность генерации терагерцового излучения (при криогенных температурах). Оба лазера униполярные и основаны на внутризонных (межподзонных) переходах. Первый — это германиевый лазер р-типа в сильных скрещенных электрическом и магнитном полях [10], обеспечивающих импульсную генерацию в субмиллиметровом диапазоне длин волн (70 - 300 мкм), мощность которой, однако, значительна (до ватт) только при гелиевых температурах. Существует также полупроводниковый лазер, работающий на объемном деформированном р-Ge ( $\lambda \sim 100$  мкм) [11]. Характерные размеры кристалла в этих лазерах порядка 1 см, а характерные электрические поля порядка 1 кВ/см. Поэтому для работы таких лазеров необходимо высоковольтное импульсное питание, что, конечно, усложняет работу с ними. Второй — это квантово-каскадный лазер n-типа на таких многоямных или сверхрешеточных гетероструктурах, как AlInAs/GaInAs/InP или AlGaAs/GaAs [12, 13], в котором недавно была достигнута генерация на длинах волн 100 мкм [14], 24 мкм [15] и 16 мкм [16] при температурах меньше 77, 140 и 300 К соответственно. Следует отметить также потенциальные возможности "фонтанного" лазера [17], реализованного пока только в среднем ИК диапазоне, и лазера на переходах в мелких донорных примесях типа P, Bi, Sb в кремнии [18], генерация которого зарегистрирована лишь в нескольких узких линиях в диапазоне 51 - 59 мкм при гелиевой температуре. Однако оптическая накачка внешним лазером делает их весьма неудобными для практических применений.

Среди многочисленных, но нереализованных предложений по созданию инверсии на межподзонных терагерцовых переходах отметим, например, возможность междолинных переходов в сложных квантовых ямах в условиях латерального электронного транспорта [19] и варианты структуры с трехуровневыми квантовыми ямами, нижний уровень

которых предполагается опустошать либо за счет межзонных индуцированных переходов благодаря одновременной лазерной генерации в ближнем ИК диапазоне [20], либо за счет резонансных оже-процессов [21].

## **Основные цели диссертационной работы**

Основной целью диссертационной работы является теоретическое исследование механизмов электронной инверсии населенности подзон размерного квантования при продольном транспорте и генерации электромагнитного излучения среднего и дальнего ИК диапазонов при смешении оптических мод в низкоразмерных полупроводниковых структурах на основе  $A_3B_5$ .

Это включает в себя решение следующих основных задач:

- расчет энергий и волновых функций электрона в гетероструктурах  $InGaAs/GaAs/AlGaAs$ , вычисление частот рассеяния электронов в этих структурах для основных механизмов рассеяния;
- моделирование методом Монте-Карло транспорта электронов в электрическом поле, направленном вдоль слоев гетероструктур; расчет функций распределения, концентраций электронов на подзонах размерного квантования и средней дрейфовой скорости;
- исследование условий фазового синхронизма для эффективной генерации электромагнитного излучения среднего и дальнего ИК диапазонов при смещении оптических мод в низкоразмерных полупроводниковых структурах на основе  $A_3B_5$ , расчет выходной мощности излучения среднего и дальнего ИК диапазонов.

## **Научная новизна диссертационной работы**

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

1. предложен способ создания внутризонной инверсии населенности для усиления электромагнитного излучения дальнего ИК диапазона в гетероструктурах  $InGaAs/GaAs/AlGaAs$  с квантовыми ямами и одной шероховатой гетерограницей при продольном электронном транспорте;
2. предложен механизм создания внутризонной инверсии населенности для усиления электромагнитного излучения среднего ИК диапазона в гетероструктурах  $InGaAs/GaAs/AlGaAs$  с квантовыми ямами при продольном электронном транспорте в условиях междолинного  $\Gamma$ -L переноса;

3. впервые предложены конструкции лазеров на основе гетероструктуры InGaAs/GaAs/InGaP, обеспечивающие генерацию двух лазерных мод в диапазоне 1 мкм и разностной моды плазменного волновода в среднем и дальнем ИК диапазонах, а также разностной моды в гофрированном волноводе в среднем ИК диапазоне;
4. впервые предложена структура, в которой происходит генерация излучения разностной частоты среднего и дальнего ИК диапазонов при смешении оптических мод, и вывод излучения осуществляется с поверхности волновода при нанесении на него металлической дифракционной решетки.

### **Практическая значимость диссертационной работы**

Практическая значимость диссертационной работы заключается в том, что полученные результаты позволили

1. предложить механизм формирования электронной инверсии населенности и найти условия усиления терагерцового излучения в гетероструктурах InGaAs/GaAs/AlGaAs с квантовыми ямами при продольном транспорте в двух случаях: шероховатости одной из гетерограниц и междолинного  $\Gamma$ -L переноса;
2. сконструировать структуры, перспективные для генерации излучения разностной частоты среднего и дальнего ИК диапазона.

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Наличие одной шероховатой гетерограницы у квантовой ямы, в которой в основном локализована волновая функция электрона второй подзоны, такой, что вероятность рассеяния электрона на шероховатости сопоставима с вероятностью рассеяния на полярном оптическом фононе, приводит к инверсии населенности первой и второй подзон размерного квантования при электронном транспорте в трех туннельно-связанных квантовых ямах в сильном электрическом поле, лежащем в плоскости квантовых ям. Согласно расчетам электронного транспорта для гетероструктуры  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  ( $x = 0.2, 0.3$ ) инверсия населенности реализуется в поле, превышающим 1.2 кВ/см при температуре 4.2 К и 77 К. Возможный коэффициент усиления излучения с длиной волны 150 мкм в сверхрешетке, содержащей такие квантовые ямы, около  $4.3 \text{ см}^{-1}$  при 77 К.

2. В условиях междолинного  $\Gamma$ -L переноса электронов возникает инверсная населенность между первой и второй подзонами размерного квантования  $\Gamma$ -долины при электронном транспорте в двойных квантовых ямах гетероструктуры  $\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}/\text{GaAs}/\text{In}_{0.25}\text{Ga}_{0.75}\text{As}$  в сильном электрическом поле, лежащем в плоскости квантовых ям. Моделирование электронного транспорта методом Монте-Карло показало, что инверсная населенность этих подзон возникает начиная с полей 4 кВ/см при 77 К и 5.5 кВ/см при 300 К. Возможный коэффициент усиления излучения с длиной волны 12.6 мкм в сверхрешетке, содержащей такие квантовые ямы, порядка  $100 \text{ см}^{-1}$  при 77 К и  $20 \text{ см}^{-1}$  при 300 К.
3. Эффективная генерация поверхностных плазмонов на разностной частоте в среднем и дальнем ИК диапазонах в резонаторе полупроводникового инжекционного лазера на основе GaAs реализуется при взаимодействии двух фундаментальных TE мод диапазона 1 мкм, обусловленном решеточной нелинейностью. Эффективная генерация достигается за счет выполнения условия фазового синхронизма между волной нелинейной поляризации и поверхностным плазмоном при специальном легировании волновода. Для лазера с шириной волновода 100 мкм рассчитанный коэффициент преобразования в поверхностный плазмон по мощности составляет порядка  $10^{-7} \text{ Вт}^{-1}$  при комнатной температуре.
4. Использование металлической дифракционной решетки со специально подобранными параметрами позволяет осуществить эффективную генерацию излучения на разностной частоте среднего и дальнего ИК диапазонов при распространении в полупроводниковом волноводе на основе GaAs двух фундаментальных TE мод 1 мкм диапазона. В планарном волноводе с шириной 100 мкм и длиной 1 мм рассчитанный коэффициент преобразования в моду на разностной частоте по мощности составляет порядка  $10^{-5} \text{ Вт}^{-1}$  в окрестности длин волн, соответствующих длине волны оптического фона (около 36 мкм) при комнатной температуре.



## **Публикации и апробация работы**

По теме диссертации опубликовано 22 работы [A1 – A22], из которых 8 статей в отечественных и зарубежных реферируемых журналах и 14 публикаций в сборниках тезисов докладов и трудов конференций. Результаты диссертационной работы докладывались на семинарах ИФМ РАН, российских и международных конференциях, рабочих совещаниях: V и VI Российских конференциях по физике полупроводников (Нижний Новгород, 10 - 14 сентября, 2001; Санкт-Петербург, 27 - 31 октября, 2003), Совещаниях «Нанофотоника» (Нижний Новгород, 11 - 14 марта, 2002; 2 - 6 мая, 2004), IV Всероссийской молодежной конференции по физике полупроводников и полупроводниковой опто- и наноэлектронике (Санкт-Петербург, 3 - 6 декабря, 2002), 11-ом и 12-ом Международных симпозиумах «Наноструктуры: физика и технология» (Санкт-Петербург, 23 – 28 июня, 2003; 21 – 25 июня, 2004), 13-ой Международной конференции по динамике неравновесных носителей в полупроводниках (Модена, Италия, 28 июля – 1 августа, 2003), 12-ом Международном симпозиуме по сверхбыстрым явлениям в полупроводниках (Вильнюс, Литва, 22 – 25 августа, 2004), V Международной научно-технической конференции «Квантовая электроника» (Минск, Беларусь, 22 - 25 ноября, 2004), Симпозиуме «Нанопизика и наноэлектроника» (Нижний Новгород, 25 - 29 марта, 2005).

## **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, приложения, списка цитируемой литературы и списка работ автора по теме диссертации. Общий объем диссертации составляет 136 страниц. В диссертации содержится 44 рисунка. Список цитируемой литературы включает 86 наименований. Список работ автора по теме диссертации включает 22 наименований.

## **Содержание работы**

**Во введении** показана актуальность темы исследования, его цель, научная новизна и практическая значимость. Приводится краткое содержание диссертации, а также сформулированы положения, выносимые на защиту.

**Первая глава** посвящена исследованию продольного электронного транспорта в гетероструктурах InGaAs/GaAs, AlGaAs/GaAs и AlGaAs/InGaAs/GaAs. В первой части главы дан обзор работ, посвященных моделированию продольного электронного транспорта в гетероструктурах InGaAs/GaAs, AlGaAs/GaAs и AlGaAs/InGaAs/GaAs методом Монте-Карло.

Во второй части главы 1 представлены расчеты спектра энергий и волновых функций в структурах с квантовыми ямами  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ ,  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  и  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ . Проведен расчет частот рассеяния электрона в указанных выше структурах на полярном оптическом и междолинном фононе, шероховатости гетерограницы. Для нахождения спектра и волновых функций электрона в двух туннельно-связанных ямах гетероструктуры  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  и трех туннельно-связанных ямах гетероструктуры  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  решалось стационарное уравнение Шредингера в приближении эффективной массы для зоны проводимости. Для зависимостей эффективной массы электрона и положения дна зоны проводимости от доли алюминия использовались данные работы [22, 23], а от доли индия данные работы [24, 25]. Для нахождения спектра и волновых функций электрона  $\Gamma$ -долины в двух туннельно-связанных квантовых ямах гетероструктуры  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$  решалось стационарное уравнение Шредингера в модели Кейна. Для нахождения состояний электронов L-долины использовался гамильтониан в приближении эффективной массы.

При рассмотрении рассеяния электронов на полярных оптических и междолинных фононах закон дисперсии фононов полагался таким же, как в объемном GaAs. Кроме того, фононный газ считался равновесным с температурой, соответствующей температуре кристалла. При вычислении вероятности рассеяния электрона между подзонами размерного квантования на полярных оптических и междолинных фононах использовался стандартный подход [26].

При рассмотрении рассеяния электронов на шероховатости гетерограницы предполагалось, что характерный масштаб шероховатостей в z- направлении много меньше характерного масштаба, на котором изменяются волновые функции электрона. Корреляционная функция поверхностных шероховатостей считалась гауссовой [27]. Было использовано приближение  $|\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j| \Lambda \ll 1$  для нахождения частоты рассеяния электрона на шероховатости гетерограницы ( $\Lambda$  - характерный размер шероховатости в плоскости гетероперехода,  $\mathbf{k}_i$  – волновое число электрона). В этом приближении вероятность рассеяния не зависит от кинетической энергии электрона и угла рассеяния. Были приняты следующие значения для  $\Delta_z$  (среднеквадратичное смещение гетерограницы),  $\Lambda$ :  $\Delta_z = 10 \text{ \AA}$ ,  $\Lambda = 38 \text{ \AA}$ .

**Вторая глава** посвящена исследованию механизмов инверсии электронной населенности подзон размерного квантования при продольном транспорте в туннельно-связанных квантовых ямах рассмотренных в главе 1 структур.

Предлагаемый способ создания инверсии населенностей является одной из возможностей реализации общей идеи, предложенной в [19]. Напомним, эту идею. Пусть имеются две группы носителей тока, сильно отличающиеся по подвижности. При приложении сильного электрического поля средняя кинетическая энергия носителей в группе с большей подвижностью будет значительно выше, чем в группе с низкой подвижностью. Если вероятность перехода носителя из одной группы в другую возрастает с ростом кинетической энергии, то происходит накопление частиц в группе с низкой подвижностью и малой кинетической энергией. И если состояние группы с низкой подвижностью находится выше по энергетической шкале, чем состояние группы с большей подвижностью, то возникнет инверсия населенности между этими состояниями. Похожая идея переноса частиц из горячей группы в холодную давно используется в перегонных кубах, и в частности, в хорошо известном в России самогонном аппарате.

В первой части главы 2 рассмотрено протекание тока в двух туннельно-связанных квантовых ямах  $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}/\text{GaAs}$  и трех туннельно-связанных квантовых ямах  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  ( $x = 0.2, 0.3$ ). Электрическое поле лежит в плоскости квантовых ям, так что ток течет вдоль структуры. Параметры структуры подобраны так, чтобы волновые функции нижней и верхней подзон были локализованы в основном в разных квантовых ямах. Основным механизмом обмена электронами между подзонами в полях, меньших начала эффекта Ганна, является рассеяние на полярных оптических фононах. Для обеспечения разницы в подвижности электронов на первой и второй подзонах предлагается расположить слой с шероховатой поверхностью во второй квантовых яме. Поскольку значения волновых функций электрона на первой подзоне на этом слое малы, то и рассеяние на его шероховатости слабое. Напротив, значение волновой функции электронов второй подзоны на шероховатом слое не мало, и поэтому рассеяние на шероховатостях этих электронов довольно велико. Таким образом, благодаря сильной чувствительности рассеяния на шероховатости к значению волновой функции на шероховатом слое, можно обеспечить разность в подвижности для электронов, волновые функции которых локализованы в разных ямах. Это приведет к значительной разности между средней кинетической энергией электронов на второй подзоне и средней кинетической энергией электронов на первой подзоне в сильных электрических полях. Это обстоятельство способствует накоплению электронов на второй подзоне и возникновению инверсии населенностей между второй и первой подзонами в достаточно

сильных электрических полях. В полях свыше 2 кВ/см реализуется инверсная заселенность первой и второй подзон размерного квантования для структуры  $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}/\text{GaAs}$ . Но благодаря использованию гетеропары  $\text{AlGaAs}/\text{GaAs}$  вместо  $\text{InGaAs}/\text{GaAs}$  инверсная заселенность первой и второй подзон размерного квантования реализуется уже в полях  $\sim 1.2$  кВ/см для температуры 77 К. Оценка возможного коэффициента усиления в такой структуре для длины волны излучения 150 мкм дает значение  $4.3 \text{ см}^{-1}$ .

Во второй части главы 2 рассмотрена модель продольного электронного транспорта в структуре, представляющей собой две туннельно-связанные квантовые ямы, как для  $\Gamma$ -, так и для L-долин. Волновые функции электронов  $\Gamma$ -долины на двух нижних подзонах размерного квантования локализованы в разных квантовых ямах, поэтому обмен электронами между  $\Gamma_1$ - и  $\Gamma_2$ -подзонами, из-за рассеяния на полярных оптических фононах, подавлен. Важная особенность данной структуры состоит в том, что волновая функция нижней  $L_1$ -подзоны локализована в той же квантовой яме, где и волновая функция  $\Gamma_2$ -подзоны. Вследствие этого перекрытие волновых функций на  $L_1$ - и  $\Gamma_2$ -подзонах существенно больше перекрытия волновых функций на первых L- и  $\Gamma$ - подзонах. Благодаря этой особенности в сильных латеральных полях, в которых начинается заселение состояний  $L_1$ -долины, электроны из этих состояний рассеиваются в основном в  $\Gamma_2$ -подзону, и возникает инверсная населенность второй и первой  $\Gamma$ -подзон. Эту особенность удалось реализовать с помощью использования слоя твердого раствора  $\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$  в структуре, т.к. он является квантовой ямой для  $\Gamma$ -долины и барьером для L-долины. Для вычисления функций распределения и концентраций электронов на различных подзонах, а также средней дрейфовой скорости электронов был использован метод Монте-Карло. Учитывались переходы электронов на все  $\Gamma$ - и L-подзоны. Кроме того, был учтен переход электронов в непрерывный спектр энергий L-долины, т. к. разница в энергиях для непрерывного спектра и верхней L-подзоны мала. Переход в непрерывный спектр (3D-состояния) в  $\Gamma$ -долине не учитывался, т.к. он лежит в области энергий, где уже присутствуют L-долины, в которых плотность состояний существенно выше. В полях свыше 4 кВ/см реализуется инверсная заселенность первой и второй  $\Gamma$ -подзон для температуры 77 К и в полях свыше 5.5 кВ/см для температуры 300 К. Оценка возможного коэффициента усиления в такой структуре для длины волны излучения 12.6 мкм дает значение  $100 \text{ см}^{-1}$  для температуры 77 К и  $20 \text{ см}^{-1}$  для температуры 300 К.

В третьей части главы 2 обсуждается возможность экспериментального наблюдения генерации излучения среднего и дальнего ИК диапазонов в структурах с электронной инверсией населенности при продольном электронном транспорте.

**Третья глава** посвящена исследованию возможности генерации электромагнитного излучения среднего и дальнего ИК диапазонов при смешении оптических мод в полупроводниковых структурах на основе  $A_3B_5$  благодаря их решеточной нелинейности.

В первой части главы 3 дан обзор механизмов оптической нелинейности в полупроводниках  $A_3B_5$ . Во второй части главы 3 рассмотрена возможность генерации поверхностного плазмона среднего и дальнего ИК диапазонов в волноводе полупроводникового лазера на основе GaAs с помощью решеточной нелинейности. Для увеличения эффективности генерации предлагается один из способов осуществления условия фазового синхронизма, основанный на использовании длинноволновых плазмонных мод в легированных полупроводниковых волноводах. Управление фазовой скоростью волны на разностной частоте достигается путем изменения диэлектрической проницаемости с помощью изменения концентрации электронов и дырок (легирования). Для возбуждения разностной низкочастотной моды предлагается использование двух фундаментальных высокочастотных мод с длинами волн около 1 мкм, и поэтому коэффициент перекрытия сторонних токов и волноводной моды для разностной частоты не мал. Результаты расчетов показали, что в лазере с шириной волновода 100 мкм при мощностях высокочастотных мод 10 Вт мощность разностной моды может быть порядка 12 мкВт в области длин волн 35 мкм, 5 мкВт в области длин волн 40 – 50 мкм и 1 мкВт в области длин волн 10 – 20 мкм при комнатной температуре.

В третьей части главы 3 рассмотрена возможность генерации излучения среднего ИК диапазона в волноводе полупроводникового лазера на основе GaAs с металлической гофрировкой. Управление фазовой скоростью волны на разностной частоте осуществляется путем изменения периода и глубины гофрировки. Расчеты показали, что в лазере с шириной волновода 100 мкм при мощностях коротковолновых мод (~ 1 мкм) 10 Вт мощность разностной моды может достигать до 2,5 мкВт в области длин волн 10 – 20 мкм при комнатной температуре.

В четвертой части главы 3 рассмотрена возможность генерации излучения среднего и дальнего ИК диапазона в полупроводниковом волноводе на основе GaAs с металлической дифракционной решеткой (рис. 4а). Эффективная генерация достигается вследствие фазового синхронизма между пространственными гармониками, локализованными около решетки, и волной поляризации на разностной частоте. Фазовые скорости пространственных гармоник определяются периодом решетки. Как показали расчеты, наибольшая эффективность генерации достигается, когда частота генерируемого излучения попадает в область фононного поглощения материала волновода. В этом случае значительно увеличивается решеточная нелинейность полупроводника. Результаты

расчетов показали, что в планарном волноводе с шириной 100 мкм и длиной 1 мм при мощностях коротковолновых мод ( $\sim 1$  мкм) 10 Вт мощность разностной моды в окрестности длин волн, соответствующих длине волны оптического фона (около 36 мкм) при комнатной температуре составляет порядка 1 мВт.

В пятой части главы 3 рассмотрена возможность генерации излучения среднего и дальнего ИК диапазонов в полупроводниковых волноводах на основе GaP. Использование в качестве нелинейного элемента GaP приводит к увеличению эффективности генерации, так как условие фазового синхронизма между волной поляризации (образуемой из-за взаимодействия коротковолновых мод с длинами волн вблизи 1 мкм) и разностной модой может быть выполнено в обычном диэлектрическом волноводе без специальных конструкций и легирования, приводящего к потерям. Взаимодействующие коротковолновые моды распространяются в волноводе AlP/GaP/AlP, выращенном на достаточно толстой полуизолированной подложке GaP, в которой в свою очередь в основном распространяется волна на разностной частоте дальнего ИК диапазона. Как показали расчеты, в планарном волноводе с шириной 100 мкм при мощностях коротковолновых мод 10 Вт мощность разностной моды может достигать до 300 мкВт в области частот 7 – 30 мэВ (41,3 – 177 мкм) при комнатной температуре. Так как постоянная решетки у Si ( $a_{Si} = 5,431 \text{ \AA}$ ) близка по величине к постоянной решетки GaP ( $a_{GaP} = 5,4506 \text{ \AA}$ ) [28], то возможен рост GaP на кремниевой подложке [29]. При этом показатель преломления в кремнии для среднего ИК диапазона больше, чем в GaP, поэтому условие фазового синхронизма выполняется при использовании диэлектрического волновода и для излучения среднего ИК диапазона. Кроме того, в нелегированном кремнии поглощение излучения в среднем ИК диапазоне меньше, чем в GaP. Результаты расчетов показали, что в планарном волноводе с шириной 100 мкм на подложке из Si при мощностях коротковолновых мод 10 Вт мощность разностной моды достигает 5 мВт в области частот 40 – 60 мэВ (20,7 – 31 мкм), до 100 мкВт в области частот 12 – 35 мэВ (35,4 – 103,3 мкм) и до 0.5 мВт в области частоты 78 мэВ (15,9 мкм) при комнатной температуре.

# Глава 1

## Моделирование продольного транспорта в квантовых ямах

**Краткое содержание главы.** В подразделе 1.1.1 дан обзор работ, посвященных моделированию продольного электронного транспорта в гетероструктурах InGaAs/GaAs, AlGaAs/GaAs и AlGaAs/InGaAs/GaAs методом Монте-Карло. В подразделе 1.1.2 описывается использованный для решения кинетического уравнения метод Монте-Карло. В подразделе 1.2.1 описывается модель для расчета спектра и волновых функций в гетероструктурах  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  и  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  с шероховатой гетерограницей в приближении простой зоны проводимости. В подразделе 1.2.2 описывается модель для расчета спектра и волновых функций в гетероструктурах  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$  в приближении модели Кейна. В подразделах 1.2.3, 1.2.4 и 1.2.5 проведены расчеты частот рассеяния электрона в рассматриваемых гетероструктурах на полярном оптическом фоне, междолинном фоне и шероховатости гетерограницы, соответственно.

### 1.1 Моделирование продольного транспорта в квантовых ямах с помощью метода Монте-Карло

#### 1.1.1 Обзор литературы

Для исследования продольного электронного транспорта в квантовых ямах необходимо, решая кинетическое уравнение, найти функции распределения электронов на подзонах размерного квантования. А с помощью функций распределения можно найти все интересующие физические величины в системе, например: среднюю дрейфовую скорость электронов, концентрацию электронов в подзонах. Существуют некоторые аналитические приближения для решения кинетического уравнения (например, [30]), но в общем случае, для необходимой точности, требуется численное решение. Одним из численных методов решения неравновесного кинетического уравнения является метод Монте-Карло: метод моделирования случайных величин. Благодаря появлению быстродействующих ЭВМ метод Монте-Карло стал универсальным численным методом решения многих математических задач [31]. Для решения кинетического уравнения в полупроводниках этот метод впервые был использован в [32] и затем развит в работах [33, 34].

Для исследования продольного электронного транспорта в потенциальных ямах метод Монте-Карло впервые используется в работе [35]. В этой работе рассматривается

гетероструктура GaAs/AlGaAs. Электронный транспорт рассматривался при комнатной температуре для различных значений параметров: толщин слоев, концентраций доноров и доли алюминия в слое AlGaAs. Размерным квантованием пренебрегалось, вследствие больших толщин слоев. В расчете учитывались  $\Gamma$  (000) и L (111) зоны проводимости в GaAs и  $\Gamma$  (000) зона в AlGaAs. Учитывалось рассеяние электронов на акустических, полярных оптических и междолинных фононах, ионизированной примеси, а также сплавное рассеяние. Моделирование показало возможность нового физического механизма возникновения отрицательной дифференциальной проводимости (ОДП) вследствие эффекта, рассмотренного впервые в [36], и названного электронным переносом в реальном пространстве (Real Space Transfer – в английском варианте) [37], когда электроны, в результате разогрева продольным электрическим полем, переносятся из области с большей подвижностью (GaAs) в область с меньшей подвижностью (AlGaAs). Из результатов расчета следует, что характеристиками зависимости средней дрейфовой скорости электрона от величины электрического поля можно управлять толщиной слоев, концентрацией легирующей примеси и величиной разрыва зон слоев GaAs и AlGaAs в зависимости от доли алюминия. Согласно приведенным расчетам, при концентрации доноров  $10^{17} \text{ см}^{-3}$  значение электрического поля, при котором появляется отрицательная дифференциальная проводимость, в гетероструктуре больше, а значение отрицательной дифференциальной проводимости меньше, чем для объемного GaAs. Противоположная картина наблюдается при увеличении концентрации доноров до  $10^{19} \text{ см}^{-3}$ . Увеличение величины разрыва зон слоев GaAs и AlGaAs приводит к увеличению средней дрейфовой скорости электронов и значения электрического поля, при котором появляется отрицательная дифференциальная проводимость. Аналогичный эффект возникает и при увеличении отношения толщины слоя GaAs к толщине слоя AlGaAs. При этом снижается относительная концентрация электронов в AlGaAs. Все эти эффекты дают возможность конструировать приборы с наперед заданными свойствами.

В работе [38] теоретически исследуются рассеяние электронов в полупроводниковых гетерослоях и транспортные свойства электронов в продольном, относительно гетерослоев, электрическом поле. Особое внимание уделено рассеянию на полярных оптических и акустических фононах в GaAs. В расчетах использовалось приближение бесконечно глубокой ямы. В результате расчетов была получена зависимость подвижности электронов при малых полях (омический участок) при температуре 150 К от толщины квантовой ямы. Подвижность электронов есть сильно возрастающая функция от толщины квантовой ямы.



В работе [39] методом Монте-Карло для гетероструктуры GaAs/Al<sub>0.2</sub>Ga<sub>0.8</sub>As в широком диапазоне толщин слоев (400 – 4000 Å) и концентрации легирующей примеси Al<sub>0.2</sub>Ga<sub>0.8</sub>As ( $10^{15} - 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ) рассчитаны времена переноса электронов между слоями, а также зависимости средней дрейфовой скорости от продольного электрического поля. В расчете использовались двухдолинная (Г - L) модель GaAs и однодолинная модель (Г) Al<sub>0.2</sub>Ga<sub>0.8</sub>As. Учитывалось полярное оптическое, акустическое, примесное, а также междолинное рассеяние. Эффекты, связанные с размерным квантованием и вырождением электронного газа, предполагались малыми в условиях разогрева. Изгиб зоны проводимости на границах гетероперехода не учитывался, т.е. потенциал дна зоны проводимости структуры в направлении, перпендикулярном границам, имел вид чередующихся прямоугольных потенциальных ям (GaAs), разделенных барьером (Al<sub>0.2</sub>Ga<sub>0.8</sub>As) высотой  $q\phi$ . Электрическое поле предполагалось однородным и направленным вдоль гетерограницы. Переход из слоя GaAs в слой Al<sub>0.2</sub>Ga<sub>0.8</sub>As предполагался возможным только для электронов с энергией  $\varepsilon \geq q\phi$ , а при  $\varepsilon < q\phi$  они испытывали упругое отражение от потенциального барьера. Времена переходов между слоями вычислялись как отношение времен нахождения электрона в соответствующем слое гетероструктуры к общему числу переходов между слоями структуры. На основании этих данных с помощью простой феноменологической модели [40] в приближении малого сигнала определен частотный предел ОДП, обусловленный переносом электронов между слоями гетероструктуры. Показано, что в зависимости от толщины слоев и концентрации легирующей примеси частотный предел ОДП на малом сигнале составляет 70 – 200 ГГц.

Моделирование продольного электронного транспорта в квантовой яме, образованной изгибом зоны проводимости вблизи гетероперехода AlGaAs/GaAs, проведено многочастичным методом Монте-Карло в работах [41, 42]. В процедуру численного вычисления было включено самосогласованное нахождение уровней энергии и волновых функций электрона на них в квантовой яме, так как электронное распределение влияет на потенциал квантовой ямы. В расчетах учитывались: все Г, X и L долины, рассеяние на полярных оптических, акустических и междолинных фононах, и на ионизированной примеси. Показано, что двумерный электронный газ может иметь большую среднюю дрейфовую скорость по сравнению с объемным полупроводником при малых полях. Но при дальнейшем разогреве электронов средняя дрейфовая скорость уменьшается, особенно при низкой температуре решетки. Это происходит вследствие уменьшения экранировки электронов с увеличением электронной температуры (из-за зависимости экранировки от функции распределения электронов).

В продолжение этих двух работ в работе [43] было учтено электрон-электронное рассеяние и принцип Паули при вычислении частот рассеяния. С помощью многочастичного метода Монте-Карло была изучена динамика электронов при продольном транспорте в квантовой яме для значений полей от омического участка зависимости средней дрейфовой скорости до диапазона скоростей горячих электронов. Проанализирована температурная зависимость подвижности в малых полях и ее зависимость от значения деформационного потенциала, ответственного за рассеяние на фононах. Результаты вычислений оказались в согласии с экспериментом.

В работе [44] также решалась задача о транспорте горячих электронов вдоль многослойной селективно легированной гетероструктуры GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As с резкими переходами в заданном продольном электрическом поле с учетом самосогласованного перераспределения электронов и электростатического потенциала между слоями и в пределах слоев. Но расчеты выполнены не только для традиционных гетеропар с долей алюминия  $x < 0.45$ , но и для структур с  $x = 0.8$ . В традиционном случае показано, что пиковые дрейфовые скорости электронов могут быть как выше таковых для чистого GaAs, так и ниже их (в зависимости от  $x$  и толщины слоев). Отношение пиковой скорости к минимальной в случае гетеропар всегда выше. Особенно велико оно при больших значениях  $x$ , когда перенос в реальном пространстве становится также и междолинным  $\Gamma - X$  переносом на гетерогранице. В монте-карловской процедуре использована простейшая GLX модель (по обе стороны гетерограницы), состоящая в учете трех типов электронов проводимости с изотропным энергетическим спектром, причем их эффективные массы совпадают с массами плотностей состояний (т.е. не делается различия между массой проводимости, используемой в уравнениях движения, и массой, используемой при расчете частот рассеяния). Учтено число L- и X- долин в зоне Бриллюэна. Во всех долинах учитывалось рассеяние на деформационном потенциале акустических фононов и на поляризационном – оптических (то и другое в изотропном приближении), а также объемное междолинное рассеяние.

В работе [45] рассмотрен продольный электронный транспорт уже в структурах A<sub>3</sub>B<sub>5</sub> с двумя гетерограницами при комнатной температуре. Учитывались только двумерные состояния электронов, возможность переходов на состояния квантовой ямы внутри барьера, непараболичность и размерное квантование в всех  $\Gamma$ , L и X- долинах. Волновые функции и уровни энергии вычислялись при самосогласованном решении уравнений Шредингера и Пуассона. Эффект непараболичности дисперсии подзон учитывался в первом порядке метода возмущений. Учитывалось рассеяние на полярных оптических, акустических и междолинных фононах, на ионизированной примеси, а также

сплавное рассеяние. Как тестовая структура была рассмотрена прямоугольная бесконечно глубокая квантовая яма GaAs. Для этой структуры изучалась зависимость средней дрейфовой скорости электрона от величины электрического поля при различных толщинах квантовой ямы. Показано, что с уменьшением толщины уменьшаются пиковая дрейфовая скорость электронов и величина ОДП. Это явление связано с увеличением частот рассеяния с уменьшением толщины квантовой ямы. Также рассмотрены реальные структуры. Изучение селективно легированных структур  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{In}_{0.15}\text{Ga}_{0.85}\text{As}$  показало, что электрическое поле приводит к существенному перезаселению в легированный слой  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ . При значении  $x = 0.32$  перенос в реальном пространстве сильно коррелирует с междолинными переходами в состояния X- долин. Для гетероструктуры  $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}/\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$  ситуация другая:  $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$  квантовая яма остается достаточно глубокой даже в больших полях вследствие большого разрыва зон в L- долине. Электроны с увеличением поля накапливаются в L- долине  $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$  квантовой ямы и практически не попадают в слой  $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ : нет переноса электронов в реальном пространстве. Поэтому эта работа продемонстрировала существенное влияние зонной структуры полупроводников на электронный транспорт в гетероструктурах.

Дальнейшим развитием предыдущей работы стала работа [46], где исследуется электронный транспорт в гетероструктуре  $\text{AlGaAs}/\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$  с легированной GaAs квантовой ямой с помощью многочастичного метода Монте-Карло. Рассмотренная модель учитывает непараболичность, размерное квантование во всех долинах и вырождение. В работе рассматривается как бесконечно глубокая GaAs квантовая яма, так и реальные  $\text{AlGaAs}/\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$  структуры. Обсуждается влияние профиля легирования, концентрации электронов и доноров, ширины квантовой ямы и температуры решетки на транспортные свойства. Были изучены как статистические, так и динамические свойства и была продемонстрирована возможность сильного всплеска скорости. Показано, что скорость электронов есть очень чувствительная функция пространственного распределения примеси. Выбор расположения плоскости легирования на одной из границ квантовой ямы приводит к наибольшим значениям подвижности электронов, пиковой дрейфовой скорости и максимума переходной скорости, что связано с уменьшением перекрытия волновых функций электрона и примеси. Влияние рассеяния на примеси уменьшается и с увеличением ширины квантовой ямы, температуры решетки, концентрации электронов. В реальных  $\text{AlGaAs}/\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$  структурах увеличение концентрации доноров приводит к уменьшению пиковой дрейфовой скорости, но при этом не оказывает существенного влияния на подвижность электронов, и может даже привести к увеличению скорости насыщения в больших полях, благодаря увеличению

эффективной ширины квантовой ямы. Другое наблюдение состоит в том, что значительная часть проводимости может иметь место в AlGaAs барьерах, особенно в больших полях и высоких концентрациях электронов. Этот эффект приводит к уменьшению скорости.

Все рассмотренные выше работы моделировали продольный электронный транспорт с целью понимания и улучшения работы приборов, работающих на эффекте ОДП, или увеличения быстродействия транзисторов. А в работе [47] продольный электронный транспорт в гетероструктуре AlAs/GaAs/AlAs предлагается использовать для создания электронной инверсии населенности между подзонами размерного квантования как в  $\Gamma$ - долине, так и между подзонами в  $\Gamma$ - и X- долинах. При моделировании разогрева электронов методом Монте-Карло учитывались все подзоны размерного квантования в рассмотренной структуре,  $\Gamma - X$  туннелирование и наиболее существенные, по мнению авторов, механизмы рассеяния – междолинное рассеяние и рассеяние на полярных оптических фононах. Наличие состояний непрерывного спектра X- долины учитывалось следующим образом: при достижении электроном в подзоне соответствующей энергии электрон случайным образом рассеивался в одну из рассмотренных подзон с вероятностью, пропорциональной плотности состояний в ней. Моделирование показало, что влияние непрерывного спектра незначительно. Инверсия населенностей между состояниями в  $\Gamma$ - долине возникает в полях свыше 8 кВ/см при температуре жидкого азота, и в полях свыше 14 кВ/см при комнатной температуре. Также была дана оценка коэффициента усиления в данной структуре:  $50 \text{ см}^{-1}$  при комнатной температуре.

В работах [A1 – A5] также рассматриваются структуры, в которых возможно создание электронной инверсии населенности: на основе двух туннельно-связанных квантовых ям InGaAs/GaAs [A1], и на основе двух [A2] или трех [A3] туннельно-связанных квантовых ям AlGaAs/GaAs. Для создания инверсии населенностей в предложенных схемах предлагается использовать электронный транспорт в двух или трех туннельно-связанных квантовых ямах в сильном (до начала эффекта Ганна) электрическом поле, лежащем в плоскости квантовых ям. Важной особенностью предлагаемой структуры является присутствие одного шероховатого слоя [A1] или шероховатой гетерограницы [A2, A3]. В работах [A6 – A11] рассматриваются другие возможные схемы создания инверсной населенности подзон с помощью междолинных  $\Gamma$ -L переходов горячих электронов в двойных квантовых ямах AlGaAs/GaAs/AlGaAs/InGaAs/AlGaAs. Преимуществом предложенной  $\Gamma$ -L схемы, по сравнению с  $\Gamma$ -X схемой, является существенное уменьшение полей, начиная с которых реализуется инверсная населенность подзон. Это связано с подавлением обмена электронами между  $\Gamma$ -

подзонами, из-за рассеяния на полярных оптических фононах. Проведенное моделирование электронного транспорта методом Монте-Карло [А7] показало, что в полях свыше 4 кВ/см при температуре жидкого азота и в полях свыше 5.5 кВ/см при комнатной температуре реализуется инверсная заселенность первой и второй подзон размерного квантования в  $\Gamma$ -долине. В сильных электрических полях при низких температурах основными механизмами рассеяния в рассмотренных структурах являются: рассеяние на полярных оптических и междолинных фононах, и рассеяние на шероховатости гетерограницы. Поэтому пренебрегалось рассеянием на акустических фононах, а также электрон-электронным рассеянием и рассеянием на заряженной примеси (концентрация электронов считалась достаточно малой).

### 1.1.2 Решение кинетического уравнения методом Монте-Карло

Движение электронов в пространстве импульсов можно представить в виде многократно повторяющихся следующих процессов: ускорения электронов полем в течение времени свободного пробега и скачкообразное изменение импульса в акте соударения. Разбив  $\vec{k}$  - пространство на отдельные элементарные ячейки и предположив, что среднее по времени соответствует среднему по ансамблю, можно определить функцию распределения в пространстве импульсов как величину, пропорциональную полному времени пребывания электрона в каждой ячейке. Таким образом, найдя траекторию движения электрона в  $\vec{k}$  пространстве, можно определить функцию распределения, среднюю скорость и среднюю энергию горячих электронов. Для нахождения этой траектории используется метод Монте-Карло.

Время ускорения электрона в поле, тип рассеяния и конечное состояние являются случайными величинами с вероятностными распределениями, которые определяются частотами соответствующих переходов. С помощью процедуры Монте-Карло можно определить, какое случайное событие с заданным вероятностным распределением случается в данном акте.

Распределение разыгранных случайных величин тем ближе к распределению вероятностей, чем большее число раз проведено разыгрывание. Как правило, отклонение распределения разыгранных методом Монте-Карло величин от истинного распределения пропорционально  $\sqrt{D/N}$ , где  $D$  - некоторая постоянная, зависящая от варианта моделирования случайной величины, а  $N$  - число разыгрываний [31].

Траектория электрона в  $\vec{k}$  пространстве определяется следующим образом. Ее начальный участок определяется временем свободного пролета  $t$ :

$$\hbar\vec{k}_1(t) = \hbar\vec{k}_0 + e\vec{E}t \quad (1.1),$$

где  $\hbar\vec{k}_0$  - начальный импульс электрона, а  $\hbar\vec{k}_1$  - импульс к моменту первого соударения.

Вероятность того, что электрон пройдет без соударений время  $t$  и затем рассеется, отнесенная к единице времени, равна [30]:

$$p(t) = v(\vec{k}) \exp\left\{-\int_0^t v(\vec{k})d\tau\right\} \quad (1.2),$$

где  $\vec{k} = \vec{k}(t)$  определяется (1.1)

$$v(\vec{k}) = \sum_i v_i(\vec{k}) \quad (1.3),$$

- частота переходов из состояния  $\vec{k}$  в любое другое,  $v_i(\vec{k})$  - частота переходов для  $i$ -го механизма рассеяния. Разыгрывание случайной величины времени между соударениями состоит в решении уравнения:

$$\lambda = \int_0^t p(\tau)d\tau \quad \text{или} \quad \lambda = 1 - \exp\left\{-\int_0^t v(\vec{k})d\tau\right\} \quad (1.4),$$

где  $\lambda$  - равномерно распределенная случайная величина, принимающая значения от 0 до 1.

Поскольку  $v(\vec{k})$  является сложной функцией от времени, охватывающей переходы, обусловленные всеми механизмами рассеяния (рис. 1.1), то решение (1.4) является, в общем случае, сложной операцией. Воспользовавшись идеей метода Неймана, эту операцию можно упростить [30]. Положим, что частота рассеяния равна константе  $\Gamma$  (рис. 1.1). Тогда вместо (1.4) имеем:

$$p(t) = \Gamma \exp(-\Gamma t) \quad \text{или} \quad \ln(1 - \lambda) = -\Gamma t \quad (1.5).$$

Найденное из (1.5) случайное значение  $t$  определяет согласно (1.1) случайную величину  $\vec{k}_1$ . Разыгрывая случайную величину  $\eta = \lambda_1\Gamma$ , смотрим, куда попадет точка  $M(\eta, \vec{k}_1)$ . В случае, показанном на рис. 1.1, она находится выше кривой  $v(\vec{k})$  и эта пара случайных величин  $\vec{k}_1$  и  $\lambda_1$  соответствует так называемому саморассеянию [30], так как этот случай не соответствует никакому механизму рассеяния. Если же точка  $M(\eta, \vec{k}_1)$  попадет ниже кривой  $v(\vec{k})$ , то из условия:

$$\sum_i^{m-1} v_i(\vec{k}_1) < \eta < \sum_i^m v_i(\vec{k}_1) \quad (1.6)$$

определяем  $m$ -й механизм рассеяния. Теперь нужно определить конечное после рассеяния состояние электрона  $\vec{k}'$ . Акт рассеяния полагаем мгновенным. Для саморассеяния  $\vec{k}' = \vec{k}_1$ . Для реального рассеяния, так как величина  $\vec{k}$  является двумерной в нашей задаче, из предыдущих процедур можно определить только абсолютную величину  $\vec{k}$ . В качестве другой независимой величины выбран угол рассеяния  $\Theta$ . Используя описанный выше математический аппарат, находим угол рассеяния  $\Theta$ . Только вместо частоты рассеяния используем зависимость вероятности рассеяния от угла рассеяния. Повторив изложенную выше процедуру большое количество раз, можно полностью определить функцию распределения электронов в  $\vec{k}$  пространстве.

Как отмечалось выше, сходимость к истинному решению задачи методом Монте-Карло зависит от числа разыгрываний. Искомая величина (например, средняя дрейфовая скорость электронов) по мере увеличения числа разыгрываний все меньше флуктуирует вокруг стационарного значения, которое устанавливается через большое число разыгрываний. Это приближение к стационарному значению не означает действительный переходный процесс установления средней дрейфовой скорости в электрическом поле, а есть результат самой процедуры Монте-Карло. Особенно медленно устанавливается стационарное состояние в случае теплых электронов, когда изменение скорости электрона в течение каждого свободного пробега невелико.

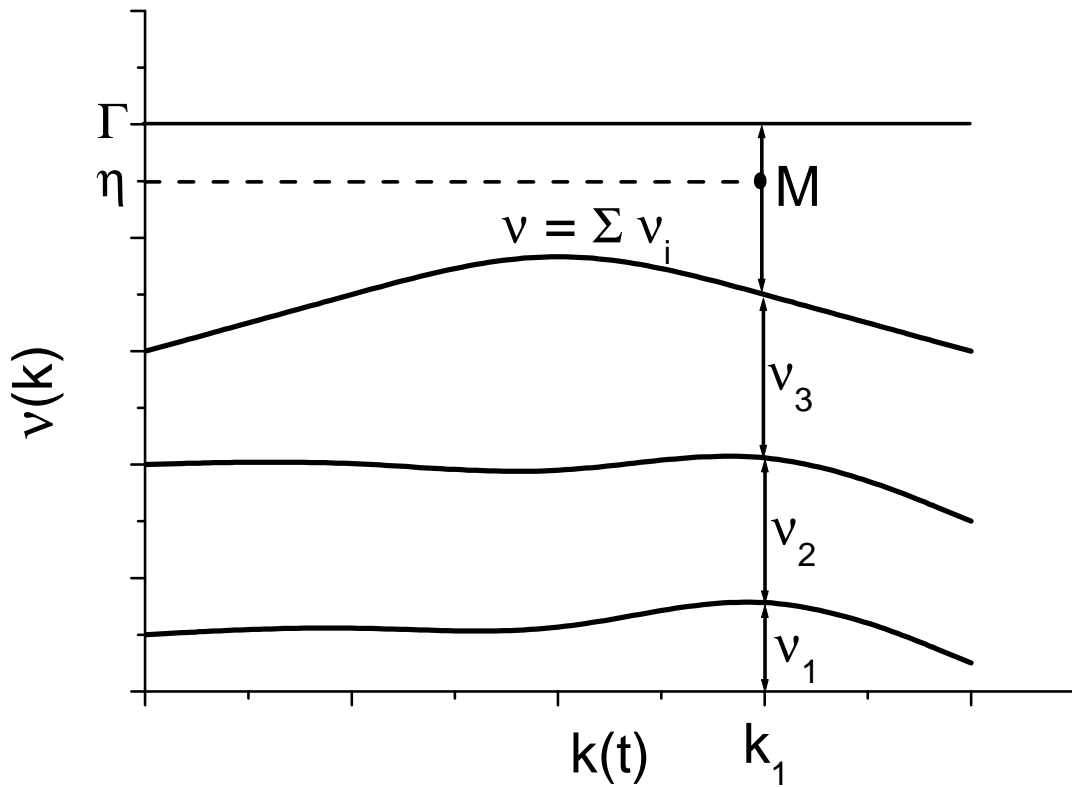


Рис. 1.1. Определение механизма рассеяния. Точка  $M$  находится в интервале, соответствующем саморассеянию.  $\nu_i(k)$  – частота рассеяния для  $i$ -го механизма,  $k_1$  – волновой вектор электрона в момент столкновения.



## 1.2 Частоты рассеяния электрона в квантовых ямах

### 1.2.1 Модель для расчета спектра и волновых функций в структурах с шероховатой гетерограницей

Для нахождения спектра и волновых функций электрона в двух туннельно-связанных ямах гетероструктуры  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  [A1] и трех туннельно-связанных ямах гетероструктуры  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  [A3] решалось стационарное уравнение Шредингера с гамильтонианом  $\hat{H} = \frac{1}{2} \mathbf{p} \frac{1}{m^*(z)} \mathbf{p} + E_c(z)$  в приближении простой зоны проводимости ( $\Gamma$ -долина), где  $\mathbf{p}$  - оператор импульса,  $E_c(z)$  положения дна  $\Gamma$ -долины, изображенные на рисунках 1.2 и 1.3 соответственно,  $m^*(z)$  - эффективная масса электрона на дне  $\Gamma$ -долины. Считалось, что энергия электронов будет лежать в интервале 50 мэВ, отсчитанных от дна  $\Gamma$ -долины зоны проводимости  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  в гетероструктуре  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  и 100 мэВ, отсчитанных от дна  $\Gamma$ -долины зоны проводимости  $\text{GaAs}$  в гетероструктуре  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ . Полагая движение в плоскости XY инфинитным, представим огибающие волновых функций, описывающие электрон, в виде:

$$\Psi(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})\Phi(z), \quad (1.7)$$

где  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{k}$  - радиус вектор и волновой вектор электрона в плоскости квантовой ямы соответственно,  $S$  - площадь структуры в этой плоскости,  $\Phi(z)$  - волновая функция в направлении роста гетероструктур  $Z$ . Для зависимостей эффективной массы электрона и положения дна зоны проводимости от доли алюминия мы воспользовались данными работ [22, 23], а от доли индия данными работ [24, 25]. Результаты вычислений волновых функций и энергий размерного квантования (они обозначены буквами  $E_i$ ) представлены на рисунках 1.2 и 1.3.

Принципиальным свойством рассматриваемых гетероструктур является наличие шероховатой гетерограницы между квантовой ямой и потенциальным барьером или шероховатого слоя. Шероховатый слой представляет собой несколько атомных слоев  $\text{GaAs}$  в квантовой яме  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ . Влиянием шероховатости гетерограницы или слоя на расчет огибающих волновых функций электрона пренебрегалось в силу малости размера шероховатости ( $\sim 10$  А) по сравнению с масштабом локализации огибающих волновых функций.

Для нас интерес представляют только три нижние подзоны размерного квантования. Остальные подзоны обладают большими энергиями ( $E_4$  на рисунках 1.2 и

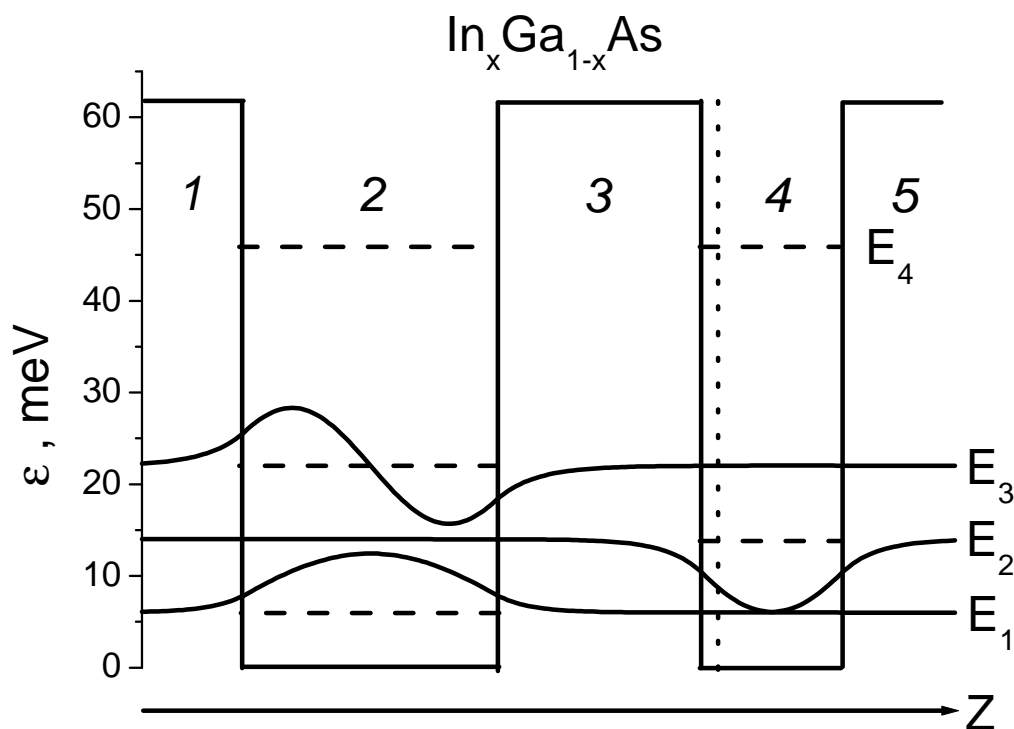


Рис. 1.2. Зонная диаграмма и волновые функции электронов в системе из двух туннельно-связанных квантовых ям. За начало отсчета энергии выбрано дно зоны проводимости в  $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ . Содержание In в слоях 2 и 4:  $x = 0.1$ , слои 1, 3 и 5 – GaAs. Толщины 2, 3 и 4 слоев: 250 Å, 200 Å и 140 Å, соответственно. Пунктиром обозначен шероховатый слой (16 Å от гетерограницы слоев 3 и 4)

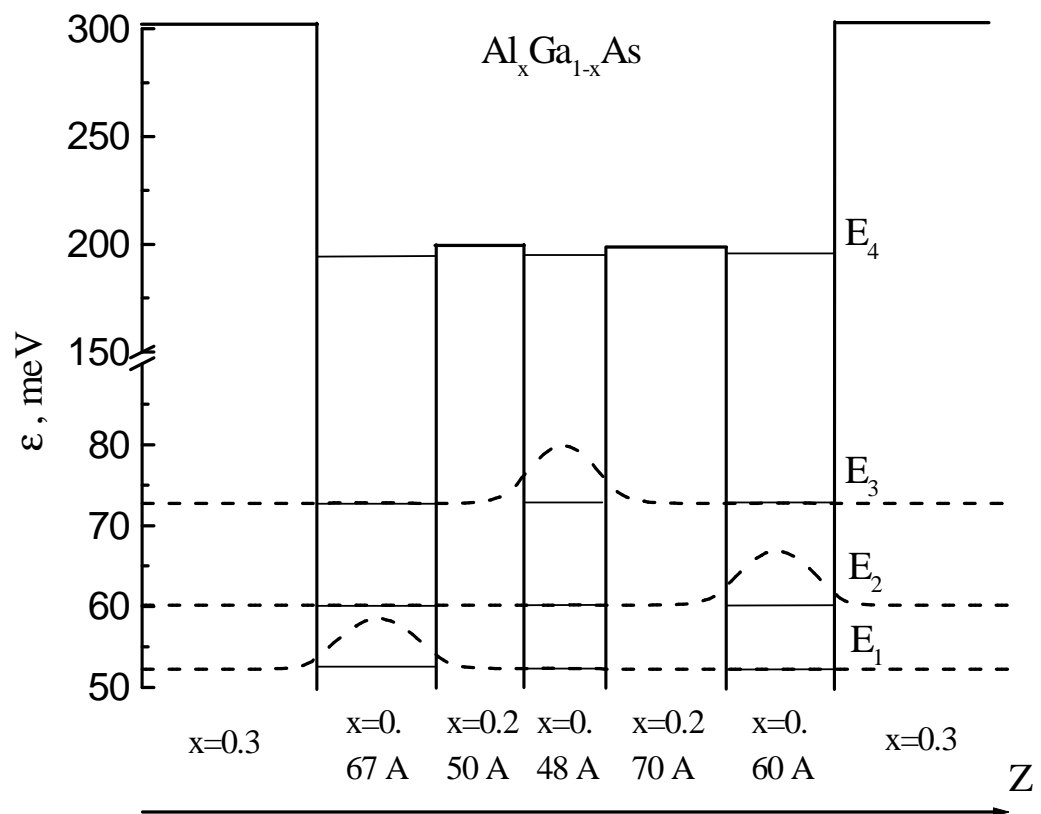


Рис. 1.3. Зонная диаграмма и волновые функции электронов в системе из трех туннельно-связанных квантовых ям. За начало отсчета энергии выбрано дно зоны проводимости в GaAs.

1.3), и не рассматриваются, так как заселения этих подзон электронами при выбранных нами параметрах (температура кристаллической решетки и электрическое поле) практически не происходит.

Отметим, что массы электронов в плоскости квантовых ям для трех первых подзон размерного квантования близки к эффективной массе электрона на дне  $\Gamma$ -долины GaAs, которую мы будем обозначать буквой  $m$ . Это следствие двух факторов. Во-первых, малости энергии размерного квантования по сравнению с шириной запрещенной зоны. Благодаря этому, можно пренебречь эффектами непараболичности зон. Во-вторых, малости вероятности нахождения электрона в GaAs по сравнению с вероятностью нахождения в твердом растворе  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  в гетеросистеме  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  и, аналогично, малости вероятности нахождения электрона в твердом растворе  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  по сравнению с вероятностью нахождения в GaAs в гетеросистеме  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  (см. рис. 1.3). Поэтому далее мы полагаем энергию электрона на  $i$  подзоне с волновым вектором  $\mathbf{k}$  равной  $E_i + \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ .

## 1.2.2 Модель для расчета спектра и волновых функций в гетероструктурах

### $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$

Для нахождения спектра и волновых функций электрона  $\Gamma$ -долины в двух туннельно-связанных квантовых ямах гетероструктуры  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$  решалось стационарное уравнение Шредингера в приближении модели Кейна, так как энергия электронов могла принимать значения в интервале 0.5 эВ, отсчитанных от дна  $\Gamma$ -долины зоны проводимости  $\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ . Для нахождения состояний электронов L-долины использовался гамильтониан в приближении эффективной массы. Поперечная  $m_t$  и продольная  $m_l$  массы электрона в L-долине во всех слоях полагались равными 0.075 и 0.19 массы свободного электрона, соответственно. Оси системы координат X, Y, Z направлены по кристаллографическим осям [100], [010] и [001]. Направлением роста гетероструктуры считаем направление оси Z, поэтому четыре L-долины являются эквивалентными. Полагая движение в плоскости XY инфинитным, представим огибающие волновых функций, описывающие электрон в  $i$  подзоне и в  $\alpha$ -долине ( $\alpha=\Gamma, L$ ), в виде:

$$\Psi_i^\alpha(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \Phi_i^\alpha(z), \quad (1.8)$$

где  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{k}$  - радиус вектор и волновой вектор электрона в плоскости квантовой ямы соответственно,  $S$  - площадь структуры в этой плоскости,  $\Phi_i^\alpha(z)$  - волновая функция в

направлении роста гетероструктур  $Z$  в  $i$  подзоне и в  $\alpha$ -долине. В выражении для волновой функции (1.8) для электронов L-долины опущен несущественный фазовый множитель вида  $\exp(ig(k_x, k_y)z)$ , где  $g(k_x, k_y)$  – линейная функция от  $k_x, k_y$ . Рассчитанные функции (они обозначены буквами  $\Phi_i^\alpha$ ) и энергии размерного квантования для двух рассмотренных структур представлены на рисунках 1.4 [А6] и 1.5 [А7], соответственно. Необходимые для расчета зависимости эффективных масс электронов  $\Gamma$ - и L-долин в зоне проводимости от доли алюминия и индия были взяты из работ [24, 25].

Мы будем пренебрегать эффектами непараболичности при рассмотрении электронного транспорта вдоль квантовых ям. Поэтому далее мы полагаем энергию электрона на  $i$  подзоне в  $\alpha$ -долине с волновым вектором  $k$  равной  $E_i^\alpha + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_\alpha}$ . В этом

приближении мы пренебрегаем анизотропией закона дисперсии электронов в L-подзонах. Для электронов L-подзон в качестве  $m_L$  выбиралась эффективная масса плотности

состояний в двумерной подзоне  $m_L = \sqrt{m_i \left( \frac{2}{3} m_1 + \frac{1}{3} m_t \right)}$ .

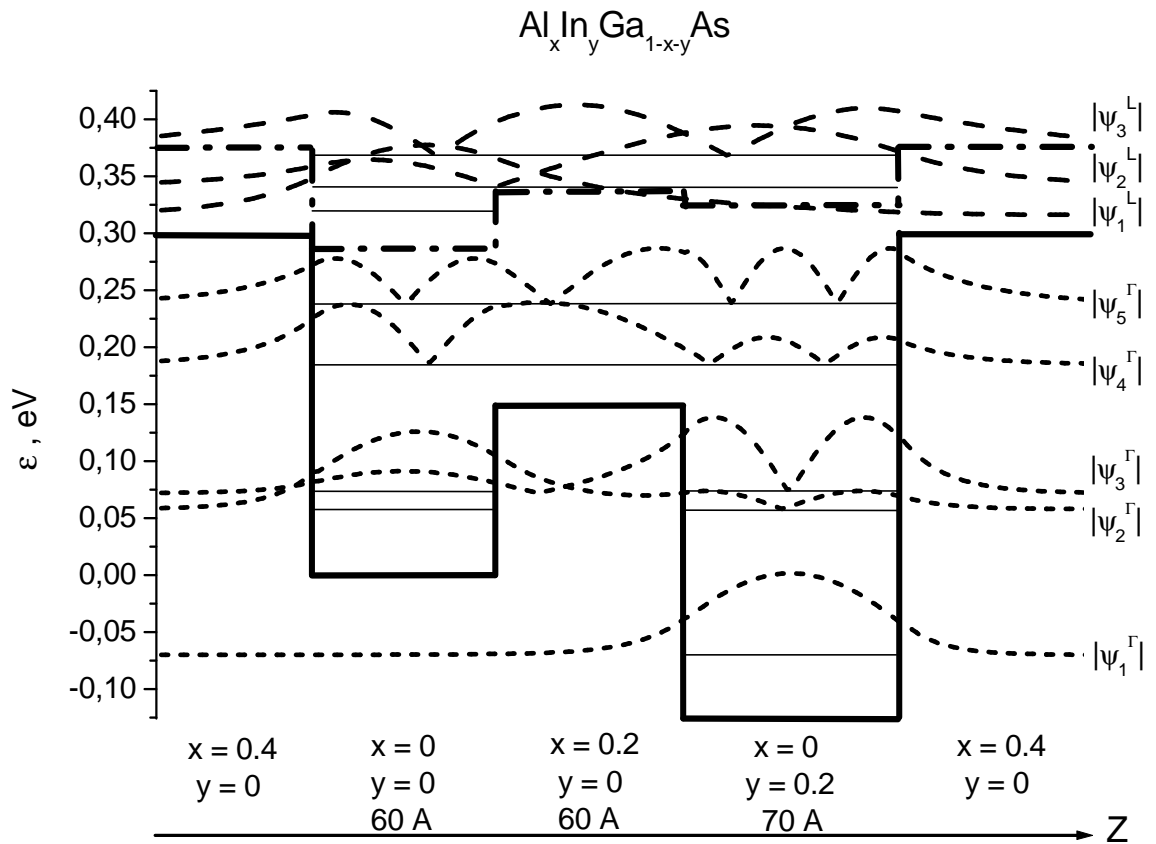


Рис. 1.4. Зонная диаграмма и модули волновых функций электронов (короткий штрих соответствует  $\Gamma$ -долине, длинный штрих - L-долине) в системе из двух туннельно-связанных квантовых ям. За начало отсчета энергии выбрано дно зоны проводимости в GaAs. Дно зоны проводимости отмечено жирной сплошной кривой в  $\Gamma$ -долине, жирным штрих пунктиром в L-долине.

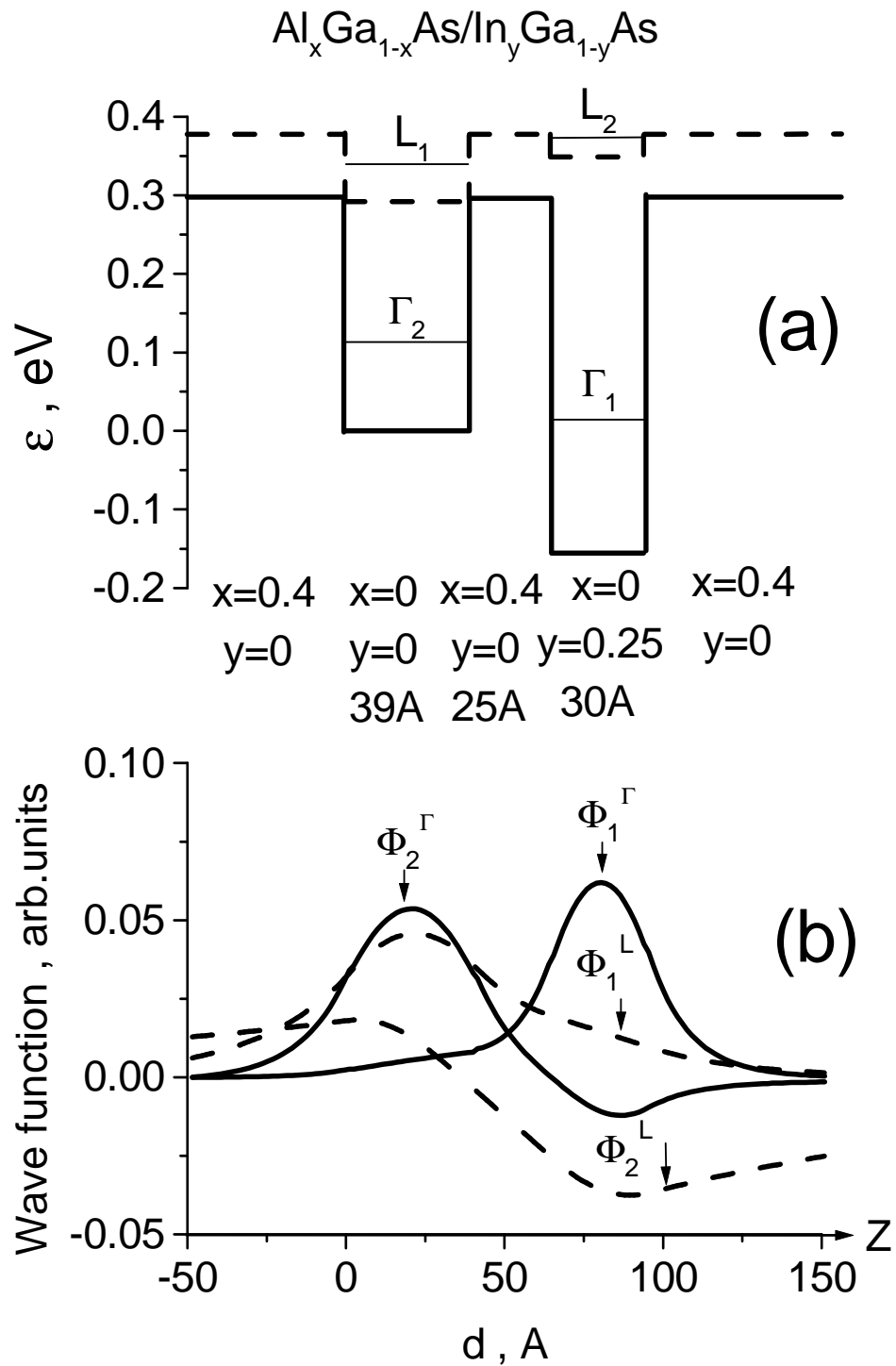


Рис. 1.5. Зонная диаграмма (а) и волновые функции электронов (б) в системе из двух туннельно-связанных квантовых ям. За начало отсчета энергии выбрано дно зоны проводимости в GaAs. Дно зоны проводимости отмечено жирной сплошной кривой в  $\Gamma$ -долине, жирным пунктиром в L-долине.

### 1.2.3 Частота рассеяния электрона на полярных оптических фононах

При рассмотрении рассеяния электронов на полярных оптических фононах закон дисперсии фононов полагался таким же, как в объемном GaAs. Кроме того, фононный газ полагался равновесным с температурой, соответствующей температуре кристалла. Для вычисления вероятности рассеяния электрона из  $i$ -ой подзоны в  $j$ -ую в  $\alpha$ -долине на полярных оптических фононах использовался стандартный подход [26], в котором она может быть представлена в виде:

$$W_{ij}^{\pm\alpha}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_j) = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{ij}^{\alpha}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_j)|^2 \left( N_q + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \delta \left( E_i^{\alpha} - E_j^{\alpha} + \frac{\hbar^2(\mathbf{k}_i^2 - \mathbf{k}_j^2)}{2m_{\alpha}} \mp \hbar\omega_0 \right), \quad (1.9)$$

где  $k_i$  - волновой вектор электрона в  $i$  подзоне,  $q$  - волновой вектор оптического фонона, верхний и нижний знаки относятся к испусканию и поглощению фонона соответственно,

$\hbar\omega_0$  - энергия продольного оптического фонона,  $N_q = \frac{1}{\exp(\hbar\omega_0/k_B T) - 1}$  - число

продольных оптических фононов с волновым вектором  $q$ ,  $k_B$  - постоянная Больцмана,  $T$  - температура кристалла. Квадрат модуля матричного элемента оператора электрон-фононного взаимодействия можно представить в виде, используя [26]:

$$|V_{ij}^{\alpha}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_j)|^2 = \frac{\pi \epsilon^2 \hbar \omega_0}{S \bar{\epsilon} |\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j|} \iint dz dz_1 \Phi_i^{\alpha}(z) \Phi_i^{\alpha*}(z_1) \Phi_j^{\alpha}(z) \Phi_j^{\alpha*}(z_1) \exp\{-|z - z_1| |\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j|\}, \quad (1.10)$$

где  $\bar{\epsilon} = (1/\epsilon_{\infty} - 1/\epsilon_0)^{-1}$ ;  $\epsilon_{\infty}$ ,  $\epsilon_0$  - высокочастотная и низкочастотная диэлектрические проницаемости GaAs соответственно.

Полная частота рассеяния электрона на полярных оптических фононах равна:

$$v_{ij}^{\alpha}(\epsilon) = \sum_{k_j} \left( W_{ij}^{+\alpha}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_j) + W_{ij}^{-\alpha}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_j) \right), \quad \epsilon = E_i^{\alpha} + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}_i^2}{2m_{\alpha}}, \quad (1.11)$$

На рис. 1.6 приведены угловые зависимости вероятности рассеяния между состояниями первой и второй подзон размерного квантования с помощью испускания оптического фонона для двух значений кинетической энергии движения вдоль квантовых ям. Из рисунка видно, что рассеяние электрона с большой кинетической энергией малоугловое. Причина этого состоит в том, что при достаточно больших энергиях электрона волновой вектор испущенного им фонона  $q$  растет с ростом угла рассеяния, а матричный элемент рассеяния обратно пропорционален  $q$ :  $V_{ij} \sim 1/q$  [26]. Напротив, рассеяние электрона с небольшой энергией почти изотропное, так как в этом случае  $q$  практически не зависит от угла рассеяния электрона.



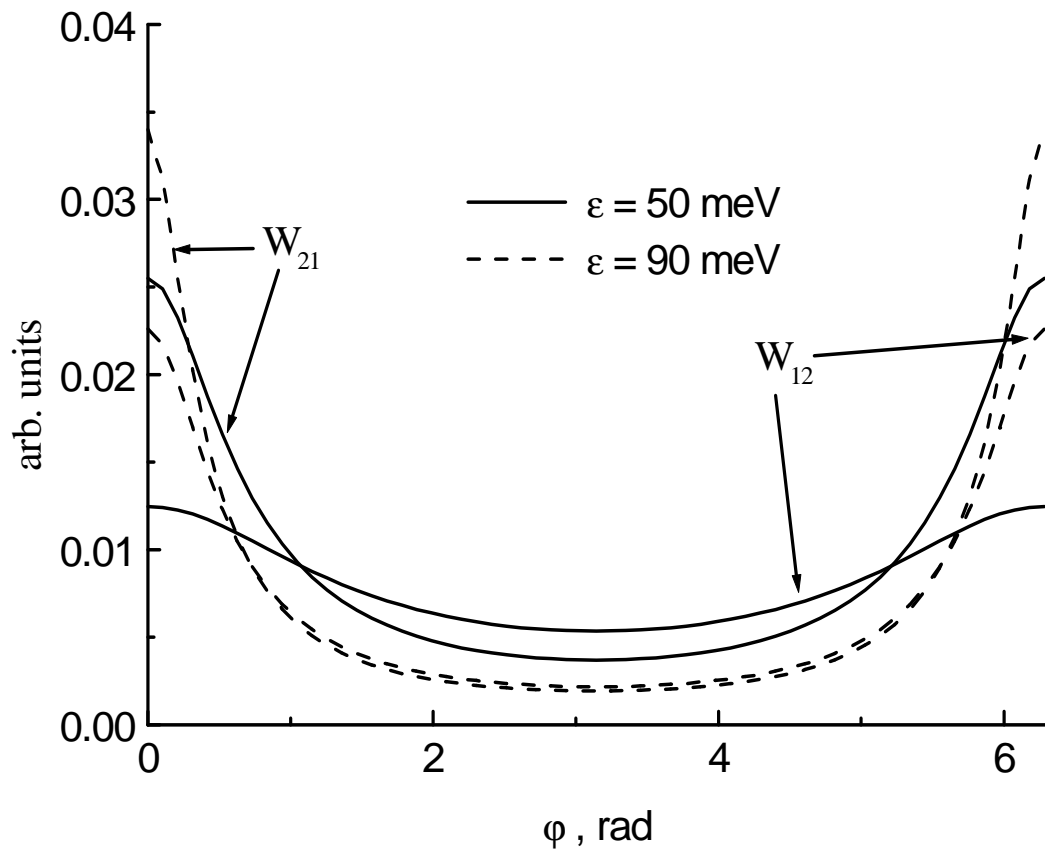


Рис. 1.6. Угловые зависимости вероятности рассеяния электрона между состояниями первой и второй подзон размерного квантования при испускании оптического фонона для двух значений кинетической энергии движения вдоль квантовых ям.

На рис. 1.7 приведены зависимости частоты рассеяния на полярном оптическом фононе от энергии электрона для температуры жидкого гелия (линии с верхним индексом  $\rho\hbar$ ) для структуры, изображенной на рис. 1.3. На рис. 1.8a и 1.8b приведены зависимости частоты соответственно внутривозонного и межвозонного рассеяния на полярном оптическом фононе от энергии электрона для температуры жидкого азота (линии с верхним индексом ОА - с поглощением фонона, ОЕ - с испусканием фонона) для структуры, изображенной на рис. 1.5.

Поскольку при температуре, меньшей температуры жидкого азота, в рассеянии преобладает спонтанное испускание фононов, то частоты рассеяния пороговым образом зависят от энергии электрона. Отметим, что частота рассеяния уменьшается с ростом энергии электрона, так как средний волновой вектор испущенного фонона растет при увеличении энергии электрона. Обратим также внимание то, что для структуры, изображенной на рис. 1.3, частоты внутривозонного рассеяния значительно превосходят частоты межвозонного рассеяния. А для структуры, изображенной на рис. 1.5 частоты внутривозонного рассеяния и частоты межвозонного рассеяния сопоставимы.

#### 1.2.4 Частота рассеяния электрона на междолинных фононах

Частоты переходов электронов с  $i$  на  $j$  подзону из  $\alpha$  в  $\beta$  - долину в результате рассеяния на междолинном фононе вычислялись по формуле:

$$V_{ij}^{\pm\alpha\beta} = \frac{D_{\alpha\beta}^2 m_{\beta}}{2\rho\hbar^2\Omega} \left( N_q + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \int |\Phi_i^{\alpha}(z)|^2 |\Phi_j^{\beta}(z)|^2 dz. \quad (1.12)$$

Кроме этого, были учтены переходы электронов из-за рассеяния на междолинном фононе из  $i$  подзоны  $\alpha$  - долины в  $j$  состояние непрерывного спектра (3D -состояния)  $\beta$  - долины:

$$V_{ij}^{\pm\alpha\beta} = \frac{D_{\alpha\beta}^2 m_{\beta}^{3/2} \sqrt{E_i \mp \hbar\Omega - \Delta}}{\sqrt{2\rho\hbar^3\Omega}} \left( N_q + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \int |\Phi_i^{\alpha}(z)|^2 |\Phi_j^{\beta}(z)|^2 dz, \quad (1.13)$$

а также обратные переходы из  $i$  состояния непрерывного спектра (3D -состояний) в  $\alpha$  - долине на  $j$  подзону в  $\beta$  - долине:

$$V_{ij}^{\pm\alpha\beta} = \frac{D_{\alpha\beta}^2 m_{\beta}}{2\rho\hbar^2\Omega L_z} \left( N_q + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \int |\Phi_i^{\alpha}(z)|^2 |\Phi_j^{\beta}(z)|^2 dz, \quad (1.14)$$

где  $D_{\alpha\beta}$  - постоянная междолинной связи [48],  $\hbar\Omega$  - энергия междолинного фонона,  $\rho$  - плотность кристалла,  $E_i$  - полная энергия электрона на  $i$  подзоне,  $\Delta$  - разница в энергиях для непрерывного спектра и  $i$  подзоны,  $m_{\beta}$  - эффективная масса плотности состояний в  $\beta$ - долине с учетом числа эквивалентных долин,  $L_z$  - период структуры (имеется в виду

периодическая система). В этом приближении вероятность рассеяния не зависит от кинетической энергии электрона (кроме рассеяния электронов в непрерывный спектр) и угла рассеяния. Результаты вычисления частот рассеяния электрона на междолинном фоне для различных внутривозонных и междозонных переходов в структуре, изображенной на рис. 1.5., и температуры жидкого азота представлены на рис. 1.8а и 1.8б соответственно (линии с верхним индексом IA - с поглощением фонона, IE - с испусканием фонона).

### 1.2.5 Частота рассеяния электрона на шероховатости гетерограницы

Для вычисления вероятности рассеяния на шероховатостях гетерограницы мы использовали следующее выражение:

$$W_{ij}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_j) = \frac{2\pi}{\hbar} |U_{ij}(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j)|^2 \delta\left(E_i - E_j - \frac{\hbar^2(k_i^2 - k_j^2)}{2m}\right), \quad (1.15)$$

где  $U_{ij}(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j)$  - матричный элемент оператора рассеяния  $U(\mathbf{r}, z)$ , который связан с неровностями поверхности гетерограницы и отличен от нуля только в следующих областях:

$$U(\mathbf{r}, z) = \begin{cases} -\Delta E_c & z_h(\mathbf{r}) < z < \bar{z}_h, & z_h(\mathbf{r}) < \bar{z}_h \\ \Delta E_c & \bar{z}_h < z < z_h(\mathbf{r}), & z_h(\mathbf{r}) < \bar{z}_h \end{cases} \quad (1.16)$$

где  $z_h(\mathbf{r})$  - z координата гетерограницы при заданном радиус векторе в плоскости квантовой ямы  $r$ ,  $\bar{z}_h$  - z - координата гетерограницы без шероховатостей,  $\Delta E_c$  - разрыв энергии дна зоны проводимости на гетерогранице. Далее мы будем предполагать, что характерный масштаб шероховатостей в z направлении много меньше характерного масштаба, на котором изменяются волновые функции  $\Phi_i(z)$ . В этом приближении квадрат матричного элемента оператора рассеяния можно представить в виде:

$$|U_{ij}(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j)|^2 = \Delta E_c^2 |\Phi_i(\bar{z}_h)\Phi_j(\bar{z}_h)|^2 \frac{1}{S} \int d^2 r \exp\{-i(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j)\mathbf{r}\} \langle \Delta(\mathbf{R})\Delta(\mathbf{R} + \mathbf{r}) \rangle, \quad (1.17)$$

где  $\langle \Delta(\mathbf{R})\Delta(\mathbf{R} + \mathbf{r}) \rangle$  - корреляционная функция поверхностной шероховатости [27]:

$$\langle \Delta(\mathbf{R})\Delta(\mathbf{R} + \mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{S} \int d^2 R [z_h(\mathbf{R}) - \bar{z}_h][z_h(\mathbf{R} + \mathbf{r}) - \bar{z}_h]. \quad (1.18)$$

Обычно корреляционную функцию поверхностных шероховатостей считают гауссовой [27]:

$$\langle \Delta(\mathbf{R})\Delta(\mathbf{R} + \mathbf{r}) \rangle = \Delta_z^2 \exp(-r^2 / \Lambda^2), \quad (1.19)$$

где  $\Delta_z$  - среднеквадратичное смещение гетерограницы, а  $\Lambda$  - характерный размер шероховатости в плоскости гетероперехода. В приближении  $|\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j| \Lambda \ll 1$  частоту рассеяния электрона на шероховатости гетерограницы можно записать в виде:

$$v_{ij} = \pi m \left( \Phi_i(\bar{z}_h) \middle| \Phi_j(\bar{z}_h) \right) \Delta E_c \Delta_z \Lambda^2 / \hbar^3. \quad (1.20)$$

В этом приближении вероятность рассеяния не зависит от кинетической энергии электрона и угла рассеяния. Результаты вычисления частот рассеяния электрона на шероховатости гетерограницы для различных переходов в структуре, изображенной на рис. 1.3, представлены на рис. 1.7 (линии с верхним индексом s). Были приняты следующие значения для  $\Delta_z$ ,  $\Lambda$ :  $\Delta_z = 10 \text{ \AA}$ ,  $\Lambda = 38 \text{ \AA}$ .

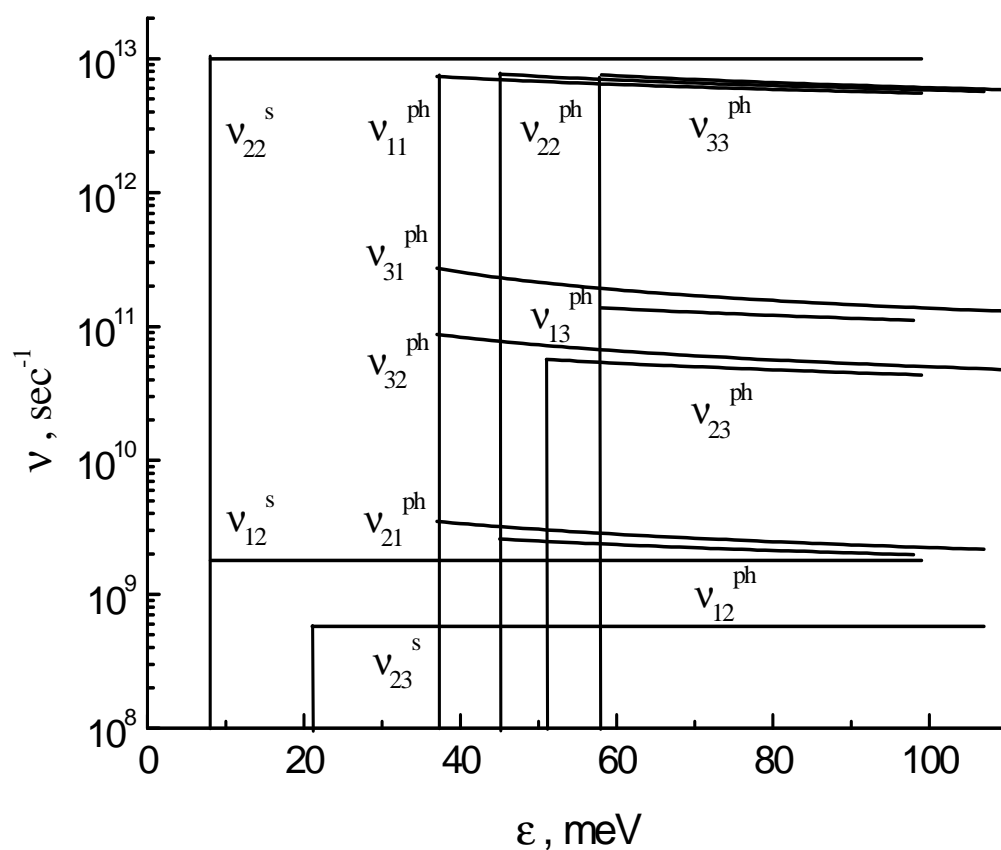


Рис. 1.7. Зависимость частот рассеяния электрона на полярном оптическом фононе (линии с верхним индексом ph) и на шероховатости гетерограницы (линии с верхним индексом s) от полной энергии электрона для различных переходов в структуре, изображенной на рис. 1.3, при температуре жидкого гелия.

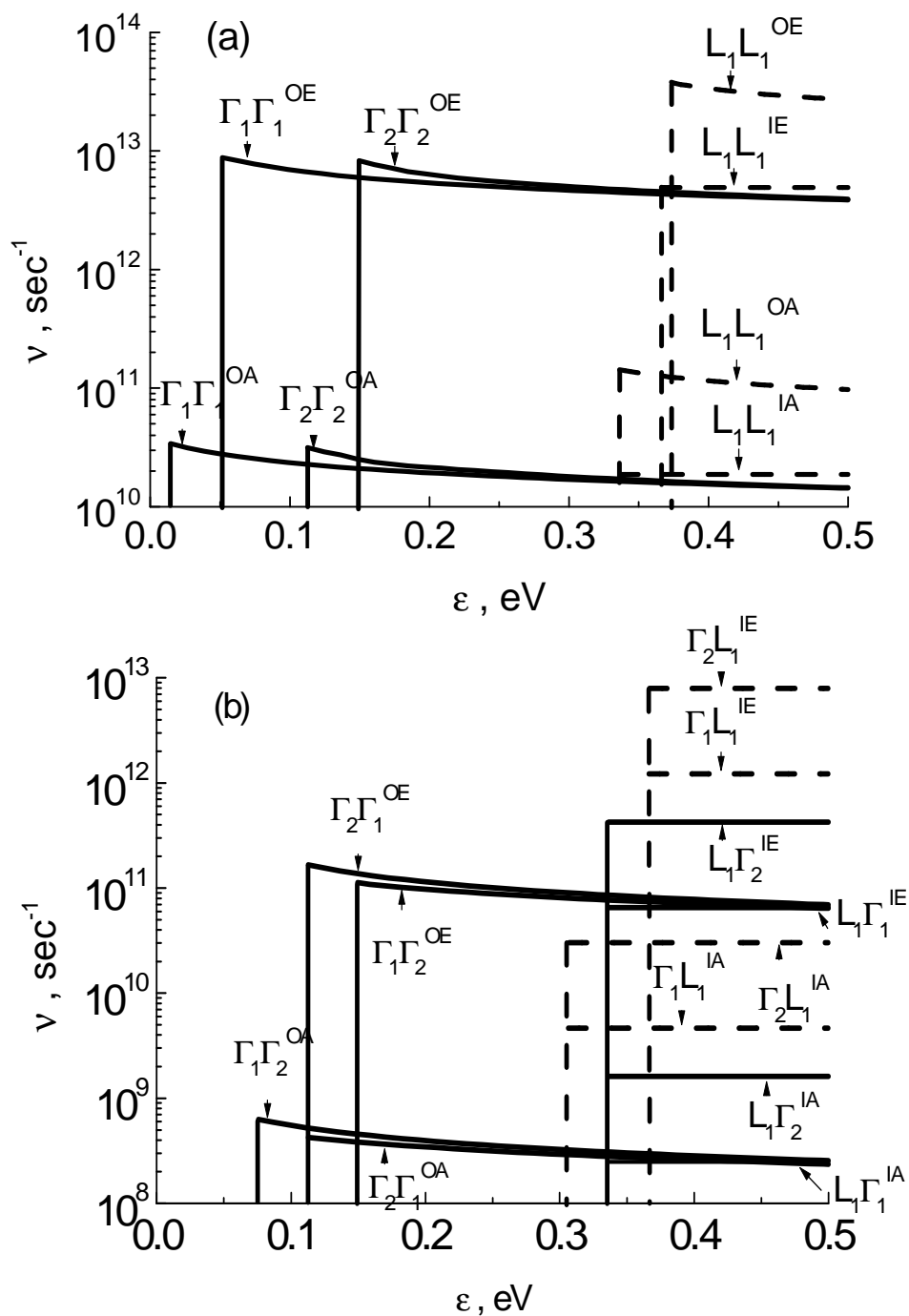


Рис. 1.8. Зависимость частот рассеяния электрона на оптическом фононе (линии с верхним индексом OA - с поглощением фонона, OE - с испусканием фонона) и на междолинном фононе (линии с верхним индексом IA - с поглощением фонона, IE - с испусканием фонона) от полной энергии электрона для различных внутривзвонных (a) и межвзвонных (b) переходов в структуре, изображенной на рис. 1.5, при температуре жидкого азота.

## Глава 2

### **Инверсия электронной населенности подзон размерного квантования при продольном транспорте в туннельно-связанных квантовых ямах**

**Краткое содержание главы.** В разделе 2.1 рассмотрено создание инверсии электронной населенности подзон размерного квантования при продольном транспорте в двух туннельно-связанных квантовых ямах  $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}/\text{GaAs}$  и трех туннельно-связанных квантовых ямах  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  ( $x = 0.2, 0.3$ ) с шероховатой гетерограницей. В разделе 2.2 рассмотрено создание инверсии электронной населенности  $\Gamma$ -подзон в условиях междолинного  $\Gamma$ -L-переноса при продольном транспорте в двух туннельно-связанных квантовых ямах  $\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}/\text{GaAs}/\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}/\text{In}_{0.25}\text{Ga}_{0.75}\text{As}/\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}$ . В обоих разделах рассчитаны функции распределения, концентрации на подзонах и средние дрейфовые скорости электронов в зависимости от величины электрического поля для рассматриваемых структур. Вычислены также возможные коэффициенты усиления. В разделе 2.3 обсуждается возможность экспериментального наблюдения генерации излучения среднего и дальнего ИК диапазонов в структурах с электронной инверсией населенности при продольном электронном транспорте.

#### **2.1 Инверсия электронной населенности подзон размерного квантования при продольном транспорте в туннельно-связанных квантовых ямах с шероховатой гетерограницей**

В работе [A1] рассмотрено протекание тока в двух туннельно-связанных квантовых ямах  $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}/\text{GaAs}$ , изображенных на рис. 1.2. Электрическое поле лежит в плоскости квантовых ям, так что ток течет вдоль структуры. Параметры структуры подобраны так, чтобы волновые функции нижней (первой) и верхней (третьей) подзон были локализованы в основном в первой квантовой яме, а волновая функция подзоны с промежуточным значением энергии (вторая) во второй квантовой яме. Для обеспечения разницы в подвижности электронов в первой и второй квантовых ямах предлагается расположить слой с шероховатой поверхностью во второй квантовой яме. Поскольку значения волновых функций электрона на первой и третьей подзонах размерного квантования на этом слое малы, то и рассеяние на его шероховатости слабое. Напротив, значение

волновой функции электронов второй подзоны на шероховатом слое не мало, и поэтому рассеяние на шероховатостях этих электронов довольно велико. Таким образом, благодаря сильной чувствительности рассеяния на шероховатости к значению волновой функции на шероховатом слое, можно обеспечить разность в подвижности для электронов, волновые функции которых локализованы в разных ямах. Это приведет к значительной разности между средней кинетической энергией электронов на второй подзоне и средними кинетическими энергиями электронов на первой и третьей подзонах в сильных электрических полях. Другими словами высокоэнергетический "хвост" функции распределения электронов в первой и третьей подзонах простирается по энергии значительно дальше, нежели таковой во второй подзоне. Так как частоты переходов электрона между подзонами в результате рассеяния на полярных оптических фононах значительно больше частот переходов при рассеянии на шероховатости, то основным механизмом обмена электронами между подзонами в полях, меньших начала эффекта Ганна, является рассеяние на полярных оптических фононах. Поэтому доля электронов на первой и третьей подзонах от полного их числа на этих подзонах, обладающих энергией, достаточной для перехода во вторую подзону с испусканием полярных оптических фононов, будет существенно больше, чем доля электронов на второй подзоне, способных перейти в другие подзоны. Это обстоятельство способствует накоплению электронов на второй подзоне и возникновению инверсии населенностей между второй и первой подзонами в достаточно сильных электрических полях.

В этой работе [A1] частота рассеяния на шероховатом слое рассматривалась как параметр, и, как показали расчеты этой величины [A2, A3], она сильно зависит от разрыва энергии дна зоны проводимости в этом слое. Это требование приводит к отказу от использования в данной схеме структуры  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ , так как возникает необходимость использования слоя  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  с большой концентрацией In, что приведет к возникновению напряжения в структуре. Этого недостатка лишена пара  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ , что было продемонстрировано в работе [A2].

Для упрощения системы шероховатый слой можно совместить с гетерограницей, однако для одновременного соблюдения малых значений волновых функций первой и третьей подзон и достаточно большого значения волновой функции второй подзоны на этом слое наличие двух туннельно-связанных квантовых ям недостаточно. Поэтому было предложено использование трех туннельно-связанных квантовых ям, при этом волновые функции электронов на трех нижних подзонах размерного квантования должны быть локализованы в основном каждая в своей квантовой яме [A3]. Отметим, что в этой схеме удастся регулировать перекрытие волновых функций независимо для каждой из подзон.



Благодаря этой возможности удалось подобрать толщины квантовых ям и слоев между ними так, что перекрытие волновых функций на первой и третьей подзонах существенно больше перекрытия волновых функций на первой и второй подзонах (см. рис. 1.3), что позволило вдвое уменьшить значение электрического поля, при котором возникает инверсия населенности.

Из рисунка 1.7 видно, что частоты рассеяния между состояниями второй подзоны с одной стороны и состояниями первой и третьей подзон с другой стороны на несколько порядков меньше остальных частот рассеяния. Поэтому было использовано приближение, в котором считалось, что форма функции распределения электронов по энергии на второй подзоне формируется только благодаря рассеянию электронов внутри этой подзоны. Рассеяние же между второй и остальными подзонами определяет лишь полное число электронов в этой подзоне. Напротив, формы функций распределения в первой и третьей подзонах влияют друг на друга и поэтому вычислялись совместно. Абсолютные значения функций распределения электронов по подзонам было найдены из стационарного уравнения баланса частиц:

$$\frac{dn_2}{dt} = 0 = \int v_{12}(\epsilon) f_1(\epsilon) d\epsilon + \int v_{32}(\epsilon) f_3(\epsilon) d\epsilon - \int (v_{21}(\epsilon) + v_{23}(\epsilon)) f_2(\epsilon) d\epsilon \quad (2.1)$$

и закона сохранения числа частиц:

$$n_1 + n_2 + n_3 = n. \quad (2.2)$$

Где  $n_i$  - концентрация электронов на  $i$  подзоне,  $n$  - полная концентрация электронов в системе,  $v_{ij}$  - суммарная частота рассеяния из  $i$  в  $j$  подзону,  $f_i(\epsilon)$  - функция распределения электронов по энергии на  $i$  подзоне,  $n_i = \int f_i(\epsilon) d\epsilon$ .

Функции распределения электронов по полной энергии для всех трех подзон и для двух значений электрического поля в структуре, изображенной на рис. 1.3, представлены на рис. 2.1. Из рисунка видно, что каждая функция распределения имеет два характерных участка. Граница между ними лежит в области энергии, начиная с которых возможно внутривозонное рассеяние с испусканием полярного оптического фонона. Функция распределения плавно уменьшается до этой границы, а после нее спадает более резко. Такое поведение функции распределения можно объяснить рассеянием электрона на полярном оптическом фононе. Действительно, электрон, набравший кинетическую энергию, большую энергии оптического фонона, быстро его испускает и попадает в область малых энергий, где и проводит много времени, пока снова не наберет энергию, нагреваясь электрическим полем. Как уже отмечалось выше, из-за сильного рассеяния на шероховатости гетерограницы электронов, находящихся на второй подзоне размерного квантования, их функция распределения более резко спадает и имеет слабо выраженный

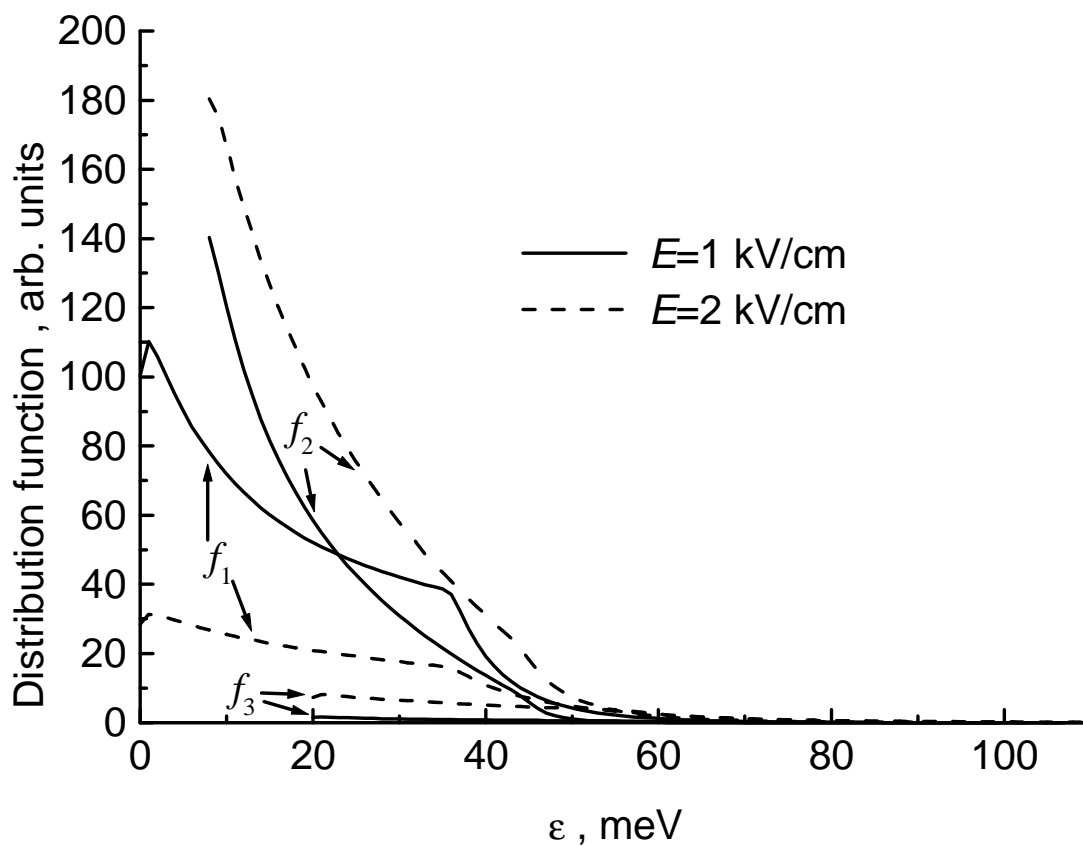


Рис. 2.1. Зависимости функций распределения электронов в трех подзонах от полной энергии для двух значений электрического поля при  $T = 4.2$  К, вычисленные с помощью моделирования электронного транспорта методом Монте-Карло в структуре, изображенной на рис. 1.3.

высокоэнергетический "хвост" в поле 2 кВ/см, поэтому средняя кинетическая энергия электронов, находящихся на этой подзоне, ниже, чем таковая для электронов первой и третьей подзон. Переходы электронов между подзонами происходят в основном при рассеянии на оптических фононах, причем  $v_{12}, v_{21} < v_{23}, v_{32} < v_{13}, v_{31}$  (см. рис. 1.7). Это приводит к значительному оттоку электронов с третьей на вторую подзону. Третья подзона интенсивно заселяется электронами с первой подзоны, так как между ними часто осуществляются переходы электронов при рассеянии на фононах. В силу указанных выше причин в сильных электрических полях электроны в результате рассеяния на фононах переходят с первой подзоны на третью, а с третьей на вторую и там накапливаются, что приводит к инверсному распределению электронов на первой и второй подзонах.

На рис. 2.2 приведена зависимость от электрического поля отношения концентраций электронов на второй и первой подзоне при температуре жидкого гелия в структуре, изображенной на рис. 1.2. Из рисунка видно, что в полях свыше 2 кВ/см реализуется инверсная заселенность первой и второй подзон размерного квантования. Поскольку с ростом электрического поля электроны накапливаются в подзоне с низкой подвижностью, то одновременно падает дрейфовая скорость. Зависимость средней дрейфовой скорости электронов в нашей структуре от величины электрического поля также представлена на рис. 2.2. Из рисунка видно, что дрейфовая скорость электронов начинает падать с ростом электрического поля с полей  $\sim 200$  В/см.

На рис. 2.3a приведены зависимости от электрического поля отношения и разности концентраций электронов на второй и первой подзоне при температуре жидкого гелия в структуре, изображенной на рис. 1.3. Из рисунка видно, что благодаря использованию гетеропары AlGaAs/GaAs вместо InGaAs/GaAs инверсная заселенность первой и второй подзон размерного квантования реализуется уже в полях  $\sim 1.2$  кВ/см. Зависимость средней дрейфовой скорости электронов в нашей структуре от величины электрического поля также представлена на рис. 2.3a. Из рисунка видно, что дрейфовая скорость электронов начинает падать с ростом электрического поля с полей  $\sim 50$  В/см. На рис. 2.3b приведены результаты расчета тех же величин, что и на рис. 2.3a, для температуры жидкого азота. Из сравнения рисунков видно, что уменьшение инверсии при таком увеличении температуры незначительно. Заметные изменения коснулись только зависимости дрейфовой скорости электронов от электрического поля. Кроме того, что величина дрейфовой скорости заметно уменьшилась, ее падение с ростом электрического поля начинается уже с полей около 500 В/см.

Оценим теперь возможный коэффициент усиления, связанный с инверсией населенности в такой структуре. Приближенное выражение для коэффициента усиления

на частоте  $\omega$ , соответствующей разности энергий  $E_2 - E_1$ , можно записать в следующем виде:

$$\beta = \alpha \frac{4\pi |z_{12}|^2 (n_2 - n_1) \omega \tau}{\sqrt{\epsilon_0} L_z}, \quad (2.3)$$

где  $\alpha = e^2 / \hbar c$  - постоянная тонкой структуры,  $z_{12}$  - матричный элемент оператора  $z$ ,  $\tau$  - время, характеризующее спектральную ширину перехода между второй и первой подзонами (время релаксации фазы),  $L_z$  - характерный размер локализации волны в  $z$  направлении. Если система периодична в  $z$  направлении, т.е. содержит много пар туннельно-связанных ям, где волна локализована, то в качестве  $L_z$  можно принять период. Если  $\omega \tau \approx 10$ ,  $\epsilon_0 \approx 13$ ,  $(n_2 - n_1) \approx 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ,  $L_z \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ см}$  (имеется в виду периодическая система), и  $z_{12} \approx 2.9 \cdot 10^{-8} \text{ см}$  (что соответствует предложенной на рис. 1.3 системе), тогда из (2.3) получаем  $\beta \approx 4.3 \text{ см}^{-1}$ . Отметим, что величина решеточного поглощения в GaAs для излучения с длиной волны 150 мкм составляет менее  $2 \text{ см}^{-1}$  [49] при  $T = 4.2 \text{ К}$ .

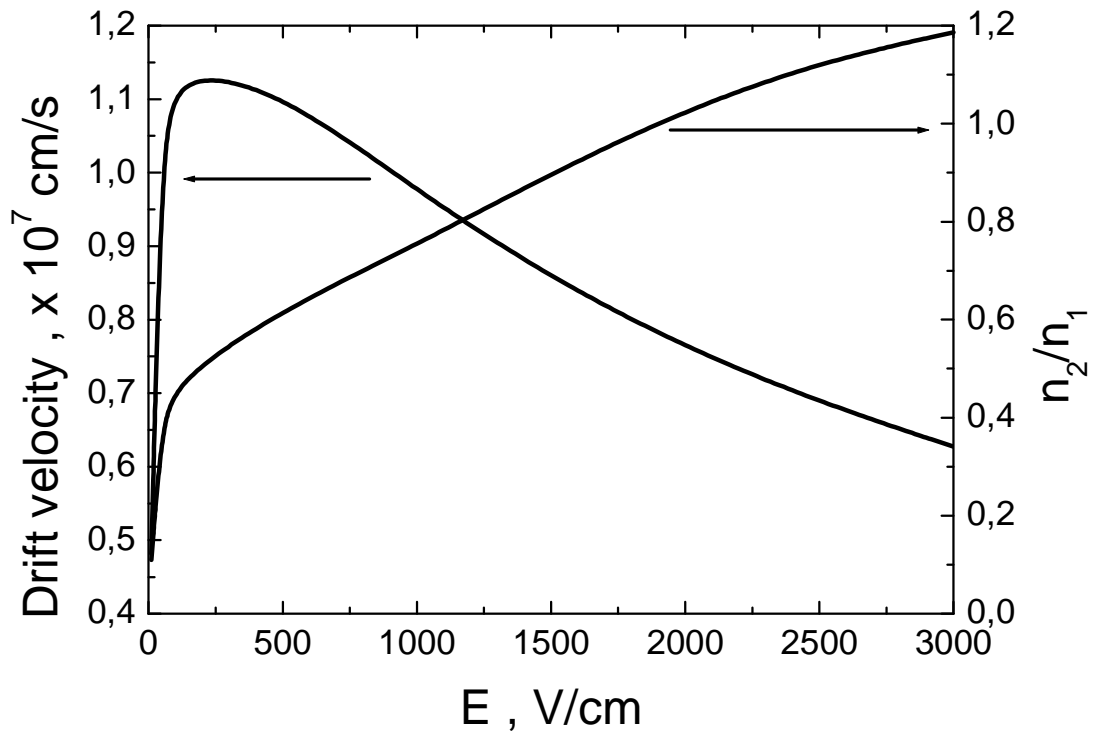


Рис. 2.2. Зависимости отношения концентраций электронов на второй и первой подзонах и средней дрейфовой скорости электронов в структуре, изображенной на рис. 1.2, от величины электрического поля для температуры 4.2 К, вычисленные методом Монте-Карло.

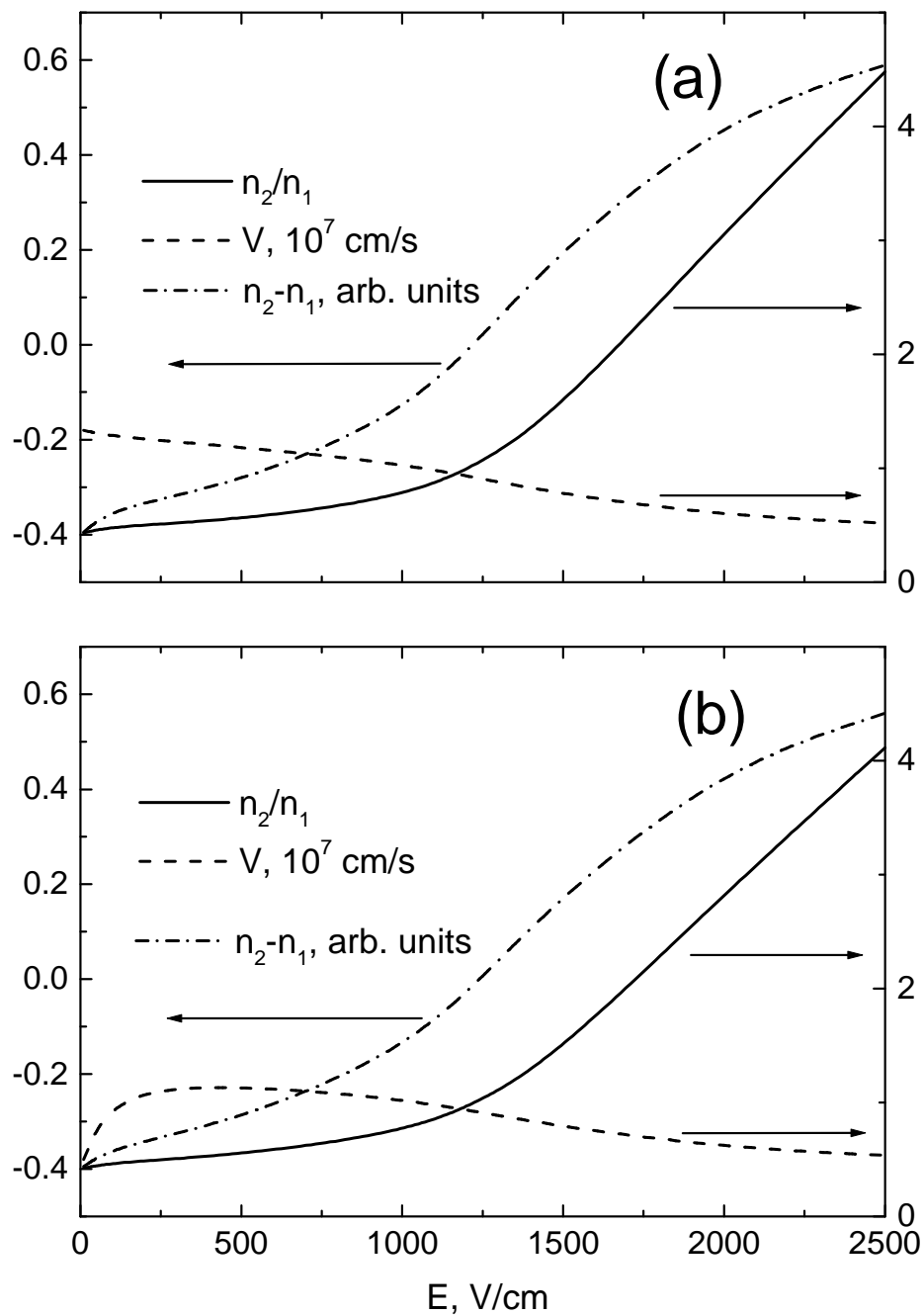


Рис. 2.3. Зависимости отношения и разности концентраций электронов на второй и первой подзонах и средней дрейфовой скорости электронов в структуре, изображенной на рис. 1.3, от величины электрического поля для температуры 4.2 К (а) и температуры 77 К (б), вычисленные методом Монте-Карло.

## 2.2 Инверсия электронной населенности $\Gamma$ -подзон в квантовых ямах в условиях междолинного $\Gamma$ -L переноса

Рассмотрим модель продольного электронного транспорта в структуре, изображенной на рис. 1.4 [А6]. Структура представляет собой две туннельно-связанные квантовые ямы, как для  $\Gamma$ -, так и для L-долин. Волновые функции электронов  $\Gamma$ -долины на двух нижних подзонах размерного квантования локализованы в разных квантовых ямах, поэтому обмен электронами между  $\Gamma_1$ - и  $\Gamma_2$ -подзонами, из-за рассеяния на полярных оптических фононах, подавлен. Отметим, что именно это рассеяние является основной причиной подавляющей инверсную населенность (и больших электрических полей для ее реализации) в структуре с  $\Gamma$ -X переходами, рассмотренной в работе [47]. Важная особенность данной структуры состоит в том, что волновая функция нижней  $L_1$ -подзоны локализована в той же квантовой яме, где и волновая функция  $\Gamma_2$ -подзоны. Вследствие этого перекрытие волновых функций на  $L_1$ - и  $\Gamma_2$ -подзонах существенно больше перекрытия волновых функций на первых L- и  $\Gamma$ - подзонах (см. рис. 1.4). Благодаря этой особенности в сильных латеральных полях, в которых начинается заселение состояний  $L_1$ -долины, электроны из этих состояний рассеиваются в основном в  $\Gamma_2$ -подзону, и возникает инверсная населенность второй и первой  $\Gamma$ -подзон. Эту особенность можно реализовать с помощью использования слоя твердого раствора  $\text{In}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$  в структуре, т.к. он является квантовой ямой для  $\Gamma$ -долины и барьером для L-долины. При рассматриваемых параметрах X-долины располагаются выше по энергии, чем L-долины, поэтому их учет не играет роли.

Такое расположение L-долин в растворе  $\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$  по отношению к их положению в GaAs (что является определяющим для рассматриваемого нами механизма создания инверсной населенности) следует из недавних измерений и вычислений положения L- и  $\Gamma$ -долин в InAs, проведенных в работах [24, 25]. Мы использовали значение энергии разделения  $\Gamma$ - и L- долин в InAs 1.1эВ и 0.29 эВ в GaAs. Значение разрыва края  $\Gamma$ -долины на гетерогранице GaAs/ $\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$  полагалось равным 0.63у эВ. Для вычисления разрывов зон  $\Gamma$  и L-долин на гетеропереходе GaAs/ $\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$  использовалась линейная интерполяция по у. Для нахождения положения  $\Gamma$  и L-долин в твердом растворе  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  использовались данные работ [22, 23].

Для вычисления функций распределения и концентраций электронов на различных подзонах, а также средней дрейфовой скорости электронов был использован метод Монте-Карло. Учитывались переходы электронов на все  $\Gamma$ - и L-подзоны. Кроме того, был учтен переход электронов в непрерывный спектр энергий L-долины, т. к. разница в энергиях для

непрерывного спектра и верхней L-подзоны мала. Переход в непрерывный спектр (3D-состояния) в  $\Gamma$ -долине не учитывался, т.к. он лежит в области энергий, где уже присутствуют L-долины, в которых плотность состояний существенно выше.

Найденные функции распределения электронов по полной энергии для четырех нижних  $\Gamma$ -подзон и для двух значений электрического поля представлены на рис. 2.4. Из рисунка видно, что функции распределения электронов для второй и четвертой  $\Gamma$ -подзон имеют локальные максимумы в районах 0.29 и 0.35 эВ. Такое поведение функций распределения можно объяснить интенсивным переходом электронов с нижней L-подзоны и из непрерывного спектра L-долины в результате рассеяния на междолинном фононе (рис. 1.4). Функции распределения на первой и третьей  $\Gamma$ -подзонах не имеют данных особенностей вследствие малой частоты соответствующих переходов. Действительно, в сильных полях большое число электронов из L-долины, испуская междолинные фононы, попадают на те  $\Gamma$ -подзоны, вероятность перехода на которые велика. Это приводит к значительному оттоку электронов из L-долины на вторую и четвертую  $\Gamma$ -подзону. В тоже время частоты переходов электронов из четных  $\Gamma$ -подзон на нечетные, из-за рассеяния на полярных оптических фононах, малы.

В силу указанных выше причин в сильных электрических полях электроны переходят из  $\Gamma_1$ - в  $L_2$ -подзону, из  $L_2$ -подзоны в  $L_1$ -подзону, а из  $L_1$ -подзоны на  $\Gamma_2$ - и  $\Gamma_4$ -подзоны и там накапливаются, что и приводит к инверсному распределению электронов между первой и второй, а также третьей и четвертой  $\Gamma$ -подзонах.

На рис. 2.5 приведены зависимости от электрического поля относительной концентрации электронов на первых четырех  $\Gamma$ -подзонах при температуре жидкого азота. Из рисунка видно, что в полях свыше 4.4 кВ/см реализуется инверсная заселенность первой и второй, а также третьей и четвертой подзон размерного квантования. Зависимость средней дрейфовой скорости электронов в предложенной структуре от величины электрического поля также представлена на рис. 2.5. Из рисунка видно, что дрейфовая скорость электронов начинает падать с ростом электрического поля с полей  $\sim 3$  кВ/см, что объясняется накоплением электронов в L-долине.

Оценим возможный коэффициент усиления и в такой структуре. Если  $\omega t \approx 10$ ,  $\epsilon_0 \approx 13$ ,  $(n_2 - n_1) \approx 0.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ,  $(n_4 - n_3) \approx 0.18 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ,  $L_z \approx 3 \cdot 10^{-6} \text{ см}$  (имеется в виду периодическая система), и  $z_{12} \approx 5.1 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ ,  $z_{34} \approx 19.4 \cdot 10^{-8} \text{ см}$  (что соответствует предложенной системе), тогда из (2.3) получаем  $\beta_{12} \approx 18.6 \text{ см}^{-1}$  ( $\lambda_{12} \approx 9.6 \text{ мкм}$ ) и  $\beta_{34} \approx 61.1 \text{ см}^{-1}$  ( $\lambda_{34} \approx 10.9 \text{ мкм}$ ). Отметим, что величина решеточного поглощения в GaAs для излучения с длиной волны большей 12 мкм составляет менее  $0.2 \text{ см}^{-1}$  [48] при  $T = 77 \text{ К}$ .



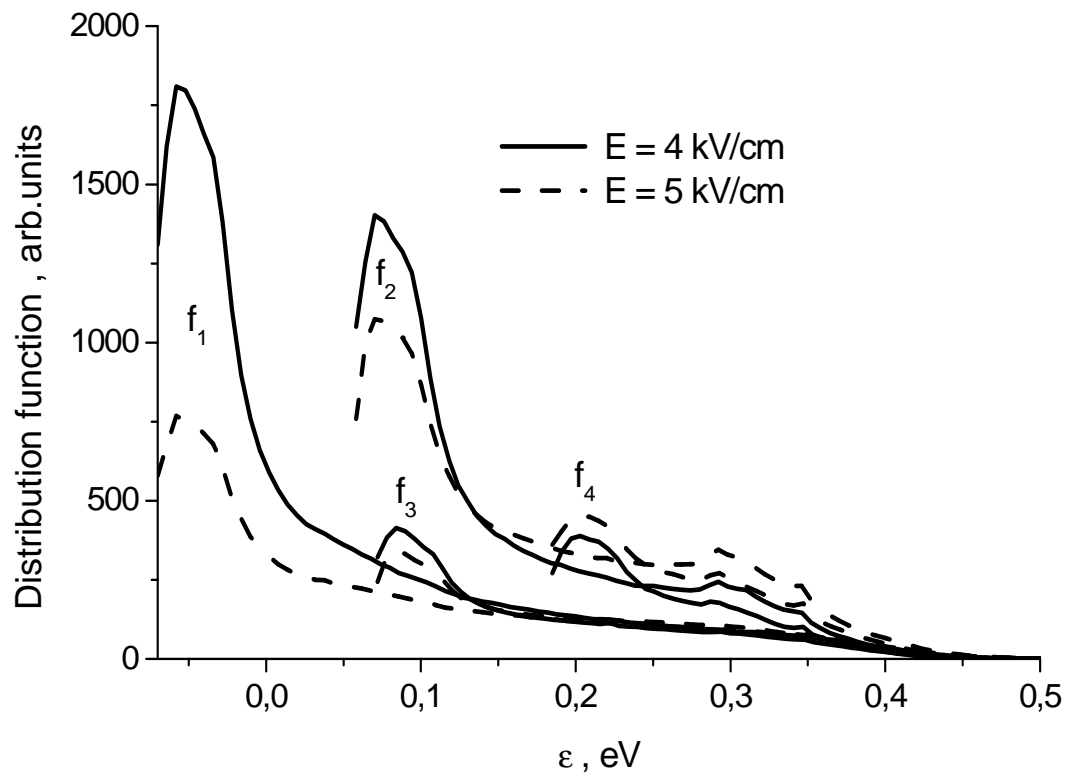


Рис. 2.4. Зависимости функций распределения электронов для четырех нижних  $\Gamma$ -подзон от полной энергии для двух значений электрического поля при  $T = 77$  К, вычисленные с помощью моделирования электронного транспорта методом Монте-Карло для структуры, изображенной на рис. 1.4.

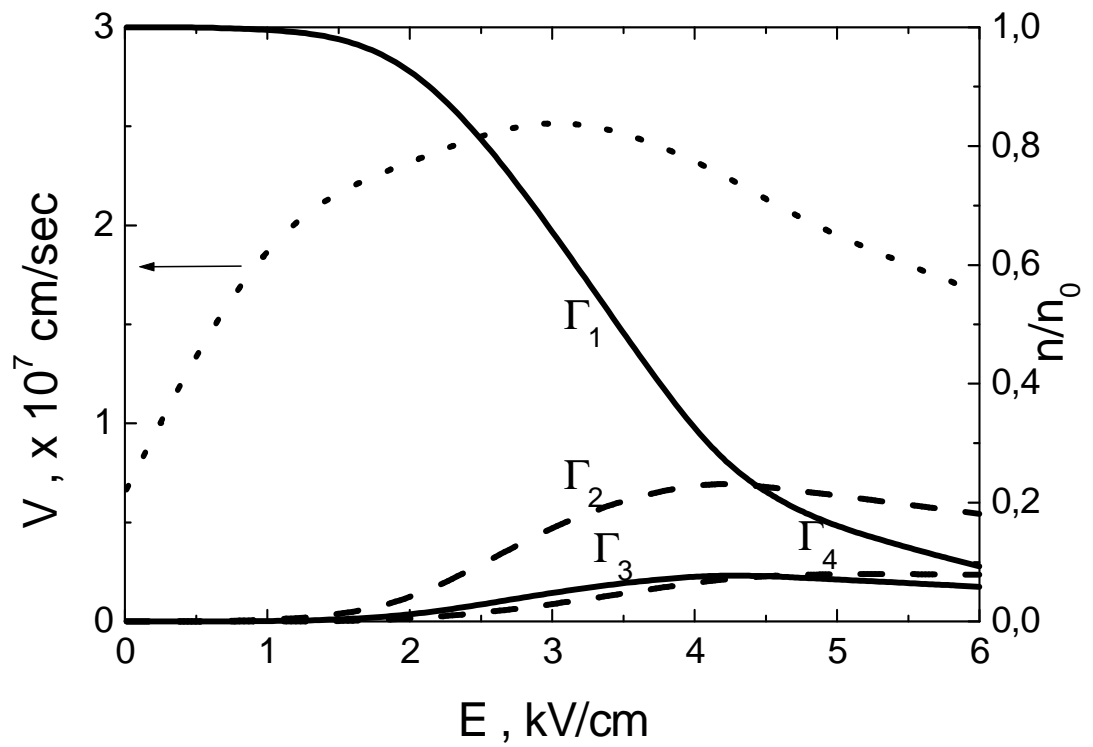


Рис. 2.5. Зависимости относительных концентраций электронов на четырех нижних  $\Gamma$ -подзонах и средней дрейфовой скорости электронов в рассматриваемой структуре от величины электрического поля при температуре 77 К, вычисленные методом Монте-Карло для структуры, изображенной на рис. 1.4.

Однако, проведенные для этой структуры расчеты в случае комнатной температуры показали, что инверсия населенности исчезает для всех  $\Gamma$ -подзон. Это есть следствие существенного (почти на 2 порядка) увеличения частот переходов между подзонами в результате рассеяния с поглощением полярных оптических фононов (индекс ОА на рис. 1.8). Из результатов расчетов видно, что коэффициент усиления прямо пропорционально зависит от величины инверсии населенности ( $n_i - n_j$ ) и квадрата модуля матричного элемента  $z_{ij}$ . В рассматриваемых нами схемах возникновения инверсии населенности эти две величины противоположно ведут себя в зависимости от перекрытия соответствующих волновых функций электрона. Поэтому в работе [А7] структура была оптимизирована по этим двум параметрам. Кроме того она была упрощена: в ней остались только две  $\Gamma$ - и две L-подзоны (рис. 1.5). Моделирование методом Монте-Карло было проведено в тех же приближениях, что и для структуры на рис. 1.4.

Найденные функции распределения электронов по полной энергии для двух нижних  $\Gamma$ -подзон и нижней L-подзоны и для двух значений электрического поля представлены на рис. 2.6. Из рисунка видно, что функция распределения электронов для второй  $\Gamma$ -подзоны имеет небольшой максимум в районе 0.31 эВ. Такое поведение функции распределения можно объяснить интенсивным переходом электронов с нижней L-подзоны в результате рассеяния на междолинном фононе (как уже отмечалось выше для [А6]). Функция распределения на первой  $\Gamma$ -подзоне не имеет данных особенностей вследствие малой частоты соответствующего перехода (рис. 1.8).

Действительно, если обратить внимание на рис. 1.8, то можно отметить, что частоты межподзонных переходов в  $\Gamma$ -долине на два порядка меньше частот внутриподзонных переходов в  $\Gamma$ -долине, а частоты переходов с  $L_1$  - подзоны на  $\Gamma_2$ -подзону в 6 раз больше соответствующих частот переходов с  $L_1$  - подзоны на  $\Gamma_1$ -подзону и в 3 раза больше частот межподзонных переходов в  $\Gamma$ -долине. Частоты переходов из  $\Gamma$ - в L-долину на 1.5 порядка больше частот обратных переходов и сравнимы с частотами внутриподзонных переходов в  $\Gamma$ -долине. Это приводит к тому, что электроны при разогреве в сильном электрическом поле в результате рассеяния на фононах будут накапливаться в  $L_1$  - подзоне, а из нее электроны в основном будут попадать на  $\Gamma_2$  - подзону. И из-за подавленного обмена электронами между нижними  $\Gamma$ - подзонами поток электронов из  $\Gamma_2$ -подзоны на  $\Gamma_1$ -подзону мал, что способствует возникновению инверсии населенностей между этими подзонами.

На рис. 2.7 приведены зависимости от электрического поля относительной концентрации электронов на двух  $\Gamma$ -подзонах и нижней  $L_1$ -подзоне при температуре жидкого азота. Из рисунка видно, что в полях свыше 4 кВ/см реализуется инверсная

заселенность первой и второй подзон размерного квантования. Зависимость средней дрейфовой скорости электронов в предложенной структуре от величины электрического поля также представлена на рис. 2.7. Те же самые зависимости, но при комнатной температуре приведены на рис. 2.8. Из рисунков видно, что дрейфовая скорость электронов начинает падать с ростом электрического поля со значений  $\sim 3$  кВ/см при азотной температуре и  $\sim 3.2$  кВ/см при комнатной. Инверсная населенность первой и второй  $\Gamma$ - подзон при комнатной температуре реализуется уже только с 5.5 кВ/см и ее величина значительно меньше, чем при азотной температуре.

Оценка возможного коэффициента усиления в такой структуре дала следующий результат: если  $\omega\tau \approx 10$ , полная концентрация электронов -  $10^{12}\text{см}^{-2}$ ,  $L_z \approx 2 \cdot 10^{-6}$  см (имеется в виду периодическая система), и  $z_{12} \approx 7.2 \cdot 10^{-8}$  см (что соответствует предложенной системе), тогда из (2.3) получаем для  $T = 77$  К  $\beta \approx 100$  см $^{-1}$  ( $\lambda_{12} \approx 12.6$  мкм). Аналогичные расчеты при 300 К дают величину возможного коэффициента усиления  $\sim 20$  см $^{-1}$  при  $E = 6$  кВ/см.

Отметим также, что, как показывают результаты моделирования, для сильных полей время жизни электронов на  $\Gamma_2$ - подзоне определяется главным образом переходами из-за разогрева на лежащие выше состояния - на подзоны L- долин и в непрерывный спектр. Скорость перехода на эти состояния (для поля 5 кВ/см) в 4 раза выше, чем скорость перехода на  $\Gamma_1$ - подзону. Это позволяет надеяться на то, что селективным образом подавляя подвижность на  $\Gamma_2$ -подзоне (например, за счет введения шероховатости гетерограницы в квантовой яме, где в основном сосредоточена волновая функция этого состояния, как в структуре из работы [А3]) можно существенно уменьшить на этой подзоне разогрев и скорость перехода электронов на вышележащие состояния, тем самым, увеличив накопление электронов на  $\Gamma_2$ -подзоне и величину инверсии населенностей. С другой стороны, в этом случае можно уменьшить толщину барьера между квантовыми ямами, что (при той же инверсии) увеличит матричный элемент  $\Gamma_2$ - $\Gamma_1$  оптического перехода, в результате чего можно существенно увеличить коэффициента усиления. Эти результаты позволяют считать рассматриваемую структуру чрезвычайно перспективной для создания лазеров на междолинном переносе.

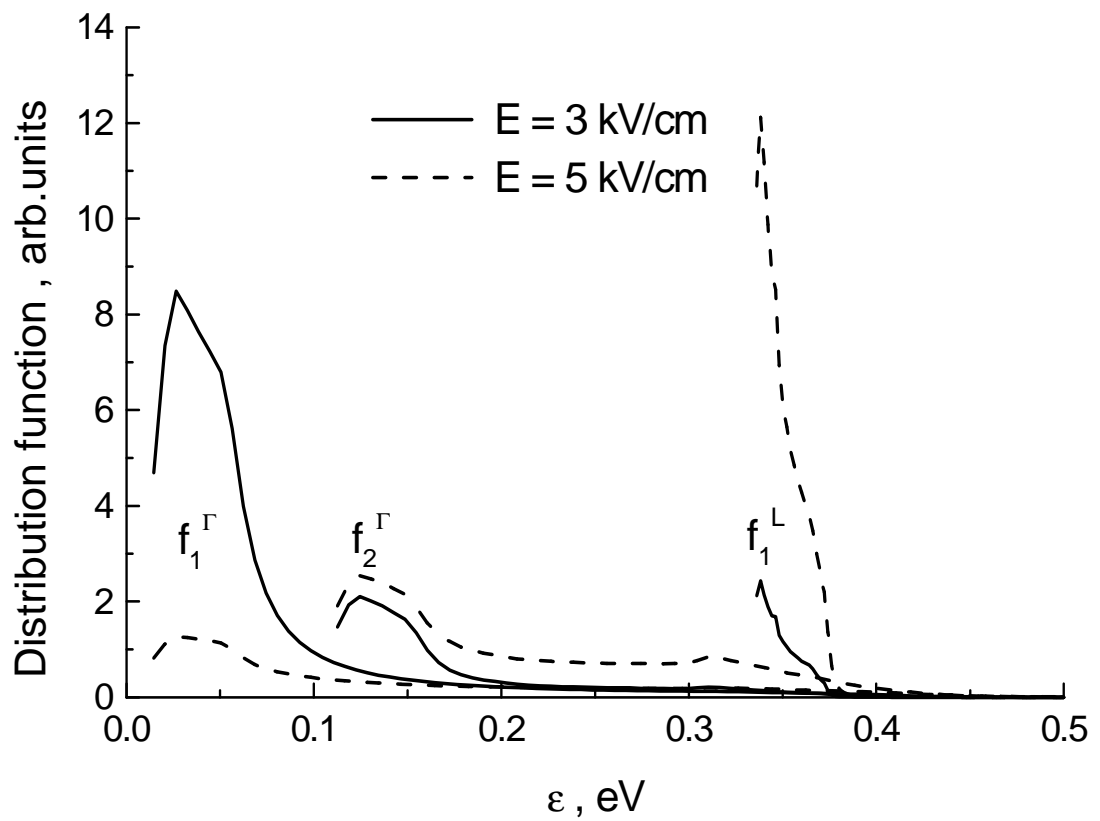


Рис. 2.6. Зависимости функций распределения электронов в двух  $\Gamma$ -подзонах и первой L-подзоне от полной энергии для двух значений электрического поля при  $T = 77 \text{ K}$ , вычисленные с помощью моделирования электронного транспорта методом Монте-Карло для структуры, изображенной на рис. 1.5.

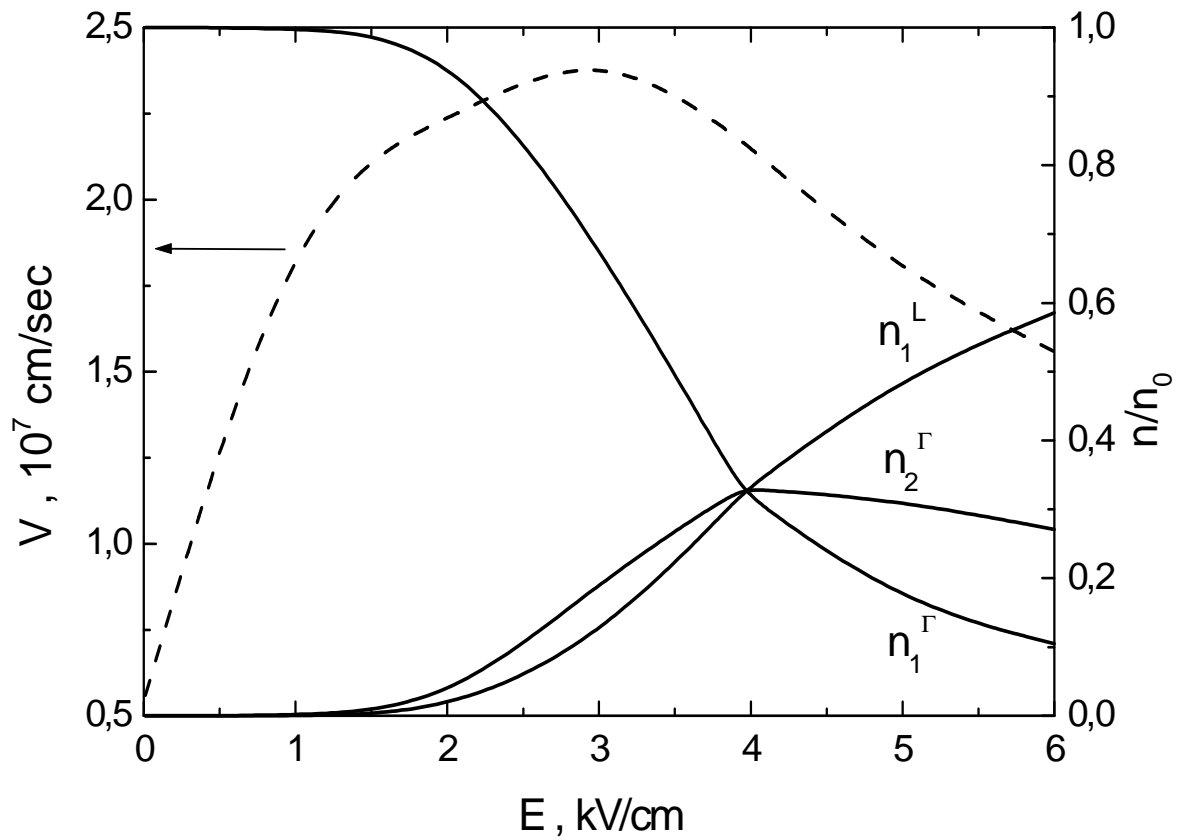


Рис. 2.7. Зависимости относительных концентраций электронов на двух  $\Gamma$ -подзонах и первой L-подзоне и средней дрейфовой скорости электронов в рассматриваемой структуре от величины электрического поля при температуре 77 К, вычисленные методом Монте-Карло для структуры, изображенной на рис. 1.5. (Пересечение трех кривых в одной точке является случайным).

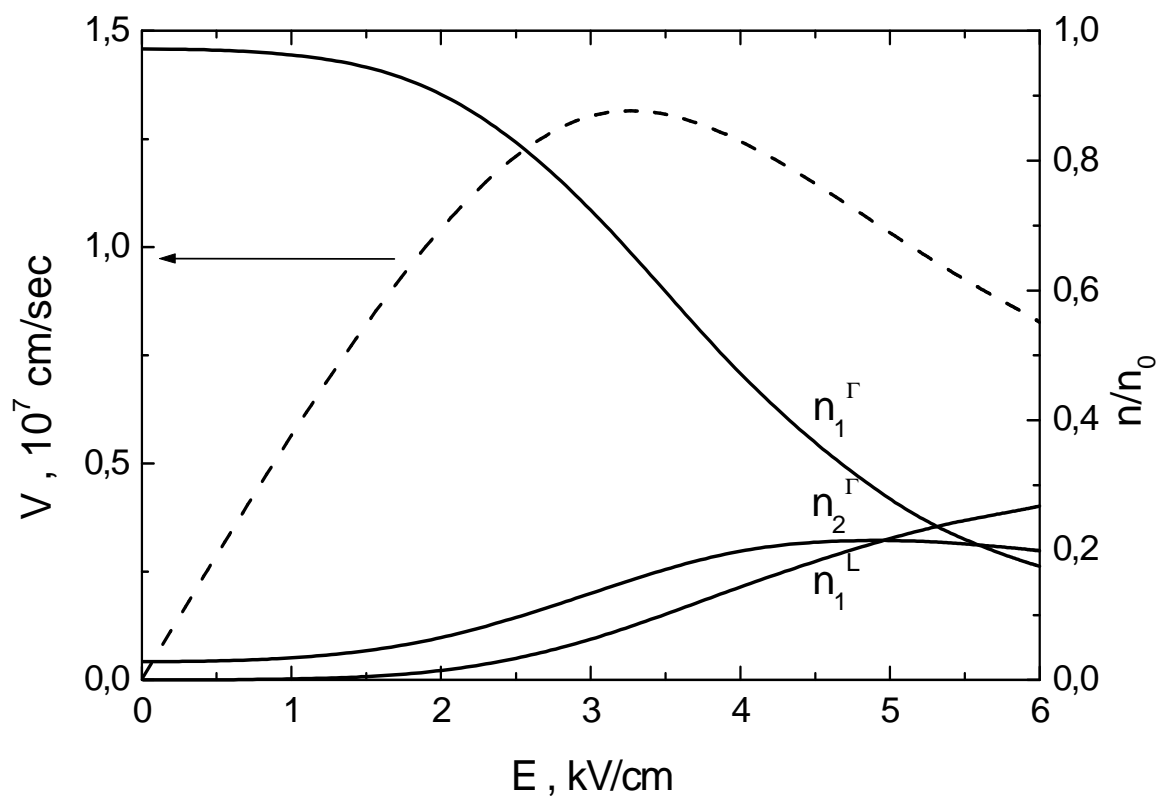


Рис. 2.8. Зависимости относительных концентраций электронов на двух  $\Gamma$ -подзонах и первой L-подзоне и средней дрейфовой скорости электронов в рассматриваемой структуре от величины электрического поля при температуре 300 К, вычисленные методом Монте-Карло для структуры, изображенной на рис. 1.5.

## **2.3 О возможности экспериментального наблюдения генерации излучения среднего и дальнего ИК диапазонов в структурах с электронной инверсией населенности при продольном транспорте**

Число экспериментальных работ подтверждающих перенос электронов в реальном пространстве в продольном электрическом поле мало. Это связано со сложностью постановки эксперимента. Во всех теоретических работах, предсказывающих этот эффект, электрическое поле считается заданным. Однако, создать такое поле в эксперименте в режиме N- ОДП очень трудно, так как однородное поле не стабильно. Возникновение N-ОДП приводит к образованию электронной неустойчивости, в частности к образованию статических или бегущих доменов сильного поля [50]. В результате в реальных образцах наблюдаются осцилляции тока при приложении заданного напряжения. Частота осцилляций зависит от типа электронной неустойчивости [51].

Дело в том, что кроме возникновения доменов, связанных с переносом электронов в реальном пространстве, могут возникнуть домены, связанные с акустоэлектронной неустойчивостью. Так как GaAs является пьезоэлектриком, то деформация, созданная поперечной акустической волной, распространяющейся вдоль направления [110], индуцирует макроскопическое электрическое поле, которое приводит к интенсивному взаимодействию электронов, движущихся вдоль того же направления, с колебаниями решетки. Поэтому при превышении электронами скорости распространения акустической волны они начинают активно испускать фононы (аналог черенковского излучения) [30, 52].

Детальное исследование осцилляций, обусловленных акустоэлектрическими доменами, в гетероструктурах GaAs/AlGaAs с квантовыми ямами было проведено в [53]. При превышении полем (приложенным вдоль направления [110]) критического значения наблюдались сильные осцилляции тока. При пороговом поле дрейфовая скорость электронов составляла  $10^6 - 10^7$  см/с. В слоях с высокой концентрацией носителей наблюдались затухающие осцилляции с частотой соответствующей пролетной скорости  $\sim 3.5 \cdot 10^5$  см/с, что совпадает со скоростью акустических фононов. Осцилляции были наиболее выражены при температуре жидкого азота. С увеличением температуры амплитуда осцилляций уменьшалась, при  $T = 200$  К они исчезали.

Осцилляции тока в образцах многослойных гетероструктур InGaAs/GaAs с квантовыми ямами и эпитаксиальных пленок GaAs с различным уровнем легирования наблюдались и в работе [51]. Показано, что при низких уровнях легирования ( $N_s \approx 6 \cdot 10^{11}$



см<sup>-2</sup> для гетероструктур и  $N_s \approx 3 \cdot 10^{12}$  см<sup>-2</sup> для пленок GaAs) при  $T = 4.2$  и  $77$  К в полях порядка  $300 - 400$  В/см имеет место насыщение вольтамперных характеристик. В более сильно легированных образцах в тех же условиях наблюдается возникновение осцилляций тока с периодом, соответствующим транспортной скорости  $(3 - 3.5) \cdot 10^5$  см/с при  $E \parallel [110]$  и примерно в 1.5 раза большем при  $E \parallel [100]$ . Полученные результаты объясняются возникновением в структурах соответственно статических и движущихся акустоэлектрических доменов за счет возбуждения горячими электронами поперечных ГА акустических волн, распространяющихся вдоль кристаллографического направления  $[110]$ . При значениях приложенного напряжения свыше  $1.5$  кВ/см в структурах развивались высокочастотные колебания, соответствующие транспортной скорости электронов  $1.5 \cdot 10^7$  см/с, связываемые с образованием ганновских доменов.

Все выше перечисленные работы говорят о том, что при попытке экспериментального наблюдения генерации излучения среднего и дальнего ИК диапазонов в структурах с электронной инверсией населенности при продольном транспорте возникнет проблема возникновения N- ОДП и как следствие возникновение доменов сильного поля. Поэтому для того, чтобы наблюдать характеристики, предсказанные в приближении заданного поля, необходимо предотвратить возникновение доменов.

Рассмотрим несколько методов, которые могут быть использованы для подавления доменной неустойчивости [50].

Первый метод состоит в использовании очень коротких образцов, размер между контактами которых не превышает размера домена. Для описываемых структур этот размер должен быть менее  $0.1$  мкм. Однако, в этом случае свойства контактов, а не структур, будут определяющими для электрических свойств системы.

Второй метод (используемый для приборов, ширина которых много меньше их длины) состоит в параллельном включении проводящей полоски с хорошими омическими свойствами в рассматриваемом диапазоне напряженности электрического поля (например, напыление на структуру металлической полоски с заданным сопротивлением). В этом случае в полоске будет однородное электрическое поле, которое будет стабилизировать поле в гетероструктуре.

Третий метод решения проблемы возникновения доменов состоит в высокочастотных измерениях характеристик рассматриваемых гетероструктур. Если время образования домена, соответствующее максвелловскому времени релаксации  $\tau_M$ , существенно больше времени стабилизации N- ОДП и образования инверсии

населенности  $\tau_R$  (это время порядка времени переноса электронов в накапливаемое состояние), тогда существует временной интервал

$$\tau_M \gg t \gg \tau_R \quad (2.4)$$

в течение которого появиться инверсия населенности, а домены еще не возникнут. В этом случае необходимо работать с импульсами электрического поля, длительной которых будет удовлетворять неравенству (2.4).

Альтернативный способ достижения генерации излучения среднего и дальнего ИК диапазонов в структурах с электронной инверсией населенности при продольном транспорте состоит в конструировании структуры таким образом, что бы не возникла N-ОДП или была очень мала, а, следовательно, не возникали домены. Действительно, на такую возможность указывает моделирование продольного электронного транспорта, проведенное в работе [46]. В работе рассмотрена зависимость средней дрейфовой скорости электронов от величины электрического поля (рис. 2.9) в приближении бесконечно глубокой GaAs квантовой ямы для нескольких значений ее ширины. В центре квантовой ямы расположен сильно легированный  $\delta$  - слой. Из рисунка видно, что величина ОДП сильно уменьшается с уменьшением ширины квантовой ямы, что авторами этой работы связывается с увеличением частот рассеяния электронов на заряженной примеси и фононах, а, следовательно, с уменьшением подвижности электронов. Таким образом, если механизм инверсии населенности не связан с существенным различием подвижностей электронов на подзонах размерного квантования, существует возможность появления инверсии населенности без возникновения N- ОДП. Из рассмотренных работ [A1 – A11] этому условию удовлетворяют структуры описанные в работах [A6 – A11]. Поэтому необходимы дальнейшие исследования подобных структур.

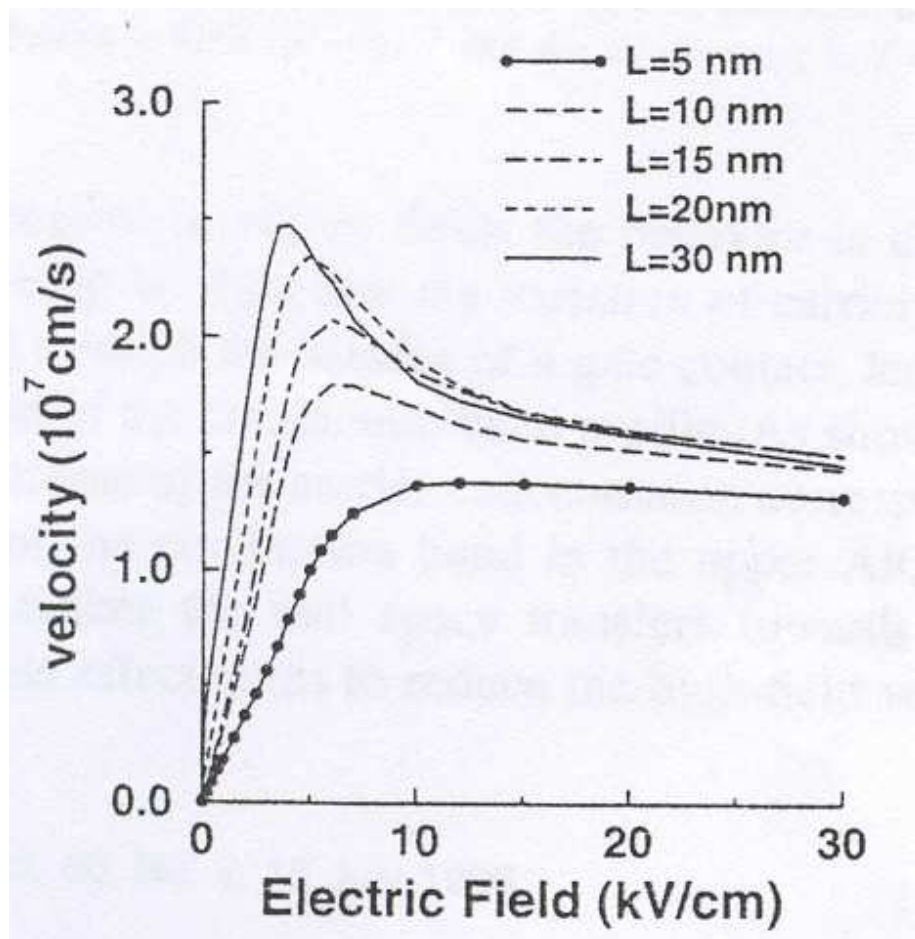


Рис. 2.9. Зависимость средней дрейфовой скорости электрона в бесконечно глубокой GaAs квантовой яме от величины электрического поля для нескольких значений толщины ямы  $L$ . В центре квантовой ямы располагается легированный  $\delta$ -слой с концентрацией доноров  $10^{12} \text{ cm}^{-2}$ . Температура жидкого азота. График взят из работы [46].

## **Глава 3**

# **Генерация электромагнитного излучения среднего и дальнего ИК диапазонов при смешении оптических мод в полупроводниковых структурах на основе $A_3B_5$**

**Краткое содержание главы.** В разделе 3.1 дан обзор механизмов оптической нелинейности в полупроводниках  $A_3B_5$ . Проанализированы условия фазового синхронизма для осуществления эффективной генерации разностной волны. В разделе 3.2 рассмотрена возможность и вычислена мощность генерации поверхностного плазмона среднего и дальнего ИК диапазонов на разностной частоте в полупроводниковых структурах на основе GaAs с помощью решеточной нелинейности. В разделе 3.3 обсуждается возможность и вычислена мощность генерации разностной моды среднего ИК диапазона в полупроводниковых структурах на основе GaAs с гофрированным металлическим волноводом. В разделе 3.4 рассмотрена возможность и вычислена мощность генерации излучения среднего и дальнего ИК диапазона в полупроводниковых структурах на основе GaAs с выводом излучения с помощью металлической дифракционной решетки. В разделе 3.5 проанализирована возможность и вычислена мощность генерации излучения среднего и дальнего ИК диапазона в полупроводниковых волноводах на основе GaP. Обсуждается возможность использования кремниевой подложки для более эффективной генерации излучения среднего ИК диапазона.

### **3.1 Механизмы оптической нелинейности в полупроводниках $A_3B_5$**

Несмотря на то, что компактные источники излучения в терагерцовом диапазоне частот в настоящее время очень востребованы для различных применений, количество таких источников мало. Полупроводниковые лазеры традиционных конструкций могут излучать только в ближнем инфракрасном (ИК) и видимом диапазоне частот, вследствие увеличения роли безызлучательной Оже рекомбинации, при использовании полупроводников с малой шириной запрещенной зоны. На сегодняшний день наиболее значительные результаты достигнуты в области создания квантовых каскадных полупроводниковых лазеров [14 - 16]. Однако чрезвычайно сложная зонная схема каскадных структур и высокие требования по контролю параметров сдерживают их распространение и использование. Полупроводниковые лазеры на германии р-типа [11],

генерирующие излучение дальнего ИК диапазона, работают только при криогенных температурах.

Альтернативным выходом из этой сложной ситуации является отказ от создания инверсии населенностей близлежащих межзонных и внутризонных уровней и разработка безынерсных схем генерации, в которых дальнее или среднее ИК излучение создавалось бы вследствие квадратичной нелинейности полупроводниковой структуры благодаря выделению разностной частоты  $\omega = \omega_2 - \omega_1$  при смешивании двух полей на частотах  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  ближнего ИК-диапазона [54 - 59]. Замечательно, что даже решеточная нелинейность полупроводниковых лазерных материалов типа InAs и GaAs (группа  $A_3B_5$ ) в ИК диапазоне достигает долей нанометра на вольт, т.е. на 2-3 порядка выше, чем у стандартных нелинейных оптических кристаллов типа KDP. В принципе, в структурах с квантовыми ямами, проволоками или точками квадратичная нелинейность может быть сделана еще на 2 - 3 порядка выше за счет резонансного вклада электронов (дырок), если для всех трех параметрически связанных полей обеспечен резонанс с соответствующими межзонными и внутризонными (разрешенными) переходами [54 - 57]. Последнее утверждение экспериментально проверялось при трехволновом смешении внешних полей на многоямных гетероструктурах [60], а недавно подобное резонансное усиление трехволнового смешения было продемонстрировано в двухцветном квантовом каскадном лазере [61]. Для газов аналогичный результат хорошо известен и тоже предлагался в качестве основы для получения терагерцового излучения при резонансном смешении двух внешних лазерных полей [62].

Немаловажным является и предложение [54 - 59] использовать в трехволновом процессе внутррезонаторные лазерные поля. Тем самым не только обеспечивается максимальность величин смешиваемых полей, и исключаются технические проблемы по их вводу и предотвращению межзонного поглощения в полупроводниковой микроструктуре, но и сохраняется компактность (миллиметровые размеры) генератора, его монолитность и возможность интегрирования в различные оптоэлектронные системы. При этом достижение порога терагерцовой генерации формально сводится к достижению порога двухцветной оптической генерации в ближнем ИК диапазоне, поскольку процесс генерации разностной частоты является беспороговым. Учитывая безынерсную природу последнего и рассчитывая на сравнительно низкий пороговый ток (десятки или сотни ампер на квадратный сантиметр) указанного двухцветного (оптического) гетеролазера, согласно оценкам можно надеяться на эффективную непрерывную генерацию терагерцового излучения с мощностью от единиц до сотен микроватт при комнатной температуре. К потенциальным преимуществам подобного генератора относятся возможность

использования эффективной инжекционной накачки и быстрой, пикосекундной, модуляции терагерцового излучения за счет модуляции тока (уже опробированной в гетеролазерах [63] и квантовых каскадных лазерах [64]), а также возможность одновременной генерации на нескольких длинах волн и значительная перестройка частоты длинноволнового излучения за счет относительно небольшой перестройки частоты смешиваемых коротковолновых полей (путем изменения тока накачки и температуры лазера или в результате приложения внешних полей). Разумеется, данный подход можно использовать для генерации излучения не только в терагерцовом, но и в среднем ИК диапазоне.

Природа решеточной нелинейной восприимчивости второго порядка полярных полупроводников  $A_3B_5$  – ангармоничность оптических колебаний, поэтому имеется резонанс нелинейной восприимчивости при воздействии двух высокочастотных волн (ближнего ИК диапазона) большой амплитуды и разницей частот, лежащей в окрестности частоты поперечного оптического фонона. Зависимость тензора нелинейной диэлектрической проницаемости второго порядка от частот волн, воздействующих на среду, в полупроводниках  $A_3B_5$  была рассмотрена в работе [65]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ijk}^{(2)}(\omega_1, \omega_2) = & \varepsilon^{(2)} + F_1 \left\{ \frac{1}{D(\omega_1)} + \frac{1}{D(\omega_2)} + \frac{1}{D(\omega_2 - \omega_1)} \right\} + \\ & + F_2 \left\{ \frac{1}{D(\omega_1)D(\omega_2)} + \frac{1}{D(\omega_1)D(\omega_2 - \omega_1)} + \frac{1}{D(\omega_2)D(\omega_2 - \omega_1)} \right\} + \\ & + F_3 \frac{1}{D(\omega_1)D(\omega_2)D(\omega_2 - \omega_1)} \end{aligned} \quad (3.1)$$

где  $\varepsilon^{(2)} = 1.7 \times 10^{-8}$  см/В (для GaAs);  $D(\omega) = 1 - (\omega / \omega_{TO})^2 + i\omega\Gamma / \omega_{TO}^2$ ;  $F_i = \varepsilon^{(2)} C_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ; а коэффициенты  $C_i$  вычислены в [65]. На рис. 3.1 представлен график этой зависимости от частоты разностной волны  $\omega$  для GaAs. Из рисунка видно, что зависимость имеет максимум вблизи частоты оптического фонона, а при увеличении частоты выходит на константу  $\varepsilon^{(2)}$ . В максимуме величина нелинейной восприимчивости в 40 раз больше величины восприимчивости на больших частотах, что может привести к значительному увеличению выходной мощности волны на разностной частоте в окрестности частоты оптического фонона, несмотря на большее поглощение этой волны вблизи фононного пика. Будем в дальнейшем всегда полагать, что полупроводниковая структура, предназначенная для генерации разностной частоты, выращена на плоскости (001), а боковыми зеркалами (для двух коротковолновых мод) являются грани (110) или  $(1\bar{1}0)$ .

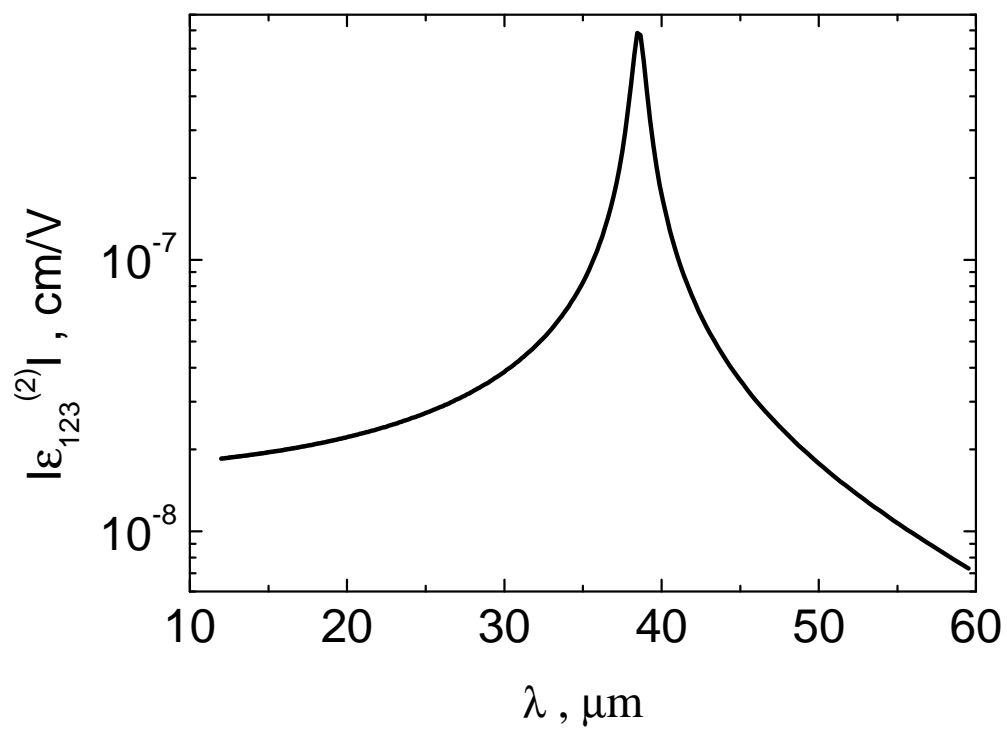


Рис. 3.1. Зависимость модуля компоненты тензора нелинейной восприимчивости  $\varepsilon_{123}^{(2)}$  от длины волны для GaAs для разностной моды.

В материалах со структурой цинковой обманки (например, GaAs) тензор нелинейной диэлектрической проницаемости второго порядка имеет только равные и отличные от нуля компоненты с тремя разными индексами [66]  $\epsilon_{xyz}^{(2)}$  (в системе координат, где оси  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  направлены вдоль кристаллографических направлений  $[100]$ ,  $[010]$ ,  $[001]$  соответственно). Остальные компоненты этого тензора равны нулю. Если коротковолновые моды имеют ТЕ поляризацию (из-за правил отбора для излучательных электронных переходов в лазерной структуре обычно возбуждается ТЕ-мода, так как дипольные переходы из зоны проводимости в зону тяжелых дырок разрешены только для компонент электрического поля, лежащих в плоскости квантовой ямы), то векторы электрического поля в коротковолновых модах в этой системе координат имеют отличные от нуля  $X$ -,  $Y$ -компоненты:  $|E_{jx}| = |E_{jy}| = E_j / \sqrt{2}$ . Поэтому вектор электрической индукции, обусловленный нелинейным взаимодействием волн, направлен вдоль оси  $Z$ :

$$D_z^{(2)} = 2\epsilon_{xyz}^{(2)}(E_{1x} + E_{2x})(E_{1y} + E_{2y}) = \epsilon_{xyz}^{(2)}(E_1 + E_2)^2 \quad (3.2).$$

Следовательно, разностная гармоника должна иметь ТМ поляризацию. ТЕ поляризация разностной моды возможна, если одна из коротковолновых мод будет иметь ТМ поляризацию.

Кроме решеточной, возможна и электронная нелинейность в полупроводниковых структурах. В качестве простейшей реализации электронной нелинейности можно рассмотреть ситуацию [58], когда только три уровня размерного квантования непосредственно участвуют в генерации: один уровень тяжелых дырок и два электронных уровня (рис. 3.2). Очевидно, что аналогичная картина соответствует случаю, когда генерация происходит между одним электронным и двумя дырочными уровнями.

В такой схеме необходимо, чтобы все три перехода были разрешены правилами отбора, включая переход  $3 - 1$ , обычно запрещенный в приближении одинарной прямоугольной бесконечно глубокой квантовой ямы. В реальной симметричной квантовой яме этот переход не запрещен, но дипольный момент этого перехода очень мал по сравнению с остальными переходами. В профилированных квантовых ямах возможно, например, при использовании несимметричных ям с различными высотами барьеров или попарно связанных ям, добиться, чтобы дипольные моменты всех переходов были одного порядка. Расчеты на основе модели Кейна [58] показывают, что в AlGaAs/GaAs структуре (как на рис. 3.2) отношение дипольных моментов переходов  $e1 - hh1$  и  $e2 - hh1$  может быть сделано порядка тройки. В случае генерации между дырочными состояниями (уровни 2 и 3 лежат в валентной зоне, а уровень 1 – в зоне проводимости), «разрешить» все три перехода становится еще легче из-за сильного взаимодействия различных



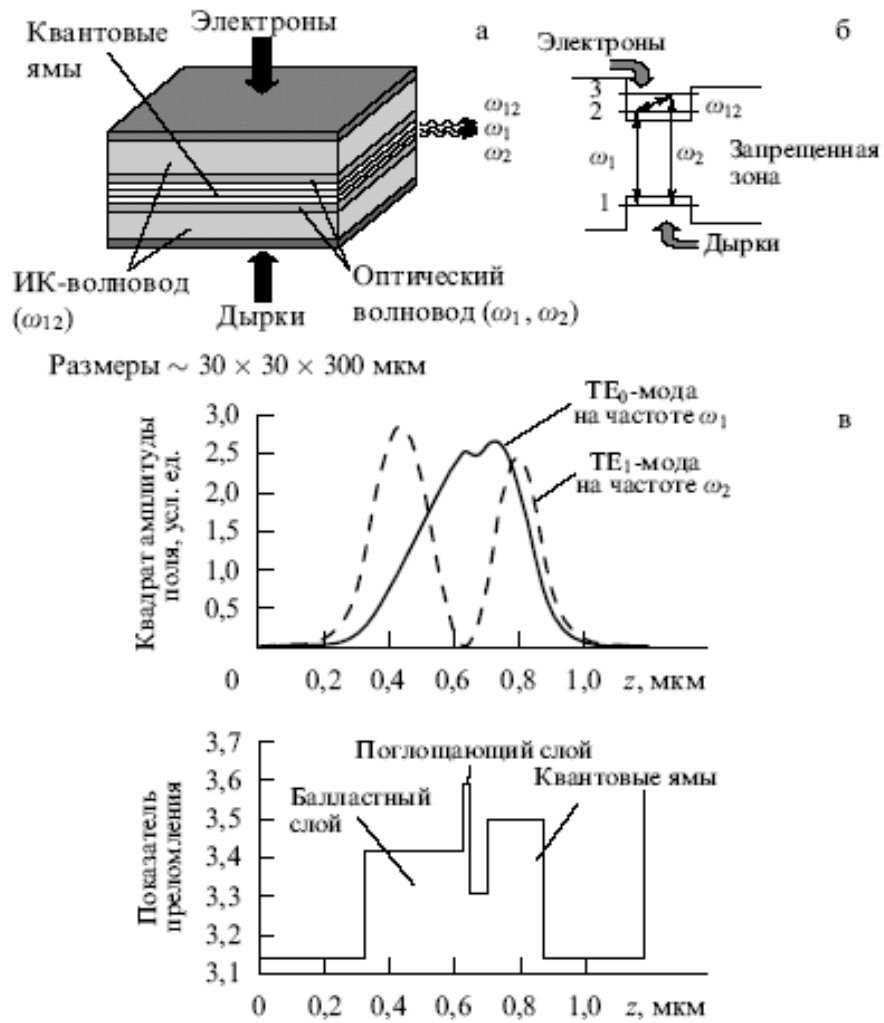


Рис. 3.2. Параметрический лазер на электронной нелинейности квантовых ям: (а) схематическое изображение лазерного диода; (б) схема рабочих уровней размерного квантования в асимметричной квантовой яме; (в) пример расчета структуры оптического волновода в случае ступенчатых квантовых ям  $\text{Al}_{0.35}\text{Ga}_{0.65}\text{As}/\text{GaAs}/\text{Al}_{0.12}\text{Ga}_{0.88}\text{As}$ , обеспечивающих генерацию излучения на длинах волн  $\lambda_1 = 0.789$  мкм,  $\lambda_2 = 0.721$  мкм,  $\lambda_3 = 8.26$  мкм. Рисунок из работы [67].

дырочных состояний. В квантовой точке указанная схема также может быть легко реализована.

При возникновении лазерной генерации на двух частотах, соответствующих переходам  $e1 - hh1$  ( $\omega_1$ ) и  $e2 - hh1$  ( $\omega_2$ ) происходит возбуждение электронных колебаний на разностной частоте  $\omega = \omega_2 - \omega_1$ , соответствующей переходу  $e1 - e2$ . Эти колебания приводят к возникновению электромагнитной волны на частоте  $\omega_{IR}$ . Оценка интенсивности поля этой волны на выходе резонатора длины  $L$  для случая, когда межзонные ( $e1 - hh1$  и  $e2 - hh1$ ) и межподзонный ( $e1 - e2$ ) переходы уширены однородно и раби-частоты оптических полей достаточно малы по сравнению с ширинами оптических и ИК переходов была дана в работе [58]:

$$|E_{IR}|^2 \approx \left( \frac{\pi \Gamma d_1 d_2 d_3}{\mu^2 \hbar^2 c} \right)^2 \frac{\omega_{IR}^2 [\gamma^2 (\Delta N_1 + \Delta N_2)^2 + \omega_{IR}^2 \Delta N^2]}{(\gamma^2 + \omega_{IR}^2)^2 [\gamma_{12}^2 + (\omega - \omega_{IR})^2]} \frac{|E_1|^2 |E_2|^2}{\kappa^2 + (\Delta k)^2} [1 + e^{-2\kappa L} - 2e^{-\kappa L} \cos(\Delta k L)] \quad (3.3).$$

Здесь  $\Gamma$  – фактор оптического ограничения разностной ИК моды (определяемый ее перекрытием с активной областью),  $\mu$  – ее показатель распространения,  $c$  – скорость света в вакууме;  $d_1$ ,  $d_2$  и  $d_{12}$  – дипольные моменты переходов  $e1 - hh1$ ,  $e2 - hh1$  и  $e1 - e2$  соответственно;  $\gamma$  и  $\gamma_{12}$  – уширения межзонных и межподзонного переходов в предположении  $\gamma, \gamma_{12} \ll \omega_2, \omega_1$ ;  $\Delta N$ ,  $\Delta N_1$ ,  $\Delta N_2$  – объемные плотности разности населенностей, соответственно верхней и нижней электронных подзон и двух межзонных оптических переходов в активной области;  $\kappa$  – модовые потери разностной моды;  $\Delta k = k_2 - k_1 - k_{IR}$ , где  $k_{IR} = \mu \omega_{IR} / c$  и  $k_{1, 2}$  – постоянные распространения разностной и коротковолновых мод. Отметим, что разностная мода параметрически возбуждается независимо от знака разности населенности на межподзонном переходе.

Принципиальная возможность двухцветной генерации в ближнем ИК диапазоне для инжекционных гетеролазеров с различными симметричными квантовыми ямами, помещенными в стандартный планарный волновод, хорошо известна и продемонстрирована экспериментально [68 - 70]. При достаточно сильной накачке такая генерация возможна и для указанных выше квантовых ям с двумя близкими межзонными переходами, если их дипольные моменты сравнимы по величине (см. рис. 3.2). Однако совмещение активных областей генерации обоих оптических (ближних ИК) полей в одной и той же (субмикронной) области инжекции носителей может представлять определенные неудобства в практической реализации, поскольку, как ожидается, в том числе и на основе экспериментов [68 - 70], вследствие конкурентной борьбы за носители эти два поля

могут иметь сравнимые интенсивности только в узком диапазоне токов накачки — порядка процентов от порогового тока.

Существенное смягчение необходимых условий получения двух или многоцветной генерации может дать создание двух или нескольких различных, соседствующих  $p$ - $i$ - $n$  инжекционных областей, которые позволяют осуществлять независимую накачку различных многоямных гетерослоев, обеспечивающих различные частоты генерации в оптическом или ближнем ИК диапазоне [67, A12]. При таком разделении различные области накачки и соответствующие квантовые ямы могут быть оставлены внутри одного и того же оптического (диэлектрического) волновода, но могут быть и разнесены в соседние волноводы, между которыми сохранена сильная оптическая связь (см. рис. 3.3).

Согласно рис. 3.3 в случае единого оптического волновода создание двух (или нескольких) смежных областей накачки, соответствующих различным активным слоям, возможно благодаря помещению очень узкого (десятки нанометров) сильно легированного  $n^{++}/p^{++}$  туннельного перехода между соседними областями различных квантовых ям. Работоспособность такого туннельного перехода в различных лазерных конструкциях оптического и ближнего ИК диапазона продемонстрирована неоднократно [71 - 73]. Предложенная схема межзонного каскадного лазера снимает проблему конкуренции ям за накачку и позволяет обеспечить генерацию двух (или нескольких) ТЕ мод, близких по частоте, форме и амплитуде. Обе геометрии могут оказаться также удобными для обеспечения фазового (пространственного) синхронизма и достижения максимального интеграла перекрытия взаимодействующих мод в рассматриваемом трехволновом процессе для достижения эффективной генерации.

Условие фазового синхронизма состоит в равенстве фазовых скоростей волны нелинейной поляризации, возникающей при взаимодействии коротковолновых мод в результате решеточной или электронной нелинейности, и разностной моды. По-другому это условие можно записать так:  $\Delta k = 0$ . Это выражение можно представить в следующем виде:

$$n_d \omega = n_p (\omega_2 - \omega_1) = n_2 \omega_2 - n_1 \omega_1 \quad (3.4),$$

где  $n_d$  — эффективный показатель преломления разностной моды на частоте  $\omega = \omega_2 - \omega_1$ ,  $n_p$  — эффективный показатель преломления волны нелинейной поляризации на частоте  $\omega$ ,  $n_j$  — эффективный показатель преломления высокочастотной моды на частоте  $\omega_j$ ,  $j = 1, 2$ .

Отметим, что условие фазового синхронизма для разностной частоты дальнего и среднего ИК диапазонов можно выполнить в обычном диэлектрическом волноводе для основных мод на двух частотах видимого или ближнего ИК диапазонов. Этого можно добиться, подбирая частоту видимого или ближнего ИК диапазонов [74, 75].

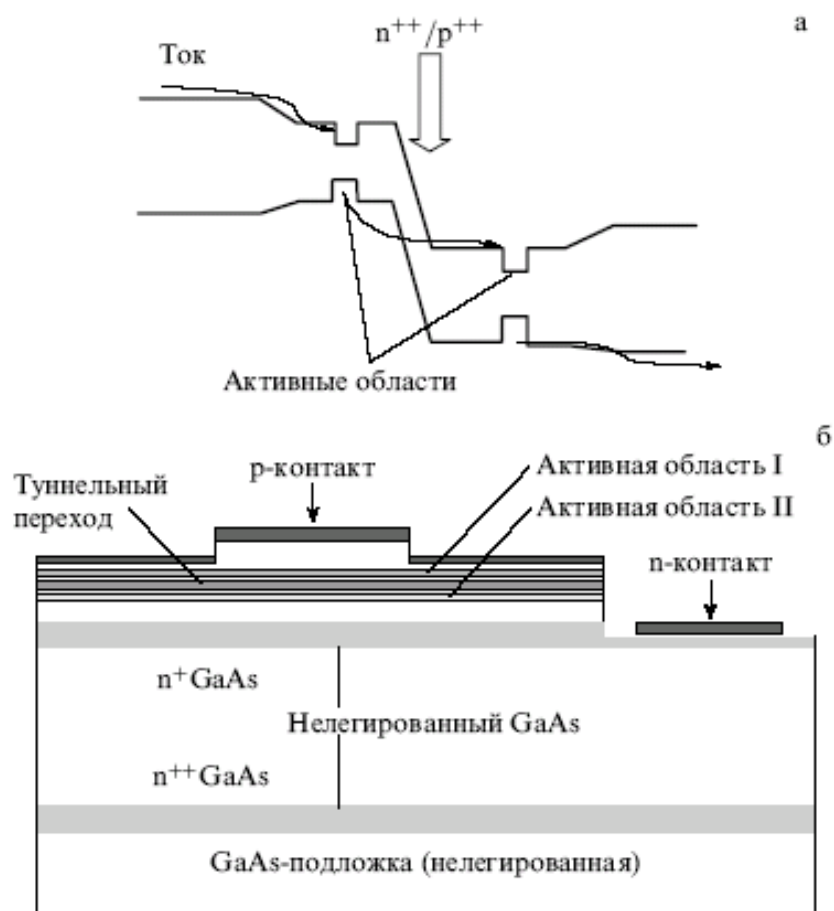


Рис. 3.3. (а) Схема протекания тока в межзонном каскадном лазере с туннельным переходом; туннельно-прозрачный сильнолегированный  $n^{++}/p^{++}$  - слой приводит к последовательному протеканию тока через активные области, накачивая их и обеспечивая двухволновую генерацию. (б) Упрощенная схема двухсекционного лазера на основе GaAs с туннельным переходом и боковым контактом, который делает возможным использование нелегированной подложки и волноведущего слоя для разностной моды. Сильно легированный  $p^{++}$  - слой является нижней стенкой волновода для разностной моды. Генерация разностной моды может происходить с использованием как резонансной электронной, так и объемной решеточной нелинейности.

Действительно, введем такую величину, как длина когерентности (длина, на которой разница фаз между волной нелинейной поляризации и разностной модой становится равной  $\pi$ ):

$$L_c = \frac{c\pi}{\omega|n_p - n_d|} \quad (3.5),$$

где  $c$  – скорость света в вакууме. Зависимость длины когерентности для нескольких полупроводников (из работы [75]) от длины волны одной из высокочастотных мод при фиксированной разностной частоте 2 ТГц представлена на рис. 3.4. Из рисунка видно, что зависимость имеет резонансный вид на определенной длине волны для каждого из полупроводников. При приближении к этой характерной длине волны  $L_c$  резко возрастает, что соответствует приближению к условию фазового синхронизма (3.4):  $n_p \rightarrow n_d$ .

Как отмечалось выше, наиболее перспективным видится использование внутрирезонаторных лазерных полей. Но из всех распространенных полупроводников группы  $A_3B_5$ , обладающих значительной нелинейной проницаемостью второго порядка, только GaAs используется для создания лазеров. Характерная длина волны коротковолновой моды в лазере на основе GaAs при соблюдении условия фазового синхронизма в обычном диэлектрическом волноводе должна находиться в области длин волн больших 1.3 мкм для генерации разностной частоты в области длин волн свыше 40 мкм из-за нормальной дисперсии показателя преломления. В этом случае возможно применение диодных лазеров на квантовых точках с достигнутой к настоящему времени [76] длиной волны до 1.5 мкм, а также квантово-каскадных лазеров, генерирующих излучение в среднем ИК диапазоне. В области длин волн меньших 40 мкм генерация при использовании для распространения разностной моды обычного диэлектрического волновода вообще невозможна.

Альтернативным способом достижения эффективной генерации в структурах на основе GaAs является использование лазерных диодов с квантовыми ямами с различными типами волноводов, которые замедляют фазовую скорость (увеличивают эффективный коэффициент преломления) разностной моды для выполнения условия фазового синхронизма при распространении коротковолновых мод в области длин волн 1 мкм. Было показано, что условие фазового синхронизма можно выполнить, если увеличить скорость нелинейной поляризации путем использования для накачки поперечных мод разного порядка [59, 77] или замедлить разностную моду с помощью плазменного волновода [A12 – A16, 67, 74] или внедренной в волновод металлической гофрированной структурой [A17 – A19]. В работах [A20 – A22] исследуется возможность выполнения условия фазового синхронизма в том случае, когда волна на разностной

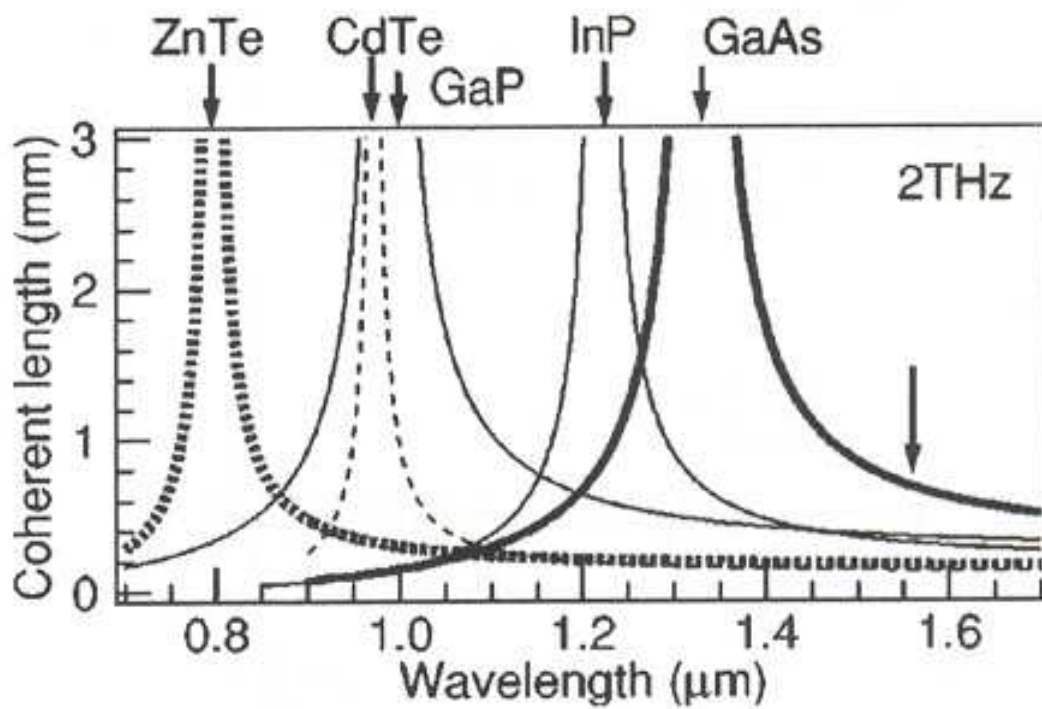


Рис. 3.4. Когерентная длина для разностной моды на 2 ТГц как функция длины волны коротковолновых волн. Рисунок из работы [75].

частоте выводиться из волновода с помощью специально нанесенной на его поверхность дифракционной металлической решетки. Одним из преимуществ указанного способа является то, что мощность, достигнутая в таком типе полупроводниковых лазеров, значительно превосходит мощности лазеров других типов. Недавно были продемонстрированы лазерные диоды (с шириной волновода 100 мкм), генерирующие в непрерывном режиме с выходной мощностью 16 Вт в области длин волн 1 мкм [78].

Также во избежание трудностей создания двухцветного лазера возможна реализация конструкции двухчипового лазера с составным резонатором, состоящего из расположенных на одном теплоотводе в непосредственной близости друг от друга двух одночастотных лазеров с квантовыми ямами с несколько различающимися длинами волн генерации в области 1 мкм, позволяющая заводить заметную часть стимулированного излучения одного из них в резонатор другого (рис. 3.5) [79]. В этом случае один из лазеров (более длинноволновый) используется только для накачки, а второй одновременно является нелинейным элементом. В результате удается «заводить» до половины всей мощности излучения более длинноволнового лазера в волновод другого.

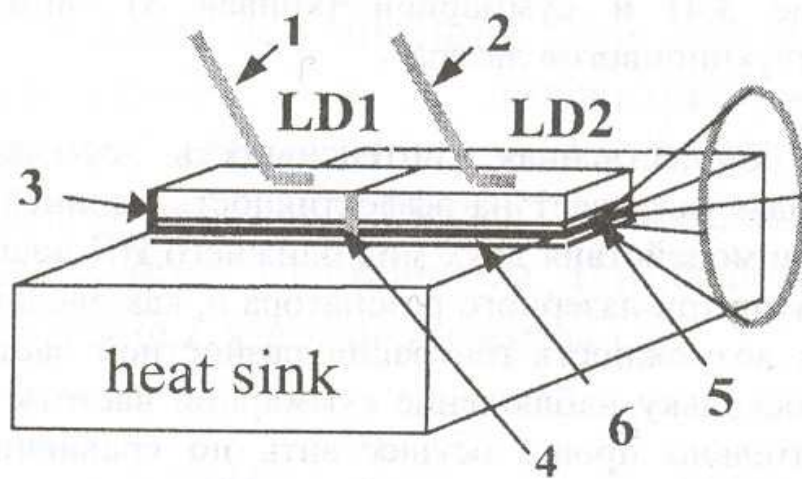


Рис. 3.5. Расположение лазерных чипов относительно друг друга на одном теплоотводе. LD1 – длинноволновый лазер; LD2 – коротковолновый лазер; 1 – верхний контакт со стороны подложки LD1; 2 – верхний контакт со стороны подложки LD2; 3 – отражающая грань LD1; 4 – место соединения просветленной излучающей грани LD1 и отражающей грани LD2 без диэлектрического покрытия; 5 – излучающая грань LD2; 6 – структурные слои. Рисунок из работы [79].



### 3.2 Генерация поверхностного плазмона среднего и дальнего ИК диапазонов в полупроводниковых структурах

В работах [A12 – A14] предлагается один из способов осуществления условия фазового синхронизма, основанный на использовании длинноволновых плазмонных мод в легированных полупроводниковых кристаллах. К преимуществам рассматриваемого способа относятся, во первых, сравнительная легкость управления фазовой скоростью волны на разностной частоте путем изменения диэлектрической проницаемости с помощью изменения концентрации электронов и дырок (легирования). Второе преимущество предлагаемого способа состоит в том, что для возбуждения разностной низкочастотной моды предлагается использование двух фундаментальных высокочастотных мод на частотах  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и поэтому интеграл перекрытия высокочастотных мод не мал (высокочастотные моды не ортогональны). Третье преимущество состоит в том, что в плазменном волноводе сравнительно легко реализовать ситуацию, когда фазовый синхронизм выполняется для нескольких мод при близких значениях частот. В этом случае зависимость мощности от частоты не слишком резко изменяется. Поэтому не очень большие изменения параметров лазерной структуры приводят к изменению мощности генерации на разностной частоте лишь на порядок. То есть мощность генерации не очень чувствительна к изменениям параметров структуры.

Плазмонные моды существуют на границе раздела сред с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_a > 0$  и  $\epsilon_b < 0$ , причем  $|\epsilon_b| > \epsilon_a$ . В простейшем случае двухслойной системы постоянная распространения разностной моды на частоте  $\omega = \omega_2 - \omega_1$  определяется как [80]:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{|\epsilon_b| \epsilon_a}{|\epsilon_b| - \epsilon_a} \quad (3.6).$$

Для того чтобы замедлить моду, т.е. сделать  $k$  заметно больше постоянной распространения в материале  $a$ :  $k_a = \sqrt{\epsilon_a} \omega / c$ , необходимо иметь диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_b$  сравнимую по абсолютной величине с  $\epsilon_a$ . По этой причине в качестве материала с отрицательной диэлектрической проницаемостью для дальнего и среднего ИК диапазонов невозможно использовать металлы, так как при этом  $|\epsilon_b| \gg 1$  и  $k \approx k_a$ .

Получить отрицательную диэлектрическую проницаемость определенной величины в ИК диапазоне можно в полупроводниковом материале путем легирования. Для корректного определения показателя преломления на разностной частоте дальнего и

среднего ИК диапазонов следует учесть вклады в диэлектрическую проницаемость свободных носителей и оптических фононов. Простейший учет вклада плазмы свободных носителей и оптических фононов в диэлектрическую проницаемость дает выражение (26) из работы [81], которое применимо к полупроводникам, как  $n$ -типа, так и  $p$ -типа:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\infty} + \frac{\omega_{TO}^2 (\varepsilon_0 - \varepsilon_{\infty})}{\omega_{TO}^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega} - \frac{\omega_p^2 \varepsilon_{\infty}}{\omega^2 + i\gamma\omega} \quad (3.7),$$

где  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_{\infty}$  – низкочастотная и высокочастотные диэлектрические проницаемости нелегированного полупроводникового материала;  $\omega_{TO}$  – частота поперечного оптического фонона;  $\Gamma$  – коэффициент затухания оптических колебаний решетки;  $\gamma = q/m^* \mu$ ;  $\omega_p^2 = 4\pi n q^2 / m^* \varepsilon_{\infty}$  – квадрат плазменной частоты;  $n$  и  $m^*$  – концентрация и эффективная масса носителей заряда;  $\mu$  – подвижность носителей заряда. Величины  $\Gamma$ ,  $\omega_{TO}$  брались из обзора [81], величина  $\gamma$  определялась из данных зависимости подвижности от концентрации легирующей примеси [48]. Спектральная зависимость коэффициента поглощения, полученная на основании (3.7) хорошо описывает экспериментально наблюдаемые зависимости [81] за исключением многофононных эффектов, роль которых в поглощении невелика.

В случае, когда структура полупроводникового лазера выращена на плоскости (001), а высокочастотные моды имеют ТЕ-поляризацию и распространяются вдоль направления [110], нелинейная поляризация в GaAs перпендикулярна плоскости слоев и возбуждает на разностной частоте ТМ-моду [59]. Координатная зависимость напряженности магнитного поля  $H_y$  генерируемой волны на разностной частоте  $\omega$  при этом находится из следующего уравнения, полагая  $H_y(x, z, t) = H_y(z) \exp(ik_x x - i\omega t)$ :

$$\varepsilon(z, \omega) \frac{d}{dz} \left[ \frac{1}{\varepsilon(z, \omega)} \frac{dH_y}{dz} \right] + \left( \varepsilon(z, \omega) \frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 \right) H_y = -2\varepsilon^{(2)} \frac{k_x \omega}{c} A_1^*(z) A_2(z) \quad (3.8).$$

Здесь ось  $z$  направлена вдоль кристаллографического направления [001],  $\varepsilon^{(2)}$  – нелинейная восприимчивость и рассматривается случай, когда зависимость мощности излучения на разностной частоте вышла на насыщение вследствие поглощения излучения в структуре, т.е.  $\alpha L_x \gg 1$ , где  $\alpha$  – коэффициент поглощения излучения на разностной частоте,  $L_x$  – длина структуры. Координатные зависимости амплитуд электрического поля высокочастотных мод  $A_1$ ,  $A_2$  и разность их постоянных распространения  $k_x = k_2 - k_1$  находятся путем решения волнового уравнения с соответствующим профилем показателя преломления [59]. Компонента электрического поля разностной моды  $E_z$  и ее мощность определяются из равенств:

$$E_z = -\frac{1}{\varepsilon(z, \omega)} \left( \frac{ck_x}{\omega} H_y + 2\varepsilon^{(2)} A_1^*(z) A_2(z) \right) \quad (3.9)$$

и

$$P = -\frac{cL_y}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Re}(H_y E_z^*) dz \quad (3.10),$$

где  $L_y$  - ширина полоскового контакта лазерного диода.

Для генерации разностной моды предлагается лазерная гетероструктура в системе InGaAs/GaAs/InGaP, параметры которой приведены в табл. 3.1. Для генерации коротковолновых мод на двух спектрально разнесенных длинах волн активная область включает два вида квантовых ям (КЯ) в гетеросистеме InGaAs/GaAs. Волновод для коротковолнового излучения формируется путем заключения узкозонного GaAs в широкозонные эмиттерные слои InGaP с меньшим показателем преломления. В расчете использовались следующие выражение для показателя преломления коротковолновых мод [48, 82]:

$$n_{\text{GaAs}}(\hbar\omega) = \sqrt{7.1 + \frac{3.78}{1 - 0.18(\hbar\omega)^2}}, \quad n_{\text{InGaP}}(\hbar\omega) = n_{\text{GaAs}}(\hbar\omega) - 0.279. \quad (3.11).$$

Сильнолегированный слой GaAs, формирующий плазменный волновод для разностной моды, также служит контактными слоем  $n$ -типа для структуры, выращенной на полуизолирующем арсениде галлия.

Эффективный показатель преломления волны поляризации на разностной частоте  $n = (k_{2x} - k_{1x})/(\omega_2 - \omega_1)$  определяется конструкцией "высокочастотной" части лазера и практически не зависит от устройства плазменного волновода. Как видно из рис. 3.6, эффективный показатель преломления имеет слабую линейную зависимость от энергии кванта плазмона и приближенно равняется эффективному показателю преломления высокочастотных мод. Значение показателя преломления поляризации превышает 4.1 для коротковолновых мод с длинами волн близки 1 мкм, поэтому и возникает необходимость использования плазменного волновода для разностной моды для увеличения ее эффективного показателя преломления с целью достижения условия фазового синхронизма, так как показатель преломления GaAs в этой области частот  $\sim 3.6$ .

При расчетах диэлектрической проницаемости InGaP в среднем и дальнем ИК диапазонах предполагалось, что в твердом растворе половина ТО фононов от InP, а половина от GaP, т. е. мы пренебрегали изменениями расстояний между атомами по сравнению с бинарными полупроводниками InP и GaP. При этом полная диэлектрическая проницаемость вычислялась как полусумма таковых от InP и GaP. В действительности

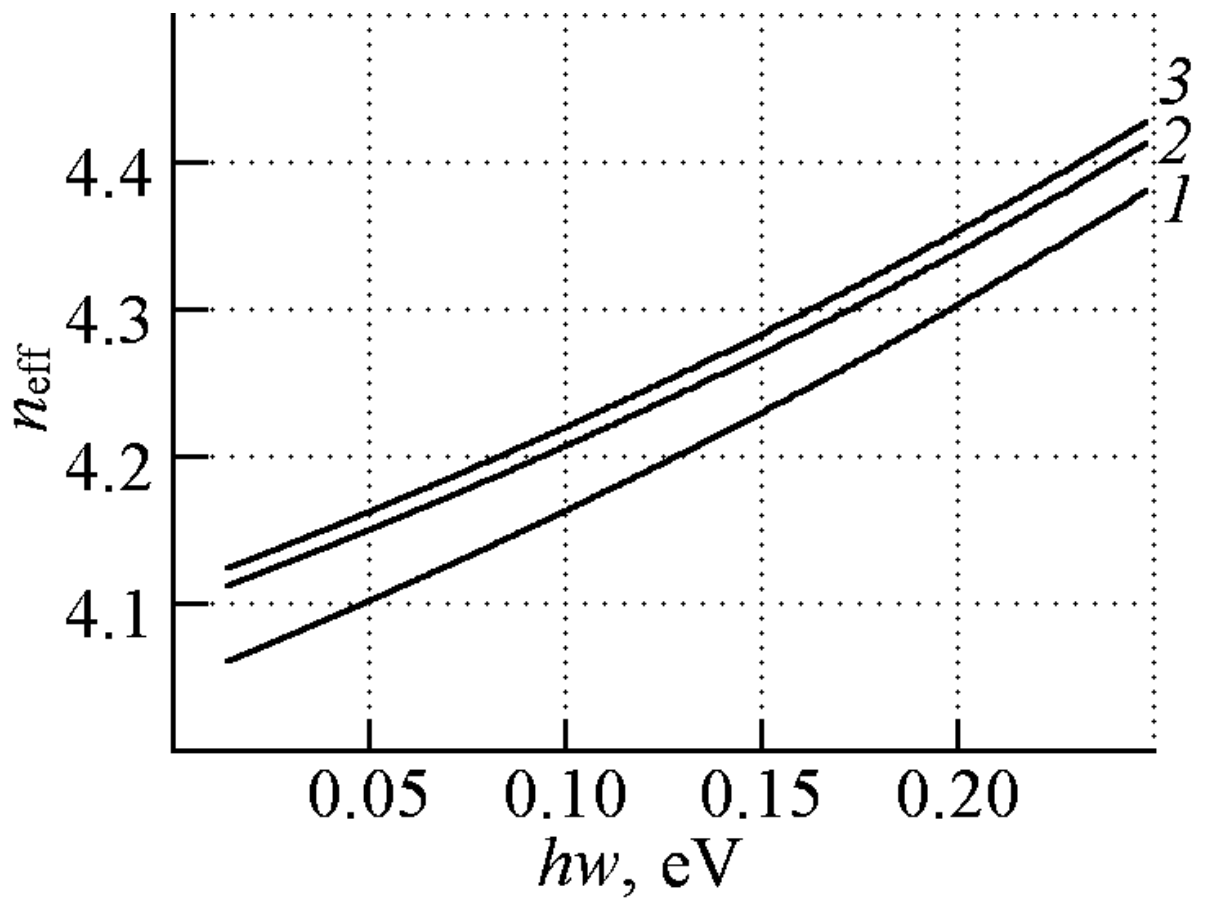


Рис. 3.6. Зависимость эффективного показателя преломления волны поляризации на разностной частоте от энергии ее кванта при различных толщинах центрального слоя арсенида галлия 0.2 (1), 0.5 (2) и 1 мкм (3). Фиксирована большая из длин волн высокочастотных мод  $\lambda_1 = 1$  мкм.

**Таблица 3.1**  
**Параметры слоев гетероструктуры**

№ слоя	Материал	Толщина слоя, мкм	Легирование		Подвижность, см <sup>2</sup> /В·с
			тип	концентрация, см <sup>-3</sup>	
1.	Au	1	-	-	-
2.	GaAs	0.1	<i>p</i>	$1 \cdot 10^{18}$	150
3.	InGaP	0.6	<i>p</i>	$5 \cdot 10^{16}$	60
4.	GaAs, 2 КЯ	0.8	<i>n</i>	$3 \cdot 10^{16}$	6500
5.	InGaP	0.6	<i>n</i>	$5 \cdot 10^{16}$	760
6.	GaAs	2	<i>n</i>	$5 \cdot 10^{18}$	2900
7.	GaAs	-	<i>n</i>	-	6100

материал твердого раствора неоднороден: в нем имеются упорядоченная и неупорядоченная фазы, у которых даже ширина запрещенной зоны заметно различается. Недавно были проведены экспериментальные исследования диэлектрической проницаемости InGaP, выращенного на подложке GaAs, в области дальнего и среднего ИК диапазонов и полученные данные хорошо согласовывались с данными, полученными в рамках описанной выше модели [83]. Однако соотношение количества фононов оказалось другим: только около 0.2 от всего количества фононов в InGaP были фононами GaP. Впрочем, эта неточность практически не отразилась на результатах расчетов мощности разностной волны в большей части дальнего и среднего ИК диапазонов. Только в области длин волн, соответствующих длине волны оптического фонона GaP (в районе 27 –31 мкм) изменения составили около 50 процентов.

Следует заметить, что для снижения потерь в структуре использовано более слабое легирование, чем обычно. При этом в системе InGaP/GaAs из-за большого скачка разрыва валентной зоны возникает потенциальный барьер для дырок, препятствующий инжекции носителей в активную область. В результате на этой гетерогранице возникает слой обогащения дырок с характерными размерами около 3 нм и характерной концентрацией  $4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2}$ . Однако проведенные оценки показывают, что вклад этого слоя в поглощение и эффективный показатель преломления плазмонных мод мал и поэтому мы его не учитывали в расчете мощности.

Результаты расчетов мощности разностной моды для трех возможных структур, при мощности генерации высокочастотных мод 10 Вт в диапазоне 1 мкм, представлены на рис. 3.7. Зависимость мощности от длины волны имеет несколько резонансных пиков, которые при увеличении уровня легирования плазменного волновода смещаются в более коротковолновую область. Несмотря на то, что для получения нелинейной поляризации используются только фундаментальные коротковолновые моды, достигаемые мощности генерации оказываются на порядок ниже, чем полученные для диапазона 10 мкм в работе [59]. Это связано со значительным увеличением коэффициента поглощения свободными носителями при продвижении к дальнему ИК диапазону, например на длине волны 50 мкм по сравнению с 10 мкм потери даже в слабо легированном материале возрастают более чем в 20 раз.

Из-за больших коэффициентов поглощения зависимость мощности поверхностной волны от ее длины волны имеет довольно широкий резонанс. В частности, для структуры с параметрами из табл. 3.1 оцененная мощность поверхностной волны спадает только в 2 раза в интервале длин волн 50 – 70 мкм. Это означает, что мощность генерации мало чувствительна к изменению параметров системы в довольно широком интервале.

Фононное поглощение, с одной стороны, отрицательно сказывается в области около 40 мкм, где имеется провал в мощности генерации. С другой стороны, из-за аномальной дисперсии в длинноволновой области сразу за пиком фотонного поглощения показатель преломления значительно увеличен по сравнению со своим высокочастотным значением. В результате необходимая для фазового синхронизма скорость достигается даже при меньшей доли волны, расположенной в сильнолегированном материале (рис. 3.8), что приводит к некоторому снижению эффективного коэффициента модовых потерь, и мощность генерации оказывается больше.

Кроме того, если вместо легированной использовать полуизолирующую подложку и путем подбора параметров увеличить долю распространяющегося в ней ИК излучения, то можно снизить эффективное модовое поглощение и увеличить максимальную мощность генерации до 4.5 мкВт (рис. 3.7). При этом происходит смещение резонанса в более коротковолновую область (длина волны ~ 48 мкм) и ширина пика генерации существенно уменьшается.

В этих расчетах нелинейная восприимчивость считалась константой, равной  $\epsilon^{(2)} = 1.7 \cdot 10^{-8}$  см/В, однако на самом деле, как было показано в параграфе 3.1, нелинейная восприимчивость есть функция частоты (3.1). Поэтому в работах [A15, A16] проведено вычисление мощности генерации разностной частоты с учетом этой зависимости. На рис. 3.9 приведена зависимость мощности разностной моды от длины волны для трех структур с теми же параметрами, как и на рис. 3.7, но с учетом (3.1). Из рисунка видно, что наиболее сильные изменения в этой зависимости произошли в области длины волны поперечного оптического фонона. Мощности соответствующих мод возросли на порядок, что объясняется сильным возрастанием нелинейной восприимчивости в этой области длин волн (рис. 3.1). Показано, что в лазере с шириной волновода 100 мкм при мощностях коротковолновых мод 10 Вт мощность разностной моды порядка 12 мкВт в области длин волн 35 мкм (коэффициент преобразования в моду на разностной частоте по мощности составляет порядка  $10^{-7}$  Вт<sup>-1</sup>), 5 мкВт в области длин волн 40 – 50 мкм и 1 мкВт в области длин волн 10 – 20 мкм при комнатной температуре.

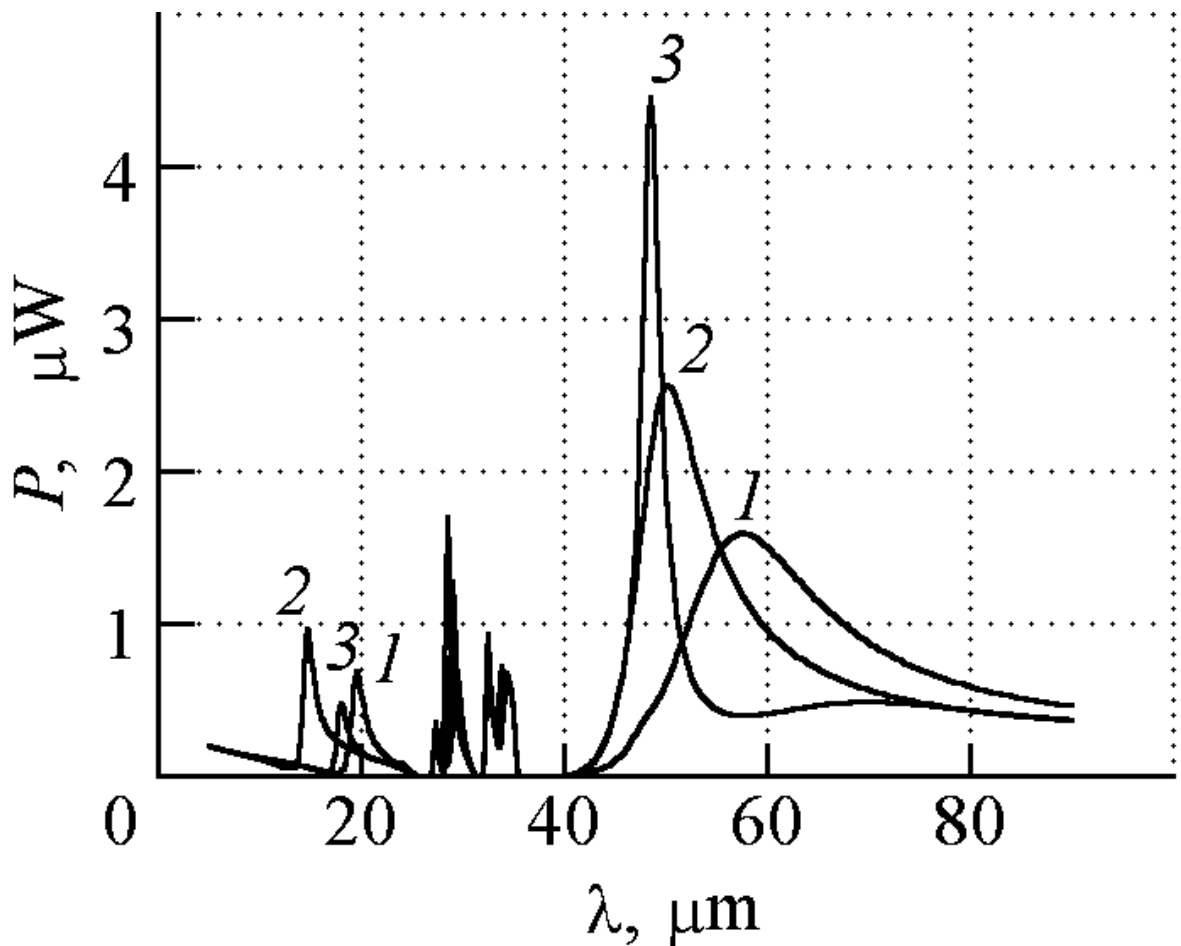


Рис. 3.7. Зависимость мощности разностной моды от длины волны: 1 – гетероструктура с параметрами, приведенными в таблице 3.1; 2 – концентрация электронов в слое 6  $n = 2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ; 3 - концентрация электронов в слое 7  $n = 1 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , толщина слоя 6 равна 0.8 мкм.  $\epsilon^{(2)} = 1.7 \cdot 10^{-8} \text{ см/В}$ ,  $L_y = 100 \text{ мкм}$ ,  $\lambda_1 = 1 \text{ мкм}$ , мощность мод ближнего ИК диапазона: по 10 Вт.



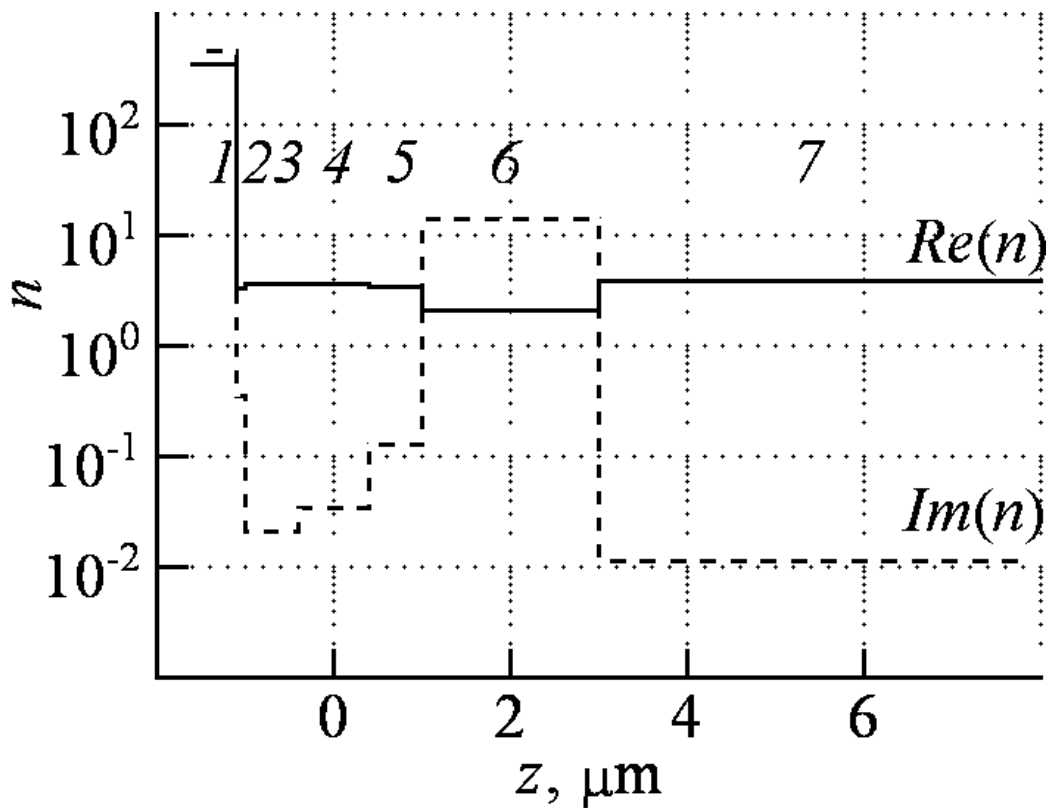
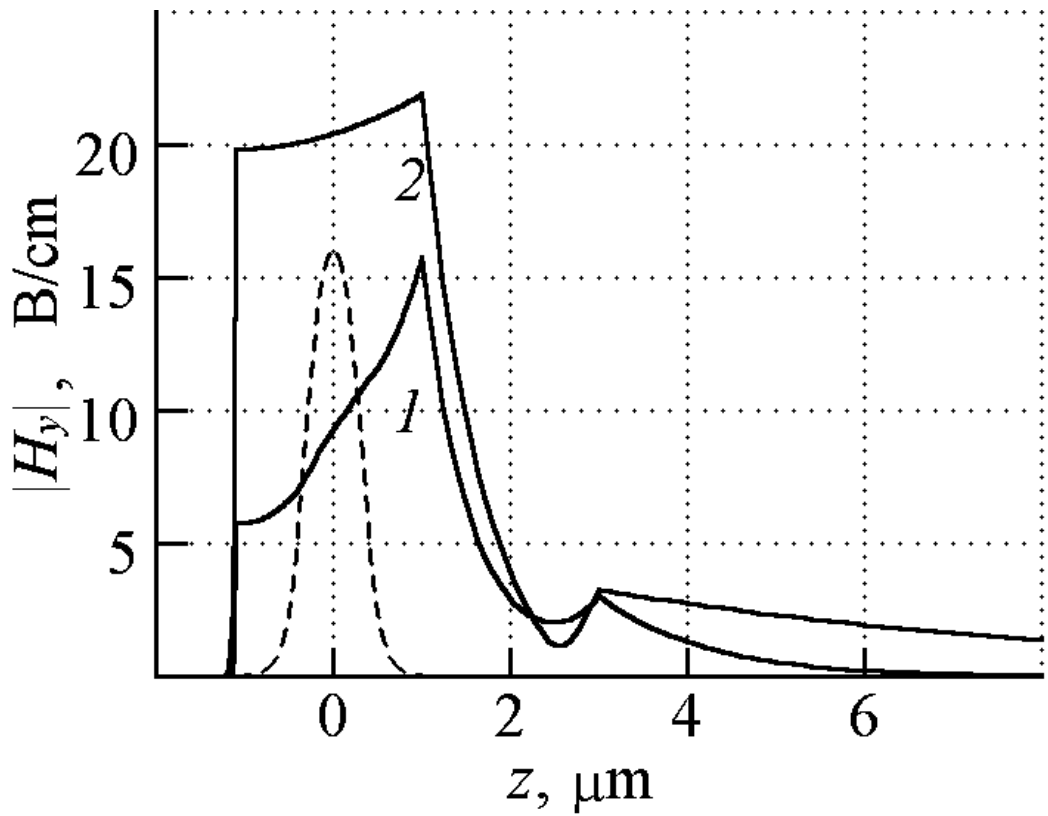


Рис. 3.8. Пространственное распределение модуля напряженности магнитного поля разностной моды (а) на длине волны 20 (1) и 58 (2) мкм, а также реальной и мнимой частей показателя преломления  $n$  на длине волны 58 мкм (b) (указаны номера слоев в соответствии с данными табл. 3.1). Штриховой линией показана амплитуда высокочастотных мод в условных единицах.

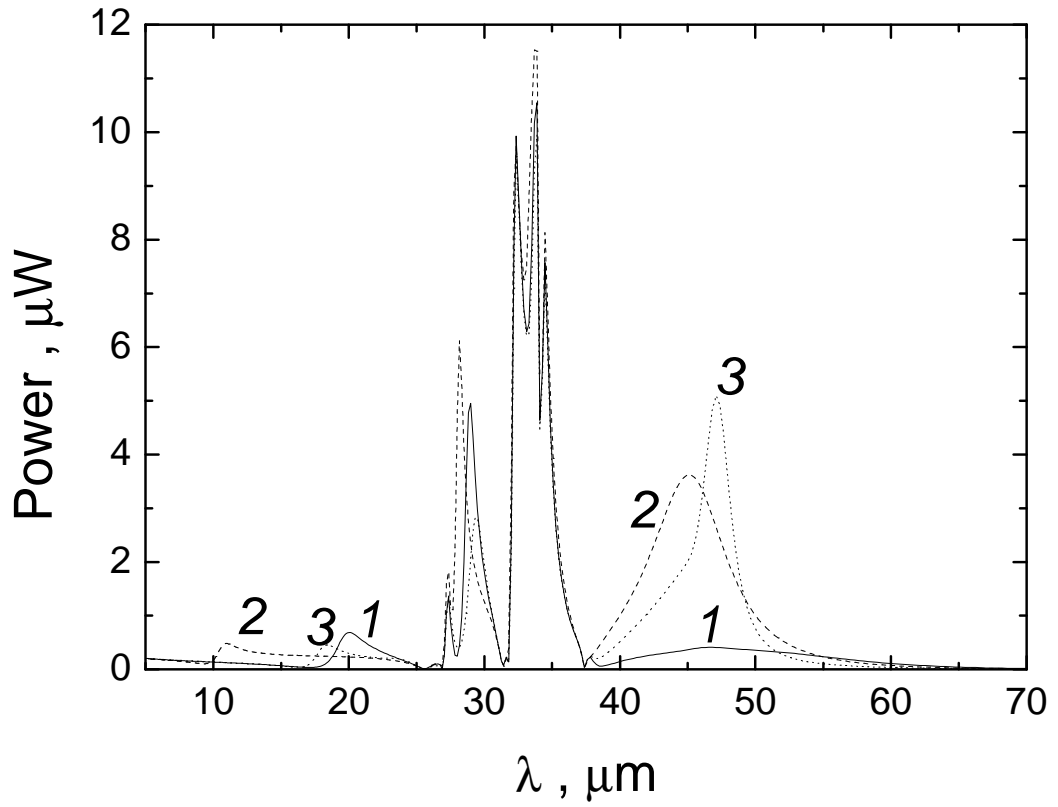


Рис. 3.9. Зависимость мощности разностной моды от длины волны для трех структур, параметры которых те же, что и на рис. 3.7. Но нелинейная восприимчивость вычислялась по формуле (3.1),  $L_y = 100$  мкм,  $\lambda_1 = 1$  мкм, мощность мод ближнего ИК диапазона: по 10 Вт.

### 3.3 Генерация излучения среднего ИК диапазона в полупроводниковых структурах с гофрированным волноводом

В работах [A17 – A19] предлагается способ осуществления условия фазового синхронизма, основанный на использовании мод гофрированного волновода, который уже давно используется для замедления электромагнитных волн в СВЧ электронике [84].

К преимуществам рассматриваемого способа относятся, во первых, сравнительная легкость управления фазовой скоростью волны на разностной частоте путем изменения периода и глубины гофрировки. Второе преимущество предлагаемого способа, как и при использовании «плазменного» волновода [A14], состоит в том, что для возбуждения разностной низкочастотной моды предлагается использование двух фундаментальных высокочастотных мод на частотах  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и поэтому интеграл перекрытия высокочастотных мод не мал (высокочастотные моды не ортогональны).

Рассмотрим представленную на рис. 3.10 структуру. Используются следующие обозначения:  $h$  – это глубина гофрировки,  $D$  – ее период,  $L$  – размер области, занятой полупроводником, окруженной с трех сторон металлом. В случае, когда структура полупроводникового лазера выращена на плоскости (001), а высокочастотные моды имеют ТЕ-поляризацию и распространяются вдоль направления [110], нелинейная поляризация в GaAs перпендикулярна плоскости слоев и возбуждает на разностной частоте ТМ-моду [59].

Расчет характеристик гофрированного волновода для разностной частоты проведен методом частичных областей [84], который заключается в том, что гофрированный волновод разделяют на две области: пространство резонаторов ( $z > 0$ ) и пространство взаимодействия ( $z < 0$ ). Компонента магнитного поля ТМ волны  $H_y$  в пространстве взаимодействия можно аппроксимировать суммой пространственных гармоник  $H_{ym}(z)$ , а в резонаторах – суммой парциальных полей  $H_{yq}(z)$ , причем в направлении распространения усиливаемой волны они являются стоячими, т.е. вклада в перенос энергии не дают:

$$H_y(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_{ym}(z) \exp(ik_m x - i\omega t), \quad z < 0 \quad (3.12)$$

и

$$H_y(x, z) = \sum_{q=0}^{\infty} H_{yq}(z) f_q(x) \exp(-i\omega t) \quad z > 0 \quad (3.13),$$

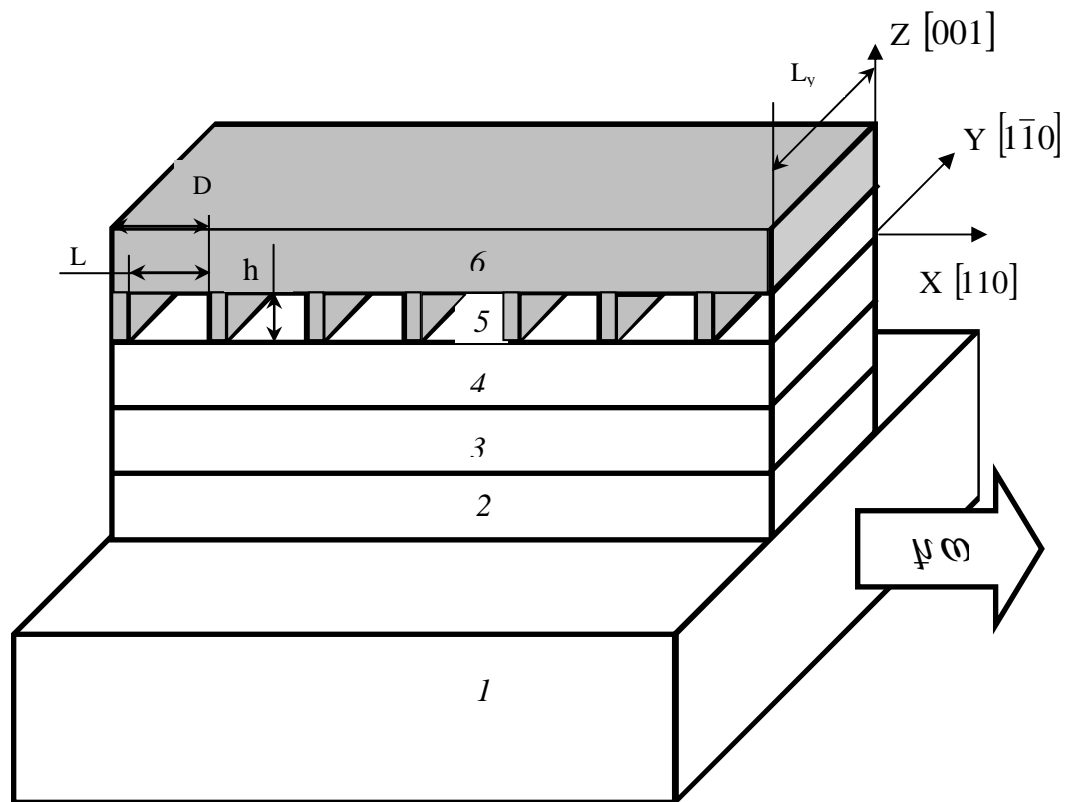


Рис. 3.10. Схема структуры, предлагаемой для генерации разностной частоты, (указаны номера слоев согласно табл. 3.2).

**Таблица 3.2**  
**Параметры слоев гетероструктуры**

№ слоя	Материал	Толщина слоя, мкм	Легирование		Подвижность, см <sup>2</sup> /В·с
			тип	концентрация, см <sup>-3</sup>	
1.	GaAs	-	<i>n</i>	$2 \cdot 10^{18}$	3024
2.	InGaP	0.6	<i>n</i>	$4 \cdot 10^{16}$	1947
3.	GaAs, 2 КЯ	0.6	<i>n</i>	$4 \cdot 10^{16}$	5796
4.	InGaP	0.6	<i>p</i>	$1 \cdot 10^{17}$	40
5.	GaAs	0.5	<i>p</i>	$1 \cdot 10^{17}$	279
6.	Au	1	-	-	-

где  $k_m = k_x + 2\pi m/D$ ,  $-\infty < m < \infty$ ,  $f_q(x)$  – собственные функции резонаторов ( $0 \leq q < \infty$ ), у которых набег фазы за период гофра  $D$  совпадает с изменением фазы волны вне резонаторов.

При расчете было использовано приближение одной волны, которое состоит в том, что учитывается только одна пространственная гармоника и один тип волны в резонаторе ( $m = 0$  и  $q = 0$ ). Электромагнитное поле в сплошной металлической части волновода  $z > h$  “сшивалось” с полем примыкающего полупроводникового материала. Далее мы будем опускать индексы  $m$  и  $q$  в обозначении  $y$ - компоненты магнитного поля. Такое приближение справедливо при больших длинах волн в гофрированном волноводе по сравнению с периодом [84]:

$$2\pi Dn/\lambda < 0.6\pi \quad (3.14),$$

где  $n$ - показатель преломления среды,  $\lambda$  - длина волны излучения в вакууме, так как нулевая гармоника при этом условии по амплитуде существенно выше остальных.

Зависимость напряженности магнитного поля генерируемой волны  $H_y(z)$  в области  $z < 0$  находится из уравнения (3.8). В этом случае ось  $z$  направлена вдоль кристаллографического направления [001] (смотри рис. 3.10).

В области  $z > 0$  зависимость  $H_y(z)$  также находится из уравнения (3.8), в котором в качестве  $k_x$  использовалась соответствующая проекция волнового вектора стоячих волн в полупроводниковых частях периодической структуры  $k_{x0}$ . Величина  $k_{x0}$  находилась из соотношения  $k_{x0}^2 + k_{z0}^2 = \varepsilon_s \omega^2 / c^2$ , где  $\varepsilon_s$  – диэлектрическая проницаемость полупроводника, а проекция  $k_{z0}$  определялась как собственное значение уравнения

$$\varepsilon(x, \omega) \frac{d}{dx} \left[ \frac{1}{\varepsilon(x, \omega)} \frac{df_q}{dx} \right] + \left( \varepsilon(x, \omega) \frac{\omega^2}{c^2} - k_{zq}^2 \right) f_q = 0 \quad (3.15)$$

при  $0 < z < h$  с граничными условиями  $f_q(x) = \exp(ik_x D) f_q(x + D)$ .

Граничные условия при  $z = 0$ : непрерывность  $H_y(z)$  и  $\frac{1}{\varepsilon(z, \omega)} \frac{\partial H_y(z)}{\partial z}$ . Зависимости

амплитуд электрического поля высокочастотных мод  $A_1, A_2$  от координат и разность их постоянных распространения  $k_x = k_2 - k_1$  находятся путем решения волнового уравнения с соответствующим профилем показателя преломления. Компонента электрического поля разностной моды  $E_z$  определяется из равенства (3.9), а в выражении для мощности разностной моды (3.10) нужно заменить верхний предел интегрирования с  $\infty$  на 0.

Решение описанной выше системы представляет собой замедленную волну, экспоненциально прижатую к гофрированной поверхности пропорционально замедлению (рис. 3.11).

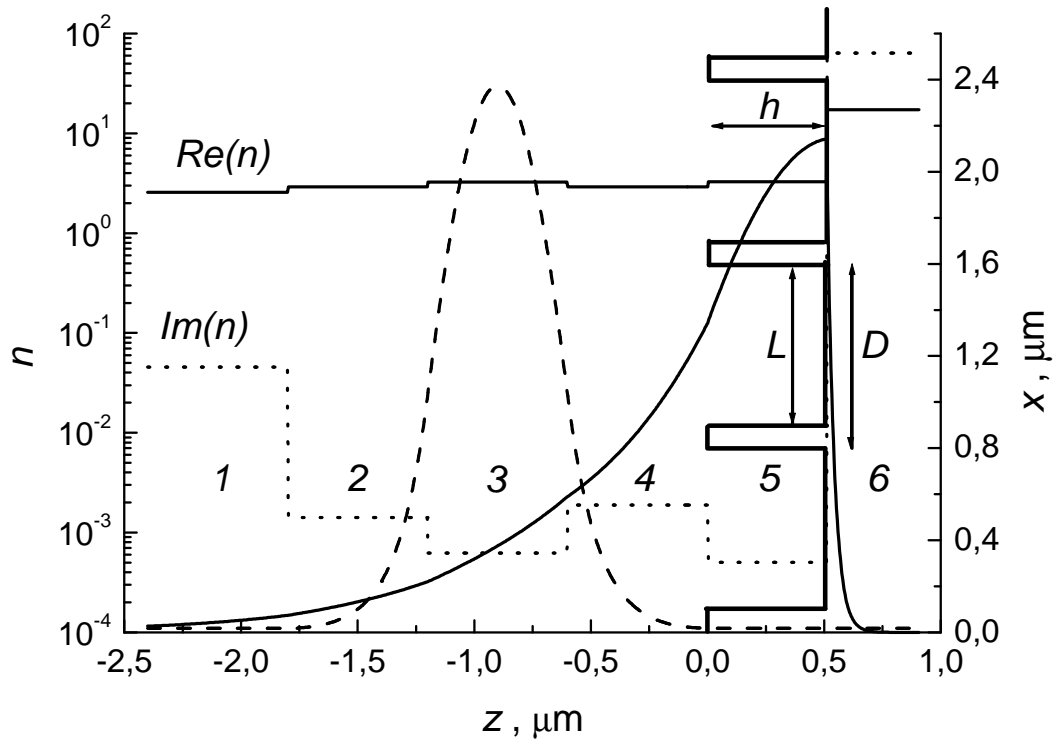


Рис. 3.11. Пространственные распределения модуля напряженности магнитного поля разностной моды (штрихованной линией показана амплитуда высокочастотных мод в условных единицах), гофрированной поверхности (правая часть рисунка) и реальной и мнимой частей показателя преломления для длины волны 12.7 мкм, (указаны номера слоев согласно табл. 3.2).

Параметры гетероструктуры, предлагаемой для генерации разностной частоты, в системе InGaAs/GaAs/InGaP приведены в таблице 3.2. Для генерации коротковолновых мод на двух спектрально разнесенных длинах волн активная область включает две квантовые ямы (КЯ) InGaAs разной глубины в слое GaAs (слой №3 в таблице 3.2). Волновод для коротковолнового излучения формируется путем заключения узкозонного GaAs в широкозонные эмиттерные слои InGaP с меньшим показателем преломления. В расчете использовались выражение для показателя преломления коротковолновых мод, вычисленное из (3.11). Диэлектрические проницаемости слоев в среднем ИК диапазоне вычислялись по формуле (3.7). Так как в интересующей области длин волн (10 – 20 мкм) нелинейная восприимчивость практически не зависит от длины волны (рис. 3.1), то считалось, что  $\epsilon^{(2)} = 1.7 \cdot 10^{-8}$  см/В.

Результаты расчетов зависимости мощности от длины волны разностной моды представлены на рис. 3.12. В расчетах наибольшая длина волны для высокочастотных мод фиксировалась, при этом изменение длины волны разностной моды достигалось за счет изменения длины волны другой высокочастотной моды. Эта зависимость имеет максимум, соответствующий выполнению фазового синхронизма на разностной частоте для волноводной моды и волны поляризации. Кроме того, из рисунка 3.13 видно, что максимум мощности при увеличении глубины гофрировки волновода смещается в длинноволновую область и имеет наибольшее значение для глубины гофрировки  $h \sim 0.5$  мкм.

Несмотря на то, что для получения нелинейной поляризации используются только фундаментальные коротковолновые моды, достигаемые мощности генерации в распространяющейся волне оказываются в сорок раз ниже, чем в работе [59]. Это связано со значительным коэффициентом поглощения свободными носителями в металле, так как усиливаемое поле экспоненциально прижато к гофрированной поверхности металла и в основном сосредоточено в металлических резонаторах гофрировки, где образует стоячую волну (см. рис. 3.11). Энергия образуемой стоячей волны почти в 5 раз больше энергии распространяющейся волны.

Из-за большого коэффициента поглощения зависимость мощности волны в гофрированном волноводе от ее энергии кванта имеет довольно широкий максимум. В частности, в интервале  $\sim 10$  мэВ оцененная мощность этой волны спадает только на порядок. Это означает, что мощность генерации не сильно чувствительна к изменению параметров системы в довольно широком интервале частот.

Таким образом, предложенная конструкция полупроводникового инжекционного лазера позволяет получить мощности около 2.5 микроватт в среднем ИК диапазоне при



комнатной температуре при мощности коротковолновых мод 10 Вт и ширине волновода 100 мкм. Однако мощность излучения среднего ИК диапазона всего лишь в 3 раза превышает мощность, достижимую в плазменном волноводе при тех же условиях. Кроме того, возникает проблема из-за сложности изготовления гофрированного волновода с требуемыми параметрами. Полученные результаты послужили поводом к дальнейшим исследованиям возможности выполнения фазового синхронизма в полупроводниковых структурах  $A_3B_5$ .

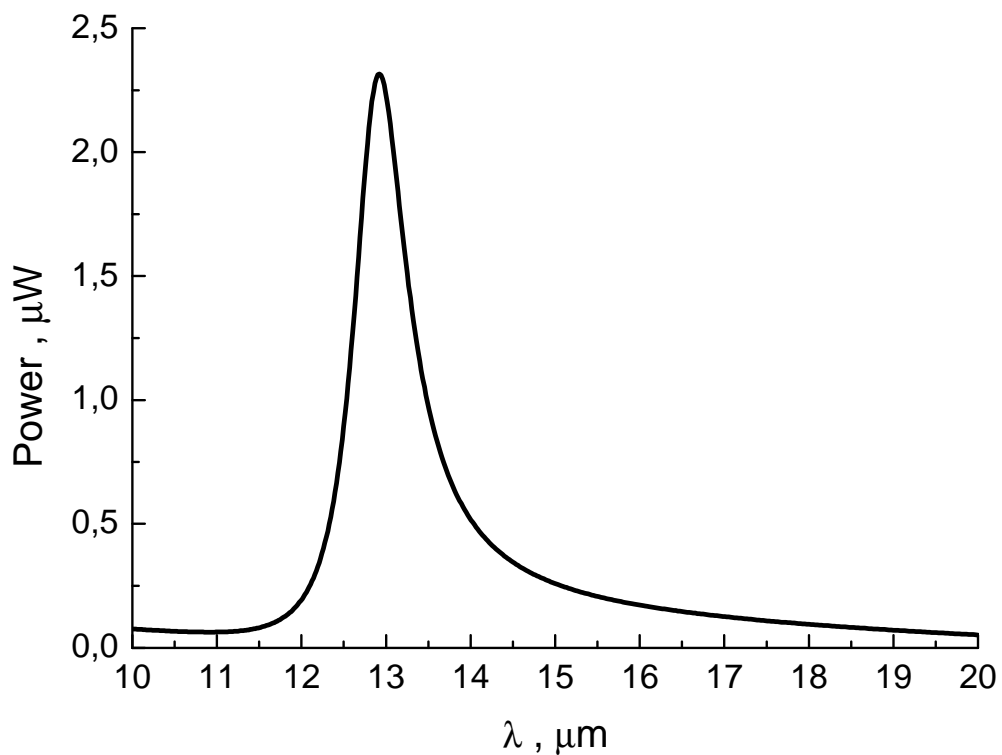


Рис. 3.12. Зависимость мощности разностной моды от ее длины волны в структуре со следующими параметрами:  $h = 0.5$  мкм,  $D = 0.8$  мкм,  $L = 0.7$  мкм,  $\epsilon^{(2)} = 1.7 \cdot 10^{-8}$  см/В,  $L_y = 100$  мкм,  $\lambda_1 = 1$  мкм, мощность мод ближнего ИК диапазона: по 10 Вт.

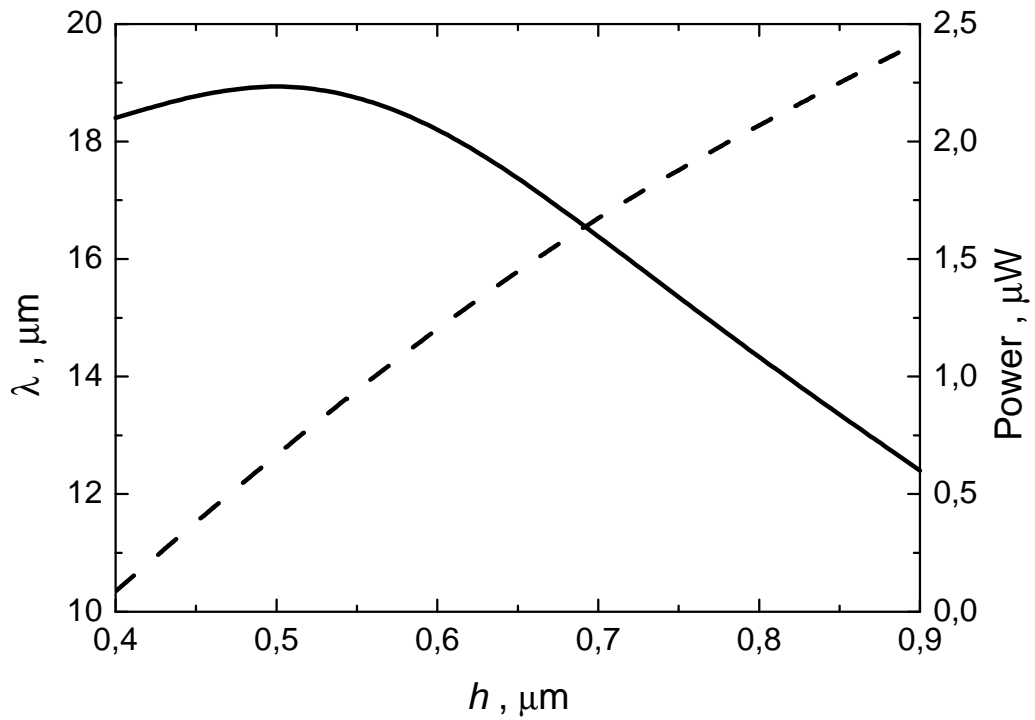


Рис. 3.13. Зависимости максимума мощности (сплошная кривая) и длины волны (штрихованная кривая) разностной моды от глубины гофрировки  $h$  при фиксированных остальных параметрах (согласно табл. 3.2).

### 3.4 Генерация излучения среднего и дальнего ИК диапазона в полупроводниковых структурах с металлической дифракционной решеткой

#### 3.4.1 Расчет в приближении однородного полупроводника

В работах [A15, A16] исследуется возможность выполнения условия фазового синхронизма в том случае, когда волна на разностной частоте выводится из волновода с помощью специально нанесенной на его поверхность дифракционной металлической решетки. Эффективная генерация достигается вследствие фазового синхронизма между пространственными гармониками, локализованными около решетки, и волной поляризации на разностной частоте. Фазовые скорости пространственных гармоник определяются периодом решетки. Как показали расчеты, наибольшая мощность получается, когда частота генерируемого излучения попадает в область фонованого поглощения материала волновода. В этом случае значительно увеличивается нелинейная восприимчивость полупроводника.

Рассмотрим дифракцию волны на границе вакуум/полупроводник, на которую нанесена плоская периодическая решетка, образованная бесконечно тонкими идеально проводящими металлическими лентами, при любом соотношении между шириной лент и щелей между ними. Пусть плоскость падения  $xz$  (полупроводник занимает область пространства  $z < 0$ ), ленты решетки направлены вдоль оси  $y$  (см. рис. 3.14). Для волны  $p$ -поляризации имеется всего одна компонента магнитного поля  $H_y$ . Обозначим период дифракционной решетки  $L$ , ширину металлической полосы  $d$ . Для расчета будем использовать метод, изложенный в [85].

Разложим магнитное поле по плоским волнам (временный множитель  $\exp(-i\omega t)$  здесь и далее опускаем). В области  $z > 0$  (вакуум):

$$H_y = \exp(-ik_x x - ik_z z) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(i\gamma_n x) \exp(ip_n z), \quad (3.16)$$

$$\text{где } \gamma_n = -k_x + \frac{2\pi}{L} n, \quad p_n = \sqrt{k^2 - \left(k_x - \frac{2\pi n}{L}\right)^2}, \quad \text{Im}(p_n) \geq 0, \quad \text{Re}(p_n) \geq 0 \quad (3.17).$$

В области  $z < 0$  (полупроводник):

$$H_y = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \exp(i\gamma_n x) \exp(-ig_n z), \quad g_n = \sqrt{\epsilon k^2 - \left(k_x - \frac{2\pi n}{L}\right)^2}, \quad \text{Im}(g_n) \geq 0, \quad \text{Re}(g_n) \geq 0 \quad (3.18).$$

Граничные условия на металле – равенство нулю поля  $E_x$ . В щелях непрерывны компоненты полей  $H_y$ ,  $E_x$ . Из граничных условий следует, что:

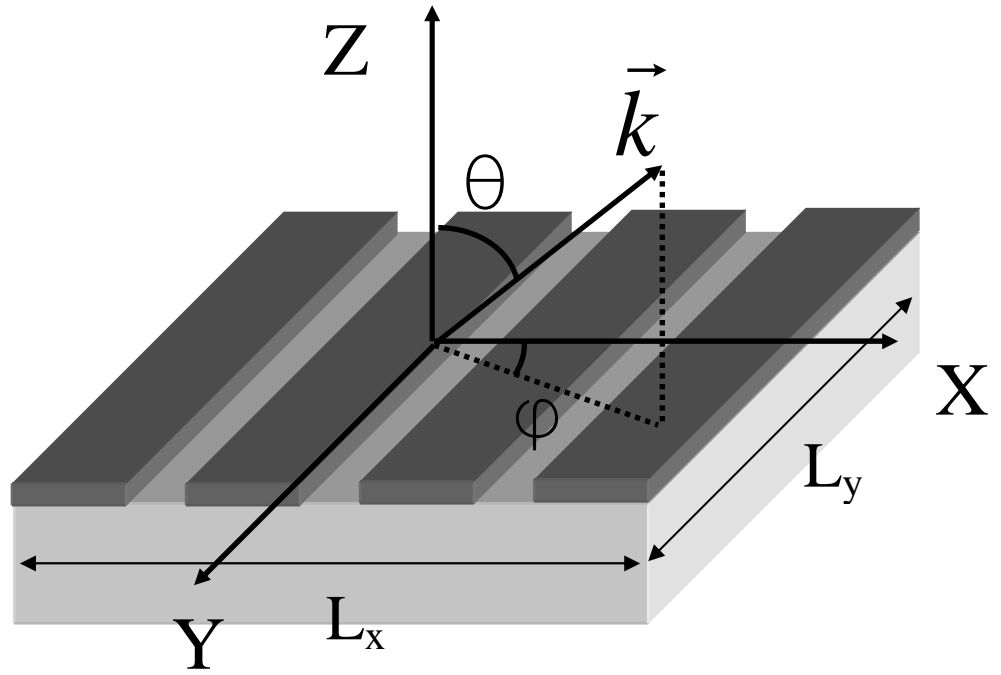


Рис. 3.14. Упрощенная схема структуры, предлагаемой для генерации разностной частоты.

$$b_n = -a_n \frac{\varepsilon p_n}{g_n}, \quad n \neq 0, \quad (3.19)$$

$$b_0 = \frac{\varepsilon(1-a_0)k_z}{g_0} \quad (3.20).$$

Введем новые переменные:

$$\varphi = \frac{2\pi}{L}x, \quad \nu = -\frac{k_x L}{2\pi}, \quad \kappa = \frac{kL}{2\pi}, \quad \varepsilon_n = 1 + i\sqrt{\frac{\kappa^2}{(n+\nu)^2} - 1}, \quad (3.21)$$

тогда:  $p_n = \frac{2\pi i}{L}(1-\varepsilon_n)|n+\nu|$  и, дифференцируя получаемые при подстановке уравнения по

$\varphi$ , введем новую переменную:

$$x_n = \frac{a_n}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon p_n}{g_n}\right) (n+\nu), \quad n \neq 0, \quad (3.22)$$

$$x_0 = \nu \left[ \frac{a_0}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon k_z}{g_0}\right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon k_z}{g_0}\right) \right] \quad (3.23).$$

Тогда уравнения можно переписать в виде:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \exp(in\varphi) = 0 \quad \pi \frac{d}{L} < \varphi < \pi, \quad -\pi \frac{d}{L} > \varphi > -\pi, \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \sum x_n \frac{|n+\nu|}{(n+\nu)} \exp(i(n+\nu)\varphi) = & -\frac{ik_z L}{2\pi} \left[ 1 + \frac{\left(1 - \frac{\varepsilon k_z}{g_0}\right)}{\left(1 + \frac{\varepsilon k_z}{g_0}\right)} \right] \exp(i\nu\varphi) + \\ & + \sum x_n \left[ 1 - \frac{2(1-\varepsilon_n)}{\left(1 + \frac{\varepsilon p_n}{g_n}\right)} \right] \frac{|n+\nu|}{(n+\nu)} \exp(i(n+\nu)\varphi) \end{aligned} \quad |\varphi| < \pi \frac{d}{L} \quad (3.25).$$

Система (3.25) будет эквивалентна исходной, если ее дополнить равенством исходного уравнения при  $\varphi = \pi$ :

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \frac{x_n}{n+\nu} = 0 \quad (3.26).$$

Введем функции:  $x^+(z) = \sum_{n \geq 0} x_n z^n$ ,  $x^-(z) = -\sum_{n < 0} x_n z^n$ , тогда на дуге  $\pi \frac{d}{L} < \varphi < \pi$ ,  $-\pi \frac{d}{L} > \varphi > -\pi$

$$x^+(e^{i\varphi}) - x^-(e^{i\varphi}) = 0, \quad (\text{металл}) \quad (3.27).$$

Введем целое число  $j$  такое, что  $0 < j < -\nu < j+1$ . Тогда  $\nu + j < 0$ ,  $\nu + j+1 > 0$  и уравнение (3.25) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned}
x^+(e^{i\varphi}) + x^-(e^{i\varphi}) = & -\frac{ik_z L}{2\pi} \left[ 1 + \frac{\left(1 - \frac{\varepsilon k_z}{g_0}\right)}{\left(1 + \frac{\varepsilon k_z}{g_0}\right)} \right] \exp(i\nu\varphi) + \\
& + \sum x_n \left[ 1 - \frac{2(1 - \varepsilon_n)}{\left(1 + \frac{\varepsilon p_n}{g_n}\right)} \right] \frac{|n + \nu|}{(n + \nu)} \exp(i(n + \nu)\varphi) + 2 \sum_{n=0}^j x_n e^{in\varphi}
\end{aligned} \tag{щель} \quad (3.28)$$

Уравнения (3.27), (3.28) образуют задачу Римана – Гильберта, решение которой можно свести к решению бесконечной линейной системы уравнений [85] (см. Приложение):

$$\begin{aligned}
x_n = & QV_n^0 + 2 \sum_{s=0}^j x_s V_n^s + \sum_{s=-\infty}^{\infty} x_s \frac{|s + \nu|}{s + \nu} \xi_s V_n^s + 2CR_n, \\
0 = & QV_\sigma^0 + 2 \sum_{s=0}^j x_s V_\sigma^s + \sum_{s=-\infty}^{\infty} x_s \frac{|s + \nu|}{s + \nu} \xi_s V_\sigma^s + 2CR_\sigma
\end{aligned} \quad (3.29),$$

где  $V_n^s$ ,  $V_\sigma^s$ ,  $R_n$ ,  $R_\sigma$  - комбинации полиномов и функций Лежандра  $P_n$  и  $P_\nu$  аргумента  $u = \cos(\pi d / L)$ , определяемые по формулам, приведенным в [85], и

$$Q = \frac{-ik_z L}{2\pi} \left[ 1 + \frac{\left(1 - \frac{\varepsilon k_z}{g_0}\right)}{\left(1 + \frac{\varepsilon k_z}{g_0}\right)} \right], \quad \xi_n = \left[ 1 - \frac{2(1 - \varepsilon_n)}{\left(1 + \frac{\varepsilon p_n}{g_n}\right)} \right] \quad (3.30).$$

Исключая из системы (3.29) постоянную  $C$  получаем систему уравнений для коэффициентов  $x_n$ :

$$x_n = \sum_{s=-\infty}^{\infty} A_{ns} x_s + B_n \quad (3.31),$$

$$\text{где} \quad A_{ns} = \frac{|s + \nu|}{s + \nu} \xi_s \left( V_n^s - V_\sigma^s \frac{R_n}{R_\sigma} \right) \quad s < 0, \quad s > j$$

$$A_{ns} = \left[ \frac{|s + \nu|}{s + \nu} \xi_s + 2 \right] \left( V_n^s - V_\sigma^s \frac{R_n}{R_\sigma} \right), \quad 0 \leq s \leq j \quad (3.32),$$

$$B_n = Q \left( V_n^0 - V_\sigma^0 \frac{R_n}{R_\sigma} \right).$$

Используя метод редукции [85], для искоемых величин получается конечная система уравнений и выбором порядка усечения  $N$  можно получить решение исследуемой задачи рассеяния волн с любой наперед заданной степенью точности при произвольных параметрах электродинамической системы:

$$x_n = \sum_{s=-N}^N A_{ns} x_s + B_n, \quad -N \leq n \leq N \quad (3.33).$$

В случае, когда структура полупроводникового диэлектрического волновода выращена на плоскости (001), а высокочастотные моды имеют ТЕ-поляризацию и распространяются вдоль направления [110], нелинейная поляризация в GaAs перпендикулярна плоскости слоев и возбуждает на разностной частоте ТМ-моду [59] (р - поляризацию). Координатная зависимость электрического тока, обусловленного нелинейным взаимодействием высокочастотных мод, при этом находится из следующего соотношения:

$$j_z(x, z) = \frac{i\omega}{4\pi} \epsilon_{123}^{(2)} A_1^*(z) A_2(z) \exp(iqx) \quad (3.34).$$

Здесь ось  $z$  направлена вдоль кристаллографического направления [001],  $\epsilon_{123}^{(2)}$  - нелинейная восприимчивость. Координатные зависимость амплитуд электрического поля высокочастотных мод  $A_1$ ,  $A_2$  и разность их постоянных распространения  $q = k_2 - k_1$  находятся путем решения волнового уравнения с соответствующим профилем показателя преломления. Как видно из (3.34) электрический ток на разностной частоте определяется конструкцией "высокочастотной" части волноводной структуры и практически не зависит от параметров металлической решетки, потому что высокочастотные моды практически не проникают за ограничительные слои InGaP.

Для того чтобы вычислить модуль электрического поля, создаваемого электрическим током (3.34), излучаемой в вакуум под углом  $\theta$  на разностной частоте волны воспользуемся принципом взаимности, который устанавливает перекрестную связь между двумя источниками и создаваемыми ими полями в местах расположения источников для одной и той же среды.

Пусть из вакуума на полупроводник (с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ ), с нанесенной на него металлической решеткой, падает под тем же углом  $\theta$  к нормали ( $\cos(\theta) = k_x / k$ ) волна р-поляризации, создаваемая бесконечной плоскостью, по которой течет однородный единичный ток. Тогда поле в полупроводнике можно найти, используя

решение задачи (3.33) и соотношение  $E_z(x, z) = i \frac{c}{\omega \epsilon} \frac{\partial H_y(x, z)}{\partial x}$ :

$$E = \frac{2\pi}{cL_x} \frac{k}{k_z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{L_x} j_z(x, z) E_z(x, z) dx dz \quad (3.35),$$

где  $L_x$  – длина диэлектрического волновода. Тогда мощность волны на разностной частоте можно записать в виде, используя (3.18):



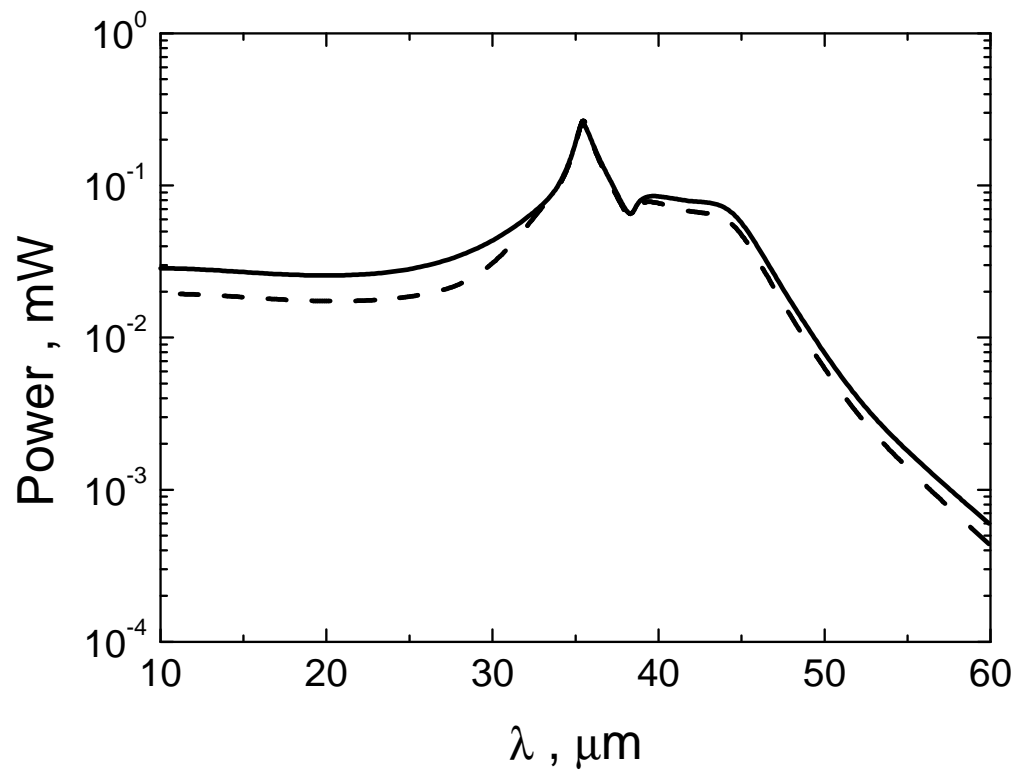


Рис. 3.15. Зависимость мощности разностной моды от ее длины волны для излучения «вперед» (штрихованная кривая) и «назад» (сплошная кривая) в структуре со следующими размерами:  $L_x = 1$  мм,  $L_y = 100$  мкм,  $\lambda_1 = 1$  мкм, мощность мод ближнего ИК диапазона: по 10 Вт.

$$P = \frac{c}{8\pi} \frac{k}{k_z} \left| \frac{\varepsilon_{123}^{(2)}}{\varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} A_1^*(z) A_2(z) dz \sum_{\text{Im}(p_n)=0} \gamma_n b_n \exp(-ig_n z^0) \right|^2 L_x L_y \quad (3.36),$$

где  $L_y$  – ширина волновода,  $z^0$  – расстояние между металлической решеткой и слоем, в котором течет ток волны поляризации. При исследуемых нами параметрах вклад в излучаемую мощность дает только гармоника с  $n = -1$ .

Диэлектрическая проницаемость полупроводника в среднем и дальнем ИК диапазонах вычислялись по формуле (3.7).

Результаты расчетов зависимости мощности от энергии кванта разностной моды для двух периодов решетки, отвечающих за излучение в направлении оси  $X$  ( $L = 2\pi/(q - k)$ , штрихованная кривая) и в противоположном направлении ( $L = 2\pi/(q + k)$ , сплошная кривая) представлены на рис. 3.15. Используются следующие параметры: мощность каждой из высокочастотных мод (вблизи длины волны  $\lambda = 1$  мкм) 10 Вт в волноводе с шириной 100 мкм и длиной 1 мм. При выбранном периоде мощность волны на разностной частоте максимальна. Максимальная мощность получалась при соотношении  $d/L = 0.87$ , а в области длин волн, соответствующих оптическому фону, это отношение уменьшалось до 0.67. В расчетах наименьшая частота для высокочастотных мод фиксировалась, при этом изменение частоты разностной моды достигалось за счет изменения частоты другой высокочастотной моды. При этом непрерывно менялся и период решетки в соответствии с выше приведенной формулой. Эта зависимость имеет максимум в окрестности энергии кванта оптического фотона, что соответствует большой нелинейной восприимчивости, и практически постоянна в области частот среднего инфракрасного диапазона.

### 3.4.2 Расчет реальной структуры

Расчет, учитывающий слоистость структуры, конечную толщину металлических полосок и диэлектрическую проницаемость реального металла, проведен в работах [A20 – A22].

Рассмотрим распространение волны в структуре вакуум – дифракционная решетка – планарная полупроводниковая структура. Дифракционная решетка образована металлическими полосками при любом соотношении между шириной полосок и щелей между ними. В случае, когда полупроводниковая структура выращена на плоскости (001), а высокочастотные моды имеют ТЕ-поляризацию и распространяются вдоль направления [110], нелинейная поляризация в GaAs перпендикулярна плоскости слоев и возбуждает на разностной частоте ТМ-моду [59]. Обозначим период дифракционной решетки  $L$ , ширину

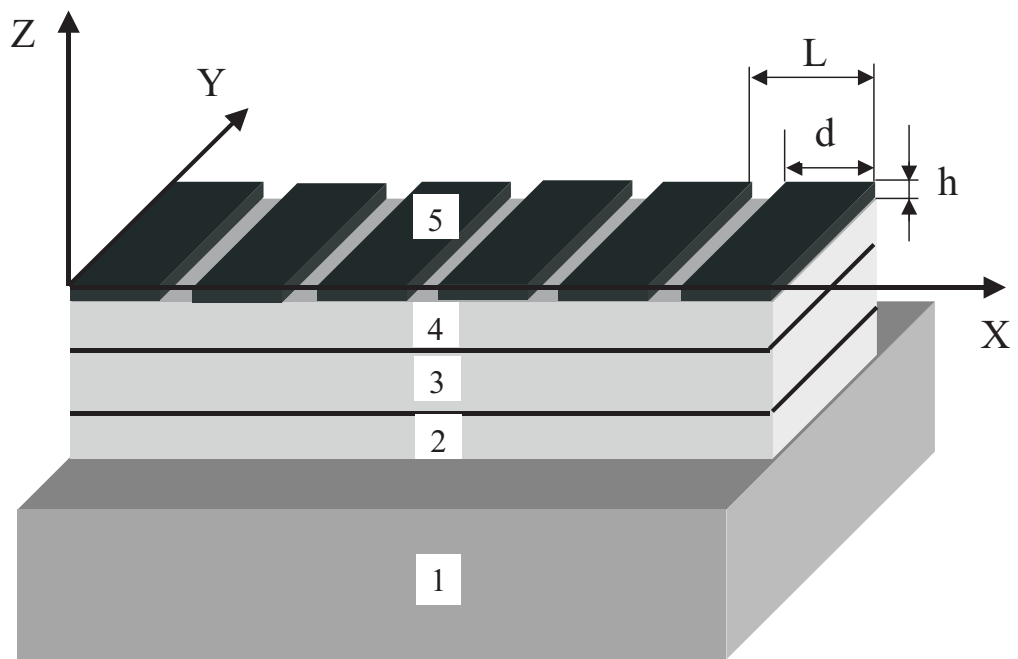


Рис. 3.16. Схема структуры, предлагаемой для генерации разностной частоты, (указаны номера слоев согласно табл. 3.3).

**Таблица 3.3**

**Параметры слоев гетероструктуры**

№ слоя	Материал	Толщина слоя, мкм	Легирование		Подвижность, см <sup>2</sup> /В·с
			тип	концентрация, см <sup>-3</sup>	
1.	GaAs	–	<i>n</i>	$8 \cdot 10^{18}$	2573
2.	InGaP	0.6	<i>n</i>	$4 \cdot 10^{16}$	1947
3.	GaAs, (2 КЯ в случае лазерной структуры)	0.5	<i>n</i>	$4 \cdot 10^{16}$	5796
4.	InGaP	0.6	<i>p</i>	$1 \cdot 10^{17}$	40
5.	Au	0.2	–	–	–

и высоту металлической полосы  $d$  и  $h$ . Пусть ось  $Z$  направлена вдоль кристаллографического направления  $[001]$ , а полосы решетки – вдоль оси  $Y$  (рис. 3.16). Для расчета будем использовать метод разложения собственных мод периодической структуры по пространственным гармоникам.

Рассмотрим в отдельности области независимой и зависящей от координаты  $X$  диэлектрической проницаемостью. Зависимость напряженности магнитного поля генерируемой волны  $H_y(z)$  в однородных слоях, в том числе и в свободном пространстве перед дифракционной решеткой, можно представить в виде ряда

$$H_y(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_{ym}(z) \exp(ik_m x - i\omega t), \quad z \leq 0, \quad z \leq h \quad (3.36)$$

где  $k_m = k_x + 2\pi m/L$ . Для численных расчетов ограничим общее количество слагаемых числом  $M$ . Зависимости  $H_{ym}(z)$  находится из следующего уравнения:

$$\varepsilon(z, \omega) \frac{d}{dz} \left[ \frac{1}{\varepsilon(z, \omega)} \frac{dH_{ym}}{dz} \right] + \left( \varepsilon(z, \omega) \frac{\omega^2}{c^2} - k_{xm}^2 \right) H_{ym} = -2\varepsilon_{123}^{(2)} \frac{k_x \omega}{c} A_1^*(z) A_2(z). \quad (3.37)$$

где неоднородная часть используется только для моды с индексом  $m=0$ ,  $\varepsilon_{123}^{(2)}$  – компонента тензора нелинейной проницаемости,  $A_{1,2}$  – амплитуды электрического поля высокочастотных мод,  $k_x$  – волновой вектор нелинейной поляризации.

В области металлической решетки решение представляется аналогично

$$H_y(x, z) = \sum_{q=0}^{\infty} H_{yq}(z) f_q(x) \exp(-i\omega t), \quad 0 \leq z \leq h, \quad (3.38)$$

где гармонические множители заменены собственными функциями периодической структуры, сохраняющими исходную трансляционную симметрию, т.е. удовлетворяющими граничным условиям  $f_q(x+L) = f_q(x) \exp(ik_x L)$ . Функции  $f_q(x)$  находятся из однородного уравнения, эквивалентного (3.37), получающегося взаимозаменой в нем переменных  $x \leftrightarrow z$ :

$$\varepsilon(x, \omega) \frac{d}{dx} \left[ \frac{1}{\varepsilon(x, \omega)} \frac{df_q}{dx} \right] + \left( \varepsilon(x, \omega) \frac{\omega^2}{c^2} - k_{zq}^2 \right) f_q = 0. \quad (3.39)$$

Здесь  $k_{zq}$  – постоянная распространения моды вдоль оси  $Z$ . Функции  $H_{yq}(z)$  в уравнении (3.39) можно представить в виде  $H_{yq}(z) = a_q \exp(ik_{zq} z) + b_q \exp(-ik_{zq} z)$ , где коэффициенты  $a_q$  и  $b_q$  могут быть найдены из граничных условий между решеткой и соседними слоями. Зависимость диэлектрической проницаемости в области решетки можно представить в виде:

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq L-d \\ \varepsilon_m, & L-d < x < L \end{cases} \quad (3.40)$$

где  $\varepsilon_m$  - диэлектрическая проницаемость металла.

Условно функции  $f_q(x)$  можно разделить на два вида – функции вакуумной и металлической областей. Ограничиваясь суммарным количеством базисных функций  $M$  и выбирая из возможных наиболее "низкочастотные" зависимости набор базисных функций дифракционной решетки в первом приближении может быть представлен в виде:

$$f_q(x) = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi qx}{L-d}\right), & 0 \leq x \leq L-d \\ 0, & L-d < x < L \end{cases}$$

$$k_{zq}^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{\pi qx}{L-d}\right)^2 \quad \text{для } q = 0, 1, \dots, q_m - 1, \quad (3.41a)$$

$$f_q(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq L-d \\ \sin\left(\frac{\pi(M-q)(x-L+d)}{d}\right), & L-d < x < L \end{cases}$$

$$k_{zq}^2 = \varepsilon_m \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{\pi(M-q)(x-L+d)}{d}\right)^2 \quad \text{для } q = M-1, M-2, \dots, q_m, \quad (3.41b)$$

где  $q_m$  – количество базисных функций в вакуумной области решетки. Его удобно выбрать пропорциональным относительной протяженности соответствующего участка, т. е.  $q_m = \text{int}[M(1-d/L)]$ , где функция  $\text{int}[x]$  означает взятие целой части  $x$ . Отметим, что использовалось Фурье-подобное разложение в направлении  $X$  и такой выбор  $q_m$  обеспечивает одинаковое максимальное значение волновых векторов в этом направлении в разложении для вакуумной и металлической частей. Действительно, максимальное значение волновых векторов в направлении  $X$  для вакуумной и металлической частей  $\pi \text{int}[M(1-d/L)]/(L-d)$  и  $\pi \text{int}[Md/L]/d$ , соответственно. Для больших  $M$  оба выражения стремятся к одному значению. Приближение (3.41a) соответствует стоячей волне в вакуумной части решетки, поэтому тангенциальная компонента электрического поля на поверхности металла:  $E_{zq} \sim df_q/dx \approx 0$ . Приближение (3.41b) соответствует случаю, когда волна из среды с меньшей оптической плотностью падает на среду с большой оптической плотностью. В этом случае на поверхности металлических полосок будут пучности электрического поля и узлы магнитного поля, т.е.  $f_q \approx 0$ . Хотя волна и не полностью локализована в металлической части, частью излучения, распространяющейся в вакуумной части можно пренебречь, так как  $|\varepsilon_m| \gg 1$ .

В каждом слое структуры зависимости  $H_{ym}(z)$  представляются в виде частного решения неоднородного уравнения (3.37) и суммы парциальных волн с 2-мя неизвестными коэффициентами. При наличии  $N$  различных слоев с учетом непрерывности  $H_y(z)$  и  $(dH_y(z)/dz)/\epsilon(z)$  имеется  $2(N-1)$  уравнений, связывающих наборы коэффициентов соседних слоев. Раскладывая записанные уравнения по пространственным гармоникам, получаем  $2(N-1)M$  уравнений. Необходимые для однозначного решения остальные  $2M$  уравнений получаются приравнением к нулю коэффициентов перед парциальными волнами, которые неограниченно возрастают при  $z \rightarrow \pm\infty$ , или описывают входящее извне излучение.

Излучаемую мощность волны на разностной частоте можно записать в виде

$$P = -\frac{cL_y}{2\pi} \int_0^{L_x} \text{Re}(E_x H_y^*) dx, \quad (3.42)$$

где  $E_x = (c/\omega)dH_y(z)/dz$  –  $x$ -компонента напряженности электрического поля в вакууме перед дифракционной решеткой,  $L_y$  – ширина волновода.

Параметры гетероструктуры, предлагаемой для генерации разностной частоты, в системе InGaAs/GaAs/InGaP приведены в таблице 3.3. Возможно использование двух вариантов структур. В активном случае для генерации коротковолновых мод на двух спектрально разнесенных длинах волн активная область включает две квантовые ямы (КЯ) InGaAs разной глубины в слое GaAs (слой 3 в таблице 3.3). В пассивном варианте излучение заводится в волноводную структуру извне. В дальнейшем мы будем рассматривать только этот случай. Волновод для коротковолнового излучения формируется путем заключения узкозонного GaAs в широкозонные эмиттерные слои InGaP с меньшим показателем преломления. В расчете использовались выражение для показателя преломления коротковолновых мод согласно (3.11). Диэлектрические проницаемости слоев в среднем и дальнем ИК диапазоне вычислялись по формуле (3.7). Нелинейная восприимчивость описывалась формулой (3.1). Металлические полосы предполагались быть сделанными из золота, диэлектрическая проницаемость которого взята из [86].

Результаты расчетов зависимости мощности от длины волны разностной моды представлены на рис. 3.17. В расчетах наибольшая длина волны для высокочастотных мод фиксировалась, при этом изменение длины волны разностной моды достигалось за счет изменения длины волны другой высокочастотной моды. При исследуемых параметрах вклад в излучаемую мощность дают только гармоника с  $m = -1$  или  $m = -2$ . Абсолютный максимум, соответствующий  $-1$  порядку дифракции, имеет локальные минимумы вблизи

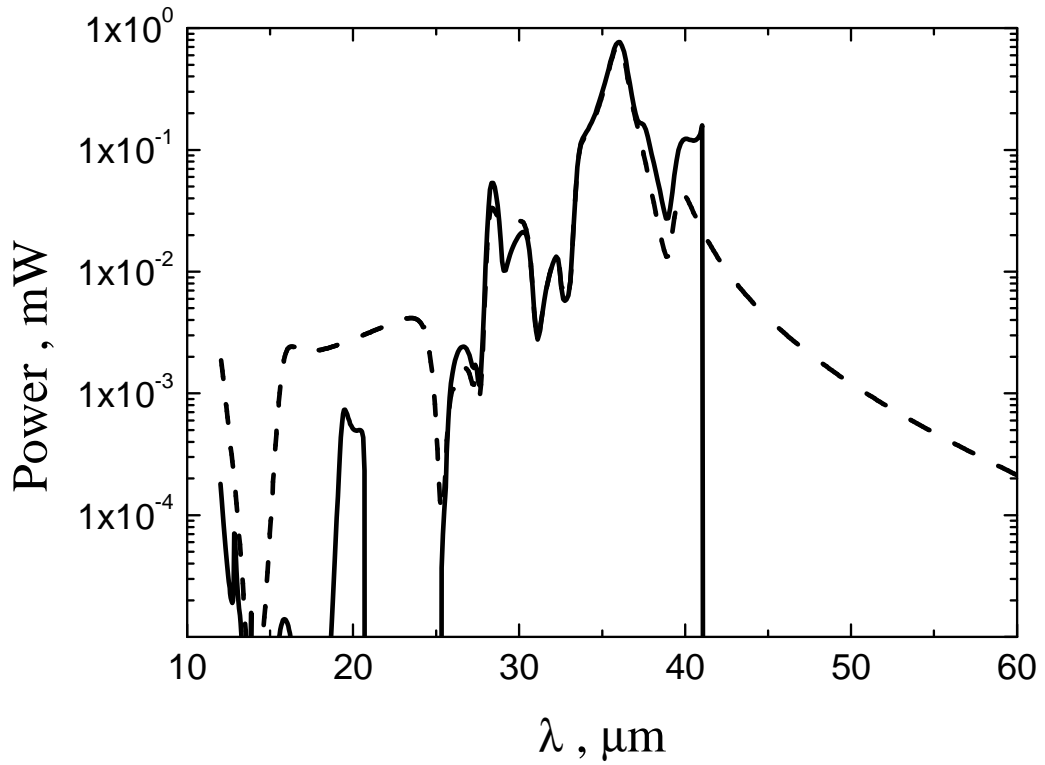


Рис. 3.17. Зависимость мощности разностной моды от ее длины волны для структуры со следующими размерами:  $L_x = 1$  мм,  $L_y = 100$  мкм,  $d = 0.56L$ ,  $h = 0.2$  мкм,  $\lambda_1 = 1$  мкм, мощность мод ближнего ИК диапазона: по 10 Вт. Сплошная кривая соответствует излучению разностной волны при фиксированном периоде решетки  $L = 8$  мкм, штриховая – при периоде, равном длине волны нелинейной поляризации. Коэффициент преобразования в моду на разностной частоте по мощности достигает  $10^{-5}$  Вт $^{-1}$ .



длин волн 28, 32 и 38 мкм из-за фононного поглощения InGaP и GaAs. Кроме нелинейной восприимчивости, увеличенной вблизи фотонного резонанса, росту излучаемой мощности способствует локализация разностной моды в области нелинейного взаимодействия (рис. 3.18). Плазменный волновод формируется на границе слабо и сильнолегированных полупроводниковых слоев. Благодаря аномальной дисперсии вблизи фононного резонанса можно в точности выполнить условие волнового синхронизма для разностной моды, однако, из-за сопутствующего поглощения такие резонансы слабо выражены. Этого эффекта нельзя наблюдать в простой задаче, рассмотренной в параграфе 3.4.1, поэтому мощности, полученные при решении упрощенной задачи раза в 3 меньше (рис. 3.15). Кроме того, на рис. 3.15 не наблюдаются и особенности, связанные со слоистостью реальной структуры, так как рассматривался однородный полупроводник.

Мощность излучения на краях дифракционного максимума при фиксированном периоде решетки оказывается выше, чем при периоде решетки, согласованном с длиной волны нелинейной поляризации  $L = 2\pi/(k_2 - k_1)$ , где  $k_{1,2}$  – постоянные распространения высокочастотных мод (см. рис. 3.17). Для объяснения этого эффекта можно условно представить излучающую систему в виде отдельных диполей, расположенных вертикально в просветах дифракционной решетки. Тогда видимая проекция дипольного момента, а соответственно и излучаемая мощность, увеличиваются при отклонении от вертикали. Поэтому вывод излучения оптимально осуществлять под небольшим углом к плоскости слоев. Заметим, что использование ориентации полупроводникового кристалла (например, [111]), при котором на разностной частоте возбуждается ТЕ-мода, оказывается менее эффективным, так как в этом случае плазменный волновод не работает и степень локализации генерируемого излучения в активной области уменьшается.

Для каждой длины волны разностной моды выбирались оптимальными период и порция металлизации  $d/L$ , чтобы обеспечить максимум выходной мощности. Было рассмотрено два отдельных случая. В первом случае  $k_x$  выходящего излучения на разностной частоте имел тот же знак, что и волновой вектор волны поляризации (излучение «вперед»). Во втором случае  $k_x$  излучения на разностной частоте имело противоположный знак (излучение «назад»). Мощность разностной моды для излучения «вперед» и «назад» представлены на рис. 3.19. При вычислении мощности выбирался оптимальный период. Из рисунка видно, что максимум мощности ( $\lambda \approx 36$  мкм) приблизительно одинаков для всех случаев, что объясняется выбором оптимального периода, который для всех случаев в этой области длин волн примерно одинаков. Из сравнения с рис. 3.15 видно качественное согласие результатов для обоих методов расчета.

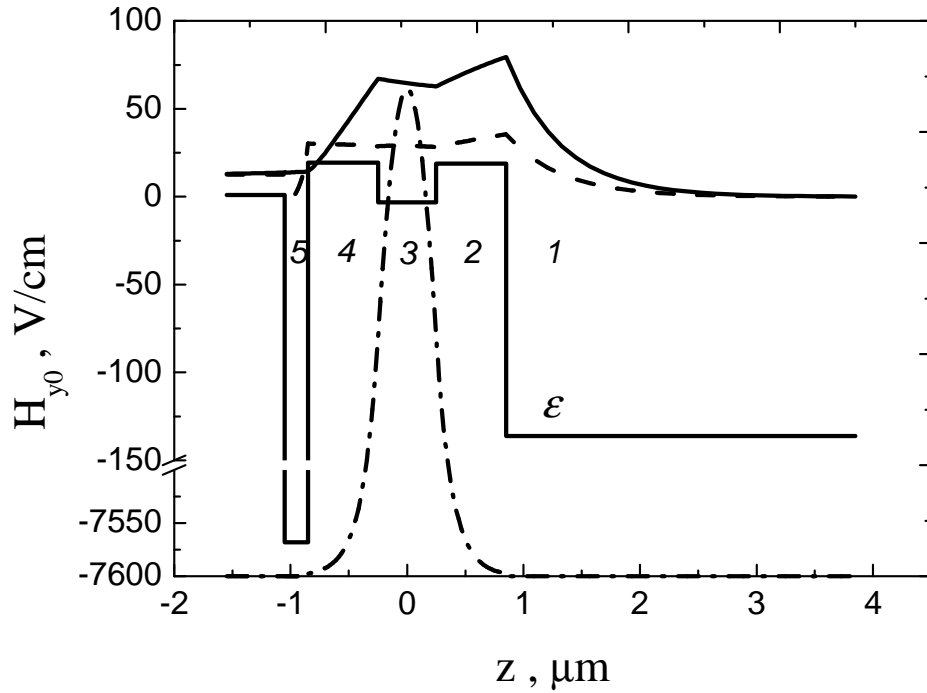


Рис. 3.18: Пространственные распределения модуля напряженности магнитного поля разностной моды в центральных частях воздушного промежутка (сплошная кривая) и металлизации (штрихованная кривая) дифракционной решетки и действительной части диэлектрической проницаемости для длины волны 36 мкм, (указаны номера слоев согласно табл. 3.3). Штрих-пунктирной линией показана амплитуда высокочастотных мод в условных единицах.

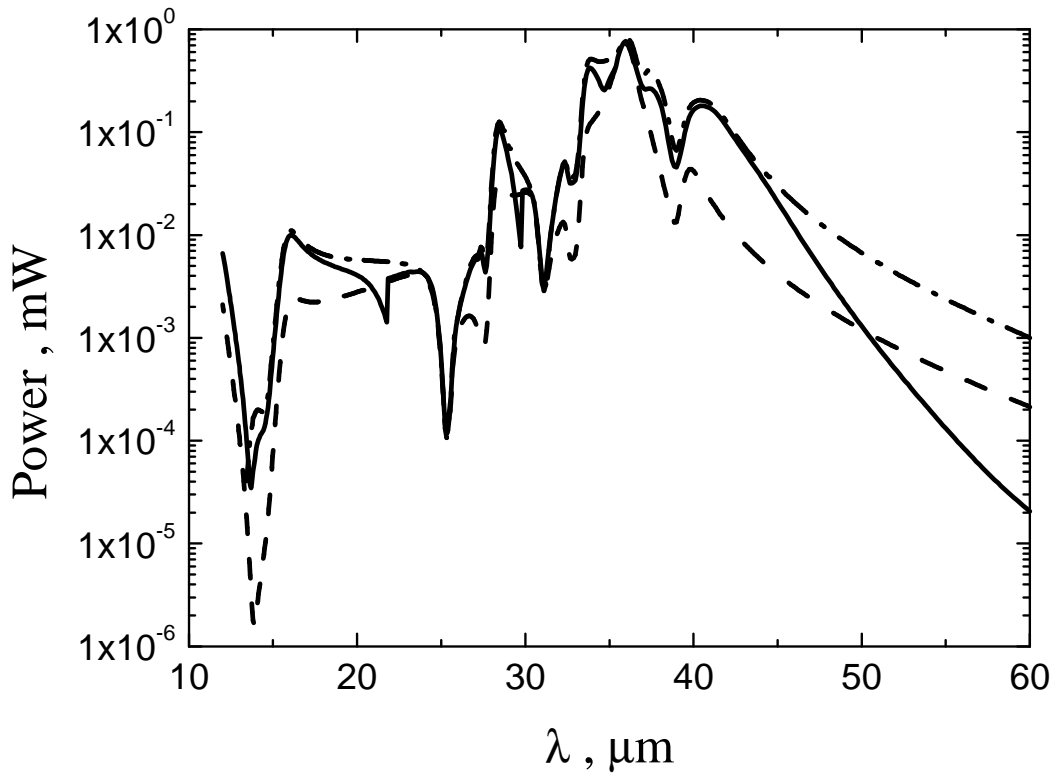


Рис. 3.19. Зависимость мощности разностной моды от ее длины волны для излучения «вперед» (сплошная кривая) и «назад» (штрих-пунктирная кривая) в структуре со следующими размерами:  $L_x = 1$  мм,  $L_y = 100$  мкм,  $d = 0.56L$ ,  $h = 0.2$  мкм,  $\lambda_1 = 1$  мкм, мощность мод ближнего ИК диапазона: по 10 Вт. Период решетки оптимальный. Для сравнения приведена зависимость мощности разностной моды от длины волны для излучения вверх (штрихованная кривая).

Зависимость оптимальных периодов от длины волны разностной моды представлена на рис. 3.20. Отметим, что угол выхода излучения определяется длиной волны выходящего излучения и периодом решетки. На вставке рис. 3.20 изображена зависимость угла выхода излучения от его длины волны, соответствующая оптимальному периоду решетки. Видно, что абсолютное значение угла выхода излучения близко к  $0^\circ$  в области фонованного резонанса ( $\lambda \approx 36$  мкм). Зависимость мощности разностной моды от порции металлизации для трех значений длин волн представлена на рис. 3.21. Видно, что для увеличения выходной мощности разностной волны часть периода решетки, закрытой металлом, должна практически всегда превышать часть, незакрытую металлом. Этот вывод качественно согласуется с результатом упрощенной задачи.

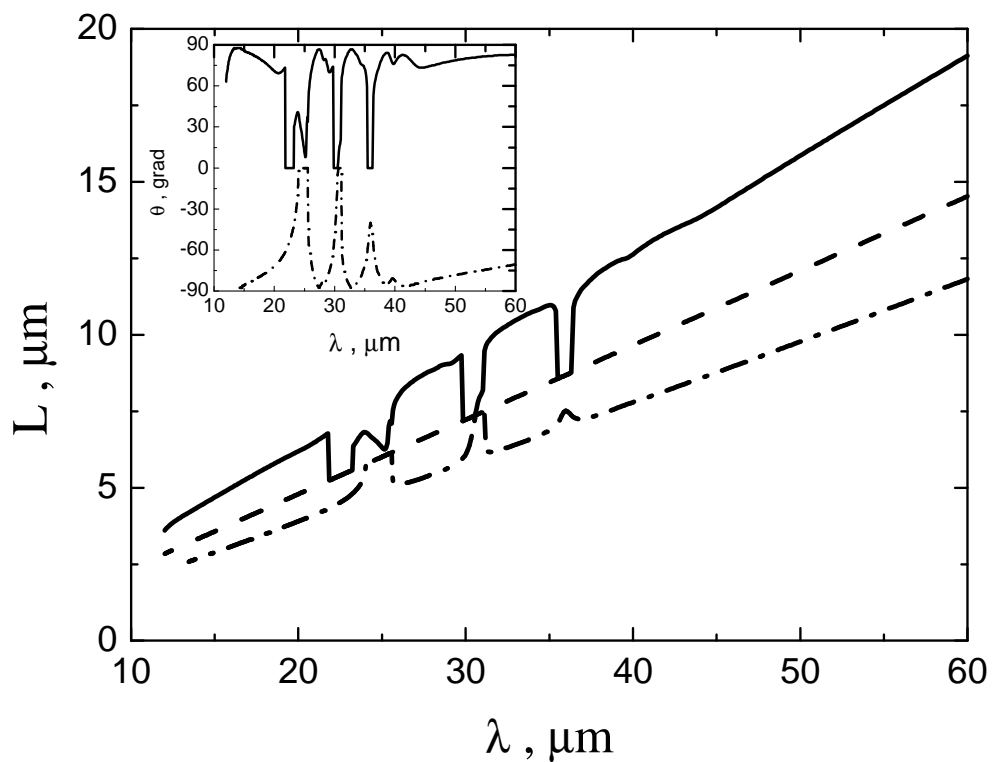


Рис. 3.20. Зависимость оптимального периода решетки от длины волны для излучения «вперед» (сплошная кривая), «назад» (штрих-пунктирная кривая) и вертикально (штрихованная кривая). На вставке рисунка представлена зависимость угла излучения от длины волны для оптимального периода решетки.

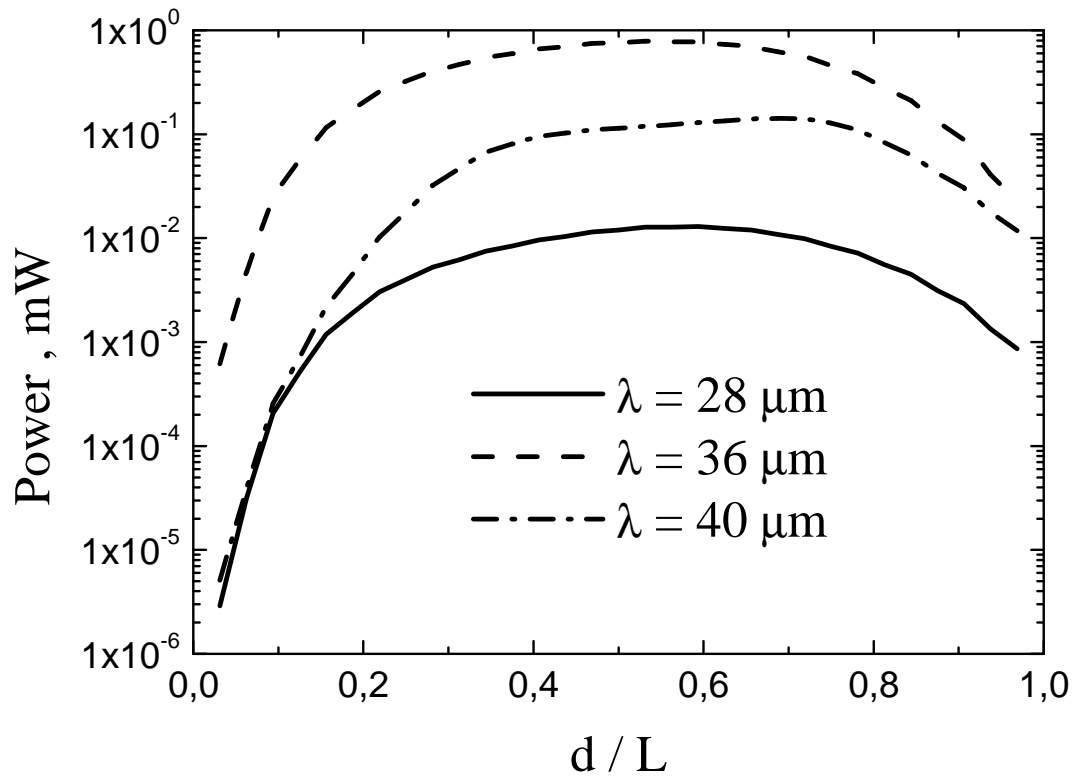


Рис. 3.21. Зависимость мощности разностной моды от порции металлизации для трех длин волн:  $\lambda = 28 \mu\text{м}$  (сплошная кривая),  $36 \mu\text{м}$  (штрихованная кривая),  $40 \mu\text{м}$  (штрихпунктирная кривая). Период решетки  $8 \mu\text{м}$ ,  $L_x = 1 \text{ мм}$ ,  $L_y = 100 \mu\text{м}$ ,  $\lambda_1 = 1 \mu\text{м}$ , мощность мод ближнего ИК диапазона: по  $10 \text{ Вт}$ .

### 3.5 Генерация излучения среднего и дальнего ИК диапазона в полупроводниковых волноводах на основе GaP

Полупроводник, обладающий достаточно большой нелинейной восприимчивостью второго порядка, можно использовать и как внешний нелинейный кристалл для генерации разностной частоты. В настоящее время наиболее мощные полупроводниковые лазеры генерируют излучение в области длины волны 1 мкм [78]. Если посмотреть на рис. 3.4, то видно, что наиболее подходящим видится использование в качестве нелинейного элемента GaP, так как условие фазового синхронизма между волной поляризации и разностной модой может быть выполнено в обычном диэлектрическом волноводе, без специальных конструкций (первое преимущество). Диэлектрическая проницаемость второго порядка в GaP немного меньше, чем в GaAs (рис. 3.22). Волновод для коротковолнового излучения можно сформировать путем заключения слоя GaP в слой AlGaP с меньшим показателем преломления. AlGaP достаточно хорошо согласован по размеру решетки с GaP ( $a_{GaP} = 5.4506 \text{ \AA}$ ,  $a_{AlP} = 5.4635 \text{ \AA}$ ) [28]. Волноводом же для дальнего и среднего ИК диапазонов может служить достаточно толстая полуизолирующая подложка GaP, расположить которую можно и на металле. Второе преимущество предлагаемого способа состоит в том, что для возбуждения разностной низкочастотной моды предлагается использование двух фундаментальных высокочастотных мод на частотах  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и поэтому интеграл перекрытия высокочастотных мод не мал (высокочастотные моды не ортогональны в  $Z$  направлении). Третье преимущество состоит в том, что внешнюю структуру не надо легировать, поэтому поглощение излучения в среднем и дальнем ИК диапазоне в такой структуре будет минимальным, а, следовательно, существенно возрастет мощность разностной моды при генерации.

В случае, когда структура волновода выращена на плоскости (001), а высокочастотные моды имеют TE-поляризацию и распространяются вдоль направления [110], нелинейная поляризация в GaP перпендикулярна плоскости слоев и возбуждает на разностной частоте TM-моду [59]. Координатная зависимость напряженности магнитного поля генерируемой волны  $H_y$  при этом находится из уравнения (3.8). Здесь ось  $z$  направлена вдоль кристаллографического направления [001],  $\varepsilon_{123}^{(2)}$  – компонента тензора нелинейной проницаемости GaP. Координатные зависимости амплитуд электрического поля высокочастотных мод  $A_1$ ,  $A_2$  и разность их постоянных распространения  $k_x = k_2 - k_1$  находятся путем решения волнового уравнения с соответствующим профилем показателя

преломления [59]. Компонента электрического поля разностной моды  $E_z$  и ее мощность определяются из равенств (3.9) и (3.10).

Параметры гетероструктуры в системе AlP/GaP/AlP приведены в табл. 3.4 (см. рис. 3.23). В расчете использовались зависимости показателя преломления GaP и AlP от частоты для коротковолновых мод, аппроксимированные из данных [28]. Диэлектрические проницаемости слоев в среднем и дальнем ИК диапазонах вычислялись по формуле (3.7) с использованием также данных [28]. Нелинейная восприимчивость описывалась формулой (3.1) с параметрами, взятыми из [65].

Результаты расчетов мощности разностной моды для предложенной структуры, при мощности генерации высокочастотных мод 10 Вт в диапазоне 0.95 мкм, представлены на рис. 3.24. Зависимость мощности от энергии кванта разностной моды имеет большое число резонансных пиков. Каждый из них соответствует моде волновода. Такое большое число мод связано с большой шириной волновода (около 300 мкм). Из рисунка видно, что максимальная мощность в такой структуре будет только в дальнем ИК диапазоне излучения. Как видно из рис. 3.22 нелинейная проницаемость очень мала в районе 35 мэВ, поэтому и мощность на разностной частоте в этом диапазоне имеет провал. В области среднего ИК диапазона, где нелинейная проницаемость имеет максимум, также велико и поглощение излучения разностной моды на фонах, поэтому мощность меньше, чем в дальнем ИК диапазоне. А в более коротковолновой области среднего ИК диапазона уже не выполняется условие фазового синхронизма при использовании диэлектрического волновода. При нанесении металла и на нижнюю сторону подложки (рис. 3.25) мощность излучения падает в два раза, что связано с увеличением поглощения в металле. Поэтому более целесообразно не наносить металл.

Так как постоянная решетки у Si ( $a_{Si} = 5.431 \text{ \AA}$ ) близка по величине к постоянной решетки GaP ( $a_{GaP} = 5.4506 \text{ \AA}$ ) [28], то возможен рост GaP на кремниевой подложке [29]. При этом показатель преломления в кремнии для среднего и дальнего ИК диапазонов больше, чем в GaP, поэтому условие фазового синхронизма выполняется и при использовании диэлектрического волновода в среднем ИК диапазоне. Кроме того, в нелегированном кремнии поглощение излучения в среднем и дальнем ИК диапазонах меньше, чем в GaP, поэтому мощности, которые можно получить, значительно больше (рис. 3.26). Действительно, разностная волна будет распространяться в основном в кремниевой подложке, а взаимодействие высокочастотных мод будет происходить в выращенном на ней волноводе на основе GaP. Вычислено, что в планарном волноводе с шириной 100 мкм на подложке из Si при мощностях коротковолновых мод 10 Вт мощность разностной моды может достигать до 5 мВт в области частот 40 – 60 мэВ (20.7 –



31 мкм), до 100 мкВт в области частот 12 – 35 мэВ (35.4 – 103.3 мкм) и до 0.5 мВт в области частоты 78 мэВ (15.9 мкм) при комнатной температуре. Коэффициент преобразования в моду на разностной частоте по мощности составляет порядка  $10^{-4}$  Вт<sup>-1</sup>.

**Таблица 3.4**  
**Параметры слоев гетероструктуры**

№ слоя	Материал	Толщина слоя, мкм
1.	Воздух	–
2.	GaP (подложка)	300
3.	AlP	0.8
4.	GaP	0.8
5.	AlP	0.8
6.	Au	0.5

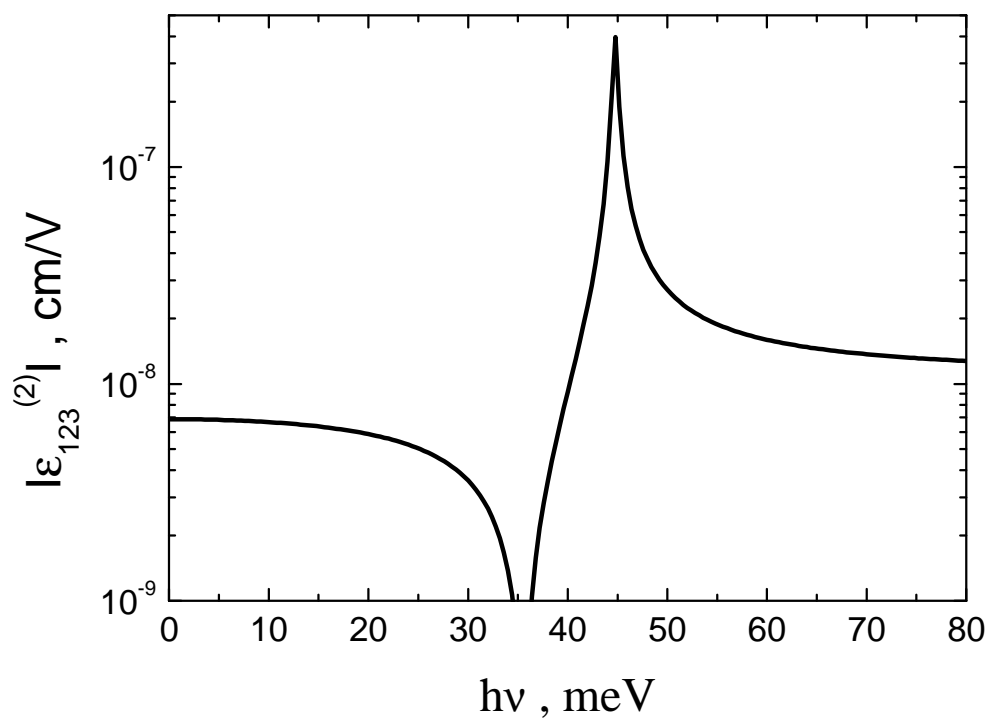


Рис. 3.22. Зависимость модуля компоненты тензора нелинейной восприимчивости GaP  $\varepsilon_{123}^{(2)}$  от энергии кванта моды на разностной частоте.

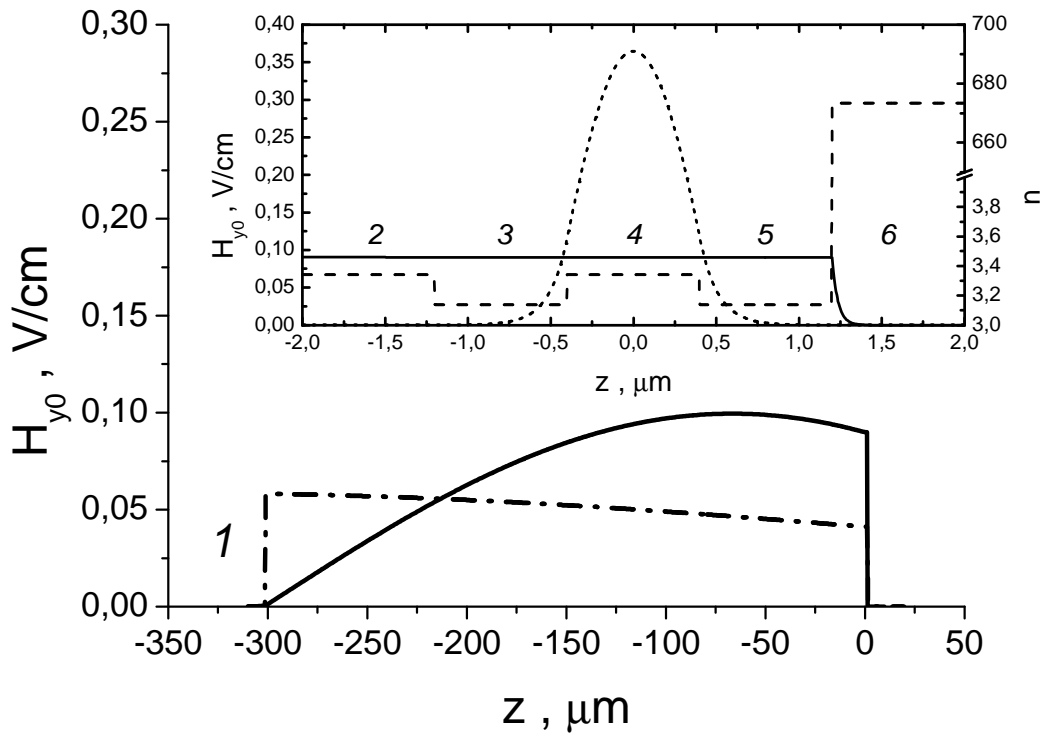


Рис. 3.23. Пространственное распределение напряженности магнитного поля разностной моды (сплошная кривая), а также показателя преломления  $n$  (штриховая кривая) на частоте 7.6 мЭВ для структуры, номера слоев которой указаны в соответствии с данными табл. 3.4. Пунктирной линией показана амплитуда высокочастотных мод в условных единицах. Штрих-пунктирной кривой показано пространственное распределение напряженности магнитного поля разностной моды для той же структуры, но слой  $I$  (воздух) заменен металлом.

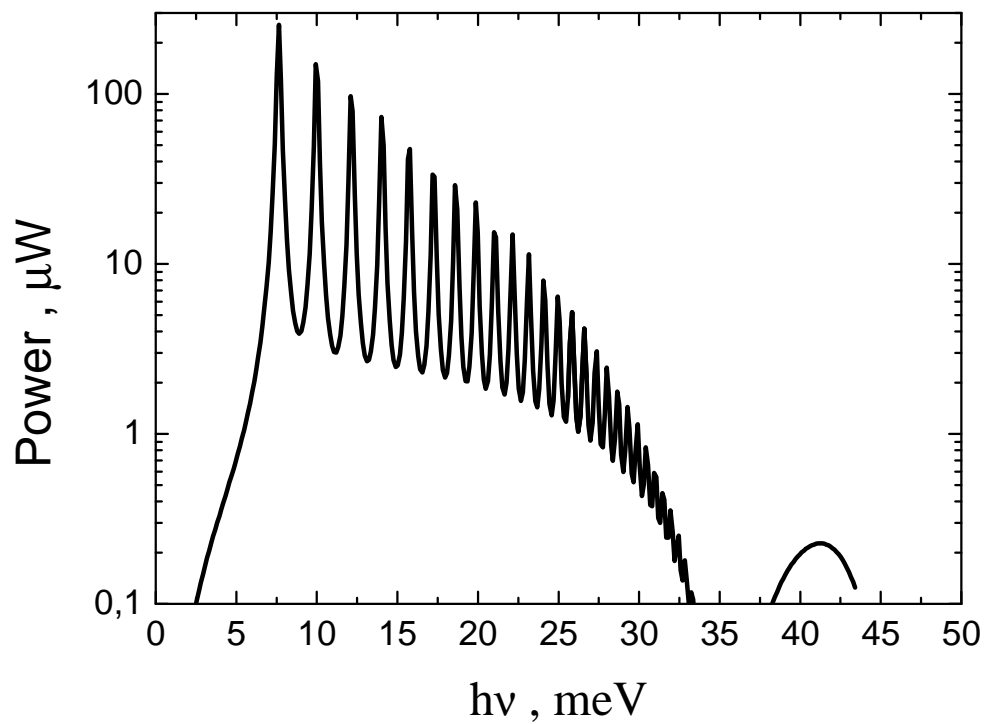


Рис. 3.24. Зависимость мощности разностной моды от ее энергии кванта для структуры, параметры которой приведены в табл. 3.4.  $\lambda_1 = 0.95$  мкм, ширина волновода - 100 мкм, мощность коротковолновых мод: по 10 Вт.

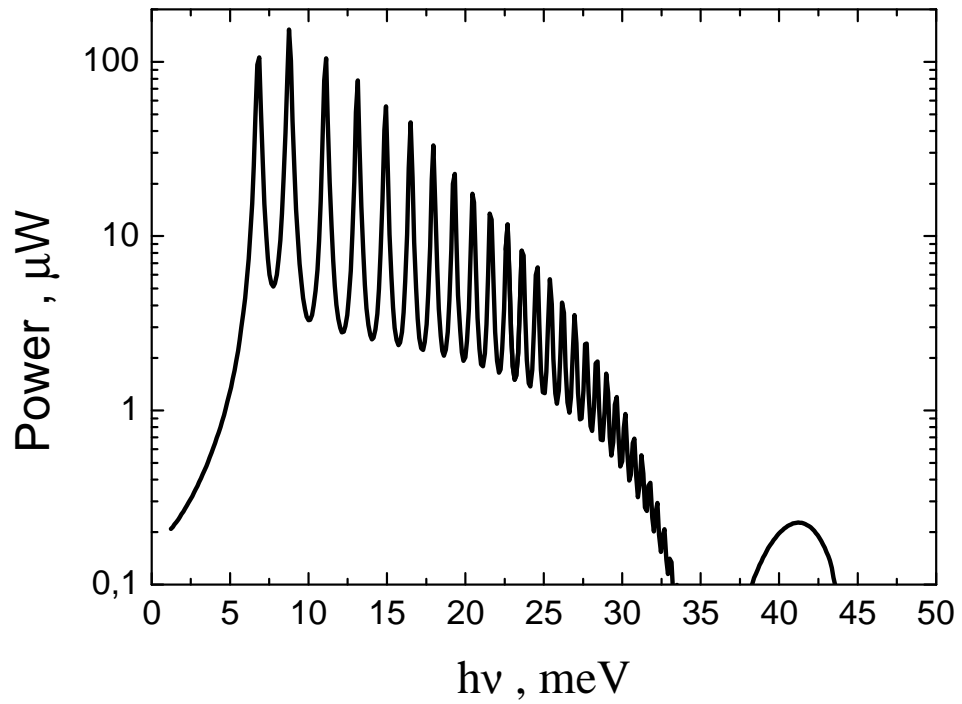


Рис. 3.25. Зависимость мощности разностной моды от ее энергии кванта для структуры, параметры которой приведены в табл. 3.4, но слой *I* (воздух) заменен металлом.  $\lambda_1 = 0.95$  мкм, ширина волновода - 100 мкм, мощность коротковолновых мод: по 10 Вт.

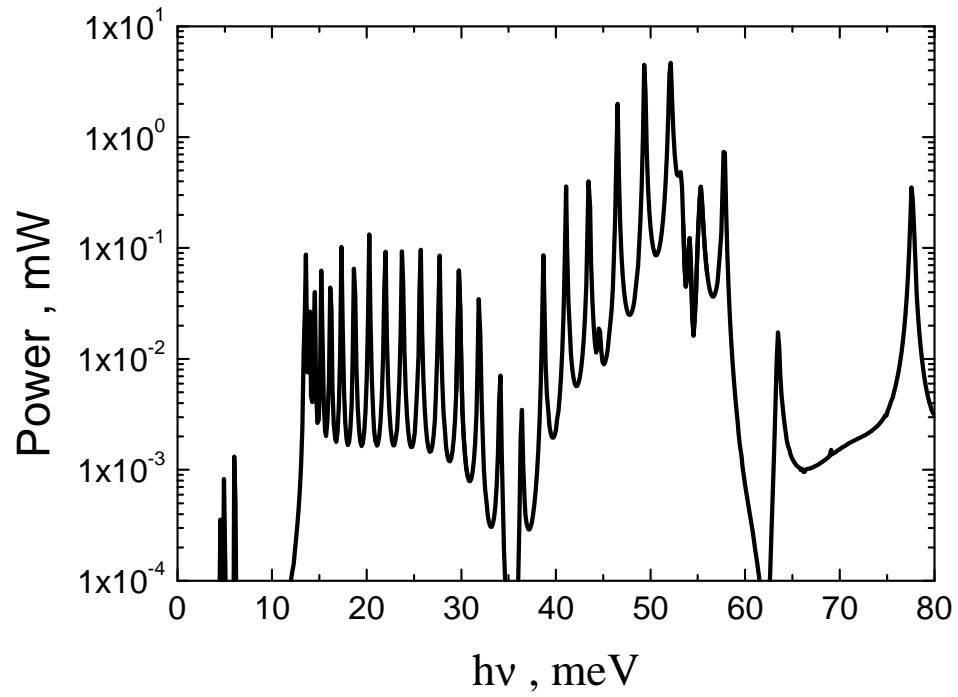


Рис. 3.26. Зависимость мощности разностной моды от ее энергии кванта для структуры, параметры которой приведены в табл. 3.4, но слой 2 (подложка) заменен кремнием.  $\lambda_1 = 0.97$  мкм, ширина волновода - 100 мкм, мощность коротковолновых мод: по 10 Вт.

## Заключение

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Предложен способ создания внутризонной инверсии населенности для усиления электромагнитного излучения дальнего ИК диапазона в гетероструктурах InGaAs/GaAs/AlGaAs с квантовыми ямами и одной шероховатой гетерограницей. Для создания инверсии населенностей подзон предполагается использовать электронный транспорт в трех туннельно-связанных квантовых ямах в сильном электрическом поле, лежащем в плоскости квантовых ям. Важной особенностью предлагаемой структуры является наличие одной шероховатой гетерограницы. Согласно расчетам электронного транспорта в гетероструктуре  $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$  ( $x=0.2, 0.3$ ), в поле свыше 1.2 кВ/см при  $T = 4.2$  К и 77 К реализуется инверсная заселенность первой и второй подзон размерного квантования. Возможный коэффициент усиления для излучения с длиной волны 150 мкм в такой структуре  $4.3 \text{ см}^{-1}$ .
2. Предложен механизм создания внутризонной инверсии населенности для усиления электромагнитного излучения среднего ИК диапазона в гетероструктурах InGaAs/GaAs/AlGaAs с квантовыми ямами в условиях междолинного  $\Gamma$ -L переноса. Моделирование электронного транспорта методом Монте-Карло показало, что инверсная населенность электронов возникает между первой и второй подзонами размерного квантования  $\Gamma$ -долины при электронном транспорте в двойных квантовых ямах гетероструктуры  $Al_xGa_{1-x}As/GaAs/In_yGa_{1-y}As$  в сильном электрическом поле, лежащем в плоскости квантовых ям, начиная с полей 4 кВ/см при 77 К и 5.5 кВ/см при 300 К. Возможный коэффициент усиления излучения с длиной волны 12.6 мкм в сверхрешетке, содержащей такие квантовые ямы, порядка  $100 \text{ см}^{-1}$  при 77 К и  $20 \text{ см}^{-1}$  при 300 К.



3. Рассмотрена генерация излучения на разностной частоте среднего и дальнего ИК диапазонов, которая реализуется при взаимодействии двух фундаментальных ТЕ мод диапазона 1 мкм в резонаторе полупроводникового инжекционного лазера при выполнении условия фазового синхронизма между волной нелинейной поляризации и разностной модой. Взаимодействие фундаментальных мод обусловлено решеточной нелинейностью GaAs. Условие фазового синхронизма выполняется за счет замедления длинноволнового ИК излучения в плазменном и гофрированном волноводах и аномальной дисперсии показателя преломления в области остаточных лучей. Для лазера с шириной волновода 100 мкм рассчитанный коэффициент преобразования в моду на разностной частоте по мощности составляет порядка  $10^{-7}$  Вт<sup>-1</sup> при комнатной температуре.
4. Рассмотрено использование металлической дифракционной решетки со специально подобранными параметрами, позволяющее осуществить эффективную генерацию излучения на разностной частоте среднего и дальнего ИК диапазонов при распространении в полупроводниковом волноводе на основе GaAs двух фундаментальных мод 1 мкм диапазона. В планарном волноводе с шириной 100 мкм и длиной 1 мм рассчитанный коэффициент преобразования в моду на разностной частоте по мощности составляет порядка  $10^{-5}$  Вт<sup>-1</sup> в окрестности длин волн, соответствующих длине волны оптического фона (около 36 мкм) при комнатной температуре.

В заключение автор считает приятным долгом поблагодарить своего научного руководителя В.Я. Алешкина за интересную предложенную тему, постоянное внимание к работе, терпение и ценные обсуждения полученных результатов. Особую благодарность автор выражает А.А. Андронову и А.А. Афоненко, совместная работа и общение с которыми сделали возможным появление настоящей диссертации. Автор благодарен Е.В. Демидову, Б.Н. Звонкову, В.И. Гавриленко и В.В. Кочаровскому за интересные обсуждения и дискуссии. Автор очень признателен Ю.А. Романову за конструктивную критику диссертационной работы, приведшую к значительному улучшению диссертации.

## Приложение. Решение задачи Римана-Гильберта

Рассмотрим следующую вспомогательную систему уравнений [85]:

$$\begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{in\varphi} = 0, & \pi d / L < |\varphi| \leq \pi; \end{cases} \quad (A1.1a)$$

$$\begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n |n| e^{in\varphi} = ab_0 + f(e^{i\varphi}), & |\varphi| < \pi d / L; \end{cases} \quad (A1.1b)$$

где константа  $a$  и функция

$$f(e^{i\varphi}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n e^{in\varphi} \quad (A1.2)$$

считаются заданными.

Дифференцируя уравнение (A1.1a) и полагая  $b_n n = x_n$ , получим:

$$\begin{cases} \sum_{n \neq 0} x_n e^{in\varphi} = 0, & \pi d / L < |\varphi| \leq \pi; \end{cases} \quad (A1.3a)$$

$$\begin{cases} \sum_{n \neq 0} x_n \frac{|n|}{n} e^{in\varphi} = ab_0 + f(e^{i\varphi}), & |\varphi| < \pi d / L. \end{cases} \quad (A1.3b)$$

К этим двум уравнениям нужно еще добавить равенство

$$\sum_{n \neq 0} (-1)^n \frac{x_n}{n} = -b_0, \quad (A1.4)$$

которое получается из (A1.1a) при подстановке  $\varphi = \pi$ .

Пара уравнений (A1.3a), (A1.3b) образует хорошо изученную задачу Римана-Гильберта [85]. Действительно, введем функции

$$x^+(z) = \sum_{n>0} x_n z^n; \quad x^-(z) = -\sum_{n<0} x_n z^n,$$

голоморфные соответственно внутри и вне окружности  $|z| = 1$ . Тогда

$$x^+(e^{i\varphi}) - x^-(e^{i\varphi}) = \sum_{n \neq 0} x_n e^{in\varphi}, \quad (A1.5)$$

откуда, согласно (A1.3a), следует, что функции  $x^+(z)$  и  $x^-(z)$  совпадают на дуге  $L_2$  (рис. A1), т.е. они аналитически продолжаются через дугу  $L_2$  одна в другую и являются, таким образом, одной и той же аналитической функцией  $x(z)$ :

$$x(z) = \begin{cases} x^+(z), & |z| < 1, \\ x^-(z), & |z| > 1. \end{cases}$$

На дополнительной дуге  $L_1$  в силу уравнения (A1.3b) имеем

$$x^+(e^{i\varphi}) + x^-(e^{i\varphi}) = ab_0 + f(e^{i\varphi}), \quad (A1.6)$$

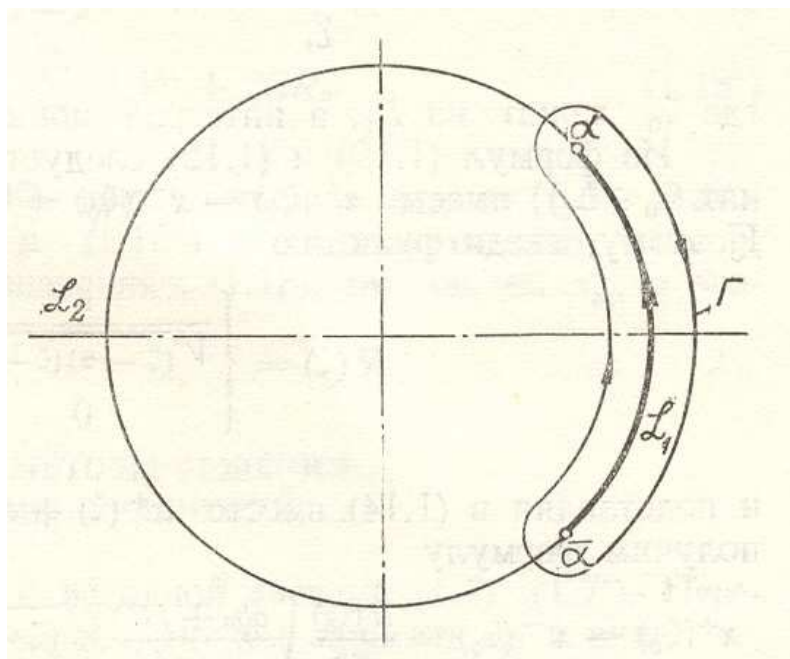


Рис. А1. Единичная окружность задачи Римана-Гильберта для простой решетки. Рисунок из [85].

причем, согласно предыдущему,  $x^+(e^{i\varphi})$  и  $x^-(e^{i\varphi})$  можно рассматривать как предельные значения на дуге  $L_1$  одной и той же аналитической функции (соответственно изнутри и извне единичного круга).

Итак, задача состоит в том, чтобы по сумме предельных значений аналитической функции на дуге  $L_1$  восстановить саму аналитическую функцию. Это и есть задача Римана-Гильберта, простое решение которой принадлежит Т. Карлеману [85].

Проведем в плоскости комплексного переменного разрез вдоль дуги  $L_1$  (рис. А1). В разрезанной плоскости искомая функция  $x(z)$ , функция  $\sqrt{(z-\alpha)(z-\bar{\alpha})}$ , ( $\alpha = e^{i\pi/d}$ ,  $\bar{\alpha} = e^{-i\pi/d}$ ), а следовательно, и их произведение голоморфны и однозначны.

Согласно определению, при  $|z| \rightarrow \infty$ :  $x(z) = x^-(z) = z^{-1}(-x_{-1} + O(1))$ , и, значит, функция  $x(z)\sqrt{(z-\alpha)(z-\bar{\alpha})}$  остается ограниченной при  $|z| \rightarrow \infty$ . Поэтому

$$x(z)\sqrt{(z-\alpha)(z-\bar{\alpha})} = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma} \frac{x(\xi)\sqrt{(\xi-\alpha)(\xi-\bar{\alpha})}}{\xi-z} d\xi + C,$$

где контур  $\Gamma$  охватывает разрез  $L_1$  (рис. А1), а константа  $C$  получилась за счет вычета в бесконечно удаленной точке.

Стянем теперь контур  $\Gamma$  к дважды пробегаемой дуге  $L_1$ . Учитывая, что предельные значения корня на дуге имеют разные знаки, а предельные значения  $x(\xi)$  равны  $x^+(\xi)$  (изнутри) и  $x^-(\xi)$  (извне), будем иметь

$$x(z)\sqrt{(z-\alpha)(z-\bar{\alpha})} = \frac{1}{2\pi i} \oint_{L_1} \frac{[x^+(\xi) + x^-(\xi)]\sqrt{(\xi-\alpha)(\xi-\bar{\alpha})}}{\xi-z} d\xi + C,$$

где под знаком интеграла следует взять предельные значения корня на дуге  $L_1$  изнутри единичного круга. Эта формула дает решение задачи Римана. Но нужно найти функцию  $x^+(e^{i\varphi}) - x^-(e^{i\varphi})$ , точнее ее коэффициенты Фурье  $x_n$  ( $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ ).

Воспользовавшись формулами Сохоцкого [85], дающими предельные значения функций, представленных интегралами типа Коши, и учитывая знаки корня по разные стороны дуги  $L_1$ , находим, что

$$[x^+(\xi_0) - x^-(\xi_0)]\sqrt{(\xi_0-\alpha)(\xi_0-\bar{\alpha})} = \frac{1}{\pi i} \int_{L_1} \frac{[x^+(\xi) + x^-(\xi)]\sqrt{(\xi-\alpha)(\xi-\bar{\alpha})}}{\xi-\xi_0} d\xi + 2C, \quad (A1.7)$$

где  $\xi_0$  лежит на  $L_1$ , а интеграл понимается в смысле главного значения.

Из формул (A1.3a) и (A1.5) следует далее, что на дуге  $L_2$  (т.е. в точках  $\xi_0 \in L_2$ ) имеем  $x^+(\xi_0) - x^-(\xi_0) = 0$  и  $x^+(\xi) + x^-(\xi) = f(\xi)$  для  $\xi \in L_1$ . Поэтому, введя функцию

$$R(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{(\xi - \alpha)(\xi - \bar{\alpha})}} & \xi \in L_1; \\ 0 & \xi \in L_2 \end{cases} \quad (A1.8)$$

и подставляя в (A1.7) вместо  $x^+(\xi) + x^-(\xi)$  правую часть равенства (A1.6), получим формулу

$$x^+(\xi_0) - x^-(\xi_0) = \frac{R(\xi_0)}{\pi i} \int_{L_1} \frac{ab_0 + f(\xi)}{\xi - \xi_0} \sqrt{(\xi - \alpha)(\xi - \bar{\alpha})} d\xi + 2CR(\xi_0), \quad (A1.9)$$

справедливую для всех  $\xi_0$ , лежащих на окружности  $|\xi_0| = 1$ .

Введем теперь следующие обозначения:

$$V_n(\xi_0) = \frac{1}{\pi i} \int_{L_1} \frac{\xi^n}{\xi - \xi_0} \sqrt{(\xi - \alpha)(\xi - \bar{\alpha})} d\xi, \quad \xi_0 \in L_1;$$

$$V_m^n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} V_n(e^{i\varphi}) R(e^{i\varphi}) e^{-im\varphi} d\varphi;$$

$$R_m = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} R(e^{i\varphi}) e^{-im\varphi} d\varphi;$$

$$R_\sigma = \frac{i}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi R(e^{i\varphi}) d\varphi; \quad V_\sigma^n = \frac{i}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi V_n(e^{i\varphi}) R(e^{i\varphi}) d\varphi \quad (A1.10).$$

Переходя в равенстве (A1.9) к коэффициентам Фурье и используя при этом введенные обозначения (A1.10), получим, согласно (A1.2) и (A1.5),

$$\begin{cases} x_m = ab_0 V_m^0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n V_m^n + 2CR_m, & m \neq 0; \end{cases} \quad (A1.11a)$$

$$\begin{cases} 0 = ab_0 V_0^0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n V_0^n + 2CR_0. \end{cases} \quad (A1.11b)$$

Для определения коэффициентов  $b_0$  и  $C$  необходимо к этим равенствам присоединить (A1.4). Умножая обе части равенства (A1.11a) на  $(-1)^m m^{-1}$  и суммируя по всем  $m \neq 0$ , согласно (A1.4) и (A1.10), будем иметь

$$-b_0 = ab_0 V_\sigma^0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n V_\sigma^n + 2CR_\sigma. \quad (A1.11c)$$

Равенства (A1.11a), (A1.11b) и (A1.11c) дают решение задачи (A1.1a), (A1.1b). Действительно, решая (A1.11b) и (A1.11c) совместно относительно  $b_0$  и  $C$  и подставляя затем найденные значения в (A1.11a), можно найти  $x_m$ , а значит, и  $b_m = \frac{x_m}{m}$ .

## Список цитированной литературы

1. Terahertz Sources and Systems (NATO Science Series, Ser. II, Vol. 27) /Edited by R.E. Miles, P. Harrison, D. Lippens. - Kluwer Academic Publishers, 2001. – 350pp.
2. Sensing with Terahertz Radiation (Springer Series in Optical Sciences, Vol. 85) /Edited by D. Mittleman. – Springer-Verlag, 2003. – 337pp.
3. Van der Weide D. Applications and Outlook for Electronic Terahertz Technology //Optics & Photonics News. – 2003. – Vol.14. – No.4. – P.48-53.
4. Звелто О. Принципы лазеров. 3-е изд. - М.: Мир, 1990. – 560с.
5. Кнап W. Terahertz emission by plasma waves in 60 nm gate high electron mobility transistors /W. Кнап, J. Lusakowski, T. Parenty, S. Bollaert, A. Cappy, V.V. Popov, M.S. Shur //Applied Physics Letters. – 2004. - Vol.84. – No.13. – P.2331-2333.
6. Hu B.B. Terahertz radiation induced by subband-gap femtosecond optical excitation of GaAs /B. B. Hu, X.-C. Zhang, D.H. Auston //Physical Review Letters. – 1991. – Vol.67. – P.2709-2712.
7. Kersting R. Few-Cycle THz Emission from Cold Plasma Oscillations /R. Kersting, K. Unterrainer, G. Strasser, H.F. Kauffmann, E. Gornik //Physical Review Letters. – 1997. – Vol.79. – P.3038-3041.
8. Matsuura S. Generation of coherent terahertz radiation by photomixing in dipole photoconductive antennas /S. Matsuura, M. Tani, K. Sakai //Applied Physics Letters. – 1997. - Vol.70. – No.5. – P.559-561.
9. Tacke M. New developments and applications of tunable IR lead salt lasers // Infrared Physics and Technology. – 1995. - Vol.36. – No.1. – P.447-463.
10. Special Issue on Far-infrared Semiconductor Lasers /Edited by E. Gornik, A.A Andronov. //Optical and Quantum Electronics. - 1991. - Vol.23. – No.2. – P.S111-S349.
11. Алтухов И.В. Резонансные состояния акцепторов и стимулированное терагерцовое излучение одноосно деформированного германия /И.В. Алтухов, М.С. Каган, К.А. Королев, М.А. Одноблюдов, В.П. Синис, Е.Г. Чиркова, И.Н. Ясиевич //ЖЭТФ. – 1999. – Т.115. – Вып.1. – С.89-100.
12. Faist J. Quantum Cascade Laser. /J. Faist, F. Capasso, D.L. Sivco, C. Sirtori, A.L. Hutchinson, A.Y. Cho //Science - 1994. - Vol.264. – P.553-556.
13. Kohler R. Terahertz semiconductor-heterostructure laser. /R. Kohler, A. Tredicucci, F. Beltram, H.E. Beere, E.H. Linfield, A.G. Davies, D.A. Ritchie, R.C. Iotti, F. Rossi //Nature. – 2002. - Vol.417. – P.156-159.

14. Williams B.S. Terahertz quantum-cascade laser at  $\lambda \approx 100 \mu\text{m}$  using metal waveguide for mode confinement /B.S. Williams, S. Kumar, H. Callebaut, Q. Hu, J.L. Reno //Applied Physics Letters. – 2003. - Vol.83. – No.11. – P.2124-2126.
15. Colombelli R. Far-infrared surface-plasmon quantum-cascade lasers at 21.5  $\mu\text{m}$  and 24  $\mu\text{m}$  wavelengths /R. Colombelli, F. Capasso, C. Gmachl, A.L. Hutchinson, D.L. Sivco, A. Tredicucci, M.C. Wanke, A.M. Sergent, A.Y. Cho //Applied Physics Letters. – 2001. - Vol.78. – No.18. – P.2620-2622.
16. Faist J. Bound-to-continuum and two-phonon resonance, quantum-cascade lasers for high duty cycle, high-temperature operation /J. Faist, D. Hofstetter, M. Beck, T. Aellen, M. Rochat, S. Blaser //IEEE Journal of Quantum Electronics. – 2002. - Vol.38. – No.6. – P.533-546.
17. Gauthier-Lafaye O. Long-wavelength ( $\lambda \approx 15.5 \mu\text{m}$ ) unipolar semiconductor laser in GaAs quantum wells /O. Gauthier-Lafaye, P. Boucaud, F.H. Julien, S. Sauvage, S. Cabaret, J.-M. Lourtioz, V. Thierry-Mieg, R. Planel //Applied Physics Letters. – 1997. - Vol.71. – No.25. – P.3619-3621.
18. Orlova E.E. Far-Infrared Active Media Based on Shallow Impurity State Transitions in Silicon /E.E. Orlova, R.Ch. Zhukavin, S.G. Pavlov, V.N. Shastin //Physica Status Solidi B. – 1999. - Vol.210. – No.2. – P.859-863.
19. Алешкин В.Я. Гигантская инверсия населенности горячих электронов в гетероструктурах GaAs/AlAs с квантовыми ямами /В.Я. Алешкин, А.А. Андронов //Письма в ЖЭТФ. – 1998. - Т.68. – Вып.1. – С.73-78.
20. Воробьев Л.Е. Внутризонная инверсия населенности и усиление ИК излучения при инжекции носителей заряда в квантовые ямы и квантовые точки //Письма в ЖЭТФ. – 1998. - Т.68. – Вып.5. – С.392-399.
21. Vorobjev L.E. Emission and amplification of mid-infrared radiation in quantum well structures under generation near-infrared light /L.E. Vorobjev, D.A. Firsov, V.A. Shalygin, V.N. Tulupenko, Zh.I. Alferov, P.S. Kop'ev, I.V. Kochnev, N.N. Ledentsov, V.M. Ustinov, Yu.M. Shernyakov, G. Belenky //Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Symposium “Nanostructures: Physics and Technology”, St. Petersburg, 14-18 June 1999. - P.423-426.
22. Li E.H. Material parameters of InGaAsP and InAlGaAs systems for use in quantum well structures at low and room temperatures //Physica E. – 2000. - Vol.5. – P.215-273.
23. Adashi S. GaAs, AlAs, and  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ : Material parameters for use in research and device applications //Journal of Applied Physics. – 1985. - Vol.58. – No.3. – P.R1-R29.

24. Charache G.W. Moss–Burstein and plasma reflection characteristics of heavily doped  $n$ -type  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  and  $\text{InP}_y\text{As}_{1-y}$  /G.W. Charache, D.M. DePoy, J.E. Raynolds, P.F. Baldasaro, K.E. Miyano, T. Holden, F.H. Pollak, P.R. Sharps, M.L. Timmons, C.B. Geller, W. Mannstadt, R. Asahi, A.J. Freeman, W. Wolf //Journal of Applied Physics. – 1999. - Vol.86. – No.1. – P.452-458.
25. Geller C.B. Computational band-structure engineering of III-V semiconductor alloys /C.B. Geller, W. Wolf, S. Picozzi, A. Continenza, R. Asahi, W. Mannstadt, A.J. Freeman, E. Wimmer. //Applied Physics Letters. – 2001. - Vol.79. – No.3. – P.368-370.
26. Гантмахер В.Ф., Левинсон И.Б. Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. М.: Наука, 1984. – 352с.
27. Ando T. Electronic properties of two-dimensional systems /T. Ando, A.B. Fowler, F. Stern //Reviews of Modern Physics. – 1982. - Vol.54. – No.2. – P.437-672.
28. Madelung O. Semiconductors: Data Handbook. – Springer-Verlag, 2003. – 692pp.
29. Soga T. Electrical properties of GaP on Si grown by metalorganic chemical vapor deposition. /T. Soga, T. Suzuki, M. Mori, Z.K. Jiang, T. Jimbo, M. Umeno //Journal of Crystal Growth. – 1993. - Vol.132. – P.414-418.
30. Пожела Ю.К. Плазма и токовые неустойчивости в полупроводниках. М.: Наука, 1977. – 368с.
31. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973. – 311с.
32. Kurosawa T. Monte-Carlo calculation of hot electron problems //Journal of the Physical Society of Japan Suppl. – 1966. - Vol.21. – P.424-430.
33. Lebowhl P.A. Monte Carlo simulation of response of a semiconductor to periodic perturbations //Journal of Applied Physics. – 1973. - Vol.44. – No.4. – P.1744-1752.
34. Lebowhl P.A. Direct Microscopic Simulation of Gunn-Domain Phenomena /P.A. Lebowhl, P.J. Price //Applied Physics Letters. – 1971. - Vol.19. – No.12. – P.530-532.
35. Glisson T.H. Monte Carlo simulation of real-space electron transfer in GaAs-AlGaAs heterostructures /T.H. Glisson, J.R. Hauser, M.A. Littlejohn, K. Hess, B.G. Streetman, H. Shichijo //Journal of Applied Physics. – 1980. - Vol.51. – No.10. – P.5445-5449.
36. Грибников З.С. //ФТП – 1972. – Т.6. – Вып.7. – С.1380-1382.
37. Hess K. Negative differential resistance through real-space electron transfer /K. Hess, H. Morkoc, H. Shichijo, B.G. Streetman //Applied Physics Letters. – 1979. - Vol.35. – No.6. – P.469-471.
38. Price P.J. Two-Dimensional Electron Transport in Semiconductor Layers //Annals of Physics. – 1981. - Vol.133. – P.217-239.



39. Горфинкель В.Б. Перенос электронов в гетероструктурах с селективным легированием в сильных электрических полях /В.Б. Горфинкель, А.А. Кальфа, Т.И. Солодкая, А.С. Тагер, С.Г. Шофман. //ФТП. – 1986. – Т.20. – Вып.5. – С.881-885.
40. Горфинкель В.Б. Феноменологическая модель динамики разогрева электронов в многодолинных полупроводниках / В.Б. Горфинкель, С.Г. Шофман. //ФТП. – 1985. – Т.19. – Вып.1. – С.83-87.
41. Yokoyama K. Monte Carlo study of electronic transport in  $Al_{1-x}Ga_xAs/GaAs$  single-well heterostructures /К. Yokoyama, К. Hess //Physical Review B. – 1986. - Vol.33. – No.8. – P.5595-5606.
42. Yokoyama K. Calculation of warm electron transport in  $AlGaAs/GaAs$  single heterostructures using a Monte Carlo method /К. Yokoyama, К. Hess //Journal of Applied Physics. – 1986. - Vol.59. – No.11. – P.3798-3802.
43. Artaki M. Transient and steady-state electron transport in  $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$  heterojunctions at low temperatures: The effects of electron-electron interactions /М. Artaki, К. Hess //Physical Review B. – 1988. - Vol.37. – No.6. – P.2933-2945.
44. Вагидов Н.З. Моделирование переноса электронов в реальном пространстве гетероструктуры  $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$  (для малых и больших значений  $x$ ) /Н.З. Вагидов, З.С. Грибников, В.М. Иващенко //ФТП. – 1990. – Т.24. – Вып.6. – С.1087-1094.
45. Thobel J.L. Monte Carlo modeling of high-field transport in III-V heterostructures /J.L. Thobel, L. Baudry, P. Bourel, F. Dessenne, M. Charef //Journal of Applied Physics. – 1993. - Vol.74. – No.10. – P.6274-6280.
46. Thobel J.L. Monte Carlo study of electronic transport in III-V heterostructures with doped quantum wells /J.L. Thobel, A. Sleiman, P. Bourel, F. Dessenne, L. Baudry //Journal of Applied Physics. – 1996. - Vol.80. – No.2. – P.928-935.
47. Алешкин В.Я. Разогрев электронов и инверсия населенностей в гетероструктурах  $GaAs/AlAs$  с квантовыми ямами /В.Я. Алешкин, А.А. Андронов, Е.В. Демидов //Известия Академии Наук. Серия физическая. – 2000. – Т.64. – Вып.2. – С.231-234.
48. Dargys A., Kundrotas J. Handbook on physical properties of Ge, Si, GaAs and InP. Science and Encyclopedia Publishers, - 1994. – 264pp.
49. Johnson C.J. Far Infrared Measurement of the Dielectric Properties of GaAs and CdTe at 300 K and 8 K /C.J. Johnson, G.H. Sherman, R. Weil //Applied Optics. – 1969. - Vol.8. – No.8. – P.1667-1671.
50. Gribnikov Z.S. Nonlocal and nonlinear transport in semiconductors: Real-space transfer effects /Z.S. Gribnikov, К. Hess, G.A. Kosinovsky //Journal of Applied Physics. – 1995. - Vol.77. – No.4. – P.1337-1373.

51. Антонов А.В. Осцилляции тока при латеральном транспорте в гетероструктурах GaAs/InGaAs с квантовыми ямами /А.В. Антонов, В.И. Гавриленко, Е.В. Демидов, Б.Н. Звонков, Е.А. Ускова //ФТП. – 2005. – Т.39. – Вып.1. – С.53-58.
52. Рысаков В.М. Акустоэлектрический домен в пьезополупроводниках: зарождение и свойства //ФТТ. – 1997. – Т.39. – Вып.5. – С.835-838.
53. Balkan N. Current instabilities in GaAs/GaAlAs single and multiple quantum wells /N. Balkan, B.K. Ridley, J.S. Roberts. //Superlattices and Microstructures. – 1989. - Vol.5. – No.4. – P.539-544.
54. Belyanin A.A. Infrared generation in low-dimensional semiconductor heterostructures via quantum coherence /A.A. Belyanin, F. Capasso, V.V. Kocharovsky, Vl.V. Kocharovsky, M.O. Scully //Physical Review A. – 2001. - Vol.63. – No.5. – P.053803-053811.
55. Belyanin A.A. Resonant parametric generation of infrared radiation on intersubband transitions in low-dimensional semiconductor heterostructures /A.A. Belyanin, F. Capasso, V.V. Kocharovsky, Vl.V. Kocharovsky, D.S. Pestov, M.O. Scully //Nanotechnology – 2001. - Vol.12. – P.450-452.
56. Белянин А.А. Резонансная параметрическая генерация инфракрасного излучения на межподзонных переходах в гетероструктурах с квантовыми ямами /А.А. Белянин, Ф. Капассо, В.В. Кочаровский, Вл.В. Кочаровский, Д.С. Пестов, М.О. Скалли //Известия Академии Наук. Серия физическая. – 2002. – Т.66. – Вып.2. – С.247-249.
57. Belyanin A.A. Three-terminal semiconductor laser for wave mixing /A.A. Belyanin, V.V. Kocharovsky, Vl.V. Kocharovsky, M.O. Scully //Physical Review A. – 2002. - Vol.65. – P.053824-053828.
58. Белянин А.А. Лазерные транзисторы для многочастотной генерации в видимом и инфракрасном диапазонах /А.А. Белянин, В.В. Кочаровский, Вл.В. Кочаровский, Д.С. Пестов, М.О. Скалли //Известия Академии Наук. Серия физическая. – 2003. – Т.67. – Вып.2. – С.255-258.
59. Алешкин В.Я. Генерация разностной моды в полупроводниковых лазерах /В.Я. Алешкин, А.А. Афоненко, Н.Б. Звонков //ФТП. – 2001. – Т.35. – Вып.10. – С.1256-1260.
60. Sirtori C. Far-infrared generation by doubly resonant difference frequency mixing in a coupled quantum well two-dimensional electron gas system /C. Sirtori, F. Capasso, J. Faist, L.N. Pfeiffer, K.W. West //Applied Physics Letters. – 1994. - Vol.65. – No.4. – P.445-447.

61. Owschimikow N. Resonant Second-Order Nonlinear Optical Processes in Quantum Cascade Lasers /N. Owschimikow, C. Gmachl, A.A. Belyanin, V.V. Kocharovsky, D.L. Sivco, R. Colombelli, F. Capasso, A.Y. Cho //Physical Review Letters. – 2003. – Vol.90. – P.043902-043906.
62. Korsunsky E.A. Generation of continuous-wave terahertz radiation by use of quantum interference /E.A. Korsunsky, D.V. Kosachiov //Journal of the Optical Society of America B. – 2000. - Vol.17. – No.8. – P.1405-1411.
63. Chow W.W., Koch S.W. Semiconductor-Laser Fundamentals: Physics of the Gain Materials. - Springer, 1999. – 324pp.
64. Gmachl C. Recent progress in quantum cascade lasers and applications /C. Gmachl, F. Capasso, D.L. Sivco, A.Y. Cho //Reports on Progress in Physics – 2001. - Vol.64. – No.11. – P.1533-1601.
65. Flytzanis C. Infrared dispersion of second-order electric susceptibilities in semiconducting compounds //Physical Review B. – 1972. - Vol.6. – No.4. – P.1264-1290.
66. Физические величины: Справочник. /Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232с.
67. Белянин А.А. Новые схемы полупроводниковых лазеров и освоение терагерцового диапазона /А.А. Белянин, Д. Демпе, В.В. Кочаровский, Вл.В. Кочаровский, Д.С. Пестов, М.О. Скалли //УФН. – 2003. – Т.173. – Вып.9. – С.1015-1021.
68. Tokuda Y. Widely separate wavelength switching of single quantum well laser diode by injection-current control /Y. Tokuda, N. Tsukada, K. Fujiwara, K. Hamanaka, T. Nakayama //Applied Physics Letters. – 1986. - Vol.49. – No.24. – P.1629-1631.
69. Chen T.R. Second quantized state oscillation and wavelength switching in strained-layer multiquantum-well lasers /T.R. Chen, Y. Zhuang, Y.J. Xu, B.Zhao, A. Yariv, J. Ungar, S. Oh //Applied Physics Letters. – 1992. - Vol.60. – No.24. – P.2954-2956.
70. Алешкин В.Я. Двухчастотный лазер с управлением мощности линий током накачки /В.Я. Алешкин, В.И. Гавриленко, С.В. Морозов, А.А. Афоненко, Б.Н. Звонков, Ю.В. Кутергина, С.М. Некоркин //Материалы совещания “Нанофотоника”, Нижний Новгород, 17-20 марта 2003. – Т.2 – С.315-317.
71. Kim J.K. Epitaxially-stacked multiple-active-region 1.55 $\mu$ m lasers for increased differential efficiency /J.K. Kim, E. Hall, O. Sjolund, L.A. Coldren //Applied Physics Letters. – 1999. - Vol.74. – No.22. – P.3251-3253.
72. Ozden I. A dual-wavelength indium gallium nitride quantum well light emitting diode /I. Ozden, E. Makarona, A.V. Nurmikko, T. Takeuchi, M. Krames //Applied Physics Letters. – 2001. - Vol.79. – No.16. – P.2532-2534.

73. Malyarchuk V. Uniformity tests of individual segments of interband cascade diode laser Nanostacks® /V. Malyarchuk, J.W. Tomm, Ch. Lienau, M. Behringer, J. Luft //Journal of Applied Physics. – 2002. - Vol.92. – No.5. – P.2729-2733.
74. Berger V. Nonlinear phase matching in THz semiconductor waveguides /V. Berger, C. Sirtori //Semiconductor Science and Technology. – 2004. - Vol.19. – P.964-970.
75. Nagai M. Generation and detection of terahertz radiation by electro-optical process in GaAs using 1.56  $\mu\text{m}$  fiber laser pulses /M. Nagai, K. Tanaka, H. Ohtake, T. Bessho, T. Sugiura, T. Hirosumi, M. Yoshida //Applied Physics Letters. – 2004. - Vol.85. – No.18. – P.3974-3976.
76. Максимов М.В. Мощные лазеры на квантовых точках InAs-InGaAs спектрального диапазона 1.5 мкм, выращенные на подложках GaAs /М.В. Максимов, Ю.М. Шерняков, Н.В. Крыжановская, А.Г. Гладышев, Ю.Г. Мусихин, Н.Н. Леденцов, А.Е. Жуков, А.П. Васильев, А.Р. Ковш, С.С. Михрин, Е.С. Семенова, Н.А. Малеев, Е.В. Никитина, В.М. Устинов, Ж.И. Алферов //ФТП. – 2004. – Т.38. – Вып.6. – С.763-766.
77. Wagner H.P. Phase matched second harmonic generation using thin film ZnTe optical waveguides /H.P. Wagner, S. Wittman, H. Schimtzler, H. Stanzl //Journal of Applied Physics. – 1995. - Vol.77. – No.8. – P.3637-3640.
78. Слипченко С.О. Сверхнизкие внутренние оптические потери в квантово-размерных лазерных гетероструктурах раздельного ограничения /С.О. Слипченко, Д.А. Винокуров, Н.А. Пихтин, З.Н. Соколова, А.Л. Станкевич, И.С. Тарасов, Ж.И. Алферов //ФТП. – 2004. – Т.38. – Вып.12. – С.1477-1486.
79. Некоркин С.М. Генерация суммарной гармоники в полупроводниковых лазерах InGaP/GaAs/InGaAs с составным резонатором /С.М. Некоркин, А.А. Бирюков, К.В. Маремьянин, В.Я. Алешкин, С.В. Морозов, Вл.В. Кочаровский. //Материалы симпозиума “Наноп физика и наноэлектроника”, Нижний Новгород, 25-29 марта 2005. – Т.2 – С.443-444.
80. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. – Т. VIII. Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1992. - 664с.
81. Blakemore J.S. Semiconducting and other major properties of gallium arsenide //Journal of Applied Physics. – 1982. - Vol.53. – No.10. – P.R123-R181.
82. Ohkubo M. 980-nm aluminum-free InGaAs/InGaAsP/InGaP GRIN-SCH SL-QW lasers /M. Ohkubo T. Ijichi, A. Iketani, T. Kikuta //IEEE Journal of Quantum Electronics. – 1994. - Vol.30. – No.2. – P.408-414.
83. Ferrini R. Optical functions of InGaP/GaAs epitaxial layers from 0.01 to 5.5 eV /R. Ferrini, G. Guizzetti, M. Patrini, A. Parisini, L. Tarricone, B. Valenti //The European Physical Journal B. - 2002. - Vol.27. – P.449-458.

84. Силин Р.А. Периодические волноводы. – М.: Фазис, 2002. – 438с.
85. Шестопапов В.П. Метод задачи Римана-Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. – Х.: Издательство Харьковского Университета, 1971. – 400с.
86. Ward L. The optical constants of bulk materials and films. – IOP Publishing Ltd, 1994. – 294p.

## Список работ автора по теме диссертации

- A1. Aleshkin V.Ya. Toward far and mid IR intraband lasers based on hot carrier intervalley/real space transfer in multiple quantum well systems /V.Ya. Aleshkin, A.A. Andronov, A.V. Antonov, E.V. Demidov, A.A. Dubinov, V.I. Gavrilenko, D.G. Revin, B.N. Zvonkov, N.B. Zvonkov, E.A. Uskova, L.E. Vorob'ev, D.A. Firsov, S.N. Danilov, I.E. Titkov, V.A. Shalygin, A.E. Zhukov, A.R. Kovsh, V.M. Ustinov //Proceedings of SPIE. – 2001. - Vol.4318. – P.178-189.
- A2. Алешкин В.Я. Инверсия населенности электронных подзон при латеральном транспорте в туннельно-связанных квантовых ямах. /В.Я. Алешкин, А.А. Дубинов //V Российская конференция по физике полупроводников: Сборник Тезисы докладов, Нижний Новгород, 10-14 сентября, 2001. - Т.2 – С.300.
- A3. Алешкин В.Я. Инверсия электронной населенности подзон размерного квантования при продольном транспорте в туннельно-связанных квантовых ямах /В.Я. Алешкин, А.А. Дубинов //ФТП. - 2002. - Т.36. – Вып.6. – С.724-729.
- A4. Dubinov A.A. Modelling of lateral electron transport in tunnel-coupled quantum wells /A.A. Dubinov, V.Ya. Aleshkin //Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Conference on Nonequilibrium Carrier Dynamics in Semiconductors, Modena, Italy, July 28 – August 1, 2003, - P.P Tu 1-7.
- A5. Aleshkin V.Ya. Modelling of lateral electron transport in tunnel-coupled quantum wells /V.Ya. Aleshkin, A.A. Dubinov //Semiconductor Science and Technology. – 2004. - Vol.19. – P.S27-S28.
- A6. Алешкин В.Я. Лазер на межподзонных  $\Gamma$  - L переходах в структуре с квантовыми ямами /В.Я. Алешкин, А.А. Андронов, А.А. Дубинов //Материалы всероссийского совещания “Нанофотоника”, Нижний Новгород, 11-14 марта, 2002. - С.236-238.
- A7. Алешкин В.Я. Инверсия заселенности  $\Gamma$ -подзон в квантовых ямах в условиях междолинного  $\Gamma$ -L переноса /В.Я. Алешкин, А.А. Андронов, А.А. Дубинов //ФТП. - 2003. - Т.37. – Вып.2. – С.224-229.
- A8. Dubinov A.A. Population inversion between  $\Gamma$  subbands in quantum well heterostructures under  $\Gamma$ -L intervalley transfer /A.A. Dubinov, V.Ya. Aleshkin, A.A. Andronov //Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Symposium "Nanostructures: Physics and Technology", St. Petersburg, Russia, June 23-28, 2003. – P.75-76.

- A9. Dubinov A.A. Monte Carlo simulation of the hot electron transport in quantum well heterostructures under  $\Gamma$ -L intervalley transfer /A.A. Dubinov, V.Ya. Aleshkin, A.A. Andronov //Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Conference on Nonequilibrium Carrier Dynamics in Semiconductors, Modena, Italy, July 28 – August 1, 2003, - P.P Tu 1-9.
- A10. Aleshkin V.Ya. Monte Carlo simulation of the hot electron transport in quantum well heterostructures under  $\Gamma$ -L intervalley transfer /V.Ya. Aleshkin, A.A. Andronov, A.A. Dubinov //Semiconductor Science and Technology. – 2004. - Vol.19. – P.S29-S30.
- A11. Дубинов А.А. Инверсия населенности  $\Gamma$ -подзон в квантовых ямах в условиях междолинного  $\Gamma$ -L переноса /А.А. Дубинов, В.Я. Алешкин //IV Всероссийская молодежная конференция по физике полупроводников и полупроводниковой опто- и наноэлектронике: Сборник Тезисы докладов. Санкт-Петербург, 3-6 декабря, 2002, - С.44.
- A12. Akhlestina S.A. Interband cascade lasers for difference-frequency generation /S.A. Akhlestina, V.Ya. Aleshkin, A.A. Belyanin, A.A. Biryukov, D. Deppe, A.A. Dubinov, N.G. Kalugin, V.V. Kocharovsky, VI.V. Kocharovsky, S.M. Nekorkin, D.S. Pestov, M.O. Scully, B.N. Zvonkov, N.B. Zvonkov //Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Symposium "Nanostructures: Physics and Technology", St. Petersburg, Russia, June 21-25, 2004. – P.81-82.
- A13. Алешкин В.Я. Нелинейная генерация поверхностных волн дальнего инфракрасного диапазона в полупроводниковом лазере с квантовыми ямами /В.Я. Алешкин, А.А. Афоненко, А.А. Дубинов //VI Российская конференция по физике полупроводников: Сборник Тезисы докладов, Санкт-Петербург, 27-31 октября, 2003, - С.494-495.
- A14. Афоненко А.А. Нелинейная генерация дальнего инфракрасного излучения в двух-частотных полупроводниковых лазерах /А.А. Афоненко, В.Я. Алешкин, А.А. Дубинов //ФТП. - 2004. - Т.38. – Вып.2. – С.244-248.
- A15. Aleshkin V.Ya. Parametric generation of middle and far infrared radiation in GaAs-based semiconductor lasers and waveguides /V.Ya. Aleshkin, A.A. Afonenko, V.I. Gavrilenko, A.A. Dubinov, VI.V. Kocharovsky, S.V. Morozov, K.V. Maremynin, S.M. Nekorkin, B.N. Zvonkov, N.B. Zvonkov //Abstracts of the 12<sup>th</sup> International Symposium on Ultrafast Phenomena in Semiconductors, Vilnius, Lithuania, August 22-25, 2004, - P.15.
- A16. Aleshkin V.Ya. Parametric generation of middle and far infrared radiation in GaAs-based semiconductor lasers and waveguides /V.Ya. Aleshkin, A.A. Afonenko, V.I. Gavrilenko, A.A. Dubinov, VI.V. Kocharovsky, S.V. Morozov, K.V. Maremynin, S.M. Nekorkin, B.N. Zvonkov, N.B. Zvonkov //Acta Physica Polonica A. – 2005. - Vol.107. – P.7-13.

- A17. Алешкин В.Я. Параметрическая генерация разностной моды среднего инфракрасного диапазона в полупроводниковом лазере с гофрированным волноводом /В.Я. Алешкин, А.А. Афоненко, А.А. Дубинов //Материалы всероссийского совещания “Нанофотоника”, Нижний Новгород, 2-6 мая, 2004. - С.202-205.
- A18. Dubinov A.A. Parametric generation of middle infrared mode in double-frequency heterojunction lasers with corrugated waveguide /A.A. Dubinov, V.Ya. Aleshkin A.A. Afonenko //Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Symposium "Nanostructures: Physics and Technology", St. Petersburg, Russia, June 21-25, 2004, - P.56-57.
- A19. Алешкин В.Я. Нелинейная генерация излучения среднего инфракрасного диапазона в двухчастотных полупроводниковых лазерах с гофрированным волноводом /В.Я. Алешкин, А.А. Афоненко, А.А. Дубинов //ЖТФ. - 2004. - Т.74. – Вып.11. – С.92-96.
- A20. Алешкин В.Я. Генерация разностной моды в полупроводниковом волноводе с металлической решеткой /В.Я. Алешкин, А.А. Афоненко, А.А. Дубинов //Материалы V Международной научно-технической конференции «Квантовая электроника», Минск, Беларусь, 22-25 ноября, 2004, - С.117.
- A21. Afonenko A.A. Parametric generation of a mid-infrared mode in semiconductor waveguides using a surface diffraction grating /A.A. Afonenko, V.Ya. Aleshkin, A.A. Dubinov //Semiconductor Science and Technology. – 2005. - Vol.20. – P.357-362.
- A22. Алешкин В.Я. Параметрическая генерация разностной моды в полупроводниковом волноводе с металлической решеткой /В.Я. Алешкин, А.А. Афоненко, А.А. Дубинов //Материалы симпозиума “Наноп физика и наноэлектроника”, Нижний Новгород, 25-29 марта, 2005, - С.348-349.