

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ МИКРОСТРУКТУР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

*На правах рукописи*

Миронов Сергей Викторович

**Неоднородные состояния и электронный транспорт в низкоразмерных гибридных системах на основе сверхпроводников, нормальных металлов и ферромагнетиков**

01.04.07 – физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук  
А.С. Мельников

Нижний Новгород – 2013

# Оглавление

|                                                                                                                                      |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Введение</b>                                                                                                                      | 4  |
| <b>Глава 1. Неустойчивость Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррелла (ЛОФФ) в многослойных системах сверхпроводник/ферромагнетик</b>       | 24 |
| 1.1. Введение.....                                                                                                                   | 24 |
| 1.2. Метод.....                                                                                                                      | 26 |
| 1.3. Неустойчивость ЛОФФ в плоскости слоев S/F систем.....                                                                           | 28 |
| 1.4. Неустойчивость ЛОФФ в S/F/N и S/F/F' системах.....                                                                              | 32 |
| 1.5. Выводы.....                                                                                                                     | 37 |
| <b>Глава 2. Экранировка магнитного поля плоскостями двойникового в сверхпроводниках первого рода</b>                                 | 38 |
| 2.1. Введение.....                                                                                                                   | 38 |
| 2.2. Расчет температурной зависимости критического магнитного поля.....                                                              | 42 |
| 2.2.1. Случай абсолютно непрозрачной плоскости двойникового.....                                                                     | 42 |
| 2.2.2. Случай плоскости двойникового с конечной прозрачностью.....                                                                   | 45 |
| 2.3. Выводы.....                                                                                                                     | 49 |
| <b>Глава 3. Анизотропия флуктуационной проводимости гибридных систем сверхпроводник / ферромагнетик</b>                              | 51 |
| 3.1. Введение.....                                                                                                                   | 51 |
| 3.2. Расчет флуктуационной поправки к проводимости.....                                                                              | 53 |
| 3.2.1. Общие соотношения.....                                                                                                        | 53 |
| 3.2.2. Предел слабого магнитного поля рассеяния.....                                                                                 | 57 |
| 3.2.2. Предел сильного магнитного поля рассеяния.....                                                                                | 60 |
| 3.2.3. Случай промежуточных полей рассеяния.....                                                                                     | 66 |
| 3.3. Выводы.....                                                                                                                     | 70 |
| <b>Глава 4. Время дефазировки и магнетосопротивление двумерного электронного газа в пространственно неоднородных магнитных полях</b> | 73 |
| 4.1. Введение.....                                                                                                                   | 73 |
| 4.2. Обзор режимов электронной дефазировки.....                                                                                      | 75 |
| 4.3. Слабые магнитные поля: отрицательное магнетосопротивление.....                                                                  | 79 |

|                                                     |                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|-----|
| 4.3.1.                                              | Пертурбативные поправки к проводимости.....                     | 79  |
| 4.3.1.1.                                            | Поле с произвольной пространственной конфигурацией.....         | 79  |
| 4.3.1.2.                                            | Пример: слабое синусоидальное магнитное поле.....               | 83  |
| 4.3.2.                                              | Эффект перенормировки времени дефазировки.....                  | 85  |
| 4.4.                                                | Сильные магнитные поля: положительное магнетосопротивление..... | 89  |
| 4.4.1.                                              | Периодическое поле в форме меандра.....                         | 90  |
| 4.4.2.                                              | Периодическое поле в форме косинуса.....                        | 93  |
| 4.5.                                                | Выводы.....                                                     | 94  |
| <b>Заключение</b>                                   |                                                                 | 97  |
| <b>Список публикаций автора по теме диссертации</b> |                                                                 | 99  |
| <b>Список литературы</b>                            |                                                                 | 101 |

## Введение

### Актуальность темы и степень ее разработанности

Свойства сверхпроводящих материалов и гибридных систем на их основе привлекают интерес как теоретиков, так и экспериментаторов в течение последних 100 лет. Одним из фундаментальных свойств сверхпроводников является их способность переносить слабый постоянный электрический ток без диссипации энергии [1]. При температурах, меньших критической температуры сверхпроводящего фазового перехода  $T_c$ , сопротивление сверхпроводника обращается в ноль и остается нулевым при увеличении тока вплоть до критического значения  $I_c$ . Такое необычное поведение сопротивления обусловлено образованием куперовских пар – связанных состояний электронов с энергией, близкой к энергии Ферми. Для большинства известных сверхпроводящих соединений, параметр порядка в которых имеет симметрию  $s$ -типа, суммарный спин куперовской пары равен нулю. При температурах ниже критической происходит конденсация куперовских пар в основном состоянии, волновая функция которого является общей для всех электронов в конденсате (сверхпроводящих электронов) [2]. При этом в энергетическом спектре возбуждений сверхпроводящих электронов образуется щель, препятствующая разрушению их когерентного состояния под действием малых возмущений (величина щели увеличивается с уменьшением температуры). Пропускание через проводник постоянного тока  $I$  приводит к возникновению ненулевого суммарного импульса куперовских пар, однако, пока величина их скорости не превышает отношение ширины энергетической щели  $\Delta$  к импульсу Ферми  $p_F$  (пока  $I < I_c$ ), состояние электронов в конденсате остается когерентным [3, 4], и сверхпроводящий ток является бездиссипативным.

Отсутствие джоулевых потерь в сверхпроводниках открывает широкие перспективы для их использования в микроэлектронике, где проблема организации эффективного отвода тепла является одним из наиболее существенных ограничений для уменьшения размеров элементов интегральных микросхем. При этом скачкообразное поведение сопротивления сверхпроводников вблизи критической температуры позволяет осуществлять эффективное управление электронным транспортом.

В последнее время большое внимание уделяется изучению явлений, на основе которых можно осуществлять управление транспортными свойствами сверхпроводников при помощи внешних магнитных полей. Основным результатом взаимодействия сверхпроводника с магнитным полем является разрушение куперовских пар, обусловленное двумя механизмами. Во-первых, магнитное поле  $H$  приводит к зеемановскому расщеплению одноэлектронных уровней

энергии, в результате чего при  $H > H_c^{par} = \sqrt{2}\Delta / g\mu_B$  ( $\mu_B$  – магнетон Бора,  $g = 2$  для свободных электронов) энергетически выгодным оказывается разрушение куперовской пары и переход электронов в состояние с сонаправленными спинами (парамагнитный механизм) [5]. Во-вторых, взаимодействие сверхпроводящих электронов с векторным потенциалом магнитного поля также приводит к разрушению куперовских пар при  $H > H_c^{orb}$  (орбитальный механизм) [6]. В большинстве сверхпроводящих материалов  $H_c^{orb} \ll H_c^{par}$ , так что орбитальный механизм разрушения сверхпроводимости оказывается доминирующим. Исключением являются материалы с большой эффективной массой электронов, где отношение  $H_c^{par} / H_c^{orb}$  может стать существенно меньше единицы (см., например, обзор [7]).

Одним из фундаментальных явлений, обусловленных орбитальным взаимодействием сверхпроводящих электронов с векторным потенциалом, является эффект Мейснера – возбуждение сверхпроводящих токов слабым внешним магнитным полем, которые приводят к полному подавлению магнитного поля в объеме сверхпроводника [8]. Теория Лондонов [9] позволяет получить выражение для плотности тока  $\mathbf{j} = -e^2 n_s \mathbf{A} / mc$ , следующее из жесткости фазы волновой функции сверхпроводящего конденсата. Здесь  $n_s$  – плотность сверхпроводящих электронов,  $m$  – масса электронов,  $\mathbf{A}$  – векторный потенциал. Заметим, что знак в данном соотношении соответствует диамагнитному отклику тока на векторный потенциал.

Увеличение магнитного поля приводит к разрушению однородного сверхпроводящего состояния при некоторой пороговой величине поля и возникновению состояния, в котором образец содержит как сверхпроводящие, так и нормальные области [1]. При этом в нормальных областях величина магнитного поля отлична от нуля. Пространственная конфигурация такого неоднородного состояния существенно различается для сверхпроводников первого и второго рода. В сверхпроводниках первого рода сечения нормальных областей плоскостью, перпендикулярной полю, являются макроскопическими, и их форма зависит от формы образца, в то время как в сверхпроводниках второго рода нормальные области представляют собой вихревые нити, поток магнитного поля через сечение каждой из которых равен кванту потока  $\Phi_0$  [10].

При дальнейшем увеличении магнитного поля и достижении так называемого критического поля происходит полное разрушение сверхпроводимости в объеме сверхпроводника. Величина критического поля зависит от температуры [11]. Так, для сверхпроводников второго рода критическое поле  $H_{c2}$  разрушения сверхпроводимости в объеме образца вблизи критической температуры  $T_c$  равно  $H_{c2}(T) = (\Phi_0 / 2\pi\xi_0^2)(1 - T/T_c)$ , где  $\xi_0$  – длина когерентности, определяющая характерный размер куперовских пар при нулевой температуре.

Существенно более сложный сценарий разрушения сверхпроводимости реализуется в ограниченных и пространственно неоднородных сверхпроводящих системах [см. Рисунок 1]. В ча-

ности, в объемных сверхпроводниках, содержащих некоторые типы двумерных дефектов (поверхности образца, плоскости двойникования и т.п.), условия существования сверхпроводимости вблизи дефектов могут существенно отличаться от аналогичных условий в объеме сверхпроводника [12, 13].

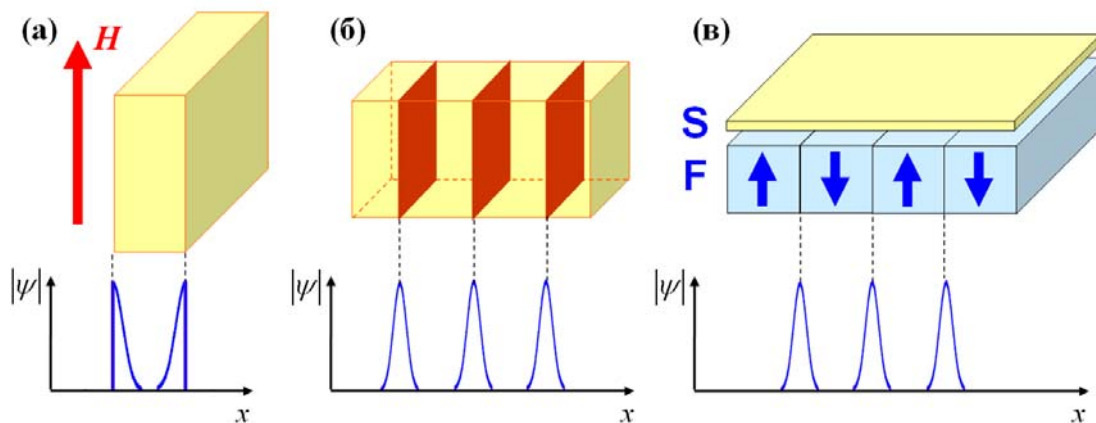


Рисунок 1. Примеры систем, в которых реализуется локализованная сверхпроводимость: (а) объемный сверхпроводник с плоскими границами в параллельном магнитном поле; (б) объемный сверхпроводник с плоскостями двойникования; (в) сверхпроводящая пленка над ферромагнетиком, имеющем доменную структуру. В нижней части рисунка схематически показано пространственное распределения модуля сверхпроводящего параметра порядка в режиме сверхпроводимости, локализованной вблизи (а) границ образца; (б) плоскостей двойникования или (в) доменных стенок в ферромагнетике.

Так, в сверхпроводниках второго рода с плоской границей [Рисунок 1(а)] магнитное поле  $H$ , параллельное границе и имеющее значение в интервале  $H_{c2} < H < H_{c3} = 1.69H_{c2}$ , не приводит к полному разрушению сверхпроводимости в образце. В этом случае наблюдается явление поверхностной сверхпроводимости – существование квазидвумерного сверхпроводящего зародыша с шириной, имеющей порядок магнитной длины  $L_H = \sqrt{\Phi_0/H}$ , локализованного вблизи границы образца [12]. Такой локализованной зародыш представляет собой двумерный канал, по которому может протекать бездиссипативный ток. При этом переключение канала из сверхпроводящего в нормальное состояние может эффективно осуществляться путем изменения величины магнитного поля. С экспериментальной точки зрения, существование локализованной сверхпроводимости, связанной с поверхностью образца, нагляднее всего проявляется в увеличении критического магнитного поля в 1.69 раза, что приводит к существенному изменению фазовой диаграммы сверхпроводника на плоскости температура – магнитное поле.

Другой пример локализованной сверхпроводимости реализуется в сверхпроводниках, содержащих плоскости двойникования [Рисунок 1(б)]. Плоскость двойникования может продуцировать более благоприятные условия для зарождения сверхпроводимости по сравнению с усло-

виями в объеме кристалла, так что оказывается возможным возникновение сверхпроводящего слоя, локализованного на плоскости двойникования, даже при температурах выше критической температуры  $T_c$  объемного сверхпроводника (см. обзор [13]).

В последнее время наблюдается рост интереса к физике плоскостей двойникования. В частности, недавно было экспериментально продемонстрировано, что плоскость двойникования влияет на свойства сравнительно новых сверхпроводников, которые принадлежат к семейству пниктидов [14, 15, 16, 17, 18, 19]. В этих сверхпроводниках плоскости двойникования могут локально увеличить плотность состояний [17, 18] или влиять на пиннинг вихрей [19, 20]. Так, в работе [20] было продемонстрировано, что в соединении  $\text{Ba}(\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x)_2\text{As}_2$  плоскости двойникования отталкивают вихри и действуют как сильные барьеры для движения вихрей. Такое поведение вихрей вблизи плоскости двойникования существенно отличается от аналогичного поведения в традиционных сверхпроводниках первого и второго рода, в которых плоскость двойникования осуществляет эффективный пиннинг вихрей [21]. Теоретически взаимодействие вихрей с плоскостью двойникования ранее изучалось в рамках феноменологической модели Гинзбурга-Ландау (см, например, обзор [22]). При этом было установлено, что на потенциал пиннинга существенное влияние оказывают магнитные свойства плоскости двойникования, определяющие структуру магнитного поля в области локализованного сверхпроводящего зародыша.

Хорошо известно, что плоскости двойникования могут эффективно экранировать параллельное магнитное поле [13] [Рисунок 2(а)]. При этом величина критического поля сверхпроводника с плоскостями двойникования превышает критическое поле сверхпроводника без дефектов. Соответствующие зависимости критического магнитного поля от температуры  $H_c(T)$  в случае абсолютно прозрачных для электронов плоскостей двойникования были теоретически изучены в рамках феноменологического подхода Гинзбурга-Ландау как для сверхпроводников первого рода [23, 24, 25, 26, 27], так и для сверхпроводников второго рода [23]. Структура фазовой диаграммы сверхпроводника первого рода показана на Рисунке 3.

Зависимости  $H_c(T)$  для сверхпроводников первого и второго рода не содержат никаких подгоночных параметров, что позволяет производить их непосредственную экспериментальную проверку для конкретных сверхпроводников [28, 29]. Отметим, что в некоторых случаях вблизи поверхности образца, содержащего плоскости двойникования, может возникать аномальное усиление сверхпроводимости [30, 31]. Формирование более благоприятных условий для зарождения поверхностной сверхпроводимости в этом случае может быть связано с наличием плоскости двойникования, параллельной границе образца и расположенной на малом расстоянии от границы. Верхнее критическое поле для этой ситуации было рассчитано в работе [32].

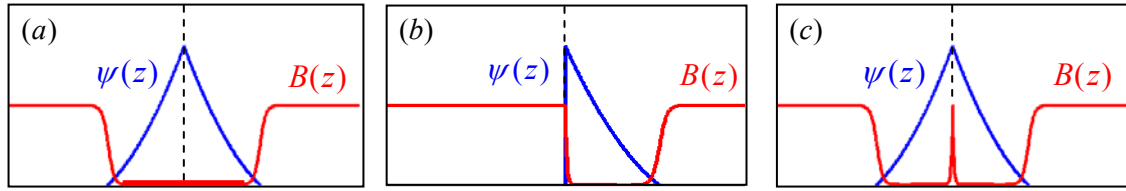


Рисунок 2. Схематическое изображение профилей параметра порядка (синие кривые) и магнитного поля (красные кривые) вблизи плоскости двойникования, пересекающей плоскость рисунка по пунктирной линии, для случаев: (а) эффективной экранировки магнитного поля; (б) частичного разрушения сверхпроводящего зародыша вблизи плоскости двойникования; (с) полного проникновения магнитного поля в область плоскости двойникования.

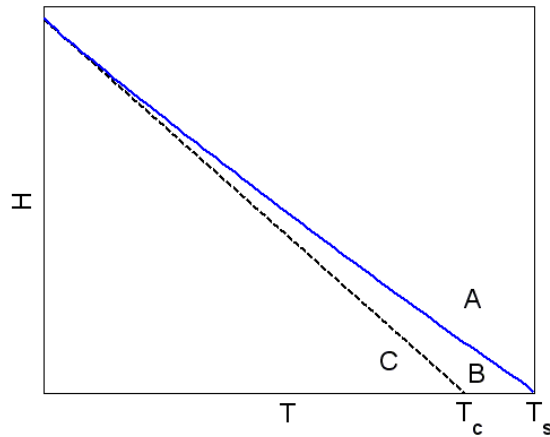


Рисунок 3. Фазовая диаграмма сверхпроводника первого рода, содержащего прозрачные для электронов плоскости двойникования. Магнитное поле  $H$  направлено параллельно плоскостям двойникования. Область А соответствует нормальной фазе, область В – сверхпроводимости на плоскости двойникования, С – объемной сверхпроводимости. При нулевом значении поля объемная сверхпроводимость разрушается при температуре  $T_c$ , а локализованная сверхпроводимость – при  $T_s > T_c$ .

Описанные теоретические результаты были также обобщены на случай плоскостей двойникования с конечной электронной прозрачностью. Для описания такой ситуации необходимо дополнить стандартный функционал свободной энергии Гинзбурга-Ландау слагаемыми, нарушающими требование непрерывности сверхпроводящего параметра порядка на плоскости двойникования [33, 34]. При этом величина прозрачности является феноменологическим параметром, который должен определяться экспериментально.



Влияние конечной электронной прозрачности плоскости двойникования на верхнее критическое поле в сверхпроводниках второго рода было проанализировано в работе [35]. Авторы показали, что в этом случае профиль параметра порядка в присутствии магнитного поля является симметричным относительно плоскости двойникования. В то же время для сверхпроводников первого рода было найдено, что в случае слабо прозрачных плоскостей двойникования энергетически более выгодным может стать существенно асимметричное распределение параметра порядка относительно плоскости двойникования по сравнению с симметричным распределением [36]. Удивительное предсказание работы [36] заключается в утверждении, что при некоторых условиях параметр порядка отличен от нуля только по одну сторону плоскости двойникования, в то время как по другую сторону параметр порядка должен быть равен нулю [Рисунок 2(b)]. Позднее было показано [A2], что вывод авторов работы [36] об асимметричном профиле параметра порядка в основном состоянии сверхпроводника является неверным, поскольку существует более энергетически выгодное состояние с симметричным распределением модуля параметра порядка.

Следует отметить, что при нахождении основного состояния сверхпроводника первого рода со слабопрозрачными плоскостями двойникования ключевую роль играет вопрос о характере экранировки магнитного поля, обусловленной плоскостью двойникования. Все теоретические результаты, которые были получены к настоящему времени, базируются на предположении об эффективной экранировке магнитного поля сверхпроводящим зародышем, локализованным на плоскости двойникования [соответствующее пространственное распределение модуля параметра порядка и магнитного поля схематически показано на Рисунке 2(a)]. В частности, считалось, что в сверхпроводниках первого рода магнитное поле может проникать только в область, которая далеко отстоит от плоскости двойникования (магнитное поле на плоскости двойникования экспоненциально мало), в то время как в сверхпроводниках второго рода магнитное поле имеет минимум на плоскости двойникования. В работе [A2] было показано, что для плоскостей двойникования с низкой электронной прозрачностью описанное предположение является неверным. Действительно, абсолютно непрозрачная для электронов плоскость двойникования в бесконечном сверхпроводнике эквивалентна двум полубесконечным сверхпроводникам с плоской границей, соединенным вместе. В этом случае существование бесконечно малого зазора между границами сверхпроводников приведет к полному проникновению внешнего поля в область зазора. Аналитические расчеты, выполненные в рамках модели Гинзбурга-Ландау, показали, что проникновение продольного магнитного поля в область плоскости двойникования с конечной (но малой) электронной прозрачностью также является возможным [A2]. Результирующие профили модуля параметра порядка и магнитного поля имеют вид, показанный на Рисунке 2(c).

Таким образом, изучение особенностей проникновения магнитного поля в сверхпроводники, содержащие плоскости двойникового с низкой электронной прозрачностью, является актуальной задачей. Поправки к критическому магнитному полю сверхпроводников первого рода, обусловленные полным проникновением магнитного поля в область плоскости двойникового, оказываются чувствительными к величине электронной прозрачности. Насколько известно автору диссертационной работы, к настоящему моменту отсутствуют достоверные данные о величине электронной прозрачности плоскостей двойникового. Сопоставление рассчитанных в работе [A2] фазовых диаграмм для сверхпроводников первого рода с экспериментальными данными может рассматриваться как один из возможных способов измерения прозрачности плоскостей двойникового.

В последнее десятилетие началось интенсивное изучение нового класса систем, в которых наблюдается явление локализованной сверхпроводимости – планарных гибридных систем, состоящих из тонкой сверхпроводящей пленки и магнитной подсистемы, создающей в области сверхпроводника пространственно неоднородное магнитное поле. В качестве магнитной подсистемы обычно рассматриваются ферромагнитные пленки с доменным распределением намагниченности [Рисунок 1(в)] или массивы ферромагнитных наночастиц.

Интерес к описанным гибридным системам обусловлен возможностью управлять транспортными свойствами сверхпроводящей подсистемы посредством манипулирования доменной структурой ферромагнетика [37, 38]. Зарождение сверхпроводящего состояния в этих системах сильно зависит от величины и пространственной конфигурации неоднородного магнитного поля. Интересно, что для некоторых параметров системы сверхпроводимость может возникать в форме хорошо разделенных одномерных зародышей, локализованных вблизи доменных стенок или внутри областей магнитных доменов [39, 40, 41, 42]. Результаты экспериментального наблюдения локализованной сверхпроводимости в гибридных системах сверхпроводник / ферромагнетик представлены в работах [43, 44, 45, 46]. Следует отметить, что локализованные зародыши, по сути, являются сверхпроводящими «проводами», по которым может протекать бездиссипативный транспортный ток. Применение таких «проводов» в микроэлектронике представляется перспективным, поскольку может позволить создавать элементы с перестраиваемым пространственным расположением сверхпроводящих и несверхпроводящих областей [41].

Одним из важных направлений исследования неоднородных систем с локализованной сверхпроводимостью является изучение особенностей поведения сверхпроводящих флуктуаций при температурах выше критической температуры сверхпроводящего фазового перехода. Возникновение в нормальном состоянии флуктуационных куперовских пар с конечным временем жизни приводит к возникновению существенных поправок к основным характеристикам сверхпроводника, таким как теплоемкость, магнитная восприимчивость и проводимость [47]. При

этом существенный интерес вызывает изучение флуктуационной проводимости гибридных систем сверхпроводник / ферромагнетик, поскольку, с практической точки зрения, чувствительность флуктуаций к магнитному полю обуславливает возможность эффективного управления транспортным током при температурах выше критической. С фундаментальной же точки зрения, такие исследования представляют интерес, так как позволяют получить детальную информацию об особенностях сверхпроводящего фазового перехода в системах с локализованной сверхпроводимостью.

Флуктуационный транспорт в однородных сверхпроводниках при температурах  $T$  выше критической температуры  $T_c$  изучался в течение более полувека (см., например, [47]). Флуктуационная поправка  $\Delta\sigma$  к друдевской проводимости  $\sigma_N$  содержит три главных вклада, которые являются сингулярными вблизи критической температуры  $T_c$ : (а) положительную поправку Асламазова-Ларкина, соответствующую вкладу в электронный транспорт от неравновесных куперовских пар с конечным временем жизни [48, 49]; (б) поправку Маки-Томпсона, обусловленную андреевским рассеянием электронов на флуктуационных куперовских парах [50, 51, 52, 53]; (в) отрицательную поправку, обусловленную уменьшением плотности состояний нормальных электронов [54]. В случае, когда процессы, разрушающие фазовую когерентность электронов, являются достаточно сильными, поправка Асламазова-Ларкина оказывается доминирующей во флуктуационной проводимости, поскольку температурная зависимость вклада Маки-Томпсона вблизи критической температуры выходит на насыщение [55], в то время как вклад, обусловленный уменьшением плотности состояний, является менее сингулярным по сравнению с вкладом Асламазова-Ларкина.

Расходимость поправки Асламазова-Ларкина при температурах, близких к критической, имеет степенной характер. Одной из основных особенностей данной поправки – зависимость показателя степени (так называемого критического индекса) от размерности сверхпроводника  $D$ , а именно:  $\Delta\sigma(T) \propto (T - T_c)^{D/2-2}$ . Другой особенностью является чувствительность поправки  $\Delta\sigma$  к слабому магнитному полю, которое разрушает флуктуационные куперовские пары и изменяет критическую температуру сверхпроводника. Присутствие магнитного поля, однако, не влияет на показатель степени в зависимости  $\Delta\sigma(T)$  в непосредственной близости от критической температуры. Таким образом, данный показатель степени является фундаментальной величиной, определяемой размерностью системы.

Для ее анализа может быть использован феноменологический подход Гинзбурга-Ландау.

Следует отметить, что поведение флуктуационной проводимости вблизи критической температуры (в температурном интервале  $Gi \ll (T - T_c)/T_c \ll 1$ , где  $Gi$  – число Гинзбурга-Леванюка [47]) сверхпроводящего фазового перехода может быть описано в рамках формализма неста-

ционарного уравнения Гинзбурга-Ландау. В этом случае выражение для проводимости полностью определяется спектром и собственными функциями оператора, совпадающего по форме с гамильтонианом Шредингера для частицы с зарядом  $2e$  и массой  $2m$  и имеющего смысл оператора кинетической энергии флуктуационных куперовских пар. При этом для пространственно однородных сверхпроводящих систем энергетический спектр флуктуационных куперовских пар является изотропным в пространстве импульсов. Это приводит к изотропии поправки Асламазова-Ларкина.

Принципиально другая ситуация реализуется в системах, в которых при температурах ниже  $T_c$  реализуется локализованная сверхпроводимость. В частности, авторы работы [56] проанализировали флуктуационную проводимость конечного сверхпроводника с плоской границей, помещенного в параллельное границе магнитное поле. Они показали, что в такой системе в непосредственной близости от сверхпроводящего перехода температурная зависимость поправки Асламазова-Ларкина становится эффективно двумерной [ $\Delta\sigma \propto (T - T_c)^{-1}$ ], что может быть интерпретировано как формирование узкого двумерного канала с увеличенной флуктуационной проводимостью, локализованного вблизи поверхности. Позже Томпсон показал, что флуктуационная проводимость в такой системе является анизотропной в плоскости границы, что обусловлено анизотропией тензора эффективных масс в спектре флуктуационных куперовских пар [57]. Для сверхпроводящей пленки, помещенной в продольное магнитное поле, в работе [57] была предсказана необычная зависимость поправки  $\Delta\sigma$  от величины поля вблизи трикритической точки, где одна из компонент тензора эффективных масс меняет знак. Влияние граничных условий на анизотропию поправки  $\Delta\sigma$  было проанализировано Имри [58]. Также было предсказано необычное температурное поведение  $\Delta\sigma$  для конечной сверхпроводящей пленки, помещенной в перпендикулярное магнитное поле [59]. В этом случае из-за формирования краевых состояний поведение флуктуационной проводимости вблизи  $T_c$  эффективно становится одномерным, т.е.  $\Delta\sigma \propto (T - T_c)^{-3/2}$ .

Похожая анизотропия физических величин, зависящих от флуктуаций, возникает в сверхпроводниках с плоскостями двойникования [60]. Было показано, что если такой сверхпроводник помещен в магнитное поле, перпендикулярное к плоскостям двойникования, то расходимость выражения для магнитной восприимчивости вблизи критической температуры имеет двумерный характер и является более сильной по сравнению с расходимостью, характерной для трехмерных сверхпроводников. В то же время для продольного магнитного поля вклад от пространственных областей вблизи плоскостей двойникования в магнитную восприимчивость оказывается пренебрежимо малым. На качественном уровне данное обстоятельство связано с тем, что вблизи критической температуры локализованной сверхпроводимости квазиклассические

траектории флуктуационных куперовских пар лежат преимущественно в области плоскости двойникования. При этом движение пар в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, оказывается квазиодномерным, а соответствующий вклад в магнитный момент – малым. Экспериментальное наблюдение данного вклада сильно затруднено, поскольку он замаскирован вкладом от объема сверхпроводника.

Естественно ожидать, что в гибридных системах сверхпроводник / ферромагнетик с доменной структурой поведение флуктуационной проводимости также должно иметь ряд особенностей, связанных с возможностью существования в таких системах локализованной сверхпроводимости. В частности, в работе [А3] было показано, что при определенных параметрах системы флуктуационная проводимость может стать существенно анизотропной в плоскости сверхпроводящей пленки. Кроме того, из-за конкуренции объемных и локализованных флуктуаций на температурных зависимостях флуктуационной проводимости могут присутствовать кроссоверы между степенными функциями параметра  $(T - T_c)$  с различными показателями степени. Экспериментальное обнаружение подобных эффектов стало бы еще одним подтверждением существования локализованных сверхпроводящих зародышей в описанных гибридных системах, а также позволило бы определить их основные геометрические и транспортные характеристики.

Таким образом, изучение флуктуационной проводимости гибридных систем сверхпроводник / ферромагнетик с магнитными доменами является актуальной задачей. При этом основной интерес представляет анализ наиболее сингулярной части поправки к проводимости Асламазова-Ларкина, поскольку именно она содержит информацию об эффективной размерности сверхпроводящих флуктуаций.

В целом, системы с локализованной сверхпроводимостью демонстрируют целый набор необычных эффектов, на основе которых могут быть реализованы различные механизмы эффективного управления электронным током при помощи магнитного поля.

Вместе с тем, возможность изменения проводимости путем прикладывания сравнительно слабых магнитных полей может быть реализована также и в нормальных (то есть не сверхпроводящих) структурах, например, в системах со значительными квантово-интерференционными эффектами. Такой системой, в частности, является двумерный электронный газ с беспорядком при низких температурах  $T$ . В последнее время структуры, содержащие двумерный электронный газ и некоторые источники пространственно модулированных магнитных полей, привлекают значительный интерес как экспериментаторов, так и теоретиков [61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73]. Как известно, в случае сильного беспорядка на электронную проводимость существенное влияние оказывают эффекты слабой локализации, которые обусловлены квантовой интерференцией между электронными волнами, распространяющимися вдоль различных квазиклассических траекторий с самопересечениями [74]. В диффузионном пределе

слаболокализационная поправка  $\Delta g = -(e^2/2\pi^2\hbar)\ln(\tau_\varphi/\tau)$  к друдевскому кондактансу  $g_D$  двумерного электронного газа (под кондактансом понимается произведение проводимости двумерного образца на его толщину) определяется соотношением между характерным временем релаксации импульса электрона  $\tau$  и временем сбоя фазы электронной волновой функции вследствие неупругого рассеяния  $\tau_\varphi$  (временем дефазировки). Основными механизмами, приводящими к дефазировке электронов, являются электрон-электронное и электрон-фононное рассеяние: соответствующие времена дефазировки растут с понижением температуры  $T$  как  $T^{-2}$  и  $T^{-3}$  соответственно [75]. Другим эффективным механизмом электронной дефазировки в двумерном электронном газе является взаимодействие с перпендикулярным магнитным полем. Такое поле разрушает фазовую когерентность замкнутых траекторий, поток магнитного поля через которые превышает квант потока  $\Phi_0 = \pi\hbar c/|e|$ . Результирующее время дефазировки  $\tau_H$  начинает зависеть от величины поля  $H$  и может быть получено путем сравнения потока через контур с размером диффузионной длины  $\sqrt{D\tau_H}$  (здесь  $D$  – коэффициент диффузии) с квантом магнитного потока  $\Phi_0$ :  $\tau_H^{-1} \sim DH/\Phi_0$ . Как следствие, двумерный электронный газ обладает отрицательным магнетосопротивлением (см., например, [74] и ссылки в этой работе) и при малых значениях поля выражение для кондактанса принимает вид

$$\Delta g = -\frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \left\{ \ln \frac{\tau_\varphi}{\tau} - \frac{2}{3} \left( \frac{eHD\tau_\varphi}{\hbar c} \right)^2 + \dots \right\}.$$

Описанное выше поведение слаболокализационной поправки к проводимости существенно модифицируется в случае, когда магнитное поле является пространственно неоднородным. Профили магнитного поля с микроскопическими характерными пространственными масштабами могут быть созданы, например, решеткой вихрей в пленке сверхпроводника [61, 62, 63, 64, 65], а также доменной структурой в ферромагнитной пленке или решеткой магнитных частиц, расположенной вблизи двумерного электронного газа.

Для того, чтобы рассмотреть магнитные поля, модулированные на микроскопических масштабах, необходимо принять во внимание изменение магнитного потока через интерферирующие траектории, проходящие через области с быстро меняющимся магнитным полем. Заметим, что задача о проводимости двумерного электронного газа в пространственно неоднородном магнитном поле оказалась эквивалентной задаче о слое двумерного электронного газа с шероховатыми границами, помещенном в параллельное магнитное поле [66, 67]. Для частного случая вихрей, замороженных в сверхпроводящую пленку, магнитное поле имеет форму трубок с фиксированным потоком. Подходящее теоретическое описание явления слабой локализации для различных соотношений между радиусами трубок и масштабом  $L_\varphi = \sqrt{D\tau_\varphi}$  было построено

в работе [61]. Соответствующий вклад в магнетопроводимость при слабом среднем поле  $H$  оказался пропорциональным концентрации вихрей, то есть величине  $|H|$ , в отличие от зависимости  $H^2$ , характерной для однородного поля. Численный анализ поправок к кондактансу для случая решетки магнитных трубок с произвольным соотношением между радиусом и  $L_\varphi$  был проведен в работе [65]. Экспериментально данные предсказания были подтверждены в работах [62, 63].

Другой интересной особенностью является необычная зависимость характерного времени дефазировки  $\tau_B^{-1} \propto H_0^2$  от амплитуды поля  $H_0$  для случайных знакопеременных профилей магнитного поля, обнаруженная экспериментально в работе [66]. Для некоторых модельных одномерных профилей магнитного поля такая зависимость была ранее предсказана в работе [69]. Указанная зависимость обратного времени дефазировки существенно отличается от линейной зависимости  $\tau_H^{-1} \propto H$ , характерной для однородного поля. С физической точки зрения, основное отличие заключается в том, что когда длина дефазировки существенно превосходит масштаб неоднородности поля, слаболокализационная поправка к проводимости становится нелокальной. Можно ожидать, что зависимость  $\tau_B^{-1} \propto H_0^2$  является универсальной для слабых магнитных полей с мелкомасштабной пространственной модуляцией, в то время как для плавных профилей магнитного поля обратное время дефазировки линейно зависит от амплитуды поля. Однако из-за отсутствия аналитических расчетов слаболокализационной поправки к проводимости в пространственно неоднородных магнитных полях с произвольным профилем определение областей параметров, соответствующих различным режимам электронной дефазировки, оказывается затруднительным. В связи с этим построение общей картины слабой локализации в магнитных полях с произвольной амплитудой и пространственной конфигурацией является актуальной задачей. В частности, представляется интересным анализ магнетосопротивления гибридных систем двумерный электронный газ / ферромагнетик с магнитными доменами, помещенных во внешнее магнитное поле. Такие системы являются наиболее привлекательными с точки зрения экспериментального изучения режимов слабой локализации в неоднородном поле, поскольку в них оказывается возможным добиться произвольных соотношений между тремя основными пространственными масштабами задачи – длиной электронной дефазировки, масштабом неоднородности магнитного поля и магнитной длиной  $L_{H_0} = \sqrt{\Phi_0 / H_0}$ .

В рассмотренных выше гибридных системах ферромагнетик / сверхпроводник и ферромагнетик / двумерный электронный газ влияние ферромагнетика на свойства проводящей подсистемы осуществляется исключительно через создаваемое им магнитное поле. При этом переходы электронов из одной подсистемы в другую отсутствуют. Вместе с тем в последнее время на-

блюдается растущий интерес к гибридным системам сверхпроводник (S) / ферромагнетик (F), в которых граница между подсистемами является частично или полностью прозрачной для электронов [37]. Физические явления, обусловленные эффектом близости, в таких системах существенно отличаются от аналогичных явлений в хорошо изученных системах сверхпроводник / нормальный металл (S/N). На основе этих явлений могут быть созданы принципиально новые устройства, осуществляющие контролируемое управление сверхпроводящим током.

Хорошо известно, что в системах сверхпроводник / нормальный металл (S/N) волновая функция куперовских пар, проникающих в нормальную область, затухает вглубь нормального металла [Рисунок 4(а)]. При этом присутствие куперовских пар приводит как к уменьшению плотности состояний (DOS), так и к возникновению диамагнитных токов, дающих вклад в полную экранировку внешнего магнитного поля. В противоположность этому, в гибридных S/F системах волновая функция куперовских пар внутри ферромагнетика [37, 76], кроме затухания, испытывает пространственные осцилляции [Рисунок 4(б)]. Такое необычное поведение волновой функции обусловлено взаимодействием электронов, образующих куперовскую пару, с обменным полем в ферромагнетике. Разница в энергиях Зеемана для электронов с различными знаками проекции спина на направление поля компенсируется изменением их кинетической энергии. В результате суммарный импульс пары становится отличным от нуля, что и приводит к осцилляциям волновой функции. Описанный механизм возникновения осцилляций аналогичен механизму формирования неоднородных состояния Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррелла (ЛОФФ) [77, 78].

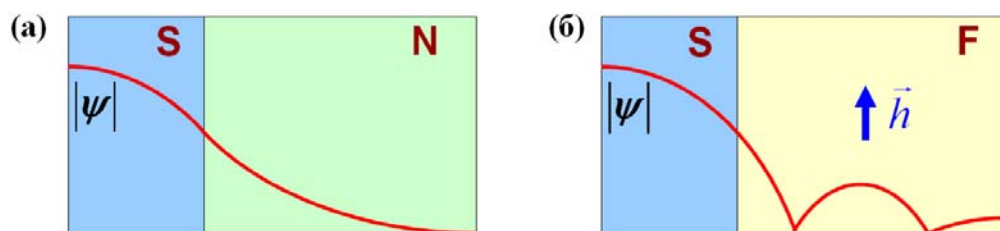


Рисунок 4. Схематическое изображение профилей параметра порядка в структурах (а) сверхпроводник / нормальный металл и (б) сверхпроводник / ферромагнетик с обменным полем  $\vec{h}$ .

Осцилляционное поведение волновой функции куперовских пар внутри ферромагнетика в бислоях S/F может приводить к локальному увеличению электронной плотности состояний на уровне Ферми [79, 80], формированию  $\pi$ -контактов [81, 82] и возникновению немонотонных зависимостей критической температуры [83, 84] и эффективной длины проникновения магнитного поля [85, 86] от толщины ферромагнитного слоя. При этом локальное увеличение плотности состояний сопровождается сменой знака мейснеровских токов, протекающих внутри ферромагнетика. Существование локальных парамагнитных токов было теоретически подтвержде-



но микроскопическими расчетами, и для достаточно чистых S/F бислоев было предсказано, что даже полный ток в ферромагнитном слое может стать парамагнитным [87].

Этот необычный вклад в электромагнитный отклик становится сильнее для сверхпроводника, помещенного в контакт с композитным F/F' слоем с различными направлениями магнитных моментов в слоях F и F'. Такие системы, во многом, привлекают интерес в связи с возможностью создания на их основе спиновых вентилях [88, 89, 90]. Известно, что в системах с композитным F/F' слоем возникают так называемые дальнедействующие триплетные сверхпроводящие корреляции, предсказанные Бержеретом, Волковым и Ефетовым (см. обзор [91]) и экспериментально обнаруженные в джозефсоновских S/F/S контактах с композитным F слоем [92, 93]. Данные триплетные корреляции приводят к возникновению положительной поправки к DOS на уровне Ферми [91, 94, 95] и соответствующего дальнедействующего вклада в парамагнитный эффект Мейснера. Аномальный (парамагнитный) эффект Мейснера был также предсказан для спин-триплетных сверхпроводников [96] и для S/N контактов со спин-активной границей [97].

Вместе с тем, в работе [A4] для многослойных тонкопленочных S/F систем было продемонстрировано, что смена знака в соотношении Лондонов между сверхпроводящим током и векторным потенциалом означает возникновение неустойчивости основного сверхпроводящего состояния относительно модуляции фазы параметра порядка в плоскости слоев. Как следствие, в таких системах парамагнитный эффект Мейснера не может реализовываться. Аналогичная ситуация должна иметь место и для систем, рассмотренных в работах [87, 96, 97].

Одним из ключевых факторов, определяющих знак мейснеровского отклика рассмотренных многослойных систем, является структура параметра порядка в плоскости слоев. Результаты работ, в которых был предсказан парамагнитный эффект Мейснера, базируются на предположении об однородности волновой функции куперовских пар в плоскости слоев. Принято считать, что импульс куперовских пар, возникающий в ферромагнетике из-за нескомпенсированной зеемановской энергии, направлен перпендикулярно слоям. Вместе с тем существование продольной в плоскости слоев компоненты импульса может также компенсировать разность зеемановских энергий электронов в куперовской паре, что, в свою очередь, может приводить к образованию состояния, которое является более энергетически выгодным и имеет более высокую критическую температуру по сравнению с однородным в плоскости слоев состоянием. Для бислоев S/F возможность формирования состояния, модулированного вдоль плоскости F слоя, была предсказана в работах [98, 99]. Но позже было замечено [100], что выводы работ [98, 99] основаны на ошибочных граничных условиях, предполагающих модуляцию параметра порядка только в F слое.

Однако в работе [А4] была показана возможность ситуации, когда для S/F бислоев с достаточно тонким сверхпроводящим слоем модуляция волновой функции может присутствовать как в ферромагнетике, так и в сверхпроводнике. Похожая неоднородная фаза была предсказана для ферромагнитного цилиндра, покрытого сверхпроводящей оболочкой [101, 102]. Изучение возможности формирования в S/F системах пространственно неоднородных в плоскости слоев сверхпроводящих состояний, аналогичных состояниям ЛОФФ, представляет несомненный интерес. Формирование продольных ЛОФФ состояний способно существенно влиять на термодинамические, электродинамические и транспортные свойства многослойных S/F систем. В частности, переход системы в ЛОФФ состояние делает невозможным существование парамагнитного эффекта Мейснера.

### **Цели работы**

1. Исследование особенностей формирования состояний Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррелла в многослойных тонкопленочных системах сверхпроводник / ферромагнетик. Расчет пространственного масштаба экранировки внешнего магнитного поля и величины критического поля.

2. Исследование особенностей проникновения магнитного поля в сверхпроводник первого рода, содержащий плоскости двойникования с низкой электронной прозрачностью. Расчет зависимости критического магнитного поля от температуры.

3. Изучение зависимости флуктуационной проводимости гибридных систем, состоящих из пленки сверхпроводника и ферромагнетика с магнитными доменами, от температуры, амплитуды магнитного поля рассеяния и величины внешнего магнитного поля.

4. Изучение поведения слаболокализационной поправки к проводимости двумерного электронного газа в пространственно неоднородных магнитных полях. Расчет магнетосопротивления гибридных систем двумерный электронный газ / ферромагнетик с одномерной доменной структурой.

### **Методы исследования**

1. Для изучения особенностей формирования состояний Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррелла в многослойных тонкопленочных системах сверхпроводник / ферромагнетик использовался формализм, основанный на аналитическом решении уравнения Узаделя.

2. Для изучения особенностей проникновения магнитного поля в сверхпроводники первого рода, содержащие плоскости двойникования, применялись аналитические и численные методы

решения модифицированного уравнения Гинзбурга-Ландау, учитывающего локальное увеличение критической температуры в области плоскости двойникования.

3. Для расчетов флуктуационной проводимости гибридных систем сверхпроводник / ферромагнетик использовались аналитические методы, основанные на решении нестационарного уравнения Гинзбурга-Ландау.

4. Для расчета слаболокализационной поправки к проводимости двумерного электронного газа в пространственно неоднородных магнитных полях использовались аналитические методы решения уравнения для куперона.

### **Научная новизна работы**

Научная новизна работы определяется оригинальностью полученных результатов и заключается в следующем.

1. Предсказано, что в многослойных тонкопленочных системах на основе сверхпроводников и ферромагнетиков реализуется неустойчивость Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррелла (ЛОФФ), приводящая к формированию профиля параметра порядка с модуляцией в плоскости слоев. В отличие от предыдущих работ по этой тематике анализ неустойчивости ЛОФФ в плоскости слоев основаны на использовании корректных граничных условий Куприянова-Лукичева для уравнения Узаделя.

2. Показано, что уменьшение электронной прозрачности плоскостей двойникования в сверхпроводниках первого рода, помещенных во внешнее магнитное поле, приводит к формированию резких пространственных профилей магнитного поля с максимумом на плоскости двойникования и к увеличению критического термодинамического поля перехода в нормальное состояние. Предсказанные пространственно неоднородные состояния являются энергетически более выгодными по сравнению с состояниями, найденными в предыдущих работах.

3. Продемонстрировано, что флуктуационная проводимость тонкопленочных гибридных систем, состоящих из сверхпроводника и ферромагнетика с одномерной доменной структурой, является анизотропной в плоскости сверхпроводника. Проанализирована зависимость величины анизотропии от температуры и амплитуды магнитного поля рассеяния, создаваемого ферромагнетиком. Проведенный анализ позволил обобщить результаты, полученные ранее для пленки сверхпроводника в однородном магнитном поле, на случай существенно неоднородных магнитных полей, а также выявить особенности поведения флуктуационной проводимости, специфические для гибридных систем сверхпроводник / ферромагнетик.

4. Показано, что для гибридных систем, состоящих из двумерного электронного газа и ферромагнетика с одномерной доменной структурой, время электронной дефазировки и знак магнетосопротивления, обусловленного эффектом слабой локализации, определяются пространственными масштабами магнитного поля рассеяния, создаваемого ферромагнетиком. Полученные результаты позволили построить общую картину электронной дефазировки в неоднородных магнитных полях с произвольными характерными масштабами и амплитудой.

## **Теоретическая и практическая значимость работы**

1. Одним из перспективных применений многослойных систем сверхпроводник / ферромагнетик в микроэлектронике является изготовление на их основе новых устройств (пиконтактов и спиновых вентилях), позволяющих осуществлять эффективное управление электронным током. Учет возможности формирования продольного состояния Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррелла, предсказанной в диссертационной работе, имеет принципиальное значение при проектировании подобных устройств.

2. Электронная прозрачность является ключевым феноменологическим параметром плоскостей двойникования, определяющим их влияние на магнитные и транспортные свойства сверхпроводника вблизи критической температуры. Результаты, полученные в диссертационной работе, могут быть использованы для интерпретации экспериментальных данных по изучению локализованной сверхпроводимости на плоскостях двойникования.

3. Перспективным применением гибридных структур сверхпроводник / ферромагнетик с магнитными доменами, в которых может реализовываться локализованная сверхпроводимость, является создание на их основе перестраиваемых элементов для сверхпроводящей микроэлектроники. Проведенные расчеты флуктуационной проводимости данных систем позволяют предсказать их транспортные характеристики при температурах выше критической.

4. Проведенные расчеты слаболокализационной поправки к проводимости двумерного электронного газа в пространственно неоднородных магнитных полях показывают, что двумерный электронный газ является чувствительным детектором магнитного поля, способным регистрировать микромасштабные поля с нулевым пространственным средним.

## **Основные положения, выносимые на защиту**

1. В тонкопленочных многослойных структурах сверхпроводник / ферромагнетик реализуется неустойчивость Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррелла (ЛОФФ), что приводит к формированию профиля параметра порядка, модулированного в плоскости слоев. Переключение между однородным в плоскости слоев состоянием и продольным состоянием ЛОФФ сопровождается исчезновением эффекта Мейснера и возникновением осцилляций критической температуры как функции перпендикулярной компоненты магнитного поля.

2. Уменьшение электронной прозрачности плоскостей двойникования в сверхпроводниках первого рода, помещенных во внешнее магнитное поле, приводит к формированию резких про-

странственных профилей магнитного поля с максимумом на плоскости двойникования и к увеличению критического термодинамического поля перехода в нормальное состояние.

3. Флуктуационная проводимость тонкопленочных гибридных систем, состоящих из сверхпроводника и ферромагнетика с одномерной доменной структурой, является анизотропной в плоскости сверхпроводника. Величина анизотропии зависит от температуры и амплитуды магнитного поля рассеяния, создаваемого ферромагнетиком.

4. Для гибридных систем, содержащих двумерный электронный газ и ферромагнетик с доменным распределением намагниченности, время электронной дефазировки и знак магнетосопротивления, обусловленного эффектом слабой локализации, определяются пространственными масштабами магнитного поля, создаваемого ферромагнетиком в области электронного газа.

### **Личный вклад автора в получение результатов**

Вклад автора диссертационной работы в решение задачи о флуктуационной проводимости гибридных систем сверхпроводник / ферромагнетик является равноценным с вкладом А.С. Мельникова. Вклад автора в решение задачи о слабой локализации в неоднородных магнитных полях является равноценным с вкладами А.С. Мельникова и С.В. Шарова. Вклад автора в решение задачи об особенностях проникновения магнитного поля в сверхпроводники с плоскостями двойникования является равноценным с вкладом А.И. Буздина. Вклад автора в решение задачи о состояниях ЛОФФ в многослойных системах сверхпроводник / ферромагнетик является равноценным с вкладами А.С. Мельникова и А.И. Буздина.

### **Апробация работы**

Основные результаты работы обсуждались на семинарах в ИФМ РАН. Материалы диссертационной работы были представлены на международных конференциях «Low-Dimensional Metallic and Superconducting Systems» (Черноголовка, 2009), «NanoPeter-2010» (Санкт-Петербург, 2010), «MESO-2012» (Черноголовка, 2012), на международных симпозиумах «Нанопизика и наноэлектроника» (Нижний Новгород, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012), а также на научных школах «Нелинейные волны» (Нижний Новгород, 2008, 2010).

### **Публикации**

По теме диссертации опубликовано 14 работ (4 статьи в рецензируемых научных журналах и 10 – в сборниках тезисов докладов).

## Структура диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка публикаций автора и списка цитируемой литературы из 124 наименований. Общий объем – 110 страниц, в диссертации приведено 28 рисунков.

**Первая глава** посвящена изучению пространственной конфигурации основного состояния многослойных гибридных систем, содержащих сверхпроводник и ферромагнетик. Показано, что в широком классе S/F, S/F/N и S/F/F' систем реализуется неустойчивость Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррелла (ЛОФФ) в плоскости слоев, что приводит к формированию профиля параметра порядка, модулированного вдоль слоев. Переключения между однородным состоянием в плоскости слоев и состоянием ЛОФФ проявляются в исчезновении эффекта Мейснера и могут осуществляться контролируемым образом посредством изменения толщины S слоя и угла между векторами намагниченности в F/F' бислоях. В предсказанном состоянии ЛОФФ зависимость критической температуры от перпендикулярной компоненты магнитного поля имеет осцилляторный характер.

**Вторая глава** посвящена изучению особенностей проникновения магнитного поля в сверхпроводники с плоскостями двойникования. Показано, что в сверхпроводниках первого и второго рода, содержащих плоскости двойникования с низкой электронной прозрачностью, проникновение внешнего параллельного поля в область плоскости двойникования может быть энергетически выгодным. Также показано, что в сверхпроводниках первого рода магнитное поле в области плоскости двойникования имеет форму цепочки вихрей джозефсоновского типа. В рамках феноменологической модели Гинзбурга-Ландау рассчитана зависимость критического магнитного поля от температуры для различных значений электронной прозрачности плоскости двойникования.

**В третьей главе** представлены результаты исследования флуктуационной проводимости сверхпроводящей пленки, помещенной в перпендикулярное неоднородное магнитное поле, создаваемое ферромагнетиком с доменной структурой. Показано, что тензор проводимости является существенно анизотропным. Величина этой анизотропии определяется температурой и характерным размером магнитных доменов. Для случаев малой, большой и промежуточной ширины доменов рассчитаны зависимости компонент тензора проводимости от температуры и параметров магнитного поля. Показано, что в случае доменов большой ширины на температурных зависимостях флуктуационной проводимости реализуются кроссоверы, соответствующие изменению эффективной размерности области с сильными флуктуациями.

**В четвертой главе** изучается влияние пространственно неоднородного магнитного поля на явления слабой локализации в двумерном электронном газе. Обнаружено нетривиальное поведение времени электронной дефазировки  $\tau_H$  и магнетосопротивления как функций параметров

магнитного поля. Изучена зависимость сопротивления гибридных систем, состоящих из двумерного электронного газа и ферромагнетика с магнитными доменами, от величины внешнего однородного поля  $H$ . Для таких систем предсказана возможность обнаружения положительного магнетосопротивления при малых значениях поля  $H$ . Показано, что результирующая зависимость сопротивления от  $H$  должна содержать резкий пик.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

# Глава 1. Неустойчивость

## Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррелла (ЛОФФ)

### в многослойных системах

### сверхпроводник/ферромагнетик

#### 1.1. Введение

Существование диамагнитного сверхпроводящего тока, приводящего к вытеснению магнитного поля, является одной из фундаментальных особенностей, характерных для сверхпроводящих материалов. Жесткость фазы волновой функции сверхпроводящего конденсата определяет соотношение между плотностью сверхпроводящего тока  $\mathbf{j}_s$  и векторным потенциалом  $\mathbf{A}$ , которое в модели Лондонов имеет вид [9]:

$$\mathbf{j}_s = -\frac{e^2 n_s}{mc} \mathbf{A}, \quad (1.1)$$

где  $n_s$  – плотность сверхпроводящих электронов,  $m$  – масса электрона,  $e$  – заряд электрона. Естественное предположение о положительности электронной плотности и массы приводит к выводу о диамагнитном характере связи  $\mathbf{j}_s$  с  $\mathbf{A}$ .

Недавно общность утверждения о диамагнитном характере отклика тока на внешнее поле была поставлена под сомнение в ряде теоретических работ [87, 96, 97], в которых были предсказаны изменение знака в лондоновском соотношении (1.1) и существование необычного парамагнитного отклика в гибридных системах сверхпроводник / ферромагнетик (S/F) и сверхпроводник / нормальный металл (S/N) со спин-активной границей. Авторы указанных работ связывают существование такого аномального мейснеровского отклика с нечетными по мацубаровской частоте спин-триплетными сверхпроводящими корреляциями, возникающими из-за необычного эффекта близости в таких системах [91]. В системе со спин-триплетными корреляциями выражение (1.1) должно быть модифицировано. В этом случае связь сверхпроводящего тока с векторным потенциалом на качественном уровне имеет вид

$$\mathbf{j}_s = -\frac{e^2}{mc} (n^{(s)} - n^{(t)}) \mathbf{A}, \quad (1.2)$$

где величины  $n^{(s)}$  ( $n^{(t)}$ ) могут интерпретироваться как плотность синглетного (триплетного) конденсата. Различный характер пространственного затухания компонент  $n^{(s)}$  и  $n^{(t)}$  формально



приводит к смене знака локального отклика (1.2), то есть к возникновению аномального эффекта Мейснера.

Данная глава диссертационной работы посвящена изучению фазовой диаграммы и магнитных свойств гибридных S/F систем, демонстрирующих описанную выше смену знака в соотношении между плотностью сверхпроводящего тока и векторным потенциалом. Как будет показано ниже, аномальный эффект Мейснера может вызывать продольную неустойчивость Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррела (ЛОФФ) однородного в плоскости слоев сверхпроводящего состояния.

Для иллюстрации основного результата данной главы рассмотрим довольно общие аргументы, объясняющие физическую причину неустойчивости основного состояния в системах с парамагнитным эффектом Мейснера. Локальная плотность сверхпроводящего тока  $\mathbf{j}_s$  может рассматриваться как вариационная производная функционала свободной энергии

$$\mathbf{j}_s = -c \frac{\delta F_A}{\delta \mathbf{A}} = -\frac{e^2 n_s}{mc} \mathbf{A}. \quad (1.3)$$

При этом слагаемое  $F_A$  в функционале свободной энергии, содержащее векторный потенциал, имеет вид

$$F_A = \int \frac{e^2 n_s}{2mc^2} \mathbf{A}^2 dV, \quad (1.4)$$

где  $n_s$  и  $m$  – эффективные плотность куперовских пар и их масса соответственно. Смена знака в соотношении между сверхпроводящим током и векторным потенциалом формально может рассматриваться как смена знака эффективной массы электронов. Вводя фазу сверхпроводящего параметра порядка  $\varphi$  и записывая свободную энергию в калибровочно-инвариантной форме

$$F_A = \int \frac{e^2 n_s}{2mc^2} \left( \mathbf{A} - \frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla \varphi \right)^2 dV, \quad (1.4)$$

мы получаем, что отрицательная локальная эффективная масса может, в принципе, привести к неустойчивости однородного состояния с  $\varphi = const$  и  $\mathbf{A} = 0$ . В этом случае основное состояние системы окажется пространственно модулированным ( $\nabla \varphi \neq 0$ ). Именно такая ситуация реализуется при переходе к неоднородному состоянию ЛОФФ (см. обсуждение, например, в работе [103]). Как следствие, приведенное выше выражение, описывающее линейный отклик тока, должно быть рассмотрено заново с учетом нового неоднородного основного состояния.

Для того, чтобы проиллюстрировать приведенные выше общие аргументы на конкретном примере неустойчивости, ограничимся рассмотрением тонкопленочных структур с суммарной толщиной, много меньшей по сравнению с масштабом экранирования магнитного поля. Данное предположение позволяет нам рассматривать только токи, протекающие в плоскости слоев и

пренебречь изменением векторного потенциала поперек структуры. Вводя вектор продольной модуляции ЛОФФ  $\mathbf{k}$ , так что  $\varphi = \mathbf{k}\mathbf{r}_{\parallel}$  ( $\mathbf{r}_{\parallel}$  – радиус-вектор в плоскости слоев), находим:

$$F_A = \left( \mathbf{A}_{\parallel} - \frac{\Phi_0}{2\pi} \mathbf{k} \right)^2 S \int \frac{e^2 n_s}{2mc^2} dx, \quad (1.5)$$

где ось  $x$  выбрана направленной перпендикулярно к плоскости пленки;  $S$  – площадь образца в плоскости ( $yz$ );  $\mathbf{A}_{\parallel}$  – компонента векторного потенциала, параллельная плоскости ( $yz$ ). Ясно, что все состояния с

$$\Lambda^{-1} = \int \frac{e^2 n_s}{2mc^2} dx < 0 \quad (1.6)$$

являются нестабильными и, таким образом, граница области неустойчивости ЛОФФ задается условием  $\Lambda^{-1} = 0$ , которое соответствует исчезновению эффекта Мейснера в продольном магнитном поле. Заметим, что приведенные выше аргументы, будучи примененными к самому состоянию ЛОФФ, показывают, что в модулированном состоянии мейснеровский отклик должен также быть диамагнитным. Таким образом, в рассматриваемых системах существование парамагнитного эффекта Мейснера оказывается невозможным.

В последующих разделах настоящей главы представлены результаты соответствующих микроскопических расчетов критической температуры и критического магнитного поля в состоянии ЛОФФ для трех структур (S/F, S/F/N и S/F/F'), показанных на Рисунке 5.

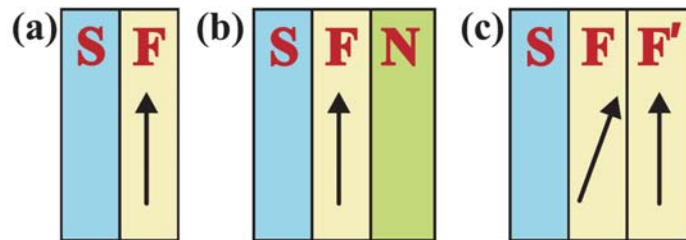


Рисунок 5. Эскиз рассматриваемых в работе гибридных систем. Сверхпроводящий (S) слой приведен в контакт с (a) ферромагнитной (F) пленкой, (b) F/N бислоем и (c) бислоем F/F' с различной ориентацией магнитных моментов (показаны стрелками).

## 1.2. Метод

Микроскопические расчеты критической температуры и критического магнитного поля в состоянии ЛОФФ проводились с использованием следующих приближений:

- (a) характеристики системы соответствует грязному пределу;

(б) обменное поле  $h$  в ферромагнетике много больше критической температуры  $T_{c0}$  изолированного сверхпроводящего слоя;

(в) толщина  $d_s$  сверхпроводящего слоя много меньше длины когерентности  $\xi_s = \sqrt{D_s/2\pi T}$  ( $D_s$  – коэффициент диффузии в сверхпроводнике), так что изменением параметра порядка  $\Delta$  поперек сверхпроводящего слоя можно пренебречь;

(г) все межслойные границы являются абсолютно прозрачными для электронов.

Предположение (а) позволяет описывать систему в рамках формализма, основанного на уравнении Узаделя (см., например, [104]). Аномальная функция Грина является матрицей в спиновом пространстве:

$$\hat{f} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix} = (f_s + \mathbf{f}_t \hat{\sigma}) i \hat{\sigma}_y, \quad (1.7)$$

где  $f_s$  и  $\mathbf{f}_t$  – ее синглетная и триплетные компоненты соответственно. Вблизи критической температуры функция  $\hat{f}$  удовлетворяет линейризованному уравнению Узаделя:

$$\frac{D}{2} \nabla^2 \hat{f} - \omega_n \hat{f} - \frac{i}{2} (\mathbf{h} \hat{\sigma} \hat{f} + \hat{f} \mathbf{h} \hat{\sigma}) + \hat{\Delta} = 0, \quad (1.8)$$

где  $\hat{\Delta} = \Delta i \hat{\sigma}_y$  – функция сверхпроводящей щели;  $\omega_n = \pi T(2n+1)$  – мацубаровские частоты;  $D$  – коэффициент диффузии, который может быть различным для различных слоев. В случае границы между слоями, абсолютно прозрачной для электронов, функция  $\hat{f}$  и комбинация  $\sigma \partial \hat{f} / \partial x$  являются непрерывными на каждой границе ( $\sigma$  – друдевская проводимость соответствующего слоя) [105]. Для простоты предполагается, что скорости Ферми во всех слоях одинаковы, так что отношение величин проводимости разных слоев равно отношению соответствующих коэффициентов диффузии.

Критическая температура  $T_c$  системы определяется компонентой  $f_{12}^S$  функции Грина в сверхпроводнике в соответствии с уравнением самосогласования

$$\Delta \ln \frac{T_c}{T_{c0}} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{\Delta}{|2n+1|} - \pi T_c f_{12}^S \right) = 0, \quad (1.9)$$

где  $T_{c0}$  – критическая температуры изолированного сверхпроводящего слоя.

В пределе слабой экранировки обратный квадрат лондоновской длины проникновения магнитного поля, усредненный по толщине структуры  $d_0$ , принимает вид:

$$\lambda^{-2} = \frac{1}{\Lambda d_0} = \frac{16\pi^3 T_c}{ec\Phi_0 d_0} \sum_{n=0}^{\infty} \int \sigma(x) (|f_s|^2 - |\mathbf{f}_t|^2) dx. \quad (1.10)$$

Из данного выражения видно, что триплетная компонента вносит отрицательный вклад в параметр экранировки  $\lambda^{-2}$ .

Для описания состояния ЛОФФ предположим, что функция щели  $\Delta(\mathbf{r}_\parallel) = \Delta_0 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_\parallel)$  и аномальная функция Грина  $\hat{f} = \hat{\phi}(x) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_\parallel)$  являются пространственно модулированными в плоскости слоев. В этом случае величина  $T_c$ , определяемая из уравнения самосогласования (1.9), становится функцией вектора модуляции  $\mathbf{k}$ . При этом критическая температура системы может быть определена как максимум функции  $T_c(\mathbf{k})$ .

### 1.3. Неустойчивость ЛОФФ в плоскости слоев S/F систем

В данном разделе рассмотрена гибридная система [см. Рисунок 5(a)], состоящая из тонкой сверхпроводящей пленки и ферромагнитного слоя толщиной  $d_f \ll \xi_n = \sqrt{D_f/4\pi T}$ . Обменное поле  $\mathbf{h}$  в ферромагнетике предполагается однородным и направленным вдоль оси  $z$ , так что  $f_{11} = f_{22} = 0$ . Подставляя модулированную функцию Грина в уравнение Узалея и решая его в приближении, что функция  $\hat{f}$  слабо меняется поперек сверхпроводящего слоя, получаем выражения для компонент  $f_{12}^{S(F)}$  в S(F) слое:

$$f_{12}^S = \frac{\Delta_0 e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_\parallel}}{\omega_n + \tau_s^{-1}(k)}, \quad f_{12}^F = f_{12}^S \frac{\cosh[q_k(x - d_f)]}{\cos(q_k d_f)}, \quad (1.11)$$

где  $q_k = \sqrt{q^2 + k^2}$ ,  $q = (1+i)/\xi_f$ , а  $\xi_f = \sqrt{D_f/h}$  – длина когерентности в ферромагнетике. Комплексный параметр, описывающий процесс разрушения куперовских пар

$$\tau_s^{-1}(k) = \frac{D_s}{2} k^2 + \frac{D_s}{2d_s} \frac{\sigma_f}{\sigma_s} q_k \tanh(q_k d_f), \quad (1.12)$$

определяет критическую температуру  $T_c(k)$  сверхпроводящей пленки:

$$\ln \frac{T_c(k)}{T_{c0}} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \operatorname{Re} \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\tau_s^{-1}(k)}{2\pi T_c(k)}\right), \quad (1.13)$$

где  $\Psi$  – дигамма-функция. Заметим, что эти результаты могут быть получены путем замены  $\omega_n \rightarrow \omega_n + D_{s(f)} k^2 / 2$  в уравнении Узалея для однородного состояния.

Выражения (1.10)-(1.13) позволяют установить связь между эффективной длиной магнитной экранировки в однородном состоянии и производной функции  $T_c(k)$  при  $k=0$ . Заметим, что для рассматриваемой системы справедливо тождество

$$|f_s|^2 - |f_t|^2 = \operatorname{Re} f_{12}^2. \quad (1.14)$$

Тогда, подставляя координатные зависимости компонент аномальной функции Грина в формулу (1.10), получаем:

$$\lambda^{-2} = \frac{4\pi\sigma_s\Delta^2 d_s}{ec\Phi_0 d_0 T_c} \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\left(n + \frac{1}{2} + \nu\right)^2} \left[ 1 + \frac{\sigma_f}{\sigma_s} \frac{1}{4qd_s} \frac{\sinh(2qd_f) + 2qd_f}{\cosh^2(qd_f)} \right]. \quad (1.15)$$

Заметим, что выражение (1.15) совпадает с результатом работы [86].

С другой стороны, дифференцируя равенство (1.13) по  $k^2$  в точке  $k=0$ , получаем:

$$\left. \frac{\partial T_c(k)}{\partial k^2} \right|_{k=0} = -\frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \left\{ \left( \frac{\partial \tau_s^{-1}(k)}{\partial k^2} - \frac{\tau_s^{-1}(k)}{T_c(k)} \frac{\partial T_c(k)}{\partial k^2} \right) \Psi_1 \left( \frac{1}{2} + \frac{\tau_s^{-1}(k)}{2\pi T_c(k)} \right) \right\} \Bigg|_{k=0}, \quad (1.16)$$

откуда

$$\operatorname{Re} \left\{ \left. \frac{\partial \tau_s^{-1}(k)}{\partial k^2} \right|_{k=0} \Psi_1 \left( \frac{1}{2} + \nu \right) \right\} = -2\pi \left. \frac{\partial T_c(k)}{\partial k^2} \right|_{k=0} \left\{ 1 - \operatorname{Re} \left[ \nu \Psi_1 \left( \frac{1}{2} + \nu \right) \right] \right\}. \quad (1.17)$$

Здесь  $\nu = \tau_s^{-1}(0)/2\pi T_c(0)$ ,  $\Psi_1$  – тригамма-функция. Учитывая, что

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\left(n + \frac{1}{2} + \nu\right)^2} = \Psi_1 \left( \frac{1}{2} + \nu \right) \quad (1.18)$$

и

$$\left. \frac{\partial \tau_s^{-1}(k)}{\partial k^2} \right|_{k=0} = \frac{D_s}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{4qd_s} \frac{\sigma_f}{\sigma_s} \frac{\sinh(2qd_f) + 2qd_f}{\cosh^2(qd_f)} \right\}, \quad (1.19)$$

окончательно получаем выражение, описывающее связь эффективной длиной магнитной экранировки в однородном состоянии и производной функции  $T_c(k)$  при  $k=0$ :

$$\lambda^{-2} = -\frac{16\pi^2 d_s \sigma_s \Delta^2}{ec\Phi_0 d_0 D_s T_c(0)} \left[ 1 - \operatorname{Re} \left\{ \nu \Psi_1 \left( \frac{1}{2} + \nu \right) \right\} \right] \left. \frac{\partial T_c}{\partial k^2} \right|_{k=0}. \quad (1.20)$$

Из выражения (1.20) видно, что условие стабильности однородного в плоскости слоев сверхпроводящего состояния,

$$\left. \frac{\partial T_c}{\partial k^2} \right|_{k=0} < 0, \quad (1.21)$$

фиксирует диамагнитный характер мейснеровского отклика на магнитное поле, параллельное плоскости слоев.

Если  $d_f \sim \xi_f$ , то вклад от ферромагнитного слоя в параметр магнитной экранировки  $\lambda^{-2}$  может стать отрицательным. Для S/F бислоев с большой разницей в коэффициентах диффузии ( $D_f/D_s \gg h/T_{c0}$ ) параметр экранировки  $\lambda^{-2}$  может даже обратиться в ноль при некоторой критической толщине  $d_s = d_{sc}$ . Это может произойти, если  $d_s$  достаточно мала, так что  $d_s \leq (\sigma_f/\sigma_s)\xi_f$ , но критическая температура системы по-прежнему ненулевая, что требует вы-

полнения условия  $(\sigma_f/\sigma_s)(D_s/d_s\xi_f) \leq T_{c0}$ . При критической толщине  $d_s = d_{sc}$  производная  $\partial T_c/\partial k^2 (k=0)$  обращается в ноль, и система переключается из однородного в плоскости слоев состояния в модулированное состояние ЛОФФ с модулем вектора модуляции  $k_0 \neq 0$ . Типичные зависимости  $\lambda^{-2}(d_s)$  показаны синими сплошными кривыми на Рисунке 6. Зависимости оптимального вектора модуляции  $k_0(d_s)$  для различных значений  $d_f$  показаны красными пунктирными линиями на Рисунке 6. Соответствующие зависимости  $T_c(k)$  показаны на Рисунке 7. Отметим, что состояние ЛОФФ может появиться даже в области параметров, где критическая температура для однородного состояния в плоскости слоев равна нулю.

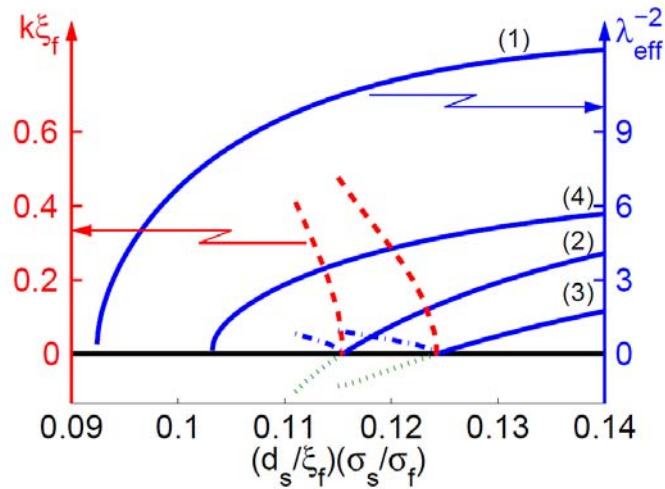


Рисунок 6. Параметр магнитной экранировки  $\lambda^{-2}$  (синие сплошные линии) в однородном в плоскости слоев сверхпроводящем состоянии и оптимальный вектор ЛОФФ модуляции  $k_0$  (красные пунктирные кривые) как функции толщины сверхпроводящего слоя  $d_s$  в S/F бислое. Синие штрихпунктирные кривые, нарисованные от руки, иллюстрируют поведение параметра магнитной экранировки в режиме ЛОФФ, в то время как зеленые пунктирные линии соответствуют поведению параметра  $\lambda^{-2}$ , рассчитанному для нестабильного однородного состояния. Были выбраны следующие значения параметров системы:  $\xi_{s0} = \sqrt{D_s/4\pi T_{c0}} = 0.1\xi_f$  и (1)  $d_f = 0.75\xi_f$ , (2)  $d_f = 1.0\xi_f$ , (3)  $d_f = 1.2\xi_f$ , (4)  $d_f = 2.0\xi_f$ . Также введено обозначение  $\lambda_{eff}^{-2} = \lambda^{-2} [ec\Phi_0 T_c(0) d_0 / 2\pi\sigma_s d_s \Delta^2]$ .

Физическая причина возникновения состояния ЛОФФ в бислое S/F допускает следующую интерпретацию. Эффект близости с ферромагнетиком играет роль механизма разрушения куперовских пар на границе сверхпроводника и ферромагнетика. Модуляция ЛОФФ параметра порядка подавляет данный механизм паразарушения, но, в то же время, сама по себе приводит к частичному разрушению пар в объеме сверхпроводящего слоя, то есть к уменьшению критиче-

ской температуры системы. Эффективность первого (второго) механизма управляется коэффициентом диффузии  $D_f(D_s)$ , и при  $D_f/D_s \gg h/T_{c0}$  критическая температура состояния ЛОФФ превышает критическую температуру состояния, однородного в плоскости слоев.

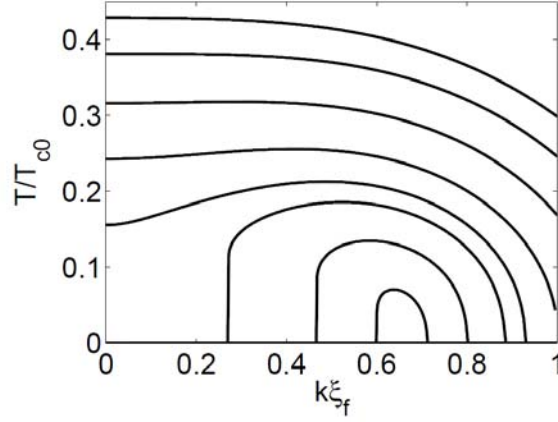


Рисунок 7. Зависимости критической температуры  $T_c$  от вектора модуляции  $k$  для различных значений толщины  $d_s$  сверхпроводящего слоя. Были выбраны следующие значения параметров системы:  $\xi_{s0} = \sqrt{D_s/4\pi T_{c0}} = 0.1\xi_f$ ,  $d_f = 1.2\xi_f$  и следующий набор значений для параметра  $(d_s/\xi_f)(\sigma_s/\sigma_f)$ : 0.13, 0.125, 0.12, 0.1165, 0.1148, 0.114, 0.113, 0.1125. Увеличение толщины  $d_s$  соответствует увеличению максимума критической температуры  $T_c$ .

Экспериментально возникновение состояния ЛОФФ может быть идентифицировано по осцилляциям критической температуры как функции магнитного поля  $H$ , перпендикулярного к плоскости слоев [106]. Выбирая подходящий векторный потенциал  $\mathbf{A}(\mathbf{r}_{\parallel})$  в плоскости слоев, получаем уравнение Узаделя для компоненты  $f_{12}$ , имеющее вид

$$\frac{D}{2} \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left( \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_{\parallel}} - \frac{2\pi i}{\Phi_0} \mathbf{A}(\mathbf{r}_{\parallel}) \right)^2 \right] f_{12} - (\omega_n + ih) f_{12} + \Delta = 0. \quad (1.22)$$

Решение уравнения (1.22) может быть представлено в форме

$$f_{12} = \chi_n(\mathbf{r}_{\parallel}) \varphi(x), \quad (1.23)$$

где  $\chi_n(\mathbf{r}_{\parallel})$  – собственная функция гамильтониана

$$\hat{H} = - \left( \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_{\parallel}} - \frac{2\pi i}{\Phi_0} \mathbf{A}(\mathbf{r}_{\parallel}) \right)^2, \quad (1.24)$$

соответствующая  $n$ -ому уровню Ландау с энергией

$$E_n = \frac{2\pi}{\Phi_0} H (2n+1). \quad (1.25)$$

Подставляя общую форму решения в уравнение (1.22), получаем, что критическая температура, соответствующая  $n$ -ому уровню Ландау определяется выражением (1.13), в котором должна быть произведена замена  $k^2 \rightarrow \frac{2\pi}{\Phi_0} H(2n+1)$ . Конкуренция между уровнями с различными  $n$  приводит к специфической зависимости  $T_c(H)$ , показанной на Рисунке 8.

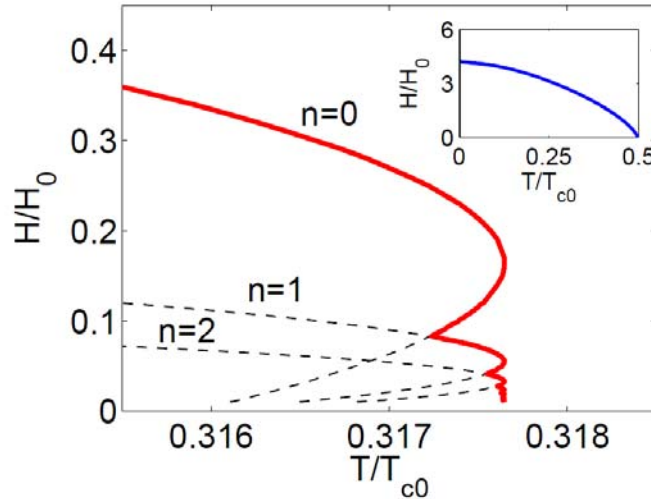


Рисунок 8. Фазовая диаграмма S/F бислоя в режиме ЛОФФ (красная кривая). Черные пунктирные кривые соответствуют зависимостям  $T_c(H)$  для различных значений  $n$ . Были выбраны следующие значения параметров системы:  $\xi_{s0} = 0.1\xi_f$ ,  $d_f = 1.2\xi_f$ ,  $(d_s/\xi_f)(\sigma_s/\sigma_f) = 0.12$ . На вставке показана фазовая диаграмма для случая  $(d_s/\xi_f)(\sigma_s/\sigma_f) = 0.14$ , соответствующая сверхпроводящему состоянию, однородному в плоскости слоев. Также на рисунке введено обозначение  $H_0 = \Phi_0 / 4\pi\xi_f^2$ .

Отметим, что проведенные расчеты выполнены в предположении об абсолютной прозрачности границы между сверхпроводником и ферромагнетиком. Наличие электронного барьера на границе между слоями может изменить область параметров, в которой реализуется продольная неустойчивость ЛОФФ. Вместе с тем, качественный вывод о неустойчивости состояний, соответствующих глобальному парамагнитному отклику сверхпроводящего тока на векторный потенциал, очевидно, останется неизменным при произвольной величине барьера.

#### 1.4. Неустойчивость ЛОФФ в S/F/N и S/F/F' системах

Приведенный в разделе 1.3 анализ позволяет установить прямую связь между исчезновением эффекта Мейснера и формированием состояния ЛОФФ. На Рисунке 9 показано пространственное распределение триплетной и синглетной компонент аномальной функции Грина по



толщине S/F бислоя в однородном в плоскости слоев состоянии вблизи порога неустойчивости ЛОФФ. Видно, что триплетная компонента, определяющая аномальный вклад в эффект Мейснера, сильно превышает синглетную компоненту на свободной поверхности ферромагнитного слоя. Данное обстоятельство подсказывает способ более эффективной стабилизации фазы ЛОФФ: для этого необходимо добавить в систему слой нормального металла [см. Рисунок 5(b)]. Данная модификация системы позволяет преодолеть сильное подавление критической температуры  $T_c$  в состоянии ЛОФФ S/F бислоя и получить состояние ЛОФФ при температурах, близких к  $T_{c0}$ .

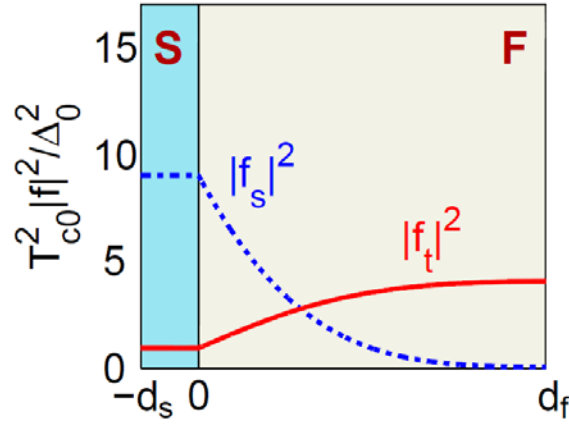


Рисунок 9. Пространственный профиль синглетной (синяя пунктирная кривая) и триплетной (красная сплошная кривая) компонент аномальной функции Грина в S/F бислое при  $T = T_c(0)$  и  $\omega_n = \pi T$ . Были выбраны следующие значения параметров системы:  $\xi_{s0} = 0.1\xi_f$ ,  $d_f = 1.2\xi_f$ ,  $(d_s / \xi_f)(\sigma_s / \sigma_f) = 0.13$ .

Для соответствующих расчетов будем предполагать, что толщина нормального (N) слоя существенно превышает длину когерентности в нормальном металле  $\xi_n = \sqrt{D_n / 4\pi T_{c0}}$  ( $D_n$  – коэффициент диффузии в нормальном металле), так что приближенно данный слой может быть рассмотрен полубесконечным. Решение уравнения Узаделя в ферромагнетике и нормальном металле, соответствующее сверхпроводящему состоянию, однородному в плоскости слоев, имеет следующий вид:

$$f_{12}^F = \frac{\Delta}{\omega_n + \tau_s^{-1}} \frac{\varepsilon \cosh[q(x - d_f)] - \sinh[q(x - d_f)]}{\varepsilon \cosh(qd_f) + \sinh(qd_f)}, \quad (1.26)$$

$$f_{12}^N = \frac{\Delta}{\omega_n + \tau_s^{-1}} \frac{\varepsilon \exp[-q_0(x - d_f)]}{\varepsilon \cosh(qd_f) + \sinh(qd_f)}, \quad (1.27)$$

где  $q_0 = \sqrt{2\omega_n / D_n}$ ,  $\varepsilon = \sigma_f q / (\sigma_n q_0)$ , а параметр  $\tau_s^{-1}$  имеет вид

$$\tau_s^{-1} = \frac{\sigma_f D_s q}{\sigma_s 2d_s} \frac{\varepsilon \sinh(qd_f) + \cosh(qd_f)}{\varepsilon \cosh(qd_f) + \sinh(qd_f)}. \quad (1.28)$$

В случае, когда коэффициент диффузии  $D_n$  настолько большой, что  $|\varepsilon| \ll 1$ , параметр паразитизации  $\tau_s^{-1}$  не зависит от параметров нормального слоя. В то же время аномальная функция Грина слабо проникает в нормальный слой, и на F/N границе  $f_{12} \propto \varepsilon$ . Однако даже в этом случае вклад от нормальной области в величину  $\lambda^{-2}$  может стать доминирующим, поскольку он пропорционален величине  $\sigma_n \varepsilon^2 \xi_n \propto \sqrt{D_n}$ . Таким образом, в гибридных S/F/N системах возможна ситуация, когда подавление магнитной экранировки (которое способствует возникновению состояния ЛОФФ) не обязательно сопровождается подавлением критической температуры. В этом случае выражение для эффективной длины магнитной экранировки имеет вид

$$\lambda^{-2} = \frac{4\pi d_s \sigma_s \Delta^2}{ec\Phi_0 d_0 T_c(0)} \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n + \frac{1}{2} + \nu)^2} \left[ 1 + \frac{\sigma_f \sinh(2qd_f) - 2qd_f}{\sigma_s 4qd_s \sinh^2(qd_f)} + \frac{\sigma_f^2}{\sigma_s \sigma_n} \frac{q^2}{2q_0^3 d_s \sinh^2(qd_f)} \right], \quad (1.29)$$

где  $\nu = \tau_s^{-1}(0)/2\pi T_c(0)$ . Для того, чтобы вклад от нормального слоя в параметр экранировки  $\lambda^{-2}$  стал отрицательным и сравнимым с вкладом от сверхпроводящего слоя, необходимо выполнение следующих условий:

- (а)  $d_f \sim \xi_f$ , так что  $\operatorname{Re} \sum_n f_{12}^2 < 0$  на F/N границе;
- (б) большой коэффициент диффузии в нормальном слое [ $D_n \gg D_f(h/T_{c0})$ ];
- (в) подходящая толщина сверхпроводящего слоя [ $\sqrt{D_f h}/T_{c0} \leq d_s \ll (D_f/D_s)(h/T_{c0})\sqrt{D_n/T_{c0}}$ ].

При выполнении указанных условий полный параметр экранировки может обратиться в ноль.

Заметим, что так же, как в случае S/F бислоя, для S/F/N систем может быть установлена прямая связь между параметром магнитной экранировки  $\lambda^{-2}$  и производной критической температуры  $\partial T_c / \partial(k^2)$ , где  $k$  – модуль вектора модуляции ЛОФФ в плоскости слоев. Осуществляя замену  $\omega_n \rightarrow \omega_n + D_{s(f,n)} k^2 / 2$ ,  $q \rightarrow q_k = \sqrt{q^2 + k^2}$ ,  $q_0 \rightarrow q_{0k} = \sqrt{q_0^2 + k^2}$  в уравнении Узаделя, получаем, что параметр  $\tau_s^{-1}(k^2)$  в состоянии ЛОФФ имеет вид

$$\tau_s^{-1}(k^2) = \frac{D_s k^2}{2} + \frac{\sigma_f D_s q_k}{\sigma_s 2d_s} \frac{1 + \varepsilon_k \tanh(q_k d_f)}{\varepsilon_k + \tanh(q_k d_f)}, \quad (1.30)$$

где  $\varepsilon_k = \sigma_f q_k / (\sigma_n q_{0k})$ . Отсюда, учитывая, что  $|q_0| \ll |q|$  и  $|\varepsilon| \ll 1$ , получаем:

$$\left. \frac{\partial \tau_s^{-1}}{\partial(k^2)} \right|_{k=0} = \frac{D_s}{2} \left[ 1 + \frac{\sigma_f \sinh(2qd_f) - 2qd_f}{\sigma_s 4qd_s \sinh^2(qd_f)} + \frac{\sigma_f^2}{\sigma_s \sigma_n} \frac{q^2}{2q_0^3 d_s \sinh^2(qd_f)} \right]. \quad (1.31)$$

Теперь вычислим выражение для производной  $\partial T_c / \partial(k^2)$  в точке  $k=0$ . Для этого воспользуемся уравнением самосогласования в форме (1.9). Переходя к суммированию только по положительным мацубаровским частотам, находим:

$$\ln \frac{T_c(k)}{T_{c0}} + \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{n + \frac{1}{2}} - \frac{1}{n + \frac{1}{2} + \frac{\tau_s^{-1}(k)}{2\pi T_c(k)}} \right) = 0. \quad (1.32)$$

Дифференцируя данное выражение по  $k^2$  в точке  $k=0$ , находим:

$$\left. \frac{1}{T_c(0)} \frac{\partial T_c(k)}{\partial(k^2)} \right|_{k=0} + \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \left( n + \frac{1}{2} + \frac{\tau_s^{-1}(0)}{2\pi T_c(0)} \right)^{-2} \left( \left. \frac{1}{2\pi T_c(0)} \frac{\partial \tau_s^{-1}(k)}{\partial(k^2)} \right|_{k=0} - \frac{\tau_s^{-1}(0)}{2\pi T_c(0)} \frac{1}{T_c(0)} \left. \frac{\partial T_c(k)}{\partial(k^2)} \right|_{k=0} \right) = 0. \quad (1.33)$$

После алгебраических преобразований имеем:

$$\operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n + \frac{1}{2} + \nu)^2} \left. \frac{\partial \tau_s^{-1}(k)}{\partial(k^2)} \right|_{k=0} \right\} = -2\pi \left. \frac{\partial T_c(k)}{\partial(k^2)} \right|_{k=0} \left[ 1 - \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\nu}{(n + \frac{1}{2} + \nu)^2} \right]. \quad (1.34)$$

Наконец, сравнивая выражения (1.31), (1.34) и (1.29), окончательно получаем:

$$\lambda^{-2} = -\frac{8\pi^2 d_s \sigma_s \Delta^2}{ec \Phi_0 d_0 D_s T_c(0)} \left[ 1 - \operatorname{Re} \left\{ \nu \Psi_1 \left( \frac{1}{2} + \nu \right) \right\} \right] \left. \frac{\partial T_c(k)}{\partial(k^2)} \right|_{k=0}, \quad (1.35)$$

что совпадает с выражением (1.20).

Таким образом, показано, что параметр  $\lambda^{-2}$  обращается в ноль вместе с производной  $\partial T_c / \partial(k^2)$ . Подчеркнем, что для  $d_s \gg \sqrt{D_f \hbar} / T_{c0}$  состояние ЛОФФ может стать стабильным при температурах, близких к  $T_{c0}$ .

Переключения между однородным в плоскости слоев состоянием и неоднородным состоянием ЛОФФ могут осуществляться контролируемым образом в гибридных системах S/F/F' [см. Рисунок 5(с)], в которых магнитные моменты ферромагнитных слоев F и F' составляют ненулевой угол  $\theta$  друг с другом. Для неколлинеарных магнитных моментов триплетная компонента аномальной функции Грина, генерируемая в слое F, становится дальнедействующей в F' слое и затухает на расстоянии порядка  $\xi_n \gg \xi_f$  (где  $\xi_n = \sqrt{D_{f'}/4\pi T_{c0}}$ ), в то время как синглетная компонента полностью подавляется на расстоянии порядка  $\xi_{f'} = \sqrt{D_{f'}/\hbar}$  от F/F' границы. В результате, если толщина  $d_{f'}$  слоя F' существенно превышает  $\xi_{f'}$ , то соответствующий вклад в параметр экранировки  $\lambda^{-2}$  всегда отрицательный и может стать сравнимым с вкладом от сверхпроводящей пленки. В то же время для углов  $\theta$ , близких к нулю и  $\pi$ , дальнедействующая триплетная компонента пренебрежимо мала, и состояние ЛОФФ не возникает. Таким образом, изменение угла  $\theta$  приводит к изменению длины магнитной экранировки, что позволяет управлять переключением системы в состояние ЛОФФ.

Для того чтобы продемонстрировать эти переключения, ограничимся простейшим случаем малой (большой) толщины  $F$  ( $F'$ ) слоя:  $d_f \ll \xi_f$ ,  $d_{f'} \rightarrow \infty$ . Выберем ось  $x$  направленной по нормали к слоям. Пусть сверхпроводник находится в области  $-d_s < x < 0$ , а тонкий ферромагнетик с обменным полем  $h$ , направленным вдоль оси  $z$ , – в области  $0 < x < d_f$ . Рассмотрим полубесконечный ферромагнитный слой  $F'$  в области  $x > d_f$  с обменным полем, имеющим компоненты  $h_z = h \cos \theta$  и  $h_x = h \sin \theta$ . Для выяснения основных особенностей поведения параметра магнитной экранировки  $\lambda^{-2}$  в такой системе достаточно сделать простую оценку. Для больших значений коэффициента диффузии  $D_{f'}$  основной вклад в величину  $\lambda^{-2}$  вносит компонента аномальной функции Грина  $f_{12}^S$  в сверхпроводящем слое и дальнедействующая триплетная компонента  $f_{11}^{F'}$  в слое  $F'$ . Пользуясь определением (1.10), запишем выражение для параметра экранировки в виде

$$\lambda^{-2} \sim \frac{16\pi^3 T_c}{ec\Phi_0 d_0} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \sigma_s |f_{12}^S|^2 d_s + \sigma_{f'} |f_{11}^{F'}|^2 \xi_n \right\}, \quad (1.36)$$

где  $f_{11}^{F'}$  – величина дальнедействующей триплетной компоненты функции Грина при  $x = d_f$ . Для оценки величины  $f_{11}^{F'}$  воспользуемся малостью слоя  $F$ . Уравнение Узаделя для компоненты  $f_{11}^F(x)$  при  $0 < x < d_f$  имеет вид

$$-\frac{D_f}{2} \frac{\partial^2 f_{11}^F(x)}{\partial x^2} + |\omega| f_{11}^F(x) + ih \sin \theta f_{12}^F(x) = 0. \quad (1.37)$$

Поскольку  $d_f \ll \xi_f$ , вторая производная в этом уравнении имеет порядок  $f_{11}^F(0)/d_f^2$ . Кроме того, вторым членом в уравнении (1.37) можно пренебречь в силу неравенства  $|\omega| \ll h$ . Наконец, так как  $d_f \ll \xi_f$ , то  $f_{12}^F(d_f) \approx f_{12}^F(0) = f_{12}^S$ . Таким образом, получаем, что

$$f_{11}^{F'} \propto f_{12}^S \left( d_f / \xi_f \right)^2 \sin \theta. \quad (1.38)$$

В результате, из выражения (1.36) видно, что соотношение между отрицательным вкладом от  $F'$  слоя и положительным вкладом от сверхпроводящего слоя в параметр магнитной экранировки  $\lambda^{-2}$  имеет вид:

$$\frac{\lambda_{F'}^{-2}}{\lambda_s^{-2}} \sim \frac{D_{f'} \xi_n}{D_s d_s} \left( \frac{d_f}{\xi_f} \right)^4 \sin^2 \theta. \quad (1.39)$$

Данное отношение может превысить единицу, если

$$\sin^2 \theta \geq \frac{D_s d_s}{D_{f'} \xi_n} \left( \frac{\xi_f}{d_f} \right)^4. \quad (1.40)$$

Видно, что выбор материала F' слоя с большим коэффициентом диффузии позволяет осуществлять контролируемые переключения между однородным в плоскости слоев состоянием и состоянием ЛОФФ посредством изменения угла  $\theta$ .

## 1.5. Выводы

Таким образом, показано, что исчезновение эффекта Мейснера в тонкопленочных многослойных S/F системах приводит к возникновению неустойчивости ЛОФФ, что является принципиально важным для изготовления  $\pi$ -контактов или спиновых вентилях. Переключение между однородным состоянием и состояниями ЛОФФ может быть обнаружено по исчезновению эффекта Мейснера. Изменение толщины S слоя и угла между векторами намагниченности в F/F' бислоях позволяет осуществлять указанные переключения контролируемым образом. Предсказанное состояние ЛОФФ проявляется в осцилляторном поведении критической температуры как функции перпендикулярной компоненты магнитного поля.

Интересно, что в отличие от фазы ЛОФФ, предсказанной в оригинальных работах Фульде, Феррела, Ларкина и Овчинникова [77, 78], которая возникает при сравнительно низких температурах, неоднородное состояние ЛОФФ в S/F/N и S/F/F' гетероструктурах может появляться вблизи критической температуры изолированной сверхпроводящей пленки.

Следует отметить, что если толщина сверхпроводящего слоя превышает длину магнитной экранировки, то, конечно же, неустойчивость ЛОФФ не может распространиться на весь объемный образец. В этом случае возможно развитие поверхностной неустойчивости, проявляющейся в формировании вихревого листа, параллельного (и расположенного близко к поверхности) границе S/F и подавляющего аномальную часть мейснеровского отклика. Линейная плотность вихрей должна быть пропорциональна вектору модуляции ЛОФФ  $k_0$ .

## Глава 2. Экранировка магнитного поля плоскостями двойникования в сверхпроводниках первого рода

### 2.1. Введение

Одним из наиболее ярких проявлений сверхпроводимости на плоскостях двойникования в сверхпроводниках первого рода является необычная зависимость критического магнитного поля, направленного параллельно плоскости двойникования, от температуры [13]. Для теоретического расчета данной зависимости обычно используется подход, основанный на минимизации модифицированного функционала Гинзбурга-Ландау, который учитывает локальное увеличение критической температуры вблизи плоскости двойникования [23, 24, 25, 26, 27].

Все теоретические результаты, которые были получены к настоящему времени, базируются на предположении, что сверхпроводящий зародыш, локализованный на плоскости двойникования, эффективно экранирует продольное магнитное поле. В частности, считалось, что в сверхпроводниках первого рода значение магнитного поля на плоскости двойникования экспоненциально мало. Профиль параметра порядка вблизи плоскости двойникования и соответствующее распределение магнитного поля для этого случая схематически показаны на Рисунке 2(а).

Для малых (но конечных) значений параметра Гинзбурга-Ландау  $\kappa$  энергетически выгодным оказывается проникновение магнитного поля в сверхпроводящую область вдали от плоскости двойникования [см. Рисунок 2(а)]. Было показано [27], что соответствующие отрицательные поправки к свободной энергии сверхпроводника пропорциональны  $\kappa^{(n+1)/2}$  ( $n = 0, 1, \dots$ ), и на практике только член  $\propto \kappa^{1/2}$  играет важную роль, в то время как члены порядка  $\kappa^{3/2}$  и выше могут быть отброшены, поскольку они слабо влияют на результирующую температурную зависимость критического продольного поля.

Позже в работе [36] было указано на то, что в случае слабо прозрачных плоскостей двойникования при некоторых условиях состояние, показанное на Рисунке 2(а), является менее энергетически выгодным по сравнению с состоянием, в котором сверхпроводящий параметр порядка отличен от нуля только по одну сторону плоскости двойникования. Соответствующие асимметричные профили параметра порядка и магнитного поля схематично показаны на Рисунке 2(б). При этом вблизи критического магнитного поля выигрыш в энергии связан с дополнительной возможностью проникновения магнитного поля в сверхпроводящую область со стороны плоскости двойникования.

В данной главе показано, что для сверхпроводников первого рода, содержащих слабопрозрачные плоскости двойникования, параллельное магнитное поле может полностью проникать в область плоскости двойникования, и соответствующее состояние оказывается энергетически выгодным. Результирующая зависимость магнитного поля от координаты поперек плоскости двойникования имеет резкий пик с максимумом на плоскости двойникования [см. Рисунок 2(с) и Рисунок (10)]. При этом возникает дополнительный отрицательный вклад в свободную энергию, который имеет порядок  $\kappa$ . Как следствие, проникновение магнитного поля в область плоскости двойникования приводит к изменениям зависимости критического магнитного поля от температуры. Заметим, что полученные решения имеют более низкую энергию по сравнению с решениями, найденными в работе [36]. В то же время, соответствующие профили параметра порядка симметричны относительно плоскости двойникования.

Для нахождения распределения магнитного поля вблизи плоскости двойникования рассмотрим объемный сверхпроводник с уединенной плоскостью двойникования, расположенной в плоскости  $z = 0$  (Рисунок 10). Будем предполагать, что внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}$  имеет только одну компоненту, направленную вдоль оси  $y$ . Соответствующий векторный потенциал может быть выбран в форме  $A_x^{(0)}(z) = Hz$ . При таком выборе векторного потенциала параметр порядка зависит только от координат  $x$  и  $z$ .

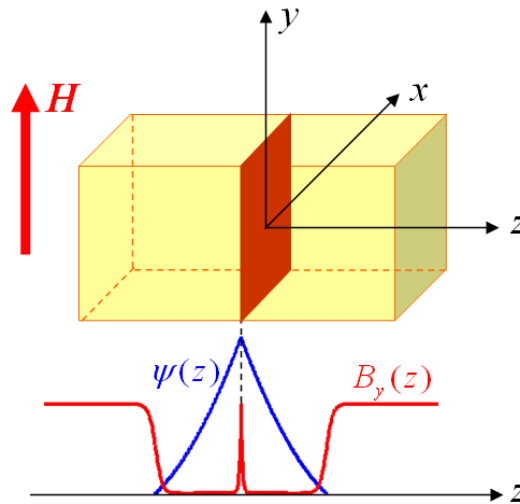


Рисунок 10. Схематическое изображение рассматриваемой системы. Плоскость двойникования расположена в плоскости  $z = 0$ . Внешнее однородное магнитное поле  $\mathbf{H}$  направлено вдоль оси  $y$ . Профиль параметра порядка и магнитного поля вблизи плоскости двойникования показаны в нижней части рисунка.

Для описания локального усиления сверхпроводимости на плоскости двойникования будем использовать стандартный функционал Гинзбурга-Ландау с дополнительными членами, которые учитывают поверхностную энергию, связанную с плоскостью двойникования [25, 35]:

$$G = \int dx dz \left\{ \frac{\hbar^2}{4m} \left| \left( \nabla - \frac{2ie}{\hbar c} \mathbf{A} \right) \psi \right|^2 + a |\psi|^2 + \frac{b}{2} |\psi|^4 + \frac{(\mathbf{B} - \mathbf{H})^2}{8\pi} + \frac{\hbar^2}{4m} \left[ \frac{8}{\rho} |\psi_+ - \psi_-|^2 - \frac{1}{2\xi_s} (|\psi_+|^2 + |\psi_-|^2) \right] \delta(z) \right\}, \quad (2.1)$$

где  $a = \alpha(T - T_c)$ ;  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ ;  $\rho$  – феноменологический параметр, описывающий конечную электронную прозрачность плоскости двойникования;  $\psi_{\pm} = \psi(x, y, \pm 0)$ ; величина  $\xi_s$  будет определена ниже. Для удобства определим температурно-зависимую длину когерентности:

$$\xi(T) = \frac{\hbar}{\sqrt{4m\alpha(T - T_c)}}. \quad (2.2)$$

Два последних слагаемых в функционале (2.1) соответствуют энергии плоскости двойникования: член с  $\xi_s$  описывает изменение сверхпроводящей константы спаривания вблизи плоскости двойникования, приводящее к локальному увеличению критической температуры, а член с  $\rho$  описывает связь джозефсоновского типа между двумя сторонами плоскости двойникования.

Для дальнейшего анализа удобно переписать функционал (2.1), используя следующие безразмерные величины:

$$\begin{aligned} t &= \frac{T - T_c}{T_s - T_c}, & H_s &= H_c(t = -1), & \xi_s &= \xi(t = -1), \\ \psi_s &= \psi_0(t = -1), & \tilde{\psi} &= \frac{\psi}{\psi_s}, & \tilde{x} &= \frac{x}{\xi_s}, & \tilde{z} &= \frac{z}{\xi_s}, \\ h &= \frac{H}{H_s}, & \tilde{\mathbf{A}} &= \frac{\mathbf{A}}{\kappa H_s \xi_s}, & r &= \frac{\rho}{\xi_s}, & G_s &= \frac{H_s^2 \xi_s}{8\pi}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь  $T_c$  – критическая температура разрушения объемной сверхпроводимости,  $T_s$  – критическая температура разрушения сверхпроводимости на плоскости двойникования ( $T_s > T_c$ ),  $\psi_0(t) = \sqrt{|a|/b}$  и  $H_c(T) = \sqrt{4\pi a^2/b}$  – значения параметра порядка и критического поля для объемного сверхпроводника без плоскости двойникования,  $\kappa = mc\sqrt{b}/\sqrt{2\pi}eh$  – параметр Гинзбурга-Ландау. В дальнейшем будем опускать волны в обозначениях безразмерных величин. Тогда функционал свободной энергии на единицу длины вдоль плоскости двойникования запишется в виде

$$G = G_s \int dx dz \left\{ 2 \left| \frac{\partial \psi}{\partial z} \right|^2 + 2 \left| \left( \frac{\partial}{\partial x} - \frac{iA}{\sqrt{2}} \right) \psi \right|^2 + 2t |\psi|^2 + |\psi|^4 + \left( \kappa \frac{dA}{dz} - h \right)^2 + \left[ \frac{2}{r} |\psi_+ - \psi_-|^2 - 2(|\psi_+|^2 + |\psi_-|^2) \right] \delta(z) \right\}. \quad (2.4)$$

В последующих разделах данной главы будет рассмотрен случай сверхпроводников первого рода, для которых параметр Гинзбурга-Ландау  $\kappa \ll 1$ . Для таких сверхпроводников практически во всей области температур возникновение ненулевого параметра порядка вблизи плоско-



сти двойникового происходит путем фазового перехода первого рода. Исключением является узкая окрестность критической температуры, где имеет место фазовый переход второго рода. Температура, соответствующая критической точке фазовых переходов второго рода, определяется условием  $1-t \ll \kappa^2$  [13]. Формирование локализованной сверхпроводимости в области  $1-t \ll \kappa^2$  происходит так же, как и в сверхпроводниках второго рода (см., например, обзор [13]).

Возникновение в образце сверхпроводящего зародыша оказывается выгодным, когда минимальное значение функционала  $G$  является отрицательным. Таким образом, условие  $G_{\min} = 0$  определяет зависимость критического магнитного поля  $h_c(t)$  сверхпроводника с плоскостью двойникового от температуры. Данное критическое поле соответствует термодинамическому равновесию между нормальным и сверхпроводящим состояниями плоскости двойникового.

Экспериментально функция  $h_c(t)$  может быть определена, например, из измерений зависимостей магнитного момента образца с плоскостями двойникового от величины внешнего магнитного поля  $h$  при различных температурах [13]. Если при заданной температуре  $t$  приложить к образцу магнитное поле, превышающее  $h_c(t)$ , а затем уменьшать величину  $h$ , то магнитный момент образца возникает скачком при некотором значении поля  $h_m(t) < h_c(t)$ . При этом поле  $h_m(t)$  соответствует полной неустойчивости нормального состояния. Если же начальное значение  $h$  не превышает величину  $h_c(t)$ , то скачков на зависимости магнитного момента от внешнего поля не наблюдается. Описанное поведение магнитного момента сверхпроводника показано схематически на Рисунке 11. Стрелками показано направление изменения приложенного магнитного поля.

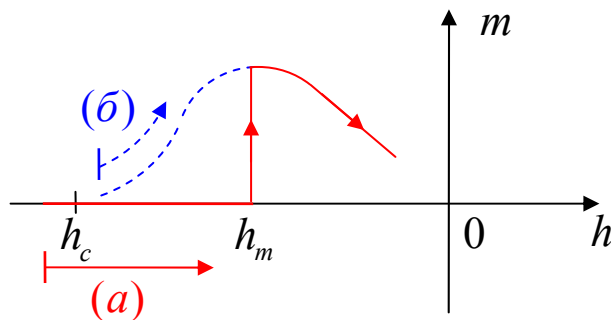


Рисунок 11. Схематическое изображение зависимости магнитного момента сверхпроводника с плоскостью двойникового от величины внешнего магнитного поля в случаях, когда: (а) начальное значение поля превышает величину  $h_c$ ; (б) начальное значение поля меньше критического поля  $h_c$  [13].

Зависимость  $h_c(t)$ , рассчитанная для олова ( $\kappa = 0.13$ ) в случае абсолютно прозрачной для электронов плоскости двойникования, показана на Рисунке 3 (синяя сплошная кривая). Для сравнения пунктиром показана температурная зависимость критического поля объемного сверхпроводника. Важным является то, что две описанные кривые пересекаются при некотором значении температуры, то есть локализованная сверхпроводимость в рассматриваемой системе может существовать только в ограниченном интервале температур. Такое поведение является специфичным для сверхпроводников первого рода. Отдельно отметим, что для олова температурная область, соответствующая фазовому переходу второго рода, является неразличимой на Рисунке 3.

В настоящей главе диссертационной работы произведено обобщение результатов расчета зависимостей  $h_c(t)$  на случай слабопрозрачных плоскостей двойникования. В частности, в разделе 2.2 на основе функционала (2.4) произведен расчет температурной зависимости критического магнитного поля отдельно для двух случаев, соответствующих абсолютно непрозрачной плоскости двойникования с  $r^{-1} = 0$  и слабопрозрачной плоскости двойникования с  $0 < r^{-1} \ll 1$ .

## 2.2. Расчет температурной зависимости критического магнитного поля

### 2.2.1. Случай абсолютно непрозрачной плоскости двойникования

Рассмотрим абсолютно непрозрачную плоскость двойникования ( $r = \infty$ ) в сверхпроводнике первого рода ( $\kappa \ll 1$ ). Очевидно, что в этом случае магнитное поле должно полностью проникать в область плоскости двойникования. Действительно, магнитные свойства абсолютно непрозрачной плоскости двойникования должны быть эквивалентны магнитным свойствам границы сверхпроводника. При этом внешнее магнитное поле может проникать в сверхпроводящий зародыш на глубину, пропорциональную  $\kappa$ . Поскольку в сверхпроводниках первого рода  $\kappa \ll 1$ , магнитное поле не оказывает существенного влияния на структуру сверхпроводящего зародыша вблизи плоскости двойникования, и проникновение магнитного поля в область плоскости двойникования оказывается энергетически выгодным. Данные качественные аргументы подтверждаются последовательными расчетами.

Будем искать профиль параметра порядка в форме

$$\psi(x, z) = \varphi(z) \exp\{i\theta(x)\}. \quad (2.5)$$

Варьируя функционал (3) по величинам  $\psi^*$  и  $A$  при  $z \neq 0$ , получаем систему уравнений

$$\begin{cases} -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + t\varphi + \varphi^3 + \varphi \left( \frac{A}{\sqrt{2}} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 = 0, \\ \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} = \frac{\sqrt{2}\varphi^2}{\kappa^2} \left( \frac{A}{\sqrt{2}} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (2.6)$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial \varphi_+}{\partial z} = -\varphi_+, \quad \frac{\partial \varphi_-}{\partial z} = \varphi_-. \quad (2.7)$$

Заметим, что система уравнений (2.6) имеет первый интеграл:

$$\left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 - t\varphi^2 - \frac{\varphi^4}{2} - \varphi^2 \left( \frac{A}{\sqrt{2}} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \frac{\kappa^2}{2} \left( \frac{\partial A}{\partial z} \right)^2 = \frac{h^2}{2}. \quad (2.8)$$

Модуль параметра порядка на плоскости двойникования, рассчитанный в приближении экспоненциально слабого поля в плоскости  $z = 0$ , имеет вид [25]

$$\varphi_0^2 = (1-t) + \sqrt{(1-t)^2 - h^2}. \quad (2.9)$$

В дальнейшем будем предполагать, что проникновение магнитного поля в область плоскости двойникования слабо влияет на модуль параметра порядка вблизи плоскости  $z = 0$ . Справедливость данного предположения будет обсуждаться ниже. Также отметим, что масштаб затухания параметра порядка  $l$  пропорционален  $t^{-1/2}$ , в то время как длина проникновения магнитного поля пропорциональна  $\kappa/\sqrt{1-t}$ , так что для  $\kappa \ll 1$  и  $(1-t) \gg \kappa^2$  данная длина оказывается существенно меньшей по сравнению с  $l$ . Это позволяет считать, что параметр порядка не изменяется в области плоскости двойникования, где магнитное поле  $b = \kappa \partial A / \partial z$  отлично от нуля. Будем предполагать, что  $b(z = \pm\infty) = h$  и  $b(z = 0) = h_0$ , где  $h_0 \leq h$ . Тогда из решения уравнения (2.6) для векторного потенциала получаем, что вблизи плоскости двойникования профиль магнитного поля и соответствующее пространственное распределение фазы параметра порядка имеют вид:

$$b(z) = h_0 \exp \left\{ -\frac{\varphi_0}{\kappa} |z| \right\}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\text{sgn } z}{\sqrt{2}} \frac{h_0}{\varphi_0}. \quad (2.10)$$

Результирующая поправка к свободной энергии на единицу длины вдоль оси  $x$  имеет вид

$$G = G_0 + G_s \frac{2\kappa}{\varphi_0} (h_0^2 - 2hh_0), \quad (2.11)$$

где  $G_0$  – свободная энергия, вычисленная без учета проникновения магнитного поля в область плоскости двойникования [25, 27]:

$$G_0 = G_s \left[ 4\sqrt{2} \int_0^{\varphi_0} \sqrt{\varphi^4 + 2t\varphi^2 + h^2} d\varphi - 4\varphi_0^2 - 2.06\sqrt{\kappa h^3} \right]. \quad (2.12)$$

Из полученной зависимости  $G(h_0)$  видно, что минимальное значение энергии соответствует случаю  $h_0 = h$ , и результирующая свободная энергия равна

$$G = G_0 - G_s \frac{2\kappa}{\varphi_0} h^2. \quad (2.13)$$

Таким образом, энергетически выгодным является полное проникновение магнитного поля в область плоскости двойникования. В этом случае, решая численно неравенство  $G \leq 0$ , получаем температурную зависимость критического магнитного поля  $h_c(t)$ , которая показана на Рисунке 12 (красная сплошная кривая) для олова с  $\kappa = 0.13$ .

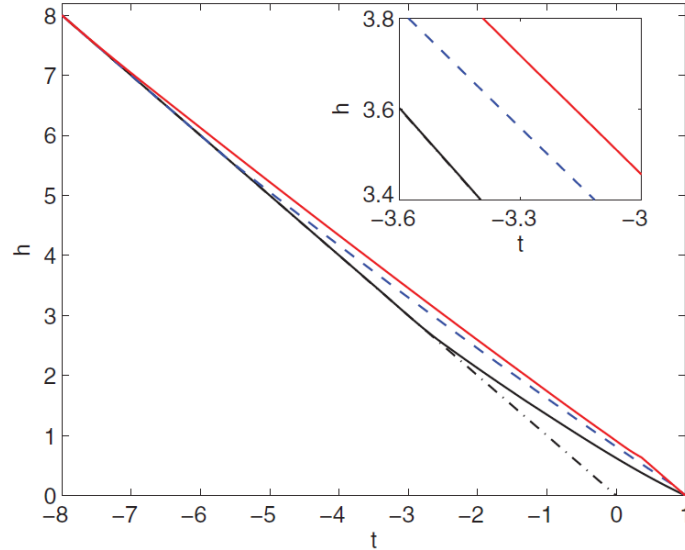


Рисунок 12. Фазовая диаграмма сверхпроводников первого рода с абсолютно непрозрачной для электронов плоскостью двойникования в параллельном магнитном поле. Проникновение магнитного поля в область плоскости двойникования приводит к увеличению критического магнитного поля  $h_c(t)$  (красная сплошная кривая) по сравнению с критическим полем, рассчитанным в предположении об экспоненциально малом значении поля на плоскости двойникования [25] (синяя пунктирная кривая). На вставке показан увеличенный фрагмент данных зависимостей. В наших вычислениях значение параметра Гинзбурга-Ландау соответствует олову:  $\kappa = 0.13$ . Также для сравнения показаны температурные зависимости критического магнитного поля для сверхпроводника с  $\kappa = 0$  (черная сплошная кривая) и для объемного сверхпроводящего кристалла (черная штрихпунктирная кривая).

Заметим, что магнитное поле (2.10) не влияет на величину параметра порядка на плоскости двойникования. Действительно, подставляя соответствующий векторный потенциал при  $z = 0$  в первый интеграл (2.8), можно убедиться, что на плоскости двойникования параметр порядка равен

$$\varphi^2 = 2(1-t) - \frac{h^2}{\varphi_0^2} = \varphi_0^2. \quad (2.14)$$

Следует также отметить, что при описании проникновения магнитного поля в область плоскости двойникования мы предполагали локальность связи сверхпроводящего тока с векторным потенциалом. Оценка для чистого сверхпроводника показывает, что такое приближение справедливо в области температур  $(1-t)(T_s/T_c - 1) \ll \kappa^2$ . Вне указанного интервала температур расчет критического магнитного поля требует учета нелокальных эффектов. Вместе с тем, утверждение о возможности проникновения параллельного магнитного поля в область плоскости двойникования и о результирующем увеличении критического поля должно быть справедливым во всей области параметров, соответствующей формированию локализованной сверхпроводимости.

Выражение для локального магнитного поля (2.10) вблизи плоскости  $z = 0$  позволяет рассчитать поправку к магнитному моменту плоскости двойникования, которая имеет следующий вид [здесь рассматривается только поправка, обусловленная магнитным полем (2.10) и используются размерные величины]:

$$\Delta M_{(l)} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B(z)}{4\pi} dz = \frac{\kappa H \xi_s}{2\pi\phi_0}. \quad (2.15)$$

Сравнивая данную величину в пределе  $h \rightarrow 0$  с диамагнитным моментом  $M_{d(l)}$  [13], обусловленным выталкиванием магнитного поля из сверхпроводящей области, получаем, что отношение

$$\eta_{(l)} = \frac{\Delta M_{(l)}}{M_{d(l)}} = \frac{\kappa}{\ln \kappa^{-1}} \sqrt{\frac{t}{2(1-t)}}. \quad (2.16)$$

С практической точки зрения,  $\eta_{(l)} \ll 1$  для всех температур, где возникновение сверхпроводимости на плоскости двойникования осуществляется фазовым переходом первого рода. Действительно, например, для олова с  $\kappa = 0.13$  условие  $\eta_{(l)} \sim 1$  дает  $(1-t) < 2 \times 10^{-3}$ . Для таких малых значений величины  $(1-t)$  полученные результаты лежат за рамками применимости сделанных приближений, поскольку для  $(1-t) < 2.7 \times 10^{-2}$  локализованная сверхпроводимость возникает путем фазового перехода второго рода [13].

### 2.2.2. Случай плоскости двойникования с конечной прозрачностью

В данном разделе представлено обобщение полученных выше результатов на случай плоскости двойникования с конечной (но малой) электронной прозрачностью: предполагается, что  $r^{-1} \ll 1$ . Для конечных значений параметра  $r$  плоскость двойникования оказывается похожей на джозефсоновский контакт с соответствующей свободной энергией Гиббса  $G_r/G_s \propto r^{-1} + O(r^{-2})$ .

Для описания плоскости двойникования с конечной прозрачностью граничные условия для параметра порядка  $\psi$  при  $z = 0$  должны быть модифицированы [35], так что

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi_+}{\partial z} = -\psi_+ + r^{-1}(\psi_+ - \psi_-), \\ \frac{\partial \psi_-}{\partial z} = \psi_- + r^{-1}(\psi_+ - \psi_-). \end{cases} \quad (2.17)$$

Поправки к модулю параметра порядка  $|\psi|$ , обусловленные изменением в граничных условиях, имеют порядок  $r^{-1}$ . Соответствующие поправки к свободной энергии Гиббса имеют, по крайней мере, порядок  $r^{-2}$  и могут быть отброшены. Таким образом, в дальнейшем будет предполагаться, что для плоскости двойникования с малой прозрачностью пространственное распределение модуля параметра порядка  $\varphi(z)$  является таким же, как и для абсолютно непрозрачной плоскости двойникования. Тогда легко получить, что выражение для джозефсоновской свободной энергии плоскости двойникования имеет вид

$$G_r = G_s \frac{4\varphi_0^2}{r} \int (1 - \cos \Delta\theta) dx, \quad (2.18)$$

где  $\Delta\theta = \theta_+ - \theta_-$ ,  $\theta_{\pm} = \theta(x, \pm 0)$ .

Естественно предполагать, что магнитное поле может проникать в область плоскости двойникования в форме вихрей джозефсоновского типа. Действительно, магнитное поле на плоскости двойникования определяется разностью фаз между двумя сторонами плоскости двойникования и имеет вид

$$h_0(x) = \frac{\varphi_0}{\sqrt{2}} \frac{\partial \Delta\theta}{\partial x}, \quad (2.19)$$

в то время как безразмерный джозефсоновский ток через плоскость двойникования может быть представлен в форме

$$j_z(x) = \frac{\sqrt{2}\varphi_0^2}{\kappa r} \sin \Delta\theta \quad (2.20)$$

(здесь в качестве единицы тока используется величина  $cH_s/4\pi\xi_s$ ). Тогда, подставляя  $h_0(x)$  и  $j_z(x)$  в уравнения Максвелла, получаем аналог уравнения Феррелла-Прейнджа

$$\frac{\partial^2 \Delta\theta}{\partial x^2} = \lambda_j^{-2} \sin \Delta\theta, \quad (2.21)$$

где  $\lambda_j = \sqrt{\kappa r / 2\varphi_0}$  – джозефсоновская длина проникновения магнитного поля. Удобно ввести новую безразмерную координату  $x' = x\sqrt{2\varphi_0 / \kappa r}$ . Тогда магнитная часть энергии Гельмгольца  $F = G + 2BH$  на единицу длины может быть представлена в стандартной форме:

$$F = G_s \frac{4\varphi_0^2}{r} \int \left\{ (1 - \cos \Delta\theta) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x'} \right)^2 \right\} dx'. \quad (2.22)$$

Из выражения (2.22) легко получить величину джозефсоновского критического поля  $h_{cJ}$ , которое является минимальным полем проникновения вихрей в контакт [107]. Выражение для  $h_{cJ}$  имеет вид

$$h_{cJ}(t) \approx \frac{4}{\pi} \frac{1}{\sqrt{\kappa r}} [2(1-t)]^{3/4}. \quad (2.23)$$

Для описания температурной зависимости критического магнитного поля, которое соответствует проникновению поля в область плоскости двойникования, были использованы результаты работы [107], в которой были получены величины усредненной намагниченности  $M_J$  джозефсоновского контакта и соответствующая энергия Гельмгольца  $F_J$  как неявные функции  $h$ . Подставляя данные зависимости в выражение для свободной энергии Гиббса  $G$  плоскости двойникования и производя численные расчеты, получаем температурную зависимость критического поля  $h_c(t)$ , которая показана на Рисунке 13 (красная сплошная кривая).

Очевидно, критическое магнитное поле  $h_c(t)$  превышает величину  $h_{c0}(t)$ , соответствующую условию  $G_0 = 0$  (см. синюю пунктирную кривую на Рисунке 13), только в области температур, где  $h_{c0}(t) > h_{cJ}(t)$ . Заметим, что полученная зависимость  $h_c(t)$  зависит только от подгоночного параметра  $r$ . На Рисунке 14 построен график температурной зависимости величины  $\Delta h_c(t) = h_c(t) - h_{c0}(t)$  для различных величин  $r^{-1}$  электронной прозрачности плоскости двойникования. Данная величина описывает увеличение критического поля, обусловленное проникновением магнитного поля в область плоскости двойникования. Таким образом, высокоточные измерения критических магнитных полей могут рассматриваться как один из способов оценки величины прозрачности плоскости двойникования для различных сверхпроводников первого рода.

Заметим также, что проникновение магнитного поля в область плоскости двойникования может быть обнаружено экспериментально путем измерения джозефсоновского тока. Рассмотрим пару контактов, расположенных параллельно плоскости двойникования на расстоянии, много меньшем, чем размер сверхпроводящей области  $l \propto t^{-1/2}$  вблизи плоскости двойникования. Тогда джозефсоновский ток через эти контакты будет чувствительным к магнитному полю на плоскости двойникования. Действительно, в отсутствие магнитного поля усредненная вдоль джозефсоновского контакта джозефсоновская длина может быть отлична от нуля, если  $\Delta\theta \neq 0$  [см. выражение (2.20)]. В противном случае, проникновение поля приведет к возникновению разности фаз, увеличивающейся с увеличением координаты  $x$ , и соответствующий усредненный джозефсоновский ток через плоскость двойникования будет пренебрежимо малым.

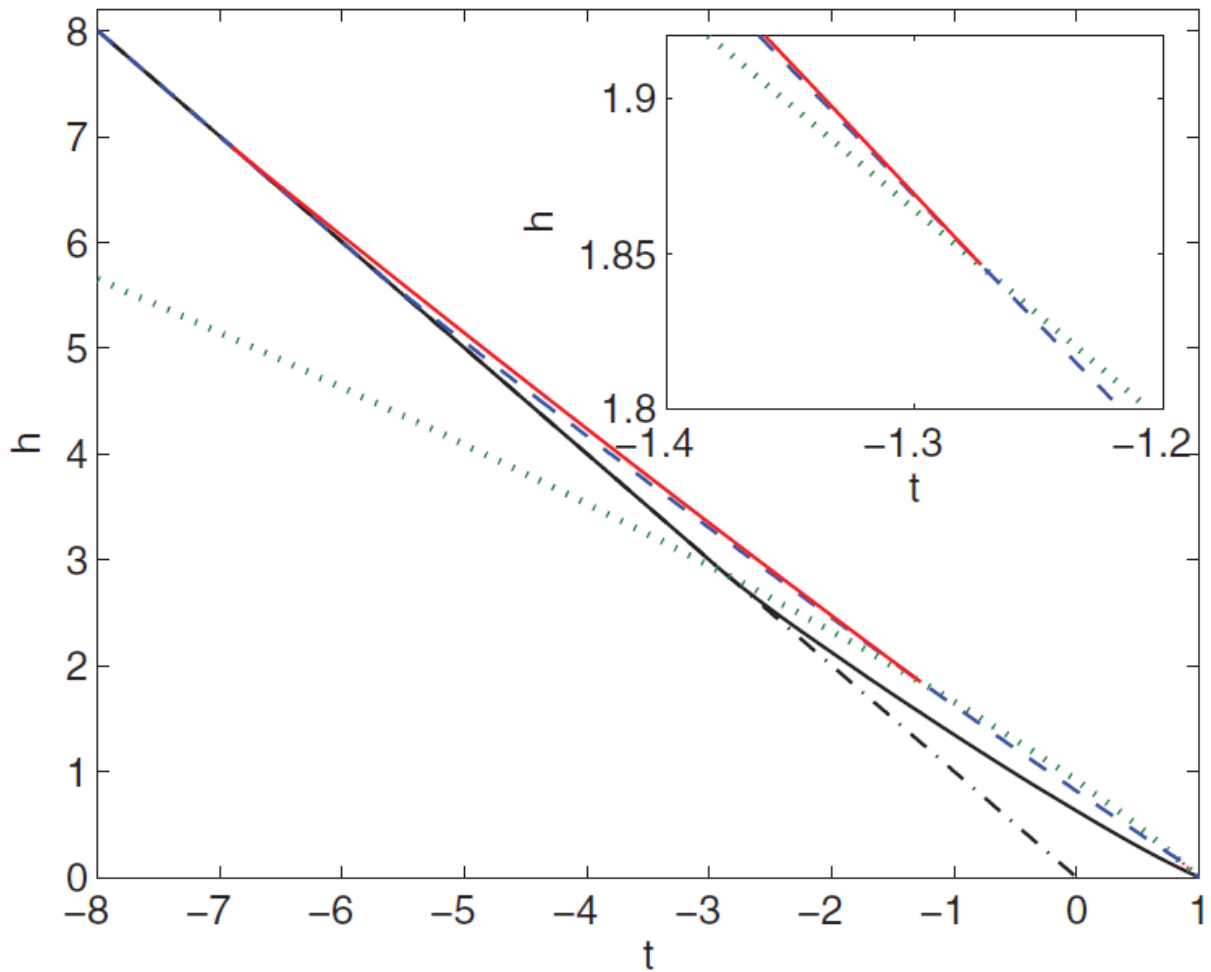


Рисунок 13. Фазовая диаграмма сверхпроводников первого рода, содержащих плоскость двойникования с низкой электронной прозрачностью ( $r = 25$ ), в параллельном магнитном поле. Проникновение магнитного поля в область плоскости двойникования является энергетически выгодным при температурах, меньших критического значения. Данное критическое значение соответствует точке на диаграмме, в которой график зависимости джозефсоновского критического магнитного поля  $h_{cJ}(t)$  (зеленая пунктирная линия) пересекает кривую зависимости критического магнитного поля сверхпроводника, рассчитанную в предположении об экспоненциально малом значении поля на плоскости двойникования [25] (синяя пунктирная линия). В указанной области температур результирующая зависимость критического магнитного поля показана красной сплошной линией. В наших вычислениях значение параметра Гинзбурга-Ландау соответствует олову:  $\kappa = 0.13$ .



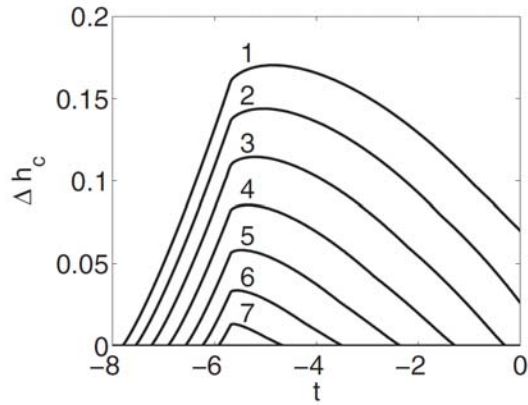


Рисунок 14. Величина  $\Delta h_c$ , характеризующая увеличение критического магнитного поля сверхпроводника первого рода, обусловленное проникновением магнитного поля в область плоскости двойникования. Номер кривой  $n$  соответствует различным значениям прозрачности плоскости двойникования:  $r^{-1} = 0.01n$ . В наших вычислениях значение параметра Гинзбурга-Ландау соответствует олову:  $\kappa = 0.13$ .

### 2.3. Выводы

Таким образом, показано, что в сверхпроводниках, содержащих плоскости двойникования с низкой электронной прозрачностью, проникновение параллельного магнитного поля в область плоскости двойникования является энергетически выгодным. Для сверхпроводников первого рода это приводит к существенному увеличению критического магнитного поля и расширению температурного интервала, в котором может существовать сверхпроводимость на плоскости двойникования. Наша теория не содержит никаких подгоночных параметров, кроме  $r$ , что может позволить оценить значения  $r$  для разных сверхпроводников первого рода на основе измерений критического магнитного поля.

Отметим, что аналогичный анализ может быть проведен и для сверхпроводников второго рода. Однако в этом случае факт полного проникновения магнитного поля в область плоскости двойникования не приводит к каким-либо существенным последствиям, поскольку в сверхпроводниках второго рода плоскость двойникования слабо экранирует внешнее магнитное поле. Для расчета поправки к магнитной восприимчивости можно использовать подход, описанный в работе [23]. Ограничимся случаем сверхпроводника второго рода с  $\kappa \gg 1$ ,  $r = \infty$  и областью температур  $0 < t < 1$ . В этом случае магнитное поле  $b(z)$  слабо отличается от внешнего поля  $h$ , что позволяет нам рассматривать профиль поля в виде

$$b(z) = h + \delta b(z), \quad (2.24)$$

где  $|\delta b(z)| \ll h$ . Тогда величина  $\delta b(z)$  удовлетворяет уравнению

$$(u^2 - 1) \frac{\partial^2 \delta b}{\partial u^2} = \frac{2h}{\kappa^2}, \quad (2.25)$$

где

$$u = \coth \left( \sqrt{t} \left| z + \frac{p}{2} \right| \right), \quad p = \ln \frac{1 + \sqrt{t}}{1 - \sqrt{t}}. \quad (2.26)$$

Граничные условия в случае полного проникновения магнитного поля в область плоскости двойникования имеют вид

$$\delta b(u=1) = 0 \text{ и } \delta b(u=t^{-1/2}) = 0. \quad (2.27)$$

В рамках предположения о том, что магнитное поле имеет минимум на плоскости двойникования, последнее условие должно быть заменено на условие [23]

$$\left. \frac{\partial \delta b}{\partial u} \right|_{u=t^{-1/2}} = 0. \quad (2.28)$$

Точное решение уравнения для  $\delta b$  позволяет получить поправку к магнитной восприимчивости, обусловленную проникновением магнитного поля в область плоскости двойникования. Данная поправка имеет вид (в безразмерных величинах)

$$\Delta M_{(II)} = \frac{H \xi_s}{\kappa^2} \frac{1}{\pi(1 - \sqrt{t})} \ln^2 \left( \frac{1 + \sqrt{t}}{2\sqrt{t}} \right). \quad (2.29)$$

Заметим, что при  $t \rightarrow 0$  поправка  $\Delta M_{(II)} \propto \ln^2(t^{-1})$  и является пренебрежимо малой, поскольку она менее сингулярна по сравнению с полным диамагнитным моментом  $M_{d(II)}$  плоскости двойникования, который расходится как  $t^{-1/2} \ln^2(t^{-1})$  [23]. При  $t \rightarrow 1$  поправка  $\Delta M_{(II)} \propto (1-t)$  и также является малой.

# Глава 3. Анизотропия флуктуационной проводимости гибридных систем сверхпроводник / ферромагнетик

## 3.1. Введение

Одними из основных свойств флуктуационной проводимости Асламазова-Ларкина сверхпроводящих систем являются [47]: (а) степенной характер сингулярности поправки к проводимости вблизи критической температуры и (б) зависимость соответствующего показателя степени расходимости от размерности сверхпроводящих областей, возникающих ниже критической температуры.

Чувствительность флуктуационной проводимости к размерности сверхпроводящих областей определяет ее нетривиальное поведение в системах с локализованной сверхпроводимостью. В таких системах вблизи критической температуры показатель степени в сингулярной части поправки Асламазова-Ларкина может соответствовать размерности локализованных зародышей сверхпроводимости, которая меньше размерности образца [56, 57]. В то же время, очевидно, что вдали от критической температуры определяющий вклад во флуктуационную проводимость вносят объемные флуктуации, и соответствующий показатель степени в сингулярной части поправки к проводимости соответствует размерности сверхпроводящего образца. Теоретическое описание перехода между двумя описанными режимами представляет существенный интерес.

В данной главе представлены результаты анализа флуктуационной проводимости гибридных систем, состоящих из тонкой пленки сверхпроводника и ферромагнетика с одномерной доменной структурой. Такие системы являются перспективными с точки зрения изучения флуктуационной проводимости, поскольку параметры локализованных сверхпроводящих зародышей вблизи критической температуры могут изменяться контролируемым образом посредством изменения параметров магнитного поля, создаваемого ферромагнетиком в области сверхпроводника (магнитного поля рассеяния).

В предположении о том, что температура системы находится в интервале  $Gi \ll (T - T_c)/T_c \ll 1$  (здесь  $Gi$  – число Гинзбурга-Леванюка [47]), для описания флуктуационного транспорта в указанных гибридных системах использовался феноменологический подход Гинзбурга-Ландау. В рамках данного подхода пространственно усредненная поправка Асламазова-Ларкина  $\langle \Delta\sigma^{aa} \rangle$

(определяющая падение напряжения на подводющих макроскопических контактах) к диагональным компонентам тензора проводимости (вдоль оси  $\alpha$ ) может быть записана в виде [47]

$$\langle \Delta \sigma^{\alpha\alpha} \rangle = \frac{\pi e^2 \hbar^3}{8m\xi_0^2 V} \sum_{j,l=0}^{\infty} \frac{\hat{v}_{jl}^{\alpha} \hat{v}_{lj}^{\alpha}}{\mu_j \mu_l (\mu_j + \mu_l)}. \quad (3.1)$$

Здесь  $V$  – объем системы,  $m$  – масса электрона,  $\xi_0$  – длина когерентности при нулевой температуре, индексы  $j$  и  $l$  включают полный набор квантовых чисел, характеризующих состояние неравновесной куперовской пары, набор  $\mu_j = \varepsilon \hbar^2 / (4m\xi_0^2) + E_j$  определяется приведенной температурой  $\varepsilon = (T - T_{c0}) / T_{c0}$  ( $T_{c0}$  – критическая температура изолированной пленки сверхпроводника) и набором собственных значений  $E_j$  гамильтониана

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{4m} \left( -i\nabla - \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A} \right)^2, \quad (3.2)$$

величины  $\hat{v}_{jl}^{\alpha}$  – матричные элементы оператора проекции скорости

$$\hat{v}^{\alpha} = \frac{\hbar}{2m} \left( -i\nabla^{\alpha} - \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A}^{\alpha} \right), \quad (3.3)$$

$\mathbf{A}(\mathbf{r})$  – векторный потенциал магнитного поля,  $\Phi_0 = \pi \hbar c / e$  – квант потока.

Таким образом, флуктуационная проводимость полностью определяется решением спектральной задачи, то есть собственными значениями и собственными функциями гамильтониана флуктуационных куперовских пар (3.2). Заметим, что для пространственно однородных сверхпроводящих систем энергетический спектр флуктуационных куперовских пар является изотропным в пространстве импульсов. При этом поправка Асламазова-Ларкина также оказывается изотропной.

В рассматриваемых гибридных системах сверхпроводник / ферромагнетик поведение поправки к проводимости Асламазова-Ларкина является значительно более сложным и разнообразным по сравнению со случаем изолированной сверхпроводящей пленки. Когда амплитуда магнитного поля рассеяния равна нулю ( $H_0 = 0$ ), зависимость энергии  $E$  от импульса  $\mathbf{k}$  в плоскости пленки сверхпроводника имеет стандартную форму ( $E = \hbar^2 \mathbf{k}^2 / 4m$ ), и соответствующая поправка Асламазова-Ларкина  $\Delta \sigma$  к проводимости является изотропной и имеет стандартную расходимость  $(T - T_c)^{-1}$  при температуре сверхпроводящего фазового перехода. В случае малой (но конечной) амплитуды магнитного поля рассеяния ( $H_0 d^2 \ll \Phi_0$ ,  $d$  – характерная ширина магнитных доменов в ферромагнетике) спектр остается параболическим в области низких энергий, однако тензор эффективных масс становится анизотропным, что приводит к анизотропии поправки  $\Delta \sigma$  в плоскости пленки сверхпроводника: флуктуационная проводимость поперек доменных стенок превышает флуктуационную проводимость вдоль стенок. С увеличением зна-

чения  $H_0$  величина анизотропии поправки  $\Delta\sigma$  также возрастает, и при  $H_0 d^2 \approx \Phi_0$  энергетический спектр изменяется качественным образом: эффективная масса, соответствующая импульсу  $k_y$  вдоль доменных границ, изменяет знак. При этом возникают два минимума энергетического спектра на ненулевых значениях  $k_y$ . Это приводит к необычным немонотонным зависимостям компонент флуктуационной проводимости  $\Delta\sigma$  от  $H_0 d^2$  при фиксированной температурной отстройке от критической температуры. Наконец, для  $H_0 d^2 \gg \Phi_0$  эффективная масса, соответствующая импульсу поперек доменных стенок стремится к бесконечности. Соответствующий тензор флуктуационной проводимости становится существенно анизотропным. В частности, на зависимостях компоненты  $\Delta\sigma^{yy}$  вдоль доменных границ от температуры возникает кроссовер от стандартного поведения  $(T - T_c)^{-1}$  к одномерному поведению  $(T - T_c)^{-3/2}$ , которое соответствует формированию квазиодномерных каналов с увеличенной флуктуационной проводимостью, локализованных вблизи доменных границ. В то же время, поперечная компонента имеет зависимость  $\Delta\sigma^{xx} \propto (T - T_c)^{-1/2}$  вблизи критической температуры. Также получены зависимости флуктуационной проводимости от внешнего магнитного поля  $H$  и проанализировали возможные флуктуационные режимы.

В последующих разделах настоящей главы приведены результаты аналитических расчетов, подтверждающих справедливость описанной выше картины флуктуационного транспорта.

## 3.2. Расчет флуктуационной поправки к проводимости

### 3.2.1. Общие соотношения

Рассмотрим планарную гибридную систему сверхпроводник / ферромагнетик, которая изображена схематически на Рисунке 15.

Тонкая сверхпроводящая пленка толщиной  $w_s \ll \xi_0$  и площадью  $S$  отделена от ферромагнитного слоя, имеющего доменное распределение намагниченности, прослойкой изолятора. Толщина прослойки предполагается достаточно большой, для того чтобы можно было пренебречь обменным взаимодействием магнитных моментов с электронами в куперовских парах, но, в то же время, достаточно малой, так что магнитное поле может проникать в сверхпроводящий слой без существенного затухания. Вектор намагниченности  $\mathbf{M}$  в ферромагнитной пленке предполагается имеющим  $z$ -компоненту, перпендикулярную плоскости  $xy$  сверхпроводящей пленки. Рассмотрим только случай, когда ферромагнетик содержит магнитные домены с  $M_z = \pm M_0$ , отделенные эквидистантным набором доменных стенок. Выберем ось  $y$  направленной

ной вдоль доменных границ, так что величина  $M_z$  зависит только от координаты  $x$ . Ширина доменов  $d$  предполагается удовлетворяющей условию  $\xi_0 \ll d \ll \sqrt{S}$ . Также будем предполагать, что доменные границы хорошо запиннингованы, и не принимать во внимание изменение доменной структуры с увеличением внешнего поля  $H$ .

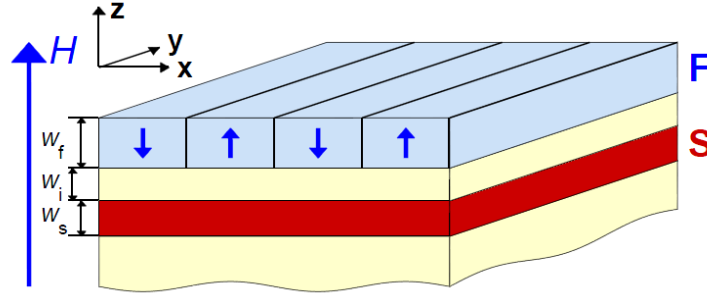


Рисунок 15. Планарная гибридная система, состоящая из тонкой пленки сверхпроводника и расположенного над ней ферромагнетика с доменным распределением намагниченности. Система помещена в однородное магнитное поле  $\mathbf{H}$ , приложенное перпендикулярно поверхности сверхпроводящей пленки.

В сверхпроводящей пленке пространственное распределение магнитного поля  $H_z(x)$ , создаваемого ферромагнетиком, сильно зависит от толщины  $w_f$  ферромагнитного слоя и от толщины  $w_i$  изолирующей прослойки между сверхпроводящим и ферромагнитным слоями. В дальнейшем будем предполагать, что  $w_f \gg d$  и  $w_i \ll d$ . В этом случае профиль магнитного поля рассеяния в сверхпроводящей пленке может быть аппроксимирован меандром с амплитудой  $H_0 = 4\pi M_0$ :

$$H_z(x) = H + H_0 \operatorname{sgn} \left[ \cos \left( \frac{\pi x}{d} \right) \right]. \quad (3.4)$$

Мы выбрали соответствующий векторный потенциал в форме  $A_y(x) = Hx + \tilde{A}_y(x)$ , где для любого целого числа  $n$

$$\frac{\tilde{A}_y(x)}{H_0 d} = \begin{cases} \frac{1}{2} - \left| \frac{x}{d} - 2n - \frac{1}{2} \right| & \text{для } 2n < \frac{x}{d} < 2n + 1, \\ -\frac{1}{2} + \left| \frac{x}{d} - 2n + \frac{1}{2} \right| & \text{для } 2n - 1 < \frac{x}{d} < 2n. \end{cases} \quad (3.5)$$

Пространственные профили магнитного поля и векторного потенциала показаны на Рисунке 16.

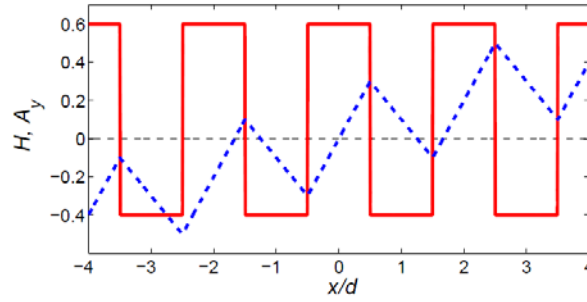


Рисунок 16. Пространственный профиль магнитного поля  $H_z(x)$  (красная сплошная кривая) и векторный потенциал  $A_y(x)$  (синяя пунктирная кривая), соответствующие значениям параметров  $H_0 = 0.5H_{c2}^0$  и  $H = 0.1H_{c2}^0$ , где  $H_{c2}^0 = \Phi_0 / 2\pi\xi_0^2$ .

Фазовая диаграмма рассматриваемой гибридной системы показана на Рисунке 17 [108]. Для фиксированного значения  $H_0$  реализуются два различных режима объемной сверхпроводимости: для  $T < T_c^{SC}(H) = T_c^0(1 - |H_0 + |H||/H_{c2}^0)$  [зеленая область (А) на Рисунке 17] вся пленка сверхпроводника находится в сверхпроводящем состоянии, в то время как при  $T_c^{SC}(H) < T < T_c^{bulk}(H) = T_c^0(1 - |H_0 - |H||/H_{c2}^0)$  [синяя область (В) на Рисунке 17] сверхпроводимость существует только в областях, где поле рассеяния и внешнее поле компенсируют друг друга.

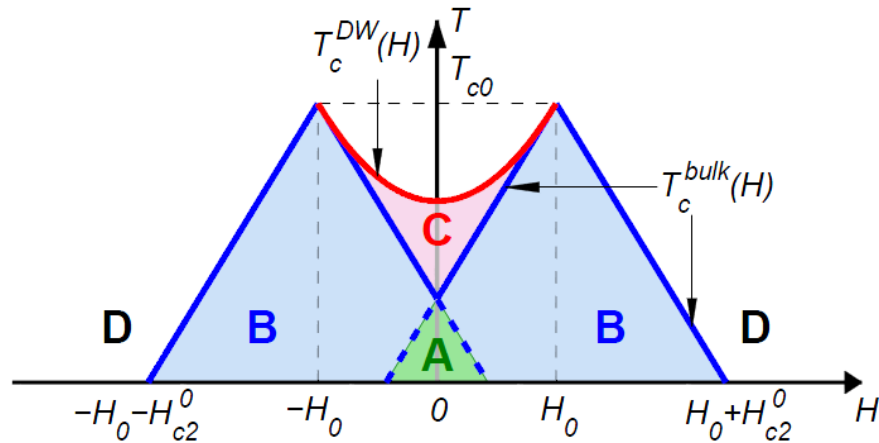


Рисунок 17. Фазовая диаграмма гибридной системы, состоящей из сверхпроводящей пленки и ферромагнетика с доменным распределением намагниченности. В зеленой области (А) для  $T < T_c^{SC}(H)$  вся пленка находится в сверхпроводящем состоянии. В синей области (В) для  $T_c^{SC}(H) < T < T_c^{bulk}(H)$  сверхпроводимость существует только в доменах, где внешнее поле и поле рассеяния противоположно направлены. В красной области (С) для  $|H| < H_0$  и  $T_c^{bulk}(H) < T < T_c^{DW}(H)$  сверхпроводящие области имеют форму узких каналов, локализованных вблизи доменных границ. Белая область (D) соответствует нормальному состоянию пленки.

Важным является то, что при  $|H| < H_0$  сверхпроводимость может существовать при температурах выше  $T_c^{bulk}(H)$  в форме квазиодномерных зародышей, локализованных вблизи доменных границ. Такой тип локализованной сверхпроводимости часто называют сверхпроводимостью на доменных стенках [красная область (С) на Рисунке 17]. Зависимость критической температуры  $T_c^{DW}$  сверхпроводимости на доменных стенках от  $H$  показана красной линией на Рисунке 17.

Для расчета диагональных компонент тензора флуктуационной проводимости будем использовать выражение (3.1). При этом будем интересоваться только пространственно усредненной поправкой  $\langle \Delta\sigma^{\alpha\alpha} \rangle$ , которая может быть получена путем интегрирования локальной поправки  $\Delta\sigma^{\alpha\alpha}(x)$  по ширине магнитных доменов:

$$\langle \Delta\sigma^{\alpha\alpha} \rangle = \frac{1}{2d} \int_{-d}^d \Delta\sigma^{\alpha\alpha}(x) dx. \quad (3.6)$$

Именно данная величина определяет падение сопротивления образца в транспортных измерениях.

Состояния куперовских пар в сверхпроводящей пленке определяются уравнением Шредингера:

$$-\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \left( -i \frac{\partial}{\partial y} - \frac{2\pi}{\Phi_0} A_y(x) \right)^2 \psi = \frac{4m}{\hbar^2} E \psi. \quad (3.7)$$

На доменных границах (при  $x = nd$ ) необходимо потребовать непрерывность параметра порядка  $\psi$  и его производной  $\partial\psi/\partial x$ . Произвольная волновая функция, удовлетворяющая уравнению (3.7), может быть представлена в виде

$$\psi(x, y) = \chi_{n, k_y}(x) e^{ik_y y}, \quad (3.8)$$

где  $k_y$  – импульс вдоль оси  $y$ ,  $n$  – номер зоны. Функция  $\chi_{n, k_y}(x)$  удовлетворяет уравнению

$$-\frac{\partial^2 \chi_{n, k_y}}{\partial x^2} + \left( k_y - \frac{2\pi}{\Phi_0} A_y(x) \right)^2 \chi_{n, k_y} = \frac{4m}{\hbar^2} E \chi_{n, k_y}. \quad (3.9)$$

Форма спектра  $E$  (и соответствующее поведение флуктуационной проводимости) сильно зависит от величин  $H$  и  $H_0$ . В отсутствие ферромагнетика (при  $H_0 = 0$ ) флуктуационная поправка  $\Delta\sigma$  имеет стандартную двумерную зависимость от температуры:

$$\Delta\sigma = \frac{e^2}{2\hbar b} \frac{1}{\varepsilon} F\left(\frac{\varepsilon}{2h}\right). \quad (3.10)$$

Здесь  $\varepsilon = (T - T_{c0})/T_{c0}$ ,  $h = H/H_{c2}^0$ ,  $H_{c2}^0 = \Phi_0/2\pi\xi_0^2$  – верхнее критическое поле при нулевой температуре, функция  $F$  определена как

$$F(\rho) = \rho^2 \left[ \Psi\left(\frac{1}{2} + \rho\right) - \Psi(\rho) - \frac{1}{2\rho} \right], \quad (3.11)$$



$\Psi$  – дигамма-функция. В то же время для ненулевой амплитуды поля рассеяния ( $H_0 \neq 0$ ) ситуация существенно изменяется. В дальнейшем будет произведен анализ трех предельных случаев, соответствующих малому ( $H_0 d^2 \ll \Phi_0$ ), большому ( $H_0 d^2 \gg \Phi_0$ ) и промежуточному ( $H_0 d^2 \approx \Phi_0$ ) значениям магнитного поля рассеяния.

### 3.2.2. Предел слабого магнитного поля рассеяния

В данном разделе будем использовать следующие приближения: (а) амплитудное значение  $H_0$  магнитного поля рассеяния достаточно мало, так что магнитная длина  $L_{H_0} = \sqrt{\Phi_0 / |H_0|}$  превышает характерную ширину магнитных доменов, то есть  $L_{H_0} \gg d$ ; (б) температура близка к критической температуре, так что  $\xi_H(T) \gg d$ , где

$$\xi_H(T) = \frac{\xi_0 T_c^0}{\sqrt{T - T_c^{bulk}(0)}}. \quad (3.12)$$

Начнем с рассмотрения простейшего случая, когда внешнее поле  $H = 0$ . Магнитное поле (3.4) в сверхпроводящей пленке может быть разложено в ряд Фурье:

$$H_z(x) = \sum_{n \neq 0} H_n e^{in\pi x/d}, \quad (3.13)$$

где  $H_n = 0$  для  $n = 2l$  ( $l$  – целое число) и  $h_n = 2H_0(-1)^{|l|} / \pi(2l+1)$  для  $n = 2l+1$ . В случае малых значений  $H_0$  расчет спектра  $E$  может быть проведен с использованием приближения почти свободных электронов. Действительно, если  $H_0 = 0$ , спектр имеет стандартный параболический вид:

$$E = \frac{\hbar^2}{4m} (k_x^2 + k_y^2). \quad (3.14)$$

Малое периодическое магнитное поле приводит к малым поправкам к этому спектру, что может быть учтено в рамках теории возмущений. Детальное обсуждение приближения почти свободных электронов для слабых периодических магнитных полей с произвольной пространственной конфигурацией приведено в работе [A1]. Результирующее выражение для спектра в магнитном поле в форме меандра (3.4) имеет вид

$$E(k_x, k_y) = \frac{\hbar^2 k_x^2}{4m} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{4m_y^*} + \frac{2e^2 d^2}{\pi^2 m c^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|H_n|^2}{n^2}, \quad (3.15)$$

где величина

$$m_y^{*-1} = m^{-1} \left( 1 - \frac{32d^4}{\pi^2 \Phi_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|H_n|^2}{n^4} \right) \quad (3.16)$$

является  $y$ -компонентой тензора обратных эффективных масс. Для конкретного профиля магнитного поля рассеяния, имеющего форму меандра, формула (3.16) для эффективной массы может быть представлена в виде

$$m_y^* \approx m \left( 1 + \frac{2\pi^2 H_0^2 d^4}{15\Phi_0^2} \right). \quad (3.17)$$

Последнее слагаемое в формуле (3.15) приводит к сдвигу критической температуры сверхпроводящей пленки. Результирующая критическая температура  $T_c(H_0)$  равна

$$T_c(H_0) = T_{c0} \left( 1 - \frac{\pi^2 H_0^2 d^2 \xi_0^2}{3\Phi_0^2} \right). \quad (3.18)$$

Для расчета флуктуационной поправки к проводимости подставим спектр (3.15) в выражение (3.1). Удобно провести соответствующие расчеты для общего вида спектра, который может быть представлен в форме

$$E = E_{\min} + \frac{\hbar^2 k_x^2}{4m_x^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{4m_y^*}. \quad (3.19)$$

Тогда проекция на ось  $\alpha$  скорости куперовских пар имеет вид

$$v^\alpha(k_\alpha) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k_\alpha} = \frac{\hbar k_\alpha}{2m_\alpha^*}. \quad (3.20)$$

Производя суммирование по квантовым числам в формуле (3.1), получаем, что наиболее сингулярная по параметру  $[T - T_c(H_0)]$  часть флуктуационной проводимости равна

$$\langle \Delta \sigma^{\alpha\alpha} \rangle = \frac{\sqrt{m_x^* m_y^*}}{m_\alpha^*} \frac{e^2}{16\hbar w_s \varepsilon_H}, \quad (3.21)$$

где  $\varepsilon_H = [T - T_c(H_0)]/T_{c0}$ ,  $m_x^* = m$ , а  $m_y^*$  определяется выражением (3.17). Из выражения (3.21) можно увидеть, что в присутствии слабого магнитного поля рассеяния поправка Асламазова-Ларкина к проводимости становится слабо анизотропной из-за анизотропии энергетического спектра (3.15) в импульсном пространстве. Величина этой анизотропии определяется полем рассеяния [см. (3.17)]:

$$\frac{\langle \Delta \sigma^{yy} \rangle}{\langle \Delta \sigma^{xx} \rangle} = \frac{m_x^*}{m_y^*} \approx 1 - \frac{2\pi^2}{15} \left( \frac{d}{L_{H_0}} \right)^4. \quad (3.22)$$

Теперь перейдем к случаю, когда внешнее магнитное поле  $H \neq 0$ . Будем предполагать, что магнитное поле достаточно слабое, так что  $L_H \gg d$  (здесь  $L_H = \sqrt{\Phi_0/H}$ ). Как и ранее, будем предполагать, что  $L_{H_0} \gg d$ , для того чтобы можно было использовать приближение почти свободных электронов. Анализ спектра  $E$  в случае ненулевого внешнего поля  $H$  и изотропного

тензора эффективных масс был проведен в работе [A1]. Обобщение на случай анизотропного тензора эффективных масс приводит к спектру

$$E_l = \frac{e\hbar|H|}{2c\sqrt{m_x^*m_y^*}}(2l+1) + \frac{2e^2d^2}{\pi^2mc^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|H_n|^2}{n^2}, \quad (3.23)$$

где  $l$  – номер уровня Ландау. Матричные элементы оператора  $\hat{v}^\alpha$  проекции скорости имеют вид

$$|\hat{v}_{nl}^\alpha|^2 = \frac{e\hbar|H|}{4cm_x^*\sqrt{m_x^*m_y^*}}(n\delta_{n,l+1} + l\delta_{l,n+1}). \quad (3.24)$$

Выражение для флуктуационной проводимости  $\langle \Delta\sigma^{\alpha\alpha} \rangle$  может быть получено из формулы (3.10) путем проведения следующих преобразований: (а) параметр  $\varepsilon$  должен быть заменен на  $\varepsilon_H \sqrt{m_x^*m_y^*}/m$ ; (б) выражение в целом должно быть умножено на величину  $(m_x^*m_y^*/mm_\alpha^*)$ . Результат имеет вид:

$$\langle \Delta\sigma^{\alpha\alpha} \rangle = \frac{\sqrt{m_x^*m_y^*}}{m_\alpha^*} \frac{e^2}{2\hbar w_s} \frac{1}{\varepsilon_H} F\left(\frac{\varepsilon_H}{2|\tilde{\hbar}|}\right), \quad (3.25)$$

где

$$\tilde{\hbar} = \frac{m}{\sqrt{m_x^*m_y^*}} \frac{H}{H_{c2}^0}, \quad (3.26)$$

а функция  $F$  определена формулой (3.11).

Заметим, что при  $H \neq 0$  сверхпроводящий фазовый переход происходит при температуре

$$T_c^H = T_c(H_0) - T_{c0}|\tilde{\hbar}|. \quad (3.27)$$

Тогда вблизи критической температуры  $T_c^H$  (когда  $\varepsilon_H + |\tilde{\hbar}| \ll |\tilde{\hbar}|$ ) выражение (21) принимает форму

$$\langle \Delta\sigma^{\alpha\alpha} \rangle = \frac{\sqrt{m_x^*m_y^*}}{m_\alpha^*} \frac{e^2}{4\hbar w_s} \frac{1}{\varepsilon_H + |\tilde{\hbar}|}. \quad (3.28)$$

Таким образом, влияние слабого пространственно периодического магнитного поля сводится, прежде всего, к сдвигу критической температуры и возникновению анизотропии флуктуационной проводимости, обусловленной анизотропией тензора эффективных масс.

### 3.2.3. Предел сильного магнитного поля рассеяния

Данный раздел посвящен анализу обратного предельного случая, когда  $H_0$  достаточно большое, так что  $L_{H_0} \ll d$ . В этом случае поведение флуктуационной проводимости сильно зависит от соотношения между величинами  $H$  и  $H_0$ . Рассмотрим все возможные варианты.

В отсутствии внешнего магнитного поля (при  $H = 0$ ) параметр порядка  $\chi_{n,k_x,k_y}(x)$  удовлетворяет теореме Блоха. Соответствующий энергетический спектр слабо зависит от компоненты импульса, направленной поперек доменных стенок  $k_x$ , и для  $k_x = 0$  данный спектр показан на Рисунке 18(a). Для  $|k_y| \ll d/L_{H_0}^2$  центры соответствующих циклотронных квазиклассических траекторий лежат глубоко внутри области магнитного домена, и энергетический спектр куперовских пар имеет форму уровней Ландау, которые вырождены по  $k_y$ :

$$E_n = \frac{e\hbar|H_0|}{mc} \left( n + \frac{1}{2} \right). \quad (3.29)$$

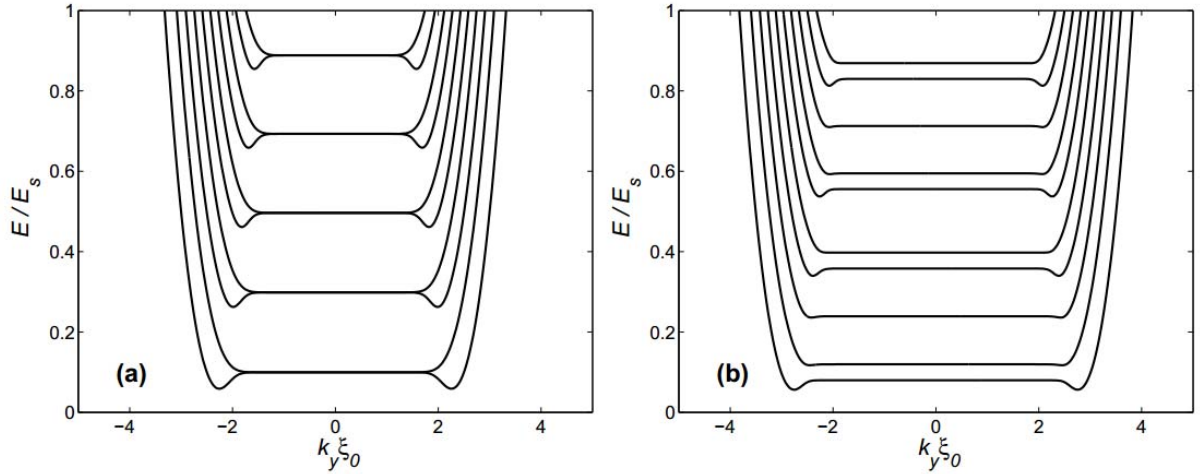


Рисунок 18. Энергетический спектр  $E(n, k_y)$  флуктуационных куперовских пар в гибридной структуре, состоящей из сверхпроводящей пленки и ферромагнетика с доменным распределением намагниченности, которая помещена во внешнее однородное магнитное поле  $H$ . Представленные зависимости  $E(n, k_y)$  соответствуют амплитуде магнитного поля рассеяния, равной  $H_0 = 0.1H_{c2}^0$ ; ширине магнитных доменов, равной  $d = 50\xi_0$ ; внешнему полю, равному (a)  $H = 0$  и (b)  $H = 0.02H_{c2}^0$ . Для удобства определена константа  $E_s = \hbar^2 / 4m\xi_0^2$ .

При  $k_y = k_0$  и  $k_y = -k_0$  (где  $k_0 = \pi d / L_{H_0}^2 - \sqrt{0.59|h_0|} / \xi_0$ ,  $h_0 = H_0 / H_{c2}^0$ ) спектр имеет два минимума. Соответствующие собственные значения локализованы вблизи доменных границ, располо-

женных в точках  $x = (2n+1)d$  и  $x = 2nd$  соответственно. Наконец, при  $|k_y| \gg d/L_{H_0}^2$  энергия увеличивается с увеличением  $|k_y|$ .

Усредненная флуктуационная поправка к проводимости гибридной структуры может быть разделена на два члена:

$$\langle \Delta \sigma^{\alpha\alpha} \rangle = \langle \Delta \sigma_{bulk}^{\alpha\alpha} \rangle + \langle \Delta \sigma_{DW}^{\alpha\alpha} \rangle, \quad (3.30)$$

где величина

$$\langle \Delta \sigma_{bulk}^{\alpha\alpha} \rangle = \frac{e^2}{2\hbar w_s \varepsilon} F\left(\frac{\varepsilon}{2|h_0|}\right) \quad (3.31)$$

является изотропным вкладом от областей под магнитными доменами [см. выражение (3.10)], вычисленным в локальном приближении (то есть в предположении, что флуктуационная проводимость в каждой точке образца определяется только локальным магнитным полем). Величина  $\langle \Delta \sigma_{DW}^{\alpha\alpha} \rangle$  описывает разницу между точным выражением для флуктуационной проводимости  $\langle \Delta \sigma^{\alpha\alpha} \rangle$  и формулой (3.31). Данная величина соответствует вкладу от узких областей шириной порядка  $L_{H_0}$  вблизи доменных стенок. Из выражения (3.1) видно, что сингулярная часть величины  $\langle \Delta \sigma_{DW}^{\alpha\alpha} \rangle$  определяется только членами, в которых индекс  $j$  или  $l$  соответствует нижней энергетической зоне с  $n=0$ . Эта сингулярная часть может быть записана в следующей форме:

$$\langle \Delta \sigma_{DW}^{\alpha\alpha} \rangle = \frac{e^2 \hbar^3}{8\pi m \xi_0^2 w_s d} \left[ \int_0^\infty \sum_{n=1}^\infty \frac{(2 - \delta_{n0}) |\hat{v}_{0n}^\alpha|^2}{\mu_0 \mu_n (\mu_0 + \mu_n)} dk_y - \frac{2\pi^2 d}{L_{H_0}^2} \frac{2 |\hat{v}_{01}^\alpha|^2}{\mu'_0 \mu'_n (\mu'_0 + \mu'_n)} \right], \quad (3.32)$$

где  $\delta$  – символ Кронекера. Последний член в формуле (3.32) соответствует доминирующей части в  $\langle \Delta \sigma_{bulk}^{\alpha\alpha} \rangle$  (здесь штрихами обозначены величины, рассчитанные в локальном приближении).

Заметим, что результат интегрирования по  $k_y$  в области  $|k_y| \ll d/L_{H_0}^2$  полностью совпадает с последним членом. Таким образом, величина  $\langle \Delta \sigma_{DW}^{\alpha\alpha} \rangle$  определяется только областью  $|k_y| \geq d/L_{H_0}^2$ .

Дальнейший анализ общего выражения (3.32) представляется довольно сложным, так что рассмотрим только наиболее интересный предельный случай  $\varepsilon_{DW} \ll |h_0|$  (здесь  $\varepsilon_{DW} = (T - T_c^{DW})/T_{c0} = \varepsilon + 0.59|h_0|$ ), в котором величина  $\langle \Delta \sigma_{DW}^{\alpha\alpha} \rangle$  может превысить объемным вклад  $\langle \Delta \sigma_{bulk}^{\alpha\alpha} \rangle$ . В этом случае сингулярная часть усредненной поправки  $\langle \Delta \sigma_{DW}^{\alpha\alpha} \rangle$  определяется, главным образом, малой областью вблизи абсолютного минимума энергетического спектра, где величина  $\mu_n(k_y) \ll |h_0|$ . Это означает, что достаточно произвести интегрирование только по области, где  $k_y \approx \pm k_0$  в выражении (3.32). Тогда вблизи минимума нижней зоны достаточно рассмотреть

реть степенное разложение зависимости  $E_0(k_y)$  вместо точного спектра. Для  $k_y > 0$  это разложение может быть записано в форме [56]:

$$E_0(k_y) \approx \frac{\hbar^2}{4m\xi_0^2} \left[ 0.59h_0 + 0.58\xi_0^2 (k_y - k_0)^2 \right]. \quad (3.33)$$

В дальнейшем удобно проанализировать различные компоненты поправки Асламазова-Ларкина к тензору проводимости отдельно. Начнем с анализа компоненты  $\langle \Delta\sigma^{yy} \rangle$ . Сначала вычислим только член в выражении (3.32) с  $n=0$ . Соответствующий диагональный матричный элемент оператора проекции скорости  $\hat{v}_{00}^y$  отличен от нуля, и для  $k_y > 0$  он равен

$$\hat{v}_{00}^y = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_0}{\partial k_y} = \frac{0.58\hbar}{2m} (k_y - k_0). \quad (3.34)$$

Подставляя выражения (3.33) и (3.34) в формулу (3.32), получаем соответствующую часть поправки  $\langle \Delta\sigma_{DW}^{yy} \rangle$  вблизи  $T_c^{DW}$ :

$$\langle \Delta\sigma_{DW}^{yy} \rangle = \frac{\pi e^2 \xi_0 \sqrt{0.58}}{16\hbar w_s d \varepsilon_{DW}^{3/2}}. \quad (3.35)$$

Заметим, что члены с  $n \neq 0$  не вносят значительного вклада в величину  $\langle \Delta\sigma_{DW}^{yy} \rangle$  и могут не учитываться, так как они менее сингулярны по параметру  $\varepsilon_{DW}$  по сравнению с формулой (3.35). Для того, чтобы продемонстрировать это утверждение, предположим, что матричные элементы  $\hat{v}_{n0}^y(k_y)$  не зависят от  $k_y$  (если быть точным, то это не верно, однако рассмотрение точных выражений для  $\hat{v}_{n0}^y(k_y)$  не меняет главного вывода). Тогда из формулы (3.32) видно, что соответствующий вклад в поправку  $\langle \Delta\sigma_{DW}^{yy} \rangle$  пропорционален  $\varepsilon_{DW}^{-1/2}$ , и он менее сингулярный, чем выражение (3.35).

Таким образом, полное выражение для усредненной флуктуационной поправки к проводимости имеет вид

$$\langle \Delta\sigma^{yy} \rangle = \frac{e^2}{2\hbar w_s \varepsilon} F\left(\frac{\varepsilon}{2|h_0|}\right) + \frac{\pi e^2 \xi_0 \sqrt{0.58}}{16\hbar w_s d (\varepsilon + 0.59|h_0|)^{3/2}}. \quad (3.36)$$

Отсюда видно, что вдали от точки сверхпроводящего фазового перехода (когда  $\varepsilon_{DW} \gg |h_0|$ ) вклад от областей вблизи доменных границ пренебрежимо мал, и усредненная поправка к проводимости совпадает со стандартным результатом (3.10) для двумерного случая. В обратном пределе, когда  $\varepsilon_{DW} \ll |h_0|$ , ситуация существенно изменяется. Вклад от областей, соответствующих доменам, в поправку Асламазова-Ларкина не является сингулярным в  $T_c^{DW}$  и имеет порядок  $\langle \Delta\sigma_{bulk}^{yy} \rangle \propto e^2 / (\hbar w_s |h_0|)$ , в то время как вклад от доменных границ расходитя как

$\langle \Delta \sigma_{DW}^{yy} \rangle \propto e^2 \xi_0 / (\hbar w_s d) \varepsilon_{DW}^{-3/2}$ . Важно, что вблизи критической температуры, когда  $\varepsilon_{DW} \ll [(\xi_0/d)|h_0|]^{2/3} \propto \xi_0^2 (dL_{H_0}^2)^{-2/3}$ , поправка  $\langle \Delta \sigma_{DW}^{yy} \rangle$  начинает доминировать. Более того, в этом температурном интервале полная усредненная поправка к проводимости имеет одномерную сингулярность.

Режимы с различным поведением величины  $\langle \Delta \sigma^{yy} \rangle$  показаны схематически на Рисунке 19. Если  $d \ll L_{H_0}$  магнитное поле рассеяния является слабым, и температурное поведение величины  $\langle \Delta \sigma^{yy} \rangle$  является двумерным, то есть  $\langle \Delta \sigma^{yy} \rangle \propto [T - T_c^{bulk}(H_0)]^{-1}$ . В обратном случае, когда  $d \gg L_{H_0}$ , существует температурный интервал вблизи критической температуры сверхпроводимости на доменных стенках, в котором флуктуации становятся одномерными, и поправка  $\langle \Delta \sigma^{yy} \rangle \propto [T - T_c^{DW}(H_0)]^{-3/2}$  [темная область на Рисунке 19].

Для того, чтобы проанализировать поведение компоненты  $\langle \Delta \sigma^{xx} \rangle$  тензора флуктуационной проводимости, необходимо заметить, что диагональный матричный элемент  $\hat{v}_{00}^x$  является экспоненциально малым, им можно пренебречь. Точный расчет недиагональных элементов достаточно громоздкий, в то время как для анализа зависимости величины  $\langle \Delta \sigma^{xx} \rangle$  от температуры достаточно произвести простую оценку. Для локализованных состояний флуктуационных куперовских пар недиагональные матричные элементы оператора проекции скорости имеют порядок  $\hat{v}_{n_0}^x \propto \hbar / mL_{H_0}$ , в то время как для делокализованных состояний с большими энергиями эти матричные элементы экспоненциально малы. Таким образом, учитывая, что области под магнитными доменами и области под доменными стенками включены в электрическую цепь последовательно, получаем, что

$$\langle \Delta \sigma_{DW}^{xx} \rangle \propto \frac{e^2 L_{H_0}^2}{\hbar w_s \xi_0 d} \frac{1}{\varepsilon_{DW}^{1/2}}. \quad (3.37)$$

Из данного выражения следует, что для  $\varepsilon_{DW} \ll (\xi_0/d)^2$  вклад от доменных границ становится доминирующим в усредненной поправке к проводимости  $\langle \Delta \sigma^{xx} \rangle$ .

Из вышеприведенного анализа видно, что поправка Асламазова-Ларкина к тензору проводимости является анизотропной. Удивительным является то, что величина этой анизотропии зависит от температуры. Для того, чтобы это показать, сравним выражения (3.31), (3.35) и (3.37). Для  $\varepsilon_{DW} \gg \xi_0^2 (dL_{H_0}^2)^{-2/3}$  тензор флуктуационной проводимости является изотропным, и его компоненты определяются магнитным полем рассеяния в областях под магнитными доменами [см. выражение (3.31)]. В температурном интервале  $\xi_0^2/d^2 \ll \varepsilon_{DW} \ll \xi_0^2 (dL_{H_0}^2)^{-2/3}$  тензор флуктуа-

ционной проводимости становится анизотропным, и  $\langle \Delta\sigma^{yy} \rangle / \langle \Delta\sigma^{xx} \rangle \propto (\xi_0^3 / L_{H_0}^2 d) \varepsilon_{DW}^{-3/2}$ . Наконец, для  $\varepsilon_{DW} \ll \xi_0^2 / d^2$  анизотропия определяется соотношением между вкладами от областей вблизи доменных стенок и не зависит от  $d$ :  $\langle \Delta\sigma^{yy} \rangle / \langle \Delta\sigma^{xx} \rangle \propto (\xi_0 / L_{H_0})^2 \varepsilon_{DW}^{-1}$ . Экспериментальное обнаружение данных температурных кроссоверов могло бы стать прямой иллюстрацией влияния доменных границ на флуктуационную проводимость гибридных систем сверхпроводник / ферромагнетик.

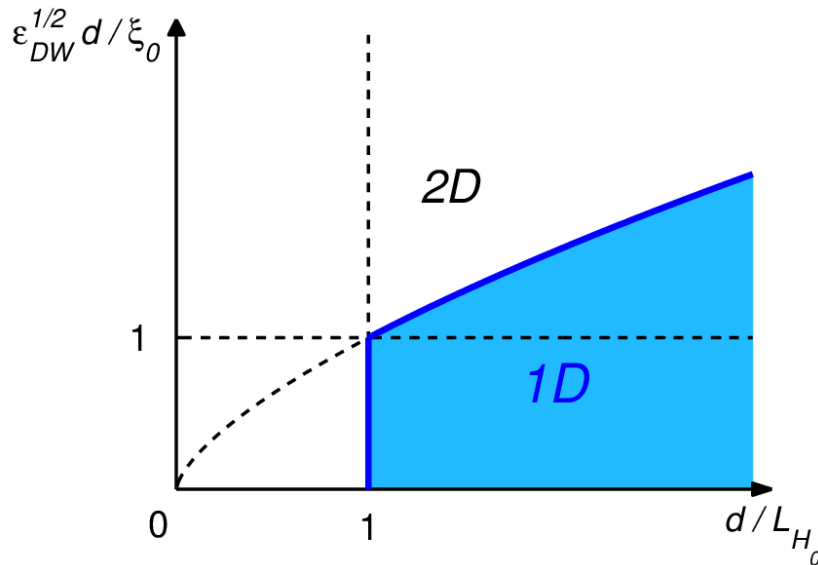


Рисунок 19. Диаграмма различных температурных режимов для флуктуационной проводимости вдоль доменных стенок в гибридных планарных S/F системах на плоскости ключевых параметров. Горизонтальная ось соответствует линии сверхпроводящего перехода, то есть условию  $T = T_c^{DW}(H_0)$ . В белой области сингулярность флуктуационной проводимости имеет двумерный характер, и  $\Delta\sigma \propto (T - T_c)^{-1}$ , в то время как в темной области она становится одномерной из-за локального увеличения флуктуаций вблизи доменных границ, и  $\Delta\sigma \propto (T - T_c)^{-3/2}$ .

Теперь обратимся к случаю промежуточных значений внешнего магнитного поля, то есть  $0 < |H| \ll |H_0|$ . При этом возникает расщепление уровней Ландау вследствие различия между значениями полного магнитного поля в соседних доменах [см. Рисунок 18(b)]. Кроме того, абсолютный минимум энергии в этом случае сдвигается в точки  $k_y = \pm k_0^H$ , где  $k_0^H > k_0$ . Тогда в области  $|k_y| < k_0^H$  спектр содержит два множества уровней Ландау, соответствующие полям  $H_0 + H$  и  $H_0 - H$ .



Вклад  $\langle \Delta \sigma_{bulk}^{\alpha\alpha} \rangle$ , вычисленный в рамках локального приближения, представляет собой сумму двух членов, соответствующих магнитным доменам с противоположно направленными векторами намагниченности:

$$\langle \Delta \sigma_{bulk}^{\alpha\alpha} \rangle = \frac{e^2}{4\hbar w_s \varepsilon} \left[ F\left(\frac{\varepsilon}{2|h+h_0|}\right) + F\left(\frac{\varepsilon}{2|h-h_0|}\right) \right]. \quad (3.38)$$

Вблизи критической температуры  $T_c^{DW}(H)$  вклад  $\langle \Delta \sigma_{DW}^{\alpha\alpha} \rangle$  определяется значениями  $k_y$ , близкими к  $\pm k_0^H$ . В этом случае нижняя энергетическая зона может быть аппроксимирована квадратичной функцией, имеющей форму

$$E_0(k_y) = E_{\min} + \frac{\beta \hbar^2}{4m} (k_y - k_0^H)^2. \quad (3.39)$$

Величины  $E_{\min}$  и  $\beta$  зависят как от  $H_0$ , так и от  $H$  (данные зависимости должны определяться из точного спектра). Детальный анализ функции  $E_0(H, H_0)$  представлен в работе [108]. Здесь мы сфокусируемся на функции  $\beta(H)$ . При помощи численных расчетов были получены типичные зависимости  $\beta(H)$  для различных значений  $H_0$ , которые показаны на Рисунке 20.

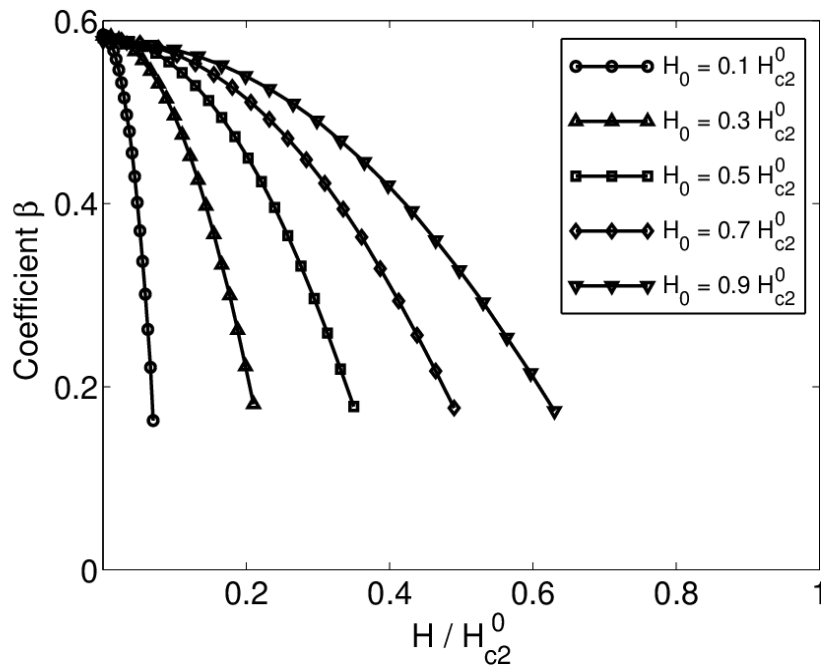


Рисунок 20. Зависимости коэффициента  $\beta$ , который описывает эффективную массу флуктуирующих куперовских пар [см. выражение (3.39)], от величины внешнего магнитного поля  $H$  при различных значениях  $H_0$ .

Из рисунка видно, что при  $H = 0$  коэффициент  $\beta$  не зависит от  $H_0$  и приблизительно равен  $\beta \approx 0.58$ , в то время как ненулевое значение внешнего магнитного поля  $H$  сильно подавляет

величину  $\beta$ . Необходимо отметить, что наш анализ справедлив только для  $H < H_0$ . Тогда для диагональных компонент тензора флуктуационной проводимости получаем:

$$\langle \Delta \sigma_{DW}^{yy} \rangle = \frac{\pi e^2 \xi_0 \sqrt{\beta}}{16 \hbar w_s d \varepsilon_{DW}^{3/2}} \quad (3.40)$$

и

$$\langle \Delta \sigma_{DW}^{xx} \rangle \propto \frac{e^2 L_{H_0}^2}{\hbar w_s d \xi_0 \sqrt{\beta}} \frac{1}{\varepsilon_{DW}^{1/2}}. \quad (3.41)$$

Выражения (3.40) и (3.41) справедливы при  $\varepsilon_{DW} \ll |h_0 - h| - (4m\xi_0^2 / \hbar^2) E_{\min}(H_0, H)$ . Заметим, что зависимость эффективной массы флуктуирующих куперовских пар от внешнего поля  $H$  приводит к дополнительной анизотропии тензора флуктуационной проводимости Асламазова-Ларкина, так как  $\langle \Delta \sigma_{DW}^{yy} \rangle / \langle \Delta \sigma_{DW}^{xx} \rangle \propto \beta(H)$ .

Наконец, для значений  $|H| > |H_0|$  полное магнитное поле не изменяет свой знак на доменных границах, и режим локализованной сверхпроводимости не реализуется. При критической температуре  $T_c^{bulk}(H)$  области сверхпроводника, расположенные под доменами, в которых магнитное поле рассеяния и внешнее поле имеют противоположные направления, переключаются в сверхпроводящее состояние, в то время как области под другими доменами остаются в нормальном состоянии. Тогда полная флуктуационная поправка к проводимости образца описывается выражением (3.38).

### 3.2.4. Случай промежуточных полей рассеяния

В данном разделе рассмотрен случай промежуточных значений амплитуды магнитного поля рассеяния, то есть  $H_0 \approx \Phi_0 / d^2$  ( $d \approx L_{H_0}$ ). Как и раньше, нас будет интересовать только наиболее сингулярная по величине  $(T - T_c)$  часть флуктуационной поправки к проводимости, определяемая формой спектра вблизи минимума. При  $H_0 = H_{cr} = 1.02 \Phi_0 / d^2$  энергетический спектр флуктуационных куперовских пар изменяется качественным образом. При  $H < H_{cr}$  минимум спектра находился в точке  $k_y = 0$ , в то время как при  $H > H_{cr}$  в спектре возникает два минимума, соответствующие конечным значениям  $k_y$ . Данное расщепление минимума спектра приводит к излому линии сверхпроводящего перехода на фазовой диаграмме, который показан на Рисунке 21. Заметим, что в отсутствии внешнего магнитного поля черная сплошная кривая на Рисунке 21 совпадает с температурной зависимостью верхнего критического поля для сверхпроводящей пленки в продольном магнитном поле [11].

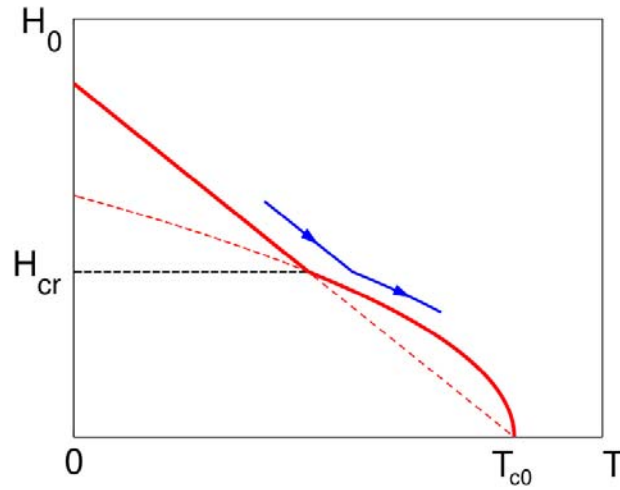


Рисунок 21. Фазовая диаграмма гибридной системы, состоящей из пленки сверхпроводника и ферромагнетика с доменным распределением намагниченности, в отсутствие внешнего магнитного поля. Красная сплошная кривая показывает зависимость критической температуры от амплитуды магнитного поля рассеяния. При магнитном поле, равном  $H_{cr}$ , компонента тензора эффективных масс вдоль доменных границ меняет свой знак. Синяя сплошная кривая со стрелками является примером контура с фиксированной температурной отстройкой от критической температуры.

Для  $H_0 \approx H_{cr}$  энергетический спектр флуктуационных куперовских пар может быть записан в форме

$$E = E_0 + \frac{\hbar^2 k_x^2}{4m_x^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{4m_y^*} + \eta k_y^4, \quad (3.42)$$

где минимум  $E_0(H_0)$  энергетического спектра определяет критическую температуру системы. Обратная эффективная масса  $m_y^{*-1}$  является малой и меняет свой знак по мере изменения величины  $H_0$ :

$$m_y^{*-1} = m_{y0}^{*-1} \left( 1 - \frac{H_0}{H_{cr}} \right), \quad (3.43)$$

где величина  $m_{y0}^{*-1}$  на зависит от  $H_0$ . Компонента эффективной массы  $m_x^*$  имеет порядок массы свободного электрона  $m$ , поскольку при  $H > H_{cr}$  масштаб спадания волновой функции, локализованной вблизи доменной границы, имеет порядок  $L_{H_0} \approx d$ , и перекрытие волновых функций на соседних доменных стенках является существенным.

Для расчета флуктуационной проводимости подставим энергетический спектр (3.42) в выражение (3.1). Диагональные матричные элементы оператора проекции скорости имеют форму

$$\hat{v}^x = 2\alpha k_x, \quad \hat{v}^y = 2\beta k_y + 4\gamma k_y^3, \quad (3.44)$$

где  $\alpha = (m/m_x^*)\xi_0^2$ ,  $\beta = (m/m_y^*)\xi_0^2$ ,  $\gamma = 4m\xi_0^2\eta$ . Тогда выражение для усредненной поправки  $\langle \Delta\sigma^{xx} \rangle$  принимает вид

$$\langle \Delta\sigma^{xx} \rangle = \frac{e^2}{4\pi\hbar w_s} \int_0^\infty dk_y \int_0^\infty dk_x \frac{4\alpha^2 k_x^2}{(\varepsilon_i + \alpha k_x^2 + \beta k_y^2 + \gamma k_y^4)^3}. \quad (3.45)$$

Интегрируя данное выражение по  $k_x$ , получаем:

$$\langle \Delta\sigma^{xx} \rangle = \frac{e^2 \sqrt{\alpha}}{16\hbar w_s} \int_0^\infty \frac{dk_y}{(\varepsilon_i + \beta k_y^2 + \gamma k_y^4)^{3/2}} = -\frac{e^2 \sqrt{\alpha}}{8\hbar w_s} \frac{\partial I_0}{\partial \varepsilon_i}, \quad (3.46)$$

где

$$I_0 = \int_0^\infty \frac{dk_y}{\sqrt{\varepsilon_i + \beta k_y^2 + \gamma k_y^4}}. \quad (3.47)$$

Удобно ввести параметр  $\mu = \beta/2\sqrt{\gamma\varepsilon_i}$ , который при  $T > T_c$  принимает значения из интервала  $-1 < \mu < \infty$ . Тогда существует два различных случая. Первый соответствует интервалу  $-1 < \mu < 1$ .

При этом интеграл  $I_0$  может быть переписан в виде

$$I_0 = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \int_0^\infty \frac{dk_y}{\sqrt{(k_y^2 + \rho^2)(k_y^2 + \rho^{*2})}}. \quad (3.48)$$

Здесь  $\rho^2 = \sqrt{\varepsilon_i/\gamma}(\mu + i\sqrt{1-\mu^2})$ , а звездочка обозначает комплексное сопряжение. Тогда результат интегрирования имеет форму [109]

$$I_0 = \frac{1}{\sqrt{\gamma}|\rho|} K\left(\frac{\text{Im}^2(\rho)}{|\rho|^2}\right), \quad (3.49)$$

где  $K(\nu) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-\nu\sin^2\varphi}}$  - полный эллиптический интеграл второго рода ( $|\nu| < 1$ ).

В случае  $\mu > 1$  интеграл может быть представлен в виде

$$I_0 = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \int_0^\infty \frac{dk_y}{\sqrt{(k_y^2 + a^2)(k_y^2 + b^2)}}, \quad (3.50)$$

где  $a^2 = \sqrt{\varepsilon_i/\gamma}(\mu + \sqrt{\mu^2 - 1})$ ,  $b^2 = \sqrt{\varepsilon_i/\gamma}(\mu - \sqrt{\mu^2 - 1})$ . Тогда результат имеет вид [109]

$$I_0 = \frac{1}{\sqrt{\gamma}a} K\left(\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}\right). \quad (3.51)$$

После подстановки выражений (3.49) и (3.51) в выражение (3.46) и вычисления производной по  $\varepsilon_i$  окончательно получаем:

$$\langle \Delta\sigma^{xx} \rangle = \frac{e^2 \sqrt{\xi_0} m^{1/4}}{32\sqrt{2m_x^*} \hbar w_s \eta^{1/4} \varepsilon_i^{5/4}} G_x(\mu), \quad (3.52)$$

где  $\varepsilon_i = \varepsilon + 4mE_0 / \hbar^2$ , а функция  $G_x(\mu)$  определена как

$$G_x(\mu) = \begin{cases} \frac{1}{1-\mu} \left[ K\left(\frac{1-\mu}{2}\right) - \frac{2\mu}{1+\mu} E\left(\frac{1-\mu}{2}\right) \right] & \text{для } -1 < \mu < 1, \\ \frac{1}{(\mu^2-1)\sqrt{s}} \left[ \mu E(2s\sqrt{\mu^2-1}) - sK(2s\sqrt{\mu^2-1}) \right] & \text{для } \mu > 1. \end{cases} \quad (3.53)$$

Здесь  $E(v)$  – полный эллиптический интеграл первого рода:

$$E(v) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-v\sin^2\varphi} d\varphi. \quad (3.54)$$

В выражениях (3.52)-(3.53) также введены обозначения  $\mu = \sqrt{m}\xi_0 / (4m_y^* \sqrt{\eta\varepsilon_i})$  и  $s = \mu - \sqrt{\mu^2-1}$ .

Аналогично компонента  $\langle \Delta\sigma^{xy} \rangle$  тензора флуктуационной проводимости может быть записана как

$$\langle \Delta\sigma^{xy} \rangle = \frac{e^2}{4\pi\hbar w_s} \int_0^\infty dk_y \int_0^\infty dk_x \frac{(2\beta k_y + 4\gamma k_y^3)^2}{(\varepsilon_i + \alpha k_x^2 + \beta k_y^2 + \gamma k_y^4)^3}. \quad (3.55)$$

Интегрирование этого выражения по  $k_x$  приводит к следующему результату:

$$\langle \Delta\sigma^{xy} \rangle = \frac{e^2}{16\sqrt{\alpha}\hbar w_s} \int_0^\infty dk_y \frac{(\beta + 6\gamma k_y^2)}{(\varepsilon_i + \beta k_y^2 + \gamma k_y^4)^{3/2}} = \frac{e^2\beta}{8\sqrt{\alpha}\hbar w_s} \frac{\partial I_0}{\partial \varepsilon_i} - \frac{3e^2\gamma}{4\sqrt{\alpha}\hbar w_s} \frac{\partial I_0}{\partial \beta}, \quad (3.56)$$

где  $I_0$  определяется формулой (3.47). Тогда, используя выражения (3.49) и (3.51), получаем:

$$\langle \Delta\sigma^{xy} \rangle = \frac{e^2 \sqrt{2m_x^*} \eta^{1/4}}{16\hbar w_s \sqrt{\xi_0} m^{1/4} \varepsilon_i^{3/4}} G_y(\mu), \quad (3.57)$$

где функция  $G_y(\mu)$  определена как

$$G_y(\mu) = \begin{cases} \frac{1}{1-\mu} \left[ \frac{2(3-\mu^2)}{1+\mu} E\left(\frac{1-\mu}{2}\right) - (3-\mu)K\left(\frac{1-\mu}{2}\right) \right] & \text{для } -1 < \mu < 1, \\ \frac{1}{(\mu^2-1)\sqrt{s}} \left[ 2\mu sK(2s\sqrt{\mu^2-1}) - (3-\mu^2)E(2s\sqrt{\mu^2-1}) \right] & \text{для } \mu > 1. \end{cases} \quad (3.58)$$

Графики функций  $G_x(\mu)$  и  $G_y(\mu)$  представлены на Рисунке 22. Для дальнейшего анализа удобно рассмотреть случай изменения амплитуды магнитного поля рассеяния при фиксированном значении величины  $\varepsilon_i$  (этому случаю соответствует синяя сплошная кривая на Рисунке 21; стрелки показывают направление, вдоль которого параметр  $\mu$  увеличивается). При этом исключается тривиальная зависимость флуктуационной проводимости от величины  $H_0$ , обусловленная изменением критической температуры, и проявляются эффекты, связанные со сменой знака обратной эффективной массы в спектре флуктуационных куперовских пар. В экспериментах зависимость флуктуационной проводимости от амплитуды поля рассеяния  $H_0$  при фикс-

сированном значении параметра  $\varepsilon_i$  может быть получена, например, путем измерения серии зависимостей проводимости от температуры при различных значениях ширины магнитных доменов в ферромагнетике и последующего выбора значений проводимости, соответствующих выбранному значению  $\varepsilon_i$ . В этом случае функции  $G_x(\mu)$  и  $G_y(\mu)$  соответствуют зависимостям  $\langle \Delta\sigma^{xx} \rangle(H_0)$  и  $\langle \Delta\sigma^{yy} \rangle(H_0)$ . Данные зависимости качественно отличаются друг от друга:  $\langle \Delta\sigma^{yy} \rangle(H_0)$  имеет минимум при  $H_0 \sim H_{cr}$  из-за сильного уменьшения матричного элемента проекции скорости  $\hat{v}^{yy} \propto m_y^{*-1}$  при  $H_0 \approx H_{cr}$ , в то время как  $\langle \Delta\sigma^{xx} \rangle(H_0)$  является монотонно возрастающей функцией.

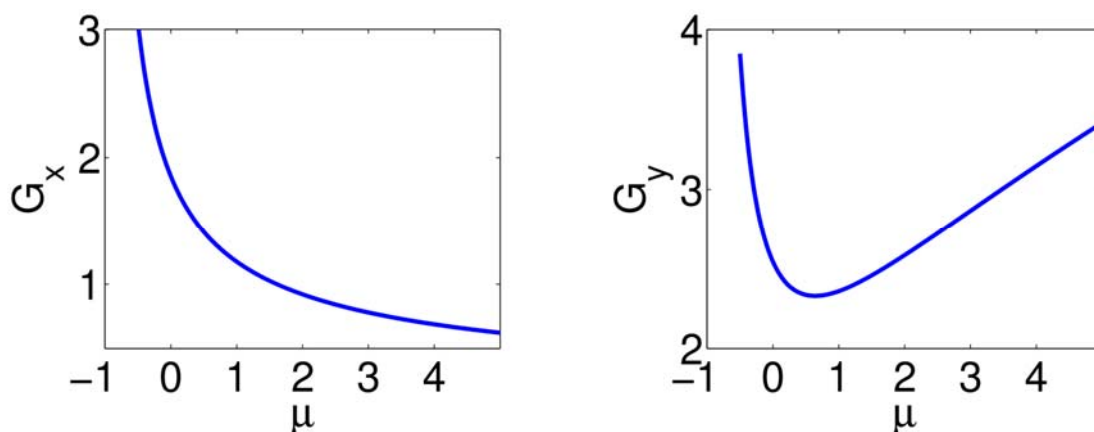


Рисунок 22. Графики функций  $G_x(\mu)$  и  $G_y(\mu)$ , определенных в выражениях (3.46)-(3.47).

Заметим, что выражения (3.52) и (3.57) справедливы только вблизи критического поля, то есть для  $H_0 \approx H_{cr}$ . Если  $H_0$  сильно отличается от  $H_{cr}$ , тогда при фиксированной отстройке от критической температуры флуктуационная проводимость насыщается как функция  $H_0$ , что обусловлено насыщением компоненты эффективной массы  $m_y^{*-1}$ . Действительно, для  $H_0 \ll H_{cr}$  эффективная масса определяется выражением  $m_y^{*-1} \approx m^{-1}$  [см. Раздел 3.2.2], и для  $\varepsilon_H = const$  флуктуационная проводимость является константой. В обратном предельном случае для  $H_0 \sim H_{c2}^0$  минимум энергетического спектра смещается в точки  $k_y = \pm k_0$ , и эффективная масса равна  $m_y^{*-1} \approx 0.58m^{-1}$  [см. Раздел 3.2.3]. В результате для фиксированной величины  $\varepsilon_{DW}$  поправка Асламазова-Ларкина к проводимости не зависит от  $H_0$  как при  $H_0 \ll H_{cr}$ , так и при  $H_0 \gg H_{cr}$ .

### 3.3. Выводы

Таким образом, в данной главе показано, что тензор флуктуационной проводимости Асламазова-Ларкина  $\Delta\sigma$  гибридной структуры, состоящей из пленки сверхпроводника и ферромаг-

нетика с магнитными доменами, является существенно анизотропной. Величина анизотропии сильно зависит как от температуры, так и от соотношения между шириной доменов  $d$  и магнитной длиной  $L_{H_0} = \sqrt{\Phi_0 / H_0}$ , где  $H_0$  - амплитудное значение магнитного поля рассеяния.

При  $L_{H_0} \gg d$  температурная зависимость поправки  $\Delta\sigma$  имеет стандартную двумерную форму:  $\Delta\sigma \propto (T - T_c)^{-1}$ . В то же время тензор проводимости становится слабоанизотропным: соотношение между компонентами проводимости вдоль доменных стенок и поперек них имеет вид

$$\frac{\sigma^{yy}}{\sigma^{xx}} = 1 - \frac{2\pi^2}{15} \left( \frac{d}{L_{H_0}} \right)^4 \frac{\Delta\sigma}{\sigma_N}, \quad (3.49)$$

где  $\sigma_N$  - друдевская проводимость нормальных электронов,  $\Delta\sigma$  - поправка Асламазова-Ларкина к проводимости изолированной пленки сверхпроводника.

При  $L_{H_0} \ll d$  температурные зависимости компонент поправки  $\Delta\sigma$  вдоль и поперек доменных стенок существенно отличаются друг от друга. Для  $(T - T_c^{DW})/T_{c0} \gg \xi_0^2 (dL_{H_0}^2)^{-2/3}$  ( $T_c^{DW}$  - критическая температура сверхпроводимости на доменных стенках;  $L_{H_0} = \sqrt{\Phi_0 / H_0}$ ) тензор флуктуационной проводимости является изотропным. В области температур  $\xi_0^2 / d^2 \ll (T - T_c^{DW})/T_{c0} \ll \xi_0^2 (dL_{H_0}^2)^{-2/3}$  компонента флуктуационной проводимости поперек доменных границ не сингулярна при критической температуре сверхпроводимости на доменных стенках, в то время как компонента вдоль доменных границ демонстрирует кроссовер к одномерной зависимости  $\varepsilon_{DW}^{-3/2}$ . В результате в этом температурном диапазоне поправка  $\Delta\sigma$  становится анизотропной, и соотношение между компонентами вдоль и поперек доменных стенок определяется выражением  $(\xi_0^3 / L_{H_0}^2 d) (T - T_c^{DW})^{-3/2}$ . Наконец, при  $(T - T_c^{DW})/T_{c0} \ll \xi_0^2 / d^2$  компонента поправки  $\Delta\sigma$  поперек доменных стенок проявляет кроссовер к сингулярности вида  $\Delta\sigma \propto (T - T_c^{DW})^{-1/2}$ . Результирующее соотношение между компонентами вдоль и поперек доменных стенок не зависит от  $d$  и пропорционально величине  $(\xi_0 / L_{H_0})^2 (T - T_c^{DW})^{-1}$ .

В промежуточном случае, когда  $L_{H_0} \approx d$ , реализуется необычная зависимость флуктуационной проводимости от амплитуды магнитного поля рассеяния  $H_0$ : при одновременном изменении температуры и магнитного поля  $H_0$  таким образом, что отличие температуры системы от критической температуры сверхпроводящего фазового перехода остается постоянным, зависимость компоненты проводимости вдоль доменных границ имеет минимум при  $H_0 \sim \Phi_0 / d^2$ , в то время как поперечная компонента проводимости является монотонно возрастающей функцией  $H_0$ .

Мы надеемся, что наблюдение описанного выше нетривиального поведения флуктуационной проводимости в высокоточных транспортных измерениях выше критической температуры позволят получить более детальную информацию об особенностях сверхпроводящего фазового перехода в гибридных системах сверхпроводник / ферромагнетик.



# Глава 4. Время дефазировки и магнетосопротивление двумерного электронного газа в пространственно неоднородных магнитных полях

## 4.1. Введение

Эффекты слабой локализации в проводящих системах обусловлены квантовой интерференцией между электронными волнами, распространяющимися вдоль различных квазиклассических траекторий с самопересечениями [74]. Слаболокализационная поправка  $\Delta g$  к друдевскому кондактансу  $g_D$  в диффузионном пределе может быть записана в виде

$$\Delta g(\mathbf{r}) = -\frac{2e^2}{\pi\hbar} D \int_{\tau}^{\infty} W(\mathbf{r}, t_0) dt_0. \quad (4.1)$$

Здесь  $W(\mathbf{r}, t_0) dt_0$  – вероятность того, что электрон вернется в точку с радиус-вектором  $\mathbf{r}$  в течение временного интервала  $t_0 < t < t_0 + dt_0$ ;  $\tau$  – время свободного пробега (время упругого рассеяния);  $D$  – коэффициент диффузии.

В присутствии внешнего магнитного поля вероятность возврата определяется функцией Грина  $C(\mathbf{r}_f, t_f, \mathbf{r}_i, t_i)$ , удовлетворяющей так называемому куперонному уравнению:

$$W(\mathbf{r}, t_0) = C(\mathbf{r}, t_i + t_0, \mathbf{r}, t_i), \quad (4.2)$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t_f} + D \left( -i \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_f} - \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A}(\mathbf{r}_f) \right)^2 + \frac{1}{\tau_\varphi} \right] C(\mathbf{r}_f, t_f, \mathbf{r}_i, t_i) = \delta(t_f - t_i) \delta(\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i), \quad (4.3)$$

где  $\mathbf{A}(\mathbf{r})$  – векторный потенциал, а  $\tau_\varphi$  – характерное время дефазировки. В пределе нулевого магнитного поля выражение для слаболокализационной поправки к кондактансу, получаемое из уравнения (4.3), принимает форму

$$\Delta g(H=0) = -\frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \ln \frac{\tau_\varphi}{\tau}. \quad (4.4)$$

Максимальный размер замкнутых траекторий, дающих вклад в данную величину, определяется характерной длиной дефазировки  $L_\varphi = \sqrt{D\tau_\varphi}$ . Внешнее магнитное поле, приложенное перпендикулярно плоскости двумерного электронного газа, разрушает фазовую когерентность замкнутых траекторий, поток магнитного поля через которые превышает квант потока  $\Phi_0 = \pi\hbar c / |e|$ .

Результирующее время дефазировки  $\tau_H$  начинает зависеть от поля и может быть определено путем сравнения магнитного потока через конур размера  $\sqrt{D\tau_H}$  с величиной  $\Phi_0$ :  $\tau_H^{-1} \sim DH / \Phi_0$ . Как следствие, двумерный электронный газ обладает отрицательным магнетосопротивлением (см [74] и ссылки в этой работе), и кондактанс принимает вид

$$\Delta g = -\frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \left\{ \psi \left( \frac{1}{2} + \frac{\hbar c}{4eHD\tau} \right) - \psi \left( \frac{1}{2} + \frac{\hbar c}{4eHD\tau_\varphi} \right) \right\}, \quad (4.5)$$

где  $\psi$  – дигамма-функция. В пределе слабого поля ( $\tau_H \gg \tau_\varphi$ ) выражение (4.5) может быть разложено в ряд:

$$\Delta g = -\frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \left\{ \ln \frac{\tau_\varphi}{\tau} - \frac{2}{3} \left( \frac{eHD\tau_\varphi}{\hbar c} \right)^2 + \dots \right\}. \quad (4.6)$$

Для того, чтобы рассмотреть магнитные поля, модулированные на микроскопических масштабах, необходимо модифицировать выражения, приведенные выше, учитывая изменения магнитного потока через интерферирующие траектории, проходящие через области с быстро меняющимся магнитным полем.

Можно ожидать, что стандартные выражения (4.5) и (4.6) для локального кондактанса должны быть справедливы даже для пространственно модулированных магнитных полей при условии, что характерный масштаб такой неоднородности  $d$  много больше размера замкнутых траекторий, дающих вклад в поправки к кондактансу. Для достаточно больших значений  $z$ -компоненты локального поля  $B(\mathbf{r})$  последний размер может быть определен как минимум двух масштабов: длины дефазировки в отсутствии поля  $L_\varphi = \sqrt{D\tau_\varphi}$  и длины  $L_B = \sqrt{D\tau_B} = \sqrt{\hbar c / eB(\mathbf{r})}$ , выражение для которой формально совпадает с классическим определением магнитной длины. Здесь компонента магнитного поля, перпендикулярная к плоскости электронного газа, обозначена как  $B(\mathbf{r}) = H + \delta H(\mathbf{r})$ , где  $H$  – среднее значение магнитного поля. Таким образом, рассматривая достаточно сильные поля и/или не слишком низкие температуры, мы можем использовать выражения для локальной поправки к кондактансу, приведенные выше, подставляя функцию  $B(\mathbf{r})$  вместо величины однородного поля  $H$ .

Данная адиабатическая картина, очевидно, нарушается, когда замкнутые электронные траектории проходят через область с быстро изменяющимся в пространстве магнитным полем. Такая ситуация имеет место вблизи нулей магнитного поля или в пределе  $d \lesssim \min[L_\varphi, L_B]$ . Длина и время дефазировки в этом случае больше не определяются локальной величиной поля, и их зависимости от амплитуды модуляции  $H_0$  могут становиться весьма необычными. В частности, для магнитных полей с нулевым средним значением обратное время дефазировки оказывается

пропорциональным квадрату амплитуды поля ( $\tau_B^{-1} \propto H_0^2$ ). Такое поведение величины  $\tau_B^{-1}$  существенно отличается от линейной зависимости обратного времени дефазировки  $\tau_H^{-1} \propto H$ , характерной для однородного поля [69, 66].

В данной главе представлено аналитическое описание явления слабой локализации в неоднородном магнитном поле  $B(\mathbf{r})$  для широкого класса профилей поля. Показано, что в сильных магнитных полях и/или при не слишком низких температурах для расчета квантовой поправки к кондактансу может быть использовано локальное приближение. Для случая малой амплитуды функции  $B(\mathbf{r})$  рассчитана зависимость времени дефазировки от характеристик неоднородного магнитного поля. Кроме того, показано, что в случае сильных магнитных полей рассеяния зависимость магнетосопротивления от величины среднего поля  $\langle B(\mathbf{r}) \rangle$  содержит резкие пики. Очевидная причина немонотонного поведения сопротивления как функции  $\langle B(\mathbf{r}) \rangle$  связана с эффектом частичной компенсации поля, который имеет место в областях, где  $z$ -компоненты среднего и локального полей имеют противоположные знаки. Таким образом, прикладывание внешнего магнитного поля к системе, помещенной в неоднородное поле с нулевым пространственным средним, может стимулировать интерференционные эффекты в некоторых областях образца. В зависимости от конкретной формы профиля  $B(\mathbf{r})$  этот эффект может приводить к отрицательному или положительному магнетосопротивлению образца. Другими словами, образцы двумерного электронного газа, соединенные с магнитными системами, создающими неоднородное магнитное поле, могут демонстрировать так называемый эффект антилокализации во внешнем однородном поле  $H$  (см. работы [110, 111]).

Здесь и далее будем фокусироваться на случае классически слабых магнитных полей [ $eB(\mathbf{r})\tau/mc \ll 1$ ]. Такие поля слабо влияют на друдевский кондактанс: соответствующие поправки пропорциональны фактору  $(\omega_c \tau)^2$  [ $\omega_c = eB(\mathbf{r})/mc$  – циклотронная частота]. Действительно, диффузионное приближение для движения электронов справедливо, когда  $B \ll \Phi_0/l^2$ . При таких полях  $\omega_c \ll (\hbar/\varepsilon_F \tau)1/\tau \ll 1/\tau$  (здесь  $\varepsilon_F$  – энергия Ферми). Как следствие, такие магнитные поля влияют только на интерференционные поправки к транспортным характеристикам, и мы можем не рассматривать влияние неоднородного поля на вклады в кондактанс друдевского типа, которые были рассмотрены ранее в работах [112, 113, 114, 115].

Заметим также, что все результаты, полученные в данной работе, справедливы не только для идеального двумерного электронного газа с нулевой толщиной, но также и для квазидвумерных электронных систем с конечной толщиной  $a$ , которая должна удовлетворять условию  $a \ll L_\phi$ . В этом случае можно указать интервал полей, в котором перпендикулярные компонен-

ты поля оказывают существенное влияние на слаболокализационную поправку к кондактансу, в то время как воздействием продольных компонент можно пренебречь. Действительно, влияние слабой продольной компоненты  $H_{\parallel}$  может быть описано путем перенормировки характерного времени дефазировки: величина  $\tau_{\varphi}^{-1}$  должна быть заменена величиной  $\tau_{\varphi}^{-1} + \tau_{H_{\parallel}}^{-1}$  (см, например, работу [74]), где

$$\frac{1}{\tau_{H_{\parallel}}} = \frac{1}{3} \left( \frac{eH_{\parallel}a}{\hbar c} \right)^2 D. \quad (4.7)$$

Таким образом, влияние продольной компоненты поля становится заметным только для  $H_{\parallel} \sim H_{\parallel}^* \sim \Phi_0 / aL_{\varphi}$ . Данная величина является много большей по сравнению с характерной величиной  $H_{\perp}^* \sim \Phi_0 / L_{\varphi}^2$  поперечной компоненты, которая может сильно изменять поведение слаболокализационной поправки. Здесь и далее будем предполагать, что  $H_{\parallel} \ll H_{\parallel}^*$  и пренебрегать влиянием продольной компоненты магнитного поля на кондактанс электронного газа.

## 4.2. Обзор режимов электронной дефазировки

В данном разделе рассмотрены приближенные методы, которые могут быть использованы для описания режимов дефазировки в различных областях параметров системы.

В присутствии неоднородного магнитного поля слаболокализационная поправка к кондактансу двумерного электронного газа определяется соотношением между тремя пространственными масштабами: (а) длиной дефазировки  $L_{\varphi}$ , которая при низких температурах растет как  $T^{-1/2}$  (см. [116]); (б) масштабом неоднородности магнитного поля  $d$ ; (в) магнитной длиной  $L_{H_0} = \sqrt{\Phi_0 / H_0}$ , где  $H_0$  – амплитуда периодического магнитного поля. Для анализа различных режимов электронной дефазировки удобно использовать диаграмму, показанную на Рисунке 23. Для описания зависимости поправки к кондактансу от температуры удобно использовать параметр  $d / L_{\varphi}$ , зависящий от температуры, в то время как параметр  $d^2 / L_{H_0}^2$  является удобным для описания влияния модулированного магнитного поля. Заметим, что для двумерной решетки с векторами трансляции  $\mathbf{R}_n = n_1 d_1 \mathbf{a}_1 + n_2 d_2 \mathbf{a}_2$  (здесь  $\mathbf{a}_1$  и  $\mathbf{a}_2$  – единичные вектора,  $n_1$  и  $n_2$  – целые числа) величина  $d$  представляет собой модуль наименьшего из векторов  $\mathbf{R}_n$  ( $d = \min[d_1, d_2]$ ).

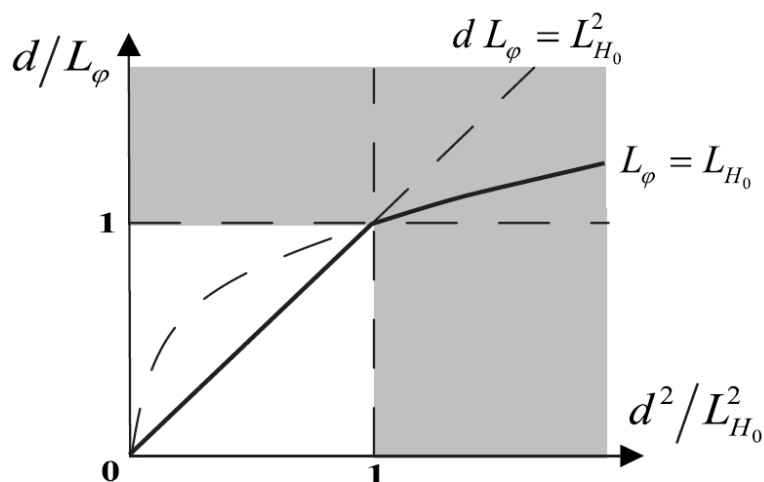


Рисунок 23. Диаграмма различных режимов слабой локализации на плоскости ключевых параметров системы. В серой области параметров масштаб неоднородности магнитного поля  $d$  достаточно большой, так что дефазировка определяется локальным магнитным полем. В белом квадрате магнитное поле является слабым, но его неоднородность проявляется в перенормировке эффективного электронного времени дефазировки. В области над сплошной линией дефазировка происходит на масштабе  $L_\varphi$ , и влияние магнитного поля проявляется в малой добавочной поправке к проводимости.

В зависимости от соотношения между параметрами  $d/L_{H_0}$  и  $d/L_\varphi$  существует два качественно различных механизма электронной дефазировки, обусловленных неоднородным магнитным полем. В случае, когда  $d/L_{H_0} < 1$  и одновременно масштаб  $d$  меньше длины дефазировки  $L_\varphi$  (белый квадрат на Рисунке 23), сценарий дефазировки в модулированном магнитном поле с нулевым пространственным средним на качественном уровне может быть описан следующим образом. Рассмотрим некоторую замкнутую квазиклассическую электронную траекторию длины  $L = \sqrt{D\tau_B}$ , которая охватывает много примитивных ячеек периодического магнитного поля. Магнитный поток через ячейки, расположенные внутри контура, при усреднении обращается в ноль. Единственный оставшийся поток связан с ячейками, которые пересекает рассматриваемая квазиклассическая траектория. Данный поток сильно флуктуирует с ростом площади, ограниченной траекторией. Характерная амплитуда этих флуктуаций потока может быть оценена как число примитивных ячеек  $(L/d)$ , пересеченных траекторией, умноженное на типичное значение потока  $H_0 d^2$ :  $\delta\Phi \sim LdH_0$ . Сравнение данного флуктуирующего потока с квантом потока  $\Phi_0$  позволяет оценить характерную длину дефазировки  $L \sim \Phi_0 / H_0 d \sim L_{H_0}^2 / d$  и соответствующий временной параметр дефазировки  $\tau_B^{-1} \sim DH_0^2 d^2 / \Phi_0^2$ . Приведенные качественные аргумен-

ты находятся в превосходном согласии с количественным рассмотрением (см. раздел 4.3.2), проведенным в рамках приближения почти свободных электронов (метода слабой связи). В обратном пределе ( $d/L_{H_0} > 1$  или  $d/L_\varphi > 1$ ) дефазировка определяется значением локального магнитного поля (этот режим соответствует серой области на Рисунке 23).

Конечно же, механизм дефазировки, связанный с магнитным полем, является доминирующим только при низких температурах. Для достаточно высоких температур, когда  $L_\varphi < \max[L_{H_0}, L_{H_0}^2/d]$  (область, лежащая сверху от сплошной кривой на Рисунке 23), дефазировка происходит на масштабе  $L_\varphi$ , и расчет слаболокализационной поправки к кондактансу может быть произведен в рамках теории возмущений (см. раздел 4.3.1). Для того, чтобы определить область параметров, где описание по теории возмущений является применимым, необходимо сравнить длину дефазировки  $L_\varphi$  с масштабом  $L_{H_0}$  для  $d > L_{H_0}$  или с масштабом  $L_{H_0}^2/d$  для  $d < L_{H_0}$ .

Теперь сфокусируемся на серой области параметров на Рисунке 23 ( $d \gg L_{H_0}$  или  $d > L_\varphi$ ). В данной области слаболокализационная поправка к кондактансу может быть рассчитана в рамках локального (адиабатического) приближения. Это означает, что проводимость в каждой точке образца зависит от локального магнитного поля. Справедливость локального приближения в данном режиме может быть продемонстрирована непосредственно из уравнения (4.3). Для этого определим вектора

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{r}_f + \mathbf{r}_i}{2}, \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i. \quad (4.8)$$

Характерный пространственный масштаб дефазировки определяется как минимум из длин  $L_\varphi$  и  $L_{H_0}$ . Иными словами, только область  $|\mathbf{r}| < \min[L_\varphi, L_{H_0}]$  вносит существенный вклад в слаболокализационную поправку к кондактансу. Поэтому в пределе  $d \gg \min[L_\varphi, L_{H_0}]$  необходимо найти решение уравнения (4.3) только для случая  $|\mathbf{r}| \ll d$ . В этом случае можно провести разложение векторного потенциала  $\mathbf{A}(\mathbf{r}_f)$ :

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}_f) = \mathbf{A}\left(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{r}}{2}\right) \approx \mathbf{A}(\mathbf{R}) + \frac{1}{2}\left(\mathbf{r}, \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}}\right) \mathbf{A}(\mathbf{R}). \quad (4.9)$$

Далее, после введения модифицированной функции Грина

$$\tilde{C}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = C(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \exp\left\{-\frac{2ie}{\hbar c}[\mathbf{A}(\mathbf{R}), \mathbf{r}]\right\} \quad (4.10)$$

мы получаем следующее уравнение:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t_f} + D \left( -i \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - \frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} - \frac{2e}{\hbar c} \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \right)^2 + \frac{1}{\tau_\varphi} \right] \tilde{C} = \exp \left\{ -\frac{2ie}{\hbar c} [\mathbf{A}(\mathbf{R}), \mathbf{r}] \right\} \delta(t_f - t_i) \delta(\mathbf{r}), \quad (4.11)$$

где

$$\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} [\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{R}), \mathbf{r}], \quad \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{R}) = \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}}, \mathbf{A}(\mathbf{R}) \right]. \quad (4.12)$$

Правая часть уравнения (4.11) содержит  $\delta(\mathbf{r})$ , так что можно положить  $\mathbf{r} = 0$  в экспоненциальном множителе.

Заметим, что в уравнении (4.11) можно пренебречь членом, содержащим  $\partial/\partial \mathbf{R}$ . Действительно, данный член имеет порядок  $d^{-1}$ , в то время как величина  $\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{R}, \mathbf{r})$  и слагаемое, содержащее производную  $\partial/\partial \mathbf{r}$ , имеют порядок  $1/\min[L_\varphi, L_{H_0}]$ , так что члены, содержащие  $\partial/\partial \mathbf{R}$  являются пренебрежимо малыми. В этом случае уравнение (4.11) принимает вид

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t_f} + D \left( -i \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - \frac{2e}{\hbar c} \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \right)^2 + \frac{1}{\tau_\varphi} \right] \tilde{C} = \delta(t_f - t_i) \delta(\mathbf{r}). \quad (4.13)$$

Уравнение (4.13) формально совпадает с уравнением (4.3) для случая однородного магнитного поля  $\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{R})$ , которое зависит от переменной  $\mathbf{R}$  как от параметра. Таким образом, в серой области на Рисунке 23 для расчета слаболокализационной поправки к кондактансу может использоваться локальное приближение. Далее будет показано, что в этом случае пространственно модулированное магнитное поле с нулевым средним может приводить к возникновению положительного магнетосопротивления двумерного электронного газа во внешнем однородном магнитном поле.

Заметим, что локальное приближение нарушается в точках, где магнитное поле изменяется быстро, то есть вблизи нулей магнитного поля. Тем не менее, рассматривая пространственно усредненный кондактанс, мы можем пренебречь поправкой, связанной с этими областями, которая оказывается малой в пределе  $L_\varphi/d \ll 1$ .

## 4.3. Слабые магнитные поля: отрицательное магнетосопротивление

### 4.3.1. Пертурбативные поправки к проводимости

#### 4.3.1.1. Поле с произвольной пространственной конфигурацией

Рассмотрим случай магнитного поля с произвольной пространственной конфигурацией, но нулевым пространственным средним. В данном разделе найдено аналитическое решение урав-

нения (4.3) в предельном случае слабого магнитного поля. Это означает, что магнитный поток через любой замкнутый контур с размером  $\min[L_\varphi, \sqrt{L_\varphi d}]$  много меньше кванта потока  $\Phi_0$ . В этом случае магнитное поле практически не влияет на слаболокализационную поправку к контактансу, и уравнение (4.3) может быть решено в рамках теории возмущений с малым параметром, пропорциональным величине магнитного поля.

Сделаем Фурье-преобразование магнитного поля:

$$H_z(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^2\mathbf{k}. \quad (4.14)$$

Здесь  $\mathbf{r}$  – вектор в плоскости двумерного электронного газа. Будем предполагать, что все пространственные гармоники  $H_{\mathbf{k}}$  малы.

Соответствующий векторный потенциал может быть выбран в виде

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{A}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^2\mathbf{k}, \quad (4.15)$$

где

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k}} = \frac{i[\mathbf{k}, \mathbf{z}_0]}{k^2} H_{\mathbf{k}}. \quad (4.16)$$

В нулевом порядке по малому параметру функция Грина соответствует нулевому магнитному полю и имеет вид

$$C_0 = \frac{1}{4\pi D t_0} \exp\left(-\frac{r_0^2}{4D t_0} - \frac{t_0}{\tau_\varphi}\right). \quad (4.17)$$

Здесь  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i$ ,  $t_0 = t_f - t_i$ . Далее, представим оператор в левой части уравнения (4.3) в виде суммы трех операторов  $\hat{F} = \hat{F}_0 + \hat{F}_1 + \hat{F}_2$ , где

$$\hat{F}_0 = \left[ \frac{\partial}{\partial t_f} - D \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}_f^2} + \frac{1}{\tau_\varphi} \right], \quad (4.18)$$

$$\hat{F}_1 = \frac{4eD}{\hbar c} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{k} H_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_f} \left[ \mathbf{k}, \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_f} \right], \quad (4.19)$$

$$\hat{F}_2 = \frac{4e^2 D}{\hbar^2 c^2} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{k} \frac{i[\mathbf{k}, \mathbf{z}_0]}{k^2} H_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_f} \right]^2. \quad (4.20)$$

В первом порядке теории возмущений поправка к функции Грина может быть записана как

$$C_1(\mathbf{r}_f, t_f, \mathbf{r}_i, t_i) = - \int_{t_i}^{t_f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_0(\mathbf{r}_f, t_f, \mathbf{r}', t') \hat{F}_1 C_0(\mathbf{r}', t', \mathbf{r}_i, t_i) d^2\mathbf{r}' dt'. \quad (4.21)$$



Если  $(x_f, y_f) \rightarrow (x_i, y_i)$ , то  $C_1 = 0$ . Это является отражением того факта, что квантовая поправка к кондактансу не зависит от знака приложенного магнитного поля. Поправка второго порядка к функции Грина имеет вид

$$C_2(\mathbf{r}_f, t_f, \mathbf{r}_i, t_i) = - \int_{t_i}^{t_f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_0(\mathbf{r}_f, t_f, \mathbf{r}', t') \left[ \hat{F}_1 C_1(\mathbf{r}', t', \mathbf{r}_i, t_i) + \hat{F}_2 C_0(\mathbf{r}', t', \mathbf{r}_i, t_i) \right] d^2 \mathbf{r}' dt'. \quad (4.22)$$

Для дальнейшего удобно определить величину

$$\Delta g_H = \Delta g(\mathbf{B}) - \Delta g(0), \quad (4.23)$$

где  $\Delta g(\mathbf{B})$  – слаболокализационная поправка к кондактансу в неоднородном магнитном поле  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ . Тогда величина  $\Delta g_H$  выражается через  $C_2(\mathbf{r}, t_0)$  следующим образом:

$$\Delta g_H(\mathbf{r}) = - \frac{2e^2 D}{\pi \hbar} \int_0^{\infty} C_2(\mathbf{r}, t_0) dt_0. \quad (4.24)$$

В формуле (4.24) нижний предел интегрирования может быть заменен на ноль, поскольку подынтегральное выражение не содержит расходимости в области малых  $t_0$ . Таким образом, мы пренебрегаем соответствующими поправками, имеющими порядок  $\tau / \tau_\varphi$ .

Для расчета пространственно усредненной поправки к кондактансу  $\langle \Delta g_H \rangle$  проведем интегрирование выражения (4.24) по  $\mathbf{r}$ . Производя интегрирование в формуле (4.22), получаем:

$$\langle \Delta g_H \rangle = \frac{8e^4 D}{\hbar^3 c^2 S} \int_0^{\infty} dt_0 e^{-t_0 / \tau_\varphi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \mathbf{k} \frac{H_{\mathbf{k}} H_{-\mathbf{k}}}{k^2} \left[ 1 - \frac{2}{k \sqrt{D t_0}} e^{-k^2 D t_0 / 4} \Phi \left( \frac{k \sqrt{D t_0}}{2} \right) \right], \quad (4.25)$$

где  $S$  – площадь образца,  $\Phi(\xi) = \int_0^\xi e^{t^2} dt$ . Поскольку мы пренебрегаем поправками, пропорциональными  $\tau / \tau_\varphi$ , интегрирование в выражении (4.25) должно производиться в области  $|\mathbf{k}| < (D\tau)^{-1/2}$ .

Заметим, что  $H_{\mathbf{k}} = H_{-\mathbf{k}}^*$ , и для  $\alpha > 1$  имеет место равенство

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \Phi(x) dx = \frac{1}{4\sqrt{\alpha}} \ln \left( \frac{\sqrt{\alpha} + 1}{\sqrt{\alpha} - 1} \right). \quad (4.26)$$

Тогда выражение (4.25) может быть представлено в виде

$$\langle \Delta g_H \rangle = \frac{2e^4 D^2 \tau_\varphi^2}{\hbar^3 c^2 S} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \mathbf{k} |H_{\mathbf{k}}|^2 F \left( \frac{k^2 D \tau_\varphi}{4} \right), \quad (4.27)$$

где

$$F(z) = \frac{1}{z} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{z(z+1)}} \ln \left( \sqrt{z+1} + \sqrt{z} \right) \right). \quad (4.28)$$

С увеличением значения  $z$  функция  $F(z)$  монотонно уменьшается от значения  $2/3$  при  $z = 0$  до нуля при  $z = \infty$ , спадая как  $z^{-1}$  в области больших  $z$  (см. Рисунок 24).

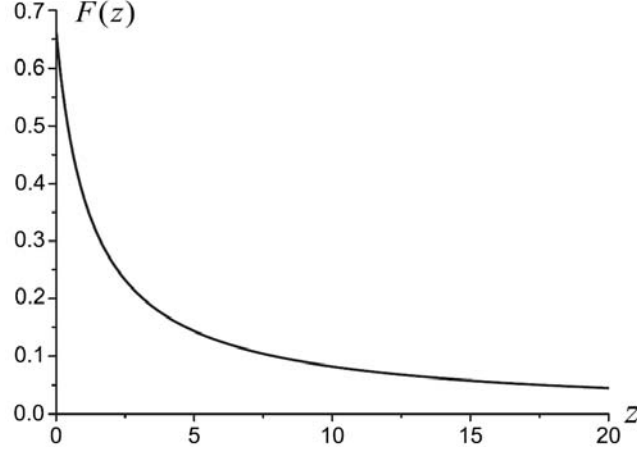


Рисунок 24. Функция  $F(z)$ , определяемая выражением (4.28).

Поэтому доминирующий вклад в слаболокализационную поправку к кондактансу вносят пространственные гармоники магнитного поля с  $|\mathbf{k}| \ll L_\varphi^{-1}$ . В частности, для случая магнитного поля с узким спектром в пространстве импульсов (величина  $H_{\mathbf{k}}$  не равна нулю только в области  $|\mathbf{k}| \ll L_\varphi^{-1}$ ), величина  $\langle \Delta g_H \rangle$  определяется выражением

$$\langle \Delta g_H \rangle = \frac{4e^4 D^2 \tau_\varphi^2}{3\hbar^3 c^2 S} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H_{\mathbf{k}}|^2 d^2 \mathbf{k}. \quad (4.29)$$

Пользуясь свойствами преобразования Фурье, перепишем выражение (4.29) в виде

$$\langle \Delta g_H \rangle = \frac{e^4 D^2 \tau_\varphi^2}{3\pi^2 \hbar^3 c^2 S} \int_{S_0} H_z^2 d^2 \mathbf{r}. \quad (4.30)$$

Из выражения (4.30) видно, что в случае слабого неоднородного поля с масштабом неоднородности, превышающим  $L_\varphi$ , усредненная поправка к кондактансу определяется только квадратом магнитного поля, усредненным по площади образца. Этот результат соответствует локальному приближению.

Заметим, что выражение (4.25) является справедливым также и в случае магнитного поля с ненулевым пространственным средним значением  $H$ , которое удовлетворяет условию  $HL_\varphi^2 \ll \Phi_0$ . В этом случае выражение для пространственно усредненной поправки к кондактансу имеет вид

$$\langle g(H) \rangle = g_D - \frac{e^2}{2\pi^2 \hbar} \ln \frac{\tau_\varphi}{\tau} + \langle \Delta g_H \rangle + \frac{e^2}{3\pi^2 \hbar} \left( \frac{eHD\tau_\varphi}{\hbar c} \right)^2, \quad (4.31)$$

где величина  $\langle \Delta g_H \rangle$  определяется выражением (4.27) для магнитного поля с нулевым пространственным средним. Таким образом, однородная компонента магнитного поля приводит к возникновению малой добавочной поправки к усредненной поправке.

Выражение (4.24) для локального кондактанса может быть дополнительно упрощено для частного случая магнитного поля, зависящего только от одной пространственной координаты  $x$ . В этом случае магнитное поле может быть записано в виде

$$H_z = \int_{-\infty}^{\infty} H_k e^{ikx} dk, \quad (4.32)$$

где  $k$  – скалярная Фурье-переменная. Производя интегрирование в формуле (4.22), получаем аналитическое выражение для функции Грина  $C_2(\mathbf{r})$ :

$$C_2 = \frac{4e^2 e^{-t_0/\tau_\phi}}{\pi \hbar^2 c^2 (Dt_0)^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} dk \int_{-\infty}^{\infty} dq \frac{H_k H_q}{k^2 q^2 (k+q)} e^{i(k+q)x} \times \\ \times \left[ \left( 1 + \frac{kqDt_0}{2} \right) e^{-(k+q)^2 Dt_0/4} \Phi \left( \frac{(k+q)\sqrt{Dt_0}}{2} \right) - e^{-k^2 Dt_0/4} \Phi \left( \frac{k\sqrt{Dt_0}}{2} \right) - e^{-q^2 Dt_0/4} \Phi \left( \frac{q\sqrt{Dt_0}}{2} \right) \right]. \quad (4.33)$$

Данный результат может быть сделан более прозрачным в частном случае магнитного поля с синусоидальным профилем.

#### 4.3.1.2. Пример: слабое синусоидальное магнитное поле

Рассмотрим магнитное поле, имеющее вид

$$H_z(x) = H_0 \cos(kx). \quad (4.34)$$

Тогда для величины  $\Delta g_H$  получаем следующее выражение:

$$\Delta g_H = \frac{2e^4 H_0^2}{\pi^2 \hbar^3 c^2 k^4} \int_0^{\infty} e^{-\frac{\beta^2}{k^2 D \tau_\phi}} \left\{ \beta - 2e^{-\frac{\beta^2}{4}} \Phi \left( \frac{\beta}{2} \right) + \cos(2kx) \frac{e^{-\beta^2}}{\beta^2} \left[ 4e^{\frac{3\beta^2}{4}} \Phi \left( \frac{\beta}{2} \right) - (\beta^2 + 2) \Phi(\beta) \right] \right\} d\beta. \quad (4.35)$$

Видно, что значение интеграла в формуле (5.35) определяется лишь одним безразмерным параметром  $\alpha = k\sqrt{D\tau_\phi} = \pi L_\phi / d$ .

Интересно рассмотреть зависимость поправки  $\Delta g_H$  от периода магнитного поля  $d$ . Зависимость  $\Delta g_H$  от параметра  $\alpha = \pi L_\phi / d$  для двух наиболее интересных случаев  $x=0$  и  $x=d/2$  показаны на Рисунке 25, где определена величина

$$g_{H_0} = \frac{2e^2}{\hbar} \left( \frac{H_0 D \tau_\phi}{\Phi_0} \right)^2. \quad (4.36)$$

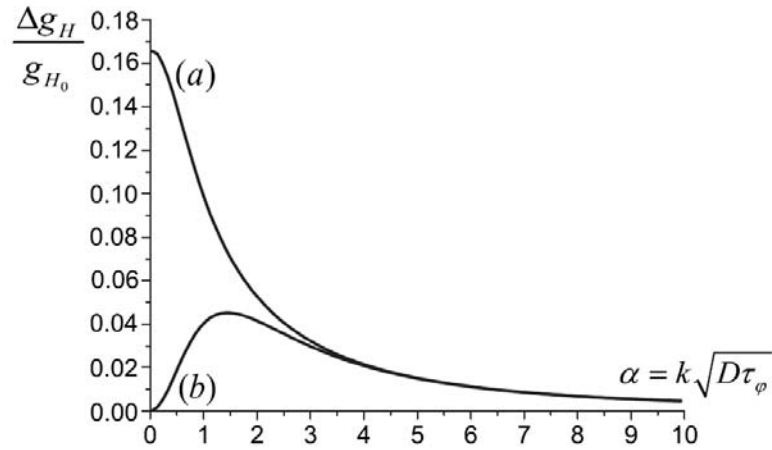


Рисунок 25. Зависимость величины  $\Delta g_H$  от параметра  $\alpha$  для (a)  $x = 0$  и (b)  $x = d/2$ .

Заметим, что поправка  $\Delta g_H(\mathbf{r})$  определяется модулем среднего магнитного потока через всевозможные замкнутые траектории размера  $L_\varphi$ , проходящие через точку  $\mathbf{r}$ . В максимумах магнитного поля ( $x = nd$ ,  $n$  – целое число) средний поток уменьшается с уменьшением  $d$  (ростом параметра  $\alpha$ ), что приводит к уменьшению величины  $\Delta g_H$ . В нулях магнитного поля ( $x = d/2 + nd$ ), когда масштабы  $d$  и  $L_\varphi$  сравнимы друг с другом, может наблюдаться максимум на зависимости  $\Delta g_H$  от  $\alpha$  [см. кривую (b) на Рисунке 25]. В этом случае средний модуль магнитного потока через замкнутые траектории максимален.

Анализ выражения для  $\Delta g_H$  показывает, что в пределе  $d \ll L_\varphi$  величина  $\Delta g_H$  пропорциональна  $d^2$ :

$$\Delta g_H \approx \frac{e^2}{\pi^2 \hbar} \left( \frac{L_\varphi}{L_{H_0}} \right)^4 \left( \frac{d}{L_\varphi} \right)^2, \quad (4.37)$$

где  $L_{H_0} = \sqrt{\Phi_0 / H_0}$ .

В случае слабого изменения поля ( $d \gg L_\varphi$ , но  $H_0 d L_\varphi \ll \Phi_0$ ), рассматривая только поправки, пропорциональные  $\alpha^2$ , находим:

$$\Delta g_H \frac{e^2 L_\varphi^4}{6 \hbar L_{H_0}^4} \left( (1 + \cos 2kx) - \frac{\alpha^2}{5} (1 + 7 \cos 2kx) \right). \quad (4.38)$$

Формула (4.38) сильно отличается от соответствующего выражения для случая однородного поля, так как даже в точках, где магнитное поле обращается в ноль, поправка  $\Delta g_H$  положительна. Этот факт является достаточно естественным, так как усредненный модуль потока через замкнутые траектории не исчезает даже в этих точках.

### 4.3.2. Эффект перенормировки времени дефазировки

Выражения (4.27) и (4.31), полученные в рамках теории возмущений, расходятся при низких температурах, поскольку время дефазировки  $\tau_\varphi$  стремится к бесконечности. Таким образом, для описания поведения кондактанса при низких температурах необходимо учесть перенормировку времени дефазировки, обусловленную магнитным полем.

В данном разделе рассмотрена процедура такой перенормировки для пространственно периодического магнитного поля

$$H_z(\mathbf{r} + \mathbf{R}_n) = H_z(\mathbf{r}), \quad (4.39)$$

где  $\mathbf{R}_n$  – вектора трансляции, генерирующие двумерную решетку.

Выражение для вероятности возврата электрона в точку  $\mathbf{r}$  через время  $t_0$ , полученное из решения уравнения (5.3), может быть записано в следующей форме:

$$W(\mathbf{r}, t_0) = e^{-t_0/\tau_\varphi} \sum_j |\psi_j(\mathbf{r})|^2 e^{-\varepsilon_j D t_0}. \quad (4.40)$$

Здесь  $\varepsilon_j$  и  $\psi_j(\mathbf{r})$  – собственные значения и нормированные собственные функции оператора  $\hat{H}(\mathbf{r})$ :

$$\hat{H}(\mathbf{r}) = \left( -i\nabla - \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \right)^2, \quad (4.41)$$

$$\hat{H}(\mathbf{r})\psi_j(\mathbf{r}) = \varepsilon_j \psi_j(\mathbf{r}), \quad (4.42)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_j(\mathbf{r}) \psi_{j'}^*(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r} = \delta_{j,j'}. \quad (4.43)$$

Подставляя выражение (4.40) в формулу (4.1), находим, что квантовая поправка к кондактансу равна

$$\Delta g(\mathbf{r}) = -\frac{2e^2}{\pi\hbar} \sum_j \frac{|\psi_j(\mathbf{r})|^2}{\varepsilon_j + \frac{1}{D\tau_\varphi}} e^{-D\tau(\varepsilon_j + 1/D\tau_\varphi)}. \quad (4.44)$$

Таким образом, величина  $\Delta g(\mathbf{r})$  зависит только от спектра и набора собственных функций оператора  $\hat{H}(\mathbf{r})$ . В дальнейшем нас будет интересовать только пространственно усредненная поправка к кондактансу, которая определяет напряжение между контактами в образце. Тогда принимая во внимание нормировочное условие для собственных функций, получаем:

$$\langle \Delta g \rangle = -\frac{2e^2}{\pi \hbar} \sum_j \frac{e^{-D\tau(\varepsilon_j + 1/D\tau_\varphi)}}{\varepsilon_j + \frac{1}{D\tau_\varphi}}. \quad (4.45)$$

Для того, чтобы рассчитать спектр оператора  $\hat{H}(\mathbf{r})$ , удобно разложить магнитное поле в ряд Фурье:

$$B_z(\mathbf{r}) = H + \sum_{\mathbf{b}_n \neq 0} H_n e^{i\mathbf{b}_n \mathbf{r}}. \quad (4.46)$$

Начнем наш анализ со случая магнитного поля с нулевым пространственным средним, то есть положим  $H = 0$ . Соответствующий такому магнитному полю векторный потенциал может быть представлен в виде ряда Фурье:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{b}_n \neq 0} \mathbf{A}_n e^{i\mathbf{b}_n \mathbf{r}}. \quad (4.47)$$

Выбирая векторный потенциал в калибровке  $\text{div } \mathbf{A} = 0$ , так что

$$\mathbf{A}_n = i \frac{[\mathbf{b}_n, \mathbf{H}_n]}{\mathbf{b}_n^2}, \quad (4.48)$$

получаем следующее выражение для оператора  $\hat{H}(\mathbf{r})$ :

$$\hat{H}(\mathbf{r}) = -\nabla^2 - \frac{4e}{\hbar c} \sum_{\mathbf{b}_n \neq 0} H_n e^{i\mathbf{b}_n \mathbf{r}} \boldsymbol{\alpha}_n \nabla + \frac{4e^2}{\hbar^2 c^2} \sum_{\mathbf{b}_n \neq 0} Q_n e^{i\mathbf{b}_n \mathbf{r}} - \frac{4e^2}{\hbar^2 c^2} \sum_{\mathbf{b}_n \neq 0} \frac{|H_n|^2}{\mathbf{b}_n^2}, \quad (4.49)$$

где

$$\boldsymbol{\alpha}_n = \frac{[\mathbf{b}_n, \mathbf{z}_0]}{\mathbf{b}_n^2}, \quad (4.50)$$

$$Q_n = \sum_{m \neq 0, m \neq n} \frac{H_m H_{n-m}}{(\mathbf{b}_n - \mathbf{b}_m)^2} \left( 1 - \frac{(\mathbf{b}_n, \mathbf{b}_m)}{\mathbf{b}_m^2} \right). \quad (4.51)$$

Гамильтониан (4.49) является трансляционно инвариантным [ $\hat{H}(\mathbf{r} + \mathbf{R}_n) = \hat{H}(\mathbf{r})$ ], и его собственные функции удовлетворяют теореме Блоха:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{b}_n} u_n e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{b}_n) \mathbf{r}}. \quad (4.52)$$

Подставляя выражение (4.52) в выражение (4.43) и вводя величину

$$\varepsilon' = \varepsilon - \frac{4e^2}{\hbar^2 c^2} \sum_{\mathbf{b}_n \neq 0} \frac{|H_n|^2}{\mathbf{b}_n^2}, \quad (4.53)$$

находим следующее уравнение для амплитуд  $u_n$ :

$$\left[ (\mathbf{k} + \mathbf{b}_n)^2 - \varepsilon' \right] u_n + \frac{4e^2}{\hbar^2 c^2} \sum_{\mathbf{b}_m \neq 0} Q_m u_{n-m} - \frac{4ie}{\hbar c} \sum_{\mathbf{b}_m \neq 0} u_{n-m} H_m \boldsymbol{\alpha}_m (\mathbf{k} + \mathbf{b}_n - \mathbf{b}_m) = 0. \quad (4.54)$$

В отсутствие магнитного поля только амплитуда  $u_n$ , соответствующая  $n=0$ , отлична от нуля ( $u_{n=0} \neq 0$  и  $u_{n \neq 0} = 0$ ). Поэтому в этом случае спектр имеет вид  $\varepsilon(\mathbf{k}) = \mathbf{k}^2$ .

Далее в настоящем разделе рассматривается решение уравнения (4.4) в рамках приближения почти свободных электронов (приближения слабой связи). Это означает, что область применимости полученных результатов ограничивается случаем малой амплитуды магнитного поля:  $L_{H_0} \gg d$  ( $L_{H_0} = \sqrt{\Phi_0/H_0}$  и  $d$  – характерный масштаб неоднородности магнитного поля). При этом наиболее интересным является анализ влияния слабого периодического магнитного поля на расходимость слаболокализационной поправки к кондактансу в области низких температур [см. выражение (4.4)]. Поэтому будем рассматривать случай  $L_\varphi \gg d$  и учитывать только поправки к аргументу логарифма в выражении (4.4), так как именно эти поправки доминируют в пределе нулевой температуры. Условие применимости приближения почти свободных электронов и предположение о малости температуры соответствуют белому квадрату на Рисунке 23.

Как видно из выражения (4.45), низкотемпературная расходимость поправки к кондактансу возникает из области низких  $\varepsilon$ , что соответствует области малых  $|\mathbf{k}|$ . Учитывая условие  $d \ll L_{H_0}$ , будем предполагать, что в низкотемпературном пределе доминирующий вклад вносит область  $|\mathbf{k}| \ll |\mathbf{b}_n|$ . В этом случае спектр оператора  $\hat{H}(\mathbf{r})$  может быть вычислен в приближении почти свободных электронов.

В присутствии магнитного поля представим спектр в виде  $\varepsilon'(\mathbf{k}) = \mathbf{k}^2 + \varepsilon^{(1)}(\mathbf{k}) + \varepsilon^{(2)}(\mathbf{k})$ , где  $\varepsilon^{(1)}(\mathbf{k})$  пропорционально амплитуде поля, а  $\varepsilon^{(2)}(\mathbf{k})$  – квадрату амплитуды поля.

Поправка первого порядка к спектру, соответствующему нулевому полю, равна второму члену в выражении (4.3), но с обратным знаком. Таким образом, поправка  $\varepsilon^{(1)}(\mathbf{k})$  в спектре  $\varepsilon'(\mathbf{k})$  равна нулю. Поправка второго порядка  $\varepsilon^{(2)}(\mathbf{k})$  равна

$$\varepsilon^{(2)} = -\frac{16e^2}{\hbar^2 c^2} \sum_{\mathbf{b}_n \neq 0} \frac{|H_n|^2 (\mathbf{a}_n, \mathbf{k})^2}{\mathbf{b}_n^2}. \quad (4.55)$$

Таким образом, итоговый спектр имеет вид:

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \mathbf{k}^2 - \frac{16e^2}{\hbar^2 c^2} \sum_{\mathbf{b}_n \neq 0} \frac{|H_n|^2 (\mathbf{k}, [\mathbf{b}_n, \mathbf{z}_0])^2}{\mathbf{b}_n^6} + \frac{4e^2}{\hbar^2 c^2} \sum_{\mathbf{b}_n \neq 0} \frac{|H_n|^2}{\mathbf{b}_n^2}. \quad (4.56)$$

Второе слагаемое в выражении (4.56) имеет порядок  $k^2 (d/L_{H_0})^4 \ll k^2$  и проявляется в перенормировке тензора эффективных масс в квадратичном спектре  $\varepsilon(\mathbf{k}) \propto \mathbf{k}^2$ . Эта перенормировка эффективных масс не влияет на расходимость слаболокализационной поправки к кондактансу в

пределе нулевой температуры, и в дальнейшем она не будет учитываться. Таким образом, результирующий спектр имеет вид

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \mathbf{k}^2 + \frac{4e^2}{\hbar^2 c^2} \sum_{\mathbf{b}_n \neq 0} \frac{|H_n|^2}{\mathbf{b}_n^2}. \quad (4.57)$$

Заметим, что второе слагаемое в спектре (4.57) вносит существенный вклад во время дефазировки. Эффективное время дефазировки имеет вид

$$\frac{1}{\tau_B} = \frac{1}{\tau_\varphi} + \frac{4e^2 D}{\hbar^2 c^2} \sum_{\mathbf{b}_n \neq 0} \frac{|H_n|^2}{\mathbf{b}_n^2}. \quad (4.58)$$

Из выражения (4.58) видно, что для произвольного слабого магнитного поля низкотемпературная расходимость квантовой поправки к кондактансу «обрезается» на конечном времени дефазировки  $\tau_B$ . Соответствующее выражение для квантовой поправки к кондактансу имеет вид

$$\langle \Delta g \rangle \approx \frac{e^2}{2\pi^2 \hbar} \ln \left[ \frac{\tau}{\tau_\varphi} + \frac{4e^2 D \tau}{\hbar^2 c^2} \sum_{\mathbf{b}_n \neq 0} \frac{|H_n|^2}{\mathbf{b}_n^2} \right]. \quad (4.59)$$

Логарифмический член доминирует в слаболокализационной поправке, что позволяет рассматривать вклад магнитного поля только в аргументе логарифмической функции и пренебрегать малыми аддитивными поправками к выражению (4.59), которые также обусловлены магнитным полем.

В пределе нулевой температуры величина  $\tau_B^{-1}$  пропорциональна квадрату амплитуды магнитного поля, что сильно отличается от случая однородного поля, для которого  $\tau_H^{-1} \propto H$ . Данный аналитический результат находится в соответствии с качественными оценками, полученными в работе [69].

Далее рассмотрим случай периодического магнитного поля с ненулевым, но малым пространственным средним (то есть  $H \neq 0$  и  $HS_0 \ll \Phi_0$ ;  $S_0$  – площадь элементарной ячейки, определяемая векторами  $\mathbf{a}_1$  и  $\mathbf{a}_2$ ) в области низких температур, где  $L_\varphi \gg d$ . Как и ранее, будем предполагать, что  $L_{H_0} \gg d$ . Данное предположение позволяет использовать приближение почти свободных электронов. Векторный потенциал представлялся в виде

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} [\mathbf{H}, \mathbf{r}] + \sum_{\mathbf{b}_n \neq 0} \mathbf{A}_n e^{i\mathbf{b}_n \cdot \mathbf{r}}, \quad (4.60)$$

где  $\mathbf{H} = H\mathbf{z}_0$ . Для расчета спектра оператора  $\hat{H}(\mathbf{r})$  сначала предположим, что векторный потенциал  $\mathbf{A}_0(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} [\mathbf{H}, \mathbf{r}]$ , соответствующий однородной компоненте  $H$  магнитного поля, является константой на характерных масштабах изменения периодического магнитного поля [117]. Спектр оператора  $\hat{H}(\mathbf{r})$  имеет следующий вид [см. выражение (4.57)]:



$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \left( \mathbf{k} - \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A}_0 \right)^2 + \frac{4e^2}{\hbar^2 c^2} \sum_{\mathbf{b}_n \neq 0} \frac{|H_n|^2}{\mathbf{b}_n^2}. \quad (4.61)$$

Продолжая анализ в пространстве импульсов, восстановим коммутационные соотношения для компонент квазиимпульса  $\mathbf{k}$  и компонент оператора радиус-вектора  $\hat{\mathbf{r}} = i\partial/\partial\mathbf{k}$ . Тогда спектр (4.61) трансформируется в новый эффективный оператор, который может быть сведен к гамильтониану гармонического осциллятора. Спектр этого эффективного гамильтониана имеет вид:

$$\varepsilon_m = \frac{2eH}{\hbar c} (2m+1) + \frac{4e^2}{\hbar^2 c^2} \sum_{\mathbf{b}_n \neq 0} \frac{|H_n|^2}{\mathbf{b}_n^2}, \quad (4.62)$$

где  $m \geq 0$  – целое число. Заметим, что в выражении (4.62) не учтена перенормировка компонент тензора эффективных масс, так же как и при получении спектра (4.57).

Наконец, производя суммирование по  $m$  в выражении (4.45), получаем:

$$\langle \Delta g \rangle = -\frac{e^2}{2\pi^2 \hbar} \left\{ \psi \left( \frac{1}{2} + \frac{\hbar c}{4eHD\tau} \right) - \psi \left( \frac{1}{2} + \frac{\hbar c}{4eHD\tau_B} \right) \right\}, \quad (4.63)$$

где величина  $\tau_B$  определяется выражением (4.58). Разлагая выражение (4.63) в ряд в пределе  $HD\tau_B/\Phi_0 \ll 1$ , имеем:

$$\langle \Delta g \rangle \approx -\frac{e^2}{2\pi^2 \hbar} \ln \frac{\tau_B}{\tau} + \frac{e^2}{3\pi^2 \hbar} \left( \frac{eHD\tau_B}{\hbar c} \right)^2. \quad (4.64)$$

Выражения (4.63) и (4.64) формально совпадают с выражениями для однородного поля, но в модулированном магнитном поле время дефазировки  $\tau_B$  определяется амплитудой модуляции.

#### 4.4. Сильные магнитные поля: положительное магнетосопротивление

В данном разделе рассмотрен предел сильных магнитных полей. При этом особое внимание уделено возможности смены знака магнетосопротивления двумерного электронного газа в присутствии модулированного магнитного поля. Рассмотрим гибридную систему ферромагнитная пленка / двумерный электронный газ, помещенную в однородное перпендикулярное к плоскости электронного газа магнитное поле. Для простоты будем считать, что ферромагнетик имеет периодическую доменную страйп-структуру. Также будем предполагать, что пленка двумерного электронного газа достаточно тонкая, чтобы можно было рассматривать только  $z$ -компоненту  $H_z$  магнитного поля, которая зависит только от координаты  $x$  в плоскости образца. Обозначим внешнее поле как  $H$ , а модуль амплитуды магнитного поля, создаваемого ферромагнетиком, как  $H_0$ . В дальнейшем описание слаболокализационной поправки к кондактансу

будет производиться в рамках локального приближения. Данное приближение справедливо, когда электронная длина дефазировки меньше характерного масштаба неоднородности магнитного поля, что соответствует условию  $d \gg \min[L_\varphi, L_B]$  (серая область на Рисунке 4.1).

Заметим, что эффект положительного магнетосопротивления может наблюдаться только в области параметров, где локальное приближение оказывается справедливым. В самом деле, выражения (4.31) и (4.64) показывают, что в обратном пределе вторая производная зависимости  $\langle \Delta g(H) \rangle$  в точке  $H = 0$  положительна и, следовательно, магнетосопротивление отрицательно.

Эффект положительного магнетосопротивления сильно зависит от конфигурации магнитного поля. Для простоты будем предполагать, что толщина ферромагнетика намного превышает период страйп-структуры  $d$ . В этом случае для гибридных систем ферромагнетик / двумерный электронный газ пространственная конфигурация магнитного поля рассеяния в области электронного газа зависит, прежде всего, от толщины прослойки между электронным газом и ферромагнитным слоем. Если прослойка много тоньше периода страйп-структуры  $d$ , тогда распределение  $z$ -компоненты магнитного поля  $H_z(\mathbf{r})$  в области электронного газа приближенно имеет форму меандра (см. Рисунок 26).

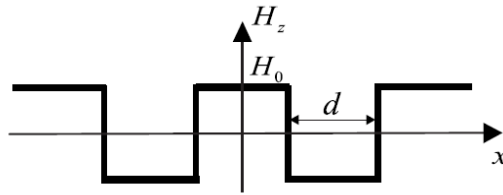


Рисунок 26. Профиль  $z$ -компоненты магнитного поля, имеющего форму меандра.

В противоположном предельном случае, когда толщина прослойки много больше пространственного периода доменной структуры, профиль магнитного поля оказывается размытым. На качественном уровне данный предельный случай можно описать, рассмотрев синусоидальный профиль магнитного поля.

#### 4.4.1. Периодическое магнитное поле в форме меандра

Периодическое магнитное поле в форме меандра

$$H_z(x) = H_0 \operatorname{sgn}[\cos(\pi x/d)] \quad (4.65)$$

является простейшей конфигурацией магнитного поля, в котором может наблюдаться эффект положительного магнетосопротивления. Внешнее однородное магнитное поле, приложенное к системе, приводит к подавлению слабой локализации в пространственных областях, где знак

внешнего поля совпадает со знаком компоненты периодического поля. Наоборот, внешнее поле приводит к увеличению интерференционной поправки в доменах, где знаки этих полей различны. Результирующая зависимость среднего кондактанса от внешнего магнитного поля определяется конкуренцией двух описанных эффектов. Если усиление слаболокализационной поправки оказывается доминирующим, результирующая зависимость среднего кондактанса от внешнего поля является убывающей. В этом случае двумерный электронный газ обладает положительным магнетосопротивлением.

Найдем область параметров, в которой возможно наблюдение эффекта положительного магнетосопротивления. В рамках локального приближения средний кондактанс определяется следующим выражением:

$$\langle g_m(h) \rangle = \frac{1}{2} [g(h+h_0) + g(h-h_0)], \quad (4.66)$$

где  $h = 4eHD\tau_\varphi / \hbar c$ ,  $h_0 = 4eH_0D\tau_\varphi / \hbar c$ ,

$$g(h) = g_D - \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \left\{ \psi \left( \frac{1}{2} + \frac{\hbar c}{4e|H|D\tau} \right) - \psi \left( \frac{1}{2} + \frac{\hbar c}{4e|H|D\tau_\varphi} \right) \right\}, \quad (4.67)$$

$g_D$  – друдевский кондактанс. Переходя к безразмерным переменным, получаем:

$$g(h) = g_D - g_0 \left\{ \psi \left( \frac{1}{2} + \frac{\xi}{|h|} \right) - \psi \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{|h|} \right) \right\}, \quad (4.68)$$

где  $g_0 = e^2 / 2\pi^2\hbar$ ,  $\xi = \tau_\varphi / \tau$ . Раскладывая выражение (4.66) в ряд Фурье при  $h \ll h_0$ , находим:

$$\langle g_m(h) \rangle \approx g(h_0) + \frac{1}{2} g''(h_0) h^2. \quad (5.69)$$

Мы можем видеть, что положительное магнетосопротивление реализуется при таких значениях  $h_0$ , которые удовлетворяют условию

$$g''(h_0) < 0. \quad (4.70)$$

Данное условие выполняется, когда амплитуда периодического магнитного поля становится больше некоторого критического значения  $h_c$ , которое зависит от параметра  $\xi$ . Зависимость  $h_c(\xi)$  для распределения периодического поля в форме меандра показано на Рисунке 27(а). Для  $\xi \gg 1$  граница области положительного магнетосопротивления определяется условием  $h_c \approx 3$ .

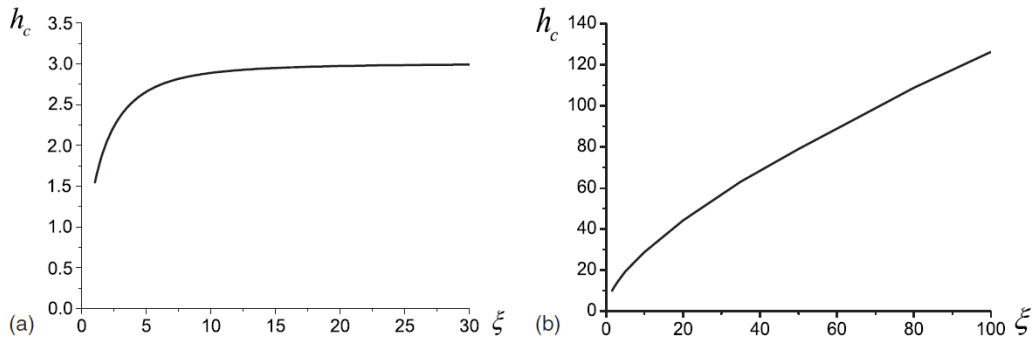


Рисунок 27. Зависимость критической амплитуды магнитного поля  $h_c$ , которая разграничивает области положительного и отрицательного магнетосопротивления, от параметра  $\xi = \tau_\varphi / \tau$  для распределения магнитного поля в форме (а) меандра, (б) синуса.

Сделанные выводы базируются на выражении (4.3) и, следовательно, справедливы только в диффузионном пределе. Область применимости диффузионного приближения определяется условием  $L_B \gg l$ , где  $l$  – длина упругого рассеяния. В пределе  $\lambda_F \ll L_B \ll l$  (где  $\lambda_F$  – длина волны Ферми) слабая локализация полностью подавлена, и кондактанс соответствует друдевскому значению.

Зависимости среднего кондактанса двумерного электронного газа от внешнего однородного магнитного поля при различных амплитудах периодического поля показаны на рисунке 28(а) для  $\xi = 100$ .

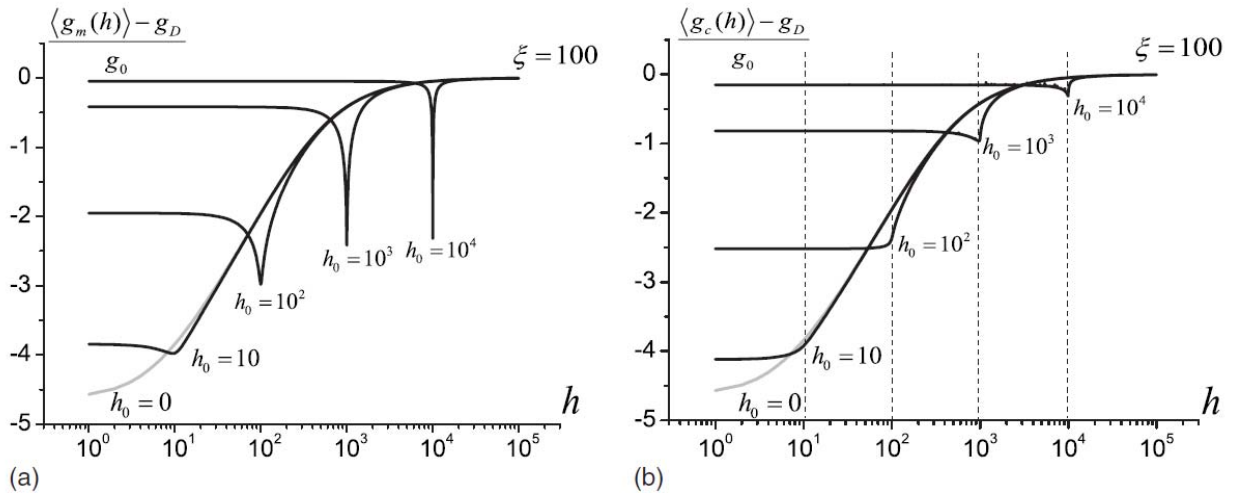


Рисунок 28. Зависимости усредненного кондактанса двумерного электронного газа от величины внешнего однородного магнитного поля при различных амплитудах периодического поля  $h_0$  и при  $\xi = 100$  для магнитного поля в форме (а) меандра, (б) синуса.

Видно, что при  $h_0 \gg h_c(\xi)$  эти зависимости имеют резкие провалы с минимумом при  $h = h_0$ . Для больших амплитуд модулированного поля наши результаты должны быть справедливыми только вблизи минимумов, поскольку вдали от минимумов условие  $L_B \gg l$  диффузионного приближения может быть нарушено.

#### 4.4.2. Периодическое магнитное поле в форме косинуса

В качестве второго примера рассмотрим эффект положительного магнетосопротивления для синусоидального профиля  $z$ -компоненты магнитного поля

$$H_z(x) = H_0 \cos(\pi x / d). \quad (4.71)$$

Выражение для усредненного кондактанса не зависит от периода магнитного поля  $d$  и имеет следующий вид:

$$\langle g_c(h) \rangle = g_D - g_0 \int_0^1 \left\{ \psi \left( \frac{1}{2} + \frac{\xi}{|h + h_0 \cos(\pi \rho)|} \right) - \psi \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{|h + h_0 \cos(\pi \rho)|} \right) \right\} d\rho. \quad (4.72)$$

Здесь  $h_0 = 4eH_0 D \tau_\varphi / \hbar c$ . Набор зависимостей  $\langle g_c(h) \rangle$  для различных значений амплитуды  $h_0$  показан на Рисунке 28(б). Сравнение Рисунков 28(а) и 28(б) показывает, что в периодическом магнитном поле, имеющем форму синуса, эффект положительного магнетосопротивления выражен значительно слабее, чем для магнитного поля в форме меандра. Это связано с тем, что для синусоидального магнитного поля области, где внешнее и периодическое магнитные поля имеют противоположное направление, сужаются при увеличении внешнего поля.

На Рисунке 28(б) амплитуда периодического магнитного поля показана вертикальными пунктирными линиями. Видно, что при  $h \approx h_0$  поведение зависимостей  $\langle g_c(h) \rangle$  качественно изменяется. Даже для больших амплитуд периодического магнитного поля  $h_0$  в области  $h < h_0$  кондактанс отличается от друдевского значения. Это связано с неполным разрушением интерференции вблизи нулей магнитного поля даже при достаточно больших значениях  $h_0$ .

Выражение (4.72) позволяет найти условие возникновения положительного магнетосопротивления в магнитном поле, являющемся суперпозицией синусоидального и однородного полей. Пик в магнетосопротивлении возникает при условии

$$\left. \frac{\partial^2 g_c(h)}{\partial h^2} \right|_{h=0} < 0, \quad (4.73)$$

которое может быть представлено в виде

$$\int_0^1 g''(h_0 \beta) \frac{d\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} < 0. \quad (4.74)$$

Здесь функция  $g$  определяется выражением (4.68). Условие (4.74) удовлетворяется, когда амплитуда периодического магнитного поля  $h_0$  больше критического значения  $h_c(\xi)$ . Зависимость  $h_c(\xi)$  для синусоидального профиля магнитного поля показана на Рисунке 27(б). Видно четкое различие между двумя модельными профилями: в отличие от распределения поля в форме меандра критическое магнитное поле для синусоидального профиля расходится в области больших значений  $\xi$ .

#### 4.5. Выводы

Таким образом, в данной главе изучено влияние пространственно неоднородных магнитных полей на явление слабой локализации в двумерном электронном газе. В пределе слабых полей проведен пертурбативный анализ поведения кондактанса при высоких температурах и разработали аналитическую процедуру нахождения перенормировки времени дефазировки при низких температурах. В пределе сильных магнитных полей доказали справедливость локального приближения и использовали данный подход при расчете среднего кондактанса для конкретных модельных профилей магнитного поля. Найдено, что системы с модулированным магнитным полем предоставляют возможность наблюдения эффекта положительного магнетосопротивления. Показано, что положительное магнетосопротивление в гибридных системах ферромагнитная пленка / двумерный электронный газ может быть обнаружено экспериментально в случае, если амплитуда модуляции поля превышает некоторое критическое значение, зависящее от параметров системы.

Наконец, рассмотрим некоторые оценки для типичных систем с двумерным электронным газом и определим области параметров, в которых эффекты, предсказанные выше, могут быть обнаружены экспериментально. Заметим, что системы с многослойными ферромагнитными пленками с доменной структурой были созданы и экспериментально изучены, например, в работе [118]

Нанесение магнитных полос – другая возможность создать периодическое магнитное поле в двумерном электронном газе. Заметим, что такие полоски могут создавать модулированные электрические поля, которые могут изменять локальную плотность носителей тока в электронном газе. Данный факт должен привести к пространственной модуляции коэффициента диффузии  $D$ . Применяя наши результаты для описания явления слабой локализации в данных системах, каждый должен обобщить процедуру вычислений в духе работы [119], где авторы теоретически рассмотрели влияние неоднородного электрического поля на слабую локализацию. Экспериментально влияние электрического поля наблюдалось в работе [120].

Анализ эффекта положительного магнетосопротивления показал, что условия его существования –  $d \gg L_{H_0}$  ( $d$  – период магнитного поля,  $L_{H_0} = \sqrt{\Phi_0 / H_0}$ ) и  $L_\varphi \gg L_{H_0}$  (при низких температурах, когда  $L_\varphi \gg l$ ). Для типичных значений амплитуды модулированного магнитного поля  $H_0 \sim 10 - 10^3$  Э, создаваемого многослойными ферромагнитными пленками (см, например, работу [38]), масштаб  $d$  магнитного поля должен быть больше, чем  $10^2 - 10^3$  нм. Таким образом, условие  $d \gg L_{H_0}$ , приведенное выше, легко удовлетворяется для доменных структур в типичных экспериментальных системах [38]. Масштаб  $d$  для конкретного образца может быть экспериментально определен на основе данных магнитно-силовой микроскопии. Для описания явления слабой локализации в системах с такими пространственными масштабами магнитного поля можно пользоваться локальным приближением. Для удовлетворения критерия  $L_\varphi \gg L_{H_0}$  необходимы низкие температуры (величина  $L_\varphi$  должна быть больше, чем  $10^2 - 10^3$  нм). Оценки показывают, что для магнитного поля в форме меандра с амплитудой  $H_0 \sim 10 - 10^3$  Э высота пика в магнетосопротивлении может достигать половины величины слаболокализационной поправки, соответствующей нулевому полю.

При низких температурах, когда  $L_{H_0}^2 / L_\varphi < d < L_{H_0}$  ( $d \sim 10$  нм,  $L_\varphi > 1 - 10$  мкм), наблюдается перенормировка времени дефазировки. В этом случае кондактанс двумерного электронного газа определяется выражением (4.63).

Заметим, что диффузионное приближение, которое было использовано во всех наших вычислениях, является применимым для магнитных полей  $B \ll \Phi_0 / l^2$ . В тонких пленках Mg, Cu, Pd и т.д. с сильным беспорядком типичное значение упругой длины  $l$  имеет порядок  $l \sim 1 - 10$  нм (см., например, работы [121, 122, 123]), и для таких систем с двумерным электронным газом диффузионное приближение справедливо в магнитных полях, которые меньше  $10^5 - 10^7$  Э.

Для образцов с высокой электронной подвижностью на основе гетероструктур GaAs/AlGaAs (см., например, работу [124]) область применимости диффузионного приближения значительно уже. В частности, для образцов с электронной подвижностью  $\mu > 1 \text{ м}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$  диффузионное приближение справедливо в магнитных полях, которые меньше  $10$  Э. Тем не менее, даже в таких слабых магнитных полях эффект положительного магнетосопротивления может быть обнаружен. Действительно, высота пика в магнетосопротивлении зависит от соотношения между амплитудой  $H_0$  модулированного магнитного поля и величиной  $\Phi_0 / l^2$  (высота пика больше, когда  $H_0 \gg \Phi_0 / l^2$ ). Неупругая длина  $L_\varphi$  сильно зависит от температуры, так что, охлаждение образца может позволить сделать величину  $\Phi_0 / l^2$  много меньшей  $1$  Э (см., например, работу [124]). Та-

ким образом, даже в образцах с высокой электронной подвижностью эффект положительного магнетосопротивления может быть обнаружен.



## Заключение

Таким образом, в настоящей диссертационной работе получены следующие **основные результаты**.

1. Продемонстрировано, что в тонкопленочных многослойных структурах сверхпроводник / ферромагнетик, сверхпроводник / ферромагнетик / нормальный металл и сверхпроводник / два ферромагнитных слоя с неколлинеарными магнитными моментами реализуется неустойчивость Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррелла (ЛОФФ), что приводит к формированию профиля параметра порядка, модулированного вдоль слоев. Показано, что переключение между однородным в плоскости слоев состоянием и состояниями ЛОФФ сопровождается исчезновением эффекта Мейснера и возникновением осцилляций критической температуры как функции перпендикулярной компоненты магнитного поля.

2. Изучены особенности экранировки магнитного поля сверхпроводниками первого рода, содержащими плоскости двойникового с низкой электронной прозрачностью. Показано, что существует область параметров, в которой проникновение внешнего параллельного магнитного поля в область плоскости двойникового является энергетически выгодным. Рассчитаны зависимости величины критического термодинамического магнитного поля сверхпроводника от температуры для различных значений электронной прозрачности плоскостей двойникового.

3. Исследована флуктуационная проводимость гибридных систем, состоящих из пленки сверхпроводника и ферромагнетика с одномерной доменной структурой. Показано, что тензор флуктуационной проводимости Асламазова-Ларкина является анизотропным в плоскости сверхпроводника. Также показано существование кроссоверов на зависимостях флуктуационной проводимости от температуры вблизи фазового перехода в состояние со сверхпроводимостью на доменных границах.

4. Рассчитана слаболокализационная поправка к проводимости двумерного электронного газа в слабых неоднородных магнитных полях с произвольной пространственной конфигурацией. Для гибридных систем, содержащих двумерный электронный газ и ферромагнетик с доменным распределением намагниченности, показано, что время электронной дефазировки и знак магнетосопротивления, обусловленного эффектом слабой локализации, определяются пространственными масштабами магнитного поля, создаваемого ферромагнетиком в области электронного газа.

В заключение, автор считает своим приятным долгом поблагодарить своего научного руководителя А.С. Мельникова за постановку интересных задач, ценные советы по их решению, а также неоценимую поддержку и помощь на всех этапах работы над диссертацией. Автор глубоко благодарен своим соавторам А.И. Буздину и С.В. Шарову за оригинальные идеи, воплощение которых позволило получить ряд интересных научных результатов, а также за огромное удовольствие от совместной работы.

Автор также благодарен всем сотрудникам ИФМ РАН, общение с которыми помогло появлению настоящей диссертации, особенно:

- А.В. Самохвалову, И.А. Шерешевскому, А.Ю. Аладышкину – за многочисленные обсуждения результатов работы;
- В.В. Курину, А.А. Андронову, А.А. Фраерману, Д.А. Рыжову, Д.Ю. Водолазову – за постоянный интерес к работе;
- И.Д. Токману, М.А. Силаеву, В.Я. Алешкину – за критические замечания и ценные советы при обсуждении результатов диссертации.

## Список публикаций автора по теме диссертации

- A1. Mel'nikov, A. S. Dephasing time and magnetoresistance of two-dimensional electron gas in spatially modulated magnetic fields / A.S. Mel'nikov, S.V. Mironov and S.V. Sharov // *Phys. Rev. B.* – 2010. – V. 81. – P. 115308(11).
- A2. Mironov, S. V. Penetration of the magnetic field into the twinning plane in type-I and -II superconductors / S. V. Mironov and A. Buzdin // *Phys. Rev. B.* – 2012. – V. 86. – P. 064511(5).
- A3. Mironov, S. V. Anisotropy and effective dimensionality crossover of the fluctuation conductivity of hybrid superconductor/ferromagnet structures / S.V. Mironov and A.S. Mel'nikov // *Phys. Rev. B.* – 2012. – V. 86. – P. 134505(10).
- A4. Mironov, S. Vanishing Meissner effect as a Hallmark of in-Plane Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov Instability in Superconductor - Ferromagnet Layered Systems / S. Mironov, A. Mel'nikov and A. Buzdin // *Phys. Rev. Lett.* – 2012. – V. 109. – P. 237002 (5).
- A5. Мельников, А. С. Слабая локализация в неоднородном магнитном поле / А. С. Мельников, С. В. Миронов, С. В. Шаров // Труды XIV научной школы «Нелинейные волны - 2008»: Нижний Новгород, 1-7 марта 2008. – С. 112.
- A6. Мельников, А. С. Слабая локализация в неоднородном магнитном поле / А. С. Мельников, С. В. Миронов, С. В. Шаров // Труды XII Международного симпозиума «Нанозифика и нанозлектроника»: Нижний Новгород, 10-14 марта 2008. – С. 388-389.
- A7. Мельников, А. С. Положительное и отрицательное магнитосопротивление в гибридных системах ферромагнетик – двумерный электронный газ / А. С. Мельников, С. В. Миронов, С. В. Шаров // Труды XIII Международного симпозиума «Нанозифика и нанозлектроника»: Нижний Новгород, 16-20 марта 2009. - С. 494-495.
- A8. Mironov, S. V. Dephasing time and magnetoresistance of two-dimensional electron gas in spatially modulated magnetic fields / S. V. Mironov, A. S. Melnikov, S. V. Sharov // *Proceedings of I.F. Schegolev Memorial Conference “Low-Dimensional Metallic and Superconducting Systems”*: Chernogolovka, October 11-16, 2009. – P. 76.
- A9. Миронов, С. В. Влияние пространственно неоднородных магнитных полей на квантовый транспорт в сверхпроводящих и нормальных системах / С. В. Миронов // Труды XV научной школы «Нелинейные волны - 2010»: Нижний Новгород, 6-12 марта 2010. - С. 86-87.

- A10. Мельников, А. С. Флуктуационная проводимость в гибридных системах сверхпроводник - ферромагнетик / А. С. Мельников, С. В. Миронов, С. В. Шаров // Труды XIV Международного симпозиума «Нанofизика и наноэлектроника»: Нижний Новгород, 15-19 марта 2010. - С. 364-365.
- A11. Mel'nikov, A. S. Dephasing time and magnetoresistance of two-dimensional electron gas in spatially modulated magnetic fields / A. S. Mel'nikov, S. V. Mironov, S.V. Sharov // Proceedings of workshop "NanoPeter – Fundamentals of electronic nanosystems": St. Petersburg, June 26 – July 2, 2010. – P. 58-59.
- A12. Миронов, С. В. Транспортные свойства гибридных систем сверхпроводник-ферромагнетик в режиме доменной сверхпроводимости / С.В. Миронов // Труды XV международного симпозиума «Нанofизика и наноэлектроника»: Нижний Новгород, 14-18 марта 2011. – С. 292-293.
- A13. Миронов, С. В. Флуктуационная магнитопроводимость низкоразмерных сверхпроводящих систем / С. В. Миронов, А. С. Мельников, А. И. Буздин // Труды XVI международного симпозиума «Нанofизика и наноэлектроника»: Нижний Новгород, 12-16 марта 2012. – С. 58-59.
- A14. Mironov, S. V. Anisotropy of fluctuation conductivity near the onset of localized superconductivity / S. V. Mironov and A. S. Mel'nikov // Proceedings of the Advanced research workshop "MESO-2012: Non-equilibrium and coherent phenomena at nanoscale": Chernogolovka, June 17-23 2012. – P. 47.

## Список литературы

1. Шмидт, В. В. Введение в физику сверхпроводников / В. В. Шмидт – 2-е изд., испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2000. – 397 с.
2. Bardeen, J. Theory of superconductivity / J. Bardeen, L. N. Cooper and J. R. Schrieffer // *Phys. Rev.* – 1957. – V. 108. – P. 1175-1204.
3. Лифшиц, Е. М. Статистическая физика: Ч. 2. / Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский – М. ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 496 с.
4. Де Жен, П. Сверхпроводимость металлов и сплавов / П. Де Жен; пер. с англ. А. И. Русинова; под ред. Л. П. Горькова – М.: Мир, 1968. – 280 с.
5. Clogston, A. M. Upper limit for the critical field in hard superconductors / A. M. Clogston // *Phys. Rev. Lett.* – 1962. – V. 9. – P. 266-267.
6. Гинзбург, В. Л. Ферромагнитные сверхпроводники / В.Л. Гинзбург // *ЖЭТФ* – 1956. – Т. 31. – С. 202-210.
7. Matsuda, Y. Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov state in heavy fermion superconductors / Y. Matsuda and H. Shimahara // *J. Phys. Soc. Japan.* – 2007. – V. 76. – P. 051005(16).
8. Meissner, W. Ein neuer Effekt bei Eintritt der Supraleitfähigkeit / W. Meissner and R. Ochsenfeld // *Naturwiss.* – 1933. – V. 21. – P. 787-788.
9. London, F. The electromagnetic equations of the superconductor / F. London and H. London // *Proc. Roy. Soc.* – 1935. – V. A149. – P. 71-88.
10. Абрикосов, А. А. О магнитных свойствах сверхпроводников второй группы / А. А. Абрикосов // *ЖЭТФ*. – 1957. – Т. 32. – С. 1442-1452.
11. Сан-Жам, Д. Сверхпроводимость второго рода / Д. Сан-Жам, Г. Сарма, Е. Томас; перевод с англ. Н. И. Гинзбург; под ред. А. А. Абрикосова. – М.: Мир, 1970. – 364 с.
12. Saint-James, D. Onset of superconductivity in decreasing fields / D. Saint-James and P. G. Gennes // *Phys. Lett.* – 1963. – V. 7. – P. 306-308.
13. Хлюстикова, И. Н. Локализованная сверхпроводимость в двойниковых металлических кристаллах / И. Н. Хлюстикова, А. И. Буздин // *УФН*. – 1988. – Т. 155. – С. 47–88.

14. Ni, N. Effects of Co substitution on thermodynamic and transport properties and anisotropic  $H_{c2}$  in  $Ba(Fe_{1-x}Co_x)_2As_2$  single crystals / N. Ni, M. E. Tillman, J.-Q. Yan, A. Kracher, S. T. Hannahs, S. L. Bud'ko and P. C. Canfield // *Phys. Rev. B.* – 2008. – V. 78. – P. 214515(9).
15. Tanatar, A. Direct imaging of the structural domains in the iron pnictides  $AFe_2As_2$  ( $A = Ca, Sr, Ba$ ) / M. A. Tanatar, A. Kreyssig, S. Nandi, N. Ni, S. L. Bud'ko, P. C. Canfield, A. I. Goldman and R. Prozorov // *Phys. Rev. B.* – 2009 – V. 79. – P. 180508(4).
16. Chu, J.-H. Determination of the phase diagram of the electron-doped superconductor  $Ba(Fe_{1-x}Co_x)_2As_2$  / J.-H. Chu, J. G. Analytis, C. Kucharczyk and I. R. Fisher // *Phys. Rev. B.* – 2009. – V. 79. – P. 014506(6).
17. Kalisky, B. Stripes of increased diamagnetic susceptibility in underdoped superconducting  $Ba(Fe_{1-x}Co_x)_2As_2$  single crystals: Evidence for an enhanced superfluid density at twin boundaries / B. Kalisky, J. R. Kirtley, J. G. Analytis, J.-H. Chu, A. Vailionis, I. R. Fisher and K. A. Moler // *Phys. Rev. B.* – 2010. – Vol. 81. – P. 184513(5).
18. Kirtley, J. R. Meissner response of a bulk superconductor with an embedded sheet of reduced penetration depth / J. R. Kirtley, B. Kalisky, L. Luan and K. A. Moler // *Phys. Rev. B.* – 2010. – V. 81. – P. 184514(6).
19. Prozorov, R. Intrinsic pinning on structural domains in underdoped single crystals of  $Ba(Fe_{1-x}Co_x)_2As_2$  / R. Prozorov, M. A. Tanatar, N. Ni, A. Kreyssig, S. Nandi, S. L. Bud'ko, A. I. Goldman and P. C. Canfield // *Phys. Rev. B.* – 2009. – Vol. 80. – P. 174517(5).
20. Kalisky, B. Behavior of vortices near twin boundaries in underdoped  $Ba(Fe_{1-x}Co_x)_2As_2$  / B. Kalisky, J. R. Kirtley, J. G. Analytis, J.-H. Chu, I. R. Fisher and K. A. Moler // *Phys. Rev. B.* – 2001. – Vol. 83. – P. 064511(7).
21. Винников, Л. Я. О природе закрепления вихрей в бикристаллах Nb / Л. Я. Винников, В. Г. Глебовский, С. И. Москвин // *Письма в ЖЭТФ* – 1981. – Т. 33. – С. 253-257.
22. Blatter, G. Vortices in high-temperature superconductors / G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin and V. M. Vinokur // *Rev. Mod. Phys.* – 1994. – V. 66. – P. 1125-1388.
23. Буздин, А. И. Анализ сверхпроводимости плоскости двойникования в олове и ниобии / А. И. Буздин, Н. А. Хвориков // *ЖЭТФ*. – 1985. – Т. 89. – С. 1857-1869.
24. Аверин, В. В. Теория локализованной сверхпроводимости / В. В. Аверин, А. И. Буздин, Л. Н. Булаевский // *ЖЭТФ*. – 1983. – Т. 84. – С. 737-748.

25. Mishonov, T. M. On the theory of type-I superconductor surface-tension and twinning-plane-superconductivity / T. M. Mishonov // *J. Phys. (Paris)*. – 1990. – V. 51. – P. 447-457.
26. Osborn, J. C. Surface tension and kinetic coefficient for the normal/superconducting interface: Numerical results versus asymptotic analysis / J. C. Osborn and A. T. Dorsey // *Phys. Rev. B*. – 1994. – V. 50. – P. 15961-15966.
27. Boulter, C. J. Accurate analytic expression for the surface tension of a type-I superconductor / C. J. Boulter and J. O. Indekeu // *Phys. Rev. B*. – 1996. – V. 54. – P. 12407-12412.
28. Буздин, А. И. Фазовая диаграмма сверхпроводимости, локализованной вблизи плоскости двойникования / А. И. Буздин, И. Н. Хлюстикова // *Письма в ЖЭТФ*. – 1984. – Т. 40. – С. 140-142.
29. Хлюстикова, И. Н. Сверхпроводимость плоскости двойникования ниобия и топологический фазовый переход в двумерной сверхпроводящей системе / И. Н. Хлюстикова, С. И. Москвин // *ЖЭТФ*. – 1985. – Т. 89. – С. 1846-1856.
30. Kozhevnikov, V. F. Surface enhancement of superconductivity in tin / V. F. Kozhevnikov, M. J. Van Bael, W. Vinckx, K. Temst, C. Van Haesendonck and J. O. Indekeu // *Phys. Rev. B*. – 2005. – V. 72. – P. 174510(5).
31. Kozhevnikov, V. F. Observation of wetting-like phase transitions in a surface-enhanced type-I superconductor / V. F. Kozhevnikov, M. J. Van Bael, P. K. Sahoo, K. Temst, C. Van Haesendonck, A. Vantomme and J. O. Indekeu // *New J. Phys.* – 2007. – V. 9. – P. 75(7).
32. Купцов, Д. А. Влияние плоскости двойникования на поле зарождения поверхностной сверхпроводимости / Д. А. Купцов, С. В. Полонский // *ФНТ*. – 1988. – Т. 14. – С. 1028-1038.
33. Андреев, А. Ф. Экзотическая сверхпроводимость плоскостей двойникования / А. Ф. Андреев // *Письма в ЖЭТФ*. – 1987. – Т. 46. – С. 463-465.
34. Гешкенбейн, В. Б. Взаимодействие вихрей с двойниковой границей в сверхпроводнике / В. Б. Гешкенбейн // *ЖЭТФ*. – 1988. – Т. 94. – С. 368-373.
35. Самохин, К. В. Сверхпроводящая плоскость двойникования в магнитном поле / К. В. Самохин // *ЖЭТФ*. – 1994. – Т. 105. – С. 1684-1693.
36. Clarysse, F. Interfacial phase transitions in twinning-plane superconductors / F. Clarysse and J. O. Indekeu // *Phys. Rev. B*. – 2002. – V. 65. – P. 094515(11).

37. Buzdin, A. I. Proximity effect in superconductor-ferromagnet heterostructures / A. I. Buzdin // *Rev. Mod. Phys.* – 2005. – V. 77. – P. 935-976.
38. Aladyshkin, A. Yu. Nucleation of superconductivity and vortex matter in superconductor-ferromagnet hybrids / A. Yu. Aladyshkin, A. V. Silhanek, W. Gillijns and V. V. Moshchalkov // *Supercond. Sci. Technol.* – 2009. – V. 22. – P. 053001(48).
39. Копяев Ю. В. // *ФТТ* – 1966. – Т. 7. – С. 2360.
40. Buzdin, A. I. Existence of superconducting domain walls in ferromagnets / A. I. Buzdin, L. N. Bulaevskii, S. V. Panyukov // *JETP* – 1984. – V. 60. – P. 174–179.
41. Buzdin, A. I. Domain wall superconductivity in ferromagnetic superconductors / A. I. Buzdin and A. S. Mel'nikov // *Phys. Rev. B.* – 2003. – V. 67. – P. 020503(4).
42. Aladyshkin, A. Yu. Domain-wall superconductivity in hybrid superconductor-ferromagnet structures / A. Yu. Aladyshkin, A. I. Buzdin, A. A. Fraerman, A. S. Mel'nikov, D. A. Ryzhov and A. V. Sokolov // *Phys. Rev. B.* – 2003. – V. 68. – P. 184508(7).
43. Yang, Z. Domain-wall superconductivity in superconductor-ferromagnet hybrids / Z. Yang, M. Lange, A. Volodin, R. Szymczak and V. V. Moshchalkov // *Nature Materials.* – 2004. – V. 3. – P. 793-798.
44. Gillijns, W. Domain-Wall Guided Nucleation of Superconductivity in Hybrid Ferromagnet-Superconductor-Ferromagnet Layered Structures / W. Gillijns, A. Yu. Aladyshkin, M. Lange, M. J. Van Bael and V. V. Moshchalkov // *Phys. Rev. Lett.* – 2005. – V. 95. – P. 227003(4).
45. Yang, Z. Modulation of superconductivity by a magnetic template in Nb/BaFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub> hybrids / Z. Yang, K. Vervaeke, V. V. Moshchalkov and R. Szymczak // *Phys. Rev. B.* – 2006. – V. 73. – P. 224509(5).
46. Werner, R. Domain-wall and reverse-domain superconducting states of a Pb thin-film bridge on a ferromagnetic BaFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub> single crystal / R. Werner, A. Yu. Aladyshkin, S. Guenon, J. Fritzsche, I. M. Nefedov, V. V. Moshchalkov, R. Kleiner and D. Koelle // *Phys. Rev. B.* – 2011. – V. 84. – P. 020505(4).
47. Варламов, А. А. Теория флуктуаций в сверхпроводниках / А. А. Варламов, А. И. Ларкин. – М.: Добросвет, КДУ, 2007. – 557 с.
48. Glover, R. E. Ideal resistive transition of a superconductor / R. E. Glover // *Phys. Lett. A.* – 1967. – V. 25. – P. 542-544.
49. Aslamazov, L. G. The influence of fluctuation pairing of electrons on the conductivity of normal metal / L. G. Aslamazov and A. I. Larkin // *Phys. Lett. A.* – 1968. – V. 26. – P. 238-239.
50. Maki, K. The Critical Fluctuation of the Order Parameter in Type-II Superconductors / K. Maki // *Prog. Theor. Phys.* – 1968. – V. 39. – P. 897-906.



51. Thompson, R. S. Microwave, flux flow, and fluctuation resistance of dirty type-II Superconductors / R. S. Thompson // *Phys. Rev B.* – 1970. – V. 1. – P. 327-333.
52. Patton, B. R. Fluctuation theory of the superconducting transition in restricted dimensionality / B. R. Patton // *Phys. Rev. Lett.* – 1971. – V. 27. – P. 1273-1276.
53. Keller, J. Regularization of the Maki conductivity by fluctuations / J. Keller, V. Korenman // *Phys. Rev. Lett.* – 1971. – V. 27. – P. 1270-1273.
54. Di Castro, C. Superconductive fluctuations in the density of states and tunneling resistance in high- $T_c$  superconductors / C. Di Castro, C. Castellani, R. Raimondi and A. A. Varlamov // *Phys. Rev. B.* – 1990. – V. 42. – P. 10211-10219.
55. Larkin, A. I. Nonlinear fluctuation phenomena in the transport properties of superconductors / A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinnikov // *ЖЭТФ.* – 2001. – Т. 119. – С. 595-605.
56. Schmidt, H. The onset of surface superconductivity / H. Schmidt and H.J. Mikeska // *J. Low Temp. Phys.* – 1970. – V. 3. – P. 123-135.
57. Thompson, R. S. Microwave and fluctuation resistance of superconducting alloy films / R. S. Thompson // *Phys. Rev. B.* – 1971. – V. 3. – P. 1617-1624.
58. Imry, Y. Effective dimensionality crossover for superconducting surfaces in parallel magnetic fields / Y. Imry // *Phys. Rev B.* – 1977. – V. 15. – P. 230-236.
59. Зюзин, А. А. О сопротивлении тонких пленок с краевой сверхпроводимостью в сильных магнитных полях / А. А. Зюзин, А. Ю. Зюзин // *Письма в ЖЭТФ.* – 2007. – Т. 86. – С. 60-64.
60. Buzdin, A. I. On the theory of localized superconductivity: Fluctuational diamagnetism / A. I. Buzdin and N. B. Ivanov // *Phys. Lett. A.* – 1984. – V. 106. – P. 429-431.
61. Rammer, J. Weak localization in inhomogeneous magnetic fields / J. Rammer and A. L. Shelankov // *Phys. Rev. B.* – 1987. – V. 36. – P. 3135-3146.
62. Bending, S. J. Weak localization in a distribution of magnetic flux tubes / S. J. Bending, K. von Klitzing and K. Ploog // *Phys. Rev. Lett.* -1990. – V. 65. – P. 1060-1063.
63. Bending, S. J. Two-dimensional electron gas as a flux detector for a type-II superconducting film / S. J. Bending, K. von Klitzing and K. Ploog // *Phys. Rev. B.* – 1990. – V. 42. – P. 9859-9864.
64. Bending, S. J. Quantitative numerical model for nonlocal quantum diffusion in a distribution of magnetic-flux tubes / S. J. Bending and A. K. Geim // *Phys. Rev. B.* – 1992. – V. 46. – P. 14912-14914.
65. Bending, S. J. Complete numerical description of nonlocal quantum diffusion in an array of magnetic-flux vortices / S. J. Bending // *Phys. Rev. B.* – 1994. – V. 50. – P. 17621-17624.

66. Gusev, G. M. Quantum interference effects in a strongly fluctuating magnetic field / G. M. Gusev, U. Gennser, X. Kleber, D. K. Maude, J. C. Portal, D. I. Lubyshev, P. Basmaji, M. de P. A. Silva, J. C. Rossi and Y. V. Nastaushev // *Phys. Rev. B.* – 1996. – V. 53. – P. 13641-13644.
67. Mathur, H. Random Berry phase magnetoresistance as a probe of interface roughness in Si MOSFET's / H. Mathur and H. U. Baranger // *Phys. Rev. B.* – 2001. – V. 64. – P. 235325(20).
68. Shelankov, A. Paraxial propagation of a quantum charge in a random magnetic field / A. Shelankov // *Phys. Rev. B.* – 2000. – V. 62. – P. 3196-3212.
69. Wang, X.-B. Dephasing time of disordered two-dimensional electron gas in modulated magnetic fields / X.-B. Wang // *Phys. Rev. B.* – 2002. – V. 65. – P. 115303(7).
70. Ye, P. D. Electrons in a periodic magnetic field induced by a regular array of micromagnets / P. D. Ye, D. Weiss, R. R. Gerhardt, M. Seeger, K. von Klitzing, K. Eberl and H. Nickel // *Phys. Rev. Lett.* – 1995. – V. 74. – P. 3013-3016.
71. Xue, D. P. Magnetotransport properties of two-dimensional electron gases under a periodic magnetic field / D. P. Xue and G. Xiao // *Phys. Rev. B.* – 1992. – V. 45. – P. 5986-5990.
72. Ibrahim, I. S. Two-dimensional electrons in lateral magnetic superlattices / I. S. Ibrahim and F. M. Peeters // *Phys. Rev. B.* – 1995. – V. 52. – P. 17321-17334.
73. Mancoff, F. B. Magnetotransport of a two-dimensional electron gas in a spatially random magnetic field / F. B. Mancoff, R. M. Clarke, C. M. Marcus, S. C. Zhang, K. Campman and A. C. Gossard // *Phys. Rev. B.* – 1995. – V. 51. – P. 13269-13273.
74. Chakravarty, S. Weak localization: The quasiclassical theory of electrons in a random potential / S. Chakravarty and A. Schmid // *Phys. Rep.* – 1986. – V. 140. – P. 193-236.
75. Абрикосов, А. А. Основы теории металлов / А. А. Абрикосов – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 600 с.
76. Golubov, A. A. The current-phase relation in Josephson junctions / A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov and E. Il'ichev // *Rev. Mod. Phys.* – 2004. – V. 76. – P. 411-469.
77. Fulde, P. Superconductivity in a Strong Spin-Exchange Field / P. Fulde and R. A. Ferrell // *Phys. Rev.* – 1964. – V. 135. – P. A550-A563.
78. Ларкин А. И. Неоднородное состояние сверхпроводников / А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников // *ЖЭТФ.* – 1964. – Т. 47. – С. 47-49.
79. Buzdin, A. Density of states oscillations in a ferromagnetic metal in contact with a superconductor / A. Buzdin // *Phys. Rev. B.* – 2000. – V. 62. – P. 11377-11379.

80. Kontos, T. Inhomogeneous superconductivity induced in a ferromagnet by proximity effect / T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur and X. Grison // *Phys. Rev. Lett.* – 2001. – V. 86. – P. 304-307.
81. Буздин, А. И. Осцилляции критического тока в зависимости от обменного поля и толщины ферромагнитного металла (F) в джозефсоновском контакте S-F-S / А. И. Буздин, Л. Л. Булаевский, С. В. Панюков // *Письма в ЖЭТФ.* – 1982. – Т. 35. – С. 147-148.
82. Ryazanov, V. V. Coupling of two superconductors through a ferromagnet: Evidence for a  $\pi$ -junction / V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov, A. V. Veretennikov, A. A. Golubov and J. Aarts // *Phys. Rev. Lett.* – 2001. – V. 86. – P. 2427-2430.
83. Jiang, J. S. Oscillatory superconducting transition temperature in Nb/Gd multilayers / J. S. Jiang, D. Davidović, D. H. Reich and C. L. Chien // *Phys. Rev. Lett.* – 1995. – V. 74. – P. 314-317.
84. Zdravkov, V. Reentrant superconductivity in Nb/Cu<sub>1-x</sub>Ni<sub>x</sub> bilayers / V. Zdravkov, A. Sidorenko, G. Obermeier, S. Gsell, M. Schreck, C. Müller, S. Horn, R. Tidecks and L. R. Tagirov // *Phys. Rev. Lett.* – 2006. – V. 97. – P. 057004(4).
85. Lemberger, T. R. Superfluid density of superconductor-ferromagnet bilayers / T. R. Lemberger, I. Hetel, A. J. Hauser and F. Y. Yang // *J. Appl. Phys.* – 2008. – V. 103. – P. 07C701(3).
86. Houzet, M. Magnetic screening properties of superconductor-ferromagnet bilayers / M. Houzet and J. S. Meyer // *Phys. Rev. B.* – 2009. – V. 80. – P. 012505(4).
87. Bergeret, F. S. Josephson current in superconductor-ferromagnet structures with a nonhomogeneous magnetization / F. S. Bergeret, A. F. Volkov and K. B. Efetov // *Phys. Rev. B.* – 2001. – V. 64. – P. 134506(11).
88. Oh, S. A superconductive magnetoresistive memory element using controlled exchange interaction / S. Oh, D. Youm and M. R. Beasley // *Appl. Phys. Lett.* – 1997. – V. 71. – P. 2376(3).
89. Fominov, Ya. V. Superconducting triplet spin valve / Ya. V. Fominov, A. A. Golubov, T. Yu. Karminskaya, M. Yu. Kupriyanov, R. G. Deminov, L. R. Tagirov // *Письма в ЖЭТФ.* – 2010. – Т. 91. – С. 329-333.
90. Leksin, P. V. Manifestation of new interference effects in a superconductor-ferromagnet spin valve / P. V. Leksin, N. N. Garif'yanov, I. A. Garifullin, J. Schumann, V. Kataev, O. G. Schmidt and B. Büchner // *Phys. Rev. Lett.* – 2011. – V. 106. – P. 067005(4).
91. Bergeret, F. S. Odd triplet superconductivity and related phenomena in superconductor-ferromagnet structures / F. S. Bergeret, A. F. Volkov and K. B. Efetov // *Rev. Mod. Phys.* – 2005. – V. 77. – P. 1321-1373.

92. Robinson, J. W. A. Controlled injection of spin-triplet supercurrents into a strong ferromagnet / J. W. A. Robinson, J. D. S. Witt and M. G. Blamire // *Science*. – 2010. – V. 329. – P. 59-61.
93. Khaire, T. S. Observation of spin-triplet superconductivity in Co-based Josephson junctions / T. S. Khaire, M. A. Khasawneh, W. P. Pratt, Jr. and N. O. Birge // *Phys. Rev. Lett.* – 2010. – V. 104. – P. 137002(4).
94. Braude, V. Fully developed triplet proximity effect / V. Braude and Yu. V. Nazarov // *Phys. Rev. Lett.* – 2007. – V. 98. – P. 077003(4).
95. Cottet, A. Inducing odd-frequency triplet superconducting correlations in a normal metal / A. Cottet // *Phys. Rev. Lett.* – 2011. – V. 107. – P. 177001(5).
96. Asano, Y. Unconventional surface impedance of a normal-metal film covering a spin-triplet superconductor due to odd-frequency Cooper pairs / Y. Asano, A. A. Golubov, Y. V. Fominov and Y. Tanaka // *Phys. Rev. Lett.* – 2011. – V. 107. – P. 087001(4).
97. Yokoyama, T. Anomalous Meissner effect in a normal-metal–superconductor junction with a spin-active interface / T. Yokoyama, Y. Tanaka and N. Nagaosa // *Phys. Rev. Lett.* – 2011. – V. 106. – P. 246601(4).
98. Изюмов, Ю. А. Мультикритическое поведение фазовых диаграмм слоистых структур ферромагнетик-сверхпроводник / Ю. А. Изюмов, Ю. Н. Прошин, М. Г. Хусаинов // *Письма в ЖЭТФ*. – 2000. – Т. 71. – С. 202-209.
99. Изюмов, Ю. А. Конкуренция сверхпроводимости и магнетизма в гетероструктурах ферромагнетик/сверхпроводник / Ю. А. Изюмов, Ю. Н. Прошин, М. Г. Хусаинов // *УФН*. – 2002. – Т. 172. – С. 113-154.
100. Фоминов, Я. В. Комментарий к обзору Ю.А. Изюмова, Ю.Н. Прошина, М.Г. Хусаинова «Конкуренция сверхпроводимости и магнетизма в гетероструктурах ферромагнетик/сверхпроводник» / Я. В. Фоминов, М. Ю. Куприянов, М. В. Фейгельман // *УФН*. – 2003. – Т. 173. – С. 113-115.
101. Samokhvalov, A.V. Vortex states induced by proximity effect in hybrid ferromagnet-superconductor systems / A. V. Samokhvalov, A. S. Mel'nikov and A. I. Buzdin // *Phys. Rev. B*. – 2007. – V. 76. – P. 184519(7).
102. Samokhvalov, A.V. Little-Parks oscillations in hybrid ferromagnet–superconductor systems / A. V. Samokhvalov, A. S. Mel'nikov, J-P. Ader and A. I. Buzdin // *Phys. Rev. B*. – 2009. – V. 79. – P. 174502(7).

103. Buzdin, A. I. Generalized Ginzburg-Landau theory for nonuniform FFLO superconductors / A. I. Buzdin and H. Kachkachi // *Phys. Lett. A.* – 1997. – V. 225. – P. 341-348.
104. Champel, T. Effect of an inhomogeneous exchange field on the proximity effect in disordered superconductor-ferromagnet hybrid structures / T. Champel and M. Eschrig // *Phys. Rev. B.* – 2005. – V. 72. – P. 054523(11).
105. Kuprianov, M. Y. Influence of boundary transparency on the critical current of “dirty” SS'S structures / M. Y. Kuprianov and V. F. Lukichev // *Письма в ЖЭТФ.* – 1988. – Т. 94. – С. 139–149.
106. Buzdin, A. I. Unusual behavior of superconductors near the tricritical Lifshitz point / A.I. Buzdin and M.L. Kulić // *J. Low Temp. Phys.* – 1984. – V. 54. – P. 203-213.
107. Кулик, И. О. Распространение волн в туннельном переходе Джозефсона при наличии вихрей и электродинамика "слабой" сверхпроводимости / И. О. Кулик // *ЖЭТФ.* – 1966. – Т. 51, С. 1952-1969.
108. Aladyshkin A. Yu. Thin-film superconductor-ferromagnet hybrids: Competition between nucleation of superconductivity at domain walls and domains' centers / A. Yu. Aladyshkin and V. V. Moshchalkov // *Phys. Rev. B.* – 2006. - V. 74. – P. 064503(10).
109. Прудников А. П. Интегралы и ряды / А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев. В 3 т. Т. 3. Специальные функции. Дополнительные главы. – 2-е изд., исправ. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 632 с.
110. Hikami, S. Spin-orbit interaction and magnetoresistance in the two dimensional random system / S. Hikami, A. I. Larkin and Y. Nagaoka // *Prog. Theor. Phys.* – 1980. – V. 63. – P. 707-710.
111. Bergmann, G. Influence of spin-orbit coupling on weak localization / G. Bergmann // *Phys. Rev. Lett.* – 1982. – V. 48. – P. 1046-1049.
112. Hedegård, P. Solution of the Boltzmann equation in a random magnetic field / P. Hedegård and A. Smith // *Phys. Rev. B.* – 1995. – V. 51. – P. 10869-10874.
113. Peeters, F. M. Quantum transport of a two-dimensional electron gas in a spatially modulated magnetic field / F. M. Peeters and P. Vasilopoulos // *Phys. Rev. B.* – 1993. – V. 47. – P. 1466-1473.
114. Matulis, A. Magnetoresistance of a two-dimensional electron gas in weakly modulated magnetic fields / A. Matulis and F. M. Peeters // *Phys. Rev. B/* - 200. – V. 62. – P. 91-94.
115. Geim, A. K. Ballistic two-dimensional electrons in a random magnetic field / A. K. Geim, S. J. Bending, I. V. Grigorieva and M. G. Blamire // *Phys. Rev. B.* – 1994. – V. 49. – P. 5749-5752.

116. Altshuler, B. L. Electron-electron interactions in disordered systems / B. L. Altshuler and A. G. Aronov; под ред. A. L. Efros and M. Pollak - North-Holland, Amsterdam, 1985. – 153 c.
117. Peierls, R. Zur Theorie des Diamagnetismus von Leitungselektronen / R. Peierls // Z. Phys. – 1933. – V. 80. – P. 763-791.
118. Aladyshkin, A. Yu. Planar superconductor/ferromagnet hybrids: Anisotropy of resistivity induced by magnetic templates / A. Yu. Aladyshkin, J. Fritzsche and V. V. Moshchalkov // Appl. Phys. Lett. – 2009. – V. 94. – P. 222503(3).
119. Bleibaum O. Weak localization of electrons in an external electric field / O. Bleibaum and D. Belitz // Phys. Rev. B. – 2004. – V. 69. – P. 075119(10).
120. Bergmann, G. Influence of electric field on weak localization / G. Bergmann // Z. Phys. B. – 1982. – V. 49. – P. 133-138.
121. Bergmann, G. Quantitative analysis of weak localization in thin Mg films by magnetoresistance measurements / G. Bergmann // Phys. Rev. B. – 1982. – V. 25. – P. 2937-2939.
122. Van Haesendonck, C. Localization and negative magnetoresistance in thin copper films / C. Van Haesendonck, L. Van den dries, Y. Bruynseraede and G. Deutscher // Phys. Rev. B. – 1982. – V. 25. – P. 5090-5096.
123. Markiewicz, R. S. Localization and electron-interaction effects in a two-dimensional metal with strong spin-orbit scattering: Pd films / R. S. Markiewicz and C. J. Rollins // Phys. Rev. B. – 1984. – V. 29. – P. 735-747.
124. Taboryski, R. Weak localization and electron-electron interactions in modulation-doped GaAs/AlGaAs heterostructures / R. Taboryski and P. E. Lindelof // Semicond. Sci. Technol. – 1990. – V. 5. – P. 933-946.