

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА РОССИЙСКОЙ
АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи
УДК 532.59

Филатов Сергей Васильевич

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНОВЫЕ И ВИХРЕВЫЕ
ДВИЖЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ**

Специальность 01.04.07—
«физика конденсированного состояния»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
Левченко Александр Алексеевич

Черноголовка — 2019

Оглавление

	Стр.
Общая характеристика работы	4
Введение	8
0.1 Волновая турбулентность	8
0.2 Закон дисперсии волн на поверхности жидкости	10
0.3 Законы сохранения энергии и импульса	11
0.4 Инерционный интервал турбулентного каскада	12
0.5 Положение высокочастотной границы инерционного интервала	13
0.6 Диссипативная область турбулентного каскада	14
0.7 Дискретные моды колебаний поверхности жидкости в ячейке конечных размеров	15
0.8 Возбуждение волн в ячейке, совершающей колебания в вертикальном направлении	16
0.9 Метод детектирования волн на поверхности жидкости	18
0.10 Возбуждение вихревых течений поверхностными волнами	20
0.11 Дрейф Стокса	21
Глава 1. "Квазипланковский" спектр капиллярной турбулентности на поверхности жидкого водорода	23
1.1 Экспериментальная методика	23
1.2 Экспериментальные результаты и обсуждение	26
1.3 Выводы	29
Глава 2. Турбулентность в системе капиллярных волн на поверхности воды	31
2.1 Экспериментальная методика	31
2.2 Экспериментальные результаты	34
2.3 Высокочастотный край инерционного интервала	35
2.4 Характерная частота затухания	39
2.5 Обсуждение	40
2.6 Выводы	42

Глава 3. Формирование вихревого течения капиллярными волнами на поверхности жидкости	43
3.1 Экспериментальная методика	43
3.2 Экспериментальные результаты и их обсуждение	44
3.3 Нелинейное возбуждение завихренности поверхностными волнами	50
3.4 Выводы	54
Глава 4. Генерация вихревого движения гравитационными волнами	55
4.1 Экспериментальная методика	55
4.2 Экспериментальные результаты	57
4.3 Обсуждение экспериментальных результатов	62
4.4 Выводы	65
Глава 5. Проникновение решетки вихрей в объем жидкости	66
5.1 Экспериментальная методика	67
5.2 Экспериментальные результаты	68
5.3 Обсуждение экспериментальных результатов	72
5.4 Выводы	74
Заключение	76
Публикации по теме диссертации	78
Список литературы	79

Общая характеристика работы

Объект исследования и актуальность темы.

Турбулентной системой называется сильно возбужденная система со многими степенями свободы и направленным потоком энергии в пространстве степеней свободы. Волновая турбулентность наряду с вихревой турбулентностью играет значительную роль во многих процессах, происходящих как на Земле, так и во Вселенной. Она является объектом интенсивных исследований во многих явлениях: волновых и вихревых процессах на поверхности океана, в атмосфере, в плазме и др. Турбулентные вихревые процессы играют значительную роль в определении погодных и климатических явлений.

Несмотря на то, что турбулентные волновые и вихревые системы изучаются многими исследователями в течение нескольких последних десятилетий, сложность исследуемых объектов и многообразие возникающих эффектов оставляют открытыми многие вопросы, в частности, вопросы касающиеся взаимодействия систем, передачи и диссипации энергии. В данной работе представлено исследование диссипации энергии в слаботурбулентной системе капиллярных волн на поверхностях воды и жидкого водорода и исследования вихревого движения, возникающего как результат слабонелинейного взаимодействия волн на поверхности воды.

Целью данной работы является:

1. Исследование особенностей распределения энергии в диссипативной области стационарных турбулентных спектров в системе волн на поверхности жидкости.
2. Исследование положения края инерционного интервала турбулентного каскада в системе волн на поверхности жидкости.
3. Исследование процессов генерации вихревого движения волнами на поверхности и в объеме жидкости.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Создание экспериментальных установок для исследования генерации вихревого движение в системе капиллярных волн и в системе гравитационных волн.

2. Исследование распределения энергии в высокочастотной области турбулентного каскада в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода при разных характеристиках возбуждения волн.
3. Исследование распределения энергии в высокочастотной области турбулентного каскада в системе капиллярных волн на поверхности воды при разных спектральных характеристиках возбуждения волн.
4. Исследование распределения энергии в высокочастотной области турбулентного каскада в системе капиллярных волн на поверхности воды в экспериментальных ячейках различной геометрии.
5. Исследование условий формирования вихревого движения волновой системой на поверхности воды.
6. Исследование формирования вихревой системы при разных условиях возбуждения поверхностных волн.

Научная новизна:

1. Впервые экспериментально наблюден «квазипланковский» спектр в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода.
2. Впервые экспериментально наблюден новый механизм формирования вихревого движения нелинейными волнами на поверхности жидкости.
3. Экспериментально исследовано формирование вихревого движения волнами на поверхности жидкости при различных условиях возбуждения.

Практическая значимость

В данной работе экспериментально исследовано распределение энергии в диссипативной области турбулентного каскада в системе волн на поверхности воды и на заряженной поверхности жидкого водорода, а также экспериментально обнаружен и исследован новый механизм генерации вихревых движений нелинейным взаимодействием неколлинеарных волн на поверхности жидкости. Знание о механизмах диссипации энергии в турбулентности, а так же передачи энергии из волновой системы в вихревую важно для понимания многих прикладных и фундаментальных задач, в частности: понимания нелинейного переноса энергии на поверхности Мирового океана; динамики крупномасштабных планетарных атмосферных вихрей.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Впервые экспериментально наблюден «квазипланковский» спектр в турбулентном каскаде энергии в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода.
2. Экспериментально наблюдается степенная зависимость характерной частоты экспоненциального спада энергии в диссипативной области турбулентного каскада в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода от амплитуды широкополосной накачки.
3. Экспериментально показано, что при возбуждении турбулентного состояния на поверхности воды монохроматической или широкополосной накачкой характерная частота высокочастотного края инерционного интервала и характерная частота экспоненциального затухания энергии в диссипативной области повышаются с ростом амплитуды накачки по степенному закону.
4. Экспериментально показано, что возникновение вихревого движения на поверхности жидкости происходит в результате взаимодействия нелинейных волн, распространяющихся под углом друг к другу.
5. Экспериментально исследован процесс формирования вихревого движения двумя перпендикулярными стоячими волнами как в случае капиллярных, так и в случае гравитационных волн на поверхности воды.
6. Экспериментально измерена зависимость амплитуды вихревого движения от амплитуды и относительной фазы двух перпендикулярных стоячих волн.

Достоверность полученных результатов обеспечивается публикациями в рецензируемых ведущих физических журналах России и мира. А так же обсуждениями на конференциях и семинарах. Результаты диссертации не противоречат данным, полученными другими авторами.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на:

1. XXIV научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике (Москва, Россия, 2015)
2. Научная школа "Нелинейные волны 2016"(Нижний Новгород, Россия, 2016)
3. VIII-th International Conference "SOLITONS, COLLAPSES AND TURBULENCE: Achievements, Developments and Perspectives"(SCT-17) in honor of Evgeny Kuznetsov's 70th birthday (Черноголовка, Россия, 2017)

4. The 11th International Conference on Cryocrystals and Quantum Crystals (Finland, Turku, 2016)
5. Научная школа "Нелинейные волны 2018"(Нижний Новгород, Россия, 2018)
6. 12th International Conference on Cryocrystals and Quantum Crystals(Poland, Wroclaw, 2018)

Личный вклад. Все экспериментальные данные представленные в диссертационной работе были получены при непосредственном участии автора данной работы. Диссертационная работа выполнена в лаборатории квантовых кристаллов ИФТТ РАН в период с 2009 по 2019 г.

Основные результаты по теме диссертации изложены в 13 печатных изданиях, 8 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 5 — в тезисах докладов.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 82 страницы, включая 44 рисунка. Список литературы содержит 49 наименования

Введение

0.1 Волновая турбулентность

Теория слабой волновой турбулентности [1] описывает многочисленные системы слабо взаимодействующих волн: рябь на воде и гравитационные волны на поверхности океана, волны Россби в атмосфере планет и в мировом океане, Ленгмюровские волны в плазме и спиновые волны в магнетиках.

Для возникновения турбулентности необходимым условием является наличие в динамической системе большого числа степеней свободы. В системе поверхностных волн к степеням свободы можно отнести волны с разными волновыми векторами. Причем длины волн изменяются от долей миллиметра до километра, то есть их отношение может превышать 9 порядков. Согласно теории слабой волновой турбулентности [1] при возбуждении системы на определенных масштабах волновых векторов энергия в силу нелинейного взаимодействия перераспределяется в k -пространстве (пространстве волновых векторов). Часть энергии уходит в малые масштабы (большие волновые вектора, прямой каскад), где диссипирует, а другая часть энергии передается в большие масштабы (обратный каскад), где также диссипирует в силу трения о дно и стенки сосуда. Причем специфической чертой развитой турбулентности является наличие определенного диапазона масштабов, в котором доминирующим процессами не являются ни накопления, ни диссипации, а только передача энергии из одних масштабов в другие.

На рисунке 0.1 показана схема развитого прямого турбулентного состояния. В этом турбулентном состоянии можно выделить три характерные области: область накачки, в которой энергия приходит в систему, инерционный интервал, где энергия передается практически без потерь и область диссипации, где энергия покидает систему.

Наиболее наглядно волновая турбулентность проявляется в системе волн на поверхности океанов и морей.

Ветер, дующий вдоль изначально гладкой поверхности воды, осуществляет накачку энергии в систему волн из-за неустойчивости Кельвина-Гельмгольца [2, с. 99]. При этом масштаб накачки составляет порядка одного сантиметра -

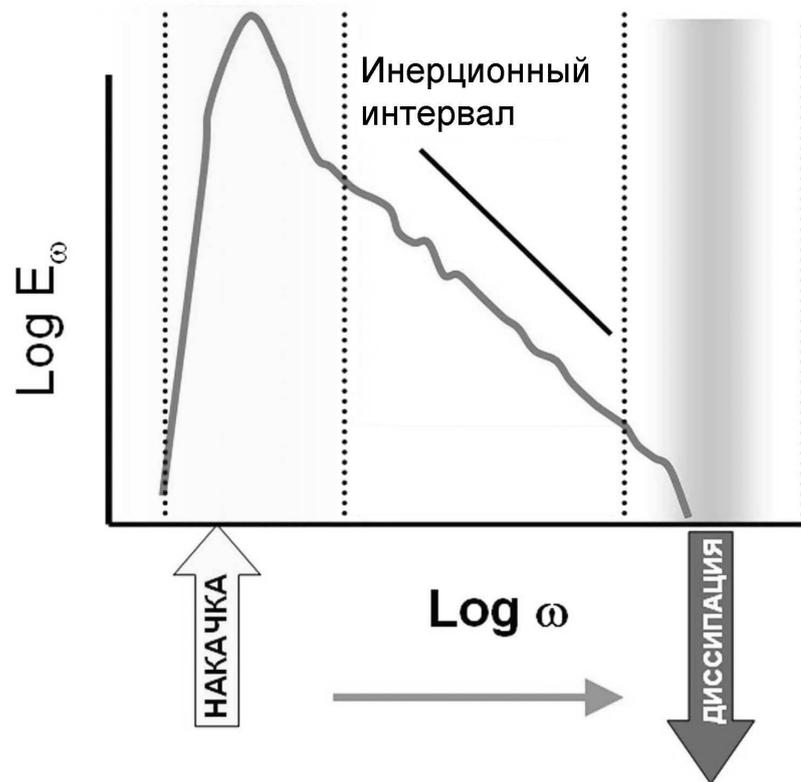


Рисунок 0.1 — Схематичное изображение спектра турбулентного каскада.

капиллярная длина. В результате нелинейного взаимодействия образуются волны других масштабов, которые также эффективно поглощают энергию ветра - ветровые волны, и энергия передается как в сторону коротких волн, так и в сторону длинных волн. В результате нелинейных процессов на поверхности воды могут образоваться большие волны с характерной длиной в сотни метров и даже километров.

Обратим внимание, что в стационарном турбулентном каскаде в системе волн осуществляется баланс энергии: сколько энергии приходит в систему, столько же и диссипирует в результате вязкого трения на малых масштабах, где вязкое затухание является доминирующим механизмом. Т.е. прямой каскад в волновой системе обеспечивает диссипацию энергии приходящей от внешнего источника.

0.2 Закон дисперсии волн на поверхности жидкости

Волны на поверхности жидкости формируются за счет силы гравитации и сил поверхностного натяжения, причем для длинных волн преобладает влияние гравитации, а для коротких волн определяющими являются капиллярные силы. Это хорошо видно из закона дисперсии для поверхностных волн, однозначно связывающего угловую частоту волны ω и модуль волнового вектора \mathbf{k} волн на свободной поверхности жидкости:

$$\omega^2 = (gk + \sigma/\rho k^3)th(kh), \quad (1)$$

где g - ускорение свободного падения, σ - коэффициент поверхностного натяжения, ρ - плотность жидкости, h - глубина жидкости.

В случае, когда $k \gg (g\rho/\sigma)^{1/2}$ влияние гравитационных сил становится пренебрежимо малым по сравнению с капиллярными силами. Такие волны называют капиллярными. Волновые вектора $k \ll (g\rho/\sigma)^{1/2}$ соответствуют гравитационному участку закона дисперсии. В промежуточном случае, когда $k \sim (g\rho/\sigma)^{1/2}$, говорят о капиллярно-гравитационных волнах. Для свободной поверхности воды характерная частота перехода от гравитационных волн к капиллярным составляет ~ 17 Гц, при этом длина волны равна $\lambda = 2\pi/k \approx 1.5$ см. Для поверхности жидкого водорода эта частота также равняется ~ 17 Гц, и ей соответствует длина волны ≈ 1.1 см.

Так как плотность жидкого водорода в 13 раз меньше плотности воды, то для возбуждения волн одинаковой амплитуды на поверхности жидкого водорода требуются значительно меньшие силы, чем для генерации волн на поверхности воды. В объем жидкого водорода можно ввести заряды различными методами. При приложении электрического поля перпендикулярно поверхности она заряжается. Затем, если в дополнение к постоянному полю добавить переменное, то можно возбуждать волны, воздействуя электрическим полем непосредственно на заряженную поверхность. Это приводят к уникальной возможности экспериментального изучения слабой волновой турбулентности [3]. Использование жидкого водорода в экспериментах по волновой турбулентности способствовало наблюдению явлений предсказанных волновой теорией, например стационарный спектр Захарова-Колмогорова в капиллярной турбулентности в широком диапазоне частот [4], а также позволило наблюдать новые явле-

ния, которые были успешно объяснены в рамках приближения теории слабой волновой турбулентности: например квазиadiaбатический распад капиллярной турбулентности [5] и подавление высокочастотных турбулентных колебаний добавлением низкочастотной возбуждающей силы [6].

Стоит отметить, что если глубина жидкости больше, чем характерная длина волны, то $kh \gg 1$ и $th(kh)$ можно считать равным 1. Таким образом, в приближении глубокой воды дисперсия гравитационно-капиллярных волн записывается как:

$$\omega^2 = gk + \sigma/\rho k^3, \quad (2)$$

В экспериментах с гравитационными волнами глубина жидкости была около $h \approx 7$ см, минимальный волной вектор $k \approx 0.36$ см⁻¹, соответственно $th(kh) \approx 0.99$, т.е. влиянием глубины можно пренебречь.

В области высоких частот, где можно пренебречь влиянием гравитационных сил, закон дисперсии будет капиллярным:

$$\omega^2 = \sigma/\rho k^3 \quad (3)$$

0.3 Законы сохранения энергии и импульса

При взаимодействии капиллярных волн выполняются законы сохранения энергии и импульса:

$$\omega_1 = \omega_2 \pm \omega_3 \quad (4)$$

$$\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2 \pm \mathbf{k}_3 \quad (5)$$

Отметим, что если в законы дисперсии волн $\omega \sim k^\alpha$ показатель степени $\alpha > 1$, то трехволновые процессы распада-слияния волн удовлетворяют законам сохранения импульса и энергии. Такой закон дисперсии называют распадным. Если $\alpha < 1$, трехволновые процессы запрещены, и основным взаимодействием волн являются четырех волновые процессы. В системе гравитационных волн трехволновые процессы запрещены, и основными являются четырехволновые.

Таким образом, при возбуждении на поверхности жидкости капиллярных волн может быть сформировано турбулентное состояние, в котором поток энергии направлен из области низких частот (область накачки) в сторону высоких

частот. Теория слабой волновой турбулентности [1] предсказывает, что основной вклад в перенос энергии по турбулентному капиллярному каскаду вносят трехволновые процессы слияния волн - поток энергии направлен в сторону высоких частот.

0.4 Инерционный интервал турбулентного каскада

Как было сказано выше характерной особенностью турбулентного каскада является наличие инерционного интервала - частотного диапазона в котором энергия, в основном, передается в k -пространстве из одного масштаба в другой в результате нелинейного взаимодействия волн. В настоящий момент имеется довольно много теоретических и экспериментальных работ посвященных изучению распределения энергии в инерционном интервале турбулентного каскада в различных системах. Теория слабой волновой турбулентности предсказывает степенное распределение энергии по шкале частот [1]:

$$E_\omega \sim \omega^{-\alpha} \quad (6)$$

С экспериментальной точки зрения удобно исследовать не распределение энергии по волновым векторам(или частотам), а парную корреляционную функцию отклонения поверхности от положения равновесия $I(\tau) = \langle \eta(r, t + \tau)\eta(r, t) \rangle$, так как величину отклонения поверхности от положения равновесия, в отличие от энергии, можно непосредственно измерить в эксперименте. Фурье образ парной корреляционной функции отклонения поверхности от равновесного состояния связан с распределением энергии по частотам формулой:

$$I_\omega \sim E_\omega \omega^{-4/3} = n(\omega) \omega^{-1/3}, \quad (7)$$

где $n(\omega)$ - функция распределения капиллярных волн.

Таким образом, предсказывается степенная зависимость парной корреляционной функции от частоты $I_\omega \sim \omega^{-m}$ в инерционном интервале.

В зависимости от характера накачки теория волновой турбулентности предсказывает различные значения показателя m . Для широкополосной накачки (когда ширина полосы накачки сопоставима с частотой накачки), предсказывается $m = 17/6$. При накачке узкополосным сигналом в спектре появляются

равноудаленные пики, максимумы которых убывают с ростом частоты с показателем $m = 23/6$. Данные предсказания подтверждаются как компьютерным моделированием [7, 8, 9, 10], так и экспериментальными исследованиями распределения I_ω в спектрах турбулентных каскадов в системе волн на поверхности воды [11], жидкого водорода [4], жидкого гелия [12], ртути [13].

Стоит отметить, что одной из сложностей экспериментального исследования турбулентных каскадов является степенное уменьшения энергии волны с ростом частоты. Так как величина показателя степени m находится в районе 2-3, а диапазон частот, в котором существует турбулентный каскад, может достигать нескольких декад, то для экспериментального исследования поведения турбулентной системы в достаточно широком диапазоне частот, необходимым условием для наблюдения развитого турбулентного каскада, является наличие экспериментального оборудования обладающего большим динамическим диапазоном. По этой причине экспериментальные исследования были практически невозможны до появления широко распространенных АЦП с высоким динамическим диапазоном и достаточно высокой частотой оцифровки, а также компьютерной техники и программного обеспечения для обработки полученных сигналов.

0.5 Положение высокочастотной границы инерционного интервала

При определении частотной области, где заканчивается инерционный интервал и начинается диссипация энергии важную роль играют такие характеристики волновой системы как время вязкого затухания волны и время нелинейного взаимодействия волн.

Время вязкого затухания волны на частоте ω [14, стр. 135].

$$1/\tau_v = 2\nu k^2 = 2\nu\omega^{4/3}(\sigma/\rho)^{2/3}, \quad (8)$$

где ν - кинематическая вязкость жидкости. То есть вязкое время уменьшается с ростом частоты, а следовательно и диссипация энергии на более высоких частотах сильнее.

Характерное время нелинейного взаимодействия капиллярных волн можно выразить через параметры жидкости и функцию распределения капилляр-

ных волн $n(\omega)$:

$$1/\tau_{nl} = |V_\omega|^2 n(\omega) \quad (9)$$

Где $V(\omega) \approx (\sigma/\rho^{3/2})\omega^{3/2}$ - коэффициент трехволнового нелинейного взаимодействия капиллярных волн.

В развитом турбулентном каскаде энергия передается от низких частот к высоким практически без потерь до тех пор, пока поток энергии волн, переходящий в тепло, не становится сравнимым с потоком энергии по каскаду. Таким образом, положение высокочастотной границы инерционного интервала можно определить как частоту, на которой совпадают времена вязкого затухания и нелинейного взаимодействия волн.

Из уравнений (7, 8, 9), используя известные значения $m = 17/6$ для широкополосной накачки и $m = 23/6$ для монохроматической накачки, получаем оценку амплитудной зависимости частоты границы инерционного интервала $\omega_b \sim \eta_p^{12/5}$ для широкополосной накачки и $\omega_b \sim \eta_p^{4/3}$ для узкополосной накачки. Отметим работу [15], в которой изучалось поведение положения границы инерционного интервала при вариациях частоты и амплитуды монохроматической накачки в цилиндрической геометрии. Работы, направленные на понимание общей картины поведения положения границы инерционного интервала при различных типах накачки в экспериментальных ячейках разной геометрии, в литературе не встречались.

0.6 Диссипативная область турбулентного каскада

На высоких частотах, выше границы инерционного интервала, распределение I_ω определяется спектральной характеристикой накачки, нелинейным взаимодействием и затуханием волн. В диссипативной области время вязкого затухания волн не превышает время нелинейного взаимодействия: преобладают процессы затухания. Однако нелинейные процессы существенно влияют на форму спектра. Если волны в диссипативном интервале взаимодействуют в основном с ближайшими соседями, а не с волнами из инерционного интервала, то распределение энергии по волнам в области диссипации становится близким к экспоненциальному. Если же волны в диссипативной области $\omega \gg \omega_b$ взаимодействуют волнами из инерционного интервала $\omega \ll \omega_b$, то распределе-

ние энергии по волнам несколько отличается от экспоненциального. Детальное рассмотрение дает “квазипланковский” спектр корреляционной функции в диссипативной области [16]

$$\langle \eta_{\omega}^2 \rangle \sim \omega^{-s} e^{-\omega/\omega_d}, \quad (10)$$

где s - некая константа. Численные вычисления для дискретного кинетического уравнения [16] подтверждают экспоненциальную зависимость волнового числа заполнения в области сильного затухания. Величину ω_d имеющую размерность частоты и отвечающей за то насколько быстро затухает турбулентный спектр в диссипативной области будем называть частотой вязкого затухания спектра в диссипативной области.

Экспериментальные ячейки имеют конечные размеры, поэтому спектр поверхностных возбуждений носит дискретный характер. Это накладывает дополнительные ограничения на выполнение законов сохранения энергии и импульса [17]. В экспериментальных работах [18, 19] было показано, что выбором размеров ячейки при накачке на фиксированных частотах можно организовать передачу энергии как на высокие, так и на низкие частоты. Одной из целей настоящей работы было проведение подробных исследований зависимостей высокочастотного края инерционного интервала ω_b и характерной частоты ω_d от амплитуды возбуждающей силы на поверхности воды в цилиндрической и квадратной ячейках при амплитудах накачки меньше порогового значения, при котором возникает параметрическая неустойчивость Фарадея.

0.7 Дискретные моды колебаний поверхности жидкости в ячейке конечных размеров

Распределение волн на поверхности жидкости сильно зависит от геометрии сосуда и от способа возбуждения их возбуждения. В случае, если затухание волн мало, при их возбуждении на поверхности жидкости возникнет система стоячих волн. Форма стоячих волн будет зависеть от граничных условий и возбуждаемой моды. Граничным условием для волн в ячейке конечных размеров является неспособность воды проходить через стенку ячейки, т.е. нормальная (к стенке ячейки) компонента скорости жидкости должна быть равна нулю. Для

цилиндрической ячейки радиуса r_0 резонансные моды волн будут описываться функцией Бесселя:

$$h(r, \varphi, t) = AJ_0(k_n r) \cos(m\varphi) \cos(\omega t), \quad (11)$$

причем k_n должна удовлетворять требованию $J_0'(k_n r_0) = 0$. Иными словами на границе ячейки должна быть пучность стоячей волны.

Если $m = 0$, то мода будет радиальной, в таком случае скаляр k играет роль волнового числа: при больших значениях R/λ , ($\lambda = 2\pi/k$ – длина возбуждаемой волны) и на большом расстоянии $r \gg \lambda$ от центра ячейки в узком угловом секторе цилиндрическую волну можно рассматривать как плоскую волну с волновым числом k в одномерном k -пространстве.

В прямоугольной ячейке стоячие волны описываются суммой двух стоячих перпендикулярных синусоидальных волн:

$$h(x, y, t) = A_1 \sin(kx) \cos(\omega t) + A_2 \sin(ky) \cos(\omega t + \varphi) \quad (12)$$

где φ разность фаз между стоячими волнами в разных направлениях.

Бегущие волны, распространяющиеся от двух перпендикулярных стенок прямоугольной ячейки будут задаваться выражением:

$$h(x, y, t) = A_1 \sin(kx - \omega t) + A_2 \sin(ky - \omega t + \varphi) \quad (13)$$

0.8 Возбуждение волн в ячейке, совершающей колебания в вертикальном направлении

Турбулентность на поверхности воды в гравитационно-капиллярном интервале частот изучалась многими исследователями в течение нескольких последних десятилетий [13, 20, 21, 22]. Для возбуждения волн использовали различные методики. В лабораторных условиях волны на поверхности жидкости могут возбуждаться различными способами: при помощи волнопродукторов [23, 13], электрическими силами, действующими на границу раздела жидкостей с разной диэлектрической проницаемостью [24] или на поверхность заряженной жидкости [25]. Однако в большинстве работ для генерации волн используют параметрическую неустойчивость поверхности жидкости, совершающей вынужденные вертикальные колебания с ускорениями выше некоторого порогового

значения (неустойчивость Фарадея) [20, 21, 22]. Отличительной чертой этой методики является высокий уровень возбуждения волн сразу после возникновения неустойчивости на поверхности. Такая особенность методики возбуждения не позволяет работать с волнами малой амплитуды. Кроме того, как выяснилось, при сильном возбуждении наряду с нелинейным взаимодействием волн наблюдается генерация вихревого движения [26, 27]. Недавно в [28, 29] было показано, что завихренность формируется в результате взаимодействия нелинейных волн, имеющих неколлинеарные волновые векторы \mathbf{k} . В [11] волны на поверхности цилиндрической ячейки возбуждали с помощью кольца, касающегося поверхности воды вблизи стенок ячейки. На поверхности возбуждалась только радиальная мода. В этом случае стоячие волны на поверхности описываются функцией Бесселя параметра Rk (R – радиус ячейки). Экспериментальные результаты [11] оказались в хорошем согласии с теорией слабой (волновой) турбулентности [1].

При вертикальных колебаниях ячейки возможны два механизма возбуждения волн на поверхности воды. Первый осуществляется благодаря наличию мениска на границе ячейки. При вертикальных колебаниях равновесный радиус мениска меняется в зависимости от величины вертикального ускорения, что приводит к появлению на поверхности жидкости волн с частотой равной частоте вертикальных колебаний ячейки.

Второй механизм возникновения волн обусловлен развитием параметрической неустойчивости на поверхности жидкости, впервые описанной Фарадеем [30]. Неустойчивость Фарадея является параметрической, а частота возбуждаемой волны оказывается в два раза меньше частоты вертикальных колебаний ячейки.

При вертикальных колебаниях сосуда с относительно низкой амплитудой параметрическая неустойчивость Фарадея не возникает, так как неустойчивость развивается при амплитудах выше некоторого порогового значения. Поэтому для наблюдения спектров турбулентного каскада на поверхности воды использовалось возбуждение волн с помощью вертикальных колебаний с амплитудой ниже порога параметрической неустойчивости.

Стоит отметить, что при возбуждении волн на поверхности воды с помощью мениска в цилиндрической ячейке возбуждаются только радиальные моды, а при развитии параметрической неустойчивости происходит возбуждение и азимутальной моды.

При наблюдении волновой турбулентности на поверхности жидкого водорода удобнее использовать возбуждение волн с помощью электрического поля. В этом случае амплитуда волн ограничивается напряжением пробоя и размерами оптического окна криостата, через которое с помощью лазерного луча производится регистрация волн [25].

0.9 Метод детектирования волн на поверхности жидкости

Существует несколько методик регистрации капиллярных волн. Можно регистрировать волны на поверхности жидкости с помощью преломленного или отраженного лазерного луча от сравнительно небольшого участка поверхности жидкости [31]. Для регистрации волн на поверхности проводящей жидкости в работе [13] в жидкость вводили вертикально ориентированный отрезок изолированной металлической проволоки. В результате образуется цилиндрический конденсатор, одной из обкладок которого служит поверхность проволоки, а другой – проводящая жидкость. По изменению емкости конденсатора со временем можно судить о колебаниях уровня жидкости в точке контакта изолированной проволоки и жидкости. В работе [32, 20] камерой регистрировали свет прошедший через полупрозрачную жидкость, а для обеспечения диффузного распространения света в объеме жидкости в рабочую ячейку с жидкостью (водой) вводили полистироловые шарики диаметром 1 мкм или добавляли обычное молоко. На фотографии колеблющейся поверхности яркость отдельных точек определяется высотой уровня поверхности жидкости, т.е. по распределению яркости точек на поверхности можно судить о распределении энергии (амплитуде колебаний) по волновым векторам на поверхности освещаемой снизу "мутной" жидкости. В работе [33] возбуждение и регистрация колебаний на поверхности воды производится с помощью электрического поля емкостным методом. Для этого на стенке прямоугольной кварцевой кюветы помещены полоски из алюминия, которые играют роль конденсатора.

Остановимся подробнее на методики регистрации волн с помощью отраженного лазерного луча.

Колебания поверхности детектируются по схеме, показанной на рисунке 0.2. Лазерный луч, отраженный от поверхности жидкости, фокусируется лин-

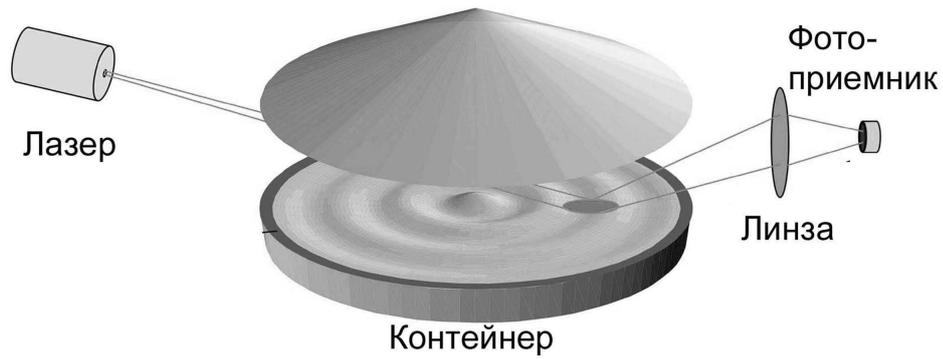


Рисунок 0.2 — Схема методики измерения волн на поверхности жидкости с помощью отраженного лазерного луча.

зой на фотоприемник. Угол скольжения лазерного луча (угол между лазерным лучом и плоскостью поверхности жидкости) к поверхности жидкости составляет примерно 0.2 рад. Максимальный угол отклонения поверхности жидкости от равновесия составляет 0.05 рад.

В зависимости от характерного размера a пятна лазерного луча на поверхности жидкости и длины волны λ детектируемого колебания возможны два метода обработки сигнала с фотоприемника:

1. $a \ll \lambda$. "Узкий луч". Характерный размер пятна лазерного луча много меньше длины волны. В этом случае мощность отраженного луча зависит от угла отражения, то есть в приближении малых углов мощность принимаемого сигнала фотоприемника линейно зависит от угла отражения.

$$P(t) \sim R(\alpha + \varphi(t)) \approx R(\alpha) + \text{const}\varphi(t) \quad (14)$$

Для квадрата Фурье-компонент:

$$P_{\omega}^2 \sim \varphi_{\omega}^2 \quad (15)$$

где $P(t)$ - мощность сигнала на фотоприемнике, R - коэффициент отражения.

2. $a \gg \lambda$. "Широкий луч". Характерный размер пятна лазерного луча много больше длины волны. В этом случае мощность отраженного луча является интегральной характеристикой поверхности. В результате усреднения получится следующая зависимость [31]:

$$P_{\omega}^2 \sim I_{\omega} \quad (16)$$

0.10 Возбуждение вихревых течений поверхностными волнами

Сравнительно недавно было обнаружено, что при параметрическом возбуждении наряду с волновым движением на поверхности жидкости также наблюдается течение, демонстрирующее хаотическое поведение [34]. Впоследствии было показано, что это течение соленоидально и с увеличением амплитуды волн может оказаться достаточно интенсивным для формирования турбулентного каскада [26, 35, 27] подобно обратному каскаду в двумерной турбулентности [36]. Несмотря на большое количество экспериментальных исследований, посвященных волнам Фарадея, природа возникновения в них течения до настоящего времени не была выяснена. В работе [37] это течение пытались описать как средний дрейф Стокса [38] для случайного волнового поля. Однако найденное в эксперименте значение коэффициента диффузии пассивного скаляра почти на порядок превышало теоретическое. Наше исследование показало [28], что генерация вихревого движения не является особенностью неустойчивости Фарадея, а является следствием нелинейного взаимодействия волн, распространяющихся под углом друг к другу. Таким образом данное явление уже имеет отношение к движению поверхности океана. В частности оно может играть значительную роль в перемешивании планктона и в движении загрязняющих веществ на поверхности воды [39]. Стоит еще отметить, что изучив механизм генерации вихревых течений поверхностными волнами можно научиться создавать вихревое движение заданной формы, возбуждая на поверхности волны силой с рассчитанной спектральной характеристикой.

Для количественного изучения вихревых движений используется величина завихренности, определяемая как:

$$\Omega(x, y) = \frac{\partial V_x}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial x} \quad (17)$$

где V_x, V_y – компоненты скорости жидкости.

0.11 Дрейф Стокса

Волновое движение на свободной поверхности жидкости описывается уравнением гармонических колебаний, затухающими в глубину [14]:

$$V_x(x, z, t) = -Ake^{kz} \sin(kx - \omega t) \quad (18)$$

$$V_z(x, z, t) = Ake^{kz} \cos(kx - \omega t) \quad (19)$$

Несмотря на то, что среднее по периоду колебаний значение скорости в любой точке пространства равно 0, пробная частичка, помещенная в жидкость будет иметь не нулевое смещение за период колебания. Это связано с тем, что поле скорости жидкости меняется со временем, и для подсчета величины смещения пробной частички в пространстве необходимо интегрировать скорость жидкости по траектории движения пробной частички. В результате изменения скорости жидкости со временем траектория пробной частички получается незамкнутой и смещающейся за каждый период, см. рис. 0.3.

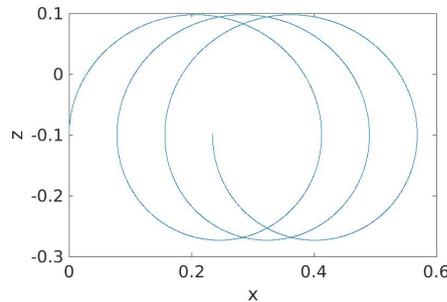


Рисунок 0.3

Другими словами пробная частичка в волне будет совершать колебания, смещаясь в сторону распространения волны. Среднюю скорость смещения можно оценить как [40]:

$$V_{St} = A^2 k^3 / 2\omega \quad (20)$$

Бегущая волна создает перенос массы в направлении своего распространения, который прекращается сразу же, когда прекращается волновое движение в данной точке пространства.

Представление уравнений движения жидкости, когда в качестве скоростей жидкости используется скорости жидкости в определенных точках пространства - называется эйлеровым. В лагранжевом представлении исследуются

скорости определенных объемов жидкости. При движении бегущей волны средняя эйлерова скорости будет равна нулю, в то время как средняя лагранжева скорость будет равна дрейфу Стокса.

При регистрации движения декорирующих частиц на поверхности жидкости может регистрироваться как лагранжева скорость, так и эйлерова. Для регистрации эйлеровой скорости необходимо выполнение следующих условий: частота съемки должна быть много больше частоты волны и шаг пространственной сетки регистрации должен быть много меньше амплитуды колебания кусочка жидкости за период волны. Так как второе условие в наших экспериментах технически выполнить сложно, то стоит считать, что в наших экспериментах измеряется лагранжева скорость.

Глава 1. "Квазипланковский" спектр капиллярной турбулентности на поверхности жидкого водорода

В турбулентном каскаде область накачки и диссипации значительно разнесены в пространстве волновых векторов. Наличие диссипативной области является необходимым условием для установления турбулентного каскада. В диссипативной области турбулентного распределения механическая энергия волн переходит в тепло в результате вязких потерь. Энергия в диссипативную область поступает в результате нелинейного взаимодействия волн с гармониками из инерциального интервала. Распределение энергии в диссипативной области определяется характером волнового взаимодействия как внутри области, так и с волнами более низкой частоты [16]. В этой главе представлены результаты исследования распределения энергии по частоте в диссипативной области турбулентного каскада в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода. При изучении волновой турбулентности жидкий водород выгодно отличается от воды в пять раз более низким коэффициентом кинематической вязкости и в три раза большим коэффициентом нелинейности капиллярных волн, который оценивается как $V \sim (\sigma/\rho^3)^{1/4}$. Таким образом, при равных угловых амплитудах волн на частоте накачки относительная ширина инерционного интервала, оцениваемая из равенства времен вязкого затухания волн, оказывается в три раза больше для водорода.

1.1 Экспериментальная методика

Экспериментальная установка состоит из гелиевого криостата (рис. 1.1), в вакуумной полости которого расположена оптическая ячейка (рис. 1.2), системы возбуждения колебаний на поверхности жидкости и оптической системы их регистрации. Медный цилиндрический стакан глубиной 6 мм и внутренним диаметром 60 мм был установлен внутри ячейки. На расстоянии 4 мм над стаканом располагается металлическая пластина. Газообразный водород сконденсируется в стакан до максимального уровня. Радиоактивная мишень (молибденовая пластина, покрытая слоем тритида титана), расположенная на дне стакана, ионизи-

рует жидкий водород. В присутствии постоянного электрического напряжения около 1 кВ между стаканом и верхней пластиной, положительно заряженные ионы собираются под поверхностью жидкого водорода, образуя квазидвумерный слой. Волны на поверхности жидкого водорода возбуждаются дополнительным к постоянному переменным напряжением с максимальной амплитудой около 100 В, приложенным к стакану [31].

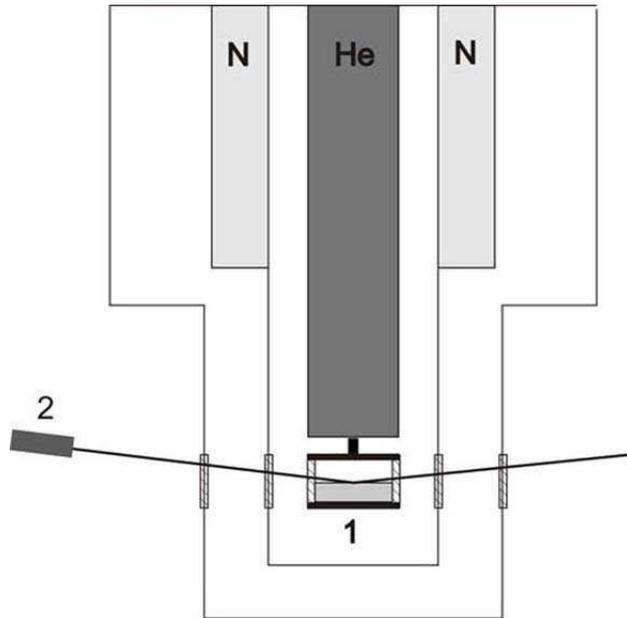


Рисунок 1.1 — Схематическая конструкция криостата. 1 – экспериментальная ячейка, 2 – лазер.

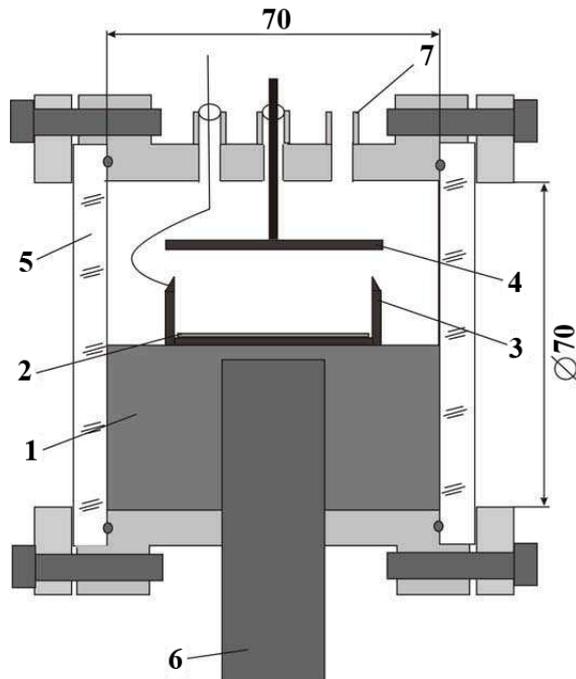


Рисунок 1.2 — Схематическая конструкция экспериментальной ячейки. 1 – текстолитовый брусок, 2 – радиоактивная мишень, 3 – медный контейнер, 4 – верхняя обкладка конденсатора, 5 – кварцевое окно, 6 – медный хладопровод, 7 – капилляр для набора водорода.

Использование переменного электрического поля позволяет возбуждать на поверхности капиллярные волны хорошо контролируемой силой. В этих экспериментах в качестве переменного возбуждающего напряжения были использованы низкочастотные случайные сигналы, сосредоточенные в полосе частот. Эти сигналы были синтезированы обратным Фурье-преобразованием случайного набора фаз и прямоугольного амплитудного спектра, который везде равен нулю кроме заданного частотного интервала накачки (см. рис. 1.3). Фрагмент сигнала накачки приведен на рис. 1.4

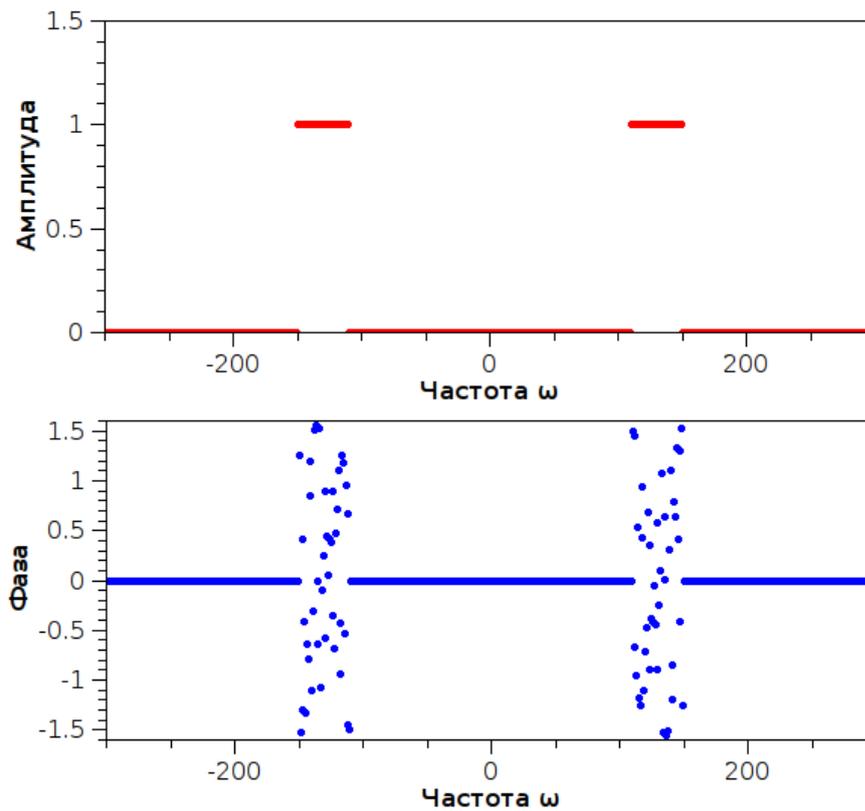


Рисунок 1.3 — Частотное распределение амплитуды (верхний график) и пример частотного распределения фазы (нижний рисунок) сигнала, используемого в качестве накачки.

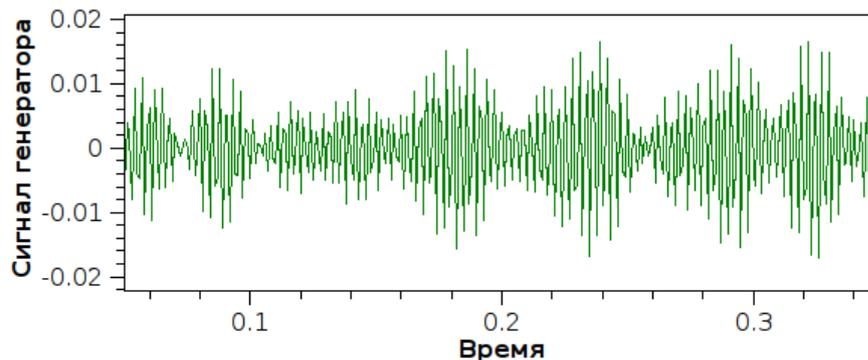


Рисунок 1.4 — Фрагмент сигнала накачки.

Для регистрации волн на поверхности жидкости использовался метод отражения лазерного луча. Лазерный луч падает под малым скользящим лучом (около 0.2 рад) на поверхность жидкости. Отраженный луч фокусируется линзой на фотодетектор. Напряжение на фотодетекторе усиливается и оцифровывается 24 битным аналого-цифровым преобразователем (ЦАП) с частотой дискретизации около 100 кГц. Волны регистрируются в режиме "широкого луча", когда размер лазерного луча больше, чем характерная длина волны. Энергия отраженного лазерного луча $P(t)$ в этом режиме пропорциональна квадрату отклонения поверхности $\eta(t)$ [15]. По этой причине в дальнейшем не делается разницы между спектром корреляционной функции отклонения поверхности $\langle |\eta_\omega^2| \rangle$ и энергией отраженного лазерного луча $\langle P_\omega^2 \rangle$. Более подробно эта методика измерения описана в [31].

Максимальная угловая амплитуда волны, которая может быть зарегистрирована в эксперименте, ограничена размером оптических окон криостата и приблизительно равна 0.05 рад.

1.2 Экспериментальные результаты и обсуждение

Капиллярные волны возбуждались случайной силой в частотном диапазоне 39-103 Гц. Средний квадрат возбуждающего напряжения менялся от $V_p = 0$ В, т.е. отсутствие накачки, до $V_p = 30$ В. Ограничение связано с максимальной угловой амплитудой волны. На рис. 1.5 показан пример Фурье-спектра для отраженной энергии лазерного луча P_ω^2 при разных амплитудах возбуждающей силы. На рис. 1.5 хорошо видна область накачки в низкочастотной части спектра. За областью накачки следует инерционный интервал - относительно широкая частотная область, где видна степенная зависимость спектра P_ω^2 . Ширина инерционного интервала зависит от амплитуды накачки. Когда поверхность возбуждается слабо (переменное напряжение $V_p = 4$ В) область диссипации начинается рядом с областью накачки и инерционный интервал не наблюдается. Увеличение силы накачки приводит к уширению инерционного интервала, высокочастотная граница инерционного интервала ω_b смещается к высоким частотам. Наиболее широкий инерционный интервал с границами от ≈ 0.3 кГц, до $\omega_b \approx 4$ кГц наблюдается при максимальном напряжении накачки

$V_p = 30$ В. На частотах выше высокочастотной границы инерционного интервала колебания поверхности затухают из-за вязких потерь, кривая P_ω^2 идет вниз гладко и уходит ниже уровень аппаратных шумов.

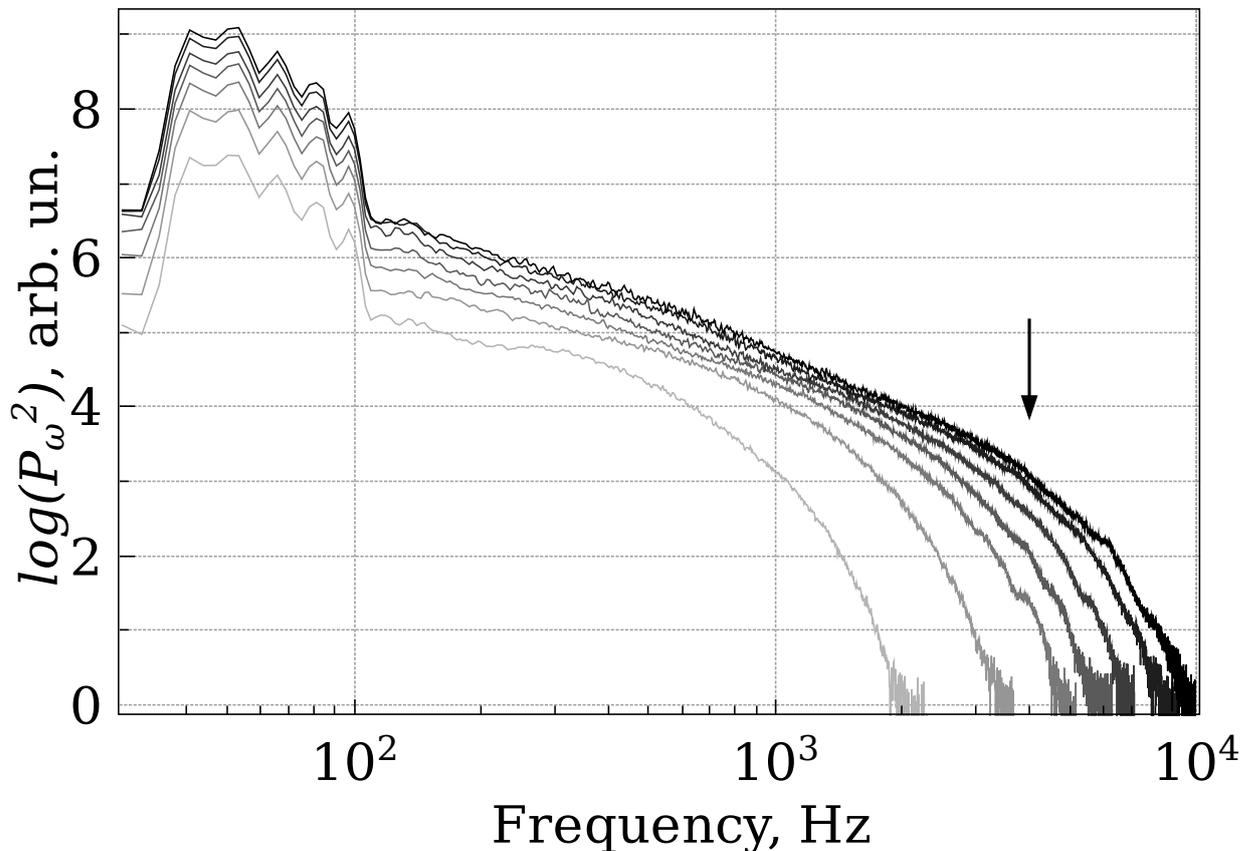


Рисунок 1.5 — Спектры поверхностных колебаний P_ω^2 , возбужденных случайной силой в частотном диапазоне 39-103 Гц при разных амплитудах возбуждающей силы. Среднеквадратичное значение возбуждающего напряжения V_p меняется от 4 до 30 В. Более темные линии соответствуют большей силе накачки. Стрелкой показана высокочастотная граница инерционного интервала $\omega_b \approx 4$ кГц при накачке 30 В.

Турбулентные спектры, перестроенные в полулогарифмическом масштабе на рис. 1.6, показывают, что убывание амплитуд волн с частотой выше высокочастотной границы инерционного интервала может быть достаточно хорошо описано экспоненциальной функцией $P_\omega^2 \sim \omega^{-s} e^{-\omega/\omega_d}$ в некотором интервале частот. Полученный параметр ω_d оказывается значительно меньше, чем частоты из интервала подгонки, что разумно для планковского распределения. Например спектр, полученный при амплитуде переменного напряжения накачки $V_p = 26$ В хорошо приближается экспоненциальной функцией в диапазоне 5-9 кГц с $\omega_d \approx 0.6$ кГц. К сожалению, узкий интервал подгонки не позволяет установить показатель степени s "квазипланковского" распределения достаточно точно. Полученные значения ω_d в несколько раз меньше, чем видимая гра-

ница между инерционным интервалом и диссипативной области(см. рис. 1.5). Это несоответствие можно отнести к определенной степени свободы в определении граничной частоты, которая может быть перенормирована с помощью некоторой константы.

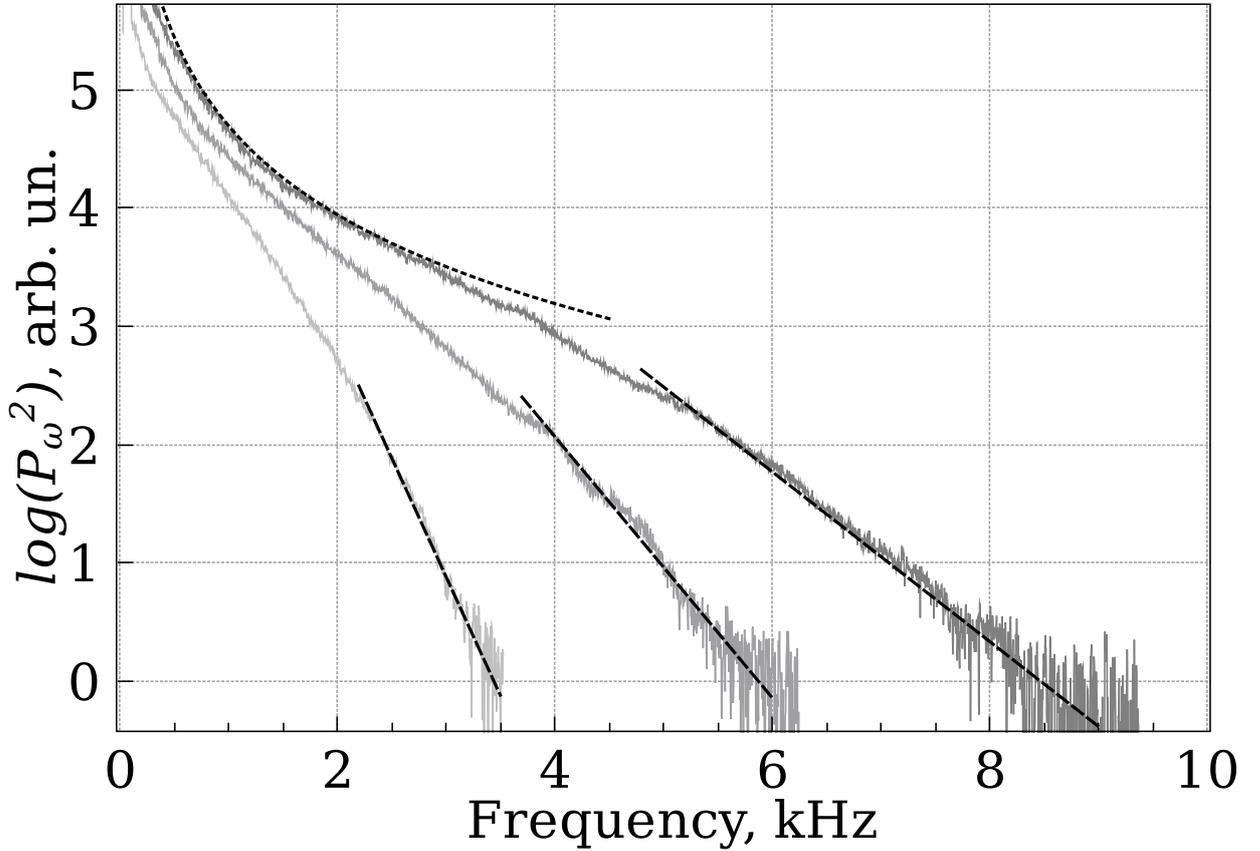


Рисунок 1.6 — Спектры P_ω^2 для уровней накачки $V_p = 8$ В (светло серая линия), 16 В (серая линия) и 26 В (темно-серая линия) в полулогарифмическом масштабе. Линией из точек показан степенной закон $\sim \omega^{-2.8}$, пунктирной линией - подгонка функцией $\sim e^{-\omega/\omega_d}$. ω_d примерно равен 0.2, 0.4 и 0.6 для $V_p = 8, 16$ и 26 В соответственно.

Характерная частота ω_d , оцененная с помощью подгонки экспоненциального затухания в диссипативной области к экспериментальным данным, растет с увеличением амплитуды возбуждающей силы. Для измерения уровня возбуждения использовался отклик поверхности η_0 , а именно абсолютное значение P_ω на частоте 53 Гц (положение максимума распределения P_ω^2 внутри области накачки). Величина η_0 прямо пропорциональна средней высоте волны на той же самой частоте. На рис. 1.7 показано, что зависимость граничной частоты от величины возбуждения может быть описана степенным законом $\omega_d(\eta_0) \sim \eta_0^m$ со значение показателя $m = 0.85 \pm 0.05$. Необходимо заметить, что подгонка экспоненциальных спектров с помощью "квази-Планка" с малым ненулевым s

($|s| \leq 2$) слабо влияет на полученный параметр ω_d (изменение менее 20%). Эта поправка не изменит показатель степени m в пределах погрешности.

Наблюдаемый показатель $m \approx 0.85$ значительно отличается от ожидаемого $m = 12/5$ (см. параграф 0.5 введения). Стоит отметить, что в случае турбулентных каскадов, возбужденных монохроматической силой, измеренная в [4] граничная частота находится в хорошем соответствии с ожиданиями $\omega_d(\eta) \sim \eta^{1.3}$.

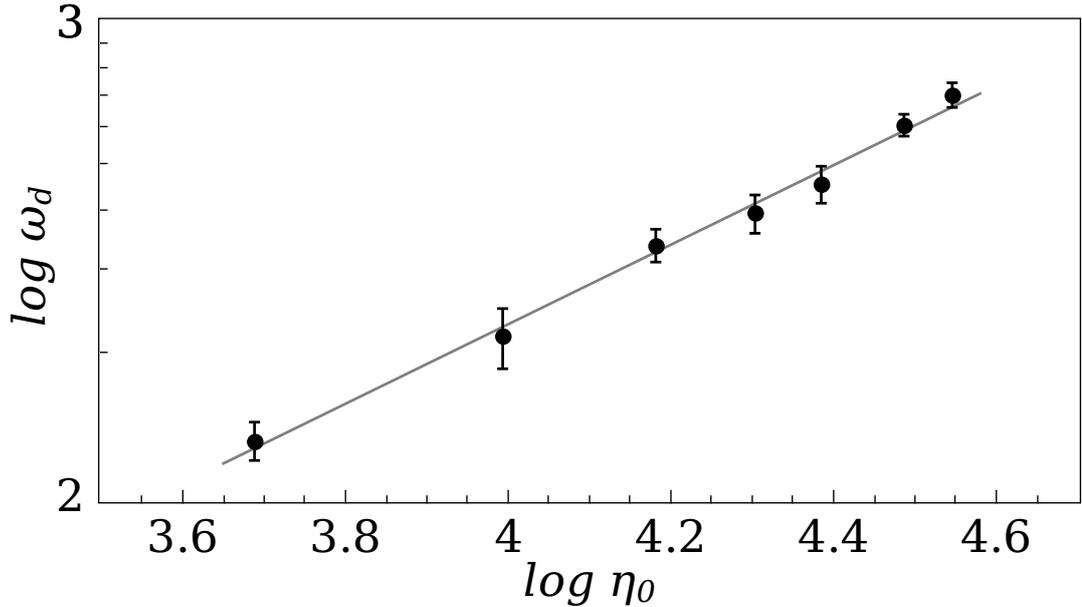


Рисунок 1.7 — Зависимость частоты вязкого затухания диссипативной области ω_d (черные точки) от средней высоты низкочастотной волны η_0 , сплошная линия - подгонка функцией $\eta_0^{0.85}$.

1.3 Выводы

Впервые наблюден переход от степенного спектра Колмогорова-Захарова в инерционном интервале к "квазипланковскому" распределению $\omega^{-s} e^{-\omega/\omega_d}$ в области диссипации энергии в турбулентном распределении системы капиллярных волн. Экспоненциальный спад в области диссипации $\omega/\omega_d \gg 1$ соответствует теоретическому ожиданию и качественно соответствует численным вычислениям [16]. Граница вязкого затухания ω_d растет с увеличением амплитуды накачки и зависит от средней высоты волны η_0 на частоте накачки как $\omega_d \sim \eta_0^{0.85 \pm 0.05}$. Однако наблюдаемая зависимость отличается от теоретически

ожидаемой, показатель степени почти в три раза больше предсказанного значения.

Глава 2. Турбулентность в системе капиллярных волн на поверхности воды

Хотя физические параметры жидкого водорода дают некоторые преимущества при экспериментальном изучении слабой волной турбулентности, вода остается удобной для экспериментов с жидкостью. В данной главе представлены экспериментальные результаты исследования волновой турбулентности в системе капиллярных волн на поверхности воды в цилиндрическом и прямоугольном сосудах. Экспериментально было изучено положение высокочастотного края инерционного интервала турбулентного каскада в зависимости от амплитуды накачки монохроматического и широкополосного типа. Так же была оценена характерная частота затухания каскада энергии в диссипативной области для различных амплитуд и спектральных характеристик возбуждающей силы.

2.1 Экспериментальная методика

Экспериментальная установка, схематично представленная на рис. 2.1, состоит из виброплатформы 1, установленной на ней экспериментальной ячейки с водой 2 и системы регистрации колебаний 3, 4.

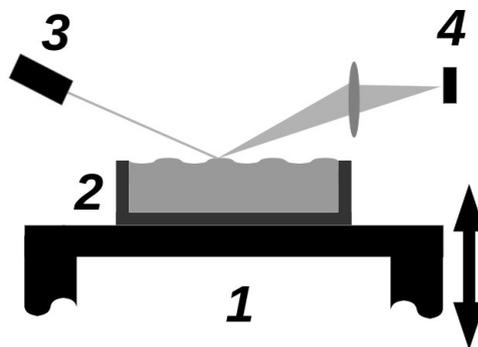


Рисунок 2.1 — Схема эксперимента: 1 – виброплатформа; 2 – сосуд с водой; 3 – лазер; 4 – фотоприемник.

Экспериментальные ячейки имели форму стакана с кругом диаметром от 65 до 130 мм или прямоугольником со сторонами 49 × 50 мм в основании и

глубиной 10 мм. Вода наливается выше края стенок стакана так, чтобы образовался выгнутый мениск. При вертикальных осцилляциях ячейки равновесный радиус мениска меняется в зависимости от ускорения ячейки, благодаря чему возбуждаются колебания поверхности воды. Колебания ячейки контролировались подачей электрического сигнала с цифрового генератора на вход сабвуфера-виброплатформы. Использовали следующие виды накачек: монохроматическую на резонансной частоте, узкополосную с шириной полосы около 1 Гц и широкополосную в диапазоне 30–50 Гц. Под амплитудой накачки A в случае монохроматического возбуждения понимается амплитуда электрического сигнала, подаваемого на виброплатформу. В случае узкополосной или широкополосной накачки за амплитуду A принимается среднеквадратичное значение электрического сигнала, подаваемого на виброплатформу. Отметим, что высота волны основной гармоники на поверхности воды прямо пропорциональна амплитуде A (ускорению ячейки в вертикальном направлении) при монохроматической накачке.

Для регистрации колебаний поверхности воды была использована система, ранее описанная в [31]. Скользящий под небольшим углом лазерный луч падает на поверхность воды и отражается от нее. Мощность отраженного лазерного луча зависит от угла отражения. Поэтому присутствие волн на поверхности приводит к временным вариациям мощности отраженного луча $P(t)$. Отраженный луч фокусируется на фотодетектор, электрический сигнал с которого оцифровывается и записывается в память компьютера.

Регистрация волн на поверхности воды происходит в режиме "широкого луча" описанному в разделе 0.9, т.е. характерная длина волн на поверхности воды много меньше размера пятна лазерного луча. Как было сказано выше в этом режиме мощность, регистрируемая фотодетектором, является интегральной характеристикой формы поверхности и при равномерном распределении световой мощности по лазерному пятну на поверхности жидкости парная корреляционная функция I_ω прямо пропорциональна квадрату компоненты Фурье мощности P_ω^2 отраженного лазерного луча:

$$I_\omega = P_\omega^2. \quad (2.1)$$

На рис. 2.2 показано экспериментальное распределение амплитуд волн по частоте при возбуждении волн в ячейке диаметром 65 мм, глубиной 10 мм монохроматической силой на фиксированной частоте накачки f_p . Частота накачки

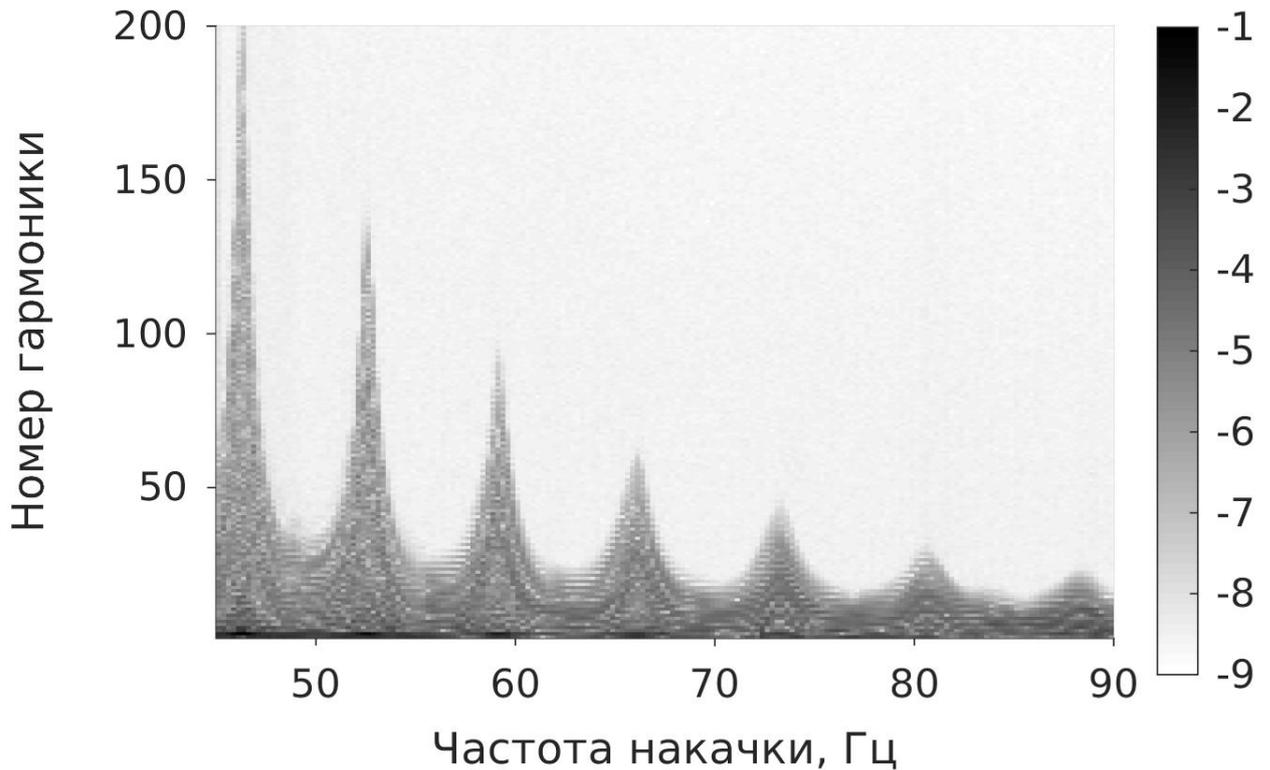


Рисунок 2.2 — Распределение по частотам и амплитудам волн на поверхности воды в цилиндрической ячейке диаметром 65 мм. Справа приведена шкала амплитуд в произвольных единицах.

увеличивается от 46 до 90 Гц с шагом 0.1 Гц. По оси абсцисс отложена частота в герцах, а по оси ординат номер регистрируемой гармоники N с частотой Nf_p . Оценка показывает, что в интервале частот от 45 до 90 Гц расстояние между резонансными пиками превосходит ширину пиков, вязкое уширение резонансных пиков $2\nu\omega^{4/3}(\rho/\sigma)^{2/3}$ (ρ – плотность, ν – кинематическая вязкость, σ – коэффициент поверхностного натяжения воды), т.е. спектр поверхностных колебаний в этом диапазоне частот является дискретным. На рис. 2.3 приведен пример записи сигнала, регистрируемого фотодетектором при монохроматическом возбуждении волн на частоте 46 Гц в цилиндрической ячейке. Подчеркнем, что основные вариации мощности отраженного лазерного луча обусловлены колебаниями поверхности воды на частоте накачки.

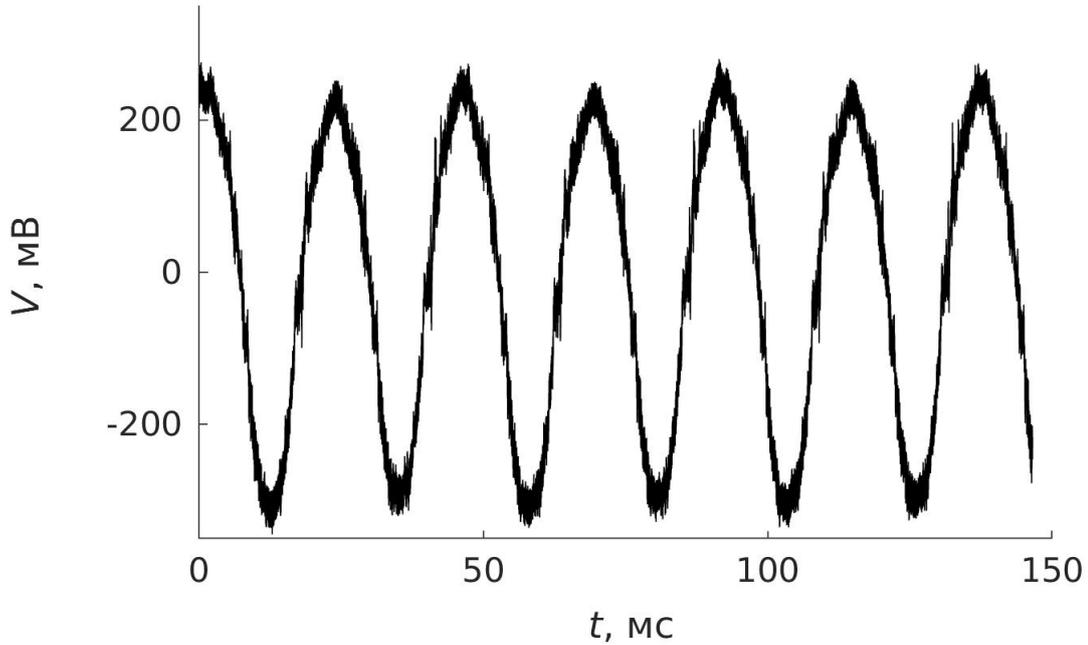


Рисунок 2.3 — Пример записи сигнала с фотодетектора при возбуждении поверхности воды монохроматической накачкой на частоте 46 Гц в ячейке диаметром 65 мм.

2.2 Экспериментальные результаты

На рис. 2.4 приведен спектр P_{ω}^2 , полученный Фурье-преобразованием сигнала, фрагмент которого показан на рис. 2.3. Отметим особенности на этом распределении. Самый большой пик, расположенный слева на шкале частот, соответствует частоте возбуждающей монохроматической силы $f_p = 46$ Гц. Стрелкой на спектре отмечен край инерционного интервала f_b . На частотах выше f_b располагается диссипативная область, в которой турбулентный поток энергии быстро затухает. В диапазоне между областью накачки и краем инерционного интервала располагаются пики, соответствующие резонансам, возникшим в результате трехволнового взаимодействия с частотами, кратными f_b . Видно, что максимумы пиков в спектре в пределах инерционного интервала хорошо ложатся на прямую линию, которая соответствует степенному закону распределения с показателем степени, близким к -1.8. Значения показателя степени отличается от теоретически предсказанного из-за аппаратной функций экспериментальной методики регистрации волн.

С увеличением амплитуды возбуждающей силы положение высокочастотного края инерционного интервала f_b сдвигается в сторону высоких частот.

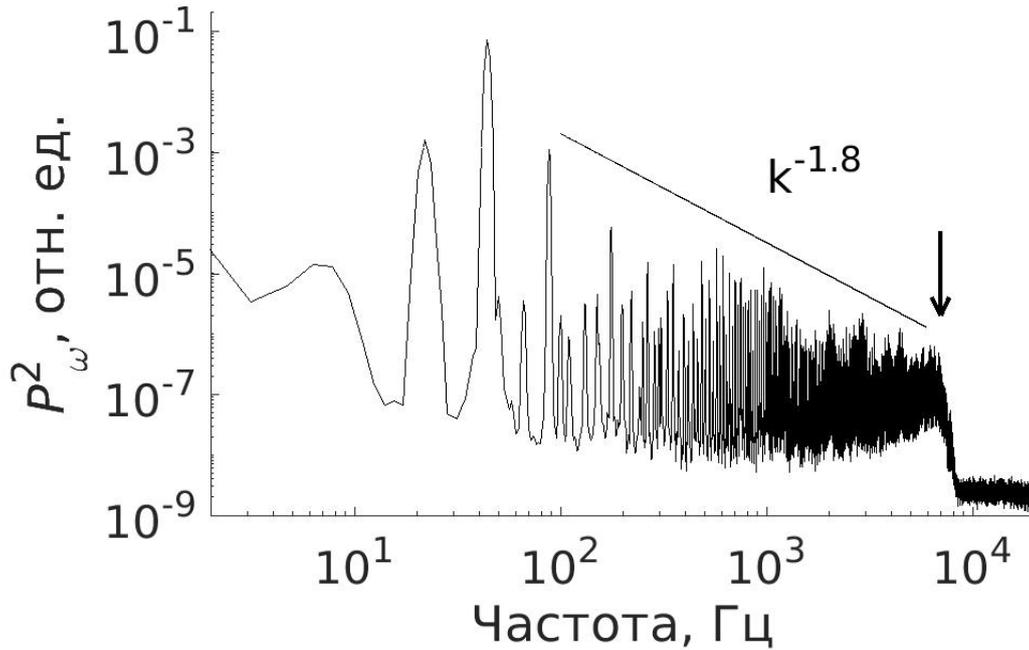


Рисунок 2.4 — Турбулентный каскад на поверхности воды при возбуждении поверхности воды монохроматической накачкой на частоте 46 Гц в ячейке диаметром 65 мм.

Частота f_b определяется по компенсированным спектрам P_ω^2/ω^γ . Показатель степени γ подбирается так, чтобы в инерционном интервале спектр P_ω^2/ω^γ не зависел от частоты. Значение f_b определяется как частота, при которой отклонение P_ω^2/ω^γ от плоского спектра составляет 50%

2.3 Высоочастотный край инерционного интервала

Анализ зависимостей частоты края инерционного интервала от амплитуды $f_b(A) \sim A^\beta$ показывает, что показатель степени β зависит от амплитуды возбуждающей силы. На рис. 2.5 приведено распределение волн по частотам и амплитудам, полученное при двух последовательных циклах увеличения и уменьшения амплитуды возбуждающей силы на частоте накачки, равной $f_p = 44$ Гц. Край инерционного интервала располагается на границе серого и черного цветов и возрастает по мере повышения амплитуды накачки. На рисунке хорошо видно, что при малых амплитудах накачки частота высокочастотного края инерционного интервала растет по закону немного сильнее линейного, т.е. $\beta > 1$ вплоть до 80-й гармоники частоты накачки. При больших амплитудах накачки показатель степени β приближается к единице.

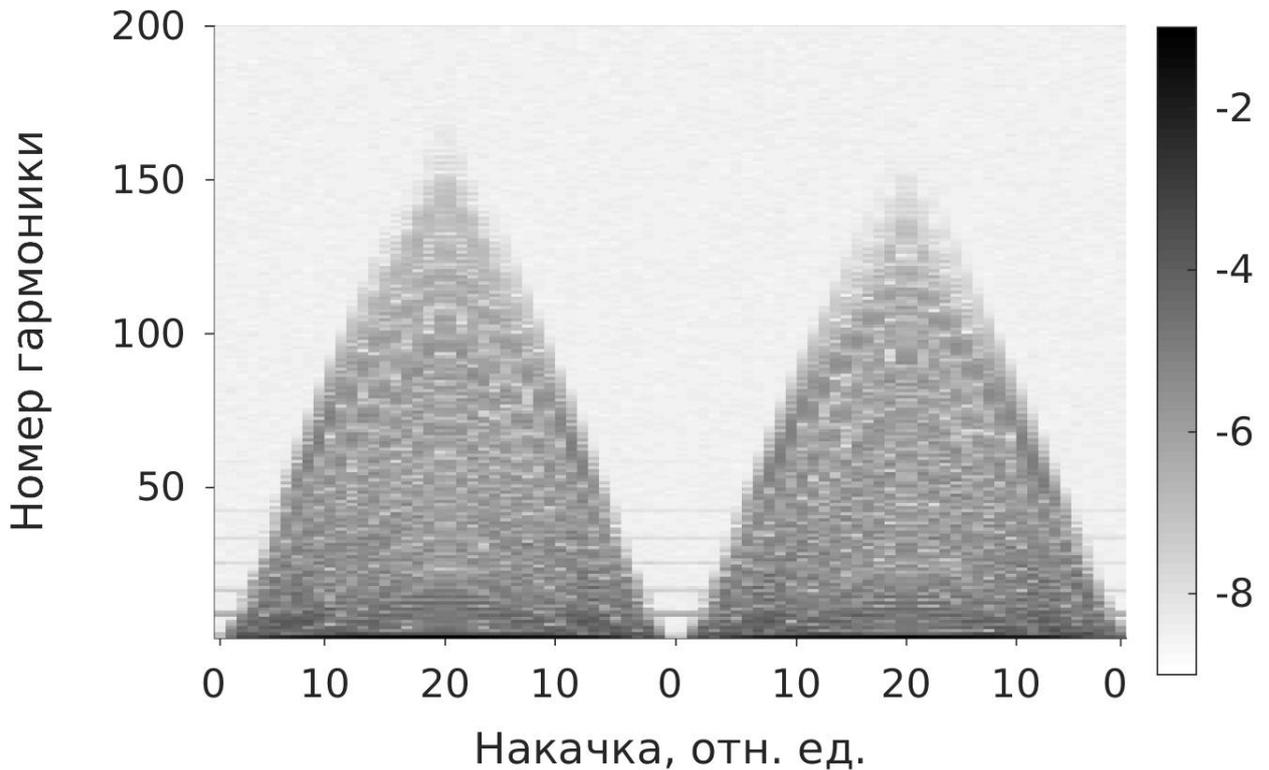


Рисунок 2.5 — Распределение волн по частоте и амплитуде колебаний при двух последовательных циклах увеличения и уменьшения амплитуды возбуждающей силы на частоте $f_p = 44$ Гц. Амплитуда возбуждающей силы дана в произвольных единицах. Диаметр ячейки равняется 65 мм.

На рис. 2.6 в логарифмическом масштабе приведены зависимости частоты края инерционного интервала f_b от амплитуды монохроматической накачки, полученные в цилиндрической ячейке диаметром 65 мм при накачке на частоте 45.5 Гц, в цилиндрической ячейке диаметром 130 мм при накачке на частоте 44 Гц. Видно, что полученные точки f_b на графиках в логарифмических координатах хорошо ложатся на прямую линию, что соответствует степенной зависимости частоты края инерционного интервала от амплитуды накачки $f_b \sim A^\beta$. Экспериментально полученные значения показателя степени β лежат в интервале от 1.23 ± 0.10 для всех цилиндрических ячеек. Отметим, что теоретическое значение β равно $4/3$ для монохроматической накачки [41]. Таким образом, можно заключить, что экспериментальные значения находятся в согласии с теоретической оценкой.

При переходе от монохроматической к широкополосной накачке также наблюдаются хорошие степенные зависимости $f_b \sim A^\beta$ в широком интервале амплитуд возбуждающей силы, но показатель степени β меньше, чем в случае монохроматической накачки.

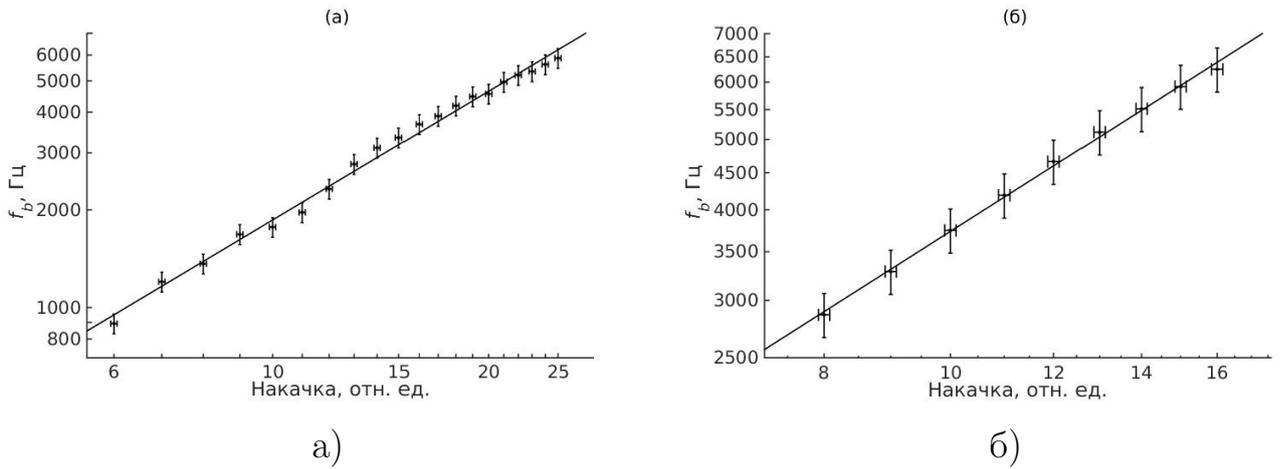


Рисунок 2.6 — Зависимость высокочастотного края инерционного интервала от амплитуды монохроматической накачки в цилиндрических ячейках диаметром 65 мм, $f_p = 45.5$ Гц (а) и 130 мм, $f_p = 44.0$ Гц (б). Прямая линия соответствует степенной зависимости частоты от амплитуды накачки с показателем степени $\beta = 1.32$ для рисунка (а) и $\beta = 1.14$ для рисунка (б)

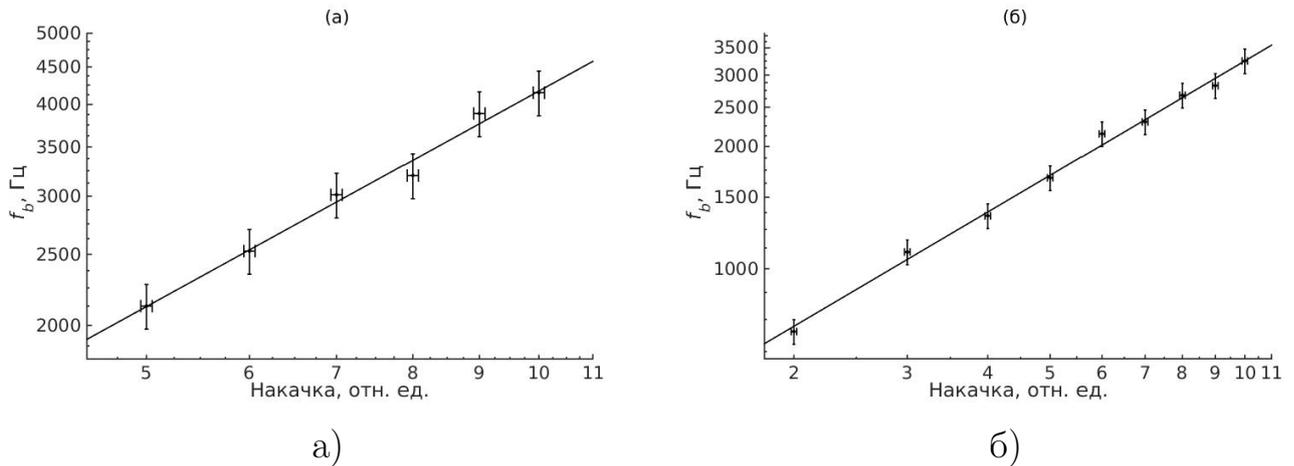


Рисунок 2.7 — Зависимость высокочастотного края инерционного интервала f_b от амплитуды широкополосной накачки в интервале 30–50 Гц в цилиндрических ячейках диаметром 65 (а) и 130 мм (б). Прямая линия соответствует степенной зависимости частоты от амплитуды накачки с показателем степени $\beta = 0.97$ для рисунка (а) и $\beta = 0.94$ для рисунка (б)

На рис. 2.7 приведены в логарифмическом масштабе зависимости частоты края инерционного интервала от амплитуды широкополосной накачки в диапазоне 30–50 Гц для двух ячеек. Видно, что экспериментальные точки хорошо описываются степенными функциями амплитуды. Показатель степени β изменяется от 0.97 в ячейке диаметром 65 мм до 0.94 в ячейке диаметром 130 мм, в среднем $\beta = 0.96 \pm 0.02$.

Также как и в случае монохроматической накачки экспериментальные точки на графиках хорошо ложатся на прямую линию, что соответствует степенной зависимости частоты края инерционного интервала от амплитуды накачки. От-

метим, что полученные величины показателя степени β составляют в среднем $\beta = 0.96 \pm 0.02$ и значительно отличаются от теоретического значения, равного $12/5$ [16].

Чтобы убедиться, что полученные степенные зависимости $f_b(A)$ не являются особенностью волн в цилиндрической ячейке, эксперименты были повторены на почти квадратной ячейке со сторонами 49×50 мм. На рис. 2.8 приведены зависимости частоты высокочастотного края инерционного интервала f_b от амплитуды монохроматической и широкополосной возбуждающей силы. Видно, что в этих случаях зависимость $f_b(A)$ можно также описать степенной функцией с показателем степени, равным 0.94 ± 0.02 . В главе 3 будет показано, что при таком возбуждении капиллярные волны формируют вихревые течения, однако оказалось, что присутствие вихрей на поверхности не оказывает существенного влияния на волновую турбулентность.

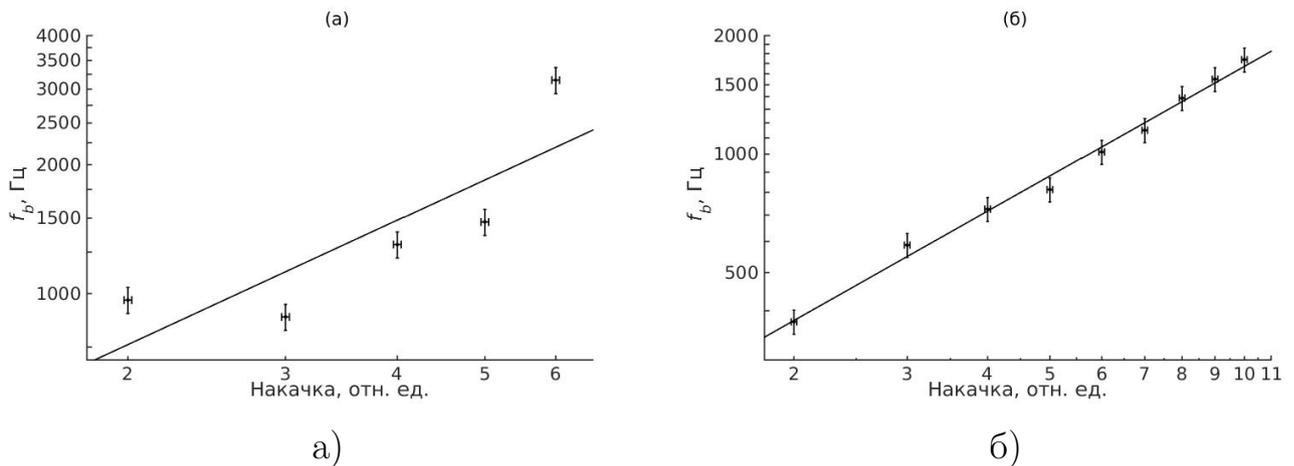


Рисунок 2.8 — Зависимость частоты высокочастотного края инерционного интервала f_b от амплитуды монохроматической на частоте 42 Гц (а) и широкополосной (б) накачки в диапазоне 30-50 Гц в ячейке размерами 49 x 50 мм. Прямая линия соответствует степенной зависимости частоты от амплитуды накачки с показателем степени $\beta = 0.96$ для рисунка (а) и $\beta = 0.92$ для рисунка (б)

Отметим, что при узкополосной накачке (ширина полосы 1 Гц) в полученных спектрах P_ω^2 край инерционного интервала слабо выражен, вследствие чего зависимость края инерционного интервала от амплитуды накачки установить не удастся.

2.4 Характерная частота затухания

Как отмечалось выше, на частотах выше f_b турбулентный каскад затухает в результате вязких потерь. На рис. 2.9 в двойных логарифмических координатах приведены зависимости характерной частоты f_d от амплитуды монохроматической накачки для двух ячеек. Отметим, что в ячейке диаметром 65 мм (рис. 2.9а) частота f_d возрастает по степенному закону при повышении амплитуды возбуждающей силы до относительного значения $A = 12$. В ячейке большего диаметра так же наблюдается монотонное повышение характерной частоты с ростом уровня накачки. Приближение экспериментальных данных степенной зависимостью $f_d \sim A^\alpha$ дает следующие значения показателя степени $\alpha = 1.18$ для ячейки диаметром 65 мм на растущем участке и $\alpha = 1.38$ для ячейки диаметром 130 мм, в среднем $\alpha = 1.28 \pm 0.10$.

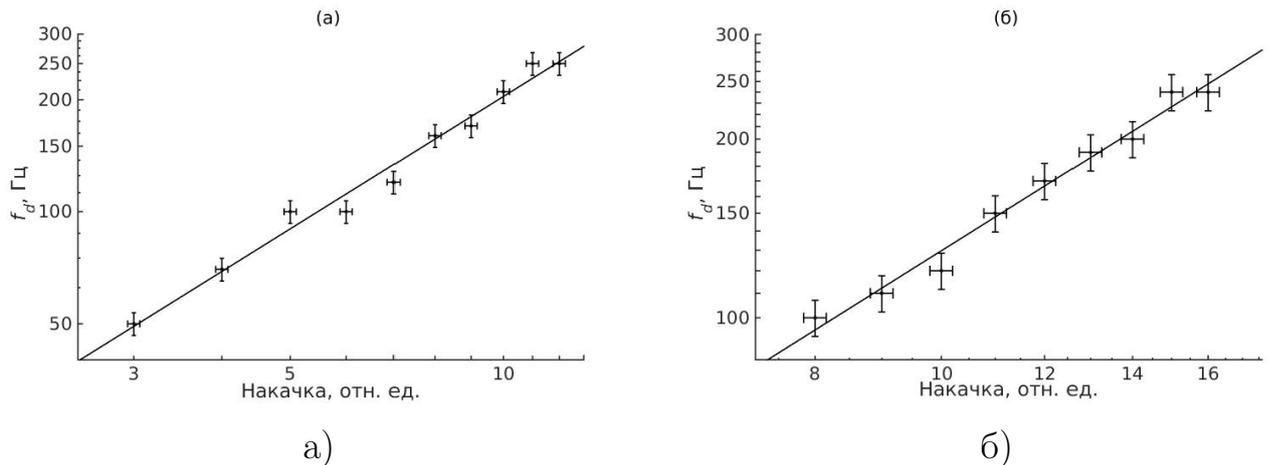


Рисунок 2.9 — Зависимость характерной частоты f_d от амплитуды возбуждающей силы при монохроматической накачке на частоте 45.5 Гц в ячейке диаметром 65 мм (а) и на частоте 44.0 Гц в ячейке диаметром 130 мм (б). Прямая линия соответствует степенной зависимости частоты от амплитуды накачки с показателем степени $\alpha = 1.18$ для рисунка (а) и $\alpha = 1.38$ для рисунка (б)

На рис. 2.10 показано распределение P_ω^2 в полулогарифмических координатах при широкополосной накачке в диапазоне 30–50 Гц, полученное в ячейке диаметром 65 мм. Амплитуды накачки в относительных единицах составляют 3:7:10. Стрелками на каждом спектре показано положение края инерционного интервала f_b , которое составляет 650, 2500 и 4300 Гц соответственно. На частотах выше f_b в диссипативной области наблюдается экспоненциальное затухание. Для наглядности на рисунке проведены прямые линии, подчеркивающие

экспоненциальные зависимости P_{ω}^2 . Характерные частоты, рассчитанные по зависимостям (2) для распределений, показанных на рис. 2.8, составляют 430, 1050, 1550 Гц соответственно.

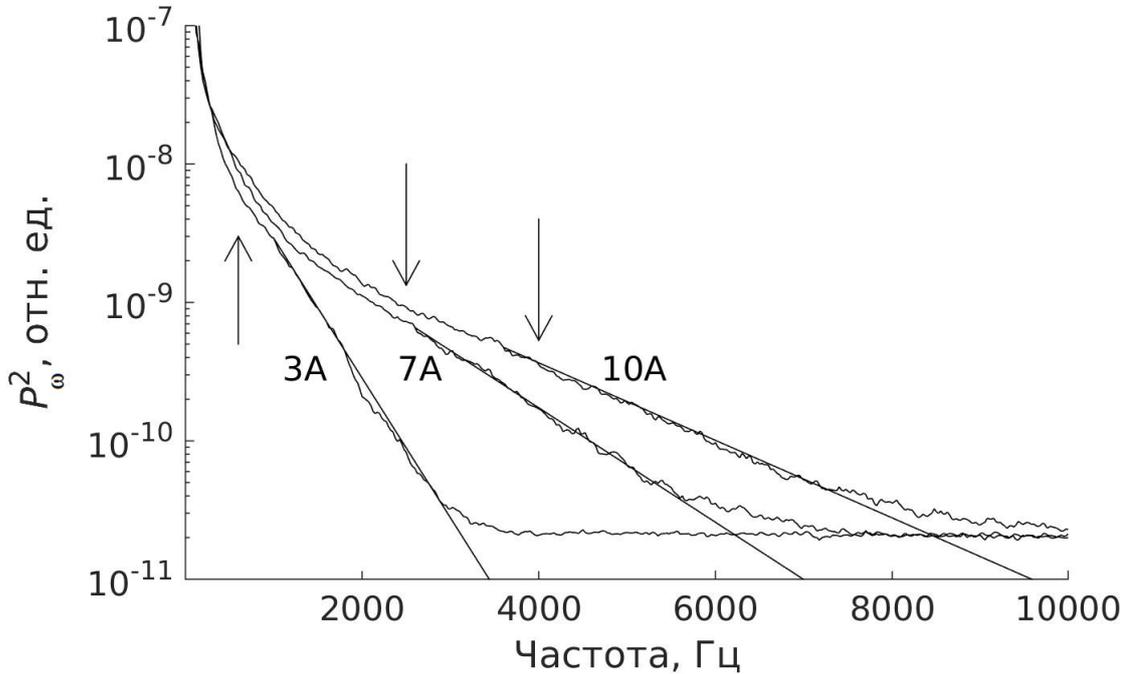
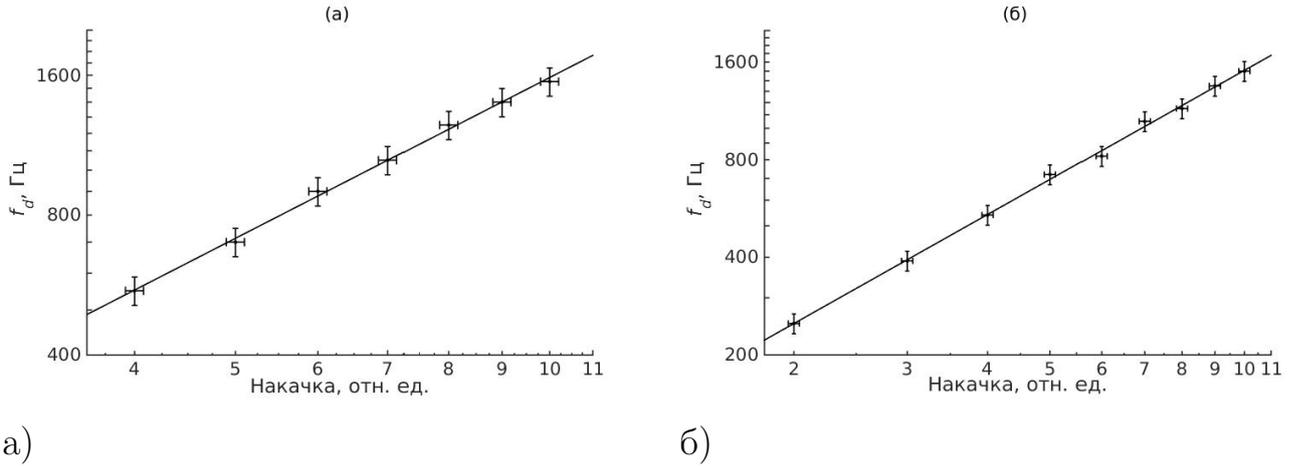


Рисунок 2.10 — Турбулентные распределения на поверхности воды в ячейке диаметром 65 мм при накачке в диапазоне 30–50 Гц. Амплитуды накачки в относительных единицах приведены у кривых.

В случае широкополосной накачки зависимость частоты f_d от амплитуды накачки является монотонной. На рис. 2.11 приведены в логарифмическом масштабе зависимости f_d от амплитуды широкополосной накачки в двух ячейках. Видно, что точки на графике хорошо ложатся на прямую линию, соответствующую степенной зависимости от амплитуды с показателем степени, близким к значениям, полученным по зависимостям частоты края инерционного интервала от амплитуды накачки. Оцененные значения α близки к 1.1.

2.5 Обсуждение

Экспериментальные данные свидетельствуют, что амплитудные зависимости частоты высокочастотного края инерционного интервала f_b можно хорошо описать степенными функциями амплитуды A^{β} . Показатель степени при мо-



а)

б)

Рисунок 2.11 — Зависимость характерной частоты f_d от амплитуды возбуждающей силы при широкополосной накачке на частотах от 30 до 50 Гц в ячейке диаметром: а – 65; б – 130 мм. Прямая линия соответствует степенной зависимости частоты от амплитуды накачки с показателем степени $\alpha = 1.15$ для рисунка (а) и $\alpha = 1.12$ для рисунка (б)

нохроматической накачке составляет в среднем $\beta = 1.23 \pm 0.09$, что близко к теоретической оценке $\beta = 4/3$. Амплитудная зависимость характерной частоты экспоненциального затухания турбулентного каскада описывается степенной функцией с показателем, равным $\alpha = 1.28 \pm 0.10$. Поэтому можно утверждать, что в случае монохроматической накачки частота f_b прямо пропорционально f_d , $f_b = m f_d$. Значение коэффициента пропорциональности m составляет 4–5, т.е. характерная частота f_d в несколько раз меньше частоты края инерционного интервала.

При широкополосной накачке показатели степени составляют в среднем $\beta = 0.96 \pm 0.02$ и $\alpha = 1.13 \pm 0.02$. Поэтому можно полагать, что $f_b = n f_d$, а значение n составляет 3–4. Это означает, что гармоники из диссипативной области как при монохроматической накачке, так и при широкополосном возбуждении взаимодействуют, в основном, с модами, расположенными в пределах инерционного интервала [42], но ниже частоты его края. Как близко эти моды расположены к краю инерционного интервала, установить сложно, но они значительно выше частоты накачки f_p . Отметим, что в экспериментах со сверхтекучим гелием при монохроматической накачке характерная частота f_d была близка к частоте накачки f_p [41] и меньше частоты края инерционного интервала в десятки раз. В то же время при широкополосной накачке в экспериментах с жидким водородом характерная частота f_d была только в несколько раз ниже частоты высокочастотного края инерционного интервала f_b и значительно превосходила частоту накачки f_p [42].

Таким образом, можно полагать, что отношение частот f_b , f_p , f_d в экспериментах на поверхности воды, как при широкополосной, так и монохроматической накачке и в экспериментах с широкополосной накачкой поверхности водорода качественно близки. Во всех этих случаях волны из диссипативной области взаимодействуют в основном с модами из инерционного интервала, вдали от областей накачки и края инерционного интервала.

Обратим внимание, что при высоких уровнях монохроматической накачки частота f_b растет с повышением амплитуды по закону слабее линейного (рис. 2.5). Остается непонятным расхождение в величине показателя степени β , полученного в эксперименте и оцененного из теории при широкополосном возбуждении волн. Отметим, что это разногласие наблюдается в экспериментах как с волнами на поверхности воды при различных методиках возбуждения поверхности [11], так и на поверхности жидкого водорода [43] и сверхтекучего гелия [41]. Во всех этих экспериментах угловые амплитуды волн на частоте накачки одного порядка, что связано с особенностью методики регистрации отклонения поверхности жидкости от равновесного положения [31], а кинематическая вязкость жидкостей изменяется примерно в 100 раз. То есть расхождения в значениях β не связаны со свойствами жидкостей, а определяются другими причинами. Для прояснения этого вопроса нужны дополнительные исследования.

2.6 Выводы

В этой главе экспериментально показано, что при возбуждении турбулентного состояния на поверхности воды монохроматической или широкополосной накачкой частота высокочастотного края инерционного интервала и характерная частота вязкого затухания каскада P_ω^2 в диссипативной области отличаются в несколько раз и качественно одинаково повышаются с ростом амплитуды накачки по степенному закону с показателем степени, близким к теоретически оцененному значению для монохроматического возбуждения. В случае широкополосной накачки наблюдается значительное расхождение между экспериментальными и теоретически оцененными значениями показателя β .

Так же показано, что значения показателя степени слабо зависят от геометрии экспериментальной ячейки.

Глава 3. Формирование вихревого течения капиллярными волнами на поверхности жидкости

Не смотря на то, что было сделано немало работ [26, 35, 27], в которых исследованы статистические свойства турбулентной системы вихрей, возникших в результате неустойчивости Фарадея, детального исследования механизма генерации вихревого движения при развитии поверхностной неустойчивости выполнено не было. В данной главе приведены результаты экспериментального изучения процессов генерации вихревого движения капиллярными волнами при различных условиях возбуждения

3.1 Экспериментальная методика

Закрепленный на виброплатформе сосуд цилиндрической или квадратной формы заполняли дистиллированной водой. Сторона квадратного сосуда составляла 50 мм, внутренний диаметр цилиндрического - 65 мм, глубина обоих сосудов 10 мм. Сосуд совершает гармонические колебания в вертикальном направлении с частотой ω_p и амплитудой S . В связанной с сосудом системе координат, на жидкость действует "фиктивная" сила тяжести с ускорением, равным сумме ускорения свободного падения g и переменного ускорения сосуда $g\beta \cos(\omega_p t)$, где $\beta = S\omega_p^2/g$ – безразмерная амплитуда переменного ускорения. На стенку сосуда прикреплен акселерометра, измеряющий ускорение сосуда. В главе 0.8 было показано, что в такой системе возможны два механизма рождения волн. Волны, возникающие благодаря изменению формы мениска, будут иметь относительно слабую амплитуду. А возбуждаться будут только радиальные моды.

При параметрическом же возбуждении поверхностных волн в цилиндрическом сосуде, кроме радиальных мод (11), также могут возбуждаться и азимутальные моды.

Для декорирования течений на поверхности в воду насыпали стеклянные сферы диаметром 50 мкм, либо порошок из полиамида PA12 со средним диаметром частиц 25–30 мкм. Плотность стеклянных сфер была немного меньше

плотности воды. Для получения изображения треков движения частиц на поверхности жидкости, частицы подсвечиваются фотовспышкой в стробоскопическом режиме и фотографируются с большой выдержкой. Для нахождения горизонтальной составляющей скорости течения жидкости поверхность с пробными частицами фотографировали с частотой около 5.5 кадра/с при длительности фотовспышки 1 мс. Поле скоростей определяли из парных изображений с помощью пакета PIVlab [44, 45] для MatLab. Завихренность вычислялась из полученного поля скорости согласно формуле (17).

3.2 Экспериментальные результаты и их обсуждение

На рис. 3.1 показана фотография поверхности воды в цилиндрическом сосуде, декорированной порошком из полиамида. При колебаниях виброплатформы на частоте 25 Гц с амплитудой ниже пороговой для данной частоты на поверхности жидкости возбуждается радиальная мода $n = 6$ с длиной волны $\lambda \approx 10$ мм. В зависимости от плотности и смачиваемости пробные частицы дрейфуют либо к узлам, либо к пучностям стоячих волн [46]. На фотографии хорошо видны концентрические круги, сформированные частицами, которые собираются в узлах стоячей волны. Заметим, что на этом снимке вихревого движения не наблюдается. При постепенном увеличении амплитуды колебаний виброплатформы амплитуда колебаний поверхности жидкости плавно нарастает. При достижении некоторого значения амплитуды переменного ускорения β наблюдается резкое усиление колебаний поверхности и возникает азимутальная мода (11) с числом m порядка 10. Эту амплитуду переменного ускорения принимали за пороговое значение β_c . Появление азимутальной моды сопровождается формированием вихревого движения на поверхности (рис. 3.2). На фотографии отчетливо видна система из трех концентрических поясов вихрей. В каждом поясе содержится по 12 пар вихрей, вращающихся в противоположных направлениях. Наибольшие размеры имеют вихри внешнего пояса вблизи стенки сосуда. При дальнейшем увеличении амплитуды накачки возникают крупномасштабные течения, разрушающие концентрическое расположение вихрей.

Переход от цилиндрического сосуда к сосуду квадратной формы радикально отражается на условиях формирования системы вихрей. На рис. 3.3 показа-



Рисунок 3.1 — Фотография поверхности воды при колебаниях цилиндрического сосуда на частоте 25 Гц с амплитудой меньшей критической для возбуждения параметрического резонанса

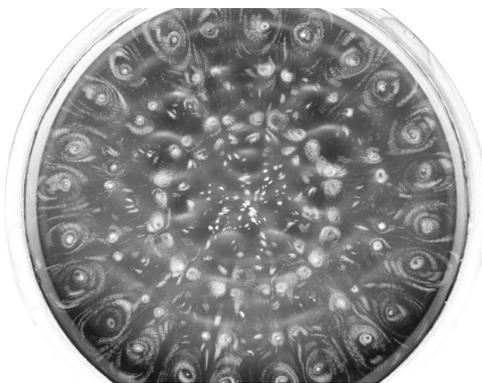


Рисунок 3.2 — Распределение вихрей на поверхности воды в цилиндрическом сосуде. Частота колебаний сосуда $\omega_p/2\pi = 45$ Гц, амплитуда переменного ускорения $\beta = 0.36$, пороговое ускорение $\beta_c = 0.26$. Видна азимутальная мода $n = 4$, $m = 6$, $\omega/2\pi = 22$ Гц

ны распределения завихренности на поверхности воды в квадратном сосуде при накачке на частоте 45.5 Гц до и после наступления параметрической неустойчивости, красный цвет на рисунке соответствует положительной завихренности, синий цвет - отрицательной завихренности, цветовая шкала, определяющая значение завихренности, так же представлена на рисунке. До порогового значения $\beta/\beta_c \approx 0.9$ наблюдается симметричная система небольших вихрей (рис. 3.3а), которые образуют квадратную решетку с периодом, равным длине поверхностных волн на частоте 45.5 Гц ($\lambda \approx 6$ мм). Симметричная структура сохраняется и при незначительном превышении порогового значения ускорения, $\beta/\beta_c \approx 1.1$ (рис. 3.3б). При дальнейшем повышении уровня накачки происходят слияние и укрупнение вихрей вследствие нелинейности.

На рис. 3.4 приведены Фурье-образы вихревых структур, представленных на рис. 3.3. При накачке с амплитудой, меньшей критического значения, на поверхности доминирует структура с обратным периодом ≈ 10 см⁻¹ (рис. 3.4а) в обоих направлениях, что соответствует волновому числу волны на частоте

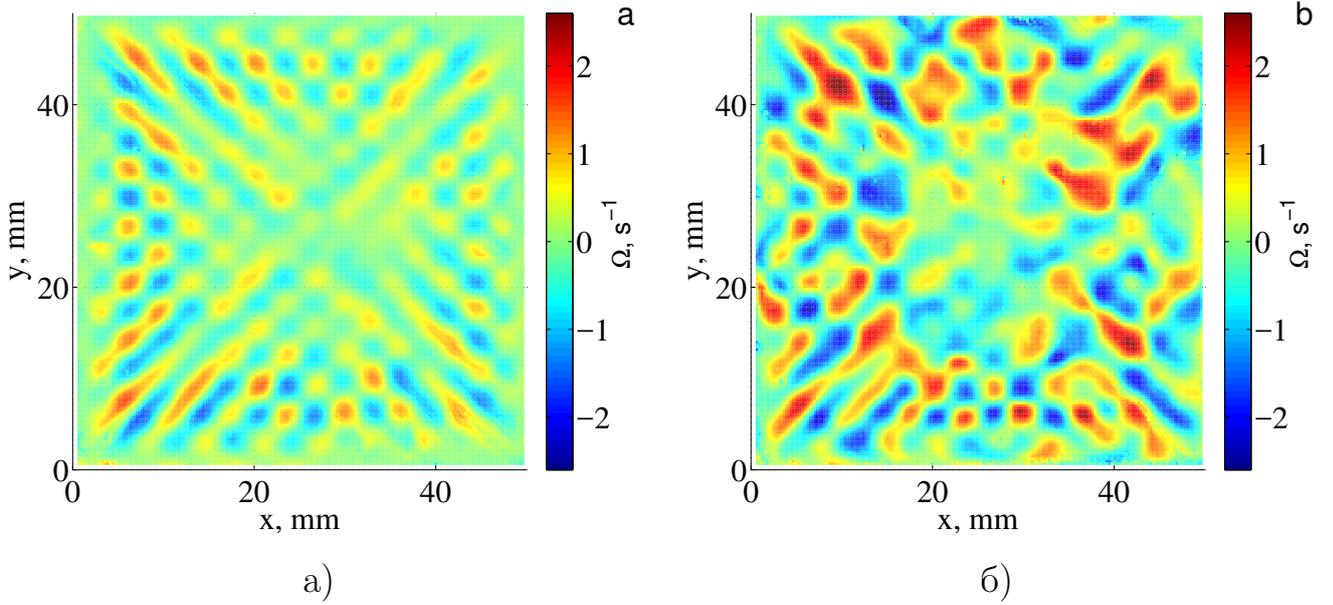


Рисунок 3.3 — Завихренность Ω на поверхности воды в квадратном сосуде при разных амплитудах колебаний на частоте 45.5 Гц: до порога возникновения параметрической неустойчивости (амплитуда переменного ускорения $\beta = 0.4$, а) и после развития параметрической неустойчивости ($\beta = 0.48$, б). Пороговое ускорение $\beta_c = 0.44$

накачки. На рис. 3.4 б, помимо первоначальной структуры, видна структура с обратным периодом около 6 см^{-1} , амплитуды Фурье которой в несколько раз превышают амплитуды Фурье первоначальной структуры. Возрастание периода решетки вихрей связано с появлением на поверхности воды стоячих волн с частотой $\omega_p/2$, длина волны которых совпадает с периодом вихревой структуры, возникающей при переходе через порог неустойчивости Фарадея.

Зависимость интегральной завихренности $|\Omega|$ движения на поверхности воды от амплитуды переменного ускорения β в квадратном сосуде показана на рис. 3.5. При изменении амплитуды переменного ускорения β от 0.11 до 0.55 модуль завихренности $|\Omega|$ возрастает почти на два порядка, причем его быстрый рост наблюдается при ускорениях выше порога параметрической неустойчивости. При накачках ниже порогового значения изменение модуля завихренности как функции амплитуды ускорения β хорошо описывается степенной зависимостью $|\Omega| \sim \beta^{1.7}$. Поскольку при прочих равных условиях амплитуда возбуждаемых на поверхности стоячих волн A прямо пропорциональна амплитуде переменного ускорения β , зависимость интегральной завихренности от амплитуды волн будет иметь удвоенный показатель степени $|\Omega| \sim \beta^2$ [29]. Отличие, по видимому, вызвано неоднородностью поля завихренности: вблизи края сосуда она больше, чем в центре (рис. 3.3а).

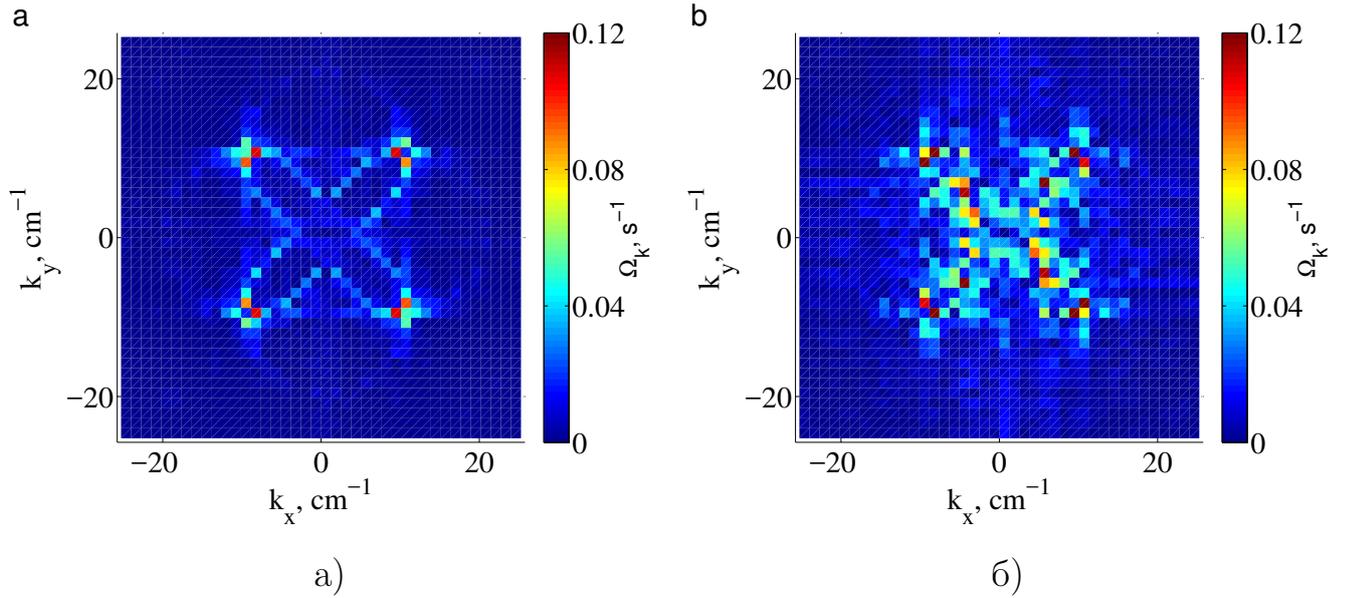


Рисунок 3.4 — Фурье образ поля завихренности Ω_k на поверхности воды в квадратном сосуде при разных амплитудах колебаний на частоте 45.5 Гц: до порога возникновения параметрической неустойчивости (амплитуда переменного ускорения $\beta = 0.4$, а) и после развития параметрической неустойчивости ($\beta = 0.48$, б). Пороговое ускорение $\beta_c = 0.44$

Так как в квадратном сосуде вихревое движение наблюдается при амплитудах накачки значительно ниже порога параметрической неустойчивости, формирование вихревого движения здесь не может быть приписано особенностям параметрической неустойчивости Фарадея. Тот факт, что структуры вихревого и волнового движения коррелируют между собой, позволяет предположить, что волны непосредственно участвуют в формировании вихрей. Принципиальное отличие волн в квадратном сосуде, где вихри наблюдаются, начиная с самых малых амплитуд накачки, от волн в цилиндрическом сосуде, где вихри появляются только при достижении порога неустойчивости, связано с количеством одновременно возбуждаемых мод колебаний поверхности жидкости на фиксированной частоте. В квадратном сосуде ввиду симметричности всегда возбуждается пара мод (12). В цилиндрическом сосуде две разные моды, радиальная и азимутальная, одновременно возбуждаются только после превышения порога параметрической неустойчивости. Можно предположить, что изменение симметрии цилиндрического сосуда, которое приведет к возбуждению азимутальных мод при амплитудах накачки, меньших порогового значения, также сделает возможным формирование вихревого движения при этих же амплитудах.

Для проверки данного предположения симметрия цилиндрического сосуда была нарушена установкой двух пластиковых столбиков диаметром 6.5 мм, размещаемых диаметрально противоположно вблизи стенки сосуда. На рис. 3.6

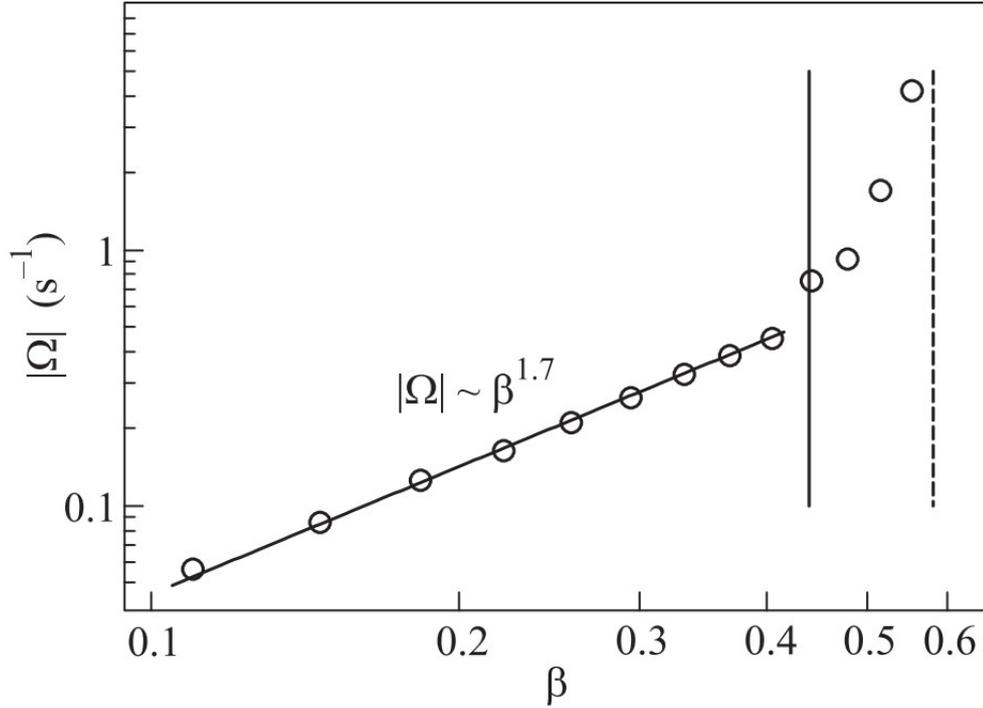


Рисунок 3.5 — Рис. 5. Зависимость суммарного модуля завихренности $|\Omega| = \int |\Omega(x,y)| dx dy$ на поверхности воды в квадратном сосуде от амплитуды переменного вертикального ускорения β . Сплошная вертикальная линия соответствует пороговой амплитуде переменного ускорения $\beta_c = 0.44$.

показано поле завихренности до и после установки столбиков. В сосуде без вставок на поверхности жидкости возбуждается только радиальная волна и вихревого движения не наблюдается. После установки столбиков на поверхности хорошо возбуждаются азимутальные моды и появляется серия вихрей вдоль стенки сосуда аналогично системе вихрей на рис. 3.2. Поскольку обе моды возбуждаются на одной частоте, их волновые векторы должны быть близки по модулю (в пределах резонансной ширины мод) и иметь разные направления. В квадратном сосуде независимо от частоты накачки угол между волновыми векторами возбужденных волн составляет 90° . В цилиндрическом сосуде радиальную моду на большом удалении от центра сосуда можно рассматривать как плоскую волну, волновой вектор которой направлен перпендикулярно стенке сосуда. Резонансную моду с малым радиальным числом n и большим азимутальным числом m по аналогии с модами шепчущей галереи для акустических волн можно рассматривать как распространяющуюся вдоль границы сосуда волну. Поэтому мы полагаем, что за формирование вихревого движения здесь отвечает взаимодействие двух поверхностных волн, волновые векторы которых направлены под углом друг к другу.

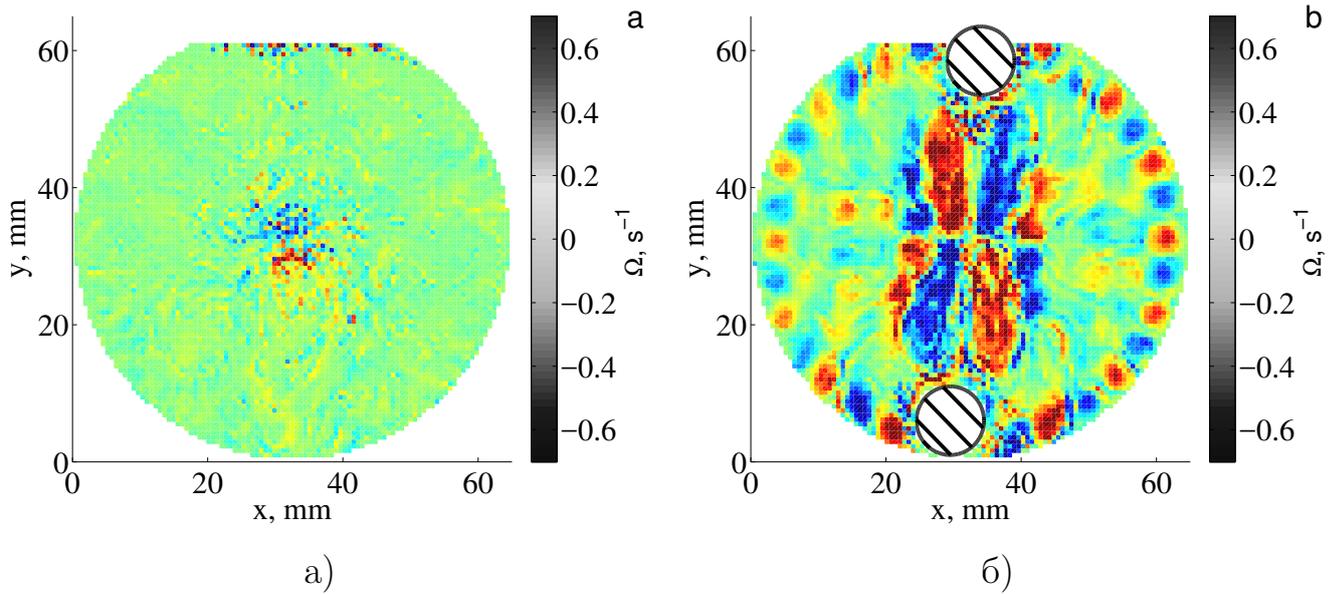


Рисунок 3.6 — Поле завихренности Ω в цилиндрическом сосуде, в котором установлены два пластиковых столбика. На вставке – завихренность до установки столбиков. Цветовая шкала для завихренности общая.

Таким образом было экспериментально показано, что стоячие волны на поверхности жидкости в сосуде, который совершает гармонические колебания в вертикальном направлении с амплитудой переменного ускорения ниже порога параметрической неустойчивости, могут генерировать вихревое течение. В квадратном сосуде структура вихревого движения имеет вид квадратной решетки с периодом, равным длине стоячих волн. В цилиндрическом сосуде вихревое движение наблюдается только при возникновении азимутальных мод, которые возможны при амплитудах накачки выше порога параметрической неустойчивости. Искусственное понижение симметрии цилиндрического сосуда, которое разрешает генерацию азимутальных мод при малых амплитудах накачки, позволяет формировать вихревое движение при накачке значительно ниже порога параметрической неустойчивости Фарадея. Исходя из этих наблюдений и принимая во внимание степенную зависимость завихренности от амплитуды волн, можно утверждать, что в сосудах разной симметрии вихревое движение возникает тогда, когда на поверхности жидкости распространяется пара волн с неколлинеарными волновыми векторами.

3.3 Нелинейное возбуждение завихренности поверхностными волнами

Для описания вихревого движения формируемого волновым движением нашими соавторами по работе [29] из Института Теоретической Физики им.Л.Д. Ландау была построена теоретическая модель генерации вихревого движения нелинейно взаимодействующими волнами, распространяющимися под углом друг к другу. Подробное её описание и вывод можно найти в работах [29, 47]. Здесь же остановимся на выводах необходимых для интерпретации экспериментальных результатов. Для граничных условий соответствующих двум перпендикулярным стоячим волнам (см. ур-ние 12), было найдено приближенное распределение вертикальной составляющей завихренности по поверхности жидкости:

$$\Omega = -(1 + \sqrt{2})\sin\varphi H_1 H_2 \omega k^2 \sin(kx)\sin(ky). \quad (3.1)$$

Стоит отметить, что полученный результат не зависит от времени. Так же несмотря на то, что вязкость существенна при выводе этого решение, ее нет в конечном результате. Для экспериментального изучения этого эффекта важно обратить внимание на множитель включающий разницу фаз между стоячими волнами в разных направлениях. В квадратной ячейке, разница фаз волн, возбуждаемых вертикальной тряской будет равно нулю. Поэтому для экспериментального изучения полученной теоретической модели использовалась прямоугольная ячейка размерами 49 на 50 мм². Ненулевая разница фаз будет возникать за счет различия резонансных условиях в двух перпендикулярных направлениях. Для проверки теоретических предсказаний использовались две ячейки различной геометрии, показанные на рис. 3.7. В ячейке размерами 49 на 50 мм (рис. 3.7 б) стенки имеют одинаковую высоту, поэтому на поверхности жидкости устанавливаются стоячие волны. В то время как у ячейки, показанной на рис. 3.7 с противоположные стенки имеют разную высоту. Форма мениска у противоположных стенок будет так же отличаться. Меняя уровень воды можно добиться того, что на поверхности воды будут возбуждаться бегущие волн вместо стоячих. Стационарная картина стоячих капиллярных волн формируется в течении 1-2 с после включения возбуждения. Одновременно с рябью возникает квадратная решетка вихрей на поверхности. Вся картина остается стабильной по крайней мере в течение нескольких минут. Результаты экспери-

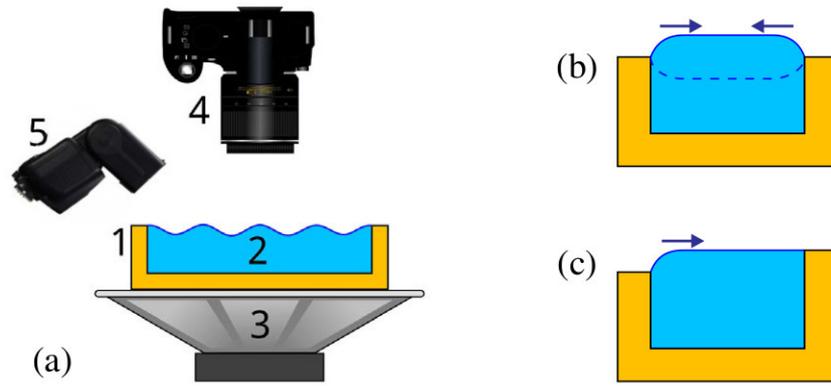


Рисунок 3.7 — Экспериментальная установка для регистрации вихревых движений на поверхности воды. а) Схема установки: 1 - ячейка, 2 - вода, 3 - виброплатформа, 4 - фотоаппарат, 5 - фотовспышка. б) Вогнутый или выпуклый мениск формируется на краю стенок в зависимости от количества воды, используемой для заполнения сосуда. в) Конфигурация водяного мениска в квадратной ячейке, имеющей стенки разной высоты, предназначенная для подавления генерации волн от пары соседних стенок. Стрелки показывают направление распространения волны.

мента представлены на рис. 3.8 и 3.9, где показана завихренность Ω усредненная по времени. Красный цвет соответствует положительной завихренности, синий цвет - отрицательной завихренности, цветовая шкала, определяющая значение завихренности, так же представлена на рисунке справа.

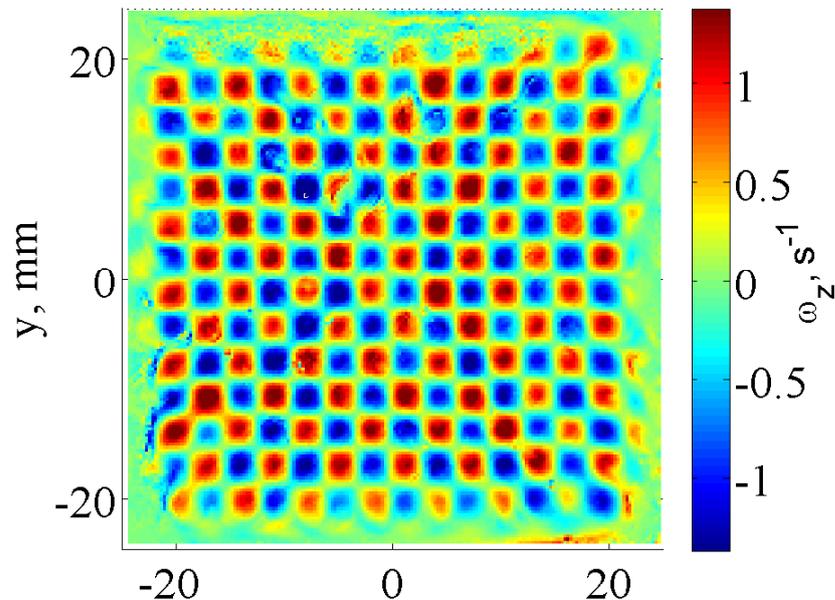


Рисунок 3.8 — Завихренность в ячейке $50 \times 49 \text{ мм}^2$ при возбуждении поверхностных волн с частотой 42.7 Гц. Наблюдается шахматноподобный паттерн поля завихренности соответствующий теоретическому выражению (14). Периоды решетки в X и Y направлениях равны длине волны.

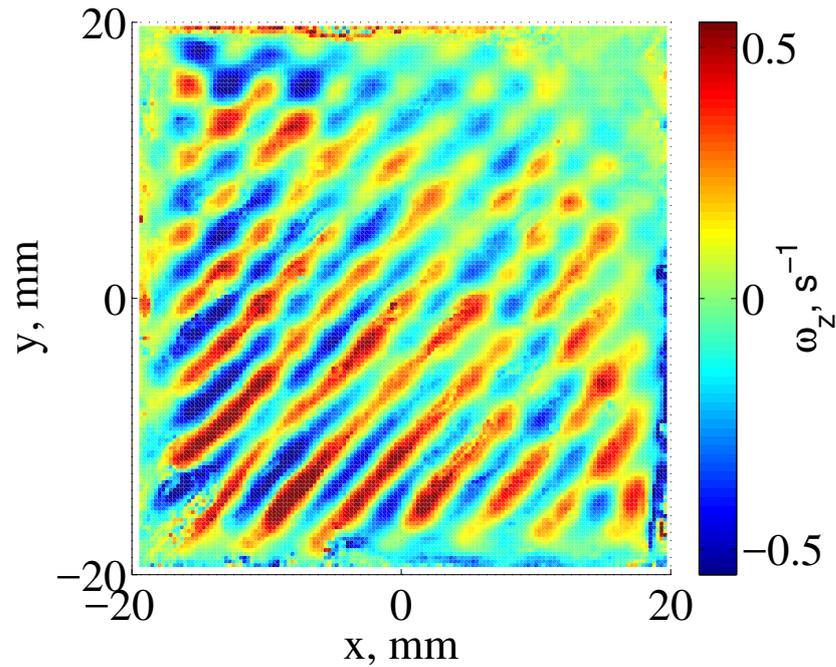


Рисунок 3.9 — Завихренность в ячейке $40 \times 40 \text{ мм}^2$ при возбуждении поверхностных волн с частотой 54 Гц. Две стенки ячейки соответствующие левой и нижней части рисунка немного ниже, чем остальные стенки. Уровень воды скорректирован, чтобы в основном возникало две бегущие волны от более низких стенок. Знакопеременные полосы положительной и отрицательной завихренности, направленные параллельно диагонали квадратной ячейки, согласуются с теоретическим выражением (16).

Для объяснения результатов сначала заметим, что волны возбуждаются мениском воды, сформированным около стенок. Следовательно, действующие силы локализованы около стен и можно использовать свободные гидродинамические уравнения для описания движения воды не очень близко к стенам. Мы имеем дело с почти линейными волнами заданной частоты, амплитуда волн определяется пристенными силами и граничными условиями. В ячейке возникают только волны распространяющиеся перпендикулярно от стенок прямоугольной ячейки. Резонансные частоты соответствуют волнам с длиной волны соответствующей граничному условию: длина стенок ячейки равна целому числу длин волн с точностью до некоторой поправки, связанной с пристеночной областью. Линейный размер сосуда достаточен, чтобы расстояние в частотном пространстве между соседними резонансами было больше, чем ширина резонансов. Волны распространяющиеся в других направлениях не возбуждаются, так как мощность передаваемая от мениска волне в этом случае пренебрежимо мала.

На рисунке 3.8 показана завихренность наблюдаемая в почти квадратной ячейке, где стоячие волны возбуждаются в X и Y направлениях.

Мы также проводили эксперименты с квадратной ячейкой, где разница фаз $\varphi \ll 1$ (см. рис. 3.3). Видно что распределение завихренности на рис. 3.3 и 3.8 существенно отличаются. Для описания распределения завихренности на поверхности следует учитывать затухание волны вдоль направления распространения волны из-за вязкого затухания.

Амплитуда завихренности как функция амплитуды волны показана на рисунке 3.10. Высота отклонения поверхности вызванная волнами была измерена лазерным лучом отраженным от жидкой поверхности. Размер лазерной проекции на экран может быть пересчитан в амплитуду наклона поверхности kH , где H амплитуда наибольшей волны. График на рисунке 3.10 показывает квадратичную зависимость завихренности от угловой амплитуды волны, что соответствует нашим теоретическим предсказаниям.

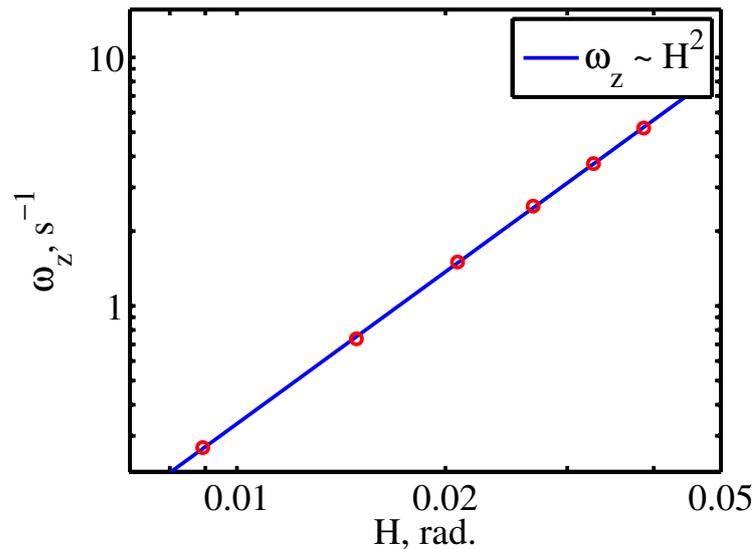


Рисунок 3.10 — Амплитуда завихренности для различных амплитуд накачки в ячейке $50 \times 49 \text{ мм}^2$, где возбуждаются поверхностные волны с частотой 42.7 Гц, строится в зависимости от амплитуды наклона kH . Линия соответствует зависимости $\Omega \sim kH^2$.

На рисунке 3.9 представлены результаты другого эксперимента. В этом эксперименте квадратная ячейка имела стенки разной высоты: две смежные стенки немного ниже, чем две противоположные стенки (см. рис. 3.7). Для устранения мениска ячейка была наполнена водой точно по край высоким стенкам. На низких стенках вода образует выпуклый мениск (см. рис. 3.7с). Таким образом возбуждающие силы приложены исключительно на низких стенках. Пренебрегая эффектом отраженных волн, можно получить грубую модель распростра-

няющихся от низких стенок волн. Тогда отклонение поверхности будет задано как:

$$h = H_1 \cos(\omega t - kx) + H_2 \cos(\omega t - ky), \quad (3.2)$$

А уравнение описывающее поле завихренности согласно построенной теоретической модели выглядит как:

$$\Omega = -(1 + \sqrt{2}) \sin \varphi H_1 H_2 \omega k^2 \sin(kx - ky). \quad (3.3)$$

Заметим, что результат так же не зависит от времени. Рисунок 3.9 показывает, что пространственное затухание волн сказывается на распределении завихренности. Учет затухания корректирует выражение (3.3), что приводит к разумному качественному согласию между экспериментальными данными и теоретическими предсказаниями.

3.4 Выводы

Открыт новый механизм генерации поверхностной завихренности связанный с взаимодействием нелинейных поверхностных волн в тонком вязком подслоем. Экспериментально наблюдается квадратичная зависимость модуля завихренности от угловой амплитуды волны. Наблюдаемые экспериментальные распределения вихревого движения, генерируемого взаимно перпендикулярными как стоячими, так и бегущими волнами, качественно хорошо согласуются с теоретической моделью.

Увеличивая амплитуду вертикальных колебаний ячейки можно достичь порога неустойчивости Фарадея. Значительно выше порога, поверхностные волны весьма интенсивны, что приводит к интенсивным вихревым движениям поверхности жидкости, для которых угловая амплитуда приближается к 1. Тогда взаимодействие вихревых движений друг с другом становится значительным [48], что приводит, в частности, к образованию каскада энергии [27]. Результаты наших теоретических и экспериментальных исследований позволяют лучше понять это явление и разработать количественную основу для него.

Глава 4. Генерация вихревого движения гравитационными волнами

В предыдущей главе было показано, что капиллярные волны распространяющиеся под углом друг к другу могут генерировать вихревое движение на поверхности жидкости. Так же было показано, что экспериментальные результаты хорошо согласуются с теоретическими предсказаниями. Стоит заметить, что теоретические построения, объясняющие появление шахматноподобного распределения вихревого поля, пригодны как для капиллярных, так и для гравитационных волн. В этой главе представлены экспериментальные доказательства применимость построенной теории к гравитационным волнам. Кроме того, экспериментально была обнаружена передача энергии вихревого движения из области накачки в большие масштабы.

4.1 Экспериментальная методика

На рисунке 4.1 показана схема установки, предназначенной для изучения вихревых и волновых движений на поверхности воды в диапазоне длин волн от 0.25 до 20 см. Ванна изготовлена из оргстекла толщиной 10 мм. Длина ванны равна 140 см, ширина – 70 см, высота – 25 см. Ребра ванны и верхние борта усилены металлическими уголками для придания конструкции жесткости во избежание развития низкочастотных колебаний при работе волнопродукторов. Ванна разделена съемной перегородкой пополам. В данных экспериментах использовалась половина ванны размерами 70×70 см². Сверху ванна закрывается прозрачным стеклом во избежание попадания на поверхность воды пыли из воздуха.

Ванна установлена на виброизолирующем столе Standa с пневматической подвеской. В ванну, как правило, заливается около 70 л очищенной дистиллированной воды. Глубина воды в ванне составляет около 10 см. Волнопродукторы, состоящие из привода 2 и плунжеров 6, монтируются на рамную конструкцию и устанавливаются на столе Standa. Волны на поверхности воды возбуждаются плунжером – трубкой из нержавеющей стали диаметром 10 мм, полупогруженной в воду и совершающей вертикальные колебания. Длина трубки равняется 68

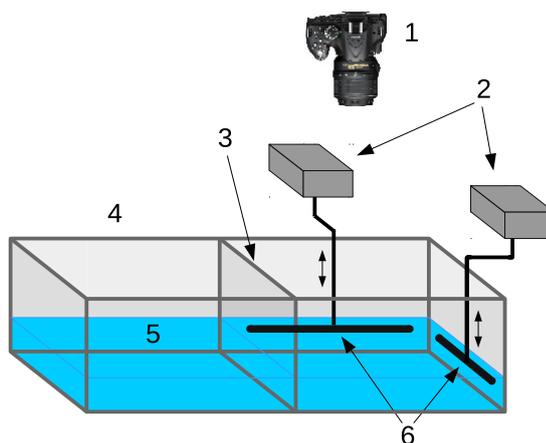


Рисунок 4.1 — Схема установки: 1 – фотоаппарат, 2 – приводы плунжеров, 3 – перегородка, 4 – ванна, 5 – вода, 6 – плунжеры.

см. Расстояние от трубки до стенки ванны равно 1 см. В качестве привода волнопродукторов применяются сабвуферы TS-W254R фирмы Pioneer номинальной мощностью 250 Вт. Синусоидальные сигналы задаются двухканальным генератором Agilent 33522B, усиливаются и подаются на сабвуферы. В эксперименте разность фаз ψ сигналов в каналах контролируется. Амплитуда волн, распространяющихся от плунжеров, измеряется в центре ванны с помощью лазерного луча отражающегося от поверхности. Для визуализации движения жидкости на поверхность воды насыпается порошок полиамида белого цвета со средним диаметром гранул около 30 мкм. Частицы полиамида на поверхности воды образуют плоские кластеры с характерным размером 1-3 мм. Плотность образующихся кластеров немного меньше плотности воды, так что они находятся в погруженном состоянии. Поэтому полагаем, что частицы полностью увлекаются потоками жидкости. Частички на поверхности подсвечиваются светодиодами, расположенными по периметру ванны. Видеозапись колеблющейся поверхности производится фотоаппаратом Canon EOS 70D в течение 60 с с частотой 24 кадра/с. Такая частота съемки позволяет выбрать снимки колеблющейся поверхности, находящейся в одной фазе волны. Например, при частоте возбуждающей силы, равной 3 Гц во временном отрезке длительностью 10 с получается 30 последовательных снимков, когда волны возбуждения на поверхности имеют одинаковые фазы. Такой отбор снимков позволяет исключить из дальнейшей обработки осциллирующую составляющую перемещения пробной частицы, плавающей на поверхности. Для выявления треков движения частиц на поверхности снимки суммируются [49].

Обработка полученных исходных снимков программой PIVLab [44, 45] позволяет вычислить скорости движения частиц V_x и V_y , а затем рассчитать завихренность на поверхности по формуле (17). Распределение энергии по модулю волновых векторов вычисляется усреднением энергии по кольцу в пространстве по формуле:

$$E(k) = \frac{1}{2S\Delta k} \int \frac{d^2q}{(2\pi)^2} [|V_k|^2], \quad (4.1)$$

где интегрирование производится по кольцу от k до $k + \Delta k$. Полученное значение нормируется на площадь поверхности жидкости S . Здесь V_k - Фурье компонента скорости жидкости. Скобки $[]$ означают усреднение по снимкам, сделанным в разные моменты времени.

Групповая скорость волны на частоте 3 Гц равняется 25 см/с. Поэтому после включения накачки до возникновения стоячей волны на поверхности воды бегущая волна проходит удвоенное расстояние плунжер-стенка равное 136 см за 5.5 с. В представленных ниже результатах мы производили вычисления распределения завихренности и распределения энергии по данным, полученным спустя 15 секунд после включения накачки в интервале длительностью в 5 секунд, чтобы быть уверенным, что амплитуды стоячих волн и завихренность достигли стационарного состояния. Как показывает наши измерения, на временах больше 30 секунд после включения накачки модуль завихренности начинает незначительно уменьшаться.

4.2 Экспериментальные результаты

На рис. 4.2а показаны треки полиамидных частиц при накачке поверхности воды на частоте 3 Гц. При умеренных амплитудах накачки на поверхности хорошо видна решетка из вертикальных и горизонтальных рядов вихрей, аналогичная приведенной в работе [26]. Скорость движения полиамидных частиц составляет в среднем 0.02 см/с. На рис. 4.2а показана картина, усредненная по времени в интервале 10 секунд, начиная с 15 секунды после включения накачки.

На рис. 4.2б показано распределение завихренности, полученное обработкой последовательных изображений программой PIVLab. Хорошо видно, что сформированная в ванне решетка, состоит из малых вихрей близкого размера

и с противоположными завихренностями. Периоды решетки в X и Y направлениях составляют 17.5 см и равняются длине стоячей волны, которая возникла при накачке на частоте 3 Гц. Суммарная завихренность на поверхности ванны равняется нулю.

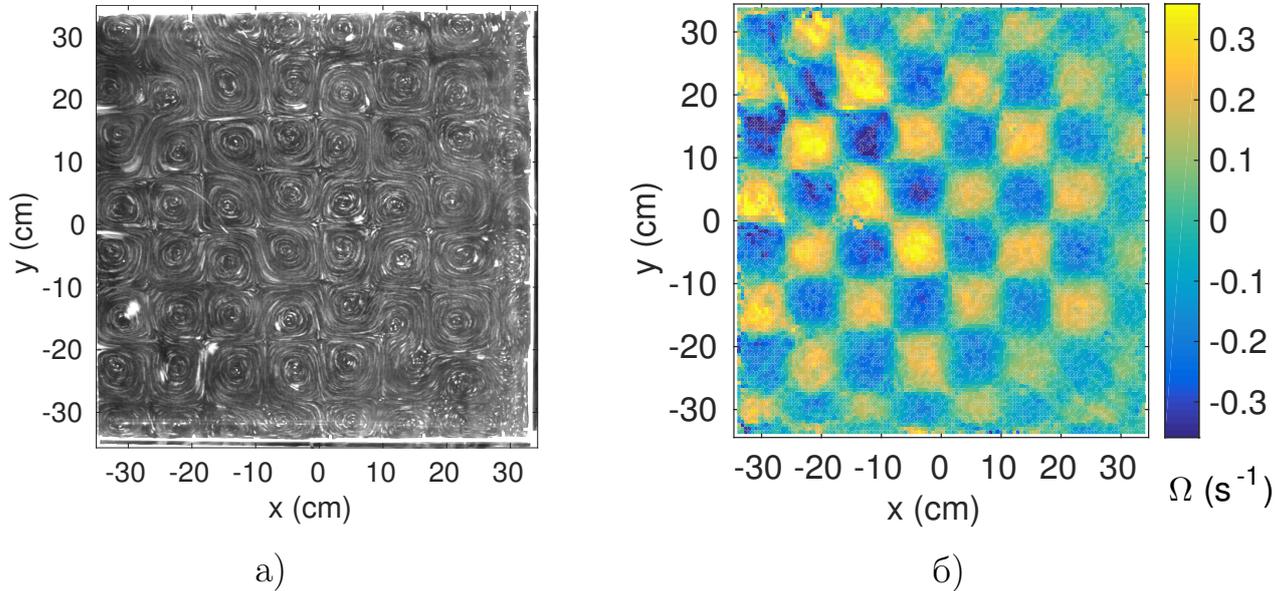


Рисунок 4.2 — а) Треки полиамидных частиц на поверхности воды при накачке двумя плунжерами на частоте 3 Гц с угловой амплитудой волны в центре ванны $\mu = 0.035$ рад. Плунжеры расположены внизу рисунка и справа. б) Распределение завихренности на поверхности воды при накачке двумя плунжерами на частоте 3 Гц. Разность фаз $\psi = 90^\circ$.

С повышением уровня накачки амплитуда завихренности каждого вихря на поверхности воды возрастает. На рис. 4.3а показана зависимость корня квадратного из усредненной амплитуды вихрей $\sqrt{\Omega_0}$ на поверхности воды от угловой амплитуды стоячей волны, измеренной в центре ванны. Разность фаз сигналов, подаваемых на плунжеры, ψ равняется 90° . Хорошо видно, что амплитуда завихренности растет с повышением амплитуды волн по квадратичному закону в соответствии с формулой (3.1).

На рис. 4.3б показана зависимость амплитуды завихренности на поверхности воды от разности фаз ψ гармонических сигналов, подаваемых на плунжеры на частоте 3 Гц. Видно, что экспериментальные точки в интервале углов от 0° до 180° хорошо описываются зависимостью пропорциональной $\sin(\psi)$. При изменении разности фаз ψ с 90° на -90° амплитуда завихренности сохраняется, но изменяются направления завихренности вихрей в решетке на противоположные. Таким образом, период зависимости $\Omega(\psi)$ равняется 360° .

При высоком уровне накачки картина треков усложняется: сразу после включения на поверхности формируется решетка вихрей, а затем через время

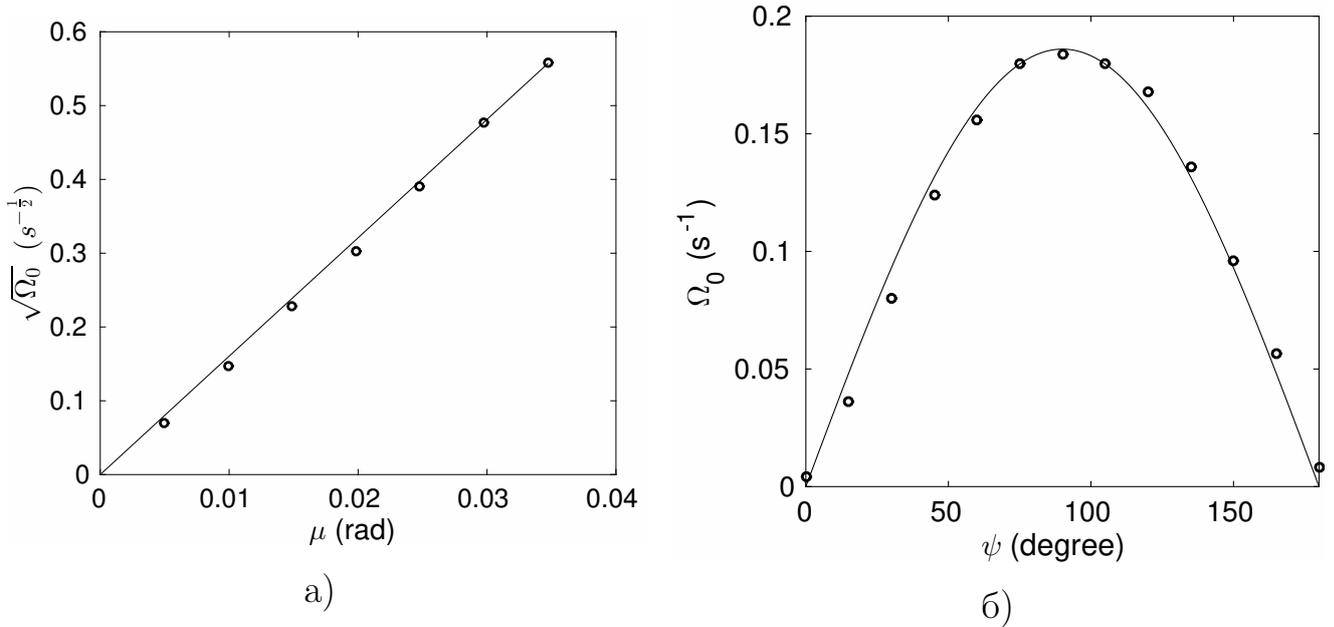


Рисунок 4.3 — а) Зависимость корня квадратного амплитуды завихренности $\sqrt{\Omega_0}$ на поверхности воды от угловой амплитуды волн μ при накачке двумя плунжерами на частоте 3 Гц. Разность фаз $\psi = 90^\circ$. б) Зависимость амплитуды завихренности Ω_0 от разности фаз между синусоидальными сигналами, подаваемыми на волнопродукторы. Точки – эксперимент, сплошная кривая $\Omega_0 = 0.183 \sin(\psi)$

порядка минуты на поверхности развиваются структуры с размерами, превосходящими длину волны накачки. Траектории частиц (треки) со временем медленно изменяются, вихри "дышат".

На рис. 4.4а приведены треки полиамидных частиц на поверхности воды при накачке двумя плунжерами на частоте 4 Гц, полученные усреднением в течение 15 секунд через 3 минуты после включения накачки. Амплитуда волн, измеренная на расстоянии 3 см от плунжеров, равняется 1.0 ± 0.2 мм. На рисунке хорошо видны два сформировавшихся вихря с характерными размерами близкими к 70 см (длина стороны ванны), а также вихри меньших размеров. Разность фаз при измерении составляла $\psi = 120^\circ$.

На рис. 4.4б показана вихревая структура, генерируемая стоячими волнами с частотой равной 4 Гц. Вдоль сторон ванны укладывается по семь длин волн, т.е. длина волны на частоте накачки равна 9.7 см. Хорошо видна решетка вихрей, немного искажаемая двумя большими вихрями, в нижней и верхней частях рисунка. Суммарная завихренность равна нулю. На рис. 4.5 представлена зависимость модуля полной завихренности $|\Omega|$ на поверхности воды, возбуждаемой двумя плунжерами на частоте 4 Гц, от фазы ψ между колебаниями плунжеров.

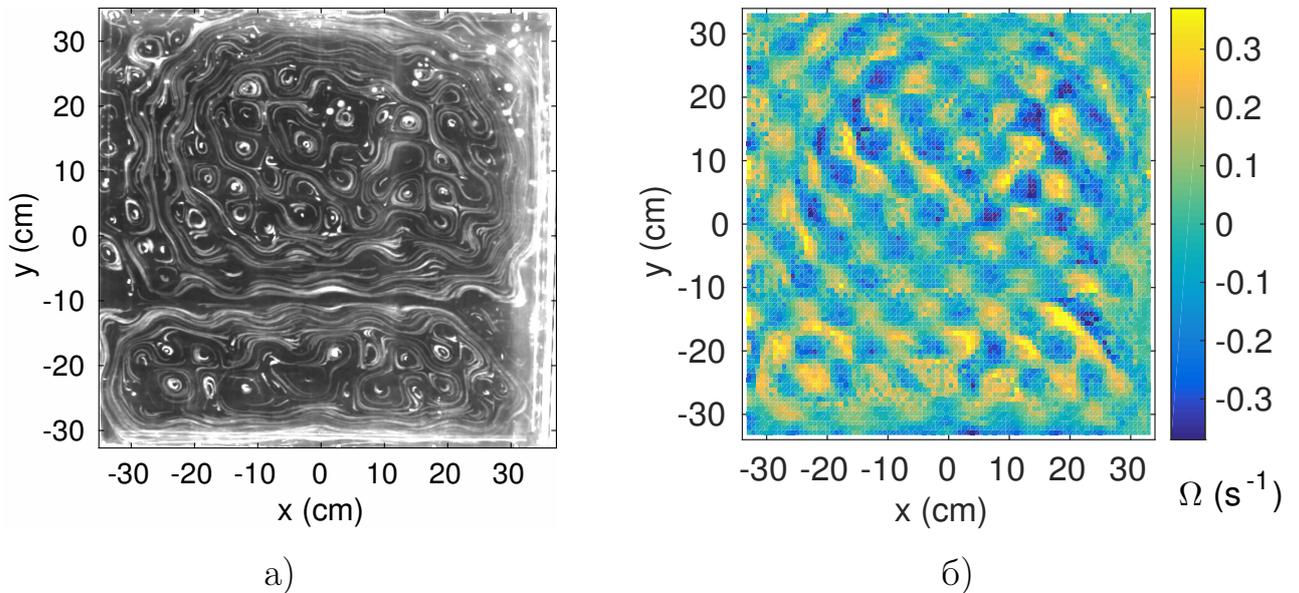


Рисунок 4.4 — а) Треки полиамидных частиц на поверхности воды при накачке двумя плунжерами на частоте 4 Гц. Амплитуда волн на расстоянии 3 см от плунжеров равна $H = 1.0 \pm 0.2$ мм. Плунжеры расположены внизу рисунка и справа. б) Распределение завихренности на поверхности воды. Разность фаз $\psi = 120^\circ$.

Начальная разность фаз между колебаниями плунжеров равняется -30° . Максимум модуля завихренности наблюдается при $\psi = 120^\circ$, а минимум — при $\psi = 30^\circ$. Кроме того, очевидно, что в зависимости $|\Omega(\psi)|$ имеется постоянная составляющая, близкая к 0.08 с^{-1} .

Как видно из рис. 4.4 при интенсивной и длительной накачке кроме решетки малых вихрей на поверхности воды возникают вихри больших размеров. Это означает, что в k -пространстве завихренность Ω и энергия E распространяются из области накачки $\lambda = 9.7$ см на большие масштабы.

Результаты вычислений $E(k)$ для вихревых структур, представленных на рис. 4.2 и 4.4, приведены на рис. 4.6 (кривые 1 и 2). Видно, что зависимость $E(k)$ имеет немонотонный характер. В случае возбуждения поверхности волнами на частоте 3 Гц наблюдается ярко выраженный пик при значении вектора $k = 0.50 \text{ см}^{-1}$, соответствующего волновому вектору волны накачки. Кроме того, виден пик при значении вектора k равным 1.12 см^{-1} . По-видимому, этот пик может быть связан с формированием завихренности в результате взаимодействия волны генерируемой на частоте накачки и перпендикулярной волны с волновым вектором 1.06 см^{-1} (длина этой волны втрое короче длины волны накачки). Передача энергии в большие масштабы не наблюдается. Однако в случае накачки на частоте 4 Гц (рис. 4.6, кривая 2) и формирования на поверхности вихревых структур с размерами больше, чем масштаб накачки, энергия $E(k)$

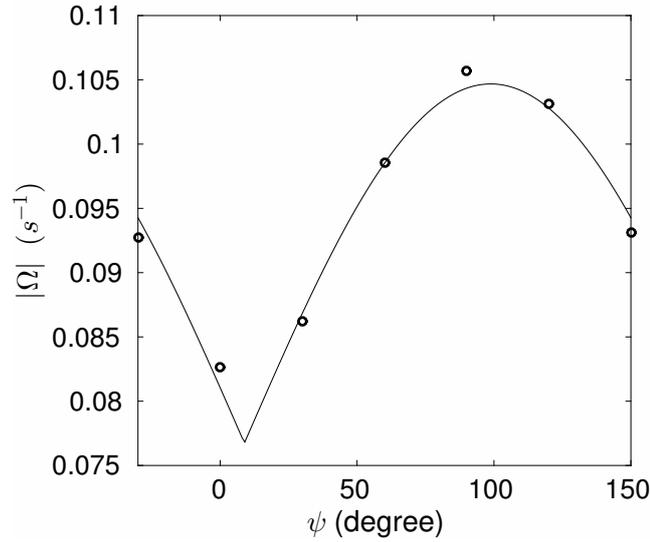


Рисунок 4.5 — Зависимость модуля завихренности на поверхности воды от разности фаз ψ между колебаниями плунжеров на частоте 4 Гц. Амплитуда волны на расстоянии 3 см от плунжеров равна $H = 1.0 \pm 0.2$ мм.

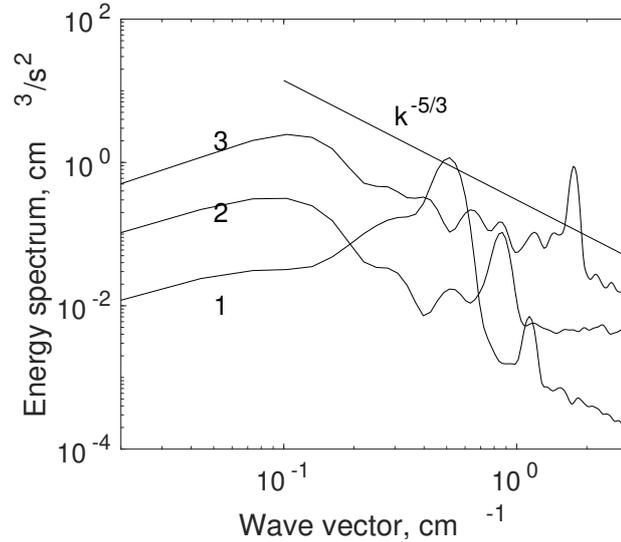


Рисунок 4.6 — Распределение энергии $E(k)$ по волновому вектору при накачке двумя плунжерами на частоте 3 Гц (кривая 1), 4 Гц (кривая 2) и 6 Гц (кривая 3).

распределена в интервале волновых векторов от области накачки $k \approx 0.85 \text{ см}^{-1}$ до больших масштабов $k \approx 0.09 \text{ см}^{-1}$.

Первый пик, на волновом векторе $k = 0.85 \text{ см}^{-1}$ находится на масштабе накачки. Эта энергия сосредоточена в малых вихрях, которые формируют решетку. Видно, что с уменьшением k наблюдается рост $E(k)$. Максимум распределения $E(k)$ приходится на волновой вектор близкий к 0.09 см^{-1} , который соответствует размерам больших вихрей, сформировавшихся в ванне. Дополнительно на рис. 4.6 кривой 3 представлено распределение $E(k)$ при накачке волнами с меньшей длиной волны (частота 6 Гц, длина волны 4.9 см). На этом распределении также наблюдаются два экстремума, соответствующие масшта-

бу накачки, $k = 1.8 \text{ см}^{-1}$ и максимуму энергии, $k = 0.1 \text{ см}^{-1}$. Из сравнения распределений 2 и 3 можно заключить, что масштаб большого вихря не зависит от длины волны накачки и определяется размерами ванны. В области волновых векторов $k > 2 \text{ см}^{-1}$ значения $E(k)$ более чем на порядок меньше значений амплитуд в основных пиках. Т.е. прямой каскад практически не сформировался: вся энергия уходит на поддержание больших вихрей, где она диссипирует в силу вязких потерь.

4.3 Обсуждение экспериментальных результатов

Так же как в [28, 29] в настоящей работе наблюдается решетка из вихрей с периодом равным длине волны накачки. Это свидетельствует о справедливости модели генерации вихрей нелинейными волнами и подтверждает обоснованность применения формул (3.1) и (3.2) для описания завихренности на поверхности жидкости в широком диапазоне длин волн: от 0.5 см до 17 см. Следует отметить, что при накачке на частоте 3 Гц решетка вихрей (рис. 4.2) является столь же совершенной, как и при накачке капиллярными волнами [29], где измерения проводились в специальном боксе с чистой атмосферой. В случае гравитационных волн, если ванну не закрывать сверху прозрачным стеклом, то на поверхности чистой воды за время порядка 1 часа формируется тонкая несжимаемая пленка, в результате чего затухание волн значительно возрастает [14], что отражается на распределении завихренности.

На рис. 4.2б и 4.4б, где приведены решетки вихрей, затухание волны не является существенным. Амплитуда отраженной от стенки волны незначительно отличается от амплитуды волны идущей навстречу от плунжера. Согласно формулам (3.1) и (3.2) отличия в этих амплитудах не должны отражаться на квадратичной зависимости завихренности от амплитуд волн.

Фазовая зависимость амплитуды завихренности при возбуждении волн двумя плунжерами на частоте 3 Гц очень хорошо описывается периодической функцией пропорциональной $\sin(\psi)$. Период функции $\Omega(\psi)$ составляет 360° , как это и следует из зависимости (3.1).

Несколько более сложная ситуация наблюдается в экспериментах по исследованию зависимости модуля завихренности от разности фаз ψ между двумя

перпендикулярными возбуждающими волнами на частоте 4 Гц. Как сказано выше, на поверхности воды присутствуют как вихри, формирующие решетку, так и вихри большего масштаба, возникшие в силу нелинейного взаимодействия вихрей и волн. Это хорошо видно на рис. 4.4а, где на поверхности присутствуют как решетка из одиночных вихрей, так и большие вихри. В связи с этим фазовая зависимость завихренности не может описываться формулой (3.1), а должна содержать некоторый член, отражающий присутствие вихрей большего масштаба. Видно, что накачка вихрей не исчезает даже при $\psi = 0^\circ$, то есть присутствие крупномасштабных вихревых течений на поверхности усложняет генерацию вихрей нелинейными поверхностными волнами, описываемую простыми зависимостями (3.1) или (3.2). Величина $|\Omega|$ осциллирует около некоторого пьедестала. По результатам проведенных экспериментов нельзя сказать изменяется ли высота этого пьедестала с ростом разности фаз, поэтому в первом приближении полагаем его постоянным.

Полученный экспериментальный результат качественно не противоречит модели, представленной в [29]. Как видно из рис. 4.5 зависимость $|\Omega|$ от разности фаз ψ имеет периодический характер с двумя экстремумами. Период равняется 180° . Таким образом зависимость модуля завихренности $|\Omega|$ от разности фаз можно описать формулой:

$$|\Omega| = A|\sin(\psi + \psi_0)| + \Omega_0 \quad (4.2)$$

где ψ_0 - начальный сдвиг фаз, Ω_0 – постоянное слагаемое. Из подгонки зависимости (4.2) к экспериментальным точкам следует что $\psi_0 = -9^\circ$, $\Omega_0 = 0.077 \text{ с}^{-1}$, $A = 0.028 \text{ с}^{-1}$. Отметим, что постоянное слагаемое определяется структурой больших вихрей, возникающих на поверхности и, отличается в разных реализациях эксперимента при одинаковых начальных условиях.

Отметим, что абсолютные величины модуля завихренности, полученные в экспериментах по измерению зависимостей амплитуды завихренности от амплитуды волн и разности их фаз приблизительно в 4 раза превосходят теоретическую величину, вычисленную по выражению (3.1). Аналогичное расхождение наблюдалось и в случае капиллярных волн в работе [29].

Так же следует отметить, что при накачке на низких частотах, соответствующих гравитационным волнам, всегда через некоторое время после включения накачки наблюдается формирование структуры (вихрей) с характерным размером больше масштаба накачки. Вихрь может занимать почти всю поверх-

ность ванны, за исключением небольших участков, где располагаются "смазывающие" вихри, которые обеспечивают нулевую суммарную завихренность, либо их может быть несколько. Отметим также, что при работе с капиллярными волнами большие вихри возникали только после превышения порога параметрической неустойчивости [27].

Как следует из зависимостей, представленных на рис. 4.6 (кривые 2 и 3), энергия вихревого движения из области накачки передается в область больших масштабов. Очевидно, что энергия от поверхностных волн поступает сначала в систему вихрей, которые выстроены в решетку. Затем в силу нелинейного взаимодействия энергия распространяется на большие масштабы. Видно, что в основном энергия передается в большие вихри, а в сторону малых масштабов не идет: прямой каскад в сторону больших k (малых масштабов) практически отсутствует. В более поздних работах установлено, что энергия на большие масштабы переносится в системе волн, оттуда передается в вихри большого масштаба, которые формируют прямой каскад энергии.

Обратный каскад наблюдали ранее в экспериментах при генерации фарадеевских волн на поверхности [35]. Оказалось, что экспериментальное распределение энергии по волновому вектору можно хорошо описать зависимостью $E(k) \sim k^{-5/3}$. Эта зависимость для обратного каскада энергии была предсказана теоретически Крайчнаном [36] для тонких двумерных слоев жидкости. В случае прямого каскада $E(k) \sim k^{-3}$ [36]. В наших экспериментах область накачки и область диссипации не разнесены достаточно далеко в k -пространстве, чтобы сформировался развитый каскад, описываемый степенной функцией k .

Подчеркнем, что в наших экспериментах мы имеем дело с трехмерным случаем, так как глубина ванны больше глубины проникновения волн на всех используемых частотах накачки. Однако передача энергии из области накачки в большие масштабы, свойственная двумерному случаю, определенно наблюдается.

Расхождения по абсолютной величине завихренности с теоретической оценкой и формирование обратного каскада, свойственного двумерным системам, в наших трехмерных экспериментах требуют дополнительных экспериментальных и теоретических исследований.

4.4 Выводы

В данной работе впервые экспериментально показано, что завихренность, формируемая на поверхности воды слабо нелинейными гравитационными волнами, зависит от разности их фаз и хорошо описывается выражениями, полученными в работе [29]. Амплитуда завихренности на поверхности квадратично зависит от амплитуды волн. Таким образом, модель генерации вихревого движения нелинейными волнами применима для описания завихренности на поверхности жидкости не только для волн капиллярного диапазона с длиной волны около 0.5 см, но и для гравитационных волн с длинами волн порядка 10 см. Экспериментально наблюдается передача энергии из области накачки (масштаб решетки вихрей) в область больших масштабов. Механизм передачи энергии пока не установлен, требуются дополнительные исследования.

Глава 5. Проникновение решетки вихрей в объем жидкости

Как известно [14] волновое движение проникает в глубину жидкости, убывая по экспоненциальному закону:

$$H(z) = H(0)e^{-kz}, \quad (5.1)$$

где z - глубина, а k - волновой вектор. В предыдущих главах было описано исследование вихревого движения волнами на поверхности жидкости, а так же представлена теоретическая модель, описывающая данное явление. Согласно построенной модели есть два механизме генерации вихревого движения.

Первый, заключается в переносе жидкости в результате дрейфа Стокса. Согласно ему вихревое движение возникает сразу в каждой точке, где появляется волны, и исчезает сразу же как волны затухают или уходят из исследуемой области. Т.е. согласно формулам (5.1) и (3.1) проникновение вихрей возникающих из-за дрейфа Стокса в глубину должно быть так же экспоненциальным, однако с вдвое большим показателем экспоненты.

$$\Omega_{St}(x,y,z) = e^{-2kz} \sin\varphi H_x(0)H_y(0)\omega k^2 \sin(kx)\sin(ky) \quad (5.2)$$

Стоит также отметить, что из-за того, что дрейф Стокса наблюдается в лагранжевых координатах, но не в эйлеровых (см. параграф 0.11), то это вихревое движение не имеет инерции и не существует отдельно от волн.

Второй механизм отвечающий за генераций вихрей волновым движение описывает генерацию именно завихренности в эйлеровых координатах. Согласно ему завихренность возникает в результате нелинейного взаимодействия волн в тонком вязком приповерхностной подслое. Для волн частотой 3 Гц на поверхности воды его толщина будет равна $\delta = \sqrt{2\nu/\omega} \sim 200$ мкм [40]. Что безусловно мало по сравнению с длиной и даже амплитудой волны, однако больше, чем характерный размер 30 мкм декорирующей частички полиамида РА-12, т.е. частицы полностью увлекаются течением в вязком подслое. Завихренность из вязкого подслоя, проникает в объем диффузионным образом за счет вязкого трения между слоями жидкости. Таким образом, в стационарном режиме предсказывается так же экспоненциальное распределение завихренности по глубине, но отличным от 5.2 показателем:

$$\Omega_N(x,y,z) = \sqrt{2}e^{-\sqrt{2}kz} \sin\varphi H_x(0)H_y(0)\omega k^2 \sin(kx)\sin(ky) \quad (5.3)$$

Для решетки вихрей, сгенерированной волновым движением на частоте 3 Гц, приведенные теоретические оценки (5.2, 5.3) показывают, что несмотря на то, что размер вихрей составляет половину длины волны ~ 8 см, падение амплитуды решетки в e раз стоит ожидать уже на глубине $h = 1/2k \sim 1.4$ см. Исходя из этой оценки был выбран набор глубин, на которых производилось наблюдение за динамикой решетки вихрей: от 0.5 см до 3.5 см.

5.1 Экспериментальная методика

Регистрации завихренности в объеме жидкости производится с помощью методики "лазерного листа". Для декорирования вихревого движения в объем вводятся частички полиамида PA-12, чья плотность близка к плотности воды. Частички подсвечиваются лазерным листом, полученным пропусканием лазерного луча через цилиндрическую линзу диаметром 0.6 см, установленную вертикально. В работе использовался лазер MGL-N-532-500mW мощностью 0,5 Вт. После прохождения линзы лазерным лучом, он раскрывался в горизонтальный лазерный лист толщиной около 1 мм. Лазерный лист подсвечивает только те частицы в объеме жидкости, которые встречаются на его пути. Таким образом можно декорировать течения в объеме жидкости лежащие в плоскости лазерного листа. Видеосъемка частиц производилась камерой Canon 70D. Пример получившегося кадра показан на рис 5.1. Однако при волновом движении жидкость колеблется не только в горизонтальной плоскости но и в вертикальном направлении, поэтому декорирующие частички могут входить и выходить из лазерного листа, что приводит к ухудшению точности обработки. Для нивелирования этого эффекта частота съемки синхронизирована с частотой колебаний, т.е. декорирующие частички снимаются при одинаковой фазе волны. Пример поля завихренности показан на рисунке 5.2.

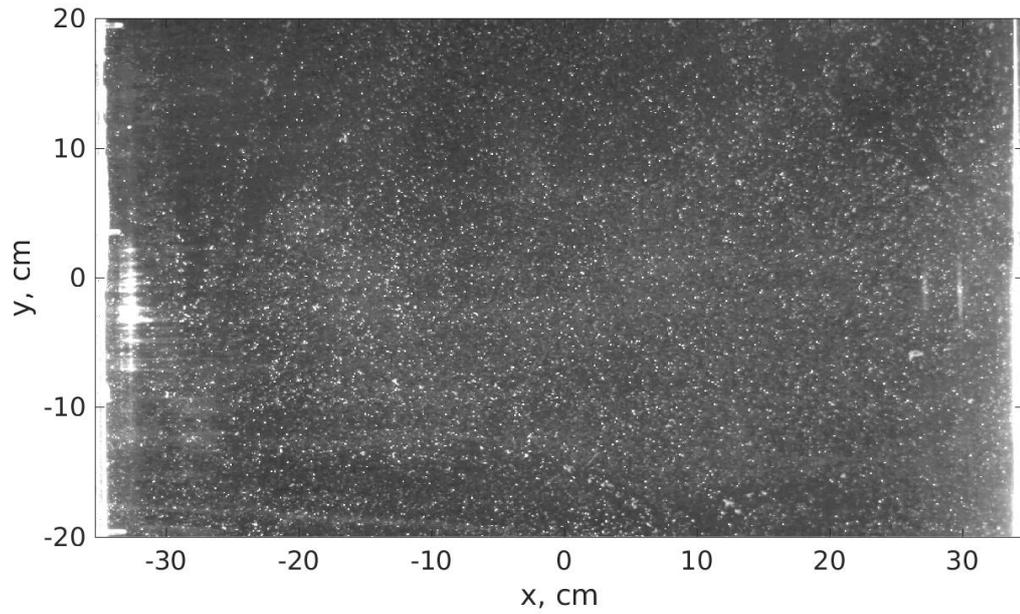


Рисунок 5.1 — Кадр видеосъемки $40 \times 70 \text{ см}^2$ частиц полиамида, подсвеченных лазерным листом в горизонтальном слое на глубине 0.5 см.

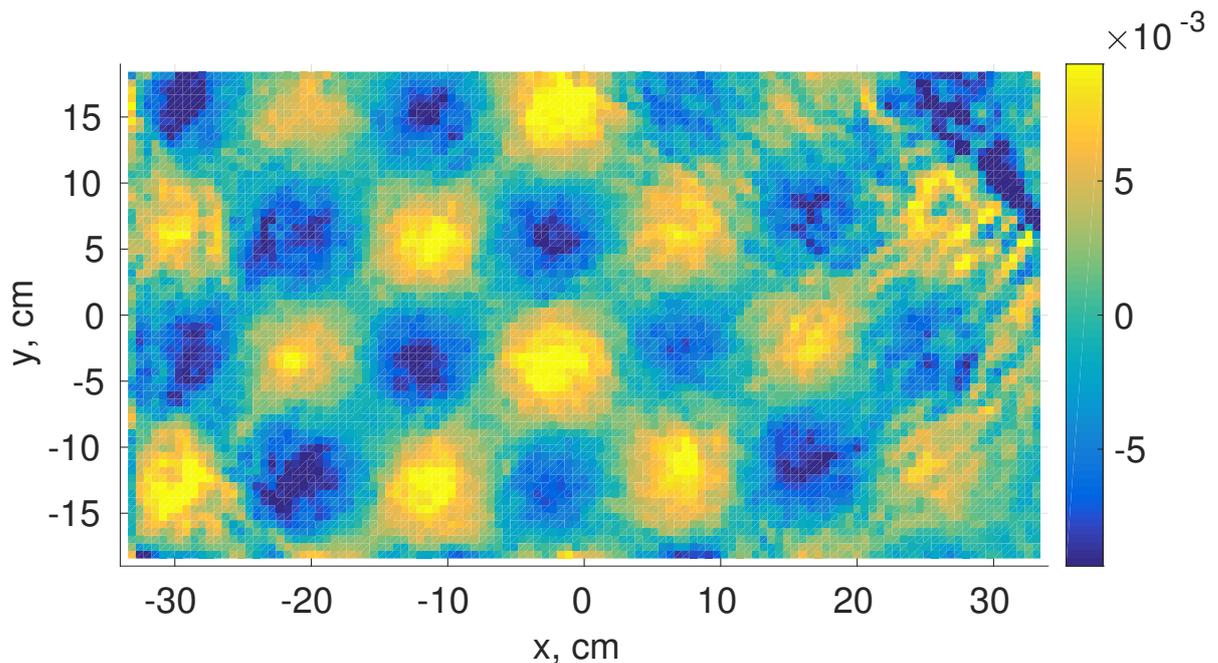


Рисунок 5.2 — Фрагмент $40 \times 70 \text{ см}^2$ поля вертикальной завихренности в горизонтальном слое на глубине 0.5 см.

5.2 Экспериментальные результаты

На рис. 5.3 представлены экспериментальные результаты 5 измерений, произведенных на разных глубинах: 0.5 см, 1.25 см, 2.0 см, 2.75 см, 3.5 см.

Накачка производилась на частоте 3 Гц. Относительная амплитуда накачки 25 мВ. В каждом измерении записывалась измерение амплитуды завихренности решетки вихрей в течении 600 секунд после включения накачки. На рисунке 5.3 показаны зависимости амплитуд завихренности решетки вихрей от времени для каждой глубины (малой глубине соответствует более высокая кривая на рисунке). Черной кривой показана зависимость $1.4 \cdot 10^{-2} - 8 \cdot 10^{-3} e^{-t/165}$. Видно, что она в среднем хорошо описывает экспериментальную зависимость. Т.е. на глубине 0.5 см завихренность росла с характерным временем 165 с. Оценка характерного времени роста завихренности для других глубин так же дают характерные времена около 200 с. Колебания амплитуды завихренности, которые видны до 200 секунды, связаны с переходными процессами установления волн на поверхности воды после включения накачки (так как накачка производится на частоте немного отличающейся от резонансной частоты системы, то в процессе установления стоячей волн происходят биения с характерной частотой равной разности частот вынуждающей силы и собственных колебаний системы).

Для понимания механизма проникновения структуры вихрей в глубину жидкости рассмотрим Фурье образ поля завихренности на разных глубинах в начальный интервал времени (50-100 секунд после включения накачки амплитудой 25 мВ) и через 10 минут после включения накачки (550-600 секунды). Соответствующие графики показаны на рисунках 5.4 а-е). Рисунки 5.4 а,г) построены по экспериментальным данным измеренным на глубине 0.5 см, рисунки 5.4 б,д) - на глубине 2 см, а рисунки 5.4 в,е) - на глубине 3.5 см. На рисунках видно, что в один и тот же интервал времени структура завихренности на разных глубинах одинаковая, но она меняется со временем. Это изменение можно связать с тем, что помимо решетки вихрей в жидкости возбуждаются крупномасштабные вихри, которые сноят вихри и деформируют решетку завихренности, продиффундировавшую из вязкого подслоя(см. рис. 5.4).

Таким образом через некоторое время после включения накачки решетки вихрей искажается. Стоит подчеркнуть, что смещение пиков на фурье спектре показывает именно искажение структуры решетки вихрей, а не полное разрушение. Для оценки количественного влияния крупномасштабных течений на решетку вихрей рассмотрим эволюцию амплитуды решетки вихрей при разных амплитудах накачки (рис. 5.5 а-в). На этих же графиках красными кривыми показана временная эволюция скорости крупномасштабных течений (крупномас-

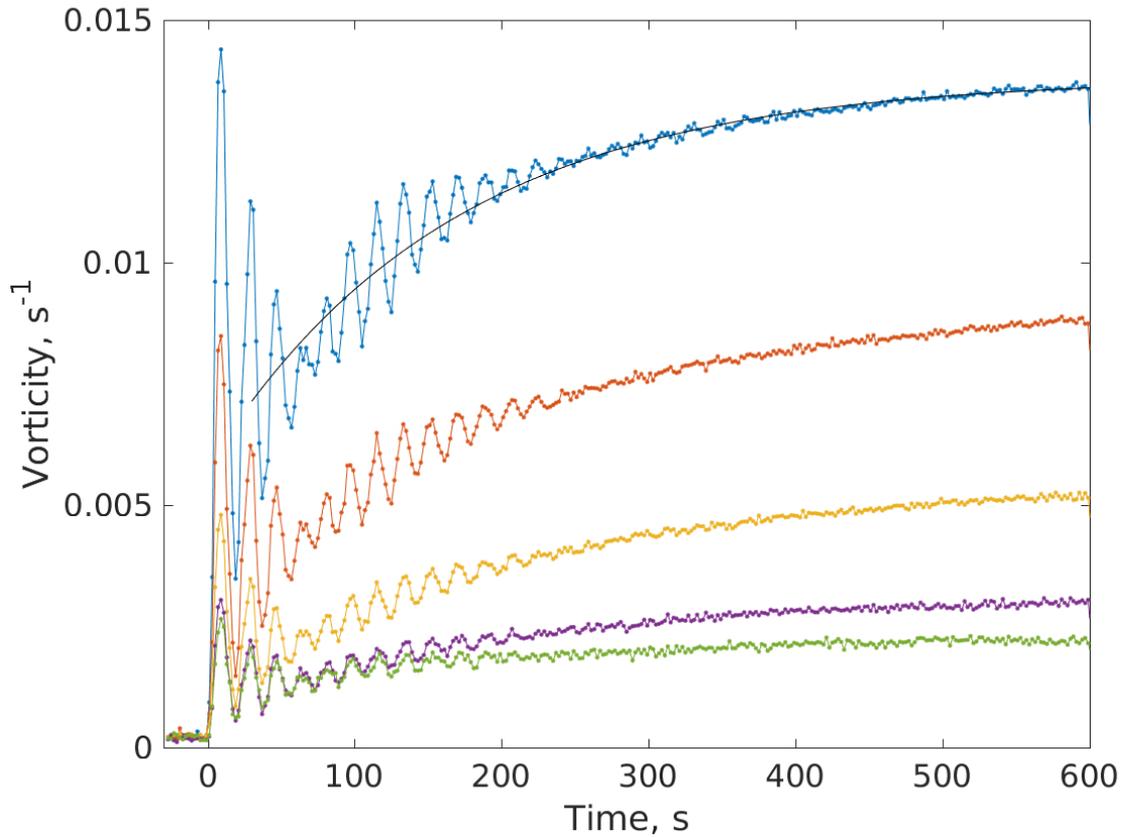


Рисунок 5.3 — Зависимость амплитуды завихренности решетки вихрей от времени, на глубинах 0.5 см, 1.25 см, 2.0 см, 2.75 см, 3.5 см. Черная кривая соответствует зависимости $1.4 \cdot 10^{-2} - 8 \cdot 10^{-3} e^{-t/165}$.

штабными будем считать движения с волновым вектором меньшим 0.25 см^{-1}). Масштаб для графиков скорости крупномасштабного течения одинаковый на всех трех рисунках. На рисунке 5.5 а) видно, что завихренность решетки вихрей растет почти все 1200 секунд, а скорость крупномасштабных течений практически не меняется. В то время на рисунке 5.5 б) при большей амплитуде накачки после 400 секунды завихренность решетки вихрей начинает уменьшаться, а скорость крупномасштабных течений растет, что можно интерпретировать как генерацию крупномасштабных течений, деформирующих решетку вихрей. На рисунке 5.5 в) при еще большей амплитуде накачки скорость крупномасштабных течений растет быстрее и завихренность решетки вихрей начинает спадать уже на 200 секунде.

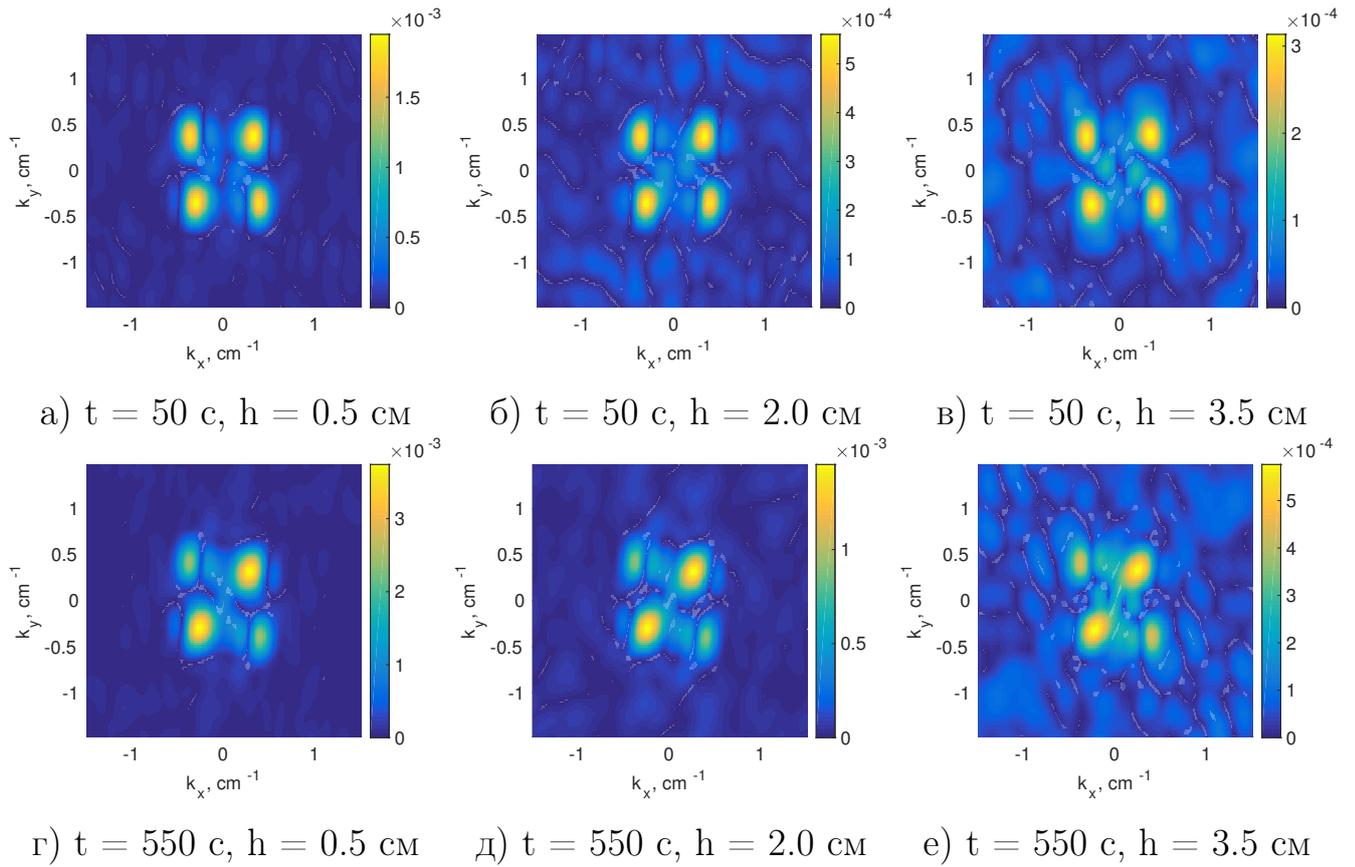
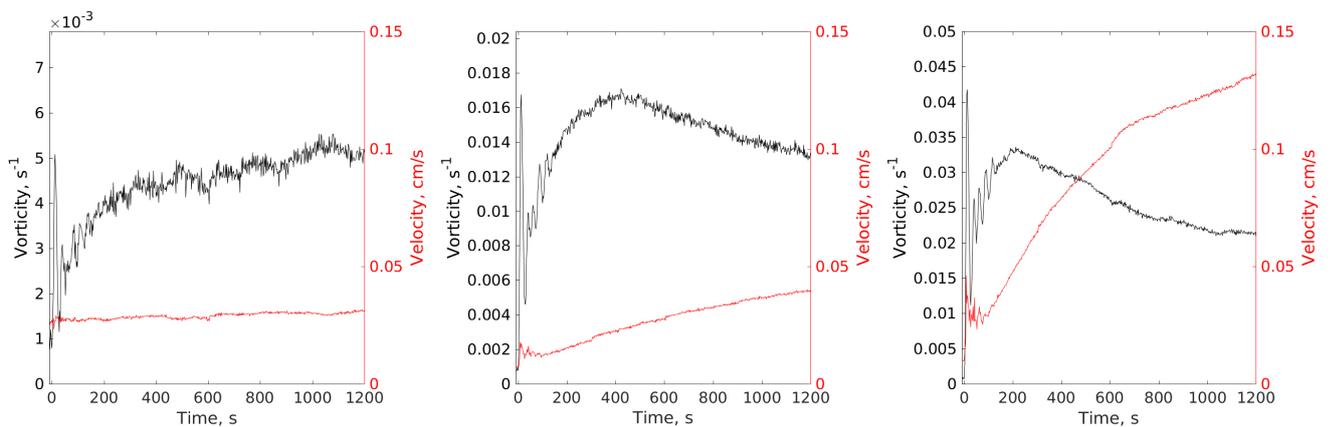


Рисунок 5.4 — Фурье образ поля завихренности на разных глубинах а-в) в начальный момент времени (50-100 секунд после включения накачки) и г-е) через 10 минут после включения накачки (550-600 секунды).



а) 20 мВ, $h = 1.0$ см б) 30 мВ, $h = 1.0$ см в) 40 мВ, $h = 1.0$ см

Рисунок 5.5 — Зависимость амплитуды завихренности решетки вихрей и скорости крупномасштабного течения от времени для амплитуд накачки а) 20 мВ, б) 30 мВ, в) 40 мВ на глубине 1 см.

5.3 Обсуждение экспериментальных результатов

Из графика 5.3 видно, что характерное время возникновения завихренности в объеме составляет около 200 секунд. Однако из этого же графика видно, что первые 200 секунд происходят колебания завихренности решетки вихрей, что приводит в необходимости понимать как происходит установление волнового процесса на поверхности воды. Для этого на рисунке 5.6 показана зависимость амплитуды горизонтальных колебаний воды от времени (при волновом движении происходит как вертикальные колебания, так и горизонтальные. Измерив скорости V_x и V_y можно получить амплитуду колебательных движений в волне). На экспериментальной зависимости видно, что амплитуда волны первые несколько минут колеблется относительно некоего среднего положения.

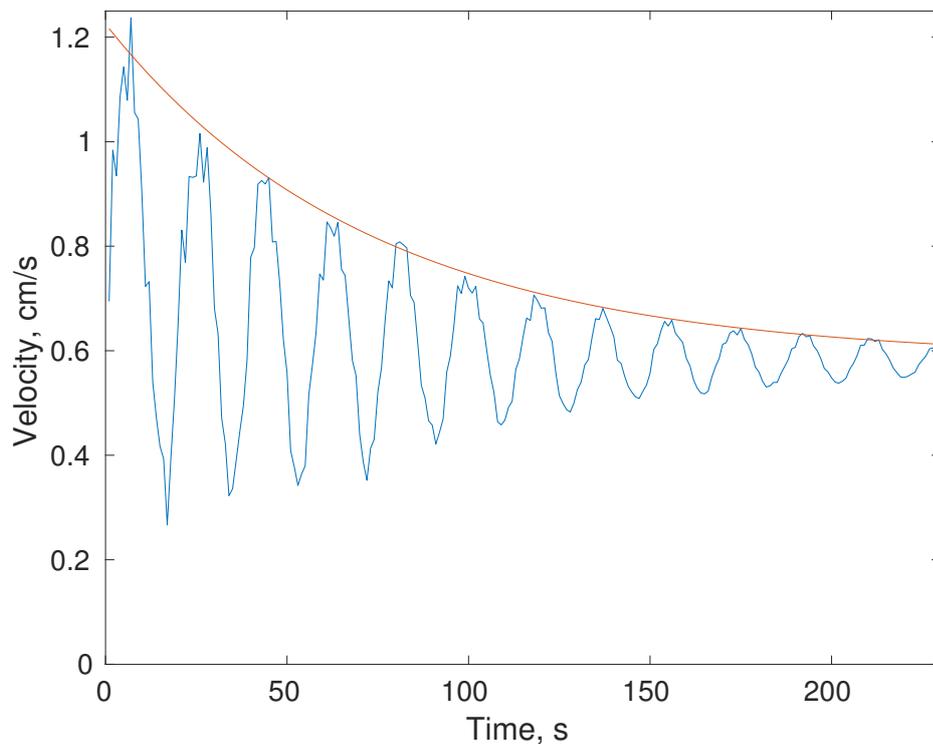


Рисунок 5.6 — Временная зависимость амплитуды горизонтальной скорости волновых колебаний. Амплитуда накачки 25 мВ. Красной кривой показана зависимость $0.58 + 0.60e^{-t/75}$.

Амплитуда этого колебания затухает экспоненциально с характерным временем около 75 секунд (красная кривая на графике показывает зависимость $0.58 + 0.60e^{-t/75}$). Так образом амплитуды волны на поверхности можно приближенно описать формулой:

$$H_x = H_0(1 + \sin(\omega_0 t)e^{-t/\tau}), \quad (5.4)$$

где $\omega \approx 0.34 \text{ c}^{-1}$, $\tau \approx 75 \text{ c}$.

Зная амплитуды волны можно оценить величину дрейфа Стокса, возникающего под поверхностью, по формуле 5.2:

$$\Omega_{St} \sim H_x H_y \sim H_0^2 (1 + 2 \sin(\omega_0 t) e^{-t/\tau} + \sin^2(\omega_0 t) e^{-2t/\tau}) \quad (5.5)$$

Усредняя по периоду $2\pi/\omega_0$ получим:

$$\langle \Omega_{St} \rangle \sim H_0^2 (1 + 1/2 \cdot e^{-2t/\tau}) \quad (5.6)$$

Из этих уравнений видно, что амплитуда возникающий из-за дрейфа Стокса завихренности должна испытывать колебания, причем её средняя величина будет уменьшаться с характерным временем $\tau/2$.

Таким образом, квадратичная зависимость возникающий из-за дрейфа Стокса завихренности от амплитуды волн, приводит к тому, что среднее значение завихренности должно уменьшаться со временем в течении первых нескольких минут. В то время как рисунок 5.3 показывает обратный эффект (среднее значения амплитуды завихренности решетки вихрей увеличивается со временем). Т.е. характер временной зависимости завихренности решетки вихрей нельзя объяснить одним лишь дрейфом Стокса.

Обсудим влияние крупномасштабных течений на решетку вихрей. Пространственное распределение завихренности генерируемой на поверхности жидкости определяется структурой волн. Т.е. завихренность генерируется в определенных областях пространства, после чего сносится крупномасштабным течением. Если характерная величина сноса генерируемой завихренности за характерное время установления τ_{latt} будет сравнима с размером вихря L_{latt} , то можно говорить про существенную деформацию вихрей, образующих решетку. Таким образом можно оценить характерную скорость крупномасштабного течения, которое будет существенно растягивать вихри, из которых состоит решетка вихрей, $V_{big} \sim L_{latt}/\tau_{latt} \approx 8.5/200 \approx 0.04 \text{ см/с}$. Эта оценка по порядку соотносится с средними скоростям крупномасштабных течений показанных на рисунке 5.5 б) и в). Также из рисунков 5.5 б) и в) видно, что при увеличении скорости крупномасштабного течения снос вихрей увеличивается, что выражается в уменьшении амплитуды завихренности решетки вихрей.

Что бы ответить на вопрос как проникает решетка вихрей в объем жидкости на рисунке 5.7 показан график зависимости завихренности в промежуток

времени от 500 до 600 секунд после включения накачки от глубины. Черная линия соответствует зависимости $e^{-2kh} + \sqrt{2}e^{-\sqrt{2}kh}$, где $k = 0.36 \text{ см}^{-1}$, зеленая прямая - $2 \cdot 10^{-2}e^{-2kh}$. Как видно из рисунка разброс экспериментальных точек не позволяют однозначно соотнести их с одной или другой экспоненциальной зависимостью. Стоит отметить, что снос завихренности решетки вихрей из-за развития крупномасштабных течений так же уменьшает значение завихренности решетки вихрей, продиффундировавшей из вязкого подслоя. Этим, в свою очередь, можно объяснять расхождение экспериментальных данных с зависимостью 5.3.

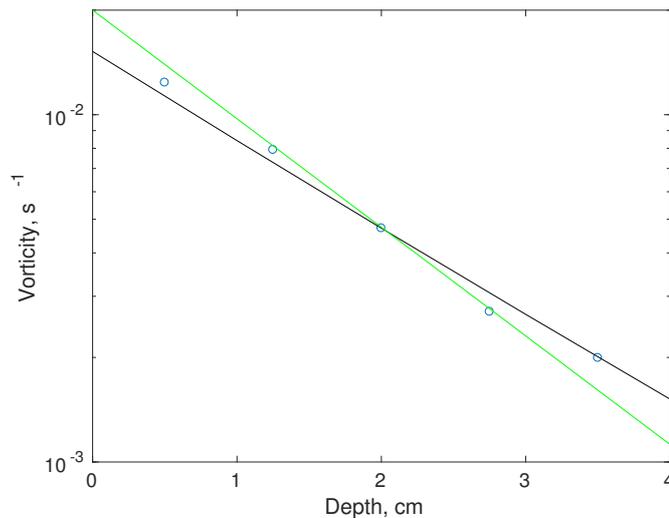


Рисунок 5.7 — Зависимость амплитуды завихренности решетки вихрей от глубины. Черная линия соответствует зависимости $6.3 \cdot 10^{-3}(e^{-2kh} + \sqrt{2}e^{-\sqrt{2}kh})$, зеленая прямая - $2 \cdot 10^{-2}e^{-2kh}$

5.4 Выводы

Экспериментально показано, что распределение по глубине амплитуды завихренности решетки вихрей можно описать экспоненциальной зависимостью e^{-2kh} , где k — волновой вектор возбуждаемой решетки, а h — глубина слоя жидкости.

Экспериментально оценено характерное время $\tau \approx 200$ с проникновения завихренности решетки вихрей из вязкого подслоя в объем. Показано, что в рамках модели дрейфа Стокса нельзя объяснить увеличение амплитуды завихренности со временем.

Экспериментально показано, что наличие крупномасштабных вихрей приводит к "сносу" завихренности, проникающей в объем из вязкого подслоя. Показано, что крупномасштабные течения с характерной скоростью $5 \cdot 10^{-3}$ см/с приводят к существенной деградации завихренности решетки вихрей с характерным размером вихря 8 см.

Заключение

В диссертационной работе выполнены экспериментальные исследования капиллярной волновой турбулентности на поверхности жидкого водорода и воды, а так же исследования генерации вихревого движение на свободной поверхности жидкости волнами, движущимися под углом друг к другу.

1. Впервые наблюден переход от степенного распределения энергии в инерционном интервале спектра Колмогорова-Захарова к “квазипланковскому” распределению $\omega^{-s}e^{-\omega/\omega_d}$ в области диссипации для капиллярной турбулентности при накачке в полосе частот. Экспоненциальная зависимость энергии от частоты в области диссипации $\omega/\omega_d \gg 1$ соответствует теоретическому ожиданию и качественно соответствует численным вычислениям [16]. Граница вязкого затухания ω_d растет с увеличением амплитуды накачки и зависит от средней высоты волны η_0 на частоте накачки как $\omega_d \sim \eta^{0.85 \pm 0.05}$. Однако наблюдаемая зависимость отличается от теоретически ожидаемой, показатель степени почти в три раза меньше, чем предсказанное значение.

2. Экспериментально показано, что при возбуждении турбулентного состояния на поверхности воды монохроматической или широкополосной накачкой частота высокочастотного края инерционного интервала и характерная частота экспоненциального затухания энергии в диссипативной области отличаются в несколько раз друг от друга и качественно одинаково повышаются с ростом амплитуды накачки по степенному закону с показателем степени, близким к теоретически оцененному значению для случая монохроматического возбуждения. В случае возбуждения широкополосной накачкой наблюдается значительное расхождение между экспериментальными и теоретически оцененными значениями показателя β .

3. Открыт новый механизм генерации вихревого движения поверхностными волнами распространяющимися под углом друг к другу. Показано, что генерация вихревого движения на поверхности жидкости не является специфической чертой волн Фарадея.

4. Экспериментально подтверждена теоретическая модель генерации вихревого движения перпендикулярными волнами на поверхности воды как для капиллярных, так и для гравитационных волн. Экспериментально показано, что амплитуда завихренности решетки вихрей на поверхности воды квадратич-

но зависит от амплитуды волн накачки, и зависит как $\sin(\psi)$ от разности фаз ψ между стоячими волнами в перпендикулярных направлениях.

5. Экспериментально показано, что в объеме воды решетка вихрей сохраняет структуру и зависимость амплитуды завихренности от глубины близка к экспоненциальному закону e^{-2kh} , где k — волновой вектор возбуждаемой решетки, а h — глубина слоя жидкости. Экспериментально оценено характерное время проникновения завихренности решетки вихрей в объеме при накачке двумя перпендикулярными волнами на частоте 3 Гц в 200 секунд .

6. Экспериментально показано, что наличие крупномасштабных вихрей приводит к сносу решетки вихрей. Оценены характерные скорости крупномасштабных течений приводящие к существенной деградации вихрей, формирующих решетку.

Публикации по теме диссертации

[F1] Brazhnikov M.Yu., Abdurakhimov L.V., Filatov S.V., Levchenko A.A., "Quasi-Planck" spectra of capillary turbulence on the surface of liquid hydrogen // JETP Lett. 2011.V. 93. P. 34.

[F2] Л.В. Абдурахимов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, И.А. Ремизов, С.В. Филатов, "Турбулентный капиллярный каскад вблизи края инерционного интервала на поверхности квантовой жидкости Письма в ЖЭТФ, том 95 вып. 12, с. 751-760 (2012)

[F3] Л.В. Абдурахимов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, И.А. Ремизов, С.В. Филатов, "Кинетическая и дискретная турбулентность на поверхности квантовой жидкости УФН, том 182, 8, с. 879 (2012)

[F4] С.В. Филатов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, "Метод пространственной регистрации волн на поверхности прозрачной жидкости ПТЭ, 1, с. 107-112, (2014)

[F5] С.В. Филатов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, "Формирование вихревого течения волнами на поверхности жидкости Письма в ЖЭТФ, том 102, вып. 7, с. 486-490 (2015)

[F6] S.V. Filatov, V.M. Parfenyev, S.S. Vergeles, M.Yu. Brazhnikov, A.A. Levchenko, V.V. Lebedev, "Nonlinear Generation of Vorticity by Surface Waves Physical Review Letters, 116, 054501 (2016)

[F7]. С.В. Филатов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, А.М. Лихтер, "Турбулентность в системе капиллярных волн на поверхности воды Поверхность, 10, с. 69-76 (2016)

[F8] С.В. Филатов, С.А. Алиев, А.А. Левченко, Д.А. Храмов, "Генерация вихрей гравитационными волнами на поверхности воды Письма в ЖЭТФ, том 104, вып. 10, с. 714-720 (2016)

Список литературы

- [1] V.E. Zakharov, Lvov V.S., Fal'kovich G.E. Kolmogorov spectra of turbulence 1. — Berlin: Springer-Verlag, 1992.
- [2] Инфельд Э. Роуландс Дж. Нелинейные волны, солитоны и хаос. — пер. с англ. под ред. Е.А. Кузнецова. — 2-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — С. 480.
- [3] Kolmakov German, Silchenko Alexander, McClintock Peter // Journal of Low Temperature Physics. — 2006. — Vol. 145, no. January. — P. 311–335.
- [4] М.Ю. Бражников, Г.В. Колмаков, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин // Письма в ЖЭТФ. — 2001. — Т. 73, № 8. — С. 433–446.
- [5] G. V. Kolmakov, A. A. Levchenko, M. Yu. Brazhnikov et al. // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Vol. 93. — P. 074501.
- [6] Zakharov V. E., Filonenko N. N. // J. App. Mech. Tech. Phys. — 1967. — Vol. 8, no. 5. — P. 62–67.
- [7] Babiano A., Dubrulle B., Frick P. // Phys. Rev. E. — 1995. — Vol. 52. — P. 3719–3729.
- [8] Armando Babiano, Claude Basdevant, Bernard Legras, Robert Sadourny // Journal of Fluid Mechanics. — 1987. — Vol. 183. — P. 379–397.
- [9] Г.Е. Фалькович А.Б. Шафаренко // ЖЭТФ. — 1988. — Т. 94. — С. 172.
- [10] Pushkarev A. N., Zakharov V. E. // Phys. Rev. Lett. — 1996. — Vol. 76. — P. 3320–3323.
- [11] M. Yu. Brazhnikov, G. V. Kolmakov, A. A. Levchenko, L. P. Mezhev-Deglin // Europhysics Letters (EPL). — 2002. — Vol. 58, no. 4. — P. 510–516.
- [12] Brazhnikov L V Abdurakhimov M Yu, Levchenko G V Kolmakov A A // J Low Temp Phys. — 2007. — Vol. 148, no. 3-4. — P. 245–249.
- [13] Falcon Éric, Laroche Claude, Fauve Stéphan // Physical Review Letters. — 2007. — Vol. 98. — P. 094503.

- [14] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика, т. 6, Гидродинамика. — М. Физматлит, 1987.
- [15] М.Ю. Бражников, Г.В. Колмаков, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин // Письма в ЖЭТФ. — 2001. — Т. 74, № 12. — С. 660–663.
- [16] Ruzhenkova I V, Fal'Kovich G E // ЖЕПТ. — 1990. — Vol. 71. — P. 1931–1940.
- [17] Kartashova E.A. // Physica D: Nonlinear Phenomena. — 1991. — Vol. 54, no. 1. — P. 125 – 134.
- [18] М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин, И.А. Ремизов // Письма в ЖЭТФ. — 2014. — Т. 100, № 10. — С. 754–759.
- [19] Л.В. Абдурахимов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко и др. // Low Temperature Physics. — 2015. — Т. 41, № 3. — С. 215–222.
- [20] Henry E, Alstrøm P, Levinsen M T // EPL (Europhysics Letters). — 2000. — Vol. 52, no. 1. — P. 27.
- [21] Shats M., Punzmann H., Xia H. // Physical Review Letters. — 2010. — Vol. 104. — P. 104503.
- [22] Denissenko Petr, Lukaschuk Sergei, Nazarenko Sergey // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Vol. 99. — P. 014501.
- [23] Т.Н. Havelock F.R.S. // Phil. Mag. — 1929. — Vol. 8. — P. 569.
- [24] В.А. Калиниченко, С.В. Нестеров, Н.Л. Никитин, С.Я. Секерж-Зенькович // Изв. АН СССР, ФАО. — 1982. — № 4. — С. 432.
- [25] Levchenko A.A., Brazhnikov M. Yu., Mezhev-Deglin L.P. // ИЕТ. — 2002. — Vol. 45, no. 6. — P. 758–763.
- [26] A. Von Kameke, F. Huhn, G. Fernández-García et al. // Physical Review Letters. — 2011. — Vol. 107. — P. 074502.
- [27] N. Francois, H. Xia, H. Punzmann, M. Shats // Physical Review Letters. — 2013. — Vol. 110. — P. 194501.

- [28] Филатов С.В., Бражников М.Ю., Левченко А.А. // Письма в ЖЭТФ. — 2015. — Т. 102, № 7. — С. 486–490.
- [29] S. V. Filatov, V. M. Parfenyev, S. S. Vergeles et al. // Physical Review Letters. — 2016. — Vol. 116, no. 5. — P. 054501.
- [30] Faraday M. // Phil. Trans. R. Soc. Lond. — 1831. — Vol. 121. — P. 299–340.
- [31] Levchenko A.A., Brazhnikov M. Yu., Mezhev-Deglin L.P. // ИЕТ. — 2002. — Vol. 45, no. 6. — P. 758–763.
- [32] Wright W.B. Budakian R. Putterman S.J. // Phys. Rev. Lett. — 1996. — Vol. 76. — P. 4528.
- [33] Fujimura Y. Iino M. // J. Appl. Phys. — 2008. — Vol. 103. — P. 124903.
- [34] Ramshankar R., Berlin D., Gollub J.P. // Phys. Fluids A. — 1990. — Vol. 2. — P. 1955.
- [35] N. Francois, H. Xia, H. Punzmann et al. // Physical Review X. — 2014. — Vol. 4. — P. 021021.
- [36] Kraichnan Robert H. // Physics of Fluids. — 1967. — Vol. 10, no. 7. — P. 1417–1423.
- [37] Mesquita O.N., Kane S., Gollub J.P. // Phys. Rev. A. — 1992. — Vol. 45. — P. 3700.
- [38] Stokes G.G. // Trans. Cambridge Phil. Soc. — 1847. — Vol. 8. — P. 441.
- [39] Falkovich G. // Journal of Fluid Mechanics. — 2009. — Vol. 638. — P. 1–4.
- [40] Фалькович Г. Современная гидродинамика. — М.-Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика 2014.
- [41] Л.В. Абдурахимов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко и др. // Письма в ЖЭТФ. — 2012. — Т. 95, № 12. — С. 751–760.
- [42] M. Yu. Brazhnikov, L. V. Abdurakhimov, S. V. Filatov, A. A. Levchenko // JETP Letters. — 2011. — Vol. 93, no. 1. — P. 34–36.

- [43] Бражников М.Ю., Колмаков Г.В., Левченко А.А. // ЖЭТФ. — 2002. — Т. 122, № 3(9). — С. 521–529.
- [44] Thieliсke William, Stamhuis Eize J. // Journal of Open Research Software. — 2014. — P. 2(1):e30.
- [45] Lawson John M., Dawson James R. // Experiments in Fluids. — 2014. — Vol. 55. — P. 1857.
- [46] Lukaschuk S., Denissenko P., Falkovich G. // The European Physical Journal Special Topics. — 2007. — Vol. 145, no. 1. — P. 125–136.
- [47] Parfenyev V. M., Vergeles S. S., Lebedev V. V. // Phys. Rev. E. — 2016. — Vol. 94. — P. 052801.
- [48] Horst Punzmann, Nicolas Francois, Hua Xia et al. // Nature Physics. — 2014. — Vol. 10. — P. 658–663.
- [49] С.В. Филатов, С.А. Алиев, А.А. Левченко, Д.А. Храмов // Письма в ЖЭТФ. — 2016. — Т. 104, № 10. — С. 714–720.