

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

САФИН Тимур Рамилевич

ДИНАМИКА СПИНОВЫХ СИСТЕМ В АНТИФЕРРОМАГНЕТИКЕ MnCO_3 И
ФЕРРИМАГНИТНЫХ ПЛЕНКАХ $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ В УСЛОВИЯХ РАДИОЧАСТОТНОЙ
НАКАЧКИ

Специальность 01.04.07 - физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научные руководители:

д.ф.-м.н., проф.

М. С. Тагиров

д.ф.-м.н.

Ю.М. Буньков

Казань 2019

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1 ОБЗОР	12
1.1 Магнитный резонанс в антиферромагнетиках и ферромагнитных пленках .	12
1.1.1 Антиферромагнетики с динамическим сдвигом частоты.....	13
1.1.2 Особенности магнитного резонанса в связанной ядерно-электронной спиновой системе.....	19
1.1.3 Ферромагнитные пленки железо-иттриевого граната	25
1.2 Общие принципы бозе-эйнштейновской конденсации.....	29
1.2.1 Спиновая сверхтекучесть в $^3\text{He-B}$	36
1.2.2 Бозе-эйнштейновская конденсация магнонов в сверхтекучем $^3\text{He-A}$	46
ГЛАВА 2 ИССЛЕДОВАНИЕ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКА MnCO_3 МЕТОДАМИ СТАЦИОНАРНОГО И ИМПУЛЬСНОГО МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА	53
2.1 Образцы, аппаратура, методика эксперимента.....	53
2.2 Образование бозе-эйнштейновского конденсата магнонов	59
2.3 Наблюдение бозе-эйнштейновской конденсации магнонов при импульсной радиочастотной накачке	64
2.3.1 Долгоживущий сигнал индукции.....	64
2.3.2 Подавление сигнала спинового эхо	69
2.4 Наблюдение бозе-эйнштейновской конденсации магнонов при непрерывной радиочастотной накачке	74
2.4.1 Форма линии непрерывного ЯМР.....	74
2.4.2 Наблюдение второго звука в магнонном бозе-эйнштейновском конденсате.....	77
2.6 Выводы	82

ГЛАВА 3 ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛЕНОК ЖЕЛЕЗО-ИТТРИЕВОГО ГРАНАТА МЕТОДАМИ СТАЦИОНАРНОГО И ИМПУЛЬСНОГО ФЕРРОМАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА	84
3.1 Образцы, методика эксперимента	84
3.2 Импульсный ферромагнитный резонанс	86
3.3 Непрерывный ферромагнитный резонанс	93
3.4 Выводы	100
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	102
Публикации автора по теме диссертации	105
Список цитируемой литературы.....	108

ВВЕДЕНИЕ

Исследования в области магнитных материалов представляют огромный интерес в связи с возможностью построения логических систем обработки информации. Это обусловлено тем, что одно или несколько свойств этих материалов могут быть значительно изменены контролируемым образом внешними воздействиями. Основными особенностями систем, рассматриваемых в данной работе, являются когерентные состояния элементарных возбуждений в магнитоупорядоченных веществах – магнонов.

Известные ранее состояния сверхтекучести в ^4He [1, 2] и сверхпроводимости в ряде металлов [3] относятся к когерентным состояниям, где происходит бездиссипативный перенос массы и заряда, соответственно. Открытие сверхтекучести в ^3He [4] добавило к этим состояниям явление сверхтекучего переноса намагниченности. В экспериментах, проведенных в Институте физических проблем им. П.Л. Капицы в 80-х годах прошлого века в В-фазе сверхтекучего ^3He , было обнаружено явление когерентного пространственного переноса намагниченности сверхтекучим спиновым током – спиновая сверхтекучесть [5]. Этот эффект приводит к образованию однородно прецессирующего домена (ОПД) – спонтанно возникающее устойчивое состояние прецессии, которое сохраняет фазовую когерентность во всем образце даже в отсутствие энергетической подкачки и при неоднородности внешнего магнитного поля. При детальном исследовании ОПД были обнаружены такие квантовые эффекты, как: эффект Джозефсона [6, 7], голдстоуновские моды [8, 9], проскальзывание фазы [10], квантовые вихри спинового тока [11] и другие. В дальнейшем когерентная прецессия намагниченности была обнаружена в А-фазе сверхтекучего ^3He , помещенного в сжатый аэрогель [12]. Однако, переход жидкого ^3He в сверхтекучее состояние происходит при температурах ниже 2 мК, что существенно ограничивает возможность наблюдения и применения этого явления. Наблюдение спинового когерентного состояния при более высоких

температурах в магнитоупорядоченных кристаллах является существенным прогрессом в данной области науки.

Первое объяснение явления сверхтекучести в ^4He было сделано Ф. Лондоном на основе теории бозе-эйнштейновской конденсации [13]. Температура сверхтекучего перехода оказалась близка к расчетной температуре конденсации атомов ^4He в условиях эксперимента. Однако в дальнейшем оказалось, что явление сверхтекучести имеет более сложную природу [14].

Бозе-эйнштейновская конденсация (БЭК) – квантовое явление, при котором макроскопическое число частиц образует когерентное квантовое состояние, описываемое единой волновой функцией. В 1995 году удалось экспериментально обнаружить бозе-эйнштейновскую конденсацию атомов ^{87}Rb (нобелевская премия по физике 2001 года) при температуре порядка 170 нанокельвин [15, 16]. Однако бозе-эйнштейновская конденсация возможна не только для частиц, но и для квазичастиц. Наблюдавшаяся ранее когерентная прецессия намагниченности в фазах сверхтекучего ^3He впоследствии была объяснена в терминах БЭК магнонов [17]. В открытой недавно полярной фазе сверхтекучего ^3He также было обнаружено данное явление [18].

Динамические свойства магнитного резонанса в сверхтекучем ^3He и антиферромагнетиках со связанной ядерно-электронной прецессией очень похожи. В этих системах наблюдается положительный динамический сдвиг частоты (ДСЧ), который заключается в увеличении частоты прецессии при отклонении намагниченности, что говорит об отталкивании магнонов и устойчивости однородной прецессии. Благодаря этому в антиферромагнетике CsMnF_3 удалось обнаружить БЭК магнонов при гелиевых температурах [19, 20].

Настоящим прорывом в этой области стало обнаружение бозе-эйнштейновской конденсации магнонов при комнатной температуре ($T = 300\text{ K}$) в ферримагнитных пленках железо-иттриевого граната (ЖИГ) [21]. Однако интерпретация полученных результатов вызвала сомнения, поскольку там преобладало когерентное состояние магнонов с волновым вектором \mathbf{k} порядка $10^5\text{-}10^7\text{ мм}^{-1}$. Данное состояние магнонов можно рассматривать как аналог волн

зарядовой плотности в одномерных проводниках [22]. Благодаря исключительно длительному времени жизни магнитных возбуждений железо-иттриевый гранат широко используется в микроволновой электронике и в устройствах магноники, которые могут работать при комнатной температуре. Это делает ЖИГ идеальной платформой для разработки микроволновых магнитных технологий, которые уже привели к созданию магنونного транзистора и магнонных логических цепей [23-25].

Из сказанного выше следует, что исследование когерентных состояний в магнитоупорядоченных веществах является актуальной задачей. Данная диссертация посвящена исследованиям антиферромагнетика MnCO_3 и ферримагнитных пленок железо-иттриевого граната.

Целью настоящей работы является наблюдение и исследование когерентного состояния магнонов в магнитоупорядоченных веществах, таких как объемный легкоплоскостной антиферромагнетик MnCO_3 и ферримагнитные пленки железо-иттриевого граната.

Для достижения поставленной цели было необходимо решить следующие задачи:

1. Изучить экспериментальные проявления процесса установления когерентной прецессии намагниченности на примере исследовавшихся ранее А и В фаз сверхтекучего ^3He и антиферромагнетика CsMnF_3 ;
2. Методом импульсного магнитного резонанса провести исследования динамики связанной электрон-ядерной спиновой системы в антиферромагнетике MnCO_3 в зависимости от приложенного магнитного поля, длительности и мощности радиочастотных импульсов;
3. Методом непрерывного магнитного резонанса исследовать спектр поглощения в антиферромагнетике MnCO_3 и влияние на него низкочастотной фазовой модуляции радиочастотного поля;
4. Методом непрерывного ферромагнитного резонанса исследовать зависимость спектра поглощения СВЧ поля ферримагнитными пленками железо-иттриевого граната от его мощности;

5. Методом импульсного ферромагнитного резонанса исследовать динамику спиновой системы в ферромагнитных пленках железо-иттриевого граната;
6. Определить величины угла отклонения намагниченности для разных значений расстройки между частотой радиочастотного поля и частотой магнитного резонанса. Сопоставить полученные значения с результатами теоретических расчетов углов отклонения намагниченности, достаточных для установления когерентной прецессии намагниченности в исследуемых магнитоупорядоченных веществах.

Научная новизна исследований состоит в следующем:

1. Методами магнитного резонанса проведены экспериментальные исследования связанной ядерно-электронной спиновой системы в MnCO_3 на предмет обнаружения бозе-эйнштейновской конденсации магнонов на частоте порядка 560 МГц при температуре 1,5 К:
 - 1.1. Обнаружен эффект установления когерентной прецессии намагниченности под действием радиочастотной накачки;
 - 1.2. Обнаружена низкочастотная мода коллективных колебаний магнонного конденсата;
 - 1.3. Определены оптимальные условия для наблюдения долгоживущего сигнала индукции, порядка 6 мкс, связанного с образованием бозе-эйнштейновского конденсата магнонов;
 - 1.4. Обнаружен эффект подавления сигнала спинового эха при временах задержки между импульсами меньше длительности долгоживущего сигнала индукции.
2. Методами ферромагнитного резонанса впервые проведены исследования по формированию бозе-эйнштейновской конденсации магнонов в ферромагнитных пленках железо-иттриевого граната:
 - 2.1. Найдено, что длительность сигнала индукции увеличивается с ростом сдвига частоты ферромагнитного резонанса в определенном диапазоне частот;

2.2. Установлено, что рост амплитуды сигнала поглощения при увеличении мощности РЧ накачки выше порогового значения коррелирует с установлением когерентной прецессии намагниченности.

На защиту выносятся результаты экспериментальных исследований антиферромагнетика MnCO_3 и ферромагнитных пленок ЖИГ методами импульсного и непрерывного магнитного резонанса, которые могут быть сформулированы в виде следующих защищаемых положений:

1. Поглощение радиочастотной энергии во время радиочастотного импульса связано с установлением когерентной прецессии намагниченности в антиферромагнетике MnCO_3 .
2. Увеличение амплитуды сигнала индукции при нерезонансной РЧ накачке связано с изменением частоты прецессии спинов в антиферромагнетике MnCO_3 .
3. Подавление сигнала спинового эха при временах задержки между импульсами меньше длительности долгоживущего сигнала индукции в антиферромагнетике MnCO_3 обусловлено установлением когерентной прецессии намагниченности.
4. Изменение интенсивности поглощения радиочастотной мощности при фазовой модуляции РЧ поля в антиферромагнетике MnCO_3 обусловлено возбуждением низкочастотной моды коллективных колебаний бозе-эйнштейновского конденсата магнонов.
5. Увеличение длительности сигнала индукции и рост амплитуды сигнала поглощения в ферромагнитных пленках железо-иттриевого граната при нерезонансном возбуждении связаны с установлением когерентной прецессией намагниченности.

Основным методом исследования в настоящей работе является непрерывный и импульсный магнитный резонанс. Исследования антиферромагнетика MnCO_3 проводились при температуре 1,5 К, а ферромагнитных пленок железо-иттриевого граната при температурах 300 и 150 К.

Личный вклад автора. Автор данной работы принимал участие в обсуждении и постановке экспериментов. Все экспериментальные исследования антиферромагнетика MnCO_3 методами магнитного резонанса, ферримагнитных пленок железо-иттриевого граната ($\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$) методом непрерывного ферромагнитного резонанса проводились непосредственно автором. Автор участвовал в обработке, анализе и интерпретации полученных экспериментальных зависимостей, подготовке материалов к публикации.

Практическая значимость работы. Динамические свойства магнонов находят широкое применение в магнонике – область спинтроники, изучающая физические свойства магнитных нано- и микроструктур, свойства распространяющихся спиновых волн, а также возможность их применения при построении элементной базы приборов обработки, хранения и передачи информации. При переходе электронной системы в сверхтекучее состояние становится возможным использование квантовых эффектов, например, квантовая интерференция, которая используется в чувствительных детекторах магнитного поля – «сквидах». В экспериментах, представленных в рамках данной диссертации, было обнаружено макроскопическое когерентное квантовое состояние магнонов при комнатной температуре, что может лечь в основу новой области магноники – супермагноника. Полученные экспериментальные подходы являются универсальными, поэтому они могут быть применены для исследования и использования когерентных процессов в других магнитоупорядоченных системах.

Достоверность полученных результатов обеспечена тщательным планированием и постановкой экспериментов, соответствием полученных данных теоретическим исследованиям, опубликованным в научной литературе, и воспроизводимостью экспериментальных результатов.

Публикации и апробация работы. Основное содержание работы представлено в 7 статьях [A1-A7], из них 6 входят в перечень ВАК, и 9 тезисах научных конференций [A8-A16].

Основные результаты работы докладывались на различных международных и всероссийских конференциях, а также на итоговых конференциях Казанского (Приволжского) федерального университета: International Conference «Magnetic resonance: fundamental research and pioneering applications» (MR-70, Kazan, 2014), International Youth Scientific School «Actual problems of magnetic resonance and its application» (Kazan, 2015, 2016, 2018), VI Russian conference «New achievements of NMR in structural studies» (Kazan, 2015), 12 International Youth School-Conference «Magnetic resonance and its applications – Spinus–2016» (Санкт-Петербург, 2016), на итоговых научных конференциях Казанского (Приволжского) федерального университета (Казань, 2013, 2015, 2016), International conference «Modern Development of magnetic resonance» (Kazan, 2017), International Symposium «Spin Wave 2018» (Saint Petersburg, 2018), International Symposium on Quantum Fluids and Solids (Tokyo, Japan, 2018).

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения, изложена на 118 страницах машинописного текста, содержит 62 рисунка, 1 таблицу. Список используемой литературы содержит 104 наименования.

В **первой главе** представлен краткий обзор исследований антиферромагнетиков с динамическим сдвигом частоты и ферримагнитных пленок железо-иттриевого граната. Рассмотрены общие принципы бозе-эйнштейновской конденсации атомов и магнонов. На примере фаз А и В сверхтекучего ^3He рассмотрены эффекты, указывающие на установление когерентной прецессии намагниченности (бозе-эйнштейновской конденсации магнонов).

Во **второй главе** описано экспериментальное оборудование и приведены результаты исследований методами импульсного и непрерывного магнитного резонанса твердотельного антиферромагнетика MnCO_3 с динамическим сдвигом частоты при температуре 1,5 К. Представлены результаты исследований процесса формирования бозе-эйнштейновской конденсации магнонов при радиочастотной накачке. Приведены результаты исследований когерентного состояния магнонов,

свидетельствующие о подавлении сигнала спинового эха когерентной прецессией намагниченности и наблюдении низкочастотной моды колебаний, аналогичной наблюдавшейся ранее в $^3\text{He-B}$.

В **третьей главе** приведены результаты экспериментальных исследований пленок железо–иттриевого граната методами стационарного и импульсного ферромагнитного резонанса в однородном внешнем магнитном поле. Показано, что амплитуда сигнала поглощения при непрерывной радиочастотной накачке не зависит от мощности накачки выше пороговой и определяется сдвигом частоты от резонанса. Показано, что длительность спада сигнала индукции при нерезонансной импульсной накачке превышает длительность сигнала свободной индукции в случае резонансной радиочастотной накачки.

ГЛАВА 1

ОБЗОР

1.1 Магнитный резонанс в антиферромагнетиках и ферримагнитных пленках

В рамках данного раздела будут рассмотрены два класса магнитоупорядоченных веществ – антиферромагнетики и ферримагнетики.

Антиферромагнетики – вещества, в которых обменное взаимодействие вызывает антипараллельную ориентацию элементарных магнитных моментов. Это упорядочение возникает в точке Нееля T_N и сохраняется ниже этой температуры. В основном энергетическом состоянии антиферромагнитного кристалла кристаллическая решетка разбивается на две подрешетки с противоположно направленными магнитными моментами, как бы вставленными друг в друга. Спонтанная намагниченность не возникает и сильного магнетизма не наблюдается. Магнитная восприимчивость антиферромагнетика не бесконечна и при температуре T_N имеет четко выраженный излом. При понижении температуры ниже T_N восприимчивость падает, в отличие от парамагнетика. Выше температуры Нееля тепловое движение разрушает магнитный порядок, и вещество становится парамагнитным [26].

Другим классом являются ферримагнетики – вещества, в которых упорядочение элементарных магнитных моментов носит также антиферромагнитный характер, но не компенсированный. Из-за различия чисел и величин магнитных моментов, направленных в противоположные стороны, имеет место большой спонтанный магнитный момент. Для ферримагнетика критической температурой, при которой происходит нарушение магнитного упорядочения, является температура Кюри T_C .

Магнитный резонанс магнетиков позволяет получить распределение спиновой плотности в парамагнетиках, установить эффективность различных механизмов релаксации, измерить температурные зависимости намагниченностей подрешеток, локальные поля на ядрах, исследовать магнитную структуру сложных соединений, установить существование спиновых волн и т.д. [27].

1.1.1 Антиферромагнетики с динамическим сдвигом частоты

Особенность магнитного резонанса в антиферромагнетиках, магнитные ионы в которых обладают ненулевым ядерным моментом, заключается в наличии сверхтонкого взаимодействия и возникающей благодаря ему связи между электронной и ядерной спиновыми системами. Для магнитоупорядоченного состояния характерно согласованное движение электронных магнитных моментов на больших расстояниях [28, 29]. Энергию сверхтонкого взаимодействия можно записать в следующем виде [30]:

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{ств}}(r) = A\mathbf{M}(r)\mathbf{m}(r), \quad (1)$$

где A – константа сверхтонкого взаимодействия, $\mathbf{M}(r)$ и $\mathbf{m}(r)$ – электронная и ядерная намагниченности, соответственно, r – радиус-вектор. Влияние $\hat{\mathcal{H}}_{\text{ств}}$ на ядерную намагниченность можно рассматривать как:

$$H_n = -A\mathbf{M}(r), \quad (2)$$

получившего название сверхтонкого поля. При низких температурах, ниже температуры T_N , колебания атомных магнитных моментов малы. Величина электронной намагниченности близка к максимальным значениям и сверхтонкое поле достигает порядка $10^5 - 10^6$ Э. Столь большие поля являются определяющим в поведении ядерной спиновой системы. Поле, действующее на электроны со стороны ядерных спинов [30]:

$$H_{en} = -A\mathbf{m}(r). \quad (3)$$

Величина H_{en} составляет порядка 1 Э при $T = 1$ К для ядер ^{55}Mn и гораздо меньше сверхтонкого поля.

Из-за наличия сильного сверхтонкого взаимодействия возникает эффект усиления наблюдаемого сигнала ЯМР и РЧ поля на ядрах. В работе [27] эффект усиления рассматривается на примере ферромагнетика, намагниченного до насыщения во внешнем магнитном поле. РЧ поле вызывает отклонение электронного момента на угол φ :

$$\varphi = \frac{H_1}{H_0 + H_A}. \quad (4)$$

Возникающую перпендикулярно осциллирующую компоненту поля H_n можно записать в виде:

$$H_{n\perp} = H_n \frac{H_1}{H_0 + H_A} = \eta H_1, \eta = \frac{H_n}{H_0 + H_A} \quad (5)$$

Параметр η – коэффициент эффективного «усиления» радиочастотного поля. Коэффициент усиления можно переписать через восприимчивость образца:

$$\eta = A\chi. \quad (6)$$

Интенсивность ЯМР также усилена в η раз, поскольку э.д.с. в приемнике будет наводить не только непосредственно поперечная компонента ядерного магнитного момента m_\perp , но и наведенная за счет поля H_{en} поперечная электронная компонента $M_\perp = \chi H_{en\perp} = -A\chi m_\perp = -\eta m_\perp$. Таким образом, ядерный резонанс в магнитных кристаллах это резонанс электронно-ядерной системы на частоте ЯМР. Действие электронной спин системы сводится к созданию эффективных полей, определяющих частоту и интенсивность ЯМР. Коэффициенты усиления для намагниченных ферромагнетиков и ферритов могут быть порядка 10^2 - 10^3 . Аналогичный эффект усиления имеет место и в антиферромагнетиках. При достаточно больших значениях H_0 по сравнению с параметром $\sqrt{H_E H_A}$ величина $\eta \sim H_n/H_0$, H_E – эффективное обменное поле, которое описывает обменное взаимодействие [27].

Другая особенность ЯМР рассматриваемых антиферромагнетиков заключается в том, что при низких температурах возникает сильная нелинейность в электронной и ядерной спиновых системах. Движение электронной спиновой системы зависит от сверхтонкого поля, действующих со стороны ядерных спинов.

При этом электронные спины упорядочены обменным взаимодействием, равновесная намагниченность подрешетки достигла своего максимального значения. В то время как спины ядерной подсистемы парамагнитны – поляризация не превышает нескольких процентов. При их взаимодействии частота электронного магнитного резонанса увеличивается, а частота ЯМР ω_n уменьшается и становится ниже частоты, соответствующей обычной ларморовской прецессии ядерных спинов ω_{n0} . Другими словами возникает так называемый динамический сдвиг частоты (ДСЧ) или «пуллинг» [31].

Динамический сдвиг частоты был впервые обнаружен в спектре антиферромагнитного резонанса в KMnF_3 [32]. В работах де Жена с соавторами [33] была построена теория ДСЧ и связанных с ним эффектов. Эффект ДСЧ наиболее выражен в антиферромагнетиках типа «легкая плоскость» и кубических антиферромагнетиках. К ним можно отнести MnCO_3 , CsMnF_3 , RbMnF_3 и другие соединения с ионом Mn^{2+} . Ион Mn^{2+} находится в S-состоянии ($^6S_{1/2}$) и в его соединениях анизотропия минимальна. Основные параметры некоторых антиферромагнетиков с ДСЧ представлены в таблице 1. В работе [27] был обнаружен ДСЧ более 75% от частоты линейного ЯМР.

Таблица 1. Основные параметры некоторых антиферромагнетиков с ^{55}Mn [34].

Параметр	MnCO_3	RbMnF_3	CsMnF_3	CsMnCl_3
T_N , К	32,5	82,6	53,5	67
Структура	Ромбоэдрическая	Кубическая	Гексагональная	Ромбоэдрическая
Число магнитных подрешеток	2	2	6	18
Плотность, г/см ³	3,87	4,68	4,84	3,48
Обменное поле H_E , кЭ	320	830	350	700

Поле Дзялошинского H_D , кЭ	4,4	0	0	0
Параметр сверхтонкого взаимодействия H_A^2 , кЭ ²	5,8/T	15,6/T	6,4/T	11,0/T
Константа неоднородного обмена $\alpha \cdot 10^5$, кЭ·см	0,79	2,0	0,95	1,3
Частота несмещенного ЯМР $\omega_n/2\pi$, МГц	640	686	666 677	554 584
Параметр ДСЧ μ_{max} , МГц	140	406 78 186	506 166	—

Еще одной особенностью связанной электронно-ядерной спиновой системы является существование ядерных спиновых волн. Элементарное возбуждение одной из ветвей спектра связанных колебаний ядерных и электронных спинов в магнитоупорядоченных кристаллах в области частот ЯМР – ядерный магнон. Существование ЯСВ также было предсказано в работах де Жена с соавторами [33]. Для удобства ЯСВ рассматривают на основе микроскопической теории, введенной Сулом [35] и Накамура [36], получившей название Сул-Накамуровского взаимодействия (СНВ). При низких температурах СНВ можно рассматривать как связь между ядерными спинами посредством обмена виртуальными электронными магнонами. Эффективный (корреляционный) радиус СНВ r_{SN} может достигать 10^3 межатомных расстояний. Подробно теория

СНВ рассмотрена в [37]. Область существования ЯСВ лежит между ω_{n0} и ω_n . В качестве примера рассмотрим спектр магнонов для ядерной ω_n и электронной ω_e ветвей магнитного резонанса в антиферромагнетике MnCO_3 при разных температурах ядерной подсистемы, представленный на рисунке 1.1.

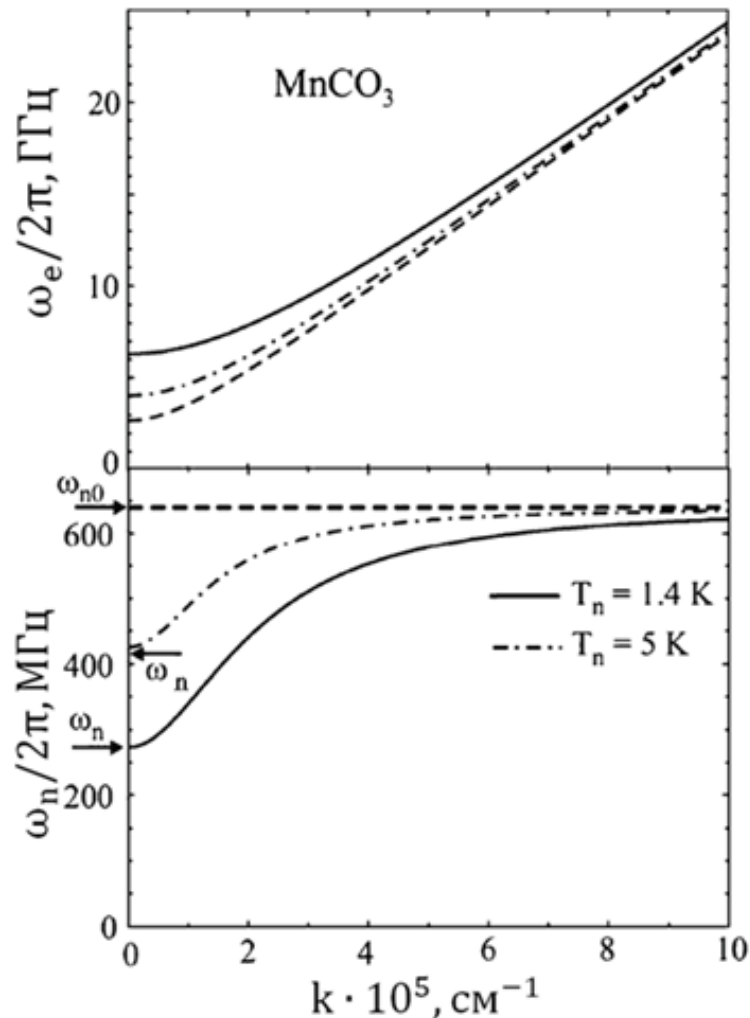


Рисунок 1.1 – Спектр электронных и ядерных магнонов в MnCO_3 в постоянном магнитном поле 0,2 кЭ [38].

С повышением волнового числа k связь между ветвями ослабевает. В области частот ЯМР (ω_n) имеет место ветвь смешанных ядерно-электронных колебаний ЯСВ ω_{nk} , которая имеет заметную пространственную дисперсию. Спектр электронных спиновых волн практически не меняется в меру малости параметра. По мере повышения температуры нарастает уровень флуктуаций ядерных спинов и ослабевает корреляция в их движении. При больших k на частоте ω_{n0} ядерные спины колеблются в противофазе и динамическая

восприимчивость равна нулю, что было предсказано в работе [39] и подтверждено экспериментально в [40].

Частота однородной прецессии квазиядерной моды колебаний для случая малого возбуждения описывается выражением [39]:

$$\omega_n \approx \omega_{n0} - \omega_p, \quad (7)$$

где ω_p – параметр сдвига частоты.

В реальных кристаллах присутствует разброс частот $\delta\omega_{n0}$, обусловленный неоднородностями в атомной и магнитной структурах (неоднородное уширение), и релаксационными потерями (однородное уширение). Таким образом, для существования ЯСВ должно выполняться условие:

$$\omega_{n0} - \omega_n \gg \delta\omega_{n0}, \quad (8)$$

Из-за этих неоднородностей происходит разброс локальных полей, действующих со стороны соседних ионов, и сверхтонкого поля на ядрах. Вследствие чего частота ЯМР ω_{n0} близко расположенных ядер распределяется хаотически. В случае, когда величина электронно-ядерной связи мала, $\omega_p \ll \delta\omega_{n0}$, поперечная ядерная намагниченность расфазировается за время за время $\tau \sim 1/\delta\omega_{n0}$ после возбуждения коротким резонансным импульсом. Данный случай исследовался на системе ядер ^{57}Fe в FeBO_3 , где наблюдался малый ДСЧ ЯМР [41]. Микронеоднородное уширение разрушало корреляцию движения спинов на расстояниях $R \sim r_{SN}$, что приводило к подавлению ДСЧ. При этом происходило резкое уменьшение времени спин-спиновой релаксации T_2 [42]. В противоположном случае, при $\omega_p \gg \delta\omega_{n0}$ радиус корреляции оказывается порядка r_{SN} , что приводит к существованию спектра спиновых волн. Ядерные спины на расстояниях порядка 100-1000 межатомных расстояний друг от друга, не могут расфазироваться и двигаются синфазно. Микронеоднородное уширение подавляется ядерной спиновой системой.

На системе ядер ^{55}Mn в MnCO_3 в работе [43] были проведены исследования времен релаксации спиновой системы в области $\omega_p > \delta\omega_n$. На рисунке 1.2

показана зависимость времени релаксации от величины внешнего магнитного поля при различных температурах.

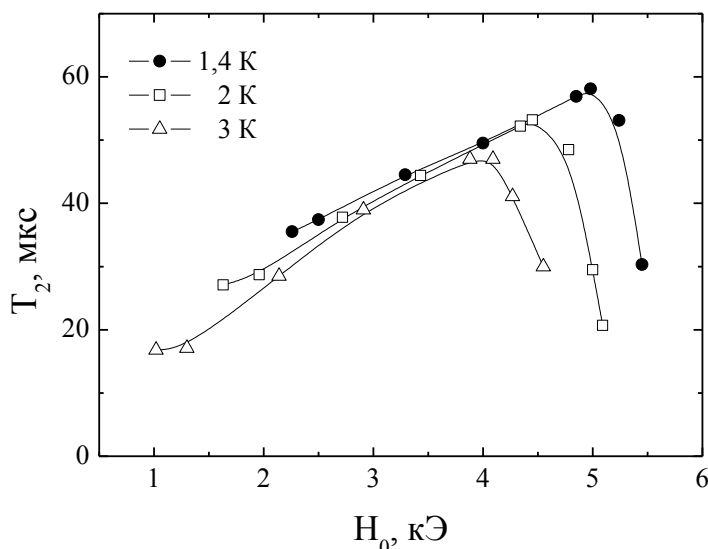


Рисунок 1.2 – Зависимость времени спин-спиновой релаксации T_2 от внешнего поля в MnCO_3 [43]. Сплошными линиями показан глазовод.

При малых внешних магнитных полях релаксационные свойства практически не зависят от температуры и определяются только величиной внешнего магнитного поля. С увеличением внешнего магнитного поля (ДСЧ уменьшается) скорость спин спиновой релаксации резко ускоряется. В области малого ДСЧ время спин-спиновой релаксации изменялось по закону $T_2 \sim \omega_p^{-2 \div -3}$, что указало на нестабильность динамики движения спинов при $\omega_p \rightarrow \delta\omega_n$.

1.1.2 Особенности магнитного резонанса в связанной ядерно-электронной спиновой системе

В качестве одного из объектов исследований выбран антиферромагнетик MnCO_3 , который обладает слабым ферромагнетизмом. Спектр низкочастотной моды ЯМР этого магнетика имеет вид ($\omega = 2\pi f$) [44]:

$$f_{eo}^2 = \left(\frac{\gamma_e}{2\pi}\right)^2 H(H + H_D), \quad (9)$$

где $\gamma_e/2\pi = 2,8 \cdot 10^6$ Гц/Э. Ядерные магнитные моменты ^{55}Mn находятся в сверхтонком поле, соответствующем несмещенной частоте ЯМР $f_{n0} = \omega_{n0}/2\pi = 640$ МГц, H_D – поле Дзялошинского. Спектр ЯМР в MnCO_3 подробно исследован импульсными [42] и непрерывными [45] методами при температурах 1,5 К и 4,2 К. Спектр квази–ядерной ветви магнитного резонанса в MnCO_3 представлен на рисунке 1.3.

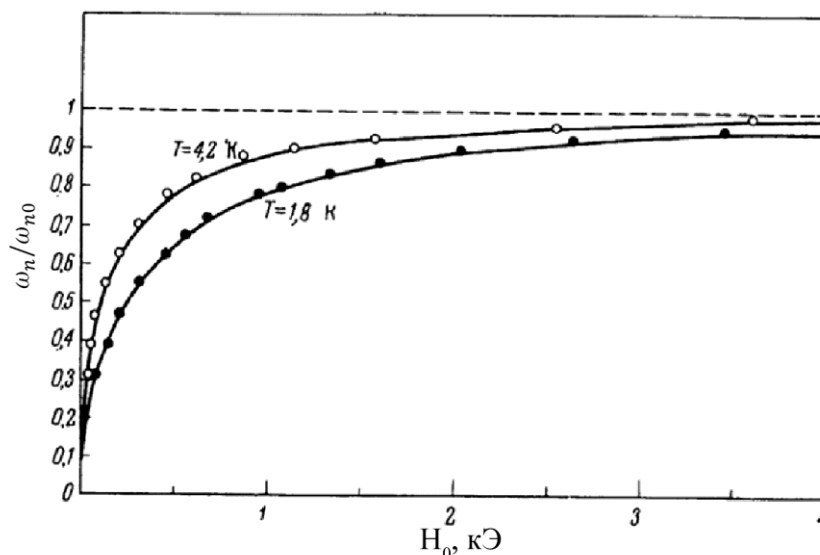


Рисунок 1.3 – Зависимость резонансной частоты ядерно–электронного магнитного резонанса от магнитного поля [45].

Данный спектр хорошо описывается формулой:

$$f_n^2 = f_{n0}^2 \frac{f_{e0}^2}{f_{e0}^2 + f_{\Delta}^2}, \quad (10)$$

где $f_{\Delta} = 6,7/\sqrt{T}$, ГГц – щель в спектре антиферромагнитного резонанса. Подобная нелинейная зависимость частоты ЯЭМР от внешнего магнитного поля объяснялась ранее перегревом ядерной спиновой системы [44-46]. Однако в работе [43] было показано, что частота связанных колебаний зависит от углов отклонения спинов от равновесного направления, что является основным источником нелинейности рассматриваемой колебательной системы. Причем, если для частоты электронно–ядерного магнитного резонанса f_e этот эффект весьма мал:

$$\frac{f_{n0}}{f_{e0} + f_{\Delta}} \ll 1, \quad (11)$$

то на частоте ядерно–электронного магнитного резонанса имеется зависимость частоты прецессии от углов отклонения ядерных спинов, которую в хорошем приближении можно записать, как:

$$f_n = f_{n0} - f_p \frac{m_z}{m_0} = f_{n0} - f_p \cos \beta, \quad (12)$$

где m_z проекция ядерной намагниченности на намагниченность электронов, m_0 – ядерная намагниченность.

Для исследования динамики сильно коррелированных спиновых систем был открыт новый механизм формирования сигналов спинового эха – частотно-модулированное (ЧМ) эхо. Ключевая особенность ЧМ эха заключается в малости углов отклонения намагниченности, при которых наблюдается максимум его интенсивности [27]. Возбуждение ЧМ эха также возможно при нерезонансной РЧ накачке, в отличие от механизма Хана, который неэффективен в силу малых углов отклонения [47]. Помимо ЧМ эха были обнаружены – захватное эхо [42], параметрическое эхо [48, 49], одноимпульсное эхо [50].

В работе [51] были проведены исследования ДСЧ ЯМР при высокой поляризации ядер ^{55}Mn в антиферромагнетике MnCO_3 . Исследования показали, что при наличии сильной корреляции между ядерной и электронной спиновыми системами термодинамические свойства ядерной спин системы практически не меняются, в отличие от спектров ЯМР.

Переход из области коррелированного движения в чисто парамагнитное состояние в спиновой системе ядер в этом антиферромагнетике при гелиевых температурах исследовался в [40]. Оказалось, что ширины сигнала пропускания и линии ЯМР практически не изменяются в диапазоне от намагничивания образцов и вплоть до 8 кЭ. С этого же поля наблюдался резкий рост ширины линии ЯМР, который был предсказан в [37] и связан с выключением механизма подавления микронеоднородного уширения.

Исходя из перечисленного выше можно сделать вывод, что антиферромагнетики, содержащие Mn^{2+} , изучены довольно подробно. Предпосылкой для исследований антиферромагнетика MnCO_3 методами ядерного магнитного резонанса, результаты которых описаны в главе 2, стало открытие когерентной прецессии намагниченности в сверхтекучем $^3\text{He-A}$ [12] и затем в антиферромагнетике CsMnF_3 , которая была объяснена в терминах бозе-эйнштейновской конденсации магнонов [19, 20]. Подробное описание экспериментальных исследований антиферромагнетика CsMnF_3 представлено в диссертации [52].

Одним из экспериментальных фактов, подтверждающих образование состояния с когерентной прецессией намагниченности в антиферромагнетике CsMnF_3 , стало обнаружение долгоживущего сигнала индукции (ДСИ), по аналогии с наблюдавшимся ранее сигналами в различных фазах сверхтекучего ^3He [17]. Длительность спада превышала более чем на порядок длительность, обусловленную неоднородностью внешнего магнитного поля. Возможность наблюдения ДСИ в антиферромагнетиках с ДСЧ была рассмотрена ранее в работе [53]. На рисунке 1.4 представлен пример сигналов ДСИ в CsMnF_3 и $^3\text{He-A}$.

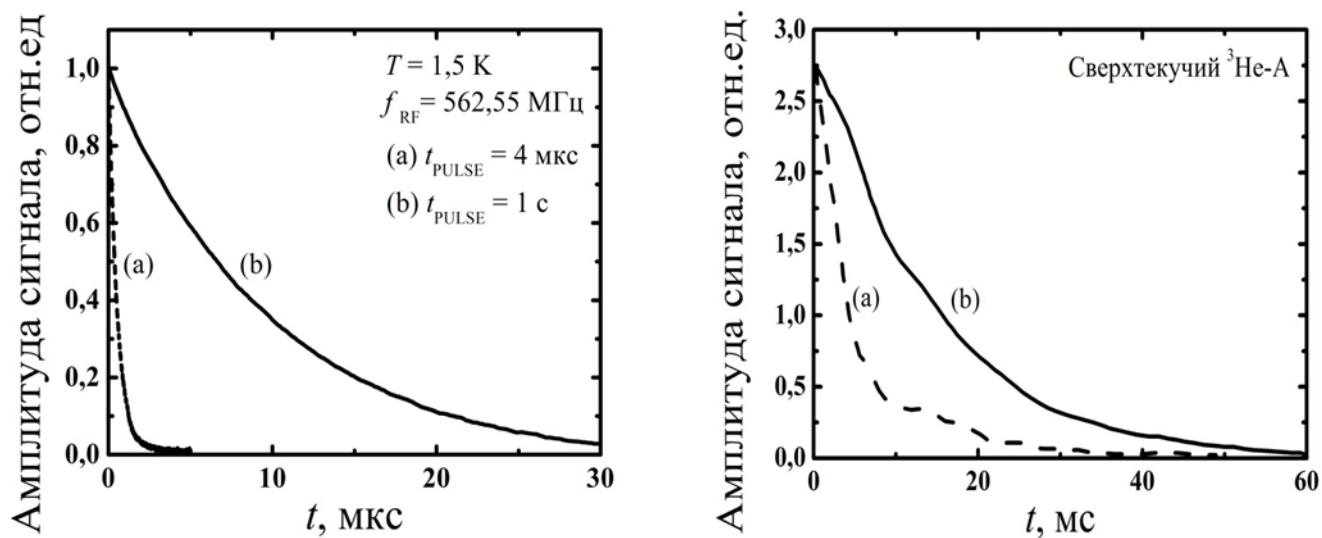


Рисунок 1.4 – Амплитуда сигнала индукции в CsMnF_3 слева и в сверхтекучем $^3\text{He-A}$ справа (а – после выключения короткого импульса, б – после выключения непрерывной радиочастотной накачки).

В частности, в экспериментах по импульсному ЯМР было показано, что намагниченность ядерной подсистемы отклоняется на большой угол от равновесной ориентации, сохраняя при этом свою величину. Такое поведение сильно противоречило традиционному рассмотрению парамагнитного ансамбля ядерных спинов при внешней РЧ накачке, которое описывается феноменологическими уравнениями Блоха и предсказывает сильное уменьшение величины модуля ядерной намагниченности за счет нагревания ядерной спиновой системы. Разрешить данное противоречие удалось при помощи построения новой теории связанной ядерно–электронной прецессии, предложенной М.А. Боричем, Ю.М. Буньковым, М.И. Куркиным и А.П. Танкеевым (ББКТ теория) в [54], в которой учтена динамика упорядоченной электронной системы.

В работе [55] авторами были проведены тщательные исследования MnCO_3 методом непрерывного ЯМР на основе исследований, проведенных ранее в Казанском федеральном университете автором диссертации. На рисунке 1.5 показана зависимость сигналов абсорбции и дисперсии от внешнего магнитного поля при различных мощностях РЧ накачки в антиферромагнетике MnCO_3 .

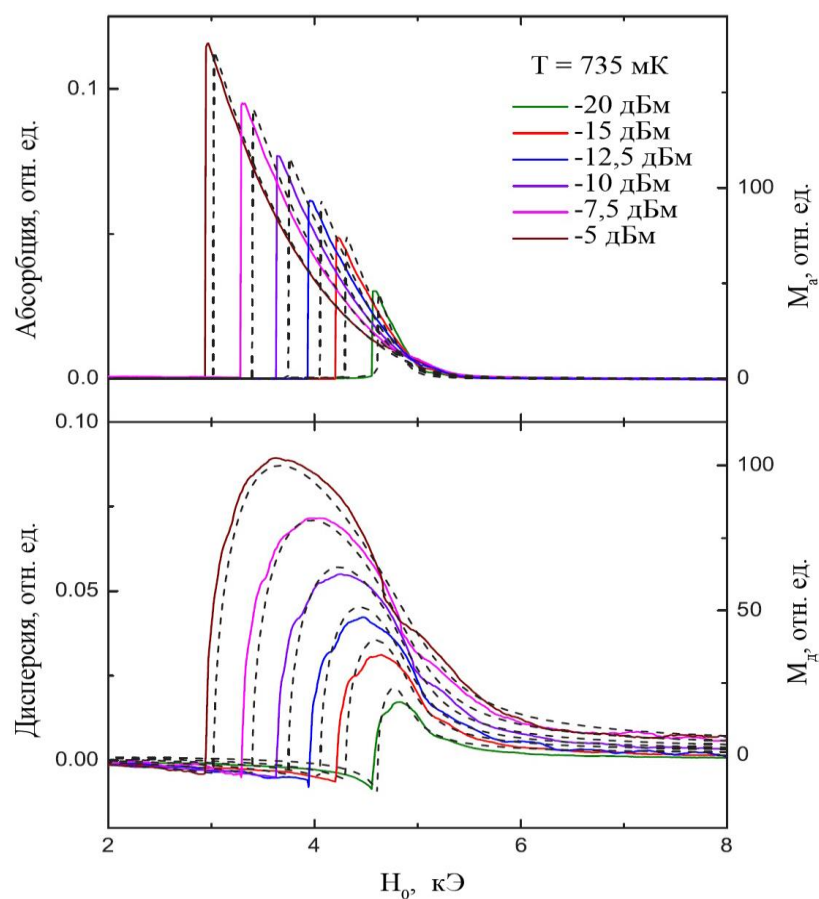


Рисунок 1.5 – Сигналы абсорбции и дисперсии в MnCO_3 на частоте 593,5 МГц при сканировании магнитного поля вниз. Пунктирными линиями показана расчетная кривая [55].

Авторы использовали относительное измерение амплитуды сигнала от подаваемой РЧ мощности. На рисунке 1.6 показаны теоретические кривые этих зависимостей и их сравнение с экспериментальными данными.

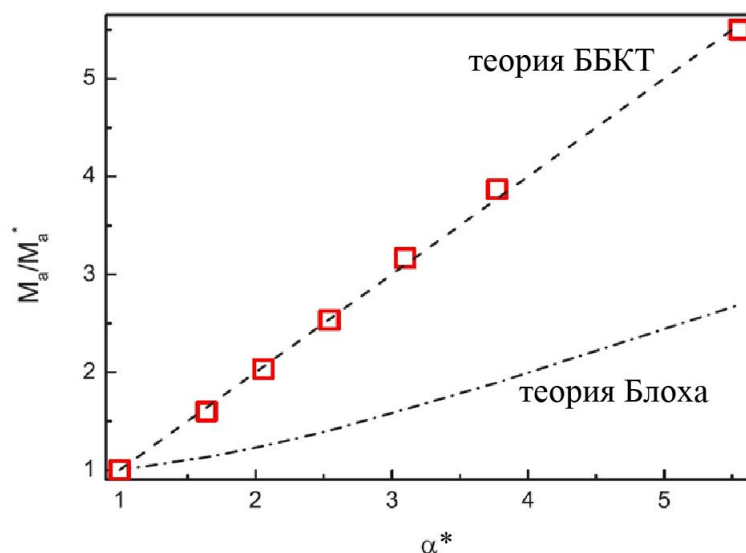


Рисунок 1.6 – Нормированные значения сигналов абсорбции при критических значениях внешнего магнитного поля в зависимости от величины α^* , полученные из экспериментальных данных (открытые квадраты). Пунктирной линией показана кривая, соответствующая теоретической модели ББКТ и пунктирной линией с точкой показан результат, который должен следовать из теории Блоха [55].

Отчетливо видно, что экспериментальные результаты однозначно удовлетворяют модели ББКТ. Таким образом, связанная ядерно–электронная прецессия при достаточно большом динамическом сдвиге частоты описывается уравнениями Ландау–Лифшица–Гильберта и при больших концентрациях магнонов формируется БЭК. Величина α^* определяется как $\sqrt{P/P^*} = H_1/H_1^*$, где P и P^* – мощность РЧ накачки в случае линейного и нелинейного возбуждения, соответственно.

1.1.3 Ферромагнитные пленки железо-иттриевого граната

В ферромагнитных пленках ЖИГ сдвиг частоты относительно ларморовской обусловлен диполь–дипольным взаимодействием с соседними атомами, который обычно описывается как поле размагничивания [28]. Знак сдвига частоты зависит от ориентации приложенного внешнего магнитного поля

\mathbf{H}_0 . При возбуждении магнонов частоты меняются из-за изменения диполь-дипольного взаимодействия.

В ферромагнитной пленке ЖИГ отталкивание между магнонами возникает, когда пленка намагничена перпендикулярно поверхности пленки и притягивающее в случае ее тангенциальной намагниченности [56, 57]. Это обстоятельство отражается в зависимости сдвига частоты от угла отклонении намагниченности. Сдвиг частоты магнитного резонанса и резонансного магнитного поля в зависимости от угла отклонения намагниченности для резонансной частоты 9,76 ГГц показан на рисунке 1.7.

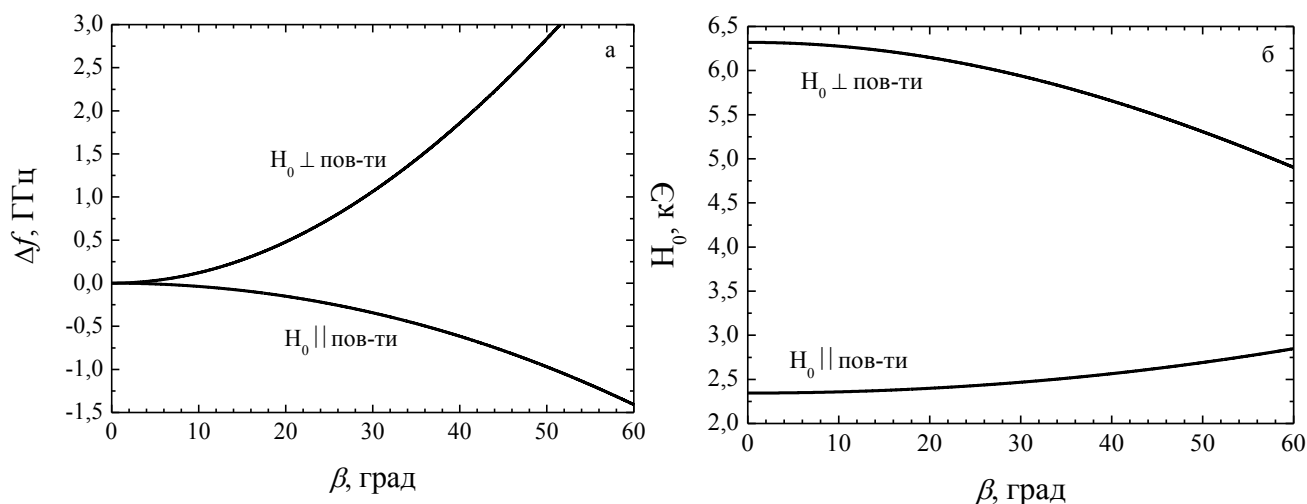


Рисунок 1.7 – Сдвиг частоты магнитного резонанса при нормальной и тангенциальной ориентации магнитного поля как функция отклонения угла намагниченности (а) и сдвиг резонансного поля (б) для резонансной частоты 9,76 ГГц.

Данные зависимости были получены из выражений:

$$\omega_{\perp} = \gamma(H_0 - 4\pi M_s \cos \beta), \quad (13)$$

$$\omega_{\parallel} = \gamma\sqrt{H_0(H_0 + 4\pi M_s \cos \beta)}, \quad (14)$$

где M_s – намагниченность насыщения, ω_{\perp} – частота прецессии магнонов в основной моде ($k = 0$) в перпендикулярной ориентации \mathbf{H}_0 к поверхности пленки и ω_{\parallel} – когда \mathbf{H}_0 лежит в плоскости пленки. Эти уравнения идентичны уравнениям, описывающим частоту прецессии отклонённой намагниченности в

сверхтекучем $^3\text{He-A}$, когда поле \mathbf{H}_0 направлено перпендикулярно и параллельно орбитальному моменту \mathbf{l} .

Весьма необычным является закон дисперсии для спиновых волн. В случае нормальной намагниченности минимум энергии спиновых волн соответствует вектору $k = 0$. Однако в случае тангенциальной намагниченности реализуется сильная анизотропия скорости спиновых волн. Если для волн, распространяющихся поперек намагниченности минимум энергии соответствует $k = 0$, то для волн, распространяющихся вдоль поля минимум энергии лежит в области волновых векторов порядка 10^4 рад/см. На рисунке 1.8 показаны спектры спиновых волн при различной ориентации внешнего магнитного поля относительно плоскости пленки.

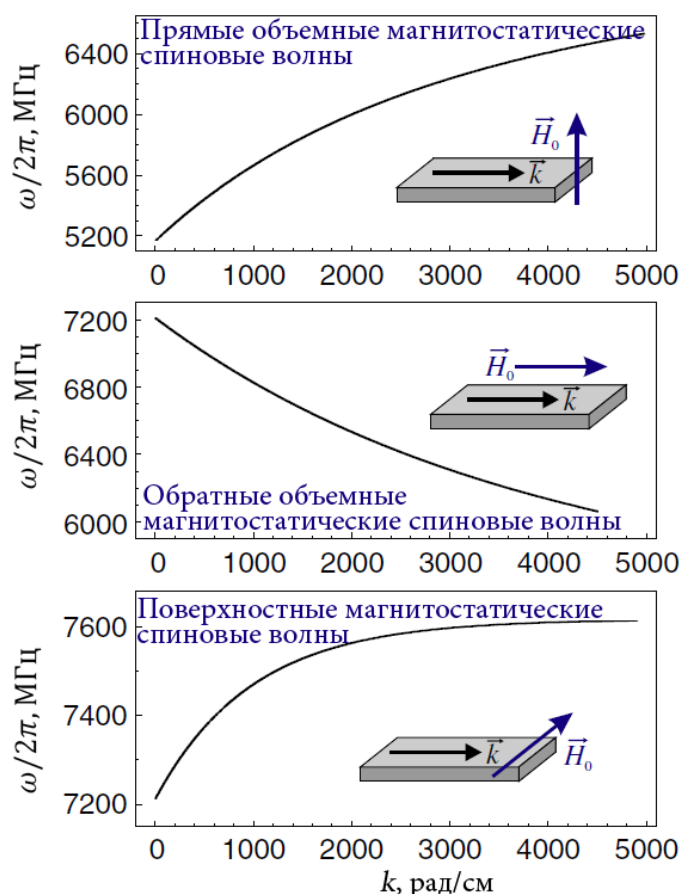


Рисунок 1.8 – Спектры спиновых волн при различной ориентации внешнего магнитного поля относительно плоскости пленки ЖИГ [23].

Анизотропия спиновых волн при тангенциальной ориентации внешнего магнитного поля приводит к очень редкому явлению. Точка с нулевым волновым

вектором является седловой точкой в энергетическом спектре спиновых волн. Детально этот спектр показан на рисунке 1.9.

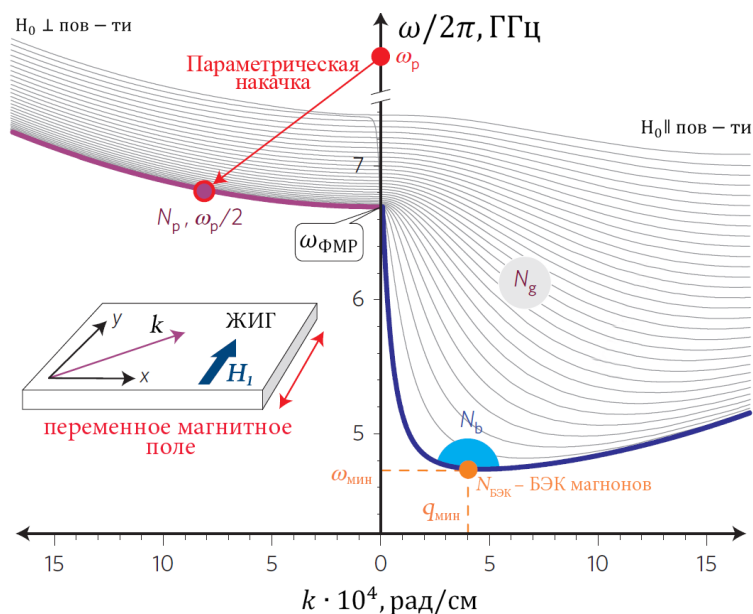


Рисунок 1.9 – Седловая точка в энергетическом спектре магнов при тангенциальной намагниченности пленки ЖИГ толщиной 5,6 мкм [58].

Из рисунка 1.9 хорошо видно, что минимум энергии для спиновых волн в этой конфигурации лежит в области магнов с волновым вектором порядка $4 \cdot 10^4$ рад/см, распространяющихся вдоль магнитного поля.

В работе [21] представлены экспериментальные результаты, полученные с помощью бриллюэновского рассеяния света, по параметрической накачке неравновесных магнов и заявлено о наблюдении БЭК магнов в этом минимуме энергии. Д. Сноком в [59] были разработаны критерии экспериментальной оценки образования магнонного БЭК и результаты статьи [21] этим критериям не удовлетворяли. Стоит отметить, что было указано на необходимость наблюдения спонтанного установления единой по объему образца (домена) фазы волновой функции магнонного БЭК. Именно этим критерием соответствовало наблюдение сигналов долгоживущей индукции в $^3\text{He-V}$ [5]. Таким образом, можно сказать, что в статье [21] явление магнонной Бозе конденсации не было продемонстрировано, поскольку описанный эксперимент показал только тривиальную концентрацию магнов вблизи минимума спектра,

но не их когерентность. Позднее было обнаружено пространственное распределение плотности спиновых волн [60]. Это наблюдение можно рассматривать как первое наблюдение квантового кристалла возбужденных магнонов. Оно показывает относительную когерентность спиновых волн с векторами \mathbf{k} и $-\mathbf{k}$. Однако когерентность магнонов оставалась неясной. Наконец в экспериментах, описанных в [58], было убедительно показано образование конденсата в минимуме энергии и пространственный перенос этого конденсата спиновым сверхтекучим током.

В исследованиях, описанных в Главе 3, рассмотрено образование магнонного БЭК при $k = 0$ в условиях перпендикулярной намагниченности ферромагнитной пленки ЖИГ методами ферромагнитного резонанса.

1.2 Общие принципы бозе-эйнштейновской конденсации

Явление бозе-эйнштейновской конденсации было предсказано А. Эйнштейном в 1925 году [61] на основе работ С.Н. Бозе [62]. В работе [63] предложена теория, согласно которой может существовать БЭК размером со звезду, состоящей из бозонов темной материи.

В работах [15, 16] было обнаружено почти идеальное состояние БЭК в сильно охлажденных атомарных газах. Согласно теоретическим исследованиям, БЭК возникает при охлаждении идеального газа бозонов ниже критической температуры $T_{\text{крит}}$ [64]:

$$T_{\text{крит}} = \frac{2\pi\hbar^2}{k_B m} \left(\frac{n}{\zeta\left(\frac{3}{2}\right)} \right)^{2/3}, \quad (15)$$

где, ζ – дзета-функция Римана, k_B – константа Больцмана, m – масса бозонов, n – концентрация бозонов. Атомарный БЭК – это равновесное состояние невзаимодействующих бозонов. Бозе-эйнштейновскую конденсацию также можно получить за счет увеличения концентрации частиц n_m . Оба метода применимы как для реальных атомов и молекул, так для газа квазичастиц. В

частности, явление БЭК наблюдалось на таких квазичастицах, как: экситоны [65], экситон-поляритоны [66], магноны [19-21], фононы [67], фотоны [68] и ротоны [69]. В рамках данной диссертации будет рассматриваться бозе-эйнштейновская конденсация магнонов.

При образовании БЭК макроскопическое число частиц описывается единой волновой функцией типа [17]:

$$\Psi = \langle a \rangle = |\Psi| e^{i(\mu t + \alpha)/\hbar}, \quad (16)$$

где μ – химический потенциал, $|\Psi|^2 = \rho_s$ – плотность сверхтекучей компоненты, α – фаза прецессии спинов, t – время. При этом возникает корреляция этого состояния на макроскопическом расстоянии, называемом длиной когерентности. То есть коррелируют недиагональные члены матрицы плотности, описывающие ее фазу. Когда П.Л. Капицей было открыто явление сверхтекучести в ^4He [1], то первое объяснение этого явления было сделано Ф. Лондоном на основе теории бозе-эйнштейновской конденсации [13]. В дальнейшем оказалось, что это явление имеет более сложную природу и хорошо описывается двухжидкостной моделью, разработанной Л.Д. Ландау [14]:

$$\mathbf{j} = \rho_s \mathbf{v}_s + \rho_n \mathbf{v}_n, \quad (17)$$

где \mathbf{j} – полная плотность потока жидкости, ρ_n – плотность нормальной компоненты, \mathbf{v}_s и \mathbf{v}_n – скорости потоков сверхтекучей и нормальной компонент, соответственно. На расстояние больше длины когерентности может возникать неоднородность этой волновой функции, которую можно описать пространственным градиентом фазы $\nabla\alpha$. Соответствующее квантовое состояние включает в себя движение сверхтекучей жидкости с плотностью импульса \mathbf{J}_p , который задается формулой:

$$\mathbf{J}_p = \frac{\hbar}{m} \rho_s \nabla\alpha. \quad (18)$$

Пространственный градиент фазы волновой функции приводит к непотенциальному когерентному переносу массы в сверхтекучих системах.

Подобное явление наблюдается в сверхпроводимости, где когерентное состояние образуется куперовскими парами электронов.

Отличие атомарного БЭК от магنونного заключается в том, что магنونный БЭК нельзя получить только за счет уменьшения температуры магнитной системы. В газе квазичастиц число частиц не фиксировано из-за взаимодействия с другими подсистемами. При охлаждении равновесных квазичастиц происходит уменьшение концентрации низкоэнергетических квазичастиц. Однако необходимая концентрация может быть достигнута путем внешнего введения квазичастиц в локализованную область спектра, где их энергия мала, методами магнитного резонанса. В квазичастицах распределение по энергии неравновесное и квазичастицы сильно взаимодействуют посредством рассеяния друг на друге, вследствие чего введенные квазичастицы быстро термализуются. Сила и тип взаимодействия между квазичастицами зависит от волнового числа k . Бозе-эйнштейновская конденсация устанавливается в самом низкоэнергетическом состоянии спектра.

Другой важной особенностью является фаза волновой функции α , которая в случае БЭК атомов является внутренним параметром, а для БЭК магнонов это обычная фаза прецессии, соответствующая фазе излучаемого РЧ поля. В этом заключается преимущество БЭК магнонов, поскольку можно непосредственно наблюдать динамику фазы прецессии [70].

Магنونный БЭК является квантовым явлением и для его рассмотрения необходим квантовый подход. Его можно пояснить, привлекая преобразование Хольштейна-Примакова [71]. Данное преобразование связывает спиновые операторы с операторами рождения и уничтожения магнонов:

$$\hat{a}_0^- \sqrt{1 - \frac{\hbar a_0^+ a_0^-}{2S}} = \frac{\hat{S}_+}{\sqrt{2S\hbar}}, \quad (19)$$

$$\sqrt{1 - \frac{\hbar a_0^+ a_0^-}{2S}} \hat{a}_0^+ = \frac{\hat{S}_-}{\sqrt{2S\hbar}}, \quad (20)$$

$$\hat{\mathcal{N}} = \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0^- = \frac{S - \hat{S}_z}{\hbar}, \quad (21)$$

где $\langle \hat{S}_+ \rangle = S_x + iS_y = \frac{M_\perp}{\gamma} e^{i(\omega t + \alpha)}$, γ – гиромагнитное отношение. В состоянии БЭК все спины прецессируют когерентно и макроскопическая намагниченность определяется:

$$M_x + iM_y = M_\perp e^{i(\omega t + \alpha)}, M_\perp = \chi H_0 \sin \beta, \quad (22)$$

где β – угол отклонения намагниченности, χ – магнитная восприимчивость, H_0 – постоянное магнитное поле. Число возбужденных магнонов N_M определяется отклонением проекции S_z от равновесного значения $S = \chi H_0 / \gamma$:

$$N_m = \int d^3r |\Psi|^2 = \int d^3r \left(\frac{S - S_z}{\hbar} \right) = \int d^3r \frac{S}{\hbar} (1 - \cos \beta) \quad (23)$$

Для упрощения, в (23) не учитываются тепловые магноны, чья концентрация должна быть добавлена к концентрации неравновесных магнонов при достаточно высоких температурах. Полная проекция спина после возбуждения N_m магнонов становится равной $S_z = S - \hbar N_m$. Если концентрация неравновесных магнонов выше критической при заданной температуре, то образуется магнонный Бозе конденсат, описываемый как [70]:

$$\Psi = \langle \hat{a}_0^- \rangle = n^{1/2} e^{i(\omega t + \alpha)} = \sqrt{\frac{2S}{\hbar}} \sin \frac{\beta}{2} e^{i(\omega t + \alpha)}. \quad (24)$$

Из (16) и (24) видно, что $\mu \equiv \omega$. Величина критической концентрации магнонов n_c , при которой должен формироваться БЭК определяется из выражения (15), как:

$$n_c = \left(T \frac{k_B m_m}{k_0 \hbar^2} \right)^{3/2}, k_0 = \frac{2\pi}{\zeta \left(\frac{3}{2} \right)}, \quad (25)$$

где m_m – эффективная масса магнонов. Если отклонить намагниченность \mathbf{M} от направления внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 на угол β , то концентрация магнонов увеличится на величину [17]:

$$n_M = \frac{S - S_z}{\hbar} = \frac{\chi H_0}{\hbar \gamma} (1 - \cos \beta). \quad (26)$$

Иными словами, за счет отклонения намагниченности можно добавить новые неравновесные магноны при заданной температуре системы и превысить критическую концентрацию n_c , необходимую для образования магнонного БЭК.

Магнонный БЭК также можно представить волновой функцией когерентной прецессии $(S_x + iS_y) \propto e^{i(\omega t + \alpha)}$, которая характеризуется общей частотой ω и фазой α .

Взаимодействие между магнонами приводит к сдвигу частоты прецессии [70]:

$$\mu = \frac{dE}{dN_m} = \hbar(\omega - \omega_L) = \hbar z N_m, \quad (27)$$

где z – коэффициент пропорциональности, ω_L – ларморовская частота. При притяжении между магнонами этот сдвиг отрицательный. Системе магнонов энергетически выгодно разбиться на капли с бóльшей концентрацией магнонов. Этот процесс приводит к пространственной неустойчивости однородной прецессии. Данный случай был исследован в экспериментах с $^3\text{He-A}$ [72, 73]. В противоположном случае, когда магноны отталкиваются, однородная прецессия намагниченности устойчива. Величина магнонного сдвига частоты (МСЧ), возникающего при возбуждении неравновесных магнонов следует сравнивать с неоднородностью локального магнитного поля или неоднородностью профиля потенциальной энергии. Если МСЧ больше этой неоднородности, пространственное перераспределение плотности магнонов может компенсировать неоднородность таким образом, что будет выполнено [17]:

$$\omega_{\text{БЭК}} = \omega_L(r) + z N_m(r) = \text{const}. \quad (28)$$

Данный случай представлен схематично на рисунке 1.10.

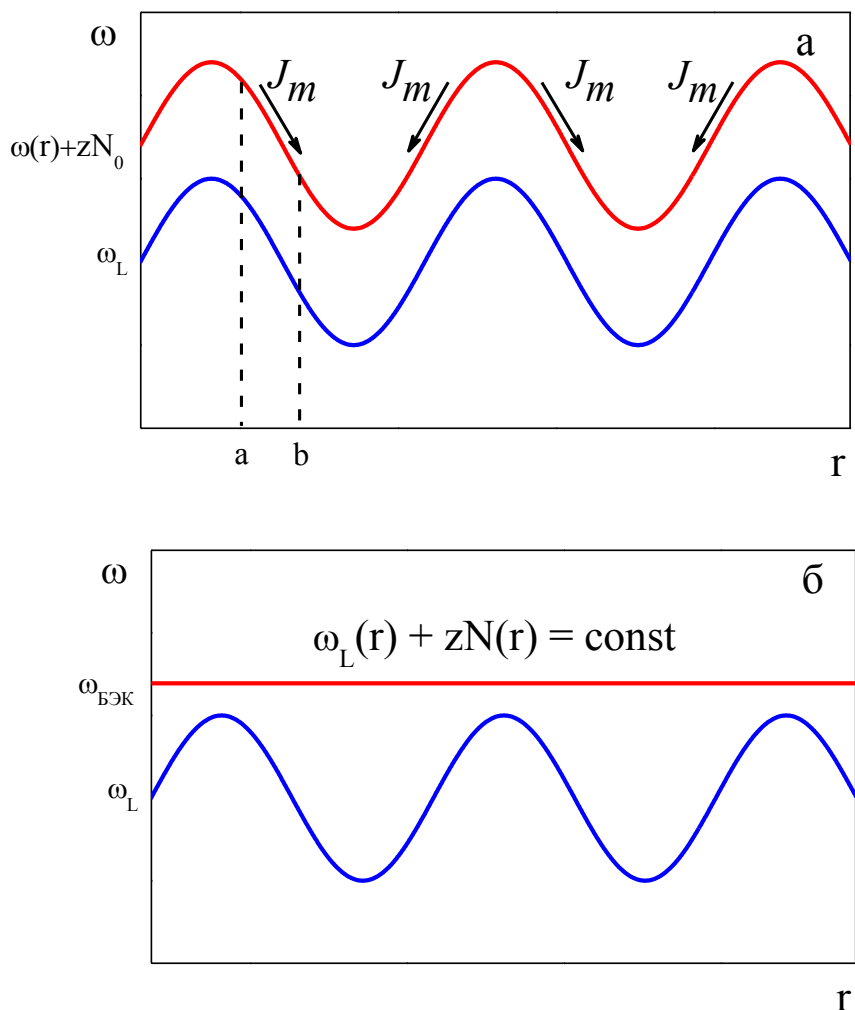


Рисунок 1.10 – Схематичное представление процесса пространственного магнотного сдвига частоты.

Допустим, что частота ларморовской прецессии неоднородна и представлена на рисунке 1.10 а волнистой линией. Если радиочастотным (РЧ) импульсом отклонить спины на одинаковый угол, то частота прецессии увеличится, но останется пространственно-неоднородной. В точке a спины на рисунке 1.10 а будут вращаться быстрее, чем в точке b , разность частот составит $\Delta\omega$. В результате через время τ возникает разность фаз $\Delta\alpha = \Delta\omega\tau$, то есть возникает градиент фазы, который приводит к сверхтекучему току намагниченности $J_m \sim N\nabla\alpha$. В результате плотность магнонов в точке a

уменьшается, а в точке b увеличивается. Конечным результатом этого процесса будет установление такого распределения плотности магнонов, когда пространственная неоднородность частоты прецессии компенсирована МСЧ и все спины прецессируют с одной частотой и фазой, рисунок 1.10 б.

Исследования динамики различных систем можно проводить при условии фиксированного химического потенциала μ , определяемого частотой прецессии или фиксированного числа частиц N . Для БЭК магнонов это эквивалентно двум экспериментальным методам: импульсному и непрерывному магнитному резонансу. В первом случае неравновесные магноны создаются за счет импульсной РЧ накачки. Если даже РЧ импульсы когерентны, магноны быстро расфазировываются из-за пространственной неоднородности. Затем магноны спонтанно образуют состояние с когерентной прецессией. Это было продемонстрировано в сверхтекучем $^3\text{He-B}$ [74]. Временной масштаб распада магнонного БЭК на несколько порядков длиннее, чем для некогерентной прецессии [75]. БЭК магнонов компенсирует неоднородность магнитного поля внутренним магнон–магнонным взаимодействием, как это показано на рисунке 1.10. В процессе релаксации неравновесных магнонов происходит уменьшение амплитуды ССИ и их плотности, но когерентность системы сохраняется. Аналогичный процесс наблюдался в БЭК атомов, где уменьшение плотности атомов возникало по причине их испарения из ловушки.

Другой метод образования БЭК магнонов заключается в применении малой непрерывной РЧ накачки. Частота РЧ накачки определяет химический потенциал системы неравновесных магнонов. В условиях БЭК плотность когерентных магнонов должна соответствовать заданному химическому потенциалу (частоте накачки), а не мощности РЧ накачки. В этом случае БЭК магнонов может поддерживаться непрерывно, благодаря накачке новых магнонов, что невозможно в случае атомарного БЭК. Магнонная накачка необязательно должна быть когерентной – спиновая система сама выбирает свою собственную частоту когерентной прецессии, которая определяет плотность магнонов.

Стоит отметить, что аналогия между бозе-эйнштейновской конденсацией магнонов и атомов возможна только для динамического состояния магнитной подсистемы. Для скрученной намагниченности или для магнитных фазовых переходов, индуцированных внешним магнитным полем, понятием БЭК не применимо. Для рассмотренных магнитных систем в [76-79] химический потенциал магнонов в них всегда равен нулю и они являются статическими.

1.2.1 Спиновая сверхтекучесть в $^3\text{He-B}$

Сверхтекучий $^3\text{He-B}$ – идеальный квантовый вакуум для образования и исследования когерентных процессов. Он является оригинальным трехподрешеточным жидким антиферромагнетиком. Процессы магнитной релаксации в нем очень хорошо изучены [17]. Времена жизни неравновесных магнонов весьма большие благодаря абсолютному отсутствию примесей. В сверхтекучем $^3\text{He-B}$ взаимодействие между магнонами проявляется только при углах отклонения намагниченности более 104° и характеризуется отталкиванием. В результате когерентная прецессия намагниченности образуется только при угле отклонения намагниченности более 104° . При этом происходит разбиение газа магнонов на два домена – один со стационарной, а другой с когерентной прецессией намагниченности. В работе [80] И.А. Фоминым это явление было объяснено теоретически. Подход, разработанный для объяснения БЭК атомов на основе уравнений Гросс–Питаевского схож с подходом И.А. Фомина для объяснения когерентной прецессии намагниченности в $^3\text{He-B}$.

В экспериментах в сверхтекучем $^3\text{He-B}$ [5] впервые наблюдался долгоживущий сигнал индукции (ДСИ), длительность спада которого была на 3 порядка больше длительности, обусловленной неоднородностями внешнего магнитного поля. Этот сигнал был объяснен, как образование домена с однородно прецессирующей ядерной намагниченностью. Ключевая особенность образования ОПД заключается в возникающем спонтанно устойчивом состоянии прецессии, которое сохраняет фазовую когерентность во всем домене, даже в отсутствии

энергетической подкачки и в неоднородном внешнем магнитном поле. А это эквивалентно образованию бозе-эйнштейновской конденсации магнонов.

Согласно критерию Д. Сноука состояние БЭК должно образовываться спонтанно со своей собственной фазой. Спиновая система теряет информацию о фазе возбуждающего импульса после короткого времени, сравнимым со временем спада сигнала свободной индукции T_2^* . Затем состояние с когерентной прецессией спонтанно восстанавливается. Амплитуда сигнала становится сравнимой с сигналом индукции после возбуждающего РЧ импульса [59]. Подобное поведение наблюдалось в экспериментах со сверхтекучим $^3\text{He-B}$ [5]. В эксперименте намагниченность отклонялась коротким радиочастотным импульсом на большой угол, более 90° . Для образования неоднородности прецессии был добавлен сильный градиент магнитного поля, так что разброс частот в экспериментальной ячейке составлял около 600 Гц [74]. Стробоскопическая запись спада сигнала индукции показана на рисунке 1.11.

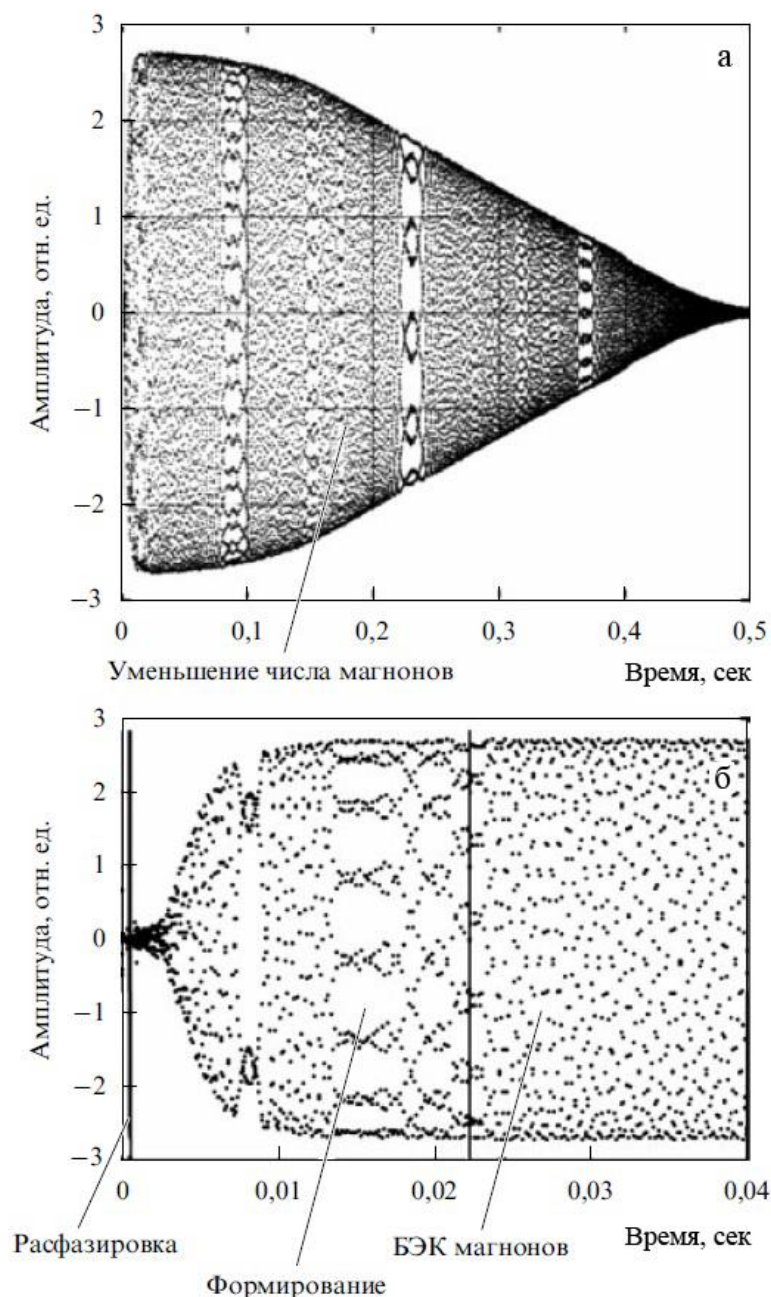


Рисунок 1.11 – Стробоскопическая запись спада сигнала индукции (а), начальная часть сигнала (б) [78].

Сигнал свободной индукции расфазировается за время $T_2^* = 1,6$ мс, что соответствует ширине резонансной линии 600 Гц. Затем в течение 20 мс сигнал индукции спонтанно восстанавливает амплитуду до первоначальной величины, что указывает на образование ОПД (или БЭК магнонов). При этом происходит перетекание магнонов в область камеры с меньшими магнитными полями. Этот процесс был наглядно продемонстрирован в эксперименте, в котором локальные

приемные катушки, расположенные в противоположных концах камеры, непосредственно фиксировали перенос намагниченности [81], рисунок 1.12.

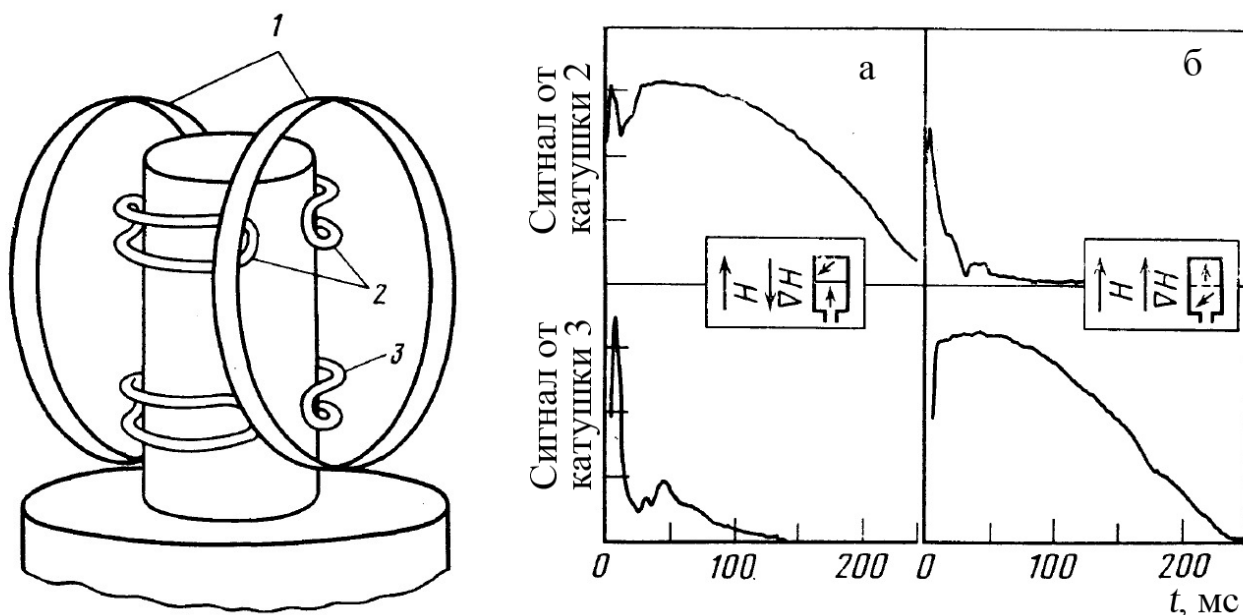


Рисунок 1.12 – Верхняя часть ЯМР ячейки (слева). 1 – возбуждающая ЯМР катушка, 2 и 3 приемные катушки. Справа показана интенсивность сигнала индукции от различных катушек [81].

После приложения линейного градиента магнитного поля и РЧ импульса возникал градиент фазы прецессии, который приводил к появлению сверхтекучего спинового тока. Этот ток переносит продольную намагниченность в область большего магнитного поля, что соответствует току магнонов в область меньшего поля. При этом градиент частоты прецессии начинает уменьшаться, как только угол отклонения намагниченности в области меньших полей превысит 104° , то есть появляется ДСЧ. Конечным результатом этого процесса является образование домена с однородной прецессией намагниченности в области меньших полей. После этого величина сигнала и частота медленно спадают за время порядка 1 с. При этом в процессе релаксации когерентность прецессии намагниченности. Из рисунка 1.11 видно, что время необходимое для образования ОПД на несколько порядков меньше, чем его релаксация. Конденсация магнонов также подтверждается спектроскопическим анализом сигнала индукции, представленного на рисунке 1.13.

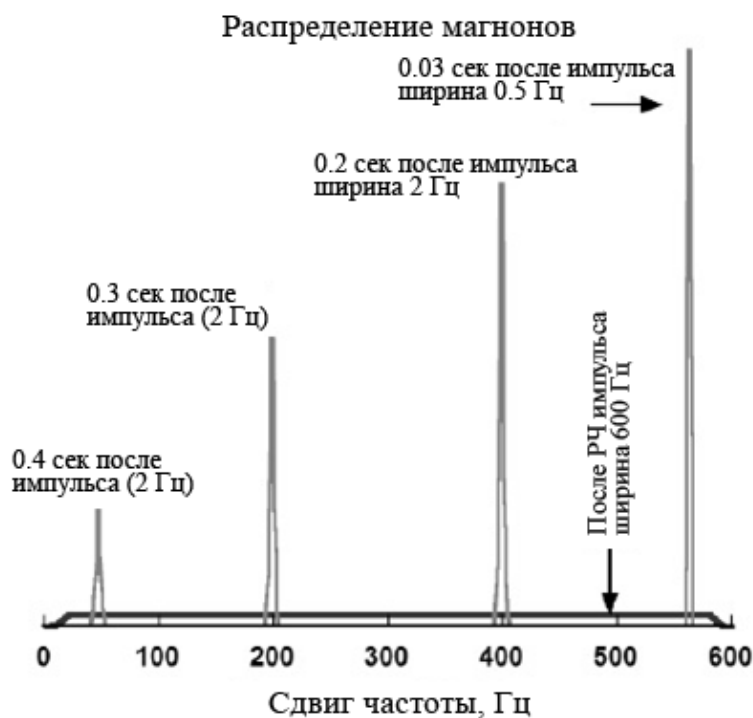


Рисунок 1.13 – Спектроскопическое распределение магнонов, измеренное после различной задержки после импульса [14].

Сразу после РЧ импульса ширина линии ЯМР составляет 600 Гц, что эквивалентно неоднородности магнитного поля на размерах камеры. Затем через 30 мс линия сужается до 0,5 Гц, что говорит о том, что 99,9 % накачанных магнонов находятся в конденсате. Небольшое уширение сигнала в 0,5 Гц объясняется релаксацией магнонов.

Рассмотрим образование ОПД в сверхтекучем $^3\text{He-B}$ в условиях непрерывной РЧ накачки. С этой целью в экспериментальную камеру, показанную на рисунке 1.12, подавалась РЧ накачка [17]. Внешнее магнитное поле и его градиент были направлены вдоль оси камеры, причём минимум поля был расположен вверху камеры. Далее магнитное поле плавно уменьшалось. Как только величина поля вверху камеры опускалась до величины $\omega_{\text{РЧ}}/\gamma$ в ней начинался магнитный резонанс, точка H_a рисунка 1.14.

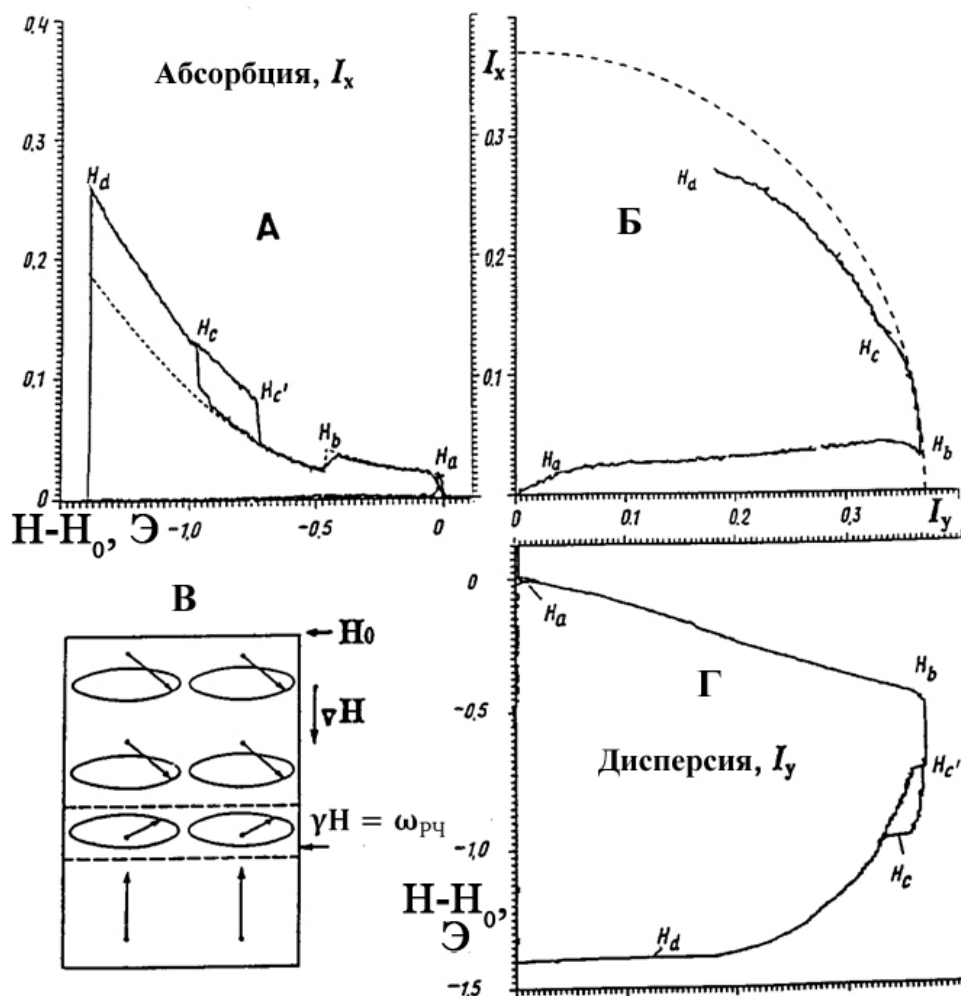


Рисунок 1.14 – Сигналы непрерывного ЯМР при сканировании поля вниз в сверхтекучем $^3\text{He-B}$ (А – сигнал абсорбции, Г – сигнал дисперсии, Б – сигнал абсорбции как функция сигнала дисперсии, В – схема камеры) [17].

Намагниченность отклонялась от равновесного положения на угол 104° , так как градиент поля не давал распространяться возбуждению вниз по камере. При дальнейшем уменьшении магнитного поля точка, при которой $H_0 = \omega_{pч}/\gamma$ опускается вниз, как показано на рисунке 1.14 В. При этом сигнал дисперсии линейно растёт пропорционально размеру ОПД, а сигнал абсорбции соответствует скорости релаксации в данном магнитном поле. Часть релаксации возникает на доменной стенке между ОПД и областью со стационарной намагниченностью. В момент, когда ОПД заполняет всю камеру (точка H_b), доменная граница и соответствующая величина релаксации исчезает. При дальнейшем уменьшении магнитного поля объёмная релаксация плавно

увеличивается. Величина поперечной намагниченности при этом остаётся постоянной, но она разворачивается относительно фазы РЧ поля для того, чтобы компенсировать потери энергии за счёт релаксации, так как получаемая от РЧ поля энергия пропорциональна синусу угла отклонения между РЧ полем и прецессирующей намагниченностью. Таким образом, данный эксперимент даёт полную информацию о процессах релаксации ОПД в сверхтекучем $^3\text{He-B}$. Следует отметить, что при линейном ЯМР годограф имеет форму круга, низ которого лежит в центре осей координат в случае отсутствия релаксации. Годограф – кривая, соединяющая концы вектора переменной величины. Понятие годографа введено физиком-теоретиком У.Р. Гамильтоном в 1846 году. В случае набора независимых линейных осцилляторов с разными частотами годограф все равно остается в виде набора кругов. А искажение формы круга годографа, как показано на рисунке 1.14 Б, свойственно нелинейным осцилляторам. Остановка сканирования поля приводит к устойчивому стационарному положению границы раздела доменов с однородной прецессией и с намагниченностью, направленной вдоль поля. Это использовалось в дальнейшем в экспериментах по изучению спинового супертока между двумя областями ОПД, расположенных в соседних камерах, связанных каналом [82].

Образование ОПД соответствует энергетическому минимуму при условии сохранения прецессирующей полной намагниченности образца. Когерентное состояние характеризуется собственной упругостью, которая отвечает за однородность конденсата в неоднородных внешних условиях [17]. Отклонения от равновесного состояния приводят к колебаниям этого состояния – голдстоуновским колебаниям (ГК). В сверхтекучем $^3\text{He-B}$ было обнаружено две моды ГК – поверхностные [9] и крутильные колебания [8, 83, 84], рисунок 1.15. Поверхностные (гравитационные) колебания возникают на границе раздела магнетонного БЭК и газа магнонов, чем с точки зрения квантовой теорией является отклоненная и прецессирующая намагниченность. Роль гравитации в этом случае играет градиент магнитного поля. Существование границы разделения жидкости

и газа магновов является уникальным свойством диполь–дипольного взаимодействия в сверхтекучем $^3\text{He-B}$.

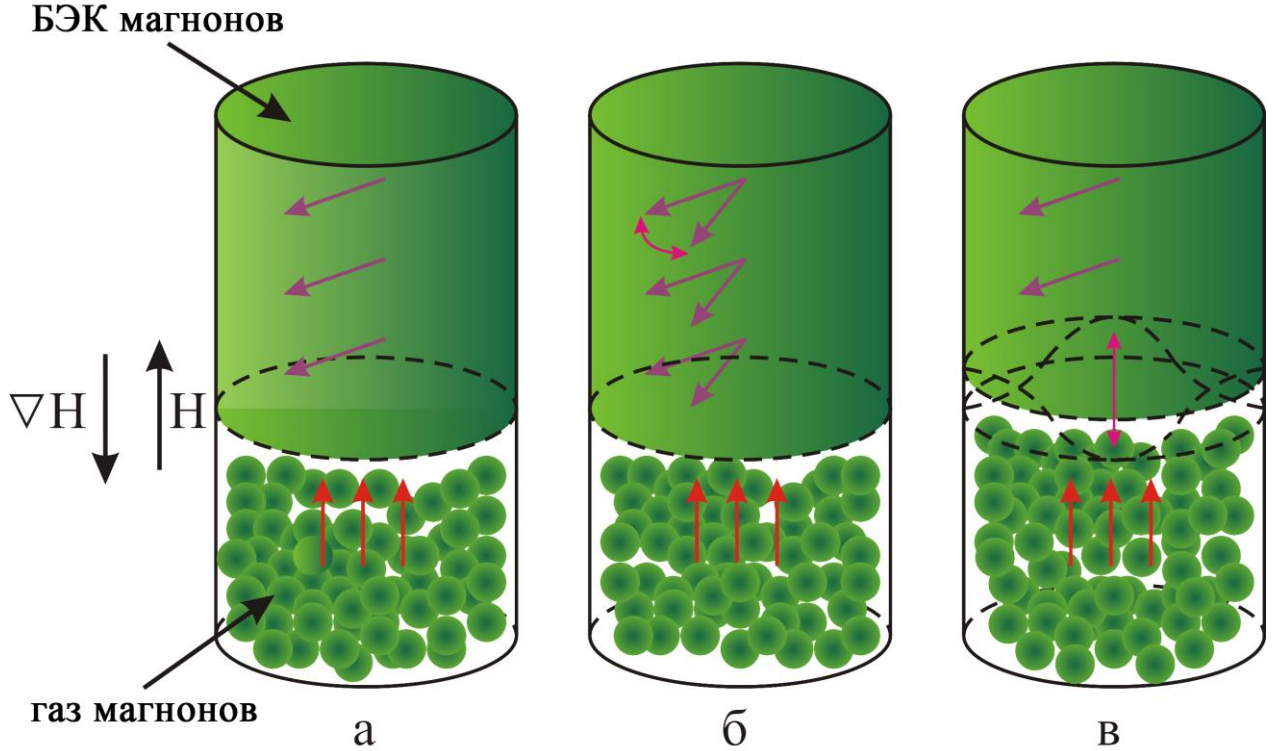


Рисунок 1.15 – Схематичное представление прецессирующей намагниченности во вращающейся системе координат в равновесном ОПД (а), крутильные колебания (б) и поверхностные колебания (в).

Крутильные колебания, связанные с вырождением состояний доменной структуры по фазе прецессии α , представляют собой низкочастотные объемные колебания. Данный тип колебаний был назван скручивающимся и схематично представлен на рисунке 1.15 б. Эта мода образуется за счет пространственных колебаний фазы прецессирующей намагниченности внутри домена с однородной прецессией с обратной связью за счет протекания спинового сверхтока. Частота крутильных колебаний определяется как [85]:

$$\Omega_T = \left[\frac{2\Omega_B^2}{8\Omega_B^2 + 3\omega_L^2} (5c_\perp^2 - c_\parallel^2) \right]^{1/2} k, \quad (29)$$

где c_\perp и c_\parallel – являются феноменологическими константами, которые представляют собой скорости распространения спиновых волн перпендикулярно и параллельно

направлению вектора орбитального момента $\hat{\mathbf{I}}$, соответственно и Ω_B – частота продольных колебаний в сверхтекучем $^3\text{He-B}$. На дне камеры образуется узел колебаний спинового тока и пучность колебаний фазы прецессии по отношению к их равновесным значениям. Противоположная ситуация наблюдается на доменной стенке, когда ток намагниченности приводит к изменению формы и позиции стенки. Поэтому, пучность колебаний спинового тока и узел колебаний фазы образуется на границе домена. $(2j + 1)/4$ длины волн этих колебаний должны вписываться в размеры области. Основной модой является мода с $k = \pi/2L$, где L – длина домена. Для возбуждения моды крутильных колебаний импульсным ЯМР применялся дополнительный импульс во время сигнала спада свободной индукции после основного РЧ импульса. Фаза дополнительного импульса синхронизировалась с фазой сигнала индукции. Дополнительный импульс отклонял намагниченность на угол порядка 5° от его равновесного положения внутри ОПД. После этого импульса наблюдались колебания амплитуды и частоты сигнала ОПД, как показано на вставке рисунка 1.16.

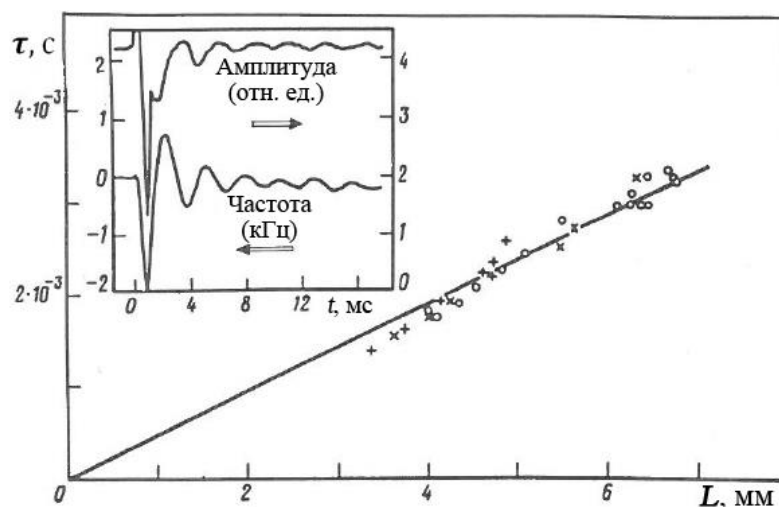


Рисунок 1.16 – Период крутильных колебаний как функция от длины ОПД при различных градиентах магнитного поля. На вставке показан пример амплитуды и частоты колебаний после РЧ импульса [86].

Поверхностные колебания на границе домена являются аналогом гравитационных поверхностных волн в жидкости. Зеемановская энергия ОПД играет роль гравитационной потенциальной энергии жидкости и градиент энергии параметра порядка (может быть рассмотрен, как кинетическая энергия спинового

сверхтока) играет роль кинетической энергии потока жидкости. В случае цилиндрической ячейки эти колебания можно представить, как поверхностные волны типа волн в стакане с водой, показано на рисунке 1.16 в. Частота фундаментальной моды поверхностных колебаний ОПД определяется как [86]:

$$\Omega_S^2 \approx A c_1 c_2 \nabla H_0 (H_0 R)^{-1}, \quad (30)$$

где R – радиус камеры, $A = 2,6$ для плоских волн. Различие между крутильными колебаниями и поверхностными заключается в том, что частота крутильных колебаний не зависит от величины градиента внешнего магнитного поля, но зависит от размеров ОПД, в отличие от поверхностных колебаний. Частота поверхностных колебаний пропорциональна $\sqrt{\nabla H_0}$ и практически не зависит от длины домена. Для возбуждения поверхностной моды колебаний возмущение намагниченности должно быть неоднородным в плоскости доменной стенки. В исследованиях данной моды использовался метод непрерывного ЯМР. РЧ поле модулировалось низкой частотой, амплитуда и частота модуляции сканировалась. Таким образом, авторам удалось увеличить сигнал абсорбции, как показано на рисунке 1.17. При этих же экспериментальных условиях сигнал дисперсии также менялся. Из свойств данного резонанса, и особенно зависимость его от ∇H_0 , был сделан вывод, что частотная модуляция возбуждает поверхностные колебания.

Дополнительное поглощение связано с увеличением поверхности доменной границы и дополнительными потерями за счет спиновой диффузии, в то время как изменение в сигнале дисперсии говорит о пространственной расфазировке колебаний ОПД.

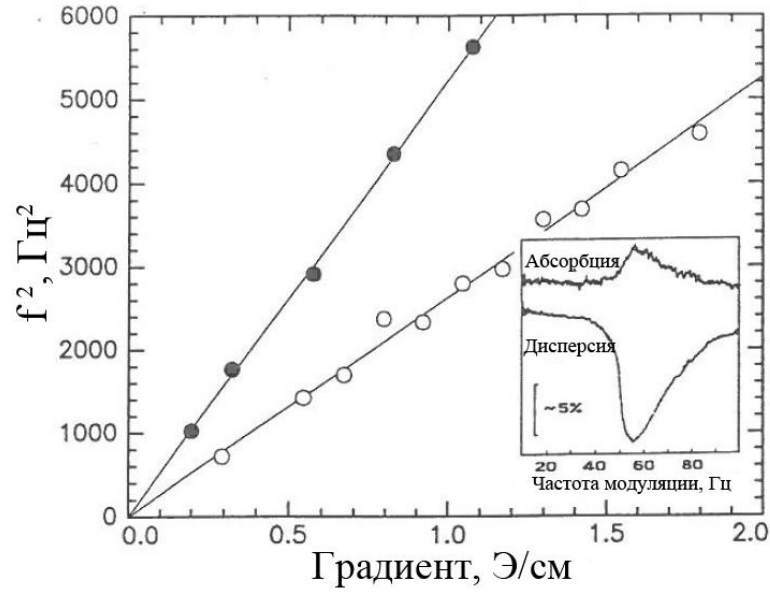


Рисунок 1.17 – Резонансная частота поверхностных колебаний в зависимости от градиента магнитного поля при давлении 20 бар, $0,62 T_c$ (o) и 11 бар, $0,51 T_c$ (•), измеренные импульсным (o) и непрерывным ЯМР (•). На вставке показано изменение сигналов абсорбции и дисперсии ОПД измеренные непрерывным ЯМР как функция частоты фазовой модуляции РЧ поля [86].

1.2.2 Бозе-эйнштейновская конденсация магнонов в сверхтекучем $^3\text{He-A}$

Сверхтекучий $^3\text{He-A}$ является типичным аналогом антиферромагнетика типа «легкая плоскость» при одной ориентации орбитального момента и типа «легкая ось» при другой ориентации. Поэтому сверхтекучий $^3\text{He-A}$ является прекрасной модельной системой для изучения нелинейных свойств твердотельных антиферромагнетиков и ферритов.

Образование БЭК магнонов описывается уравнениями (здесь $\hbar = \gamma = 1$) [87]:

$$\frac{\delta F}{\delta \Psi^*} - \mu \Psi = 0, \quad (31)$$

$$F - \mu N_M = \int d^3r \left(\frac{|\nabla \Psi|^2}{2m_M} + (\omega_L(\mathbf{r}) - \omega)|\Psi|^2 + F_D \right).$$

Функционал свободной энергии Гинзбурга-Ландау записан для случая малой концентрации магнонов, $n \ll n_{\max}$. Где $\omega_L(\mathbf{r}) = \gamma H_0(\mathbf{r})$ – ларморовская частота, которая играет роль внешнего потенциала для магнонов, F_D – спин-орбитальное взаимодействие, усредненное по быстрой прецессии спинов, которое играет роль взаимодействия между магнонами. В сверхтекучем ^3He , знак члена F_D зависит от взаимодействия между спиновой и орбитальной степенями свободы. Он определяется направлением орбитального углового момента куперовской пары \mathbf{l}_m – аналог антиферромагнитного вектора \mathbf{l} для обычного антиферромагнетика относительно внешнего магнитного поля. Для $^3\text{He-A}$, F_D принимает вид [87]:

$$F_D = \frac{\chi \Omega_L^2}{4} \times \left[-2 \frac{|\Psi|^2}{S} + \frac{|\Psi|^4}{S^4} + \left(-2 + 4 \frac{|\Psi|^2}{S} - \frac{7}{4} \frac{|\Psi|^4}{S^2} \right) \sin^2 \beta_L \right], \quad (32)$$

где β_L угол между \mathbf{l} и магнитным полем, $\Omega_L \ll \omega_L$ – леггетовская частота. Зависимость этой энергии от ориентации орбитального момента и прецессирующей намагниченности представлена на рисунке 1.18.

Знак квадратичного члена в уравнении (32) не принципиален, поскольку он приводит только к сдвигу химического потенциала, $\mu \equiv \omega_L - \omega$, знак перед членом четвертого порядка имеет решающее значение для стабильности когерентной прецессии намагниченности. В свободном $^3\text{He-A}$ при стационарной намагниченности орбитальный момент устанавливается в минимуме энергии ($\hat{\mathbf{l}} \perp \mathbf{H}, \sin \beta_L = 1$) поперек магнитного поля, как наглядно показано на рисунке 1.18.

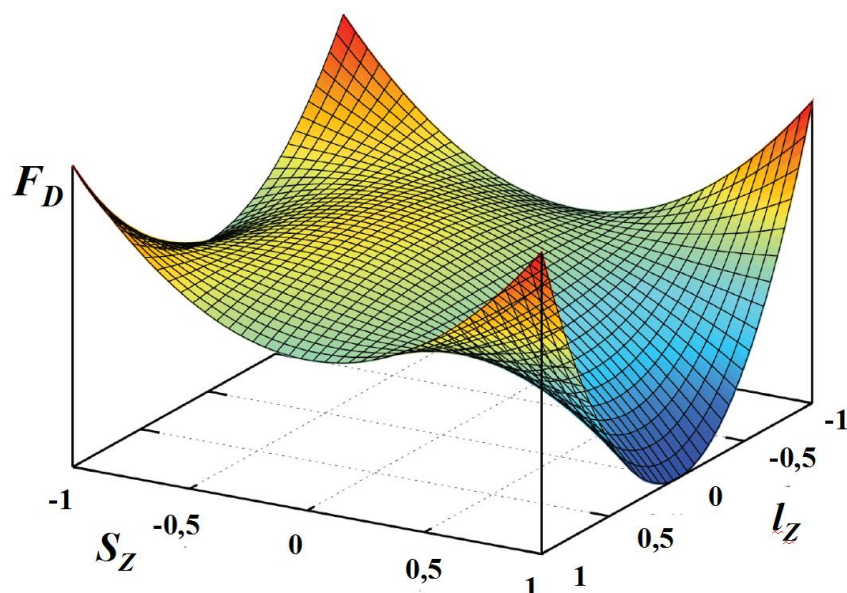


Рисунок 1.18 – Профиль диполь–дипольной энергии взаимодействия как функция взаимной ориентации \mathbf{l} и \mathbf{S} в магнитном поле. При $l_z = 0$ профиль энергии имеет выпуклую форму, что приводит к неустойчивости однородной прецессии. Для $l_z = 1$ профиль имеет вогнутую форму. В этом случае взаимодействие магнов является отталкивающим и может образовываться магнный БЭК [87].

При отклонении намагниченности эта энергия имеет вид:

$$F_D = \frac{\chi \Omega_L^2}{4} \left[-2 + 2 \frac{|\Psi|^2}{S} - \frac{3}{4} \frac{|\Psi|^4}{S^2} \right], \quad (33)$$

с отрицательным знаком перед членом четвертого порядка. В этом случае взаимодействие между магнонами притягивающее. То есть однородная прецессия намагниченности неустойчива, как было теоретически объяснено И.А. Фоминым [72] и экспериментально обнаружено в Институте им. Капицы [73]. Для формирования когерентной прецессии намагниченности необходимо изменить вид взаимодействия между магнонами, с притягивания на отталкивание. Это можно достичь путем ориентации вектора $\hat{\mathbf{l}}$ вдоль постоянного магнитного поля. С этой целью в работах [88, 89] сверхтекучий $^3\text{He-A}$ помещался в деформированный аэрогель – материал с высокой пористостью (около 98% объема). Одноосная деформация аэрогеля примерно на 1% приводит к фиксации орбитального момента $\hat{\mathbf{l}}$ вдоль вектора деформации. При ориентации постоянного

магнитного поля вдоль вектора деформации была достигнута ориентация $\hat{l}_z = 1$. В этом случае спин–орбитальное взаимодействие при отклонении намагниченности принимает следующий вид:

$$F_D = \frac{\chi\Omega_L^2}{4} \left[-2 \frac{|\Psi|^2}{S} + \frac{|\Psi|^4}{S^2} \right], \quad (34)$$

с положительным знаком перед членом четвертого порядка. Таким образом, образование когерентной прецессии намагниченности становится возможным [12, 90].

Рассмотрим свойства магнитного резонанса в сверхтекучем $^3\text{He-A}$ при двух различных ориентациях орбитального момента. Для $\hat{l} \perp \mathbf{H}$ частота резонанса уменьшается с отклонением ядерной намагниченности ($\beta_\lambda = 90^\circ$), как показано на рисунке 1.19. Этот случай соответствует притягивающему взаимодействию между магнонами. Противоположная ситуация наблюдается для случая, когда $\hat{l} \parallel \mathbf{H}$ ($\beta_\lambda = 0^\circ$). С увеличением плотности магнонов (угла отклонения намагниченности) резонансная частота увеличивается, что соответствует отталкивающему взаимодействию между магнонами.

При этом сдвиг частоты зависит от угла отклонения намагниченности β , как [91]:

$$\omega = \omega_L - \frac{\Omega_L^2}{2\omega_L} \cos \beta. \quad (35)$$

Если состояние с когерентной прецессией индуцировано непрерывной РЧ накачкой (непрерывный ЯМР), то необходимо учесть взаимодействие с РЧ полем $H_{\text{рч}}$, которое приложено поперечно к постоянному магнитному полю. При непрерывной РЧ накачке частота прецессии задается частотой РЧ накачки, $\omega = \omega_{\text{рч}}$ и таким образом, фиксирует химический потенциал μ .

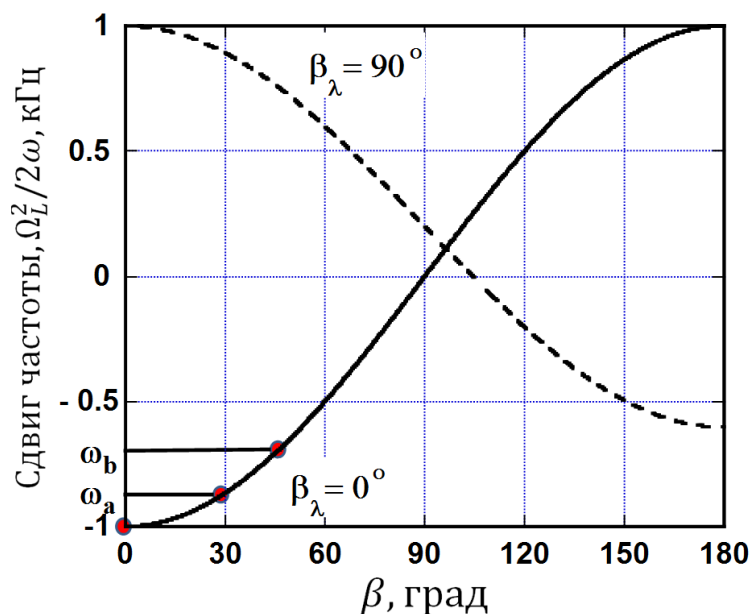


Рисунок 1.19 – Сдвиг частоты ЯМР в А фазе сверхтекучего ^3He в аэрогеле в зависимости от угла отклонения намагниченности при различной ориентации \hat{l} . Пунктирная линия соответствует случаю $\hat{l}_z = 0$, а сплошная $\hat{l}_z = 1$. Схематически показано, что при РЧ накачке на частоте ω_a минимум потенциала энергии Ландау–Лифшица осуществляется при угле отклонения прецессирующей намагниченности, показанном круглым символом (около 30°). При увеличении частоты прецессии, ω_b , равновесный угол отклонения увеличивается [90].

Во вращающейся системе координат, когда РЧ поле и спиновая плотность \mathbf{S} постоянны, член взаимодействия определяется как:

$$F_{\text{РЧ}} = -\gamma \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{S} = -\gamma H_1 S_\perp \cos(\alpha - \alpha_{\text{РЧ}}), \quad (36)$$

где $H_{\text{РЧ}}$ и $\alpha_{\text{РЧ}}$ – амплитуда и фаза РЧ поля, соответственно. Разность фаз между БЭК и РЧ полем, $\alpha - \alpha_{\text{РЧ}}$, определяется потерями энергии из-за магнитной релаксации, которая компенсируется накачкой мощности РЧ полем:

$$W_+ = \omega S H_1 \sin \beta \sin(\alpha - \alpha_{\text{РЧ}}). \quad (37)$$

Потери энергии пропорциональны квадрату поперечной намагниченности [55]:

$$W_- = \sigma \sin^2 \beta, \quad (38)$$

где σ феноменологический параметр.

В экспериментах по непрерывному ЯМР магнитное поле сканировалось вниз и, следовательно, уменьшалась ларморовская частота ω_L при постоянной частоте РЧ накачки $\omega_{\text{РЧ}}$. На рисунке 1.20 показаны сигналы поперечной намагниченности ($S_{\perp} \propto [S_x + iS_y]$) в сверхтекучем $^3\text{He-A}$, помещенный в аэрогель при различных амплитудах РЧ поля.

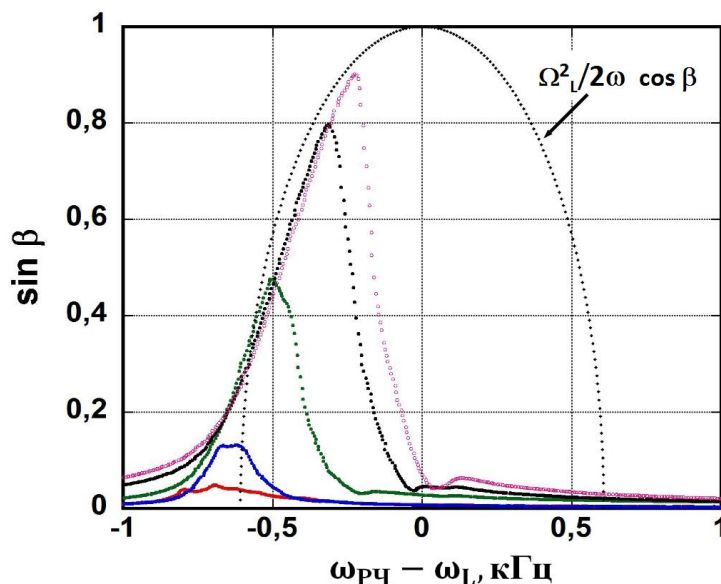


Рисунок 1.20 – Сигналы поперечной намагниченности при разной амплитуде РЧ поля. При малой амплитуде виден линейный сигнал. При более высоких амплитудах РЧ поля происходит захват частоты ЯМР РЧ полем. Теоретическая кривая получена благодаря калибровке чувствительности спектрометра по сигналу в $^3\text{He-B}$ и не имеет подгоночных параметров [12].

При малой РЧ мощности виден линейный сигнал ЯМР, ширина которого обусловлена неоднородностями ЯМР в аэрогеле. С увеличением амплитуды РЧ поля происходит захват системы частотой РЧ поля. Это состояние соответствует сигналу магнетонного БЭК, когда все магны прецессируют однородно на частоте РЧ поля с фазой α . Разность фаз $\alpha - \alpha_{\text{РЧ}}$ соответствует компенсации магнитной релаксации магнами, накачивающимися за счет РЧ поля. Как только энергии РЧ поля становится недостаточно, чтобы компенсировать релаксацию магнов, когерентное состояние разрушается. При более высоких амплитудах РЧ поля может быть достигнут больший угол отклонения намагниченности β . Важно отметить, что амплитуда сигнала на заданной частоте не зависит от амплитуды РЧ

поля, в противном случае имеет место газ магнонов. Если использовать импульсную РЧ накачку, то также как и в случае $^3\text{He-V}$ наблюдается долгоживущий сигнал свободной индукции существенно дольше по длительности, чем должен быть исходя из неоднородностей образца. На рисунке 1.21 представлены примеры подобных сигналов.

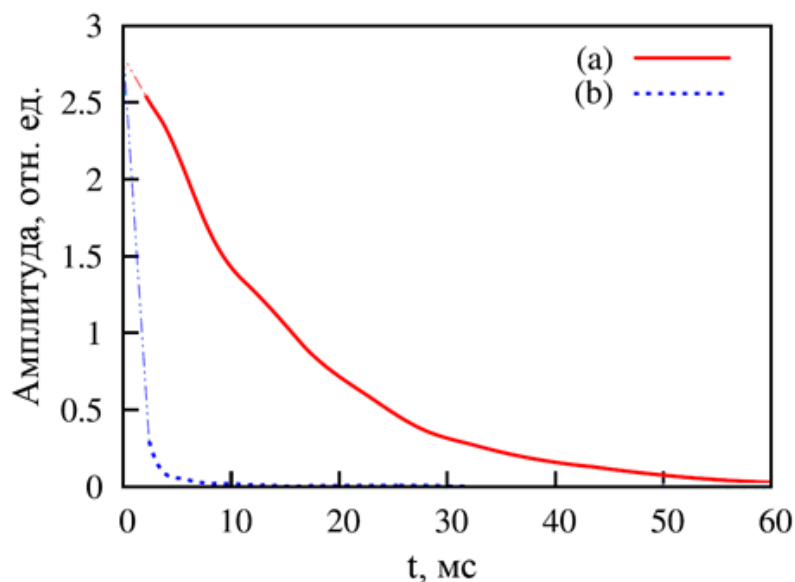


Рисунок 1.21 – Сигналы свободной индукции в $^3\text{He-A}$ в аэрогеле при разных экспериментальных условиях. Кривая (a) соответствует ССИ в $^3\text{He-A}$ после выключения непрерывной накачки; кривая (b) соответствует сигналу индукции в экспериментах по импульсному ЯМР в нормальном ^3He [90].

В этой главе были представлены общие принципы бозе-эйнштейновской конденсации магнонов и атомов. На примере А и В фаз сверхтекучего ^3He рассмотрены эффекты, указывающие на формирование бозе-эйнштейновской конденсации магнонов.

ГЛАВА 2

ИССЛЕДОВАНИЕ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКА MnCO_3 МЕТОДАМИ
СТАЦИОНАРНОГО И ИМПУЛЬСНОГО МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА

2.1 Образцы, аппаратура, методика эксперимента

Антиферромагнетик MnCO_3 является гексагональным кристаллом с температурой Нееля $T_N = 32,5$ К. Это двухподрешеточный антиферромагнетик с анизотропией типа «легкая плоскость». Параметры элементарной ячейки $a = 4,797$ Å, $c = 15,71$ Å. Рассчитанная плотность кристалла составляет $3,69$ г/см³, пространственная группа симметрии – $R3c$. Твердость по Моосу 3,5-4. Атомные координаты и межатомные расстояния представлены в [92]. Структура элементарной ячейки MnCO_3 представлена на рисунке 2.1.

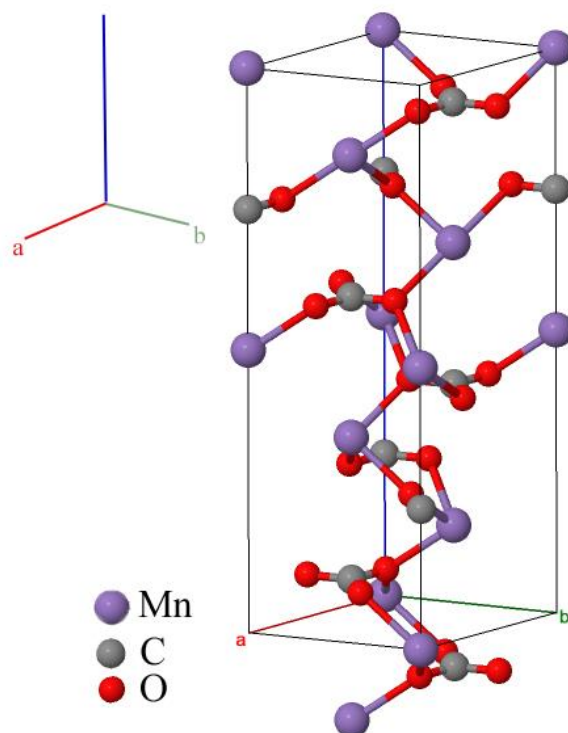


Рисунок 2.1 – Элементарная ячейка кристалла MnCO_3 [92].

Все эксперименты, представленные в данной главе, были проведены на антиферромагнитных монокристаллах MnCO_3 . Образцы были выращены Н.Ю. Икорниновой в Институте кристаллографии РАН в 70-х годах прошлого столетия. В рамках данной работы исследовалось два образца монокристалла MnCO_3 . Образец №1 представлял собой кристалл в форме таблетки с радиусом около 0,8 мм и толщиной около 1 мм. Образец #2 – кристалл формой близкой к шестиграннику размером по длинной стороне порядка 1,5 мм и толщиной 1,3 мм. На рисунке 2.2 представлена фотография образца #1.

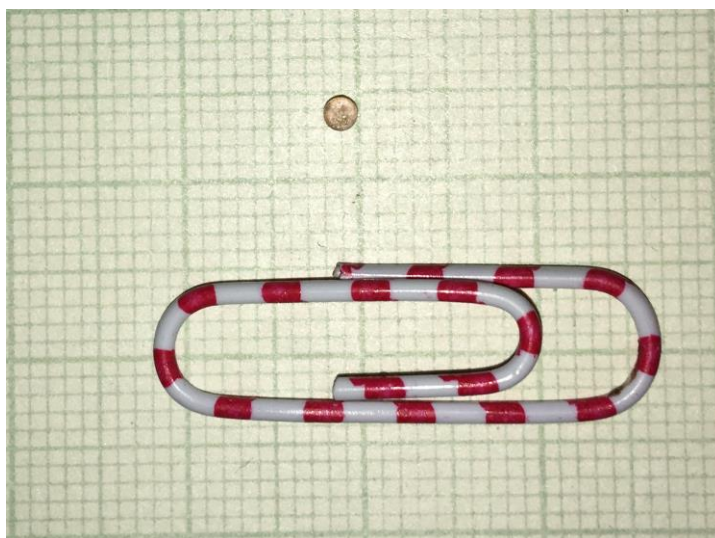


Рисунок 2.2 – Фотография антиферромагнетика MnCO_3 , образец #1, на фоне скрепки. «Легкая плоскость» монокристалла лежит в плоскости скрепки.

Измерения проводились на частоте $f_{\text{РЧ}}$ порядка 550 МГц и при температуре 1,5 К, которая достигалась путем откачки паров жидкого гелия. В этих экспериментах величина внешнего магнитного поля была порядка 2,1 кЭ. Для исследований спиновой системы антиферромагнетика MnCO_3 методом импульсной РЧ накачки использовался ЯМР спектрометр [93]. На рисунке 2.3 представлена блок-схема этого спектрометра.

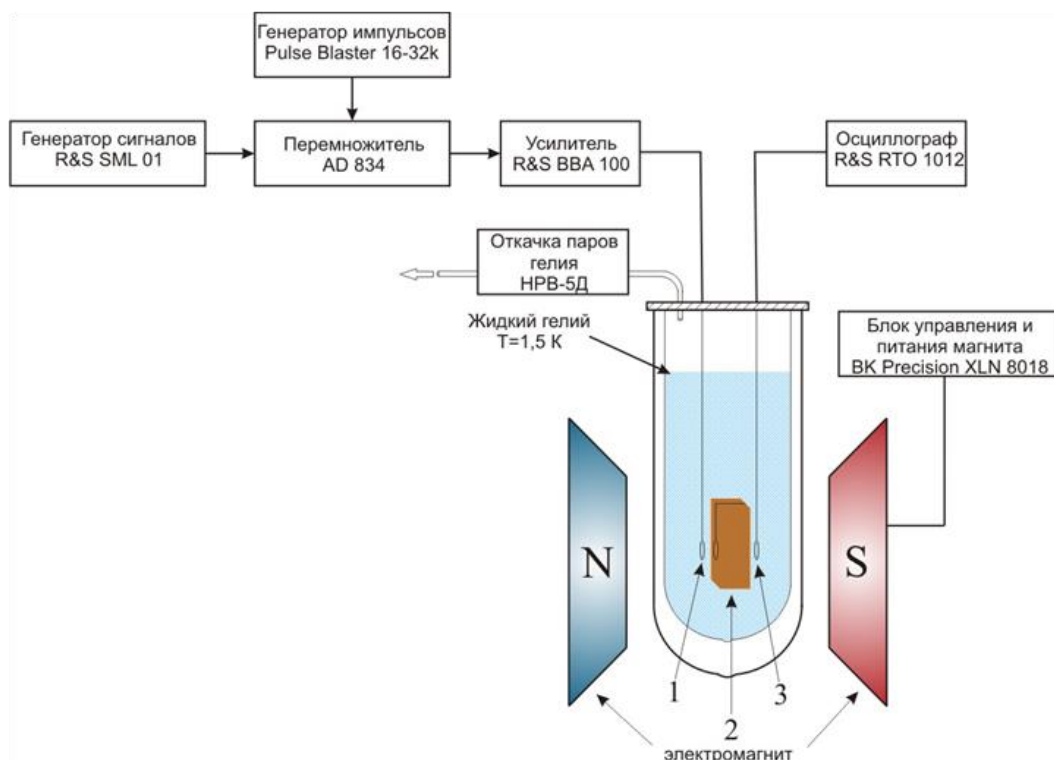


Рисунок 2.3 – Блок-схема импульсного ЯМР спектрометра (1- передающая кольцевая антенна, 2 - резонатор, 3 - кольцевая приемная антенна).

На перемножитель, реализованный на основе микросхемы AD834, поступали радиочастотный сигнал с генератора Rohde&Schwarz SML01 и импульсы с генератора импульсов Pulse Blaster 16-32k фирмы Spin Core Technologies, управляемого с помощью персонального компьютера. На выходе перемножителя формировались РЧ импульсы, частота заполнения которых задавалась генератором R&S SML01. Для усиления мощности импульсной накачки использовался усилитель Rohde&Schwarz BBA100–C125 (максимальная мощность импульсов до 125 Вт). В данной установке длительность радиочастотных импульсов можно было варьировать в широком диапазоне, от 0,4 мкс до 10 с. При этом длительность спада и фронта импульсов не превышала 0,1 мкс. После усилителя РЧ импульс поступал на передающую антенну и затем на цифровой осциллограф Rohde&Schwarz RTO1012 на частоте ядерно–электронного магнитного резонанса. В спектрометре использовался резистивный электромагнит с магнитным полем до 7,5 кЭ. Блоком управления и питания магнита ВК Precision XLN8018 контролировалась величина тока через обмотки

электромагнита. Резонатор, передающая антенна и приемная антенна помещались в стеклянный криостат, заполненный жидким гелием. Измерения температуры внутри криостата производились с помощью калиброванного сопротивления Alan Bradley и ртутного манометра.

Образец помещался в центр резонатора, в пучности магнитного поля. Традиционно используемые РЧ катушки в качестве резонатора не могут обеспечить необходимого коэффициента заполнения и добротности на таких частотах из-за их размеров. По этой причине в данной работе использовался резонатор типа «разрезное кольцо» [94], изготовленный из отожженной меди. На рисунке 2.4 представлено схематичное расположение резонатора и передающей антенны в металлическом экране.

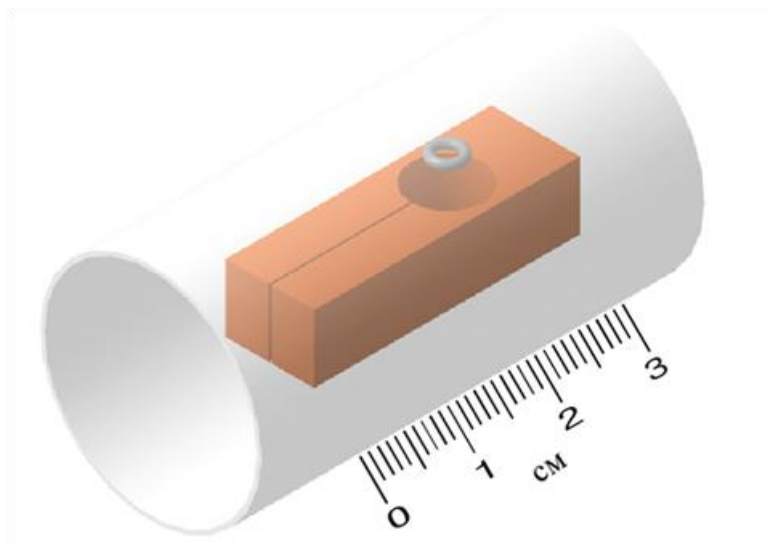


Рисунок 2.4 – Схема расположения резонатора "разрезное кольцо" и кольцевой антенны в металлическом экране.

Амплитудно-частотная характеристика данного резонатора исследовалась с помощью измерителя АЧХ X1–42 по схеме, приведенной на рисунке 2.5. Для повышения точности при измерении резонансной частоты и ширины контура использовался внешний генератор R&S SML01 (диапазон частот 1 кГц–1 ГГц), с помощью которого на индикаторе X1–42 выставлялись частотные метки.

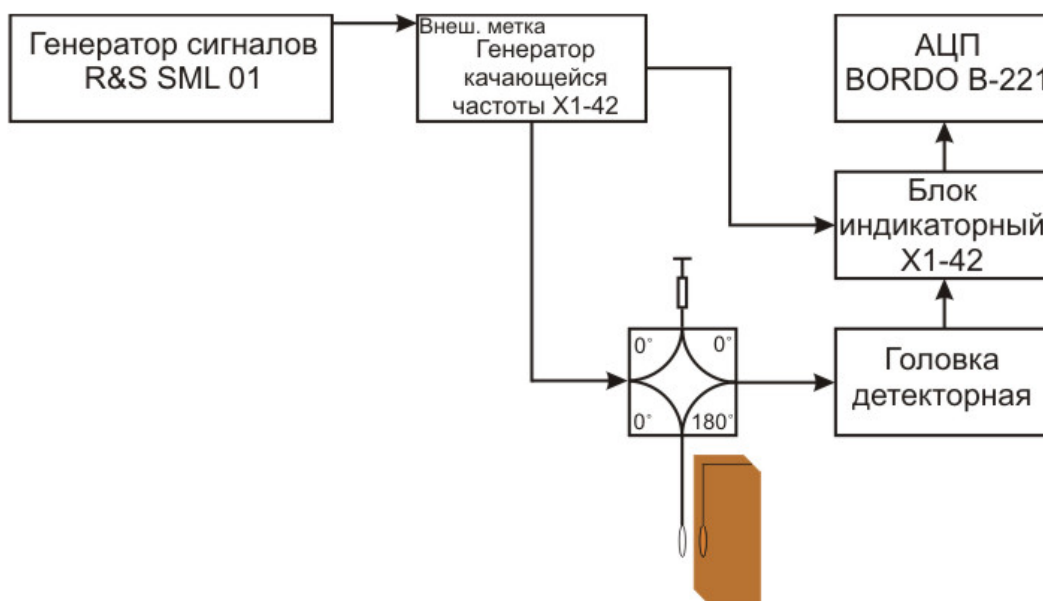


Рисунок 2.5 – Схема измерения амплитудно-частотной характеристики резонатора типа "разрезное кольцо".

Все блоки радиочастотного тракта были подключены с согласованием на 50 Ом. Согласование резонатора на 50 Ом осуществлялось путем плавного изменения расстояния между резонатором и витком связи. Изменение фазы сигнала осуществлялось с помощью направленного ответвителя. Приемлемое для детектирования ЯМР согласование наблюдалось на расстоянии порядка 1,5 мм.

Добротность резонатора, определенная экспериментально, составляла $Q \approx 180$. Для возбуждения резонатора использовалась передающая кольцевая антенна. Ось передающей кольцевой антенны располагалась вдоль оси резонатора. С противоположной стороны от резонатора располагалась приемная кольцевая антенна.

Наряду с исследованиями методом импульсной РЧ накачки были проведены исследования методом непрерывной РЧ накачкой. Блок схема установки по непрерывному ЯМР представлена на рисунке 2.6.

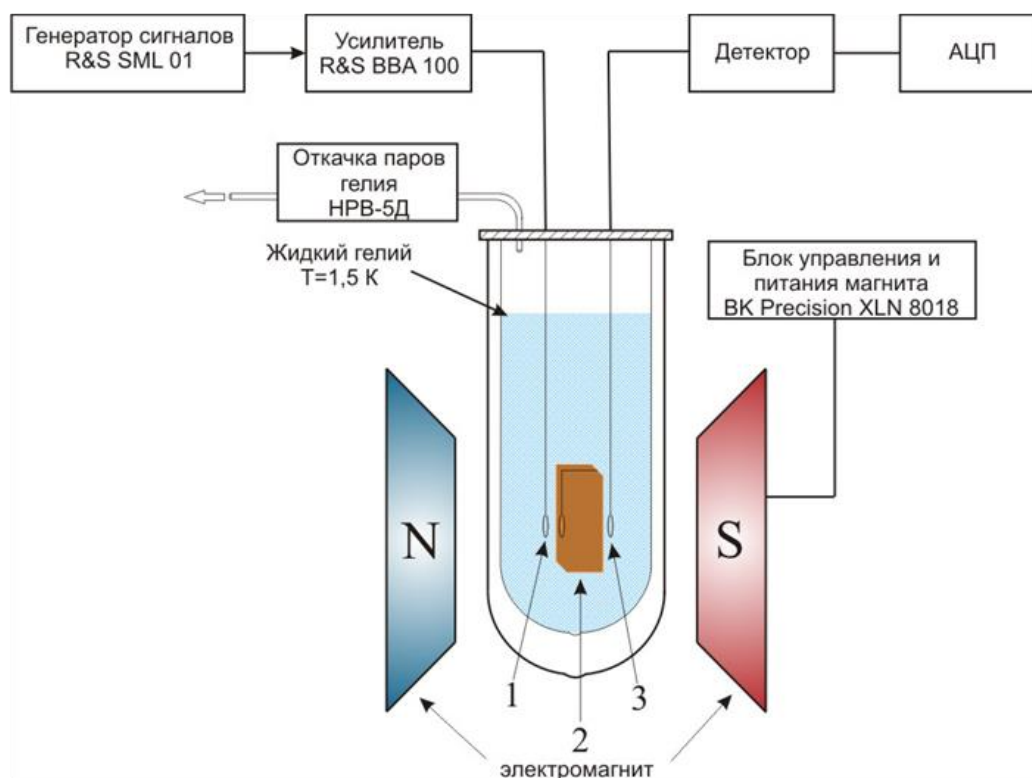


Рисунок 2.6 – Блок-схема ЯМР спектрометра для измерений непрерывным методом (1 и 3 – передающая и приемная кольцевые антенны, 2 – резонатор).

Генератор сигналов Rohde&Schwarz SML01 обеспечивал непрерывную радиочастотную накачку. Усилитель Rohde&Schwarz BBA100–C125 в данной схеме использовался для увеличения мощности накачки. С помощью блока управления и питания магнита BK Precision XLN 8018 осуществлялась регулировка тока через обмотки электромагнита. Таким образом, удавалось проводить развертку магнитного поля («свипа») за время около 30 с, при этом изменение магнитного поля составляло порядка 2 кЭ (от 2,3 до 0,25 кЭ). Стоит отметить, что развертку магнитного поля можно было остановить в любой момент. Непрерывная РЧ накачка поступала на передающую антенну, возбуждая резонатор. Отклик спиновой системы регистрировался на приемной кольцевой антенне и далее сигнал поступал на детектор. Оцифровка происходила на 10-ти разрядном АЦП BORDO B-221 фирмы "АУРИС" (разрешение по времени 500 мкс). Регистрируемый сигнал содержал смесь сигналов абсорбции и дисперсии, однако за счет регулировки длины соединяющих кабелей удавалось настроиться преимущественно на сигнал абсорбции. Таким образом,

осуществлялась настройка на максимальный сигнал поглощения при резонансе. Однако при экспериментах в резонаторе частоты прецессии сильно отличались от резонансных, соотношение сигналов абсорбции и дисперсии менялось. С этим связано отклонение амплитуд сигналов от расчетных кривых. Этот эффект был устранен на современном двухканальном спектрометре (исследования в экспериментах на Окинаве), которые описаны в предыдущем разделе. Тем не менее, удалось провести качественные экспериментальные исследования явления БЭК магнонов.

2.2 Образование бозе-эйнштейновского конденсата магнонов

В данном разделе представлены экспериментальные исследования процесса формирования БЭК магнонов в MnCO_3 . Измерения проводились на образце #1 при температуре 1,5 К и частоте $f_{\text{РЧ}} = 568,6$ МГц, на спектрометре, схема которого представлена на рисунке 2.3. Спектр связанной ядерно–электронной прецессии, рассчитанный по формуле (10) для наших образцов при температуре 1,5 К показан на рисунке 2.7. Также на рисунке 2.7 схематично показан сдвиг частоты между частотами РЧ поля и однородных колебаний, определяемой из (10). Важную роль в описываемых экспериментах играет сдвиг частоты, возникающий за счет взаимодействия неравновесных магнонов. При возбуждении магнонов изменяется величина сверхтонкого взаимодействия между ядерной и электронной подсистемами. Причем это взаимодействие может изменяться двумя путями. Либо ядерная подсистема нагревается, ее намагниченность уменьшается, что приводит к уменьшению ДСЧ f_p . Другой вариант, когда намагниченность разворачивается и прецессирует, будучи отклоненной на угол β . При этом сверхтонкое взаимодействие также уменьшается на величину $\cos \beta$. Однако, данное состояние динамическое и характеризуется плотностью неравновесных магнонов.

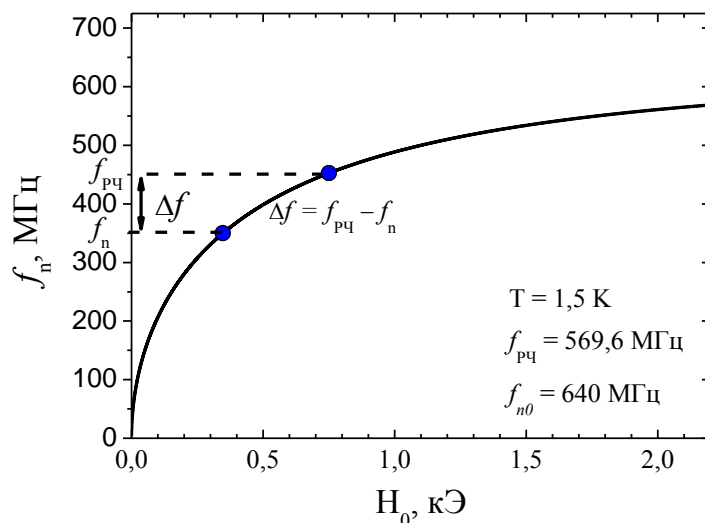


Рисунок 2.7 – Спектр квазиядерного магнитного резонанса в MnCO_3 при температуре 1,5 К. Пунктиром схематично показано изменение сдвига частоты при изменении внешнего магнитного поля.

В разделе 1.1 было показано, что при сканировании поля рассматриваемая спиновая система описывается именно моделью с отклоненной прецессирующей намагниченностью. В описываемом ниже эксперименте показано, что при нерезонансном возбуждении образуется БЭК магнонов на частоте возбуждения. Сдвиг частоты определяется как разность между частотой РЧ накачки и смещенной частоты ЯМР $\Delta f = f_{\text{РЧ}} - f_n$, а $f_p = f_{n0} - f_n$. Расстройка частоты от резонансной компенсируется за счет отклонения ядерной намагниченности. Для магнитных систем с динамическим сдвигом частоты, как и в сверхтекучем ^3He –А выражение (35) можно переписать в виде [91]:

$$f_{\text{РЧ}} = f_{n0} - f_p \cos \beta, \quad (39)$$

откуда $\cos \beta$ определяется как:

$$\cos \beta = \frac{f_{n0} - f_{\text{РЧ}}}{f_{n0} - f_n}, \quad (40)$$

А синус угла отклонения намагниченности, соответственно:

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{f_{n0} - f_{PЧ}}{f_{n0} - f_n} \right)^2}, \quad (41)$$

В работе [95] представлены расчеты критических углов отклонения намагниченности, необходимых для формирования БЭК магнонов в антиферромагнетиках CsMnF_3 и MnCO_3 . В случае MnCO_3 $\beta_{\text{БЭК}} \cong 7^\circ$, что соответствует сдвигу частоты 0,53 МГц. Из-за зависимости резонансной частоты от угла отклонения намагниченности (39) намагниченность нельзя отклонить на большой угол за счет резонансной РЧ накачки. Следовательно, в случае резонансного возбуждения имеет место слабо возбужденный газ магнонов. Ситуация существенно меняется, когда частота РЧ поля смещена относительно резонансной частоты.

В представленных экспериментах магнитное поле выбиралось таким образом, чтобы резонансная частота, частота однородных колебаний, при малом возбуждении была существенно ниже частоты РЧ поля, порядка десятков мегагерц. Разница между этими частотами и являлась величиной расстройки (сдвига) частоты. Длительность импульса была 20 мс. При мощности РЧ накачки в 100 мВт амплитуда РЧ поля на образце была около 0,3 Э. Были проведены исследования амплитуды РЧ сигнала, проходящего через резонатор. На рисунке 2.8 показаны стробоскопические записи биений между РЧ сигналом, прошедшего через резонатор, в котором находился образец MnCO_3 и частотой записывающего устройства. Показана только часть точек для лучшей визуализации этих биений.

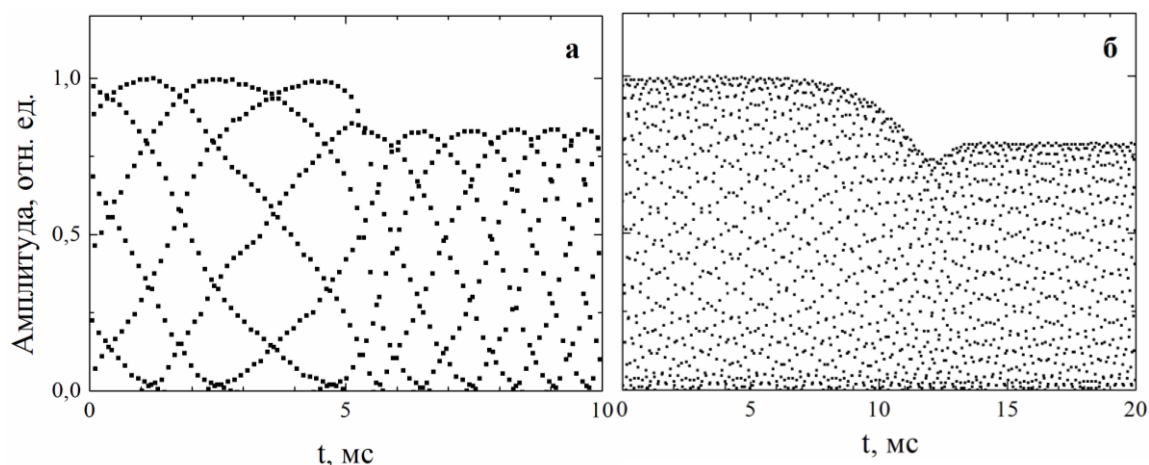


Рисунок 2.8 – Процесс образования БЭК магнонов после включения РЧ накачки в момент времени $t = 0$ в MnCO_3 (а – $P = 20$ мВт, $\Delta f = 53,1$ МГц; б – $P = 40$ мВт, $\Delta f = 134,6$ МГц).

Из рисунка 2.8 видно, что через некоторое время после включения РЧ накачки частота начинает плавно меняться и затем происходит резкая перестройка параметров сигнала. Были проведены детальные измерения времени задержки процесса перестройки при различных мощностях и сдвигах частоты. Результаты этих измерений показаны на рисунке 2.9.

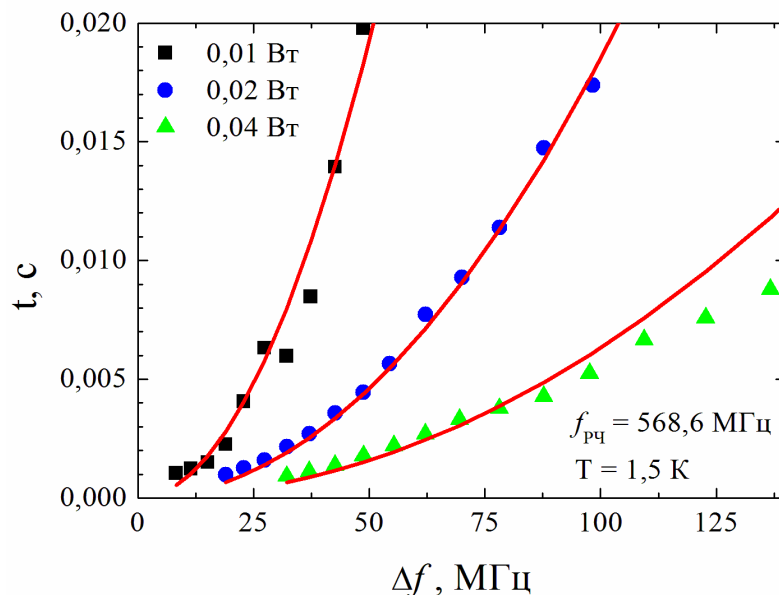


Рисунок 2.9 – Время перестройки проходящего РЧ сигнала от его мощности и сдвига частоты. Сплошными линиями показаны результаты эмпирической зависимости (38) с одинаковыми параметрами для всех трех кривых.

Экспериментальные данные имеют квадратичную зависимость от сдвига частоты и экспоненциальную от величины подаваемого РЧ поля (\sqrt{P}) и хорошо описываются формулой с единичными параметрами $A_0 = 3,73 \times 10^{-7}$ с и $C = 0,50 \pm 0,02$ ВТ^{1/2}:

$$t(\Delta f) = A_0^3 \times \exp(C/\sqrt{P}) \times \Delta f^2. \quad (42)$$

Можно предположить, что под действием РЧ поля происходит возбуждение неравновесных магнонов, в результате которого изменяется намагниченность S_z ядерной подсистемы, так что спиновая система попадает в резонанс с РЧ полем. Это могло произойти двумя способами. Ядерная подсистема нагрелась, и поэтому изменился f_p или спиновая система отклонилась, и стало выполняться условие (39). В дальнейшем будет показано, что реализуется именно второй сценарий. А именно, образуется БЭК магнонов и намагниченность прецессирует на частоте РЧ накачки, будучи отклоненной на большой угол.

На рисунке 2.10 схематически представлен процесс образования БЭК при нерезонансном возбуждении.

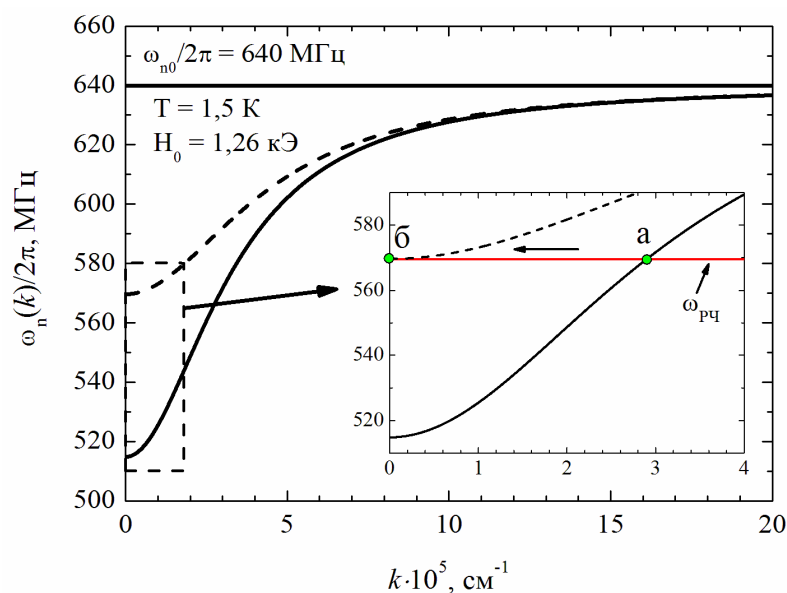


Рисунок 2.10 – Спектр ядерных спиновых волн в антиферромагнетике MnCO_3 .

Спектр, представленный на рисунке 2.10, рассчитан для того же внешнего поля, что и на рисунке 2.18 а. Для расчета закона дисперсии магнонов в MnCO_3 использовалось соотношение [95]:

$$\omega_n(k) = \omega_{n0} \sqrt{1 - \frac{H_{\Delta}^2(T)}{H_0(H_0 + H_D) + H_{\Delta}^2(T) + \vartheta^2 k^2}}, \quad (43)$$

где $H_{\Delta}^2(T) = (\omega_{\Delta}/\gamma_e)^2 = 3,8/T \text{ кЭ}^2$ – эффективное поле анизотропии, $\vartheta = 0,79 \times 10^{-5} \text{ кЭ} \cdot \text{см}$ – параметр неоднородного обменного взаимодействия в MnCO_3 [34]. В начальный момент РЧ поле возбуждает спиновые волны с большим волновым вектором \mathbf{k} (точка а на вставке рисунка 2.10). Этот процесс возможен благодаря наличию примесей и дефектов в системе. Увеличение числа магнонов приводит к сдвигу частоты, и спектр ядерных спиновых волн начинает перестраиваться. По мере уменьшения разности частот между спиновыми волнами с $k = 0$ и РЧ полем, возрастает эффективность возбуждения магнонов. Этот процесс завершается, когда частоты сравниваются (точка б на вставке рисунка 2.10) и может сопровождаться образованием голдстоуновских колебаний [A5]. Ими объясняется провал в амплитуде сигнала на рисунке 2.8 б.

Были проведены наблюдения захвата квазиядерной частоты прецессии радиочастотным полем. Остается вопрос, перестройка частоты обусловлена нагревом или отклонением намагниченности. На этот вопрос отвечает серия экспериментов, представленная в следующем разделе.

2.3 Наблюдение бозе-эйнштейновской конденсации магнонов при импульсной радиочастотной накачке

2.3.1 Долгоживущий сигнал индукции

Из экспериментов, рассмотренных в предыдущем разделе, было видно, что после РЧ накачки на нерезонансной частоте спиновая система поглощала РЧ энергию. Следовательно, система перестроилась и стала резонансной. Если перестройка частоты возникла за счет нагрева ядерной спиновой системы, то амплитуда сигнала индукции должна быть пропорциональна РЧ полю после выключения импульсной накачки. В данном разделе представлено исследование амплитуды сигнала в образце #1 после выключения РЧ накачки. На рисунке 2.11

показана амплитуда сигнала индукции после выключения РЧ накачки при различных величинах сдвига частоты. Мощность РЧ накачки составляла 17 мВт, длительность РЧ импульсов варьировалась в диапазоне 2 мкс до 5 с.

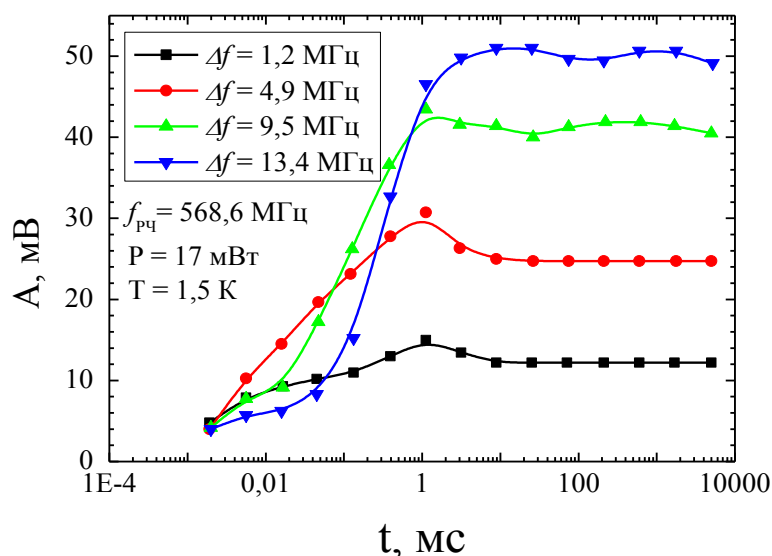


Рисунок 2.11 – Амплитуда ССИ в зависимости от длительности РЧ импульса при различных сдвигах частоты и мощности РЧ накачки 17 мВт. Сплошными линиями показан глазовод.

Из рисунка 2.11 можно сделать вывод, что ССИ наблюдается не только в условиях близких к резонансу, но и когда частота существенно смещена относительно резонансной. Причем его амплитуда ССИ растет с увеличением разности частот между РЧ полем и исходной частотой ЯМР. Более того, амплитуда сигнала индукции существенно превышает индукцию, получаемую при резонансном возбуждении, как короткими, так и длинными РЧ импульсами. На рисунке 2.12 показана амплитуда сигнала индукции после выключения накачки длительностью 1 с. Допустим, что в результате РЧ накачки образуется когерентное состояние. Тогда вся намагниченность прецессирует однородно и отклонена на угол β , при этом частота прецессии равна частоте РЧ накачки и амплитуда сигнала индукции должна быть пропорциональна $\sin \beta$.

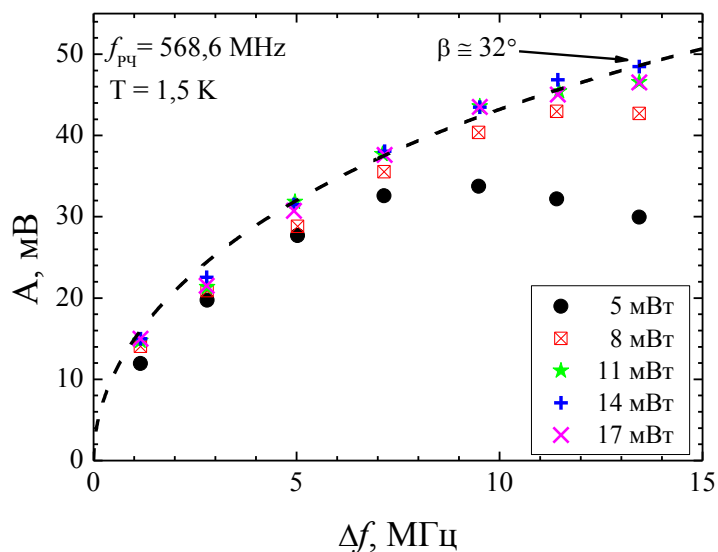


Рисунок 2.12 – Зависимость амплитуды ССИ при длинных импульсах (1 с) от сдвига частоты при разных мощностях РЧ накачки. Пунктирной кривой соответствует $A = A_0 \sin \beta$.

На рисунке 2.12 представлена именно такая зависимость. Полученная амплитуда сигнала индукции пропорциональна синусу угла отклонения намагниченности, где β удовлетворяет условию (43). Это условие соблюдается в широком диапазоне мощностей накачки. Чем больше мощность, тем до больших углов удастся отклонить спиновую систему. Видно, что зависимость амплитуды сигнала индукции отходит от синусоидальной с увеличением сдвига частоты. Видимо при относительно малой мощности и большом сдвиге частоты БЭК магнонов не может образоваться в части образца из-за сильной локальной релаксации. Однако при увеличении мощности накачки синусоидальная зависимость восстанавливается. Величина угла отклонения намагниченности и амплитуды сигнала индукции существенно превосходят величины, которые удастся получить при резонансном возбуждении. Более того, угол отклонения прецессирующей намагниченности достигает 32° . В случае нагрева ядерной подсистемы амплитуда сигнала индукции должна зависеть от амплитуды радиочастотного поля. В наших экспериментах амплитуда сигнала индукции не зависит от амплитуды РЧ поля, зато сильно зависит от сдвига частоты, причем

меняется по закону, который соответствует образованию магнетонного БЭК. Следовательно, при нерезонансном возбуждении образуется магнетонный БЭК на частоте РЧ накачки. Концентрация неравновесных магнетонов определяется разностью частоты РЧ накачки и резонансной частотой при малом возбуждении. Это состояние устойчиво и может сохраняться неопределенно долго в присутствии РЧ накачки.

По двух импульсной методике было измерено время поперечной релаксации T_2 , рисунок 2.13. Оптимальное соотношение амплитуды сигнала спинового эхо наблюдалось при длительностях импульсов 0,4 мкс и задержкой между ними 2 мкс.

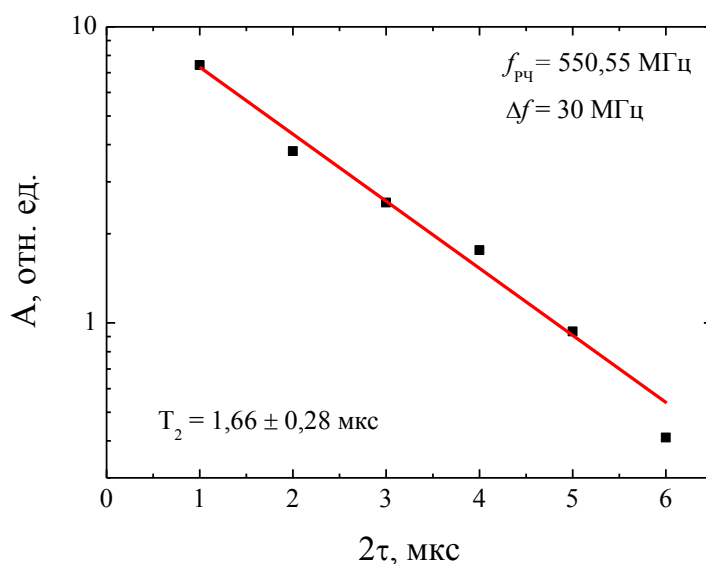


Рисунок 2.13 – Спад амплитуды сигнала спинового эхо в зависимости от задержки между импульсами в MnCO_3 .

Одним из свойств БЭК магнетонов является образование долгоживущего сигнала индукции. Он возникает из-за того, что пространственная неоднородность прецессии различных частей образца компенсирована вариацией плотности магнетонов. Поэтому при выключении РЧ поля магнитная система расфазировается гораздо медленнее, чем в линейном случае. Кроме того, процесс расфазировки может осуществляться при помощи различных механизмов, как например разбиение магнетонного БЭК на домены. На рисунке 2.14 представлены огибающие ССИ в резонансном поле, когда сдвиг частоты меньше ширины линии

($\delta f = 2$ МГц) и в случае нелинейного возбуждения, при сдвиге частоты $\Delta f = 23,6$ МГц, после импульса длительностью 100 мс.

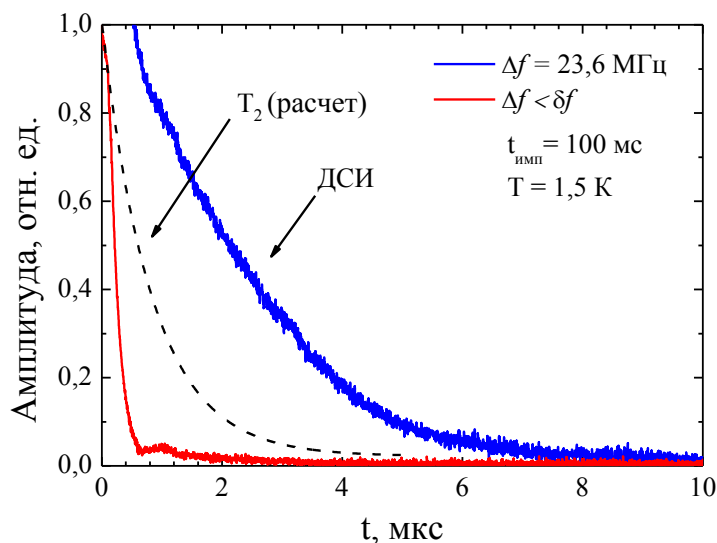


Рисунок 2.14 – Длительность спада ССИ после импульса длительностью 100 мс при двух значениях сдвига частоты.

Из этих исследований следует, что длительность спада в случае нерезонансного возбуждения превышает длительность в линейном случае в несколько раз. Большое удивление вызывает то обстоятельство, что длительность ДСИ оказывается больше, чем время однородной поперечной релаксации T_2 , измеренное методом спинового эха. Спад сигнала эха также показан на рисунке 2.14.

Таким образом, можно сделать вывод, что в магнотном БЭК отсутствует пространственная неоднородность прецессии намагниченности, что приводит к уменьшению процессов спин–спиновой релаксации, возможно, из–за подавления процессов спиновой диффузии.

В следующем разделе представлены экспериментальные результаты, показывающие, что при распаде конденсата не происходит потери его когерентности.

2.3.2 Подавление сигнала спинового эха

Интенсивные исследования систем с динамическим сдвигом частоты методами импульсного ЯМР показали, что в них образуются сигналы частотного спинового эха [42]. Эти сигналы, в отличие от эха Хана, формируются даже при малых углах отклонения. Для достижения максимальной величины частотного эха достаточно отклонить спиновую систему на угол, при котором сдвиг частоты умноженный на время между импульсами становится порядка единицы. А это происходит при углах отклонения порядка градуса. Механизм формирования частотного эха связан с частотной модуляцией линии ЯМР, возникающей от каждого импульса. Соответственно сигналы эха образуются от каждой пары импульсов. Причем эти сигналы формируются даже в случае, если возбуждающие импульсы подаются во время сигналов индукции от предыдущих импульсов [27]. Известно, что сигналы эха образуются в неоднородно уширенных системах. Таким образом, возникла идея проверить на неоднородность спиновую систему во время излучения ею сигнала ДСИ. С этой целью на MnCO_3 были проведены экспериментальные исследования формирования сигналов частотного эха во время излучения сигнала БЭК. Оказалось, что в случае применения последовательности коротких возбуждающих импульсов во время спада ССИ, сигналы эха не образуются.

Измерения проводились на образце #1 при температуре 1,5 К, $f_{\text{РЧ}} = 550,5$ МГц и сдвиге частоты магнитного резонанса $\Delta f = 16,4$ МГц. На образец подавался импульс длительностью 100 мс, после которого наблюдался ДСИ длительностью около 7 мкс. Время спин–спиновой релаксации в условиях эксперимента составило $T_2 = 1,66 \pm 0,28$ мкс. Сигнал магнетонного БЭК был длиннее времени спин–спиновой релаксации в слабо возмущённой системе. То есть образовавшийся магнетонный БЭК подавлял процессы спин–спиновой релаксации. В описываемом эксперименте сигналы эха возбуждались парой РЧ импульсов длительностью 0,4 мкс с задержкой между ними 2,0 мкс. При этих условиях сигнал эха был оптимален. Через некоторое время после основного импульса

подавались два возбуждающих импульса. Схематично эта последовательность импульсов показана на рисунке 2.15.

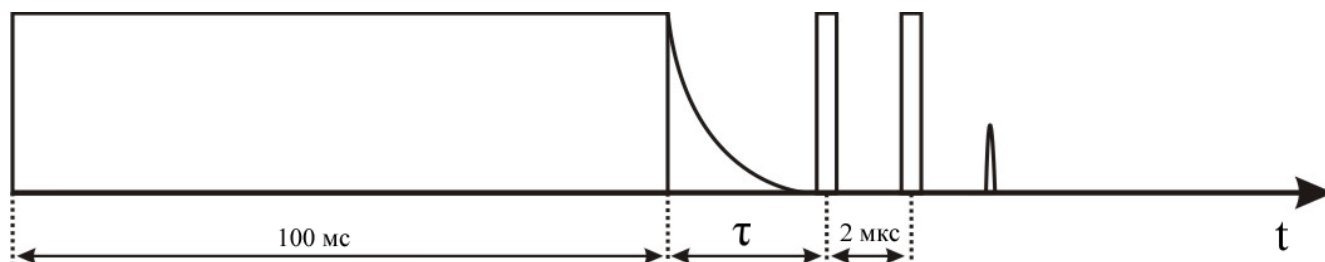


Рисунок 2.15 – Схематичное отображение последовательности импульсов.

В ходе экспериментов было установлено, что наличие сигнала ДСИ подавляет образование сигналов эха. Длительность задержки τ между окончанием длинного импульса и парой импульсов, возбуждающих эхо в наших экспериментах варьировалась в пределе 1 – 11 мкс. На рисунке 2.16 представлен процесс подавления сигнала спинового эха для двух значений τ .

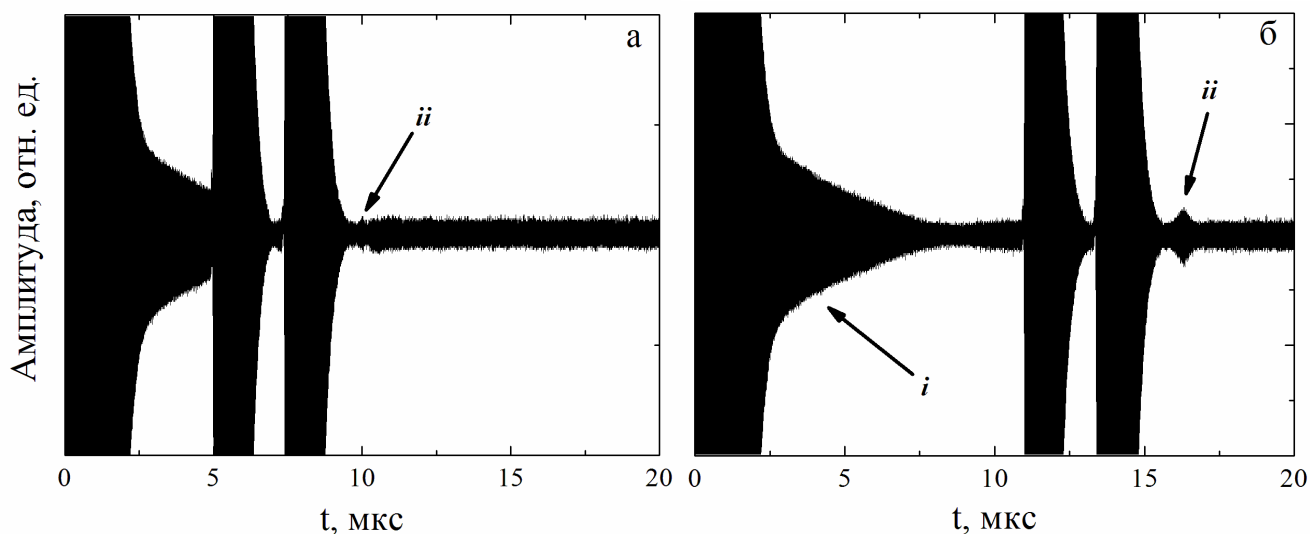


Рисунок 2.16 – Сигнал свободной индукции (i) и сигнал эхо (ii). Задержка между импульсом длительностью 100 мс и импульсами формирующими сигнал эхо 5 мкс (а) и 11 мкс (б). $\Delta f = 16,4$ МГц.

Из рисунка 2.16 видно, что в случае, когда первый короткий импульс подается во время спада сигнала ДСИ, сигнал эха не образуется. При подаче первого короткого импульса после полного затухания сигнала ДСИ, сигнал эха начинает образовываться. Однако его амплитуда существенно меньше, чем

амплитуда сигнала эха в случае отсутствия импульса, возбуждающего магнетонный БЭК. Зависимость амплитуды сигнала спинового эха от τ показана на рисунке 2.17.

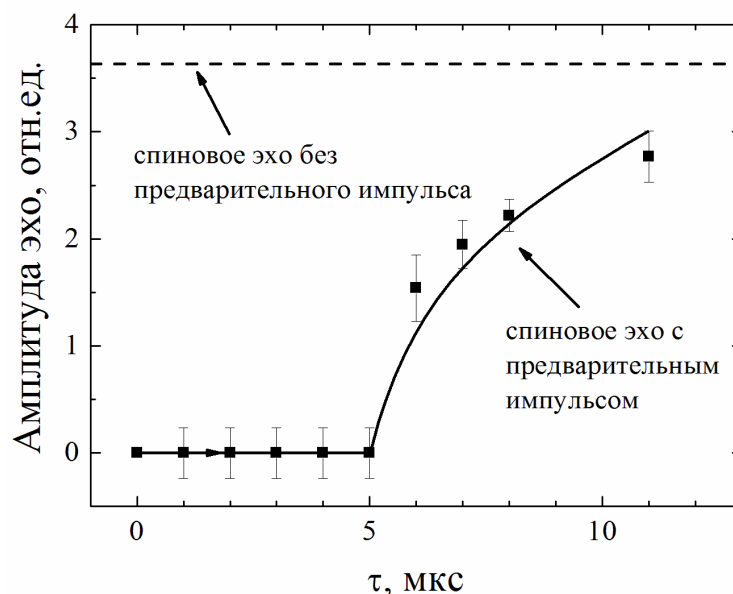


Рисунок 2.17 – Зависимость амплитуды сигнала эха от задержки τ . Пунктирной линией показана амплитуда сигнала эха в магнитном поле близком к резонансу ($\Delta f = 0,68$ МГц) без предварительного импульса длительностью 100 мс.

Из приведенного здесь эксперимента можно сделать следующие выводы. Во-первых, спин–спиновая релаксация в слабо возбуждённой спиновой системе происходит за счёт спиновой диффузии между частями образца с разными собственными частотами прецессии. Разность этих частот определяет ширину линии ЯМР и длительность сигнала спада сигнала индукции в линейном режиме, а также и спин–спиновую релаксацию при формировании сигналов эха. Именно поэтому сигналы ДСИ живут существенно дольше, чем сигналы эха. Во-вторых, во время спада сигнала ДСИ спиновая система остаётся пространственно однородной на расстояниях больше, чем эффективная длина спиновой диффузии. Иначе бы спад сигнала ДСИ был бы не однороден по времени. В-третьих, после затухания сигнала ДСИ спиновая система остаётся достаточно однородной и приходит к своему первоначальному состоянию за времена порядка десятка микросекунд. Этот процесс может быть связан с разбиением БЭК на капли и их последующее уменьшение в размерах. И наконец, существенного изменения

частоты прецессии спинов во время затухания сигнала ДСИ не наблюдалось. Это наблюдение сильно контрастирует с наблюдениями сигналов в $^3\text{He-B}$ [86]. Однако такое же поведение сигналов было замечено в сверхтекучем $^3\text{He-A}$ в аэрогеле [90] и в $^3\text{He-B}$ [96] в аэрогеле, то есть в системах с примесями и дефектами. Другими словами, можно сделать вывод, что односвязный процесс релаксации магнетонного БЭК удаётся наблюдать в системах без примесей и дефектов, в которых ничто не мешает протекать спиновому сверхтоку на большие расстояния. В противном случае связь между частями образца разрушается и БЭК магнетонов распадается на капли. При этом углы отклонения и, возможно, поверхностное натяжение капель, поддерживают частоту прецессии на первоначальном уровне, а амплитуда сигнала уменьшается за счёт уменьшения объёма БЭК и расфазировки прецессии капель БЭК. На данный момент нет прямых доказательств наличия поверхностного натяжения капель БЭК. Таким образом, наиболее вероятной гипотезой является разбиение БЭК магнетонов на капли, на подобии Q-ball, обнаруженного в сверхтекучем ^3He при сверхнизких температурах [97]. В случае короткого РЧ импульса, отклоняющего намагниченность на достаточно большую величину и соответственно генерирующего большую плотность магнетонов, магнетоны формируют БЭК уже после импульса. Соответственно, центров формирования может быть несколько. Этот процесс показан на рисунке 2.18. В случае же длинного РЧ импульса БЭК магнетонов формируется во время РЧ накачки, что позволяет создать однородное состояние БЭК во всем объеме образца. Поэтому наблюдается однородный сигнал индукции после выключения РЧ поля [29, 98], как показано на рисунке 2.19.

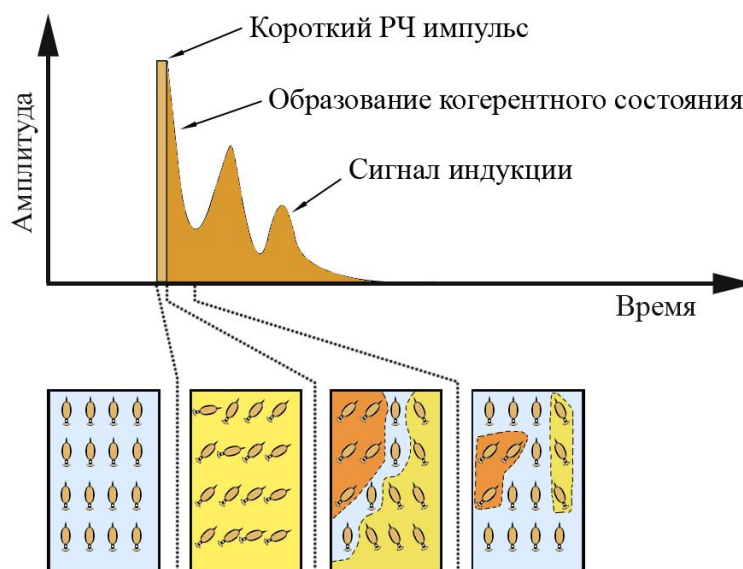


Рисунок 2.18 – Схема образования капель БЭК магнонов после короткого РЧ импульса. Магноны конденсируются в разных частях образца из-за неоднородно распределенных примесей.

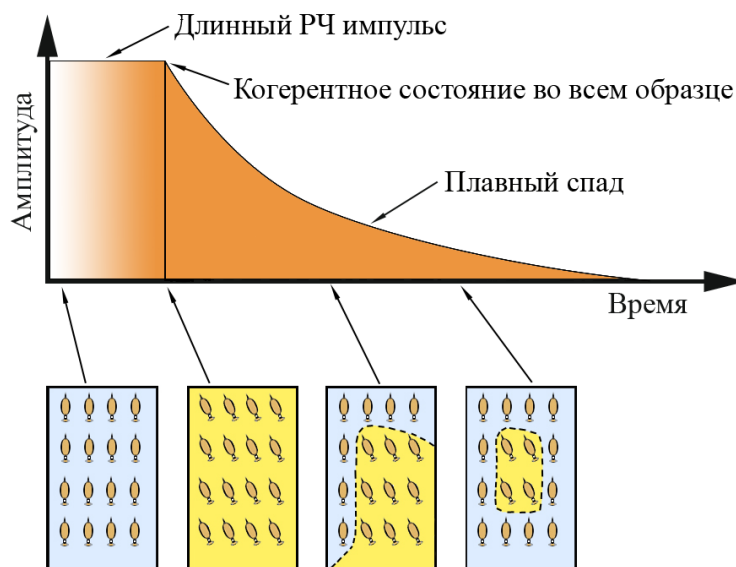


Рисунок 2.19 – Схема образования однородного БЭК магнонов после длинного РЧ импульса. При релаксации конденсат излучает долгоживущий сигнал индукции.

Таким образом, можно сделать вывод, что длинный импульс создаёт однородную прецессию во всех частях образца. Однако из-за неоднородного распределения примесей связь между локальными каплями БЭК становится слабой и сигналы от различных капель начинают плавно расфазироваться. При достаточном расхождении частот этих капель возникают сигналы спинового эха. При этом сдвиг частоты прецессии остается соответствующим большим углам

отклонения намагниченности. Первым наблюдением, подтверждающим данный сценарий, было наблюдение захватного эха, которое образуется на частоте РЧ импульсов, а не резонансной частоте [42].

2.4 Наблюдение бозе-эйнштейновской конденсации магнонов при непрерывной радиочастотной накачке

2.4.1 Форма линии непрерывного ЯМР

Исследования связанной ядерно–электронной прецессии при непрерывной РЧ накачке проводились на установке, блок-схема которой показана на рисунке 2.6. Исследования проводились на образце #2 монокристалла MnCO_3 при мощностях РЧ накачки от 0,32 мВт до 10 мВт на частоте $f_{\text{РЧ}} = 568,6$ МГц и температуре 1,5 К.

Постоянное магнитное и радиочастотное поля были направлены перпендикулярно друг другу и лежали в лёгкой плоскости антиферромагнетика. Величина внешнего магнитного поля сканировалась между 240 и 25 мТл. Постоянная времени сканирования была порядка 30 с. Приемно-передающий тракт спектрометра настраивался на максимальное изменение проходящего через резонатор сигнала при средних величинах РЧ мощности, как было описано в разделе 2.1. В первых же экспериментах были получены нелинейные сигналы магнитного резонанса, показанные на рисунке 2.20. При малой мощности накачки форма сигнала не зависит от направления сканирования поля, а его амплитуда пропорциональна величине РЧ поля. То есть наблюдается линейный отклик спиновой системы на РЧ возбуждение (сигналы при 0,32 – 1,25 мВт). При большей мощности накачки форма сигнала искажается и на нём появляется гистерезис. При свипировании поля вниз сигнал поддерживается даже при сильном уходе поля из резонанса. В случае обратного свипирования поля сигнал возникает скачком при нерезонансном возбуждении. Всё это говорит об образовании магнонного БЭК в системе, частота которого подстраивается под частоту РЧ поля.

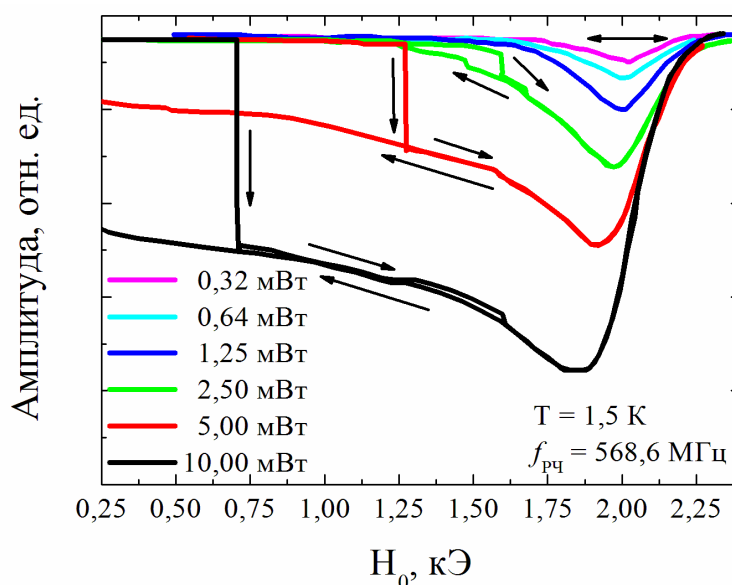


Рисунок 2.20 – Сигналы поглощения в монокристалле MnCO_3 , образец #2.

Стелками показано направление свипирования магнитного поля.

Данные исследования проводились на оборудовании, которое не позволяло снимать одновременно сигналы абсорбции и дисперсии. Кроме того система детектирования имела малый линейный диапазон. Поэтому были проведены только качественные, но не количественные исследования сигналов БЭК, что вызывало трудность с доказательством образования магнетонного БЭК. Ранее считалось, что парамагнитная система ядер при связанной ядерно-электронной прецессии описывается уравнениями Блоха, а это значит, что образование магнетонного БЭК невозможно. К тому же качественно данные эксперименты можно было объяснить перегревом ядерной подсистемы. Однако аналогия результатов экспериментов с результатами наблюдения магнетонного БЭК в других системах позволила сделать вывод в правильной интерпретации результатов экспериментов. Тщательные исследования MnCO_3 методом непрерывного ЯМР были проведены Ю.М. Буньковым на современном спектрометре в институте ОИСТ на Окинаве, Япония, где можно было измерять одновременно сигналы абсорбции и дисперсии. Результаты этих экспериментов, представлены в Главе 1. В частности, на рисунке 1.5 показаны точные записи сигналов абсорбции и дисперсии в MnCO_3 при различной мощности РЧ возбуждения. В этих экспериментальных исследованиях было показано, что модель Сула-Накамуры и

уравнения релаксации Блоха не применимы к данной спиновой системе [55]. Динамика связанных ядерно–электронных колебаний не может быть описана косвенным взаимодействием между ядрами. Прецессия электронной подсистемы вносит важный вклад в уравнения движения. В теоретической работе М.А. Борича и М.И. Куркина [54], проведенной по результатам эксперимента в ОИСТ на Окинаве, было показано, что спиновая динамика этой системы описывается уравнениями Гинзбурга–Ландау для упорядоченных систем и, следовательно, возможно образование БЭК магнонов. На рисунке 2.21 показан фазовый портрет (годограф) сигналов абсорбции и дисперсии в MnCO_3 , построенный на основе данных из рисунка 1.5 по методике, аналогичной для сигналов сверхтекучего ^3He -В на рисунке 1.14.

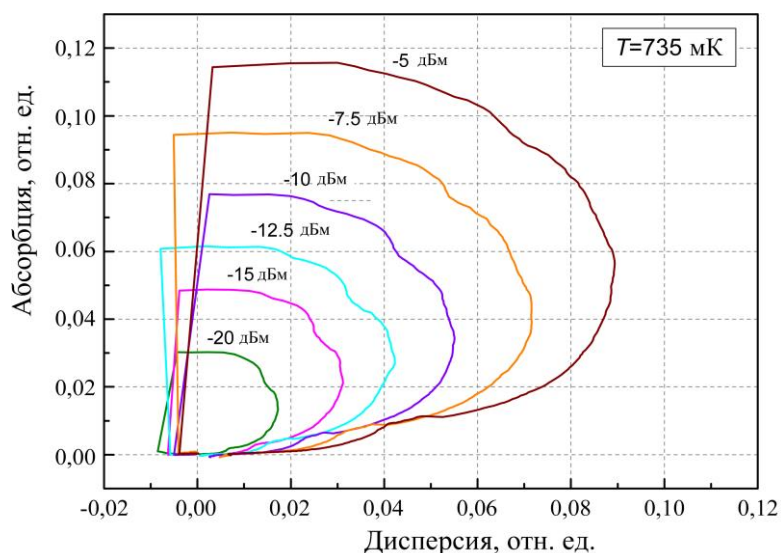


Рисунок 2.21 – Фазовый портрет сигналов абсорбции и дисперсии в MnCO_3 , представленных на рисунке 2.3.

В случае сверхтекучего ^3He -В при уменьшении величины магнитного поля ОПД заполняет камеру, при этом сигнал дисперсии пропорционален размеру ОПД, а сигнал поглощения меняется слабо. Для MnCO_3 , также как и в ^3He -А при уменьшении постоянного магнитного поля меняется угол отклонения прецессирующей намагниченности. Сигналы дисперсии и поглощения изменяются одновременно, так как поперечная намагниченность равна $M_{\perp} = \sqrt{M_{\text{абс}}^2 + M_{\text{дис}}^2}$. Таким образом, при сканировании поля вниз сначала растет сигнал

дисперсии, а затем с увеличением сдвига частоты фаза поперечной намагниченности разворачивается из-за роста поглощения энергии системой. При этом сигнал дисперсии начинает падать, что и было зафиксировано в первоначальных экспериментах, один из результатов которых показан на рисунке 2.19.

2.4.2 Наблюдение второго звука в магннном бозе–эйнштейновском конденсате

Второй звук – яркое проявление квантовых свойств когерентных систем. Впервые это явление было открыто в сверхтекучем ^4He в виде колебаний тепловых волн [99]. В соответствии с двухжидкостной теорией Ландау [14] температура напрямую связана с относительной плотностью сверхтекучей и нормальной компонент, а её колебания – с колебаниями плотности этих двух компонент.

В случае спиновой сверхтекучести эти колебания связаны с концентрацией неравновесных магнонов, которая определяет частоту прецессии намагниченности. Таким образом, колебания плотности магнонов напрямую связаны с колебаниями фазы прецессии, то есть с голдстоуновскими колебаниями вырожденного параметра – фазы. Эти голдстоуновские колебания были открыты в сверхтекучем ^3He и стали прямым доказательством его когерентности [8, 9, 83, 84]. В рамках данной диссертации были поставлены эксперименты по поиску моды голдстоуновских колебаний БЭК магнонов в MnCO_3 . С целью наблюдений этих колебаний был создан стационарный БЭК путем сдвига поля от резонансного в присутствии РЧ накачки на частоте 547,45 МГц, и мощности 10 мВт. Демонстрируемый эксперимент проводился на образце #2 при температуре 1,5 К.

При возбуждённом БЭК величина внешнего поля сдвигалась до $H_0 = 1,35$ кЭ, что соответствовало разности частот между РЧ полем и резонансной частотой $\Delta f = 36,5$ МГц. В этих условиях наблюдался устойчивый сигнал

дисперсии. Затем включалась фазовая модуляция РЧ поля с амплитудой $\Delta\theta$ радиан и сканировалась ее частота f_m .

На рисунке 2.22 показано изменение амплитуды сигнала дисперсии при разных амплитудах фазовой модуляции РЧ поля. Отчетливо видна резонансная линия на частоте модуляции 105-110 кГц. Она возникает из-за того, что при раскачке голдстоуновской моды возникают пространственные градиенты фазы прецессии намагниченности и соответственно потери из-за спиновой диффузии. В результате появляется дополнительное поглощение энергии РЧ поля, что приводит к повороту фазы прецессии относительно фазы РЧ поля и, следовательно, к уменьшению сигнала дисперсии. На врезке рисунка 2.22 показана зависимость амплитуды сигнала дополнительного поглощения при увеличении амплитуды фазовой модуляции. Из этой зависимости видно, что такое возбуждение имеет определенный порог. То есть голдстоуновская мода имеет некоторое затухание и для ее возбуждения необходимо компенсировать это затухание.

Можно предположить, что данная голдстоуновская мода соответствует резонансу второго звука на размерах образца. Для проверки того, что действительно наблюдается пространственная мода колебаний, образец был отшлифован, и его толщина составила 0,7 мм. На рисунке 2.23 показаны зависимости изменения амплитуды сигнала дисперсии при разных амплитудах фазовой модуляции для образца #2 уменьшенного до толщины 0,7 мм. Отчетливо видно, что частота резонанса сдвинулась до частоты фазовой модуляции 160-170 кГц.

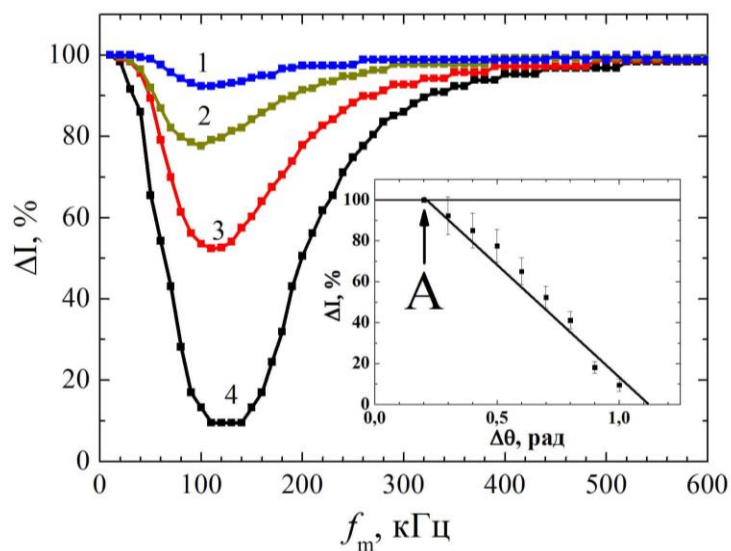


Рисунок 2.22– Величина дополнительного поглощения сигнала БЭК от частоты фазовой модуляции РЧ поля при различной амплитуде ФМ в образце #2 толщиной 1,3 мм. На врезке показана зависимость амплитуды сигнала дополнительного поглощения при увеличении амплитуды ФМ. Цифрам соответствует различные значения амплитуды ФМ (1 – 0,3 рад, 2 – 0,5 рад, 3 – 0,7 рад, 4 – 1,0 рад).

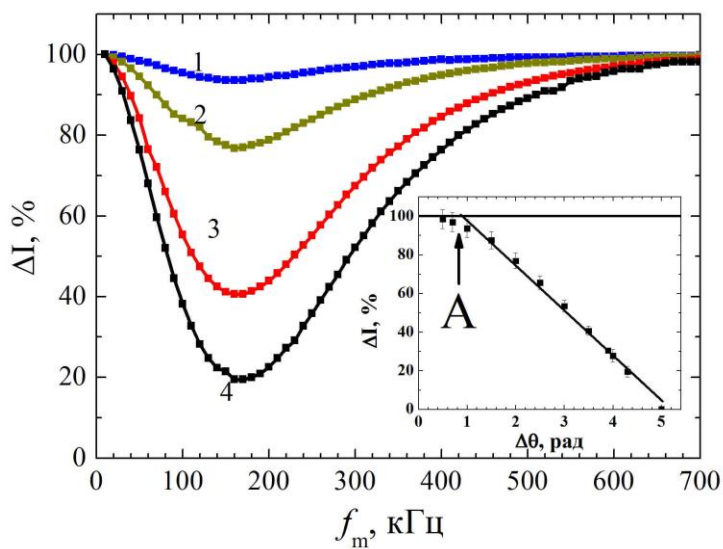


Рисунок 2.23 – Величина дополнительного поглощения сигнала БЭК от частоты фазовой модуляции РЧ поля при различной амплитуде ФМ в образце #2 толщиной 0,7 мм. Цифрам соответствует различные значения амплитуды ФМ (1 - 1,0 рад, 2 - 2,0 рад, 3 - 3,0 рад, 4 - 4,5 рад)

Явная зависимость частоты полученного резонанса от толщины образца говорит о наблюдении неоднородной моды колебаний, граничные условия которых связаны с поверхностью образца. Характерная частота этих колебаний должна быть около $\omega_G \approx N \cdot c/2L$, где c – характерная скорость второго звука, которая должна быть порядка скорости спиновых волн, L – толщина образца, N – номер моды. Скорость распространения спиновой волны при волновом векторе k близком к нулю, составляет $c \approx 10^5$ см/с [34]. При толщине образца 1,3 мм частоту первой крутильной моды голдстоуновских колебаний можно оценить как $\omega_G/2\pi \cong 60$ кГц, а при толщине 0,7 мм $\omega_G/2\pi \cong 120$ кГц, что в 1,5-2,0 раза отличается от наблюдаемой частоты резонанса. Приведенная оценка является весьма грубой и не учитывает анизотропию скорости спиновых волн. Необходимо дальнейшее теоретическое исследование данного эффекта. Однако уже сейчас можно говорить о том, что магнанный бозе-эйнштейновский конденсат имеет упругость, отвечающую за однородность конденсата, и при возмущении этой однородности появляются голдстоуновские моды колебаний.

Дальнейшие исследования этих колебаний показали следующее. Во-первых, при увеличении амплитуды колебаний их частота увеличивается на величину порядка 10%. Зависимости частот резонанса от амплитуды возбуждения оказались разными для двух образцов. Если для образца толщиной 1,3 мм их можно оценить как пропорциональные H_1 , то для образца толщиной 0,7 мм эта зависимость приближается к $\sqrt{H_1}$. Во-вторых, была исследована зависимость частоты этих колебаний от величины энергетической щели магнного БЭК, сдвига частоты конденсата. Этот сдвиг частоты можно пересчитать на угол отклонения прецессирующей намагниченности β . Оказалось, что частота голдстоуновской моды колебаний пропорциональна $\cos^2\beta$, то есть величине квадрата продольной намагниченности ядерной подсистемы. Результаты этого эксперимента показаны на рисунке 2.24.

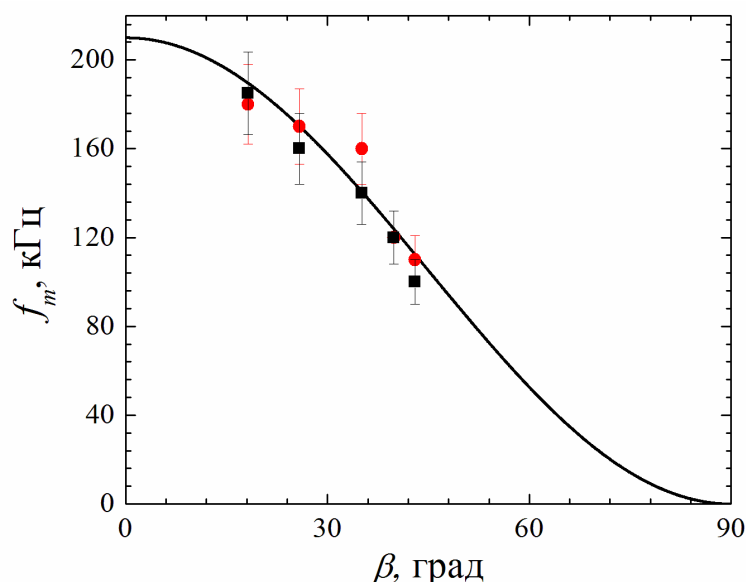


Рисунок 2.24 — Зависимость частоты голдстоуновского резонанса от сдвига частоты, пересчитанного на угол отклонения ядерной намагниченности β , при уменьшении сигнала БЭК на 20% (круглые символы) и 30% (квадратные символы). Сплошной линией показана кривая, пропорциональная $\cos^2\beta$.

В-третьих, была исследована зависимость относительной чувствительности данной моды колебаний БЭК к величине фазовой модуляции при различной величине сдвига частоты прецессии от величины энергетической щели магнетонного БЭК. Для этого были проведены сравнения амплитуды модуляции, необходимые для изменения сигнала поглощения на 20% и 30% от начальной величины в образце толщиной 1,3 мм. Результаты этого эксперимента показаны на рисунке 2.25. Можно заметить, что наблюдается линейная зависимость. Чем больше сдвиг частоты, тем легче возбудить голдстоуновскую моду колебаний. Встает интересный вопрос о неустойчивости бозе-эйнштейновского конденсата, вызванные этими колебаниями при сдвиге частоты порядка 40 МГц, при котором данная экспериментальная кривая должна пересечь ось абсцисс. Возможно, наблюдаемая зависимость меняется при изменении амплитуды РЧ поля и точка пересечения соответствует условию, когда при данном сдвиге частоты намагниченность разворачивается перпендикулярно РЧ полю при заданной мощности РЧ накачки.

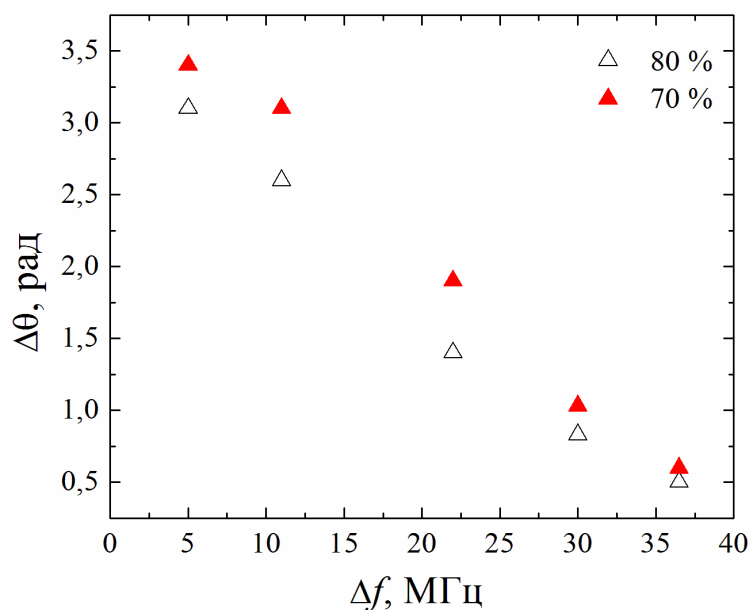


Рисунок 2.25 – Зависимость амплитуды фазовой модуляции РЧ накачки от сдвига частоты. Сплошными треугольниками показаны значения необходимые для изменения на 20% и прозрачными на 30% от изначальной величины сигнала дисперсии.

В данном разделе были рассмотрены комплексные исследования возбуждения голдстоуновской моды колебаний БЭК магнонов в монокристалле MnCO_3 , имеющим вид пластины. Само существование этих колебаний доказывает наличие БЭК магнонов в данной системе. Получен целый ряд зависимостей, характеризующих свойства этих колебаний. В настоящее время отсутствует теория голдстоуновских колебаний (второго звука) в образцах со связанной ядерно–электронной прецессией, теоретическое описание которых является актуальной задачей.

2.6 Выводы

Методами импульсного и непрерывного ЯМР исследован антиферромагнетик MnCO_3 при температуре 1,5 К. Проведены исследования процесса образования магнонного БЭК во время РЧ накачки. Получена эмпирическая зависимость времени образования конденсата от сдвига частоты. При нерезонансном возбуждении исследована зависимость амплитуды сигнала

индукции от сдвига частоты относительно смещенной частоты ЯМР и длительности РЧ импульса при различных мощностях РЧ поля. Показано, что амплитуда сигнала индукции пропорциональна синусу угла отклонения намагниченности, которое удовлетворяет условию (41). По аналогии с исследовавшимся ранее сверхтекучим ^3He [17] и антиферромагнетиком CsMnF_3 [19, 20, 52] обнаружен долгоживущий сигнал индукции, длительность которого превышает время спин–спиновой релаксации T_2 . Обнаружено подавление сигнала спинового эхо когерентным состоянием в процессе его распада, что невозможно в некогерентных системах. Низкочастотной фазовой модуляцией РЧ поля удалось возбудить низкочастотную моду коллективных колебаний. Данная мода аналогична голдстоуновской моде крутильных колебаний, наблюдавшейся в сверхтекучем $^3\text{He-B}$ [8]. Совокупность экспериментальных результатов демонстрирует существование БЭК магнонов в данных магнитных системах. Результаты исследований опубликованы в работах [A1, A2, A4-A6].

ГЛАВА 3

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛЕНОК ЖЕЛЕЗО-ИТТРИЕВОГО ГРАНАТА МЕТОДАМИ СТАЦИОНАРНОГО И ИМПУЛЬСНОГО ФЕРРОМАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА

3.1 Образцы, методика эксперимента

Все экспериментальные измерения, представленные в данной главе, проводились на тонких пленках железо-иттриевого граната $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$. Подложка – гадолиний-галлиевый гранат (ГГГ) $\text{Gd}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$. Пленки были выращены в кристаллографической плоскости (111) на ГГГ путем жидкофазной эпитаксии в департаменте кристаллофизики и технологии научно-исследовательской компании Карат, Москва. В рамках экспериментов, описанных в данной главе, представлены результаты исследований двух образцов железо-иттриевого граната с различной толщиной пленки, 6 мкм – образец #1 и 3 мкм – образец #2. Образец #1 имел форму диска, диаметром 0,5 мм. Образец #2 – квадрат, размером 2 мм. Фотография образца #1 представлена на рисунке 3.1.

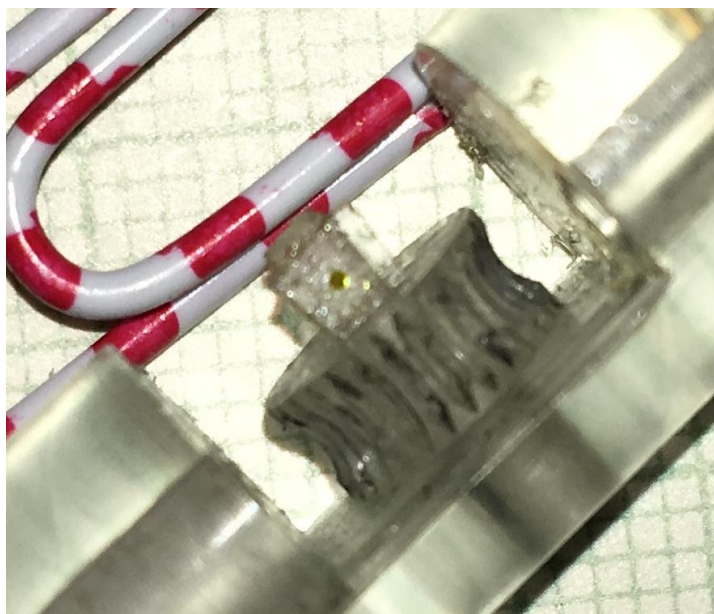


Рисунок 3.1 – Фотография образца #1 пленки ЖИГ в держателе на фоне скрепки.

Железо-иттриевый гранат – является трехподрешеточным ферромагнитным диэлектрическим кристаллом с температурой Кюри $T_c = 559$ К. Ион Y^{3+} диамагнитен. Постоянная решетки – $12,376 \text{ \AA}$ при комнатной температуре. Пространственная группа симметрии – $Ia3d$ [100]. Элементарная ячейка $Y_3Fe_5O_{12}$ показана на рисунке 3.2.

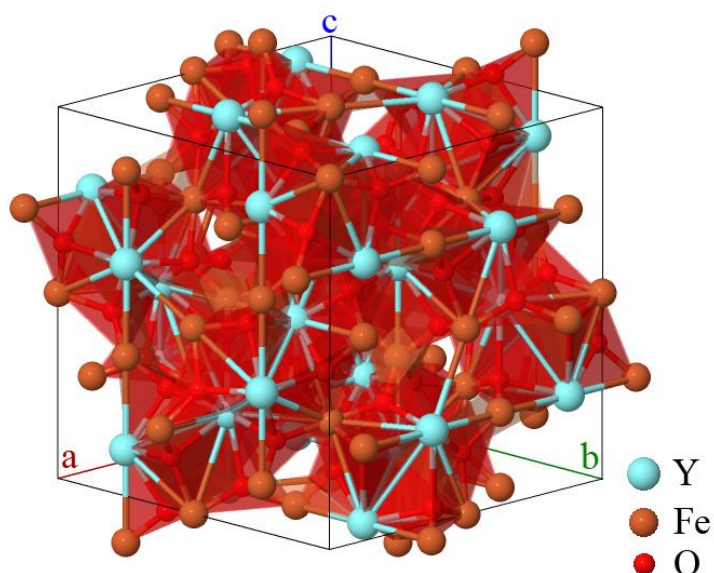


Рисунок 3.2 – Элементарная ячейка $Y_3Fe_5O_{12}$ [101].

Полная намагниченность ЖИГ является результирующей намагниченностью двух противоположно намагниченных подрешеток трехвалентных ионов железа Fe^{3+} . При абсолютном нуле каждый ион дает вклад в намагниченность, равный $\pm 5\mu_B$. На каждую формульную единицу приходится три иона Fe^{3+} в тетраэдрических узлах (подрешетка d типа), и два иона железа в октаэдрических узлах, со спинами противоположной d ориентации. Три иона иттрия располагаются в узле c . Вклад в результирующий магнитный момент обусловлен ионом железа на одну формульную единицу и равен $5\mu_B$. Точка Кюри обусловлена сильным обменным взаимодействием между ионами железа, подрешетки a и d . Поскольку обменная связь подрешеток $c - a$ и $c - d$ относительно слабая, при повышении температуры вклад в намагниченность ионов иттрия падает. Поэтому для ЖИГ характерны весьма узкие линии ферромагнитного резонанса (ФМР) [102].

Эксперименты по стационарному ферромагнитному резонансу проводились на ЭПР спектрометре Varian E-12 X-Band с двойной модуляцией постоянного магнитного поля при комнатной температуре. Амплитуда и частота модуляции магнитного поля составляли 0,05 Э и 100 кГц, соответственно. Частота в 100 кГц существенно ниже частоты второй звуковой моды магнетонного бозе-эйнштейновского конденсата (голдстоуновской моды), поэтому можно считать эти условия стационарными. Величина магнитного поля была около 5 кЭ и соответствовала частоте ФМР 9,26 ГГц. Постоянное магнитное поле \mathbf{H}_0 было направлено перпендикулярно поверхности пленки и переменное магнитное поле \mathbf{H}_1 вдоль поверхности пленки.

Эксперименты по импульсному ФМР проводились на ЭПР спектрометре BRUKER ELEXSYS E-580 доцентом кафедры квантовой электроники и радиоспектроскопии КФУ Маминым Г.В. при температурах 150-300 К. Величина магнитного поля была около 6,3 кЭ на частоте 9,76 ГГц. Качественно времена спада сигнала свободной индукции совпадали во всем диапазоне температур, однако рассмотренные в рамках данной главы результаты были получены при температуре 150 К, что связано с необходимостью температурной стабилизации образца. Ориентация магнитных полей была та же, что и в экспериментах по стационарному ФМР.

Выражение (13) для частоты прецессии намагниченности в данной геометрии идентично уравнениям, описывающим частоту прецессии отклонённой намагниченности в сверхтекучем $^3\text{He-A}$ и в антиферромагнетиках, рассмотренных в предыдущей главе. В рамках исследований, представленных в данном разделе предполагалось, что при определенных условиях удастся получить магнетонный БЭК при данной конфигурации полей.

3.2 Импульсный ферромагнитный резонанс

Для получения магнетонного БЭК использовался метод, разработанный в экспериментах со сверхтекучим $^3\text{He-A}$ в аэрогеле [17]. На образец подаётся

длинный РЧ импульс на частоте, превосходящей частоту линейного ФМР. Этот импульс накачивает в систему неравновесные магны до концентрации, при которой частота прецессии намагниченности становится равной частоте РЧ поля. После выключения РЧ накачки магнетонный БЭК излучает когерентный сигнал индукции большой длительности на частоте РЧ поля. Все эксперименты проводились при температуре $T = 150$ К и частоте накачки $f_{\text{ФМР}} = 9,76$ ГГц. Оптимальные условия образования ДСИ от магнетонного БЭК в экспериментах соответствовали амплитуде РЧ поля около 20 Э и длительности импульса порядка 0,4 мкс. При сдвиге частоты РЧ накачки порядка 10 МГц наблюдался долгоживущий сигнал индукции. Стоит отметить, что все эти параметры не были критическими, то есть сигнал наблюдался в широком диапазоне длительностей РЧ импульсов, амплитуд и частот РЧ поля. Однако данные параметры были сильно ограничены, так как ЭПР спектрометр не предназначен для работ с подобными веществами с огромной величиной намагниченности. На рисунке 3.3 показаны сигналы ДСИ, полученные при разных сдвигах частоты РЧ поля от частоты линейного резонанса в образце #1.

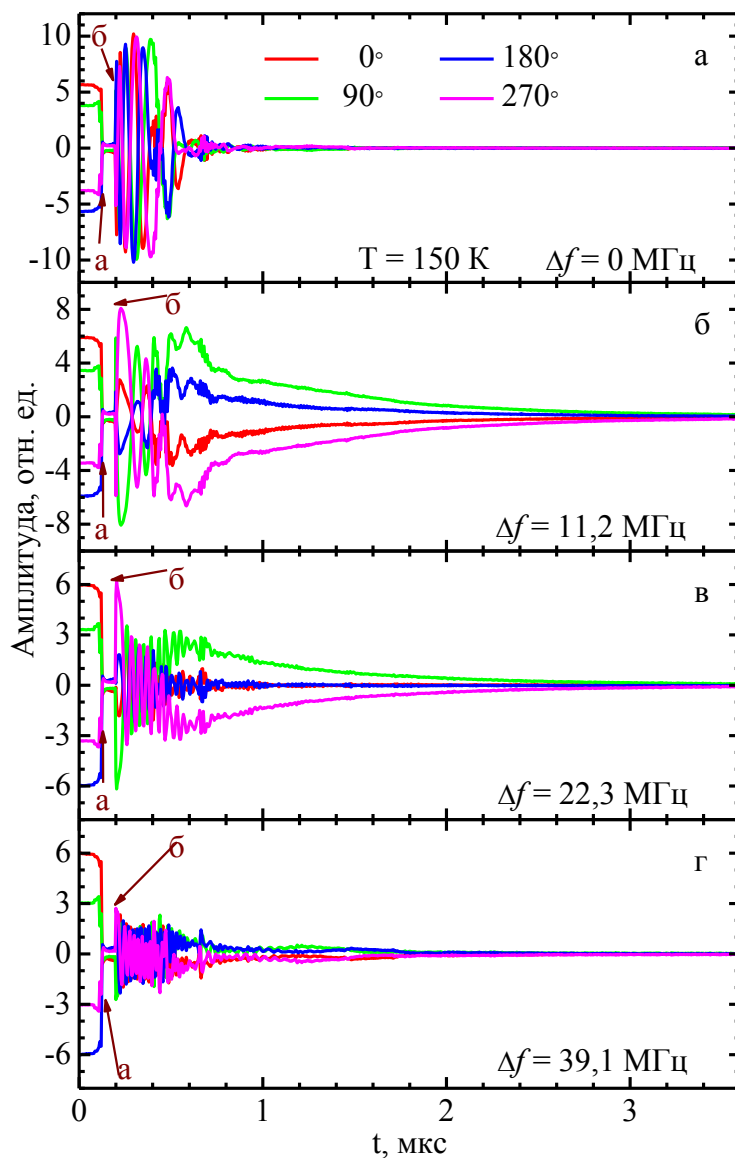


Рисунок 3.3 – Спектроскопическая запись ДСИ в перпендикулярно намагниченной пленки ЖИГ при различных сдвигах частоты в образце #1. Линиям соответствует сигналы, измеренные с 0° , 90° , 180° и 270° сдвигах фазы при температуре 150 К. Момент окончания РЧ импульса длительностью 0,4 мкс – точка а и точка б – мертвого времени спектрометра.

Запись а из рисунка 3.3 получена при резонансном возбуждении, $H_0 = 6320$ Э. Виден обычный сигнал индукции, определяемый неоднородностью магнитного поля. Магнонный БЭК не образуется, так как концентрация неравновесных магнонов в этих условиях равна нулю. При сдвиге частоты РЧ поля вверх (реально при сдвиге поля вниз) образуется сигнал ДСИ с постоянной

времени спада на порядок длиннее, чем для обычного сигнала индукции. Максимум сигнала возникал при сдвиге частоты порядка 10 МГц, запись б. При дальнейшем увеличении сдвига частоты амплитуда сигнала уменьшается. Важно отметить, что зависимость амплитуды сигнала ДСИ от сдвига частоты РЧ импульса очень плавная и никак не связана со структурой линии ФМР, измеренной методом непрерывного резонанса. На рисунке 3.4 показана эта зависимость для того же образца, снятая через 1 и 2 мкс после окончания РЧ импульса.

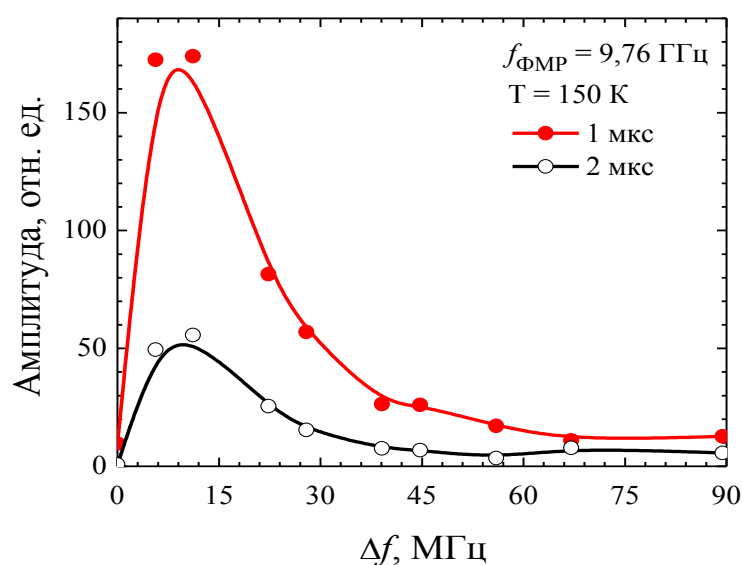


Рисунок 3.4 – Зависимость амплитуды сигнала ДСИ от сдвига частоты от резонанса, измеренная через 1 и 2 мкс.

На рисунке 3.5 показан в логарифмическом масштабе спад амплитуды сигнала ДСИ для записей полученных при 11,2 и 22,3 МГц сдвигах частоты. Видно, что постоянная времени релаксации составляет 0,9 мкс и не зависит от частотного сдвига.

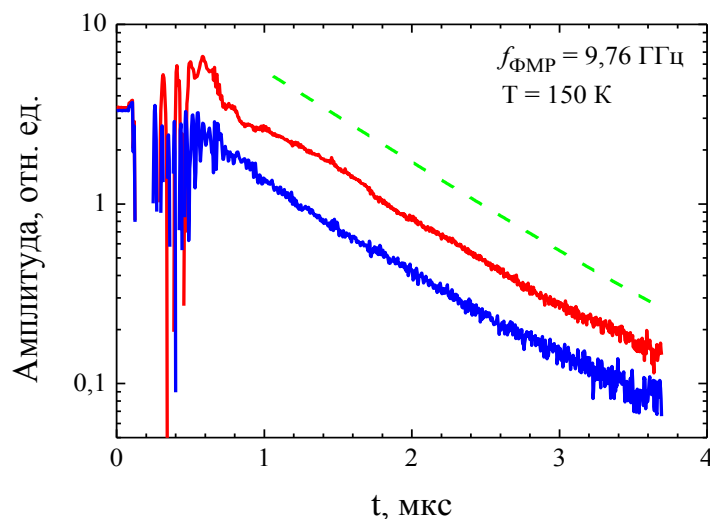


Рисунок 3.5 – Спад сигнала ДСИ при 11,2 МГц (верхняя) и 22,3 МГц (нижняя) сдвигах частоты РЧ поля. Пунктиром показана зависимость с постоянной времени спада 0,9 мкс.

Обычно частота сигнала ДСИ, излучаемая БЭК, изменяется со временем. Это связано с изменением плотности магнонов при релаксации. В экспериментах этот спад частоты был замечен только на больших расстройках частоты, как следует из записи на рисунке 3.3, на котором видны биения частоты прецессии и частоты опорного сигнала. Слабая и даже отрицательная зависимость частоты от концентрации неравновесных магнонов в БЭК наблюдается при условии, когда БЭК занимает не весь образец, а формирует каплю внутри образца, как например Q-ball, обнаруженный в сверхтекучем $^3\text{He-B}$ при сверхнизких температурах [97]. Механизм образования капли БЭК в условиях рассмотренных экспериментов требует дальнейшего, как теоретического, так и экспериментального исследования.

Запись ДСИ, полученная на образце #2, представлена на рисунке 3.6. Этот сигнал можно трактовать как биения между двумя каплями БЭК, систематически образующимися в разных частях образца, по аналогии с рассмотренной в предыдущей главе моделью. В серии экспериментов на этом образце была зафиксирована постоянная времени спада 1,6 мкс.

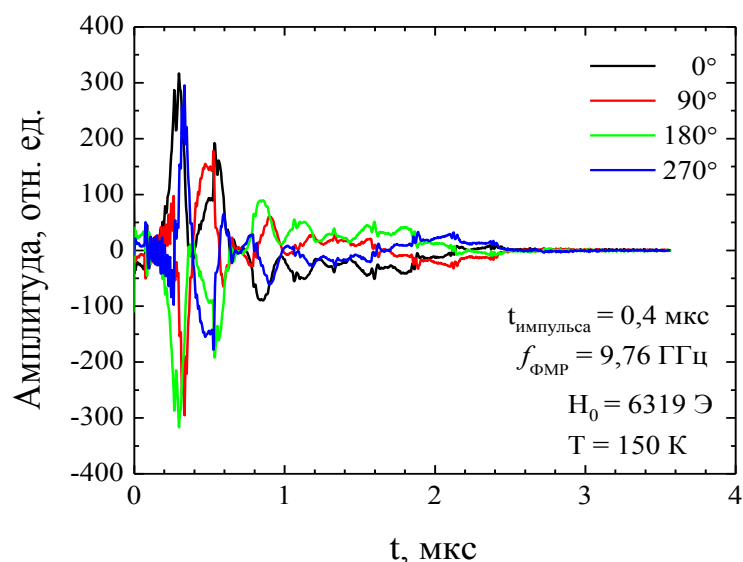


Рисунок 3.6 – Спектроскопическая запись ДСИ в перпендикулярно намагниченной пленки ЖИГ в образце #2.

На записи рисунка 3.7, полученной на образце #1, хорошо видна начальная часть сигнала, во время которой происходит образование БЭК после импульса длительностью 0,4 мкс. Видно, что происходят колебания с периодом порядка 0,05 мкс при установлении БЭК. Частота этих колебаний должна соответствовать частоте голдстоуновской моды колебаний в БЭК. Из этой записи можно оценить частоту этих колебаний, которая составила порядка 20 МГц.

На рисунке 3.8 представлены измерения спадов сигнала индукции при резонансном возбуждении $\Delta f = 0$ МГц и нерезонансных, $\Delta f = 56$ МГц и 112 МГц в образце #1. Видно, что при резонансных условиях наблюдается обычный сигнал ССИ, длительность спада которого составляет 27 нс и определяется неоднородностью внешнего магнитного поля. Когда частота сдвинута относительно резонансной, то можно увидеть уменьшение амплитуды сигнала, круглые и треугольные символы на рисунке 3.8. Спад амплитуды может быть связан с сильной релаксацией магнонов в процессе образования когерентного состояния. Из рисунка 3.8 видно, что после образования конденсата длительность спада сигнала индукции на один-два порядка длиннее, чем в случае резонансного возбуждения. Наблюдение долгоживущего сигнала индукции позволяет сделать вывод об образовании когерентной прецессии намагниченности.

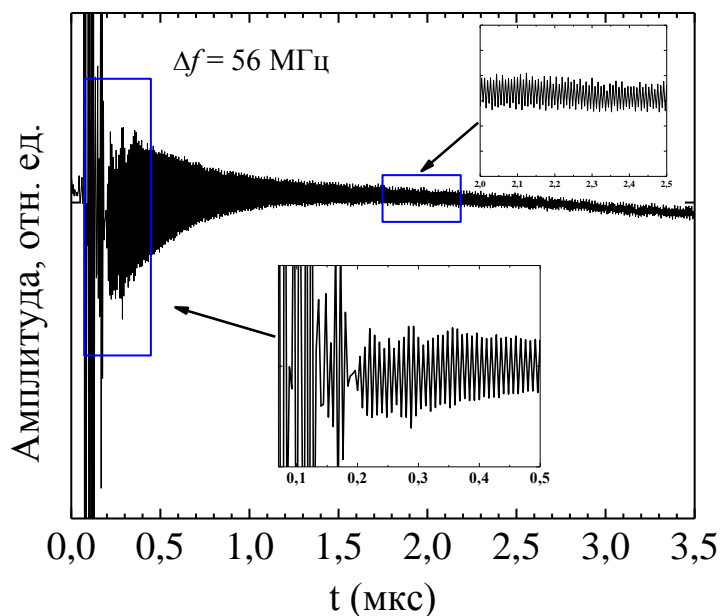


Рисунок 3.7 – Образование (первая врезка) и биения сигналов ДСИ в образце #1 плёнки ЖИГ.

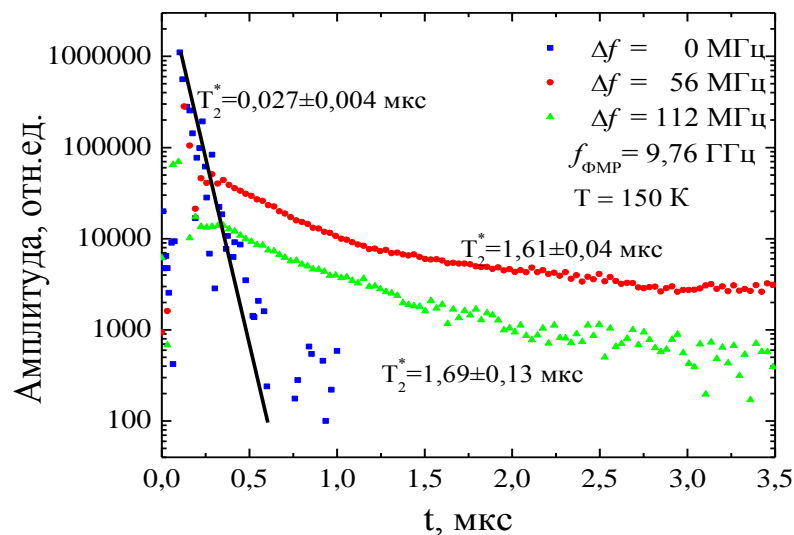


Рисунок 3.8 – Спад сигналов индукции при резонансном (синие точки) и нерезонансном возбуждении БЭК в образце #1.

В итоге, были проведены исследования методом импульсной СВЧ накачкой пленок ЖИГ. Наблюдался сигнал индукции, длительность спада которого

превышает длительность в случае резонансного возбуждения, что свидетельствует о возможном образовании магنونного БЭК.

3.3 Непрерывный ферромагнитный резонанс

Перейдём к исследованиям магنونного БЭК методами непрерывного ФМР. Все результаты экспериментальных исследований, рассмотренных в данном разделе были выполнены на образце #1. Экспериментальные исследования пленки ЖИГ проводились по той же методике, что и в других системах с БЭК магнонов, рассмотренных в данной диссертации. Образец помещался в резонатор ЭПР спектрометра и сканировалось постоянное магнитное поле. В данном разделе приведены сигналы, полученные интегрированием сигналов абсорбции, поскольку в данном спектрометре фиксируются их производные. На рисунке 3.9 представлен пример спектра, полученный при $P = 0,05$ мВт непосредственно со спектрометра, и его интеграл. Все эксперименты проводились при температуре $T = 300$ К и частоте накачки $f_{\text{ФМР}} = 9,26$ ГГц. При малой величине возбуждения наблюдался сигнал линейного ФМР, который возрастал пропорционально амплитуде РЧ поля. Форма линии ФМР при этом не изменялась. Частота модуляции в экспериментах составляла 100 кГц, что на несколько порядков ниже частоты второго звука, оцененной из экспериментов по импульсному ФМР. Величина амплитуды модуляции внешнего магнитного поля порядка 0,05 Э и подбиралась таким образом, чтобы иметь достаточное разрешение сигналов ФМР по полю.

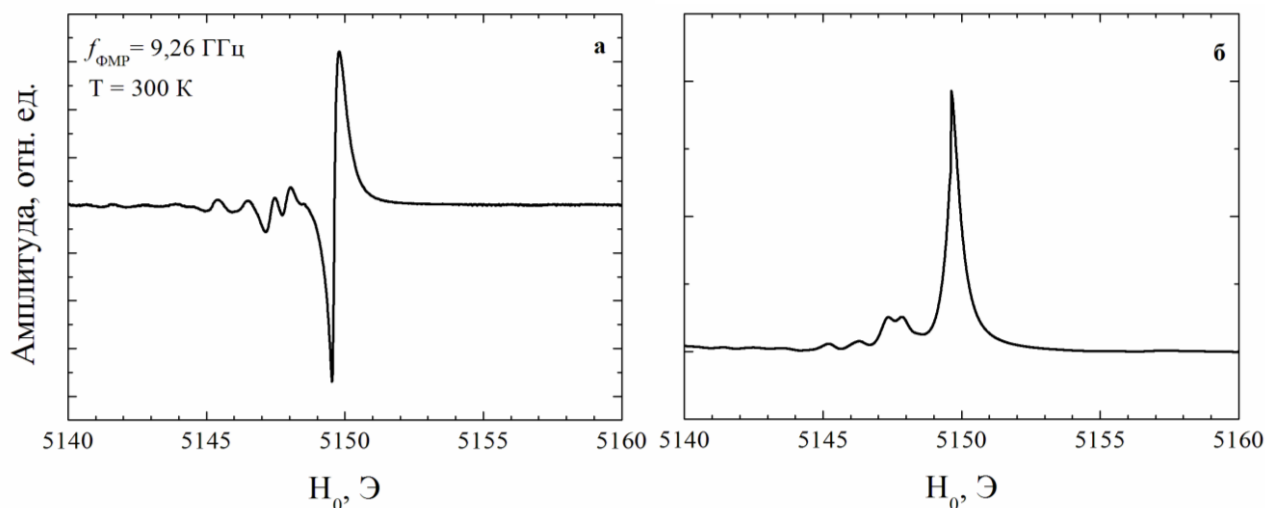


Рисунок 3.9 – Пример сигнала ФМР (а), получаемый непосредственно со спектрометра, и после интегрирования (б).

На рисунках 3.10 и 3.11 представлены сигналы абсорбции при различных мощностях РЧ накачки в постоянном магнитном поле. Его величина изменялась от 5160 Э до 5140 Э за время 5 мин. При малых мощностях радиочастотной накачки, рисунок 3.10, виден линейный отклик от магнитной системы. В диапазоне от 0,4 мВт до 1 мВт видно существенное изменение в поведении сигнала абсорбции, от линейного к нелинейному. Частота сигнала ФМР захватывается частотой, соответствующей изменяемому внешнему магнитному полю. Изменение в поведении спектра поглощения наблюдается при сдвиге постоянного поля в 2 Э и свидетельствует о формировании магнетонного БЭК. При дальнейшем увеличении мощности РЧ накачки, рисунок 3.11, виден сдвиг частоты ФМР вплоть до 90 Э, что соответствует сдвигу частоты ФМР в 240 МГц. Подобное поведение спектра поглощения ранее объяснялось в рамках модели бистабильного резонанса [103]. Теория ФМР основана на свойствах нелинейного осциллятора, частота которого увеличивается с возбуждением. Предполагалось, что большей мощности РЧ накачки соответствует больший угол отклонения намагниченности и следовательно увеличение сдвига частоты ФМР. В работе [104] эта модель была проверена экспериментально. Было обнаружено, что данная теория применима только в пределе малых мощностей РЧ накачки. При больших значениях мощности наблюдаются расхождения с этой моделью.

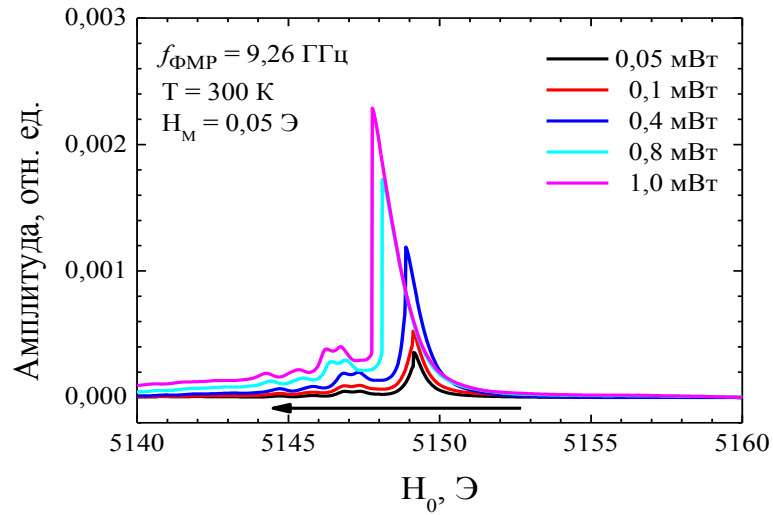


Рисунок 3.10 – Амплитуда сигнала абсорбции при различных мощностях РЧ накачки. Стрелкой показано направление сканирования магнитного поля ($P = 0,05 - 1,00$ мВт).

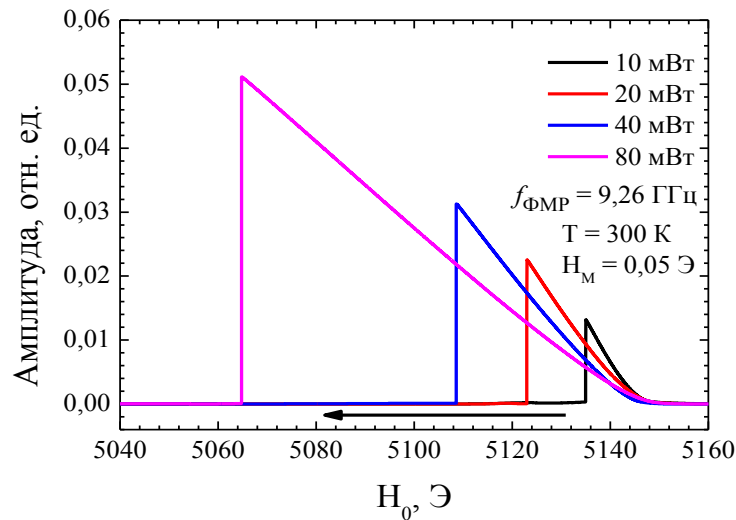


Рисунок 3.11 – Амплитуда сигнала абсорбции при различных мощностях РЧ накачки. Стрелкой показано направление сканирования магнитного поля ($P = 10 - 80$ мВт).

В работе [64] приведены расчеты критической концентрации неравновесных магнонов для образования БЭК в пленках ЖИГ при комнатной температуре. Критический угол для образования БЭК составляет $\beta = 3^\circ$. Из расчетов углов отклонения, представленных на рисунке 1.7, видно что этот угол

соответствует сдвигу частоты в 7,1 МГц и сдвигу резонансного магнитного поля в 2,5 Э. Таким образом, наблюдаемое изменение в поведении спектра поглощения при сдвиге постоянного магнитного поля в 2 Э соответствует по порядку величины расчётной концентрации магнонов, при которой должна происходить их конденсация.

Для подтверждения образования магнонного БЭК были произведены измерения потерь энергии РЧ мощности при различных сдвигах частоты. Поскольку БЭК – это собственное состояние системы возбужденных магнонов, частота прецессии которых определяется их концентрацией, а не амплитудой возбуждения, то и величина поглощаемой энергии также не должна зависеть от амплитуды РЧ поля [17]. На рисунках 3.12 и 3.13 представлена поглощаемая энергия при различных мощностях РЧ накачки, которая определялась путём умножения сигнала абсорбции на корень из мощности РЧ поля. Можно заметить, что поглощаемая энергия не зависит от мощности РЧ поля, а только от его частоты, то есть от угла отклонения прецессирующей намагниченности в БЭК.

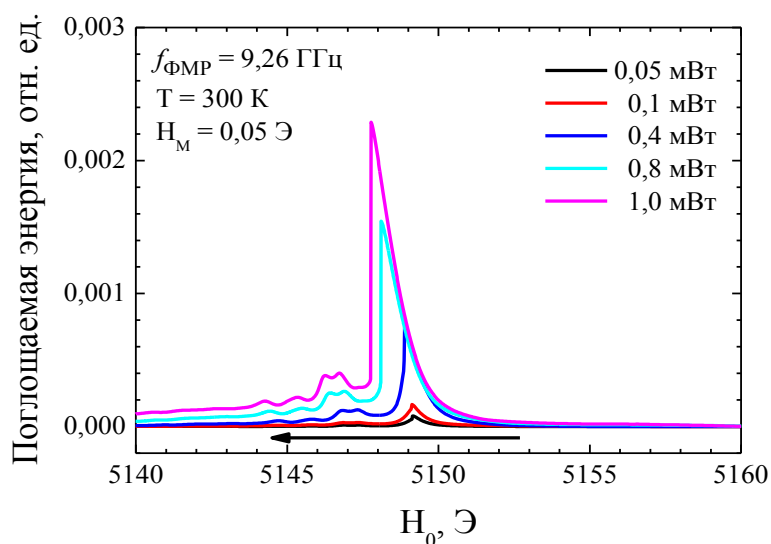


Рисунок 3.12 – Энергия, поглощенная магнонной спиновой системой при различных уровнях возбуждающей мощности поля ($P = 0,05 - 1,00$ мВт).

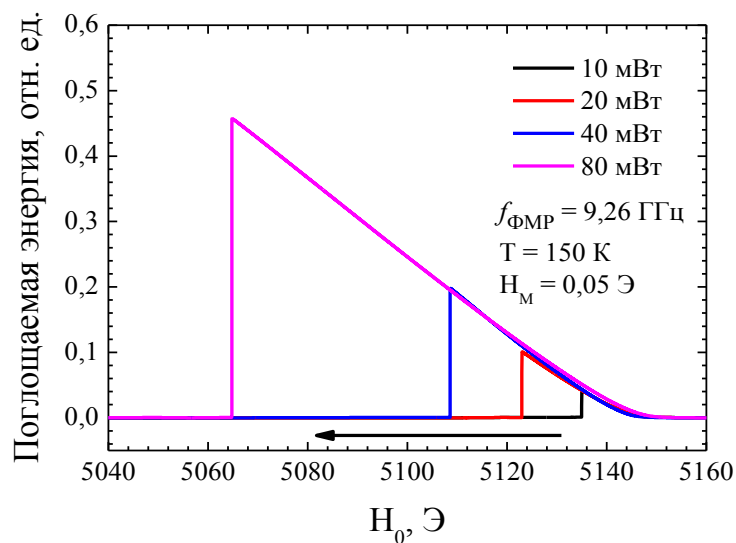


Рисунок 3.13 – Энергия, поглощенная магнонной спиновой системой при различных уровнях возбуждающей мощности ($P = 10 - 80$ мВт).

На рисунке 3.14 представлен график зависимости поглощаемой энергии от постоянного поля, пересчитанного в угол отклонения намагниченности. Можно увидеть квадратичную зависимость потери энергии, как и в случае $^3\text{He-A}$, выражение (38). Отчетливо видно, что при разных уровнях возбуждений кривые ложатся на универсальную кривую, не зависящую от амплитуды РЧ поля. Это говорит о том, что при больших углах β магнонный БЭК является самосогласованным и не восприимчив к РЧ полю. Последнее необходимо только для компенсации потерь магнонов вследствие их релаксации. Когда РЧ поля недостаточно, чтобы компенсировать потери магнонов, происходит сброс. Поскольку РЧ накачка пропорциональна $\sin \beta \sin(\alpha - \alpha_{\text{РЧ}})$, то критический угол β_c , при котором происходит сброс, $\sin \beta_c = 2\pi f S H_{\text{РЧ}} / \sigma$, где σ – коэффициент поглощения энергии магнонным БЭК. Значение $\sin \beta_c$ растет с увеличением H_1 .

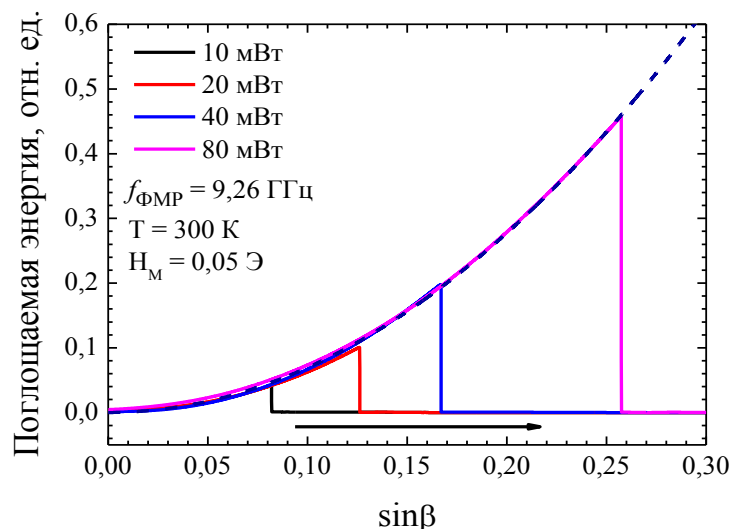


Рисунок 3.14 – Поглощенная энергия РЧ поля как функция угла отклонения намагниченности. Пунктирная линия соответствует квадратичной зависимости синуса угла отклоненной намагниченности.

В идеальных образцах, разрушение конденсата должно происходить, когда сдвиг фазы $\alpha - \alpha_{\text{рч}}$ достигает 90° . Однако в экспериментах это происходит при меньших сдвигах. Это указывает на то, что образец ЖИГ является неоднородным и имеются области с высокой диссипацией магнонов. В этом случае сброс может произойти, когда в пределах одной из областей локальное значение сдвига фазы $\alpha(r) - \alpha_{\text{рч}}$ достигает 90° . Области с высокой диссипацией могут быть как топологические дефекты, так и области с высокой плотностью примесей.

Путем измерения зависимости амплитуды сигнала стационарного ФМР от поля можно проверить рассматриваемую модель. Пространственное распределение эффективного поля в образце было рассчитано П.М. Ветошко с помощью микромагнитного моделирования и представлено на рисунке 3.15.

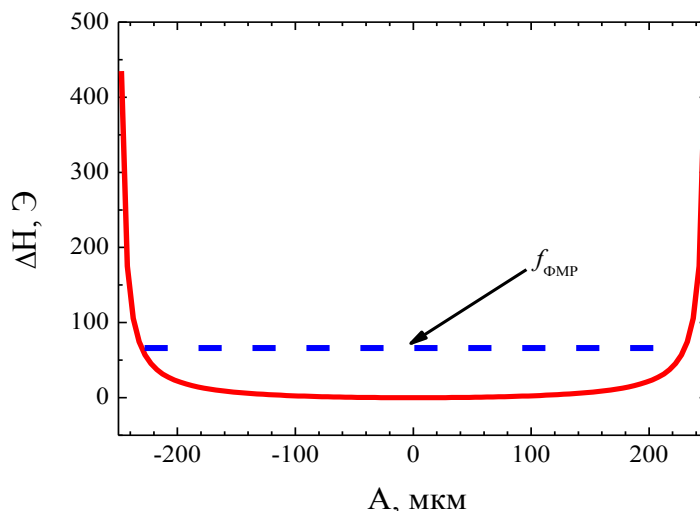


Рисунок 3.15 – Распределение локального магнитного поля относительно центра образца ($A = 0$). Пунктирной линией показана частота РЧ накачки.

В случае, когда происходит РЧ накачка на частоте $f_{\text{ФМР}}$ выше минимальной частоты ФМР, конденсат заполняет область образца с полем ниже $2\pi f_{\text{ФМР}}/\gamma$, как показано на рисунке 3.15. Этот сигнал должен быть пропорционален $\sin \beta \sin(\alpha - \alpha_{\text{рч}})$, и объему конденсата. В момент сброса сдвиг фазы должен быть одинаковым при различной мощности РЧ накачки. На рисунке 3.16 показана амплитуда сигнала абсорбции в момент сброса при разной мощности РЧ накачки и при соответствующей величине сдвига частоты. На вставке рисунка 3.16 показан вклад от объема конденсата и угла отклонения намагниченности в величину сигнала. Видно, что экспериментальные результаты хорошо описываются теоретической кривой. Таким образом, можно сделать вывод, что рассматриваемая модель подтверждает формирование БЭК магнонов.

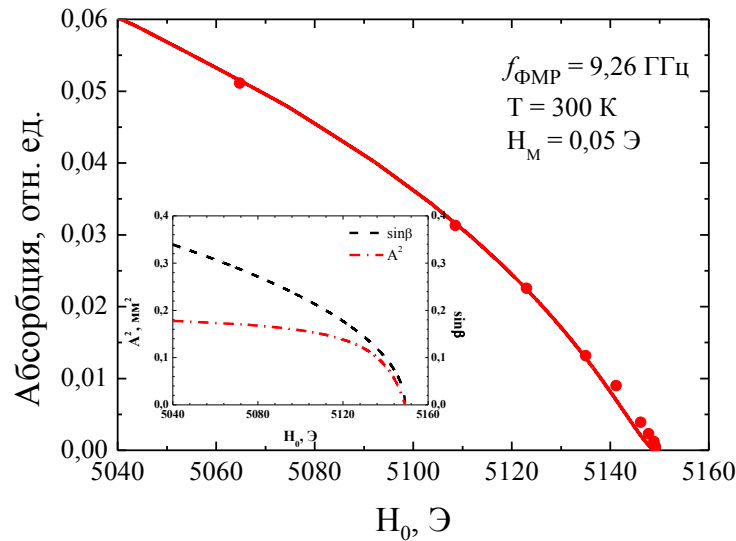


Рисунок 3.16 – Амплитуда сигнала абсорбции в момент сброса для разной величины мощности РЧ накачки. На вкладке показаны вклады в сигнал поглощения от объема конденсата и угла отклонения намагниченности.

Сплошной линией показана теоретическая кривая.

Следует отметить, что в случае невзаимодействующих осцилляторов, сброс нелинейной прецессии должен происходить независимо и при разном поле в различных частях образца. Таким образом, коллапс прецессии должен быть размытым. Однако в экспериментах, описанных в рамках данной диссертационной работы, как и в предыдущих экспериментах [104], результаты которых трактовались в рамках теории Андерсона [103], срыв прецессии был резким. А это говорит о взаимодействии прецессирующей намагниченности в разных частях образца и о перетекании намагниченности между этими частями.

3.4 Выводы

Методами импульсного и непрерывного ферромагнитного резонанса исследованы ферромагнитные пленки железо-иттриевого граната при температурах 150 К и 300 К. В экспериментах, представленных в данной главе, выявлено, что при больших величинах сдвига частоты от резонанса теория

Андерсона [103] не описывает экспериментальные результаты. Эксперименты по непрерывному ФМР показали, что амплитуда сигнала поглощения (при мощности СВЧ поля выше 0,4 мВт) совершенно не зависит от мощности накачки и определяется только сдвигом частоты от резонанса. Предложена модель, согласно которой полученные экспериментальные зависимости могут быть объяснены бозе-эйнштейновской конденсацией магнонов. При нерезонансной импульсной радиочастотной накачке удалось обнаружить долгоживущий сигнал индукции, длительность которого оказалась на порядок больше, чем при резонансном возбуждении. Также наблюдались биения в сигнале индукции, что можно связать с образованием капли БЭК в центральной части образца, также как в сверхтекучем $^3\text{He-B}$ [70]. Результаты экспериментальных исследований опубликованы в работах [A3, A7].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные выводы и результаты диссертационной работы можно сформулировать следующим образом:

1. Обнаружен эффект установления когерентной прецессии намагниченности в легкоплоскостном антиферромагнетике MnCO_3 под действием радиочастотной накачки. Предложена эмпирическая формула зависимости сдвига частоты магнитного резонанса от мощности и длительности радиочастотной накачки;
2. Показано, что амплитуда сигнала индукции при нерезонансной РЧ накачке в антиферромагнетике MnCO_3 не зависит от мощности и связана с изменением частоты прецессии спинов. Определены оптимальные условия – длительность и мощность РЧ импульсов накачки, величина магнитного поля для установления когерентной прецессии намагниченности в антиферромагнетике MnCO_3 .
3. Обнаружен эффект подавления сигнала спинового эха в условиях наблюдения долгоживущего сигнала индукции при образовании бозе-эйнштейновской конденсации магнонов в антиферромагнетике MnCO_3 ;
4. Наблюдено изменение интенсивности поглощения радиочастотной мощности как функция частоты фазовой модуляции РЧ накачки. Изменение носит резонансный характер и интерпретировано как проявление низкочастотных коллективных колебаний магнонного конденсата в антиферромагнетике MnCO_3 ;
5. В ферромагнитных пленках железо-иттриевого граната обнаружен долгоживущий сигнал индукции при температуре 150 К. Измерена зависимость времени затухания сигнала индукции от сдвига частоты ферромагнитного резонанса. При этом наблюдалось, что длительность долгоживущего сигнала индукции при нерезонансном возбуждении на порядок больше, чем при резонансном возбуждении;

6. Установлено, что при нерезонансной радиочастотной накачке ферромагнитных пленок железо-иттриевого граната рост амплитуды сигнала поглощения при температуре 300 К коррелирует с изменением частоты прецессии электронных спинов.

Совокупность установленных экспериментальных фактов позволяет сделать вывод о том, что в антиферромагнетике MnCO_3 и ферромагнитных пленках железо-иттриевого граната при соблюдении описанных условий реализуется явление бозе-эйнштейновской конденсации магнонов.

В заключении автор благодарит научного руководителя – М.С. Тагирова за постоянный интерес и всестороннюю поддержку, научного руководителя Ю.М. Бунькова – за постановку задачи, предоставление образцов, обсуждении экспериментальных данных и поддержку в исследованиях, доцента А.В. Ключкова, н.с. К.Р. Сафиуллина и Р.Р. Газизулина – за помощь в проведении экспериментов в антиферромагнетике MnCO_3 , научную группу доцента С.Б. Орлинского за помощь в проведении экспериментов по импульсному ФМР, зав. учебной лабораторией И.Г. Мотыгуллина и магистранта А.Р. Фархутдинова за помощь в проведении экспериментов по стационарному ФМР, с.н.с. Е.М. Алакшина, н.с. В.В. Кузьмина и м.н.с. Е.И. Кондратьеву – за поддержку в процессе работы над диссертацией, а также всех сотрудников кафедры квантовой электроники и радиоспектроскопии и НИЛ МРС и КЭ им. С.А. Альтшулера.

Публикации автора по теме диссертации

Статьи в научных журналах, входящих в перечень ВАК:

- A1. Tagirov, M.S. Magnon BEC in Antiferromagnets with Suhl-Nakamura Interaction / M.S. Tagirov, E.M. Alakshin, Yu.M. Bunkov, R.R. Gazizullin, A.M. Gazizulina, L.I. Isaenko, A.V. Klochkov, **T.R. Safin**, K.R. Safiullin, S.A. Zhurkov // Journal of Low Temperature Physics. – 2014. – V. 175. – P. 167-176.
- A2. Bunkov, Yu.M. Double magnetic resonance in MnCO_3 / Yu.M. Bunkov, A.V. Klochkov, **T.R. Safin**, K.R. Safiullin, M.S. Tagirov // Magnetic Resonance in Solids. – 2015. – V. 17. – P. 15202.
- A3. Bunkov, Yu.M. Nonlinear FMR spectra in yttrium iron garnet / Yu.M. Bunkov, P.M. Vetoshko, I.G. Motygullin, **T.R. Safin**, M.S. Tagirov, N.A. Tukmakova // Magnetic Resonance in Solids. – 2015. – V. 17. – P. 15205.
- A4. Bunkov, Yu.M. The ^{55}Mn Spin Echo Test of Magnon BEC State in MnCO_3 / Yu.M. Bunkov, A.V. Klochkov, **T.R. Safin**, K.R. Safiullin, M.S. Tagirov // Applied Magnetic Resonance. – 2017. – V. 48. – P. 625-633.
- A5. Буньков, Ю.М. Голдстоуновская мода колебаний БЭК магнонов в MnCO_3 / Ю.М. Буньков, А.В. Клочков, **Т.Р. Сафин**, К.Р. Сафиуллин, М.С. Тагиров // Письма в ЖЭТФ. – 2017. – Т. 106. – С. 646-650.
- A6. Буньков, Ю.М. Нерезонансное возбуждение бозе–эйнштейновского конденсата магнонов в MnCO_3 / Ю.М. Буньков, А.В. Клочков, **Т.Р. Сафин**, К.Р. Сафиуллин, М.С. Тагиров // Письма в ЖЭТФ. – 2019. – Т. 109. С. 43-47.

Статьи в других научных журналах:

- A7. Bunkov, Yu.M. Conventional magnon BEC in YIG / Yu.M. Bunkov, A.R. Farhutdinov, A.V. Klochkov, G.V. Mamin, S.B. Orlinskii, **T.R. Safin**, M.S. Tagirov, P.M. Vetoshko, D.G. Zverev // arXiv:condmat. – 2018. – V. 1810. – p. 08051. – <http://arxiv.org/abs/1810.08051>.

Тезисы докладов на научных конференциях:

- A8. Alakshin, E.M. Nuclear-electron magnetic resonance in solid state antiferromagnets / E.M. Alakshin, Yu.M. Bunkov, R.R. Gazizulin, A.V. Klochkov, **T.R. Safin**, K.R. Safiullin, M.S. Tagirov // International conference "Magnetic resonance: fundamental research and pioneering applications (MR-70)": Program, Abstracts. – Kazan: KFU, 2014. – P. 135.
- A9. Alakshin, E.M. Spin echo frustration in MnCO_3 / E.M. Alakshin, Yu.M. Bunkov, R.R. Gazizulin, A.V. Klochkov, **T.R. Safin**, K.R. Safiullin, M.S. Tagirov // "Новые достижения ЯМР в структурных исследованиях": Сборник тезисов VI Всероссийской конференции. – Казань: КФУ, 2014. – С. 82-83.
- A10. Alakshin, E.M. CW magnetic resonance investigations of MnCO_3 / E.M. Alakshin, Yu.M. Bunkov, A.V. Klochkov, **T.R. Safin**, K.R. Safiullin, M.S. Tagirov // XVIII International Youth Scientific School "Actual problems of magnetic resonance and its application": Program, Lecture Notes, Proceedings. – Kazan: KFU, 2015. – P. 68-69.
- A11. Bunkov, Yu.M. Pulse NMR investigations of MnCO_3 / Yu.M. Bunkov, A.V. Klochkov, **T.R. Safin**, K.R. Safiullin, M.S. Tagirov // XIX International Youth Scientific School "Actual problems of magnetic resonance and its application": Program, Lecture Notes, Proceedings. – Kazan: KFU, 2016. – P. 100-101.
- A12. Safin, T.R. Evidence of coherent magnon state in easy-plane antiferromagnet and yttrium iron garnet films / **T.R. Safin**, A.V. Klochkov, I.G. Motygullin, K.R. Safiullin, M.S. Tagirov // 13 International youth school-conference Magnetic resonance and its applications "Spinus": Abstracts. – Saint Petersburg: VVM Publishing house, 2016. – P. 128-130.
- A13. Bunkov, Yu.M. Supermagnonics in YIG Film / Yu.M. Bunkov, **T.R. Safin**, A.R. Farhutdinov, and M.S. Tagirov // Modern development of magnetic resonance: Abstracts of international conference. – Kazan: KPhTI, 2017. – P. 94-95.

- A14. Bunkov, Yu.M. Conventional magnon BEC in antiferromagnets with Suhl-Nakamura interaction / Yu.M. Bunkov, A.V. Klochkov, **T.R. Safin**, K.R. Safiullin, and M.S. Tagirov // International Symposium "Spin Waves 2018": Program, Abstracts. – Saint Petersburg: Ioffe Institute, 2018. – P. 164.
- A15. Bunkov, Yu.M. Conventional magnon BEC in antiferromagnets / Yu.M. Bunkov, A.V. Klochkov, **T.R. Safin**, K.R. Safiullin, and M.S. Tagirov // "QFS 2018 International Symposium on Quantum Fluids and Solids": Program, Abstracts. – Tokyo: UTOKYO, 2018. – P. 60.
- A16. Bunkov, Yu.M. Conventional magnon BEC in YIG films / Yu.M. Bunkov, A.R. Farhutdinov, G.V. Mamin, S.B. Orlinskii, **T.R. Safin**, P.M. Vetoshko, D.G. Zverev and M.S. Tagirov // XX International Youth Scientific School "Actual problems of magnetic resonance and its application": Program, Lecture Notes, Proceedings. – Kazan: KFU, 2018. – P. 50-51.

Список цитируемой литературы

1. Kapitza, P. Viscosity of Liquid Helium below the λ -Point / P. Kapitza // Nature. – 1938. – V. 141. – P. 74-75.
2. Allen, J.F. Flow of Liquid Helium II / J.F. Allen, A.D. Misener // Nature. – 1938. – V. 141. – P. 75.
3. Kamerlingh Onnes, H. Further experiments with Liquid Helium. D. On the change of Electrical Resistance of Pure Metals at very low Temperatures, etc. V. The Disappearance of the resistance of mercury / H. Kamerlingh Onnes // KNAW Proceedings. – 1911. – V. 14. – P. 113-115.
4. Osheroff, D.D. Evidence for a new phase of solid He3 / D.D. Osheroff, R.C. Richardson, D.M. Lee // Physical Review Letters. – 1972. – V. 28. – P. 885-888.
5. Исследования долгоживущего сигнала индукции в сверхтекучем $^3\text{He-B}$ / А.С. Боровик-Романов, Ю.М. Буньков, В.В. Дмитриев, Ю.М. Мухарский // Письма в ЖЭТФ. – 1984. – Т. 40. – С. 256-259.
6. Боровик-Романов, А.С. Наблюдение аналога эффекта Джозефсона на спиновом токе / А.С. Боровик-Романов, Ю.М. Буньков, А. де Ваард, В.В. Дмитриев, В. Макроциева, Ю.М. Мухарский, Д.А. Сергацков // Письма в ЖЭТФ. – 1988. – Т. 47. – С. 400-403.
7. Borovik-Romanov, A.S. The analog of the Josephson effect in the spin supercurrent / A.S. Borovik-Romanov, Yu.M. Bunkov, V.V. Dmitriev, V. Makroczyova, Yu.M. Mukharskiy, D.A. Sergatskov, A. de Waard // Journal de Physique. – 1988. – V. 49. – P. 2067-2068.
8. Буньков, Ю.М. Крутильные колебания домена с однородной прецессией намагниченности в $^3\text{He-B}$ / Ю.М. Буньков, В.В. Дмитриев, Ю.М. Мухарский // Письма в ЖЭТФ. – 1986. – Т. 43. – С. 131-134.
9. Bunkov, Yu.M. Low frequency oscillations of the homogeneously precessing domain in $^3\text{He-B}$ / Yu.M. Bunkov, V.V. Dmitriev, Yu.M. Mukharskiy // Physica B: Condensed Matter. – 1992. – V. 178. – P. 196-201.

10. Borovik-Romanov, A.S. Observation of phase slippage during the flow of a superfluid spin current in $^3\text{He-B}$ / A.S. Borovik-Romanov, Yu.M. Bunkov, V.V. Dmitriev, Yu.M. Mukharskii // JETP Letters – 1987. – V. 45. – P. 124-128.
11. Borovik-Romanov, A.S. Observation of vortex-like spin supercurrent in $^3\text{He-B}$ / A.S. Borovik-Romanov, Yu.M. Bunkov, V.V. Dmitriev, Yu.M. Mukharskii, D.A. Sergatskov // Physica B: Condensed Matter. – 1990. – V. 165. – P. 649-650.
12. Sato, T. Coherent Precession of Magnetization in the Superfluid $^3\text{He A-Phase}$ / T. Sato, T. Kunimatsu, K. Izumina, A. Matsubara, M. Kubota, T. Mizusaki, and Yu.M. Bunkov // Physical Review Letters. – 2008. – V. 101. – P. 055301.
13. London, F. The λ -phenomenon of liquid helium and the Bose-Einstein degeneracy [2] / F. London // Nature. – 1938. – V. 141. – P. 643-644.
14. Landau, L. Theory of the Superfluidity of Helium II / L. Landau // Physical Review. – 1941. – V.60. – P. 356-358.
15. Anderson, M.H. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor / M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, E.A. Cornell // Science. – 1995. – V. 269. – P. 198-201.
16. Davis, K.B. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms / K.B. Davis, M.-O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. Van Druten, D.S. Durfee, D.M. Kurn, W. Ketterle // Physical Review Letters. – 1995. – V. 75. – P. 3969.
17. Bunkov, Yu.M. Spin superfluidity and magnon BEC / Yu.M. Bunkov, G.E. Volovik // Novel Superfluids. – Oxford: Oxford Science Publications, 2012. – P. 253-311.
18. Autti, S. Bose-Einstein Condensation of Magnons and Spin Superfluidity in the Polar Phase of He 3 / S. Autti, V.V. Dmitriev, J.T. Mäkinen, J. Rysti, A.A. Soldatov, G.E. Volovik, A.N. Yudin, V.B. Eltsov // Physical Review Letters – 2018. – V. 121. – P. 025303.
19. Буньков, Ю.М. Обнаружение классической бозэ-эйнштейновской конденсации магнонов в твердотельных антиферромагнетиках / Ю.М. Буньков, Е.М. Алакшин, Р.Р. Газизулин, А.В. Клочков, В.В. Кузьмин, Т.Р. Сафин, М.С. Тагиров // Письма в ЖЭТФ. – 2011. – Т. 94. – С.68-72.

20. Bunkov, Yu.M. High- T_c Spin Superfluidity in Antiferromagnets / Yu.M. Bunkov, E.M. Alakshin, R.R. Gazizulin, A.V. Klochkov, V.V. Kuzmin, V.S. L'vov, M.S. Tagirov // *Physical Review Letters*. – 2012. – V. 108. – P. 177002.
21. Demokritov, S.O. Bose-Einstein condensation of quasi-equilibrium magnons at room temperature under pumping / S.O. Demokritov, V.E. Demidov, O. Dzyapko, G.A. Melkov, A.A. Serga, B. Hillebrands, A.N. Slavin // *Nature*. – 2006. – V. 443. – P. 430-433.
22. Demidov V. E. Mode interference and periodic self-focusing of spin waves in permalloy microstripes / V.E. Demidov, S.O. Demokritov, K. Rott, P. Krzysteczko, G. Reiss // *Physical Review B*. – 2008. – V. 77. – P. 064406.
23. Serga, A.A. YIG magnonics / A.A. Serga, A.V. Chumak, B. Hillebrands // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 2010. – V. 43. – P. 264002.
24. Chumak, A.V. Magnon transistor for all-magnon data processing / A.V. Chumak, A.A. Serga, B. Hillebrands // *Nature Communications*. – 2014. – V. 5. – P. 4700.
25. Kajiwara, Y. Transmission of electrical signals by spin-wave interconversion in a magnetic insulator / Y. Kajiwara, K. Harii, S. Takahashi, J. Ohe, K. Uchida, M. Mizuguchi, H. Umezawa, H. Kawai, K. Ando, K. Takanashi, S. Maekawa, E. Saitoh // *Nature*. – 2010. – V.464. – P. 262-266.
26. Гуревич, А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках / А.Г. Гуревич. – М.: Наука, 1973. – 592 с.
27. Боровик-Романов, А.С. Спиновое эхо в системах со связанной ядерно-электронной прецессией / А.С. Боровик-Романов, Ю.М. Буньков, Б.С. Думеш, М.И. Куркин, М.П. Петров, В.П. Чекмарев// *Успехи физических наук*. – 1984. – Т. 142. – С. 537-570.
28. Абрагам, А. Ядерный магнетизм – М.: Издательство иностранной литературы, 1963. – 538 с.
29. Вонсовский, С.В. Магнетизм – М.: Издательство «Наука», 1971. – 1032 с.
30. Туров Е.А., Петров М.П. ЯМР в ферро- и антиферромагнетиках – М.: Издательство «Наука», 1969. – 260 с.

31. Witt, G.L. Nuclear Magnetic Resonance Modes in Magnetic Materials. II. Experiment / G.L. Witt, A.M. Portis // *Physical Review*. – 1964. – V. 135. – P. A1616-A1618.
32. Heeger, A.J. Double Resonance and Nuclear Cooling in an Antiferromagnet / A.J. Heeger, A.M. Portis, D.T. Teaney, C. Witt // *Physical Review Letters*. – 1961. – V. 7. – P. 307-309.
33. De Gennes, P.G. Nuclear Magnetic Resonance Modes in Magnetic Material. I. Theory / P. G. de Gennes, P. A. Pincus, F. Hartmann-Boutron, J. M. Winter // *Physical Review*. – 1963. – V. 129. – P. 1105-1115.
34. Андриенко А.В., Ожогин В.И., Сафонов В.Л., Якубовский А.Ю. Релаксация ядерных спиновых волн в антиферромагнетиках – М.: ЦНИИАтоминформ, 1988. – 52 с.
35. Suhl, H. Effective Nuclear Spin Interactions in Ferromagnets / H. Suhl // *Physical Review*. – 1958. – V. 109. – P. 606.
36. Nakamura, T. Indirect Coupling of Nuclear Spins in Antiferromagnet with Particular Reference to MnF_2 at Very Low Temperatures / T. Nakamura // *Progress of Theoretical Physics*. – 1958. – V. 20. – P. 542-552.
37. Куркин, М.И., Туров, Е.А. ЯМР в магнитоупорядоченных веществах и его применения – Москва: Издательство «Наука», 1990. – 248 с.
38. Свистов, Л.Е. Новые динамические эффекты в антиферромагнитных диэлектриках: дис. ... д-ра физ.-мат. наук: 01.04.09. – Москва, 2007. – 226 с.
39. Turov, E.A. Coupled Oscillations of Electronic and Nuclear Spins in Antiferromagnets / E.A. Turov, V.G. Kuleev // *JETP*. – 1966. – V. 22. – P. 176-181.
40. Думеш, Б.С. Исследование динамической восприимчивости в антиферромагнитном MnCO_3 в области ЯМР Mn^{55} / Б.С. Думеш, В.А. Панфилов // *Письма в ЖЭТФ*. – 1996. – Т. 64. – С. 636-640.
41. Буньков, Ю.М. Исследование динамического сдвига частоты ЯМР ^{57}Fe в FeVO_3 / Ю.М. Буньков, М. Пунккинен, Е.Е. Юлинен // *ЖЭТФ*. – 1978. – Т. 74. – С. 1170-1176.

42. Буньков, Ю.М. Динамические эффекты в импульсном ЯМР в легкоплоскостных антиферромагнетиках с большим динамическим сдвигом частоты / Ю.М. Буньков, Б.С. Думеш // ЖЭТФ. – 1975. – Т. 68. – С. 1161-1175.
43. Буньков, Ю.М. Исследования связанной ядерно-электронной прецессии методами импульсного магнитного резонанса: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.09. – Москва, 1979. – 125 с.
44. Боровик-Романов, А.С. Смешанный электронно-ядерный резонанс в антиферромагнитном MnCO_3 / А.С. Боровик-Романов, В.А. Тулин // Письма в ЖЭТФ. – 1965. – Т. 1. – С. 18-22.
45. Tulin, V.A. Effect of Hyperfine Interaction on Electron and Nuclear Resonance in Antiferromagnetic MnCO_3 / V.A. Tulin // Soviet Physics JETP. – 1969. – V. 28. – P. 431-438.
46. Тулин, В.А. Насыщение ядерного магнитного резонанса в условиях большого динамического сдвига частоты / В.А. Тулин // ЖЭТФ. – 1980. – Т. 78. – С. 149-156.
47. Richards, P.M. Nuclear-Magnetic-Resonance Echo Enhancement in an Antiferromagnet / P.M. Richards, C.R. Christensen, B.D. Guenter, A.C. Daniel // Physical Review B. – 1971. – V. 4. – P. 2216-2224.
48. Буньков, Ю.М. Параметрическое ядерное спиновое эхо / Ю.М. Буньков // Письма в ЖЭТФ. – 1976. – Т. 23. – С. 271-276.
49. Bun'kov, Yu.M. Investigation of the parametric mechanism of spin-echo formation and the dynamics of spin motion in systems with a dynamic frequency shift / Yu.M. Bun'kov, S.O. Gladkov // Soviet Physics JETP. – 1977. – V. 73. – P. 2181-2201.
50. Буньков, Ю.М. Одноимпульсное спиновое эхо в ядерных системах с большим динамическим сдвигом частоты / Ю.М. Буньков, Б.С. Думеш, М.И. Куркин // Письма в ЖЭТФ. – 1974. – Т. 19. – С. 216-219.

51. Думеш, Б.С. ЯМР на ядрах Mn^{55} в легкоплоскостных антиферромагнетиках $MnCO_3$ и $CsMnF_3$ в миллиградусном диапазоне температур / Б.С. Думеш // Письма в ЖЭТФ. – 1976. – Т. 24. – С. 167-170.
52. Газизулин, Р.Р. Исследования антиферромагнетика $CsMnF_3$ методами магнитного резонанса: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.07. – Казань, 2013. – 124 с.
53. Рухлов, В.С. Долгоживущий сигнал индукции в антиферромагнетиках с динамическим сдвигом частоты ЯМР / В.С. Рухлов // ФТТ. – 1999. – Т. 41. – С. 1228-1230.
54. Борич, М.А. Ядерная магнитная релаксация, наведенная релаксацией электронных спинов / М.А. Борич, Ю.М. Буньков, М.И. Куркин, А.П. Танкеев // Письма в ЖЭТФ. – 2017. – Т. 105. – С. 23-27.
55. Abdurakhimov, L.V. Nonlinear NMR and magnon BEC in antiferromagnetic materials with coupled electron and nuclear spin precession / L.V. Abdurakhimov, M.A. Borich, Y.M. Bunkov, R.R. Gazizulin, D. Konstantinov, M.I. Kurkin, and A.P. Tankeyev // Physical Review B. – 2018. – V. 97. – P. 024425.
56. Tupitsyn, I.S. Stability of Bose-Einstein Condensates of Hot Magnons in Yttrium Iron Garnet Films / I.S. Tupitsyn, P.C.E. Stamp, and A.L. Burin // Physical Review Letters. – 2008. – V. 100. – P. 257202.
57. Gulyaev, Yu.V. Principal mode of the nonlinear spin-wave resonance in perpendicular magnetized ferrite films / Yu.V. Gulyaev, P.E. Zil'berman, A.G. Temiryazev, M.P. Tikhomirova // Physics of the Solid State. – 2000. – V. 42. – P. 1094-1099.
58. Bozhko, D.A. Supercurrent in a room-temperature Bose-Einstein magnon condensate / D.A. Bozhko, A.A. Serga, P. Clausen, V.I. Vasyuchka, F. Heussner, G.A. Melkov, A. Pomyalov, V.S. L'vov, B. Hillebrands // Nature Physics. – 2016. – V. 12. – P. 1052-1064.
59. Snoke, D. Condensed-matter physics: Coherent questions / D. Snoke // Nature. – 2006. – V. 443. – P. 403-404.

60. Nowik-Boltyk, P. Spatially non-uniform ground state and quantized vortices in a two-component Bose-Einstein condensate of magnons / P. Nowik-Boltyk, O. Dzyapko, V.E. Demidov, N.G. Berloff, S.O. Demokritov // Scientific reports. – 2012. – V. 2. – P. 482.
61. Einstein, A. Bemerkung zu P. Jordans Abhandlung "Zur Theorie der Quantenstrahlung" / A. Einstein // Zeitschrift für Physik. – 1925 – V. 31. – P. 784.
62. Bose, S.N. Wärmegleichgewicht im Strahlungsfeld bei Anwesenheit von Materie / S.N. Bose // Zeitschrift für Physik. – 1925. – V. 26. – P. 178.
63. Levkov, D.G. Gravitational Bose-Einstein condensation in the kinetic regime / D.G. Levkov, A.G. Panin, I.I. Tkachev // Physical Review Letters. – 2018. – V. 121. – P. 151301.
64. Bunkov, Yu.M. Magnon Condensation and Spin Superfluidity / Yu.M. Bunkov, V.L. Safonov // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2018. – V. 452. – P. 3032.
65. Butov, L.V. Stimulated scattering of indirect excitons in coupled quantum wells. Signature of a degenerate Bose gas of excitons / L.V. Butov, A.L. Ivanov, A. Imamoglu, P.B. Littlewood, A.A. Shashkin, V.T. Dolgoplov, K.L. Campman, and A.C. Gossard // Physical Review Letters. – 2001. – V. 86. – P. 5608.
66. Kasprzak, J. Bose-Einstein condensation of exciton-polaritons / J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann, A. Baas, P. Jeambrun, J.M. Keeling, F.M. Marchetti, M.H. Szymaska, R. Andre, J.L. Staehli, V. Savona, P.B. Littlewood, B. Deveaud, Le Si Dang // Nature. – 2006. – V. 443. – P. 409-414.
67. Kagan, Yu. Condensation of phonons in an ultracold Bose gas / Yu. Kagan, L.A. Manakova // Physical Review A. – 2007. – V. 361. – P. 401-405.
68. Klaers, J. Bose-Einstein condensation of photons in an optical microcavity // J. Klaers, J. Schmitt, F. Vewinger, M. Weitz // Nature. – 2010. – V. 468. – P. 545-548.
69. Melnikovsky, L.A. Bose-Einstein condensation of rotons / L.A. Melnikovsky // Physical Review B. – 2011. – V. 84. – P. 024525.

70. Bunkov, Yu.M. Spin Superfluidity and Magnon Bose-Einstein Condensation / Yu.M. Bunkov, G.E. Volovik // arXiv:condmat. – 2012. – arXiv:1003.4889v3.
71. Holstein, T. Field dependence of the intrinsic domain magnetization of a ferromagnet / T. Holstein, H. Primakoff // Physical Review. – 1940. – V. 58. – P. 1098-1113.
72. Fomin, I.A. Instability of homogeneous precession of magnetization in superfluid A phase of ^3He / I.A. Fomin // JETP Letters. – 1979. – V. 30. – P. 164-166.
73. Borovik-Romanov, A.S. Instability of homogeneous spin precession in superfluid ^3He / A.S. Borovik-Romanov, Yu.M. Bunkov, V.V. Dmitriev, Yu.M. Mukharskiy // JETP Letters. – 1984. – V. 39. – P. 469-473.
74. Буньков, Ю.М. Спиновая сверхтекучесть и бозе-эйнштейновская конденсация магнонов / Ю.М. Буньков // Успехи Физических Наук. – 2010. – Т. 180. – С. 884-889.
75. Bunkov, Yu.M. Magnon Bose-Einstein condensation and spin superfluidity / Yu.M. Bunkov, G.E. Volovik // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2010. – V. 22. – P. 164210.
76. Giamarchi, T. Bose-Einstein condensation in magnetic insulators / T. Giamarchi, Ch. Ruegg, O. Tchernyshyov // Nature Physics. – 2008. – V. 4. – P. 198-204.
77. Ruegg, Ch. Bose-Einstein condensation of the triplet states in the magnetic insulator TiCuCl_3 / Ch. Ruegg, N. Cavadini, A. Furrer, H.-U. Gudel, K. Kramer, H. Mutka, A. Wildes, K. Habicht, P. Vorderwisch // Nature. – 2003. – V. 423. – P. 62-65.
78. Della Torre, E. Extension of the Bloch $T^{3/2}$ Law to Magnetic Nanostructures: Bose-Einstein Condensation / E. Della Torre, L.H. Bennett and R.E. Watson // Physical Review Letters. – 2005. – V. 94. – P. 147210.
79. Radu, T. Bose-Einstein Condensation of Magnons in Cs_2CuCl_4 / T. Radu, H. Wilhelm, V. Yushankhai, D. Kovrizhin, R. Coldea, Z. Tylczynski, T. Lhmann, and F. Steglich // Physical Review Letters. – 2005. – V. 95. – P. 127202.
80. Fomin I.A. Long-lived induction signal and spatially nonuniform spin precession in $^3\text{He-B}$ / I.A. Fomin // JETP Lett. – 1984. – V. 40. – P. 1037-1040.

81. Боровик-Романов, А.С. Разбиение прецессии намагниченности в $^3\text{He-B}$ на два магнитных домена / А.С. Боровик-Романов, Ю.М. Буньков, В.В. Дмитриев, Ю.М. Мухарский, К. Флахбарт // ЖЭТФ. – 1985. – Т. 88. – С. 2025-2039.
82. Borovik-Romanov, A.S. Investigation of spin supercurrents in ^3B / A.S. Borovik-Romanov, Yu.M. Bunkov, V.V. Dmitriev, Yu.M. Mukharskiy, and D.A. Sergatskov // Physical Review Letters. – 1989. – V. 62. – P. 1631-1634.
83. Dmitriev V. V., Zavjalov V. V., Zmeev D. Y. Spatially homogeneous oscillations of homogeneously precessing domain in $^3\text{He-B}$ // Journal of low temperature physics. – 2005. – T. 138. – C. 765-770.
84. Clovecko, M. New non-goldstone collective mode of BEC of magnons in superfluid $\text{He}_3\text{-B}$ / M. Clovecko, E. Gazo, M. Kupka, P. Skyba // Physical Review Letters. – 2008. – V. 100. – P. 155301.
85. Fomin, I.A. Low-frequency oscillations of a precessing magnetic domain $^3\text{He-B}$ / I.A. Fomin // JETP Letters. – 1986. – V. 43. – P. 171-174.
86. Bunkov, Yu.M. Spin supercurrent and novel properties of nmr in ^3he / Yu.M. Bunkov // Progress in Low Temperature Physics. – 1995. – V. 14. – P. 69-158.
87. Bunkov, Yu.M. On the possibility of the Homogeneously Precessing Domain in bulk $^3\text{He-A}$ / Yu.M. Bunkov, G.E. Volovik // Europhysics Letters. – 1993. – V. 21. – P. 837-843.
88. Kunimatsu, T. The orientational effect on superfluid ^3He in anisotropic aerogel / T. Kunimatsu, T. Sato, K. Izumina, A. Matsubara, Y. Sasaki, M. Kubota, O. Ishikawa, T. Mizusaki, Yu.M. Bunkov // JETP Letters. – 2007. – V. 86. – P. 216-220.
89. Elbs, J. Strong Orientational Effect of Stretched Aerogel on the ^3He Order Parameter / J. Elbs, Yu.M. Bunkov, E. Collin, H. Godfrin, G.E. Volovik // Physical Review Letters. – 2008. – V. 100. – P. 215304.

90. Hunger, P. Evidence for Magnon BEC in Superfluid $^3\text{He-A}$ / P. Hunger, Yu.M. Bunkov, E. Collin, H. Godfrin // *Journal of Low Temperature Physics*. – 2010. – V. 158. – P. 129-134.
91. Bunkov, Yu.M. Magnon BEC in superfluid $^3\text{He-A}$ / Yu.M. Bunkov, G.E. Volovik // *JETP Letters*. – 2009. – V. 89. – P. 306-310.
92. Springer Materials [Электронный ресурс]: база данных содержит сведения о минералах. – Электрон. дан. – Режим доступа: https://materials.springer.com/isp/crystallographic/docs/sd_0304954, ограниченный. - Загл. с экрана.
93. Alakshin, E.M. Experimental Setup for Observation the Bose-Einstein Condensation of Magnons in Solid Antiferromagnets CsMnF_3 and MnCO_3 / E.M. Alakshin, Yu.M. Bunkov, R.R. Gazizulin, A.V. Klochkov, V.V. Kuzmin, R.M. Rakhmatullin, A.M. Sabitova, T.R. Safin, M.S. Tagirov // *Applied Magnetic Resonance*. – 2013. – V. 44. – P. 595-603.
94. Hardy, W.N. Split-ring Resonator for Use in Magnetic Resonance from 200–2000 MHz / W.N. Hardy, L.A. Whitehead // *Review of Scientific Instruments*. – 1981. – V. 52. – P. 213-216.
95. Gazizulin, R.R. Critical parameters of nuclear magnon Bose-Einstein condensation in systems with dynamical frequency shift / R.R. Gazizulin, Yu.M. Bunkov, V.L. Safonov // *JETP Letters*. – 2015. – V. 102. – P. 876-880.
96. Li, J.L.A. Stability of Superfluid $\text{He } 3\text{-B}$ in Compressed Aerogel / J.L.A. Li, A.M. Zimmerman, J. Pollanen, C.A. Collett, W.J. Gannon, and W.P. Halperin // *Physical Review Letters*. – 2014. – V. 112. – P. 115303.
97. Bunkov, Y. M. Magnon Condensation into a Q Ball in $\text{He } 3\text{-B}$ / Y.M. Bunkov, G.E. Volovik // *Physical Review Letters*. – 2007. – V. 98. – P. 265302.
98. Hunger, P. Superfluid transition in superfluid ^3He in radially compressed aerogel / P. Hunger, Yu.M. Bunkov, E. Collin and H. Godfrin // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2012. – V. 400. – P. 012019.
99. Peshkov, V.V. Second sound in helium II / V.V. Peshkov, J. Peshkov // *Journal of Physics USSR*. – 1944. – V. 8. – P. 381.

100. Geller, S. The crystal structure and ferrimagnetism of yttrium-iron garnet, $Y_3Fe_2(FeO_4)_3$ / S. Geller, M.A. Gilleo // Journal of Physics and Chemistry of Solids. – 1957. – V. 3. – P. 30-36.
101. Springer Materials [Электронный ресурс]: база данных содержит сведения о минералах. – Электрон. дан. – Режим доступа: https://materials.springer.com/isp/crystallographic/docs/sd_1900053, ограниченный. - Загл. с экрана.
102. Киттель, Ч. Введение в физику твердого тела / Ч. Киттель; перевод с англ. А.А. Гусева и А.В. Пахнева. – М.: Наука, 1978. – 792 с.
103. Anderson, P.W. Instability in the motion of ferromagnets at high microwave power levels / P.W. Anderson, H. Suhl // Physical Review. – 1955. – V. 100. – P. 1788.
104. Fetisov, Y. K. Nonlinear ferromagnetic resonance and foldover in yttrium iron garnet thin films-inadequacy of the classical model / Y.K. Fetisov, C.E. Patton, V.T. Synogach // IEEE transactions on magnetics. – 1999. – V. 35. – P. 4511-4521.