

Учреждение Российской академии наук  
Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН

---

*на правах рукописи*

**Поддубный Александр Никитич**

**ТЕОРИЯ РЕЗОНАНСНЫХ ФОТОННЫХ  
КРИСТАЛЛОВ И КВАЗИКРИСТАЛЛОВ**

**Специальность:**

01.04.10 - физика полупроводников

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

научный руководитель:

доктор физико-математических наук,  
профессор Е.Л. Ивченко

Санкт-Петербург

2010

# Оглавление

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Введение</b>  | <b>3</b>  |
| <b>1 Экситонные поляритоны в фотонных кристаллах</b>                             | <b>8</b>  |
| 1.1 Резонансные фотонные кристаллы (обзор)                                       | 8         |
| 1.1.1 Определение и модели структур  | 8         |
| 1.1.2 Брэгговские структуры с квантовыми ямами. Теория и эксперимент             | 11        |
| 1.2 Постановка задачи  | 19        |
| 1.3 Влияние пространственной дисперсии на примере одномерных фотонных кристаллов | 21        |
| 1.4 Отражение света от двумерных фотонных кристаллов                             | 28        |
| 1.4.1 Детали модели и метод расчета  | 28        |
| 1.4.2 Дифракционный механизм зеркального отражения света                         | 31        |
| 1.5 Резонансные трехмерные фотонные кристаллы                                    | 33        |
| 1.6 Краткие итоги  | 38        |
| <b>2 Высококонтрастные переключаемые фотонные кристаллы</b>                      | <b>39</b> |
| 2.1 Металлодиэлектрические фотонные кристаллы и метаматериалы (обзор)            | 39        |
| 2.2 Композитные структуры опал-VO <sub>2</sub>                                   | 41        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 2.2.1    | Постановка задачи . . . . .  | 41         |
| 2.2.2    | Эффективная диэлектрическая проницаемость пор . . . . .                                  | 43         |
| 2.2.3    | Расчет и сопоставление с экспериментом . . . . .   | 48         |
| 2.3      | Сверхпроводящие фотонные кристаллы . . . . .   | 50         |
| 2.3.1    | Постановка задачи и метод расчета . . . . .  | 51         |
| 2.3.2    | Результаты и обсуждение . . . . .  | 53         |
| 2.4      | Краткие итоги . . . . .  | 58         |
| <b>3</b> | <b>Резонансные фотонные квазикристаллы</b>   | <b>60</b>  |
| 3.1      | Фотонные квазикристаллы и аперидические детерминированные<br>структуры (обзор) . . . . . | 60         |
| 3.2      | Одномерные квазикристаллические структуры с квантовыми ямами                             | 65         |
| 3.2.1    | Определение структур и их структурного фактора . . . . .                                 | 65         |
| 3.2.2    | Оптические спектры в двухволновом приближении . . . . .                                  | 70         |
| 3.2.3    | Расчет и обсуждение спектров отражения . . . . .   | 77         |
| 3.2.4    | Сопоставление теории с экспериментом . . . . .   | 83         |
| 3.2.5    | Самоподобие оптических спектров структур Фибоначчи . . . . .                             | 87         |
| 3.3      | Двумерные квазикристаллы из квантовых точек . . . . .                                    | 90         |
| 3.3.1    | Модель и метод расчета . . . . .   | 91         |
| 3.3.2    | Коэффициент отражения в приближении двух звезд . . . . .                                 | 96         |
| 3.3.3    | Результаты и обсуждение . . . . .  | 99         |
| 3.4      | Краткие итоги . . . . .  | 101        |
|          | <b>Заключение</b>  | <b>103</b> |
|          | <b>Список литературы</b>   | <b>107</b> |

# Введение

В последнее десятилетие физика фотонных кристаллов превратилась в одну из наиболее быстро развивающихся областей современной физики [1, 2, 3, 4]. Проводятся нацеленные на эффективное управление оптическим излучением фундаментальные и прикладные исследования таких структур, в которых диэлектрическая проницаемость изменяется в пространстве периодически и наблюдается брэгговская дифракция света. Одновременно растет интерес к изучению фотонных квазикристаллов [5, 6]. Эти структуры неперIODичны, но в них существует дальний порядок и также возможна брэгговская дифракция. Свойства структур определяются геометрическими параметрами и диэлектрической проницаемостью композиционных материалов. В зависимости от числа направлений, в которых периодична (квазипериодична) диэлектрическая проницаемость среды, выделяют одномерные, двумерные и трехмерные фотонные кристаллы (квазикристаллы). Простейшей реализацией одномерного фотонного кристалла является структура, состоящая из двух периодически чередующихся материалов А и В с разными диэлектрическими постоянными. Квазикристаллические структуры не ограничены требованием периодичности, что приводит к их большему разнообразию по сравнению с традиционными фотонными кристаллами. Поэтому в квазикристаллах легче достигаются требуемые оптические свойства, например полная фотонная запрещенная зона [5]. С другой стороны, благодаря промежуточному положению квазикристаллов между периодическими и неупорядоченными системами возникает ряд новых фундаментальных задач о распространении света в неоднородных средах.

В особый класс выделяются *резонансные* фотонные кристаллы и квазикристаллы, в которых по крайней мере один из композиционных материалов характеризуется резонансным оптическим откликом. Резонансы могут проявляться при взаимодействии света с квазичастичными возбуждениями в компонентах структуры, такими как полупроводниковые экситоны и плазмоны. Контролируя спектральные положения и амплитуды резонансов внешними воздействиями, например, электрическим полем, можно управлять оптическими свойствами структур. Это открывает перспективы использования резонансных фотонных кристаллов и квазикристаллов в качестве перестраиваемых оптических устройств. Сказанное выше обуславливает актуальность темы диссертации. Цель настоящего исследования заключается в теоретическом изучении оптических спектров фотонных кристаллов и квазикристаллов, в которых диэлектрический отклик композиционных элементов является резонансной функцией частоты света.

Научная новизна работы состоит в решении конкретных задач:

1. Построить теорию экситонных поляритонов в одномерных, двумерных и трехмерных фотонных кристаллах на основе квантовых ям, проволок и точек в диэлектрической матрице с учетом резонансной пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости композиционных материалов.
2. Исследовать спектры отражения, пропускания и поглощения света высококонтрастными фотонными кристаллами; проанализировать изменение спектров при переходах “полупроводник-металл” и “металл-сверхпроводник”.
3. Построить теорию оптических спектров квазикристаллических структур из квантовых ям и квантовых точек вблизи частоты экситонного резонанса.
4. Разработать приближенную аналитическую теорию, позволяющую описывать спектральное положение запрещенных зон в фотонных кристаллах и квазикристаллах.

Практическая значимость работы состоит в том, что в ней впервые рассчитаны зонная структура и спектры отражения, пропускания и дифракции одномерных, двумерных и трехмерных резонансных фотонных кристаллов с учетом

пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости и диэлектрического контраста; теоретически исследовано температурное поведение оптических спектров фотонных кристаллов на основе композитов опал-VO<sub>2</sub> и на основе сверхпроводников; исследована брэгговская дифракция света в резонансных фотонных квазикристаллах. В работе развиты новые эффективные подходы к расчету оптических спектров. Особое внимание уделено построению аналитических методов. Сопоставление полученных результатов с экспериментальными данными позволяет определять резонансные частоты, излучательные и безызлучательные затухания низкоразмерных экситонов в полупроводниковых структурах.

**Основные положения выносимые на защиту:**

1. Двойная дифракция и полное внутреннее отражение от границы могут приводить к многократному увеличению коэффициента зеркального отражения света от фотонных кристаллов.
2. Приближение эффективной среды для пор решетки опала позволяет описывать основные оптические свойства высококонтрастных фотонных кристаллов на основе композитов опал-VO<sub>2</sub>.
3. Оптические спектры сверхпроводящих фотонных кристаллов характеризуются интерференционными осцилляциями, которые подавляются внешним магнитным полем или с увеличением температуры.
4. В квазикристаллических структурах с квантовыми ямами, настроенных на условие резонансного брэгговского отражения, в зависимости от числа ям проявляются два режима: сверхизлучательный и фотонно-квазикристаллический.
5. Спектр отражения света от двумерного массива квантовых точек, расположенных в узлах мозаики Пенроуза, имеет двухпиковую структуру, отсутствующую в периодической решетке.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на международных конференциях “Nanostructures: Physics and Technology” (Санкт-Петербург, 2006,

2010; Новосибирск, 2007), российско-швейцарском семинаре “Excitons and Exciton Condensates in Confined Semiconductor Systems” (Москва, 2006), международной конференции “Optics of Excitons in Confined Systems” (Патти, Италия, 2007), международной школе “International School on Nanophotonics” (Мараття, Италия, 2007), международной конференции “Physics of Light-Matter Coupling in Nanostructures” (Токио, Япония, 2008), международной конференции “Physics of Quantum Electronics” (Сноуберд, США, 2009), IX Российской конференции по физике полупроводников (Новосибирск, Томск, 2009), школе “Актуальные проблемы физики конденсированного состояния” (Зеленогорск, 2010), на семинарах ФТИ им. А.Ф. Иоффе, университета г. Саутгемптона (Великобритания), университета г. Регенсбурга (Германия) и Электронного Синхротрона Германии в Гамбурге.

Публикации. По результатам исследований, представленных в диссертации, опубликовано 11 печатных работ, список которых приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Она содержит 124 страницы текста, включая 22 рисунка. Список цитируемой литературы содержит 157 наименований. Во введении обоснована актуальность проведенных исследований, сформулированы цель и научная новизна работы, перечислены основные положения, выносимые на защиту, а также кратко изложено содержание диссертации.

В первой главе диссертации построена теория резонансных периодических структур из квантовых ям, проволок и точек с экситонами, размерно-квантованными как целое. Экситон-поляритонная зонная структура и оптические спектры таких фотонных кристаллов рассчитаны с учетом диэлектрического контраста и при произвольных значениях эффективной трансляционной массы экситона. Исследовано влияние дифракции в фотонных кристаллах на спектры зеркального отражения света.

Во второй главе диссертации изучаются высококонтрастные перестраиваемые фотонные кристаллы с металлическими и сверхпроводящими компонентами. Рас-

считан сдвиг фотонной запрещенной зоны в композите опал-VO<sub>2</sub> при переходе диоксида ванадия из полупроводниковой в металлическую фазу. Полученные результаты сопоставлены с экспериментом. Проанализировано влияние на оптические спектры двумерных сверхпроводящих фотонных кристаллов внешнего магнитного поля и изменения температуры. Построена аналитическая теория спектров исследуемых структур.

Третья глава диссертации посвящена спектроскопии резонансных квазипериодических структур на основе квантовых ям и квантовых точек. Сформулировано резонансное брэгговское условие и в двухволновом приближении построена аналитическая теория оптических спектров в таких структурах. Показано, что в зависимости от числа ям в спектрах проявляются сверхизлучательный и фотонно-квазикристаллический режимы. Спектры также могут демонстрировать самоподобие. Из сопоставления с экспериментом определены параметры квазидвумерных экситонов в квантовых ямах. Построена теория оптических спектров квазикристаллической мозаики Пенроуза из квантовых точек.

В Заключении обобщены основные результаты работы.

Формулы и рисунки в диссертации нумеруются по главам, нумерация литературы единая для всего текста.



# Глава 1

## Экситонные поляритоны в фотонных кристаллах

Данная глава посвящена исследованию резонансных фотонных кристаллов на основе квантовых ям, проволок и точек с экситонами, размерно-квантованными как целое. Глава построена следующим образом. В разделе 1.1 приводится обзор теоретических и экспериментальных исследований различных резонансных фотонных кристаллов. Отдельное внимание уделено брэгговским структурам с квантовыми ямами. Геометрия структур, изучаемых в настоящей главе, изложена в разделе 2.2.1. Последующие разделы 1.3–1.5 посвящены одномерным, двумерным и трехмерным фотонным кристаллам, соответственно. Результаты главы обобщены в разделе 1.6.

### 1.1 Резонансные фотонные кристаллы (обзор)

#### 1.1.1 Определение и модели структур

В объемных кристаллах фотон и экситон смешиваются в области пересечения дисперсионных кривых, образуя гибридную квазичастицу, называемую экситонным поляритоном, или свето-экситоном [7, 8]. Проявление экситонных поляритонов в различных оптических явлениях интенсивно изучалось в 1960-ые и 1970-ые годы [9, 10, 11, 12, 13]. Создание наноструктур высокого качества стимулировало новый интерес и значительное развитие в этой области [14]. С появлением пе-

риодических структур [15] и микрорезонаторов [16] с квантовыми ямами изменение претерпело само понятие экситонного поляритона. В диссертационной работе изучаются экситонные поляритоны в фотонных кристаллах (настоящая глава) и квазикристаллах (глава 3).

Фотонными кристаллами [17, 18, 19] принято называть среды, в которых диэлектрическая проницаемость изменяется в пространстве периодическим образом с периодом, допускающую брэгговскую дифракцию света. В зависимости от числа направлений, в которых периодична диэлектрическая проницаемость, выделяют одномерные, двумерные и трехмерные фотонные кристаллы. Дифракция света в фотонных кристаллах аналогична дифракции рентгеновских лучей в физике твердого тела [20]. Основное отличие состоит в том, что в фотонных кристаллах намного выше диэлектрический контраст, определяемый амплитудой пространственной модуляции диэлектрического отклика. Поэтому брэгговская дифракция приводит к существенной перестройке дисперсионных кривых фотонов, а запрещенные зоны (стоп-зоны) шире и их наличие может ярко проявляться в эксперименте.

Фотонные кристаллы, представляющие собой периодическую решетку рассеивателей, называют резонансными, если острой, резонансной функцией частоты света  $\omega$  является оптический отклик отдельного рассеивателя. Для одномерных двухкомпонентных многослойных сред  $\dots A/B/A/B\dots$  оптический отклик определяется коэффициентами отражения и пропускания слоя  $A$  в матрице  $B$ . В более сложной геометрии необходимо рассматривать набор коэффициентов рассеяния. Резонансный оптический отклик возникает, если рассеиватели  $A$  характеризуются диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_A$  и в функции  $\epsilon_A(\omega)$  присутствует полюс. Это достигается при взаимодействии света с квазичастичными возбуждениями материала  $A$ . Существуют и “инвертированные” фотонные кристаллы, в которых резонансной диэлектрической проницаемостью обладает материал матрицы  $B$ , а не материал рассеивателей  $A$  [21]. Подобные структуры можно классифицировать по типу квазичастичных возбуждений — экситонов [22], фононов [23],

плазмонов [24, 25]. Резонанс в оптическом отклике рассеивателей  $A$  также может иметь геометрическую природу. Например, изучаются решетки связанных резонаторов [26, 27]. Периодические системы, основанные на “квазичастичных” и “геометрических” резонансах, могут описываться схожими уравнениями связанных осцилляторов, см. [15] и [4], соответственно. Разумеется, приведенная классификация, основанная на типе резонансов, не охватывает все возможные фотонные кристаллы. Специфическими оптическими свойствами обладают структуры, в которых эффективная диэлектрическая проницаемость компонентов не имеет полюса, но обращается в нуль [28]. Также изучаются системы, в которых рассеиватели имеют сложную геометрическую форму и, кроме того, состоят из резонансных материалов [29, 30].

Перейдем от определения и классификации резонансных фотонных кристаллов к рассмотрению конкретных реализаций. По-видимому, впервые были исследованы брэгговские структуры с квантовыми ямами [15]. Свойства экситонных поляритонов в такой одномерной системе детально рассмотрены в следующем разделе 1.1.2, а далее дан краткий обзор исследований различных одномерных, двумерных и трехмерных структур с экситонными резонансами.

Теория резонансного одномерного фотонного кристалла, квантовой ямы с нанесенной диэлектрической решеткой, развита в [31]. Теоретическое и экспериментальное исследование оптических спектров резонансного двумерного фотонного кристалла выполнено в работе [32]. Рассмотрен случай плоского диэлектрического волновода с нанесенной решеткой отверстий, в центре которого находится резонансный полупроводниковый слой. В работе [21] теоретически исследована аналогичная структура с квантовой ямой. При этом, в отличие от [32], учтена пространственная дисперсия диэлектрической проницаемости, так что экситоны являются не локализованными, а свободными. В недавней работе [33] дисперсия двумерных экситонных поляритонов в такой системе измерена экспериментально.

В [34] дисперсия экситонных поляритонов в резонансном фотонном кристал-

ле с гранецентрированной кубической решеткой квантовых точек рассчитывалась с учетом только одного размерно-квантованного уровня механического экситона в точке  $A$  и в пренебрежении различием между диэлектрической проницаемостью матрицы  $\varepsilon_b$  и фоновой диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_a$  в материале  $A$ . В последовавшей теоретической работе [35] результаты [34] были обобщены на случай решетки алмаза из квантовых точек и показано, что в решетке алмаза возможно возникновение полной запрещенной зоны. Аналогичный расчет для двумерных фотонных кристаллов на основе квадратной и треугольной решеток квантовых точек, помещенных в планарный резонатор, выполнен в [36]. Собственные моды линейной цепочки квантовых точек рассмотрены в работе [37]. Поляритонные эффекты в спектрах отражения и фотолюминесценции многослойной структуры, состоящей из самоорганизованных полупроводниковых квантовых точек, исследованы экспериментально и теоретически в работе [38]. Проявление экситон-поляритонных стоп-зон в оптических спектрах резонансных трехмерных фотонных кристаллов на основе матрицы опала, заполненной красителем, экспериментально обнаружено в [39].

В следующем параграфе более подробно рассмотрены свойства одномерных резонансных фотонных кристаллов на основе брэгговских структур с квантовыми ямами.

### 1.1.2 Брэгговские структуры с квантовыми ямами. Теория и эксперимент

Резонансные брэгговские структуры с квантовыми ямами были впервые предложены в теоретической работе [15], а затем экспериментально исследованы в системах, выращенных на основе полупроводников  $A_2B_6$  [40, 41] и  $A_3B_5$  [42, 43], см. также ссылки в [44]. В структурах без диэлектрического контраста, т.е. с совпадающими диэлектрической проницаемостью барьера  $\varepsilon_b \equiv n_b^2$  и фоновой диэлектрической проницаемостью ямы  $\varepsilon_a \equiv n_a^2$ , период  $d$  удовлетворяет резонансному

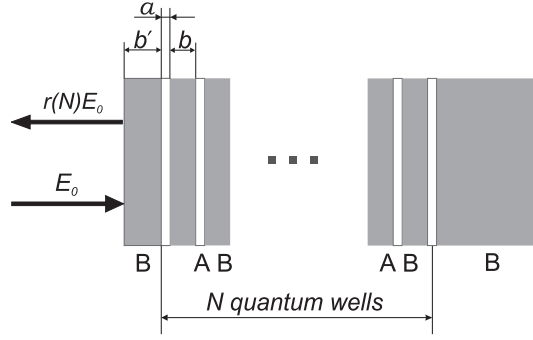


Рис. 1.1: Схематическое изображение структуры с квантовыми ямами.

брэгговскому условию

$$q(\omega_0)d = \pi h, \quad h = 1, 2, \dots \quad (1.1)$$

где  $q(\omega) = \omega n_b/c$  и  $q(\omega_0)$  — волновой вектор световой волны на частоте экситонного резонанса  $\omega_0$ . Отметим, что квантовые ямы полагаются тонкими по сравнению с величиной борновского радиуса экситона в объемном материале ям, так что экситон является квазидвумерным. Рассматриваемая структура схематически изображена на рис. 1.1: она граничит слева с вакуумом и включает покрывающий слой из материала барьера В толщиной  $b'$ ,  $N$  квантовых ям (каждая толщиной  $a$ ), разделенных барьерами толщиной  $b$ , и полубесконечную подложку В. Амплитудный коэффициент отражения при нормальном падении света частоты  $\omega$  со стороны вакуума на покрывающий слой записывается в виде [44]

$$r(N) = \frac{r_{01} + \tilde{r}_N e^{2i\phi}}{1 + r_{01} \tilde{r}_N e^{2i\phi}}. \quad (1.2)$$

Здесь  $r_{01} = (1 - n_b)/(1 + n_b)$  — коэффициент отражения на границе “вакуум — полубесконечная среда В”,  $\phi = k_b(b' - b/2)$ ,  $k_b = n_b(\omega/c)$ ,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\tilde{r}_N$  — коэффициент отражения от структуры с  $N$  квантовыми ямами, помещенными между неограниченными барьерами. Этот коэффициент отнесен к плоскости, расположенной на расстоянии  $(a + b)/2$  от центра крайней левой ямы. Брэгговское условие (1.1) означает, что на резонансной частоте  $\omega_0$  интерференция световых волн, отраженных от различных ям, является конструктивной. При

малом числе квантовых ям  $N$  квадрат модуля спектра оптического отражения

$$\tilde{r}_N(\omega) = -\frac{iN\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i\Gamma - iN\Gamma_0} \quad (1.3)$$

представляет собой лоренциан [15]. Здесь  $\Gamma_0$  и  $\Gamma$  — соответственно, радиационное и нерадиационное затухания экситона в отдельной квантовой яме. Эффективное радиационное затухание экситона в брэгговской структуре  $N\Gamma_0$  в  $N$  раз превосходит затухание в изолированной яме, что является проявлением эффекта сверхизлучения [44, 45]. При очень большом числе ям  $N \gg \sqrt{\omega_0/\Gamma_0} \sim 100$  коэффициент отражения  $|\tilde{r}_N(\omega)|^2$  насыщается и близок к единице внутри запрещенной зоны экситонных поляритонов, а вблизи ее границ  $\omega_0 - \Delta$  и  $\omega_0 + \Delta$  (где  $\Delta = \sqrt{2\omega_0\Gamma_0/\pi}$ ) резко уменьшается, см. [46, 47]. В работах [47, 48] рассчитаны спектры отражения при произвольных значениях  $N$ , включая промежуточную область, в которой  $N\Gamma_0$  и  $\Delta$  сопоставимы.

В образцах на основе GaAs ям и  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  барьеров [42] диэлектрический контраст  $n_a - n_b$  несущественен. Недостатком этой системы материалов является рассогласование постоянных решетки, приводящее к напряжениям в структуре. В структурах с  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  барьерами постоянные решетки согласованы, однако проявляется диэлектрический контраст,  $n_a \neq n_b$ . Нерезонансное отражение, возникающее за счет контраста, может маскировать экситонные эффекты. Поэтому на практике часто в качестве барьеров используют многослойные структуры со слоями с разной долей Al, что эффективно приводит к уменьшению диэлектрического контраста [43]. При наличии контраста оптические спектры рассчитываются не по аналитическим формулам (1.2),(1.3), а с помощью общего подхода, метода матриц переноса, кратко изложенного в следующем разделе.

### Метод матриц переноса

Представим метод матриц переноса, позволяющий получить коэффициенты отражения и пропускания для многослойной структуры, помещенной между двумя полубесконечными слоями, характеризуемыми показателями преломления  $n_l$  и  $n_r$ ,

в области  $z < 0$  и  $z > L$ , соответственно. Результаты могут быть обобщены на случай произвольной одномерной многослойной системы.

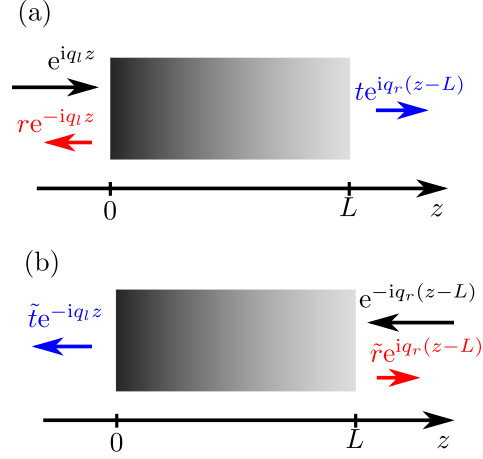


Рис. 1.2: Определение коэффициентов отражения  $r$ ,  $\tilde{r}$  и коэффициентов пропускания  $t$ ,  $\tilde{t}$  света, падающего на слой толщиной  $L$  слева (a) и справа (b), соответственно.

Матрица переноса может быть представлена в базисе волн, распространяющихся направо ( $E^+$ ) и налево ( $E^-$ ):

$$E(z) = \begin{cases} E_{\text{left}}^+ e^{iq_1 z} + E_{\text{left}}^- e^{-iq_1 z} & (z < 0) \\ E_{\text{right}}^+ e^{iq_r(z-L)} + E_{\text{right}}^- e^{-iq_r(z-L)} & (z > L), \end{cases} \quad (1.4)$$

где  $q_{r,l} = n_{r,l}\omega/c$ . Матрица  $\hat{M}(n_r, n_l)$  размерности  $2 \times 2$  связывает амплитуды поля следующим образом:

$$\begin{pmatrix} E_{\text{right}}^+ \\ E_{\text{right}}^- \end{pmatrix} = \hat{M}(n_r, n_l) \begin{pmatrix} E_{\text{left}}^+ \\ E_{\text{left}}^- \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Элементы матрицы переноса могут быть выражены через коэффициента отражения  $r$ ,  $\tilde{r}$  и пропускания  $t$ ,  $\tilde{t}$ , соответствующие падению волны слева и справа, как показано на рис. 1.2. В общем случае имеем

$$\hat{M} = \frac{1}{\tilde{t}} \begin{pmatrix} t\tilde{t} - r\tilde{r} & \tilde{r} \\ -r & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.6)$$

Для брэгговской структуры с квантовыми ямами, удобно сначала ввести матрицу  $\hat{M}(\bar{n}, \bar{n})$  для системы, слева и справа окруженной слоями с показателями

преломления  $n_l = n_r = n_b$ . Тогда при произвольных значениях  $n_l$  и  $n_r$  матрица переноса через структуру дается выражением

$$\hat{M}(n_r, n_l) = \hat{M}_{\text{int}}(n_r, n_b) \times \hat{M}(n_b, n_b) \times \hat{M}_{\text{int}}(n_b, n_l), \quad (1.7)$$

где матрицы переноса через интерфейсы имеют вид

$$\hat{M}_{\text{int}}(n_2, n_1) = \frac{1}{1 - \rho} \begin{pmatrix} 1 & -\rho \\ -\rho & 1 \end{pmatrix}, \quad \rho = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}. \quad (1.8)$$

Амплитудные коэффициенты отражения и пропускания могут быть выражены через компоненты матрицы переноса следующим образом:

$$r(n_r, n_l) = -\frac{M_{2,1}(n_r, n_l)}{M_{2,2}(n_r, n_l)}, \quad t(n_r, n_l) = -\frac{\det[\hat{M}(n_r, n_l)]}{M_{2,2}(n_r, n_l)}, \quad (1.9)$$

так что

$$R = |r(n_r, n_l)|^2, \quad T = n_r |t(n_r, n_l)|^2. \quad (1.10)$$

Матрица переноса  $\hat{M}(n, n)$  с совпадающими показателями преломления  $n_l = n_r = n$  имеет более простой вид, поскольку в этом случае (в отсутствие магнитных полей) симметрия к инверсии времени накладывает ограничение  $t = \tilde{t}$ , даже с учетом поглощения в структуре. Более того, для centrosymmetric структуры справедливо не только тождество  $t = \tilde{t}$ , но и тождество  $r = \tilde{r}$ , так что матрица переноса сводится к

$$\hat{M}(n, n) = \frac{1}{t} \begin{pmatrix} t^2 - r^2 & r \\ -r & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.11)$$

В частном случае узкой квантовой ямы имеем [44]

$$r = \frac{i\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i(\Gamma + \Gamma_0)}, \quad t = 1 + r, \quad (1.12)$$

и в результате

$$M = \begin{pmatrix} 1 + iS & iS \\ -iS & 1 - iS \end{pmatrix}, \quad (1.13)$$

где введена эффективная восприимчивость  $S = \Gamma_0/(\omega_0 - \omega - i\Gamma)$ . Матрица переноса через барьер толщиной  $d$  с волновым вектором в барьере  $q = \omega n_b/c$  имеет диагональный вид

$$M = \begin{pmatrix} e^{iqd} & 0 \\ 0 & e^{-iqd} \end{pmatrix}. \quad (1.14)$$



В случае наклонного падения света необходимо: (i) в матрицах переноса через барьер (1.14) заменить  $d$  на  $d \cos \theta$  и (ii) в матрицах переноса через интерфейс (1.8) заменить  $n_{1,2}$  на  $n_{1,2} \cos \theta_{1,2}$  и  $n_{1,2}/\cos \theta_{1,2}$  для  $s$  и  $p$  поляризации, соответственно. Здесь  $\theta$  — угол распространения волны в соответствующем слое с показателем преломления  $n$ , связанный с углом падения  $\theta_0$  соотношением Снеллиуса  $n_l \sin \theta_0 = n \sin \theta$ .

Отметим, что в некоторых случаях, например, в области запрещенных зон для периодических структур состоящих из большого числа периодов, метод матриц переноса может приводить к численным неустойчивостям. В этом случае целесообразно использовать подход, основанный на методе матрицы рассеяния [49, 50].

### Теория и эксперимент

Коэффициент отражения структуры резко падает при отклонении от брэгговского условия (1.1). Реализация условия (1.1) представляет сложную технологическую и экспериментальную задачу. Существует два подхода, позволяющих осуществить точную подстройку к условию (1.1). Первый подход состоит в создании градиентных структур, толщина которых плавно меняется в плоскости образца. Измеряя спектры отражения для различных положений падающего луча света можно добиться реализации условия (1.1) [42]. Альтернативная возможность подстройки основана на зависимости положения дифракционного максимума от угла падения света [43].

В качестве иллюстрации применимости изложенной теории рассмотрим спектры отражения резонансной структуры с квантовыми ямами, приведенные в недавней экспериментальной работе [43]. Образец состоял из 60 GaAs квантовых ям, разделенных  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  барьерами шириной  $b = 89.0$  нм, соответствующей настройке на брэгговское условие на частоте второго уровня размерного квантования экситона с тяжелой дыркой  $e2\text{-hh}2$ . Для компенсации диэлектрического контраста каждая квантовая яма шириной 12.8 нм была окружена двумя дополнительными узкими  $\text{Al}_{0.8}\text{Ga}_{0.2}\text{As}$  барьерами шириной 5.4 нм.

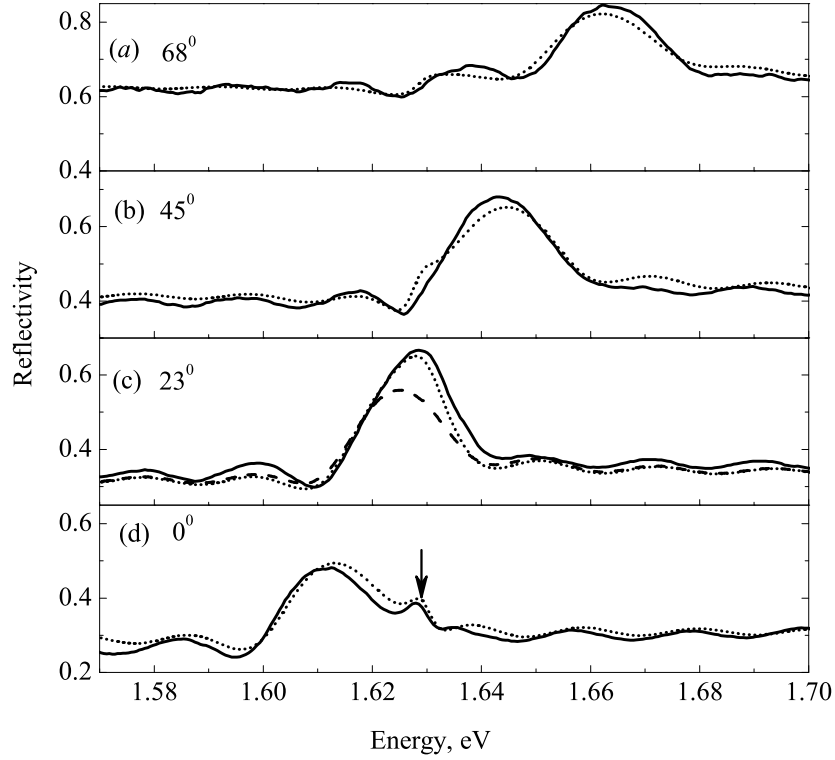


Рис. 1.3: Экспериментальные спектры отражения  $s$ -поляризованного света [43] от структуры с 60 квантовыми ямами (сплошные кривые) и их теоретическая подгонка (пунктирные кривые). Четыре панели соответствуют различным углам падения света  $\theta_0 = 0^\circ, 23^\circ, 45^\circ, 68^\circ$ . Штриховая кривая на панели (c), соответствующей брэгговскому условию, рассчитана без учета экситонного резонанса,  $\Gamma_0 = 0$ . Вертикальной стрелкой на панели (d) отмечена энергия экситонного резонанса  $\hbar\omega_0$ . Параметры подгонки указаны в тексте.

Результаты выполненной подгонки эксперимента показаны на рис. 1.3. Толщина покрывающего слоя  $b'$  равнялась 89 нм. При расчете трехслойная система  $\text{Al}_{0.8}\text{Ga}_{0.2}\text{As}$  барьер/ $\text{GaAs}$  яма/ $\text{Al}_{0.8}\text{Ga}_{0.2}\text{As}$  барьер для упрощения заменена эффективной широкой квантовой ямой, с суммарной шириной  $a = 23.5$  нм и эффективным фоновым показателем преломления  $n_a$ . В таком приближении геометрия образца полностью соответствует рис. 1.1. Подгонка выполнена при следующих значениях экситонных параметров:  $\hbar\omega_0 = 1.629$  эВ,  $\hbar\Gamma_0 = 35$  мкэВ,  $\hbar\Gamma = 3$  мэВ. Форма спектров чувствительна к величинам показателей преломления в барьере ( $n_b$ ) и ямах ( $n_a$ ), которые также требуется рассматривать как подгоночные

параметры. Поскольку положение фотонной запрещенной зоны зависит от угла падения света, при подгонке необходимо учитывать зависимость величины  $n_b$  от частоты, которая в рассматриваемом интервале частот может быть аппроксимирована линейной функцией

$$n_b(\omega) = n_b(\omega_0) + 0.47(\hbar\omega - \hbar\omega_0) \times \text{эВ}^{-1}.$$

Панели (a)–(d) рассчитаны при значениях  $n_b(\omega_0)$ , равных 3.430, 3.419, 3.419, 3.430, соответственно. Фоновые показатели преломления ям  $n_a$  равнялись  $n_b + \delta n$ , где диэлектрический контраст  $\delta n$  принимал значения 0.035i, 0.05i, 0.05i, 0.075i для панелей (a)–(d), соответственно. Чисто мнимый вид величины  $\delta n$  характеризует фоновое поглощение в квантовой яме, а также возможное рассеяние на шероховатостях интерфейсов.

При нормальном падении структура отстроена от брэгговского условия и экситонный резонанс в спектре проявляется в виде изолированной особенности, отмеченной стрелкой на рис. 1.3(d). Брэгговскому условию отвечает угол падения  $\theta_0 = 23^\circ$ , панель (c). Штриховая кривая была рассчитана для нерезонансной структуры с  $\Gamma_0 = 0$ , максимум в ней определяется только диэлектрическим контрастом  $\delta n = n_a - n_b$ . Из сравнения пунктирной и штриховой кривой следует, что резонансный экситонный вклад обеспечивает примерно треть от величины максимума в спектре отражения брэгговской структуры. Дальнейшее увеличение угла падения, рис. 1.3(a)–(b), приводит к отстройке от брэгговского условия.

Рис. 1.3 демонстрирует хорошее согласие подгонки с экспериментом. Наибольшее отличие проявляется на рис. 1.3(c) и может быть объяснено систематической экспериментальной погрешностью определения абсолютной величины коэффициента отражения. Сравнение эффективности подгонки при различных параметрах позволяет оценить точность определения экситонных параметров как  $\delta\Gamma_0 = 10$  мкэВ и  $\delta\Gamma = 0.5$  мэВ. Разброс параметров  $\delta n$  и  $n_b(\omega_0)$ , соответствующих спектрам, измеренным при различных углах падения, может быть вызван наличием слабой неоднородности в плоскости образца. Итак, используя небольшое число

подгоночных параметров можно описать данные эксперимента, что подтверждает применимость теоретической модели к резонансным брэгговским структурам.

Далее в Главе 1 представлена оригинальная часть диссертационной работы, в которой, в отличие от структур с квазидвумерными экситонами, рассмотренных в настоящем параграфе, исследуются системы с квазитрехмерными экситонами, размерно-квантованными как целое.

## 1.2 Постановка задачи

Перейдем к изложению теории зонной структуры и оптических спектров резонансных фотонных кристаллов. В этом разделе будет сформулирована рассматриваемая физическая модель.

Структуры представляют собой периодически расположенные полупроводниковые слои, цилиндры и шары из материала А, помещенные в диэлектрическую матрицу из материала В и образующие периодическую решетку с периодом  $d$ . В двумерном случае расчет выполнен для квадратной, а в трехмерном — для гранецентрированной кубической (ГЦК) решетки. Ширина слоев  $a$ , а также радиусы цилиндров и шаров  $R$  выбирались значительно превосходящими боровский радиус экситона в объемном материале А, так что в каждом отдельном слое, шаре и цилиндре у экситона сохраняется трехмерный характер относительного движения электрона и дырки, при этом движение его как целого квантуется по нормали к границе между материалами А и В. С другой стороны, величины  $R$  и  $a$  должны быть существенно меньше постоянной решетки  $d$ , так чтобы отдельные рассеиватели А не перекрывались, квантово-механическим туннелированием можно было пренебречь и экситоны в разных рассеивателях взаимодействовали только через электромагнитное поле.

Таким образом, структуры характеризуются следующими параметрами:  $R$  (или  $a$ ),  $d$ ,  $\varepsilon_b$ ,  $\varepsilon_a$ ,  $\omega_{\text{ЛГ}}$ ,  $\omega_0$  и  $M$ . Здесь  $\varepsilon_b$  — диэлектрическая проницаемость матрицы,  $\omega_0$ ,  $\omega_{\text{ЛГ}}$  и  $M$  — резонансная частота, продольно-поперечное расщепление

и трансляционная эффективная масса триплетного  $1s$ -экситона, возбуждаемого в объемном материале А,  $\varepsilon_a$  — фоновая диэлектрическая проницаемость, учитывающая вклад в диэлектрический отклик всех остальных электронно-дырочных возбуждений. В диэлектрической проницаемости объемного материала А

$$\varepsilon_A(\omega, q) = \varepsilon_a + \frac{\varepsilon_a \omega_{\text{LT}}}{\omega_{\text{exc}}(q) - \omega}, \quad \omega_{\text{exc}}(q) = \omega_0 + \frac{\hbar q^2}{2M}, \quad (1.15)$$

учитывается как частотная, так и пространственная дисперсия, т.е. зависимость и от частоты света  $\omega$ , и от его волнового вектора  $\mathbf{q}$ . Частотной зависимостью параметров  $\varepsilon_b$  и  $\varepsilon_a$  пренебрегается. Кроме того, мы считаем материал А изотропным и учитываем в дальнейшем только  $1s$  экситонные состояния, возбуждаемые в этом материале. Рассматриваемая задача сводится к решению системы двух векторных уравнений: волнового уравнения

$$\text{rot rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 [\varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) + 4\pi\mathbf{P}_{\text{exc}}(\mathbf{r})] \quad (1.16)$$

и материального уравнения для вклада  $1s$ -экситона в диэлектрическую поляризацию

$$\left(-\frac{\hbar}{2M} \Delta + \omega_0 - \omega\right) \mathbf{P}_{\text{exc}}(\mathbf{r}) = \frac{\varepsilon_a \omega_{\text{LT}}}{4\pi} \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (1.17)$$

где  $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_a$  в материале А и  $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_b$  в материале В,  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  и  $\mathbf{P}_{\text{exc}}(\mathbf{r})$  — электрическое поле и экситонная поляризация на частоте  $\omega$ . На поверхности, разделяющей материалы А и В, накладываются стандартные граничные условия Максвелла: непрерывность тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей, и граничное условие Пекара для экситонной поляризации: обращение в нуль вектора  $\mathbf{P}_{\text{exc}}(\mathbf{r})$ . Влияние нерадикационного затухания экситонов  $\Gamma$  учитывалось феноменологически, путем добавления величины  $-i\Gamma$  к резонансной частоте экситона  $\omega_0$  в (1.15), (1.17).

При расчете дисперсии экситонных поляритонов с учетом периодичности структуры решения уравнений (1.16) и (1.17) ищутся в форме блоховских функций, удовлетворяющих условию

$$\mathbf{E}_K(\mathbf{r} + \mathbf{d}) = e^{i\mathbf{K}\mathbf{d}} \mathbf{E}_K(\mathbf{r}), \quad (1.18)$$

где  $\mathbf{d}$  — вектор трансляции решетки и  $\mathbf{K}$  — волновой вектор экситонного поляритона, заданный в первой зоне Бриллюэна соответствующей сверхструктуры.

Геометрические параметры структур выбирались таким образом, чтобы вблизи частоты  $\omega_1$ , соответствующей основному размерно-квантованному уровню экситона в слое, цилиндре или шаре А выполнялось резонансное брэгговское условие вида

$$\frac{\omega_0 n_b}{c} = G, \quad (1.19)$$

где  $n_b = \sqrt{\varepsilon_b}$  и  $G$  — вектор обратной решетки. Тогда, вне зависимости от размерности задачи, в законе дисперсии образуется запрещенная зона (в дальнейшем, стоп-зона) в соответствующем направлении, причем ширина стоп-зоны оказывается пропорциональной  $\sqrt{\omega_1 \omega_{\text{ЛТ}}}$  [51]. Однако в общем случае необходимо учитывать вклад в поляритонную дисперсию от всех размерно-квантованных экситонных состояний, а не только от состояния, соответствующего брэгговскому условию. Величина этого вклада зависит от отношения характерного расстояния между уровнями размерного квантования экситона  $\hbar^2 \pi^2 / (MR^2)$  [или  $\hbar^2 \pi^2 / (Ma^2)$ ] к продольно-поперечному расщеплению  $\omega_{\text{ЛТ}}$ , т.е. контролируется величиной эффективной трансляционной массы экситона  $M$ . В следующем разделе 1.3 представлено исследование зависимости дисперсии и оптических спектров от величины эффективной массы для одномерных фотонных кристаллов. В последующих разделах полученные результаты будут обобщены на случай двух и трех измерений.

### 1.3 Влияние пространственной дисперсии на примере одномерных фотонных кристаллов

В настоящем разделе для периодической структуры на основе широких квантовых ям с квазитрехмерными экситонами исследована зависимость оптических спектров от расстояния между уровнями размерного квантования экситона как целого. В отличие от структур с квазидвумерными экситонами, рассмотренных в разделе 1.1.2, такие структуры с полупроводниковыми слоями, с толщиной, значитель-

но превышающей боровский радиус экситона, изучались теоретически в сравнительно небольшом числе работ (например, [22, 52, 53, 54, 55]). В [22] был изучен закон дисперсии поляритонов с учетом пространственной дисперсии, т.е. конечной трансляционной массы экситонов, в слоях полупроводника, чередующихся со слоями диэлектрика. Результаты, приведенные в расширенной зоне Бриллюэна одномерной сверхрешетки, включают как длинноволновый предел, так и случай брэгговской дифракции, приводящей к возникновению запрещенных зон (стоп-зон) электромагнитного спектра. В [53, 54] был развит метод матриц переноса с учетом пространственной дисперсии для экситонных поляритонов в свехрешетках полупроводник/диэлектрик. Этим методом вдали от брэгговского резонанса рассчитывались спектры экситон-поляритонного отражения [52], в том числе и при учете безэкситонного мертвого слоя [53] на границах полупроводника; отмечалось, что вид спектров отражения существенно зависит от типа дополнительных граничных условий. Наконец, в работе [55] проанализирован закон дисперсии поляритонов, а также спектры отражения и поглощения в области экситонных резонансов на примере одномерной сверхрешетки CuCl/NaCl как представителя одномерных фотонных кристаллов.

Рассмотрим систему, аналогичную по геометрии брэгговской решетке ям: слева она граничит с вакуумом, отделена от него покрывающим слоем из материала барьера В толщиной  $b'$  и состоит из  $N$  квантовых ям из материала А (каждая шириной  $a$ ), разделенных барьерами толщиной  $b = d - a$ , и полубесконечной подложки из материала В, см. рис. 1.1. Коэффициент отражения света может быть рассчитан по известным величинам коэффициентов отражения и пропускания  $\tilde{r}_1$  и  $\tilde{t}_1$  для одиночной ямы с помощью метода матриц переноса [44], приведенного в разделе 1.1.2. Значения  $\tilde{r}_1$  и  $\tilde{t}_1$  можно вычислить двумя способами: (а) используя макроскопическую кристаллооптику и записывая решение в слое ямы в виде суперпозиции объемных экситон-поляритонных волн [54] и (б) вычисляя размерно-квантованные экситонные состояния и решая самосогласованное

интегро-дифференциальное уравнение для электрического поля. В первом подходе для широких полупроводниковых ям (слоев) используется диэлектрическая проницаемость (1.15). Дисперсионное уравнение кристаллооптики  $k^2 = (\omega/c)^2 \varepsilon(\omega, k)$  при распространении света по оси  $z$ , перпендикулярной к интерфейсам, имеет корни  $k_j$  ( $j = 1, 2$ ), соответствующие двум модам поперечных экситонных поляритонов. Коэффициенты отражения  $\tilde{r}_1$  и пропускания  $\tilde{t}_1$  света слоем толщины  $a$ , соответствующим одному периоду структуры, получаются согласно [54],

$$\tilde{r}_1 = \frac{e^{iq_b b}}{2} \left( \frac{X-1}{X+1} + \frac{Y-1}{Y+1} \right), \quad \tilde{t}_1 = \frac{e^{iq_b b}}{2} \left( \frac{X-1}{X+1} - \frac{Y-1}{Y+1} \right), \quad (1.20)$$

где

$$X = \frac{i(1-\eta)q_b}{k_1 \operatorname{tg}(k_1 a/2) - \eta k_2 \operatorname{tg}(k_2 a/2)}, \quad Y = \frac{i(\eta-1)q_b}{k_1 \operatorname{ctg}(k_1 a/2) - \eta k_2 \operatorname{ctg}(k_2 a/2)}, \quad (1.21)$$

$\eta = (k_1^2 - q_a^2)/(k_2^2 - q_a^2)$  и  $q_{a,b} = \omega \sqrt{\varepsilon_{a,b}}/c$ . Подставив величины  $\tilde{t}_1$  и  $\tilde{r}_1$  в уравнение [44]

$$\cos Kd = \frac{\tilde{t}_1^2 - \tilde{r}_1^2 + 1}{2\tilde{t}_1}, \quad (1.22)$$

можно определить закон дисперсии  $\omega(K)$  для экситонных поляритонов в бесконечной структуре.

Второй метод мы проиллюстрируем на частном случае структуры без диэлектрического контраста ( $\varepsilon_a = \varepsilon_b$ ). Решение материального уравнения для экситонной поляризации (1.17) в слое полупроводника, т.е. в одиночной широкой квантовой яме с центром  $z = 0$ , можно представить с помощью функции Грина в виде [22]:

$$P_{\text{exc}}(z) = \frac{\varepsilon_b \omega_{\text{LT}}}{4\pi} \sum_j \frac{\varphi_j(z)}{\omega_j - \omega - i\Gamma} \Lambda_j. \quad (1.23)$$

Здесь частоты возбуждения на  $j$ -й уровень размерного квантования экситона ( $j = 1, 2, \dots$ )

$$\omega_j = \omega_0 + \frac{\hbar}{2M} \left( \frac{\pi j}{a} \right)^2, \quad (1.24)$$

а  $\varphi_j(z)$  — огибающие волновой функции, определяемые согласно

$$\varphi_j(z) = \sqrt{\frac{2}{a}} \begin{cases} \cos(\pi j z/a) & \text{при } j = 2n - 1 \quad (\text{четные состояния}), \\ \sin(\pi j z/a) & \text{при } j = 2n \quad (\text{нечетные состояния}), \end{cases} \quad (1.25)$$



с  $n = 1, 2, \dots$  и граничными условиями  $\varphi_j(\pm a/2) = 0$ , соответствующими дополнительным условиям Пекара. В выражении (1.23) введен интегральный множитель

$$\Lambda_j = \int dz \varphi_j(z) E(z), \quad (1.26)$$

описывающий перекрытие электрического поля поляритона  $E(z)$  с огибающей волновой функции размерно-квантованного экситона  $\varphi_j(z)$ .

Пусть на одиночный полупроводниковый слой из барьерного слоя нормально падает внешняя световая волна амплитуды  $E_0$  с частотой  $\omega$ . При учете (1.23) получаем из уравнения (1.16) для полного электрического поля

$$E(z) = E_0 e^{iq_b z} + \frac{iq_b \omega_{LT}}{2} \sum_j \frac{\Lambda_j}{\omega_j - \omega - i\Gamma} \int dz' e^{iq_b |z-z'|} \varphi_j(z'). \quad (1.27)$$

Применяя преобразование (1.26) к выражению (1.27), находим уравнение

$$(\omega_j - \omega - i\Gamma) \tilde{\Lambda}_j - \sum_{j'} \Omega_{jj'} \tilde{\Lambda}_{j'} = \Lambda_j^{(0)}, \quad (1.28)$$

в котором  $\tilde{\Lambda}_j = \Lambda_j / (\omega_j - \omega)$ ,  $\Lambda_j^{(0)} = E_0 \int dz \varphi_j(z) \exp(iq_b z)$ . Матричные элементы

$$\Omega_{jj'} = \Omega_{j'j} = \frac{iq_b \omega_{LT}}{2} \int \int dz dz' e^{iq_b |z-z'|} \varphi_j(z) \varphi_{j'}(z') \quad (1.29)$$

отличны от нуля только если  $\varphi_j(z)$  и  $\varphi_{j'}(z)$  — функции одинаковой четности. Интегралы (1.29) вычисляются аналитически [56], но уравнение (1.28) может быть решено только численно. Однако, теория может быть существенно упрощена с учетом того, что ширина квантовой ямы  $a$  значительно меньше длины волны света, т.е.  $q_b a \ll 1$ . В этом случае можно воспользоваться дипольным приближением и положить подынтегральную экспоненту в (1.29) равной единице. В дипольном приближении внешняя волна не взаимодействует с нечетными состояниями. Поэтому коэффициент отражения от изолированной ямы, определяемый из (1.27) при  $z \rightarrow -\infty$ , можно записать в виде суммы резонансных вкладов четных состояний:

$$r_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i\Gamma_{0,2n-1}}{\omega_0 + (\hbar/2M)[(2n-1)\pi/a]^2 - \omega - i(\Gamma + \Gamma_{0,2n-1})}. \quad (1.30)$$

В выражение (1.30) входят радиационные затухания этих состояний  $\Gamma_{0,2n-1} = \Gamma_{0,1}/(2n-1)^2$ , где  $\Gamma_{0,1} = 4\omega_{\text{ЛГ}}q_b a/\pi^2$ , а радиационным сдвигом этих уровней порядка  $(q_b a)^2$  пренебрегается. Взаимодействие различных четных состояний не учитывается, так как их энергии считаются достаточно далекими друг от друга. Далее на основе полученных формул анализируются оптические спектры структур с широкими квантовыми ямами.

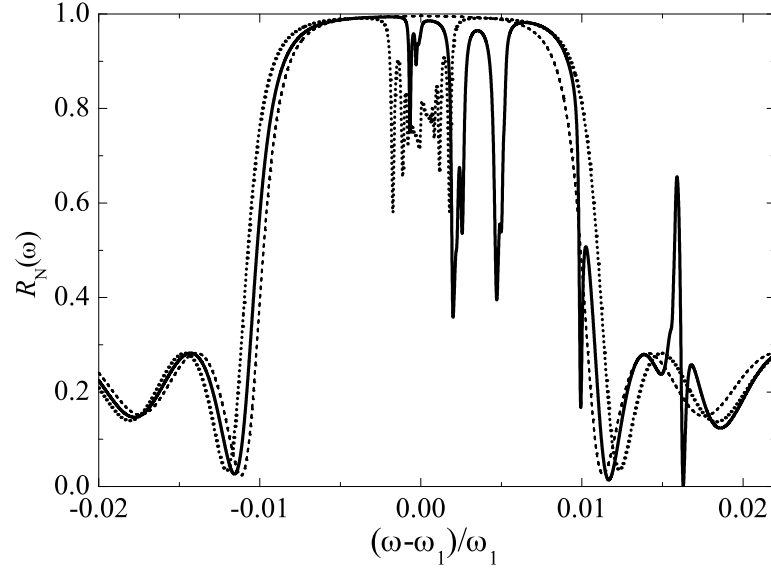


Рис. 1.4: Спектры отражения  $R_N(\omega)$  резонансной периодической структуры с широкими ямами. Расчет выполнен при  $\varepsilon_a = \varepsilon_b = 10.8$ ,  $a = 25$  нм,  $d = 103.2$  нм,  $b' = d - a/2$ ,  $\hbar\omega_1 = 1.8282$  эВ,  $\hbar\omega_{\text{ЛГ}} = 0.93$  мэВ,  $\hbar\Gamma = 1.24$  мэВ. Штриховая, сплошная и пунктирная кривые рассчитаны при  $M = 0.01m_0$ ,  $M = 0.5m_0$  и  $M \rightarrow \infty$ , соответственно.

На рис. 1.4 представлены спектры отражения при нормальном падении света на структуру, содержащую  $N = 100$  широких полупроводниковых слоев толщиной  $a = 250 \text{ \AA} \gg a_B$ , разделенных диэлектрическими слоями. Расчет проводился при  $\varepsilon_a = \varepsilon_b = 10.8$ . Подобная структура может быть реализована в инвертированном опале, заполненном полупроводником (например, CdSe[8]), см. также раздел 2.2. Помимо спектра, рассчитанного для реалистичной эффективной массы экситона  $M = 0.5m_0$  ( $m_0$  — масса электрона в вакууме), приведены также спектры, отвечающие массам  $M = 0.01m_0$  и  $M \rightarrow \infty$ . По оси абсцисс отложена безразмерная

величина  $(\omega - \omega_1)/\omega_1$ , где  $\omega_1$  — частота экситона на первом уровне размерного квантования ( $j = 1$ ). Для каждой структуры выбиралось свое значение резонансной частоты объемного экситона  $\omega_0$  так, чтобы значения  $\omega_1$  при разных массах  $M$  совпадали с частотой, вычисленной по формуле (1.24) при  $M = 0.5m_0$ . Период  $d$  удовлетворяет резонансному брэгговскому условию  $(\tilde{\omega}_1 n_b/c)d = \pi$  на частоте  $\tilde{\omega}_1$ , перенормированной согласно (1.28). Видно, что при таком выборе  $\tilde{\omega}_1$  и  $d$  сглаженные спектры близки друг к другу. Это можно понять, учитывая, что сила осциллятора основного состояния размерно-квантованного экситона, определяемая величиной  $\Gamma_{0,1}$ , значительно превышает силу осциллятора других уровней. Поэтому ширина резонансного спектра отражения определяется экситонными поляритонами, формируемыми экситоном в основном состоянии, как и в случае резонансных брэгговских структур с квазидвумерными экситонами [44]. Для структуры с  $M = 0.01m_0$  верхние экситонные уровни находятся далеко и не влияют на светоэкситонное взаимодействие с нижним уровнем  $j = 1$ . Для структур с массой  $M = 0.5m_0$  или  $M > m_0$  в оптических спектрах имеются особенности, связанные с экситонными уровнями  $j > 1$  и играющие роль тонкой структуры на фоне сглаженной составляющей, которая, как уже отмечалось, слабо зависит от  $M$ . Заметим, что при толщине  $a = 250 \text{ \AA}$  и массе  $M = 0.5m_0$  экситонные уровни заметно отделены друг от друга и спектр, изображенный на рис. 1.4 сплошной линией, представляет собой промежуточный случай между спектрами отражения от структуры с квантовыми ямами и от тонкой полупроводниковой пленки шириной  $> 0.1 \mu\text{m}$  [11].

Результаты расчета спектров отражения и дисперсии экситонных поляритонов для структуры с широкими квантовыми ямами и диэлектрическим контрастом  $\varepsilon_a \neq \varepsilon_b$  показаны на рис. 1.5. Видно, что экситонный резонанс приводит к существенному увеличению ширины нижней стоп-зоны энергетического спектра. Это определяется взаимодействием света с четным состоянием экситона на нижнем уровне размерного квантования ( $j = 1$ ). Состояние с  $j = 3$ , также имеющее

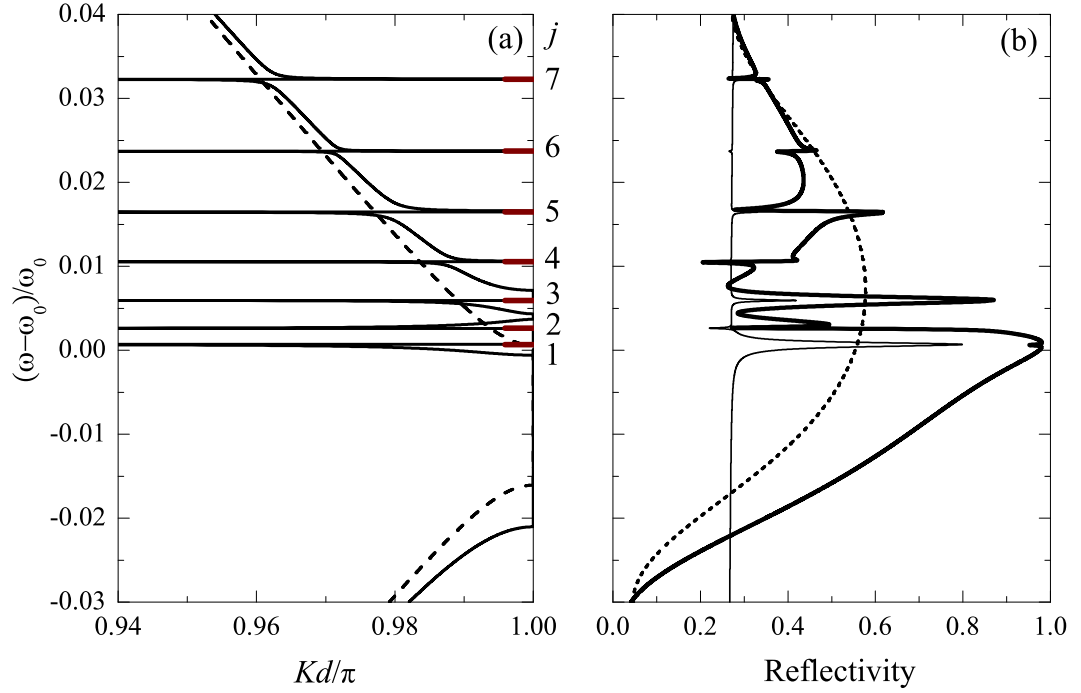


Рис. 1.5: (а) Дисперсия экситонных поляритонов в периодической структуре. Горизонтальными жирными штрихами при  $Kd/\pi = 1$  отмечены значения частот  $\omega_j$ . Рядом со штрихами указаны соответствующие значения  $j$ . (б). Спектры отражения от структуры с  $N = 1$  (тонкие кривые) и с  $N = 20$  (жирные сплошные и пунктирные кривые). Пунктирная кривая соответствует структуре с  $N = 20$  и без экситонного резонанса ( $\omega_{\text{LT}} = 0$ ). Вычислено при  $\varepsilon_b = 10$ ,  $\varepsilon_a = 10.8$ ,  $d = 107.2$  нм и тех же значениях остальных параметров, что на рис. 1.4; при расчете дисперсии принято  $\Gamma = 0$ .

четную огибающую, приводит к образованию заметной стоп-зоны в спектре, при этом резонанс  $\omega_3$  проявляется и для структуры с одной квантовой ямой. Стоп-зоны вблизи остальных частот  $\omega_j$  более узкие и соответствующие им резонансы появляются в спектрах отражения только при достаточно большом числе квантовых ям. Эти результаты находятся в согласии с аналитическим выражением (1.30) в случае структуры без диэлектрического контраста. Поскольку толщина покрывающего слоя  $b' = d - (a/2)$  выбиралась из условия максимума коэффициента отражения на частоте  $\omega_1$ , спектры отражения для структуры без экситонного резонанса ( $\omega_{\text{LT}} = 0$ ) оказываются асимметричными.

## 1.4 Отражение света от двумерных фотонных кристаллов

Перейдем к рассмотрению двумерных фотонных кристаллов, образованных квадратной решеткой цилиндров. В подпараграфе 1.4.1 приводятся детали модели и метода расчета, специфические для рассматриваемой задачи, а в подпараграфе 1.4.2 — результаты.

### 1.4.1 Детали модели и метод расчета

Рассматривается квадратная решетка цилиндров с постоянной решетки  $d$ , причем свет распространяется перпендикулярно осям цилиндров, см. вставку в рис. 1.6. Спектры оптического отражения и дифракции света рассчитываются для структуры, состоящей из конечного числа  $N$  слоев цилиндров. Слева структура ограничена материалом с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_L$ , справа — полубесконечной средой из материала В. Левая граница фотонного кристалла расположена в плоскости  $z = 0$ , а центры цилиндров крайнего левого слоя в плоскости  $z = d/2$ . Таким образом, задачи сходна по геометрии с рассмотренной в предыдущем разделе, однако каждый полупроводниковый слой не является однородным, а представляет собой решетку цилиндров. Следовательно, появляется возможность дифракции в плоскости слоя. В рассматриваемой геометрии можно выделить две независимые поляризации электромагнитной волны: ТЕ и ТМ, при которых вдоль оси цилиндров  $y$  направлены, соответственно, электрическое поле  $\mathbf{E}$  и магнитное поле  $\mathbf{H}$ . В дальнейшем рассматривается только ТЕ поляризация и нормальное падение света. Слева от структуры, в области  $z < 0$ , электрическое поле может быть разложено в ряд по плоским волнам:

$$E_y(x, z) \propto e^{i\gamma_0 z} + \sum_{h=-\infty}^{\infty} r_h e^{-i\gamma_h z + iG_h x}, \quad (1.31)$$

где введены векторы дифракции  $G_h = (2\pi/d)h$  и  $\gamma_h = \sqrt{(\omega/c)^2 \varepsilon_L - G_h^2}$ , причем  $\text{Re } \gamma_h \geq 0$ . Величина  $R_0 = |r_0|^2$  определяет интенсивность зеркально отраженного

света, величины  $R_h = |r_h|^2$  с  $h \neq 0$  определяют интенсивность света, дифрагированного в направлении вектора  $-\gamma_h \mathbf{e}_z + G_h \mathbf{e}_x$ . За  $\mathbf{e}_x$  и  $\mathbf{e}_z$  обозначены соответствующие координатные орты. Распространяющимся в области  $z < 0$  волнам отвечают значения  $h$ , при которых  $\text{Im } \gamma_h = 0$ . Далее рассмотрены случаи, когда слева от структуры — вакуум ( $\varepsilon_L = 1$ ) или продолжение материала В ( $\varepsilon_L = \varepsilon_b$ ). Величины  $R_h$  и  $\gamma_h$  при этих значениях  $\varepsilon_L$  будем обозначать дополнительными индексами  $V$  и  $B$ , соответственно.

Численный расчет оптических спектров в двумерном фотонном кристалле представляет собой нетривиальную задачу, поскольку, в отличие от одномерной задачи, не может быть выполнен с помощью стандартного метода матриц переноса. Резонансный характер рассеяния на цилиндрах А дополнительно усложняет рассмотрение. Наиболее эффективным методом расчета оптических спектров в такой системе оказывается двумерный послойный метод Корринги-Кона-Ростокера (ККР) [57]. Особенностью метода является то, что взаимодействие света с каждым отдельным слоем цилиндров  $l'$  описывается в базисе цилиндрических волн, так что поле представляется в виде ряда с функциями Бесселя и Ханкеля

$$E_y(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi(\boldsymbol{\rho}-\mathbf{r}_l)} [A_{ml} J_m(q_b |\boldsymbol{\rho}-\mathbf{r}_l|) + B_{ml} H_m^{(1)}(q_b |\boldsymbol{\rho}-\mathbf{r}_l|)] , \quad (1.32)$$

где суммирование идет по проекции углового момента  $m$  и номеру  $l$  цилиндра в слое. Здесь центр цилиндра в слое  $l'$  расположен в точке  $\mathbf{r}_l = d l \mathbf{e}_x + d(l' + 1/2) \mathbf{e}_z$ ,  $\boldsymbol{\rho} = x \mathbf{e}_x + z \mathbf{e}_z$  и за  $\varphi(\boldsymbol{\rho}-\mathbf{r}_l)$  обозначен угол вектора  $\boldsymbol{\rho}-\mathbf{r}_l$  относительно оси  $z$ . Поскольку симметрия базисных функций совпадает с симметрией рассеивателей, задача о взаимодействии электромагнитной волны с каждым отдельным цилиндром может быть решена аналитически, что дает точную связь между коэффициентами  $A_{ml}$  и  $B_{ml}$ . Поэтому именно методы ККР лучше всего применимы для расчета фотонных кристаллов, в которых взаимодействие с рассеивателями является резонансным. Распространение электромагнитного поля между соседними слоями цилиндров описывается в базисе плоских волн, аналогично (1.31). Для нахождения дисперсии экситонных поляритонов  $\omega(\mathbf{K})$  в бесконечной решетке ис-

пользовался двумерный объемный метод ККР [58].

Перед тем, как перейти к описанию результатов численного расчета, удобно качественно рассмотреть задачу о дифракции света в двумерном фотонном кристалле. Введем среднюю фоновую диэлектрическую проницаемость

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_b(1 - f) + \varepsilon_a f$$

нерезонансного фотонного кристалла. Здесь фактор заполнения  $f = \pi R^2/d^2$ . В однородной среде с диэлектрической проницаемостью  $\bar{\varepsilon}$  собственными решениями являются плоские волны, а диэлектрический контраст приводит к дифракции этих волн. Таким образом, при падении света на структуру внутри возбуждается волна с волновым вектором  $\mathbf{q}_0 = \mathbf{e}_z \omega \sqrt{\bar{\varepsilon}}/c$ , которая, при выполнении брэгговского условия, испытывает многократную дифракцию. Резонансные свойства фотонного кристалла проявляются в том случае, если брэгговское условие выполняется вблизи частоты возбуждения экситона на нижний уровень размерного квантования в цилиндрах А

$$\omega_1 = \omega_0 + \frac{\hbar}{2MR^2} \varphi_{1,0}^2, \quad (1.33)$$

[ $\varphi_{1,0} \approx 2.4$  — первый нуль функции Бесселя  $J_0(\varphi)$ ], например, если

$$\frac{\omega_1 \sqrt{\bar{\varepsilon}}}{c} d = \pi. \quad (1.34)$$

Такое брэгговское условие соответствует дифракции на вектор обратной решетки  $\mathbf{G} = -2\pi \mathbf{e}_z/d$ , нормальный к слоям цилиндров. Все величины  $\gamma_h$  с  $h \neq 0$  оказываются мнимыми, и брэгговская дифракция может приводить только к зеркальному отражению света. Поэтому оказывается, что свойства двумерного фотонного кристалла, удовлетворяющего условию (1.34), качественно не отличаются от свойств одномерной периодической структуры с периодом  $d$ , рассмотренной в предыдущем разделе. Расчет показывает [59], что оптические спектры также главным образом определяются брэгговским условием на частоте  $\omega_1$ . Если увеличить постоянную решетки  $d$ , то становится возможной наклонная дифракция, при которой дифрагировавшая волна распространяется под углом к падающей волне  $\mathbf{q}_0$ .

При  $\omega_1\sqrt{\varepsilon}d/c = 2\sqrt{2}\pi$ , что соответствует настройке на векторы обратной решетки  $\mathbf{G} = (2\pi/d)(-\mathbf{e}_z \pm \mathbf{e}_x)$ , дифрагированные волны распространяются под прямым углом к падающей и, таким образом, не могут выйти из фотонного кристалла. При еще большем значении постоянной решетки, определяемой из условия

$$\frac{\omega_1\sqrt{\varepsilon}d}{c} = \frac{5\pi}{2}, \quad (1.35)$$

так что вектор обратной решетки равен  $\mathbf{G} = (2\pi/d)(-2\mathbf{e}_z \pm \mathbf{e}_x)$ , дифрагированные волны распространяются под острым углом к оси  $z$ . В следующем параграфе проанализированы результаты расчета, соответствующие брэгговскому условию (1.35).

### 1.4.2 Дифракционный механизм зеркального отражения света

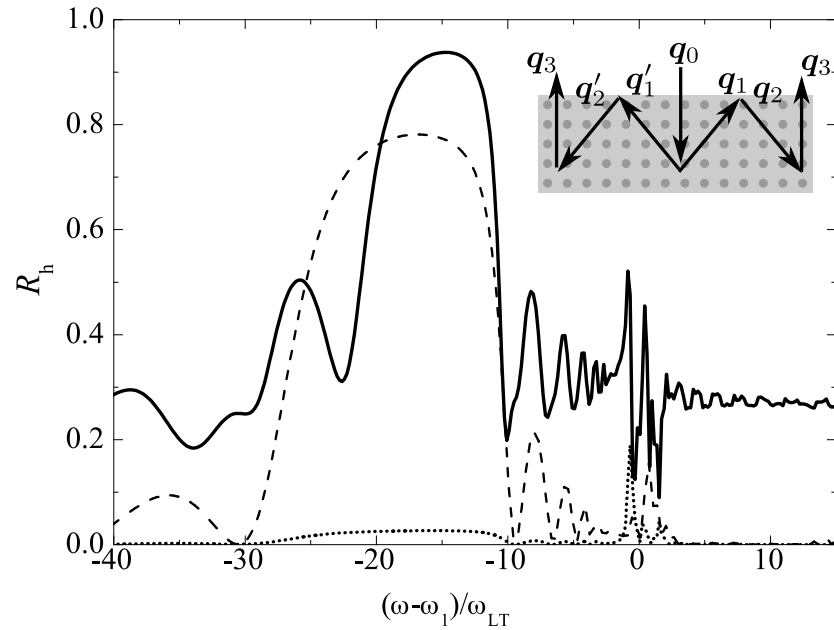


Рис. 1.6: Спектры отражения и дифракции света от резонансного фотонного кристалла. Сплошная, штриховая и пунктирная кривые — коэффициент отражения при падении из вакуума  $R_0^V(\omega)$ , коэффициент дифракции при падении из барьера  $R_1^B(\omega)$  и коэффициент отражения при падении из барьера  $R_0^B(\omega)$ , соответственно. Расчет выполнен при  $\omega_1\sqrt{\varepsilon}d/c = (5/2)\pi$ ,  $M = 0.5m_0$ ,  $\hbar\omega_{LT} = 1$  мэВ,  $R = 0.35d$ ,  $\varepsilon_a = 11$ ,  $\varepsilon_b = 10$ ,  $N = 32$ . На вставке схематически проиллюстрирован дифракционный механизм зеркального отражения света.



Результаты расчета представлены на рис. 1.6. Сплошной кривой отмечен спектр зеркального отражения волны при падении из вакуума  $R_0^B(\omega)$ . Обозначим за  $\mathbf{q}_3 = -\mathbf{q}_0$  волновой вектор зеркально отраженной волны. Рассмотрим дифракцию на частоте  $\omega_1$ , удовлетворяющей условию (1.35), так что  $\mathbf{q}_0 = 5\pi\mathbf{e}_z/(2d)$ . Разность волновых векторов падающего и отраженного света  $\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_0 = -(5\pi/d)\mathbf{e}_z$  не равна вектору двумерной обратной решетки, следовательно, брэгговское условие для отражения не выполняется. Это противоречит наличию выраженного дифракционного максимума в спектре  $R_0^B(\omega)$  на рис. 1.6. Далее предлагается качественное объяснение этого эффекта.

На частоте  $\omega_1$  возможна наклонная брэгговская дифракция падающей на структуру волны, и волновые вектора дифрагированных волн равняются

$$\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_0 + \frac{2\pi}{d}(-2\mathbf{e}_z + \mathbf{e}_x) = \frac{2\pi}{d}\left(-\frac{3}{4}\mathbf{e}_z + \mathbf{e}_x\right)$$

и  $\mathbf{q}'_1 = (2\pi/d)[-(3/4)\mathbf{e}_z - \mathbf{e}_x]$ , см. вставку в рис. 1.6. При использованных в расчете параметрах волны  $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}'_1$  распространяются под углом к оси  $z$ , равным примерно  $53^\circ$ . В случае, когда слева структура ограничена средой с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_L = \varepsilon_b \approx \bar{\varepsilon}$ , эти волны почти не преломляются при пересечении границы кристалла  $z = 0$ . Следовательно, в спектре дифракции  $R_1^B(\omega) = R_{-1}^B(\omega)$  наблюдается максимум, что подтверждается результатами численного расчета (штриховая кривая на рис. 1.6). Однако при падении из вакуума ( $\varepsilon_L = 1$ ) распространение дифрагированных волн  $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}'_1$  вне фотонного кристалла невозможно, и происходит их полное внутреннее отражение от его границы. Волновые вектора отраженных волн  $\mathbf{q}_2, \mathbf{q}'_2$  равняются  $(2\pi/d)[(3/4)\mathbf{e}_z \pm \mathbf{e}_x]$ . Поскольку

$$\mathbf{q}_2 - \frac{2\pi}{d}(2\mathbf{e}_z + \mathbf{e}_x) = -\frac{5\pi}{2d}\mathbf{e}_z = -\mathbf{q}_0,$$

отраженные волны могут дифрагировать повторно и образуется результирующая волна с волновым вектором  $\mathbf{q}_3 = -\mathbf{q}_0$ , которая распространяется по нормали к границе кристалла и не испытывает полного внутреннего отражения, см. вставку в рис. 1.6. Следовательно, при  $\varepsilon_L = 1$  зеркальное отражение света от структуры

происходит благодаря дифракции внутри фотонного кристалла и полному внутреннему отражению от его границы.

Несмотря на то, что волновые векторы падающего и отраженного света параллельны оси  $z$ , неодномерный характер задачи является существенным. Если при численном расчете в разложении поля по плоским волнам между слоями цилиндров учитываются только волны с параллельными оси  $z$  волновыми векторами  $(\pm\gamma_0^B, 0)$ , дифракционный максимум в спектре  $R_0^V$  отсутствует. При падении из материала В, так что  $\varepsilon_L = \varepsilon_B$ , такой механизм неэффективен и коэффициент отражения мал, см. пунктирную кривую на рис. 1.6. При промежуточных значениях  $\varepsilon_L$ , таких что  $\varepsilon_L < \varepsilon_b$ , но  $\text{Im } \gamma_1^L = 0$ , дифракционные максимумы присутствуют как в спектрах  $R_1(\omega)$ , так и в спектрах  $R_0(\omega)$ , т.е. наблюдаются и дифракция, и зеркальное отражение. Таким образом, предсказано явление увеличения коэффициента зеркального отражения света при отражении в вакуум по сравнению с отражением в материал В и дано его качественное объяснение.

Отметим, что рассмотренный эффект носит общий характер и проявляется также в нерезонансных фотонных кристаллах. Его можно рассматривать как обобщение аномалий Вуда, проявляющихся при дифракции на одномерной кристаллической решетке [60], на объемный фотонный кристалл. Схожий эффект, а именно, усиление зеркального коэффициента отражения за счет многократной дифракции на плоскостях ГЦК решетки трехмерного фотонного кристалла на основе опала, наблюдался в недавней работе [61]. В отличие от работы [61], для механизма, рассмотренного в настоящей работе, необходимым является большое отличие фоновой диэлектрической проницаемости фотонного кристалла  $\varepsilon_b$  и диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_L$  среды, из которой падает волна.

## 1.5 Резонансные трехмерные фотонные кристаллы

Рассмотрим трехмерные фотонные кристаллы из квантовых точек с экситонами, размерно-квантованными как целое. Далее будут представлены результаты расче-

та зонной структуры с учетом пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости [51]. Расчет дисперсионной зависимости  $\omega_{n\mathbf{K}}$ , где  $n$  — номер экситон-поляритонной ветви, проводился для периодического массива полупроводниковых шариков, помещенных в диэлектрическую матрицу и образующих ГЦК решетку. Также как и в предыдущем разделе, использовался фотонный аналог метода Корринги-Кона-Ростокера (ККР) [62, 63, 64, 65], в котором (а) электрическое поле разлагается по сферическим волнам, точнее, по векторным сферическим функциям, центрированным в узлах решетки  $\mathbf{d}$  и (б) в результате независимого анализа рассеяния света на одиночном шаре и структурного фактора дисперсионное уравнение приводится к виду

$$|\delta_{j'j}\delta_{m'm}\delta_{\sigma'\sigma} - \mathcal{G}_{j'm'\sigma',jm\sigma}(\mathbf{K}, \omega)R_{j\sigma}(\omega)| = 0. \quad (1.36)$$

Здесь  $R_{j\sigma}$  — коэффициенты рассеяния сферической волны на одном шарике А, которые зависят от полного углового момента  $j$  и индекса поляризации  $\sigma$ , различающего магнитную и электрическую сферические гармоники, но не зависят от проекции углового момента  $m$ . Для рассеивателя в форме шара эти коэффициенты связывают падающее поле  $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \propto \mathbf{J}_{jm\sigma}(\mathbf{r})$  с рассеянным полем  $\mathbf{E}_{sc}(\mathbf{r}) \propto \mathbf{H}_{jm\sigma}(\mathbf{r})$ , где  $\mathbf{J}_{jm\sigma}, \mathbf{H}_{jm\sigma}$  — векторные сферические функции [64]. В работе [66] величины  $R_{j\sigma}(\omega)$  вычислены с учетом экситонного резонанса в шарике А и конечной эффективной массы экситона  $M$ . В отличие от матрицы рассеяния на одном шарике, которая содержит только диагональные компоненты  $R_{jm\sigma} \equiv R_{j\sigma}$ , у матрицы структурных коэффициентов  $\mathcal{G}_{j'm'\sigma',jm\sigma}(\mathbf{K}, \omega)$  отличны от нуля как диагональные, так и недиагональные компоненты. Заметим, что от частоты  $\omega$  зависят обе матрицы, тогда как от волнового вектора поляритона  $\mathbf{K}$  зависит только структурная матрица  $\mathcal{G}$ . В то же время  $\mathcal{G}$  не зависит от экситонных параметров и совпадает с матрицей, рассмотренной в работах [64, 65], в которых экситонные состояния не учитывались.

Сосредоточим внимание на сугубо экситонных эффектах и пренебрежем диэлектрическим контрастом, положив  $\varepsilon_a = \varepsilon_b$ . Тогда в отсутствие экситон-

фотонного взаимодействия, т.е. при  $\omega_{\text{LT}} = 0$ , среда становится оптически однородной и распространяющиеся в ней фотоны имеют линейную дисперсию  $\omega = cq/n_b$  с показателем преломления  $n_b = \sqrt{\varepsilon_b}$ . В схеме приведенных зон эта однозначная связь между частотой и волновым вектором света  $\mathbf{q}$  превращается в многозонную дисперсионную кривую

$$\omega_{\mathbf{K}} = c|\mathbf{K} + \mathbf{G}|/n_b, \quad (1.37)$$

где  $\mathbf{G}$  — вектор обратной решетки, такой что вектор  $\mathbf{K} = \mathbf{q} - \mathbf{G}$  лежит в первой зоне Бриллюэна. При  $\omega_{\text{LT}} \neq 0$  происходит смешивание фотонных и экситонных состояний и образование гибридных поляритонных возбуждений со сложной многозонной дисперсией  $\omega_{n\mathbf{K}}$ . При этом волна  $(n, \mathbf{K})$  является смесью двух или нескольких фотонных состояний (1.37) с одним и тем же  $\mathbf{K}$ , но различными значениями  $\mathbf{G}$ . На рис. 1.7 представлена дисперсия экситонных поляритонов для ГЦК решетки, рассчитанная при следующих значениях параметров структуры:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_b = 10, \quad R = d/4, \quad \hbar\omega_1 = 2 \text{ эВ}, \quad \omega_{\text{LT}} = 5 \times 10^{-4} \omega_1,$$

$$P \equiv \left( \frac{\sqrt{3}\pi c}{\omega_1 n_b d} \right)^3 = 1.1, \quad M = 0.5 m_0,$$

где вместо затравочной частоты  $\omega_0$  введена резонансная частота

$$\omega_1 = \omega_0 + \frac{\hbar}{2M} \left( \frac{\pi}{R} \right)^2 \quad (1.38)$$

основного состояния экситона, размерно-квантованного в шаре радиуса  $R$ . Заметим, что настройке частоты (1.38) на брэгговский резонанс  $\omega_1 = cK_L/n_b$  в точке  $L$  зоны Бриллюэна с  $K_L = \sqrt{3}\pi/d$  или  $\omega_1 = cK_X/n_b$  в точке  $X$  с  $K_X = 2\pi/d$  отвечают значения  $P = 1$  и  $P = 3\sqrt{3}/8 \approx 0.65$ , соответственно. При  $P = 1.1$  антипересечение горизонтальной прямой  $\omega = \omega_1$  (ветвь “голых” экситонов) и прямой  $\omega = cK/n_b$  (ветвь “голых” фотонов) происходит внутри зоны Бриллюэна при  $K$ , составляющем примерно 97% от  $K_L$  и 84% от  $K_X$ . Для полноты картины зависимость  $\omega(\mathbf{K})$  показана не только для высокосимметричных направлений  $\mathbf{K} \parallel [001]$  (точки  $\Delta$ ) и  $\mathbf{K} \parallel [111]$  (точки  $\Lambda$ ), но и на отрезках прямых  $X - W$ ,  $W - K$ ,  $X - U$  и  $U - L$ .

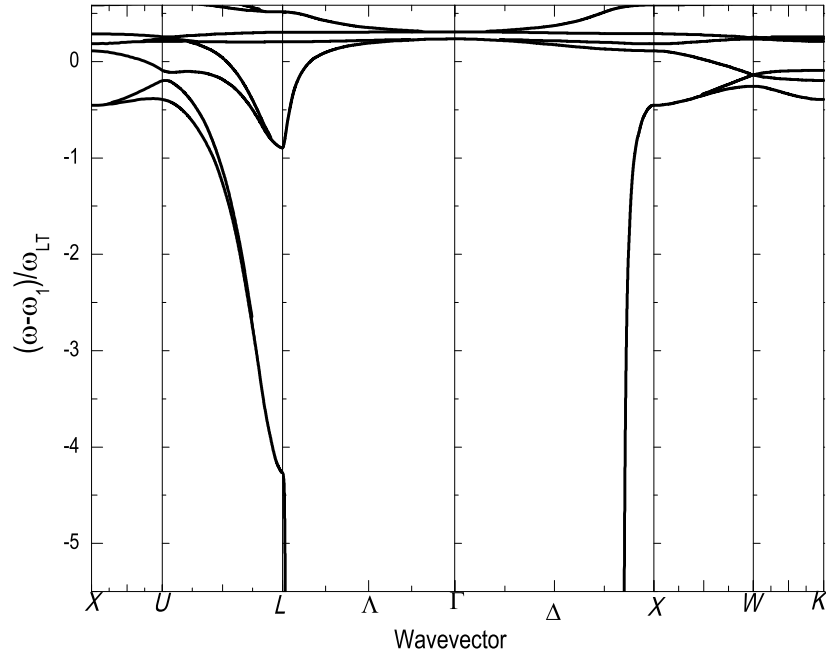


Рис. 1.7: Экситон-поляритонная зонная структура резонансного фотонного кристалла, в котором ГЦК решетка из шариков А помещена в матрицу В. Расчет проводился в пренебрежении диэлектрическим контрастом и при значениях параметров, указанных в тексте.

На рис. 1.7 область частот отрезана сверху так, чтобы остались только несколько нижних ветвей дисперсионной кривой. В отрезанной области дисперсия представлена густой сетью поляритонных ветвей, которые получаются в результате антипересечения “голых” фотонных ветвей (1.37) с плотным набором дискретных уровней размерного квантования экситона. Эта сеть имеет запутанный характер, сложный для изображения.

Сосредоточим внимание на эволюции нижних поляритонных ветвей с изменением параметров фотонного кристалла. На рис. 1.8 сплошными кривыми показаны те же дисперсионные ветви, что и на предыдущем рисунке, но в увеличенном масштабе вблизи точек  $X$  и  $L$ . Для сравнения штрих-пунктиром изображена нижняя ветвь дисперсионной кривой, рассчитанная при учете только основного экситонного уровня размерного квантования, для чего достаточно было при расчете уменьшить эффективную массу  $M$  до  $0.01m_0$  и понизить  $\omega_0$  так, чтобы частота

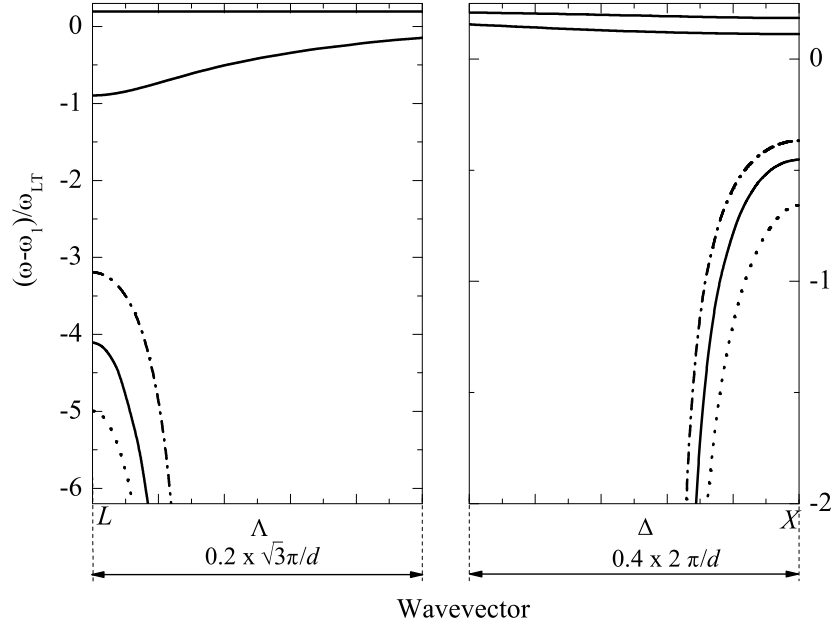


Рис. 1.8: Дисперсия экситонных поляритонов в резонансном фотонном кристалле в спектральной области, примыкающей к резонансной частоте нижнего экситонного уровня  $\omega_1$ , и для волновых векторов  $\mathbf{K} \parallel [111]$  (точки  $\Lambda$ , левая панель) и  $\mathbf{K} \parallel [001]$  (точки  $\Delta$ , правая панель). Дисперсионные кривые рассчитывались при эффективной массе экситона  $M = 0.5 m_0$  (сплошные кривые),  $M \rightarrow \infty$  (пунктирные кривые) и  $M \rightarrow 0$  (штрихпунктирные кривые). Значения остальных параметров те же, что и при расчете рис. 1.7.

$\omega_1$  в (1.38) осталась неизменной. Штрихпунктирные кривые совпадают с результатом расчета дисперсии экситонных поляритонов методом, развитым в работе [34]. Пунктиром проиллюстрирован противоположный предельный случай очень тяжелых экситонов, когда  $M \rightarrow \infty$ . В этом случае связь между экситонной поляризацией и электрическим полем становится локальной:

$$\mathbf{P}_{\text{exc}} = \chi \mathbf{E}, \quad \chi = \frac{\varepsilon_a}{4\pi} \frac{\omega_{\text{LG}}}{\omega_0 - \omega}.$$

Поэтому значения  $\mathbf{K}$ , отвечающие заданной частоте  $\omega$ , можно находить так же, как и для нерезонансного фотонного кристалла с диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_B$  и  $\varepsilon_A = \varepsilon_a + 4\pi\chi$ . Расчет показывает, что пунктирная кривая на рис. 1.8 практически не отличается от нижней ветви, получаемой по формуле (1.36) при  $M = 5m_0$ . Нижняя поляритонная ветвь формируется в результате “отталкивания” фотонной ветви (1.37) с  $\mathbf{G} = 0$  в длинноволновую сторону из-за взаимодействия

с экситонными уровнями размерного квантования. При  $M \rightarrow 0$ , но  $\omega_1 = \text{const}$ , на эту ветвь заметное влияние оказывает только нижний уровень (1.38). При  $M \rightarrow \infty$  остальные уровни оказывают на нее максимально возможное влияние, так как в этом пределе их резонансные частоты стремятся к одному и тому же значению  $\omega_0$ . Поэтому нижняя поляритонная ветвь, отвечающая конечной массе  $M$ , должна лежать всегда между штрих-пунктирной и пунктирной кривыми, в согласии с результатом расчета, представленного на рис. 1.8. Этот рисунок также демонстрирует, что основной вклад в ширину стоп-зон вносит именно взаимодействие света с экситоном на нижнем уровне размерного квантования. Таким образом, из расчета следует, что качественные результаты, полученные в разделе 1.3 для одномерного резонансного фотонного кристалла допускают обобщение и на трехмерный случай.

## 1.6 Краткие итоги

В Главе 1 получены следующие результаты:

- Построена теория экситонных поляритонов в одномерных, двумерных и трехмерных фотонных кристаллах на основе квантовых ям, проволок и точек с экситонами, размерно-квантованными как целое.
- Показано, что оптические спектры и дисперсия поляритонов главным образом определяются брэгговским условием на частоте основного уровня размерного квантования экситона как целого, обладающего наибольшей силой осциллятора. Другие уровни размерного квантования вносят тонкую структуру, зависящую от трансляционной массы экситона.
- Установлено, что двойная дифракция света внутри двумерного фотонного кристалла и полное внутреннее отражение от его границы могут приводить к существенному увеличению коэффициента зеркального отражения от структуры.

## Глава 2

# Высококонтрастные переключаемые фотонные кристаллы

Настоящая глава посвящена структурам с высоким диэлектрическим контрастом, оптические спектры которых могут управляться внешними воздействиями. Глава состоит из обзорного раздела 2.1, раздела 2.2, в котором изложены результаты теоретических и экспериментальных исследований фотонных кристаллов, содержащих диоксид ванадия, и раздела 2.3, посвященного спектроскопии сверхпроводящих фотонных кристаллов. Результаты главы обобщены в разделе 2.4.

### 2.1 Металлодиэлектрические фотонные кристаллы и метаматериалы (обзор)

Фотонные структуры позволяют управлять светом за счет модуляции диэлектрической проницаемости. Поэтому их эффективность тем больше, чем больше амплитуда модуляции, характеризуемая диэлектрическим контрастом. Для двухкомпонентной структуры, состоящей из материалов А и В, условие высокого контраста можно записать как  $|\varepsilon_a - \varepsilon_b| \sim |\varepsilon_a + \varepsilon_b|$ . При высоком контрасте и сопоставимых факторах заполнения материалами А и В ширины фотонных запрещенных зон в спектре сравнимы с ширинами разрешенных зон. Требование высокого контраста является одной из причин, по которой в настоящее время интенсивно ведутся фундаментальные и прикладные исследования структур с металлическими компонен-



тами [67, 68]. Благодаря взаимодействию света с коллективными возбуждениями электронов в металлических структурах также проявляются плазмонные резонансы. Плазмонные резонансы использовались задолго до становления электродинамики, например, при изготовлении средневековых витражей и окрашивании керамики [69]. Возможности современной технологии позволяют создавать разнообразные системы с наперед заданными оптическими свойствами, что привело к выделению *плазмоники* в отдельный, активно развивающийся раздел оптики.

Большой диэлектрический контраст в металлодиэлектрических фотонных кристаллах благоприятен для создания фотонной запрещенной зоны [70, 71]. Более того, в этих системах может существовать так называемая частота отсечки  $\omega_0$ , ниже которой распространение волн невозможно, так что в системе существует полная фотонная запрещенная зона [72, 73, 74, 75]. Таким образом, частота  $\omega_0$  играет роль эффективной плазменной частоты в структуре. Эта аналогия, отмеченная в работе [72], положила начало исследованиям искусственных сред — метаматериалов. В отличие от фотонных кристаллов, метаматериалы изучаются в области длин волн, существенно превосходящих масштабы пространственной модуляции диэлектрической и магнитной проницаемостей. Поэтому метаматериалы описываются эффективными проницаемостями, которые существенно зависят от деталей геометрии и могут принимать значения, недостижимые в обычных средах. Например, активно дискутируется вопрос о возможности создания на основе метаматериалов сред, характеризующихся отрицательным показателем преломления, и обладающих нетривиальными оптическими свойствами [76, 77, 78].

Возбуждение поверхностных плазмонов при падении света на однородную металлическую пластину невозможно, поскольку их волновые вектора в плоскости пластины лежат вне светового конуса [68]. Плазмоны могут возбуждаться в пространственно структурированной пластине, для которой закон сохранения волнового вектора не выполняется или выполняется с точностью до вектора обратной решетки. Исследования таких систем были стимулированы работой [79], в

которой сообщалось о неожиданно большой величине коэффициента пропускания света тонкой пластиной с нанесенной решеткой отверстий. В общем случае собственными модами подобных структур являются смешанные состояния света и плазмонов, называемые плазмонными поляритонами. К настоящему моменту экспериментально и теоретически исследованы свойства плазмонных поляритонов, возбуждаемых на различных структурированных поверхностях [80, 30], в металлических пленках [81] и объемных фотонных кристаллах [75, 82].

## 2.2 Композитные структуры опал-VO<sub>2</sub>

Этот параграф посвящен исследованию структур на основе матрицы опала, заполненной диоксидом ванадия. Благодаря наличию в материале VO<sub>2</sub> фазового перехода металл-полупроводник при изменении температуры, такая структура является высококонтрастным переключаемым трехмерным фотонным кристаллом. Рассмотрение ограничено областью значений факторов заполнения диоксидом ванадия пор матрицы опала, в которой плазмонные эффекты проявляются слабо.

### 2.2.1 Постановка задачи

Для реализации возможных применений фотонных кристаллов необходимо решить задачу об управлении свойствами этих материалов с помощью различных внешних воздействий, таких как температура, давление, электрическое поле, свет. К наиболее перспективным материалам, которые предлагается использовать для создания переключаемых фотонных кристаллов, следует отнести диоксид ванадия. Диоксид ванадия (VO<sub>2</sub>) обладает обратимым фазовым переходом полупроводник-металл при температуре 68<sup>0</sup>C [83], который сопровождается значительным изменением диэлектрической проницаемости [84]. В результате в фотонном кристалле на основе VO<sub>2</sub> может происходить существенный энергетический сдвиг фотонной запрещенной зоны. Время перехода при фотоиндуцированном возбуждении составляет сотни фемтосекунд [85].

Опал представляет собой самоорганизованную гранцентрированную кубическую (ГЦК) решетку сфер  $\text{SiO}_2$ . Синтетический опал был предложен в качестве фотонного кристалла в работе [86] 1995-го года и интенсивно исследуется с этого времени [39, 87, 88]. Поры в ГЦК решетке могут заполняться различными материалами, что делает опал основой для многочисленных трехмерных фотонно-кристаллических структур. Впервые перестройка запрещенной зоны под воздействием температуры в композите опал- $\text{VO}_2$  была продемонстрирована в работе [89]. В работах [90, 91] реализовано сверхбыстрое ( $< 500$  фс) фотоиндуцированное переключение фотонно-кристаллических свойств композитов опал- $\text{VO}_2$ , стимулированное лазерными импульсами. Однако эти эксперименты проводились в видимом спектральном диапазоне. В этой области вещественная часть диэлектрической проницаемости  $\text{VO}_2$  при переходе в “металлическое” состояние уменьшается от 8 до 5. В работе [91] показано, что величина энергетического сдвига запрещенной зоны, определяемая изменением диэлектрической проницаемости при фазовом переходе и степенью заполнения пор опаловой матрицы диоксидом ванадия, достигает 90 мэВ.

Целью настоящего исследования является изучение трансформации фотонно-кристаллических свойств композита опал- $\text{VO}_2$  при переходе полупроводник-металл в ближней инфракрасной области спектра ( $\sim 1.5$  мкм), актуальной для телекоммуникационных применений. Благодаря сильной частотной дисперсии диэлектрических констант  $\text{VO}_2$  [84] энергетический сдвиг запрещенной зоны в этой области спектра должен существенно возрасти. Рассмотрение ограничено спектральным диапазоном, в котором эффективная диэлектрическая проницаемость пор в композите опал- $\text{VO}_2$  принимает только положительные значения, т.е. в этой спектральной области композит работает как диэлектрический фотонный кристалл, а его оптические свойства до и после фазового перехода определяются в основном дифракцией света на семействах кристаллографических плоскостей. Задачей исследования является разработка подходов к теоретическому описанию

трехмерного фотонного кристалла на основе композита опал-VO<sub>2</sub>, определение параметров, необходимых для достижения максимального энергетического сдвига фотонной запрещенной зоны в спектральном интервале (1.3÷1.6 мкм) и сопоставление полученных результатов с экспериментом.

### 2.2.2 Эффективная диэлектрическая проницаемость пор

Фотонный кристалл на основе композита опал-VO<sub>2</sub> является сложной многокомпонентной системой. В реальных образцах диоксид ванадия заполняет поры в ГЦК решетке шаров SiO<sub>2</sub> не полностью и образует множество частиц малого размера и сложной формы. Расчет оптических спектров такой системы представляет собой сложную теоретическую задачу.

Для упрощения рассмотрения заметим, что образцы характеризуются двумя существенно различными пространственными масштабами. Первый масштаб — это постоянная ГЦК решетки  $d \sim 1000$  нм, а второй — типичный размер частиц VO<sub>2</sub> в порах  $l \sim 10 \div 50$  нм. Поскольку длина волны света  $\lambda$  существенно превышает размер частиц VO<sub>2</sub>,  $d \sim \lambda \gg l$ , поры могут быть характеризованы эффективной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_{\text{pore}}$ . После этого расчет оптических спектров структуры может быть разделен на две независимые части: (i) определение величины  $\varepsilon_{\text{pore}}$  и (ii) расчет спектров фотонного кристалла, в котором поры между шарами SiO<sub>2</sub> заполнены однородной средой с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_{\text{pore}}$ . Такой подход существенно упрощает решение задачи и позволяет независимо использовать методы, развитые в теории случайных диэлектрических композитов и теории фотонных кристаллов.

Определение эффективной проницаемости  $\varepsilon_{\text{pore}}$  само по себе является сложной задачей. Общее выражение для  $\varepsilon_{\text{pore}}$  может быть представлено в виде [92]

$$\varepsilon_{\text{pore}} = 1 + f\zeta(\varepsilon_{\text{VO}_2} - 1), \quad \zeta = \frac{\langle E_{\text{VO}_2} \rangle}{\langle E \rangle}, \quad (2.1)$$

где  $f$  — фактор заполнения пор диоксидом ванадия и  $\varepsilon_{\text{VO}_2}$  — диэлектрическая проницаемость объемного VO<sub>2</sub>. Выражение (2.1) означает, что вклад включений VO<sub>2</sub>

в эффективную диэлектрическую проницаемость пропорционален объему этих включений и отношению  $\zeta$  среднего диэлектрического поля внутри включений  $\langle E_{\text{VO}_2} \rangle$  к среднему полю в порах  $\langle E \rangle$ . Тангенциальные ( $E^{(t)}$ ) и нормальные ( $E^{(n)}$ ) составляющие электрического поля в воздухе ( $E_{\text{air}}$ ) и внутри частиц  $\text{VO}_2$  связаны максвелловскими граничными условиями

$$E_{\text{air}}^{(t)} = E_{\text{VO}_2}^{(t)}, \quad E_{\text{air}}^{(n)} = \varepsilon_{\text{VO}_2} E_{\text{VO}_2}^{(n)}. \quad (2.2)$$

Поскольку  $|\varepsilon_{\text{VO}_2}| \gg 1$  из (2.2) видно, что величина  $E_{\text{VO}_2}$ , а значит, и значение  $\zeta$ , сильно зависит от взаимной ориентации локальных электрических полей и границ включений  $\text{VO}_2$ . На величину  $\zeta$  могут быть наложены ограничения, следующие из вида граничных условий. Так как диэлектрическая проницаемость  $\text{VO}_2$  по модулю больше, чем в воздухе, электрическое поле внутри включений меньше, чем снаружи. Поэтому величина  $|\zeta|$  не превосходит единицы. Снизу значение  $|\zeta|$  ограничено  $1/|\varepsilon_{\text{VO}_2}|$ , что соответствует максимально возможному подавлению поля в порах, реализуемому в случае, когда вектор электрического поля  $\mathbf{E}$  нормален к плоской границе воздух- $\text{VO}_2$ . Кроме того, если фактор заполнения пор не мал, так что условие изолированности включений  $f \ll 1$  не выполняется, то может быть существенным взаимодействие электромагнитных мультиполей, возбуждаемых в различных включениях. Таким образом, фактор  $\zeta$ , а значит, и эффективная проницаемость (2.1), очень чувствителен к распределению материала в порах [93].

Определение микрогеометрии пор в конкретном образце и расчет на ее основе эффективной проницаемости является трудно разрешимой задачей. Более рационально использовать стандартные аппроксимации эффективной проницаемости [94], однако при этом необходимо контролировать предположения, при которых эти аппроксимации были получены. Два наиболее известных подхода, теории Максвелла-Гарнетта и Бруггемана (так же известная, как метод эффективной

среды) сводятся к [95]

$$\zeta = \frac{\zeta_0(\varepsilon_{\text{VO}_2}, 1)}{1 - f + f\zeta_0(\varepsilon_{\text{VO}_2}, 1)} \quad (\text{Максвелл-Гарнетт}), \quad (2.3a)$$

$$\zeta = \zeta_0(\varepsilon_{\text{VO}_2}, \varepsilon_{\text{pore}}) \quad (\text{Бруггеман}). \quad (2.3b)$$

Здесь за  $\zeta_0(\varepsilon_{\text{in}}, \varepsilon_{\text{out}})$  обозначено отношение электрических полей внутри и снаружи изолированного включения с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_{\text{in}}$  в матрице с проницаемостью  $\varepsilon_{\text{out}}$ , усредненное по ориентации частиц  $\text{VO}_2$ . Для случайно ориентированных диэлектрических эллипсоидов имеем [92]

$$\zeta_0(\varepsilon_{\text{in}}, \varepsilon_{\text{out}}) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{1 + L_i(\varepsilon_{\text{in}}/\varepsilon_{\text{out}} - 1)}, \quad (2.4)$$

где  $L_i$  — факторы деполяризации эллипсоидов (для сферы  $L_i \equiv 1/3$ ).

Приближения (2.3a) и (2.3b) основаны на существенно разных допущениях. В теории Максвелла-Гарнетта (2.3a) при определении  $\zeta$  использовались реальные максвелловские граничные условия на границе воздуха и частицы  $\text{VO}_2$ . Ключевым недостатком теории является то, что она получена в предположении хорошо изолированных включений и поэтому справедлива только в области малых коэффициентов заполнения  $f \ll 1$ . Теория Бруггемана (2.3b) основана на эффективных граничных условиях, т.е. каждая частица  $\text{VO}_2$  считается окруженной эффективной средой с проницаемостью  $\varepsilon_{\text{pore}}$ , которая определяется самосогласованно из решения уравнений (2.1), (2.3b). Поэтому теорию Бруггемана также называют теорией эффективной среды. Самосогласованный подход является главным преимуществом формулы Бруггемана, позволяющим использовать ее во всей области значений факторов заполнения  $0 \leq f \leq 1$ . Преимуществом формулы Бруггемана над другими приближениями, такими как метод среднего поля и средней индукции, является то, что выражение (2.3b) во всей области параметров удовлетворяет существующим ограничениям [93] на значение средней проницаемости, таким как  $1/|\varepsilon_{\text{VO}_2}| \leq |\zeta| \leq 1$ . Существуют разновидности теории эффективной среды, применимые для специальных видов микрогеометрии, например, дифференциаль-

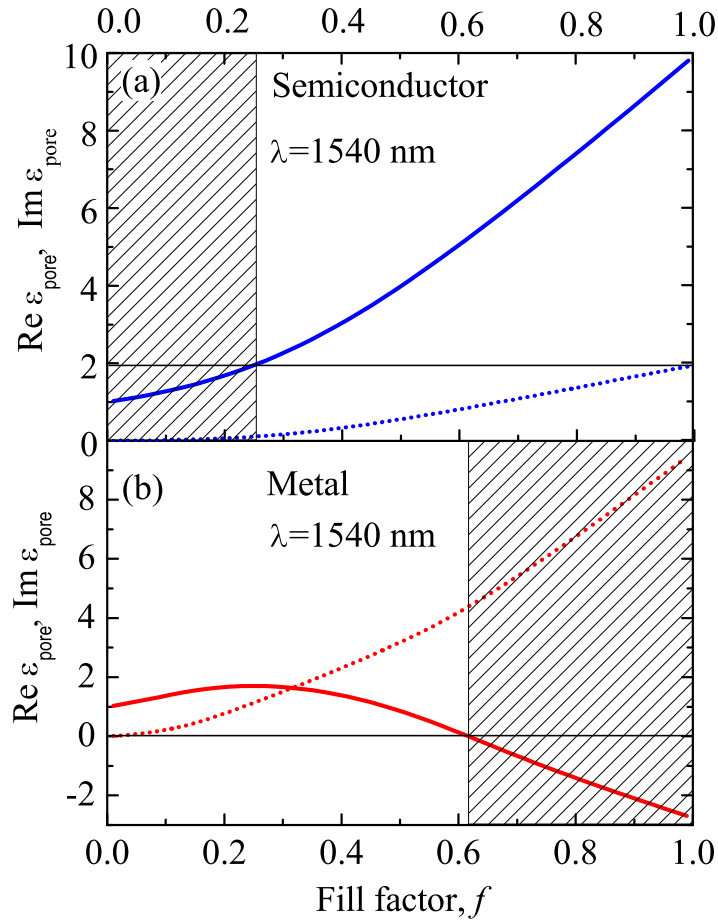


Рис. 2.1: Рассчитанные по формуле Бруггемана на длине волны  $\lambda = 1540$  нм зависимости вещественной ( $\text{Re } \epsilon_{\text{pore}}$ , сплошные кривые) и мнимой ( $\text{Im } \epsilon_{\text{pore}}$ , пунктирные кривые) частей диэлектрической проницаемости опаловой поры с включениями  $\text{VO}_2$  от степени заполнения поры  $f$ : (a)  $\text{VO}_2$  в полупроводниковой фазе; (b)  $\text{VO}_2$  в металлической фазе. Заштрихованные области на панелях (a) и (b) определяют интервалы значений  $f$ , при которых композит опал- $\text{VO}_2$  не обладает свойствами трехмерного высококонтрастного диэлектрического фотонного кристалла.

ная теория Бруггемана [96], применяемая при наличии в системе большой дисперсии размеров включений или симметризованная теория Бруггемана-Максвелла-Гарнетта [97], описывающая композитные среды как суперпозицию выделенных гранул и пор.

Зависимость эффективной диэлектрической проницаемости пор от доли  $\text{VO}_2$   $f$  представлена на рис. 2.1. Расчет выполнен по формулам Бруггемана (2.1),(2.3b),

использованы значения диэлектрической проницаемости  $\text{VO}_2$  из работы [84]. Панели (а) и (б) соответствуют полупроводниковой и металлическим фазам  $\text{VO}_2$ . Приведенные кривые отвечают случаю сферических частиц  $\text{VO}_2$ ,  $L_i \equiv 1/3$ , анализ показывает, что их изменение для эллипсоидальной формы частиц несущественно.

Зависимости на рис. 2.1 имеют существенно нелинейный характер. Из сопоставления графиков на рис. 2.1(а) и 2.1(б) видно, что при малых степенях заполнения ( $f < 0.25$ ) значения диэлектрических проницаемостей поры с полупроводниковыми и металлическими включениями  $\text{VO}_2$  близки друг к другу. Поэтому сдвиг фотонной запрещенной зоны в композите опал- $\text{VO}_2$  при фазовом переходе полупроводник-металл в  $\text{VO}_2$  будет мал. Отметим также, что при  $f \approx 0.25$  (рис. 2.1а) вещественная часть диэлектрической проницаемости поры с полупроводниковыми включениями  $\text{VO}_2$  становится равной диэлектрической проницаемости сфер  $\text{SiO}_2$  ( $\epsilon_{\text{SiO}_2} = 1.98$  [98]). Поэтому диэлектрический контраст композита стремится к нулю, а значит, фотонно-кристаллические свойства композита исчезают. Таким образом, для практических применений, связанных с переключением фотонной запрещенной зоны, диапазон заполнений  $0 < f < 0.25$ , отмеченный заштрихованной областью на рис. 2.1(а), не представляет интереса. Рассмотрим теперь поведение диэлектрической проницаемости поры при больших степенях заполнения  $\text{VO}_2$ . Как видно из рис. 2.1(а), когда  $\text{VO}_2$  находится в полупроводниковой фазе, никаких особенностей в графиках не наблюдается. Значения  $\text{Re } \epsilon_{\text{pore}}$  и  $\text{Im } \epsilon_{\text{pore}}$  положительны и плавно возрастают с увеличением  $f$ . В то же время график  $\text{Re } \epsilon_{\text{pore}}$ , когда  $\text{VO}_2$  находится в металлической фазе [рис. 2.1(б)], проходит через нуль при  $f \approx 0.6$  и величина  $\text{Re } \epsilon_{\text{pore}}$  становится отрицательной. При  $\text{Re } \epsilon_{\text{pore}} < 0$  [рис. 2.1(б), заштрихованная область] композит опал- $\text{VO}_2$  представляет собой “настоящую” металло-диэлектрическую структуру, оптические свойства которой определяются взаимодействием электромагнитных волн с плазмонами. При этом добротность плазмонных резонансов будет низкой из-за большого поглощения,  $\text{Im } \epsilon_{\text{VO}_2} \gg |\text{Re } \epsilon_{\text{VO}_2}|$ . Рассмотрение свойств подобных периодических



металло-диэлектрических структур выходит за рамки настоящей работы. Таким образом, для практических целей, связанных с энергетической перестройкой фотонной запрещенной зоны в трехмерном фотонном кристалле на основе композитов опал-VO<sub>2</sub> в спектральной области  $\sim 1.5$  мкм, необходимо обеспечивать степени заполнения опаловых пор диоксидом ванадия в пределах  $0.25 \div 0.6$ . При превышении фактором заполнения значения  $f \sim 0.6$  композит опал-VO<sub>2</sub> перестает работать как трехмерный диэлектрический фотонный кристалл, т.к. свойства структуры в металлической фазе определяются плазмонными эффектами и поглощением в частицах VO<sub>2</sub>.

### 2.2.3 Расчет и сопоставление с экспериментом

После определения эффективной диэлектрической проницаемости пор в методе эффективной среды Бруггемана теоретическое исследование фотонного кристалла может быть выполнено стандартными методами. В расчетах был использован послойный метод Корринги-Кона-Ростокера [99], см. также §1.4, §1.5.

Экспериментальные (b) и теоретические (a) спектры отражения для низкотемпературной, полупроводниковой (1) и высокотемпературной, металлической (2), фаз VO<sub>2</sub> представлены на рис. 2.2. Вычисления производились с учетом экспериментальных данных по частотной дисперсии [84] для вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости VO<sub>2</sub>. Диэлектрическая проницаемость сфер SiO<sub>2</sub> была фиксирована и составляла 1.98. Толщина структуры составляла 10 монослоев. В расчете предполагалось, что сферы имеют точечный контакт и занимают 0.74 объема композита. Степень заполнения опаловых пор  $f = 0.6$ , что соответствовало предельно возможному значению в рамках используемой технологической процедуры введения VO<sub>2</sub> в опаловую матрицу. Свет падал на композит со стороны прозрачной подложки из плавленого кварца с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 2.13$ . Диаметр сфер SiO<sub>2</sub> в расчете являлся подгоночным параметром и составлял  $2R = 616$  нм.

В спектрах отражения композита опал-VO<sub>2</sub> в полупроводниковой фазе, при-

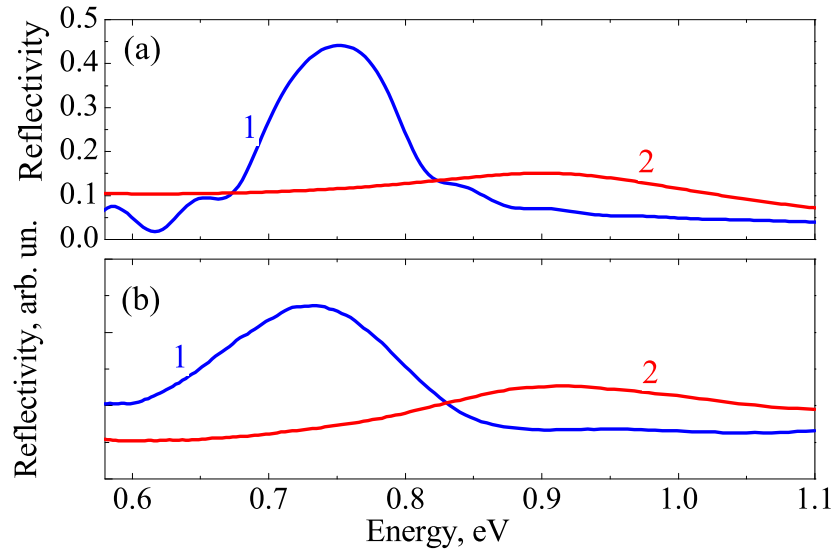


Рис. 2.2: Рассчитанные (а) и экспериментальные (б) спектры брэгговского отражения композита опал-VO<sub>2</sub>. Кривые 1 и 2 соответствуют полупроводниковой фазе (измерения при  $T = 25^{\circ}\text{C}$ ) и металлической фазе (измерения при  $T = 80^{\circ}\text{C}$ ). Детали расчета приведены в тексте. Из работы [A10].

веденных на рис. 2.2, присутствуют выраженные максимумы, связанные с брэгговской дифракцией на плоскостях (111) ГЦК решетки. Положение максимумов определяется диаметром шаров SiO<sub>2</sub> и диэлектрической проницаемостью компонентов структуры. При переходе VO<sub>2</sub> из полупроводниковой в металлическую фазу максимум в спектре отражения смещается в высокоэнергетическую сторону, что объясняется уменьшением вещественной части диэлектрической проницаемости. При этом пиковое значение коэффициента отражения падает, что объясняется возрастающим поглощением в структуре, см. также рис. 2.1. Оценка глубины поглощения света в порах показывает, что эта величина существенно зависит от фактора заполнения пор VO<sub>2</sub> и при  $f = 0.6$  становится меньше 1 мкм. Наличие при существенном поглощении выраженного максимума в спектре отражения связано с особенностями распространения света в композите опал-VO<sub>2</sub>. Поскольку 74% объема структуры приходится на решетку опаловых сфер, в которых поглощение практически отсутствует, в формировании брэгговской дифракции света могут участвовать 5÷10 монослоев фотонного кристалла, что, с учетом высоко-

го контраста композита опал-VO<sub>2</sub>, достаточно для формирования его фотонно-кристаллических свойств.

Экспериментальные и теоретические положения максимумов в спектрах отражения на рис. 2.2 совпадают. Достигнутая величина сдвига составляет 170 мЭВ, она превосходит полуширины спектров и почти в два раза превышает соответствующий сдвиг в видимой спектральной области [91]. Отметим, что измерение абсолютного значения коэффициента отражения сопряжено с большой погрешностью из-за недостаточного совершенства структур и, как следствие, существенного рассеяния света. Отличие в форме экспериментальных и теоретических спектров может объясняться несовершенством использованной модели эффективной диэлектрической проницаемости пор, а также наличием в структуре дополнительного рассеяния на неоднородностях пор, которое не описывается в рамках эффективной проницаемости, но может приводить к уширению экспериментальных спектров.

Таким образом, в данном разделе рассчитана величина сдвига фотонной стоп-зоны в композите опал-VO<sub>2</sub>, которая находится в согласии с экспериментом.

## 2.3 Сверхпроводящие фотонные кристаллы

Из результатов предыдущего раздела следует, что поглощение электромагнитных волн в металлах существенно сказывается на свойствах фотонных кристаллов с металлическими компонентами. В связи с этим представляется интересным рассмотреть непоглощающие, сверхпроводящие фотонные структуры.

Диэлектрический отклик сверхпроводника зависит от сверхпроводящей щели  $2\Delta$  [100, 101], а сверхпроводящее состояние может контролироваться внешними параметрами, такими как температура и магнитное поле, что открывает возможность управления оптическими свойствами. Первое экспериментальное исследование сверхпроводящей структуры, состоящей из квадратной решетки ниобиевых проволок, с постоянной решетки  $d = 5$  нм, было выполнено в работе [102]. Измерения показали, что переход Nb в сверхпроводящее состояние приводит к существен-

ному уменьшению диэлектрических потерь и более резким спектрам пропускания в области краев фотонных запрещенных зон. Теоретически зонная структура подобных двумерных сверхпроводящих фотонных кристаллов была проанализирована в [100, 103]. Оптические спектры и зонная структура одномерного сверхпроводящего фотонного кристалла изучены в [104]. Экспериментальное исследование пропускания в гигагерцовой области метаматериалов на основе периодически структурированных пленок YBCuO выполнено в недавней работе [105].

Настоящий параграф построен следующим образом: в разделе 2.3.1 представлена модель исследуемой структуры, затем в разделе 2.3.2 обсуждаются результаты численного расчета и строится аналитическая теория оптических спектров.

### 2.3.1 Постановка задачи и метод расчета

Рассмотрим фотонный кристалл, образованный периодическим массивом параллельных сверхпроводящих цилиндров радиуса  $R$ , расположенных в узлах квадратной решетки с постоянной решетки  $d$ . Геометрия задачи такая же, как в разделе 1.4, см. также вставку на рис. 1.6, стр. 31. Свет распространяется в плоскости  $xz$ , перпендикулярной оси цилиндров и поляризован вдоль оси цилиндров  $y$ . Структура состоит из конечного числа  $N$  слоев цилиндров, лежащих в плоскости  $xy$ . Изучается случай нормального падения света,  $\mathbf{E}_0 = \mathbf{e}_y e^{iqz}$ , где  $q = \omega/c$ ,  $\mathbf{e}_y$  — единичный орт вдоль оси  $y$ . Распространение электромагнитных волн в структуре описывается уравнением

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \varepsilon(x, z; \omega) \right] E_y(x, z) = 0, \quad (2.5)$$

где  $\varepsilon(x, z, \omega)$  — диэлектрическая проницаемость, равная проницаемости сверхпроводящего материала внутри цилиндров и единице снаружи (в вакууме). Для простоты мы рассматриваем электромагнитный отклик сверхпроводящих цилиндров, используя двухжидкостную модель Гортера-Казимира, т.е. описываем электронную систему, как смесь двух независимых жидкостей, сверхпроводящей и нормальной [106]. С увеличением температуры  $T$  или магнитного поля  $B$  растет кон-

центрация нормальной компоненты  $n_n$  и уменьшается доля сверхпроводящей компоненты  $n_s$ , а полная концентрация электронов  $n_{\text{tot}} = n_n + n_s$  сохраняется. При критической температуре  $T = T_c$  остается только нормальная фаза, а при нулевой температуре наоборот, существует только сверхпроводящая фаза. Таким образом, в рамках модели Гортера-Казимира диэлектрическая проницаемость сверхпроводника записывается в следующей простой форме (см., например, [107, 108, 109, 110])

$$\varepsilon_{\text{ГК}}(\omega) = 1 - \frac{\omega_{\text{P}}^2}{\omega} \left( \frac{f_s}{\omega} + \frac{1 - f_s}{\omega + i\gamma} \right), \quad (2.6)$$

где  $\omega_{\text{P}}$  — плазменная частота  $(4\pi n_{\text{tot}} e^2 / m)^{1/2}$ , соответствующая полной концентрации электронов,  $m$  — эффективная масса электрона,  $\gamma$  — феноменологическая константа затухания, описывающая релаксацию нормальной компоненты, а  $f_s$  и  $1 - f_s$  — доли сверхпроводящей и нормальной компонент. При нулевом магнитном поле и в области температур  $0 \leq T \leq T_c$  имеем  $f_s = 1 - (T/T_c)^4$ . Отметим, что это выражение качественно справедливо при частотах  $\omega$  ниже сверхпроводящей щели  $2\Delta$ , тогда как в области частот  $\omega > 2\Delta$  диэлектрический отклик совпадает с откликом нормального металла, т.е. величина  $f_s$  в (2.6) должна быть формально положена равной нулю. При критической температуре  $T_c$  или критическом магнитном поле сверхпроводящая фаза исчезает и диэлектрический отклик описывается обычной формулой Друде

$$\varepsilon_{\text{ГК}}(\omega) = 1 - \frac{\omega_{\text{P}}^2}{\omega(\omega + i\gamma)}.$$

В противоположном пределе низких температур  $f_s \rightarrow 1$  и исчезает отклик нормальной компоненты:

$$\varepsilon_{\text{ГК}}(\omega) = 1 - \frac{\omega_{\text{P}}^2}{\omega^2}.$$

В численных расчетах мы использовали параметры нормальной фазы  $\omega_{\text{P}} = 1.7 \times 10^{15}$  рад/с,  $\gamma = 1.3 \times 10^{13}$  рад/с, близкие к параметрам YBaCuO [108]. Для этого высокотемпературного сверхпроводника сверхпроводящая щель может быть оценена как  $2\Delta \approx 8k_B T_c / \hbar$  [111] ( $k_B$  — постоянная Больцмана). Подставляя  $T_c = 91$  К получаем  $\hbar\Delta \approx 30$  meV, что эквивалентно 8 ТГц. Для постоянной решетки мы

выбрали значение  $a = 150$  мкм, так чтобы первые несколько фотонных разрешенных зон лежали ниже  $2\Delta$ . Фактор заполнения  $f = \pi(R/d)^2$  в наших расчетах равнялся 0.05. Численный расчет оптических спектров выполнялся с помощью объемного и послойного методов Корринги-Кона-Ростокера, см. раздел 1.4.

### 2.3.2 Результаты и обсуждение

Рис. 2.3 представляет спектры пропускания, отражения и поглощения, соответственно,  $T(\omega)$ ,  $R(\omega)$  и  $A(\omega) = 1 - R(\omega) - T(\omega)$ , рассчитанные для 8-слойного сверхпроводящего фотонного кристалла при различных значениях доли сверхпроводящей компоненты  $f_s$ . Выбранная спектральная область включает первую разрешенную зону фотонного кристалла, наклонная дифракция на этих частотах невозможна. Для полностью сверхпроводящей фазы,  $f_s = 1$ , поглощение отсутствует,  $R(\omega) = 1 - T(\omega)$ , и пики пропускания достигают единицы. С уменьшением  $f_s$  пропускание и отражение на любой фиксированной частоте  $\omega$  монотонно падают, причем пропускание более чувствительно к изменению величины  $f_s$ . Одновременно максимумы спектра поглощения могут испытывать немонотонное поведение, например, в случае первого пика. Для выбранной постоянной решетки  $d$  параметр  $2\pi c/d$  сравним с затуханием  $\gamma$ . Поэтому роль затухания очень существенна за исключением области очень малых долей нормальной компоненты, т.е.  $1 - f_s \ll 1$ . Осцилляции в оптических спектрах связаны с эффектами интерференции, учитывая модификацию закона дисперсии света в фотонных кристаллах. Такое поведение типично для металлических фотонных кристаллов с малыми потерями, см. [73].

Характерной особенностью изучаемой структуры является наличие частоты отсечки  $\omega_0$ , ниже которой распространение волн в фотонном кристалле невозможно, и коэффициент отражения близок к единице, см. рис. 2.3(b). Частота отсечки определяется положением нижнего края первой разрешенной зоны. Ниже мы предлагаем простую аналитическую модель для описания фотонных мод вблизи края разрешенной фотонной зоны, где частота фотонов и двумерный волновой

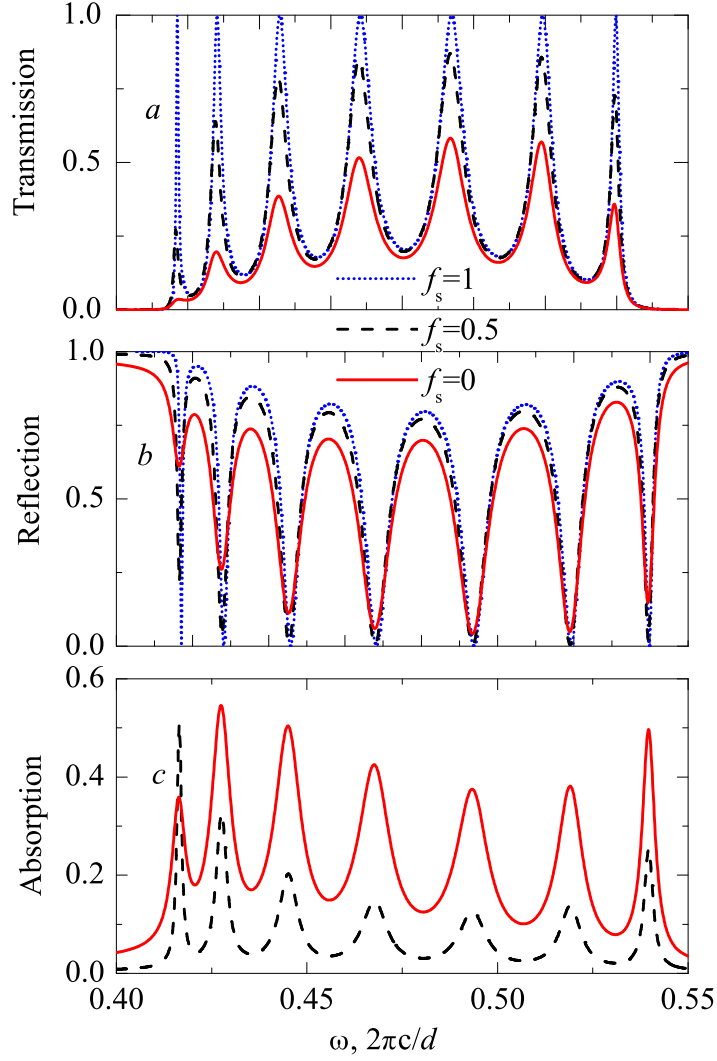


Рис. 2.3: Спектры пропускания (a), отражения (b), и поглощения (c) сверхпроводящего фотонного кристалла. Сплошные, штриховые и пунктирные кривые рассчитаны для трех различных значений доли сверхпроводящих электронов  $f_s = 0, 0.5, 1$ , соответственно и набора параметров, приведенных в тексте. При  $f_s = 1$  поглощение отсутствует и соответствующий спектр  $A(\omega) \equiv 0$  совпадает с осью абсцисс.

вектор блоховской волны  $\mathbf{k} = \mathbf{e}_x k_x + \mathbf{e}_z k_z$  связаны соотношением

$$\omega = \omega_0 + Ck^2. \quad (2.7)$$

При наличии поглощения  $\text{Im}\{\varepsilon_{\text{ГК}}(\omega)\} \neq 0$  частота отсечки  $\omega_0$  и коэффициент  $C$  имеют ненулевые мнимые части. Учитывая, что на низких частотах вещественная часть величины  $\varepsilon_{\text{ГК}}(\omega)$  отрицательна, а ее модуль очень велик, мы можем раз-

ложить  $\omega_0$  и  $C$  по степеням параметра  $1/\sqrt{-\varepsilon_{\text{ГК}}}$ . В первом порядке вместо (2.7) получаем

$$\omega = \omega_0^\infty - \frac{\Omega}{\sqrt{-\varepsilon_{\text{ГК}}(\omega_0^\infty)}} + \left( \eta + \frac{\xi}{\sqrt{-\varepsilon_{\text{ГК}}(\omega_0^\infty)}} \right) (ck)^2, \quad (2.8)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме (введена здесь для удобства),  $\omega_0^\infty$  и  $c^2\eta$  — значения коэффициентов  $\omega_0$  и  $C$  в пределе  $\varepsilon_{\text{ГК}} \rightarrow \infty$ . Нужно отметить, что параметры  $\omega_0^\infty$ ,  $\Omega$ ,  $\eta$  и  $\xi$  зависят только от геометрии системы и не зависят от диэлектрической проницаемости цилиндров  $\varepsilon_{\text{SC}}$ . Более точно, можно использовать представление

$$\omega_0^\infty = s_1 \frac{2\pi c}{d}, \quad \Omega = s_2 \frac{2\pi c}{d}, \quad \eta = s_3 \frac{d}{2\pi c}, \quad \xi = s_4 \frac{d}{2\pi c},$$

где коэффициенты  $s_1$ – $s_4$  определяются только соотношением  $R/d$ . Подгонка кривых дисперсии первой разрешенной зоны, полученных для различных значений  $\varepsilon_{\text{SC}}$ , дает  $s_1 = 0.415$ ,  $s_2 = 0.63$ ,  $s_3 = 0.98$ ,  $s_4 = 3.45$ . Уравнение (2.8) может быть сопоставлено с соответствующим уравнением для планарного волновода вблизи частоты отсечки, см. [70]. Для идеального планарного волновода толщины  $d$  имеем закон дисперсии

$$\omega = c\sqrt{\left(\frac{\pi}{d}\right)^2 + k^2} \approx \frac{\pi c}{d} + \frac{d}{2\pi c} (ck)^2.$$

Частота отсечки  $\omega_0^\infty$  и коэффициент  $C = \eta c^2$  равняются в волноводе  $\pi c/d$  и  $cd/2\pi$ , соответственно. В фотонном кристалле частота  $\omega_0^\infty$  также близка к  $\pi c/d$  (поскольку значение  $s_1$  близко к 0.5), а  $s_3 \approx 1$ . Поэтому эффективными границами волновода в фотонном кристалле выступают плоскости, содержащие цилиндры. Если волновод неидеален, т.е. диэлектрическая проницаемость стенок конечна, поле частично проникает в стенки волновода, что ведет к увеличению эффективной толщины  $d$  и уменьшению частоты отсечки, в согласии с положительным знаком коэффициента  $\Omega$ .

Из анализа результатов численного расчета следует, что спектральные положения максимумов пропускания на рис. 2.3 определяются условием интерференции Фабри-Перо

$$Nk'(\omega_m)a = m\pi, \quad m = 1, 2, \dots, N-1, \quad (2.9)$$



где  $k'(\omega_m)$  — вещественная часть волнового вектора фотона на частоте  $\omega_m$  в бесконечном фотонном кристалле. Таким образом, пики в пропускании могут быть связаны с интерференцией Фабри-Перо. Развивая эту одномерную интерпретацию, мы можем использовать приближенные оценки для коэффициентов пропускания и отражения

$$T_N(\omega) = \frac{e^{-2k''(\omega)dN}|1-r^2|^2}{|1-r^2e^{2ik(\omega)dN}|^2}, R_N(\omega) = \frac{|r(1-e^{2ik(\omega)dN})|^2}{|1-r^2e^{2ik(\omega)dN}|^2}, \quad (2.10)$$

выведенные для пластины толщиной  $Nd$ . Здесь  $k''$  — мнимая часть волнового вектора  $k(\omega)$ , рассчитанного для фотонного кристалла, а  $r$  — коэффициент отражения от внутренней границы, рассматриваемый при сопоставлении с точным расчетом как подгоночный параметр. Уравнение (2.9) подразумевает условие  $r'' = 0$ , что согласуется с результатом подгонки  $r \approx 0.84$  для нижнего пика с  $m = 1$ .

Двумерная геометрия фотонного кристалла и высокий диэлектрический контраст не позволяют вывести более строгие аналитические выражения для спектров. Однако ключевые особенности зависимости спектров от доли сверхпроводящей компоненты  $f_s$ , в частности, красный сдвиг и уменьшение абсолютного значения пропускания, хорошо описываются уравнениями (2.10) с волновым вектором  $k(\omega)$ , определенным из (2.8). Рис. 2.4 представляет те же спектры, что и рис. 2.3, но в более крупном масштабе и только в окрестности пика  $m = 1$ . Видно, что штриховые кривые, рассчитанные по приближенным выражениям (2.10), лежат достаточно близко к точным кривым. Выражения (2.10) могут быть упрощены в спектральной области вблизи каждой частоты  $\omega_m$ , удовлетворяющей условию (2.9). Полагая  $1-r \ll 1$  и  $k''dN \ll 1$ , мы можем свести (2.10) к

$$T_N(\omega) \approx \frac{(\Gamma_m^{(0)})^2}{(\omega - \omega_m)^2 + (\Gamma_m^{(0)} + \Gamma_m)^2}, \quad R_N(\omega) \approx \frac{\Gamma_m^2 + (\omega - \omega_m)^2}{(\omega - \omega_m)^2 + (\Gamma_m^{(0)} + \Gamma_m)^2},$$

$$A_N(\omega) \approx \frac{2\Gamma_m\Gamma_m^{(0)}}{(\omega - \omega_m)^2 + (\Gamma_m^{(0)} + \Gamma_m)^2},$$

где

$$\Gamma_m = k''(\omega_m)dN\varrho, \quad \Gamma_m^{(0)} = (1-r)\varrho, \quad \varrho = \frac{1}{dN} \left[ \frac{dk'(\omega_m)}{d\omega} \right]^{-1}. \quad (2.11)$$

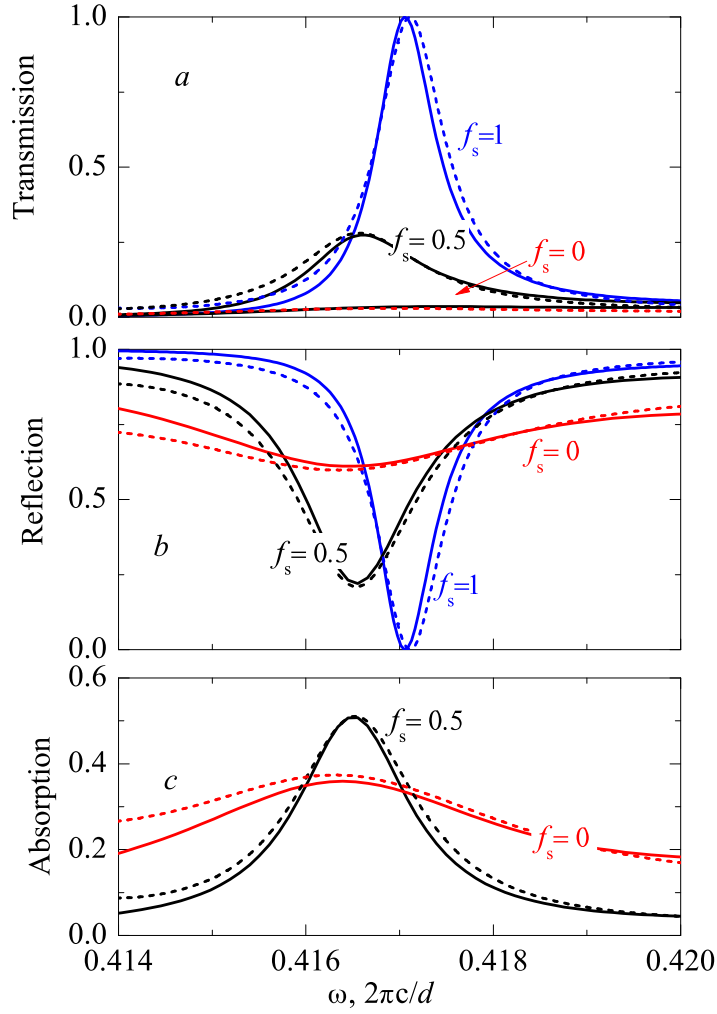


Рис. 2.4: Спектры пропускания (а), отражения (b), и поглощения (с) сверхпроводящего фотонного кристалла, рассчитанные для трех значений доли сверхпроводящих электронов  $f_s$  и того же набора остальных параметров, что и на рис. 2.3. Сплошные и штриховые кривые соответствуют спектрам, рассчитанным численно и с помощью уравнений (2.10). При  $f_s = 1$  поглощение отсутствует, соответствующий спектр  $A(\omega) \equiv 0$  совпадает с осью абсцисс. Значения  $f_s$  отмечены на рисунке.

Из этих выражений следует, что узкие пики в спектрах пропускания и поглощения, так же как и узкие провалы в спектрах отражения, можно интерпретировать в терминах резонансного туннелирования в области собственной частоты “квантованного” фотона  $\omega_m$ . Следовательно, величины  $\Gamma_m^{(0)}$  и  $\Gamma_m$  соответствуют излучательному и безызлучательному затуханиям соответствующего “квантованного”

состояния  $m$ . Безызлучательное затухание отсутствует при  $f_s = 1$  и растет при уменьшении  $f_s$ , что приводит к уширению пиков. Пики вблизи центра разрешенной зоны больше, чем пики у краев, как видно из рис. 2.3, что связано с большими значениями  $\rho \propto d\omega/dk'$ . Отметим, что хотя интеграл от коэффициента поглощения (2.3.2) монотонно растет с  $\Gamma_m(f_s)$ , пиковое значение  $A_N(\omega)$  имеет максимум при  $\Gamma_m(f_s) = \Gamma_m^{(0)}$ , т.е.  $A_N(\omega_m, \Gamma_m = \Gamma_m^{(0)}) = 1/2$ . Аналогичное поведение пиков поглощения было обнаружено для двумерного фотонного кристалла, состоящего из сферических пустот в металлической пленке [81]. Учитывая перекрытие между пиками (2.3.2) с различными  $m$ , можно получить максимальное значение поглощения несколько превышающее величину  $1/2$ , как видно из рис. 2.3(с).

Уравнения (2.10) могут быть использованы для анализа поведения оптических спектров при большом числе слоев. С увеличением  $N$  пропускание уменьшается, отражение насыщается, а осцилляции в спектрах пропадают, поскольку волна, отразившаяся от задней границы структуры затухает, не дойдя до передней, и интерференционные эффекты становятся пренебрежимо малыми. Для малых  $N$  значения  $\Gamma_m^{(0)}$  сравнимы с шириной стоп-зоны и спектральные особенности также неразличимы. Структура с  $N = 8$  слоями лежит в промежуточной области, для которой пики Фабри-Перо в пропускании и провалы в отражении наиболее ярко выражены.

Таким образом, построенная простая аналитическая теория позволяет наглядно интерпретировать оптические спектры высококонтрастного сверхпроводящего фотонного кристалла.

## 2.4 Краткие итоги

В Главе 2 получены следующие результаты:

- Рассмотрены переключаемые фотонные кристаллы на основе композита опал-VO<sub>2</sub> в спектральной области  $\lambda = 1.3 \div 1.6$  мкм. Положение фотонной стоп-зоны определено в приближении эффективной среды для пор ГЦК

решетки опала, заполненной частицами диоксида ванадия.

- Определены параметры структур, при которых сдвиг фотонной запрещенной зоны при переходе  $\text{VO}_2$  из полупроводниковой в металлическую фазу принимает максимальное значение. Рассчитанная величина сдвига находится в согласии с экспериментом.
- Изучена возможность управления свойствами двумерных сверхпроводящих фотонных кристаллов посредством изменения температуры или внешнего магнитного поля. Построена численная и аналитическая теория оптических спектров.
- Показано, что интерференционные пики в спектрах поглощения и пропускания сверхпроводящей структуры могут быть интерпретированы в терминах резонансного туннелирования фотонов. Увеличение температуры приводит к подавлению пиков в спектрах, при этом пики поглощения могут демонстрировать немонотонное температурное поведение.

## Глава 3

# Резонансные фотонные квазикристаллы

Главы 1 и 2 были посвящены исследованию периодических структур, фотонных кристаллов. В настоящей главе изучаются *квазипериодические* структуры, в которых диэлектрическая проницаемость компонентов резонансно зависит от частоты. Глава построена следующим образом. Раздел 3.1 представляет собой обзор различных теоретических и экспериментальных исследований фотонных квазикристаллических и аperiodических детерминированных структур. Раздел 3.2 посвящен спектроскопии одномерных структур на основе квантовых ям. В разделе 3.3 исследуются свойства двумерных квазикристаллов из квантовых точек. Основные результаты главы обобщаются в разделе 3.4.

### 3.1 Фотонные квазикристаллы и аperiodические детерминированные структуры (обзор)

В 1984 году в экспериментальной работе [112] было сообщено об обнаружении сплава алюминия с марганцем  $\text{Al}_{0.86}\text{Mn}_{0.14}$ , образец которого, полученный специальным методом быстрого охлаждения, рассеивал пучок электронов так, что на фотопластинке образовывалась ярко выраженная дифракционная картина с симметрией пятого порядка в расположении дифракционных максимумов (симметрия икосаэдра). Наличие резких дифракционных максимумов свидетельствовало

о присутствии в структуре дальнего порядка в расположении атомов, характерного для кристаллов, поскольку это означает, что атомы в разных участках образца одинаково отражают пучок электронов. Однако симметрия дифракционной картины противоречила фундаментальным представлениям классической кристаллографии [113]: такая симметрия геометрически невозможна ни для каких кристаллических веществ. Дальнейшие исследования показали, что в новом материале реализуется новый тип порядка, причем размер квазикристаллических доменов превышал 2 мкм.

В работе [114] было введено понятие квазикристалла как структуры, характеризующейся неперiodичностью и дальним порядком, совместимым с брэгговской дифракцией. Было установлено, что помимо кристаллических и аморфных материалов, существует третья, промежуточная, форма твердых тел. Более того, этот промежуточный класс, называемый неперiodическими детерминированными структурами, включает не только квазикристаллы, которые могут быть описаны проекцией в  $n$ -мерное пространство ( $n = 1, 2, 3$ ) полосы, вырезанной из  $m$ -мерной перидической решетки из пространства с размерностью  $m > n$  [115]. Примерами упорядоченных аперидических структур, отличающихся от квазикристаллов, являются последовательности Туэ-Морса и последовательности с удвоением периода [116].

В фотонных квазикристаллах диэлектрический отклик модулирован на расстояниях порядка длины световой волны и допускает брэгговскую дифракцию света. Отсутствие требований на перидичность приводит к большему числу типов квазикристаллических структур по сравнению с перидическими. В итоге физика фотонных квазикристаллов и аперидических детерминированных структур оказывается разнообразнее, чем фотоника перидических систем. Такие неперидические структуры не существуют в природе и создаются искусственно. Возможности технологии позволяют изготавливать сложные объекты, геометрические параметры которых выбраны с целью достижения требуемых свойств. Далее в этом па-

раграфе представлен краткий обзор различных экспериментально реализованных структур. Особое внимание отведено светоизлучающим и резонансным системам, эффективным для генерации и управления оптическим излучением.

Квазикристалл, представляющий собой последовательность Фибоначчи диэлектрических слоев, был впервые рассмотрен теоретически в работе [117]. Экспериментально такая структура была исследована в 1994-м году в работе [118], ознаменовавшей начало активного изучения фотонных квазикристаллов. С этого момента наиболее интенсивно исследовались одномерные системы, в которых аперидическая детерминированная модуляция диэлектрической проницаемости присутствует только в одном пространственном направлении. Одномерные структуры раскрывают основные особенности распространения света в аперидических средах и при этом их проще создать, чем трехмерные или двумерные. Простейший класс таких систем образуют бинарные непериодические цепочки, состоящие из слоев, выполненных из двух материалов А и В с различными диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_a$  и  $\varepsilon_b$ , соответственно. Правило чередования слоев характеризует конкретную структуру. Например, в случае структуры Фибоначчи порядок слоев определяется рекуррентным соотношением  $\mathcal{F}_1 = \mathcal{B}, \mathcal{F}_2 = \mathcal{A}, \mathcal{F}_{j+1} = \mathcal{F}_j \mathcal{F}_{j-1}$ , так что  $\mathcal{F}_3 = \mathcal{AB}, \mathcal{F}_4 = \mathcal{ABA}, \mathcal{F}_5 = \mathcal{ABAAB}$ , и так далее. Последовательность Фибоначчи является одним из наиболее известных квазикристаллов [119], она изучалась для различных систем материалов. Распространение экситонных поляритонов в квазипериодической сверхрешетке типа Фибоначчи было впервые исследовано теоретически в работе [120]. Слой А был представлен полупроводником GaN, чередовавшимся с диэлектриком В (сапфиром). Толщины слоев А и В равнялись  $500 \text{ \AA}$ , превосходя объемный боровский радиус экситона. Поэтому экситон квантуется в слоях А как целое, по аналогии с тонкими пленками [8] и оптическими сверхрешетками [14]. Распределение разрешенных и запрещенных зон экситонных поляритонов в работе [120] рассчитано для периодических аппроксимантов цепочки Фибоначчи с индексом  $m$  (см. также раздел 3.2.5). Исследованы скейлинг и

локализация собственных мод таких квазипериодических структур. С ростом  $m$  разрешенные зоны становятся уже, что является проявлением возрастающей степени локализации экситон-поляритонных мод. Последовательность разрешенных и запрещенных зон ведет себя как множество Кантора. Отметим, что экситонный резонанс в работе [120] не был настроен на условие брэгговской дифракции. Также среди различных исследований последовательности Фибоначчи можно выделить недавнюю работу [121], в которой была впервые изучена теоретически и экспериментально светоизлучающая структура на основе двух полимерных материалов, ацетата целлюлозы (Cellulose Acetate) и поливинилкарбазола (Poly Vinyl Carbazole). В полимерные слои ацетата целлюлозы добавлялся светоизлучающий краситель, спектр излучения которого имел максимум в оптической области и модулировался за счет возникновения в многослойной структуре стоп-зоны. В работе [121] установлено, что квазикристаллические структуры могут успешно использоваться для управления спонтанным излучением, по аналогии с периодическими фотонными кристаллами [122].

Другими популярными одномерными структурами являются последовательности Туэ-Морса. Они строго детерминированы, но, в отличие от цепочек Фибоначчи, не квазикристаллические. Светоизлучающие структуры на основе последовательности Туэ-Морса изучались в работе [123]. Также экспериментально и теоретически исследовались многослойные фрактальные диэлектрические структуры на основе множества Кантора [124]. В отличие от двух характерных пространственных масштабов в бинарных решетках (например, последовательностях Фибоначчи и Туэ-Морса), определяемых толщинами слоев А и В, такие фрактальные системы характеризуются сложной иерархией пространственных масштабов.

Двумерные структуры могут быть реализованы путем протравливания решетки отверстий в планарной системе. Существенным отличием двумерных квазикристаллических структур от периодических является возможность более высокой вращательной симметрии. Например, дифракционная картина для квазикристал-



ла на основе мозаики Пенроуза, обладает вращательной симметрией 10-го порядка [114, 125]. Еще более симметричная дифракционная картина может быть достигнута в так называемых случайных квазикристаллах [126, 5]. Высокая изотропия дифракционной картины выгодна для создания структуры с полной фотонной запрещенной зоной, т.е. запрещенной зоной во всех пространственных направлениях.

Начиная с работы [72], пристальное внимание исследователей сосредоточено на фотонных структурах с металлическими компонентами. Взаимодействие света с плазмонными резонансами в двумерных квазикристаллических структурах, представляющих собой решетку отверстий в тонкой металлической пластине, изучалось в работах [127, 128, 129, 130]. Исследования показали, что брэгговская дифракция в квазикристаллической решетке может приводить к возбуждению поверхностных плазмонов, тем самым усиливая коэффициент прохождения света через отверстия. В работе [131] с помощью электронно-лучевой литографии на кварцевой подложке создавались двумерные детерминированные апериодические массивы наночастиц золота. В такой системе образуются сильно локализованные плазмонные моды с большой интенсивностью электрического поля, что оптимально для исследований методом рамановской спектроскопии. Двумерные фотонные квазикристаллы также использовались для создания микрорезонаторов [132] и лазеров [133].

Фотонные структуры, в которых квазипериодический порядок присутствует во всех трех направлениях, являются наиболее сложными для реализации и были впервые получены в 2006 году в работе [134] с помощью оптической литографии. Лазерный эффект в трехмерных фотонных квазикристаллах, легированных красителем, наблюдался в работе [135].

## 3.2 Одномерные квазикристаллические структуры с квантовыми ямами

Настоящий параграф посвящен аперриодическим структурам с квантовыми ямами и построен следующим образом. В подпараграфе 3.2.1 дается определение рассматриваемых аперриодических решеток, приводится их структурный фактор, характеризующий силу брэгговской дифракции, и формулируется резонансное брэгговское условие. Затем в подпараграфе 3.2.2 в двухволновом приближении строится аналитическая теория оптических спектров изучаемых структур. Подпараграф 3.2.3 посвящен расчету и анализу спектров отражения. Сопоставление теории с экспериментом приводится в подпараграфе 3.2.4. Наконец, подпараграф 3.2.5 посвящен самоподобию оптических спектров структур Фибоначчи.

### 3.2.1 Определение структур и их структурного фактора

Далее приведено определение рассматриваемых аперриодических структур с квантовыми ямами, проанализирован их структурный фактор и сформулировано резонансное брэгговское условие.

Структура состоит из  $N$  полупроводниковых квантовых ям, помещенных в диэлектрическую матрицу с показателем преломления  $n_b$ . Каждая яма характеризуется резонансной частотой экситона  $\omega_0$ , радиационным затуханием экситона  $\Gamma_0$  и нерадиационным затуханием  $\Gamma$ . Диэлектрическим контрастом пренебрегается, фоновый показатель преломления ям считается совпадающим с  $n_b$ . Центр  $m$ -й ямы ( $m = 1 \dots N$ ) расположен в точке  $z = z_m$ , и точки  $z_m$  образуют аперриодическую решетку. Различные способы определения одномерной детерминированной решетки основаны на подстановочных соотношениях [136], аналитических выражениях для расстояния между узлами решетки [137] и проекционном методе [138, 115].

Мы сосредоточим внимание на бинарных структурах, в которых расстояние между соседними ямами принимает одно из двух значений,  $a$  или  $b$ . Таким структурам может быть сопоставлена последовательность символов  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$ , в которой

каждый символ обозначает соответствующий барьер. Расположение ям определяется подстановками, применяемым к элементам  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$ :

$$\mathcal{A} \rightarrow \sigma(\mathcal{A}) = \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2 \dots \mathcal{M}_{\alpha+\beta}, \quad (3.1)$$

$$\mathcal{B} \rightarrow \sigma(\mathcal{B}) = \mathcal{N}_1 \mathcal{N}_2 \dots \mathcal{N}_{\gamma+\delta}.$$

Каждый из символов  $\mathcal{M}_k$  и  $\mathcal{N}_k$  в правой части (3.1) принимает значения  $\mathcal{A}$  или  $\mathcal{B}$ , величины  $\alpha$  и  $\beta$  обозначают число символов  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  в последовательности  $\sigma(\mathcal{A})$ , а величины  $\gamma$  и  $\delta$  обозначают число символов  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  в последовательности  $\sigma(\mathcal{B})$  [139].

Оптические свойства такой решетки определяются структурным фактором

$$f(q) = \lim_{N \rightarrow \infty} f(q, N), \quad (3.2)$$

$$f(q, N) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N e^{2iqz_m}. \quad (3.3)$$

В случае, если индексы  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  удовлетворяют условию  $w = \beta\gamma - \alpha\delta = \pm 1$ , структура, заданная уравнением (3.1), является квазикристаллом, т.е. в пределе  $N \rightarrow \infty$ , структурный фактор (3.3) состоит из  $\delta$ -пигов, соответствующих дифракции Брэгга, и характеризующихся двумя целыми числами  $h$  и  $h'$ ,

$$f(q) = \sum_{h, h' = -\infty}^{\infty} \delta_{2q, G_{hh'}} f_{hh'}, \quad (3.4)$$

$$G_{hh'} = \frac{2\pi}{\bar{d}} \left( h + \frac{h'}{t} \right). \quad (3.5)$$

Параметр  $t$  в уравнении (3.5) связан условием

$$t = 1 + \frac{N_{\mathcal{B}}}{N_{\mathcal{A}}} \quad (3.6)$$

с числами  $N_{\mathcal{B}}$  и  $N_{\mathcal{A}}$  элементов  $\mathcal{B}$  и  $\mathcal{A}$  в бесконечной решетке. Величина  $t$  в (3.6) может быть представлена как  $t = 1 + (\lambda_1 - \alpha)/\gamma$ , где  $\lambda_1 = (v + \sqrt{v^2 + 4w})/2$ ,  $v = \alpha + \delta$  [140]. Расстояние  $\bar{d} = (a - b)/t + b$  в (3.5) является средним периодом аперидической решетки. В периодическом случае, когда  $a \equiv b \equiv \bar{d}$ , векторы дифракции характеризуются одним целочисленным индексом  $G_h = 2\pi h/\bar{d}$ , а коэффициенты разложения структурного фактора  $f_h$  по модулю равны единице. При

$a \neq b$  и иррациональных значениях  $t$ , векторы дифракции (3.5) заполняют ось волновых векторов плотным квазинепрерывным образом, а значения коэффициентов  $|f_{hh'}|$  лежат в интервале  $(0,1]$ . Отметим, что символ  $\delta_{2q, G_{hh'}}$  в (3.4) представляет собой  $\delta$ -символ Кронекера с точностью порядка  $\sim (N\bar{d})^{-1}$ ,  $\delta_{2q, G_{hh'}}$  равен единице при  $2q = G_{hh'}$  и нулю, когда величина  $2q$  отстроена от условия Брэгга. В литературе также встречается определение структурного фактора без множителя  $1/N$  в уравнении (3.3) [141]. Соответствующий структурный фактор получается заменой символа  $\delta_{2q, G_{hh'}}$  в (3.4) на  $\delta$  функцию  $(2\pi/\bar{d})\delta(2q - G_{hh'})$ .

Наиболее известный одномерный квазикристалл, последовательность Фибоначчи  $ABABABA\dots$ , определяется, как уже отмечалось на стр. 62, подстановками [115]

$$\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{AB}, \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{A}. \quad (3.7)$$

Для канонической структуры Фибоначчи оба отношения  $N_{\mathcal{A}}/N_{\mathcal{B}}$  и  $a/b$  равняются золотому сечению,  $\tau = (\sqrt{5} + 1)/2 \approx 1.618$ . Также можно определить неканонические структуры Фибоначчи, в которых  $a/b \neq \tau$  [142, 143]. Далее рассматриваются только канонические структуры, в которых векторы дифракции равняются

$$G_{hh'} = \frac{2\pi}{\bar{d}} \left( h + \frac{h'}{\tau} \right), \quad \bar{d} = b + \frac{a-b}{\tau} \equiv b(3-\tau), \quad (3.8)$$

а коэффициенты структурного фактора имеют вид [115]

$$f_{hh'} = \frac{\sin S_{hh'}}{S_{hh'}} e^{i\theta_{hh'}}, \quad S_{hh'} = \pi \frac{\tau(\tau h' - h)}{1 + \tau^2}, \quad \theta_{hh'} = \frac{\tau - 2}{\tau} S_{hh'}. \quad (3.9)$$

Зависимость структурного фактора от величины вектора дифракции для канонической цепочки Фибоначчи и периодической решетки приведена на рис. 3.1. Наибольшие значения  $|f_{hh'}|$  достигаются для пар  $(h, h')$ , совпадающих с двумя последовательными числами Фибоначчи  $(F_m, F_{m-1})$ , рекуррентно определенными как  $F_0 = 0, F_1 = 1$  и  $F_{m+1} = F_m + F_{m-1}$ . Так, для пар  $(h, h') = (F_m, F_{m-1}) = (1, 0), (1, 1), (2, 1), (3, 2)$  и  $(5, 3)$ , соответствующих  $m = 1 \dots 5$ , величина  $|f_{hh'}|$  приближенно равняется 0.70, 0.88, 0.95, 0.98, и 0.99, соответственно.

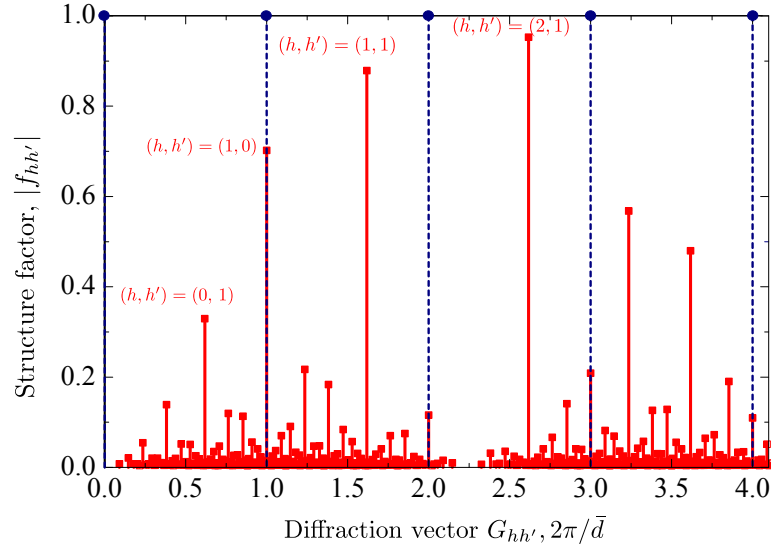


Рис. 3.1: Зависимость структурного фактора от величины вектора дифракции. Длины штриховых и сплошных линий соответствуют значениям  $|f_h|$  и  $|f_{hh'}|$  для периодической решетки и канонической цепочки Фибоначчи. На рисунке отмечены пары значений  $(h, h')$ , соответствующие двум последовательным числам Фибоначчи, при которых величина  $f_{hh'}$  принимает наибольшие значения.

Подстановочное соотношение (3.7) может быть обобщено различными способами, чтобы получить другие одномерные квазикристаллы. В работах [136], [144] было показано, что любой бинарный одномерный квазикристалл может быть получен с помощью подстановок, состоящих из композиции конечного числа элементарных операций

$$\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}^n \mathcal{B}, \quad \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{A}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.10)$$

При произвольных значениях  $\alpha, \beta, \gamma$  и  $\delta$  структура, определяемая уравнениями (3.1), не образует квазикристалл, и структурный фактор (3.2) не представим в виде суперпозиции счетного числа  $\delta$ -пиков. Например, подстановка

$$\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}\mathcal{B}, \quad \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{B}\mathcal{A} \quad (3.11)$$

определяет последовательность Туэ-Морса  $\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{B}\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{A}\mathcal{A}\mathcal{B}\dots$  с сингулярным непрерывным структурным фактором и средним периодом  $\bar{d} = (a+b)/2$  [145]. В частности, для решетки Туэ-Морса функция  $f(q, N)$  в уравнении (3.3) стремится к нулю

в пределе  $N \rightarrow \infty$  как степень  $N$  при любом  $q$ , за исключением определенных значений, соответствующих брэгговским пикам. Последние образуют последовательность

$$2q = G_h = \frac{\pi h}{\bar{d}}, \quad h = 0, \pm 1 \dots \quad (3.12)$$

с коэффициентами структурного фактора, равными [116]

$$|f_h^{(\text{TM})}| = \cos^2 \left( \frac{\pi a h}{2\bar{d}} \right) = \cos^2 \left( \frac{\pi b h}{2\bar{d}} \right). \quad (3.13)$$

Характерным свойством аперiodических структур на основе квантовых ям является резонанс в диэлектрическом отклике на частоте  $\omega_0$ . Наиболее ярко такой резонанс проявится в оптических спектрах в случае, когда структура настроена на условие Брэгга для определенного вектора дифракции. Резонансное брэгговское условие [146] для цепочек Фибоначчи и Туэ-Морса может быть сформулировано как

$$\frac{\omega_0 n_b}{c} = \frac{G}{2}, \quad (3.14)$$

где  $G$  обозначает вектор дифракции  $G_{hh'}$  для решетки Фибоначчи и  $G_h$  для решетки Туэ-Морса, см. уравнения (3.5) и (3.12), соответственно. Аналогичное условие может быть наложено и на пики в структурном факторе, не соответствующие векторам брэгговской дифракции. Однако в этом случае значение  $f(q, N)$  будет уменьшаться с ростом  $N$ , и соответствующая система не будет эффективной для достижения большого коэффициента отражения в области частот вблизи экситонного резонанса. По этой причине далее не рассматривается, например, последовательность с удвоением периода  $ABAAABAB \dots$  [116], определяемая постановками  $A \rightarrow AB, B \rightarrow AA$ , в структурном факторе которой нет брэгговских пиков за исключением тривиального пика при  $q = 0$ .

Для общности далее также будет проанализирована слабо разупорядоченная структура, в которой сохраняется дальний порядок, а координаты ям даются выражением

$$z_m = m\bar{d} + \delta z_m, \quad (3.15)$$

где случайные отклонения от периодичности  $\delta z_m$  независимы и характеризуются нормальным распределением с нулевым средним  $\langle \delta z_m \rangle = 0$  и дисперсией  $\sigma_z^2 = \langle (\delta z_m)^2 \rangle$ . Структурный фактор  $f(q) = \lim_{N \rightarrow \infty} f(q, N)$  такой решетки, будучи усредненным по реализациям беспорядка, принимает вид

$$\langle f(q) \rangle = \sum_h \delta_{2q, G_h} e^{-(q\sigma_z)^2/2}, \quad G_h = 2\pi h/\bar{d}. \quad (3.16)$$

Дисперсия величины  $f(q, N)$  стремится к нулю при  $N \rightarrow \infty$ , поэтому уравнение (3.16) позволяет оценить структурный фактор даже для фиксированной реализации беспорядка уже при  $N \gtrsim 10$ . Поскольку в структуре (3.15) сохраняется дальний порядок, в ней возможна брэгговская дифракция с теми же векторами дифракции, что и в соответствующей периодической решетке, однако значения структурного фактора быстро падают с ростом дисперсии  $\sigma_z$ . Экспоненциальный множитель в (3.16) эквивалентен фактору Дебая-Уоллера, вызванному тепловым движением атомов в периодической решетке [113].

Задав геометрию изучаемых структур с квантовыми ямами и сформулировав резонансное брэгговское условие, мы переходим к анализу их оптических спектров.

### 3.2.2 Оптические спектры в двухволновом приближении

В этом разделе мы применяем двухволновое приближение теории дифракции для того, чтобы вывести экситон-поляритонную дисперсию и спектры отражения непериодических резонансных брэгговских структур с квантовыми ямами. Вывод выполнен на примере канонической структуры Фибоначчи, но результаты могут быть непосредственно обобщены на другие аperiodические детерминированные структуры.

Электрическое поле  $E(z)$  световой волны в структуре с квантовыми ямами на частоте  $\omega$  удовлетворяет следующему уравнению [44]

$$\left( -\frac{d^2}{dz^2} - q^2 \right) E(z) = \frac{2q\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i\Gamma} \sum_m \delta(z - z_m) E(z_m). \quad (3.17)$$

За  $\omega_0$ ,  $\Gamma_0$  и  $\Gamma$  обозначены, соответственно, резонансная частота, излучательное и безызлучательное затухание экситонов в квантовых ямах. Толщина ям полагается много меньшей длины волны света, что отражает  $\delta$ -функциональный вид слагаемых в правой части (3.17). Полагая, что структура содержит достаточное число ям, структурный фактор  $f(q, N)$  может быть заменен на предельное значение  $f(q)$ , определяемое из (3.4). Это позволяет искать решения (3.17) в виде суперпозиции “блоховских” волн

$$E_K(z) = \sum_{h,h'} e^{i(K-G_{hh'})z} E_{K-G_{hh'}} . \quad (3.18)$$

В отличие от блоховских функций в периодической системе, векторы дифракции  $G_{hh'}$  нумеруются не одним, а двумя целыми числами  $h$  и  $h'$ , см. (3.5). Подставляя  $E_K(z)$  в (3.17), умножая каждое слагаемое на  $\exp[-i(K - G_{hh'})z]$  с заданными значениями  $h, h'$  и интегрируя по  $z$ , мы получаем

$$[q^2 - (K - G_{hh'})^2 + 2q\xi] E_{K-G_{hh'}} + 2q\xi \sum_{gg'} f_{g-h, g'-h'}^* E_{K-G_{gg'}} = 0 , \quad (3.19)$$

где

$$\xi(\omega) = \frac{\Gamma_0}{d(\omega_0 - \omega - i\Gamma)} . \quad (3.20)$$

Отметим, что далее мы сосредотачиваем внимание на частотной области  $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$  вокруг экситонного резонанса.

В соответствии с уравнением (3.14), мы рассматриваем структуру Фибоначчи с квантовыми ямами, настроенную на условие Брэгга

$$\frac{\omega_0}{c} n_b \equiv q_0 = \frac{G_{h,h'}}{2} . \quad (3.21)$$

В двухволновом приближении в сумме (3.18) учитываются только две гармоники,  $K$  и  $K' = K - G_{hh'} = K - 2q_0$ . Необходимым условием этого приближения является неравенство

$$|q_0 - K| \ll q_0 . \quad (3.22)$$



В этом приближении бесконечная система (3.19) сводится к двум связанным уравнениям

$$\begin{aligned} (q - K + \xi)E_K + \xi f_{hh'}^* E_{K'} &= 0, \\ \xi f_{hh'} E_K + (q + K - 2q_0 + \xi)E_{K'} &= 0. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Собственные значения  $K$ , соответствующие частоте  $\omega$ , даются выражением

$$K^{(\pm)} = q_0 \pm Q, \quad Q = \sqrt{(\xi + q - q_0)^2 - \xi^2 |f_{hh'}|^2}. \quad (3.24)$$

Критерий (3.22) может быть переписан в виде

$$\max\{|\omega_0 - \omega|, \Gamma\} \gg \Gamma_0 \frac{\sqrt{1 - |f_{hh'}|^2}}{h + h'/\tau}. \quad (3.25)$$

При  $|f_{hh'}| \rightarrow 1$  это уравнение дисперсии сводится к уравнению для периодической резонансной брэгговской структуры [46]

$$Q = q_0 \sqrt{\left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2 - \Delta^2 \frac{\omega - \omega_0}{\omega - \omega_0 + i\Gamma}},$$

где

$$\Delta = \sqrt{\frac{2\Gamma_0\omega_0}{\pi}}.$$

Таким образом, в спектре периодической структуры присутствует одна стоп-зона в интервале частот  $\omega_0 - \Delta \dots \omega_0 + \Delta$ . В квазипериодической структуре эта стоп-зона расщепляется на две симметричные, и в центре образуется разрешенная зона. Внешние и внутренние края  $\omega_{\text{out}}^\pm$  и  $\omega_{\text{in}}^\pm$  двух симметричных запрещенных зон в структуре Фибоначчи получаются из уравнения (3.24) при условии  $K^{(\pm)} = q_0$  или, эквивалентно,  $Q = 0$ . Результат принимает вид

$$\begin{aligned} \omega_{\text{out}}^\pm &= \omega_0 \pm \Delta \sqrt{\frac{1 + |f_{hh'}|}{2(h + h'/\tau)}}, \\ \omega_{\text{in}}^\pm &= \omega_0 \pm \Delta \sqrt{\frac{1 - |f_{hh'}|}{2(h + h'/\tau)}}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Из (3.26) видно, что при  $|f_{hh'}| \rightarrow 1$  ширина внутренней разрешенной зоны между частотами  $\omega_{\text{in}}^-$  и  $\omega_{\text{in}}^+$  стремится к нулю. Можно показать [147], что для экситон-поляритонных волн, соответствующих краям зон при  $K = q_0$ , подмешивание других пространственных гармоник несущественно и, таким образом, края зон (3.26) для резонансной брэгговской структуры Фибоначчи хорошо определены. Для частоты в интервале  $(\omega_{\text{in}}^- \dots \omega_{\text{in}}^+)$ , двухволновое приближение дает два решения с волновыми векторами  $K^{(\pm)} = q_0 \pm Q$  и ненулевым  $Q$ . Экситон-поляритонная волна, возбуждаемая падающей световой волной, представляет собой суперпозицию двух этих решений. Однако, в отличие от периодической решетки, решения  $K^{(\pm)}$  не являются независимыми и могут быть связаны путем брэгговской дифракции с вектором дифракции  $G_{gg'}$ , удовлетворяющим условию  $2Q = G_{gg'}$ . Если соответствующий коэффициент структурного фактора  $f_{gg'}$  принимает существенное значение, необходимо учесть смешивание волн  $K^{(\pm)}$ , что сильно усложняет описание экситонных поляритонов. В приближенном подходе мы пренебрежем смешиванием волн  $K^{(\pm)}$  из-за дифракции и проконтролируем точность такого описания путем сравнения точного и двухволнового расчетов.

С целью вывести аналитическое выражение для коэффициента отражения  $N$ -ямной структуры, помещенной между полубесконечными барьерами из материала  $B$ , запишем электрическое поле в трех областях, левом барьере, структуре с ямами длиной  $L$  и правом барьере, следующим образом

$$E(z) = \begin{cases} e^{iqz} + r_N e^{-iqz} & (z < 0), \\ E_+ e^{iQz} (e^{iq_0 z} + \zeta_+ e^{-iq_0 z}) + \\ E_- e^{-iQz} (e^{iq_0 z} + \zeta_- e^{-iq_0 z}) & (0 < z < L), \\ t_N e^{iq(z-L)} & (L < z). \end{cases} \quad (3.27)$$

Здесь величины  $r_N$  и  $t_N$  обозначают амплитудные коэффициенты отражения и пропускания,  $E_{\pm}$  — амплитуды “блоховских” решений и

$$\zeta_{\pm} = -\frac{\xi f_{hh'}}{q - q_0 \pm Q + \xi}.$$

Значения  $r_N, t_N, E_+, E_-$  связаны граничными условиями на непрерывность элек-

трического поля  $E(z)$  и его первой производной  $dE(z)/dz$  в точках  $z_1 = 0$  и  $z_N$ :

$$\begin{aligned}
1 + r_N &= \sum_{m=\pm} (1 + \zeta_m) E_m, \\
q(1 - r_N) &= \sum_{m=\pm} [K_m + (K_m - G)\zeta_m] E_m, \\
t &= \sum_{m=\pm} e^{iK_m L} (1 + \zeta_m e^{iGL}) E_m, \\
qt &= \sum_{m=\pm} e^{iK_m L} [K_m + (K_m - G)\zeta_m e^{iGL}] E_m.
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Если число ям  $N$  в структуре Фибоначчи совпадает с  $F_j + 1$ , где  $F_j$  – одно из чисел Фибоначчи, произведение  $G_{hh'}L$  отличается от целого, кратного  $2\pi$ , на пренебрежимо малое значение

$$\delta_N = -G_{hh'} s (1 - \tau)^{j-1} \tau^{-2} \frac{h - \tau h'}{h + \tau^{-1} h'}.$$

В этом случае фазовый множитель  $\exp(iG_{hh'}L)$  и длина структуры  $L$  могут быть заменены на единицу и  $N\bar{d}$  ( $\bar{d}$  – среднее расстояние между ямами) и могут быть получены простые выражения для коэффициентов отражения

$$r_N = \frac{\xi f_{hh'}}{q_0 - q - \xi - iQ \cot(QN\bar{d})}, \tag{3.29}$$

и пропускания,  $t_N = -ir_N Q / [\xi f_{hh'} \sin(QN\bar{d})]$ .

Численный расчет показывает, что при выполнении условия (3.25) двухволновое приближение выполняется даже для структур Фибоначчи с  $N \neq F_j + 1$ , если  $N \gtrsim 20$ , так чтобы мезоскопические эффекты были несущественны. Более того, выражение (3.29) для коэффициента отражения может быть применено к другим аперидическим детерминированным структурам, включая последовательность Туэ-Морса и слабо разупорядоченную структуру. Достаточно лишь, чтобы структура характеризовалась одним значением структурного фактора для определенного вектора, играющего роль вектора брэгговской дифракции, причем это значение должно превосходить коэффициенты структурного фактора для близких векторов. В объемных кристаллах с  $f_{hh'} \equiv 1$  аналогичное приближение применяется для описания резонансного рассеяния  $\gamma$ -лучей на ядрах [148]. Отметим, что

область применимости двухволнового приближения не ограничивается одномерными системами. В разделе 3.3.2 представлено обобщение этого приближения для описания дифракции на двумерном квазикристалле — мозаике Пенроуза квантовых точек.

Двухволновое приближение позволяет учесть и диэлектрический контраст, т.е. отличие диэлектрических проницаемостей барьера  $n_b^2$  и фоновой диэлектрической проницаемости ям  $n_a^2$ . В структуре с  $n_a \neq n_b$  стоп-зона существует даже в пренебрежении экситонными эффектами,  $\Gamma_0 = 0$ . Экситонный резонанс приводит к появлению еще одной стоп-зоны. В периодической структуре наибольшая величина коэффициента отражения достигается в случае, когда две стоп-зоны касаются друг друга и образуют единую широкую экситон-поляритонную зону. Это соответствует брэгговскому условию для периодической структуры с диэлектрическим контрастом [149]. В случае структуры Фибоначчи, в которой  $|f_{hh'}| < 1$ , стоп-зоны никогда не касаются друг друга и брэгговское условие соответствует максимуму суммы их ширин. Для реалистичного случая малого контраста,  $|n_a - n_b| \ll n_a, n_b$ , это условие эквивалентно настройке резонансной частоты экситона  $\omega_0$  на один из краев стоп-зоны, найденной при условии  $\Gamma_0 = 0$ , аналогично соответствующему условию для периодических структур [149, 51]. Отметим, что спектр отражения брэгговской структуры с диэлектрическим контрастом всегда имеет асимметричную форму.

Для периодической брэгговской структуры в сверхизлучательном режиме ( $N \ll \sqrt{\omega_0/\Gamma_0}$ ), выражение (3.29) может быть преобразовано в известный [15] результат (1.3)

$$r_N(\omega) = \frac{iN\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i(N\Gamma_0 + \Gamma)}. \quad (3.30)$$

Полюс  $\omega = \omega_0 - i(N\Gamma_0 + \Gamma)$  соответствует собственной частоте сверхизлучательной моды. В общем случае собственные частоты  $\omega^{(l)}$  структуры с квантовыми ямами определяются из условия равенства нулю знаменателя в (3.29). Поскольку структура является открытой, т.е. имеет конечные размеры, собственные частоты

комплексны даже при отсутствии нерадиационного затухания,  $\Gamma = 0$ . Значения  $\omega^{(l)}$ , лежащие в области

$$|\omega - \omega_0| \ll \frac{\Delta \sqrt{1 - |f_{hh'}|}}{\sqrt{h + h'/\tau}} \quad (3.31)$$

но вне узкого интервала (3.25), могут быть найдены с учетом того, что в этой области разностью  $q_0 - q$  в уравнениях (3.24), (3.29) можно пренебречь по сравнению с  $\xi$ , так что  $Q = \xi \sqrt{1 - |f_{hh'}|^2}$  и

$$\omega^{(l)} = \omega_0 - i\Gamma - iN\Gamma_0 \frac{\sqrt{1 - |f_{hh'}|^2}}{\operatorname{arctanh}(\sqrt{1 - |f_{hh'}|^2}) + i\pi l}, \quad l = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (3.32)$$

При  $l = 0$  уравнение (3.32) определяет частоту сверхизлучательной моды. В случае большой величины структурного фактора,  $1 - |f_{hh'}|^2 \ll 1$ , эта частота может быть записана как

$$\omega^{(0)} = \omega_0 - iN\Gamma_0 \left( \frac{2}{3} + \frac{|f_{hh'}|^2}{3} \right). \quad (3.33)$$

При  $l \neq 0$  уравнение (3.32) дает частоты мод, слабо взаимодействующих со светом. В случае периодической структуры  $f_{hh'} = 1$  и их частоты совпадают с  $\omega_0$ . Поскольку эти моды не обладают радиационным затуханием, они являются оптически неактивными. Для квазипериодической структуры  $|f_{hh'}| < 1$ , так что моды с  $l \neq 0$  могут взаимодействовать со светом.

Итак, в настоящем разделе построена аналитическая теория оптических спектров аперидических брэгговских структур с квантовыми ямами. Характерной особенностью аперидических структур по сравнению с периодическими является (i) наличие двух симметричных запрещенных зон экситонных поляритонов вокруг частоты  $\omega_0$  с разрешенной зоной между ними, и (ii) наличие, помимо сверхизлучательной моды с радиационным затуханием порядка  $N\Gamma_0$ , других оптических мод, которые могут взаимодействовать со светом.

### 3.2.3 Расчет и обсуждение спектров отражения

В настоящем разделе приведены результаты расчета спектров отражения для различных структур с квантовыми ямами, настроенных на брэгговский пик структурного фактора. В соответствии с уравнением (3.9), самые большие значения структурного фактора  $|f_{hh'}|$  решетки Фибоначчи достигаются для векторов дифракции  $G_{hh'}$ , в которых пары  $h, h'$  совпадают с двумя последовательными числами Фибоначчи  $F_m, F_{m-1}$ . Тогда, если резонансная частота экситона удовлетворяет условию

$$\frac{\omega_0 n_b \bar{d}}{c} = \pi \left( F_m + \frac{F_{m-1}}{\tau} \right), \quad m = 1, 2, \dots \quad (3.34)$$

от структуры можно ожидать сверхизлучательного поведения, по аналогии со сверхизлучением периодической структуры с квантовыми ямам, в которой период  $d$  настроен на резонансное условие [15]

$$\frac{\omega_0 n_b d}{c} = \pi. \quad (3.35)$$

Рис. 3.2 демонстрирует спектры отражения, рассчитанные для четырех структур Фибоначчи, содержащих  $N = 54$  квантовые ямы. Используются следующие параметры экситона:  $\hbar\omega_0 = 1.533$  эВ,  $\hbar\Gamma_0 = 50$  мкэВ,  $\hbar\Gamma = 100$  мкэВ,  $n_b = 3.55$ . Кривая 1 рассчитана для канонической структуры Фибоначчи ( $a/b = \tau$ ) с квантовыми ямами, удовлетворяющей точному условию Брэгга (3.34) с  $m = 2$ . Кривые 2 и 3 соответствуют структурам Фибоначчи, в которых также  $a/b = \tau$ , но толщины барьеров отстроены от брэгговского условия, так что средний период отличается от брэгговского значения на множитель 1.02 (кривая 2) и 0.98 (кривая 3). Кривая 4 описывает отражение от периодической брэгговской структуры с теми же экситонными параметрами и периодом  $d = \pi/q(\omega_0)$ , удовлетворяющим условию (3.35). Кривая 5 демонстрирует для сравнения спектр отражения для разупорядоченной периодической структуры, в которой координаты ям даются уравнением (3.15) с  $\bar{d} = \pi/q(\omega_0)$  и  $\sigma_z = \bar{d}/4$ . Из сравнения кривых 1 и 4 мы заключаем, что спектры отражения резонансной структуры Фибоначчи и периодической структуры, удовлетворяющих брэгговским условиям (3.34) и (3.35), близки друг к другу вне узкой

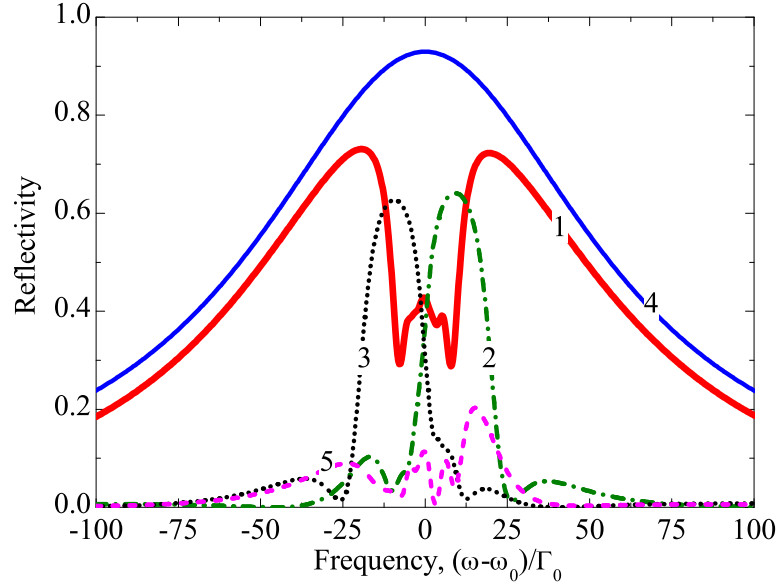


Рис. 3.2: Спектры отражения, рассчитанные для трех структур Фибоначчи, удовлетворяющих резонансному брэгговскому условию (3.34) с  $m = 2$  (кривая 1) и отстроенных на  $\pm 2\%$  от этого условия (кривые 2 и 3) в сравнении со спектрами отражения для периодической резонансной брэгговской структуры с квантовыми ямами (кривая 4) и слабо разупорядоченной структуры (кривая 5). Значения параметров приведены в тексте.

частотной области вокруг  $\omega_0$ . Более того, кривые 2 и 3 демонстрируют, что малая отстройка от резонансного условия (3.34) ведет к резкому уменьшению эффективной полуширины спектра. Таким образом, чувствительность к настройке на резонансное условие, типичная для периодических брэгговских структур с квантовыми ямами, является также отличительной чертой аperiodических систем, таких как структура Фибоначчи. Структурированный провал в центральной части спектра 1 является единственным качественным отличием от периодических структур, этот провал является следствием образования разрешенной экситон-поляритонной зоны между частотами  $\omega_{\text{in}}^{\pm}$ , определенными в (3.26). Напомним, что для резонансной периодической брэгговской структуры внутренняя разрешенная зона отсутствует,  $\omega_{\text{in}}^{+} = \omega_{\text{in}}^{-}$ . Теперь перейдем к рассмотрению зависимости спектров отражения от числа квантовых ям  $N$  и индекса  $m$  в (3.34).

Изменение спектров отражения с ростом числа ям проиллюстрировано на

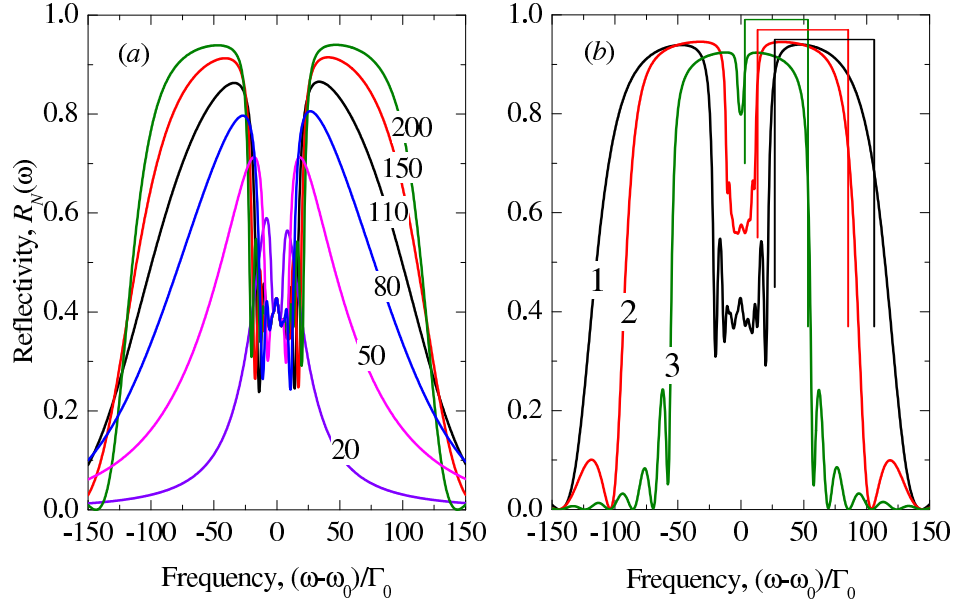


Рис. 3.3: Спектры отражения от резонансных структур Фибоначчи. (а) Шесть кривых рассчитаны для структур, удовлетворяющих резонансному условию (3.34) с  $m = 2$  и  $N = 20, 50, 80, 110, 150, 200$ . Соответствующее число ям указано у каждой кривой. (б) Кривые 1, 2, 3 рассчитаны для структур с  $N = 200$  ямами и индексами  $m = 2, 3, 5$  в (3.34). Вертикальные линии, соединенные горизонтальной чертой, отмечают высокочастотную экситон-поляритонную стоп-зону  $\omega_{\text{in}}^+ \dots \omega_{\text{out}}^+$ , согласно уравнению (3.26). Остальные параметры те же, что и для рис. 3.2.

рис. 3.3. Огибающая спектров демонстрирует поведение, типичное для обычной брэгговской структуры с квантовыми ямами. Действительно, при малом числе ям  $N$  огибающая является лоренцианом с полушириной, линейно зависящей от  $N$ . Это является непосредственным проявлением сверхизлучательного режима, который, как следует из расчета, не обязательно требует периодичности. Насыщение спектральной полуширины (фотонно-квазикристаллический режим) начинается при больших значениях  $N$  порядка  $\sqrt{\omega_0/\Gamma_0}$ , также как и для периодической брэгговской структуры. Форма спектра при больших  $N$  подтверждает наличие двух широких симметричных стоп-зон в энергетическом спектре структуры, разделенных разрешенной зоной, в соответствии с уравнением (3.26). Разумеется, термины “разрешенная зона” и “стоп-зона” могут использоваться для аperiodической структуры только в рамках применимости двухволнового приближения. Рис. 3.3(б) по-



казывает спектры отражения структур Фибоначчи, содержащих большие числа ям,  $N = 200$ , и удовлетворяющих условию (3.34) для трех различных значений  $m$ . Все кривые указывают на наличие разрешенных зон и стоп-зон, в согласии с уравнением (3.26).

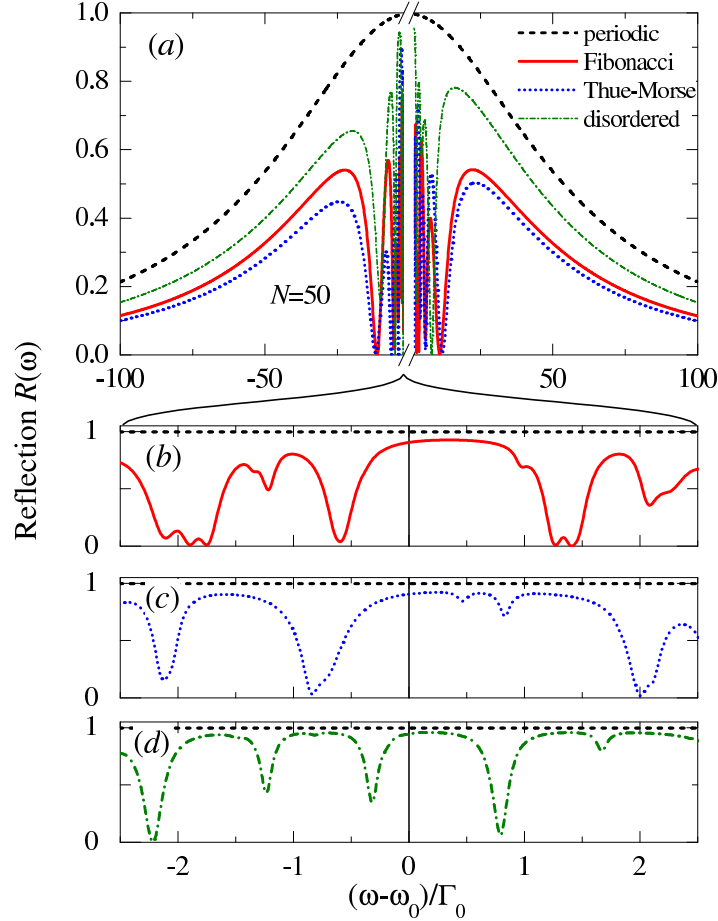


Рис. 3.4: Спектры отражения, рассчитанные для четырех структур с квантовыми ямами, каждая из которых содержит 50 ям и настроена на резонансное брэгговское условие  $2\bar{d} = \lambda(\omega_0)$ : периодическая структура с  $a \equiv b \equiv \bar{d}$  (штриховая кривая); цепочка Фибоначчи с  $a/b = \tau$  (сплошная кривая); последовательность Туэ-Морса с  $a/b = 3/2$  (пунктирная кривая); и слабо разупорядоченная периодическая структура, описываемая уравнением (3.15) с  $\sigma_z = \lambda(\omega_0)/20$  (штрих-пунктирная кривая). Отметим разрыв на оси абсцисс панели (a) вокруг  $\omega = \omega_0$ . Панели (b), (c) и (d) демонстрируют те же спектры, но в большем масштабе переменной  $(\omega - \omega_0)/\Gamma_0$ . Рассчитано для  $\hbar\Gamma_0 = 50$  мкэВ,  $\hbar\omega_0 = 1.533$  эВ,  $\Gamma = 0.1\Gamma_0$ .

На рис. 3.4 приведены спектры отражения  $R_N(\omega)$ , рассчитанные для четы-

рех различных структур из 50 квантовых ям. Все четыре структуры, а именно: последовательность Фибоначчи, последовательность Туэ-Морса, периодическая и разупорядоченная периодическая структуры, настроены на резонансное брэгговское условие (3.34), которое может быть записано в виде  $\lambda(\omega_0) = 2\bar{d}$ , где  $\lambda(\omega) = 2\pi c/(\omega n_b)$ . Это означает, что для последовательности Фибоначчи значение вектора дифракции  $G$  равняется  $G_{hh'}$  с  $h = 1, h' = 0$  и, следовательно, для всех структур  $G = 2\pi/\bar{d}$ . Поэтому структуры имеют почти одинаковую длину,  $L = N\bar{d}$ , и отличаются только деталями расположения квантовых ям, что позволяет сопоставлять их оптические свойства.

Рис. 3.4 показывает, что резонансное брэгговское условие приводит к высокому коэффициенту отражения не только для периодической структуры и квазикристаллической структуры Фибоначчи, но также и для структуры Туэ-Морса и слабо разупорядоченной периодической структуры. В области частот  $|\omega - \omega_0| > 20\Gamma_0$ , достаточно удаленной от частоты экситонного резонанса, все спектры обладают одинаковыми лоренцевыми крыльями с полушириной порядка  $N\Gamma_0$ , что свидетельствует о наличии сверхизлучательной экситон-поляритонной моды (3.33). Величина крыльев определяется модулем структурного фактора  $|f_G|$ . Для рассматриваемых структур он принимает значения от  $|f_G| = 1$  (периодическая структура) и  $|f_G| = 0.95$  (разупорядоченная периодическая) до  $|f_G| = 0.70$  (Фибоначчи) и  $|f_G| = 0.65$  (Туэ-Морс). Значение коэффициента отражения в области спектральных крыльев на рис. 3.4 монотонно падает при уменьшении  $|f_G|$ . Отметим, что для структуры Фибоначчи, настроенной на вектор дифракции  $G_{hh'}$  с  $h = 1, h' = 1$ , см. рис. 3.2, величина структурного фактора равняется  $|f_G| \approx 0.9$ , поэтому коэффициент отражения выше, чем для структуры, настроенной на вектор  $G_{1,0}$ , и проанализированной на рис. 3.4.

В области частот вокруг  $\omega_0$  спектры отражения, рассчитанные для непериодических структур, демонстрируют широкие провалы, в которых коэффициент отражения осциллирует с периодом осцилляций, уменьшающимся по мере при-

ближения частоты  $\omega$  к  $\omega_0$ . Как показано в предыдущем разделе 3.2.2, провал естественным образом появляется в спектре многослойной системы, настроенной на вектор брэгговской дифракции с величиной структурного фактора  $|f_G|$  меньшей, чем единица. Провал становится шире по мере роста  $1 - |f_G|$ . Таким образом, рис. 3.4(а) демонстрирует, что в широкой спектральной области коэффициент отражения брэгговской структуры с квантовыми ямами зависит только от трех геометрических параметров: числа ям  $N$ , вектора дифракции  $G$  и структурного фактора  $f_G$ .

Дополнительные спектральные особенности, связанные с деталями геометрии структур, проявляются в узкой резонансной области вокруг частоты  $\omega_0$  шириной в несколько единиц  $\Gamma_0$ , см. рис. 3.4(b)–3.4(d). В реалистичных полупроводниковых квантовых ямах величина безызлучательного затухания экситона больше или сравнима с  $\Gamma_0$ , и большинство деталей тонкой структуры спектров не разрешимо [150]. Для малых значений нерадационного затухания  $\Gamma$  (лежащих вне экспериментально достижимых в современных условиях значений), в этой области частот проявляется нетривиальная тонкая структура оптических спектров. Все рассмотренные аperiodические структуры обладают узкой центральной стоп-зоной, включающей экситонный резонанс  $\omega_0$ . В частности, для структуры Фибоначчи эта стоп-зона расположена между частотами  $\omega_0 - 0.4\Gamma_0$  и  $\omega_0 + 0.9\Gamma_0$ . Некоторые детали спектральных свойств в области частот  $|\omega - \omega_0| \sim \Gamma_0$  при  $\Gamma \ll \Gamma_0$  обсуждаются в разделе 3.2.5.

Таким образом, в настоящем разделе установлено, что в оптических спектрах неperiodических структур с квантовыми ямами в зависимости от толщины структуры проявляются сверхизлучательный и фотонно-квазикристаллический режимы. При малых толщинах структуры эффективная полуширина спектра отражения пропорциональна числу ям  $N$ , тогда как при больших толщинах в спектрах проявляются две выраженные фотонные стоп-зоны. Характерной особенностью оптических спектров, в согласии с двухволновым приближением, является нали-

чие структурированного провала вокруг резонансной частоты экситона.

### 3.2.4 Сопоставление теории с экспериментом

Представленная выше теория спектров отражения структур с квантовыми ямами впервые опубликована в работе [А5]. Под влиянием этой работы в университете Аризоны, США были выращены такие структуры и проведены эксперименты [А6,А7], подтвердившие основные предсказания работы [А5]. В настоящем разделе представлено сопоставление экспериментальных результатов [А6,А7] с данными теории.

Методом молекулярно-пучковой эпитаксии были выращены два образца, состоящих из 21 и 54 квантовых ям GaAs/AlGaAs, образующих последовательность Фибоначчи. Образцы имеют цилиндрическую форму, причем являются градиентными — их толщина уменьшается с увеличением расстояния от центра к периферии  $\rho$ . Экспериментально изучались спектры зеркального отражения света при нормальном падении луча на образец. Перемещением образца относительно луча можно было менять положение пятна засветки и тем самым изменять средний период структуры  $\bar{d}$ . Параметры структур подобраны таким образом, чтобы при некотором значении радиуса  $\rho$  межъямные расстояния удовлетворяли условию Брэгга (3.34) с  $m = 1$ , т.е.  $(F_m, F_{m-1}) = (1, 0)$ . Таким образом, градиентный образец позволяет непосредственно наблюдать переход между квазибрэгговскими и брэгговскими структурами Фибоначчи с изменением положения падающего луча света относительно центра образца.

На рис. 3.5 сопоставлены экспериментальные спектры отражения двух градиентных образцов с  $N = 21$  ямами — структуры Фибоначчи (а) и периодической структуры (б). Для обоих образцов при выполнении брэгговского условия в спектре отражения присутствуют широкие максимумы на резонансных частотах экситона с тяжелой (НН) и легкой (ЛН) дырками. Для периодической структуры спектр отражения имеет гладкую форму, в то время как для структуры Фибоначчи в нем проявляются структурированные провалы, отмеченные стрелками.

Наличие такой структуры для резонансов экситона как с тяжелой, так и с легкой дырками свидетельствует о ее связи с квазикристаллическим расположением квантовых ям, см. также рис. 3.2.

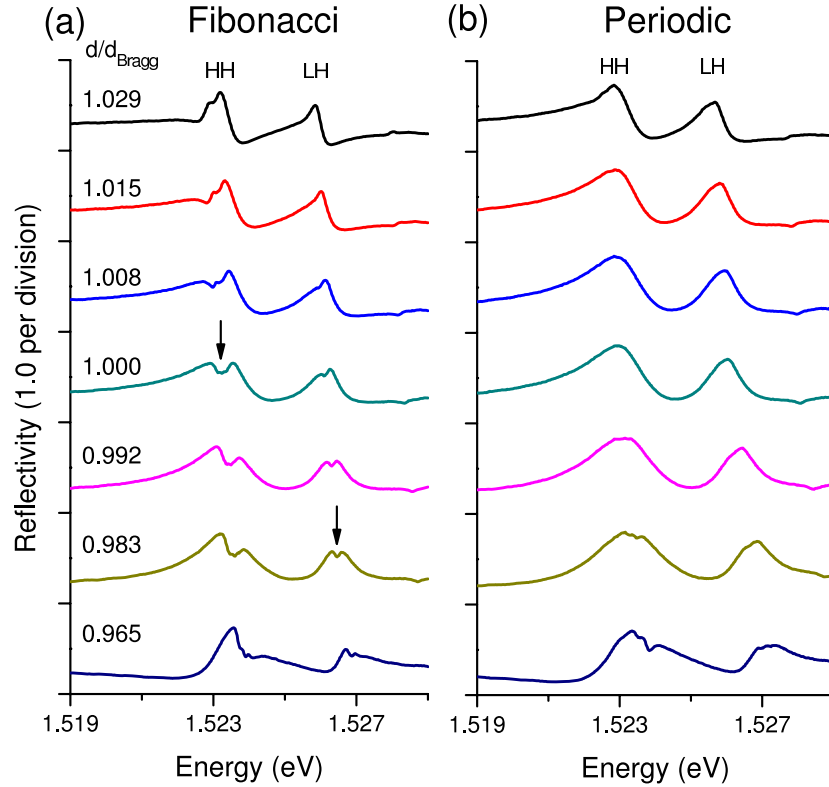


Рис. 3.5: Экспериментальные зависимости спектров отражения от толщин ям и барьеров. Расстояния между 21 ямами образуют (а) последовательность Фибоначчи с  $(h, h') = (1, 0)$ , (б) периодическую структуру с периодом  $\lambda(\omega_0)/2$ . Провал в брэгговских спектрах отражения проявляется только для панелей (а). Кривые отмечены отношением  $\bar{d}/d_{\text{Bragg}}$ , где  $d_{\text{Bragg}} = \lambda(\omega_0)/2$ ,  $\lambda(\omega_0)$  — длина волны света в образце на резонансной частоте экситона,  $\bar{d}$  — среднее расстояние между центрами ям. Каждая кривая с большим значением  $\bar{d}/d_{\text{Bragg}}$  сдвинута вверх на единицу по сравнению с предыдущей кривой. Из работы [A6].

На рис. 3.7 представлены экспериментальные и теоретические спектры отражения образца из 54 квантовых ям в зависимости от толщины структуры. Из сравнения экспериментальных кривых на рис. 3.5(а) и рис. 3.6(а) следует, что при настройке на условие Брэгга ширина резонансов в спектре образца с 54 ямами существенно больше, чем для 21 ямы. Это является экспериментальным подтвержде-

нием сверхизлучательного режима. Отметим некоторые особенности, существенные для теоретического описания эксперимента. Расщепление между размерно-квантованными состояниями экситона с легкой и тяжелой дырками в структуре составляет примерно 3 мэВ. Экспериментальные полуширины максимумов в спектрах отражения сопоставимы с этой величиной, поэтому в расчете необходимо учитывать оба экситонных резонанса одновременно. В матрице переноса (1.13) восприимчивость одиночной квантовой ямы была выбрана в виде

$$S(\omega) = \frac{\Gamma_0^{(\text{HH})}}{\omega_0^{(\text{HH})} - \omega - i\Gamma^{(\text{HH})}} + \frac{\Gamma_0^{(\text{LH})}}{\omega_0^{(\text{LH})} - \omega - i\Gamma^{(\text{LH})}}, \quad (3.36)$$

где индексами HH и LH отмечены величины, относящиеся к тяжелым и легким дыркам, соответственно. Теоретические кривые на рис. 3.6(b) рассчитаны в простейшей модели, пренебрегая диэлектрическим контрастом в структуре и используя для всех слоев эффективный показатель преломления  $\bar{n} = 3.59$ . Толщины слоев  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  в расчете равнялись  $a = 132.7$  нм и  $b = 82.03$  нм. Использованы подгоночные значения экситонных параметров  $\Gamma_0^{(\text{HH})} = 25$  мкэВ,  $\Gamma_0^{(\text{LH})} = 10$  мкэВ,  $\Gamma^{(\text{HH})} = 180$  мкэВ,  $\Gamma^{(\text{LH})} = 115$  мкэВ. Рис. 3.6(b) демонстрирует, что теория находится в качественном согласии с экспериментом. Поскольку в реальном образце барьеры состоят из сверхрешетки слоев AlGaAs с различным составом, для достижения лучшего количественного согласия необходимо учитывать диэлектрический контраст. Такой анализ был выполнен в работе [A7]. Результаты расчета с учетом диэлектрического контраста, а также неоднородного уширения экситонного резонанса представлены на рис. 3.7. Экспериментальная кривая на этом рисунке та же, что и на средней панели рис. 3.6(a). Видно, что сложная структура спектра хорошо воспроизводится теорией. С целью явного учета неоднородного уширения экситонного резонанса нерадиационное затухание экситона с тяжелой и легкой дырками считалось зависящим от частоты согласно

$$\Gamma(\omega) = \frac{\Gamma}{1 + \exp[-\hbar(\omega - \omega_0 + \Omega_{\text{cut}})/C]},$$

где феноменологические параметры равнялись  $\Omega_{\text{cut}} = 0.25$  мэВ и  $C = 0.1$  мэВ.

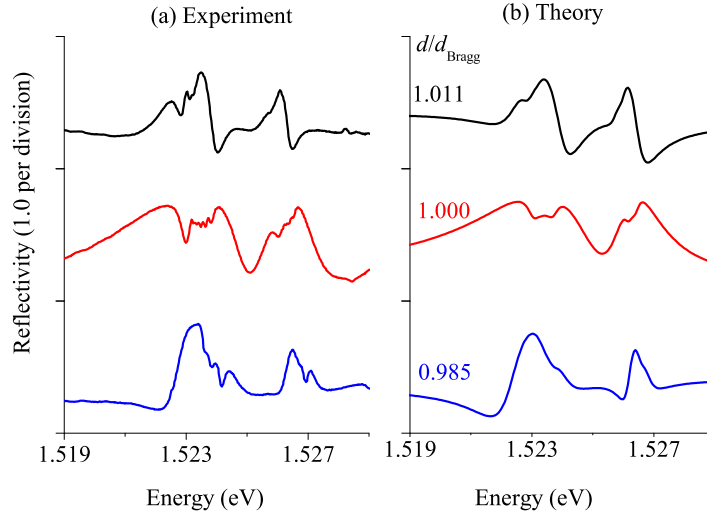


Рис. 3.6: Экспериментальные (панели а) и теоретические (панели б) спектры структуры Фибоначчи с 54-х квантовыми ямами в зависимости от толщин ям и барьеров [А6]. Подгоночное значение толщины по отношению к брэгговскому значению указано для каждой теоретической кривой, значения остальных параметров приведены в спектре.

Остальные экситонные параметры при расчете рис. 3.7 принимали значения  $\omega_0^{(\text{HH})} = 1.5234$  эВ,  $\omega_0^{(\text{LH})} = 1.5263$  эВ,  $\Gamma_0^{(\text{HH})} = 25$  мкэВ,  $\Gamma_0^{(\text{LH})} = 10$  мкэВ,  $\Gamma^{(\text{HH})} = 163$  мкэВ,  $\Gamma^{(\text{LH})} = 110$  мкэВ. Показатели преломления слоев и экситонные параметры подогнаны, используя один набор значений, описывающих спектры отражения как для одной квантовой ямы, так и для образца из 54 ям. Значения толщин слоев и показателей преломления приведены в [143]. Оценка эффективности подгонки при различных параметрах показывает, что точность определения радиационного и нерадикационного затуханий экситонных резонансов около 20%.

Итак, в этом разделе продемонстрировано, что экспериментально измеренные спектры отражения качественно подтверждают предсказания теории. Кроме того, подгонка экситонных параметров позволяет достигнуть и хорошего количественного согласия между экспериментальными и теоретическими спектрами.

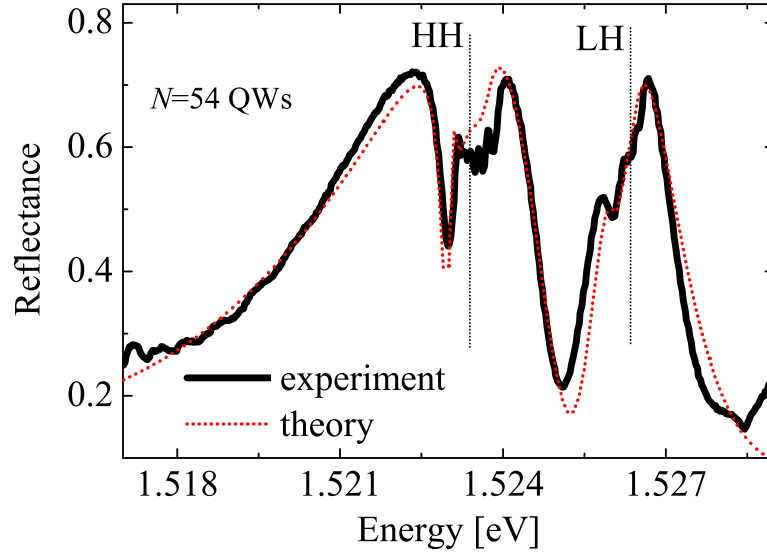


Рис. 3.7: Подгонка (пунктирная кривая) экспериментального спектра (сплошная кривая) брэгговской структуры Фибоначчи из 54-х квантовых ям [A7]. Параметры расчета указаны в тексте.

### 3.2.5 Самоподобие оптических спектров структур Фибоначчи

Сосредоточим внимание на узкой частотной области  $|\omega - \omega_0| \sim \Gamma_0$  и пренебрежем нерадикационным затуханием экситона, полагая  $\Gamma = 0$ . В этом режиме оптические спектры и экситон-поляритонная дисперсия имеют очень сложный характер, демонстрируя скейлинговую инвариантность и самоподобие [147]. Для анализа свойств экситонных поляритонов полезно рассчитать их дисперсию в аппроксимантах периодических цепочек [137], представляющих периодически продолженные последовательности Фибоначчи  $\mathcal{F}_m \mathcal{F}_m \mathcal{F}_m \dots$ . В таких вспомогательных периодических системах справедлива теорема Блоха и может быть строго определена зонная структура, состоящая из последовательности разрешенных и запрещенных зон. Запрещенные зоны находятся из условия [44]

$$|x_m(\omega)| > 1, \quad (3.37)$$

где  $x_m$  — половина следа матрицы переноса структуры  $\hat{M}$ . Здесь и далее мы используем обозначение  $\mathcal{F}_m$  для цепочки Фибоначчи из  $N = F_m$  квантовых ям,



начиная с тривиальной цепочки  $\mathcal{F}_1$ , состоящей из одного элемента  $\mathcal{A}$ . Матрица переноса  $\hat{M}_m$  через всю структуру  $\mathcal{F}_m$  равна произведению матриц переноса  $\hat{M}_{\text{QW}}$  через квантовую яму и матриц переноса  $\hat{M}_A, \hat{M}_B$  через барьеры толщиной  $a$  и  $b$ , соответственно. Порядок матриц в произведении определяется последовательностью Фибоначчи. Матрицы переноса ям и барьеров даются выражениями (1.13), (1.14). Для цепочек Фибоначчи половины следов матриц переноса удовлетворяют рекуррентным соотношениям [151]

$$x_{m+1} = 2x_m x_{m-1} - x_{m-2}. \quad (3.38)$$

Энергетический спектр экситонных поляритонов определяется общими свойствами нелинейного преобразования (3.38) и начальными условиями, специфическими для матриц переноса через квантовые ямы (1.13). Преобразования следов матриц переноса являются эффективным инструментом исследования спектральных свойств детерминированных аперидических структур [152, 136]. Результаты расчета зонной структуры представлены на рис. 3.8(a), где черными полосами и горизонтальными линиями отмечены, соответственно, запрещенные и разрешенные зоны для различных значений порядка структуры  $m$  от  $m = 1$  до  $m = 13$ . Рис. 3.8(b)–3.8(d) представляют эту же зонную структуру для  $m = 11$  и  $m = 13$  в разных частотных диапазонах. Панель (a) демонстрирует, что две широкие запрещенные зоны присутствуют уже для  $N = 21$  ям ( $m = 8$ ). С ростом  $m$  края этих широких запрещенных зон очень быстро сходятся к аналитическим значениям, следующим из уравнений (3.26) и отмеченных серыми прямоугольниками на рис. 3.8(a). Узкая центральная запрещенная зона в области  $-0.4\Gamma_0 \lesssim \omega - \omega_0 \lesssim 0.9\Gamma_0$  хорошо разрешена в масштабе рис. 3.8(b).

Остальные запрещенные зоны, изображенные на рис. 3.8, могут быть интерпретированы с помощью двух механизмов образования. Первый механизм связан с двухволновым приближением. В этом приближении полуслед матрицы переноса  $x_m$  достигает минимума ( $-1$ ) или максимума ( $+1$ ) на определенных частотах  $\omega_s$ , при которых коэффициент отражения  $r_N$ , задаваемый уравнением (3.29), обращается

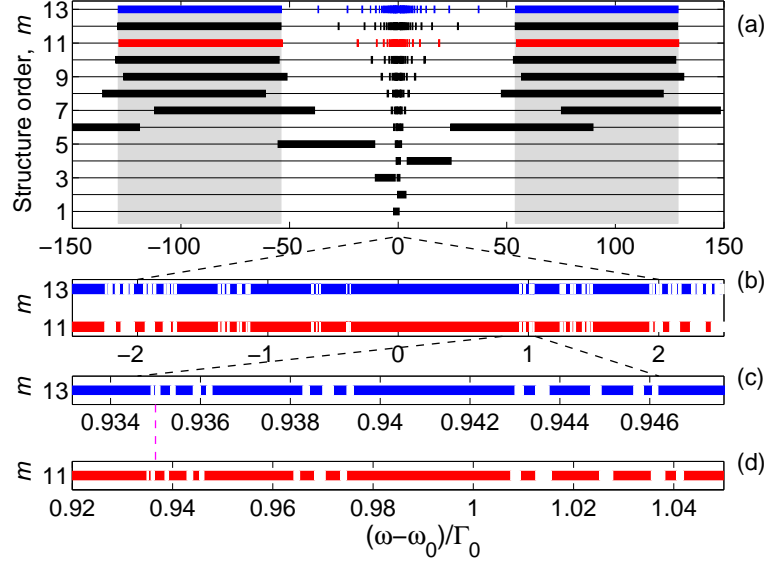


Рис. 3.8: (а). Разрешенные (тонкие линии) и запрещенные (толстые линии) экситон-поляритонные зоны в периодически повторяющихся последовательностях Фибоначчи порядка  $m = 1 \dots 13$ . (б) Зоны для  $m = 11$  ( $N = 89$  ям) и  $m = 13$  ( $N = 233$  ям) в спектральной области вокруг частоты  $\omega = \omega_0$ . (с),(д) Зоны для  $m = 11$  и  $m = 13$  в крупном масштабе вблизи частоты  $\omega = \omega_0 + 0.935\Gamma_0$ , отмеченной вертикальной штриховой линией. Рассчитано для  $(h, h') = (1, 0)$ ,  $\hbar\Gamma_0 = 50$  мкэВ,  $\hbar\omega_0 = 1.533$  эВ и нулевого безызлучательного затухания экситона,  $\Gamma = 0$ .

ется в ноль. Используя уравнение (3.29), можно показать, что на этих частотах произведение  $QN\bar{d}$  является целым кратным  $\pi$ . Обозначим за  $x_m^{(2\text{-wave})}$  полуслед, рассчитанный в двухволновом приближении. Вблизи частоты  $\omega_s$  его спектральная зависимость может быть представлена как  $x_m^{(2\text{-wave})}(\omega) = n_s[1 - u_s(\omega - \omega_s)^2]$ , где  $n_s = \pm 1$  и  $u_s$  — положительный коэффициент. Вблизи  $\omega_s$  точная функция  $x_m(\omega) \equiv \text{Tr}(\hat{M}_m)/2$  отличается от  $x_m^{(2\text{-wave})}(\omega)$  на поправку  $\delta x(\omega)$ , которая может быть приближенно представлена в виде  $n_s[c_s + v_s(\omega - \omega_s)]$ , где  $c_s$ , и  $v_s$  — дополнительные константы. В результате полуслед может быть записан как

$$x(\omega) = n_s \left[ 1 + c_s + \frac{v_s^2}{4u_s} - u_s \left( \omega - \omega_s - \frac{v_s}{2u_s} \right)^2 \right].$$

Если величина  $c_s + (v_s^2/4u_s)$  положительна, то в периодическом аппроксиманте появляется щель на частоте  $\omega'_s = \omega_s + (v_s/2u_s)$ .

Второй механизм образования запрещенных зон связан с локализованными экситон-поляритонными состояниями, а не с интерференцией Фабри-Перо, и может быть рассмотрен на языке эффектов самоподобия. В частности, в области частот  $|\omega - \omega_0| \sim \Gamma_0$  число стоп-зон растет, а их ширина уменьшается при  $N \rightarrow \infty$ . В результате последовательность разрешенных и запрещенных зон становится очень сложной, см. рис. 3.8(b)–3.8(d), и локально похожа на множество Кантора [153]. Наиболее ярким результатом рис. 3.8(b) является подобие зонной структуры аппроксимантов с  $m = 11$  и  $m = 13$ . С другой стороны, спектр с  $m = 13$  имеет много узких запрещенных зон, неразличимых в масштабе рис. 3.8(b). На рис. 3.8(c) и 3.8(d) показаны те же спектры в более крупных масштабах вблизи правого края центральной запрещенной зоны, с масштабом для  $m = 13$  в  $\lambda_+ \approx 8$  раз больше, чем для  $m = 11$ . Сопоставляя положения запрещенных зон мы доказываем наличие скейлинга спектров в структурах Фибоначчи с квантовыми ямами. Скейлинговый индекс  $\lambda_+$  определяет соотношение ширин спектральных особенностей в структурах с порядком, отличающимся на два. Скейлинговые свойства проявляются не только в положениях краев зон, но и в самих кривых  $x_m(\omega)$ , а также в спектрах пропускания. Это самоподобие свойств структур Фибоначчи с порядком  $m$ , отличающимся на 2, связано с так называемым циклом типа “край зоны” отображения (3.38) (“band-edge” cycle) [154, 147]. Отметим, что в реализованных в настоящее время структурах с квантовыми ямами нерадиационное затухание экситона существенно превышает радиационное,  $\Gamma \gg \Gamma_0$ , поэтому скейлинговые эффекты подавлены.

### 3.3 Двумерные квазикристаллы из квантовых точек

В предыдущей части главы была построена теория одномерных резонансных фотонных квазикристаллов на основе квантовых ям. Настоящий раздел посвящен особенностям взаимодействия света с двумерной квазикристаллической решеткой

из квантовых точек. Известно, что интерференция между различными механизмами дифракции света на произвольной решетке может приводить к нетривиальным оптическим спектрам. Например, как было показано в Главе 1 диссертационной работы, двукратная дифракция света внутри фотонного кристалла и отражение от его внутренней границы могут приводить к росту коэффициента зеркального отражения. В геометрии нормального падения волны на плоскость, содержащую дифракционную решетку, интерференция процессов дифракции и зеркального отражения обуславливает так называемые аномалии Вуда в оптических спектрах [60]. До настоящего времени не было выполнено систематического изучения аномалий Вуда для *квазикристаллических* решеток, хотя их влияние на коэффициент прохождения света через аперийодическую решетку отверстий в металлической пленке было отмечено в работе [129]. Далее развита общая теория дифракции света на резонансных двумерных фотонных квазикристаллах и показано, что в их спектрах проявляются особенности, отсутствующие в периодических структурах. Параграф построен следующим образом. В разделе 3.3.1 сформулированы задача и метод расчета. В разделе 3.3.2 представлено аналитическое приближение для расчета коэффициента отражения от двумерной квазикристаллической решетки. Результаты расчета обсуждаются в разделе 3.3.3.

### 3.3.1 Модель и метод расчета

Рассматриваемая структура состоит из квантовых точек, расположенных в узлах канонической мозаики Пенроуза [125, 155, 156] в плоскости  $xy$  и помещенных в диэлектрическую матрицу. Мозаика, показанная на рис. 3.9(а), строится следующим образом. Сначала определяются пять базисных векторов  $\mathbf{e}_n$ :

$$\mathbf{e}_n = \left[ \cos\left(\frac{2\pi n}{5}\right), \sin\left(\frac{2\pi n}{5}\right) \right], n = 0 \dots 4.$$

После этого вводятся пять наборов параллельных линий  $\mathbf{r}_{n,j}$ , причем линии каждого набора нормальны к соответствующему вектору  $\mathbf{e}_n$ :  $\mathbf{r}_{n,j} \cdot \mathbf{e}_n = j + (2/5)$ , где  $j = 0, \pm 1 \dots$ . Наконец, каждая ячейка получившейся сетки, ограниченная лини-

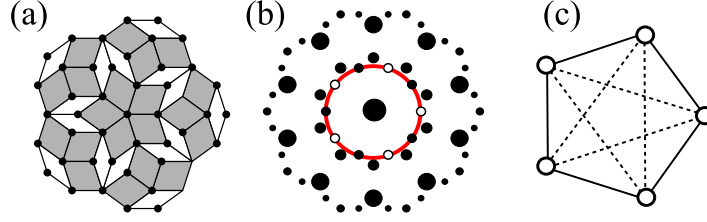


Рис. 3.9: (a) Каноническая мозаика Пенроуза. (b) Рассчитанный структурный фактор этой мозаики. Каждый круг расположен в точке, соответствующей вектору брэгговской дифракции  $\mathbf{G}$ , и имеет диаметр, пропорциональный модулю структурного фактора  $|f_{\mathbf{G}}|$ . Отмечены только векторы дифракции с  $|f_{\mathbf{G}}| > 0.15$ . Окружностью отмечена величина вектора дифракции  $G^* \approx (2\pi/a_r) \times 1.05$ , где  $a_r$  — сторона ромба в мозаике Пенроуза. Пустые и заполненные круги соответствуют противоположно ориентированным звездам  $G^* \mathbf{e}_n$  и  $-G^* \mathbf{e}_n$ . (c) Схема связи за счет брэгговской дифракции между волнами, соответствующими пяти векторам звезды  $G^* \mathbf{e}_n$ .

ями  $\mathbf{r}_{0,j_0}, \mathbf{r}_{0,j_0+1}, \dots, \mathbf{r}_{4,j_4}, \mathbf{r}_{4,j_4+1}$ , сопоставляется точке  $\mathbf{a} = a_r \sum_{n=0}^4 j_n \mathbf{e}_n$ , принадлежащей мозаике Пенроуза со стороной ромба  $a_r$ . Особенностью такого способа построения, называемого методом дуальной сетки (dual multigrid), является возможность генерации квазикристаллических решеток с произвольной степенью вращательной симметрии [157]. Другие эквивалентные определения мозаики Пенроуза основаны на проектировании на двумерное пространство периодической решетки из пространства большей размерности [155].

Структурный фактор решетки

$$f(\mathbf{q}) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{2i\mathbf{q}\mathbf{a}_j} = \sum_{h_1 h_2 h_3 h_4} f_{\mathbf{G}} \delta_{2\mathbf{q} - \mathbf{G}_{h_1 h_2 h_3 h_4}} \quad (3.39)$$

проиллюстрирован на рис. 3.9(b) и состоит из брэгговских пиков с векторами дифракции  $\mathbf{G} \equiv \mathbf{G}_{h_1 h_2 h_3 h_4} = G^* \sum_{n=1}^4 h_n \mathbf{e}_n$ , где  $G^* = 4\pi\tau^2/(5a_r)$  и  $\tau = (\sqrt{5} + 1)/2$  — золотое сечение. Каждый ненулевой вектор дифракции  $\mathbf{G}$  принадлежит либо к звезде  $\mathbf{G}_{n,\pm} = G\mathbf{e}_n$ , состоящей из пяти векторов ( $n = 0 \dots 4$ ), либо к противоположно ориентированной звезде  $-G\mathbf{e}_n$ . Поскольку  $f_{-\mathbf{G}} = f_{\mathbf{G}}^*$ , модуль структурного фактора обладает вращательной симметрией 10-го порядка, что в два раза выше чем степень симметрии самой мозаики Пенроуза.

Волновое уравнение для электрического поля  $\mathbf{E}$  записывается в виде

$$\text{rot rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{D}(\mathbf{r}), \quad (3.40)$$

где вектор индукции  $\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \varepsilon_b \mathbf{E}(\mathbf{r}) + 4\pi \mathbf{P}_{\text{exc}}(\mathbf{r})$  включает нерезонансный вклад, характеризуемый фоновой диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_b$ , и экситонную поляризацию  $\mathbf{P}_{\text{exc}}$ . Материальное соотношение между экситонной поляризацией  $\mathbf{P}_{\text{exc}}$  и электрическим полем может быть представлено как [44]

$$4\pi \mathbf{P}_{\text{exc}}(\mathbf{r}) = T(\omega) \sum_{\mathbf{a}} \Phi(\mathbf{r} - \mathbf{a}) \int d^3 r' \Phi(\mathbf{r}' - \mathbf{a}) \mathbf{E}(\mathbf{r}'), \quad (3.41)$$

где резонансный множитель равняется

$$T(\omega) = \frac{\pi \varepsilon_b a_{\text{B}}^3 \omega_{\text{LT}}}{\omega_0 - \omega - i\Gamma}. \quad (3.42)$$

Выражение (3.41) содержит сумму вкладов в экситонную поляризацию от различных квантовых точек с координатами центров  $\mathbf{a}$  и экситонными огибающими  $\Phi(\mathbf{r} - \mathbf{a})$ . Остальные экситонные параметры в (3.42) включают: продольно-поперечное расщепление  $\omega_{\text{LT}}$ , объемный боровский радиус экситона  $a_{\text{B}}$ , резонансную частоту экситона  $\omega_0$  и феноменологическое нерадиационное затухание  $\Gamma$ . В наших расчетах экситонная огибающая была выбрана в виде гауссиана  $\Phi(r) = \Phi_0 \times (\pi R)^{-3/2} \exp(-r^2/R^2)$ , где  $R$  — характерный размер квантовой точки, приведенные результаты слабо зависят от конкретного вида огибающей. Для размерно-квантованного как целого  $1s$ -экситона имеем [44]  $\Phi_0 = 2^{-3/2}/\sqrt{\pi a_{\text{B}}^3}$ .

Используемый метод расчета коэффициента отражения обобщает подход в работе [34], а также метод, изложенный в разделе 3.2.2 для одномерной решетки квантовых ям. Зависимость электрического поля от координат описывается в базисе плоских волн. Различные плоские волны связаны за счет брэгговской дифракции, сила связи определяется коэффициентами структурного фактора. В разложении по плоским волнам учитываются только векторы дифракции  $\mathbf{G}$  с наибольшими значениями  $f_{\mathbf{G}}$ , показанные на рис. 3.9(b). Компоненты Фурье электрического

поля определены следующим образом:

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}} = \int d^3r e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \mathbf{E}(\mathbf{r}). \quad (3.43)$$

Подставляя (3.41) в (3.40) и переходя к  $\mathbf{k}$ -представлению, получаем замкнутое уравнение для электрического поля:

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}} = \frac{T(\omega)\Phi_{\mathbf{k}}\hat{U}_{\mathbf{k}}}{k^2 - q^2} \sum_{\mathbf{a}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{a}} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}'\mathbf{a}} \Phi_{\mathbf{k}'} \mathbf{E}_{\mathbf{k}'} + \mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(0)}. \quad (3.44)$$

Здесь  $q = \omega\sqrt{\epsilon_b}/c$ ,  $\Phi_{\mathbf{k}} = \Phi_0 \exp(-R^2k^2/4)$  обозначает экситонную огибающую в  $\mathbf{k}$ -представлении, а матрица  $\hat{U}_{\mathbf{k}}$  задана как

$$[U_{\mathbf{k}}]_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - \frac{k_{\alpha}k_{\beta}}{q^2}, \quad \alpha, \beta = x, y, z. \quad (3.45)$$

Неоднородное слагаемое  $\mathbf{E}_{\mathbf{k}}^{(0)}$  в (3.44) описывает падающую волну. Поскольку квантовые точки расположены в плоскости  $xy$ , удобно различать компоненты векторов, лежащие в плоскости и нормальные к ней. Поэтому далее будут использоваться обозначения  $\mathbf{Q} = (Q_{\parallel}, Q_z)$  и  $\mathbf{Q}_{\parallel} = (Q_x, Q_y)$ . Вводя структурный фактор решетки

$$\sum_{\mathbf{a}} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{a}} = \frac{(2\pi)^2}{\bar{S}} \sum_{\mathbf{G}} \delta(\mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{k}'_{\parallel} - \mathbf{G}) f_{\mathbf{G}}, \quad (3.46)$$

где  $\bar{S} \approx 0.81a_r^2$  — средняя площадь, приходящаяся в мозаике Пенроуза на квантовую точку [155], получаем

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}_{\parallel}+\mathbf{G},k_z} = \frac{T(\omega)\hat{U}_{\mathbf{k}_{\parallel}+\mathbf{G},k_z}\Phi_{\mathbf{k}_{\parallel}+\mathbf{G},k_z}}{(\mathbf{k}_{\parallel}+\mathbf{G})^2 + k_z^2 - q^2} \int \frac{dk'_z}{2\pi\bar{S}} \sum_{\mathbf{G}'} f_{\mathbf{G}-\mathbf{G}'} \Phi_{\mathbf{k}_{\parallel}+\mathbf{G}',k'_z} \mathbf{E}_{\mathbf{k}_{\parallel}+\mathbf{G}',k'_z} + \mathbf{E}_{\mathbf{k}_{\parallel}-\mathbf{G},k_z}^{(0)}. \quad (3.47)$$

Ограничим рассмотрение случаем нормального падения,  $\mathbf{E}^{(0)}(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_0 e^{iqz}$ . Умножая (3.47) на  $\Phi_{\mathbf{G},k_z}$  и интегрируя по  $k_z$ , получаем систему линейных уравнений

$$\Lambda_{\mathbf{G}} = \chi L_{\mathbf{G}} \hat{U}_{\mathbf{G}} \sum_{\mathbf{G}'} f_{\mathbf{G}-\mathbf{G}'} \Lambda_{\mathbf{G}'} + \delta_{\mathbf{G},0} \mathbf{e}_0 \quad (3.48)$$

для нахождения векторных величин

$$\Lambda_{\mathbf{G}} = \frac{\int dk_z \Phi_{\mathbf{G},k_z} \mathbf{E}_{\mathbf{G},k_z}}{\int dk_z e^{ik_z z} \Phi_{0,k_z}}. \quad (3.49)$$

Остальные величины в (3.48) —  $2 \times 2$  матрицы  $\hat{U}_{\mathbf{G}} \equiv [U_{\mathbf{G},0}]_{\alpha\beta}$  ( $\alpha, \beta = x, y$ ), безразмерная резонансная восприимчивость

$$\chi = \frac{\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i\Gamma}, \quad \Gamma_0 = \frac{\pi q a_B^3 \omega_{\text{LT}}(\Phi_0)^2 e^{-(qR)^2/2}}{2\bar{S}} \quad (3.50)$$

и комплексные коэффициенты

$$L_G = \frac{iq}{q_G} \operatorname{erfc} \left( \frac{iq_G R}{\sqrt{2}} \right), \quad q_G = \sqrt{q^2 - G^2}. \quad (3.51)$$

Дополнительная функция ошибок в (3.51) определена следующим образом

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt.$$

Отметим, что поскольку  $\operatorname{erfc}(x)$  стремится к нулю с асимптотикой  $\exp(-x^2)/(\sqrt{\pi}x)$  при  $x \rightarrow \infty$ , величины  $L_G$  и  $\Lambda_{\mathbf{G}}$  быстро затухают при  $G \gtrsim 1/R$ , обеспечивая сходимость суммы по  $\mathbf{G}'$  в (3.48). После того, как векторы  $\Lambda_{\mathbf{G}}$  найдены из (3.48), электрическое поле дается обратным преобразованием Фурье,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \mathbf{E}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}. \quad (3.52)$$

На больших расстояниях от плоскости квантовых точек ( $|z| \gg R, 1/q$ ) переход в уравнении (3.44) в  $\mathbf{r}$ -представление приводит к

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} e^{i\mathbf{G}\boldsymbol{\rho}} \times \begin{cases} e^{-iq_G z} \mathbf{E}_{\mathbf{G}}^{(r)}, & (z \rightarrow -\infty), \\ e^{iq_G z} \mathbf{E}_{\mathbf{G}}^{(t)}, & (z \rightarrow +\infty), \end{cases} \quad (3.53)$$

где  $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$  и амплитуды отраженных и прошедших волн  $\mathbf{E}_{\mathbf{G}}^{(r)}$  и  $\mathbf{E}_{\mathbf{G}}^{(t)}$  равняются

$$\mathbf{E}_{\mathbf{G}}^{(r)} = \hat{U}_{\mathbf{G},q_G} \mathbf{S}_{\mathbf{G}}, \quad \mathbf{E}_{\mathbf{G}}^{(t)} = \mathbf{e}_0 \delta_{\mathbf{G},0} + \hat{U}_{\mathbf{G},-q_G} \mathbf{S}_{\mathbf{G}}, \quad (3.54)$$

$$\mathbf{S}_{\mathbf{G}} = \frac{iq\chi}{q_G} \sum_{\mathbf{G}'} f_{\mathbf{G}-\mathbf{G}'} \Lambda_{\mathbf{G}'}. \quad (3.55)$$

Таким образом, коэффициент зеркального отражения  $R(\omega)$  равен  $|S_0|^2$ . Отметим, что благодаря наличию в системе вращательной симметрии 5-го порядка, вектор  $\mathbf{S}_0$  параллелен  $\mathbf{e}_0$ , а его величина не зависит от направления  $\mathbf{e}_0$ .



При нулевом нерадиационном затухании экситона ( $\Gamma = 0$ ) закон сохранения плотности потока энергии в  $z$  направлении записывается как

$$|S_0|^2 + |1 + S_0|^2 + 2 \sum_{0 < G < q} \frac{qG}{q} \left[ |\mathbf{S}_G|^2 - \frac{|\mathbf{G}\mathbf{S}_G|^2}{q^2} \right] = 1, \quad (3.56)$$

где три слагаемых соответствуют зеркально отраженным, прошедшим и дифрагированным волнам. Условие (3.56) следует из уравнений (3.48)–(3.55) с учетом того, что  $\text{Im } L_G = q/q_G$  для  $G < q$ .

Коэффициент отражения  $r(\omega) \equiv S_0(\omega)$  может быть представлен в простой аналитической форме, только если полностью пренебречь дифракцией в плоскости, т.е. учесть только вектор  $G = 0$ :

$$r(\omega) = \frac{i\Gamma_0}{\tilde{\omega}_0 - \omega - i(\Gamma + \Gamma_0)}, \quad \tilde{\omega}_0 = \omega_0 + \Gamma_0 \text{Im erf}c \left[ \frac{iq(\omega_0)R}{\sqrt{2}} \right], \quad (3.57)$$

Таким образом, величина  $\Gamma_0$  может быть интерпретирована как радиационное затухание экситона (в пренебрежении дифракцией), а величина  $\tilde{\omega}_0$  — как резонансная частота экситона, перенормированная в результате взаимодействия со светом. Выражение (3.57) аналогично коэффициенту отражения от квантовой ямы и справедливо только если расстояния между квантовыми точками много меньше длины волны света,  $a_r \ll 1/q$ , иначе необходимо учитывать другие плоские волны с  $G \neq 0$ . В общем случае это может быть выполнено только численно. Аналитическое выражение для коэффициента отражения, учитывающее вектор  $G = 0$ , а также звезду заданного вектора дифракции  $\mathbf{G}$ , представлено в следующем разделе 3.3.2.

### 3.3.2 Коэффициент отражения в приближении двух звезд

В этом разделе аналитически рассчитывается коэффициент зеркального отражения света, нормально падающего на квазикристаллический массив квантовых точек. Для этого в системе (3.48) учитываются  $N + 1$  векторов дифракции, принадлежащих к двум звездам, а именно, тривиальной звезде вектора  $\mathbf{G} = 0$  и звезде вектора  $G^*$ , состоящей из  $N$  векторов

$$\mathbf{G}_n = G^*(\cos n\varphi, \sin n\varphi), \quad n = 0 \dots N - 1, \quad \varphi = 2\pi/N. \quad (3.58)$$

Расчет выполнен следующим образом: сначала решена задача с учетом  $N$  дифракционных векторов, принадлежащих звезде вектора  $G^*$ , после чего учтена ее связь со звездой вектора  $G = 0$ . Рассмотрим уравнения системы (3.48), в которых вектор  $G$  принимает одно из значений  $G_n$ :

$$\Lambda_n = \chi L_{G^*} \hat{U}_n \sum_{m=0}^{N-1} f_m \Lambda_{m+n} + f_G \hat{U}_n e_x, \quad (3.59)$$

$$f_m \equiv f_{G_{m+n} - G_n}. \quad (3.60)$$

Здесь  $\Lambda_n \equiv \Lambda_{G_n}$ ,  $U_n \equiv U_{G_n}$ , структурный фактор  $f_G$  описывает связь между звездами векторов  $G = 0$  и  $G = G^*$ . Отметим, что существенна связь за счет дифракции между волнами, соответствующими различным векторам  $\Lambda_n$ , описываемая коэффициентами структурного фактора  $f_m$ . Для случая мозаики Пенроуза эта связь проиллюстрирована на рис. 3.9(с). Окружности соответствуют пяти векторам дифракции  $G_n$  с  $N = 5$ . Линиями отмечены возможные связи между векторами  $G_n$  за счет коэффициентов  $f_m$ , сплошным и пунктирным линиям отвечают два возможных значения  $f_m$ . Суммирование в (3.59) выполняется по всей звезде (3.58).

Для того, чтобы решить систему (3.59), выберем базис векторов, продольных и поперечных по отношению к векторам (3.58):

$$\Lambda_n = \Lambda_r^n (\cos n\varphi, \sin n\varphi) + \Lambda_\varphi^n (\sin n\varphi, -\cos n\varphi), \quad (3.61)$$

что дает

$$\Lambda_r^n = \chi L_{G^*} \eta \sum_{m=0}^{N-1} f_m (\cos m\varphi \Lambda_r^{n+m} + \sin m\varphi \Lambda_\varphi^{n+m}) + f_G \eta \cos n\varphi, \quad (3.62)$$

$$\Lambda_\varphi^n = \chi L_{G^*} \sum_{m=0}^{N-1} f_m (\cos m\varphi \Lambda_\varphi^{n+m} - \sin m\varphi \Lambda_r^{n+m}) + f_G \sin n\varphi,$$

где  $\eta = 1 - (G^*)^2/q^2$ . Решения системы (3.62) можно искать в виде

$$\Lambda_{r,\varphi}^n = C_{r,\varphi} \cos n\varphi + S_{r,\varphi} \sin n\varphi. \quad (3.63)$$

Подставляя (3.63) в (3.62) мы находим восприимчивость звезды вектора  $G^*$  в виде

$$g_N \equiv f_G^* \sum_{n=1}^N \Lambda_n \cdot \mathbf{e}_x = \frac{N\chi L_{G^*} |f_G|^2}{2} \times \frac{1 + \eta - 2\eta(A - B)}{1 - (\eta + 1)A + \eta(A^2 - B^2)}, \quad (3.64)$$

где

$$A = \chi L_{G^*} \sum_{m=0}^{N-1} f_m \cos^2 m\varphi, \quad B = \chi L_{G^*} \sum_{m=0}^{N-1} f_m \sin^2 m\varphi. \quad (3.65)$$

Выражение (3.64) в общем случае содержит резонансы на двух частотах, соответствующие смешанным продольным и поперечным модам. При выполнении брэгговского условия  $q = G^*$  имеем  $\eta = 0$ , так что

$$g_N = \frac{N\chi L_{G^*} |f_G|^2}{2(1 - A)} \quad (3.66)$$

и активна только одна мода, собственная частота которой находится из условия  $A = 1$ . Используя для  $L_{G^*}$  приближение

$$L_{G^*} \approx \sqrt{\frac{\omega_0}{2(\omega_0 - \omega)}} \quad (3.67)$$

и пренебрегая нерадикационным затуханием  $\Gamma$ , получаем решение

$$\omega_N \approx \omega_0 - \Gamma_0 \times \left( \frac{\omega_0 \alpha^2}{2\Gamma_0} \right)^{1/3}, \quad \alpha = \sum_m f_m \cos^2 m\varphi. \quad (3.68)$$

Для того, чтобы найти коэффициент зеркального отражения, учтем волну с вектором  $G = 0$ . Уравнение для величины  $\Lambda_0$  имеет вид

$$\Lambda_0 = \chi L_0 \left( \Lambda_0 + f_G^* \sum_{n=1}^N \Lambda_n \right) + \mathbf{e}_x. \quad (3.69)$$

В свою очередь, коэффициент отражения (3.55) дается выражением

$$r(\omega) = i\chi \left( \Lambda_0 + f_G^* \sum_{n=1}^N \Lambda_n \right) \cdot \mathbf{e}_x. \quad (3.70)$$

Поскольку сумма  $f_G^* \sum_{n=1}^N \Lambda_n$  по определению восприимчивости  $g_N$  равняется  $g_N \Lambda_0$ , уравнение (3.69) может быть легко решено и коэффициент отражения принимает вид

$$r = \frac{i\Gamma_0 [1 + g_N(\omega)]}{\omega_0 - i\Gamma - i\Gamma_0 L_0 [1 + g_N(\omega)] - \omega}. \quad (3.71)$$

Для проверки решения (3.71) рассмотрим случай квадратной решетки, проанализированный в работе [34]. В этом случае  $f_m = f_G = 1$ , и  $A = B = (N/2)\chi L_{G^*}$ , где  $N$  равняется 4 или 8 в зависимости от конкретной звезды. Таким образом, получаем

$$g_N = \frac{N\chi L_{G^*}[1 - (G^*)^2/2q^2]}{1 - N\chi L_{G^*}[1 - (G^*)^2/2q^2]}, \quad (3.72)$$

и

$$r = \frac{i\Gamma_0}{\omega_0 - i\Gamma_0\{L_0 + NL_{G^*}[1 - (G^*)^2/2q^2]\} - i\Gamma - \omega}, \quad (3.73)$$

в согласии с [34]. Это выражение содержит только один полюс, значение которого определяется суммой вкладов звезд векторов  $0$  и  $G^*$ , стоящей внутри фигурных скобок. В общем случае необходимо также учитывать корневую сингулярность в зависимости величины  $L_{G^*}$  от частоты  $\omega$ , которая для брэгговской структуры дается выражением (3.67). Именно эта сингулярность приводит к стандартным аномалиям Вуда в периодических решетках [60]. Однако оказывается, что для сравнительно слабых резонансов, соответствующих экситону в квантовой точке ( $\sqrt{\Gamma_0/\omega_0} \ll 1$ ), особенности связанные с этой сингулярностью в периодических структурах практически не проявляются, см. также рис. 3.10. В отличие от периодических структур, в квазикристаллическом случае выражения (3.64), (3.71) обладают сложной многопиковой структурой, определяемой интерференцией резонансов звезд векторов  $G = 0$  и  $G = G^*$  на частотах (3.57) и (3.68).

### 3.3.3 Результаты и обсуждение

Результаты расчета представлены на рис. 3.10. Штриховой кривой показан коэффициент отражения от периодической квадратной решетки, настроенной на брэгговское условие

$$\omega_0 = cG^*/n_b \equiv \omega_{G^*}. \quad (3.74)$$

Расчет выполнен аналитически в приближении двух звезд (3.73) с  $N = 4$ . В соответствии с результатами работы [34], спектр имеет вид лоренциана. Красный сдвиг положения пика относительно частоты экситонного резонанса  $\omega_0$  обусловлен свето-экситонным взаимодействием. Величина сдвига велика по сравнению с

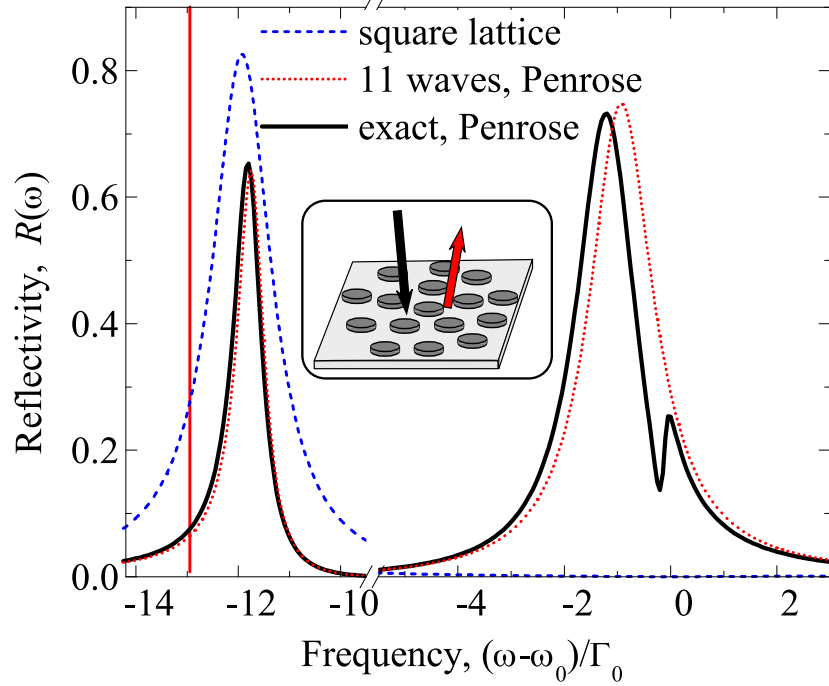


Рис. 3.10: Коэффициент отражения от мозаики Пенроуза, удовлетворяющей брэгговскому условию  $\omega_0 n_b / c = G^*$ . Рассчитано для  $\Gamma_0 / \omega_0 = 10^{-3}$ ,  $\Gamma / \Gamma_0 = 0.1$ ,  $R / a_r = 0.2$ . Сплошные и пунктирные кривые представляют результаты численного и аналитического расчетов с учетом 61 и 11 векторов дифракции, соответственно. Вертикальной линией отмечено положение резонанса (3.68) для звезды вектора  $G^*$ . Штриховой кривой для сравнения представлен коэффициент отражения (3.73) от периодической квадратной решетки. Значения остальных параметров указаны в тексте. На вставке схематически проиллюстрирована геометрия задачи.

$\Gamma_0$ , т.к. структура удовлетворяет условию Брэгга (3.74). Аномалии Вуда в спектре периодической структуры не проявляются, поскольку  $\Gamma_0 \ll \omega_0$ .

Пунктирной кривой представлен результат аналитического расчета (3.71) для мозаики Пенроуза. Спектр рассчитан с учетом вектора дифракции  $G = 0$  и десяти векторов дифракции  $\pm G e_n$ , принадлежащих к двум противоположным звездам. Соответствующие этим звездам волны не связаны за счет дифракции и взаимодействуют с волной  $G = 0$  независимо. Абсолютные значения структурного фактора для обеих звезд совпадают. Поэтому приближение двух звезд  $G = 0$  и  $G e_n$ , представленное в предыдущем разделе, может быть обобщено для учета трех звезд,  $G = 0$  и  $\pm G e_n$ , с помощью простой замены  $g_N \rightarrow 2g_N$  в (3.71). В расчете ис-

пользованы следующие значения структурных факторов:  $|f_G| = 0.38$ ,  $f_{\pm 1} = 0.47$  [сплошные линии на рис. 3.9(с)],  $f_{\pm 2} = 0.76$  [пунктирные линии на рис. 3.9(с)]. Видно, что учет дифракции в плоскости приводит к расщеплению резонанса (3.57) для однородной структуры. Результирующий спектр существенно отличается от спектра периодической структуры, что следует из сравнения штриховой и пунктирной кривых на рис. 3.10. Аналитическое приближение хорошо описывает коэффициент отражения. Действительно, поскольку структура настроена на определенный резонанс (3.74), спектр существенно не изменяется при учете дополнительных векторов дифракции с  $G \neq 0$ ,  $G \neq G^*$  (сплошная кривая). Таким образом, рис. 3.10 демонстрирует, что характерным свойством брэгговской квазикристаллической решетки является расщепленный, двухпиковый спектр отражения. Величина расщепления приближенно дается разностью  $\omega_0$  и резонансной частоты  $\omega_N$  (3.68), отмеченной вертикальной линией на рис. 3.10. Эта разность порядка  $\Gamma_0^{2/3} \omega_0^{1/3}$ , т.е. расщепление может существенно превышать  $\Gamma_0$ . Подобное расщепление также должно наблюдаться в слабо разупорядоченной двумерной периодической резонансной структуре и в резонансных двумерных фотонных кристаллах со сложной элементарной ячейкой [147]. Ключевым условием для того, чтобы форма спектра отражения имела вид, подобный сплошной кривой на рис. 3.10, является настройка структуры на условие Брэгга, которому соответствует большой, но по модулю не равный единице коэффициент структурного фактора.

### 3.4 Краткие итоги

В Главе 3 получены следующие результаты:

- Рассмотрены аперiodические детерминированные структуры на основе квантовых ям. Сформулировано резонансное брэгговское условие и построена аналитическая теория спектров отражения в двухволновом приближении.
- В спектрах структур выявлены сверхизлучательный и фотонно-квазикристаллический режимы, а также область скейлинга.

- Сопоставление с экспериментом позволило подтвердить ключевые предсказания теории и определить резонансные частоты, излучательные и безызлучательные затухания квазидвумерных экситонов.
- Рассмотрено взаимодействие света с двумерным квазикристаллическим массивом квантовых точек, расположенных в узлах мозаики Пенроуза. Построена аналитическая теория спектров отражения от мозаики Пенроуза, показано, что, в отличие от периодических структур, форма спектров имеет двухпиковый характер.

# Заключение

В диссертации получены следующие основные результаты:

- Построена теория зонной структуры одномерных, двумерных, и трехмерных фотонных кристаллов с учетом пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости вблизи частоты экситонного резонанса. Рассчитаны спектры отражения и пропускания света. Показано, что положение нижних ветвей дисперсионной кривой экситонных поляритонов монотонно зависит от эффективной массы экситона и определяется главным образом взаимодействием света с экситоном на основном уровне размерного квантования как целого.
- Предсказан новый оптический эффект в двумерных и трехмерных фотонных кристаллах — многократное увеличение коэффициента зеркального отражения света за счет двойной дифракции и полного внутреннего отражения от границы.
- Проведено теоретическое исследование переключаемых фотонных кристаллов на основе композита опал-VO<sub>2</sub>. С целью расчета положения фотонной стоп-зоны развито приближение эффективной среды для пор решетки опала, заполненной частицами диоксида ванадия. Определены параметры структуры, при которых сдвиг стоп-зоны при переходе VO<sub>2</sub> из полупроводниковой в металлическую фазу принимает наибольшее значение. Рассчитанная величина сдвига находится в согласии с экспериментом.



- Построена теория отражения, пропускания и поглощения света двумерными сверхпроводящими фотонными кристаллами.
- Построена теория экситонных поляритонов в квазипериодических структурах с квантовыми ямами. Сформулировано резонансное брэгговское условие дифракции света. Показано, что, в зависимости от числа ям, в структуре проявляются сверхизлучательный или фотонно-квазикристаллический режимы. Сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными позволило определить параметры квазидвумерных экситонов: резонансные частоты, излучательные и безызлучательные затухания.
- Развито двухволновое приближение, позволяющее аналитически описывать оптические спектры квазипериодических структур в широкой области частот, за исключением узкого интервала вблизи резонансной частоты экситона. Показано, что при малом нерадиационном затухании экситона в этом узком интервале проявляется скейлинг оптических спектров.
- Построена теория взаимодействия света с массивом квантовых точек, расположенных в узлах квазикристаллической мозаики Пенроуза. Показано, что в спектрах отражения проявляются резонансные особенности, отсутствующие в периодической решетке.

Основные результаты диссертационной работы изложены в публикациях:

- [A1] Е. Л. Ивченко, А. Н. Поддубный. Резонансные трехмерные фотонные кристаллы. // ФТТ **48**(3), 540-547 (2006).
- [A2] А. Н. Поддубный. Дифракционный механизм зеркального отражения света от фотонных кристаллов. // ФТТ **49**(2), 346-351 (2007).
- [A3] М. М. Воронов, Е. Л. Ивченко, В. А. Кособукин, А. Н. Поддубный. Особенности спектров отражения и поглощения одномерных резонансных фотонных кристаллов. // ФТТ **49**(9), 1709-1718 (2007).

- [A4] A. N. Poddubny, E. L. Ivchenko, Yu. E. Lozovik. Low-frequency spectroscopy of superconducting photonic crystals.// Solid State Communications **146**, 143-147 (2008).
- [A5] A. N. Poddubny, L. Pilozzi, M. M. Voronov, E. L. Ivchenko. Resonant Fibonacci quantum well structures in one dimension.// Phys. Rev. B **77**, 113306 (2008).
- [A6] J. Hendrickson, B.C. Richards, J. Sweet, G. Khitrova, A.N. Poddubny, E. L. Ivchenko, M. Wegener, H. M. Gibbs. Excitonic polaritons in Fibonacci quasicrystals.// Opt. Express **16**, 15382-15387 (2008).
- [A7] M. Werchner, M. Schafer, M. Kira, S. W. Koch, J. Sweet, J. D. Oritzky, J. Hendrickson, B. C. Richards, G. Khitrova, H. M. Gibbs, A. N. Poddubny, E. L. Ivchenko, M. Voronov, M. Wegener. One dimensional resonant Fibonacci quasicrystals: noncanonical linear and canonical nonlinear effects.// Opt. Express **17**, 6813-6828 (2009).
- [A8] A. N. Poddubny, L. Pilozzi, M. M. Voronov, E. L. Ivchenko. Exciton-polaritonic quasicrystalline and aperiodic structures.// Phys. Rev. B **80**, 115314 (2009).
- [A9] A. N. Poddubny, E. L. Ivchenko. Photonic quasicrystalline and aperiodic structures.// Physica E **42**, 1871–1895 (2010).
- [A10] А. Б. Певцов, С. А. Грудинкин, А. Н. Поддубный, С. Ф. Каплан, Д. А. Курдюков, В. Г. Голубев. Переключение фотонной запрещенной зоны в трехмерных пленочных фотонных кристаллах на основе композитов опал-VO<sub>2</sub> в спектральной области 1.3-1.6  $\mu\text{m}$ .// ФТП **44**(12), 1585–1590 (2010).
- [A11] A. N. Poddubny. Resonant Wood anomalies in photonic quasicrystals. // Proc. Int. Symp. “Nanostructures Physics and Technology” (St. Petersburg, Russia, 2010), pp. 308-309.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю Е.Л. Ивченко. Работа под его руководством была для меня очень полезной и интересной, его внимание и постоянная поддержка были для меня очень важны.

Я признателен участникам Низкоразмерного и Чайного семинаров ФТИ. Обсуждение на этих семинарах работ, вошедших в диссертацию, принесло мне большую пользу.

Я благодарен С.А. Тарасенко, А.Б. Певцову и В.В. Чалдышеву за ценные замечания и всем сотрудникам сектора Ивченко за полезные обсуждения, а также П.А. Алексееву, М.М. Глазову и М.А. Семиной за помощь, любезно оказанную при оформлении диссертации и сопутствующих документов.

# Литература

- [1] Photonic crystals. Molding the flow of light. / J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, R. D. Meade. — Princeton University Press, 2008.
- [2] Selective manipulation of stop-bands in multi-component photonic crystals: Opals as an example / M. V. Rybin, A. V. Baryshev, A. B. Khanikaev et al. // *Phys. Rev. B*. — 2008. — Vol. 77, no. 20. — P. 205106.
- [3] *Спицын А. С., Глинский Г. Ф.* Свойства волноводных мод в фотонном кристалле на основе щелевого кремния с дефектом // *ФТП*. — 2008. — Т. 42, № 10. — С. 1256–1262.
- [4] Resonant mode coupling of optical resonances in stacked nanostructures / N. A. Gippius, T. Weiss, S. G. Tikhodeev, H. Giessen // *Opt. Express*. — 2010. — Vol. 18, no. 7. — Pp. 7569–7574.
- [5] Complete photonic bandgaps in 12-fold symmetric quasicrystals / M. E. Zoorob, M. D. B. Charlton, G. J. Parker et al. // *Nature*. — 2000. — Vol. 404. — Pp. 740–743.
- [6] *Beggs D. M., Kaliteevski M. A., Abram R. A.* Properties of microcavities in two-dimensional photonic quasicrystals with octagonal rotational symmetry // *J. Modern Optics*. — 2007. — Vol. 54. — Pp. 881–893.
- [7] *Пекар С. И.* Теория электромагнитных волн в кристаллах, в которых возникают экситоны // *ЖЭТФ*. — 1957. — Т. 33. — С. 1022–1036.

- [8] Excitons / Ed. by E. Rashba, M. Sturge. — Amsterdam: North-Holland, 1982. — Vol. 2 of *Modern Problems in Condensed Matter Science*.
- [9] Гросс Е. Ф., Каплянский А. А. Оптическая анизотропия кубических кристаллов, вызванная явлением пространственной дисперсии. Квадрупольное экситонное поглощение света в закиси меди // *ДАН СССР*. — 1960. — Т. 132, № 1. — С. 98–101.
- [10] Hopfield J. J., Thomas D. G. Theoretical and experimental effects of spatial dispersion on the optical properties of crystals // *Phys. Rev.* — 1963. — Vol. 132, no. 2. — Pp. 563–572.
- [11] Киселев В. А., Разбирин Б. С., Уралъцев И. Н. Интерференционные состояния светоэкситонов. Наблюдение добавочных волн // *Письма в ЖЭТФ*. — 1973. — Т. 18. — С. 504–507.
- [12] Кочерешко В. П., Разбирин Б. С., Уралъцев И. Н. Перестройка дисперсии светоэкситонов в магнитном поле // *Письма в ЖЭТФ*. — 1978. — Т. 27, № 5. — С. 285–288.
- [13] Агранович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. — М.: Наука, 1965.
- [14] Ivchenko E. L., Pikus G. Superlattices and Other Heterostructures: Symmetry and Optical Phenomena. — Berlin: Springer-Verlag, 1997.
- [15] Ивченко Е. Л., Несвижский А. И., Йорда С. Брэгговское отражение света от структур с квантовыми ямами // *ФТТ*. — 1994. — Т. 36. — С. 1156–1161.
- [16] Observation of the coupled exciton-photon mode splitting in a semiconductor quantum microcavity / C. Weisbuch, M. Nishioka, A. Ishikawa, Y. Arakawa // *Phys. Rev. Lett.* — 1992. — Vol. 69. — Pp. 3314–3317.

- [17] *Yablonovitch E.* Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics // *Phys. Rev. Lett.* — 1987. — Vol. 58, no. 20. — Pp. 2059–2062.
- [18] *John S.* Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices // *Phys. Rev. Lett.* — 1987. — Vol. 58, no. 23. — Pp. 2486–2489.
- [19] *Быков В. П.* Спонтанное излучение в периодических структурах // *ЖЭТФ.* — 1972. — Т. 35. — С. 269.
- [20] *Джеймс Р.* Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей. — М.: Издательство иностранной литературы, 1950.
- [21] *Gerace D., Andreani L. C.* Quantum theory of exciton-photon coupling in photonic crystal slabs with embedded quantum wells // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Vol. 75, no. 23. — P. 235325.
- [22] *Ивченко Е. Л., Кособужкин В. А.* Экситонные поляритоны в полупроводниках со сверхрешеткой // *ФТП.* — 1988. — Т. 22, № 1. — С. 24–30.
- [23] Nature of lossy Bloch states in polaritonic photonic crystals / К. С. Huang, Е. Lidorikis, X. Jiang et al. // *Phys. Rev. B.* — 2004. — Vol. 69, no. 19. — P. 195111.
- [24] *Inglesfield J. E., Pitarke J. M., Kemp R.* Plasmon bands in metallic nanostructures // *Phys. Rev. B.* — 2004. — Vol. 69, no. 23. — P. 233103.
- [25] Controlling the Fano interference in a plasmonic lattice / А. Christ, Y. Ekinici, Н. Н. Solak et al. // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Vol. 76, no. 20. — P. 201405.
- [26] Stopping light in a waveguide with an all-optical analog of electromagnetically induced transparency / М. F. Yanik, W. Suh, Z. Wang, S. Fan // *Phys. Rev. Lett.* — 2004. — Vol. 93, no. 23. — P. 233903.

- [27] *Chak P., Pereira S., Sipe J. E.* Coupled-mode theory for periodic side-coupled microcavity and photonic crystal structures // *Phys. Rev. B.* — 2006. — Vol. 73, no. 3. — P. 035105.
- [28] Photonic band gap from a stack of positive and negative index materials / J. Li, L. Zhou, C. T. Chan, P. Sheng // *Phys. Rev. Lett.* — 2003. — Vol. 90, no. 8. — P. 083901.
- [29] *Toader O., John S.* Photonic band gap enhancement in frequency-dependent dielectrics // *Phys. Rev. E.* — 2004. — Vol. 70, no. 4. — P. 046605.
- [30] Surface plasmon polaritons in metallo-dielectric meander-type gratings / A. B. Akimov, A. S. Vengurlekar, T. Weiss и др. // *Письма в ЖЭТФ.* — 2009. — Т. 90. — С. 398–401.
- [31] *Pilozzi L., D'Andrea A., Del Sole R.* Electromagnetic properties of a dielectric grating. II. Quantum wells excited by surface waves // *Phys. Rev. B.* — 1996. — Vol. 54, no. 15. — Pp. 10763–10772.
- [32] Transmission properties of a two-dimensional photonic crystal slab with an excitonic resonance / R. Shimada, A. L. Yablonskii, S. G. Tikhodeev, T. Ishihara // *IEEE Journal of Quantum Electronics.* — 2002. — Vol. 38. — Pp. 872–879.
- [33] Exciton polaritons in two-dimensional photonic crystals / D. Bajoni, D. Gerace, M. Galli et al. // *Phys. Rev. B.* — 2009. — Vol. 80, no. 20. — P. 201308.
- [34] *Ivchenko E. L., Fu Y., Willander M.* Exciton polaritons in quantum-dot photonic crystals // *ФТТ.* — 2000. — Vol. 42. — Pp. 1707–1715.
- [35] Complete band gaps in three-dimensional quantum dot photonic crystals / Y. Zeng, Y. Fu, X. Chen et al. // *Phys. Rev. B.* — 2006. — Vol. 74, no. 11. — P. 115325.

- [36] *Kessler E. M., Grochol M., Piermarocchi C.* Light-mass Bragg cavity polaritons in planar quantum dot lattices // *Phys. Rev. B.* — 2008. — Vol. 77, no. 8. — P. 085306.
- [37] *Belleguie L., Mukamel S.* Nonlocal electrostatics of arrays of quantum dots // *Phys. Rev. B.* — 1995. — Vol. 52, no. 3. — Pp. 1936–1947.
- [38] Optical reflection from excitonic quantum-dot multilayer structures / Y. Fu, H. Ågren, L. Höglund et al. // *Appl. Phys. Lett.* — 2008. — Vol. 93, no. 18. — P. 183117.
- [39] Evidence for braggiton excitations in opal photonic crystals infiltrated with highly polarizable dyes / N. Eradat, A. Y. Sivachenko, M. E. Raikh et al. // *Appl. Phys. Lett.* — 2002. — Vol. 80. — P. 3491.
- [40] Giant exciton resonance reflectance in Bragg MQW structures / V. P. Kochereshko, G. R. Pozina, E. L. Ivchenko et al. // *Superlatt. Microstruct.* — 1994. — Vol. 15. — Pp. 471–471.
- [41] Polariton effects in multiple-quantum-well structures of CdTe/Cd<sub>1-x</sub>Zn<sub>x</sub>Te / Y. Merle d'Aubigné, A. Wasiela, H. Mariette, T. Dietl // *Phys. Rev. B.* — 1996. — Vol. 54, no. 19. — Pp. 14003–14011.
- [42] Exciton-polariton eigenmodes in light-coupled In<sub>0.04</sub>Ga<sub>0.96</sub>As/GaAs semiconductor multiple-quantum-well periodic structures / J. P. Prineas, C. Ell, E. S. Lee et al. // *Phys. Rev. B.* — 2000. — Vol. 61, no. 20. — Pp. 13863–13872.
- [43] *Чалдышев В. В., Шолохов Д. Е., Васильев А. В.* Резонансная брэгговская структура (AlGaAs/GaAs/AlGaAs)<sub>60</sub> на основе второго уровня размерного квантования экситонов с тяжелыми дырками в квантовых ямах // *ФТП.* — 2010. — Т. 44, № 9. — С. 1260–1265.



- [44] *Ivchenko E. L.* Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures. — Harrow, UK: Alpha Science International, 2005.
- [45] *Dicke R. H.* Coherence in spontaneous radiation processes // *Phys. Rev.* — 1954. — Vol. 93, no. 1. — P. 99.
- [46] *Ivchenko E. L., Willander M.* Exciton polaritons in periodic nanostructures // *phys. stat. sol. (b)*. — 1999. — Vol. 215, no. 3. — Pp. 199 – 209.
- [47] *Ikawa T., Cho K.* Fate of the superradiant mode in a resonant Bragg reflector // *Phys. Rev. B*. — 2002. — Vol. 66, no. 8. — P. 085338.
- [48] *Pilozzi L., D'Andrea A., Cho K.* Spatial dispersion effects on the optical properties of a resonant Bragg reflector // *Phys. Rev. B*. — 2004. — Vol. 69, no. 20. — P. 205311.
- [49] *Whittaker D. M., Culshaw I. S.* Scattering-matrix treatment of patterned multilayer photonic structures // *Phys. Rev. B*. — 1999. — Vol. 60, no. 4. — Pp. 2610–2618.
- [50] *Gippius N. A., Tikhodeev S. G., Ishihara T.* Optical properties of photonic crystal slabs with an asymmetrical unit cell // *Phys. Rev. B*. — 2005. — Vol. 72, no. 4. — P. 045138.
- [51] *Ивченко Е. Л., Поддубный А. Н.* Резонансные трехмерные фотонные кристаллы // *ФТТ*. — 2006. — Т. 48, № 3. — С. 540–548.
- [52] *Cocletzi G. H., Mochán W. L.* Spatial dispersion effects on the optical properties of an insulator-excitonic-semiconductor superlattice // *Phys. Rev. B*. — 1989. — Vol. 39, no. 12. — Pp. 8403–8408.
- [53] *Cocletzi G. H., Ramirez Perucho A., Luis Mochán W.* Optical properties of insulator–excitonic-semiconductor superlattices in the presence of inert layers // *Phys. Rev. B*. — 1991. — Vol. 44, no. 20. — Pp. 11514–11517.

- [54] *Кособукин В. А.* Пропускание и отражение света полупроводниковыми сверхрешетками в области экситонных резонансов // *ФТТ*. — 1992. — Т. 34, № 10. — С. 3107–3118.
- [55] *Nojima S.* Optical response of excitonic polaritons in photonic crystals // *Phys. Rev. B*. — 1999. — Vol. 59, no. 8. — Pp. 5662–5677.
- [56] Особенности спектров отражения и поглощения одномерных резонансных фотонных кристаллов / М. М. Воронов, Е. Л. Ивченко, В. А. Кособукин, А. Н. Поддубный // *ФТТ*. — 2007. — Т. 49, № 9. — С. 1709–1718.
- [57] *Ohtaka K., Ueta T., Amemiya K.* Calculation of photonic bands using vector cylindrical waves and reflectivity of light for an array of dielectric rods // *Phys. Rev. B*. — 1998. — Vol. 57, no. 4. — Pp. 2550–2568.
- [58] *Leung K. M., Qiu Y.* Multiple-scattering calculation of the two-dimensional photonic band structure // *Phys. Rev. B*. — 1993. — Vol. 48, no. 11. — Pp. 7767–7771.
- [59] *Поддубный А. Н.* Дифракционный механизм зеркального отражения света от фотонных кристаллов // *ФТТ*. — 2007. — Т. 49, № 2. — С. 346–351.
- [60] *García N., Maradudin A.* Exact calculations of the diffraction of s-polarized electromagnetic radiation from large-amplitude dielectric gratings // *Optics Communications*. — 1983. — Vol. 45, no. 5. — Pp. 301–306.
- [61] *Tikhonov A., Bohn J., Asher S. A.* Photonic crystal multiple diffraction observed by angular-resolved reflection measurements // *Phys. Rev. B*. — 2009. — Vol. 80, no. 23. — P. 235125.
- [62] *Korringa J.* On the calculation of the energy of a Bloch wave in a metal // *Physica*. — 1947. — Vol. 13, no. 6-7. — Pp. 392 – 400.

- [63] *Kohn W., Rostoker N.* Solution of the Schrödinger equation in periodic lattices with an application to metallic lithium // *Phys. Rev.* — 1954. — Vol. 94, no. 5. — Pp. 1111–1120.
- [64] Multiple-scattering theory for electromagnetic waves / X. Wang, X.-G. Zhang, Q. Yu, B. N. Harmon // *Phys. Rev. B.* — 1993. — Vol. 47, no. 8. — Pp. 4161–4167.
- [65] *Moroz A.* Density-of-states calculations and multiple-scattering theory for photons // *Phys. Rev. B.* — 1995. — Vol. 51, no. 4. — Pp. 2068–2081.
- [66] Optical spectra and exciton-light coupled modes of a spherical semiconductor nanocrystal / H. Ajiki, T. Tsuji, K. Kawano, K. Cho // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 66, no. 24. — P. 245322.
- [67] *Genet C., Ebbesen T. W.* Light in tiny holes // *Nature.* — 2007. — Vol. 445. — Pp. 39–46.
- [68] *Maier S. A.* Plasmonics: Fundamentals and Applications. — New York: Springer, 2007.
- [69] *Maier S. A., Atwater H. A.* Plasmonics: Localization and guiding of electromagnetic energy in metal/dielectric structures // *J. Applied Physics.* — 2005. — Vol. 98, no. 1. — P. 011101.
- [70] Metallic photonic band-gap materials / M. M. Sigalas, C. T. Chan, K. M. Ho, C. M. Soukoulis // *Phys. Rev. B.* — 1995. — Vol. 52, no. 16. — Pp. 11744–11751.
- [71] Photonic bands of metallic systems. I. Principle of calculation and accuracy / K. Sakoda, N. Kawai, T. Ito et al. // *Phys. Rev. B.* — 2001. — Vol. 64, no. 4. — P. 045116.
- [72] Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures / J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, I. Youngs // *Phys. Rev. Lett.* — 1996. — Vol. 76, no. 25. — Pp. 4773–4776.

- [73] Three-dimensional self-assembly of metal nanoparticles: Possible photonic crystal with a complete gap below the plasma frequency / Z. Wang, C. T. Chan, W. Zhang et al. // *Phys. Rev. B.* — 2001. — Vol. 64, no. 11. — P. 113108.
- [74] *Pokrovsky A. L., Efros A. L.* Nonlocal electrodynamics of two-dimensional wire mesh photonic crystals // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 65, no. 4. — P. 045110.
- [75] Theoretical and experimental studies of metal-infiltrated opals / A. L. Pokrovsky, V. Kamaev, C. Y. Li et al. // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Vol. 71, no. 16. — P. 165114.
- [76] *Веселаго В. Г.* Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями  $\varepsilon$  и  $\mu$  // *УФН.* — 1967. — Т. 92, № 3. — С. 517–526.
- [77] *Pendry J. B.* Negative refraction makes a perfect lens // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — Vol. 85, no. 18. — Pp. 3966–3969.
- [78] *Veselago V. G., Narimanov E. E.* The left hand of brightness: past, present and future of negative index materials // *Nature Mat.* — 2006. — Vol. 5. — Pp. 759–762.
- [79] Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays / T. W. Ebbesen, H. J. Lezec, H. F. Ghaemi et al. // *Nature.* — 1998. — Vol. 391. — Pp. 667–669.
- [80] Localized and delocalized plasmons in metallic nanovoids / T. A. Kelf, Y. Sugawara, R. M. Cole et al. // *Phys. Rev. B.* — 2006. — Vol. 74, no. 24. — P. 245415.
- [81] *Теперик Т. В., Попов В. В., García de Abajo F. J.* Giant light absorption by plasmons in a nanoporous metal film // *Physica Status Solidi Applied Research.* — 2005. — Vol. 202. — Pp. 362–366.

- [82] Strong terahertz absorption bands in a scaled plasmonic crystal / T. V. Teperik, F. J. García de Abajo, V. V. Popov, M. S. Shur // *Appl. Phys. Lett.* — 2007. — Vol. 90, no. 25. — P. 251910.
- [83] *Morin F. J.* Oxides which show a metal-to-insulator transition at the Neel temperature // *Phys. Rev. Lett.* — 1959. — Vol. 3, no. 1. — Pp. 34–36.
- [84] *Verleur H. W., Barker A. S., Berglund C. N.* Optical properties of VO<sub>2</sub> between 0.25 and 5 eV // *Phys. Rev.* — 1968. — Vol. 172. — Pp. 788–798.
- [85] Femtosecond structural dynamics in VO<sub>2</sub> during an ultrafast solid-solid phase transition / A. Cavalleri, C. Tóth, C. W. Siders et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — Vol. 87, no. 23. — P. 237401.
- [86] Optical spectroscopy of opal matrices with CdS embedded in its pores: Quantum confinement and photonic band gap effects / V. N. Astratov, V. N. Bogomolov, A. A. Kaplyanskii et al. // *Nuovo Cimento D.* — 1995. — Vol. 17. — Pp. 1349–1354.
- [87] Resonant behavior and selective switching of stop bands in three-dimensional photonic crystals with inhomogeneous components / A. V. Baryshev, A. B. Khanikaev, M. Inoue et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 99, no. 6. — P. 063906.
- [88] Fano resonance between Mie and Bragg scattering in photonic crystals / M. V. Rybin, A. B. Khanikaev, M. Inoue et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — Vol. 103, no. 2. — P. 023901.
- [89] Phase transition-governed opal-VO<sub>2</sub> photonic crystal / V. G. Golubev, V. Y. Davydov, N. F. Kartenko et al. // *Appl. Phys. Lett.* — 2001. — Vol. 79. — P. 2127.

- [90] Subpicosecond shifting of the photonic band gap in a three-dimensional photonic crystal / D. A. Mazurenko, R. Kerst, J. I. Dijkhuis et al. // *Appl. Phys. Lett.* — 2005. — Vol. 86, no. 4. — P. 041114.
- [91] Ultrafast stop band kinetics in a three-dimensional opal-VO<sub>2</sub> photonic crystal controlled by a photoinduced semiconductor-metal phase transition / A. B. Pevtsov, D. A. Kurdyukov, V. G. Golubev et al. // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Vol. 75, no. 15. — P. 153101.
- [92] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982.
- [93] Milton G. W. The Theory of Composites. — UK: Cambridge University Press, 2004.
- [94] Sihvola A. H., Lindell I. Polarizability modeling of heterogenous media // *Progress In Electromagnetics Research.* — 1991. — Vol. 6. — P. 101.
- [95] Виноградов А. П., Дорофеев А. В., Зухди С. К вопросу об эффективных параметрах метаматериалов // *УФН.* — 2008. — Т. 178, № 5. — С. 511–518.
- [96] Greffe J. L., Grosse C. Static permittivity of emulsions // *Progress In Electromagnetics Research.* — 1991. — Vol. 6. — Pp. 41–100.
- [97] Sheng P. Theory for the dielectric function of granular composite media // *Phys. Rev. Lett.* — 1980. — Vol. 45, no. 1. — Pp. 60–63.
- [98] Bragg reflection spectroscopy of opal-like photonic crystals / G. M. Gajiev, V. G. Golubev, D. A. Kurdyukov et al. // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Vol. 72, no. 20. — P. 205115.
- [99] Psarobas I. E., Stefanou N., Modinos A. Scattering of elastic waves by periodic arrays of spherical bodies // *Phys. Rev. B.* — 2000. — Vol. 62, no. 1. — Pp. 278–291.

- [100] Superconducting photonic crystals: Numerical calculations of the band structure / O. L. Berman, Y. E. Lozovik, S. L. Eiderman, R. D. Coalson // *Phys. Rev. B.* — 2006. — Vol. 74, no. 9. — P. 092505.
- [101] *Dodryakov A. L., Farztdinov V. M., Lozovik Y. E.* Linear electromagnetic response of the nonlocal superconductor: Explicit analytical results // *Physica Scripta.* — 1999. — Vol. 60, no. 5. — Pp. 474–482.
- [102] *Ricci M., Orloff N., Anlage S. M.* Superconducting metamaterials // *Appl. Phys. Lett.* — 2005. — Vol. 87, no. 3. — P. 034102.
- [103] Temperature dependent complex photonic band structures in two-dimensional photonic crystals composed of high-temperature superconductors / C. Cheng, C. Xu, T. Zhou et al. // *Journal of Physics Condensed Matter.* — 2008. — Vol. 20, no. 26. — Pp. A265203+.
- [104] *Savel'ev S., Rakhmanov A. L., Nori F.* Tunable photonic crystal for THz radiation in layered superconductors: Strong magnetic-field dependence of the transmission coefficient // *Physica C.* — 2006. — Vol. 445. — Pp. 180–182.
- [105] Temperature control of Fano resonances and transmission in superconducting metamaterials / V. Fedotov, A. Tsiatmas, J. H. Shi et al. // *Opt. Express.* — 2010. — Vol. 18, no. 9. — Pp. 9015–9019.
- [106] *H. B. G. Casimir, C. J. Gorter.* Zur Thermodynamik des supraleitenden Zustandes // *Z.Phys.* — 1934. — Vol. 35. — P. 963.
- [107] Infrared study of the superconducting phase transition in  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  / D. van der Marel, H.-U. Habermeier, D. Heitmann et al. // *Physica C Superconductivity.* — 1991. — Vol. 176. — Pp. 1–3.

- [108] Microwave Fabry-Perot transmission through YBaCuO superconducting thin films / H. E. Porteanu, K. Karrai, R. Seifert et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 1995. — Vol. 75, no. 21. — Pp. 3934–3937.
- [109] Conductivity peak, relaxation dynamics, and superconducting gap of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub> studied by terahertz and femtosecond optical spectroscopies / A. Frenkel, F. Gao, Y. Liu et al. // *Phys. Rev. B.* — 1996. — Vol. 54, no. 2. — Pp. 1355–1365.
- [110] *Das Sarma S., Hwang E. H.* *c*-axis optical reflectivity of layered cuprate superconductors // *Phys. Rev. Lett.* — 1998. — Vol. 80, no. 21. — Pp. 4753–4756.
- [111] *Devereaux T. P., Hackl R.* Inelastic light scattering from correlated electrons // *Reviews of Modern Phys.* — 2007. — Vol. 79, no. 1. — P. 175.
- [112] Metallic phase with long-range orientational order and no translational symmetry / D. Shechtman, I. Blech, D. Gratias, J. W. Cahn // *Phys. Rev. Lett.* — 1984. — Vol. 53, no. 20. — Pp. 1951–1953.
- [113] *C.Kittel.* Introduction to Solid State Phys. — New York: Wiley, 1996.
- [114] *Levine D., Steinhardt P. J.* Quasicrystals: A new class of ordered structures // *Phys. Rev. Lett.* — 1984. — Vol. 53, no. 26. — Pp. 2477–2480.
- [115] *C.Janot.* Quasicrystals. A Primer. — Oxford, UK: Clarendon Press, 1994.
- [116] *Liviotti E.* A study of the structure factor of Thue - Morse and period-doubling chains by wavelet analysis // *J. Phys.: Condens. Matter.* — 1996. — Vol. 8, no. 27. — Pp. 5007–5015.
- [117] *Kohmoto M., Sutherland B., Iguchi K.* Localization of optics: Quasiperiodic media // *Phys. Rev. Lett.* — 1987. — Vol. 58, no. 23. — Pp. 2436–2438.
- [118] Photonic dispersion relation in a one-dimensional quasicrystal / T. Hattori, N. Tsurumachi, S. Kawato, H. Nakatsuka // *Phys. Rev. B.* — 1994. — Vol. 50, no. 6. — Pp. 4220–4223.



- [119] *Steurer W., Sutter-Widmer D.* Photonic and phononic quasicrystals // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 2007. — Vol. 40, no. 13. — Pp. R229–R247.
- [120] Exciton-polariton confinement in Fibonacci quasiperiodic superlattice / F. de Medeiros, E. Albuquerque, M. Vasconcelos, G. Farias // *Surface Science.* — 2006. — Vol. 600, no. 18. — Pp. 4337–4341.
- [121] Luminescence properties of a Fibonacci photonic quasicrystal / V. Passias, N. V. Valappil, Z. Shi et al. // *Opt. Express.* — 2009. — Vol. 17, no. 8. — Pp. 6636–6642.
- [122] Controlling the dynamics of spontaneous emission from quantum dots by photonic crystals / P. Lodahl, A. Floris van Driel, I. S. Nikolaev et al. // *Nature.* — 2004. — Vol. 430. — Pp. 654–657.
- [123] Spectrally enhanced light emission from aperiodic photonic structures / L. D. Negro, J. H. Yi, V. Nguyen et al. // *Appl. Phys. Lett.* — 2005. — Vol. 86, no. 26. — P. 261905.
- [124] Propagation of classical waves in nonperiodic media: Scaling properties of an optical Cantor filter / A. V. Lavrinenko, S. V. Zhukovsky, K. S. Sandomirski, S. V. Gaponenko // *Phys. Rev. E.* — 2002. — Vol. 65, no. 3. — P. 036621.
- [125] Diffraction and transmission of light in low-refractive index penrose-tiled photonic quasicrystals / M. A. Kaliteevski, S. Brand, R. A. Abram et al. // *J. Phys.: Condens. Matter.* — 2001. — Vol. 13. — Pp. 10459–10470.
- [126] *Oxborrow M., Henley C. L.* Random square-triangle tilings: A model for twelvefold-symmetric quasicrystals // *Phys. Rev. B.* — 1993. — Vol. 48, no. 10. — Pp. 6966–6998.

- [127] Enhanced transmission of periodic, quasiperiodic, and random nanoaperture arrays / C. Rockstuhl, F. Lederer, T. Zentgraf, H. Giessen // *Appl. Phys. Lett.* — 2007. — Vol. 91, no. 15. — P. 151109.
- [128] Transmission resonances through aperiodic arrays of subwavelength apertures / T. Matsui, A. Agrawal, A. Nahata, Z. V. Vardeny // *Nature*. — 2007. — Vol. 446. — Pp. 517–521.
- [129] Enhanced microwave transmission through quasicrystal hole arrays / N. Papasimakis, V. A. Fedotov, A. S. Schwanecke et al. // *Appl. Phys. Lett.* — 2007. — Vol. 91, no. 8. — P. 081503.
- [130] Light transmission through Fibonacci and periodic sub-wavelength slit arrays / J. Li, S. Liu, C. Huang et al. // *J. Optics A: Pure and Appl. Optics*. — 2008. — Vol. 10, no. 7. — P. 075202.
- [131] Deterministic aperiodic arrays of metal nanoparticles for surface-enhanced Raman scattering (SERS) / A. Gopinath, S. V. Boriskina, B. M. Reinhard, L. Dal Negro // *Optics Express*. — 2009. — Vol. 17. — P. 3741.
- [132] Photonic quasicrystal single-cell cavity mode / S.-K. Kim, J.-H. Lee, S.-H. Kim et al. // *Appl. Phys. Lett.* — 2005. — Vol. 86, no. 3. — P. 031101.
- [133] *Nozaki K., Baba T.* Quasiperiodic photonic crystal microcavity lasers // *Appl. Phys. Lett.* — 2004. — Vol. 84. — P. 4875.
- [134] Three-dimensional silicon inverse photonic quasicrystals for infrared wavelengths / A. Ledermann, L. Cademartiri, M. Hermatschweiler et al. // *Nature Materials*. — 2006. — Vol. 5. — Pp. 942–945.
- [135] Lasing from dye-doped icosahedral quasicrystals in dichromate gelatin emulsions / M. H. Kok, W. Lu, W. Y. Tam, G. K. L. Wong // *Opt. Express*. — 2009. — Vol. 17, no. 9. — Pp. 7275–7284.

- [136] *Lin Z., Kubo H., Goda M.* Self-similarity and scaling of wave function for binary quasiperiodic chains associated with quadratic irrationals // *Z. Phys. B: Cond. Matter.* — 1995. — Vol. 98, no. 1. — Pp. 111–118.
- [137] *Azbel M. Y.* Quantum particle in one-dimensional potentials with incommensurate periods // *Phys. Rev. Lett.* — 1979. — Vol. 43, no. 26. — Pp. 1954–1957.
- [138] *Valsakumar M. C., Kumar V.* Diffraction from a quasi-crystalline chain // *Pramana.* — 1986. — Vol. 26. — P. 215.
- [139] Perfect self-similarity of energy spectra and gap-labeling properties in one-dimensional Fibonacci-class quasilattices / X. Fu, Y. Liu, P. Zhou, W. Sritrakool // *Phys. Rev. B.* — 1997. — Vol. 55, no. 5. — Pp. 2882–2889.
- [140] *Kolář M.* New class of one-dimensional quasicrystals // *Phys. Rev. B.* — 1993. — Vol. 47, no. 9. — Pp. 5489–5492.
- [141] *Kolář M., Iochum B., Raymond L.* Structure factor of 1D systems (superlattices) based on two-letter substitution rules. I. delta (Bragg) peaks // *J. Phys. A.* — 1993. — Vol. 26, no. 24. — Pp. 7343–7366.
- [142] *Aviram I.* The diffraction spectrum of a general family of linear quasiperiodic arrays // *J. Physics A.* — 1986. — Vol. 19. — Pp. 3299–3312.
- [143] One dimensional resonant Fibonacci quasicrystals: noncanonical linear and canonical nonlinear effects / M. Werchner, M. Schafer, M. Kira et al. // *Opt. Express.* — 2009. — Vol. 17, no. 8. — Pp. 6813–6828.
- [144] *Lin Z., Goda M., Kubo H.* A family of generalized Fibonacci lattices: self-similarity and scaling of the wavefunction // *J. Phys. A.* — 1995. — Vol. 28, no. 4. — Pp. 853–866.

- [145] *Cheng Z., Savit R., Merlin R.* Structure and electronic properties of Thue-Morse lattices // *Phys. Rev. B.* — 1988. — Vol. 37, no. 9. — Pp. 4375–4382.
- [146] Resonant Fibonacci quantum well structures in one dimension / A. N. Poddubny, L. Pilozzi, M. M. Voronov, E. L. Ivchenko // *Phys. Rev. B.* — 2008. — Vol. 77, no. 11. — P. 113306.
- [147] Exciton-polaritonic quasicrystalline and aperiodic structures / A. N. Poddubny, L. Pilozzi, M. M. Voronov, E. L. Ivchenko // *Phys. Rev. B.* — 2009. — Vol. 80, no. 11. — P. 115314.
- [148] *Kagan Y.* Theory of coherent phenomena and fundamentals in nuclear resonant scattering // *Hyperfine Interactions.* — 1999. — Vol. 123, no. 1. — Pp. 83–126.
- [149] Multiple-quantum-well-based photonic crystals with simple and compound elementary supercells / E. L. Ivchenko, M. M. Voronov, M. V. Erementchouk et al. // *Phys. Rev. B.* — 2004. — Vol. 70, no. 19. — P. 195106.
- [150] Excitonic polaritons in Fibonacci quasicrystals / J. Hendrickson, B. C. Richards, J. Sweet et al. // *Opt. Express.* — 2008. — Vol. 16, no. 20. — Pp. 15382–15387.
- [151] *Kolář M., Ali M. K.* Trace maps associated with general two-letter substitution rules // *Phys. Rev. A.* — 1990. — Vol. 42, no. 12. — Pp. 7112–7124.
- [152] *Kohmoto M., Banavar J. R.* Quasiperiodic lattice: Electronic properties, phonon properties, and diffusion // *Phys. Rev. B.* — 1986. — Vol. 34, no. 2. — Pp. 563–566.
- [153] *Kohmoto M., Oono Y.* Cantor spectrum for an almost periodic schrodinger equation and a dynamical map // *Phys. Lett.* — 1984. — Vol. 102A, no. 4. — Pp. 145–148.

- [154] *Kohmoto M., Sutherland B., Tang C.* Critical wave functions and a Cantor-set spectrum of a one-dimensional quasicrystal model // *Phys. Rev. B.* — 1987. — Vol. 35, no. 3. — Pp. 1020–1033.
- [155] *Steurer W., Haibach T.* International Tables for Crystallography Volume B. Chapter 4.6. Reciprocal-space images of aperiodic crystals. — International Union of Crystallography, 2006.
- [156] *Poddubny A. N., Ivchenko E. L.* Photonic quasicrystalline and aperiodic structures // *Physica E.* — 2010. — Vol. 42. — Pp. 1871–1895.
- [157] *Socolar J. E. S., Steinhardt P. J., Levine D.* Quasicrystals with arbitrary orientational symmetry // *Phys. Rev. B.* — 1985. — Vol. 32, no. 8. — Pp. 5547–5550.