

Федеральное государственное бюджетное учреждение  
Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”

На правах рукописи



Сафонов Александр Игоревич

**Экспериментальное и теоретическое  
исследование двумерных квантовых газов**

01.04.07 – Физика конденсированного состояния

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Москва – 2014

# Содержание

<b>Введение</b> . . . . .	6
<b>Глава 1. Обзор литературы</b> . . . . .	21
1.1. Бозе-эйнштейновская конденсация . . . . .	21
1.2. Квазиконденсация в двумерном газе . . . . .	27
1.3. Двумерная сверхтекучесть. Переход Березинского–Костерлица–Таулеса . . . . .	32
1.4. Двумерный атомарный водород . . . . .	36
1.4.1. Сверхтонкие подуровни, взаимодействие атомов H друг с другом и с поверхностью гелия . . . . .	36
1.4.2. Ферромагнитная нестабильность спектра ЭПР двумерного водорода . . . . .	45
1.5. Квантовая гидродинамика поверхности сверхтекучего гелия . . . . .	56
1.5.1. Квантованные капиллярные волны . . . . .	57
1.5.2. Механизмы релаксации . . . . .	60
1.5.3. Примесь $^3\text{He}$ . . . . .	62
1.5.4. Андреевские состояния H, D, T и $^3\text{He}$ на поверхности гелия . . . . .	63
1.6. Электроны над жидким гелием . . . . .	65
1.7. Взаимодействие в квантовых газах. Контактный сдвиг атомных переходов . . . . .	70
<b>Глава 2. Экспериментальное исследование двумерного атомарного водорода</b> . . . . .	76
2.1. Достижение условий квазиконденсации 2D H $\downarrow$ методом магнитного сжатия . . . . .	76

2.1.1.	Введение . . . . .	76
2.1.2.	Методика эксперимента . . . . .	77
2.1.3.	Анализ данных . . . . .	85
2.1.4.	Обсуждение. Свидетельство квазиконденсации . . . . .	90
2.1.5.	Попытки экспериментов со смесями $^3\text{He}-^4\text{He}$ . . . . .	92
2.1.6.	Анализ экспериментов по магнитному сжатию с учетом данных раздела 3.2 . . . . .	95
2.2.	Измерение констант рекомбинации и энергии адсорбции ато- мов водорода на поверхности смесей $^3\text{He}-^4\text{He}$ . . . . .	107
2.3.	Выводы ко второй главе . . . . .	117
<b>Глава 3. Двумерные системы на поверхности смесей <math>^3\text{He}-^4\text{He}</math></b>		<b>119</b>
3.1.	Испарительное охлаждение пленок $^3\text{He}-^4\text{He}$ . Обнаружение воз- бужденного поверхностного состояния $^3\text{He}$ . . . . .	119
3.1.1.	Описание эксперимента . . . . .	121
3.1.2.	Результаты . . . . .	122
3.2.	Гидродинамика двумерного атомарного водорода . . . . .	125
3.2.1.	Уравнения переноса в $\tau$ -приближении . . . . .	129
3.2.2.	Роль поверхностного течения в неустойчивости спектра ЭПР двумерного водорода . . . . .	133
3.2.3.	Звуковые моды в вырожденном двумерном атомарном водороде . . . . .	136
3.3.	Обнаружение поверхностного течения двумерного атомарного водорода . . . . .	148
3.3.1.	Экспериментальное свидетельство поверхностного те- чения . . . . .	150
3.3.2.	Анализ данных . . . . .	154
3.3.3.	Заключение . . . . .	157

3.4.	Диссипативные процессы на поверхности гелия . . . . .	158
3.4.1.	Затухание капиллярных волн . . . . .	158
	Взаимодействие с фононами в объеме жидкости . . . . .	158
	Рассеяние на неоднородностях поверхности . . . . .	162
3.4.2.	Релаксация импульса между вырожденным двумерным водородом и риплонами . . . . .	168
3.4.3.	Подвижность поверхностных электронов . . . . .	170
	Сравнение с экспериментом. Сравнительный анализ раз- личных методик . . . . .	175
3.5.	Выводы к третьей главе . . . . .	176
<b>Глава 4.</b>	<b>Спектроскопические явления в квантовых газах . . . . .</b>	<b>179</b>
4.1.	Столкновительный сдвиг переходов в газе многоуровневых ато- мов . . . . .	179
4.1.1.	Общая теория упругого взаимодействия в квантовых газах . . . . .	179
4.1.2.	Контактный сдвиг сверхтонких переходов в атомарном водороде . . . . .	182
4.1.3.	Происхождение экспериментально наблюдаемого нену- левого сдвига в двумерном атомарном водороде . . . . .	190
	Адсорбционный сдвиг сверхтонкой постоянной . . . . .	194
	Остаточная примесь “третьего” сверхтонкого состояния . . . . .	196
	Контактный сдвиг переходов вследствие примеси син- глетной компоненты . . . . .	199
4.1.4.	Определение длин s-рассеяния атомов водорода по дан- ным контактного сдвига . . . . .	202
4.2.	Нелинейная динамика трехуровневой системы . . . . .	203
4.3.	Усиленный взаимодействие двойной резонанс . . . . .	207

4.3.1.	Спектр УВДР . . . . .	211
4.3.2.	ДЭЯР в атомарном водороде . . . . .	218
4.4.	Нестабильность спектра газа двухуровневых бозонов вследствие контактного сдвига перехода . . . . .	220
4.5.	Роль релаксационных процессов. Атомарный водород . . . . .	225
4.5.1.	Поперечная ядерная релаксация за счет взаимодействия с магнитными моментами атомов . . . . .	225
4.5.2.	Поперечная релаксация при адсорбции/десорбции . . .	226
4.5.3.	Когерентная прецессия с средним полем контактного вза- имодействия . . . . .	228
4.5.4.	Выводы . . . . .	229
4.6.	Выводы к четвертой главе . . . . .	231
<b>Заключение . . . . .</b>		<b>235</b>
<b>Литература . . . . .</b>		<b>240</b>

# Введение

## Актуальность работы

Исследование ультрахолодных квантовых газов представляет собой бурно развивающееся направление на стыке традиционной физики конденсированного состояния и атомной физики благодаря целому классу новых явлений и систем, связанных с неразличимостью частиц и квантовым вырождением (бозе-эйнштейновская конденсация (БЭК) и сверхтекучесть, а также их двумерные аналоги – квазиконденсация и фазовый переход Березинского–Костерлица–Таулеса (БКТ) [6, 129] в системах бозонов; образование куперовских пар ферми-атомов и область промежуточных состояний между спариванием по механизму Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) и бозе-конденсацией молекул, образованных двумя фермионами; волны материи и атомная интерферометрия; квантовые газы в оптических решетках различной размерности и многие другие). Квантовые газы привлекают внимание в том числе и возможностью гибкой перестройки их основных параметров – размерности, плотности, температуры, внешних полей, внутренних состояний и интенсивности взаимодействия частиц, а также фактическим отсутствием неконтролируемых примесей и дефектов, что выгодно отличает указанные системы от традиционных твердотельных и позволяет использовать их в качестве модельных для широкого круга задач физики конденсированного состояния. Как следует из названия, основными объектами представленных исследований являются двумерные квантовые газы. Тем не менее, часть результатов, прежде всего, в области спектроскопии (Глава 4) в равной мере относится и к трехмерным системам.

Особое место среди квантовых газов, безусловно, занимает атомарный водород – простейший и в то же время самый распространенный элемент во Вселенной. Простота строения атома водорода (один протон + один электрон)

позволяет с высокой точностью рассчитать аналитически, исходя из первых принципов, многие его свойства и, следовательно, обеспечивает проверку и совершенствование теоретических методов, используемых для анализа более сложных систем. Будучи наиболее хорошо изученной квантовой системой, атомарный водород вот уже более ста лет предоставляет материал для построения и развития основополагающих разделов теоретической физики – квантовой механики и квантовой электродинамики, а также современных теорий фундаментальных взаимодействий.

Ввиду наименьшей массы и, следовательно, максимального размера волнового пакета частиц атомарный водород долгое время представлялся наиболее перспективным кандидатом для достижения условий БЭК и приготовления сверхтекучего бозе-газа – главной цели ряда экспериментальных групп в Европе, США и Канаде. Особая роль в исследовании атомарного водорода принадлежит советским (российским) ученым, прежде всего, теоретической школе Ю.М.Кагана ИАЭ им. И.В.Курчатова. Так, ими были вычислены константы релаксации и рекомбинации атомов водорода с образованием молекул  $H_2$ , предсказан неустранимый канал трехчастичной рекомбинации – основное препятствие к достижению высокой плотности [15], предложен метод сжатия в открытых ловушках [119], предсказано влияние БЭК на вероятность многочастичных процессов [16], развита концепция квазиконденсации в двумерном бозе-газе [17], описано поведение двумерного атомарного водорода при приближении к предельной плотности [117]. Эти пионерские результаты стимулировали экспериментальное исследование газовой фазы атомарного водорода в ИАЭ им. Курчатова под руководством И.И.Лукашевича и легли основу использовавшихся методов достижения и обнаружения квантового вырождения. В частности, в лаборатории И.И.Лукашевича методом магнитного сжатия была получена рекордная плотность трехмерного атомарного водорода. Столкнувшись с серьезными экспериментальными трудностями, груп-

па направила усилия на получение *двумерного* квазиконденсата, задолго до сообщения о реализации БЭК в парах щелочных металлов. Соответствующие работы составили содержание кандидатской диссертации автора [28]. В дальнейшем уже в 1997 г. был впервые в мире приготовлен квазиконденсированный двумерный бозе-газ на примере атомов водорода на поверхности сверхтекучего гелия [172, 173]. Эти эксперименты на несколько месяцев опередили реализацию БЭК в трехмерном атомарном водороде и на несколько лет – получение двумерного квазиконденсата в парах натрия и послужили мощным толчком к исследованию физики двумерных и одномерных ансамблей частиц в парах щелочных металлов во многих ведущих лабораториях.

Необходимо подчеркнуть, что в экспериментах с атомарным водородом были разработаны и впервые применены ключевые методы стабилизации и охлаждения (магнито-оптические ловушки, лазерное и испарительное охлаждение, стимулированное СВЧ-накачкой удаление “горячих” атомов из периферийных областей и т.д.), которые в итоге позволили реализовать БЭК в парах щелочных металлов. Последние отличаются от водорода значительно большим отношением сечений упругого рассеяния и неупругих каналов и, соответственно, гораздо более эффективной термализацией, а главное – несравненно большей доступностью лазеров оптического диапазона по сравнению с ультрафиолетовыми, которые приходится использовать в случае водорода.

Кроме того, простейшая химическая реакция рекомбинации двух атомов водорода с образованием молекулы  $H_2$  представляет фундаментальный интерес для теоретической химии, прежде всего, с точки зрения роли симметричных правил отбора в протекании реакции по тому или иному каналу в зависимости от квантовых состояний (электронного и ядерного спина, колебательно-вращательных состояний, момента импульса относительного движения) реагентов и продуктов реакции. Поэтому в области эксперимента сохраняется актуальность и задача точного измерения сечений различных упругих



и неупругих процессов с участием атомов водорода.

Необходимость исследования других низкоразмерных систем на поверхности сверхтекучего гелия (атомы  $^3\text{He}$ , квантованные капиллярные волны и системы электронов) в рамках настоящей диссертации вытекает из их роли в процессах тепло- и массопереноса с участием атомарного водорода, определяющих возможность достижения и методы обнаружения квазиконденсации и сверхтекучести. В более широком плане интерес к таким системам вызван почти идеальной гладкостью и чистотой поверхности гелия, а также ее слабой связью с объемом жидкости, лишь в меру малой сжимаемости последней. Это предопределяет чрезвычайно высокую подвижность поверхностных квазичастиц, низкую скорость релаксационных процессов и возможность реализации и экспериментального изучения свойств практически идеальной двумерной квантовой системы зарядов или нейтральных атомов (как бозонов, так и фермионов). Исследования же как таковой кинетики поверхности сверхтекучего гелия с участием перечисленных систем, включая процессы передачи энергии и импульса между ними, а также фононам в объеме жидкости могут пролить свет на общие закономерности взаимодействия элементарных возбуждений различной природы и размерности в конденсированных средах, что принципиально важно для развития многих актуальных направлений в физике (например, в такой перспективной с практической точки зрения области, как физика полупроводниковых гетероструктур). Подобные исследования очевидно нуждаются в формировании общего подхода к описанию явлений переноса на поверхности объемной сверхтекучей жидкости с участием многокомпонентной двумерной фазы, что и было сделано в рамках представляемой диссертации.

Реализация условий квазиконденсации в атомарном водороде поставила в повестку дня задачу о роли когерентности во взаимодействии холодных атомов в одинаковых и различных внутренних состояниях. Эта проблема

вызывает пристальный интерес и в связи с БЭК и другими проявлениями квантового вырождения в ультрахолодных бозе- и ферми-газах щелочных металлов. В частности, необходимо было выяснить, почему вызванный холодными столкновениями атомов сдвиг сверхтонкого перехода в атомарном водороде оказывается на два порядка меньше ожидаемого [53, 55], тогда как в рубидии [103] он находится в полном согласии с теорией [197]. Казалось бы, столь значительное расхождение в простейшей атомной системе ставит под сомнение основы квантовой механики. Продолжала оставаться актуальной и задача экспериментального определения длин триплетного и синглетного s-рассеяния холодных атомов водорода в основном электронном состоянии, поскольку если в какой-то системе соответствующие значения и можно было бы получить, исходя из первых принципов, то прежде всего – в атомарном водороде. Несмотря на более чем столетнюю историю исследований атома водорода, до сих пор не удавалось сколько-нибудь точно измерить указанные величины, несомненно представляющие фундаментальный интерес в атомной физике.

### **Цель диссертационной работы**

состоит в наблюдении и изучении эффектов, связанных с квантовым вырождением в слабонеидеальном двумерном бозе-газе (квазиконденсация, переход Березинского–Костерлица–Таулеса), на примере атомарного водорода на поверхности гелия, поиске и исследовании возможных проявлений квантовой когерентности и сверхтекучести, а также во всестороннем экспериментальном и теоретическом исследовании комплекса физических систем, явлений и процессов, оказывающих существенное влияние на достижение необходимых условий, методы диагностики и анализ данных.

Для достижения поставленных целей решались следующие **задачи**:

– экспериментальное получение условий квазиконденсации и сверхтекучести в двумерном газе спин-поляризованных атомов водорода, адсорбиро-

ванных на поверхности сверхтекучего гелия;

- разработка и уточнение моделей и методов анализа экспериментов по достижению условий квантового вырождения в двумерном атомарном водороде;

- исследование процессов рекомбинации и релаксации в двумерном атомарном водороде, уточнение значений кинетических констант и определение их температурной зависимости;

- измерение энергии связи атомов водорода с поверхностью сверхтекучих пленок  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , включая ее зависимость от заселенности андреевских поверхностных состояний  $^3\text{He}$ .

- разработка и практическое применение новых экспериментальных методов регистрации двумерного атомарного водорода, включая способы обнаружения сверхтекучести;

- экспериментальное и теоретическое исследование кинетики поверхности сверхтекучего гелия с участием связанных с поверхностью атомов водорода, квазичастиц  $^3\text{He}$  и электронов и их смесей, в том числе, в условиях квантового вырождения указанных двумерных бозе- и ферми-газов, определение параметров их взаимодействия друг с другом и с элементарными возбуждениями поверхности гелия – риплонами;

- разработка и практическое применение новых экспериментальных методов исследования кинетики поверхности сверхтекучего гелия;

- теоретическое исследование влияния упругого взаимодействия в квантовых газах на спектры переходов между внутренними состояниями частиц;

- теоретическое исследование влияния квантовой когерентности на взаимодействие ультрахолодных атомов в различных сверхтонких состояниях, уточнение параметров упругого рассеяния холодных атомов водорода по экспериментально измеряемым спектрам электронного парамагнитного резонанса;

– теоретическое исследование ранее неизвестных нелинейных спектроскопических явлений в квантовых газах, связанных с взаимодействием частиц друг с другом.

### **Результаты, выносимые на защиту. Научная новизна**

Впервые в мире методом магнитного сжатия атомарного водорода, адсорбированного на поверхности сверхтекучего гелия, [174] приготовлен слабо-взаимодействующий двумерный бозе-газ с рекордно высокой степенью квантового вырождения. Наблюдаемое значительное снижение вероятности трехчастичной рекомбинации интерпретировалось как макроскопическое проявление локальной когерентности – образования двумерного квазиконденсата [111, 172, 173]. Учет полученных в настоящей работе значений энергии связи атомов Н с поверхностью  $^4\text{He}$  и констант их двухчастичной обменной рекомбинации [171], конвективного тепло- и массопреноса, а также поведения двух- и трехчастичных корреляторов [118] и поперечной делокализации адсорбированных атомов Н [117] убедительно подтверждает достижение фазовой плотности, заведомо достаточной для квазиконденсации двумерного газа и его перехода в сверхтекучее состояние [32].

Предложен совершенно новый механизм охлаждения плотной области в экспериментах по магнитному сжатию двумерного спин-поляризованного атомарного водорода – за счет течения атомов Н по поверхности гелия с последующим испарением и вылетом из магнитной ловушки [32].

Впервые в мире измерена зависимость энергии связи атомов водорода с поверхностью смесей  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  от заселенности поверхностных состояний  $^3\text{He}$ . По указанной зависимости определен эффективный параметр взаимодействия Н– $^3\text{He}$  на поверхности гелия [171].

Тщательно измерены константы двухчастичной рекомбинации атомов водорода в различных и одинаковых сверхтонких состояниях [171]. Полученная впервые в мире температурная зависимость отношения этих констант в

области 90 – 250 мК, в совокупности с более ранними данными Статта и др. [188] при  $T > 250$  мК, однозначно выявляет роль симметрии волновой функции реагирующих частиц в вероятности реакции. Сами по себе результаты Статта и др. [188] не давали четкого представления о поведении констант.

Обнаружен чрезвычайно эффективный механизм теплопереноса по пленкам  $^3\text{He}-^4\text{He}$ , состоящий в двумерном течении  $^3\text{He}$  вдоль поверхности с последующим испарением в объем жидкости и в вакуум. Впервые в мире наблюдалось возбужденное поверхностное (андреевское) состояние  $^3\text{He}$  на насыщенных пленках  $^3\text{He}-^4\text{He}$ , измерены параметры обоих поверхностных состояний [205].

Впервые сформулировано обобщение квантовой гидродинамики поверхности растворов  $^3\text{He}-^4\text{He}$ , учитывающее двумерный атомарный водород [166].

Впервые получены убедительные экспериментальные свидетельства нового физического явления – двумерного вязкого течения газа атомов водорода, адсорбированных на поверхности жидкого гелия [41]. По экспериментальным данным впервые получены оценки времен релаксации импульса между риплонами и подложкой, а также между двумерными подсистемами атомов H и  $^3\text{He}$ . Последнее согласуется со значением параметра взаимодействия H– $^3\text{He}$  на поверхности гелия, определенным по зависимости энергии адсорбции водорода от заселенности андреевских состояний  $^3\text{He}$ .

Впервые вычислена диссипация потока риплонного газа на поверхности сверхтекучего гелия при  $T < 0.25$  К. Предложен ранее неизвестный механизм диссипации импульса риплонов за счет одночастичного рассеяния на неоднородностях уровня поверхности, вызванных шероховатостью подложки [33, 165]. Это позволило впервые адекватно объяснить экспериментальные данные по температурной зависимости теплопроводности пленок гелия [135].

Впервые показано, что при измерении по постоянному току низкотемпературная подвижность двумерной системы электронов, локализованных

вблизи поверхности сверхтекучего гелия, определяется риплон–фононным взаимодействием в жидком гелии и быстро возрастает с понижением температуры. Получены условия, при которых возможно наблюдение указанного эффекта [34, 165].

Установлено, что эффективным инструментом для экспериментального изучения явлений переноса на поверхности сверхтекучего гелия с участием двумерного атомарного водорода оказывается т.н. ферромагнитная неустойчивость спектра ЭПР, уточнены условия ее возникновения с учетом рекомбинационного тепловыделения и поверхностного течения [166].

Впервые сформулирована и решена задача о звуковых модах в сверхтекучем двумерном газе на поверхности сверхтекучей жидкости на примере атомарного водорода на поверхности жидкого гелия, получены выражения для скорости распространения этих мод [29].

Впервые вычислена скорость передачи энергии и импульса между риплонами на поверхности сверхтекучего гелия и двумерным водородом в случае квантового вырождения последнего – в акустическом пределе [164]. Ранее аналогичная задача рассматривалась лишь в больцмановском режиме [209].

Разрешено кажущееся резкое противоречие теории и эксперимента по измерению столкновительного сдвига частоты ЭПР в разреженном атомарном водороде при сверхнизких температурах [35].

Предложено объяснение конечного сдвига частоты сверхтонкого перехода в двумерном атомарном водороде на поверхности сверхтекучего гелия. Впервые в мире рассмотрен механизм сдвига сверхтонкой постоянной вследствие взаимодействия адсорбированных атомов друг с другом [36].

Показано, что разница длин триплетного и синглетного  $s$ -рассеяния холодных атомов водорода в основном состоянии, определяемая из величины контактного сдвига частот сверхтонких переходов, оказывается ровно вдвое меньше, чем считалось ранее, и составляет  $30(5)$  пм [167]. Несмотря на кажущееся

щуюся простоту строения атома водорода и интенсивные исследования в этой области на протяжении более ста лет, начиная с Э.Резерфорда и Н.Бора, длины рассеяния атомов водорода в основном состоянии до сих пор не удавалось измерить сколько-нибудь точно.

Рассмотрен столкновительный сдвиг перехода между внутренними состояниями  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  в однородном холодном газе в присутствии атомов в состоянии  $|3\rangle$  [169]. Полученное выражение обобщает аналогичную формулу Гиббля [91] для двухуровневых атомов, уравнения Гупты и др. [100] и Ригала и Джин [155], справедливые в полностью некогерентном случае, а также общий теоретический результат Бэйма и др. [63]) для фермионов.

Впервые в мире рассмотрена разновидность спектроскопии двойного резонанса в квантовом газе, основанная на модуляции столкновительного сдвига, а следовательно, и самой частоты зондирующего перехода  $|1\rangle-|2\rangle$  вследствие осцилляций Раби заселенности состояний  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  при непрерывном возбуждении управляющего резонанса  $|1\rangle-|3\rangle$  [40, 170]. Этот эффект может объяснять наблюдаемые спектры ДЭЯР двумерного атомарного водорода.

Предсказан новый нелинейный эффект в спектре газа двухуровневых бозонов, вызванный столкновительным сдвигом частоты перехода вследствие изменения заселенности состояний  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  и возникающий при низкой скорости развертки частоты переменного поля [40].

### **В области методики:**

Разработан и впервые успешно применен оригинальный метод исследования кинетики поверхности сверхтекучего гелия с использованием явления неустойчивости спектра ЭПР атомарного водорода [166].

Разработан и применен простой и эффективный метод контроля изотопического состава гелия по скорости теплопереноса по гелиевой пленке. Метод использует двумерное течение связанного с поверхностью  $^3\text{He}$  и по чувствительности намного превосходит все иные способы измерения содержания  $^3\text{He}$

в  $^4\text{He}$  [30, 205].

### **Практическая значимость работы**

Результаты, изложенные в диссертации, носят фундаментальный характер. Область их потенциального применения включает в себя следующие тесно переплетающиеся фундаментальные и прикладные аспекты:

Получение двумерного квазиконденсата атомов водорода послужило мощным толчком к исследованию физики двумерных и одномерных ансамблей частиц в парах щелочных металлов во многих ведущих лабораториях.

Знание зависимости энергии связи атомов водорода с поверхностью смесей  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  от заселенности поверхностных состояний  $^3\text{He}$  [171] позволяет реализовать двумерный бозе-газ высокой плотности с перестраиваемым взаимодействием. Определение эффективного параметра взаимодействия атомов  $\text{H}$  и  $^3\text{He}$  на поверхности гелия [171] двумя разными методами обеспечивает возможность проверки расчетов такого взаимодействия. Насколько известно автору, до сих пор такие расчеты не проводились. Тщательное измерение температурной зависимости отношения констант двухчастичной рекомбинации атомов водорода в различных сверхтонких состояниях выявило роль симметрии волновой функции реагирующих частиц в вероятности реакции [171]. Подобные эффекты в ультрахолодных газах привлекают повешенное внимание с точки зрения холодной квантовой химии, так называемой когерентной суперхимии, в рамках которой обеспечиваются максимально возможный контроль скорости реакций на уровне отдельных молекул через изменение внутренних (вращательных, колебательных, спиновых и др.) состояний реагентов, получение продуктов реакции в строго определенных состояниях, а также селекция различных каналов реакций с помощью внешних параметров (температуры, электрического и магнитного полей).

Ферромагнитная нестабильность спектра ЭПР может быть эффективным инструментом для экспериментального изучения явлений переноса на



поверхности сверхтекучего гелия с участием двумерного атомарного водорода [166], что проявилось, в частности, в обнаружении гидродинамического течения атомарного водорода по поверхности гелия [41]. Последнее, в свою очередь, открывает возможность наблюдения сверхтекучести в двумерном бозе-газе, а также исследования взаимодействия двумерного водорода с риплонами и квазичастицами  $^3\text{He}$ . Знание механизмов и условий формирования ферромагнитной неустойчивости спектра ЭПР может быть использовано для анализа поведения перспективного класса объектов – двумерного электронного газа в полупроводниковых гетероструктурах, а также других низкоразмерных магнетиков произвольной природы, где подобные эффекты также должны иметь место.

Обобщение квантовой гидродинамики поверхности растворов  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , учитывающее двумерный атомарный водород [166], расширяет возможности изучения явлений и систем на поверхности гелия, в том числе, экспериментального наблюдения сверхтекучести в двумерном атомарном водороде [29]

Предложенный механизм диссипации импульса риплонов, преобладающий при  $T < 0.15$  [33], позволил объяснить экспериментально наблюдаемую температурную зависимость теплопроводности пленок гелия [135].

Столкновительный сдвиг частот атомных переходов является одним из основных факторов, ограничивающих стабильность современных стандартов времени. Сверхвысокая стабильность атомных часов особенно важна в космонавтике, системах спутниковой связи и навигации, обеспечении безопасности в авиации. Поэтому исследование природы контактного сдвига и поиск путей его минимизации и возможностей использования безусловно представляют практический интерес.

Полученное общее выражение для контактного сдвига в газе трехуровневых атомов позволяет определить в эксперименте когерентность разных состояний как бозонов, так и фермионов при пространственно однородном

возбуждении. Похожий эффект, динамический сдвиг резонанса  $|1\rangle - |2\rangle$  при непрерывном возбуждении перехода  $|1\rangle - |3\rangle$ , может объяснять наблюдаемые спектры ДЭЯР двумерного атомарного водорода [169].

Описанный в диссертации усиленный взаимодействием двойной резонанс в силу своей высокой разрешающей способности и нечувствительности к неоднородности внешнего поля может служить эффективным спектроскопическим инструментом исследования взаимодействия в квантовых газах и других системах с зависимостью частот переходов от заселенности различных состояний [40, 170].

Рассматриваемые в диссертации системы могут играть роль модельных при изучении новых квантовых явлений в конденсированных средах; исследовании поведения вещества в экстремальных условиях; изучении зависимости взаимодействия, в том числе, химических реакций от внутренних квантовых состояний взаимодействующих частиц; создании новых систем с заранее заданными свойствами; разработке и совершенствовании методов предельного контроля (диагностики и управления внутренними состояниями, манипулирования) на уровне отдельных атомов и молекул.

Кроме того, область возможного использования результатов диссертации включает:

Получение и исследование новых состояний вещества с необычными свойствами (бозе-эйнштейновские конденсаты и их двумерные аналоги, волны материи); точные измерения фундаментальных констант; прецизионные измерения, создание высокоточного и стабильного стандарта частоты; реализацию масштабируемой, устойчивой и легко управляемой системы кубитов – элементной базы квантового компьютера – кубиты могут быть созданы на базе сверхтонких подуровней атомов водорода, а также спиновых или ридберговских состояний электронов, локализованных вблизи поверхности сверхтекучего гелия, чему способствует быстрый технологический прогресс, привед-

ший, например, к созданию устройств, позволяющих управлять считанным числом электронов и даже единичным зарядом над поверхностью гелия; создание источников и мишеней с высокой степенью поляризации (в том числе – ядерной), что может иметь решающее значение, например, для управляемого термоядерного синтеза.

### **Апробация работы**

Основные результаты диссертации докладывались соискателем на следующих представительных российских и международных конференциях:

- International Symposium on Quantum Fluid and Solids (Париж, Франция, 1997; Амхерст, США, 1998; Констанц, Германия, 2001; Тренто, Италия, 2004; Киото, Япония, 2006; Казань, 2007; Гренобль, Франция, 2010)
- International Conference on Low Temperature Physics (Прага, Чехия, 1996; Хельсинки, Финляндия, 1999)
- International Conference on Bose-Einstein Condensation (Сан Фелиу де Гишольц, Испания, 1999, 2003)
- International Conference “Cold Quantum Matter: Achievements and Prospects” (Ишгль, Австрия, 2010);
- International Conference “Coherence and Decoherence at Ultralow Temperature” (Мюнхен, Германия 2011);
- Совещание по физике низких температур (НТ-35, ИФТТ РАН, Черноголовка, 2009; НТ-36, ФТИ им. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, 2012).

### **Публикации**

Материалы диссертации опубликованы в 27 печатных работах, из них 18 статей в рецензируемых российских и международных журналах [29, 32–

36, 40, 41, 111, 164, 166, 167, 169–173, 205], 7 тезисов докладов [27, 37–39, 165, 168, 174], 1 препринт [30] и рукопись кандидатской диссертации [28].

### **Личный вклад автора**

Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Эксперименты были выполнены международным коллективом в лаборатории им. Вихури университета г. Турку (Финляндия), а их подготовка и обработка данных – в РНЦ “Курчатовский институт”, причем соискатель принимал непосредственное активное участие на всех этапах каждой из работ, включая постановку задачи, планирование и подготовку экспериментов, получение и обработку данных, а его вклад в анализ экспериментальных данных был решающим. В частности, им лично был создан оригинальный гибкий программный комплекс управления спектрометром ЭПР 2-мм диапазона и термометрией, сбора и предварительной обработки данных. В области теории лично соискателем выполнялась постановка задач, определялись основные пути их решения и, как правило, проводились основные выкладки. Вклад соискателя в подготовку публикаций также был определяющим. Согласие соавторов на включение указанных работ и отраженных в них результатов в материал диссертации имеется. Все представленные результаты получены после защиты кандидатской диссертации.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, 4 глав, включая обзор литературы, заключения и библиографии. Общий объем диссертации 265 страниц, из них 239 страниц текста, включая 46 рисунков. Библиография включает 210 наименований на 26 страницах.

# Глава 1

## Обзор литературы

### 1.1. Бозе-эйнштейновская конденсация

С момента реализации в 1995 г. американскими группами К.Уаймана – Э.Корнелла (JILA) [58] и В.Кеттерле (MIT) [79] бозе-конденсации в парах щелочных металлов (Нобелевская премия по физике за 2001 г.) наблюдается поистине взрыв интереса к ультрахолодным газам, эксперименты интенсивно проводятся в целом ряде ведущих, в том числе, вновь созданных лабораторий США, Западной Европы, Японии, а с недавнего времени и России [14, 42, 44, 131]; теория макроскопических явлений, связанных с квантовым вырождением разрабатывается многими выдающимися учеными, в том числе и в нашей стране. Выпущено огромное количество оригинальных статей, обзоров [24, 25, 70, 149], книг и научно-популярных материалов. Современное состояние исследований в этой области достаточно полно отражено, например, в обзоре [70], содержащем обширную библиографию. В рамках введения невозможно, да и не имеет смысла пересказывать в деталях все многообразие полученных результатов, поэтому приведем вкратце лишь основные положения, непосредственно относящиеся к теме диссертационной работы.

В исходном понимании бозе-эйнштейновская конденсация есть предсказанная в 1924–25 г.г. Шатъендранатом Бозе [71] и Альбертом Эйнштейном [87] термодинамически равновесная макроскопическая заселенность состояния с нулевым импульсом в идеальном пространственно однородном (а значит, бесконечном) газе, подчиняющемся статистике Бозе. Как известно, конденсация происходит, когда сумма (в непрерывном спектре – интеграл) заселенностей состояний с отличным от нуля импульсом оказывается меньше полного числа

частиц в системе:

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{g d^3 \mathbf{k}}{\exp\left(\frac{\hbar^2 k^2 / 2m - \mu}{T}\right) - 1} = n \left(\frac{T}{T_c}\right)^{3/2} < n, \quad (1.1)$$

то есть, при температуре ниже критической

$$T < T_c = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \left(\frac{n}{\zeta(3/2)}\right)^{2/3} \approx 3.31 \frac{\hbar^2}{m} n^{2/3}. \quad (1.2)$$

Здесь  $g$  – фактор вырождения,  $n$  – плотность газа,  $m$  – масса атома,  $\zeta$  – дзета-функция Римана,  $\zeta(3/2) \approx 2.6124\dots$ , а константа Больцмана положена равной единице. Степень квантового вырождения системы часто характеризуют плотностью в фазовом пространстве или просто фазовой плотностью – средним числом заполнения квантовых состояний. В газе с пространственной размерностью  $d$  это есть  $n\Lambda^d$ , где  $\Lambda = \sqrt{2\pi\hbar^2/mT}$  – тепловая длина волны де Бройля. С помощью фазовой плотности условие (1.1) можно переписать в компактном виде

$$n\Lambda^3 > 3.31. \quad (1.3)$$

Фактически это означает, что плотность должна быть настолько высокой, чтобы волны де Бройля тепловых частиц эффективно интерферировали. При этом химический потенциал газа  $\mu$  обращается в ноль, так как добавление атома лишь увеличивает на единицу заселенность основного состояния (конденсата), но не меняет энергии системы. Все частицы в состоянии с нулевым импульсом (в конденсате) описываются одной и той же волновой функцией и поэтому ведут себя полностью когерентно, как единое целое, один “суператом” или монохроматическая волна материи. В частности, в системе имеет место дальний порядок на сколь угодно больших расстояниях, что делает возможным одно из макроскопических проявлений волновой природы вещества – интерференцию различных частей конденсата [60] или независимо приготовленных конденсатов одинаковых частиц.

Любой реальный газ не является ни идеальным, ни пространственно однородным – в нем всегда присутствует взаимодействие между атомами, а образец ограничен в пространстве внешними полями или стенками рабочей камеры. Тем не менее, бозе-конденсация происходит и в этом случае, хотя химический потенциал газа при  $T < T_c$  уже не равен нулю, а пространственная когерентность ограничивается размерами образца. В отличие от пространственно однородного случая основное состояние в потенциальной яме (как правило – гармонической, во всяком случае вблизи дна) резко локализовано в пространстве. Поэтому вторым макроскопическим проявлением конденсации служит формирование пика плотности газа вблизи дна потенциальной ямы. В экспериментах распределение частиц ультрахолодного газа по скоростям, как правило, восстанавливается по распределению плотности в пространстве спустя некоторое время после “выключения” ловушки и свободного разлета атомов. Присутствие и специфическая эволюция анизотропного пика в центре (что соответствует малым скоростям) служит еще одним свидетельством макроскопического заполнения основного состояния в анизотропной ловушке.

Наконец, как показали Каган, Свистунов и Шляпников [16], бозе-конденсация существенно влияет на вероятность неупругих процессов в газе с участием нескольких идентичных частиц. Дело в том, что волновая функция  $N$  одинаковых бозонов должна быть симметричной по отношению к произвольной перестановке частиц. В случае исходного состояния невзаимодействующих атомов этому требованию удовлетворяет нормированная сумма  $N!$  членов вида

$$\Psi_i = \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_{j_m \neq \infty_n} \psi_{j_1} \psi_{j_2} \dots \psi_{j_N}, \quad (1.4)$$

где индекс  $j_k$  обозначает квантовое состояние  $k$ -ой частицы. Ясно, что в конденсате, когда состояния всех частиц в точности совпадают, в сумме остается

лишь один член

$$\Psi_i = \psi_0^N, \quad (1.5)$$

При достаточно общих предположениях (конечное состояние системы не заполнено, взаимодействие частиц не зависит от их внутренних состояний, радиус взаимодействия много меньше длины волны типичного бозона, доминирует рассеяние в  $s$ -канале) все члены суммы вносят одинаковый вклад в матричный элемент перехода, а вероятность рассматриваемого  $N$ -частичного процесса оказывается в  $N!$  раз меньше в конденсате, чем в нормальном газе. Фактически, необходимость симметризации волновой функции идентичных частиц приводит к тому, что вероятность обнаружить  $N$  бозонов в одинаковых состояниях в одной и той же точке пространства оказывается в  $N!$  раз выше, чем различимых частиц. В конденсате же подобные флуктуации плотности  $N$ -го порядка подавляются. Именно такое снижение вероятности трехчастичной рекомбинации в  $3! = 6$  раз [72] и энергии парного упругого взаимодействия атомов вдвое [103, 120] наблюдалось в конденсатах щелочных металлов.

Взаимодействие частиц приводит к тому, что плотность надконденсатных частиц остается конечной при  $T = 0$  и может быть найдена в боголюбовском приближении. Кроме того, для нахождения волновой функции неоднородного конденсата во внешнем поле теперь приходится решать нелинейное уравнение Шредингера. В приближении среднего поля это уравнение Гросса–Питаевского [23, 98, 99]. Его решение – классическое комплексное поле  $\psi_0(\mathbf{r}, t) = |\psi_0|e^{i\phi}$ , квадрат модуля которого определяет плотность  $n_0(\mathbf{r}, t) = |\psi_0|^2$ , а градиент фазы  $\nabla\phi$  – скорость  $v(\mathbf{r}, t) = \frac{\hbar}{m}\nabla\phi$  конденсата в данной точке. Это порождает своеобразную гидродинамику конденсата и смеси конденсатов. Уникальным свойством ультрахолодных газов является возможность произвольной перестройки не только величины взаимодействия



частиц в очень широких пределах, но даже его знака с помощью внешнего магнитного поля благодаря так называемому резонансу Фано–Фешбаха [88–90]. Этот узкий резонанс возникает в холодных газах, когда энергия связанного состояния пары атомов в некоторых сверхтонких состояниях равна энергии свободных частиц в других состояниях с учетом их зеемановского взаимодействия с внешним полем [143], что и наблюдалось в блестящих экспериментах с  $^{23}\text{Na}$  [110] и  $^{85}\text{Rb}$  [76], а затем и во многих других системах.

Основные свойства конденсата, разумеется, сохраняются и в том случае, если макроскопически заполненным будет не основное, а какое-либо из возбужденных состояний системы. Способ приготовления такого состояния также не имеет принципиального значения. Оно может быть получено, скажем, из основного с помощью  $\pi$  импульса резонансного поля. Важно лишь, чтобы возбужденное состояние было достаточно стабильным, например, по отношению к спонтанной релаксации. Далее, вместо реальных частиц могут выступать квазичастицы – кванты элементарных возбуждений. При этом, конечно, необходимо, чтобы распад квазичастиц происходил медленно по сравнению со временем формирования дальнего порядка, в частности, если речь идет о естественном образовании конденсата квазичастиц в основном состоянии – со временем установления термодинамического равновесия, чтобы можно было говорить о сохранении числа частиц в системе. Все это позволяет существенно обобщить исходное определение бозе-конденсации. Так, в последнее время однородно прецессирующие домены в магнетиках рассматриваются как бозе-конденсаты квантов спиновых волн – магнонов (см. обзоры [8, 11] и ссылки в них). В ряде работ наблюдалась бозе-конденсация электрон-дырочных пар – экситонов в гетероструктурах [10].

Наконец, понятие бозе-конденсации изначально вводилось в термодинамическом пределе, когда число частиц в системе  $N$  настолько велико, что никакие параметры от него не зависят. Однако во-первых, число частиц в

реальных конденсатах хотя и велико, но все же вполне конечно (например,  $N \sim 10^4$ ), а во-вторых, энергия взаимодействия в фиксированном объеме пропорциональна по крайней мере  $N^2$  (для парного взаимодействия, преобладающего в разреженном газе). В результате не только энергия системы, но и сам вид волновой функции основного состояния, в том числе, размер области, занимаемой конденсатом в потенциальной яме, существенно зависят от полного числа частиц.

Отдельный интерес представляют ультрахолодные ферми-газы. В частности, интенсивно исследуются явления, связанные с областью промежуточных состояний между бозе-конденсацией двухатомных молекул, образованных парами ферми-атомов (спаривание в реальном пространстве) и спариванием в импульсном пространстве по механизму Бардина–Купера–Шриффера в зависимости от величины и знака взаимодействия атомов [64, 121]. Эксперименты в этой области ведутся и в России [42, 131].

Для достижения условий бозе-конденсации требуются предельно низкие температуры. Поскольку критическая температура (1.2) обратно пропорциональна массе частиц, выбор кандидата падает в первую очередь на атомарный водород, который к тому же, согласно современным расчетам методом Монте-Карло [137, 138], в отличие от всех известных веществ, должен оставаться газом при  $T \rightarrow 0$  (в трехмерном случае – вплоть до давления 173 бар [138]). Дополнительным аргументом в пользу водорода является его простота. Исследования способов стабилизации, охлаждения и сжатия атомарного водорода начались в конце 1970-х годов и лишь спустя почти 20 лет увенчались реализацией бозе-конденсации [92], уступив первенство щелочным металлам [58, 79], несмотря на то, что все ключевые методы были разработаны и впервые применены именно в экспериментах с водородом. Дело в том, что атомарный водород отличается крайне низким сечением упругого рассеяния, что ведет к медленной термализации газа. Кроме того, его оптические пере-

ходы, используемые для лазерного охлаждения и детектирования лежат в ультрафиолетовой области, где лазерная техника развита недостаточно хорошо. Так, длина волны  $\alpha$ -линии серии Лаймана (переход из основного состояния в первое возбужденное) составляет всего 121.6 нм, поэтому группа Д.Клеппнера и Т.Грейтака была вынуждена использовать двухфотонное возбуждение [92]. Следует подчеркнуть, что несколькими месяцами раньше российско-финскому коллективу с участием автора настоящей диссертации удалось совершенно другим методом реализовать условия двумерного аналога бозе-конденсации – квазиконденсации в газе атомов водорода, адсорбированных на поверхности сверхтекучего гелия [172, 173].

## 1.2. Квазиконденсация в двумерном газе

Интеграл (1.1), описывающий полное число надконденсатных частиц в однородной одномерной системе расходится на нижнем пределе при любой температуре, а в двумерной – при любой ненулевой температуре, поэтому бозе-конденсация не происходит. Однако, она может иметь место в идеальном двумерном газе, находящемся в потенциальной яме определенного вида [45, 46, 62], когда плотность состояний пропорциональна любой положительной степени энергии. Включение же отталкивания между бозонами устраняет бозе-конденсацию при конечной температуре и в этом случае [46]. Тем не менее, именно благодаря взаимодействию в двумерной бозе-системе происходит так называемая квазиконденсация [26]. Как и истинный бозе-конденсат, квазиконденсат можно описывать единой волновой функцией  $\hat{\psi}(\mathbf{r}) = \sqrt{n_0}e^{-i\hat{\chi}(\mathbf{r})}$ , амплитуда которой  $\sqrt{n_0}$  почти постоянна, а фаза  $\hat{\chi}(\mathbf{r})$  флуктуирует в пространстве, тем самым разрушая дальний порядок. С точки зрения волн материи квазиконденсат можно представить в виде волнового пакета конечной спектральной ширины.

В трехмерном случае ниже критической температуры имеет место спонтанное нарушение симметрии, связанное с возникновением дальнего порядка, который описывается параметром порядка – волновой функции истинного бозе-конденсата  $\hat{\psi}(\mathbf{r}) = \sqrt{n_0}$ . Квазиконденсация же связана с гораздо более тонкой перестройкой корреляционных свойств двумерного газа: при достаточно низких температурах корреляционные функции, так называемые  $m$ -частичные корреляторы вида  $K_m(|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|) = \langle (\psi^\dagger(\mathbf{r}'))^m (\psi(\mathbf{r}))^m \rangle$ , спадают с ростом расстояния по степенному закону, а при высоких температурах – экспоненциально (в истинном конденсате  $K_m(\infty) > 0$ ). В частности, закон спадающей одночастичной матрицы плотности двумерного газа на больших расстояниях имеет вид

$$\langle \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\psi}(0) \rangle \simeq n_0 \left( \frac{\xi}{r} \right)^{\frac{1}{n_0 \Lambda^2}}, \quad (1.6)$$

где  $\xi = \hbar / \sqrt{4mn_0\tilde{U}}$  – корреляционная длина,  $\tilde{U}$  – эффективная вершина взаимодействия,  $m$  – масса атома,  $n_0$  – плотность квазиконденсата. В результате квазиконденсированное состояние обладает локальной когерентностью в пределах конечной, но макроскопической длины  $L \propto \exp(\sigma\Lambda^2)$ , где  $\sigma$  – плотность двумерного газа. При  $T \rightarrow 0$  длина когерентности превосходит размер образца, и квазиконденсат превращается в истинный бозе-конденсат.

Согласно Кагану и др. [17], влияние квазиконденсации на многочастичные процессы практически такое же, как и истинной бозе-конденсации, при условии что длина фазовой когерентности  $L$  много больше характерного радиуса межатомного взаимодействия. Кроме того, предполагается, что радиус взаимодействия мал по сравнению с длиной делокализации волновой функции атомов поперек плоскости двумерного газа  $l$ . Это позволяет рассматривать столкновения атомов как чисто трехмерные, сохраняя двумерный харак-

тер статистики, и записать эффективную вершину взаимодействия в виде

$$\tilde{U} = \frac{4\pi\hbar^2}{m} \left(\frac{a}{l}\right) \left[1 + \frac{2a}{l} \ln\left(\frac{2}{kl}\right)\right]^{-1}, \quad (1.7)$$

где  $a$  – длина s-рассеяния атомов, а характерный импульс  $k$  при  $k_{\text{B}}T > n\tilde{U}$  совпадает с тепловым  $\hbar k_T = \sqrt{2mk_{\text{B}}T}$ , а при  $k_{\text{B}}T \lesssim n\tilde{U}$  – с обратной корреляционной длиной  $\xi^{-1}$ .

Применимость такого масштабирования к описанию атомарного водорода на поверхности гелия, для которого радиус взаимодействия в действительности сопоставим с длиной поперечной делокализации, не столь очевидна и долгое время была предметом дискуссии. Однако существенным преимуществом теории Кагана–Свистунова–Шляпникова является относительная простота и аналитический характер основных выражений, что значительно облегчает ее использования для анализа экспериментальных данных. В главе 3 описано обнаружение значительного снижения скорости трехчастичной рекомбинации [15] спин-поляризованных атомов водорода, адсорбированных на поверхности сверхтекучего  $^4\text{He}$ , которое интерпретировалось как первое экспериментальное свидетельство квазиконденсации в двумерном бозе-газе [172, 173].

В дальнейшем было предпринято значительные усилия для получения уравнения состояния взаимодействующего двумерного бозе-газа различными методами. Так, Прокофьев, Рубенакер и Свистунов [152] с помощью численного моделирования классической модели  $|\psi|^4$  (гамильтониан большого канонического ансамбля в форме Гросса–Питаевского) методом квантового Монте-Карло нашли критические значения плотности и химического потенциала для перехода БКТ в приближении слабого взаимодействия  $m\tilde{U}/\hbar^2 \ll$

1:

$$2n_c\Lambda^2 = \ln \frac{\xi\hbar^2}{m\tilde{U}}, \quad (1.8)$$

$$\mu_c = 2\Lambda^2\tilde{U} \ln \frac{\xi_\mu\hbar^2}{m\tilde{U}}, \quad (1.9)$$

где  $\xi = 380 \pm 3$  и  $\xi_\mu = 13.2 \pm 0.4$ , а также отношения сверхтекучей плотности и плотности квазиконденсата к полной плотности в точке перехода:

$$2\frac{n_s(T_c)}{n_c} = \frac{4}{5.94 - \ln m\tilde{U}/\hbar^2}, \quad (1.10)$$

$$\frac{n_0(T_c)}{n_c} = \frac{7.16}{5.94 - \ln m\tilde{U}/\hbar^2}. \quad (1.11)$$

Из последних двух уравнений в частности следует важное соотношение  $n_0/n_s = 1.79$ . В последующей работе [153] в том же приближении  $m\tilde{U}/\hbar^2 \ll 1$  были получены в численном виде универсальные безразмерные функции, задающие уравнение состояния двумерного бозе-газа в виде связи приведенных полной  $(n - n_c)\Lambda^2 = 2\pi\lambda(X)$  и сверхтекучей  $n_s\Lambda^2 = 4f(X)$  плотности и плотности квазиконденсата  $n_0\Lambda^2 = 4g(X)$  с приведенным химическим потенциалом  $X = (\mu - \mu_c)\Lambda^2/2\pi\tilde{U}$  во всем диапазоне изменений последнего, включая вызывающую наибольшие трудности флуктуационную область вблизи перехода Березинского–Костерлица–Таулеса (см. раздел 1.3). К сожалению, условие слабого взаимодействия хорошо выполняется лишь для газов в магнито-оптических ловушках, в то время как в случае пленок гелия и двумерного атомарного водорода, напротив  $m\tilde{U}/\hbar^2 \sim 1$ .

Группой Х.Стоофа из Утрехтского университета (Нидерланды) на базе теории Попова [26] был разработан альтернативный подход к описанию низкоразмерных слабонеидеальных бозе-газов, использующий метод  $T$ -матриц и учитывающий в явном виде флуктуации фазы, а также влияние окружающего газа на процесс рассеяния двух бозонов (в отличие от рассеяния в вакууме) [122]. В частности, были получены самосогласованные интеграль-

ные уравнения, связывающие плотность  $n$  и химический потенциал  $\mu$  газа, то есть, фактически уравнения состояния, которые могут быть использованы при любой размерности системы и любой температуре, в том числе, в отсутствие конденсата. Мы не приводим здесь эти выражения ввиду их громоздкости. Теория Стоофа и др. воспроизводит полученный ранее Каганом, Свистуновым и Шляпниковым закон спадания одночастичной матрицы плотности двумерного газа на больших расстояниях с заменой вершины упругого взаимодействия  $\tilde{U}$  на многочастичную  $T$ -матрицу  $T^{\text{MB}}(-2\mu)$ , причем при нулевой температуре химический потенциал с хорошей точностью равен  $n_0 T^{\text{MB}}(-2\mu)$ . Доля надконденсатных частиц при нулевой температуре оказывается примерно вдвое меньше, чем было получено ранее Шиком [176] для жестких дисков непосредственно из теории Попова. Полученные значения доли сверхтекучей компоненты и квазиконденсата в области перехода Березинского–Костерлица–Таулеса в целом согласуются с приведенными выше результатами в приближении слабого взаимодействия, но обнаруживают более выраженную зависимость от полной плотности газа.

Кроме того, Стоофом и др. [122] были рассчитаны двух- и трехчастичный корреляторы в зависимости от плотности и температуры газа, а по ним — уменьшение константы скорости трехчастичной рекомбинации а двумерном атомарном водороде при различных значениях эффективной длины упругого рассеяния. Оказалось, что при  $T = 190$  К (типичная температура газа в экспериментах, см. главу 3) константа трехчастичной рекомбинации достаточно быстро снижается с ростом плотности, достигая при  $n = 2.3 \times 10^{13} \text{ см}^{-2}$  примерно  $1/8$  от своего нормального значения, затем снижение замедляется, и константа выходит примерно на  $1/13$  при  $n = 7 \times 10^{13} \text{ см}^{-2}$ , что в целом согласуется с экспериментом [173]. К сожалению, непосредственное применение теории Стоофа и др. к анализу экспериментальных данных встречает существенные математические трудности, которые пока не удалось преодолеть.

Наконец, Рансон и Дюпюи [154] методом перенормировок без использования теории возмущений показали, что низкотемпературная термодинамика разреженного трех- и двумерного бозе-газа целиком определяется универсальной функцией  $F_d(\mu/k_B T, g(T))$ , если известны масса  $m$  и длина s-рассеяния бозонов  $a_d$  ( $d$  – пространственная размерность системы, а безразмерная константа взаимодействия  $g(T)$  зависит от  $ma_d^2 k_B T / \hbar^2$ ). Была вычислена функция  $F_2$  и рассчитана фазовая диаграмма газа – зависимость давления, фазовой плотности и энтропии газа от приведенного химического потенциала – при различных значениях параметра взаимодействия, а также установлено, что оценка температуры перехода БКТ согласуется с результатами расчетов Прокофьева и Свистунова [153] методом квантового Монте-Карло.

### 1.3. Двумерная сверхтекучесть. Переход Березинского–Костерлица–Таулеса

Как и истинная бозе-конденсация, квазиконденсация сопряжена со сверхтекучестью, однако, во-первых, двумерная сверхтекучесть – совершенно иной природы, а во-вторых, детали связи двумерной сверхтекучести и квазиконденсации до недавнего времени оставались не вполне ясны и были предметом дискуссии. Так, в соответствии с критерием Ландау, сверхтекучесть трехмерного бозе-конденсата вызвана фононным видом спектра слабонеидеального бозе-газа в области малых энергий, что непосредственно вытекает из теории Боголюбова. Отсюда также немедленно следует и конечное значение критической скорости. Причиной же двумерной сверхтекучести согласно теории Березинского–Костерлица–Таулеса [6, 7, 129] является спаривание вихрей с противоположной циркуляцией. Ниже критической температуры свободные вихри не образуются, поскольку энергия свободного вихря возрастает пропорционально логарифму размера системы, аналогично потенциалу бесконечно-



го заряженного прямого провода. В то же время энергия пары вихрь–анти-вихрь (вихри с противоположной циркуляцией) конечна, и такие пары могут возбуждаться при любой конечной температуре. Однако связанные пары не приводят к затуханию сверхтекучего потока газа, так как их суммарная циркуляция равна нулю, и следовательно, фаза сверхтекучего параметра порядка не изменяется при прохождении пары. При прохождении же через центр свободного вихря фаза скачком меняется на  $\pi$ , что приводит к флуктуациям фазы в пространстве и нарушению дальнего порядка. Выше критической температуры возникают свободные вихри и, перемещаясь поперек потока под действием силы Магнуса, вызывают затухание. При критической температуре сверхтекучая плотность скачком возрастает от нуля до универсального значения, определяемого равенством  $n_s \lambda_T^2 = 4$ , где  $\lambda_T$  – тепловая длина волны де Бойля.

Описанная выше картина справедлива лишь в пределе нулевой скорости сверхтекучего потока и нулевой частоты возбуждения движения двумерной системы. При сколь угодно малой, но конечной скорости потока энергия пары в зависимости от расстояния между образующими ее вихрями имеет максимум при некотором критическом размере пары, обратно пропорциональном сверхтекучей скорости. Пары большего размера самопроизвольно распадаются, образуя свободные вихри. Рождение пар критического размера особенно эффективно вблизи  $T_c$ , когда взаимодействие между вихрями экранируется в достаточно плотном газе пар [108]. В свою очередь, среднее число пар докритического размера возрастает с ростом сверхтекучей скорости, поэтому сверхтекучая плотность уменьшается по мере приближения к  $T_c$  снизу на величину, зависящую от скорости потока. Кроме того, как показали Амбегакар и др. [57], диссипация потока происходит за счет поляризации пар вихрь–антивихрь и, следовательно, возрастает с ростом частоты колебаний скорости потока.

Переход двумерной бозе-жидкости в сверхтекучее состояние по механизму БКТ, включая перечисленные неравновесные эффекты, наблюдался в субатомных пленках гелия с помощью крутильных колебаний [68], третьего звука [161], термически возбуждаемого течения [51, 136] и кварцевых микровесов [75]. В то же время в работе [172, 173] были впервые реализованы условия сверхтекучести слабонеидеального двумерного бозе-газа на примере атомарного водорода, адсорбированного на поверхности сверхтекучего гелия. Позднее условия двумерной сверхтекучести и квазиконденсации были также получены в ультрахолодных парах  $^{23}\text{Na}$  [93],  $^{87}\text{Rb}$  [101] и бозе-молекул  $^6\text{Li}_2$  в магнито-оптических ловушках.

Так, в блестящих экспериментах группы Ж.Далибара [101] два “листа” квазиконденсата атомов  $^{87}\text{Rb}$  создавались в узлах стоячей световой волны с периодом 3 мкм. После выключения удерживающего поля наблюдалась интерференционная картина, образованной двумя расширяющимися и перекрывающимися квази-конденсатами. Интерференционные полосы оказались не прямолинейными, как в случае трехмерных конденсатов [60], а волнообразными, причем искривление полос возрастало с повышением температуры, свидетельствуя о росте флуктуаций фазы параметра порядка и постепенном сокращении длины фазовой когерентности образца, вызванных длинноволновыми фононами. При температурах выше точки перехода БКТ на плавной интерференционной картине появлялись точки резкой смены светлых и темных полос, отвечающие скачкам фазы параметра порядка и связанные с образованием свободных вихрей. Таким образом было установлено, что возникновение свободных вихрей и разрушение сверхтекучести совпадает с исчезновением локальной когерентности.

В настоящее время группой А.Турлапова в Институте прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, проводятся похожие эксперименты с подчиняющимися статистике Бозе–Эйнштейна димерами  $^6\text{Li}$ , образующимися в

бозе-режиме упоминавшейся выше области промежуточных состояний БКШ – БЭК [131]. В этих экспериментах наблюдается интерференция уже многих дисков газа бозе-молекул, демонстрирующая формирование и постепенное разрушение дальнего порядка в квазидвумерном образце и, следовательно, предсказанную С.И.Шевченко [45] возможность бозе-конденсации двумерного газа в потенциальной яме, по крайней мере, в случае конечного числа частиц [22].

Однако вопрос о прямом наблюдении сверхтекучести оставался открытым вплоть до недавнего времени, когда группе Далибара удалось обнаружить существенное изменение отклика двумерного бозе-газа в ловушке на движение микронного препятствия (лазерного луча) в зависимости от степени квантового вырождения в месте расположения препятствия [80].

Следующий существенный шаг был сделан экспериментальной группой из Чикагского университета и *École normale supérieure* (Париж) [107], которая подробно исследовала фазовую диаграмму двумерного бозе газа атомов цезия в области перехода БКТ в широком диапазоне значений безразмерного параметра взаимодействия  $g = m\tilde{U}/\hbar^2$  от слабого ( $g = 0.05$ ) до сильного ( $g = 2.8$ ), используя сильную зависимость сечения упругого рассеяния от магнитного поля вблизи резонанса Фано–Фешбаха, а также усиление межатомного взаимодействия в решеточном газе с ростом амплитуды периодического потенциала оптической решетки (за счет увеличения плотности в узлах решетки и эффективной массы атомов).

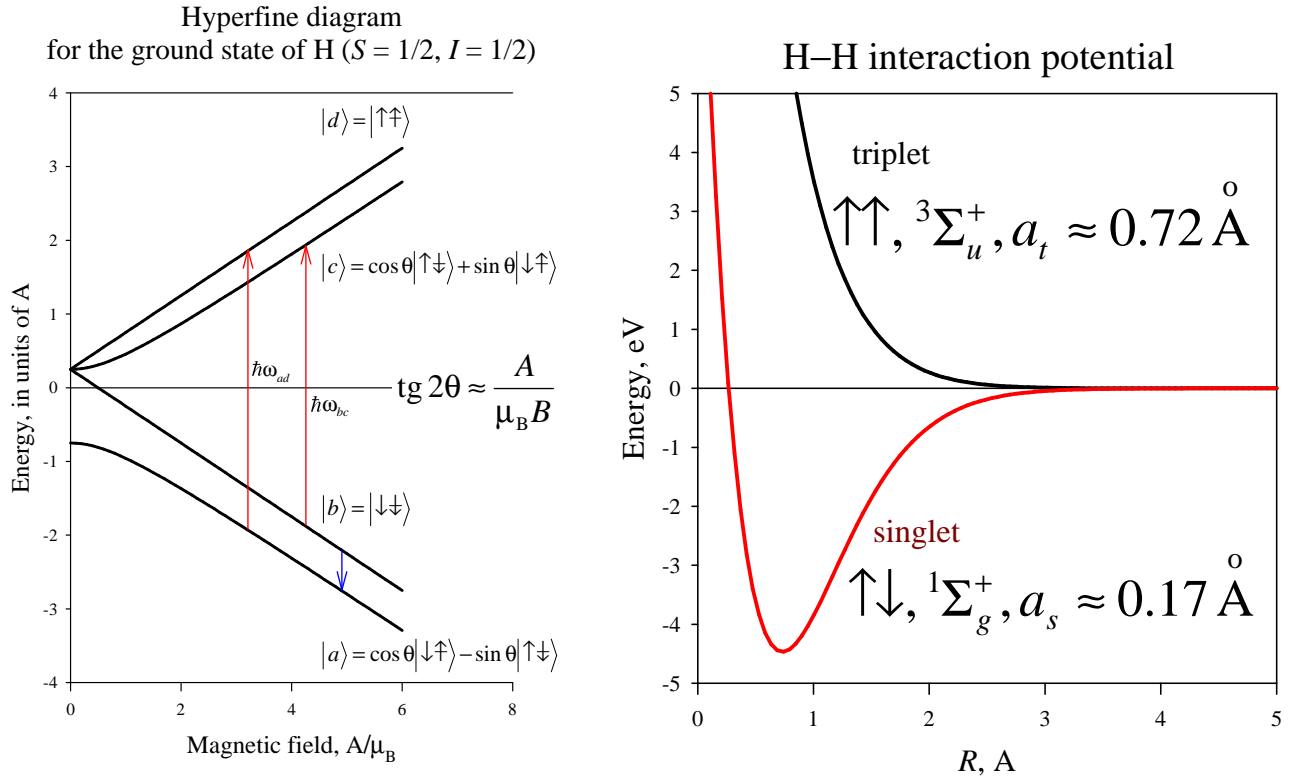


Рис. 1.1. Слева: Сверхтонкие подуровни основного состояния атома водорода в магнитном поле и СВЧ переходы, используемые для детектирования атомарного водорода методами ЭПР (красные стрелки) и ЯМР (синяя стрелка). Справа: Потенциал взаимодействия двух атомов водорода в зависимости от расстояния между ядрами и взаимной ориентации электронных спинов [126, 184] (более подробно см. рис. 1.2). Зеемановская энергия триплетных термов  $\pm 2\mu_B B \lesssim 10$  К в полях  $B$  до 10 Тл в указанном масштабе энергий неразличима.

## 1.4. Двумерный атомарный водород

### 1.4.1. Сверхтонкие подуровни, взаимодействие атомов H друг с другом и с поверхностью гелия

Спин-поляризованный атомарный водород активно изучался более трех десятков лет, особенно в 1980–1990-е годы. Полученные результаты достаточно подробно описаны в ряде обзоров (см., например, [67, 185, 206]), поэтому мы ограничимся кратким изложением лишь наиболее важных фактов.

Исторически основной целью исследований атомарного водорода была

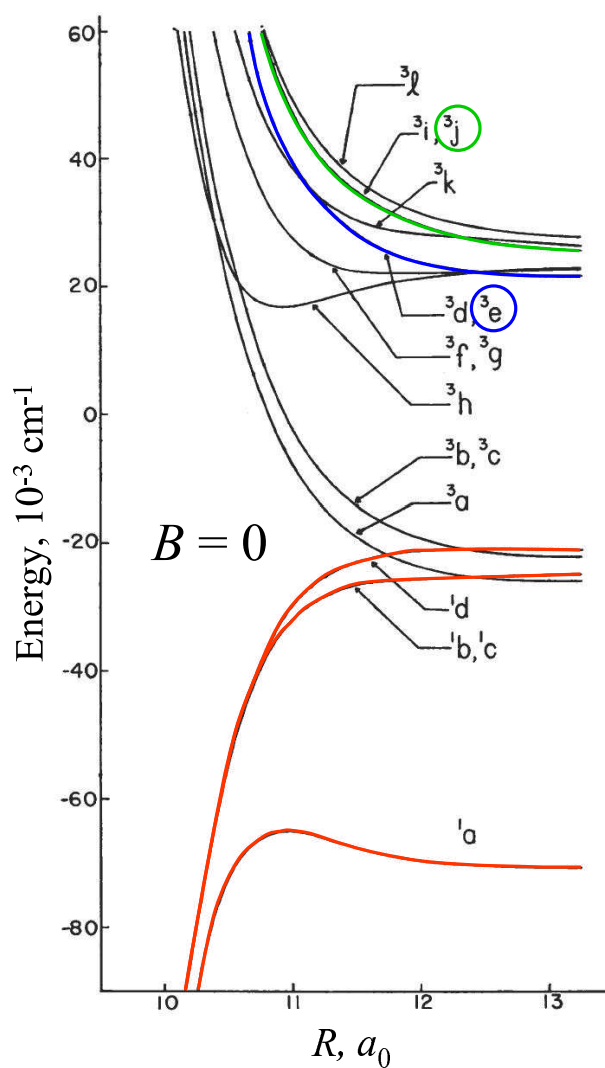


Рис. 1.2.  $2^4 = 16$  термов энергии взаимодействия двух атомов водорода с различными проекциями электронных и ядерных спинов в нулевом магнитном поле. Красным цветом выделены 4 электронных синглета (верхний индекс 1), образующих связанное состояние. Синим и зеленым показаны триплеты (верхний индекс 3)  $m_S = -1$  и  $0$ ;  $m_I = -1$ . Сохранены обозначения Харримана и др. [105].

экспериментальная демонстрация Бозе-Эйнштейновской конденсации. Главным препятствием достижению условий квантового вырождения в газе атомов водорода является рекомбинация с образованием молекул  $H_2$ . Атом водорода – составной бозон. В силу требования симметрии волновой функции бозонов по отношению к их перестановке потенциал взаимодействия двух атомов водорода друг с другом зависит от взаимной ориентации их электронных и ядерных спинов, образуя один из 16-и термов (рис. 1.2 [105]). Триплетные термы (полный электронный спин пары  $S = 1$ ) не образуют связанного состояния, тогда как для синглетных термов ( $S = 0$ ) возможно образование молекул орто- и параводорода с полным ядерным спином  $I = 1$  и  $0$ , соответственно (рис. 1.1, справа). Интересно отметить, что хотя потенциал взаимодействия атомов водорода в основном состоянии известен с высокой точностью [112, 126], расчетные значения синглетной и триплетной длин упругого s-рассеяния [74, 113, 208] лишь качественно согласуются с экспериментом [53, 167].

Энергия связи молекулы  $H_2$  в основном состоянии составляет  $D_0 = 51967$  К (примерно 4.5 эВ). Выделение такой огромной энергии в криогенном эксперименте приводит к серьезным проблемам. Для подавления рекомбинации электронные спины атомов водорода поляризуют с помощью внешнего магнитного поля. Как известно, в магнитном поле  $\mathbf{B}$  основное состояние отдельного атома водорода расщепляется на четыре сверхтонких подуровня

$$|a\rangle = \cos\theta |\downarrow\uparrow\rangle - \sin\theta |\uparrow\downarrow\rangle, \quad E_a = -\frac{A}{4} - \frac{1}{2}\sqrt{A^2 + \mu_+^2 B^2} \quad (1.12)$$

$$|b\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle, \quad E_b = \frac{A}{4} - \frac{\mu_- B}{2} \quad (1.13)$$

$$|c\rangle = \cos\theta |\uparrow\downarrow\rangle + \sin\theta |\downarrow\uparrow\rangle, \quad E_c = -\frac{A}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{A^2 + \mu_+^2 B^2} \quad (1.14)$$

$$|d\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle, \quad E_d = \frac{A}{4} + \frac{\mu_- B}{2} \quad (1.15)$$

в базисе  $|m_s, m_i\rangle$  в порядке возрастания энергии (рис. 1.1, слева) [185]. Здесь

$\uparrow(\downarrow)$  обозначает проекцию спина по (против) поля,  $\text{tg}(2\theta) = \frac{A}{\mu_+ B}$ ,  $A/h = 1420$  МГц – сверхтонкая постоянная водорода,  $\mu_{\pm} = g_e \mu_B \pm g_n \mu_n$ ,  $\mu_B$  и  $\mu_n$  – магнетон Бора и ядерный магнетон, соответственно.

Состояния  $c$  и  $d$  с электронным спином, в основном направленным вдоль  $\mathbf{B}$  ( $\text{H}\uparrow$ ), стремятся занять положение в минимуме поля (low-field seekers), а состояния  $a$  и  $b$  ( $\text{H}\downarrow$ ) – в максимуме (high-field seekers). Наибольшей плотности атомарного водорода удастся достичь в состояниях  $a$  и  $b$  в сильном магнитном поле при сравнительно высокой температуре  $\sim 0.5$  К. В свободном пространстве может быть создан лишь минимум, но не максимум магнитного поля. Поэтому в экспериментах с  $\text{H}\downarrow$  неизбежно присутствие стенок. В случае  $\text{H}\uparrow$  квантовое вырождение в ловушке в минимуме поля достигается за счет понижения температуры методами лазерного и испарительного охлаждения и радиочастотного “ножа” [92]

В силу законов сохранения энергии и импульса образование молекулы водорода при столкновении двух атомов в свободном пространстве невозможно. Для рекомбинации необходимо третье тело, которым может быть еще один атом водорода, посторонняя частица или стенка рабочей камеры. Для снижения рекомбинации на стенках их покрывают пленкой сверхтекучего гелия, который обладает наименьшей из всех известных в природе энергией адсорбции для атомов водорода. Таким образом, в рабочей камере одновременно присутствуют как свободные атомы водорода, так и адсорбированные на поверхности пленки гелия. Как правило, основная доля атомов сосредоточена в трехмерной фазе в объеме рабочей камеры, а процессы рекомбинации и релаксации (см. ниже) происходят в двумерной фазе на поверхности гелия. В термодинамическом равновесии плотности этих двух фаз связаны изотермой адсорбции. В простейшем случае газа, далекого от квантового вырождения, она имеет вид (1.17). Ясно, что плотность адсорбированной фазы и, следовательно, скорость рекомбинации на поверхности камеры, экспоненциально

уменьшаются с понижением энергии адсорбции.

Взаимодействие атомов водорода и  $^4\text{He}$  в основном состоянии приближенно описывается потенциалом Леннарда–Джонса

$$V_{\text{H-He}}(r) = 4\epsilon \left[ \left( \frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma}{r} \right)^6 \right], \quad (1.16)$$

где  $\epsilon$  и  $\sigma$  – константы. Потенциал взаимодействия отдельного атома водорода со свободной поверхностью жидкого гелия получается интегрированием (1.16) по объему, занятому жидкостью, с учетом профиля плотности гелия вблизи поверхности (см. рис. 1.8). В этом адсорбционном потенциале имеется единственное связанное состояние с энергией связи  $E_a = 1.14$  К (по данным настоящей работы [171]). Химический потенциал водорода внутри жидкого гелия существенно положительный, около 34 К [163], поэтому атомы Н не проникают внутрь жидкости. Максимум плотности вероятности для связанного состояния водорода расположен на расстоянии около 8 Å от поверхности гелия, а длина делокализации волновой функции адсорбированного атома в поперечном направлении составляет  $l = \hbar / \sqrt{2E_a m} \simeq 5$  Å, где  $m$  – масса атома. Адсорбированные атомы могут свободно двигаться вдоль поверхности, образуя при не слишком высокой плотности слабонеидеальный двумерный бозе-газ с эффективной массой, почти совпадающей с массой свободного атома [209]. Энергия упругого парного взаимодействия атомов невырожденного двумерного газа друг с другом есть  $2n\tilde{U}$ , где эффективная вершина  $\tilde{U}$ , определяемая выражением (1.7), слабо зависит от плотности газа  $n$  и в условиях эксперимента составляет примерно  $5 \times 10^{-15}$  К·см<sup>2</sup>. В квазиконденсате (см. раздел 1.1) энергия взаимодействия уменьшается вдвое.

Все сказанное выше применимо и к адсорбции водорода на поверхности  $^3\text{He}$ , с той лишь разницей, что энергия связи атома Н с поверхностью жидкости в этом случае оказывается еще меньше, всего 0.39 К [116, 171], длина поперечной делокализации волновой функции адсорбированных атомов соот-



ветственно увеличивается, а эффективная упругая вершина  $\tilde{U}$  – уменьшается.

Для рекомбинации двух атомов водорода необходимо, чтобы состояние пары содержало синглетную компоненту. В магнитном поле  $B \sim 5$  Тл при температуре  $0.1 - 0.5$  К одночастичные сверхтонкие состояния  $a$  и  $b$  заселены практически поровну. Однако состояние  $a$  содержит небольшую примесь противоположной поляризации электронного спина, поэтому пары  $aa$  и  $ab$  могут рекомбинировать, в отличие от пар  $bb$ . Такое преимущественное выгорание состояния  $a$  сравнительно быстро приводит к формированию относительно стабильного образца, состоящего почти полностью из атомов в “чистом” сверхтонком состоянии  $b$ . Дальнейший распад такого образца происходит в результате одно- или двухчастичной ядерной релаксации  $b \leftrightarrow a$  [65, 191] с последующей рекомбинацией пар  $ab$  или так называемой дипольной рекомбинации с участием трех атомов в состоянии  $b$ , предсказанной Каганом, Вартаньянцем и Шляпниковым [15]. В последнем случае диполь-дипольное взаимодействие магнитных моментов атомов приводит к перевороту электронного спина одного или двух из них и, следовательно, к образованию синглетных пар. Этот канал распада образца является принципиально неустранимым, хотя существуют предсказания, что в очень сильных магнитных полях  $B \simeq 27 - 45, 75 - 95$  и свыше 140 Тл он может быть в той или иной мере подавлен [15, 82, 83].

Значения констант релаксации и рекомбинации трехмерного атомарного водорода в различных сверхтонких состояниях измерялись многими экспериментальными группами (см. обзоры [185, 206]). Полученные результаты в целом согласуются друг с другом, однако полного согласия с теорией, несмотря на значительные усилия теоретиков [15, 82, 83, 191, 192], добиться так и не удалось. В то же время точное определение констант двух- и трехчастичной рекомбинации *двумерного* газа осложняется необходимостью одновременного измерения полной скорости рекомбинационной убыли атомов и плотности адсорбированной фазы. На начальном этапе исследований такие измерения

были недоступны в силу низкой чувствительности применявшихся экспериментальных методов. Кроме того, измерение плотности двумерного атомарного водорода методом ЭПР существенно осложняется описанной в следующем разделе ферромагнитной нестабильностью спектра. Поэтому указанные константы первоначально извлекались из кинетических кривых распада плотности трехмерной фазы в объеме рабочей камеры. При этом фактически определялись не сами константы рекомбинации двумерного газа, а эффективные величины, связанные с ними через изотерму адсорбции (1.17), поскольку в описываемых экспериментах как трехмерный, так и двумерный атомарный водород можно было считать далеким от квантового вырождения. В этом случае значение собственно поверхностных констант находится по стандартной аррениусовской зависимости соответствующих эффективных величин от обратной температуры. Одновременно по наклону этой зависимости определяется и энергия адсорбции. Однако, как показано в разделе 2.2, такая методика предполагает постоянство энергии адсорбции при изменении температуры, что имеет место лишь в случае чистых изотопов гелия, а в случае даже незначительной примеси  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  может привести к существенным ошибкам. Необходимо подчеркнуть, что точное знание вероятности релаксации и рекомбинации атомов водорода в тех или иных сверхтонких состояниях имеет принципиальное значение не только для квантовой физики, но и для химии, так как обеспечивает проверку и совершенствование общих методов вычисления констант химических реакций и других неупругих процессов на простейшем примере.

Чрезвычайно важно, что вероятности различных каналов неупругих процессов, равно как и упругого рассеяния, существенно зависят от симметрии волновой функции взаимодействующих атомов. Так, как уже отмечалось выше, образование молекулы  $\text{H}_2$  происходит, только если в исходном состоянии атомов присутствует электронный синглет. Однако имеет место и гораздо ме-

нее тривиальная зависимость от суммарного *ядерного* спина пары атомов: при  $I = 0$  координатная часть волновой функции пары симметрична, а значит, орбитальный момент относительного движения атомов  $L$  принимает четные значения, в том числе,  $L = 0$ . При  $I = 1$ , напротив,  $L$  нечетный и, в частности,  $L \neq 0$ . Это означает, что для образования ортоводорода атомам необходимо преодолеть центробежный барьер, и следовательно, вероятность такого процесса обращается в ноль при  $T \rightarrow 0$ . Кроме того, интегралы перекрытия волновой функции начального состояния атомов и конечных состояний молекулы с различными значениями  $L$ , очевидно, отличаются.

Для диагностики атомарного водорода использовались как хорошо известные, так и специально разработанные методы. К первым можно отнести измерение давления трехмерного газа емкостным датчиком по прогибу мембраны [65] или по изменению уровня гелия в капилляре [195], а также объема газового пузырька в жидком гелии [186, 195]; измерение полной скорости рекомбинации в рабочей камере по суммарному тепловыделению (равному уменьшению мощности нагревателя термоконтроллера) или по разогреву миниатюрного болометра, установленного непосредственно в исследуемом газе [172]; измерение плотности трехмерного газа по температуре болометра при постоянном электрическом нагреве; измерение заселенностей отдельных сверхтонких состояний как в объемной, так и в адсорбированной фазе методами ЭПР [181, 200] и ЯМР [151]; лазерная спектроскопия в ультрафиолетовом диапазоне (по поглощения  $\alpha$ -линии серии Лаймана при переходе электрона на первый возбужденный уровень) [92, 145]. В ходе исследований, вошедших в настоящую диссертацию, были разработаны и успешно применены болометрическое детектирование сигналов ЭПР и ЯМР по тепловыделению вследствие индуцированной рекомбинации (в том числе, с разделением по времени процессов, протекающих с разной скоростью после подачи импульса СВЧ) [28, 31], ДЭЯР [53, 55, 56] и его разновидность – усиленный взаимодействием

двойной резонанс [40, 170].

Сравнительные преимущества и недостатки перечисленных методов подробно обсуждались в многочисленных оригинальных статьях и обзорах [185, 206], поэтому рассматривать их здесь подробно не имеет смысла. Вкратце, основное преимущество емкостного измерения давления – его абсолютный характер, а недостаток – низкая чувствительность. Так, плотность  $n = 10^{13} \text{ см}^{-3}$  и температура  $T = 0.5 \text{ К}$  соответствуют изменению уровня жидкого гелия  $\Delta h = nk_{\text{В}}T/\rho_0g \simeq 50 \text{ нм}$ . При этом относительное изменение емкости частично заполненного гелием конденсатора высотой  $h = 1 \text{ см}$  составляет  $\Delta C/C = (\epsilon - 1)\Delta h/h = 2.7 \times 10^{-7}$ , что находится на пределе разрешения современных измерительных схем. Аналогичными преимуществами и недостатками обладает и измерение суммарного рекомбинационного тепловыделения по сигналу термоконтроллера. В этом случае плотность газа может быть получена после его полного выгорания как интеграл от скорости рекомбинации, поэтому принципиальную роль играет долговременная стабильность мощности нагревателя рабочей камеры в отсутствие образца. Это достигается поддержанием постоянной температуры не только самой рабочей камеры, но и камеры растворения рефрижератора (или другого узла, играющего роль тепловой ванны), соединенных друг с другом тепловым мостом. Оба метода могут применяться для абсолютной калибровки гораздо более чувствительных спектроскопических методик. БолOMETрические измерения наиболее просты и достаточно чувствительны, особенно в сочетании с магнитно-резонансными методами, но требуют аккуратной калибровки. Безусловно наиболее мощным инструментом является оптическая диагностика, которая обеспечивает измерение не только пространственного распределения плотности газа [145], но и его температуры (по доплеровскому уширению спектра), а также предоставляет возможность глубокого лазерного охлаждения в магнито-оптической ловушке для достижения условий бозе-эйнштейновской конденсации

[92]. К сожалению, в отличие от щелочных металлов, электронные переходы из основного состояния атома водорода лежат в ультрафиолетовой области (длина волны  $L_\alpha$  составляет 121 нм), где выбор источников и детекторов излучения весьма ограничен. Проблема может быть решена путем использования двухфотонных переходов, однако вероятность таких переходов, разумеется, гораздо ниже. Общим недостатком всех спектроскопических методов является их высокая чувствительность к однородности магнитного поля, от величины которого зависят положения сверхтонких подуровней и, следовательно, частоты переходов. В этом заключается основная проблема диагностики в экспериментах по магнитному сжатию атомарного водорода [173].

#### **1.4.2. Ферромагнитная нестабильность спектра ЭПР двумерного водорода**

Работа по экспериментальному обнаружению и предварительному объяснению ферромагнитной нестабильности спектра ЭПР двумерного атомарного водорода, которой посвящен настоящий раздел, была выполнена с участием автора диссертации, но полученные в ней результаты не вошли в перечень представляемых к защите. Тем не менее, их изложение необходимо как для общего видения современной ситуации в этой области, так и конкретно для понимания изложенного в разделах 3.2, 3.3 и 4.4. Роль поверхностного течения двумерного водорода в формировании условий ферромагнитной нестабильности спектра ЭПР рассматривается в четвертой главе (параграф 3.2.2) вместе с другими явлениями переноса в рамках квантовой гидродинамики двумерной системы на поверхности сверхтекучего гелия.

В описанных в разделе 2.1 экспериментах по магнитному сжатию двумерного атомарного водорода  $2D\ H\downarrow$  [172, 173], в которых наблюдались эффекты, связанные с квантовым вырождением, сильный градиент магнитно-

го поля, использовавшийся для достижения высокой двумерной плотности, препятствовал прямой диагностике атомов методами магнитного резонанса. Оптическая диагностика  $\text{H}\downarrow$  *in situ* в экспериментах по магнитному сжатию также оказалась нетривиальной [145]. Эти препятствия могут быть преодолены использованием теплового сжатия 2D  $\text{H}\downarrow$  в *однородном* поле [139, 193], что делает возможным непосредственное детектирование плотного газа методами ЭПР и ЯМР.

Электронный парамагнитный резонанс успешно применяется в исследовании трехмерного спин-поляризованного атомарного водорода. Детектирование 2D  $\text{H}\downarrow$  сложнее ввиду меньшего числа атомов и, следовательно, более жестких требований к чувствительности. Тем не менее, группе В.Харди удалось обнаружить методом ЭПР, что резонансное поле для адсорбированных атомов водорода смещено по отношению к свободным атомам [156, 181]. Шинкода и Харди [181] выяснили, что этот сдвиг зависит от ориентации плоскости образца по отношению к поляризующему внешнему магнитному полю, и связали его с внутренним дипольным полем, которое, в отличие от однородного трехмерного газа, в двумерном случае не обращается в ноль. Наблюдаемая линия поглощения ЭПР адсорбированных атомов имела выраженно асимметричную треугольную форму и была значительно шире, чем линия объемной фазы. Руководствуясь аналогией формы линии ЭПР 2D  $\text{H}\downarrow$  и сигнала ферромагнитного резонанса магнитных пленок при очень высокой мощности возбуждения [59], Шинкода и Харди предположили, что поведение спектра может объясняться нестабильностью намагниченности образца. Однако, им не удалось выяснить природу релаксации намагниченности, и количественного согласия с экспериментом получено не было. Похожие эффекты, связанные с внутренним дипольным полем, известны также из ЯМР экспериментов, например, с жидким и твердым  $^3\text{He}$  [115] и с газом поляризованных атомов  $^3\text{He}$  в условиях ограниченной геометрии [189]. В этих экспериментах, как и

в случае  $2D\ H\downarrow$ , нелинейные эффекты, сопряженные с намагниченностью, и следовательно, необычное поведение спектра, были вызваны относительно большой (ядерной) поляризацией и конечными размерами образца.

В настоящем разделе описана экспериментальная работа по ЭПР в газе двумерного спин-поляризованного атомарного водорода, адсорбированного на поверхности сверхтекучего гелия при температурах от 50 до 110 мК, в которой было показано, что асимметричная форма сигнала ЭПР действительно вызвана “ферромагнитной” нестабильностью, а роль механизма релаксации намагниченности играет обмен частицами между адсорбированной и объемной фазой  $H\downarrow$ . Скорость десорбции экспоненциально уменьшается с понижением температуры поверхности  $T_s$ , и ниже 80 мК СВЧ поле с амплитудой всего  $H_1 \approx 0.1$  мГц может оказаться достаточно сильным, чтобы существенно нарушить равновесный профиль плотности и, следовательно, намагниченности, и привести к описанной выше нестабильности спектра ЭПР. При низком же уровне возбуждения наблюдаемая форма спектра не зависит от амплитуды СВЧ поля, представляя собой свертку собственной формы линии и пространственного распределения внутреннего дипольного поля. Последнее, в свою очередь, определяется пространственным распределением плотности двумерного газа. При однородной и относительно низкой плотности ( $\sigma \approx 10^{11}$  см $^{-2}$ ) ширина линии составляет всего около 20 мГц.

Эксперименты проводились в камере объемом 1.5 см $^3$  (рис. 1.3), расположенной в центре сверхпроводящего соленоида в поле 4.6 Тл. Атомы водорода подавались в камеру из буферного объема 38 см $^3$ , также расположенного в сильном поле и термически изолированного от рабочей камеры. Это было необходимо, чтобы увеличить время жизни образца  $H\downarrow$  в процессе измерений до  $\sim 1$  часа. Камера и буферный объем были связаны тепловыми мостами с рефрижератором растворения, и их температуры стабилизировались в пределах, соответственно 70 – 300 и 150 – 500 мК. Внутренние поверхности



обоих объемов были покрыты насыщенной пленкой изотопически чистого  $^4\text{He}$  ( $<1$  ppb  $^3\text{He}$ ). Атомарный водород подавался в них из низкотемпературного диссоциатора.

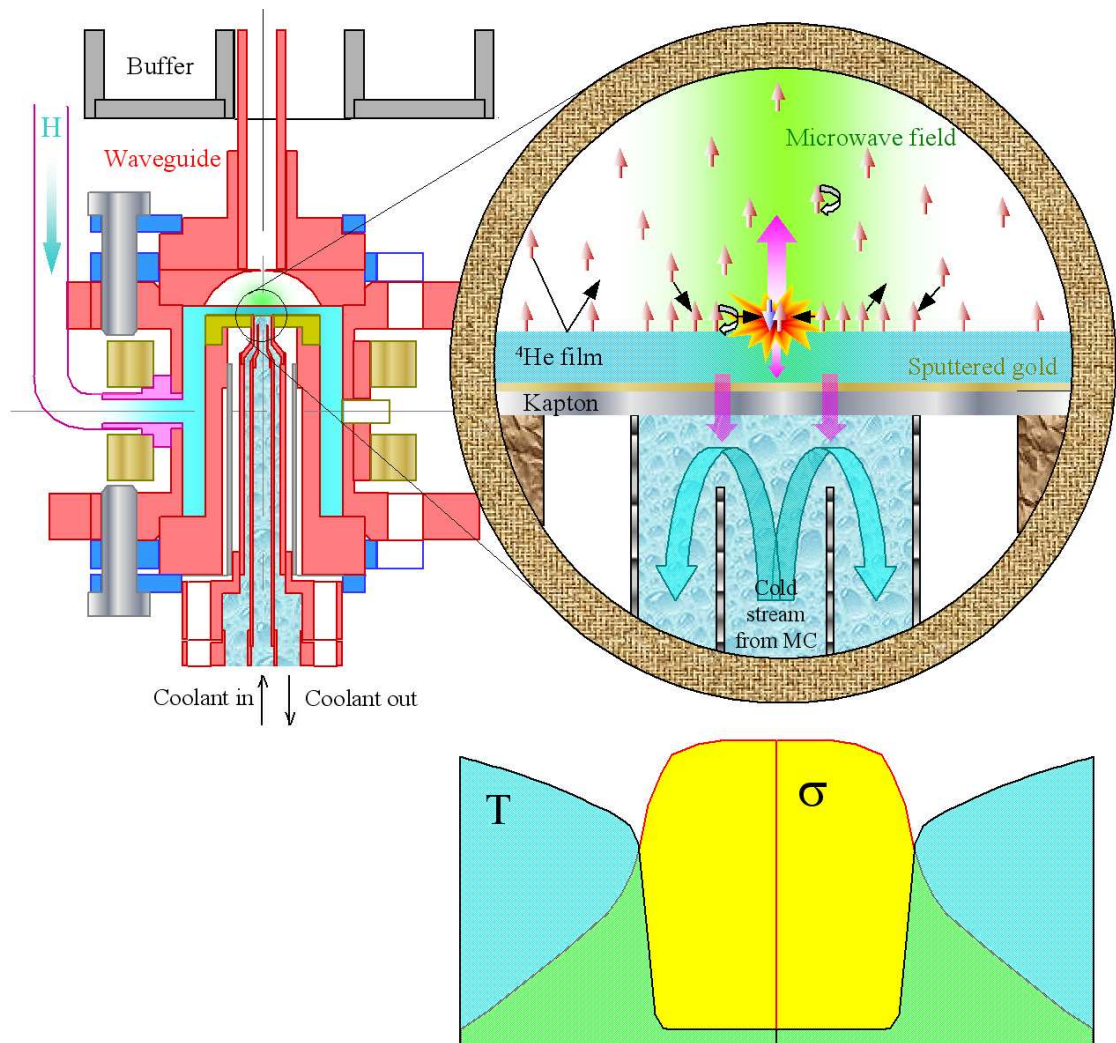


Рис. 1.3. Схема (a) рабочей камеры с резонатором Фабри–Перо, (b) плоского зеркала с холодным пятном, (c) расчетный профиль температуры и плотности на плоском зеркале при температуре охлаждающей смеси  $^3\text{He}/^4\text{He}$  45 мК и температуре камеры 112 мК.

Атомарный водород детектировался на частоте 129 ГГц в миниатюрном резонаторе Фабри–Перо, являвшемся частью двухфазного гетеродина спектрометра ЭПР. Центр плоского зеркала резонатора был термически изолирован от внешних областей и охлаждался до температуры  $T_s = 30 - 120$  мК потоком разбавленной компоненты  $^3\text{He}-^4\text{He}$  из рефрижератора



растворения. Плоское зеркало представляло собой каптоновую фольгу толщиной 13 мкм с золотым напылением и отделяло  $\text{H}\downarrow$  от хладагента. Таким образом можно было активно охлаждать “холодное пятно” диаметром 0.15 см независимо от остальной камеры. При проектировании резонатора учитывался сильный сигнал от атомов водорода в объеме камеры, который мог заглушать сигнал адсорбированной фазы. Поэтому объем, доступный атомам  $\text{H}\downarrow$ , был уменьшен до  $1.25 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3$  с помощью еще одной каптоновой фольги, помещенной в 0.08 см над плоским зеркалом. Для рабочей моды  $\text{TEM}_{003}$  СВЧ поле в резонаторе представляло собой стоячую волну с длиной волны 2.33 мм и гауссовым профилем с диаметром 3.1 мм на плоском зеркале. Минимально обнаружимое число атомов при мощности возбуждения, подаваемой в резонатор, 0.1 нВт составляла  $10^9$ . Низкая мощность была необходима для минимизации ЭПР-индуцированного разрушения образца. Абсолютная погрешность определения объемной плотности водорода путем интегрирования объемной линии поглощения и сравнения с полным рекомбинационным теплом, выделившимся в камере при распаде образца, не превышала 20%.

На рис. 1.4 показаны типичные спектры поглощения ЭПР на частоте сверхтонкого перехода  $b \rightarrow c$  атомарного водорода, полученные на предельно низкой мощности возбуждения. Сигнал объемного газа (спектр (a)) легко детектируется при сравнительно высоких температурах камеры, когда поверхностная плотность  $\sigma$  все еще мала. Сигнал неоднородно уширен и асимметричен, являясь сверткой собственной ширины линии и профилей постоянного и СВЧ поля в резонаторе. При низких  $T_s$  в области больших полей появляется дополнительный пик (спектр (b)), связанный с адсорбированными атомами. При дальнейшем понижении температуры  $T_s$  и росте  $\sigma$  этот пик удаляется от объемной линии (спектр (c)). Наконец, объемная плотность становится настолько малой, что соответствующая линия исчезает, и остается только сигнал двумерного газа (спектр (d)).

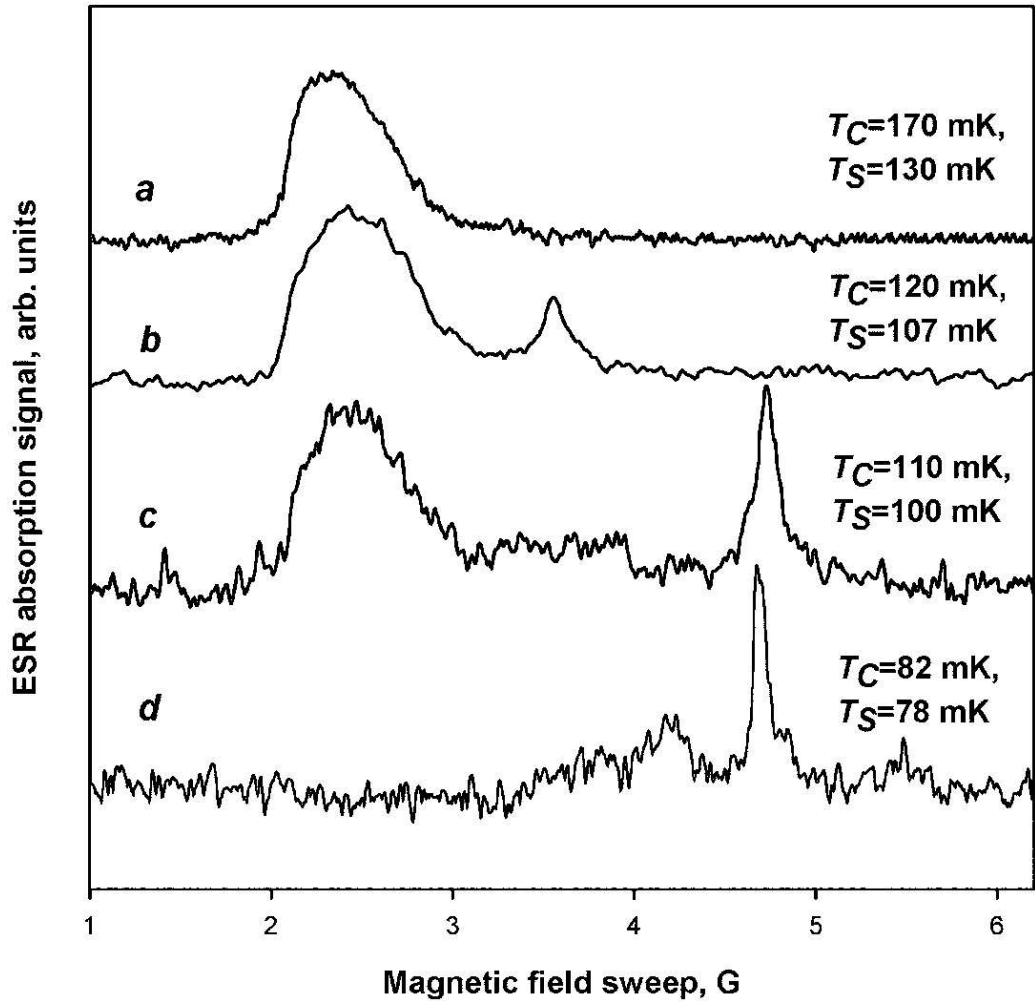


Рис. 1.4. Типичные спектры поглощения ЭПР при предельно низкой амплитуде СВЧ поля, записанные при понижающихся температурах стенок рабочей камеры  $T_c$  и поверхности холодного пятна  $T_s$  [200].

В рассматриваемом диапазоне температур и плотностей объемный газ находится в динамическом равновесии с адсорбированной фазой ввиду равенства скоростей адсорбции и десорбции. Поэтому поверхностная и объемная плотности в классическом приближении связаны изотермой адсорбции

$$\sigma = n\Lambda \exp(E_a/k_B T_s), \quad (1.17)$$

где  $E_a/k_B = 1.14$  К [171] – энергия связи атомов водорода с поверхностью  $^4\text{He}$ . При  $T_s < 100$  мК экспоненциальный множитель в уравнении (1.17) очень велик, поэтому даже незначительное понижение  $T_s$  приводит к существенному

росту  $\sigma$  на холодном пятне по сравнению с остальными относительно теплыми стенками камеры, находящимися при температуре  $T_c > T_s$ . Профиль поверхностной плотности на плоском зеркале определяется профилем температуры пленки гелия. Пример расчетного профиля  $T_s(r)$  и  $\sigma(r)$  показан справа внизу на рис. 1.3с.

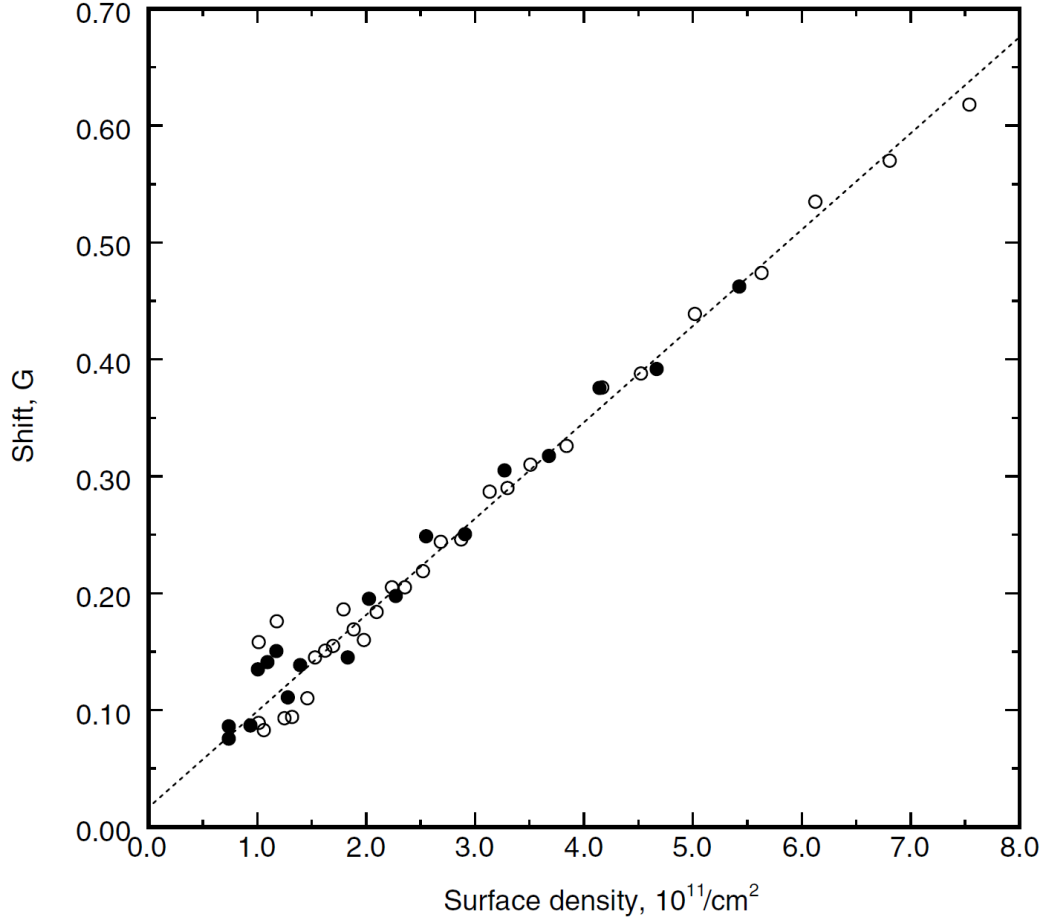


Рис. 1.5. Сдвиг линии ЭПР двумерного атомарного водорода по отношению к сигналу свободных атомов при ( $\bullet$ )  $T_c = T_s = 112$  мК, ( $\circ$ )  $T_c = T_s = 103$  мК. Совпадающие наклоны для разных температур указывают, что для вычисления поверхностной плотности выбрано верное значение  $E_a$  [200].

Было обнаружено, что ширина поверхностной линии зависит от разности температур  $T_c - T_s$ : чем больше разность, тем шире профиль плотности  $\sigma$  и, следовательно, шире линия. Особый интерес представляет ситуация  $T_c = T_s$ , поскольку она позволяет наблюдать собственную форму линии адсорбирован-

ных атомов и точнее определить ее положение. В экспериментах с равными  $T_c$  и  $T_s$  в диапазоне от 90 до 120 мК была зафиксирована самая узкая линия шириной от 20 мГц при плотности  $\sigma = 2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  до 200 мГц при  $\sigma = 2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ . Количественное исследование формы 2D линии было невозможно ввиду сравнительно низкого отношения сигнал-шум при малой мощности СВЧ. Тем не менее, сдвиг линии по отношению к объемному сигналу был определен с точностью 10 мГц. Результаты этих измерений представлены на рис. 1.5. При низкой плотности  $\sigma$  можно пренебречь рекомбинационным перегревом поверхности холодного пятна и вычислить  $\sigma$  по измеренной объемной плотности  $n$  с помощью уравнения 1.17. По данным рис. 1.5 Васильев и др. [200] нашли, что смещение линии ЭПР адсорбированных атомов водорода относительно объемной линии пропорционально поверхностной плотности,  $\Delta H = A\sigma$ , где  $A = 0.9(3) \cdot 10^{-12} \text{ Гс} \cdot \text{см}^2$ . Позднее значение коэффициента пропорциональности было уточнено,  $A = 1.05(10) \cdot 10^{-12} \text{ Гс} \cdot \text{см}^2$  [204].

Рисунок 1.6 демонстрирует влияние мощности СВЧ на форму 2D сигнала ЭПР. При высоком уровне мощности в спектре наблюдается резкий скачок со стороны низких полей, который смещается к объемной линии по мере роста мощности СВЧ. При развертке поля снизу вверх этот скачок происходит в большем поле, нежели при развертке сверху вниз (спектр (d)). Повышение уровня мощности на порядок приводит к очень широким линиям, напоминающим наблюдавшиеся в экспериментах Шинкоды и Харди [181]. Наблюдаемое поведение спектра можно объяснить, рассматривая баланс между адсорбцией атомов из объемной фазы и потерями в двумерном газе вследствие десорбции и ЭПР-индуцированной рекомбинации. Скорости адсорбции и десорбции равны, соответственно,  $nvs/4$  и  $\sigma\tau_s$ , где  $s$  – вероятность прилипания при столкновениях с поверхностью [66],  $v$  – тепловая скорость объемных атомов, а время десорбции есть  $\tau_s = (4\Lambda/vs) \exp(E_a/k_B T_s)$ . Для рассматриваемых поверхностных плотностей  $\sigma > 10^{11} \text{ см}^{-2}$  характерное время рекомбинации атомов с

перевернутым электронным спином составляет  $\tau_{bc} \lesssim 3$  мкс [171]. С другой стороны, при температурах ниже 110 мК  $\tau_s \gtrsim 100$  мкс  $\gg \tau_{bc}$ , поэтому каждый переворот спина ведет к немедленной потере двух атомов в адсорбированной фазе.<sup>1</sup> Тогда, пренебрегая процессами спонтанной рекомбинации  $\text{H}\downarrow$ , стационарная поверхностная плотность при развертке поля в процессе СВЧ накачки может быть найдена из уравнения баланса частиц<sup>2</sup>

$$\frac{nvs}{4} - \frac{\sigma}{\tau_s} - 2\sigma \frac{\pi}{8} \gamma_e H_1^2 f(h - A\sigma) = 0, \quad (1.18)$$

где  $H_1$  – амплитуда линейно поляризованного СВЧ поля в образце,  $\gamma_e$  – гиромагнитное отношение электрона,  $f(h - A\sigma)$  – нормированная собственная форма линии, а  $h$  – смещение магнитного поля по отношению к резонансному значению в объемном газе. Адсорбционно-десорбционный обмен атомами очевидно играет роль эффективного процесса продольной релаксации в 2D  $\text{H}\downarrow$ . Уравнение (1.18) справедливо также в пространственно-неоднородном случае, если перенос частиц вдоль поверхности несущественен. В этом случае  $f(H)$  представляет собой форм-фактор неоднородно уширенной линии. Спектр (e) на рис. 1.6 – форма линии поглощения, рассчитанная по уравнению (1.18).

При достаточно медленном прохождении через резонанс стационарная плотность и, следовательно, сдвиг линии, уменьшаются с ростом  $H_1$ . Такое поведение напоминает обычное насыщение отклика ЭПР. В результате возникает своеобразное “затягивание” (смещение) линии  $\delta h_p$  по направлению к

---

<sup>1</sup> В действительности, как показано в главе 4, при СВЧ накачке происходит когерентный поворот всех спинов, а рекомбинация становится возможной лишь в результате последующей поперечной релаксации. Последняя, однако, также происходит достаточно быстро (см. раздел 4.5).

<sup>2</sup> Это уравнение не учитывает перенос атомов  $\text{H}$  вдоль поверхности и локальный перегрев вследствие ЭПР-индуцированной рекомбинации. При определенных условиях соответствующий вклад может оказаться определяющим. Более общий анализ с учетом указанных процессов содержится в разделе 3.2.2.

объемному сигналу, которое определяется выражением

$$\Delta h_p \approx \frac{\pi}{4} \tau_s \gamma_e H_1^2 f(0) A \sigma \approx \frac{\pi}{4} \gamma_e H_1^2 \tau_s \frac{A \sigma}{\Gamma}. \quad (1.19)$$

Здесь  $\Gamma$  – эффективная полуширина функции  $f(h)$ . Согласно измерениям смещение линии насыщается при увеличении мощности возбуждения и практически не зависит от плотности. Поскольку скорость десорбции экспоненциально возрастает с ростом температуры поверхности, эффект насыщения может объясняться ростом рекомбинационного разогрева по мере увеличения скорости переворота спинов. Независимость же от плотности может проистекать из столкновительного уширения, что делает собственную ширину линии  $\Gamma$  пропорциональной  $\sigma$ .

При заданном значении  $h$  выражение (1.18), рассматриваемое как уравнение относительно плотности  $\sigma$ , может иметь несколько различных решений, которые отвечают за наблюдаемый гистерезис спектра ЭПР. С физической точки зрения неустойчивость есть положительная обратная связь отклика системы на СВЧ возбуждение: при приближении к резонансу со стороны низких полей стационарная плотность уменьшается, и спектр смещается таким образом, что текущее значение поля оказывается ближе к максимуму резонансной кривой. Это происходит, если смещение линии превосходит  $\Gamma$ . Тогда, опуская несущественные константы порядка единицы, условие формирования неустойчивости спектра можно записать в виде

$$H_1^2 \gtrsim \frac{\Gamma^2}{\gamma_e \tau_s A \sigma}. \quad (1.20)$$

В нашем случае критерий неустойчивости спектра ФМР ферромагнитных пленок [59] имеет вид

$$H_1^2 \geq C \Gamma^3 / A \sigma \quad (1.21)$$

где для лоренцевой формы линии  $C = 3.08$ . Следует отметить, что возникновение неустойчивости никак не связано с природой сдвига поверхностной

линии. Необходимо лишь, чтобы он был пропорционален поверхностной плотности. В разделе 4.4 рассматривается другая разновидность неустойчивости спектра, вызванная сдвигом частоты перехода вследствие упругого взаимодействия атомов при столкновениях.

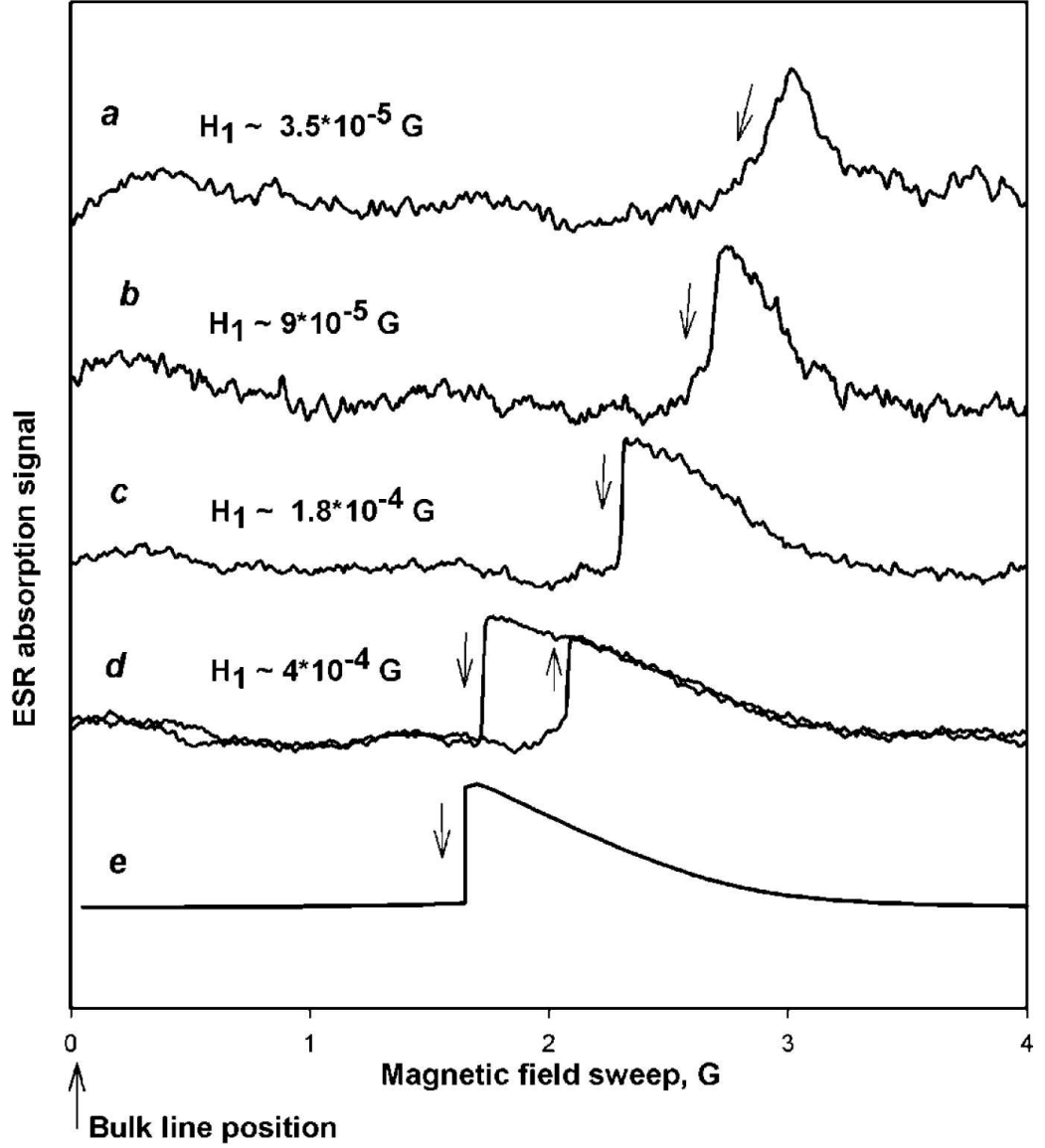


Рис. 1.6. Спектры ЭПР 2D  $H_{\downarrow}$  при различной амплитуде СВЧ поля  $H_1$ ,  $n = 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_c = 112 \text{ мК}$  и  $T_s = 9 \text{ мК}$ . Кривая *e* – решение уравнения (1.18) при  $H_1 = 5.5 \cdot 10^{-4} \text{ Гс}$  [200].

Условие (1.21) предполагает, что времена продольной и поперечной релаксации равны,  $T_1 = T_2 = 1/\gamma_e \Gamma$ , что явно неверно для 2D  $H_{\downarrow}$ . Следуя аргументации Шинкоды и Харди [181], рассматривавших столкновительное

происхождение собственной ширины линии, можно получить оценку  $\Gamma \approx 2A\sigma(\mu\gamma_e/va^2) \approx 0.05A\sigma$ , где  $a = 3.7 \text{ \AA}$  есть радиус ближайшего подхода атомов в модели твердых шаров. При типичной плотности  $10^{12} \text{ см}^{-2}$  это соответствует  $T_2 \approx 1 \text{ мкс} \ll T_1$ . Использование (1.21) вместо (1.20) очевидно дает сильно завышенное значение критической амплитуды СВЧ поля  $H_1$  [180].

Ввиду сильной температурной зависимости адсорбционного времени  $\tau_s$  условие (1.20) может быть легко выполнено при достаточно низких температурах даже в относительно слабом СВЧ поле. Несомненно, необычные формы линии наблюдавшиеся Шинкодой и Харди [181] также вызваны ферромагнитной нестабильностью спектра. Поэтому в их случае сдвиг поверхностной линии был определен не вполне корректно, а площадь под линией поглощения нельзя было использовать для определения поверхностной плотности. Чтобы избежать возникновения нестабильности необходимо поддерживать мощность возбуждения на достаточно низком уровне, пропорциональном  $\exp(-E_a/T_s)$ . Это затрудняет исследование невозмущенной формы линии двумерного газа при температурах существенно ниже 100 мК. С другой стороны, проведение подобных измерений в области квантового вырождения могло бы дать возможность обнаружения двумерной сверхтекучести в адсорбированном  $\text{H}\downarrow$  по ее влиянию на гидродинамику и, следовательно, на неоднородное уширение линии ЭПР.

## 1.5. Квантовая гидродинамика поверхности сверхтекучего гелия

Как известно, поведение объемного сверхтекучего гелия хорошо описывается в рамках двухжидкостной гидродинамики “смеси” нормальной и сверхтекучей компонент, плотности которых зависят от температуры [43]. При этом сверхтекучая компонента представляет собой своего рода вакуум, а нормаль-



ная образована элементарными возбуждениями – фононами и ротонами. Для рождения ротона требуется некоторая конечная энергия, поэтому при низких температурах эти возбуждения вымерзают, и сохраняются только фононы.

В рамках двухжидкостной гидродинамики аномально высокая теплопроводность сверхтекучего гелия объясняется встречными потоками нормальной и сверхтекучей компонент при наличие градиента температуры (а значит, давления газа фононов). При этом перенос тепла нормальной компонентой носит не диффузионный, а гидродинамический характер и ограничен лишь геометрическими размерами канала и критической скоростью, выше которой разрушается сверхтекучесть. Прямым следствием двухжидкостной гидродинамики является также существование в сверхтекучем гелии, в отличие от обычной жидкости, нескольких звуковых мод. Так, если обычный (первый) звук есть адиабатическая волна плотности, то второй звук – это волна энтропии, т.е., противофазные колебания плотности нормальной и сверхтекучей компоненты при постоянной полной плотности.

### 1.5.1. Квантованные капиллярные волны

Элементарными возбуждениями поверхности сверхтекучего гелия являются гравитационно-капиллярные волны, которые при низких температурах можно с хорошей точностью считать чисто капиллярными. В случае тонких пленок необходимо также учитывать ван-дер-Ваальсово взаимодействие с подложкой, которое фактически эквивалентно гравитационному вкладу. Ниже рассматриваются только насыщенные пленки гелия или объемная жидкость, когда прямым взаимодействием с подложкой можно пренебречь. Представление о квантованных капиллярных волнах – риплонах, квазичастицах, подчиняющихся статистике Бозе–Эйнштейна, было впервые предложено Аткинсом [61]. Поле скоростей риплона  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \nabla\phi(\mathbf{r}, t)$  описывается потенци-

алом

$$\phi_{kl}(\mathbf{r}, t) \propto e^{lz} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega_{kl}t}. \quad (1.22)$$

Частота  $\omega_{kl}$  связана с волновым вектором  $\mathbf{k}$  вдоль поверхности и глубиной проникновения  $l^{-1}$  своеобразным нелинейным законом дисперсии [86]:

$$\begin{aligned} \omega_k^2 &= \left( \frac{\alpha_0}{\rho_0} \right) l k^2, \\ l &= -b_k + \sqrt{k^2 + b_k^2}, \quad b_k = \alpha_0 k^2 / 2\rho_0 c_0^2, \end{aligned} \quad (1.23)$$

где  $\rho_0$  – плотность гелия при нулевом давлении (0.145 г/см<sup>3</sup> для <sup>4</sup>He и 0.0824 г/см<sup>3</sup> для <sup>3</sup>He), а  $\alpha_0$  – поверхностное натяжение (свободная энергия единицы площади поверхности) при  $T = 0$  (по разным данным от 0.354 [109] до 0.378 [85] эрг/см<sup>2</sup> для <sup>4</sup>He и 0.153 эрг/см<sup>2</sup> для <sup>3</sup>He),  $c_0$  – скорость звука в гелии при  $T = 0$  (230 м/с для <sup>4</sup>He). В длинноволновом пределе  $k \ll \rho_0 c_0^2 / \alpha_0 = 2.16 \cdot 10^8 \text{ см}^{-1}$

$$\omega_k^2 = \left( \frac{\alpha_0}{\rho_0} \right) k^3, \quad (1.24)$$

поверхность колеблется в вертикальном направлении, а жидкость под ней остается практически несжимаемой. Именно такая ситуация реализуется при температурах  $T \sim 0.1 \text{ К}$ , рассматриваемых в настоящей работе. В противоположном предельном случае  $k \gg \rho_0 c_0^2 / \alpha_0$  поверхность неподвижна, а возбуждение с  $\omega_{kl} = c_0 k$  представляет собой аналог фонона, локализованного вблизи поверхности и распространяющегося вдоль нее.

Эффективная масса риплона по определению есть

$$\frac{1}{M_k} \equiv \hbar^{-1} \left( \frac{\partial^2 \omega_k}{\partial k^2} \right)^{-1} = \frac{3}{4} \hbar (\alpha_0 / \rho_0)^{1/2} k^{-1/2} \quad (1.25)$$

Из выражений (1.24) и (1.25) нетрудно найти плотность, давление и энтропию

риплонного газа:

$$\begin{aligned}\rho_R &= \frac{5\hbar}{18\pi} \left(\frac{\rho_0}{\alpha_0}\right)^{4/3} \left(\frac{k_B T}{\hbar}\right)^{5/3} \Gamma\left(\frac{5}{3}\right) \zeta\left(\frac{5}{3}\right) \\ &= 1.67 \cdot 10^{-10} T^{5/3} \frac{\text{г}}{\text{К}^{5/3} \text{см}^2}\end{aligned}\quad (1.26)$$

$$\begin{aligned}P_R = -F_R &= \frac{\hbar}{4\pi} \left(\frac{\rho_0}{\alpha_0}\right)^{2/3} \left(\frac{k_B T}{\hbar}\right)^{7/3} \Gamma\left(\frac{7}{3}\right) \zeta\left(\frac{7}{3}\right) \\ &= 6.50 \cdot 10^{-3} T^{7/3} \frac{\text{эрг}}{\text{К}^{7/3} \text{см}^2}\end{aligned}\quad (1.27)$$

$$\begin{aligned}S_R = -\frac{\partial \alpha}{\partial T} &= \frac{7k_B}{12\pi} \left(\frac{\rho_0}{\alpha_0}\right)^{2/3} \left(\frac{k_B T}{\hbar}\right)^{4/3} \Gamma\left(\frac{7}{3}\right) \zeta\left(\frac{7}{3}\right) \\ &= 1.52 \cdot 10^{-2} T^{4/3} \frac{\text{эрг}}{\text{К}^{7/3} \text{см}^2}\end{aligned}\quad (1.28)$$

Температурная зависимость поверхностного натяжения чистых  $^3\text{He}$  и  $^4\text{He}$  ниже 1 К определяется суммой риплонной составляющей и вклада фононов, отраженных от поверхности жидкости [162]:

$$\begin{aligned}\alpha(T) = \alpha_0 &- \frac{\hbar}{4\pi} \left(\frac{\rho_0}{\alpha_0}\right)^{2/3} \left(\frac{k_B T}{\hbar}\right)^{7/3} \Gamma\left(\frac{7}{3}\right) \zeta\left(\frac{7}{3}\right) \\ &+ \frac{k_B T}{8\pi} \left(\frac{k_B T}{\hbar s_0}\right)^2 \zeta(3) + O(T^{10/3}).\end{aligned}\quad (1.29)$$

Стоит подчеркнуть, что риплоны вносят отрицательный вклад в поверхностное натяжение.

При более высоких температурах наблюдается заметное отклонение теоретической зависимости от экспериментов [85, 109], в которых поверхностное натяжение измерялась по подъему жидкости в капилляре [85] и по закону дисперсии гравитационно-капиллярных волн [109]. Это отклонение удастся объяснить влиянием поверхностных состояний атомов гелия, расположенных выше химического потенциала объемной жидкости, но ниже вакуума [95]. Кроме того, необходимо учитывать зависимость поверхностного натяжения от кривизны поверхности для коротковолновых риплонов, что приводит к поправкам к закону дисперсии (1.23) при высоких температурах.

Еще одной модой колебаний поверхности является так называемый второй поверхностный звук – волна энтропии (температуры) поверхности или, что то же самое, волна плотности риплонного газа. Скорость второго поверхностного звука определяется выражением

$$u_s^2 = \frac{63}{40} \left( \frac{\alpha_0}{\hbar \rho_0} \right) (k_B T)^{3/2} \frac{\Gamma(\frac{7}{3}) \zeta(\frac{7}{3})}{\Gamma(\frac{5}{3}) \zeta(\frac{5}{3})} \quad (1.30)$$

и, как и скорость второго звука в объемном гелии, обращается в ноль при  $T \rightarrow 0$ .

### 1.5.2. Механизмы релаксации

Сопротивление гидродинамическому течению газа риплонов по поверхности сверхтекучего  $^4\text{He}$  определяет скорость теплопереноса по пленкам гелия при  $T \lesssim 0.2$  [134, 135], возможность и условия наблюдения второго поверхностного звука [175], а также играет существенную роль в экспериментах с двумерным атомарным водородом ( $2\text{D H}\downarrow$ ) на поверхности гелия [41, 204].

Течение риплонного газа по поверхности гелия отдельно от объемной жидкости было впервые рассмотрено теоретически Андреевым и Компанейцем [4] и наблюдалось в экспериментах Манца, Эдвардса и Наяка [134, 135]. Первоначально основная роль в торможении потока риплонов приписывалась рождению длинноволнового риплона при аннигиляции двух коротковолновых [135, 162] с последующим быстрым затуханием длинноволнового риплона, поле скоростей которого проникает на всю толщину пленки. Впоследствии оказалось, однако, что как теоретическая вероятность такого процесса [160], так и фактическое затухание длинноволновых риплонов [159] весьма малы.

Так, Рош и др. [159] исследовали температурную зависимость затухания риплонов с длиной волны  $3.3 - 20$  мкм, электростатически возбуждаемых и детектируемых на поверхности пленки гелия  $^4\text{He}$  при  $T = 50 - 750$  мК с помощью полосковой микроструктуры с чередующейся полярностью. Было

обнаружено, что в пределе толстых пленок такие риплоны свободно распространяются по поверхности гелия на расстояния порядка нескольких сантиметров, а скорость затухания в температурном интервале 300–700 мК пропорциональна  $T^4$ , будучи на 6 порядков ниже ожидаемой для риплон-риплонного рассеяния. Той же группой было показано [160], что аккуратный учет граничных условий для возмущенной (а не плоской, как считалось ранее [162]) поверхности гелия приводит к многократному снижению скорости указанного трехриплонного процесса. В результате при рассматриваемых температурах основными механизмами, определяющими взаимодействие риплонной подсистемы с объемным гелием оказываются неупругое рассеяние фонона (P) на поверхности с рождением риплона (R) [160, 162] или аннигиляция двух риплонов с рождением фонона [157]. Далее, Рейнольдс, Сетия и Шляпников [157] нашли, что передача энергии от риплонной подсистемы в фононную осуществляется главным образом процессом  $R + R \rightarrow P$ , а плотность потока энергии при небольшой разности температур между объемом и поверхностью жидкости  $\Delta T \ll T$  составляет  $P \simeq 5.3 \times 10^4 T^{17/3} \Delta T$  Вт·см<sup>-2</sup>К<sup>-20/3</sup>. В разделе 1.5.1 показано, что аннигиляция двух риплонов с рождением фонона играет основную роль и в диссипации продольного импульса риплонов в случае объемной жидкости или пленки гелия на идеально гладкой подложке. Эффективность этого процесса также быстро убывает при понижении температуры (пропорционально  $T^{20/3}$ ), поэтому риплонная подсистема оказывается фактически изолированной от объема жидкости. В случае же шероховатой подложки диссипация импульса риплонов определяется одночастичным упругим рассеянием на неоднородностях поверхности жидкости [33], что объясняет экспериментально наблюдаемую температурную зависимость теплопроводности пленок гелия [135].

### 1.5.3. Примесь $^3\text{He}$

$^3\text{He}$ , растворенный в объемном сверхтекучем  $^4\text{He}$  (см. обзор [86]) ниже концентрации, при которой происходит расслоение фаз (6.4% при  $T = 0$ ), представляет собой просто добавку к нормальной компоненте, образуя слабо-неидеальный ферми-газ квазичастиц с энергией основного состояния  $-e_0 \simeq -2.8$  К по отношению к вакууму, эффективной массой, несколько большей, чем у свободного атома,  $m_3^* \approx 2.3m_3$  и температурой Ферми

$$k_B T_F = \frac{\hbar^2}{2m_3^*} (3\pi^2 n_3)^{2/3}, \quad (1.31)$$

где  $n_3$  – объемная концентрация  $^3\text{He}$ .

В отличие от фононов, квазичастицы  $^3\text{He}$  не вымерзают с понижением температуры. Точнее, объемная концентрация  $^3\text{He}$  может уменьшаться лишь в силу того, что при низких температурах прежде всего заполняются лежащие ниже по энергии поверхностные состояния, которым посвящен следующий раздел. Разумеется, как в любом ферми-газе, при  $T \ll T_F$  в кинетических процессах принимает участие только небольшая доля частиц порядка  $T/T_F$  вблизи поверхности Ферми.

Крумом и др. [77] было показано, что квазичастицы  $\text{He}^3$  определяют скорость тепло- и массопереноса по поверхности пленок гелия, осуществляя передачу продольного импульса от поверхности пленки в подложку за счет столкновений с этими двумя границами жидкости. Были получены значения доли продольного импульса, передаваемой при каждом столкновении,  $f^* \simeq 1.2T \text{ К}^{-1}$  и вероятности адсорбции  $f_{\text{ads}} \simeq 7 \cdot 10^{-4} T \text{ К}^{-1}$  с характерной фермиевской зависимостью от температуры.

#### 1.5.4. Андреевские состояния H, D, T и $^3\text{He}$ на поверхности гелия

Вблизи поверхности жидкости имеется потенциальная яма для атомов  $^3\text{He}$  по крайней мере с одним связанным состоянием для движения перпендикулярно поверхности. Энергия этого предсказанного Андреевым [3, 4] состояния лежит на  $e_{0s} \simeq 2.22$  К ниже энергии связи  $^3\text{He}$  в объеме жидкости, а эффективная масса двумерных квазичастиц составляет  $M_0 \simeq 1.45m_3$  [86]. Для тонких пленок существование возбужденных состояний в адсорбционном потенциале было подтверждено, а их параметры тщательно изучены как теоретически, так и экспериментально [102]. Однако до описываемых ниже экспериментов возбужденные поверхностные состояния  $^3\text{He}$  на насыщенных пленках или объемном  $^4\text{He}$  не были обнаружены, несмотря на теоретические предсказания [78, 148]. Так, Дальфово и Стрингари [78] и позднее Павлофф и Трейнер [148] методом функционала плотности энергии предсказали существование второго (первого возбужденного) андреевского состояния  $^3\text{He}$  на поверхности объемного  $^4\text{He}$  с энергией связи  $e_{s1} \simeq 0.8$  К по отношению к объему жидкости и эффективной массой  $M_1 \simeq 1.6m_3$ . Более того, Павлофф и Трейнер получили, что вблизи трехмерного континуума может существовать еще и третье андреевское состояние, слабо связанное с поверхностью гелия ( $e_{s2} \lesssim 0.1$  К и  $M_2 \simeq 2.24m_3$ ). Далее, ими были рассчитаны параметры основного состояния, несколько отличающиеся от значений, получающихся в модели единственного поверхностного состояния:  $e_{s0} \simeq 2.64$  К и  $M_0 \simeq 1.29m_3$  (в пределе нулевой поверхностной плотности). Эффективный потенциал, в котором находятся атомы  $\text{He}^3$ , зависит от заселенности поверхностных состояний, поэтому и энергии этих состояний, и соответствующие эффективные массы также самосогласованно зависят от плотности двумерного  $\text{He}^3$ . Так, энергия связи основного андреевского состояния уменьшается с ростом плотности, а обоих возбужденных состояний – напротив, несколько возрастает. Эффек-

тивная же масса основного состояния заметно возрастает с ростом плотности (вначале – линейно), первого возбужденного – возрастает существенно слабее (вначале – квадратично), а второго возбужденного – снижается. На рис. 1.7 показаны (слева) профиль поверхности гелия, профиль эффективного потенциала, в котором находятся атомы  $\text{He}^3$  и (справа) волновые функции поверхностных состояний для различной плотности двумерного  $\text{He}^3$ .

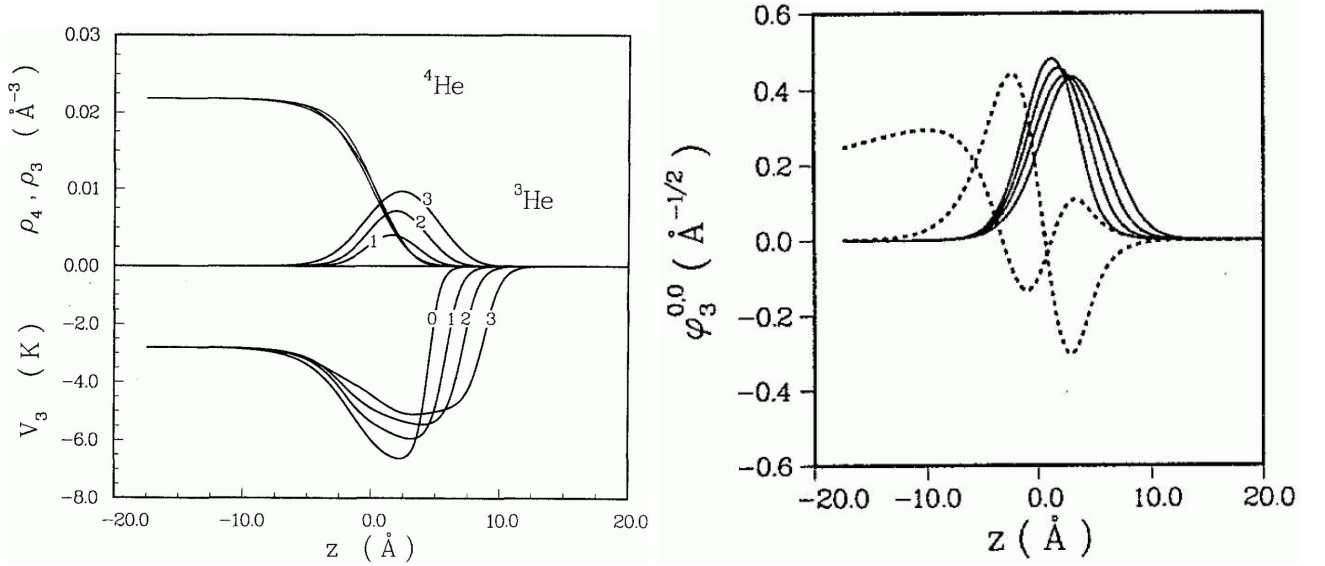


Рис. 1.7. Слева: профили плотности жидкого  $\text{He}^4$ , эффективного потенциала, в котором находятся атомы  $\text{He}^3$ , и плотности вероятности для основного поверхностного состояния при плотности двумерного  $\text{He}^3$   $n_{3s} = 0$  (кривые 0),  $1.95 \times 10^{14}$  (кривые 1),  $3.98 \times 10^{14}$  (кривые 2) и  $6.72 \times 10^{14} \text{ см}^{-2}$  (кривые 3). Справа: волновые функции основного поверхностного состояния при тех же плотностях двумерного  $\text{He}^3$  и возбужденных состояний в пределе нулевой плотности (согласно расчетам [148] методом функционала плотности энергии).

Аналогичные связанные с поверхностью состояния в ван-дер-ваальсовом адсорбционном потенциале существуют и для изотопов водорода [133]. Однако, для водорода и дейтерия химический потенциал в объеме жидкости существенно положительный (34, 14.4 и 6.2 K для H, D и T, соответственно [163]), поэтому эти атомы практически не проникают в жидкость и локализованы в основном на некотором расстоянии от нее со стороны вакуума (рис. 1.8). Особый интерес представляет ситуация, когда на поверхности сверхтекучего



гелия одновременно адсорбированы атомы двух видов (например,  $^3\text{He}$  и  $\text{H}$ ), образующих, соответственно, вырожденный двумерный ферми- и бозе-газ.

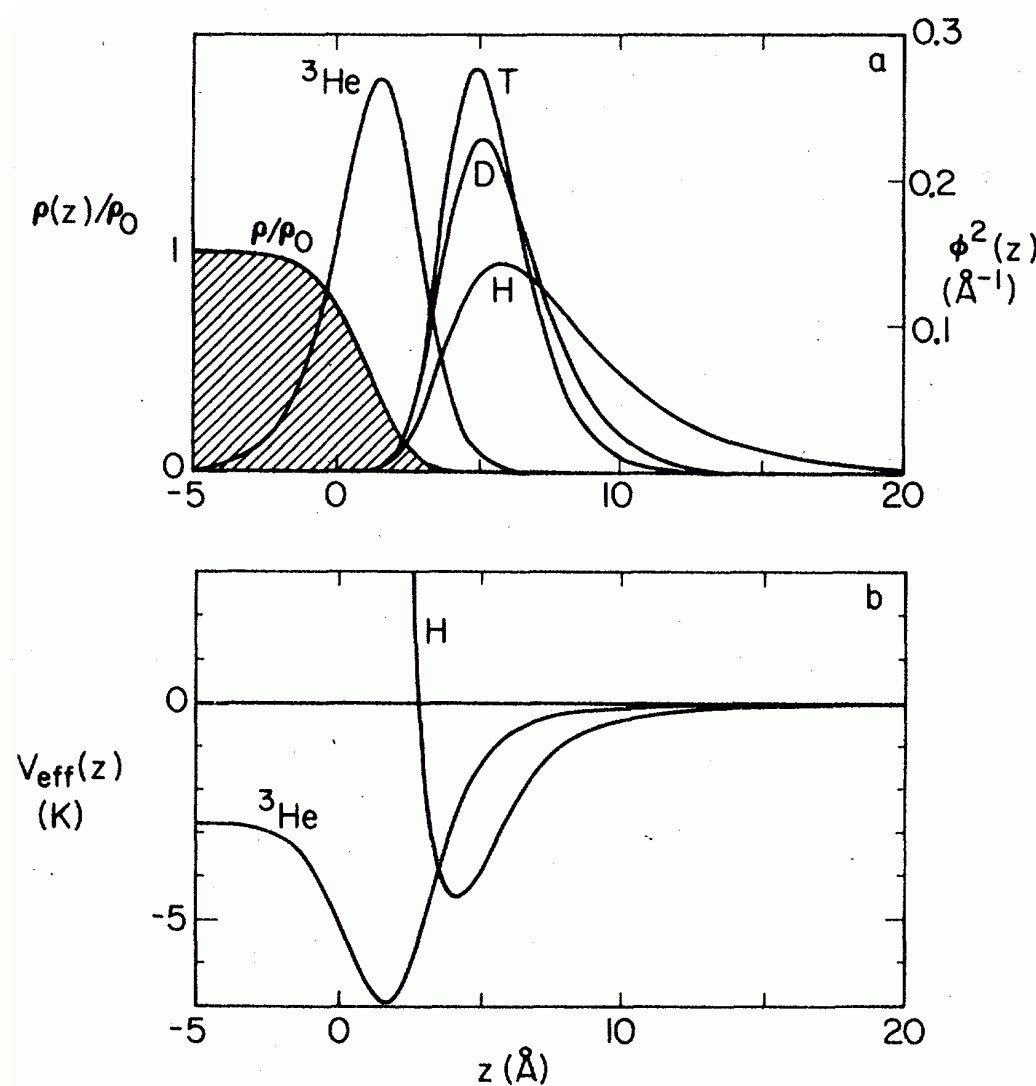


Рис. 1.8. *Вверху*: профили плотности жидкого  $\text{He}^4$  и плотности вероятности поверхностных состояний водорода и  $\text{He}^3$  (в модели одного состояния). *Внизу*: профили эффективного потенциала, в котором находятся атомы водорода и  $\text{He}^3$  вблизи поверхности  $\text{He}^4$  [133].

## 1.6. Электроны над жидким гелием

Теоретические и экспериментальные исследования низкоразмерных систем зарядов ведутся уже около 40 лет. К этим системам относятся двумерный электронный газ в полупроводниковых структурах, а также системы

электронов, локализованных вблизи поверхности жидкого гелия [47, 49]. Как известно, электрон вблизи поверхности изотропного диэлектрика, занимающего полупространство  $z < 0$ , каковым является жидкий гелий с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 1.0572$ , находится в одномерном кулоновском потенциале заряда изображения  $\phi(z) = -e^2(\epsilon - 1)/4z(\epsilon + 1)$ . В то же время энергия электрона внутри жидкого гелия составляет около 1 эВ, поэтому при криогенных температурах поверхность жидкости можно заменить абсолютно непроницаемым для электрона потенциальным барьером. В действительности распределение плотности вероятности для атомов гелия вблизи поверхности размыто на величину порядка нескольких ангстрем (см. рис. 1.8), поэтому и реальная форма одномерной потенциальной ямы для электрона отличается от указанной идеализированной картины. Однако отличие это в первом приближении несущественно, так как простая оценка из соотношения неопределенности дает энергию связи основного состояния электрона около 7.6 К и характерное расстояние до поверхности 76 Å. Решая уравнение Шредингера, несложно найти также и весь спектр электрона над жидким гелием, который имеет ридберговский вид. Расчетные частоты переходов из основного в возбужденные состояния лежат в диапазоне 125–150 ГГц и хорошо согласуются с экспериментальными значениями [96].

Из электростатических соображений ясно, что для удержания системы электронов с двумерной плотностью  $n$  у поверхности гелия необходимо приложить прижимающее электрическое поле перпендикулярно поверхности  $E_{\perp} \geq 2\pi ne$ . Это приводит к смещению собственных уровней энергии электрона и таким образом дает возможность управлять их положением и, следовательно, перестраивать частоты переходов между ними. Вследствие большого расстояния до жидкости движение электронов вдоль поверхности является практически свободным. При этом в пределе  $E_{\perp} \rightarrow 0$  эффективная масса электрона  $m^*$  с огромной точностью совпадает с его собственной массой  $m_e$ . Это под-

тверждается измерениями частоты циклотронного резонанса  $\Omega_c = eH/mc$  – частоты переходов между уровнями Ландау в перпендикулярном магнитном поле  $\mathbf{H}$  – при низких температурах. В сильном же прижимающем электрическом поле эффективная масса электронов многократно возрастает. Так,  $m^*/m_e$  увеличивается от 500 до 5000 практически пропорционально квадрату прижимающего поля  $E_\perp = 0.57 \div 1.672$  кВ/см при постоянной плотности  $n_e = 6.3 \times 10^8$  см $^{-2}$  [187] и несколько снижается (с 2000 до 1500) с ростом плотности от 5 до  $12 \times 10^8$  см $^{-2}$  при постоянном прижимающем поле  $E_\perp = 1.15$  кВ/см [194]. Рост эффективной массы вызван тем, что сильное поле вдавливают электроны в поверхность гелия, образуя на ней лунки, и при движении электронов вдоль поверхности происходит перенос заметной массы жидкости, связанный с перемещением лунок. В прижимающих полях  $E_\perp \gtrsim 2$  кВ/см заряженная поверхность гелия становится неустойчивой, что ограничивает предельно достижимую плотность поверхностных электронов.

При низких температурах и высокой плотности электронов, когда потенциальная энергия их кулоновского взаимодействия друг с другом становится существенно больше кинетической энергии, электроны образуют так называемый вигнеровский кристалл [97]. В сильном прижимающем поле формируется луночный кристалл [128], в котором под каждым узлом вигнеровского кристалла электронов расположена соответствующая ему лунка на поверхности жидкого гелия. Как и во всяком кристалле, в вигнеровском кристалле могут распространяться фононы, а в луночном – смешанные риплон-фононные моды.

Благодаря слабой связи с поверхностью гелия времена релаксации возбужденных состояний поверхностных электронов оказываются гораздо более высокими, чем в твердотельных гетероструктурах. Это делает их весьма привлекательными не только с фундаментальной, но и с практической точки зрения, в частности, для реализации элемента памяти квантового компьюте-

ра [84], чему способствует быстрый технологический прогресс, уже приведший к созданию устройств, позволяющих управлять считанным числом электронов и даже единичным зарядом. В то же время относительная слабость релаксационных механизмов определяет чрезвычайно высокую подвижность поверхностных электронов  $\mu \sim 10^4$  м/В·с, едва ли не самую высокую из всех известных двумерных систем.

В настоящее время исследования свойств низкоразмерных систем электронов над жидким гелием активно развиваются во ФТИНТ НАН Украины (Харьков), ИФТТ РАН, RIKEN (Токио, Япония), университетах Сан-Карлуса (Бразилия) и Констанца (Германия). Основное внимание уделяется экспериментальному и теоретическому изучению проводимости поверхностных электронов как в неупорядоченном, так и кристаллическом состояниях, проводимости квазиодномерных заряженных каналов над жидким гелием, а также нульмерных систем, эффектам нелинейным по ведущему электрическому полю, различным аспектам стабильности низкоразмерных заряженных систем над гелием и свойствам таких систем над плёнками гелия, коллективным явлениям, свойствам систем поверхностных электронов, прежде всего их кристаллической фазы, над нормальным и сверхтекучим  $^3\text{He}$ , влиянию электромагнитного излучения на заселённость электронных состояний, закономерностям фазовых переходов.

При  $T < 0.7$  К, когда давление насыщенных паров гелия экспоненциально мало, подвижность поверхностных электронов ограничена их взаимодействием с элементарными возбуждениями поверхности гелия-риплонами, в то время как прямое электрон-фононное взаимодействие неэффективно. Во всех предыдущих работах, посвященных теоретическому и экспериментальному исследованию подвижности поверхностных электронов, подразумевалось, что при взаимодействии с риплонами продольный импульс электронов передается всей массе жидкости (см., например, [47]). Однако есть основания

полагать, что в действительности релаксация продольного импульса электронов происходит в две стадии – посредством передачи импульса риплонам и далее от риплонов фононам в объем жидкости – и определяется самой медленной из них.

Вообще говоря, экспериментальное наблюдение риплон-фононного взаимодействия является самостоятельной достаточно непростой задачей. Один из возможных путей ее решения – измерение теплопереноса по поверхности гелия [135]. Однако в этом случае приходится использовать тонкие пленки, чтобы избавиться от колоссальной теплопроводности объемной жидкости, на фоне которой теплоперенос по поверхности может остаться незамеченным. В случае же пленок существенную роль играет гладкость поверхности, так как рассеяние риплонов может происходить не только на фононах, но и на неоднородностях поверхности, вызванных дефектами (шероховатостью) подложки. Такой одночастичный процесс упругого рассеяния риплонов существенно слабее зависит от температуры, чем риплон-фононное взаимодействие, и поэтому преобладает при низких температурах [33]. Гарантированное исключение упругого одночастичного канала диссипации потока риплонов порождает весьма жесткие требования к гладкости поверхности на значительной площади. Таким образом вклад риплон-фононных процессов в теплопроводность поверхности гелия оказывается труднообнаружимым. Рош и др. [159] использовали емкостное возбуждение и детектирование для измерения затухания длинноволновых риплонов. Однако этот метод малопригоден для исследования тепловых риплонов, длина волны которых составляет всего  $\sim 10$  нм, что на три порядка меньше, чем в экспериментах Роша и др. В разделе 3.4.3 показано, что весьма перспективным может быть использование поверхностных электронов.

Поверхностные (риплон) и объемные (фонон) квазичастицы в жидком гелии взаимодействуют лишь в меру его малой сжимаемости. Как уже

отмечалось выше, скорость основного процесса передачи импульса при низких температурах (рождение фонона при аннигиляции двух риплонов [157]) пропорциональна  $T^{20/3}$  [33]. Следовательно, в пределе  $T \rightarrow 0$  риплонная подсистема оказывается фактически изолированной от объема жидкости и вынуждена совершать регулярное движение вместе с электронами. Таким образом, подвижность электронов должна неограниченно возрастать с понижением температуры. Однако в экспериментах ничего подобного не наблюдается по крайней мере вплоть до 20 мК [128, 182]. Напротив, подвижность электронов, образующих при низких температурах вигнеровский кристалл [97, 207], даже несколько снижается, выходя на насыщение при  $T \rightarrow 0$ . В разделе 3.4.3 предпринята попытка разрешить это противоречие и определить условия, при которых подвижность поверхностных электронов определяется риплон-фононным взаимодействием (или, по крайней мере, вклад этого взаимодействия является существенным), вычислить зависимость подвижности от температуры, частоты ведущего электрического поля  $E_{\parallel}(t) = E_{\parallel}e^{i\omega t}$  и величины прижимающего поля  $E_{\perp}$ .

## 1.7. Взаимодействие в квантовых газах. Контактный сдвиг атомных переходов

Взаимодействие частиц в газе приводит к смещению частот сверхтонких переходов по сравнению с изолированными атомами [53, 55, 103, 210]. Сдвиг частоты может возникать из-за взаимодействия атомов со стенками резервуара (адсорбционный сдвиг или wall shift), с буферным газом (барометрический сдвиг или pressure shift) или друг с другом (контактный сдвиг или contact shift, называемый так, поскольку он порождается короткодействующим, т.е., контактным взаимодействием атомов). Контактный, он же столкновительный, сдвиг вызван разностью длин рассеяния атомов в двух внутренних

(например, сверхтонких) состояниях, связанных резонансным переходом, и является одним из основных факторов, ограничивающих стабильность современных стандартов времени [146], поэтому глубокое понимание его природы важно не только с фундаментальной, но и с практической точки зрения.

Толчком к представленному в главе 4 циклу работ, посвященных контактному сдвигу, и в более широком плане – нелинейным спектроскопическим эффектам в квантовых газах, послужили эксперименты по измерению столкновительного сдвига частот сверхтонких переходов в двумерном (2D), адсорбированном на поверхности сверхтекучего гелия [55], и трехмерном (3D) [53] спин-поляризованном атомарном водороде при  $T \sim 0.1 \div 0.3$  К в магнитном поле 4.6 Тл методами ЭПР и ДЭЯР (двойного электронно-ядерного резонанса). В то время как эксперименты с ультрахолодными парами щелочных металлов [103, 210] демонстрируют великолепное согласие с данными спектроскопических измерений длин рассеяния [197], в атомарном водороде в обоих (2D и 3D) случаях измеренные значения сдвига одного из переходов оказались *на два порядка* меньше ожидаемых [53, 55]. Такое резкое противоречие теории и эксперимента в простейшей системе атомов водорода, где большинство результатов может быть с высокой точностью получено аналитически, исходя из первых принципов, казалось бы, ставило под сомнение основы квантовой механики.

Напомним, что фактическое отсутствие столкновительного сдвига частоты ЭПР в 2D  $H\downarrow$  наблюдалось еще в экспериментах Шинкоды и Харди [181] и позднее в работах с участием автора [200, 203, 204]: сигнал ЭПР адсорбированных атомов водорода был смещен относительно трехмерного газа (в котором межатомное взаимодействие было пренебрежимо мало) лишь на величину дипольного поля, создаваемого поляризованными магнитными моментами атомов друг на друге, в то время как изменение средней энергии упругого взаимодействия атома в двумерном газе при перевороте его электронного спина

должно быть на два порядка больше. В качестве объяснения Шляпников, а также Прокофьев и Свистунов [48] указывали, что триплет-синглетные переходы с изменением длины рассеяния в спин-поляризованном атомарном водорододе невозможны, поскольку поглощение микроволновых квантов спиновой системой происходит когерентно. В результате в каждый момент времени все атомы оказываются в одном и том же суперпозиционном состоянии со “слегка наклоненными”, но по-прежнему параллельными спинами, то есть, как и в исходном полностью поляризованном состоянии, образуют лишь триплетные пары. Однако последовавшие вскоре эксперименты Харбера и др. с  $^{87}\text{Rb}$  [103] и детальный анализ Цвирляйна и др. [210] показали, что когерентность взаимодействия спинов с СВЧ полем непосредственно не связана с величиной контактного сдвига и вовсе не мешает ему быть отличным от нуля, как например в парах  $^{87}\text{Rb}$  [103].

Задача о взаимодействии атомов в одинаковых и различных внутренних состояниях подробно исследовалась как теоретически, итак и экспериментально, особенно в связи с бозе-конденсацией и родственными ей явлениями в ультрахолодных газах [73, 91, 100, 103, 155, 210]. Так, в экспериментах с парами  $^{87}\text{Rb}$  [103] было продемонстрировано, что в полном соответствии с общей теорией [16] энергия парного взаимодействия в бозе-конденсате оказывается в  $2! = 2$  раз ниже, чем в нормальном газе. Однако оставался открытым вопрос, почему в отличие от интуитивных ожиданий [103] сдвиг резонансной частоты за счет холодных столкновений в нормальном пространственно однородном газе двухуровневых атомов не зависит от взаимной когерентности двух атомных состояний в образце, т.е., от доли двухатомных псевдо-синглетов и триплетов.<sup>3</sup> Вскоре Цвирляйн *et al.* [210] и Гупта *et al.* [100], а позднее

---

<sup>3</sup> Динамику двухуровневой системы удобно описывать, представляя ее в виде совокупности частиц с псевдо-спином  $\tilde{S} = 1/2$ . При этом, как показано ниже, полная аналогия с истинным спином не всегда корректна.



– Гиббле [91] показали, что причина этого в том, что псевдо-синглеты, которые вносят вклад только во взаимодействие фермионов, но не бозонов, не взаимодействуют с однородным резонансным СВЧ полем и поэтому не участвуют в возбуждаемых им переходах. Соответственно, фермионы не испытывают сдвига частоты при пространственно однородном возбуждении [100, 210]. Пространственная же неоднородность, напротив, вызывает своеобразный зависящий от когерентности сдвиг, знак которого противоположен в бозе- и ферми-газах [73, 91]. Рассматривая спиновую динамику системы двух двух-уровневых фермионов и бозонов при пространственно неоднородном импульсном возбуждении, Гиббле также получил выражения для величины контактного сдвига в зависимости от углов поворота псевдо-спинов каждой из частиц первым и вторым импульсом.

В общем виде контактное взаимодействие многоуровневых атомов рассматривается в разделе 4.1.1. В разделе 4.1.2 применительно к спин-поляризованному атомарному водороду в сильном магнитном поле показано, что упомянутое выше кажущееся противоречие может быть устранено при аккуратном учете соответствия между симметрией состояния пары атомов и величиной их полного электронного спина  $S$ , так что в некоторых случаях триплет-синглетные переходы в бозе-газе запрещены, а контактный сдвиг равен нулю [35]. Кроме того, в разделе 4.1.3 выдвинуто и обосновано предположение, что малый, но ненулевой сдвиг, наблюдавшийся в экспериментах с двумерным водородом [55, 56], может объясняться присутствием конечной некогерентной доли атомов в третьем сверхтонком состоянии, не участвующем в регистрируемом резонансе [36]. Эти аргументы стали предметом дискуссии [53, 54, 167], прежде всего, вокруг выражения для энергии взаимодействия атомов в различных сверхтонких состояниях и, как следствие, вокруг разности длин триплетного и синглетного упругого рассеяния атомов водорода в основном состоянии. В ходе этой дискуссии был обобщен вывод формулы

Гиббле применительно к непрерывному возбуждению и показано, что контактный сдвиг в пространственно однородном газе многоуровневых бозонов или фермионов в явном виде зависит от взаимной когерентности различных состояний, если заселенность состояния, не участвующего в переходе, отлична от нуля, что полностью согласуется с экспериментами с фермионами  ${}^6\text{Li}$  [100] и  ${}^{40}\text{K}$  [155] и недавно опубликованной теорией [63]. В то же время соответствующий вклад в контактный сдвиг бозонов, напротив, максимален, если их внутренние состояния когерентно заселены и уменьшается в два раза по мере разрушения когерентности в образце. Однако до недавнего времени не было единого мнения по вопросу о величине энергии взаимодействия и, следовательно, о значениях длин рассеяния в атомарном водороде. Точка зрения автора оспаривалась в работах Ахокаса и др. [53, 54], в которых существенная роль отводится неупругим процессам релаксации и рекомбинации атомов. Необходимо подчеркнуть, что не может не вызывать удивления то обстоятельство, что за исключением указанных работ до сих пор нет сколь-нибудь точных экспериментальных данных о длинах s-рассеяния простейших атомов в основном состоянии, хотя исследования атома водорода ведутся уже более ста лет и послужили толчком к коренному пересмотру основ физики и созданию таких ее разделов как квантовая механика и квантовая электродинамика.

Таким образом, изложенный в главе 4 цикл работ, посвященных теории столкновительного сдвига частот сверхтонких переходов в ультрахолодных газах [27, 35–37, 40, 167, 169, 170], позволил существенно продвинуться в понимании роли идентичности частиц и когерентности состояния системы в межатомном взаимодействии и взаимодействии с резонансными полями. Так, в приближении среднего поля были получены общие выражения для энергии парного контактного взаимодействия в частично когерентном газе многоуровневых бозонов и фермионов в случае s-рассеяния (раздел 4.1.1).

Для распространенного случая трехуровневых атомов выведены выражения для зависимости контактного сдвига частоты переходы от заселенности и взаимной когерентности всех трех состояний. Уточнено значение разности длин триплетного и синглетного s-рассеяния холодных атомов водорода в основном электронном состоянии, полученное по данным измерения контактного сдвига сверхтонких переходов в присутствии третьего состояния (раздел 4.1.4).

При попытках объяснения наблюдаемых спектров двойного резонанса атомарного водорода было выявлено совершенно новое явление – усиленный взаимодействием двойной резонанс (УВДР) – и описана форма линии УВДР при определенных соотношениях основных параметров задачи [170] (раздел 4.3). Дальнейший анализ спектров ДЭЯР, а также полученных ранее выражений для сдвига частоты перехода в газе трехуровневых атомов, наряду с необходимостью объяснения наблюдаемого конечного контактного сдвига в дважды поляризованном атомарном водороде в сильном магнитном поле приводят к выводу о возможности еще одного необычного явления – неустойчивости спектра двухуровневой системы вследствие зависимости частоты перехода от заселенности связанных переходом состояний [40] (раздел 4.4), по аналогии с известной неустойчивостью спектра ферромагнитного резонанса в тонких пленках [59] или спектра ЭПР в двумерном атомарном водороде [200] (см. раздел 1.4.2) и ЯМР в  $^3\text{He}$  [189]. При этом взаимодействие, вызывающее сдвиг резонансной частоты, может быть как короткодействующим, так и дальнедействующим (например, магнитным или электрическим диполь-дипольным, кулоновским и т.д.), а резонансный переход – переходом между произвольными (зеemanовскими сверхтонкими, колебательно-вращательными, электронными) внутренними состояниями частиц, что предопределяет достаточно широкий круг систем, в которых подобное явление могло бы наблюдаться при соответствующих условиях (газы атомов в основном или высоковозбужденном (ридберговском) состоянии, газы полярных молекул).

## Глава 2

# Экспериментальное исследование двумерного атомарного водорода

### 2.1. Достижение условий квазиконденсации 2D H↓ методом магнитного сжатия

#### 2.1.1. Введение

Квазиконденсация должна происходить, когда энергия взаимодействия становится сравнимой с тепловой,  $\sigma\tilde{U} \sim k_B T$ , где  $\tilde{U} \approx 4\pi\hbar^2\xi/m$  – эффективная вершина взаимодействия, а  $\xi$  – интенсивность взаимодействия в двумерном газе [17]. Известно, что в пределе  $T \rightarrow 0$  отношение плотности надконденсатных частиц и конденсата составляет  $\sigma'/\sigma_0 \approx \xi$  [176], поэтому квазиконденсация должна проявляться прежде всего в разреженных системах с низким  $\xi$ . Одной из таких систем является двумерный спин-поляризованный атомарный водород, адсорбированный на поверхности сверхтекучего гелия. Как уже упоминалось в разделе 1.4, атомы водорода на поверхности  $^4\text{He}$  занимают единственное связанное состояние в адсорбционном потенциале с энергией  $E_a/k_B \approx 1$  К [206]. Они локализованы достаточно далеко, в  $8 \text{ \AA}$  от поверхности жидкости, а длина делокализации волновой функции связанного состояния в направлении нормали к поверхности  $l \approx 5 \text{ \AA}$  велика по сравнению с длиной упругого триплетного s-рассеяния  $a_t = 0.72 \text{ \AA}$  [74]. Поэтому адсорбированный водород можно считать квазидвумерным в том смысле, что свободное движение частиц вдоль поверхности описывается двумерной статистикой с эффективной массой, отличающейся от собственной массы атома лишь на 1% [209], в то время как взаимодействие атомов носит

трехмерный характер [17]. Можно показать [17], что в двумерном атомарном водороде в случае  $^4\text{He}$   $\xi \approx a_t/l \simeq 0.14$  и, следовательно, квазиконденсация должна происходить при  $\sigma\Lambda^2 \gtrsim l/2a_t \simeq 3.5$ .

### 2.1.2. Методика эксперимента

Достижение необходимой высокой фазовой плотности двумерного водорода (т.е., высокой плотности  $\sigma$  при низкой температуре  $T$ ) является непросто задачей, так как атомарный водород метастабилен по отношению к рекомбинации атомов с образованием молекул водорода. Более того, выделяющаяся при рекомбинации огромная энергия,  $D = 4.5$  эВ/ $\text{H}_2$ , вызывает значительный разогрев образца, а ее отвод также представляет серьезные трудности. Рекомбинация может быть подавлена путем поляризации электронных спинов атомов в сильном магнитном поле  $B$  при низкой температуре, так как лишь атомы с противоположно направленными электронными спинами образуют молекулу. Однако основное сверхтонкое состояние атома водорода в магнитном поле  $|a\rangle$  содержит конечную примесь противоположной поляризации электронного спина. Частицы в этом состоянии по-прежнему могут рекомбинировать друг с другом или с атомами в “чистом” сверхтонком состоянии  $|b\rangle$ . В то же время рекомбинация при столкновении двух атомов  $b$  невозможна. Преимущественное выгорание состояния  $|a\rangle$  приводит к образованию относительно стабильного образца, состоящего в основном из атомов  $b$ . Такой образец распадается уже гораздо медленнее вследствие либо ядерной релаксации  $|b\rangle \rightarrow |a\rangle$ , либо неустранимой дипольной рекомбинации при взаимодействии трех атомов  $b$  [15].

Для решения проблемы отвода рекомбинационного тепла и детектирования квазиконденсата использовался предложенный Каганом и Шляпниковым [119] метод сжатия малой части образца в потенциальной яме, образованной

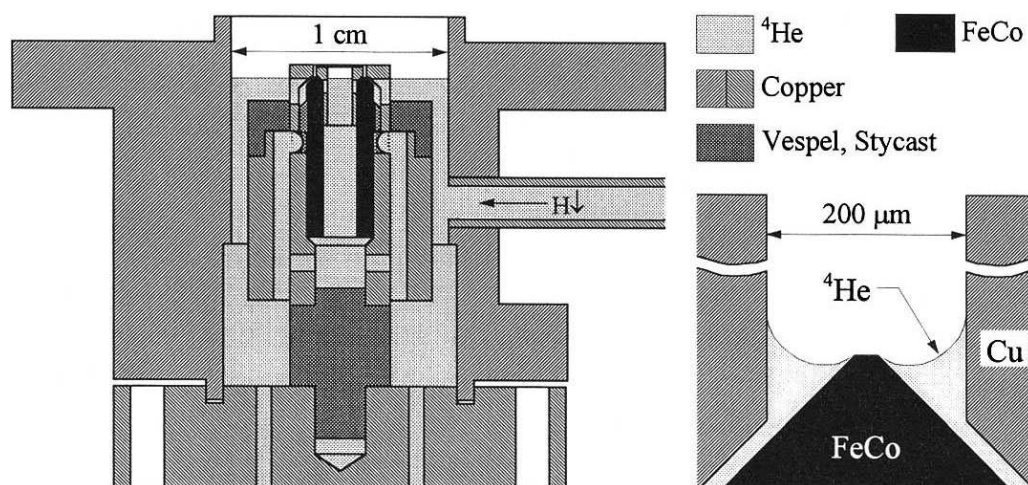


Рис. 2.1. Слева: рабочая камера с концентратором магнитного поля в виде трубки из пермендюра. Справа: конструкция области сжатия. На рисунке не показаны ЭПР и ЯМР резонаторы, болометр, термометры, система контроля уровня жидкого гелия.

зеemanовской энергией атомов в сильно неоднородном магнитном поле вблизи полюса миниатюрного концентратора магнитного потока. Если характерный размер потенциальной ямы оказывается меньше длины свободного пробега атомов, продукты рекомбинации – немагнитные молекулы  $\text{H}_2$  и атомы  $\text{H}\uparrow$  с противоположной проекцией электронного спина – покидают область сжатия, унося с собой большую часть энергии рекомбинации в гораздо больший разреженный буферный объем. С другой стороны, рекомбинационные потери атомов в уплотнении постоянно восполняются из буферного объема, поэтому время жизни системы в целом достаточно велико. Поскольку распад образца определяется в основном рекомбинацией в уплотнении, детектирование плотного газа может осуществляться не напрямую (что довольно сложно ввиду малого размера уплотнения), а по скорости убыли частиц в буферном объеме.

В настоящей работе потенциальная яма формировалась вблизи верхней кромки магнитного концентратора из пермендюра (железо-кобальтовый сплав марки 49K2Ф с индукцией насыщения  $B_s \approx 2.4$  Тл) в виде трубки длиной 1 см, внешним диаметром 4 мм и толщиной стенок 1 мм (рис. 2.1).



Верхний край концентратора был сточен на конус изнутри и снаружи под несколько отличающимися углами около 50 градусов, таким образом, чтобы оставалась кромка шириной 20(1) мкм, диаметром 3 мм и гладкостью поверхности не хуже 1.5 мкм. Углы заточки специально рассчитывались для достижения максимального добавочного поля  $\Delta B \simeq 2$  Тл с приблизительно прямоугольным профилем у поверхности полюса. Таким образом, глубина кольцевой прямоугольной потенциальной ямы составляла 1.5 К при ширине 20 мкм. При рабочем положении уровня гелия (рис. 2.1) кромка площадью  $A_r = 2 \cdot 10^{-3}$  см<sup>2</sup> была покрыта насыщенной пленкой сверхтекучего <sup>4</sup>He, а мениски между кромкой концентратора и двумя медными кольцами, образующими канавку шириной 200 мкм и глубиной около 0.5 мм служили для улучшения теплоотвода. Такая геометрия обеспечивала характерную длину отвода тепла из уплотнения более чем на порядок короче, чем в предыдущих экспериментах по магнитному сжатию [28]. Уровень жидкости в камере мог произвольно изменяться с помощью сильфонной системы (не показана на рисунке), чтобы открывать и закрывать напуск атомарного водорода из низкотемпературного диссоциатора по атомопроводу, а также заполнять область высокого магнитного поля гелием, тем самым прекращая сжатие. Из-за капиллярных сил заполнение области сжатия в канавке вокруг кромки концентратора происходило практически мгновенно.

Квазиконденсация может быть выявлена по влиянию на многочастичные процессы. Таким процессом в 2D H $\downarrow$  являются дипольная (*bbb*) рекомбинация [15] с участием трех идентичных частиц, основной и неустраняемый канал распада образца при высокой плотности. В чистом бозе-конденсате его вероятность должна уменьшаться в  $3! = 6$  раз [16], что было неоднократно подтверждено в экспериментах ультрахолодными парами щелочных металлов в магнито-оптических ловушках (см., например, [103]). Для определения вероятности рекомбинации необходимо знать полную скорость гибели атомов

и плотность сжатого двумерного газа. Однако прямое измерение плотности на поверхности полюса миниатюрного концентратора чрезвычайно затруднено из-за сравнительно небольшого числа частиц. В амстердамском университете успешно применялась элегантная, но достаточно сложная в реализации методика, основанная на поглощении ультрафиолетового излучения  $\alpha$ -линии серии Лаймана (переход  $1S \rightarrow 2P$ ,  $L_\alpha = 1216 \text{ \AA}$ ), но для относительно большой площади сжатия, что неизбежно создавало проблемы с отводом рекомбинационного тепла [145]. Использование же ЭПР лимитируется высокой неоднородностью поля на “магнитном кольце”, а также особыми требованиями к геометрии камеры, так как область сжатия должна в таком случае располагаться в СВЧ резонаторе. С другой стороны полная скорость рекомбинации может быть сравнительно легко измерена болометром [31, 141, 202] – терморезистором, помещенным в буферный объем.

Перечисленные трудности удастся преодолеть, если детектировать квазиконденсацию путем сравнения скоростей двух различных процессов, уже упоминавшейся трехчастичной дипольной рекомбинации и двухчастичной обменной ( $ab$ ) рекомбинации с участием атомов в *различных* сверхтонких состояниях. Вероятность последней, очевидно, не должна меняться при (квази)конденсации. Обменная рекомбинация индуцировалась короткими ВЧ импульсами, переворачивающими ядерные спин атомов и таким образом переводящими часть из них из состояния  $|b\rangle$  в состояние  $|a\rangle$  [31]. В этом случае обменная рекомбинация проявляется в виде пика мощности тепловыделения на болометре на фоне дипольного вклада (рис. 2.2). Каждый такой пик распадается по мере рекомбинации атомов  $a$  с атомами  $b$ . Время релаксации пика есть время жизни пробных атомов  $a$  и может служить мерой скорости обменной рекомбинации. В идеальном бозе-газе зависимость скорости  $bbb$  рекомбинации от скорости  $ab$  процесса в двойном логарифмическом масштабе должна быть прямой с наклоном  $3/2$ .



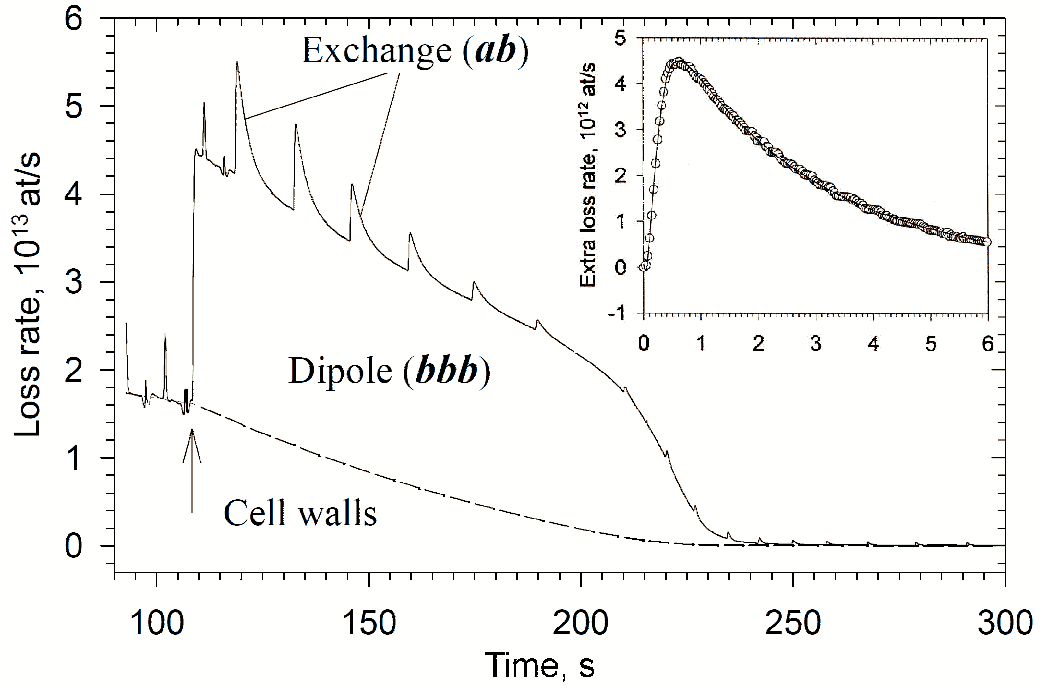


Рис. 2.2. Эволюция полной скорости гибели атомов Н в камере, измеренная болометром. Показаны вклады различных каналов рекомбинации. Стрелкой отмечен момент открывания концентратора магнитного поля. На вставке: подгонка отдельного ЯМР-индуцированного импульса позволяет определить постоянные времени  $\tau$ ,  $\tau_{\text{NMR}}$  и  $\tau_{\text{H}_2}$  при текущих значениях объемной плотности и температуры.

Как уже говорилось, суммарная скорость рекомбинации в камере измерялась по тепловыделению с помощью болометра, размещенного в буферном объеме  $V = 4.5 \text{ см}^3$ . Отклик болометра калибровался по термоконтроллеру и спектрометру ЭПР на частоте 128 ГГц (в магнитном поле  $B = 4.57 \text{ Тл}$ ) [31, 141]. После заполнения буферного объема рабочей камеры газом  $\text{H}\downarrow$  уровень гелия поднимался, труба напуска и концентратор закрывались, и стабилизовалась температура камеры  $T_0$ . Использование болометра основано на том факте, что лишь около 1% энергии рекомбинации  $D$  выделяется непосредственно в месте элементарного акта [139, 142, 202]. Постоянная времени  $\tau_{\text{H}_2}$  релаксации возбужденных молекул  $\text{H}_2$  в основное состояние (см. ниже) соответствует нескольким сотням соударений со стенками буферного объе-

ма [202] (в условиях эксперимента длина свободного пробега молекул достаточно велика), поэтому молекулы водорода равномерно распределяют 99% рекомбинационное тепло по всей поверхности камеры. Поскольку свободная поверхность объемного гелия мала,  $< 1 \text{ см}^2$ , большая часть внутренних стенок камеры площадью  $A_0 = 22 \text{ см}^2$  покрыта пленкой  $^4\text{He}$ . Большой поток рекомбинационного тепла, до  $1 \text{ мВт/см}^2$ , через тепловое сопротивление Капицы  $R_K$  создает разность температур  $T_f - T_0 = -R_K \frac{VD}{2A} \left( \frac{dn}{dt} \right) \lesssim 10 \text{ мК}$  между пленкой гелия и стенками камеры. С другой стороны, температура объемной жидкости превышает  $T_0$  не более чем на  $1 \text{ мК}$ .

Скорость рекомбинации атомов  $\text{H}\downarrow$  измерялась по энергетическому выходу реакции с помощью болометра. Болометр перегревается выше  $T_0$  рекомбинационным теплом, выделяющимся на его покрытой пленкой  $^4\text{He}$  поверхности, и измерительным током и охлаждается по подводящим проводам и через газ  $\text{H}\downarrow$ . Отклик болометра калибровался с помощью термоконтроллера и спектрометра ЭПР на частоте  $128 \text{ ГГц}$  [141, 173].

Отклик болометра представляет собой временную свертку скоростей рекомбинации атомов и релаксации возбужденных молекул водорода. Кроме того, как видно на вставке на рис. 2.2, в случае индуцированной обменной рекомбинации существует еще “мертвое” время  $\tau_{\text{NMR}}$ , требующееся для выравнивания заселенностей состояния  $|a\rangle$  в буферном объеме и в ЯМР резонаторе (объем последнего  $V_{\text{NMR}} = 0.42 \text{ см}^3 \ll V_0$ ). Численная подгонка ЯМР-индуцированного пика на сигнале болометра суммой трех экспонент дает  $\tau_{\text{NMR}} = 0.11(3) \text{ с}$  и  $\tau_{\text{H}_2} = 0.13(3) \text{ с}$  (предполагалось, что скорость рекомбинационной убыли пробных атомов  $a$  и выравнивания концентраций в буферном объеме и ЯМР резонаторе пропорциональны их плотности, а внутренняя энергия молекул  $\text{H}_2$  спадает экспоненциально во времени по мере их релаксации в основное состояние).

Распределение плотности по поверхности области сжатия близко к пря-

моугольному. Это вызвано профилем магнитного поля, а также тем, что характерное расстояние, на которое передается рекомбинационное тепло вдоль поверхности гелия велико по сравнению с шириной кромки концентратора,  $\sqrt{K_r/K_{rp}} \sim 100 \text{ мкм} \gg \Delta R$ . Здесь  $K_r$  и  $K_{rp}$  – теплопроводности, соответственно, риплонов [135] и риплон-фононного контакта [157]<sup>1</sup>. Поэтому в дальнейшем интегрирование скорости того или иного канала рекомбинации  $X(r)$  по поверхности области сжатия заменяется простым умножением на его эффективную площадь:  $\int X(r)2\pi r dr \rightarrow A_r X(R_{\text{mid}})$ , где  $R_{\text{mid}}$  – радиус середины кромки. Для анализа экспериментальных данных по скорости рекомбинации необходимо достаточно точно знать энергию адсорбции  $E_a$  атомов  $H \downarrow$  на поверхности  $^4\text{He}$ , дополнительное магнитное поле  $\Delta B$  у кромки концентратора, а также значения константы поверхностной обменной рекомбинации  $K_{ab}$  и эффективной константы одночастичной ядерной релаксации  $G_1$ .

Распад образца при закрытом концентраторе контролируется процессом релаксации  $|b\rangle \rightarrow |a\rangle$ , по-видимому, обусловленным магнитными примесями в стенках камеры, с последующей гораздо более быстрой обменной  $ab$  рекомбинацией. В таком случае для плотности атомов  $a$  в буферном объеме имеем  $dn_a/dt = G_1 n_b - K_{ab}^{\text{eff}} n_a n_b$ , и соответственно, стационарная плотность этих атомов мала:  $n_a^{\text{st}} = G_1/K_{ab}^{\text{eff}} \ll n_b$ . Поэтому значение  $G_1$  можно найти из чисто экспоненциальных распадов  $dn_b/dt = -2G_1 n_b$ , наблюдавшихся при температурах  $T_0 = 120 \dots 200 \text{ мК}$ .

Обратное время жизни пробных атомов  $a$  ( $n_a - n_a^{\text{st}} \ll n_a^{\text{st}}$ ) при закрытом концентраторе является линейной функцией плотности,  $\tau_0^{-1} = K_{ab}^{\text{eff}} n_b + 4\gamma G_1$ . Наклон прямой  $\tau_0^{-1}(n_b)$  дает эффективную константу рекомбинации  $K_{ab}^{\text{eff}}$ , а пересечение с осью плотности позволяет определить отношение вероятностей

---

<sup>1</sup> При этом предполагается, что теплопроводность риплонов не зависит от наличия и концентрации адсорбированных атомов водорода. Более реалистичная модель теплопереноса вдоль поверхности гелия с учетом роли двумерного водорода подробно рассматривается разделе 2.1.6.

рекомбинации  $aa$  и  $ab$   $\gamma \equiv K_{aa}^{\text{eff}}/K_{ab}^{\text{eff}} = 4.4(2.6)$ . Температурная зависимость (2.17) в предположении, что  $K_{ab} \propto \sqrt{T}/B^2$  (т.е., что сечение рекомбинации не зависит от температуры, а константа пропорциональна тепловой скорости атомов) дает  $E_a/k = 1.01(3)$  К и  $K_{ab} = 1.8(8) \cdot 10^{-9} \sqrt{T}$  см<sup>2</sup>К<sup>-1/2</sup>с<sup>-1</sup> (в поле  $B_0 = 4.57$  Тл), что согласуется с литературными данными [31, 141, 185]. Следует отметить, что позднее было показано, что отношение  $\gamma$  зависит от температуры газа и при  $T \lesssim 0.5$  К  $\gamma \propto 1/T$ , независящим же от температуры следует считать скорее сечение  $aa$  рекомбинации. Кроме того существенную роль в определении энергии адсорбции играет даже весьма незначительная примесь <sup>3</sup>He, поэтому известные из литературы значения  $E_a$  должны быть серьезно пересмотрены (см. раздел 2.2. Однако здесь мы не будем акцентировать внимание на этих аспектах, которым посвящен отдельный раздел 2.1.6, а постараемся изложить суть метода.

Среднее дополнительное магнитное поле определялось таким же образом как и  $E_a$ , только при открытом концентраторе [31]. Для этого необходимо обеспечить однородность температуры в камере, что имеет место при достаточно низкой плотности. В этом случае  $\tau^{-1} \approx K_{ab}^{\text{eff}} n_b (1 + A_r^{\text{eff}}/A_0)$ , где эффективная площадь магнитного кольца есть  $A_r^{\text{eff}} = A_r \left( \frac{B_0}{B_0 + \Delta B} \right)^2 \exp \left( \frac{2\mu_B \Delta B}{k_B T_0} \right)$ . Численная подгонка дает значение  $\Delta B = 2.00(2)$  Тл в согласии с  $\Delta B = 1.98(6)$  Тл, измеренным с помощью датчика Холла размером  $3 \times 3$  мкм на расстоянии 3 мкм по вертикали от середины кромки концентратора. Это по-видимому означает, что кольцо покрыто слоем молекулярного водорода, который образуется из-за того, что  $\sim 1\%$  молекул  $\text{H}_2$  остается в месте элементарного акта.

### 2.1.3. Анализ данных

В рабочей камере имеется три подсистемы атомов водорода с различными температурами и химическими потенциалами: разреженный трехмерный газ в буферном объеме  $(T_f, \mu_f)$ , плотный, но все еще классический 3D газ в ловушке  $(T_3, \mu_3)$  и возможно вырожденный 2D газ, адсорбированный на пленке гелия, покрывающей полюс концентратора  $(T_2, \mu_2)$ . При открытом концентраторе большая часть актов рекомбинации происходит на поверхности магнитного кольца и, при высокой плотности (и следовательно, высокой скорости рекомбинации) разогревает адсорбированный  $\text{H}_2$  существенно выше  $T_f$ . Из-за высокого осевого градиента магнитного поля (до 0.05 Тл/мкм) толщина потенциальной ямы, образующей ловушку над магнитным кольцом, составляет всего лишь  $\delta \simeq 6$  мкм. С другой стороны, плотность 3D газа в ловушке  $n_3$  может достигать порядка  $10^{18} \text{ см}^{-3}$ , так что длина свободного пробега образующихся возбужденных молекулы  $\text{H}_2$  сопоставима с  $\delta$ . Поэтому молекулы теряют заметную часть энергии возбуждения в трехмерном газе в ловушке и разогревают его выше температуры поверхности гелия (и двумерного газа)  $T_2$ .

Химический потенциал трехмерного газа в буферном объеме есть  $\mu_{f\nu} = k_B T_f \ln(n_\nu \Lambda_f^3)$ , а 3D газа в ловушке, соответственно,  $\mu_{3\nu} = k_B T_3 \ln(n_\nu \Lambda_3^3) - \mu_B \Delta B$  (индексом  $\nu$  обозначены сверхтонкие состояния  $a$  или  $b$ ). Скорость обмена атомами между ловушкой и буферным объемом составляет (на единицу площади)  $\frac{n_3 v_3}{4} \exp(-\mu_B \Delta B / k_B T_3) = \frac{n_f v_f}{4} \sim 10^{18} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ . Скорость рекомбинации значительно меньше,  $\lesssim 2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ , поэтому ей можно пренебречь при вычислении стационарного распределения плотности. Приравнивая потоки атомов в противоположных направлениях, получим  $T_f^2 \exp(\mu_f / k_B T_f) = T_3^2 \exp(\mu_3 / k_B T_3)$  и  $T_3^3 \exp(\mu_3 / k_B T_3) = T_2^3 \exp(\mu_2 / k_B T_2)$ . Дополнительная степень температуры в последнем соотношении возникает из-за температурной

зависимости вероятности адсорбции атомов Н при столкновениях с поверхностью  $^4\text{He}$ ,  $s = 0.3(T/1\text{ K})$  [66]. Окончательно получаем  $\mu_f/k_B T_f = \mu_2/k_B T_2 + \ln(T_2^3/T_3 T_f^2)$ , где логарифмический член много меньше единицы и поэтому может быть опущен, так как  $T_3 \geq T_2 \geq T_f$ , а относительная разность температур мала.

Замечая, что  $\sigma_a \Lambda_2^2 \ll 1$  и что при одинаковом потенциале взаимодействия в отсутствие (квази)конденсата взаимодействие различных частиц (в данном случае, атомов в состояниях  $a$  и  $b$ ) вдвое слабее, чем идентичных (атомов  $b$  друг с другом)<sup>2</sup>, мы можем записать химический потенциал двумерного газа в виде [193]

$$\mu_{2a} = k_B T_2 \ln(\sigma_a \Lambda_2^2) + \tilde{U} \sigma_b - E \quad (2.1)$$

$$\mu_{2b} = k_B T_2 \ln[1 - \exp(-\sigma_a \Lambda_2^2)] + (2 - \theta) \tilde{U} \sigma_b - E \quad (2.2)$$

где  $E = \mu_B \Delta B + E_a$ , а  $\tilde{U}$ . Эффективная вершина упругого взаимодействия адсорбированных атомов водорода  $\tilde{U}$  слабо зависит от плотности (см. разделе 2.1.6 [17]) и поэтому может быть заменена фиксированным значением. Как правило, принимают  $\tilde{U}/k_B = 5 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2\text{K}$ . По аналогии с трехмерным коррелятором [16],  $\theta$  – квадрат доли квазиконденсата. С ростом температуры  $\theta$  снижается своего максимального значения  $(1 - \xi)^2 \simeq 0.7$  при  $T = 0$  до нуля при  $\sigma \Lambda^2 \approx 3$  (см. ниже), когда квазиконденсат полностью исчезает. Первые слагаемые в правых частях уравнений (2.1) и (2.2) справедливы лишь в отсутствие квазиконденсата. При его наличии эти кинетические члены малы по сравнению с энергией взаимодействия (вторые слагаемые), и соответствующие поправки к  $\mu_{2\nu}$  несущественны.

В общем случае (при открытом концентраторе, произвольной плотности

---

<sup>2</sup> Как будет показано ниже в разделе 4.1, это справедливо только для полностью некогерентной смеси состояний, образующейся в результате необратимых процессов, например, продольной или поперечной релаксации.

и, следовательно, неоднородной температуре в камере) время жизни созданных импульсом ЯМР атомов  $a$  составляет

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_f} + \frac{A_r \sigma_a}{V n_a} (K_{ab} \sigma_b + K_{abb} \sigma_b^2), \quad (2.3)$$

где  $\tau_f = \tau_0$  ( $T_f \neq T_0$ ) описывает вклад стенок буферного объема. Кинетическая константа  $K_{abb}$  определяет вероятность рекомбинации при трехчастичных столкновениях атомов  $a$  с двумя атомами  $b$ , что может оказаться существенным при высокой плотности  $\sigma_b$ .

Выделяя вклад области сжатия,  $\tau_r^{-1} = \tau^{-1} - \tau_f^{-1}$ , определим приведенную скорость обменной рекомбинации как  $L_{\text{ex}} \equiv V n_b / \tau_r$ . Используя выражения для  $\mu_f$  и  $\mu_3$  и уравнения (2.1), (2.2) и (2.3), нетрудно показать, что

$$L_{\text{ex}} = \frac{A_r}{\Lambda_2^2} (K_{ab} \sigma_b + K_{abb} \sigma_b^2) [1 - \exp(-\sigma_b \Lambda_2^2)] \exp \left[ \frac{(1 - \theta) \tilde{U} \sigma_b}{k_B T_2} \right]. \quad (2.4)$$

При низкой плотности  $L_{\text{ex}} = A_r K_{ab} \sigma_b^2$ , что позволяет сразу найти поверхностную плотность, зная  $L_{\text{ex}}$ . Определим скорость дипольной рекомбинации как разность между полной скоростью рекомбинации и скоростью экспоненциальной убыли атомов вследствие одночастичной ядерной релаксации:  $L_3 \equiv -V \frac{dn_b}{dt} - 2G_1 n_b$ . Очевидно

$$L_3 = A_r K_{bbb} \sigma_b^3. \quad (2.5)$$

Необходимо подчеркнуть, что величины  $L_{\text{ex}}$  и  $L_3$  непосредственно измеряются в эксперименте и характеризуют процессы, протекающие в плотном двумерном газе на поверхности магнитного пятна. В то же время, они должны по-разному реагировать на возникновение квазиконденсата (т.е., на выстраивание локальной когерентности в образце). Важно, что выражение (2.4) для  $L_{\text{ex}}$  не содержит сильной экспоненты  $\exp(E/k_{rmB} T_2)$ , которая могла бы привести к ошибке на порядок величины даже при незначительной неточности в значении  $T_2$ .

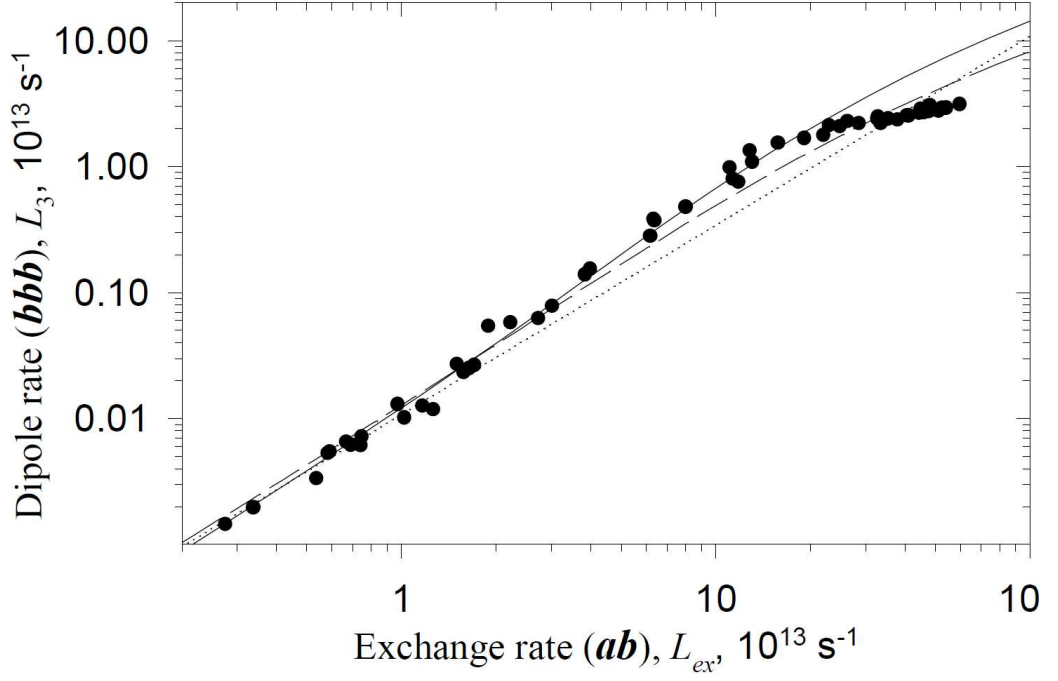


Рис. 2.3. Взаимная зависимость скоростей дипольной ( $L_3$ ) и обменной ( $L_{ex}$ ) рекомбинации при температурах камеры  $T_0 = 150$  и  $162$  мК. Сплошная линия – подгонка данных ниже точки излома уравнениями (2.4) и (2.5) с  $\theta = 0$ . Штриховая линия – аналогичная подгонка *всех* данных. Пунктир соответствует идеальному бoльцмановскому газу.

Значения  $K_{abb}$ ,  $K_{bbb}$  и  $\tilde{U}$  находились из подгонки экспериментальных данных для  $L_{ex}$  и  $L_3$  (рис. 2.3) выражениями (2.4) и (2.5) как параметрическими функциями  $\sigma_b$  при  $\theta = 0$  (т.е., в отсутствие квазиконденсата). При этом использовались лишь экспериментальные значения ниже характерного излома (138 точек из 217). Подгонка дает  $K_{bbb} = 7.2(4) \cdot 10^{-25} \text{ см}^4\text{с}^{-1}$ ,  $\tilde{U}/k_B = 5.1(5) \cdot 10^{-15} \text{ К}\cdot\text{см}^2$  и  $K_{abb} = 0(1) \cdot 10^{-24} \text{ см}^4\text{с}^{-1}$ , которые имеет смысл сравнить с соответствующими теоретическими значениями Кагана, Варта-ньянца и Шляпникова [15]. Экстраполяция подгонки с теми значениями параметров в область более высоких скоростей рекомбинации приводит к заметному отличию от эксперимента выше излома, которое не удастся устранить вариацией  $K_{abb}$ ,  $K_{bbb}$  и  $\tilde{U}$  в пределах ошибок определения этих подгоночных параметров. При использовании всех 217 экспериментальных точек качество подгонки становится значительно хуже (штриховая линия на рис. 2.3), отра-



жая серьезное расхождение данных и модели. Дело в том, то зависимость  $L_{\text{ex}}$  от  $K_{abb}$  и  $\tilde{U}$  слишком плавная, чтобы передать резкое изменение наклона экспериментальных данных на рис. 2.3.

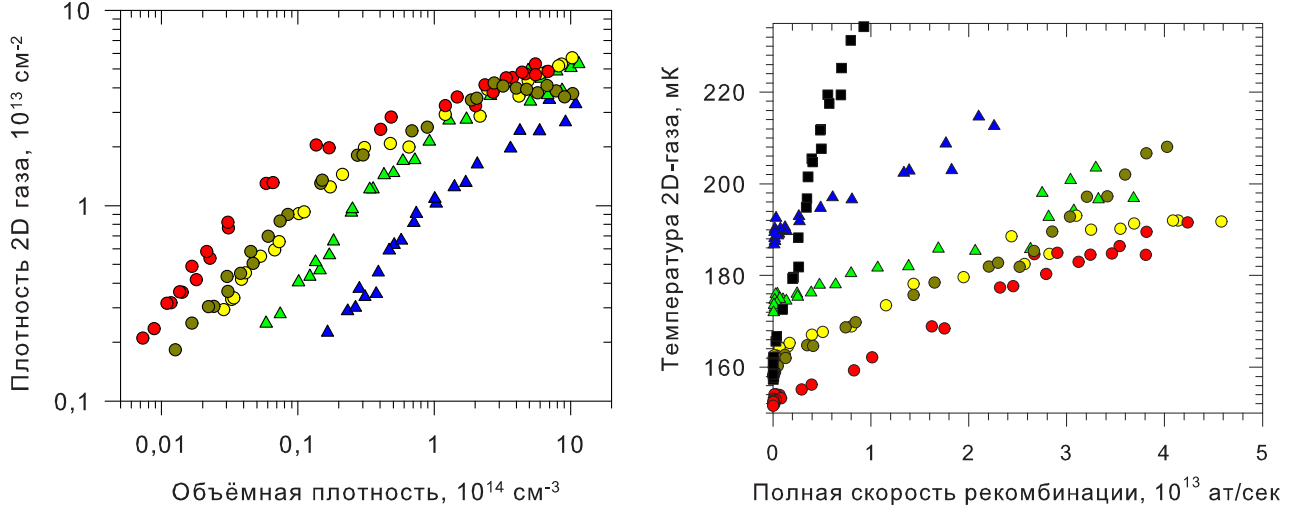


Рис. 2.4. Плотность (слева) и температура (справа) двумерного газа при  $T_0 = 150$  (красный), 162 (желтый, коричневый), 174 (зеленый) и 190 (синий) мК. Данные по температуре поверхности в экспериментах с предыдущим концентратором (черные квадраты) приведены к текущему значению площади магнитного пятна.

Далее, из уравнения (2.4) можно найти плотность  $\sigma_b$  и с ее помощью по уравнению (2.5) определить  $K_{bbb}$ . С этой целью, используя связь  $\mu_2$  и  $\mu_f$ , выражение для  $\mu_f$  и (2.3), преобразуем (2.1) к виду

$$k_B T_2 = (\tilde{U} \sigma_b - E) \ln^{-1} \left( \frac{A_r}{V} \Lambda_f K_{ab} \sigma_b \tau_r \right), \quad (2.6)$$

где мы пренебрегли трехчастичной рекомбинацией с участием атомов  $a$  и температурной зависимостью логарифма. Уравнения (2.4) и (2.6) решались численно относительно  $\sigma_b$  и  $T_2$ . Как и следовало ожидать,  $T_2$  почти линейно возрастает с ростом полной скорости убыли атомов (рис. 2.4). Этот служит аргументом в пользу изложенного метода анализа и подтверждает корректность найденного значения  $\Delta B$  дополнительного поля на магнитном пятне. Принципиальное улучшение охлаждения адсорбированного газа  $\text{H}\downarrow$  по срав-

нению с предыдущими экспериментами [31] объясняется двумя обстоятельствами. Во-первых, расстояние, на которое необходимо отвести рекомбинационное тепло по поверхности гелия, было уменьшено в 15 раз. Во-вторых, вертикальный размер (толщина) потенциальной ямы над полюсом концентратора также стал на порядок меньше, из-за чего возбужденные молекулы  $\text{H}_2$  испытывают гораздо меньше столкновений в плотном 3D газе и, соответственно, теряют значительно меньшую часть энергии возбуждения в уплотнении.

#### 2.1.4. Обсуждение. Свидетельство квазиконденсации

Полученные значения константы скорости трехчастичной дипольной рекомбинации  $K_{bbb}$  представлены на рис. 2.5 в зависимости от параметра вырождения 2D газа (фазовой плотности) вплоть до максимального значения  $\sigma_b \Lambda_2^2 = 8.9(6)$ , достигнутого в эксперименте при температуре и плотности вырожденного 2D газа  $T_2 = 202(2)$  мК и  $\sigma_b = 5.9(4) \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2}$ , соответственно. При низкой плотности  $K_{bbb}$  остается постоянной,  $K_{bbb} = 8.9(3.5) \cdot 10^{-25} \text{ см}^4 \text{ с}^{-1}$ , что согласуется с приведенными выше результатами подгонки и данными Бэлла и др. [65]. Начиная же с  $\sigma_b \Lambda_2^2 = 3.3(3)$   $K_{bbb}$  быстро уменьшается, достигая при максимальном вырождении  $1/11(2)$  от своей величины при низкой плотности. На данном этапе анализа предполагалось, что это снижение константы, как и явный излом на кривой  $L_3(L_{\text{ex}})$  на рис. 2.3, вызван образованием квазиконденсата в вырожденном газе 2D  $\text{H}\downarrow$ . Необходимо подчеркнуть, что фазовая плотность, при которой наблюдается излом  $K_{bbb}$ , согласуется с приведенной выше оценкой  $\sigma \Lambda^2 \sim l/2a_0$  значения, при котором начинает выстраиваться локальная когерентность.

Наблюдаемое снижение  $K_{bbb}$  оказывается вдвое больше, чем  $3! = 6$ , ожидаемого для трехчастичного процесса, и не обнаруживает тенденции к насыщению. Это может качественно объясняться уширением волновой функции

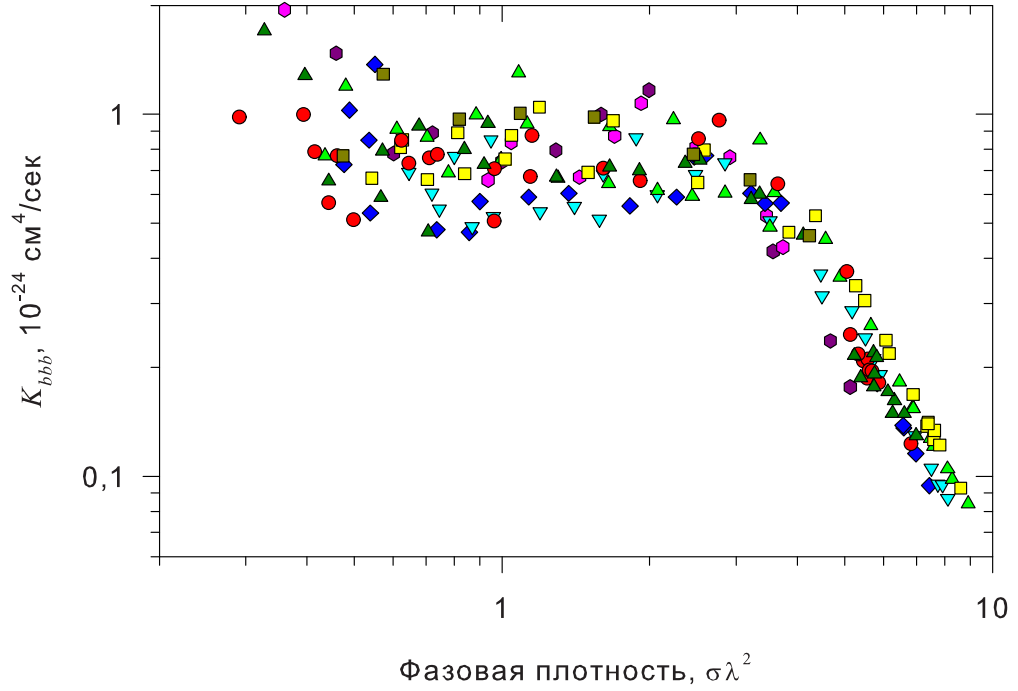


Рис. 2.5. Константа скорости трехчастичной дипольной рекомбинации  $K_{bbb}$  в зависимости от фазовой плотности двумерного газа  $\sigma\Lambda^2$ , рассчитанная для  $\tilde{U}/k_B = 5 \cdot 10^{-15}$  К·см<sup>2</sup>. Разными цветами показаны данные для различных значений температуры камеры  $T_0 = 150 \dots 200$  мК.

адсорбированных атомов в направлении нормали к поверхности гелия по мере того как их плотность начинает составлять заметную долю от плотности предельного заполнения  $\sigma_{\text{sat}} \simeq (4\pi a_0 l)^{-1} \simeq 2 \cdot 10^{14}$  см<sup>-2</sup> [117]. Поскольку отталкивание атомов друг от друга эффективно уменьшает энергию адсорбции  $E_a$  примерно на  $\tilde{U}\sigma_b$ , длина делокализации  $l = \hbar/\sqrt{2E_a m}$  возрастает, а вероятность столкновений, соответственно, снижается. Так, Каган и др. [117], решая уравнение Гинзбурга–Гросса–Питаевского для самосогласованной волновой функции адсорбированных атомов, получили, что в полностью конденсированном газе при  $\sigma = \sigma_{\text{sat}}$   $K_{bbb}$  должна снижаться в 40 раз (в 6 раз за счет квазиконденсации и в 20/3 раз за счет делокализации). Однако даже при  $T = 0$  доля надконденсатных частиц благодаря взаимодействию

составляет  $a_0/l \simeq 0.15$ . В уравнении Гинзбурга–Гросса–Питаевского эти частицы необходимо учитывать отдельно, т.к. они взаимодействуют вдвое сильнее, чем атомы (квази)конденсата. Присутствие нормальной компоненты при  $T = 0$  снижает эффект квазиконденсации с 6 примерно до 3 [17, 118], но увеличивает делокализацию (в частности,  $\sigma_{\text{sat}}$  возрастает). Ожидаемое значение  $K_{bbb}$  при  $\sigma = \sigma_{\text{sat}}$  не противоречит эксперименту. Следует отметить, что Stoof и Bijlsma [190] предсказывали существенно более сильное снижение  $K_{bbb}$  вследствие многочастичных эффектов. В любом случае наблюдаемое поведение  $K_{bbb}$  невозможно объяснить одной только делокализацией, т.к.  $l$  плавно возрастает с увеличением плотности, и кроме того максимальная плотность, достигнутая в эксперименте, составляет не более 30% от  $\sigma_{\text{sat}}$ , так что соответствующее снижение  $K_{bbb}$  значительно меньше наблюдаемого.

Делокализация, вообще говоря, ослабляет упругое взаимодействие, уменьшая величину  $\tilde{U}$  (см. уравнение (2.15)), которая входит в уравнения (2.1) и (2.2). Поэтому поверхностная плотность водорода, вычисленная с помощью этих уравнений, меняется, и поведение  $K_{bbb}$  может оказаться другим. Однако соответствующая поправка невелика, порядка  $\exp(\tilde{U}\sigma_b^2/\sigma_{\text{sat}}k_B T_2) \lesssim 1.2$ , и противоположного знака:  $\sigma_b$  возрастает, и при заданном значении  $L_3$  подавление  $K_{bbb}$  только усиливается.

### 2.1.5. Попытки экспериментов со смесями $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$

Для выяснения роли делокализации были предприняты эксперименты со смесями  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , поскольку для  $\text{H}\downarrow$  на поверхности  $^3\text{He}$   $a_0/l \simeq 0.08$  и, как показано в следующем разделе, этим параметром можно управлять, меняя двумерную плотность  $^3\text{He}$  на поверхности  $^4\text{He}$ . Оказалось однако, что имеющаяся геометрия области сжатия непригодна для таких экспериментов: существенно большие плотности 3D газа, необходимые для достижения вы-

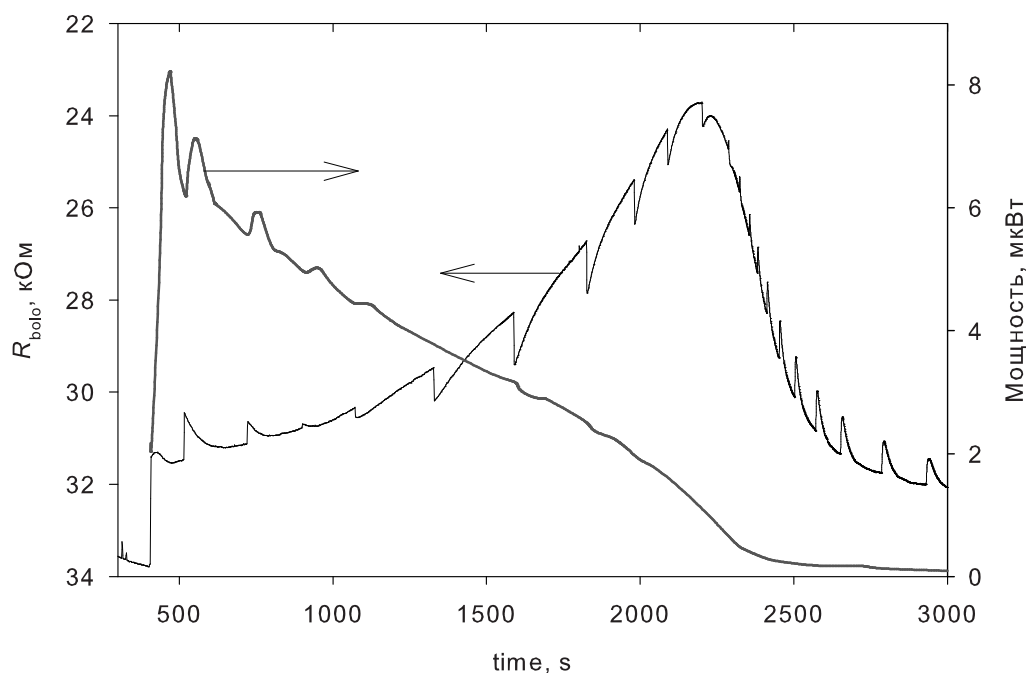


Рис. 2.6. Необычная реакция болометра на дополнительную обменную рекомбинацию, индуцированную импульсами ЯМР при  $T_0 = 120$  мК в экспериментах со смесью  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , содержащей 1%  $^3\text{He}$ . Тонкая линия – сопротивление болометра, отражающее изменение его температуры (левая вертикальная ось). Жирная линия – мощность нагревателя термоконтроллера, компенсирующая изменение суммарного рекомбинационного тепловыделения в камере (правая ось).

рождения адсорбированной фазы, препятствуют вылету возбужденных молекул из магнитной ловушки, приводя к дополнительному рекомбинационному перегреву поверхности, который теперь зависит не только от скорости рекомбинации, но и непосредственно от плотности объемного газа в ловушке. Блокирование горячих молекул  $\text{H}_2$  в ловушке сказывается и на чувствительности болометра по отношению к процессам в области сжатия, порождая ряд интригующих эффектов. Так, например, при достаточно низкой температуре рабочей камеры и высокой концентрации  $^3\text{He}$  импульсы ЯМР-индуцированной обменной рекомбинации начиная с какого-то момента становятся отрицательными (рис. 2.6), т.е., дополнительный канал рекомбинации приводит не к увеличению, а к уменьшению (!) суммарного тепла, приходящего на боло-

метр. По мере распада образца и уменьшения плотности 3D газа в ловушке восстанавливается нормальный знак ЯМР-индуцированных импульсов тепла на болометре.

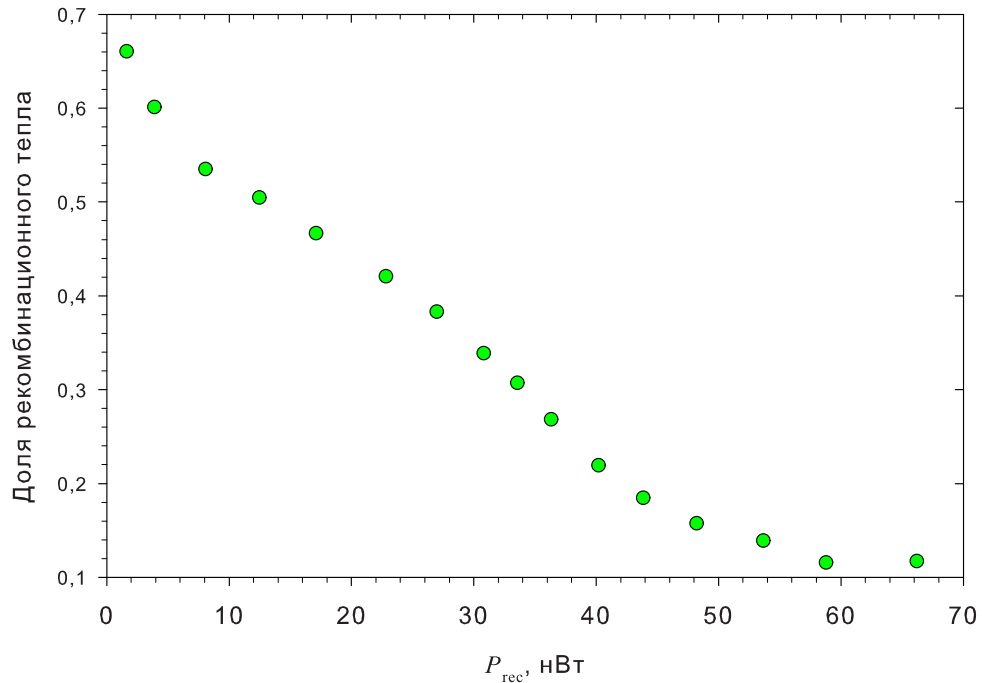


Рис. 2.7. Чувствительность болометра к обменной рекомбинации – доля мощности, детектируемой болометром, в зависимости от суммарного рекомбинационного тепловыделения в камере, приведенного к площади болометра.

По-видимому, дело в том, что продуктами дипольной рекомбинации, в отличие от обменной, являются не только горячие молекулы  $\text{H}_2$ , но и атомы с перевернутым электронным спином. Эти атомы выталкиваются магнитным полем из ловушки и могут рекомбинировать за ее пределами. Благодаря такому отложенному тепловыделению в буферном объеме расположенный в нем болометр оказывается более чувствительным к скорости дипольной рекомбинации, чем к обменной (рис. 2.7). ЯМР-индуцированный импульс обменной рекомбинации, разумеется увеличивает суммарную скорость рекомбинации на магнитном пятне и, следовательно, температуру поверхности. В результате величина дипольного вклада несколько снижается, порождая инвертирован-

ный импульс тепла на болометре. В то же время заведомо больший обменный вклад остается почти незамеченным из-за блокирования возбужденных молекул водорода в ловушке. Подобные эффекты безусловно интересны сами по себе, но не относятся к сути решаемой задачи и чрезвычайно затрудняют и без того непростой анализ экспериментальных данных.

### 2.1.6. Анализ экспериментов по магнитному сжатию с учетом данных раздела 3.2

В экспериментах по сжатию спин-поляризованного атомарного водорода, адсорбированного на поверхности жидкого гелия ( $2D\ H\downarrow$ ), в миниатюрной магнитной ловушке [173] была достигнута рекордно высокая фазовая плотность этого двумерного бозе-газа. Кроме того, наблюдалось существенное снижение скорости рекомбинации с участием трех атомов H в одном и том же спиновом состоянии по сравнению со скоростью парной рекомбинации атомов в различных состояниях. Это снижение связывалось с выстраиванием в образце локальной когерентности - двумерного аналога Бозе-Эйнштейновской конденсации. Высокая,  $\sim 10^3$  Тл/см, неоднородность магнитного поля чрезвычайно затрудняла прямую диагностику двумерного газа, поэтому его параметры вычислялись исходя из измеряемых в эксперименте интегральных величин - плотности разреженного газа в объеме рабочей камеры, полного рекомбинационного тепловыделения и времени жизни пробных атомов в смешанном сверхтонком состоянии  $|a\rangle = |\downarrow\uparrow\rangle + \varepsilon|\uparrow\downarrow\rangle$  (стрелки  $\downarrow$  и  $\downarrow$  обозначают проекции на направление магнитного поля  $\mathbf{B}$  спина электрона и ядра соответственно;  $\varepsilon = 2.53 \times 10^{-2}/B$  Тл).

Описанный в параграфе 2.1.3 метод анализа экспериментов по магнитному сжатию  $2D\ H\downarrow$  предполагает существование достаточно широкой области невысоких степеней квантового вырождения  $\sigma\Lambda^2 \lesssim 1$  ( $\sigma$  – плотность двумер-

ного газа,  $\Lambda = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$  – тепловая длина волны,  $m$  – масса атома водорода,  $T$  – температура газа), в которой локальной когерентностью двумерного газа можно пренебречь, и следовательно, трехчастичный коррелятор  $K_3$  [17], а с ним и константа скорости трехчастичной рекомбинации  $K_{bbb}$ , остаются неизменными. При этом значение подгоночных параметров – эффективной вершины Н–Н взаимодействия  $\tilde{U}$  [17] и константы рекомбинации  $K_{abb}$  с участием одного атома  $|a\rangle$  и двух атомов в состоянии  $|b\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle$  – подбираются так, чтобы в наибольшей степени обеспечивать это постоянство.

Подстановка в такую схему полученных позднее уточненных значений энергии адсорбции атомов Н на поверхности жидкого  $^4\text{He}$   $E_a = 1.14(1)$  К и, главным образом, константы обменной рекомбинации  $K_{ab}$  [171] дает заметно большие плотности и степени вырождения 2D Н $\downarrow$ , так что указанное предположение оказывается невыполненным. В то же время развитая в последние годы теория [118, 122, 153] позволяет восстановить поведение как парного  $K_2$  (определяющего интенсивность Н–Н взаимодействия), так и трехчастичного  $K_3$  корреляторов в зависимости от плотности и температуры двумерного газа. Это, с одной стороны, требует, а с другой – позволяет развить самосогласованный метод анализа, который давал бы на выходе плотность и температуру двумерного газа, долю квазиконденсата, а также поведение как таковой вероятности трехчастичной рекомбинации (после исключения изменяющегося множителя  $K_3$ ). Кроме того, целесообразно сравнить найденные таким образом значения  $K_{bbb}$  с результатами, полученными в последнее время в экспериментах с “холодным пятном” путем одновременного прямого измерения плотности двумерного водорода и скорости трехчастичной рекомбинации [114].

В настоящей работе было обнаружено течение 2D Н $\downarrow$  вдоль поверхности гелия (раздел 3.3) и показано, что оно играет существенную роль в экспериментах по тепловому сжатию двумерного водорода (параграф 3.2.2). Поэтому



возникла необходимость выяснить роль поверхностного течения в условиях магнитного сжатия и соответствующим образом модифицировать алгоритм определения параметров двумерного газа.

Как было показано выше в параграфе 2.1.3, рекомбинационная убыль атомов почти не сказывается напрямую на балансе частиц в уплотнении. Однако, даже казалось бы незначительный разогрев поверхности, вызванный рекомбинацией, приводит к экспоненциальному уменьшению адсорбционного времени жизни атомов на поверхности  $\tau_s$  [157] и, значит, к снижению плотности двумерного газа. Вследствие этого возникает поток  $2D \text{ H}\downarrow$ , направленный из более разреженных областей к середине уплотнения. Такой конвективный перенос частиц, вообще говоря, нарушает локальное равновесие объемной и адсорбированной фаз.

На рис. 2.8 схематически представлена модель конвективного тепло- и массопереноса в рабочей камере и в уплотнении с учетом адсорбции/десорбции атомов водорода и их течения по поверхности. Течение  $2D \text{ H}\downarrow$  носит вязкий характер. Поток в направлении уплотнения ограничен областью с относительно низкой плотностью и низким градиентом магнитного поля. Гораздо более эффективный перенос внутри самой области сжатия и близи нее приводит к тому, что профиль плотности  $2D \text{ H}\downarrow$  на магнитном пятне определяется примерным равенством

$$\nabla P \approx \sigma \mu_B \nabla B, \quad (2.7)$$

откуда, пренебрегая тепловым вкладом в давление водорода  $P_H \simeq \frac{1}{2} \sigma^2 \tilde{U}$  (см. параграф 3.2.3), находим

$$\sigma(r) \approx \frac{\mu_B B(r)}{\tilde{U}} + \text{const.} \quad (2.8)$$

Таким образом, профиль плотности, повторяя профиль магнитного поля, оказывается ступенькообразным, т. е., почти однородным в пределах магнитного

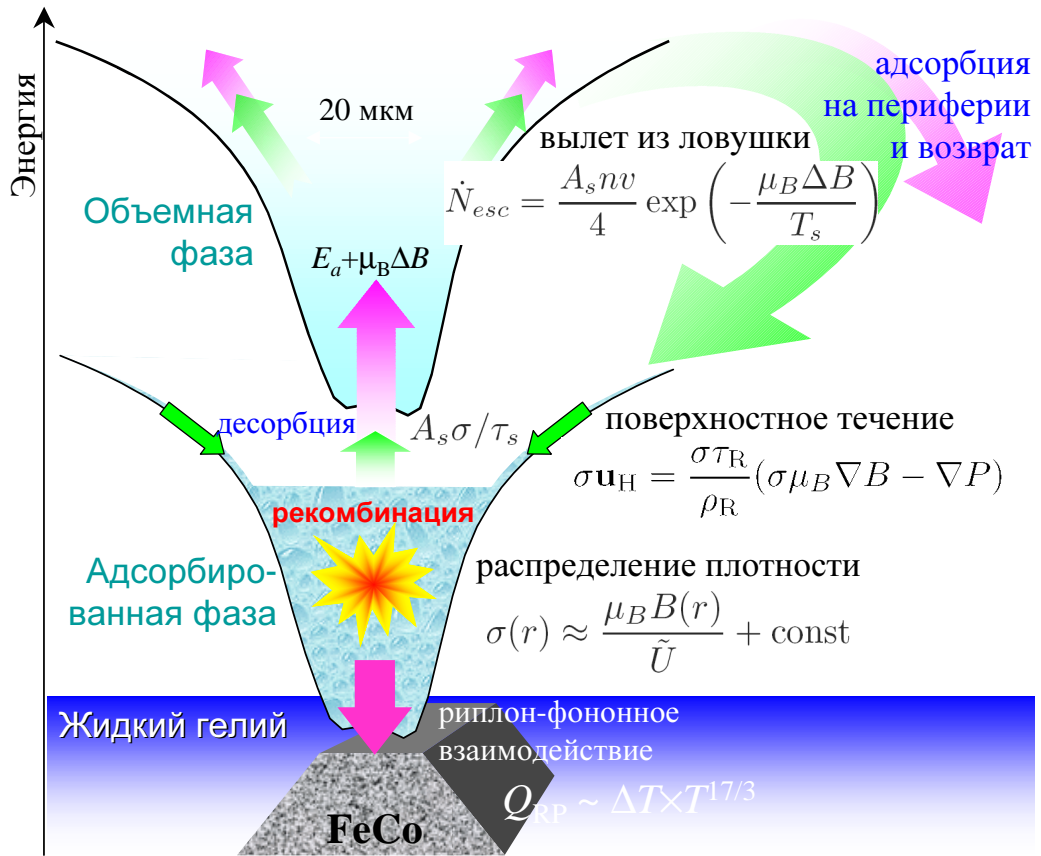


Рис. 2.8. Модель конвективного тепло- и массопереноса в экспериментах по магнитному сжатию 2D H<sub>2</sub> с учетом адсорбции/десорбции атомов водорода и их течения по поверхности.

пятна. Это и позволяет характеризовать плотность 2D H<sub>2</sub> в уплотнении определенным значением  $\sigma$ .

Вклад риплонов в двумерное давление мал по сравнению с давлением водорода в уплотнении. Поэтому поток риплонов направлен также как и поток водорода и, следовательно, не может обеспечивать отвод рекомбинационного тепла. Это, однако, компенсируется охлаждением области сжатия за счет переноса водорода с последующим испарением с полюса концентратора. Скорость испарения, а значит, и переноса по поверхности, лимитируется обменом частицами между потенциальной ямой вблизи полюса и разреженным объе-

мом рабочей камеры [173]. Поток атомов, покидающих ловушку

$$\dot{N}_{esc} = \frac{A_s n v}{4} \exp\left(-\frac{\mu_B \Delta B}{T_s}\right) \quad (2.9)$$

мал (менее 1%) по сравнению со скоростями адсорбции  $\frac{1}{4}A_s n v s$  и десорбции  $A_s \sigma / \tau_s$  с поверхности уплотнения площадью  $A_s = 2 \times 10^{-3} \text{см}^2$ . Поэтому объемный газ в ловушке находится в равновесии с адсорбированной фазой, а объемная  $n$  и поверхностная  $\sigma$  плотности в ловушке связаны соотношением [173]

$$n \Lambda^3 = \left(1 - e^{-\sigma \Lambda^2}\right) \exp\left[\frac{(\sigma + \sigma')\tilde{U} - E_a}{T_s}\right], \quad (2.10)$$

где  $\sigma'$  - плотность надконденсатной компоненты. При  $\sigma \Lambda^2 \lesssim 1$  энергия взаимодействия мала,  $\sigma \tilde{U} \ll T_s$ , и достаточно точно учитывается в приближении среднего поля. В случае же  $\sigma \tilde{U} \gtrsim T_s$  фазовая плотность настолько высока, что тепловым вкладом (множитель в круглых скобках в правой части (2.10)) можно пренебречь. Адсорбционное время определяется выражением

$$\tau_s = \frac{\sigma \Lambda^2}{1 - e^{-\sigma \Lambda^2}} \left(\frac{4\Lambda}{v_s}\right) \exp\left[\frac{E_a - (\sigma + \sigma')\tilde{U}}{T_s}\right]. \quad (2.11)$$

Здесь  $v$  - тепловая скорость атомов в объеме камеры,  $s = 0.3(T/1 \text{ K})$  - вероятность прилипания при их соударениях с поверхностью гелия [66].

Значения  $T_s$  и  $\sigma$  могут быть найдены из экспериментальных данных с помощью уравнений теплового баланса и баланса пробных атомов  $|a\rangle$ . Уравнение теплового баланса имеет вид

$$-\frac{f D \dot{N}_{rec}}{2} = \left(\dot{N}_{esc} - \frac{A_s n_0 v_0}{4}\right) (E_a + \mu_B \Delta B) + A_s P_{RP}(T_s, T_0), \quad (2.12)$$

где  $f$ - доля энергии рекомбинации  $D \approx 4.5$  эВ, выделяющаяся непосредственно в месте элементарного акта [201],  $\dot{N}_{rec}$ - полная скорость рекомбинационной убыли атомов, а  $P_{RP}(T_s, T_0)$ - тепловая мощность, передаваемая

риплонами фононам пленки гелия [157]. Каждый атом, испаряющийся с поверхности магнитного пятна и покидающий ловушку, уносит с собой энергию  $E_a + \mu_B \Delta B \simeq 2.5 \text{ K} \gg T$ , которая выделяется затем в периферийных областях при адсорбции атомов и вязком течении в направлении  $\nabla B$ .

Ранее предполагалось, что вылет атомов из ловушки полностью компенсируется обратным потоком из объема камеры  $\frac{1}{4} A_T n_0 v_0$ . Равенство этих потоков устанавливало связь между  $T_s$  и  $\sigma$ , так что необходимость в уравнении баланса тепла отпадала [173]. В случае переноса атомов по поверхности гелия мы вынуждены использовать более общее уравнение (2.12), существенным недостатком которого является учет конкретных механизмов охлаждения области сжатия и присутствие величины  $f$ , значение которой не вполне известно<sup>3</sup>.

В процессе распада образца характер теплоотвода значительно меняется (рис. 2.9). В начале, при высокой объемной плотности  $n_0 \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , скорость испарения и обратный поток из объема камеры в ловушку настолько велики, что даже относительно небольшая разность между ними обеспечивает преобладание испарительного охлаждения (первое слагаемое в правой части (2.12)). По мере уменьшения объемной плотности в камере эта разность увеличивается. Наконец, в конце распада снижение общего рекомбинационного тепловыделения и более сильная температурная зависимость  $\dot{N}_{esc}$  ведут к доминированию риплон-фононного механизма охлаждения.

Отношение потоков атомов  $|a\rangle$  и  $|b\rangle$  по поверхности (а также в газовой фазе), очевидно, равно отношению соответствующих плотностей в объеме рабочей камеры. Аналогично, отношение потоков атомов  $|a\rangle$  и  $|b\rangle$ , покидающих ловушку, равно отношению объемных плотностей в ловушке. Следовательно,

---

<sup>3</sup> Значение  $f$  может несколько уменьшаться в процессе распада образца из-за рассеяния продуктов рекомбинации в плотной области над полюсом концентратора.

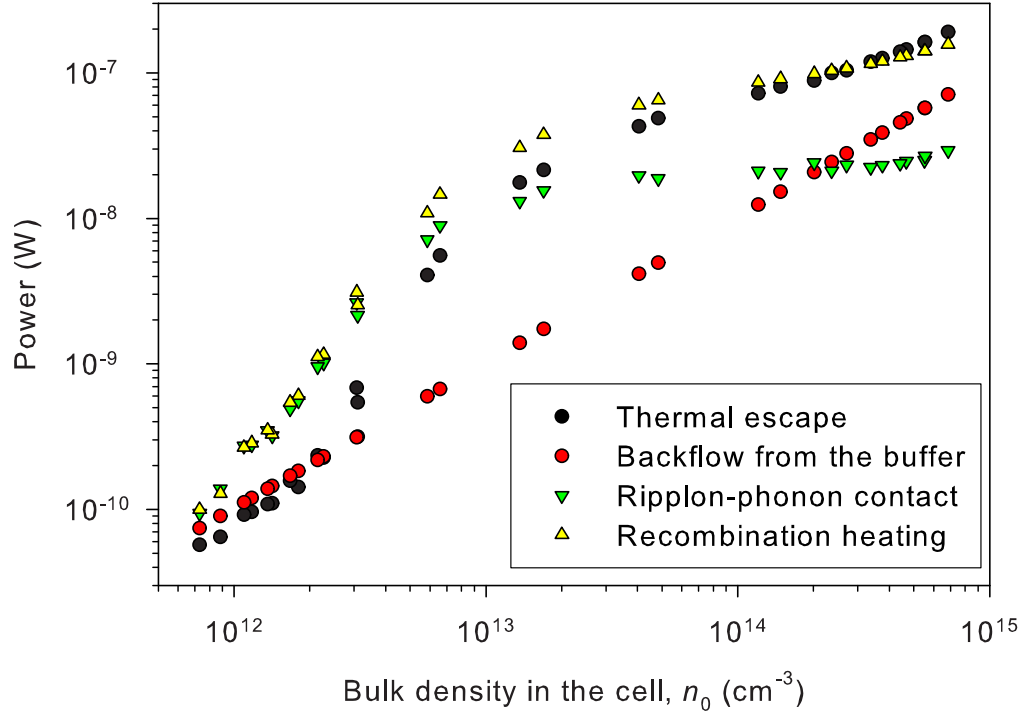


Рис. 2.9. Поведение составляющих уравнения теплового баланса (2.12) в процессе распада образца при  $T_0 = 149$  мК. Показаны вклады рекомбинационного разогрева ( $\nabla$ ), испарения ( $\bullet$ ), обратного потока в ловушку ( $\circ$ ) и рипллон-фононного взаимодействия ( $\blacktriangledown$ ).

$n_a/n = n_{a0}/n_0$ , и из (2.10) находим плотность адсорбированных атомов  $|a\rangle$

$$\sigma_a \Lambda^2 = \left(1 - e^{-\sigma \Lambda^2}\right) \left(\frac{n_{a0}}{n_0}\right) e^{\sigma' \tilde{U}/T_s} \quad (2.13)$$

и наблюдаемое время жизни этих атомов

$$\frac{1}{\tau_a} \equiv \frac{A_s}{n_{a0} V} (K_{ab} \sigma_a \sigma_b + K_{abb} \sigma_a \sigma_b^2) = \left(1 - e^{-\sigma \Lambda^2}\right) \frac{A_s e^{\sigma' \tilde{U}/T_s}}{n_0 V \Lambda^2} (K_{ab} \sigma_b + K_{abb} \sigma_b^2). \quad (2.14)$$

При возникновении локальной когерентности константа  $K_{abb}$  трехчастичной рекомбинации с участием атома  $|a\rangle$  и двух атомов  $|b\rangle$  уменьшается пропорционально парному коррелятору  $K_2$  (см. ниже).

Показатель экспоненты  $\sigma' \tilde{U}/T_s$  в выражениях (2.13) и (2.14) всегда заметно меньше единицы, поэтому вклад ошибки определения температуры  $T_s$  оказывается всего лишь степенным, а не экспоненциальным. Это позволя-

ет по измеренным значениям  $\tau_a$  и  $n_0$  достаточно точно вычислить плотность двумерного газа. Кроме того, благодаря сильной температурной зависимости обоих слагаемых в правой части (2.12) влияние величины  $f$  на определяемое из этого уравнения значение  $T_s$  невелико.

Отношение  $\sigma'/\sigma$  определяет значения парного  $K_2$  и трехчастичного  $K_3$  корреляторов [17, 122]. Поведение  $K_2$  в чисто двумерном бозе-газе в зависимости от плотности и температуры газа, а также интенсивности упругого взаимодействия было вычислено методом квантового Монте-Карло [118]. Эти результаты позволяют по заданным значениям  $\sigma$ ,  $T$  и  $\tilde{U}$  с помощью интерполяции найти  $K_2$ , а затем, используя выражения для  $K_2$  и  $K_3$ , вычислить долю квазиконденсата и величину  $K_3$ . Альтернативный подход [122], дает возможность найти аналитически  $\sigma'$  и, следовательно, значения корреляторов.

На рис.2.10 представлено численное решение уравнений (2.12) и (2.14) в рамках модели Кагана и др. [118] в сравнении с результатами первоначального анализа [173]. Значения  $\tau_a$  и  $n_0$  получены при температуре рабочей камеры  $T_0 = 149...198$  мК. Значения подгоночных параметров выбирались так, чтобы как таковая вероятность трехчастичной рекомбинации, “очищенная” от эффектов корреляции и делокализации (см. ниже), оставалась постоянной, а температура поверхности монотонно возрастала с ростом полной скорости рекомбинации (рис. 2.11).

Доля рекомбинационной энергии, выделяющаяся непосредственно в месте элементарного акта, взята равной  $f = 0.01$  [201]. Варьирование  $f$  в достаточно широких пределах практически не влияет на величину и характер поведения  $K_{bbb}$ , лишь несколько меняя температуру двумерного газа.

Значение  $\tilde{U}$  и его зависимость от плотности двумерного газа также прежде всего сказываются на поведении температуры, поскольку (см. (2.9) и (2.10)) скорость вылета атомов из уплотнения  $\dot{N}_{esc}$  пропорциональна  $\exp[(\sigma+\sigma')\tilde{U}/T_s]$ .

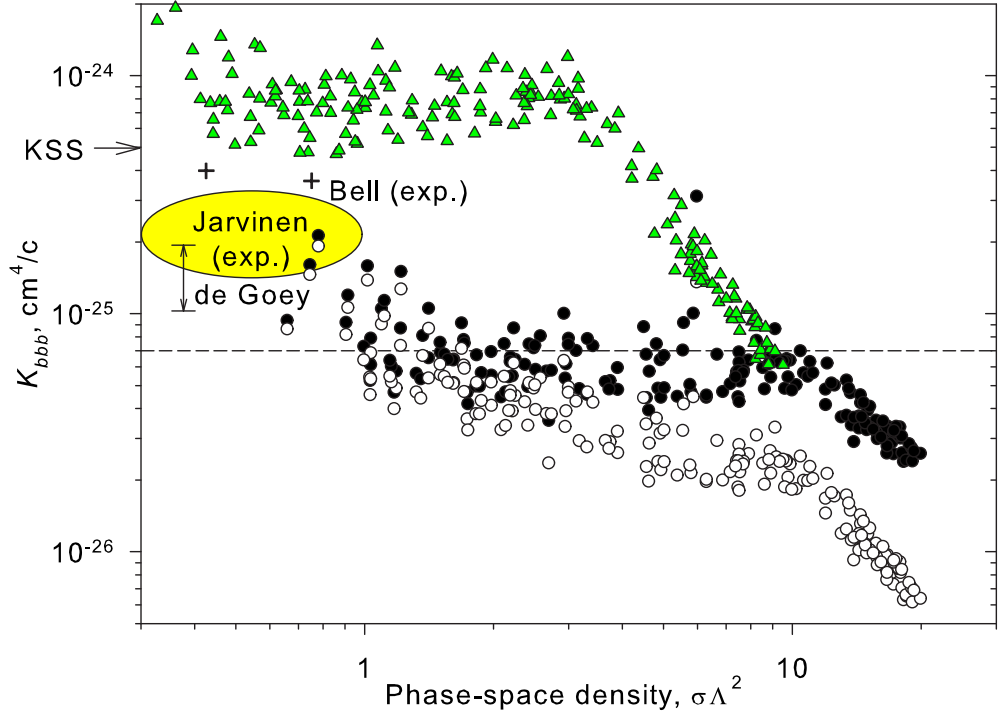


Рис. 2.10. Поведение  $K_{bbb}$  (●) и  $K_{bbb}/K_3\varphi(\frac{\sigma}{\sigma_0})$  (○), полученное из численного решения уравнений (2.14) и (2.12) для  $\tau_a$  и  $n_0$ , измеренных при  $T_0 = 149...198$  мК, в сравнении с результатами первоначального анализа ( $\Delta$ , только значения  $K_{bbb}$ ) [173]. Показаны также экспериментальные результаты Бэлла и др. [65] (+) и Ярвинена и др. [114] (очерченная область) и теоретические значения Кагана, Свистунова и Шляпникова [17] (указано стрелкой) и де Гёя [83]. Штриховая линия отвечает среднему значению  $K_{bbb}/K_3\varphi(\frac{\sigma}{\sigma_0}) = 7 \times 10^{-26} \text{ см}^4 \text{ с}^{-1}$  в диапазоне  $\sigma\Lambda^2 = 1..9$ .

Согласно уравнению (1.7)

$$\tilde{U} = \frac{4\pi\hbar^2}{m} \left( \frac{a}{l} \right) \left[ 1 - \frac{a}{l} \ln(2\pi a l \sigma) \right]^{-1}, \quad (2.15)$$

где  $a = a_t = 0.72 \text{ \AA}$ - длина триплетного  $s$ -рассеяния атомов водорода [74], и в логарифмическом члене ввиду его малости выполнена подстановка  $\tilde{U} \approx (4\pi\hbar^2/m)(a/l)$  [17]. При приближении плотности к предельному значению  $\sigma_0 = (4\pi a l)^{-1} \simeq 2.2 \times 10^{14} \text{ см}^{-2}$  энергия взаимодействия вследствие перестройки волновой функции адсорбированных атомов приобретает вид  $\sigma\tilde{U}(1 - \sigma/2\sigma_0)$  [117]. Мы пренебрегаем поправкой, вызванной конечной долей надкон-

денсатных частиц, т.к. при указанной плотности  $\sigma' \ll \sigma$ . Следовательно, все выписанные формулы остаются справедливыми, если произвести замену

$$\tilde{U} \rightarrow \tilde{U} \left(1 - \frac{\sigma}{2\sigma_0}\right) \quad (2.16)$$

Вид  $\tilde{U}$ , задаваемый выражениями (2.15) и (2.16), обеспечивает монотонное повышение  $T_s$  с ростом полной скорости рекомбинации (рис.2.11). Отметим, что без учета эффективного уменьшения  $\tilde{U}$  по мере увеличения плотности имеет место физически абсурдное снижение  $T_s$  при высоких скоростях рекомбинации.

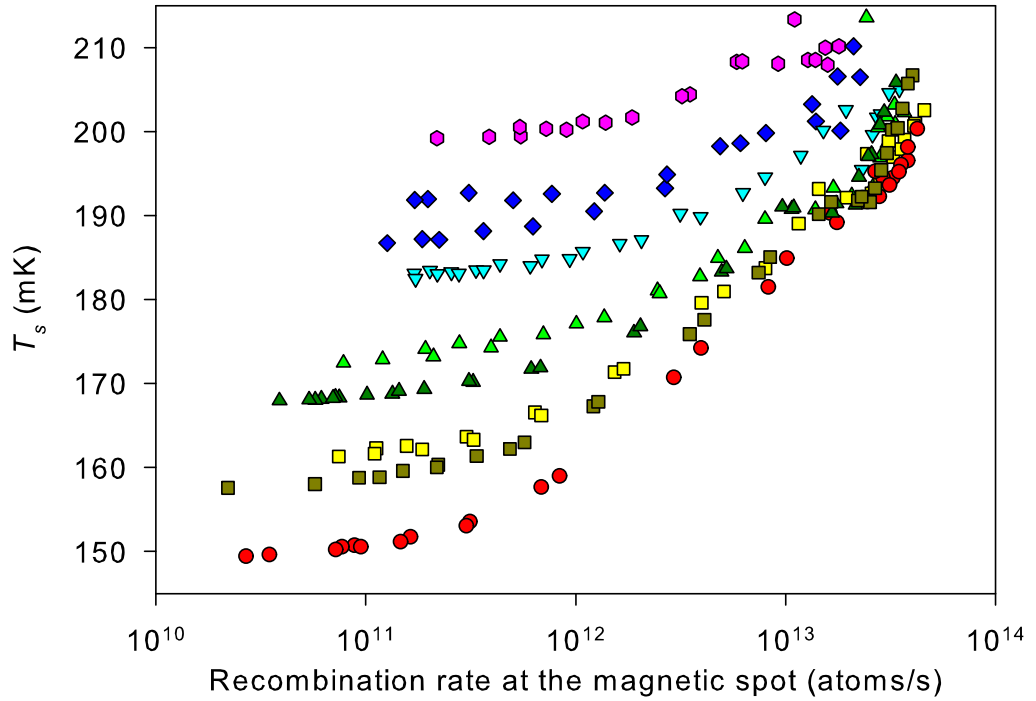


Рис. 2.11. Расчетные значения  $T_s$  в зависимости от полной скорости рекомбинации на магнитном пятне  $\dot{N}_{\text{rec}}$ . Различными символами показаны данные, отвечающие различным значениям  $T_0$ .

Наибольшее влияние на поведение  $K_{bbb}$  оказывает константа  $K_{abb}$ . Значение  $K_{abb} = 1.2 \times 10^{-24} \text{см}^2$  обеспечивает постоянство отношения  $K_{bbb}/K_3\varphi(\frac{\sigma}{\sigma_0}) = 7(2) \times 10^{-26} \text{см}^4 \text{с}^{-1}$  при изменении фазовой плотности  $\sigma\Lambda^2$  в пределах от 1 до



9. При меньших значениях  $K_{abb}$  это отношение постепенно снижается с ростом  $\sigma\Lambda^2$ , а при больших, напротив, возрастает. Функция  $\varphi(x) = 1 - \frac{5}{4}x + \frac{2}{5}x^2$  описывает влияния делокализации волновой функции адсорбированных атомов на вероятность рекомбинации и уменьшается от 1 при  $\sigma = 0$  до 0.15 при  $\sigma = \sigma_0$  [117]. В нашем случае минимальное значение  $\varphi$  составляет 0.52 при  $\sigma \simeq 0.45\sigma_0$ .

Для сравнения на рис.2.10 приведены также значения  $K_{bbb}$ , полученные при меньших степенях квантового вырождения в экспериментах по гидравлическому [65] и тепловому [114] сжатию атомарного водорода. Бэлл и др. [65] определяли вклад поверхности в эффективную константу трехчастичной рекомбинации по температурной зависимости последней, причем при подгонке экспериментальных данных варьировались как поверхностная константа, так и величина энергии адсорбции  $E_a$ . Подстановка в исходные данные Бэлла и др. уточненного значения  $E_a = 1.14$  К [171] дает на порядок меньшую величину константы  $K_{bbb}$ , которая и показана на рисунке. В других аналогичных экспериментах использовались более низкие температуры рабочей камеры и, по-видимому, промышленный гелий, содержащий порядка  $10^{-7} \div 10^{-6}$   $^3\text{He}$ . Как следствие, поверхностная концентрация  $^3\text{He}$ , а с ней и энергия адсорбции водорода существенно менялись с температурой [171], поэтому корректировка результатов этих работ не представляется возможной.

Ярвинен и др. [114] определяли вероятность трехчастичной рекомбинации, одновременно измеряя напрямую плотность двумерного газа и скорость рекомбинации, поэтому полученные в этой работе результаты являются, по-видимому, наиболее достоверными. Они относятся к области низкой фазовой плотности  $\sigma\Lambda^2 \lesssim 1$ , когда  $K_2 = K_3 = 1$ , и поэтому полученное значение  $K_{bbb} = 2(1) \times 10^{-25} \text{см}^4/\text{с}$  следует рассматривать как базовое, исключаящее влияние квантовых корреляций. Заметная систематическая ошибка может быть связана с неизвестным распределением плотности двумерного водорода

да по поверхности холодного пятна вследствие неоднородности температуры, тогда как измеряется лишь плотность в его центре. Ярвинен и др. пытаются устранить эту ошибку, введя некоторое модельное распределение.

При сравнении следует также учитывать, что в экспериментах Ярвинена и др. магнитное поле составляло  $B = 4.57$  Тл, тогда как у Бэлла и др. 7.62 Тл, а в настоящей работе 6.6 Тл. Согласно теории [15, 83],  $K_{bbb}$  должна достаточно быстро возрастать с ростом магнитного поля в диапазоне от 5 до 10 Тл, однако экспериментально такая зависимость не была обнаружена [65].

Каган, Свистунов и Шляпников [17] на основании масштабирования вероятности дипольной рекомбинации в трехмерном газе получили для поверхностной константы значение  $K_{bbb} = 5 \times 10^{-25} \text{см}^4 \text{с}^{-1}$  при  $T \approx 0.3$  К,  $B = 7$  Тл и очень слабую зависимость от температуры. С другой стороны де Гей и др. [83] нашли  $K_{bbb} = 2.7(7) \times 10^{-25} \text{см}^4 \text{с}^{-1}$  при  $T \approx 0.4$  К,  $B = 7.6$  Тл и, кроме того, в диапазоне от 0.1 до 0.5 К  $K_{bbb}$  приблизительно пропорциональна квадратному корню из температуры. Применительно к условиям экспериментов по магнитному сжатию это дает  $K_{bbb} \simeq 1.5(4) \times 10^{-25} \text{см}^4 \text{с}^{-1}$ , что лишь вдвое превосходит полученное в настоящей работе значение.

Наблюдающийся при  $\sigma \Lambda^2 \approx 9$  излом и последующее быстрое снижение  $K_{bbb}/K_3 \varphi(\frac{\sigma}{\sigma_0})$  не находят объяснения в рамках предложенной модели. Их интерпретация как проявления локальной когерентности двумерного газа не согласуется с тем, что коррелятор  $K_3$  выходит на насыщение уже при существенно меньшей фазовой плотности. Вопрос о том, может ли такое поведение быть следствием сверхтекучести двумерного водорода, требует отдельного рассмотрения и выходит за рамки настоящей работы. Для однозначного решения этого вопроса, разумеется, необходима прямая диагностика плотного двумерного газа.

## 2.2. Измерение констант рекомбинации и энергии

### адсорбции атомов водорода на поверхности смесей

#### $^3\text{He}$ — $^4\text{He}$

Интерес к двумерным (2D) системам бозонов значительно вырос в связи с обнаружением локальной когерентности в слабонеидеальном бозе-газе атомов водорода, адсорбированных на поверхности жидкого  $^4\text{He}$  [173] (см. раздел 2.1). Согласно первичному анализу экспериментальных данных, при квантовом вырождении вероятность трехчастичной поверхностной рекомбинации атомов H снижалась по крайней мере в 11(2) раз. Предполагалось, что это снижение вызвано образованием двумерного квазиконденсата, т.е., конденсата с флуктуирующей фазой. Однако в полностью конденсированном идеальном газе трехчастичная рекомбинация должна была бы уменьшаться всего в  $3!$  раз по сравнению с тепловым газом [17], а взаимодействие H-H должно еще больше снижать влияние квазиконденсации на локальные корреляции [118]. Тот факт, что наблюдаемое уменьшение вероятности оказывается заметно больше  $3!$ , мог бы объясняться делокализацией волновой функции адсорбированных атомов в направлении нормали к поверхности гелия [117] или многочастичными эффектами [190]. Известно, что добавление  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  ведет к ослаблению связи атомов H с поверхностью жидкости и, следовательно, к увеличению их делокализации в поперечном направлении [116, 198]. Для выяснения роли делокализации планировались эксперименты с двумерным атомарным водородом на поверхности смесей  $^3\text{He}$ — $^4\text{He}$ , и поэтому прежде всего необходимо было установить зависимость энергии связи с поверхностью гелия от содержания  $^3\text{He}$ .

В настоящем разделе описаны эксперименты, в которых исследовалась двухчастичная рекомбинация атомов водорода в нижних сверхтонких состоя-

ниях  $a$  и  $b$ , так как вероятность этого процесса не изменяется при образовании квазиконденсата и поэтому служит естественным репером для трехчастичной рекомбинации [173]. Полученные данные однозначно подтверждают предсказание [94], что отношение констант рекомбинации  $K_{ab}/K_{aa}$  увеличивается с ростом температуры. Также показано, что связь водорода с поверхностью жидкого гелия является перестраиваемой в том смысле, что энергия адсорбции  $E_a$  практически линейно снижается с 1.14(1) до 0.39(1) К при увеличении поверхностной плотности  $^3\text{He}$  от нуля до одного атомного слоя.

В описываемых экспериментах ЭПР на частоте 128 ГГц (в магнитном поле  $B = 4.57$  Тл) и ЯМР на частоте 910 МГц использовались, соответственно, для измерения и управления заселенностью состояний  $a$  и  $b$ . Гибкая комбинация ЭПР и ЯМР обеспечивает четко определенные условия для изучения различных рекомбинационных процессов. Более того, анализ данных становится простым и надежным. Абсолютная погрешность калориметрической калибровки спектрометр ЭПР не превышала 10%, а долговременная стабильность – 2%. Минимально обнаружимая объемная плотность атомов составляла при этом  $2 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ .

Экспериментальная камера представляла собой толстостенный цилиндр, изготовленный из меди особой чистоты, к боковой и верхней сторонам которого крепились, соответственно, ЭПР и ЯМР резонатор. Объем, занятый газом  $\text{H}$  в камере –  $V = 4.5 \text{ см}^3$ , а площадь внутренних стенок, покрытых пленкой гелия, –  $A = 22 \text{ см}^2$ . Температура камеры  $T$  измерялась толсто пленочным терморезистором на основе  $\text{RuO}_2$ , прикрепленным к внешней стенке камеры и прокалиброванным по кривой плавления  $^3\text{He}$  с абсолютной погрешностью 1 мК.

При относительно низких плотностях, рассматриваемых в текущем разделе, как трехмерный, так и двумерный водород хорошо описывается бoльцмановской статистикой. Рекомбинация атомов водорода происходит в адсор-

бированной фазе, в то время как подавляющее большинство атомов сосредоточено в объеме камеры. В этом случае эффективная константа скорости распада объемной плотности связана с собственно константой скорости двухчастичной поверхностной рекомбинации соотношением [185]

$$K_{ij}^{\text{eff}} = \frac{A}{V} \Lambda^2 \exp \left( \frac{2E_a}{k_B T} \right) K_{ij}, \quad (2.17)$$

где  $\Lambda$  – тепловая длина волны де Бройля,  $m$  – масса атома водорода, а индексы  $i$  и  $j$  обозначают сверхтонкие состояния. Таким образом, измеряя температурную зависимость  $K_{ij}^{\text{eff}}$ , можно определить как  $E_a$ , так и  $K_{ij}$ , что и делалось для атомов H на поверхности  $^4\text{He}$  во многих предыдущих работах [185]. В случае равно заселенных состояний  $a$  и  $b$  имеем

$$\frac{dn_b}{dt} = \frac{dn_a}{dt} = -(K_{aa}^{\text{eff}} + K_{ab}^{\text{eff}})n_b^2. \quad (2.18)$$

Прикладывая к образцу ВЧ мощность, можно добиться насыщения ЯМР перехода  $b \leftrightarrow a$  и, следовательно, обеспечить постоянное равенство заселенностей состояний  $a$  и  $b$ . Будучи с высокой точностью линейным по времени, измеренное значение величины  $1/n_b$  дает  $K^{\text{eff}} \equiv K_{aa}^{\text{eff}} + K_{ab}^{\text{eff}}$ . Наблюдаемая в отдельном эксперименте эволюция  $1/n_a$  приводит к точно такому же значению  $K^{\text{eff}}$ . В эксперименте другого рода небольшая часть образца, находящегося целиком в состоянии  $b$ , переводилась в состояние  $a$  с помощью коротких импульсов ВЧ на частоте перехода  $b \rightarrow a$ . Из времени жизни полученных таким образом атомов  $a$   $\tau = 1/K_{ab}^{\text{eff}}n_b$  определялась эффективная константа  $K_{ab}^{\text{eff}}$  [31]. Такая процедура определения  $K_{aa}^{\text{eff}}$  и  $K_{ab}^{\text{eff}}$  представляется более надежной, нежели извлечение констант из многопараметрической нелинейной подгонки кривых распада плотности состояний  $a$  и  $b$  решением системы кинетических (дифференциальных) уравнений.

Эксперименты проводились при температуре  $T = 70\ldots 400$  мК и общем содержании  $^3\text{He}$  в смеси  $c_3 = 0.1, 1, 10$  и  $100$  ppm, а также  $0.1, 1$  и  $5\%$ , равно

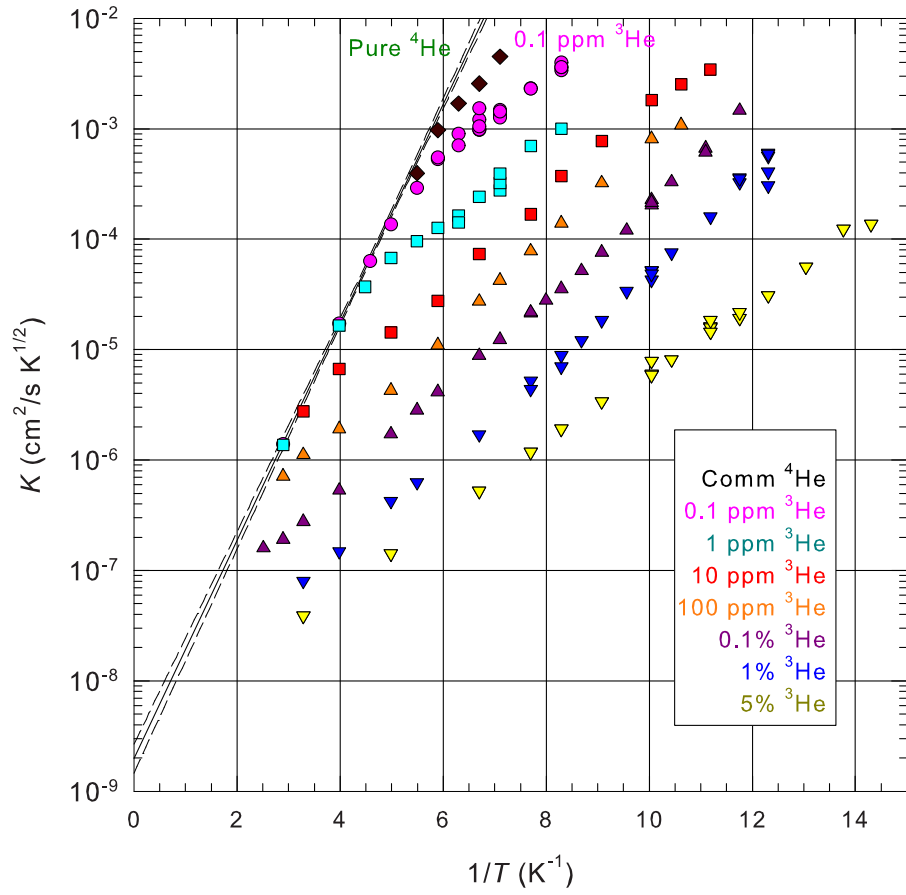


Рис. 2.12. Эффективная константа рекомбинации в координатах  $K = \frac{V}{A} K_{aa}^{\text{eff}} / \Lambda^2 \sqrt{T}$  от  $1/T$  для атомарного водорода на поверхности изотопически чистого (Pure  $^4\text{He}$ ) и технического ( $\blacklozenge$ )  $^4\text{He}$ , а также смесей, содержащих 0.1, 1, 10 и 100 ppm, 0.1, 1 и 5%  $^3\text{He}$  (концентрации указаны цветами, соответствующими цветам символов). Сплошной и штриховыми линиями показаны результат линейной подгонки и 99-процентный доверительный интервал для чистого  $^4\text{He}$ .

как и для изотопически очищенного  $^4\text{He}$  ( $\lesssim 1$  ppb  $^3\text{He}$ ) и технического гелия. Общее количество жидкого гелия в камере, включая сильфонную систему, используемую для открытия и закрытия напускного отверстия, составляло  $11 \text{ cm}^3$ . Сильфон был термически связан лишь с самой камерой и поэтому имел ту же самую температуру. Средняя часть трубки напуска, идущей от диссоциатора ( $\sim 0.6 \text{ K}$ ), так же как и камера, была связана тепловым мостом с камерой растворения (60-300 мК) рефрижератора растворения  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ . Эта трубка также покрывалась насыщенной пленкой гелия, но в процессе из-

мерений ее свободная поверхность  $35 \text{ см}^2$ , доступная для атомов  $^3\text{He}$ , была отделена от пленки в самой камере. В настоящей работе, в отличие от многих более ранних экспериментов с пленками смесей  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , отношение поверхности к объему жидкого гелия было сравнительно низким, около  $5 \text{ см}^{-1}$ , и поэтому при  $c_3 \geq 0.1 \text{ ppm}$  большинство атомов  $^3\text{He}$  оставалось в объеме жидкости при всех рабочих температурах. В этом случае химический потенциал  $^3\text{He}$  в основном определяется объемной фракцией, а неоднородность температуры вдоль трубки напуска и точное значение площади поверхности этой трубки не играют существенной роли.

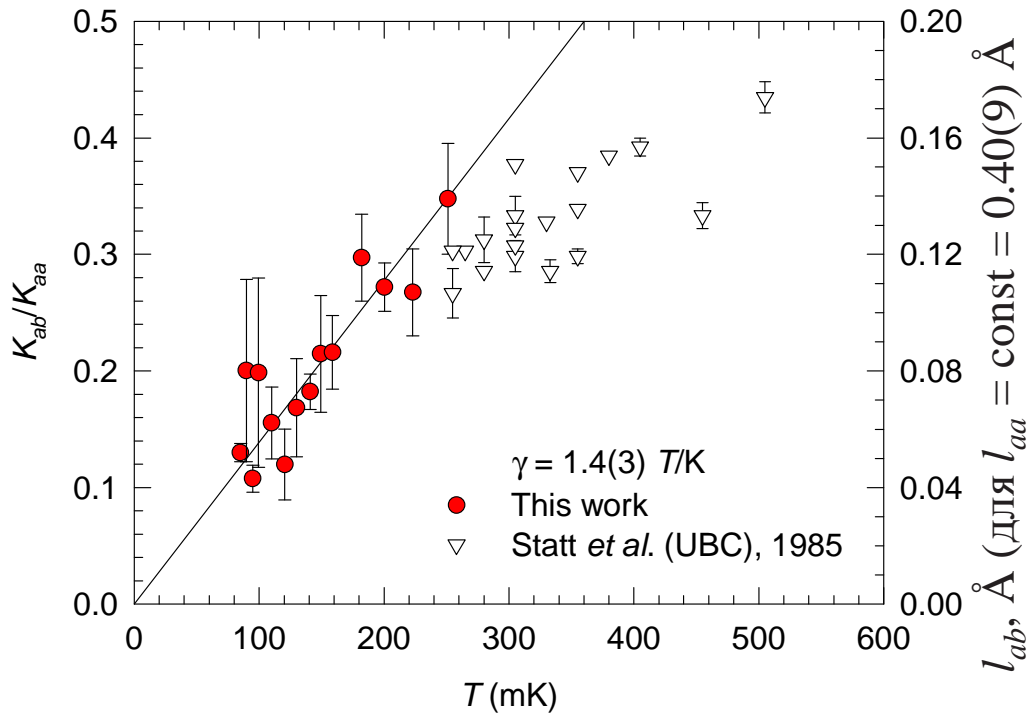


Рис. 2.13. Температурная зависимость отношения констант рекомбинации  $K_{ab}/K_{aa}$  (левая шкала) сечения  $ab$  рекомбинации  $l_{ab}$  (правая шкала) по данным настоящей работы (●) наряду с результатами Статта и др. [188] (▽).

На рис. 2.13 показана температурная зависимость отношения  $K_{ab}^{\text{eff}}/K_{aa}^{\text{eff}}$ , полученная в настоящей работе, а также данные Статта и др. [188]. В полном согласии с теорией Гребена и др. [94], но в противоречии с некоторыми предыдущими экспериментальными результатами [185], отношение констант

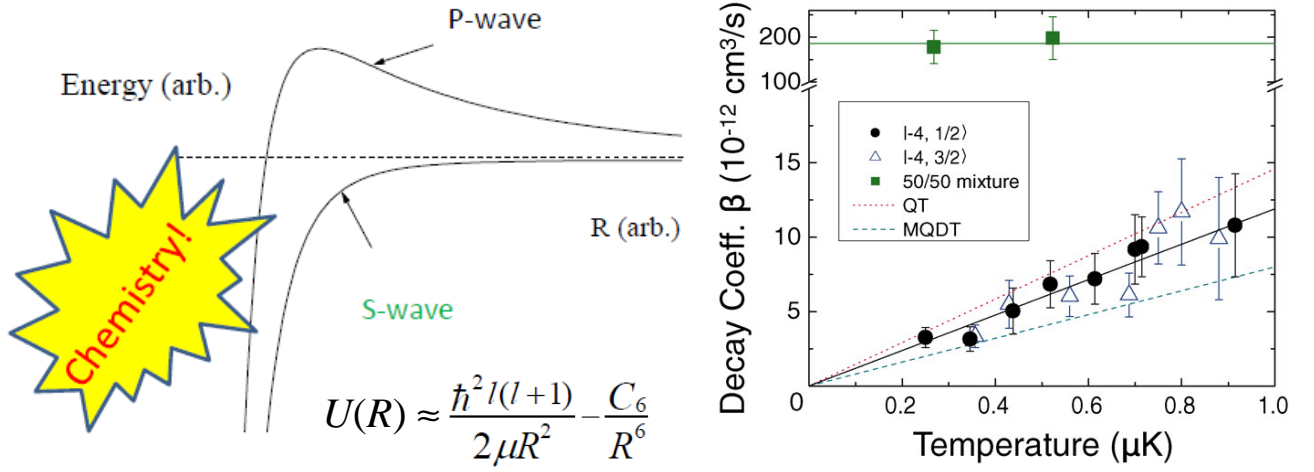


Рис. 2.14. Слева: Потенциал взаимодействия двух идентичных частиц в  $s$ - и  $p$ -канале (J. Bohn, EuroQUAM 2010). Справа: Температурная зависимость вероятности образования димеров с  $l = 0$  и  $1$  из молекул  $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$  по данным [147].

увеличивается с ростом температуры. Дело в том, что  $ab$  рекомбинация порождает лишь молекулы ортоводорода с нечетным моментом импульса относительного движения и, следовательно, сталкивающиеся атомы должны преодолеть центробежный барьер [94]. Вероятность такого процесса стремится к нулю при  $T = 0$ . Следует также подчеркнуть, что в пределах экспериментальной точности отношение  $K_{ab}^{\text{eff}}/K_{aa}^{\text{eff}}$  не обнаруживает никакой систематической зависимости от содержания  $^3\text{He}$  и поэтому было усреднено по всем концентрациям. Погрешности, показанные на рис. 2.13, представляют собой среднестатистический разброс данных.

Для сравнения на рис. 2.14 показана температурная зависимость констант образования димеров из ультрахолодных молекул  $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$  в одинаковых квантовых состояниях в  $s$ - и  $p$ -канале по данным [147] (справа), а также потенциал взаимодействия двух частиц с моментом импульса  $l = 0$  и  $1$  (слева). Полная аналогия поведения констант с полученным в настоящей работе результатом лишней подтверждает, что показанное на рис. 2.13 поведение отношения констант вызвано практически линейной температурной зависимо-



стью вероятности ассоциации неразличимых частиц в  $p$ -канале (а также при любых  $l \neq 0$ ) вследствие необходимости тунелирования через центробежный барьер.

Температурная зависимость  $K_{aa}^{\text{eff}}$  для различных концентраций  $^3\text{He}$ , а также для технического и изотопически чистого  $^4\text{He}$  показана на рис. 2.12. Следуя Гребену и др. [94], мы предполагаем, что сечение поверхностной  $aa$  рекомбинации  $l_{aa}$  не зависит от температуры. Тогда  $K_{aa} = \bar{v}l_{aa}\varepsilon^2 \propto \sqrt{T}$ , где  $\varepsilon \simeq 2.53 \times 10^{-2}T/B$  - параметр примеси противоположной проекции спина в сверхтонких состояниях  $a$  и  $c$ , а  $\bar{v} = \sqrt{\pi k_B T/m}$  - тепловая скорость относительно двумерного движения атомов. Энергия адсорбции  $E_a$  атомов Н на чистом  $^4\text{He}$  не меняется с температурой  $T$ . Поэтому половина наклона линии  $\ln(V_A K_{aa}^{\text{eff}}/\Lambda^2 \sqrt{T})$  относительно оси  $1/T$  есть  $E_a = 1.14(1)$  К, а ее пересечение с осью ординат дает  $l_{aa} = 0.40(10)\text{\AA}$ . В случае независящего от температуры сечения  $l_{aa}$  рис. 2.13 можно также рассматривать как температурную зависимость сечения  $l_{ab}$ .

Данные для  $c_3 = 5\%$  на рис. 2.12 также ложатся на прямую. Однако поверхностная концентрация  $^3\text{He}$  в этом случае меняется [86], и  $E_a$  нельзя считать постоянной. Вместо этого мы предполагаем, что в первом приближении сечение  $l_{aa}$  также не зависит от концентрации  $^3\text{He}$ . Это позволяет определить  $E_a$  для всех концентраций и температур по измеренным значениям  $K_{aa}^{\text{eff}}$  с помощью уравнения (2.17), в котором  $l_{aa}$  полагается постоянной и равной значению на чистом  $^4\text{He}$ . Соответствующие результаты показаны на рис. 2.15. Можно заметить, что поведение  $E_a$  чрезвычайно напоминает поведение поверхностного натяжения растворов  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  [86], которое, как известно, вызвано двумерными квазичастицами  $^3\text{He}$ , связанными с поверхностью жидкости.

Согласно Павлову и Трейнеру (Pavloff and Treiner [148]), на объемном  $^4\text{He}$  существует по крайней мере два поверхностных состояния  $^3\text{He}$ . Энергии

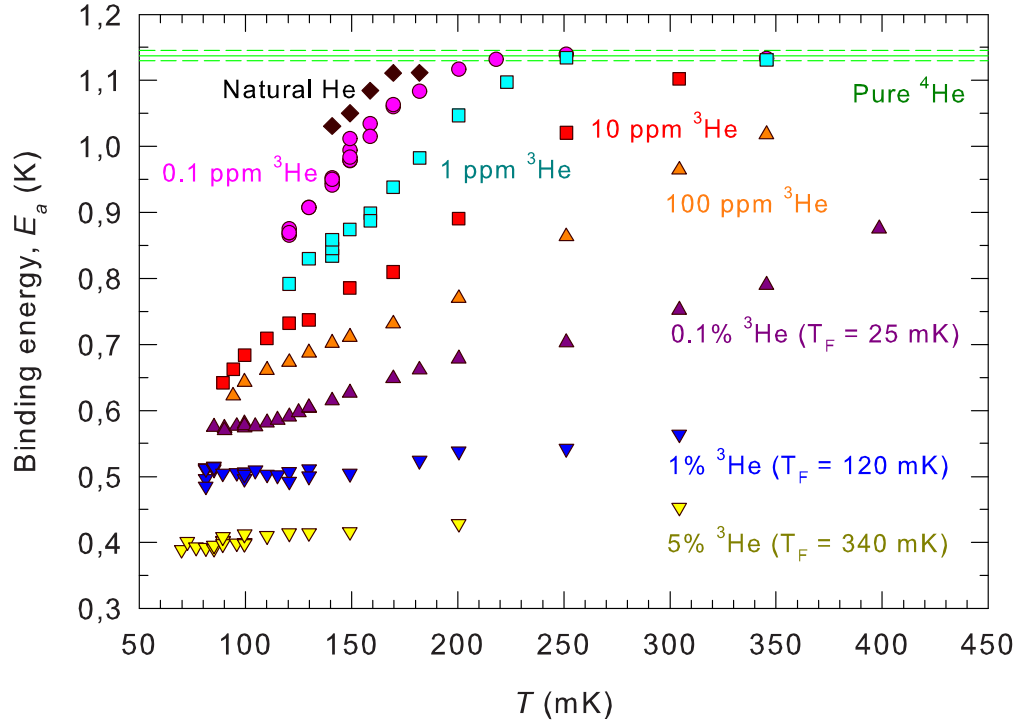


Рис. 2.15. Температурная зависимость  $E_a$  для тех же концентраций  $^3\text{He}$ , что и на рис. 2.12. Линиями показаны среднее значение и доверительный интервал для энергии ансорбции атомов H на чистом  $^4\text{He}$ .

связи поверхностных квазичастиц относительно объема жидкости и их эффективные массы в пределе нулевого заполнения составляют  $e_{s0} = 2.64$  K и  $M_0 = 1.29m_3$  для основного и  $e_{s1} = 0.81$  K и  $M_1 = 1.6m_3$  для возбужденного состояния. Здесь  $m_3$  – масса атома  $^3\text{He}$ . Изменения указанных величин по мере заполнения поверхностных состояний  $^3\text{He}$  также приведены в работе [148]. Заполнение возбужденного состояния при  $n_{3s} \geq 3.5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-2}$ , в полном согласии с расчетами [148], наблюдалось и в эксперименте [205] (см. раздел 3.1). Таким образом, используя приведенные значения энергии связи и эффективной массы, можно вычислить заселенности  $n_{3s0}$  и  $n_{3s1}$  обоих поверхностных состояний  $^3\text{He}$  для всех концентраций  $c_3$ .

На рис. 2.16 показана энергия адсорбции атомов водорода  $E_a$  в зависимости от  $n_{3s0}$ . Для справки показана также заселенность возбужденного со-

стояния. Снижение  $E_a$  очевидно вызвано взаимодействием адсорбированных атомов Н с поверхностными состояниями  $^3\text{He}$ . Наклон практически линейной зависимости  $E_a$  от  $n_{3s0}$  есть эффективный параметр взаимодействия в приближении среднего поля  $U_{30} = 1.2(1) \times 10^{-15} \text{ К} \cdot \text{см}^2$ . Никакой особенности не наблюдается при  $n_{3s0} = 3.5 \times 10^{14} \text{ см}^{-2}$ , когда начинается заполнение возбужденного состояния, что свидетельствует о слабости взаимодействия атомов Н с возбужденным состоянием  $^3\text{He}$ ,  $U_{31} \ll U_{30}$ .

Рассмотрим вкратце две причины, по которым вышеупомянутое предположение может оказаться неверным, и сечение  $l_{aa}$  будет зависеть от концентрации  $^3\text{He}$ . Во-первых, атомы гелия играют роль третьего тела при рекомбинации водорода. Ясно, что вероятность столкновения с гелием возрастает в присутствии 2D  $^3\text{He}$  благодаря большему перекрытию волновых функция адсорбированных атомов Н и  $^3\text{He}$ . С другой стороны длина поперечной делокализации  $d = \hbar/\sqrt{2E_a m}$  волновой функции атома водорода увеличивается с ростом  $n_{3s0}$ . Последнее обстоятельство ведет к тому, что сечение рекомбинации Н–Н оказывается пропорциональным корню квадратному из энергии связи,  $l_{aa} \propto 1/d \propto \sqrt{E_a}$  [17], который снижается с ростом  $n_{3s0}$ . Даже если два указанных эффекта не полностью компенсируют друг друга, приведенные результаты для  $E_a$  остаются почти неизменными, так как изменение  $l_{aa}$  важно лишь когда обе величины  $T$  и  $n_{3s0}$  велики, т.е., для очень небольшого числа экспериментальных точек (ср. рис. 2.12 и 2.16).

Надежность и относительная простота метода измерения и регулирования заселенности сверхтонких подуровней в образцах атомарного водорода позволяет заключить, что полученные результаты проливают свет на давнее противоречие многих предыдущих попыток определения  $E_a$ . Одной из нескольких причин систематических ошибок, перечисленных Годфридом и др. [92], является неизвестная ядерная поляризация образцов. Другой причиной служит примесь  $^3\text{He}$ . Из рис. 2.12 становится очевидным, что даже

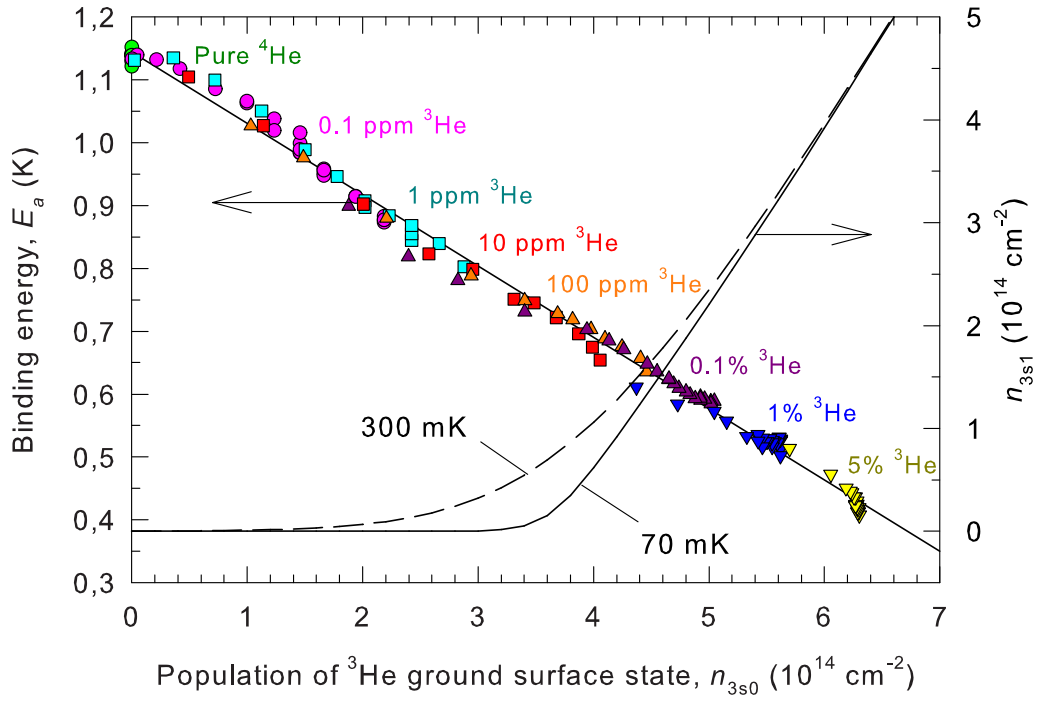


Рис. 2.16. Зависимость энергии адсорбции атомов водорода от поверхностной плотности  $^3\text{He}$  для тех же концентраций, что и на рис. 2.12 и 2.15. Плавные кривые – расчетная заселенность возбужденного поверхностного состояния  $^3\text{He}$  при  $T = 70$  и  $300$  мК.

весьма незначительные количества  $^3\text{He}$  могут существенно изменить средний наклон аррениусовского графика, обычно принимаемый за  $2E_a$ . Это также влияет и на значение сечения рекомбинации  $l_{aa}$ , извлекаемого из температурной зависимости эффективных кинетических констант в предположении постоянства  $E_a$ . Весьма вероятно, что в нескольких предыдущих работах "чистый"  $^4\text{He}$  был, если это не указывалось явно, всего лишь техническим гелием с неизвестной примесью  $^3\text{He}$ . Это не имеет значения при  $T \gtrsim 200$  мК (ср. рис. 2.15), или же если в рабочей камере имеется лишь насыщенная пленка, но нет объемного гелия. В последнем случае отношение поверхности к объему столь велико, порядка  $10^5 \text{ см}^{-1}$ , что поверхностная плотность  $^3\text{He}$  не превосходит  $10^{-4}$  атомного слоя даже при  $c_3 = 1 \text{ ppm}$ , что по крайней мере на порядок выше естественной примеси.

Имеет смысл сравнить наименьшее значение энергии связи, измеренное

в описываемых экспериментах для  $c_3 = 5\%$  с более ранними результатами, полученными другими группами из анализа кривых эволюции давления или плотности в процессе рекомбинационного распада образца. Последние значения составляют 0.34(3) К для смеси  $^3\text{He}$  и  $^4\text{He}$  в отношении от 2:1 до 6:1 [198] и 0.39(1) для чистого  $^3\text{He}$  [116].

Линейное снижение  $E_a$  с ростом  $n_{3s}$  указывает, что взаимодействие  $\text{H}-^3\text{He}$  хорошо описывается в приближении среднего поля, что уже само по себе является важным результатом. Однако указанное поведение, на первый взгляд, не согласуется со следующими качественными соображениями. Энергия Ферми двумерного газа  $^3\text{He}$  обычно намного больше температуры,  $e_{0F} = \pi \hbar^2 n_{3s0} / 2M_0 \gg k_B T$ . В упругих столкновениях  $\text{H}-^3\text{He}$  на поверхности, которые и приводят к снижению  $E_a$ , участвуют лишь квазичастицы  $^3\text{He}$  с уровня Ферми. Их плотность порядка  $n_{3s0} T / e_F = 2M_0 T / \pi \hbar^2$  и не зависит от  $n_{3s0}$ . С другой стороны, уровень Ферми повышается с ростом  $n_{3s0}$ , соответствующая ему волновая функция размывается в направлении нормали к поверхности [148] и сильнее перекрывается с волновой функцией адсорбированного атома водорода.

## 2.3. Выводы ко второй главе

Таким образом, методом сжатия в сильно неоднородном магнитном поле впервые в мире приготовлен вырожденный слабовзаимодействующий двумерный бозе-газ атомов водорода, адсорбированных на поверхности сверхтекучего гелия. Наблюдаемое значительное снижение вероятности трехчастичной рекомбинации с участием атомов в одном и том же сверхтонком состоянии интерпретировалось как макроскопическое проявление квазиконденсации — двумерного аналога бозе-эйнштейновской конденсации. Учет полученных в настоящей работе значений энергии связи атомов  $\text{H}$  с поверхностью  $^4\text{He}$  и констант их двухчастичной обменной рекомбинации, конвективного тепло-

и массопереноса, а также поведения двух- и трехчастичных корреляторов и поперечной делокализации адсорбированных атомов Н [117] убедительно подтверждает достижение фазовой плотности, заведомо достаточной для квази-конденсации 2D Н↓ и его перехода в сверхтекучее состояние.

Предложен совершенно новый механизм охлаждения плотной области в экспериментах по магнитному сжатию 2D Н↓ – за счет течения атомов Н по поверхности гелия с последующим испарением и вылетом из магнитной ловушки.

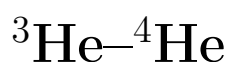
Впервые в мире измерена зависимость энергии связи атомов водорода с поверхностью смесей  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  от заселенности поверхностных состояний  $^3\text{He}$ . По указанной зависимости определен эффективный параметр взаимодействия Н– $^3\text{He}$  на поверхности гелия  $U_{30}$ .

Тщательно измерены константы двухчастичной рекомбинации атомов водорода с образованием орто- и параводорода. Полученная впервые в мире температурная зависимость отношения этих констант в области 90 – 250 мК, в совокупности с более ранними данными Статта и др. [188] при  $T > 250$  мК, однозначно выявляет роль симметрии волновой функции реагирующих частиц в вероятности реакции. Сами по себе результаты Статта и др. [188] не давали четкого представления о поведении констант.

Полученная зависимость энергии адсорбции атомов водорода  $E_a$  от поверхностной плотности  $^3\text{He}$  проливает свет на давнее противоречие многих предыдущих попыток определения  $E_a$ . Кроме того, возникает уникальная возможность проведения экспериментов с вырожденным двумерным бозе-газом с перестраиваемой интенсивностью взаимодействия, которая пропорциональна  $\sqrt{E_a}$ . В то же время квантовая система взаимодействующих друг с другом вырожденных двумерных бозе- (Н) и ферми- ( $^3\text{He}$ ) газов интересна и сама по себе. Ключевую роль в ее поведении должен играть измеренный в настоящей работе параметр средне-полевого взаимодействия  $U_{30}$ .

## Глава 3

# Двумерные системы на поверхности смесей



### 3.1. Испарительное охлаждение пленок $^3\text{He}-^4\text{He}$ .

#### Обнаружение возбужденного поверхностного состояния $^3\text{He}$

Работа, описанная в настоящем разделе, проистекает из экспериментов с вырожденным двумерным бозе-газом атомов водорода, адсорбированных на поверхности жидкого гелия [172, 173]. Решающим фактором для достижения высокой фазовой плотности методом локального сжатия двумерного водорода, который неизбежно рекомбинирует с образованием молекул  $\text{H}_2$  и выделением огромной энергии 4.5 эВ на молекулу, является эффективное охлаждение области сжатия. В случае чистого  $^4\text{He}$  охлаждение образца обеспечивается риплонами на поверхности гелия. Однако, добавление даже весьма незначительного количества  $^3\text{He}$  к чистому  $^4\text{He}$  радикально снижает риплонную теплопроводность из-за рассеяния риплонов на атомах  $^3\text{He}$ , связанных с поверхностью жидкости [132]. Далее будет показано, что в случае пленок смесей  $^3\text{He}-^4\text{He}$  возможен другой эффективный механизм охлаждения поверхности за счет двумерного течения  $^3\text{He}$  с последующим испарением с нагретой части. Кроме того, поведение мощности охлаждения дает основание сделать вывод о существовании второго (возбужденного) состояния атомов  $^3\text{He}$  на поверхности насыщенных пленок гелия. Два поверхностных состояния, по-видимому, почти не связаны друг с другом, что позволяет выделить два отдельных канала двумерного течения  $^3\text{He}$ .

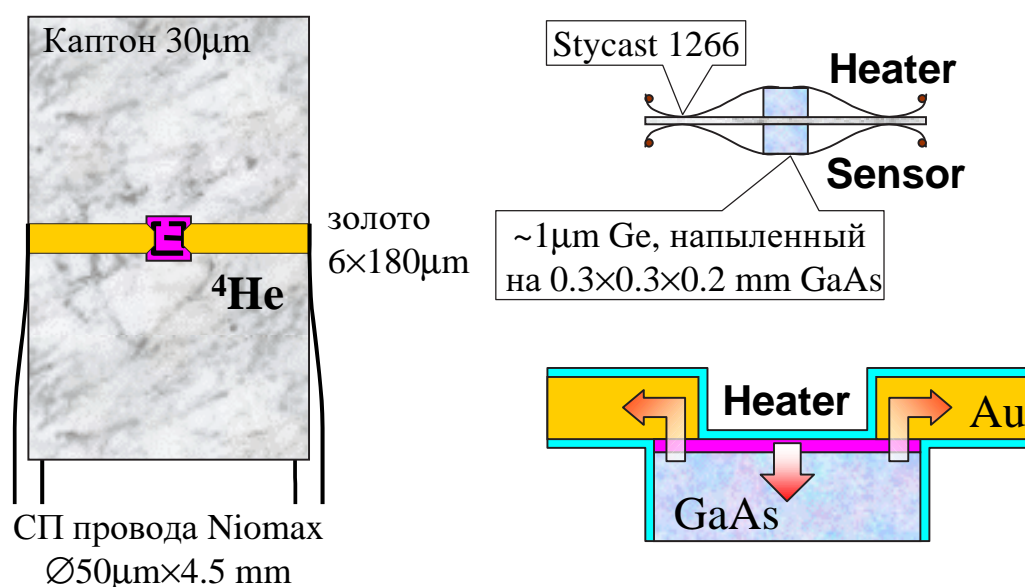


Рис. 3.1. Конструкция болометра для исследования теплопереноса по пленкам  ${}^3\text{He}$ – ${}^4\text{He}$ . Два одинаковых пленочных германиевых датчика размером  $1 \times 300 \times 300$  мкм, напыленных на подложку из GaAs, крепились на противоположных сторонах каптоновой пленки, которая подвешивалась на двух парах сверхпроводящих проводов Niomax, приклеенных проводящим клеем к четырем золотым полоскам толщиной 6 мкм и шириной 180 мкм. Один датчик служит в качестве нагревателя, другой – термометра.

В работе Крума и др. [77] был обнаружен перенос вещества за счет двумерного течения  ${}^3\text{He}$  с близкой к монослою концентрацией по поверхности пленки сверхтекучего гелия под действием силы тяжести, а также показано, что это течение испытывает сопротивление вследствие столкновений объемных квазичастиц  ${}^3\text{He}$  с поверхностью, сопровождающихся передачей импульса в подложку. Были получены значения доли продольного импульса, передаваемой при каждом столкновении,  $f^* \simeq 1.2T \text{ K}^{-1}$  и вероятности адсорбции  $f_{\text{ads}} \simeq 7 \cdot 10^{-4}T \text{ K}^{-1}$ . Описанный в настоящем разделе теплоперенос имеет ту же природу, но происходит при совершенно других условиях, а именно, при сильном градиенте температуры, когда поверхностная и объемная концентрация  ${}^3\text{He}$  могут меняться вдоль потока на несколько порядков величины.



### 3.1.1. Описание эксперимента

Теплоперенос по пленкам смесей  $^3\text{He}$ — $^4\text{He}$  исследовался с помощью болометра (рис. 3.1), первоначально предназначенного для экспериментов с атомарным водородом. Болометр, изготовленный компанией Микросенсор (Лысогорская ул. 4, Киев, 03680, Украина), состоял из двух одинаковых пленочных германиевых датчиков размером  $1 \times 300 \times 300$  мкм, напыленных на подложку из GaAs толщиной 200 мкм. Подложки крепились эпоксидным клеем Stycast 1266 в центре противоположных сторон каптоновой пленки размером  $0.2 \times 0.3$  мм, которая подвешивалась у боковой стороны рабочей камеры на двух парах сверхпроводящих проводов Niomax диаметром 50 мкм и длиной  $l = 0.45$  см. Подводящие провода были приклеены проводящим серебряным эпоксидным клеем к четырем золотым полоскам толщиной 6 мкм и шириной 180 мкм, расположенным вдоль длинных сторон каптоновой пленки и обеспечивающим электрический контакт с датчиками. Для устранения паразитных эффектов, связанных с тепловым сопротивлением Капицы на границах с гелием, один из датчиков являлся нагревателем, а другой – термометром.

В целях калибровки болометр целиком погружался в изотопически чистый  $^4\text{He}$  (менее 1 ppb  $^3\text{He}$ ). В этом случае не было обнаружено никакой связи между нагревателем и термометром вплоть до максимальной мощности нагрева, применявшейся при измерениях. Джоулево тепло отводится от нагревателя по золотым полоскам и сверхпроводящим проводам, а также за счет испарения гелия. Измерительный ток термометра поддерживался настолько низким, чтобы в процессе измерений термометр имел температуру гелиевой пленки. Ниже рассматриваются нагрузочные кривые болометра, представляющие собой зависимости температуры термометра  $T_b$  от электрической мощности  $Q$ , подводимой к нагревателю.

Полная площадь внутренней поверхности камеры, покрытой пленкой ге-

лия, составляла  $A = 57 \text{ см}^2$ . В камере находилось  $V \simeq 10 \text{ см}^3$  жидкого гелия. Болометр располагался примерно на 1 см выше уровня объемного гелия. Эксперименты проводились с номинальными концентрациями  $^3\text{He}$  от  $c_3 = 0.1 \text{ ppm}$  до 5%. Температура камеры  $T_0$  варьировалась от 50 до 220 мК и измерялась датчиком сопротивления  $\text{RuO}_2$ , прикрепленным к внешней стенке камеры и прокалиброванным по термометру плавления  $^3\text{He}$ .

### 3.1.2. Результаты

Типичные кривые нагрева датчиков Ge/GaAs болометра, записанные при  $c_3 = 1 \text{ ppm}$  и различных температурах камеры  $T_0$ , а также при  $T_0 = 160 \text{ мК}$  и различных объемных концентрациях  $^3\text{He}$  показаны, соответственно, на рис. 3.2 и 3.3. Эффект охлаждения за счет испарения  $^3\text{He}$  отчетливо проявляется по сравнению с пленкой чистого  $^4\text{He}$  в виде изгиба нагрузочных кривых в сторону более низких температур  $T_b$ . Ступенька на кривых  $T_b(Q)$  высотой  $\sim 50 \text{ мК}$  указывает, что при более высокой мощности нагрева испарение лимитируется недостаточной скоростью восполнения испаряющегося  $^3\text{He}$  за счет двумерного течения по поверхности пленки, покрывающей подводящие провода. Соответствующая ступеньке критическая мощность  $Q_{c1}$  снижается с ростом  $T_0$  (рис. 3.2) и возрастает с повышением концентрации  $c_3$  (рис. 3.3). Критическая же температура остается почти постоянной,  $T_c = T_b(Q_{c1}) \approx 300 \text{ мК}$ . Выше ступеньки на поверхности болометра больше не остается  $^3\text{He}$ , и охлаждение идет за счет испарения  $^4\text{He}$ . Ясно, что при гораздо большей мощности нагрева испарение  $^4\text{He}$  также будет лимитироваться недостаточной скоростью течения по пленке, однако в нашей работе такие значения мощности не достигались.

При более высоких концентрациях  $c_3 \gtrsim 100 \text{ ppm}$  и низких температурах  $T_0 \lesssim 100 \text{ мК}$  на нагрузочных кривых наблюдается еще одна ступенька зна-

чительно ниже  $Q_{c1}$  (кривые, помеченные стрелками на рис. 3.6). Как и  $Q_{c1}$ , вторая критическая мощность  $Q_{c2}$  растет с понижением температуры 3.4, но, в отличие от  $Q_{c1}$ , уменьшается с ростом концентрации  $^3\text{He}$  3.5. Кроме того, имеет место значительный гистерезис второй ступеньки – она видна лишь при нагреве болометра и практически исчезает при охлаждении.

Следуя Круму и др. [77], приравняем градиент поверхностной энергии скорости передачи импульса. Тогда для части мощности  $Q_3$ , отводимой за счет испарения  $^3\text{He}$ , при низкой концентрации  $c_3$  получим

$$-e_{s0}\nabla n_s = \frac{n_3 v}{4} f^* m^* \frac{Q_3}{p n_s (e_{0s} + e_0)}, \quad (3.1)$$

где  $n_s$  и  $n_3$  – плотность, соответственно, двумерного и объемного  $^3\text{He}$  в пленке,  $v = \sqrt{8kT/\pi m^*}$  – тепловая скорость, а  $p \approx 0.06$  см – периметр подводящих проводов. Уравнение (3.1) справедливо для вырожденного двумерного газа: его левая часть представляет собой главную в разложении градиента поверхностного натяжения. Кроме того, это уравнение записано для случая единственного поверхностного состояния. Для его решения пренебрежем испарением с поверхности подводящих проводов по сравнению с испарением с гораздо большей площади самого болометра  $A_b \approx 0.2$  см<sup>2</sup>. Тогда  $Q_3 = 0$  (что подтверждается последующим расчетом потерь на испарение), а  $n_3$  находится в равновесии с  $n_s$ . Температура пленки вдоль проводов предполагается равной температуре металла, а ее распределение определяется теплопроводностью проводов. Естественное граничное условие на болометре имеет вид  $Q_3 = \frac{1}{4}(e_{s0} + e_0)n_{3b}v \exp(-e_0/kT_b)$ , означая, что все атомы  $^3\text{He}$ , поступающие на болометр, испаряются в вакуум из объема пленки. Решение уравнения (3.1) при  $T_0 > 100$  мК достаточно хорошо описывает зависимость  $T_b(Q)$  вплоть до  $Q = Q_{c1}$ .

Существование критического уровня мощности можно качественно объяснить исходящим двумерным потоком  $^3\text{He}$ . Заменяя в уравнении (3.1)  $|\nabla n_s|$

на  $n_s/l$  и беря для  $n_s$  значение плотности на холодном конце проводов (т.е., на стенках камеры), получим  $Q_c \propto n_s$ . На рис. 3.7 построена зависимость экспериментального значения  $Q_{c1}$  от  $n_s$ , вычисленной для единственного андреевского состояния. Как и следовало ожидать,  $Q_{c1} \approx K n_s$ , где  $K = 1.3 \cdot 10^{-22}$  Вт·см<sup>2</sup>. Заметим, что для всех номинальных концентраций кроме 0.1 ppm подавляющая часть атомов  $^3\text{He}$  находится в объеме жидкости. Поэтому химический потенциал  $^3\text{He}$  определяется объемной фазой, и поверхностная плотность практически не зависит от реальной площади рабочей камеры.

Появление второй ступеньки на нагрузочных кривых не удастся объяснить в рамках представления о единственном поверхностном состоянии. Дальфово и Стрингари [78] и позднее Павлофф и Трейнер [148] предсказали существование второго (первого возбужденного) андреевского состояния  $^3\text{He}$  на поверхности объемного  $^4\text{He}$  с энергией связи  $e_{s1} \simeq 0.8$  К по отношению к объему жидкости и эффективной массой  $M_1 \simeq 1.6m_3$ . Указанными авторами также были рассчитаны параметры основного состояния, несколько отличающиеся от значений, получающихся в модели единственного поверхностного состояния:  $e_{s0} \simeq 2.64$  К и  $M_0 \simeq 1.29m_3$  (в пределе нулевой поверхностной плотности). Для появления второй ступеньки на кривых  $T_b(Q)$  необходимо, чтобы два поверхностных состояния обеспечивали независимые потоки  $^3\text{He}$ . В этом случае каждая ступенька возникает, когда иссякает соответствующий поток. Гистерезис нагрузочных кривых с высокой номинальной концентрацией  $c_3$  может быть вызван низкой скоростью обмена между двумя поверхностными состояниями, когда для повторного заполнения однажды “осушенного” верхнего состояния требуется продолжительное время порядка десятков секунд.

На рис. 3.7 видно, что нижняя ступенька на кривых  $T_b(Q)$ , предположительно связанная с заполнением второго поверхностного состояния, возника-

ет при плотности основного состояния  $n_{s0} \geq 3.5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}$ .<sup>1</sup> Это соответствует энергии Ферми  $e_{F0} = \pi \hbar^2 n_{s0} / M_0 \simeq 1.2 \text{ К}$ , которая должна равняться просто разнице между уровнями энергии основного и возбужденного состояния при нулевой плотности (заметим, что  $T \ll e_F$ ). Это наблюдение находится в замечательном согласии со средне-полевыми расчетами [148]. То факт, что приведенное выше критическое значение  $n_{s0}$  увеличивается с ростом объемной концентрации, может быть связан с ростом сопротивления двумерному потоку по подводящим проводам и, следовательно, с ростом градиента двумерной плотности. В этом случае заполнение возбужденного поверхностного состояния на теплом конце проводов начинается при фиксированной плотности основного состояния, тогда как плотность основного состояния на холодном конце увеличивается с ростом объемной концентрации  $^3\text{He}$ .

## 3.2. Гидродинамика двумерного атомарного водорода

Спин-поляризованный атомарный водород, адсорбированный на поверхности жидкого гелия ( $2\text{D H}\downarrow$ ), является одним из наиболее ярких примеров 2D бозе-газа [173]. По сравнению с ультрахолодными парами щелочных металлов в анизотропных ловушках [93] образец  $2\text{D H}\downarrow$  обладает на несколько порядков большим отношением линейных размеров ( $\sim 10^7$ ) и состоит из гораздо большего количества атомов (вплоть до  $10^{13}$ ), что практически исключает влияние конечных размеров и конечного числа частиц. С другой стороны, в отличие от пленок сверхтекучего гелия толщиной в несколько атомных слоев, в которых переход в сверхтекучее состояние активно исследовался теоретически и экспериментально [69], двумерный водород остается

---

<sup>1</sup> При этой плотности параметры основного состояния, приведенные в работах [86] и [148], немного различаются из-за несколько различных значений члена, отвечающего за взаимодействие в приближении среднего поля.

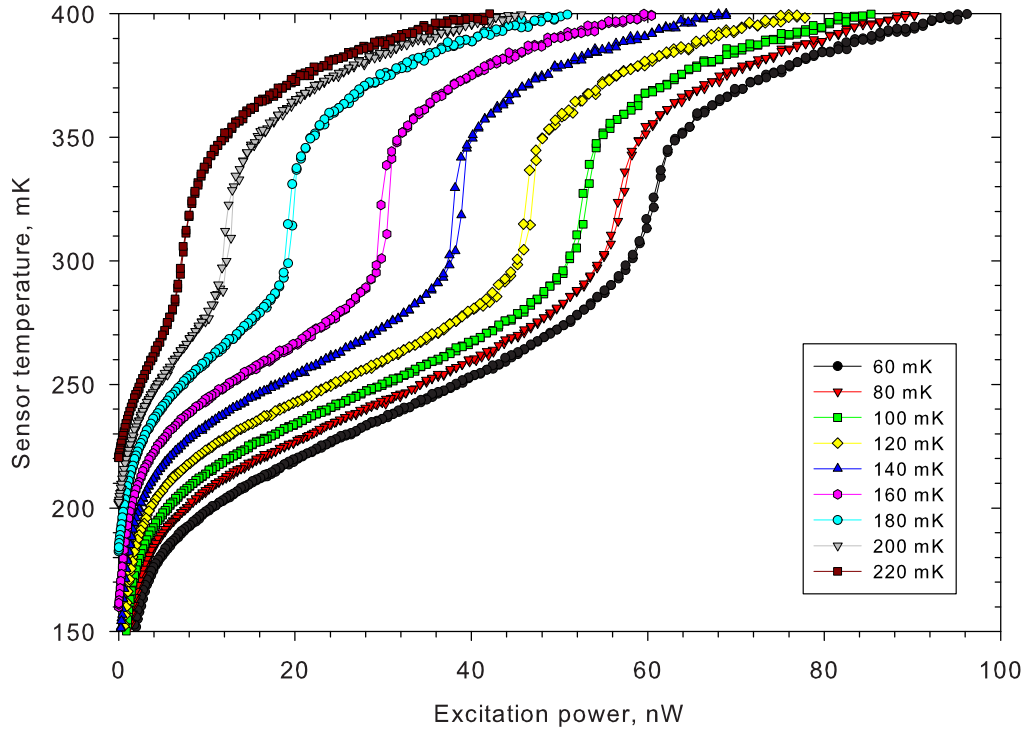


Рис. 3.2. Зависимость температуры термометра от мощности нагревателя при объемной концентрации  $^3\text{He } c_3 = 1 \text{ ppm}$  и различных температурах камеры.

газообразным вплоть до  $T = 0$ .

Теоретические исследования гидродинамики двумерного атомарного водорода на поверхности сверхтекучего гелия были начаты в результате экспериментов по тепловому сжатию [200, 204], основной целью которых было достижение условий квантового вырождения в этом двумерном бозе-газе и непосредственное наблюдение соответствующих коллективных эффектов (прежде всего, квазиконденсации [17, 173] и перехода Березинского-Костерлица-Таулеса в сверхтекучее состояние [6, 129]) методами магнитного резонанса. Так, наблюдавшееся в описываемых ниже экспериментах поверхностное течение 2D  $\text{H}\downarrow$  при плотности близкой к квантовому вырождению открывает реальную возможность обнаружения сверхтекучести в двумерном бозе-газе.

Постараемся учесть стационарное течение 2D  $\text{H}\downarrow$  вдоль поверхности, которое игнорировалось в исходной идее теплового сжатия [139, 193]. Динами-

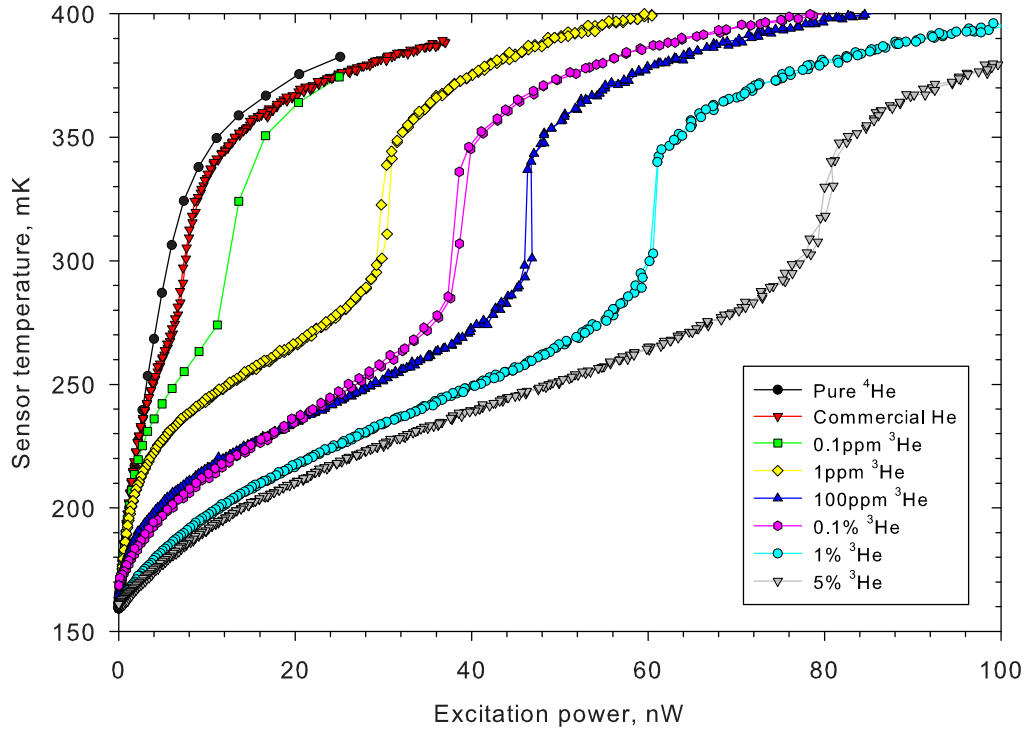


Рис. 3.3. Зависимость температуры термометра от мощности нагревателя при температурах камеры  $T_0 = 160$  мК и различных объемных концентрациях  $^3\text{He}$ .

ческие эффекты, такие как распространение звуковых волн, будут описаны в разделе 3.2.3. Рассмотрим также возможные проявления течения, которые позволили бы изучать явления переноса и взаимодействие двумерного водорода с поверхностными квазичастицами  $^3\text{He}$  и с элементарными возбуждениями поверхности гелия.

Двумерная система представляет собой смесь связанных с поверхностью атомов  $\text{H}_2$  и  $^3\text{He}$  и поверхностных возбуждений. При температурах значительно ниже 1 К элементарные возбуждения свободной поверхности  $^4\text{He}$  можно рассматривать в виде газа риплонов – квантованных капиллярных волн [61], термодинамические параметры которого достаточно точно известны (см., например, обзор [86]). Газ квазичастиц  $^3\text{He}$  в андеевском состоянии [4] на поверхности гелия при плотностях  $n_3 \sim 10^{12} \text{ см}^{-2}$  далек от квантового вырождения, являясь идеальным бoльцмановским газом с эффективной массой ча-

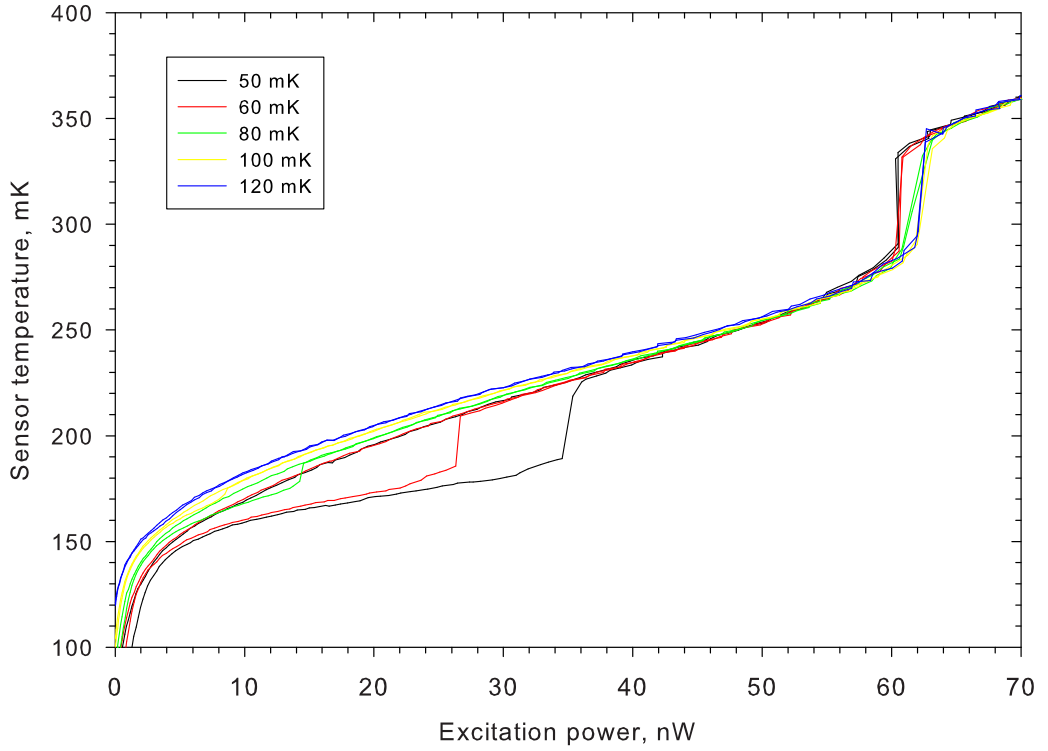


Рис. 3.4. Зависимость температуры термометра от мощности нагревателя при объемной концентрации  $^3\text{He}$   $c_3 = 1\%$  и различных температурах камеры.

стиц  $M_3 = 1.45 m_3$  ( $m_3$  – масса атома  $^3\text{He}$ ) [86]. Адсорбированные атомы  $\text{H}\downarrow$ , занимающие единственное связанное с поверхностью состояние с энергией связи  $E_a = 1.14(1)$  К (для изотопически чистого  $^4\text{He}$ , см. раздел 2.2) и эффективной массой в пределах нескольких процентов совпадающей с массой атома водорода [209], представляет собой слабонеидеальный двумерный бозе-газ. При интересующих нас температуре  $T \sim 100$  мК и плотности  $\sigma \sim 3 \times 10^{12}$   $\text{см}^{-2}$  необходимо учитывать как бозевскую статистику, так и взаимодействие атомов  $\text{H}$  друг с другом.

В экспериментах по тепловому сжатию [139, 200, 204] высокая плотность 2D  $\text{H}\downarrow$  достигается на небольшом участке поверхности гелия, охлаждаемом до температуры  $T_s$ , существенно ниже температуры  $T_c$  остальных стенок камеры. Исходная идея теплового сжатия [139, 193], игнорируя перенос частиц вдоль поверхности, подразумевает равенство локальных скоростей адсорб-



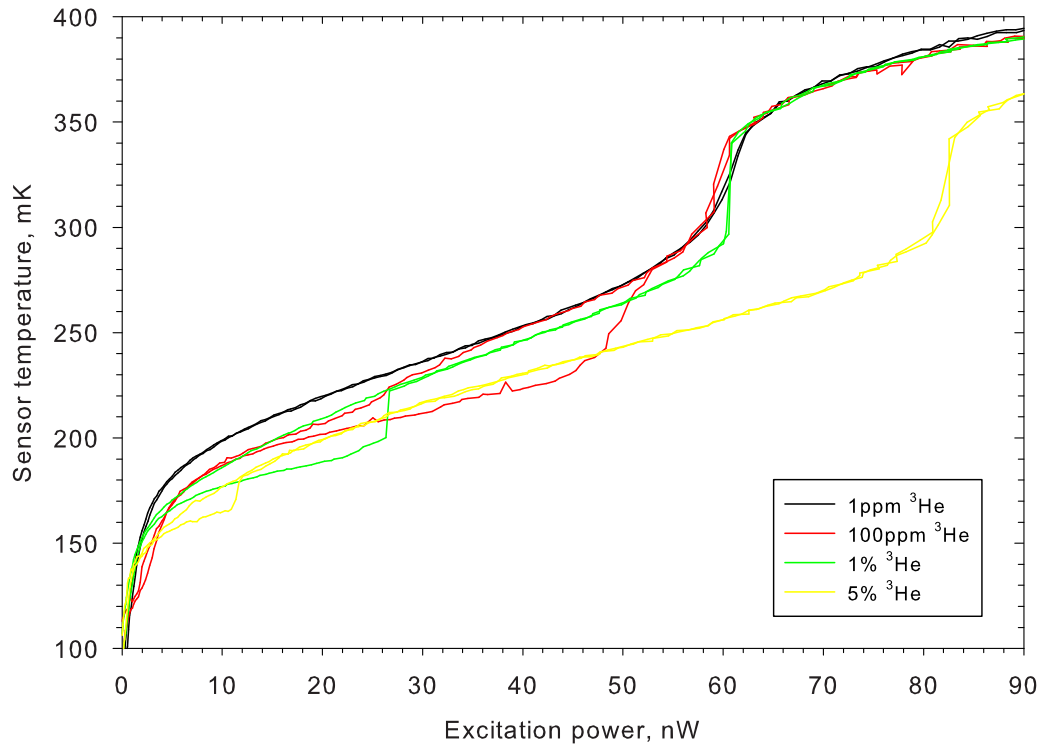


Рис. 3.5. Зависимость температуры термометра от мощности нагревателя при температурах камеры  $T_0 = 60$  мК и различных объемных концентрациях  $^3\text{He}$ .

ции и десорбции, что должно приводить к экспоненциальному росту на таком “холодном пятне” двумерной плотности  $\sigma$ , связанной с плотностью  $n$  в объеме камеры приблизительным соотношением  $\sigma \approx n\Lambda \exp(E_a/T)$ . Следует, однако, иметь в виду, что градиент двумерного давления, возникающий из-за пространственно неоднородного распределения температуры  $T$  и плотности  $\sigma$ , вызывает течение вдоль поверхности взаимодействующих друг с другом водорода и риплонов, что нарушает равновесие адсорбции и десорбции.

### 3.2.1. Уравнения переноса в $\tau$ -приближении

Поверхностное течение, к рассмотрению которого мы приступаем, подчиняется обычным уравнениям переноса. Согласно работам Манца и др. [135], а также Саслоу и Кумара [175], взаимодействие между компонентами двумерной смеси может быть приближенно описано несколькими феноменологиче-

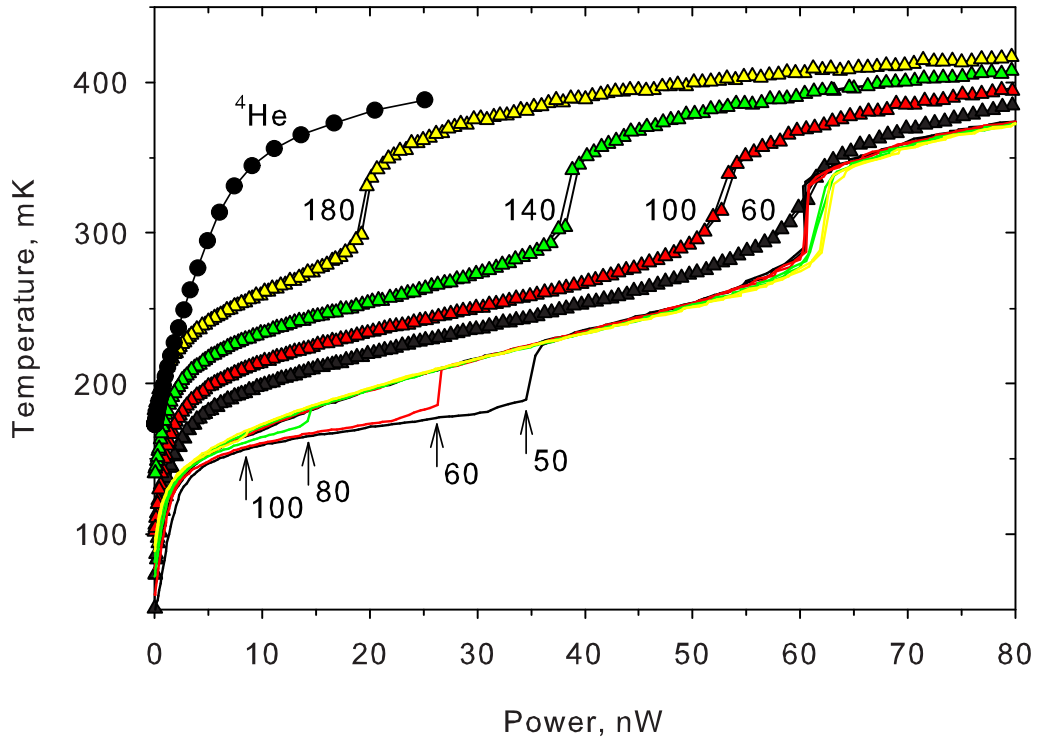


Рис. 3.6. Зависимость температуры пленки гелия, измеряемой датчиком-термометром, от мощности, выделяющейся в нагревателе, для изотопически чистого  $^4\text{He}$  (кружки),  $c_3 = 1 \text{ ppm}$  (треугольники) и  $c_3 = 1 \%$  (сплошные линии). Рядом с соответствующими кривыми указана температура рабочей камеры в мК. Стрелками отмечены вторые ступеньки на кривых с  $c_3 = 1 \%$ , наблюдающиеся при более низкой мощности в процессе нагрева и отсутствующие при охлаждении.

скими постоянными времени релаксации импульса. Время передачи импульса от риплонов в подложку,  $\tau_R$ , связано с экспериментально измеряемой теплопроводностью  $K_R$  насыщенной пленки гелия на покрытом неоном лавсане [135], что дает почти независящее от температуры значение  $\tau_R \approx 7 \times 10^{-6}$  с при  $T \sim 0.1 \text{ K}$ . Заметим, что  $\tau_R$  зависит от толщины пленки [135] и, кроме того, может зависеть от материала и шероховатости подложки [33]. Время рассеяния риплонов на квазичастицах  $^3\text{He}$  также измеренное Манцем и др. [135] составляет  $\tau_{R3} = \tau_r(4.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}/n_3) \approx 3.1 \times 10^{-7}(10^{12} \text{ cm}^{-2}/n_3)\text{c}$ . Согласно расчетам Циммермана и Берлинского [209], постоянная времени передачи импульса от адсорбированного водорода риплонам  $\tau_{HR}$  в больцма-

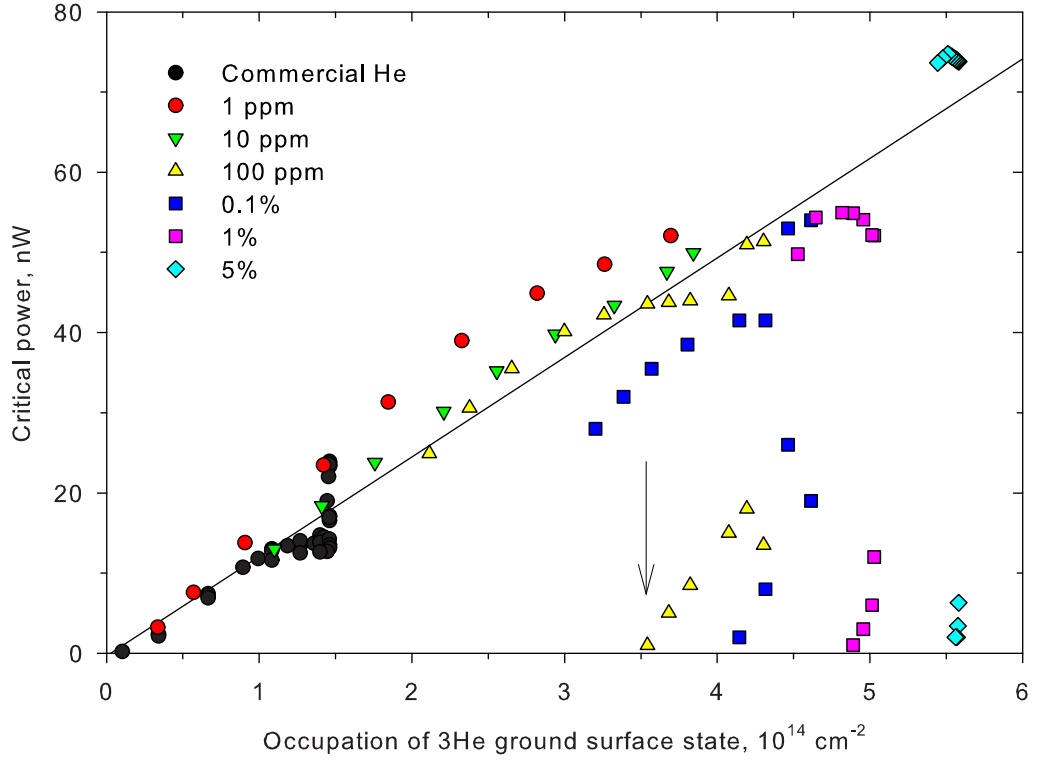


Рис. 3.7. Зависимость критической мощности от плотности основного состояния  $^3\text{He}$  для различных номинальных концентраций  $^3\text{He}$ , включая промышленный гелий (около 30 ppb  $^3\text{He}$ ). Стрелкой отмечено предполагаемое начало заполнения возбужденного состояния при  $n_{s0} \simeq 3.5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}$ .

новском пределе возрастает от  $3 \times 10^{-8}$  до  $6 \times 10^{-7}$  с при понижении температуры от 100 до 40 мК. Время рассеяния Н- $^3\text{He}$  можно вывести из величины параметра средне-полевого взаимодействия  $U_{30} = 1.2 \times 10^{-15} \text{ см}^2\text{К}$  адсорбированных атомов водорода с основным поверхностным состоянием  $^3\text{He}$  [171],  $\tau_{\text{H}^3}^{-1} = n_3(\mu U_{30}^2/\hbar^3) \approx n_3 \cdot 3.2 \times 10^{-5} \text{ см}^2/\text{с}$ , где  $\mu \approx 0.8m$  – приведенная масса сталкивающихся атомов Н и  $^3\text{He}$  (ср. [135]). Аналогично, время Н-Н рассеяния есть  $\tau_{\text{HH}}^{-1} = \sigma(m\tilde{U}^2/2\hbar^3) \approx \sigma \cdot 3.5 \times 10^{-4} \text{ см}^2/\text{с}$ . Время передачи импульса от двумерного водорода объемному газу должно быть порядка адсорбционного времени  $\tau_s$  [193]. При температуре  $T \lesssim 100 \text{ мК}$   $\tau_s \gtrsim 10^{-3} \text{ с}$ , т.е., значительно длиннее любой другой постоянной времени, поэтому передачей импульса от 2D Н $\downarrow$  объемному газу можно пренебречь. Более того, при интересующих

на температурх можно также не учитывать испарение и десорбцию  $^3\text{He}$  в объем жидкости. Следовательно, стационарная скорость  $^3\text{He}$  равна нулю.

В пределе малых скоростей водорода и риплонов  $\mathbf{u}_\text{H}$  и  $\mathbf{u}_\text{R}$  стационарные ( $\partial/\partial t \equiv 0$ ) уравнения сохранения импульса имеют вид

$$\nabla P_\text{H} = \frac{\rho_\text{H}}{\tau_\text{HR}}(\mathbf{u}_\text{R} - \mathbf{u}_\text{H}) - \frac{\rho_\text{H}}{\tau_\text{H3}}\mathbf{u}_\text{H} \quad (3.2)$$

$$\nabla P_\text{R} = -\frac{\rho_\text{H}}{\tau_\text{HR}}(\mathbf{u}_\text{R} - \mathbf{u}_\text{H}) - \rho_\text{R} \left( \frac{1}{\tau_\text{R}} + \frac{1}{\tau_\text{R3}} \right) \mathbf{u}_\text{R} \quad (3.3)$$

$$\nabla P_3 = \frac{\rho_\text{H}}{\tau_\text{H3}}\mathbf{u}_\text{H} + \frac{\rho_\text{R}}{\tau_\text{R3}}\mathbf{u}_\text{R}. \quad (3.4)$$

где  $P_i$  с  $i=\{\text{H}, \text{R}, 3\}$  – парциальные давления, соответственно,  $2\text{D H}\downarrow$ , поверхностного  $^3\text{He}$  и риплонов, а  $\rho_i$  – соответствующие массовые плотности. Диссипативные члены опущены ввиду малой вязкости двумерного газа.

Уравнение непрерывности (сохранения числа атомов H)

$$\text{div}(\mathbf{u}_\text{H}\sigma) + \frac{nv s}{4} - \frac{\sigma}{\tau_s} - L - \frac{\sigma}{\tau_\text{ESR}} = \text{div}(D_\text{H}\nabla\sigma), \quad (3.5)$$

учитывает адсорбцию, десорбцию, рекомбинацию и ЭПР-индуцированные потери (в порядке, в котором указанные члены входят в уравнение). Здесь  $v$  – тепловая скорость атомов объемного газа,  $s \approx 0.3T/1\text{K}$  – вероятность прилипания при соударениях с поверхностью [66], а  $L$  – фоновая скорость рекомбинационной убыли атомов на холодном пятне. Скорость ЭПР-индуцированной рекомбинации  $\tau_\text{ESR}^{-1}$  пропорциональна СВЧ мощности и в условиях типичного эксперимента [200, 204] лежит в пределах от  $\sim 1$  до  $\sim 30 \text{ c}^{-1}$ . Коэффициент диффузии  $D_\text{H}$  определяется рассеянием атомов H друг на друге, которое гораздо быстрее рассеяния на риплонах. Правой частью (3.5) можно поэтому пренебречь.

Уравнение сохранения энергии имеет вид

$$\text{div}\mathbf{q} + \frac{f E_D \sigma}{2\tau_\text{ESR}} + Q_\text{rec} + Q_\text{acc} - Q_\text{RP} = \text{div}(\kappa\nabla T), \quad (3.6)$$

где  $\mathbf{q}$  – поток тепла. В этом уравнении  $E_D=4.5$  эВ – энергия рекомбинации на одну молекулу, а  $f \sim 0.01$  – доля  $E_D$ , выделяющаяся непосредственно в месте элементарного акта [201]. Для наглядности разогрев за счет ЭПР-индуцированной рекомбинации отделен от разогрева  $Q_{rec}$  за счет фоновой рекомбинации в камере и на холодном пятне.  $Q_{acc}$  – тепловая мощность за счет адсорбции и аккомодации атомов Н. Мощность  $Q_{RP}$ , передаваемая двумерной системой в подложку, при  $T \lesssim 100$  мК ограничена слабым контактом риплонов с фононами пленки гелия [157]. Правая часть уравнения представляет собой обычную теплопроводность двумерной смеси.

В отсутствие  $^3\text{He}$  уравнения (3.2) существенно упрощаются, что дает

$$\mathbf{u}_H = -\frac{\tau_R}{\rho_R}(\nabla P + x\nabla P_H), \quad \mathbf{u}_R = -\frac{\tau_R}{\rho_R}\nabla P \quad (3.7)$$

где  $P = P_H + P_R$  – суммарное давление, а  $x = (\rho_R/\rho_H)(\tau_{HR}/\tau_R)$ . Момент, когда  $\mathbf{u}_H = 0$ , т.е., когда поток водорода меняет направление, можно обнаружить, добавляя  $^3\text{He}$ : если поток направлен к центру холодного пятна, дополнительное трение за счет поверхностного  $^3\text{He}$  замедляет его и, следовательно, уменьшает плотность водорода на холодном пятне. Если же поток направлен к периферии, добавление  $^3\text{He}$ , напротив, повысит  $\sigma$ . Таким образом при  $\mathbf{u}_H = 0$  влияние  $^3\text{He}$  на  $\sigma$  меняет знак. С другой стороны, измеряя  $\sigma$  и  $T$ , можно найти  $P_H$  и  $P_R$  и таким образом определить значение  $x$  из уравнения для  $\mathbf{u}_H$ . Независимое измерение  $\tau_R$ , например, аналогичное выполненному Манцем и др. [135], позволило бы найти постоянную времени передачи импульса  $\tau_{HR}$  между адсорбированным водородом и риплонами.

### 3.2.2. Роль поверхностного течения в нестабильности спектра

#### ЭПР двумерного водорода

Перенос атомов водорода вдоль поверхности может существенно влиять на условия нестабильности спектра ЭПР, наблюдаемой при достаточно вы-

сокой мощности СВЧ [200]. Поведение неустойчивости можно понять, решая уравнения (3.2), (3.5) и (3.6) по отношению к отклонениям  $\sigma$ ,  $T$ ,  $n_z$  от их невозмущенных ( $\tau_{\text{ESR}}^{-1} \rightarrow 0$ ) значений. Для простоты рассмотрим ситуацию, когда поток отсутствует в отсутствие СВЧ возбуждения. Далее, будем работать в линейном приближении, предполагая  $\Delta\sigma \ll \sigma$ ,  $\Delta n_z \ll n_z$  и  $\Delta T/T \ll T/E_a$ . Заменяя пространственные производные конечными разностями, приходим к системе линейных уравнений относительно  $\Delta\sigma$ ,  $\Delta T$  и  $\Delta n_z$ . Можно показать, что в условиях типичного эксперимента ( $\sigma \sim 10^{12} \text{ см}^{-2}$  и  $T \simeq 80 \text{ мК}$ ) можно пренебречь теплопереносом вдоль поверхности. Член  $\Delta Q_{acc}$  также оказывается несущественным, т.к.  $fE_D \gg E_a$ . поэтому отклонение температуры

$$\Delta T \approx \frac{fE_D \sigma R_{\text{RP}}}{2\tau_{\text{ESR}}(\partial Q_{\text{RP}}/\partial T)} \quad (3.8)$$

не зависит от  $n_z$ . В случае столкновительного уширения собственная ширина линии  $2D \text{ Н}\downarrow$  пропорциональна  $\sigma$ , поэтому  $\Delta T$  не зависит от  $\sigma$ .

$\Delta\sigma$  определяется тремя процессами: прямыми потерями  $\sigma/\tau_{\text{ESR}}$ , ускорением десорбции  $\Delta(\sigma/\tau_s)$  из-за разогрева, вызванного ЭПР-индуцированной рекомбинацией, и тепловым расширением. Взяв  $\Delta T$  из уравнения (3.33), вычислив соответствующее значение  $\Delta(\sigma/\tau_s)$  и сравнив его с  $\sigma/\tau_{\text{ESR}}$ , находим, что в условиях типичного эксперимента вклад прямых потерь пренебрежимо мал, т.к. скорость десорбции возрастает с повышением температуры экспоненциально.

На чистом  $^4\text{Не}$  в пределе слабой связи риплонов с подложкой,  $x \ll 1$ , сравнительно легкое проскальзывание всей двумерной системы относительно подложки обеспечивает  $\Delta P \ll \Delta P_{\text{Н}}$ , и мы находим  $mc^2 \Delta\sigma \simeq -(\partial P/\partial T)_\sigma \Delta T$ , где  $c^2 = (\partial P/\partial \rho_{\text{Н}})_T$  – квадрат скорости звука в  $2D \text{ Н}\downarrow$ . В противоположном случае, при  $x \gg 1$  и настолько низкой температуре  $T$ , что десорбцией можно пренебречь, двумерный водород  $2D \text{ Н}\downarrow$  проскальзывает относительно неподвижных риплонов, и тогда  $\Delta P_{\text{Н}} \ll \Delta P_{\text{R}}$ , что дает  $mc^2 \Delta\sigma \simeq$

$-(\partial P_{\text{H}}/\partial T)_{\sigma} \Delta T$ . В общем случае имеем ( $S_{\text{R}} = \partial P_{\text{R}}/\partial T$  – энтропия риплонов)

$$mc^2 \Delta \sigma_4 \simeq - \left[ \frac{S_{\text{R}}}{1+x} + \left( \frac{\partial P_{\text{H}}}{\partial T} \right)_{\sigma} + \frac{x \tilde{S}}{1+x} \right] \Delta T. \quad (3.9)$$

Здесь  $\tilde{S} \simeq \sigma(E_{\text{a}}/T) \tau_*^2 (\tau_s \tau_{\text{HR}})^{-1}$  происходит из потерь на испарение,  $r_* \simeq 0.8$  мм – радиус холодного пятна [200, 204] и  $\tau_* = r_* \sqrt{m/2T} \simeq 2.3 \times 10^{-5}$  с.

В присутствии  $^3\text{He}$  аналогичные вычисления дают

$$mc^2 \Delta \sigma_{\text{mix}} \simeq - \left[ \frac{S_{\text{R}}}{1+x} + \left( \frac{\partial P_{\text{H}}}{\partial T} \right)_{\sigma} + \frac{x \tilde{S}}{1+x} + \left( \frac{\tau_{\text{HR}}}{\tau_{\text{H3}}} \right) \tilde{S} \right] \Delta T, \quad (3.10)$$

означая, что при заданной мощности СВЧ, т.е., при фиксированной величине  $\Delta T$ , отклонение плотности  $|\Delta \sigma|$  на смеси  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  выше, чем на чистом  $^4\text{He}$ . Дело в том, что рассеяние Н– $^3\text{He}$  тормозит течение водорода, которое восполняет ЭПР-индуцированные потери. Поэтому эффект присутствия  $^3\text{He}$  должен исчезать при низких температурах, когда десорбция происходит очень медленно. Поскольку разность  $\Delta \sigma_{\text{mix}} - \Delta \sigma_4$  пропорциональна  $\tau_{\text{HR}}/\tau_{\text{H3}}$ , измерив  $\Delta \sigma$  на чистом  $^4\text{He}$  и на смеси, можно найти отношение  $\tau_{\text{HR}}/\tau_{\text{H3}}$  и, следовательно,  $\tau_{\text{H3}}$ , которое было бы интересно сравнить со значением, вычисленным исходя из параметра взаимодействия  $U_{30}$ .

Роль поверхностного течения в экспериментах по тепловому сжатию определяется отношением

$$\eta \sim \frac{2P_{\text{H}} \tau_s \tau_{\text{R}}}{\rho_{\text{R}} r_*^2} \quad (3.11)$$

двумерного потока  $2\pi r_* u_{\text{H}} \sigma \sim 2\pi \sigma \tau_{\text{R}} P_{\text{H}}/\rho_{\text{R}}$  атомов Н к скорости  $\pi r_*^2 \sigma/\tau_s$  десорбции с холодного пятна. Вычисление для  $\sigma = 3 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$  дает  $\eta \gg 1$  при  $T \lesssim 110$  мК и связи риплонов с подложкой из [135]. Даже взяв на два порядка более короткое время  $\tau_{\text{R}}$ , получим  $\eta = 0.1, 1$ , и  $10$  при  $T \simeq 108, 92$ , и  $79$  мК, соответственно. Сравнивая с эффективной температурой поверхности, приведенной в [204], мы приходим к выводу, что вклад поверхностного течения

всегда оказывается заметным или даже определяющим, и поэтому его необходимо учитывать при анализе экспериментальных данных и планировании будущих экспериментов.

Предлагаемое проявление гидродинамического течения  $2D\ H\downarrow$  открывает широкие возможности исследования взаимодействия водорода с риплонами и поверхностными квазичастицами  $^3He$ , а также явлений переноса по поверхности гелия. Очевидно, сверхтекучесть  $2D\ H\downarrow$  резко меняет гидродинамику поверхности, что должно быть наглядно видно в эксперименте.

### **3.2.3. Звуковые моды в вырожденном двумерном атомарном водороде**

В связи с достижением условий квазиконденсации и перехода Березинского–Костерлица–Таулеса в двумерном атомарном водороде в миниатюрной магнитной ловушке (раздел 2.1) и широкими возможностями наблюдения и исследования процессов переноса по поверхности жидкого гелия с участием  $2D\ H\downarrow$ , которые открывают эксперименты по тепловому сжатию с прямой диагностикой методом ЭПР спектроскопии (см. 1.4.2 и 3.3), возникает вопрос о возможных экспериментальных проявлениях сверхтекучести двумерного водорода. Этот вопрос является частью более общей задачи о двумерном сверхтекучем бозе-газе на поверхности сверхтекучей бозе-жидкости.

Прежде всего, в сверхтекучем газе естественно ожидать появления нескольких видов колебаний, аналогичных первому (обычному), второму и т.д. звуку. Анализ колебательных мод на поверхности гелия с участием двумерного атомарного водорода может быть выполнен на основе описанного выше обобщения квантовой гидродинамики поверхности. Это позволяет перейти от микроскопического рассмотрения капиллярных волн к описанию на языке двумерного газа элементарных возбуждений- риплонов [61]. Особенности же,



связанные со сверхтекучестью  $2D \text{ H}\downarrow$  могут быть описаны в рамках двухжидкостной гидродинамики по аналогии с объемным сверхтекучим гелием [43] с той лишь разницей, что в нормальном движении помимо нормальной компоненты водорода могут принимать участие и риплоны.

Необходимо отметить, что взаимодействие водорода с риплонами приводит к образованию двух типов смешанных элементарных возбуждений [158], представляющих собой комбинации риплонов с квазичастицами водорода. Поэтому, строго говоря, под водородом и риплонами следует понимать соответственно водородоподобные и риплоноподобные возбуждения. Основной вклад во взаимодействие вносит процесс испускания или поглощения риплона атомом  $\text{H}$ , когда в начальном или в конечном состоянии атом обладает нулевым импульсом, т.е. находится в квазиконденсате. В гамильтониане поверхности этому отвечают члены, квадратичные по операторам рождения (уничтожения) риплонов и надконденсатных квазичастиц водорода. Члены же третьего и более высокого порядков описывают релаксационные процессы, отвечающие за конечную ширину смешанных термов и их взаимодействие. Заметное отклонение спектров элементарных возбуждений от чисто водородного и чисто риплонного имеет место, когда исходные термы достаточно близки. В рассматриваемых условиях это отвечает энергии, в несколько раз превосходящей тепловую, тогда как в длинноволновом пределе гибридизация исчезает. В результате реальное влияние гибридизации на термодинамику и кинетику поверхности оказывается незначительным [158].

Ключевыми величинами для рассматриваемого круга задач являются характерные времена передачи продольного импульса от водородной системы риплонам ( $\tau_{\text{HR}}$ ) и от риплонов в подложку или в объем жидкости ( $\tau_{\text{R}}$ ). Величина  $\tau_{\text{HR}}$  была вычислена Циммерманом и Берлинским в больцмановском пределе [209]. Естественно предположить, что в случае вырожденного водорода результат может быть существенно иным, что требует отдельного

рассмотрения. Скорость же передачи импульса от риплонов фононам объемного гелия и в подложку была измерена Манцем и др. [135], а также получена теоретически в [33].

Соотношение между  $\tau_{\text{HR}}$  и  $\tau_{\text{R}}$  может быть, вообще говоря, совершенно произвольным в силу различной зависимости обеих величин от температуры и зависимости  $\tau_{\text{R}}$  от характера поверхности [33]. Так например, согласно [209],  $\tau_{\text{HR}}$  снижается от  $6 \times 10^{-7}$  до  $10^{-8}$  с при повышении температуры от 40 до 150 мК, тогда как  $\tau_{\text{R}}$  в случае пленки почти не меняется с температурой при  $T \lesssim 150$  мК [135], но обнаруживает сильную зависимость от толщины пленки [33, 134] и масштаба шероховатости подложки [33].

Разумеется гидродинамическое описание колебаний допустимо лишь в том случае, если частота колебаний заведомо мала по сравнению с частотами самих образующих двумерный газ квазичастиц. В справедливости такого допущения нетрудно убедиться, поскольку частота теплового риплона, равно как и элементарных возбуждений в 2D Н↓,  $\Omega_T \sim T/\hbar \sim 10^{10} \text{с}^{-1}$  действительно достаточно велика.

Далее, гидродинамика исходит из предположения о локальном термодинамическом равновесии, которое мы дополняем предположением о равновесии каждой из подсистем в отдельности. Это в свою очередь означает, что установление теплового равновесия внутри подсистемы происходит много быстрее, чем обмен энергией и импульсом с другими подсистемами и термостатом (объемной жидкостью или подложкой). В отношении двумерного водорода такое предположение вполне оправдано. Действительно, в пределе свободных частиц,  $T \gg mc^2$ , где  $c$  – скорость звука, релаксация определяется межатомными столкновениями. Частота упругих столкновений атомов Н друг с другом составляет  $\tau_{\text{HH}}^{-1} \approx \sigma \cdot 3.5 \times 10^{-4} \text{см}^2/\text{с}$  [166] и во всем рассматриваемом диапазоне плотностей существенно превосходит  $\tau_{\text{HR}}^{-1}$ . В противоположном, акустическом пределе,  $T \ll mc^2$ , равновесие в 2D Н↓ устанавливается

благодаря взаимодействию фононов. Оценка времени релаксации в за счет спонтанного распада фонона на два других, аналогично распаду фононов в сверхтекучем гелии, дает  $\tau^{-1} \sim \hbar k_T^4 / m\sigma$  [21]. При плотности  $\sigma = 2 \times 10^{13} \text{см}^{-2}$  и температуре  $T = 0.1 \text{ К}$  волновой вектор теплового фонона составляет  $k_T = T/\hbar c = 3.2 \times 10^6 \text{см}^{-1}$ , откуда  $\tau \sim 3 \times 10^{-10} \text{ с}$ .

Тепловая релаксация риплонов обусловлена, по-видимому, процессом  $R \rightleftharpoons R+R$  [162]. В случае его недостаточной эффективности [160] правильнее было бы говорить о взаимодействии водорода с термостатом *посредством* риплонов, а возникающее при этом неравновесное распределение проследить получать из кинетического уравнения. Термодинамическое описание риплонов тем не менее сохраняет смысл, когда  $\tau_{HR} \ll \tau_R$  или напротив  $\tau_{HR} \gg \tau_R$ . В этих двух важных предельных случаях распределение риплонов остается тепловым, а их температура и скорость совпадают со скоростью и температурой водорода или, соответственно, подложки.

Имея в виду сделанные оговорки, запишем линеаризованные уравнения переноса для двумерной системы, опустив диссипативные члены, отвечающие за продольную теплопроводность, диффузию и вязкость. Уравнение непрерывности для водорода<sup>2</sup> имеет вид (точка над переменной, как обычно, означает дифференцирование по времени):

$$\dot{\rho}_H + \text{div} \mathbf{j}_H = 0, \quad (3.12)$$

где  $\mathbf{j}_H = \rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s$  есть поток водорода,  $\mathbf{v}_n$  и  $\mathbf{v}_s$  – скорости нормальной и сверхтекучей компонент,  $\rho_n$  и  $\rho_s$  – соответствующие массовые плотности,  $\rho_H = m\sigma = \rho_n + \rho_s$  – полная плотность,  $m$  – масса атома H.

Уравнение движения для нормальной компоненты водорода

$$\rho_n \dot{\mathbf{v}}_n + \nabla P_H + \frac{\rho_n}{\tau_{HR}} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_R) = 0, \quad (3.13)$$

---

<sup>2</sup> В отличие от обычной газовой смеси уравнение непрерывности для водород-риплонной смеси не имеет места, так как не сохраняется число риплонов.

где  $P_H$  – двумерное давление водорода, включает передачу импульса от водорода риплонам в  $\tau$ -приближении, причем последний член в левой части следует рассматривать как формальное определение соответствующей постоянной времени  $\tau_{HR}$ .

Уравнение движения для риплонов с учетом передачи импульса в подложку выглядит аналогично,

$$\rho_R \dot{\mathbf{v}}_R + \nabla P_R - \frac{\rho_n}{\tau_{HR}}(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_R) + \frac{\rho_R}{\tau_R} \mathbf{v}_R = 0. \quad (3.14)$$

Уравнение движения для сверхтекучей компоненты водорода имеет обычный вид

$$\dot{\mathbf{v}}_s + \nabla \mu_H = 0. \quad (3.15)$$

Удельный же химический потенциал водорода  $\mu_H \approx \sigma \tilde{U}/m$  определяется практически только Н–Н взаимодействием, так как в условиях сверхтекучести  $\sigma \Lambda^2 \gtrsim 7$  [122, 153], и следовательно, тепловой вклад в  $\mu_H$ , составляющий порядка  $T e^{-\sigma \Lambda^2}$ , экспоненциально мал (здесь  $\tilde{U}$  – параметр среднего поля, вообще говоря, зависящий от плотности [122]).

Передача тепла от водорода риплонам [209] и от риплонов в объем пленки [157] описывается уравнениями, фактически выражающими закон сохранения энергии:

$$T_H(\dot{S}_H + S_H \text{div} \mathbf{v}_n) + K_{HR}(T_H - T_R) = 0 \quad (3.16)$$

$$T_R(\dot{S}_R + S_R \text{div} \mathbf{v}_R) - K_{HR}(T_H - T_R) + K_{RP}(T_R - T_0) = 0. \quad (3.17)$$

Здесь  $T_0$  – температура жидкости в объеме пленки, а  $K_{HR}$  и  $K_{RP}$  – теплопроводности водород-риплонного и риплон-фононного контактов, причем  $K_{RP} = 5.3 T^{17/3} \text{ВТ} \cdot \text{см}^{-2} \text{К}^{-20/3}$  [157].

Считая отклонения термодинамических величин от их стационарных значений, а также  $\mathbf{v}_n$ ,  $\mathbf{v}_s$  и  $\mathbf{v}_R$  малыми, исключая из (3.12)–(3.17) скорости и подставляя решение в виде плоской волны  $\exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r})$ , получим систему из

трех уравнений относительно амплитуд колебаний плотности водорода  $\rho'_H$  и температур  $T'_H$  и  $T'_R$ . Условие совместимости этих трех уравнений определяет, как обычно, связь между частотой  $\omega$  и волновым вектором  $k$ . В общем виде, однако, такое дисперсионное соотношение, содержащее члены вплоть до  $\omega^6$  и  $k^6$ , весьма громоздко.

Результаты оказываются наиболее прозрачными в некоторых предельных случаях. Соответствующие этим случаям звуковые моды схематически показаны на рисунках 3.8, 3.9 и 3.10. Так, в пределе высоких частот, когда одновременно  $\omega\tau_{HR} \gg 1$  и  $\omega\tau_R \gg 1$ , члены, описывающие передачу импульса, т.е. содержащие  $\tau_{HR}$  и  $\tau_R$ , могут быть опущены. Скорость передачи тепла, как правило, не выше скорости передачи импульса, поэтому при указанном условии величины  $K_{RP}/\omega S_R$  и т.п. также заведомо малы (в частности,  $K_{RP}/S_R = 1.6 \times 10^5 (T/0.1K)^{13/3} c^{-1}$ ). Следовательно, водород и риплоны не связаны ни друг с другом, ни с подложкой, и система (3.12)–(3.17) распадается на две независимые системы. При этом уравнения (3.14) и (3.17), описывают распространение второго поверхностного звука – волны плотности риплонов или, что то же самое, температурной волны – со скоростью  $u_R = S_R/\sqrt{\rho_R(\partial S_R/\partial T)} \propto T_R^{1/3}$  [4]. Оставшиеся четыре уравнения описывают две различные моды колебаний в 2D H $\downarrow$  – двумерные аналоги обычного и второго звука. Исключая из них, как обычно, скорости и выражая  $\Delta\mu$  и  $\Delta P$  через приращения плотности и температуры водорода<sup>3</sup>, приходим к системе уравнений

$$\ddot{\rho} - c^2 \Delta \rho - S \Delta T = 0 \quad (3.18)$$

$$B \ddot{\rho} - c^2 \frac{\rho_s}{\rho} \Delta \rho - \frac{\rho_n}{S} \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right) \ddot{T} = 0, \quad (3.19)$$

где все величины без индекса относятся к водороду,  $c^2 = (\partial P/\partial \rho)_T$  есть

---

<sup>3</sup> Здесь и далее мы пренебрегаем весьма слабой, не более чем логарифмической зависимостью  $\tilde{U}$  от плотности водорода (2.15).

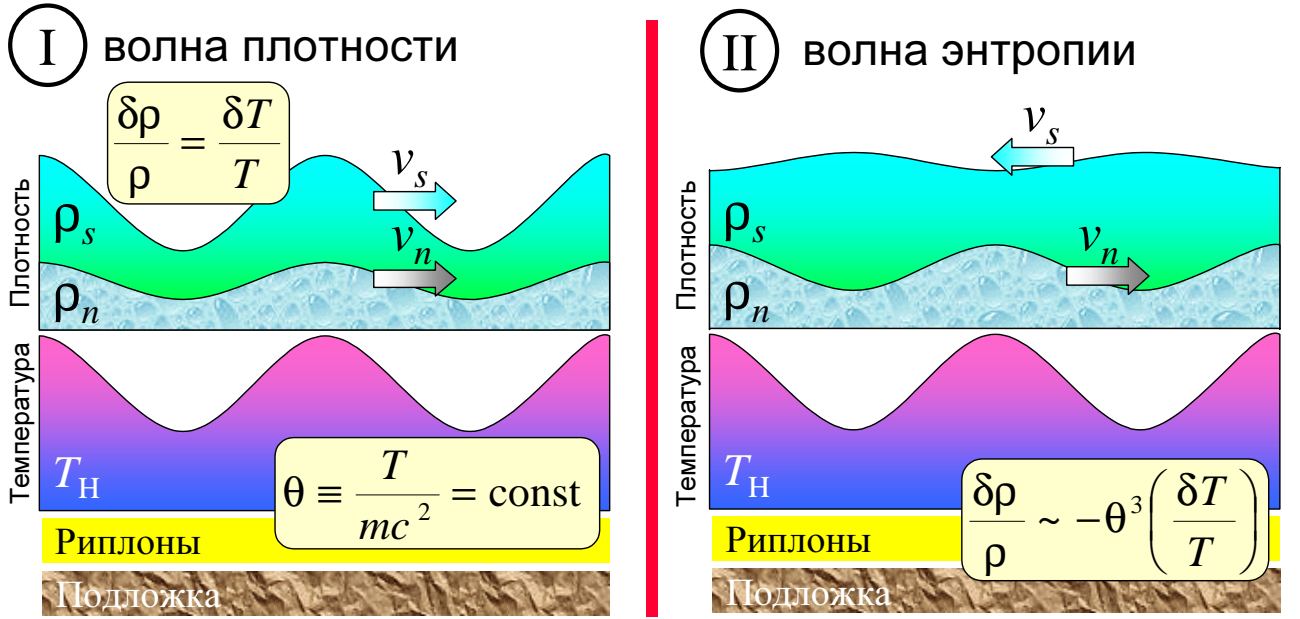


Рис. 3.8. При высоких частотах  $\omega_{\text{THR}}, \omega_{\text{TR}} \gg 1$  в сверхтекучем 2D  $\text{H}_2$  распространяется обычный (слева) и второй (справа) звук.

скорость обычного звука в 2D  $\text{H}_2$ , и кроме того введено обозначение  $B = 1 - \frac{\rho_n}{S} \left( \frac{\partial S}{\partial \rho} \right)$ . Снова подставляя решение в виде плоской волны, получим уравнение для скорости распространения колебаний  $u = \omega/k$ :

$$u^4 - u^2 \left[ c^2 + \frac{BS^2}{\rho_n(\partial S/\partial T)} \right] + \left( \frac{\rho_s}{\rho} \right) c^2 \frac{S^2}{\rho_n(\partial S/\partial T)} = 0. \quad (3.20)$$

В рассматриваемых условиях доля надконденсатной компоненты водорода приближается к  $\xi = m\tilde{U}/4\pi\hbar^2 \simeq 0.14$  [17, 122], то есть, достаточно мала, а спектр элементарных возбуждений представляет собой боголюбовские квазичастицы, энергия  $\hbar\omega_k$  и волновой вектор  $k$  которых связаны известным соотношением  $\hbar\omega_k = (\epsilon_k^2 + 2\sigma\tilde{U}\epsilon_k)^{1/2}$ ,  $\epsilon_k = \hbar^2 k^2/2m$ . При низких температурах основной вклад в энергию водорода помимо нулевого члена  $\sigma^2\tilde{U}/2$  вносят длинноволновые возбуждения с близким к фононному закону дисперсии,  $\omega_k \approx ck$ ,  $c^2 = \sigma\tilde{U}/m$ . Разлагая давление водорода  $P_{\text{H}} = -F$ , где  $F$  – свободная энергия единицы поверхности, по степеням отношения  $\theta = T/mc^2$ ,

получим

$$P_{\text{H}} \simeq \frac{1}{2} \sigma^2 \tilde{U} [1 + 2C\xi\theta^3 + \xi O(\theta^5)], \quad (3.21)$$

где  $C = \int_0^\infty (e^x - 1)^{-1} x^2 dx \simeq 2.404$ . Нетрудно оценить, что в условиях сверхтекучести второй и последующие члены в квадратных скобках оказываются заметно меньше первого. Из (3.21) находим выражение для энтропии водорода,  $S_{\text{H}} = (\partial P_{\text{H}} / \partial T)_\mu \simeq (\partial P_{\text{H}} / \partial T)_\sigma \simeq 3C\xi\sigma\theta^2$  и, следовательно,  $B = 1 + \rho_n / \rho$ . Заметим, что численное значение  $S_{\text{H}}$  сопоставимо с энтропией риплонов,  $S_{\text{R}} \approx 1.52 \times 10^{-2} T^{4/3}$  эрг/см<sup>2</sup>К<sup>7/3</sup>. Далее, поскольку  $(\partial P_{\text{H}} / \partial \rho)_S \approx (\partial P_{\text{H}} / \partial \rho)_T \simeq c^2$ , находим окончательно скорости первого

$$u_{\text{H1}}^2 \approx c^2 = \sigma \tilde{U} / m \quad (3.22)$$

и второго

$$u_{\text{H2}}^2 \approx \frac{\rho_s S_{\text{H}}^2}{\rho_n \rho} \left( \frac{\partial S_{\text{H}}}{\partial T} \right)^{-1} \simeq \frac{3}{2} C \xi \left( \frac{\rho_s}{\rho_n} \right) \theta^3 c^2 \quad (3.23)$$

звука в сверхтекучем двумерном водороде<sup>4</sup> (рис. 3.8). Интересно отметить, что скорость обычного звука, как и следовало ожидать, определяется лишь взаимодействием и от температуры не зависит, тогда как  $u_{\text{H2}}$  пропорциональна  $T^{3/2}$  и обратно пропорциональна плотности. В частности, при  $T \rightarrow 0$  доля нормальной компоненты стремится к  $\xi$ , а отношение скоростей составляет

$$\frac{u_{\text{H2}}}{u_{\text{H1}}} \simeq 1.9 \theta^{3/2} \quad (3.24)$$

Рассмотрим далее случай слабой связи риплонов с подложкой,  $\tau_{\text{HR}} \ll \tau_{\text{R}}$ . Такая ситуация может быть реализована, например, на поверхности объемной жидкости или макроскопически толстых пленок, а также при очень гладкой подложке, то есть, когда в отсутствие водорода основным процессом ре-

---

<sup>4</sup> При выводе выражений (3.22) и (3.23) мы воспользовались тем, что  $(u_{\text{H2}}/c)^2 \ll 1$ , и сохранили лишь линейные по этому отношению поправки. Линейная поправка к  $u_{\text{H1}}^2$  составляет  $2u_{\text{H2}}^2(\rho_n/\rho_s)$  и, следовательно, может быть опущена, в то время как такая же по величине, но противоположного знака поправка к  $u_{\text{H2}}^2$  оказывается существенной.

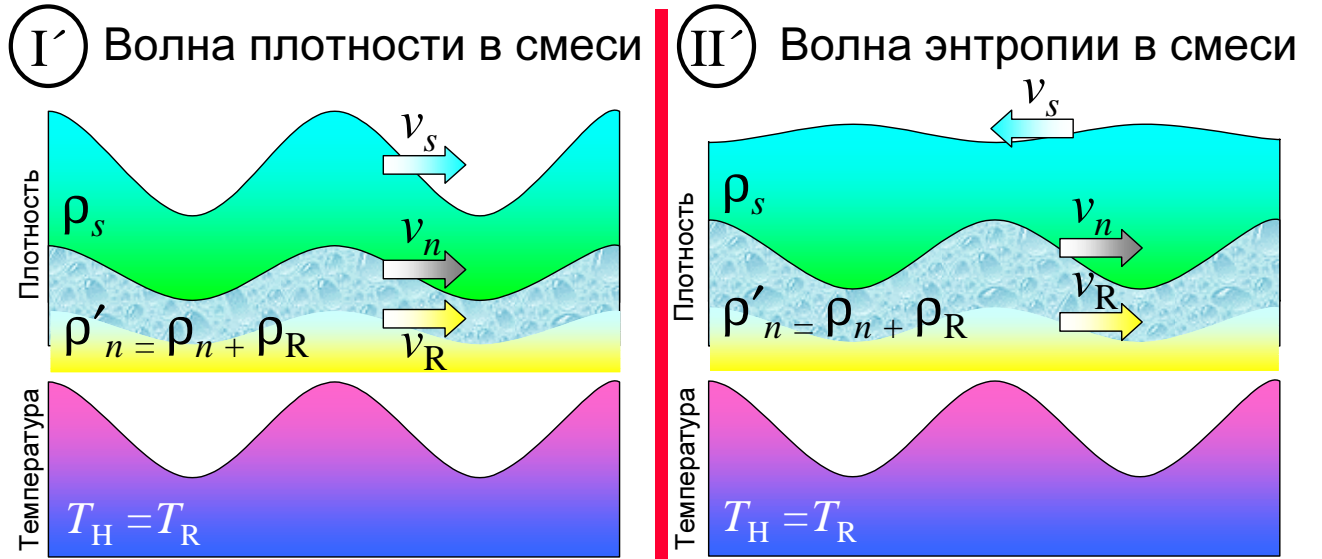


Рис. 3.9. При промежуточных частотах  $\omega\tau_{\text{HR}} \ll 1 \ll \omega\tau_{\text{R}}$  риплоны слабо связаны с подложкой и представляют собой добавку к нормальной компоненте водорода. Имеет место обычный (слева) и второй (справа) звук в водород-риплонной смеси.

лаксации импульса риплонов оказывается взаимодействие с фононами жидкости. В этом случае подбором частоты колебаний можно обеспечить условие  $\tau_{\text{HR}}\omega \ll 1 \ll \tau_{\text{R}}\omega$ , при котором риплоны представляют собой просто некоторую добавку к плотности нормальной компоненты водорода, по аналогии с тем, как малая примесь  $^3\text{He}$  в сверхтекучем гелии вносит вклад в нормальную (при низких температурах - фононную) плотность. При этом сохраняется полная энтропия  $S$ , а температуры водорода и риплонов совпадают (рис. 3.9). Тогда вместо (3.20) имеем

$$u^4 - u^2(Ac^2 + Bu_2^2) + \left(\frac{\rho_s}{\rho}\right) c^2 u_2^2 = 0. \quad (3.25)$$

Здесь  $u_2$  отличается от  $u_{\text{H}_2}$  заменой энтропии водорода на полную энтропию водород-риплонной смеси, а нормальной плотности  $\rho_n$ , соответственно, на  $\rho'_n = \rho_n + \rho_{\text{R}}$ . Множитель  $A = 1 - (\rho_{\text{R}}/\rho_{\text{H}})(\rho_n/\rho'_n)$  слабо отличается от единицы, поскольку в рассматриваемых условиях  $\rho_{\text{R}} \ll \rho_{\text{H}}$ . Таким образом, скорость обычного звука снова оказывается примерно равной  $c$ , а скорость



второго звука, как и следовало ожидать, дается выражением

$$u_{\text{HR2}}^2 \approx \frac{\rho_s S^2}{\rho'_n \rho} \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)^{-1} \quad (3.26)$$

Обратимся наконец к наиболее интересному с практической точки зрения случаю предельно низких частот,  $\omega \tau_{\text{R}} \ll 1$  и  $\omega \tau_{\text{HR}} \ll 1$ . В этом случае риплоны, а с ними и нормальная компонента водорода, оказываются неподвижными,  $\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_{\text{R}} = 0$ , что полностью аналогично распространению четвертого звука [43], в котором участвует лишь сверхтекучая компонента водорода (рис. 3.10). Тогда уравнение непрерывности (3.12) приобретает вид

$$\dot{\rho}_{\text{H}} + \rho_s \text{div} \mathbf{v}_s = 0, \quad (3.27)$$

откуда с учетом (3.15) и выражения для химического потенциала  $\mu_{\text{H}}$  получаем волновое уравнение

$$m \ddot{\sigma} - \frac{\rho_s \tilde{U}}{m} \Delta \sigma. \quad (3.28)$$

Таким образом скорость четвертого звука есть

$$u_4^2 = \frac{\rho_s \tilde{U}}{m^2} = \frac{\rho_s}{\rho_{\text{H}}} c^2. \quad (3.29)$$

Быстрая передача продольного импульса в подложку вовсе не означает, что и передача тепла также будет происходить достаточно быстро, поскольку существует *упругий* канал релаксации продольного импульса риплонов [33]. Следовательно, при  $\omega \gg K_{\text{RP}}/S_{\text{R}} = 1.6 \times 10^5 (T/0.1\text{K})^{13/3} \text{с}^{-1}$  температуры водорода и риплонов не остаются постоянными. По условию,  $\omega \ll \tau_{\text{HR}}^{-1} \sim K_{\text{HR}}/S_{\text{H}}$ , то есть, теплопередача между водородом и риплонами происходит достаточно быстро, и значит,  $T_{\text{H}} \approx T_{\text{R}}$ . Тогда, складывая уравнения (3.16) и (3.17), видим, что сохраняется *полная* энтропия двумерной системы,

$$dS = \frac{\partial S_{\text{H}}}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial}{\partial T} (S_{\text{H}} + S_{\text{R}}) dT = 0. \quad (3.30)$$

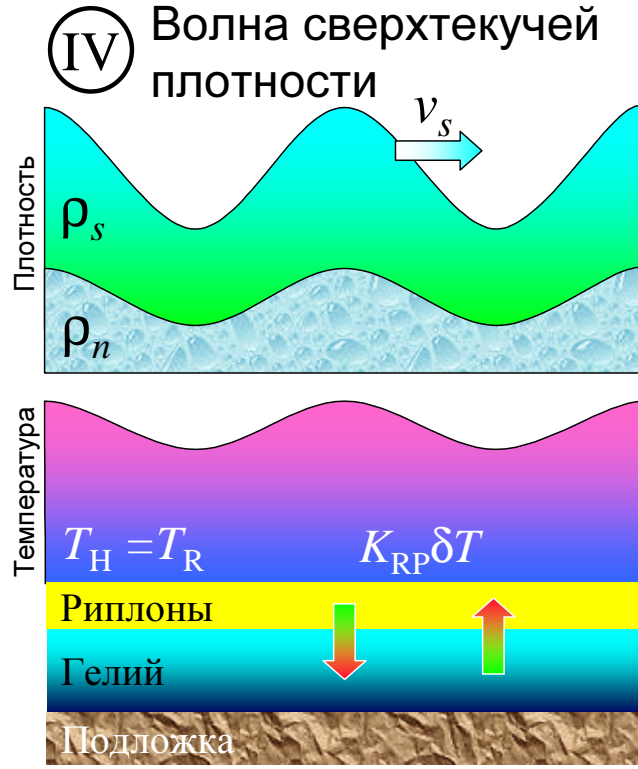


Рис. 3.10. При низких частотах  $\omega T_R, \omega T_{HR} \ll 1$  риплоны и нормальная компонента водорода неподвижны. В волне четвертого звука участвует лишь сверхтекучая компонента водорода. При  $\omega \gg K_{RP}/S_R$  температуры водорода и риплонов также успевают осциллировать. Вертикальными стрелками показан теплообмен между риплонами и фононам гелия.

Отсюда находим связь между амплитудами колебаний плотности водорода и температуры в звуковой волне:

$$\frac{\delta\sigma}{\sigma} \simeq \left[ 2 + \frac{\sigma \tilde{U}^2}{3C\xi T} \left( \frac{\partial S_R}{\partial T} \right) \right] \frac{\delta T}{T}. \quad (3.31)$$

Интересно отметить, что колебания плотности водорода и температуры происходят синфазно, поскольку производная  $(\partial S_H/\partial\sigma)_T$  отрицательна. Наконец, при самых низких частотах,  $\omega \ll K_{RP}/S_R$ , температура остается постоянной и равной температуре подложки.

В заключение отметим, что для постановки эксперимента особенно важен вопрос о способе возбуждения и регистрации колебаний. При высоких

частотах, когда водород (вместе с риплонами или без них) фактически изолирован от подложки, возбуждение в нем колебаний за счет модуляции температуры или скорости подложки невозможно. Эффективная модуляция плотности самого водорода на частоте  $\omega$  с помощью ЭПР возможна лишь при  $\omega T_2 \lesssim 1$ , поскольку индуцированная рекомбинация атомов водорода является следствием поперечной релаксации с постоянной времени  $T_2$ . Действительно, в отсутствие поперечной релаксации прецессия спинов происходит *когерентно*, и, таким образом, любая пара атомов остается в триплетном состоянии, в котором рекомбинация невозможна. Вопрос о механизме и скорости поперечной релаксации в квазиконденсированном (локально-когерентном) двумерном водороде тесно связан с уже упоминавшейся задачей об установлении теплового равновесия. Классическая оценка скорости поперечной релаксации за счет диполь-дипольного взаимодействия при упругих столкновениях атомов дает  $T_2^{-1} \sim \sigma \cdot 10^{-6} \text{см}^2/\text{с}$  [181, 200], что сопоставимо со скоростью передачи импульса в риплоны  $\tau_{\text{HR}}^{-1}$ . Следовательно, ЭПР-возбуждение высокочастотных колебаний можно осуществить лишь при слабой связи риплонов с подложкой. Кроме того, известно, что диссипация двумерного сверхтекучего потока возрастает с увеличением как частоты колебаний, так и сверхтекучей скорости [69]. Из сказанного вытекает, что наиболее перспективным с точки зрения экспериментального наблюдения сверхтекучести в 2D H $\downarrow$  является четвертый звук, реализующийся при низких частотах. Своеобразной разновидностью четвертого звука могут быть "колебания" с  $\omega = 0$ , т.е. стационарный поток сверхтекучей компоненты. Эта мода, в частности, должна играть существенную роль в формировании неустойчивости спектра ЭПР двумерного водорода [200].

### 3.3. Обнаружение поверхностного течения двумерного атомарного водорода

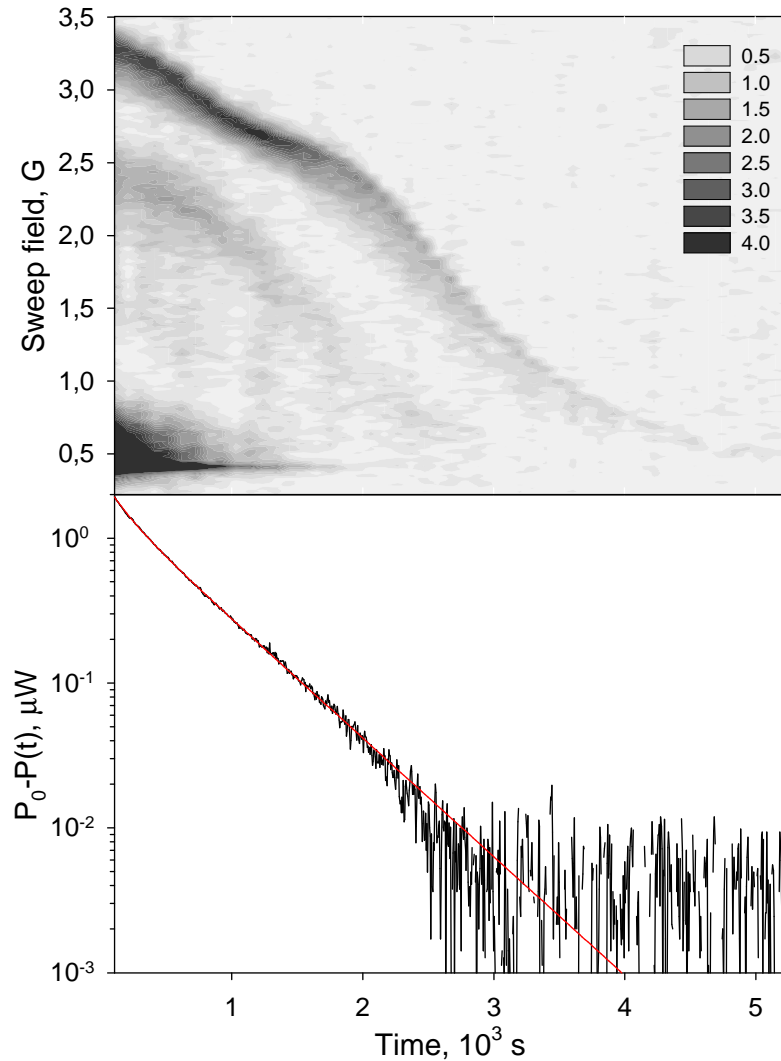


Рис. 3.11. *Вверху*: Эволюция спектра ЭПР атомарного водорода при  $T_c = 113$  мК и  $T_s = 43$  мК и низкой мощности СВЧ. Цветом показана амплитуда поглощения. Интенсивный сигнал в области 0.5 Гс отвечает атомам  $H\downarrow$  в объеме камеры; *Внизу*: Эволюция рекомбинационной мощности, выделяющейся в рабочей камере. Плавная красная кривая – подгонка решением уравнения (3.32).

В совместных экспериментах университета г. Турку и Курчатовского института холодное пятно располагалось перпендикулярного внешнему магнитному полю  $B = 4.6$  Тл в центре плоского зеркала резонатора Фабри-Перо

спектрометра ЭПР (рис. 1.3) [199], что обеспечивало прямую диагностику как адсорбированной, так и объемной фазы атомарного водорода. В эксперименте регистрировалась эволюция спектра ЭПР в процессе распада образца  $\text{H}\downarrow$ , в основном за счет ядерной релаксации на стенках камеры с последующей рекомбинацией в молекулы  $\text{H}_2$  (рис.3.11). Одновременно измерялась суммарная мощность  $P$ , выделяющаяся в камере вследствие рекомбинации (температура камеры поддерживалась постоянной с помощью термоконтроллера). Поведение мощности  $P(t) \propto |dn/dt|$  с высокой точностью описывается приближенным кинетическим уравнением

$$-\frac{dn}{dt} = K_{bbb}^{\text{eff}} n^3 + 2G_1^{\text{eff}} n \quad (3.32)$$

имеющим простое аналитическое решение. При этом подгоночными параметрами являются нулевой ( $n \rightarrow 0$ ) уровень мощности, а также эффективные кинетические константы  $K_{bbb}^{\text{eff}}$  и  $G_1^{\text{eff}}$ , описывающие, соответственно, трехчастичную рекомбинацию и ядерную релаксацию на стенках камеры.  $K_{bbb}^{\text{eff}}$  и  $G_1^{\text{eff}}$  определяются из подгонки с точностью не хуже 1%, а нулевой уровень мощности - не хуже 0.01%.

Можно убедиться, что (3.32) аппроксимирует решение точных кинетических уравнений для заселенностей двух нижних сверхтонких состояний водорода  $|a\rangle$  и  $|b\rangle$  вплоть до  $n \simeq 10^{10} \text{ см}^{-3}$ , причем при указанной плотности разница точного и приближенного решений не превышает 20% (заметим, что измеряемая мощность теряется в шумах уже при  $n \sim 10^{12} \text{ см}^{-2}$ ). Сохранение экспоненциального характера распада образца вплоть до столь низких плотностей объясняется обменной рекомбинацией на холодном пятне атомов  $\text{H}$  в смешанном сверхтонком состоянии  $|a\rangle$ . Двумерная плотность атомов в состоянии  $|b\rangle$  на пятне достаточно высока, а температура, напротив, низка, поэтому для атомов  $|a\rangle$ , сталкивающихся с поверхностью пятна, вероятность рекомбинации оказывается сопоставимой с вероятностью десорбции. В ре-

в результате обменная рекомбинация на холодном пятне происходит настолько быстро, что распад образца лимитируется одночастичной ядерной релаксацией  $|b\rangle \rightarrow |a\rangle$  на стенках камеры. Поэтому мы полагаем, что интегрирование (3.32), используя полученные из подгонки значения кинетических констант, позволяет определить объемную плотность даже далеко за пределами разрешения сигнала термоконтроллера. Приведенные ниже значения плотности в области  $n \lesssim 10^{12} \text{см}^{-3}$  получены с помощью именно такой экстраполяции.

На рис. 3.11 видно, что сигнал ЭПР 2D  $\text{H}\downarrow$  смещен по отношению к объемному сигналу на величину размагничивающего, или дипольного, поля, создаваемого друг на друге поляризованными диполями  $\text{H}\downarrow$  и пропорционального их плотности,  $h = -A\sigma$ ,  $A = 1.0(1) \times 10^{-12} \text{Гс}\cdot\text{см}^2$  [204]. Именно дипольный сдвиг  $h$  наиболее точно определяется из спектра, что позволяет найти плотность двумерного водорода в центре холодного пятна. Пространственная однородность внешнего поля на поверхности плоского зеркала резонатора достаточно высока, а собственная ширина линии адсорбированных атомов мала [204], поэтому форма поверхностного сигнала отражает пространственное распределение двумерной плотности.

При высокой мощности СВЧ наблюдается нестабильность спектра ЭПР 2D  $\text{H}\downarrow$  – форма линии трансформируется в треугольную, а максимум сигнала поглощения смещается относительно невозмущенного, т.е., наблюдаемого при низкой мощности, положения (рис.3.12). Смещение максимума  $\Delta h$  соответствует уменьшению  $\Delta\sigma$  поверхностной плотности на холодном пятне.

### 3.3.1. Экспериментальное свидетельство поверхностного течения

Ранее в параграфе 3.2.2 уже отмечалось, что перенос атомов водорода вдоль поверхности может заметно влиять на условия возникновения нестабильности спектра ЭПР [166, 200]. Для выяснения роли двумерного течения

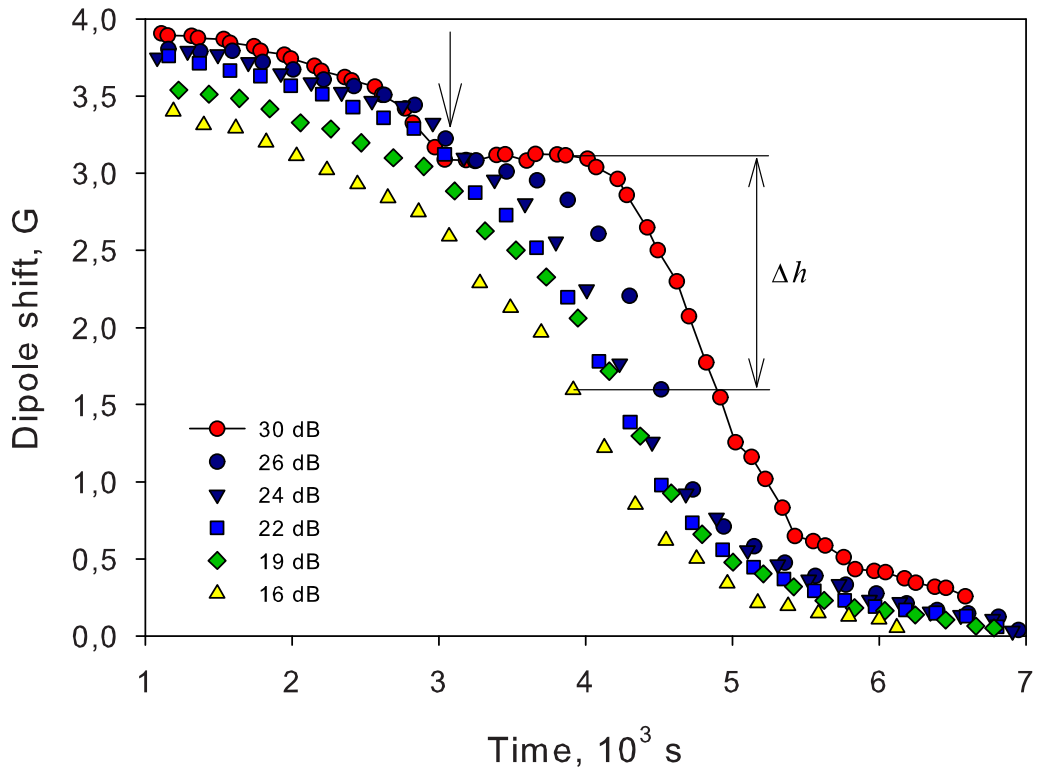


Рис. 3.12. Эволюция плотности 2D  $H_2$  на смеси  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  в процессе распада образца при различной мощности СВЧ, выраженной в дБ относительно уровня с амплитудой  $H_1 \simeq 1.6$  мГц). Временные шкалы совмещены таким образом, чтобы все кривые  $P(t)$  (ср. рис. 3.11) совпадали, и следовательно, были одинаковыми соответствующие значения объемной плотности  $n(t)$ .

водорода результаты экспериментов на изотопически чистом  $^4\text{He}$  сравнивались с результатами на смеси  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , содержащей небольшую, порядка  $10^{12}$   $\text{cm}^{-2}$ , поверхностную концентрацию  $^3\text{He}$ . Идея состоит в аналогии между течением водорода и теплопереносом по поверхности жидкого гелия, который, как известно, осуществляется гидродинамическим потоком газа риплонов [135]. В случае смеси  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  рассеяние риплонов на поверхностных квазичастицах  $^3\text{He}$  вызывает торможение потока, что проявляется в снижении эффективной теплопроводности поверхности по сравнению с чистым  $^4\text{He}$ . Таким же образом  $H$ – $^3\text{He}$  рассеяние должно приводить к диссипации потока двумерного водорода.

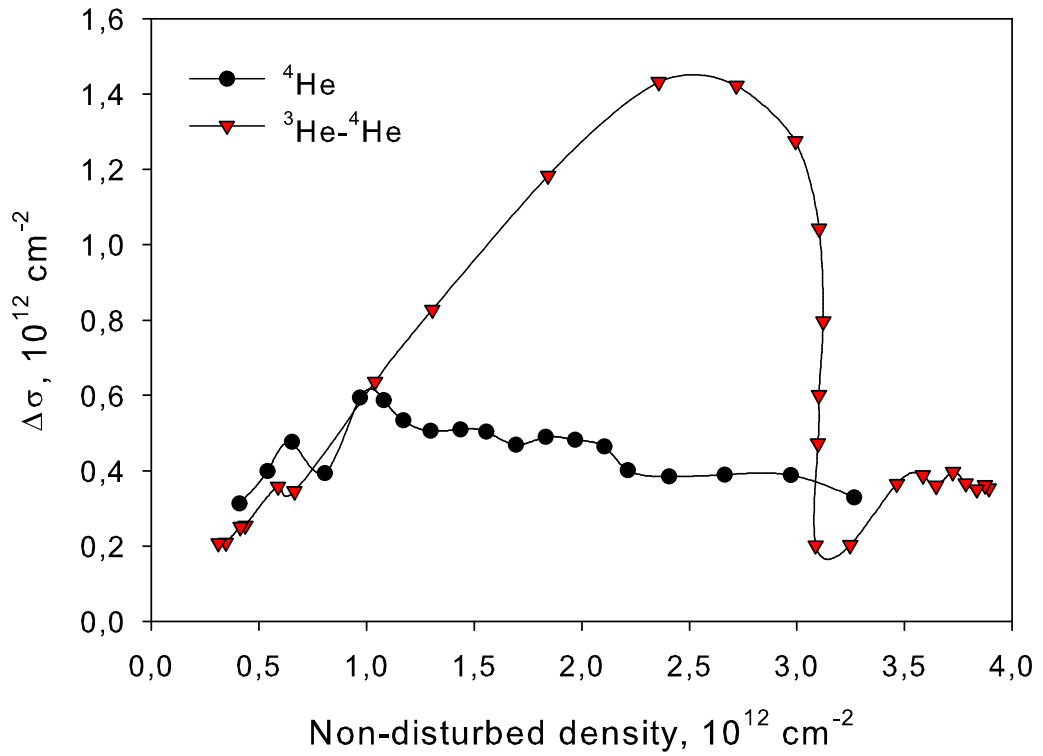


Рис. 3.13.  $\Delta\sigma$  на чистом  $^4\text{He}$  и на смеси  $^3\text{He}-^4\text{He}$  при одинаковом, 19 дБ, уровне мощности (ср. рис. 3.12). Резкое изменение  $\Delta\sigma$  при  $\sigma = 3.1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  связано с вымыванием  $^3\text{He}$  с холодного пятна потоком водород-риплонной смеси.

На рис.3.13 показано снижение поверхностной плотности водорода  $\Delta\sigma$  при  $T_c = 113 \text{ mK}$  и  $T_s = 43 \text{ mK}$  на чистом  $^4\text{He}$  и на смеси  $^3\text{He}-^4\text{He}$  вследствие неустойчивости спектра при одной и той же мощности СВЧ. График  $\Delta\sigma$  для смеси четко распадается на две части: в начале распада, т.е., при высокой плотности, его поведение совпадает с чистым  $^4\text{He}$ . При низкой же плотности два графика резко отличаются - при одной и той же мощности снижение плотности  $\Delta\sigma$  для смеси оказывается гораздо больше. Видно также, что временная зависимость двумерной плотности  $\sigma(t)$  имеет особенность в точке, отмеченной стрелкой на рис.3.14, где начинается указанное различие. Еще одно важное наблюдение состоит в том, что неустойчивость спектра 2D  $\text{H}\downarrow$  на смеси возникает при мощности на 3(1) дБ ниже, чем на чистом  $^4\text{He}$ .

Возвращаясь к аналогии с риплонами, напомним, что при достаточно вы-



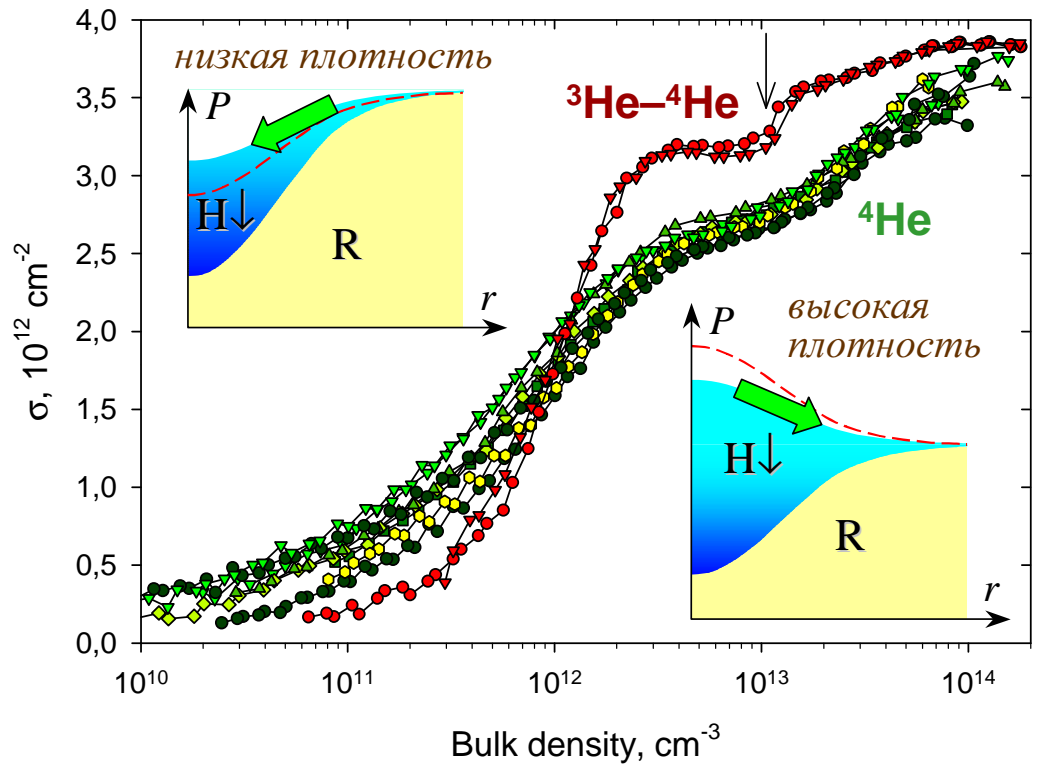


Рис. 3.14. Эволюция плотности 2D  $H\downarrow$  в центре холодного пятна на чистом  $^4\text{He}$  (зеленые символы) и на смеси  $^3\text{He}-^4\text{He}$  (красные символы) при низкой мощности СВЧ. Разные символы соответствуют различным образцам при одинаковых условиях. На вставках схематически показано распределение давления и направление течения водород-риплонной смеси на чистом  $^4\text{He}$ . Красный пунктир соответствует смеси  $^3\text{He}-^4\text{He}$  (течение подавлено). Вертикальной стрелкой отмечен момент полного вымывания  $^3\text{He}$  с холодного пятна потоком водорода.

соком градиенте температуры (то есть, градиенте давления риплонного газа), наблюдалось полное вымывание  $^3\text{He}$  с некоторых участков поверхности [135]. Описанное выше поведение  $\Delta\sigma$  можно трактовать как аналогичный эффект, вызванный рассеянием адсорбированных атомов  $H$  на поверхностных атомах  $^3\text{He}$ . Тогда совпадение значений  $\Delta\sigma$  на смеси и на чистом  $^4\text{He}$  означает вымывание  $^3\text{He}$  с холодного пятна. Для такого вымывания необходимо, чтобы поток водорода был направлен от центра пятна наружу. С другой стороны очевидно, что в пределе низкой плотности  $\sigma$  поток должен быть направлен наоборот от теплой периферии к холодному центру, поскольку именно та-

кое направление диктуется градиентом давления риплонов. Следовательно, в определенный момент в процессе распада образца течение водорода изменяет направление. Этот момент (назовем его *точкой поворота*) представляет особый интерес благодаря отсутствию переноса частиц вдоль поверхности.

Вывод об изменении направления течения водорода качественно подтверждается поведением  $\sigma$  при низкой мощности, т.е., в отсутствие неустойчивости спектра (рис.3.14). Нетрудно видеть, что при высокой плотности, когда  $2D\text{ H}\downarrow$  растекается с холодного пятна,  $\sigma$  оказывается ниже на “гладком” чистом  $^4\text{He}$ , чем на “шероховатой” смеси. В то же время при низкой плотности и, соответственно, направленном к центру течения наблюдается противоположная картина. Точка поворота, очевидно, отвечает пересечению кривых  $\sigma(t)$  для чистого  $^4\text{He}$  и для смеси - в отсутствие течения влияние  $^3\text{He}$  исчезает, и поверхностная плотность в обоих случаях оказывается одинаковой.

Необходимо также подчеркнуть, что в отсутствие переноса вдоль поверхности, то есть, в случае равенства скоростей адсорбции и десорбции плотность на смеси должна быть ниже, поскольку ниже энергия адсорбции  $E_a$  [171]. Однако разница значений  $\sigma$  на чистом  $^4\text{He}$  и на смеси  $^3\text{He}-^4\text{He}$  при высокой плотности оказывается противоположного знака, что можно рассматривать как еще одно прямое подтверждение течения двумерного водорода.

### 3.3.2. Анализ данных

Используем представленные свидетельства поверхностного течения  $2D\text{ H}\downarrow$  для оценки скоростей передачи импульса между компонентами двумерной смеси. В отсутствие  $^3\text{He}$  скорости стационарного течения риплонов и водорода даются выражениями (3.7). Назовем эффективной температурой поверхности  $T_{\text{eff}}(\sigma, n)$  значение, при котором скорости адсорбции и десорбции равны для заданных  $\sigma$  и  $n$ . Введем также эффективное давление водород-риплонной

смеси  $P_{\text{eff}}$ , вычисленное по  $T_{\text{eff}}$  и по измеренному значению  $\sigma$ . При  $\mathbf{u}_H = 0$  в пределе низкой мощности СВЧ, пренебрегая рекомбинационными потерями, получим  $T = T_{\text{eff}}$  и  $P = P_{\text{eff}}$ . С другой стороны, при  $\mathbf{u}_R = 0$  имеем  $\nabla P = 0$ , то есть, суммарное давление однородно и равно своему значению  $P_c$  на теплых стенках камеры. Последнее легко вычисляется по известной объемной плотности  $n$  и температуре камеры  $T_c$ .

На рис.3.14 точка поворота течения водорода  $\mathbf{u}_H = 0$  (пересечение кривых для чистого  $\text{He}^4$  и для смеси) имеет место при  $\sigma = 1.7(3) \times 10^{12} \text{см}^{-2}$  и  $n = 1.0(2) \times 10^{12} \text{см}^{-3}$ , так что  $T_{\text{eff}} = 77(1) \text{мК}$ . Далее находим  $P = 0.83(7)P_c$  и  $P_h = 0.43(7)P_c$ , что позволяет оценить  $x \sim 0.4$ . В то же время сравнение значения  $\tau_R$ , измеренного Манцем и др. [135] и величины  $\tau_{\text{HR}}$ , вычисленной Циммерманом и Берлинским [209] дает  $x = 0.01$ . Следует подчеркнуть, что численное решение уравнений переноса, приведенных в [166], также согласуется с экспериментальными данными, лишь если время  $\tau_R$  оказывается значительно короче измеренного Манцем и др. (в противном случае течение водорода к центру пятна в конце распада образца было бы настолько быстрым, что двумерная плотность на пятне  $\sigma$  оставалась бы высокой существенно дольше, чем наблюдалось в действительности). Причиной такого расхождения может быть зависимость  $\tau_R$  от шероховатости поверхности подложки [33].

Знание перепада давления водород-риплонной смеси, необходимого для вымывания  $^3\text{He}$  с холодного пятна позволяет оценить плотность  $^3\text{He}$  на теплых стенках рабочей камеры. При течении от центра к периферии  $T_{\text{eff}} > T$  и, следовательно,  $P_{\text{eff}} > P > P_c + P_3$ . Поэтому разность  $P_{\text{eff}} - P_c$  дает оценку сверху для давления  $P_3 = n_3 k_B T_c$  двумерного  $^3\text{He}$  на стенках камеры. В условиях, представленных на рис.3 и 4, вымывание  $^3\text{He}$  с пятна происходит при  $\sigma = 3.1 \times 10^{12} \text{см}^{-2}$  и  $n = 1.0 \times 10^{13} \text{см}^{-3}$ , что соответствует  $T_{\text{eff}} = 87 \text{мК}$ . Отсюда находим  $P_{\text{eff}} - P_c \sim 1.5 \times 10^{-5} \text{дин/см}$  и наконец  $n_3 \lesssim 9.5 \times 10^{11} \text{см}^{-2}$ . При низкой плотности водорода, например, в конце распада, благодаря тече-

нию риплонов к центру пятна  $n_3$  в центре может возрасти до  $\sim 6 \times 10^{12} \text{см}^{-2}$ . Это ведет к уменьшению энергии адсорбции водорода  $E_a$  на  $\sim 1\%$  [171] и, значит, к увеличению скорости десорбции. Соответствующее  $\lesssim 10\%$  уменьшение плотности  $\sigma$ , однако, пренебрежимо мало по сравнению с разницей значений, наблюдаемых на чистом  $^4\text{He}$  и на смеси  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ .

Отклонение температуры поверхности от невозмущенного значения в случае неустойчивости спектра ЭПР

$$\Delta T \approx \frac{f D \sigma}{2 \tau_{\text{ESR}} (\partial Q_{\text{RP}} / \partial T)} \quad (3.33)$$

связано с отклонением плотности соответственно на чистом  $^4\text{He}$  и на смеси  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  выражениями (3.9) и (3.10):

$$m c^2 \Delta \sigma_4 \simeq - \left[ \frac{S_R}{1+x} + \left( \frac{\partial P_H}{\partial T} \right)_\sigma + \frac{x \tilde{S}}{1+x} \right] \Delta T, \quad (3.34)$$

$$m c^2 \Delta \sigma_{\text{mix}} \simeq m c^2 \Delta \sigma_4 - \left( \frac{\tau_{\text{HR}}}{\tau_{\text{H3}}} \right) \tilde{S} \Delta T. \quad (3.35)$$

Здесь  $\tilde{S} \simeq \sigma (E_a / T) \tau_*^2 (\tau_s \tau_{\text{HR}})^{-1}$ ,  $\tau_* = r_* \sqrt{m / 2T} \simeq 2.3 \times 10^{-5} \text{с}$ - характерное время распространения звука по пятну, а  $r_* \simeq 0.8 \text{ мм}$ - радиус холодного пятна [200, 204]. Из приведенных выражений следует, что при одинаковой мощности СВЧ  $\Delta \sigma$  на смеси выше, чем на чистом  $^4\text{He}$ , что и наблюдается в эксперименте (рис. 3.13).

При амплитуде СВЧ поля  $H_1 \simeq 10^{-5} \text{ Гс}$ , чуть выше критической для возникновения неустойчивости, имеем на чистом  $^4\text{He}$   $\Delta \sigma / \sigma \simeq 0.1$ . Далее находим  $\Delta T \simeq 2.3 \text{ мК}$  и  $E_a \Delta T / T^2 \simeq 0.3$ , что подтверждает справедливость линейного приближения, использованного в [166] для вывода уравнений (3.34) и (3.35). В точке поворота течения водорода ( $\sigma = 1.7 \times 10^{12} \text{см}^{-2}$ ,  $T = 77 \text{ мК}$ ,  $\tau_{\text{ESR}} \simeq 1.3 \text{ с}$ ) из уравнения (3.33) получаем долю рекомбинационной энергии, выделяющейся локально в месте элементарного акта,  $f \simeq 0.014$ , в согласии с ранее

известными результатами [201]. Стоит, однако, отметить, что истинное значение  $f$  может маскироваться диффузией возбужденных молекул  $\text{H}_2^*$  в зазоре шириной  $d = 0.6$  мм и радиусом  $R = 5$  мм между плоским зеркалом резонатора и расположенной над ним каптоновой пленкой [200]. Среднее число столкновений со стенками, которое испытывают молекулы прежде чем покинуть зазор,  $N \sim R^2/d^2$ , сравнимо с числом столкновений  $N_{1/2} \sim 150$ , необходимых для потери половины энергии возбуждения [201]. Поэтому значительная доля энергии, выделяющейся при рекомбинации на холодном пятне, остается в зазоре распределяется по ограничивающим его поверхностям. Возвращающаяся на холодное пятно часть,  $r_0^2/2R^2 \sim 0.01$  сопоставима с полученным выше значением  $f$ , которое, таким образом, следует рассматривать как оценку сверху.

Отношение критических уровней мощности СВЧ, при которых возникает нестабильность спектра ЭПР  $2\text{D H}\downarrow$  на чистом  $^4\text{He}$  и на смеси составляет 2.0(5). Так как  $\Delta\sigma$  пропорционально мощности, это отношение равно отношению соответствующих значений  $\Delta\sigma$ , наблюдаемых при равной мощности. В точке поворота из уравнений (3.34) и (3.35) получаем  $\tau_{\text{HR}}/\tau_{\text{H3}} = 2.1(8)$  и окончательно  $\tau_{\text{H3}} = 3.9(1.5) \times 10^{-8}$  с, в полном согласии со значением  $3 \times 10^{-8}$  с, вычисленным по величине параметра среднего поля  $U_{30}$  для взаимодействия  $\text{H}$  и  $^3\text{He}$  [166].

### 3.3.3. Заключение

В заключение остановимся на выводе Рейнольдса и др. [157] о негативных последствиях слабой связи риплонов с фононами пленки и сравнительно высокой теплопроводности риплонов для успеха экспериментов с холодным пятном. При низкой плотности водорода результат оказывается прямо противоположным сделанному в [157] утверждению: в действительности чем слабее

связь риплонов с подложкой, тем выше скорость потока риплонов к центру пятна. Следовательно, тем выше плотность водорода, увлекаемого на пятно потоком риплонов. Кроме того, слабая связь с подложкой ведет к выравниванию не температуры риплонов, а суммарного давления  $P$ . Температура же, напротив, испытывает резкий скачок на границе пятна, отражающий скачок плотности и давления водорода.

Представленные свидетельства гидродинамического течения двумерного бозе газа атомов  $\text{H}\downarrow$  открывают широкие возможности исследования взаимодействия водорода с риплонами и квазичастицами  $^3\text{He}$  на поверхности гелия, что было продемонстрировано оценками некоторых постоянных времени передачи импульса. Дальнейшее продвижение в область квантового вырождения может потребовать комбинации теплового и магнитного сжатия двумерного водорода. Основной трудностью на этом пути представляется сохранение высокой однородности магнитного поля в области плотного  $2\text{D H}\downarrow$ , необходимой для непосредственного детектирования методом ЭПР.

### **3.4. Диссипативные процессы на поверхности гелия**

#### **3.4.1. Затухание капиллярных волн**

В настоящем разделе вычислено затухание потока риплонов на поверхности объемной жидкости за счет взаимодействия с фононами, а также предложен механизм диссипации потока в случае пленки гелия, покрывающей шероховатую подложку.

#### **Взаимодействие с фононами в объеме жидкости**

В точности повторяя рассуждения Рейнольдса, Сетии и Шляпникова [157], вычислим скорость передачи импульса от риплонной подсистемы в фононную

при рождении фонона с волновым вектором  $(\mathbf{q}, k)$  с составляющими  $\mathbf{q}$  и  $k$  соответственно вдоль и поперек поверхности при поглощении двух риплонов с волновыми векторами  $\mathbf{q}'$  и  $\mathbf{q}''$ . Температуры риплонов и фононов обозначим  $T_R$  и  $T_P$ . Частота риплона связана с его волновым вектором известным соотношением  $\omega_{q'}^2 = q'^3(\alpha/\rho)$  [61], где  $\alpha = 0.378$  дин/см и  $\rho = 0.145$  г/см<sup>3</sup> – поверхностное натяжение и плотность жидкого <sup>4</sup>Не при  $T = 0$ . Аналогично для фононов  $\omega_{qk} = c\sqrt{q^2 + k^2}$ , где  $c = 238$  м/с – скорость звука в гелии. В силу законов сохранения энергии и импульса  $q \ll q'$ , и следовательно  $\mathbf{q}'' \approx -\mathbf{q}'$ . Согласно [157] матричный элемент перехода  $R+R \leftrightarrow P$  есть

$$\langle \mathbf{q}k | H | \mathbf{q}'', \mathbf{q}' \rangle \approx \left( \frac{\hbar^3 c^2}{V \rho \omega_{qk}} \right)^{1/2} q' k \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{q}'+\mathbf{q}''}, \quad (3.36)$$

где  $V$  – объем жидкости. Скорость передачи импульса фононам определяется выражением, полностью аналогичным приведенному в [157] для скорости передачи тепла:

$$\begin{aligned} \Pi_{R+R \leftrightarrow P} = V \frac{2\pi}{\hbar^2} \int \hbar \mathbf{q} |\langle \mathbf{q}k | H | \mathbf{q}'', \mathbf{q}' \rangle|^2 [N_{q'} N_{q''} (1 + n'_{qk}) - n'_{qk} (1 + N_{q'}) (1 + N_{q''})] \\ \times \delta(\omega_{q'} + \omega_{q''} - \omega_{qk}) \frac{d^2 q' d^2 q dk}{(2\pi)^5}, \end{aligned} \quad (3.37)$$

где  $N_{q'}(T_R)$ ,  $N_{q''}(T_R)$  и  $n'_{qk}(T_P)$  – равновесные числа заполнения соответственно для риплонов и фононов в системе отсчета, связанной с риплонами. Чтобы не учитывать одни и те же пары риплонов  $(\mathbf{q}', \mathbf{q}'')$  дважды, интегрирование по  $q'$  ведется лишь по половине импульсного пространства.

Пусть риплоны движутся относительно объемной жидкости со скоростью  $\mathbf{u}$ , малой по сравнению со скоростью звука. Тогда в системе отсчета, связанной с риплонами, числа заполнения фононов имеют вид  $n'_{qk} \equiv n'(\omega_{qk}) = n(\omega_{qk} - \mathbf{u}\mathbf{q})$ , где  $n$  – числа заполнения в неподвижной системе отсчета. Разлагая  $n'$  в ряд и обрывая разложение на линейном члене (поскольку  $\mathbf{u}\mathbf{q} \ll cq \leq \omega_{qk}$ ), получим  $n'_{qk} \approx n_{qk} - \mathbf{u}\mathbf{q}(dn_{qk}/d\omega_{qk})$ . В силу симметрии

все члены в (3.37), пропорциональные  $\mathbf{q}$ , при интегрировании обращаются в ноль, а  $\mathbf{q}(\mathbf{uq})$  может быть заменено на  $\mathbf{u}q^2/2$ . Кроме того,  $\omega_{q'} \approx \omega_{q''} \approx \frac{1}{2}\omega_{qk}$  и  $N_{q'} \approx N_{q''}$ . Последующие вычисления приводят к

$$\mathbf{\Pi}_{R+R \leftrightarrow P} = \frac{16}{45\pi^2} \frac{\mathbf{u}}{c} \left(\frac{\rho}{\alpha}\right)^{4/3} \frac{\hbar^2}{\rho c^4} \left(\frac{T_P}{\hbar}\right)^{20/3} \int_0^\infty x^{20/3} dx \left[ \frac{e^{2x}}{(e^{2x} - 1)^2} \left(\frac{e^{\beta x} + 1}{e^{\beta x} - 1}\right) \right]. \quad (3.38)$$

В этом выражении  $\beta = T_P/T_R$ . Подстановка численных значений дает

$$\mathbf{\Pi}_{R+R \leftrightarrow P} = \left(1.33 \times 10^{-4} \frac{\Gamma}{\text{см}^3 \text{K}^{20/3}}\right) \mathbf{u} T_P^{20/3} F(\beta) \quad (3.39)$$

где  $F(\beta)$  обозначает фигурирующий в (3.38) интеграл. При малых  $\beta$ , то есть, при  $T_P \ll T_R$  его вычисление дает  $F(\beta) \approx 7.91/\beta$ , тогда как в противоположном предельном случае  $\beta \gg 1$  он обращается в константу  $F \approx 12.9$ . Если же температуры двух подсистем совпадают, значение интеграла есть  $F(1) \approx 14.3$ .

Обратимся теперь к процессу неупругого рассеяния фононов  $P(\mathbf{qk}) \leftrightarrow P(\mathbf{q'k'}) + R(\mathbf{Q})$ . Нетрудно видеть, что в этом случае в силу кинематических соображений [162] частота риплона  $\omega_Q$  мала по сравнению с частотами фононов  $\omega_{qk}$  и  $\omega_{q'k'}$ , тогда как векторы  $q$ ,  $q'$  и  $Q$  вообще говоря сопоставимы. Следовательно  $\hbar\omega_Q \ll T_P$ , поскольку основной вклад в передачу импульса очевидно вносят фононы с энергиями  $\lesssim T_P$  (температуры фононов и риплонов будем считать сопоставимыми). Согласно подтвержденным экспериментально [159] расчетам Роша, Роже и Уильямса [160], обратное время затухания акустического риплона за счет неупругого рассеяния фононов есть

$$\frac{1}{\tau_Q} \approx \frac{\pi^2 \hbar Q}{60 \rho} \left(\frac{T_P}{\hbar c}\right)^4 \quad (3.40)$$

По аналогии с (3.37) скорость передачи импульса может быть оценена путем интегрирования

$$\mathbf{\Pi}_{P \leftrightarrow P+R} = \int \frac{\hbar \mathbf{Q}}{\tau_Q} N'_Q \frac{d^2 Q}{(2\pi)^2}, \quad (3.41)$$



со смещенной функцией распределения риплонов  $N'(\omega_Q) = N(\omega_Q - \mathbf{u}\mathbf{Q}) \approx N_Q + \mathbf{u}\mathbf{Q}(T/\hbar\omega_Q^2)$ , причем интегрирование производится до  $Q \sim q_T = T_P/\hbar c$ , где  $q_T$  – волновой вектор теплового фонона. В итоге получим

$$\mathbf{\Pi}_{P \leftrightarrow P+R} \sim \frac{\pi}{480} \frac{\mathbf{u}}{c} \frac{\hbar c}{\alpha} \left( \frac{T_P}{\hbar c} \right)^6 T_R, \quad (3.42)$$

то есть

$$\mathbf{\Pi}_{P \leftrightarrow P+R} \sim \left( 7.1 \times 10^{-5} \frac{\Gamma}{\text{см}^3 \text{K}^7} \right) \mathbf{u} T_P^6 T_R, \quad (3.43)$$

что при рассматриваемых температурах  $T \lesssim 0.2\text{K}$  на несколько порядков меньше значения, полученного для процесса  $R+R \leftrightarrow P$ . Таким образом, характерное время передачи импульса от риплонной подсистемы в фононную есть очевидно

$$\tau_R \approx \frac{\rho_R \mathbf{u}}{\mathbf{\Pi}_{R+R \leftrightarrow P}} \approx \frac{1.26 \times 10^{-7} \text{сK}^5}{T_P^5 \beta^{5/3} F(\beta)}, \quad (3.44)$$

где  $\rho_R = 1.67 \times 10^{-10} T_R^{5/3} (\Gamma/\text{см}^2) \text{K}^{-5/3}$  – связанная с риплонами массовая плотность.

Экспериментально измеряемой величиной является, например, конвективная теплопроводность за счет теплопереноса гидродинамическим потоком риплонов [135]:

$$K_R = T S_R^2 \frac{\tau_R}{\rho_R}, \quad (3.45)$$

где  $S_R = 1.52 \times 10^{-2} T^{4/3} \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-2} \text{K}^{-7/3}$  – энтропия риплонного газа. Отсюда видно, что если торможение риплонов определяется процессом  $R+R \leftrightarrow P$ , то величина  $K_R$  должна убывать с ростом температуры как  $T^{-3}$ . Однако в экспериментах Манца, Эдвардса и Наяка [135] наблюдалась совершенно иная картина (рис. 3.16): теплопроводность возрастала с температурой вплоть до  $T \simeq 0.15\text{K}$ , после чего выходила на насыщение и даже несколько снижалась. Такое различие может объясняться существованием в случае пленки гелия другого, более эффективного механизма торможения риплонов. Из экспериментальной температурной зависимости теплопроводности следует, что

при низких температурах характерное время релаксации импульса риплонов слабо зависит от температуры. Это позволяет исключить многочастичные процессы, такие, как, например, прямое взаимодействие риплонов с фононами подложки, и ограничиться поиском механизмов, определяющих конечное время жизни отдельного риплона.

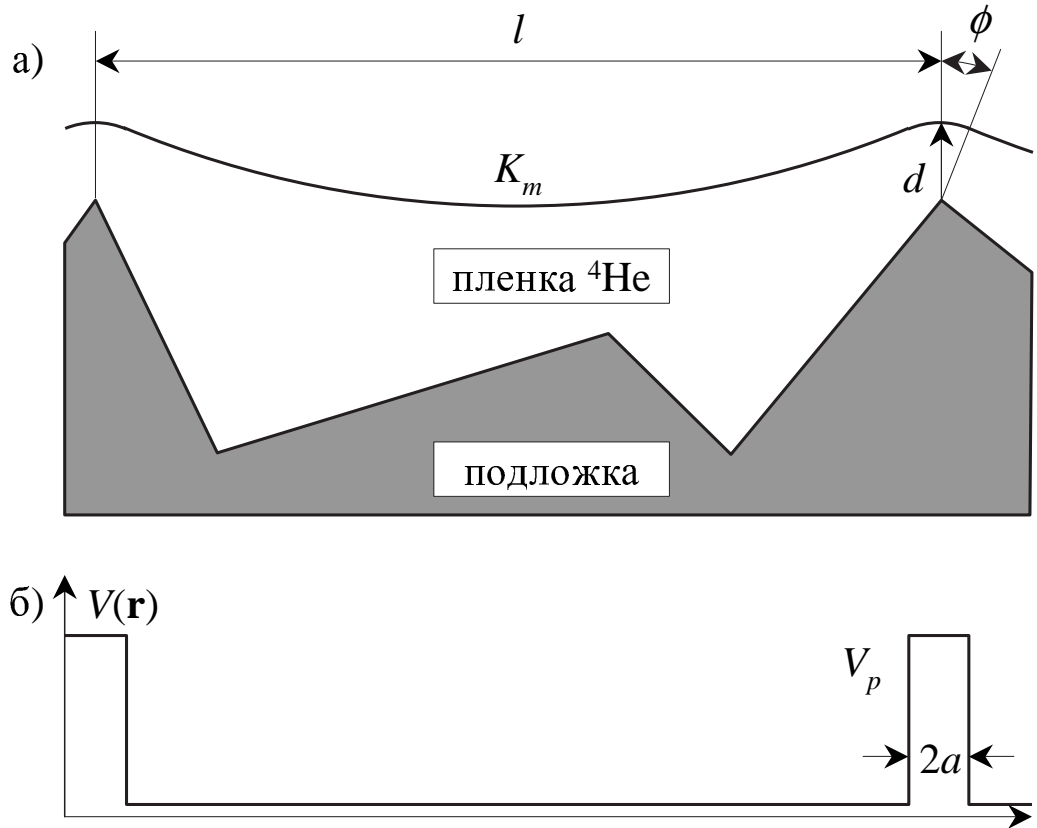


Рис. 3.15. (а) Профиль поверхности подложки и покрывающей ее пленки гелия. (б) Эффективный потенциал, вызванный кривизной поверхности и приводящий к рассеянию риплонов.

### Рассеяние на неоднородностях поверхности

Мы предполагаем, что затухание риплона может быть связано с рассеянием на неоднородностях поверхности пленки, вызванных шероховатостью подложки (рис. 3.15а). Так как распространение риплонов не связано с ориентацией поверхности, причиной рассеяния может быть лишь меняющаяся

вдоль поверхности кривизна  $K(\mathbf{r})$ . Вызывающий рассеяние риплона эффективный потенциал (рис. 3.15б) легко найти из соображений размерности:  $V(\mathbf{r}) \sim \hbar(\alpha/\rho)^{1/2}|K(\mathbf{r})|^{3/2}$ . Пленка, покрывающая шероховатую поверхность, благодаря капиллярному эффекту затягивает углубления между пиками подложки, образуя мениски с кривизной  $K_m = \rho g H / \alpha \sim 10^3 \text{ см}^{-1}$ , где  $H \sim 1 \text{ см}$  — высота над уровнем объемной жидкости. На самих же пиках кривизна по порядку величины совпадает с обратной толщиной пленки,  $K_p \simeq 2/d \simeq 6 \times 10^5 H^{1/3} \text{ см}^{-1}$  (высота  $H$  выражена в сантиметрах). Количество пиков на единице поверхности  $\sim 1/l^2$  определяется масштабом шероховатости  $l$ . Так как постоянная составляющая эффективного потенциала не приводит к рассеянию, и  $K_p \gg K_m$ , эффективный потенциал  $V(\mathbf{r})$  можно заменить на величину, обращающуюся в ноль везде за исключением окрестностей пиков, где она в силу соотношения между кривизной и потенциалом равна  $V_p \sim \hbar(\alpha/\rho)^{1/2}d^{-3/2}$ . Размер окрестности  $a$  определяется углом наклона поверхности пленки вблизи пика  $\phi = K_m l / 4$  и составляет  $a = \phi d \simeq 10^{-7} \text{ см}$  при  $l = 1 \text{ мкм}$ . Таким образом, мы имеем сравнительно редко расположенные центры рассеяния, каждый из которых можно рассматривать отдельно.

Заметим, что  $K_p$  мало по сравнению с волновым вектором типичного риплона  $q_T = (\rho/\alpha)^{1/3}(T/\hbar)^{2/3} \sim 3 \times 10^6 \text{ см}^{-1}$ , и в то же время  $q_T a \simeq 0.3$ . Это позволяет воспользоваться борновским приближением для случая медленных частиц, которое, как известно, дает изотропное рассеяние. Сечение рассеяния риплона с волновым вектором  $\mathbf{q}$  получается из стандартного выражения [19] для двумерного случая подстановкой эффективной массы риплона согласно определению  $1/m = \partial E_q / \partial(q^2) = \frac{3}{4} \hbar(\alpha/\rho)^{1/2} q^{-1/2}$  и не зависит от  $q$ :

$$\sigma \simeq \frac{4}{9\hbar^2} \left( \frac{\rho}{\alpha} \right) \left| \int V(\mathbf{r}) d^2 r \right|^2 \simeq \frac{4\pi^2 V_p^2 a^4}{9\hbar^2} \left( \frac{\rho}{\alpha} \right), \quad (3.46)$$

или, с учетом вида  $V_p$  и  $a$ ,

$$\sigma \sim \frac{32\phi^4\pi^2}{9}d \quad (3.47)$$

Длина свободного пробега риплона есть, как обычно,  $\lambda = l^2/\sigma$ , а обратное время релаксации проекции импульса на первоначальное направление  $\tau_q$  находится из соотношения  $\tau_q\omega_q = q\lambda$ .

Скорость передачи импульса риплонов в подложку вычисляется по аналогии с (3.41):

$$\mathbf{\Pi}_V = \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{d^2q}{(2\pi)^2} \frac{\hbar \mathbf{u} q^2}{\tau_q} \left| \frac{dN_\omega}{d\omega_q} \right|. \quad (3.48)$$

Интегрирование по  $q$  и подстановка  $\phi$  дают

$$\mathbf{\Pi}_V \sim 0.14 \frac{T_R^2 \mathbf{u}}{\hbar} \left( \frac{\rho}{\alpha} \right)^5 (gH)^4 l^2 d. \quad (3.49)$$

Время передачи импульса риплонов в подложку составляет соответственно

$$\tau_R \approx \frac{\rho_R \mathbf{u}}{\mathbf{\Pi}_V} \approx \frac{8 \times 10^{-15} \text{ K}^{1/3} \text{ см}^7 \text{ с}}{T_R^{1/3} H^4 l^2 d}. \quad (3.50)$$

Таким образом, при низких температурах теплопроводность оказывается пропорциональной  $T^{5/3}$ , в полном согласии с экспериментально наблюдаемой зависимостью.

При одновременном действии нескольких механизмов скорости релаксации импульса складываются, поэтому итоговое выражение для теплопроводности пленки при  $T_P = T_R = T$  имеет вид

$$K \approx \left( 83T^3 + \frac{9 \times 10^7}{T^{5/3}} H^4 l^2 d \right)^{-1} [\text{эрг/сК}] \quad (3.51)$$

В (3.51) температура выражена в К, а масштаб шероховатости  $l$  в см. На рис. 3.16 представлена температурная зависимость  $K_R$  для  $H = 6$  см и  $l = 2.9$  мкм (сплошная кривая). Согласие с экспериментом [135] (■) выглядит достаточно убедительно, тем более, что все вычисления были выполнены исходя из первых принципов, а значение единственного подгоночного

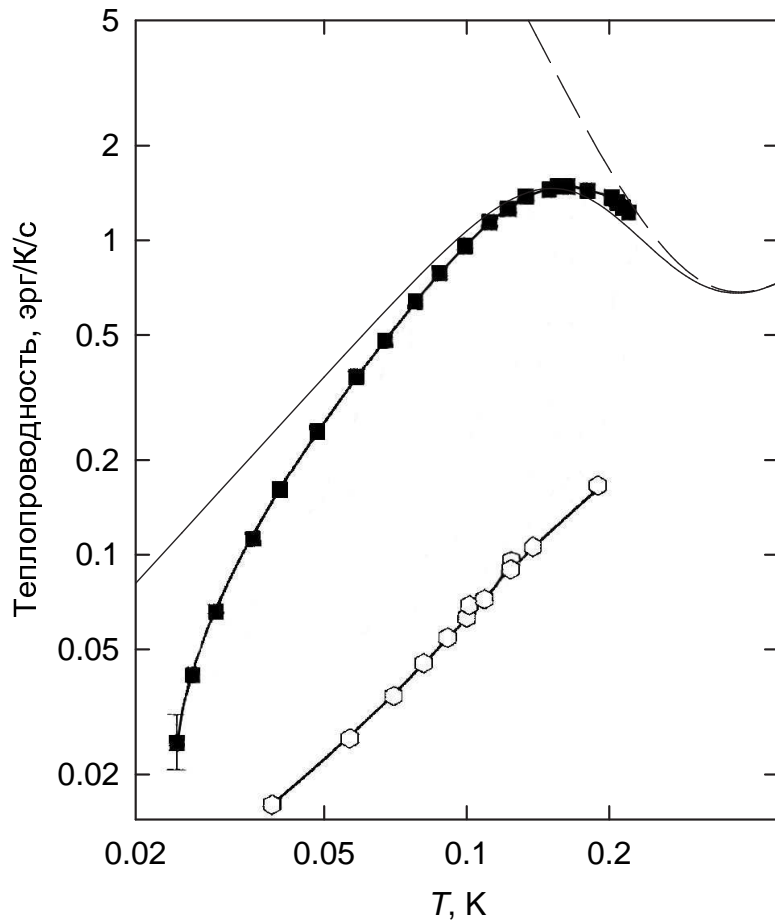


Рис. 3.16. Конвективная теплопроводность риплонов на поверхности пленки  $^4\text{He}$  согласно (3.51) для  $H = 6$  см и  $l = 2.9$  мкм (сплошная кривая) и экспериментальные результаты Манца и др. [135] (■). Расчетная зависимость учитывает экспериментально измеренную теплопроводность подложки (полые восьмиугольники). Штриховой кривой показана теплопроводность риплонов, ограниченная лишь взаимодействием с фононами гелия.

параметра – масштаба шероховатости подложки  $l$  – с точки зрения условий эксперимента представляется вполне правдоподобным. При расчете учитывалась измеренная в эксперименте теплопроводность подложки – покрытой слоем твердого неона майларовой пленки. Для сравнения на рис. 3.16 штриховой кривой показана конвективная теплопроводность риплонов, ограниченная лишь взаимодействием с фононами жидкости (процесс  $R+R \leftrightarrow P$ ), что отвечает поверхности объемного гелия.

Как известно, равновесная толщина пленки  $d$  связана с высотой над уров-

нем объемной жидкости соотношением  $d \approx 3 \times 10^{-6} H^{-1/3}$ , в котором обе величины выражены в см. Поэтому наблюдавшаяся Манцем и др. [134] зависимость  $K$  от толщины пленки можно качественно объяснить, формально заменив в (3.51) высоту  $H$  на  $(3 \times 10^{-6}/d)^3$ . Следует также отметить, что зависимость времени релаксации импульса от масштаба шероховатости подложки и высоты пленки над объемной жидкостью может быть причиной того, что в экспериментах с двумерным атомарным водородом [41] наблюдались значительно более короткие времена, чем в экспериментах Манца и др. [134, 135]

В качестве другого типичного примера оценим скорость диссипации импульса риплонов на поверхности пленки гелия, покрывающей гладкую подложку с хаотически расположенными на ней сферическими наночастицами (пылинками) с радиусом  $R_d \sim 100$  нм, значительно превосходящим как длину волны теплового риплона  $\lambda_T = 2\pi(\hbar/k_B T)^{2/3}(\alpha/\rho)^{1/3} \sim 10$  нм при  $T \sim 0.1$  К, так и толщину пленки. В этом случае справедливо приближение геометрической акустики, в котором искажение волнового фронта плоской волны при прохождении риплона над наночастицей эквивалентно действию собирающей линзы с фокусным расстоянием порядка диаметра частицы, то есть, со светосилой порядка единицы. Длина рассеяния риплона на такой линзе – порядка ее размера, то есть опять же диаметра частицы. В нулевом приближении влияние толщины пленки отсутствует. Таким образом, длина свободного пробега риплона по отношению к упругому рассеянию на подобных линзах над пылинками составляет  $l \sim 1/n_d R_d$ , где  $n_d$  – число пылинок на единице поверхности. Соответствующее обратное время жизни риплона с волновым вектором  $\mathbf{q}$  есть

$$\frac{1}{\tau_q} = \frac{\omega_q}{ql} = \frac{\omega_q n_d R_d}{ql}. \quad (3.52)$$

Отсюда аналогично (3.48) находим плотность потока продольного импульса

риплоннов в подложку:

$$\mathbf{\Pi}_R = \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} \frac{\hbar \mathbf{u} q^2}{\tau_q} \left| \frac{dN_\omega}{d\omega_q} \right| \simeq \frac{\mathbf{u} n_d R_d \hbar}{3\pi} \left( \frac{\rho}{\alpha} \right) \left( \frac{k_B T_R}{\hbar} \right) \int_0^\infty \frac{x dx}{e^x - 1} \quad (3.53)$$

и риплонную теплопроводность пленки гелия в низкотемпературном пределе

$$K \approx \frac{200 T^{5/3}}{n_d R_d} \frac{\text{эрг}}{\text{с} \cdot \text{см} \cdot \text{К}^{5/3}}, \quad (3.54)$$

которая заменяет второе слагаемое в скобках в (3.51). При  $R_d \sim 50$  нм [124] экспериментальным результатам [135] соответствует  $n_d \sim 6 \cdot 10^5 \text{ см}^{-2}$ . Необходимо еще раз подчеркнуть, что теплопроводность поверхности гелия может быть измерена только для достаточно тонких пленок, так как фонная теплопроводность объемной жидкости чрезвычайно велика,  $\kappa = 3 \cdot 10^8 d T^3 \text{ эрг/см}^2 \text{К}^4$ , где  $d$  – толщина пленки.

В заключение остановимся на правомерности использования понятия температуры риплонов. Вопрос заключается в соотношении скоростей установления равновесия внутри риплонной системы и нарушения этого равновесия при взаимодействии с фононами (одночастичное упругое рассеяние риплонов на неоднородностях поверхности функции распределения не меняет). Характерное время теплопередачи от риплонов в фононы, определяемое, главным образом, процессом  $R+R \leftrightarrow P$ , можно оценить как  $\tau_{rp} \sim R_{rp} C_r = 3 \times 10^{-10} T^{-13/3} \text{К}^{13/3} \text{с}$ , где  $C_r = 1.52 \times 10^{-2} T^{4/3} \text{эрг} \cdot \text{К}^{-7/3} \text{см}^{-2}$  – совпадающая с энтропией теплоемкость риплонов, а  $R_{rp} = 1.8 \times 10^{-8} T^{-17/3} \text{К}^{20/3} \text{см}^2 / \text{эрг}$  – тепловое сопротивление между риплонной и фононной подсистемами [157]. Несложно показать, что в отсутствие внешнего теплопритока и эффективных механизмов релаксации внутри риплонной системы указанный процесс формирует тепловое распределение риплонов с температурой, равной температуре фононов (фононная система предполагается находящейся в равновесии). Такая ситуация реализуется, например, при измерении температурной зависимости поверхностного натяжения чистого  $^4\text{He}$  [86], а также при измерении

теплопроводности пленок гелия [135]. В экспериментах же с атомарным водородом [204] время установления теплового равновесия в двумерной системе определяется рассеянием риплонов на адсорбированных на поверхности гелия атомах Н [209]. При характерной плотности последних  $\sim 10^{12} \text{ см}^{-2}$  и температуре  $T \lesssim 100 \text{ мК}$  это время составляет  $\tau_2 \sim 60 \text{ нс}$ , что на два порядка короче времени передачи тепла от риплонов в фононы. Таким образом, и в этом случае двумерная система находится в тепловом равновесии, но может обладать температурой, отличной от температуры фононов.

### 3.4.2. Релаксация импульса между вырожденным двумерным водородом и риплонами

Основным процессом релаксации импульса между риплонной и водородной подсистемами является неупругое рассеяние атома водорода с испусканием или поглощением риплона [158, 209]. Выразив операторы рождения и уничтожения атома через соответствующие операторы для фононов в двумерном водороде и сохранив лишь члены, линейные по импульсам фононов, можно записать матричные элементы перехода  $P_{\mathbf{q}} \leftrightarrow P_{\mathbf{q}'} + R_{\mathbf{k}}$  в виде (нижние индексы обозначают волновые векторы) [158]

$$\langle \mathbf{q}', \mathbf{k} | H_{\text{int}} | \mathbf{q} \rangle \approx S^{-1/2} \frac{mc}{\hbar \sqrt{qq'}} \left( 1 + \frac{\hbar q}{2mc} \right) \left( 1 + \frac{\hbar q'}{2mc} \right) F_k \zeta_k \delta_{\mathbf{q}-\mathbf{q}'-\mathbf{k}}. \quad (3.55)$$

Здесь символ Кронекера обеспечивает сохранение импульса,  $F_k = -Ck^2 - Dk^4$  есть интенсивность взаимодействия с коэффициентами  $C = -7.8 \text{ К\AA}$  и  $D = 39 \text{ К\AA}^3$ ,  $\zeta_k = \sqrt{\hbar k / 2\rho_0 \omega_k}$  – парциальная амплитуда колебаний поверхности, вызванных риплоном, а  $\rho_0 = 0.145 \text{ г/см}^3$  – плотность гелия. Плотность потока импульса от водорода к риплонам при малой скорости их относительного



движения  $\mathbf{u}$  есть

$$\begin{aligned} \Pi = 2S \frac{2\pi}{\hbar} \int \frac{d^2q d^2k}{(2\pi)^4} \hbar \mathbf{k} |\langle \mathbf{q}', \mathbf{k} | H_{\text{int}} | \mathbf{q} \rangle|^2 \delta(E_q - E_{q'} - \hbar\omega_k) \times \\ \times [(N_{q'} + 1)N_q(\tilde{n}_k + 1) - N_{q'}(N_q + 1)\tilde{n}_k]. \end{aligned} \quad (3.56)$$

В этом выражении частота риплона с волновым вектором  $\mathbf{k}$  в пренебрежении влиянием подложки подчиняется соотношению [61]  $\omega_k^2 = (\alpha/\rho_0)k^3$ ,  $N_q = \left[ \exp\left(\frac{E_q}{T_{\text{H}}}\right) - 1 \right]^{-1}$  – бозевская функция распределения фононов с температурой  $T_{\text{H}}$ , а  $\tilde{n}_k = n(\omega_k - \mathbf{u}\mathbf{k})$  – смещенная функция распределения риплонов с температурой  $T_{\text{R}}$ . Множитель 2 перед интегралом возникает из-за равного вклада испускания и поглощения риплонов. Интегрирование по углу между  $\mathbf{q}$  и  $\mathbf{k}$  дает

$$\Pi \approx \int_0^\infty \frac{m^2 c^3 k^3 dk}{4\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{\mathbf{u} |F_k \zeta_k|^2 \left| \frac{dn}{d\omega_k} \right| N_q \left( 1 + \frac{\hbar q}{mc} \right) dq}{\sqrt{(4c^2 q^2 + 4cq\omega_k + c^2 k^2 - \omega_k^2)(c^2 k^2 - \omega_k^2)}} \quad (3.57)$$

Характерная для двумерного случая инфракрасная расходимость устраняется, следуя Стоофу и др. [122], путем вычитания главного расходящегося члена с сохранением следующего, пропорционального  $\hbar q/mc$ . В этом случае, имея в виду, что для тепловых риплонов  $c^2 k^2 \gg \omega_k^2$ , окончательно находим

$$\Pi \approx \frac{m\mathbf{u}C^2}{12\pi^2 \rho_0 \hbar c} \left( \frac{T_{\text{H}}}{\hbar} \right) \left( \frac{T_{\text{R}}}{\hbar} \right)^{10/3} \left( \frac{\rho_0}{\alpha} \right)^{8/3} I(\beta, \gamma), \quad (3.58)$$

где  $\beta = T_{\text{R}}/T_{\text{H}}$  и для типичных температур  $\gamma = c(\hbar\rho_0/\alpha T_{\text{R}})^{1/3} \approx 3$ . Безразмерный интеграл  $I(\beta, \gamma)$  может быть взят численно.

Согласно данному выше определению время водород-риплонной релаксации импульса есть  $\tau_{\text{HR}} = \rho\mathbf{u}|\Pi(\mathbf{u})|^{-1}$ . В частности, при  $T_{\text{R}} = T_{\text{H}} = 0.1$  К и плотности атомов водорода  $\sigma = 10^{14}\text{см}^{-2}$  имеем  $\tau_{\text{HR}} \sim 10^{-4}\text{с}$ , что значительно длиннее, чем в баллистическом режиме [209]. Заметим, что соотношение между  $\tau_{\text{HR}}$  и  $\tau_{\text{R}}$  может быть произвольным, поскольку их температурная зависимость различается и, кроме того,  $\tau_{\text{R}}$  зависит от характера поверхности и толщины пленки [33, 134].

### 3.4.3. Подвижность поверхностных электронов

Мы полагаем, что указанное во Введении противоречие между предполагаемым неограниченным ростом подвижности поверхностных электронов ввиду вымерзания риплон-фононного взаимодействия в жидком гелии и экспериментальными данными вызвано тем, что измерения обычно проводятся на переменном токе достаточно высокой частоты, а эффективная масса электронов на несколько порядков меньше чем риплонов. В результате амплитуда продольных колебаний риплонной подсистемы оказывается исчезающе малой. Механическим аналогом такой ситуации может служить маленькая резинка, лежащая на поверхности массивной доски, которая, в свою очередь, покоится на гладком льду. При этом регистрируется движение резинки в горизонтальной плоскости под действием периодической силы. Интуитивно ясно, что для наблюдения совместного движения электронной и риплонной подсистем относительно объемной жидкости следует проводить измерения подвижности по постоянному току или на очень низкой частоте. Ясно также, что следует стремиться к увеличению отношения эффективных масс электронов и риплонов.

Будем рассматривать риплонную и электронную подсистемы отдельно. Для этого необходимо, чтобы время установления равновесия внутри каждой подсистемы было существенно короче времени релаксации между подсистемами. Далее, мы отвлекаемся от влияния поперечного магнитного поля, которое как правило используется в измерениях подвижности в геометрии Корбино, но совершенно несущественно для поставленной задачи. Амплитуда ведущего электрического поля  $E_{\parallel}$  считается достаточно малой, чтобы можно было пренебречь эффектами, связанными с перегревом электронов. Мы также не учитываем влияние границ, полагая двумерную систему бесконечной. С уче-

том сделанных замечаний уравнения движения в  $\tau$ -приближении имеют вид

$$\frac{d\mathbf{u}_e}{dt} = -\frac{e\mathbf{E}_{\parallel}}{m^*} + \frac{\mathbf{u}_R - \mathbf{u}_e}{\tau_e} \quad (3.59)$$

для электронов и

$$\frac{d\mathbf{u}_R}{dt} = -\gamma \frac{\mathbf{u}_R - \mathbf{u}_e}{\tau_e} - \frac{\mathbf{u}_R}{\tau_{RP}} \quad (3.60)$$

для риплонов. Здесь  $\mathbf{u}_e$  ( $\mathbf{u}_R$ ) – скорость движения электронной (риплонной) подсистемы как целого вдоль поверхности,  $e$  и  $m^*$  – заряд и эффективная масса электрона,  $n_e$  – поверхностная концентрация электронов,  $\rho_R = 1.67 \times 10^{-10} T^{5/3} \text{ К}^{-5/3} \text{ Г/см}^2$  – связанная с риплонами массовая плотность,  $\gamma = \frac{n_e m^*}{\rho_R}$  – отношение массовых плотностей электронов и риплонов. В низкочастотном пределе среднее время релаксации импульса электронов  $\tau_e$  связано с их подвижностью относительно риплонов  $\mu$  соотношением  $\tau_e = m^* \mu / e$  (см. ниже) и в рассматриваемой области слабо зависит от температуры. По данным измерения подвижности [12] и эффективной массы электронов [194] при  $T = 70 \div 80 \text{ мК}$  и  $n_s = 1.3 \times 10^9 \text{ см}^{-2}$  время электрон-риплонной релаксации составляет  $\tau_e \sim 5 \times 10^{-7} \text{ с}$ . Поэтому при  $T \lesssim 0.1 \text{ К}$  время риплон-фононной релаксации  $\tau_{RP} = 8.8 \times 10^{-9} T^{-5} \text{ К}^5 \text{ с}$  [33] заведомо велико по сравнению с  $\tau_e$ . Заметим, что последовательный кинетический расчет  $\tau_e$  для свободных электронов также исходит из равновесия электронной и риплонной подсистем [47]. В частности, согласно [47], в типичном эксперименте частота межэлектронных столкновений высока по сравнению с  $\tau_e^{-1}$ .

В слабом прижимающем поле  $E_{\perp}$  эффективная масса электрона практически совпадает с его собственной массой,  $m^* \approx m$ . В этом случае электроны оказываются на несколько порядков “легче” риплонов ( $\gamma \ll 1$ ), и последние не чувствуют их движения,  $u_R \ll u_e$ . Тогда из уравнения (3.59) получается обычное выражение для подвижности электронов (ср. уравнение (10.7) из

[47])

$$\mu \equiv -\frac{\text{Re } u_e}{E_{\parallel}} = \left(\frac{e}{m^*}\right) \frac{\tau_e}{1 + \omega^2 \tau_e^2}. \quad (3.61)$$

При не слишком высокой частоте ведущего поля  $\omega \tau_e \ll 1$ , что эквивалентно пренебрежению левой частью (3.59), находим  $\mu = e\tau_e/m^*$  (мы отвлекаемся от двухкратного различия  $\tau_e$  при высоко- и низкочастотном возбуждении [150], т.к. неравенство (3.65), содержащее  $\tau_e$ , носит оценочный характер).

В сильном прижимающем поле картина существенно меняется. Прежде всего, максимально достижимая плотность электронов растет пропорционально прижимающему полю:  $E_{\perp} = 2\pi e n_e^{\text{max}}$ . Кроме того, как упоминалось во Введении, сама эффективная масса электронов возрастает в сотни и даже тысячи раз. И хотя в результате массовые плотности электронов и риплонов все равно сильно различаются, этого может оказаться достаточно для выполнения условия  $\tau_e \ll \gamma \tau_{\text{RP}}$ , что эквивалентно  $\mu/en_e \ll \tau_{\text{RP}}/\rho_{\text{R}} \simeq 53 T^{-20/3} \text{ K}^{20/3} \text{ Г}\cdot\text{с}/\text{см}^2$ . Так, например, при  $T = 70 \text{ мК}$ ,  $n_e = 10^9 \text{ см}^{-2}$  и  $E_{\perp} = 1 \text{ кВ}/\text{см}$  имеем  $\tau_e \simeq 5 \times 10^{-7} \text{ с}$ ,  $\gamma \simeq 3 \times 10^{-3}$ ,  $\tau_{\text{RP}} \simeq 5 \times 10^{-3} \text{ с}$  и, следовательно,  $\gamma \tau_{\text{RP}} \sim 1.5 \times 10^{-5} \text{ с}$ . В этом случае из уравнения (3.60) с учетом  $\omega \tau_e \ll 1$  находим, что скорости риплонов и электронов практически совпадают,  $u_{\text{R}} \approx u_e \equiv u$ , и следовательно,

$$u \approx -eE_{\parallel} \frac{n_e \tau_{\text{RP}}}{\rho_{\text{R}}} \left( \frac{1 + i\omega \tau_{\text{RP}}}{1 + \omega^2 \tau_{\text{RP}}^2} \right), \quad (3.62)$$

где мы пренебрегли  $\gamma$  по сравнению с единицей.

Как и следовало ожидать, амплитуда колебаний скорости  $|u|$  максимальна при нулевой частоте ведущего поля, а на высоких частотах ( $\omega \tau_{\text{RP}} \gg 1$ ) убывает как  $1/\omega$ , отставая от ведущего поля по фазе на  $\pi/2$ . Сдвинутая по фазе компонента скорости электронов (а следовательно, и тока) максимальна при  $\omega \tau_{\text{RP}} = 1$  и составляет ровно половину максимального значения скорости. Из уравнения (3.62) при  $\omega = 0$  находим подвижность электронов по

постоянному току относительно объема жидкости:

$$\mu_{dc} = \frac{en_e\tau_{RP}}{\rho_R} \approx 8.4 \times 10^{-11} n_e T^{-20/3} \frac{\text{см}^4 \text{К}^{20/3}}{\text{В} \cdot \text{с}}. \quad (3.63)$$

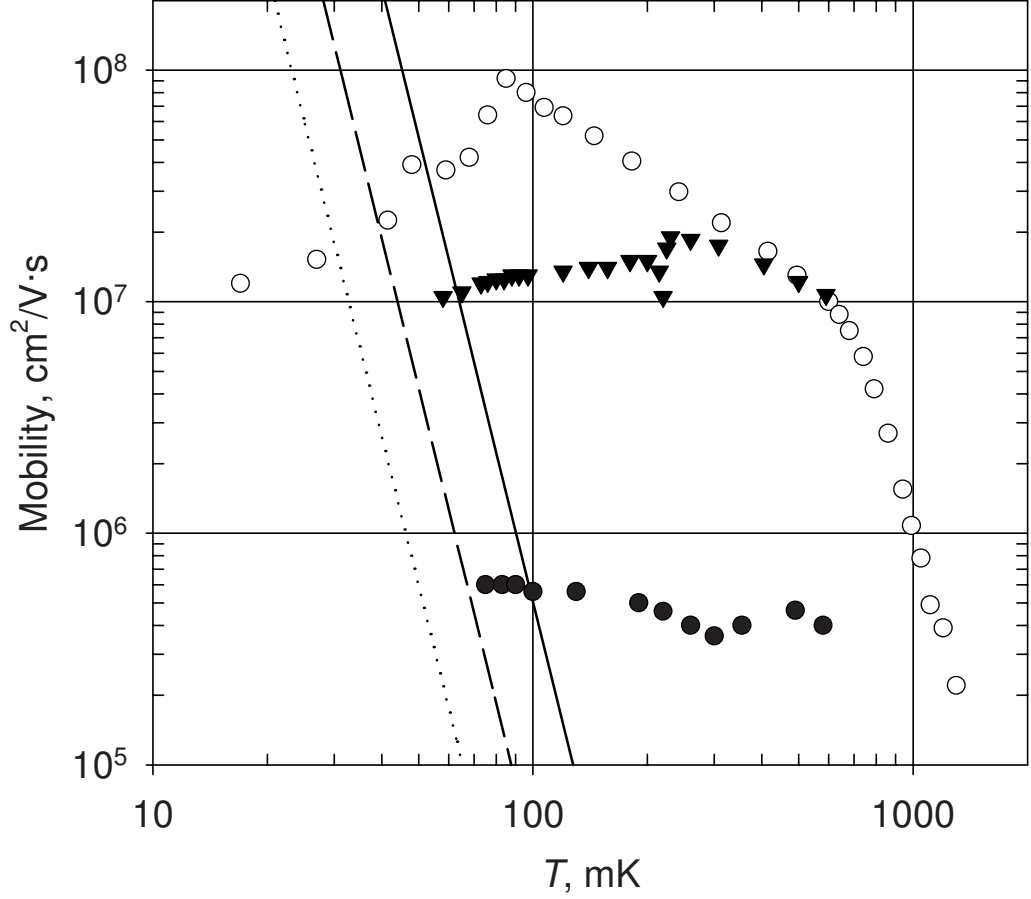


Рис. 3.17. Температурная зависимость подвижности поверхностных электронов по данным измерений продольной проводимости двумерной системы по переменному току при  $\omega/2\pi = 10$  кГц,  $E_{\perp} = 15$  В/см,  $n_e = 1.4 \times 10^7$  см $^{-2}$  (○) [128];  $\omega/2\pi = 10$  кГц,  $E_{\perp} = 92.5$  В/см,  $n_e = 1.08 \times 10^8$  см $^{-2}$  (▼) [182], а также по затуханию фонон-риплонных мод вигнеровского кристалла при  $\omega/2\pi = 5 \div 10$  МГц,  $n_e = 1.3 \times 10^9$  см $^{-2}$  (●) [12]. Линиями показана низкочастотная подвижность (3.63) для соответствующих значений  $n_e$  (слева направо в порядке возрастания плотности). Некоторые экспериментальные точки опущены, чтобы не загромождать рисунок.

Полученная температурная зависимость низкочастотной подвижности для  $n_e = 1.4 \times 10^7$ ,  $1.08 \times 10^8$  и  $1.3 \times 10^9$  см $^{-2}$  ( $E_{\perp} = 1.25$  кВ/см) показана на рисунке пунктирной, штриховой и сплошной линией соответственно.

Там же для сравнения приведены результаты измерений подвижности по продольной проводимости двумерной системы по переменному току в геометрии Корбино при  $\omega/2\pi = 10$  кГц,  $E_{\perp} = 15$  В/см,  $n_e = 1.4 \times 10^7$  см $^{-2}$  [128];  $\omega/2\pi = 10$  кГц,  $E_{\perp} = 92.5$  В/см,  $n_e = 1.08 \times 10^8$  см $^{-2}$  [182], а также по затуханию фонон-риплонных мод вигнеровского кристалла при  $\omega/2\pi = 5 \div 10$  МГц,  $n_e = 1.3 \times 10^9$  см $^{-2}$  [12].

Теоретическая низкочастотная подвижность свободных электронов относительно риплонов в сильном прижимающем поле составляет [179]

$$\mu_0 = \frac{8\alpha\hbar}{e^2 E_{\perp}^2} \frac{e}{m} = \frac{9.3 \times 10^{11} \text{ В/с}}{E_{\perp}^2}, \quad (3.64)$$

Таким образом, в полном согласии с экспериментом [13, 96, 150], подвижность обратно пропорциональна квадрату прижимающего поля и не зависит от температуры. В случае вигнеровского кристалла поведение подвижности существенно меняется прежде всего потому, что в зависимости от величины ведущего и прижимающего полей  $E_{\parallel}$  и  $E_{\perp}$ , поперечного магнитного поля, частоты возбуждающего сигнала и температуры двумерная система электронов может как находиться в состоянии так называемого луночного кристалла, образованного электронами и связанными с ними лунками на поверхности гелия, так и проскальзывать относительно поверхности [127, 183]. При переходе между этими двумя состояниями подвижность электронов испытывает скачок, который может достигать порядка величины. В интересующем нас случае луночного кристалла, который как раз реализуется в сильных прижимающих полях при слабом ведущем поле и низких частотах, зависимость  $\mu \propto E_{\perp}^{-2}$  в целом сохраняется [140, 187], причем подвижность вигнеровского кристалла также слабо зависит от температуры [12, 128, 187]. Взяв для оценки значение  $\mu = 6 \times 10^5$  см $^2$ /В·с, полученное при  $n_e = 1.3 \times 10^9$  см $^{-2}$  и  $T = 70$  мК [12], найдем, что скорости передачи импульса от электронов риплонам и от риплонов фононам сравниваются при  $T \simeq 98$  мК (см. рисунок).

Для того, чтобы риплон-фононное взаимодействие было определяющей стадией релаксации продольного импульса, измерения должны проводиться при  $T \lesssim 70$  мК. Согласно уравнению (3.62), частота ведущего поля  $\omega$  при этом не должна превышать  $\tau_{\text{RP}}^{-1} \simeq 1.1 \times 10^8 T^5 \text{ К}^{-5} \text{ с}^{-1}$ . При указанной температуре этому соответствует  $\omega/2\pi \lesssim 30$  Гц.

Итак мы видели, что для наблюдения риплон-фононного взаимодействия в жидком гелии по подвижности поверхностных электронов необходимо одновременное выполнение условий

$$\tau_e \ll \frac{m^* n_e}{\rho_{\text{R}}} \tau_{\text{RP}} \quad (3.65)$$

и

$$\omega \tau_{\text{RP}} \lesssim 1. \quad (3.66)$$

С учетом зависимости эффективной массы  $m^*$  и предельной плотности электронов  $n_e$  от прижимающего поля  $E_{\perp}$ , а также температурной зависимости  $\rho_{\text{R}}$  и  $\tau_{\text{RP}}$  эти условия можно переписать в более удобном для практического применения виде

$$T^{20/3} E_{\perp}^{-3} \ll 2 \times 10^{-7}, \quad (3.67)$$

$$\omega/2\pi \lesssim 1.5 \times 10^7 T^5 \text{ Гц}, \quad (3.68)$$

где температура выражается в кельвинах, поле – в кВ/см, а частота в герцах.

## Сравнение с экспериментом. Сравнительный анализ различных методик

В экспериментах Доценко и др. [12] условие (3.67) было выполнено, однако условие (3.68) нарушалось, так что относительный вклад риплон-фононного взаимодействия в гелии в подвижность электронного кристалла не превышал  $\sim 10^{-5}$ . По-видимому, методика измерения подвижности по затуханию смешанных риплон-фононных мод вигнеровского кристалла принципи-

ально неприменима для наблюдения рассматриваемого эффекта, так как минимальные частоты риплон-фононных мод задаются постоянной решетки кристалла и законом дисперсии риплонов и поэтому не могут быть меньше  $\sim (\alpha/\rho)^{1/2} n_e^{3/4}$ , где  $\rho = 0.145 \text{ г/см}^3$  – плотность жидкого  $^4\text{He}$  при  $T = 0$  [81]. Подвижность двумерной электронной системы может быть также определена по ее продольной проводимости  $\sigma_{xx}$ , измеряемой в геометрии Корбино. Однако в соответствующих экспериментах [128, 182] не выполнялись оба указанных условия, прежде всего, вследствие малости прижимающего поля. В частности, при  $E_{\perp} = 92.5 \text{ В/см}$  неравенства (3.67), (3.68) дают  $T \leq 25 \text{ мК}$  и  $\omega/2\pi \lesssim 0.14 \text{ Гц}$ , тогда как измерения проводились на частотах 10 и 100 кГц.

Таким образом, показано, что кинетику поверхности сверхтекучего гелия, в частности, риплон-фононное взаимодействие можно исследовать с помощью поверхностных электронов. Найдены условия, которым должны удовлетворять экспериментальные параметры - температура, частота возбуждающего сигнала, плотность двумерной системы электронов и величина прижимающего электрического поля.

### 3.5. Выводы к третьей главе

Таким образом, обнаружен чрезвычайно эффективный механизм теплопереноса по пленкам  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , состоящий в двумерном течении  $^3\text{He}$  вдоль поверхности с последующим испарением в объем жидкости и в вакуум. Впервые в мире наблюдалось возбужденное поверхностное (андреевское) состояние  $^3\text{He}$  на насыщенных пленках  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , измерены параметры обоих поверхностных состояний.

Сформулировано обобщение квантовой гидродинамики поверхности растворов  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , учитывающее двумерный атомарный водород. Установлено, что эффективным инструментом для экспериментального изучения явлений



переноса на поверхности сверхтекучего гелия с участием двумерного атомарного водорода оказывается т.н. ферромагнитная нестабильность спектра ЭПР, уточнены условия ее возникновения с учетом рекомбинационного тепловыделения и поверхностного течения.

Получены убедительные экспериментальные свидетельства нового физического явления – двумерного вязкого течения газа атомов водорода, адсорбированных на поверхности жидкого гелия. По экспериментальным данным получены оценки времен релаксации импульса между риплонами и подложкой, а также между двумерными подсистемами атомов H и  $^3\text{He}$ . Последнее согласуется со значением параметра взаимодействия H– $^3\text{He}$  на поверхности гелия, определенным по зависимости энергии адсорбции водорода от заселенности андреевских состояний  $^3\text{He}$ .

Вычислена диссипация потока риплонного газа на поверхности сверхтекучего гелия при  $T < 0.25$  К. Предложен ранее неизвестный механизм диссипации импульса риплонов за счет одночастичного рассеяния на неоднородностях уровня поверхности, вызванных шероховатостью подложки, что позволило впервые адекватно объяснить экспериментальные данные по температурной зависимости теплопроводности пленок гелия [135].

Сформулирована и решена задача о звуковых модах в сверхтекучем двумерном газе на поверхности сверхтекучей жидкости на примере атомарного водорода на поверхности жидкого гелия, получены выражения для скорости распространения этих мод.

Вычислена скорость передачи энергии и импульса между риплонами на поверхности сверхтекучего гелия и двумерным водородом в случае квантового вырождения последнего – в акустическом пределе. Ранее аналогичная задача рассматривалась лишь в больцмановском режиме [209], в котором скорость релаксации импульса оказывается значительно выше.

Показано, что при измерении по постоянному току низкотемпературная

подвижность двумерной системы электронов, локализованных вблизи поверхности сверхтекучего гелия, определяется риплон-фононным взаимодействием в жидком гелии и быстро возрастает с понижением температуры. Получены условия, при которых возможно наблюдение указанного эффекта, проведено сравнение с имеющимися экспериментальными данными, выполнен сравнительный анализ возможных методов измерения подвижности.

## Глава 4

# Спектроскопические явления в квантовых газах

### 4.1. Столкновительный сдвиг переходов в газе многоуровневых атомов

#### 4.1.1. Общая теория упругого взаимодействия в квантовых газах

Отправной точкой нашего анализа будет записанный в формализме вторичного квантования гамильтониан парного упругого взаимодействия атомов во внутренних (например, спиновых) состояниях  $\alpha$  и  $\beta$  [19, 21]

$$\hat{H}_{\alpha\beta}^{\text{int}} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}, \mathbf{k}', \mathbf{q}'; i, j = \alpha, \beta; i \neq j} \langle \mathbf{k}'i, \mathbf{q}'j | V | \mathbf{k}i, \mathbf{q}j \rangle \hat{a}_{\mathbf{k}'i}^+ \hat{a}_{\mathbf{q}'j}^+ \hat{a}_{\mathbf{q}j} \hat{a}_{\mathbf{k}i}, \quad (4.1)$$

где  $|\mathbf{k}i\rangle = \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})|i\rangle = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}|i\rangle$ . Волновая функция двух атомов должна быть симметрична по отношению к перестановке частиц для бозонов и антисимметрична для фермионов. В наиболее общем виде

$$|\mathbf{k}i, \mathbf{q}j\rangle = C_{ij}^+ \psi_{\pm} |ij\rangle_+ + C_{ij}^- \psi_{\mp} |ij\rangle_-, \quad (4.2)$$

где верхний знак отвечает бозонам, а нижний – фермионам, спиновая и координатная части волновой функции равны, соответственно,  $|ij\rangle_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|ij\rangle \pm |ji\rangle)$  и  $\psi_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_1)\psi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r}_2) \pm \psi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r}_1)\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_2))$ , а амплитуды симметричной и антисимметричной компоненты удовлетворяют нормировке  $|C_{ij}^+|^2 + |C_{ij}^-|^2 = 1$ .

В режиме холодных столкновений истинный потенциал взаимодействия принято заменять псевдопотенциалом  $V(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = \lambda\delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$ , в котором константа взаимодействия  $\lambda$  принимает различные собственные значения, отвечающие разным спиновым состояниям пары атомов. Матричные элементы

в уравнении (4.1) содержат пространственный множитель  $\langle \psi'_\pm | \delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) | \psi_\pm \rangle$ . Этот множитель очевидно обращает в ноль вклад антисимметричной компоненты  $\psi_- |ij\rangle_-$  в s-рассеяние и в энергию взаимодействия (4.1) бозонов, равно как и вклад  $\psi_- |ij\rangle_+$  в рассеяние фермионов. Пространственная же часть матричных элементов для симметричной компоненты  $\psi_+ |ij\rangle_\pm$ , напротив, удваивается. Соответственно, полный матричный элемент, входящий в уравнение (4.1) есть

$$\langle \mathbf{k}'i, \mathbf{q}'j | V | \mathbf{k}i, \mathbf{q}j \rangle = 2|C_{ij}^\pm|^2 \lambda_{ij}^\pm \delta_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}', \mathbf{k}+\mathbf{q}}, \quad (4.3)$$

где символ Кронекера просто выражает закон сохранения импульса, а  $\lambda_{ij}^\pm \equiv \langle ij | \lambda | ij \rangle_\pm$ . Мы также учли, что потенциал взаимодействия симметричен по отношению к перестановке атомов и, следовательно, амплитуды симметричной и антисимметричной компоненты волновой функции пары атомов сохраняются при столкновениях.

При  $\alpha \neq \beta$  вследствие коммутационных соотношений операторов рождения и уничтожения их произведение в (4.1) сводится к произведению  $\hat{a}_{\mathbf{q}'i}^+ \hat{a}_{\mathbf{q}i} = n_{\mathbf{q}i} \delta_{\mathbf{q}'\mathbf{q}}$  и  $\hat{a}_{\mathbf{k}'j}^+ \hat{a}_{\mathbf{k}j} = n_{\mathbf{k}j} \delta_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}$ . Поэтому суммирование по волновым числам и спиновым индексам с учетом (4.3) дает

$$\hat{H}_{\alpha\beta}^{\text{int}} = |C_{\alpha\beta}^\pm|^2 \lambda_{\alpha\beta}^\pm \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} (n_{\mathbf{q}\alpha} n_{\mathbf{k}\beta} + n_{\mathbf{k}\alpha} n_{\mathbf{q}\beta}) = 2|C_{\alpha\beta}^\pm|^2 \lambda_{\alpha\beta}^\pm n_\alpha n_\beta. \quad (4.4)$$

В случае одинаковых состояний пространственная часть матричного элемента (4.3) обращается в ноль для фермионов и удваивается для бозонов. С другой стороны в сумме по спиновым индексам остается единственное слагаемое. Принимая во внимание коммутруемость операторов рождения бозонов и антикоммутируемость – фермионов, находим

$$\hat{H}_{\alpha\alpha}^{\text{int}} = \frac{\lambda_{\alpha\alpha}}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} (n_{\mathbf{q}\alpha} n_{\mathbf{k}\alpha} + n_{\mathbf{k}\alpha} n_{\mathbf{q}\alpha}) = \lambda_{\alpha\alpha} n_\alpha^2 \quad (4.5)$$

для бозонов и  $\hat{H}_{\alpha\alpha}^{\text{int}} = 0$  для фермионов. Как и следовало ожидать, фермионы в одинаковых состояниях не испытывают s-рассеяния. Наконец, полная

энергия взаимодействия в нормальном газе атомов с произвольным числом внутренних состояний составляет

$$\hat{H}^{\text{int}} = 2 \sum_{i < j} |C_{ij}^+|^2 \lambda_{ij}^+ n_i n_j + \sum_i \lambda_{ii}^+ n_i^2 \text{ (bosons)}, \quad (4.6)$$

$$\hat{H}^{\text{int}} = 2 \sum_{i < j} |C_{ij}^-|^2 \lambda_{ij}^- n_i n_j \text{ (fermions)}. \quad (4.7)$$

Рассмотрим сдвиг частоты [210]  $\hbar\Delta\omega_{12} \equiv -dE^{\text{int}}/dn_1$  перехода  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  в пространственно однородном газе трехуровневых атомов в присутствии третьего состояния  $|3\rangle$ . Симметричное однородное резонансное поле не смешивает двухатомные псевдосинглеты  $|12\rangle_-$  с псевдотриплетами  $|12\rangle_+$ . Кроме того, переменное поле действует только на псевдотриплеты, тогда как число псевдосинглетов сохраняется,  $|C_{12}^-|^2 n_1 n_2 = \text{const}$ . Поскольку очевидно  $dn_1 = -dn_2$ , это дает  $d(|C_{12}^+|^2 n_1 n_2) = d(n_1 n_2 - |C_{12}^-|^2 n_1 n_2) = (n_2 - n_1)dn_1$ . В то же время, в отличие от случая двухуровневых атомов, псевдосинглеты и триплеты  $|13\rangle_{\pm}$  в равной мере участвуют в переходах в соответствующие состояния  $|23\rangle_{\pm}$ . Поэтому

$$\hbar\Delta\omega_{12(3)}^{\text{Bose}} = 2n_1(\lambda_{12}^+ - \lambda_{11}) + 2n_2(\lambda_{22} - \lambda_{12}^+) + 2n_3|C_{13}^+|^2(\lambda_{23}^+ - \lambda_{13}^+), \quad (4.8)$$

$$\hbar\Delta\omega_{12(3)}^{\text{Fermi}} = 2n_3|C_{13}^-|^2(\lambda_{23}^- - \lambda_{13}^-). \quad (4.9)$$

Уравнение (4.9) следует сравнивать с уравнениями (1) Гупты и др. [100] и (1) Ригала и Джин [155], которые справедливы в полностью некогерентном случае  $|C_{13}^-|^2 = \frac{1}{2}$ , а также с общим теоретическим результатом (уравнения (8)-(9) Бэйма и др. [63]). Кроме того, уравнение (4.8) обобщает формулу (4) Гиббле [91], полученную для двухуровневых атомов. Сдвиг в двухуровневом газе ( $n_3 = 0$ ) очевидно равен нулю для фермионов и бозонов с  $\lambda_{11} = \lambda_{12}^+ = \lambda_{22}$ . Последнее условие в точности согласуется с нашим предыдущим теоретическим результатом [35], а также с измерениями в атомарном водороде [53, 55]. Более того, в согласии с другими авторами [91, 100, 103, 210], сдвиг не зави-

сит от когерентности образца, так как доля псевдо-синглетов  $|C_{12}^-|$  не входит в уравнения (4.8) и (4.9). Таким образом, мы приходим к уже упоминавшемуся выводу, что взаимная когерентность заполнения различных состояний в пространственно однородном двухуровневом газе не может быть обнаружена по контактному сдвигу [91]. Заметим, что пространственная неоднородность делает атомы различимыми и вызывает особый зависящий от когерентности сдвиг, знак которого противоположен для бозонов и фермионов [73, 91].

Принципиально иная ситуация возникает в трехуровневом ( $n_3 \neq 0$ ) газе. Легко видеть, что когерентность различных состояний может быть обнаружена по контактному сдвигу в присутствии третьего состояния, что и наблюдалось в экспериментах с фермионами  $^6\text{Li}$  [100]. Интересно также, что в однородном ферми-газе сдвиг частоты отличен от нуля, если два состояния, участвующие в переходе, не полностью когерентны с третьим ( $C_{13}^- \neq 0$ ), которое в свою очередь заселено ( $n_3 \neq 0$ ), а соответствующие длины рассеяния различны ( $a_{13}^- \neq a_{23}^-$ ). При этих условиях некогерентно заселенное третье состояние ведет себя как буферный газ из посторонних атомов. Видно также, что как и в случае всего двух уровней, когерентность одноатомных состояний  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ , связанных резонансным переходом, не оказывает влияния на контактный сдвиг частоты  $\Delta\omega_{12(3)}$  этого резонанса.

#### 4.1.2. Контактный сдвиг сверхтонких переходов в атомарном водороде

Чтобы исключить эффекты, связанные с когерентностью, будем считать газ далеким от вырождения. Эксперименты [55] с  $\text{H}\downarrow$  проводились при  $T \sim 0.1$  К в сильном поле  $B = 4.6$  Тл, когда сверхтонкое взаимодействие много меньше зеемановского,  $\gamma_e \hbar B \gg A$ ,  $k_B T$  ( $\theta \ll 1$ ) и, следовательно, спины электрона и ядра взаимодействуют с магнитным полем практически неза-

висимо. Это выражается в малости примеси противоположной ориентации спинов в собственных состояниях  $a$  и  $c$ . При низких температурах заселены фактически лишь два нижних состояния  $a$  и  $b$ . Более того, преимущественная рекомбинация атомов смешанного состояния  $a$  с образованием молекул водорода быстро приводит к формированию дважды поляризованного образца, состоящего практически только из атомов в состоянии  $b$  со строго определенной проекцией как электронного, так и ядерного спина [185]. Резонансная линия зеемановского перехода  $b \rightarrow c$  с переворотом электронного спина в атомах, адсорбированных на поверхности жидкого гелия, смещена по отношению к резонансу свободных атомов благодаря дипольному полю  $B_d$ , создаваемому спин-поляризованными атомами друг на друге [200]. Для исключения паразитной дипольной составляющей Ахокас и др. [55] использовали в качестве реперного другой переход  $b \rightarrow a$  с переворотом ядерного спина, полагая, что контактный сдвиг этого перехода равен нулю.

Взаимодействие двух атомов водорода (как и любых других) друг с другом принято описывать с помощью электронных термов, выражающих собой зависимость потенциальной энергии пары  $V$  от расстояния  $R$  между ядрами для двух (в случае водорода) возможных конфигураций электронных спинов  $\mathbf{s}_1$  и  $\mathbf{s}_2$  – синглетной (терм  $^1\Sigma_g^+ \equiv V_s(R)$ , спины антипараллельны, полный спин  $S = 0$ ) и триплетной (терм  $^3\Sigma_u^+ \equiv V_t(R)$ , спины электронов параллельны,  $S = 1$ ) [185]. Это эквивалентно симметризации общей волновой функции атомов по отношению к перестановке электронов.

При низких температурах значение энергии среднего поля и величина столкновительного сдвига в газе определяются амплитудой  $s$ -рассеяния. Мы не будем учитывать малые парциальные амплитуды рассеяния с отличным от нуля моментом импульса  $l \neq 0$ . В трехмерном случае они оказываются порядка  $(ka)^{2l}$ , где  $k$  – волновой вектор относительного движения атомов,  $a$  – характерный размер потенциала взаимодействия [19]. Длины  $s$ -рассеяния

для синглетного и триплетного термов существенно отличаются,  $a_s = 0.17\text{\AA}$  и  $a_t = 0.72\text{\AA}$  [208]. Это дает достаточно большую величину ожидаемого столкновительного сдвига для сверхтонкого перехода  $b \rightarrow c$  с переворотом электронного спина, если считать, что в исходном состоянии два атома взаимодействуют по триплетному потенциалу, а в конечном – по синглетному [55]:

$$\Delta\nu_{bc}(\text{Ahokas}) = \frac{4\hbar n}{m}(a_s - a_t). \quad (4.10)$$

В этом выражении  $n$  – плотность газа,  $m$  – масса атома.

Амплитуда рассеяния в свою очередь зависит от того, являются рассеивающиеся частицы различимыми или нет. При одинаковом потенциале взаимодействия длина рассеяния неразличимых частиц вдвое больше, чем различимых (если тождественные частицы образуют бозе-конденсат, длина рассеяния оказывается такой же как для различимых частиц). Казалось бы, атомы водорода в состояниях  $a$  и  $b$  различимы, поэтому длина их рассеяния друг на друге будет вдвое меньше, чем для двух атомов  $b$ , так как электронные спины в обоих случаях параллельны, и следовательно, атомы взаимодействуют по одному и тому же триплетному потенциалу. Таким образом, ожидаемый сдвиг частоты перехода  $a \rightarrow d$  должен быть вдвое меньше сдвига частоты перехода  $b \rightarrow c$  [55].

Изложенные выше рассуждения, однако, не вполне корректны. Прежде всего, при решении задачи о рассеянии нельзя считать атомы различимыми, даже если их внутренние спиновые состояния различны, поскольку при рассеянии возможен обмен заведомо тождественными электронами и протонами, из которых состоят атомы. Далее, при описании взаимодействия атомов водорода с помощью четырех электронных термов (трех триплетных, совпадающих в нулевом магнитном поле, и одного синглетного) не учитываются спины ядер. Роль ядерных спинов во взаимодействии двух атомов водорода в нулевом поле подробно рассматривалась в целом ряде работ (см., например,



Харриманом и др. [105]). В результате учета ядерных спинов возникает уже не четыре, а  $4 \times 4 = 16$  различных термов. Взаимная ориентация ядерных спинов атомов, также как и электронных, накладывает ограничения на возможную симметрию волновой функции пары, получаемой для каждого из термов. Из 16-и спиновых состояний пары 10 являются симметричными по отношению к перестановке атомов, а 6 – антисимметричными. Кроме того, при сравнительно небольших расстояния между атомами 4 состояния отвечают нулевому полному электронному спину, т.е., синглетному электронному терму, а остальные 12 – триплетному. На больших расстояниях многие (хотя и не все) состояния не имеют определенного значения полного электронного спина, т.е. являются суперпозициями синглетной и триплетной составляющих. Наконец, при удалении атомов друг от друга 16 состояний распадаются на три группы по величине сверхтонкого взаимодействия: 9 с  $A/2$ , 6 с  $-A/2$  и одно с  $-3A/2$ .

В симметричных спиновых состояниях координатная часть волновой функции пары должна быть четной (атомы водорода являются составными бозонами). Поэтому момент импульса пары относительно центра масс также будет четным. В антисимметричных состояниях момент импульса пары должен быть, напротив, нечетным. В таком случае, например,  $s$ -рассеяние вообще невозможно.

Невозмущенный гамильтониан пары атомов в магнитном поле  $\mathbf{B}$  с учетом их кулоновского  $E_{\text{coul}}(R) = \frac{1}{2}(V_s + V_t)$  и обменного  $E_{\text{ex}}(R) = \frac{1}{2}(V_s - V_t)$  взаимодействия [105]

$$\begin{aligned} \hat{H}_0 = g_e \mu_B \mathbf{B}_0 (\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2) + g_n \mu_n \mathbf{B}_0 (\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2) + E_{\text{coul}}(R) - E_{\text{ex}}(R) \left( \frac{1}{2} + 2\mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2 \right) \\ + A (\mathbf{s}_1 \mathbf{I}_1 + \mathbf{s}_2 \mathbf{I}_2) + \text{k.e.} \end{aligned} \quad (4.11)$$

симметричен по отношению к перестановке частиц. Здесь  $g_e$  и  $g_n$  – факторы Ланде электрона и ядра,  $\mu_B$  и  $\mu_n$  – магнетон Бора и ядерный магнетон

соответственно. Гамильтониан возмущения, вызванного СВЧ полем

$$\hat{H}_{\text{rf}} = g_e \mu_B \mathbf{B}_1(\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2) + g_n \mu_n \mathbf{B}_1(\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2), \quad (4.12)$$

также симметричен. Поэтому симметричные и антисимметричные состояния пары не связаны между собой, а СВЧ-переходы между ними запрещены.

Состояние  $|bb\rangle = |1, -1; 1, -1\rangle$  (в базисе  $|S, m_S; I, m_I\rangle$  значений полного электронного  $S$  и полного ядерного  $I$  спина пары и их проекций  $m_S$  и  $m_I$  на направление внешнего поля) является собственным состоянием невозмущенного гамильтониана (4.11). Оно симметрично по отношению к перестановке атомов (этим же свойством обладает и ряд других состояний с  $S = I = 1$ ). Следовательно, в результате поглощения СВЧ-кванта может, в свою очередь, получиться лишь симметричное состояние, отличающееся от исходного только значением проекции, но не абсолютной величины полного электронного спина:  $|1, -1; 1, -1\rangle \rightarrow |1, 0; 1, -1\rangle$  [1]. Состояние же с  $S = 0$  (электронные спины атомов антипараллельны, образуя электронный синглет), напротив, антисимметрично, поэтому переход в него запрещен. Иными словами, из двух возможных конечных состояний пары,  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|bc\rangle + |cb\rangle)$  и  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|bc\rangle - |cb\rangle)$ , реализуется только симметричная комбинация:  $|bb\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|bc\rangle + |cb\rangle)$ . Оба атома оказываются в когерентном суперпозиционном состоянии, по-прежнему взаимодействуя по триплетному потенциалу (состояние  $^3j$  в обозначениях Харримана и др. [105]). Таким образом, длина рассеяния в конечном состоянии не изменяется<sup>1</sup>.

Приведенное рассуждение очевидным образом обобщается на произвольное количество попарно взаимодействующих атомов, находящихся в дважды поляризованном состоянии. Поэтому, в полном согласии с предположением

---

<sup>1</sup> Разрушение когерентности и появление антисимметричной (синглетной) составляющей происходит позднее в результате поперечной релаксации, например, за счет диполь-дипольного взаимодействия при столкновениях с другими атомами.

Шляпникова, Прокофьева и Свистунова [48], при поглощении микроволнового кванта полностью поляризованным газом не происходит изменения энергии взаимодействия, и столкновительный сдвиг частоты СВЧ-перехода равен нулю. Важно отметить, что этот результат не зависит от величины магнитного поля. Кроме того, все сказанное выше в полной мере относится и к ядерному переходу  $b \rightarrow a$ . Напомним, что отсутствие контактного сдвига частоты ядерного перехода  $b \rightarrow a$  лежит в основе примененного Ахокасом и др. [55] метода выделения сдвига частоты электронного перехода  $b \rightarrow c$ .

В работе [53] также измерялась величина контактного сдвига перехода  $a \rightarrow d$  в трехмерном атомарном водороде. Волновые функции пар  $|ab\rangle$  и  $|bd\rangle$  являются комбинациями симметричных и антисимметричных частей, поэтому СВЧ-переходы между ними не запрещены. Исходная пара  $|ab\rangle$  является собственным состоянием невозмущенного гамильтониана  $\hat{H}_0$  (4.11), которому отвечает собственное значение энергии взаимодействия  $E_{\text{coul}} - E_{\text{ex}} = V_t$ , точно такое же, как и для пары  $|bb\rangle$ . Однако  $s$ -рассеяние возможно лишь для симметричной комбинации  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|ab\rangle + |ba\rangle)$ , а антисимметричная комбинация  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|ab\rangle - |ba\rangle)$  в рассеянии не участвует. В итоге длина рассеяния атома  $a$  на атомах  $b$  оказывается ровно вдвое меньше, чем атомов  $b$  друг на друге. То же самое относится и к средней энергии взаимодействия, приходящейся на один атом  $a$  в окружении атомов  $b$ :

$$\overline{E_{ab}^{\text{int}}} = \frac{1}{2} \overline{V_t} = \frac{4\pi\hbar^2 a_t n}{m}. \quad (4.13)$$

Интересно, что такой же результат получается, если считать атомы  $a$  и  $b$  различимыми. Необходимо подчеркнуть, что указанное двукратное различие энергий взаимодействия лежит в основе анализа экспериментов по магнитному сжатию двумерного атомарного водорода (см. разделы 2.1 и 2.1.6).

Благодаря обменному взаимодействию пара  $|bd\rangle$  сама по себе не является собственным состоянием гамильтониана  $\hat{H}_0$ . Записав результат воздействия

$\hat{H}_0$  на пары  $|bd\rangle$  и  $|ca\rangle$  (ср. [191])

$$\hat{H}_0 \begin{pmatrix} bd \\ ca \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{\text{coul}} + \frac{A}{2} & -E_{\text{ex}} \\ -E_{\text{ex}} & E_{\text{coul}} - \frac{A}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} bd \\ ca \end{pmatrix}, \quad (4.14)$$

нетрудно убедиться, что собственными состояниями  $\hat{H}_0$  оказываются линейные комбинации  $|bd\rangle \cos \phi - |ca\rangle \sin \phi$  и  $|bd\rangle \sin \phi + |ca\rangle \cos \phi$ , которым отвечают значения энергии  $E_{\text{coul}} \pm \sqrt{(A/2)^2 + E_{\text{ex}}^2}$ . Эти смешанные состояния отражают достаточно эффективный процесс беспорогового спинового обмена. В условиях реального эксперимента, однако, средняя величина контактного взаимодействия много меньше сверхтонкого,  $\phi \simeq E_{\text{ex}}/A \ll 1$ , так что примесь  $|ca\rangle$  в состоянии  $|bd\rangle \cos \phi - |ca\rangle \sin \phi$  мала. Собственные значения энергии взаимодействия для пары  $|bd\rangle$  в этом случае есть просто  $E_{\text{coul}}$ . Как и в случае с парой  $|ab\rangle$ , антисимметричная комбинация  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|bd\rangle - |db\rangle)$  не участвует в  $s$ -рассеянии. Поэтому средняя энергия взаимодействия пары  $|bd\rangle$  равна

$$E_{bd}^{\text{int}} = \frac{1}{2}E_{\text{coul}} = \frac{1}{4}(V_s + V_t). \quad (4.15)$$

Сравнивая (4.13) и (4.15) и усредняя по всем атомам газа, находим окончательно столкновительный сдвиг частоты перехода  $a \rightarrow d$  в газе атомов  $b$ :

$$\Delta\nu_{ad} = \frac{1}{2\pi\hbar} \overline{(E_{bd}^{\text{int}} - E_{ab}^{\text{int}})} = \frac{\hbar n}{m}(a_s - a_t). \quad (4.16)$$

Сдвиг частоты оказывается отрицательным, что соответствует увеличению резонансного значения магнитного поля при регистрации СВЧ-перехода на фиксированной частоте. Найденное значение хорошо согласуется с экспериментальными данными [53].

В экспериментах Харбера и др. [103] измерялся сдвиг частоты двухфотонного перехода между сверхтонкими подуровнями  $|\alpha\rangle = |f=2, m_f=1\rangle$  и  $|\beta\rangle = |1, -1\rangle$  атомов  $^{87}\text{Rb}$  в слабом магнитном поле  $\mu_B B \ll A$ . Указанные состояния выбирались с целью минимизации влияния неоднородности внешнего

поля, так как зависимость их энергий от поля в первом приближении одинакова. Как и в рассмотренном выше случае с водородом, симметричность гамильтониана возмущения  $\hat{H}_{\text{rf}}$  (4.12) приводит к тому, что при поглощении квантов СВЧ образуется также лишь симметричное состояние  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\beta\rangle + |\beta\alpha\rangle)$ . Однако принципиально важно, что в  $^{87}\text{Rb}$ , в отличие от водорода, отсутствует однозначная связь между симметрией указанных состояний пары атомов и их мультиплетностью. Значения проекций электронного и ядерного спина атома рубидия в начальном и конечном состоянии не определены, поэтому электронные термы пар  $|\alpha\alpha\rangle$ ,  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\beta\rangle + |\beta\alpha\rangle)$  и  $|\beta\beta\rangle$  – смешанные, причем доли синглетной и триплетной составляющей в них различны [197]. Следовательно, контактный сдвиг переходов  $|\alpha\alpha\rangle \leftrightarrow |\alpha\beta\rangle \leftrightarrow |\beta\beta\rangle$  отличен от нуля.

Полученная Ахокасом и др. [55] величина столкновительного сдвига перехода  $b \rightarrow c$  оказалась не в точности равной нулю. Детальному анализу возможных причин посвящены следующие два параграфа. Здесь же мы ограничимся лишь общими соображениями. Наблюдаемая величина сдвига может быть вызвана отклонением от нуля как собственно столкновительного сдвига перехода  $b \rightarrow c$ , так и сдвига перехода  $b \rightarrow a$ , который использовался для исключения дипольной составляющей. В свою очередь, ненулевые сдвиги указанных переходов могут быть обусловлены присутствием в гамильтониане взаимодействия двух атомов недиагональных членов вида  $\hat{s}_{ix}\hat{s}_{jz}$  и т.п. Это ведет к появлению малой несимметричной примеси в дважды поляризованных состояниях и, следовательно, к снятию полного запрета на переходы с изменением величины электронного или ядерного спина [1]. Однако, например, опущенное в (4.11) дипольное взаимодействие электронных спинов

$$\hat{H}_d \sim \frac{\mu_B^2}{R^3} (\mathbf{s}_1\mathbf{s}_2 - 3(\mathbf{s}_1\mathbf{n})(\mathbf{s}_2\mathbf{n})), \quad (4.17)$$

где  $\mathbf{n}$  – единичный вектор, соединяющий ядра атомов, [105] очевидно симметрично по отношению к перестановке частиц. В этом случае описанный

выше запрет на триплет-синглетные переходы, следовательно, сохраняется. В качестве другой возможной причины следует упомянуть конечную примесь противоположной ориентации спинов в состояниях  $a$  и  $c$ .

Таким образом в основном разрешается кажущееся противоречие результатов измерения столкновительного сдвига частот сверхтонких переходов в спин-поляризованном атомарном водороде [53, 55] и в парах  $^{87}\text{Rb}$  [103]. Учет симметрии и мультиплетности спиновых состояний пары атомов приводит к согласию измеренных значений сдвига с теоретическими данными по длине рассеяния в атомарном водороде [208].

#### 4.1.3. Происхождение экспериментально наблюдаемого ненулевого сдвига в двумерном атомарном водороде

Выше уже отмечалось, что в экспериментах с ультра-холодными парами щелочных металлов, а именно, с бозонами  $^{87}\text{Rb}$  [103] и фермионами  $^6\text{Li}$  [210], а также теоретически было достаточно убедительно показано, что измеряемый сдвиг резонанса вследствие столкновений атомов в двух различных состояниях не зависит от когерентности и поляризации такой двухуровневой системы и полностью определяется статистикой атомов: величина сдвига есть равновесная разность энергий внутренних состояний атомов в полностью некогерентном образце, умноженная на двухчастичный коррелятор, который составляет  $g^{(2)} = 1$  для различимых частиц и бозе-конденсата,  $g^{(2)} = 2$  для тепловых бозонов и  $g^{(2)} = 0$  для фермионов [210].

Согласно параграфу 4.1.2 фактическое отсутствие контактного сдвига и, соответственно, “фермионное” поведение атомарного водорода объясняется симметричным правилом отбора, которое запрещает электронные триплет-синглетные переходы пар атомов: при поглощении кванта СВЧ электронные спины всех атомов поворачиваются когерентно, оставаясь параллельными

друг другу, так что энергия взаимодействия не меняется [35]. В то же время природа малого, но ненулевого сдвига сверхтонкого перехода в атомарном водороде остается неясной. Этот вопрос обсуждался в работах [106] и [53]. Однако, как будет показано ниже, содержащиеся в них аргументы не объясняют происхождения ненулевого сдвига в двумерном случае.

Ниже наблюдаемый сдвиг частоты перехода в двумерном атомарном водороде объясняется одновременным действием двух различных факторов, а именно, зависящим от плотности адсорбционным сдвигом и барометрическим сдвигом, вызванным присутствием остаточных атомов в сверхтонком состоянии, не участвующем в наблюдаемом резонансе и обладающем противоположной проекцией ядерного спина.

В приближении сильного поля ( $\gamma_e \hbar B \gg A$ ) разность частот резонанса  $b \rightarrow a$  на поверхности и в объемном газе составляет [55]

$$\Delta\nu_{ab} \equiv \nu_{ab}^s - \nu_{ab}^0 = \frac{\Delta A_w}{2\hbar} \left( 1 + \frac{\gamma_p}{\gamma_e} \right) - \frac{\gamma_p}{\gamma_e} \Delta\nu_c. \quad (4.18)$$

Здесь  $\Delta A_w$  - изменение сверхтонкой постоянной за счет взаимодействия с жидким гелием, а  $\Delta\nu_c$  - ожидаемый контактный сдвиг перехода  $b \rightarrow c$ . В действительности величина  $\Delta A_w$ , также называемая адсорбционным сдвигом, пропорциональна изменению плотности неспаренного электрона на протоне, вызванному возмущением волновой функции атома в адсорбционном потенциале. Величиной  $\gamma_p/\gamma_e \approx 1.5 \times 10^{-3}$  можно спокойно пренебречь по сравнению с единицей. Заметим, что переходы  $b \rightarrow a$  на поверхности и в объемном газе возбуждаются в различных внешних полях, подобранных таким образом, чтобы частоты соответствующих переходов  $b \rightarrow c$  совпадали.

В эксперименте величина  $\Delta\nu_{ab}$  оказалась линейной по поверхностной плотности  $\sigma_b$  атомов в сверхтонком состоянии  $b$ :

$$\Delta\nu_{ab} = C_0 + C_1\sigma, \quad (4.19)$$

причем  $C_0 = -24.79(2)$  кГц и  $C_1 = 1.52(15) \times 10^{-9}$  Гц·см<sup>2</sup> [55]. Ахокас и др. предположили, что переменная часть  $\Delta\nu_{ab}$  целиком определяется зависимостью контактного сдвига  $\Delta\nu_c$  от плотности. Таким образом, приведенные ими значения фактически получены для  $\Delta A_w$  и  $\Delta\nu_c$ . Авторы [55] также полагали, что, как и в щелочных металлах, сдвиг  $\Delta\nu_c$  должен быть пропорционален разности  $a_t - a_s$  между длинами триплетного  $b-b$  и синглетного  $b-c$  рассеяния, соответственно, в начальном и конечном состоянии. Основываясь на малости  $C_1$  (в  $\sim 120$  раз меньше ожидаемого), Ахокас и др. сделали вывод, что длины рассеяния, по-видимому, существенно отличаются от общепринятых значений  $a_t = 0.72$  и  $a_s = 0.17$  Å [208].

Как мы видели выше, в силу симметричных ограничений как электронные, так и ядерные триплет-синглетные переходы атомных пар в пространственно однородном образце, полностью поляризованном по электронному и ядерному спинам, строго запрещены [35]. Так, рассеяние двух атомов определяется их полным спином  $F$ , четность которого задает четность момента импульса пары относительно центра масс, т.е., возможность  $s$ -рассеяния, а также полным электронным спином  $S$ , который определяет потенциал взаимодействия (синглетный или триплетный) и, следовательно, длину рассеяния. Волновая функция начального состояния двух атомов  $b$  ( $F = 2$ ,  $m_F = -2$ ;  $S = I = 1$ ,  $m_S = m_I = -1$ ) *симметрична* по отношению к перестановке частиц. То же самое имеет место как для невозмущенного гамильтониана, так и для возмущения, вызванного СВЧ полем. Следовательно, конечное состояние после поглощения кванта СВЧ  $|bc\rangle_g = \frac{1}{\sqrt{2}}(|bc\rangle + |cb\rangle)$  также *симметрично*. Таким образом, полный спин  $F$  должен оставаться четным. Полный электронный и полный ядерный спины обязательно сохраняются:  $S = I = 1$ . Важно отметить, что это справедливо в произвольном магнитном поле, что легко проверить, вычислив средние  $\langle bc|\hat{S}^2|bc\rangle_g$  и  $\langle bc|\hat{I}^2|bc\rangle_g$ . В классической интерпретации все электронные спины ансамбля атомов водорода оказыва-



ются когерентно наклоненными, так что каждая пара атомов по-прежнему образует электронный триплет, как и в начальном состоянии. Значит, контактный сдвиг  $\Delta\nu_c$  должен быть в точности равен нулю независимо от значений длин рассеяния  $a_t$  и  $a_s$ , так что пересмотр  $a_t$  и  $a_s$  оказывается ненужным. Ситуация с ядерным зеемановским переходом  $b \rightarrow a$ , очевидно, идентична.

Недавно Хаззард и Мюллер [106] попытались объяснить малость сверхтонкого сдвига в двумерном водороде из других соображений. Они предположили, что взаимодействие Н-Н на поверхности гелия существенно отличается от взаимодействия свободных атомов, и пришли к выводу, что сдвиг частоты перехода  $b \rightarrow c$  в адсорбированной фазе должен быть гораздо *меньше*, чем в объемном газе. Этот вывод противоречит экспериментам [53, 55], в которых контактный сдвиг в двумерном газе оказался в сравнимых единицах *выше*, чем в трехмерном. Кроме того Хаззард и Мюллер не учли приведенных выше соображений симметрии, согласно которым сдвиг переходов  $b \rightarrow c$  и  $b \rightarrow a$  в точности равен нулю в трехмерном случае, если только газ дважды поляризован по спину. Таким образом, теория [106] не имеет отношения к рассматриваемому вопросу, поскольку обсуждает причину снижения сдвига в двумерном газе по сравнению с трехмерным, тогда как требуется объяснить, почему сдвиг в двумерном случае отличен от нуля.

Выше было показано, что диполь-дипольное взаимодействие симметрично по отношению к перестановке частиц и поэтому не нарушает симметричного ограничения на сверхтонкие переходы атомных пар. В то же время в [53] ненулевой сдвиг в трехмерном газе связывается с дипольным механизмом. Приведенная оценка сдвига  $\hbar\omega_{bc} = \zeta\mu_B^2 n$  с геометрическим множителем  $\zeta = 4\pi$  для бесконечного цилиндра и  $\approx 0.3\pi$  для сферического образца весьма напоминает обычное дипольное поле  $B_d$ , создаваемое спин-поляризованными атомами друг на друге. В связи с этим, содержащееся в указанной работе утверждение, что диполь-дипольное взаимодействие “слабое и анизотропное

и ведет к разным свойствам рассеяния атомов с различными проекциями полного спина” лишь вводит в заблуждение. В контексте [53] оно подразумевает, что благодаря диполь–дипольному взаимодействию  $a_{t,-1} \neq a_{t,0}$  (второй индекс показывает значение  $m_S$  пары атомов), что, по всей видимости, неверно. Необходимо подчеркнуть, что вклад дипольного поля не может объяснить ненулевой сдвиг частоты резонанса в двумерном водороде, поскольку в рассматриваемых экспериментах этот вклад целенаправленно исключался. Если же имеется в виду другой эффект, то следовало бы показать, что он по-разному действует на переходы  $b \rightarrow c$  и  $b \rightarrow a$  (иначе его невозможно обнаружить в методике [55]), а также объяснить, каким образом снимается ограничение на триплет-синглетные переходы.

### **Адсорбционный сдвиг сверхтонкой постоянной**

Однако существуют другие причины, по которым  $\Delta\nu_c$  может быть отличен от нуля в водороде. До сих пор предполагалось, что адсорбционный сдвиг  $\Delta A_w$  в уравнении (4.18) не зависит от плотности. С другой стороны, имеются указания, что это может быть неверно. Так, Морроу и др. [144], а также Йохемсен и др. [116] измеряли адсорбционный сдвиг в нулевом поле на поверхности  $^4\text{He}$  и  $^3\text{He}$  и получили  $\Delta A_w(^4\text{He}) = -49(2)$  кГц и  $\Delta A_w(^3\text{He}) = -23(2)$  кГц. Это объяснялось более широким профилем поверхности  $^3\text{He}$  по сравнению с  $^4\text{He}$ , что приводит к более широкому и мелкому минимуму адсорбционного потенциала для атомов H. Следовательно, волновая функция адсорбированных атомов простирается дальше от поверхности, среднее расстояние между атомами водорода и гелия увеличивается, а электрическая поляризация водорода, отвечающая за адсорбционный сдвиг, уменьшается.

Следует отметить, что поведение  $\Delta A_w$  весьма напоминает поведение энергии связи  $E_a$  атомов водорода с поверхностью гелия, а именно,  $E_a =$

1.14 [144, 171] и 0.40 K [116], соответственно, для  $^4\text{He}$  и  $^3\text{He}$ . Более того, энергия связи водорода линейно снижается с ростом заселенности поверхностного состояния  $^3\text{He}$  (см. раздел 2.2). Соответствующее уменьшение  $\Delta A_w$  на 6% наблюдалось в [55] при таком добавлении  $^3\text{He}$ , когда  $E_a$  должна снижаться на  $\sim 10\%$ . Указанное сходство имеет глубокую природу: во втором порядке теории возмущений относительное изменение плотности неспаренного электрона на протоне равно  $\Delta|\psi_e(0)|^2/|\psi_e(0)|^2 \simeq -2V/E_H$ , где  $E_H$  - средняя энергия возбужденных состояний атома H, а  $V$  - энергия взаимодействия [50], которая в нашем случае, по-видимому, равна энергии связи  $E_a$ . Тогда можно интуитивно записать

$$\frac{\delta(\Delta A_w)}{\Delta A_w} \sim \frac{\delta E_a}{E_a}. \quad (4.20)$$

Взаимодействие адсорбированных атомов H друг с другом также меняет  $E_a$ . В нормальном образце атомов  $b$  ( $g^{(2)} = 2$ ),

$$\delta E_a = E_{\text{int}} = -2\sigma_b \tilde{U}_t, \quad (4.21)$$

Объединяя уравнения (4.20) и (4.21), мы получаем окончательную оценку

$$\frac{\delta(\Delta A_w)}{\Delta A_w} \sim -\frac{2\sigma_b \tilde{U}_t}{E_a} \simeq -10^{-14} \text{см}^2 \times \sigma_b. \quad (4.22)$$

Для наблюдаемого сдвига частоты перехода  $b \rightarrow a$  это дает

$$\Delta \nu_{ab} \sim 2.3 \times 10^{-10} \text{Гц} \cdot \text{см}^2 \times \sigma_b, \quad (4.23)$$

что примерно в шесть раз меньше экспериментально наблюдаемого значения  $C_1$ .

Насколько нам известно, зависящий от плотности адсорбционный сдвиг сверхтонкой постоянной рассматривается в настоящей работе впервые. Это сдвиг вызван парным взаимодействием. Следовательно, как и контактный сдвиг в щелочных металлах [103], он должен уменьшаться в два раза<sup>2</sup>, ко-

---

<sup>2</sup> Точнее, в двумерном случае  $g^{(2)}$  изменяется менее чем в два раза из-за конечной доли надконденсатных частиц

гда в газе происходит двумерный аналог бозе-конденсации, то есть, образец становится локально когерентным [118].

Строго говоря, столкновения Н-Н также могут вносить вклад в *отрицательный* сдвиг  $A$ , по аналогии с барометрическим сдвигом сверхтонких переходов в атомарном водороде в атмосфере гелия [104]. К сожалению, экспериментальные данные по барометрическому сдвигу Н-Н отсутствуют. Теоретический расчет этого эффекта представляет собой сложную задачу даже в свободном пространстве, не говоря уже об интересующем нас двумерном случае (см., например, аналогичные расчеты для водорода в атмосфере гелия [142]).

### Остаточная примесь “третьего” сверхтонкого состояния

Еще одной причиной, по которой контактный сдвиг  $\Delta\nu_c$  может быть отличен от нуля в водороде, являются остаточные атомы в сверхтонком состоянии  $a$ , которые всегда присутствуют в образце благодаря спонтанной одно- и двухчастичной ядерной релаксации с последующей относительно быстрой рекомбинацией в молекулы  $H_2$  с участием атомов  $b$ . В трехмерном случае роль этих “посторонних” атомов была продемонстрирована экспериментально [53].

Доля атомов  $a$  обычно очень мала, поэтому мы пренебрегаем их взаимодействием друг с другом. Энергии взаимодействия пар  $ac$  и  $bd$  почти совпадают [35]. Значит, сдвиг резонанса  $b \rightarrow c$  в присутствии атомов  $a$  составляет (уравнение (2) из работы [53] отличается от верного выражения (8) из [35] ошибочно введенным множителем  $\frac{1}{2}$ )

$$\Delta E_{\text{int}} \equiv h\Delta\nu_{bc} = \frac{2\pi\hbar^2}{ml}(a_s - a_t)\sigma_a, \quad (4.24)$$

где  $\sigma_a$  - двумерная плотность атомов  $a$ , а  $l \sim 5\text{\AA}$  - длина делокализации волновой функции адсорбированных атомов перпендикулярно поверхности гелия (см. раздел 1.4).

Рассмотрим кинетические уравнения с учетом релаксации и рекомбинации и вычислим стационарную плотность атомов  $a$ . В рассматриваемых экспериментах почти все атомы водорода, главным образом, в состоянии  $b$ , находятся в газовой фазе в объеме рабочей камеры. С другой стороны, почти все события рекомбинации и релаксации происходят в двумерной фазе, адсорбированной на “теплых” ( $T_0 = 120 - 200$  мК) стенках камеры с низкой плотностью или на холодном пятне ( $T_s = 50 - 90$  мК), где плотность, напротив, высока [55, 114]. Поэтому полное число атомов  $a$  в камере описывается кинетическим уравнением

$$\begin{aligned} \dot{N}_a = \Phi_a + A_0(G_1\sigma_{b0} + G_2\sigma_{b0}^2 - K_{ab}\sigma_{a0}\sigma_{b0}) + \\ + A_s(G_{1s}\sigma_{bs} + G_{2s}\sigma_{bs}^2 - K_{abs}\sigma_{as}\sigma_{bs}). \end{aligned} \quad (4.25)$$

Здесь  $\Phi_a$  - поток атомов из низкотемпературного диссоциатора/поляризатора [55], а  $G_1$ ,  $G_2$  и  $K_{abs}$  - константы одно-, и двухчастичной ядерной релаксации и обменной рекомбинации на стенках камеры. Нижние индексы  $s$  и  $0$  обозначают величины, относящиеся к холодному пятну и к остальным стенкам камеры. Площади стенок камеры и пятна равны, соответственно,  $A_0 \sim 100$  см<sup>2</sup> и  $A_s = 0.32$  см<sup>2</sup>.

Отношение равновесных плотностей атомов  $b$  на холодном пятне и на стенках камеры составляет  $\sigma_{bs}/\sigma_{b0} \approx \exp[E_a(T_s^{-1} - T_0^{-1})]$ , то есть, около  $3 \times 10^4$  при  $T_0 = 200$  мК и  $T_s = 70$  мК. Следовательно,  $\alpha \equiv A_0\sigma_{b0}/A_s\sigma_{bs} \sim 0.1$ . В этом случае без ущерба для точности двухчастичной релаксацией на стенках камеры можно пренебречь. Кроме того, разумно предположить, что  $\sigma_{a0} \ll \sigma_{as}$ . Тогда, в стационарном случае ( $\dot{N}_a = 0$ ), пренебрегая входящим потоком  $\Phi_a$ , получаем

$$\sigma_{as} \approx \frac{G_{1s} + \alpha G_1}{K_{abs}} + \frac{G_{2s}}{K_{abs}} \sigma_{bs}. \quad (4.26)$$

Итак, плотность атомов  $a$  на холодном пятне линейна по плотности атомов  $b$ . В эксперименте поддерживалось  $\dot{N}_b = 0$ . Это означает, что поток атомов  $b$

компенсировал рекомбинационные потери атомов в обоих сверхтонких состояниях (они рекомбинируют в равных количествах). Очевидно, за счет работы поляризатора  $\Phi_a \ll \Phi_b$ . Таким образом, малость  $\Phi_a$  в уравнении (4.25) доказана.

Константа скорости одночастичной ядерной релаксации на стенках камеры равна  $G_1 \sim 0.1 \text{ с}^{-1}$  [55].  $G_{1s}$ , по-видимому, близка к  $G_1$ . По данным настоящей работы (см. раздел 2.2)  $K_{ab} = 2.8 \times 10^{-9} \cdot T^{3/2} \text{ см}^2 \text{ К}^{-3/2} \text{ с}^{-1} \simeq 5 \times 10^{-11} \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$  при 70 мК. В теории константа скорости двухчастичной релаксации равна нулю, если поверхность в точности перпендикулярна внешнему магнитному полю [52]. Однако в эксперименте это никогда не наблюдалось. Экспериментальная оценка для интересующей нас величины внешнего поля, полученная из многопараметрической подгонки кинетических кривых дает  $G_{2s} \lesssim 4 \times 10^{-13} \text{ см}^2/\text{с}$  [65]. Теоретическое значение, усредненное по всем возможным локальным ориентациям поверхности по отношению к внешнему полю (за счет шероховатости поверхности) составляет  $G_{2s} \approx 1.4 \times 10^{-13} \text{ см}^2/\text{с}$  при  $B = 4.6 \text{ Тл}$  и почти не зависит от температуры. Это дает наклон  $d\sigma_{as}/d\sigma_{bs} \sim 3 \times 10^{-3}$ . Тогда из уравнения (4.24) мы получаем соответствующий сдвиг частоты перехода  $b \rightarrow c$

$$\frac{d\Delta\nu_{bc}}{d\sigma_{bs}} = \frac{\hbar}{ml}(a_s - a_t)\frac{G_{2s}}{K_{abs}} \sim -1.2 \times 10^{-7} \text{ Hz} \cdot \text{см}^2 \quad (4.27)$$

Это на порядок меньше экспериментально наблюдаемого наклона  $\Delta\nu_{ab}(\sigma_{bs})$ . Заметим, что экстраполяция экспериментальных данных для трехмерного газа [53] на двумерный случай с помощью простого масштабирования  $n_a \rightarrow \sigma_a/l$  дает практически такое же значение, как и уравнение (4.27).

Интересно также, что часть  $\sigma_{as}$ , независимая от  $\sigma_{bs}$  (см. уравнение (4.26)), вносит вклад в наблюдаемое значение адсорбционного сдвига  $\Delta A_w(0)$ , получаемого экстраполяцией экспериментальной зависимости  $\Delta\nu_{ab}(\sigma_{bs})$  к нулевой

плотности. Предполагая  $G_{1s} \sim G_1$ , этот вклад можно оценить как

$$\frac{\delta A_w}{h} \simeq \left( \frac{\gamma_p}{\gamma_e} \right) \frac{2\hbar}{ml} (a_s - a_t) \frac{G_{1s}}{K_{abs}} \sim -420 \text{ Hz}. \quad (4.28)$$

Следует подчеркнуть, что, согласно общему утверждению Цвирляйна и др. [210], присутствие остаточных атомов  $a$  не оказывает влияния на резонанс  $b \rightarrow a$ , в отличие от перехода  $b \rightarrow c$ .

Собирая уравнения (4.18), (4.27) и (4.23), мы окончательно получаем, что влияние остаточных атомов  $a$  на  $\nu_{bc}$  и зависящий от плотности адсорбционный сдвиг  $\nu_{ab}$  вместе составляют около 30% от экспериментально наблюдаемого сдвига частоты [55]. Мы расцениваем это как качественное согласие, в виду довольно большой неопределенности значения константы скорости двухчастичной релаксации  $G_2$ , оценочного характера уравнения (4.20) и отсутствия экспериментальных данных о величине  $\tilde{U}$ . Кроме того, взаимодействие Н–Н в адсорбированной фазе может отличаться от взаимодействия, описываемого приведенным значением  $\tilde{U}$ , благодаря эффектам, связанным с влиянием подложки [106]. Измерение поверхностной плотности остаточных атомов  $a$ , очевидно, позволило бы напрямую определить оба вклада в наблюдаемый сдвиг частоты сверхтонкого перехода, обсуждаемые в настоящей работе.

## Контактный сдвиг переходов вследствие примеси синглетной компоненты

Из уравнения (4.8) следует, что контактный сдвиг перехода  $|1\rangle - |2\rangle$  в газе двухуровневых бозонов отличен от нуля, если  $n_1(\lambda_{12}^+ - \lambda_{11}) \neq 0$  или  $n_2(\lambda_{22} - \lambda_{12}^+) \neq 0$ . Если все атомы находятся в состоянии  $|1\rangle$ , т.е., если  $n_2 = 0$ , для ненулевого сдвига необходимо  $\lambda_{12}^+ \neq \lambda_{11}$ . Именно такая ситуация реализуется в парах щелочных металлов, например,  $^{87}\text{Rb}$  [103]. В этом проявляется принципиальное отличие псевдоспина  $\frac{1}{2}$ , которым обычно описывают двухуровневые системы, от истинного спина. Так, контактный сдвиг в газе частиц

со спином  $\frac{1}{2}$  отсутствует уже хотя бы потому, что они являются фермионами. С другой стороны, даже если бы они были бозонами, двухчастичное состояние  $|12\rangle_+$  таких частиц отличается от исходного  $|11\rangle$  лишь проекцией, но не величиной полного спина  $S = 1$ . Следовательно, длины рассеяния в этих состояниях должны совпадать, откуда  $\lambda_{12}^+ = \lambda_{11}$ . Однако в экспериментах Харбера и др. [103] с  $^{87}\text{Rb}$  контактный сдвиг был не равен нулю. Дело в том, что истинный спин бозонов, разумеется, должен быть целым. В указанных экспериментах измерялся сдвиг частоты двухфотонного перехода между сверхтонкими подуровнями  $|1\rangle = |1, -1\rangle$  и  $|2\rangle = |f = 2, m_f = 1\rangle$  атомов  $^{87}\text{Rb}$  в слабом магнитном поле  $\mu_B B \ll A$ . Эти состояния выбирались с целью минимизации влияния неоднородности внешнего поля, так как зависимость их энергий от поля в первом приближении одинакова. В базисе проекций электронного ( $s = \frac{1}{2}$ ) и ядерного ( $i = \frac{3}{2}$ ) спинов  $|m_s, m_i\rangle$  одноатомные состояния  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  в нулевом поле выражаются суперпозициями

$$\begin{aligned} |1\rangle &= -\frac{\sqrt{3}}{2}|\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\rangle + \frac{1}{2}|-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle \\ |2\rangle &= \frac{\sqrt{3}}{2}|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle + \frac{1}{2}|-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\rangle. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Записав симметричные двухатомные состояния  $|11\rangle$  и  $|12\rangle_+$  в базисе полных электронного и ядерного спина пары  $|S, m_S; I, m_I\rangle$  нетрудно убедиться, что доля электронных синглетов ( $S = 0$ ) в этих состояниях различна, и следовательно,  $\lambda_{12}^+ \neq \lambda_{11}$ .

Величина контактного сдвига сверхтонкого перехода  $|b\rangle \leftrightarrow |a\rangle$  в атомарном водороде может быть получена следующим образом. Двухатомные состояния в базисе полных электронного и ядерного спина пары атомов  $|S, m_S; I, m_I\rangle$



ИМЕЮТ ВИД

$$|bb\rangle = |1, -1; 1, -1\rangle \quad (4.30)$$

$$|ab\rangle_+ \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|ab\rangle + |ba\rangle) = \cos\theta|1, -1; 1, 0\rangle - \sin\theta|1, 0; 1, -1\rangle, \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} |aa\rangle &= \cos^2\theta|1, -1; 1, 1\rangle + \sin^2\theta|1, 1; 1, -1\rangle - \frac{\sin 2\theta}{2}|1, 0; 1, 0\rangle \\ &- \frac{\sin 2\theta}{2}|0, 0; 0, 0\rangle \end{aligned} \quad (4.32)$$

где  $\tan(2\theta) = A[(\gamma_e + \gamma_p)\hbar B]^{-1}$ ,  $\gamma_e(\gamma_p)$  – гиромагнитное отношение электрона (протона),  $A/\hbar = 1420$  МГц – сверхтонкая постоянная водорода). То есть, состояния  $|bb\rangle$  и  $|ab\rangle_+$  являются чистыми электронными и ядерными триплетами независимо от величины магнитного поля. Следовательно,  $\lambda_{ab}^+ = \lambda_{bb} = \frac{4\pi\hbar^2}{m}a_t$ , где  $a_t$  – длина триплетного s-рассеяния. Поэтому согласно уравнению (4.36) при  $\rho_{aa} = 0$  контактный сдвиг перехода  $|b\rangle - |a\rangle$  равен нулю в произвольном поле. С другой стороны, состояние  $|aa\rangle$  содержит синглетную компоненту (последнее слагаемое в (4.32)). Следовательно,  $\Delta\lambda_{ab} = \lambda_{bb} + \lambda_{aa} - 2\lambda_{ab}^+ = \frac{\pi\hbar^2}{m}(a_s - a_t)\sin^2 2\theta \neq 0$ , так как  $a_t - a_s = 30(5)$  пм [167]. В поле  $B = 4.5$  Тл  $\Delta\lambda_{ab}/\hbar = -3 \times 10^{-16}$  см<sup>3</sup>/с, и при плотности  $\rho_{aa} = 2 \cdot 10^{18}$  см<sup>-3</sup> сдвиг частоты составляет около  $-100$  Гц, на два порядка превосходя типичную частоту Раби.

Заменой электронного спина на ядерный все сказанное автоматически обобщается на переходы  $|b\rangle \leftrightarrow |c\rangle$ ,  $|a\rangle \leftrightarrow |d\rangle$  и  $|c\rangle \leftrightarrow |d\rangle$ , откуда  $\Delta\lambda_{bc} = \Delta\lambda_{ad} = \Delta\lambda_{cd} = \frac{\pi\hbar^2}{m}(a_s - a_t)\sin^2 2\theta$ . Однако заселенности состояний с противоположно направленными электронными спинами не могут быть одновременно большими из-за быстрой рекомбинации таких атомов, поэтому сдвиг переходов  $|b\rangle \leftrightarrow |c\rangle$  и  $|a\rangle \leftrightarrow |d\rangle$  труднообнаружим.

Заметим, что конечная примесь электронного синглета в двухатомных состояниях  $|aa\rangle$  и  $|cc\rangle$  (а также  $ac$ ) автоматически делает возможной рекомбинацию соответствующих пар атомов (в присутствии третьего тела) с обра-

зованием молекул параводорода ( $I = 0$ ). В то же время пары  $ab$ ,  $bc$  и  $cd$  могут рекомбинировать с образованием ортоводорода с  $I = 1$  лишь в меру наличия антисимметричной компоненты, которая возникает в результате поперечной релаксации. Пары же  $bb$  и  $dd$  вообще не рекомбинируют.

В реальном эксперименте в сильном магнитном поле  $B = 4.5$  Тл величина, определяющая долю синглетной составляющей в состояниях  $|aa\rangle$  и  $|cc\rangle$ , весьма мала  $\sin 2\theta \approx 2.5 \times 10^{-5}$ . Заселенность состояния  $|c\rangle$  также как правило не может быть высокой, поскольку во избежание сильного рекомбинационного разрушения образца резонансное СВЧ поле на частоте перехода  $|b\rangle - |c\rangle$  обычно выбирается достаточно малым, а скорость рекомбинации атомов в состоянии  $|c\rangle$ , напротив, весьма высока. Таким образом, сдвиг перехода  $|b\rangle - |c\rangle$  за счет ненулевой заселенности состояния  $|c\rangle$  оказывается за пределами точности эксперимента. Что же касается состояния  $|a\rangle$ , то его заселенность вполне может быть сопоставима с заселенностью  $|b\rangle$ . В этом случае сдвиг перехода  $|b\rangle - |a\rangle$  вполне обнаружим и может превосходить ширину резонансной линии. Это может приводить к своеобразному искажению резонансной линии, аналогичному нестабильности спектра ЭПР двумерного атомарного водорода, вызванной дипольным полем или же так называемой зулевской ферромагнитной нестабильности. Указанный эффект подробно рассматривается ниже в разделе 4.4.

#### 4.1.4. Определение длин s-рассеяния атомов водорода по данным контактного сдвига

Ахокас и др. [53] наблюдали переходы  $a \rightarrow d$  и  $b \rightarrow c$ , соответственно, в присутствии атомов в состоянии  $b$  и  $a$ . Два атома водорода могут образовывать электронный или ядерный синглет ( $S = 0$  или  $I = 0$ ) и триплет ( $S = 1$  или  $I = 1$ ), которые мы обозначим как  $e_{s,t}$  и  $n_{s,t}$ . В сильном маг-

нитном поле малой примесью противоположных проекций спинов в состояниях  $|a\rangle$  и  $|c\rangle$ ) можно пренебречь. Потенциал взаимодействия почти не зависит от ядерных спинов атомов и определяется лишь значением  $S$  полного электронного спина пары [35]. Поэтому для пары  $|ab\rangle_+ = |e_{t,-1}n_{t,0}\rangle$  имеем  $\lambda_{ab}^+ = \langle e_{t,-1}n_{t,0}|\lambda|e_{t,-1}n_{t,0}\rangle = \lambda_t$  (числовыми индексами обозначены проекции спинов  $m_S$  и  $m_I$  в триплетных состояниях). Аналогично для  $|ac\rangle_+ = |bd\rangle_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_{t,0}n_{t,0}\rangle + |e_s n_s\rangle)$  имеем  $\lambda_{ac}^+ = \lambda_{bd}^+ = \frac{1}{2}(\lambda_t + \lambda_s)$ . Очевидно  $\lambda_{ii} = \lambda_t$ . Заметим, что Ахокас и др. [53] ошибочно полагали, что  $\langle e_t n_s|\lambda|e_t n_s\rangle = \langle e_s n_t|\lambda|e_s n_t\rangle = 0$ . Впрочем, антисимметричные компоненты не вносят вклада в конечный результат, так как пространственный множитель обращается в ноль.

Подстановка приведенных значений  $\lambda$  в (4.8) для полностью некогерентного образца ( $|C_{ab}^+|^2 = |C_{ab}^-|^2 = \frac{1}{2}$ ) дает сдвиг частоты

$$\hbar\Delta\omega_{bc(a)} = \frac{2\pi\hbar^2}{m}(a_s - a_t)n_a, \quad \hbar\Delta\omega_{ad(b)} = \frac{2\pi\hbar^2}{m}(a_s - a_t)n_b, \quad (4.33)$$

т.е., вдвое больше значения, полученного Ахокасом и др. [53]. Уравнение (4.33) позволяет по измеренным значениям сдвига [53] найти разность длин рассеяния  $\Delta a = a_s - a_t = -30(5)$  пм (для сравнения, теоретическое значение этой разности по данным различных источников лежит в пределах от  $-42$  до  $-55$  пм [74, 113, 208]). Согласно (4.8) сдвиг в полностью когерентном образце (например, приготовленном из чистого состояния  $b$  с помощью короткого импульса ВЧ на частоте перехода  $b \rightarrow a$ ) был бы в точности вдвое выше, чем получается из уравнений (4.33).

## 4.2. Нелинейная динамика трехуровневой системы

Хорошо известно, что взаимодействие многоуровневой квантовой системы одновременно с несколькими резонансными полями при определенных условиях сопровождается нелинейными спектроскопическими явлениями –

когерентным пленением населенности (КПН) [2] и электромагнитно индуцированной прозрачностью (ЭИП) [18], причиной которых служит образование особого “темного” суперпозиционного квантового состояния, которое не взаимодействует ни с одним из резонансных полей. Указанные эффекты однако остаются линейными в том смысле, что частоты резонансных переходов в квантовой системе не зависят заселенностей различных состояний. В настоящей работе рассматривается другой, вообще говоря, более общий класс явлений, вызванных именно такой зависимостью, примером которой может служить столкновительный или контактный сдвиг внутриатомных (например, сверхтонких) переходов в квантовых газах, порождаемый взаимодействием частиц газа друг с другом. Ранее было показано, что при взаимодействии газа трехуровневых атомов с двумя переменными полями вследствие контактного сдвига имеет место особая разновидность двойного резонанса – усиленный взаимодействием двойной резонанс (УВДР) [170]. Кроме того, как будет показано ниже, при ненулевом контактном сдвиге в газе двухуровневых атомов может возникать нестабильность спектра резонансного перехода, а именно, зависимость формы резонансной кривой и конечной заселенности состояний от направления прохождения, а также от соотношения амплитуды возбуждающего поля, скорости развертки и величины контактного сдвига.

Поведение произвольной двухуровневой системы принято описывать с помощью эффективного спина (псевдо-спина)  $s = 1/2$ . Мы также будем придерживаться этой терминологии, всякий раз понимая под спином конкретную пару квантовых состояний, связанных резонансным переходом. В настоящей работе не рассматриваются спиновые волны и родственные им эффекты, связанные с пространственным переносом спиновой поляризации, что фактически отвечает нулевому значению коэффициента спиновой диффузии. Ниже мы обсудим, насколько такое допущение соответствует реальным физическим системам. Пространственная неоднородность учитывается лишь при анализе

возможного вида спектра УВДР в линейном градиенте внешнего поля.

В общем случае эволюция квантовой системы, взаимодействующей с резонансными полями, описывается уравнением Лиувилля—фон Неймана для компонентов “спиновой” матрицы плотности  $\rho$  [20]

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [\hat{H}(t), \rho] - i\hat{\mathcal{L}}(t)\rho, \quad (4.34)$$

где  $\hat{H}(t) = \hat{H}_0 + \hat{U}(t)$  – гамильтониан, включающий зависящее от времени возмущение  $\hat{U}(t)$ ,  $\hat{\mathcal{L}}$  – супероператор Линдблада [130], отвечающий за диссипацию, а квадратные скобки, как обычно, обозначают квантовомеханический коммутатор.

Для получения общего уравнения эволюции компонентов матрицы плотности газа трехуровневых атомов, взаимодействующих в два резонансных полями, воспользуемся полученным ранее выражением для контактного сдвига перехода  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  в пространственно однородном газе в присутствии третьего состояния  $|3\rangle$  [169]. Нас будет интересовать когерентное заполнение состояний. В этом случае сдвиг частоты перехода  $\Delta_{ij}(\rho) \equiv \omega_{ij}(\rho) - \omega_{ij}(0)$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) между состояниями  $|i\rangle$  и  $|j\rangle$  при некоторой ненулевой плотности газа  $n \equiv \text{Tr}(\rho_{ij})$  обращается в ноль для фермионов, а для бозонов в отсутствие бозе-эйнштейновского конденсата составляет

$$\hbar\Delta_{12} = (\rho_{11} + \rho_{22})\delta\lambda_{12} + (\rho_{22} - \rho_{11})\Delta\lambda_{12} + 2\rho_{33}(\lambda_{23}^+ - \lambda_{13}^+), \quad (4.35)$$

$$\hbar\Delta_{13} = (\rho_{11} + \rho_{33})\delta\lambda_{13} + (\rho_{33} - \rho_{11})\Delta\lambda_{13} + 2\rho_{22}(\lambda_{23}^+ - \lambda_{12}^+). \quad (4.36)$$

Здесь  $\rho_{ij}$  – компоненты матрицы плотности в представлении волновых функций независящего от времени невозмущенного гамильтониана  $\hat{H}_0$ ,  $\delta\lambda_{ij} = \lambda_{jj} - \lambda_{ii}$ ,  $\Delta\lambda_{ij} = \lambda_{ii} + \lambda_{jj} - 2\lambda_{ij}^+$ ,  $\lambda_{ij}^\pm \equiv \langle ij|\lambda|ij\rangle_\pm$  – спиновая часть матричного элемента интенсивности взаимодействия  $\lambda = 4\pi\hbar^2 a/m$ , которая обычно используется при описании холодных столкновений, когда парциальные амплитуды рассеяния с ненулевым моментом импульса относительного

движения сталкивающихся частиц “вымерзают”,  $m$  – масса атома,  $a$  – соответствующая длина s-рассеяния. Индекс “+” означает, что волновая функция двух сталкивающихся бозонов симметрична по отношению к перестановке как их псевдо-спиновых, так и пространственных координат. Дважды антисимметричная компонента, очевидно, не вносит вклад в s-рассеяние.  $|C_{ij}^\pm|^2$  суть нормированные на единицу ( $|C_{ij}^+|^2 + |C_{ij}^-|^2 = 1$ ) средние квадраты амплитуды симметричной (+) и антисимметричной (–) компоненты симметризованной волновой функции пары атомов  $|\mathbf{k}i, \mathbf{q}j\rangle = C_{ij}^+ \psi_\pm |ij\rangle_+ + C_{ij}^- \psi_\mp |ij\rangle_-$ , где верхний (нижний) индекс отвечает бозонам (фермионам), а внутренние (псевдо-спиновые) и пространственные части волновых функций имеют вид, соответственно,  $|ij\rangle_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(|ij\rangle \pm |ji\rangle)$  и  $\psi_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_1)\psi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r}_2) \pm \psi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r}_1)\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_2))$ .

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением типичной для двойного резонанса ситуации, когда состояние  $|2\rangle$  изначально не заселено, и его заселенность лишь незначительно меняется при взаимодействии со слабым переменным зондирующим (probe) полем частоты  $\omega_p$ , тогда как заселенности состояний  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  могут меняться произвольным образом под действием сильного управляющего (drive) переменного поля с частотой  $\omega_d$ . В этом случае  $\rho_{22} \ll \rho_{11}, \rho_{33}$ , поэтому последнее слагаемое в правой части (4.36) можно опустить, и общее уравнение (4.34) эволюции компонентов матрицы плотности газа трехуровневых бозонов с лестничной ( $\Xi$ ) схемой уровней (рис. 1) в отсутствие спонтанной продольной релаксации приобретает вид (ср. [2])

$$i\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = \frac{\Omega_d}{2}\rho_{13}e^{i\Delta\omega_{13}(\rho)t} - \frac{\Omega_p}{2}\rho_{21}e^{i\Delta\omega_{12}(\rho)t} - \text{c.c.}, \quad (4.37)$$

$$i\frac{\partial \rho_{33}}{\partial t} = -\frac{\Omega_d}{2}\rho_{13}e^{i\Delta\omega_{13}(\rho)t} + \text{c.c.}, \quad (4.38)$$

$$i\frac{\partial \rho_{31}}{\partial t} = \frac{\Omega_d}{2}(\rho_{33} - \rho_{11})e^{i\Delta\omega_{13}(\rho)t} + \frac{\Omega_p}{2}\rho_{32}e^{i\Delta\omega_{12}(\rho)t} - i\gamma_{13}\rho_{31}, \quad (4.39)$$

$$i\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = \frac{\Omega_p}{2}\rho_{21}e^{i\Delta\omega_{12}(\rho)t} - \text{c.c.}, \quad (4.40)$$

$$i\frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} = \frac{\Omega_p}{2}(\rho_{22} - \rho_{11})e^{i\Delta\omega_{12}(\rho)t} + \frac{\Omega_d}{2}\rho_{32}e^{i\Delta\omega_{13}(\rho)t} - i\gamma_{12}\rho_{12}, \quad (4.41)$$

$$i\frac{\partial \rho_{32}}{\partial t} = -\frac{\Omega_d}{2}\rho_{12}e^{i\Delta\omega_{13}(\rho)t} - \frac{\Omega_p}{2}\rho_{31}e^{i\Delta\omega_{12}(\rho)t} - i\gamma_{32}\rho_{32}, \quad (4.42)$$

где  $\Omega_{p(d)}$  и  $\Delta\omega_{12(13)}(\rho) \equiv \omega_{p(d)} - \omega_{12(13)}(\rho)$  – частота Раби и зависящая от плотности частотная отстройка зондирующего (управляющего) поля, а  $\gamma_{ij}$  – скорости поперечной релаксации. Переменные поля считаются пространственно-однородными, что как правило хорошо выполняется для сверхтонких переходов, для которых длина волны СВЧ излучения намного превосходит геометрические размеры образца.

Если, как уже упоминалось выше, зондирующее поле значительно слабее управляющего,  $\Omega_p \ll \Omega_d$ , то вторым слагаемым в (4.37) можно пренебречь, и тогда уравнения (4.37)–(4.39) можно записать в более компактной форме обычного уравнения Блоха для прецессии вектора спиновой поляризации (“намагниченности”)  $\mathbf{M}$  в пространстве состояний  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  ( $\mathbf{M}_z = (0, 0, \rho_{33} - \rho_{11})$ ,  $\mathbf{M}_\perp = 2(\text{Re}\rho_{13}, \text{Im}\rho_{13}, 0)$ ):

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \mathbf{M} \times \left( \tilde{\Omega} + \frac{\Delta\lambda_{13}}{\hbar} \mathbf{M}_z \right) - \gamma_{13} \mathbf{M}_\perp, \quad (4.43)$$

где  $\tilde{\Omega} = (\Omega_d, 0, \omega_{13}(0) - \omega_d + \hbar^{-1}\delta\lambda_{13}(\rho_{11} + \rho_{33}))$ . Для наглядности мы выделили в частоте прецессии  $\tilde{\Omega}$  составляющую, которая остается почти постоянной в слабом зондирующем поле, когда  $\rho_{11} + \rho_{33} \approx \text{const}$ . Второе же слагаемое в скобках явно выражает зависимость частоты прецессии от текущего значения вектора намагниченности  $\mathbf{M}$ . В следующих разделах обсуждаются прямые следствия такой, вообще говоря, нелинейной прецессии в двух предельных случаях.

### 4.3. Усиленный взаимодействие двойной резонанс

Из уравнения (4.35) следует, что возбуждение перехода из состояния  $|1\rangle$  в состояние  $|3\rangle$  в бозе-газе вызывает модуляцию частоты перехода  $|1\rangle - |2\rangle$ ,

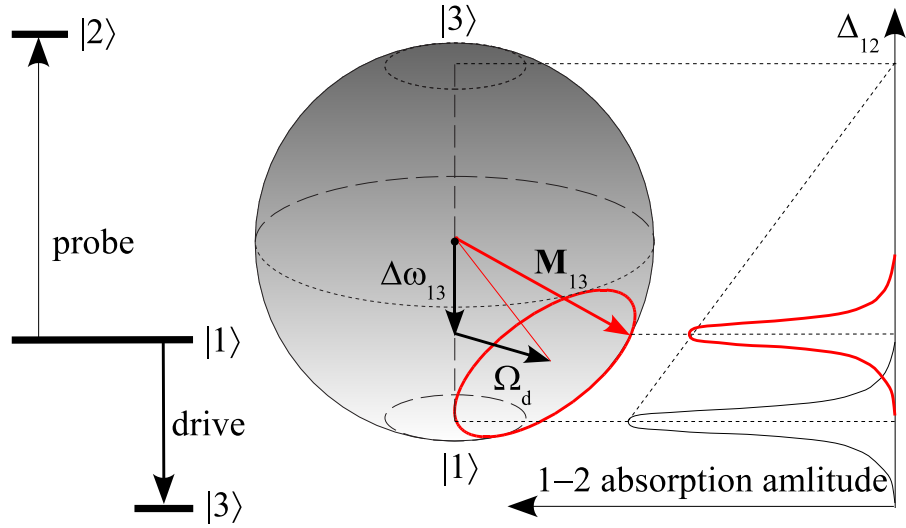


Рис. 4.1. Схема трехуровневой системы (слева) и влияния Раби осцилляций между состояниями  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  на частоту и интенсивность перехода  $|1\rangle - |2\rangle$  (справа). Для наглядности предполагается, что период Раби  $2\pi/\Omega_p$  много больше времени, необходимого для детектирования резонансной линии  $|1\rangle - |2\rangle$ . Противоположный случай рассматривается ниже в параграфах 4.3.1 и 4.3.2.

связанную с осцилляциями Раби заселенности состояний  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  [169]. Если оба перехода возбуждаются одновременно, эта модуляция приводит к новому явлению – усиленному взаимодействию двойному резонансу.

Для простоты и ясности изложения мы ограничимся случаем  $\lambda_{11} = \lambda_{12}^+$ , когда контактный сдвиг перехода  $|1\rangle - |2\rangle$  обращается в ноль при  $\rho_{22} = \rho_{33} = 0$ . Дополнительным преимуществом этого допущения является возможность прямого сравнения с экспериментами по двойному электронно-ядерному резонансу (ДЭЯР) в атомарном водороде [55, 56]. Для еще большего упрощения анализа предположим, что частота управляющего перехода  $|1\rangle - |3\rangle$  остается неизменной, для чего необходимо, чтобы  $\Delta\lambda_{13}$  было достаточно мало. Противоположный случай рассматривается в разделе 1.4.2. Несмотря на сделанные допущения, общее аналитическое решение нелинейной системы (4.40)–(4.43) вряд ли возможно. Используемый ниже наглядный подход не обладает подобной общностью, но обеспечивает количественное и физически прозрачное



описание в интересующем нас случае.

Физическая сущность новой разновидности двойного резонанса понятна из рис. 4.1. В отсутствие релаксации при непрерывном возбуждении перехода  $|1\rangle - |3\rangle$  в образце, в котором изначально заселено только состояние  $|1\rangle$ , заселенности состояний  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  осциллируют с частотой (см. рис. 4.1)  $\tilde{\Omega}_{13} = \sqrt{\Omega_d^2 + \Delta\omega_{13}^2}$ . В результате имеет место модуляция частоты зондирующего перехода  $|1\rangle - |2\rangle$  [169]

$$\hbar\omega_{12} = \hbar\omega_{12}(0) + 2n\Delta\lambda \left( \frac{\Omega_d}{\tilde{\Omega}_{13}} \right)^2 \sin^2 \frac{\tilde{\Omega}_{13}t}{2}, \quad (4.44)$$

где  $\Delta\lambda = \lambda_{23}^+ - \lambda_{13}^+$ . Амплитуда такой модуляции частоты легко может оказаться порядка или даже много больше ширины линии рабочего перехода. В этом случае возбуждение перехода  $|1\rangle - |3\rangle$  периодически выводит зондирующий переход из резонанса. Для наглядности рис. 4.1 соответствует медленной модуляции частоты, когда период Раби управляющего перехода  $2\pi/\Omega_d$  много больше, чем время регистрации резонансной линии  $|1\rangle - |2\rangle$ , и спектр перехода  $|1\rangle - |2\rangle$  периодически целиком смещается вверх и вниз по частоте, одновременно изменяясь по амплитуде. Резонансные кривые, показанные на рис. 4.1 суть схематические “мгновенные снимки” спектра в различных фазах цикла Раби. Очевидно, что поглощение электромагнитной мощности на фиксированной частоте зондирующего поля  $\omega_p$  также периодически меняется с периодом осцилляций Раби состояний  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$ . Необходимо подчеркнуть, что это изменение связано с изменением *как* населенности исходного состояния  $|1\rangle$ , *так и* частоты перехода, в отличие от обычного двойного резонанса, который происходит целиком за счет изменения населенности исходного состояния вследствие возбуждения управляющего перехода. Ясно, что такая вызванная взаимодействием модуляция частоты многократно усиливает эффект, который поэтому естественно назвать усиленным взаимодействием двойным резонансом (УВДР).

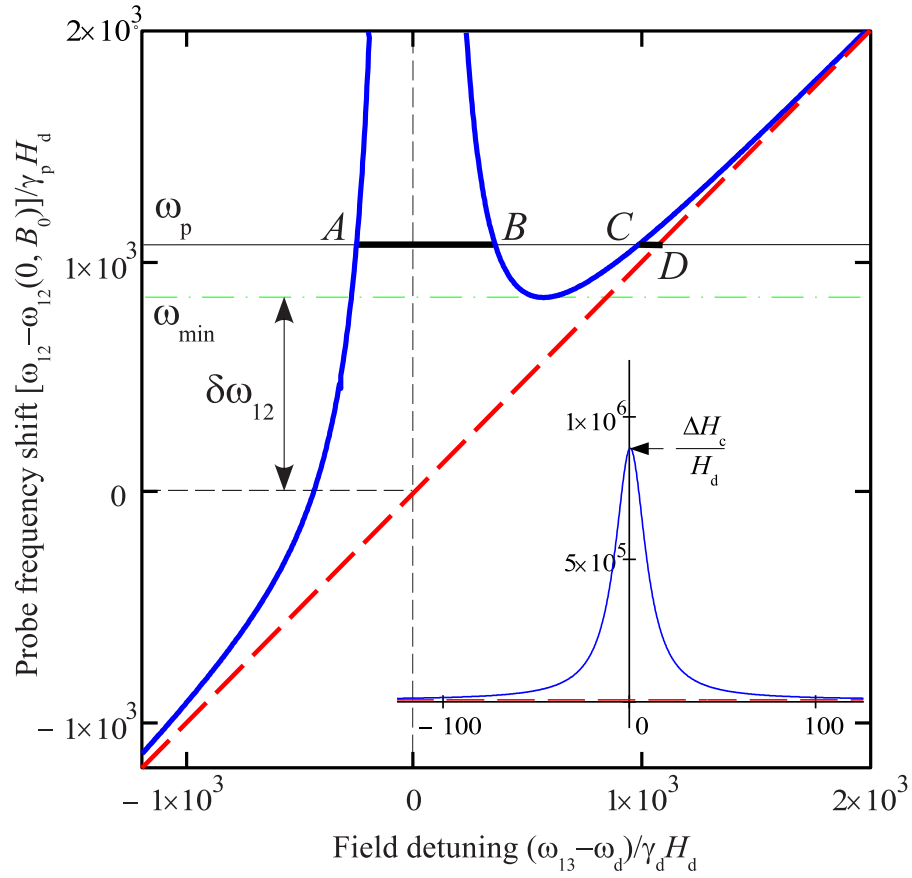


Рис. 4.2. Зависимость сдвига частоты резонанса  $|1\rangle - |2\rangle$  (в единицах  $\gamma_p H_d$ ) от внешнего поля при непрерывном возбуждении резонанса  $|1\rangle - |3\rangle$ . По оси абсцисс отложена отстройка поля  $(\omega_{13} - \omega_d)/\gamma_d$  от резонанса  $|1\rangle - |3\rangle$  в единицах амплитуды управляющего поля  $H_d$ . Жирная сплошная линия соответствует верхней границе суммы зеемановского и среднего полевого вкладов, а штриховая – только зеемановскому вкладу. Горизонтальные линии показывают значение  $\omega_{12}$  в минимуме (штрих-пунктирная линия) и рабочую частоту (тонкая сплошная линия). Вертикальной штриховой линией отмечено резонансное значение поля для перехода  $|1\rangle - |3\rangle$ . Значения параметров соответствуют двумерному атомарному водороду при плотности  $3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$  в сильном поляризующем магнитном поле 45 кГц, за исключением знака контактного сдвига:  $H_d = 1 \text{ мГц}$ ,  $\Delta H_c = 89 \text{ ГГц}$ ,  $\gamma_p = \gamma_e$ ,  $\gamma_d = \gamma_p$ . На вставке изображен общий вид зависимости.

### 4.3.1. Спектр УВДР

Рассмотрим более подробно возможную форму линии спектра УВДР. В отличие от случая медленной модуляции, изображенного на рис. 4.1, будем предполагать, что одновременная модуляция частоты и амплитуды линии поглощения  $|1\rangle - |2\rangle$  происходит достаточно быстро (что имеет место в достаточно сильном управляющем поле) и поэтому интегрируется измерительной системой. Это означает, что частота Раби  $|1\rangle - |3\rangle$  много больше скорости развертки внешнего поля или частоты при прохождении через резонанс  $|1\rangle - |2\rangle$  или обратной постоянной времени  $\tau^{-1}$  измерительной системы,  $\Omega_p \tau \gg 1$ . На практике, как показано ниже в разделе 4.3.2, достаточно выполнения менее строго условия  $\tilde{\Omega}_{13} \tau \gg 1$ . Таким образом, рассматривается усредненное по времени поглощение на рабочей частоте в том смысле, что сигнал поглощения интегрируется за много циклов модуляции частоты (циклов Раби).

В общем случае энергии всех трех уровней и, соответственно, частоты обоих переходов зависят от постоянного внешнего поля. Конкретная природа этого поля несущественна, но для определенности мы будем рассматривать магнитное поле  $B$ . Пусть поле  $B_0$  отвечает точному резонансу  $|1\rangle - |3\rangle$  при некоторой плотности  $\rho$ ,  $\omega_{13}(\rho, B_0) = \omega_d$ . Тогда отклонение поля  $b = B - B_0$  от этого значения эквивалентно отстройке частот переходов на величину, соответственно,  $\Delta\omega_{13}(b) = \gamma_d b$  и  $\Delta\omega_{12}(b) = \gamma_p b$ , где  $\gamma_{d(p)}$  – эффективное гиромагнитное отношение управляющего (зондирующего) перехода. Благодаря такому зеемановскому вкладу в частоту  $\tilde{\Omega}_{13}(b) = \gamma_d \sqrt{B_d^2 + b^2}$  прецессии намагниченности под действием управляющего поля  $B_d(t) = B_d \exp(i\omega_d t)$  амплитуда осциллирующей компоненты  $\omega_{12}$  в уравнении (4.53), т.е., амплитуда частотной модуляции зондирующего перехода, оказывается лоренцевой функцией постоянного поля  $b$ :

$$\Delta\omega_{12}(\rho, b) = \left( \frac{2n\Delta\lambda}{\hbar} \right) \frac{B_d^2}{B_d^2 + b^2}, \quad (4.45)$$

Как уже было сказано, постоянная (соответствующая нулевой плотности) составляющая  $\omega_{12}$  также содержит зеемановский член

$$\omega_{12}(0, B_0 + b) = \omega_{12}(0, B_0) + \gamma_p b. \quad (4.46)$$

Сумма этих двух вкладов дает верхнюю границу рабочей частоты,

$$\omega_{12}(\rho, B_0 + b) = \omega_{12}(0, B_0) + \gamma_p b + \left( \frac{2n\Delta\lambda}{\hbar} \right) \frac{B_d^2}{B_d^2 + b^2}. \quad (4.47)$$

В результате  $\omega_{12}(t)$  осциллирует между чисто зеемановской нижней границей (уравнение (4.46), штриховая линия на рис. 4.2) и верхней границей, являющейся суммой зеемановского и средне-полевого вкладов (уравнение (4.47), жирная сплошная кривая на рис. 4.2), на зависящей от поля частоте  $\tilde{\Omega}_{13}(b)$  [169]. Согласно (4.47) верхняя граница частоты зондирующего перехода да является, вообще говоря, немонотонной функцией постоянного внешнего поля.

Как уже отмечалось, частота Раби  $\Omega_d = \tilde{\Omega}_{13}(0)$  предполагается настолько высокой,  $\Omega_d \tau \gg 1$ , что амплитуда поглощения интегрируется измерительной системой за много циклов Раби. Усредненная по времени амплитуда поглощения  $A(b, \omega_p)$  в пределах границ (4.46) и (4.47) пропорциональна средней заселенности исходного уровня, умноженной на плотность вероятности  $\rho(b, \omega_p) = [\tilde{\Omega}_{13}(b)/2\pi][d\omega_{12}(b, \omega_p)/dt]^{-1}$  обнаружить систему при заданных значениях  $b$  и  $\omega_p$ . Нетрудно показать, что

$$A(b, \omega_p) \propto \frac{1 - x}{2\pi \sqrt{x(\sin^2 \theta_{13}(b) - x)}}, \quad (4.48)$$

где

$$x = \frac{\hbar[\omega_p - \omega_{12}^{(0)}(B_0 + b)]}{2n\Delta\lambda}$$

и  $1 - x$  суть относительные заселенности, соответственно, состояний  $|3\rangle$  и  $|1\rangle$ . Таким образом, плотность вероятности имеет острые максимумы на нижней

( $x = 0$ ) и верхней ( $x = \sin^2 \theta_{13}(b)$ ) границе частоты рабочего перехода. Отметим, что в последнем случае поглощение дополнительно снижается благодаря меньшей заселенности исходного состояний и обращается в ноль при  $x = 1$  (что подразумевает  $b = 0$ ), т.е., в максимуме лоренцевой функции (4.45).

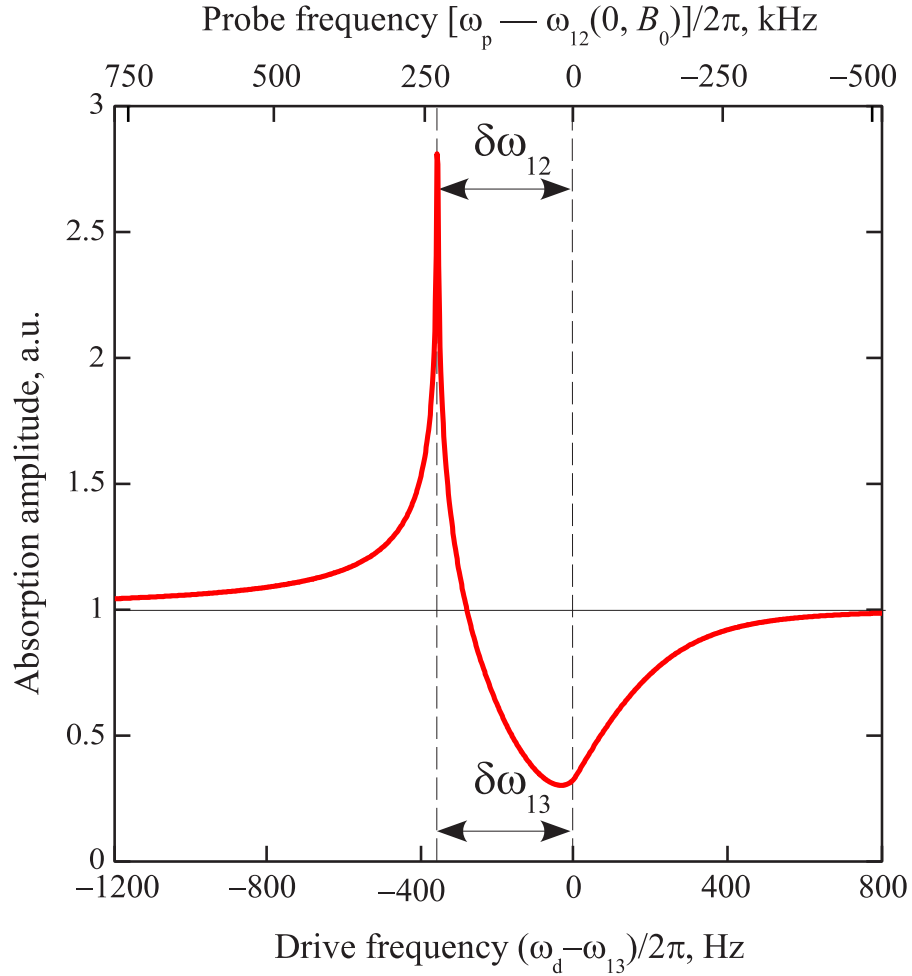


Рис. 4.3. Зависимость амплитуды поглощения  $|1\rangle - |2\rangle$  от частоты управляющего поля (по нижней горизонтальной оси отложена отстройка от частоты резонанса  $|1\rangle - |3\rangle$  в Гц) для дельта-функционального спектра переменного поля, возбуждающего рабочий переход на фиксированной частоте  $\omega_p = \omega_{12}^{(0)}(H_0)$ . Острый пик соответствует минимуму частоты рабочего перехода на рис. 4.2. Значения параметров такие же, как на рис. 4.2. Спектр, получающийся при развертке  $\omega_p$  (верхняя горизонтальная ось) с фиксированной  $\omega_d = \omega_{13}$ , отличается лишь инверсией относительно шкалы частот.

Спектр, наблюдаемый при фиксированных частотах обоих (рабочего и управляющего) переменных полей и медленной развертке постоянного поля,

может содержать до четырех пиков, соответствующих значениям поля, при которых рабочая частота, показанная сплошной горизонтальной линией на рис. 4.2, пересекает верхнюю (сумма зеемановского и средне-полевого складов) и нижнюю (чисто зеемановскую) границу  $\omega_{12}$  (точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ ). Фактическое число пиков зависит от амплитуды контактного сдвига, отношения зеемановских квантов возбуждающих полей  $\gamma_d/\gamma_p$  и соотношения частот рабочего и управляющего генераторов. Указанные пики, лежащие в пределах смежного резонанса (т.е., в пределах отрезка  $AB$  на рис. 4.2), существенно слабее, поскольку атомы проводят в резонансных условиях лишь малую часть времени. Это означает, что амплитуда поглощения  $|1\rangle - |2\rangle$  сильно уменьшается, образуя “провал” на резонансной кривой.

До сих пор мы рассматривали пространственно однородную систему. Может быть три типа неоднородности, вызванных неоднородностью (i) постоянного внешнего поля, (ii) возбуждающих полей и (iii) плотности газа. С точки зрения верхней границы частоты рабочего перехода на рис. 4.2 эти случаи соответствуют размытию (i) общего вертикального положения кривой (что эквивалентно неоднородности частоты рабочего перехода), (ii) ширины смежного резонанса и (iii) амплитуды смежного резонанса и общего вертикального положения.

Для иллюстрации влияния пространственной неоднородности рассмотрим более подробно бесконечный образец с однородной плотностью в линейном градиенте постоянного поля  $\nabla B$  и однородных переменных полях. В этом случае различные части образца одновременно находятся во всех возможных значениях поля. Тогда амплитуда поглощения на заданной рабочей частоте  $\omega_p$  пропорциональна интегралу  $I(\omega_p) = \int A(b, \omega_p) \left(\frac{\partial N}{\partial b}\right) db$  уравнения (4.48) вдоль линии  $\omega_p = \text{const}$  в пределах границ частоты рабочего перехода (т.е., в пределах отрезков  $AB$  и  $CD$  на рис. 4.2). Благодаря постоянству градиента поля интегрирование по полю равносильно интегрированию по пространству

при условии, что число частиц в единице объема  $n$  заменяется на число частиц, приходящихся на единицу поля  $\frac{\partial N}{\partial b} \propto n|\nabla B|^{-1}$ . Результат численного интегрирования со значениями параметров, отвечающими экспериментам по ДЭЯР в двумерном атомарном водороде при плотности  $3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$  в сильном поляризующем магнитном поле  $B = 45 \text{ кГц}$ , управляющем поле  $B_d = 1 \text{ мГц}$  [9, 55, 56] и максимальной амплитуде контактного сдвига сверхтонкого перехода  $|b\rangle - |c\rangle$  в единицах внешнего поля  $\Delta B_c = 2n\Delta\lambda(\hbar\gamma_p)^{-1} = 89 \text{ Гс}$  (здесь  $\gamma_p$  и  $\gamma_d$  с хорошей точностью равны гиромагнитным отношениям, соответственно, электрона и протона), представлен на рис. 4.3 в виде зависимости амплитуды поглощения от частоты управляющего поля  $\omega_d$  (нижняя горизонтальная ось) при постоянной  $\omega_p = \omega_{12}(0, B_0)$ . Спектр УВДР можно также наблюдать, разворачивая  $\omega_p$  (верхняя горизонтальная ось) при постоянной  $\omega_d$  (на рис. 4.3  $\omega_d = \omega_{13}(0, B_0)$ ). В этом случае спектр инвертируется относительно оси частот, поскольку увеличение  $\omega_d$  соответствует увеличению резонансного значения постоянного поля  $\omega_d/\gamma_d$  и, следовательно, положительному смещению среднеполевого лоренцевого пика на кривой  $\omega_{12}(b)$  (4.47) на рис. 2а. Последнее, в свою очередь, равносильно уменьшению рабочей частоты  $\omega_p$  при постоянной  $\omega_d$ . Выбор того или иного способа детектирования спектра УВДР зависит от условий конкретного эксперимента.

Амплитуда поглощения в зависимости от  $\omega_d$  (рис. 4.3) практически постоянна как значительно ниже, так и выше смежного резонанса, существенно падает в пределах резонанса и имеет острый максимум при  $\omega_p = \omega_{\min}$ , т.е., когда минимальное значение выражения (4.47) совпадает с частотой зондирующего поля. Это объясняет дисперсионный вид спектров ДЭЯР двумерного атомарного водорода [55, 56] (см. раздел 4.3.2). Возникновение провала в амплитуде поглощения может быть качественно объяснено тем, что атомы в резонансных областях образца динамически выводятся из зондирующего резонанса и в итоге проводят в резонансных условиях лишь малую часть време-

ни. Как уже отмечалось, вероятность обнаружить их в резонансных условиях имеет максимум на нижней (4.46) и верхней (4.47) границе частоты рабочего перехода и, согласно уравнению (4.48), тем меньше, чем выше разность (4.45) между этими двумя границами  $\omega_{12}$ . Поэтому неудивительно, что положения минимума  $I$  и максимума контактного сдвига (4.45) почти совпадают,  $\omega_p \approx \omega_{12}(0, B_0)$ . С другой стороны, максимум поглощения возникает из-за того, что управляющий резонанс создает нулевой градиент частоты зондирующего перехода  $|1\rangle - |2\rangle$  в некоторой области образца. Вследствие этого гораздо большая часть атомов оказывается в резонансе. При выбранных значениях параметров снижение заселенности исходного состояния  $|1\rangle$  в точке нулевого градиента оказывает гораздо меньшее влияние. Однако, согласно уравнению (4.47), это снижение может стать существенным при  $|2n\Delta\lambda| \sim \hbar\gamma_p B_d$ , что имеет место при низкой плотности газа  $n$  и/или в сильном управляющем поле  $B_d$ .

Существует и другое качественное объяснение дисперсионного вида спектра УВДР газа в пространственно неоднородном постоянном внешнем поле. При положительном контактном сдвиге части неоднородно уширенной резонансной кривой зондирующего перехода смещаются в направлении бóльших полей на величину, пропорциональную локальной амплитуде резонансной кривой управляющего перехода. Этот сдвиг увеличивается с ростом поля со стороны кривой управляющего резонанса, соответствующей низким полям, и убывает на ее противоположной стороне, в области более высоких полей. Поэтому низкополевая область спектра “разрезается”, а высокополевая “уплотняется” в том смысле, что число атомов на единицу поля, которые участвуют в зондирующем переходе в более низком поле, становится меньше, а в более высоком — больше. Соответственно, интенсивность поглощения на частоте зондирующего поля уменьшается в низкополевой части управляющего резонанса и увеличивается в его высокополевой части. Когда  $\omega_d$  разворачивается



снизу вверх при постоянной  $\omega_p$ , первой проходит высокополевая часть управляющего резонанса. Таким образом, интенсивность поглощения на частоте зондирующего поля увеличивается при более низких значениях  $\omega_d$  и возрастает при более высоких, как и показано на рис. 4.3.

Как обсуждалось выше, ширина кривой двойного резонанса в единицах частоты зондирующего поля может быть оценена как разность  $\delta\omega_{12} = \omega_{\min} - \omega_{12}(0, B_0)$  (см. рис. 4.2а). Для достаточно большой амплитуды контактного сдвига, такой что  $|2n\Delta\lambda| \gg \hbar\gamma_p B_d$ , минимум правой части уравнения (4.47) достигается при

$$\frac{(B_d^2 + b^2)^2}{B_d^2 b} = \frac{4n\Delta\lambda}{\hbar\gamma_p}. \quad (4.49)$$

Как правило  $b \gg B_d$ , так что уравнение (4.49) дает

$$b^3 \simeq \frac{4n\Delta\lambda B_d^2}{\hbar\gamma_p}. \quad (4.50)$$

Это соответствует

$$\delta\omega_{12} \equiv \omega_{12}(\rho, b) - \omega_{12}(0, B_0) \simeq \frac{3}{2}\gamma_p b, \quad (4.51)$$

и мы окончательно получаем

$$\delta\omega_{13} = \frac{\gamma_d}{\gamma_p} \delta\omega_{12} \simeq \frac{3}{2}\gamma_d (2\Delta B_c B_d^2)^{1/3}, \quad (4.52)$$

где  $\Delta B_c = 2n\Delta\lambda(\hbar\gamma_p)^{-1}$  – максимальный контактный сдвиг перехода  $|1\rangle - |2\rangle$  в единицах внешнего поля. Таким образом, ширина линии УВДР не зависит от градиента постоянного поля. Интенсивность же спектра, напротив, обратно пропорциональна  $|\nabla B|$ . Одномерная неоднородность управляющего поля в направлении  $|\nabla B|$  также не влияет на ширину линии, так как в этом случае  $B_d$  оказывается однозначной функцией  $b$ . В результате такой неоднородности обусловленный взаимодействием пик (4.45) оказывается асимметричным, а ширина линии УВДР определяется локальным значением  $B_d$  в точке минимума  $\omega_{12}$  в уравнении (4.47). Стоит также отметить, что линейность

зеemannовского вклада в  $\omega_{12}$  и  $\omega_{13}$  не является необходимым условием применимости изложенных выкладок, так как указанные члены всегда могут быть линеаризованы в окрестности резонансного поля. В этом случае гиромагнитные отношения должны быть заменены соответствующими производными по полю,  $\gamma_d \rightarrow \partial\omega_{13}/\partial B$  и  $\gamma_p \rightarrow \partial\omega_{12}/\partial B$ .

#### 4.3.2. ДЭЯР в атомарном водороде

Ахокас и др. [55, 56] наблюдали узкую особенность на линии ЭПР перехода  $|b\rangle - |c\rangle$  при развертке частоты управляющего поля через резонанс  $|a\rangle - |b\rangle$ . Согласно уравнению (4.8) частота перехода  $|b\rangle - |c\rangle$  динамически смещается к значению [169]

$$\omega_{bc} = \omega_{bc0} + \frac{4\pi\hbar n}{ml} \Delta a \sin^2 \theta_{ab} \sin^2 \frac{\tilde{\Omega}_{abt}}{2}, \quad (4.53)$$

где  $n$  – двумерная плотность адсорбированных атомов H, а  $l \sim 0.5$  nm – длина делокализации волновой функции этих атомов в адсорбционном потенциале, так что отношение  $n/l$  играет роль трехмерной плотности в уравнении (4.8). Амплитуда модуляции резонансного поля в двумерном водороде при нулевой отстройке ( $\theta_{ab} = \frac{\pi}{2}$ ) весьма велика,  $\Delta H_c = 1.5(5) \cdot 10^{-18}$  Гс·см<sup>3</sup>. При типичной двумерной плотности  $3 \cdot 10^{12}$  см<sup>-2</sup>, что соответствует объемной плотности  $6 \cdot 10^{19}$  см<sup>-3</sup>, имеем  $\Delta B_c \approx 90$  Гс. Амплитуда же управляющего ВЧ поля составляет  $B_d \sim 10^{-3}$  Гс [9]. Тогда из уравнений (4.53), (4.50) и (4.52) мы находим  $h \sim 5.7 \cdot 10^{-2}$  Гс и  $\delta\omega_{ab}/2\pi \sim 350$  Гц, что весьма близко к численному результату (330 Гс) для расстояния между минимумом и максимумом на рис. 4.3. Приведенные значения, полученные, что немаловажно, без использования подгоночных параметров, качественно согласуются с экспериментальной шириной (120 Гц) сигнала поглощения ДЭЯР [55, 56]. Следует иметь в виду, что контактный сдвиг в водороде отрицательный, поэтому экспериментальный спектр горизонтально инвертирован по сравнению с показанным на

рис. 4.3.

В эксперименте амплитуда управляющего поля соответствовала среднему значению частоты Раби  $\Omega_{13} \sim 30 \text{ с}^{-1}$ . Однако эффективная частота прецессии  $\tilde{\Omega}_{13}$  в основной части спектра за исключением очень узкой области вблизи нулевой отстройки на два-три порядка выше ( $b/B_d \simeq 560$ ). С другой стороны, развертка частоты через линию ДЭЯР, как правило, осуществлялась за время  $\tau \sim 1 \text{ с}$  [9]. Поэтому условие быстрой модуляции  $\tilde{\Omega}_{13}\tau \gg 1$  выполнялось. Как уже отмечалось, на экспериментальный спектр может также влиять неоднородность управляющего поля и плотности газа в пределах двумерного образца. Согласно уравнению (4.50), оба эти обстоятельства приводят к неоднородности положения острого пика на рис. 4.3, который в результате существенно уширяется и уменьшается по амплитуде. В действительности в экспериментах [56] амплитуда управляющего поля не была достоверно известна и варьировалась в пределах образца примерно в три раза.

Как показано в разделе 4.5, релаксация и другие возможные неупругие процессы, опущенные в изложенном анализе, не играют определяющей роли в атомарном водороде. Спектральная ширина микроволнового источника  $\delta\omega_p/\omega_p \sim 10^{-9}$  также не должна приводить к заметным эффектам [56], так как она гораздо меньше, чем ширина линии УВДР в единицах рабочей частоты  $\gamma_p b/\omega_p \sim 3 \cdot 10^{-7}$ .

Ахокас и др. [55, 56] наблюдали двойной резонанс и другим способом, разворачивая постоянное магнитное поле при фиксированных частотах обоих переменных полей и детектируя переход  $|b\rangle - |c\rangle$ . Это приводило к изменению общей интенсивности линии поглощения в зависимости от частоты управляющего поля, а не к появлению узкой особенности на резонансной кривой, как можно было бы ожидать, исходя из вышеизложенного. Причины подобного поведения остаются невыясненными. Можно лишь отметить, что случай медленной модуляции  $\Omega_d^2 \lesssim \gamma_d |\partial B_0/\partial t|$  равносильный быстрому прохождению

линии, который мог иметь место в экспериментах такого типа, необходимо рассматривать отдельно.

#### 4.4. Нестабильность спектра газа двухуровневых бозонов вследствие контактного сдвига перехода

В отличие от обычных оптических уравнений Блоха, уравнение (4.43) содержит заведомо нелинейный член, пропорциональный контактному сдвигу резонансной частоты. Для наблюдения этой нелинейности достаточно ограничиться всего двумя уровнями. Во избежание путаницы сохраним уровни 1 и 3. Для упрощения обозначений в дальнейшем будем опускать индексы 13 и p(d). Кроме того положим  $\rho_{11} + \rho_{33} = n$ . Нелинейность наиболее ярко проявляется в спектре при достаточно низкой скорости развертки. Так, если скорость изменения резонансной частоты вследствие изменения заселенностей  $\hbar^{-1}\Delta\lambda dM_z/dt \sim \hbar^{-1}\Omega n\Delta\lambda$  больше скорости развертки частоты  $d\omega/dt$ , то осцилляции Раби происходят на фоне сравнительно медленного изменения намагниченности вместе с частотой переменного поля, так что система все время остается вблизи резонанса  $M_z\Delta\lambda \approx \hbar(\omega - \omega^{(0)}) - n\delta\lambda$ . При этом периодически, при выполнении резонансных условий, заселенности изменяются сравнительно быстро, что в свою очередь на некоторое время выводит систему из точного резонанса до тех пор, пока частота переменного поля вновь не подстроится под изменившееся значение частоты перехода. Картина такого “догоняющего” резонанса повторяется, пока резонансная частота не перестанет меняться вследствие достижения предельного значения намагниченности (например,  $M_z = n$ ). При противоположном направлении развертки имеет место обычное поведение заселенностей, так как повторное выполнение резонансных условий невозможно. С другой стороны, ясно, что контактный сдвиг частоты существенно влияет на вид спектра, только если он выводит

систему из резонансных условий. Для этого необходимо, чтобы он был по крайней мере сопоставим с частотой Раби (полоса генератора переменного поля считается достаточно узкой; так, в экспериментах с атомарным водородом спектральная ширина генератора была  $\delta f/f \lesssim 10^{-10}$  [9]). Таким образом, при выполнении условий

$$\Omega n |\Delta\lambda| \gtrsim \hbar \left| \frac{d\omega}{dt} \right|; \quad n |\Delta\lambda| \gtrsim \hbar \Omega \quad (4.54)$$

возникает “гистерезис” спектра (рис. 4.4). Если кроме того  $n |\Delta\lambda| \gg \hbar \Omega$ , радикальное изменение его вида при достижении некоторого критического значения полной плотности  $n_c$  или любого другого параметра, входящего в первое из условий (4.54), происходит практически скачкообразно (рис. 4.5).

На рис. 4.4 показана эволюция заселенности состояния  $|3\rangle$  в процессе линейной развертки частоты СВЧ поля снизу вверх (показано стрелками) и сверху вниз по данным численного решения уравнения (4.43) со значениями параметров, соответствующими сверхтонкому переходу  $|b\rangle \rightarrow |a\rangle$  в трехмерном атомарном водороде, а именно, при частоте Раби  $\Omega = 10 \text{ с}^{-1}$ , скорости развертки  $d\omega/dt = 2 \times 10^3 \text{ с}^{-2}$  и полной плотности  $n \sim 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$  [9],  $\Delta\lambda/\hbar = -3 \times 10^{-16} \text{ см}^3/\text{с}$  (см. раздел 4.1.2). Скорость поперечной релаксации слабо влияет на характер спектра (см. ниже). При расчетах использовалось значение  $\gamma = 0.3 \text{ с}^{-1}$ . Скорость продольной релаксации в атомарном водороде весьма мала и поэтому положена равной нулю. Полная плотность газа, соответствующая каждой кривой, указана в единицах  $n_c \approx 2.23 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$ .

На рис. 4.5 представлена расчетная зависимость конечной заселенности состояния  $|3\rangle$  от полной плотности газа при различной скорости развертки частоты  $|d\omega/dt|$  при тех же значениях остальных параметров, что и на рис. 4.4. При увеличении плотности от докритического до сверхкритического уровня конечная заселенность состояния  $|3\rangle$  после прохождения резонансных условий резко возрастает от небольшой величины  $\rho_{33} \sim \Omega^2 |d\omega/dt|^{-1}$ , определя-

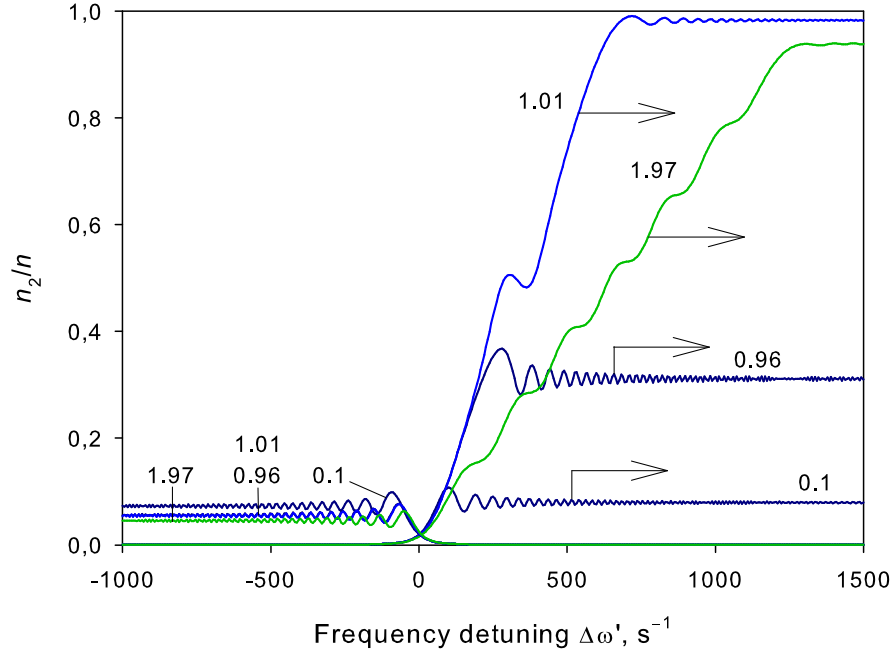


Рис. 4.4. Эволюция заселенности состояния  $|3\rangle$  в процессе линейной развертки частоты СВЧ поля снизу вверх (стрелки вправо) и сверху вниз по данным численного решения уравнения (4.43). Полная плотность, соответствующая каждой кривой, указана в единицах критической плотности  $n_c$ . Значения параметров соответствуют сверхтонкому переходу  $b \rightarrow a$  в трехмерном атомарном водороде:  $\Omega = 10 \text{ с}^{-1}$ ,  $d\omega/dt = 2 \times 10^3 \text{ с}^{-2}$ ,  $n_c \approx 2.23 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$  [9],  $\gamma = 0.3 \text{ с}^{-1}$ ,  $\Gamma = 0$ ,  $\Delta\lambda/\hbar = -3 \times 10^{-16} \text{ см}^3/\text{с}$ .

емой произведением частоты Раби  $\Omega$  и времени прохождения резонансной линии  $\Omega^2|d\omega/dt|^{-1}$ , почти до единицы. При дальнейшем росте плотности увеличивается лишь частотная отстройка, при которой достигается предельная заселенность. Нетрудно видеть, что эта отстройка как раз совпадает с максимально возможным контактным сдвигом частоты  $n\Delta\lambda$ . При обратном направлении развертки конечная заселенность состояния  $|3\rangle$ , напротив, уменьшается с ростом плотности. Как и следовало ожидать, конечная заселенность не зависит от направления развертки в пределе низкой плотности, когда контактный сдвиг стремится к нулю. Таким образом, вид спектра зависит от направления и скорости развертки частоты переменного поля, а также от его

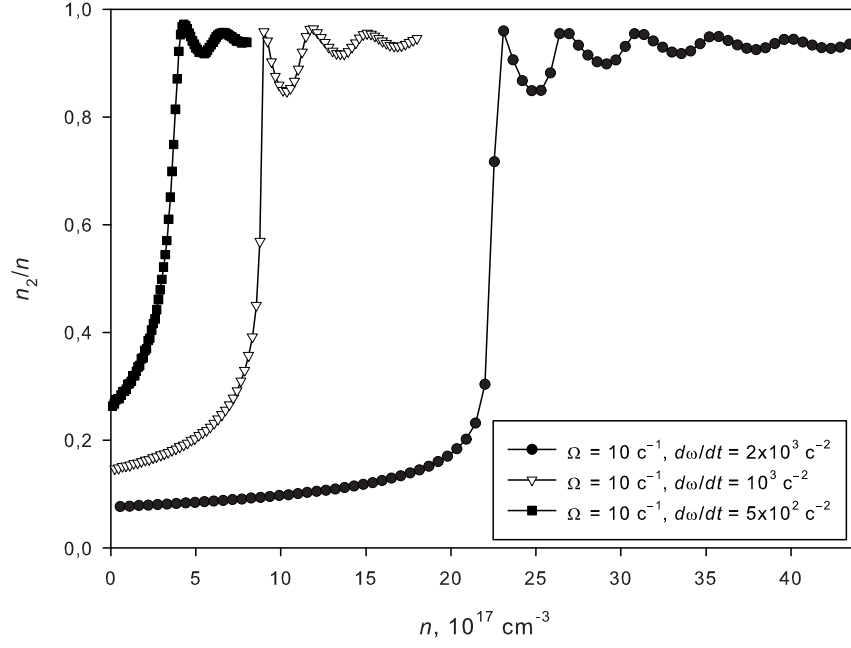


Рис. 4.5. Расчетная зависимость конечной заселенности состояния  $|3\rangle$  от полной плотности газа при различной скорости развертки частоты  $|d\omega/dt|$ . Значения остальных параметров те же, что на рис. 4.4

амплитуды.

Как видно на рис. 4.5, критическое значение плотности  $n_c$  (определенное по максимуму производной) не в точности соответствует условию  $|\Omega n_c \Delta\lambda| \propto \hbar|d\omega/dt|$ , следующему из (4.54), а возрастает с ростом  $|d\omega/dt|$  быстрее, чем по линейному закону. Причины подобного поведения предстоит выяснить. Отметим лишь, что при низкой скорости развертки частоты СВЧ (левая кривая на рис. 4.5) период осцилляций Раби  $2\pi/\Omega$  становится сопоставимым со временем прохождения резонансной линии. Наблюдающиеся при  $n > n_c$  затухающие колебания конечной заселенности состояния  $|3\rangle$ , по-видимому, объясняются тем, в какой именно фазе эффективных осцилляций Раби (волны на наклонных участках кривых на рис. 4.5 при  $n > n_c$ ) система окончательно выходит из резонансных условий.

Уравнение (4.43) справедливо для пространственно однородной систе-

мы. В случае пространственной неоднородности возникает перенос намагниченности вследствие обменного и диполь-дипольного взаимодействия (псевдо)спинов атомов, что приводит к появлению спиновых волн [5, 196]. Влияние контактного сдвига на спектр спиновых волн требует особого рассмотрения и выходит за рамки настоящей работы.

Рассматриваемый эффект может наблюдаться не только в атомарном водороде, но и в ультрахолодных парах щелочных металлов и ряде других систем. При этом характер взаимодействия, приводящего к зависимости резонансной частоты от заселенности уровней, не имеет принципиального значения. Причина, по которой нелинейность спектра не проявлялась в экспериментах по измерению контактного сдвига в парах  $^{87}\text{Rb}$  [103], состоит в невыполнении второго из условий (4.54). Так, в  $^{87}\text{Rb}$  соотношение длин s-рассеяния в различных состояниях таково, что при плотности  $n \sim 10^{13} \text{ см}^{-3}$  максимальный дифференциальный контактный сдвиг составлял всего  $n\Delta\lambda/h \sim 0.2 \text{ Гц}$  ( $\Delta\omega/\omega \sim 3 \cdot 10^{-11}$ ), в то время как частота Раби для двухфотонного перехода в импульсном СВЧ+ВЧ поле была около 2.5 кГц.

Как известно, зависимость положения резонанса от намагниченности образца приводит к так называемой ферромагнитной неустойчивости [59], например, спектра ФМР ферромагнитных пленок, ЭПР в двумерном атомарном водороде [200] и ЯМР в  $^3\text{He}$  [189]. В отличие от указанной неустойчивости, условие возникновения которой определяется скоростью поперечной релаксации, рассматриваемый в настоящем разделе эффект напрямую не зависит от поперечной релаксации, так как контактный сдвиг в двухуровневой системе не зависит от взаимной когерентности одночастичных состояний [210].



## 4.5. Роль релаксационных процессов. Атомарный водород

### 4.5.1. Поперечная ядерная релаксация за счет взаимодействия с магнитными моментами атомов

Оценим влияние некоторых релаксационных механизмов. Согласно Шинкоде и Харди [181] поперечная ядерная релаксация может быть вызвана статистическим разбросом фазы ларморовской прецессии ядерных спинов, накапливаемой разными атомами при взаимодействии с электронными спинами друг друга во время столкновений. Скорость этого процесса можно оценить как обратное время, необходимое для накопления разброса фаз порядка одного радиана. Пусть  $\sigma_t$  – сечение триплетного (упругого) рассеяния,  $v$  – тепловая скорость относительного движения атомов, а  $\delta\phi \ll 1$  – сдвиг фазы прецессии ядерного спина за одно столкновение, обусловленный дипольным полем электронного спина атома-партнера  $\mathbf{H}_d(\mathbf{r})$ , которое в свою очередь зависит от угла между направлениями электронного спина и радиус-вектора  $\mathbf{r}$ , соединяющего атомы. Средняя частота столкновений есть  $\tau_{\text{col}}^{-1} = nv\sigma_t$ . За время  $t$  происходит в среднем  $\overline{N_{\text{col}}(t)} = t/\tau_{\text{col}}$  столкновений, приводящих к сдвигу фазы со средним значением  $\overline{\Delta\phi(t)} = \overline{N_{\text{col}}(t)} \cdot \overline{\delta\phi}$  и дисперсией  $\overline{N_{\text{col}}(t)} \cdot \overline{\delta\phi^2}$ . По определению скорости релаксации дисперсия должна быть равна единице, откуда  $\overline{N_{\text{col}}(t)} = (\overline{\delta\phi^2})^{-1}$  и, следовательно,  $T_2^{-1} \sim \overline{\delta\phi^2}/\tau_{\text{col}}$ .

В двумерном случае ( $T \simeq 70$  мК) поляризующее внешнее поле, а следовательно, и электронные спины, как правило, перпендикулярны плоскости образца, поэтому  $H_d(\mathbf{r}) = -\mu_B/r^3$ , и среднеквадратичный сдвиг фазы равен  $\delta\phi \equiv \sqrt{\overline{\delta\phi^2}} \sim 2 \int_{r_0}^{\infty} \gamma_p \mu_B dr / (vr^3) = \gamma_p \mu_B / vr_0^2 \sim 6 \times 10^{-5}$ , где  $r_0 \approx 3$  Å – радиус ближайшего подхода атомов (на практике – ноль триплетного потенциала взаимодействия атомов,  $U_t(r_0) = 0$ ). Заметим, что средний набег фазы прецессии

дает среднее дипольное поле, поскольку, очевидно,  $\overline{\Delta\phi(t)} = \gamma_p \Delta H_d t$ . Следовательно,  $\Delta H_d = \mu_B n \sigma_t / r_0^2$ . Эксперимент [55] дает  $\Delta H_d = 7.4(7) \cdot 10^{-13} \text{ Гс} \cdot \text{см}^2 \cdot n$ , откуда находим двумерное сечение упругого рассеяния  $\sigma_{t2} \simeq 7 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ . Найденное значение близко к величине  $\sigma_{t2} = \sigma_{t3}/l \simeq 5.2 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ , получающейся путем масштабирования [17] обычного трехмерного сечения рассеяния одинаковых частиц [19]  $\sigma_{t3} = 16\pi a_t^2 = 2.6 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2$  с длиной делокализации  $l$ . Таким образом, при плотности  $n_2 \sim 3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$  время поперечной релаксации в двумерном газе составляет  $T_2 \sim 0.3 \text{ с}$ .

В трехмерном газе ( $T \simeq 0.3 \text{ К}$ ) средний сдвиг фазы существенно зависит от геометрии образца (также как и хорошо известный размагничивающий фактор). Однако среднеквадратичное значение отличается от двумерного случая главным образом в силу разницы температур, поэтому при плотности  $n_3 \sim 3 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$  время релаксации составляет  $T_2 \sim 130 \text{ с}$ .

На практике эффективное постоянное поле, видимое атомами (внешнее поле плюс дипольное поле поляризованных электронных спинов), неоднородно по образцу. В этом случае спиновая диффузия также играет роль механизма релаксации. Согласно Кельману и др. [125], коэффициент спиновой диффузии двумерного водорода составляет  $D_0 n \sim 10^{10} \text{ с}^{-1}$ . Поэтому время релаксации образца радиусом 3 мм и плотностью  $n = 5 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$  оказывается равным  $\sim 25 \text{ с}$ .

#### 4.5.2. Поперечная релаксация при адсорбции/десорбции

Особый вид релаксации – обмен частицами между адсорбированной и объемной фазами атомарного водорода. Как уже отмечалось, в адсорбированной фазе имеет место сдвиг сверхтонкой постоянной  $\Delta A_w/h = -45.58(4) \text{ кГц}$  по отношению к объемному газу, который приводит к сдвигу резонансной частоты перехода  $|a\rangle - |b\rangle$  на величину (в сильном поле)  $\Delta A_w/2h$ . В трехмер-

ном газе роль этого процесса быстро возрастает с понижением температуры, так как экспоненциально растет адсорбционное время  $\tau_s$ , то есть, время нахождения атомов в связанном состоянии на поверхности гелия. Растет она также и с уменьшением геометрических размеров образца, то есть, с увеличением частоты столкновений со стенками, когда они начинают преобладать над межатомными столкновениями. При каждом акте адсорбции возникает сдвиг фазы ларморовской прецессии ядерного спина  $\delta\phi_w = \Delta A_w \tau_s / 2\hbar$ . Согласно уравнению (2.11) адсорбционное время в больцмановском пределе описывается уравнением

$$\tau_s = \frac{4\Lambda}{vs} e^{E_a/T}, \quad (4.55)$$

где  $s = 0.3(T/1\text{ К})$  — вероятность прилипания частиц при их соударениях с поверхностью гелия. В случае квантового вырождения при наличии квазиконденсата имеет место более общее равенство (2.11). В частности, при температуре типичного эксперимента с трехмерным водородом  $T = 0.3\text{ К}$  адсорбционное время составляет  $\tau_s \sim 2 \cdot 10^{-7}\text{ с}$ , а сдвиг фазы —  $\delta\phi_w \sim 3 \cdot 10^{-2}$ . Чтобы найти соответствующее время поперечной релаксации, нужно в приведенном выше выражении заменить частоту межатомных столкновений на частоту столкновений со стенками  $v/L$ , умноженную на вероятность прилипания  $s$  (здесь  $L = 0.5\text{ мм}$  — размер образца). В итоге получим  $T_{2w} \sim L(\delta\phi_w^2 vs)^{-1} \sim 7 \cdot 10^{-2}\text{ с}$ .

В двумерном случае при десорбции происходит полная потеря фазы прецессии, так как сдвиг фазы пропорционален среднему времени между столкновениями со стенками, сопровождающимися адсорбцией,  $\delta\phi \sim \frac{\Delta A_w L}{2\hbar vs} \sim 10^3$ . Следовательно, время релаксации совпадает с адсорбционным временем  $\tau_s$ , которое при типичной температуре экспериментов с двумерным водородом  $T \gtrsim 70\text{ мК}$  весьма велико,  $\tau_s \gtrsim 3 \cdot 10^3\text{ с}$ .

### 4.5.3. Когерентная прецессия с средним поле контактного взаимодействия

Исходя из того, что антисимметричная компонента волновой функции пары бозонов не участвует в контактном взаимодействии, Ахокас и др. [53] сделали вывод, что взаимодействие в атомарном водороде может быть полностью “выключено” с помощью соответствующего поворота ядерных спинов. Однако, как мы видели, синглетная компонента, необходимая для подавления взаимодействия, возникает только в результате необратимых процессов, например, поперечной релаксации, и не может быть получена из триплетной при однородном СВЧ возбуждении. Согласно уравнениям эволюции псевдоспинов [91], чистое синглетное состояние пары атомов может быть приготовлено при пространственно неоднородном возбуждении. Однако уже три спина нельзя сделать попарно антипараллельными. Максимальная доля синглетной компоненты в большом образце составляет ровно половину (что, собственно, и достигается при релаксации). Поэтому, средне-полевое взаимодействие в атомарном водороде может быть уменьшено, самое большее, в два раза.

СВЧ возбуждение когерентно переводит (“поворачивает”) исходное чистое состояние  $|1\rangle$  в суперпозиционное состояние  $|\xi\rangle = \cos\theta(t)|1\rangle + \sin\theta(t)|2\rangle$ . Бэйм и др. [63] отметили, что это повернутое состояние не является собственным состоянием гамильтониана взаимодействия атомов (4.1), т.е., гамильтониан, выраженный через  $|\xi\rangle$  и его ортогональное дополнение  $|\eta\rangle$  ( $\langle\eta|\xi\rangle = 0$ ) содержит недиагональные члены [63]

$$\hat{H}'_{\text{int}} = \frac{1}{2}(\lambda_{23} - \lambda_{13})n_3 \sin 2\theta \sum_q (\hat{a}_{\mathbf{q}\eta}^+ \hat{a}_{\mathbf{q}\xi} + \hat{a}_{\mathbf{q}\xi}^+ \hat{a}_{\mathbf{q}\eta}). \quad (4.56)$$

Такое переменное возбуждение неизбежно ведет к переходам между состояниями  $|\xi\rangle$  и  $|\eta\rangle$ . Однако, в отличие от утверждения Бэйма и др. [63], это обратимый процесс, а вовсе не механизм релаксации и разрушения когерент-

ности. Напротив, он описывает когерентную прецессию на поверхности блоховской сферы в координатах  $|\xi\rangle - |\eta\rangle$  с  $\langle\eta|\eta\rangle = (4|M|^2/\hbar^2\tilde{\omega}^2) \sin^2 \frac{\tilde{\omega}t}{2}$ ,  $\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_{\xi\eta}^2 + 4|M|^2} \approx \omega_{12}$  и  $M = \langle\eta|\hat{H}'_{\text{int}}|\xi\rangle = (\lambda_{23} - \lambda_{13})n_3 \sin 2\theta$  [19], что полностью аналогично прецессии Раби за счет эффективного нерезонансного переменного поля  $H_{\text{eff}} = 2|M|(\hbar\gamma_{\text{eff}})^{-1}$  с “частотной расстройкой”  $\omega_{\xi\eta}$ . Сохранение когерентности с приближении среднего поля непосредственно следует из пространственной однородности среднего поля (как и в случае любого другого поля).

#### 4.5.4. Выводы

Таким образом, основным механизмом поперечной релаксации в двумерном водороде является взаимодействие с электронными спинами при упругих столкновениях атомов с постоянной времени  $T_2 \sim 0.3$  с, а трехмерном – адсорбционный сдвиг сверхтонкой постоянной при неупругих столкновениях со стенками с экспоненциально возрастающей с понижением температуры постоянной времени  $T_2 \sim 7 \cdot 10^{-2}$  с (при  $T = 70$  мК).

Релаксация порождает некогерентную смесь состояний  $|a\rangle$  и  $|b\rangle$ . Рекомбинационное время жизни таких атомов  $|a\rangle$  в двумерном газе весьма невелико,  $(K_{ab}n_b)^{-1} \sim 4 \times 10^{-3}$  с, а их стационарная плотность, соответственно, мала,  $(T_2 K_{ab} n_b)^{-1} \sim 1.3 \times 10^{-2}$ . Ядерные спины подавляющего большинства атомов остаются поляризованными в каждой точке образца и совершают почти когерентную прецессию. Неоднородность постоянного поля, которую можно оценить по ширине линии перехода  $|b\rangle - |c\rangle$ , составляет  $\Delta H \sim 0.3$  Гс, что намного превосходит амплитуду СВЧ поля  $H_1 \sim 10^{-3}$  Гс [9]. Поэтому при непрерывном возбуждении резонанса  $|a\rangle - |b\rangle$  ядерные спины атомов прецессируют с частотой  $\tilde{\Omega}(\mathbf{r}) \gg \Omega$  вокруг зависящего от пространственного положения угла наклона  $\sin \theta = \Omega/\tilde{\Omega}(\mathbf{r})$ , который варьируется от  $\theta = \frac{\pi}{2}$  в

точном резонансе до  $\theta \sim H_1/\Delta H \sim 3 \times 10^{-4}$ . В результате частота перехода  $|b\rangle - |c\rangle$  модулируется с зависящими от положения частотой и амплитудой модуляции. Таким образом, приведенное выше безрелаксационное приближение применимо к каждой почти однородной области образца.

Атомы в суперпозиционном состоянии  $\cos \theta(t)|1\rangle + \sin \theta(t)|2\rangle$  в свою очередь участвуют в описанных выше релаксационных процессах. В итоге половина пар  $|12\rangle$  оказывается в синглетном состоянии. Ахокас и др. [54] высказывали мнение, что в случае атомарного водорода такие атомы быстро рекомбинируют с образованием молекул, что уменьшает  $|c_2|^2$  и, следовательно, изменяет энергию взаимодействия в два раза. Далее утверждалось, что от такого снижения невозможно избавиться путем уменьшения плотности, так как и релаксация, и контактный сдвиг вызваны столкновениями атомов. Однако, как уже отмечалось, доля синглетной компоненты  $|C_{12}^-|^2$  вообще не входит в уравнение Eq.(4.8) и не приводит к контактному сдвигу. Во-вторых, релаксация в конечном состоянии меняет ширину перехода, а не сдвиг. Вообще говоря, амплитуда упругого рассеяния  $f_{ii}$  холодных частиц *возрастает* при наличии неупругого канала[19]. Дело в том, что амплитуда расходящейся (рассеянной) сферической волны во входном канале, которая является диагональным элементом матрицы рассеяния  $S_{ii} = 1 + 2ikf_{ii}$ , не только изменяется по фазе по сравнению с единицей, но и становится меньше по модулю,  $|S_{ii}| < 1$ . Последнее обстоятельство отражает тот факт, что поток рассеянных частиц во входном канале ослаблен по сравнению с падающим потоком благодаря неупругим процессам. В результате  $f_{ii}$  становится комплексной величиной, мнимая часть которой отвечает за неупругое рассеяние и за ширину линии. Наконец, контактный сдвиг пропорционален плотности, а скорость релаксации – ее квадрату. Поэтому можно снизить потенциальное влияние релаксации (т.е., ее вклад в ширину линии), уменьшая плотность газа. Относительная слабость релаксации видна уже из того, что ширина линии ЭПР

атомарного водорода (которая лишь частично связана с релаксацией) много меньше наблюдаемого контактного сдвига [53, 55, 56].

Как уже отмечалось выше, при низких температурах релаксация двумерного водорода за счет адсорбции/десорбции становится экспоненциально медленной, поэтому классический вариант двойного резонанса с выжиганием провала в линии поглощения, которое несколько усиливается благодаря дипольному полю [53], неэффективен. В этом случае динамический контактный сдвиг представляется более правдоподобным объяснением наблюдаемых спектров ДЭЯР, нежели когерентное пленение населенности [53]. Подобный динамический сдвиг может быть чувствительным инструментом исследования взаимодействия в атомных системах.

## 4.6. Выводы к четвертой главе

Разрешено кажущееся резкое противоречие теории и эксперимента по измерению столкновительного сдвига частоты ЭПР в разреженном атомарном водороде при сверхнизких температурах.

Предложено объяснение конечного сдвига частоты сверхтонкого перехода в двумерном атомарном водороде на поверхности сверхтекучего гелия при  $T < 0.1$  К. Впервые в мире рассмотрен механизм сдвига вследствие взаимодействия адсорбированных атомов друг с другом, что эффективно уменьшает энергию их связи с поверхностью гелия и, следовательно, уменьшает отклонение сверхтонкой постоянной от значения, характерного для свободных атомов.

Показано, что разница длин триплетного и синглетного s-рассеяния холодных атомов водорода в основном состоянии, определяемая из величины контактного сдвига частот сверхтонких переходов, оказывается ровно вдвое меньше, чем считалось ранее, и составляет 30(5) пм.

Рассмотрен столкновительный сдвиг перехода между внутренними состояниями  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  в однородном холодном газе в присутствии атомов в состоянии  $|3\rangle$ . Полученное выражение обобщает аналогичную формулу Гиббля [91] для двухуровневых атомов, уравнения Гупты и др. [100] и Ригала и Джин [155], справедливые в полностью некогерентном случае, а также общий теоретический результат Бэйма и др. [63]) для фермионов.

Впервые в мире рассмотрена разновидность спектроскопии двойного резонанса в квантовом газе, основанная на модуляции столкновительного сдвига, а следовательно, и самой частоты зондирующего перехода  $|1\rangle-|2\rangle$  вследствие осцилляций Раби заселенности состояний  $|1\rangle$  и  $|3\rangle$  при непрерывном возбуждении управляющего резонанса  $|1\rangle-|3\rangle$ . Ширина линии такого вызванного взаимодействием двойного резонанса определяется величиной контактного сдвига и амплитудой управляющего поля и не зависит от градиента постоянного внешнего поля. Форма и ширина линии УВДР согласуются с наблюдаемыми в двумерном атомарном водороде. Ахокас и др. [55, 56] высказывали предположение, что спектры ДЭЯР, которые они наблюдали в атомарном водороде, могли быть вызваны электромагнитно-индуцированной прозрачностью или когерентным пленением населенности, широко известными в физике трехуровневых систем [2, 18]. В настоящей главе показано, что существует по крайней мере еще один реалистичный сценарий, основанный на вызванном взаимодействием двойном резонансе. Этот эффект также может быть отнесен к своего рода электромагнитно-индуцированной прозрачности, хотя физические механизмы, лежащие в основе того и другого явления, совершенно различны.

Для надежного детектирования обычного двойного резонанса требуется заметное (порядка единицы) снижение населенности исходного состояния. Как уже пояснялось в разделе 4.3, УВДР можно наблюдать при гораздо меньшем снижении заселенности, поскольку рабочий переход полностью вы-



водится из резонансных условий уже весьма малой заселенностью  $n_3$  состояния  $|3\rangle$ . В частности, достаточно, чтобы амплитуда модуляции частоты была выше, чем однородная ширина линии рабочего перехода или спектральная ширина источника, в зависимости от того, какая из этих величин оказывается больше. Например, в случае атомарного водорода последняя составляет  $\delta\omega_p/\omega_p \sim 10^{-9}$  [56], что соответствует  $n_3 \sim 2 \cdot 10^6 \text{ см}^{-2}$  или  $n_3/n \sim 10^{-6}$ . Благодаря столь высокой чувствительности предложенная в настоящей работе особая разновидность спектроскопии двойного резонанса может быть эффективным инструментом исследования взаимодействия в атомных и других аналогичных системах.

Зависящий от когерентности контактный сдвиг можно также наблюдать на двухфотонном электронном переходе  $1S - 2S$  в атомарном водороде [123], если два сверхтонких подуровня основного состояния, например,  $(F = 1, m_F = 1)$  и  $(F = 1, m_F = 0)$  одновременно заселены. Другими кандидатами могли бы быть гораздо более популярные и хорошо изученные ультрахолодные бозе-газы щелочных металлов, многие из которых в настоящее время доступны для экспериментального исследования. Так, контактный сдвиг использовался для регистрации резонансов Фешбаха в фермионах  $^6\text{Li}$  [100] и  $^{40}\text{K}$  [155] и даже для наблюдения за процессом потери когерентности в образцах (т.е., за эволюцией  $|C_{13}^-|^2$  от нуля до  $\frac{1}{2}$ ) и возникновения средне-полевого взаимодействия [100]. В настоящее время ВЧ спектроскопия перехода в третье состояние применяется для исследования сверхтекучести, фермионных поляронов и других необычных явлений в ультрахолодном сильно-взаимодействующем двухкомпонентном ферми-газе [177, 178].

Предсказан новый нелинейный эффект в спектре газа двухуровневых бозонов, вызванный столкновительным сдвигом частоты перехода вследствие изменения заселенности состояний  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  и возникающий при низкой скорости развертки частоты переменного поля. Этот эффект формально ана-

логичен неустойчивости спектра ФМР ферромагнитных пленок [59], ЭПР в двумерном атомарном водороде [200] и ЯМР в  $^3\text{He}$  [189], хотя и вызван принципиально другими причинами.

## Заключение

Перечисленные ниже основные результаты диссертации носят фундаментальный характер и охватывают широкий круг проблем физики конденсированного состояния, касающихся свойств квантовых газов и прежде всего двумерных систем, связанных с поверхностью сверхтекучего гелия:

1. впервые достигнуты условия квазиконденсации и перехода Березинского – Костерлица – Таулеса в двумерном бозе-газе атомов водорода на поверхности жидкого гелия; предложен новый механизм охлаждения плотного газа за счет течения атомов Н по поверхности гелия с последующим испарением и вылетом из магнитной ловушки (раздел 3.1 диссертации);
2. тщательно измерены константы двухчастичной рекомбинации атомов водорода, получена температурная зависимость отношения этих констант (раздел 2.1);
3. впервые измерена зависимость энергии связи атомов водорода с поверхностью смесей  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  от заселенности поверхностных состояний  $^3\text{He}$ , определен эффективный параметр взаимодействия Н– $^3\text{He}$  на поверхности гелия (раздел 2.2);
4. обнаружен эффективный механизм теплопереноса по пленкам  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  за счет течения  $^3\text{He}$  вдоль поверхности с последующим испарением в объем жидкости и в вакуум; наблюдалось возбужденное поверхностное состояние  $^3\text{He}$  на насыщенных пленках  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , измерены параметры обоих поверхностных состояний (раздел 3.1);
5. впервые сформулировано обобщение квантовой гидродинамики поверхности растворов  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , учитывающее двумерный атомарный водород

(раздел 3.2);

6. впервые сформулирована и решена задача о звуковых модах в сверхтекучем двумерном водороде на поверхности сверхтекучего гелия (параграф 3.2.3);
7. впервые определены условия возникновения ферромагнитной неустойчивости спектра ЭПР двумерного водорода с учетом рекомбинационного тепловыделения и поверхностного течения (параграф 3.2.2);
8. наблюдалось новое физическое явление – двумерное вязкое течение газа атомов водорода по поверхности жидкого гелия, впервые получена оценка времени релаксации импульса между двумерными подсистемами атомов H и  $^3\text{He}$  (раздел 3.3);
9. предложен ранее неизвестный механизм диссипации потока риплонного газа на поверхности сверхтекучего гелия за счет одночастичного рассеяния на неоднородностях поверхности, впервые объяснена наблюдаемая температурная зависимость теплопроводности пленок гелия (параграф 3.4.1);
10. впервые вычислена скорость релаксации импульса между риплонами на поверхности сверхтекучего гелия и вырожденным двумерным водородом (раздел 4.4);
11. впервые вычислена низкочастотная подвижность двумерной системы электронов на поверхности сверхтекучего гелия при низких температурах, ограниченная риплон–фононным взаимодействием (параграф 3.4.2);
12. впервые получено общее выражение для контактного сдвига переходов в холодном газе многоуровневых атомов (раздел 4.1);

13. разрешено кажущееся противоречие теории и эксперимента по измерению столкновительного сдвига частоты ЭПР в атомарном водороде, предложено объяснение конечного сдвига в двумерном водороде (параграф [4.1.2](#), [4.1.3](#));
14. по данным о величине контактного сдвига определена разница длин триплетного и синглетного s-рассеяния холодных атомов водорода в основном состоянии (параграф [4.1.4](#));
15. впервые рассмотрена нелинейная спиновая динамика трехуровневой системы в случае зависимости частот переходов от заселенностей уровней (раздел [4.2](#));
16. впервые рассмотрена разновидность двойного резонанса в квантовом газе – усиленный взаимодействием двойной резонанс (раздел [4.3](#));
17. предсказан новый нелинейный эффект в спектре газа двухуровневых бозонов, вызванный контактным сдвигом частоты перехода (раздел [4.4](#)).

Таким образом, обнаружен экспериментально и предсказан теоретически ряд новых явлений в двух- и трехмерных квантовых системах, разработаны и успешно применены новые методы их исследования, измерены и вычислены значения многих ключевых величин и зависимостей, характеризующих такие системы, объяснены ранее известные экспериментальные результаты, разрешены некоторые долго остававшиеся невыясненными вопросы и противоречия. В целом это позволило существенно продвинуться в понимании поведения указанных систем и стимулировало дальнейшие исследования в целом ряде научных коллективов, уже приведшие к значительному прогрессу как в теоретическом, так и в экспериментальном плане.

# Благодарности

В заключение я хотел бы выразить глубокую признательность своему первому научному руководителю и бессменному начальнику лаборатории метастабильных квантовых систем института сверхпроводимости и физики твердого тела РНЦ "Курчатовский институт" [Лукашевичу Игорю Ивановичу] за бесценный опыт, всестороннюю поддержку и постоянное внимание к работе, детальные обсуждения и полезные советы;

Я также искренне благодарен Яааккола Симо (Jaakkola Simo) за многолетнюю совместную работу, бесчисленные плодотворные дискуссии по самому широкому кругу вопросов, гостеприимство, неизменно теплый прием и дружескую атмосферу в лаборатории им. Вихури университета г. Турку;

Кагану Юрию Моисеевичу за ключевые идеи, послужившие толчком к настоящей работе и легшие в ее основу, живой интерес к деталям и результатам экспериментов, жаркие плодотворные обсуждения и постоянную поддержку;

Максимову Леониду Александровичу за плодотворные обсуждения, в особенности, кинетики поверхности гелия, полезные советы и ценные замечания по тексту диссертации и автореферата.

Васильеву Сергею Александровичу за многолетнюю совместную работу на всех этапах исследований от планирования и тщательной подготовки экспериментов до острых и потому наиболее ценных дискуссий при обсуждении результатов и подготовке публикаций;

Ясникову Игорю Станиславовичу за ежедневное тесное сотрудничество, постоянные обсуждения и неоценимую помощь и поддержку при подготовке диссертации;

Болдареву Сергею Тимофеевичу за неизменное удовольствие совместной работы, а также высокий профессионализм и бесценный опыт в области низ-

котемпературных экспериментов;

Шляпникову Георгию Всеволодовичу, Прокофьеву Николаю Викторовичу, Свистунову Борису Владимировичу за многочисленные плодотворные дискуссии;

Шевченко Сергею Ивановичу за плодотворные обсуждения, прежде всего, проблемы бозе-конденсации и перехода Березинского–Костерлица–Таулеса в двумерном газе в неоднородном поле;

Межову-Деглину Леониду Павловичу, Дюгаеву Александру Михайловичу и Турлапову Андрею Вадимовичу взявшим на себя труд оппонирования настоящей диссертации

Демуху Сергею Сергеевичу и Харитонову Александру Алексеевичу за совместную работу и огромную помощь при подготовке и проведении экспериментов;

Филиппову Николаю Ивановичу, Буерашину Алексею Серафимовичу, Сураеву Валерию Васильевичу, Клетченкову Анатолию Александровичу, Косовскому Олегу Анатольевичу, Субботину Александру Сергеевичу за техническую помощь в подготовке экспериментов.

техническому персоналу лаборатории им. Вихури Esa Lilia и Timo Naili за неизменно четкое обеспечение экспериментов криогенными жидкостями.

Настоящая работа, безусловно, была бы невозможной без постоянной помощи и поддержки моей жены, коллеги и соавтора Сафоновой Ирины Игоревны.

## Литература

1. Абрагам А., Блини Б. Электронный парамагнитный резонанс переходных ионов. Москва: Мир, 1972. Т. I. С. 561.
2. Агапьев Б. Д., Горный М. Б., Матисов Б. Г., Рождественский Ю. В. // *Успехи физических наук*. 1993. Т. 163. С. 1.
3. Андреев А. Ф. Поверхностное натяжение слабых растворов изотопов гелия // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1966. Т. 50. С. 1415–1419.
4. Андреев А. Ф., Компанеев Д. А. Поверхностные явления в сверхтекучей жидкости // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1972. Т. 61. С. 2459–2474.
5. Башкин Е. П. // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1981. Т. 33. С. 11.
6. Березинский В. Л. Разрушение дальнего порядка в одномерных и двумерных системах с непрерывной группой симметрии. I. Классические системы // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1970. Т. 59. С. 907–920.
7. Березинский В. Л. Разрушение дальнего порядка в одномерных и двумерных системах с непрерывной группой симметрии. II. Квантовые системы // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1972. Т. 61. С. 1144–1156.
8. Буньков Ю. М. Спиновая сверхтекучесть и бозе-эйнштейновская конденсация магнонов // *Успехи физических наук*. Vol. 180, no. 8. P. 884–889.



9. *Васильев С. А.* частные сообщения.
10. *Горбунов А. В., Тимофеев В. Б.* Бозе-конденсация межъямных экситонов и пространственная структура люминесценции в латеральных ловушках // *Успехи физических наук*. Vol. 176, по. 6. Р. 651–657.
11. *Дзянко О., Демидов В. Е., Демокритов С. О.* Кинетика и бозе-эйнштейновская конденсация параметрически возбуждённых магнонов при комнатной температуре // *Успехи физических наук*. Vol. 180, по. 8. Р. 890–894.
12. *Доценко В. В., Сивоконь В. Е., Ковдря Ю. З., Григорьев В. Н.* Затухание фонон-риплонных колебаний в электронном кристалле над сверхтекучими растворами  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  // *Физика низких температур*. 1997. Т. 23, № 9. С. 1028.
13. *Есельсон Б. Н., Рыбалко А. С., Соколов С. С.* // *Физика низких температур*. 1980. Т. 6. С. 1120.
14. *Зеленер Б. Б., Саакян С. А., Саутенков В. А. и др.* Лазерное охлаждение атомов  $\text{Li}^7$  в магнитооптической ловушке // *Письма в журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2013. Т. 98, № 11. С. 762–766.
15. *Каган Ю., Вартаньянц И. А., Шляпников Г. В.* Кинетика распада метастабильной газовой фазы поляризованного атомарного водорода при низкой температуре // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1981. Т. 81, № 3. С. 1113–1140.
16. *Каган Ю., Свистунов Б. В., Шляпников Г. В.* Влияние бозе-конденсации на неупругие процессы в газе // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1985. Т. 42, № 4. С. 169–172.

17. *Каган Ю., Свистунов Б. В., Шляпников Г. В.* Влияние фазового перехода на неупругие процессы в слабонеидеальном двумерном бозе-газе // *Журнал экспериментальной и теоретической физики.* 1987. Т. 93. С. 552.
18. *Кочаровская О. А., Ханин Я. И.* Захват населенностей и когерентное просветление трехуровневой среды периодической последовательностью ультракоротких импульсов // *Журнал экспериментальной и теоретической физики.* 1986. Т. 90, № 5. С. 1610–1618.
19. *Ландау Л. Д., Лившиц Е. М.* Теоретическая физика. III. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Москва: Наука, 1989. С. 602.
20. *Ландау Л. Д., Лившиц Е. М.* Теоретическая физика. III. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Москва: Наука, 1989. С. 58–61.
21. *Лившиц Е. М., Питаевский Л. П.* Теоретическая физика IX. Статистическая физика. Часть 2. Москва: Наука, 1978. С. 161–165.
22. *Малахов В., Мартъянов К., Турлапов А.* Материал готовится к публикации.
23. *Питаевский Л. П.* Вихревые линии в неидеальном бозе-газе // *Журнал экспериментальной и теоретической физики.* 1961. Т. 40. С. 646–651.
24. *Питаевский Л. П.* Конденсация Бозе–Эйнштейна в магнитных ловушках. Введение в теорию // *Успехи физических наук.* 1998. Т. 168, № 6. С. 641–653.
25. *Питаевский Л. П.* Конденсаты Бозе–Эйнштейна в поле лазерного излучения // *Успехи физических наук.* 2006. Т. 176, № 4. С. 345–364.

26. *Попов В. Н.* Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статистической физике. Москва: Атомиздат, 1976.
27. *Сафонова И. И., Сафонов А. И., Ясников И. С.* Длина s-рассеяния и контактный сдвиг сверхтонкого перехода в атомарном водороде // Тезисы докладов XXXV Собрания по физике низких температур (НТ-35), Черногловка. Москва: Граница, 2009. С. 68.
28. *Сафонов А. И.* Сжатие спин-поляризованного атомарного водорода в сильно неоднородном магнитном поле: Кандидатская диссертация / Российский научный центр “Курчатовский институт”. 1995.
29. *Сафонов А. И.* Звуковые моды в двумерном атомарном водороде на поверхности сверхтекучего  $^4\text{He}$  // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2005. Т. 81, № 4. С. 212–215.
30. *Сафонов А. И., Васильев С. А., Демух С. С., Харитонов А. А.* Спонтанные осцилляции температуры пленки  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  при постоянном нагреве // *Препринт РНЦ “Курчатовский Институт”*. 2003. Т. ИАЭ-6279/9.
31. *Сафонов А. И., Васильев С. А., Ясников И. С. и др.* Магнитное сжатие двумерного спин-поляризованного атомарного водорода // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1995. Т. 61, № 12. С. 998–1004.
32. *Сафонов А. И., Демух С. С., Сафонова И. И., Лукашевич И. И.* Когерентность и рекомбинация в двумерном атомарном водороде на поверхности сверхтекучего  $^4\text{He}$  // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2006. Т. 84, № 9. С. 605–609.
33. *Сафонов А. И., Демух С. С., Харитонов А. А.* Диссипация потока рип-

- лонов на поверхности сверхтекучего  $^4\text{He}$  // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2004. Т. 79, № 6. С. 362–366.
34. Сафонов А. И., Сафонова И. И., Демух С. С. Низкотемпературная подвижность поверхностных электронов и риплон-фононное взаимодействие в жидком гелии // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2010. Т. 91, № 8. С. 431–435.
  35. Сафонов А. И., Сафонова И. И., И.И.Лукашевич. Столкновительный сдвиг частот сверхтонких переходов в атомарном водороде при низких температурах // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2008. Т. 87, № 1. С. 28–32.
  36. Сафонов А. И., Сафонова И. И., Ясников И. С. Происхождение ненулевого сдвига частоты сверхтонкого перехода в двумерном атомарном водороде // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2009. Т. 90, № 1. С. 10–14.
  37. Сафонов А. И., Сафонова И. И., Ясников И. С. Сдвиг частоты сверхтонкого перехода в двумерном атомарном водороде // Тезисы докладов XXXV Совещания по физике низких температур (НТ-35), Черноголовка. Москва: Граница, 2009. С. 21–22.
  38. Сафонов А. И., Сафонова И. И., Ясников И. С. Нелинейность спектра двухуровневых бозонов, вызванная контактным сдвигом частоты перехода // Тезисы докладов XXXVI Совещания по физике низких температур (НТ-36), Санкт-Петербург. Санкт-Петербург: Физико-технический институт им. Иоффе, 2012. С. 29.
  39. Сафонов А. И., Сафонова И. И., Ясников И. С. Усиленный взаимодействием двойной резонанс в холодных газах // Тезисы докладов XXXVI

- Совещания по физике низких температур (НТ-36), Санкт-Петербург. Санкт-Петербург: Физико-технический институт им. Иоффе, 2012. С. 31.
40. Сафонов А. И., Сафонова И. И., Ясников И. С. Нелинейные спектроскопические эффекты в квантовых газах, связанные с межатомным взаимодействием // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2013. Т. 143, № 5. С. 856–864.
41. Сафонов А. И., Харитонов А. А., Лукашевич И. И. Течение двумерного атомарного водорода по поверхности жидкого  $^4\text{He}$  // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2005. Т. 82, № 3. С. 161–163.
42. Турлапов А. В. Ферми-газ атомов // *Письма в журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2012. Т. 95, № 2. С. 104–112.
43. Халатников И. М. Введение в теорию сверхтекучести. Москва, 1965.
44. Чаповский П. Л. Бозе–эйнштейновская конденсация атомов рубидия // *Письма в журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2012. Т. 95, № 3. С. 148–152.
45. Шевченко С. И. О бозе-конденсации в двумерных бозе-системах // *Физика низких температур*. 1990. Т. 16, № 1. С. 119–123.
46. Шевченко С. И. К теории двумерной сверхтекучести в неоднородном внешнем поле // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1991. Т. 100. С. 1824–1843.
47. Шикин В. Б., Монарха Ю. П. Двумерные заряженные системы в гелии. Москва: Наука, 1989. ISBN: 5-02-014224-7.

48. Шляпников Г. В., Прокофьев Н. В., Свистунов Б. В. частные сообщения.
49. Эдельман В. С. Левитирующие электроны // *Успехи физических наук*. 1980. Т. 130, № 4. С. 675–706.
50. Adrian F. J. // *Journal of Chemical Physics*. 1960. Vol. 32. P. 972.
51. Agnolet G., Teitel S. L., Reppy J. D. Thermal Transport in a  $^4\text{He}$  Film at the Kosterlitz-Thouless Transition // *Physical Review Letters*. 1981. Vol. 47, no. 21. P. 1537–1540.
52. Ahn R. M. C., v. d. Eijnde J. P. H. W., Reuver C. J. et al. Surface spin relaxation of stabilized atomic hydrogen // *Physical Review B*. 1982. Vol. 26, no. 1. P. 452–455.
53. Ahokas J., Järvinen J., Shlyapnikov G. V., Vasiliev S. Clock Shift in High Field Magnetic Resonance of Atomic Hydrogen // *Physical Review Letters*. 2008. Vol. 101, no. 26. P. 263003.
54. Ahokas J., Järvinen J., Shlyapnikov G. V., Vasiliev S. Reply to “Comment on ‘Clock Shift in High Field Magnetic Resonance of Atomic Hydrogen’” // *Physical Review Letters*. 2010. Vol. 104. P. 099302.
55. Ahokas J., Järvinen J., Vasiliev S. Cold Collision Frequency Shift in Two-Dimensional Atomic Hydrogen // *Physical Review Letters*. 2007. Vol. 98, no. 4. P. 043004.
56. Ahokas J., Järvinen J., Vasiliev S. Magnetic Resonance Studies of Cold Atomic Hydrogen Gas // *Journal of Low Temperature Physics*. 2007. Vol. 150, no. 3–4. P. 577–586.

57. *Ambegaokar V., Halperin B. I., Nelson D. R., Siggia E. D.* Dissipation in Two-Dimensional Superfluids // *Physical Review Letters*. 1978. Vol. 40, no. 12. P. 783–786.
58. *Anderson M. H., Ensher J. R., Matthews M. R. et al.* Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor // *Science*. 1995. Vol. 269. P. 198–201.
59. *Anderson P. W., Suhl H.* Instability in the Motion of Ferromagnets at High Microwave Power Levels // *Physical Review*. 1955. Vol. 100, no. 6. P. 1788–1789. and references therein.
60. *Andrews M. R., Townsend C. G., Miesner H.-J. et al.* Observation of Interference Between Two Bose Condensates // *Science*. 1997. Vol. 275. P. 637–641.
61. *Atkins K. R.* The Surface Tension of Liquid Helium // *Canadian Journal of Physics*. 1953. Vol. 31. P. 1165–1169.
62. *Bagnato V., Kleppner D.* Bose–Einstein condensation in low-dimensional traps // *Physical Review A*. Vol. 44, no. 11. P. 7439–7441.
63. *Baym G., Pethick C. J., Yu Z., Zwerlein M. W.* Coherence and Clock Shifts in Ultracold Fermi Gases with Resonant Interactions // *Physical Review Letters*. 2007. Vol. 99, no. 19. P. 190407.
64. The BCS-BEC Crossover and the Unitary Fermi Gas / Ed. by W. Zwerger. Lecture Notes in Physics 836. Berlin: Springer-Verlag, 2012. ISBN: [3642219772](#).
65. *Bell D. A., Hess H. F., Kochanski G. P. et al.* Relaxation and recombination

- in spin-polarized atomic hydrogen // *Physical Review B*. 1986. Vol. 34. P. 7670.
66. *Berkhout J. J., Wolters E. J., van Roijen R., Walraven J. T. M.* Vanishing Sticking Probabilities and Enhanced Capillary Flow of Spin-Polarized Hydrogen // *Physical Review Letters*. 1986. Vol. 57. P. 2387–2390.
  67. *Bešlić I., Markić L. V., Boronat J.* Spin-polarized hydrogen and its isotopes: a rich class of quantum phases // *Фізика Низьких Температур*. 2013. Vol. 39, no. 10. P. 1104—1145.
  68. *Bishop D. J., Reppy J. D.* Study of the superfluid transition in two-dimensional  $^4\text{He}$  films // *Physical Review B*. 1980. Vol. 22, no. 11. P. 5171–5185.
  69. *Bishop D. J., Reppy J. D.* Study of the superfluid transition in two-dimensional  $^4\text{He}$  films // *Physical Review B*. 1980. Vol. 22. P. 5171–5185.
  70. *Bloch I., Dalibard J., Zwirger W.* Many-body physics with ultracold gases // *Review of Modern Physics*. 2008. Vol. 80, no. 3. P. 885—964.
  71. *Bose S. N.* Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese (Planck's Law and Light Quantum Hypothesis) // *Zeitschrift für Physik*. 1924. Vol. 26. P. 178.
  72. *Burt E. A., Ghrist R. W., Myatt C. J. et al.* Coherence, Correlations, and Collisions: What One Learns about Bose-Einstein Condensates from Their Decay // *Physical Review Letters*. 1997. Vol. 79. P. 337–340.
  73. *Campbell G. K., Boyd M. M., Thomsen J. W. et al.* Probing Interactions Between Ultracold Fermions // *Science*. 2009. Vol. 324. P. 360–363.
  74. *Chakraborty S., Sen A., Ghosh A. S.* Cold hydrogen-hydrogen scattering using CCA model // *European Physical Journal D*. 2007. Vol. 45. P. 261–266.



75. *Chester M., Yang L. C.* Superfluid Fraction in Thin Helium Films // *Physical Review Letters*. 1973. Vol. 31, no. 22. P. 1377—1380.
76. *Courteille P., Freeland R. S., Heinzen D. J. et al.* Observation of a Feshbach Resonance in Cold Atom Scattering // *Physical Review Letters*. 1998. Vol. 81, no. 1. P. 69–72.
77. *Crum D. B., Edwards D. O., Sarwinski R. E.*  $^3\text{He}$  Transport in the Superfluid Helium Film // Proceedings of 14th International Conference on Low Temperature Physics (LT-14) / Ed. by M. Krusius, M. Vuorio. Vol. 1. Amsterdam: North-Holland, 1975. P. 423.
78. *Dalfovo F., Stringari S.* Surface state of  $^3\text{He}$  on liquid  $^4\text{He}$  // *Physica Scripta*. 1988. Vol. 38, no. 2. P. 204.
79. *Davis K. B., Mewes M.-O., Andrews M. R. et al.* Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms // *Physical Review Letters*. 1995. Vol. 75. P. 3969–3973.
80. *Desbuquois R., Chomaz L., Yefsah T. et al.* // *Nature Physics*. 2012. Vol. 8, no. 9. P. 645–648.
81. *Deville G.* Dynamic measurement of the surface tension of liquid helium with a two-dimensional electron probe // *Journal of Low Temperature Physics*. 1988. Vol. 72, no. 1–2. P. 135–151.
82. *de Goeij L. P. H., Stoof H. T. C., Verhaar B. J., Glöckle W.* Role of three-body correlations in recombination of spin-polarized atomic hydrogen // *Physical Review B*. 1988. Vol. 38, no. 1. P. 646—658.
83. *de Goeij L. P. H., Stoof H. T. C., Vianney J. M. et al.* Surface three-body re-

- combination in spin-polarized atomic hydrogen // *Physical Review B*. 1988. Vol. 38, no. 16. P. 11500–11511.
84. *Dykman M. I., Platzman P. M., Seddighrad P.* Qubits with electrons on liquid helium // *Physical Review B*. 2003. Vol. 67. P. 155402.
  85. *Eckardt J. R., Edwards D. O., Shen S. Y., Gasparini F. M.* Surface tension and surface entropy of superfluid  $^4\text{He}$  // *Physical Review B*. 1977. Vol. 16. P. 1944–1953.
  86. *Edwards D. O., Saam W. F.* *The Free Surface of Liquid Helium* // Progress in Low Temperature Physics / Ed. by D. F. Brewer. Vol. VII A. Amsterdam: North-Holland, 1978. P. 283–369.
  87. *Einstein A.* Quantentheorie des einatomigen idealen Gases (Quantum Theory of Ideal Monoatomic Gases) // *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*. 1925. Vol. 23. P. 3.
  88. *Fano U.* Sullo spettro di assorbimento dei gas nobili presso il limite dello spettro d'arco (On the Absorption Spectrum of Noble Gases at the Arc Spectrum Limit) // *Nuovo Cimento*. 1935. Vol. 12. P. 154–161. URL: <http://arxiv.org/abs/cond-mat/0502210v1>.
  89. *Fano U.* Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts // *Physical Review*. 1961. Vol. 124, no. 6. P. 1866–1878.
  90. *Feshbach H.* Unified theory of nuclear reactions // *Annals of Physics, N.Y.* 1958. Vol. 5, no. 4. P. 357–390.
  91. *Gibble K.* Decoherence and Collisional Frequency Shifts of Trapped Bosons and Fermions // *Physical Review Letters*. 2009. Vol. 103, no. 11. P. 113202.

92. Godfried H. P., Eliel E. R., Brisson J. G. et al. Interaction of Atomic Hydrogen with Undersaturated Helium Films // *Physical Review Letters*. 1985. Vol. 55. P. 1311–1314.
93. Görlitz A., Vogels J. M., Leanhardt A. E. et al. Realization of Bose-Einstein Condensates in Lower Dimensions // *Physical Review Letters*. 2001. Vol. 87. P. 130402.
94. Greben J. M., Thomas A. W., Berlinsky A. J. Quantum theory of hydrogen recombination // *Canadian Journal of Physics*. 1981. Vol. 59, no. 7. P. 945–954.
95. Grigoriev A. D., Grigoriev P. D., Dyugaev A. M. Surface Levels and Their Contribution to the Surface Tension of Quantum Liquids // *Journal of Low Temperature Physics*. 2011. Vol. 163. P. 131–147.
96. Grims C. C., Adams G. Observation of Two-Dimensional Plasmons and Electron-Ripplon Scattering in a Sheet of Electrons on Liquid Helium // *Physical Review Letters*. 1976. Vol. 36. P. 145–148.
97. Grims C. C., Adams G. Evidence for a Liquid-to-Crystal Phase Transition in a Classical, Two-Dimensional Sheet of Electrons // *Physical Review Letters*. 1979. Vol. 42. P. 795–798.
98. Gross E. P. Structure of a quantized vortex in boson systems // *Nuovo Cimento Series 10*. 1961. Vol. 20. P. 454–477.
99. Gross E. P. Hydrodynamics of a Superfluid Condensate // *Journal of Mathematical Physics*. 1963. Vol. 4. P. 195–207.
100. Gupta S., Hadzibabic Z., Zwierlein M. W. et al. Radio-Frequency Spectroscopy of Ultracold Fermions // *Science*. 2003. Vol. 300. P. 1723–1726.

101. *Hadzibabic Z., Krüger P., Cheneau M. et al.* Berezinskii–Kosterlitz–Thouless crossover in a trapped atomic gas // *Nature*. 2006. Vol. 441. P. 1118–1121.
102. *Hallock R. B.* The properties of multilayer  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  mixture films // Progress in Low Temperature Physics / Ed. by W. P. Halperin. Vol. XIV. Amsterdam: Elsevier, 1995. P. 321–443.
103. *Harber D. M., Lewandowski H. J., McGuirk J. M., Cornell E.* Effect of cold collisions on spin coherence and resonance shifts in a magnetically trapped ultracold gas // *Physical Review A*. 2002. Vol. 66, no. 5. P. 053616.
104. *Hardy W. N., Morrow M., Jochemsen R. et al.* Magnetic-Resonance Studies of Gaseous Atomic Hydrogen Confined at 1 K and Zero Magnetic Field // *Physical Review Letters*. 1980. Vol. 45, no. 6. P. 453–456.
105. *Harriman J. E., Twerdochlib M., Milleur M. B., Hirshfelder J. .* The Hyperfine Splitting of the Interaction Energy of Two Hydrogen Atoms // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*. 1967. Vol. 57, no. 6. P. 1558–1565.
106. *Hazzard K. R. A., Mueller E. J.* Influence of Film-Mediated Interactions on the Microwave and Radio Frequency Spectrum of Spin-Polarized Hydrogen on Helium Films // *Physical Review Letters*. 2008. Vol. 101, no. 16. P. 165301.
107. *Ha L.-C., Hung C.-L., Zhang X. et al.* // *Physical Review Letters*. 2013. Vol. 110, no. 14. P. 145302.
108. *Huberman B. A., Myerson R. J., Doniach S.* Dissipation near the Critical Point of a Two-Dimensional Superfluid // *Physical Review Letters*. 1978. Vol. 40, no. 12. P. 780–782.

109. *Iino M., Suzuki M., Ikushima A. J.* Surface tension of liquid  $^4\text{He}$ . Surface energy of the Bose-Einstein condensate // *Journal of Low Temperature Physics*. 1985. Vol. 61. P. 155–169.
110. *Inouye S., Andrews M. R., Stenger J. et al.* Observation of Feshbach resonances in a Bose–Einstein condensate // *Nature*. 1998. Vol. 392. P. 151–154.
111. *Jaakkola S., Boldarev S. T., Haritonov A. A. et al.* Local Bose condensate: observation on two-dimensional atomic hydrogen // *Physica B: Condensed Matter*. 2000. Vol. 280, no. 1–4. P. 32–35.
112. *Jamieson M. J., Dalgarno A., Wolniewicz L.* Calculation of properties of two-center systems // *Physical Review A*. 2000. Vol. 61, no. 4. P. 042705.
113. *Jamieson M. J., Zygelman B.* Mass dependence of scattering lengths for hydrogen atoms // *Physical Review A*. 2001. Vol. 64, no. 3. P. 032703.
114. *Järvinen J., Ahokas J., Jaakkola S., Vasilyev S.* Three-body recombination in two-dimensional atomic hydrogen gas // *Physical Review A*. 2005. Vol. 72, no. 5. P. 052713.
115. *Jeener J.* Dynamical Effects of the Dipolar Field Inhomogeneities in High-Resolution NMR: Spectral Clustering and Instabilities // *Physical Review Letters*. 1999. Vol. 82, no. 8. P. 1772–1775. and references therein.
116. *Jochimsen R., Morrow M., Berlinsky A. J., Hardy W. N.* Interaction of Hydrogen Atoms with Helium Films: Sticking Probabilities for H on  $^3\text{He}$  and  $^4\text{He}$ , and the Binding Energy of H on  $^3\text{He}$  // *Physical Review Letters*. 1981. Vol. 47, no. 12. P. 852–855.
117. *Kagan Y., Glukhov N. A., Svistunov B. V., Shlyapnikov G. V.* Collective

- phenomena in adsorbed  $H\downarrow$  phase of limiting density // *Physics Letters A*. 1989. Vol. 135. P. 219–222.
118. *Kagan Y., Kashurnikov V. A., Krasavin A. V. et al.* Quasicondensation in a two-dimensional interacting Bose gas // *Physical Review A*. 2000. Vol. 61. P. 043608.
  119. *Kagan Y., Shlyapnikov G. V.* Bose-condensation of spin-polarized hydrogen in a highly inhomogeneous field // *Physics Letters A*. 1988. Vol. 130. P. 483.
  120. *Ketterle W., Miesner H.-J.* Coherence properties of Bose-Einstein condensates and atom lasers // *Physical Review A*. 1997. Vol. 56. P. 3291–3293.
  121. *Ketterle W., Zwierlein M.* Making, probing and understanding ultracold Fermi gases // *La Rivista del Nuovo Cimento*. 2008. Vol. 031, no. 5–6. P. 247–422. URL: <http://arxiv.org/abs/0801.2500>.
  122. *Khawaia U. A., Andersen J. O., Proukakis N. P., Stoof H. T. C.* Low dimensional Bose gases // *Physical Review A*. 2002. Vol. 66. P. 013615.
  123. *Killian T. C., Fried D. G., Willmann L. et al.* Cold Collision Frequency Shift of the  $1S$ – $2S$  Transition in Hydrogen // *Physical Review Letters*. 1998. Vol. 81, no. 18. P. 3807–3810.
  124. *Klier J., Zech M., Fubel A. et al.* Equilibrium helium films under the influence of surface roughness // *Journal of Low Temperature Physics*. 2005. Vol. 138, no. 1–2. P. 355–360.
  125. *Koelman J. M. V. A. et al.* Spin waves in  $H\downarrow$  adsorbed on a superfluid  $^4\text{He}$  film // *Physical Review B*. 1985. Vol. 32, no. 11. P. 7195–7198.

126. *Kolos W., Wolniewicz L.* Variational Calculation Of The Long-Range Interaction Between Two Ground-State Hydrogen Atoms // *Chemical Physics Letters*. 1974. Vol. 24. P. 457–460.
127. *Kono K., Shirahama K.* Sliding of the Wigner Solid on Liquid Helium // *Surface Science*. 1996. Vol. 361/362. P. 826–830.
128. *Kono K., Shirahama K.* Nonlinear Transport of the Electron Crystal on Liquid Helium // Two-Dimensional Electron Systems on Helium and Other Substrates, Ed. by E. Y. Andrei. Kluwer Academic Publishers, 1997. P. 175–189.
129. *Kosterlitz J. M., Thouless D. J.* Long range order and metastability in two dimensional solids and superfluids. (Application of dislocation theory) // *Journal of Physics C: Solid State Physics*. 1972. Vol. 5. P. L124.
130. *Lindblad G.* On the generators of quantum dynamical semigroups // *Communications in Mathematical Physics*. 1976. Vol. 48, no. 2. P. 119–130.
131. *Makhalov V., Martiyanov K., Turlapov A.* Ground state pressure of quasi-two-dimensional Fermi and Bose gases. 2013. URL: <http://arxiv.org/abs/1305.4411>.
132. *Mantz I. B.* Studies of the Surface of Liquid HELIUM-4: Ph. D. thesis / Ohio State University, USA. 1980.
133. *Mantz I. B., Edwards D. O.* Binding of spin-polarized hydrogen to the free surface of liquid helium // *Physical Review B*. 1979. Vol. 20. P. 4518–4526.
134. *Mantz I. B., Edwards D. O., Nayak V. U.* Heat conduction by ripplons on the surface of  $^4\text{He}$  // *Journal de Physique Colloques*. 1978. Vol. 39. P. C6–300.

135. Mantz I. B., Edwards D. O., Nayak V. U. Ripplons,  $^3\text{He}$ , and Heat Conduction on the Surface of Superfluid  $^4\text{He}$  // *Physical Review Letters*. 1980. Vol. 44. P. 663–666. Errata **44**, 1094 (1980).
136. Maps J., Hallock R. B. Onset of Superfluid Flow in  $^4\text{He}$  Films Adsorbed on Mylar // *Physical Review Letters*. 1981. Vol. 47, no. 21. P. 1533–1536.
137. Markić L. V., Boronat J. Two-Dimensional Spin-Polarized Hydrogen at Zero Temperature // *Journal of Low Temperature Physics*. 2013. Vol. 171, no. 5–6. P. 685–692.
138. Markić L. V., Boronat J., Casulleras J. Quantum Monte Carlo simulation of spin-polarized H // *Physical Review B*. 2007. Vol. 75, no. 6. P. 064506.
139. Matsubara A., Arai T., Hotta S. et al. Cooling of polarized atomic hydrogen adsorbed on liquid helium // *Physica B*. 1994. Vol. 194–196. P. 899–900.
140. Mehrotra R., Guo C. J., Ruan Y. Z. et al. Density-dependent mobility of a two-dimensional electron fluid // *Physical Review B*. 1984. Vol. 29. P. 5239–5242.
141. Mertig M., Tjukanov E., Vasilyev S. A. et al. Thermal Detection of ESR on Spin-Polarized Hydrogen: Study of Surface Recombination // *Journal of Low Temperature Physics*. 1995. Vol. 100, no. 1–2. P. 45–68.
142. Meyer W., Frommhold L. Long-range interactions in H-He:ab initio potential, hyperfine pressure shift and collision-induced absorption in the infrared // *Theoretica Chimica Acta*. 1994. Vol. 88. P. 201–216.
143. Moerdijk A. J., Verhaar B. J., Axelsson A. Resonances in ultracold collisions of  $^6\text{Li}$ ,  $^7\text{Li}$ , and  $^{23}\text{Na}$  // *Physical Review A*. 1995. Vol. 51, no. 6. P. 4852–4861.



144. *Morrow M., Jochemsen R., Berlinsky A. J., Hardy W. N.* // *Physical Review Letters*. 1981. Vol. 46. P. 195.
145. *Mosk A. P., Reynolds M. W., Hijmans T. W., Walraven J. T. M.* Optical Excitation of Atomic Hydrogen Bound to the Surface of Liquid Helium // *Physical Review Letters*. 1998. Vol. 81. P. 4440–4443.
146. *Oskay W. H., Diddams S. A., Donley E. A. et al.* Single-Atom Optical Clock with High Accuracy // *Physical Review Letters*. 2006. Vol. 97, no. 2. P. 020801.
147. *Ospelkaus S., Ni K.-K., Wang D. et al.* Quantum-State Controlled Chemical Reactions of Ultracold Potassium-Rubidium Molecules // *Science*. 2010. Vol. 327, no. 5967. P. 853–857.
148. *Pavloff N., Treiner J.*  $^3\text{He}$  impurities on the bulk surface of liquid  $^4\text{He}$ : Possible existence of excited states // *Journal of Low Temperature Physics*. 1991. Vol. 83, no. 1–2. P. 15–39.
149. *Pitaevskii L., Stringari S.* Bose-Einstein Condensation. Oxford: Clarendon Press, 2003. and references therein.
150. *Platzman P. M., Beni G.* Comment on Plasmon Linewidth Experiments for Electrons on a Helium Surface // *Physical Review Letters*. 1976. Vol. 36. P. 626–628.
151. *Pollack L., Buchman S., Greytak T. J.* Surface studies of spin-polarized atomic hydrogen // *Physical Review B*. 1992. Vol. 45, no. 6. P. 2993–3002.
152. *Prokof'ev N., Ruebenacker O., Svistunov B.* Critical Point of a Weakly Interacting Two-Dimensional Bose Gas // *Physical Review Letters*. 2001. Vol. 87, no. 27. P. 270402.

153. *Prokof'ev N., Svistunov B.* Two-dimensional weakly interacting Bose gas in the fluctuation region // *Physical Review A*. 2002. Vol. 66, no. 4. P. 043608.
154. *Rançon A., Dupuis N.* Universal thermodynamics of a two-dimensional Bose gas // *Physical Review A*. 2012. Vol. 85, no. 6. P. 063607.
155. *Regal C. A., Jin D. S.* Measurement of Positive and Negative Scattering Lengths in a Fermi Gas of Atoms // *Physical Review Letters*. 2003. Vol. 90. P. 230404.
156. *Reynolds M. W. et al.* Electron-spin-resonance studies of spin-polarized hydrogen on the surface of liquid  $^4\text{He}$  // *Physical Review B*. 1985. Vol. 31. P. 7503.
157. *Reynolds M. W., Setija I. D., Shlyapnikov G. V.* Energy transfer between ripplons and phonons in liquid helium at low temperatures // *Physical Review B*. 1992. Vol. 46. P. 575.
158. *Reynolds M. W., Shlyapnikov G. V.* Elementary excitations of atomic hydrogen gas on liquid helium // *Physics Letters A*. 1992. Vol. 207, no. 1–2. P. 105–108.
159. *Roche P., Deville G., Keshishev K. O. et al.* Low Damping of Micron Capillary Waves on Superfluid  $^4\text{He}$  // *Physical Review Letters*. 1995. Vol. 75. P. 3316.
160. *Roche P., Roger M., Williams F. I. B.* Interpretation of the low damping of subthermal capillary waves (ripplons) on superfluid  $^4\text{He}$  // *Physical Review B*. 1996. Vol. 53. P. 2225.
161. *Rudnick I.* Critical Surface Density of the Superfluid Component in  $^4\text{He}$  Films // *Physical Review Letters*. 1978. Vol. 40, no. 22. P. 1454—1455.

162. *Saam W. F.* Damping of Ripplons in Superfluid  $\text{He}^4$  at  $T = 0$  // *Physical Review A*. 1973. Vol. 8. P. 1918–1920.
163. *Saarela M., Krotscheck E.* Hydrogen isotope and  $^3\text{He}$  impurities in liquid  $^4\text{He}$  // *Journal of Low Temperature Physics*. 1993. Vol. 90, no. 5/6. P. 415–449.
164. *Safonov A. I., Demoukh S. S., Safonova I. I., Lukashevich I. I.* Acoustic Modes and Momentum Relaxation in 2D Atomic Hydrogen on Helium Surface // *Journal of Low Temperature Physics*. 2007. Vol. 148, no. 3/4. P. 219–224.
165. *Safonov A. I., Demoukh S. S., Safonova I. I., Lukashevich I. I.* On the Possibility to Observe the Scattering of Thermal Ripplons on a Flat Helium Surface // Proceedings of the International Conference on Quantum Fluids and Solids (QFS2007). Kazan: 2007.
166. *Safonov A. I., Kharitonov A. A., I.I.Lukashevich.* The role of a surface flow in experiments with atomic hydrogen adsorbed on liquid helium // *Journal of Low Temperature Physics*. 2005. Vol. 138, no. 1/2. P. 295–300.
167. *Safonov A. I., Safonova I. I., Yasnikov I. S.* Comment on “Clock Shift in High Field Magnetic Resonance of Atomic Hydrogen” // *Physical Review Letters*. 2010. Vol. 104, no. 9. P. 099301.
168. *Safonov A. I., Safonova I. I., Yasnikov I. S.* Interstate Coherence, Clock Shift and Double Resonance in Three-Level Atoms // Proceedings of the International Conference “Cold Quantum Matter: Achievements and Prospects”. Ischgl, Austria: 2010. P. 139 (118–Thu–Poster).
169. *Safonov A. I., Safonova I. I., Yasnikov I. S.* Clock Shift and Interstate

- Coherence of Multi-Level Atoms // *Journal of Low Temperature Physics*. 2011. Vol. 162, no. 3/4. P. 127–135.
170. *Safonov A. I., Safonova I. I., Yasnikov I. S.* Interaction-enhanced double resonance in cold gases // *European Physical Journal D*. 2011. Vol. 65, no. 1–2. P. 279–284.
  171. *Safonov A. I., Vasilyev S. A., Kharitonov A. A. et al.* Adsorption and Two-Body Recombination of Atomic Hydrogen on  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  Mixture Films // *Physical Review Letters*. 2001. Vol. 86, no. 15. P. 3356–3359.
  172. *Safonov A. I., Vasilyev S. A., Yasnikov I. S. et al.* Experimental evidence for a new state in 2D Bose gas: Quasi-condensation in atomic hydrogen // *Journal of Low Temperature Physics*. 1998. Vol. 113, no. 3/4. P. 201–210.
  173. *Safonov A. I., Vasilyev S. A., Yasnikov I. S. et al.* Observation of quasi-condensate in two-dimensional atomic hydrogen // *Physical Review Letters*. 1998. Vol. 81, no. 21. P. 4545–4548.
  174. *Safonov A. I., Vasilyev S. A., Yasnikov I. S. et al.* Atomic hydrogen experiments at the onset of two-dimensional superfluidity // *Czechoslovak Journal of Physics*. 1996. Vol. 46, no. 1 Supplement. P. 539–540.
  175. *Saslow W. M., Kumar A. A.* Momentum transfer between  $^3\text{He}$  films and ripplons on  $^4\text{He}$  surfaces // *Physical Review B*. 1984. Vol. 30. P. 6402–6412.
  176. *Schick M.* Two-Dimensional System of Hard-Core Bosons // *Physical Review A*. 1971. Vol. 3. P. 1067.
  177. *Schirotzek A., Wu C.-H., Sommer A., Zwierlein M. W.* Observation of Fermi Polarons in a Tunable Fermi Liquid of Ultracold Atoms // *Physical Review Letters*. 2009. Vol. 102. P. 230402.

178. *Schunck C. H., Shin Y., Schirotzek A. et al.* Pairing Without Superfluidity: The Ground State of an Imbalanced Fermi Mixture // *Science*. 2007. Vol. 316. P. 867.
179. *Shikin V. B., Monarkha Y. P.* On the interaction of surface electrons in liquid helium with oscillations of the vapor-liquid interface // *Journal of Low Temperature Physics*. 1974. Vol. 16, no. 1–2. P. 193–208.
180. *Shinkoda I.* Studies of Spin-Polarized Hydrogen and Deuterium at Temperatures Below 1 K Using E.S.R.: Ph. D. thesis / University of British Columbia, Canada. 1990.
181. *Shinkoda I., Hardy W. N.* ESR on adsorbed doubly spin-polarized atomic hydrogen // *Journal of Low Temperature Physics*. 1991. Vol. 85, no. 1–2. P. 99–123.
182. *Shirahama K., Ito S., Suto H., Kono K.* Surface study of liquid  $^3\text{He}$  using surface state electrons // *Journal of Low Temperature Physics*. 1995. Vol. 101, no. 3–4. P. 439–444.
183. *Shirahama K., Kono K.* Dynamical Transition in the Wigner Solid on a Liquid Helium Surface // *Physical Review Letters*. 1995. Vol. 74. P. 781–784.
184. *Silvera I. F.* The solid molecular hydrogens in the condensed phase: Fundamentals and static properties // *Review of Modern Physics*. 1980. Vol. 52. P. 393–452.
185. *Silvera I. F., Walraven J. T. M.* Spin-Polarized Atomic Hydrogen // Progress in Low Temperature Physics / Ed. by D. F. Brewer. Vol. X. Amsterdam: North-Holland, 1986. P. 139–370.

186. *Sprink R., Walraven J. T. M., Silvera I. F.* Compression of Spin-Polarized Hydrogen to High Density // *Physical Review Letters*. 1983. Vol. 51. P. 479–482.
187. *Stan M. A., Dahm A. J.* Two-dimensional melting: Electrons on helium // *Physical Review B*. 1989. Vol. 40. P. 8995–9005.
188. *Statt B. W., Hardy W. N., Berlinsky A. J., Klein E.* ESR studies of spin-polarized atomic hydrogen using a 114-GHz heterodyne spectrometer // *Journal of Low Temperature Physics*. 1985. Vol. 61, no. 5–6. P. 471–504.
189. *Stoltz E., Tannenhauser J., Nacher P.-J.* Effect of dipolar fields in highly magnetized samples of liquid  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  mixtures // *Journal of Low Temperature Physics*. 1995. Vol. 101, no. 3–4. P. 839–844.
190. *Stoof H. T. C., Bijlsma M.* Degeneracy effects on the relaxation and recombination of adsorbed doubly polarized atomic hydrogen // *Physical Review B*. 1994. Vol. 49. P. 422–428.
191. *Stoof H. T. C., Koelman J. M. V. A., Verhaar B. J.* Spin-exchange and dipole relaxation rates in atomic hydrogen: Rigorous and simplified calculations // *Physical Review B*. 1988. Vol. 38, no. 7. P. 4688–4697.
192. *Stoof H. T. C., Verhaar B. J., de Goey L. P. H., Glöckle W.* // *Physical Review B*. 1989. Vol. 40, no. 13. P. 9176–9182.
193. *Svistunov B. V., Hijmans T. W., Shlyapnikov G. V., Walraven J. T. M.* Resonant-light absorption and the problem of observing the Kosterlitz-Thouless transition in spin-polarized atomic hydrogen adsorbed on a liquid-He surface // *Physical Review B*. 1991. Vol. 43. P. 13412–13416.

194. *Syvokon V. E., Kovdrya Y. Z., Nasyedkin K. A.* Nonlinear Features of Phonon–Ripplon Modes in the Electron Crystal Over Liquid Helium // *Journal of Low Temperature Physics*. 2006. Vol. 144, no. 1–2. P. 35–48.
195. *Tommila T., Tjukanov E., Krusius M., Jaakkola S.* Compression of spin-polarized hydrogen bubbles to thermal explosion // *Physical Review B*. 1987. Vol. 36, no. 13. P. 6837–6849.
196. *Vainio O., Ahokas J., Novotny S. et al.* Guiding and Trapping of Electron Spin Waves in Atomic Hydrogen Gas // *Physical Review Letters*. 2012. Vol. 108. P. 185304. and references therein.
197. *van Kempen E. G. M., Kokkelmans S. J. J. M. F., Heinzen D. J., Verhaar B. J.* Interisotope Determination of Ultracold Rubidium Interactions from Three High-Precision Experiments // *Physical Review Letters*. 2002. Vol. 88. P. 093201.
198. *van Yperen G. H., Matthey A. P. M., Walraven J. T. M., Silvera I. F.* Adsorption Energy and Nuclear Relaxation of H $\downarrow$  on  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  Mixtures // *Physical Review Letters*. 1981. Vol. 47. P. 800–803.
199. *Vasilyev S. A., Järvinen J., Tjukanoff E. et al.* Cryogenic 2 mm wave electron spin resonance spectrometer with application to atomic hydrogen gas below 100 mK // *Review of Scientific Instruments*. 2004. Vol. 75. P. 94–98.
200. *Vasilyev S. A., Safonov A. I., Järvinen J. et al.* Electron-Spin-Resonance Instability in Two-Dimensional Atomic Hydrogen Gas // *Physical Review Letters*. 2002. Vol. 89, no. 15. P. 153002.
201. *Vasilyev S. A., Tjukanov E., Mertig M. et al.* Distribution of Surface Recombination Energy of Spin-Polarized Hydrogen on Liquid Helium // *Europhysics Letters*. 1993. Vol. 24. P. 223.

202. *Vasilyev S. A., Tjukanov E., Mertig M. et al.* Distribution of Surface Recombination Energy of Spin-Polarized Hydrogen on Liquid Helium // *Europhysics Letters*. 1993. Vol. 24. P. 223.
203. *Vasilyev S., Järvinen J., Safonov A., Jaakkola S.* Electron-spin resonance in quantum degenerate 2D atomic hydrogen gas // *Physica B: Condensed Matter*. 2003. Vol. 329–333. P. 19–20.
204. *Vasilyev S., Järvinen J., Safonov A., Jaakkola S.* Thermal compression of two-dimensional atomic hydrogen gas // *Physical Review A*. 2004. Vol. 69. P. 023610.
205. *Vasilyev S., Safonov A., Kharitonov A. et al.* Evaporative Cooling of  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  Mixture Films // *Journal of Low Temperature Physics*. 2000. Vol. 121, no. 5/6. P. 519–524.
206. *Walraven J. T. M.* // *Fundamental Systems in Quantum Optics*, Ed. by J. M. R. J. Dalibard, J. Zinn-Justin. Amsterdam: Elsevier, 1992. P. 485.
207. *Wigner E.* Effects of the electron interaction on the energy levels of electrons in metals // *Transaction of the Faraday Society*. 1938. Vol. 34. P. 678–685.
208. *Williams C. J., Julienne P.* Mass effects in the theoretical determination of nuclear-spin relaxation rates for atomic hydrogen and deuterium // *Physical Review A*. 1993. Vol. 47. P. 1524–1527.
209. *Zimmerman D. S., Berlinsky A. J.* The sticking probability for hydrogen atoms on the surface of liquid  $^4\text{He}$  // *Canadian Journal of Physics*. 1983. Vol. 61. P. 508.
210. *Zwierlein M., Hadzibabic Z., Gupta S., Ketterle W.* Spectroscopic Insensi-



tivity to Cold Collisions in a Two-State Mixture of Fermions // *Physical Review Letters*. 2003. Vol. 91. P. 250404.