

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

На правах рукописи

Седов Евгений Сергеевич

**НЕЛИНЕЙНЫЕ КВАНТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В НИЗКОРАЗМЕРНЫХ
ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ МИКРО- И
НАНОСТРУКТУРАХ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ЛАЗЕРНЫМ
ИЗЛУЧЕНИЕМ**

Специальность 01.04.21 – лазерная физика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

доктор физ.–мат. наук

Алоджанц Александр Павлович

Владимир — 2014

Содержание

	Стр.
Список используемых сокращений	4
Введение	5
Глава 1. Обзор литературы	17
1.1. Эксперименты по созданию электромагнитных микрорезонаторов и цепочек микрорезонаторов	17
1.2. Взаимодействие электромагнитного поля с веществом в микрорезонаторах и цепочках микрорезонаторов; теория и эксперимент	27
1.3. Солитоны в системах связанных состояний среды и поля; теория и эксперимент	35
1.4. Солитоны в пространственно-периодическом потенциале	39
1.5. Выводы к главе 1	41
Глава 2. Нелинейные эффекты в среде поляритонного кристалла	43
2.1. Модель поляритонного кристалла за пределом приближения малой плотности возбуждений	43
2.2. Свойства поляритонов в импульсном пространстве	49
2.3. Нелинейная динамика поляритонов и устойчивость поляритонного кристалла .	53
2.3.1. Когерентные макроскопические свойства поляритонов в симметричном поляритонном кристалле	53
2.3.2. Нелинейные свойства поляритонов в асимметричном поляритонном кристалле	59
2.3.3. Неравновесная динамика поляритонов в квазиклассическом приближении	60
2.4. Выводы к главе 2	62

Глава 3. Солитоны в цепочке микрорезонаторов, содержащих взаимодействующие двух- уровневые системы	63
3.1. Основные уравнения в приближении непрерывной среды	63
3.2. Дисперсионные соотношения и групповые скорости поляритонных волновых пакетов	66
3.3. Поляритонные солитоны и их свойства при малых возмущениях	70
3.4. Возможности наблюдения поляритонных солитонов на основе полупроводни- ковых и/или атомных двухуровневых систем	72
3.5. Выводы к главе 3	76
Глава 4. Локализованные состояния и хранение оптической информации в цепочке мик- рорезонаторов в условиях взаимодействия двухуровневых атомов с электромагнитным полем	77
4.1. Модель взаимодействия квантованного поля и двухуровневой среды за преде- лом приближения тесной связи между микрорезонаторами	77
4.2. Поляритоны в цепочке микроразмерных резонаторов	81
4.3. Динамика решёточных поляритонных волновых пакетов в приближении тесной связи резонаторов	87
4.4. Нелинейные режимы для поляритонных волновых пакетов за пределом при- ближения тесной связи резонаторов	91
4.5. Физический алгоритм хранения оптической информации на основе реализации нелинейных режимов поляритонов в решётке	94
4.6. Выводы к главе 4	98
Заключение	100
Список литературы	102

Список используемых сокращений

БАП	быстрый адиабатический переход
БЭК	бозе-эйнштейновский конденсат
ВДВ	верхняя дисперсионная ветвь
ВФ	волновая функция
ДУС	двухуровневая система
ЗБ	зона Бриллюэна
КЭД-резонатор (микрорезонатор)	квантовый электродинамический резонатор (микрорезонатор)
Метод ММР	метод многомасштабных разложений
Модель ДК	модель Джейнса-Каммингса
Модель ДКХ	модель Джейнса-Каммингса-Хаббарда
МШГ-резонатор (микрорезонатор)	резонатор (микрорезонатор) с модами шепчущей галереи
НДВ	нижняя дисперсионная ветвь
СЭМ-изображение	изображение, полученное при помощи сканирующего электронного микроскопа
ФК	фотонный кристалл
ФК-резонатор (микрорезонатор, волновод)	фотонно-кристаллический резонатор (микрорезонатор, волновод)

Введение

Общая характеристика работы

Актуальность работы

В настоящее время инженерия и разработка новых материалов представляет обширную область экспериментальных и теоретических исследований, где прикладные задачи нанотехнологий, информационных наук тесно связаны с фундаментальными вопросами лазерной физики, фотоники и нелинейной оптики, квантовой оптики и физики конденсированного состояния. Здесь необходимо отметить разработку искусственных материалов, микро- и наноструктур, которые обладают уникальными свойствами, не имеющими аналогов в естественных условиях. Многообещающей выглядит также возможность применения таких структур для целей разработки новых квантовых устройств записи, хранения и обработки оптической информации. Принципиальным условием их функционирования является возможность управления свойствами распространения светового излучения в среде.

В настоящее время одними из наиболее перспективных систем являются фотонные кристаллы (ФК). Возможность управления локализацией светового поля в них в одном, двух, а также трёх измерениях является необходимым условием при создании современных устройств обработки и хранения оптической информации. Совмещение оптических характеристик ФК и уникальных свойств ультрахолодных атомных ансамблей служит основой для создания принципиально новых квантовых систем для решения данных задач.

В этой связи необходимо отметить значительные достижения в области физики ультрахолодных атомов при исследованиях новых квантовых фаз связанных состояний среды и поля. При температурах, близких к абсолютному нулю, атомы переходят в своё основное квантовое состояние, называемое *бозе-эйнштейновским конденсатом* (БЭК), которое описывается общей макроскопической волновой функцией (ВФ) для всех атомов в целом. Использование оптических решёток, формирующихся на основе интерферирующих лазерных пучков, делает возможным создание искусственных кристаллов, позволяющих исследовать многочастичную динамику: от фазы мотовского диэлектрика до сверхтекучей фазы в газе ультрахолодных атомов, помещённых в периодический потенциал. Кроме того, оказывается возможным эффективно управлять групповой скоростью светового импульса в такой среде и формировать так называемый «медленный свет», что, по сути, есть одно из ключе-

вых требований к средам, которые предполагается использовать для работы с квантовой оптической информацией.

При более широкой постановке вопроса здесь речь идёт об искусственных периодических структурах на основе связанных цепочек микрорезонаторов, в которые помещены двух- или многоуровневые системы — атомы, квантовые точки или квантовые ямы, алмазы с азотозамещёнными вакансиями (NV-центрами) и др. Такие цепочки оптических резонаторов, содержащих сильно взаимодействующие с фотонными модами двухуровневые осцилляторы, являются необходимой основой для изучения различных когерентных эффектов с квантовыми связанными состояниями среды и поля — поляритонами, возбуждаемыми в каждом резонаторе и формирующими одно макроскопическое состояние, благодаря туннелированию фотонов и атомов между соседними резонаторами. В настоящее время когерентные макроскопические свойства поляритонов нижней дисперсионной ветви были продемонстрированы как в физике твёрдого тела, так и в атомной оптике. В частности, речь идёт об экспериментах, ставящих целью получение БЭК экситон-поляритонов в полупроводниковых квантовых ямах, помещенных в брэгговские микрорезонаторы, и об исследовании их сверхтекучих свойств, нелинейных характеристик (солитонов), и т.д.

В атомной оптике макроскопические свойства поляритонов рассматривались ранее в связи с различными схемами атомно-оптического взаимодействия, при которых также может быть получена долгоживущая когерентность взаимодействующего квантованного поля с двух- или многоуровневыми атомами. Здесь речь идёт об эффектах электромагнитно-индуцированной прозрачности, фотонного (спинового) эха и др. Было показано, что в поляритонных системах наведённая атомно-оптическая когерентность позволяет выявить эффект сильной редукции (уменьшения) групповой скорости света до нескольких метров в секунду вплоть до полной его «остановки». При этом происходит эффективная перекачка энергии между квантованным световым полем и элементарными возбуждениями среды.

С практической точки зрения подобные системы, в основе которых лежат свойства управляемых связанных атомно-оптических состояний, представляют важный инструмент для создания оперативной квантовой памяти, современных квантовых вычислительных устройств и логических элементов.

Целью диссертационной работы является исследование формирования и динамики поляритонов — связанных состояний двухуровневой среды и квантованного электромагнитного поля — в низкоразмерных пространственно-периодических средах с нелинейностью.

Для достижения поставленной цели решались следующие **задачи**:

1. Разработка модели низкоразмерных квантовых пространственно-периодических структур связанных микрорезонаторов, содержащих двухуровневые системы, в условиях взаимодействия электромагнитного поля со средой с учётом имеющих место нелинейных и диссипативных эффектов, а также связи отдельных резонаторов друг с другом.

2. Выявление особенностей физики квантовых процессов и нелинейных эффектов в дискретной структуре связанных микрорезонаторов с участием связанных состояний среды и поля — поляритонов.

3. Анализ режимов распространения поляритонных волновых пакетов в пространственно-периодической структуре при взаимодействии квантованного излучения с двухуровневыми системами, а также условий формирования и распространения поляритонных солитонов.

4. Разработка алгоритма пространственно-распределённой записи, хранения и восстановления оптической информации на основе состояний пространственно-локализованных поляритонных волновых пакетов.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Предложен новый тип пространственно-периодической структуры — поляритонный кристалл, образованный низкоразмерной (одно- или двумерной) решеткой туннельно-связанных электромагнитных микрорезонаторов, каждый из которых содержит ансамбль двухуровневых систем.

2. Впервые исследована нелинейная динамика поляритонов нижней дисперсионной ветви в двумерном поляритонном кристалле за пределом приближения малой плотности возбуждений среды. Показано, что нелинейные процессы, возникающие за счёт эффектов насыщения среды, могут приводить к коллапсу поляритонной волновой функции.

3. Впервые на основе метода многомасштабных разложений для связанной квантовой системы поля и среды получено управляющее уравнение для амплитуды поляритонных волновых пакетов типа уравнения Гинзбурга-Ландау с учётом эффектов поляритон-поляритонного рассеяния, затухания резонаторного поля и дефазировки двухуровневых систем; оно позволяет анализировать условия формирования как светлых, так и тёмных поляритонных солитонов в рассматриваемой структуре в континуальном пределе.

4. Впервые предсказано существование поляритонных солитонов в одномерной структуре поляритонного кристалла. Показано, что светлые солитоны формируются в условиях малых возмущений только для поляритонов верхней (оптической) ветви. При этом управление их групповой скоростью осуществляется изменением параметра взаимодействия двух-

уровневых систем друг с другом и/или эффективной отстройки их собственной частоты от частоты поля.

5. Впервые исследована нелинейная динамика поляритонов в одномерном поляритонном кристалле за пределом приближения тесной связи резонаторов. Продемонстрировано, что связь лежащих вдали друг от друга (через один) резонаторов существенно меняет зависимость динамических свойств волновых пакетов от параметров системы.

6. Предложен новый физический механизм пространственно-распределенной записи, хранения и считывания оптической информации на основе управления групповой скоростью поляритонных волновых пакетов — солитонов и бризеров, — распространяющихся в нелинейной структуре одномерного поляритонного кристалла. Этот принцип основан на физической природе поляритонов — квазичастиц, обладающих одновременно свойствами фотонов и атомов. При этом степень проявления этих свойств можно управлять, изменяя значения управляющих параметров — частотной отстройки от резонанса и/или величины атомно-оптической связи.

Практическая значимость результатов

Предложенная в работе структура поляритонного кристалла, обеспечивающая возможность формирования локализованных поляритонных волновых пакетов, а также разработанный физический принцип распределённой записи, хранения и восстановления оптической информации могут быть использованы при разработке и создании принципиально новых устройств оптической памяти и оптической обработки информации.

Научные положения, выносимые на защиту

1. Трёхчастичное поляритон-поляритонное рассеяние в двумерном поляритонном кристалле приводит к существенному уменьшению ширины волновой функции поляритонов, а именно, к её коллапсу при отрицательной длине рассеяния, определяемой величиной атомно-оптического взаимодействия, и числе поляритонов в структуре, превышающем некоторое критическое значение.

2. В одномерном поляритонном кристалле происходит формирование как светлых, так и тёмных поляритонных солитонов, причём для верхней (оптической) ветви формируются светлые, а для нижней — тёмные солитоны. Слабые эффекты диссипации в системе приводят к уменьшению амплитуды огибающей светлых поляритонных солитонов, изменению фазы и координаты, а также к диффузии групповой скорости таких волновых пакетов.

3. Связь резонаторов, лежащих через один в одномерном поляритонном кристалле, существенно модифицирует зависимость параметров решёточных поляритонных волновых пакетов — ширины и кривизны волнового фронта — от времени. При этом возникают новые области с отрицательной и положительной эффективными массами поляритонов, определяющие образование новых локализованных состояний в решетке.

4. Для хранения оптической информации в структуре одномерного поляритонного кристалла оптимальным с точки зрения параметров надежности и эффективности преобразования электромагнитного поля в возбуждения среды является использование решёточных поляритонных волновых пакетов в форме светлых солитонов и бризеров, допускающих сохранение (восстановление) формы пакета.

Апробация работы

1. Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих российских и международных конференциях (в том числе и в виде приглашённых докладов): «Современные нанотехнологии и нанофотоника для науки и производства», г. Владимир, 2009 г.; Шестой семинар Д.Н. Клышко, г. Москва, 20-22 мая 2009 г.; «Mixed States of light and Matter», WE-Heraeus-Seminar, г. Бонн (Германия), 07-10 февраля 2010 г.; «SPIE Photonics meeting», Quantum Optics symposium, г. Брюссель (Бельгия), 17 апреля 2010 г.; «Dubna-Nano2010», г. Дубна, 5-10 июля 2010 г.; «The International Conference on Coherent and Nonlinear Optics (ICONO)/ The Lasers, Applications, and Technologies (LAT)-2010», г. Казань, 23-26 августа 2010 г.; «2nd German-French-Russian Laser Symposium», Гёсвайнштайн (Германия), 14-17 апреля 2011 г.; Седьмой семинар Д.Н. Клышко, г. Москва, 25-27 мая 2011 г.; «Nonlinear Photonics: Theory, Materials, Applications», г. Санкт-Петербург, 24-26 августа 2011 г.; «1st international Russian-Chinese conference / youth school-workshop “Modern laser physics and laser-information technologies for science and manufacture”», Суздаль/Владимир, 23–28 сентября 2011 г.; «Nonlinear Optics: East-West Reunion», г. Суздаль, 21-23 сентября 2011 г.; «Photonics and Micro- and Nano- structured Materials», г. Ереван (Армения), 28-30 июня 2011 г.; «Advanced Photonics: OSA Optics and Photonics Congress», г. Колорадо-Спрингс (США), 17-22 июня 2012 г.; «Dubna-Nano2012», г. Дубна, 6-14 июля 2012 г.; «International Conference on Coherent and Nonlinear Optics» (ICONO), г. Москва 18-22 июня, 2013 г.; «International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics – Metamaterials 2013», г. Бордо (Франция), 16-19 сентября 2013 г.; «16th International Conference “Laser Optics 2014”», г. Санкт-Петербург, 30 июня-4 июля 2014 г.

2. По теме диссертационной работы опубликовано 5 статей в журналах из перечня ВАК.

3. Получен патент на полезную модель: «Устройство поляритонного кристалла для записи и хранения квантовой информации» № 124026 (авторы: Алоджанц А. П., Аракелян С. М., Баринов И. О., Седов Е. С. Дата приоритета 25.05.2012, дата регистрации в ГОС реестре 10.01.2013).

Личный вклад автора

Представленные в диссертации результаты оригинальны и получены автором лично. Выбор направления исследования, постановка задач и интерпретация полученных результатов производились совместно с научным руководителем и соавторами статей.

Структура и объём диссертации Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Полный объём диссертации — 116 страниц, включая 47 рисунков.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулированы ее цели и решаемые задачи, аргументирована научная новизна исследований. Показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения. Описан личный вклад автора и представлены сведения об апробации работы и публикациях.

Первая глава посвящена обзору литературы по теме диссертации.

В параграфе 1.1 обсуждаются физические свойства и современные методы экспериментального создания одиночных электромагнитных микрорезонаторов и цепочек из них. Рассмотрены микрорезонаторы различной конфигурации с модами шепчущей галереи, а также микрорезонаторы, изготовленные на основе полупроводниковых структур, кремния, полимерных материалов, принцип действия которых основан на эффекте брэгговского отражения в ФК с дефектами.

В параграфе 1.2 обсуждаются способы описания взаимодействия электромагнитного поля со средой в пространственно-ограниченных системах электромагнитных резонаторов и цепочек резонаторов. Рассматривается модель Джейнса-Каммингса-Хаббарда, которая позволяет описывать многокомпонентные бозонные системы в цепочке связанных резонаторов

в условиях взаимодействия электромагнитного поля со средой. Приведены примеры экспериментальной реализации таких структур на базе твердотельных и квантово-оптических систем с NV-центрами, квантовыми точками, атомами в оптических ловушках. В работе обсуждаются также эффекты, связанные с диссипацией и учитывающие внешнюю накачку когерентным излучением.

Проанализирован вопрос достижения сильной связи двухуровневых систем (ДУС) — квантовых точек и ультрахолодных атомов — с квантованным электромагнитным полем в условиях реального эксперимента, см. [1]. В частности, в [1] для параметра связи одиночного атома рубидия с эванесцентным полем (длина волны резонансного излучения 780нм) в ФК-волноводе было достигнуто значение в несколько гигагерц при температуре 125мкК.

В параграфе 1.3 содержится обзор литературы по проблеме формирования пространственных солитонов в оптически прозрачных кубично-нелинейных средах. В этой связи обсуждаются вопросы распространения в резонаторных структурах поляритонных солитонов, которые являются решением связанных нелинейных уравнений для возмущений среды (экситонов) и поля в резонаторе, см. [2]. Для таких систем теоретически было предсказано существование светлых экситон-поляритонных солитонов в одиночных низкоразмерных полупроводниковых резонаторах: при этом солитоны формируются в условиях сильной связи среды с электромагнитным полем и наличием отталкивающего взаимодействия между поляритонами. Эксперимент по наблюдению светлых поляритонных солитонов описан в работе [3]. Они формировались в GaAs-микрорезонаторе, содержащем ансамбль из шести квантовых точек, под воздействием ТЕ-поляризованного импульсного лазерного излучения с длительностью импульса 5пс в присутствии ТМ-поляризованной непрерывной накачки при температуре 5К.

В параграфе 1.4 внимание уделено солитонам, которые формируются в нелинейных средах, описываемых пространственно-периодическим потенциалом. Структуры, обеспечивающие условия для формирования дискретных оптических солитонов представляют собой описанные ранее цепочки высокочастотных связанных оптических резонаторов, и получившие название оптических волноводов на связанных резонаторах (ОВСР; англ. название — *coupled resonator optical waveguides* — CROW). Волноводные свойства таких структур обусловлены туннелированием фотонов между соседними резонаторами. В работе [4] теоретически показано, что динамика оптических волновых пакетов в таких волноводах описывается нелинейным дискретным уравнением Шрёдингера; впервые также продемонстрирована возможность формирования в структуре дискретных оптических солитонов.

Во второй главе развита теория макроскопических эффектов, возникающих в условиях взаимодействия излучения с веществом в двумерных пространственно-периодических структурах. В частности, предложена модель поляритонного кристалла — двумерной решётки туннельно-связанных микрорезонаторов, каждый из которых содержит ансамбль (кластер) из небольшого, но макроскопического числа двухуровневых атомов, взаимодействующих с резонаторным электромагнитным полем. В подобной системе формируются связанные атомно-оптические состояния — поляритоны, представляющие собой линейную суперпозицию элементарных возмущений двухуровневой атомной среды и светового поля.

На основе подхода Хольштейна-Примакова за рамками приближения малой плотности атомных возмущений выявлена физика нелинейных процессов двух- и трёхчастичного поляритон-поляритонного рассеяния (нелинейности третьего и пятого порядков, соответственно) в структуре поляритонного кристалла. Показано, что в их основе лежат физические процессы атом-атомного рассеяния и насыщения двухуровневой атомной среды.

Выяснено, что двухчастичное рассеяние превалирует над трёхчастичным и оно максимально при положительном значении атомно-оптической отстройки $\Delta = 2g/\sqrt{3}$, где g — параметр коллективной атомно-оптической связи; поляритоны нижней дисперсионной ветви при этом являются атомоподобными.

Оценки проводились для атомов рубидия $^{85}_{37}\text{Rb}$, структура энергетических состояний которых довольно хорошо экспериментально изучена. Средняя частота D-линии атомов рубидия ω_{12} составляет $2\pi \times 382\text{ТГц}$. Параметр связи одиночного атома с резонаторным полем в объёме $V = 2.7 \times 10^{-11}\text{см}^3$ принимает значения $g_0 \approx 2\pi \times 1.22\text{ГГц}$. Скорость дефазировки атомов рубидия оценивается как обратное время жизни атомов в возбуждённом состоянии и принимает значения порядка $2\pi \times 6\text{МГц}$. Скорость затухания поля в резонаторе с добротностью $Q \approx 2 \times 10^5$ составляет порядка $2\pi \times 0.96\text{ГГц}$.

На основе вариационного подхода в приближении непрерывной среды исследованы макроскопические свойства поляритонов в системе поляритонного кристалла. В частности, проанализировано поведение таких параметров, как ширина ВФ поляритонов, химический потенциал, характерные частоты осцилляций ВФ с малой амплитудой возле равновесного значения.

Показано, что в случае отрицательной величины поляритон-поляритонного рассеяния существенную роль играют процессы трёхчастичного рассеяния, которые при определённом наборе начальных условий приводят к коллапсу ВФ поляритонов, т. е. к существенному (в пределе — до нуля) уменьшению её ширины. Так существует некоторое критическое значе-

ние числа поляритонов в системе N_{0c} , при превышении которого структура поляритонного кристалла становится неустойчивой.

На фазовой плоскости «критическое число частиц N_{0c} — параметр отношения частот ловушки $\lambda = \sqrt{\omega_y/\omega_x}$ в направлениях x и y плоскости поляритонного кристалла» найдена область, в которой ВФ поляритонов является устойчивой. Максимальное значение критического числа поляритонов N_{0c} достигается в симметричной ловушке при $\omega_x = \omega_y$ ($\lambda = 1$). Два других предела, $\lambda \ll 1$ ($\omega_x \gg \omega_y$) и $\lambda \gg 1$ ($\omega_x \ll \omega_y$), соответствуют сильно анизотропной ловушке, и такая структура может быть рассмотрена как одномерная.

Развита теория релаксационных процессов, связанных с затуханием фотонного поля в резонаторе и дефазировкой атомной системы. Были рассмотрены высокодобротные резонаторы с добротностью Q не менее 10^4 . При такой добротности скорость релаксации поляритонов γ существенно меньше характерных параметров задачи, т. е. $\gamma \ll g, \omega_{at,ph}$, где $\omega_{at,ph}$ — собственные частоты перехода двухуровневых атомов и фотонного поля соответственно. Показано, что при отрицательной длине поляритон-поляритонного рассеяния с учётом слабой диссипации ВФ поляритонного кристалла может преодолеть область неустойчивости при определённых начальных условиях и перейти к устойчивому режиму осцилляций.

Третья глава посвящена проблеме формирования поляритонных солитонов в одномерной цепочке слабо связанных резонаторов, содержащих ДУС, которые взаимодействуют с одномодовым оптическим полем в резонаторе. Рассмотрены такие двухуровневые физические системы как ультрахолодные атомы и квантовые ямы. Для описания предложенной структуры была развита модель Дике-Липкина-Мешкова-Глика, учитывающая связь соседних резонаторов в цепочке за счёт туннелирования фотонов. Для исследования динамики частиц в рамках предложенной модели был выбран метод многомасштабных разложений (ММР).

Оценки проводились для ансамбля полупроводниковых квантовых точек в одномерной цепочке микрорезонаторов. Средняя плотность экситонов в области квантования составляет $1.4 \times 10^{11} \text{см}^{-2}$. В решётке с периодом 400нм коллективный параметр связи экситонов с полем равен $2\pi \times 1.7 \text{ТГц}$. Скорости дефазировки экситонов и затухания резонаторного поля оцениваются в работе как $2\pi \times 12.1 \text{ГГц}$ и $2\pi \times 50 \text{ГГц}$ соответственно. Величина ηn_{pol} , где η — параметр экситон-экситонного взаимодействия, n_{pol} — плотность числа поляритонов в структуре, составляет $2\pi \times 24.3 \text{ГГц}$.

В диссертации исследованы дисперсионные характеристики одномерного поляритонного кристалла: получены дисперсионные соотношения (характерные частоты эволюции волновых пакетов) для верхней (оптической) и нижней ветвей с учётом диссипативных процессов, вызванных затуханием электромагнитного поля в резонаторе и дефазировкой ДУС,

которая наступает в виду ограниченного времени жизни ДУС в возбуждённом состоянии. Получены выражения для групповых скоростей волновых пакетов для обеих ветвей, исследована зависимость групповых скоростей от управляющих параметров, в роли которых выступают параметр взаимодействия ДУС друг с другом η и отстройка частоты электромагнитного резонаторного поля от собственной частоты ДУС Δ .

Выявлено, что «замедление» волнового пакета верхней (нижней) ветви наблюдается при достаточно большом по модулю и отрицательном (положительном) значении параметра η . При этом разница между значениями скоростей волновых пакетов двух ветвей тем больше, чем больше по модулю величина η .

Выяснена физика формирования в структуре светлых солитонов. Показано, что данный режим поддерживается только для поляритонов верхней (оптической) ветви, в то время как тёмные солитоны формируются для поляритонов нижней ветви. На основе теории возмущений для солитонов получено управляющее комплексное уравнение типа уравнения Гинзбурга-Ландау для медленной огибающей волнового пакета, содержащее члены, описывающие процессы нелинейного поглощения и расплывания пакета. Показано, что волновые пакеты, в бездиссипационном пределе обладающие солитонными свойствами, в присутствии потерь характеризуются медленным изменением амплитуды, импульса, положения в пространстве и значения фазы. Их групповая скорость уменьшается со временем.

В четвёртой главе изложены результаты по временной динамике поляритонных волновых пакетов в структуре одномерного поляритонного кристалла за пределом приближения тесной связи резонаторов, а также без перехода к континуальному пределу. В частности, исследована зависимость параметра туннельной связи от ширины резонаторов d , показано, что при ширине d меньшей или сравнимой с длиной волны электромагнитного поля λ приближение тесной связи для описания одномерного поляритонного кристалла становится некорректным. Предложенная модель поляритонного кристалла помимо туннельной связи соседних резонаторов учитывает связь резонаторов, лежащих через один. Оценки выполнены для атомов рубидия $^{85}_{37}\text{Rb}$ в одномерной цепочке резонаторов с периодом 2мкм; считалось, что в каждом резонаторе содержится по 100 атомов. Величина параметра связи одиночного атома с резонаторным полем в такой структуре составляет $g_0 \approx 2\pi \times 2.4\text{ГГц}$. Параметры туннельной фотонной связи соседних и лежащих через один резонаторов оцениваются как $2\pi \times 549\text{ГГц}$ и $2\pi \times 191\text{ГГц}$ соответственно.

На основе вариационного подхода выявлен набор динамических режимов поляритонных волновых пакетов в структуре поляритонного кристалла, отличающихся друг от друга особенностями изменения в ходе эволюции вариационных параметров пакета, таких как

ширина, кривизна (фаза) и положения центра пакета. В роли управляющих параметров системы выступают атомно-оптическая отстройка Δ и начальный импульс поляритонов p_0 . В частности, найден режим диффузии, при котором происходит расплывание волнового пакета, а также четыре локализованных режима: самозахват, бризеры двух типов и солитонный режим. В режиме самозахвата ширина волнового пакета в ходе временной эволюции стремится к конечному значению, а кривизна неограниченно возрастает. Бризерные режимы характеризуются осцилляциями ширины и кривизны пакета в конечных пределах. Различие между режимами заключается в том, что начальная ширина пакета γ_0 для одного является наименьшей в процессе осцилляций, $\gamma_0 < \gamma_{\max, \text{BR I}}$, в то время как для второго — наибольшей, $\gamma_0 > \gamma_{\min, \text{BR II}}$.

Показано, что два бризерных режима отделены друг от друга солитонным динамическим режимом распространения волновых пакетов в структуре с неизменной скоростью, а также шириной и кривизной пакета. При этом выявлено, что солитоны в структуре могут формироваться лишь при условии, что начальная эффективная масса поляритонов отрицательна. Переключение между режимами осуществляется изменением величины управляющих параметров — атомно-оптической отстройки и импульса поляритонов.

Разработан физический алгоритм записи, хранения и восстановления оптической информации в структуре одномерного поляритонного кристалла, основанный на возможности управления групповой скоростью волнового пакета, благодаря тому, что поляритоны одновременно обладают как фотонными, так и атомными свойствами, при этом степень проявления этих свойств можно управлять, изменяя значения управляющих параметров — отстройки от резонанса и/или импульса поляритонов.

Первая реализация алгоритма основана на использовании солитонов на каждом из этапов его выполнения. Солитонный волновой пакет со значениями отстройки и импульса, соответствующими «быстрым» фотоноподобным поляритонам, $\delta = \delta_{\text{ph}}$ и $p_0 = p_0^{\text{ph}}$, входит в структуру (время записи τ_{WR} составляет порядка 1нс). На следующем этапе (хранение) отстройка и импульс адиабатически изменяются до значений $\delta = \delta_{\text{at}}$ и $p_0 = p_0^{\text{at}}$; при этом поляритоны преобразуются в «медленные» атомоподобные. На третьем этапе в результате адиабатического изменения управляющих параметров к их исходным значениям поляритонный волновой пакет на выходе из структуры обратно преобразуется в фотоноподобный. Для эффективной записи информации необходимо, чтобы весь временной интервал τ не превышал характерных временных масштабов диссипации в системе, определяемой в первую очередь величиной добротности микрорезонаторов.

Другая возможная реализация предлагаемого алгоритма основана на использовании на этапе хранения бризерных состояний. Преимущество использования бризеров заключается в том, что на всех шагах алгоритма импульс волнового пакета остаётся неизменным. Сложность использования бризеров связана с тем, что необходимо определённым образом выбирать момент времени τ_R в связи с периодичностью изменения параметров волнового пакета во времени.

В **Заключении** сформулированы основные результаты и выводы диссертационной работы.

Публикации

Основное содержание диссертации опубликовано в работах [5–12].

Глава 1

Обзор литературы

1.1. Эксперименты по созданию электромагнитных микрорезонаторов и цепочек микрорезонаторов

Развитие методов управления распространением электромагнитного поля в среде является задачей целого направления современных междисциплинарных научных исследований, конечная цель которых — разработка устройств обработки, хранения и защиты информации оптическими средствами. Эффективным инструментом контроля характеристик излучения являются одиночные квантовые электродинамические микрорезонаторы (КЭД-микрорезонаторы) и цепочки микрорезонаторов, содержащие ансамбли частиц среды с двумя или несколькими рабочими уровнями. В роли такой среды могут выступать нейтральные атомы [1], ионы [13], полупроводниковые квантовые точки [14], алмазы с азотозамещёнными вакансиями (NV-центрами) [15] и др. Помимо того, что резонаторные системы обеспечивают эффективную связь электромагнитного поля с веществом, интерес к ним со стороны исследователей подкрепляется следующим фактом. Любая система с большим числом степеней свободы обладает рядом существенных недостатков. Во-первых, с каждой степенью свободы связаны диссипативные процессы. Во-вторых, усложняется управление параметрами системы и их контроль. В-третьих, как следствие указанных недостатков, снижается повторяемость результатов, и большинство процессов в системе оказывается необратимым. Для того чтобы минимизировать количество степеней свободы в квантовых системах, используются КЭД-резонаторы.

Простейшим резонатором является резонатор Фабри-Перо. В общем случае он представляет собой два соосных параллельных зеркала, в промежутке между которыми формируется стоячая электромагнитная волна; при этом расстояние между зеркалами должно быть кратно числу полуволен. Изначально резонаторы Фабри-Перо представляли собой макроскопические устройства, в роли зеркал выступали оптически прозрачные (в частности, стеклянные) пластины, с одной стороны покрытые тонким слоем металла. В настоящее время современные технологии позволяют создавать диэлектрические зеркала, принцип действия которых основан на интерференции электромагнитных волн. Такое зеркало представляет собой массив последовательно нанесённых диэлектрических слоёв, оптическая толщина которых кратна четверти длины волны отражаемого излучения λ , т. е. $nd \sim \lambda/4$, где n – показатель

преломления материала слоя, d – геометрическая толщина слоя. Границы слоёв являются источниками отражённого излучения, для которого имеет место конструктивная интерференция. Резонатор такого типа использовался в эксперименте, описанном в работе [16]. Эксперимент посвящён изучению излучательных свойств помещённых в электромагнитный микрорезонатор InAs квантовых точек. Такой резонатор, представленный на рис. 1, был сформирован методом молекулярно-пучковой эпитаксии (molecular beam epitaxy). Четвертьволновые брэгговские зеркала резонатора представляют собой многослойные GaAs/AlAs структуры: верхнее зеркало включает тринадцать периодов, нижнее – двадцать три. В эксперименте резонатор был создан для работы с излучением с длиной волны $\lambda \approx 0.96\text{мкм}$.

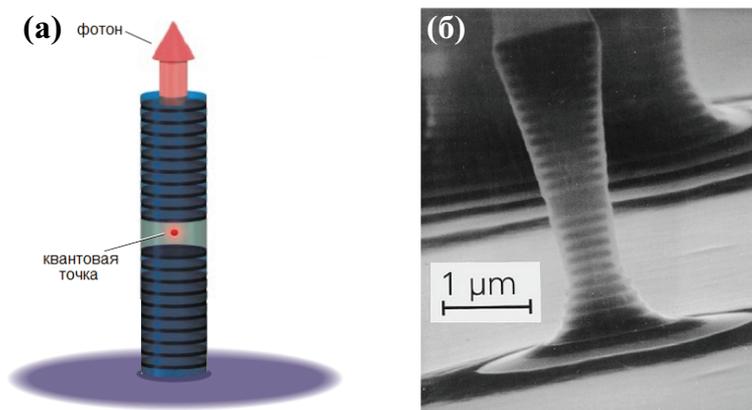


Рис. 1. (а) — Схема [17] и (б) — полученное при помощи сканирующего электронного микроскопа изображение (СЭМ-изображение) электромагнитного микрорезонатора Фабри-Перо с диэлектрическими зеркалами [16].

Добротность Q резонаторов типа Фабри-Перо существенно зависит от коэффициентов отражения зеркал R и размеров самих резонаторов ℓ : она выражается формулой $Q = 2\pi\ell\sqrt{R}/\lambda(1 - R)$. Современными средствами могут быть созданы зеркала с коэффициентом отражения более чем 99.999% [18, 19]. Однако добротность резонатора уменьшается прямо пропорционально уменьшению его ширины. Так добротность резонатора шириной $\ell = 4\text{мм}$ может достигать величины $Q = 1.8 \times 10^8$, а при $\ell = 130\text{мкм}$ она на два порядка меньше — $Q = 6 \times 10^6$ [20, 21]. Добротность микрорезонатора, представленного на рис. 1, составляла в эксперименте $Q \approx 1600$.

В связи с этим, возникают принципиальные трудности в работе с оптическими микрорезонаторами типа Фабри-Перо с шириной, сравнимой с длиной волны излучения: практическое применение таких резонаторов существенно ограничено их низкой добротностью. Кроме того, резонаторы типа Фабри-Перо имеют ряд других недостатков: в частности, они обладают узким спектром отражения и чувствительны к механическим воздействиям.

Современные технологии позволяют создавать КЭД-микрорезонаторы, основанные на ином принципе действия, при этом они обладают высокой добротностью при размерах, сравнимых с длиной волны излучения. В частности, к ним относятся резонаторы с модами шепчущей галереи (МШГ-резонаторы). Эти моды представляют собой резонансные стоячие волны в осесимметричной структуре, возникающие в результате проявления эффекта полного внутреннего отражения. Такое название МШГ-резонаторы получили благодаря тому, что резонансные моды электромагнитного излучения в них возбуждаются аналогично акустическим волнам в шепчущей галерее собора Святого Павла в Лондоне [22].

Для изготовления современных электромагнитных МШГ-микрорезонаторов используется широкий спектр материалов, в том числе кремний [23], кварцевое стекло [24, 25], полимеры [26, 27], кристаллические структуры [28, 29]. Разработано множество форм МШГ-резонаторов: это микросферы [26, 30], микродиски [23, 31], микрокольца [32, 33] и микротороиды [25]. Неотъемлемым свойством всех перечисленных форм резонаторов является их осесимметричность.

Самой простой формой МШГ-микрорезонатора является сферическая. Методика изготовления кварцевых сферических МШГ-микрорезонаторов разработана в МГУ [20, 21]. Состоит она в следующем (см. рис. 2). За основу берётся цилиндрическая заготовка из высокочистого кварца диаметром не более 4мм и высотой до 40мм. Перед использованием её поверхность особым образом подготавливается: полируется, поверхностный слой стравливается в плавиковой кислоте, заготовка промывается в дистиллированной воде. Затем в пламени горелки часть заготовки растягивается до толщины 0.1–1мм. Полученная кварцевая нить разламывается посередине: в результате получают две заготовки для изготовления микросфер.

Кончик заготовки приваривается к поверхности подложки, на которой планируется размещать резонатор. Заготовка вновь нагревается и растягивается до требуемой толщины, которая определяет диаметр микрорезонатора. Как правило, толщина заготовки после растягивания составляет 10–100мкм. Кончик заготовки в пламени горелки обрывается.

В конечном виде, после выполнения описанных операций, заготовка представляет собой кварцевую нить длиной около 1мм с утолщением на конце. После расплавления на этом утолщении под действием сил поверхностного натяжения формируется сферический микрорезонатор на ножке — см. право нижнее изображение на рис. 2.

В качестве исходных заготовок могут использоваться стандартные оптические волокна диаметром 125мкм. Для нагрева и расплавления заготовок вместо газовой или водородной

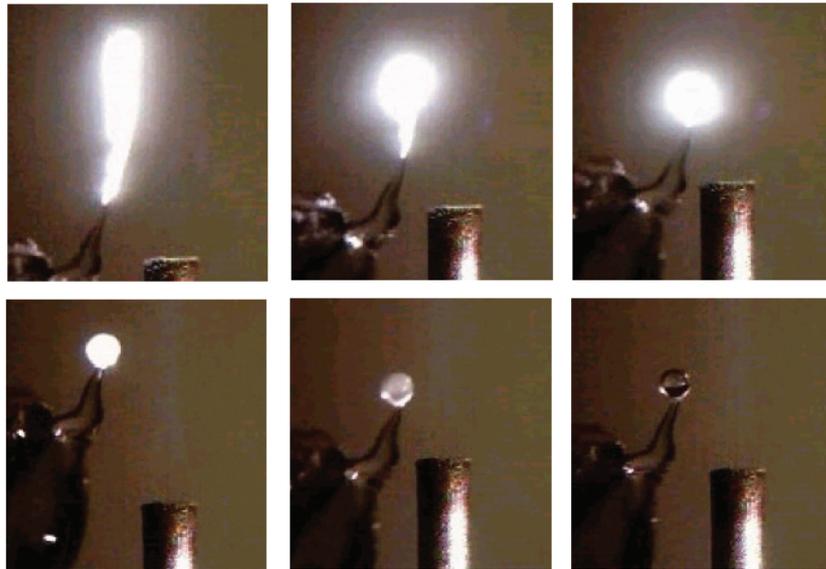


Рис. 2. Фотографии процесса изготовления сферического МШГ-резонатора из кварцевой нити в пламени газовой горелки [20, 21].

горелки можно применять сфокусированное излучение CO_2 лазера. Описанным методом были изготовлены сферические МШГ-резонаторы с добротностью до 10^{10} [24, 30].

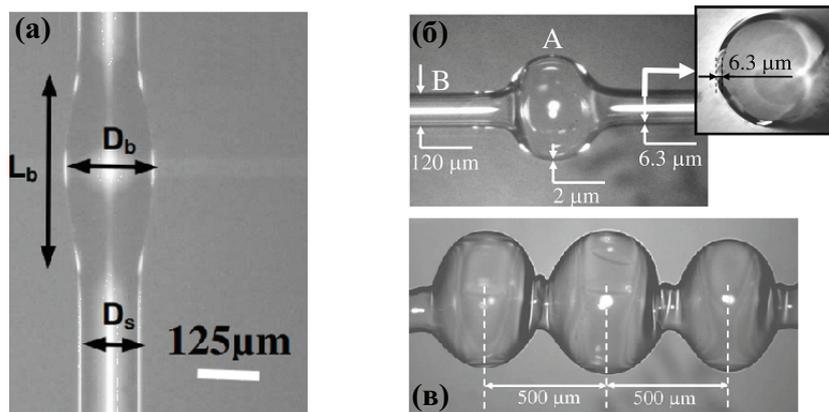


Рис. 3. Микроснимки (а) — бутылкоподобного (веретенообразного) [35] и (б) — пузырькового МШГ-резонаторов, а также (в) — цепочки пузырьковых резонаторов [37]. На рисунке (а) параметры D_s , D_b и L_b задают диаметр волноводов, наибольший диаметр резонатора и высоту резонатора соответственно.

МШГ-микрорезонаторы иного типа — бутылкообразные (или веретенообразные) резонаторы [34] — также изготавливаются методом расплавления заготовки из кварцевого стекла. Методика изготовления таких резонаторов описана в работе [35]. В её основе лежит термомеханический процесс сращивания волноводов, когда нагретые до температуры плавления концы двух волноводов сплавляются друг с другом. Расплавление материала волноводов осуществляется одним из двух способов: методом резистивного нагрева и дуго-

вым разрядом. В работе [35] применялся второй метод. Для нагрева заготовки включался дуговой разряд длительностью порядка одной секунды. Для управления степенью нагрева использовалась серия коротких импульсов. В результате сращивания волноводов в области контакта сформировалось утолщение, обладающее резонаторными свойствами — бутылкообразный МШГ-резонатор (см. рис. 3а). Управляя силой прижатия волокон друг к другу в области контакта в процессе изготовления, можно настраивать резонансную частоту резонаторов [36]. Добротность таких резонаторов может достигать значений 10^8 — см. [34].

На рис. 3б представлен ещё один тип оптических микрорезонаторов — микропузырьковый МШГ-резонатор [37]. Основой для создания такого резонатора выступает микрокапилляр из кварцевого стекла. Микрорезонатор формируется в результате следующих воздействий на капилляр: нагрев излучением CO_2 лазера, давление и вращение капилляра вокруг главной оси. Описанный метод позволяет в широких пределах варьировать параметры резонаторов, а также формировать на одном капилляре цепочку резонаторов — см. рис. 3в.

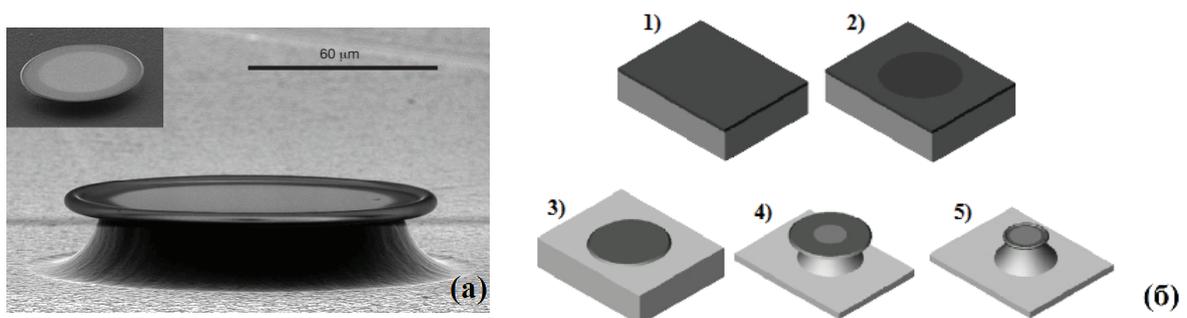


Рис. 4. (а) — СЭМ-изображение одиночного кварцевого микротороида [25]. На вкладке изображён кварцевый микродиск до оплавления краёв излучением CO_2 лазера. (б) — Этапы изготовления кварцевого микротороида [38]: 1) нанесения слоя SiO_2 на кремниевую подложку, 2) нанесение фоторезиста на слой SiO_2 , 3) травление оксидного слоя в буферном растворе HF , 4) травление кремниевой подложки в XeF_2 , 5) оплавление краёв диска SiO_2 излучением CO_2 лазера.

Иная технология, не основанная на нагревании и расплавлении заготовок, используется при изготовлении другого типа МШГ-микрорезонаторов — кварцевых микротороидов (см. рис. 4). В работах [25, 38] описана технология изготовления микрорезонатора такого типа с добротностью порядка 10^8 — рис. 4б. Кварцевые микротороиды изготавливаются в пять этапов. На первом этапе на поверхности кремниевой подложки методом термического окисления (при температуре от 1000 до 1600К в присутствии кислорода или водяного пара) формируется оксидная плёнка толщиной около 2мкм. На втором этапе методом фотолитографии на поверхность оксида наносится фоторезист в форме диска диаметром 160мкм. На третьем этапе при травлении оксидного слоя на образце в буферном растворе HF слой фото-

резиста выступает в роли маски. По завершении травления фоторезист с образца удаляется. На четвёртом этапе осуществляется удаление фрагмента кремниевой подложки под образцом методом сухого травления в XeF_2 при давлении 3 торр. В результате этой операции остаётся кварцевый диск на кремниевой опоре. На последнем этапе кварцевый диск подвергается воздействию излучения CO_2 лазера. Поскольку SiO_2 непрозрачен для излучения лазера (длина волны 10.6 мкм), он эффективно поглощает энергию и нагревается. Края диска оплавляются и под воздействием сил поверхностного натяжения формируют тороидальную поверхность.

Результаты применения описанной технологии являются масштабируемыми. Это значит, что на её основе могут быть созданы цепочки независимых [39] и связанных [40] тороидальных микрорезонаторов — см. рис. 5.

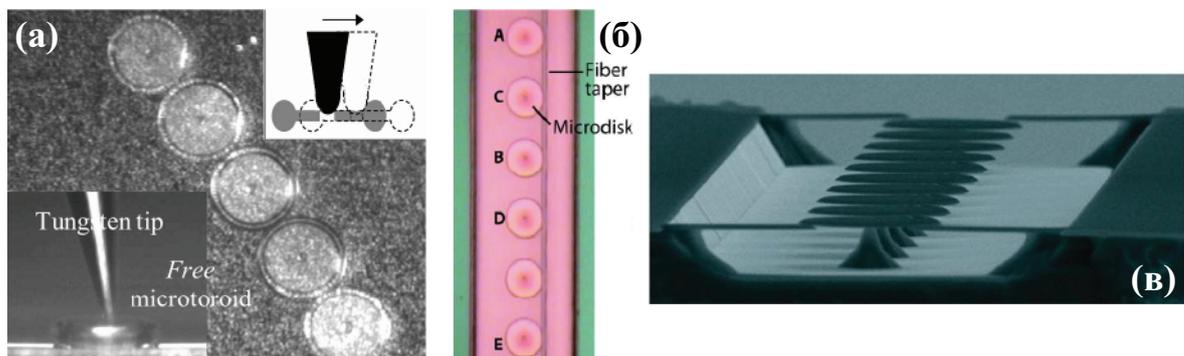


Рис. 5. (а) — Микрофотография цепочки несвязанных кварцевых тороидальных МШГ-микрорезонаторов на кремниевой подложке [39]. На верхней вкладке схематично изображён процесс манипулирования положением микрорезонатора при помощи вольфрамового наконечника. На нижней вкладке — фотография вольфрамового наконечника в процессе манипулирования положением микрорезонатора. (б) и (в) — Микрофотография и СЭМ-изображение цепочки кварцевых тороидальных МШГ-микрорезонаторов, связанных при помощи оптического волновода [40].

Добротности МШГ-резонаторов в виде кварцевых микротороидов можно значительно повысить нанесением на их поверхность полимерных покрытий. Так в работе [41] теоретически продемонстрирована возможность увеличения добротности до величины 10^{14} .

В сравнении с кварцевыми добротность полимерных МШГ-микрорезонаторов ниже. Так в работах [42, 43] описаны свойства и методика изготовления микротороидов с максимальной добротностью 2×10^6 из полимера полидиметилсилоксана и добротностью 5×10^6 из полиэфирной смолы викаст (vicast), а также кольцевых микрорезонаторов с максимальной добротностью 4×10^7 из полиметилметакрилата — см. рис. 6.

Материалом для изготовления всех описанных ранее микрорезонаторов являются аморфные вещества — плавный кварц и полимеры. В этом отношении принципиальным отличием обладают резонаторы иного типа — кристаллические МШГ-резонаторы. В

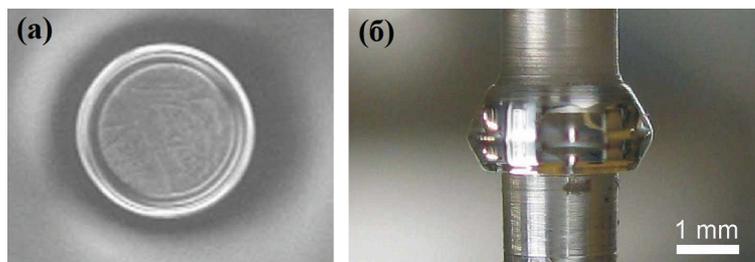


Рис. 6. Микрофотографии МШГ-резонаторов в форме (а) — микротороида из полидиметилсилоксана [42] и (б) — микродиска из полиметилметакрилата [43]

их основе лежат оптически прозрачные кристаллы. В работах [44, 45] описаны технологии изготовления и свойства МШГ-микрорезонатора в форме диска из кристалла флюорита (CaF_2). Из кристаллического массива CaF_2 вырезается цилиндрическая заготовка. Заготовка монтируется на шпинделе токарного станка. Алмазным резцом, прецизионное перемещение которого контролируется компьютером, заготовке придаётся требуемая форма — см. рис. 7а. На следующем этапе в несколько шагов выполняется полировка поверхности резонатора при помощи алмазных абразивов. На каждом шаге размер зёрен абразива уменьшается. На основе описанной технологии могут изготавливаться резонаторы из других кристаллов, например, ниобата лития (LiNbO_3) [46] — см. рис. 7б. Добротность созданных таким методом дисковых микрорезонаторов достигает значений 10^8 .

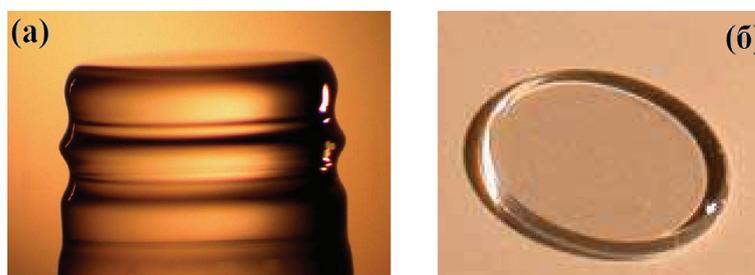


Рис. 7. Фотографии дисковых МШГ-резонаторов на основе (а) — CaF_2 [44] и (б) — LiNbO_3 [46].

К другому классу электромагнитных микрорезонаторов относятся резонаторы, принцип действия которых основан на эффекте брэгговского отражения. Резонаторы формируются в структурах с пространственно-периодической модуляцией диэлектрической проницаемости ϵ (а равно и показателя преломления n) — фотонных кристаллах. Период изменения ϵ допускает брэгговскую дифракцию электромагнитных волн. Таким образом, ФК можно рассматривать как совокупность многослойных диэлектрических зеркал (брэгговских отражателей) [47]. Резонатор формируется в области локальной аперидичности (точечного или линейного дефекта) структуры, которая может представлять собой отсутствие одного или

нескольких узлов ФК, отличные от остальных расстояние между соседними узлами, геометрию или размеры узла.

Типичными представителями класса фотонно-кристаллических резонаторов (ФК-резонаторов) являются резонаторы типа Фабри-Перо с диэлектрическими зеркалами. В них объём резонатора сосредоточен непосредственно в области дефекта, который представляет собой отсутствие узла ФК. Области с регулярно расположенными узлами вокруг дефекта выступают в роли брэгговских зеркал. В работах [48–50] описана технология изготовления и свойства электромагнитных микрорезонаторов типа Фабри-Перо в одномерных ФК-структурах двух видов, которым авторы дали названия «монорельс» (monograil; см. рис. 8 (а) и (б)) и «воздушный мост» (air-bridge; см. рис. 8 (в) и (г)).

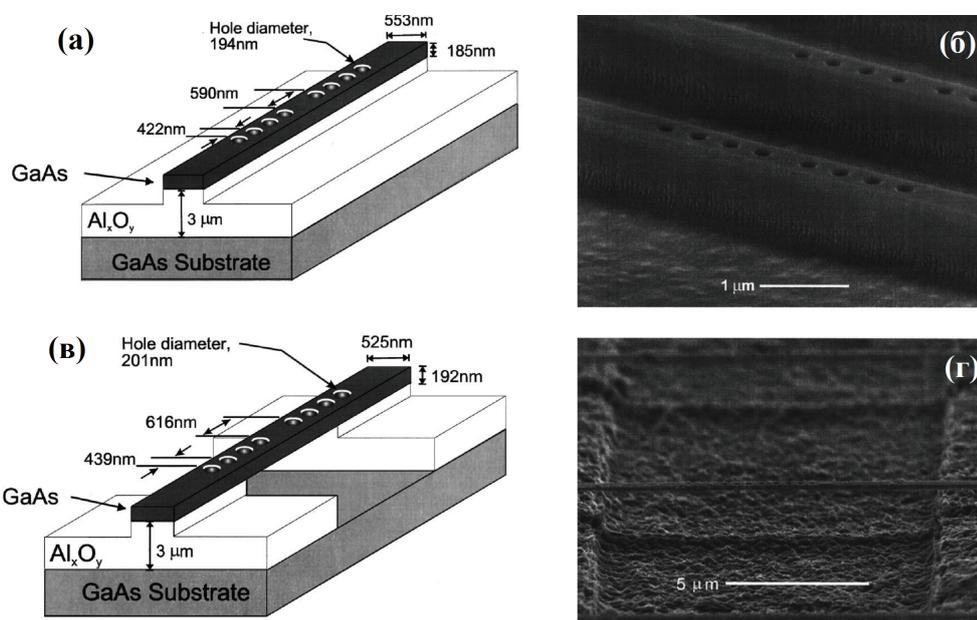


Рис. 8. Схемы и СЭМ-изображения микрорезонаторов, созданных в одномерных GaAs ФК-волноводах типа (а), (б) — «монорельс» и (в), (г) — «воздушный мост» [48–50].

Процесс изготовления резонаторов схематично представлен на рис. 9. На первом этапе методом молекулярно пучковой эпитаксии из газовых источников создаётся гетероструктура GaAs/Al_{0.93}Ga_{0.07}As — рис. 9а. Для «монорельса» и «воздушного моста» процесс проходит при температурах 600 и 670°C со скоростями 0.3 и 1.0 мкм/ч соответственно. В результате толщина слоя GaAs/Al_{0.93}Ga_{0.07}As достигает 3 мкм в обоих случаях, а толщина слоя GaAs — 185 ± 1 нм для «монорельса» и 192 ± 1 нм для «воздушного моста». На втором этапе на поверхности GaAs методом плазмохимического осаждения из газовой фазы (plasma-enhanced chemical vapor deposition) при температуре 250°C формируется плёнка SiO₂ толщиной 100 нм. На третьем этапе на поверхность диоксида кремния методом электронно-лучевой литографии с непосредственным формированием изображения (direct-write electronbeam lithography) на-

носится маска из фоторезиста полиметилметакрилата толщиной 200нм. Рисунок маски с заданными характерными масштабами полностью повторяет рисунок будущей структуры ФК. На четвёртом этапе на маску фоторезиста методом электронно-лучевого испарения (electron-beam evaporation) наносится 30нм слой никеля — рис. 9б. Рисунок структуры никелевого слоя представляет собой негатив рисунка маски. На пятом этапе осуществляется реактивное ионное травление (reactive ion etching) слоя SiO_2 с использованием плазмы CHF_3/O_2 — рис. 9в. В этом процессе слой никеля выступает в роли маски. Травление происходит со скоростью 100 нм/мин. По завершении процесса слой никеля удаляется. На шестом этапе выполняется ионное травление (используются газы $\text{BCl}_3/\text{SiCl}_4$) слоёв $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.93}\text{Ga}_{0.07}\text{As}$; при этом в роли маски выступает SiO_2 .

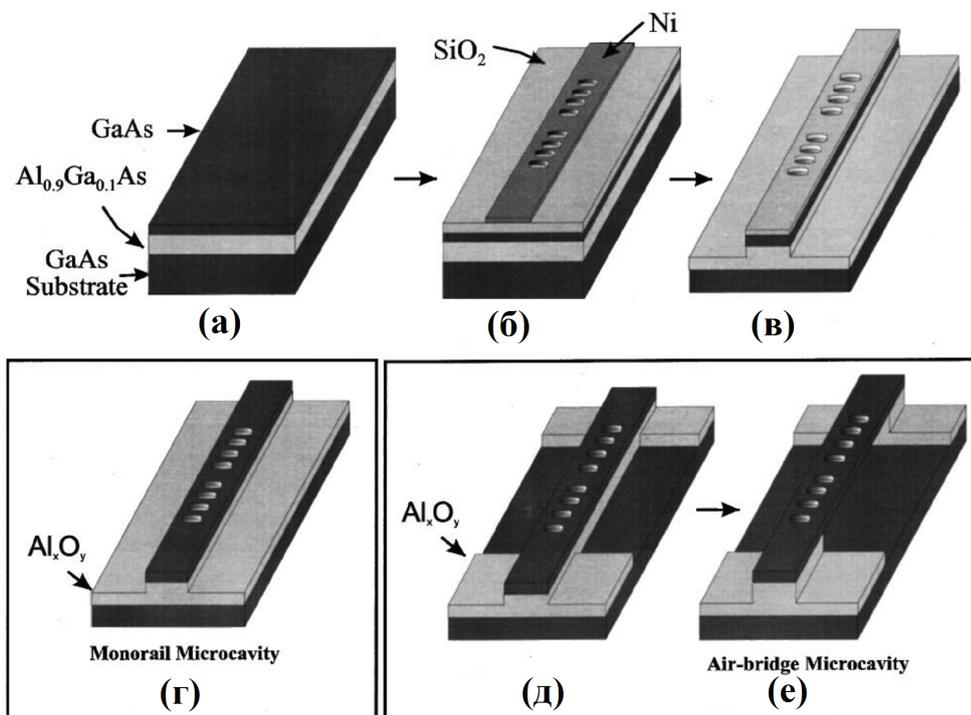


Рис. 9. Процесс изготовления КЭД-микрорезонаторов на основе одномерных ФК типа «монорельс» и «воздушный мост» [48]. (а) — Исходная $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.93}\text{Ga}_{0.07}\text{As}$ гетероструктура, (б) — заготовка после нанесения никелевой маски, (в) — заготовка после реактивного ионного травления материала и снятия маски, (г) — готовый микрорезонатор в ФК типа «монорельс», (д) — заготовка микрорезонатора типа «воздушный мост» после формирования канавки под структурой ФК, (е) — готовый микрорезонатор в ФК типа «воздушный мост».

Последующие этапы изготовления микрорезонаторов на основе ФК типа «монорельс» и «воздушный мост» различаются. Для «монорельса» на следующем шаге методом реактивного ионного травления удаляется маска SiO_2 , затем заготовка образца оксидируется,

и полученный образец последовательно промывается в воде, метаноле, ацетоне и снова в метаноле — рис. 9г.

В образце типа «воздушный мост» на седьмом этапе непосредственно под сформированным ФК ионным травлением удаляется слой $\text{Al}_{0.93}\text{Ga}_{0.07}\text{As}$, и создаётся канавка шириной 10мкм — рис. 9д. Полученный образец затем оксидируется и промывается аналогично структуре типа «монорельс» — рис. 9е.

Добротность предложенных в работах [48–50] микрорезонаторов достаточно мала в сравнении с добротностью МШГ-резонаторов — до 10^3 . Существенно (на порядки) большей добротностью обладают ФК-микрорезонаторы, описанные в работах [51–53]. Они формируются на основе дефектов двумерных (2D) ФК.

В работе [51] описаны свойства, а также методика создания одиночного микрорезонатора в двумерном ФК с гексагональной структурой на основе $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ методом травления ионным пучком (ion beam etching) через маску из полиметилметакрилата. В роли резонатора выступает точечный дефект, который представляет собой меньшее в диаметре отверстие в узле ФК — см. рис. 10а. Кроме того, в работе предложен способ управления величиной добротности изменением размеров отверстий в узлах, прилегающих к дефекту — рис. 10б. В [52] показано, что управляя размерами узлов решётки (рис. 10в), можно добиться добротности резонатора 10^5 . Добротность всех резонаторов, описанных в [51], не превышает величины 2×10^4 .

В работе [53] в качестве резонатора предложено использовать не точечный, а линейный дефект. Такой резонатор (см. рис. 10г) был сформирован в GaAs мембране толщиной 300нм методом травления плазмой высокой плотности. Максимальное значение его добротности составляет 4.4×10^4 .

На рис. 10 (д) и (е) представлены решётки микрорезонаторов, созданные на основе двумерных ФК с гексагональной [54] и квадратной [55] симметрией.

В работах [56,57] описаны микрорезонаторы с конфигурацией, отличной от резонаторов типа Фабри-Перо — это фотонно-кристаллические нанолучевые резонаторы, оптические свойства которых настраиваются изменением размеров и положения узлов решётки ФК. Добротность таких резонаторов существенно превышает добротность ФК-резонаторов типа Фабри-Перо и приближается к добротности МШГ-микрорезонаторов. На рис. 11 представлены две разновидности резонаторов такого типа. На рис. 11а резонатор представляет собой ФК-волновод, размеры отверстий в узлах которого неодинаковы по всей длине: их радиус с переменным шагом изменяется от 84.7нм до 109.8нм [56]. Центральная часть волновода формирует тело резонатора и содержит отверстия наибольшего диаметра. По направлению

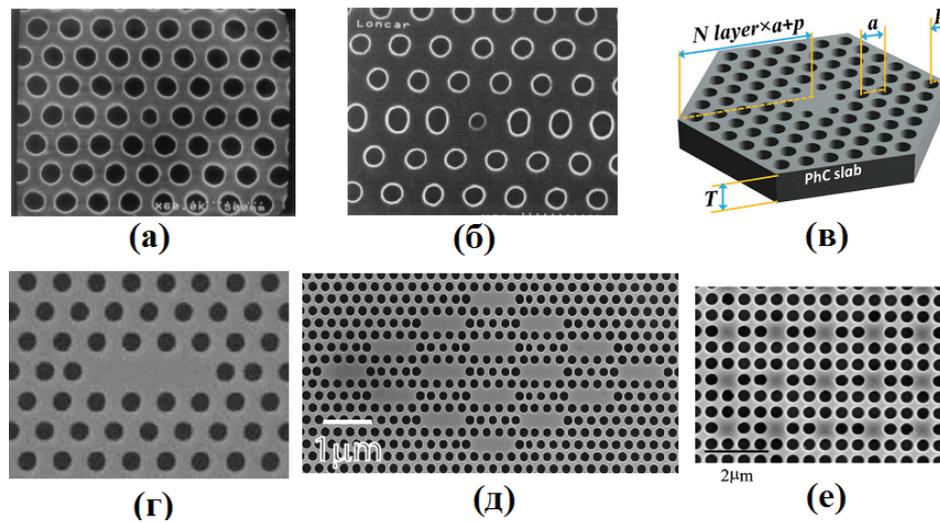


Рис. 10. Фотонно-кристаллические высокодобротные микрорезонаторы, созданные на основе дефектов двумерных ФК. На (а) и (б) показан точечный дефект, который представляет собой отверстие с меньшим диаметром в узле решётки ФК [51]. На (в) в узле на месте дефекта отверстие отсутствует вовсе [52]. На (г) представлен резонатор на основе линейного дефекта [53]. На (д) и (е) представлены решётки микрорезонаторов на основе линейных и точечных дефектов в 2D ФК с гексагональной [54] и квадратной [55] решёткой.

от центра к краям волновода диаметр отверстий уменьшается, отверстия на периферии формируют зеркала резонатора. ФК-резонатор был создан в слое кремния толщиной 240 нм на диэлектрической подложке методом травления через маску индуктивно-связанной плазмы. Экспериментально получено значение добротности такого резонатора составляет 2.5×10^4 . В работе также теоретически показано, что резонаторы, изготовленные таким методом, могут обладать добротностью вплоть до 10^6 .

В ФК-волноводе на рис. 11б размер отверстий в центральной части меньше, чем на периферии, при этом тело резонатора формируется в области между соседними узлами в центральной части волновода. В работе [57] показано, что максимальная добротность такого резонатора шириной 146 нм составляет 7.5×10^5 .

1.2. Взаимодействие электромагнитного поля с веществом в микрорезонаторах и цепочках микрорезонаторов; теория и эксперимент

Для описания взаимодействия одиночного диполя с электромагнитным полем в резонаторе используется модель Джейнса-Каммингса (ДК) [58]. В простейшем случае система, состоящая из одиночного двухуровневого атома, взаимодействующего с одномодовым квантованным полем в оптическом резонаторе, описывается гамильтонианом

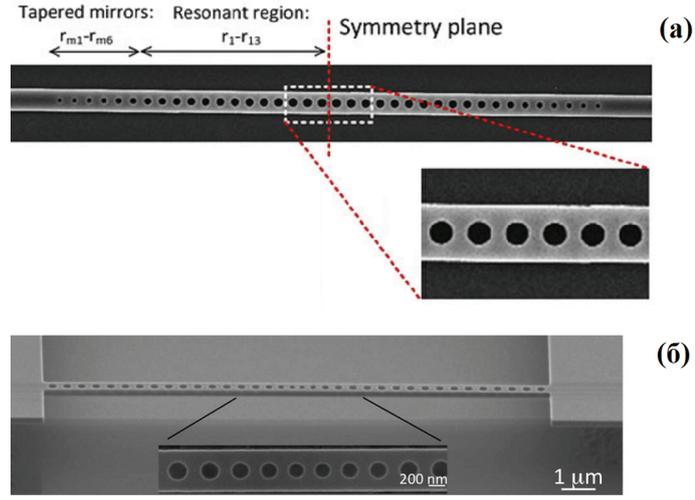


Рис. 11. СЭМ-изображения ФК нанолучевых резонаторов с повышенной добротностью. Диаметр отверстий в узлах ФК в резонаторе (а) уменьшается от центра к периферии [56], а в резонаторе (б) — увеличивается [57].

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{at}} + \hat{H}_{\text{ph}} + \hat{H}_{\text{int}}, \quad (1.1)$$

где гамильтонианы \hat{H}_{at} и \hat{H}_{ph} характеризуют энергию атома и поля соответственно. Гамильтониан \hat{H}_{int} описывает атомно-оптическое взаимодействие. Для описания процессов поглощения и испускания фотонов используются бозонные операторы уничтожения \hat{a} и рождения фотонов \hat{a}^\dagger : они подчиняются бозонному коммутационному соотношению $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$. Энергия моды свободного поля с частотой ω_{ph} задаётся выражением

$$\hat{H}_{\text{ph}} = \hbar\omega_{\text{ph}}\hat{a}^\dagger\hat{a}, \quad (1.2)$$

где \hbar — постоянная Планка.

Для описания двухуровневого атома вводятся операторы $\hat{\sigma}_+ = |e\rangle\langle g|$ и $\hat{\sigma}_- = \hat{\sigma}_+^\dagger = |g\rangle\langle e|$, описывающие переход из основного состояния $|g\rangle$ в возбуждённое $|e\rangle$ и из возбуждённого в основное соответственно. Также вводится оператор инверсии населённостей $\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$. Гамильтонианы, описывающие энергию атомного перехода и атомно-оптического взаимодействия при этом задаются выражениями

$$\hat{H}_{\text{at}} = \frac{1}{2}\hbar\omega_{\text{at}}\hat{\sigma}_z, \quad \hat{H}_{\text{int}} = \hbar g (\hat{\sigma}_+\hat{a} + \hat{\sigma}_-\hat{a}^\dagger), \quad (1.3\text{a},\text{б})$$

где $\hbar\omega_{\text{at}}$ задаёт энергию перехода между основным и возбуждённым уровнями атома, $g = \theta\sqrt{d_{ge}^2\omega_{\text{ph}}/2\hbar\epsilon_0 V}$ — параметр связи атома с полем, d_{ge} — матричный элемент дипольного момента атома \hat{d} , ϵ_0 — диэлектрическая постоянная, V — эффективный объём атомно-оптического взаимодействия. Коэффициент $\theta = -\frac{\hat{d}\cdot\hat{\epsilon}}{d}$ отвечает за вклад поляризации в атомно-оптическое взаимодействие; $\hat{\epsilon}$ — единичный вектор поляризации.

Таким образом, гамильтониан ДК, описывающий полную энергию системы, которая содержит одиночный двухуровневый атом в КЭД-резонаторе, взаимодействующий с одно-модовым квантованным электромагнитном полем:

$$\hat{H} = \hbar\omega_{\text{ph}}\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\hbar\omega_{\text{at}}\hat{\sigma}_z + \hbar g (\hat{\sigma}_+\hat{a} + \hat{\sigma}_-\hat{a}^\dagger). \quad (1.4)$$

Модель ДК является удобным и эффективным инструментом исследования взаимодействия электромагнитного излучения со средой. На её основе были предсказаны и описаны новые чисто квантовые эффекты, такие как коллапс и возрождение квантовых осцилляций Раби [59], сжатие и антигруппировка фотонов [60, 61], когерентное пленение населённостей [62, 63]. Эти и другие эффекты описаны в обзорах, посвященных модели ДК [64–67]. Существуют обобщения модели ДК для более сложных систем, в том числе включающих многомодовые поля [68, 69], многоуровневые атомы [70, 71], а также модели, учитывающие многофотонные переходы [72].

На практике в любой резонаторной атомно-оптической системе происходят диссипационные процессы. Их можно разделить на две основные группы. К первой относится затухание электромагнитного поля. Любой резонатор характеризуется конечной добротностью Q и обладает потерями γ_c . Они связаны с тем, что не все испущенные фотоны поглощаются другими атомами и остаются в резонаторе. Кроме того, коэффициент отражения зеркал самого резонатора никогда не достигает единицы. Вторая группа диссипационных процессов связана с конечным временем жизни атомов в возбуждённом состоянии и уширением энергетических уровней атомов ввиду принципа неопределённости Гейзенберга. Нерезонансные процессы испускания фотонов приводят к декогерентности атомной системы, которая характеризуется параметром декогерентности Γ_d . Резонаторная атомно-оптическая система с характерными параметрами схематично представлена на рис. 12.

В зависимости от отношения величин параметра атомно-оптической связи и параметров диссипационных процессов можно выделить два режима взаимодействия электромагнитного поля со средой:

1. Режим сильной связи: $g_0 \gg \gamma_c, \Gamma_d$.
2. Режим слабой связи: $g_0 < \gamma_c, \Gamma_d$.

Одно из важных обобщений модели ДК учитывает влияние взаимодействия системы с внешней средой, а именно: диссипационные эффекты и внешнюю накачку [73, 74]. Для их учёта в гамильтониан (1.4) добавляется слагаемое

$$\hat{H}_{\text{diss}} = -i\hbar [\gamma_c\hat{a}^\dagger\hat{a} + \Gamma_d\hat{\sigma}_+\hat{\sigma}_- + \eta(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)], \quad (1.5)$$

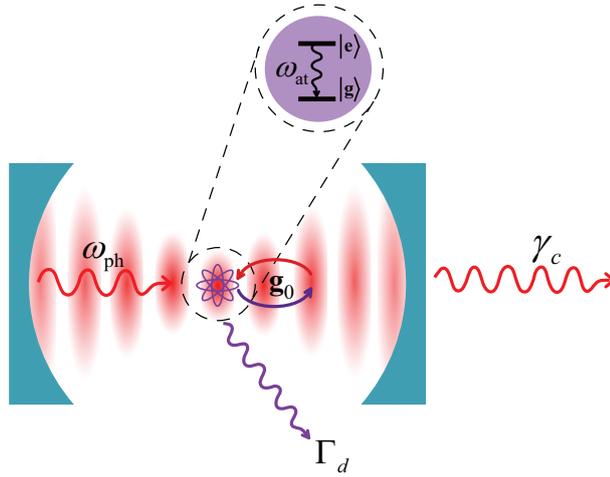


Рис. 12. Схематическое изображение связанной атомно оптической системы, которая представляет собой одиночный двухуровневый (с основным $|g\rangle$ и возбуждённым $|e\rangle$ уровнями) атом с частотой перехода ω_{at} , взаимодействующий с электромагнитным полем частоты ω_{ph} в резонаторе; g_0 – характерная частота взаимодействия атома с полем, параметры γ_c и Γ_d описывают диссипационные процессы, связанные с затуханием поля и спонтанным распадом возбуждённого уровня атома соответственно.

где первый член описывает затухание поля, второе слагаемое описывает спонтанный переход атома в основное состояние, при этом время жизни атома в возбуждённом состоянии определяется как $1/\Gamma_d$. Последнее слагаемое в (1.5) описывает когерентную накачку резонатора, величина которой характеризуется параметром η . Величина параметра γ_c определяется добротностью резонатора, а связь параметра η с мощностью когерентной оптической накачки P_{in} задаётся выражением $P_{\text{in}} = 2\hbar\eta^2\omega_{\text{ph}}/\gamma_c$.

Отдельный интерес для исследования представляют более сложные структуры: это одномерные цепочки, двумерные решётки и трёхмерные массивы связанных электромагнитных резонаторов, каждый из которых содержит ансамбль систем с двумя или несколькими рабочими уровнями [17, 51, 75]. Взаимодействие соседних резонаторов осуществляется за счёт туннелирования частиц среды и фотонов поля между ними, при этом вклад первого процесса в связь резонаторов существенно меньше, чем второго. Такие системы могут быть описаны моделью Джейнса-Каммингса-Хаббарда (ДКХ). Соответствующий гамильтониан задаётся выражением

$$\hat{H} = \hbar \sum_i \left[\omega_{\text{ph},i} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i + \omega_{\text{at},i} \hat{\sigma}_{+,i} \hat{\sigma}_{-,i} + g \left(\hat{\sigma}_{+,i} \hat{a}_i + \hat{\sigma}_{-,i} \hat{a}_i^\dagger \right) \right] - \hbar \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} \kappa_{i,j} \left(\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_i \right), \quad (1.6)$$

где $\kappa_{i,j}$ – коэффициент связи резонаторов i и j за счёт туннелирования фотонов. В приближении тесной связи, когда связанными являются только соседние резонаторы, а связь остальных пренебрежимо мала, последний член выражения (1.6) принимает вид $-\hbar\kappa \sum_i (\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_{i+1} + \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_{i-1})$, где $\kappa \equiv \kappa_{i,i\pm 1}$. Интегралом движения является величина $\hat{N}_{\text{at,ph}} =$

$\sum_i [\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i + \hat{\sigma}_{+,i} \hat{\sigma}_{-,i}]$, определяющая суммарное число атомов и фотонов в системе. Первое и второе слагаемые в выражении являются операторами полного числа фотонов и возбуждений среды в системе соответственно.

На практике модели ДК и ДКХ были реализованы в твердотельных и квантово-оптических системах с NV-центрами [76–78], квантовыми точками [79], атомами [1, 80] и ионами в ловушках [81].

В работе [82] описан метод создания и свойства структуры, обеспечивающей эффективную связь среды с электромагнитным полем. В её основе лежит полупроводниковый (GaP) ФК без дефектов, в узлы которого помещены нанодиамазы с NV-центрами. На рис. 13а представлено СЭМ-изображение фрагмента ФК с гексагональной решёткой, в один из узлов которого помещён нанодиамаз с NV-центром. Характерные линейные размеры нанодиамаза могут варьироваться в пределах от 60 до 100 нм. В эксперименте период ФК составляет 208 нм, радиус и глубина отверстий в узлах — 60 и 125 нм соответственно. Форма используемых нанодиамазов может быть аппроксимирована цилиндром высотой 50 нм и радиусом 30 или 50 нм. Альтернативные конфигурации с большим числом нанодиамазов представлены на рис. 13 (б) и (в). В первом случае в один узел ФК помещено два нанодиамаза, во втором случае — в девять узлов помещено одиннадцать различных по размеру нанодиамазов по одному или два в каждый узел. Целью эксперимента было за счёт сильной связи электромагнитного поля с NV-центрами повысить добротность ФК. В результате наблюдалось увеличение добротности от значения порядка 3×10^4 до 1.5×10^5 .

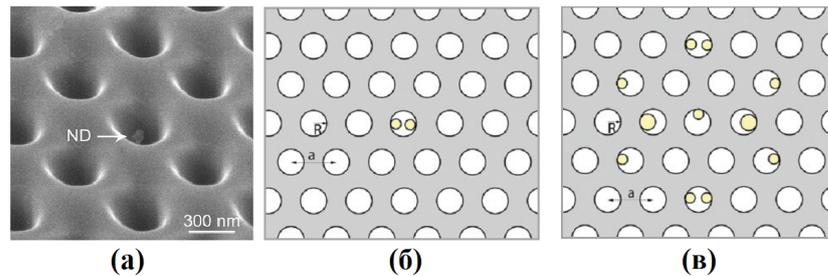


Рис. 13. (а) – СЭМ-изображение фрагмента ФК, в один из узлов которого помещён нанодиамаз с NV-центром [82]. Схематичное изображение ФК, (б) – в один из узлов которого помещено два нанодиамаза, и (в) – в девять узлов которого помещено одиннадцать нанодиамазов разных размеров по одному или два в каждый узел.

Другая научная группа в работе [15] описывает эксперимент по обеспечению сильной связи одиночного NV-центра с электромагнитным полем в микрорезонаторе на основе линейного (шириной 3 узла) дефекта ФК.

Сильная связь электромагнитного поля с квантовой точкой в резонаторе продемонстрирована в эксперименте, который описан в работе [14]. На рис. 14а представлено СЭМ-изображение микрорезонатора на основе линейного дефекта в ФК с гексагональной структурой. В резонатор помещена одиночная квантовая точка. Фотонный кристалл создан на основе GaAs мембраны толщиной 160нм методом молекулярно-пучковой эпитаксии на поверхности микронного слоя AlGaAs на GaAs подложке. Квантовая точка на основе InAs помещается в структуру в ходе её роста. Металлические электроды применяются для управления частотными свойствами квантовой точки. Величина константы связи поля с квантовой точкой в резонаторе в эксперименте достигала значений десятков гигагерц. На рис. 14б представлена структура, которая включает три ФК-микрорезонатора с квантовыми точками; микрорезонаторы туннельно связаны с плоским ФК-волноводом.

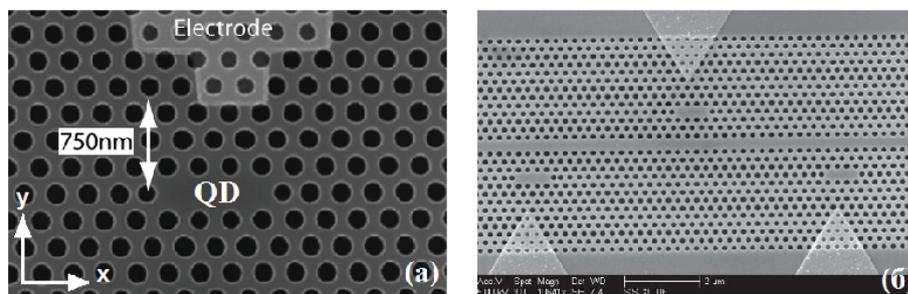


Рис. 14. (а) — СЭМ-изображение фрагмента GaAs ФК с электромагнитным микрорезонатором на основе линейного дефекта [14]. В резонаторе содержится одиночная InAs квантовая точка. Металлические электроды используются для управления частотными свойствам квантовой точки. (б) — СЭМ-изображение ФК структуры с тремя микрорезонаторами, связанными с плоским волноводом.

Испускательные и поглощательные свойства квантовой точки в ФК-микрорезонаторе были исследованы в работах [83, 84]. В частности, в [84] описан источник лазерного излучения, созданный на основе дефекта-резонатора в двумерном InGaAsP ФК и помещённого в него ансамбля из четырёх квантовых точек.

Описанные ранее системы являются полностью твердотельными, то есть, и квантовые точки, и наноалмазы с азотозамещёнными вакансиями могут быть встроены непосредственно в структуру резонаторов. При необходимости связать с резонаторным полем свободные атомы возникают определённые сложности: предварительно требуется обеспечить их локализацию в соответствующих областях пространства, поместив их по внешней удерживающий потенциал. Часто для удержания одиночных атомов и ансамблей атомов используют оптические решётки, которые представляют собой генерируемые лазером стоячие электромагнитные волны, в минимумах потенциальной энергии которых локализуются атомы. Такие

структуры использовались для исследования многочастичной динамики атомов при фазовом переходе из состояния моттовского диэлектрика в сверхтекучее состояние [85, 86].

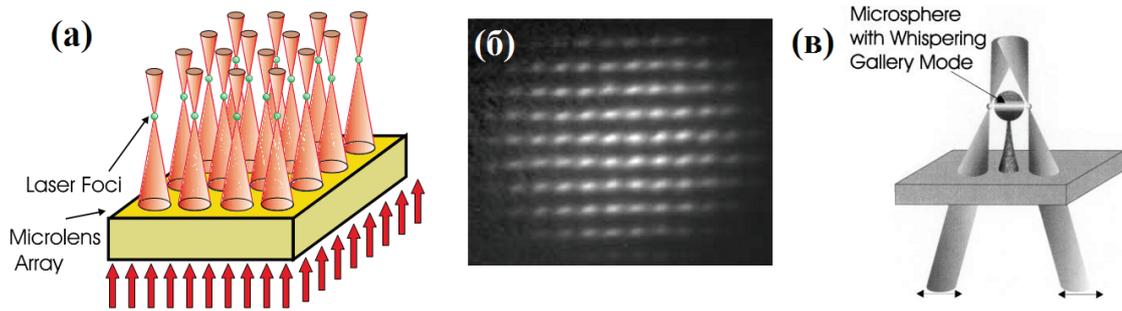


Рис. 15. (а) — Схематическое изображение двумерной решётки дипольных ловушек, созданной методом фокусирования лазерного излучения при помощи решётки оптических микролинз [88]. (б) — Микрофотография двумерной решётки ансамблей атомов рубидия в дипольных ловушках. Период решётки составляет 125мкм, полное число атомов в структуре — 10^3 . (в) — Схематическое изображение системы двух помещённых в дипольные ловушки ансамблей атомов, связанных с электромагнитным полем в сферическом МШГ-микрорезонаторе [87].

В работах [87, 88] для удержания атомов предлагается использовать дополнительные микроразмерные оптические элементы, которые обеспечивают селективное управления отдельными атомами и ансамблями атомов и позволяют управлять геометрией макроскопической атомной системы. Так в эксперименте при создании периодической ловушки для атомов рубидия использовалась двумерная решётка (50×50) кварцевых микролинз диаметром 125мкм с фокальным расстоянием 625мкм. Микролинзами фокусировалось поляризованное лазерное излучение мощностью 100–200мВт с длиной волны на 0.2–2нм меньшей, чем длина волны 780нм перехода $5S_{1/2} (F = 3) \rightarrow 5P_{3/2} (F' = 4)$. Описанная конфигурация представляет собой решётку дипольных ловушек радиусом 7 ± 2 мкм, отстоящих друг от друга на расстояние 125мкм. Атомы рубидия помещаются в решётку следующим образом. Облако атомов числом от 10^7 до 10^8 , захваченное магнито-оптической ловушкой, на десятые доли секунды помещается в область, где расположены дипольные ловушки. Затем магнито-оптическая ловушка отключается, и часть атомов остаётся в дипольных ловушках. В эксперименте 10^3 атомов рубидия оказались локализованы в двумерной решётке 80 дипольных ловушек. Время захвата составляло от 25 до 60мс. Схематично дипольные ловушки с атомами изображены на рис. 15а. На рис. 15б представлена микрофотография двумерной решётки атомов рубидия в решётке дипольных ловушек.

На основе описанной конфигурации могут быть созданы связанные атомно-оптические системы. В частности такая система схематично представлена на рис. 15в. В

ней два ансамбля атомов в дипольных ловушках связаны с электромагнитным полем в сферическом МШГ-микрорезонаторе. Кроме этого, таким методом обеспечивается эффективное перепутывание ВФ атомных ансамблей.

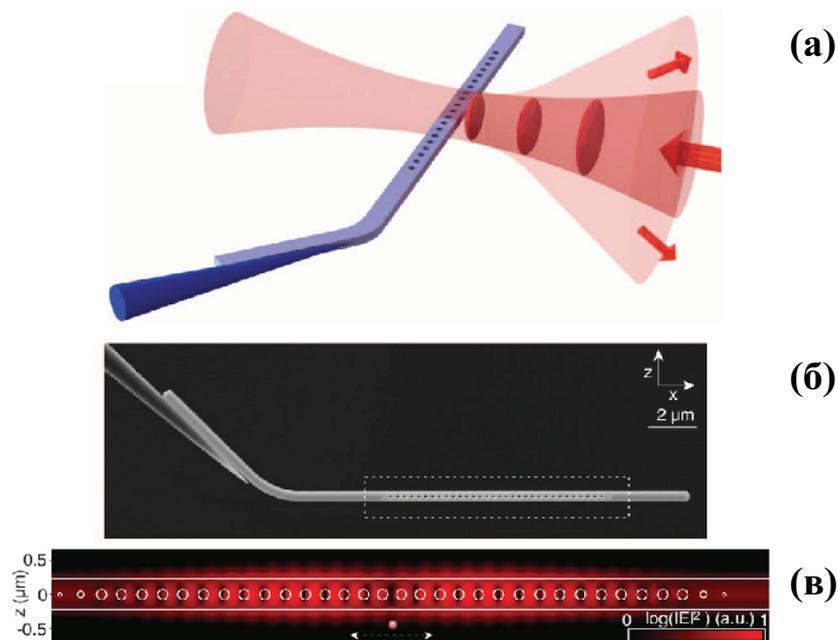


Рис. 16. (а) — Схематическое изображение физической системы, обеспечивающей сильную связь одиночного атома с электромагнитным полем в ФК-микрорезонаторе [1]. На рисунке представлен ФК-волновод, прикреплённый к концу оптического волокна без оболочки. Атом подводится к поверхности ФК-волновода при помощи оптического пинцета, представляющего собой электромагнитную ловушку на основе стоячей волны. (б) — СЭМ-изображение ФК-волновода, прикреплённого к оптическому волокну. (в) — Распределение интенсивности резонансного поля в ФК-волноводе. Ввиду малой (наноразмерной) ширины волновода за его пределами возникает эванесцентное поле, которое взаимодействует с атомом у поверхности ФК-волновода.

Эксперимент по обеспечению сильной связи между одиночным ультрахолодным атомом рубидия с электромагнитным полем в наноразмерном ФК-микрорезонаторе описан в работе [1] — см. рис. 16. Схематично конфигурация эксперимента представлена на рис. 16а. Фотонно-кристаллический волновод субволновой ширины (ширина волновода меньше длины волны излучения) прикрепляется к оптическому волокну, с которого снята оболочка. Конфигурация волновода (рис. 16б) аналогична представленной на рис. 11а, и он обладает свойствами электромагнитного микрорезонатора. Волокно выступает в роли механического суппорта, а также используется для ввода излучения в ФК-волновод. При помощи оптического пинцета одиночный атом рубидия помещается вблизи поверхности ФК-волновода. Оптический пинцет представляет собой оптическую решётку в виде стоячей волны, образованной лазерным пучком и его отражением от структуры волновода. Решётка имеет максимум

интенсивности на расстоянии порядка четверти длины волны от поверхности ФК-волновода. Положением максимума можно управлять в пределах от нуля до половины длины волны, изменяя сдвиг фазы отражённого пучка. В точку максимума интенсивности помещается атом рубидия. Наименьшее экспериментально достижимое расстояние от атома до поверхности ФК-волновода составляет порядка 100 нм.

При помощи оптического волокна в ФК-резонатор вводится резонансное оптическое излучение. Ввиду того что поперечные размеры резонатора малы в сравнении с длиной волны излучения, за его пределами возникает эванесцентное поле. Именно оно взаимодействует с помещённым вблизи поверхности атомом. В эксперименте достигнута величина параметра атомно-оптической связи порядка нескольких гигагерц.

1.3. Солитоны в системах связанных состояний среды и поля; теория и эксперимент

Уединённые волны или солитоны являются объектом изучения физики волновых процессов на протяжении более чем полутора веков. Исторически солитоны как предмет исследования берут начало в гидродинамике, когда в 1834 году уединённая волна была наблюдаема на поверхности воды и позднее описана Джоном Скоттом Расселом в работах [89, 90]. Впервые термин «солитон» (от англ. “solitary” — уединённый) был введён в работе [91]: он подчёркивает созвучием с названиями частиц (например, фотон, протон, электрон) тот факт, что даже после столкновения с другими аналогичными образованиями он, подобно частице, остаётся неизменным. Помимо гидродинамики солитоны были обнаружены и исследованы в физике плазмы [92], биологии [93], а также в оптике.

В нелинейной оптике выделяют два типа солитонов: пространственные и временные. Временные солитоны — это оптические импульсы ограниченной длительности, которые не изменяют своей формы в процессе распространения в среде. Пространственные солитоны представляют собой оптические пучки в протяжённой среде, которые ограничены в направлениях, ортогональных направлению распространения, при этом их форма в пространстве также остаётся неизменной. Непременным условием образования солитонов в среде является присутствие в ней нелинейных эффектов, например, возникающих по причине зависимости показателя преломления среды от интенсивности излучения — нелинейности Керра [94]. Для пространственных солитонов ключевым является эффект самофокусировки пучка [95], для временных — эффект фазовой самомодуляции. Солитоны образуются в среде, если дей-

ствие соответствующих нелинейных эффектов компенсирует дифракцию пучка (для пространственных) или дисперсию импульса (для временных солитонов) [96].

Формирование солитонов было экспериментально продемонстрировано также в БЭК ультрахолодных атомов. Солитоны формировались за счёт компенсации дисперсионного расплывания локализованных атомных волновых пакетов притягивающим межатомным взаимодействием [97, 98].

В оптически прозрачных средах в условиях взаимодействия со средой электромагнитного поля было теоретически предсказано и экспериментально наблюдалось формирование солитонных волновых пакетов связанных состояний среды и поля — поляритонов. Поляритоны — это бозонные квазичастицы, представляющие собой линейную суперпозицию фотонов и элементарных возмущений в двухуровневой системе. В атомных средах в роли последних выступают возбуждения двухуровневых атомов, и так поляритоны называются *атомными*. В твердотельных полупроводниковых структурах фотоны связываются с экситонами, образуя *экситонные поляритоны*.

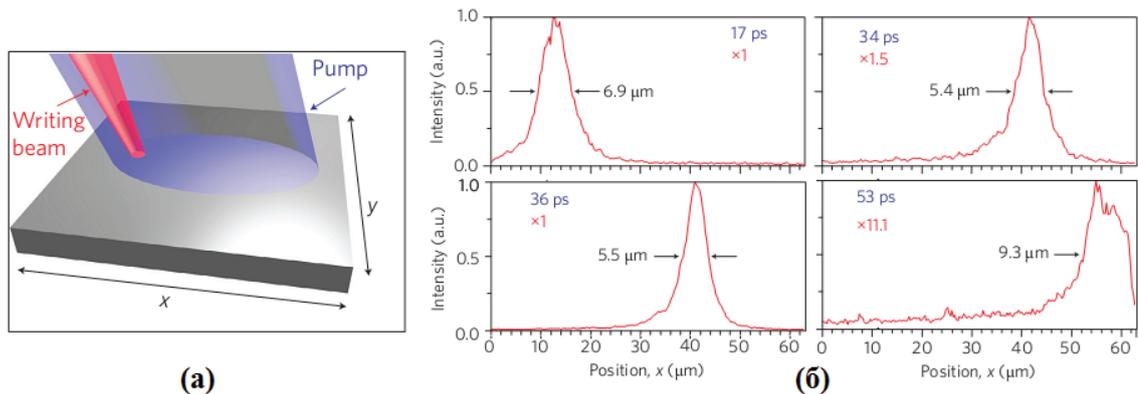


Рис. 17. (а) — Схема возбуждения экситон-поляритонных солитонов в микроструктуре [3]. Синим обозначен лазерный пучок непрерывной накачки, красным — импульсный записывающий луч, непосредственно запускающий процесс формирования солитонов. (б) — Экспериментально измеренный профиль интенсивности солитона, распространяющегося вдоль оси x , в разные моменты времени.

Возможность формирования светлых экситон-поляритонных солитонов была теоретически предсказана в работах [2, 99]. Эксперимент по наблюдению солитонов описан в работе [3]. В эксперименте использовалась полупроводниковая GaAs структура, в которую помещены шесть квантовых ям шириной 15 нм. Формирование солитонов осуществлялось при температуре 5 К в результате воздействия на среду ТЕ-поляризованного импульсного лазерного излучения с длительностью импульса 5 пс и диаметром пучка 7–15 мкм в присутствии поляризованной накачки в виде ТМ-поляризованного лазерного пучка шириной 70 мкм. Схематично расположение пучков относительно структуры представлено на рис. 17а.

В соответствии с экспериментальными данными точке перегиба на дисперсионной кривой, для которой эффективная масса поляритонов равна нулю, соответствует значению волнового вектора в плоскости структуры 2мкм^{-1} . Групповая скорость поляритонов при этом составляет около $1.8\text{мкм}\cdot\text{пс}^{-1}$. В эксперименте возбуждались поляритоны с волновым вектором выше точки перегиба, 2.4мкм^{-1} , при этом эффективная масса поляритонов становилась отрицательной, $M \approx -11.2 \times 10^{-35}\text{кг}$. Энергия поляритон-поляритонного отталкивания оценивается в эксперименте как $U \approx 0.3\text{мэВ}$. Время жизни экситон-поляритонов составляет порядка 5пс. Это означает, что поляритонный волновой пакет в отсутствие накачки может преодолеть в структуре расстояние порядка 10мкм. Энергия накачки составляет 1.5363эВ. На рис. 17б представлен профиль солитонного волнового пакета вдоль оси распространения в разные моменты времени. По оценкам в эксперименте число экситон-поляритонов, формирующих солитон, достигает нескольких сотен, ширина солитона составляет порядка 5.5мкм.

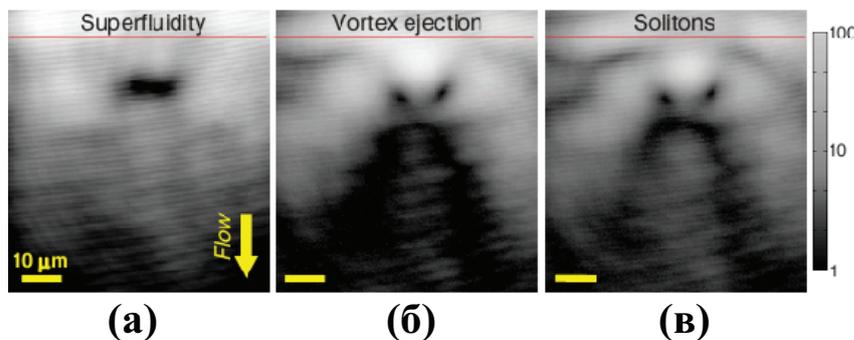


Рис. 18. Изображения газа экситон-поляритонов в полупроводниковом микрорезонаторе при различной концентрации поляритонов и скорости потока поляритонного газа в присутствии потенциального барьера [100]. На рисунках представлены (а) — сверхтекучий, (б) — турбулентный и (в) — солитонный режимы распространения экситон-поляритонов.

Эксперимент по наблюдению тёмных поляритонных солитонов описан в работе [100]. В роли объекта изучения в эксперименте выступал БЭК экситон-поляритонов в полупроводниковом InGaAs-GaAs-AlGaAs микрорезонаторе. Для формирования экситон-поляритонов использовалось непрерывное одномодовое лазерное излучение, квазирезонансное с частотой нижней поляритонной ветви. Эксперимент реализовывался при температуре 10К. В результате воздействия в структуре образовывался поляритонный газ, скорость потока которого определялась углом наклона лазерного луча относительно структуры. На пути потока создавался потенциальный барьер в виде дефекта микрометровых размеров. В частности, в описываемом эксперименте помещался двойной дефект общей шириной 15мкм. В зависимости от скорости потока и концентрации поляритонов в системе наблюдалось три динамических

режима — см. рис. 18. При высокой концентрации поляритонов и субзвуковой скорости потока, $v_{\text{flow}} = 0.25\bar{c}_s$ (где \bar{c}_s — скорость звука в среде) при мощности излучения 117мВт в такой системе реализуется сверхтекучий режим. Поляритоны огибают дефект, при этом не наблюдается модуляции концентрации поляритонов после прохождения барьера — см. рис. 18а. С уменьшением концентрации поляритонов при мощности 36мВт и увеличением скорости потока, $v_{\text{flow}} = 0.4\bar{c}_s$, реализуется турбулентный режим. За барьером формируются вихри с низкой концентрацией поляритонов в центре — см. рис. 18б. При скорости потока $v_{\text{flow}} = 0.6\bar{c}_s$ и мощности излучения 27мВт реализуется солитонный режим. За барьером формируются два расходящихся под некоторым углом тёмных поляритонных солитона — см. рис. 18в.

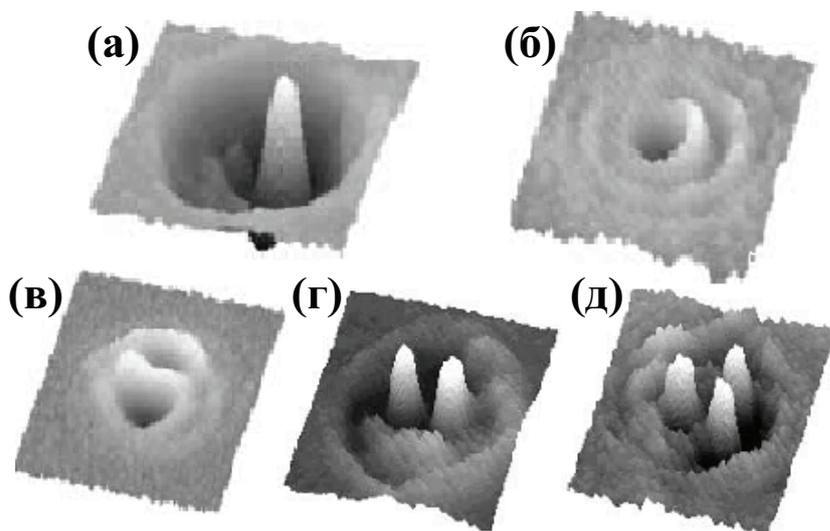


Рис. 19. Трёхмерные изображения, восстановленные с двумерных снимков CCD-камеры (CCD — charge-coupled device — прибор с зарядовой связью), (а) — одиночного тёмного солитона, (б) — одиночного светлого солитона, (в) — двух светлых солитонов, (г), (д) — двух и трёх тёмных солитонов соответственно [103]

Многосолитонные структуры наблюдались в экспериментах, описанных в работах [101–103]. Так в эксперименте [103] использовался брэгговский микрорезонатор, содержащий восемнадцать GaAs/Ga_{0.5}Al_{0.5}As квантовых ям. Ширина резонатора составляла порядка 3мкм, площадь зеркал — около 2см². Излучение Ti:Al₂O₃ лазера (пучок диаметром 40мкм) интенсивностью до нескольких киловатт на квадратный сантиметр направлялось на образец. При помощи механического модулятора непрерывное излучение преобразовывалось в импульсно-периодическое с длительностью импульса 5мкс и частотой повторений 1мс. В зависимости от отстройки частоты лазерного излучения от собственной частоты резонатора в образце формировались одиночные тёмные (рис. 19а) и светлые солитоны (рис. 19б), а также многосолитонные структуры (рис. 19 (в), (г) и (д)).

1.4. Солитоны в пространственно-периодическом потенциале

В особый класс можно выделить солитоны, которые формируются в неоднородных структурах, описываемых пространственно-периодическим потенциалом. Для подобных систем в зависимости от исследуемых эффектов рассматриваются три возможные конфигурации: формирование и распространение волновых пакетов частиц происходит вдоль периодического потенциала (красная стрелка на рис. 20), поперёк (зелёная стрелка) и одновременно в обоих направлениях (синяя стрелка). При этом потенциал может быть периодическим в одном, двух и всех трёх пространственных направлениях.

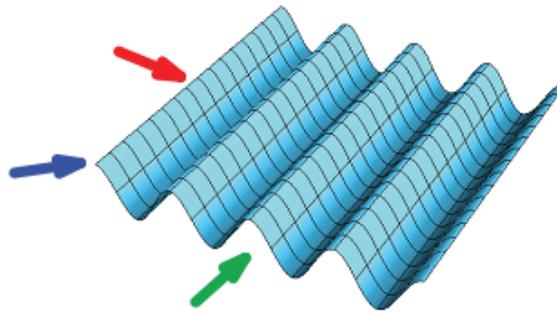


Рис. 20. Возможные конфигурации систем частиц в периодическом потенциале. Динамика частиц может быть исследована вдоль периодического потенциала (красная стрелка), поперёк (зелёная стрелка) и в обоих направлениях одновременно (синяя стрелка).

Так две последние конфигурации рассматривались в экспериментах по исследованию дискретной дифракции и формирования пространственных оптических солитонов в одномерной цепочке связанных волноводов [104–106].

В рамках настоящей работы интерес представляет первая конфигурация, в частности, исследуются условия формирования и динамика пространственно-локализованных макроскопических образований (в том числе солитонов) во внешнем низкоразмерном периодическом потенциале. Исследования, посвящённые таким структурам, известны в физике атомов. Формирование солитонов в конденсате атомов с отталкивающим взаимодействием было продемонстрировано в работе [107]. Необходимым условием при этом является наличие в системе аномальной дисперсии, приводящей к сужению атомного волнового пакета. На практике это значит, что эффективная масса атомов в эксперименте должна быть отрицательной. Для этого в систему был введён дополнительный слабый периодический потенциал в виде одномерной оптической решётки, создаваемой лазерным излучением. Аномальная дисперсия при этом наблюдалась на границе первой зоны Бриллюэна (ЗБ) в периодической структуре.

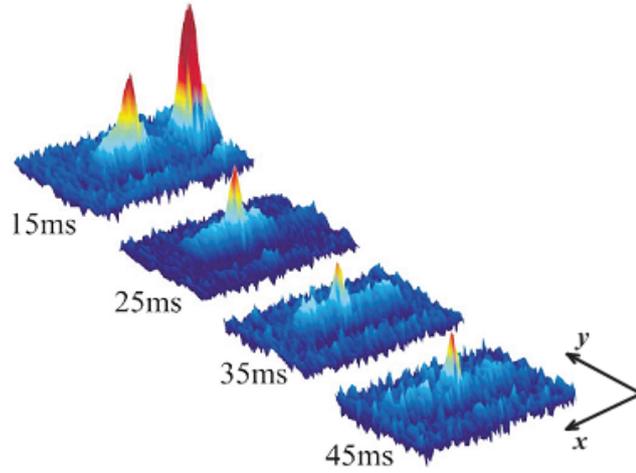


Рис. 21. Плотность конденсированных атомов в квазиодномерном периодическом потенциале в разные моменты времени [107]. Вдоль x создан оптический периодический потенциал с периодом $d = \lambda/2 = 391.5\text{нм}$. Размеры изображений в плоскости xy — $430\text{мкм} \times 125\text{мкм}$. С момента времени 25мс наблюдается волновой пакет, содержащий около 250 атомов, форма которого практически не меняется во времени, — светлый солитон. Второй пик на рисунке в момент времени 15мс образован атомами, которые покидают волновой пакет в результате брэгговского рассеяния.

В эксперименте [107] когерентные атомные волновые пакеты формировались в БЭК ультрахолодных атомов рубидия ^{85}Rb . Предварительно охлаждённый атомный газ помещался в дипольную оптическую ловушку, которая создавалась двумя пересекающимися лазерными пучками (длина волны излучения 1024нм , ширина пучка на уровне $1/e^2$ 60мкм , мощность 500мВт). В ловушке газ продолжал охлаждаться до критической температуры перехода в состояние БЭК. Снижение температуры достигалось методом испарительного охлаждения в результате уменьшения интенсивности формирующих ловушку лазерных пучков. В эксперименте формировался чистый БЭК, содержащий 3×10^4 атомов. Однако, в соответствии с экспериментом для наблюдения солитонов число атомов, формирующих когерентный волновой пакет, должно быть почти на два порядка меньше и составлять всего 900 атомов. Требуемое значение было достигнуто дальнейшим охлаждением конденсата, а также применением метода когерентного расщепления БЭК за счёт оптически индуцированной брэгговской дифракции [108]. Одномерный периодический потенциал был образован стоячей электромагнитной волной с длиной волны $\lambda = 783\text{нм}$; период потенциала d составлял половину длины волны, $d = \lambda/2$.

Светлые солитоны в эксперименте формировались при следующих условиях. Глубина потенциала ловушки составляла $V_0 = 0.70(5)E_R$, где энергия отдачи E_R оценивается как $E_R = \pi^2 \hbar^2 / 2md^2$; m — масса атомов газа. Эффективная масса атомов $m_{\text{эф}}$ на грани-

це первой ЗБ составляла $m_{\text{eff}} = -0.1m$. Исходный волновой пакет содержал 900 атомов и обладал шириной около 2.5 мкм. На рис. 21 представлена динамика светлого солитона в структуре в ходе эксперимента. Солитон становится чётко различим по прошествии 25 мс от начала эксперимента. Время жизни, на протяжении которого можно наблюдать солитон, составляет около 65 мс.

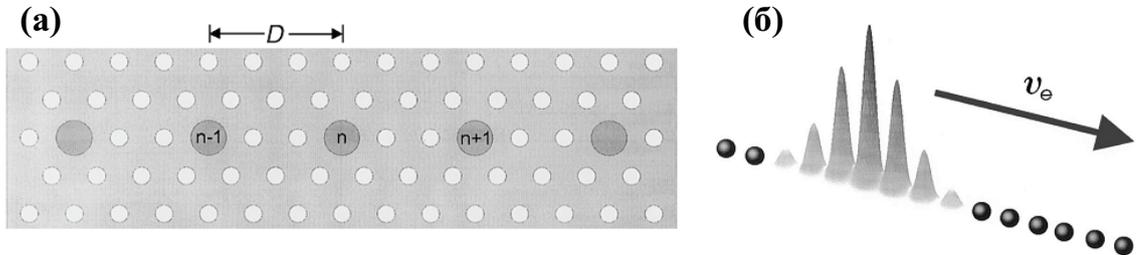


Рис. 22. Схематичное изображение (а) — одномерной цепочки КЭД-микрорезонаторов на основе дефектов ФК и (б) — светлого оптического солитона, распространяющегося вдоль цепочки резонаторов с групповой скоростью v_e ; D — период сверхрешётки микрорезонаторов [4].

Интерес к системам с периодическим потенциалом был проявлен также в нелинейной оптике. В частности, в работе [4] теоретически показана возможность формирования светлых оптических солитонов в цепочке связанных электромагнитных резонаторов с нелинейностью. В работе рассматривается структура, схематично представленная на рис. 22а. Она представляет собой двумерный ФК с треугольной решёткой; материал ФК обладает керровской нелинейностью. В ФК содержатся периодически расположенные дефекты, которые представляют собой высокодобротные КЭД-микрорезонаторы; резонаторы в работе полагаются одномодовыми. Расстояние между соседними дефектами (период сверхрешётки микрорезонаторов) обозначено как D . Соседние микрорезонаторы связаны друг с другом эванесцентными модами. В работе показано, что в данной структуре в условиях компенсации дискретной дисперсии нелинейными эффектами возможно формирование локализованных оптических волновых пакетов в форме светлых солитонов. Они могут распространяться вдоль цепочки КЭД-микрорезонаторов с групповой скоростью, существенной меньшей скорости света в однородной среде — см. схематичное изображение на рис. 22б.

1.5. Выводы к главе 1

1. Одним из приоритетных направлений современной квантовой физики является развитие методов управления и контроля характеристик распространения квантованного светового излучения на микроскопических пространственных масштабах. Показано, что особо перспективным и физически значимым является использование для этих целей низкораз-

мерных пространственно-периодических структур на основе решёток связанных электромагнитных микрорезонаторов, в которые помещены атомы, полупроводниковые среды (квантовые точки, квантовые ямы) или нанодиамазы с NV-центрами с двумя или несколькими рабочими уровнями.

2. Проанализированы экспериментальные методы создания микрорезонаторов различной конфигурации с модами шепчущей галереи, а также резонаторов, принцип действия которых основан на эффекте брэгговского отражения в фотонных кристаллах с дефектами. Рассмотрены физические аспекты обеспечения сильной связи помещённых в резонаторы двухуровневых осцилляторов с резонаторным электромагнитным полем, в том числе с применением высококогерентного лазерного излучения и микрооптических элементов. Выяснено, что в ряде случаев величина параметра связи одиночного двухуровневого осциллятора (атома, квантовой точки и т.д.) с квантованным полем резонатора может достигать значений нескольких гигагерц, что, в свою очередь, делает возможным формирование квантовых (суперпозиционных) состояний поля и элементарных возмущений среды — поляритонов.

3. Выявлено, что существующие системы с экситонными поляритонами в экспериментах с полупроводниковыми микрорезонаторами потенциально обладают большой величиной кубичной нелинейности, что открывает принципиально новые возможности в исследовании статистических закономерностей многочастичных систем, а также образования локализованных поляритонных структур, в том числе светлых и тёмных солитонов.

Глава 2

Нелинейные эффекты в среде поляритонного кристалла

2.1. Модель поляритонного кристалла за пределом приближения малой плотности возбуждений

Поляритонный кристалл — это структура на основе двумерной решётки КЭД-микрорезонаторов, которые содержат взаимодействующие с электромагнитным полем ансамбли двух- или многоуровневых систем — см. рис. 23. В настоящей главе рассматривается двумерный поляритонный кристалл, содержащий ансамбли двухуровневых ультрахолодных атомов. Математическая модель описывает структуру в приближении тесной связи резонаторов, которое предполагает, что в плоскости поляритонного кристалла взаимодействуют только соседние микрорезонаторы (рис. 23а). Каждый узел решётки представляет собой атомно-фотонный кластер, содержащий малое (но макроскопическое) число ультрахолодных двухуровневых атомов; нижний и верхний уровни обозначены как $|a_1\rangle$ и $|a_2\rangle$, соответственно.

Для создания подобной структуры предлагается использовать двумерный ФК с периодическим образом расположенными дефектами. Дефекты выступают в роли КЭД-микрорезонаторов. Ансамбли двухуровневых атомов помещаются в двумерную оптическую решётку, которая совмещается с ФК таким образом, что минимумы потенциальной энергии в решётке совпадают с положением микрорезонаторов. Для удержания атомов в ловушке в направлении z прикладывается магнитное поле. Предложенная модель схематично изображена на рис. 23б.

Структура, представленная на рис. 23, описывается следующим гамильтонианом:

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{at}} + \hat{H}_{\text{ph}} + \hat{H}_{\text{int}}, \quad (2.1)$$

где \hat{H}_{at} — гамильтониан слабовзаимодействующих двухуровневых атомов, \hat{H}_{ph} описывает электромагнитное поле, а \hat{H}_{int} характеризует атомно-оптическое взаимодействие в резонаторе. Компоненты полного гамильтониана \hat{H} задаются в форме вторичного квантования следующим образом:

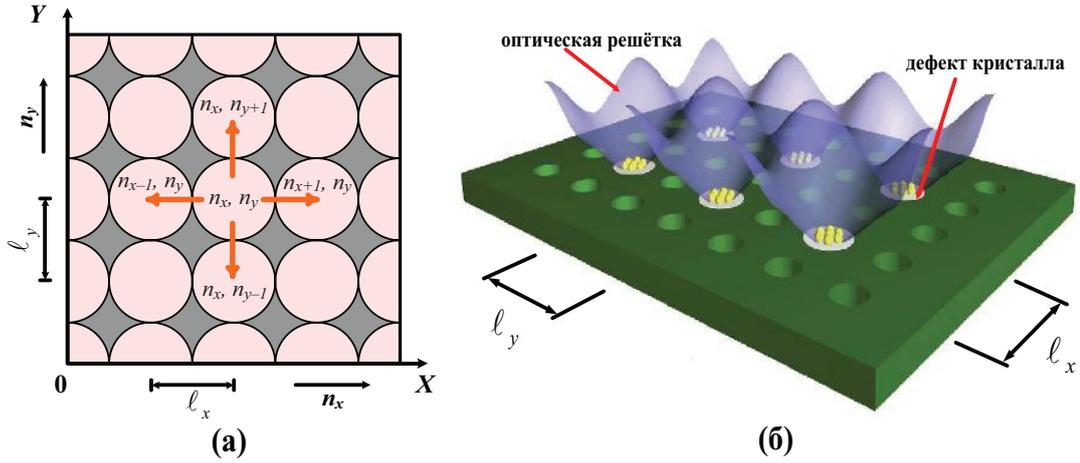


Рис. 23. (а) – Схематическое изображение двумерного поляритонного кристалла. Каждый резонатор решётки взаимодействует лишь с ближайшими соседними резонаторами в плоскости XU . Целыми числами n_x и n_y нумеруются резонаторы, $n_x = 1, 2, \dots, N_x$ и $n_y = 1, 2, \dots, N_y$, где N_x и N_y есть число микрорезонаторов в направлениях x и y , соответственно. $M = N_x \times N_y$ – полное число резонаторов. (б) – Схематическое изображение поляритонного кристалла, созданного на основе двумерного ФК с дефектами, выступающими в роли КЭД-резонаторов. Дополнительно для удержания ультрахолодных атомов формируется оптическая сверхрешётка, минимумы которой совпадают с положением дефектов ФК.

$$\hat{H}_{\text{at}} = \sum_{\substack{i,j=1,2 \\ i \neq j}} \int \hat{\Phi}_j^\dagger \left(-\frac{\hbar^2 \Delta}{2M_{\text{at}}} + V_{\text{ext}}^{(j)} + \frac{U^{(j)}}{2} \hat{\Phi}_j^\dagger \hat{\Phi}_j + \frac{U^{(12)}}{2} \hat{\Phi}_i^\dagger \hat{\Phi}_i \right) \hat{\Phi}_j d^3 \mathbf{r}, \quad (2.2a)$$

$$\hat{H}_{\text{ph}} = \int \hat{\Phi}_{\text{ph}}^\dagger \left(-\frac{\hbar^2 \Delta}{2M_{\text{ph}}} + V_{\text{ph}} \right) \hat{\Phi}_{\text{ph}} d^3 \mathbf{r}, \quad (2.2б)$$

$$\hat{H}_{\text{int}} = \hbar \kappa \int \left(\hat{\Phi}_{\text{ph}}^\dagger \hat{\Phi}_1^\dagger \hat{\Phi}_2 + \hat{\Phi}_2^\dagger \hat{\Phi}_1 \hat{\Phi}_{\text{ph}} \right) d^3 \mathbf{r}, \quad (2.2в)$$

где M_{at} – масса свободных атомов, а M_{ph} – эффективная масса фотонов в резонаторе; $\hat{\Phi}_j \equiv \hat{\Phi}_j(\mathbf{r})$ ($\hat{\Phi}_j^\dagger \equiv \hat{\Phi}_j^\dagger(\mathbf{r})$) – оператор уничтожения (рождения) атомов на уровне $|a_j\rangle$ ($j = 1, 2$) в точке \mathbf{r} , $\hat{\Phi}_{\text{ph}} \equiv \hat{\Phi}_{\text{ph}}(\mathbf{r})$ ($\hat{\Phi}_{\text{ph}}^\dagger \equiv \hat{\Phi}_{\text{ph}}^\dagger(\mathbf{r})$) – оператор уничтожения (рождения) фотонов. $V_{\text{ext}}^{(j)}$ и V_{ph} – потенциалы ловушки для атомов и фотонов, соответственно. Так для удержания атомов в поляритонном кристалле, схематично представленном на рис. 23б, может быть использована магнито-оптическая ловушка, описываемая потенциалом $V_{\text{ext}}^{(j)} = V_0 \left[\sin^2 \left(\frac{\pi x}{\ell_x} \right) + \sin^2 \left(\frac{\pi y}{\ell_y} \right) \right] + \frac{1}{2} M_{\text{at}} \omega_z^2 z^2$, где $\ell_{x,y}$ – постоянная оптической решётки, ω_z – характерная частота гармонической ловушки для атомов в направлении z . Сила взаимодействия атомов с полем в резонаторе обозначена как κ .

Параметр $U^{(j)} = \frac{4\pi \hbar^2 a_j^{(\text{sc})}}{M_{\text{at}}}$ в уравнении (2.2а) описывает процессы рассеяния для атомов на соответствующем уровне $|a_j\rangle$. Параметр $U^{(12)} = \frac{4\pi \hbar^2 a_{12}^{(\text{sc})}}{M_{\text{at}}}$ характеризует взаимодей-

ствие между атомами, находящимися на разных уровнях; $a_{1,2}^{(sc)}$ и $a_{12}^{(sc)}$ – длины рассеяния атомов (см. [109]).

Представим операторы $\hat{\Phi}_j(\mathbf{r})$ и $\hat{\Phi}_{ph}(\mathbf{r})$ в виде

$$\hat{\Phi}_j(\mathbf{r}) = \sum_{n_x, n_y} \hat{a}_{j, n_x n_y} \varphi_{j, n_x n_y}(\mathbf{r}), \quad \hat{\Phi}_{ph}(\mathbf{r}) = \sum_{n_x, n_y} \hat{\psi}_{n_x n_y} \xi_{n_x n_y}(\mathbf{r}), \quad j = 1, 2, \quad (2.3a, б)$$

где $\varphi_{j, n_x n_y}(\mathbf{r}) \equiv \varphi_{j, n_x}(x) \varphi_{j, n_y}(y) \varphi_{j, z}(z)$, $\xi_{n_x n_y}(\mathbf{r}) \equiv \xi_{n_x}(x) \xi_{n_y}(y) \xi_z(z)$ – действительные функции Ванье, задающие пространственное распределение атомов и фотонов соответственно в резонаторе с номером $n_x n_y$. Операторы уничтожения $\hat{a}_{1, n_x n_y}$ и $\hat{a}_{2, n_x n_y}$ описывают динамические свойства атомных ансамблей (квантовых атомных мод) на нижнем ($|a_1\rangle$) и верхнем ($|a_2\rangle$) уровнях соответственно. Оператор уничтожения $\hat{\psi}_{n_x n_y}$ в (2.3б) описывает динамику одиночной фотонной моды в резонаторе.

Подставив разложения (2.3) в (2.2), получим новые выражения для компонентов полного гамильтониана \hat{H} :

$$\begin{aligned} \hat{H}_{at} = & \hbar \sum_{j=1}^2 \sum_{n_x, n_y} \left[\omega_{n_x n_y, at}^{(j)} \hat{a}_{j, n_x n_y}^\dagger \hat{a}_{j, n_x n_y} - \right. \\ & - \beta_{j, n_x} \left(\hat{a}_{j, n_x n_y}^\dagger \hat{a}_{j, n_x+1 n_y} + \hat{a}_{j, n_x n_y}^\dagger \hat{a}_{j, n_x-1 n_y} \right) - \\ & - \beta_{j, n_y} \left(\hat{a}_{j, n_x n_y}^\dagger \hat{a}_{j, n_x n_y+1} + \hat{a}_{j, n_x n_y}^\dagger \hat{a}_{j, n_x n_y-1} \right) - \\ & \left. + \frac{1}{2} u_j \left(\hat{a}_{j, n_x n_y}^\dagger \right)^2 \left(\hat{a}_{j, n_x n_y} \right)^2 + \frac{1}{2} u_{12} \hat{a}_{1, n_x n_y}^\dagger \hat{a}_{1, n_x n_y} \hat{a}_{2, n_x n_y}^\dagger \hat{a}_{2, n_x n_y} \right], \quad (2.4a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{ph} = & \hbar \sum_{n_x, n_y} \left[\omega_{n_x n_y, ph} \hat{\psi}_{n_x n_y}^\dagger \hat{\psi}_{n_x n_y} - \right. \\ & - \alpha_{n_x} \left(\hat{\psi}_{n_x n_y}^\dagger \hat{\psi}_{n_x+1 n_y} + \hat{\psi}_{n_x n_y}^\dagger \hat{\psi}_{n_x-1 n_y} \right) - \\ & \left. - \alpha_{n_y} \left(\hat{\psi}_{n_x n_y}^\dagger \hat{\psi}_{n_x n_y+1} + \hat{\psi}_{n_x n_y}^\dagger \hat{\psi}_{n_x n_y-1} \right) \right], \quad (2.4б) \end{aligned}$$

$$\hat{H}_{int} = \hbar \sum_{n_x, n_y} g_{n_x n_y} \left[\hat{\psi}_{n_x n_y}^\dagger \hat{a}_{n_x n_y}^\dagger \hat{b}_{n_x n_y} + \hat{b}_{n_x n_y}^\dagger \hat{a}_{n_x n_y} \hat{\psi}_{n_x n_y} \right], \quad (2.4в)$$

где $\omega_{n_x n_y, at}^{(j)}$ и $\omega_{n_x n_y, ph}$ – частоты атомов и фотонов поля соответственно, $g_{n_x n_y} = \kappa \int \xi_{n_x n_y}(\mathbf{r}) \varphi_{1, n_x n_y}(\mathbf{r}) \varphi_{2, n_x n_y}(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}$ – коэффициент связи атома с оптическим полем в резонаторе; параметры $u_j = \frac{1}{\hbar} U^{(j)} \int (\varphi_{j, n_x n_y})^4 d^3 \mathbf{r}$ и $u_{12} = \frac{1}{\hbar} U^{(12)} \int (\varphi_{1, n_x n_y})^2 (\varphi_{2, n_x n_y})^2 d^3 \mathbf{r}$ характеризуют частоты само- и кроссвзаимодействия атомных мод. Постоянные $\beta_{j, n(x, y)}$ характеризуют связь соседних ячеек решётки за счёт туннелирования атомов между ними (перекрытие ВФ атомов в соседних ловушках); $\alpha_{n(x, y)}$ характеризует туннельную связь соседних КЭД-микрорезонаторов (пространственное перекрытие оптических полей соседних резонаторов). Выражения для атомной и фотонной частот $\omega_{n_x n_y, at}^{(j)}$ и $\omega_{n_x n_y, ph}$, а также коэффициентов связи $\beta_{j, n(x, y)}$ и $\alpha_{n(x, y)}$ найдены в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\omega_{n_x n_y, \text{at}}^{(j)} &= -\frac{\hbar}{2M_{\text{at}}} \left[\int \varphi_{j,n_x} \frac{\partial^2 \varphi_{j,n_x}}{\partial x^2} dx + \int \varphi_{j,n_y} \frac{\partial^2 \varphi_{j,n_y}}{\partial y^2} dy + \right. \\
&\quad \left. + \int \varphi_{j,z} \frac{\partial^2 \varphi_{j,z}}{\partial z^2} dz \right] + \frac{1}{\hbar} \int \varphi_{j,n_x n_y} V_{\text{ext}}^{(j)} \varphi_{j,n_x n_y} d^3 \mathbf{r}, \quad j = 1, 2, \\
\omega_{n_x n_y, \text{ph}} &= -\frac{\hbar^2}{2M_{\text{ph}}} \left[\int \xi_{n_x} \frac{\partial^2 \xi_{n_x}}{\partial x^2} dx + \int \xi_{n_y} \frac{\partial^2 \xi_{n_y}}{\partial y^2} dy + \right. \\
&\quad \left. + \int \xi_z \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial z^2} dz \right] + \frac{1}{\hbar} \int \xi_{n_x n_y} V_{\text{ph}} \xi_{n_x n_y} d^3 \mathbf{r}, \\
\beta_{j,n_\eta} &= \frac{\hbar}{2M_{\text{at}}} \int \varphi_{j,n_\eta} \frac{\partial^2 \varphi_{j,n_\eta-1}}{\partial \eta^2} d\eta - \frac{1}{\hbar} \int \varphi_{j,n_\eta n_\theta} V_{\text{ext}}^{(j)} \varphi_{j,n_\eta-1 n_\theta} d^3 \mathbf{r}, \\
&\hspace{25em} \eta, \theta = x, y \quad \text{и} \quad \eta \neq \theta, \\
\alpha_{n_\eta} &= \frac{\hbar}{2M_{\text{ph}}} \int \xi_{n_\eta} \frac{\partial^2 \xi_{n_\eta-1}}{\partial \eta^2} d\eta - \frac{1}{\hbar} \int \xi_{n_\eta n_\theta} V_{\text{ph}} \xi_{n_\eta-1 n_\theta} d^3 \mathbf{r}.
\end{aligned}$$

При описании схематично представленной на рис. 23 структуры в рамках построенной математической модели используются следующие приближения.

Во-первых, ввиду того что в системе содержится макроскопически большое число частиц (атомов и фотонов), её свойства рассматриваются в приближении среднего поля. Мы полагаем все резонаторы одинаковыми и содержащими одинаковое число атомов $N = \langle \hat{a}_{1,n_x n_y}^\dagger \hat{a}_{1,n_x n_y} + \hat{a}_{2,n_x n_y}^\dagger \hat{a}_{2,n_x n_y} \rangle$. Мы также полагаем, что коэффициенты атомно-оптической связи одинаковы в каждом узле решётки: $g_0 \equiv g_{n_x n_y}$.

Во-вторых, мы используем одномодовое приближение для атомного ансамбля и не учитываем динамику атомов внутри резонатора. Приближение справедливо, лишь если размер атомной ловушки (размер резонатора) много больше величины $N \left| a_j^{(\text{sc})} \right|$, ($j = 1, 2, 12$) — см. [110]. Взяв во внимание характерные значения длины рассеяния $\left| a_j^{(\text{sc})} \right| \simeq 5 \text{ нм}$ и эффективного размера резонатора $\ell \simeq 3 \text{ мкм}$, оценим максимальное число атомов в резонаторе, при котором данное приближение справедливо, как $N \simeq 800$.

В третьих, мы рассматриваем нашу модель в приближении сильной атомно-оптической связи: оно подразумевает выполнение условия

$$g_0 > \Gamma_d, \gamma_c, \quad (2.5)$$

где Γ_d и γ_c — параметры спонтанного распада верхнего уровня атомов и затухания поля в резонаторе соответственно. Для дальнейших оценок будем считать, что квантовое оптическое поле взаимодействует с ансамблем двухуровневых атомов рубидия, резонансная частота которых $\omega_{12}/2\pi = 382 \text{ ТГц}$, соответствующая среднему значению частоты D-линии [111]. Время жизни атомов для атомов рубидия на верхнем уровне составляет около 27нс, что соответствует величине параметра спонтанного перехода Γ_d порядка $2\pi \times 6 \text{ МГц}$.

Параметр затухания поля определяется как $\gamma_c = \omega_c/4\pi Q$, где ω_c – частота моды резонатора, Q – добротность резонатора. Так при добротности резонатора $Q = 2 \times 10^5$ величина параметра затухания поля γ_c составляет 0.96ГГц.

Коэффициент связи одиночного атома с электромагнитным полем в резонаторе определяется в соответствии с выражением $g_0 = (|d_{12}|^2 \omega_{12} / 2\hbar \epsilon_0 V_M)^{1/2}$, d_{12} – атомный дипольный матричный элемент, V_M – эффективный объём взаимодействия. Для достижения режима сильной атомно-оптической связи (2.5) объём моды V_M должен быть как можно меньше. На практике возможно достичь значений $V_M \simeq (\lambda/2)^3$, где λ – длина волны оптического поля [17]. В этом случае $g_0/2\pi$ может достигать величины в несколько гигагерц.

Атомно-оптическое взаимодействие в решётке в представлении Швингера может быть описано операторами атомной поляризации $\hat{S}_{-,n}$, $\hat{S}_{+,n} \equiv \hat{S}_{-,n}^\dagger$ и оператором разности населённостей уровней атомов $\hat{S}_{z,n}$:

$$\hat{S}_{+,n} = \hat{a}_{2,n}^\dagger \hat{a}_{1,n}, \quad \hat{S}_{-,n} = \hat{a}_{1,n}^\dagger \hat{a}_{2,n}, \quad \hat{S}_{z,n} = \frac{1}{2} \left(\hat{a}_{2,n}^\dagger \hat{a}_{2,n} - \hat{a}_{1,n}^\dagger \hat{a}_{1,n} \right), \quad (2.6a, б, в)$$

где $n \equiv \{n_x, n_y\}$. Операторы (2.6) удовлетворяют коммутационным соотношениям $[\hat{S}_{+,n}, \hat{S}_{-,n}] = 2\hat{S}_{z,n}$, $[\hat{S}_{z,n}, \hat{S}_{\pm,n}] = \pm \hat{S}_{\pm,n}$. Выполним преобразования Хольштейна-Примакова [112] и выразим (2.6) через операторы атомных возбуждений $\hat{\phi}_n$ и $\hat{\phi}_n^\dagger$:

$$\hat{S}_{+,n} = \hat{\phi}_n^\dagger \sqrt{N - \hat{\phi}_n^\dagger \hat{\phi}_n}, \quad \hat{S}_{-,n} = \left(\sqrt{N - \hat{\phi}_n^\dagger \hat{\phi}_n} \right) \hat{\phi}_n, \quad \hat{S}_{z,n} = \hat{\phi}_n^\dagger \hat{\phi}_n - N/2. \quad (2.7a, б, в)$$

Отметим, что операторы $\hat{\phi}_n$ и $\hat{\phi}_n^\dagger$ удовлетворяют бозонным коммутационным соотношениям $[\hat{\phi}_n, \hat{\phi}_m^\dagger] = \delta_{mn}$, где $n, m \equiv \{n_x, n_y\}$. Из (2.6) и (2.7) выразим атомные операторы $\hat{a}_{j,n}$, $\hat{a}_{j,n}^\dagger$ в следующем виде:

$$\hat{a}_{2,n} \simeq \hat{\phi}_n, \quad \hat{a}_{2,n}^\dagger \simeq \hat{\phi}_n^\dagger, \quad (2.8a, б)$$

$$\hat{a}_{1,n}, \hat{a}_{1,n}^\dagger \simeq \sqrt{N - \hat{\phi}_n^\dagger \hat{\phi}_n} \approx \sqrt{N} - \frac{\hat{\phi}_n^\dagger \hat{\phi}_n}{2N^{1/2}} - \frac{(\hat{\phi}_n^\dagger \hat{\phi}_n)^2}{8N^{3/2}}. \quad (2.8в)$$

Данное приближение корректно лишь для большого (макроскопического) числа атомов в когерентном состоянии, когда квантовыми свойствами отдельных атомов можно пренебречь. Как правило, применение подход Боголюбова для изучения сверхтекучей фазы ограничивается рассмотрением лишь первых двух членов разложения (2.8в) для атомных операторов $\hat{a}_{1,n}$ и $\hat{a}_{1,n}^\dagger$ [109]. Такой подход справедлив в приближении малой плотности атомных возбуждений, которое подразумевает, что атомы в большинстве своём заселяют нижний уровень $|a_1\rangle$, и число атомов в основном состоянии существенно больше, чем в возбуждённом, $\langle \hat{a}_{2,n}^\dagger \hat{a}_{2,n} \rangle \ll \langle \hat{a}_{1,n}^\dagger \hat{a}_{1,n} \rangle$ [113]. Для операторов атомных возбуждений это же условие записывается в виде $\langle \hat{\phi}_n^\dagger \hat{\phi}_n \rangle \ll N/2$ [114–117]. В данной работе мы учитываем

все члены в разложении (2.8в); последнее слагаемое в (2.8в) описывает эффект насыщения атомной среды, возникающий за пределом приближения малой плотности атомных возбуждений (см. [118, 119]). Подставим (2.8) в (2.4а) и (2.4в), перепишем гамильтонианы \hat{H}_{at} и \hat{H}_{int} для операторов атомных возбуждений:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{at}} = & \hbar \sum_{n_x, n_y} \left[\left(\omega_{n_x n_y, \text{at}}^{(2)} - \omega_{n_x n_y, \text{at}}^{(1)} + \right. \right. \\ & + 2\beta_{1, n_x} + 2\beta_{1, n_y} + (u_{12} - u_1) N \left. \right) \hat{\phi}_{n_x n_y}^\dagger \hat{\phi}_{n_x n_y} - \\ & - \beta_{2, n_x} \left(\hat{\phi}_{n_x n_y}^\dagger \hat{\phi}_{n_x+1 n_y} + \text{э.с.} \right) - \beta_{2, n_y} \left(\hat{\phi}_{n_x n_y}^\dagger \hat{\phi}_{n_x n_y+1} + \text{э.с.} \right) + \\ & \left. + \frac{u}{2} \left(\hat{\phi}_{n_x n_y}^\dagger \right)^2 \left(\hat{\phi}_{n_x n_y} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (2.9\text{а})$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{int}} = & \hbar g \sum_{n_x, n_y} \left[\hat{\psi}_{n_x n_y}^\dagger \hat{\phi}_{n_x n_y} + \text{э.с.} \right] - \frac{\hbar g}{2N} \sum_{n_x, n_y} \left[\hat{\psi}_{n_x n_y}^\dagger \hat{\phi}_{n_x n_y} \left(\hat{\phi}_{n_x n_y} \right)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4N} \hat{\psi}_{n_x n_y}^\dagger \left(\hat{\phi}_{n_x n_y}^\dagger \right)^2 \left(\hat{\phi}_{n_x n_y} \right)^3 + \text{э.с.} \right], \end{aligned} \quad (2.9\text{б})$$

где $g = g_0 \sqrt{N}$ – постоянная коллективной атомно-оптической связи; параметр $u = u_1 + u_2 - 2u_{12} + \frac{1}{N}\beta_{1, n_x} + \frac{1}{N}\beta_{1, n_y}$ описывает нелинейные процессы возбуждений двухуровневой атомной среды. В (2.9) выражение «э.с.» обозначает эрмитово сопряжённые члены.

Поскольку поляритонный кристалл представляет собой периодическую структуру в плоскости xy , перейдём к импульсному представлению гамильтонианов (2.4б), (2.9), выполнив дискретное преобразование Фурье:

$$\hat{\phi}_n = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{\mathbf{k}} \hat{\phi}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\ell}, \quad \hat{\psi}_n = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{\mathbf{k}} \hat{\psi}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\ell}, \quad (2.10\text{а,б})$$

где ℓ – вектор решётки резонаторов. Для двумерной периодической структуры кристалла $\mathbf{k}\ell = k_x n_x \ell_x + k_y n_y \ell_y$, $n_x = 1, 2, \dots, N_x$, $n_y = 1, 2, \dots, N_y$, $M = N_x \times N_y$, где ℓ_x, ℓ_y – постоянные решётки в направлениях x и y соответственно. Подставим (2.10) в (2.4б) и (2.9). В результате получим полный гамильтониан системы в \mathbf{k} -представлении:

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{L}} + \hat{H}_{\text{NL}}, \quad (2.11\text{а})$$

$$\hat{H}_{\text{L}} = \hbar \sum_{\mathbf{k}} \left[\omega_{\text{at}} \hat{\phi}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{\phi}_{\mathbf{k}} + \omega_{\text{ph}} \hat{\psi}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{\psi}_{\mathbf{k}} + g \left(\hat{\psi}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{\phi}_{\mathbf{k}} + \hat{\phi}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{\psi}_{\mathbf{k}} \right) \right], \quad (2.11\text{б})$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{NL}} = & \frac{\hbar u}{2M} \sum_{\mathbf{k}_1, 2, \mathbf{q}} \hat{\phi}_{\mathbf{k}_1+\mathbf{q}}^\dagger \hat{\phi}_{\mathbf{k}_2-\mathbf{q}}^\dagger \hat{\phi}_{\mathbf{k}_2} \hat{\phi}_{\mathbf{k}_1} - \frac{\hbar g}{2N_{\text{tot}}} \sum_{\mathbf{k}_1, 2, \mathbf{q}} \left[\hat{\psi}_{\mathbf{k}_1+\mathbf{q}}^\dagger \hat{\phi}_{\mathbf{k}_2-\mathbf{q}}^\dagger \hat{\phi}_{\mathbf{k}_2} \hat{\phi}_{\mathbf{k}_1} + \text{э.с.} \right] - \\ & - \frac{\hbar g}{8N_{\text{tot}}^2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, 2, \mathbf{q}_1, 2} \left[\hat{\psi}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}_1+\mathbf{q}_2}^\dagger \hat{\phi}_{\mathbf{k}_1-\mathbf{q}_1}^\dagger \hat{\phi}_{\mathbf{k}_2-\mathbf{q}_2}^\dagger \hat{\phi}_{\mathbf{k}_2} \hat{\phi}_{\mathbf{k}_1} \hat{\phi}_{\mathbf{k}} + \text{э.с.} \right], \end{aligned} \quad (2.11\text{в})$$

где $N_{\text{tot}} = NM$ – полное число атомов в поляритонном кристалле. Частоты $\omega_{\text{at}} \equiv \omega_{\text{at}}(\mathbf{k}) \equiv \omega_{\text{at}}^{(2)}(\mathbf{k}) - \omega_{\text{at}}^{(1)}(\mathbf{k})$ и $\omega_{\text{ph}} \equiv \omega_{\text{ph}}(\mathbf{k})$ характеризуют дисперсионные свойства атомов и фотонов в структуре кристалла, и они определены в следующем виде:

$$\omega_{\text{at}} = \omega_{n_x n_y, \text{at}}^{(2)} - \omega_{n_x n_y, \text{at}}^{(1)} + 2 \sum_{j=x,y} (\beta_{1,n_j} - \beta_{2,n_j} \cos k_j \ell_j) + (u_{12} - u) N, \quad (2.12\text{a})$$

$$\omega_{\text{ph}} = \omega_{n_x n_y, \text{ph}} - 2 \sum_{j=x,y} \alpha_{n_j} \cos k_j \ell_j. \quad (2.12\text{б})$$

Для близких к нулю значений волнового вектора дисперсионные соотношения (2.12) могут быть аппроксимированы следующим образом:

$$\omega_{\text{at}} \simeq \omega_{\text{at}}^{(21)} + \sum_{j=x,y} \frac{\hbar k_j^2}{2m_{\text{at},j}}, \quad \omega_{\text{ph}} \simeq \omega_{\text{L}} + \sum_{j=x,y} \frac{\hbar k_j^2}{2m_{\text{ph},j}}, \quad (2.13\text{a,б})$$

где постоянные компоненты соответствуют частотам в центре зоны первой ЗБ, т. е. $\omega_{\text{at}}^{(21)} \equiv \omega_{\text{at}}|_{\mathbf{k}=0}$, $\omega_{\text{L}} = \omega_{\text{ph}}|_{\mathbf{k}=0}$. В (2.13) мы также ввели эффективные массы атомов и фотонов в решётке следующим образом: $m_{\text{ph},j} = \hbar/2\alpha_{n_j}\ell_j^2$ и $m_{\text{at},j} = \hbar/2\beta_{2,n_j}\ell_j^2$ ($j = x, y$) соответственно.

Гамильтониан \hat{H} в (2.11) представляет собой *многочастичный* гамильтониан, описывающий взаимодействие атомов с полем в двумерном поляритонном кристалле. В работах, посвящённых исследованию поляритонов верхней и нижней дисперсионных ветвей, обычно рассматривается именно линейный гамильтониан \hat{H}_{L} [114]. Нелинейная часть \hat{H}_{NL} описывает эффекты взаимодействия поляритонов за пределом малой плотности атомных возбуждений. Именно ей уделено основное внимание в данной главе.

2.2. Свойства поляритонов в импульсном пространстве

Диагонализуем линейный гамильтониан (2.11б). Для этого выполним следующие линейные преобразования, описывающие связанные состояния фотонов в резонаторах и возбуждений двухуровневой атомной среды:

$$\hat{\Xi}_{1,\mathbf{k}} = X_{\mathbf{k}}\hat{\psi}_{\mathbf{k}} + C_{\mathbf{k}}\hat{\phi}_{\mathbf{k}}, \quad \hat{\Xi}_{2,\mathbf{k}} = X_{\mathbf{k}}\hat{\phi}_{\mathbf{k}} - C_{\mathbf{k}}\hat{\psi}_{\mathbf{k}}, \quad (2.14\text{a,б})$$

где $X_{\mathbf{k}}$ и $C_{\mathbf{k}}$ – весовые коэффициенты Хопфилда, которые определяются следующим образом:

$$X_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\delta_{\mathbf{k}}}{\sqrt{4g^2 + \delta_{\mathbf{k}}^2}} \right)^{1/2}, \quad C_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\delta_{\mathbf{k}}}{\sqrt{4g^2 + \delta_{\mathbf{k}}^2}} \right)^{1/2}. \quad (2.15\text{a,б})$$

В (2.15) введена зависящая от волнового вектора эффективная отстройка частоты поля от частоты атомного перехода

$$\delta_{\mathbf{k}} \equiv \omega_{\text{ph}} - \omega_{\text{at}} = \Delta + 2 \sum_{j=x,y} (\beta_{2,n_j} - \alpha_{n_j}) \cos k_j \ell_j, \quad (2.16)$$

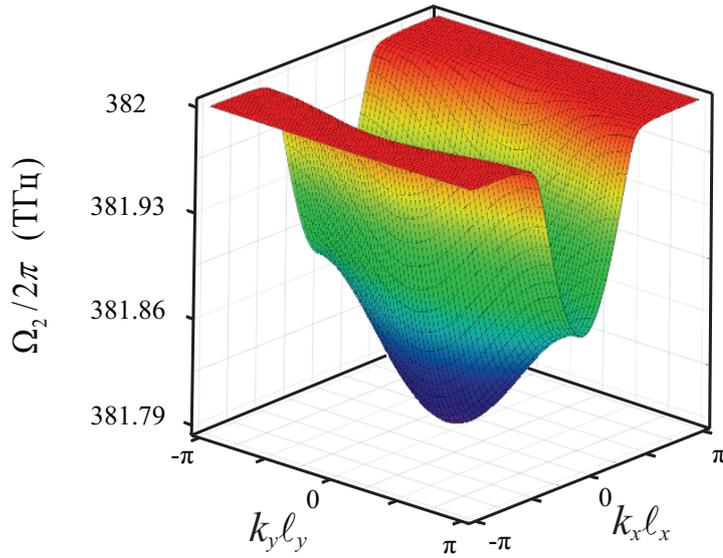


Рис. 24. Зависимость характерной частоты поляритонов НДВ $\Omega_2(k_x, k_y)/2\pi$ от компонент волнового вектора в первой ЗБ. Значения используемых при построении параметров следующие: среднее число атомов рубидия в каждом резонаторе $N = 100$, параметр коллективной атомно-оптической связи $g/2\pi = 12.2$ ГГц, полное число резонаторов $M = 100$, эффективные массы фотонов в решётке $m_{\text{ph},x} = m_{\text{ph},y} \approx 2.8 \times 10^{-36}$ кг, атомно-оптическая отстройка $\Delta = 0$; отношение скоростей туннелирования атомов в направлениях x и y составляет $\alpha_{n_x}/\alpha_{n_y} = 4$ при $\ell_x = 3$ мкм и $\ell_y = 6$ мкм.

которая включает не зависящую от \mathbf{k} отстройку $\Delta = \omega_{n_x n_y, \text{ph}} - \left[\omega_{n_x n_y, \text{at}}^{(2)} - \omega_{n_x n_y, \text{at}}^{(1)} + 2(\beta_{1,n_x} + \beta_{1,n_y}) + (u_{12} - u)N \right]$. Параметры $X_{\mathbf{k}}$ и $C_{\mathbf{k}}$ симметричны относительно волнового вектора, $X_{\mathbf{k}} = X_{-\mathbf{k}}$, $C_{\mathbf{k}} = C_{-\mathbf{k}}$, и нормированы на единицу, $C_{\mathbf{k}}^2 + X_{\mathbf{k}}^2 = 1$.

Операторы $\hat{\Xi}_{1,\mathbf{k}}$ и $\hat{\Xi}_{2,\mathbf{k}}$ описывают два типа бозонных квазичастиц, возникающих в структуре в результате атомно-оптического взаимодействия — поляритонов верхней (ВДВ) и нижней (НДВ) дисперсионных ветвей. В приближении малой плотности атомных возбуждений, когда нелинейные эффекты в структуре пренебрежимо малы, выражения (2.14) являются точными решениями линейного гамильтониана \hat{H}_L . Характерные частоты поляритонов $\Omega_{1,2}(\mathbf{k})$ задаются следующими выражениями:

$$\Omega_{1,2}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \left(\omega_{\text{at}} + \omega_{\text{ph}} \pm \sqrt{4g^2 + \delta_{\mathbf{k}}^2} \right) \quad (2.17)$$

и являются дисперсионными соотношениями для поляритонов в структуре с запрещённой зоной. Индексу «1» в (2.17) соответствует верхний («+») знак перед корнем, индексу «2» — нижний («-»). На рис. 24 представлена дисперсионная поверхность для поляритонов НДВ в границах первой ЗБ периодической структуры поляритонного кристалла. Важной особенностью изображённой на рис. 24 поверхности является наличие минимума в точке $\mathbf{k} = 0$. Параллельная плоскости xy область в верхней части поверхности возникает,

благодаря расщеплению Раби, величина которого мала в сравнении с частотой атомного перехода, т. е. $g \ll \omega_{12}$. В области минимума, $\mathbf{k} \approx 0$, дисперсионное соотношение (2.17) для поляритонов НДВ с точностью до постоянного слагаемого может быть аппроксимировано параболической зависимостью

$$\Omega_{\mathbf{k}} \equiv \Omega_2(\mathbf{k}) \simeq \frac{\hbar k_x^2}{2m_x} + \frac{\hbar k_y^2}{2m_y}. \quad (2.18)$$

В (2.18) мы ввели тензорную массу поляритонов НДВ [120]:

$$m_j = \frac{2m_{\text{at},j}m_{\text{ph},j} \left(\tilde{\Delta}^2 + 4g^2 \right)^{1/2}}{\left(m_{\text{at},j} + m_{\text{ph},j} \right) \left(\tilde{\Delta}^2 + 4g^2 \right)^{1/2} - \left(m_{\text{at},j} - m_{\text{ph},j} \right) \tilde{\Delta}}, \quad (2.19)$$

где $\tilde{\Delta} = \omega_L - \omega_{\text{at}}^{(21)}$; $j = x, y$. Дисперсионное соотношение (2.18) описывает квазичастицы (поляритоны) на дне дисперсионной поверхности, изображённой на рис. 24. Наличие минимума дисперсионной поверхности в точке $\mathbf{k} = 0$ демонстрирует принципиальную возможность перехода поляритонного газа в состояние БЭК [113]. Известно, что фазовый переход свободного двумерного газа бозе-частиц в состояние БЭК теоретически возможен лишь при температуре $T = 0$ [109]. При конечной (отличной от нуля) температуре конденсат может быть получен лишь в присутствии внешнего потенциала [116]. Следует отметить, что критическая температура фазового перехода в состояние БЭК, $T_C \propto 1/\sqrt{m}$, для поляритонов может быть на много порядков выше, чем для атомов, благодаря малой массе поляритонов m . Так в симметричной решётке в условиях атомно-оптического резонанса $\tilde{\Delta} = 0$ масса поляритона $m = 2m_{\text{ph}} \simeq 5.6 \times 10^{-36}$ кг.

Взаимодействие поляритонов друг с другом описывается нелинейным гамильтонианом \hat{H}_{NL} , заданным выражением (2.11в). Перепишем гамильтониан \hat{H} для системы поляритонов НДВ в виде

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \sum_{\mathbf{k}} \hbar \Omega_{\mathbf{k}} \hat{\Xi}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{\Xi}_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2M} \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{2}, \mathbf{q}} U_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{q}}^{(1)} \hat{\Xi}_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}}^\dagger \hat{\Xi}_{\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}}^\dagger \hat{\Xi}_{\mathbf{k}_2} \hat{\Xi}_{\mathbf{k}_1} + \\ & + \frac{1}{2M} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{2}, \mathbf{q}_1, \mathbf{2}} U_{\mathbf{k} \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2}^{(2)} \hat{\Xi}_{\mathbf{k} + \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2}^\dagger \hat{\Xi}_{\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}_1}^\dagger \hat{\Xi}_{\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}_2}^\dagger \hat{\Xi}_{\mathbf{k}_2} \hat{\Xi}_{\mathbf{k}_1} \hat{\Xi}_{\mathbf{k}}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

где введено переобозначение $\hat{\Xi}_{\mathbf{k}} \equiv \hat{\Xi}_{2, \mathbf{k}}$. В (2.20) введены параметры

$$U_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{q}}^{(1)} = \hbar \left[u X_{|\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}|} X_{\mathbf{k}_2} + \frac{g}{N} (C_{|\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}|} X_{\mathbf{k}_2} + C_{\mathbf{k}_2} X_{|\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}|}) \right] X_{|\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}|} X_{\mathbf{k}_1}, \quad (2.21 \text{ а})$$

$$U_{\mathbf{k} \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2}^{(2)} = \frac{\hbar g}{4MN^2} (C_{|\mathbf{k} + \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2|} X_{\mathbf{k}_1} + C_{\mathbf{k}_1} X_{|\mathbf{k} + \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2|}) X_{|\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}_2|} X_{|\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}_1|} X_{\mathbf{k}_2} X_{\mathbf{k}}, \quad (2.21 \text{ б})$$

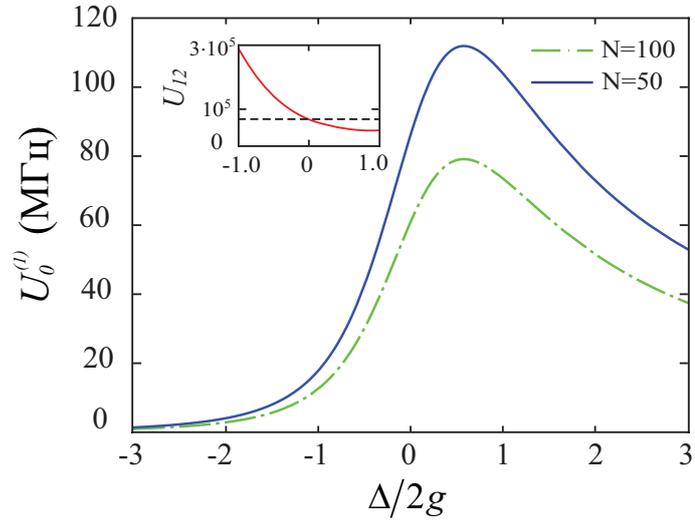


Рис. 25. Параметр поляритон-поляритонного взаимодействия $U_0^{(1)} \equiv U_{\mathbf{k}}^{(1)} / 2\pi\hbar$ в зависимости от нормированной атомно-оптической отстройки $\Delta/2g$ при $\mathbf{k} = 0$. Постоянные решётки $\ell_x = \ell_y = 3\text{мкм}$. Значения остальных используемых при построении параметров такие же, как для рис. 24. На вкладке изображено отношение $U_{12} \equiv U_0^{(1)} / U_0^{(2)}$ параметров двух- и трёхчастичного поляритон-поляритонного рассеяния. Пунктирная линия соответствует случаю наполовину атомоподобных, наполовину фотоподобных поляритонов при отстройке $\Delta = 0$.

которые описывают двух- и трёхчастичное поляритон-поляритонное рассеяние соответственно. Именно процессы рассеяния поляритонов ответственны за проявление в среде нелинейных эффектов.

В (2.20) не учитывается взаимодействие между нижней и верхней дисперсионными ветвями поляритонов. Такое приближение справедливо, если выполняется условие $k_B T \ll \hbar g$. В экспериментах с экситонными поляритонами в полупроводниковых микроструктурах в термодинамическом равновесии нижняя поляритонная ветвь оказывается гораздо более заселена, чем верхняя — см. [115–117]. Таким образом, при достаточно низких температурах, когда значение волнового вектора поляритонов близко к нулю, справедливо считать параметры поляритон-поляритонного рассеяния постоянными:

$$U_0^{(1)} \equiv U_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{q}}^{(1)} \Big|_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}=0} = \frac{2\hbar g C_0 X_0^3}{N} + \hbar u X_0^4, \quad (2.22a)$$

$$U_0^{(2)} \equiv U_{\mathbf{k} \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2}^{(2)} \Big|_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2=0} = \frac{\hbar g C_0 X_0^5}{2MN^2}. \quad (2.22b)$$

С физической точки зрения, параметр $U_0^{(1)}$, характеризующий двухчастичное поляритон-поляритонное рассеяние, описывает два нелинейных процесса: атом-атомное рассеяние и насыщение двухуровневой атомной среды (см. [121]). Однако параметр u для ансамбля атомов, максимально допустимое число которых в каждом резонаторе ранее оце-

нено нами как $N < 800$, достигает значений не более десятков герц (см. [122]), что существенно меньше значений характерных параметров системы. При рассмотрении задачи, в которой $|\Delta| \sim g$, коэффициенты Хопфилда — одного порядка, $X_{\mathbf{k}} \sim C_{\mathbf{k}}$. В этом случае вклад последнего члена в (2.22а) пренебрежимо мал, и выражение может быть переписано в упрощённом виде как $U_0^{(1)} \simeq 2\hbar g C_0 X_0^3 / N$.

Рисунок 25 иллюстрирует зависимость параметра $U_0^{(1)}$ от величины атомно-оптической отстройки Δ . Параметр $U_0^{(1)}$ обращается в ноль при большой по модулю отрицательной отстройке ($\Delta < 0$), когда поляритоны НДВ фотоподобные. Максимальное значение параметра поляритонного-поляритонного рассеяния достигается для атомоподобных поляритонов при положительной атомно-оптической отстройке $\Delta = 2g / \sqrt{3}$. Также на рис. 25 показана зависимость отношения $U_{12} \equiv U_0^{(1)} / U_0^{(2)} = 4N_{\text{tot}} / X_0^2$ параметров нелинейного взаимодействия поляритонов. При отрицательной отстройке, $\Delta < 0$, когда поляритоны фотоподобны, последний член в уравнении (2.20) пренебрежимо мал.

2.3. Нелинейная динамика поляритонов и устойчивость поляритонного кристалла

2.3.1. Когерентные макроскопические свойства поляритонов в симметричном поляритонном кристалле

Для дальнейшего исследования поляритонного кристалла перейдём в континуальный предел, выполнив преобразование $\sum_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{k}} \rightarrow \frac{S}{(2\pi)^2} \int f(\mathbf{k}) d^2\mathbf{k}$, где S — эффективная площадь одной ячейки структуры. Такой переход корректен, поскольку характерные размеры исследуемых поляритонных структур (ширина поляритонных волновых пакетов $R_{x,y}$), формируемых в поляритонном кристалле, существенно превышают период решётки $\ell_{x,y}$, т. е. $R_{x,y} \gg \ell_{x,y}$. Для перехода в координатное пространство выполним обратное неунитарное преобразование Фурье

$$\hat{\Xi}_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{S}} \int \hat{\Psi}(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^2\mathbf{r}, \quad \hat{\Xi}_{\mathbf{k}}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{S}} \int \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^2\mathbf{r}, \quad (2.23а,б)$$

где $\hat{\Psi} \equiv \hat{\Psi}(\mathbf{r})$ ($\hat{\Psi}^\dagger \equiv \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})$) — оператор уничтожения (рождения) поляритонов в координатном представлении. В этом случае Гамильтониан (2.20) примет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_L + \hat{H}_{NL}, \quad (2.24a)$$

$$\hat{H}_L = \int \hat{\Psi}^\dagger \left[-\frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m_x} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{m_y} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + V_{\text{tr}}^{(\text{pol})}(\mathbf{r}) \right] \hat{\Psi} d^2\mathbf{r}, \quad (2.24б)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{NL} = & \iiint \frac{U_1}{2} \hat{\Psi}_1^\dagger \hat{\Psi}_2^\dagger \hat{\Psi}_3 \hat{\Psi}_4 d^2\mathbf{r}_1 d^2\mathbf{r}_2 d^2\mathbf{r}_3 d^2\mathbf{r}_4 + \\ & + \iiint \frac{U_2}{3} \hat{\Psi}_1^\dagger \hat{\Psi}_2^\dagger \hat{\Psi}_3^\dagger \hat{\Psi}_4 \hat{\Psi}_5 \hat{\Psi}_6 d^2\mathbf{r}_1 d^2\mathbf{r}_2 d^2\mathbf{r}_3 d^2\mathbf{r}_4 d^2\mathbf{r}_5 d^2\mathbf{r}_6. \end{aligned} \quad (2.24в)$$

В (2.24) нелинейные коэффициенты U_1 и U_2 , описывающие вклад в динамику поляритонов двух- и трёхчастичного поляритон-поляритонного рассеяния, задаются выражениями

$$U_1 = \frac{V}{(2\pi)^6 M} \iiint U_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{q}}^{(1)} e^{i\Theta_1} d^2\mathbf{k}_1 d^2\mathbf{k}_2 d^2\mathbf{q}, \quad (2.25a)$$

$$U_2 = \frac{3V^2}{2(2\pi)^{10} M} \iiint U_{\mathbf{k} \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2}^{(2)} e^{i\Theta_2} d^2\mathbf{k} d^2\mathbf{k}_1 d^2\mathbf{k}_2 d^2\mathbf{q}_1 d^2\mathbf{q}_2, \quad (2.25б)$$

где $\Theta_1 = \mathbf{k}_1(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_4) + \mathbf{k}_2(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3) + \mathbf{q}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ и $\Theta_2 = \mathbf{k}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_6) + \mathbf{k}_1(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4) + \mathbf{k}_2(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_5) + \mathbf{q}_1(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3) + \mathbf{q}_2(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$.

Гармонический потенциал ловушки для поляритонов $V_{\text{tr}}^{(\text{pol})}(\mathbf{r})$ задан в виде

$$V_{\text{tr}}^{(\text{pol})}(\mathbf{r}) = \frac{m_x \omega_x^2 x^2}{2} + \frac{m_y \omega_y^2 y^2}{2}. \quad (2.26)$$

В описанном ранее пределе, когда частицы находятся в основном состоянии, и $U_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{q}}^{(1)} = U_0^{(1)}$, $U_{\mathbf{k} \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2}^{(2)} = U_0^{(2)}$, нелинейные коэффициенты определяются более простыми выражениями: $U_1 = \frac{2\hbar g \ell_x \ell_y}{N} C_0 X_0^3$ и $U_2 = \frac{3\hbar g \ell_x^2 \ell_y^2}{4N^2} C_0 X_0^5$. Полный гамильтониан системы (2.24) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \hat{H} = \int \left\{ \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \left[-\frac{\hbar^2 \partial^2}{2m_x \partial x^2} - \frac{\hbar^2 \partial^2}{2m_y \partial y^2} + V_{\text{tr}}^{(\text{pol})}(\mathbf{r}) \right] \hat{\Psi}(\mathbf{r}) + \right. \\ \left. + \frac{U_1}{2} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})^2 \hat{\Psi}(\mathbf{r})^2 + \frac{U_2}{3} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})^3 \hat{\Psi}(\mathbf{r})^3 \right\} d^2\mathbf{r}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

Вспользуемся приближением среднего поля и заменим поляритонный оператор $\hat{\Psi}$ его средним значением $\langle \hat{\Psi} \rangle \equiv \Psi$, характеризующим ВФ поляритонов НДВ. Из (2.27) мы получим управляющее уравнение для Ψ :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left\{ -\frac{\hbar^2 \partial^2}{2m_x \partial x^2} - \frac{\hbar^2 \partial^2}{2m_y \partial y^2} + V_{\text{tr}}^{(\text{pol})}(\mathbf{r}) + U_1 |\Psi|^2 + U_2 |\Psi|^4 - i\gamma \right\} \Psi, \quad (2.28)$$

которое представляет собой комплексное нелинейное уравнение Шрёдингера (НУШ) с тензорной массой частиц, потенциалом ловушки и нелинейностями третьего и пятого порядков. Кроме того, в уравнение феноменологически введено слагаемое $\gamma = X_0^2 \Gamma_d + C_0^2 \gamma_c$, которое

описывает диссипативные процессы, связанные с затуханием электромагнитного поля γ_c и атомной декогерентностью Γ_d в предложенной системе [123].

Перейдём к новым пространственным координатам $\bar{x} = \sqrt{\frac{m_x}{m}} x$, $\bar{y} = \sqrt{\frac{m_y}{m}} y$, где $m = \frac{m_x m_y}{m_x + m_y}$ – средняя эффективная масса поляритонов, и введём новую переменную $\Psi = \psi(\bar{x}, \bar{y}, t) e^{-\gamma t}$. В результате управляющее уравнение (2.28) преобразуется к виду

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \bar{y}^2} \right) + V_{\text{tr}}^{(\text{pol})}(\bar{x}, \bar{y}) + \bar{U}_1 |\psi|^2 + \bar{U}_2 |\psi|^4 \right\} \psi, \quad (2.29)$$

где $\bar{U}_1 = U_1 e^{-2\gamma t}$ и $\bar{U}_2 = U_2 e^{-4\gamma t}$. Отметим, что \bar{U}_1 и \bar{U}_2 убывают во времени с разной скоростью. Поскольку система рассматривается в приближении сильной атомно-оптической связи (см. (2.5)), параметры $\bar{U}_{1,2}$ медленно меняются во времени. В дальнейших оценках будем считать их постоянными. Потенциал ловушки (2.26) в новых координатах принимает вид

$$V_{\text{tr}}^{(\text{pol})}(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{m}{2} (\omega_x^2 \bar{x}^2 + \omega_y^2 \bar{y}^2).$$

Таким образом, исходное НУШ с диссипационным слагаемым мы преобразовали к НУШ для ВФ ψ с зависящими от времени нелинейными параметрами [124].

Исследуем свойства поляритонного кристалла в рамках вариационного подхода. Для описания макроскопического состояния поляритонов НДВ в поляритонном кристалле выберем ВФ в гауссовой форме:

$$\psi(\bar{x}, \bar{y}, t) = \sqrt{\frac{N_0}{\pi R_x R_y}} \exp \left[-\frac{\bar{x}^2}{2R_x^2} - \frac{\bar{y}^2}{2R_y^2} + \frac{i\bar{x}^2 b_x}{2} + \frac{i\bar{y}^2 b_y}{2} \right], \quad (2.30)$$

где N_0 – полное число поляритонов в кристалле, которое оценивается как $N_0 = n_{\text{pol}} M$; n_{pol} – средняя концентрация поляритонов в поляритонном кристалле (среднее число поляритонов в ячейке). Выражение $R_{x,y}(t)$ задаёт ширину ВФ поляритонов, а $b_{x,y}(t)$ – кривизну поляритонного волнового пакета. Для ВФ (2.30) выполняется условие нормировки $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 d\bar{x} d\bar{y} = N_0$. Запишем соответствующую уравнению (2.29) плотность лагранжиана

$$\mathcal{L} = i\frac{\hbar}{2} \left(\psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) + \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \psi|^2 + V_{\text{tr}}^{(\text{pol})} |\psi|^2 + \frac{\bar{U}_1}{2} |\psi|^4 + \frac{\bar{U}_2}{3} |\psi|^6. \quad (2.31)$$

Подставив (2.30) в (2.31), получим выражение для эффективного лагранжиана:

$$L = \langle \mathcal{L} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{L} dx dy = \frac{\hbar N_0}{4} \sum_{j=x,y} \left\{ R_j^2 \frac{db_j}{dt} + \frac{\hbar}{m} \left(\frac{1}{R_j^2} + R_j^2 b_j^2 \right) + \frac{m\omega_0^2 \lambda_j^2 R_j^2}{\hbar} \right\} + \frac{N_0^2 \bar{U}_1}{4\pi R_x R_y} + \frac{N_0^3 \bar{U}_2}{9\pi^2 R_x^2 R_y^2}, \quad (2.32)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\omega_x \omega_y}$ – геометрическое среднее частот ловушки; $\lambda_{x,y} = \sqrt{\omega_{x,y}/\omega_{y,x}}$.

Теперь задача решения управляющего уравнения (2.29) сводится к решению системы уравнений Эйлера-Лагранжа $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$, где $\theta = \{R_x, R_y, b_x, b_y\}$; точка над переменной обозначает дифференцирование по времени.

Уравнения для вариационных параметров $R_{x,y}$ и $b_{x,y}$ найдены в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{R}_{x,y} &= \frac{\hbar}{m} R_{x,y} b_{x,y}, \\ \dot{b}_{x,y} &= -\frac{\hbar}{m} b_{x,y}^2 - \frac{\lambda_{x,y}^2 m \omega_0^2}{\hbar} + \frac{\hbar}{m R_{x,y}^4} + \frac{N_0 \bar{U}_1}{2\pi \hbar R_{x,y}^3 R_{y,x}} + \frac{4N_0^2 \bar{U}_2}{9\pi^2 \hbar R_{x,y}^4 R_{y,x}^2}. \end{aligned}$$

Повысив порядок дифференцирования, мы получим систему связанных уравнений для ширины ВФ поляритонов $R_{x,y}(t)$:

$$\ddot{R}_{x,y} = \frac{\hbar^2}{m^2 R_{x,y}^3} - \omega_0^2 \lambda_{x,y}^2 R_{x,y} + \frac{N_0 \bar{U}_1}{2\pi m R_{x,y}^2 R_{y,x}} + \frac{N_0^2 \bar{U}_2}{9\pi^2 m R_{x,y}^3 R_{y,x}^2}. \quad (2.33)$$

Приведём уравнения (2.33) к безразмерному виду. Для этого введём безразмерные ширину ВФ $d_{x,y} = R_{x,y}/r_0$, время $\tau = \omega_0 t$ и параметр диссипации $\Upsilon = \gamma/\omega_0$, нормировав их на характерную ширину $r_0 \equiv \sqrt{\hbar/m\omega_0}$ и частоту ω_0 ловушки для поляритонов. В двумерной системе, схематично представленной на рис. 23, значения нормировочных параметров оцениваются как $r_0 = 20\text{мкм}$ и $\omega_0/2\pi \approx 7.5\text{ГГц}$ [116].

Таким образом, динамика ширины ВФ поляритонов НДВ $d_{x,y}$ в двумерном поляритонном кристалле описывается системой безразмерных связанных нелинейных уравнений

$$\ddot{d}_{x,y} = \frac{1}{d_{x,y}^3} - \lambda_{x,y}^2 d_{x,y} + \frac{P_1}{d_{x,y}^2 d_{y,x}} + \frac{P_2}{d_{x,y}^3 d_{y,x}^2}. \quad (2.34)$$

Нормированные параметры двух- и трёхчастичного поляритон-поляритонного рассеяния $P_1 \equiv N_0 \bar{U}_1 m / 2\pi \hbar^2$ и $P_2 \equiv 4N_0^2 \bar{U}_2 m / 9\pi^2 \hbar^2 r_0^2$ описывают вклад нелинейностей третьего и пятого порядка в динамику поляритонов в поляритонном кристалле.

Исследуем равновесные свойства поляритонного кристалла на малых масштабах времени, для которых эффекты диссипации, описываемые параметром γ , пренебрежимо малы. В этом случае параметры $P_{1,2}$ справедливо считать не зависящими от времени.

Положим также, что изначально поляритоны находятся в покое, т. е. $\dot{d}_x(0) = \dot{d}_y(0) = 0$. Равновесные значения ширины ВФ $d_x = d_{x0}$ и $d_y = d_{y0}$ определяются следующими уравнениями:

$$\lambda_{x,y}^2 d_{x,y0} = \frac{1}{d_{x,y0}^3} + \frac{P_1}{d_{x,y0}^2 d_{y,x0}} + \frac{P_2}{d_{x,y0}^3 d_{y,x0}^2}. \quad (2.35)$$

Проанализируем устойчивость поляритонного кристалла в отдельных, физически важных пределах. Рассмотрим симметричный поляритонный кристалл: для него $\lambda_x = \lambda_y = 1$ и $d_{x,y} = d$. В этом случае уравнение (2.34) преобразуется к виду

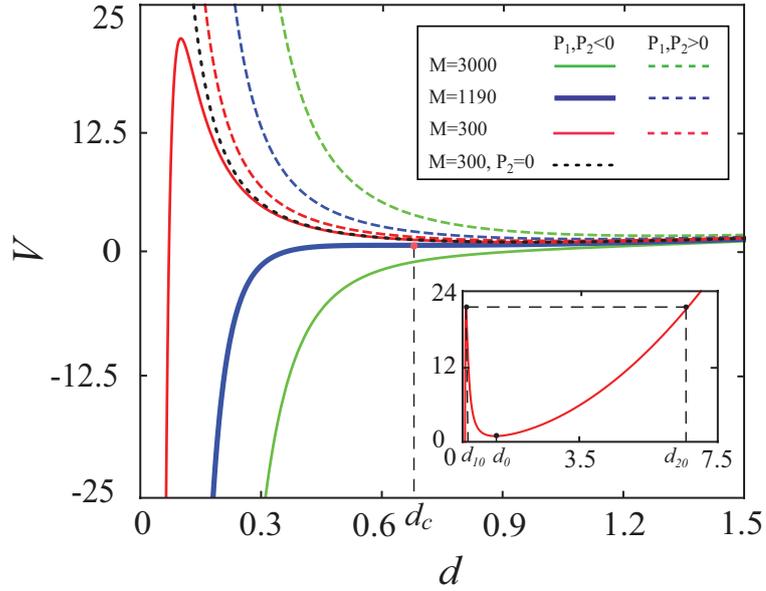


Рис. 26. Эффективный потенциал V в зависимости от нормированной ширины ВФ поляритонов при положительной (штриховые линии) и отрицательной (сплошные линии) длинах рассеяния соответственно. Чёрная пунктирная кривая соответствует случаю отрицательной длины рассеяния в отсутствии нелинейности пятого порядка, $P_2 = 0$. Значения используемых при построении параметров: $\Delta = 0$, $N = 50$, $n_{\text{pol}} = N_0/M = 10$, $\ell_x = \ell_y = 3\text{мкм}$, $r_0 = 20\text{мкм}$, и $g/2\pi = 8.6\text{ГГц}$. На вкладке изображён потенциал $V(d)$ в более широком интервале d при $M = 300$.

$$\ddot{d} = \frac{1 + P_1}{d^3} - d + \frac{P_2}{d^5}. \quad (2.36)$$

Эффективный потенциал в уравнении (2.36) определяется выражением

$$V(d) = \frac{1 + P_1}{2d^2} + \frac{P_2}{4d^4} + \frac{d^2}{2}. \quad (2.37)$$

Химический потенциал частиц μ находится в виде

$$\mu = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{d^2} + d^2 \right) + \frac{P_1}{d^2} + \frac{3P_2}{4d^4}. \quad (2.38)$$

На рис. 26 представлена зависимость эффективного потенциала $V(d)$ от ширины d ВФ поляритонов для нескольких значений N_0 . Соответствующие зависимости для химического потенциала представлены на рис. 27. При положительной длине рассеяния, ($P_{1,2} > 0$), зависимость $V(d)$ имеет один минимум в точке d_0 , и решение всегда устойчиво. Нелинейность пятого порядка P_2 в этом случае не оказывает принципиального влияния на устойчивость решения. Из (2.36) мы получаем выражение для равновесной ширины ВФ $d_0 \simeq (1 + P_1)^{1/4}$, которой соответствует химический потенциал $\mu = (1 + 1.5P_1) / (1 + P_1)^{1/2}$ — см. зелёную (верхнюю) пунктирную кривую на рис. 27.

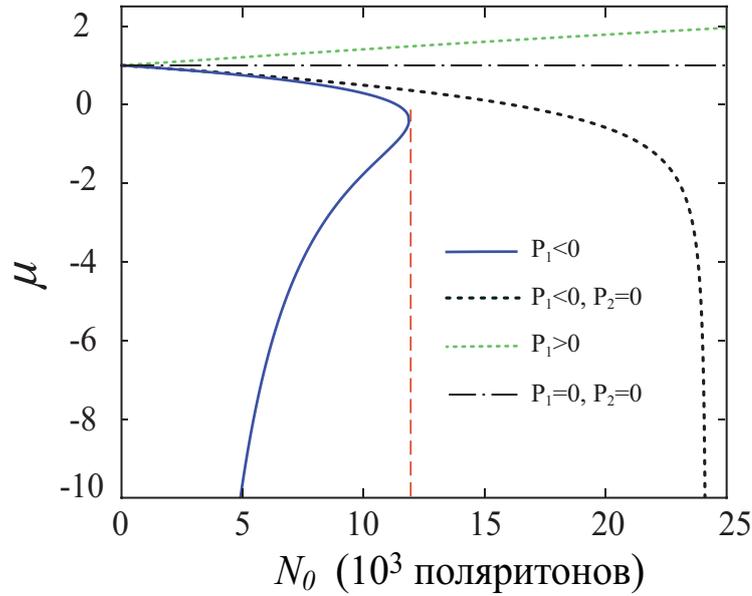


Рис. 27. Зависимость безразмерного химического потенциала μ от числа поляритонов в поляритонном кристалле N_0 . Вертикальная (красная) штриховая линия соответствует критическому числу поляритонов $N_{0c} = 11890$. Значения остальных используемых при построении параметров такие же, как и для рис. 26. Горизонтальная штрих-пунктирная линия ($\mu = 1$) характеризует химический потенциал идеального газа невзаимодействующих поляритонов. Построение осуществлялось для значений d_0 .

Ситуация кардинально меняется, когда длина рассеяния поляритонов отрицательна, $P_{1,2} < 0$. В случае, когда трёхчастичное поляритон-поляритонное рассеяние пренебрежимо мало, $P_2 \approx 0$, решение для ВФ также устойчиво — см. чёрные пунктирные кривые на рис. 26 и 27; эффективный потенциал $V(d)$ имеет только одну точку устойчивого равновесия, определяемую как $d_0 \simeq (1 - |P_1|)^{1/4}$.

В присутствии нелинейности пятого порядка поляритонный кристалл при определённом наборе значений параметров становится неустойчивым, и ВФ поляритонов коллапсирует — см. сплошные кривые на рис. 26 и 27. Для использованных в расчётах параметров критическое число поляритонов, при котором ВФ терпит коллапс, составляет $N_{0c} = 11890$ (синяя кривая на рис. 26), что соответствует значениям нелинейных параметров $|P_{1c}| = 0.4915$ и $|P_{2c}| = 0.1396$. Соответствующая критическая ширина поляритонной ВФ — $d_{0c} = 0.6417$. Следует отметить, что подобное поведение ВФ в двумерной структуре с нелинейностью пятого порядка качественно присуще БЭК более высоких размерностей без учёта трёхчастичных столкновений [125].

При числе ячеек, равном критическому, $M = M_c$ (что эквивалентно $N = N_c$), на зависимости $V(d)$ присутствует одна метастабильная точка d_c — см. синюю кривую на рис. 26. Если число ячеек превышает критическое значение $M > M_c$ ($N > N_c$), поляритонный кри-

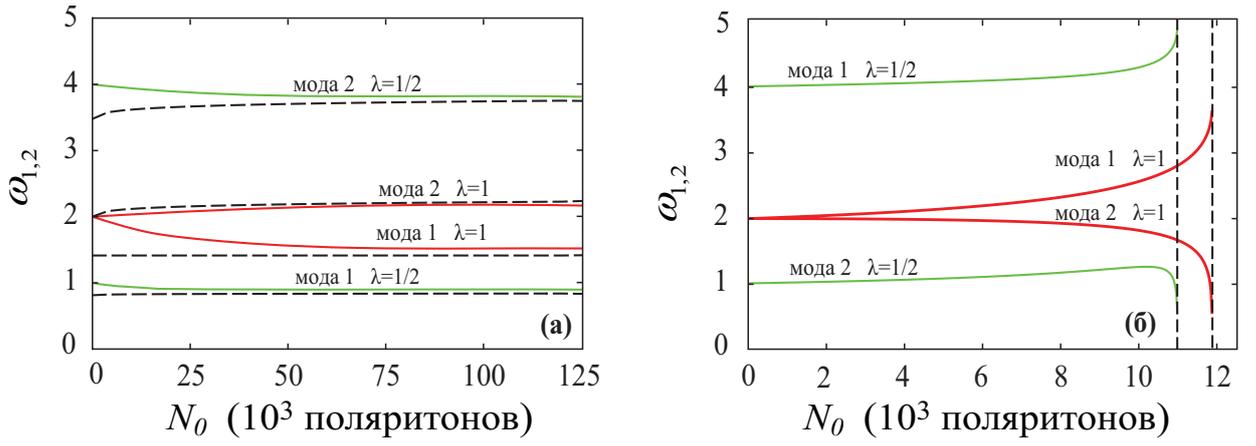


Рис. 28. Частоты колебаний ширины ВФ с малой амплитудой $\omega_{1,2}$ (в единицах ω_0) в зависимости от числа поляритонов в поляритонном кристалле N_0 при (а) — положительной, $P_{1,2} > 0$, и (б) — отрицательной, $P_{1,2} < 0$, длине поляритон-поляритонного рассеяния. Горизонтальная штриховая линия на (а) соответствует пределу Томаса–Ферми, а вертикальная штриховая прямая на (б) обозначает критическое число поляритонов в кристалле, при котором наступает коллапс ВФ. Значения используемых для построения параметров такие же, что и для рис. 26.

сталл становится неустойчивым, и ВФ Ψ терпит коллапс — зелёная кривая на рис. 26. При меньшем числе ячеек, $M < M_c$ ($N < N_c$), существует две точки равновесия для поляритонного газа — d_0 и d_{10} — см. вкладку на рис. 26. Одна из них — d_{10} — точка неустойчивого равновесия. ВФ претерпевает коллапс при $d \leq d_{10}$. Однако ширина поляритонного облака может осциллировать в пределах $d_{10} \leq d \leq d_{20}$.

2.3.2. Нелинейные свойства поляритонов в асимметричном поляритонном кристалле

Линеаризуем уравнения (2.34) возле точки равновесия (d_{x0}, d_{y0}) и найдём частоты малоамплитудных колебаний ширины ВФ поляритонов:

$$\omega_{1,2} = \sqrt{2}\omega_0 \left[(\lambda_x^2 + \lambda_y^2 - P_1^{13} - P_1^{31}) \pm \sqrt{(\lambda_x^2 - \lambda_y^2 + P_1^{13} - P_1^{31})^2 + 4(P_1^{22} + P_2^{33})^2} \right]^{1/2}, \quad (2.39)$$

где $P_1^{ij} = \frac{P_1}{4d_{x0}^i d_{y0}^j}$ и $P_2^{ij} = \frac{P_2}{2d_{x0}^i d_{y0}^j}$. Два типа колебательных мод задаются выражением (2.39). На рис. 28а приведена зависимость частот колебаний $\omega_{1,2}$ (в единицах ω_0) от числа поляритонов N_0 для случая $P_{1,2} > 0$. Горизонтальные штриховые линии соответствуют пределу Томаса–Ферми. В симметричном случае, когда $d_{x,y0} = d_0$ и $\lambda_x = \lambda_y = 1$, частоты колебаний задаются как $\omega_1 \simeq \omega_0 \sqrt{2}$, $\omega_2 \simeq \omega_0 \sqrt{2} \left(2 + \frac{P_2}{d_0^2}\right)^{1/2}$. При отрицательной длине рассеяния, $P_{1,2} < 0$, характерные частоты ограничены критическим значением числа поляритонов N_{0c} , при котором наступает коллапс ВФ [126, 127].

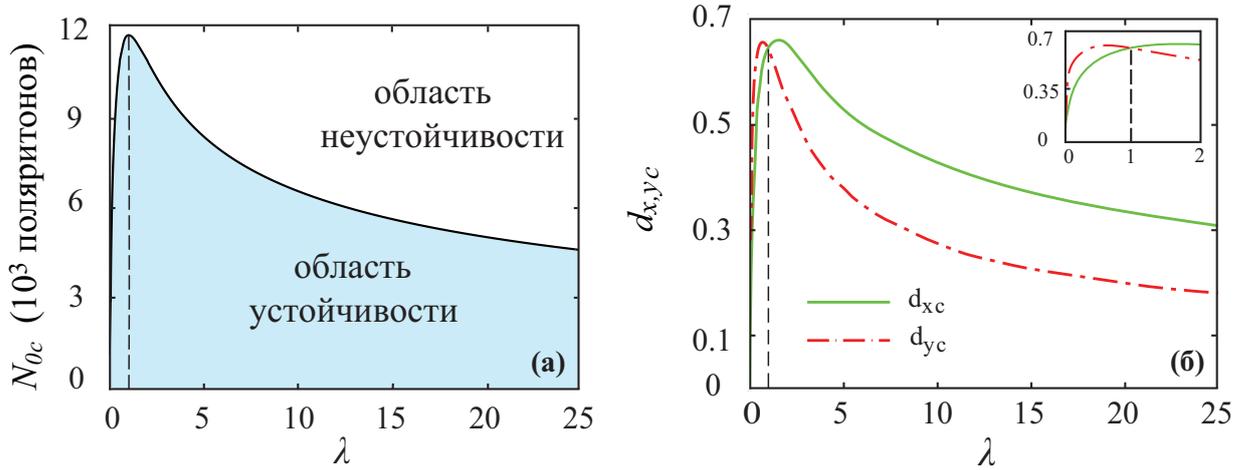


Рис. 29. (а) — Зависимость критического числа поляритонов N_{0c} и (б) — ширины ВФ $d_{x,yc}$ от параметра λ при отрицательной длине рассеяния ($P_{1,2} < 0$). Вертикальная штриховая линия соответствует симметричной ловушке, $\lambda = 1$. Значения остальных используемых при построении параметров те же, что и для рис. 26. При значениях параметров, принадлежащих заштрихованной области, решение для ВФ поляритонов в поляритонном кристалле устойчиво.

Рассмотрим несимметричный поляритонный кристалл, выбрав $\lambda \equiv \lambda_y = 1/\lambda_x$. Построим зависимость критического числа поляритонов N_{0c} и соответствующей критической ширины ВФ $d_{x,yc}$ от безразмерного параметра частоты ловушки λ при отрицательной длине поляритон-поляритонного рассеяния ($P_{1,2}$) — см. рис. 29. Максимальное значение $N_{0c} = 11890$ получено в симметричном поляритонном кристалле при частоте ловушки $\omega_x = \omega_y$ ($\lambda = 1$). Два других предела $\lambda \ll 1$ ($\omega_y \ll \omega_x$) и $\lambda \gg 1$ ($\omega_y \gg \omega_x$) описывают квазиодномерный поляритонный кристалл. Коллапс ВФ наступает при параметрах системы, принадлежащих незаштрихованной области рис. 29а. Следует отметить, что максимальное значение ширины ВФ в различных направлениях достигается в несимметричном случае, $\omega_x \neq \omega_y$. В частности, d_{xc} принимает максимальное значение $d_{xc\max} = 0.6618$ при $\lambda = 1.518$. Такая же величина $d_{yc\max}$ достигается при $\lambda = 0.659$.

2.3.3. Неравновесная динамика поляритонов в квазиклассическом приближении

Рассмотрим неравновесные свойства поляритонного кристалла. Условие $\gamma \ll g, \omega_{1,2}$, при котором рассматривается поляритонный кристалл, подразумевает справедливость адиабатического приближения [124]. Рисунок 30 иллюстрирует динамику ширины ВФ $d = d_x = d_y$ в адиабатическом пределе в симметричной структуре $\lambda = 1$. Начальные условия близки к точке устойчивого равновесия d_0 , которая находится из уравнения (2.35) — чёрные пунктирные линии. В отсутствие затухания ширина ВФ поляритонов испытывает колебания при положительной (верхняя штриховая линия) и отрицательной (нижняя штриховая ли-

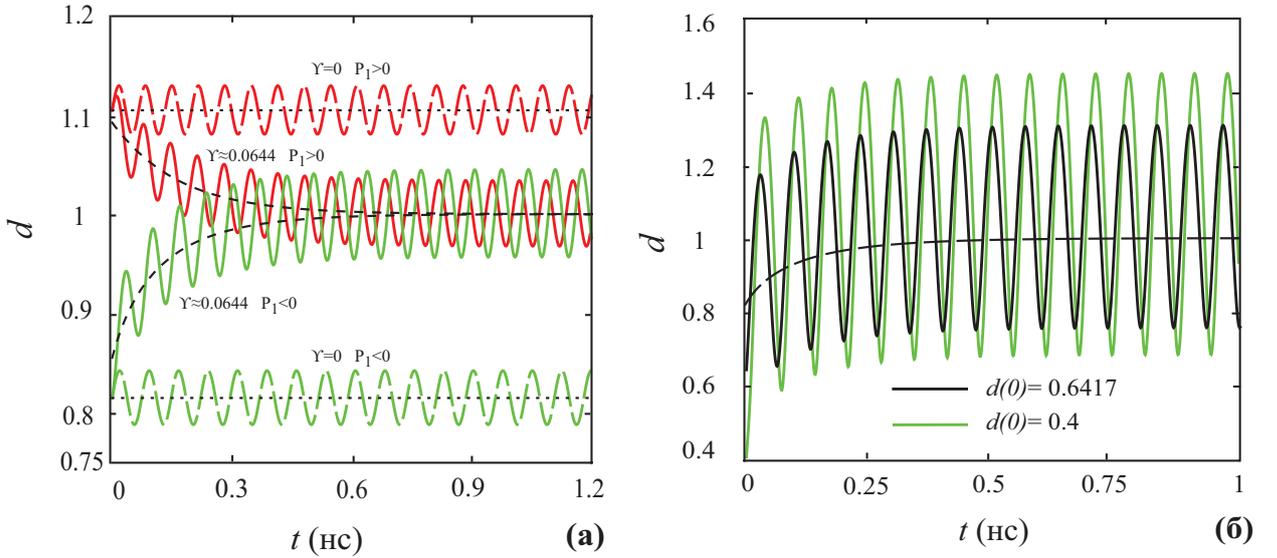


Рис. 30. Динамика ширины ВФ поляритонов d во времени t . Значения используемых при построении параметров: (а) — $N_0 = 10000$ ($|P_1| = 0.414$, $|P_2| = 0.099$). Начальные условия: $\dot{d}(0) = 0.05$, $d_0 = 1.106$ для положительной и $d_0 = 0.813$ для отрицательной длины рассеяния; пунктирные линии соответствуют равновесным значениям; (б) — $N_0 = N_{0c} = 11890$ ($P_1 = P_{1c} = -0.4915$, $P_2 = P_{2c} = -0.1396$), $\dot{d}(0) = 0.5$, $\Upsilon \approx 0.0644$ ($\gamma/2\pi \approx 0.4805$ ГГц).

ния) длине рассеяния. В присутствии затухания равновесная ширина d (пунктирные линии на рис. 30а) адиабатически смещается к значению $d_{st} \simeq 1$, благодаря уменьшению величины нелинейных параметров $P_{1,2}$. Вновь возникший режим колебаний d_{st} также может быть описан уравнением (2.39).

Влияние диссипации на динамику поляритонов поляритонного кристалла становится более очевидным, если мы рассмотрим поляритонный кристалл с отрицательной длиной рассеяния, параметры который изначально находятся в неустойчивой области. На рис. 30б изображена динамика ширины ВФ поляритонов. В качестве начальных условий взяты критическая ширина $d(0) = d_c \simeq 0.6417$ (синяя кривая на рис. 26) и ширина $d(0) = 0.48 < d_c$. В отсутствие диссипации в обоих случаях наступает коллапс ВФ поляритонов. Однако даже при слабом затухании γ система переходит из неравновесной области в равновесную, избегая коллапса ВФ. Этот эффект объясняется следующим образом. Поскольку $P_1 \propto e^{-2\gamma t}$ и $P_2 \propto e^{-4\gamma t}$ меняются во времени с разными скоростями, вклад нелинейности пятого порядка в системе уменьшается гораздо быстрее, а именно она ответственна за наступление коллапса ВФ. Чем больше вклад диссипации в динамику системы, тем дальше от равновесной точки d могут быть заданы начальные условия: при этом ВФ поляритонов остаётся устойчивой. Однако при достаточно сильной роли диссипации, $\gamma \gtrsim g, \omega_{1,2}$, применение вариационного подхода оказывается неправомерным.

2.4. Выводы к главе 2

1. Предложен новый тип пространственно-периодической квантовой структуры — поляритонный кристалл, — представляющий собой двумерную решётку туннельно-связанных микрорезонаторов, каждый из которых содержит ансамбль (кластер) двухуровневых атомов, взаимодействующих с электромагнитным полем в условиях сильной связи.

2. Выявлена физика процессов двух- и трёхчастичного поляритон-поляритонного рассеяния, ответственных за нелинейности третьего и пятого порядков соответственно. Показано, что в их основе лежат физические процессы атом-атомного рассеяния и насыщения двухуровневой атомной среды, причём вклад первого процесса пренебрежимо мал в сравнении с вкладом второго. Рассмотрение проводилось за пределом приближения малой плотности атомных возбуждений.

3. Выяснено, что двухчастичное рассеяние превалирует над трёхчастичным и достигает своего максимума при положительном значении атомно-оптической отстройки $\Delta = 2g/\sqrt{3}$; поляритоны нижней дисперсионной ветви при этом являются атомоподобными.

4. Показано, что нелинейность пятого порядка может приводить к коллапсу волновой функции поляритонов. Это происходит, если длина поляритон-поляритонного рассеяния в структуре отрицательна, и число поляритонов превышает некоторое критическое значение. Найдена зависимость критического числа поляритонов N_{0c} от отношения частот ловушки $\lambda = \sqrt{\omega_y/\omega_x}$ для поляритонов вдоль осей x и y поляритонного кристалла, и показано, что наибольшее число поляритонов может быть получено в симметричной ловушке с равными частотами $\omega_x = \omega_y$ ($\lambda = 1$).

5. Показано, что в случае отрицательной длины поляритон-поляритонного рассеяния при определённых начальных условиях присутствие в системе диссипационных процессов может способствовать преодолению волновой функцией области неустойчивости и переходу к устойчивому режиму осцилляций.

Основные результаты этой главы опубликованы в [5, 6, 10, 11].

Глава 3

Солитоны в цепочке микрорезонаторов, содержащих взаимодействующие двухуровневые системы

3.1. Основные уравнения в приближении непрерывной среды

В данной главе рассматривается одномерная цепочка КЭД-микрорезонаторов, каждый из которых содержит ансамбль взаимодействующих друг с другом ДУС — см. рис. 31. Связанная система среды с электромагнитным полем в каждом отдельном микрорезонаторе описывается гамильтонианом Дике-Липкина-Мешкова-Глика (ДЛМГ; см. [122, 128–132]):

$$\hat{H}_i^{\text{DLMG}} = \hbar \Delta_i \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i + \frac{\hbar \eta_i}{N_i} \hat{J}_{z,i}^2 + \frac{\hbar g_i}{\sqrt{N_i}} \left(\hat{a}_i \hat{J}_{+,i} + \hat{a}_i^\dagger \hat{J}_{-,i} \right). \quad (3.1)$$

Индекс i обозначает номер микрорезонатора в цепочке. Отстройка Δ_i определена как разность между частотой перехода ДУС ω_i и частотой электромагнитного поля в резонаторе ω_f , ($\Delta_i = \omega_i - \omega_f$). Ансамбль ДУС описывается орбитальным угловым моментом $\hat{J}_{j,i}$, где $j = x, y, z, \pm$; для описания поля в резонаторе используются операторы рождения (уничтожения) фотонов \hat{a}_i^\dagger (\hat{a}_i); постоянные g_i и η_i характеризуют связь ДУС с полем и взаимодействие ДУС друг с другом в i -м резонаторе соответственно.

В отсутствии связи ДУС с полем, т. е. при $g_i = 0$, гамильтониан (3.1) преобразуется в гамильтониан Липкина-Мешкова-Глика. Подобный гамильтониан используется, например, для описания двухкомпонентного БЭК (см., например, [122]), взаимодействующего с электромагнитным полем [133]. Так гамильтонианом ДЛМГ описывается БЭК натрия в ловушке внутри микроволнового резонатора, эксперимент по формированию которого описан в работе [134].

Система связанных с электромагнитным полем ДУС в цепочке КЭД-микрорезонаторов рассматривается в следующих приближениях. Во-первых, ДУС полагаются локализованными внутри резонаторов; в то же время учитывается связь микрорезонаторов за счёт туннелирования фотонов из одного резонатора в другой. Энергия туннельной связи зависит от расстояния между резонаторами. Система рассматривается в приближении тесной связи резонаторов, которое предполагает, что взаимодействуют только соседние резонаторы, а взаимодействием более далеко лежащих резонаторов можно пренебречь.

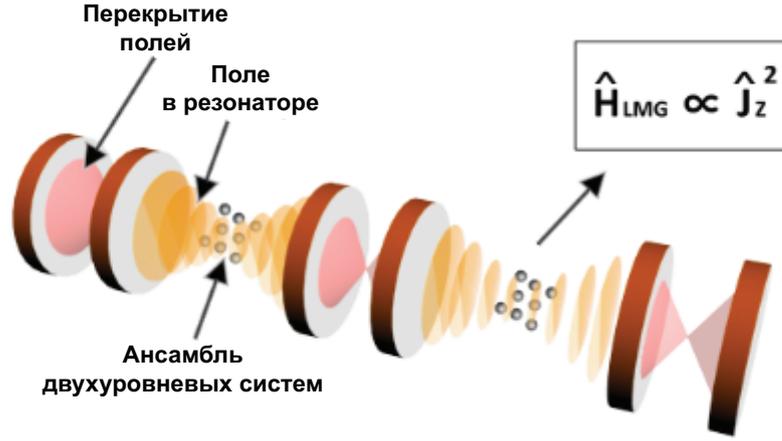


Рис. 31. Схематичное изображение одномерной цепочки КЭД-микрорезонаторов, которые содержат взаимодействующие с электромагнитным полем ДУС.

Гамильтониан взаимодействия ДУС с полем в цепочке КЭД-микрорезонаторов задаётся выражением (ср. с [76])

$$\hat{H}_I = \sum_i \left[\hat{H}_i^{\text{DLMG}} - \hbar\alpha \left(\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_{i+1} + \hat{a}_{i+1}^\dagger \hat{a}_i \right) \right], \quad (3.2)$$

где α – постоянная перекрытия ВФ фотонов (параметр тунnelирования фотонов) между резонаторами i и $i + 1$; цепочка КЭД-микрорезонаторов полагается бесконечной.

Во-вторых, мы полагаем, что в системе содержится только один сорт ДУС, и их число одинаково в каждом резонаторе. В этом случае справедливы следующие обозначения: $\eta_i \equiv \eta$, $\omega_i \equiv \omega$ и $N_i \equiv N$.

В-третьих, мы рассматриваем систему в приближении среднего поля: в рамках приближения мы полагаем частоту отстройки, постоянную перекрытия и силу взаимодействия ДУС с полем одинаковыми в каждом резонаторе, т. е., $\Delta_i \equiv \Delta$, $\alpha_i \equiv \alpha$ и $g_i \equiv g$.

Воспользуемся преобразованием Хольштейна-Примакова [135] для того, чтобы перейти при описании среды к операторам возбуждений ДУС: $\hat{J}_{+,i} = \sqrt{N} \hat{b}_i^\dagger \left(1 - \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i / N \right)^{1/2}$ и $\hat{J}_{z,i} = \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i - N/2$. Операторы возбуждений удовлетворяют бозонным коммутационным соотношениям $[\hat{b}_i, \hat{b}_j^\dagger] = \delta_{ij}$. Поскольку в рассматриваемой системе число ДУС N достаточно велико, выполним разложение операторов в ряд по малому параметру $1/N$: $[1 - (\hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i / N)]^{1/2} \approx 1 - \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i / 2N$. В результате гамильтониан (3.2) преобразуется к виду

$$\hat{H} \equiv \hat{H}_I = \hbar \sum_{i=1}^M \left\{ \Delta \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i - \alpha \left(\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_{i+1} + \hat{a}_{i+1}^\dagger \hat{a}_i \right) + g \left(\hat{a}_i^\dagger \hat{b}_i + \hat{a}_i \hat{b}_i^\dagger \right) - \right. \\ \left. - \frac{g}{2N} \left[\hat{a}_i^\dagger \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i \hat{b}_i + \hat{a}_i \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i \right] + \frac{\eta}{N} \left(\hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i - N \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i \right) \right\}. \quad (3.3)$$

На основе гамильтониана (3.3) запишем систему связанных уравнений Гейзенберга для операторов поля в резонаторе \hat{a}_i и возбуждений ДУС \hat{b}_i :

$$i\frac{\partial}{\partial t}\hat{a}_i = \Delta\hat{a}_i - \alpha(\hat{a}_{i+1} + \hat{a}_{i-1}) + g\left[\hat{b}_i - \frac{1}{2N}(\hat{b}_i^\dagger\hat{b}_i\hat{b}_i)\right], \quad (3.4a)$$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\hat{b}_i = g\left[\hat{a}_i - \frac{1}{2N}(\hat{a}_i^\dagger\hat{b}_i\hat{b}_i + 2\hat{a}_i\hat{b}_i^\dagger\hat{b}_i)\right] - \eta\hat{b}_i + \frac{2\eta}{N}\hat{b}_i^\dagger\hat{b}_i\hat{b}_i. \quad (3.4b)$$

Поскольку система рассматривается в приближении среднего поля, в (3.4) мы пренебрегли членами, описывающими квантовые флуктуации. Также в рамках этого приближения мы заменяем операторы \hat{a}_i , \hat{b}_i их средними значениями ψ_i , β_i соответственно. Мы будем рассматривать предложенную структуру в приближении непрерывной среды. Для этого выполним следующее преобразование: $\psi_{i+1} + \psi_{i-1} \approx 2\psi(x, t) + d^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x, t)$, где d – период решётки КЭД-микрорезонаторов. Учитывая, что полное число фотонов и возбуждений ДУС не изменяется в ходе эволюции бездиссипационной системы, мы нормируем переменные на величину N_{pol} , задающую среднее число поляритонов в каждом резонаторе [111]. Перейдём к новым переменным, выполнив замену $\psi \rightarrow \psi \times \sqrt{N_{\text{pol}}}$ и $\beta \rightarrow \beta \times \sqrt{N_{\text{pol}}}$. Таким образом, в приближении непрерывной среды уравнения движения (3.4) для новых переменных принимают вид

$$i\partial_t\psi = (\Delta - 2\alpha - i\gamma_c)\psi - \alpha d^2\partial_{xx}\psi + g\beta - U_{\text{sat}}|\beta|^2\beta, \quad (3.5a)$$

$$i\partial_t\beta = -(i\Gamma_d + \eta)\beta + g\psi - U_{\text{sat}}[\beta^2\psi^* + 2\psi|\beta|^2] + U_{\text{int}}|\beta|^2\beta, \quad (3.5b)$$

где параметр $U_{\text{int}} = 2\eta n_{\text{pol}}$ описывает нелинейный эффект насыщения ансамбля ДУС за счёт взаимодействия среды с полем, $U_{\text{sat}} = \frac{gn_{\text{pol}}}{2}$ характеризует взаимодействие ДУС друг с другом; $n_{\text{pol}} = N_{\text{pol}}/N$. В уравнениях (3.5) феноменологически введены параметры затухания фотонного поля γ_c в резонаторе, а также декогерентности ансамбля ДУС Γ_d за счёт спонтанного перехода ДУС в основное состояние. Кратко обсудим свойства двух материальных систем — ансамбли ультрахолодных атомов и полупроводниковые квантовые ямы, — которые могут использоваться в роли ДУС.

Пример 1: ультрахолодные атомы

В роли ДУС могут выступать ультрахолодный двухуровневые атомы рубидия. Резонансная частота $\omega_{12}/2\pi = 382\text{ТГц}$ соответствует средней частоте D -линии [111]. Параметры атомной декогерентности и затухания поля в резонаторе с добротностью $Q = \omega_{12}/2\gamma_c \sim 10^6$ составляют несколько десятков мегагерц. Параметр взаимодействия одиночного атома с полем в каждом резонаторе достигает значений $g_0/2\pi = 89.5\text{МГц}$ при эффективном объёме атомно-оптического взаимодействия $V = 5000\text{мкм}^3$. Для достижения режима сильной

атомно-оптической связи — см. уравнение (2.5) — необходимо макроскопически большое число атомов в каждом резонаторе, $N = 5 \times 10^5$. Указанным величинам соответствует плотность газа атомов $\rho = 10^{14} \text{см}^{-3}$. Коллективный параметр атомно-оптической связи принимает значение $g \equiv g_0 \sqrt{N} = 2\pi \times 63.2 \text{ГГц}$ в каждом резонаторе. Величина параметра, описывающего атом-атомное взаимодействие, $\eta = 4\pi \hbar a_{sc} \rho / m$, в борновском приближении составляет $\eta = 2\pi \times 0.73 \text{кГц}$ при длине рассеяния атомов $a_{sc} = 5 \text{нм}$ [136]. Таким образом, в цепочке микрорезонаторов с атомами рубидия для нелинейных параметров справедливо соотношение $U_{\text{int}}/U_{\text{sat}} \simeq 10^{-8}$. Это позволяет пренебречь процессами атом-атомного взаимодействия в уравнениях (3.5).

Пример 2: экситоны в квантовых ямах

Свойства экситонных поляритонов в микрорезонаторе с брэгговскими зеркалами в условиях сильной связи экситонов с полем для двумерной решётке были рассмотрены в работах [137–139]. Характерное значение частоты расщепления Раби для квантовых ям на основе GaAs или CdTe составляет порядка нескольких миллиэлектрон вольт. Член U_{sat} в уравнениях (3.5), отвечающий за эффекты насыщения, может быть записан как $U_{\text{sat}} \simeq g/n_{\text{sat}}S$, где n_{sat} – плотность числа экситонов, а S – площадь области взаимодействия. Значения n_{sat} и U_{sat} при борновском радиусе экситонов 10нм и площади лазерного пятна $S \simeq 400 \text{мкм}^2$ составляют $1.4 \times 10^{11} \text{см}^{-2}$ и $2\pi \times 0.65 \text{МГц}$ соответственно. Член в уравнении (3.5б), отвечающий за экситон-экситонное взаимодействие за счёт кулоновского отталкивания, принимает значение примерно на два порядка большее, чем U_{sat} — см. [138]. Это позволяет пренебречь эффектами экситон-фотонного насыщения. Экспериментально достижимые значения для параметров релаксационных процессов в полупроводниковых структурах составляют $\Gamma_d \simeq 2\pi \times 12.1 \text{ГГц}$, $\gamma_c \simeq 2\pi \times 50 \text{ГГц}$; это подразумевает, что характерное время жизни экситон-поляритонов составляет десятки пикосекунд.

3.2. Дисперсионные соотношения и групповые скорости поляритонных волновых пакетов

Для исследования динамики полей в рассматриваемой структуре воспользуемся одним из методов теории возмущений — методом ММР [140, 141]. Введём набор «медленных» независимых пространственных и временных переменных $x_m = \lambda^m x$ и $t_m = \lambda^m t$ ($\lambda \ll 1, m = 0, 1, 2, \dots$), а также разложим переменные ψ и β по степеням малого параметра λ^m :

$$\psi = \lambda\psi^{(1)} + \lambda^2\psi^{(2)} + \lambda^3\psi^{(3)} + \dots \quad (3.6a)$$

$$\beta = \lambda\beta^{(1)} + \lambda^2\beta^{(2)} + \lambda^3\beta^{(3)} + \dots \quad (3.6b)$$

Подставив разложения (3.6) в уравнения (3.5) и собрав члены при первой степени λ , получим систему связанных линейных уравнений для огибающих атомного и фотонного волновых пакетов:

$$i\partial_{t_0}\psi^{(1)} = (\Delta - 2\alpha - i\gamma_c)\psi^{(1)} - \alpha d^2\partial_{x_0}^2\psi^{(1)} + g\beta^{(1)}, \quad (3.7a)$$

$$i\partial_{t_0}\beta^{(1)} = -(i\Gamma_d + \eta)\beta^{(1)} + g\psi^{(1)}. \quad (3.7b)$$

Уравнения (3.7) имеют решения в виде плоских волн $\psi^{(1)} = E^{(1)}e^{i(kx_0 - \omega t_0)}$ и $\beta^{(1)} = \frac{g}{\omega + \eta + i\Gamma_d}E^{(1)}e^{i(kx_0 - \omega t_0)}$, для которых найдены дисперсионные соотношения

$$\omega \equiv \omega_{\pm} = \frac{1}{2} \left[\delta - 2\eta - i(\gamma + 2\Gamma_d) \pm \sqrt{(\delta - i\gamma)^2 + 4g^2} \right], \quad (3.8)$$

где k – волновое число, $\gamma = \gamma_c - \Gamma_d$ – эффективный параметр диссипации, учитывающий затухание поля и декогерентность ансамбля ДУС; $\delta = \Delta + \eta - 2\alpha(1 - d^2k^2/2)$ – эффективная отстройка частоты поля от собственной частоты возбуждений ДУС. Выражения (3.8) аналогичны дисперсионным соотношениям двух ветвей экситон-поляритонов в полупроводниковой среде [142] – верхней (ω_+) и нижней (ω_-).

Взаимодействие ДУС, описываемое параметром η , вносит дополнительную поправку в дисперсионные соотношения (3.8).

Важно отметить, что выражения, описывающие оптическое поле ($\psi^{(1)}$) и возбуждения ДУС ($\beta^{(1)}$), являются точными решениями системы уравнений (3.5) в отсутствие нелинейных членов, $U_{\text{sat}} = U_{\text{int}} = 0$. В связи с этим, использование метода ММР при описании предложенной системы правомерно в случае, когда нелинейные эффекты вносят незначительные изменения в дисперсионные соотношения (3.8). Таким образом, для нелинейных параметров $U_{\text{sat}}, U_{\text{int}}$ в уравнениях (3.5) должно выполняться условие

$$U_{\text{sat}}, U_{\text{int}} \ll 2g. \quad (3.9)$$

С физической точки зрения это означает, что система должна находиться в пределе малой плотности возбуждений ДУС, когда большая часть частиц находится в основном состоянии, т. е., должно удовлетворяться условие $n_{\text{pol}} \ll 1$.

На следующем шаге применения метода ММР, собирая в (3.4) члены при λ^2 , мы получаем линейное волновое уравнение для амплитуды огибающей волновых пакетов

$$(\partial_{t_1} + v_{\pm}\partial_{x_1})E^{(1)} = 0, \quad (3.10)$$

где введены групповые скорости волновых пакетов верхней (v_+) и нижней (v_-) дисперсионных ветвей:

$$v_{\pm} = \partial_k \omega_{\pm} = \frac{2\alpha k d^2 \Omega_{\pm}^2}{\Omega_{\pm}^2 + g^2}. \quad (3.11)$$

Для исследования динамики амплитуды огибающей $E^{(1)}$ в уравнении (3.10) перейдём к бегущей координате $\xi_{\pm} = x_1 - v_{\pm} t_1$. В (3.11) введены характерные частоты

$$\Omega_{\pm} = \frac{1}{2} \left[\delta - i\gamma \pm ((\delta - i\gamma)^2 + 4g^2)^{1/2} \right]. \quad (3.12)$$

Групповые скорости (3.11) в общем случае принимают комплексные значения. Это приводит к дополнительному изменению огибающей импульса, распространяющегося в среде [143, 144]. Однако использование метода ММР правомерно при описании систем со слабой диссипацией, для которой справедливо условие (2.5).

В этом случае мнимые части дисперсионных соотношений (3.8) значительно меньше действительных, т. е. $\text{Im}(\omega_{\pm}) \ll \text{Re}(\omega_{\pm})$.

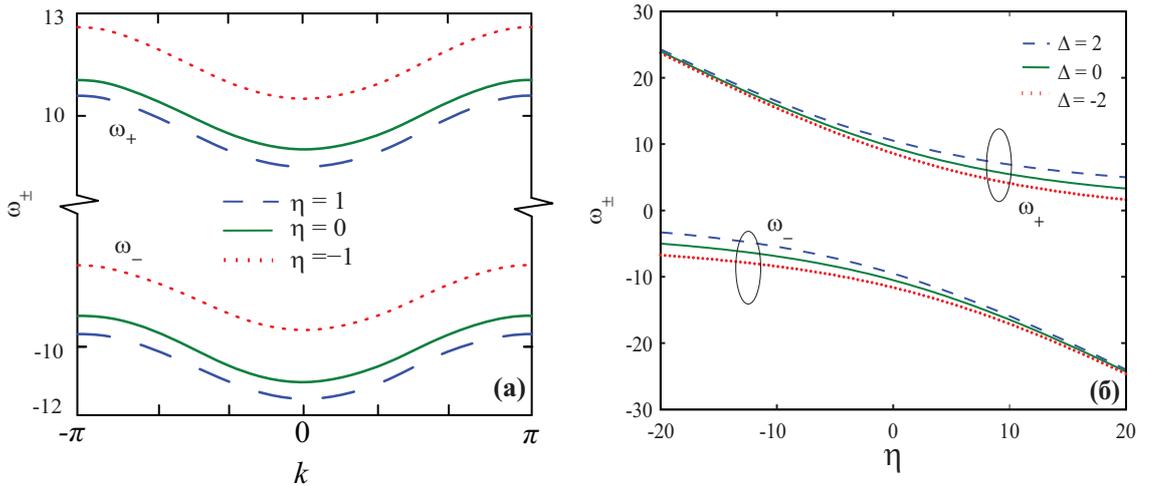


Рис. 32. (а) — Две дисперсионные ветви поляритонов, верхняя ω_+ и нижняя ω_- , в зависимости от волнового числа k в условиях резонанса $\Delta = 0$. Построение проводилось для нескольких значений параметра взаимодействия ДУС, $\eta = -1, 0$, и 1 . (б) — Частоты ω_{\pm} в зависимости от параметра взаимодействия ДУС η при $k = 0.1$ и $\gamma = 0$. Построение проводилось для нескольких значений отстройки, $\Delta = -2, 0$ и $+2$. Значения используемых при построении параметров: $\alpha = d = 1$, $g = 10$, и $n_{\text{pol}} = 0.01$.

При проведении оценок и построений значения времени и всех частотных параметров (ω_{\pm} , g , η , Δ , Γ_d , γ_c) нормированы на постоянную туннельной связи резонаторов α , пространственные параметры и волновое число k нормированы на период решётки резонаторов d , а групповые скорости волновых пакетов указаны в единицах $d\alpha$. С точки зре-

ния математики это значит, что в управляющих уравнениях и полученных зависимостях мы полагаем $\alpha = d = 1$.

На рис. 32а представлены две дисперсионные ветви поляритонов, ω_{\pm} , в зависимости от волнового числа k в условиях резонанса $\Delta = 0$. Зависимости приведены для нескольких значений параметра взаимодействия ДУС, $\eta = -1, 0$ и 1 . Выражение (3.8) корректно лишь для малых значений волнового числа, $kd \ll 1$. Преобразовав степенной ряд в (3.8) следующим образом: $1 - d^2k^2/2 \approx \cos(kd)$, — в бездиссипационном пределе ($\gamma_c = \Gamma_d = 0$) получим характерные дисперсионные соотношения в границах первой ЗБ периодической структуры — см. рис. 32а и ср. с [5]. Выражение (3.8) описывает параболическую дисперсию при малых значениях волнового числа k , которая характерна для поляритонов НДВ в полупроводниковых микрорезонаторах [3, 100]. На рис. 32а хорошо видно, что отталкивание ДУС, характеризуемое отрицательными значениями параметра η , приводит к сдвигу частот ω_{\pm} в сторону увеличения, в то время как притягивание — в сторону уменьшения.

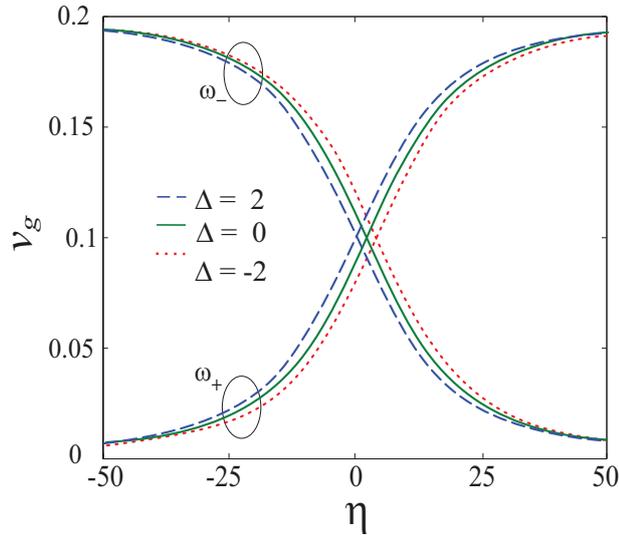


Рис. 33. Зависимость групповых скоростей v_{\pm} волновых пакетов от величины параметра взаимодействия ДУС η при $k = 0.1$ и $\gamma = 0$. Построение проводилось для нескольких значений отстройки, $\Delta = -2, 0$, и $+2$. Значение остальных используемых при построении параметров такие же, что и для рис. 32.

На рис. 32б представлена зависимость частот поляритонных ветвей от параметра взаимодействия ДУС η при фиксированном значении волнового числа $k = 0.1$. Хорошо видно, что параметр η оказывает значительное влияние на зависимости. При положительных значениях η (притягивание ДУС) обе частоты, ω_+ и ω_- , уменьшаются с возрастанием абсолютного значения η . При достаточно больших отрицательных (положительных) значениях параметра

взаимодействия, $\eta \ll -10$ ($\eta \gg 10$), верхние (нижние) ветви при различных отстройках сливаются в одну кривую.

На рис. 33 представлена зависимость групповой скорости v_{\pm} поляритонов обеих ветвей от параметра взаимодействия ДУС η при $k = 0.1$ и при выполнении условия (2.5). Построение проводилось для трёх значений отстройки, $\Delta = -2, 0$ и $+2$. На рис. 33 хорошо видно, что разница между групповыми скоростями двух ветвей тем больше, чем больше абсолютное значение параметра взаимодействия ДУС η . «Замедление» волнового пакета достигается при отрицательном (положительном) значении параметра взаимодействия ДУС η для поляритонов верхней (нижней) ветвей.

3.3. Поляритонные солитоны и их свойства при малых возмущениях

Собирая в (3.5) члены при λ^3 , мы получаем уравнение типа уравнения Гинзбурга-Ландау (УГЛ) [145] для амплитуды огибающей поля $\Psi = \lambda E^{(1)}$:

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} + D_{\pm} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X_{\pm}^2} + C_{\pm} |\Psi|^2 \Psi = 0. \quad (3.13)$$

Пространственная и временная координаты в (3.13) определяются следующим образом: $X_{\pm} = \xi_{\pm}/\lambda$, $t_2 = \lambda^2 t$. Коэффициенты D_{\pm} и C_{\pm} при втором и третьем членах уравнения (3.13) задаются как

$$D_{\pm} = \frac{\alpha d^2 \Omega_{\pm}^3 + v_{\pm}^2 g^2}{\Omega_{\pm} (\Omega_{\pm}^2 + g^2)}, \quad C_{\pm} = \frac{n_{\text{pol}} g^4 [(3\Omega_{\pm} + \Omega_{\pm}^*) - 4\eta]}{2 |\Omega_{\pm}|^2 (\Omega_{\pm}^2 + g^2)}. \quad (3.14a, б)$$

В общем случае коэффициенты (3.14) являются комплексными и могут быть представлены в виде $D_{\pm} = D_{\pm}^{(1)} + iD_{\pm}^{(2)}$, $C_{\pm} = C_{\pm}^{(1)} + iC_{\pm}^{(2)}$. Действительная часть $D_{\pm}^{(1)}$ коэффициента D_{\pm} описывает дифракционные эффекты в решётке, а мнимая часть $D_{\pm}^{(2)}$ характеризует диффузионные процессы. Параметр $C_{\pm}^{(1)}$ отвечает за нелинейность, вызванную двухчастичным поляритон-поляритонным рассеянием. Мнимая часть $C_{\pm}^{(2)}$ описывает эффекты нелинейного поглощения.

С учётом выражения (3.8) введём эффективную массу поляритонов ВДВ (m_+) и НДВ (m_-):

$$m_{\pm} = \hbar [\partial_k^2 \omega_{\pm}|_{k=0}]^{-1} = \frac{m_{\text{ph}} (\Omega_{\pm}^2 + g^2)}{\Omega_{\pm}^2}, \quad (3.15)$$

где $m_{\text{ph}} = \hbar/2\alpha d^2$ – эффективная масса фотонов в резонаторе [113].

Пренебрегая кинетической энергией поляритонов и полагая, что солитоны рассматриваются на дне дисперсионной кривой, можем упростить выражения (3.14)

$$D_{\pm} \simeq \frac{\hbar}{2m_{\pm}}, \quad C_{\pm} \simeq \pm \frac{2n_{\text{pol}} g Y_{\pm}^3}{Y_{\pm}}, \quad (3.16)$$

где мы ввели коэффициенты Хопфилда $Y_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[1 \pm \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 4g^2}} \right]^{1/2}$ при $g > 0$. Эти выражения определяют весовые коэффициенты при переходе в описании системы от фотонов и возбуждений ДУС к поляритонам. Так мы можем представить огибающую поля Ψ как суперпозицию поляритонных состояний:

$$\Psi = Y_+ \Xi_{\text{UB}} - Y_- \Xi_{\text{LB}}, \quad (3.17)$$

где Ξ_{UB} и Ξ_{LB} – переменны, характеризующие поляритоны НДВ и ВДВ соответственно.

При большой положительной отстройке, $|\delta| \gg g$ и $\delta > 0$, справедливы выражения $Y_+ \approx 1$ и $Y_- \approx \frac{g}{|\delta|}$. При таких условиях поляритоны ВДВ являются *фотоподобными* ($\Xi_{\text{UB}} \simeq \Psi$) с массой $m_+ \approx m_{\text{ph}}$ и групповой скоростью $v_+ = \hbar k/m_+$. Групповая скорость поляритонов НДВ с массой $m_- \approx m_{\text{ph}} \frac{\delta^2}{g^2}$ задаётся как $v_- = \hbar k/m_- \ll c$, где c – скорость света в вакууме, и поляритоны НДВ являются «медленными», *атомоподобными*. При $|\delta| \gg g$, но $\delta < 0$, физическая картина меняется на противоположную: *фотоподобными* становятся поляритоны НДВ ($\Xi_{\text{LB}} \simeq -\Psi$) с массой $m_- \approx m_{\text{ph}}$ и групповой скоростью $v_- = \hbar k/m_- \gg v_+$. В случае резонанса, $\delta = 0$, вклад фотонной и материальной составляющих в поляритонные состояния одинаков, т. е. $Y_{\pm} = 1/\sqrt{2}$. Поляритоны ВДВ и НДВ обладают одинаковой массой, $m_{\text{pol}} \equiv m_{\pm} = 2m_{\text{ph}}$, и она в два раза превышает эффективную массу фотонов в микрорезонаторе. Групповые скорости поляритонов обеих ветвей также одинаковы и определяются выражением $v_{\pm} = \hbar k/m_{\text{pol}}$.

В условиях термодинамического равновесия (квазиравновесия) макроскопически заселяется нижняя поляритонная ветвь. В этом случае наибольший интерес представляют поляритоны НДВ. С учётом зависимости $\Psi \sim \Xi_{\text{LB}}$ в (3.17) уравнение (3.13) может быть записано для поляритонов НДВ в виде

$$i \frac{\partial \Xi_{\text{LB}}}{\partial t} + \frac{\hbar}{2m_-} \frac{\partial^2 \Xi_{\text{LB}}}{\partial X_-^2} - C_p |\Xi_{\text{LB}}|^2 \Xi_{\text{LB}} = 0, \quad (3.18)$$

где $C_p \simeq 2n_{\text{pol}} g Y_+^3 / Y_-$ описывает двухчастичное поляритон-поляритонное рассеяние. Уравнение (3.18) также может быть получено методом диагонализации гамильтониана [5].

Рассмотрим уравнения (3.13)–(3.14) в отсутствие диссипации, положив $\gamma_c = \Gamma_d = 0$. Оба коэффициента, D_{\pm} и C_{\pm} , в этом случае являются действительными, и УГЛ (3.13) сводится к НУШ, которое имеет точные решения в виде *светлых* и *тёмных* солитонов в зависимости от знака коэффициентов $C_{\pm} = C_{\pm}^{(1)}$ и $D_{\pm} = D_{\pm}^{(1)}$. Ограничимся рассмотрением положительного коэффициента D_{\pm} , т. е. $D_{\pm} > 0$. Тогда при $C_{\pm} > 0$ уравнение (3.13) имеет решения в виде *светлых* солитонов, а при $C_{\pm} < 0$ – в виде *тёмных* [96].

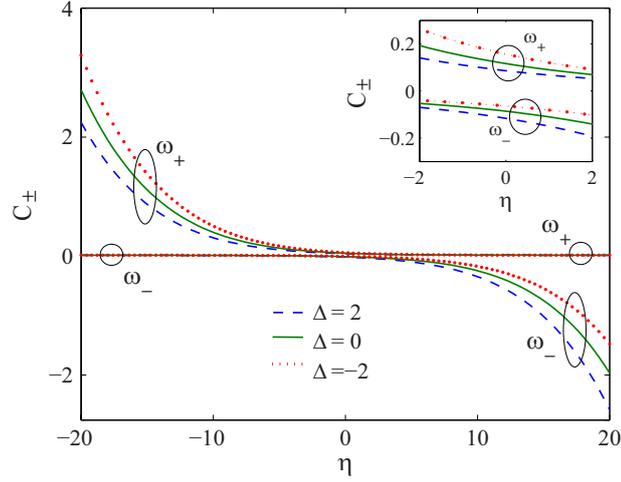


Рис. 34. Зависимость величины нелинейного коэффициента C_{\pm} в приведённом НУШ (3.13) для двух поляритонных ветвей ω_{\pm} от параметра взаимодействия ДУС η при различных значениях отстройки Δ . На вкладке изображена зависимость для области, близкой к $\eta = 0$. Значения используемых при построении параметров следующие: $k = 0.1$, $\alpha = d = 1$, $n_{\text{pol}} = 0.01$ $g = 10$.

На рис. 34 показана зависимость нелинейного коэффициента $C_{\pm}^{(1)}$ от величины параметра взаимодействия ДУС η . Для верхней ветви коэффициент $C_{+}^{(1)}$ принимает только положительные значения, а для нижней, $C_{-}^{(1)}$ — отрицательные. При небольшой плотности числа поляритонов, $n_{\text{pol}} = 0.01$, как показано на вкладке рис. 34, значение $C_{+}^{(1)}$ стремится к нулю для притягивающихся ДУС, $\eta > 0$. Однако при $\eta < 0$ могут быть достигнуты большие значения нелинейного коэффициента $C_{+}^{(1)}$. Большая нелинейность поляритонов является результатом отталкивающего взаимодействия между ДУС [3]. При этом, как показано на рис. 32в, групповая скорость такого солитона существенно уменьшается.

Свойства нелинейного коэффициента $C_{\pm}^{(1)}$ как функции плотности числа поляритонов n_{pol} очевидны из выражения (3.14б). Если плотность n_{pol} возрастает, это приводит к увеличению нелинейного коэффициента.

3.4. Возможности наблюдения поляритонных солитонов на основе полупроводниковых и/или атомных двухуровневых систем

Рассмотрим неравновесную систему связанных состояний среды и поля и исследуем её с точки зрения формирования в ней светлых солитонов. Приведём уравнение (3.13) к виду

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + |\Psi|^2 \Psi = -i \varepsilon_1 |\Psi|^2 \Psi + i \varepsilon_2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}, \quad (3.19)$$

где $x = X_+/d$ и $\tau = \frac{2D_+^{(1)}}{d^2} t$ — новые безразмерные пространственная и временная переменные соответственно; $\varepsilon_1 = \frac{C_+^{(2)}}{C_+^{(1)}}$, $\varepsilon_2 = \frac{|D_+^{(2)}|}{2D_+^{(1)}}$ — коэффициенты возмущений ($\varepsilon_{1,2} > 0$).

В уравнении (3.19) мы также учли тот факт, что вклад дисперсионных эффектов в динамику поляритонных волновых пакетов должен быть скомпенсирован влиянием нелинейных эффектов [96]. Это накладывает следующее условие на плотность числа поляритонов n_{pol} :

$$n_{\text{pol}} = \frac{4D_+^{(1)} |\Omega_+|^2}{d^2 g^4} \left| \text{Re} \left[\frac{3\Omega_+ + \Omega_+^* - 4\eta}{\Omega_+^2 + g^2} \right] \right|^{-1}. \quad (3.20)$$

Зависимость n_{pol} от величины параметра взаимодействия ДУС η представлена на рис. 35. Однако следует отметить, что при больших положительных значениях η (которым соответствуют большие n_{pol}) нарушается условие приближения малой плотности возбуждений ДУС, ($n_{\text{pol}} \ll 1$). В этом случае в разложении $\hat{J}_{+,i}$ мы должны учитывать члены более высокого порядка, которые описывают процессы многочастичного взаимодействия поляритонов [5].

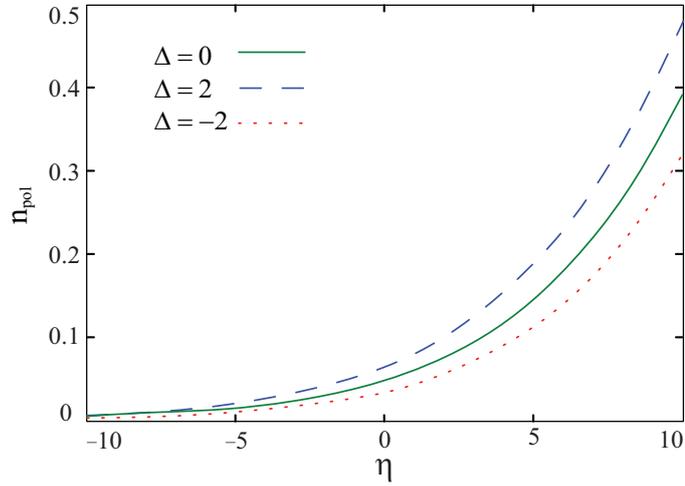


Рис. 35. Плотность числа поляритонов n_{pol} в зависимости от величины параметра взаимодействия ДУС η , при которой в системе происходит формирование светлых солитонов. Значения используемых при построении параметров: $\gamma = 0.1$. Значения остальных параметров такие же, что и для рис. 34.

Исследуем УГЛ (3.19), используя теорию возмущений для солитонов [146–148]. Будем искать решение уравнения в следующем виде:

$$\Psi(\tau, x) = 2A \text{sech} [2A(x - \zeta(\tau))] e^{i\varphi(\tau, x)}, \quad (3.21)$$

где A , $\zeta(\tau)$ и $\varphi(\tau, x)$ – амплитуда, положение центра и фаза солитона соответственно. В отсутствие возмущений ($\varepsilon_{1,2} = 0$) выражение (3.21) представляет собой точное решение уравнения (3.19). Параметры этого решения зависят от времени следующим образом:

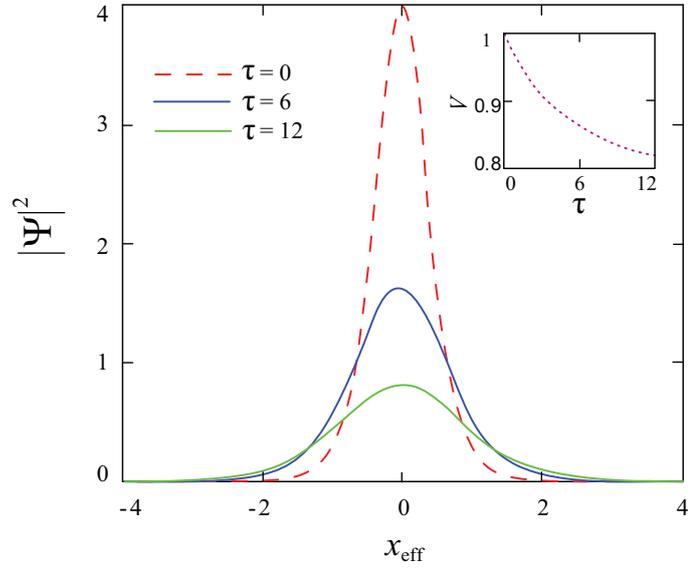


Рис. 36. Огибающая солитонного волнового пакета $|\Psi|^2$ в цепочке КЭД-микрорезонаторов, содержащих квантовые ямы, в разные моменты времени τ ; $x_{\text{eff}} = x - \zeta(\tau)$ – эффективная безразмерная пространственная координата. На вкладке представлено изменение групповой скорости солитона v во времени. Значения используемых при построении параметров (см. [137, 138]): $g = 2\pi \times 1.7\text{ТГц}$, $\Gamma_d = 2\pi \times 12.1\text{ГГц}$, $\gamma_c = 2\pi \times 50\text{ГГц}$, $\alpha = 2\pi \times 0.75\text{ТГц}$, $\eta n_{\text{pol}} = 2\pi \times 24.3\text{ГГц}$, $d = 400\text{нм}$, $k = 10^4\text{м}^{-1}$, $\delta = 0$.

$$\zeta(\tau) = \frac{v\tau}{2} + \zeta_0, \quad (3.22\text{а})$$

$$\varphi(\tau, x) = \frac{v}{2}(x - \zeta(\tau)) + \delta(t), \quad (3.22\text{б})$$

$$\delta(\tau) = \frac{v^2\tau}{2} + 2A^2\tau + \delta_0, \quad (3.22\text{в})$$

где ζ_0 и δ_0 – начальное положение и фаза солитона соответственно. Параметр $v \equiv v_+$ – скорость солитонного волнового пакета. В присутствии малых возмущений ($\varepsilon_{1,2} \neq 0$) амплитуда A и скорость v волнового пакета также зависят от времени. Применив теорию возмущений, мы получим систему дифференциальных уравнений для параметров волнового пакета:

$$\dot{A} = -\frac{8}{3}(2\varepsilon_1 + \varepsilon_2)A^3 - \frac{1}{2}\varepsilon_2v^2A, \quad (3.23\text{а})$$

$$\dot{v}_+ = -\frac{16}{3}\varepsilon_2vA^2, \quad (3.23\text{б})$$

$$\dot{\zeta} = \frac{v}{2}, \quad (3.23\text{в})$$

$$\dot{\delta} = \frac{v^2}{2} + 2A^2. \quad (3.23\text{г})$$

На рис. 36 представлен солитонный волновой пакет поляритонов ВДВ, формирующихся в цепочке КЭД-микрорезонаторов на основе полупроводниковой структуры GaAs

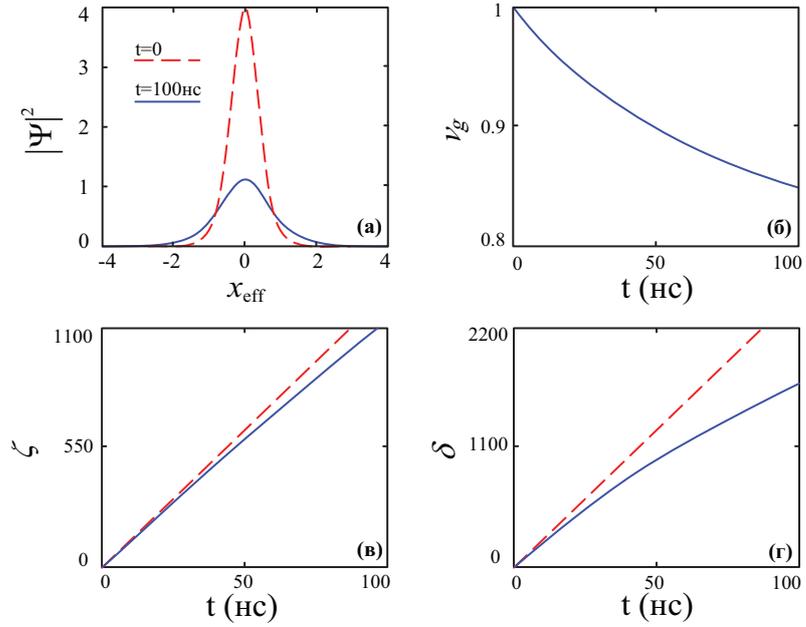


Рис. 37. (а) — Огибающая солитонного волнового пакета $|\Psi|^2$ в цепочке КЭД-микрорезонаторов, содержащих ультрахолодные атомы рубидия, в разные моменты времени t ; $x_{\text{eff}} = x - \zeta(\tau)$ — эффективная безразмерная пространственная координата. (б)–(г) — Изменение параметров волнового пакета во времени под воздействием диссипативных процессов. Значения используемых при построении параметров: $g = 2\pi \times 63.3\text{ГГц}$, $\alpha = 2\pi \times 10\text{ГГц}$, $\Gamma_d = 2\pi \times 6\text{ГГц}$, $\gamma_c = 2\pi \times 30\text{МГц}$, $d = 5\text{мкм}$, $k = 10^4\text{м}^{-1}$, $n_{\text{pol}} = 0.01$, $\delta = 0$.

в условиях взаимодействия ДУС (квантовых ям) с электромагнитным полем, в разные моменты времени. Форма волнового пакета в начальный момент времени представлена штриховой (красной) кривой.

На рис. 36 видно, что амплитуда волнового пакета уменьшается, благодаря процессам нелинейного поглощения поляритонов. В то же время происходит изменение групповой скорости за счёт диффузионных процессов, описываемых параметром ε_2 — см. уравнение (3.23а). Характерное время изменения групповой скорости солитонов составляет десятки пикосекунд, что сопоставимо с временем жизни поляритонов в полупроводниковых структурах (максимальное значение безразмерного времени $\tau = 12$ на вкладке рис. 36 соответствует 25 пикосекундам в реальных единицах времени), ср. с [3, 100, 101].

Аналогичные расчёты и оценки сделаны нами для цепочки микрорезонаторов, содержащих ансамбли ультрахолодных атомов рубидия. Как показано в параграфе 3.1, основное отличие такой системы от системы квантовых ям заключается в том, что параметр атомного взаимодействия η пренебрежимо мал в сравнении другими характерными параметрами системы, ω_{\pm} , g , Δ , Γ_d , γ_c .

На рис. 37 представлен солитонный волновой пакет поляритонов ВДВ в цепочке полупроводниковых КЭД-микрорезонаторов, содержащих ансамбли ультрахолодных атомов рубидия, в условиях атомно-оптического взаимодействия, а также изменение параметров волнового пакета во времени в результате влияния диссипативных процессов. Следует отметить, что время жизни солитонов в атомных средах составляет сотни наносекунд, что существенно превышает значения, полученные в структурах с полупроводниковыми ДУС.

3.5. Выводы к главе 3

1. Разработана модель одномерного поляритонного кристалла, представляющего собой цепочку туннельно-связанных микрорезонаторов, каждый из которых содержит ансамбль двухуровневых систем. Выявлены условия и особенности использования реальных двухуровневых систем — ультрахолодных атомов рубидия и/или полупроводниковых квантовых ям в такой структуре.

2. Получены дисперсионные соотношения для поляритонов нижней и верхней дисперсионной ветви в одномерном поляритонном кристалле с учётом диссипативных процессов, вызванных затуханием электромагнитного поля в резонаторах и дефазировкой двухуровневых систем в виду ограниченного времени их жизни в возбуждённом состоянии.

3. Найдены выражения для групповых скоростей волновых пакетов поляритонов верхней и нижней дисперсионных ветвей. Показано, что существенное уменьшение скорости волнового пакета верхней (нижней) ветви наблюдается при достаточно большом по модулю и отрицательном (положительном) значении параметра взаимодействия двухуровневых систем η . При этом разница между значениями скоростей волновых пакетов двух ветвей тем больше, чем больше по модулю величина η .

4. Выявлена физика формирования в структуре солитонов для связанных состояний среды и поля. Показано, что солитоны в рассматриваемой системе могут быть описаны комплексным уравнением типа уравнения Гинзбурга-Ландау при учете эффектов затухания электромагнитного поля и дефазировки двухуровневых систем. Выяснено, что режим светлых солитонов поддерживается только для поляритонов верхней (оптической) ветви, в то время как тёмные солитоны формируются для поляритонов нижней ветви. Показано, что волновые пакеты в присутствии диссипации характеризуются медленным уменьшением амплитуды и групповой скорости.

Основные результаты этой главы опубликованы в [7, 12].

Глава 4

Локализованные состояния и хранение оптической информации в цепочке микрорезонаторов в условиях взаимодействия двухуровневых атомов с электромагнитным полем

4.1. Модель взаимодействия квантованного поля и двухуровневой среды за пределом приближения тесной связи между микрорезонаторами

В данной главе рассматривается одномерная цепочка КЭД-резонаторов, каждый из которых содержит ансамбль из малого, но макроскопического числа невзаимодействующих атомов рубидия с двумя рабочими уровнями N_n — см. рис. 38. Полный гамильтониан системы \hat{H} задаётся следующим выражением (ср. с [7, 113, 149]):

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{at}} + \hat{H}_{\text{ph}} + \hat{H}_{\text{int}}, \quad (4.1)$$

где \hat{H}_{at} – гамильтониан невзаимодействующих атомов, \hat{H}_{ph} описывает фотонное поле, \hat{H}_{int} характеризует взаимодействие атомов с полем в каждом резонаторе. В форме вторичного квантования можем записать гамильтониан (4.1) в виде

$$\hat{H}_{\text{at}} = \sum_{\substack{i,j=1,2 \\ i \neq j}} \int \hat{\Phi}_j^\dagger \left(-\frac{\hbar^2 \Delta}{2M_{\text{at}}} + V_{\text{ext}}^{(j)} \right) \hat{\Phi}_j d^3 \mathbf{r}, \quad (4.2a)$$

$$\hat{H}_{\text{ph}} = \int \hat{\Phi}_{\text{ph}}^\dagger \left(-\frac{\hbar^2 \Delta}{2M_{\text{ph}}} + V_{\text{ph}} \right) \hat{\Phi}_{\text{ph}} d^3 \mathbf{r}, \quad (4.2б)$$

$$\hat{H}_{\text{int}} = \hbar \kappa \int \left(\hat{\Phi}_{\text{ph}}^\dagger \hat{\Phi}_1^\dagger \hat{\Phi}_2 + \hat{\Phi}_2^\dagger \hat{\Phi}_1 \hat{\Phi}_{\text{ph}} \right) d^3 \mathbf{r}, \quad (4.2в)$$

где M_{at} – масса свободных атомов, M_{ph} – эффективная масса фотонов в ловушке. В выражениях (4.2) операторы $\hat{\Phi}_{1,2}(\mathbf{r})$ ($\hat{\Phi}_{\text{ph}}$) и $\hat{\Phi}_{1,2}^\dagger(\mathbf{r})$ ($\hat{\Phi}_{\text{ph}}^\dagger$) являются операторами уничтожения и рождения атомов (фотонов) в точке \mathbf{r} ; $V_{\text{ext}}^{(j)}$ ($j = 1, 2$) и V_{ph} описывают потенциал ловушки для атомов и фотонов соответственно. Поскольку каждый резонатор содержит малое число атомов, мы пренебрегаем в уравнении (4.2a) членами, описывающими процессы их взаимодействия друг с другом [110].

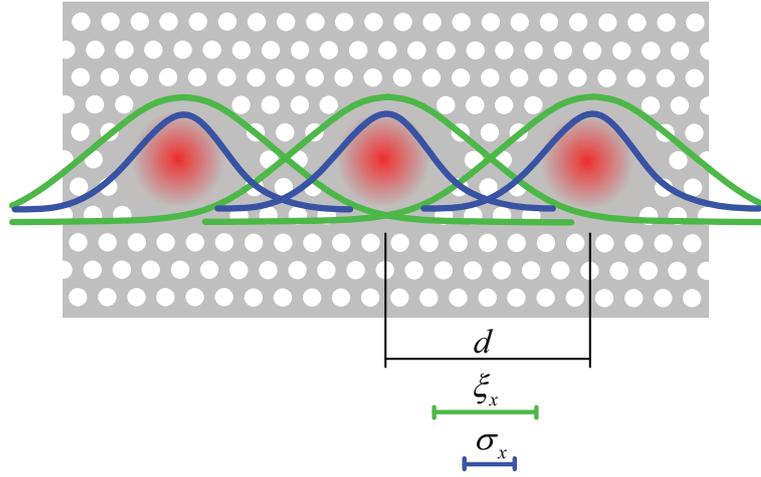


Рис. 38. Схематическое изображение рассматриваемой структуры, которая представляет собой одномерную цепочку КЭД-резонаторов, в каждом из которых содержится ансамбль двухуровневых атомов. Параметр d определяет период цепочки резонаторов; параметры ξ_x и σ_x задают пространственные масштабы локализации ВФ фотонов и атомов в каждом резонаторе соответственно. В данной работе рассматривается случай $\sigma_x < \xi_x \leq d$.

Аналогично (2.3) представим операторы $\hat{\Phi}_j$ и $\hat{\Phi}_{\text{ph}}$ в виде ряда:

$$\hat{\Phi}_j(\mathbf{r}) = \sum_n \hat{a}_{j,n} \varphi_{j,n}(\mathbf{r}), \quad \hat{\Phi}_{\text{ph}}(\mathbf{r}) = \sum_n \hat{\psi}_n \xi_n(\mathbf{r}), \quad j = 1, 2, \quad (4.3a, б)$$

где $\varphi_{j,n}(\mathbf{r})$ и $\xi_n(\mathbf{r})$ – функции Ванье, задающие пространственное распределение атомов и фотонов в резонаторе n . Они удовлетворяют условию нормировки $\int_{-\infty}^{+\infty} (\varphi_{j,n}(\mathbf{r}))^2 d\mathbf{r} = \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi_n(\mathbf{r}))^2 d\mathbf{r} = 1$. Операторы уничтожения $\hat{a}_{1,n}$ и $\hat{a}_{2,n}$ в (4.3a) характеризуют динамические свойства атомов в основном ($|a_1\rangle$) и возбуждённом ($|a_2\rangle$) состояниях соответственно. Оператор уничтожения $\hat{\psi}_n$ в (4.3б) описывает динамику фотонной моды в ячейке решётки с номером n . Число ячеек в цепочке полагается бесконечно большим.

Подставив разложения (4.3) в (4.2), мы получим выражения для компонентов полного гамильтониана системы в виде

$$\hat{H}_{\text{at}} = \hbar \sum_{j=1}^2 \sum_n \left[\omega_{n,\text{at}}^{(j)} \hat{a}_{j,n}^\dagger \hat{a}_{j,n} - \beta_{j,n} \left(\hat{a}_{j,n}^\dagger \hat{a}_{j,n+1} + \hat{a}_{j,n}^\dagger \hat{a}_{j,n-1} \right) \right], \quad (4.4a)$$

$$\hat{H}_{\text{ph}} = \hbar \sum_n \left[\omega_{n,\text{ph}} \hat{\psi}_n^\dagger \hat{\psi}_n - \alpha_n^{(1)} \left(\hat{\psi}_n^\dagger \hat{\psi}_{n+1} + \hat{\psi}_n^\dagger \hat{\psi}_{n-1} \right) - \alpha_n^{(2)} \left(\hat{\psi}_n^\dagger \hat{\psi}_{n+2} + \hat{\psi}_n^\dagger \hat{\psi}_{n-2} \right) \right], \quad (4.4б)$$

$$\hat{H}_{\text{int}} = \hbar \sum_n \frac{g}{\sqrt{N_n}} \left[\hat{\psi}_n^\dagger \hat{a}_{1,n}^\dagger \hat{a}_{2,n} + \hat{a}_{2,n}^\dagger \hat{a}_{1,n} \hat{\psi}_n \right], \quad (4.4в)$$

где $N_n = \hat{a}_{1,n}^\dagger \hat{a}_{1,n} + \hat{a}_{2,n}^\dagger \hat{a}_{2,n}$ – оператор полного числа атомов в n -м резонаторе. Частоты $\omega_{n,\text{at}}^{(j)}$, $\omega_{n,\text{ph}}$, константы связи резонаторов $\beta_{j,n}$, $\alpha_n^{(1)}$, $\alpha_n^{(2)}$ и коэффициент нелинейности g определяются следующим образом:

$$\omega_{n,\text{at}}^{(j)} = \frac{1}{\hbar} \int \left(\frac{\hbar^2}{2M_{\text{at}}} (\vec{\nabla} \varphi_{j,n})^2 + \varphi_{j,n} V_{\text{ext}}^{(j)} \varphi_{j,n} \right) d^3 \mathbf{r}, \quad (4.5\text{a})$$

$$\omega_{n,\text{ph}} = \frac{1}{\hbar} \int \left(\frac{\hbar^2}{2M_{\text{at}}} (\vec{\nabla} \xi_n)^2 + \xi_n V_{\text{ph}} \xi_n \right) d^3 \mathbf{r}, \quad (4.5\text{б})$$

$$\beta_{j,n} = -\frac{1}{\hbar} \int \left(\frac{\hbar^2}{2M_{\text{at}}} \vec{\nabla} \varphi_{j,n} \cdot \vec{\nabla} \varphi_{j,n+1} + \varphi_{j,n} V_{\text{ext}}^{(j)} \varphi_{j,n+1} \right) d^3 \mathbf{r}, \quad (4.5\text{в})$$

$$\alpha_n^{(1)} = -\frac{1}{\hbar} \int \left[\frac{\hbar^2}{2M_{\text{ph}}} \vec{\nabla} \xi_n \cdot \vec{\nabla} \xi_{n+1} + \xi_n V_{\text{ph}} \xi_{n+1} \right] d^3 \mathbf{r}, \quad (4.5\text{г})$$

$$\alpha_n^{(2)} = -\frac{1}{\hbar} \int \left[\frac{\hbar^2}{2M_{\text{ph}}} \vec{\nabla} \xi_n \cdot \vec{\nabla} \xi_{n+2} + \xi_n V_{\text{ph}} \xi_{n+2} \right] d^3 \mathbf{r}, \quad (4.5\text{д})$$

$$g = \kappa \sqrt{N} \int \xi_n \varphi_{1,n} \varphi_{2,n} d^3 \mathbf{r}. \quad (4.5\text{е})$$

Рассматривая систему в приближении среднего поля, мы полагаем все резонаторы одинаковыми и содержащими равное число атомов $N = \langle N_n \rangle$. В этом случае функции $\varphi_{j,n}(\mathbf{r})$ также одинаковы для всех n . Также мы рассматриваем систему в приближении сильной связи атомов с полем, которое предполагает выполнение условия (2.5). Параметр $\alpha_n^{(1)} \equiv \alpha^{(1)}$ в (4.5г) описывает перекрытие оптических полей соседних резонаторов; $\alpha_n^{(2)} \equiv \alpha^{(2)}$ характеризует перекрытие полей, лежащих через один в системе, рассматриваемой за пределом приближения тесной связи резонаторов.

Следует отметить, что области перекрытия фотонных пакетов соседних и лежащих через один резонаторов сдвинуты в направлении x на величину порядка $d/2$ — см. рис. 38. Физически это значит, что в ряде случаев туннелирование через один резонатор может быть более эффективным. Экспериментально достижимые значения параметров, характеризующих систему на рис. 38, позволяют ограничиться рассмотрением связи только соседних и лежащих через один резонаторов.

Поскольку характерный масштаб локализации атомов σ_x в направлении распространения x существенно меньше периода решётки d , следует ограничиться для атомов приближением тесной связи. Коэффициенты связи $\beta_{j,n} \equiv \beta_j$ в (4.5) описывают постоянные перекрытия ВФ атомов в соседних резонаторах одномерной решёточной структуры.

Для численных оценок в настоящей работе мы используем параметры, присущие цепочкам КЭД-резонаторов, содержащим двухуровневые атомы рубидия. Так средняя резонансная частота D-линии атомов рубидия $\omega_{12}/2\pi = 382\text{ТГц}$. При периоде решётки $d = 2\text{мкм}$ и 4мкм (сравнимом с экспериментальными данными [1]) величина параметра взаимодействия одиночного атома с квантовым электромагнитным полем в резонаторе g_0 оценивается как $g_0/2\pi \approx 2.24\text{ТГц}$ и 0.79ТГц соответственно.

Для достижения сильной атомно-оптической связи — см. условие (2.5) — необходимо использовать макроскопически большое число атомов в каждом резонаторе: для оценок мы берём $N = 100$. При этом коллективный параметр атомно-оптической связи $g/2\pi = \sqrt{N}g_0/2\pi$ принимает значения 22.4ГГц и 7.9ГГц для соответствующих значений d . Время жизни атомов рубидия в возбуждённом состоянии составляет порядка 27нс, что соответствует величине параметра спонтанного распада возбуждённого состояния Γ_d около $2\pi \times 6$ МГц. Параметр затухания поля в резонаторах γ_c может достигать нескольких сотен мегагерц, что соответствует добротности резонаторов $Q \simeq 10^5 - 10^6$.

Рассмотрим свойства параметров (4.5) в предложенной связанной атомно-оптической системе. Для этого воспользуемся вариационным подходом. Аппроксимируем функции Ванье локализованных в j -м резонаторе атомов и фотонов гауссовыми ВФ [150]:

$$\varphi_{j,n}(\mathbf{r}) = C_j e^{-(x-x_n)^2/2\sigma_{x,j}^2} e^{-(y^2+z^2)/2\sigma_j^2}, \quad (4.6a)$$

$$\xi_n(\mathbf{r}) = C_\xi e^{-(x-x_n)^2/2\xi_x^2} e^{-(y^2+z^2)/2\xi^2}, \quad (4.6b)$$

где $C_j = (\pi^{3/2}\sigma_{x,j}\sigma_j^2)^{-1/2}$ ($j = 1, 2$), $C_\xi = (\pi^{3/2}\xi_x\xi^2)^{-1/2}$ – нормировочные коэффициенты. Ширины локализации атомов и фотонов вдоль направления распространения, $\sigma_{x,j}$, ξ_x , и в перпендикулярном направлении, σ_j и ξ , связаны следующими неравенствами:

$$\sigma_{x,j} \ll \sigma_j, \quad \xi_x \ll \xi. \quad (4.7)$$

Мы также вводим потенциал ловушки для атомов $V_{\text{exp}} = V_{\text{opt}} + V_{\text{m}}$ [1,151,152], который включает в себя оптический V_{opt} (стоячая электромагнитная волна [153–155]) и магнитный V_{m} (магнитная ловушка) потенциалы, описываемые выражениями

$$V_{\text{m}} = \frac{M_{\text{at}}}{2} (\omega_{\text{mag},x}^2 x^2 + \omega_{\text{mag},\perp}^2 (y^2 + z^2)), \quad (4.8a)$$

$$V_{\text{opt}} = sE_{\text{R}} \sin^2(kx) \approx \frac{M_{\text{at}}}{2} \omega_x^2 (x - x_n)^2, \quad (4.8b)$$

где $E_{\text{R}} = \hbar^2 k^2 / 2M_{\text{at}}$ – энергия отдачи, $s = V_0 / E_{\text{R}}$ – безразмерный параметр, задающий глубину оптической решётки. В работе мы рассматриваем цилиндрически симметричный потенциал ловушки, который характеризуется аксиальной и радиальной частотами $\omega_{\text{mag},x}$ и $\omega_{\text{mag},\perp}$ соответственно. Положение минимумов потенциала (4.8б) совпадает с положением центров резонаторов: таким образом, аксиальная частота определяется выражением $\omega_x = (2sE_{\text{R}}k^2 / M_{\text{at}})^{1/2}$. Аксиальные частоты магнитного ($\omega_{\text{mag},x}$) и оптического (ω_x) потенциалов связаны неравенством $\omega_x \gg \omega_{\text{mag},x}$ — см. [150]. Подставив (4.6) в (4.5), с учётом (4.7) мы получим выражение для коэффициента атомной туннельной связи резонаторов

$$\beta = -\frac{\hbar}{4M_{\text{at}}\sigma_x^2} e^{\frac{-d^2}{4\sigma_x^2}} \left(1 - \frac{d^2}{2\sigma_x^2}\right) - \frac{M_{\text{at}}\omega_x^2}{4\hbar} e^{\frac{-d^2}{4\sigma_x^2}} \left(\sigma_x^2 + \frac{d^2}{2}\right). \quad (4.9)$$

В экспериментах второй член в выражении (4.9), как правило, существенно меньше первого. В этом случае мы можем переписать (4.9) в упрощённом виде как $\beta \simeq -\frac{\hbar}{4M_{\text{at}}\sigma_x^2} e^{\frac{-d^2}{4\sigma_x^2}} \left(1 - \frac{d^2}{2\sigma_x^2}\right)$. Параметр β положителен при $d > \sqrt{2}\sigma_x \approx 1.414\sigma_x$. Величина σ_x на практике обычно составляет сотни нанометров [156, 157].

Расчёт параметров туннелирования фотонов $\alpha^{(\zeta)}$ ($\zeta = 1, 2$) выполняется аналогичным образом. В результате мы получаем выражение

$$\alpha^{(\zeta)} = -\frac{\hbar}{4M_{\text{ph}}\xi_x^2} e^{\frac{-\zeta^2 d^2}{4\xi_x^2}} \left(1 - \frac{\zeta^2 d^2}{2\xi_x^2}\right), \quad (4.10)$$

где $\zeta = 1$ и $\zeta = 2$ при расчёте связи соседних и лежащих через один резонаторов соответственно. Поскольку массы атомов и эффективной массы фотонов удовлетворяют неравенству $M_{\text{at}} \gg M_{\text{ph}}$, для коэффициентов туннелирования выполняется следующее соотношение $|\alpha^{(\zeta)}| \gg |\beta|$.

При длине волны оптического поля, резонансного D-линии атомов рубидия $\lambda \approx 785\text{мкм}$, эффективная масса фотона принимает значение $M_{\text{ph}} \simeq 2.8 \times 10^{-36}\text{кг}$. Для локализованных в резонаторах фотонных волновых пакетов ширины $\xi = 1\text{мкм}$ при периоде решётки резонаторов $d = 2\text{мкм}$ можно оценить коэффициенты туннелирования как $\alpha^{(1)} \simeq 2\pi \times 549\text{ГГц}$ и $\alpha^{(2)} \simeq 2\pi \times 191\text{ГГц}$.

4.2. Поляритоны в цепочке микроразмерных резонаторов

Воспользовавшись представлением Швингера и выполнив преобразования, аналогичные (2.6) и (2.7), выразим атомные операторы $\hat{a}_{1,n}$ и $\hat{a}_{2,n}$ через операторы атомных возбуждений следующим образом: $\hat{a}_{1,n} \approx \sqrt{N} - \frac{\hat{\phi}_n^\dagger \hat{\phi}_n}{2N^{1/2}}$, $\hat{a}_{2,n} \simeq \hat{\phi}_n$ [5, 7].

Эффективный гамильтониан системы в данном приближении можем переписать как $\hat{H} = \hat{H}_L + \hat{H}_{\text{TUN}} + \hat{H}_{\text{NL}}$, где

$$\hat{H}_L = \hbar \sum_n \left[\tilde{\omega}_{12} \hat{\phi}_n^\dagger \hat{\phi}_n + \omega_{n,\text{ph}} \hat{\psi}_n^\dagger \hat{\psi}_n + g \left(\hat{\psi}_n^\dagger \hat{\phi}_n + \text{э.с.} \right) \right], \quad (4.11\text{а})$$

$$\hat{H}_{\text{TUN}} = -\hbar \sum_n \left[\beta \left(\hat{\phi}_n^\dagger \hat{\phi}_{n+1} + \text{э.с.} \right) + \alpha^{(1)} \left(\hat{\psi}_n^\dagger \hat{\psi}_{n+1} + \text{э.с.} \right) + \alpha^{(2)} \left(\hat{\psi}_n^\dagger \hat{\psi}_{n+2} + \text{э.с.} \right) \right], \quad (4.11\text{б})$$

$$\hat{H}_{\text{NL}} = -\hbar \sum_n \left[\frac{g}{2N} \left(\hat{\psi}_n^\dagger \hat{\phi}_n^\dagger \hat{\phi}_n^2 + \text{э.с.} \right) \right], \quad (4.11\text{в})$$

где введена эффективная частота $\tilde{\omega}_{12} = \omega_n^{(2)} - \omega_n^{(1)} + 2\beta_{1,n}$. Введём операторы поляритонов

$$\hat{\Xi}_{1,n} = X_n \hat{\psi}_n + C_n \hat{\phi}_n, \quad \hat{\Xi}_{2,n} = X_n \hat{\phi}_n - C_n \hat{\psi}_n, \quad (4.12\text{а,б})$$

где X_n and C_n – коэффициенты Хопфилда

$$X_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\delta_n}{\sqrt{4g^2 + \delta_n^2}} \right)^{1/2}, \quad C_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\delta_n}{\sqrt{4g^2 + \delta_n^2}} \right)^{1/2}. \quad (4.13\text{а,б})$$

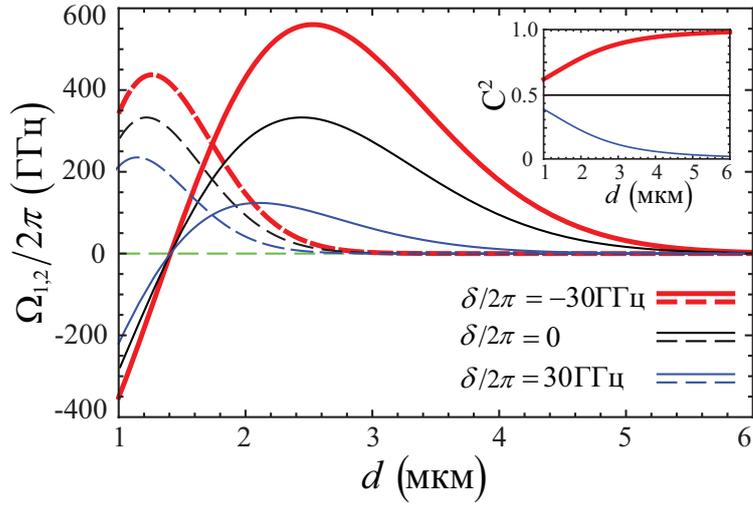


Рис. 39. Параметры туннелирования поляритонов НДВ в соседний (сплошные кривые), Ω_1 , и лежащий через один (пунктирные кривые), Ω_2 , резонатор в зависимости от периода цепочки d . Ширины ВФ атомов и поля в резонаторе оценены как $\xi_x = 1\text{мкм}$ и $\sigma_x = 0.4\text{мкм}$ соответственно. Зависимость C^2 от d изображена на вкладке.

В (4.13) параметр $\delta_n = (\omega_{n,\text{ph}} - \tilde{\omega}_{12})$ – атомно-оптическая отстройка. Мы полагаем отстройку δ_n и параметры X_n и C_n одинаковыми во всех резонаторах, $\delta = \delta_n$, $X \equiv X_n$ и $C \equiv C_n$.

Операторы $\hat{\Xi}_{1,n}$ и $\hat{\Xi}_{2,n}$ описывают два типа бозонных квазичастиц — поляритоны верхней и нижней дисперсионных ветвей в каждом резонаторе.

В условиях термодинамического равновесия нижняя поляритонная ветвь более заселена, чем верхняя, поэтому в дальнейшем мы ограничимся рассмотрением только поляритонов нижней ветви. Рассмотрим систему в приближении среднего поля. Заменяем оператор $\hat{\Xi}_n$ средним значением $\langle \hat{\Xi}_n \rangle$, соответствующим ВФ поляритонов в n -м резонаторе. Введём новую переменную, нормировав поляритонную ВФ на полное число поляритонов $N_{\text{pol}} = \sum_n \langle \hat{\Xi}_n^\dagger \hat{\Xi}_n \rangle$, т. е. $\Psi_n = \langle \hat{\Xi}_n \rangle / \sqrt{N_{\text{pol}}}$. Подставив (4.12) в (4.11), с учётом замены мы получим полный гамильтониан системы поляритонов НДВ в виде

$$H = \hbar \sum_n \left[\Omega_{\text{LB}} |\Psi_n|^2 - \Omega_1 (\Psi_n^* \Psi_{n+1} + \text{к. с.}) - \Omega_2 (\Psi_n^* \Psi_{n+2} + \text{к. с.}) + \frac{1}{2} \Omega_3 |\Psi_n|^4 \right], \quad (4.14)$$

где введены характерные частоты

$$\Omega_{\text{LB}} = \frac{1}{2} \left(\tilde{\omega}_{12} + \omega_{n,\text{ph}} - \sqrt{\delta^2 + 4g^2} \right), \quad \Omega_1 = \beta X^2 + \alpha^{(1)} C^2, \quad (4.15\text{а,б})$$

$$\Omega_2 = \alpha^{(2)} C^2, \quad \Omega_3 = 2gCX^3 \frac{N_{\text{pol}}}{N}. \quad (4.15\text{в,г})$$

Зависимости параметров туннелирования поляритонов в соседний, Ω_1 , и лежащий через один резонатор, Ω_2 , от периода решётки d представлены на рис. 39. Когда период

достаточно велик ($d \gg \xi_x$), оба коэффициента $\Omega_{1,2}$ положительны, при этом выполняется условие $\frac{\Omega_2}{\Omega_1} \simeq \frac{\alpha^{(2)}}{\alpha^{(1)}} \approx 4e^{-3d^2/4\xi_x^2} \ll 1$ — см. рис. 39. Перекрытие ВФ поляритонов в соседних резонаторах превалирует, и этот случай соответствует приближению тесной связи резонаторов. При условии $d \approx \xi_x$ вклад туннелирования через резонатор, описываемого параметром Ω_2 , становится более существенным. Максимальные значения параметров туннелирования поляритонов, $\Omega_{\max}^{(1)}$ и $\Omega_{\max}^{(2)}$, достигаются при $d^{(1)} = \sqrt{6}\xi_x$ и $d^{(2)} = \sqrt{1.5}\xi_x$ соответственно. Значения $\Omega_{\max}^{(1,2)}$ равны при $\delta = 0$ (чему соответствует $C^2 = 0.5$) — см. чёрную линию на рис. 39. Поскольку параметр атомно-оптической связи g зависит от эффективного объёма $V \propto d^3$, коэффициенты Хопфилда C и X неявно зависят от d при $\delta \neq 0$ (см. (4.13)). При положительной отстройке δ и фиксированном числе атомов в каждом резонаторе N коэффициент C уменьшается при увеличении d — см. вкладку на рис. 39. При этом выполняется неравенство $\Omega_{\max}^{(1)} < \Omega_{\max}^{(2)}$ — ср. синие (нижние) кривые на рис. 39. В противоположном случае (при отрицательной отстройке δ) $\Omega_{\max}^{(1)} > \Omega_{\max}^{(2)}$ — ср. красные (жирные) кривые на рис. 39. Применение используемого подхода правомерно при $d \geq \lambda$.

Управление свойствами поляритонов в цепочке осуществляется при помощи изменения атомно-оптической отстройки δ . В случае отрицательной отстройки, $|\delta| \gg g$, $\delta < 0$ ($X \simeq g/|\delta|$, $C \simeq 1$), поведение поляритонов нижней ветви аналогично поведению фотонов: в этом пределе $\Xi_{2,n} \simeq \psi_n$, и характерные частоты (4.15) задаются выражениями $\Omega_{\text{LB}} \simeq \omega_{\text{ph}}$, $\Omega_1 = \alpha^{(1)}$, $\Omega_2 \approx \alpha^{(2)}$, $\Omega_3 = 2N_{\text{pol}}g^4/N|\delta|^3$. В противоположном пределе, когда отстройка положительна, $|\delta| \gg g$, $\delta > 0$ ($X \simeq 1$, $C \simeq g/\delta$), поведение поляритонов аналогично поведению возбуждённых атомов — $\Xi_{2,n} \simeq \phi_n$. Коэффициенты (4.15) определяются как $\Omega_{\text{LB}} \simeq \tilde{\omega}_{12}$, $\Omega_1 = \beta + \alpha^{(1)}g^2/\delta^2$, $\Omega_2 = \alpha^{(2)}g^2/\delta^2$, $\Omega_3 = 2N_{\text{pol}}g^2/N\delta$.

Для исследования динамики поляритонов НДВ в цепочке резонаторов в приближении среднего поля мы используем вариационный подход. Для описания пространственного распределения поляритонов мы выбираем гауссово распределение, которое задаётся в виде

$$\Psi_n = \mathbb{N} \exp \left[-\frac{(x - X(t))^2}{\Gamma(t)^2} + ik(t)(x - X(t)) + i\frac{\theta(t)}{2}(x - X(t))^2 \right], \quad (4.16)$$

где $X(t)$ и $\Gamma(t)$ — зависящие от времени положение центра и ширина волнового пакета соответственно, $k(t)$ — волновое число, $\theta(t)$ — параметр кривизны волнового пакета; $\mathbb{N} = (\sqrt{2}d/\sqrt{\pi}\Gamma(t))^{1/2}$ — нормировочная константа (амплитуда волнового пакета). Условие нормировки для (4.16) следующее: $\sum_n |\Psi_n|^2 = 1$. Продольная пространственная координата x связана с номером резонатора n следующим образом: $x = nd$. Для динамической системы поляритонов, которая описывается ВФ (4.16), в соответствии с гамильтонианом (4.14) запишем плотность лагранжиана:

$$\mathcal{L} = \hbar \left[\frac{i}{2} \left(\Psi_n^* \frac{\partial \Psi_n}{\partial t} - \Psi_n \frac{\partial \Psi_n^*}{\partial t} \right) - \Omega_{\text{LB}} |\Psi_n|^2 + \right. \\ \left. + \Omega_1 (\Psi_n^* \Psi_{n+1} + \text{к.с.}) + \Omega_2 (\Psi_n^* \Psi_{n+2} + \text{к.с.}) - \frac{1}{2} \Omega_3 |\Psi_n|^4 \right]. \quad (4.17)$$

Воспользовавшись тем фактом, что ширина поляритонного волнового пакета Γ больше характерных пространственных масштабов периодической структуры, а именно, периода решётки d , т. е. $\Gamma > d$, для решётки с большим числом ячеек, $M \rightarrow \infty$, выполним преобразование $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} dn$ [157–159].

Подставим (4.16) в (4.17) и найдём эффективный лагранжиан L системы

$$L = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{L} dn = \hbar \left[k \dot{X} - \frac{\dot{\theta} \Gamma^2}{8} + 2\Omega_1 \cos(kd) e^{-\sigma} + 2\Omega_2 \cos(2kd) e^{-4\sigma} - \frac{\Omega_3 d}{2\Gamma \sqrt{\pi}} \right], \quad (4.18)$$

где введено обозначение $\sigma = \frac{\Gamma^2 \theta^2 d^2}{8} + \frac{d^2}{2\Gamma^2}$.

Используя лагранжиан (4.18), запишем уравнения Эйлера-Лагранжа для вариационных параметров ВФ:

$$\dot{k} = 0, \quad (4.19\text{а})$$

$$\dot{X} = 2d (\Omega_1 \sin(kd) e^{-\sigma} + 2\Omega_2 \sin(2kd) e^{-4\sigma}), \quad (4.19\text{б})$$

$$\dot{\Gamma} = \frac{\hbar \Gamma \theta}{M^*}, \quad (4.19\text{в})$$

$$\dot{\theta} = \frac{\hbar}{M^*} \left(\frac{4}{\Gamma^4} - \theta^2 \right) + \frac{2\Omega_3 d}{\sqrt{\pi} \Gamma^3}. \quad (4.19\text{г})$$

В уравнениях (4.19) мы ввели эффективную массу поляритонов

$$M^* = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 H}{\partial k^2} = \frac{m_{\text{ex}} m_{\text{ph}}}{m_{\text{ex}} C^2 + m_{\text{ph}} X^2}, \quad (4.20)$$

где $m_{\text{ph}} = \frac{\hbar}{2d^2} (\alpha^{(1)} \cos(kd) e^{-\sigma} + 4\alpha^{(2)} \cos(2kd) e^{-4\sigma})^{-1}$ – эффективная масса фотонов и $m_{\text{ex}} = \hbar e^{\sigma} \sec(kd) / 2d^2 \beta$ – эффективная масса возбуждений атомов. В (4.20) величина H – эффективный гамильтониан системы (4.19), который находится в виде

$$H = \hbar \left(-\frac{\hbar}{d^2 M^*} + 6\Omega_2 \cos(2kd) e^{-4\sigma} + \frac{\Omega_3 d}{2\sqrt{\pi} \Gamma} \right). \quad (4.21)$$

Групповая скорость поляритонного волнового пакета задаётся выражением

$$v_g \equiv \frac{1}{\hbar} \frac{\partial H}{\partial k} = \dot{X} = \frac{\hbar \operatorname{tg}(kd)}{d M^*} + 8\Omega_2 d \frac{\sin^3(kd)}{\cos(kd)} e^{-4\sigma}. \quad (4.22)$$

Согласно (4.19а) импульс поляритонного волнового пакета не меняется во времени, т. е. $k(t) = k(t)|_{t=0} \equiv k_0$. Групповая скорость и масса поляритонов в центре первой ЗБ (т. е. при $kd \ll 1$) задаются выражениями $v_g \approx \frac{\hbar k}{M^*}$ и $M^* \simeq \hbar e^{\sigma} / 2d^2 (\Omega_1 + 4\Omega_2 e^{-3\sigma})$ соответственно.

В данной работе особое внимание уделяется задаче, когда эффективная масса поляритонов M^* по абсолютной величине достаточно велика (близка к эффективной массе возбуждений атомов) и принимает отрицательные значения. В этом случае в предложенной структуре возникают условия для формирования светлых поляритонных солитонов с низкой групповой скоростью.

При достаточно больших значениях периода решётки, $\xi_x/d \ll 1$, туннелирование поляритонов через один резонатор, описываемое параметром Ω_2 , пренебрежимо мало. В этом случае наибольшее по модулю значение отрицательной эффективной массы поляритонов описывается выражением $M_0^* = -\hbar e^\sigma / 2d^2 \Omega_1$, соответствующим значению импульса $\cos(kd) = -1$ (на краю первой ЗБ). Групповая скорость поляритонного волнового пакета в этом случае $v_g = 0$.

В присутствии туннелирования через ячейку, $\Omega_2 \neq 0$, волновой пакет поляритонов с наибольшей по модулю отрицательной эффективной массой $M_{\max}^* = \frac{4M_0^* \varepsilon_1}{\varepsilon_1^2 + 2}$ распространяется с групповой скоростью $v_g = \frac{3\hbar \varepsilon_1 \sqrt{4 - \varepsilon_1^2}}{2d(\varepsilon_1^2 + 2)|M_{\max}^*|}$; значение импульса при этом $\cos(kd) = -\varepsilon_1/2$, где $\varepsilon_1 = e^{3\sigma} \Omega_1 / 8\Omega_2$. Отметим, что данное описание корректно при положительных значениях коэффициентов туннелирования $\Omega_{1,2} > 0$, когда удовлетворяется условие $\varepsilon_1 \leq 2$.

Введём новые безразмерные пространственные координаты, нормировав их на период решётки d : $p = kd$, $\xi = X/d$, $\gamma = \Gamma/d$ и $\eta = \theta d^2$. Также введём безразмерную временную координату $t \rightarrow t/2 |\Omega_1|$. Волновая функция (4.16) в новых координатах преобразуется к виду

$$\Psi_n = \mathbb{N} \exp \left[-\frac{(n - \xi)^2}{\gamma^2} + ip(n - \xi) + i\frac{\eta}{2} (n - \xi)^2 \right], \quad (4.23)$$

где амплитуда имеет вид $\mathbb{N} = (\sqrt{2}/\sqrt{\pi}\gamma)^{1/2}$.

Система динамических уравнений для безразмерных вариационных параметров:

$$\dot{\xi} = \omega_1 \sin(p) e^{-\sigma} + 2\omega_2 \sin(2p) e^{-4\sigma}, \quad (4.24a)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\gamma\eta}{m^*}, \quad (4.24b)$$

$$\dot{\eta} = \frac{1}{m^*} \left(\frac{4}{\gamma^4} - \eta^2 \right) + \frac{4\omega_3}{\gamma^3}, \quad (4.24в)$$

где $m^* = 2|\Omega_1|d^2 M^* / \hbar$ – эффективная безразмерная масса поляритонов. В (4.24) характерные частоты определены следующим образом: $\omega_1 = \text{sgn}(\Omega_1)$, $\omega_2 = \Omega_2 / |\Omega_1|$ и $\omega_3 = \Omega_3 / (4\sqrt{\pi} |\Omega_1|)$. Кроме того, в (4.24) параметр σ в новых переменных имеет вид $\sigma = \gamma^2 \eta^2 / 8 + 1/2\gamma^2$.

Выражение для эффективного безразмерного гамильтониана системы H следующее:

$$H = -\omega_1 \cos(p) e^{-\sigma} - \omega_2 \cos(2p) e^{-4\sigma} + \frac{\omega_3}{\gamma}. \quad (4.25)$$

Волновая функция поляритонов удовлетворяет условию нормировки $\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_n|^2 dn = 1$. Число поляритонов в волновом пакете N_{pol} оценивается следующим образом. Наибольшее число поляритонов содержится в ячейке в центре волнового пакета и оно находится в соответствии с выражением $N_{\text{pol}}^{(n_0)} = N_{\text{pol}} \int_{\xi-1/2}^{\xi+1/2} |\Psi_n|^2 dn = N_{\text{pol}} \operatorname{erf} \left(\frac{1}{\sqrt{2}\gamma} \right)$. Связь между полным числом поляритонов и числом поляритонов в центральной ячейке волнового пакета задаётся как $N_{\text{pol}} = N_{\text{pol}}^{(n_0)} / \operatorname{erf} \left(\frac{1}{\sqrt{2}\gamma} \right)$. При оценке мы полагаем, что в начальный момент времени примерно треть атомов в центральной ячейке связана с полем и образует поляритоны, $N_{\text{pol}}^{(n_0)}(t=0) = 30$. Поскольку полное число поляритонов не изменяется во времени, оно может быть оценено как $N_{\text{pol}} = N_{\text{pol}}^{(n_0)}(t=0) / \operatorname{erf} \left(\frac{1}{\sqrt{2}\gamma_0} \right)$.

Описываемая выражениями (4.24)–(4.25) динамика поляритонов существенным образом зависит от величины и знака их эффективной массы m^* , а также гамильтониана H . Например, как будет показано далее, при положительной эффективной массе, $m^* > 0$, поляритонный волновой пакет может распространяться в среде в двух режимах. Они характеризуются следующим поведением параметров во времени ($t \rightarrow \infty$): $\gamma \rightarrow \infty$, $\eta \rightarrow 0$ и $\gamma \rightarrow \text{const}$, $\eta \rightarrow \infty$. При отрицательной эффективной массе поляритонов, $m^* < 0$, набор динамических режимов гораздо богаче. При этом существенную роль при переключении из одного режима в другой играет знак эффективного гамильтониана в начальный момент времени, $H_0 \equiv H(t=0)$; при этом гамильтониан системы является сохраняющейся величиной. Начальный гамильтониан H_0 обращается в 0, т.е. $H_0 = 0$, когда параметры системы удовлетворяют следующему равенству:

$$\cos(p_{1,2}^{H_0}) \simeq -2\varepsilon_{10} \pm \sqrt{4\varepsilon_{10}^2 + 0.5}, \quad (4.26)$$

где введены следующие обозначения: $\varepsilon_{10} = e^{3\sigma_0} \Omega_{12}/8$, $\sigma_0 \equiv \sigma(t=0) = 1/2\gamma_0^2$ (в начальный момент времени ($t=0$) мы полагаем $\gamma = \gamma_0$ и $\eta = 0$), $\Omega_{12} \equiv \omega_1/\omega_2$.

Оба корня (4.26) находятся в интервале $-1 \leq \cos(p_0) \leq 1$, когда одновременно выполняются условия $\gamma_0 \geq \left(\frac{2}{3} \ln [|\Omega_{12}|^{-1}]\right)^{-1/2}$ и $|\Omega_{12}| \leq 1$. В противном случае только один корень (4.26) принадлежит указанной области. Физически эта ситуация соответствует случаю, когда период решётки d достаточно велик, оба коэффициента положительны, и при этом параметр туннелирования через резонатор ω_2 пренебрежимо мал.

Физически важным является случай, когда эффективная масса поляритонов отрицательна, $m^* < 0$. При этом в системе могут формироваться светлые поляритонные солитоны, распространяющиеся с постоянной скоростью $v_g = -\frac{\operatorname{tg}(p_0)}{|m_0^*|} + 4\omega_2 \frac{\sin^3(p_0)}{\cos(p_0)} e^{-4\sigma_0}$ и шириной γ_0 . Начальная масса поляритонов задаётся выражением

$$\frac{1}{m_0^*} = \omega_1 \cos(p_0) e^{-\sigma_0} + 4\omega_2 \cos(2p_0) e^{-4\sigma_0}. \quad (4.27)$$

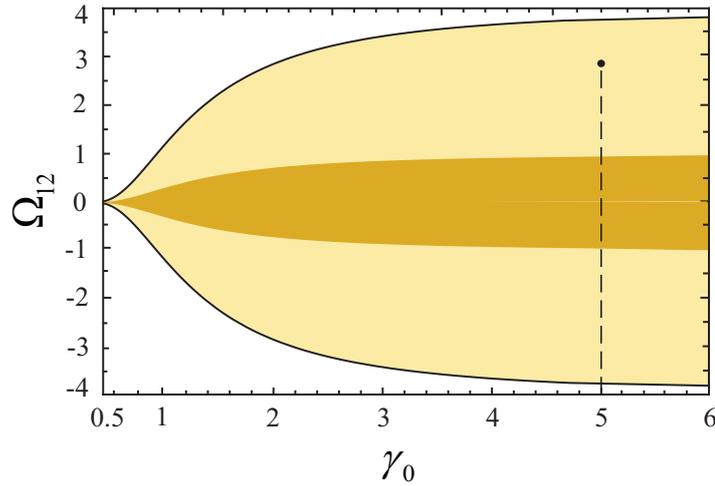


Рис. 40. Области значений параметров, при которых оба корня (4.28) (светло-жёлтая область) и (4.26) (тёмно-жёлтая область) принадлежат области $-1 \leq \cos(p_0) \leq 1$. Чёрная точка на рисунке соответствует набору параметров $\Omega_{12} = 2.86936$, $\gamma_0 = 5$ и $d = 2$ мкм, который рассмотрен далее (см. рис 43).

Она равняется нулю, когда параметры волнового пакета удовлетворяют равенству

$$\cos(p_{1,2}) = 0.5 \left[-\varepsilon_{10} \pm \sqrt{2 + \varepsilon_{10}^2} \right]. \quad (4.28)$$

Оба корня (4.28) находятся в интервале $-1 \leq \cos(p_0) \leq 1$, когда одновременно выполняются условия $\gamma_0 \geq \left(\frac{2}{3} \ln [4 |\Omega_{12}|^{-1}]\right)^{-1/2}$ и $|\Omega_{12}| \leq 4$. На рис. 40 изображены области, в которых присутствуют оба корня (4.26) (светло-жёлтая) и (4.28) (тёмно-жёлтая).

Таким образом, эффективная масса поляритонов принимает отрицательные значения, когда при положительных коэффициентах туннелирования ($\omega_{1,2} > 0$) для импульса p_0 выполняется условие $\cos(p_2) < \cos(p_0) < \cos(p_1)$.

В приближении тесной связи резонаторов ($\omega_2 = 0$) только один корень $\cos(p_1) = 0$ принадлежит указанной области [157, 158]. В этом случае масса отрицательна при $-1 \leq \cos(p_0) < \cos(p_1)$.

4.3. Динамика решёточных поляритонных волновых пакетов в приближении тесной связи резонаторов

Рассмотрим систему с резонаторами достаточно большой ширины (см. рис. 39), для которой выполняется приближение тесной связи: в этом случае туннелированием поляритонов через резонатор можно пренебречь, т. е. положить $\omega_2 \simeq 0$ в уравнениях (4.24)–(4.25).

На рис. 41а изображена фазовая диаграмма динамических режимов поляритонного волнового пакета в цепочке резонаторов. На ней отчётливо видны две характерные области,

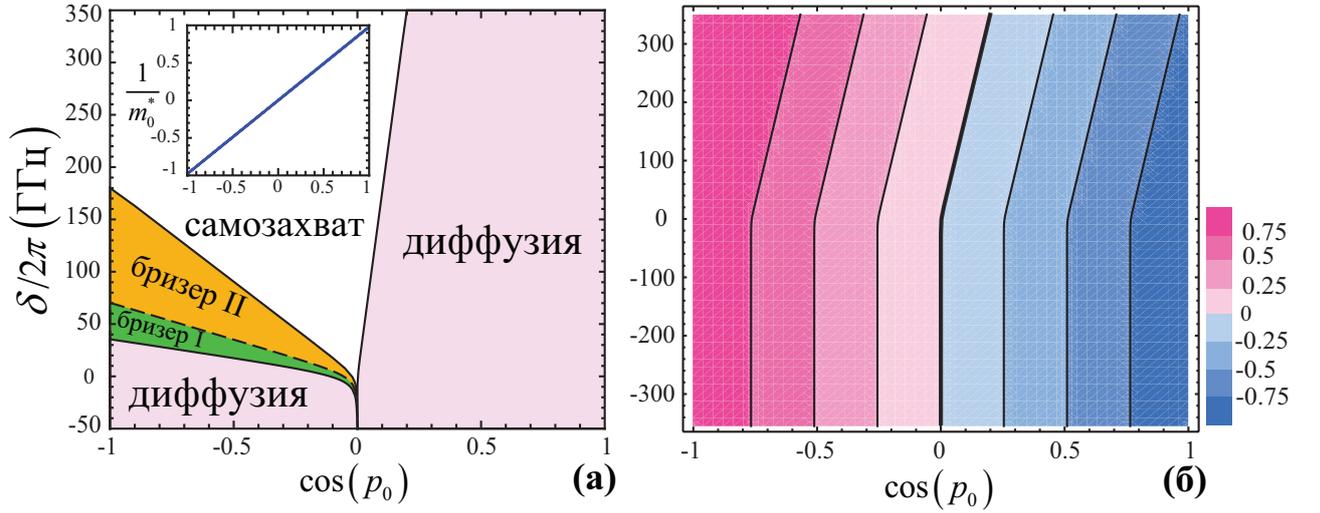


Рис. 41. (а) — Фазовая диаграмма динамических режимов в плоскости $\delta - \cos(p_0)$ и (б) — контурное изображение значений эффективного гамильтониана H_0 в приближении тесной связи резонаторов ($d = 4\text{мкм}$, $\omega_2 \simeq 0$). Начальные условия: $\gamma_0 = 5$, $\eta_0 = 0$. Штриховая линия соответствует солитонному режиму и разделяет две (зелёная и оранжевая) области бризерных режимов. На вкладке рисунка (а) представлена зависимость обратной начальной эффективной массы поляритонов $1 / m_0^*$ от $\cos(p_0)$.

различающиеся набором режимов в каждой из них: $\cos(p_0) > 0$ и $\cos(p_0) < 0$. При этом, в первой области начальный гамильтониан H_0 может быть как положителен, так и отрицателен при всех значениях атомно-оптической отстройки δ , а во второй — он исключительно положителен (см. рис. 41б).

На рис. 42 изображены фазовые траектории в плоскости $\gamma - \eta$, соответствующие обеим областям. Эти траектории могут быть найдены решением уравнения $H = H_0$, которое получено в виде

$$\eta = \frac{2}{\gamma} \left(2 \ln \left[\frac{\gamma^2 \cos(p_0)}{\gamma \omega_3 - H_0 \gamma^2} \right] - \frac{1}{\gamma^2} \right)^{1/2}. \quad (4.29)$$

На рис. 42а представлены фазовые траектории, соответствующие области $\cos(p_0) > 0$: имеется лишь два набора траекторий, соответствующих двум различным динамическим режимам.

Первый режим — *режим самозахвата* (красные кривые на рис. 42а) — наблюдается, когда начальный гамильтониан принимает положительные значения, $H_0 > 0$. Для этого режима характерно следующее поведение вариационных параметров: ширина волнового пакета стремится к некоторому значению $\gamma_{\max} > \gamma(t)$, которое определяется из выражения $\gamma_{\max} = \frac{\omega_3}{H_0}$, в то время как кривизна η неограниченно возрастает во времени. Изменение групповой скорости v_g и эффективной массы m^* поляритонов описываются выражениями $v_g \simeq \frac{\text{tg}(p_0)}{m^*}$ и $m^* = \sec(p_0) \exp \left\{ \frac{\gamma_{\max}^2 \eta^2}{8} + \frac{1}{2\gamma_{\max}^2} \right\}$ соответственно. В асимптотическом пределе на

больших временных масштабах ($t \rightarrow \infty$) поляритонные волновые пакеты в цепочке могут быть полностью остановлены, т. е. $v_g \rightarrow 0$, при этом их эффективная масса будет бесконечно велика, $m^* \rightarrow \infty$.

Другой режим возникает, когда эффективный гамильтониан принимает отрицательные значения, $H_0 < 0$. В этом случае на достаточно больших временах, $t \rightarrow \infty$, ширина волнового пакета неограниченно возрастает, $\gamma \gg \gamma_0$ — см. фиолетовые кривые на рис. 42а. Эффективная масса поляритонов при этом принимает значения $m^* \approx 1/|H_0|$, а кривизна η , определяемая выражением $\eta \approx \frac{2}{\gamma} \sqrt{2 \ln [m^* \cos(p_0)]}$, в ходе эволюции стремится к нулю, $\eta \rightarrow 0$. Данный режим распространения поляритонных волновых пакетов в цепочке резонаторов называется *режимом диффузии*.

В роли управляющего параметра для переключения из одного динамического режима в другой выступает атомно-оптическая отстройка δ : её изменение приводит к изменению характерных частот (параметры туннелирования и нелинейности) в уравнениях (4.24)–(4.25). Критическое значение отстройки δ_C , при котором происходит переключение из одного режима в другой (фиолетовая штриховая линия на рис. 42а) находится из уравнения $H_0 = 0$, которое можно переписать в виде $\frac{\omega_3}{\gamma_0} = \cos(p_0) e^{-\sigma_0}$.

Теперь рассмотрим область фазовой диаграммы на рис. 41а слева, для которой удовлетворяется условие $\cos(p_0) < 0$, и начальная масса поляритонов отрицательна. Фазовые траектории на плоскости $\gamma - \eta$ в этой области для различных режимов представлены на рис. 42б. Обнаружение и исследование различных динамических режимов распространения поляритонных волновых пакетов может быть выполнено на основе анализа значений эффективного гамильтониана, который в данном случае задаётся выражением $H_0 = \frac{1}{|m_0^*|} + \frac{\omega_3}{\gamma_0}$; значения эффективного гамильтониана H_0 в этой области всегда положительны — см. рис. 41б. Используя закон сохранения энергии $H_0 = H$, можно проверить, что при выполнении условия $H_0 > |\cos(p_0)|$ ширина поляритонного волнового пакета в ходе эволюции ограничена некоторым конечным значением. В этом случае мы имеем дело с локализованными волновыми пакетами. В ином случае, когда $H_0 < |\cos(p_0)|$, в цепочке реализуется диффузионный режим распространения, для которого, как описано ранее, $\gamma \rightarrow \infty$ и $\eta \rightarrow 0$ — см. фиолетовые кривые на рис. 42б.

Граница между локализованными и диффузионным режимами описывается условием $H_0 = |\cos(p_0)|$, откуда может быть найдена критическая частота атомно-оптической отстройки δ_C , при которой осуществляется переключением из одного режима в другой: так при частоте отстройки $\delta < \delta_C$ в системе реализуется режим диффузии.

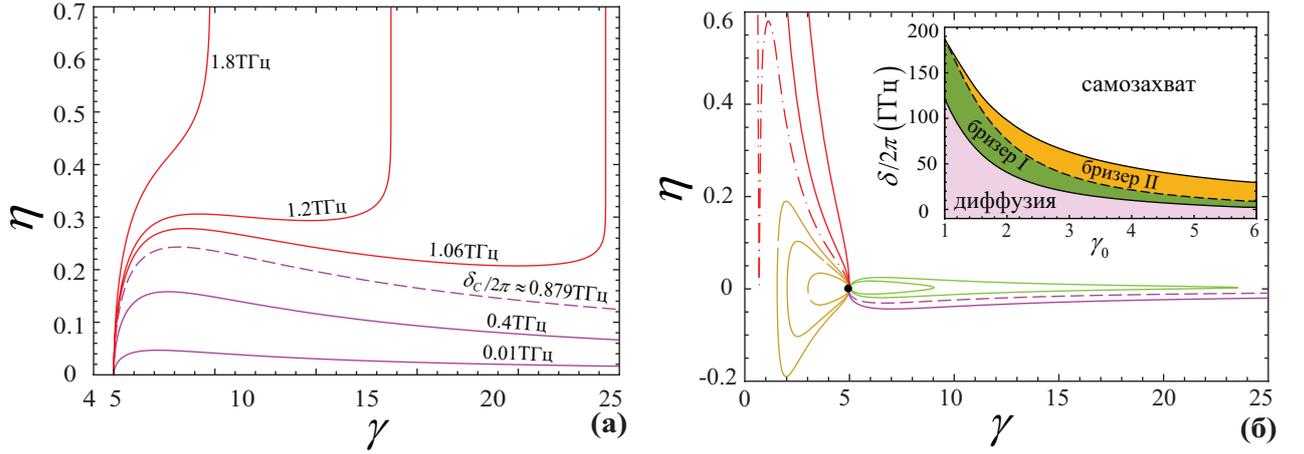


Рис. 42. Фазовые траектории на плоскости $\eta - \gamma$ для различных значений атомно-оптической отстройки δ в областях (а) — $\cos(p_0) > 0$ и (б) — $\cos(p_0) < 0$. Начальные условия: $\gamma_0 = 5$, $\eta_0 = 0$. Значения других параметров: $d = 4\text{мкм}$, $\cos(p_0) = 0.5$ для (а) и $\cos(p_0) = -0.2$ для (б). На вкладке представлена зависимость $\delta/2\pi$ от γ_0 при $\cos(p_0) = -0.2$. Значения отстройки $\delta/2\pi$ на рисунке (б) снизу вверх: -10ГГц , $\delta_C/2\pi \approx 5.112\text{ГГц}$ (штриховая) для фиолетовых кривых; 7.1ГГц , 10ГГц для зелёных кривых; 18ГГц , 23ГГц и 27ГГц для коричневых кривых; $\delta_{BR}/2\pi \approx 36.138\text{ГГц}$ (штрихпунктирная), 60ГГц и 200ГГц для красных кривых. Чёрная точка на рисунке (б) соответствует солитонному режиму распространения поляритонного волнового пакета при значении отстройки $\delta_S/2\pi \approx 13.244\text{ГГц}$.

Когда атомно-оптическая отстройка находится в интервале $\delta_C < \delta < \delta_S$, реализуется *первый режим бризеров*. Фазовые траектории на плоскости $\eta - \gamma$ при этом замкнуты (см. зелёные кривые на рис. 42б); значения эффективной массы $m^*(t)$, кривизны $\eta(t)$ и ширины волнового пакета $\gamma(t)$ осциллируют во времени. Последняя осциллирует в пределах от γ_0 до некоторой конечной величины $\gamma_{\max}^{\text{osc}} > \gamma_0$. При отстройке в интервале $\delta_S < \delta < \delta_{BR}$ параметры $\gamma(t)$ и $\eta(t)$ также претерпевают осцилляции во времени. Однако при этом ширина осциллирует в пределах от конечной величины $\gamma_{\min}^{\text{osc}}$ до начального значения γ_0 , т. е. $\gamma_{\min}^{\text{osc}} < \gamma_0$: это *второй режим бризеров* (оранжевые кривые на рис. 42б).

Частоты осцилляций ширины волнового пакета с малой амплитудой $\omega_{BR1,2}$ для бризерных режимов находятся путём линеаризации уравнений (4.24) и описываются выражениями

$$\omega_{BR1,2} = \left[\frac{8\omega_3}{\gamma_{1,2}^3} \left(\frac{1}{\gamma_{1,2}^2} - 1 \right) |\cos(p)| - \frac{4}{\gamma_{1,2}^4} \left(\frac{5}{\gamma_{1,2}^2} - 3 \right) |\cos(p)|^2 \right]^{1/2}, \quad (4.30)$$

где индексы «1» и «2» соответствуют первому и второму бризерным режимам.

Штриховая кривая на рис. 41а, соответствующая отстройке δ_S , разделяет два бризерных режима и описывает *солитонные* решения системы уравнений (4.24). Критическая

частота отстройки δ_S , при которой в системе формируются светлые поляритонные солитоны, находится из условий $\dot{\eta} = 0$, $\eta_0 = 0$ (чёрная точка на рис. 42б).

Последний динамический режим возникает в цепочке в области $\cos(p_0) < 0$ при частоте отстройки $\delta > \delta_{BR}$. Это описанный ранее *режим самозахвата* — см. красные кривые на рис. 42б. Однако в отличие от области $\cos(p_0) > 0$ при $\cos(p_0) < 0$ ширина волнового пакета в ходе эволюции уменьшается и стремится к *минимальному* значению $\gamma \rightarrow \gamma_{\min} < \gamma_0$. Кривизна при этом также неограниченно возрастает, $\eta \rightarrow \infty$. Критическая отстройка δ_{BR} , разделяющая режимы бризеров и самозахвата находится численным решением системы уравнений для вариационных параметров (4.24).

4.4. Нелинейные режимы для поляритонных волновых пакетов за пределом приближения тесной связи резонаторов

Когда ширина резонаторов (период решётки) достаточно мала (сравнима с длиной волны электромагнитного поля), описание системы в приближении тесной связи резонаторов становится некорректным. В этом случае необходимо учитывать связь резонаторов, лежащих через один, т. е. слагаемые с характерной частотой ω_2 в уравнениях (4.24)–(4.25) не могут быть исключены из рассмотрения. На рис. 43 представлена фазовая диаграмма динамических режимов, а также эффективная масса поляритонов в начальный момент времени и контурное изображение эффективного гамильтониана как функций параметра $\cos(p_0)$. В области $\cos(p_0) > \cos(p_1)$ начальная эффективная масса поляритонов положительна, и аналогично описанному ранее случаю приближения тесной связи в этой области наблюдаются два режима: самозахват и диффузия.

Набор динамических режимов в области $\cos(p_2) < \cos(p_0) < \cos(p_1^{H_0})$, где $m_0^* < 0$ и $H_0 > 0$ при всех δ , аналогичен набору режимов в области $\cos(p_0) < 0$ в приближении тесной связи — ср. рис. 41а и 43а. На рис. 44 представлено изменение во времени групповой скорости v_g волнового пакета в различных динамических режимах. При $\delta < \delta_C$ волновой пакет распространяется в системе в диффузионном режиме: групповая скорость волнового пакета при этом асимптотически стремится к постоянному значению $v_g \approx \sin(p_0) + 2\omega_2 \sin(2p_0)$. При отстройке, принадлежащей интервалу $\delta_C < \delta < \delta_{BR}$, величина групповой скорости осциллирует во времени. В режиме самозахвата при $\delta > \delta_{BR}$ групповая скорость v_g уменьшается, и её значение стремится к нулю. Солитонный режим возникает при $\delta = \delta_S$, и волновые пакеты характеризуются постоянной групповой скоростью — пунктирная линия на рис. 44.

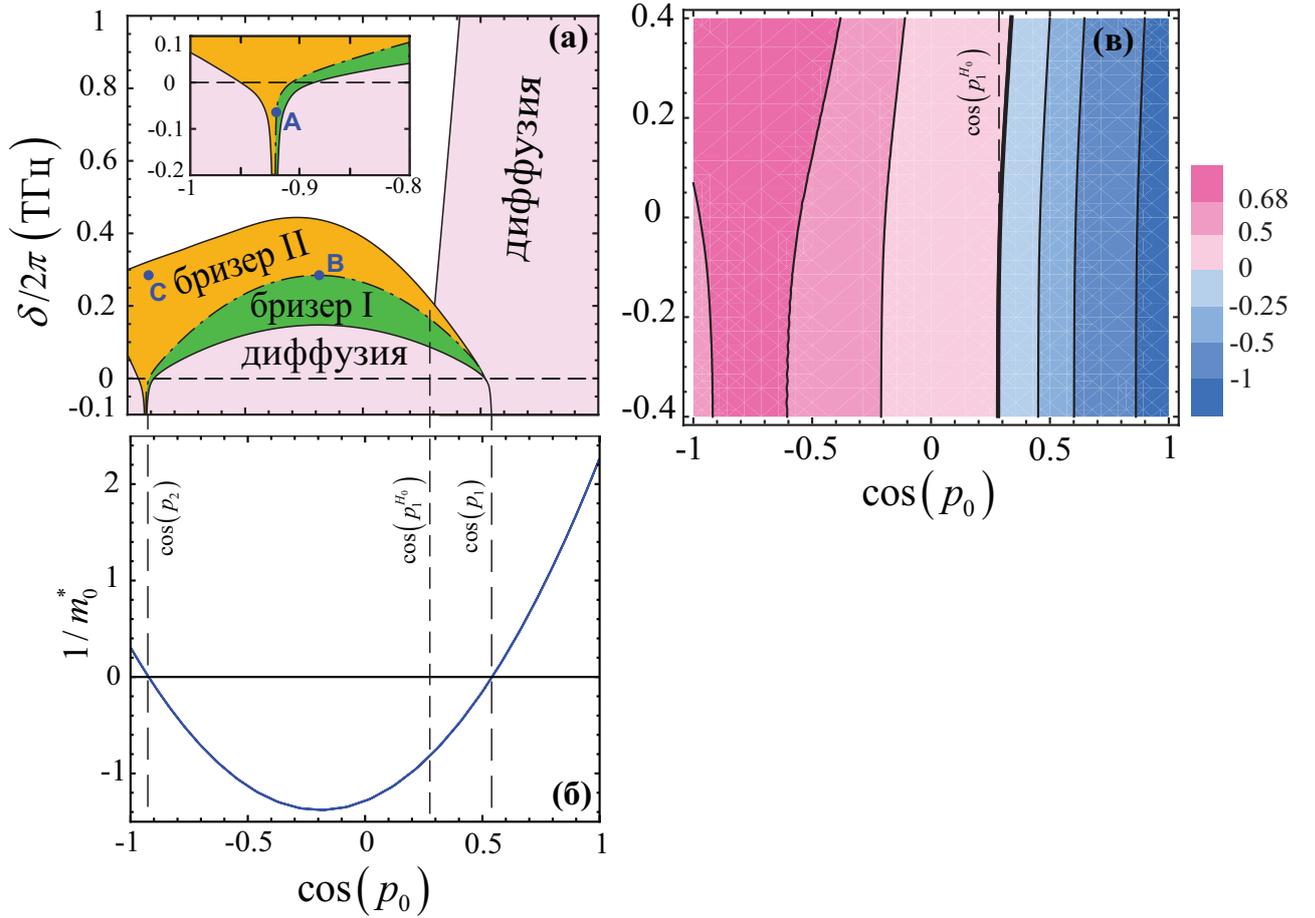


Рис. 43. (а) — Фазовая диаграмма динамических режимов в плоскости $\delta - \cos(p_0)$, (б) — обратная начальная эффективная масса поляритонов $1/m_0^*$ и (в) — контурное изображение значений эффективного гамильтониана H_0 за пределом приближения тесной связи резонаторов ($d = 2\text{мкм}$, $\omega_2 \neq 0$). Начальные условия: $\gamma_0 = 5$, $\eta_0 = 0$. Штриховая кривая соответствует солитонному режиму. Точки **A** и **B** (C) на рисунке (а) соответствуют поляритонным солитонным (бризерным) состояниям, используемым далее для описания физического алгоритма записи, хранения и восстановления оптической информации (см. рис. 46).

Набор динамических режимов, отличный от описанных выше, характерен для области $\cos(p_1^{H_0}) < \cos(p_0) < \cos(p_1)$ (см. рис. 43). Проведём анализ динамики поляритонного волнового пакета в этой области. Используя закон сохранения энергии, запишем следующее неравенство: $\frac{\omega_3}{\gamma} - H_{\text{eff}} > 0$, где $H_{\text{eff}} \equiv H_0 - \omega_2 |\cos(2p_0)| e^{-4\sigma}$. Волновой пакет распространяется в цепочке в режиме самозахвата при условии $H_{\text{eff}} > 0$ — верхние красные кривые на рис. 45а. В этом случае $\sigma \gg 1$, и мы можем положить $H_{\text{eff}} \approx H_0$. Максимальное значение ширины волнового пакета в режиме самозахвата задаётся выражением $\gamma_{\text{max}} \simeq \omega_3/H_0$. Остальные режимы проявляются при $H_{\text{eff}} < 0$ (или, эквивалентно, при $H_0 < 0$). Для режимов, при которых справедливо неравенство $\gamma \gg 1$, кривизна η определяется следующим выражением: $\eta^2 = \frac{8}{\gamma^2} \ln \left[\frac{\cos(p_0)}{\omega_3/\gamma - |H_0|} \right]$. Поскольку в рассматриваемой области эффективная

начальная масса поляритонов отрицательна, $m_0^* < 0$, в системе возможно формирование солитонов и бризеров.

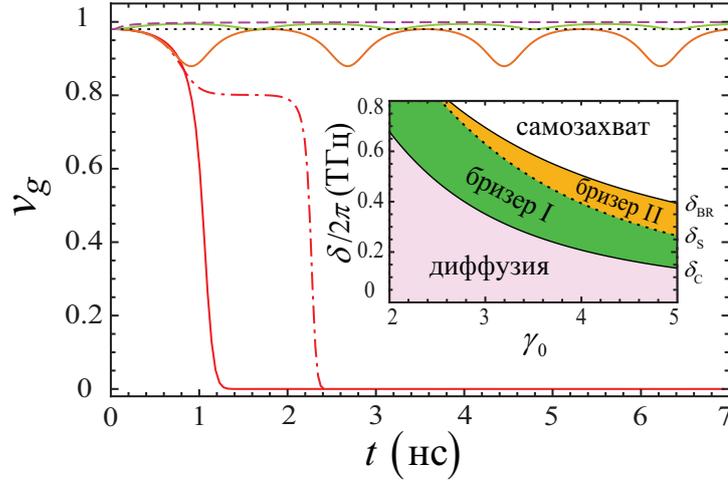


Рис. 44. Зависимость величины групповой скорости v_g от времени t для различных динамических режимов распространения поляритонных волновых пакетов в структуре. Начальные условия: $\gamma_0 = 5$, $\eta_0 = 0$, $p_0 = \pi/2$. Величины частоты отстройки $\delta/2\pi$ и начальной групповой скорости v_0 : $\delta/2\pi = \delta_C/2\pi \approx 137.86$ ГГц и $v_0 \equiv v_g(t=0) \approx 330214$ м/с (штриховая фиолетовая кривая); 210 ГГц и 148415 м/с (зелёная кривая); $\delta/2\pi = \delta_S/2\pi \approx 264.96$ ГГц и 94379 м/с (пунктирная линия); 380 ГГц и 46382 м/с (оранжевая кривая); $\delta/2\pi = \delta_{BR}/2\pi \approx 393.66$ ГГц и 43250 м/с (штрихпунктирная красная кривая); 500 ГГц и 26907 м/с (сплошная красная кривая). На вкладке изображена зависимость отстройки δ от начальной ширины резонатора γ_0 при $p_0 = \pi/2$.

Из закона сохранения энергии мы можем получить выражение $\frac{\omega_3}{\gamma} = H_{\text{eff}} + \cos(p_0)e^{-\sigma} > 0$. Нижний режим диффузии при параметрах волнового пакета $\gamma \rightarrow \infty$ и $\eta = \frac{2}{\gamma} \sqrt{2 \ln[\cos(p_0)/|H_{\text{eff}}|]} \rightarrow 0$ возникает при $|H_{\text{eff}}| < \cos(p_0)$.

При $|H_{\text{eff}}| > \cos(p_0)$ ширина γ конечна, возникает бризерный режим. Выражение $\omega_{3,C} = \gamma_0 [\omega_2 |\cos(2p_0)| (1 - e^{-4\sigma_0}) - \cos(p_0) (1 - e^{-\sigma_0})]$ определяет критическое значение параметра двухчастичного поляритон-поляритонного рассеяния $\omega_{3,C}$, при котором возникает переход от режима бризеров к самозахвату.

Теперь рассмотрим область фазовой диаграммы $\cos(p_0) < \cos(p_2)$ (см. вкладку на рис. 43). На рисунке 45б представлены фазовые траектории на плоскости $\eta - \gamma$, характерные для данной области.

В рассматриваемой области эффективная масса поляритонов и гамильтониан положительны, $m_0^* > 0$ и $H_0 > 0$ при всех значениях отстройки δ — см. рис. 43 (б) и (в). Аналогично случаю, описанному ранее, получено критическое значение характерной частоты $\omega_{3,C} = \gamma_0 [|\cos(p_0)| (1 - e^{-\sigma_0}) - \omega_2 \cos(2p_0) (1 - e^{-4\sigma_0})]$, которое отделяет локализован-

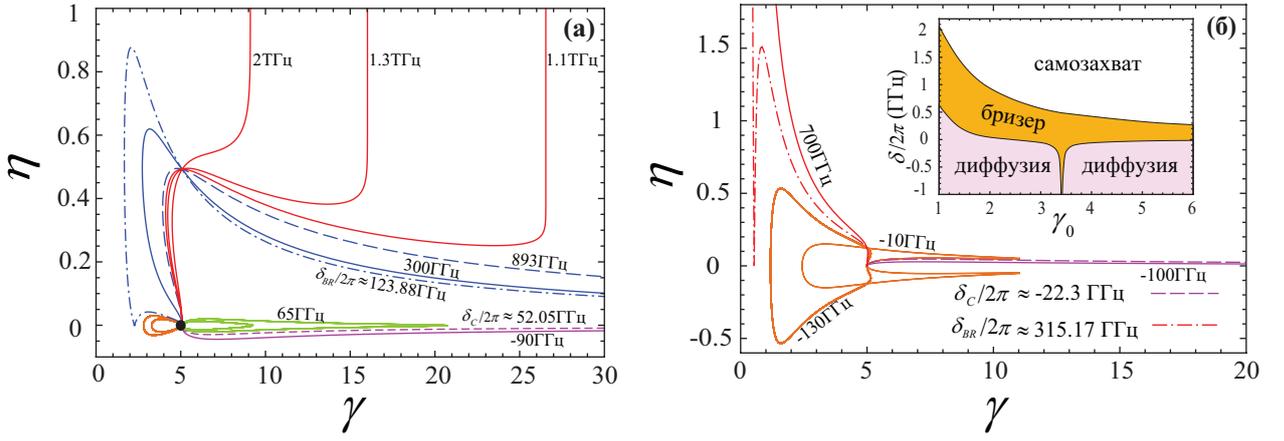


Рис. 45. Фазовые траектории на плоскости $\eta-\gamma$ для различных значений атомно-оптической отстройки δ . Начальные условия: $\gamma_0 = 5$, $\eta_0 = 0$, $\cos(p_0) = 0.4$ для (а) и $\cos(p_0) = -0.94$ для (б). Значения отстройки $\delta/2\pi$ на рисунке (а): 80 ГГц (для внутренней зелёной кривой), 115 ГГц и 120 ГГц (для внутренней и внешней оранжевых кривых соответственно). Чёрная точка на рисунке (а) соответствует солитонному режиму при $\delta/2\pi = \delta_S/2\pi \approx 99.24$ ГГц.

ные режимы от диффузионного. Групповая скорость поляритонного волнового пакета в диффузионном режиме во времени асимптотически стремится к постоянному значению $v_g \approx \sin(p_0) + 2\omega_2 |\sin(2p_0)|$. В бризерном режиме ширина волнового пакета осциллирует в пределах от γ_{\min} до γ_{\max} : при этом предельные значения в явном виде не привязаны к начальной ширине γ_0 . При достаточно больших значениях отстройки δ волновые пакеты распространяются со скоростью $v_g \approx \sin(p_0) e^{-\gamma^2 \eta^2 / 8} + 2\omega_2 |\sin(2p_0)| e^{-\gamma^2 \eta^2 / 2} \rightarrow 0$.

4.5. Физический алгоритм хранения оптической информации на основе реализации нелинейных режимов поляритонов в решётке

В данном пункте описан физический алгоритм записи, хранения и восстановления оптической информации на основе управления динамикой поляритонных волновых пакетов в одномерном поляритонном кристалле за пределом приближения тесной связи резонаторов. Он базируется на применении так называемого быстрого адиабатического перехода (БАП), подразумевающего, что скорость изменения управляющих параметров системы (в роли которых выступают атомно-оптическая отстройка δ [123, 160, 161] и импульс поляритонов p_0) достаточно велика в сравнении с величиной эффективного атомно-оптического взаимодействия g , но мала в сравнении со скоростью диссипационных процессов в атомно-оптической системе [162–164]. Реализация алгоритма возможна, благодаря двойственности поляритонов, которые обладают свойствами как фотонов, так и атомов, и при этом степень проявления этих свойств можно управлять.

Волновую функцию поляритонов можно записать в виде суперпозиции $\Psi \equiv \langle \Xi_2 \rangle = X\phi - C\psi$, где ϕ и ψ – ВФ атомных возмущений и фотонов соответственно — см. (4.12). Так при достаточно большой положительной отстройке $\delta \equiv \delta_{\text{at}}$ поляритоны являются атомоподобными, $\Psi \approx \phi$, и характеризуются низкой групповой скоростью; при большой отрицательной отстройке $\delta \equiv \delta_{\text{ph}}$ поляритоны фотоподобные, $\Psi \approx \psi$, и их групповая скорость близка к скорости света в среде. В ходе выполнения алгоритма отстройка адиабатически меняется во времени в соответствии со следующим выражением: $\delta(t) = \delta_{\text{ph}} + \frac{\delta_{\text{at}} - \delta_{\text{ph}}}{2} \{ \tanh[\chi(t - \tau_{\text{WR}})] - \tanh[\chi(t - \tau_{\text{R}})] \}$, где параметр χ характеризует скорость изменение отстройки; τ_{WR} и τ_{R} – моменты времени записи и восстановления информации соответственно. В соответствии с БАП для χ должно выполняться условие

$$\max\{\Gamma_d, \gamma_c\} < \chi < 2g. \quad (4.31)$$

Условие адиабатичности изменения отстройки в системе взаимодействующих с электромагнитным полем двухуровневых атомов задаётся в виде [162–164]

$$\frac{2g|\dot{\delta}|}{[\delta^2 + 4g^2]^{3/2}} \ll 1. \quad (4.32)$$

Важно отметить, что для предложенного алгоритма в рассматриваемой системе с атомами рубидия в цепочке резонаторов оба условия (4.31) и (4.32) выполняются одновременно при скорости изменения отстройки $\chi < 2\pi \times 20\text{ГГц}$.

На примерах рассмотрим две возможные реализации алгоритма хранения оптической информации.

Первая реализация основана на использовании поляритонных солитонов на каждом этапе выполнения алгоритма. Используемые при этом солитонные состояния отмечены на рис. 43а точками **A** и **B**. На этапе записи волновой пакет *фотоподобных* поляритонов в форме светлого солитона входит в структуру (время записи τ_{WR} составляет порядка 1нс. Ширина волнового равна 10мкм); импульс и атомно-оптическая отстройка на данном шаге составляют $p_0^{\text{ph}} = -\arccos(-0.922)$ и $\delta/2\pi \equiv \delta_{\text{ph}}/2\pi \approx -67.5\text{ГГц}$ — см. рис. 46б. На следующем шаге отстройка и импульс адиабатически изменяются до значений $\delta/2\pi \equiv \delta_{\text{at}}/2\pi \approx 284.13\text{ГГц}$ и $p_0^{\text{at}} = \arccos(-0.2)$ соответственно, т. е. параметры солитона на фазовой диаграмме движутся к точке **B** вдоль пунктирной кривой. Фотоподобный солитон при этом трансформируется в *атомоподобный*. Преобразование электромагнитного поля в когерентные возбуждения среды представлено на рис. 46в. В результате адиабатического изменения управляющих параметров к исходным значениям поляритонный волновой пакет на выходе из структуры вновь преобразуется в фотоподобный.

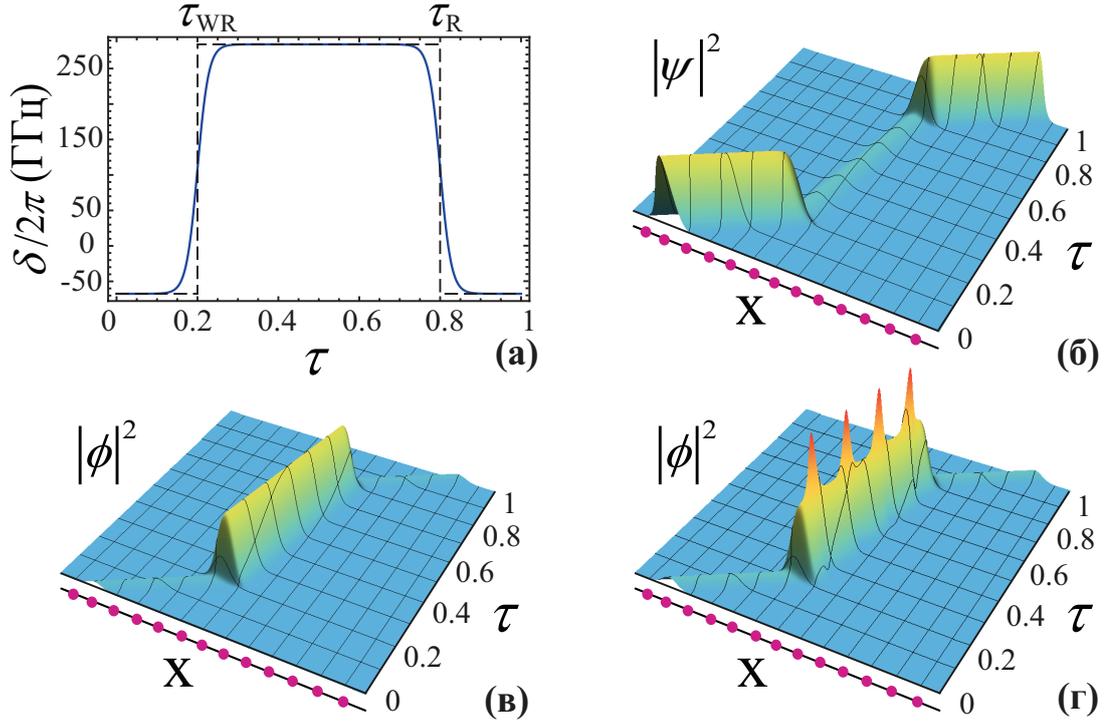


Рис. 46. (а) — Адиабатическое изменение величины атомно-оптической отстройки во времени в процессе записи, хранения и восстановления оптической информации с использованием поляритонных солитонов. Скорость изменения отстройки $\chi = 2\pi \times 500\text{МГц}$. Эволюция поляритонного волнового пакета во времени и пространстве в ходе выполнения алгоритма записи, хранения и восстановления оптической информации схематически представлена для (б) — фотонной $|\psi|^2$, а также атомной компоненты поляритонов $|\phi|^2$ для (в) — солитонов и (г) — бризеров. Сиреневые точки на рисунках обозначают положение резонаторов вдоль x .

Вторая возможная реализация протокола основана на преобразовании солитона фотоподобных поляритонов (точка **A**) в бризер атомоподобных поляритонов (точка **C** на рис. 43а). Наибольшее положительное значение отстройки δ в этом случае ограничено критическим значением δ_{BR} разделяющим режимы самозахвата и бризеров II на рис. 43а. Преимущество использования бризерных волновых пакетов для хранения оптической информации заключается в том, что на всех шагах алгоритма импульс волнового пакета остаётся неизменным и равным в рассматриваемом примере $p_0 = -\arccos(-0.922)$ (который соответствует точке **C**). Сложность использования бризеров связана с тем, что необходимо определённым образом выбирать момент времени τ_R в связи с периодичностью изменения параметров волнового пакета во времени.

Рассмотрим критерии оценки предложенного алгоритма хранения оптической информации. Эффективность E хранения информации определяется средним числом (интенсивностью) возбуждений атомов $|\phi|^2$, участвующих в процессе хранения [160, 161, 165]. Для опти-

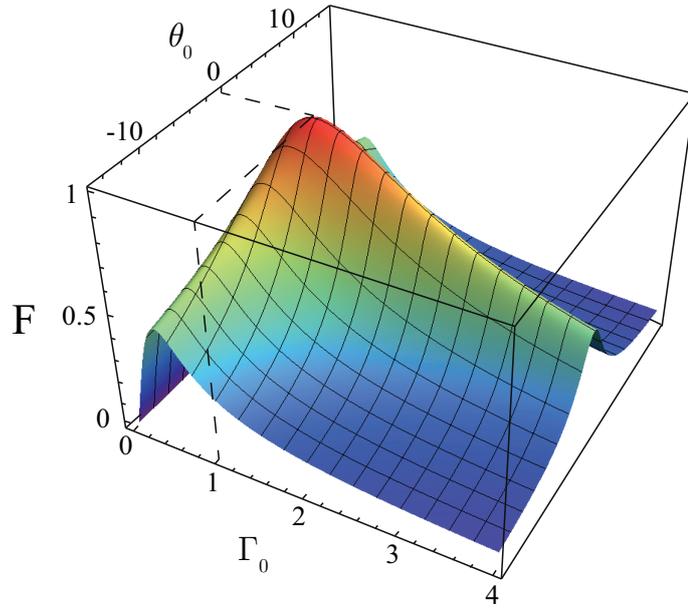


Рис. 47. Надёжность F при различных значениях параметров волновых пакетов $\Gamma_0 = \Gamma_{\text{out}}/\Gamma_{\text{in}}$ и $\theta_0 = \Gamma_{\text{in}}^2 (\theta_{\text{out}} - \theta_{\text{in}})$.

ческого волнового пакета с бесконечной длительностью (непрерывная волна) интенсивность определяется как $E = \int_{-L}^L |\phi|^2 dx$ при большом числе резонаторов; $2L$ полная длина структуры, представленной на рис. 38. Фактически параметр E определяет эффективность преобразования исходного фотонного волнового пакета в атомный; при этом $\phi = X(\tau_{\text{ST}}) \Psi(x)$, где $X(\tau_{\text{ST}})$ коэффициент Хопфилда в момент времени $\tau_{\text{ST}} = \tau_{\text{WR}} + (\tau_{\text{R}} - \tau_{\text{WR}})/2$. Волновая функция $\Psi(x)$ в координатном пространстве определяется как

$$\Psi(x) = \left(\frac{2}{\pi\Gamma^2} \right)^{1/4} \exp \left[- \left(\frac{1}{\Gamma^2} - i\frac{\theta}{2} \right) x^2 \right], \quad (4.33)$$

где $x = nd$, $\Gamma = d\gamma$ и $\theta = \eta/d^2$.

Очевидно, что максимально возможное значение эффективности $E = 1$, когда поле полностью преобразовано в атомные возбуждения. Однако это значение в бесконечной цепочке, $L \rightarrow \infty$, характерно для поляритонов в физически недостижимом пределе бесконечной большой атомно-оптической отстройки δ . Для экспериментально достижимых значений отстройки эффективность может оцениваться как $E = [X(\tau_{\text{ST}})]^2$. В частности, для алгоритма с использованием солитонов (рис. 46) при коэффициенте Хопфилда $X(\tau_{\text{ST}}) \approx 0.99695$ эффективность принимает значения $E \approx 0.99391$ в приближении $L \gg \Gamma$.

Рассмотрим критерий надёжности хранения информации, который позволяет подобрать наиболее оптимальные динамические режимы для использования в алгоритме. При оценке мы сравниваем волновой пакет в разные моменты времени в процессе эво-

люции (Ψ_{out}) с волновым пакетом на входе (Ψ_{in}). В этом случае критерий надёжности определяется как [166–168]

$$F = \left| \int \Psi_{\text{in}}^* \Psi_{\text{out}} dx \right|^2. \quad (4.34)$$

Для ВФ вида (4.33) надёжность (4.34) описывается выражением

$$F = \sqrt{\frac{16\Gamma_0^2}{4(1 + \Gamma_0^2)^2 + \Gamma_0^4\theta_0^2}}, \quad (4.35)$$

где $\Gamma_0 = \Gamma_{\text{out}}/\Gamma_{\text{in}}$ и $\theta_0 = \Gamma_{\text{in}}^2(\theta_{\text{out}} - \theta_{\text{in}})$.

Рисунок 47 демонстрирует надёжность F для различных динамических режимов. Максимальное значение $F = 1$ достигается при переключении между двумя солитонными режимами с параметрами $\theta_0 = 0$ и $\Gamma_0 = 1$. Надёжность F уменьшается во времени и в конечном итоге обращается в ноль при использовании режимов самозахвата ($\theta_0 \rightarrow \pm\infty$) или диффузии ($\Gamma_0 \rightarrow \infty$). Максимальное значение надёжности может также быть получено при использовании бризерного режима, для которого $\theta_0 = 0$ и $\Gamma_0 \neq 1$.

4.6. Выводы к главе 4

1. В условиях малого масштаба микрорезонаторов, сопоставимых с длиной волны светового излучения, предложена модель одномерного поляритонного кристалла, учитывающая также туннельное взаимодействие электромагнитных микрорезонаторов, лежащих через один и «работающая» за приближением тесной связи резонаторов. Показано, что наибольшие значения параметров туннелирования достигаются при отрицательных значениях атомно-оптической отстройке.

2. Выявлен набор сугубо нелинейных режимов распространения поляритонных волновых пакетов, содержащих небольшое число частиц в одномерном поляритонном кристалле. А именно, это — режим диффузии, при котором происходит расплывание волнового пакета в ходе эволюции, а также четыре режима локализации поляритонного волнового пакета. В режиме самозахвата ширина волнового пакета в ходе эволюции стремится к конечному значению, а кривизна неограниченно возрастает. Бризерные (локализованные) состояния характеризуются осцилляциями ширины и кривизны пакета в конечных пределах, определяемых начальной шириной волнового пакета. Выявлен солитонный режим для поляритонов в решетке, при котором волновой пакет распространяется в структуре с постоянной скоростью без изменения формы. Показано, что переключение между режимами распространения осуществляется изменением величины атомно-оптической отстройки и импульса поляритонов.

3. Разработан трёхэтапный физический алгоритм записи, хранения и восстановления оптической информации в структуре одномерного поляритонного кристалла, основанный на управлении групповой скоростью солитонных и/или бризерных волновых пакетов, благодаря тому, что поляритоны одновременно обладают как фотонными, так и атомными свойствами, при этом степень проявления этих свойств можно управлять, адиабатически изменяя значения управляющих параметров — атомно-оптической отстройки и импульса поляритонов.

4. Определен параметр надёжности хранения оптической информации на основе предложенного алгоритма для различных режимов и показано, что его максимальное значение $F = 1$ достигается при использовании солитонных и бризерных волновых пакетов. Выполнена оценка эффективности преобразования электромагнитного поля в атомные возбуждения для солитонного режима, и показано, что для рассматриваемых параметров эффективность близка к единице — $E \approx 0.99391$.

Основные результаты этой главы опубликованы в [8, 9].

Заключение

Основные результаты и выводы настоящей диссертационной работы следующие:

1. Предложена физическая модель пространственно-периодической структуры — поляритонного кристалла, — образованной низкоразмерной (одно- или двумерной) решеткой удерживаемых двухуровневых систем, взаимодействующих с электромагнитным полем в цепочке туннельно-связанных микрорезонаторов, сформированных на основе периодически расположенных дефектов фотонного кристалла. В качестве двухуровневых систем предложено использовать ультрахолодные атомы, полупроводниковые квантовые ямы.

2. Выявлены механизмы возникновения большой кубичной нелинейности в двумерном поляритонном кристалле. Она обусловлена процессами двух- и трёхчастичного поляритон-поляритонного рассеяния, в основе которых лежит комбинация физических процессов, таких как атом-атомное взаимодействие и насыщение двухуровневой атомной среды.

3. На основе анализа устойчивости структуры поляритонного кристалла показано, что при отрицательном поляритон-поляритонном рассеянии нелинейность пятого порядка, вызванная трёхчастичным взаимодействием поляритонов, в ряде условий приводит к коллапсу волновой функции. Это происходит, если число поляритонов в структуре превышает некоторое критическое значение поляритонов, которое зависит от отношения характерных частот ловушки вдоль разных пространственных направлений. Исследовано влияние диссипативных процессов и показано, что в ряде случаев их присутствие в системе позволяет избежать коллапса волновой функции поляритонов за счёт уменьшения общего числа частиц в системе.

4. Предсказано формирование поляритонных солитонов в одномерном поляритонном кристалле. При этом светлые солитоны формируются в условиях малых возмущений только для поляритонов верхней (оптической) ветви, а управление их групповой скоростью осуществляется изменением параметра взаимодействия двухуровневых систем друг с другом и/или эффективной отстройки их собственной частоты от частоты поля.

5. Выявлен набор динамических режимов распространения волновых пакетов в структуре одномерного поляритонного кристалла за рамками приближения тесной связи резонаторов: это режим диффузии, при котором волновой пакет расплывается в процессе распространения, а также режимы самозахвата, бризеров и солитонов, при которых в ходе эволюции поляритоны оказываются локализованы в пределах конечного числа последовательно расположенных резонаторов. Найдены управляющие параметры системы, которые позволяют осуществлять быстрое переключение из одного режима в другой: это импульс поляритонов и отстройка частоты электромагнитного поля от собственной частоты двухуровневых систем.

6. Предложен алгоритм пространственно-распределенной записи (копирования), хранения и считывания оптической информации на основе управления групповой скоростью поляритонных волновых пакетов, распространяющихся в структуре одномерного поляритонного кристалла. На основе оценок характерных параметров оптической памяти, таких как надёжность хранения информации, эффективность преобразования электромагнитного поля в атомные возбуждения, а также адиабатичность процессов изменения управляющих параметров, показано, что оптимальными являются солитонные и бризерные волновые пакеты.

Список литературы

1. Thompson, J. D. Coupling a single trapped atom to a nanoscale optical cavity / J. D. Thompson, T. G. Tiecke, N. P. de Leon, J. Feist, A. V. Akimov, M. Gullans, A. S. Zibrov, V. Vuletić, M. D. Lukin // *Science*. – 2013. – Vol. 340, №6137. – P. 1202–1205.
2. Egorov, O. A. Bright cavity polariton solitons / O. A. Egorov, D. V. Skryabin, A. V. Yulin, F. Lederer // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. – Vol. 102, №15. – P. 153904.
3. Sich, M. Observation of bright polariton solitons in a semiconductor microcavity / M. Sich, D. N. Krizhanovskii, M. S. Skolnick, A. V. Gorbach, R. Hartley, D. V. Skryabin, E. A. Cerda-Méndez, K. Biermann, R. Hey, P. V. Santos // *Nat. Photon.* – 2012. – Vol. 6, №1. – P. 50–55.
4. Christodoulides, D. N. Discrete temporal solitons along a chain of nonlinear coupled microcavities embedded in photonic crystals / D. N. Christodoulides, N. K. Efremidis // *Opt. Lett.* – 2002. – Vol. 27, №8. – P. 568–570.
5. **Sedov, E. S.*** Nonlinear properties and stabilities of polaritonic crystals beyond the low-excitation-density limit / **E. S. Sedov**, A. P. Alodjants, S. M. Arakelian, Y. Y. Lin, R.-K. Lee // *Phys. Rev. A*. – 2011. – Vol. 84, №1. – P. 013813.
6. **Седов, Е. С.** Эффекты поляритон-поляритонного рассеяния и нелинейные свойства поляритонного кристалла / **Е. С. Седов**, А. П. Алоджанц, С. М. Аракелян // *Известия РАН. Серия физическая*. – 2012. – Т. 76, №6. – С. 737–742.
7. Chen, I.-H. Solitons in cavity-QED arrays containing interacting qubits / I.-H. Chen, Y. Y. Lin, Y.-C. Lai, **E. S. Sedov**, A. P. Alodjants, S. M. Arakelian, R.-K. Lee // *Phys. Rev. A*. – 2012. – Vol. 86, №2. – P. 023829.
8. **Sedov, E. S.** Tunneling-assisted optical information storage with lattice polariton solitons in cavity-QED arrays / **E. S. Sedov**, A. P. Alodjants, S. M. Arakelian, Y.-L. Chuang, Y. Y. Lin, W.-X. Yang, R.-K. Lee // *Phys. Rev. A*. – 2014. – Vol. 89, №3. – P. 033828.
9. **Sedov, E. S.** Localized states and storage of optical information under the qubit-light interaction in micro-size cavity arrays / **E. S. Sedov**, S. M. Arakelian, A. P. Alodjants // *Nanosystems: physics, chemistry, mathematics*. – 2014. – Vol. 5, №2. – P. 234–248.
10. Barinov, I. O. Phase transition and storage of quantum optical information in spatially periodical atomic structure / I. O. Barinov, **E. S. Sedov**, A. P. Alodjants, S. M. Arakelian // *Proc. SPIE*. – 2010. – Vol. 7727. – P. 77270A.

*Жирным в списке литературы выделены работы автора диссертации.

11. **Sedov, E. S.** Quantum optics with atomic polaritons / **E. S. Sedov**, I. Yu. Chestnov, I. O. Barinov, A. P. Alodjants, S. M. Arakelian // Proc. SPIE. – 2012. – Vol. 8414. – P. 84140Y.
12. **Sedov, E. S.** Bright solitons in cavity-QED arrays containing two-level atoms / **E. S. Sedov**, A. P. Alodjants, S. M. Arakelian, I.-H. Chen, Y. Y. Lin, Y.-C. Lai, R.-K. Lee // J. Phys.: Conf. Ser. – 2012. – Vol. 393, №1. – P. 012030.
13. Guthöhrlein, G. R. A single ion as a nanoscopic probe of an optical field / G. R. Guthöhrlein, M. Keller, K. Hayasaka, W. Lange, and H. Walther // Nature. – 2001. – Vol. 414, №6859. – P. 49–51.
14. Faraon, A. Integrated quantum optical networks based on quantum dots and photonic crystals / A. Faraon, A. Majumdar, D. Englund, E. Kim, M. Bajcsy, J. Vučković // New J. Phys. – 2011. – Vol. 13, №5. – P. 055025.
15. Faraon, A. Coupling of nitrogen-vacancy centers to photonic crystal cavities in monocrystalline diamond / A. Faraon, C. Santori, Z. Huang, V. M. Acosta, R. G. Beausolei // Phys. Rev. Lett. – 2012. – Vol. 109, №3. – P. 033604.
16. Gérard, M. Quantum boxes as active probes for photonic microstructures: The pillar microcavity case / M. Gérard, D. Barrier, J. Y. Marzin, R. Kuszelewicz, L. Manin, E. Costard, V. Thierry-Mieg, T. Rivera // Appl. Phys. Lett. – 1996. – Vol. 69, №4. – P. 499–451.
17. Vahala, K. J. Optical microcavities / K. J. Vahala // Nature. – 2003. – Vol. 424, №6950. – P. 839–846.
18. Hood, C. J. Characterization of high-finesse mirrors: Loss, phase shifts, and mode structure in an optical cavity / C. J. Hood, H. J. Kimble, J. Ye. // Phys. Rev. A. – 2001. – Vol. 64, №3. – P. 033804.
19. Bilger, H. Origins of fundamental limits for reflection losses at multilayer dielectric mirrors / H. R. Bilger, P. V. Wells, G. E. Stedman // Appl. Opt. – 1994. – Vol. 33, №31. – P. 7390–7396.
20. Городецкий, М. Л. Оптические резонаторы с гигантской добротностью / М. Л. Городецкий. – М.: Физматлит, 2011. – 416 с. – ISBN 978-5-9221-1283-3.
21. Городецкий, М. Л. Основы теории оптических микрорезонаторов. Учебное пособие // М. Л. Городецкий. – М.: Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, 2010. – 204 с.
22. Lord Rayleigh. The problem of whispering gallery / Lord Rayleigh // Phil. Mag. – 1910. – Vol. 20. – P. 1001–1004.

23. Borselli, M. Rayleigh scattering, mode coupling, and optical loss in silicon microdisks / M. Borselli, K. Srinivasan, P. E. Barclay, O. Painter // *Appl. Phys. Lett.* – 2004. – Vol. 85, №17. – P. 3693–3695.
24. Брагинский, В. Б. Оптические микрорезонаторы с модами шепчущей галереи / В. Б. Брагинский, В. С. Ильченко, М. Л. Городецкий // *УФН.* – 1990. – Т. 160, №1. – С. 157–159.
25. Armani D. K. Ultra-high-Q toroid microcavity on a chip / D. K. Armani, T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, K. J. Vahala // *Nature.* – 2003. – Vol. 421, №6926. – P. 925–928.
26. Kuwata-Gonokami, M. Laser emission from dye-doped polystyrene microsphere / M. Kuwata-Gonokami, K. Takeda, H. Yasuda, K. Ema // *Jpn. J. Appl. Phys.* – 1992. – Vol. 31, №2. – P. L99–L101.
27. Kuwata-Gonokami, M. Polymer microdisk and microring lasers / M. Kuwata-Gonokami, R. H. Jordan, A. Dodabalapur, H. E. Katz, M. L. Schilling, R. E. Slusher, S. Ozawa // *Opt. Lett.* – 1995. – Vol. 20, №20. – P. 2093–2095.
28. Savchenkov, A. A. Kilohertz optical resonances in dielectric crystal cavities / A. A. Savchenkov, V. S. Ilchenko, A. B. Matsko, L. Maleki // *Phys. Rev. A.* – 2004. – Vol. 70, №5. – P. 051804(R).
29. Grudinin, I. S. On the fundamental limits of Q factor of crystalline dielectric resonators / I. S. Grudinin, A. B. Matsko, L. Maleki // *Opt. Express.* – 2007. – Vol. 15, №6. – P. 3390–3395.
30. Gorodetsky, M. L. Ultimate Q of optical microsphere resonators / M. L. Gorodetsky, A. A. Savchenkov, V. S. Ilchenko // *Opt. Lett.* – 1996. – Vol. 21, №7. – P. 453–455.
31. McCall, S. L. Whispering-gallery mode microdisk lasers / S. L. McCall, A. F. J. Levi, R. E. Slusher, S. J. Pearton, R. A. Logan // *Appl. Phys. Lett.* – 1992. – Vol. 60, №3. – P. 289–291.
32. Little, B. E. Microring resonator channel dropping filter / B. E. Little, S. T. Chu, H. A. Haus, J. Foresi, J.-P. Laine // *J. Lightwave Technol.* – 1997. – Vol. 15, №6. – P. 998–1005.
33. Little, B. E. Very high-order microring resonator filters for WDM applications / B. E. Little, S. T. Chu, P. P. Absil, J. V. Hryniewicz, F. G. Johnson, F. Seiferth, D. Gill, V. Van, O. King, M. Trakalo // *IEEE Photon. Technol. Lett.* – 2004. – Vol. 16, №10. – P. 2263–2265.

34. Pöllinger, M. Ultrahigh-Q tunable whispering-gallery-mode microresonator / M. Pöllinger, D. O'Shea, F. Warken, A. Rauschenbeutel // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. – Vol. 103, №5. – P. 053901.
35. Murugan, G. S. Selective excitation of whispering gallery modes in a novel bottle microresonator / G. S. Murugan, J. S. Wilkinson, M. N. Zervas // *Opt. Express.* – 2009. – Vol. 17, №14. – P. 11916–11925.
36. Ilchenko, V. S. Strain-tunable high-Q optical microsphere resonator / V. S. Ilchenko, P. S. Volikov, V. L. Velichansky, F. Treussart, V. Lefèvre-Seguin, J.-M. Raimond, S. Haroche // *Opt. Commun.* – 1998. – Vol. 145, №1. – P. 86–90.
37. Sumetsky, M. Optical microbubble resonator / M. Sumetsky, Y. Dulashko, R. S. Windeler // *Opt. Lett.* – 2010. – Vol. 35, №7. – P. 898–900.
38. Ostby, E. P. Photonic whispering-gallery resonators in new environments: Dissertation (Ph.D.) // E. P. Ostby. – Pasadena, California: California Institute of Technology, 2009. – 108 pp.
39. Hossein-Zadeh, M. Free ultra-high- Q microtoroid: a tool for designing photonic devices / M. Hossein-Zadeh, K. J. Vahala // *Opt. Express.* – 2007. – Vol. 15, №1. – P. 166–175.
40. Barclay, P. E. Integration of fiber-coupled high-Q SiN_x microdisks with atom chips / P. E. Barclay, K. Srinivasan, O. Painter, B. Lev, H. Mabuchi // *Appl. Phys. Lett.* – 2006. – Vol. 89, №13. – P. 131108.
41. Xiao, Y.-F. Quantum electrodynamics in a whispering-gallery microcavity coated with a polymer nanolayer / Y.-F. Xiao, C.-L. Zou, P. Xue, L. Xiao, Y. Li, C.-H. Dong, Z.-Fu Han, Q. Gong // *Phys. Rev. A.* – 2010. – Vol. 81, №5. – P. 053807.
42. Martin, A. L. Replica-molded high-Q polymer microresonators / A. L. Martin, D. K. Armani, L. Yang, K. J. Vahala // *Opt. Lett.* – 2004. – Vol. 29, №6. – P. 533–535.
43. Schwesyg, J. R. Fabrication and characterization of whispering-gallery-mode resonators made of polymers / J. R. Schwesyg, T. Beckmann, A. S. Zimmermann, K. Buse, D. Haertle // *Opt. Express.* – 2009. – Vol. 17, №4. – P. 2573–2578.
44. Grudinin, I. S. Ultrahigh optical Q-factors of crystalline resonators in the linear regime / I. S. Grudinin, V. S. Ilchenko, L. Maleki // *Phys. Rev. A.* – 2006. – Vol. 74, №6. – P. 063806.
45. Savchenkov, A. A. Optical resonators with ten million finesse / A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, V. S. Ilchenko, L. Maleki // *Opt. Express.* – 2007. – Vol. 15, №11. – P. 6768–6773.

46. Mohageg, M. High-Q optical whispering gallery modes in elliptical LiNbO₃ resonant cavities / M. Mohageg, A. Savchenkov, L. Maleki // *Opt. Express.* – 2007. – Vol. 15, №8. – P. 4869–4875.
47. Yeh, P. Bragg reflection waveguides / P. Yeh, A. Yariv. // *Opt. Commun.* – 1976. – Vol. 19, №3. – P. 427–430.
48. Lim, K.-Y. Photonic band-gap waveguide microcavities: Monorails and air bridges / K.-Y. Lim, D. J. Ripin, G. S. Petrich, L. A. Kolodziejski, E. P. Ippen, M. Mondol, H. I. Smith // *J. Vac. Sci. Technol. B.* – 1999. – Vol. 17, №3. – P. 1171–1174.
49. Ripin, D. J. One-Dimensional Photonic bandgap microcavities for strong optical confinement in GaAs and GaAs/Al_xO_y semiconductor waveguides / D. J. Ripin, K.-Y. Lim, G. S. Petrich, P. R. Villeneuve, S. Fan, E. R. Thoen, J. D. Joannopoulos, E. P. Ippen, L. A. Kolodziejski // *J. Lightwave Technol.* – 1999. – Vol. 17, №1. – P. 2152–2160.
50. Ripin, D. J. Photonic band gap airbridge microcavity resonances in GaAs and GaAs/Al_xO_y waveguides / D. J. Ripin, K.-Y. Lim, G. S. Petrich, P. R. Villeneuve, S. Fan, E. R. Thoen, J. D. Joannopoulos, E. P. Ippen, L. A. Kolodziejski // *J. of Appl. Phys.* – 2000. – Vol. 87, №3. – P. 1578–1580.
51. Vučković, J. Design of photonic crystal microcavities for cavity QED / J. Vučković, M. Lončar, H. Mabuchi, A. Scherer // *Phys. Rev. E.* – 2001. – Vol. 65, №1. – P. 016608.
52. Kim, S.-H. High-Q impurity photon states bounded by a photonic band pseudogap in an optically thick photonic crystal slab / S.-H. Kim, A. Homyk, S. Walavalkar, A. Scherer // *Phys. Rev. B.* – 2012. – Vol. 86, №24. – P. 245114.
53. Combrié, S. Detailed analysis by Fabry-Perot method of slab photonic crystal line-defect waveguides and cavities in aluminium-free material system / S. Combrié, E. Weidner, A. DeRossi, S. Bansropun, S. Cassette // *Opt. Express.* – 2006. – Vol. 14, №16. – P. 7353–7361.
54. Majumdar, A. Design and analysis of photonic crystal coupled cavity arrays for quantum simulation / A. Majumdar, A. Rundquist, M. Bajcsy, V. D. Dasika, S. R. Bank, J. Vučković // *Phys. Rev. B.* – 2012. – Vol. 86, №19. – P. 195312.
55. Altug, H. Two-dimensional coupled photonic crystal resonator arrays / H. Altug, J. Vučković // *Appl. Phys. Lett.* – 2004. – Vol. 84, №2. – P. 161–163.
56. Miri, M. Design and fabrication of photonic crystal nano-beam resonator: Transmission Line Model / M. Miri, M. Sodagar, K. Mehrany, A. A. Eftekhar, A. Adibi, B. Rashidian // *J. Lightwave Technol.* – 2014. – Vol. 32, №1. – P. 91–98.

57. Deotare, P. B. High quality factor photonic crystal nanobeam cavities / P. B. Deotare, M. W. McCutcheon, I. W. Frank, M. Khan, M. Lončar // *Appl. Phys. Lett.* – 2009. – Vol. 94, №12. – P. 121106.
58. Jaynes, E. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser / E. Jaynes, F. Cummings // *Proc. IEEE.* – 1963. – Vol. 51, №1. – P. 89–109.
59. Eberly, J. H. Periodic spontaneous collapse and revival in a simple quantum model / J. H. Eberly, N. B. Narozhny, J. J. Sanchez-Mondragon // *Phys. Rev. Lett.* – 1989. – Vol. 44, №20. – P. 1323–1326.
60. Meystre, P. Squeezed states in the Jaynes-Cummings model / P. Meystre, M. S. Zybairy // *Phys. Lett. A.* – 1982. – Vol. 89, №8. – P. 390–392.
61. Bogolubov, N. N. Nonclassical correlation between light beams in a Jaynes-Cummings-type model system / N. N. Bogolubov, F. Le Klen, A. S. Shumovsky // *Europhys. Lett.* – 1987. – Vol. 4, №3. – P. 281–285.
62. Arimondo, E. Nonabsorbing atomic coherences by coherent two-photon transitions in a three-level optical pumping / E. Arimondo, G. Orriols // *Nuovo Cimento Lett.* – 1976. – Vol. 17, №10. – P. 333–338.
63. Alzetta, G. An experimental method for the observation of r.f. transitions and laser beat resonances in oriented Na vapour / G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, G. Orriols // *Nuovo Cimento B.* – 1976. – Vol. 36, №1. – P. 5–20.
64. Shore, B. W. The Jaynes-Cumming model / B. W. Shore, P. L. Knight // *J. Mod. Opt.* – 1993. – Vol. 40, №7. – P. 1195–1238.
65. Yoo, H. I. Dynamical theory of an atom with two or three levels interacting with quantized cavity fields / H. I. Yoo, J. H. Eberly // *Phys. Rep.* – 1985. – Vol. 118, №5. – P. 239–337.
66. Meschede, D. Radiating atoms in confined space: From spontaneous emission to micromasers / D. Meschede // *Phys. Rep.* – 1992. – Vol. 211, №5. – P. 201–250.
67. Алискендеров, Э. И. Квантовые эффекты взаимодействия атома с излучением / Э. И. Алискендеров, А. С. Шумовский, Хо Чунг Зунг // *Физика элементарных частиц и атомного ядра.* – 1993. – Т. 24, №2. – С. 409–462
68. Gou, S.-C. Quantum behavior of a two-level atom interacting with two modes of light in a cavity / S.-C. Gou // *Phys. Rev. A.* – 1989. – Vol. 40, №9. – P. 5116–5128.

69. Gerry, C. C. Dynamics of a Raman coupled model interacting with two quantized cavity fields / C. C. Gerry, J. H. Eberly // *Phys. Rev. A.* – 1990. – Vol. 42, №11. – P. 6805–6815.
70. Abdel-Hafez, A. M. N-level atom and N-1 modes: Statistical aspects and interaction with squeezed light / A. M. Abdel-Hafez, A. S. F. Obada, M. M. A. Ahmed // *Phys. Rev. A.* – 1987. – Vol. 35, №4. – P. 1634–1647.
71. Li, F. L. Dynamics of an M-level atom interacting with cavity fields: Effects of the level number on quantum collapse and revival / F. L. Li, D. L. Lin, T. F. George, X. S. Li // *Phys. Rev. A.* – 1989. – Vol. 40, №3. – P. 1394–1401.
72. Vogel, W. k-photon Jaynes-Cummings model with coherent atomic preparation: Squeezing and coherence / W. Vogel, D.-G. Welsch // *Phys. Rev. A.* – 1989. – Vol. 40, №12. – P. 7113–7120.
73. Barnett, S. M. Dissipation in a fundamental model of quantum optical resonance / S. M. Barnett, P. L. Knight // *Phys. Rev. A.* – 1986. – Vol. 33, №3. – P. 2444–2448.
74. Puri, R. R. Collapse and revival phenomena in the Jaynes-Cummings model with cavity damping / R. R. Puri, G. S. Agarwal // *Phys. Rev. A.* – 1986. – Vol. 33, №5. – P. 3610–3613.
75. Lee, R.-K. Emission properties of a defect cavity in a two-dimensional photonic bandgap crystal slab / R.-K. Lee, O. Painter, B. Kitzke, A. Scherer, A. Yariv // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 2000. – Vol. 17, №4. – P. 629–633.
76. Greentree, A. D. Quantum phase transitions of light / A. D. Greentree, C. Tahan, J. H. Cole, L. C. L. Hollenberg // *Nat. Phys.* – 2006. – Vol. 2, №12. – P. 856–861.
77. Hartmann, M. J. Strongly interacting polaritons in coupled arrays of cavities / M. J. Hartmann, F. G. S. L. Brandão, M. B. Plenio // *Nat. Phys.* – 2006. – Vol. 2, №12. – P. 849–855.
78. Angelakis, D. G. Photon-blockade-induced Mott transitions and XY spin models in coupled cavity arrays / D. G. Angelakis, M. F. Santos, S. Bose // *Phys. Rev. A.* – 2007. – Vol. 76, №3. – P. 031805.
79. Na, N. Strongly correlated polaritons in a two-dimensional array of photonic crystal microcavities / N. Na, S. Utsunomiya, L. Tian, Y. Yamamoto // *Phys. Rev. A.* – 2008. – Vol. 77, №3. – P. 031803.
80. Gullans, M. Nanoplasmonic lattices for ultracold atoms / M. Gullans, T. G. Tiecke, D. E. Chang, J. Feist, J. D. Thompson, J. I. Cirac, P. Zoller, M. D. Lukin // *Phys. Rev. Lett.* – 2012. – Vol. 109, №23. – P. 235309.

81. Ivanov, P. A. Simulation of a quantum phase transition of polaritons with trapped ions / P. A. Ivanov, S. S. Ivanov, N. V. Vitanov, A. Mering, M. Fleischhauer, K. Singer // *Phys. Rev. A.* – 2009. – Vol. 80, №6. – P. 060301.
82. Tomljenovic-Hanic, S. Nanodiamond induced high-Q resonances in defect-free photonic crystal slabs / S. Tomljenovic-Hanic, A. D. Greentree, B. C. Gibson, T. J. Karle, S. Praver // *Opt. Express.* – 2011. – Vol. 19, №22. – P. 22219–22226.
83. Englund, D. Resonant excitation of a quantum dot strongly coupled to a photonic crystal nanocavity / D. Englund, A. Majumdar, A. Faraon, M. Toishi, N. Stoltz, P. Petroff, J. Vučković // *Phys. Rev. Lett.* – 2010. – Vol. 104, №7. – P. 073904.
84. Painter, O. Two-dimensional photonic band-gap defect mode laser / O. Painter, R.-K. Lee, A. Scherer, A. Yariv, J. D. O'Brien, P. D. Dapkus, I. Kim // *Science.* – 1999. – Vol. 284, №5421. – P. 1819–1821.
85. Greiner, M. Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms / M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, I. Bloch // *Nature.* – 2002. – Vol. 415, №6867. – P. 39–44.
86. Jaksch, D. The cold atom Hubbard toolbox / D. Jaksch, P. Zoller // *Ann. Phys.* – 2005. – Vol. 315, №1. – P. 52–79.
87. Birkel, G. Atom optics with microfabricated optical elements / G. Birkel, F. B. J. Buchkremer, R. Dumke, W. Ertmer // *Opt. Commun.* – 2001. – Vol. 191, №1,2. – P. 67–81.
88. Dumke, R. Micro-optical realization of arrays of selectively addressable dipole traps: a scalable configuration for quantum computation with atomic qubits / R. Dumke, M. Volk, T. Mütter, F. B. J. Buchkremer, G. Birkel, W. Ertmer // *Phys. Rev. Lett.* – 2002. – Vol. 89, №9. – P. 097903.
89. Russell, J. S. Report on waves (Report of the fourteenth meeting of the British Association for the Advancement of Science) / J. S. Russell. – York, September 1844 (London 1845). – pp. 311–390.
90. Russell, J. S. Report of the committee on waves, Report of the 7th Meeting of British Association for the Advancement of Science / J.S.Russell. – London, 1838. – pp. 417–496.
91. Zabusky, N. J. Interaction of “solitons” in a collisionless plasma and the recurrence of initial states / N. J. Zabusky, M. D. Kruskal // *Phys. Rev. Lett.* – 1965. – Vol. 15, №6. – P. 240–243.

92. Захаров, В. Е. О трёхмерных солитонах / В. Е. Захаров, Е. А. Кузнецов // ЖЭТФ. – 1974. – Vol. 66, №2. – P. 594–597.
93. Brizhik, L. Solitons in α -helical proteins / L. Brizhik, A. Eremko, B. Piette, W. Zakrzewski // Phys. Rev. E. – 2004. – Vol. 70, №3. – P. 031914.
94. Butcher, E. N. The elements of nonlinear optics / E. N. Butcher, D. N. Cotter. – Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1990. – 344 pp. – ISBN-13 9-780-5-213-41837. – ISBN-10 0-52-134183-3.
95. Chiao, R. Y. Self-trapping of optical beams / R. Y. Chiao, E. Garmire, C. H. Townes // Phys. Rev. Lett. – 1964. – Vol. 13, №15. – P. 479–482.
96. Агравал, Г. П. Нелинейная волоконная оптика (Пер. с англ.) / Г. П. Агравал. – М.: Мир, 1996. – 323 с. – ISBN 5-03-002418-2.
97. Khaykovich, L. Formation of a matter-wave bright soliton / L. Khaykovich, F. Schreck, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, L. D. Carr, Y. Castin, C. Salomon // Science. – 2002. – Vol. 296, №5571. – P. 1290–1293.
98. Strecker, K. E. Formation and propagation of matter-wave soliton trains / K. E. Strecker, G. B. Partridge, A. G. Truscott, R. G. Hulet // Nature. – 2002. – Vol. 417, №6885. – P. 150–153.
99. Egorov, O. A. Two-dimensional localization of exciton polaritons in microcavities / O. A. Egorov, A. V. Gorbach, F. Lederer, D. V. Skryabin // Phys. Rev. Lett. – 2010. – Vol. 105, №7. – P. 073903.
100. Amo, A. Polariton superfluids reveal quantum hydrodynamic solitons / A. Amo, S. Pigeon, D. Sanvitto, V. G. Sala, R. Hivet, I. Carusotto, F. Pisanello, G. Leménager, R. Houdré, E. Giacobino, C. Ciuti, A. Bramati // Science. – 2011. – Vol. 332, №6034. – P. 1167–1170.
101. Barland, S. Cavity solitons as pixels in semiconductor microcavities / S. Barland, J. R. Tredicce, M. Brambilla, L. A. Lugiato, S. Balle, M. Giudici, T. Maggipinto, L. Spinelli, G. Tissoni, T. Knödl, M. Miller, R. Jäger // Nature. – Vol. 419, №6908. – P. 699–702.
102. Spinelli, L. Spatial solitons in semiconductor microcavities / L. Spinelli, G. Tissoni, M. Brambilla, F. Prati, L. A. Lugiato // Phys. Rev. A. – 1998. – Vol. 58, №3. – P. 2542–2559.
103. Taranenko, V. B. Spatial solitons in a semiconductor microresonator / V. B. Taranenko, I. Ganne, R. Kuszelewicz, C. O. Weiss // Appl. Phys. B. – 2001. – Vol. 72, №3. – P. 377–380.

104. Pertsch, T. Anomalous refraction diffraction in discrete optical systems / T. Pertsch, T. Zentgraf, U. Peschel, A. Brauer, F. Lederer // *Phys. Rev. Lett.* – 2002. – Vol. 88, №9. – P. 093901.
105. Eisenberg, H. S. Discrete spatial optical solitons in waveguide arrays / H. S. Eisenberg, Y. Silberberg, R. Morandotti, A. R. Boyd, J. S. Aitchison // *Phys. Rev. Lett.* – 1998. – Vol. 81, №16. – P. 3383–3386.
106. Fleischer, J. W. Observation of two-dimensional discrete solitons in optically induced nonlinear photonic lattices / J. W. Fleischer, M. Segev, N. K. Efremidis, D. N. Christodoulides // *Nature*. – 2003. – Vol. 422, №6928. – P. 147–150.
107. Eiermann, B. Bright Bose–Einstein gap solitons of atoms with repulsive interaction / B. Eiermann, Th. Anker, M. Albiez, M. Taglieber, P. Treutlein, K.-P. Marzlin, M. K. Oberthaler // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – Vol. 92, №23. – P. 230401.
108. Kozuma, M. Coherent splitting of Bose-Einstein condensed atoms with optically induced bragg diffraction / M. Kozuma, L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, R. Lutwak, K. Helmerson, S. L. Rolston, W. D. Phillips // *Phys. Rev. Lett.* – 1999. – Vol. 82, №5. – P. 871–875.
109. Pethick, C. J. Bose-Einstein condensation in dilute gases / C. J. Pethick, H. Smith. – 2nd ed. – Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2008. – 585 pp. – ISBN-13 9-780-5-218-46516. – ISBN-10 0-52-184651-X.
110. Anglin, J. R. Dynamics of a two-mode Bose-Einstein condensate beyond mean-field theory / J. R. Anglin, A. Vardi // *Phys. Rev. A*. – 2001. – Vol. 64, №1. – P.013605.
111. Alodjants, A. P. High-temperature phase transition in the coupled atom-light system in the presence of optical collisions / A. P. Alodjants, I. Yu. Chestnov, S. M. Arakelian // *Phys. Rev. A*. – 2011. – Vol. 83, №5. – P. 053802.
112. Holstein, T. Field dependence of the intrinsic domain magnetization of a ferromagnet / T. Holstein, H. Primakoff // *Phys. Rev.* – 1940. – Vol. 58, №12. – P. 1098–1113.
113. Alodjants, A. P. Strongly localized polaritons in an array of trapped two-level atoms interacting with a light field / A. P. Alodjants, I. O. Barinov, S. M. Arakelian // *J. Phys. B*. – 2010. – Vol. 43, №9. – P. 095502.
114. Deng, H. Exciton-polariton Bose-Einstein condensation / H. Deng, H. Haug, Y. Yamamoto // *Rev. Mod. Phys.* – 2010. – Vol. 82, №2. – P. 1489–1537.
115. Kasprzak, J. Bose–Einstein condensation of exciton polaritons / J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann, A. Baas, P. Jeambrun, J. M. J. Keeling, F. M. Marchetti,

- M. H. Szymańska, R. André, J. L. Staehli, V. Savona, P. B. Littlewood, B. Deveaud, L.-S. Dang // *Nature*. – 2006. – Vol. 443, №7110. – P. 409–414.
116. Balili, R. Bose-Einstein condensation of microcavity polaritons in a trap / R. Balili, V. Hartwell, D. Snoke, L. Pfeiffer, K. West // *Science*. – 2007. – Vol. 316, №5827. – P. 1007–1010.
117. Amo, A. Superfluidity of polaritons in semiconductor microcavities / A. Amo, J. Lefrère, S. Pigeon, C. Adrados, C. Ciuti, I. Carusotto, R. Houdré, E. Giacobino, A. Bramati // *Nat. Phys.* – 2009. – Vol. 5, №11. – P. 805–810.
118. Steyn-Ross, M. L. Quantum theory of excitonic optical bistability / M. L. Steyn-Ross, C. W. Gardiner // *Phys. Rev. A*. – 1983. – Vol. 27, №1. – P. 310–325.
119. Liu, Y.-X. Semiconductor-cavity QED in high-Q regimes with q-deformed bosons / Y.-X. Liu, C. P. Sun, S. X. Yu, D. L. Zhou // *Phys. Rev. A*. – 2001. – Vol. 63, №2. – P. 023802.
120. Fleischhauer, M. Bose-Einstein condensation of stationary-light polaritons / M. Fleischhauer, J. Otterbach, R. G. Unanyan // *Phys. Rev. Lett.* – 2008. – Vol. 101, №16. – P. 163601.
121. Karr, J. Ph. Twin polaritons in semiconductor microcavities / J. Ph. Karr, A. Baas, E. Giacobino // *Phys. Rev. A*. – 2004. – Vol. 69, №6. – P. 063807.
122. Leggett, A. J. Bose-Einstein condensation in the alkali gases: Some fundamental concepts / A. J. Leggett // *Rev. Mod. Phys.* – 2001. – Vol. 73, №2. – P. 307–356.
123. Alodjants, A. P. Storage of quantum optical information based on the intracavity polaritons under the Bose-Einstein condensation condition / A. P. Alodjants, S. M. Arakelian, A. Yu. Leksin // *Laser Phys.* – 2007. – Vol. 17, №12. – P. 1432–1440.
124. Kohler, S. Oscillatory decay of a two-component Bose-Einstein condensate / S. Kohler, F. Sols // *Phys. Rev. Lett.* – 2002. – Vol. 89, №6. – P. 060403.
125. Abdullaev, F. Kh. Stability of trapped Bose-Einstein condensates / F. Kh. Abdullaev, A. Gammal, L. Tomio, T. Frederico // *Phys. Rev. A*. – 2001. – Vol. 63, №4. – P. 043604.
126. Pérez-García, V. M. Low energy excitations of a Bose-Einstein condensate: a time-dependent variational analysis / V. M. Pérez-García, H. Michinel, J. I. Cirac, M. Lewenstein, P. Zoller // *Phys. Rev. Lett.* – 1996. – Vol. 77, №27. – P. 5320–5323.
127. Pérez-García, V. M. Dynamics of Bose-Einstein condensate: Variational solutions of the Gross-Pitaevskii equations / V. M. Pérez-García, H. Michinel, J. I. Cirac, M. Lewenstein, P. Zoller // *Phys. Rev. A*. – 1997. – Vol. 56, №2. – P. 1424–1432.

128. Kitagawa, M. Squeezed spin states / M. Kitagawa, M. Ueda // *Phys. Rev. A.* – 1993. – Vol. 47, №6. – P. 5138–5143.
129. Milburn, G. J. Quantum dynamics of an atomic Bose-Einstein condensate in a double-well potential / G. J. Milburn, J. Corney, E. M. Wright, D. F. Walls // *Phys. Rev. A.* – 1997. – Vol. 55, №6. – P. 4318–4324.
130. Korbicz, J. K. Spin squeezing inequalities and entanglement of N qubit states / J. K. Korbicz, J. I. Cirac, M. Lewenstein // *Phys. Rev. Lett.* – 2005. – Vol. 95, №12. – P. 120502.
131. Bodet, C. Two-mode Bose gas: Beyond classical squeezing / C. Bodet, J. Estève, M. K. Oberthaler, T. Gasenzer // *Phys. Rev. A.* – 2010. – Vol. 81, №6. – P. 063605.
132. Morrison, S. Dynamical quantum phase transitions in the dissipative Lipkin-Meshkov-Glick model with proposed realization in optical cavity QED / S. Morrison, A. S. Parkins // *Phys. Rev. Lett.* – 2008. – Vol. 100, №4. – P. 040403.
133. Chen, G. Ground-state properties for coupled Bose-Einstein condensates inside a cavity quantum electrodynamics / G. Chen, Z. Chen, J.-Q. Liang // *Europhys. Lett.* – 2007. – Vol. 80, №4. – P. 40004.
134. Görlitz, A. Sodium Bose-Einstein condensates in the F=2 state in a large-volume optical trap / A. Görlitz, T. L. Gustavson, A. E. Leanhardt, R. Low, A. P. Chikkatur, S. Gupta, S. Inouye, D. E. Pritchard, W. Ketterle // *Phys. Rev. Lett.* – 2003. – Vol. 90, №9. – P. 090401.
135. Lévy, L.-P. Magnetism and superconductivity / L.-P. Lévy. – Heidelberg, Germany: Springer-Verlag, 2000. – 480 pp. – ISBN-13: 9-783-5-406-66882. – ISBN-10 3-540-66688-5.
136. Chin, C. Feshbach resonances in ultracold gases / C. Chin, R. Grimm, P. Julienne, E. Tiesinga // *Rev. Mod. Phys.* – 2010. – Vol. 82, №2. – P. 1225–1286.
137. Egorov, O. A. Polariton solitons due to saturation of the exciton-photon coupling / O. A. Egorov, D. V. Skryabin, F. Lederer // *Phys. Rev. B.* – 2010. – Vol. 82, №16. – P. 165326.
138. Baas, A. Optical bistability in semiconductor microcavities / A. Baas, J. Ph. Karr, H. Eleuch, E. Giacobino // *Phys. Rev. A.* – 2004. – Vol. 69, №2. – P. 023809.
139. Bajoni, D. Exciton polaritons in two-dimensional photonic crystals / D. Bajoni, D. Gerace, M. Galli, J. Bloch, R. Braive, I. Sagnes, A. Miard, A. Lemaître, M. Patrini, and L. C. Andreani // *Phys. Rev. B.* – 2009. – Vol. 80, №20. – P. 201308.

140. De Sterke, C. M. Envelope-function approach for the electrodynamics of nonlinear periodic structures / C. M. de Sterke, J. E. Sipe // *Phys. Rev. A.* – 1988. – Vol. 38, №10. – P. 5149–5165.
141. Paternostro, M. Solitonic behaviour in coupled multi atom–cavity systems / M. Paternostro, G. S. Agarwal, M. S. Kim // *New J. Phys.* – 2009. – Vol. 11, №1. – P. 013059.
142. Pau, S. Microcavity exciton-polariton splitting in the linear regime / S. Pau, G. Björk, J. Jacobson, H. Cao, Y. Yamamoto // *Phys. Rev. B.* – 1995. – Vol. 51, №20. – P. 14437–14447.
143. Вайнштейн, Л. А. Распространение импульсов / Л. А. Вайнштейн // *УФН.* – 1976. – Том 118, №2. – С. 339–367.
144. Бухман, Н. С. О скорости распространения волнового пакета в усиливающей среде // *Квантовая Электроника.* – 2001. – Том 31, №9. – С. 774–780.
145. Aranson, I. S. The world of the complex Ginzburg-Landau equation / I. S. Aranson, L. Kramer // *Rev. Mod. Phys.* – Vol. 74, №1. – P. 99–143.
146. Карпман, В. И. Теория возмущений для солитонов / В. И. Карпман, Е. М. Маслов // *ЖЭТФ.* – 1977. – Том 73, №2. – С. 537–559.
147. Karpman, V. I. A perturbational approach to the two-soliton systems / V. I. Karpman, V. V. Solov'ev // *Physica D: Nonlinear Phenomena.* – 1981. – Vol. 3, №3. – P. 487–502.
148. Kivshar, Yu. S. Dynamics of solitons in nearly integrable systems / Yu. S. Kivshar, B. Malomed // *Rev. Mod. Phys.* – 1989. – Vol. 61, №4. – P. 763–915.
149. Tomadin, A. Many-body phenomena in QED-cavity arrays / A. Tomadin, R. Fazio // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 2010. – Vol. 27, №6. – P. A130–A136.
150. Trombettoni, A. Observable signature of the Berezinskii–Kosterlitz–Thouless transition in a planar lattice of Bose–Einstein condensates / A. Trombettoni, A. Smerzi, P. Sodano // *New J. Phys.* – 2005. – Vol. 7, №1. – P. 57.
151. Notomi, M. Large-scale arrays of ultrahigh-Q coupled nanocavities / M. Notomi, E. Kuramochi, T. Tanabe // *Nat. Photon.* – 2008. – Vol. 2, №12. – P. 741–747.
152. Hennessy, K. Quantum nature of a strongly coupled single quantum dot–cavity system / K. Hennessy, A. Badolato, M. Winger, D. Gerace, M. Atatüre, S. Gulde, S. Fält, E. L. Hu, A. Imamoglu // *Nature.* – 2007. – Vol. 445, №7130. – P. 896–899.
153. Vetsch, E. Optical interface created by laser-cooled atoms trapped in the evanescent field surrounding an optical nanofiber / E. Vetsch, D. Reitz, G. Sagué, R. Schmidt,

- S. T. Dawkins, A. Rauschenbeutel // *Phys. Rev. Lett.* – 2010. – Vol. 104, №20. – P. 203603.
154. Goban, A. Demonstration of a state-insensitive, compensated nanofiber trap / A. Goban, K. S. Choi, D. J. Alton, D. Ding, C. Lacroûte, M. Pototschnig, T. Thiele, N. P. Stern, H. J. Kimble // *Phys. Rev. Lett.* – 2012. – Vol. 109, №3. – P. 033603.
155. Lacroûte, C. A state-insensitive, compensated nanofiber trap / C. Lacroûte, K. S. Choi, A. Goban, D. J. Alton, D. Ding, N. P. Stern, H. J. Kimble // *New J. Phys.* – 2012. – Vol. 14, №2. – P. 023056.
156. Zhang, A.-X. Coherent matter waves of a dipolar condensate in two-dimensional optical lattices / A.-X. Zhang, J.-K. Xue // *Phys. Rev. A.* – 2010. – Vol. 82, №1. – P. 013606.
157. Wang, J.-J. Two-component Bose-Einstein condensates in D-dimensional optical lattices / J.-J. Wang, A.-X. Zhang, K.-Zh. Zhang, J. Ma, J.-K. Xue // *Phys. Rev. A.* – 2010. – Vol. 81, №3. – P. 033607.
158. Trombettoni, A. Discrete solitons and breathers with dilute Bose-Einstein condensates / A. Trombettoni, A. Smerzi // *Phys. Rev. Lett.* – 2001. – Vol. 86, №11. – P. 2353–2356.
159. Graham, R. E. Concrete mathematics: a foundation for computer science / R. E. Graham, D. E. Knuth, O. Patashnik. – Reading, MA: Addison-Wesley Professional, 1994. – xiv+657 pp. – ISBN 0-201-55802-5.
160. Heshami, K. Controllable-dipole quantum memory / K. Heshami, A. Green, Y. Han, A. Rispe, E. Saglamyurek, N. Sinclair, W. Tittel, C. Simon // *Phys. Rev. A.* – 2012. – Vol. 86, №1. – P. 013813.
161. He, Q. Y. Dynamical oscillator-cavity model for quantum memories / Q. Y. He, M. D. Reid, E. Giacobino, J. Cviklinski, P. D. Drummond // *Phys. Rev. A.* – 2009. – Vol. 79, №2. – P. 022310.
162. Malinovsky, V. S. General theory of population transfer by adiabatic rapid passage with intense, chirped laser pulses / V. S. Malinovsky, J. L. Krause // *Eur. Phys. J. D.* – 2001. – Vol. 14, №2. – P. 147–155.
163. Bateman, J. Fractional adiabatic passage in two-level systems: Mirrors and beam splitters for atomic interferometry / J. Bateman, T. Freearge // *Phys. Rev. A.* – 2007. – Vol. 76, №1. – P. 013416.
164. Chen, X. Shortcut to adiabatic passage in two- and three-level atoms / X. Chen, I. Lizuain, A. Rauschhaupt // *Phys. Rev. Lett.* – 2010. – Vol. 105, №12. – P. 123003.
165. Simon, C. Quantum memories – A review based on the European integrated project “Qubit Applications (QAP)” / C. Simon, M. Afzelius, J. Appel, A. Boyer de la Giroday,

- S. J. Dewhurst, N. Gisin, C. Y. Hu, F. Jelezko, S. Kröll, J. H. Müller, J. Nunn, E. S. Polzik, J. G. Rarity, H. De Riedmatten, W. Rosenfeld, A. J. Shields, N. Sköld, R. M. Stevenson, R. Thew, I. A. Walmsley, M. C. Weber, H. Weinfurter, J. Wrachtrup, R. J. Young // *Eur. Phys. J. D.* – 2010. – Vol. 58, №1. – P. 1–22.
166. Josza, R. Fidelity for mixed quantum states / R. Josza // *J. Mod. Opt.* – 1994. – Vol. 41, №12. – P. 2315–2323.
167. Braunstein, S. L. Criteria for continuous-variable quantum teleportation / S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble // *J. Mod. Opt.* – 2000. – Vol. 47, №2, 3. – P. 267–278.
168. Scutaru, H. Fidelity for displaced squeezed thermal states and the oscillator semigroup / H. Scutaru // *J. Phys. A: Math. Gen.* – 1998. – Vol. 31, №15. – P. 3659–3663.