

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

ПРОКУДИНА Мария Геннадьевна

**Исследование межэлектронного взаимодействия  
в двумерных и квазиодномерных системах в  
арсениде галлия**

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

кандидат физико-математических наук

В. С. Храпай

Черноголовка, 2012

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Обзор литературы</b>	<b>9</b>
2.1	Двумерные системы в квантующих магнитных полях . . . . .	9
2.1.1	Целочисленный квантовый эффект Холла . . . . .	9
2.1.2	Дробный квантовый эффект Холла . . . . .	15
2.1.3	Исследование несжимаемых состояний ДКЭХ . . . . .	18
2.1.4	Краевой транспорт в двумерной системе в перпендикулярном магнитном поле . . . . .	24
2.2	Неравновесное взаимодействие между квантовыми цепями . . .	27
2.2.1	Неравновесное поведение в экспериментах drag-типа . . .	28
2.2.2	Электрон-электронное, электрон-фононное взаимодействия, влияние размерности и законов сохранения. . . . .	30
<b>3</b>	<b>Термодинамические измерения</b>	<b>34</b>
3.1	Экспериментальная установка . . . . .	34
3.2	Образцы . . . . .	36
3.3	Методика измерений . . . . .	37
3.4	Экспериментальные результаты и обсуждение . . . . .	42
3.4.1	Зависимость скачка химпотенциала от магнитного поля, фактора заполнения, учет беспорядка в системе . . . . .	43
3.4.2	Анализ температурных зависимостей. . . . .	53
<b>4</b>	<b>Энергетическая релаксация в квазиодномерных системах.</b>	<b>62</b>
4.1	Образцы и методика измерений . . . . .	62
4.2	Экспериментальные результаты и обсуждение . . . . .	64
4.2.1	Нулевое магнитное поле: эффект противотока . . . . .	64
4.2.2	Энергетическая релаксация в квазиодномерном случае квазиклассических электронов вблизи края . . . . .	69
4.2.3	Энергетическая релаксация между краевыми каналами. .	76

4.2.4	Расчет и сравнение мощности кулоновского и электрон- фононного взаимодействия . . . . .	88
<b>5</b>	<b>Заключение</b>	<b>98</b>
<b>6</b>	<b>Приложение</b>	<b>101</b>

# 1 Введение

Изучение проявления межэлектронного взаимодействия в различных двумерных системах остается актуальным на протяжении вот уже нескольких десятилетий. Трудность заключается как в отсутствии теоретического описания, так и в реализации эксперимента из-за неидеальности системы. Теоретическое описание системы возможно при слабом взаимодействии электронов, когда кинетическая энергия много больше кулоновской, тогда их отношение является малым параметром, по которому производится разложение. При сильном взаимодействии между электронами (малой плотности) теряется пространственная однородность, и электроны образуют периодическую структуру, известную как вигнеровский кристалл. Область, соответствующая сильному взаимодействию, которое еще не приводит к кристаллизации, является наиболее плохо изученной и теоретически, и экспериментально. В этой области поведение двумерной системы определяется взаимодействием. Так, например, считается, что дробный квантовый эффект Холла обусловлен взаимодействием между электронами.

Диссертация содержит две исследовательских части: изучение скачка химического потенциала системы электронов с помощью термодинамических измерений в дробном квантовом эффекте Холла и изучение энергетической релаксации между компланарными квантовыми цепями. Взаимодействие электронов изучается в двумерной системе на основе гетероструктуры GaAs. При этом в первой части измерения проводятся в системе, находящейся в термодинамическом равновесии, во второй части исследование энергетической релаксации проводится в сильно неравновесной системе.

В случае равновесной системы методом магнитоемкости измеряется термодинамическая плотность состояний в режиме дробного квантового эффекта Холла, по которой определяется величина скачка, испытываемая химическим потенциалом системы при дробных факторах заполнения, как функция магнитного поля, фактора заполнения и температуры. В частности, впервые удалось количественно описать сильную температурную зависимость в модели композитных фермионов. Анализ этой сильной температурной зависимости косвенно

указывает на возможность существования в системе дробных возбуждений.

Энергетическая релаксация изучается на наноструктуре, которая представляет собой набор затворов субмикронного размера на поверхности гетероструктуры. Обедняя двумерный газ под затворами, можно получить две электрически изолированные цепи, каждая из которых содержит по одному квантовому контакту. Квантовые контакты служат в качестве возбуждающего и детектирующего элементов. В частности, изучено влияние магнитного поля, перпендикулярного плоскости образца, на возникающий в результате воздействия неравновесной цепи на равновесную ток. Также впервые был предложен метод измерения температуры нагрева, возникающего в результате передачи энергии между цепями, и проведен в нижнем порядке теории возмущения теоретический расчет взаимодействия между электронами краевых каналов в модели с беспорядком. Более детальное изучение кратко описанных выше вопросов и является целью моей дальнейшей работы.

Цели данной работы состояли в экспериментальном изучении температурной и полевой зависимости скачка химического потенциала в режиме дробного квантового эффекта Холла, в исследовании влияния беспорядка на величину скачка; в изучении передачи энергии между компланарными гальванически развязанными квантовыми цепями и влияния перпендикулярного к плоскости структуры магнитного поля.

Для реализации поставленных целей были решены следующие задачи:

- исследована температурная зависимость скачка химического потенциала системы в режиме дробного квантового эффекта Холла, проведен расчет температурной зависимости скачка химпотенциала системы в режиме ДКЭХ в рамках двухуровневой модели композитных фермионов;
- в низкотемпературном режиме исследована зависимость скачка от магнитного поля для разных факторов заполнения, разработан способ учета беспорядка в системе;
- методом прецизионных измерений малого тока исследована энергетическая релаксация между гальванически развязанными квантовыми цепя-

ми в малых и квантующих магнитных полях;

- проведен расчет передаваемой между квантовыми цепями мощности в нижнем порядке теории возмущения для различных механизмов рассеяния.

Научная новизна полученных результатов заключается в следующем. Впервые был достигнут низкотемпературный предел, в котором величина скачка химпотенциала не зависит от температуры, и в этом пределе исследована зависимость от магнитного поля и фактора заполнения. Впервые предложен способ учета беспорядка в системе и способ качественного описания температурной зависимости в модели композитных фермионов. Также исследовано влияние магнитного поля на эффект взаимодействия между компланарными гальванически развязанными квантовыми цепями и показана возможность передачи энергии между противоположно направленными краевыми каналами в парных процессах рассеяния.

На защиту выносятся следующие положения:

- в низкотемпературном пределе получена линейная зависимость скачка химического потенциала от магнитного поля, тогда как в теории предсказывается корневая зависимость. Объяснение этому служит влияние длиннопериодного беспорядка в системе. Учет беспорядка дает ожидаемую корневую зависимость в пределе больших полей.
- Модель композитных фермионов предсказывает пилообразную зависимость эквидистантного спектра для химического потенциала как функцию фактора заполнения с равными скачками при дробных факторах заполнения  $\nu = 1/3$  и  $\nu = 2/5$ . Экспериментальные результаты указывают на то, что наклоны прямых полевых зависимостей скачка химпотенциала относятся как обратные знаменатели дробей.
- Сравнение экспериментальной температурной зависимости и рассчитанной в двухуровневой модели композитных фермионов качественно дает хорошее согласие, однако не отменяет проблему с количественным описанием щелей ДКЭХ

- Приложение даже малого магнитного поля, перпендикулярного плоскости гетероструктуры, приводит к переходу от неравновесного аналога термоэлектрического эффекта в компланарных электрически изолированных квантовых контактах к режиму, управляемому магнитным полем.
- Парные процессы рассеяния между электронами противоположно направленных краевых каналов в присутствии потенциала беспорядка приводят к передаче энергии между каналами, что поддается непосредственному измерению
- Доминирование процессов кулоновского рассеяния или рассеяния посредством обмена акустическими фононами между электронами противоположно направленных краевых каналов в присутствии беспорядка определяется расстоянием между каналами и параметрами беспорядка

Личный вклад соискателя состоял в экспериментальном исследовании скачка химического потенциала в режиме дробного квантового эффекта Холла, обработке полученных результатов и их интерпретации, проведении теоретических расчетов температурной зависимости скачка химического потенциала в рамках модели композитных фермионов, модернизации измерительной установки, в экспериментальном исследовании неравновесного поведения в экспериментах drag-типа, проведении расчета передаваемой между краевыми каналами в ЦКЭХ мощности.

Основные результаты диссертационной работы были доложены на следующих школах и конференциях: 51-я научная конференция МФТИ (Черноголовка, ноябрь 2008), Всероссийская школа молодых ученых «Микро-нанотехнологии и их применение» (Черноголовка, ИПТМ РАН, ноябрь 2008), IX Российская конференция по физике полупроводников (Томск, октябрь 2009), XVII Уральская Международная зимняя школа по физике полупроводников (Екатеринбург-Новоуральск, февраль 2010), XIV симпозиум «Нанозифика и наноэлектроника» (Нижний Новгород, март 2010), Международная зимняя школа по физике полупроводников (Санкт-Петербург, февраль 2010), 4-я Всероссий-

ская конференция молодых ученых «Микро- и нанотехнологии и их применение» (Черноголовка, ноябрь 2010), Международная конференция "The science of nanostructures: New frontiers in the Physics of Quantum Dots" (Черноголовка, сентябрь 2010), "Fundamentals of Electronic nanosystems (Nano-Piter-2010)" (Санкт-Петербург, июнь-июль 2010), конкурс научно-исследовательских работ ИФТТ РАН (2010), Российско-немецкий симпозиум "Future Trends in Nanoelectronics" (Германия, Юлих, июнь 2011), Международная школа по физике твердого тела "Quantum phenomena in graphene, other low-dimensional materials, and optical lattices" (Италия, Эриче, июль-август 2011), XIX Уральская международная зимняя школа по физике полупроводников (Екатеринбург-Новоуральск, февраль 2012), XVI симпозиум «Нанофизика и нанoeлектроника» (Нижний Новгород, март 2012), международная конференция "Meso-2012. Non-equilibrium and coherent phenomena at nanoscale" (Черноголовка, июнь 2012), семинары по физике низких температур ИФТТ РАН (2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012).

По теме диссертации опубликовано 5 работ в реферируемых журналах: Письма в ЖЭТФ, Physical Review B, Physical Review Letters.

Диссертация устроена следующим образом: в первой главе дан обзор основных теоретических и экспериментальных работ по теме диссертации; вторая глава посвящена термодинамическим измерениям скачка химического потенциала системы в режиме дробного квантового эффекта Холла; в третьей главе представлено исследование неравновесных процессов в компланарных квантовых цепях и расчет в нижнем порядке теории возмущения передаваемой между цепями мощности; в заключении кратко описаны полученные результаты; в приложении в одночастичной модели проведен расчет зависимости дифференциальной проводимости  $dI/dV$  от температуры и степени неравновесности, протекающего через квантовый контакт, в предположении, что коэффициент пропускания квантового контакта зависит только от энергии.

## 2 Обзор литературы

### 2.1 Двумерные системы в квантующих магнитных полях

#### 2.1.1 Целочисленный квантовый эффект Холла

Квазидвумерные электронные системы можно создать, например, в виде инверсионных слоев кремниевых МДП-транзисторов [1] или квантовых ямах на основе гетероструктуры [2]. Двумерность возникает в результате размерного квантования в направлении  $z$ , перпендикулярном интерфейсу: электроны занимают определенный уровень размерного квантования. Если нет переходов между уровнями, то под влиянием внешних полей могут меняться только  $k_x$  и  $k_y$  компоненты квазиимпульса электрона. Простейшим случаем, который реализуется в эксперименте, является случай заполнения лишь нижнего уровня размерного квантования. Тогда при температурах, малых по сравнению с расстоянием между заполненным и ближайшим пустым уровнями, электронную систему можно считать двумерной. Если такую двумерную систему поместить в перпендикулярное магнитное поле, можно получить дискретный спектр энергии. Энергетический спектр электронов в магнитном поле в идеальном образце без примесей нетрудно объяснить с точки зрения квантовой механики. Гамильтониан электрона в магнитном поле:  $\mathcal{H} = \frac{1}{2m} \left( -i\hbar\nabla + \frac{e}{c}A(r) \right)^2$ , где  $m$  – эффективная масса электрона,  $A(r)$  – векторный потенциал,  $c$  – скорость света,  $\nabla$  – оператор Гамильтона. Задача нахождения собственных чисел для такого гамильтониана сводится к задаче нахождения собственных чисел для гармонического осциллятора [3]. Таким образом, для энергии электрона в магнитном поле существует только дискретный набор разрешенных значений – уровней Ландау. Уровни эквидистантны и вырождены. Кратность вырождения на единицу площади равна  $n_L = eB/hc$ . Отношение концентрации электронов в системе к степени вырождения одного уровня Ландау  $\nu = n_s/n_L$  называют фактором заполнения  $\nu$ . Энергия принимает значения  $E = (i + \frac{1}{2})\hbar\omega_c$ , где  $i = 0, 1, 2, 3, \dots$ ,  $\omega_c = eB/mc$  – циклотронная частота,  $\hbar$  – постоянная Планка, с учетом спина электрона  $E = (i + \frac{1}{2})\hbar\omega_c \pm 1/2g\mu_B B$  ( $\mu_B$  – магнетон Бора,  $g$  – фактор Ланде). Так как

энергия принимает строго определенные значения, в энергетическом спектре электронов возникают щели. Химпотенциал системы испытывает скачок при переходе с одного уровня квантования на другой. Полная энергия системы, таким образом, не является плавной функцией поля и испытывает изломы, когда заполняется очередной уровень Ландау.

Примером проявления дискретности спектра двумерной электронной системы в перпендикулярном магнитном поле является квантовый эффект Холла. Квантовый эффект Холла открыт в 1980 году Клаусом фон Клитцингом [4]. Было обнаружено, что в двумерных полупроводниковых системах на зависимости поперечного (холловского) сопротивления от магнитного поля видны плато, то есть в сильном магнитном поле величина холловского сопротивления принимает в конечном интервале поля дискретные значения  $h/(ie^2)$ , где  $i$  – целое число,  $h$  – постоянная Планка,  $e$  – заряд электрона. Иными словами, тензор проводимости, который связан с тензором удельного сопротивления соотношением  $\sigma_{kl} = \rho_{kl}^{-1}$ , имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 0 & -ie^2/h \\ ie^2/h & 0 \end{pmatrix}$$

Как видно, недиагональная проводимость определяется комбинацией фундаментальных констант. Удивительно, но выражение для холловского сопротивления (макроскопической величины!) является точным по крайней мере до  $10^{-7}$  [5]. Диагональная проводимость обращается при этом в ноль, и система является недиссипативной.

Образование плато тесно связано с наличием щелей в энергетическом спектре. В равновесии уровень электрохимпотенциала в системе одинаков. То есть, пока к затвору, напыленному на поверхность образца, не приложено напряжение, уровни Ферми двумерного электронного газа и затвора совпадают, а его положение задается исходной концентрацией электронов. Приложение напряжения  $V_g$  к затвору меняет концентрацию электронов. Разность потенциалов, включенной во внешнюю электрическую цепь, соединяющую затвор с двумерным слоем, учитывает смещение уровня Ферми в затворе относительно двумерного газа. Пока уровень Ландау заполнен не полностью, уровень Ферми совпа-

дает с ним. Дальнейшее увеличение концентрации носителей в двумерном газе потребует размещения электронов на следующем уровне Ландау. Для этого Ферми-уровень затвора должен оказаться напротив него, сдвинувшись вверх на  $\hbar\omega_c$ . Поэтому в интервале значений напряжения  $\hbar\omega_c/e$  Ферми-уровень будет перемещаться от одного уровня Ландау к другому, находясь в запрещенной энергетической зоне. Двумерный газ при этих значениях напряжения является изолятором в том смысле, что он не может принимать добавочные электроны и тем самым экранировать внешнее электрическое поле. Дополнительные силовые линии электрического поля, обеспечивающие разность потенциалов, проходят через 2D-слой насквозь. При этом концентрация электронов на затворе растет, а в двумерном газе остается постоянной с целым значением фактора заполнения  $\nu$ . Компенсирующий заряд возникает вне 2D-слоя, в так называемом резервуаре, роль которого могут играть, например, примеси в объеме подложки 2D-слоя или омические контакты. Когда при некотором значении напряжения уровень Ферми достигнет следующего уровня Ландау, заряды из резервуара вернуться в 2D-слой. Концентрация электронов в слое изменится сначала скачком, затем продолжится ее плавное изменение. При неизменной концентрации зарядов в двумерном слое холловское напряжение остается постоянным. Поэтому в идеальном образце на зависимости поперечного сопротивления  $\rho_{xy}(V_g)$  от затворного напряжения должны возникнуть плато. Если к образцу приложена разность потенциалов  $V$ , то связь между током и напряжением задается выражением  $J = \nu \frac{e^2}{h} V$ . В холловский ток аддитивно вносят вклад все заполненные уровни Ландау. Таким образом, холловский ток в двумерной электронной системе может течь по состояниям, лежащим ниже уровня Ферми, поскольку он является недиссипативным.

Однако, в реальных образцах всегда присутствует беспорядок, который снимает вырождение уровня Ландау, в результате чего бесконечно тонкий уровень уширяется в минизону и появляются локализованные состояния. Считается, что перенос тока в этом случае осуществляется по делокализованным состояниям на уровне Ландау. Утверждение о наличии делокализованных состояний под уровнем Ферми легло в основу мысленного эксперимента Лафли-

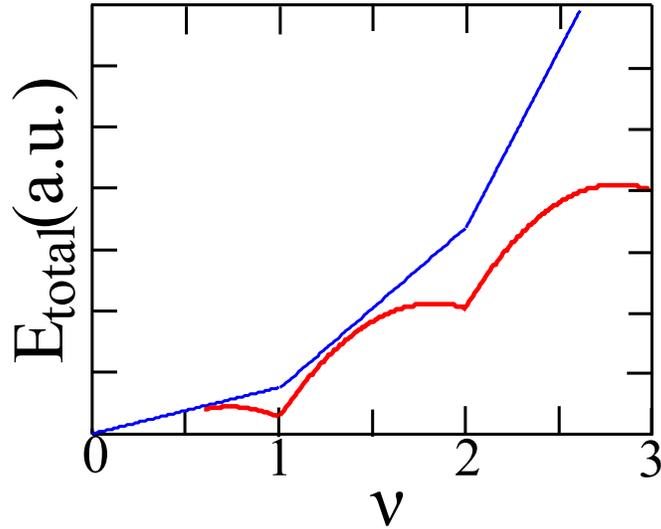


Рис. 1: Схематическое изображение энергии основного состояния в ЦКЭХ в одночастичной модели (синяя линия) и с учетом взаимодействия (красная линия)

на [5], который позднее был реализован и экспериментально [6, 7]. Однако, существование делокализованных состояний в режиме КЭХ не согласовывалось при предельном переходе  $B \rightarrow 0$  со скейлинговой гипотезой. Для разрешения этого противоречия была предложена теория всплывания уровней, согласно которой делокализованные состояния не исчезают скачком при  $B = 0$ , а всплывают по энергии [8].

Следует подчеркнуть, что случайное поле примесей и других дефектов обуславливает энергетическую структуру и характер волновой функции. Характерный размер волновой функции в чистой системе определяет магнитная длина  $l_B = (\hbar c/eB)^{1/2}$ , которая задается магнитным полем. Таким образом, сравнивая магнитную длину с характерным масштабом  $\lambda$ , на котором потенциал меняется значительно, можно говорить о двух предельных типах флуктуаций потенциала беспорядка: короткопериодном  $\lambda < l_B$  и длиннопериодном  $\lambda > l_B$ . Два типа потенциала беспорядка по разному влияют на спектр двумерной системы. Короткопериодный, не меняя однородности плотности элект-

тронов, приводит к уширению уровней Ландау и проявляется в увеличении производной  $d\mu/d\nu$  в районе полужелтых факторов заполнения и уменьшении величины скачков химпотенциала при целочисленных  $\nu$ . Дальнедействующий потенциал оставляет уровни локально узкими, но приводит к перераспределению плотности электронов при экранировке. В этом случае образец характеризуется средним значением плотности электронов и уровня химпотенциала. Неоднородное распределение плотности электронов приводит к увеличению сжимаемости  $dn_s/d\mu$  при целочисленных значениях фактора заполнения. Короткопериодный беспорядок дает бесконечно малую плотность состояний в щели, что не согласуется с экспериментальными результатами [21], а достаточно большая плотность состояний, как полагают, обусловлена длиннопериодным беспорядком. Более того, эксперименты [83] по наблюдению осцилляций ширины уровня Ландау и их резкому росту при значениях химического потенциала, близких к энергии бесконечно тонкого уровня Ландау, указывали на не одноэлектронную природу плотности состояний. Для объяснения этого факта была предложена модель нелинейного экранирования двумерными электронами потенциала беспорядка [82]. При достаточно малой концентрации электроны могут локально экранировать длиннопериодный потенциал беспорядка, что в свою очередь приведет к появлению ненулевой плотности состояний между уровнями. Хорошее согласие экспериментальных данных для термодинамической плотности состояний и расчетов по модели нелинейного экранирования было достигнуто, например, в работе [21]. Попытки описать ненулевую плотность состояний аналитически были предприняты в работах [95, 96]. Считалось, что концентрация электронов в образце с беспорядком распределена по функции Гаусса. Сравнение теоретических расчетов в этой модели с экспериментом было проведено, например, в работе [31] для провалов в магнитоемкости в целочисленном квантовом эффекте Холла и дало неплохое согласование теории с экспериментом.

Для описания системы ферми-частиц обычно используется представление об элементарных возбуждениях - квазичастицах. Электрон-электронное взаимодействие может привести к изменению различных свойств системы и услож-

нению описания системы. Первые работы по исследованию проявления межэлектронного взаимодействия были посвящены изучению перенормировки таких характеристик квазичастиц, как эффективная масса и фактор Ланде ( $g$ -фактор). Так, например, взаимодействие приводит к усилению спиновой щели, а величина  $g$ -фактора в системе взаимодействующих электронов имеет резкую зависимость от электронной концентрации [1]. Учет взаимодействия, как показано в работе [20], может привести также к появлению ненулевой второй производной полной энергии системы в режиме КЭХ в районе целых факторов заполнения, как показано схематически на рисунке 1, и, соответственно, к увеличению скачка химпотенциала [100, 101]. Влияние электрон-электронное взаимодействия на плотность состояний в двумерной системе настолько сильно, что может привести к отрицательному значению плотности состояний, что наблюдалось при термодинамических измерениях как на МДП-транзисторах [98], так и на гетероструктурах [99]

Вообще говоря, задача взаимодействующих электронов не может быть решена точно. В большинстве теоретических работ учет межэлектронного взаимодействия осуществляется в предположении малости кулоновской энергии по сравнению с циклотронной. Действительно, данное предположение упрощает задачу, позволяя в этом пределе найти точное значение энергии и волновых функций электронных и дырочных возбуждений. Но в двумерных электронных системах в реальных образцах это условие нарушается, и некоторые теоретические предсказания, сделанные в рамках этих предположений, не соответствуют эксперименту даже в простейшем случае целых факторов заполнения. В работе [84] в пределе сильного межэлектронного взаимодействия были рассмотрены коллективные зарядовые и спиновые возбуждения. Поправки, возникшие в этом пределе, могли быть причиной расхождения с экспериментом для активационной щели зарядовых возбуждений, которые оказались значительно меньше теоретически предсказанных по обменной кулоновской энергии и линейно зависели от поля [97].

Оказалось, что ступеньки холловского сопротивления образцов более высокого качества (с большей низкотемпературной подвижностью носителей в

отсутствии магнитного поля) появляются не только при целых значениях  $\nu$ , но и при некоторых дробных. Впервые это явление было экспериментально обнаружено при  $\nu = 1/3$  [102] и получило название дробного квантового эффекта Холла. Позже было получено квантование холловского сопротивления и при других факторах заполнения, где  $\nu$  – рациональная дробь. Считается, что причиной возникновения дробного квантового эффекта Холла является взаимодействие между электронами, поэтому одночастичное описание, рассмотренное ранее для (целочисленного) квантового эффекта Холла, неприменимо.

### 2.1.2 Дробный квантовый эффект Холла

Для объяснения дробного квантового эффекта Холла было разработано несколько подходов, наиболее известные из которых были предложены Р.Б.Лафлиным [10] и Дж.К.Джейном [11]. Ниже я рассмотрю эти подходы в общих чертах.

Лафлин предположил, что из-за сильного кулоновского взаимодействия основное состояние ДКЭХ есть несжимаемая жидкость. Волновая функция была предложена как вариационное основное состояние системы для модельного гамильтониана с кулоновским потенциалом, и сформулировано условие минимума энергии такой системы. Оказалось, что минимум достигается при факторе заполнения  $\nu = 1/m$ , где  $m$  – нечетное в силу антисимметричности волновой функции электронов и  $m = 3, 5, 7$ . Одним из главных результатов теории Лафлина было предположение, что в стабильном состоянии с  $\nu = 1/m$  элементарные возбуждения – это квазичастицы или квазидырки с дробным зарядом  $\pm e/m$ . Например, один электрон, добавленный в систему, соответствует  $m$  элементарным возбуждениям, а скачок производной энергии запишется как  $\Delta\mu = \left. \frac{\partial E}{\partial N_e} \right|_{\nu+0} - \left. \frac{\partial E}{\partial N_e} \right|_{\nu-0} = mE_g$ , где  $E_g$  – энергия создания одной квазичастицы и квазидырки. Когда фактор заполнения отходит от стабильного состояния  $\nu_0 = 1/m$  с нечетным целым  $m$ , полагают наличие небольшой плотности квазичастиц или квазидырок с кулоновским взаимодействием.

Жидкость Лафлина – квантовое состояние двумерной системы, обладающее щелью в энергетическом спектре. Наличие конечной энергетической щели

приводит к идеальной проводимости  $\nu e^2/h$  в лафлиновском состоянии (параллельное сопротивление стремится к нулю, как в целочисленном КЭХ). Ступеньки на зависимости холловского сопротивления  $R_H(B)$  при дробных факторах заполнения объясняются несжимаемостью лафлиновского состояния, когда концентрация носителей и, следовательно, холловское сопротивление постоянны. Построенная Лафлиным теория хорошо объясняет наличие плато при факторах заполнения со знаменателем, меньшим 7. Однако экспериментальное наблюдение факторов заполнения  $\nu = 2/3, 2/5, 3/5, 3/7, 4/7$  [102] указало на необходимость расширения и дополнения дробной иерархии.

Б.И.Гальперин [12] расширил схему иерархии дробей, предположив, что квазичастицы удовлетворяют дробной статистике (статистике для частиц с дробным зарядом). Важным следствием дробной статистики является изменение способа заполнения состояний квазичастицами. Если стабильное состояние с фактором заполнения  $\nu_s$  получено на  $s$  уровне иерархии, то более низкие по энергии состояния для факторов заполнения в окрестности  $\nu_s$  могут быть описаны добавлением небольшой плотности квазичастичных (квазидырочных) возбуждений над основным состоянием с  $\nu_s$ . Например, для  $m = 3$  и квазидырочных возбуждений (то есть фактор заполнения электронов  $\nu$  слегка меньше  $1/3$ ), первое «иерархическое» состояние имеет плотность квазичастиц  $1/7$  или общую электронную плотность  $2/7$  — «новую» дробь. Для квазичастичных возбуждений ( $\nu$  слегка больше  $1/3$ ) плотность квазичастиц равна  $1/5$ , а плотность электронов  $2/5$ . Можно получить и остальную иерархию состояний, повторяя подобные рассуждения. Однако, проблема согласования теории с экспериментом осталась. В частности, порядок появления дробей с возрастанием поля и величина дробных щелей при  $\frac{1}{3} < \nu < \frac{2}{3}$ , экспериментально наблюдаемых для  $\nu = \nu_n = \frac{n}{2n+1}$  и  $\nu = 1 - \nu_n$ , не объясняется в рамках расширенной модели Лафлина [19, 23, 27, 35, 36].

Другой подход к построению теоретического описания дробного эффекта Холла предложил Дж.К.Джейн [11]. В его модели вводятся квазичастицы, состоящие из электрона и присоединенных к нему  $\phi$  квантов магнитного потока  $\Phi_0 = hc/e$ . Чтобы квазичастицы подчинялись статистике Ферми-

Дирака,  $\phi$  должно быть четным числом. В самом деле, при перестановке местами двух электронов – ферми-частиц – волновая функция изменит знак. При перестановке квазичастиц относительно друг друга, волновая функция должна меняться на фазовый множитель  $e^{i\theta}$ , где  $\theta = \pi(\phi + 1)$ , и антисимметричность волновой функции обеспечивается четностью  $\phi$ . Теорию среднего поля развил Б.И.Гальперин и др. [13], представив взаимодействие электронов как «добавочный» векторный потенциал. Тогда гамильтониан среднего поля имеет вид:  $\mathcal{H}_0 = \frac{1}{2m_{eff}} \left( -i\hbar\nabla + e/cA^*(r) \right)^2$ , где  $m_{eff}$  – эффективная масса,  $A^*(r)$  – векторный потенциал среднего поля, определяемый полем, действующим на квазичастицы  $\nabla \times A^* = B^* = B - \phi\Phi_0 n_e$ , где  $n_e$  – локальная плотность электронов в точке  $r$ . Таким образом, система взаимодействующих электронов на нижнем уровне Ландау может быть сведена к системе невзаимодействующих квазичастиц в эффективном поле  $B^*$ . При  $\phi = 2$  и факторе заполнения  $\nu = hc n_s / (Be) = 1/2$  эффективное поле  $B^*$  равно нулю. Энергетический спектр композитных фермионов в эффективном магнитном поле представляет собой набор эквидистантных уровней с энергией  $\hbar e B^* / (m^* c)$  ( $m^*$  – эффективная масса композитного фермиона) и фактором заполнения  $\nu^* = n_s \Phi_0 / B^*$ . Фактор заполнения электронов связан с фактором заполнения композитных фермионов следующим соотношением  $\nu = \nu^* / (\phi \nu^* \pm 1)$ , которое позволяет описать разные серии дробей в ДКЭХ.

Нужно подчеркнуть, что численные расчеты не дают удовлетворительного согласия с экспериментально измеренными значениями щели подвижности и скачка химического потенциала. Данное расхождение обычно приписывают недостаточному качеству образцов. Тем не менее, теория качественно объясняет ряд экспериментальных наблюдений при дробных  $\nu$ , в частности, спиновые переходы в основном состоянии при  $\nu = 2/3$  и других факторах заполнения в малых полях и иерархию состояний ДКЭХ [11].

В последнее время было предложено еще одно объяснение дробного квантового эффекта Холла [89] на основе существования топологических структур. В отличие от предыдущих моделей, в этой работе не рассматривается предел большой по сравнению с кулоновской величины циклотронной энергии, а все

наблюдаемые дробные факторы заполнения получены без привлечения понятия композитных фермионов. В этой модели щель в спектре определяется не только взаимодействием между электронами и в больших полях практически не зависит от него.

### 2.1.3 Исследование несжимаемых состояний ДКЭХ

Все модели ДКЭХ предполагают наличие щелей в спектре заряженных возбуждений. Таким образом, дробным факторам заполнения соответствуют изломы в энергии основного состояния, а производная энергии по числу частиц испытывает скачки  $\Delta\mu_e = dE/dn_s|_{\nu+0} - dE/dn_s|_{\nu-0}$ . Следует отметить, что скачок химпотенциала  $\Delta\mu_e$  не равен щели в спектре дробных квазичастиц. В отличие от целочисленного эффекта Холла, форма изломов энергии основного состояния ДКЭХ точно неизвестна. Попытки определить форму изломов в модели Лафлина были предприняты Б.И.Гальпериным [12]. По его расчетам изломы энергии основного состояния при дробных факторах заполнения имеют форму галочки с ненулевой второй производной (см.рис. 2). Однако, аналитический расчет был проведен приближенно и годится для качественного, но не количественного описания. Аналитического выражения формы изломов в энергии основного состояния в модели Лафлина по-видимому нет. Численный расчет для малого числа частиц, проведенный К.Гросом и А.МакДональдом [24], качественно подтвердил форму изломов в энергии основного состояния ДКЭХ. Тем не менее, проблема с количественным описанием осталась.

Аналитическое описание формы изломов в энергии основного состояния при дробных факторах заполнения в духе модели, изложенной А.Л.Эфросом для ЦКЭХ [20], было предложено в работе [19]. Следует отметить, что несмотря на учет взаимодействия между электронами, в этой модели никаких особенностей на зависимости полной энергии системы от фактора заполнения при дробных значениях последнего не появляется. В работе [19] предполагалось, что при отходе от точного дробного фактора заполнения  $\nu_0$  плотность квазичастиц или квазидырок  $N_{qp}$  пропорциональна  $|\nu - \nu_0|$ , а добавка к энер-

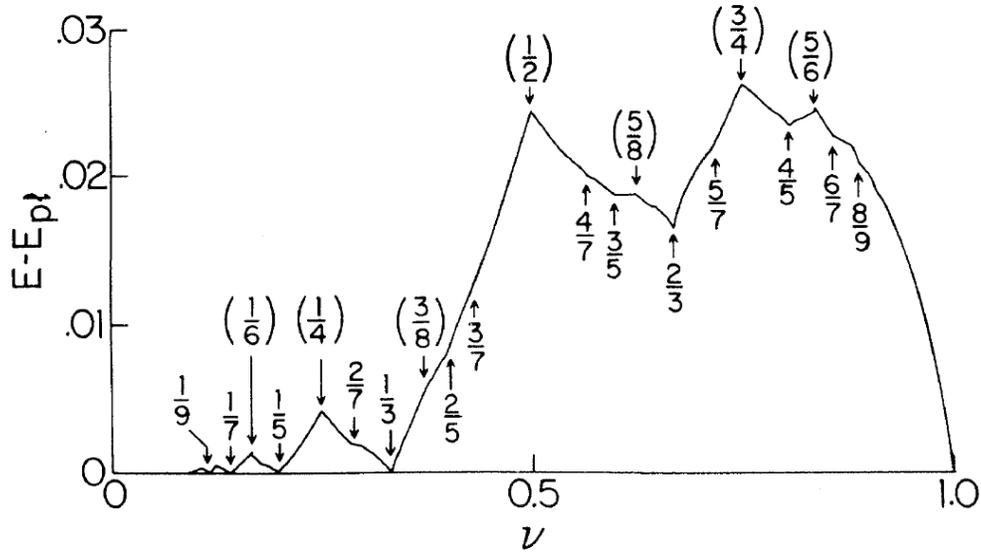


Рис. 2: Энергия основного состояния в ДКЭХ (в единицах  $e^2/\epsilon l_0$ ) за вычетом плавной функции фактора заполнения  $E_{pl}$  [12]

гии за счет взаимодействия квазичастиц дает вклад во вторую производную энергии по числу частиц порядка  $|\nu - \nu_0|^{-1/2}$ . Сами квазичастицы взаимодействуют подобно электронам в модели нелинейного экранирования, предложенной А.Л.Эфросом. Однако, соответствующая форма излома в энергии основного состояния не согласовывалась с экспериментом, что приписывалось неизвестному механизму подавления ДКЭХ беспорядком. Зависимость энергии основного состояния от фактора заполнения может быть аналитически получена в модели композитных фермионов, что проделано нами в разделе «Анализ температурной зависимости».

Предполагается, что дробный квантовый эффект Холла явление многочастичное, а щель в энергетическом спектре при дробных факторах заполнения определяется электрон-электронным взаимодействием. Согласно численным расчетам скачок химпотенциала, соответствующий щели в спектре при дробных факторах заполнения, определяется кулоновским взаимодействием между электронами вида  $e^2/\epsilon l_B$ , где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость,

$l_B = (\hbar c/eB)^{1/2}$  — магнитная длина, и практически не зависит от знаменателя дроби  $q$  для  $1/3 \leq \nu \leq 2/3$  [24, 25]. Таким образом, наблюдение корневой зависимости скачка химпотенциала от поля ( $\propto \sqrt{B}$ ) могло бы подтвердить предполагаемое происхождение щели.

На практике щель в энергетическом спектре определяется различными методами. Стандартные активационные измерения основываются на определении энергии активации в минимуме продольного сопротивления  $\rho_{xx} \propto \exp(-\Delta/2T)$  в режиме квантового эффекта Холла [26, 27]. Как предполагается, активационные измерения дают значение щели  $\Delta$  в спектре дробных квазичастиц. Вообще говоря, это верно только для идеализированной чистой системы. В любом реальном образце беспорядок локализует квазичастицы (подобно электронам в ЦКЭХ), см. например работы [105, 106]. В таких условиях энергия активации определяет щель подвижности, которая имеет право отличаться от щели в спектре. В работе [26] исследовалась энергия активации при  $\nu = 1/3, 2/3, 4/3, 5/3$  на различных образцах в широком интервале значений магнитных полей. С помощью построения Аррениуса выражалась величина щели и по полученным результатам определялась зависимость энергии активации от магнитного поля. Полученные значения величины щели заметно меньше теоретически предсказанных, имеется тенденция к занулению величины щели в малых полях и насыщению в пределе больших полей. Похожие зависимости наблюдались недавно на образцах более высокого качества. Авторы [27] претендуют на наблюдение излома на полевой зависимости энергии активации, что интерпретируется как смена спиновой конфигурации низколежащего заряженного возбуждения.

В качестве альтернативного метода измерения щели в энергетическом спектре электронов в режиме ДКЭХ предлагался магнитооптический метод [36]. Этот метод основан на измерении интенсивности излучательной рекомбинации двумерных электронов с возбужденными светом дырками. По интенсивности определялся первый момент спектра излучательной рекомбинации, который в рамках модели Апалькова и Рашбы [37, 38] пропорционален скачку химпотенциала электронной системы при нулевой температуре. Существен-

ная коррекция экспериментальных данных, осуществленная в рамках модели, позволила получить сублинейные зависимости щелей от поля. Магнитооптическим методом были получены самые большие из экспериментальных значения щелей. В той же работе была исследована температурная зависимость величины щели. Было получено, что значение величины щели в спектре с повышением температуры уменьшается, а при относительно высоких температурах щель схлопывается. По-видимому, такое поведение связано с тем, что в этих экспериментах измеряется не химический потенциал системы, а производная полной энергии по числу частиц, что весьма существенно при конечной температуре, как обсуждается в главе «Анализ температурной зависимости».

В отличие от активационных, термодинамические измерения позволяют напрямую измерить щель в спектре. Например, в работе [19] использовался метод проникающего поля, позволяющий определить сжимаемость  $K = \left(N^2 \frac{\partial^2 E_{tot}}{\partial N^2}\right)^{-1} = \left(N^2 \frac{\partial \mu}{\partial N}\right)^{-1}$  ( $N$  – число частиц в системе) в абсолютных единицах. Исследуемая величина скачка химического потенциала электронной системы при факторе заполнения  $\nu = 1/3$  от магнитного поля оказалось близка к линейной, а величина скачка заметно меньше теоретической. По результатам более поздней работы [23] скачок химпотенциала линейно возрастал с увеличением поля, в малых полях  $B \lesssim 3T$  величина скачка становилась равной нулю. Последнее объяснялось влиянием беспорядка в двумерной электронной системе. Следует с осторожностью анализировать данные для скачка химпотенциала, полученные при конечной температуре, поскольку, как было показано в [15, 19, 31], скачок имеет сильную температурную зависимость.

Стандартные измерения энергии активации в минимуме продольного сопротивления использовались для исследований зависимости щели в энергетическом спектре для различных факторов заполнения от знаменателя дроби [26, 32, 33, 36]. По результатам работы [32] величина щели в спектре при различных факторах заполнения увеличивалась с увеличением эффективного поля  $B^*$  и согласовывалась с корневой зависимостью. Результаты трактовались в рамках модели композитных фермионов, а зависимость величины щели от фактора заполнения интерпретировалась как линейная. Однако линейная

экстраполяция предполагаемой зависимости к фактору заполнения  $\nu = 1/2$  дала отрицательное значение щели в спектре.

В отсутствие кулоновских эффектов спиновая поляризация определяется Зеемановской энергией, а система должна быть полностью поляризована по спину при  $\nu < 1$ . Кулоновское взаимодействие, которое, как полагают, ответственно за возникновение ДКЭХ, приводит к появлению в слабых магнитных полях неполяризованных или частично поляризованных состояний даже при  $\nu < 1$  [16, 17]. Численный расчет для систем с малым числом частиц [16] предсказывает, что в слабых магнитных полях основное состояние при  $\nu = 2/3, 4/3, 2/5$  и  $8/5$  не поляризовано по спину, в отличие от  $\nu = 1/3$  и  $5/3$ , а по мере увеличения магнитного поля наблюдается резкий переход в полностью спин-поляризованное состояние. Частично поляризованное состояние, согласно численным расчетам, возникает при  $\nu = 3/5, 7/5$ . В работе [19] детально изучили активационным методом состояние с  $\nu = 2/3$ , исследовалась зависимость продольного сопротивления от температуры в наклонных магнитных полях. Было наблюено изменение поведения минимума сопротивления от угла наклона поля (и, следовательно, от величины поперечного поля). Энергия активации линейно зависела от магнитного поля при  $B > 4T$  и при  $B \sim 3.3T$  наблюдался минимум этой зависимости. В работе [30] использовался подобный метод определения энергии активации при  $\nu = 2/3$  и  $\nu = 3/5$ . Было обнаружено, что при этих факторах заполнения в зависимости энергетической щели от поля при так называемом критическом магнитном поле появляется минимум. Причем полевая зависимость продольного сопротивления  $\rho_{xx}$  при  $\nu = 2/3$  имела структуру двойного минимума, а зависимость энергии активации от фактора заполнения в окрестности  $\nu = 2/3$  оказалась немонотонной. Выше критического поля  $B > 2.1T$  зависимость энергии активации линейна с наклоном  $g\mu_B = 0.4\mu_B$  для GaAs, что соответствует энергии Зеемана. Полученные результаты указывают на наличие фазового перехода системы вблизи фактора заполнения  $2/3$  из состояния, не поляризованного по спину, в спин-поляризованное. Подобные результаты были получены и методом измерения магнетоемкости в наклонных полях. В работе [15] методом магнетоемкости

изучалась спиновая поляризация при факторе заполнения  $\nu = 2/3$ . Было показано, что двумерная система остается полностью поляризованной по спину при  $\nu = 2/3$ , а при дальнейшем увеличении фактора заполнения поляризация уменьшается из-за появления в системе электронов в противоположном спине. Основное состояние при  $\nu = 1/3$ , по-видимому, всегда поляризовано по спину [18]. Однако, теоретические исследования предсказывают смену спиновой конфигурации элементарных возбуждений при этом факторе заполнения [16].

Наблюдение дробного заряда квазичастиц, одного из самых сильных утверждений модели Лафлина, могло бы прояснить природу ДКЭХ. Изучению этого вопроса посвящено множество работ. Для квазичастиц с дробным зарядом энергия активации в  $q$  раз меньше скачка химпотенциала [10]. Такой анализ был проведен в работе [35], однако, результаты лишены какой-либо надежности. Обе измеренные величины заметно меньше теоретически предсказанных, что приписывалось неизвестному влиянию беспорядка. При этом влияние беспорядка было учтено в грубой модели [19] для скачка химпотенциала, и совершенно не учитывалось для энергии активации. По-видимому, на сегодняшний день все еще нет образцов необходимой для подобных экспериментов чистоты.

Еще одной экспериментальной методикой является методика, основанная на электронных аналогах оптических интерферометров (см. [86] и ссылки к ней). И в случае аналога интерферометра Фабри-Перо [40], и в случае интерферометра Маха-Цендера [64] разность фаз электронных пучков, набираемая при прохождении пучками пути различной длины, контролируется варьированием магнитного потока через интерференционный контур. В случае дробного заряда квазичастиц ожидается периодичность  $\Phi^* = e/e^* \Phi_0 = \Phi_0/\nu$ , справедливая только если внутри интерференционного контура фактор заполнения  $\nu - 1/3$  инвариантен. Вообще говоря, следует различать рабочие режимы интерферометра. В простейшем случае экстремального режима Ааронова-Бома [41], электрон-электронное взаимодействие не влияет на интерференционную картину. Интерференционный период соответствует изменению потока  $\Phi = BS$  через контур площадью  $S$  на один квант  $\Phi_0$ , где  $S$  практически не

зависит от магнитного поля  $B$ . В противоположном случае сильного кулоновского взаимодействия  $\Phi$  зависит только от числа частиц внутри интерференционного контура [42]. Однако, и в интерференционных методах есть проблемы, связанные с кулоновскими эффектами из-за выноса заряда и неясности в определении площади в режиме Ааронова-Бома, затрудняющие однозначную трактовку результатов [107].

Дробный заряд также определялся в экспериментах [103, 43] по дробовому шуму [104]. В работе [43] заряд определялся по флуктуациям тока утечки через сужение - квантовый контакт [93] в образце в режиме дробного квантового эффекта Холла при  $\nu = 1/3$ . Процессы туннелирования происходили между берегами сужения в образце. Носители в этой одномерной системе должны иметь заряд  $e/3$ , унаследованный из объема, а дробовой шум этих возбуждений имел бы классический вид с зарядом электрона, замененным на  $e/3$ . Наблюдение такого поведения в эксперименте указывало в пользу существования Лафлиновских квазичастиц с дробным зарядом, переносящих ток.

#### **2.1.4 Краевой транспорт в двумерной системе в перпендикулярном магнитном поле**

Как известно, в квазиклассике в перпендикулярном магнитном поле заряженная частица движется по циклотронным орбитам. При приложении электрического поля в плоскости образца в дополнение к магнитному, на круговое движение накладывается дрейф в направлении, перпендикулярном скрещенным полям. Наличие края в таком случае приводит к инфинитному движению вдоль границы: заряженная частица, рассеявшись на краю один раз, обязательно столкнется с ним на следующем витке. Таким образом, при включении магнитного поля в двумерной системе электронов происходит переход от прямолинейного пролета баллистических электронов к распространению по квазиклассическим скачущим орбитам, что можно наблюдать, например, в экспериментах по поперечной фокусировке пучка магнитным полем. И в металле [108], и в достаточно чистом полупроводнике [109] можно зарегистрировать резонансные пики, соответствующие случаю, когда на расстоянии между

инжектором и коллектором укладывается целое число диаметров циклотронной орбиты. Другим наглядным примером могут служить эксперименты по визуализации с помощью атомно-силового микроскопа [110, 111].

Как было отмечено ранее, объемная диагональная проводимость в режиме квантового эффекта Холла экспоненциально мала. Уровни Ландау на краях образца загибаются вверх из-за потенциала границ. При подъеме на уровень Ферми расположенных ниже уровней Ландау вблизи края образуются краевые состояния [44, 48]. Волновые функции этих состояний локализованы возле границы проводника на длине порядка циклотронного радиуса. Возникает вопрос, течет ли ток в режиме квантового эффекта Холла по всему образцу или только вдоль его краев. Хотя результаты ранних экспериментов [5], казалось, согласовывались с представлением о токе, текущему по всему образцу, эти представления были подвергнуты сомнению в модели краевых токов. Эта модель была предложена М.Бюттикером, который объединил идею Б.И.Гальперина [44] о токонесящих состояниях и формализм Р.Ландауэра [45]. В этой модели наличие делокализованных состояний в объеме образца не существенно, а задача о распределении токов сводится к одномерной задаче о коэффициентах прохождения и отражения, соответствующих току обратного рассеяния между краями на уровне Ферми. Согласно работе [45] проводимость одномерной многоканальной проволоки, содержащей область центров упругого рассеяния с определенным коэффициентом прохождения, определяется вкладом каждого канала, пропорциональна комбинации фундаментальных констант  $e^2/h$  и зависит от коэффициента прохождения. М.Бюттикер попытался связать квантование Ландау с квантованием сопротивления одномерного канала. Было показано, что при выведении системы из равновесия в режиме квантовая холловского сопротивления протекающий ток может быть формально выражен только через разность электрохимических потенциалов краевых состояний при учете упругого рассеяния с помощью матрицы коэффициентов прохождения. В этом смысле краевые состояния часто называют краевыми каналами. В таком краевом канале рассеяние назад невозможно: для этого электрон должен изменить направление импульса, то есть перейти на проти-

воположную сторону образца, а рассеяться в объем электрон не может, так как все состояния в объеме заняты. Возвращаясь к вопросу о распределении токов в образце в режиме квантового эффекта Холла, следует отметить, что на практике реализуется промежуточный вариант [46]. Зачастую краевые каналы рассматривают как скачущие орбиты в ограничивающем потенциале, который резко изменяется на масштабе магнитной длины  $l_B = (\hbar c/eB)^{1/2}$ , однако в большинстве образцов профиль потенциала на краю пологий и охватывает расстояние, намного большее магнитной длины. Как показано в работе [82], в режиме КЭХ в электронной системе с плавным краевым потенциалом возникают полосы сжимаемой и несжимаемой электронной жидкости в результате «прикалывания» уровня Ландау к уровню химического потенциала. Сжимаемая область соответствует подъему уровня Ландау на уровень Ферми. В этой области плотность состояний велика, а краевой потенциал экранируется электронами. В области несжимаемой жидкости краевой потенциал экранируется слабо, а на уровне электрохимического потенциала открывается щель. Подобная картина должна быть и в случае дробного квантового эффекта Холла. Такая картина в режиме ДКЭХ была рассмотрена в работе [85].

В одномерном случае, примером которого является краевой канал, межэлектронное взаимодействие кардинальным образом влияет на свойства системы. Одномерную систему взаимодействующих электронов, вообще говоря, нельзя описать в модели ферми-жидкости. Для этих целей была специально разработана модель Томонаги-Латтинжера, в которой спектр можно линеаризовать в окрестности выбранной точки, а гамильтониан системы диагонализировать в терминах бозе-частиц. Элементарными возбуждениями такой жидкости (жидкости Латтинжера) являются волны электронной плотности - плазмоны. В случае КЭХ такие возбуждения называют краевыми магнетоплазмонами - бесщелевыми возбуждениями, которые могут распространяться только вдоль края образца (перпендикулярно градиенту потенциала на краю). Главная особенность кинематики движения электронов в краевом канале заключается в подавлении рассеяния назад. В такой одномерной системе, называемой киральной, разрешено только одно направление импульса (знак киральности).

В реальной системе картина может быть сложнее. В режиме КЭХ в электронной системе с плавным краевым потенциалом возникают полосы сжимаемой и несжимаемой электронной жидкости в результате «прикалывания» уровня Ландау к уровню химического потенциала. Сжимаемая область соответствует подъему уровня Ландау на уровень Ферми. В этой области плотность состояний велика, а краевой потенциал экранируется электронами. В области несжимаемой жидкости краевой потенциал экранируется слабо, а на уровне электрохимического потенциала открывается щель. Подобная картина ожидается и в случае дробного квантового эффекта Холла (см., например, работу [85]).

## 2.2 Неравновесное взаимодействие между квантовыми цепями

В дальнейшем будут использоваться понятия квантового точечного контакта и квантовой точки, которые широко используются в качестве одноэлектронного детектора. Введем определения.

*Квантовый точечный контакт* представляет собой сужение в двумерном электронном газе размером порядка длины волны электрона, проводимость которого квантуется в единицах  $2e^2/h$  ( $e$  – заряд электрона,  $h$  – постоянная Планка).

Впервые квантование проводимости сужения в двумерных электронных системах экспериментально наблюдалось при низких температурах в работах [69, 70]. Теория этого явления была разработана в работе [93] и хорошо согласовывалась с экспериментом. Рассмотрим простую модель адиабатического транспорта через сужение, созданного расщепленным затвором, соединяющим две области 2D-электронного газа, с плавным изменением ограничивающего потенциала [94]. Варьированием затворного напряжения  $V_g$  можно менять положение уровня Ферми  $E_F$  в сужении, а приложение тянущего напряжения  $V$  между берегами 2D-газа позволяет сдвигать их электрохимические потенциалы  $\mu_R$  и  $\mu_L$  относительно  $E_F$ . Без ограничения общности будем считать, что уровень Ферми в сужении всегда находится посередине между  $\mu_R$  и  $\mu_L$ . С учетом вырождения по спину при нулевой температуре ток через суже-

ние задается формулой  $J = 2e/h \sum_n \int_{E_F - eV/2}^{E_F + eV/2} Tr_n(E) dE$ , где суммирование ведется по всем заполненным подзонам  $n$ . Прозрачность  $Tr_n(E)$  аппроксимируется функцией Хевисайда  $Tr_n(E) = \theta(E - E_n)$ . Тогда после преобразований выражения для тока, получим:  $J = (2e^2/h)nV$  или для проводимости  $G \equiv dJ/dV = (2e^2/h)n$ . Таким образом, переходы между плато на зависимости  $G(V_g)$  возникают при прохождении  $\mu_R(\mu_L)$  через донья подзон размерного квантования.

**Квантовая точка** в полупроводнике [71, 72] – область, ограниченная по всем трем направлениям, при этом ограничение носит квантовый характер: должна существенно меняться плотность состояний заряженных частиц по сравнению с плотностью состояний в окружающем материале. Особенности в плотности состояний проявляются при низких температурах, когда среднее расстояние между уровнями размерного квантования перестает быть меньше  $k_B T$ , где  $k_B$  – постоянная Больцмана. В квантовых точках малого размера доминирует кулоновская энергия отталкивания.

### 2.2.1 Неравновесное поведение в экспериментах drag-типа

Электрон-электронное взаимодействие в низкоразмерных системах часто играет определяющую роль и является важным предметом исследования. Для этой цели могут быть применены различные транспортные методы. Они включают, например, определение времени дефазировки [79] в интерференционных экспериментах. Другой подход основан на измерении эффектов увлечения между изолированными электронными системами в экспериментах типа «увлечения» (drag-типа). Объяснение результатов таких экспериментов обычно связывают с кулоновским взаимодействием, однако и электрон-электронное взаимодействие посредством акустических фононов может быть важным. Первые эксперименты по изучению эффектов увлечения были реализованы на структурах Ga(Al)As, представляющие собой две параллельные плоскости двумерного газа, разделенные туннельным барьером [91]. Идея состояла в использовании одной 2D плоскости в качестве источника и изучении влияния движения электронов этой плоскости на соседнюю. Движущиеся заряды в

плоскости 2D газа действуют кулоновскими силами на носители заряда в близлежащей плоскости и вызывают ток увлечения передачей импульса в последней. Это явление, известное как кулоновское увлечение (Coulomb drag), между пространственно изолированными, но близко расположенными электронными системами находится в центре внимания последние несколько лет. Интерес к кулоновскому увлечению возникает главным образом из того, что оно предлагает уникальную возможность изучения электрон-электронного взаимодействия в низкоразмерных системах на основе измерения коэффициентов переноса. Тогда же было обнаружено, что в таких системах возможно не только прямое кулоновское взаимодействие, но и взаимодействие за счет обмена фононами [78]. Позднее кулоновское увлечение изучалось в квантовых проволоках и в компланарных структурах [76]. С развитием нанолитографии стало возможным исследование электрон-электронного взаимодействия в геометрически более сложных наноструктурах с использованием квантовых точек и квантовых контактов в качестве дополнительных инструментов. В работе [80] были предложены неравновесные эксперименты, в которых в качестве источника возбуждения и детектора использовались квантовые контакты. Идея состояла в том, чтобы на некотором расстоянии друг от друга создать две изолированные цепи: управляющую и детектирующую. В управляющей цепи с помощью частично прозрачного квантового контакта создается неравновесная система с избыточной энергией. При этом часть энергии может передаться детектирующей цепи. Тем самым можно зарегистрировать сигнал в детектирующей, т.е. равновесной системе. Детектирующим элементом мог быть другой квантовый контакт, одиночная или двойная квантовая точка. При этом считалось, что передача энергии осуществлялась фотонами, как в работах по исследованию дробового шума [66, 92], неравновесными фононами [60, 61] или с помощью кулоновского взаимодействия.

Независимо от типа взаимодействия, изменение энергии и импульса электрона удовлетворяет законам сохранения, которые могут наложить ограничения на соответствующий механизм передачи энергии. Эти ограничения являются наиболее важными для свободно движущихся электронов. Для куло-

новского взаимодействия, например, закон сохранения импульса определяет положительный знак кулоновского сопротивления между чистыми одномерными (1D) квантовыми проволоками и параллельными слоями двумерных электронных систем в двухслойных системах. Испускание/поглощение квантов энергии из окружающей среды двумерными электронами возможно при условии, что скорость соответствующей частицы (фотона или акустического фонона) меньше, чем скорость Ферми электронов. Это условие выполняется только для акустических фононов благодаря малой скорости звука (по сравнению с  $v_F$  в типичных двумерных системах). Законы сохранения разрешают процессы рассеяния в компланарных структурах с испусканием/поглощением акустических фононов с импульсом до  $2k_F$  и соответствующей энергией до  $2\hbar k_F v_s$ , где  $k_F$  и  $\hbar$  - импульс Ферми и постоянная Планка соответственно. При нарушении закона сохранения импульса строгих ограничений для связанных электронов не существует. Таким образом, электрон в квантовой точке может взаимодействовать как с микроволновыми фотонами, так и акустическими фононами [67].

### **2.2.2 Электрон-электронное, электрон-фононное взаимодействия, влияние размерности и законов сохранения.**

При уменьшении размерности системы законы сохранения импульса и энергии накладывают все больше ограничений на процессы рассеяния. В результате, электрон-электронное взаимодействие в одномерной системе нельзя описать в модели жидкости Ферми. Для этого, как уже говорилось, была разработана модель Томонаги-Латтинжера, в которой элементарными возбуждениями являются волны плотности (коллективные плазменные возбуждения) - бозоны [74, 75]. Однако, краевые каналы в ЦКЭХ представляют собой отдельный случай. В ЦКЭХ краевые возбуждения киральные и движутся только в одном направлении вдоль края. Поэтому в образцах геометрии Холловского мостика на противоположных краях реализуются противоположно направленные краевые каналы (левые и правые фермионные моды). Если расстояние между каналами велико, то правые и левые фермионы не взаимодействуют между

собой, а краевые возбуждения эквиваленты одномерной невзаимодействующей ферми-жидкости [55]. В дробном квантовом эффекте Холла или при малом расстоянии между каналами ЦКЭХ краевые возбуждения, как полагают, являются одномерной взаимодействующей жидкостью Латтинжера. В случае одинаковой киральности краевых каналов за эффекты увлечения может быть ответственен нелинейный закон дисперсии [77], и в бесконечной системе (или на нулевой частоте) эффекты увлечения отсутствуют. При линейном законе дисперсии в случае противоположно направленных каналов процессы рассеяния не приводят к увлечению. Роль неупругих процессов проявляется в передаче энергии между неравновесными киральными системами, что поддается прямому измерению [51]. В недавних работах исследовалась передача энергии между квазиодномерными каналами, реализованными в режиме целочисленного эффекта Холла при факторе заполнения  $\nu = 2$  [50, 51]. Один из краевых каналов выводился из состояния равновесия, а в другом, соседнем канале той же киральности, измерялось результирующее неравновесное распределение электронов. Неравновесность одного краевого канала создавалась за счет взаимодействия двух краевых каналов с различными уровнями химического потенциала через частично пропускающий квантовый контакт. Квантовая точка использовалась в качестве энергетического спектрометра, позволяющего исследовать распределение энергии электронов изначально равновесного канала. При этом передача энергии, как полагают, осуществлялась без переноса частиц за счет дальнедействующего кулоновского взаимодействия. Однако, парное рассеяние между электронами сонаправленных краевых каналов запрещено законом сохранения импульса за исключением случаев, когда дисперсии каналов одинаковы. Например, эффект кулоновского увлечения между квантовыми проволоками носит резонансный характер и максимален, когда взаимодействующие одномерные системы идентичны [76]. Однако, запрет на парные процессы рассеяния снимается в том случае, если в системе имеется беспорядок [52]. Следуя работе [52], рассмотрим два краевых канала с линейным законом дисперсии  $E(k) = \hbar v_i k$  ( $v_i$  – групповая скорость электронов на краю в  $i$ -м канале,  $i = 1; 2$ ) на некотором расстоянии друг от друга, в

которых токи текут в одном направлении. В случае кулоновского взаимодействия без рассеяния назад по закону сохранения энергии с учетом линейной дисперсии  $v_1 k_1 + v_2 k_2 = v_1 k'_1 + v_2 k'_2$ , где  $k_1, k_2$  – начальные импульсы электронов,  $k'_1, k'_2$  – конечные импульсы. В совокупности с законом сохранения импульса  $|k_1 - k'_1 + k_2 - k'_2| = 0$  парное рассеяние в чистой системе возможно при  $v_1 = v_2$ . Наличие беспорядка, характеризующегося, например, корреляционной длиной  $l$ , снимает запрет на парное рассеяние при  $v_1 \neq v_2$ . В системе появляется неопределенность в импульсе порядка  $1/l$ , ограничивающая квант передаваемой электронами одного канала электронам другого энергии  $\Delta E = (\hbar/l)v_1 v_2 / (v_1 - v_2)$ . В случае противоположно направленных краевых каналов ограничение на рассеяние еще более серьезно. Так парное рассеяние в чистой системе строго запрещено. В этом случае должны доминировать трехчастичные процессы, а передача энергии возможна при условии нелинейного закона дисперсии [53]. Парное рассеяние между противоположно направленными краевыми каналами, как будет показано в главе «Энергетическая релаксация между краевыми каналами», может осуществляться в грязной системе, когда роль беспорядка существенна. Таким образом, изучение энергетической релаксации в системе противоположно направленных краевых каналов позволяет напрямую исследовать роль беспорядка и парных неупругих процессов.

Следует отметить, что хотя большинство работ по исследованию энергетической релаксации в одномерных системах сфокусировано на физике кулоновского рассеяния, при построении теоретических моделей зачастую игнорируются ключевые аспекты физики твердого тела, например, взаимодействие электронов с фононами, хотя не очевидно насколько такое предположение оправдано при описании механизмов энергетической релаксации на краю. Вообще говоря, запрет парных процессов рассеяния в чистой системе противоположно направленных каналов справедлив и для взаимодействия посредством обмена акустическими фононами, при испускании/поглощении которых сохраняется продольный импульс. В главе «Расчет и сравнение мощности кулоновского и электрон-фононного рассеяния» рассмотрены оба механизма рассеяния в неидеальной системе противоположно направленных краевых каналов с бес-

порядком и проведено сравнение передаваемой при неупругих парных процессах мощности.

## 3 Термодинамические измерения

### 3.1 Экспериментальная установка

Измерения проводились в криостате растворения «Oxford TLM-400», позволяющем достигнуть низкие температуры в широком интервале от 30 мК до 1.2 К. Работа установки такого типа основана на поведении фазовой диаграммы смеси  ${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$  [113]. Температуру  $\sim 1\text{K}$  можно достичь откачкой паров изотопа  ${}^4\text{He}$ ; температура, составляющая десятки милликельвин, достигается растворением изотопа  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$ . Эффект охлаждения возникает за счет испарения с границы раздела фаз атомов  ${}^3\text{He}$ . Ниже температуры расслоения жидкая смесь изотопов  ${}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$  разделяется на две компоненты, в одной из которых выше содержание  ${}^3\text{He}$ , а в другой  ${}^4\text{He}$ . Плотность первой фазы меньше, и она находится сверху, снизу находится  ${}^4\text{He}$  с растворенным в нем  ${}^3\text{He}$ . Стационарный режим растворения поддерживается откачкой  ${}^3\text{He}$ , у которого давление насыщенных паров примерно в 1000 раз выше чем у  ${}^4\text{He}$ , насосом из специальной камеры. Установка работает в непрерывном цикле, и откачанный газ возвращается через линию конденсации обратно в камеру растворения. Базовая (минимальная) температура установки составляет приблизительно 30 мК. В случае необходимости повышение температуры (вплоть до  $T = 1.2\text{K}$ ) производится при помощи нагревателя, установленного в камере растворения.

Магнитное поле создается сверхпроводящим соленоидом, находящимся внутри криостата в ванне с жидким  ${}^4\text{He}$ . Максимальное достижимое поле 14 Тесла при температуре 4.2 К и 16.5 Тесла при  $T = 2.2\text{K}$  под откачкой паров гелия.

Схема измерительной цепи изображена на рисунке 3. Для усиления сигнала и отделения его от шума использовался широкополосный усилитель с синхронным детектором Lock-in. Между металлическим затвором, напыленным на поверхность образца, и двумерным газом прикладывалось постоянное напряжение, которое модулировалось переменным сигналом низкой частоты (0.05–11 Гц), подаваемым с выхода генератора Lock-ina через делитель 1/100. Амплитуда модулирующего сигнала мала и для образцов №1 и №2 рав-

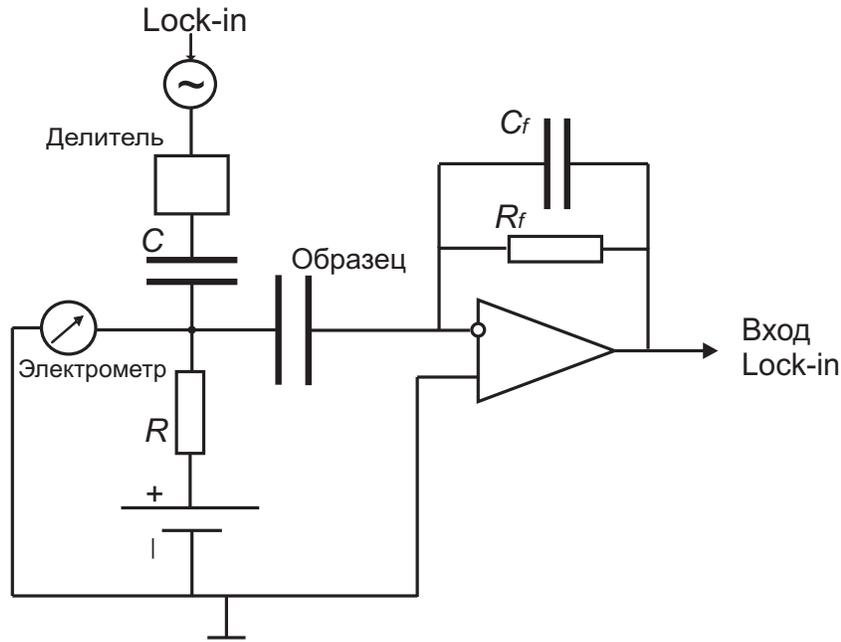


Рис. 3: Схема измерений

на 2.5 мВ, что соответствует модуляции электронной плотности  $9 \times 10^8 \text{ см}^{-2}$ . Ее величина подбиралась экспериментально и определялась линейностью отклика (амплитуда модуляции мала по сравнению с типичной шириной минимумов в емкости  $C(V_g) \sim 25 \text{ мВ}$ ). Для образца №3 амплитуда модуляции равна 2 мВ (соответствующая модуляция плотности  $6.5 \times 10^8 \text{ см}^{-2}$ ). Варьируя постоянное напряжение на затворе, мы меняли концентрацию электронов в двумерном слое. С помощью преобразователя «ток-напряжение» и Lock-ina измерялись с высокой точностью ( $\sim 10^{-16} \text{ А}$ ) мнимая и действительная компоненты тока. В низкочастотном пределе мнимая компонента тока пропорциональна емкости  $C$ , а действительная компонента пренебрежимо мала. В этих условиях измерения не искажаются резистивными эффектами латерального транспорта, и система находится в состоянии термодинамического равновесия [22]. Сигнал с преобразователя подавался на вход Lock-ina. Отсутствие тока утечки затвора контролировалось по показаниям электрометра (см.рис. 3).

## 3.2 Образцы

Для создания двумерной электронной системы нужно ограничить движение электронов в каком-либо направлении. На практике используются системы металл-диэлектрик-полупроводник и гетероструктуры. Гетеропереход получают наращиванием слоя одного полупроводника на слое другого методом молекулярно-пучковой эпитаксии, который позволяет контролировать процесс роста до атомарно гладких слоев. Мы использовали гетероструктуру GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As,  $x = 0.336$ . Наши образцы выращены в Национальной Лаборатории TACS-INFN, г.Триест, Италия. Они устроены следующим образом: на подложку из арсенида галлия напыляется слой легированного кремнием GaAs, который остается хорошо проводящим даже при низких температурах и играет роль заднего затвора. На него наносится толстый слой арсенида галлия и  $\delta$ -легированный кремнием слой Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As, которые и образуют гетеропереход. Как известно, GaAs и AlGaAs имеют разную ширину запрещенной зоны; при приведении в контакт, происходит изгиб энергетических зон, в результате дно зоны проводимости GaAs в приконтактной области оказывается ниже уровня Ферми [5]. Носители заряда заполняют потенциальную яму между краем зоны проводимости с одной стороны и потенциальным барьером AlGaAs с другой. При всех достижимых электронных концентрациях частицы занимают нижний энергетический уровень размерного квантования, что приводит к понижению размерности системы. Таким образом, двумерная система получается из электронов объемного полупроводника, для которых движение в одном из направлений заковано.

Чтобы получить двумерный газ определенной формы, на поверхности образца вытравливается так называемая меза, затем вжигаются омические контакты из AuGe и напыляется металлический затвор методом стандартной фотолитографии. Чтобы избежать закоротки двумерного газа на задний затвор и использовать последний независимо, на глубине  $\sim 5\mu\text{м}$  имеется слой так называемого низкотемпературного GaAs. Этот слой наносится на подложку, предварительно охлажденную в камере молекулярно-лучевой эпитаксии с  $600^\circ\text{C}$  до  $270^\circ\text{C}$ , и имеет большое количество дефектов, которые пиннингуют

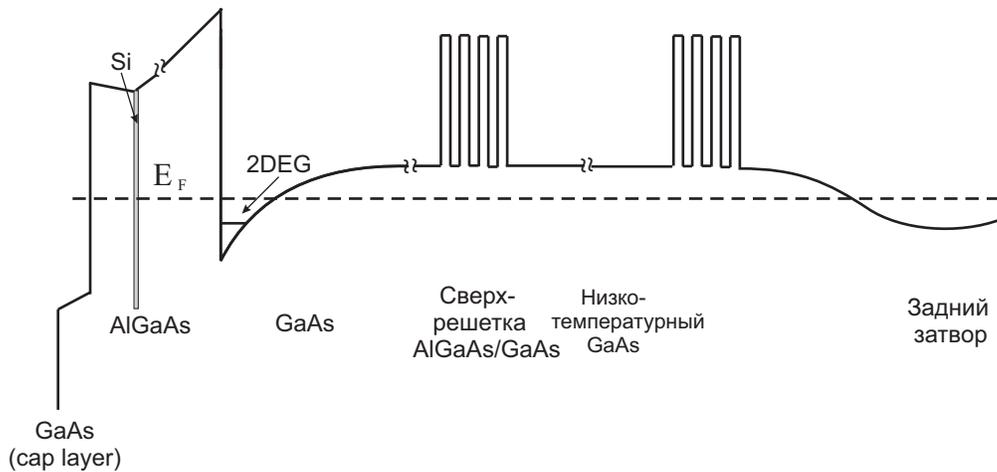


Рис. 4: Схематическое изображение дна зоны проводимости образца

уровень Ферми в запрещенной зоне. Образцы сделаны из одной и той же шайбы в геометрии квази-Корбино и имеют затвор площадью  $27 \times 10^4 \text{ мкм}^2$  (образец №1),  $2.1 \times 10^4 \text{ мкм}^2$  (образец №2) и  $22 \times 10^4 \text{ мкм}^2$  (образец №3). Расстояние от затвора до гетерограницы определялось по емкости и равно  $2000 \text{ \AA}$  для образцов №1 и №2 и  $2100 \text{ \AA}$  для образца №3. Данное различие может быть связано с несколько отличавшимися параметрами оптической литографии при напылении металлических затворов. Характеризация идентичной шайбы без заднего затвора показала, что двумерный газ имеет плотность  $n_s = 9 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$  и подвижность  $\approx 4 \times 10^6 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$  при температуре 4К. Во всех трех образцах задний затвор оказался закороченным на двумерный газ, поэтому не использовался при измерениях.

### 3.3 Методика измерений

Для измерений скачка химического потенциала при дробных факторах заполнения мы использовали методику измерения магнитоемкости [22].

Напомню определения, которые понадобятся в дальнейшем. *Электрохимическим потенциалом* называется производная свободной энергии Гельмгольца по числу частиц в системе при постоянном объеме системы и тем-

пературе,  $\tilde{\mu} = (\partial F / \partial N_s)_{T,V}$ . Свободная энергия Гельмгольца включает, помимо внутренней энергии, электрическую энергию взаимодействия двумерных электронов с компенсирующим зарядом донорного слоя и затвора, которая, вообще говоря, доминирует. **Химический потенциал**  $\mu$  — есть разность между электрохимпотенциалом и электрическим потенциалом системы  $\mu = \tilde{\mu} - eU$ . **Термодинамическая плотность состояний**  $D$  — производная числа частиц в системе по химпотенциалу,  $D = dN_s/d\mu$ .

Рассмотрим случай равновесия в системе, когда электрохимпотенциал однороден по двумерному слою и отличается от электрохимпотенциала затвора на величину напряжения  $V_g$  между ними:

$$eV_g = e\varphi + \mu + e\phi,$$

где  $\phi$  — контактная разность потенциалов,  $\varphi = en_s/C_0$  — разность электрических потенциалов затвора и двумерного газа с плотностью электронов на единицу площади  $n_s$ ;  $C_0 = \epsilon/4\pi d$  — геометрическая емкость на единицу площади между двумерным газом и затвором ( $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды между ними,  $d$  — расстояние между электродами), а химпотенциал  $\mu$  электронного газа отсчитывается от дна зоны размерного квантования, химпотенциал затвора постоянен. При переносе некоторого числа электронов  $\delta N = \delta q/e$  с затвора в двумерный слой, правая часть уравнения изменится:  $\varphi = \delta q/C_0$ ,  $\delta\mu = \delta N/D$ . Тогда получим следующую формулу для измеряемой емкости на единицу площади  $C = \delta q/\delta V_g$ :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{e^2 D} \quad (1)$$

Заметим, что метод измерения магнетоемкости не дает значения сжимаемости в абсолютных единицах. Формула (1) выведена в предположении тонкого двумерного слоя. В общем случае требуется учет изменения энергии конфаимента электронов и самосогласованное решение задачи [14]. Однако, нас будут интересовать резкие изменения химического потенциала, что позволяет воспользоваться приближенной формулой.

Отдельно следует обсудить вопрос о геометрической емкости образца. Вычисление по формуле для геометрической емкости, приведенной выше, не

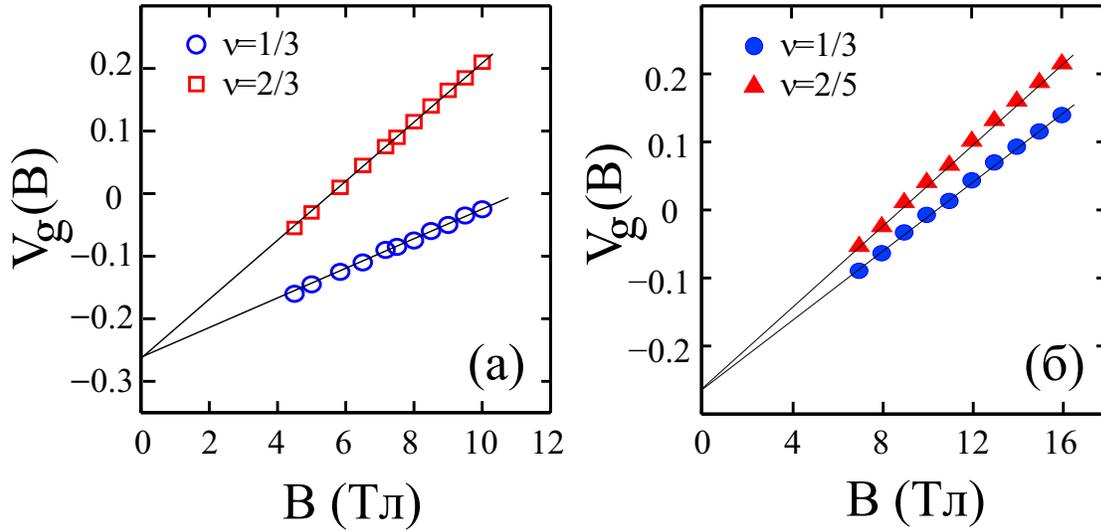


Рис. 5: Веер Ландау(см.текст) а) образца №1, б) для образца №3

вполне корректно, потому что входящее в формулу расстояние между электродами может не совпадать с ростовым, кроме того, не всегда известна с необходимой точностью площадь затвора. Геометрическую емкость можно определить по формуле (1), зная емкость в нулевом поле и плотность состояний  $D_0 = m/\pi\hbar^2$ , где  $m = 0.067m_e$ ,  $m_e$  – масса электрона. Емкость в нулевом поле можно определить из построения так называемого веера Ландау. Как было сказано ранее, фактор заполнения равен  $\nu = n_s/n_L$ , причем  $n_s$  зависит от  $V_g$ ,  $n_L$  пропорционально  $B$ , что при фиксированном  $\nu$  определяет функциональную зависимость  $V_g(B)$ , называемую веером Ландау. На рисунке 4 приведена эта зависимость для образца №1 для факторов заполнения  $\nu = 1/3, 2/3$  и образца №3 для  $\nu = 1/3, 2/5$ . По коэффициенту наклона прямых и определяется емкость на единицу площади в нулевом поле.

Емкостный сигнал минимален как при целочисленных, так и при дробных факторах заполнения, и в одночастичном представлении достигает величины геометрической емкости между минимумами. Такое поведение соответствует бесконечной плотности состояний на уровне Ландау и ее конечному значению при целых факторах заполнения. Увеличение концентрации электронов

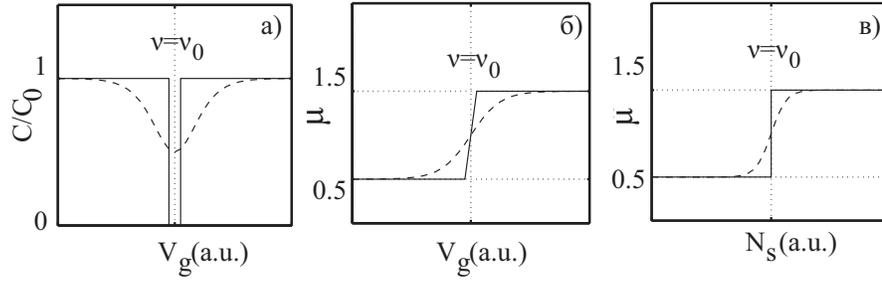


Рис. 6: На примере циклотронной щели ( $\nu_0 = 2$ ) в одночастичном приближении: (а) зависимость емкостного сигнала от напряжения на затворе; (б) химический потенциал системы в единицах  $\hbar\omega_c$  в зависимости от напряжения на затворе; (в) химический потенциал в единицах  $\hbar\omega_c$  в зависимости от концентрации электронов в системе. Сплошная линия - идеальный образец, штриховая - образец с неоднородной плотностью электронов.

в системе приводит к заполнению уровня Ландау. Плотность состояний оказывается минимальной, когда уровень Ферми находится в середине энергетической щели, и максимальной, когда уровень Ферми на краю щели. Химический потенциал таким образом имеет резкую зависимость от концентрации электронов и напряжения на затворе. Диапазон  $V_g$ , в котором происходит изменение химпотенциала в идеальном образце, определяется величиной скачка химпотенциала при соответствующем факторе заполнения. На рисунке 6(б,в) показан скачок химпотенциала при факторе заполнения  $\nu = \nu_0$ . Формула для скачка химического потенциала получается из формулы для емкости интегрированием по ширине минимума:

$$\delta\mu_e = \frac{e^2}{C_0} \int_{\min} \frac{C_0 - C}{C} dn_s = \frac{e}{C_0} \int_{\min} (C_0 - C) dV_g \quad (2)$$

Следует обратить внимание, что в формулу для вычисления скачка химпотенциала входит только отношение изменения емкости в магнитном поле к геометрическому значению  $\Delta C/C_0$ , а не их абсолютные величины. Наличие беспорядка в системе, а также конечная температура, приводят к размытию скачка химпотенциала. При этом решающую роль играет длиннопериодный

беспорядок [19, 21]. Ширина провала в реальном образце как правило заметно больше скачка химпотенциала:  $dV_g \gg d\mu/e$ , а особенности в емкости, соответственно, выражены слабее ( $dC/C \ll 1$ ).

Мы рассматривали систему в равновесии. На практике емкостный сигнал может искажаться так называемыми резистивными эффектами [22]. При изменении напряжения на затворе, изменяется концентрация электронов в двумерном газе, однако для установления равновесной плотности требуется конечное время. Чтобы понять, от чего оно зависит, рассмотрим область неравновесной концентрации электронов. Из-за градиента концентрации возникает индуцированное электрическое поле  $\vec{E} = -e\vec{\nabla}n$ , которое, в свою очередь, приводит к появлению тока  $\vec{j} = \hat{\sigma}\vec{E}$  в системе. Дивергенция холловской составляющей тока  $\text{div}j_H=0$  и, согласно уравнению непрерывности, не меняет плотности зарядов. В условиях КЭХ  $\sigma_{xy} \gg \sigma_{xx}$ . Основной (холловский) ток течет нормально градиенту концентрации, но способствует установлению равновесной плотности диссипативная составляющая тока  $j_d$ , направленная вдоль электрического поля. Соответственно, чем меньше диагональная проводимость, тем медленнее устанавливается равновесие, так как максвелловское время  $\tau_{max}$  обратно пропорционально  $\sigma_{xx}$ . В свою очередь величина  $\sigma_{xx}$  экспоненциально уменьшается при понижении температуры. Таким образом резистивные эффекты осложняют измерения при низких температурах.

Поведение системы «двумерный газ–затвор» качественно подобно поведению распределенной  $RC$ -цепочки, параметры которой зависят от концентрации электронов в образце, температуры, магнитного поля. При высоких частотах ( $f > 1/RC$ ) равновесие в двумерном электронном газе не будет успевать устанавливаться из-за конечного сопротивления системы, возникает ограничение на выбор рабочих частот.

Влияние резистивных эффектов можно исключить введением в систему еще одного электрода. В схеме, используемой в работах Ашоори [14] и Аристова [21], содержится еще один (задний) электрод, от которого система заряжается относительно к величине  $\sigma_{xx}$ . Такой подход, однако, мог бы заметно ухудшить подвижность и однородность двумерной системы, которые являют-

ся критичными при исследованиях ДКЭХ. В нашем случае избежать резистивных эффектов удалось понижением частоты вплоть до 0.05 Гц и выбором затворов меньшей площади и достигнуть низкотемпературного предела.

### 3.4 Экспериментальные результаты и обсуждение

Типичная зависимость магнитоемкости  $C$  как функции напряжения на затворе  $V_g$  показана на рисунке 7а. Узкие провалы в емкости при факторах заполнения  $\nu \equiv n_s \hbar c / eB = 1/3, 2/5, 3/5, 2/3$  сопровождаются локальными максимумами емкости между ними. В окрестности фактора заполнения  $\nu = 1/2$  емкость  $C$  при всех изучаемых значениях поля достигает значения  $C_0$ . Было проверено, что значение  $C_0$  с экспериментальной точностью совпадает с величиной, вычисленной по формуле (1) по емкости в нулевом магнитном поле и плотности состояний невзаимодействующих электронов с объемной эффективной массой  $D = m / \pi \hbar^2$  (где  $m = 0.067 m_e$  и  $m_e$  – масса свободного электрона) [49]. Геометрическая емкость увеличивается с увеличением электронной плотности. Это могло бы объясняться тем, что при приложении напряжения к верхнему затвору расстояние от интерфейса (гетерограницы) до двумерного слоя уменьшается. Как видно на рисунке 7(а) разность  $\delta C = C - C_0$  как функция фактора заполнения почти симметрична относительно  $\nu = 1/2$ . Максимум в  $\delta C$ , наблюдаемый около  $\nu = 0$  и  $\nu = 1$ , определяется так называемой отрицательной сжимаемостью [20]. Возможной причиной возникновения эффекта является взаимодействие квазичастиц одного уровня, которое дает отрицательный вклад в химический потенциал порядка  $-(e^2 / e l_B) \{\nu\}^{1/2}$  (здесь  $\{\nu\}$  – разность фактора заполнения с ближайшим целым значением). Следует подчеркнуть, что речь идет о плавной зависимости  $C(\nu)$ , на фоне которой видны резкие особенности ДКЭХ. В не слишком сильных полях  $B < 10$ Тл эти особенности в емкости перекрываются с минимумами ДКЭХ, несколько затрудняя определение скачка. Чтобы избавиться от этого вклада, величина  $C_0$  в уравнении (2) для скачка химпотенциала была заменена на  $C_{ref}$  (рис. 7б), полученную интерполяцией зависимости  $C(\nu)$  до и после особенности в емкости при дробных факторах заполнения. Основываясь на том, что  $d\mu_e / dn_s \propto \{\nu\}^{1/2}$  [19],

можно описать экспериментальную зависимость  $\delta C(\nu)$ , исключив структуру до и после дробных  $\nu$ . Исследуемая величина  $\Delta\mu_e$  оказывается не чувствительна к конкретному интерполяционному закону, что обеспечивается малой шириной минимумов в емкости.

Полученный таким образом химический потенциал системы электронов сильно осциллирует (рис. 7в): резко растет с фактором заполнения в окрестности  $\nu$  – рациональной дроби с нечетным знаменателем, и падает в областях с «отрицательной сжимаемостью», когда  $d\mu_e/dn_s < 0$ . Такое поведение согласуется как с расчетами [12] в иерархической модели ДКЭХ, так и с моделью композитных фермионов (см. подраздел 3.4.2). Скачку химпотенциала соответствует излом на зависимости свободной энергии двумерной системы от плотности электронов (при фиксированных площади и температуре). При  $T \rightarrow 0$  скачок химпотенциала напрямую связан с изломом энергии  $E$  основного состояния двумерной электронной системы (рис.7г). Следует отметить, что процедура извлечения  $\mu$  и энергии основного состояния  $E$  не вполне точна по причинам, обсуждавшимся выше (см. предыдущий подраздел).

### 3.4.1 Зависимость скачка химпотенциала от магнитного поля, фактора заполнения, учет беспорядка в системе

На рисунке 8 показано изменение величины  $\Delta\mu_e$  при  $\nu = 1/3$  и  $\nu = 2/3$  для образца №1 с магнитным полем в низкотемпературном пределе. С увеличением поля величина скачка химпотенциала возрастает. Выше  $B \approx 5T$  данные для  $\nu = 1/3$  хорошо описываются линейной зависимостью от  $B$  и практически совпадают с данными для  $\nu = 2/3$ . В малых магнитных полях на зависимости величины щели  $\Delta\mu$  для  $\nu = 2/3$  виден минимум, который соответствует спиновому переходу в основном состоянии [16]. Наличие спинового перехода может быть проверено и по оригинальным данным  $C(V_g)$ . При  $B \sim 4T$ , вблизи перехода, в емкости при факторе заполнения  $2/3$  наблюдается структура двойного минимума (см. рис. 9). Структура проявляется при низких температурах и подобна структурам в магнитных переходах, наблюдаемых в целочисленном [28, 29] и дробном квантовом эффекте Холла для  $\nu = 2/3$  [30].

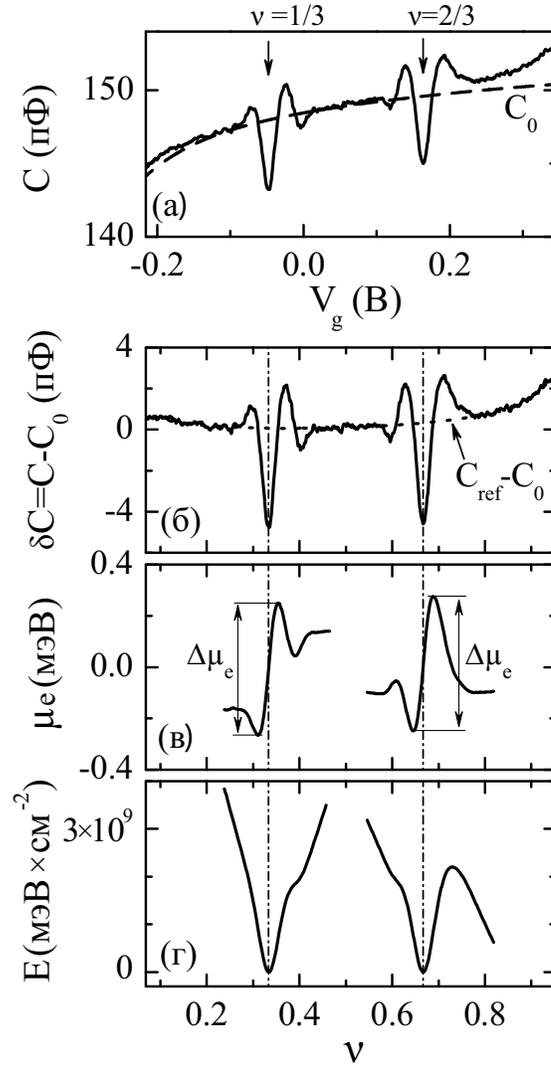


Рис. 7: (а)Магнитоёмкость как функция напряжения на затворе, пунктиром показана геометрическая ёмкость. (б) Разность  $C - C_0$  как функция фактора заполнения. Точками показана интерполяционная кривая. (в) Химический потенциал около  $\nu = 1/3$  и  $\nu = 2/3$ , полученный интегрированием магнитоёмкости. (г) Свободная энергия 2D системы в окрестности  $\nu = 1/3$  и  $\nu = 2/3$ , полученная интегрированием химпотенциала. Нулевой уровень в (в),(г) соответствует дробному  $\nu$ . Данные получены с образца №1 при  $T = 0.18 K$  в поле  $9 T$ .

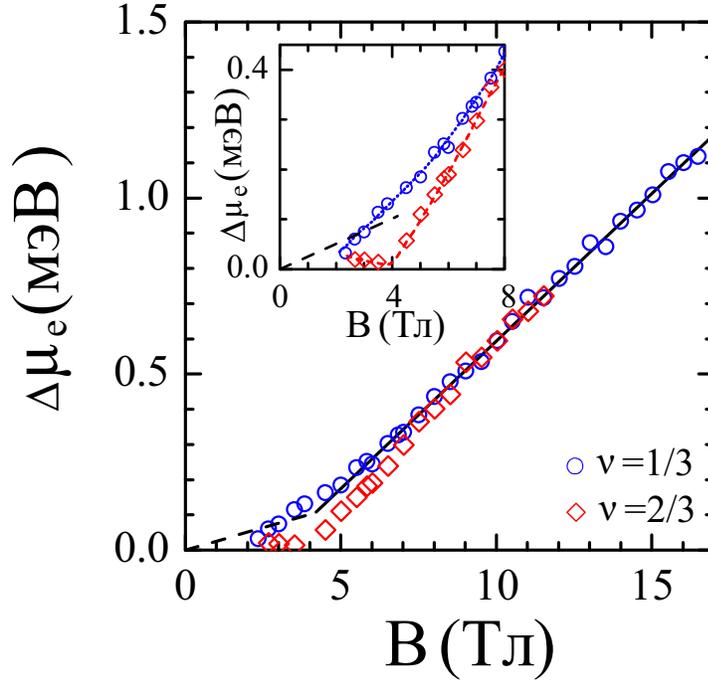


Рис. 8: Зависимость скачка химпотенциала от магнитного поля для образца №1. Сплошная линия - линейная интерполяция в больших полях. Пунктирная линия соответствует Зеемановской энергии в объемном GaAs. На вставке изображена область малых полей в увеличенном масштабе. Пунктирная линия для  $\nu = 2/3$  и  $\nu = 1/3$  проведена для наглядности.

Считается, что основное состояние двумерной электронной системы в больших полях полностью поляризовано по спину при точных  $\nu = 1/3, 2/3$ ; в малых магнитных полях в окрестности  $\nu = 2/3$  энергетически более выгодно рождение квазиэлектронов со спином против поля [15].

При  $B = B_c \approx 4T$  наблюдается отклонение  $\Delta\mu_e(B)$  от линейной зависимости для факторов заполнения  $\nu = 2/3$  и  $\nu = 1/3$ , причем для  $\nu = 1/3$  скачок химпотенциала в малых полях сравним с зеемановским расщеплением в объемном GaAs.

Термодинамические измерения в низкотемпературном пределе позволяют

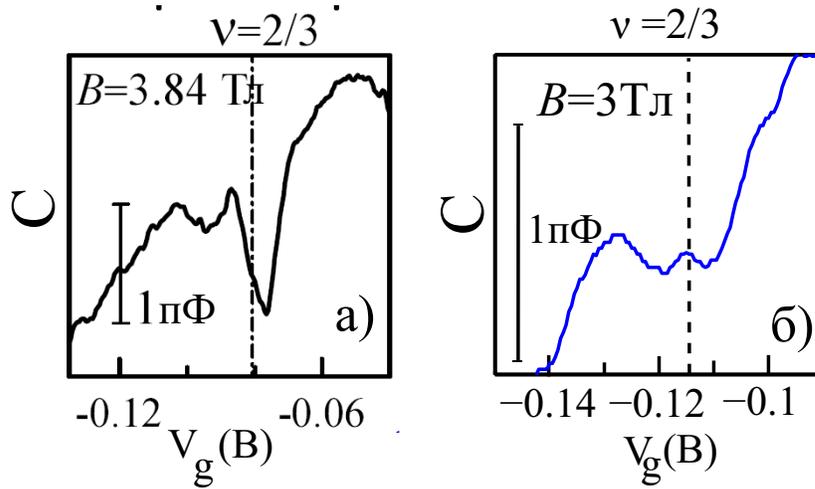


Рис. 9: Структура двойного минимума емкости в окрестности  $\nu = 2/3$  а) образец №1 при  $T=30$  мК, минимум искажен резистивным вкладом; б) образец №3. Вертикальные линии указывают положение по  $V_g$ , соответствующее точному фактору заполнения  $\nu = 2/3$ . Минимум для образца №3 менее глубокий. Это связано как с отсутствием подмешивания резистивного вклада, так и с меньшим значением магнитного поля.

изучить изменение энергии основного состояния двумерной электронной системы при изменении плотности электронов в окрестности  $\nu = 1/3$  и  $\nu = 2/3$ . Изменение зависимости скачка химпотенциала для  $\nu = 1/3$  от магнитного поля при  $B = B_c$  могло бы быть связано с предполагаемым изменением спина «возбужденного» состояния [16], то есть двумерная электронная система с  $\nu$  больше  $1/3$  должна быть полностью спин-поляризована при  $B \geq B_c$ . Следует, однако, отметить, что в столь малых полях точность определения скачка невысока из-за малой величины провала и его большой ширины ( $\Delta\nu \propto \Delta n_s/B$ ). В сильных магнитных полях величина скачка химпотенциала для  $\nu = 1/3$  совпадает с величиной для  $\nu = 2/3$  с экспериментальной точностью, отражая электрон-дырочную симметрию в расщепленном по спину уровне Ландау. Подобные результаты были получены и на образце №2.

На рисунке 10 показано изменение величины скачка химпотенциала  $\Delta\mu_c$

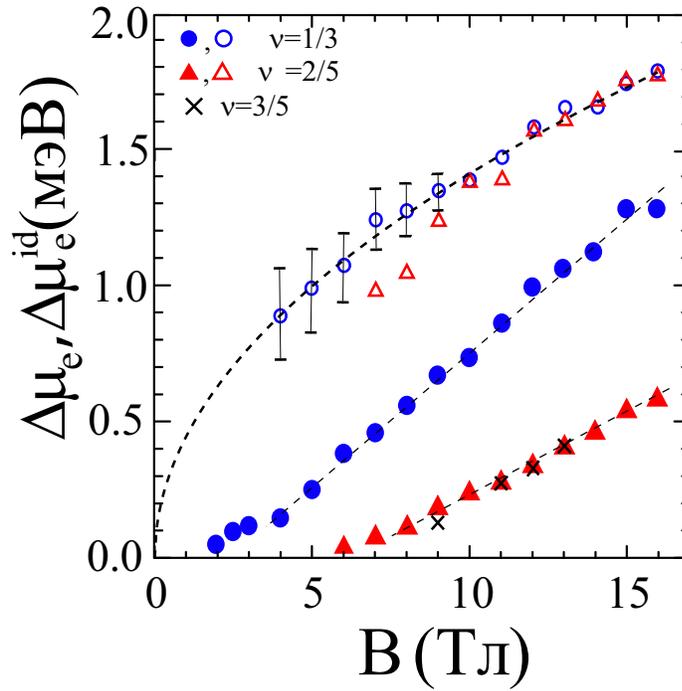


Рис. 10: Зависимость скачка химпотенциала от магнитного поля для образца №3: закрашенные символы и кресты - экспериментальные данные, пустые символы - для идеального образца. Пунктирные линии - линейная интерполяция в больших полях. Наклоны прямых для  $\nu = 1/3$  и  $\nu = 2/5$  относятся как обратные знаменатели. Величина  $\Delta\mu^{id}$  для  $\nu = 2/5$  разделена на 0.6. Пунктиром показана корневая зависимость.

при  $\nu = 1/3, 2/5$  и  $\nu = 3/5$  для образца №3 (закрашенные символы и кресты). В сильных магнитных полях данные также описываются линейными полевыми зависимостями, и величины скачка химпотенциала для  $\nu = 2/5$  и  $\nu = 3/5$  также совпадают. Рост скачка химпотенциала с полем определяется знаменателем. Было установлено, что отношение наклонов этих линейных зависимостей с экспериментальной точностью равно обратному отношению знаменателей дроби.

Сравнение данных при  $\nu = 1/3$ , полученных с образцов №1 и №3, приведено на рисунке 11. При фиксированном магнитном поле величина скач-

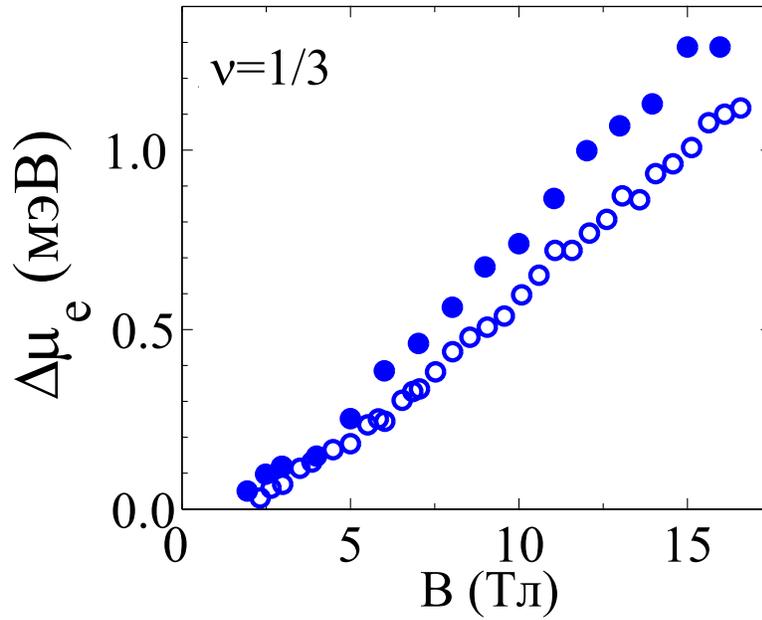


Рис. 11: Зависимость скачка химпотенциала от магнитного поля в низкотемпературном пределе для образцов №1 (пустые символы) и №3 (закрашенные символы).

ка химпотенциала образца №1 систематически меньше скачка химпотенциала образца №3, несмотря на то, что образцы сделаны из одной шайбы. Это отличие связано с разной степенью неоднородности образцов. В эксперименте наблюдается конечная ширина (расстояние по фактору заполнения между минимумом и максимумом) скачка химпотенциала (см. рис.12), тогда как для идеального образца при нуле температуры ожидается нулевая ширина скачка химпотенциала. В принципе, конечная ширина скачка может быть вызвана как однородным, так и неоднородным уширением уровней. В наших образцах при низкой температуре ширина провалов в емкости, выраженная в единицах электронной плотности, с экспериментальной точностью не зависит от магнитного поля и фактора заполнения. Такое поведение однозначно указывает, что определяющим является неоднородное уширение уровней, обусловленное макроскопической неоднородностью электронной плотности в образце [15, 31].

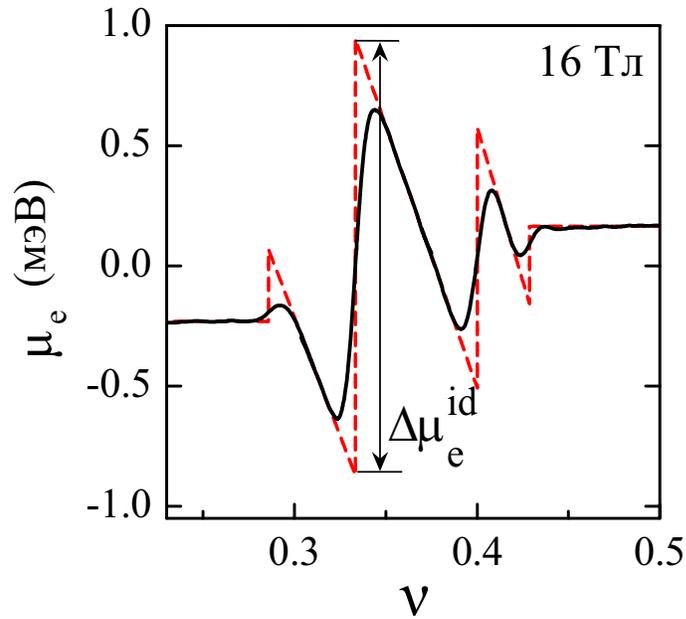


Рис. 12: Зависимость химпотенциала от  $\nu$  в низкотемпературном пределе, полученная для образца №3. Пунктирная линия получена экстраполяцией линейной зависимости за пределами скачка в область, соответствующую дробному фактору заполнения. Нулевой уровень соответствует  $\nu = 1/3$ .

Следует отметить, что в отличие от целочисленного квантового эффекта Холла, минимумы в емкости при дробных факторах заполнения сопровождаются относительно большими локальными максимумами за счет отрицательной плотности состояний, что может приводить, как будет показано далее, к значительному уменьшению скачка химпотенциала по сравнению с идеальным случаем.

Попытки выразить функциональную зависимость скачка химпотенциала от магнитного поля в пределе чистого образца без неоднородностей, основанные на конкретной форме излома в энергии основного состояния, были предприняты в работе [19, 35], однако результаты не имели успеха. Идея этого подхода состоит в следующем. В условиях неоднородного распределения плотности электронов эксперимент дает средние по образцу значения хим-

потенциала в зависимости от среднего значения плотности  $\overline{\Delta\mu_e}$  и  $\overline{n_s}$ . Принято считать, что электронная плотность в образце распределена по Гауссу  $f(n_s - \overline{n_s}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(n_s - \overline{n_s})^2}{2\sigma^2}\right)$ . Чтобы учесть неоднородность концентрации, возникающей из-за флуктуаций длиннопериодного потенциала, осуществлялась свертка функции  $\Delta\mu_e(B)$  с функцией Гаусса

$$\overline{\mu_e} = \int \mu_e^{id}(\nu) f(n_s - \overline{n_s}) dn_s.$$

Функциональная зависимость скачка химпотенциала от магнитного поля может быть определена в предположении, что форма осцилляций  $\mu_e(\nu)$  не зависит явно от  $B$ , но амплитуда осцилляций есть функция магнитного поля  $\mu_e^{id}(\nu) = F(B)G(\nu)$ . Для гауссовской плотности распределения с постоянной шириной  $\sigma(n_s)$ , осцилляции  $\mu_e^{id}(\nu)$  постепенно сглаживаются с уменьшением магнитного поля. Так как форма  $\mu_e^{id}(\nu)$  в районе фактора заполнения  $\nu$  фактически неизвестна, была использована наименее сглаженная экспериментальная кривая  $\mu_e(\nu)$  в 16 Тл, полученная с образца №3, для расчетов в малых полях. Такой подход не позволяет получить точное значение скачка в идеальной системе, однако, дает возможность определить функциональную магнитопольную зависимость. Подбирая  $\sigma(\nu) = \sigma(n_s)hc/eB$  и варьируя амплитуду осцилляций, мы получили хорошее совпадение с экспериментальными кривыми  $C(\nu)$  в районе факторов заполнения  $\nu = 1/3$  и  $\nu = 2/5$  в полях  $B < 16$  Т и определили поведение  $\mu_e^{id}$  с изменением поля (см. рис. 10). Подобная процедура хорошо работает в больших полях, где ширина особенности химпотенциала больше ширины неоднородности концентрации, что для наших образцов достигается в полях  $B > 10$  Т. Абсолютное значение химпотенциала мы взяли равным  $\Delta\mu_e^{id}$  (см. рис. 12), полученным линейной экстраполяцией данных к дробным  $\nu$  в 16 Т. Свертка такой пилообразной кривой и функции Гаусса с параметром  $\sigma(n_s) = 2 \times 10^9 \text{ см}^{-2}$  дает хорошее согласие с экспериментом.

Как видно, функциональная зависимость  $\Delta\mu_e^{id}$  независимо от фактора заполнения с точностью до численного множителя описывается в пределе больших полей теоретически ожидаемой корневой зависимостью по полю. Причем отношение значений  $\Delta\mu_e^{id}$  для факторов заполнения  $\nu = 1/3$  и  $\nu = 2/5$

также равно  $5/3$  с хорошей точностью ( $< 7\%$ ). Наши результаты показывают, что в больших магнитных полях скачок химпотенциала  $\Delta\mu^{id}$  согласуется с эмпирической корневой зависимостью  $\Delta\mu_e^{id} \propto q^{-1}B^{1/2}$ . Такая зависимость предполагалась в работе [36], хотя и без учета роли беспорядка.

Для двух использованных нами образцов, полученных из одной шайбы, ширины провалов в емкости отличаются примерно на 30%. Мы сравнили результаты, полученные на образце №1, с большей степенью неоднородности, и №3. На рисунке 13 приведены результаты свертки данных для обратной плотности состояний на более однородном образце №3 (штрихи) с гауссовой функцией, подобранной таким образом, чтобы получить ширину провалов как на образце №1. Результат такой свертки (сплошная линия) совпал с данными для образца №1 (символы) с хорошей точностью для трех значений магнитного поля, полностью покрывающих исследуемый интервал. Таким образом, ширина емкостных особенностей в наших образцах действительно определяется неоднородностью распределения  $n_s$ .

Более того, мы сравнили данные, полученные с образца №3, с данными, полученными на других, более неоднородных [23] образцах, с низкотемператур-

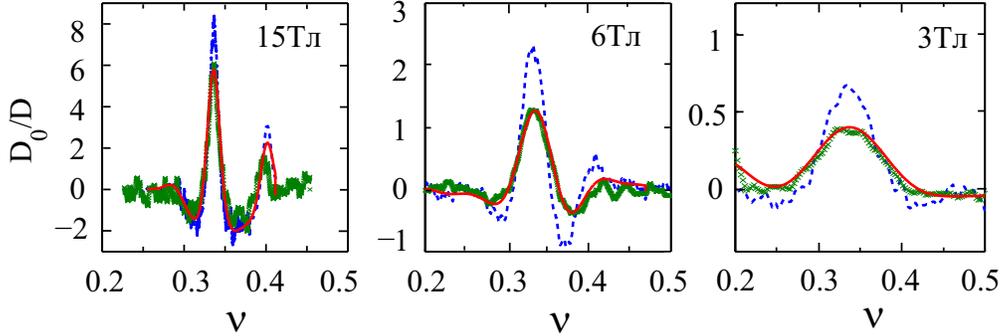


Рис. 13: Зависимость обратной термодинамической плотности состояний в единицах  $1/D_0$  на образцах №1 (символ) и №3 (штрих) от фактора заполнения для трех значений магнитного поля. Гауссова свертка данных для образца №3, использованная для подгонки данных для образца №1, показана сплошной линией.

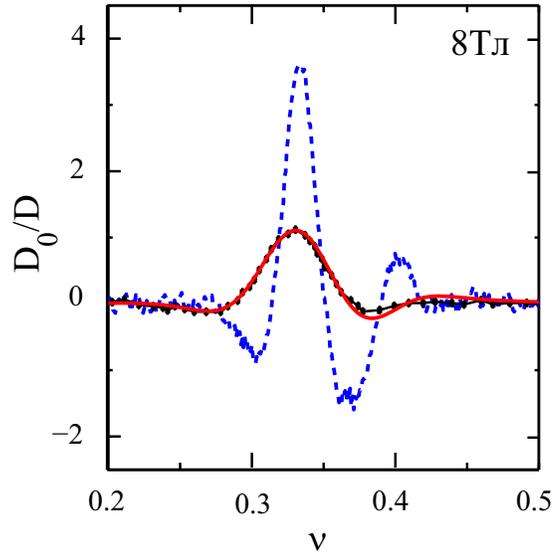


Рис. 14: Сравнение данных, полученных с образца №3, с данными, полученными с другого образца(см.текст). Зависимость обратной плотности состояний в единицах  $1/D_0$  на образце №3(штрих) и образце, подобном нашему(символы). Гауссова свертка данных для образца №3, использованная для подгонки данных для другого образца, показана сплошной линией. Результат свертки умножен на 1.15.

ной подвижностью  $\mu = 1.2 \times 10^6 \text{ см}^2/\text{Вс}$  при концентрации  $n_s = 1.4 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . О большей степени неоднородности говорят широкие и неглубокие емкостные минимумы. Прделав процедуру, аналогичную описанной выше, мы умножили результат свертки с функцией Гаусса на 1.15 и получили хорошее соответствие оригинальной кривой и расчетной (рис. 14). Использованный численный коэффициент отличается от единицы, что, по-видимому, свидетельствует о наличии другого вклада в ширину минимума емкости в эксперименте.

Можно предположить, что в термодинамических измерениях в пределе абсолютно однородной системы одна и та же форма зависимости скачка химпотенциала  $\mu^{id}(\nu)$ , которая в реальности искажается, в основном, за счет неоднородного распределения концентрации электронов. Таким образом, влияние беспорядка, возникающего из-за флуктуаций длиннопериодного потенциала,

является доминирующим [21].

### 3.4.2 Анализ температурных зависимостей.

Скачок химпотенциала системы электронов имеет сильную температурную зависимость [19, 39]. С увеличением температуры минимумы в емкости уширяются и становятся менее глубокими, а величина скачка  $\Delta\mu_e$  падает. В пределе низких температур величина скачка химпотенциала насыщается и становится независимой от температуры (см. рис. 15). В области наиболее сильной температурной зависимости она близка к линейной как в ЦКЭХ [15], так и в ДКЭХ [19, 39]. Ниже будет показано, что в ДКЭХ температурная зависимость может быть количественно объяснена в модели композитных фермионов.

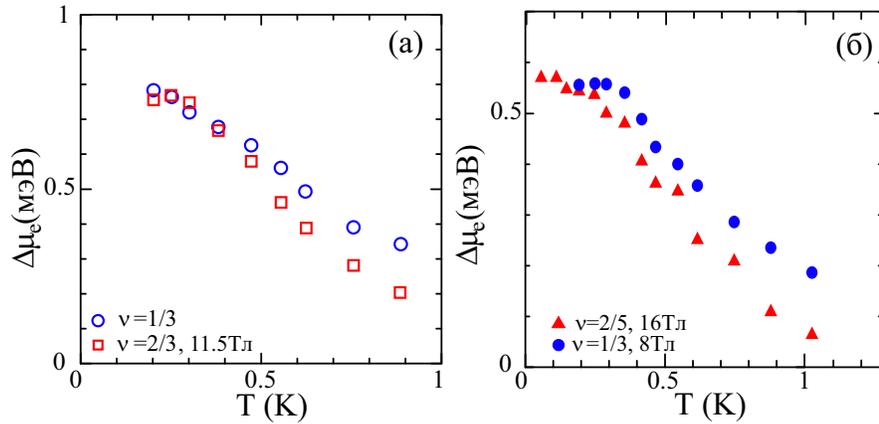


Рис. 15: Зависимость скачка химпотенциала от температуры при разных факторах заполнения а) для образца №1; б) для образца №3

Модель невзаимодействующих композитных фермионов [13] предполагает конкретный вид спектра двумерной системы в ДКЭХ. Как известно [47], знание спектра позволяет вычислить все термодинамические свойства системы. В этой главе представлены результаты расчета химпотенциала электронной системы в ДКЭХ при нулевой и конечных температурах в модели композитных фермионов и их сравнение с экспериментом. В частности, такой подход позволяет объяснить сильные температурные зависимости скачка химпотенциала

при дробных факторах заполнения (см.рис. 15).

Найдем связь химического потенциала электронов с химическим потенциалом композитных фермионов. Пренебрегая взаимодействием между композитными фермионами, выразим энергию основного ( $k = 0$ ) и возбужденных состояний всей системы через уровни энергии композитных фермионов  $E_n$  и числа их заполнения  $N_n^k$ :  $\mathcal{E}_k(\nu^*; B^*) = \sum_n E_n N_n^k$ . Химпотенциал двумерной электронной системы можно найти, дифференцируя свободную энергию  $F = -T \ln \sum_k e^{-\mathcal{E}_k/T}$  при постоянных площади  $A$  и температуре,  $\mu_e = (\partial F / \partial N_e)_{A,T}$ .

При изменении числа электронов  $N_e$  меняется как  $\nu^*$ , так и поле  $B^*$  и, возможно [13], эффективная масса  $m^*$ . Рассматривая формально  $\nu^*$ ,  $B^*$  и  $m^*$  как независимые переменные, получим:

$$\mu_e = \frac{\partial F}{\partial \nu^*} \frac{d\nu^*}{dN_e} + \frac{\partial F}{\partial B^*} \frac{dB^*}{dN_e} + \frac{\partial F}{\partial m^*} \frac{dm^*}{dN_e}.$$

Поле  $B^*$  и эффективная масса  $m^*$  входят в  $\mathcal{E}_k$  только через уровни энергии  $E_n = (n + 1/2)\hbar e B^* / (m^* c)$  и степень вырождения  $n_L^*$ . Поэтому последние два члена в этом выражении пропорциональны средней полной энергии системы  $\bar{\mathcal{E}} = \sum_k \mathcal{E}_k e^{-\mathcal{E}_k/T} / \sum_k e^{-\mathcal{E}_k/T}$ . Учитывая, что  $d\nu^*/dN_e = q/(A n_L)$  и при постоянном  $B^*$  можно написать  $\nu^* = N_{CF} / (A e B^* / \hbar c)$ ,  $N_{CF}$  – число композитных фермионов ( $N_{CF} = N_e$ ), получим:

$$\mu_e = q\mu_{CF} + \left( \frac{2}{B^*} \frac{dB^*}{dN_e} - \frac{1}{m^*} \frac{dm^*}{dN_e} \right) \bar{\mathcal{E}}, \quad (3)$$

где химпотенциал композитных фермионов введен как производная свободной энергии по числу квазичастиц при условии неизменности их спектра  $\mu_{CF} = (\partial F / \partial N_{CF})_{A,T,B^*,m^*}$ . Соотношение (3) выражает связь химического потенциала электронов при произвольной температуре со спектром невзаимодействующих композитных фермионов. Первый член дает скачки химпотенциала ДК-ЭХ, а второй ответственен за монотонную зависимость и отрицательную термодинамическую плотность состояний  $D < 0$ . В работе [13] предполагается слабая зависимость  $m^* \propto n_e^{1/2}$  и скачок химпотенциала практически не зависит от знаменателя дроби:  $\Delta\mu_e = 0.3e^2/\epsilon l$ , где  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость, а  $l = (\hbar c / eB)^{1/2}$  – магнитная длина. Отметим, что в соотношении (3)

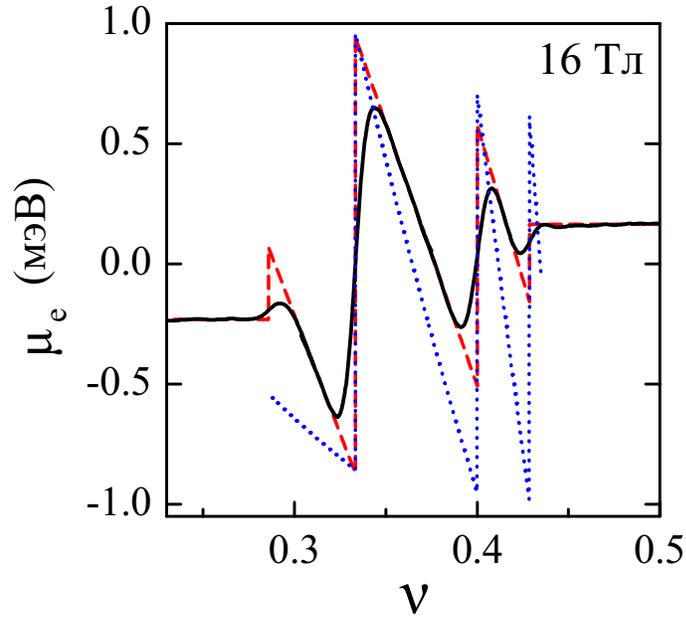


Рис. 16: Экспериментальная зависимость химпотенциала от фактора заполнения в поле 16 Тл в низкотемпературном пределе для образца №3 (сплошные линии). Предполагаемое поведение химпотенциала в идеальном образце показано штриховыми линиями. Точками построена зависимость  $\mu_e(\nu)$  в модели композитных фермионов [11], отнормированная по скачку для  $\nu = 1/3$ .

$\bar{\mathcal{E}}$  системы с дискретным спектром с точностью до экспоненциально малых поправок не зависит от  $T$ . Поэтому, температурная зависимость  $\mu_e$  при не слишком высоких  $T$  определяется зависимостью  $\mu_{CF}(T)$ .

На рисунке 16 приведена зависимость  $\mu_e(\nu)$ , полученная в низкотемпературном пределе в поле 16 Тл на образце №3 (сплошная линия). Здесь неоднородность электронной плотности мала по сравнению с расстоянием по  $n_s$  между соседними дробями, так что измерения проходят в двумерной системе, близкой к идеальной. С ростом  $q$  амплитуда осцилляций химпотенциала падает, а наклон  $d\mu_e/dn_s$  в сжимаемых областях с экспериментальной точностью не зависит от  $\nu$ . пилообразная эмпирическая зависимость  $\mu_e(\nu)$  в идеальном образце получена линейной экстраполяцией экспериментальных данных к дроб-

ным  $\nu$  (штриховая линия). Экстраполяционные скачки минимум в три раза меньше теоретически предсказанных [13], пилообразная зависимость  $\mu_e(\nu)$  в модели композитных фермионов (точки на рис. 16) далека от эксперимента, что видно после соответствующей нормировки. Кроме того, наблюдаемые в эксперименте осцилляции химпотенциала не описываются моделью с эквидистантными уровнями композитных фермионов. Тем не менее мы воспользуемся основным достоинством модели композитных фермионов – одночастичной систематикой уровней энергии.

Рассмотрим систему композитных фермионов как однородную систему с узкими уровнями, разделенными щелью  $\Delta_q$  при низких температурах ( $T \ll \Delta_q$ ). При изменении температуры перераспределение частиц происходит в основном между двумя уровнями, ближайшими к положению химпотенциала. Связь химпотенциала и плотности квазичастиц при фиксированной температуре задается функцией распределения Ферми-Дирака. В двухуровневой модели [31] зависимость химпотенциала от фактора заполнения и температуры задается следующим образом:  $\mu_{CF}(x, T) = -T \ln \frac{\sqrt{1+x^2 \sinh^2 \frac{\Delta_q}{2T}} - x \cosh \frac{\Delta_q}{2T}}{1+x}$ , где  $x$  – отклонение фактора заполнения композитных фермионов  $\nu^*$  от целочисленного значения. Согласно этому уравнению, зависимость химпотенциала от фактора заполнения есть ступенчатая функция, которая размывается при конечной температуре. В двухуровневой модели для композитных фермионов для учета специфики ДКЭХ был добавлен наклон  $s$ , соответствующий «отрицательной» плотности состояний:

$$q^{-1}\mu_e = -T \ln \frac{\sqrt{1+x^2 \sinh^2 \frac{\Delta_q}{2T}} - x \cosh \frac{\Delta_q}{2T}}{1+x} - s_q \cdot x \quad (4)$$

Наклон «отрицательной» плотности состояний  $s_q = q^{-3}d\mu_e/d\nu$  определялся по экспериментальным данным для образца №3 в низкотемпературном пределе и в поле 16 Тл равен  $s = 0.8$  мэВ. Мы пренебрегли зависимостью  $\Delta_q(B^*)$ . Параметр  $x$  в формуле (4) – отклонение фактора заполнения композитных фермионов от целочисленного:  $x = \frac{\delta n}{n_L^*} = q^2 \delta \nu$ , где  $\delta n$  – разность концентрации электронов и концентрации точно при дробном факторе заполнения,  $n_L^* = \frac{eB^*}{hc}$  – кратность вырождения уровня композитных фермионов.

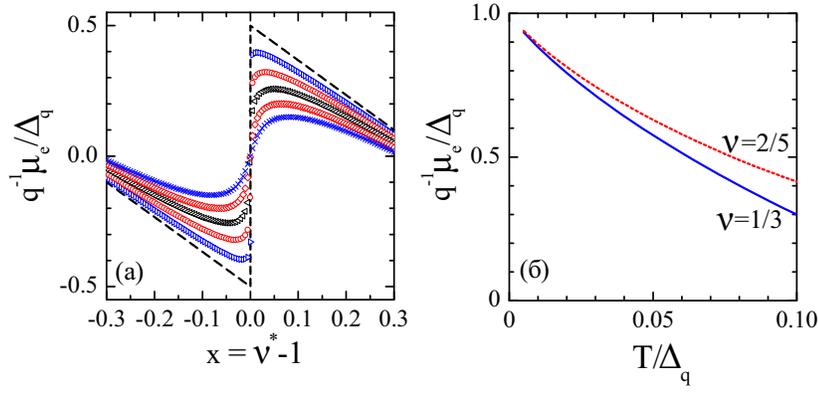


Рис. 17: (а) Зависимость нормированного химпотенциала в двухуровневом приближении от фактора заполнения композитного фермиона в окрестности  $\nu^* = 1$  в идеальном образце при разных значениях температуры  $T = 2(\triangleright), 4(\circ), 6(\triangleleft), 8(\diamond), 10(\times) \cdot 10^{-2} \Delta_q$ ; (б) Рассчитанная температурная зависимость нормированного скачка химпотенциала в идеальном образце для двух дробных  $\nu$ .

Эмпирически  $\Delta_q \propto q^{-2}$ , так что в окрестности заданного целого  $\nu^*$  решение (4) представляет собой универсальную функцию  $\tilde{\mu}_e(x, \tilde{T})$ , где  $\tilde{\mu}_e, \tilde{T}$  выражены в единицах  $\Delta_q$ . Эта универсальность позволяет сравнивать измеренные температурные зависимости с моделью композитных фермионов, не обращая внимания на проблему несовпадающих с теорией щелей.

На рисунке 17а показаны уровни энергии композитных фермионов и скачок химпотенциала, рассчитанный по формуле (4) при нуле и при конечных значениях температур. В пределе  $T = 0$  химпотенциал  $\mu$  линейно падает с  $x$ , испытывая резкий скачок при  $x = 0$ . При повышении температуры скачок химпотенциала замывается, амплитуда скачка уменьшается, а ширина становится конечной. В идеальном образце зависимость  $\Delta\mu_e(T)$  для заданного  $q$  универсальна и получается растяжением зависимостей рисунка 17б в  $q$  раз по оси абсцисс. Однако, универсальность исчезает при наличии беспорядка в образце. В эксперименте, как было показано в [15], ширина скачка конечна, и при низких температурах определяется неоднородностью распределения концен-

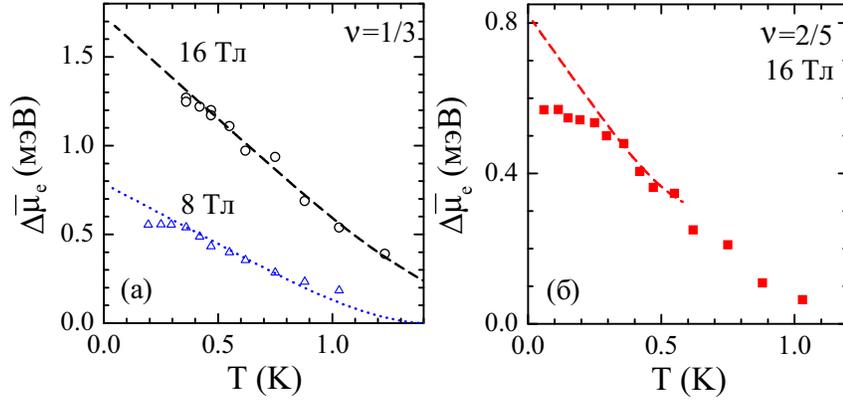


Рис. 18: Температурная зависимость скачка химпотенциала образца №3: экспериментальная (символы) и в двухуровневой модели ДКЭХ (пунктирная линия) для  $\sigma = 2 \times 10^9 \text{ см}^{-2}$ . Значения поля и фактора заполнения указаны на рисунке.

трации электронов по образцу. При низких температурах наблюдается быстрое падение скачка химпотенциала с наклоном  $q^{-1}\delta\Delta\mu \sim -10T$  (см.рис.17б). При дальнейшем повышении температуры скорость падения скачка химпотенциала уменьшается и температурная зависимость ослабевает.

На рисунке 18 приведено сравнение измеренных температурных зависимостей скачка  $\Delta\mu_e$  и расчета для образца №3 при двух значениях поля и дробного фактора заполнения. Экспериментальные зависимости скачка химпотенциала выходят на насыщение в низкотемпературном режиме. С повышением температуры вплоть до 1К наблюдается быстрое уменьшение величины скачка. Расчет в этом интервале температур дает линейное падение скачка химпотенциала с температурой и наклоном, зависящим от магнитного поля и фактора заполнения. Учет неоднородности (см.раздел «Зависимость скачка химпотенциала от поля и фактора заполнения») ослабляет скорость падения скачка с температурой. При этом дисперсия фактора заполнения композитного фермиона  $\sigma(\nu^*) = (2\nu^* + 1)^2 \cdot \sigma hc/eB$  растет с увеличением знаменателя дроби и обратно пропорциональна магнитному полю. При  $T > 0.3 \text{ К}$  расчет хорошо

согласуется с экспериментом для  $\nu = 1/3$ . Неплохое согласие также наблюдается для  $\nu = 2/5$ , хотя область применимости двухуровневого приближения сильно ограничена в этом случае со стороны высоких температур. При самых низких  $T$  расчетные кривые остаются линейными по температуре, а экспериментальные кривые выходят на насыщение. В рамках двухуровневой модели такое поведение можно связать с короткопериодным беспорядком в реальном образце, который приводит к однородному уширению уровней  $\Gamma$  и ослаблению температурных зависимостей [15]. Таким образом, в реальном образце скачок  $\overline{\Delta\mu_e}$  может быть меньше, чем в идеальном, не только за счет  $\sigma \neq 0$ , но и за счет  $\Gamma \neq 0$ . В последнем случае характерная величина соответствующей поправки в  $\overline{\Delta\mu_e}$  дается расхождением между расчетом и экспериментом при  $T \rightarrow 0$  на рис. 18. Согласно нашему расчету, в идеальном образце в поле 16 Тл  $\Delta\mu_e^{id}(1/3) \approx 2.5$  мэВ и  $\Delta\mu_e^{id}(2/5) \approx 1.5$  мэВ, так что, несмотря на все поправки, эмпирическая зависимость  $\Delta\mu_e^{id} \propto q^{-1}$  остается в силе.

В сжимаемой области между дробными  $\nu$  роль беспорядка минимальна, так как в этой области макроскопическая неоднородность не сказывается по причине слабой зависимости  $D$  от  $\nu$ . Интересно сравнить эксперимент с модельными расчетами для системы композитных фермионов при полуцелом факторе заполнения  $\nu^* = 3/2$ . При  $1 < \nu^* < 2$  связь химического потенциала и плотности числа квазичастиц при заданной температуре задается функцией Ферми-Дирака. Температурное размытие уровня Ландау приводит к уменьшению производной  $d\mu_{CF}/d\nu^*$ . В рамках данной модели эта зависимость линейна по  $T$  и имеет наклон  $-4T$ . Полученное выражение универсально в том смысле, что позволяет не вводить никаких предположений о спектре композитных фермионов, кроме самой возможности представить его некоторым набором дискретных уровней Ландау. Связь химпотенциала электронов и композитных фермионов задается соотношением (4). Учитывая, что  $\delta\nu = (2\nu^* + 1)^2\delta\nu^*$ , в окрестности  $\nu = 3/2$  получим:  $d\mu_e/d\nu = (2\nu^* + 1)^3 d\mu_{CF}/d\nu^* = -256T$ .

На рисунке 19а показано изменение магнетоемкости в данной области с температурой. По мере повышения температуры значение  $\Delta C/C_0$  уменьшается, соответственно, уменьшается и  $-d\mu_e/d\nu$ . На рисунке 19б представлена

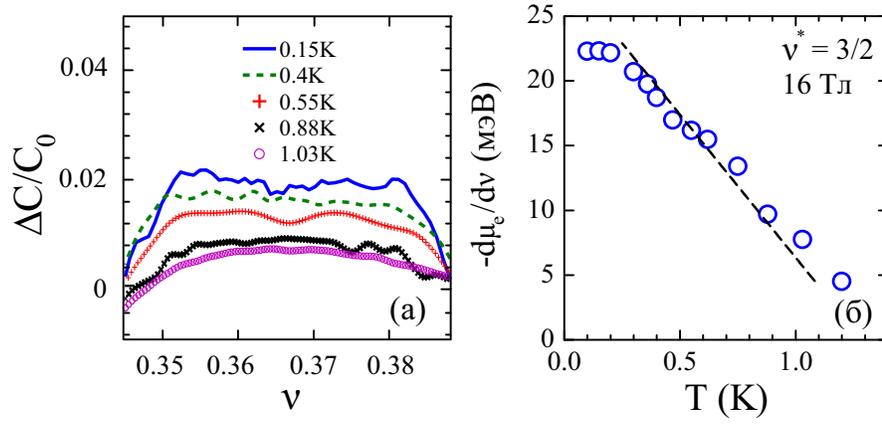


Рис. 19: (а)Изменение магнетоемкости с температурой в поле  $B=16$  Т для образца №3; (б) Сравнение температурной зависимости производной  $d\mu_e/d\nu$  для образца №3, измеренной в максимуме емкости для  $1/3 < \nu < 2/5$  (символы), и наклона, предсказываемого в модели композитных фермионов (штриховая линия).

температурная зависимость производной  $-d\mu_e/d\nu$ , измеренная в максимуме емкости между  $\nu = 1/3$  и  $2/5$  на образце №3 в поле 16 Тл (символы). Наклон экспериментальной зависимости близок к предсказанному в модели (пунктирная линия). Так как абсолютная величина  $|d\mu_e/d\nu|$  чувствительна к спектру композитных фермионов, сравниваются только наклоны температурных зависимостей. Насыщение экспериментальных данных при  $T \rightarrow 0$  можно снова связать с уширением уровней короткопериодным беспорядком  $\Gamma \neq 0$ .

Следует отметить, что хорошее согласие модели и эксперимента, показанное выше, не решает проблему с количественным описанием щелей ДКЭХ. Даже с учетом всех поправок экстраполированные к идеальному образцу величины щелей и их зависимость от знаменателя дроби далеки от предсказанных теорией. Для полного согласия с экспериментом, как минимум, необходимо отказаться от эквидистантного спектра композитных фермионов.

Вообще говоря, из температурной зависимости можно получить информацию об энтропии системы. Запишем выражение для свободной энергии через

энтропию и энергию  $F = \mathcal{E} - TS$ . Энергия системы  $\mathcal{E}$  с дискретным спектром с точностью до экспоненциального множителя не зависит от температуры, и главный вклад в температурную зависимость вносит второй член. Продифференцируем выражение для свободной энергии по фактору числу частиц дважды. Учитывая связь числа частиц с фактором заполнения, получим соотношение, связывающее вторую производную энтропии системы с производной химпотенциала:

$$-\frac{d\mu_e}{d\nu} = -\frac{A}{2\pi l_B^2} \left[ \frac{d^2 E}{dN_e^2} - T \frac{d^2 S}{dN_e^2} \right].$$

## 4 Энергетическая релаксация в квазиодномерных системах.

### 4.1 Образцы и методика измерений

Образцы выполнены на основе гетероструктуры GaAs/AlGaAs (о гетероструктуре см. раздел 3.2) с двумерным электронным газом, залегающим на глубине 90 нм и 200 нм для разных образцов с электронной плотностью  $9.6 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$  и  $2.8 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  соответственно и низкотемпературной подвижностью 4 и  $1.4 \times 10^6 \text{ см}^{-2}/\text{Вс}$ . На поверхности каждого образца с помощью электронной литографии был создан набор металлических затворов характерной ширины порядка  $\sim 100$  нм. Прикладывая отрицательное напряжение к центральному затвору, можно создать две гальванически развязанные цепи на расстоянии нескольких сотен нанометров. В каждой цепи квантовый точечный контакт создается приложением отрицательного напряжения к металлическому затвору с соответствующей стороны от центрального затвора С. С помощью внешнего источника прикладывается напряжение  $V_{DRIVE}$  к одному омическому контакту, тогда как другой заземлен (см. рис. 20а). Ток  $I_{DET}$ , индуцированный в соседней ненагруженной цепи - детекторе, измеряется с помощью самодельного конвертера «ток-напряжение» с коэффициентом конвертации  $10^9 \text{ В/А}$ , соединенного с одним из омических контактов детектирующей цепи. Другой омический контакт поддерживается при потенциале смещения ( $< 10$  мкВ) конвертера «ток-напряжение» так, чтобы обеспечить отсутствие паразитного тока детектора. В обеих цепях положительный знак тока выбран для движения электронов влево. Результаты были получены при измерениях на постоянном и переменном токе. Для измерений на переменном токе постоянное тянущее напряжение  $V_{DRIVE}$  модулировалось переменным сигналом малой амплитуды 5 – 100 мкВ и частоты 7 – 37 Гц. Действительная компонента индуцированного тока  $I_{DET}$  измерялась с помощью Lock-in. Эксперименты проводились при температурах 4.2 К в криостате жидкого  $^4\text{He}$  и 40 – 100 мК в рефрижераторе растворения  $^3\text{He}/^4\text{He}$ , принцип работы которого был описан в главе

3.1. Результаты воспроизводятся на различных парах квантовых контактов и не зависят от выбора источника и детектора.

Схема измерения дифференциальной проводимости квантового контакта-детектора как функции температуры и тянущего напряжения  $V_{DRIVE}$  показана на рисунке 20б. При измерении температурной зависимости проводимости детектора в диапазоне  $48 < T < 114$  мК напряжение в управляющей цепи полагалось равным нулю  $V_{DRIVE} = 0$ . В цепь детектора прикладывалось малое постоянное напряжение  $|V_{DET}| \leq 100$  мкВ, модулируемое малым переменным сигналом с амплитудой 5 мкВ и частотой 37 Гц. При фиксированной температуре  $T = 60$  мК проводилось измерение зависимости дифференциальной проводимости детектора от тянущего напряжения в цепи источника. Для этого в цепь источника прикладывалось постоянное напряжение  $|V_{DRIVE}| \leq 1$  мВ, а в цепь детектора с генератора Lock-in подавалось переменное напряжение амплитудой 5 мкВ и частотой 37 Гц. Наведенное изменение кондактанса ре-

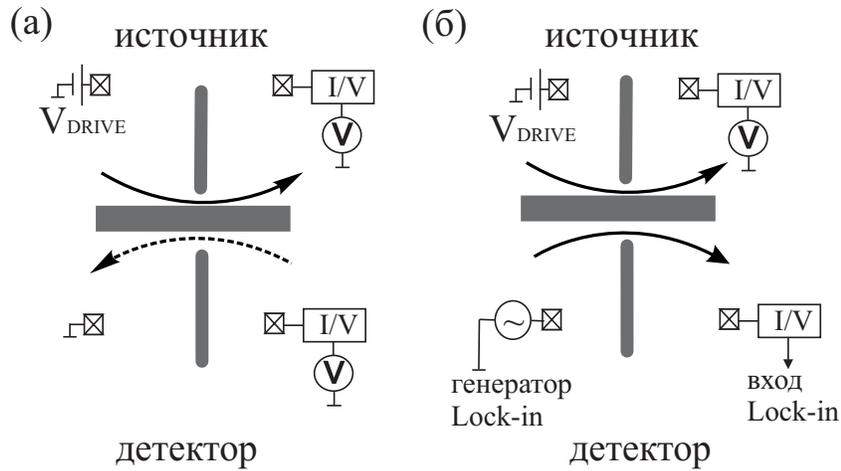


Рис. 20: (а), (б) схематичное изображение затворов, формирующих квантовые контакты. (а) Схема измерений индуцированного тока; (б) Схема измерений дифференциальной проводимости детектора в зависимости от температуры ванны при  $V_{DRIVE} = 0$  и тянущего напряжения в цепи источника при фиксированной  $T$

гистрировалось с помощью  $I/V$ -конвертора и Lock-in-a. Ток в цепи источника измерялся с помощью второго  $I/V$ -конвертора с коэффициентом конвертации  $10^8$  В/А.

## 4.2 Экспериментальные результаты и обсуждение

### 4.2.1 Нулевое магнитное поле: эффект противотока

Эффект противотока наблюдался в работе [61] в латеральных структурах, подобных изображенной на рисунке 23а. Обеднением двумерного электронного газа под центральным затвором, создавались две изолированные цепи: управляющая и детектирующая, каждая из которых содержала по одному квантовому контакту. К управляющей цепи прикладывалось напряжение, и измерялся индуцированный в соседней(ненагруженной) цепи сигнал. Оказалось, что направление индуцированного тока противоположно направлению тока в управляющей цепи. Этот эффект может быть объяснен в рамках сильно-неравновесного аналога термоэлектрического эффекта и связан с асимметрией выделения тепла в цепи источника. Пространственная асимметрия потока энергии от цепи источника происходит в нелинейном режиме и определяется направлением тока  $I_{DRIVE}$ . Рассмотрим квантовый контакт - источник в туннельном режиме. Обозначим химпотенциал электронов справа и слева  $\mu_R$  и  $\mu_L$  соответственно. Вероятность прохождения через энергетический барьер, созданный квантовым контактом, сильно зависит от энергии налетающей частицы. При приложении напряжения  $V_{DRIVE}$  к цепи контакта-источника уровни электрохимпотенциалов разных берегов  $\mu_L$  и  $\mu_R$  становятся различными (см. рис.21). При некотором пороговом значении напряжения в условиях сильной зависимости вероятности прохождения  $Tr$  от энергии некоторые электроны могут пройти через потенциальный барьер, при этом дырки(в данном случае подразумеваются пустые места под поверхностью Ферми) летят в противоположную сторону(см.рис 21а). Из-за различного уровня электрохимпотенциала слева и справа( $\mu_L > \mu_R$ ), оставшиеся дырки и инжектированные электроны имеют различную избыточную энергию, то есть, в системе появляются «горя-

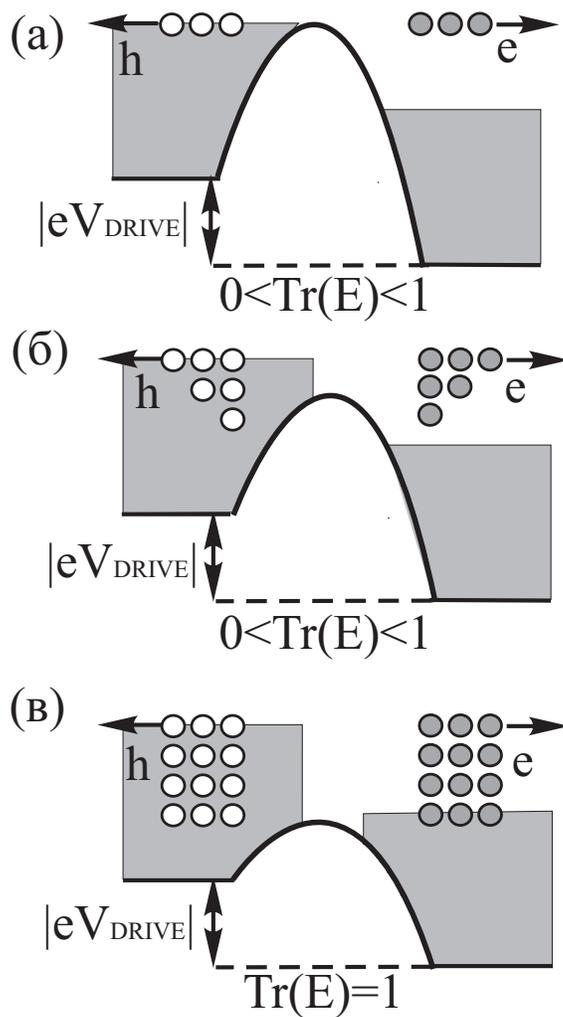


Рис. 21: (а),(б) схематичное изображение квантового контакта с коэффициентом пропускания  $Tr$ , приводящему к асимметричному выделению джоулева тела ; (в) схематичное изображения квантового контакта в конфигурации, не приводящей к эффекту противотока

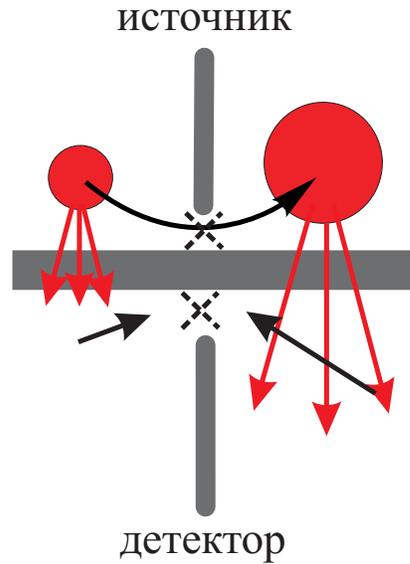


Рис. 22: Схематическое изображение горячих пятен в цепи источника

чие» электроны с избыточной энергией порядка  $|eV_{DRIVE}| = \mu_L - \mu_R$  и почти равновесные дырки. Так как избыточная энергия электронов превышает избыточную энергию дырок, в квантовом контакте-источнике Джоулево тепло выделяется несимметрично. Часть Джоулева тепла посредством испускания неравновесных акустических фононов передается в соседнюю цепь детектора. Остановимся на неравновесных электронах. Оценка неупругой длины пробега с испусканием фонона дает величину на два порядка большую неупругой длины пробега с рассеянием на электроне. Таким образом, неупругое рассеяние электронов друг на друге приводит к термализации горячих электронов и установлению локальной температуры выше окружающей - появлению горячего пятна (см. рис. 22). Именно эта горячая область является источником неравновесных фононов.

Для потенциального барьера, созданного квантовым контактом-детектором, вероятность прохождения также имеет сильную зависимость от энергии налетающей частицы, а вероятность того, что возбужденный электрон пройдет через потенциальный барьер больше, чем для возбужденных дырок. Как видно, эффект противотока обусловлен энергетической релаксацией в двумерном

случае, а квантовые контакты играют вспомогательную роль - создают и детектируют неравновесность.

На рисунке 23в изображена проводимость каждого из используемых квантовых контактов. На основном рисунке буквами E1, E2 обозначены кривые проводимости для квантовых контактов-инжекторов, обозначение D соответствует детектору. Положение затворов, формирующий квантовый контакт-инжектор и детектор показано на рисунке 23а для первого образца. Проводимость равна нулю ниже некоторого значения напряжения на затворе (запирающее напряжение) и возрастает по мере увеличения напряжения на затворе. Квантование проводимости хорошо видно не для всех квантовых контактов, возможно, из-за недостаточно хорошего качества образцов или из-за высокой температуры (для первого образца). Заметим, что для наблюдения термоэлектрических эффектов квантование проводимости не важно, а главную роль играет прозрачность энергетического барьера, созданного квантовым контактом. На вставке рисунка 23в изображены проводимости квантовых контактов инжектора (E) и детектора (D) как функции затворного напряжения для второго образца (соответствующие затворы E и D обозначены на рисунке 23б). Квантование проводимости для квантового контакта-источника также плохо наблюдается, а зависимость подобна зависимостям для первого образца. Для квантового контакта-детектора хорошо видны плато, соответствующие квантам проводимости. Квантовый контакт-детектор все время находился в туннельном режиме (режим "pinch-off")  $R_{DET} \sim 10^2$  кОм. Сопротивление квантового контакта-источника варьировалось от относительно малого до туннельного режима. В отсутствие магнитного поля качественно были воспроизведены предыдущие результаты [61] при  $T = 4.2K$  и  $T = 40mK$  на разных образцах. Ток  $I_{DET}$ , индуцированный в квантовом контакте-детекторе, как функция напряжения  $V_{DRIVE}$  в цепи квантового контакта-источника показан на рисунке 24а сплошными линиями. Как видно,  $I_{DET}$  зависит от напряжения пороговым образом и меняет знак при смене полярности  $V_{DRIVE}$ . При  $|V_{DRIVE}| \gtrsim 3$  мВ наблюдается конечное значение индуцированного тока  $I_{DET}$ , направленного противоположно току  $I_{DRIVE}$  в источнике. Этот эффект и был

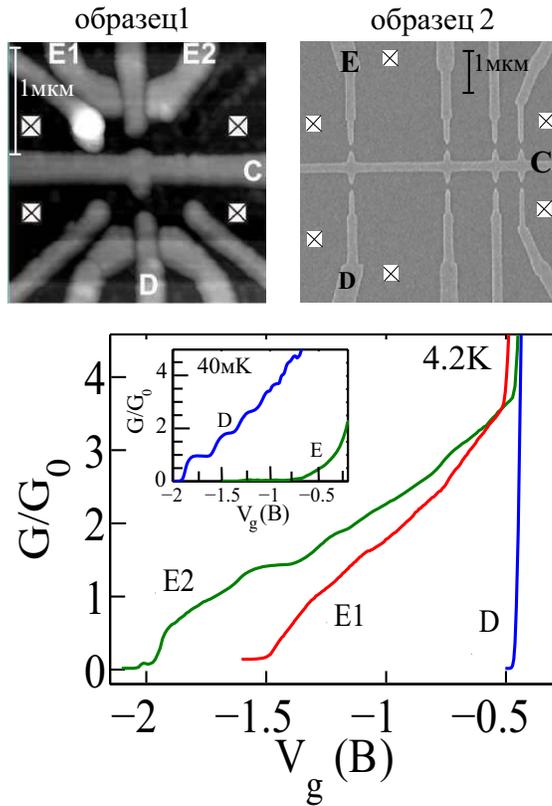


Рис. 23: (а) Изображение образца 1, полученное с помощью атомно-силового микроскопа. Светлые области - металлические затворы, напыленные на поверхность образца. (б) Изображение образца 2 с помощью сканирующего электронного микроскопа. E;E1;E2 и D, соответственно, обозначены затворы, используемые для создания квантового контакта-источника и детектора. (в) Нормированная проводимость квантовых контактов как функция затворного напряжения, формирующего контакт для образца 1. На вставке показаны подобные зависимости для образца 2.

ранее назван эффектом противотока.

#### 4.2.2 Энергетическая релаксация в квазиодномерном случае квазиклассических электронов вблизи края

Не слишком большое магнитное поле  $|B| \sim 1T (\nu > 10)$ , приложенное перпендикулярно плоскости образца, значительно меняет ситуацию (см. рис 24 символы). Знак тока в детекторе  $I_{DET}$  становится независимым от знака тока в цепи-источнике  $I_{DRIVE}$  и определяется только направлением магнитного поля ( $B > 0$  соответствует магнитному полю, направленному от читателя в плоскость кристалла). Далее будем называть такой режим режимом, управляемым магнитным полем. В то же время влияние магнитного поля на ток через квантовый контакт-источник чрезвычайно мало и приводит лишь к незначительному увеличению его сопротивления. Абсолютное значение  $I_{DET}$  в магнитном поле, как будет показано далее, зависит от полярности напряжения  $V_{DRIVE}$ .

На рисунке 25а показано изменение детектируемого сигнала как функции магнитного поля при фиксированном напряжении в цепи-источнике  $V_{DRIVE} = \pm 10$  мВ. Переход в режим, управляемый магнитным полем, происходит при очень малых полях  $|B| < 100$  мТл.  $I_{DET}$  резко повышается линейно по  $B$  и меняет свой знак, когда  $B$  изменяется в пределах от  $-0.1$  Тл до  $0.1$  Тл. За пределами этого интервала, в режиме, управляемом магнитным полем, сильной зависимости от величины магнитного поля не наблюдается.

Качественно такое же поведение справедливо и для второго образца. В этом образце измерялась производная  $g \equiv dI_{DET}/dV_{DRIVE}$ . На рисунке 25б показана зависимость производной  $g$  от поля при двух значениях напряжения в источнике  $V_{DRIVE} = \pm 6$  мВ. Следует отметить, что четность сигнала меняется при взятии производной. Так, в нулевом поле зависимость  $I_{DET}(V_{DRIVE})$  нечетная функция, в то время как  $g(V_{DRIVE}) < 0$  - четная функция. Упомянутое относится к знаку сигнала, а не его абсолютной величине. При нулевом магнитном поле эффект противотока воспроизводится для  $g < 0$ . С увеличением  $|B|$  переход к режиму, управляемому магнитным полем, происходит

аналогично измерениям на постоянном токе (см. рис. 25а,в). Как видно из рисунка 25б,г для обоих образцов ток в управляющей цепи  $I_{DRIVE}$ , измеренный независимо, является слабо параболической функцией магнитного поля с небольшим осциллирующим вкладом, связанным с эффектом Шубникова-де-Гааза при низких температурах.

Объяснить полученные результаты можно, как и в случае нулевого магнитного поля, с помощью термоэлектрической аналогии. Как было сказано ранее, индуцированный ток возникает из-за асимметрии нагрева. Происхождение асимметрии в этом случае связано с циклотронным движением носителей заряда в магнитном поле. В квазиклассической картине двумерные электроны вращаются по циклотронным орбитам радиуса  $R_C \propto |B|^{-1}$  благодаря силе Ло-

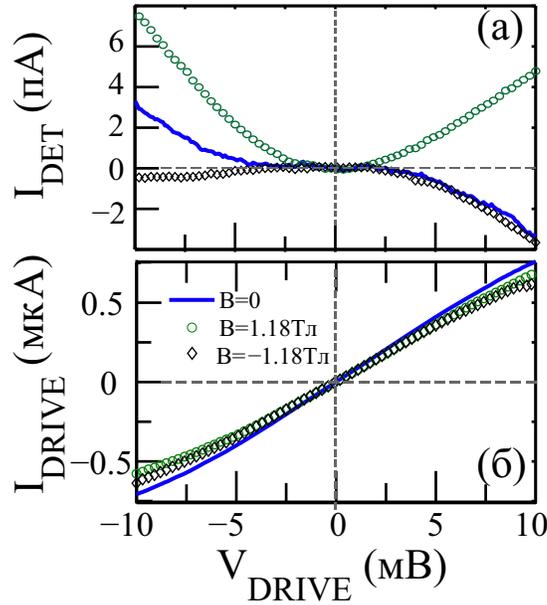


Рис. 24: Экспериментальные результаты, полученные на образце 1 при 4.2 К. (а) Ток через квантовый контакт-детектор в нулевом поле  $B = 0$  (сплошная линия) и малых нормальных полях (символы) как функция напряжения на квантовом контакте-источнике. (б)  $I(V)$  зависимость для квантового контакта-источника, полученные одновременно с данными, представленными в (а).

ренца. В достаточно больших магнитных полях  $R_C < l_{free}$ , где  $l_{free} \approx 11$  мкм – упругая длина свободного пробега, установленная беспорядком в наших образцах, электронные траектории локализуются в области, размером меньше, чем  $l_{free}$ . Это не относится к налетающим или прошедшим через квантовый контакт носителям, чьи циклотронные орбиты пересекают электростатический край двумерной системы. Эти носители зеркально или диффузно отражаются от края и движутся по скачущим орбитам.

На рисунке 25д,е схематически показано движение неравновесных носителей после прохождения квантового контакта при  $B < 0$  и различных знаках приложенного напряжения  $V_{DRIVE}$ . Неравновесные электроны над поверхностью Ферми и неравновесные дырки (незанятые электронные состояния под поверхностью Ферми) обозначены  $e$  и  $h$  соответственно. В цепи источника неравновесные электроны и дырки существуют по разные стороны от возбуждающего квантового контакта, которые определяются знаком прикладываемого напряжения  $V_{DRIVE}$ . В управляющей цепи вблизи сужения носители движутся по квазиклассическим скачущим орбитам вдоль соответствующего края двумерной электронной системы электрически определенного напряжением на затворах. Одни из них движутся вдоль горизонтального (центрального) затвора, а другие вдоль вертикального (формирующего квантовый контакт) затвора. Неравновесные носители, движущиеся вдоль центрального затвора (электроны  $e$  при  $V_{DRIVE} > 0$  и дырки  $h$  при  $V_{DRIVE} < 0$ ) более эффективно переносят энергию в соседнюю детектирующую цепь. Передача энергии может быть осуществлена посредством акустических фононов, которые поглощаются электронами в цепи детектора в области с характерным размером  $\sim 1$  мкм. Как результат, в детекторе возбуждается неравновесная электрон-дырочная пара, движущаяся вдоль края по направлению к квантовому контакту-детектору. Заметим, что неравновесная заселенность состояний скачущих орбит может также происходить не напрямую, а через возбуждение электрон-дырочных пар в объеме двумерной электронной системы с последующей их диффузией в край. Из-за зависимости коэффициента прохождения от энергии, в среднем, более неравновесные электроны проходят через

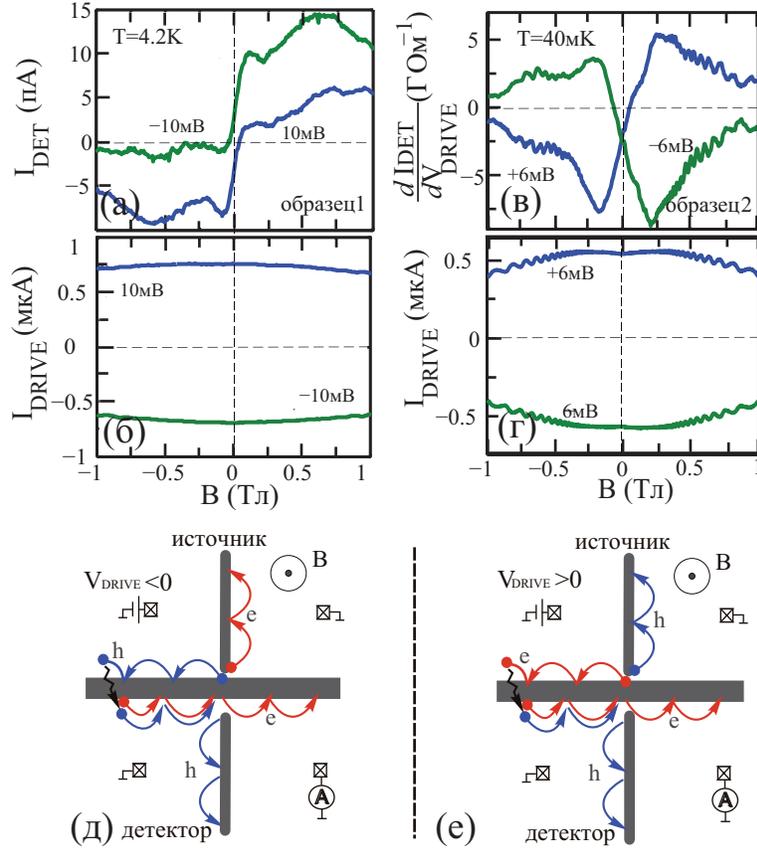


Рис. 25: Режим открытого квантового контакта- источника  $R_{DRIVE} \sim 10k\Omega$ . (а),(б) Ток в цепи детектора(а) и инжектора (б) при фиксированном  $V_{DRIVE} = \pm 10$  мВ как функция магнитного поля  $-1T < B < 1T$  для образца 1. (в),(г) Производная  $g$  сигнала в детекторе (в) и ток в возбуждающей цепи (г) при фиксированном тянущем напряжении  $V_{DRIVE} = \pm 6mV$  как функция магнитного поля  $-1T < B < 1T$  для образца 2. (д),(е) Схематическое изображение распространения неравновесных носителей по квазиклассическим скачущим орбитам вдоль электростатического края двумерной системы вблизи квантового контакта источника и детектора для  $B < 0$  и  $V_{DRIVE} < 0/ > 0$  (д)/(е). Стрелки указывают направление групповой скорости электронов около края. Так же схематически изображена схема подключения, омические контакты изображены перечеркнутыми квадратами.

потенциальный барьер квантового контакта-детектора, тогда как неравновесные дырки отражаются от него, что приводит к появлению конечного сигнала в детекторе. Как следует из рисунка  $I_{DET} < 0$  при  $B < 0$  независимо от направления  $I_{DRIVE}$ . Для положительно ориентированного магнитного поля подобное схематическое изображение можно получить зеркальным отражением относительно вертикальной оси и одновременной сменой знака  $V_{DRIVE}$  и аналогично получить  $I_{DET}$  при  $B > 0$ .

Изменение знака приложенного напряжения  $V_{DRIVE}$  соответствует смене типа неравновесных носителей, движущихся по скачущим орбитам вдоль центрального затвора в возбуждающей цепи. Доля общей энергии, которая впоследствии диссипирует как джоулево тепло в омических контактах, инжектированная электронами, выше доли энергии, инжектированной неравновесными дырками. Это является следствием положительной зависимости коэффициента прозрачности барьера квантового контакта от энергии. В режиме, управляемым магнитным полем, эта электрон-дырочная асимметрия сама проявляется в большем абсолютном значении  $I_{DET}$  и  $g$  для знака  $V_{DRIVE}$ , при котором неравновесными носителями являются электроны. Соответственно, отклик в детекторе сильнее для  $V_{DRIVE} > 0 (< 0)$  в поле  $B < 0 (> 0)$ . Такое поведение более ярко выражено для образца 1, что вызвано, по всей видимости, более сильной зависимостью от энергии коэффициента прохождения через барьер квантового контакта-источника.

Размер области двумерной системы, где происходит эффективный обмен акустическими фононами, различен для режима, управляемого магнитным полем, и эффекта противотока. Переход в режим, управляемый магнитным полем, происходит при  $B \approx 50$  мТл, что соответствует длине  $R_C \approx 1.7$  мкм. Эта характерная длина согласуется с величиной, найденной в работе [60] для взаимодействия посредством акустических фононов между компланарными двумерными электронными системами. Такой небольшой размер области взаимодействия подтверждает интерпретацию результатов в терминах баллистических скачущих орбит. Качественно похожая классическая картина горячего пятна в двумерной электронной системе в сильном магнитном поле могла бы

дать больший характерный размер по крайней мере на порядок величины [63].

Остановимся на результатах, полученных при большом сопротивлении возбуждающего квантового контакта  $R_{DRIVE} \approx 10^2 \text{кОм}$ . На рисунке 26г показана производная  $g$  как функция напряжения, прикладываемого на затвор, формирующий управляющий квантовый контакт, для трех значений магнитного поля. При  $B = 0$  наблюдается эффект противотока, а на производной  $g$  виден экстремум. Абсолютное значение приблизительно на два порядка величины больше (см. рис. 25) по сравнению со случаем относительно открытого квантового контакта-источника [61]. Как видно из рисунка 26г приложение небольшого магнитного поля  $|B| \sim 0.5 \text{ Тл}$  сильно подавляет сигнал. Полевая зависимость показана на рисунке 26а для двух значений  $V_{DRIVE}$  (при значении затворного напряжения, формирующего возбуждающий квантовый контакт, при котором сигнал в детекторе максимален в  $B = 0$  (см. рис 26г)). Относительно нулевого магнитного поля детектируемый сигнал приблизительно четная функция по  $B$ , а резкого изменения в полевой зависимости не наблюдается по сравнению со случаем открытого возбуждающего квантового контакта (рис. 25). Переход в режим, управляемый магнитным полем, наблюдается только при  $|B| \gtrsim 0.5 \text{ Тл}$ , когда сигнал в детекторе становится сравнимым по величине с сигналом при открытом квантовом контакте-источнике (рис. 25а,б,г). Заметим, что влияние электрон-дырочной асимметрии, о которой речь шла выше, намного сильнее на рисунке 26г, чем на рисунке 25в, что является результатом инжекции горячих электронов через квантовый контакт-источник в сильно закрытом режиме. Как видно из рисунка 26в, все эти наблюдения сопровождаются небольшими изменениями тока  $I_{DRIVE}$  в цепи источника с магнитным полем. Увеличение эффективности передачи энергии в режиме сильно закрытого квантового контакта-источника и поведение в малых магнитных полях трудно приписать испусканию фоонов в глубине в контактах к двумерной системе, в отличие от случая малого сопротивления возбуждающего квантового контакта. Возможно, энергетическая релаксация горячих электронов вблизи закрытого квантового контакта здесь будет более уместна. Хотя результаты согласуются с экспериментами по

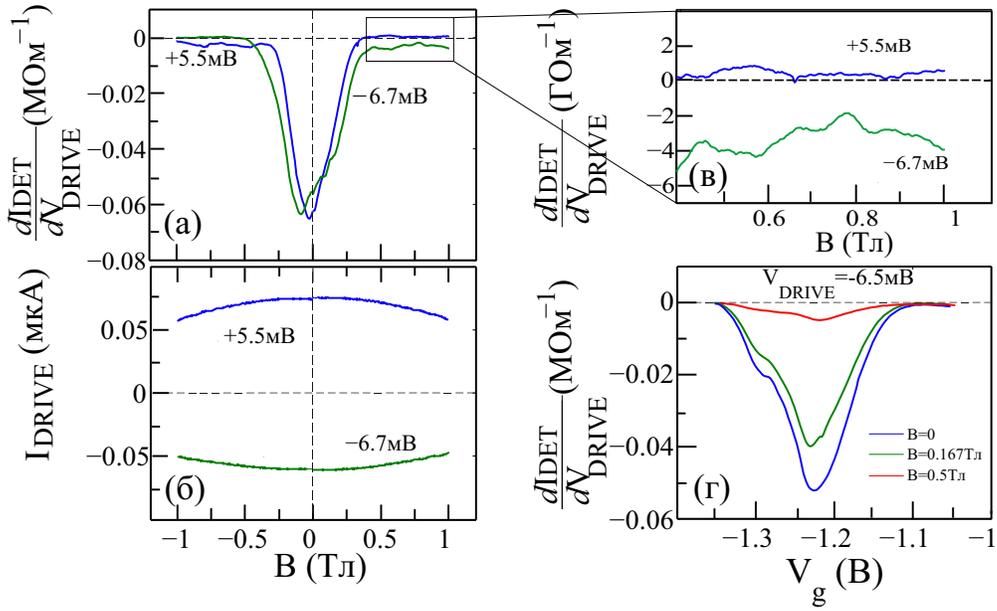


Рис. 26: Режим почти закрытого квантового контакта - источника (pinched-off). (а),(в) Производная  $g \equiv dI_{DET}/dV_{DRIVE}$  детектируемого сигнала при двух значениях тянущего напряжения  $V_{DRIVE}$  как функция магнитного поля  $B$  и соответствующая зависимость для  $I_{DRIVE}$ . (б) Увеличенное изображение области (а)  $B > 0$ , где наблюдается режим, управляемый магнитным полем, подобно 25в. (г) Производная  $g$  сигнала в детекторе при фиксированном напряжении  $V_{DRIVE}$  и нескольких значениях магнитного поля  $B$  как функция напряжения на затворе, формирующего квантовый контакт - источник. На (а)-(в) квантовый контакт-источник в линейном режиме при сопротивлении  $R_{DRIVE} \sim 80$  кОм. Данные получены с образца 2 при 40мК

поперечной фокусировке горячих электронов [62], зависимости от магнитного поля и затворного напряжения при закрытом квантовом контакте-источнике пока не имеют объяснения.

Фононные эффекты, обсуждаемые выше, могут считаться достаточно общими для связанных наноцепей в магнитном поле. Условия нашего эксперимента (относительно малые магнитные поля и сильно нелинейный режим) отличаются, например, от работ [65, 66, 68], препятствуя прямому сравнению результатов.

### 4.2.3 Энергетическая релаксация между краевыми каналами.

В квантующих магнитных полях диагональная проводимость становится экспоненциально малой, а электронный транспорт принято описывать на языке квазиодномерных краевых каналов [114, 115]. Понижение размерности системы имеет огромное влияние на наблюдение эффектов, аналогичных описанным выше.

Как и в случае слабых магнитных полей, с помощью отрицательного напряжения на затворах создается две изолированные цепи, содержащие по одному квантовому контакту. Неравновесное распределение электронов в краевом канале может быть создано с помощью частично пропускающего квантового контакта (рис. 27). Часть избыточной энергии передается в соседний краевой канал, находящийся на расстоянии в несколько сот нанометров от первого. Результирующее неравновесное распределение электронов во втором краевом канале может быть обнаружено с помощью другого квантового контакта, путем измерения термоэлектрического отклика и/или измерения его дифференциальной проводимости.

Сначала рассмотрим цепь с горячим краевым каналом (нижняя часть рисунка 27). Подходящие к квантовому контакту краевые каналы (обозначены на рисунке 27 черным цветом) имеют различные уровни химических потенциалов, отличающиеся на величину приложенного напряжения. Если квантовый контакт в цепи инжектора имеет коэффициент пропускания  $Tr < 1$ , то часть налетающих электронов пройдет справа налево, а часть отразится. В резуль-

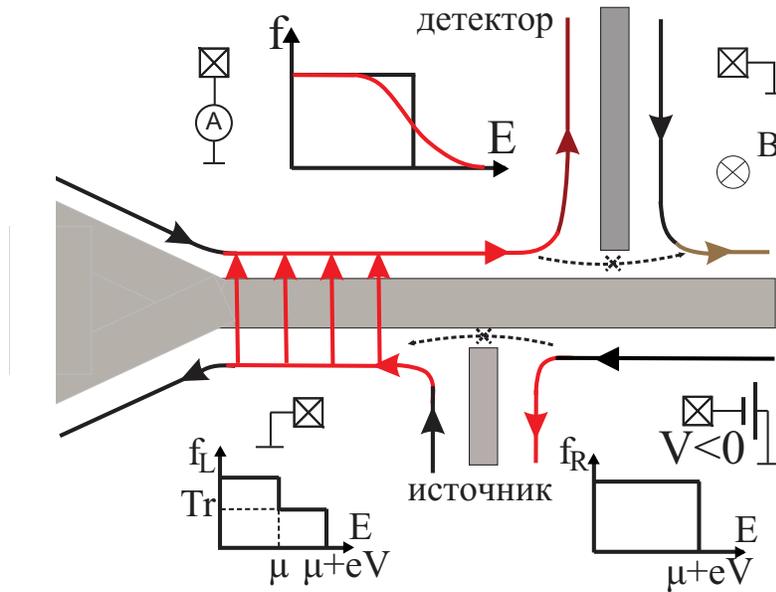


Рис. 27: Схематическое изображение неравновесной и детектирующей цепей. Равновесные краевые каналы изображены черным цветом, неравновесные - красным. Неравновесная (слева) и равновесная (справа) Функции распределения электронов в цепи при нулевой температуре показаны в нижней части рисунка. Изменение функции распределения в детекторе при взаимодействии с неравновесным каналом показано в левом верхнем углу.

тате, отходящие от квантового контакта краевые каналы окажутся неравновесными или горячими. Избыточная энергия на единицу длины обоих каналов дается величиной  $Q \sim Tr(1 - Tr)$ . Часть этой энергии может поглотиться в соседнем краевом канале в детектирующей цепи. Следует отметить, что в отсутствие туннелирования между каналами никакой передачи энергии между равновесными краевыми каналами, находящимися при одинаковой температуре, но с различными уровнями химпотенциала, нет. В противном случае нарушалось бы второе начало термодинамики. Рассмотрим цепь детектора. Как показано на рисунке 27, изначально равновесный краевой канал подходит слева к центральному (горизонтальному) затвору, разделяющему цепи. При прохождении области взаимодействия, краевой канал детектора нагрева-

ется, а функция распределения электронов в нем изменяется от равновесной (фермиевской) до, вообще говоря, сильно неравновесной, схематически изображенной на рисунке 27 в левом верхнем углу. Эта неравновесность может быть обнаружена при помощи квантового контакта-детектора ( $Tr < 1$ ), посредством измерения его термоэлектрического отклика или проводимости.

Измерения проводились при температуре 40-114 мК. На проводимости квантовых контактов, используемых как источник и детектор, видны плато, соответствующие значению  $2e^2/\hbar$  (см. рис. 28). Измерения проводились при сопротивлении квантового контакта-детектора  $\geq 1$  МОм (режим "pinch-off"), а сопротивление квантового контакта-источника ( $\leq 10^2$  кОм) выбиралось из соображений близкого к линейному отклика в области прикладываемых напряжений  $|V_{DRIVE}| \leq 1$  мВ.

На этом образце были воспроизведены все предыдущие результаты [61]. Как уже было сказано, приложение даже малого магнитного поля приводит к переходу в режим, когда направление термоэлектрического тока в детекторе определяется только полярностью поля. Квазипороговая зависимость детектируемого сигнала от прикладываемого к квантовому контакту источнику напряжения наблюдается вплоть до  $B \approx 1$  Тл ( $\nu = 4$ ). Как показано на рисунке 29а значение порогового напряжения уменьшается с увеличением магнитного поля и зависимость от напряжения в цепи источника становится почти линейной. Этот факт указывает на уменьшение кванта передаваемой энергии (с 0.5 мэВ в нулевом магнитном поле до  $\sim 50$  мкэВ в  $B = 3.8$  Тл) и возможную смену механизма взаимодействия.

В магнитном поле  $B = 0.95$  Тл (фактор заполнения  $\nu = 4$  для этого образца) была также исследована зависимость величины термоэлектрического отклика от расстояния между управляющей и детектирующей цепями. Для этого прикладывались три различных значения отрицательного напряжения на центральный затвор, каждое из которых достаточно для обеднения двумерного электронного газа под затвором. На рисунке 30 показана зависимость производной  $I_{DET}/dV_{DRIVE}$  индуцированного в детекторе тока от напряжения в возбуждающей цепи при напряжении на центральном затворе

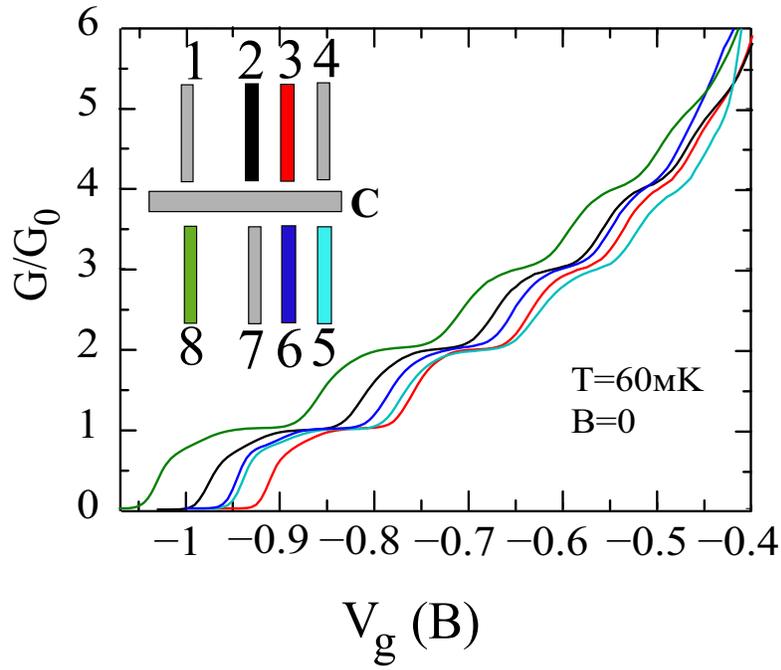


Рис. 28: Проводимость  $G$  в единицах  $G_0 = 2e^2/h$  как функция напряжения на затворе в нулевом магнитном поле. Цвет кривой проводимости соответствует цвету затвора, формирующего квантовый контакт. На центральный затвор С прикладывается напряжение, достаточное для формирования непроницаемого для электронов барьера. Данные получены с образца 2

$V_C = -0.4; -0.6; -1$  В. Как видно, при увеличении напряжения по абсолютной величине, сигнал в детекторе уменьшается и при  $V_C = -1$  В становится на два порядка меньше, чем в случае, когда двумерный газ обеднен только под затвором. Этот факт может служить косвенным доказательством того, что передача энергии из одной цепи в другую осуществляется не только посредством обмена фононов. В самом деле, при увеличении абсолютного значения напряжения на центральном затворе, увеличивается расстояние между краевыми каналами. Столь сильная чувствительность эффекта к расстоянию могла бы объясняться ослаблением механизма взаимодействия с расстоянием как, например, в случае кулоновского.

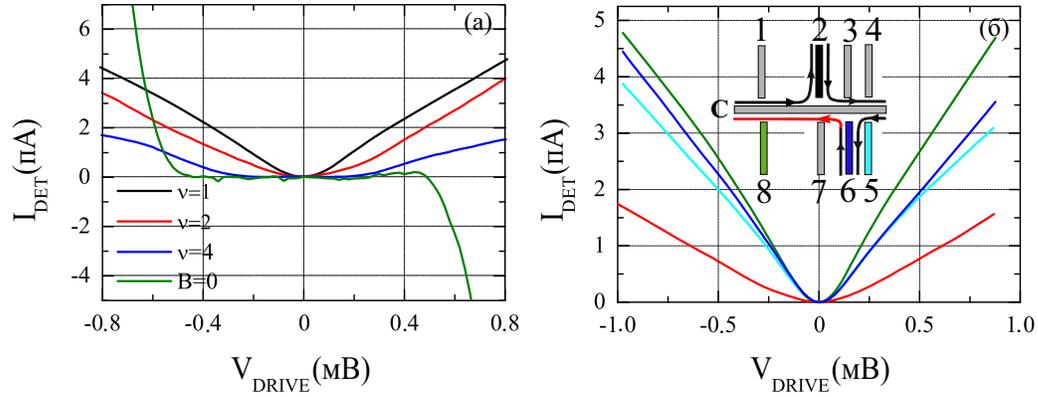


Рис. 29: (а) Зависимость индуцированного термоэлектрического тока от напряжения в цепи источника  $V_{\text{DRIVE}}$  в различных магнитных полях. Для создания квантового контакта-источника использовался затвор 6. (б) Зависимость термоэлектрического тока от напряжения в цепи источника  $V_{\text{DRIVE}}$  при различных взаимных расположениях квантовых контактов источника и детектора в поле  $B = 3.8$  Тл ( $\nu = 1$ ). Цифрами обозначены боковые затворы, формирующие квантовый контакт-источник (см. вставку). Вставка: схематическое изображение образца. Цвет затвора соответствует цвету линии на основном рисунке. Схематично показано распространение краевых каналов с использованием для создания квантовых контактов затворов 2 и 6. Обозначение затворов 8-1 соответствует одновременному использованию затворов 8 и 1 (см. текст) (а), (б) Квантовый контакт-детектор формировался приложением отрицательного напряжения на затвор 2.

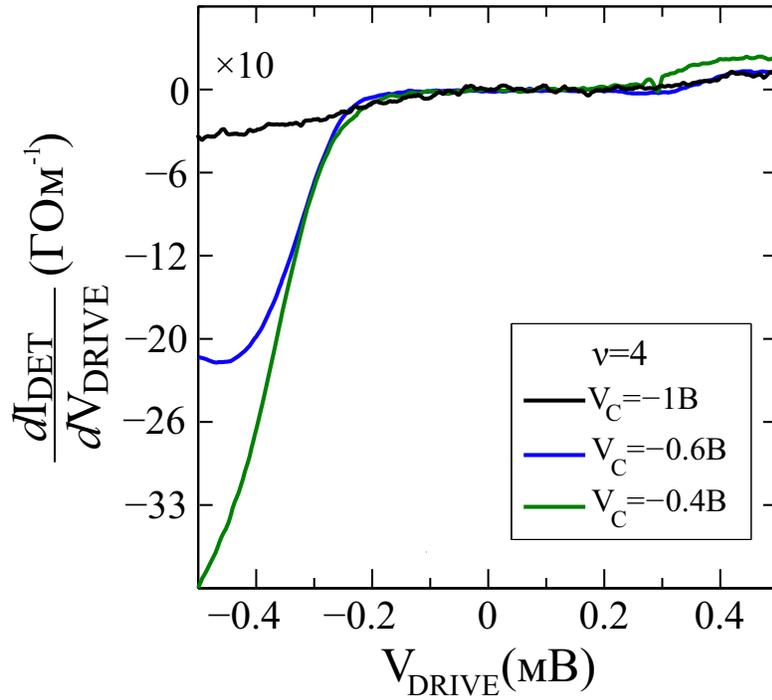


Рис. 30: Влияние электрического поля на термоэлектрический отклик детектора. Для создания квантовых контактов источника и детектора использовались затворы 8 и 3, показанные на вставке рис. 29б, соответственно

Также было проверено, что наблюдаемый сигнал возникает не за счет эффектов увлечения. При полностью открытом квантовом контакте в управляющей цепи в детектирующей цепи никакого индуцированного сигнала не возникает.

Основные исследования проводились на образце 2 при факторе заполнения  $\nu = 1$ , то есть в самом простом случае двух взаимодействующих каналов. На рисунке 29б показана зависимость детектируемого сигнала от напряжения в возбуждающей цепи при различном пространственном положении квантового контакта-источника в поле 3.8 Тл ( $\nu = 1$ ). Конфигурации используемых затворов и схематичное изображение краевых каналов показаны на вставке к рисунку 29б. Линейная зависимость индуцированного тока наблюдается при достаточно больших напряжениях в цепи-источнике, при малых напряжениях

зависимость детектируемого сигнала почти параболическая функция напряжения для всех конфигураций. Использование различного взаимного расположения возбуждающего и детектирующего квантового контакта позволяет выявить зависимость величины индуцированного тока от длины взаимодействия при изменении ее на 2 мкм (см.схематичное изображение распространения краевых каналов). Как видно из рисунка 29б величина детектируемого сигнала практически не зависит от выбора квантового контакта-источника (зеленая, синяя и голубая линии на рис. 29б). При приложении отрицательного напряжения помимо затворов 2,8 на затвор 1, достаточного для полного обеднения двумерного газа под затвором 1 и в сужении, длина взаимодействия стремится к нулю. В этом случае краевой канал движется по более короткому пути. Индуцированный ток в первом и втором (с обеднением под затвором 1) случае показан на рисунке 29б зеленой и красной линиями соответственно. Ожидалось уменьшение сигнала до нуля из-за бесконечно малой длины взаимодействия, но величина тока в детекторе уменьшается всего лишь в  $\approx 2.5$  раза. Причина этого эффекта на сегодняшний день не ясна.

Также была исследована величина индуцированного тока как функция напряжения в цепи источника в зависимости от сопротивления детектирующего квантового контакта. В этом случае использовалась пара затворов 3-8, при которой длина взаимодействия максимальна ( $\sim 5$  мкм). На рис. 31а показана зависимость проводимости квантового контакта детектора от прикладываемого затворного напряжения, формирующего этот квантовый контакт. Значения проводимости квантового контакта, при которых измерялся термоэлектрический отклик, показаны на рисунке цветными точками. Приблизительно линейная зависимость детектируемого сигнала от напряжения в цепи источника наблюдается для всех значений проводимости детектора (рис. 31б). Абсолютное значение сигнала возрастает примерно в три раза с увеличением проводимости детектора. При всех исследуемых значениях проводимости индуцированный ток при малых напряжениях  $|V_{DRIVE}| < 50$  мкВ в цепи источника является параболической функцией.

Индуцированному в детекторе току можно сопоставить некоторое эффек-

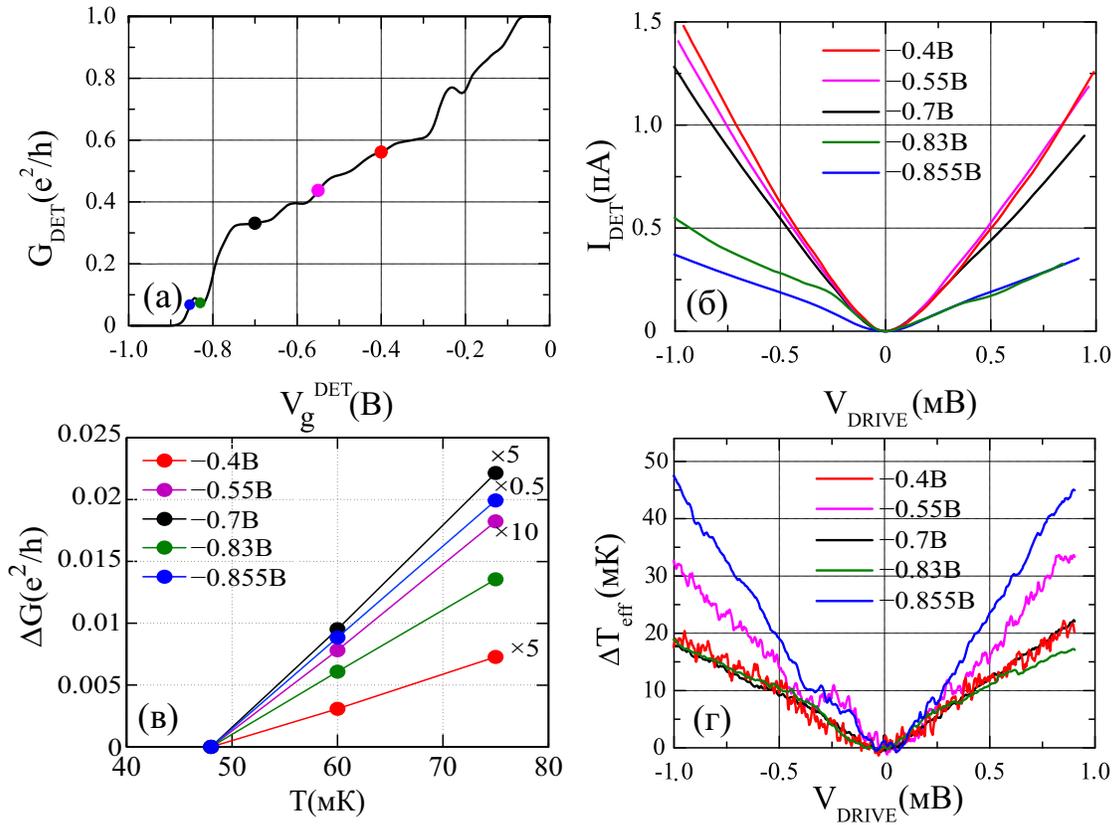


Рис. 31: (а) Проводимость квантового контакта-детектора при  $T=60$  мК; (б) Термоэлектрический ток как функция напряжения в управляющей цепи при разных значениях проводимости детектирующего квантового контакта; (в) Изменение проводимости квантового контакта-детектора с температурой; (г) Степень дополнительного нагрева детектора как функция напряжения в цепи источника

тивное изменение температуры в цепи, соответствующее неравновесному распределению электронов. Идея определения эффективной температуры близка к идее измерения в объемных материалах электронной температуры в нелинейном режиме [90]. Соотношения между температурной зависимостью дифференциальной проводимости детектора и его зависимостью от напряжения в управляющей цепи приведены в Приложении. Измерения проводимости детектора были проведены при трех значениях температуры  $T = 48\text{мК}$ ,  $60\text{мК}$ ,  $75\text{мК}$  и интерполированы прямой линией (рис. 31в). Как видно из рисунка 31в наклон температурной зависимости, а следовательно и чувствительность детектора к нагреву, разный для различных значений проводимости квантового контакта и может отличаться на порядок. Полученная температурная зависимость указывает на чувствительность проводимости детектора к нагреву, возникающему при приложении напряжения в возбуждающей цепи. Поэтому также была измерена зависимость дифференциальной проводимости как функции  $V_{DRIVE}$ . Измерение дифференциальной проводимости квантового контакта-детектора как функции температуры и напряжения в цепи источника позволяет количественно определить степень нагрева второго, изначально равновесного краевого канала в зависимости от возбуждающего напряжения. Рисунок 31г демонстрирует нагрев детектора при приложении напряжения к цепи источника. Эффективная температура  $T_{eff}$  повышается на  $20\text{ мК}$  почти линейно с увеличением возбуждающего напряжения вплоть до  $1\text{ мВ}$ . Даже малого напряжения ( $\sim 50\mu\text{V}$ ) достаточно для повышения эффективной температуры детектора на  $0.5\text{ мК}$ .

Все кривые на рисунке 31г качественно выглядят как кривые термоэлектрического тока на рисунках 29б и 31б (более детально см. Приложение) и могут быть разделены на две группы. Зависимости при напряжениях на затворе  $V_g = -0.4\text{V}$ ,  $V_g = -0.7\text{V}$  и  $V_g = -0.83\text{V}$  практически совпадают. Наклоны оставшихся двух кривых отличаются от первой группы в  $1.5 - 2.5$  раза. Отметим, что это отличие мало по сравнению с разбросом наклонов температурных зависимостей на рисунке 31в. Расхождение величин эффективной температуры при различной проводимости детектора может быть обусловле-

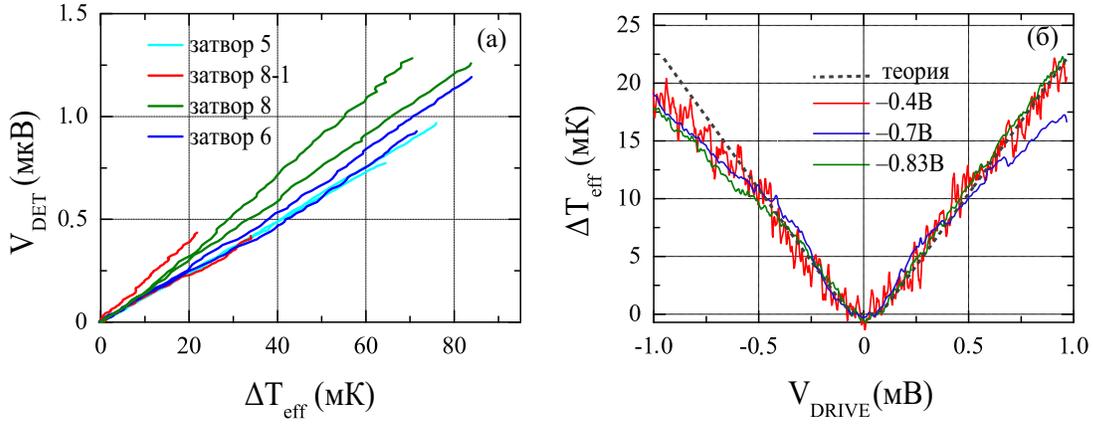


Рис. 32: (а) Индуцированное напряжение в зависимости от эффективной избыточной температуры детектора; (б) Соответствие эффективной избыточной температуры тянущему напряжению источника. Сравнение эксперимента и расчетной зависимости

но либо точностью измерения температурной зависимости дифференциальной проводимости детектора, либо тем, что распределение электронов в детекторе не является тепловым.

На рисунке 32а показано соответствие эффективной температуры и индуцированного в детекторе напряжения  $V_{DET} \equiv I_{DET}/G_{DET}$ . Эта зависимость получена из кривых термоэлектрического тока и степени нагрева детектора как функций напряжения в цепи источника. Индуцированное в детекторе напряжение повышается приблизительно линейно с увеличением эффективной температуры. Измеренный термоэлектрический отклик с неплохой точностью пропорционален  $T_{eff}$ , что может указывать на близкое к тепловому распределение электронов в детекторе. Используя полученную зависимость, мы вычислили наклон соответствующий термоэлектрической постоянной для квантового контакта и получили значение  $10 - 50 \mu V/K$ . Эта величина согласуется с результатами, полученным ранее в работах [73, 116, 117].

Экспериментальные результаты можно объяснить взаимодействием между

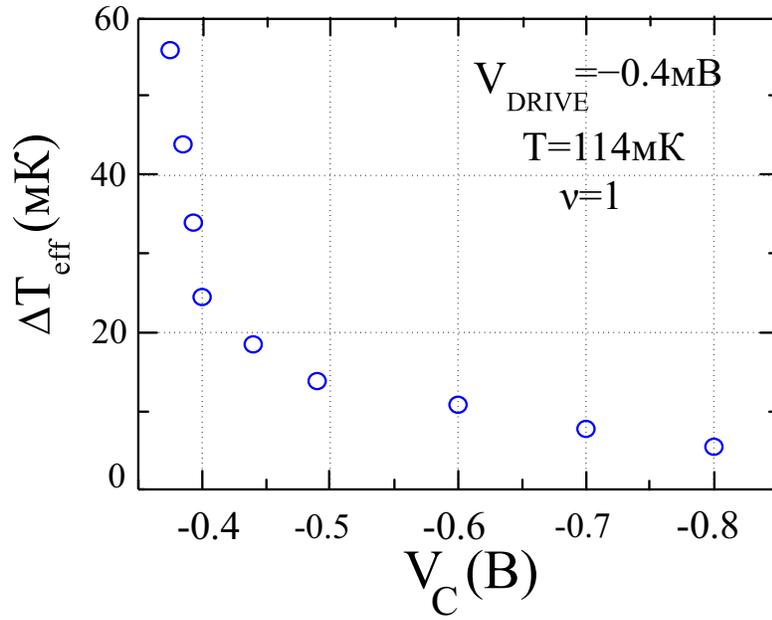


Рис. 33: Влияние электрического поля на нагрев детектора. Для создания квантовых контактов источника и детектора использовались затворы 8 и 2, показанные на вставке рис. 29б, соответственно

электронами краевых каналов. Возможность передачи энергии между электронами краевых каналов противоположной киральности ограничена законами сохранения энергии и импульса в одномерном случае. Неупругие процессы возможны при трехчастичном рассеянии в условиях нелинейного закона дисперсии. В случае парного рассеяния необходимо присутствие потенциала беспорядка, дающего неопределенность в импульсе. Установить какой из вышеприведенных случаев реализуется в эксперименте можно по зависимости сигнала в детекторе от тянущего напряжения  $V_{DRIVE}$ . Линейная зависимость  $T_{eff}$  от напряжения в цепи источника не ожидается для трехчастичных процессов. В этом случае при условии  $Tr \approx 0.3$ , реализованном в нашем эксперименте, эта зависимость будет по крайней мере квадратичной. Квадратичная зависимость возникает из-за пропорциональности напряжению как передаваемой энергии, так и числа заполнения неравновесных электронов. В парных

процессах при наличии беспорядка в системе неопределенность в импульсе ограничивает квант передаваемой энергии и дает линейную зависимость по напряжению (подробнее см. следующую главу). Передача энергии в парных процессах рассеяния может осуществляться либо через кулоновское взаимодействие между электронами противоположно направленных каналов, либо посредством обмена акустическими фононами. Вообще говоря, в эксперименте механизм взаимодействия однозначно определить по функциональной зависимости  $T_{eff}(V_{DRIVE})$  нельзя, так как в обоих случаях зависимость от степени неравновесности оказывается одинаковой. Однако, был проведен расчет в нижнем порядке теории возмущений поглощаемой электронами детектора мощности (см. следующую главу) и сравнение экспериментальных результатов с теорией. Как будет показано в следующей главе, преобладание того или иного механизма определяется расстоянием между каналами. Наилучшего согласия с экспериментом получено в предположении малого расстояния между каналами и преобладания кулоновского рассеяния. На рисунке 32б пунктирной линией показана кривая, полученная при этих предположениях. Налицо отличное согласие с экспериментом. По нелинейному участку при малых тянущих напряжениях  $V_{DRIVE}$  было получено значение кванта передаваемой энергии  $\Delta E \approx 50$  мкэВ.

Исследование зависимости от расстояния между краевыми каналами подтвердило предполагаемый механизм рассеяния. На рисунке 33 показана эффективная избыточная температура детектора при фиксированном тянущем напряжении  $V_{DRIVE} = -0.4$  мВ в зависимости от напряжения на центральном затворе  $V_C$ , который электростатически определяет расстояние между краевыми каналами. Измерения проводились при температуре системы  $T = 114$  мК на паре затворов 2 и 8. Максимальное значение напряжения центрального затвора подбиралось таким, чтобы обеспечить отсутствие туннелирования электронов между противоположно направленными краевыми каналами. Как видно из рисунка 33 с уменьшением напряжения  $V_C$  эффективность нагрева детектора резко падает. При  $V_C < -0.4$  В резкая зависимость сменяется плавной, что вполне согласовывается с зависимостью от расстояния в модель-

ном расчете для кулоновского рассеяния, приведенном в главе «Расчет и сравнение мощности кулоновского и электрон-фоонного взаимодействия».

По существу, полученные результаты впервые демонстрируют важность беспорядка и парных неупругих кулоновских процессов для энергетической релаксации в краевых каналах целочисленного эффекта Холла.

#### 4.2.4 Расчет и сравнение мощности кулоновского и электрон-фоонного взаимодействия

Рассмотрим два краевых канала длиной  $L$  (все полученные формулы справедливы и для бесконечно длинных краевых каналов, взаимодействующих на конечном расстоянии, но в этом случае величина  $L$  – длина взаимодействия) с линейным законом дисперсии  $E(k) = \hbar v_F k$  ( $v_F$  – скорость Ферми) на расстоянии  $d$  друг от друга, в которых токи текут в противоположных направлениях

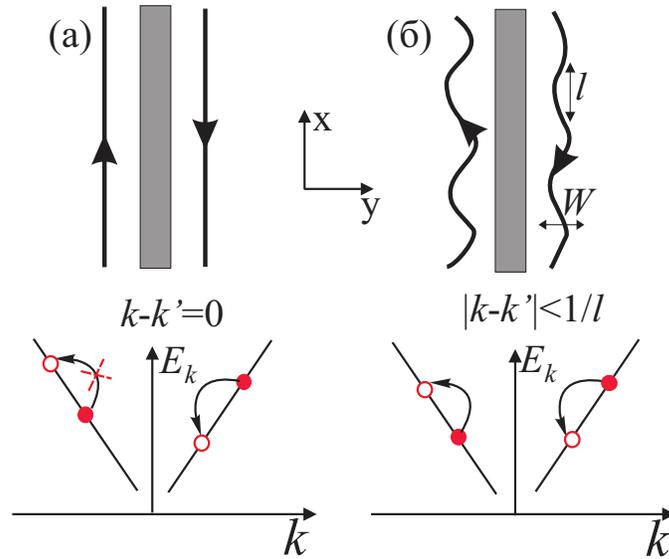


Рис. 34: Схематическое изображение краевых каналов противоположной киральности, разделенных непроницаемым барьером, и спектра электронов: а) чистая система с сохранением импульса; б) система с беспорядком, нарушающим закон сохранения импульса

ях. Как известно, взаимодействующие противоположенные краевые каналы представляет собой Латтинжеровскую жидкость [55]. В общем случае эта задача решается в технике бозонизации. Энергетическая релаксация в такой системе обусловлена конечным временем жизни элементарных возбуждений - бозонов и не имеет места в чистой системе. Однако, конечный размер области взаимодействия приводит к рассеянию бозонов, а следовательно и релаксации энергии, на границах жидкости Латтинжера [87, 88]. При условии малого параметра взаимодействия, не слишком слабого беспорядка и не слишком малой длины области взаимодействия можно пренебречь этим эффектом по сравнению с рассеянием на беспорядке в самой Латтинжеровской жидкости. Будем считать размер области взаимодействия малым по сравнению с длиной энергетической релаксации (пробега бозонов) и решать задачу пертурбативно. Закон сохранения импульса в совокупности с законом сохранения энергии запрещает парное кулоновское рассеяние в чистой системе (см. рис. 34а). В самом деле, в случае кулоновского взаимодействия без рассеяния назад по закону сохранения энергии с учетом линейной дисперсии  $|k| + |k''| = |k'| + |k'''|$ , где  $k, k''$  - начальные импульсы электронов,  $k', k'''$  - конечные импульсы. В совокупности с законом сохранения импульса  $|k - k' + k'' - k'''| = 0$  парное кулоновское рассеяние в чистой системе запрещено. Рассмотрим реальные фононы, при испускании/поглощении которых сохраняется продольный импульс. В чистой системе такие (черенковские) фононы испускаются вдоль образующих конуса с тангенсом угла  $v_F/v_s$ . Передача таких фононов между каналами разной направленности невозможна в чистой системе. При наличии плавного беспорядка эквипотенциальная поверхность, которой следует краевой канал, искривляется, как следствие, появляется неопределенность в импульсе и становится возможным неупругое рассеяние между электронами соседних полосок. В нашей модели отклонение краевого канала от прямой задается случайной величиной  $\delta d(x)$  с корреляционной функцией  $\overline{\delta d(x)\delta d(x')} = W^2 \exp\left(-\frac{(x-x')^2}{2l^2}\right)$ ,  $l$  - корреляционная длина плавного беспорядка, большая по сравнению с магнитной длиной  $(\hbar c/(eB))^{1/2}$ ,  $W$  - характерное отклонение (см. рис. 34б.). При наличии беспорядка в системе волновая функция квазиодномерных электро-

нов будет зависеть от обеих координат  $x, y$  и при условии малости характерных изменений импульса по сравнению с обратной магнитной длиной запишется, например, в простейшем виде:

$$\psi_k(x, y) = \frac{e^{-ikx}}{\sqrt{L}} g(y - y_0(x)),$$

функция  $g$  – узкая и нормированная так, что  $\int_{-\infty}^{+\infty} g^2 dy = 1$ ,  $y_0(x) = \pm d/2 + \delta d(x)$ , а  $\delta d(x)$  – отклонение от среднего значения  $\bar{y}_0 = \pm d/2$ , где верхний (нижний) знак, соответственно для первого (второго) канала, а  $d$  – среднее расстояние между каналами. Обозначим начальное состояние двух рассеивающихся электронов как  $|i\rangle = |k, k''\rangle$ , а конечное как  $|f\rangle = |k', k'''\rangle$ . Матричный элемент неэкранированного кулоновского взаимодействия в среде с диэлектрической проницаемостью  $\chi$  [56]

$$V_q = \iint_0^L \psi_{k'}^*(r_1) \psi_{k'''}^*(r_2) \frac{e^2}{\chi |r_1 - r_2|} \psi_k(r_1) \psi_{k''}(r_2) dr_1 dr_2,$$

где  $r_i$  – координаты электрона  $i$ -й полосы,  $i = 1; 2$ . После подстановки волновых функций с учетом нормировки  $g(y)$  подынтегральное выражение будет зависеть только от  $x_1$  и  $x_2$ , причем  $(y_1(x_1) - y_2(x_2))^2 = (d + \delta d_1(x_1) + \delta d_2(x_2))^2 \approx d^2 + 2d(\delta d_1 + \delta d_2)$ , функция  $\delta d_1 + \delta d_2$  сумма двух случайных отклонений от среднего. Заменяем координаты  $x_1, x_2$  на относительную координату  $r_x$  и координату центра масс  $R_x$ . Выражение для матричного элемента взаимодействия теперь содержит два слагаемых: одно для  $\Delta k = k + k'' - k' - k''' = 0$  (что соответствует закону сохранения импульса), а второе для  $\Delta k \neq 0$ . В следствие закона сохранения энергии, интегрирование по относительной координате  $r_x$  происходит на нулевом импульсе. Нас интересует рассеяние с передачей ненулевой энергии  $\varepsilon \neq 0$ , которое сопровождается несохранением суммарного импульса  $\Delta k = k + k'' - k' - k''' = 2\varepsilon/(\hbar v_F)$ . Матричный элемент имеет следующий вид:

$$V_{if} = \frac{e^2 d}{\chi L^2} \int \frac{\delta d_1 + \delta d_2}{(r_x^2 + d^2)^{3/2}} e^{i\Delta k R_x} dR_x dr_x.$$

В подынтегральном выражении  $\delta d_j$  зависят от обеих переменных  $R_x, r_x$ . Несложно получить выражение для усредненного квадрата модуля матричного элемента, учитывая, что  $\overline{\delta d_i(x) \delta d_j(x')} = w^2 \exp\left(-\frac{(x-x')^2}{2l^2}\right)$  для  $i = j$  и обращается

в ноль для  $i \neq j$ , поскольку случайные величины  $\delta d_1$  и  $\delta d_2$  не коррелируют:

$$\overline{|V_{if}|^2} = \frac{8e^4 w^2 l \sqrt{2\pi}}{\chi^2 d^2 L^3} e^{-\frac{1}{2}\varepsilon^2/\varepsilon_0^2} \left[ \frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_d} K_1 \left( \frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_d} \right) \right]^2, \quad (5)$$

где  $K_1$  – модифицированная функция Бесселя второго рода, и обозначено  $\varepsilon_0 = \hbar v_F/2l$  и  $\varepsilon_d = \hbar v_F/2d$ . При  $|\varepsilon| \ll \varepsilon_d$  выражение в квадратных скобках близко к 1, и матричный элемент имеет простой вид:

$$\overline{|V_{if}|^2} = \frac{8e^4 W^2 l \sqrt{2\pi}}{\chi^2 d^2 L^3} e^{-\Delta k^2 l^2/2}.$$

При  $|\varepsilon| > \varepsilon_d$  для выражения в квадратных скобках можно пользоваться асимптотическим выражением  $\approx \sqrt{\pi|\varepsilon|/2\varepsilon_d} e^{-|\varepsilon|/\varepsilon_d}$ .

В случае, когда термодинамическое равновесие в одном канале нарушено, возможна передача энергии в соседний канал и его нагрев. Неравновесное распределение электронов в канале можно создать, подобно работе [50] и как в нашем эксперименте, с помощью частично пропускающего квантового контакта с коэффициентом прозрачности  $Tr < 1$ . Обозначим как  $E, E'$  – начальную и конечную энергии электрона в первом (неравновесном) канале, а  $E'', E'''$  – энергию электрона до и после взаимодействия во втором канале.  $\varepsilon = E - E'$  – теряемая первым электроном энергия (формально, она может быть и отрицательна, что соответствует увеличению энергии первого электрона). Кроме того, обозначим  $f(k) \equiv f$  и  $f(k') \equiv f'$  – функции распределения до и после взаимодействия. Вероятность взаимодействия в единицу времени задается золотым правилом Ферми  $W_{k,k'' \rightarrow k',k'''} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_q|^2 \delta(E + E'' - E' - E''')$ , где  $\delta$  – дельта-функция Дирака. Тогда мощность передачи энергии посредством парного кулоновского рассеяния равна:

$$P = \frac{dE_C}{dt} = \sum_{k,k',k'',k'''} \varepsilon f(k)(1 - f(k'))f(k'')(1 - f(k''')) \times W_{k,k'' \rightarrow k',k'''},$$

Переходим от суммирования по всем импульсам  $k, k', k'', k'''$  к интегрированию:

$$P = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{L^4}{(2\pi)^4} \iiint \varepsilon \overline{|V_{if}|^2} f(1 - f') \times f''(1 - f''') \delta(\varepsilon + E'' - E''') dk dk' dk'' dk'''$$

С учетом линейного закона дисперсии  $E = \hbar v_F k$  перейдем к интегрированию по энергии. Кроме того, преобразуем  $\delta$ -функцию, обозначив  $E''' - E'' = \varepsilon'$ :  $\delta(\varepsilon + E'' - E''') = \delta(\varepsilon - \varepsilon')$ . Для простоты введем форм-факторы для испускания ( $\varepsilon > 0$ ) и поглощения ( $\varepsilon < 0$ ) энергии:  $F_j(\varepsilon) = \int f_j(E + \varepsilon)(1 - f_j(E))dE$ , где  $f_j$  – функция распределения электронов в  $j$ -м канале. После взятия интеграла от  $\delta$ -функции, получим:

$$P = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{L^4}{(2\pi)^4} (\hbar v_F)^{-4} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon F_1(\varepsilon) F_2(-\varepsilon) \overline{|V_{if}|^2} d\varepsilon. \quad (6)$$

где  $\sigma = \hbar v_F / 2l$

Рассмотрим теперь взаимодействие посредством обмена неравновесными акустическими фононами. Имея в виду кристалл GaAs, учитываем электрон-фононное взаимодействие только посредством пьезоэлектрической связи, которое доминирует в длинноволновом пределе. Амплитуду вероятности рассеяния следует искать во втором порядке теории возмущений по электрон-фононному взаимодействию и учитывать как реальные, так и виртуальные фононы. Матричный элемент во втором порядке по теории возмущений имеет вид:

$$V_{if} = \sum_{q_x, q_y, q_z} \frac{\langle f | V_{e-ph} | I \rangle \langle I | V_{e-ph} | i \rangle}{E_i - E_I + i0}, \quad (7)$$

где промежуточное состояние  $|I\rangle = |k', k'', \mathbf{q}\rangle$  соответствует релаксации первого электрона  $k \rightarrow k'$  с испусканием реального или виртуального фонона с волновым вектором  $q$ , а суммирование ведется по трехмерным импульсам фононов и их поляризациям. В таком случае при излучении фонона электроном первого канала и поглощения его во втором канале, получим:

$$\begin{aligned} \langle f | V_{e-ph} | I \rangle \langle I | V_{e-ph} | i \rangle &= \frac{\alpha \Omega}{L^2 V q} e^{iq_y d} \times \\ &\times \int_0^L e^{i\Delta k_1 x} e^{iq_y \delta d_1(x)} dx \int_0^L e^{i\Delta k_2 x} e^{-iq_y \delta d_2(x)} dx, \end{aligned} \quad (8)$$

где для простоты введены следующие обозначения  $\Omega \equiv \hbar e^2 e_{14}^2 / (2\chi^2 \rho v_s)$ ,  $\rho, V$  – плотность и объем кристалла,  $e_{14}$  – пьезоэлектрический коэффициент в кристалле со структурой цинковой обманки [59]. Скорость звука  $v_s$  и коэффициент  $\alpha$  зависит от направления импульса фонона и его поляризации [59].

Геометрия наших образцов такова, что краевые каналы идут вдоль направления легкого скола [110] в двумерном газе в GaAs, тогда основной вклад дают поперечные акустические фононы с  $\alpha = 0.5$  и  $v_s = 3 \times 10^5 \text{ см/с}$ . Величины несохраняющегося продольного импульса при испускании ( $j = 1$ ) и поглощении ( $j = 2$ ) фонона удобно записать с учетом закона сохранения энергии  $\Delta k_j = \varepsilon/\hbar v_F + (-1)^j q_x$ . В нашей модели эффективная ширина краевого канала равна  $w$ , что приводит к ограничению на  $y$ -компоненту импульса фонона  $|q_y| \lesssim 1/w$ . Поэтому в выражении (8) можно приближенно написать  $e^{-(-1)^j i q_y \delta d_j(x)} \approx 1 - (-1)^j i q_y \delta d_j(x)$ ,  $j = 1, 2$ . Тогда выражение (7) для матричного элемента принимает вид:

$$V_{if} = \frac{\alpha \Omega}{8\pi^3 L^2} \int \frac{e^{i q_y d} dq_x dq_y dq_z}{q(\varepsilon - \varepsilon_q + i0)} \times \quad (9)$$

$$\times \left[ q_y^2 I_1 I_2 + i 2\pi q_y \delta(q_x + \varepsilon/\hbar v_F) I_1 - i 2\pi q_y \delta(q_x - \varepsilon/\hbar v_F) I_2 \right],$$

где  $\delta(q_x \pm \varepsilon/\hbar v_F)$  – дельта-функции,  $\varepsilon_q = \hbar v_s q$  – энергия фонона, и  $I_j = \int e^{i \Delta k_j x} \delta d_j(x) dx$ . Следует отметить, что первое слагаемое в этом выражении соответствует двукратному нарушению закона сохранения импульса – при испускании и при поглощении фонона, а два последних слагаемых в квадратных скобках соответствуют процессам с однократным нарушением закона сохранения импульса либо при испускании, либо при поглощении фонона. Для упрощения выражения (10) нужно взять интегралы вида  $\text{Int}_n(\varepsilon) = \int (q_y)^n e^{i q_y d} dq_y dq_z / q / (\varepsilon - \varepsilon_q + i0)$  для  $n = 1, 2$ . Для удобства проведем замену переменных  $dq_y dq_z = q_\perp dq_\perp d\varphi$ , где  $q_\perp = \sqrt{q_y^2 + q_z^2}$  – нормальная к оси 0x компонента импульса фонона,  $\varphi$  – угол между  $\mathbf{q}_\perp$  и осью 0z. При условии  $v_s \ll v_F$  акустические фононы излучаются преимущественно перпендикулярно краевому каналу, поэтому можно приближенно написать  $q_\perp \approx q$ . Заменяя  $q \rightarrow \varepsilon_q / (\hbar v_s)$ , получим:

$$\text{Int}_n(\varepsilon) \approx (\hbar v_s)^{-n-1} \int \sin^n \varphi d\varphi \int \frac{\varepsilon_q^n e^{i \varepsilon_q \tau \sin \varphi} d\varepsilon_q}{\varepsilon - \varepsilon_q + i0}, \quad (10)$$

где  $\tau = d/v_s$  – характерное время пролета фонона между каналами. При вычислении (10) интегрирование сначала проводится по энергии фонона в

пределах  $0 < \varepsilon_q < \hbar v_s (w |\sin \varphi|)^{-1}$ , а только потом по углу  $\varphi$ .

Рассмотрим случай достаточно большого расстояния между каналами  $d \gg lv_s/v_F$ , который для характерных значений  $\varepsilon \sim \varepsilon_0$  дает  $\varepsilon \gg \hbar/\tau$ . Как будет показано ниже, в этом случае электрон-фононный механизм способен составить конкуренцию кулоновскому. Основной вклад в интеграл в этом пределе дают фононы в узкой полосе энергий  $|\varepsilon_q - \varepsilon| \lesssim \hbar/\tau$ :

$$\text{Int}_n(\varepsilon) \approx \frac{2\pi^2 \varepsilon^n}{(i\hbar s)^{n+1}} \frac{d^n}{da^n} \left( J_0(a) + iH_0(a) \right) \Big|_{a=\varepsilon\tau/\hbar}, \quad (11)$$

где  $J_0, H_0$  – функции Бесселя первого рода и Струве нулевого порядка, соответственно, а производная от величины в скобках берется при указанном значении аргумента. В пределе  $a \rightarrow \infty$  можно пользоваться асимптотическим выражением  $J_0(a) + iH_0(a) \approx \sqrt{2/\pi a} e^{i(a-\pi/4)}$ .

В противоположном случае малых расстояний  $\varepsilon \ll \hbar/\tau$ , вклад в интеграл дают все фононы, и получается приближенный ответ:

$$\begin{aligned} \text{Int}_1 &\approx \frac{2i\pi(\cos(d/w) - 1)}{\hbar s d} \\ \text{Int}_2 &\approx \frac{-2\pi \sin(d/w)}{\hbar s w d} \end{aligned}$$

Для двух последних слагаемых в (10) интеграл по  $q_x$  берется легко благодаря  $\delta$ -функции. Однако, для первого слагаемого необходимо сначала возвести в квадрат модуль матричного элемента, а затем взять получившийся двойной интеграл по  $q_x, q'_x$ . В конце, подобно случаю кулоновского рассеяния, следует произвести усреднение по случайным распределениям  $\delta d_j$ . В результате, получим:

$$\overline{|V_{if}|^2} = V_1 + V_2,$$

$$V_1 = 2^{7/2} \left( \frac{\alpha\Omega}{8\pi^3 L^2} \right)^2 |\text{Int}_1|^2 \pi^{5/2} w^2 L l e^{-\varepsilon^2/2\varepsilon_0^2} \quad (12)$$

$$V_2 = 4 \left( \frac{\alpha\Omega}{8\pi^3 L^2} \right)^2 |\text{Int}_2|^2 \pi^{5/2} w^4 L l e^{-\varepsilon^2/4\varepsilon_0^2}$$

В этих выражениях индекс 1 соответствует однократному нарушению закона сохранения импульса при взаимодействии электронов с фононом, а 2 – двукратному. Заметим, что выражения (12) справедливы и для передачи фонона из второго канала в первый ( $\varepsilon < 0$ ), если заменить в формуле (11)  $\varepsilon \rightarrow |\varepsilon|$ .

Для интерпретации наших результатов представляет интерес эффективность двух механизмов взаимодействия. Оценка для GaAs при малых энергиях  $|\varepsilon| < \varepsilon_d, \varepsilon_0$  и/или малых расстояниях между каналами  $d \lesssim l$  показывает, что матричный элемент для обмена фононами пренебрежимо мал по сравнению с кулоновским  $P_{ph}/P_C \approx 10^{-5}$ . При  $d \gg l$  и достаточно больших энергиях  $|\varepsilon| > \varepsilon_d$  фононный вклад становится заметен, так как обрезка по энергии в кулоновском матричном элементе (5) наступает при  $|\varepsilon| \sim \varepsilon_d \ll \varepsilon_0$ , т.е. заметно раньше, чем в электрон-фононном матричном элементе (12). В результате, в случае сильно неравновесного первого канала и слабо неравновесного второго мощность, передаваемая посредством кулоновского рассеяния, быстро падает с расстоянием между каналами  $P_C \propto 1/d^5$ , тогда как фононный вклад имеет асимптотику  $P_{ph} \propto 1/d$ . Для отношения мощностей имеем:

$$\frac{P_{ph}}{P_C} = \frac{e_{14}^4 v_F}{6\pi^2 \rho^2 s^5} \left( 1 + 8\sqrt{2} \frac{v_F^2 w^2}{s^2 l^2} \right) \cdot \frac{d^4}{l^4}$$

Отметим, что в чистой системе благодаря сильному краевому электрическому полю следует ожидать  $w/l \ll 1$ . Если взять для оценки  $w/l = 0.1$ , то фононный вклад становится сравним с кулоновским при расстоянии между каналами  $d/l \approx 10$ . Однако, в ситуации, реализуемой в нашем эксперименте, этот режим практически недостижим.

Так как в нашем эксперименте реализуется случай малого расстояния между краевыми каналами  $d \ll l$ , рассмотрим более подробно парное кулоновское рассеяние, когда подынтегральный множитель в квадратных скобках в (5) можно приравнять 1. Получить численный ответ для передаваемой мощности для произвольных функций распределения электронов в первом и втором каналах можно из решения (6). В предельном случае сильно неравновесного первого канала и слабо неравновесного второго канала ответ легко можно за-

писать аналитически. Интеграл по энергии в (6) имеет обрезку при  $|\varepsilon| \sim \varepsilon_0$ . Если неравновесность в первом канале имеет заметно больший масштаб по энергии, то зависимостью от энергии можно пренебречь:  $F_1(\varepsilon) \approx F_1(0)$ . Например, для квазиравновесного распределения с эффективной температурой форм-фактор будет равен  $F_1(0) = k_B T_1$  (где  $k_B$  – постоянная Больцмана). Для двухступенчатой функции распределения, создаваемой квантовым контактом с приложенным напряжением  $V$  и коэффициентом прохождения  $Tr$ , которая, как предполагается, имеет место в нашей экспериментальной задаче:  $F_1(0) = Tr(1 - Tr)e|V|$ . Условие сильной неравновесности соответствует условию  $k_B T_1, e|V| \gg \varepsilon_0$ . В то же время, во втором канале при низкой температуре  $k_B T_2 \ll \varepsilon_0$  можно написать  $F_2(-\varepsilon) \approx \varepsilon \theta(\varepsilon)$ , где  $\theta$  – функция Хевисайда (т.е. во втором канале имеет место только поглощение энергии). В этом пределе решение (6) принимает простой вид:

$$P_C = \frac{e^4 w^2 L}{8\pi^2 \hbar^2 v_F \chi^2 d^2 l^2} F_1(0)$$

Отсюда следует, например, что в сильно неравновесном случае мощность, передаваемая при помощи парных процессов рассеяния линейно зависит от тянущего напряжения или эффективной температуры горячего канала [57]. Это утверждение справедливо для обоих механизмов взаимодействия и произвольного расстояния между каналами. В другом предельном случае слабой неравновесности в обоих каналах ( $k_B T_2 \ll k_B T_1, e|V| \ll \varepsilon_0$ ) имеем  $P_C \propto T_1^4, V^4$ . Таким образом, например, для функциональной зависимости мощности от тянущего напряжения или эффективной температуры горячего канала характерно выраженное квази-пороговое поведение с порогом  $k_B T_1, eV \sim \varepsilon_0$ .

Оценим масштаб эффекта в достаточно чистой системе, считая что до начала взаимодействия электроны во втором канале находились при малой температуре  $T_2^{in}$ . Пусть расстояние между каналами  $d = 300$  нм,  $v_F = 10^7$  см/с, параметры беспорядка  $l = 1$  мкм,  $w = 50$  нм, а неравновесность в первом канале создается квантовым контактом с  $eV = 500$  мкэВ и  $Tr = 1/2$ . Эти условия, вообще говоря, отличаются от экспериментальных, описанных выше, но близки к ним. Эффективная температура второго канала на выходе из области

взаимодействия в предложенной модели равна [57]:

$$T_2^{out} = \sqrt{\frac{12\hbar P_C}{\pi k_B^2} + (T_2^{in})^2}.$$

При длине взаимодействия  $L = 3$  мкм,  $eV = 0.5$  мэВ  $\gg \varepsilon_0 = 0.05$  мэВ и  $T_2^{in} = 50$  мК, получим  $T_2^{out} \approx 130$  мК. Полученное значение близко к наблюдаемому в эксперименте и, возможно, уже наблюдалось в работе [68].

## 5 Заключение

Основные результаты диссертационной работы состоят в следующем:

- В режиме дробного квантового эффекта Холла измерена температурная зависимость скачка химического потенциала при переходе через факторы заполнения  $\nu = 1/3, 2/3, 2/5, 3/5$  и обнаружено насыщение по температуре в области ультранизких температур. В низкотемпературном пределе получена линейная зависимость величины скачка химпотенциала от магнитного поля.
- В сильных магнитных полях обнаружено совпадение величины скачка химпотенциала для факторов заполнения  $\nu = 1/3$  и  $\nu = 2/3$  и для факторов заполнения  $\nu = 2/5$  и  $\nu = 3/5$ , что отражает электрон-дырочную симметрию расщепленного по спину уровня Ландау.
- В магнитном поле  $B \approx 3$  Тл при факторе заполнения  $\nu = 2/3$  на магнитолевой зависимости скачка химпотенциала наблюдался минимум, соответствующий спиновому переходу в основном состоянии.
- Было обнаружено, что наклоны линейных зависимостей от магнитного поля для дробных факторов заполнения  $\nu = 1/3$  и  $\nu = 2/5$  относятся как обратные знаменатели дроби.
- Предложен способ учета длиннопериодного беспорядка в системе; извлечена зависимость скачка химпотенциала от магнитного поля в пределе чистого образца без неоднородностей.
- Предложено количественное описание температурной зависимости скачка химпотенциала в дробном квантовом эффекте Холла в рамках двухуровневой модели для композитных фермионов
- Наблюдался неравновесный аналог термоэлектрического эффекта в компланарных электрически изолированных квантовых контактах, названный ранее эффектом противотока. В слабых магнитных полях  $|B| <$

100 мТ был обнаружен переход от эффекта противотока к режиму, в котором направление индуцированного в ненагруженной цепи тока определяется направлением магнитного поля.

- Наблюдалась пороговая зависимость индуцированного тока в зависимости от приложенного к управляющей цепи напряжения. При приложении квантующего перпендикулярного плоскости структуры магнитного поля пороговое значение напряжения уменьшалось. При факторе заполнения  $\nu = 1$  в объеме наблюдалась почти линейная зависимость тока в детекторе как функции тянущего напряжения.
- Исследована зависимость индуцированного тока как функции тянущего напряжения для различных значений проводимости квантового контакта-детектора и от длины взаимодействия между каналами.
- Предложен метод измерения эффективной температуры, приобретаемой электронами изначально равновесного канала после взаимодействия с горячим каналом управляющей цепи. Определено значение термоэлектрического коэффициента для квантового контакта.
- Произведен расчет неравновесной передачи энергии между электронами противоположно направленных квази-одномерных систем на примере краевых каналов в двумерной системе в целочисленном квантовом эффекте Холла. Учтены процессы с участием двух электронов, разрешенные только в системе с беспорядком. Получены выражения для случаев кулоновского рассеяния и передачи неравновесных фононов
- Проведено сравнение теоретического расчета с экспериментом и определена величина кванта передаваемой в парных кулоновских процессах рассеяния энергии

Результаты, выносимые на защиту диссертации, опубликованы в следующих работах:

1. V.S.Khrapai, A.A.Shashkin, M.G.Trokina, V.T.Dolgoplov, V.Pellegrini, F.Beltram, G.Biasiol, L.Sorba, "Direct measurements of fractional quantum Hall effect gaps", Phys. Rev. Lett. 99, 086802 (2007).
2. V.S.Khrapai, A.A.Shashkin, M.G.Trokina, V.T.Dolgoplov, V.Pellegrini, F.Beltram, G.Biasiol, L.Sorba, "Filling factor dependence of the fractional quantum Hall effect gap", Phys. Rev. Lett. 100, 196805 (2008)
3. М.Г.Прокудина, В.С.Храпай, «Термодинамические измерения в дробном квантовом эффекте Холла и модель композитных фермионов», Письма в ЖЭТФ, том 89, вып. 11, с.670-675(2009).
4. M.G.Prokudina, V.S. Khrapai, S.Ludwig, J.P.Kotthaus, H.P.Tranitz, W.Wegscheider, "Acoustic phonon-based interaction between coplanar quantum circuits in magnetic field", Phys. Rev. B 82, 201310(R) (2010)
5. М.Г.Прокудина, В.С.Храпай, «Парное рассеяние электронов краевых каналов противоположной киральности в присутствии потенциала беспорядка», Письма в ЖЭТФ, том 95, вып.7, с.385-389 (2012)

### **Благодарности.**

Я хотела бы поблагодарить всех людей, способствовавших успеху этой работы, и сотрудников Лаборатории квантового транспорта ИФТТ РАН за теплую рабочую атмосферу. Выражаю отдельную благодарность и признательность моему научному руководителю Храпаю Вадиму Сергеевичу, а также Долгополову Валерию Тимофеевичу и Шашкину Александру Александровичу за интересную и плодотворную совместную работу, за неоценимый вклад на многих этапах моей деятельности, начиная от помощи советом и моральной поддержки и заканчивая помощью в решении технических вопросов.

## 6 Приложение

Найдем связь между температурной зависимостью дифференциальной проводимости детектора, зависимостью от напряжения в цепи источника и термоэлектрическим эффектом.

Рассмотрим три экспериментальных ситуации:

- температурная зависимость линейной дифференциальной проводимости детектора;
- дифференциальная проводимость детектора в условиях неравновесной функции распределения;
- термоэлектрический эффект.

Общая формула для тока, протекающего через квантовый контакт

$$I = \frac{e}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} (f_L - f_R) Tr(E) dE, \quad (13)$$

где  $f_L$  – функция распределения слева от квантового контакта,  $f_R$  – функция распределения справа,  $Tr(E)$  – коэффициент прохождения через потенциальный барьер, созданный квантовым контактом,  $e$  – заряд электрона. Разложим функцию  $Tr(E)$  вблизи  $E = E_F$ :

$$Tr(E) = Tr(E_F) + \left. \frac{\partial Tr(E)}{\partial E} \right|_{E=E_F} (E - E_F) + \left. \frac{\partial^2 Tr(E)}{\partial E^2} \right|_{E=E_F} \frac{(E - E_F)^2}{2} \quad (14)$$

Для краткости примем

$$\left. \frac{\partial Tr(E)}{\partial E} \right|_{E=E_F} = \frac{\partial Tr}{\partial E}, \quad \left. \frac{\partial^2 Tr(E)}{\partial E^2} \right|_{E=E_F} = \frac{\partial^2 Tr}{\partial E^2}$$

В первых двух случаях исследуется линейный отклик  $\partial I / \partial V$ . На небольшое смещение химпотенциалов слева и справа от контакта,  $f_L(E) \rightarrow f_L^*(E + eV/2)$ ,  $f_R(E) \rightarrow f_R^*(E - eV/2)$ . В линейном приближении по  $eV$ , получим:

$$f_L^*(E + eV/2) = f_L(E) + \frac{\partial f_L(E)}{\partial E} \frac{eV}{2}, \quad f_R^*(E - eV/2) = f_R(E) - \frac{\partial f_R(E)}{\partial E} \frac{eV}{2} \quad (15)$$

Подставляя (14) и (15) в уравнение (13), получим:

$$\begin{aligned}
I &= \frac{e}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( Tr(E_F) + \frac{\partial Tr}{\partial E}(E - E_F) + \frac{\partial^2 Tr}{\partial E^2} \frac{(E - E_F)^2}{2} \right) \times \\
&\times \left( f_L - f_R + \frac{eV}{2} \left( \frac{\partial f_L}{\partial E} + \frac{\partial f_R}{\partial E} \right) \right) dE = \\
&= \frac{e}{\hbar} Tr(E) \int_{-\infty}^{+\infty} (f_L - f_R) dE + \frac{e^2 V}{\hbar} Tr(E_F) \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\partial f_L}{\partial E} + \frac{\partial f_R}{\partial E} \right) dE + \\
&+ \frac{e}{\hbar} \frac{\partial Tr}{\partial E} \int_{-\infty}^{+\infty} (f_L - f_R)(E - E_F) dE + \frac{e^2 V}{\hbar} \frac{\partial Tr}{\partial E} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\partial f_L}{\partial E} + \frac{\partial f_R}{\partial E} \right) (E - E_F) dE + \\
&+ \frac{e}{2\hbar} \frac{\partial^2 Tr}{\partial E^2} \int_{-\infty}^{+\infty} (f_L - f_R)(E - E_F)^2 dE + \frac{e^2 V}{4\hbar} \frac{\partial^2 Tr}{\partial E^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\partial f_L}{\partial E} + \frac{\partial f_R}{\partial E} \right) (E - E_F)^2 dE
\end{aligned} \tag{16}$$

Рассмотрим первый случай, когда система нагревается как целое, тогда  $f_R = f_L$ , при этом  $f_R$  – равновесная функция распределения справа от контакта. Функция  $\frac{\partial f_L}{\partial E} + \frac{\partial f_R}{\partial E}$  – четная в окрестности  $E = E_F$ , поэтому

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\partial f_L}{\partial E} + \frac{\partial f_R}{\partial E} \right) (E - E_F) dE = 0 \tag{17}$$

С учетом (17) и равенств  $f_R = f_L$ ,  $\frac{\partial f_R}{\partial E} = \frac{\partial f_L}{\partial E}$ , для температурной зависимости по формуле (16) получим:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial I}{\partial V} &= \frac{\partial}{\partial V} \left( \frac{e^2 V}{4\hbar} \frac{\partial^2 Tr}{\partial E^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\partial f_L}{\partial E} + \frac{\partial f_R}{\partial E} \right) (E - E_F)^2 dE \right) = \\
&= \frac{e^2}{2\hbar} \frac{\partial^2 Tr}{\partial E^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial f}{\partial E} (E - E_F)^2 dE
\end{aligned}$$

А изменение проводимости квантового контакта  $\Delta G^{eq} \equiv \frac{\partial I}{\partial V}$  задается формулой:

$$\Delta G^{eq} = \frac{e^2}{2\hbar} \frac{\partial^2 Tr}{\partial E^2} T \Delta T \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 f}{\partial E^2} (E - E_F)^2 dE$$

Для случая калибровки с напряжением в цепи источника  $f_R \neq f_L$ , причем  $f_R$  – равновесная (фермиевская) функция распределения, а  $f_L$  – неравновесная функции распределения. С учетом  $\int_{-\infty}^{+\infty} (f_L - f_R)(E - E_F) dE = \Delta E_{ex}$  – избыточная энергия,  $\int_{-\infty}^{+\infty} (f_L - f_R) dE = \Delta n$  – изменение числа частиц ( $\Delta n = 0$  для

всех случаев) из формулы 16 для калибровки с приложенным напряжением в цепи источника:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial I}{\partial V} &= \frac{\partial}{\partial V} \left( \frac{e}{\hbar} \frac{\partial T r}{\partial E} \Delta E_{ex} + \frac{e^2 V}{4\hbar} \frac{\partial^2 T r}{\partial E^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\partial f_L}{\partial E} + \frac{\partial f_R}{\partial E} \right) (E - E_F)^2 dE \right) + \\
&+ \frac{\partial}{\partial V} \left( \frac{e}{\hbar} \frac{\partial T r}{\partial E} \int_{-\infty}^{+\infty} (f_L - f_R) (E - E_F) dE + \right. \\
&+ \left. \frac{e}{2\hbar} \frac{\partial^2 T r}{\partial E^2} \int_{-\infty}^{+\infty} (f_L - f_R) (E - E_F)^2 dE \right) = \\
&= \frac{e^2}{4\hbar} \frac{\partial^2 T r}{\partial E^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\partial f_L}{\partial E} + \frac{\partial f_R}{\partial E} \right) (E - E_F)^2 dE.
\end{aligned}$$

Для теплового распределения  $f_L$  с температурой  $T + \Delta T$  выражение примет вид:

$$\Delta G^{neq} = \frac{e^2}{4\hbar} \frac{\partial^2 T r}{\partial E^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\partial f_L}{\partial E} + \frac{\partial f_R}{\partial E} \right) (E - E_F)^2 dE.$$

Изменение проводимости в этом случае:

$$\Delta G^{neq} = \frac{e^2}{4\hbar} \frac{\partial^2 T r}{\partial E^2} T \Delta T \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 f_R}{\partial E^2} (E - E_F)^2 dE.$$

Для термоэлектрического эффекта в формуле (16) следует положить  $V = 0$ . Предполагая нечетность функции  $f_L$ , получим:

$$I = \frac{e}{\hbar} \frac{\partial T r}{\partial E} \Delta E_{ex}.$$

## Список литературы

- [1] T. Ando, A.B. Fowler, F. Stern, "Electronic Properties of two-dimensional systems Rev.Mod.Phys. vol.**54**, p.437 (1982)
- [2] John H. Davies "The Physics of Low-Dimensional Semiconductors: an introduction" Cambridge University Press (1998)
- [3] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, «Квантовая механика», Москва, Физматлит, (2002)
- [4] K. von Klitzing, G. Dorda, M. Pepper, New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance. Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- [5] Р. Прендж, С. Гирвин, «Квантовый эффект Холла», Москва, «Мир», 1989.
- [6] V.T.Dolgoplov, A.A.Shashkin, N.B.Zhitenev et al, Quantum Hall effect in the absence of edge currents, Phys. Rev. B **46**, 12560 (1992)
- [7] V.T.Dolgoplov, A.A.Shashkin, G.V.Kravchenko et al, Charge transfer in an inhomogeneous two-dimensional electron system in the arrangement of Laughlin's gedanken experiment. Phys. Rev. B **48**, 8480 (1993).
- [8] D.E. Khmelnitskii, Quantum hall effect and additional oscillations of conductivity in weak magnetic fields. Phys. Lett. **106A**, 182 (1984)
- [9] D. C. Tsui, H. L. Stormer, A. C. Gossard, Two-dimensional magnetotransport in extreme quantum limit. Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982)
- [10] R. B. Laughlin, Anomalous quantum Hall effect: an incompressible quantum fluid with fractionally charged excitation. Phys. Rev. Lett. **50**, 1395(1983)
- [11] J. K. Jain, Composite-fermion approach for the fractional quantum Hall effect. Phys. Rev. Lett. **63**, 199(1989)

- [12] B. I. Halperin, Statistic of quasiparticles and the hierarchy of fractional quantized Hall states. Phys. Rev. Lett. **52**, 1583, 2390(E)(1984).
- [13] B. I. Halperin, P. A. Lee, N. Read, Theory of the half-filled Landau level. Phys. Rev. B **47**, 7312(1993).
- [14] R. C. Ashoori, Diploma Thesis, Cornell University (1992)
- [15] М. О. Дорохова, «Емкостная спектроскопия двумерных электронных систем в квантующем магнитном поле» диссертация ... канд. физ.-мат. наук, ИФТТ, Черноголовка (2000).
- [16] T. Chakraborty, Electron spin transitions in quantum Hall systems, Adv. Phys. **49**, 959(2000).
- [17] T. Chakraborty, P. Pietiläinen, Thermodynamic and spin polarization of the fractional quantum Hall states Phys. Rev. Lett., **76**, 4018 (1996)
- [18] R. G. Clark, S. R. Haynes, A. M. Suckling et al, Spin configurations and quasiparticle fractional charge of fractional-quantum-Hall-effect ground states in the  $N = 0$  Landau level. Phys. Rev. Lett., **62**, 1536(1989).
- [19] J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, K. W. West, Compressibility of the two-dimensional electron gas: measurements of zero-field exchange energy and fractional quantum Hall gap. Phys. Rev. B **50**, 1760(1994).
- [20] A. L. Efros, Density of states of 2D electron-gas and width of the plateau of IQHE. Solid State Commun. **65**, 1281(1988).
- [21] V. T. Dolgoplov, A. A. Shashkin, A. V. Aristov et al, Nonlinear screening in two-dimensional electron systems. Phys. Low-Dim. Struct. **6**, pp 1-22 (1996).
- [22] T. P. Smith, B. B. Goldberg, P. J. Stiles, and M. Heiblum, Direct measurement of the density of states of a two-dimensional electron gas. Phys. Rev. B **32**, 2696 (1985)

- [23] S. S. Murzin, S. I. Dorozhkin, G. E. Tsydynzhapov and V. N. Zverev, Fractional quantum Hall effect without energy gap. arXiv:cond-mat/0603835 v1(2006).
- [24] C. Gros and A. H. MacDonald, Conjecture concerning the fractional Hall hierarchy. Phys. Rev. B **42**, 9514(1990).
- [25] B. I. Halperin, P. A. Lee, N. Read, Theory of the half-filled Landau level. Phys. Rev. B **47**, 7312(1993).
- [26] G. S. Boeninger, A. M. Chang, H. L. Stormer, D. S. Tsui, Magnetic field dependence of activation energies in fractional quantum Hall effect. Phys. Rev. Lett. **55**, 1606(1985).
- [27] A. F. Dethlefsen, E. Mariani, H. P. Tranitz, W. Wegscheider, R. J. Haug, Signatures of spin in the  $\nu = 1/3$  fractional quantum Hall effect. Phys. Rev. B **74**, 165325 (2006).
- [28] E. P. De Poortere, E. Tutuc, S. J. Papadakis, M. Shayegan, Resistance Spikes at Transitions Between Quantum Hall Ferromagnets. Science **290**, 1546 (2000).
- [29] K. Muraki, T. Saku, Yo. Hirayama, Charge Excitations in Easy-Axis and Easy-Plane Quantum Hall Ferromagnets. Phys. Rev. Lett. **87**, 196801 (2001).
- [30] L. Engel, S. W. Hwang, T. Sajoto et al, Fractional quantum Hall effect at  $\nu = 2/3$  and  $3/5$  in tilted magnetic fields. Phys. Rev. B **45**, 3418 (1992).
- [31] М.О. Дорохова, С.И. Дорожкин, Температурная зависимость сжимаемости двумерных электронных систем в режиме квантового эффекта Холла в присутствии длиннопериодных флуктуаций потенциала. ЖЭТФ **125**, 1393(2004).
- [32] R. R. Du, H. L. Stormer, D. C. Tsui et al, Experimental evidence for new particles in the fractional quantum Hall effect. Phys. Rev. Lett. **70**, 2944(1993).

- [33] F. Schulze-Wischeler, E. Mariani, F. Hohls, and R. J. Haug, Direct Measurement of the g Factor of Composite Fermions. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 156401(2004).
- [34] D. Yoshioka, B. I. Halperin, P. A. Lee, Ground State of Two-Dimensional Electrons in Strong Magnetic Fields and  $1/3$  Quantized Hall Effect. *Phys. Rev. Lett.* **50**, 1219(1983).
- [35] S. I. Dorozhkin, R. J. Haug, K. von Klitzing, K. Ploog, Experimental determination of the quasiparticle charge and energy gap in the fractional quantum Hall effect. *Phys. Rev. B.* **51**, 14729(R) (1995).
- [36] I. V. Kukushkin, V. B. Timofeev, Thermal collapse of the fractional-quantum-Hall-effect energy gaps. *Advances in Physics*, Vol. **45**, No. 3, 147-242(1996)
- [37] V. M. Apal'cov, E. I. Rashba, Magneto spectroscopy of 2D electron gas: Cusps in emission spectra and Coulomb gaps. *JETP Lett.* **53**, 442(1991); Excitons in an incompressible fluid: giant polaron effect. *JETP Lett.* **54**, 155 (1992); Interaction of excitons with an incompressible quantum liquid. *Phys. Rev. B*, **46**, 1628 (1992)
- [38] E. I. Rashba, *Optical Phenomena in Semiconductor Structures of Reduced Dimensions*, edited by D. J. Lockwood and A. Pinczuk (Dewenter: Kluwer), p. 63.(1993)
- [39] С.И.Дорожкин, Г.В.Кравченко, Р.Хауг, К. фон Клитцинг, К.Плог, Емкостная спектроскопия дробного квантового эффекта Холла. Температурная зависимость энергетической щели. *Письма в ЖЭТФ*, т.**58**, вып. 11, с. 893-896 (1993)
- [40] W. G. van der Wiel, Y. V. Nazarov, S. DeFranceschi et al, Electromagnetic Aharonov-Bohm effect in a two-dimensional electron gas ring. *Phys. Rev. B* **67**, 033307 (2003)
- [41] Imry, Y. and R. A. Webb, Quantum Interference and the Aharonov-Bohm Effect. *Scientific American*, 260(4) (1989)

- [42] B.I.Halperin, A.Stern, I.Neder et al, Theory of the Fabry-Perot quantum Hall interferometer. arXiv:1010.4598 (2010)
- [43] R. de-Picciotto, M. Reznikov, M. Heiblum et al, Direct observation of a fractional charge. Nature **389**, 162-164 (1997).
- [44] B. I. Halperin, Quantized Hall conductance, current-carrying edge states, and the existence of extended states in a two-dimensional disordered potential. Phys. Rev. B **25**, 2185 (1982).
- [45] R. Landauer, Electrical resistance of disordered one-dimensional lattices. Philos. Mag. **21**, 863 (1970).
- [46] D.J.Thouless, Edge voltages and distributed currents in the quantum Hall effect, Phys. Rev. Lett. **71**, 1879 (1993).
- [47] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, «Статистическая физика», часть 1, Москва, Физматлит, 2002.
- [48] M.Büttiker. Absence of backscattering in the quantum Hall effect in multiprobe conductors. Phys. Rev. B **38**, 9375 (1988)
- [49] S. I. Dorozhkin, J. H. Smet, K. von Klitzing, V. Umansky, R. J. Haug, and K. Ploog, Comparison between the compressibilities of the zero field and composite-fermion metallic states of the two-dimensional electron system. Phys. Rev. B **63**, 121301(R)(2001)
- [50] H. le Sueur, C. Altimiras, U. Gennser et al, Energy relaxation in the integer quantum Hall regime. Phys. Rev. Lett. **105**, 056803 (2010)
- [51] C. Altimiras, H. le Sueur, U. Gennser, A. Cavanna, D. Mailly, and F. Pierre, Tuning energy relaxation along quantum Hall channels. Phys. Rev. Lett. **105**, 226804 (2010)
- [52] A. M. Lunde, S.E. Nigg, and M. Buttiker, Interaction-induced edge channel equilibration. Phys. Rev. B.**81**, 041311(R)(2010)

- [53] T. Karzig, L. I. Glazman, and F. von Oppen, Energy relaxation and thermalization of hot electrons in quantum wires. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 226407 (2010)
- [54] G. Barak, H. Steinberg, L. N. Pfeiffer et al, Interacting electrons in one dimension beyond the Luttinger-liquid limit. *Nature Phys.* **6**, 489 (2010)
- [55] M. P. A. Fisher, L. Glazman, Transport in a one-dimensional Luttinger liquid. arXiv:cond-mat/9610037v1 (1996)
- [56] А. А.Абрикосов, «Основы теории металлов», М.,«Наука», 1987
- [57] C. Altimiras, H. le Sueur, U. Gennser et al., Non-equilibrium edge-channel spectroscopy in the integer quantum Hall regime. *Nature Phys.* **6**, 34 (2010).
- [58] L. Fedichkin and A. Fedorov, Error rate of a charge qubit coupled to an acoustic phonon reservoir. *Phys. Rev. A* **69**, 032311(2004)
- [59] Ю.И.Сиротин, М.П.Шаскольская, «Основы кристаллофизики», М., «Наука», 1979
- [60] G. J. Schinner, H. P. Tranitz, W. Wegscheider et al, Phonon-mediated nonequilibrium interaction between nanoscale devices. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 186801 (2009)
- [61] V. S. Khrapai, S. Ludwig, J. P. Kotthaus, H. P. Tranitz, W. Wegscheider. Counterflow of electrons in two isolated quantum point contacts. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 096803 (2007)
- [62] J.G. Williamson, H. van Houten, C.W.J. Beenakker et al, Injection of ballistic hot electrons and cool holes in a two-dimensional electron gas. *Surface Science* **229**, 303(1990)
- [63] R. Fletcher, Magnetothermoelectric effects in semiconductor systems. *Semicond. Sci. Technol.* **14**, R1 (1999)

- [64] Ya. Ji, Yu. Chung, D. Sprinzak et al, An electronic Mach-Zehnder interferometer. *Nature* **422**, 415 (2003)
- [65] M. Yamamoto, M. Stopa, Y. Tokura et al., Negative Coulomb Drag in a One-Dimensional Wire. *Science* **313**, 204, (2006)
- [66] E. Onac, F. Balestro, L.H. Willems van Beveren, U. Hartmann, Y.V. Nazarov, L.P. Kouwenhoven, Using a quantum dot as a high-frequency shot noise detector. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 176601 (2006)
- [67] T. H. Oosterkamp, L. P. Kouwenhoven, A. E. A. Koolen et al, Photon Sidebands of the Ground State and First Excited State of a Quantum Dot, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1556 (1997)
- [68] D. Sprinzak, E. Buks, M. Heiblum, H. Shtrikman, Controlled Dephasing of Electrons via a Phase Sensitive Detector. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5820 (2000)
- [69] D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury et al, One-dimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance. *J. Phys. C: Solid State Phys.* **21**, L209-L214 (1988).
- [70] B.J. van Wees, H. van Houten, C.W.J. Beenakker et al., Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.* **60**, 848 (1988)
- [71] M. A. Reed, J. N. Randall, R. J. Aggarwal, R. J. Matyi, T. M. Moore, and A. E. Wetsel, Observation of discrete electronic states in a zero-dimensional semiconductor nanostructure. *Phys. Rev. Lett.* **60**, 535–537 (1988).
- [72] A. I. Ekimov, A.A. Onushchenko, Quantum size effect in three-dimensional microscopic semiconductor crystals. *JETP Lett.*, **34**, 363-366 (1981).
- [73] H. van Houten, L. W. Molenkamp, C. W. J. Beenakker et al, Thermo-electric properties of quantum point contacts. *Semiconductor Science and Technology* **7**, B215–B221 (1992)

- [74] S. Tomonaga, Remarks on Bloch's method of sound waves applied to many-fermion problems. *Prog. Theor. Phys. (Kyoto)* **5**, 544 (1950); J.M. Luttinger, An exactly soluble model of a many-fermion system, *J. Math. Phys. N.Y.* **4**, 1154 (1963).
- [75] F.D.M. Haldane, Effective Harmonic-Fluid Approach to Low-Energy Properties of One-Dimensional Quantum Fluids. *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1840 (1981).
- [76] P. Debray, V. N. Zverev, V. Gurevich, R. Klesse and R. S. Newrock, Coulomb drag between ballistic one-dimensional electron systems. *Semicond. Sci. Technol.* **17**, R21–R34 (2002)
- [77] M. Pustilnik, M. G. Mishchenko, L. I. Glazman, and A. V. Andreev, Coulomb drag by small momentum transfer between quantum wires, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 126805 (2003)
- [78] T.J.Gramila, J. P. Eisenstein, A. H. MacDonald et al, Evidence for virtual-phonon exchange in semiconductor heterostructures. *Phys. Rev. B* **47**, 12957(1993)
- [79] I. Neder, M. Heiblum, Y. Levinson et al, Unexpected behavior in a two-path electron interferometer, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 016804(2006)
- [80] R.Augado, L.P.Kouwenhoven, Double quantum dots as detectors of high-frequency quantum noise in mesoscopic conductors. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1986 (2000)
- [81] K. von Klitzing. The quantized Hall effect. *Rev. Mod. Phys.* **58**, 519 (1986).
- [82] Б.И.Шкловский, А.Л.Эфрос, Осцилляции плотности состояний двумерных электронов в поперечном магнитном поле. *Письма в ЖЭТФ* **44**, 520 (1986)

- [83] И.В.Кукушкин, В.Б.Тимофеев, Прямое определение плотности состояний двумерных электронов в поперечном магнитном поле. Письма в ЖЭТФ **43**, 387 (1986)
- [84] S.V.Iordanskii, A.Kashuba, Excitations in quantum hall ferromagnet with strong Coulomb interaction. JETP Lett. **75**, iss. 7, pp. 419-424 (2002)
- [85] C.W.J.Beenaker, Edge channels for the fractional quantum Hall effect. Phys. Rev. Lett. **64**, 216 (1990)
- [86] D.T.McClure, W.Chang, C. M. Marcus et al, Fabry-Perot Interferometry with Fractional Charges. arXiv:cond-mat/112.0538v1 (2011)
- [87] D.B. Gutman, Y. Gefen, A.D. Mirlin, Tunneling spectroscopy of Luttinger-liquid structures far from equilibrium. Phys. Rev. B **80**, 045106 (2009);
- [88] D.A. Bagrets, I.V. Gornyi, D.G. Polyakov, Nonequilibrium kinetics of a disordered Luttinger liquid. Phys. Rev. B **80**, 113403 (2009)
- [89] S. V. Iordanski, Fractional Quantum Hall Effect and vortex lattices. JETP Lett. **87**, 669 (2008)
- [90] B.K.Ridley, Hot electrons in low-dimensional structures. Rep. Prog. Phys. **54**, 169-256 (1991).
- [91] T. J. Gramila, J. P. Eisenstein, A. H. MacDonald et al, Mutual friction between parallel two-dimensional electron systems. Phys. Rev. Lett. **66**, 1216(1991)
- [92] S. Gustavsson, M. Studer, R. Leturcq et al, Frequency-selective single-photon detection using a double quantum dot, Phys. Rev. Lett. **99**, 206804 (2007)
- [93] Л.И.Глазман, А.В.Хаецкий, Нелинейная квантовая проводимость микросужений. Письма в ЖЭТФ, **48**, 546 (1998).

- [94] N.K. Patel, L. Martin-Moreno, M. Pepper et al, Ballistic transport in one dimension: additional quantisation produced by an electric field. *J. Phys.: Condens. Matter* **2**, 7247 (1990)
- [95] R.R.Gerharts, V.Gudmundsson, Statistical model for inhomogeneities in a two-dimensional electron gas implying a background density of states between Landau levels. *Phys. Rev. B* **34**, 2999 (1986)
- [96] F.G.Pikus, A.L.Efros, Distribution of electron density and magnetocapacitance in the regime of the fractional quantum Hall effect, *Phys. Rev. B* **47**,16395 (1993)
- [97] V. M. Pudalov, S. G. Semenchinskii, and V. S. Edel'man. Oscillations of the chemical potential and the energy spectrum of electrons in the inversion layer at a silicon surface in a magnetic field. *JETP* **62**, 1079 (1985)
- [98] S. V. Kravchenko, D. A. Rinberg, S. G. Semenchinsky, V. M. Pudalov, Evidence for the influence of electron-electron interaction on the chemical potential of the two-dimensional electron gas, *Phys. Rev. B* **42**, 3741 (1990)
- [99] J.P.Eisenstein, L.N.Pfeiffer and K.W.West, Negative compressibility of interacting two-dimensional electron and quasiparticle gases. *Phys. Rev. Lett.* **68**, 674-677 (1992)
- [100] V. T. Dolgoplov, A.A.Shashkin, A.V.Aristov et al., Direct Measurements of the Spin Gap in the Two-Dimensional Electron Gas of AlGaAs-GaAs Heterojunctions, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 729 (1997)
- [101] V. S. Khrapai, A. A. Shashkin, E. L. Shangina et al., Spin gap in the two-dimensional electron system of  $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$  single heterojunctions in weak magnetic fields. *Phys. Rev. B* **72**, 035344 (2005).
- [102] H. L. Stormer, A. Chang, D. C.Tsui et al, Fractional Quantization of the Hall Effect. *Phys. Rev. Lett.* **50**, 1953 (1983)

- [103] L.Saminadayar, D.C.Glatti, Y.Jin et al, Observation of the  $e/3$  Fractionally Charged Laughlin Quasiparticle. Phys. Rev. Lett. **79**, 2526 (1997)
- [104] W. Schottky, Uber spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern. Ann. Phys. (Leipzig) **57**, 541 (1918).
- [105] S. Ilani, J. Martin, E. Teitelbaum et al, The microscopic nature of localization in the quantum Hall effect. Nature **427**, 328-332 (2004)
- [106] G.Barak, A.Yacoby and Y.Meir, Tunneling spectroscopy of disordered two-dimensional electron gas in the quantum Hall regime. Phys. Rev. B **84**, 161306(R) (2011)
- [107] E.V.Deviatov, S.V. Egorov, G. Biasiol, L. Sorba, Two regimes of quantum Hall Mach-Zehnder interferometer at fractional filling factors , arXiv:1204.5568v1 (2012)
- [108] В.С.Цой, Фокусировка электронов в металла поперечным магнитным полем. Письма в ЖЭТФ, т.19, вып.2, с.114-116 (1974)
- [109] H. van Houten, B.J. van Wees, J.E.Mooij et al, Coherent Electron Focussing in a Two-Dimensional Electron Gas . Europhys. Lett. **5**, 721-725 (1988)
- [110] M. A. Topinka, B. J. LeRoy, S. E. J. Shaw et al., Imaging Coherent Electron Flow from a Quantum Point Contact . Science **289**, 2323–2326 (2000).
- [111] K.E.Aidala, R.E.Parrott, T.Kramer et al, Imaging magnetic focusing of coherent electron waves. Nature Phys. **628**, 464-468 (2007)
- [112] D.B. Chklovskii, B. I. Shklovskii, and L. I. Glazman. Electrostatics of edge channels. Phys. Rev. B **46**, 4026 (1992).
- [113] О.В. Лаунаσμαа. Принципы и методы получения температур ниже 1 К. Москва, "Мир", (1977).
- [114] I.L.Aleiner and L.I. Glasman, Novel Edge Excitations of Two-Dimensional Electron Liquid in a Magnetic Field, Phys.Rev.Lett., **72**, 2935 (1994)

- [115] В.А.Волков, С.А.Михайлов, Краевые магнетоплазмоны - низкочастотные слабозатухающие возбуждения в неоднородных двумерных электронных системах. *ЖЭТФ*, т.**94**, с. 217 (1988)
- [116] L.W. Molenkamp, Th. Gravier, H. van Houten et al., Peltier coefficient and thermal conductance of a quantum point contact. *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3765 (1992)
- [117] A. S. Dzurak, C. G. Smith, L. Martin-Moreno et al., Thermopower of a one-dimensional ballistic constriction in the non-linear regime. *J. Phys. Condens. Matter* **5**, 8055 (1993).