

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Пелешко Владимир Андреевич



**Специализированные теории деформирования и разрушения
высоконаполненных полимерных материалов и металлических
сплавов для некоторых основных классов нагрузений**

Специальность 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва – 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном унитарном предприятии
«Центральный научно-исследовательский институт машиностроения»

Официальные оппоненты : **Бондарь Валентин Степанович**
заслуженный деятель науки РФ,
доктор физико-математических наук, профессор,
Московский политехнический университет,
заведующий кафедрой «Техническая механика»

Димитриенко Юрий Иванович
доктор физико-математических наук, профессор,
Московский государственный технический
университета имени Н.Э. Баумана,
заведующий кафедрой «Вычислительная
математика и математическая физика»

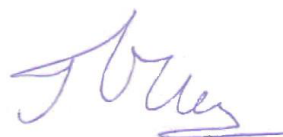
Думанский Александр Митрофанович
доктор физико-математических наук, доцент,
Институт машиноведения им. А.А. Благонравова
РАН, заведующий лабораторией механики
композиционных материалов

Защита диссертации состоится 14 июня 2019 г. в 15:00 часов на заседа-
нии диссертационного совета МГУ.01.14 Московского государственного универ-
ситета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, ГСП-1, Москва, Ленинские го-
ры, д. 1, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, ауд. 16-10.
E-mail: chist206@yandex.ru

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библио-
теки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на сайте ИАС
«ИСТИНА»: https://istina.msu.ru/dissertation_councils/councils/38867644/

Автореферат разослан «_____» апреля 2019 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета МГУ.01.14,
кандидат физико-математических наук



П.В. Чистяков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Проектирование, производство и эксплуатация сложных, дорогостоящих и ответственных конструкций и изделий предъявляют повышенные требования к определению их напряжённо-деформированного состояния (НДС) и запасов прочности при действующих нагрузках. Для решения этих задач используется аппарат механики деформируемого твердого тела (МДТТ) – науки об изменении формы твердых тел при внешних и внутренних воздействиях.

В МДТТ можно выделить два основных раздела: 1) определяющие соотношения и критерии разрушения (характерные для материала уравнения, связывающие напряжения, деформации, внешние и внутренние параметры процесса, момент локального разрушения); 2) математические методы решения краевых задач и соответствующие программные средства для численных расчетов.

Определяющие соотношения и критерии разрушения (кратко – модели) призваны описать огромное разнообразие типов механического поведения материалов, и мало что можно сделать, не опускаясь до частных случаев. Для выделения важных признаков описываемых сложных явлений целесообразно проводить специализацию моделей по двум направлениям: а) класс материалов (металлы, полимеры, композиты и т.д.); б) класс процессов нагружения (в зависимости от диапазонов интенсивности и вида НДС, скорости и непропорциональности изменения НДС во времени, интервалов температуры и других внешних параметров, и т.д.). В перспективе возможно создание обширного каталога моделей и соответствующих классов материалов и нагружений, к которым они могут применяться.

Модели МДТТ, имеющие научную ценность, могут быть отнесены к концептуальным и/или прикладным. Концептуальные модели задают направление развития, предоставляя набор инструментов для описания тех или иных важнейших механических свойств материалов. Прикладные модели нацелены на решение задач расчета НДС и прочности конструкций; это не обязательно простейшие (по типу математических уравнений, классу допустимых процессов нагружения, совокупности описываемых механических свойств) модели, но обязательно доведенные до готовности к практическому использованию, что предполагает:

- указание рассматриваемого класса материалов и процессов нагружения;
- детальное описание процедуры идентификации модели по результатам определенных (и приемлемых по сложности реализации) базовых опытов;
- надежную проверку модели в экспериментах, достаточно полно представляющих рассматриваемый класс материалов и процессов нагружения;
- наличие математически корректного метода численного решения краевых задач и его программную реализацию, апробированную на тестовых задачах.

Специализированные модели МДТТ, предложенные в данной диссертации, содержат некоторые концептуальные элементы; основные из разработанных моделей претендуют также на статус прикладных.

Достаточно узкая специализация (ограничение области применения) прикладной модели сужает круг решаемых задач, но упрощает идентификацию и верификацию модели, а также, как правило, повышает физическую точность и уменьшает затраты при решении краевых задач.

Процедура идентификации прикладной модели должна быть максимально приближена к простому и однозначному алгоритму, чтобы её мог выполнить пользователь модели (квалифицированный инженер-прочник) без участия разработчика модели, а результаты её реализации, полученные разными пользователями, были бы близкими.

Учитывая, что представительных экспериментальных данных (о механическом поведении) по частным классам материалов и нагрузений в литературе весьма немного (за исключением самых простых и изученных классов), можно выдвинуть, хотя бы как желательное, условие верификации специализированной модели на максимальном объёме известных и доступных результатов опытов (при однородном НДС), относящихся к области применения этой модели.

Для численного решения краевых задач на основе новых моделей можно использовать существующие универсальные программные комплексы для расчетов методом конечных элементов (МКЭ), если они предоставляют возможность подключения подпрограммы для задания нестандартных моделей механического поведения материала. Тогда проблема сводится к созданию подпрограммы, в которой формализован (в соответствии с требованиями данного программного комплекса) численный метод решения краевых задач предлагаемой модели.

В данной диссертации под «теорией деформирования и разрушения» понимается совокупность «определяющие соотношения, критерий разрушения, математический аппарат для решения краевых задач».

Актуальность темы, заявленной в диссертации, определяется потребностями максимально точного и обоснованного расчета НДС и запасов прочности ответственных конструкций и их элементов из высоконаполненных полимерных материалов (ВНПМ) и металлических сплавов, для чего целесообразно использовать специализированные теории деформирования и разрушения для подходящих материалов и нагрузений.

Цели и задачи исследования:

- разработка специализированных определяющих соотношений и критериев разрушения для описания механического поведения ВНПМ и металлических сплавов в процессах деформирования, характерных для отдельных важных классов научных задач МДТТ или практических задач нагружения конструкций;

- разработка математических методов решения краевых задач (для предложенных определяющих соотношений) и соответствующих программных средств для численных расчетов;

- применение разработанных теорий деформирования и разрушения к решению модельных и практических краевых задач.

Методы исследования: аналитические, экспериментальные и численные.

Положения, выносимые на защиту:

1) Иерархический метод построения и идентификации предложенной теории деформирования и разрушения высоконаполненных полимерных материалов (ВНПМ), сделавший эту теорию (многофакторную – учитывающую историю деформирования, вид напряженного состояния, температуру, возраст материала) доступной для применения в практических расчетах напряжённо-деформированного состояния и прочности элементов конструкций из ВНПМ.

2) Способ моделирования влияния на макромеханическое поведение ВНПМ двух основных микромеханизмов их повреждения – адгезионного и когезионного – за счет использования двух параметров накопления поврежденности: один входит в определяющие соотношения, второй – в критерий локального разрушения.

3) Оба параметра накопления поврежденности ВНПМ, согласно своим кинетическим уравнениям, растут только на активных участках процесса (на которых интенсивность деформаций находится на своём историческом максимуме). Это

положение позже нашло подтверждение в опытах при активном нагружении (до разрушения) образцов, испытавших предварительное многоцикловое нагружение.

4) Использование предложенной теории позволило определить (обратным методом) параметры эффекта Маллинза при двукратном ударном сжатии цилиндра из ВНПМ – они значительно отличаются (в сторону расширения петли гистерезиса) от найденных из опыта при двукратном медленном одноосном растяжении.

5) Безразмерные материальные константы предложенного варианта теории упругопластических процессов активного сложного нагружения, найденные из опытов по двузвенной ортогональной траектории деформации для нескольких металлов, в первом приближении не зависят от материала. Этот результат позволяет – при необходимости (когда отсутствуют экспериментальные данные о свойствах материала при сложном нагружении) – упростить модель до инженерного варианта, который требует только одного базового опыта – при простом нагружении.

6) В задаче моделирования технологической операции гидрозапрессовки стальной трубки в отверстие учет нелинейности разгрузки приводит к кратному уменьшению уровня расчетных остаточных напряжений вблизи трубного соединения (полученное решение подтверждено экспериментальными данными по усилию вырыва запрессованной трубки).

Научная новизна работы.

Впервые построена теория деформирования и разрушения высоконаполненных полимерных материалов, способная учитывать комплекс всех основных параметров нагружения (включая историю деформирования, вид напряженного состояния, температуру, длительность хранения) и имеющая встроенный (специализированный) критерий разрушения, надежное экспериментальное обоснование (применительно к материалам и диапазонам параметров нагружения, характерным для приложений) и осуществимый на практике алгоритм идентификации.

Найдены новые универсальные константы пластичности начально изотропных металлических материалов при активном сложном нагружении – на их основе построен инженерный вариант теории упругопластических процессов, пригодный для описания произвольных сложных активных нагружений при полной его идентификации по диаграмме простого нагружения материала.

Предложены новые модели неупругости металлов, предназначенные для важных частных классов процессов нагружения: активного, пассивного, пропорционального повторного – в условиях пластичности; стационарного повторного, сложного с малой или значительной поврежденностью – в условиях ползучести.

Достоверность результатов работы обеспечена:

- корректным использованием научного аппарата МДТТ (фундаментальных понятий, положений, законов и уравнений), строгих математических следствий (из теорий дифференциальных и операторных уравнений, тензорного анализа) и апробированных численных методов (конечных разностей, конечных элементов);
- тщательной экспериментальной проверкой – каждая разработанная теория верифицирована на нескольких десятках опытов с несколькими материалами;
- численным решением модельных и практических краевых задач, сравнением с экспериментальными результатами (имеющимися для некоторых задач) и с решениями по классическим теориям (к которым сводятся разработанные теории при определенных условиях), исследованием сходимости на различных пространственных и временных сетках.

Теоретическая и практическая значимость работы. Проведены комплексные экспериментально-теоретические исследования закономерностей деформирования и разрушения в нескольких важных классах материалов и нагружений. По их результатам разработаны специализированные теории, позволяющие формулировать и решать краевые задачи на более высоком уровне (с учетом нелинейных эффектов, которыми ранее пренебрегали или не могли учесть), с большей физической достоверностью. Главный практический продукт работы – механико-математический аппарат для расчета НДС и прочности элементов конструкций из ВМПМ в единой последовательности всех этапов эксплуатации (используется в ФГУП «ЦНИИ машиностроения» и ФГУП «ФЦДТ «Союз», имеется акт внедрения).

Истоки работы и предшественники. Разработанные в диссертации частные теории вязкоупругости, пластичности и ползучести опираются на основополагающие теоретические и экспериментальные работы А.А. Ильюшина, Б.Е. Победри, Ю.Н. Работнова, В.В. Москвитина, Д.Л. Быкова, Д.Н. Коновалова, В.П. Мельникова, В.В. Мошева, А.А. Адамова, И.И. Анисимова, Ю.П. Зезина, Е.В. Ломакина, Ю.И. Димитриенко, С.В. Шешенина, Д.В. Георгиевского, В.И. Горбачёва, С.А. Лурье, А.Б. Киселёва, В.С. Ленского, В.П. Дегтярёва, Р.А. Васина, В.Г. Зубчанинова, И.А. Кийко, В.И. Малого, П.В. Трусова, Г.Л. Бровко, С.В. Ермакова, И.Н. Молодцова, А.В. Муравлёва, В.В. Новожилова, Ю.И. Кадашевича, В.С. Бондаря, Ю.М. Темиса, Л.М. Качанова, С.А. Шестерикова, И.Г. Горячевой, А.М. Локощенко, А.А. Мовчана, Ю.В. Суворовой, А.М. Думанского, В.С. Наместникова, И.И.

Бугакова, Г.З. Шарафутдинова, В.П. Тамужа, А.Ф. Крегерса, R.J. Farris, J.E. Fitzgerald, R.A. Shapery, S. Ozupek, G.D. Jung, R. Hill, Y. Ohashi, M. Tokuda, E. Shiratori, S. Murakami, N. Ohno, M. Kawai, H. Tobushi, D.R. Hayhurst, W.A. Trampczynski, P. Delobelle и других отечественных и зарубежных ученых.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на научно-технической секции отделения прочности ЦНИИ машиностроения (многократно в 1986-2016 гг.), научно-исследовательском семинаре кафедры теории упругости МГУ (1989, 1995, 2002, 2013, 2014 гг.), международной научной конференции по специальности «Механика» (Москва, 1986 г.), XIV научно-технической конференции молодых ученых и специалистов «Прочность и динамика конструкций» (Москва, 1988 г.), молодежной научно-технической конференции «Космонавтика – XXI век» (Москва, 1991 г.), международной научно-технической конференции «Проблемы пластичности в технологии» (Орел, 1995 г.), IX конференции по прочности и пластичности (Москва, 1996 г.), международном научном симпозиуме по проблемам механики деформируемых тел, посвященном 90-летию со дня рождения А.А.Ильюшина (Москва, 2001 г.), VIII и IX Всероссийских съездах по теоретической и прикладной механике (Пермь, 2001 г.; Н.Новгород, 2006 г.), 19-ой Европейской конференции по механике разрушения (Казань, 2012 г.).

Доклады по диссертации в целом сделаны в 2017-18 гг. на научно-технической секции ЦНИИ машиностроения и научно-исследовательских семинарах: кафедры теории пластичности МГУ (рук. чл.-корр. РАН Ломакин Е.В.), НИИ механики МГУ (рук. проф. Васин Р.А.), кафедры теории упругости МГУ (рук. проф. Георгиевский Д.В.), кафедры «Техн. механика» Моск. политехн. ун-та (рук. проф. Бондарь В.С.), кафедры механики композитов МГУ (рук. проф. Горбачёв В.И.), отдела «Конструкц. материаловедение» ИМаш РАН (рук. проф. Думанский А.М.), кафедры «Вычисл. математика и матем. физика» МГТУ (рук. проф. Димитриенко Ю.И.), НИИ механики МГУ (рук. акад. РАН Горячева И.Г.).

Публикации. Содержание диссертационной работы практически в полном объеме опубликовано в 22 статьях (общим объёмом 248 с.) в рецензируемых журналах, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus, RSCI. Всего автором опубликовано в открытой печати 33 работы по теме диссертации, их список приведен в конце автореферата.

В журнальных статьях, выполненных в соавторстве, соискателю принадлежат:
в [2] – определяющие соотношения, постановка начально-краевой задачи;
в [6, 7] – определяющие соотношения, решение краевой задачи в осесимметричной постановке и его анализ;

в [11] – определяющие соотношения, анализ результатов решения задачи;

в [15-20] – система уравнений деформирования в неподвижных главных осях, критерий разрушения, алгоритм идентификации модели, обработка экспериментальных данных и верификация теории, программная реализация и анализ результатов решения краевых задач, метод учета влияния концентрации НДС.

Личный вклад автора. Основные результаты диссертации получены автором самостоятельно (§§ 1.1-1.3; главы 2 и 3, кроме подпараграфов 2.2.2 и 2.3.4) и частично в соавторстве (§§ 1.4-1.6 – с Д.Л. Быковым, Д.Н. Коноваловым, А.В. Казаковым, В.П. Мельниковым, Д.Н. Садовничим, В.Э. Апетьяном; подпараграфы 2.2.2 и 2.3.4 – с Д.Л. Быковым, Д.Н. Коноваловым). Все вынесенные на защиту положения получены лично соискателем.

Поддержка и благодарности. Основные разделы работы в 1986-2018 гг. выполнялись в соответствии с тематическими планами НИР отделения прочности ЦНИИ машиностроения. В период 1995-2012 гг. часть работ выполнялась при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 95-01-01212, 97-01-00629, 99-01-00316, 01-01-00084, 03-01-00667, 05-01-00598, 07-01-00434, 09-01-00210, 11-01-00345).

Автор выражает искреннюю благодарность Д.Л. Быкову, Д.Н. Коновалову, А.В. Казакову, В.П. Мельникову, под руководством которых ему посчастливилось работать многие годы.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка литературы, списка обозначений, трёх приложений (объём основной части диссертации – 297 страниц, общий объём диссертации – 413 страниц) и содержит 137 рисунков, 6 таблиц, 388 библиографических ссылок.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновывается актуальность темы, формулируются цели диссертационной работы, перечисляются полученные новые результаты и выносимые на защиту положения, описывается структура диссертации.

Глава 1 (изложена в статьях [15-20]) посвящена математическому моделированию механического поведения высоконаполненных полимерных материалов (ВНПМ), а также теоретическому определению НДС и запасов прочности элементов конструкций из таких материалов. ВНПМ представляют собой композиты из мягкого полимерного связующего и дисперсных твердых частиц (разного размера), занимающих несколько десятков процентов по объёму. В процессе деформирования в таких материалах возникают и растут многочисленные направленные адгезионные и когезионные микродефекты (локальные отслоения и разрывы), что обуславливает сильную нелинейность зависимости напряжений от деформаций, значительную дилатацию («разрыхление» материала), связанность сдвиговых и объемных свойств; при этом напряжения и поврежденность зависят не только от инвариантов деформаций, но и от их предисторий, от изменений ориентации главных осей деформаций, от внешних условий (температуры, давления) во время нагружения. Кроме того, механические свойства ВНПМ сильно зависят от возраста материала и внешних условий (температуры, химического состава окружающей среды) при его хранении. Перечисленные сложности объясняют отставание теорий механического поведения таких материалов от высоких практических требований даже для относительно простых частных классов нагружений.

Математическая модель механического поведения ВНПМ строится на основе девиаторного соотношения нелинейной эндохронной теории стареющих вязкоупругих материалов (НЭТСВУМ) Д.Л. Быкова. В случае одноосного растяжения связь между S_1 и \mathcal{E}_1 в произвольный момент времени t принимается в виде:

$$S_1^*(t) = \frac{S_1(t)}{\varphi[t]} = \int_0^t R(t_*(t) - t_*(\tau)) d\mathcal{E}_1(\tau), \quad R(t) = \sum_{n=1}^N R_n \exp(-t/\tau_n) + R_\infty \quad (1)$$

Используются обозначения: $S_\alpha = \sigma_\alpha - \hat{\sigma}i_\alpha$ и $\mathcal{E}_\alpha = \varepsilon_\alpha - \Theta i_\alpha / 3$ – компоненты девиаторов главных истинных напряжений σ_α и логарифмических деформаций ε_α ($\alpha = 1, 2, 3$); $\hat{\sigma} = \sigma_\alpha i_\alpha / 3$ и $\Theta = \varepsilon_\alpha i_\alpha$ – среднее напряжение и объемная деформация ($i_\alpha = 1$, по повторяющемуся индексу производится суммирование);

$t_*(t) = \int_0^t f[\tau] d\tau$ – приведенное (внутреннее) время; $\sigma_\alpha^* = \sigma_\alpha / \varphi$ – приведенные на-

пряжения; f и φ – материальные функции эндохронности и старения (в общем случае функционалы процесса); $R(t)$ – функция сдвиговой релаксации. Функции f , φ могут зависеть от инвариантов текущих деформаций и напряжений, их скоростей и максимальных предшествующих значений, поврежденности, физико-химических параметров и т.д. Выбор аргументов функций f и φ , а также вида уравнений для описания поврежденности и объёмной деформации связан с кругом рассматриваемых процессов и внешними условиями их протекания.

На основе экспериментальных данных (опубликованных в работах R.A. Sharpey, S. Ozurek, G.D. Jung с соавторами, а также в статье [20] *) о механическом поведении четырёх ВНПМ (смесевых твёрдых ракетных топлив и их инертных имитаторов, объёмная доля наполнителя 50-76 %) при одноосном растяжении в нормальных баротермических условиях, предложена базовая математическая модель, в которой соотношение (1) конкретизировано и дополнено следующими уравнениями:

$$\frac{dt_*}{dt} = \gamma(\omega) + [1 - \gamma(\omega)]f_1(e_u) \quad (2)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \begin{cases} e_u / b_0, & \text{если } \chi = 1 \\ 0, & \text{если } \chi < 1 \end{cases}, \quad \omega(0) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \begin{cases} e_u / \varepsilon_u^{(F)}(e_u), & \text{если } \chi = 1 \\ 0, & \text{если } \chi < 1 \end{cases}, \quad \Omega(0) = 0, \quad \Omega(t^{(F)}) = 1 \quad (4)$$

$$\varphi = [1 - \varphi_1(\omega)][1 - \varphi_P(\chi)] \quad (5)$$

$$\Theta = \psi_1(\omega)\sigma_u^* \quad (6)$$

где $\sigma_u = (3S_\alpha S_\alpha / 2)^{1/2}$, $\varepsilon_u = (2\mathcal{E}_\alpha \mathcal{E}_\alpha / 3)^{1/2}$, $e_u = (2\dot{\mathcal{E}}_\alpha \dot{\mathcal{E}}_\alpha / 3)^{1/2}$ – интенсивности истинных напряжений, логарифмических деформаций и скоростей логарифмических деформаций (точка сверху обозначает производную по t); ω – параметр поврежденности; $\gamma(\omega)$ – функция универсального (не зависящего от материала) ви-

*) Эксперименты [20] поставлены В.П. Мельниковым.

да, при малых ω равная 1; Ω – параметр разрушения; $\varepsilon_u^{(F)}(e_u)$ – материальная функция, имеющая смысл интенсивности деформаций в момент разрушения в активном процессе, проходящем при $e_u = \text{const}$; $b_0 = \varepsilon_u^{(F)}(e_u^{(0)})$, $e_u^{(0)} = \text{const}$ – некоторое значение e_u , выбранное в качестве «опорного»; $\chi = \varepsilon_u / \varepsilon_u^{(M)}$ – параметр активности деформирования, $\varepsilon_u^{(M)}(t) = \max_{\tau \in [0; t]} \varepsilon_u(\tau)$ – достигнутый максимум интенсивности деформаций; $f_1(e_u)$, $\phi_1(\omega)$, $\phi_P(\chi)$, $\psi_1(\omega)$ – материальные функции.

Параметр Ω (4) не входит в остальные уравнения модели и служит исключительно для определения момента разрушения $t = t^{(F)}$: условие $\Omega(t^{(F)}) = 1$ является критерием разрушения. Для процессов пропорционального изменения компонент девиатора деформации (в частности, процессов одноосного растяжения) уравнение (4) можно записать в виде $\Omega(t) = \int_0^t \frac{H(\chi - 1) d\varepsilon_u}{\varepsilon_u^{(F)}(e_u)}$, т.е. $\Omega(t)$ имеет смысл суммы парциальных приращений интенсивности деформаций на активных ($\chi = 1$) участках процесса (ср. с интегралом Бейли как суммой парциальных долговечностей).

Далее базовая модель (1)-(6) обобщается для учета влияния внешних условий нагружения (гидростатического давления, температуры), структурного состояния материала (низкотемпературного и возрастного охрупчивания, пористости), типа нагружения (изменений направления оси растяжения, отдыха) – на основе результатов соответствующих опытов, с проведением идентификации и верификации. Влияние гидростатического давления учитывается умножением каждой из функций $f_1(e_u)$, $\varepsilon_u^{(F)}(e_u)$, $\phi_1(\omega)$, $\psi_1(\omega)$ на соответствующий коэффициент, имеющий вид материальной функции от параметра $\xi = \hat{\sigma} / \sigma_u$. Влияние температуры учитывается с помощью температурно-временной аналогии и умножения каждой из функций $f_1(e_u)$, $\varepsilon_u^{(F)}(e_u)$, $\psi_1(\omega)$ на соответствующий коэффициент, имеющий вид материальной функции от температуры T . Кроме того, уточнено уравнение для объемной деформации: дилатация (6) (разрыхление, связанное с поврежденностью) аддитивно дополнена термической и упругой составляющими (с учетом начальной пористости). В итоге уравнения (2)-(6) обобщены следующим образом:

$$\frac{dt_*}{dt} = \frac{\gamma(\omega) + [1 - \gamma(\omega)]f_1(e_u)f_2(\xi)f_3(T)}{a_T(T)} \quad (7)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \begin{cases} e_u / [b_0 g_2(\xi)], & \text{если } \chi = 1 \\ 0, & \text{если } \chi < 1 \end{cases}, \quad \omega(0) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \begin{cases} e_u / [b_0 g_1(e_u)g_2(\xi)g_3(T)], & \text{если } \chi = 1 \\ 0, & \text{если } \chi < 1 \end{cases}, \quad \Omega(0) = 0, \quad \Omega(t^{(F)}) = 1 \quad (9)$$

$$\varphi = [1 - \varphi_1(\omega)\varphi_2(\xi)][1 - \varphi_P(\chi)] \quad (10)$$

$$\hat{\sigma} = K(\hat{\sigma}) \left\{ \Theta - 3 \ln[1 + \alpha_T(T - T_e)] - \psi_1(\omega)\psi_2(\xi)\psi_3(T)\sigma_u^* \right\} + \sigma_c(\hat{\sigma}) \quad (11)$$

Здесь $a_T(T)$ – функция температурно-временного смещения, α_T – коэффициент линейного термического расширения, T и T_e – актуальная и равновесная температуры, $K(\hat{\sigma})$ и $\sigma_c(\hat{\sigma})$ – кусочно-постоянные коэффициенты трехзвенной аппроксимации зависимости $\hat{\sigma} \sim \Theta$ при малых Θ для материала с малой начальной пористостью ρ_0 : $\{ K(\hat{\sigma}) = K_+, \sigma_c(\hat{\sigma}) = 0, \text{ если } \hat{\sigma} \geq 0; K(\hat{\sigma}) = K_-, \sigma_c(\hat{\sigma}) = 0, \text{ если } -K_- \rho_0 \leq \hat{\sigma} \leq 0; K(\hat{\sigma}) = K_c, \sigma_c(\hat{\sigma}) = (K_c - K_-)\rho_0, \text{ если } \hat{\sigma} \leq -K_- \rho_0 \}$, $K_+ \leq K_- \ll K_c$.

Модель (1), (7)-(11) имеет иерархическую структуру и строится путём последовательного обобщения на следующие классы процессов нагружения: 1) одноосное растяжение в нормальных баротермических условиях; 2) одноосное растяжение с наложением гидростатического давления при нормальной температуре или при нормальном давлении и произвольной температуре; 3) одноосное растяжение в произвольных баротермических условиях. Каждый уровень модели 1)-3) является самостоятельной (полностью определенной) теорией, предназначенной для своего класса нагружений, и используется без изменения при его обобщении до следующего уровня модели, что кардинально упрощает её идентификацию. Аппроксимации всех материальных функций модели указаны с точностью до констант.

Процедура идентификации модели (1), (7)-(11) (после стандартного определения функции релаксации $R(t)$ и параметров K_-, K_c, ρ_0 зависимости $\hat{\sigma} \sim \Theta$ при гидростатическом сжатии) детально описана и проста в реализации – определяемые материальные функции содержат 1-3 константы, которые находятся последовательно (несвязанно) по результатам стандартных опытов на одноосное растяжение при постоянных значениях скорости технической деформации растяжения

$\tilde{\varepsilon}_{11}$, гидростатического давления p и температуры T (по 2-3 уровня указанных параметров из их предполагаемых в приложениях диапазонов, каждое нагружение до разрушения, в один из опытов включена промежуточная полная разгрузка).

Верификация модели (1), (7)-(11) проведена на экспериментальных данных (источники указаны на с. 11) для четырёх ВНПМ при одноосном растяжении по более, чем 100 программам изменения деформации, гидростатического давления и температуры; некоторые из результатов верификации показаны на рис. 1-3.

В случае очень низких температур (-40°C и ниже), при которых ВНПМ данного типа подвержены охрупчиванию из-за частичной кристаллизации связующего, предложена более сложная, чем в (7)-(9), зависимость величин \dot{t}_* , $\dot{\omega}$, $\dot{\Omega}$ от T .

Для описания процессов нагружения с длительными отдыхами и сменой направления оси растяжения предложена модификация модели, основанная на представлении об образовании при отдыхе вторичных связей (на месте отслоений твердых частиц от связующего, полученных при активном нагружении) и на использовании векторного параметра анизотропной деградации ВНПМ.

Уравнения (1), (11), записанные в дифференциальном виде, обобщены до следующего тензорного соотношения ^{*)}:

$$\begin{aligned} [\boldsymbol{\sigma}(t)]^{\nabla J} = & \dot{\phi}[t]\mathbf{S}(t)/\phi[t] + \phi[t] \left\{ R_0 \text{dev}(\mathbf{D}(t)) - f_*[t] \sum_{n=1}^N R_n \boldsymbol{\Xi}^{(n)}(t) / \tau_n \right\} + \\ & + K[t] \{ \text{tr}(\mathbf{D}(t)) - \dot{\Theta}_T(t) - \dot{\Theta}_D[t] \} \mathbf{I} + (\dot{K}[t] + \dot{\sigma}_c[t]) \mathbf{I} \end{aligned} \quad (12)$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор истинных напряжений, $\mathbf{S} = \text{dev}(\boldsymbol{\sigma})$, $\text{dev}(\mathbf{A}) = \mathbf{A} - \text{tr}(\mathbf{A})/3$ – девиатор тензора \mathbf{A} , $\text{tr}(\mathbf{A})$ – след тензора \mathbf{A} , $[\mathbf{A}(t)]^{\nabla J}$ – материальная скорость Яуманна изменения тензора $\mathbf{A}(t)$, \mathbf{D} – тензор скоростей деформаций, \mathbf{I} – единичный тензор, $R_0 = R_1 + R_2 + \dots + R_N + R_\infty$, $\Theta_T(t) = 3 \ln[1 + \alpha_T(T(t) - T_e)]$, $\Theta_D[t] = \psi[t] \sigma_u^*(t)$, $\boldsymbol{\Xi}^{(n)}(t)$ – тензорные параметры процесса, изменяющиеся согласно уравнению

$$[\boldsymbol{\Xi}^{(n)}(t)]^{\nabla J} = -f_*[t] \boldsymbol{\Xi}^{(n)}(t) / \tau_n + \text{dev}(\mathbf{D}(t)), \quad \boldsymbol{\Xi}^{(n)}(0) = \mathbf{0} \quad (13)$$

Под $\phi[t]$, $f_*[t]$, $K[t]$, $\sigma_c[t]$, $\psi[t]$ понимаются значения правых частей (10), (7) и функций $K(\hat{\sigma})$, $\sigma_c(\hat{\sigma})$, $\psi_1(\omega)\psi_2(\xi)\psi_3(T)$ в момент t .

^{*)} Метод тензорного обобщения соотношения (1) в дифференциальном и инкрементальном видах с учетом конечности деформаций разработан Д.Н. Коноваловым.

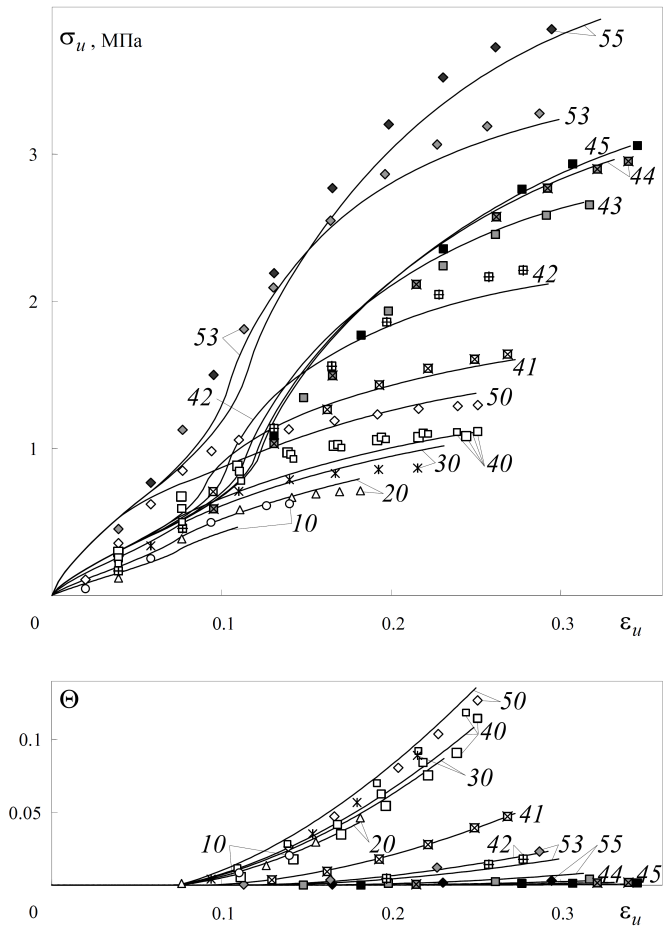


Рис. 1. Экспериментальные точки [S.Ozuprek (1997)] и теоретические линии для программ одноосного растяжения $\{\tilde{\epsilon}_{11} = v_i, p = p_j\}$ (№ программы – ij): $v_1 = 0.1v_2 = 0.02v_3 = 0.01v_4 = 0.001v_5 = 0.00714 \text{ мин}^{-1}$, $p_0 = 0$, $p_1 = 0.4p_2 = 0.2p_3 = 0.125p_4 = 0.1p_5 = 0.69 \text{ МПа}$.

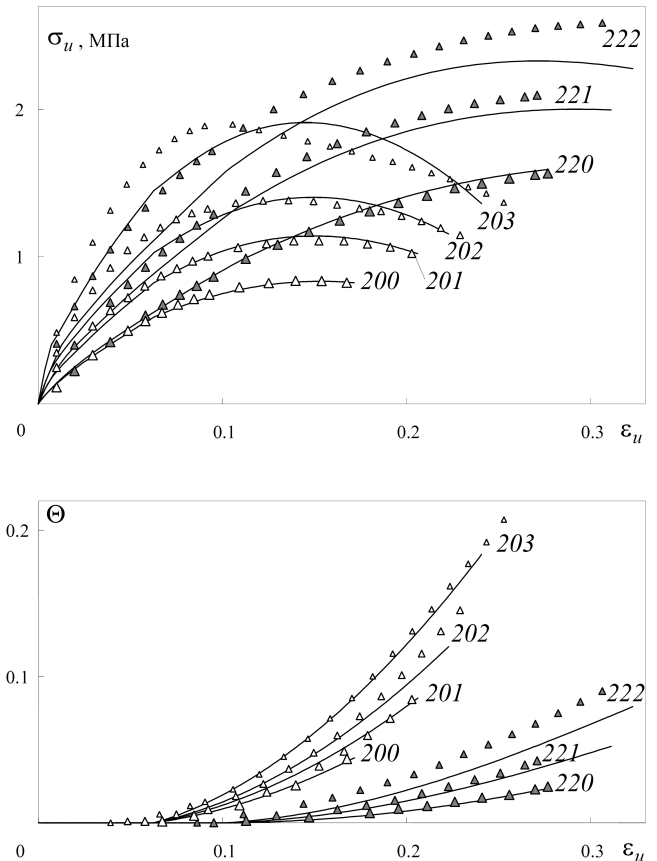


Рис. 2. Экспериментальные точки [S.W. Park, R.A. Scharpy (1997)] и теоретические линии для программ одноосного растяжения $\{\tilde{\epsilon}_{11} = v_2, p = p_j, T = T_k\}$ (№ программы – $2jk$): $v_2 = 0.36 \text{ мин}^{-1}$, $p_0 = 0$, $p_2 = 1.38 \text{ МПа}$, $T_0 = T_1 + 35 = T_2 + 50 = T_3 + 65 = 25 \text{ [}^\circ\text{C]}$.

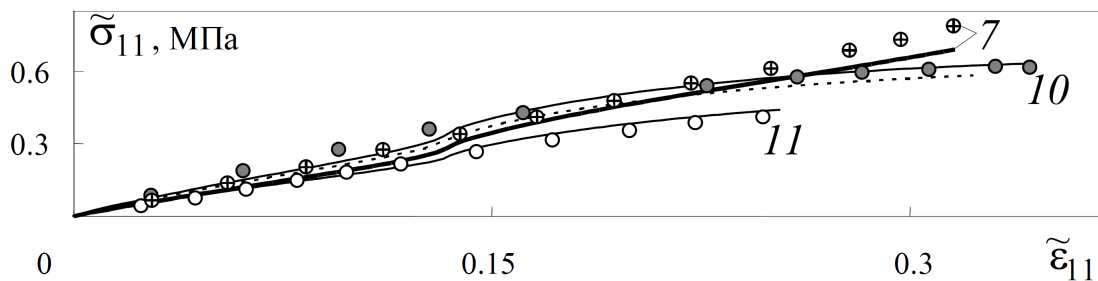


Рис. 3. Экспериментальные точки [G.D. Jung, S.K. Youn (1999)] и теоретические линии для программы 7 $\{\tilde{\epsilon}_{11} = v_1 = 0.005 \text{ мин}^{-1}, T(t) = T_1 + wt, T_1 = 60 \text{ }^\circ\text{C}, w = -1 \text{ }^\circ\text{C/мин}\}$, а также для программ 10 $\{\tilde{\epsilon}_{11} = v_1, T = T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}\}$ и 11 ($\tilde{\epsilon}_{11} = v_1, T = T_1$); пунктир – теоретическая линия для программы $\{\tilde{\epsilon}_{11} = v_1, T = T_{\text{cp}}^{(7)} = 28 \text{ }^\circ\text{C}\}$.

Для практических расчетов предложено инкрементальное тензорное соотношение в виде явной разностной схемы:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}(t + \Delta t) = & \tilde{\varphi}(t, \Delta t) \mathbf{R}_t(t + \Delta t) \tilde{\mathbf{S}}(t, \Delta t_*) \mathbf{R}_t^\top(t + \Delta t) + \tilde{\varphi}(t, \Delta t) \tilde{R}(\Delta t_*) \Delta \mathfrak{E} + \\ & + \tilde{K}(t, \Delta t) [\Theta(t) + \Delta \Theta - \tilde{\Theta}(t, \Delta t)] \mathbf{I} \end{aligned} \quad (14)$$

где использованы следующие обозначения:

$$\tilde{\mathbf{S}}(t, \Delta t_*) = \sum_{n=1}^{N+1} R_n \exp(-\Delta t_* / \tau_n) \mathfrak{E}^{(n)}(t), \quad \tilde{R}(\Delta t_*) = \sum_{n=1}^{N+1} R_n F(\Delta t_* / \tau_n) \quad (15)$$

$$\mathfrak{E}^{(n)}(t + \Delta t) = \exp(-\Delta t_* / \tau_n) \mathbf{R}_t(t + \Delta t) \mathfrak{E}^{(n)}(t) \mathbf{R}_t^\top(t + \Delta t) + F(\Delta t_* / \tau_n) \Delta \mathfrak{E} \quad (16)$$

$$\Delta \mathfrak{E} = \text{dev}(\Delta \boldsymbol{\varepsilon}), \quad \Delta \Theta = \text{tr}(\Delta \boldsymbol{\varepsilon}), \quad \Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \ln \mathbf{V}_t(t + \Delta t), \quad F(x) = [1 - \exp(-x)] / x$$

$$\Delta t_* = f_*(\omega(t) + \Delta \omega / 2, e_u(t - \Delta t / 2), \xi(t), T(t + \Delta t / 2)) \Delta t$$

$$\Delta \omega = \dot{\omega}(e_u(t - \Delta t / 2), \xi(t), \chi(t), T(t + \Delta t / 2)) \Delta t$$

$$\tilde{\varphi}(t, \Delta t) = \varphi(\omega(t) + \Delta \omega, \xi(t), \chi(t)); \quad \tilde{\tilde{\varphi}}(t, \Delta t) = \tilde{\varphi}(t, \Delta t) + \chi(t) \partial \varphi / \partial \chi$$

$$\tilde{\Theta}(t, \Delta t) = \Theta_T(t + \Delta t) + \{\tilde{\psi}(t, \Delta t) - \xi(t) \partial \psi / \partial \xi\} \sigma_u(t) / \tilde{\varphi}(t, \Delta t) - \sigma_c(\hat{\sigma}(t)) / K(\hat{\sigma}(t))$$

$$\tilde{\psi}(t, \Delta t) = \psi(\omega(t) + \Delta \omega, \xi(t), T(t + \Delta t)); \quad \tilde{K}(t, \Delta t) = 1 / [1 / K(\hat{\sigma}(t)) + (\partial \psi / \partial \xi) / \tilde{\varphi}(t, \Delta t)]$$

$\mathbf{V}_t(t + \Delta t)$ и $\mathbf{R}_t(t + \Delta t)$ – левый тензор относительного растяжения и тензор относительного поворота конфигурации в момент $t + \Delta t$ (относительно конфигурации в момент t). Скалярные параметры χ , e_u (аргументы функций f_1 , g_1 , φ_P) определены как $\chi(t) = u(\boldsymbol{\varepsilon}(t)) / \max_{\tau \in [0; t]} u(\boldsymbol{\varepsilon}(\tau))$, $e_u(t + \Delta t / 2) = u(\ln \mathbf{V}_t(t + \Delta t) / \Delta t)$, где $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ – тензор интегральной деформации, задаваемый инкрементальным соотношением

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t + \Delta t) = \mathbf{R}_t(t + \Delta t) \boldsymbol{\varepsilon}(t) \mathbf{R}_t^\top(t + \Delta t) + \ln \mathbf{V}_t(t + \Delta t) \quad (17)$$

$u(\mathbf{A}) = \sqrt{2 \text{tr}(\mathbf{A}^2) / 3 - 2 [\text{tr}(\mathbf{A})]^2 / 9}$ – скалярная функция тензорного аргумента, соответствующая интенсивности деформаций. Объективность тензорных соотношений (12)-(17) следует из объективности тензоров $\boldsymbol{\sigma}$, \mathbf{D} , \mathbf{I} , $\mathbf{V}_t(t + \Delta t)$, $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\mathfrak{E}^{(n)}$.

Тензор касательных модулей (материальный якобиан), характеризующий линейную связь $[\delta_o \boldsymbol{\sigma}(t + \Delta t)]_{ij} = c_{ijpq} [\delta \boldsymbol{\varepsilon}]_{pq}$ между объективной частью возмущения напряжений $\delta_o \boldsymbol{\sigma}$ и деформацией $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ от возмущения текущей конфигурации, для соотношения (14) формально совпадает с тензором жесткости линейно-упругого материала с объёмным модулем $\tilde{K}(t, \Delta t)$ и сдвиговым модулем $\tilde{\varphi}(t, \Delta t) \tilde{R}(\Delta t_*) / 2$:

$$c_{ijpq} = [\tilde{K}(t, \Delta t) - \tilde{\varphi}(t, \Delta t)\tilde{R}(\Delta t_*)/3]\delta_{ij}\delta_{pq} + \tilde{\varphi}(t, \Delta t)\tilde{R}(\Delta t_*)(\delta_{ip}\delta_{jq} + \delta_{iq}\delta_{jp})/2 \quad (18)$$

Вычисление компонент тензора истинных напряжений (14), материального якобиана (18) и параметров состояния e_u , χ , ω , Ω , $\mathfrak{E}^{(n)}$ в конце текущего шага (при $t = t + \Delta t$) по заданным компонентам тензоров $\ln \mathbf{V}_t(t + \Delta t)$, $\mathbf{R}_t(t + \Delta t)$ и известным скалярным и тензорным параметрам состояния (в момент t начала текущего шага) реализовано в виде подпрограммы UMAT, которая входит в программный комплекс ABAQUS (для МКЭ-расчетов) и предназначается для задания нестандартных моделей механического поведения материалов.

Модель (12), (13), (7)-(11) вместе с математическим аппаратом для решения начально-краевых задач названа прикладной теорией деформирования и разрушения высоконаполненных полимерных материалов (сокращенно ПТДиР ВНПМ).

Указан класс нагружений, для которых предназначена ПТДиР ВНПМ – это процессы, состоящие из нескольких этапов следующего типа: на каждом этапе сдвиговые деформации изменяются приблизительно пропорционально, в конце этапа – разгрузка и, возможно, отдых; при этом в ходе всего процесса интенсивность скоростей деформаций, гидростатическое давление и температура могут изменяться в определенных пределах, диктуемых практическими потребностями; деформации могут быть умеренно большими (несколько десятков процентов); процесс деформирования может продолжаться вплоть до разрушения.

Приведены результаты численного решения – МКЭ с использованием ПТДиР ВНПМ – нескольких модельных (имеющих отношение к расчету прочности реальных конструкций) начально-краевых задач квазистатического активного нагружения: А) поперечное растяжение длинной пластины – сплошной (А1) или с центральным отверстием (А2); Б) диаметрально сжатие диска между жесткими плитами; В) растяжение тонкого диска вдоль оси симметрии; Г) квазистатическое и Д) ударное сжатие цилиндра вдоль оси симметрии. Дано сравнение с результатами экспериментов, соответствующих задачам А), Б), Г), Д), которое демонстрирует возможность применения ПТДиР ВНПМ (в полном объеме – вплоть до момента локального разрушения) в условиях двухосного растяжения (по главным напряжениям), а в случае одного доминирующего сжимающего главного напряжения при двух (равных или неравных) растягивающих главных деформациях

– с определенным ограничением сверху по величине интенсивности деформаций (впрочем, при указанном типе НДС этого диапазона деформаций обычно достаточно для практических задач). Численный «эксперимент» (решение задачи В) показывает принципиальную возможность применения ПТДиР ВНПМ в условиях трехосного неравного растяжения (по главным напряжениям). Некоторые из результатов решения задач А1, Б, В, Д представлены на рис. 4-7.

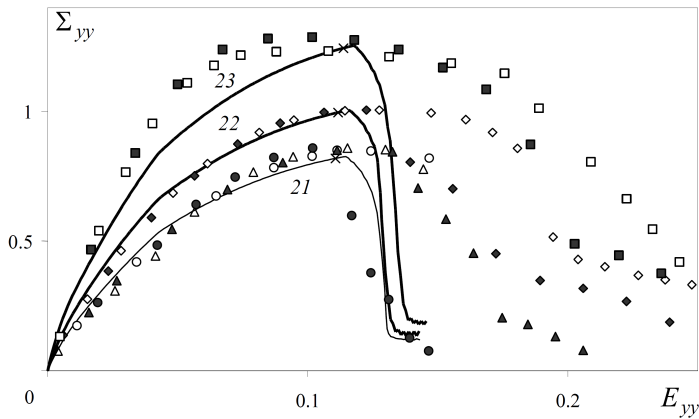


Рис. 4. Экспериментальные точки [К. На, R.A. Scharerу (1998)] и теоретические линии для задачи А1 при $\dot{E}_{yy} = 0.1, 1, 10 \text{ мин}^{-1}$ (программы 21, 22, 23 соответственно): Σ_{yy}, E_{yy} – «средние» растягивающие напряжение и деформация; крестом отмечен момент $t = t^{(F)}$.

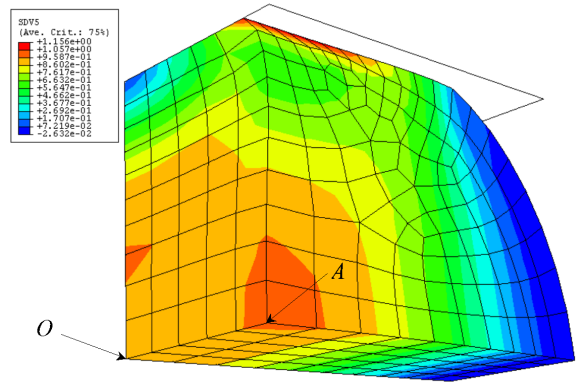


Рис. 5. Расчетное поле параметра разрушения Ω в момент $t = t^{(F)}$ в задаче Б; показана 1/8 часть диска, точка O – центр диска, $\Omega(t^{(F)}) = 1$ в точке A .

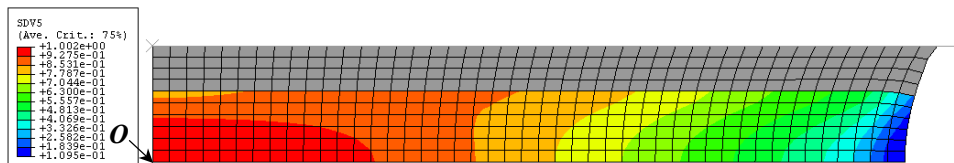


Рис. 6. Расчетное поле параметра разрушения Ω в момент $t = t^{(F)}$ в задаче Б; показана 1/4 часть диаметрального сечения диска, точка O – центр диска; однородно окрашенный верхний слой – линейно-упругая прокладка.

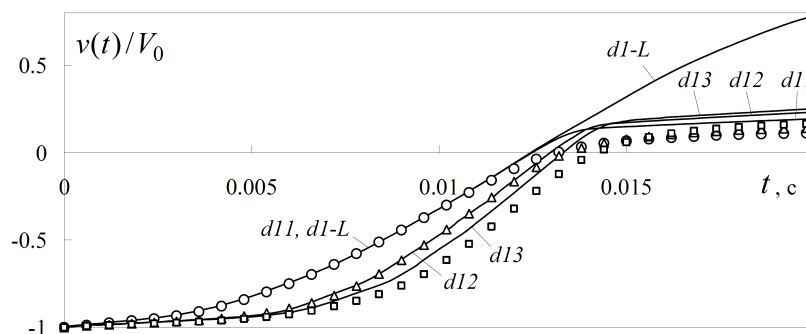


Рис. 7. Изменение скорости сжатия цилиндра $d1$ при первом, втором, третьем ударах (задача Д): кружки, треугольники, квадраты – опыты [20]; линии – результаты расчетов: $d11, d12, d13$ – первого, второго, третьего нагружений по ПТДиР ВНПМ, $d1-L$ – всех трех нагружений по линейной теории вязкоупругости.

В главе 2 разработаны частные (специализированные) варианты теории упругопластических процессов для трёх основных классов нагружений, принадлежащих к следующим типам: активному, пассивному или повторному.

В §2.1 (материалы статей [1, 3, 4, 21, 22]) предложена теория упругопластических процессов активного – в смысле неотрицательности мощности сдвигов – сложного нагружения (с возможной заключительной разгрузкой) начально изотропных металлических материалов при малых деформациях. Рассмотрим векторы σ и ε (в пятимерных изображающих пространствах А.А. Ильюшина Σ_5 и Θ_5), образованные из девиаторов напряжений и деформаций S_{ij} , Θ_{ij} :

$$\sigma_1 = 3S_{11}/2; \quad \sigma_2 = \sqrt{3}(S_{22} + S_{11}/2); \quad \sigma_3 = \sqrt{3}S_{12}; \quad \sigma_4 = \sqrt{3}S_{13}; \quad \sigma_5 = \sqrt{3}S_{23} \quad (19)$$

$$\varepsilon_1 = \Theta_{11}; \quad \varepsilon_2 = (2\Theta_{22} + \Theta_{11})/\sqrt{3}; \quad \varepsilon_3 = 2\Theta_{12}/\sqrt{3}; \quad \varepsilon_4 = 2\Theta_{13}/\sqrt{3}; \quad \varepsilon_5 = 2\Theta_{23}/\sqrt{3} \quad (20)$$

В предложенной теории векторы σ и ε связаны трехчленным дифференциально-нелинейным соотношением

$$d\sigma/ds = Nd\varepsilon/ds - [N \cos \vartheta - d\sigma/ds]\sigma/\sigma, \quad N = g(\sigma), \quad d\sigma/ds = f(\vartheta, \sigma, s, \varepsilon) \quad (21)$$

где $\sigma = |\sigma|$; $\varepsilon = |\varepsilon|$; $ds = |d\varepsilon|$; $\vartheta = \arccos(\sigma/\sigma \cdot d\varepsilon/ds)$ – угол между σ и $d\varepsilon$; s – длина дуги траектории деформации $\varepsilon(s)$; $g(\sigma)$ и $f(\vartheta, \sigma, s, \varepsilon)$ – функции материала. Запись соотношения (21) в девиаторном виде:

$$dS_{ij}/ds = \{g(\sigma)d\Theta_{ij}/ds - [g(\sigma)\cos\vartheta - f(\vartheta, \sigma, s, \varepsilon)]S_{ij}/\sigma\} \cdot 2/3 \quad (22)$$

где $\sigma = \sqrt{3S_{kl}S_{kl}/2} = \sigma_u$ – интенсивность напряжений, $\varepsilon = \sqrt{2\Theta_{kl}\Theta_{kl}/3} = \varepsilon_u$ – интенсивность деформаций, $ds = \sqrt{2d\Theta_{kl}d\Theta_{kl}/3}$, $\vartheta = \arccos(S_{kl}d\Theta_{kl}/\sigma/ds)$. Изменение объема считается линейно-упругим:

$$\sigma_{mm} = 3K\varepsilon_{mm} \quad (23)$$

Получены условия на материальные функции $g(\sigma)$ и $f(\vartheta, \sigma, s, \varepsilon)$, обеспечивающие взаимнооднозначное и непрерывное соответствие между кусочно гладкими траекториями деформации $\varepsilon(t)$ и нагружения $\sigma(t)$ для соотношения (21) и математическую корректность постановки начально-краевой задачи для определяющих соотношений (22), (23) (существование и единственность обобщенного – по «энергетической» норме – решения, его непрерывную зависимость от внешних нагрузок). Для этого функции g и f , ограниченные и непрерывные вместе со

своими первыми производными ^{*)}, должны удовлетворять неравенствам

$$\chi(\vartheta, \sigma, s, \varepsilon) \equiv g(\sigma) \sin^2 \vartheta + f(\vartheta, \sigma, s, \varepsilon) \cos \vartheta \geq 3G\mu = \text{const} > 0 \quad (24)$$

$$\varphi(\vartheta, \sigma, s, \varepsilon) \equiv g(\sigma) \cos \vartheta - f(\vartheta, \sigma, s, \varepsilon) \geq 0 \quad (25)$$

$$2\sqrt{\chi(\vartheta_1, \sigma, s, \varepsilon) - 3G\mu} \cdot \sqrt{\chi(\vartheta_2, \sigma, s, \varepsilon) - 3G\mu} - \\ - 2[g(\sigma) - 3G\mu] \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) + \varphi(\vartheta_1, \sigma, s, \varepsilon) \cos \vartheta_2 + \varphi(\vartheta_2, \sigma, s, \varepsilon) \cos \vartheta_1 \geq 0 \quad (26)$$

$$|\varphi(\vartheta_1, \sigma, s, \varepsilon) - \varphi(\vartheta_2, \sigma, s, \varepsilon)| \leq M_0 |\vartheta_1 - \vartheta_2|, \quad M_0 = \text{const} \quad (27)$$

Условие (24) выражает требование устойчивости материала в смысле положительности работы приращений напряжений на приращениях деформаций:

$$(d\sigma \cdot d\varepsilon) = \chi(\vartheta, \sigma, s, \varepsilon) |d\varepsilon|^2 \geq 3G\mu |d\varepsilon|^2 > 0. \quad \text{В частности, при простом нагружении}$$

$\vartheta = 0$, $ds = d\varepsilon$, $\sigma = \Phi(\varepsilon)$, $d\sigma/d\varepsilon = f(0, \Phi(\varepsilon), \varepsilon, \varepsilon) = \Phi'(\varepsilon) \geq 3G\mu = \text{const} > 0$, т.е. материал должен иметь строго положительный касательный модуль при простом нагружении ^{**)};

с другой стороны, условие ограниченности функции f ограничивает касательный модуль сверху. Условие (25) является близким к неравенству

$$f(\vartheta, \sigma, s, \varepsilon) \leq 3G_u \cos \vartheta \quad (G_u - \text{модуль сдвига материала при разгрузке), обеспечивающему выполнение термодинамического требования неотрицательности мощности диссипации:}$$

$$\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{(P)} = \sigma \cdot [d\varepsilon - d\sigma / (3G_u)] = [\cos \vartheta - f(\vartheta, \sigma, s, \varepsilon) / (3G_u)] \sigma |d\varepsilon| \geq 0.$$

При численном решении начально-краевых задач предложенной теории можно использовать явную пошаговую схему:

$$\sigma_{ij}(t_{n+1}) = \sigma_{ij}(t_n) + K[\varepsilon_{mm}(t_{n+1}) - \varepsilon_{mm}(t_n)]\delta_{ij} + \{g(\sigma(t_n))[\varepsilon_{ij}(t_{n+1}) - \varepsilon_{ij}(t_n)] - \\ - \varphi(\vartheta(t_{n-1}), \sigma(t_n), s(t_n), \varepsilon(t_n))\dot{s}(t_{n-1})(t_{n+1} - t_n)S_{ij}(t_n) / \sigma(t_n)\} \cdot 2/3 \quad (28)$$

Тогда на каждом временном шаге потребуется решить линейную (квазиупругую) краевую задачу. Материальный якобиан для схемы (28) формально совпадает с тензором жесткости изотропного линейно-упругого материала с объемным модулем K и сдвиговым модулем $g(\sigma)/3$. Пошаговая схема (28) формализована в ви-

^{*)} На практике часто используются кусочно-непрерывные и кусочно-гладкие аппроксимации материальных функций. Но малые окрестности разрывов и углов при необходимости можно заменить наклонными и скругленными участками.

^{**)} Если материал имеет площадку текучести, то при аппроксимации функции простого нагружения $\Phi(\varepsilon)$ участок текучести можно заменить на участок линейного упрочнения с достаточно малым положительным наклоном.

де подпрограммы UMAT в МКЭ-пакете ABAQUS, что позволяет проводить расчеты НДС конструкций с использованием определяющих соотношений (22), (23).

Конкретизированный вариант модели (в котором вид функций g , f указан с точностью до констант) содержит, помимо функции простого нагружения, четыре безразмерные константы пластичности материала, которые определяются (вычисляются по явным формулам) из опыта по двузвенной траектории деформации с ортогональным изломом. Найденные для четырех весьма различных металлических сплавов, эти константы не сильно отличаются от своих средних (по четырем материалам) значений. Последние приняты как универсальные в инженерном варианте модели, который, таким образом, требует только одного базового опыта – при простом нагружении (использование инженерного варианта оправдано в практических расчетах при отсутствии экспериментальных данных о свойствах материала при сложном нагружении). Если материал обладает свойством упрочнения при циклическом круговом деформировании, то модель содержит еще одну константу, определяемую из опыта по траектории деформации указанного вида (в инженерном варианте модели эффект циклического кругового упрочнения не учитывается, что накладывает определенное ограничение сверху на разность $s - \varepsilon$).

Проведена детальная проверка модели, в том числе её инженерного варианта, на имеющихся в литературе экспериментальных данных при активном сложном нагружении (с возможной заключительной разгрузкой) по траекториям деформации следующих типов: двух- и многозвенным с различными длинами звеньев и углами изломов, с плоскими криволинейными участками различной постоянной и переменной кривизны, с трехмерными винтовыми участками различной кривизны и крутки (в общей сложности более 80 программ деформации; материалы – мало- и среднеуглеродистые стали, латунь, нержавеющая сталь; примеры на рис. 8, 9 *).

*) Экспериментальные значения функционала N (21), а для трехмерных траекторий – также значения второго угла ориентации ζ и угла некомпланарности ψ , вычислялись по формулам: $N = (\Delta\sigma \cdot (\Delta\varepsilon - (\sigma/\sigma \cdot \Delta\varepsilon)\sigma/\sigma)) / (\Delta\varepsilon \cdot (\Delta\varepsilon - (\sigma/\sigma \cdot \Delta\varepsilon)\sigma/\sigma))$;

$\zeta = \arccos[(\sigma \cdot d^2\varepsilon / ds^2) / (\sigma | d^2\varepsilon / ds^2 |)]$; $\psi = \arccos\{(\Delta\sigma \cdot [\sigma \times \Delta\varepsilon]) / |\Delta\sigma| / |[\sigma \times \Delta\varepsilon]|\} - \pi/2$ (конечные разности – между двумя соседними экспериментальными точками, дифференцирование – по программной (точной) траектории деформации).

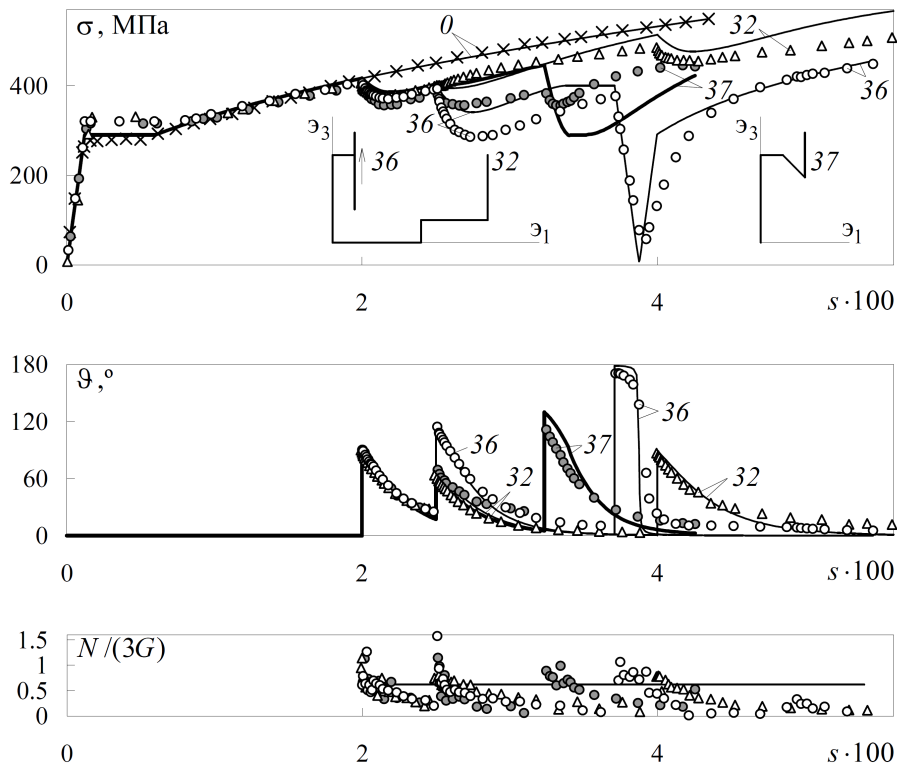


Рис. 8. Экспериментальные точки [В.Г.Зубчанинов, Д.Е.Иванов, А.В.Акимов (1993); сталь 40X] и теоретические линии для 4-звенных траекторий деформации (см. врезки); кресты и линия θ – зависимость $\sigma \sim s$ при простом нагружении.

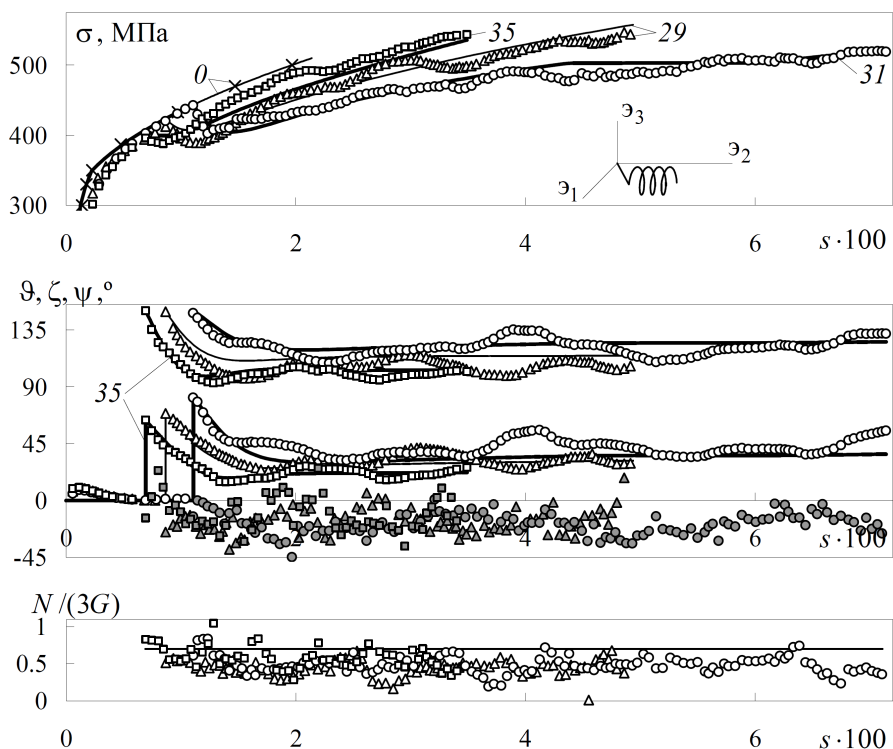


Рис. 9. Экспериментальные точки [А.С.Вавакин, Р.А.Васин, В.В.Викторов и др. (1986); сталь 45] и теоретические линии для винтовых траекторий деформации с кривизной $\kappa = 200$ и круткой $\tau = 400, 62, 60$ (программы 35, 29, 31 соответственно); зависимости $\zeta \sim s$ расположены выше $\vartheta \sim s$, значения угла ψ показаны серыми точками; кресты и линия θ – зависимость $\sigma \sim s$ при простом нагружении.

В §2.2 (статьи [5-7]) поставлен вопрос о важности учета нелинейности разгрузки в используемых в прикладных задачах определяющих соотношениях пластичности металлов. Рассматриваются процессы следующего вида: близкое к простому активное нагружение из начального изотропного состояния в пластическую область, разгрузка и продолжающая её (в близком направлении) нагрузка.

Предложены определяющие соотношения (конечного типа), учитывающие нелинейность связи интенсивностей напряжений и деформаций при разгрузке:

$$S_{ij} = \Phi_2(\rho, \varepsilon_0) \text{sign}(\varepsilon_0 - \rho) \varepsilon_{ij} / \varepsilon; \quad \sigma_{mn} = 3K\varepsilon_{mn} \quad (29)$$

где σ_{ij} , ε_{ij} , $\sigma_{ij}^{(0)}$, $\varepsilon_{ij}^{(0)}$ – напряжения и деформации в текущий момент и в момент начала разгрузки; $\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_{mn}\varepsilon_{mn}}$; $\varepsilon_0 = \sqrt{\varepsilon_{mn}^{(0)}\varepsilon_{mn}^{(0)}}$; $\rho = \sqrt{(\varepsilon_{mn} - \varepsilon_{mn}^{(0)})(\varepsilon_{mn} - \varepsilon_{mn}^{(0)})}$; $\Phi_2(\rho, \varepsilon_0)$ – универсальная функция материала, определяемая из серии опытов на однократно знакопеременное пропорциональное нагружение с различными ε_0 .

Остаточное НДС тела определяется из решения краевой задачи о разгрузке с начальным НДС, соответствующим моменту окончания активного нагружения тела. Для линеаризации указанной задачи предложен метод типа упругих решений. В качестве приложения дано численное решение задачи о гидрозапрессовке трубки – путём кратковременной подачи в неё внутреннего давления – в отверстие в толстой плите (на примере технологической операции при изготовлении коллектора парогенератора, материал – нержавеющая сталь 08X18H10T), см. рис. 10.

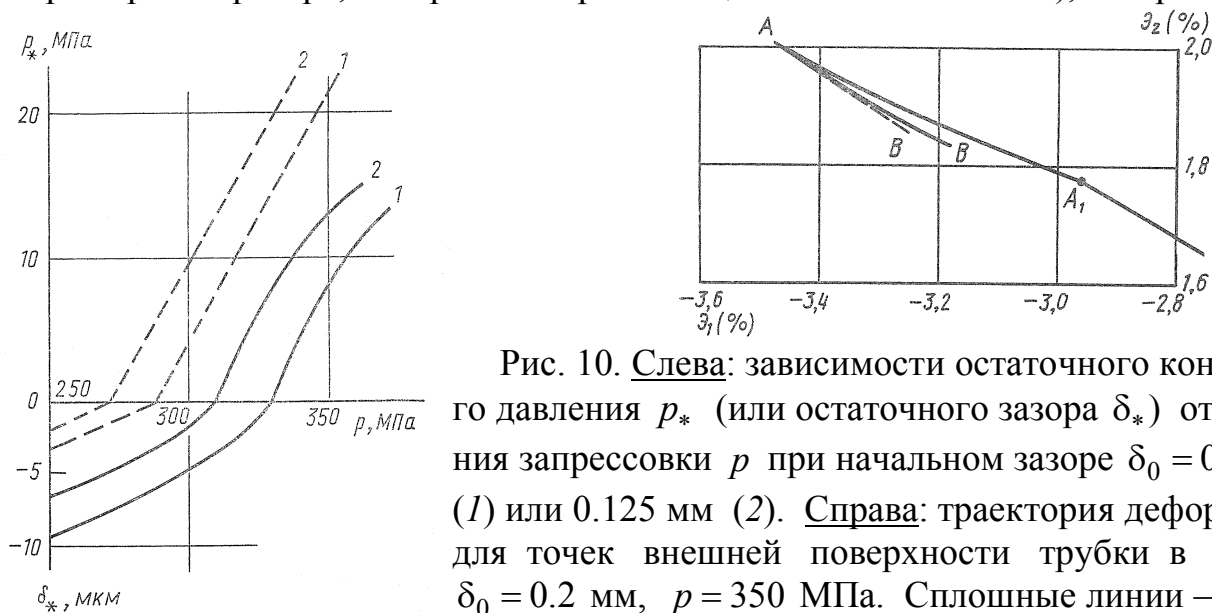


Рис. 10. Слева: зависимости остаточного контактного давления p_* (или остаточного зазора δ_*) от давления запрессовки p при начальном зазоре $\delta_0 = 0.21$ мм (1) или 0.125 мм (2). Справа: траектория деформации для точек внешней поверхности трубки в случае $\delta_0 = 0.2$ мм, $p = 350$ МПа. Сплошные линии – с учетом нелинейности разгрузки согласно (29), штриховые линии – в предположении линейной разгрузки.

Учёт не принимавшейся ранее во внимание нелинейности разгрузки приводит к существенному уменьшению уровня расчетных остаточных напряжений вблизи трубного соединения. Правильность полученного решения подтверждена экспериментальными данными по усилию вырыва запрессованной трубки.

В §2.3 (статьи [8-11]) рассматривается класс упругопластических процессов следующего типа: простое (или близкое к простому) активное нагружение из начального изотропного состояния в пластическую область, разгрузка, активное пропорциональное (или близкое к пропорциональному) деформирование из нового начального состояния – в пространстве деформаций А.А. Ильюшина такие процессы имеют вид двузвенной траектории с разгрузкой в точке излома.

Для описания заключительного этапа (повторного нагружения) предложены определяющие соотношения деформационного (конечного) типа:

$$S_{ij} = \Phi(\varepsilon_0, \Delta\varepsilon_0, \varepsilon, \alpha) \mathcal{E}_{ij} / \varepsilon + \Psi(\varepsilon_0, \Delta\varepsilon_0, \varepsilon, \alpha) N_{ij}; \quad \sigma_{mm} = 3K\varepsilon_{mm} \quad (30)$$

где σ_{ij} , ε_{ij} – напряжения и деформации относительно нового начального состояния (т.е. приращения напряжений и деформаций на этапе повторного нагружения); $N_{ij} = P_{ij} / \sin \alpha - \mathcal{E}_{ij} / \varepsilon / \operatorname{tg} \alpha$; $P_{ij} = \mathcal{E}_{ij}^{(0)} / \varepsilon_0$ – направляющий девиатор предварительного деформирования; $\alpha = \arccos(P_{mn} \mathcal{E}_{mn} / \varepsilon)$ – угол между направлениями предварительного и повторного деформирования; $\varepsilon_0 = \sqrt{\mathcal{E}_{mn}^{(0)} \mathcal{E}_{mn}^{(0)}}$; $\varepsilon = \sqrt{\mathcal{E}_{mn} \mathcal{E}_{mn}}$; $\Delta\varepsilon_0$ – длина участка траектории деформации при разгрузке; Φ и Ψ – материальные функции. Основное исследование выполнено в предположениях, что значение предварительной деформации ε_0 задано и составляет $\sim 10^{-2}$ (то есть находится в области упрочнения), а разгрузка является полной (до нуля по напряжениям) – тогда Φ и Ψ можно рассматривать как функции двух переменных (ε, α) .

Получены условия на материальные функции $\Phi(\varepsilon, \alpha)$ и $\Psi(\varepsilon, \alpha)$, при которых существует единственное решение краевой задачи (в обобщенной постановке) для определяющих соотношений (30), и оно может быть найдено с помощью итерационного метода типа упругих решений.

Указан способ идентификации модели по данным двух опытов на одноосное нагружение: 1) активное (из начального изотропного состояния); 2) обратное

(после предварительного активного нагружения и разгрузки). Проведена проверка модели на имеющихся в литературе результатах опытов из рассматриваемого класса процессов на образцах из мало- и среднеуглеродистых сталей, хромоникелевой стали, латуни, алюминиевого сплава (пример приведен на рис. 11).

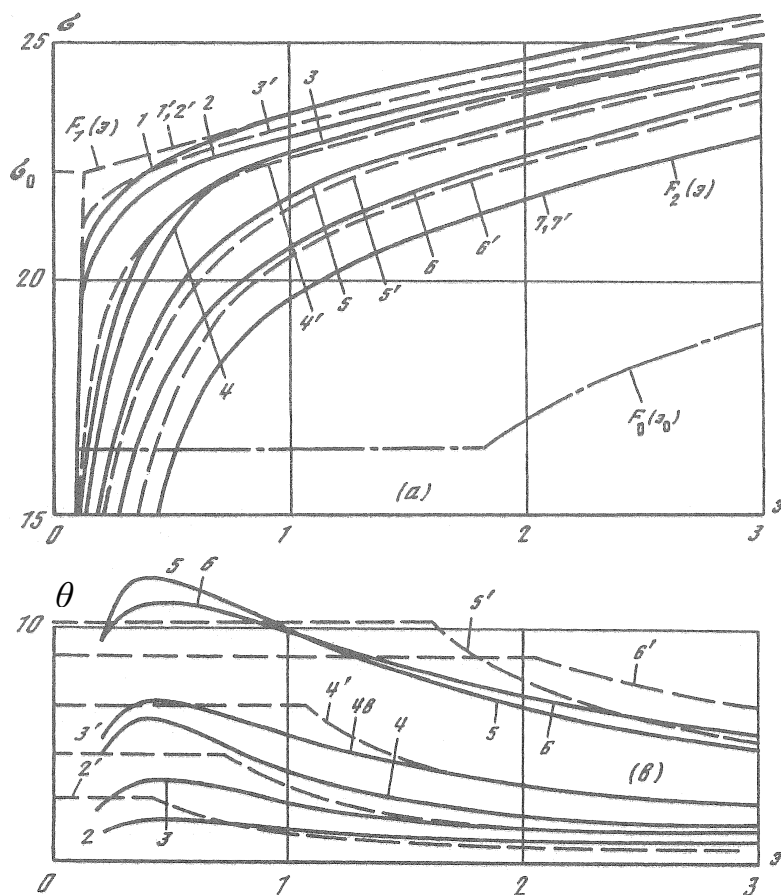


Рис. 11. Зависимости $\sigma, \theta \sim \varepsilon$ ($\sigma \equiv \sqrt{S_{mn} S_{mn}}$, $\theta \equiv \arccos[(S_{mn} \varepsilon_{mn}) / \sigma / \varepsilon]$) на этапе повторного нагружения в семи программах $j = 1, 2, \dots, 7$: предварительное кручение до $\varepsilon_u^{(0)} = 4\%$, разгрузка и повторное нагружение ($\sigma_{11}; \sigma_{12}$) под углом $\beta_0 = (j - 1) \cdot \pi / 6$, $j = 1, 2, \dots, 7$ к направлению предварительного нагружения. Сплошные линии – экспериментальные данные [Y. Ohashi, K. Kawashima, S. Nagahiko (1975); сталь S10C], штриховые линии – модель (30), $F_0(\varepsilon_0)$ – функция простого нагружения из начального состояния. Значения σ даны в кгс/мм², ε – в процентах, θ – в градусах.

Разработанная модель использована для построения теории простого нагружения металлических листов, обладающих деформационной (вследствие предварительного простого пластического деформирования из начального изотропного состояния), структурной (начальной) или структурно-деформационной (комбинированной) анизотропией. В качестве приложения теории получено точное решение задачи об устойчивости деформационно-анизотропной прямоугольной пластины при продольном сжатии. На численном примере (материал – АМг6М) показано, что предварительное поперечное пластическое растяжение (из начального изотропного состояния) является эффективным способом повышения пластической устойчивости продольно сжатой пластины из упрочняющегося материала.

Исследовано влияние параметров предварительного нагружения замкнутой сферической оболочки на её устойчивость при действии внешнего давления.

В главе 3 предложены определяющие соотношения изотермической ползучести материалов (в основном металлов) для трёх частных классов нагружений.

В §3.1 (статья [14]) рассматривается деформирование металлических материалов в процессах следующего типа: простое нагружение из начального изотропного состояния в пластическую область, разгрузка, продолжительное стационарное нагружение в пределах упругости. Для описания ползучести на этапе повторного нагружения предложены уравнения типа обобщенной теории старения

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{(P)} + [\sigma/(2G) + \Phi(t, \sigma_0, \sigma, \beta)]S_{ij} / \sigma + \Psi(t, \sigma_0, \sigma, \beta)N_{ij}; \quad \sigma_{mm} = 3K\varepsilon_{mm} \quad (31)$$

где ε_{ij} , $\dot{\varepsilon}_{ij}$, σ_{ij} , S_{ij} – тензоры и девиаторы деформаций и напряжений в момент $t \geq 0$; $\dot{\varepsilon}_{ij}^{(P)} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{(P)} = [F(\sigma_u^{(0)})/\sigma_u^{(0)} - 1/(3G)]S_{ij}^{(0)} \cdot 3/2$ – предварительная остаточная деформация; $S_{ij}^{(0)}$ и $\sigma_u^{(0)}$ – девиатор и интенсивность напряжений в момент начала разгрузки; $F(\sigma_u^{(0)}) = \varepsilon_u^{(0)}$ – зависимость между интенсивностями деформаций и напряжений при простом упругопластическом нагружении исходного материала; $N_{ij} = S_{ij}^{(0)}/(\sigma_0 \sin \beta) - S_{ij}/(\sigma \operatorname{tg} \beta)$; $\beta = \arccos(S_{kl}^{(0)}S_{kl}/\sigma_0/\sigma)$ – угол между направлениями предварительного и повторного нагружений; $\sigma_0 = \sqrt{S_{kl}^{(0)}S_{kl}^{(0)}}$; $\sigma = \sqrt{S_{kl}S_{kl}}$; G , K – модули сдвиговой и объемной упругости; Φ , Ψ – материальные функции.

Получены условия на функции Φ и Ψ , при которых существует единственное обобщенное решение краевой задачи для определяющих соотношений (31); оно может быть найдено с помощью итерационного метода типа упругих решений. Указан способ идентификации модели по диаграммам ползучести (при стационарном напряжении различного уровня), определённым для материала в исходном состоянии и после предварительного пластического деформирования под углом $\beta = 0, \approx 3\pi/4, \pi$ к направлению повторного нагружения. Проведена проверка модели на результатах опытов из рассматриваемого класса процессов с нержавеющей сталью при высокой температуре (пример приведен на рис. 12). Предложен инженерный вариант теории, в котором используются данные опытов только при одноосном растяжении ($\beta = 0$). Представлены модификации модели в случаях, когда предварительное пластическое нагружение является циклическим (одномерным или круговым), повторное нагружение – нестационарным.

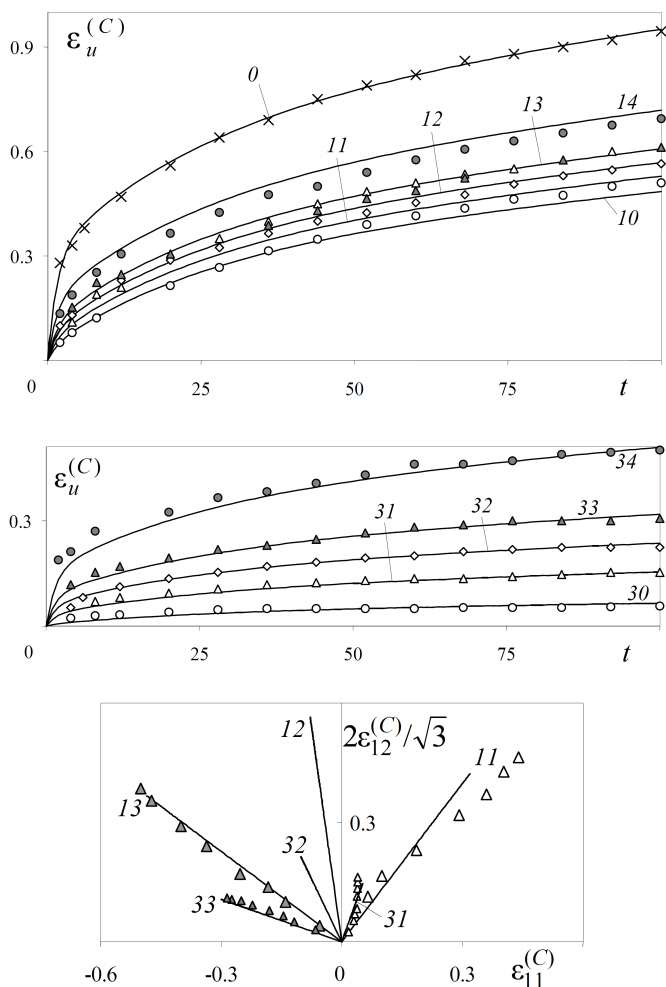


Рис. 12. Изменение интенсивности деформаций ползучести во времени и траектории деформаций ползучести на этапе повторного нагружения в программах с номером ij : предварительное пластическое растяжение $\varepsilon_{11}^{(P)} = i \cdot 1\%$, $i = 1, 3$ ($\sigma_{11}^{(0)} = 174, 218$ [МПа] соответственно), разгрузка и стационарное нагружение ($\sigma_{11}; \sigma_{12}$), $\sigma_u = 140$ МПа, под углом $\beta = j \cdot \pi/4$, $j = 0, 1, 2, 3, 4$ к направлению предварительного нагружения. Точки – экспериментальные данные [Y. Ohashi, M. Kawai, T. Momose (1986); нержавеющая сталь S316, температура 650°C], линии – по модели (31). Наклонные кресты и линия 0 – ползучесть исходного материала ($\varepsilon_u^{(P)} = 0$) при $\sigma_{11} = 140$ МПа. Деформации даны в процентах, время – в часах.

В §3.2 (статья [13]) рассматривается деформирование начально изотропных полимерных и металлических материалов в изотермических (для металлов – при повышенной температуре) квазистатических процессах нестационарного сложного нагружения относительно невысокого уровня воздействия, в ходе которых интенсивность напряжений ниже предела текучести материала при данной температуре, деформации малы, а накопленная поврежденность не достигает значений, заметно влияющих на коэффициенты упругости и ползучести.

Предложены определяющие соотношения в виде аддитивного разложения тензора деформаций ε_{ij} на семь составляющих (с указанием их вида) – линейно-упругую $\varepsilon_{ij}^{(E)}$, нелинейно-вязкоупругую (для описания замедленной частичной обратимости деформации) $\varepsilon_{ij}^{(VE)}$, нелинейно-вязкого течения $\varepsilon_{ij}^{(V)}$, течения с упрочнением (вызванным деформированием и старением) $\varepsilon_{ij}^{(H)}$, вязкопластическую $\varepsilon_{ij}^{(VP)}$, а также $\varepsilon_{ij}^{(I)}$ и $\varepsilon_{ij}^{(CL)}$, которые отражают «размягчение» материала при изменениях интенсивности и направления процесса нагружения:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(E)} + \varepsilon_{ij}^{(VE)} + \varepsilon_{ij}^{(H)} + \varepsilon_{ij}^{(VP)} + \varepsilon_{ij}^{(V)} + \varepsilon_{ij}^{(I)} + \varepsilon_{ij}^{(CL)} \quad (32)$$

Слагаемые $\varepsilon_{ij}^{(I)}$, $\varepsilon_{ij}^{(CL)}$ зависят соответственно от скорости изменения усреднённой интенсивности напряжений и от угла между текущим девиатором напряжений и скоростью изменения усреднённого девиатора напряжений (усреднение производится на предшествующем отрезке времени с определённой функцией памяти). Оба слагаемых имеют вид наследственных интегралов с убывающим ядром в случае вязкоупругого материала (полимеры) и ядром-константой в случае материала с преимущественно необратимой ползучестью (металлы). Для полимеров не задействованы слагаемые $\varepsilon_{ij}^{(VP)}$, $\varepsilon_{ij}^{(V)}$ (а также $\varepsilon_{ij}^{(H)}$, если деформирование не сопровождается старением), для металлов незначителен вклад $\varepsilon_{ij}^{(VE)}$.

Указаны способы определения материальных функций модели (32) и дано сравнение с имеющимися в литературе результатами более чем 50 опытов на ползучесть при нестационарных простых и сложных нагружениях (материалы – полиэтилен, целлулоид, дюралюминий, нержавеющая сталь); см. пример на рис. 13.

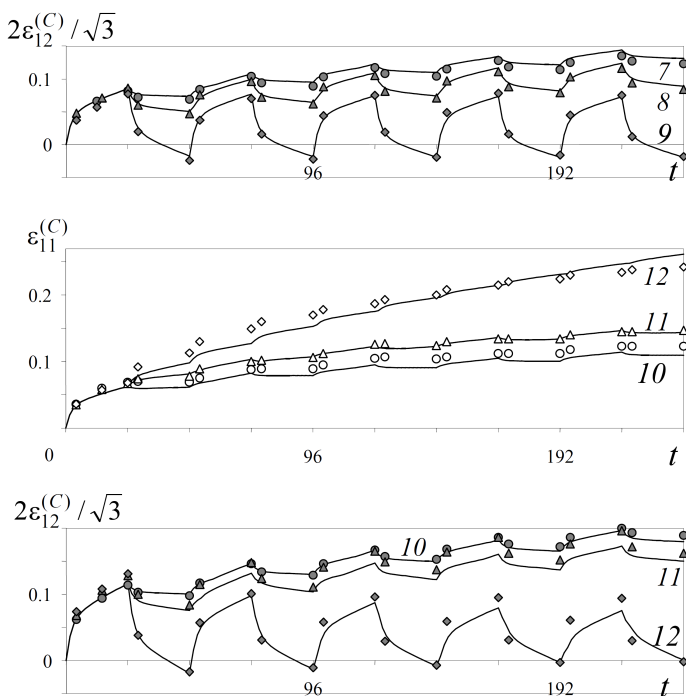


Рис. 13. Изменение деформаций ползучести $\varepsilon_{ij}^{(C)} \equiv \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^{(E)}$ при нагружениях $\{\sigma_{11} = u_0; \sqrt{3}\sigma_{12}(t) = v_0 \leftrightarrow -v, \text{ смена уровня каждые } 24 \text{ ч}\}$: $u_0 = 0, v = 0, v_0/2, v_0$ для нагружений 7, 8, 9 соответственно; $u_0 = v_0, v = 0, v_0/2, v_0$ для нагружений 10, 11, 12 соответственно ($v_0 = 120$ МПа). Точки – экспериментальные данные [N. Ohno, S. Murakami, T. Ueno (1985); нержавеющая сталь S304, температура 600°C], линии – по модели (32). Деформации даны в процентах, время – в часах.

В §3.3 (статья [12]) рассматривается механическое поведение начально изотропных металлических материалов в высокотемпературных (изотермических) процессах квазистатического сложного нагружения, в которых достигаются достаточно высокие значения интенсивности напряжений (приблизительно равные

пределу текучести при данной температуре), интенсивности деформаций ползучести (значительно превышающие интенсивность упругопластических деформаций) и поврежденности (вплоть до разрушения).

Предложена модель ползучести и длительной прочности в виде

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{ij} &= \frac{[1 - a(\omega_1 - \omega)^{\kappa} \sin \theta] f(\sigma_u)}{(1 - \omega)^m} \cdot \frac{3S_{ij}}{2\sigma_u}, \quad \varepsilon_{ij}(0) = 0 \\ \dot{\omega}_1 &= \frac{g(\sigma_u)(e_u)^n}{A_F(q)}, \quad \omega_1(0) = 0; \quad \omega = \int_0^t \varphi(\alpha(t, \tau)) \dot{\omega}_1(\tau) d\tau, \quad \omega(t_F) = 1 \end{aligned} \quad (33)$$

где σ_{ij} , S_{ij} , σ_u , ε_{ij} , \mathcal{E}_{ij} , ε_u , $\dot{\varepsilon}_{ij}$, $\dot{\mathcal{E}}_{ij}$, e_u – тензоры, девиаторы и интенсивности напряжений, деформаций и скоростей деформаций; ω_1 – вспомогательный параметр изотропной поврежденности; ω – критериальная мера анизотропной поврежденности; t_F – момент разрушения; $q = \sigma_{kk} / \sigma_u$; $\theta = \arccos[S_{kl}\mathcal{E}_{kl} / (\sigma_u \varepsilon_u)]$ – угол между S_{ij} и \mathcal{E}_{ij} ; $\alpha(t, \tau) = \arccos[3S_{kl}(t)S_{kl}(\tau) / (2\sigma_u(t)\sigma_u(\tau))]$ – угол между $S_{ij}(t)$ и $S_{ij}(\tau)$; f, g, A_F, φ – функции материала; a, κ, m, n – константы материала. Материальная функция $\varphi(\alpha)$ отражает влияние скорости накопления поврежденности в направлении действующего девиатора $S_{ij}(t)$ на скорость изменения поврежденности в направлениях (в пространстве напряжений), составляющих угол α с девиатором $S_{ij}(t)$ (для материала с изотропной поврежденностью $\varphi(\alpha) \equiv 1$, $\omega = \omega_1$).

Эффективность модели иллюстрируется сравнением с имеющимися в литературе данными опытов на ползучесть и длительную прочность меди и нержавеющей стали при совместном действии постоянного растяжения и знакопеременного кручения в условиях высокой температуры (см. пример на рис. 14).

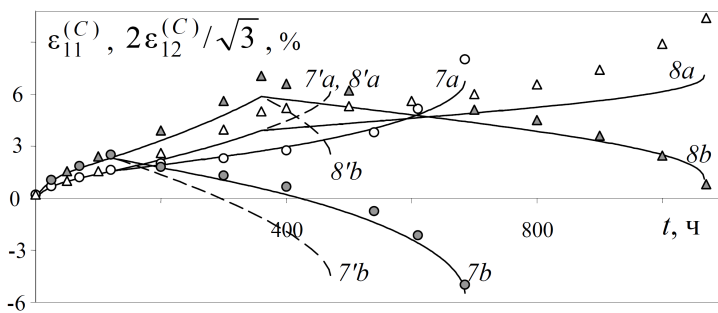


Рис. 14. Изменение деформаций ползучести в нагружениях 7, 8 $\{\sigma_{11} = u; \sigma_{12}(t) = v \rightarrow -v$, первый этап – 120 или 360 ч}. Точки – опыты [S. Murakami, Y. Sanomura, K. Saitoh (1986); медь при 250°C], сплошные линии – по модели (33), штриховые – при $\varphi(\alpha) \equiv 1$, $a = 0$.

В заключении сформулированы главные результаты, полученные в работе.

Приложения 1-3 содержат: 1 – рисунки, 2 – таблицы, 3 – вспомогательные математические доказательства.

ГЛАВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Разработаны следующие основные составляющие прикладной теории деформирования и разрушения высоконаполненных полимерных материалов:

а) определяющие соотношения в случае одноосного растяжения в произвольных баротермических условиях (вариант нелинейной теории термовязкоупругости с функциями внутреннего времени и приведенной жесткости, которые иерархическим образом зависят от интенсивности скоростей деформаций, температуры, а также от параметров поврежденности, активности деформирования и вида напряженного состояния) и критерий разрушения (с мерой, имеющей смысл суммы парциальных приращений интенсивности деформаций на активных участках процесса);

б) алгоритм идентификации с использованием данных из стандартных опытов при одноосном растяжении с постоянными значениями скорости деформации, температуры и гидростатического давления (по 2-3 уровня указанных параметров из их предполагаемых в приложениях диапазонов, каждое нагружение до разрушения, в одном из опытов есть промежуточная полная разгрузка);

в) верификация, проведенная с использованием данных из опытов на четырех материалах – смесевых твердых ракетных топливах и их инертных имитаторах – при одноосном растяжении (вплоть до разрушения) по более, чем 100 программам изменения деформации, гидростатического давления и температуры;

г) подпрограмма, реализующая метод решения начально-краевых задач предложенной теории (в тензорном виде) путём подключения к универсальному программному комплексу для расчетов методом конечных элементов, и её апробация на модельных двух- и трехмерных квазистатических и динамических задачах;

д) обоснование применения теории к классу нагружений, близких к кусочно простым (характерным для приложений), по результатам сравнения с опытами на модельных образцах при многоосном напряженном состоянии.

От известных аналогов теорию отличают бóльшая комплексность (учитывается влияние истории деформирования, вида напряженного состояния, температуры, пористости, низкотемпературного и возрастного охрупчивания), наличие встроенного критерия разрушения, относительная простота идентификации, широкая верифицированность. Эти качества разработанной теории дают возмож-

ность формулировать и решать начально-краевые задачи определения напряженно-деформированного состояния и прочности элементов конструкций из высоконаполненных полимерных материалов на всех этапах эксплуатации как единый процесс нагружения – с естественным учетом остаточных напряжений и деформаций, накопления поврежденности на каждом этапе (имеется акт внедрения).

2. В рамках общей теории процессов упругопластического деформирования металлов разработаны специализированные теории (определяющие соотношения, условия математической корректности, идентификация, верификация, метод решения краевых задач) для трёх частных классов процессов нагружения:

а) активного произвольной сложности (теория дифференциально-нелинейного типа и её инженерный вариант, который использует только диаграмму простого нагружения материала и универсальные константы сложного нагружения);

б) пассивного – после активного нагружения, близкого к пропорциональному (теория деформационного типа, учитывающая нелинейность разгрузки; применена в расчетах технологической операции гидрозапрессовки трубки в отверстие);

в) повторного, почти пропорционального, – после активного, почти пропорционального нагружения и разгрузки (теория деформационно-анизотропного типа с приложениями к задачам для металлических листов).

3. С использованием аппарата теории упругопластических процессов предложены определяющие соотношения изотермической ползучести металлов (система уравнений, идентификация, верификация) для трёх частных классов процессов:

а) почти стационарного нагружения – после предварительного пластического деформирования, близкого к пропорциональному (обобщенная модель старения, учитывающая деформационную анизотропию);

б) сложного нагружения с малой интенсивностью и поврежденностью (комбинация моделей нелинейной вязкоупругости, вязкопластичности, нелинейного вязкого течения с введением дополнительных слагаемых деформаций, учитывающих эффекты нестационарности и сложности нагружения);

в) сложного нагружения с почти постоянной интенсивностью и большой поврежденностью (модель нелинейного вязкого течения и критерий разрушения, учитывающие анизотропное накопление поврежденности с помощью параметра векторного типа).

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в рецензируемых журналах, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus, RSCI :

1. *Пелешко В.А.* Изоморфизм трехчленных соотношений теории пластичности и условия разрешимости краевых задач // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1987. № 4. С. 93-96.
2. *Kal'ner V.D., Kal'ner Yu.V., Tinyakov G.P., Peleshko V.A., Shmelev G.S.* Study of the laser beam hardening of steel components // Russian metallurgy. Metally. 1989. N 3. P. 143-149.
3. *Пелешко В.А.* Условия математической корректности варианта дифференциально-нелинейных соотношений пластичности и методы решения краевых задач // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1990. № 6. С. 37-43.
4. *Peleshko V.A.* Experimental investigation of a variant of the theory of elastoplastic deformation of metals under complex loading // Strength of Materials. 1990. V. 22. N 12. P. 1773-1779.
5. *Пелешко В.А.* К теории разгрузки упругопластических тел // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1993. № 1. С. 84-89.
6. *Быков Д.Л., Коновалов Д.Н., Пелешко В.А.* Математическое моделирование технологической операции гидрозапрессовки трубки в отверстие // Пробл. машиностр. и надежн. машин. 1994. № 3. С. 68-71.
7. *Быков Д.Л., Коновалов Д.Н., Пелешко В.А.* Учет нелинейности разгрузки при гидрозапрессовке трубки в отверстие // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1994. № 4. С. 44-47.
8. *Пелешко В.А.* Деформационная теория пластичности деформационно-анизотропных тел // Изв. РАН. МГТ. 1996. № 6. С. 68-78.
9. *Пелешко В.А.* Деформационная теория пластичности анизотропных металлических листов с приложением к задачам устойчивости. Случай деформационной анизотропии // Пробл. машиностр. и надежн. машин. 2000. № 2. С. 49-55.
10. *Пелешко В.А.* Деформационная теория пластичности анизотропных металлических листов с приложением к задачам устойчивости. Случай структурной анизотропии // Пробл. машиностр. и надежн. машин. 2000. № 3. С. 41-48.
11. *Быков Д.Л., Коновалов Д.Н., Пелешко В.А.* К учету деформационной анизотропии в задачах устойчивости тонкостенных упругопластических конструкций // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2000. № 3. С. 29-31.
12. *Пелешко В.А.* Использование поверхности поврежденности для описания ползучести и длительной прочности при сложном нагружении // Изв. РАН. МГТ. 2003. № 2. С. 124-138.
13. *Пелешко В.А.* К построению определяющих соотношений вязкоупругости и ползучести при нестационарных и сложных нагружениях // Изв. РАН. МГТ. 2006. № 3. С. 144-165.

14. *Пелешко В.А.* Прикладная теория ползучести тел, анизотропных вследствие предварительного пластического деформирования // Изв. РАН. МТТ. 2007. № 2. С. 167-182.
15. *Быков Д.Л., Пелешко В.А.* Определяющие соотношения деформирования и разрушения наполненных полимерных материалов в процессах преобладающего осевого растяжения в различных баротермических условиях // Изв. РАН. МТТ. 2008. № 6. С. 40-65.
16. *Быков Д.Л., Пелешко В.А.* Определяющие соотношения деформирования, анизотропной деградации и разрушения наполненных полимерных материалах в процессах преобладающего растяжения с изменяющимся направлением оси и отдыхами // Изв. РАН. МТТ. 2009. № 5. С. 59-67.
17. *Апетьян В.Э., Быков Д.Л., Пелешко В.А.* Деформирование и разрушение наполненного полимерного материала с анизотропной деградацией, вызванной его предварительным нагружением: опыты и их моделирование // Космонавтика и ракетостроение. 2010. Вып. 3 (60). С. 52-60.
18. *Быков Д.Л., Коновалов Д.Н., Пелешко В.А.* Определяющие соотношения для расчета процессов квазистатического деформирования, повреждения и разрушения тел (в том числе с концентраторами) из наполненных полимерных материалов // Изв. РАН. МТТ. 2011. № 6. С. 34-54.
19. *Быков Д.Л., Казаков А.В., Коновалов Д.Н., Мельников В.П., Осавчук А.Н., Пелешко В.А.* Идентификация модели нелинейной вязкоупругости наполненных полимерных материалов в миллисекундном временном диапазоне // Изв. РАН. МТТ. 2012. № 6. С. 52-57.
20. *Быков Д.Л., Казаков А.В., Коновалов Д.Н., Мельников В.П., Милёхин Ю.М., Пелешко В.А., Садовничий Д.Н.* О законе накопления поврежденности и критерии разрушения в высоконаполненных полимерных материалах // Изв. РАН. МТТ. 2014. № 5. С. 76-97.
21. *Пелешко В.А.* Прикладной и инженерный варианты теории упругопластических процессов активного сложного нагружения. Часть 1: условия математической корректности и методы решения краевых задач // Изв. РАН. МТТ. 2015. № 6. С. 61-68.
22. *Пелешко В.А.* Прикладной и инженерный варианты теории упругопластических процессов активного сложного нагружения. Часть 2: идентификация и верификация // Изв. РАН. МТТ. 2016. № 1. С. 110-135.

Прочие публикации:

23. *Пелешко В.А.* Исследование свойств функционалов трехчленного соотношения теории пластичности // В сб.: К материалам Шестого Всесоюзного съезда по теоретической и прикладной механике (тезисы докладов). Ташкент, 1986. С. 2-3.

24. *Пелешко В.А.* Исследование постановок краевых задач для варианта трехчленного соотношения теории пластичности. // Деп. в ВИНТИ 01.12.86, № 8105-В86. М., 1986. 28 с.
25. *Пелешко В.А.* Условия корректности постановки краевой задачи теории пластичности, основанной на трехчленном соотношении // В сб.: Механика эластомеров. Краснодар: КПИ, 1987. С. 18-28.
26. *Пелешко В.А.* Об одном представлении трехчленного соотношения теории пластичности // В сб.: Численный анализ, математическое моделирование и их применение в механике. М.: МГУ, 1988. С. 12-17.
27. *Пелешко В.А.* Вариант теории пластичности металлов при однократных сложных нагружениях // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1991. № 5. С. 93.
28. *Пелешко В.А., Быков Д.Л.* Деформационно-анизотропная теория пластичности при простых нагружениях конструкционных материалов // В сб.: Проблемы пластичности в технологии. Тезисы докладов междунар. научн.-техн. конф. Орел: Орловский ГТУ, 1995. С. 20-21.
29. *Быков Д.Л., Пелешко В.А.* Деформационно-анизотропная двухинвариантная теория пластичности конструкционных материалов // В сб.: Труды IX Конф. по прочности и пластичности. Т. 1. М., 1996. С. 26-31.
30. *Пелешко В.А.* Учет эффектов сложного нагружения в моделях нелинейной вязкоупругости и ползучести // В сб.: Упругость и неупругость (Материалы Международного научного симпозиума по проблемам механики деформируемых тел, посвященного 90-летию со дня рождения А.А. Ильюшина. Москва, 22-23 января 2001 г.). М.: МГУ, 2001. С. 320-322.
31. *Пелешко В.А.* Учет эффектов сложного нагружения в моделях ползучести и длительной прочности // В сб.: Восьмой Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Пермь, 23-29 августа 2001 г.). Аннотации докладов. Пермь, 2001. С. 479.
32. *Апетьян В.Э., Пелешко В.А.* Деформирование и разрушение наполненного материала с анизотропной деградацией вследствие предварительного нагружения: опыты и моделирование на основе нелинейной эндохронной теории // В сб.: IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород, 22-28 августа 2006 г.). Аннотации докладов. Т. 3. Н.Новгород: ННГУ, 2006. С. 18-19.
33. *Bykov D.L., Konovalov D.N., Peleshko V.A.* Strength analysis of structures made of high-filled polymer materials: constitutive equations, methods of boundary value problems solving, account for strain concentration // Fracture Mechanics for Durability, Reliability and Safety (19th European Conference on Fracture. Kazan, Russia, 26-31 August, 2012. Book of Abstracts). P. 86.