

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования «Владимирский
государственный университет имени Александра Григорьевича и
Николая Григорьевича Столетовых» (ВлГУ)

На правах рукописи

Губин Михаил Юрьевич

**Нелинейная динамика и квантовые состояния
локализованных оптических структур в плотных средах с
оптической накачкой**

Специальность 01.04.05 – Оптика

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук,
профессор С. М. Аракелян

Научный консультант:
кандидат физ.-мат. наук,
А. В. Прохоров

Владимир – 2014

Оглавление

| | |
|---|----|
| Введение..... | 4 |
| Глава 1. Литературный обзор..... | 20 |
| 1.1. Общие методы анализа нелинейных атомно-оптических взаимодействий в условиях формирования устойчивых структур оптического поля..... | 20 |
| 1.2. Временные диссипативные оптические солитоны в резонансных атомных средах..... | 35 |
| 1.3. Формирование и распространение пространственных оптических солитонов сложной топологии в нелинейных средах с диссипацией | 45 |
| 1.4. Неклассические поляризационные состояния оптических пучков и практические проблемы разработки квантовых алгоритмов с однофотонными импульсами света..... | 63 |
| 1.5. Выводы к главе 1 | 72 |
| Глава 2. Диссипативные оптические временные солитоны в плотных средах с оптической накачкой..... | 74 |
| 2.1. Основные уравнения для Λ -схемы взаимодействия в оптически-плотной допированной среде..... | 74 |
| 2.2. Анализ самосогласованной задачи нелинейного рассеяния света в трехуровневой среде. Основные приближения. | 76 |
| 2.3. Стационарные солитоны в допированных волноводах. | 85 |
| 2.4. Точные решения для матрицы плотности трехуровневой среды, возбуждаемой пробными импульсами различной длительности. | 92 |
| 2.5. Выводы к главе 2..... | 95 |
| Глава 3. Формирование и оптическое управление пространственными локализованными структурами в газонаполненных полых оптических волокнах | 97 |
| 3.1. Основные приближения для рамановского предела Λ -схемы взаимодействия в плотной среде в различных пределах атомно-оптического взаимодействия. | 97 |

| | |
|---|-----|
| 3.2. Анализ самосогласованной задачи нелинейного рассеяния света в трехуровневой среде | 103 |
| 3.3. Стресс-тестирование газонаполненных волокон на сохранение стабильности оптических вихрей в условиях возмущения базовых параметров системы..... | 113 |
| 3.4. Оптическое управление динамикой вихревых солитонов без нарушения условий их стабильности..... | 121 |
| 3.5. Выводы к главе 3..... | 128 |
| Глава 4. Эффективная генерация неклассических поляризационных состояний импульсов света в допированных редкоземельными ионами средах..... | 130 |
| 4.1. Анализ М-схемы взаимодействия в допированной среде. Основные уравнения | 130 |
| 4.2. Генерация поляризационно-сжатого света при использовании М-схемы взаимодействия в допированной среде..... | 137 |
| 4.3. Выводы к главе 4..... | 141 |
| Заключение | 143 |
| Список литературы | 145 |

Введение

Актуальность темы исследования

Изучение процессов формирования и распространения оптических временных и пространственно-локализованных образований – одиночных и комплексных диссипативных оптических солитонов, оптических вихрей, бризеров и оптических пульс, – в различных средах является одной из важных задач современной прикладной атомной оптики и связана с широким спектром их практического применения, в частности, – в задачах передачи и обработки информации, оптического захвата и транспорта наноструктур и др. Такие оптические структуры относительно просто могут быть получены в лазерных резонаторах либо пространственно-неоднородных средах, однако, поддержание условий их устойчивости представляет собой нетривиальную задачу даже при современном уровне развития лазерных технологий.

Объяснением этому служит тот факт, что полноценное решение задачи проектирования подобных оптических систем требует выполненного в параметрах лазерного эксперимента корректного определения областей устойчивости, а также проведения стресс-тестирования на внутренние и внешние возмущения для распространяющихся в них оптических локализованных структур. Поскольку формирование подобных образований происходит вблизи порога лазерной генерации, где нелинейные эффекты проявляются очень сильно, решение данной задачи требует строгого учета высших порядков нелинейных и нелинейно-диссипативных эффектов, значительно влияющих на устойчивость подобных образований. С экспериментальной позиции, для осуществления простого *оптического управления* параметрами такой системы при выходе на солитонный режим наиболее удачным решением могут служить многолучевые схемы атомно-оптического взаимодействия при наличии управляющих полей оптической накачки. Появление двухквантовых переходов между рабочими уровнями в таких схемах связано с использованием рамановского режима, когда частота отстройки электромагнитных полей от атомно-оптического резонанса

значительно превосходит скорость релаксационных процессов. При этом, наличие сильных нелинейных по пробному полю эффектов может быть обусловлено частичной заселенностью промежуточных электронных уровней схемы. Установление подобных режимов и наблюдения оптических солитонов в реальных средах требует выполнения определенных соотношений между базовыми параметрами частот Раби используемых оптических полей, их отстройку от резонанса, а также скоростей спонтанной релаксации с соответствующих электронных уровней.

Перспективными физическими *средами* для наблюдения и управления солитонными режимами могут служить недавно созданные полые фотоннокристаллические волокна с загруженными внутрь холодными атомами, либо допированные ионами редкоземельных элементов кварцевые матрицы, в том числе – при записи в их толще одиночных и связанных систем оптических волноводов. С одной стороны, в условиях значительной оптической плотности подобных сред, достигаемые там колоссальные значения нелинейных и нелинейно-диссипативных коэффициентов позволяют исследовать конкуренцию нелинейных, дифракционных и диссипативных эффектов на предельно-малых пространственных масштабах. А, с другой стороны, использование когерентных атомных ансамблей открывает новые перспективы прецизионного и эффективного управления оптическими свойствами данной системы в пренебрежении эффектами уширения и расщепления атомных спектральных линий, а также в условиях минимизации шумов, свойственных для тепловых газовых ансамблей.

Все вышеизложенное определяет актуальность темы исследований настоящей диссертации.

Целью диссертационной работы является развитие новых методов нелинейно-оптического управления формированием и распространением светоиндуцированных устойчивых оптических образований – пространственных и временных солитонов в перспективных оптических средах на примере

допированных плотными ансамблями квантовых излучателей оптических волноводов и заполненных бозе-эйнштейновским конденсатом атомов полых оптических волокон. Также целью работы является изучение новых возможностей для эффективной генерации неклассических поляризационных состояний света в допированных средах в условиях сильных нелинейно-оптических кросс-взаимодействий двухмодовых оптических полей.

Основные задачи, решаемые в работе:

1. Разработка физических моделей для возможностей практического наблюдения солитонных режимов распространения пробных импульсов света с использованием двухлучевых схем взаимодействия при наличии мощной волны оптической накачки.

2. Предложение новых способов полностью оптического управления динамикой распространения различного вида локализованных оптических структур, а также выявление условий переключения между ними при учете атомно-оптических флуктуаций.

3. Разработка новых эффективных способов управления нелинейными и диссипативными параметрами атомных сред с использованием многолучевых схем атомно-оптического взаимодействия для эффективной генерации неклассических состояний световых полей.

Научная новизна работы связана с определением физических условий и ограничений для нелинейного по пробному полю рамановского режима двухлучевой схемы атомно-оптического взаимодействия, позволяющих перейти от сложной системы самосогласованных уравнений для атомов и поля к хорошо известной в лазерной физике форме уравнения Гинзбурга-Ландау пятого порядка. Это дает возможность провести последовательный анализ различных порядков атомно-оптической нелинейности в зависимости от управляющих параметров задачи (частоты раби поля накачки его отстройки от резонанса и скорости релаксации возбужденного уровня) и на его основе получить конкретные оценки

для условий наблюдения устойчивых оптических образований в средах с диссипацией/усилением – диссипативных солитонов. Также новизна работы заключается в развитии фундаментальных принципов управления оптической кинематикой и топологическими преобразованиями с оптическими локализованными структурами с учетом концентрационных эффектов среды, поправок локального поля и развития атомно-оптических флуктуаций. Кроме того, в работе изучены возможности оптического управления режимами нелинейного кросс-взаимодействий оптических полей в допированных оптических средах и проведен анализ развития квантовых корреляций в таких системах.

Методы исследования

В работе использовались следующие методы и подходы:

- 1) Полуклассическая теория взаимодействия лазерного излучения с веществом с использованием формализма матрицы плотности для описания межуровневых электронных переходов в модели многоуровневого атома при его одновременном возбуждении несколькими независимыми оптическими полями.
- 2) Адиабатическое приближение для оптических импульсов с длительностью не превышающей характерные времена релаксации в системе, позволяющее осуществить переход от самосогласованной задачи атомы+поле к единому нелинейному уравнению распространения.
- 3) Метод анализа и сопоставления приведенных параметров – нелинейных, дисперсионных, дифракционных и диссипативных длин для нелинейного уравнения Гинзбурга-Ландау.
- 4) Вариационные методы и методы классической теории бифуркаций для определения областей устойчивости и затравочных параметров для оптических импульсов в задаче генерации стационарных пространственных и временных диссипативных солитонов в плотных средах с оптической накачкой.
- 5) Численный эксперимент по прямому моделированию уравнения Гинзбурга-Ландау методом расщепления по физическим факторам с целью

уточнения областей существования диссипативных оптических солитонов, а также выявления их “тонкой” структуры; классификации различных типов формируемых локализованных структур и наблюдения шумо-индуцированных переключений между солитонами с различной топологией.

б) Метод среднего поля Боголюбова представления операторов физических величин, позволяющий перейти к системе уравнений для среднего поля, а также его квантовых флуктуаций и провести анализ квантовых эффектов в процессе нелинейных атомно-оптических взаимодействий.

Краткое содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность работы, сформулированы ее цель и основные задачи, показаны научная новизна и практическая значимость полученных результатов, а также изложены основные защищаемые положения и краткое содержание диссертации.

Глава 1 содержит обзор работ и основных результатов по теме диссертации, известных из литературы.

Приведены способы описания процессов формирования и распространения устойчивых оптических структур на примере временных и пространственных оптических диссипативных солитонов в рамках реализованного последовательностью приближений перехода к укороченным нелинейным уравнениям распространения. Определены физические условия и приближения, которые позволяют осуществить переход от системы уравнений Максвелла-Блоха в модели двухуровневой атомной среды к единому нелинейному уравнению для огибающей светового поля, и представлены общие требования для наличия устойчивых решений задачи. Дан краткий обзор истории развития оптических сред, материалов, а также различных экспериментальных лазерных схем, в которых могут быть и уже получены стационарные диссипативные оптические солитоны. Особое внимание уделено оптическим солитонам комбинационного рассеяния света (вынужденное комбинационное рассеяние, ВКР) как основе создания перестраиваемых солитонных ВКР-лазеров. Представлены сведения о

современных экспериментальных возможностях генерации и управления диссипативными оптическими солитонами, в том числе – в сложноструктурированных фотоннокристаллических оптических волокнах. Представлен обзор вариационных методов анализа нелинейных уравнений распространения и поиска областей устойчивости диссипативных солитонов в рамках классической теории бифуркаций. Приведены сведения об особенностях описания и получения особого типа диссипативных вихревых солитонов, центральный провал интенсивности которых надежно регистрируется в эксперименте даже при появлении сильного дифракционного расплывания оптического пучка, что вызывает существенный интерес в задачи помехоустойчивой передачи оптической информации, оптического транспорта микрообъектов. Описаны имеющиеся результаты по исследованию проблемы формирования неклассических поляризационных и, в частности, – сжатых состояний света, а также развития новых подходов к вопросу реализации квантовых вычислений, квантовой криптографии.

Глава 2 содержит оригинальные результаты по способам генерации временных оптических солитонов в плотных средах допированных кварцевых волноводов при воздействии мощной волны оптической накачки.

В §2.1 приводятся результаты исследования нелинейного рассеяния света в рамановском режиме работы Λ -схемы взаимодействия с непрерывной накачкой E_c и пробным импульсом света E_p заданных формы и длительности в плотной трехуровневой атомной среде при учете эффектов локального поля. Показано, что в пределе адиабатического приближения и при условии малой заселенности промежуточных электронных уровней, самосогласованная задача атомы+поле в модели Λ -схемы атомно-оптического взаимодействия может быть сведена к одному нелинейному уравнению в форме уравнения Гинзбурга-Ландау пятого порядка по пробному полю и получен явный вид его коэффициентов.

На основе выполненного сравнительного анализа приведенных длин в рассматриваемой модели определены общие условия для возможностей наблюдения солитонов пробного поля в плотных средах с оптической накачкой.

Используя концепцию диссипативных солитонов, для поддержания формы которых необходимо чередование эффектов поглощения/усиления в различных областях огибающей, а также пользуясь критерием Вахитова-Колоколова для светлых солитонов впервые определена область параметров задачи, при которых возможно формирование диссипативных солитонов на сверхмалых пространственных масштабах порядка 2 мкм.

В §2.2 используя вариационный метод моментов, построена система связанных дифференциальных уравнений на параметры пробного оптического импульса – длительность, амплитуду и частотную модуляцию – взятого в качестве математической подстановки для решения уравнения Гинзбурга-Ландау. На основе классической теории бифуркаций, а также используя прямое численное моделирование для полученной системы уравнений, выполнен анализ существования областей стабильности оптических солитонов пробного поля в представленной физической модели. Выбрав в качестве физической реализации плотной оптической среды допированные атомами ^{87}Rb оптические волноводы, определены и в результате численного эксперимента подтверждены области значений параметров атомно-оптической системы, при которых в нелинейном по пробному полю рамановском пределе Λ -схемы взаимодействия возникают и могут существовать стационарные солитоны, огибающая которых описывается функцией гиперболического секанса. Внешнее управление такими образованиями может происходить путем изменения интенсивности и частоты отстройки от резонанса непрерывной волны оптической накачки. Показано, что пренебрежение учетом локального поля в рассмотренной модели ведет к полному исчезновению области стабильности в предсказанном диапазоне значений физических параметров для представленных в работе режимов.

В §2.3 выполнено прямое численное моделирование самосогласованной задачи и проведен анализ адекватности используемых в работе приближений, а также сформулированы физические требования на среду и поля для возможностей практического наблюдения оптических солитонов нелинейного рассеяния света в оптически-плотных средах допированных кварцевых волноводов. Представлены

три случая для различных соотношений между длительностью импульса T_0 , его частотой Раби Ω и скоростью релаксации Γ_{ab} в системе. Установлено, что в условиях выполнения неравенства $1/T_0 \gg \Omega > \Gamma_{ab}$, наблюдается режим, близкий к пределу мгновенного включения, когда верхний атомный уровень не успевает заселяться и при наличии слабого инертного отклика среды формирование солитонов в рамановском режиме работы Λ -схемы взаимодействия невозможно. При выбранных для решения самосогласованной задачи условиях $\Omega \geq 1/T_0 > \Gamma_{ab}$ происходит малое заселение возбужденного состояния, наблюдается возникновение нелинейных поляризаций на пробном переходе, а результаты численного моделирования доказывают адекватность сделанных в работе упрощений при переходе к единому нелинейному уравнению распространения. Выполненный для более длительного импульса при условии $\Gamma_{ab} < 1/T_0 < \Omega$ численный анализ приводит к ситуации почти идеального слежения атома в условиях быстрого заселения его верхнего состояния и сильным погрешностям при решении задачи выбранным способом. Таким образом, результаты проведенного моделирования определяют допустимые границы используемых в работе приближений.

Глава 3 основана на результатах исследования динамики особого типа винтовых дислокаций оптического поля – оптических вихрей в плотных средах наполненных газом холодных атомов полых оптических волокон с оптической накачкой.

В §3.1 сформулирована задача формирования и последующего оптического управления динамикой вихревого оптического солитона в условиях нелинейного по пробному полю предела рамановского режима Λ -схемы взаимодействия и при учете эффектов локального отклика среды. В рассматриваемой задаче предполагается, что пробный световой импульс заданной формы с центральной частотой распространяется вдоль оси полого оптического волокна – волноводного канала, заполненного газом атомов ^{87}Rb , – в противоположном направлении с непрерывным излучением оптической накачки. Показано, что в

рассматриваемом пределе для режима сильной связи в Λ -схеме взаимодействия и в предположении, что все атомы изначально находятся на нижнем уровне самосогласованная задача атомы+ пробное поле может иметь аналитическое решение, которое демонстрирует высокую, –с точностью до 5% , согласованность с результатами численного моделирования.

В §3.2, используя вариационные методы, определены области значений управляющих параметров самосогласованной задачи, при которых в рассматриваемой среде газонаполненного волокна могут возникать устойчивые диссипативные осесимметричные вихревые солитоны. На основе прямого численного моделирования уравнения Гинзбурга-Ландау, к которому приводит аналитическое решение самосогласованной задачи, установлено, что набор полученных вариационным методом устойчивых решений оказывается избыточным, а внутри него проявляется “тонкая” структура для солитонов с модифицированными формами.

В §3.3 рассмотрена эволюция оптического вихревого солитона в условиях естественных флуктуаций или дополнительной периодической модуляции параметров оптических полей и атомной среды газонаполненного волокна. Случайные флуктуации параметров системы моделировались с помощью гауссовского белого шума, а для изучения влияния возмущений на динамику оптического вихря была проведена серия численных экспериментов при различных значениях среднеквадратических отклонений для управляющих параметров интенсивности поля накачки и атомной плотности. Установлено, что продольные возмущения (вдоль оси распространения z) приводят в действие инертные свойства солитона и наличие шума, при котором фазовые траектории не покидают пределов области стабильности, не оказывает влияния на устойчивость оптического вихря. Показано, что при выходе за пределы области стабильности в процессе эволюции параметров системы динамика вихря определяется эффектами запаздывания изменения его формы по отношению к инициированным шумом быстрым изменениям параметров уравнения Гинзбурга-Ландау. Получены оценочные значения для максимально-допустимых относительных параметров

шума для вихревого солитона, который сохраняет свою форму на значительных расстояниях $z = 16.1 \text{ м}$. Сравнение полученных значений для максимально-допустимых параметров шума с уровнем температурно-зависящих флуктуаций концентрации бозе-газа позволило предсказать возможность практического наблюдения солитонных режимов распространения оптических вихрей в атомных системах при температурах сравнимых и ниже критической температуры перехода к состоянию бозе-эйнштейновского конденсата.

В §3.4 рассмотрена возможность управления динамикой получаемых вихревых солитонов при соблюдении условий задачи, не нарушающих их стабильности. Продемонстрирована кусочно-линейная функция внешнего изменения частоты отстройки поля накачки во времени и соответствующие ей изменения групповой скорости в процессе распространения вихревого солитона в газонаполненном волокне. Показано, что при изменении частоты отстройки для уже сформированного солитона до значений, находящихся вблизи границы области устойчивости происходит изменение групповой скорости вихревого солитона на величину порядка $1.8 \cdot 10^4 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ с *сохранением* устойчивого режима. Возникающие при переходном процессе осцилляции интенсивности быстро затухают за время порядка 3 нс при выбранных условиях взаимодействия. Обратный процесс возвращения частоты отстройки к исходному значению инициирует схожий сценарий стабилизации симметричного вихревого солитона на уровне, предшествующем началу модуляции. Общая длина газонаполненного волокна, соответствующая всему интервалу времени модуляции с учетом групповой скорости солитона составляет порядка 15 см .

В **четвертой главе** представлены эффекты нелинейных кросс-взаимодействий с двухмодовыми оптическими импульсами в допированных нелинейных кристаллах.

В §4.1 выполнен анализ четырехлучевой поляризационной M-схемы взаимодействия для двухмодового пробного импульса и двух импульсов оптической накачки, реализованный в оптической матрице, допированной резонансными к оптическому излучению ионами ^{59}Pr . Изучены различные

режимы индуцированного кросс-взаимодействия между поляризационными модами пробного оптического импульса. В рамках полуклассической теории и на основе уравнения Лиувилля получена система связанных уравнений на элементы матрицы плотности атомной системы с учетом релаксационных процессов и затухания свободной поляризации в среде. Используя теорию возмущений при разложении элемента матрицы плотности сразу по двум модам пробного поля, проанализированы нелинейно-оптические кросс-взаимодействия между поляризационными компонентами двухмодового пробного импульса в рассматриваемой модели. Получен явный вид параметров нелинейной восприимчивости и коэффициента поглощения атомной среды в зависимости от управляющих параметров задачи: частотных отстроек полей накачки от резонанса и их интенсивностей. Показано, что в условиях сложной зависимости нелинейного показателя преломления от обоих частотных отстроек соответствующим подбором интенсивностей полей накачки могут быть выявлены особые режимы с достижением гигантских значений для коэффициентов нелинейности и одновременной компенсации оптических потерь для пробного поля за счет конкуренции эффектов линейного поглощения и нелинейного усиления в системе. Такие режимы предложено использовать для эффективной генерации неклассических поляризационных состояний световых импульсов.

В §4.2 представлен анализ изучаемой M-схемы взаимодействия с двумя полями оптической накачки на основе расширенного гамильтониана Джейнса-Каммингса, содержащего слагаемые, ответственные за нелинейную перекачку энергии. Для исследования поляризационных характеристик рассматриваемой системы был введен набор параметров, идентичных параметрам Стокса в оптике и на основе метода среднего поля Боголюбова изучена квантовая динамика нормированных дисперсий данных параметров, а также введена степень сжатия, характеризующая уровень их квантовых флуктуаций по сравнению с когерентным уровнем шума в такой системе. Показана возможность эффективной генерации поляризационно-сжатого света в терминах параметров Стокса в допированной ионами ^{59}Pr кварцевой матрице при индуцированных нелинейно-оптических

кросс-взаимодействиях двухмодовых полей и определены условия, при которых генерация поляризованно-сжатого света происходит при минимальном поглощении оптического излучения в системе.

Практическая значимость работы связана с получением конкретных оценочных значений управляющих параметров в модели допированных атомными центрами кварцевых матриц и записанных в их толще волноводов, которые могут быть использованы в задаче эффективного формирования устойчивых оптических временных солитонов, генерации неклассических состояний оптических полей. Показано, что в условиях сильной атомно-оптической связи для рамановского режима взаимодействия требуемая мощность оптической накачки для наблюдения солитонного режима составляет порядка 100 мВт и характерная длина среды – несколько миллиметров, что является принципиальным моментом при решении проблемы создания компактных, размещенных в едином модуле устройств обработки оптической информации, а также оптических интегральных схем. Кроме того, впервые предсказана возможность генерации и поддержания устойчивых режимов распространения для оптических вихрей в наполненных бозе-конденсатом атомов полых оптических волокон при наличии мощной волны оптической накачки, что определяет несомненные перспективы использования подобных систем для реализации нового типа высокоскоростных, устойчивых к внешним помехам каналов передачи оптической информации.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Условия эффективного формирования одномерных временных солитонов пробного поля в кварцевом волноводе с атомами ^{87}Rb в присутствии внешней волны оптической накачки.

2. Способ эффективной генерации двумерных пространственных диссипативных солитонов при нелинейном по пробному полю рамановском режиме атомно-оптического взаимодействия в протяженной среде

газонаполненного полого оптического волокна с радиальной модуляцией линейного коэффициента поглощения.

3. Возможность контроля групповой скоростью вихревых солитонов за счет временной модуляции частоты отстройки волны оптической накачки в нелинейном по пробному полю рамановском режиме Λ -схемы атомно-оптического взаимодействия.

4. Наличие скачкообразных изменений топологии оптических локализованных структур под влиянием атомно-оптических флуктуаций в процессе распространения оптических вихревых солитонов в газонаполненных оптических волокнах при температурах ниже критической температуры перехода к состоянию Бозе-Эйнштейновской конденсации.

5. Модель эффективной генерации поляризационно-сжатого света на малых, порядка 1 см, пространственных масштабах при наличии нелинейно-оптического кросс-взаимодействия с двухмодовым световым импульсом в допированной ионами редкоземельных элементов кварцевой матрице в присутствии двух управляющих импульсов оптической накачки (M-схема взаимодействия).

Апробация работы. Материалы диссертационной работы докладывались:

1. Г.А. Бурмакин, М.Ю. Губин, А. В. Прохоров, С. М. Аракелян. Переключения фазы с использованием многолучевой схемы взаимодействия в допированных средах, в сборнике тезисов 2-ой международной конференции/молодежной школы-семинара «Современные нанотехнологии и нанофотоника для науки и производства», г. Владимир, ноябрь 2009.

2. М.Ю. Губин, Г.А. Бурмакин, А. В. Прохоров, С. М. Аракелян. Генерация поляризационно-сжатого света в допированных резонансных средах, в сборнике тезисов 2-ой международной конференции/молодежной школы-семинара «Современные нанотехнологии и нанофотоника для науки и производства», г. Владимир, ноябрь 2009.

3. A.V. Prokhorov, G.A. Burmakin, M.Yu. Gubin, A.Yu. Leksin, A.P. Alodjants, S.M. Arakelian, Generation of nonclassical states of light in doped materials, in Issue of International Advanced Research Workshop Modern Problems in Optics and Photonics, Erevan, Armenia, August 2009.

4. M.Yu. Gubin, A.V. Prokhorov, A.Yu. Leksin, S.M. Arakelian. All-optical control of nonclassical coupled atom-light states in a doped resonance medium. Modern laser physics and laser-information technologies for science and manufacture. 1st international Russian-Chinese conference/ youth school-workshop, September 23 – 28, 2011, Suzdal/Vladimir (Russia).

5. A.V. Prokhorov, M.Yu. Gubin, A.Yu. Leksin, M.G. Gladush, A.P. Alodjants, S.M. Arakelian. Dissipative optical solitons in dense media of doped waveguides. OSA optics and photonics congress: «Advanced photonics», June 17-21 2012, Cheyenne Mountain Resort, Colorado Springs, Colorado, USA.

6. M.Yu. Gubin, A.V. Prokhorov, A.Yu. Leksin, A.P. Alodjants, S.M. Arakelian, M.G. Gladush. Dissipative optical solitons in dense media of doped waveguides. 15th International Conference on Laser Optics «LO-2012». June 25–29, 2012, St. Petersburg, Russia.

7. A.V. Prokhorov, M.Yu. Gubin, M.G. Gladush, A.Yu. Leksin, S.M. Arakelian. The optical control of spatial dissipative solitons in optical fibers filled with a cold atomic gas. International Conference on Coherent and Nonlinear Optics (ICONO)/Conference on Lasers, Applications, and Technologies (LAT) «ICONO/LAT 2013». June 18–22, 2013, Moscow, Russia.

8. A.V. Prokhorov, M.Yu. Gubin, A.Yu. Leksin, M.G. Gladush, S.M. Arakelian, The optical control of spatial dissipative solitons in optical fibers filled with a cold atomic gas. SPIE European Conference on Optics and Optoelectronics (SPIE EOO 2013). April 15 - 18, 2013, Prague, Czech Republic.

Публикации. Основное содержание диссертации опубликовано в работах:

1. Бурмакин Г.А., Губин М.Ю., Прохоров А.В., Аракелян С.М. Генерация поляризационно-сжатого света в допированных резонансных средах // Оптика и спектроскопия. 2010. Т. 109. С. 21-27.
2. Прохоров А.В., Губин М.Ю., Лексин А.Ю., Гладуш М.Г., Алоджанц А.П., Аракелян С.М. Диссипативные оптические солитоны в плотных средах с оптической накачкой // ЖЭТФ. 2012. Т. 141. С. 5-19.
3. Губин М. Ю., Прохоров А. В., Гладуш М. Г., Лексин А. Ю., Аракелян С. М. Оптическое управление вихревыми солитонами в плотных средах газонаполненных оптических волокон // Известия РАН. Серия физическая. 2012. Т. 76. С. 719–725.
4. Губин М.Ю., Прохоров А.В., Гладуш М.Г., Лексин А.Ю., Аракелян С.М. Формирование и оптическое управление диссипативными вихревыми солитонами в заполненных газом холодных атомов полых оптических волокнах // Квант. электроника. 2012. Т. 42. С. 616–624.
5. Gladush M.G., Prokhorov A.V., Gubin M.Yu., Leksin A.Yu. and Arakelian S.M. The optical control of spatial dissipative solitons in optical fibers filled with a cold atomic gas // Proc. SPIE 8772, Nonlinear Optics and Applications VII. 2013. 87720L.
6. Prokhorov A.V., Gladush M.G., Gubin M.Yu., Leksin A.Yu., and Arakelian S.M., The effect of atomic and optical perturbations on formation and propagation of vortex solitons in a dense atomic media of gas-filled hollow-core optical fibers // Eur. Phys. J. D. 2014. 68: 158.
7. Аракелян С.М., Прохоров А.В., Губин М.Ю., Баринов И.О., Способ обработки квантовой информации, Патент РФ на изобретение №2483357, дата регистрации 27 мая 2013 г., срок действия истекает 26 августа 2030 г.

Личный вклад автора. Результаты, представленные в диссертации, получены автором лично; выбор общего направления исследований и принципиальная постановка рассматриваемых задач осуществлялись совместно с научным руководителем и научным консультантом. Автору принадлежит

самостоятельное исследование конкретных проблем и решение соответствующих задач, включая как расчетную часть, постановку численного эксперимента, так и интерпретацию результатов.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, содержащего 127 наименований. Полный объем диссертации – 152 страницы, включая 50 рисунков.

ГЛАВА 1

Литературный обзор

§ 1.1. Общие методы анализа нелинейных атомно-оптических взаимодействий в условиях формирования устойчивых структур оптического поля

Распространение оптического излучения в консервативных нелинейно-оптических средах может приводить к образованию различного типа устойчивых как во времени, так и в пространстве оптических образований, – оптических солитонов, каждому из которых соответствует собственный механизм стабилизации оптического импульса. Один из самых распространённых типов солитонов – это нерезонансные (шредингеровские) солитоны, распространяющиеся в прозрачных средах. Механизм устойчивости данных солитонов основывается на балансе между действием дисперсии и нелинейности, в том случае, когда нелинейность компенсирует действие дисперсии или наоборот. Однако, формирование солитонов возможно и в резонансных средах (резонансные солитоны), когда под влиянием распространяющейся в среде электромагнитной волны населенности атомных уровней эффективно изменяются, в частности, – создаются условия для инверсной населённости. В этом случае устойчивые световые импульсы могут быть сформированы, если их длительность меньше характерных времен релаксации среды, а площадь импульса превышает некоторое пороговое значение. Оптические солитоны могут формироваться в средах с квадратичной нелинейностью, когда волны с сильно отличающимися частотами взаимодействуют друг с другом. Устойчивость таких солитонов зависит от баланса между эффектами группового запаздывания волн и нелинейного взаимодействия.

При изучении вопросов формирования и распространения солитонных оптических структур основным уравнением, описывающим распространение электромагнитного излучения с напряженностью E в немагнитной нелинейной диспергирующей среде, остается волновое уравнение вида:

$$\nabla^2 E + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P^l}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P^{nl}}{\partial t^2} = 0, \quad (1.1)$$

где без учета пространственной дифракции линейная часть поляризованности среды определяется как

$$P^l(r, t) = \int_0^\infty \hat{\chi}^{(1)}(t') E(r, t - t') dt', \quad (1.2)$$

а нелинейный отклик среды представим в виде разложения по малому параметру характерного атомного поля в форме:

$$P^{nl}(r, t) = \int_0^\infty dt' \int_0^\infty \hat{\chi}^{(2)}(t', t'') E(r, t - t') E(r, t - t' - t'') dt'' + \int_0^\infty dt' \int_0^\infty dt'' \int_0^\infty \hat{\chi}^{(3)}(t', t'', t''') \times \\ \times E(r, t - t') E(r, t - t' - t'') E(r, t - t' - t'' - t''') dt''' + \dots, \quad (1.3)$$

где $\hat{\chi}^{(n)}$ представляют различные порядки тензоров линейной и нелинейной восприимчивости среды, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа в поперечных координатах x и y , t – время, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ – радиус вектор, c – скорость света в вакууме.

Существенной проблемой при решении (1.1)-(1.3) является последовательность упрощений, которые могли бы привести к системе укороченных уравнений на среду и поле, пригодных для использования аналитических методов. Эффективным средством здесь оказывается предварительная оценка порядков малости диссипативных и нелинейных членов, входящих в уравнения [1]. При этом в разложении поляризации в ряд

$$P = \chi E (1 + \alpha_1 E + \alpha_2 E^2) \quad (1.4)$$

обычно выполняется неравенство $1 \gg \alpha_1 E \gg \alpha_2 E^2$, а для задач нелинейной оптики логичным является требование малости оптических потерь, которое может быть выражено в записи линейной поляризованности среды

$$\chi = \text{Re}[\chi] + i\mu \text{Im}[\chi], \quad (1.5)$$

через параметр малости μ . Такой подход приводит (1.1) к уравнению вида:

$$\nabla^2 E + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P^{\prime}}{\partial t^2} + \mu F\left(t, r, E, \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}\right) = 0, \quad (1.6)$$

где функция F включает в себя все многообразие возможных нелинейных, а также линейных диссипативных эффектов. Принципиальным моментом при выводе укороченных уравнений на основе (1.6) оказывается использование метода медленно меняющихся амплитуд [2]. В рамках данного метода решения уравнения (1.6) можно представить в виде суперпозиции гармоник с частотами ω_n и волновыми векторами \mathbf{k}_n :

$$E(t, r) = \sum_n A_n(\mu \mathbf{r}) \exp[i(\omega_n t - \mathbf{k}_n \mathbf{r})]. \quad (1.7)$$

Здесь напряженность поля E разбивается на две компоненты: “быструю”, пространственный масштаб которой определяется входящим в показатель экспоненты комплексом $\mathbf{k}_n \mathbf{r}$ и имеет порядок длины волны λ ; “медленную”, связанную с огибающей A_n на масштабах порядка λ/μ .

В том случае, когда нелинейной поляризованностью вещества можно пренебречь, вторую производную поляризации в левой части (1.6) можно представить в виде:

$$\frac{\partial^2 P^{\prime}}{\partial t^2} \approx -\operatorname{Re}\left(2i\omega_0 \frac{\partial \delta P}{\partial t} + \omega_0^2 \delta P\right) \exp[i(k_0 z - \omega_0 t)], \quad (1.8)$$

где δP – малое возмущение для поляризованности, k_0 – центральное волновое число излучения в вакууме (в воздушном промежутке резонатора) для центральной частоты излучения ω_0 , и серией последовательных преобразований перейти к квазиоптическому уравнению:

$$2ik_0 \left(\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial E}{\partial t} \right) + \Delta_{\perp} E - D_2 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + 4\pi \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \left(\delta P + 2i \frac{1}{\omega_0} \frac{\partial \delta P}{\partial t} \right) = 0, \quad (1.9)$$

где v_g – групповая скорость, D_2 – коэффициент дисперсии, ε_0 – диэлектрическая проницаемость среды, $\Delta_{\perp} = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа.

Таким образом, квазиоптическое уравнение (1.9) является основным уравнением в рамках классической оптики и, с учетом корректного представления

материальных уравнений для среды в рамках δP , позволяет описывать все основные нелинейные эффекты в процессе распространения излучения. Его предельные случаи позволяют исследовать конкуренцию дифракционных и диссипативных процессов в лазерах различных типов [3], изучить распространение оптических импульсов в непрерывной среде с частотной дисперсией в одномодовом приближении [4] и многое другое.

В частности, в условиях резонаторных лазерных схем уравнение (1.9) приводится к виду:

$$\tau_{np} \frac{\partial E}{\partial t} - \left(d' + i \frac{l_d}{2k_0} \right) \Delta_{\perp} E - i \frac{2\pi k_m l_m}{\varepsilon_m} \delta P + (1 - R)E = 0, \quad (1.10)$$

где τ_{np} – время пробега света через резонатор, d' – коэффициент эффективной диффузии, вызванной угловой селективностью излучения в резонаторе, l_d – дифракционная длина резонатора (может быть отрицательной если внутри резонатора есть линзовые элементы), ε_m – линейная диэлектрическая проницаемость среды (слой среды толщины l_m), k_m – волновое число в линейной среде, R – произведение коэффициентов отражения зеркал резонатора. При этом лазерная среда может быть описана уравнениями Максвелла-Блоха в рамках двухуровневой модели:

$$\tau_1^g \frac{\partial g}{\partial t} = g_0 - g - \text{Re}(EP_g^*), \quad (1.11a)$$

$$\tau_1^a \frac{\partial a}{\partial t} = a_0 - a - b \text{Re}(EP_a^*), \quad (1.11б)$$

$$\tau_2^g \frac{\partial P_g}{\partial t} = gE - (1 + i\Delta)P_g, \quad (1.11в)$$

$$\tau_2^a \frac{\partial P_a}{\partial t} = aE - (1 + i\Delta_a)P_a, \quad (1.11г)$$

$$\delta P = P_g - P_a, \quad (1.12)$$

где параметр $b = \tau_1^a \tau_2^a \mu_a^2 / (\tau_1^g \tau_2^g \mu_g^2)$ определяет соотношение интенсивностей насыщения активной и пассивной сред, g и a – разности населенностей в активной и пассивной средах, соответственно, g_0 и a_0 – стационарные значения разностей

населенностей в отсутствии поля ($E = 0$), μ_g и μ_a – дипольные моменты переходов активной и пассивной сред, соответственно, $\Delta_{a,g} = (\omega_{a,g} - \omega_0)\tau_{a,g}$ – безразмерные частотные расстройки, ω_0 – частота пустого резонатора, $\omega_{a,g}$ – центральные частоты спектральных линий поглощения и усиления, соответственно.

Здесь коэффициенты g и a соответствуют эффективному усилению и потерям в схеме со стационарными значениями g_0 и a_0 в отсутствии поля, а $P_{a,g}$ – соответствующие им поляризации. Уравнения (1.11а,б) описывают динамику атомной системы в условиях продольной релаксации населенностей с характерными временами $\tau_1^{a,g}$, тогда как (1.11в,г) соответствуют эффектам поперечной релаксации на временах $\tau_2^{a,g}$.

В том случае, когда время жизни фотона в резонаторе много больше времени поперечной релаксации $\tau_2^{a,g}$, а время продольной релаксации $\tau_1^{a,g}$ в системе достаточно велико, соответствующие поляризованности среды могут быть адиабатически исключены [5]. Если при этом дополнительно считать времена продольных $\tau_1^{a,g}$ релаксаций также малыми величинами, то самосогласованная система уравнений на атомы и поле может быть сведена к единому нелинейному уравнению для огибающей светового поля в форме:

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial t} - (i + d)\Delta_{\perp} \bar{E} = f(|\bar{E}|^2) \bar{E}, \quad (1.13)$$

где

$$f(I) = -1 + \frac{1 - i\Delta_g}{1 + I} \bar{g}_0 - \frac{1 - i\Delta_a}{1 + bI} \bar{a}_0. \quad (1.14)$$

Здесь $I = |\bar{E}|^2$ – интенсивность поля, $\bar{E} = E / \sqrt{1 + \Delta_g^2}$ – нормированная амплитуда поля, d – коэффициент оптической диффузии, $\bar{g}_0 = g_0 / (1 + \Delta_g^2)$, $\bar{a}_0 = a_0 / (1 + \Delta_a^2)$, $\bar{b} = b(1 + \Delta_g^2) / (1 + \Delta_a^2)$.

При этом, $\text{Re}(f(I))$ соответствует описанию диссипативных эффектов в схеме, а $\text{Im}(f(I))$ – нелинейным трансформациям фазы оптического пакета. Полагая $\Delta_{a,g} \rightarrow 0$, $f(I)$ становится вещественной величиной и для нее удобно проследить

зависимость конкурирующих процессов усиления/потерь в схеме вблизи порога генерации g_{\min} на рис.1.1. Здесь кривая 3 соответствует возможности эффективного усиления сигнала в резонаторной схеме.

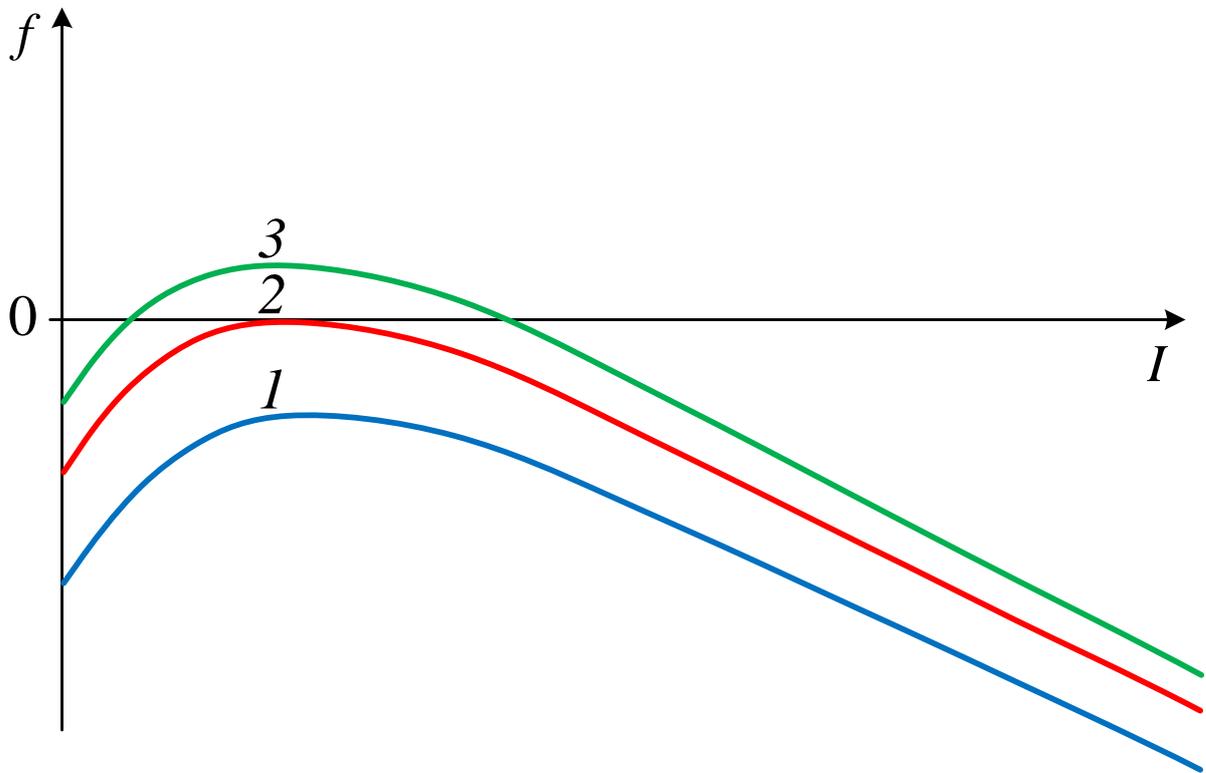


Рисунок 1.1. Конкуренция диссипативных эффектов от интенсивности излучения при различных значениях параметра накачки: 1 – $\bar{g}_0 < g_{\min}$; 2 – $\bar{g}_0 = g_{\min}$; 3 – $g_{\min} < \bar{g}_0 < g_{\max}$

Другой замечательной особенностью уравнения (1.13) является возможность получения *пространственно-локализованных оптических структур*, анализ устойчивости которых может быть выполнен, в частности, по методу малых возмущений [6]. В последнем случае динамика *временных оптических структур* должна быть описана с учетом дисперсионных эффектов в системе, когда уравнение (1.9) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial z} - \left[(i + d_{\perp}) \Delta_{\perp} + (i + d_{\parallel}) \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right] \bar{E} = f(|\bar{E}|^2) \bar{E}. \quad (1.15)$$

где d_{\perp} – коэффициент диффузии, d_{\parallel} – коэффициент спектральной фильтрации, $\tau = t - z/v_g$ – время в бегущей системе координат.

Это уравнение имеет решение вида $E = \sqrt{I} \exp(-i\alpha z)$, при этом интенсивность стационарного режима определяется условиями баланса усиления и потерь в схеме $\text{Re}(f(I)) = 0$. С учетом (1.14) приходим к необходимости решения квадратного уравнения вида:

$$bI^2 + [1 + a_0 + b(1 - g_0)]I + [1 + a_0 - g_0] = 0, \quad (1.16)$$

которое в пределах $g_{\min} < g_0 < g_{\max}$, где $g_{\max} = 1 + a_0$ имеет гистерезисную зависимость от коэффициента усиления и имеет два корня, меньший из которых соответствует неустойчивому режиму. В случае использования светлых оптических структур (интенсивность спадает до нуля на периферии), необходимым условием их устойчивости является неравенство вида $\text{Re}(f(0)) < 0$, определяющее их нулевой фон. Общее требование для наличия устойчивых решений с такими структурами является смена знака функции $\text{Re}(f(0))$ в пределах их огибающей.

Физический механизм, лежащий в основе формирования устойчивых оптических структур заключается в конкуренции процессов резонансного возбуждения двухуровневой среды передним фронтом пробного импульса и ее обратной разинвертизации в момент прохождения заднего фронта импульса. При этом устойчивые световые импульсы (*временные солитоны*) формируются, если их длительность τ_0 меньше характерных времен релаксации среды, а площадь импульса (интеграл по времени от огибающей) превышает пороговое значение π . В такой задаче возникновение нелинейных по пробному полю поляризаций среды обусловлено частичным либо полным «подселением» верхнего электронного уровня воздействием мощного импульса накачки. Более богатые нелинейными эффектами процессы атомно-оптических взаимодействий могут разыгрываться в многоуровневых электронных схемах при наличии многоквантовых переходов между ними. Одной из таких ярких реализаций является трехуровневая схема взаимодействия, подвергнутая детальному теоретико-экспериментальному изучению в связи с развитием новых методов трехуровневой лазерной спектроскопии в нашей стране [7]. Основу подобных исследований составляли режимы, для которых изучаемые резонансы трехуровневого атома линейны по

пробному полю и в основном используются для исследования релаксационных процессов. В случае, когда частота отстройки полей превышает скорость релаксационных процессов верхний уровень $|0\rangle$ полагают виртуальным и схема соответствует классическому комбинационному рассеянию с двумя оптическими полями, – на рис.1.2. При уменьшении отстройки Δ_{02} верхний уровень начинает частично заселяться и в дополнении к уже имеющимся двухквантовым переходам в схеме начинают проявляться ступенчатые переходы. В условиях точного резонанса $\Delta_{02} = 0$ оба этих процесса дают вклад в линию излучения, а баланс между ними определяется соотношением скоростей спонтанной релаксации верхнего γ_0 и нижних состояний γ_1, γ_2 .

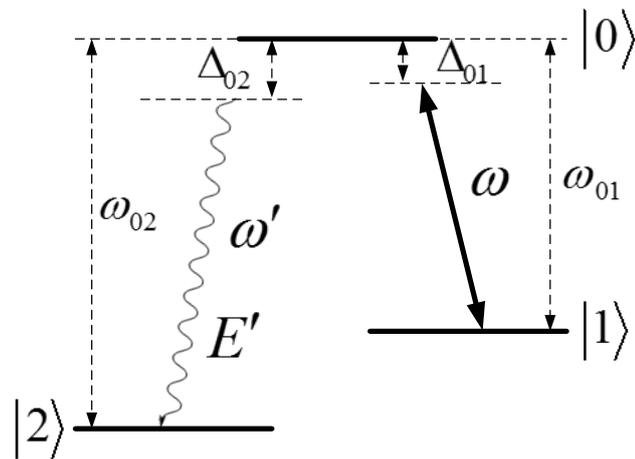


Рисунок 1.2. Трехуровневая Λ -схема атомно-оптического взаимодействия с пробным полем ...

При математическом описании многообразия возможных эффектов в схеме на рис.1.2 наиболее простым подходом является использование формализма матрицы плотности, который для стационарного случая работы схемы дает общего вида решение для матричного элемента на пробном переходе в следующей форме:

$$\rho_{02} = i\Omega' e^{-i\omega't + ik'r} r_{02}, \quad (1.17)$$

где $r_{02} = -\Omega^2 \frac{\{2\Gamma_{01}(\Gamma_{12} - i(\Delta_{02} - \Delta_{01}))/\gamma_0 + (\Gamma_{01} - i\Delta_{01})\}\rho_{11}^{(0)}}{(\Gamma_{02} - i\Delta_{02})(\Gamma_{12} - i(\Delta_{02} - \Delta_{01})) + \Omega^2(\Delta_{01}^2 + \Gamma_{01}^2(1 + G))} \rho_{11}^{(0)}$, $G = 2\Omega^2(1/\gamma_0 + 1/\gamma_1)/\Gamma_{01}$ – параметр насыщения на переходе $|0\rangle - |1\rangle$, Ω' и Ω – частоты Раби пробного поля и поля накачки, соответственно, Δ_{02} и Δ_{01} – отстройки от резонанса пробного поля и

поля накачки, соответственно, Γ_{mn} – скорости спонтанной релаксации на соответствующих переходах, $\rho_{11}^{(0)}$ – населенность уровня $|1\rangle$ в нулевом приближении.

Возникновение дипольного момента на пробном переходе в схеме рис.1.2 возникает за счет разности населенностей между уровнями $|0\rangle$ и $|2\rangle$ и наведенному дипольному моменту, что графически соответствует двум альтернативным каскадом вида:

$$\begin{array}{c} \bigcirc \xrightarrow{E} d_{01} \rightarrow \bigcirc \xrightarrow{E'} d_{02} \rightarrow \bigcirc, \\ N_1 \qquad N_0 \qquad N_2 \end{array} \quad (1.18a)$$

$$\begin{array}{c} \bigcirc \xrightarrow{E} d_{01} \xrightarrow{E'} d_{12} \xrightarrow{E} d_{02} \rightarrow \bigcirc. \\ N_1 \qquad N_2 \end{array} \quad (1.18б)$$

Здесь первая цепочка соответствует ступенчатым переходам, вторая – типа ВКР, но они обе линейны по пробному полю. Возникновение нелинейных взаимодействий по пробному поля сопряжено с возбуждением других уровней в частности $|1\rangle$, что математически приводит к необходимости использования следующих порядков по теории возмущений и возникновению нелинейных по пробному полю поляризации. В работах Владилена Степановича Летохова представлены четыре каскада приводящих к нелинейным поправкам населенности уровня $|2\rangle$

$$\begin{array}{c} \bigcirc \xrightarrow{E} d_{01} \xrightarrow{E} \bigcirc \xrightarrow{E'} d_{02} \xrightarrow{E'} \bigcirc, \\ N_1-N_0 \qquad \Delta N_0 \qquad \Delta N_2 \end{array} \quad (1.19a)$$

$$\begin{array}{c} \bigcirc \xrightarrow{E} d_{01} \xrightarrow{E} d_{12} \xrightarrow{E'} d_{02} \xrightarrow{E'} \bigcirc, \\ N_1-N_0 \qquad \Delta N_2 \end{array} \quad (1.19б)$$

$$\begin{array}{c} \bigcirc \xrightarrow{E'} d_{02} \xrightarrow{E'} \bigcirc, \\ N_0-N_2 \qquad \Delta N_2 \end{array} \quad (1.19в)$$

$$\begin{array}{c} \bigcirc \xrightarrow{E'} d_{01} \xrightarrow{E} d_{12} \xrightarrow{E'} d_{02} \xrightarrow{E'} \bigcirc. \\ N_0-N_2 \qquad \Delta N_2 \end{array} \quad (1.19г)$$

Такой совместный подход – при использовании формализма матрицы плотности и графического представления схем формирования поляризаций в системе – с одной стороны, указывает путь к правильной последовательности математических выкладок при решении задачи, а с другой позволяет интерпретировать все многообразие наблюдаемых эффектов и физических феноменов в трехуровневых средах.

В частности, для рассматриваемой Λ -схемы (на рис.1.2) возможны четыре независимых ситуации которые подразделяются по типу взаимодействия между пробным полем и полем накачки, а также типу линейных и нелинейных взаимодействий по пробному полю:

Тип №1 Ступенчатая схема межуровневых переходов, задающая линейные по пробному полю взаимодействия при малой отстройке Δ_{02} от резонанса, когда промежуточные уровни $|0\rangle$ и $|1\rangle$, фактически, не заселялись. Данный режим активно использовался в работах [8] при проведении экспериментов с так называемой “остановкой” света.

Тип №2 Ступенчатая схема межуровневых переходов, задающая нелинейные по пробному полю взаимодействия при малой отстройке Δ_{02} , но с подселением одного из промежуточных уровней $|0\rangle$ или $|1\rangle$. Такой режим может быть использован в задачах наведения гигантских кубических нелинейностей в атомных средах [9], а также – в практическом плане – для генерации неклассических состояний световых полей [10].

Тип №3 Двухквантовые переходы, линейный по пробному полю, возникающие при большой отстройке Δ_{02} от резонанса, когда промежуточные уровни $|0\rangle$ и $|1\rangle$ не подселяются. Подобный режим использовалась в работах [11] для линейного управления огибающей пробного поля.

Тип №4 Двухквантовые переходы, нелинейные по пробному полю, возникающий при большой отстройке Δ_{02} от резонанса с подселением какого-либо из промежуточных уровней $|0\rangle$ или $|1\rangle$.

Именно последний случай атомно-оптического взаимодействия, соответствующий реализации каскада (1.19б) и будет рассматриваться далее – в оригинальной части настоящей работы – как основа для формирования и управления диссипативными оптическими солитонами при наличии дополнительного поля оптической накачки. Следует отметить, что соблюдение физических условий, необходимых для выхода на представленный нелинейный режим является не совсем тривиальной задачей и, в самом общем случае, требует прецизионной настройки системы. В частности, установление того или иного режима определяется выбором корректных соотношений между тремя основными параметрами: скоростью спонтанной релаксации Γ_{02} из возбужденного состояния, Раби частота поля накачки Ω , частоты отстроек полей от резонанса Δ_{02} и Δ_{01} .

Начало экспериментального изучения процессов распространения оптических импульсов через резонансные атомные среды напрямую связано с первыми успехами в области экспериментальной лазерной физики, в первую очередь – в нашей стране. В серии работ, проведенных Басовым и Летоховым в 1966 году для световых импульсов в лазерных усилителях с инверсно заселенными атомами [12], были получены ранее предсказанные результаты, когда максимум (пик) импульса распространялся со скоростью, существенно отличной от его групповой скорости в среде и наблюдались существенные искажения (деформации) огибающей импульса. Вызвавшие значительный интерес как со стороны теоретиков, так и экспериментаторов, эти работы послужили отправной точкой последовавших за ними исследований по управлению как амплитудно-фазовыми свойствами, так и кинематикой оптических импульсов в резонансных средах.

В частности, в работах 1967 г. Мак Коллом и Ханом [13, 14] на основе численного решения связанных уравнений Максвелла-Блоха впервые были предсказаны и экспериментально обнаружены стационарные оптические импульсы при нелинейном взаимодействии оптического излучения с резонансной средой. Огибающая таких импульсов описывалась функцией гиперболического секанса

$$E(z, t) = \frac{2}{k\tau_0} \operatorname{sech} \left[\frac{1}{\tau_0} (t - z/v_g) \right], \quad (1.20)$$

а его площадь в стационарном режиме стремится к значению 2π , т.е. справедливо

$$k \int_{-\infty}^{\infty} E(z, t') dt' = 2\pi, \text{ где } k = 2\mu/\hbar, \mu - \text{ значение электрического дипольного момента.}$$

При этом, действительно, наблюдалось сильное уменьшение групповой скорости распространяющегося импульса из-за постоянных процессов поглощения излучения и его дальнейшего переизлучения.

Новое развитие тема оптических солитонов приобрела в связи с продемонстрированной в работе [15] возможностью их наблюдения в нелинейных оптических волокнах. В работе [15] впервые была рассмотрена задача формирования стационарного светлого импульса – пикосекундного оптического солитона в диэлектрическом волноводе при наличии аномальной дисперсии групповых скоростей и учете керровской нелинейности. Проведенное в рамках данной работы прямое численное моделирование уравнения распространения с пробным импульсом вида (1.20) продемонстрировало устойчивость исследуемых оптических структур к дополнительному воздействию на систему гауссовского белого шума и наличию малых потерь (поглощения) в системе. Позже, в работе [16] была проведена серия экспериментов с короткими оптическими импульсами длительностью 4пс при их распространении в одномодовом оптическом световоде длиной порядка 700м с параметром пороговой мощности формирования фундаментального солитона в 1 Вт. При этом, в допороговом режиме при мощностях входного импульса на уровне 0.3 Вт оптические импульсы испытывали характерное дисперсионное уширение, тогда как при небольшом превышении порогового уровня мощности длительность импульса на выходе оптического волокна соответствовала длительности на входе, а зарегистрированная форма импульса была близка к предсказанной. Значительное увеличение мощности по отношению к пороговому уровню превращало входной оптический импульс в многопиковую структуру, что полностью соответствует формированию

многосолитонной структуры, при этом период такого солитона также соответствовал расчетным значениям.

В ходе последующих исследований по данной тематике особое место занимает вопрос генерации оптических солитонов в процессе уже представленного вынужденного комбинационного рассеяния в оптических световодах, когда излучение волны накачки может эффективно преобразовываться в стоксову компоненту [17], а динамика взаимодействия между волнами описывается системой из пары связанных уравнений:

$$\frac{\partial A_p}{\partial z} + \frac{i}{2} \beta_{2p} = i\gamma_p \left(|A_p|^2 + 2|A_s|^2 \right) A_p - \frac{g_p}{2} |A_s|^2 A_p, \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial A_s}{\partial z} - d \frac{\partial A_s}{\partial T} + \frac{i}{2} \beta_{2s} \frac{\partial^2 A_s}{\partial T^2} = i\gamma_s \left(|A_s|^2 + 2|A_p|^2 \right) A_s + \frac{g_s}{2} |A_p|^2 A_s, \quad (1.22)$$

где A_j – нормированная амплитуда поля, $T = t - z/v_{gp}$ – время в бегущей системе координат, $d = v_{gp}^{-1} - v_{gs}^{-1}$ – параметр группового разбегания, отвечает за разницу групповых скоростей импульсов накачки и ВКР, β_{2j} – дисперсия групповой скорости, γ_j – параметр нелинейности, g_j – рамановский коэффициент ($j = p, s$), z – расстояние пройденное в световоде; и введены характерные длины задачи

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_{2p}|}, \quad L_W = \frac{T_0}{|d|}, \quad L_{NL} = \frac{1}{\gamma_p P_0}, \quad L_G = \frac{1}{g_p P_0}, \quad (1.23)$$

где L_D – дисперсионная длина, L_W – длина группового разбегания, L_{NL} – нелинейная длина, L_G – длина комбинационного усиления, T_0 – длительность импульса, P_0 – входная мощность накачки.

Рассматриваемый эффект является пороговым, при этом для лоренцевской линии усиления критическая мощность накачки определяется соотношением:

$$g_R P_0^{sp} L_{эфф} / A_{эфф} \approx 16, \quad (1.24)$$

где коэффициент g_R определяется мнимой частью нелинейной восприимчивости на $\chi^{(3)}$, $A_{эфф}$ – эффективная площадь сердцевины, $L_{эфф}$ – эффективная длина световода, P_0^{sp} – критическая мощность накачки.

В работе В.А. Выслоуха и В.Н. Серкина [18] на основе численного анализа системы (1.21)-(1.22) была предсказана возможность передачи практически всей энергии накачки в стоксов сигнал, формирующийся в виде фундаментального солитона на характерной длине, при которой импульс накачки испытывает максимальное самосжатие. Одни из первых экспериментальных работ, в которых были заложены основы для наблюдения оптических солитонов комбинационного рассеяния в оптических световодах были выполнены в нашей стране под руководством Е.М. Дианова [19]. Интересной особенностью данных исследований стала возможность формирования стоксова сигнала в условиях ниже порога ВКР для рассматриваемой среды кварцевого волновода. При этом затравкой для стоксова сигнала служил узкий интенсивный пичок, формирующийся на фоне широкого пьедестала импульса накачки, часть спектра которого попадает в область ВКР-усиления, благодаря чему система быстро выходит в режим насыщения. Важным свойством продемонстрированного эффекта является возможность перестройки несущей частоты солитона за счет изменения мощности накачки на входе, что служит основой создания перестраиваемых солитонных вкр-лазеров [20].

В более поздних работах [21] использование специальных микроструктурированных оптических волокон (на рис.1.3а) позволило создавать широко-перестраиваемые по частоте лазерные системы для генерации оптических солитонов длительностью в несколько периодов оптического поля. Характерной особенностью подобной системы является возможность плавной перестройки центральной частоты сверхкороткого импульса на выходе фотонно-кристаллического волокна путем простого изменения мощности входного излучения, – на рис.1.3б. Другая возможность для более грубого управления частотным сдвигом выходных импульсов заключалась в изменении длины самого оптического волокна, что представлено на рис.1.3в в виде наложения полученных с использованием оригинальных методик расширения известного метода расщепления по физическим факторам [4] расчетных кривых на экспериментально полученные зависимости.

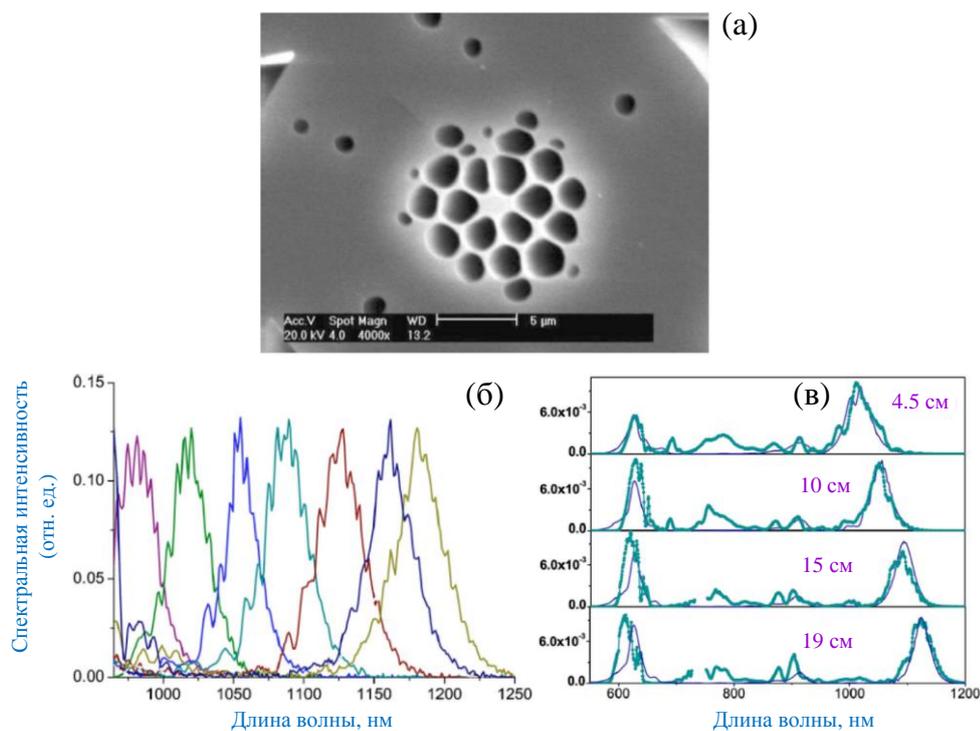


Рисунок 1.3. (а) Фотонно-кристаллическое волокно из плавленного кварца с высоким воздушным заполнением части оболочки, состоящей из двух циклов воздушных отверстий окружающих ядро с диаметром 1,6 мкм (NL-PM-750); (б) Экспериментально измеренный сигнал на выходе NL-PM-750 волокна со смещением в красную область перестроенного от 970 до 1170 нм путем изменения входной энергии в основной моде фотонно-кристаллического волокна; (в) Выходные спектры, измеренные (пунктирная линия) и расчетные (сплошная линия) для лазерного импульса с энергией 2 нДж, состоящего из нескольких периодов оптического излучения, прошедшего через кварцевое фотонно-кристаллическое волокно с диаметром сердцевины 2,6 мкм и различной длиной – сверху вниз: 4.5, 10, 15 и 19 см

Следует отметить, что одной из трудноразрешимых задач, когда речь идет об экспериментальном наблюдении оптических солитонов, является проблема подстройки начальных (входных) параметров лазерной системы под материальные параметры используемой среды, необходимой для выхода системы на солитонный режим. Поскольку аналитическими методами уравнения типа (1.21) и (1.22) не могут быть решены, а численные методы позволяют организовать лишь достаточно грубую процедуру случайного поиска необходимых решений, поэтому для анализа уравнений распространения на данном этапе наиболее перспективными выступают вариационные методы поиска солитонных решений, которые будут рассмотрены в следующем параграфе.

§ 1.2. Временные диссипативные оптические солитоны в резонансных атомных средах

Существенным отличием стационарных импульсов при наличии поглощения/усиления при их распространении в среде (диссипативных солитонов) от их консервативных аналогов (шредингеровские солитоны) является строгая необходимость одновременного удовлетворения двум балансам в системе. С одной стороны, речь идет о необходимости соблюдения баланса между эффектами дисперсионного уширения оптического импульса и его нелинейной самофокусировки, – точно так, как это необходимо для формирования шредингеровских солитонов. С другой стороны, чтобы получить стационарное решение в диссипативной системе, необходимо соблюсти условие равновесия эффектов усиления и рассеяния энергии (поглощения). Поскольку огибающая оптического солитона представляет собой некоторую функцию времени, в ее пределах должны иметь место области, где солитон получает энергию из внешнего источника, а также те области, где энергия рассеивается в окружающую среду (см. рис.1.4) [22]. В этом смысле стационарный диссипативный солитон – результат динамического процесса обмена энергией с окружающей средой и ее непрерывного перераспределения между различными частями солитона. Как только это перераспределение энергии заканчивается, солитон исчезает.

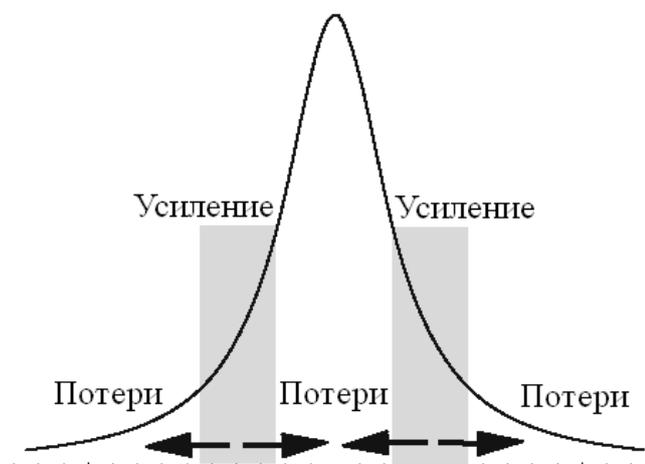


Рисунок 1.4. Качественное описание солитонов в диссипативных системах

В нелинейной среде с диссипацией, дополнительной накачкой и спектральной фильтрацией основным уравнением, наиболее полно описывающим динамику оптических импульсов, является уравнение Гинзбурга-Ландау третьего-пятого порядка:

$$i \frac{\partial}{\partial \xi} u - \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} u + |u|^2 u = i\delta u + i\phi |u|^2 u + i\beta \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} u + i\mu |u|^4 u - \nu |u|^4 u, \quad (1.25)$$

где τ – время в бегущей системе координат, ξ – нормированная длина распространения, u – комплексное поле, δ – коэффициент линейных потерь (линейного усиления), β – коэффициент спектральной фильтрации, ϕ описывает нелинейные процессы накачки или поглощения третьего порядка, μ описывает нелинейные процессы накачки или поглощения пятого порядка, ν – коэффициент нелинейности на $\chi^{(5)}$. Для предотвращения коллапса импульса и стабилизации формы оптического солитона необходимо наличие в системе отрицательной нелинейности пятого порядка, то есть когда коэффициент $\nu < 0$.

Для его анализа можно пользоваться теорией возмущений [23-27]. Исторически теория возмущений первоначально применялась в астрономии для приближенного решения задачи трех тел, которая состояла в определении относительного движения трёх тел (материальных точек), взаимодействующих по закону тяготения Ньютона. Теория возмущений нашла широкое применение в квантовой электродинамике, как наиболее удобный способ описания сложных систем. Используя теорию возмущений для решения уравнения распространения типа (1.25), диссипативная правая часть этого уравнения рассматривается как малое возмущение, а решение представляется в форме

$$u(\tau, \xi) = \frac{A}{\text{ch}[A(\tau + V\xi)]} \exp\left[-iV\tau + i(A^2 - V^2)\frac{\xi}{2}\right], \quad (1.26)$$

где A – амплитуда, V – частота (или скорость).

Основой данной теории является использование уравнений эволюции для энергии и момента импульса. Умножив (1.25) на u^* , выполнив комплексное сопряжение, вычитание и интегрирование по τ получим уравнение эволюции для энергии, которое имеет следующий вид:

$$\frac{d}{d\xi} \int_{-\infty}^{\infty} |u|^2 d\tau = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \left[\delta |u|^2 - \beta \left| \frac{\partial u}{\partial \tau} \right|^2 + \phi |u|^4 + \mu |u|^6 \right] d\tau. \quad (1.27)$$

Аналогичным образом можно получить уравнение эволюции для момента количества движения. На основе данных уравнений и с учетом решения (1.26) можно перейти к системе уравнений для варьируемых параметров подстановки:

$$\frac{dA}{d\xi} = 2A \left[\delta - \beta V^2 + \frac{1}{3} (2\varepsilon - \beta) A^2 + \frac{8}{15} \mu A^4 \right], \quad (1.28)$$

$$\frac{dV}{d\xi} = -\frac{4}{3} \beta V A^2. \quad (1.29)$$

Анализ динамической системы (1.28-1.29) показывает, что у нее имеется три особых точки, зная координаты которых можно определить условия стабильности солитонов типа (1.26). Однако, представленный метод имеет ряд существенных ограничений, связанных с предположением малости коэффициентов в правой части (1.25), что не всегда справедливо и не позволяет анализировать возможные устойчивые решения системы со значительным поглощением/усилением. Такие решения могут возникать на плоскости параметров задачи, например, вблизи атомно-оптических резонансов и сильно вдали от места расположения точных решений для консервативного нелинейного уравнения Шредингера, в которое превращается (1.25) при занулении его правой части.

Существенным развитием данного вариационного метода является выбор пробной функции (ansatz) для решения (1.25) изначально произвольного вида, которая уже никак не связана с решением уравнения Шредингера. Яркой реализацией такого подхода является метод моментов, для которого функция подстановки имеет такое число варьируемых параметров, которое соответствует количеству вводимых, так называемых моментов для получения точно решаемой алгебраической системы уравнений. В качестве таких моментов (или интегралов движения) можно использовать некоторые основные интегралы низшего порядка [28]:

$$Q = \int_{-\infty}^{\infty} |u|^2 d\tau, \quad M = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (u u_{\tau}^* - u^* u_{\tau}) d\tau, \quad (1.30)$$

где Q – энергия, а M – импульс, $u_\tau \equiv \frac{\partial}{\partial \tau} u$, а также интегралы высших порядков:

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \tau |u|^2 d\tau, \quad I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\tau - \tau_0)^2 u^2 d\tau, \quad I_3 = \int_{-\infty}^{\infty} (\tau - \tau_0) (u^* u_\tau - u u_\tau^*) d\tau, \quad (1.31)$$

где τ_0 – положение максимума импульса.

Используя уравнение (1.25) можно получить уравнения эволюции для моментов:

$$\frac{dQ}{d\xi} = i \int_{-\infty}^{\infty} (uR^* - u^* R) d\tau, \quad (1.32a)$$

$$\frac{dM}{d\xi} = -i \int_{-\infty}^{\infty} (u_\tau R^* + u_\tau^* R) d\tau, \quad (1.32б)$$

$$\frac{dI_1}{d\xi} = -i \operatorname{sgn}(\beta_2) M + i \int_{-\infty}^{\infty} \tau (uR^* - u^* R) d\tau, \quad (1.32в)$$

$$\frac{dI_2}{d\xi} = i \operatorname{sgn}(\beta_2) I_3 + i \int_{-\infty}^{\infty} (\tau - \tau_0)^2 (uR^* - u^* R) d\tau, \quad (1.32г)$$

$$\frac{dI_3}{d\xi} = i \int_{-\infty}^{\infty} (-2 \operatorname{sgn}(\beta_2) |u_\tau|^2 - |u|^4) d\tau + 2i \int_{-\infty}^{\infty} (\tau - \tau_0) (u_\tau R^* + u_\tau^* R) d\tau + i \int_{-\infty}^{\infty} (uR^* + u^* R) d\tau. \quad (1.32д)$$

где $R = i\delta u + i\phi |u|^2 u + i\beta \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} u + i\mu |u|^4 u - \nu |u|^4 u$ представляет собой правую часть уравнения (1.25).

Использование данного метода можно проиллюстрировать на простейшем примере, когда правая часть уравнения (1.25) представляется в виде [28]:

$$R = -\nu |u|^4 u, \quad (1.33)$$

В таком случае уравнение распространения запишется в виде:

$$i \frac{\partial}{\partial \xi} u - \frac{\operatorname{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} u + |u|^2 u = R. \quad (1.34)$$

Используя в качестве пробного импульс вида:

$$u(\xi, \tau) = A(\xi) \operatorname{sech}[B(\xi)(\tau - \tau_0(\xi))] \exp[i\Phi(\xi, \tau)], \quad (1.35)$$

где $\Phi(\xi, \tau) = \varphi(\xi) + D(\xi)(\tau - \tau_0(\xi)) + C(\xi)\left(\tau - \frac{1}{B(\xi)}\right)^2$, $\tau_0(\xi)$ – положение центра массы импульса, $\frac{1}{B(\xi)}$ – ширина импульса, $A(\xi)$ – амплитуда импульса, $D(\xi)$ и $C(\xi)$ – линейный и нелинейный набег фазы волнового пакета, соответственно, $\varphi(\xi)$ – фаза импульса. На основе (1.30)-(1.32) можно перейти к системе уравнений для параметров подстановки (1.35):

$$\frac{dD}{d\xi} = 0, \quad (1.36a)$$

$$\frac{d\tau_0}{d\xi} = -\text{sgn}(\beta_2)D, \quad (1.36б)$$

$$\frac{d}{d\xi}\left(\frac{1}{B}\right) = -2\text{sgn}(\beta_2)C\frac{1}{B}, \quad (1.36в)$$

$$\frac{dC}{d\xi} = -\frac{2}{\pi^2}\text{sgn}(\beta_2)(B^4 - \pi^2 C^2) - \frac{2Q}{\pi^2 B^{-3}} - \frac{32\nu Q^2}{15\pi^2 B^{-4}}, \quad (1.36г)$$

где $Q = B^{-1}A^2 = \text{const}$ – полная энергия в импульсе.

Выполняя замену переменных $\frac{B(\xi)}{B(0)} = r$, $\frac{\xi}{T} = \xi_1$, где $T = -\frac{\pi B^{-2}(0)}{2\text{sgn}(\beta_2)}$, и исключая переменную $C(\xi)$ из (1.36г), получим уравнение для $r(\xi_1)$:

$$\left(\frac{dr}{d\xi_1}\right)^2 + (1 - \delta_1)/r^2 - 2\gamma/r = U_0, \quad (1.37)$$

где $\delta_1 = -\frac{8\nu}{15}Q/\text{sgn}(\beta_2)$, $\gamma = -QB(0)^{-1}/\text{sgn}(\beta_2)$, $U(r) = (1 - \delta_1)/r^2 - 2\gamma/r$ и

$$U_0 = U(1) + [\pi B(0)^{-2}C(0)]^2.$$

Уравнение (1.37) описывает движение материальной точки в одномерном пространстве и, фактически, соответствует задаче Кеплера. В данной задаче решается вопрос о нахождении траекторий движения двух тел, с заданными массами, взаимодействующих посредством центральной силы, изменяющейся по величине обратно пропорционально квадрату расстояния между ними. В докритических режимах при $\delta_1 < 1$ если начальные параметры импульса соответствуют условию $U_0 > 0$ ширина импульса r будет расти, что аналогично

случаю открытой орбиты в задаче Кеплера. Если же $U_0 < 0$, тогда ширина импульса r будет периодически изменяться с увеличением расстояния ξ – это аналогично закрытым орбитам в задаче Кеплера.

Для случая аномальной дисперсии, то есть $\text{sgn}(\beta_2) = -1$, и положительной нелинейности $\nu > 0$ пороговое условие $\delta_1 = 1$ для уравнения (1.37) достигается, когда энергия импульса приобретает следующее критическое значение:

$$Q_c = \sqrt{-15 \text{sgn}(\beta_2) / (8\nu)}. \quad (1.38)$$

Выше данного порога при условии $\delta_1 > 1$ происходит коллапс солитона, который в случае оптического импульса инициируется наличием нелинейностей высших порядков [29].

Метод моментов позволяет выбрать начальную подстановку для оптического импульса произвольным образом, включая как саму форму огибающей, так и амплитудно-фазовые характеристики импульса. Конечно, выбор пробной функции обычно определяется результатами предварительного численного моделирования УГЛ в зависимости от выбранной для изучения области в пространстве параметров задачи [30, 31]. К примеру, для решения, имеющего единственный максимум и не имеющего топологической структуры в поперечном сечении, параметры импульса могут быть следующими: пиковая амплитуда, ширина импульса, положение центра-массы и параметры фазы [22].

Для упрощения анализа системы в качестве базовых можно рассматривать подстановки имеющие только четыре варьируемых параметра, а именно $A(\xi)$ – амплитуда импульса, $\frac{1}{B(\xi)}$ – ширина импульса, $\phi(\xi)$ – фаза импульса, $D(\xi)$ или $C(\xi)$ – линейный или нелинейный набег фазы, соответственно. При этом положение центра-массы совмещено с нулем.

В работах [22, 30, 32] в качестве пробной функции рассматривается суперпозиция гауссовского и супергауссовского импульса со степенью крутизны фронта $n = 2$ в виде:

$$U(\xi, \tau) = A(\xi) \exp \left(-\tau^2 B(\xi)^2 - \frac{\tau^4 B(\xi)^4}{4m} + iC(\xi)\tau^2 \right), \quad (1.39)$$

где $A(\xi)$ – нормированная амплитуда, $\frac{1}{B(\xi)}$ – ширина, $C(\xi)$ – нелинейный набег фазы волнового пакета, параметр m может быть выбран произвольно, m не зависит от ξ .

Моменты M и I_1 для функции (1.39) равны нулю, так как функция (1.39) симметрична относительно τ , тогда в случае $4m=1$ остальные три момента принимают следующие значения:

$$Q = 1.051A^2B^{-1}, \quad I_2 = 0.1448QB^{-2}, \quad I_3 = \frac{i}{4}CI_2. \quad (1.40)$$

Таким образом, используя (1.40) и (1.32) можно получить следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} Q &= F_1 \equiv B^2 Q [2\delta B^{-2} - 3.737\beta - 1.158\beta C^2 B^{-4} + 1.433\epsilon B^{-1} Q + 1.143\mu Q^2], \\ \frac{\partial}{\partial \xi} B^{-1} &= F_2 \equiv B [2.142\beta + 2CB^{-2} - 0.8738\beta C^2 B^{-4} - 0.2896\epsilon B^{-1} Q - 0.3254\mu Q^2], \\ \frac{\partial}{\partial \xi} C &= F_3 \equiv B^4 [6.453 - 2C^2 B^{-4} - 1.237B^{-1} Q - 1.319\mu Q^2 - 19.62\beta B^{-2} C]. \end{aligned} \quad (1.41)$$

Стационарные решения системы уравнений (1.41) находятся из условия $F_j = 0$, где $j = 1, 2, 3$. Стабильность стационарных решений определяется из анализа собственных значений матрицы Якоби [33, 34]. Если действительные части всех корней характеристического уравнения отрицательны $\text{Re}(\lambda_j) < 0$, где $j = 1, 2, 3$, то в этом случае стационарное решение будет стабильным; если же хотя бы у одного собственного значения матрицы Якоби действительная часть положительна, то в этом случае стационарное решение будет нестабильным.

На рис.1.5 представлены результаты наложения областей стабильности для солитонов вида (1.39), полученных на основе прямого численного моделирования уравнения Гинзбурга-Ландау (1.25) с подстановкой вида (1.39) и с использованием метода моментов. Для параметрической плоскости (ϕ, ν) фиксированные параметры УГЛ выбраны следующими: $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = -0.1$.

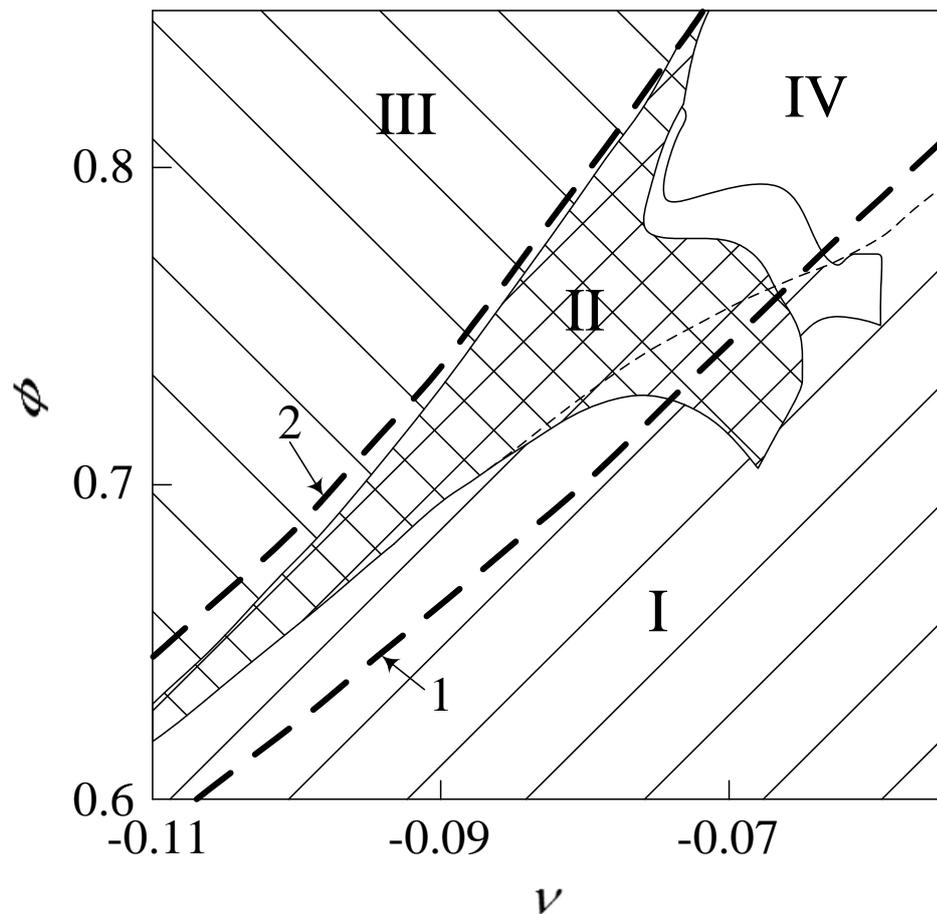


Рисунок 1.5. Параметрическая плоскость (коэффициент нелинейного поглощения/усиления третьего порядка ϕ , коэффициент нелинейности на $\chi^{(5)}$ ν). Области I-IV получены прямым численным моделированием УГЛ и соответствуют: I – область существования стационарных солитонов, II – область возникновения предельных циклов, III – область существования солитонов с двумя фронтами, движущимися в противоположных направлениях, IV – область перехода к хаосу. Толстые штриховые кривые получены с использованием метода моментов и соответствуют линиям бифуркаций, область ниже линии 1 соответствует устойчивым особым точкам уравнения (1.25), выше линии 2 – неустойчивым особым точкам, область между линиями 1 и 2 соответствует возникновению предельных циклов

Кривая 1 на рис.1.5 получена из условия, когда действительная часть собственного значения матрицы Якоби системы (1.41) меняет знак, при этом потеря стабильности особой точки может происходить при ее слиянии с другой неустойчивой особой точкой системы, либо при возникновении предельного цикла. Последний случай соответствует суб- либо суперкритической бифуркации Андронова-Хопфа [35], которая ответственна за возникновение в системе

пульсирующих солитонов [32]. На рис.1.5 такая область возникновения пульсирующих солитонов располагается между кривыми 1 и 2, построенных исходя из анализа системы (1.41) по методу моментов, либо соответствует региону II, построенному исходя из прямого численного моделирования УГЛ. Действительно, в области появления диссипативных солитонов наблюдается чередование знаков для параметров линейного и нелинейного поглощения в виде: $\delta > 0, \phi < 0, \mu > 0$. Комбинация неравенств такого вида как раз обеспечивает наличие нужных притоков и стоков энергии в системе, тогда как присутствие спектральной фильтрации приводит к ее “перемешиванию” по всему частотному спектру импульса.

Появление предельных циклов в области II соответствует возбуждению так называемых пульсирующих солитонов в системе, для которых наблюдается динамическое (периодическое) изменение параметров ширины и амплитуды импульса. Такие солитоны могут быть получены и на основе решения нелинейного уравнения Шредингера, причем данный режим соответствует переходной динамике к фундаментальному солитону посредством квазипериодических изменений его амплитуды и фазы. Однако, в консервативной системе такие колебания затухают со временем, поскольку в результате переходного процесса происходит излучение энергии, что, в свою очередь, может быть скомпенсировано в случае УГЛ.

Интересной разновидностью пульсирующих солитонов являются так называемые «ползающие солитоны» (creeping soliton) [36], для которых характерны не только периодические изменения амплитудно-фазовых параметров солитона, но и постоянно присутствующий сдвиг по времени после каждого периода пульсации солитона, как это изображено на рис.1.6. Физически, механизм такого “ползания” во времени связан с наличием двух фронтов у данного солитона, которые распространяются ассиметрично во времени, приводя к формированию постоянного сдвига по оси времени – на рис.1.7.

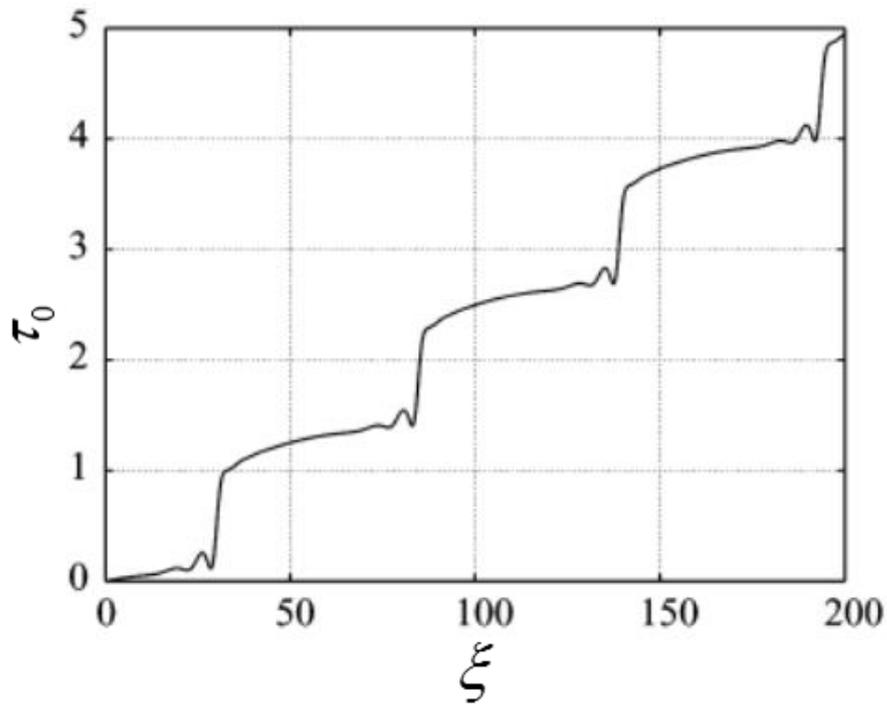


Рисунок 1.6. Положение центра массы солитона τ_0 в зависимости от пройденного пути ξ . Солитон смещается шаг за шагом в направлении увеличения τ . Из-за симметричности по τ солитон может смещаться в противоположном направлении, если подобрать соответствующим образом начальные параметры подстановки

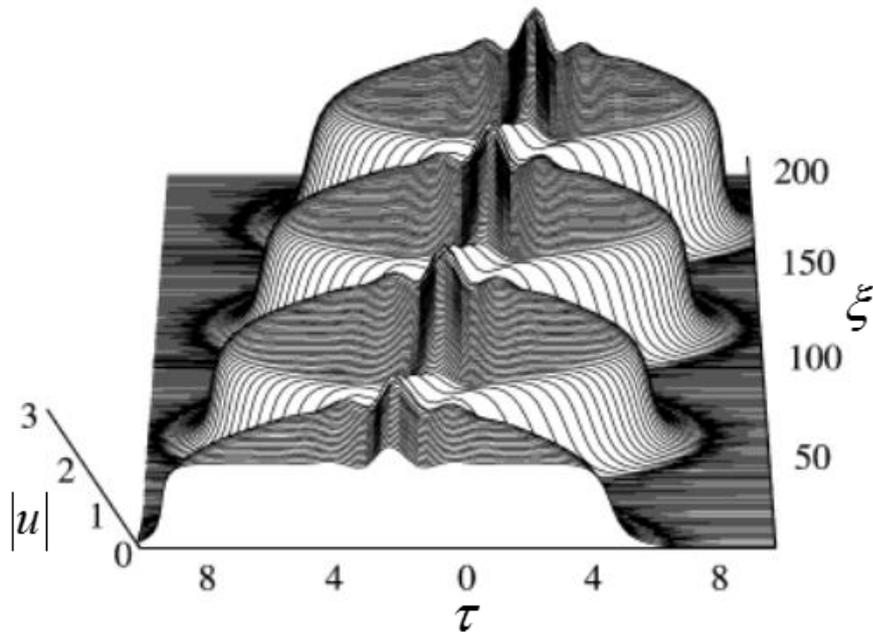


Рисунок 1.7. Пример «ползающего» солитона уравнения Гинзбурга-Ландау (1.25). Этот численный расчет был впервые представлен в [36]. Представленное моделирование показывает более детальную структуру «ползающего» поведения солитона. Ясно видно ассиметричное движение двух фронтов солитона. Параметры моделирования уравнения (1.25): $\text{sgn}(\beta_2) = -1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.101$, $\phi = 1.3$, $\mu = -0.3$, $\nu = -0.101$

В качестве пробной функции для такого типа солитонов выступает разновидность супергауссовской функции:

$$u(\xi, \tau) = a(m) \sqrt{Q(\xi)B(\xi)} \exp \left[-\sqrt{m}yB(\xi) - \frac{y^4 B(\xi)^4}{32} + i(D(\xi)y + C(\xi)y^2) \right], \quad (1.42)$$

где $y = \tau - \tau_0(\xi)$, $\frac{1}{B(\xi)}$ – пространственная ширина пучка. Константа m – может быть выбрана произвольно и она не зависит от ξ , в то время как константа a зависит от m . Она выбирается следующим образом $Q(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} |u|^2 d\tau$. Например, если $m = 0.008$, то $a = 0.519548$.

Поведение центра масс импульса такой формы в рамках использования метода моментов качественно совпадает с моделированием (1.25), отраженным на рис.1.6, что позволяет применять рассмотренный подход для анализа солитонов с модифицированными формами.

Как видно, метод моментов позволяет получить лишь приближенную картину расположения областей стабильности изучаемых структур, однако его неоспоримая ценность заключается в возможности достаточно простого предварительного (качественного) анализа системы во всем пространстве параметров задачи.

§ 1.3. Формирование и распространение пространственных оптических солитонов сложной топологии в нелинейных средах с диссипацией

Изучение процессов формирования и распространения оптических локализованных пространственных образований в различных средах [37] является одной из важных задач современной прикладной атомной оптики и связана с широким спектром их практического применения, в частности, – в задачах передачи и обработки информации [3]. Наибольший интерес здесь вызывает особый класс оптических топологических структур, – оптические вихри [8], центральный провал интенсивности которых надежно регистрируется в

эксперименте даже при появлении сильного дифракционного расплывания оптического пучка [38].

Возможность наблюдения вихревых структур в оптике обусловлена возникновением точек особого вида на волновом фронте оптического пучка, которые называются винтовыми дислокациями. Интенсивность оптического поля в самой такой точке обнуляется, а фаза не определена [39]. Однако, при обходе вокруг винтовой дислокации фаза меняется на 2π , а топология волнового фронта представляет собой винтовую структуру, аналогично рис.1.8. Поскольку направление вектора Умова-Пойнтинга перпендикулярно в каждой точке к волновой поверхности, энергетические потоки будут испытывать завихрения непосредственно вблизи точки винтовой дислокации. Существует возможность получения винтовых дислокаций и более высокого порядка, которые будут отличаться скоростью вращения фазы, которая при обходе вокруг особой точки может изменять на $2\pi \cdot S$, где S принято называть топологическим зарядом.

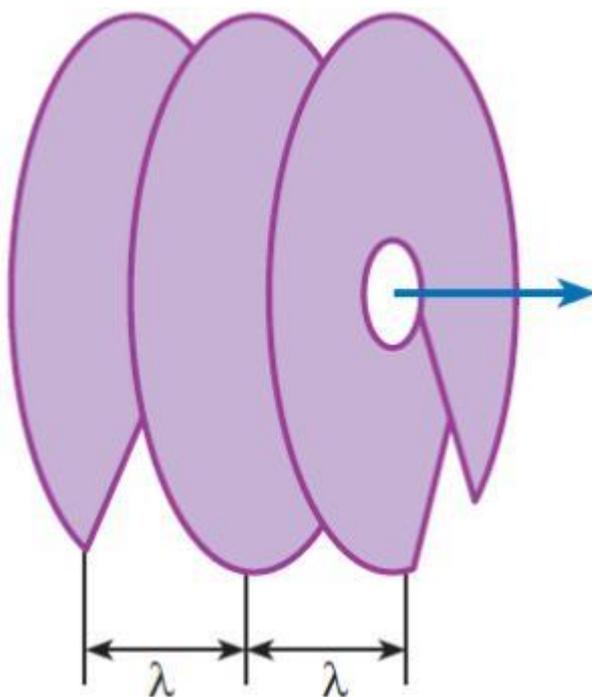


Рисунок 1.8. Структура волновых фронтов при наличии винтовой дислокации

Математически, амплитуда оптического вихря может быть описана с помощью следующего соотношения

$$E = \frac{A}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{r}{R} \right)^S \exp \left[-\frac{r^2}{2R^2} + i(Cr^2 + S\theta) \right], \quad (1.43)$$

где A , R , C – амплитуда, пространственная ширина и кривизна волнового фронта оптического пучка. Параметр S определяет топологический заряд вихревого солитона.

В зависимости от величины топологического заряда радиальное распределение энергетических потоков в вихревой оптической структуре будет сильно изменяться. При этом, если речь идет о получении условий, при которых оптический вихрь сохраняет свою форму в процессе его распространения в среде, такое распределение энергетических потоков всецело подчиняется условиям баланса эффектов усиления и диссипации в системе [3]. В частности, устойчивость вихревого солитона с $S = 0$ (фундаментальный солитон) определяется самосогласованностью потоков энергии в виде (рис.1.9).

Так, для фундаментального солитона потоки направлены радиально (к центру во внутренней ячейке и от центра во внешней ячейке). Тогда как в случае вихревого солитона на плоскости энергетических потоков имеется три предельных цикла, энергетические потоки между которыми раскручиваются и скручиваются так, как показано на рис.1.9б. При этом, положение соответствующих предельных циклов задается величинами радиусов, для которых наблюдаются экстремумы радиального распределения фазы соответствующих пучков – на рис.1.9в,г.

Вихревые солитоны с большим топологическим зарядом характеризуются более сложным устройством энергетических потоков внутри оптической структуры. Кроме того, имеются и так называемые “возбужденные состояния” представленных оптических структур [6], которые, в том числе, могут быть сформированы и промоделированы при использовании бинарных дифракционных оптических элементов [40].

Эффекты распространения представленных оптических структур в лазерных средах могут быть описаны с помощью одного или нескольких связанных уравнений Гинзбурга-Ландау пятого порядка с учетом насыщающейся нелинейности [30].

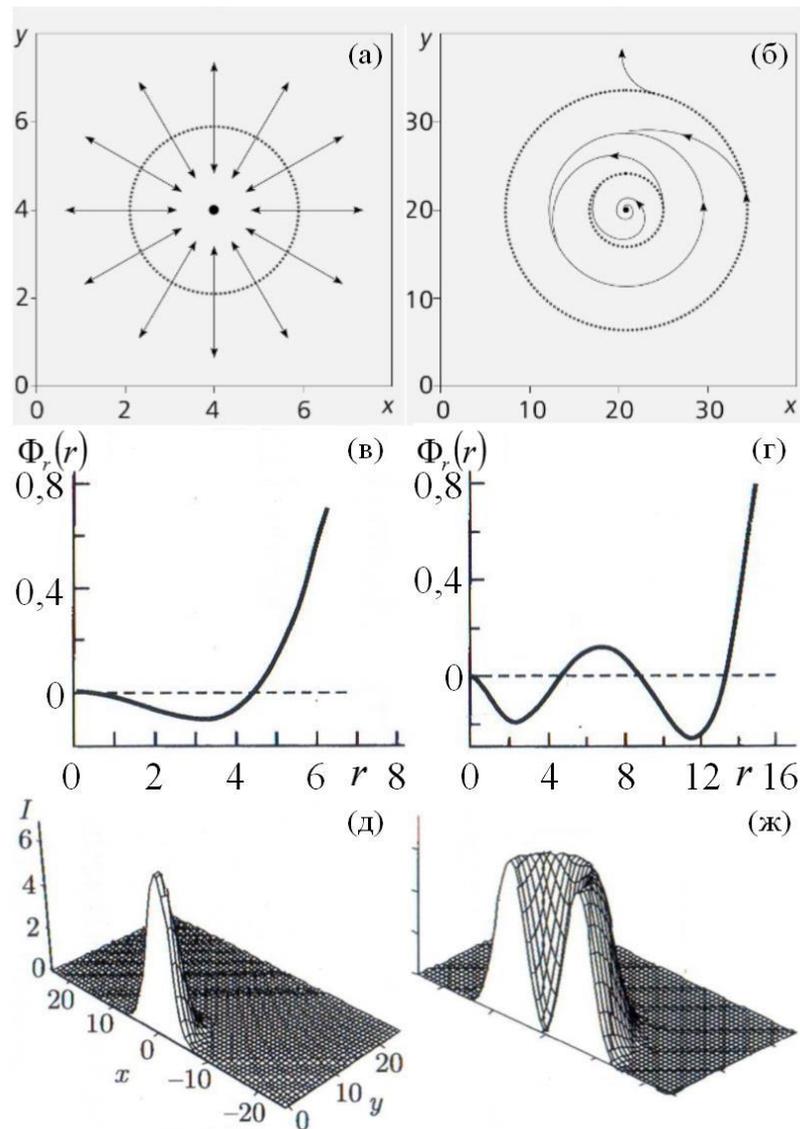


Рисунок 1.9. Поперечное распределение потоков энергии для (а) фундаментального и (б) вихревого солитона с $S=1$ (направление потоков показано стрелками), и радиальные зависимости фазы для (в) фундаментального и (г) вихревого солитона с $S=1$, а также соответствующие им пространственные распределения интенсивности на рис. (д, ж)

Однако, имеется ряд особенностей, которые должны быть учтены для получения солитонных решений в отношении сложных топологических структур. В частности, для самоподдержания в процессе распространения формы вихревых солитонов (1.43) помимо баланса нелинейно-дисперсионных и диссипативных эффектов [4] требуется также выполнение дополнительных условий, связанных, например, с присутствием оптической диффузии. В данном случае нелинейное уравнение распространения примет следующий вид:

$$\begin{aligned}
& i \frac{\partial}{\partial \xi} u - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial Y^2} \right) + |u|^2 u - \nu |u|^4 u = \\
& = -i \delta u - i \phi |u|^2 u - i \mu |u|^4 u + i \nu_2 \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + i \beta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial Y^2} \right), \tag{1.44}
\end{aligned}$$

где слагаемое с β описывает эффективную оптическую диффузию в плоскости, перпендикулярной направлению распространения оптической структуры. В частности, данное слагаемое появляется в модели лазера с большим аспектным соотношением, которая описывается с помощью комплексных уравнений Свифта-Хоэнберга [41]. Параметр оптической диффузии может быть представлен с помощью следующего соотношения:

$$\beta = -\tau_p \tau_c \Delta (\tau_p + \tau_c)^{-2}, \tag{1.45}$$

где τ_p — время затухания свободной поляризации, τ_c — время жизни фотона и Δ — частота отстройки от атомно-оптического резонанса. Таким образом, знак оптической диффузии определяется знаком параметра Δ . При этом, для стабилизации фундаментальных оптических солитонов наличие данного слагаемого в уравнении Гинзбурга-Ландау не требуется, если же речь идет о вихревых структурах, то необходимым условием является $\beta > 0$ [42].

Однако, центральной проблемой в случае использования уравнения (1.44) для описания распространения оптических вихрей является тот факт, что слагаемое с β не может быть получено при его выводе из первопринципов, а добавляется в уравнение искусственным путем. В таком случае возникают очевидные сложности с описанием схемы лазерного эксперимента, которая бы удовлетворяла всем условиям уравнения (1.44). Одним из решений данной проблемы может быть добавление поперечного периодического потенциала в уравнение (1.44) при учете $\beta = 0$ (модель без диффузии), что приводит к уравнению распространения в следующей форме:

$$i \frac{\partial}{\partial \xi} u + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial Y^2} \right) + |u|^2 u - \nu |u|^4 u = -i \delta u - i \phi |u|^2 u - i \mu |u|^4 u + V(x, y) u. \tag{1.46}$$

Периодический потенциал V представляет собой модуляцию показателя преломления среды и может быть реализован с помощью оптических решеток. В частности, данный параметр может быть представлен в форме:

$$V(x, y) = p[\cos(2x) + \cos(2y)], \quad p > 0, \quad (1.47)$$

где p пропорционален амплитуде модуляции решетки [43].

Стабильные вихри в модели с периодическим потенциалом (1.47) были представлены в теоретической работе [44] как совокупность сложных оптических структур, построенных из нескольких отдельных локальных пиков оптического излучения. Топологический заряд в данных образованиях обеспечивается за счет сдвигов фаз на $\pi/2$ между соседними локальными пиками, что соответствует общему изменению фазы на 2π за полный обход, как это и должно быть в случае вихря с топологическим зарядом $S = 1$.

Экспериментально данные устойчивые вихри с $S = 1$ были созданы при использовании фоторефрактивных кристаллов с фотоиндуцированной решеткой [45]. При этом, разработанные в [45] технологии оптической записи решеток различного типа (различной периодики) позволяют экспериментально наблюдать большое количество разнообразных картин распределения оптического поля. Дополнительная возможность управления топологией образующихся оптических структур связана с изменением величины амплитуды знакопеременных электрических синусоидальных полей (см. (1.47)), которые прикладываются к фоторефрактивной решетке и позволяют получать решетки оптических вихрей, аналогично представленным на рис.1.10.

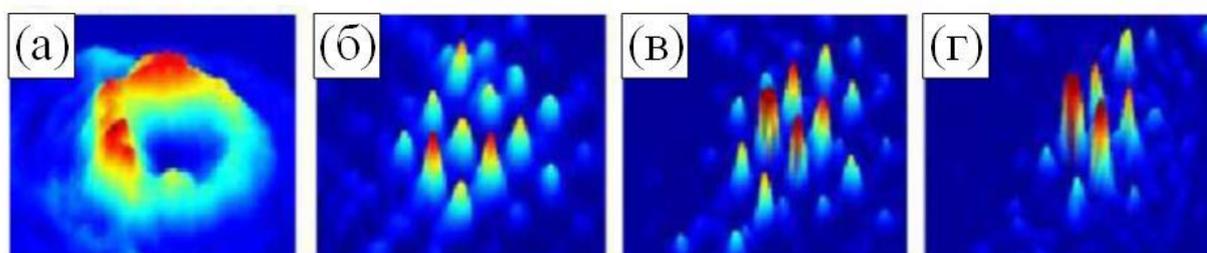


Рисунок 1.10. Экспериментальное наблюдение распространения оптического вихря в среде с фотоиндуцированной решеткой: а) вихревой пучок на выходе решетки при нулевом значении поля смещения и б)-г) ансамбль вихревых пучков на выходе при значениях полей смещения 600, 1200 и 3000 В/см, соответственно

В работах [46, 47] экспериментально была продемонстрирована возможность управления топологическим зарядом оптических вихрей в процессе их совместного распространения с “фоновыми” гауссовскими оптическими пучками в свободном пространстве. При этом, были установлены общие правила преобразования топологического заряда вихревого пучка в зависимости от параметров поддерживающего излучения и впервые определены условия сохранения топологического заряда (а также формы вихревого пучка), что имеет принципиальное значение для последующих исследований с вихревыми оптическими солитонами.

Отдельного внимания заслуживает вопрос определения условий стабильности при распространении одиночных осесимметричных вихрей "кратерообразной" формы, которые должны быть сформированы в единственной ячейке периодического потенциала. Как известно из работ [42] при отсутствии потенциала оптические вихри могут быть стабилизированы только с помощью оптической диффузии при условии $\beta > 0$. В противном случае угловые возмущения быстро разрушают устойчивое состояние оптического вихря и приводят его к совокупности отдельных не стабилизированных во времени фрагментов. Несмотря на ожидания получить одиночные осесимметричные вихри при использовании периодических оптических решеток, экспериментально наблюдать их в подобных системах не удавалось. Альтернативным подходом может быть использование также осесимметричного параболического потенциала вида

$$V(x, y) = r^2 \Omega^2 / 2, \quad (1.48)$$

где $r^2 = x^2 + y^2$, Ω^2 или p – параметр, пропорциональный амплитуде модуляции решетки при ее записи в оптической среде лазерными методами. Экспериментально, эффективный потенциал вида (1.48) может быть реализован посредством простой оптической собирающей линзы, интегрированной в резонатор.

В общем случае, вихревые пучки могут быть удобно выражены в виде линейных комбинаций мод Лагерра-Гаусса $LG_{p,s}$, которые имеют цилиндрическую

симметрию и характеризуются двумя целыми индексами p и S , сохраняющимися в процессе распространения. В данном случае распределение поля в поперечном сечении пучка пропорционально мультипликативной функции вида $L_p^S(\xi) \cdot \exp(-\xi/2)$, где $L_p^S(\xi) = e^\xi \frac{\xi^{-S}}{p!} \frac{d^p}{d\xi^p} (e^{-\xi} \xi^{p+S})$ является обобщенным полиномом Лагерра, а ξ – радиальная переменная. Здесь S снова соответствует топологическому заряду структуры, тогда как параметр p определяет количество радиальных узловых точек в структуре [48]. Одним из способов экспериментального получения вихревых пучков является метод непосредственного управления модами Лагерра-Гаусса в лазерном резонаторе, содержащем спиральную фазовую пластинку (СФП) [49]. На рис. 1.11 представлена схема такого лазерного резонатора, в котором заднее зеркало заменяется отражающей спиральной фазовой пластинкой. После отражения от этой пластинки фаза волнового фронта изменяется на $\exp(2iS\theta)$, где S является топологическим зарядом. Таким образом, винтовая мода с фазой $\exp(-iS\theta)$ преобразуется в моду с фазой $\exp(+iS\theta)$ после отражения от такой пластинки.

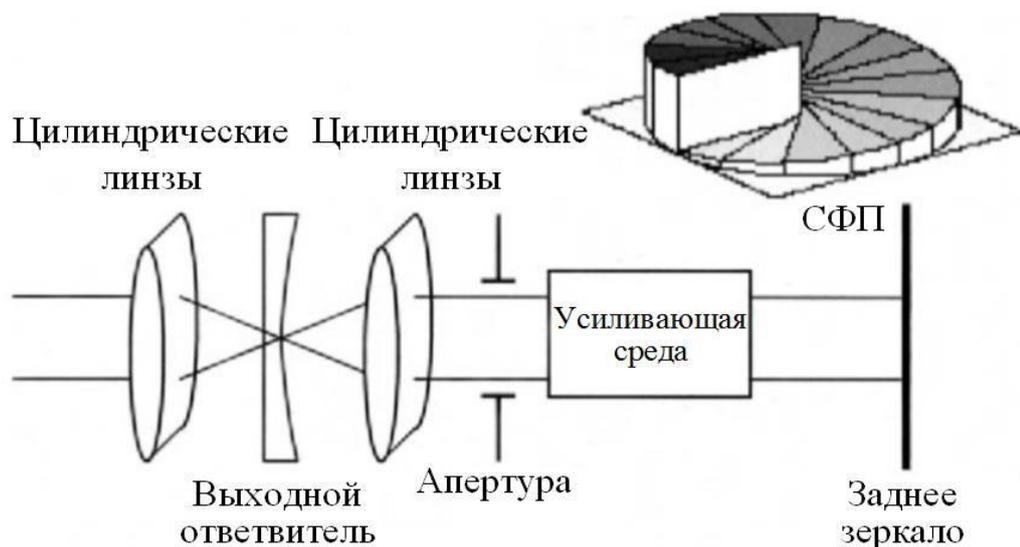


Рисунок 1.11. Схема лазерного резонатора для формирования спиральных пучков

Расположенная внутри резонатора цилиндрическая линза фокусируется на обратном пучке и инвертирует фазу луча снова к значению $\exp(-iS\theta)$ при повторном проходе, что необходимо для самосогласованности работы схемы. Пучок,

выходящий из резонатора, проходит через другую внешнюю цилиндрическую линзу, после чего его фаза приобретает винтовую форму, а распределение поля имеет вид:

$$E(r, \theta) = E_0 \zeta^{S/2} L_0^S(\zeta) \exp[-\zeta/2] \exp[-iS\theta], \quad (1.49)$$

где r и θ цилиндрические координаты, E_0 амплитуда поля, $\zeta = 2r^2/w^2$, w размер пятна гауссова пучка, $L_0^S = 1$. В случае $S = 1$ распределение поля (1.49) редуцирует к виду (1.43). При этом, параметрами вихревого пучка на выходе из лазерного резонатора можно управлять путем изменения параметров спиральной пластинки. В работе [49] для реализации представленного метода в качестве накачки был использован CO_2 лазер, а спиральная фазовая пластинка изготавливалась на кремниевом основании, которое содержало 32 сегмента с разным уровнем изменения фазы, в совокупности формируя топологический заряд $S = 1$ у выходящего пучка.

На рис.1.12а и 1.12б представлено распределение интенсивности сформированного таким образом вихревого пучка в дальней зоне, а также сравнение формы его поперечного сечения с расчетной, соответственно. Получаемые искажения формы ассоциированы, в основном, с недостатками при изготовлении спиральных пластинок.

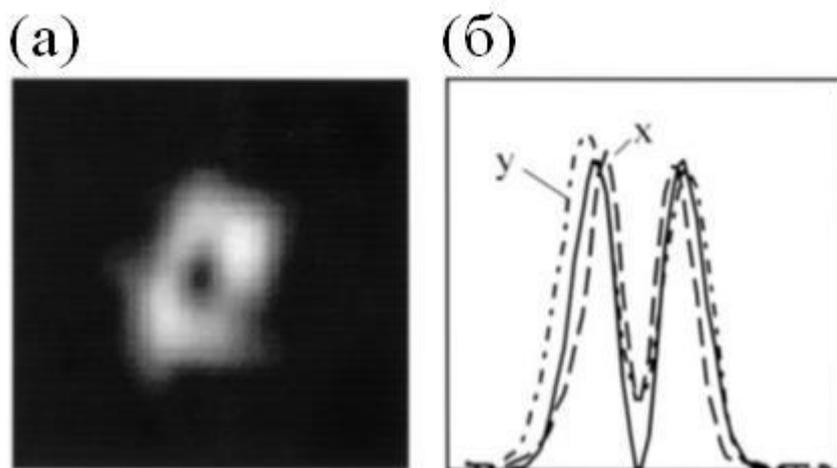


Рисунок 1.12. Распределение интенсивности вихревого пучка в дальней зоне: (а) экспериментальное распределение интенсивности; (б) предсказанное (сплошная линия) и экспериментальное (по оси x – штриховая и по оси y – штрихпунктирная линии) распределения интенсивности в поперечных плоскостях

Анализ устойчивости при распространении пространственных световых пучков в нелинейных диссипативных системах с дифракцией представляет собой непростую задачу, поскольку наблюдаемая структура пространственных мод оптической системы может иметь очень сложную организацию. Динамику распространения осесимметричных пространственных солитонов в диссипативных системах можно описать, используя комплексное уравнение Гинзбурга-Ландау третьего-пятого порядков:

$$i \frac{\partial}{\partial \xi} u + \Delta u + |u|^2 u + \nu |u|^4 u = Q, \quad (1.50)$$

где u – нормированная комплексная огибающая оптического поля, $\Delta u = r^{1-D} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^{D-1} \frac{\partial u}{\partial r} \right)$ – D -размерный Лапласиан, описывающий дифракцию оптического пучка, Q содержит все диссипативные слагаемые, рассматриваемые в данной системе. Так же как и в случае временных солитонов для того, чтобы не происходило коллапса оптического пучка необходимо, чтобы коэффициенты нелинейности третьего и пятого порядка имели разные знаки (насыщающаяся нелинейность), то есть в данном случае коэффициент ν отрицательный. В работе [50] диссипативная часть уравнения (1.50) имела следующий вид:

$$Q = i\delta u + i\phi |u|^2 u + i\mu |u|^4 u + i\beta \Delta u, \quad (1.51)$$

где слагаемое, содержащее коэффициент β описывает оптическую диффузию в системе.

Представленное уравнение (1.50), не имея точных аналитических решений, снова требует использования вариационных методов [50-53]. В данном случае, вариационный метод основывается на составлении полного лагранжиана системы, разделенного на консервативную и диссипативную части, то есть: $L = L_c + L_d$, где L_c – лагранжиан, описывающий консервативную часть системы, L_d – лагранжиан, описывающий диссипативную часть системы. Используя уравнение распространения (1.50-1.51) можно получить непосредственные выражения для консервативного и диссипативного лагранжианов:

$$L_C = r^{D-1} \left\{ \frac{i}{2} \left(u \frac{\partial u^*}{\partial \xi} - u^* \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) + |\nabla u|^2 - \frac{|u|^4}{2} - \frac{\nu |u|^6}{3} \right\}, \quad (1.52)$$

$$L_D = ir^{D-1} \left\{ \delta |u|^2 - \beta |\nabla u|^2 + \frac{\phi |u|^4}{2} + \frac{\mu |u|^6}{3} \right\}, \quad (1.53)$$

где ∇ – оператор Набла. В случае размерности $D=2$, то есть в полярной системе координат оператор Набла запишется как $\nabla = \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}$, где r – радиус, а θ – угол в полярных координатах. Однако, если рассматривать осесимметричные пространственные солитоны, то производная по углу будет равна нулю, т.е. $\frac{\partial}{\partial \theta} \equiv 0$.

. В этом случае оператор Набла будет равен $\nabla = \frac{\partial}{\partial r}$.

В качестве пробной функции, описывающей осесимметричные пространственные солитоны можно выбрать функцию в виде Гауссовского распределения [50]:

$$u = A(\xi) \exp \left[-\frac{r^2}{2R(\xi)} + iC(\xi)r^2 + i\Phi(\xi) \right], \quad (1.54)$$

где A , R , C , Φ – амплитуда, пространственная ширина, кривизна волнового фронта и фаза импульса, соответственно.

$$\text{Используя уравнение Эйлера-Лагранжа } \frac{d}{d\xi} \left(\frac{\partial \overline{L_C}}{\partial \eta'} \right) - \frac{\partial \overline{L_C}}{\partial \eta} = 2 \operatorname{Re} \left[\int_0^\infty \int_0^{2\pi} Qr \frac{\partial u^*}{\partial \eta} dr d\theta \right],$$

где $\overline{L_C} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} L_C dr d\theta$ - усредненный консервативный лагранжиан уравнения (1.50), а

$\eta = \{A(\xi), R(\xi), C(\xi), \Phi(\xi)\}$ – набор варьируемых параметров функций пространственной координаты ξ подстановки (1.54), можно получить систему уравнений, описывающую эволюцию параметров подстановки:

$$\frac{dA}{d\xi} = \left\{ (1+D/4)\varepsilon_0 A^2 + (1+D/3)\mu_0 A^4 - 2\beta_0 R^{-2} - 1 \right\} \delta_0 A, \quad (1.55a)$$

$$\frac{dR}{d\xi} = \left\{ 2\beta_0 D^{-1} (R^{-2} - 4R^2 C^2) - \varepsilon_0 A^2 / 2 - 2\mu_0 A^4 / 3 \right\} \delta_0 R + 4RC, \quad (1.55b)$$

$$\frac{dC}{d\xi} = \frac{1}{R^4} - \frac{A^2}{R^2} - \frac{\nu A^4}{R^2} - 4C^2 - 8 \frac{\delta_0 \beta_0}{DR^2} C, \quad (1.55b)$$

где $\delta_0 = |\delta|R_0^2$, $\varepsilon_0 = (3/4)^{1+D/2} \varepsilon / |\delta|$, $\mu_0 = (3/4)^{2+D/2} \mu / |\delta|$, $\beta_0 = (3/4)^{1+D/2} D\beta / (4|\delta|)$, $R_0 = (8/3)^{1/2} (4/3)^{D/4}$, все остальные величины тоже перенормированны: $R \equiv R/R_0$, $\xi \equiv \xi/R_0^2$, $C \equiv R_0^2 C$, $A \equiv A/A_0$, где $A_0 = (3/4)^{1/2} (3/2)^{D/4}$.

Солитонами могут быть только стабильные стационарные решения системы уравнений (1.55). Стационарные решения системы (1.55) находятся точно так же, как и в случае временных солитонов, т.е. исходя из анализа собственных значений матрицы Якоби системы (1.55).

В работах [44, 54] рассматривалось распространение пространственных оптических солитонов, описываемых уравнением распространения, содержащим параметр оптического траппинга Ω :

$$i \frac{\partial}{\partial \xi} u + \frac{1}{2} \Delta u + |u|^2 u + \nu |u|^4 u = i \delta u + i \phi |u|^2 u + i \mu |u|^4 u + \frac{\Omega}{2} r^2 u, \quad (1.56)$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа.

При этом, в качестве пробной функции, описывающей осесимметричные пространственные солитоны было выбрано следующее выражение:

$$u = A_0 A \left(\frac{r}{R_0 R} \right)^S \exp \left[R_0^{-2} \left(-\frac{r^2}{2R^2} + iCr^2 \right) + iS\theta + i\Phi \right], \quad (1.57)$$

где S – топологический заряд, $A_0 = 3 \cdot 2^{-(S+1)} \sqrt{[3^{3S} (2S)!] / [2(3S)!]}$ и $R_0 = 2^{S+1/2} A_0^{-1} \sqrt{(S+1)! / (2S)!}$ – нормировочные коэффициенты, r и θ – радиус и угол в полярной системе координат.

Используя вариационный метод и прямое численное моделирование, в работах [44, 54] было продемонстрировано, что в такой системе может происходить стабилизация не только фундаментальных пространственных солитонов ($S = 0$), но и так называемых вихревых оптических солитонов ($S = 1$) – см. рис.1.13.

На рис.1.13 показано численное моделирование уравнения (1.56) с подстановкой (1.57). Начальные значения для параметров солитона (1.57) получены с помощью вариационного метода. Как видно из рис.1.13а,б параметры диссипативных солитонов (амплитуда A и мощность P) плавно приходят к своим

стационарным значениям и при дальнейшем распространении солитонов остаются на постоянном уровне. Таким образом, заменив в уравнении распространения (1.50) с правой частью (1.51) слагаемое, описывающее оптическую диффузию на слагаемое, содержащее параметр оптического траппинга, сохраняется возможность стабилизации не только фундаментальных пространственных солитонов, но и вихревых оптических солитонов. Такую замену делают, потому, что практическая реализация оптической диффузии представляет собой нетривиальную задачу, тогда как осуществить введение в систему параметра оптического траппинга можно промодулировав соответствующим образом показатель преломления в поперечном направлении.

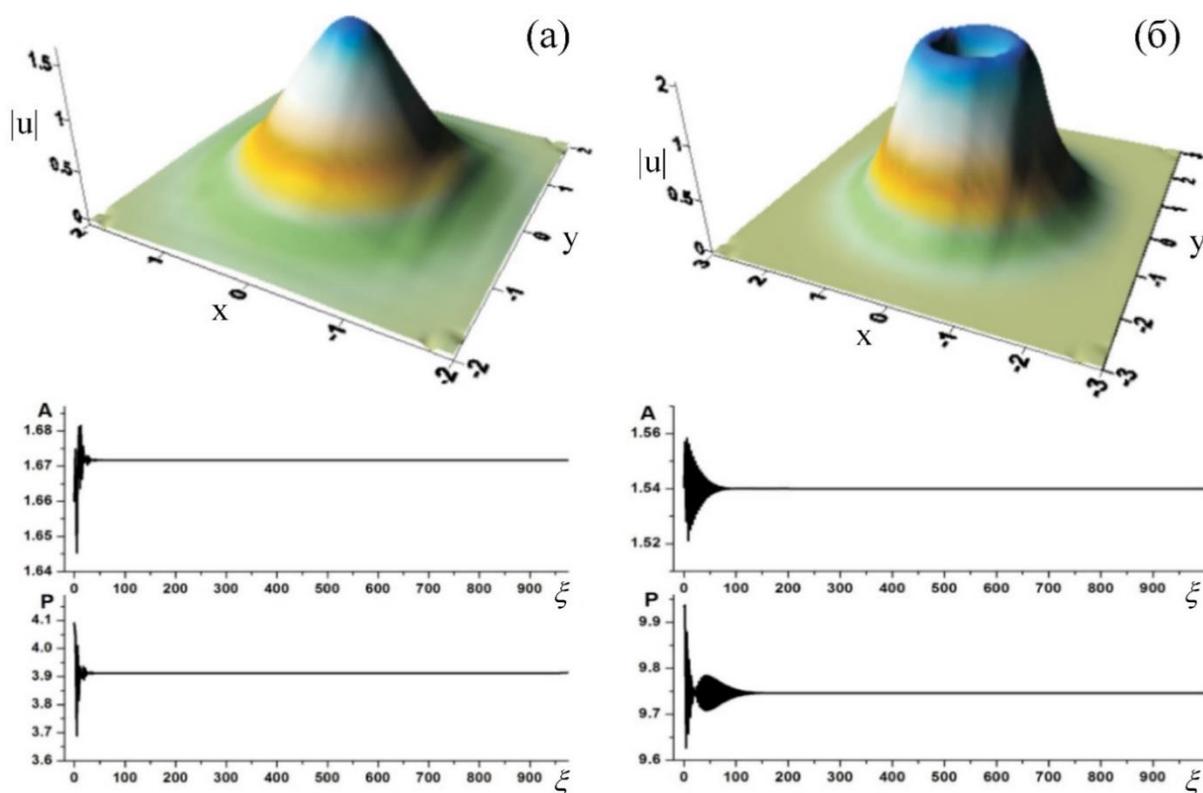


Рисунок 1.13. Численное моделирование уравнения (1.56) с подстановкой (1.57); (а) – стабилизация фундаментального пространственного солитона ($S = 0$), $\Omega = 1.5$, $\phi = 2.2$; (б) – стабилизация вихревого оптического солитона ($S = 1$), $\Omega = 1.7$, $\phi = 2.22$. 3-D графики показывают формы оптических солитонов, под ними расположены графики, показывающие эволюцию амплитуды A и мощности $P = 2\pi \int_0^{\infty} |u|^2 r dr$ оптических солитонов, в зависимости от пройденного расстояния ξ . Остальные параметры моделирования соответственно равны: $\delta = -0.5$, $\mu = -1$, $\nu = -0.1$

Однако, приводимый вариационный метод оказывается не совсем пригоден в тех случаях, где имеются сильные угловые возмущения огибающей оптического солитона. В работе [55] на примере вихревых оптических солитонов показано, что форма пространственного солитона может быть полностью разрушена из-за наличия таких возмущений.

Для учета несимметричности пространственного вихревого солитона, его огибающую можно представить в следующем виде [55]:

$$u(x, y, \xi) = A \left(\frac{e}{m} \right)^{m/2} \left(\frac{x}{X} + i \frac{y}{Y} \right)^m \exp \left[-\frac{x^2}{2X^2} - \frac{y^2}{2Y^2} + iC_x x^2 + iC_y y^2 + i\varphi \right], \quad (1.58)$$

где A – амплитуда импульса, X и Y – ширины по осям x и y , соответственно, C_x и C_y – нелинейные набег фаз в направлении осей x и y , соответственно, m – топологический заряд ($m = 1$).

В работе [55] распространение солитонов типа (1.58) описывается обобщенным нелинейным уравнением Шредингера, что соответствует уравнению (1.50), когда правая часть равна нулю ($Q = 0$). Как уже отмечалось ранее, наличие отрицательной нелинейности пятого порядка (при $\nu < 0$) в левой части уравнения (1.50) позволяет стабилизировать форму огибающей пространственного солитона. Однако, несмотря на это, при распространении в такой среде, когда происходит стабилизация вихревого солитона, т.е. когда параметры подстановки (1.58) стремятся к своим стационарным значениям, наличие начальных угловых возмущений может привести к разрыву огибающей солитона на несколько филаментов (нитей), см. рис.1.14.

На рис.1.14 видно, как по мере распространения видоизменяется форма оптического солитона, дважды разделяясь на четыре филамента и соединяясь заново в кольцо. Однако, затем, вместо того, чтобы перейти в состояние устойчивого вихревого солитона, данная оптическая структура переходит в неустойчивое состояние в виде двух расходящихся в разные стороны филаментов.

Тем не менее, комплексное использование вариационных методов и численного моделирования, в том числе – с заложенным в них учетом возможных

угловых возмущений оптических пучков позволят создать достаточно мощный инструмент анализа локализованных оптических структур со сложным профилем волнового пакета.

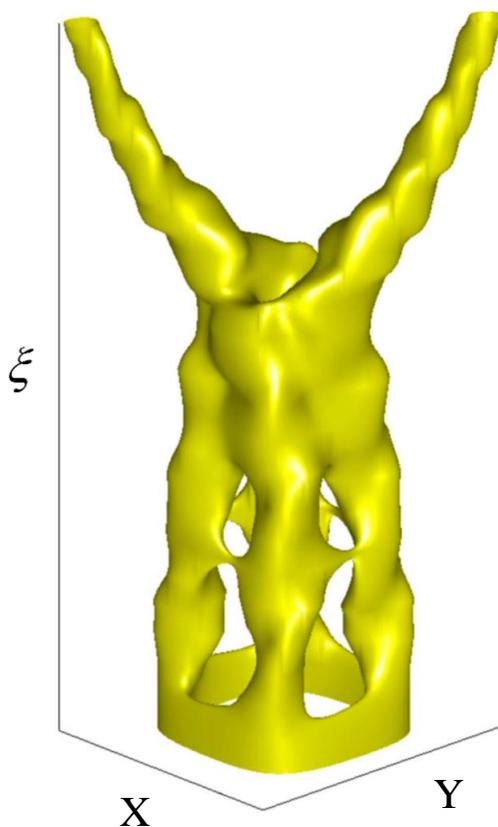


Рисунок 1.14. Разделение вихревого оптического солитона (1.58) на два, расходящихся в стороны филамента

Наблюдение двумерных вихревых структур [56] на практике оказывается сложной задачей, поскольку стабилизация таких структур требует одновременного выполнения условий стабильности по чередованию знаков диссипативных коэффициентов различных порядков, а также – специфических условий, связанных с наличием в системе насыщающейся нелинейности и оптической диффузии либо сложной модуляции коэффициента поглощения или показателя преломления среды. Другой возможностью экспериментальной генерации вихревых солитонов как раз является использование двулучевых схем взаимодействия как это показано в работе [57]. Обозначенный подход, в перспективе может позволить получать и трёхмерные вихревые солитоны как это было предсказано в работе [58] на рис. 1.15-1.16.

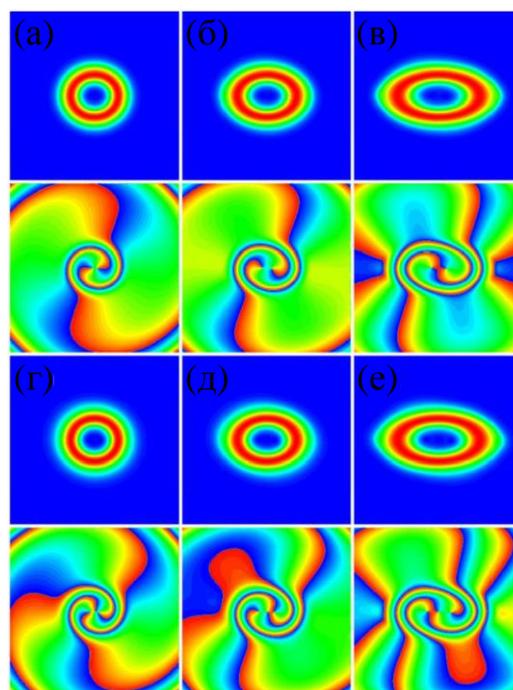


Рисунок 1.15. Распределения модуля поля (сверху) и фазы (снизу) для диссипативных вихревых солитонов с двумя точками сингулярности фазы для: а) $\varepsilon_1 = 0.9$, б) $\varepsilon_1 = 0.7$, в) $\varepsilon_1 = 0.5$; и солитонов с тремя точками сингулярности фазы для: г) $\varepsilon_1 = 0.9$, д) $\varepsilon_1 = 0.7$, е) $\varepsilon_1 = 0.5$, где ε_1 – характеризует эллиптичность профиля усиления. Все графики построены в безразмерных величинах

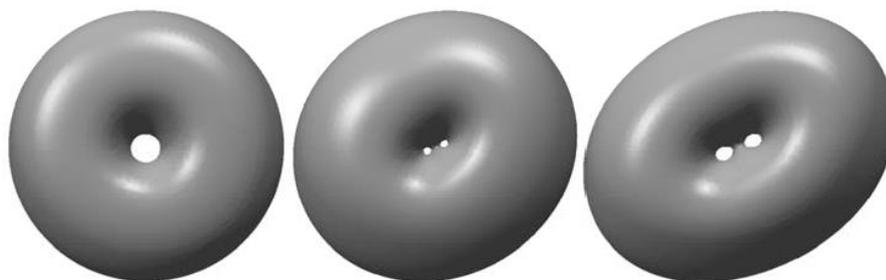


Рисунок 1.16. Изоконтурные графики, показывающие распределение модуля поля в светлых вихревых «пулях» с двумя точками сингулярности фазы для: $\varepsilon_1 = 1$ (слева), $\varepsilon_1 = 0.85$ (по центру), $\varepsilon_1 = 0.7$ (справа), где ε_1 – характеризует эллиптичность профиля усиления. Графики построены в безразмерных величинах

Существует несколько возможностей для практического использования рассмотренных оптических структур. Одной из таких возможностей является осуществление оптического захвата и транспорта нейтральных атомов, которые могут эффективно удерживаться в центре оптического вихря за счет действия оптической дипольной силы в поле лазера. Подобная ловушка в состоянии

сохранить порядка 10^8 атомов рубидия в узко-ограниченной области 2 мм в отсутствии каких-либо магнитных полей [59]. Потенциальная энергия оптического барьера, сформированного в данном случае модами Лагерра-Гаусса может быть описана следующим выражением:

$$U(r) = \frac{\hbar\delta_c}{2} \ln \left[1 + \frac{I(r)/I_0}{1 + (2\delta_c/\Gamma)^2} \right], \quad (1.59)$$

где $I(r) = P \frac{2^{s+1} r^{2s}}{\pi s! r_0^{2(s+1)}} \exp[-2r^2/r_0^2]$ – распределение интенсивности оптического излучения в моде Лагерра-Гаусса (при значении радиального индекса $p = 0$), P и r_0 – мощность и радиус пучка оптического излучения для данной моды, соответственно, δ_c является атомно-оптической отстройкой для перехода $5S_{1/2}(F=3) - 5P_{3/2}(F'=4)$ атомов рубидия, I_0 – интенсивность насыщения, Γ – естественная ширина линии излучения на соответствующем переходе. В представленной работе формируемый оптический потенциал (на рис. 1.17) создавал барьер высотой 40 мкК, что позволяло удерживать атомы, предварительно охлажденные до соответствующих температур.

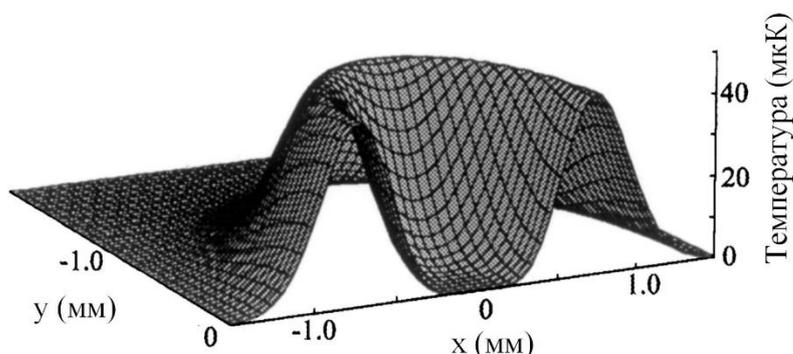


Рисунок 1.17. Поперечное сечение расчетного удерживающего потенциала, образованного модой Лагерра-Гаусса $LG_{0,3}$, в плоскости перпендикулярной к оптической оси

Другой возможностью использования оптических вихрей являются перспективы их применения в телекоммуникационных системах.

Важной особенностью при использовании оптических вихрей в качестве носителей информации является использованием дополнительной степени свободы в оптическом пучке – его орбитального момента для увеличения объема

кодируемой информации и, как следствие – увеличение емкости информационного канала. В частности, в работе [60] представлены принципы такого кодирования, когда четыре оптических пучка с различными значениями орбитального углового момента $S = -8, 10, 12, -14$ создавались после отражения от спиральных фазовых масок – на рис.1.18а1-а4, после чего попарно смешивались с использованием трех светоделителей в суперпозиционном состоянии – на рис.1.18б1-б5. Обратный процесс разделения каналов сводился к повторному отражению сформированного пучка от спиральных фазовых пластинок. В частности, при отражении пучка $LG_{0,-8}$ от пластинки с зарядом $S = 8$ форма пучка восстанавливалась до гауссовой, тогда как при отражении от пластинки оставшихся пучков с $S = 10, 12, -14$ на выходе наблюдались три новых пучка с зарядами $S = -18, -20, +6$, которые могут быть идентифицированы в ходе интерференционного эксперимента с пробным гауссовым пучком – см. рис.1.18в,г.

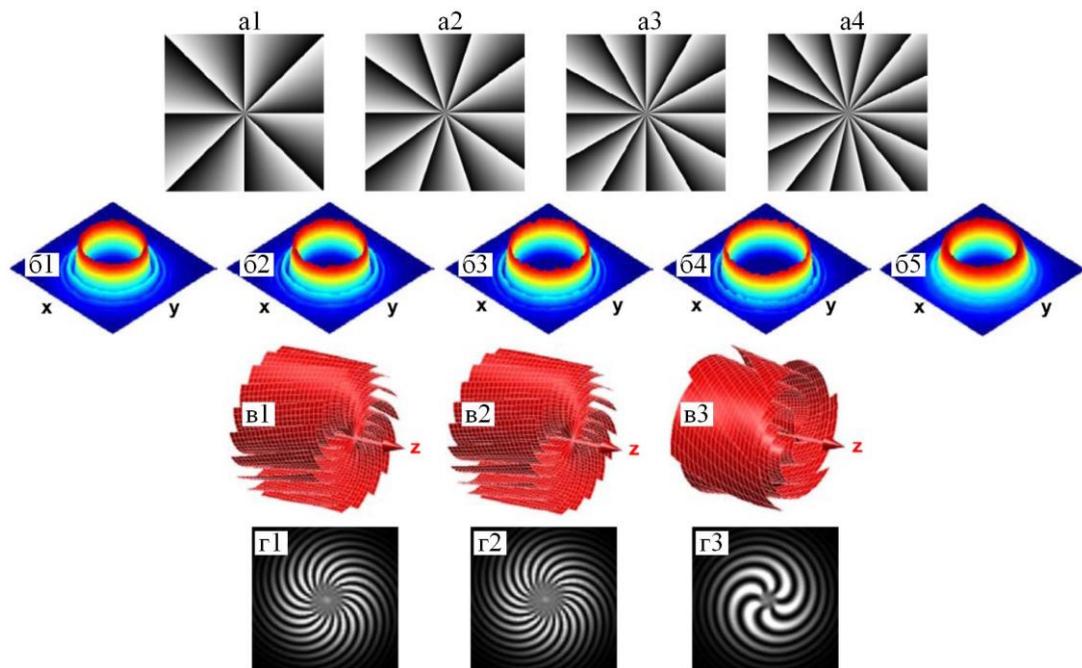


Рисунок 1.18. а1-а4 – четыре спиральные фазовые маски с топологическими зарядами $S = +8, +10, +12$ и $+14$, соответственно; б1-б5 – профили интенсивности четырёх LG пучков (б1 – $LG_{0,-8}$, б2 – $LG_{0,+10}$, б3 – $LG_{0,+12}$, б4 – $LG_{0,-14}$) и их суперпозиционное состояние – б5; в1-в3 и г1-г3 – смоделированные фазовые фронты и интерферограммы трёх LG пучков с изменёнными значениями топологических зарядов после демультимплексирования пучка $LG_{0,-8}$ (в1 и г1 – $LG_{0,-18}$, в2 и г2 – $LG_{0,-20}$, в3 и г3 – $LG_{0,+6}$)

Представленный способ мультиплексирования нескольких информационных каналов позволяет добиться скорости передачи информации порядка 2 Тбит/с, что устанавливает (2012 год) новый предел плотности передачи данных в оптических каналах связи.

На рисунке 1.19 показан принцип обмена данными между LG пучками. Суперпозиция двух LG пучков (LG_{S_1}, LG_{S_2}), имеющих различные топологические заряды S_1 и S_2 , отражается от спиральной фазовой пластинки с топологическим зарядом $S_R = -(S_1 + S_2)$. После отражения фазовая пластинка добавляет угловой фазовой компонент $\exp(iS_R\theta)$ к каждому из пучков и превращает LG_{S_1} в LG_{-S_2} и наоборот. Компенсация знака осуществляется еще одним дополнительным отражением пучков от зеркала.

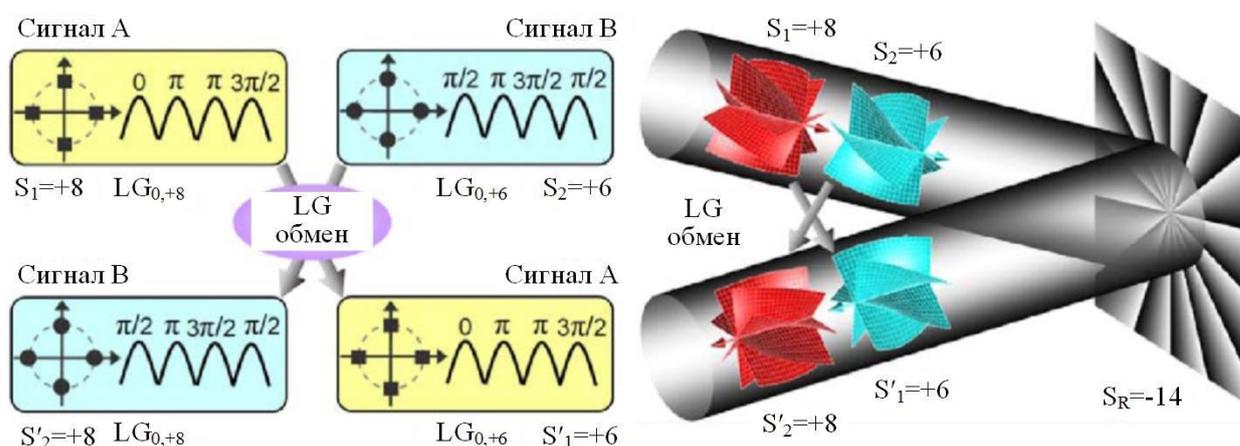


Рисунок 1.19. Принцип обмена данными между вихревыми LG лучами

§ 1.4. Неклассические поляризационные состояния оптических пучков и практические проблемы разработки квантовых алгоритмов с однофотонными импульсами света

Особого внимания в задаче управления временными импульсами и пространственными оптическими пакетами заслуживает вопрос изучения квантовой статистики образующих их оптических полей. Данный вопрос тесно связан с бурным развитием новых подходов и реализованных на их основе прорывных технологий в области современных оптических коммуникаций, средств

квантовой обработки и шифрования данных [61]. В этой области уже в настоящее время существуют готовые коммерческие решения, как, к примеру, системы квантовой криптографии, основанные на одновременном использовании фундаментальных свойств одиночных импульсов света и оригинальных способов кодирования информации на их основе. С другой стороны, здесь существуют и хорошо изученные и с теоретической и с практической точек зрения вопросы, но которые пока не нашли такого широкого отражения в приложениях. К ним можно отнести проблему формирования и детектирования неклассических состояний света [62, 63]. Особенно это относится к так называемым сжатым состояниям светового поля [64, 65], которые характеризуются пониженным уровнем флуктуаций одной из канонически сопряженных величин, измеряемых по отношению к стандартному уровню дробового шума, который может быть получен из соотношений неопределенности [65]. В основе подавляющего большинства способов формирования неклассического излучения лежит использование различных нелинейно-оптических процессов [66-68]. Однако, возможности подобного рода экспериментов существенно ограничены доминированием классических шумов, маскирующих проявление квантовых эффектов сжатия (см. [69]). Данную проблему, в частности, эффективно можно решить с использованием оптических солитонов [70].

В большинстве работ [66, 67, 71] речь идет о генерации так называемого *квадратурно-сжатого* света с подавленными флуктуациями одной из двух эрмитовых квадратур либо *амплитудно-сжатого* [72] или *фазово-сжатого света* для случая одномодовых полей. Однако, в аспекте возможного использования в квантовых коммуникациях, особого внимания заслуживает изучение квантовых свойств двухмодовых полей, для которых удобно перейти к формализму алгебры Ли с симметрией $SU(2)$ с определением четырех эрмитовых операторов Стокса S_j ($j=0,1,2,3$):

$$S_0 = a_1^+ a_1 + a_2^+ a_2, \quad S_1 = a_1^+ a_1 - a_2^+ a_2, \quad (1.60а,б)$$

$$S_2 = a_1^+ a_2 + a_2^+ a_1, \quad S_3 = i(a_2^+ a_1 - a_1^+ a_2), \quad (1.60в,г)$$

где (a) и (a^+) являются бозонными операторами уничтожения (рождения) для соответствующих оптических мод 1 и 2. Здесь операторы S_0 и S_1 характеризуют сумму и разность чисел фотонов в модах, соответственно; параметры Стокса S_2 и S_3 являются фазовозависящими, способы их измерения на основе процедуры балансного гомодинирования приведены в [73].

Впервые неклассические свойства величин (1.60) были рассмотрены при анализе SU(2) интерферометров [74] и детально изучены при решении задачи генерации и детектирования неклассических поляризационных состояний света (см. [75-77]). В данных работах четыре величины S_j ($j=0,1,2,3$) описывают параметры Стокса светового поля, тогда как моды a_1 и a_2 соответствуют ортогонально поляризованным компонентам поля.

Приводимые операторы S_j удовлетворяют коммутационным соотношениям алгебры SU(2):

$$[S_2, S_3] = 2iS_1, \quad [S_1, S_2] = 2iS_3, \quad [S_3, S_1] = 2iS_2, \quad (1.61a, б, в)$$

$$[S_j, S_0] = 0, \quad j=1,2,3, \quad (1.61г)$$

что приводит к трем соотношениям неопределенностей Гейзенберга для них:

$$\langle \Delta S_j^2 \rangle \langle \Delta S_k^2 \rangle \geq \langle S_m \rangle^2, \quad j, k, m=1,2,3; j \neq k \neq m, \quad (1.62)$$

где дисперсии флуктуаций каждого из параметров Стокса представлены в виде $\langle \Delta S^2 \rangle = \langle S^2 \rangle - \langle S \rangle^2$. Используя (1.62), сжатые состояния в терминах параметров Стокса можно определить следующим образом (см. [77]):

$$\langle \Delta S_j^2 \rangle_{sq} \leq \langle \Delta S_m^2 \rangle_{sq}, \quad \langle \Delta S_k^2 \rangle_{sq} \geq \langle \Delta S_m^2 \rangle_{sq}, \quad (1.63a, б)$$

Представленные поляризационно-сжатые состояния света могут быть сформированы при использовании специальных кубично-нелинейных сред [75] и продетектированы с помощью специальных "подкрученных" или двухжильных оптических волокон с туннельной связью между двумя распространяющимися модами [76]. При этом особого внимания заслуживает проблема самой процедуры измерения поляризационных состояний света.

Так, в работе [78] предложен и осуществлен квантовый метод поляризационной томографии излучения, основанный на прямых измерениях функции распределения вероятности $p_R(\Delta J, \theta, \varphi)$ по серии поляризационных томограмм, полученных для разностного фототока $\Delta J = J_1 - J_2$ от токов J_1 и J_2 на фотодетекторах, куда поступают две ортогонально поляризованные моды, сформированные поляризационным светоделителем при различных значениях поляризационных углов θ и φ ($0 \leq \theta \leq \pi$ и $0 \leq \varphi \leq 2\pi$), – на рис.1.20.

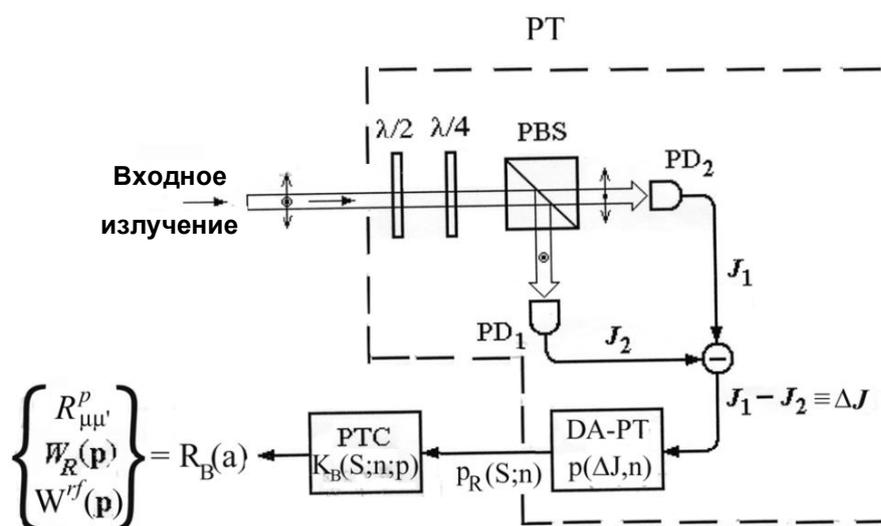


Рисунок 1.20. Схема экспериментальной установки для осуществления метода поляризационной томографии излучения (каноническая версия): PBS – поляризационный светоделитель, PD1 и PD2 – фотодетекторы (фотодиоды), DA-PT – накопитель данных, анализирующий распределения разностного фототока и подготавливающий поляризационные томограммы

Далее может быть осуществлен переход к так называемым P-квазиспиновым наблюдаемым $\hat{S}(\theta, \varphi)$, которые определяются следующим образом [79]:

$$\hat{S}(\theta, \varphi) = 2(\hat{P}_1 \sin \theta \cos \varphi + \hat{P}_2 \sin \theta \sin \varphi + \hat{P}_3 \cos \theta), \quad (1.64)$$

где вектор $n = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$ задает направление вектора поляризации на сфере Пуанкаре. Фактически, такие наблюдаемые представляют собой общий случай параметров Стокса для произвольных θ и φ и трансформируются в них путем следующего выбора значений данных углов: $S_1 = S(\pi/2, 0)$, $S_3 = S(0, 0)$, $S_2 = S(\pi/2, \pi/2)$. Сам процесс перехода к поляризационным наблюдаемым осуществляется с помощью следующего преобразования:

$$p_R(S, \theta, \varphi) = \sum_{\Delta J} f_n(S, \Delta J) p(\Delta J, \theta, \varphi), \quad (1.65)$$

где $f_n(S, \Delta J)$ представляют собой сглаживающие функции. При использовании массива поляризационных томограмм (1.65) возможен переход к функциям распределения, например, – функции Вигнера [78].

Основываясь на изложенных в [75] принципах формирования неклассических поляризационных состояний света на основе нелинейных сред в работе [80] была осуществлена генерация поляризационно-сжатых коротких мощных импульсов света в асимметричном волоконном интерферометре Саньяка (на рис.1.21а,в) и достигнуто сжатие на уровне 3.4 дБ для параметров S_0 , S_1 и 2.8 дБ для S_2 .

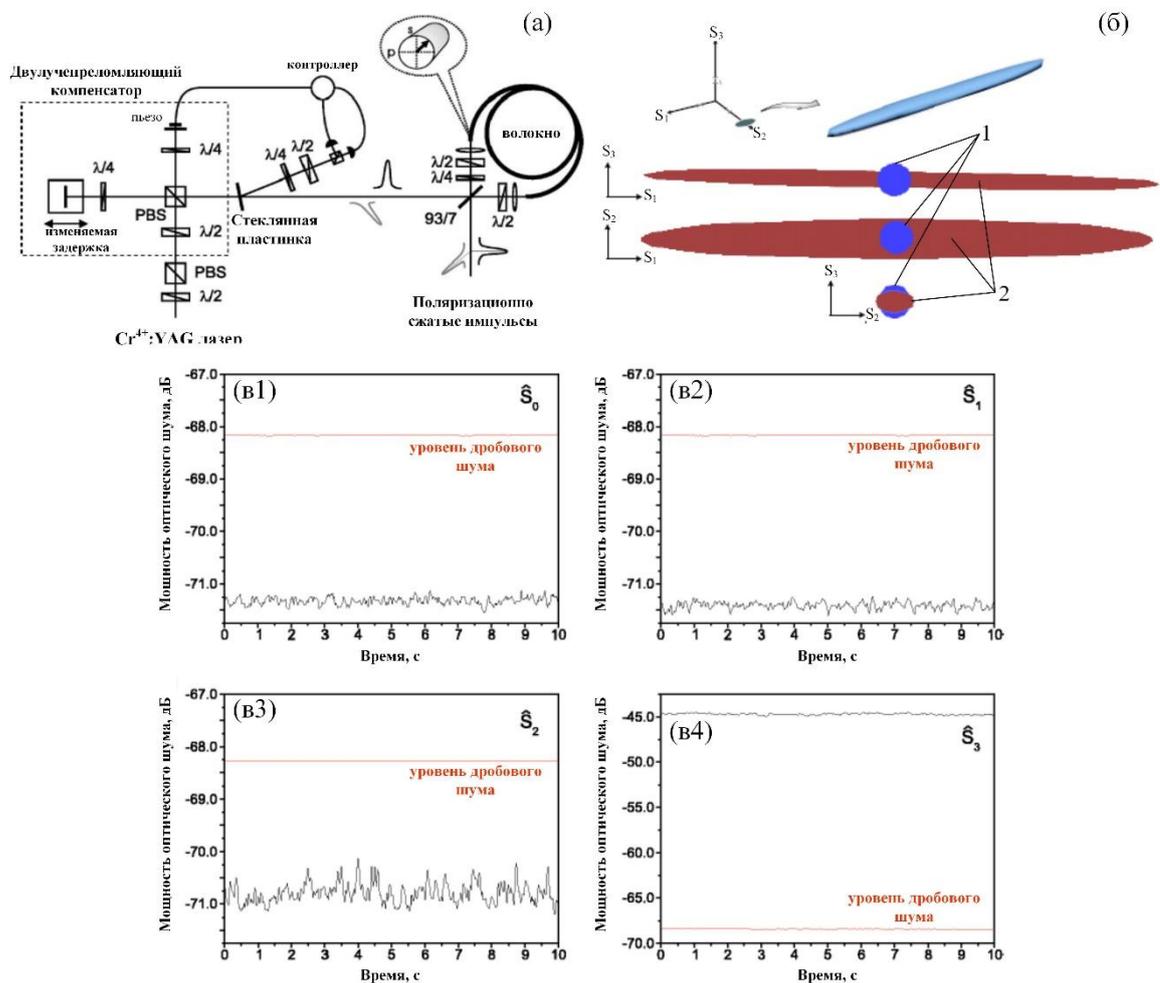


Рисунок 1.21. (а) Схема экспериментальной установки; (б) Тела неопределенности для когерентного состояния – 1, и поляризационно-сжатого состояния – 2; (в) дисперсии параметров Стокса: в1 – S_0 и в2 – S_1 (поляризационно-сжатые), в3 – S_2 и в4 – S_3 при двух фазовых автоподстройках частоты, ортогонально поляризованные, одинаково яркие, одинаково амплитудно-сжатые импульсы измерялись в течении 10 с; компенсируемый электронный шум составил 86.2 дБ

Позже, используя технику измерения всех параметров Стокса, аналогично [78], той же научной группе под руководством G. Leuchs удалось осуществить полную квантовую реконструкцию тела неопределённости для неклассических поляризационных состояний на сфере Пуанкаре (на рис.1.21б).

Следует, однако, отметить, что влиянием спектральных особенностей используемых в работе полей на эффективность генерации неклассических состояний света в данных работах пренебрегалось, хотя речь шла о коротких импульсах света с очень широким спектром. Данный вопрос широко исследовался в работах [81, 82]. Так, в работе [82] исследована задача о генерации пар коррелированных импульсов в параметрическом генераторе света с синхронной накачкой, геометрия возможного эксперимента которого предполагает использование кольцевого оптического резонатора (как на рис.1.22) с расположенным в нем нелинейным кристаллом на $\chi^{(2)}$. При накачке системы

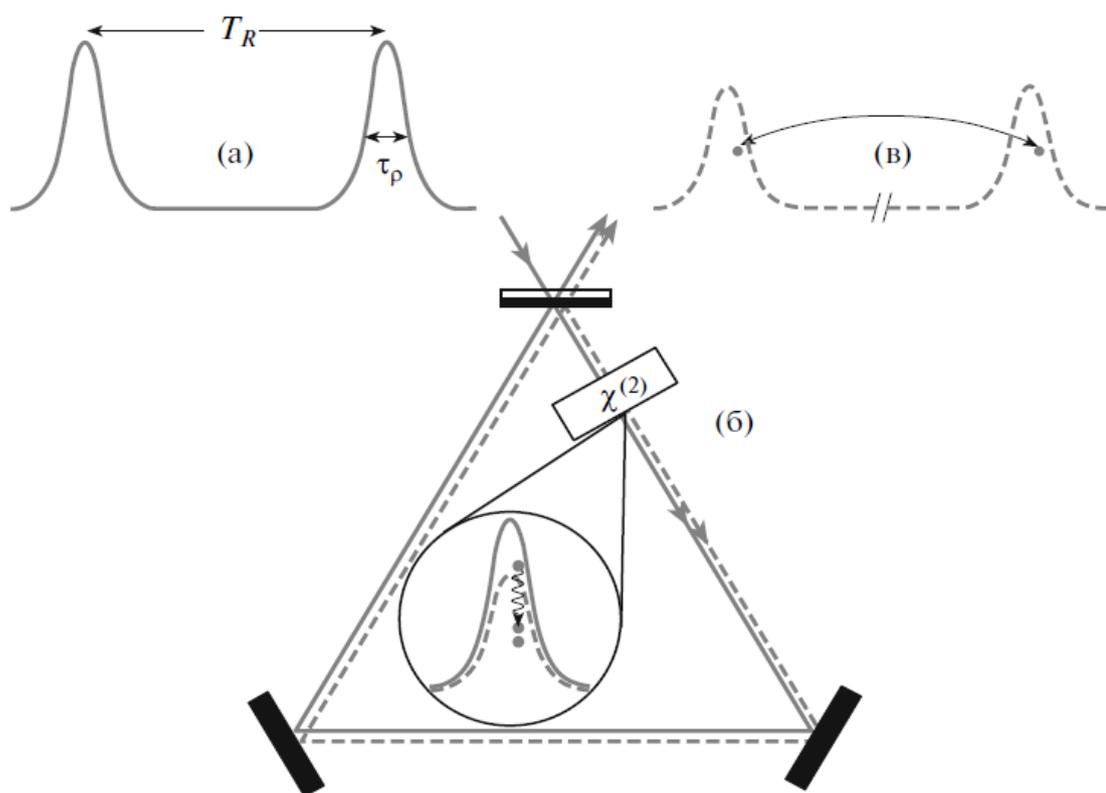


Рисунок 1.22. Параметрический генератор света с синхронной накачкой: (а) – импульсное поле накачки, (б) – преобразование фотона накачки в пару сигнальных фотонов в нелинейном кристалле, (в) – установление квантовых корреляций между импульсами выходного сигнального поля. Сплошная линия – поле накачки, штриховая линия – сигнальное поле

лазерным импульсом, фотоны накачки в ходе параметрических процессов эффективно преобразуются в пары коррелированных сигнальных фотонов, которые, сообразно представленной геометрии резонатора, могут покинуть систему в двух различных пробных импульсах. Именно между такими импульсами и должны проявляться квантовые корреляции. Анализируя измерения квадратур выходных полей генератора при использовании схемы балансного гомодинирования, показана возможность подавления флуктуаций ниже дробового шума и формирования фазово-сжатых состояний света на конкретных частотах (кратных обратному периоду импульса) в составе всего спектра сигнального импульса.

Особого внимания в задачах практической генерации неклассических, в том числе – перепутанных состояний в слабых световых полях заслуживает проблема эффективного формирования нелинейных фазовых набегов одиночных фотонов на дистанциях, существенно меньших проявления эффектов декогерентности, разрушающих квантовые состояния. Одной из таких современных возможностей для генерации неклассических квантовых состояний служит использование неклассических состояний атомных систем, в частности, – в форме бозе-эйнштейновского конденсата (БЭК). В работах [83, 84] разработан метод и предсказана возможность реализации в подобных средах гигантских значений нелинейности посредством нестатичного отклика с использованием Λ -схемы взаимодействия оптических полей и показана возможность ее использования для эффективного управления квантовой статистикой пробных оптических импульсов.

В рамках данного метода, хорошо известный линейный по полю атомно-оптический гамильтониан Джейнса-Каммингса [85] может быть расширен с учетом нелинейной по полю перекачки энергии в системе и сведен к упрощенной форме чисто оптического гамильтониана в виде:

$$H_{\text{int}} = -\frac{k_0^2}{2} \left(\bar{\rho}_{32}^{(1)} a^+ + \bar{\rho}_{23}^{(1)} a \right) - \frac{k_0^4}{2} \left(\bar{\rho}_{32}^{(3)} a^+ N_f + \bar{\rho}_{23}^{(3)} N_f a \right). \quad (1.66)$$

Здесь $\bar{\rho}_{32}^{(1,3)}$ – соответствующие линейные/нелинейные коэффициенты при разложении матричного элемента перехода по частоте Раби g_2 пробного поля в виде: $\bar{\rho}_{32} \cong \bar{\rho}_{32}^{(1)} g_2 + \bar{\rho}_{32}^{(3)} |g_2|^2 g_2$, где $k_0 = \mu_{32} \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar\epsilon_0 V}}$ – константа атомно-оптического взаимодействия (V – характерный объем взаимодействия в конденсате, μ_{32} – дипольный матричный элемент) – определяет различные по полю порядка перекачки энергии в системе, $N_f = a^+ a$ – оператор числа фотонов. При определенном выборе параметров взаимодействия в задаче наблюдается режим эффективной генерации квадратурно-сжатого света в пробном поле при его взаимодействии с атомным бозе-конденсатом. В рассматриваемом случае дополнительное осуществление режима с предельно малым значением групповой скорости, порядка нескольких метров в секунду для пробного импульса, определяет длинную временную задержку импульса в среде, позволяющую манипулировать его динамическими характеристиками.

Остановливаясь на возможностях практического использования приводимых неклассических поляризационных состояний, особый интерес вызывает использование поляризационных состояний однофотонных импульсов света для практической реализации квантовой криптографии. Здесь в первую очередь следует отметить работы научной группы С.П. Кулика, где освоенная техника манипулирования поляризационными состояниями бифотонных импульсов [86, 87] позволяет на практике реализовывать протоколы абсолютно секретной передачи информации.

Генерация таких состояний может быть осуществлена в коллинеарном частотно-невырожденном режиме процесса спонтанного параметрического рассеяния света в нелинейных кристаллах, а поляризационное состояние бифотонного поля при этом имеет вид:

$$|\Psi\rangle = c_1 |H_1\rangle |H_2\rangle + c_2 |H_1\rangle |V_2\rangle + c_3 |V_1\rangle |H_2\rangle + c_4 |V_1\rangle |V_2\rangle, \quad (1.67)$$

где $|H\rangle$ и $|V\rangle$ соответствуют горизонтальной и вертикальной поляризации, а индексы 1 и 2 – различным частотным модам. Такие состояния называются кукуартами и для них существует пять различных базисов

$$|H_1, H_2\rangle; |H_1, V_2\rangle; |V_1, H_2\rangle; |V_1, V_2\rangle, \quad (1.68a)$$

$$|+45_1^\circ, +45_2^\circ\rangle; |+45_1^\circ, -45_2^\circ\rangle; |-45_1^\circ, +45_2^\circ\rangle; |-45_1^\circ, -45_2^\circ\rangle, \quad (1.68б)$$

$$|R_1, R_2\rangle; |R_1, L_2\rangle; |L_1, R_2\rangle; |L_1, L_2\rangle, \quad (1.68в)$$

$$|R_1, H_2\rangle + |L_1, V_2\rangle; |R_1, H_2\rangle - |L_1, V_2\rangle; |L_1, H_2\rangle + |R_1, V_2\rangle; |L_1, H_2\rangle - |R_1, V_2\rangle, \quad (1.68г)$$

$$|H_1, R_2\rangle + |V_1, L_2\rangle; |H_1, R_2\rangle - |V_1, L_2\rangle; |H_1, L_2\rangle + |V_1, R_2\rangle; |H_1, L_2\rangle - |V_1, R_2\rangle, \quad (1.68д)$$

где $|R\rangle$ и $|L\rangle$ соответствуют состояниям фотонов с правой и левой циркулярными поляризациями, $|+45_1^\circ\rangle$ и $|-45_1^\circ\rangle$ – состояниям фотонов, линейно поляризованных под $\pm 45^\circ$.

Здесь факторизованные состояния из базиса (1.68a)-(1.68в) задействованы непосредственно для передачи информации [87], тогда как перепутанные состояния (1.68г)-(1.68д) оказываются необходимы для решения практической проблемы обнаружения несанкционированного вторжения в квантовый канал [61]. Уникальной особенностью подобной системы оказывается факт роста скорости генерации ключа при *сохранении* уровня секретности при переходе к состояниям высокой размерности (в случае (1.68) размерность гильбертова пространства составляет 4).

Вместе с тем, стремительный прогресс в современной атомной оптике позволяет сейчас получать принципиально новые виды материалов и использовать их при наблюдении оптических явлений [88], для которых связь между атомами и полем является настолько сильной, а скорость распространения оптического сигнала настолько малой, что самостоятельный интерес вызывает задача получения и управления неклассическими состояниями атомных поляритонов, представляющих собой связанные состояния атомов и поля [89, 90]. Здесь, в частности, речь может идти о формировании перепутанных поляритонов [91] и

возможности эффекта когерентного усиления подобных состояний [92, 93]. Актуальность данного направления, в частности, связана с перспективами практической реализации низкопороговых поляритонных лазеров [94]. Когерентность генерируемого такими источниками излучения связывают с эмиссией из состояния высокотемпературной бозе-эйнштейновской конденсации поляритонов нижней дисперсионной ветви в двумерной ловушке, образованной полупроводниковой гетероструктурой, аналогично [95]. В работе [96] развита теория формирования поляритонов пробного поля для случая рамановского режима Λ -схемы взаимодействия в допированном ионами кристалле в условиях сильной связи. Определена пороговая мощность оптической накачки для эффективного усиления поляритонов пробного поля в трехуровневой атомной среде и показана принципиальная возможность генерации новых неклассических перепутанных состояний светлых и темных поляритонов в представленной модели. Существенным моментом представленной модели служит возможность простого оптического управления развитием рассматриваемых процессов посредством изменения интенсивности и частоты отстройки поля накачки от резонанса в рамках одной физической системы [97].

§ 1.5. Выводы к главе 1

1. Существенным требованием для формирования диссипативных оптических солитонов, в отличие от их консервативных аналогов, является необходимость чередования эффектов поглощения/усиления в различных областях огибающей пробного импульса, что может быть достигнуто в среде с нелинейным поглощением при наличии спектральной фильтрации.
2. Возможность одновременного задействования конкурентных нелинейных процессов в схеме вынужденного комбинационного рассеяния позволяет выявить солитонные режимы пробного поля, управляемые через внешнюю волну оптической накачки.

3. Последовательное решение проблемы стабилизации оптических локализованных пространственных образований, формируемых вблизи порога лазерной генерации в различных средах, в частности – вихревых диссипативных оптических солитонов, – может найти широкое практическое применение для реализации конкретных приложений, в т. ч. – высокочастотных оптических каналов связи, оптического транспорта нанообъектов и др.
4. Задача практической генерации неклассических, в том числе – перепутанных состояний в слабых световых полях может быть решена при использовании сильных нелинейных эффектов в многолучевых схемах атомно-оптического взаимодействия в нелинейных средах.

ГЛАВА 2

Диссипативные оптические временные солитоны в плотных средах с оптической накачкой

§ 2.1. Основные уравнения для Λ -схемы взаимодействия в оптически-плотной допированной среде

На рис.2.1 представлена оптическая матрица, выполненная на основе кварцевого стекла, в которую внедрены трехуровневые атомы ^{87}Rb . Методом фемтосекундной модификации гидроксильных групп [98] в такой структуре может быть записан оптический волновод. Геометрия эксперимента предполагает, что пробный импульс E_p заданной формы с центральной частотой ω_p распространяется вдоль волноводного канала совместно и в том же направлении с непрерывной волной мощной оптической накачки E_c как на рис.2.1а. В рассматриваемом в работе рамановском пределе частота отстройки пробного поля Δ_b существенно превосходит скорость релаксации Γ_{ab} (Γ_{ac}) из возбужденного состояния – см. рис.2.1б. Частота разделения уровней $|c\rangle$ и $|b\rangle$ имеет значение $\delta = 6.834$ ГГц, дипольный матричный элемент перехода $|b\rangle \rightarrow |a\rangle$ составляет $\mu_{ba} = 3.58 \cdot 10^{-29}$ Кл·м.

Поскольку атомы ^{87}Rb обладают большими значениями дипольных моментов на рассматриваемых оптических переходах и с учетом их концентрации в оптической матрице, величина ближних диполь-дипольных взаимодействий (БДД) $\chi_{ba} = \frac{\rho_3 |\mu_{ba}|^2}{3\hbar\epsilon_0}$, входящая в выражение для эффективной частоты Раби $\Omega_{eff} = \Omega_{ba} + \chi_{ba}\sigma_{ba}$ [99] может принимать значения, близкие к величине частоты Раби пробного поля (здесь ρ_3 – концентрация атомов, σ_{ba} – соответствующий элемент матрицы плотности). Таким образом, возникающие в системе

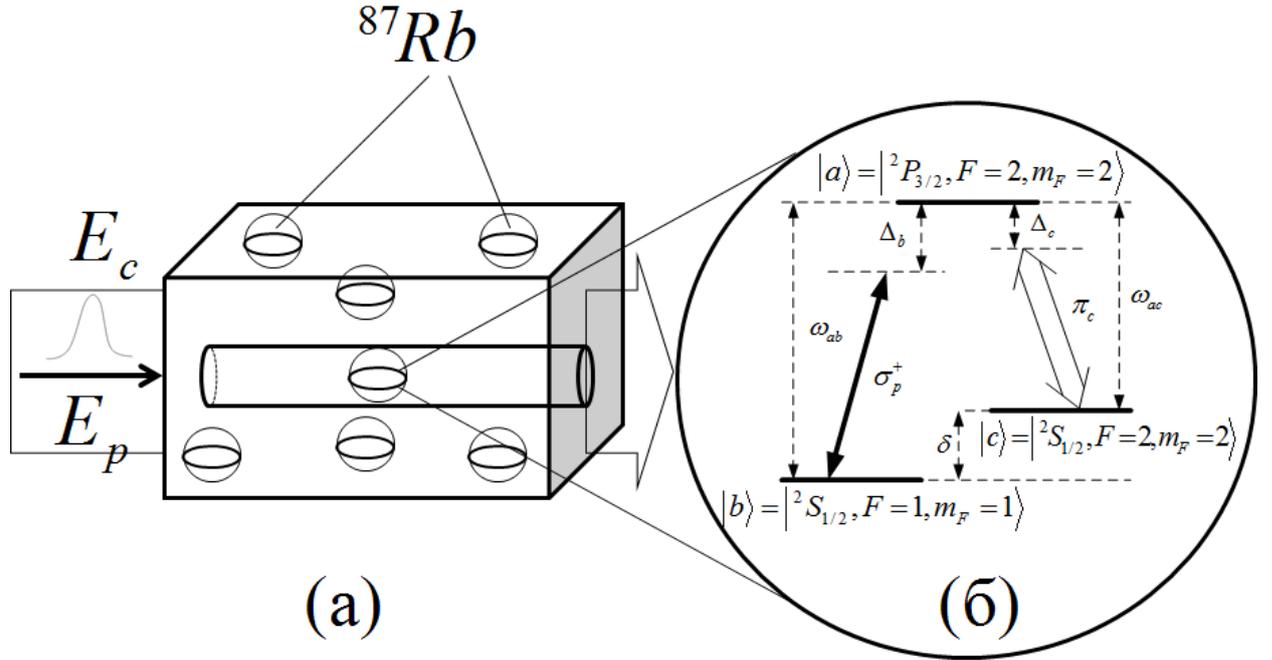


Рисунок 2.1. (а) Модель оптического волновода на основе допированного атомами ^{87}Rb кварцевого стекла; (б) Λ -схема атомно-оптического взаимодействия для атомов ^{87}Rb в кварцевой матрице

нелинейно-оптические и дисперсионные эффекты будут определяться, с одной стороны, настройками поля оптической накачки, а с другой – значениями концентрации допированных атомов в оптически-плотной системе на основе такого допированного волновода.

Далее, для анализа атомно-оптических свойств системы, представленной на рис.2.1, запишем систему уравнений для медленно меняющихся компонент матрицы плотности:

$$\begin{aligned}
 \dot{\sigma}_{ba} &= i(\Delta_b - \chi_{ba}(\sigma_{bb} - \sigma_{aa}))\sigma_{ba} - ig\varepsilon(\sigma_{bb} - \sigma_{aa}) - i(\Omega + \chi_{ca}\sigma_{ca})\sigma_{bc} - \frac{1}{2}(\Gamma_{ab} + \Gamma_{ac})\sigma_{ba}, \\
 \dot{\sigma}_{ca} &= i(\Delta_c - \chi_{ca}(\sigma_{cc} - \sigma_{aa}))\sigma_{ca} - i\Omega(\sigma_{cc} - \sigma_{aa}) - i(g\varepsilon + \chi_{ba}\sigma_{ba})\sigma_{cb} - \frac{1}{2}(\Gamma_{ab} + \Gamma_{ac})\sigma_{ca}, \\
 \dot{\sigma}_{bc} &= i(\Delta_b - \Delta_c)\sigma_{bc} + ig\varepsilon\sigma_{ac} - i\Omega^*\sigma_{ba} + i\chi_{ba}\sigma_{ba}\sigma_{ac} - i\chi_{ac}\sigma_{ac}\sigma_{ba}, \\
 \dot{\sigma}_{aa} &= ig\varepsilon^*\sigma_{ba} + i\Omega^*\sigma_{ca} - ig\varepsilon\sigma_{ab} - i\Omega^*\sigma_{ac} - (\Gamma_{ab} + \Gamma_{ac})\sigma_{aa}, \\
 \dot{\sigma}_{bb} &= ig\varepsilon\sigma_{ab} - ig\varepsilon^*\sigma_{ba} + \Gamma_{ab}\sigma_{aa}, \\
 \dot{\sigma}_{cc} &= i\Omega\sigma_{ac} - i\Omega^*\sigma_{ca} + \Gamma_{ac}\sigma_{aa},
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

где $\Omega \equiv \Omega_{ca}$ и $g\varepsilon \equiv \Omega_{ba}$ – частоты Раби для поля накачки и пробного импульса соответственно, Δ_b и Δ_c – отстройки от резонанса для пробного импульса и

импульса накачки, соответственно; $g = \mu_{ba} \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar\varepsilon_0 V}}$ – атомно-оптическая константа

связи, $\varepsilon = A_p \left(\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V} \right)^{-1/2}$, A_p – медленно меняющаяся амплитуда пробного поля, V –

объем квантования. Таким образом, система уравнений (2.1) содержит естественные поправки, учитывающие наличие ансамбля атомов, обуславливающего локальный характер взаимодействия индивидуальных частиц среды с электромагнитным полем.

§ 2.2. Анализ самосогласованной задачи нелинейного рассеяния света в трехуровневой среде. Основные приближения

В данном разделе на основе анализа самосогласованной задачи нелинейного рассеяния света в оптически–плотной среде будет получен частный вид уравнения распространения для пробного поля, которое в общем случае имеет вид:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} \right) \varepsilon = -igN\sigma_{ba}, \quad (2.2)$$

где N – количество атомов в области взаимодействия.

Решение самосогласованной системы (2.1)-(2.2) основывается на следующих приближениях. Во-первых, считается, что все атомы находятся на уровне b изначально, т.е. $\sigma_{bb}=1$, $\sigma_{aa}=\sigma_{cc}=0$ и выполняется условие малой (и плавной) заселенности возбужденного состояния в процессе работы схемы, т.е. $\sigma_{bb} \cong 1$, $\sigma_{aa(cc)} \cong 0$ (и $\dot{\sigma}_{ii} \cong 0$, где $i = a, b, c$). Во-вторых, что при учете $\chi_{ca} = \chi_{ba} = \chi$ и $\sigma_{ca} \approx \sigma_{ba}$ величина вклада локального поля сравнима с частотой Раби пробного перехода, но может не учитываться на накачивающем переходе, т.е. $g\varepsilon \geq \sigma_{ba}\chi_{ba}$ и $\Omega \gg \sigma_{ca}\chi_{ca}$. В результате, окончательная система примет следующий вид:

$$\dot{\sigma}_{ba} = -\Gamma_1 \sigma_{ba} - ig \varepsilon - i\Omega \sigma_{bc} - i\chi_{ba} \sigma_{ba}, \quad (2.3a)$$

$$\dot{\sigma}_{ca} = -\Gamma_2 \sigma_{ca} - ig \varepsilon \sigma_{cb} - i\chi_{ba} \sigma_{ba} \sigma_{cb}, \quad (2.3б)$$

$$\dot{\sigma}_{bc} = i\Delta_3 \sigma_{bc} + ig \varepsilon \sigma_{ac} - i\Omega^* \sigma_{ba}, \quad (2.3в)$$

$$\dot{\sigma}_{bb} = ig \varepsilon \sigma_{ab} - ig \varepsilon^* \sigma_{ba}, \quad (2.3г)$$

где $\Gamma_1 = -\left(i\Delta_b - \frac{1}{2}(\Gamma_{ab} + \Gamma_{ac})\right)$, $\Gamma_2 = -\left(i\Delta_c - \frac{1}{2}(\Gamma_{ab} + \Gamma_{ac})\right)$ и $\Delta_3 = \Delta_b - \Delta_c$. В системе (2.3)

вклад локального поля представлен двояким образом: в уравнении (2.3а) его действие тривиально и приводит к частотному сдвигу, но в (2.3б) оно обеспечивает более существенный эффект – появление нелинейной связи между атомными возбуждениями (поляризациями) на пробном σ_{ba} и магнитном σ_{cb} переходах. Чтобы проявить влияние такой взаимосвязи на распространяющееся пробное поле в конечном итоге, систему (2.3) можно решать в два этапа.

На первом этапе можно определить поляризацию системы на нижних уровнях σ_{cb} , воспользовавшись условием инертности (запаздывания) установления поляризации атомной среды при ее возбуждении оптическим импульсом сравнительно небольшой длительности, полагая, что на его переднем фронте справедливо $\dot{\sigma}_{ba} = \dot{\sigma}_{ca} = 0$ и, как следствие, $\dot{\sigma}_{bc} = 0$ (см. п. 2.4). С учетом $\dot{\sigma}_{bb} = 0$ из (2.3) может быть получено алгебраическое уравнение для поляризации σ_{bc} :

$$\Omega \chi g \varepsilon^* \sigma_{bc}^2 + i(\Gamma_1 g^2 |\varepsilon|^2 + \Gamma_2^* A) \sigma_{bc} + ig \varepsilon \Omega^* \Gamma_2^* = 0, \quad (2.4)$$

корни которого имеют следующий вид:

$$\sigma_{bc} = \frac{-i(\Gamma_1 g^2 |\varepsilon|^2 + \Gamma_2^* A) \pm \sqrt{D}}{2\Omega \chi g \varepsilon^*}, \quad (2.5)$$

где $D = -(\Gamma_1 g^2 |\varepsilon|^2 + \Gamma_2^* A)^2 - 4i\chi g^2 |\Omega|^2 \Gamma_2^* |\varepsilon|^2$.

На рис.2.2 представлены частотные зависимости двух ветвей возникающих на переходе между уровнями $|b\rangle$ и $|c\rangle$ (см. рис.2.1) спиновых возбуждений: $\text{Re}(\sigma_{bc}^{(+)})$ для выражения (2.5) со знаком плюс и $\text{Re}(\sigma_{bc}^{(-)})$ для выражения (2.5) со знаком минус. При моделировании были выбраны следующие параметры –

волновода: показатель преломления матрицы $n_0 = 1.45$, длина $L = 2.7$ мм, диаметр световедущей жилы 10 мкм; взаимодействия: $\rho_3 = 2.2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ – концентрация допированных атомов в кварцевой матрице, $\Gamma_{ab} = \Gamma_{ac} = 3 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ – скорости релаксации соответствующих переходов, $I_c = 2.25 \cdot 10^5 \text{ Вт/см}^2$ – интенсивность поля накачки, $I_p = 2.9 \cdot 10^3 \text{ Вт/см}^2$ – интенсивность пробного импульса и $\Delta_c = -9.02 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ – частота отстройки поля накачки. Длительность пробного импульса T_0 и частота отстройки поля накачки Δ_c далее будут являться варьируемыми параметрами. В области сближения ветвей для таких *спиновых* возбуждений [100] наблюдается смена знака у величины $\text{Im}(\sigma_{bc})$, что соответствует изменению режима поглощения на режим их усиления (см. вставку к рис.2.2), последний из которых

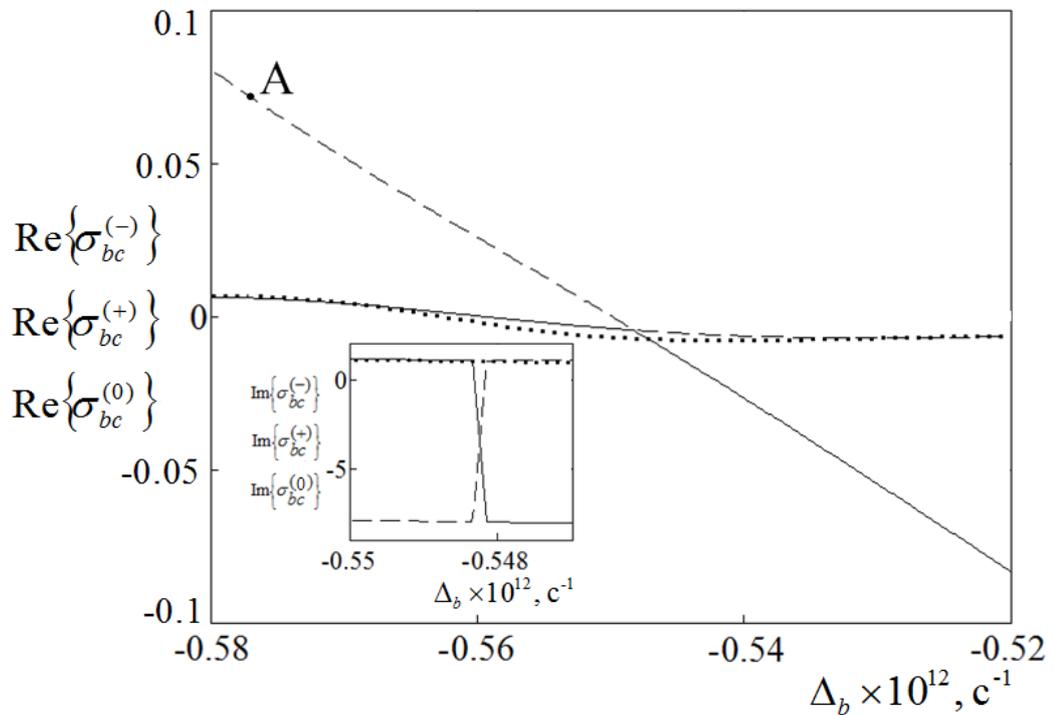


Рисунок 2.2. Частотные зависимости $\text{Re}(\sigma_{bc}^{(-)})$ (сплошная линия) и $\text{Re}(\sigma_{bc}^{(+)})$ (штриховая линия) для возникающих между нижними уровнями Λ -схемы взаимодействия с атомами ^{87}Rb элементарных возбуждений. На вставке: зависимости коэффициентов поглощения $\text{Im}(\sigma_{bc}^{(-)})$ и $\text{Im}(\sigma_{bc}^{(+)})$ в области сближения ветвей возбуждений. Кривые $\text{Re}(\sigma_{bc}^{(0)})$ и $\text{Im}(\sigma_{bc}^{(0)})$ (пунктирные линии) соответствуют ситуации $\chi = 0$. Отношение частот Раби $\frac{g\varepsilon}{\Omega} = 0.113$ при $g\varepsilon = 6.07 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$, коэффициент БДД $\chi = 1.01 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$

и будет рассмотрен далее. В случае $\chi = 0$ имеется только одно линейное решение для σ_{bc} с одним типом спиновых возбуждений в режиме их поглощения (на вставке к рис.2.2).

Разложение содержащего знак плюс решения (2.5) в ряд по пробному полю ε приводит к следующему соотношению:

$$\sigma_{bc} \approx -\frac{g\Omega^*}{A}\varepsilon + \frac{g^3\Omega^*}{\Gamma_2^*A^2}\left(\Gamma_1 + i\frac{|\Omega|^2\chi}{A}\right)|\varepsilon|^2\varepsilon - \frac{g^5\Omega^*}{(\Gamma_2^*)^2A^3}\left(\Gamma_1^2 + \frac{3i|\Omega|^2\chi\Gamma_1}{A} - \frac{2\chi^2|\Omega|^4}{A^2}\right)|\varepsilon|^4\varepsilon, \quad (2.6)$$

где $A = |\Omega|^2 - i\Delta_3(\Gamma_1 + i\chi)$.

Следует отметить, что полученное выражение (2.6) в явном виде содержит различные порядки нелинейной связи (энергообмена) между пробным полем и полем накачки, характерной для рамановского (нелинейного) предела работы схемы на рис.2.1б и возникающей благодаря наличию поляризации на накачивающем переходе $\sigma_{ac} \neq 0$ при условии $\Delta_b > \Gamma_{bc}$ [101]. При решении системы (2.3) в пределе электромагнитной-индуцированной прозрачности (ЭМИП), что с математической точки зрения соответствует условию $\sigma_{ac} = 0$ для $\Delta_b \ll \Gamma_{bc}$, выражение (2.6) содержит только первое слагаемое (ср. с [8]). Содержащее знак минус решение (2.5) приводит к появлению в задаче слагаемых, характерных для насыщающей нелинейности типа $\sigma_{bc} \approx \frac{1}{\varepsilon}$, что имеет собственный интерес для изучения, но не рассматривается в данной работе.

На втором этапе поляризация атомной системы на пробном переходе в режиме распространения в ней пробного импульса и при учете $\dot{\sigma}_{bc} \neq 0$ может быть получена из уравнений (2.3б) и (2.3в):

$$\sigma_{ba} = \frac{i\left(\dot{\sigma}_{bc} - i\frac{g\varepsilon\chi}{\Omega\Gamma_2^*}\sigma_{bc}\dot{\sigma}_{cb}\right) + \left(\Delta_3 + i\frac{g^2|\varepsilon|^2}{\Gamma_2^*}\right)\sigma_{bc} + i\frac{g\varepsilon\chi}{\Omega\Gamma_2^*}|\sigma_{bc}|^2\left(\Delta_3 - i\frac{g^2|\varepsilon|^2}{\Gamma_2}\right)}{\Omega^* - \frac{g^2|\varepsilon|^2\chi^2}{\Omega|\Gamma_2|^2}|\sigma_{bc}|^2}. \quad (2.7)$$

В линейном пределе ЭМИП выражение (2.7) принимает вид $\sigma_{ba} = \frac{i}{\Omega^*}(\dot{\sigma}_{bc} - i\Delta_3\sigma_{bc})$, где первое слагаемое в скобках дает возможность управления

групповой скоростью, второе – фазовым сдвигом и диссипацией (усилением) пробного импульса через настройки поля накачки в среде. Подставив найденное выражение (2.6) для σ_{bc} в (2.7), путем разложения в ряд по ε можно получить:

$$\begin{aligned} \sigma_{ba} \approx & -i \frac{g}{A} \dot{\varepsilon} - \frac{g\Delta_3}{A} \varepsilon - i \frac{g^3}{\Gamma_2^* A} \left(1 + i\Delta_3 \left(\frac{\Gamma_1}{A} + i \frac{\chi}{A^*} + i \frac{\chi|\Omega|^2}{A^2} \right) \right) |\varepsilon|^2 \varepsilon + \\ & + g^5 \left(\frac{1}{(A\Gamma_2^*)^2} \left[i \left(1 - \frac{\chi\Delta_3}{A^*} \right) \left(\Gamma_1 + i \frac{\chi|\Omega|^2}{A} \right) - \frac{\Delta_3}{A} \left(\Gamma_1^2 - 2 \frac{\chi^2|\Omega|^4}{A^2} + 3i \frac{\chi\Gamma_1|\Omega|^2}{A} \right) \right] - \right. \\ & \left. - \frac{i\chi}{|A|^2|\Gamma_2|^2} \left(i + \frac{\Delta_3}{A^*} \left\{ \Gamma_1^* - i \frac{\chi|\Omega|^2}{A^*} \right\} - i \frac{\chi\Delta_3}{A} \right) \right) |\varepsilon|^4 \varepsilon. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Для того чтобы определить вклад эффектов, которые требуется учесть в рассматриваемой системе, необходимо полученное выражение (2.8) подставить в (2.2) (окончательная форма соответствует УГЛ – ср. с [102]):

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \right) \varepsilon + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} - i\gamma_2 |\varepsilon|^2 \varepsilon + i\gamma_4 |\varepsilon|^4 \varepsilon = \\ & = -(\alpha_l - i\alpha_r) \varepsilon - \alpha_2 |\varepsilon|^2 \varepsilon - \alpha_4 |\varepsilon|^4 \varepsilon + \nu_2 \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где $v_g = \frac{c}{1 + \text{Re} \left\{ \frac{g^2 N}{A} \right\}}$ – групповая скорость пробного импульса.

В (2.9) определены коэффициенты дисперсии групповых скоростей второго порядка $\beta_2 = \frac{d}{d\omega_p} \beta_1 = \frac{1}{v_g^2} \frac{d}{d\Delta_b} v_g$, кубической нелинейности на $\chi^{(3)}$

$\gamma_2 = \text{Im} \left\{ -\frac{g^4 N}{A\Gamma_2^* c} \left(1 + i\Delta_3 \left\{ \frac{\Gamma_1}{A} + \frac{i\chi}{A^*} + i \frac{\chi|\Omega|^2}{A^2} \right\} \right) \right\}$, нелинейности пятого порядка на $\chi^{(5)}$

$\gamma_4 = \text{Im} \left\{ \frac{ig^6 N}{c} \left(\frac{1}{(A\Gamma_2^*)^2} \left[i \left(1 - \frac{\chi\Delta_3}{A^*} \right) \left(\Gamma_1 + i \frac{\chi|\Omega|^2}{A} \right) - \frac{\Delta_3}{A} \left(\Gamma_1^2 - 2 \frac{\chi^2|\Omega|^4}{A^2} + 3i \frac{\chi\Gamma_1|\Omega|^2}{A} \right) \right] - \right. \right.$
 $\left. \left. - \frac{i\chi}{|A|^2|\Gamma_2|^2} \left(i + \frac{\Delta_3}{A^*} \left\{ \Gamma_1^* - i \frac{\chi|\Omega|^2}{A^*} \right\} - i \frac{\chi\Delta_3}{A} \right) \right) \right\}$, линейных потерь

$$\alpha_l = \text{Im} \left\{ \frac{g^2 N \Delta_3}{Ac} \right\}, \quad \text{фазового сдвига} \quad \alpha_r = \text{Re} \left\{ \frac{g^2 N \Delta_3}{Ac} \right\}, \quad \text{нелинейных потерь на } \chi^{(3)}$$

$$\alpha_2 = \text{Re} \left\{ \frac{g^4 N}{A \Gamma_2^* c} \left(1 + i \Delta_3 \left\{ \frac{\Gamma_1}{A} + \frac{i \chi}{A^*} + i \frac{\chi |\Omega|^2}{A^2} \right\} \right) \right\}, \quad \text{нелинейных потерь на } \chi^{(5)}$$

$$\alpha_4 = \text{Re} \left\{ \frac{ig^6 N}{c} \left(\frac{1}{(A \Gamma_2^*)^2} \left[i \left(1 - \frac{\chi \Delta_3}{A^*} \right) \left(\Gamma_1 + i \frac{\chi |\Omega|^2}{A} \right) - \frac{\Delta_3}{A} \left(\Gamma_1^2 - 2 \frac{\chi^2 |\Omega|^4}{A^2} + 3i \frac{\chi \Gamma_1 |\Omega|^2}{A} \right) \right] - \frac{i \chi}{|A|^2 |\Gamma_2|^2} \left(i + \frac{\Delta_3}{A^*} \left\{ \Gamma_1^* - i \frac{\chi |\Omega|^2}{A^*} \right\} - i \frac{\chi \Delta_3}{A} \right) \right) \right\}, \quad \text{спектральной фильтрации}$$

$$\nu_2 = \frac{1}{c^2} \frac{d}{d\Delta_b} \left(\frac{c}{\text{Im} \left\{ 1 + \frac{g^2 N}{A} \right\}} \right). \quad \text{Таким образом, одновременный учет}$$

локального поля в представленной задаче хоть и не вносит в конечное уравнение (2.9) слагаемых нового типа, но уточняет картину нелинейных взаимодействий соответствующими поправками (слагаемые с χ) на случай оптически-плотной среды.

На рис.2.3 представлены зависимости коэффициентов преломления для допированных атомов $\Delta n_D = \frac{c}{\omega_p} \left(\alpha_R + \gamma_2 |\varepsilon_{in}|^2 + \gamma_4 |\varepsilon_{in}|^4 \right)$, построенные как с учетом локального поля, так и без него как функции частоты отстройки поля накачки от резонанса Δ_c ; ε_{in} – амплитуда пробного поля на входе среды. В представленной области значений Δ_c наблюдаются изменения хода дисперсионной кривой за счет нелинейных вкладов на $\chi^{(3)}$ и $\chi^{(5)}$, возникающих при учете локального поля в допированном волноводе. Это качественно отличает рассматриваемый случай от задачи учета локального поля в режиме ЭМИП, сводящейся, в конечном итоге, к простому сдвигу дисперсионной кривой [103] по частотной оси.

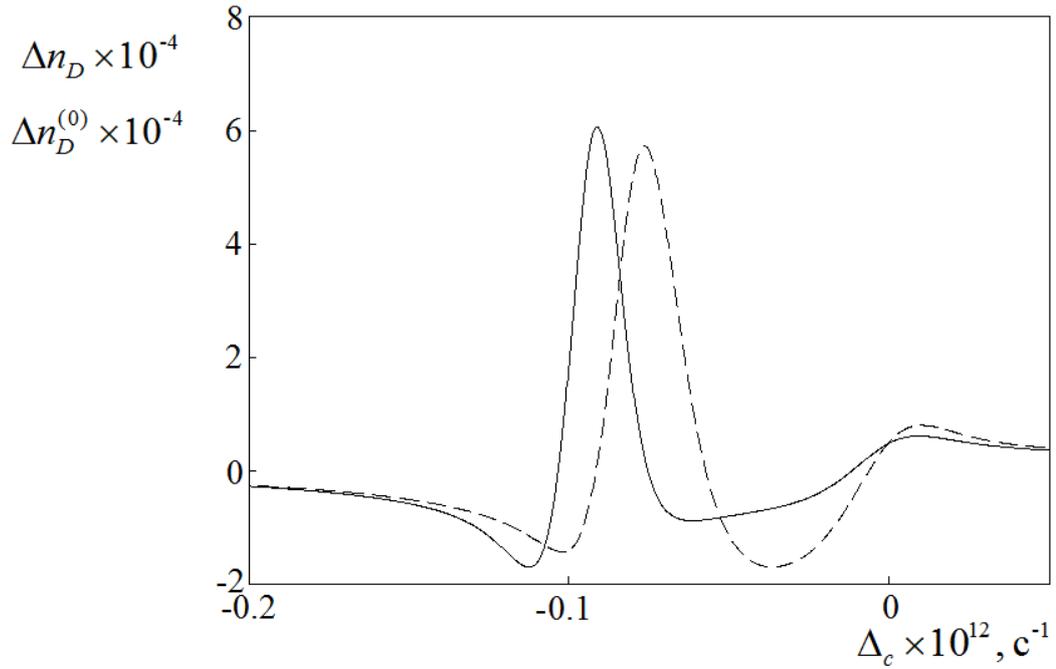


Рисунок 2.3. Частотные зависимости показателя преломления Δn_D допированных атомов ^{87}Rb с учетом (сплошная линия) и $\Delta n_D^{(0)}$ без учета локального поля (штриховая линия) в допированном волноводе. Параметры взаимодействия соответствуют рис.2.2

Исследование (2.9) на существование солитонных решений в оптически-плотной среде при условии $T_0 < \frac{1}{\Gamma_{ab}}$ ($T_0 \geq \Omega^{-1}$) состоит в определении параметров взаимодействия и формы пробного импульса для формирования устойчивого диссипативного солитона. Для этого необходимы переход в бегущую систему координат: $T = t - z/v_g$ и замена переменных $U = \frac{\varepsilon}{\sqrt{|\varepsilon_{in}|^2}}$, $\xi = \frac{z}{L_D}$, $\tau = \frac{T}{T_0}$, где $L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$ – длина дисперсии, ε_{in} – пробное поле на входе. Домножением почленно (2.9) на L_D можно получить:

$$\begin{aligned}
 & i \frac{\partial}{\partial \xi} u - \frac{1}{2} \text{sgn}(\beta_2) \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = \\
 & = v|u|^4 u - (i\delta + \delta_1)u - i\varepsilon_1|u|^2 u - i\mu|u|^4 u + i\beta \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2},
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

где $u = NU$, $N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}}$, $v = \frac{L_{NL}^2}{L_{NL}^{(5)}L_D}$, $\delta = \frac{L_D}{L_{LS}}$, $\delta_1 = \frac{L_D}{L_{LS}^R}$, $\varepsilon_1 = \frac{L_{NL}}{L_{LS3}}$, $\mu = \frac{L_{NL}^2}{L_{LS5}L_D}$, $\beta = \frac{L_D}{L_{DG}}$ и

введены характерные длины $L_{NL} = \frac{1}{\gamma_2 |\varepsilon_{in}|^2}$, $L_{NL}^{(5)} = \frac{1}{\gamma_4 |\varepsilon_{in}|^4}$, $L_{LS} = \frac{1}{\alpha_1}$, $L_{LS}^R = \frac{1}{\alpha_R}$,
 $L_{LS3} = \frac{1}{\alpha_2 |\varepsilon_{in}|^2}$, $L_{LS5} = \frac{1}{\alpha_4 |\varepsilon_{in}|^4}$, $L_{DG} = \frac{T_0^2}{|\nu_2|}$.

Следуя концепции диссипативных солитонов, для поддержания их энергии на неизменном уровне по мере распространения в среде необходимо чередование эффектов поглощения/усиления в различных областях огибающей пробного импульса, в частности – при выполнении неравенств: $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 < 0$, $\alpha_4 > 0$ [22].
 Дополнительным условием для сохранения формы солитона является наличие в системе спектральной фильтрации ν_2 , благодаря которой происходит смещение частотных компонент спектра из зоны усиления в зону поглощения.

На рис.2.4а как раз представлена такая область значений частоты отройки поля накачки от резонанса, когда при выбранных параметрах задачи при $\Delta_b^A = -577 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ (соответствует точке А с рис.2.2) наблюдается требуемое чередование знаков диссипативных эффектов в системе. При этом, параметры взаимодействия подобраны таким образом, чтобы в области вблизи Δ_c^A характерные нелинейно-дисперсионные длины системы приблизительно соответствовали друг другу (аналогично как в случае с консервативными солитонами [102]) и принимали, по-возможности, минимальные значения – см. рис.2.4б. В частности, для точки Δ_c^A дисперсионная длина составит всего $L_D = 5.7 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ и в условиях положительной нелинейности $\gamma_2 > 0$ и аномальной дисперсии $\beta_2 < 0$ может происходить формирование устойчивого диссипативного солитона, когда нелинейно–дисперсионные и диссипативные эффекты в системе действуют совместно. Расчетная пространственная длина пробного импульса входной длительности $T_0 = 3.1 \text{ пс}$ составит всего $l_{eff} = \frac{cT_0}{n_D} = 0.64 \text{ мм}$, где суммарный показатель преломления допированного волновода $n_D = n_0 + \Delta n_D$ учитывает показатель преломления Δn_D допированных атомов и n_0 для среды-носителя. Таким образом, импульс в процессе взаимодействия полностью заходит в среду

волновода, где – в связи с малостью характерных длин взаимодействия – сразу же может реализоваться процесс формирования диссипативного солитона на сверхмалых пространственных масштабах. Модификация показателя преломления при записи волновода составляет всего порядка $5 \cdot 10^{-3}$ [98] и существенно не влияет на приведенные оценки.

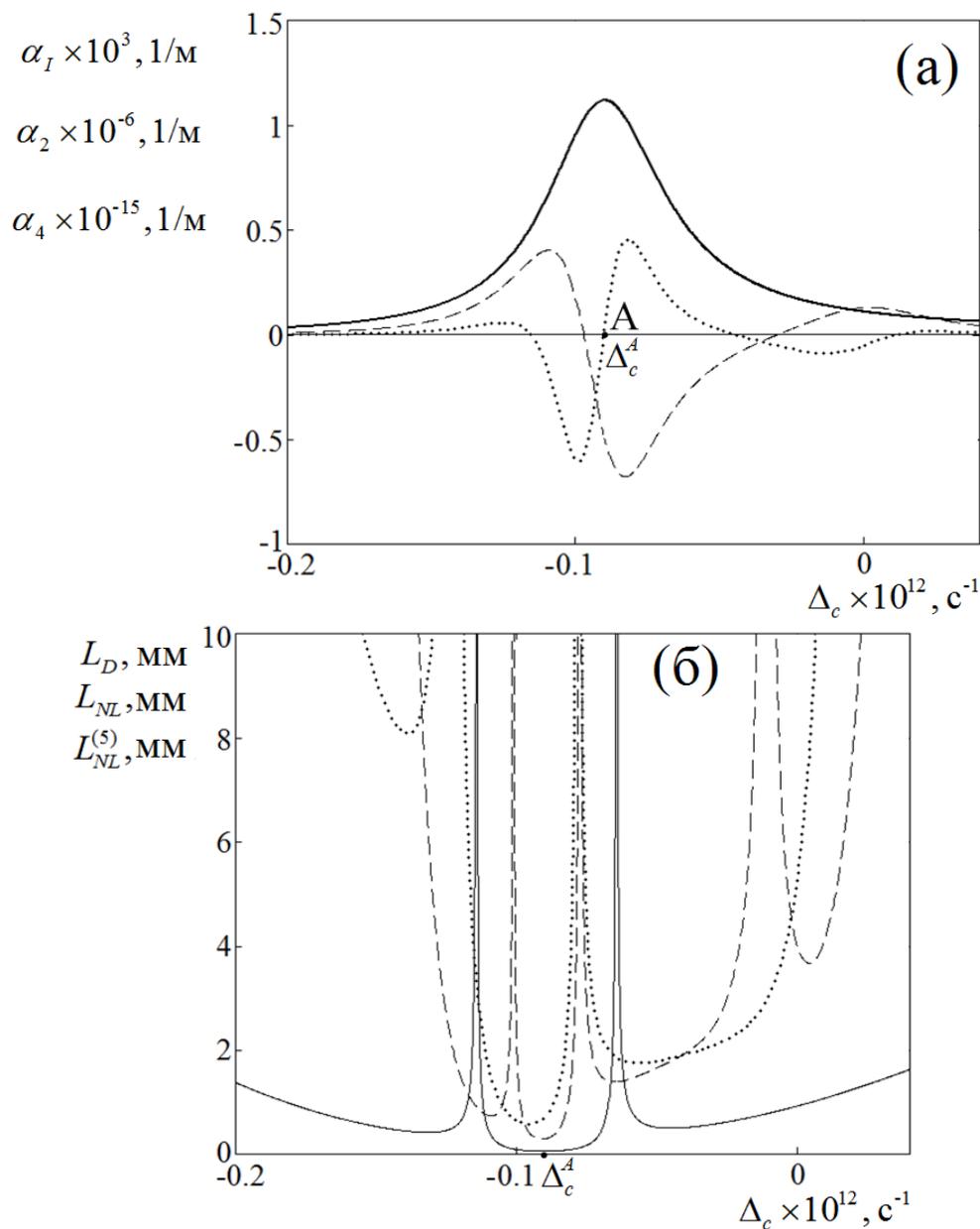


Рисунок 2.4. Частотные зависимости (а) параметров линейного α_1 (сплошная линия) и нелинейных α_2 (штриховая линия) и α_4 (пунктирная линия) коэффициентов поглощения, а также (б) характерных длин дисперсии L_D (сплошная линия), нелинейностей L_{NL} (пунктирная линия) и $L_{NL}^{(5)}$ (штриховая линия) допированного атомами ^{87}Rb оптического волновода. Параметры взаимодействия соответствуют рис.2.2

Используя подобранные параметры среды для точки А на рис.2.4 и, основываясь в первую очередь на вариационных методах можно отыскать такие области значений коэффициентов уравнения (2.10), при которых в допированных волноводах возникают устойчивые диссипативные солитоны нелинейного рассеяния света, а также определить форму и амплитудно–фазовые характеристики таких солитонов.

§ 2.3. Стационарные солитоны в допированных волноводах

Для изучения УГЛ (2.10) можно воспользоваться методом моментов, суть которого заключается в приведении полной задачи распространения с бесконечным числом степеней свободы к задаче распространения импульса с конечным набором его параметров [28]. Для пробного импульса, имеющего единственный максимум и не имеющего топологической структуры в поперечном сечении, вид решения (2.10) можно задать следующим образом (точное решение для нелинейного уравнения Шредингера представлено в [104]):

$$u(\xi, \tau) = A(\xi) \operatorname{sech}(B(\xi)\tau) \exp(i(\phi(\xi) + C(\xi)\tau^2)), \quad (2.11)$$

где $A(\xi)$ – нормированная амплитуда, $B(\xi)$ – обратная длительность, $\phi(\xi)$ – фаза, $C(\xi)$ – нелинейный набег фазы волнового пакета. Использование метода моментов для (2.10) с решением (2.11) приводит к следующей системе дифференциальных уравнений на варьируемые переменные (ср. с [22]):

$$\frac{dQ}{d\xi} = F_1 = -2\delta Q - \frac{2}{3} \varepsilon_1 B Q^2 - \frac{4}{15} \mu B^2 Q^3 - \left(\frac{2}{3} Q B^2 \beta + \frac{2\pi^2 C^2 Q \beta}{3B^2} \right), \quad (2.12a)$$

$$\frac{dC}{d\xi} = F_2 = \frac{8\nu B^4 Q^2}{15\pi^2} - \frac{B^3 Q}{\pi^2} - \left(\frac{4}{\pi^2} \beta B^2 C + \frac{4}{3} \beta B^2 C \right) + \left(-\frac{2}{\pi^2} B^4 + 2C^2 \right) \operatorname{sgn}(\beta_2), \quad (2.12б)$$

$$\frac{dB}{d\xi} = F_3 = -\frac{\mu B^3 Q^2}{\pi^2} - \frac{2}{\pi^2} \varepsilon_1 B^2 Q + 2BC \operatorname{sgn}(\beta_2) - \left(\frac{8\beta B^3}{\pi^2} - \frac{16}{15B} \beta \pi^2 C^2 \right), \quad (2.12в)$$

где $Q = 2A^2 / B$.

Стационарные решения системы уравнений (2.12), соответствующие условию $F_j = 0$, $j=1,2,3$ могут быть определены на основе численных методов. В нелинейной системе (2.12) возникает сразу несколько стационарных точек – на рис.2.5 представлен фазовый портрет вблизи двух таких точек Y и Z . В работе исследуется только одна из них – точка устойчивого фокуса Z , параметры A , B и C импульса для которой являются наиболее физически–обусловленными. Стабильность полученных решений для нее может быть выявлена из условия $\text{Re}(\lambda_j) < 0$, $j=1,2,3$, где λ_j – собственные значения матрицы Якоби системы (2.12) [105].

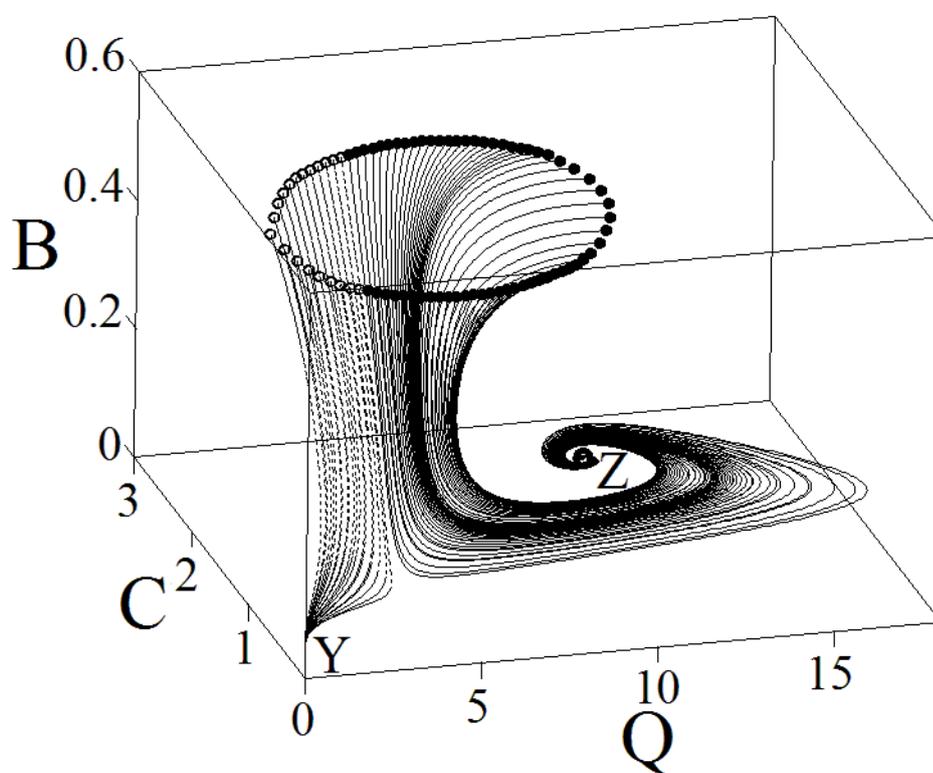


Рисунок 2.5. Вид фазового портрета системы с двумя особыми точками, параметры системы соответствуют частоте отстройки Δ_c^A с рис.2.4

На рис.2.6 показана параметрическая плоскость, образованная параметрами плотности допирования ρ_3 и частоты отстройки поля накачки от резонанса Δ_c с обозначенными на ней областями стабильности стационарных солитонных решений, полученных вариационным методом при решении системы (2.12), а также методом расщепления по физическим факторам при прямом численном

моделировании УГЛ (2.10) с учетом подстановки (2.11). Светло-серая область получена использованием метода моментов и соответствует устойчивым особым точкам типа фокус ($\text{Re} \lambda_{1,2,3} < 0$ и $\text{Im} \lambda_{1,2} \neq 0$ [106]) – в центральной части области устойчивости, либо узел ($\text{Re} \lambda_{1,2,3} < 0$ и $\text{Im} \lambda_{1,2} = 0$) – на ее границе. Во всей этой области могут возникать стационарные солитоны, параметры которых не зависят от времени. Предсказанная изначально на основе качественного анализа коэффициентов уравнения (2.10) “затравочная” точка А (на частоте Δ_c^A – см. рис.2.4) попадает в представленную область стабильности.

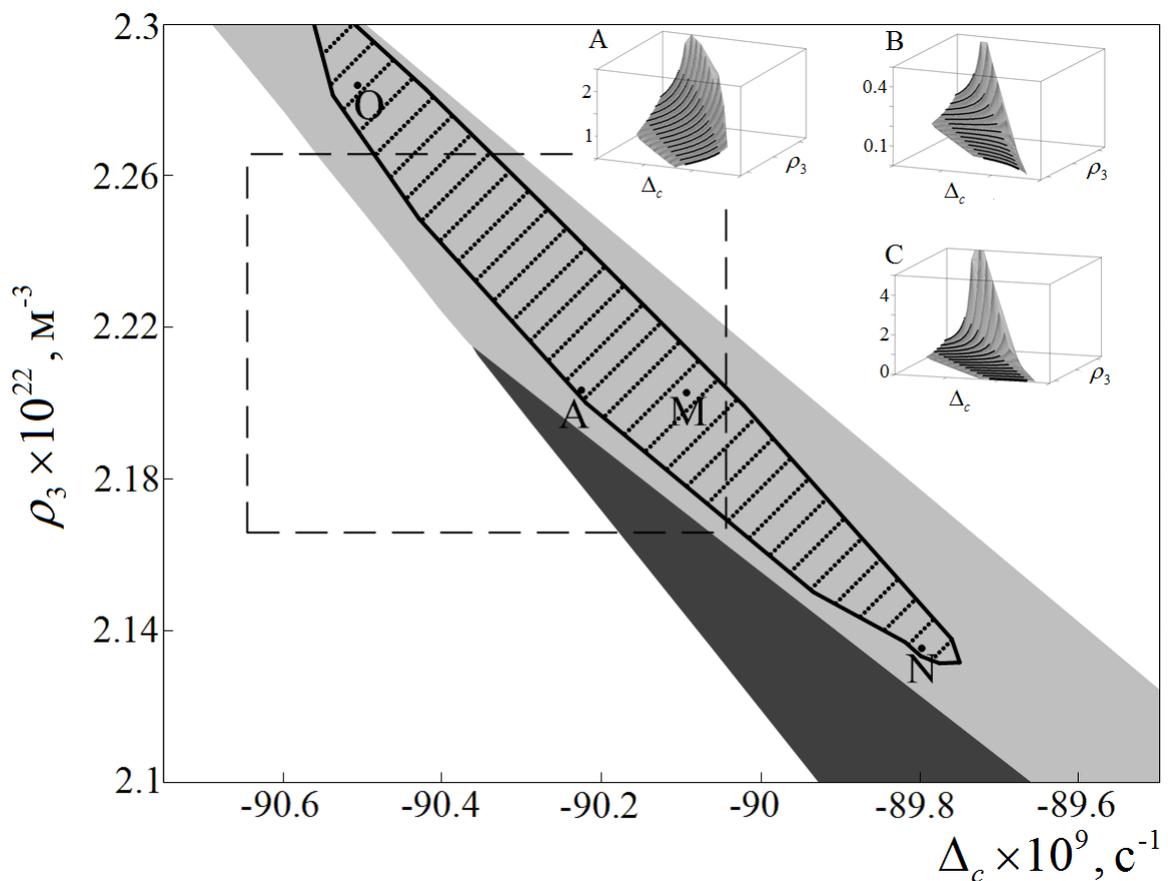


Рисунок 2.6. Параметрическая плоскость (плотность допирования ρ_3 , частота отстройки поля накачки от резонанса Δ_c). Светло-серая область получена методом моментов и соответствует устойчивому фокусу для особых точек типа Z с рис.2.5, темно-серая – неустойчивым режимам, незакрашенная – отсутствию физических решений системы. Выделенная толстой штриховкой – область существования стационарных солитонов, полученных при прямом численном моделировании УГЛ. На вставке: полученные по методу моментов стационарные решения для параметров солитона над выделенной пунктирной линией областью параметрической плоскости. Параметры системы соответствуют рис.2.2

В темно-серой области на рис.2.6 наблюдается неустойчивое поведение для найденных стационарных решений системы (2.12) при условии, когда вещественная часть хотя бы одного собственного числа $\text{Re } \lambda_j$ становится положительной; в незакрашенных областях отслеживаемая стационарная точка пропадает, и физические решения системы перестают существовать. Нижняя граница области устойчивости проходит вблизи сепаратрисы $\alpha_4 = 0$ (см. (2.9)), ниже которой нарушается необходимое чередование знаков линейного/нелинейного поглощений, необходимое для наблюдения диссипативных солитонов [22]. Нижняя граница темно-серой области совпадает с сепаратрисой $\nu_2 = 0$, что соответствует изменению знака спектральной фильтрации; в рассматриваемом случае устойчивые решения могут наблюдаться только при $\nu_2 < 0$.

Значения параметров A , B и C найденных стационарных решений системы (2.12) представлены на вставках к рис.2.6 в правом верхнем углу – они использовались в качестве начального приближения при прямом численном моделировании (2.10) с подстановкой (2.11). Полученная в результате такого прямого моделирования область устойчивости стационарных солитонов нанесена на рис.2.6 штриховкой; она полностью находится внутри области устойчивости, полученной по методу моментов. Такой же штриховкой на вставках к рис.2.6 выделены те области значений A , B и C , которые приводят к действительному формированию солитона УГЛ (2.10). Таким образом, варьируя, с одной стороны, концентрацию примеси на стадии изготовления допированного волновода и частоту отстройки поля накачки при осуществлении эксперимента, с другой, при выборе подходящих параметров входного импульса можно добиться существования стационарных солитонов в такой системе.

Учет локального поля в рассмотренной модели имеет принципиальное значение: при условии $\chi = 0$ область стабильности настолько трансформируется, что полностью уходит за пределы представленной на рис.2.6 параметрической плоскости, а все решения на ее прежнем месте перестают быть устойчивыми. Это

является важным обстоятельством при оценках параметров возможного эксперимента, поскольку без учета локального поля область устойчивости будет определена не верно, что аналогично проблеме практического получения солитонов самоиндуцированной прозрачности [107] в предсказанных областях. Отметим, что истинная (получаемая экспериментально) область устойчивости может быть гораздо шире заштрихованной на рис.2.6, что связано с проблемой подбора иных, отличных от получаемых в методе моментов, начальных приближений для УГЛ, которые также могут приводить к устойчивым решениям.

Вид огибающей для солитонов, получаемых прямым численным моделированием сильно зависит от координат выбранной точки в области устойчивости на рис.2.6. В центральной ее части (точка М) сформировавшийся солитон, фактически, сохраняет форму огибающей согласно (2.11) – см. рис.2.7а, а его параметры пусть и отличаются от получаемых по методу моментов, но наблюдается качественное согласие сценариев стабилизации системы в результате использования численного моделирования и метода моментов. Так, рис.2.7б-в для точки М с рис.2.6 демонстрируют плавный выход системы к стационарному уровню в случае, когда получаемые по методу моментов значения параметров А, В и С используются в качестве начального приближения для численного моделирования УГЛ (2.10). При этом сами параметры УГЛ (2.10), рассчитанные для точки М составляют: $\nu = 30.66$, $\delta = 0.064$, $\varepsilon_1 = -0.8$, $\mu = 2.53$, $\beta = 0.033$. Возвращаясь к размерным величинам, выход на стационарный режим для этой точки происходит на характерной длине $z_0 = 30\xi = 1.6$ мм импульса (2.11) при начальных значениях параметров интенсивности $I_p = 27$ кВт/см², длительности $T_0 = 2.25 \cdot 10^{-11}$ с и линейной частотной модуляции $C_l = C/T_0^2 = 1.9 \cdot 10^{22} \text{ с}^{-2}$. Сформировавшийся солитон будет иметь интенсивность $I_p = 17.5$ кВт/см² при длительности импульса $T_0 = 5.8 \cdot 10^{-11}$ с. Для другой точки N в самой нижней части области стабильности наблюдается более “затяжной” (осцилляторный) выход на режим образования солитона на характерной длине $z_0 = 1.76$ мм при начальной интенсивности $I_p = 34.7$ кВт/см², длительности $T_0 = 1.24 \cdot 10^{-11}$ с и линейной частотной

модуляции $C_l = C/T_0^2 = 4.7 \cdot 10^{22} \text{ c}^{-2}$ (параметры сформировавшегося солитона $I_p = 17.1 \text{ кВт/см}^2$, $T_0 = 3.9 \cdot 10^{-11} \text{ с}$) – на рис.2.8. Рассчитанные параметры УГЛ для данной точки составляют: $\nu = 28.793$, $\delta = 0.064$, $\varepsilon_1 = -0.748$, $\mu = 0.378$, $\beta = 0.021$. Непосредственно вблизи верхней границы области устойчивости (точка О) солитон формируется, но его форма становится сильно отличной от (2.11) – на рис.2.9 он имеет длительность порядка $T_0 = 3.1 \cdot 10^{-10} \text{ с}$ (при параметрах УГЛ: $\nu = 29.487$, $\delta = 0.064$, $\varepsilon_1 = -0.753$, $\mu = 1.013$, $\beta = 0.0072$).

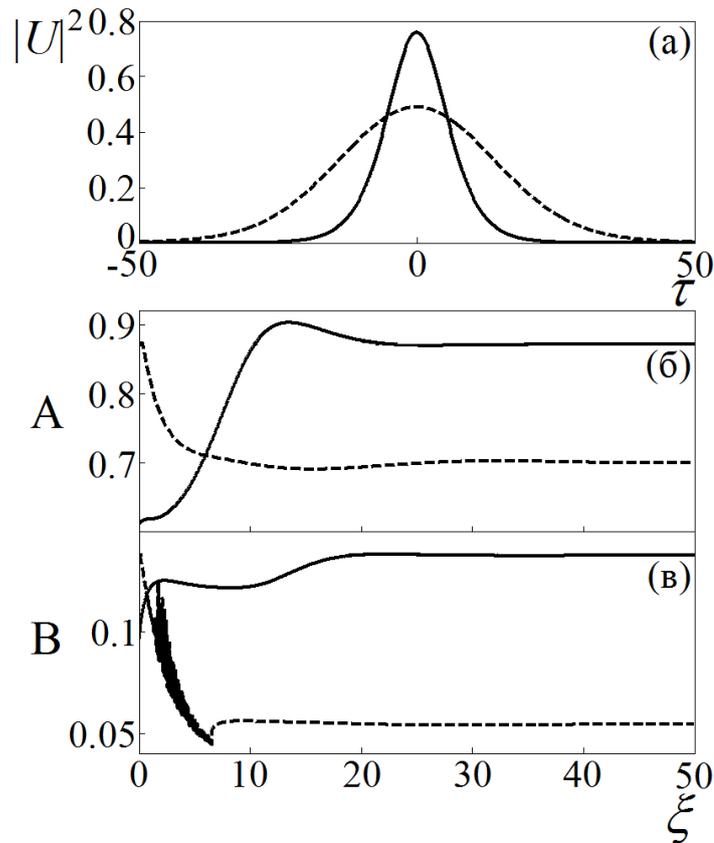


Рисунок 2.7. (а) Форма пробного импульса на входе (сплошная линия) и при прохождении в допированном волноводе (штриховая линия) расстояния $z = 2 \text{ мм}$; (б-в) зависимости параметров солитона $A(\xi)$, $B(\xi)$, рассчитанных по методу моментов (сплошная линия) и прямым численным моделированием УГЛ (штриховая линия) от приведенной длины среды допированного волновода ξ . Параметры системы соответствуют точке М на рис.2.6

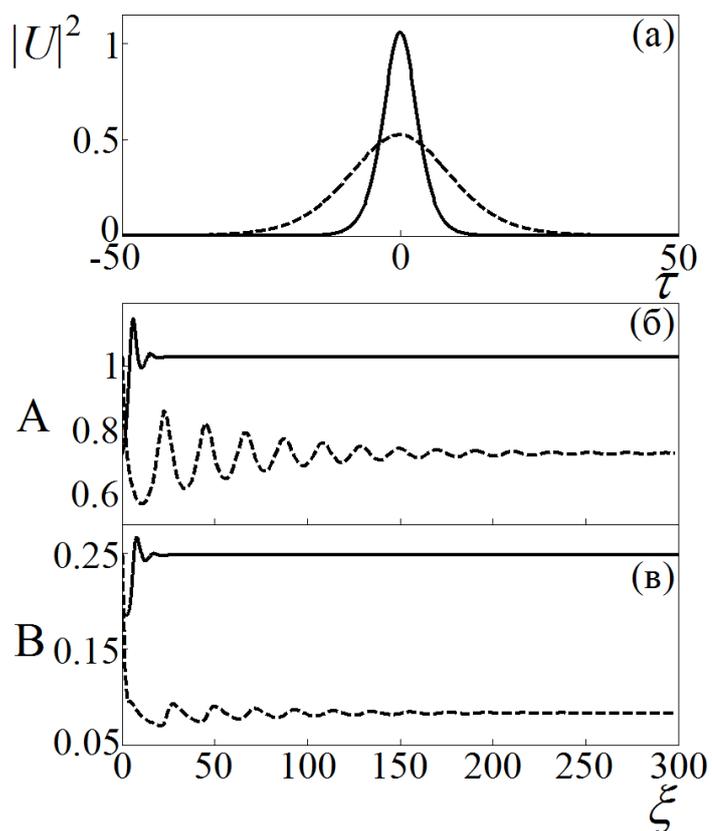


Рисунок 2.8. (а) Форма пробного импульса на входе (сплошная линия) и при прохождении в допированном волноводе (штриховая линия) расстояния $z = 2.2$ мм; (б-в) зависимости параметров солитона $A(\xi)$, $B(\xi)$, рассчитанных по методу моментов (сплошная линия) и прямым численным моделированием УГЛ (штриховая линия) от приведенной длины среды допированного волновода ξ . Параметры системы соответствуют точке N на рис.2.6

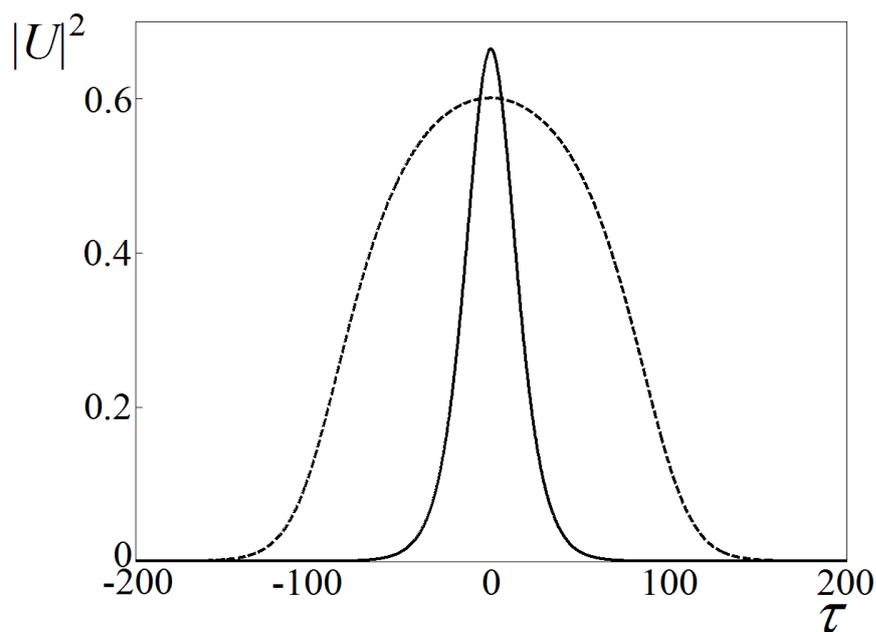


Рисунок 2.9. Форма пробного импульса на входе (сплошная линия) и на выходе (штриховая линия) допированного волновода. Параметры системы соответствуют точке O на рис.2.6

Следует дополнительно отметить, что исследованная отдельно модель с линейным усилением $\alpha_1 < 0$ в инверсных средах при условии $\alpha_2 > 0$, $\alpha_4 < 0$ также приводит к возможности устойчивых солитонных решений при использовании метода моментов, тогда как прямое численное моделирование опровергает эти решения. Добиться устойчивости в этом случае практически невозможно из-за резкого роста интенсивности в крыльях импульса (2.11), которые “поднимаются” за счет отсутствия компенсации линейного усиления нелинейным поглощением в далеких от его центра областях с малой интенсивностью – на месте фронтов возникает сильно уширяющийся с расстоянием пьедестал.

§ 2.4. Точные решения для матрицы плотности трехуровневой среды, возбуждаемой пробными импульсами различной длительности

Проблема применимости адиабатического приближения для трехуровневой атомной среды при ее возбуждении в результате нелинейного рассеяния света имеет непосредственное значение для описания условий возможного эксперимента. Данный вопрос применительно к режиму ЭМИП разобран в [108], где выделяют два характерных случая: ступенчатое включение пробного поля ведет к достаточно медленному (за несколько обратных времен релаксации $1/\Gamma_{ab}$) осцилляторному выходу поляризации среды σ_{ab} к стационарному уровню. Адиабатическое включение при $\tau_0 \gg \Omega^{-1}$ (τ_0 – время выхода интенсивности пробного поля к стационарному значению) в условиях сильной связи $\Omega \gg \Gamma_{ab}$ ведет к адиабатическому слежению атома – в форме единичного всплеска для σ_{ab} за время Ω^{-1} . Так обстоит дело в случае точечной модели для линейного режима. Однако, в представленной модели допированного волновода имеется протяженная среда и пробный импульс в разные моменты времени оказывается в разных ее точках: каждая из них проходит фазы нарастания и спада интенсивности пробного импульса при переходе от переднего фронта к заднему. Таким образом, существенное влияние на динамику атомной системы будет

оказывать не только способ включения пробного поля, но и конечность общего времени его взаимодействия со средой. В этом случае используемые математические приближения для перехода от системы (2.1) к (2.3) должны сильно зависеть от длительности пробного импульса. В частности, пробный импульс значительной длительности по сравнению со временем жизни возбужденного состояния $T_0 \gg 1/\Gamma_{ab}$ может приводить к существенному заселению возбужденного состояния, что практически невозможно с импульсом сверхкороткой длительности, когда срабатывает механизм инертности среды.

На рис.2.10 представлены результаты независимого решения точной системы (2.1) и приближенной (2.3) для случая, когда трехуровневая атомная среда при включенном поле оптической накачки возбуждается смещенным по времени пробным импульсом вида:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \operatorname{sech}\left(\frac{t - 2T_0}{T_0}\right) \cdot \exp\left(i\left(C(t - 2T_0)^2\right)\right). \quad (2.13)$$

Параметры атомно-оптической системы на рис.2.10а выбраны как для точки М на рис.2.6, но с использованием сверхкороткого импульса длительностью $T_0 = 19$ фс. При значениях параметров $\Omega = 5.3 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$, $\Gamma_{ab} = 3 \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$ и выполнении неравенства $1/T_0 \gg \Omega > \Gamma_{ab}$ наблюдается режим, близкий к пределу мгновенного включения, когда верхний атомный уровень не успевает заселяться ($\sigma_{bb} = 1, \sigma_{aa} = 0$) и решение системы (2.1) для σ_{ba} полностью совпадает с решением системы (2.3). Однако, наблюдаемые для этого матричного элемента быстрые осцилляции должны приводить к сильной модуляции огибающей пробного импульса – вплоть до его сегментации.

Полное соответствие параметров точке М с рис.2.6 представлено на рис.2.10б и выглядит как наложение режима адиабатического слежения на режим мгновенного включения. При выбранных параметрах выполняется условие $\Omega \geq 1/T_0 > \Gamma_{ab}$ ($T_0 \cdot \Omega = 1.66$) и в режиме *слабой* адиабатичности и соответствующего ей малого заселения возбужденного состояния решения систем (2.1) и (2.3)

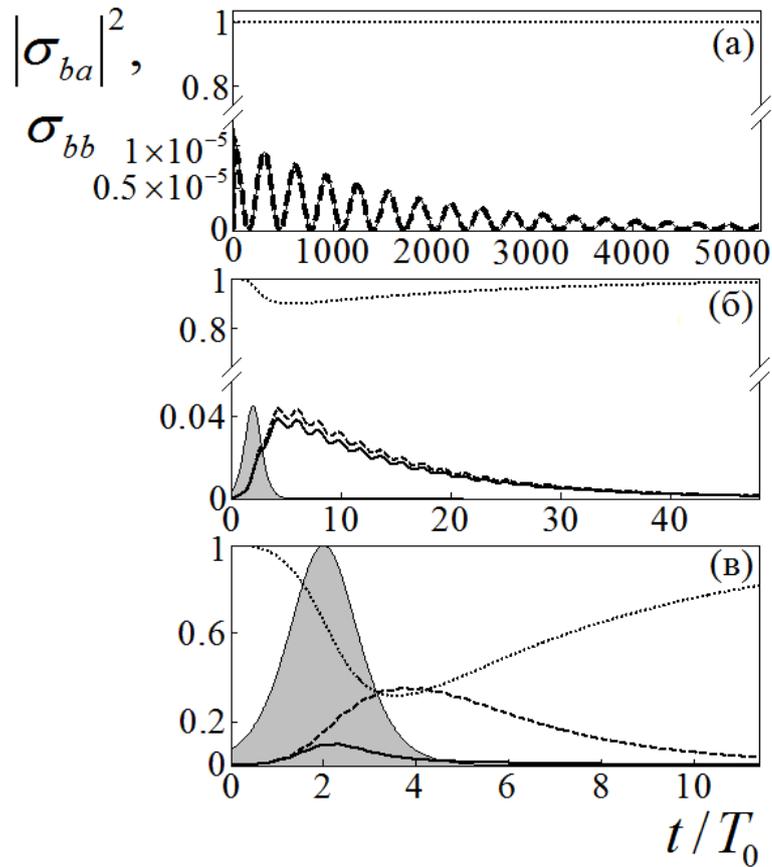


Рисунок 2.10. Зависимости матричных элементов от нормированного на длительность пробного импульса времени. Сплошная линия для $|\sigma_{ba}|^2$ и пунктирная для σ_{bb} соответствуют решению системы (2.1), штриховая для $|\sigma_{ba}|^2$ – системы (2.3). Выделенная светло-серым цветом область соответствует форме входящего пробного импульса в соответствии с (2.13)

с достаточной точностью аппроксимируют друг друга, как доказательство справедливости используемых в п.1 приближений. Возникающие при этом в системе высокочастотные осцилляции σ_{ba} в том числе могут приводить к экспериментально наблюдаемым т.н. “сайдбендам” [109], когда огибающая сформировавшегося солитона испытывает возмущения малой амплитуды.

Рис.2.10в выполнен для более длительного импульса при условии $\Gamma_{ab} < 1/T_0 < \Omega$ когда $T_0 \cdot \Omega = 7$. Возникающая здесь ситуация почти идеального слежения атома в условиях быстрого заселения его верхнего состояния приводит к сильным расхождениям решений систем (2.1) и (2.3). Для изучения динамики пробного импульса в этом случае необходимо использовать прямое численное моделирование самосогласованной задачи (2.1) и (2.2) [110], а анализ

возможностей получения оптических солитонов, аналогично представленному в данной работе, является более трудной задачей в условиях сильных трансформаций всех матричных элементов системы.

Кроме того, для более точного решения задачи необходим учет зависимостей материальных параметров среды от спектральной составляющей пробного импульса, что будет иметь особое значение для формирования солитонов сверхкороткой длительности и позволит надеяться на их экспериментальное обнаружение в предложенных средах допированных кварцевых волноводов.

Таким образом, в данной главе решена задача формирования оптических солитонов для импульсов пробного поля в рамановском (нелинейном) режиме работы Λ -схемы взаимодействия, реализованной в оптически-плотной среде трехуровневых атомов с учетом эффектов локального поля. Предложена модель кварцевого волновода, допированного атомами ^{87}Rb и определены физические условия для возможностей практического наблюдения оптических солитонов в нем. Последовательный учет локального поля в такой задаче позволяет не только расширить картину ВКР, но и определяет новые перспективы использования этого широко известного эффекта нелинейной оптики для управления устойчивостью изученных солитонных режимов. В частности, в представленном случае требуемая мощность накачки составляет 210 мВт (для точки М на рис.2.6) и характерная длина среды – несколько миллиметров, что является принципиальным, если речь идет о создании компактных (солитонных) устройств обработки оптической информации, ср. с [109, 111]. В этом случае допированный волновод может быть создан как отдельный элемент, либо, в силу малости характерных размеров, – как часть общей интегральной оптической структуры, используя уже известные на настоящее время технологии – ср. с [112].

§ 2.5. Выводы к главе 2

1. Развита теория нелинейного рассеяния импульсов света в плотной среде трехуровневых атомов с непрерывной накачкой при учете эффектов

локального поля и предложен способ приближенного решения самосогласованной задачи атомы+поле, позволяющий ее сведение к форме уравнения Гинзбурга-Ландау с учетом нелинейных и диссипативных эффектов до пятого порядка включительно.

2. На основе вариационных методов, а также прямого численного моделирования сформулированы физические требования к параметрам среды и поля и определены области их значений, при которых в модели плотной среды допированного волновода возможно эффективное формирование стационарных солитонов пробного поля, управляемых через внешнюю волну оптической накачки.
3. Выявлено, что пренебрежение учетом локального отклика в модели плотной среды допированного волновода приводит к существенным трансформациям (исчезновению) предсказанной области стабильности солитонов.

ГЛАВА 3

Формирование и оптическое управление пространственными локализованными структурами в газонаполненных полых оптических волокнах

§ 3.1. Основные приближения для рамановского предела Λ -схемы взаимодействия в плотной среде в различных пределах атомно-оптического взаимодействия

В рассматриваемой задаче предполагается, что пробный световой пучок E_p заданной формы с центральной частотой ω_p распространяется вдоль оси z полого оптического волокна, наполненного газом холодных атомов ^{87}Rb при температуре T вблизи критической температуры [113] фазового перехода

$$T_{cr} = \frac{\hbar\omega_0}{k_B} \left(\frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3} \quad (\hbar - \text{постоянная Планка, } k_B - \text{постоянная Больцмана, } N - \text{общее}$$

число частиц, ω_0 – частота удерживающего поля магнитной ловушки, $\zeta(3)$ – дзета-функция Римана), – в противоположном направлении с непрерывным излучением оптической накачки E_c (рис.3.1а). В рамановском пределе частота отстройки пробного поля Δ_b существенно превосходит скорость релаксации Γ_{ab} (Γ_{ac}) из

возбужденного состояния $|\Delta_c| > d_0 \cdot \Gamma_{ac}$ – см. рис.3.1б. Применительно к

рассматриваемой задаче, параметр оптической толщины среды d_0 может быть определен через характерный линейный размер a_0 формируемых в плоскости

(x, y) топологических структур в виде $d_0 = \frac{g^2 N a_0}{c \Gamma_{ac}}$ (сравните с [101]). Здесь

$$g = \mu_{ba} \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar\epsilon_0 V}} \quad - \text{ атомно-оптическая константа связи, } \epsilon = A_p \left(\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V} \right)^{-1/2}, \quad A_p -$$

медленно меняющаяся амплитуда пробного поля, V – объем квантования, $N = \rho \cdot V$ – количество атомов в области взаимодействия, c – скорость света в

вакууме, ε_0 – электрическая постоянная. Частота разделения уровней $|c\rangle$ и $|b\rangle$ имеет значение $\delta = 6.834$ ГГц, дипольный матричный элемент перехода $|b\rangle \rightarrow |a\rangle$ составляет $\mu_{ba} = 3.58 \cdot 10^{-29}$ Кл·м.

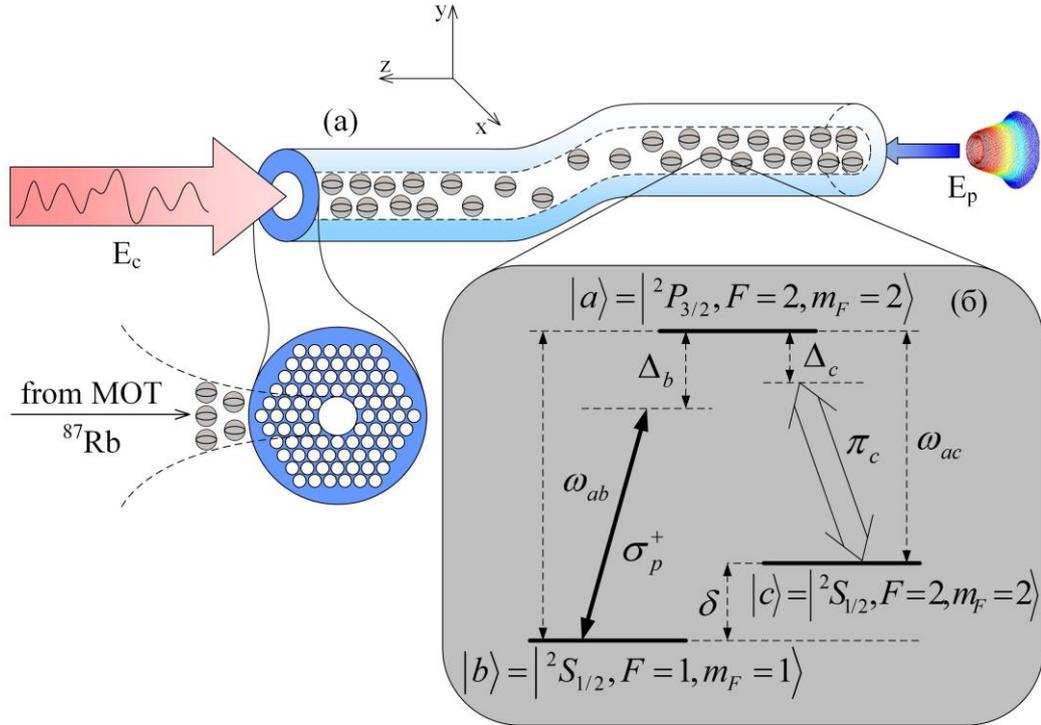


Рисунок 3.1. (а) модель полого газонаполненного оптического волокна (б) Λ -схема атомно-оптического взаимодействия для атомов ^{87}Rb , частота разделения уровней $|c\rangle$ и $|b\rangle$ составляет $\delta = 6.834$ ГГц, дипольный матричный элемент перехода $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ на длине волны $\lambda = 780.241$ нм составляет $\mu_{ab} = 3.58 \cdot 10^{-29}$ Кл·м

Для анализа атомно-оптических свойств системы, представленной на рис.3.1, так же как и в случае временных солитонов, будем использовать систему уравнений для медленно меняющихся компонент матрицы плотности (2.1). В общем случае, уравнение распространения для пробного поля в резонансной среде с учетом дифракции имеет вид:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} - ic \frac{D}{2} \nabla_{\perp}^2 \right) \varepsilon = -igN\sigma_{ba}, \quad (3.1)$$

где $\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, N – количество атомов в области взаимодействия, $D = \frac{\lambda}{\pi}$ –

параметр дифракции в поперечном к оси z направлении.

Для решения самосогласованной системы уравнений (2.1)-(3.1) используются такие же приближения, как и в случае временных солитонов. Таким образом, система (2.1) примет окончательный (простой) вид идентичный (2.3). Соответственно, стационарное решение для элемента матрицы плотности σ_{ba} на пробном переходе аналогично решению (2.8), за исключением того, что в данном случае не рассматриваются временные эффекты пробного пучка, т.е. $\dot{\varepsilon} \approx 0$.

Далее необходимо рассмотреть вопрос применимости используемых в работе приближений для трехуровневой атомной среды в результате различных режимов ее взаимодействия с внешними оптическими полями. Особым требованием к такой задаче в нашем случае является наличие значительных поляризаций среды на смежных переходах $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ и $|a\rangle \rightarrow |c\rangle$ для возможностей нелинейного управления пробными вихревыми пучками через волну оптической накачки. При этом, ключевым моментом становится выбор нужного соотношения между частотой Раби поля накачки, частотой его отстройки от резонанса и скоростью релаксации возбужденного состояния атомной среды.

На рис.3.2 представлены, в частности, результаты независимого решения точной системы (2.1) и приближенной (2.3) для различных режимов атомно-оптического взаимодействия при условии быстрого включения пробного поля за характерное время $\tau_{sw} = 2 \cdot 10^{-10}$ с и при наличии постоянно действующего поля накачки. Параметры атомно-оптической системы были выбраны следующими: характерный размер оптического пучка $a_0 = 20 \text{ мкм}$, атомная концентрация $\rho = 1.01 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$, скорости релаксации $\Gamma_{ab} = \Gamma_{ac} = 10^9 \text{ с}^{-1}$, интенсивность пробного поля $I_p = 0.22 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2}$, накачки $I_c = 146.5 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2}$, частота отстройки пробного поля $\Delta_b = -5 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$. Соответствующие частоты Раби могут быть рассчитаны как

$\Omega = \frac{\mu_{ac} \cdot E_c}{\hbar}$ и $g\varepsilon = \frac{\mu_{ab} \cdot E_p}{\hbar}$ через напряженности полей $E_{c(p)} = \sqrt{\frac{I_{c(p)} \cdot 2}{c\varepsilon_0}}$ и составят величины $\Omega = 1.13 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ и $g\varepsilon = 4.4 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$, соответственно ($g = 1.3 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$ и

$N = 27.7 \cdot 10^8$). При данных значениях параметров реализуется условие $\Gamma_{ab} < \Omega$ для сильной атомно-оптической связи в системе.

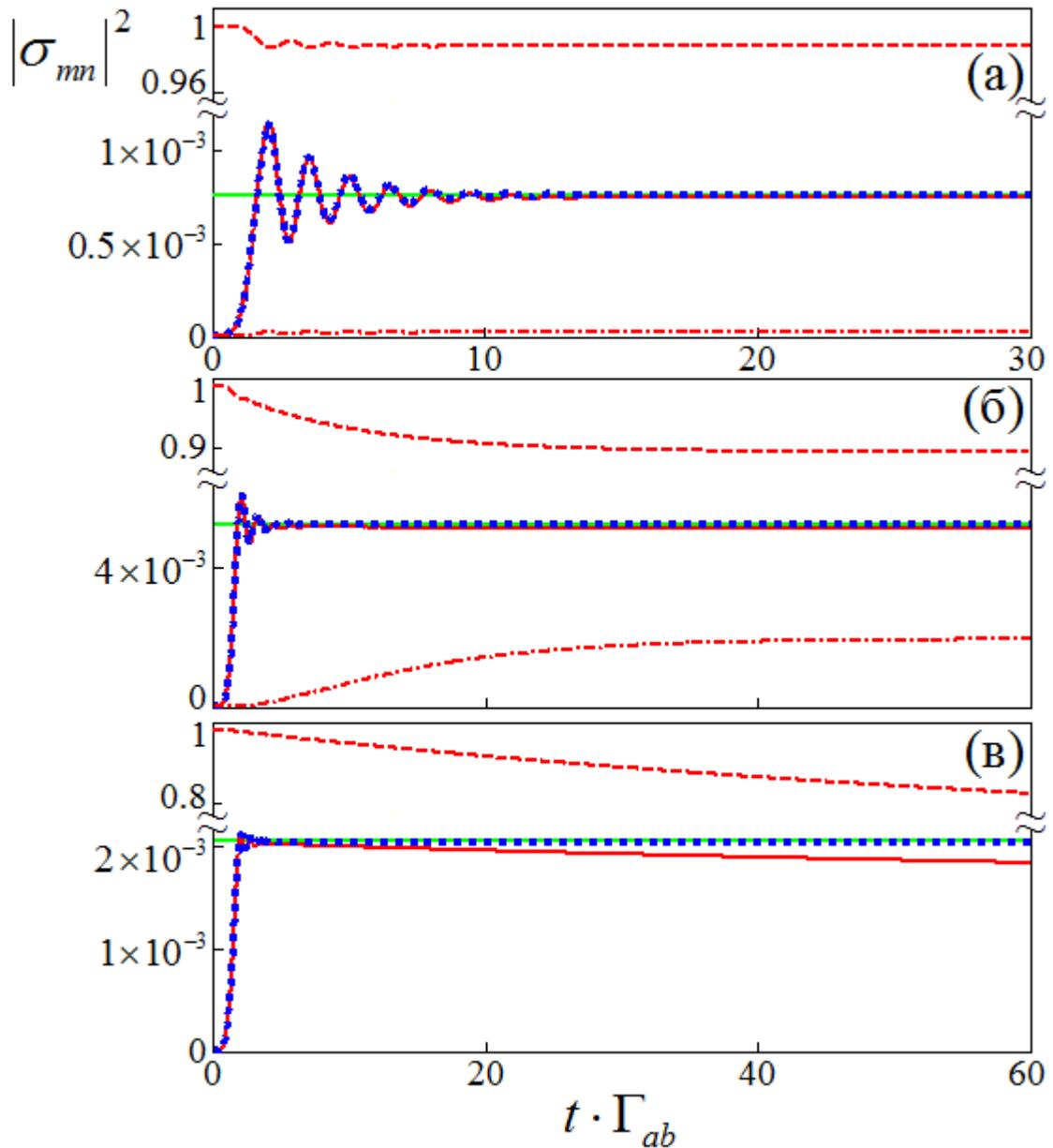


Рисунок 3.2. Зависимости значений элементов матрицы плотности системы от нормированного на время жизни возбужденного состояния Γ_{ab}^{-1} времени (а) для близ-резонансного (б) рамановского режима Λ -схемы взаимодействия в условиях сильной связи и (в) для близ-резонансного режима слабой связи. Тонкие сплошные линии для $|\sigma_{ba}|^2$, штриховые для $|\sigma_{bb}|^2$ и штрихпунктирные для $|\sigma_{cc}|^2$ соответствуют решению системы (2.1), толстые пунктирные линии для $|\sigma_{ba}|^2$ соответствуют решению системы (2.3). Толстая сплошная линия соответствует $|\sigma_{ba}|^2$, рассчитанному для приближенного стационарного решения (2.8) с учётом $\dot{\varepsilon} \approx 0$

В условиях близрезонансного взаимодействия, когда $\frac{\Delta_c}{d_0\Gamma_{ab}} \approx 0.1$ при значении $d_0 = 0.308$ и выборе частоты отстройки от резонанса $\Delta_c = 3 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$, нелинейная связь между накачивающим и пробным полями в системе, фактически, отсутствует – см. рис.3.2а. Это связано с тем, что в процессе взаимодействия основное состояние b практически не расселяется ($\sigma_{bb} \approx 1$) и, в отсутствие атомов на уровнях a и c системы, возникающая поляризация на переходе $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ мала при фактически полном ее отсутствии на переходе $|a\rangle \rightarrow |c\rangle$ – на рис.3.2а. При этом, решения систем (2.1) и (2.3) для матричного элемента σ_{ba} с достаточной точностью аппроксимируют друг друга как доказательство справедливости используемых при выводе укороченной системы (2.3) приближений. Представленный на рис.3.2а режим характерен для наблюдения в резонансной трехуровневой атомной среде линейного эффекта ЭМИП [8], либо его нелинейного аналога [84] при значительном увеличении интенсивности поля накачки.

Совершенно иная, связанная с нелинейным взаимодействием используемых полей динамика системы будет наблюдаться при выборе рамановского режима взаимодействия, когда $\Delta_c > \Omega > d_0\Gamma_{ab}$. Этот режим также давно известен [114] и достаточно хорошо изучен, но не получил столь сильного “научного резонанса” в связи с перспективами его практического использования в современных оптических технологиях, как это случилось с ЭМИП. Данный режим характеризуется набором кривых для матричных элементов на рис.3.2б, выполненный для тех же параметров, что и рис.3.2а, но при выборе большей частоты отстройки поля накачки от резонанса $\Delta_c = 3 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ и условия $\frac{\Delta_c}{d_0\Gamma_{ac}} \approx 100$.

В этом случае атомный уровень b эффективно расселяется, – в основном на уровень c . Это предопределяет возникновение значительной поляризации на переходе $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$, – сравните масштаб значений для σ_{ba} с рис.3.2а и 3.2б (то же самое справедливо и для перехода $|a\rangle \rightarrow |c\rangle$) – и приводит к установлению

нелинейного энергообмена между модами пробного и накачивающего полей. Данного режима, в основном, мы и будем придерживаться далее.

Случай $\Gamma_{ab} > \Omega$ слабой связи в атомно-оптической системе для обоих режимов с рис.3.2а и 3.2б ведет к значительным расхождениям решений для систем (2.1) и (2.3) – см. рис.3.2в при $\Delta_c = 3 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$, $\Omega = 1.13 \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$. В частности, это связано с нарушением условия $\Omega \gg \sigma_{ca} \chi_{ca}$ и необходимостью учета эффектов локального поля на переходе $|a\rangle \rightarrow |c\rangle$. Данное обстоятельство существенно усложняет задачу и требует проведения прямого численного моделирования самосогласованной задачи (3.1) и (2.3) [110], а анализ возможностей получения оптических, в том числе – пространственных солитонов сильно затруднен в условиях значительных трансформаций всех матричных элементов системы.

На рис.3.2а решение (2.8) представлено толстой сплошной линией, которая с большой степенью точности совпадает с решениями систем (2.1) и (2.3) как явное доказательство правильности полученного выражения (2.8). Отметим, что при решении системы (2.3) в пределе ЭМИП, когда можно полагать $\sigma_{ac} = 0$, выражение для σ_{bc} будет содержать только первое слагаемое в правой части (2.6) (ср. с [8]). В свою очередь, выражение (2.7) принимает вид

$$\sigma_{ba} = \frac{\Delta_3 \sigma_{bc}}{\Omega^*} = \frac{g \Delta_3}{A} \varepsilon \quad (3.2)$$

и определяет появление фазовой модуляции и поглощения (усиления) пробного импульса в атомной среде. Численный расчет показывает, что соответствующее данному линейному режиму решение (3.2) для σ_{ba} с достаточной точностью совпадает с решениями систем (2.1) и (2.3) в условиях рис.3.2а, характеризуя справедливость теории и для предельных случаев также.

Для дальнейшего анализа мы остановимся на ситуации с рис.3.2б и перейдем к изучению пространственной динамики (в плоскости, перпендикулярной направлению распространения) оптических пучков в среде наполненного резонансными атомами полого оптического волокна как на рис.3.1 и рассмотрим

возможности получения специального вида устойчивых образований – вихревых солитонов [115] пробного поля.

§ 3.2. Анализ самосогласованной задачи нелинейного рассеяния света в трехуровневой среде

В рамановском пределе для Λ -схемы взаимодействия (рис.3.1б) после подстановки выражения (2.8) в уравнение распространения (3.1), самосогласованная задача пространственной динамики (3.1)-(2.3) сводится к хорошо известной форме уравнения Гинзбурга-Ландау (см. в [115]):

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \right) \varepsilon - i \frac{D}{2} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2} \right) - i \gamma_2 |\varepsilon|^2 \varepsilon + i \gamma_4 |\varepsilon|^4 \varepsilon = \\ = -\alpha_1 \varepsilon - \alpha_2 |\varepsilon|^2 \varepsilon - \alpha_4 |\varepsilon|^4 \varepsilon, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где соответствующие коэффициенты имеют вид:

$$\gamma_2 = \text{Im} \left\{ -\frac{g^4 N}{A \Gamma_2^* c} \left(1 + i \Delta_3 \left\{ \frac{\Gamma_1}{A} + \frac{i \chi}{A^*} + i \frac{\chi |\Omega|^2}{A^2} \right\} \right) \right\} - \text{коэффициент кубической}$$

нелинейности;

$$\begin{aligned} \gamma_4 = \text{Im} \left\{ \frac{i g^6 N}{c} \left(\frac{1}{(A \Gamma_2^*)^2} \left[i \left(1 - \frac{\chi \Delta_3}{A^*} \right) \left(\Gamma_1 + i \frac{\chi |\Omega|^2}{A} \right) - \frac{\Delta_3}{A} \left(\Gamma_1^2 - 2 \frac{\chi^2 |\Omega|^4}{A^2} + 3i \frac{\chi \Gamma_1 |\Omega|^2}{A} \right) \right] - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{i \chi}{|A|^2 |\Gamma_2|^2} \left(i + \frac{\Delta_3}{A^*} \left\{ \Gamma_1^* - i \frac{\chi |\Omega|^2}{A^*} \right\} - i \frac{\chi \Delta_3}{A} \right) \right) \right\} - \text{коэффициент нелинейности пятого}$$

порядка;

$$\alpha_1 = \text{Im} \left\{ \frac{g^2 N \Delta_3}{A c} \right\} - \text{коэффициент линейных потерь};$$

$$\alpha_2 = \text{Re} \left\{ \frac{g^4 N}{A \Gamma_2^* c} \left(1 + i \Delta_3 \left\{ \frac{\Gamma_1}{A} + \frac{i \chi}{A^*} + i \frac{\chi |\Omega|^2}{A^2} \right\} \right) \right\} - \text{коэффициент кубических нелинейных}$$

потерь;

$$\alpha_4 = \text{Re} \left\{ \frac{ig^6 N}{c} \left(\frac{1}{(A\Gamma_2^*)^2} \left[i \left(1 - \frac{\chi\Delta_3}{A^*} \right) \left(\Gamma_1 + i \frac{\chi|\Omega|^2}{A} \right) - \frac{\Delta_3}{A} \left(\Gamma_1^2 - 2 \frac{\chi^2|\Omega|^4}{A^2} + 3i \frac{\chi\Gamma_1|\Omega|^2}{A} \right) \right] - \frac{i\chi}{|A|^2|\Gamma_2|^2} \left(i + \frac{\Delta_3}{A^*} \left\{ \Gamma_1^* - i \frac{\chi|\Omega|^2}{A^*} \right\} - i \frac{\chi\Delta_3}{A} \right) \right) \right\} - \text{коэффициент нелинейных потерь}$$

пятого порядка.

Очевидно, что полученное уравнение (3.3) представляет результат сложного нелинейного взаимодействия между пробным полем и полем накачки, возникающего исключительно благодаря наличию существенных поляризации на оптических переходах в рамановском пределе работы Λ -схемы [101]. Используемый в задаче учет локального отклика хоть и не вносит в уравнение (3.3) новых слагаемых, но уточняет картину нелинейных взаимодействий соответствующими поправками (слагаемые с χ) на случай оптически-плотной среды. Отметим, что в другом пределе работы Λ -схемы при околорезонансных условиях $\Delta_b \ll \Gamma_{ab}$ уравнение (3.3) существенно упрощается потерей всех нелинейных членов, а учет локального отклика в такой задаче не существен, поскольку может приводить лишь к появлению дополнительной фазовой модуляции в пробном поле [103].

Для анализа (3.3) перейдем в бегущую систему координат $T = t - z/v_g$ и, сделав замену переменных $u = \frac{\varepsilon}{\sqrt{|\varepsilon_{in}|^2}}$, $\xi = \frac{z}{L_{df}}$, $X = \frac{x}{a_0}$, $Y = \frac{y}{a_0}$, выделим

следующие основные характерные длины: нелинейностей третьего $L_{\gamma_2} = \frac{1}{\gamma_2|\varepsilon_{in}|^2}$ и

пятого $L_{\gamma_4} = \frac{1}{\gamma_4|\varepsilon_{in}|^4}$ порядков, линейных потерь $L_{\alpha_l} = \frac{1}{\alpha_l}$, нелинейных потерь

третьего $L_{\alpha_2} = \frac{1}{\alpha_2|\varepsilon_{in}|^2}$ и пятого $L_{\alpha_4} = \frac{1}{\alpha_4|\varepsilon_{in}|^4}$ порядков, дифракции $L_{df} = \frac{a_0^2}{D}$, где

ε_{in} – начальная приведенная амплитуда пучка. После домножения обеих частей уравнения (3.3) на L_{df} окончательно получим:

$$i \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + |U|^2 U - \nu |U|^4 U = Q, \quad (3.4)$$

где $Q = i \left[-\delta U - \phi |U|^2 U - \mu |U|^4 U \right]$ – диссипативная часть, $U = uN$, $N^2 = \frac{L_{df}}{L_{\gamma 2}}$ и

введены основные характерные параметры задачи $\delta = \frac{L_{df}}{L_{\alpha 1}}$, $\phi = \frac{L_{\gamma 2}}{L_{\alpha 2}}$, $\mu = \frac{L_{\gamma 2}^2}{L_{\alpha 4} L_{df}}$,

$\nu = \frac{L_{\gamma 2}^2}{L_{\gamma 4} L_{df}}$. Поскольку при используемых далее в задаче параметрах

взаимодействия справедливо $L_{df} \ll L_{\beta 2}$, дисперсионное слагаемое в уравнении (3.4) исключено и далее речь идет только о пространственных эффектах.

Для формирования оптического солитона на минимальной длине параметры взаимодействия должны быть подобраны таким образом, чтобы характерные нелинейно-дисперсионные длины системы приблизительно соответствовали либо были кратны друг другу [116]. Этого можно добиться вблизи области сильных трансформаций нелинейных коэффициентов необходимым изменением величины частоты отстройки поля накачки Δ_c – на рис.3.3. В частности, для точки Δ_c^A дифракционная длина составит всего $L_{df} = 1.61 \text{ мм}$ и в условиях положительной нелинейности $\gamma_2 > 0$ может происходить фокусировка и формирование устойчивого пространственного солитона. Однако, следуя концепции диссипативных солитонов, для поддержания энергии светлых солитонов на неизменном уровне по мере их распространения в среде дополнительно требуется чередование эффектов поглощения/усиления в различных областях огибающей пробного импульса, в частности – при выполнении неравенств: $\delta > 0$, $\phi < 0$, $\mu > 0$ [22]. На рис.3.4 представлены зависимости характерных диссипативных параметров от интенсивности поля накачки I_c при фиксированном значении отстройки Δ_c^A с рис.3.3 вблизи порога усиления. В условиях разнопланового характера изменения диссипативных коэффициентов при увеличении интенсивности накачки может быть подобрано такое значение I_c при

фиксированном Δ_c^A (или наоборот) чтобы удовлетворить дополнительному условию динамического равновесия диссипативных процессов, – как основа для формирования диссипативных солитонов, управляемых через волну оптической накачки.

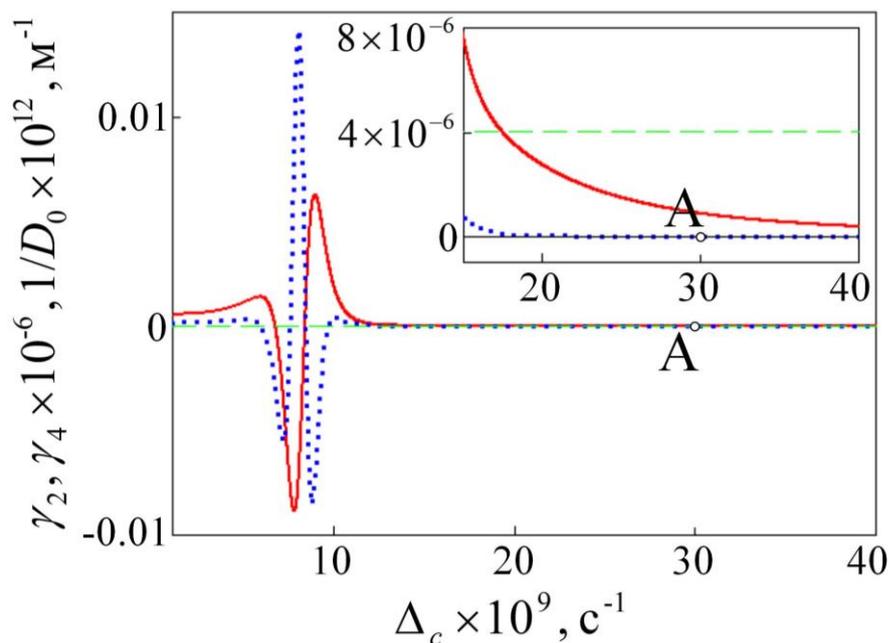


Рисунок 3.3. Частотная зависимость коэффициентов нелинейности третьего γ_2 (сплошная линия) и пятого γ_4 порядков (пунктирная линия) и обратной дифракции $1/D_0$ (штриховая линия). На вставке – увеличенный фрагмент области вблизи точки А. Параметры взаимодействия соответствуют рис.3.2б

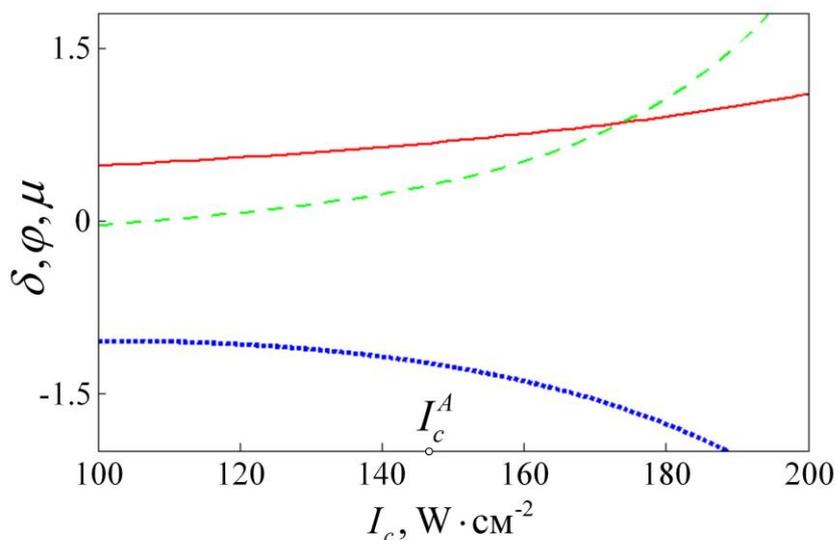


Рисунок 3.4. Зависимости коэффициентов диссипативной части безразмерного уравнения Гинзбурга-Ландау δ (сплошная), ϕ (пунктирная) и μ (штриховая) от интенсивности поля накачки. Параметры взаимодействия как для точки А с рис.3.3

Используя вариационные методы для анализа уравнения (3.4) определим области значений параметров, при которых в нашей задаче могут возникать устойчивые пространственные солитоны. При этом особый интерес вызывает важный класс диссипативных пространственных вихревых солитонов вида [115]:

$$U = A_0 A \left(\frac{r}{R_0 R} \right)^S \exp \left[-\frac{r^2}{2(R_0 R)^2} + i \left(C \frac{r^2}{R_0^2} + S\theta + \Psi \right) \right], \quad (3.5)$$

где $r = \sqrt{X^2 + Y^2}$, θ – угол в сферических координатах; A , R , C , Ψ – амплитуда, пространственная ширина, кривизна волнового фронта и фаза импульса соответственно. Параметр S определяет топологический заряд вихревого солитона. В частном случае $S=1$ нормировочные коэффициенты A_0 и R_0 могут быть выражены из условия нормировки полной мощности

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty |U(r, \theta)|^2 r dr d\theta = (\pi S! A_0^2 R_0^2) \cdot A^2 R^2 \text{ и в простейшем случае } P = A^2 R^2 \text{ связаны}$$

соотношением $A_0 = \frac{1}{R_0 \sqrt{\pi}}$; далее полагаем $R_0 = 1$ (мы выбрали несколько иную нормировку, чем в [115]).

На практике, эффекты диффузионного расплывания в атомных ансамблях, как правило, приводят к заполнению светом центрального провала по интенсивности оптического вихря (3.5) даже при наличии долговременного сохранения внешнего профиля в виде светлого солитона при его распространении в таких средах [117]. Для самоподдержания особого вида вулканообразной формы вихревых солитонов (3.5) помимо баланса нелинейно-дисперсионных и диссипативных эффектов [22] в системе требуются, как правило, дополнительное присутствие оптической диффузии [42], либо сложного вида модуляции показателя преломления [54], либо коэффициента поглощения [115]. В последнем случае статичный параметр линейного поглощения может быть заменен новым пространственно-зависящим эффективным параметром $\delta_{\text{eff}} = \delta - Vr^2$, что соответствует модуляции коэффициента поглощения в поперечном профиле среды; этот случай мы и рассматриваем далее, полагая везде $V = -0.03$.

Подробный анализ устойчивости вихревых солитонов при линейзации управляющего уравнения более общего по сравнению с (3.3) вида (которое может быть получено при решении самосогласованной задачи серией последовательных приближений и без разложений (2.6), (2.8)) и при учете оптической диффузии приведен в работе [6].

Используя уравнение Эйлера-Лагранжа

$$\frac{d}{d\xi} \left(\frac{\partial \overline{L}_c}{\partial \eta'} \right) - \frac{\partial \overline{L}_c}{\partial \eta} = 2 \operatorname{Re} \left[\int_0^\infty \int_0^{2\pi} Qr \frac{\partial U^*}{\partial \eta} dr d\theta \right], \quad \text{где} \quad \overline{L}_c = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} L_c dr d\theta$$

- усредненный консервативный лагранжиан уравнения (3.4), а $\eta = \{A(\xi), R(\xi), C(\xi), \Psi(\xi)\}$ – набор варьируемых параметров функций пространственной координаты ξ подстановки (3.5), для осесимметричного вихревого солитона получим:

$$\frac{dA}{d\xi} = -\frac{5\phi A^3}{16\pi} - \frac{8\mu A^5}{81\pi^2} + A(-\delta - C + VR^2), \quad (3.6a)$$

$$\frac{dR}{d\xi} = \frac{\phi A^2 R}{16\pi} + \frac{2\mu A^4 R}{81\pi^2} + CR + VR^3, \quad (3.6b)$$

$$\frac{dC}{d\xi} = -C^2 + \frac{1}{8R^4} - \frac{A^2}{16\pi R^2} + \frac{2\nu A^4}{81\pi^2 R^2}, \quad (3.6в)$$

$$\frac{d\Psi}{d\xi} = \frac{3A^2}{8\pi} - \frac{10\nu A^4}{81\pi^2} - \frac{1}{2R^2}. \quad (3.6г)$$

В приближении малой частотной модуляции ($C^2 \cong 0$), аналогично [115], справедлива следующая система уравнений, упрощающая поиск стационарных точек для (3.6):

$$C = \frac{A^2(-81\pi\phi - 32A^2\mu)}{1296\pi^2} - \frac{162\pi^2 V}{A^2(81\pi - 32A^2\nu)}, \quad (3.7a)$$

$$R^2 = \frac{162\pi^2}{A^2(81\pi - 32A^2\nu)}, \quad (3.7б)$$

$$-\frac{5\phi A^3}{16\pi} - \frac{8\mu A^5}{81\pi^2} + A(-\delta - C + VR^2) = 0. \quad (3.7в)$$

Система (3.7) имеет набор из 16 решений, только два из которых отвечают физическим ограничениям на энергию и ширину вихревого солитона ($A > 0, R > 0$

и $A, R \in \mathfrak{R}$), при этом лишь одно из них, обладающее большим значением A и отрицательной частотной модуляцией ($C < 0$), будет являться устойчивым [115].

На рис.3.5 приведена параметрическая плоскость, образованная следующими параметрами – плотностью резонансных атомов в системе ρ и интенсивностью поля накачки I_c . Ограниченная штрихпунктирной линией область стабильности осесимметричного вихревого солитона возникает для выбранного физического решения системы уравнений (3.7) [115]. Данная область определялась из анализа собственных значений матрицы Якоби системы уравнений (3.6), т.е. из условия $\text{Re}(\lambda_j) < 0$, где $j = 1, 2, 3$ [105] и соответствует точке устойчивого фокуса.

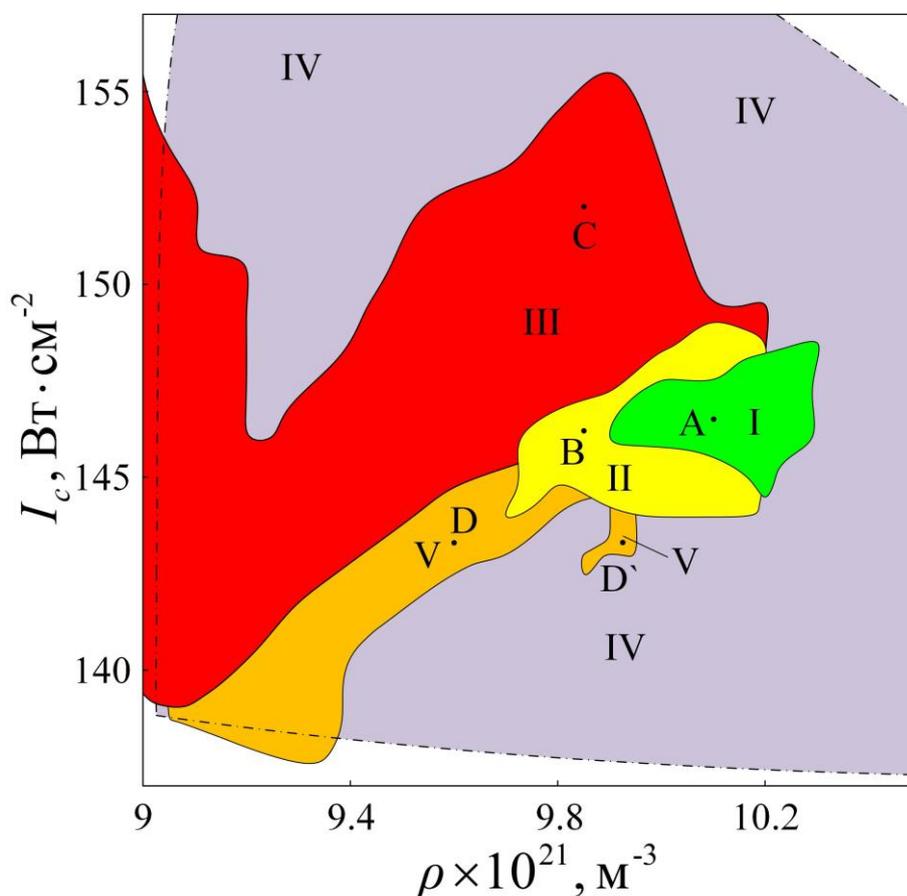


Рисунок 3.5. Параметрическая плоскость (интенсивность поля накачки I_c , плотность допирования ρ). Штрихпунктирной линией ограничена область стабильности осесимметричного вихревого солитона, полученная вариационным путем. Выделенные области получены прямым численным моделированием и соответствуют: I – осесимметричным вихревым солитонам, II – одногорбым вихревым солитонам, III – безвихревым солитонам, V – нестационарным локализованным структурам, IV – отсутствию стабильности. Параметры взаимодействия соответствуют рис.3.4

Прямое численное моделирование уравнения (3.4) с перебором параметров η для функции вида (3.5) и при учете начальных угловых возмущений для R и C [55] показывает, что набор полученных устойчивых решений упрощенной системы (3.7) оказывается весьма приближенным, а истинная область стабильности I на рис.3.5 имеет значительно меньшие размеры. Внутри полученной вариационным путем области устойчивости проявляется “тонкая” структура в виде отдельных зон стабильности для солитонов с модифицированными формами, а также область IV, где оптические вихри затухают.

В частности, в области II на рис.3.5 (параметры уравнения (3.4): $\nu=0.1653$, $\delta=0.6819$, $\phi=-1.1998$, $\mu=0.2432$ при $\rho=9.85 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$, $I_c=146.2 \text{ Вт/см}^2$, для точки B) осуществляется спонтанный переход осесимметричного вихря в одногорбый несимметричный устойчивый вихревой солитон, представленный на фрагменте B с рис.3.6. Бифуркации подобного типа описаны в [115]. Область III на рис.3.5 (параметры уравнения (3.4): $\nu=0.2519$, $\delta=0.7158$, $\phi=-1.2576$, $\mu=0.3169$ при $\rho=9.85 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$, $I_c=152 \text{ Вт/см}^2$, для точки C) характеризуется высокой чувствительностью системы к начальным возмущениям, в процессе развития которых вихревой солитон *спонтанно* теряет топологический заряд и переходит в новое устойчивое состояние с $S=0$, – см. фрагмент C на рис.3.6.

В области V учет угловых возмущений для (3.5) приводит к разрушению вихревых солитонов и появлению на их месте отдельных нестационарных локализованных структур, которые, однако, не затухают, а поддерживают постоянную эволюцию [118]. В точке D данной области параметры уравнения (3.4) принимают значения $\nu=0.1043$, $\delta=0.674$, $\phi=-1.14$, $\mu=0.1551$ при $\rho=9.6 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$ и $I_c=143.3 \text{ Вт/см}^2$ и происходит преобразование осесимметричного вихревого солитона во вращающуюся при распространении в газонаполненном волокне многогорбую структуру – на фрагменте D с рис.3.6. Также возможен частный ее случай двугорбого солитона [6] на фрагменте D' рис.3.6, возникающий при

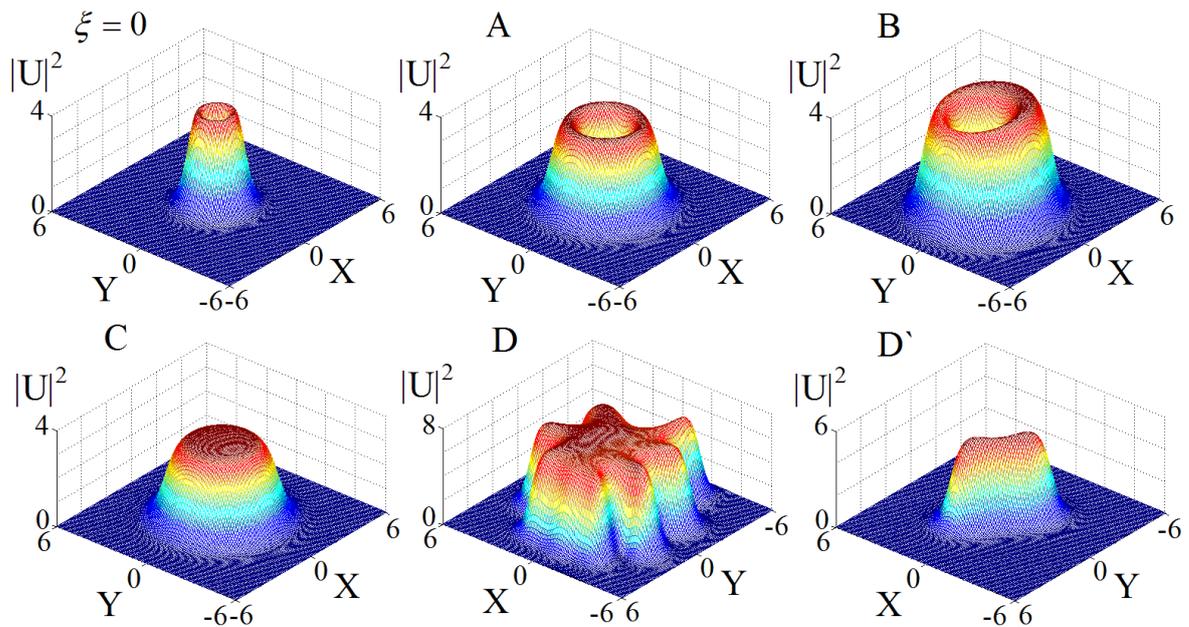


Рисунок 3.6. Полученные прямым численным моделированием (3.4) пространственные профили (в плоскости X, Y) оптических пучков на входе $\xi = 0$ и после прохождения расстояния $\xi = 100000$ в газонаполненном волокне при наличии угловых возмущений. Буква в левом верхнем углу каждого фрагмента соответствует точке на параметрической плоскости с рис.3.5, координаты которой использовались для расчета параметров уравнения (3.4)

значениях параметров $\nu = 0.1297$, $\delta = 0.6633$, $\phi = -1.1848$, $\mu = 0.228$ при выборе $\rho = 9.925 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$ и $I_c = 143.3 \text{ Вт/см}^2$. В области IV имеем потерю стабильности и полное затухание вихревых солитонов.

Отметим, что точка A (с тем же набором параметров как на рис.3.3) действительно попадает в область стабильности, рассчитанную на основе обоих – вариационного и численного – методов, что соответствует приведенному выше качественному анализу уравнения (3.4). При этом, для формирования вихревого солитона в представленной среде начальные пространственная ширина и линейная частотная модуляция светового импульса вида (3.5) должны составлять $r_R = 19 \text{ мкм}$ и $C_R = -3.7 \cdot 10^6 \text{ м}^{-2}$, соответственно (безразмерные параметры принимают значения $A = 5.75$, $R = 0.95$, $C = -0.0015$). Расчетные значения параметров уравнения (3.4) для точки A на рис.3.5 составят: $\nu = 0.1899$, $\delta = 0.675$, $\phi = -1.2375$, $\mu = 0.3075$. Выход на солитонный режим такой структуры осуществляется на характерной длине $L_{ST} = 4 \text{ см}$ период вращения волнового

фронта оптического вихря в установившемся режиме составляет $T_V = 1.45 \text{ см}$, – см. фрагмент А на рис.3.6.

На рис.3.7 представлена область стабильности вихревых солитонов на плоскости (I_c, V) при выборе $\rho = 1.015 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$. Полученный вариационными методами, регион стабильности простирается в обе – положительную и отрицательную области значений параметра V . Численное моделирование значительно сужает этот регион и демонстрирует, что устойчивые диссипативные оптические вихри могут существовать только при отрицательных значениях V , что согласуется с результатами [115].

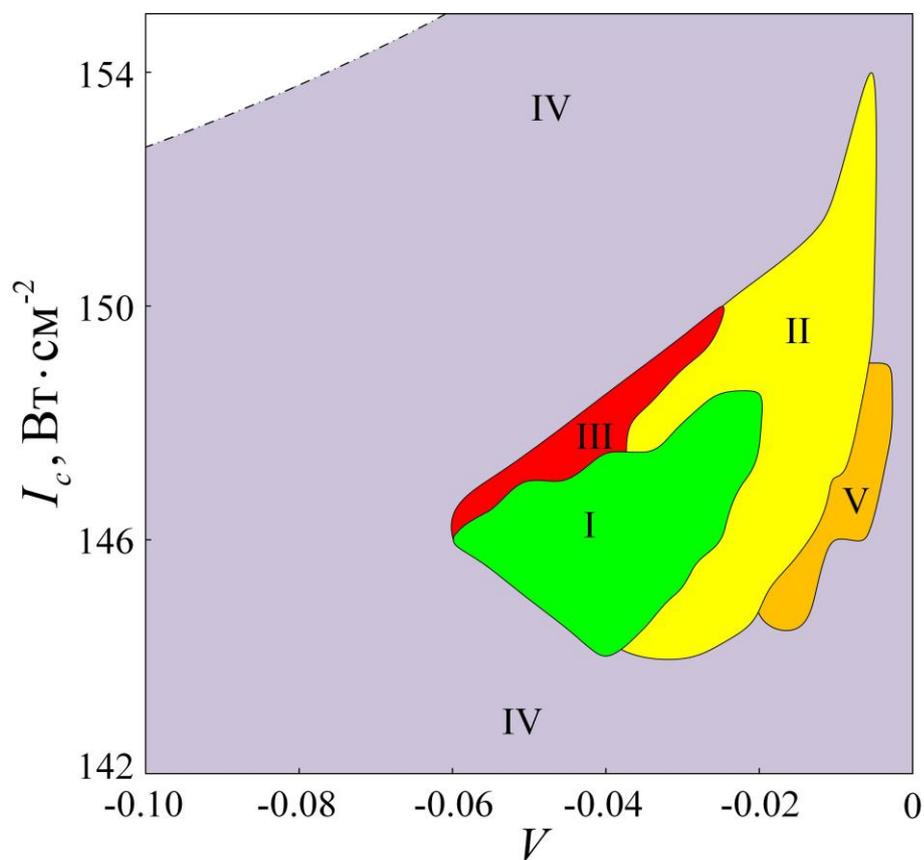


Рисунок 3.7. Параметрическая плоскость (интенсивность поля накачки I_c , параметр оптической модуляции V). Параметры взаимодействия и нумерация областей аналогична рис.3.5

Принципиальным моментом в рассматриваемой задаче оказывается учет эффектов локального поля. Действительно, в случае $\chi = 0$, т.е. без их учета, область стабильности не только трансформируется, но и полностью выходит за

пределы представленных на рис.3.4 параметрических плоскостей. При этом, все полученные решения для вихревых солитонов становятся неустойчивыми. Таким образом, стратегия возможного эксперимента должна кардинально меняться с учетом локального отклика среды.

Дальнейший анализ и получение других, отличных от найденной, областей стабильности вихревого солитона требует решения полной нелинейной системы (3.6), а также проведение расширенного численного многомерного эксперимента в пространстве параметров задачи.

§ 3.3. Стресс-тестирование газонаполненных волокон на сохранение стабильности оптических вихрей в условиях возмущения базовых параметров системы

Рассмотрим эволюцию оптического вихревого солитона (3.5) в условиях естественных флуктуаций или (и) дополнительной периодической модуляции параметров оптических полей и атомной среды газонаполненного волокна. Такие возмущения могут быть связаны с изменениями интенсивности поля накачки $I_c(\xi, X, Y) = I_c^{\text{det}} + \zeta_I(\xi, X, Y)$ и концентрации атомов $\rho(\xi, X, Y) = \rho^{\text{det}} + \zeta_\rho(\xi, X, Y)$, где I_c^{det} и ρ^{det} описывают неизменную часть, а $\zeta_I(\xi, X, Y)$ и $\zeta_\rho(\xi, X, Y)$ представлены трехмерными матрицами, флуктуаций или периодической пространственной модуляции для соответствующих функций. Случайные возмущения интенсивности $\zeta_I^{\text{rnd}}(\xi, X, Y)$ мы моделируем с помощью гауссовского белого шума. Флуктуации концентрации $\zeta_\rho^{\text{rnd}}(\xi, X, Y)$ в бозе-газе ниже критической температуры при переходе к размерным параметрам имеют пространственную корреляционную функцию вида

$$\langle \zeta_\rho^{\text{rnd}}(r_1) \zeta_\rho^{\text{rnd}}(r_2) \rangle = \rho_0 (\delta(r_1 - r_2) + v_n(r_1 - r_2)), \quad (3.8)$$

где $r_i = (z_i, x_i, y_i)$, $v_n(r_{\text{rnd}}) = \frac{m_a k_B T \rho_b}{\pi \rho_0 \hbar^2 r_{\text{rnd}}} + \frac{3m_0^2 k_B^2 T^2}{4\pi^2 \rho_0 \hbar^4 r_{\text{rnd}}^2}$. При проведении численных экспериментов мы выбрали три характерных пространственных масштаба: шаг

дискретизации задачи (машинный шаг) $\xi_{st} = 0.0011$, характерную длину изменения концентрации (физический шаг) $\xi_{rnd} = 0.0068$ (соответствует $r_{rnd} = 11 \text{ мкм}$) и $\xi_{var} = 0.07$ для характерного расстояния, на котором среднее значение шума обращается в ноль. Выбранный физический шаг оказывается настолько велик, что $v_n(r_{rnd})/\rho_0 \approx 0.4\%$, поэтому вторым слагаемым в правой части выражения (3.8) мы пренебрегаем и моделируем флуктуации концентрации также с помощью белого шума, используя пространственные сплайны (на рис.3.8а,б) для удобства счета в промежуточных точках.

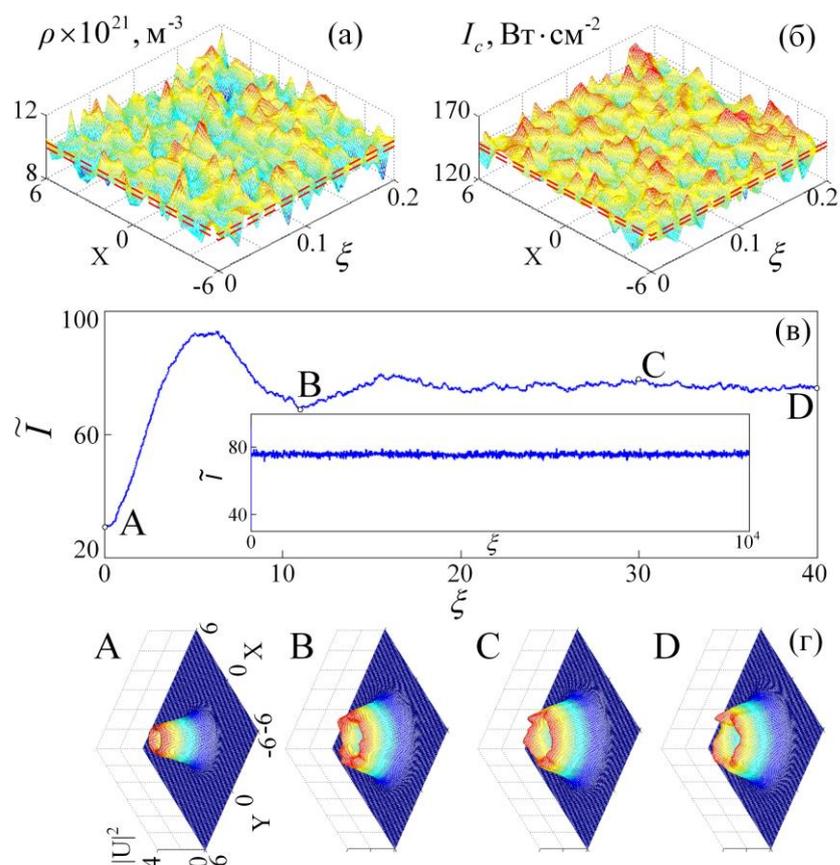


Рисунок 3.8. Модель статистической устойчивости осесимметричного вихревого солитона с учетом флуктуаций (а) атомной плотности ρ , (б) интенсивности накачки I_c в среде газонаполненного волокна. Диапазон значений флуктуирующих величин между штриховыми линиями соответствует области стабильности с рис.3.5. Временная динамика приведенного параметра мощности \tilde{I} солитона представлена на рис.(в), профили волнового пакета – на фрагментах с рис. (г). Буква в левом верхнем углу каждого фрагмента соответствует моменту времени с рис.(в)

Периодические возмущения интенсивности поля накачки $\zeta_I^{reg}(\xi)$ и атомной $\zeta_\rho^{reg}(\xi)$ концентрации с амплитудами $\zeta_{I_0}^{reg}$ и $\zeta_{\rho_0}^{reg}$ полагаем действующими только вдоль оси z : $\zeta_I^{reg}(\xi) = \zeta_{I_0}^{reg} \sin(\frac{2\pi}{L_I} \xi + \varphi_I)$ и $\zeta_\rho^{reg}(\xi) = \zeta_{\rho_0}^{reg} \sin(\frac{2\pi}{L_\rho} \xi + \varphi_\rho)$ с заданными пространственными периодами L_I , L_ρ и случайными начальными фазами $\varphi_{I(\rho)}$. Пульсации интенсивности поля накачки могут иметь два источника: искусственную модуляцию на выходе лазера накачки, либо возникающие осцилляции интенсивности в процессе истощения накачки и насыщения усиления [119]. Периодическая модуляция плотности может быть вызвана внешним механическим воздействием, влекущим возбуждение акустических волн в системе.

Особенность нашей задачи заключается в возможности изучения общей картины развития возмущений каждого из параметров УГЛ и их влияния на динамику солитона исходя из возмущений базовых параметров среды и управляющих полей. Количественно это может быть отражено значениями силы шума $D_n = z_{var}(\sigma_n)^2$ для коэффициентов УГЛ $n = \gamma_2, \gamma_4, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$ с их среднеквадратическими отклонениями, рассчитанными исходя из наличия в системе случайных возмущений $\varepsilon_I = \sigma_I / I_c^{det}$ и $\varepsilon_\rho = \sigma_\rho / \rho^{det}$, где σ_I и σ_ρ – среднеквадратические отклонения соответствующих величин; $z_{var} = \xi_{var} \cdot L_{df}$. Заложенная в нашем численном моделировании возможность суммарного воздействия шум+периодическая модуляция базовых параметров задачи довершает картину полноценного стресс-тестирования газонаполненного волокна в режиме распространения оптических пространственно-локализованных структур.

Для изучения влияния возмущений на динамику оптического вихря была проведена серия численных экспериментов при различных значениях σ_I и σ_ρ и управляющих параметров I_c^{det} и ρ^{det} . Косвенным критерием стабильности системы мы полагаем статистическую устойчивость для представленного на рис.(3.8-3.10)в

приведенного параметра мощности $\tilde{I} = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty |U(r, \theta)|^2 r dr d\theta$, в условиях возмущений $\zeta_I(\xi, X, Y)$ и $\zeta_\rho(\xi, X, Y)$, а затем восстанавливаем и численно анализируем форму солитона в требуемой точке на оси ξ .

Продольные возмущения приводят в действие инертные свойства солитона: наличие шума, при котором фазовые траектории $\rho(\xi, X, Y), I_c(\xi, X, Y)$ не покидают пределов области стабильности I на рис.3.5 не влечет драматических последствий. При выходе за пределы области стабильности динамика оптического вихря определяется эффектами запаздывания изменения его формы по отношению к инициированным шумом быстрым изменениям параметров УГЛ. На рис.3.8 приведен случай максимально-допустимых параметров шума $\varepsilon_I^{cr} = 5.1\%$ и $\varepsilon_\rho^{cr} = 7.4\%$ ($I_c^{det} = 146.5 \text{ Вт/см}^2$ и $\rho^{det} = 10.1 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$ соответствуют точке А с рис.3.5) для вихревого солитона, сохраняющего свою форму на значительных расстояниях $z = 16.1 \text{ м}$ при $\xi = 10000$ (см. вставку к рис.3.8в) при значениях силы шума $D_\mu = 3.2 \cdot 10^{-3}$, $D_\nu = 1.1 \cdot 10^{-3}$, $D_\delta = 1.66 \cdot 10^{-4}$, $D_\phi = 1.1 \cdot 10^{-3}$. Наличие поперечных, – в плоскости xOy , возмущений ведет к шумовому искажению профиля волнового пакета – фрагменты на рис.3.8в, но практически не сказывается на его устойчивости.

Наличие постоянно действующего шума для параметров УГЛ (3.4) при выборе точки $I_c^{det} = 146 \text{ Вт/см}^2$ и $\rho^{det} = 9.77 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$ из переходной области II с рис.3.5 способно инициировать понижение топологии оптической структуры и скачкообразный при $\xi \approx 1000$ переход вихревого солитона в “дышащее” состояние с постоянными взаимопревращениями между фундаментальным солитоном и осциллирующей многоугольной структурой, – на рис.3.9. Подобная эволюция является результатом блужданий оптической структуры между областями III и V – с рис.3.5 при значениях силы шума $D_\mu = 1.8 \cdot 10^{-3}$, $D_\nu = 7.23 \cdot 10^{-4}$, $D_\delta = 1.2 \cdot 10^{-4}$, $D_\phi = 7.4 \cdot 10^{-4}$, соответствующих возмущениям $\varepsilon_I = 1.92\%$ и $\varepsilon_\rho = 2.87\%$ при выборе $\xi_{md} = 0.05$. При переходе солитона в безвихревое состояние наблюдается

формирование серповидных оптических структур – на фрагменте В с рис.3.9в. В процессе дальнейшего увеличения σ_I и σ_ρ происходит переход в неустойчивое состояние и затухание солитона, что связано с непропорциональным ростом интенсивностей шума для различных коэффициентов УГЛ. В рассматриваемой модели более скорым ростом уровня шума обладает ответственный за нелинейное поглощение пятого порядка коэффициент μ , переводящий солитон в область IV на рис.3.5 и разрушающий его там.

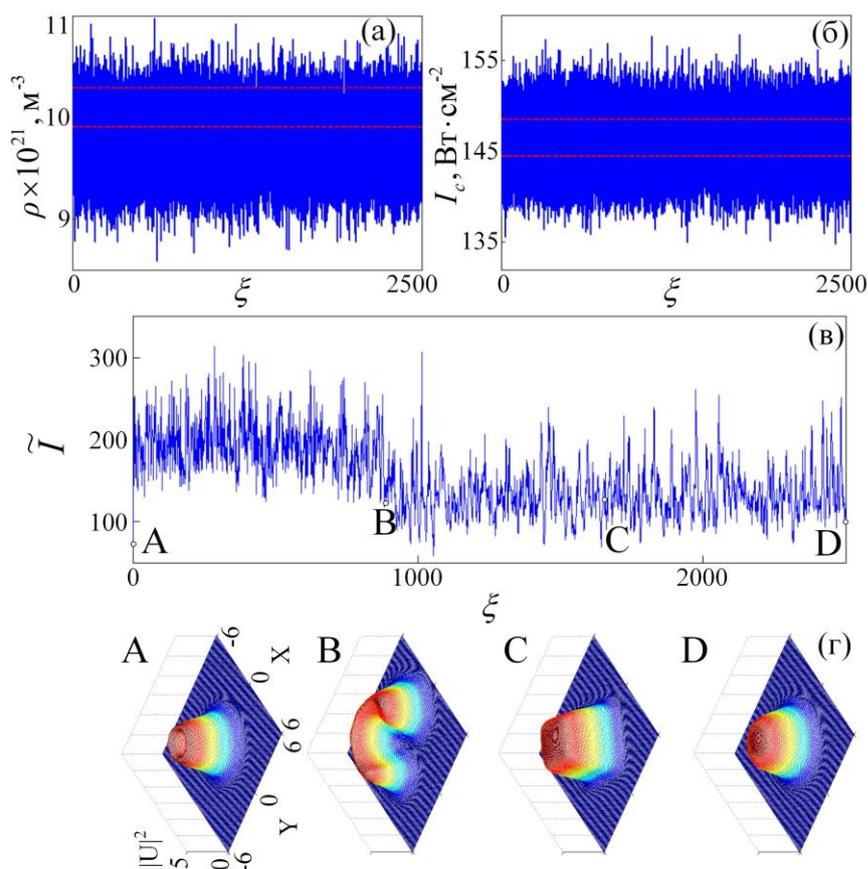


Рисунок 3.9. Модель “дышащего” состояния в результате миграции солитонного решения между областями III и V с рис.3.5 при наличии флуктуаций (а) атомной плотности ρ и (б) интенсивности накачки I_c . На рис.(в) представлена временная динамика параметра \tilde{I} ; соответствующие различным моментам времени профили пробного волнового пакета – на рис.(г)

Разрушающее действие оказывает также слабая периодическая модуляция управляющих параметров в присутствии шума малой интенсивности на рис.3.10, которые совокупно приводят к быстрым нарушениям динамического равновесия в

системе и затуханию солитона на масштабах порядка $\xi = 8$. Параметры моделирования соответствуют $\zeta_{I_0}^{reg} = 7.5 \text{ Вт/см}^2$, $\varphi_I = -2.51$ и $\zeta_{\rho_0}^{reg} = 0.75 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$, $\varphi_\rho = 2.76$, $L_I = 6$, $L_\rho = 2$ при выборе неизменных значений I_c^{det} и ρ^{det} как для точки А с рис.3.5. Характерный масштаб пульсаций концентрации на рис.3.10 составляет 3.2 мм, что с учетом выражения для скорости звука в бозе-газе $c_{sn} = \frac{\hbar}{m_0} \sqrt{4\pi a_a \rho}$ [120] соответствует звуковой волне с частотой 1 Гц при ее скорости 3.2 мм/с; m_0 – масса одиночного атома, a_a – амплитуда рассеяния (атомный размер).

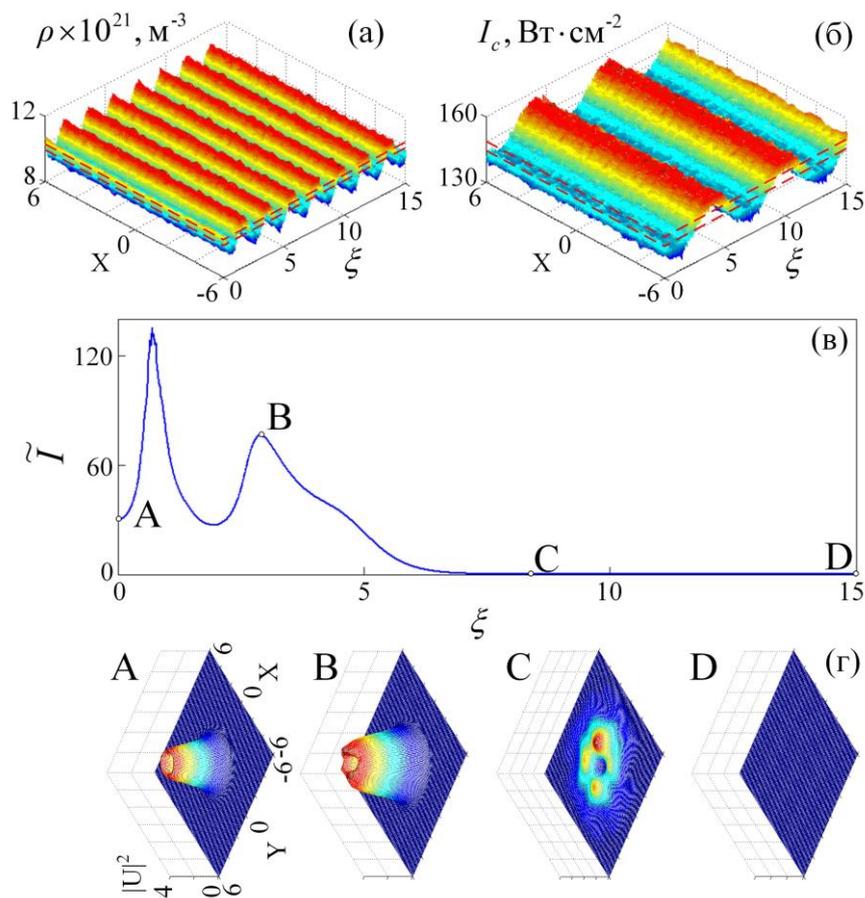


Рисунок 3.10. Модель потери стабильности в результате (а,б) периодической модуляции управляющих параметров и шума малой интенсивности. На рис.(в) представлена временная динамика параметра \tilde{I} ; соответствующие различным моментам времени профили пробного волнового пакета – на рис.(г)

В процессе затухания вихревого солитона в системе происходит быстрое развитие угловых возмущений, приводящих к возникновению двух и многогорбых неустойчивых локализованных структур. Такое поведение связано с более крупным пространственным масштабом моделируемых пульсирующих возмущений, которые вынуждают оптический вихрь длительное время пребывать в условиях с нарушением динамического равновесия.

На рис.3.8-3.10 мы также учитываем возникающие в поперечном сечении флуктуации параметра дифракции с пространственным масштабом в пределах длины волны излучения. Данная необходимость связана с тем, что присутствующие флуктуации плотности газа эффективно модулируют показатель преломления среды и создают случайные фазовые задержки, которые с учетом конечной ширины линии излучения заставляют параметр длины волны в плоскости xOy . Однако, выполненное моделирование демонстрирует статистически-устойчивую картину с наличием локальных возмущений формы солитона даже при 2% отклонениях в значении λ . Это аналогично начальным угловым возмущениям оптического вихря, полностью сглаживающимся при удалении шума.

Проведенные исследования позволяют сформулировать несколько выводов, полезных в случае практического создания оптических информационных каналов с вихревыми солитонами на основе газонаполненных полых волокон. Исходя из параметров газонаполненного волокна и требуемой мощности пробного поля, разработанные аналитические и численные методы помогают однозначно определить параметры синхронных настроек интенсивности и частоты поля накачки, требуемые для осуществления солитонных режимов распространения оптических вихрей в системе. В силу нелинейности вклада эффектов локального поля в развитие конкурентных оптических процессов в плотной атомной среде учет поправок БДД позволяет существенно скорректировать значения управляющих параметров, при которых ожидается появление солитонного режима. Определенный в ходе численного моделирования максимально-допустимый для сохранения солитонного режима уровень оптических

флуктуаций накладывает несущественные ограничения на стабильность лазера накачки по уровню выходной мощности. Для современных лазерных систем, которые совместимы с телекоммуникационными каналами связи, оценки максимально-допустимого уровня шума выходной интенсивности составляют не более 1%. Эта оценка с большим запасом находится в пределах рассматриваемой теории устойчивости вихревых солитонов (сравните с ε_I^{cr} для рис. 3.8). Поэтому на роль накачки может подойти практически любой лазер на соответствующей длине волны $\sim 780\text{нм}$.

Флуктуации числа частиц бозе-газа при условии $T < T_{cr}$ имеют температурную зависимость [121]

$$\sigma_N^2 = \frac{\pi^2}{6\zeta(3)} N \left(\frac{T}{T_{cr}} \right)^3. \quad (3.9)$$

Это уравнение дает простое выражение для оценки максимально-допустимых флуктуаций плотности в Бозе-Эйнштейновском конденсате (БЭК) $\varepsilon_\rho^{\max} = \pi(6\zeta(3)N)^{-1/2} \cong 1.17N^{-1/2}$ при условии $T = T_{cr}$. Для $N = 3 \times 10^4$ и $\omega_0 = 50$ кГц критическая температура перехода к бозе-газу для атомов ^{87}Rb в волокне составляет 72 мкК. Максимально-допустимые относительные флуктуации плотности в такой системе соответствуют $\varepsilon_\rho^{\max} = 0.68\%$, что в 10 раз меньше критического значения атомных флуктуаций, рассчитанных для вихревого солитона на рис. 3.8. Этот факт позволяет, при наличии состояния БЭК внутри волокна, уверенно наблюдать оптические вихревые солитоны в нем.

Для долговременного удерживания состояния БЭК в информационном канале возможно использование наполненных атомами бозе-эйнштейновского конденсата тонких волокон с диаметром сердцевины порядка и менее одного микрометра [122]. Увеличения времени жизни когерентного состояния в такой системе связано с сужающейся геометрией волокна и, дополнительно, эффектом каналирования атомов при создании вдоль его сердцевины поверхностной световой волны, в результате чего атомы эффективно теряют свою энергию.

Приводимые в работе [122] оценки показывают, что при плотности 10^{15} см^{-3} температура внутри газонаполненного волокна опускается до $1.5 \cdot 10^{-5} \text{ К}$.

Однако, использование тонких полых волокон для оптических коммуникаций связано с необходимостью формирования локализованных оптических структур нанометрового масштаба, но при решении такой задачи переход к уравнениям Максвелла для сплошных сред невозможен, а эффекты ближнего поля будут играть уже решающую роль.

§ 3.4. Оптическое управление динамикой вихревых солитонов без нарушения условий их стабильности

В рассматриваемой физической системе (как на рис.3.1) существуют различные области стабильности для вихревых солитонов. Выбирая в качестве управляющих различные физические параметры системы, можно найти такие области стабильности, различные конфигурации которых могут быть использованы для реализации конкретных задач, например, осуществление оптического управления динамикой вихревых солитонов без нарушения условий их стабильности.

Выберем в качестве управляющих параметров системы плотность резонансных атомов ρ и отстройку от резонанса поля накачки Δ_c . Далее выполнив анализ уравнения (3.4) с подстановкой (3.5) при помощи вариационного метода и прямого численного моделирования, была найдена область стабильности для вихревых солитонов (см. рис.3.11), которая существенно отличается от рассмотренных ранее областей стабильности (ср. с рис.3.5, рис.3.7). При этом остальные параметры системы составили: частота отстройки пробного поля $\Delta_b = 0 \text{ с}^{-1}$, скорости релаксации $\Gamma_{ab} = \Gamma_{ac} = 2.5 \cdot 10^8 \text{ Гц}$, величина локального отклика $\chi = 3.36 \cdot 10^9$. Интенсивности используемых полей выбраны равными $I_c = 58 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2}$ для поля накачки и $I_p = 58 \text{ мВт} \cdot \text{см}^{-2}$ – пробного поля.

Соответствующие частоты Раби могут быть рассчитаны как $\Omega = \frac{\mu_{ac} \cdot E_c}{\hbar}$ и $g\varepsilon = \frac{\mu_{ab} \cdot E_p}{\hbar}$ через напряженности полей $E_{c(p)} = \sqrt{\frac{I_{c(p)} \cdot 2}{c\varepsilon_0}}$ и составят величины $\Omega = 7.13 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$ и $g\varepsilon = 2.25 \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$, соответственно. При выборе $a_0 = 11 \text{ мкм}$ и с учетом рассчитанных значений параметров $g = 1.3 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$ и $N = 19.7 \cdot 10^8$, соответствие задачи рамановскому пределу взаимодействия обусловлено выполнением соотношения $\frac{\Delta_c}{d_0 \Gamma_{ac}} \approx 6.5$.

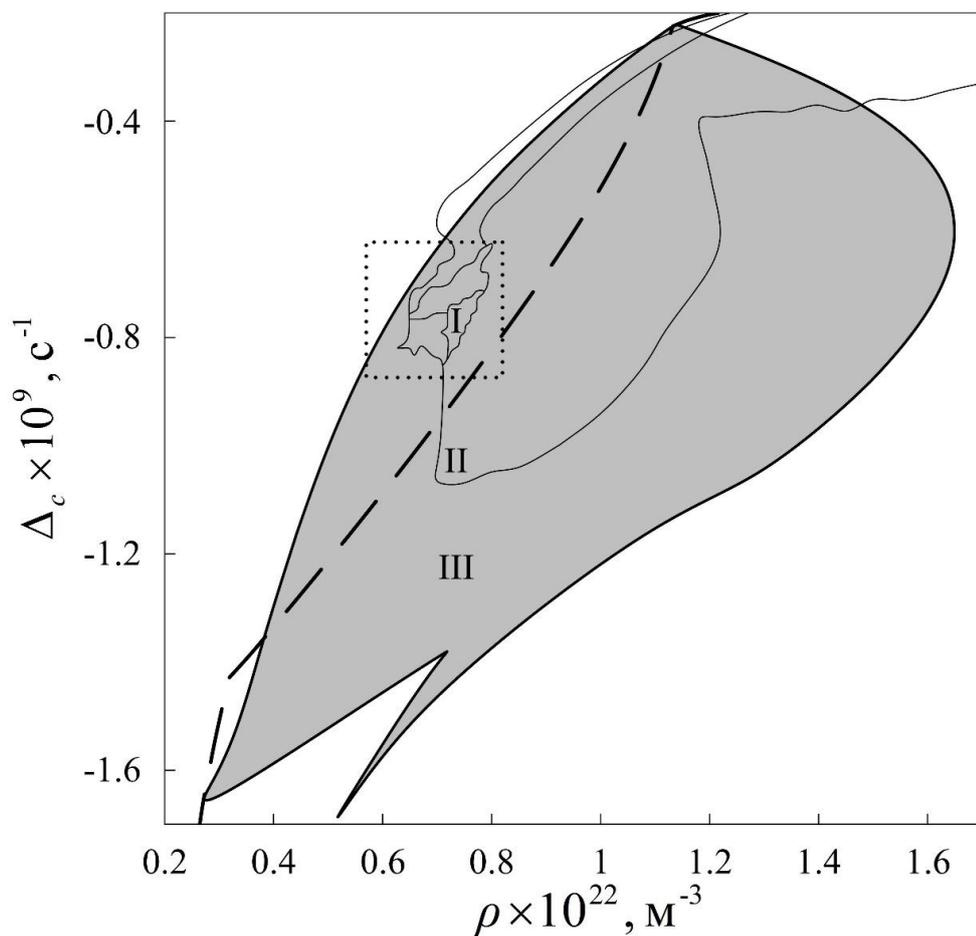


Рисунок 3.11 Параметрическая плоскость (частота отстройки поля накачки от резонанса Δ_c , плотность ρ резонансных атомов, загруженных в волокно). Выделенная серым цветом – область существования стационарных вихревых солитонов, полученная вариационным путем. Цифрами отмечены полученные прямым численным моделированием уравнения (3.4) области: I – истинной устойчивости осесимметричных вихревых солитонов, II – перехода к вихревым солитонам с $S=0$, III – потери устойчивости. Сепаратриса $C=0$ отмечена штриховой линией

На рис.3.11 приведена параметрическая плоскость, образованная следующими параметрами – плотностью резонансных атомов в системе ρ и частотой отстройки поля накачки от резонанса Δ_c . Серым цветом отмечена область стабильности вихревого солитона, возникающая для выбранного физического решения системы уравнений (3.7) [115]. Данная область стабильности определялась вариационным методом.

Внутри полученной вариационным путем области устойчивости проявляется “тонкая” структура (см. рис.3.11, рис.3.12) в виде отдельных зон стабильности для солитонов с модифицированными формами, а также зона III, где оптические вихри затухают.

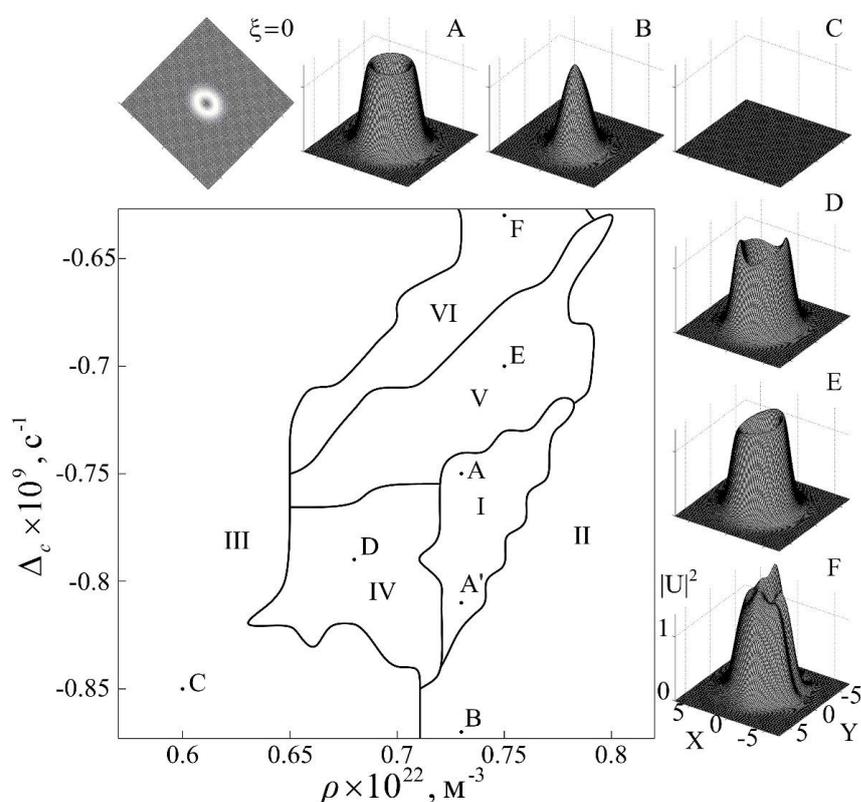


Рисунок 3.12. Смасштабированная область вокруг зоны истинной устойчивости I с рис.3.11. Сверху и справа представлены полученные прямым численным моделированием (3.4) пространственные профили (в плоскости X,Y) оптических пучков после прохождения расстояния $\xi = 100000$, соответствующего порядка 50 м в среде газонаполненного волокна. Буква в правом верхнем углу каждого фрагмента соответствует точке на параметрической плоскости, координаты которой используются для расчета параметров уравнения (3.4); фрагмент для $\xi = 0$ соответствует форме оптического вихря на входе среды (вид сверху) при наличии угловых возмущений

В частности, для области II (параметры уравнения (3.4): $\nu = 0.5052$, $\delta = 0.0023$, $\phi = -1.6255$, $\mu = 1.5319$ при $\rho = 7.3 \cdot 10^{21}, \text{м}^{-3}$, $\Delta_c = -8.7 \cdot 10^8, \text{с}^{-1}$, соответствующие точке В на рис.3.12) фазовый портрет системы в условиях $\lambda_3 < \text{Re}(\lambda_{1,2})$ трансформируется в два узких пучка фазовых траекторий, сильно сужающихся вблизи самой особой точки. Таким образом, даже сильные начальные возмущения параметров подстановки (3.5) быстро гасятся при стремлении фазовых траекторий из дальней зоны фазового пространства к такой особой точке. Однако, небольшие флуктуации параметров вихревого солитона в самой особой точке выводят систему на неустойчивую траекторию. В итоге вихревой солитон *спонтанно* теряет топологический заряд и переходит в новое устойчивое состояние с $S = 0$, – см. вставки вокруг рис.3.12. Это новый тип эволюции вихревых солитонов, не представленный в [115].

Области IV и V являются переходными: в области IV (параметры уравнения (3.4): $\nu = 0.3240$, $\delta = 0.0018$, $\phi = -1.7989$, $\mu = 1.5183$ при $\rho = 6.8 \cdot 10^{21}, \text{м}^{-3}$, $\Delta_c = -7.9 \cdot 10^8, \text{с}^{-1}$, соответствующие точке D на рис.3.12) осуществляется спонтанный переход осесимметричного вихря в двугорбые, а в области V (параметры уравнения (3.4): $\nu = 0.3448$, $\delta = 0.0015$, $\phi = -2.0409$, $\mu = 1.6160$ при $\rho = 7.5 \cdot 10^{21}, \text{м}^{-3}$, $\Delta_c = -7 \cdot 10^8, \text{с}^{-1}$, соответствующие точке E) – в одногорбые несимметричные устойчивые вихревые солитоны. Бифуркации подобного типа описаны в [6].

В области VI (параметры уравнения (3.4): $\nu = 0.2372$, $\delta = 0.0013$, $\phi = -2.2755$, $\mu = 1.6131$ при $\rho = 7.5 \cdot 10^{21}, \text{м}^{-3}$, $\Delta_c = -6.3 \cdot 10^8, \text{с}^{-1}$, соответствующие точке F на рис.3.12) учет угловых эффектов в (3.4) приводит к разрушению вихревых солитонов с появлением на их месте отдельных нестационарных многогорбых локализованных структур, которые, однако, не затухают, а поддерживают постоянную эволюцию [118]. В области III (параметры уравнения (3.4): $\nu = 0.2261$, $\delta = 0.0018$, $\phi = -1.6652$, $\mu = 1.4236$ при $\rho = 6 \cdot 10^{21}, \text{м}^{-3}$, $\Delta_c = -8.5 \cdot 10^8, \text{с}^{-1}$, соответствующие точке С на рис.3.12) имеем потерю

стабильности и затухание вихревых солитонов. При выборе начальных значений для A , R и C , отличных от (3.7), в области III наблюдается расщепление оптического пучка на отдельные филаменты, которые либо затухают, либо продолжают эволюционировать во времени аналогично как в работе [55].

На примере данной области (рис.3.12) рассмотрим возможность управления динамикой получаемых вихревых солитонов при соблюдении условий задачи, не нарушающих их стабильности.

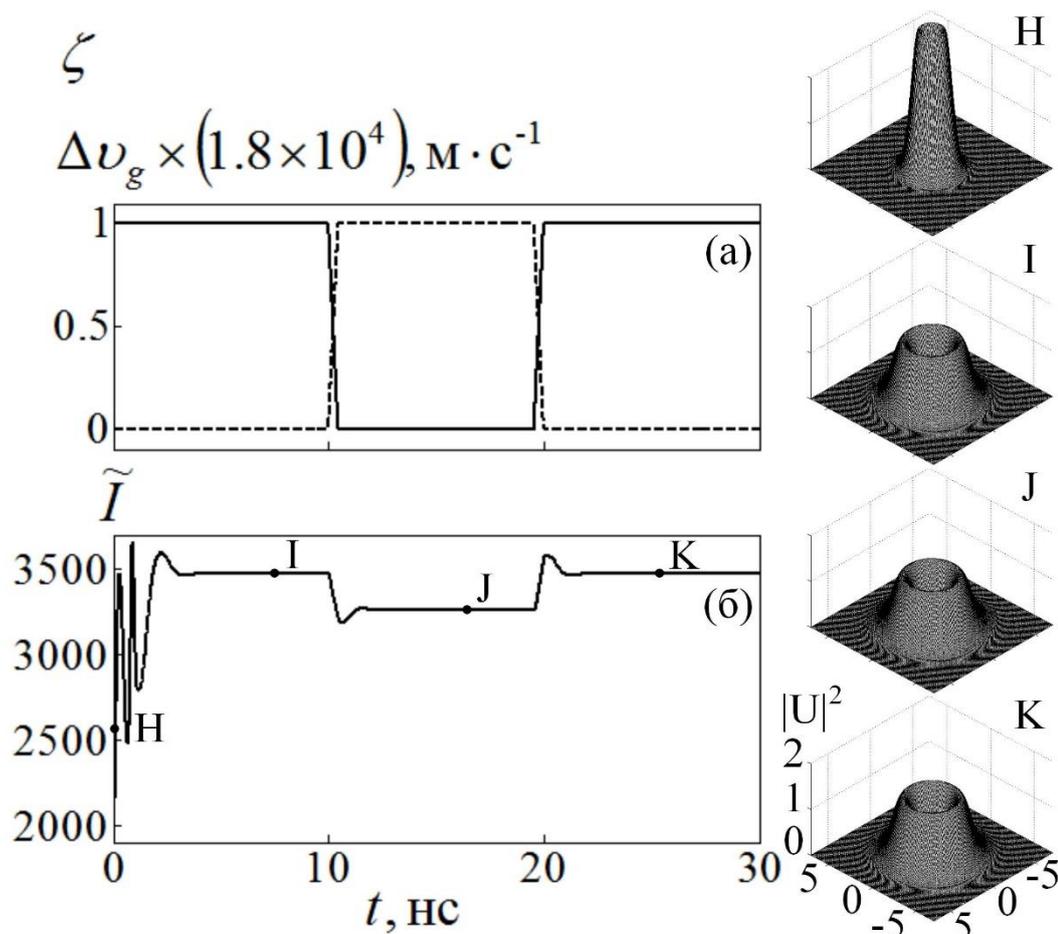


Рисунок 3.13 Оптическое управление динамикой вихревого солитона: временные зависимости

(а) для относительного приращения частоты отстройки $\zeta = \frac{\Delta_c - \Delta_c^{A'}}{\Delta_c^A - \Delta_c^{A'}}$ (сплошная линия), для

изменения групповой скорости $\Delta v_g = v_g^A - v_g$ (пунктирная линия); (б) полученные при

численном моделировании (3.4) для приведенной мощности \tilde{I} вихревого солитона (3.5) в условиях осуществления почти мгновенной перестройки от точки А к точке А' на рис.3.12.

Справа – форма вихревого солитона в различные моменты времени, соответствующие рис.3.13б

На рис.3.13а представлена кусочно-линейная функция при внешнем изменении частоты отстройки поля накачки (параметр ζ) от времени t и соответствующие ей изменения групповой скорости Δv_g ($v_g = \frac{c}{1 + \operatorname{Re}\left\{\frac{g^2 N}{A}\right\}}$), где

$A = |\Omega|^2 - i\Delta_3(\Gamma_1 + i\chi)$ в процессе распространения вихревого солитона в газонаполненном волокне.

Выбрав в качестве начальных условий значения параметров для точки А на рис.3.12 (при неизменной на начальном промежутке времени $t \in [0; 10]$ нс отстройке Δ_c^A), получим стабилизацию соответствующего вихревого солитона за характерное время порядка 5 нс – см. рис.3.13б.

Изменение частоты отстройки до значения $\Delta_c^{A'}$ для точки А' в той же области стабильности (рис.3.12) приводит к уменьшению групповой скорости вихревого солитона на величину $\Delta v_g = 1.8 \cdot 10^4 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ с сохранением устойчивого режима для осесимметричного солитона. Возникающие при этом осцилляции интенсивности вихревого солитона быстро затухают за время $\tau_D = 3 \text{ нс}$ – см. рис.3.13б.

При возвращении частоты отстройки к прежнему значению Δ_c^A реализуется схожий сценарий стабилизации симметричного вихревого солитона на уровне, предшествующем началу изменений Δ_c .

В правой части рис.3.13 также представлен наглядный вид деформации вихревого солитона по мере его распространения в газонаполненном волокне. Эти результаты получены при численном моделировании уравнения (3.4) с начальной функцией (3.5) при модуляции $\Delta_c(t)$ в условиях рис.3.13а. При этом, общая длина газонаполненного волокна, соответствующая всему интервалу времени $t \in (0, t_K)$, составляет 14 см.

Отметим, что изменение значения времени переключения влияет лишь на характер перехода к новым условиям стабильности вихревого солитона со

временем их установления τ_D при расположении точек А и А' внутри области I на рис.3.12.

Однако, смещение значений функции частоты отстройки $\Delta_c(t)$ за пределы зоны стабильности – при переходе от точки А к точке В с рис.3.12 – приводит к *индуцированной* полем накачки потере топологического заряда вихревым солитоном и переходу к новым условиям стабильности, но уже для безвихревого солитона – см. рис.3.14а и форму оптического пучка для точки К на рис.3.14б. Попытка реализации сходного с рис.3.13 сценария возврата системы к начальным условиям терпит неудачу: изменение частоты отстройки Δ_c при обратном переходе к точке А также приводит к стабилизации солитона, однако его вихревая структура для $S=1$ уже не поддерживается – см. форму оптического пучка для точки L на рис.3.14б.

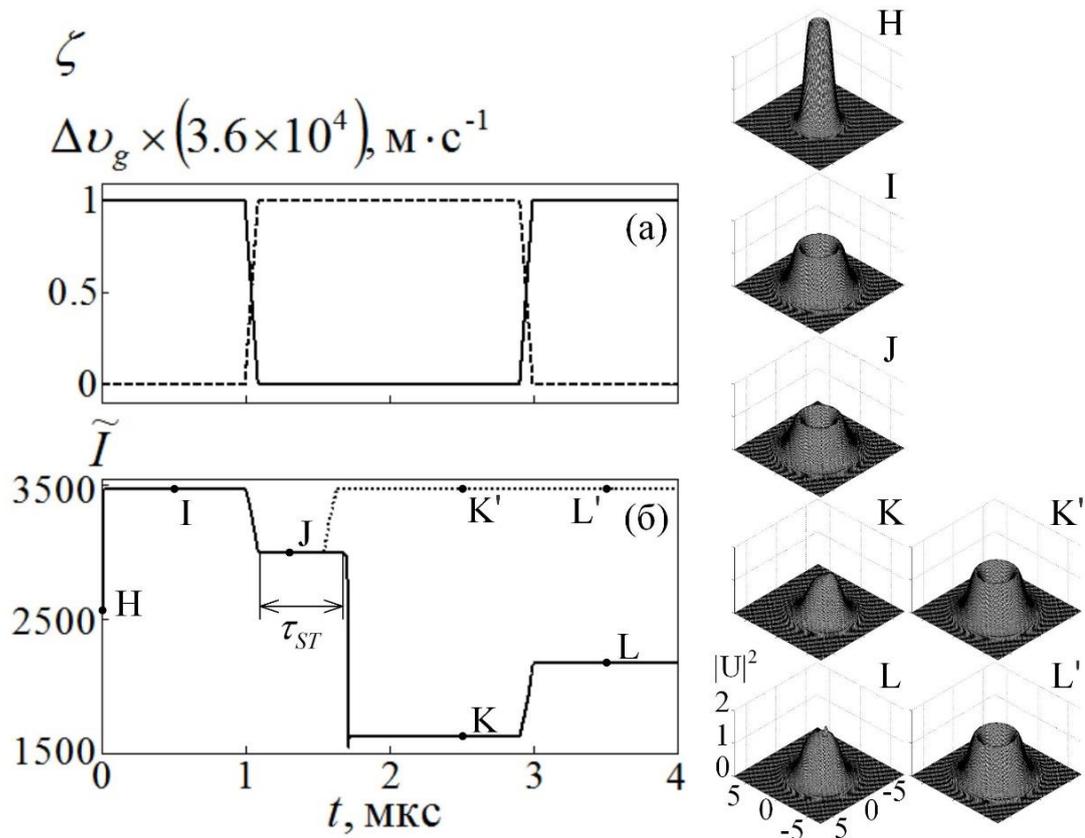


Рисунок 3.14 Оптическое управление динамикой вихревого солитона – то же, что и на рис.3.13, но в условиях перестройки параметра Δ_c к условиям для точки В на рис.3.12. Пунктирная линия на рис (б) соответствует обратной перестройке от точки В к точке А на рис.3.12 в течение времени установления τ_{ST} с сохранением формы вихревого солитона

Особенностью системы в условиях рис.3.14 является наличие характерного времени установления τ_{ST} (*standing time*), возникающего уже после достижения условий точки В в процессе модуляции Δ_c на рис.3.12 и предшествующего процессу почти мгновенного переключения вихревого солитона к безвихревому режиму. Для рис.3.14б оно составит 0.5 мкс, выполненная в течение которых обратная модуляция Δ_c к условиям в точке А не позволяет распасться вихревой структуре солитона, – см. профили оптического пучка для точек К' и L' на рис.3.14б. Представленная особенность определяет дополнительные возможности использования предложенной схемы оптического управления диссипативными вихревыми солитонами для целей оптической обработки информации.

Отметим, что осуществление оптической модуляции за пределы области устойчивости диссипативных солитонов, полученной численными методами на рис.3.11, приводит к быстрому уменьшению интенсивности вихревого солитона до полного затухания без возможности дальнейшего восстановления его формы.

§ 3.5. Выводы к главе 3

1. Показано, что в нелинейном по пробному полю рамановском режиме атомно-оптического взаимодействия в протяженной среде газонаполненного полого оптического волокна с радиальной модуляцией линейного коэффициента поглощения могут быть эффективно сформированы двухмерные пространственные диссипативные солитоны в виде симметричных, несимметричных, эксцентрических вихревых солитонов и локализованных оптических структур.
2. Предложен способ оптического управления групповой скоростью распространяющихся вихревых солитонов без нарушения условий их стабильности за счет временной модуляции частоты отстройки волны оптической накачки в нелинейном по пробному полю рамановском режиме

Λ-схемы атомно-оптического взаимодействия в газонаполненных полых оптических волокнах.

3. Изучено влияние атомно-оптических флуктуаций на процессы формирования и распространения оптических вихревых солитонов в атомных средах, наполненных бозе-эйнштейновским конденсатом оптических волокон и выявлены различные сценарии как полного разрушения, так и шумо-индуцированных трансформаций топологии распространяющихся оптических локализованных структур в зависимости от характера и силы атомно-оптических возмущений.
4. Впервые установлено, что для поддержания устойчивого режима оптических вихревых солитонов температура внутри газонаполненного волокна должна быть меньше критической температуры перехода к состоянию бозе-эйнштейновского конденсата.

ГЛАВА 4

Эффективная генерация неклассических поляризационных состояний импульсов света в допированных редкоземельными ионами средах

§ 4.1. Анализ M-схемы взаимодействия в допированной среде. Основные уравнения

Предполагаем, что схема эксперимента включает в себя оптический кристалл, допированный ионами ^{59}Pr , воздействие на которые осуществляется как на рис.4.1 [123]: два длительных импульса оптической накачки $\vec{E}_{c1}(z,t)$ и $\vec{E}_{c2}(z,t)$ имеют малые отстройки δ_1 и δ_2 их центральных частот от атомно-оптических резонансов и служат для наведения в среде волокна поляризации; с некоторой временной задержкой за ними следует более короткий пробный импульс $\vec{E}_p(z,t)$, поляризационные компоненты которого настроены на точный резонанс по отношению к переходам $|4\rangle \rightarrow |1\rangle$ и $|5\rangle \rightarrow |1\rangle$: $\vec{E}_{p1}(z,t)$ с правой и $\vec{E}_{p2}(z,t)$ – левой циркулярными поляризациями. За счет резонансного взаимодействия со средой импульсов накачки происходит значительное изменение дисперсионных и нелинейных свойств допированного кристалла, что позволяет эффективно управлять квантовой динамикой двухмодового пробного импульса света в такой системе.

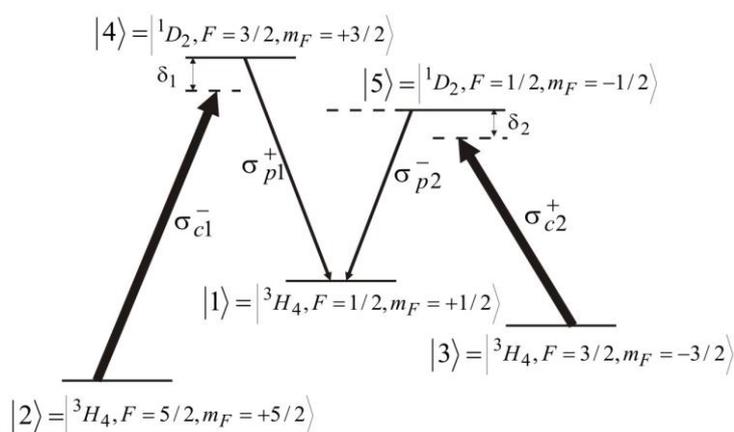


Рисунок 4.1. Схема энергетических уровней иона ^{59}Pr

Оптические свойства допированной среды кристалла при осуществлении М-схемы взаимодействия и с учетом нелинейной поляризации внедренных ионов могут быть заданы через его показатели преломления $n^{a(b)} \cong n_0^M + \frac{1}{2} \text{Re}(\chi_{p1(p2)})$ и коэффициенты поглощения $\alpha^{a(b)} \cong \alpha_0^M + k_p \text{Re}(\chi_{p1(p2)})$ отдельно для каждой поляризационной компоненты пробного поля, где k_p - модуль волнового вектора пробного поля, n_0^M и α_0^M - показатель преломления и коэффициент поглощения матрицы волокна, $\chi_{p1} = \frac{N|\mu|^2}{\hbar\epsilon_0} \frac{\rho_{41}}{g_{p1}}$ и $\chi_{p2} = \frac{N|\mu|^2}{\hbar\epsilon_0} \frac{\rho_{51}}{g_{p2}}$ - восприимчивости системы, N - концентрация ионов ^{59}Pr , при этом соответствующие поляризационным компонентам пробного импульса элементы матрицы плотности ρ_{41} и ρ_{51} имеют вид [124]:

$$\rho_{41} = \frac{\frac{ig_{p1}g_{p2}^2}{(\Gamma_4 + \Gamma_5)\xi^*} + ig_{p1}}{\frac{|g_{c1}|^2}{i\delta_1 + (\Gamma_1 + \Gamma_2)} + \frac{|g_{p2}|^2}{(\Gamma_4 + \Gamma_5)} + \frac{g_{p1}^2g_{p2}^2}{(\Gamma_4 + \Gamma_5)^2\xi^*} + (\Gamma_1 + \Gamma_4)}, \quad (4.1a)$$

$$\rho_{51} = \frac{-\frac{ig_{p2}g_{p1}^2}{(\Gamma_4 + \Gamma_5)\psi^*} + ig_{p2}}{\frac{|g_{c2}|^2}{i\delta_2 + (\Gamma_1 + \Gamma_3)} + \frac{|g_{p1}|^2}{(\Gamma_4 + \Gamma_5)} + \frac{g_{p1}^2g_{p2}^2}{(\Gamma_4 + \Gamma_5)^2\psi^*} + (\Gamma_1 + \Gamma_5)}, \quad (4.1б)$$

где $\xi = -\frac{|g_{p1}|^2}{(\Gamma_4 + \Gamma_5)} - \frac{|g_{c2}|^2}{i\delta_2 + (\Gamma_1 + \Gamma_3)} - (\Gamma_1 + \Gamma_5)$, $\psi = \frac{|g_{p2}|^2}{(\Gamma_4 + \Gamma_5)} + \frac{|g_{c1}|^2}{i\delta_1 + (\Gamma_1 + \Gamma_2)} - (\Gamma_1 + \Gamma_4)$;

$\Gamma_m = \sum_{n=1, n \neq m}^5 \gamma_{mn}$, γ_{mn} - характеризуют релаксацию в системе при переходе из состояния $|m\rangle$ в $|n\rangle$. Далее полагаем, что $\gamma_{51} = \gamma_{41} = \gamma_{53} = \gamma_{42} = \gamma_{opt}$, $\gamma_{21} = \gamma_{31} = \gamma_{mag}$, $\gamma_{32} = \gamma_{54} = \gamma_s$.

При этом $g_{c1} = \frac{|\mu_{24}|A_{c1}}{\hbar}$ и $g_{c2} = \frac{|\mu_{35}|A_{c2}}{\hbar}$ являются частотами Раби управляющих импульсов накачки, $g_{p1} = \frac{|\mu_{41}|A_{p1}}{\hbar}$, и $g_{p2} = \frac{|\mu_{51}|A_{p2}}{\hbar}$ - частоты Раби поляризационных

компонент пробного импульса, μ_{mn} – дипольные моменты соответствующих переходов (далее мы полагаем, что дипольные моменты для всех оптических переходов одинаковы и составляют $\mu = 0.3 \cdot 10^{-32}$ Кл·м); $A_{c1(c2)}$, $A_{p1(p2)}$ – медленно меняющиеся амплитуды соответствующих компонент с центральными частотами $\omega_{c1(c2)}$, ω_p .

Представим гамильтониан атомно-оптического взаимодействия для рассматриваемой М-схемы в виде [10]:

$$H = -\frac{k_0}{2} (\rho_{41} a^+ + \rho_{14} a + \rho_{51} b^+ + \rho_{15} b), \quad (4.2)$$

где $a(a^+)$, $b(b^+)$ – операторы уничтожения (рождения) фотонов пробных полей в поляризационных модах $\vec{E}_{p1}(z, t)$ и $\vec{E}_{p2}(z, t)$, соответственно; $k_0 = \mu \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar\epsilon_0 V}}$ – атомно-оптическая константа связи, V – характерный объем взаимодействия, ω – частота оптического перехода.

Для изучения эффектов нелинейно-оптического кросс-взаимодействия между двумя компонентами пробного поля, разложим $\bar{\rho}_{mn}$ в ряд по амплитудам сразу двух поляризационных составляющих поля A_{p1} и A_{p2} [125]:

$$\bar{\rho}_{41} = \bar{\rho}_{41}^{(1)} A_{p1} + \bar{\rho}_{41}^{(3)} |A_{p2}|^2 A_{p1}, \quad (4.3a)$$

$$\bar{\rho}_{51} = \bar{\rho}_{51}^{(1)} A_{p2} + \bar{\rho}_{51}^{(3)} |A_{p1}|^2 A_{p2}, \quad (4.3b)$$

где линейные и нелинейные коэффициенты разложения принимают вид:

$$\bar{\rho}_{41}^{(1)} = \frac{-\delta_1 + i\Gamma_1 + i\Gamma_2}{|g_{c1}|^2 + (\Gamma_1 + \Gamma_4)(\Gamma_1 + \Gamma_2 + i\delta_1)}, \quad (4.4a)$$

$$\bar{\rho}_{51}^{(1)} = \frac{-\delta_2 + i\Gamma_1 + i\Gamma_3}{|g_{c2}|^2 + (\Gamma_1 + \Gamma_5)(\Gamma_1 + \Gamma_3 + i\delta_2)}, \quad (4.4b)$$

$$\bar{\rho}_{41}^{(3)} = 2 \frac{i|g_{c1}|^2 - (\tilde{\xi} - \Gamma_1 - \Gamma_4)(\Gamma_1 + \Gamma_2 + i\delta_1)(\Gamma_1 + \Gamma_2 + i\delta_1)}{\tilde{\xi}(\Gamma_4 + \Gamma_5)[|g_{c1}|^2 + (\Gamma_1 + \Gamma_4)(\Gamma_1 + \Gamma_2 + i\delta_1)]^2}, \quad (4.4b)$$

$$\bar{\rho}_{51}^{(3)} = -2 \frac{i|g_{c2}|^2 + (\tilde{\psi} + \Gamma_1 + \Gamma_5)(\Gamma_1 + \Gamma_3 + i\delta_2)(\Gamma_1 + \Gamma_3 + i\delta_2)}{\tilde{\psi}(\Gamma_4 + \Gamma_5)[|g_{c2}|^2 + (\Gamma_1 + \Gamma_5)(\Gamma_1 + \Gamma_3 + i\delta_2)]^2}, \quad (4.4r)$$

$$\text{где } \xi = -\frac{|g_{c2}|^2}{i\delta_2 + (\Gamma_1 + \Gamma_3)} - (\Gamma_1 + \Gamma_5), \quad \varphi = \frac{|g_{c1}|^2}{i\delta_1 + (\Gamma_1 + \Gamma_2)} - (\Gamma_1 + \Gamma_4).$$

Отметим, что при разложении (4.3) в ряд коэффициент $\bar{\rho}_{mn}^{(0)} = 0$, что соответствует отсутствию спонтанной поляризации допированных ионов; $\bar{\rho}_{mn}^{(2)} = 0$, поскольку в системе не реализуются эффекты на квадратичной восприимчивости $\chi^{(2)}$; коэффициенты разложения при $|A_{p1(p2)}|^2 A_{p1(p2)}$, ответственные за фазовую самомодуляцию, также равны нулю для выбранной схемы взаимодействия.

Для моделирования выберем допированный ионный кристалл с показателем преломления $n_0^M = 1.45$ и коэффициентом керровской нелинейности $\tilde{n}_2^M = 2.304 \cdot 10^{-20} \text{ м}^2 / \text{Вт}$. Ионы ^{59}Pr , допируемые в структуру такого кристалла, имеют дипольный момент перехода в поле пробного импульса $\mu = 0.3 \cdot 10^{-32} \text{ К} \cdot \text{м}$, доплеровские уширения спектральных линий составляют $\gamma_{opt} = 43.5 \text{ кГц}$, $\gamma_{mag} = 4 \text{ кГц}$, $\gamma_s = 0.25 \text{ кГц}$, концентрация ионов ^{59}Pr составляет величину 0.05% по отношению к концентрации молекул матрицы SiO_2 ; диаметр области взаимодействия составляет 1.9 мкм.

На рис.4.2 представлены трёхмерные зависимости для действительной части нелинейного коэффициента $\bar{\rho}_{41}^{(3)}$ и мнимой части полного элемента матрицы плотности $\bar{\rho}_{41}$ как функция частот отстроек $\delta_{1(2)}$. Таким образом, нелинейный показатель преломления, пропорциональный $\text{Re}(\rho_{41}^{(3)})$, на рис.4.2а имеет сложную зависимость от обоих параметров δ_1 и δ_2 и обуславливает эффект нелинейно-оптического кросс-взаимодействия между поляризационными компонентами пробного импульса света в данной системе, тогда как для $\text{Im}(\rho_{41})$ вблизи атомно-оптического резонанса на рис.4.2б при $\delta_1 \approx \delta_2 \rightarrow 0$ за счет конкуренции линейных и нелинейных эффектов в допированном кристалле может наблюдаться компенсация оптических потерь когда $\text{Im}(\rho_{41}) \rightarrow 0$ (то же справедливо и для другого элемента матрицы плотности вблизи резонанса, т.е. $\text{Im}(\rho_{51}) \rightarrow 0$), либо

даже нелинейное усиление при $\text{Im}(\rho_{41(51)}^{(3)}) < 0$. Далее будем придерживаться таких режимов с малым нелинейным усилением пробного поля.

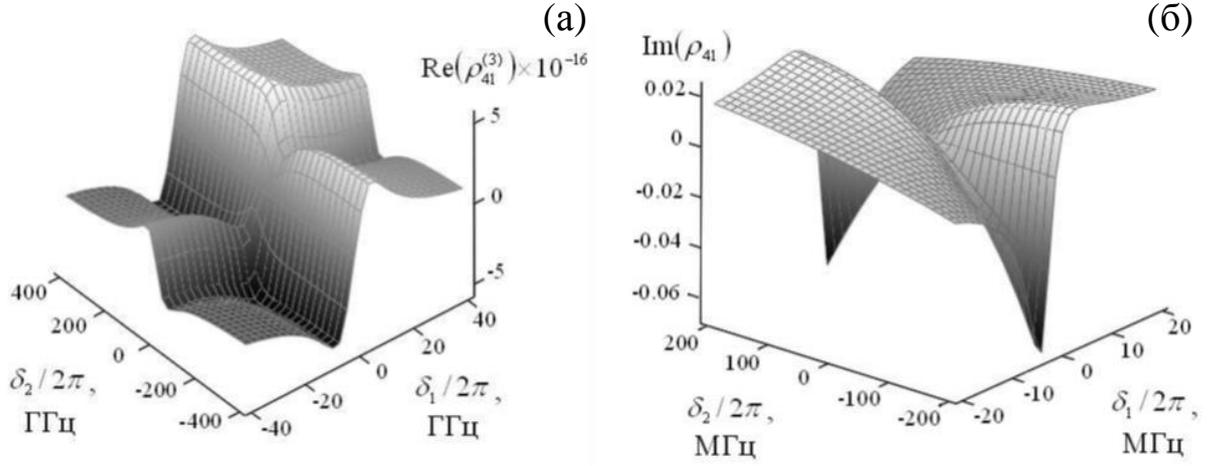


Рисунок 4.2. Частотные зависимости (а) действительной части нелинейного коэффициента $\rho_{41}^{(3)}$ и (б) мнимой части элемента матрицы плотности ρ_{41} для допированного ионами ^{59}Pr (концентрация 0.05%) оптического кристалла при осуществлении поляризационной М-схемы взаимодействия с оптическими импульсами. Параметры допированных ионов: $\gamma_{opt} = 43.5$ кГц, $\gamma_s = 0.25$ кГц; параметры световых полей: $I_{c1} \approx 67.26$ кВт/см², $I_{c2} \approx 672.5$ кВт/см² (при длительностях импульсов $\tau_{c1} = \tau_{c2} = 9.4$ нс), $I_{p1} \approx 672.6$ Вт/см², $I_{p2} \approx 6.73$ кВт/см² (при длительности импульса $\tau_p = 2.58$ пс)

С учётом (4.2) и (4.3) гамильтониан взаимодействия может быть записан следующим образом:

$$H = H_L + H_{NL}, \quad (4.5a)$$

$$H_L = -\frac{k_0^2}{2} (\rho_{41}^{(1)} aa^+ + \rho_{14}^{(1)} a^+ a + \rho_{51}^{(1)} bb^+ + \rho_{15}^{(1)} b^+ b), \quad (4.5б)$$

$$H_{NL} = -\frac{k_0^4}{2} ([\rho_{41}^{(3)} b^+ baa^+ + \rho_{14}^{(3)} b^+ ba^+ a] + [\rho_{51}^{(3)} a^+ abb^+ + \rho_{15}^{(3)} a^+ ab^+ b]), \quad (4.5в)$$

где H_L представляет линейную часть стандартного гамильтониана Джейнса–Камингса, H_{NL} определяется нелинейной поляризацией ионной системы и задает нелинейный фазовый набег, возникающий у поляризационной компоненты поля $E_{p1}(z,t)$ ($E_{p2}(z,t)$) при ее совместном распространении в среде с $E_{p2}(z,t)$ ($E_{p1}(z,t)$) – эффект нелинейно-оптического кросс-взаимодействия.

Для описания квантовых флуктуаций пробного поля воспользуемся методом Боголюбова, представив операторы рождения и уничтожения в следующем виде [125]:

$$a = f_1 + \hat{c}_1, \quad b = f_2 + \hat{c}_2, \quad (4.6a, б)$$

где $f_{1,2}$ есть среднее поле ($\langle a \rangle = f_1, \langle b \rangle = f_2$), $\hat{c}_{1,2}$ – оператор малых флуктуаций, для которого справедливо $\langle \hat{c}_{1,2} \rangle = 0$.

Таким образом, используя (4.6), запишем уравнения Гейзенберга, состоящие из двух частей – для среднего поля и для квантовых шумов:

$$\dot{f}_1 = \frac{i}{2} \left(k_{41}^{(1)} + k_{14}^{(1)} + k_{51}^{(3)} + (k_{41}^{(3)} + k_{14}^{(3)} + k_{51}^{(3)} + k_{15}^{(3)}) |f_2|^2 \right) f_1, \quad (4.7a)$$

$$\dot{f}_2 = \frac{i}{2} \left(k_{51}^{(1)} + k_{15}^{(1)} + k_{41}^{(3)} + (k_{51}^{(3)} + k_{15}^{(3)} + k_{41}^{(3)} + k_{14}^{(3)}) |f_1|^2 \right) f_2, \quad (4.7б)$$

$$\dot{c}_1 = i(Ac_1 + Bc_2 + Cc_2^+), \quad (4.8a)$$

$$\dot{c}_2 = i(Dc_2 + B^*c_1 + Cc_1^+), \quad (4.8б)$$

где $A = \frac{1}{2} \left(k_{41}^{(1)} + k_{14}^{(1)} + k_{51}^{(3)} + (k_{41}^{(3)} + k_{14}^{(3)} + k_{51}^{(3)} + k_{15}^{(3)}) |f_2|^2 \right), \quad B = \frac{1}{2} \left(k_{41}^{(3)} + k_{14}^{(3)} + k_{51}^{(3)} + k_{15}^{(3)} \right) f_1 f_2^*,$

$$C = \frac{1}{2} \left(k_{41}^{(3)} + k_{14}^{(3)} + k_{51}^{(3)} + k_{15}^{(3)} \right) f_1 f_2, \quad D = \frac{1}{2} \left(k_{51}^{(1)} + k_{15}^{(1)} + k_{41}^{(3)} + (k_{51}^{(3)} + k_{15}^{(3)} + k_{41}^{(3)} + k_{14}^{(3)}) |f_1|^2 \right);$$

$k_{41,51}^{(1)} = \frac{k_0^2}{\hbar} \rho_{41,51}^{(1)}$ и $k_{41,51}^{(3)} = \frac{k_0^4}{\hbar} \rho_{41,51}^{(3)}$ – коэффициенты, отвечающие за линейную и нелинейную перекачку энергии между поляризационными модами пробного поля.

Уравнения (4.8) являются линеаризованными по операторам малых флуктуаций $c_{1,2}$, что справедливо в случае $\langle c_{1(2)}^+ c_{1(2)} \rangle \ll |f_{1(2)}|^2$, а их решения могут быть представлены в общем виде:

$$c_1 = X_1 c_{10} + X_2 c_{10}^+ + X_3 c_{20} + X_4 c_{20}^+, \quad (4.9a)$$

$$c_2 = Y_1 c_{20} + Y_2 c_{20}^+ + Y_3 c_{10} + Y_4 c_{10}^+, \quad (4.9б)$$

где $c_{10(20)} \equiv c_{1(2)}(t)|_{t=0}$, а коэффициенты X и Y определяются следующими выражениями:

$$X_1 = \frac{1}{2\theta} \left(U \cos \gamma - V \cos \delta + i \left[\frac{AU + 2P|B|^2 - 2Q|C|^2}{\gamma} \sin \gamma - \frac{AV + 2P|B|^2 - 2Q|C|^2}{\delta} \sin \delta \right] \right),$$

$$X_2 = 2i \frac{BCD}{\theta} \left(\frac{\sin \gamma}{\gamma} - \frac{\sin \delta}{\delta} \right),$$

$$X_3 = \frac{BP}{\theta} (\cos \gamma - \cos \delta) + i \frac{B}{2\theta} \left(\frac{P^2 + \theta}{\gamma} \sin \gamma - \frac{P^2 - \theta}{\delta} \sin \delta \right),$$

$$X_4 = \frac{CQ}{\theta} (\cos \gamma - \cos \delta) + i \frac{C}{2\theta} \left(\frac{Q^2 + \theta}{\gamma} \sin \gamma - \frac{Q^2 - \theta}{\delta} \sin \delta \right);$$

$$Y_1 = \frac{1}{2\theta} \left(U \cos \delta - V \cos \gamma + i \left[\frac{DU - 2P|B|^2 - 2Q|C|^2}{\delta} \sin \delta - \frac{DV - 2P|B|^2 - 2Q|C|^2}{\gamma} \sin \gamma \right] \right)$$

$$Y_2 = 2i \frac{AB^*C}{\theta} \left(\frac{\sin \gamma}{\gamma} - \frac{\sin \delta}{\delta} \right),$$

$$Y_3 = \frac{B^*P}{\theta} (\cos \gamma - \cos \delta) + i \frac{B^*}{2\theta} \left(\frac{P^2 + \theta}{\gamma} \sin \gamma - \frac{P^2 - \theta}{\delta} \sin \delta \right),$$

$$Y_4 = \frac{CQ}{\theta} (\cos \delta - \cos \gamma) + i \frac{C}{2\theta} \left(\frac{Q^2 + \theta}{\gamma} \sin \gamma - \frac{Q^2 - \theta}{\delta} \sin \delta \right);$$

где $U = (A^2 - D^2 + \theta)$, $V = (A^2 - D^2 - \theta)$, $P = A + D$, $Q = A - D$; $\gamma = \sqrt{\frac{-\eta + \theta}{2}}$, $\delta = i\sqrt{\frac{\eta + \theta}{2}}$;

$$\eta = -A^2 - D^2 - 2|B|^2 + 2|C|^2, \quad \theta = \sqrt{4|B|^2(A+D)^2 + (A-D)^2((A+D)^2 - 4|C|^2)}.$$

В рассмотренном нами случае распространения пробного импульса света в допированном кристалле полученные решения (4.9) целиком определяют квантовую динамику двух его поляризационных компонент, резонансных к электронным переходам в ионе ^{59}Pr и предварительно возбужденных действием пары импульсов оптической накачки. Перейдем далее к рассмотрению возможности получения неклассических поляризационных состояний двухмодового пробного поля с использованием допированного кристалла.

§ 4.2. Генерация поляризованно-сжатого света при использовании М-схемы взаимодействия в допированной среде

Рассмотрим вначале среднее число фотонов в модах соответствующего пробного поля:

$$N_a = \langle a^+ a \rangle = |f_1|^2 + \langle c_1^+ c_1 \rangle, \quad (4.10a)$$

$$N_b = \langle b^+ b \rangle = |f_2|^2 + \langle c_2^+ c_2 \rangle. \quad (4.10б)$$

Если не принимать во внимание квантовые флуктуации, то среднее число фотонов определяется как $\tilde{N}_a = |f_1|^2$, $\tilde{N}_b = |f_2|^2$ и эволюцию данных параметров можно проследить на основе решения классических уравнений (4.7). Для учёта флуктуаций поля необходимо решение системы уравнений (4.8) для операторов квантовых шумов при начальных условиях $\langle c_{10}^+ c_{10}^+ \rangle = \langle c_{20}^+ c_{20}^+ \rangle = 1$, $\langle c_{10(20)} \rangle = \langle c_{10(20)}^+ \rangle = \langle c_{10(20)}^+ c_{10(20)} \rangle = \langle c_{10(20)} c_{10(20)} \rangle = \langle c_{10(20)}^+ c_{10(20)}^+ \rangle = 0$.

В таком случае средние значения для квантовых флуктуаций можно представить в следующей форме $\langle c_1^+ c_1 \rangle = |X_2|^2 + |X_4|^2$, $\langle c_2^+ c_2 \rangle = |Y_2|^2 + |Y_4|^2$. Таким образом, среднее число частиц с учетом квантовых флуктуаций может быть представлено в виде:

$$N_a = \langle a^+ a \rangle = |f_1|^2 + |X_2|^2 + |X_4|^2, \quad (4.11a)$$

$$N_b = \langle b^+ b \rangle = |f_2|^2 + |Y_2|^2 + |Y_4|^2. \quad (4.11б)$$

На рис.4.3 представлена зависимость среднего числа фотонов в пробном импульсе от времени в модах $E_{p1}(z,t)$ и $E_{p2}(z,t)$. Параметрический рост интенсивности поляризованных компонент пробного поля происходит только за счёт роста квантовых флуктуаций, что связано с их нелинейным усилением за счет нелинейной перекачки энергии из полей оптической накачки при соблюдении условия $\text{Im}(\rho_{41(51)}^{(3)}) < 0$. Важно отметить, что применяемый метод Боголюбова накладывает ограничения на рост квантовых флуктуаций, следовательно, отношение $\langle c_{1(2)}^+ c_{1(2)} \rangle / |f_{1(2)}|^2$ должно оставаться малой величиной. Кроме того, рост среднего числа фотонов пробного поля необходимо ограничить

сверху интенсивностью полей накачки, которые полагаем классическими и неистоцимыми, т.е. должно выполняться ещё одно условие: $I_{p1(p2)} \ll I_{c1(c2)}$, где $I_{c1(c2)}$ - интенсивности полей накачки. Таким образом, можно считать, что приведённая модель остаётся справедливой на таких интервалах времени, когда выполняется условие $\max(\frac{I_{c1}}{I_{p1}}, \frac{I_{c2}}{I_{p2}}) < 10$ при выборе начального соотношения

$$\frac{I_{c1}}{I_{p1}} = \frac{I_{c2}}{I_{p2}} = 100 .$$

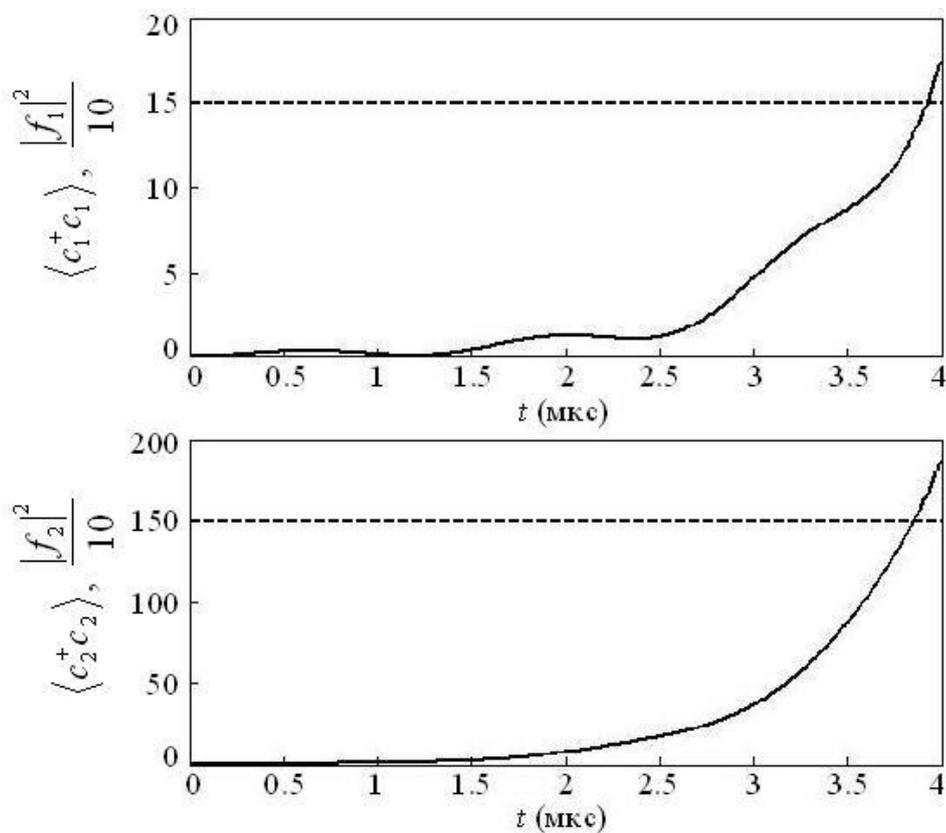


Рисунок 4.3. Динамика среднего поля (штриховая кривая для $|f_1|^2/10$ и $|f_2|^2/10$) и квантовых флуктуаций (сплошная кривая для $\langle c_1^+ c_1 \rangle$ и $\langle c_2^+ c_2 \rangle$). Параметры взаимодействия те же, что на рис. 4.2

Рассмотрим далее параметры Стокса, вводя их для поляризационных мод пробного поля в виде: $S_0 = a^+ a + b^+ b$, $S_1 = a^+ a - b^+ b$, $S_2 = a^+ b + b^+ a$, $S_3 = i(b^+ a - a^+ b)$. В приближении среднего поля они примут следующий вид:

$$\langle \tilde{S}_0 \rangle = |f_1|^2 + |f_2|^2 = \tilde{N}_a + \tilde{N}_b, \quad (4.12a)$$

$$\langle \tilde{S}_1 \rangle = |f_1|^2 - |f_2|^2 = \tilde{N}_a - \tilde{N}_b, \quad (4.12б)$$

$$\langle \tilde{S}_2 \rangle = f_1^* f_2 + f_2^* f_1, \quad (4.12в)$$

$$\langle \tilde{S}_3 \rangle = -i(f_1^* f_2 - f_2^* f_1). \quad (4.12г)$$

С учётом квантовых флуктуаций и используя решение систем (4.7) и (4.8), средние значения для параметров Стокса можно представить в следующей форме:

$$\langle S_0 \rangle = |f_1|^2 + |f_2|^2 + |X_2|^2 + |X_4|^2 + |Y_2|^2 + |Y_4|^2, \quad (4.13a)$$

$$\langle S_1 \rangle = |f_1|^2 - |f_2|^2 + |X_2|^2 + |X_4|^2 - |Y_2|^2 - |Y_4|^2, \quad (4.13б)$$

$$\langle S_2 \rangle = f_1^* f_2 + X_2^* Y_2 + X_4^* Y_4 + f_2^* f_1 + Y_2^* X_2 + Y_4^* X_4, \quad (4.13в)$$

$$\langle S_3 \rangle = i(f_2^* f_1 + Y_2^* X_2 + Y_4^* X_4 - f_1^* f_2 - X_2^* Y_2 - X_4^* Y_4). \quad (4.13г)$$

Изучая возможность получения поляризационно-сжатых состояний световых полей для пары поляризационных мод пробного поля с использованием М-схемы взаимодействия, определим параметр степени сжатия в виде:

$$P_i = 10 \lg \frac{\sigma_{\text{вх},i}^2}{\sigma_{\text{вых},i}^2}. \quad (4.14)$$

Полагая пробные поля на входе в когерентном состоянии, имеем $\sigma_{\text{вх},i}^2 = \langle \Delta S_i^2 \rangle_{\text{coh}} = N_a + N_b$, тогда как $\sigma_{\text{вых},i}^2 = \langle \Delta S_i^2 \rangle$, $i = \overline{0, \dots, 3}$. Поляризационное сжатие будет наблюдаться в случае, когда $\frac{\sigma_{\text{вх},i}^2}{\sigma_{\text{вых},i}^2} > 1$, то есть $P_i > 0$. На рис.4.4 представлена

зависимость степени сжатия для параметров Стокса S_1 , S_2 , и S_3 пробного поля от времени с использованием М-схемы взаимодействия. При этом эффективное подавление квантовых флуктуаций для параметра S_2 достигается на временном интервале приблизительно в 0.5 мкс, когда степень сжатия становится равной 3 дБ. При известной групповой скорости пробного импульса в допированной среде оптимальная длина сжатия составит примерно 1 см. Близкое значение для степени

сжатия в процессе генерации поляризационно-сжатого света было получено в недавних экспериментах с микроструктурированными волокнами [126], однако длина такого волокна должна была составлять порядка $10 \div 100$ см, что значительно уступает рассмотренному случаю с допированным кристаллом. Кроме того, полученные оценки демонстрируют возможность наблюдения поляризационного сжатия в условиях небольшого нелинейного усиления пробного поля за счет воздействия на волокно импульсов оптической накачки. Следует отметить, что по аналогии со случаем линейного фазо-чувствительного усилителя [127], замедление роста шумов одной из наблюдаемых в процессе усиления объясняется более быстрым ростом шумов других канонически-сопряженных величин – к примеру, параметров S_1 и S_3 на рис.4.4. Однако, в рассмотренном примере нелинейного усиления пробного поля шумы параметра S_2 опускаются уже ниже стандартного квантового предела, что невозможно при линейном усилении.

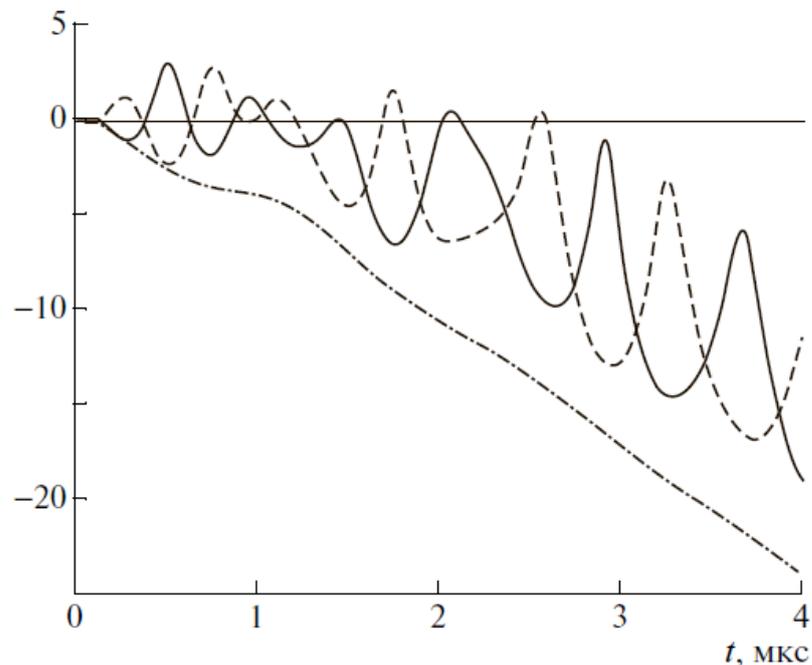


Рисунок 4.4. Временная зависимость степени сжатия для параметров Стокса S_1 (штрихпунктирная кривая), S_2 (сплошная кривая), S_3 (штриховая кривая) в процессе нелинейно-оптического кросс-взаимодействия в пробном световом пучке в присутствии двух полей оптической накачки. Параметры взаимодействия те же, что на рис.4.2, значения частот отстройки $\delta_1 / 2\pi = \delta_2 / 2\pi = 8.25$ кГц

Таким образом, приведённое в данной главе исследование демонстрирует процессы распространения импульсов света в оптических кристаллах, допированных редкоземельными ионами, при осуществлении М-схемы взаимодействия. Предложен новый способ управления квантовыми флуктуациями двухмодового светового поля в такой среде посредством изменения частот отстроек и интенсивностей полей оптической накачки на входе в среду. В этом случае поля оптической накачки служат для наведения нелинейной поляризации в допированном волокне, что приводит к сильным нелинейно-оптическим кросс-взаимодействиям между компонентами двухмодового пробного поля, распространяющегося в среде вслед за импульсами накачки с малой временной задержкой. В развитие данного метода в работе рассмотрена квантовая модель для М-схемы взаимодействия в допированных средах с учетом квантовой статистики и флуктуационных характеристик оптических импульсов света и показана возможность эффективного подавления квантовых флуктуаций двухмодового пробного поля и формирования поляризационно-сжатого света в терминах параметров Стокса на малых длинах допированного кристалла и при наличии нелинейного усиления в системе.

Предложенные методы позже были перенесены на физику твердого тела и продемонстрирована возможность осуществления некоторых квантовых алгоритмов в процессе формирования и эффективного управления неклассическими перепутанными состояниями однофотонных импульсов света при использовании специального типа допированных оптических кристаллов, что нашло свое отражение в патенте РФ, полученном на стадии подготовки диссертационной работы к защите.

§ 4.3. Выводы к главе 4

1. Изучены эффекты сильного нелинейно-оптического кросс-взаимодействия для двухмодового светового импульса в допированной ионами

редкоземельных элементов оптической матрице в присутствии двух управляющих импульсов оптической накачки (M-схема взаимодействия).

2. Показана принципиальная возможность эффективной генерации поляризационно-сжатого света в процессе нелинейно-оптического кросс-взаимодействия в многолучевой схеме атомно-оптического взаимодействия, реализованной в допированной оптической среде при одновременном нелинейном усилении пробного поля.
3. Выявлены оптимальные условия для получения поляризационно-сжатого света в допированной кварцевой матрице на малых, порядка 1 см, пространственных масштабах.

Заключение

Данная диссертационная работа посвящена исследованию нелинейной динамики и квантовых состояний локализованных оптических структур, распространяющихся в плотных средах с оптической накачкой. Основные результаты работы могут быть сформулированы следующим образом:

1. Развита теория нелинейного рассеяния импульсов света в плотной среде трехуровневых атомов с непрерывной накачкой при учете эффектов локального поля и предложен способ приближенного решения самосогласованной задачи атомы+поле, позволяющий ее сведение к форме уравнения Гинзбурга-Ландау с учетом нелинейных и диссипативных эффектов до пятого порядка включительно.
2. Сформулированы физические требования к параметрам среды и поля и определены области их значений, при которых в модели плотной среды допированного волновода возможно эффективное формирование стационарных солитонов пробного поля, управляемых через внешнюю волну оптической накачки.
3. Развита теория полностью оптического управления распространением специальных пространственных и временных оптических пакетов – солитонов, вихревых и др., а также методов их формирования в газонаполненных оптических волокнах, допированных волноводах и плотных атомных газах. Предложен способ оптического управления групповой скоростью распространяющихся вихревых солитонов без нарушения условий их стабильности за счет модуляции частоты атомно-оптической отстройки волны оптической накачки в газонаполненных полых оптических волокнах.
4. Выявлено, что пренебрежение учетом локального отклика в модели оптически-плотной среды приводит к существенным трансформациям (исчезновению) предсказанной области стабильности солитонов.

5. Изучено влияние атомно-оптических флуктуаций на процессы формирования и распространения оптических вихревых солитонов в атомных средах, наполненных бозе-эйнштейновским конденсатом оптических волокон. Впервые установлено, что для поддержания устойчивого режима оптических вихревых солитонов температура внутри газонаполненного волокна должна быть меньше критической температуры перехода к состоянию бозе-эйнштейновского конденсата.
6. Показана принципиальная возможность эффективной генерации поляризационно-сжатого света в процессе нелинейно-оптического кросс-взаимодействия на малых, порядка 1 см, пространственных масштабах, с использованием многолучевой М-схемы взаимодействия, реализованной в допированной оптической среде.

В заключение хочу выразить глубокую признательность научному руководителю – доктору физико-математических наук профессору С.М. Аракеляну, определившему направление моей научной деятельности, а также кандидату физико-математических наук А.В. Прохорову за помощь при формулировке конкретных физических задач и определении аналитических и численных методов их решения.

Автор искренне благодарен кандидату физико-математических наук А.Ю. Лексину за помощь в проведении численных расчетов. Кроме того, автор считает своим долгом поблагодарить всех сотрудников кафедры Физики и Прикладной Математики Владимирского Государственного Университета за плодотворные дискуссии, помощь и поддержку в работе.

Список литературы

1. А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хэйкин, Теория колебаний, М.: ГИТТЛ, 1959, 916 с. [См. РЖФиз, 1960, № 3, 6681].
2. Р.В. Хохлов, Радиотехника и электроника, 1961, Т. 6, С. 1116 [См. РЖФиз, 1962, 2Ж153].
3. Н.Н. Розанов, Диссипативные оптические солитоны. От микро- к нано- и атто-, М.: Физматлит, 2011, 536 с.
4. Г. Агравал, Нелинейная волоконная оптика / Пер. с англ. под ред. П.В. Мамышева, М.: Мир, 1996, 323 с.
5. S.V. Fedorov, A.G. Vladimirov, G.V. Khodova, N.N. Rosanov, Phys. Rev. E., V. 61, P. 5814, 2000.
6. S.V. Fedorov, N.N. Rosanov, A.N. Shatsev, N.A. Veretenov, A.G. Vladimirov, IEEE J. Quantum Electron., V. 39, P. 197, 2003.
7. В.С. Летохов, В.П. Чеботаев, Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения, М.: Наука, 1990, 512с.
8. M. Fleischhauer and M.D. Lukin, Phys. Rev. A, V. 65, P. 022314, 2002.
9. H. Wang, D. Goorskey, and M. Xiao, Phys. Rev. Lett., V. 87, P. 073601, 2001.
10. А.В. Прохоров, А.П. Алоджанц, С.М. Аракелян, Письма в ЖЭТФ, Т. 80, С. 870, 2004.
11. J. Nunn, I.A. Walmsley, M.G. Raymer, K. Surmacz, F.C. Waldermann, Z. Wang, and D. Jaksch, Phys. Rev. A, V. 75, P. 011401, 2007.
12. Н.Г. Басов, Р.В. Амбарцумян, В.С. Зуев, П.Г. Крюков, В.С. Летохов, ЖЭТФ, Т. 50, С. 23, 1966.
13. S.L. McCall, E.L. Hahn, Phys. Rev. Lett., V. 18, P. 908, 1967.
14. S.L. McCall, E.L. Hahn, Phys. Rev., V. 183, P. 457, 1969.
15. A. Hasegawa and F. Tappert, Appl. Phys. Lett., V. 23, P. 142–144, 1973.
16. L.F. Mollenauer, R.H. Stolen, and J.P. Gordon, Phys. Rev. Lett., V. 45, P. 1095-1098, 1980.
17. E.J. Woodbury, W.K. Ng, Proc. IRE., V. 50, P. 2347, 1962.

18. В.А. Выслоух, В.Н. Серкин, Письма в ЖЭТФ, Т. 38, С. 170, 1983; Изв. АН СССР, сер. физ., Т. 48, № 19, С. 1777, 1984.
19. Волоконная оптика / Ред. Е.М. Дианов; Рос. акад. наук (РАН), Труды ИОФАН, Т. 39, М.: Наука, 1993, 214 с.
20. V.L. da Silva, A.S.L. Gomes, J.R. Taylor, Opt. Commun, V. 66, P. 231, 1988.
21. N. Ishii, C.Y. Teisset, S. Köhler, E.E. Serebryannikov, T. Fuji, T. Metzger, F. Krausz, A. Baltuška, and A.M. Zheltikov, Phys. Rev. E, V. 74, P. 036617, 2006.
22. N. Akhmediev, A. Ankiewicz, Three Sources and Three Component Parts of the Concept of Dissipative Solitons, Lect. Notes Phys., V. 751, P. 1-28, 2008.
23. N.R. Pereira and L. Stenflo, Phys. Fluids, V. 20, No 10, P. 1733-1734, 1977.
24. В.А. Маломед, Physica D, V. 29, P. 155-172, 1987.
25. S. Fauve and O. Thual, Phys. Rev. Lett., V. 64, P. 282-285, 1990.
26. Y. Kodama, M. Romagnoli and S. Wabnitz, Electron. Lett., V. 28, No 21, P. 1981-1982, 1992.
27. V.V. Afanasjev, Opt. Lett., V. 20, No 7, P. 704-706, 1995.
28. А.И. Маймистов, ЖЭТФ, Т. 104, С. 3620-3629, 1993.
29. Б.С. Азимов, М.М. Сагатов, А.П. Сухоруков, Квант. Электроника, V. 18, P. 104, 1991 [Sov. J. Quant. Electron., V. 21, P. 93, 1991].
30. N. Akhmediev and A. Ankiewicz. Dissipative Solitons, Lect. Notes Phys., V. 661, Springer, Berlin Heidelberg, 2005.
31. J.M. Soto-Crespo, M. Grapinet, Ph. Grelu, and N. Akhmediev, Phys. Rev. E, V. 70, P. 066612, 2004.
32. N. Akhmediev, J.M. Soto-Crespo, and G. Town, Phys. Rev. E, V. 63, P. 056602 (2001).
33. Дж. Марсден, М. Мак-Кракен, Бифуркации рождения цикла и её приложения, М.: Мир, 1980, 366 с.
34. Д.Э. Постнов, А.Н. Павлов, С.В. Астахов, Методы нелинейной динамики: Учеб. пособие, Саратов, 2008, 120 с.

35. J. Guckenheimer and P. Holmes, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields*, Springer-Verlag, New York, 1983.
36. J.M. Soto-Crespo, N. Akhmediev and A. Ankiewicz, *Phys. Rev. Lett.*, V. 85, P. 2937–2940, 2000.
37. Ю.С. Кившарь, Г.П. Агравал, *Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов / Пер. с англ. под ред. Н.Н. Розанова*, М.: Физматлит, 2005, 648 с.
38. Н.Н. Розанов, А.В. Федоров, С.В. Федоров, Г.В. Ходова, *Опт. и спектр.*, Т. 79, С. 868, 1995.
39. П.В. Короленко, *Соросовский образовательный журнал*, №6, С. 94, 1998.
40. Д.Г. Качалов, К.А. Гамазков, В.С. Павельев, С.Н. Хонина, *Компьютерная оптика*, Т. 35, С. 70, 2011.
41. J. Lega, J.V. Moloney, A.C. Newell, *Phys. Rev. Lett.*, V. 73, P. 2978, 1994.
42. D. Mihalache, D. Mazilu, F. Lederer, H. Leblond, and B.A. Malomed, *Phys. Rev. A*, V. 76, P. 045803, 2007.
43. A. Szameit, J. Burghoff, T. Pertsch, S. Nolte, A. Tünnermann, F. Lederer, *Opt. Exp.*, V. 14, P. 6055, 2006.
44. H. Leblond, B.A. Malomed, and D. Mihalache, *Phys. Rev. A*, V. 80, P. 033835, 2009.
45. D.N. Neshev, T.J. Alexander, E.A. Ostrovskaya, Y.S. Kivshar, H. Martin, I. Makasyuk, and Z. Chen, *Phys. Rev. Lett.*, V. 92, P. 123903, 2004.
46. M.S. Soskin, V.N. Gorshkov, M.V. Vasnetsov, J.T. Malos, and N.R. Heckenberg, *Phys. Rev. A*, V. 56, P. 4064, 1997.
47. A.Ya. Bekshaev, M.S. Soskin, and M.V. Vasnetsov, *J. Opt. Soc. Am. A*, V. 20, P. 1635, 2003.
48. A.V. Smith and D.J. Armstrong, *Opt. Exp.*, V. 11, P. 868, 2003.
49. R. Oron, N. Davidson, A.A. Friesem, E. Hasman, *Optics Communications*, V. 182, P. 205, 2000.
50. V. Skarka, N.B. Aleksic, *Phys. Rev. Lett.*, V. 96, P. 013903, 2006.

51. C. Cerda, S.B. Cavalcanti, and J.M. Hickmann, *Eur. Phys. J. D*, V. 1, P. 313, 1998.
52. D.J. Kaup, B.A. Malomed, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, V. 87, P. 155, 1995.
53. V.V. Gafiiichuk, I.A. Lubashevskii, *Journal of Soviet Mathematics*, V. 67, P. 2943, 1993.
54. D. Mihalache, D. Mazilu, V. Skarka, B.A. Malomed, H. Leblond, N.B. Aleksić, and F. Lederer, *Phys. Rev. A*, V. 82, P. 023813, 2010.
55. V. Skarka, N.B. Aleksić, M. Derbazi, and V.I. Berezhiani, *Phys. Rev. B*, V. 81, P. 035202, 2010.
56. P. Genevet, S. Barland, M. Giudici, and J.R. Tredicce, *Phys. Rev. Lett.*, V. 104, P. 223902, 2010.
57. В.В. Япаров, В.Б. Тараненко, Н.Н. Розанов, С.В. Федоров, *Оптика и спектроскопия*, Т. 112, С. 655, 2012.
58. O.V. Borovkova, V.E. Lobanov, Y.V. Kartashov, L. Torner, *Phys. Rev. A*, V. 85, P. 023814, 2012.
59. T. Kuga, Y. Torii, N. Shiokawa, and T. Hirano, *Phys. Rev. Lett.*, V. 78, P. 4713, 1997.
60. J. Wang, J.Y. Yang, I.M. Fazal, N. Ahmed, Y. Yan, H. Huang, Y.X. Ren, Y. Yue, S. Dolinar, M. Tur, and A.E. Willner, *Nature Photonics*, V. 6, P. 488, 2012.
61. А.П. Шурупов, С.П. Кулик. *Письма в ЖЭТФ*, Т. 88, С. 729, 2008.
62. Д.Н. Клышко, *УФН*, Т. 168, С. 975, 1998.
63. Д.Ф. Смирнов, А.С. Трошин, *УФН*, Т. 153, С. 233, 1987.
64. Ю.И. Воронцов, *Теория и методы макроскопических измерений*, М.: Наука, 1989, 280 с.
65. S.P. Vyatchanin, A.Yu. Lavrenov, *Phys. Lett. A*, V. 231, P. 38, 1997.
66. C.M. Caves, *Phys. Rev. D*, V. 23, P. 1693, 1981.
67. J. Gea-Banacloche, G. Leuchs, *J. of Opt. Soc. Am. B*, V. 4, P. 1667, 1987.
68. M. Shirasaki, H.A. Haus, *J. of Opt. Soc. Am. B*, V. 7, P. 30, 1990.

69. R.M. Shelby, M.D. Levenson, P.W. Bayer, *Phys. Rev. B*, V. 31, P. 5244, 1985.
70. K. Bergman, C.R. Doer, H.A. Haus, M. Shirasaki, *Opt. Letts.*, V. 18, P. 643, 1993; H.A. Haus, *JOSA B*, V. 12, P. 2019, 1995.
71. V. Chickarmane, S.V. Dhurandhar, *Phys. Rev. A*, V. 54, P. 786, 1996.
72. S. Smitt, J. Ficker, M. Wolff, F. König, A. Sizmann, G. Leuchs, *Phys. Rev. Letts.*, V. 81, P. 2446, 1998; Ch. Silberhorn, P.K. Lam, O. Weiss, F. König, N. Korolkova, G. Leuchs, *Phys. Rev. Letts.*, V. 86, P. 4267, 2000.
73. H.P. Yuen, V.W.S. Chan, *Optics Letts.*, V. 8, P. 177, 1983.
74. B. Yurke, S.L. McCall, J.R. Klauder, *Phys. Rev. A*, V. 33, P. 4033, 1986.
75. А.С. Чиркин, А.А. Орлов, Д.Ю. Паращук, *Квант. Электрон.*, Т. 20, С. 999, 1993.
76. А.П. Алоджанц, С.М. Аракелян, А.С. Чиркин, *ЖЭТФ*, Т. 108, С. 63, 1995.
77. V.P. Karassiov, *Phys. Letts. A*, V. 190, P. 387, 1994; В.П. Карасев, А.В. Масалов, *Опт. и Спектр.*, Т. 74, С. 928, 1993.
78. P.A. Bushev, V.P. Karassiov, A.V. Masalov, and A.A. Putilin, *Opt. Spectrosc.*, V. 91, P. 526, 2001; P.A. Bushev, V.P. Karassiov, A.V. Masalov, and A.A. Putilin, "Biphoton radiation with hidden polarization: experimental implementation and polarization tomography," in: S.N. Bagaev et al. (eds.), *ICONO 2001: Quantum and Atomic Optics, High-Precision Measurements in Optics, and Optical Information Processing*, Proc. SPIE, 4750, 36, 2002.
79. В.П. Карасев, А.В. Масалов, *ЖЭТФ*, Т. 126, С. 63, 2004.
80. J. Heersink, T. Gaber, S. Lorenz, O. Glöckl, N. Korolkova, and G. Leuchs, *Phys. Rev. A*, V. 68, P. 013815, 2003.
81. B. Chalopin, F. Scazza, C. Fabre, N. Treps, *Phys. Rev. A*, V. 81, P. 061804, 2010.
82. В.А. Аверченко, Ю.М. Голубев, К.В. Филоненко, К. Фабр, Н. Трепс, *Оптика и спектроскопия*, Т. 110, С. 979, 2011.
83. A.V. Prokhorov, N.V. Korolkova, G. Leuchs, in: *Issue of Erlangen-Nuremberg University, Erlangen, Germany*, P. 73, 2005.

84. I. Vadeiko, A.V. Prokhorov, A.V. Rybin, and S.M. Arakelyan, *Phys. Rev. A*, V. 72, P. 013804, 2005.
85. M. Tavis and F.W. Cummings, *Phys. Rev.*, V. 170, P. 379, 1968.
86. Yu.I. Bogdanov, E.V. Moreva, G.A. Maslennikov, R.F. Galeev, S.S. Straupe, and S.P. Kulik, *Phys. Rev. A*, V. 73, P. 063810, 2006.
87. С.П. Кулик, А.П. Шурупов, *ЖЭТФ*, Т. 131, С. 842, 2007.
88. G. Heinze, S. Mieth, T. Halfmann, *Phys. Rev. A*, V. 84, P. 013827, 2011.
89. В.М. Агранович, Ю.Н. Гартштейн, *УФН*, Т. 176, С. 1051, 2006.
90. В.В. Железняков, В.В. Кочаровский, Вл.В. Кочаровский, *УФН*, Т. 159, С. 193, 1989.
91. О.С. Мишина, Д.В. Куприянов, И.М. Соколов, B. Julsgaard, E.S. Polzik, *Известия РАН. Сер. физ.*, Т. 70, С. 407, 2006.
92. A.I. Tartakovskii, D.N. Krizhanovskii, V.D. Kulakovskii, *Phys. Rev. B*, V. 62, P. 298, 2000.
93. Yu.G. Rubo, F.P. Laussy, G. Malpuech, A. Kavokin, and P. Bigenwald, *Phys. Rev. Lett.*, V. 91, P. 156403, 2003.
94. G. Christmann, Ch. Coulson, J.J. Baumberg, N.T. Pelekanos, Z. Hatzopoulos, S.I. Tsintzos, and P.G. Savvidis, *Phys. Rev. B*, V. 82, P. 113308, 2010.
95. А.Ф. Цацульников, Б.В. Воловик, Н.Н. Леденцов, М.В. Максимов, А.Ю. Егоров, А.Р. Ковш, В.М. Устинов, А.Е. Жуков, П.С. Копьев, Ж.И. Алферов, И.Э. Козин, М.В. Белоусов, Д. Бимберг, *ФТП*, Т. 33, С. 488, 1999.
96. А.В. Прохоров, И.О. Баринов, С.М. Аракелян, *Оптика и спектроскопия*, Т. 113, С. 1, 2012.
97. И.О. Баринов, Повышение эффективности сетей передачи квантовой информации на основе использования связанных состояний среды и поля. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук, Владимир, 2013.
98. G.D. Marshall, A. Politi, J.C.F. Matthews, P. Dekker, M. Ams, M.J. Withford, J.L. O'Brien, *Optics Express*, V. 17, P. 12546, 2009.

99. M.E. Crenshaw, *Phys. Rev. A*, V. 78, P. 053827, 2008; R.A. Vlasov and A.M. Lemeza, *Phys. Rev. A*, V. 84, P. 023828, 2011.
100. Р. Нокс, Теория экситонов, Мир, Москва, 1966, 219 с.
101. A.V. Gorshkov, A. André, M.D. Lukin, and A.S. Sørensen, *Phys. Rev. A*, V. 76, P. 033805, 2007.
102. Н.Н. Ахмедиев, А. Анкевич, Солитоны, М: Физматлит, 2003, 304 с.
103. R. Fleischhaker, T.N. Dey, J. Evers, *Phys. Rev. A*, V. 82, P. 013815, 2010.
104. В.Е. Захаров, А.Б. Шабат, *ЖЭТФ*, Т. 61, С. 118, 1971.
105. Л.С. Понтрягин, Обыкновенные дифференциальные уравнения, М.: Наука, 1974, 331 с.
106. В.И. Арнольд, Обыкновенные дифференциальные уравнения, Ижевск: Ижевская республиканская типография, 2000, 368 с.
107. M. Nakazawa, K. Suzuki, H. Kubota, Y. Kimura, *Optics Letters*, V. 18, P. 613, 1993.
108. М.О. Скалли, М.С. Зубайри, Квантовая оптика: Пер. с англ. / Под ред. В.В. Самарцева, М.: Физматлит, 2003, 512 с.
109. M.L. Dennis and I.N. Duling III, *IEEE J. Quantum Electron.*, V. 30, P. 1469, 1994; D.Y. Tang, W.S. Man, H.Y. Tam, and M.S. Demokan, *Phys. Rev. A*, V. 61, P. 023804, 2000.
110. G. Demeter, D. Dzsotjan, and G.P. Djotyan, *Phys. Rev. A*, V. 76, P. 023827, 2007.
111. L.F. Mollenauer, R.H. Stolen, M.N. Islam, *Opt. Lett.*, V. 10, P. 229, 1985.
112. P. Lobotka, J. Dérer, I. Vávra, C. de Julián Fernández, G. Mattei, and P. Mazzoldi, *Phys. Rev. B*, V. 75, P. 024423, 2007.
113. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теоретическая физика. Т.5, Статистическая Физика. Часть 1, М.: Наука, 1976, 584 с.
114. A.V. Gorbach, D.V. Skryabin, C.N. Harvey, *Phys. Rev. A.*, V. 77, P. 063810, 2008; B.J. Herman, J.H. Eberly, M.G. Raymer, *Phys. Rev. A*, V. 39, P. 3447, 1989.

- 115.V. Skarka, N.B. Aleksic, H. Leblond, B.A. Malomed and D. Mihalache, Phys. Rev. Lett., V. 105, P. 213901, 2010.
- 116.G.P. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics, Academic, San Diego, 2001.
- 117.R. Pugatch, M. Shuker, O. Firstenberg, A. Ron, N. Davidson, Phys. Rev. Lett., V. 98, P. 203601, 2007.
- 118.Н.Н. Розанов, С.В. Федоров, А.Н. Шацев, Опт. и спектр., Т. 95, С. 902, 2003.
- 119.R.V. Johnson, J.H. Marburger, Phys. Rev. A, V. 4, P. 1175, 1971.
- 120.Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, Статистическая физика. Часть 2. Теория конденсированного состояния, М.: Наука, 1978, 448 с.
- 121.H.D. Politzer, Phys. Rev. A, V. 54, 5048, 1996.
- 122.В.И. Балыкин, Д.В. Ларюшин, М.В. Субботин, В.С. Летохов, Письма в ЖЭТФ, Т. 63, С. 763, 1996.
- 123.A.V. Turukhin, V.S. Sudarshanam, M.S. Shahriar, J.A. Musser, B.S. Ham, P.R. Hemmer, Phys. Rev. Lett., V. 88, P. 023602, 2001.
- 124.A.B. Прохоров, А.П. Алоджанц, С.М. Аракелян, Квант. электрон., Т. 37, С. 1115, 2007.
- 125.И.Р. Шен, Принципы нелинейной оптики: Пер. с англ./Под ред. С.А. Ахманова, М.: Наука, 1989, 560 с.
- 126.J. Milanovic, M. Lassen, U.L. Andersen, G. Leuchs, Optics Express, V. 18, P. 1521, 2010.
- 127.M.O. Scully, M.S. Zubairy, Opt. Commun., V. 66, P. 303, 1988.