Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт физики твердого тела Российской академии наук

На правах рукописи

ТИХОНОВ Евгений Сергеевич

Исследование дробового шума в низкоразмерных электронных системах

01.04.07 – Физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

научный руководитель:
к.ф.-м.н., доцент
В.С. Храпай

Черноголовка, 2016

Оглавление

Введение **4**

1 Обзор литературы **10**

1.1 Описание случайных процессов 10

1.2 Токовый шум 13

1.3 Тепловой и дробовой шумы 16

1.4 Подход Ландауэра для когерентных проводников 18

1.5 Роль неупругих процессов 22

2 Образцы и методика измерений **26**

2.1 Образцы 26

2.1.1 GaAs 26

2.1.2 HgTe 28

2.1.3 InAs 29

2.2 Получение низких температур 30

2.3 Схема измерений 30

2.4 Калибровка тепловым шумом 35

2.5 Обработка экспериментальных данных 37

3 Нелинейный транспорт и шумовая термометрия в квазиклассическом баллистическом точечном контакте **40**

3.1 Транспорт и шум точечного контакта в одноэлектронной картине 40

3.2 Влияние электрон-электронного рассеяния 43

3.3 Экспериментальные результаты . . . 52
3.3.1 Образцы . . . 52
3.3.2 Зависимость кондактанса от затворного напряжения . . 53
3.3.3 Дифференциальное сопротивление . . . 54
3.3.4 Токовый шум . . . 57
3.3.5 Влияние магнитного поля . . . 62

4 Дробовой шум в режиме прыжковой проводимости 64
4.1 Прыжковая проводимость . . . 64
4.2 Дробовой шум в режиме прыжковой проводимости . . . 67
4.3 Экспериментальные результаты . . . 69
4.3.1 Вольт-амперные характеристики . . . 69
4.3.2 Зависимость сопротивления от затворного напряжения и температурная зависимость сопротивления . . . 70
4.3.3 Оценка радиуса локализации . . . 72
4.3.4 Размерный эффект в прыжковой проводимости и дробовом шуме . . . 75

5 Дробовой шум в режиме краевого транспорта в HgTe квантовой яме с инвертированной зонной структурой 81
5.1 HgTe топологические изоляторы . . . 81
5.2 Транспортные измерения . . . 83
5.3 Дробовой шум в когерентном одноканальном проводнике . . . 86
5.4 Экспериментальные результаты . . . 87
5.4.1 Зависимость сопротивления от затворного напряжения . 87
5.4.2 Нелокальный транспорт . . . 90
5.4.3 Дробовой шум в режиме краевого транспорта . . . 92

6 Шумовой сенсор на основе InAs-нанопровода 98
6.1 Введение . . . 98
6.2 Калибровка дробовым шумом . . . 101

6.3 Измерение локального шума 107

Заключение **112**

Публикации автора по теме диссертации **114**

Благодарности **115**

Литература **116**

Введение

Актуальность темы.

Изучение физических явлений в мезоскопических структурах не только позволяет отвечать на фундаментальные вопросы природы, но и является актуальным с точки зрения возможных применений таких структур в технологиях недалекого будущего. Системы пониженной размерности особенно интересны, так как предоставляют возможность для наблюдения эффектов, имеющих чисто квантовую природу, в образцах с размерами, хотя и меньше, чем у обычных макроскопических тел, но существенно превышающими атомные.

Измерение кондактанса (усредненной по времени характеристики системы) мезоскопических структур является одним из методов исследования их транспортных свойств [1]. Вслед за прогрессом в технологиях изготовления наноструктур возник значительный интерес и к изучению дробового шума – мгновенных токовых флуктуаций в проводниках, выведенных из состояния теплового равновесия [2]. На микроскопическом уровне причина возникновения такого шума состоит в вероятностной природе квантово-механических процессов прохождения и отражения, что в конечном итоге является следствием дискретности электрического заряда. В макроскопических проводниках дробовой шум не наблюдается главным образом потому, что электрон-фононное рассеяние приводит к усреднению флуктуаций.

При одном и том же среднем токе спектральная плотность дробового шума может существенно отличаться для различных мезоскопических систем. Другими словами, измерение дробового шума дает дополнительную информацию о транспортных свойствах проводника, что отражено в известном высказывании Р. Ландауэра: «Шум есть сигнал» [3].

Например, величина дробового шума связана со статистикой движения носителей тока. В твердых телах корреляции в движении электронов, как правило, приводят к подавлению дробового шума по сравнению с пуассоновским значением для спектральной плотности $S_P = 2eI$, соответствующим нескоррелированному случайному процессу. В частности, шум полностью подавлен для случая полностью открытого канала проводимости, как было показано в экспериментах с квантовыми сужениями [4, 5]. Прохождение электронов через сужение становится пуассоновским процессом лишь в противоположном пределе очень малой прозрачности, что описывается пуасоновским значением для спектральной плотности. В качестве примера для многоканальных систем отметим, что дробовой шум подавлен до $S_P/3$ в диффузионном проводе [6, 7] и до $S_P/4$ в открытой хаотической полости [8, 9], находясь в согласии с универсальным бимодальным распределением прозрачностей каналов в многоканальных диффузионных проводниках и демонстрируя дифракционные эффекты при рассеянии на примесях, соответственно.

При известной статистике движения квазичастиц измерение дробового щума может использоваться как прямой метод для определения их заряда. Эта идея позволила определить заряд квазичастиц в режиме дробного квантового эффекта Холла (ДКЭХ) при помощи измерения токового шума сужения, организованного в образце, находящемся в режиме ДКЭХ [10, 11, 12, 13], а также в режиме транспорта через сверхпроводящий атомный точечный контакт в условиях многократного андреевского отражения [14].

Кроме того, известно, что величина дробового шума может быть более чувствительна к тонким эффектам взаимодействия по сравнению со средним кондактасом [2, 15, 16]. В частности, изучение токового шума позволяет изучать темп охлаждения электронной системы за счет электрон-фононного рассеяния [17, 18, 19].

Основной целью данной работы являлось исследование дробового шума в различных низкоразмерных электронных системах. Для достижения этой цели был решены следующие **задачи**:

1. Разработана и внедрена методика измерений токового шума в криостате с откачкой паров ^{3}He.

2. Изучена статистика протекания тока через макроскопический изолятор (длина 5 мкм) на основе гетероструктуры GaAs/AlGaAs в режиме прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка.

3. Продемонстрирован вклад процессов электрон-электронного рассеяния в проводимость и токовый шум баллистического точечного контакта на основе гетероструктуры GaAs/AlGaAs в шарвиновском пределе.

4. Проверена когерентность транспорта в квантовых ямах CdHgTe/HgTe/CdHgTe с инвертированной зонной структурой в режиме нелокального краевого транспорта.

5. Реализована оригинальная концепция локального шумового сенсора на основе InAs-нанопроводов.

Научная новизна работы заключается в следующих оригинальных результатах, которые выносятся на защиту:

1. Впервые продемонстрирована пуассоновская статистика движения электронов в двумерном макроскопическом проводнике в режиме изолятора с прыжковой проводимостью. Показано, как происходит переход в режим размерного эффекта в механизме транспорта и в токовом шуме при изменении концентрации носителей тока. Предложена классическая модель, позволяющая объяснить наблюдение пуассоновского шума по аналогии с шумом электронной лампы.

2. Впервые экспериментально показано, что рассеяние встречных электронных пучков в геометрии точечного контакта приводит к увеличению его кондактанса в нелинейном транспортном режиме и к возникновению избыточного шума поверх эффекта обычного разогрева электронного газа. Подав-

ление линейного с тянущим напряжением уменьшения дифференциального сопротивления и шумовой температуры в небольшом магнитном поле качественно подтверждает происхождение эффекта.

3. Впервые экспериментально исследован токовый шум в HgTe квантовых ямах с инвертированной зонной структурой вблизи точки нейтральности. Результаты измерений в режиме краевого транспорта совместно со слабой температурной зависимостью сопротивления в диапазоне температур $0.5 - 4.2\,\mathrm{K}$ находятся в противоречии с концепцией одномерного геликального краевого транспорта в наших образцах.

4. Впервые показано, что зарядовый транспорт в InAs-нанопроводах при температурах $4.2\,\mathrm{K}$ и $0.5\,\mathrm{K}$ осуществляется посредством упругой диффузии вплоть до энергий квазичастиц масштаба 20 мэВ над уровнем Ферми. Этот результат позволил реализовать на основе InAs-нанопроводов концепцию локального шумового сенсора, отклик которого известным образом связан с локальной функцией распределения в месте контакта такого сенсора с неравновесным проводником.

Достоверность полученных результатов подтверждается их воспроизводимостью на различных образцах и разумным совпадением получаемых результатов с предсказаниями теории в тех случаях, где такое согласие должно заведомо наблюдаться.

Личный вклад соискателя состоял во внедрении методики измерений, выполнении всех измерений, обработке результатов и их интерпретации.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы были доложены на следующих конференциях: Advanced research workshop «Meso–2012» (Черноголовка, июнь 2012), 5-ая Всероссийская конференция молодых ученых «Микро-, нанотехнологии и их применение» (Черноголовка, ноябрь 2012), 55-я научная конференция МФТИ (Черноголовка, ноябрь 2012), Workshop on Interferometry and Interactions in Non-Equilibrium Meso- and Nano- Systems (Триест, Италия, апрель 2013), 15th International Conference on Transport in Interacting Disordered Systems (Барселона, Испания, сентябрь 2013), 9th Advanced Research Workshop NanoPeter 2014 (Санкт-Петербург, июнь 2014), 6-ая Всероссийская конференция молодых ученых «Микро-, нанотехнологии и их применение» имени Ю. В. Дубровского (Черноголовка, ноябрь 2014), XIX Международный симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника» (Н. Новгород, март 2015), Workshop Quantum Matter and Quantum Devices (Делфт, Нидерланды, апрель 2015), XIV Школа-конфеенция молодых ученых «Проблемы физики твердого тела и высоких давлений» (Сочи, сентябрь 2015), XXI Уральская международная зимняя школа по физике полупроводников (Екатеринбург, февраль 2016), семинары по физике низких температур ИФТТ РАН.

Публикации. Результаты исследований по теме диссертации представлены в 3 статьях [A1, A2, A3] и 2 электронных публикациях [A4, A5].

Структура диссертации такова:

Во **введении** обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цели работы и результаты, выносимые на защиту, описана структура диссертации и приведен список конференций, на которых были доложены результаты, полученные в ходе выполнения работы.

В **главе 1** вводятся основные понятия, а также дается краткий обзор экспериментальных и теоретических работ, посвященных изучению токового шума в твердых телах.

В **главе 2** описывается структура исследовавшихся образцов, методика измерений и способ обработки экспериментальных данных.

В **главе 3** изучается транспорт и токовый шум баллистического шарвиновского контакта на основе гетероструктуры GaAs/AlGaAs в нелинейном режиме. Сравнение результатов эксперимента с теорией позволяет продемонстрировать вклад процессов электрон-электронного рассеяния в проводимость и токовый шум контакта.

Глава 4 посвящена исследованию дробового шума макроскопической двумерной электронной системы на основе гетероструктуры GaAs/AlGaAs в режиме прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка. Выход в режим пуассоновского дробового шума в диэлектрике с достаточно малой электронной плотностью при низкой температуре является проявлением размерного эффекта, что подтверждается результатами транспортых измерений.

В **главе 5** изучается токовый шум в квантовых ямах CdHgTe/HgTe/CdHgTe. Полученные экспериментальные результаты хотя и не дают окончательного ответа на вопрос о топологической защищенности краевых состояний, но демонстрируют возможность либо реализации многоканального диффузионного, а не баллистического одноканального транспорта вдоль края, либо свидетельствуют в пользу присутствия в системе процессов сильной дефазировки.

В **главе 6** изучается дробовой шум InAs-нанопроводов, а также формулируется и проверяется концепция локального шумового сенсора. Возможность реализации сформулированной идеи связана с продемонстрированной экспериментально упругостью зарядового транспорта в имеющихся InAs-нанопроводах вплоть до энергий квазичастиц масштаба 20 мэВ над уровнем Ферми.

В **заключении** сформулированы основные результаты работы.

1. Обзор литературы

1.1 Описание случайных процессов

Флуктуации в твердых телах – типичный случайный процесс [20]. В простейшем случае случайный процесс – это функция $x(t)$, где t – чаще всего время, поведение которой не определяется однозначно любым набором начальных данных. Это означает, что функция $x(t)$ ведет себя непредсказуемым образом. Случайными процессами являются, например, долгота $\phi(t)$ определенной молекулы кислорода в атмосфере земли, или температура $T(t)$ на пересечении Первой и Второй улиц в Черноголовке, или разность потенциалов $\varphi(t)$ на концах разомкнутого проводника. В данной работе изучается дробовой шум – флуктуации тока в различных мезоскопических структурах, выведенных из состояния теплового равновесия (рис. 1.1).

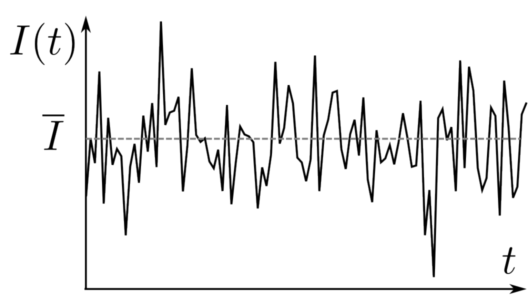


Рис. 1.1: Флуктуации тока через мезоскопический проводник.

Так как точное описание временной эволюции случайного процесса невозможно, при работе с такими величинами пользуются методами теории вероятностей. Важными понятиями являются средние значения по времени $\overline{x}$

и по ансамблю $\langle x\rangle$, спектральная плотность $S_x(f)$ и корреляционная функция $C_x(t)$. Они вводятся следующим образом.

Среднее значение по времени функции F от случайного процесса $x(t)$ определяется естественным образом:

$$\overline{F} \equiv \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int\limits_{-T/2}^{+T/2} F[x(t)]\, dt.$$

Про ансамбль одинаковых систем (и соответствующие случайные процессы), то есть систем с одинаковыми условиями для рассматриваемых случайных процессов и одинаковыми методами их измерения, говорят, что он удовлетворяет *эргодической гипотезе*, если среднее по времени, определенное с помощью любого случайного процесса из ансамбля, совпадает со средним, определенным по ансамблю:

$$\overline{F} = \langle F\rangle\,.$$

В этом смысле любой процесс из ансамбля, если его изучать на достаточно длинных временах, демонстрирует статистические свойства всего ансамбля, и наоборот.

Обычно предполагается, что случайный процесс $x(t)$ бесконечен во времени. Построим из $x(t)$ функцию

$$x_T(t) \equiv x(t) \quad \text{при} \quad -T/2 < t < T/2, \quad \text{и} \quad x_T(t) \equiv 0, \quad \text{при} \quad |t| > T/2.$$

Фурье-преобразование $\tilde{x}_T(f)$ конечно и согласно равенству Парсеваля удовлетворяет соотношению

$$\int\limits_{-T/2}^{+T/2} [x(t)]^2\ dt = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} [x_T(t)]^2\ dt = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{x}_T(f)|^2\, df = 2\int\limits_{0}^{+\infty} |\tilde{x}_T(f)|^2\, df.$$

Правая и левая части этого соотношения расходятся линейно с T, что позволяет ввести понятие *спектральной плотности* $S_x(f)$ случайного процесса $x(t)$:

$$S_x(f) \equiv \lim_{T\to\infty} \frac{2}{T} \left| \int\limits_{-T/2}^{+T/2} [x(t) - \overline{x}]\, e^{i2\pi f t}\, dt \right|^2 . \tag{1.1}$$

Здесь под знаком модуля стоит величина $\tilde{x}_T(f)$, только с вычтенным перед вычислением фурье-преобразования средним значением $\overline{x}$, чтобы избежать неинтересных дельта-функций на нулевой частоте.

Корреляционная функция случайного процесса $x(t)$ определяется соотношением

$$C_x(\tau) \equiv \overline{\delta x(t)\delta x(t+\tau)}$$

Теорема Винера-Хинчина связывает спектральную плотность случайного процесса с его корреляционной функцией:

$$S_x(f) = 2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dt\, e^{i2\pi f t} \left\langle \delta x(t)\delta x(t+\tau) \right\rangle$$

и дает удобную формулу для вычисления спектральной плотности.

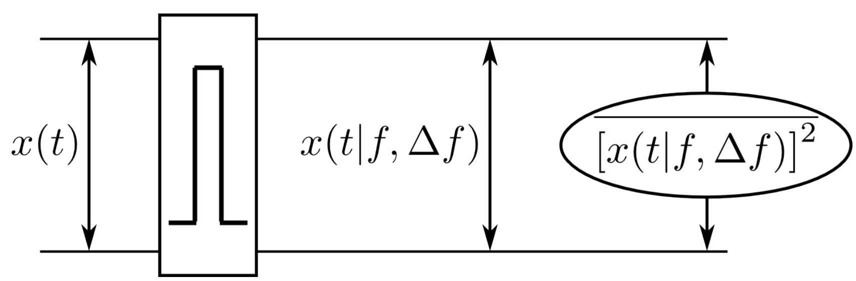


Рис. 1.2: Принципиальная схема измерения спектральной плотности сигнала $x(t)$. Здесь $x(t)$ – флуктуации сигнала, $x(t|f,\Delta f)$ – флуктуации сигнала, прошедшие через фильтр, $\overline{[x(t|f,\Delta f)]^2}$ – мощность флуктуаций, прошедших через фильтр.

Физический смысл спектральной плотности состоит в следующем. Рассмотрим принципиальную схему измерения шума (рис. 1.2). Анализатор спектра детектирует среднеквадратичный сигнал в некоторой достаточно узкой полосе частот (как правило, флуктуационный сигнал сначала усиливается).

Пусть центр полосы пропускания фильтра находится на частоте f, а ширина полосы составляет Δf. Обозначим сигнал флуктуации на входе и сигнал на выходе фильтра $x(t)$ и $x(t|f,\Delta f)$. Непосредственно из определения (1.1) следует, что среднеквадратичный сигнал на выходе узкополосного фильтра пропорционален его полосе пропускания, а коэффициент пропускания и есть спектральная плотность шума:

$$\overline{[x(t|f,\Delta f)]^2} = S_x\left(f\right)\Delta f.$$

Шум, спектральная плотность которого не зависит от частоты, называется белым. Естественно, шум, имеющий одинаковую спектральную плотность на всех частотах, в природе не встречается, так как такой сигнал имел бы бесконечную мощность. Однако распространена ситуация, когда в значительном диапазоне частот спектральная плотность для данного случайного процесса практически постоянна.

1.2 Токовый шум

Рассмотрим интересующий нас случай, когда в роли случайного процесса выступает ток через проводник. Для спектральной плотности токовых флуктуаций на нулевой частоте (которая и будет интересовать нас в данной работе) согласно (1.1) имеем:

$$S_I(0) = \lim_{T\to\infty}\frac{2}{T}\left[\int\limits_{-T/2}^{+T/2}\Delta I(t)dt\right]^2 = \frac{2\left\langle\delta Q^2\right\rangle}{\tau}, \tag{1.2}$$

где τ – достаточно большое время наблюдения.

Если речь идет о мезоскопических структурах, то одним из источников частотной зависимости токовых корреляций является внутренняя динамика квантового рассеивателя. Существенными масштабами времен в этом случае являются соответствующее RC-время τ_{RC} и время τ_D, которое электрон проводит внутри проводника. Измерение токового шума в диапазоне частот, существенно меньших обратного кинетического времени и обратного времени релаксации заряда, аналогично измерению шума на нулевой частоте. При измерении спектральной плотности токового шума на низких частотах корреляционные эффекты интегрируются по большому временному интервалу и часть важной информации о характеристических масштабах времен теряется. Однако стоит отметить, что измерение токовых флуктуаций на высоких частотах является сложнейшей экспериментальной задачей [21, 22].

Вклад в шум электрических проводников могут давать процессы различной природы [20]. Это могут быть флуктуации сопротивления $\delta R(t)$ вследствие, например, прыжкового движения рассеивающих центров, как в металлах; или флуктуации числа носителей тока вследствие процессов генерации и рекомбинации, как в полупроводниках и диэлектриках. Кроме того, результаты измерений спектра токового шума в металлах, различных полупроводниках и полупроводниковых приборах, сверхпроводниках и сверхпроводниковых приборах, туннельных контактах и т.д. показали, что с уменьшением частоты f в этих системах наблюдается рост спектральной плотности примерно пропорционально $1/f$ вплоть до самых низких частот – такой шум называют $1/f$-шумом [23, 24]. Шумы со спектральной зависимостью $S \propto 1/f^{\alpha}$ распространены не только в физических системах, но также встречаются в биологии, экономике, психологии и даже музыке. Происхождение такого шума не имеет универсального объяснения и адекватное объяснение функциональной зависимости $S(f)$ и физическое объяснение происхождения такого шума представляет трудности в каждой отдельной системе, даже если ограничиться электрическим шумом. Непонятно даже, есть ли какая-либо универсальность в уравнениях, которые приводят к спектру типа $1/f$ в совершенно различных физических системах. Шум типа $1/f$ был обнаружен уже в первых работах [25]. Для такого шума обычно характерна квадратичная зависимость спектральной плотности от приложенного напряжения.

Фундаментальным источником шума, присущим абсолютно всем проводникам при ненулевой температуре, является тепловое движение носителей заряда. Сначала инженеры, работавшие с усилителями на электронных лампах, подметили, что посторонний шум увеличивается с увеличением входного сопротивления усилителя. Более детальное изучение вопроса показало, что этот шум не зависит от свойств электронной лампы, а определяется исключительно величиной сопротивления. Результат экспериментов с изменением температуры сопротивления не оставил сомнений в том, что эффект связан с тепловым возбуждением носителей тока. Г. Найквист теоретически описал это явление, что позволило определить значение величины постоянной Больцмана.

Данная диссертация посвящена изучению дробового шума, также имеющего фундаментальное происхождение. Он возникает из-за дискретности заряда носителей тока в проводнике. При измерении дробового шума важно избавиться от вклада $1/f$-шума, поэтому измерения проводятся обычно на частотах масштаба нескольких мегагерц, где паразитным вкладом этого шума как правило можно пренебречь.

На бумаге измерение шума может показаться таким же простым, как и измерение транспортных свойств различных полупроводниковых структур на постояном токе и методами синхронного детектирования. Однако, в реальности такие измерения оказываются более сложными из-за широких полос измерения (сотни килогерц и мегагерцы) и частой необходимости копить сигналы при относительно небольших токах (несколько наноампер). Чем больше ширина полосы, тем чувствительнее измерительная схема к различным наводкам, а чем больше время накопления сигнала, тем существеннее может оказаться дрейф, например, низкотемпературного усилителя. С учетом сложности эксперимента резонно задаться вопросом, в чем может быть польза шумовых измерений? Не вдаваясь в детали, отметим эксперименты, в которых измерение шума использовалось в качестве метода термометрии [26], для описания корреляций в многоканальных проводниках [7, 8], определения заряда квазичастичных возбуждений [10, 11, 27], изучения эффектов двухчастичной интерференции и демонстрации работы куперовского сплиттера [28, 29], изучения электронной термализации, например, в графене [17, 18, 19].

1.3 Тепловой и дробовой шумы

В равновесном проводнике существен только тепловой шум Джонсона-Найквиста [30, 31]. Его спектральная плотность дается формулой

$$S_I(f) = \frac{4k_BT}{R}\frac{hf/k_BT}{\exp(hf/k_BT)-1}.$$

Для экспериментально существенных частот и температур $f \ll k_BT/h$ и тепловой шум может считаться белым со спектральной плотностью

$$S_I = \frac{4k_BT}{R}.$$

Из этого выражения видно, что при заданной температуре тепловой шум полностью определяется величиной сопротивления и не предоставляет о системе дополнительной информации. Тем не менее измерение теплового шума позволяет откалибровать установку для извлечения правильного сигнала.

При протекании тока через проводник токовый шум увеличивается по сравнению с равновесным шумом. Избыточный шум с белым спектром, обусловленный дискретностью заряда, называется дробовым шумом. Рассмотрим сначала тривиальный и не слишком актуальный, но важный случай электронной лампы [32] (рис. 1.3). Ток в этом случае представляет собой последовательность нескоррелированных случайных актов вылета электронов из катода и их перелета на анод:

$$I(t) = \sum_k F(t-t_k), \quad \int\limits_{-\infty}^{+\infty} F(t)dt = e.$$

Для такого пуассоновского процесса имеем:

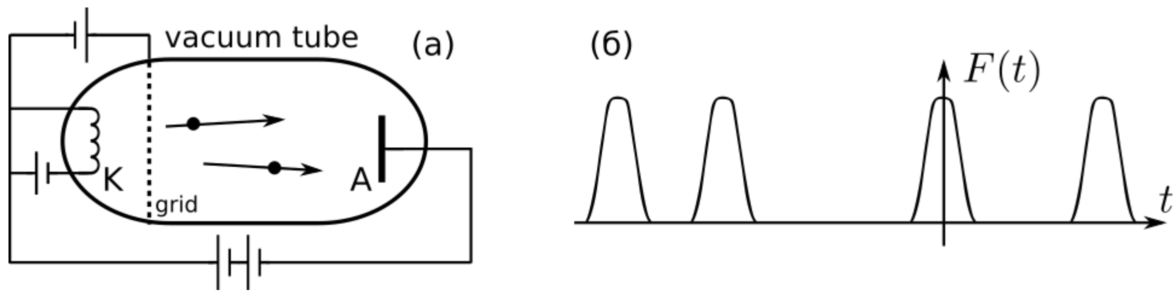


Рис. 1.3: (а) Схематическое изображение электронной лампы. (б) Ток через лампу как сумма единичных актов прилета электронов на анод.

$$S_I(0) = \frac{2\left\langle \delta Q^2 \right\rangle}{\tau} = \frac{2e^2\left\langle \delta n^2 \right\rangle}{\tau} = \frac{2e^2\overline{n}}{\tau} = \frac{2e\overline{Q}}{\tau} = 2e\overline{I} \equiv S_P. \tag{1.3}$$

Как видно, спектральная плотность дробового шума в этом случае линейно растет со средним током, что является отличительной чертой дробового шума. Отметим, что спектральная плотность шума типа $1/f$ квадратично зависит от тока [20].

В электронной лампе средние числа заполнения малы и фермиевская статистика неотличима от распределения Больцмана, а корреляций в движении электронов нет. Не такая ситуация в твердых телах. Например, как было показано в экспериментах с квантовыми точечными контактами [4, 5], корреляции в движении электронов, возникающие как следствие принципа Паули, запрещающего двум электронам находиться в одном квантовом состоянии, приводят к подавлению шума. Влияние корреляций на спектральную плотность токового шума описывается величиной фактора Фано $0 \leq F \leq 1$, который в случае нулевой температуры характеризует степень подавления токового шума по сравнению с максимально возможным пуассоновским значением:

$$F \equiv \frac{S_I}{S_P} = \frac{S_I}{2eI}. \tag{1.4}$$

Для основных типов проводников Фано-фактор принимает универсальные значения [2]: $F = 1$ для туннельного барьера, $F = 1/3$ для металлического проводника в режиме упругого диффузионного транспорта, $F = 0$ для баллистического проводника. Теоретический вывод этих значений (например, [33]) подтвержден многочисленными экспериментами [7, 34].

1.4 Подход Ландауэра для когерентных проводников

Удобным способом описания транспортных свойств и в том числе токовых флуктуаций когерентной мезоскопической системы без учета взаимодействия является формулировка Ландауэра. В этом подходе транспортные свойства системы связываются с квантовомеханическими амплитудами рассеяния в ней, при этом упруго рассеивающие центры представляются в виде потенциальных барьеров на пути распространяющихся электронов.

Рассмотрим мезоскопический образец (рис. 1.4), соединенный с двумя резервуарами L и R, которые считаются настолько большими, что их можно характеризовать температурой $T_{L,R}$ и химическим потенциалом $\mu_{L,R}$ соответственно. Функции распределения электронов в резервуарах равновесные:

$$f_\alpha(E) = \left[\exp\left(\frac{E-\mu_\alpha}{k_B T_\alpha}\right)+1\right]^{-1}, \ \alpha = L, R.$$

Поперечное движение в такой системе квантуется и характеризуется дискрет-

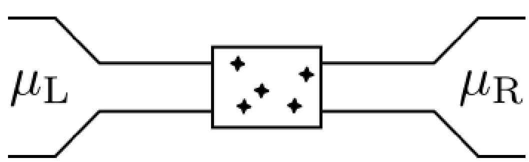


Рис. 1.4: Сечение двухконтактного проводника, соединенного с двумя резервуарами.

ным индексом n, отвечающим различным модам или, как принято говорить, каналам, а вдоль оси x могут распространяться плоские волны, принадлежащие различным каналам и характеризующиеся непрерывным волновым вектором k_ℓ. Т.к. $E = E_\ell + E_n$, то в силу положительности $E_\ell = \hbar^2 k_\ell^2/2m$, при каждой заданной энергии существует определенное конечное число $N_\perp$ каналов поперечного движения. С учетом спинового вырождения для двумерного поперечного сечения $N_\perp = Ak_F^2/2\pi$ (A - площадь сечения), для одномерного поперечного сечения ширины a $N_\perp = 2ak_F/\pi$.

Рассматриваемый образец рассеивает следующим образом: приходящая слева из канала j волна имеет вероятности $T_{ij} = |t_{ij}|^2$ и $R_{ij} = |r_{ij}|^2$ прохождения направо в канал i и отражения налево в канал i соответственно. Через элементы $(N_L + N_R) \times (N_L + N_R)$ матрицы рассеяния S, имеющей вид

$$S = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix},$$

связываются между собой операторы рождения и уничтожения электронов в каналах слева и справа. Квадратные диагональные блоки r и r' размеров $N_L \times N_L$ и $N_R \times N_R$ соответственно отвечают отражению электронов обратно в левый и правый резервуары, а недиагональные прямоугольные блоки t и t' размеров $N_R \times N_L$ и $N_L \times N_R$ описывают прохождение электронов через образец. При известном распределении по входящим каналам матрица S дает распределение по выходящим каналам. Кондактанс, измеренный между двумя внешними резервуарами, в линейном режиме в пределе нулевой температуры дается выражением

$$G = \frac{e^2}{2\pi\hbar}\mathrm{Tr}[t(E_F)t^+(E_F)].$$

Матрицу $t(E_F)t^+(E_F)$ можно диагонализовать. Она обладает набором действительных собственных значений - вероятностей прохождения так называемых собственных каналов $0 \leq T_n \leq 1$ (каждый собственный канал есть суперпозиция состояний вида $e^{ik_\ell x}\chi_\ell(y,z)$), которые уже не смешиваются при рассеянии. Кондактанс при этом можно переписать в следующем виде

$$G = \frac{e^2}{2\pi\hbar}\sum_i T_i. \tag{1.5}$$

В дальнейшем, говоря о каналах, мы будем иметь в виду именно собственные каналы.

При нулевой температуре (в отсутствие тепловых флуктуаций) и некотором приложенном напряжении имеют место только флуктуации, связанные с возможностью для электрона либо отразиться, либо пройти через канал. Это и есть дробовой шум. Для случая, когда величины T_i не зависят от энергии электрона, его спектральная плотность дается соотношением:

$$S_I = \frac{e^3|V|}{\pi\hbar} \sum_i T_i(1 - T_i). \tag{1.6}$$

Ни полностью открытые каналы с $T_i = 1$, ни полностью закрытые с $T_i = 0$ не дают вклада в ту часть шума, которая пропорциональна напряжению. Ненулевой вклад в шум происходит только от каналов с промежуточными значениями T_i. Электроны в каналах с нулевым или единичным значениями T_i совсем не испытывают рассеяния или же совсем не проходят через контакт, и не создают шума, поскольку нет случайности.

Происхождение величины $T_i(1 - T_i)$ под знаком суммы в выражении (1.6) легко понять. Спонтанные флуктуации тока в проводнике связаны с флуктуациями чисел заполнения электронных состояний, которые описываются соотношением [35]

$$\overline{\delta n_k^2} = \overline{n_k}(1 - \overline{n_k}).$$

Но если вероятность прохождения i-ого канала – T_i, то для соответствующего электронного состояния имеем $\overline{n_k} = T_i$.

Из (1.5) и (1.6) видно, что дробовой шум всегда меньше пуассоновского $S_P = 2eI$. Фактор Фано в формулировке Ландауэра определяется соотношением:

$$F \equiv \frac{S_I}{S_P} = \frac{\sum_i T_i(1 - T_i)}{\sum_i T_i}, \tag{1.7}$$

и изменяется от 0 (все каналы прозрачны, т.е. T_i=1) до 1 (в случае слабой пропускной способности всех каналов - пуассоновский шум). Важно подчеркнуть, что подход Ландауэра описывает системы без взаимодействия и, потому, принципиально не может объяснить некоторые эффекты, связанные, например, с электрон-электронным (e-e) рассеянием.

В главах 3 и 6 речь пойдет о дробовом шуме в баллистическом шарвиновском точечном контакте и диффузионном нанопроводе. В первом случае выражение (1.7) означает, что шум такого контакта существенно подавлен

$$F \sim \frac{1}{N},$$

где N - число открытых каналов. Интереснее ситуация для диффузионного проводника. Сравнение формулы Друде

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

с выражением Ландауэра (1.5) дает среднее значение коэффициента прохождения

$$\langle T \rangle \sim \frac{l}{L}.$$

В диффузионном режиме $\langle T \rangle \ll 1$ и можно было бы предположить, что значения всех коэффициентов прозрачности близки к среднему значению и потому малы. Тогда из выражения (1.7) следовало бы, что диффузионный провод шумит пуассоновским дробовым шумом. В действительности же, распределение коэффициентов прозрачности имеет бимодальную форму

$$P(T) = \frac{l}{2L}\frac{1}{T\sqrt{1-T}} \tag{1.8}$$

и такое бимодальное распределение приводит к суб-пуассоновской величине шума с $F = 1/3$.

При ненулевой температуре общее выражение для спектральной плотности токового шума в двухтерминальном проводнике

$$S_I = \frac{e^2}{\pi\hbar}\sum_n \int dE\{T_n(E)[f_L(1-f_L) + f_R(1-f_R)] + \\ + T_n(E)\left[1 - T_n(E)\right](f_L - f_R)^2\}.$$

Здесь два первых слагаемых определяют вклад равновесного шума, а третье слагаемое отвечает неравновесному вкладу в спектральную плотность. В важном случае, когда энергетической зависимостью $T_n(E)$ на масштабе интересующих температур и приложенных напряжений можно пренебречь, это соотношение принимает вид:

$$S_I = \frac{e^2}{\pi\hbar}\left[2k_BT\sum_n T_n^2 + eV\coth\left(\frac{eV}{2k_BT}\right)\sum_n T_n(1-T_n)\right].$$

Записанное в таком виде, выражение для токового шума не является простой суммой теплового и дробового шумов, а есть сложная функция температуры T и приложенного между резервуарами напряжения V. Последнее соотношение с учетом (1.5) можно переписать в виде, удобном для обработки экспериментальных данных:

$$S_I = 4k_BTG + 2e|I|F(\coth\xi - 1/\xi), \quad \xi = e|V|/2k_BT. \tag{1.9}$$

1.5 Роль неупругих процессов

Стоит отметить следующее существенное обстоятельство. В достаточно длинных проводниках фактор Фано уменьшается с увеличением длины проводника L, и в макроскопических образцах дробовой шум практически не наблюдается [36]. Для качественного понимания такого поведения можно считать, что существует некоторая характерная длина L_{eff} такая, что при $L \gg L_{\text{eff}}$ разные части образца шумят независимо. Общий шум при этом усредняется, и фактор Фано уменьшается с ростом L.

Рассмотрим для примера диффузионный металлический проводник. Если его характерный размер

$$L < l_{ee},\, l_{e-ph}$$

меньше длин электрон-электронного и электрон-фононного рассеяния при данной температуре, то спектральная плотность токового шума не зависит от его формы, степени беспорядка и других индивидуальных свойств:

$$S_I = \frac{8k_BT}{3R} + \frac{2eV}{3R}\coth\left(\frac{eV}{2k_BT}\right). \tag{1.10}$$

Это в точности выражение (1.9) с $F = 1/3$. Оно было получено как в формализме матриц рассеяния [37, 38], так и исходя из квазиклассического уравнения Больцмана-Ланжевена на функцию распределения [6], которое и позволяет проиллюстрировать ситуацию. Уравнение Больцмана-Ланжевена имеет вид

$$\left(\partial_t + \mathbf{v}\nabla + e\mathbf{E}\partial_{\mathbf{p}}\right) f(\mathbf{r},\mathbf{p},t) = I[f] + \xi(\mathbf{r},\mathbf{p},t), \tag{1.11}$$

где $I[f]$ - интеграл упругих столкновений, а $\xi(\mathbf{r},\mathbf{p},t)$ - ланжевеновский источник флуктуаций, который описывает случайный поток частиц в данную ячейку фазового пространства $(\mathbf{r},\mathbf{p})$. В этом подходе показывается, что спектральная плотность токового шума связана с электронной функцией распределения соотношением:

$$S_I = \frac{4}{RL}\int dx \int d\epsilon\, f(\epsilon,x)[1-f(\epsilon,x)], \tag{1.12}$$

и определяется интервалом энергий, где функция распределения отлична от нуля и единицы. Здесь удобно ввести локальную шумовую температуру

$$T_N(x) = \frac{1}{k_B}\int d\epsilon\, f(\epsilon,x)[1-f(\epsilon,x)] \tag{1.13}$$

и шумовую температуру рассматриваемого проводника:

$$T_N = \int \frac{dx}{L}\, T_N(x). \tag{1.14}$$

В случае, когда энергетической релаксацией можно пренебречь, электронная функция распределения удовлетворяет уравнению диффузии [6]:

$$\frac{d^2 f(\epsilon,x)}{dx^2} = 0, \quad f(\epsilon,0) = f_0,\ f(\epsilon,L) = f_L \tag{1.15}$$

и выражается как

$$f(\epsilon,x) = \left(1 - \frac{x}{L}\right) f_0 + \frac{x}{L} f_L.$$

Подстановка этого выражения в (1.12) и дает выражение (1.10). Подавление шума по сравнению с пуассоновским значением в этом случае легко понять: наибольший вклад в шум происходит от области проводника вблизи его середины, где электронная функция распределения наиболее неравновесна. Вблизи же омических контактов функция распределения близка к равновесной и практически не дает вклада в дробовой шум. Однако все части проводника дают одинаковый вклад в сопротивление, что и объясняет подавление шума.

Ситуация меняется если неупругими процессами уже нельзя пренебречь. В правой части уравнения Больцмана-Ланжевена (1.11) добавляется интеграл неупругих столкновений, а функция распределения должна находиться из уравнения

$$D\frac{d^2 f(\epsilon, x)}{dx^2} + I_{ee}(\epsilon, x) + I_{e-ph}(\epsilon, x) = 0, \tag{1.16}$$

где $D = v_F^2 \tau_{\mathrm{imp}}/3$ - коэффициент диффузии электронов. В частности, в случае интенсивного электрон-электронного рассеяния, когда электрон-фононная релаксация отсутствует, функция распределения описывается хорошо определенной локальной температурой $T_e(x)$ электронной системы

$$f(\epsilon, x) = \left[1 + \exp\left(\frac{\epsilon - e\phi(x)}{k_B T_e(x)}\right)\right]^{-1},$$

где $\phi(x) = -(x/L)V$ - потенциал вдоль проводника, а электронная температура

$$T_e^2(x) = \frac{3}{\pi^2}\left(\frac{eV}{k_B}\right)^2 \left[\left(\frac{x}{L}\right) - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right], \quad eV \gg k_B T_0.$$

Например, в центре проводника электронная температура равна

$$T_e = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}\frac{eV}{k_B}. \tag{1.17}$$

Подстановка выражения для $f(\epsilon, x)$ в (1.12) дает (при напряжениях $eV \gg k_B T$)

$$S_I \approx \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{eV}{R}. \tag{1.18}$$

Увеличение токового шума по сравнению со случаем нерассеивающихся электронов $F = 1/3 \rightarrow \sqrt{3}/4$ связано с расширением за счет электрон-электронного рассеяния полосы энергий, в которой функция распределения отлична от нуля и единицы.

В работе [39] уравнение на локальную электронную температуру $T_e(x)$ было найдено умножением уравнения Больцмана на ϵ и интегрированием полученного соотношения по энергии. Отметим, что получающееся таким образом уравнение есть просто уравнение теплопроводности, записанное с учетом закона Видемана-Франца:

$$J = -\frac{d}{dx}(\sigma \mathcal{L} T \frac{dT}{dx}).$$

Здесь J – плотность выделяющейся мощности, а $\mathcal{L} = (k_B/e)^2 \times \pi^2/3$ - постоянная Лоренца. Выражение (1.18) при этом есть не что иное, как результат усреднения электронной температуры по всей длине образца:

$$S_I = \frac{4k_B T_e}{R},$$

где

$$T_e = \int_0^L \frac{dx}{L} T_e(x) = \frac{\sqrt{3}}{8} \frac{eV}{k_B}.$$

В отличие от электрон-электронного рассеяния, электрон-фононная релаксация отводит энергию от электронной системы и понижает ее эффективную температуру, тем самым подавляя дробовой шум [6]. В таком случае, измерение токового шума при существенных напряжениях может являться средством изучения электрон-фононной релаксации [17]. Экспериментально, влияние электрон-фононной релаксации проявляется как ослабление по сравнению с линейной зависимости $S_I(I)$. В частности, полученная в главе 6 линейная зависимость $S_I(I)$ с $F \approx 1/3$ вплоть до энергии квазичастиц порядка 20 мэВ над уровнем Ферми, позволяет заключить, что электрон-фононной релаксацией при таких энергиях все еще можно пренебречь.

2. Образцы и методика измерений

2.1 Образцы

Изучались структуры, выполненные на основе различных материалов, которые мы вкратце опишем.

2.1.1 GaAs

В главах 3 и 4 изучались структуры на основе двумерных электронных систем. Для того, чтобы создать двумерную электронную систему, нужно ограничить движение электронов в одном из направлений. Самые совершенные квантовые структуры получают с помощью метода молекулярно-лучевой эпитаксии (МЛЭ) [40], который позволяет контролировать процесс роста с точностью до атомных слоев и, соответственно, получать очень резкую границу между двумя материалами. Пара $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$, $0.15 \lesssim x \lesssim 0.35$ является наиболее удачной в том смысле, что периоды кристаллических решеток в этих соединениях совпадают с точностью до десятой доли процента. В процессе роста структуры на подложку напыляется слой легированного кремнием GaAs, который остается хорошо проводящим при самых низких температурах и играет роль заднего затвора. На нем выращивается слой как можно более чистого GaAs и последовательно δ-легированный кремнием слой $Al_xGa_{1-x}As$, которые и образуют гетеропереход (рис. 2.1(a)).

Ширина запрещенной зоны различна в двух материалах, а энергию Ферми

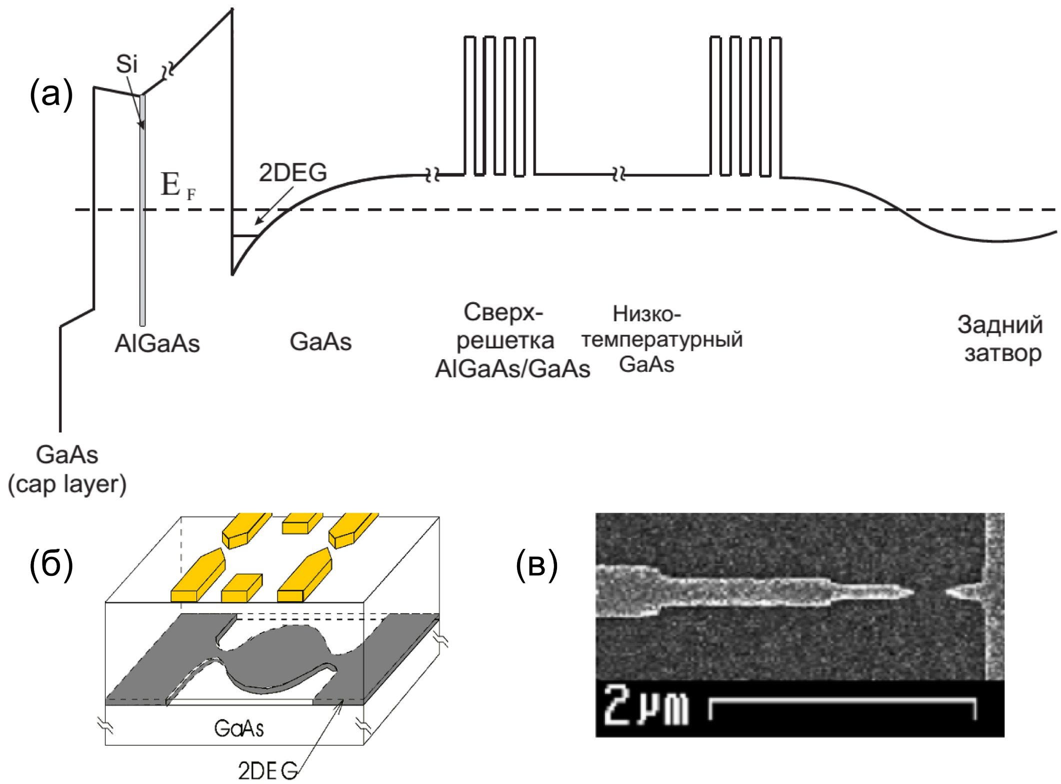


Рис. 2.1: (а) Схематическое изображение гетероструктуры GaAs/AlGaAs. (б) Схематическое изображение сформированной при помощи затворов квантовой точки. (в) Микрофотография одного из изучавшихся образцов (образец I из главы 3).

в AlGaAs можно менять, изменяя степень легирования. При контакте устанавливается общий уровень электрохимического потенциала, в результате перераспределения электронов происходит изгиб энергетических зон и дно зоны проводимости в GaAs в приконтактной области оказывается ниже уровня Ферми. Электроны заполняют квантовую потенциальную яму между краем зоны проводимости с одной стороны и потенциальным барьером AlGaAs с другой. Таким образом вблизи границы GaAs/AlGaAs образуется двумерный электронный газ. В широком диапазоне электронных концентраций электроны занимают лишь нижний уровень размерного квантования, что и приводит к понижению размерности системы: движение электронов вдоль гетерограницы свободно, а в поперечном направлении заквантовано.

Чтобы получить двумерный газ определенной формы, на поверхности образца с помощью оптической литографии сначала травится меза, затем вжигаются омические контакты и при необходимости напыляется металлический затвор (рис. 2.1(б,в)). Приложение напряжения к затвору позволяет управлять концентрацией электронов в подзатворной области.

2.1.2 HgTe

В главе 5 изучались относительно широкие (8 нм) квантовые ямы на основе HgTe/CdHgTe гетероструктур. Как и в предыдущем случае, рост таких структур осуществляется при помощи МЛЭ [41]. Наименьшая температура в процессе роста при помощи МЛЭ по сравнению с другими методами эпитаксиального роста обеспечивает минимальную взаимную диффузию слоев структуры.

Принципиальное устройство изучаемых образцов представлено на рис. 2.2. Двойной гетеропереход $Cd_{0.7}Hg_{0.3}Te/HgTe/Cd_{0.7}Hg_{0.3}Te$ растится на последовальности буферных слоев ZnTe и CdTe на подложке GaAs (013). Рост структуры производится при температуре $180 - 190°$ C со скоростью $3 - 4$ мкм/ч, а изменение состава выращиваемой структуры $Hg_{1-x}Cd_xTe$ достигается за счет изменения потока атомов Te. Определение состава x производится посредством эллипсометрии на длине волны $\lambda = 632.8$ нм с учетом изменения оптических констант (коэффициента преломления n и коэффициента поглощения k) с изменением величины x.

Из полученного гетероперехода при помощи фотолитографии изготавливаются образцы. Плазмохимическим осаждением на поверхности образца реализуется двухслойный диэлектрик SiO_2/Si_3N_4, на который в дальнейшем напыляется TiAu металлический затвор. Омические контакты реализуются простым вжиганием индия. Как и в предыдущем случае, приложение напряжения к затвору позволяет менять положение уровня Ферми.

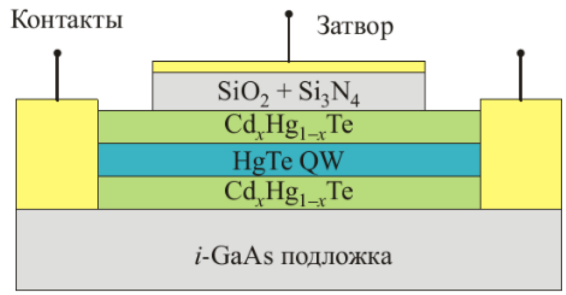


Рис. 2.2: Схематическая структура изучаемых квантовых ям. Рисунок из работы [42].

2.1.3 InAs

В главе 6 объектом исследования являются InAs нанопровода. Они были выращены при помощи механизма роста «пар-жидкость-кристалл», впервые описанного в [43]. Рост производился на подложке InAs (111), а в качестве катализатора выступали наночастицы Au [44]. Роль частиц катализатора в таком процессе – образование капли жидкого расплава с относительно низкой температурой плавления. Жидкая капля адсорбирует вещество из газа до состояния пересыщенного расплава, из которого и происходит его кристаллизация на подложку. Таким образом диаметр получающихся нанопроводов управляется размером капель катализатора. Золото – наиболее часто используемый катализатор из-за его химической инертности и способности к образованию эвтектических сплавов с большинством полупроводниковых материалов.

Наночастицы Au на поверхности подложки можно получить, например, методами литографии [45], распылением коллоидных частиц или в результате отжига напыленной тонкой пленки. Последний способ является наиболее распространенным в силу своей простоты и дешевизны. Размер получающихся наночастиц определяется начальной толщиной пленки, температурой и временем отжига. Типичные температуры отжига составляют $450 - 550°$ C, толщины «пленок» – $0.1 - 1$ нм, а время отжига - 20 минут. Диаметр получающихся в таких условиях нанопроводов лежит в диапазоне $20 - 80$ нм.

2.2 Получение низких температур

Измерения шума проводились в основном при температурах $0.5 - 4.2\,\mathrm{K}$ в криостате с откачкой паров ^{3}He и (в главе 3) при температуре $\approx 100\,$мК в криостате растворения «Oxford TLM-400». Температура измерялась путем измерения сопротивления калиброванного RuO_2-термометра. Принцип работы криостата с откачкой паров ^{3}He состоит в следующем. При откачке паров ^{4}He из одноградусной камеры на ее стенках внутри вставки конденсируется жидкий ^{3}He. Криосорбционный насос с активированным углем (обладающим большой площадью поверхности) позволяет эффективно откачивать пары жидкого ^{3}He. Таким образом достигается температура $T \approx 0.5\,\mathrm{K}$. Стоит отметить, что из-за высокой стоимости этого газа необходимо иметь вакуумно плотную замкнутую систему с герметизированным насосом.

Измерение температурных зависимостей сопротивления образца вплоть до температуры 50 мК проводилось также в криостате растворения «Oxford TLM-400». Температура $\lesssim 1\,\mathrm{K}$ достигается откачкой паров ^{4}He. При температурах ниже температуры расслоения ($\approx 870\,$мК) смесь изотопов ^{3}He и ^{4}He разделяется на две фазы. Более тяжелая фаза содержит в основном ^{4}He, а более легкая – в основном ^{3}He. Важным является то, что при любой температуре эта «растворенная» фаза не может содержать меньше 6% ^{3}He. Откачка паров фазы, богатой ^{4}He (при этом откачивается, в основном, ^{3}He за счет много большего давления насыщенных паров при низкой температуре), приводит к нарушению фазового равновесия и растворению ^{3}He из «концентрированной» фазы в «растворенной» фазе, за счет чего смесь охлаждается.

2.3 Схема измерений

Схема включения образца R_{sample} в низкотемпературную часть установки представлена на рис. 2.3. При отсутствии катушки L диапазон частот, в котором можно детектировать сигнал определяется шунтирующей емкостью высокочастотного кабеля C_{sh}, паразитной емкостью образца C_{par} и сопротивлением нагрузки R_0. Если же в контуре имеется катушка, ее номинал L вместе с C_{sh} и C_{par} определяют резонансную частоту f_0, а добротность резонанса определяется сопротивлением образца и нагрузочным сопротивлением в параллель.

В параллель с образцом в цепь включен полевой транзистор R_{calibr}, сопротивление которого контролируется приложением напряжения к затвору. Этот транзистор необходим для калибровки установки, процедура которой описана ниже, а при измерении дробового шума транзистор запирается и ток через него не течет. Ток I через образец, как обычно, задается через большое сопротивление, величина которого в нашем случае составляет, как правило, $(1-1000)$ МОм.

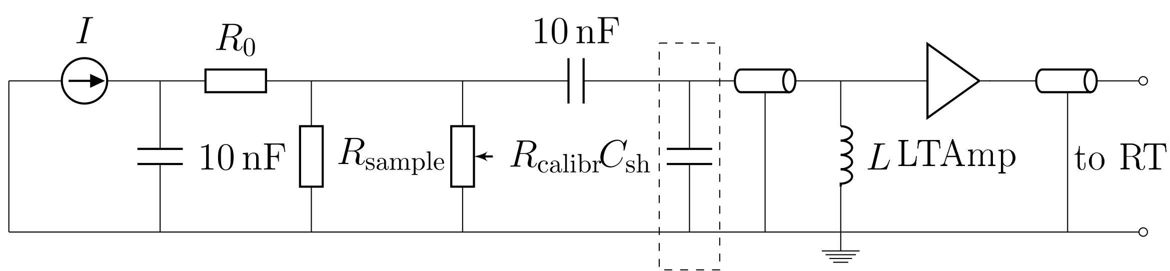


Рис. 2.3: Принципиальная схема измерений при низкой температуре.

При измерении шума переменное напряжение на сопротивлении нагрузки R_0 усиливается каскадом усилителей, и его средний квадрат флуктуации детектируется в определенной полосе частот. Первым каскадом служит самодельный низкотемпературный усилитель, обозначенный как LTAmp, расположенный на расстоянии примерно 20 см от образца. Усилитель вынесен на достаточное расстояние из соленоида, чтобы обеспечить одинаковый режим работы в условиях нулевого и ненулевого магнитных полей. Низкотемпературный усилитель сделан на основе промышленного полевого транзистора ATF − 35143, включенного по схеме с общим истоком. Схема низкотемпературного усилителя представлена на рис. 2.4. На комнате в цепи затвора имеется фильтр низких частот, а в цепи стока – π-фильтр, для борьбы с возможными наводками при задании рабочей точки усилителя. Типичные значения рабочей точки $V_g = -0.72\,\text{В}$, $I_{\text{Amp}} = 2\,\text{мА}$. Ток I_{Amp} через транзистор задается источником тока Yokogawa через тот же коаксиальный кабель, по которому измеряемый сигнал поступает на комнатную часть схемы. Затворное напряжение V_g, как правило, задается с использованием обычной пальчиковой батарейки. Коэффициент усиления низкотемпературного усилителя близок к 10 дБ, при этом выделяемая им мощность не превосходит 0.5 мВт. Особенно важно, что выходное сопротивление полевого транзистора в рабочем режиме ($\approx 100\,\text{Ом}$) близко к волновому сопротивлению 50 Ом. Измерения в работе

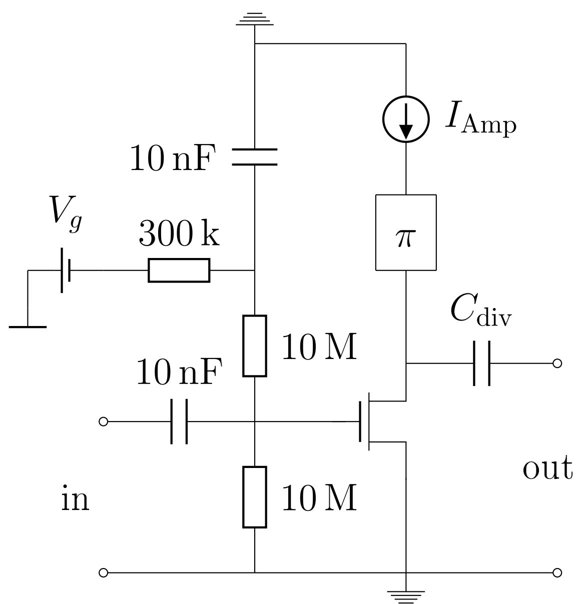


Рис. 2.4: Схема низкотемпературного усилителя LTAmp.

проводились как в схеме без катушки с $R_0 = 1\,\text{кОм}$ (в главе 4), так и в схеме с резонансным контуром со значениями $R_0 = (3.3 - 10)\,\text{кОм}$ (в остальных главах). Типичное значение индуктивности катушки составляет $L = (3 - 7)\,\text{мкГн}$.

С выхода низкотемпературного усилителя сигнал через разделительный конденсатор $C_{\text{div}} = 2.2\,\text{нФ}$ по коаксиальному кабелю идет на комнатную часть схемы. Она представлена на рис. 2.5. Сначала сигнал усиливается каскадом из трех усилителей ZFL $-$ 1000LN+, каждый с коэффициентом усиления 25 дБ,

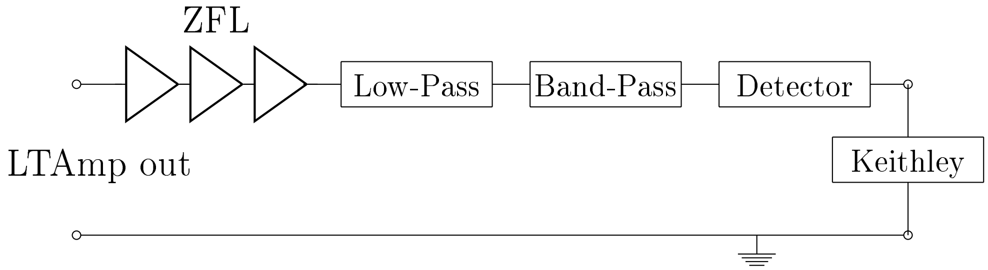


Рис. 2.5: Схема измерений при комнатной температуре.

затем пропускается через фильтр нижних частот (0−98 МГц либо 0−48 МГц), после чего фильтруется в более узком диапазоне полосовым фильтром в районе центральной частоты $f_0 \approx (10-20)$ МГц. С выхода фильтра сигнал поступает на детектор, постоянное напряжение на выходе которого измеряется мультиметром Keithley.

При проведении измерений в схеме без резонансного контура сигнал фильтровался при помощи пассивного фильтра, схема которого представлена на рис. 2.6. Это – два включенных последовательно фильтра Баттерворта верх-

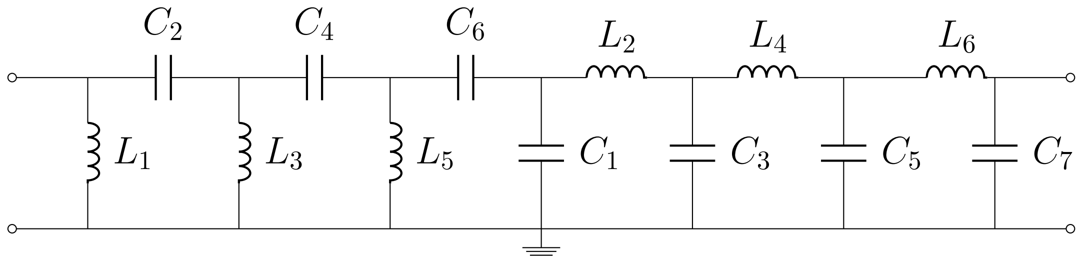


Рис. 2.6: Пассивный полосовой фильтр.

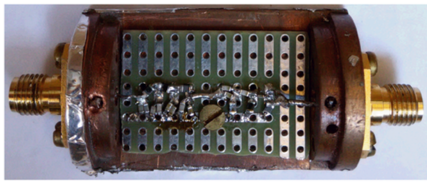
них и нижних частот. Изображение фильтра и его амплитудно-частотная характеристика показаны на рис. 2.7. Значения емкостей и индуктивностей для фильтра верхних частот:

$$L_1 = 1.5\,\mu\text{H},\ L_3 = 0.39\,\mu\text{H},\ L_5 = 0.56\,\mu\text{H},$$

$$C_2 = 220\,\text{pF},\ C_4 = 150\,\text{pF},\ C_6 = 600\,\text{pF}.$$

Для фильтра нижних частот:

$$L_2 = L_6 = 0.56\,\mu\text{H},\ L_4 = 0.82\,\mu\text{H},$$



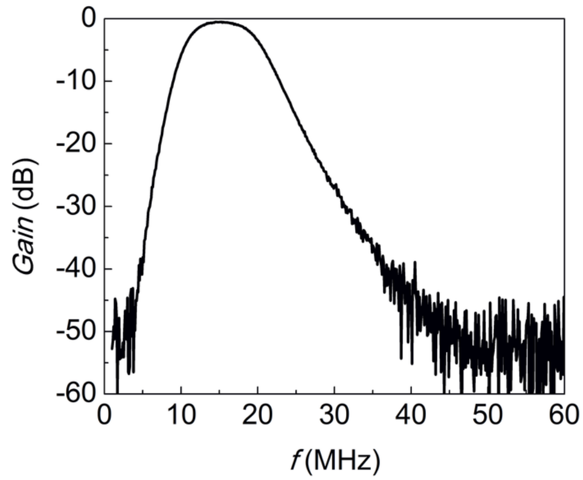


Рис. 2.7: Пассивный фильтр (слева) и его амплитудно-частотная характеристика (справа).

$$C_1 = C_7 = 69\,\mathrm{pF},\ C_3 = C_5 = 280\,\mathrm{pF}.$$

Недостаток такого фильтра – жестко фиксированная центральная частота. Паразитная емкость различных образцов может существенно отличаться, поэтому при смене образца резонансная частота может сдвинуться в область частот, где функция пропускания такого пассивного фильтра существенно меньше 1. Для решения этой проблемы использовался подстраиваемый активный фильтр. Его схема и внешний вид показаны на рис. 2.8(а). Как видно, частично он повторяет схему низкотемпературного усилителя с добавлением резонансного контура на входе. Наличие подстраиваемого конденсатора позволяет регулировать центральную частоту, значение сопротивления R определяет добротность резонанса. В эксперименте использовались значения $R = (2 - 10)\,$кОм, $L = 1.6\,$мкГн. Затворное напряжение транзистора задается при помощи пальчиковых батареек, а ток питания $35\,$мА - источником тока Yokogawa. Изображение активного фильтра и его амплитудно-частотная характеристика представлены на рис. 2.8(б,в).

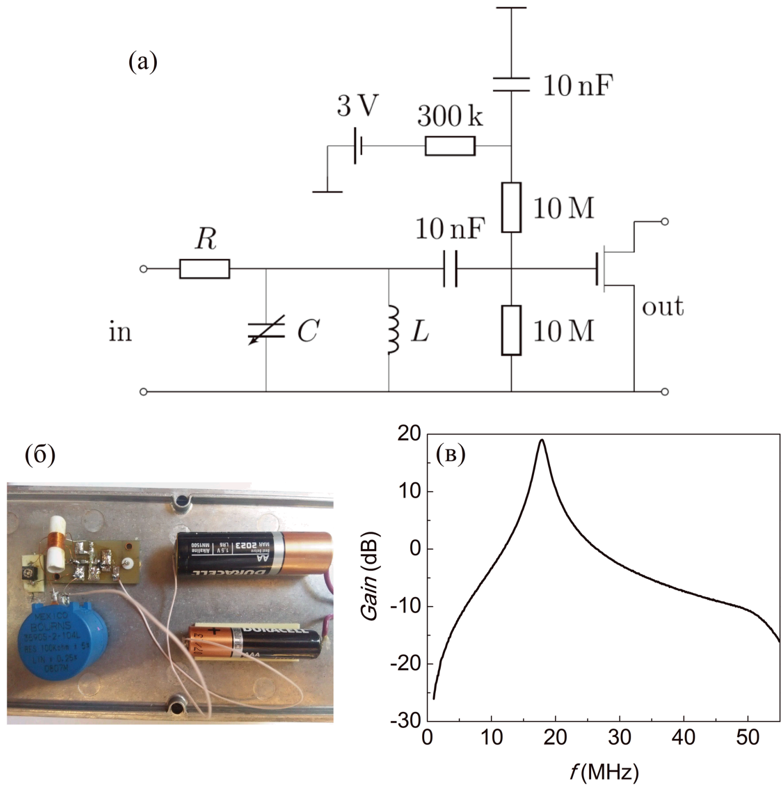


Рис. 2.8: Активный полосовой фильтр. (а) Схема активного фильтра. (б) Фотография фильтра. (в) Амплитудно-частотная характеристика.

2.4 Калибровка тепловым шумом

Для определения коэффициента усиления установки и вычисления спектральной плотности токового шума в каждой серии измерений проводятся измерения теплового шума при изменении сопротивления образца (если это возможно) при запертом калибровочном транзисторе, или при изменении сопротивления калибровочного транзистора с фиксированным сопротивлением образца, для различных температур. Т.к. и тепловой, и дробовой шумы обладают белым спектром в рассматриваемом диапазоне частот, то усиливаются одинаковым образом. Такой подход позволяет автоматически учесть влияние всех неидеальностей контура.

Рассмотрим эквивалентную схему измерений (рис. 2.9). Спектральная плотность флуктуаций напряжения на входе низкотемпературного усилителя

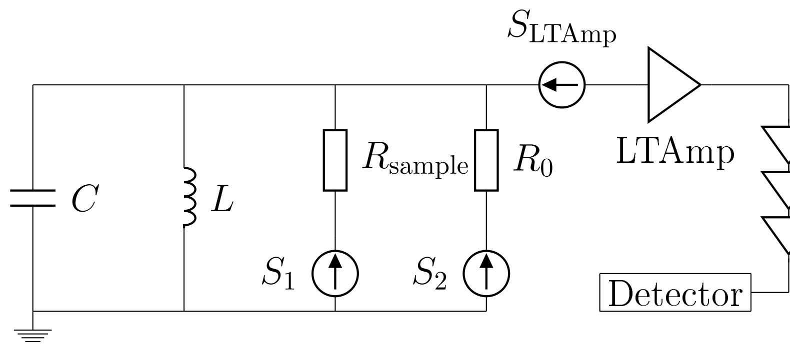


Рис. 2.9: Эквивалентный контур измерения токового шума в схеме с резонансным контуром. Образец R_{sample}, нагрузочное сопроивление $R_0 = 3.3\,$кОм, катушка $L = 7\,$мкГн и емкость кабеля $C = 22\,$пФ соединены в параллель на входе низкотемпературного усилителя. $S_1, S_2, S_{\text{LTAmp}}$ – токовые флуктуации образца, нагрузочного сопротивлениия и токовый шум усилителя, соответственно.

дается стандартным выражением:

$$S_V^{\text{in}} = (S_1 + S_2 + S_{\text{LTAmp}})|(Z \parallel R_{\parallel})|^2.$$

Здесь Z – комплексный импеданс колебательного контура, $Z^{-1} = i(2\pi f C - 1/2\pi f L)$, $R_{\parallel}$ – сопротивление образца и нагрузочного резистора в параллель, $R_{\parallel}^{-1} = R_0^{-1} + R_{\text{sample}}^{-1}$. За вычетом постоянного вклада, происходящего от шума всех усилителей, имеющихся в измерительной цепи, сигнал на входе квадратичного детектора есть:

$$V_{\text{det}}^{\text{in}} = g \int S_V^{\text{in}} K_f^2\, df \equiv G(R_{\parallel})(S_1 + S_2 + S_{\text{LTAmp}}),$$

g – общий коэффициент усиления вблизи резонансной частоты, K_f – функция пропускания всех фильтров в цепи, а $G(R_{\parallel})$ – коэффициент усиления токового шума, зависящий только от $R_{\parallel}$. Коэффициент усиления токового шума и величину входного токового шума низкотемпературного усилителя можно определить из измерения теплового шума Джонсона-Найквиста при двух различных известных температурах ванны T, когда $S_1 + S_2 = 4k_BT/R_{\parallel}$ (рис. 2.10). Типичная величина входного токового шума низкотемпературного усилителя в наших экспериментах составляет $S_{\text{LTAmp}} = 2 \times 10^{-27}\,\text{А}^2/\text{Гц}$.

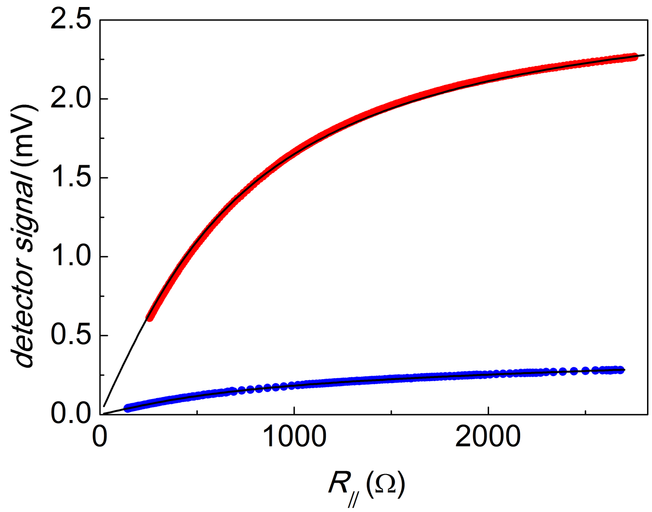


Рис. 2.10: Калибровка установки при помощи измерения теплового шума. Красные и синие символы соответствуют измерениям при температурах ванны 4.2 K и 0.43 K, сплошные линии – подгонки с параметрами $R_0 = 3.3$ кОм, $L = 7$ мкГн, $C = 22$ пФ.

2.5 Обработка экспериментальных данных

Спектральная плотность токового шума извлекается из эксперимента следующим образом. Считаем, что нагрузочный резистор R_0, омические контакты к образцу r_{cont} и собственно образец R_{s} ($R_{\mathrm{s}} + r_{\mathrm{cont}} = R_{\mathrm{sample}}$) являются нескоррелированными источниками шума, а также, что соответствующие радиочастотные импедансы равны дифференциальным сопротивлениям, измереннным на постоянном токе. Также считаем, что контакты шумят только тепловым образом. Учет шума контактов, хоть и не всегда возможен, особенно важен, когда условие $R_{\mathrm{s}} \gg r_{\mathrm{cont}}$ выполняется плохо.

При пропускании через образец постоянного тока I флуктуации напряжения на входе детектора (рис. 2.11):

$$V^{\mathrm{in}}_{\mathrm{det},I\neq 0} = G(R_{\parallel}) \left[\frac{S_I R_{\mathrm{s}}^2 + 4k_B T r_{\mathrm{cont}}}{R^2_{\mathrm{sample}}} + \frac{4k_B T}{R_0} + S_{\mathrm{LTAmp}} \right].$$

Здесь S_I – спектральная плотность токового шума собственно образца. Тепловой шум в системе при сопротивлении образца, равном дифференциальному

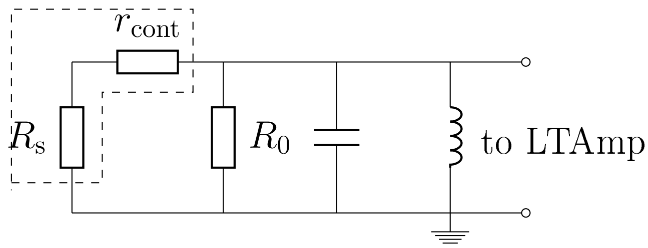


Рис. 2.11: Принципиальная схема измерения токового шума.

сопротивлению с протекающим током I:

$$V^{\text{in}}_{\text{det},I=0} = G(R_{\|})\left[\frac{4k_BT}{R_{\|}} + S_{\text{LTAmp}}\right].$$

Из двух соотношений находим:

$$S_I = \frac{\left(V^{\text{in}}_{\text{det},I\neq 0} - V^{\text{in}}_{\text{det},I=0}\right)}{G(R_{\|})}\frac{R^2_{\text{sample}}}{R^2_{\text{s}}} + \frac{4k_BT}{R_{\text{s}}}.$$

В случае, когда сопротивлением контактов можно пренебречь, имеем простое выражение:

$$S_I = \frac{\left(V^{\text{in}}_{\text{det},I\neq 0} - V^{\text{in}}_{\text{det},I=0}\right)}{G(R_{\|})} + \frac{4k_BT}{R_{\text{s}}}.$$

Типичные кривые, получаемые в процессе обработки шума показаны на рис. 2.12.

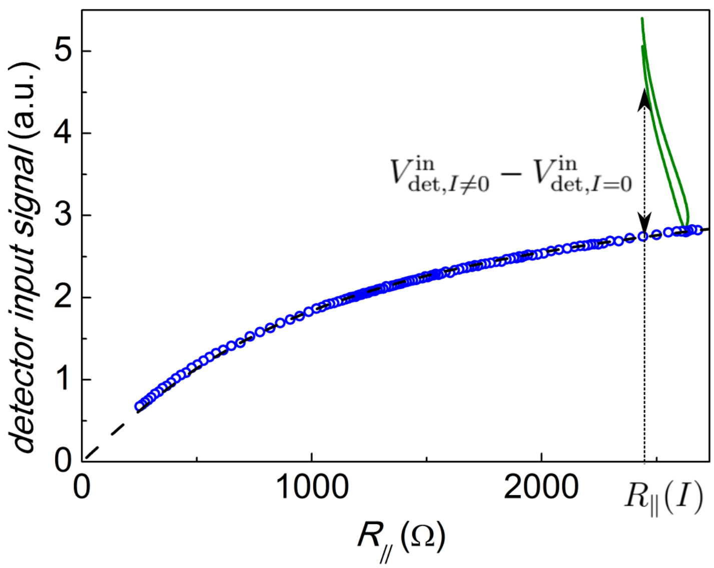


Рис. 2.12: Сигнал на детекторе как функция сопротивления $R_{\parallel}$. Синие символы соответствует измеренному тепловому шуму при температуре $T = 0.44\,\mathrm{K}$, зеленая кривая – неравновесному шуму. Две ветви на зеленой кривой соответствуют положительным и отрицательным токам. Пунктирная линия - ожидаемое значение сигнала теплового шума для значений $R_0 = 3.3\,\text{кОм}$, $L = 6\,\text{мкГн}$, $C_{\mathrm{par}} = 18\,\text{пФ}$.

3. Нелинейный транспорт и шумовая термометрия в квазиклассическом баллистическом точечном контакте

3.1 Транспорт и шум точечного контакта в одноэлектронной картине

Важным примером системы, экспериментально наглядно иллюстрирующей подход Ландауэра, является точечный контакт. Первые работы по изучению трехмерных баллистических микроконтактов были выполнены Ю.В. Шарвиным, который в квазиклассическом приближении получил формулу для кондактанса таких систем [46]:

$$G_{3D} \propto \frac{Ae^2n}{k_F},$$

где A – площадь контакта, а n – трехмерная концентрация. Если контакт достаточно широкий, то его принято называть шарвиновским, если же на ширине контакта укладывается лишь несколько длин волн электронов λ_F, то такой контакт называют квантовым точечным контактом. В модели для квазиклассических расчетов предполагается, что точечный контакт – отверстие в непроницаемой стенке между двумя резервуарами (рис. 3.1). Формула

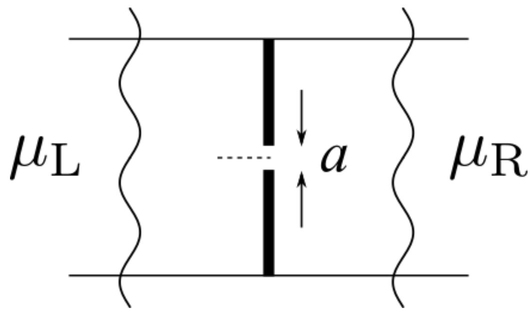


Рис. 3.1: Схематическое изображение точечного контакта.

Шарвина для двумерного точечного контакта естественным образом дает линейную связь между кондактансом контакта и его шириной:

$$G = \frac{2e^2}{h}\frac{k_F a}{\pi}.$$

К концу 1980-ых годов стала возможной реализация точечных контактов как сужений в двумерном электронном газе [47]. Оказалось, что при достаточно низких температурах в соответствии с формулой Ландауэра (1.5) наблюдается квантование кондактанса квантовых точечных контактов, реализованных в двумерном электронном газе - по мере увеличения ширины сужения число открытых каналов с $T = 1$ увеличивается дискретным образом. Согласно (1.6) спектральная плотность токового шума балистического квантового точечного контакта должна быть отлична от нуля только в области перехода с одного плато на другое - там, где открывается очередной канал проводимости (рис. 3.2(а)). Значит при фиксированном тянущем напряжении в зависимости дробового шума от затворного напряжения должны наблюдаться периодические максимумы с подавлением шума между ними. Качественно такое подавление дробового шума было экспериментально подтверждено в [4, 48] (рис. 3.2(б)). При увеличении напряжения на контакте $V_{\rm sd}$ растет и уровень шума, что, скорее всего, связано с перегревом электронной системы.

Заметим, что подход Ландауэра связывает шум со случайностью прохождения электронов через образец при нешумящем налетающем потоке. Математически такое рассмотрение можно обосновать, пользуясь результатом

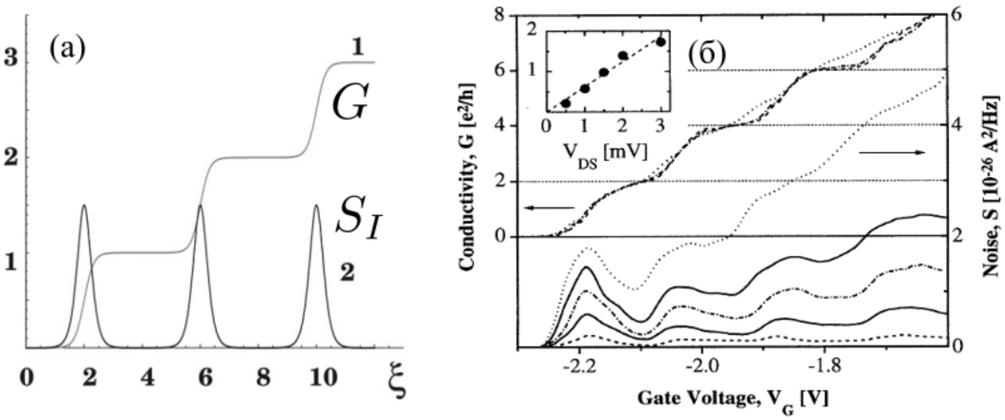


Рис. 3.2: (а) Кондактанс в единицах $e^2/2\pi\hbar$ (кривая 1) и спектральная плотность токового шума на нулевой частоте в единицах $e^3|V|/6\pi\hbar$ (кривая 2) точечного контакта как функция обезразмеренного затворного напряжения. Изображение из работы [2]. (б) Спектральная плотность шума и нормированный кондактанс квантового точечного контакта как функции затворного напряжения V_g при $T = 1.5\,\text{К}$. Шум измерялся при тянущих напряжениях $V_{\text{sd}} = 0.5$, 1, 1.5, 2 и 3 мВ. На вставке: высота первого пика в шуме при различных V_{sd}. Экспериментальные данные из работы [48].

работы [49]. Если систему можно представить как упругий рассеиватель, расположенный в канале, соединяющем два резервуара ферми-частиц, то вероятность P_m прохождения через проводник заряда me за время t можно представить в виде

$$P_m = \sum_N \rho(N) p^m q^{N-m} C_N^m,$$

где $p = T$ – коэффициент прохождения, $q = 1 - T$. Оказывается, что в случае нулевой температуры распределение $\rho(N)$ очень узкое:

$$\langle N \rangle = eVt/h,\ \langle\langle N^2 \rangle\rangle = \frac{1}{2\pi^2} \ln \frac{E_F t}{h}.$$

Смысл этих выражений состоит в том, что при достаточно низкой температуре электроны практически периодически «пытаются» пройти через образец, а флуктуациями числа попыток по сравнению с флуктуациями, происходящими из-за рассеяния, можно пренебречь. Таким образом, можно сказать, что в одноэлектронной картине наблюдаемый шум связан со случайностью прохождения электронов через образец, а налетающий поток не шумит.

Формула (1.6) тогда имеет следующее простое статистическое обоснование [50]. Электроны в диапазоне энергий eV над уровнем Ферми за время τ совершают $eV \cdot \nu v\tau = eV\tau/h$ попыток пройти через проводник (здесь ν – одномерная плотность состояний в канале). При нулевой температуре каждое состояние в падающем потоке занято и это число не испытывает флуктуаций. Шум в переданном заряде Q возникает потому, что вероятности прохождения каналов T_i отличны от единицы. Статистика Q биномиальна и

$$\left\langle \delta Q^2 \right\rangle = e^2 \frac{eV\tau}{h} \sum_i T_i(1 - T_i).$$

Соотношение (1.2) для плотности флуктуаций в токе на нулевой частоте приводит к выражению (1.6). Для шарвиновского точечного контакта это выражение дает следующий результат. Ширина a шарвиновского контакта много больше фермиевской длины волны электрона λ_F, поэтому в нем открыто много ($N \gg 1$) одномерных каналов проводимости. Каждый из них дает вклад в проводимость, но не дает вклада в дробовой шум, который поэтому сильно подавлен:

$$F = \frac{\sum\limits_i T_i(1 - T_i)}{\sum\limits_i T_i} \sim 1/N. \tag{3.1}$$

Классически подавление токового шума баллистического шарвиновского контакта впервые было объяснено в [51], где было получено

$$S_I/S_P \sim a/l_0,$$

где l_0 - длина свободного пробега.

3.2 Влияние электрон-электронного рассеяния

Сочетание высокого качества и низкой плотности носителей в современных полупроводниковых структурах представляет возможности для исследования тонких кулоновких эффектов за рамками ландауэровского описания.

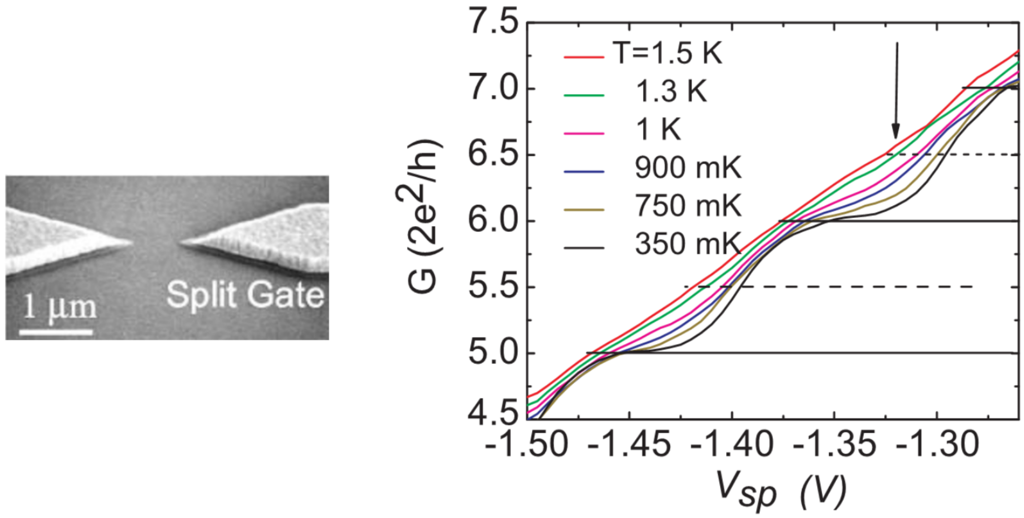


Рис. 3.3: Из работы [52]. Слева: СЭМ изображение одного из исследовавшихся точечных контактов. Справа: Кондактанс, измеренный в режиме линейного отклика, как функция затворного напряжения при различных температурах.

Например, в работе [52] наблюдался необычный рост кондактанса открытого точечного контакта, измеренного в режиме линейного отклика, с ростом температуры (рис. 3.3), и одновременное возникновение положительного магнитосопротивления. Авторы качественно объяснили увеличение кондактанса рассеянием электронов на фриделевских осцилляциях. Такое рассеяние, однако, не должно приводить к возникновению положительного магнитосопротивления. Его отсутствие при низкой температуре тем не менее подтверждает, что наблюдаемый эффект обусловлен электрон-электронным взаимодействием и не является интерференционным эффектом, который должен бы был усиливаться при понижении температуры. Роль электрон-электронного взаимодействия подверждалась также и зависимостью наблюдаемого магнитосопротивления от электронной концентрации.

Чуть позже в том же году была опубликована работа [53], в которой описывался механизм, объясняющий наблюдавшийся рост кондактанса с температурой как эффект электрон-электронного рассеяния. Кроме того, в такой же картине в работе [54] было объяснено и положительное магнитосопротивление, а затем был проделан расчет и для нелинейного транспортного режима [55]. Несмотря на то, что полный импульс электронной системы при e-e рассеянии не изменяется, оказывается, что из-за отсутствия трансляционной инвариантности в шарвиновских контактах оно приводит к положительной добавке в кондактанс. Более того, электрон-электронное рассеяние приводит также к возникновению дополнительного дробового шума, являющегося следствием случайности для электрона пройти через сужение точечного контакта после акта рассеяния. Можно сказать, что имеет место своего рода эффект увлечения, когда электрон, уже прошедший через сужение и тем самым давший вклад в ток, рассеивается на встречном электроне и не дает ему пройти в противоположном направлении. Важно здесь то, что существенный вклад в эффект вносит рассеяние на расстояниях от контакта, существенно превышающих его размер, и в этом смысле шум, например, связан с флуктуациями чисел заполнения в налетающем потоке, а не со случайностью транспорта непосредственно через проводник.

Вообще говоря, задача о влиянии e-e рассеяния на сопротивление и шум точечного контакта решалась с рассмотрением уравнения Больцмана. Мы же ограничимся качественными рассуждениями, которые позволяют получить правильную зависимость кондактанса от температуры (или напряжения – в случае нелинейного транспортного режима) и понять происхождение пуассоновской добавки к дробовому шуму, связанной с e-e рассеянием.

Рассмотрим классический точечный контакт как отверстие в непроницаемой стенке, разделяющей двумерный электронный газ на две части. Считаем, что электрический потенциал равен $\pm V/2$ вдали от контакта справа и слева соответственно. В [56] показано, что падение напряжения набирается в области с характерным размером a вблизи контакта. При отсутствии e-e рассеяния локальная функция распределения электронов в пространстве импульсов слева и справа от точечного контакта на расстояниях $a < r < l_0$ имеет провал и выпуклость соответственно (рис. 3.4), т.к. электроны, прошедшие через контакт, обладают недостаточной или избыточной энергией по сравнению с «родными» для данного полупространства электронами. Рассмотрим, к чему

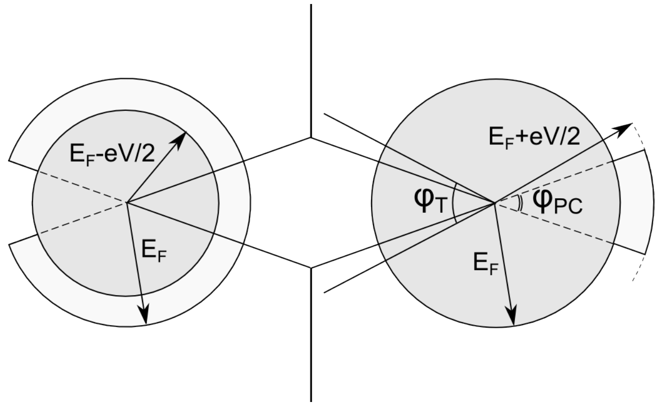


Рис. 3.4: Поверхность Ферми слева и справа от точечного контакта при отсутствии e-e рассеяния

приводит учет e-e рассеяния, например, слева от контакта. Пара электронов с почти противоположными импульсами $\mathbf{p}$ и $\mathbf{k}$, квазиклассические траектории которых до рассеяния не пересекают отверстие, могут рассеяться в пару электронов $\mathbf{p}'$ и $\mathbf{k}'$ такую, что траектория одного из них уже проходит через точечный контакт (рис. 3.5). При этом существенно, что рассеяние в обратном направлении $\mathbf{k}', \mathbf{p}' \to \mathbf{k}, \mathbf{p}$ невозможно, поскольку состояния $\mathbf{k}'$ не заняты. Такие процессы рассеяния с обеих сторон от контакта, сглаживающие локальную функцию распределения, и приводят к положительной добавке в ток δI.

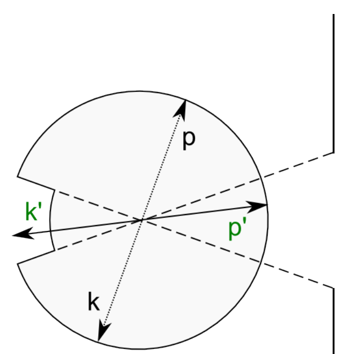


Рис. 3.5: Акты e-e рассеяния, дающие вклад в кондактанс точечного контакта.

Законы сохранения и принцип Паули приводят к тому, что основной вклад в δI обусловлен именно рассеянием электронов с почти противоположными импульсами $\mathbf{p}$ и $\mathbf{k}$. Особую роль таких процессов рассеяния можно качественно понять, рассмотрев случай нулевой температуры $T = 0$, из рис. 3.6. В случае ненулевой температуры на произвольный угол могут рассеяться два электрона с почти противоположными импульсами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{p}$ такими, что угол φ между $\mathbf{k}$ и $\mathbf{-p}$ мал: $|\varphi| \leq \varphi_T = T/E_F$. Вероятность рассеяния при этом не зависит от φ [57]. При $|\varphi| > \varphi_T$ вероятность рассеяния убывает с ростом $|\varphi|$ и угол рассеяния не может превышать $\sim \varphi_T/\varphi$.

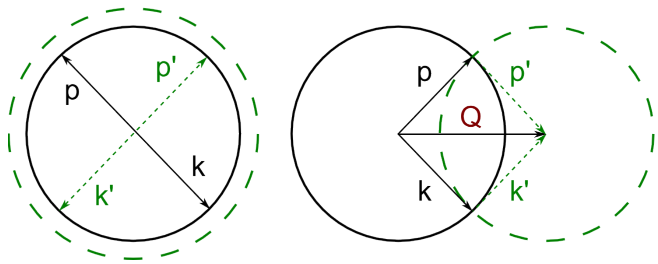


Рис. 3.6: Электрон-электронное рассеяние в импульсном пространстве для случая нулевой температуры $T = 0$. (а) Электроны с $\mathbf{Q} = \mathbf{p} + \mathbf{k} = 0$ могут рассеяться в любую пару электронов $\mathbf{p}'$ и $\mathbf{k}'$ такую, что $\mathbf{p}' + \mathbf{k}' = 0$. (б) Пара электронов с $\mathbf{Q} \neq 0$ при рассеянии могут либо обменяться, либо сохранить свои импульсы.

При не слишком низкой температуре рассмотрим рассеяние друг на друге двух электронов из полоски φ_T вдали от контакта $\varphi_{PC} = a/r < \varphi_T$ в линейном режиме (рис. 3.4). В этом случае каждая пара электронов в интервале углов φ_{PC} может рассеяться на произвольный угол и одновременно дать вклад в добавку δG к кондактансу точечного контакта, что приводит к линейной зависимости

$$\delta G \propto \varphi_{PC} \cdot T.$$

При больших напряжениях $eV \gg T$ роль эффективной температуры играет падение напряжения и предыдущие рассуждения дают

$$\delta G \propto V.$$

Большая роль рассеяния электронов вдали от контакта – в подводящих областях двумерного газа – означает, что описание этого эффекта в подходе

Ландауэра в принципе невозможно.

Если e-e рассеяние можно рассматривать как достаточно слабое возмущение, то различные акты рассеяния родных для данного полупространства и инжектированных электронов есть независимые случайные события, каждое из которых изменяет число электронов, прошедших через контакт на единицу. Это приводит к возникновению пуассоновского дробового шума [55]

$$S = S_0 + \delta S,$$

где $S_0 = 4k_BTG_0$, а спектральная плотность дополнительного шума при достаточно высоких напряжениях $eV \gg k_BT$ связана с нелинейной добавкой к току $\delta I \propto V^2$ формулой Шоттки:

$$\delta S = 2e\delta I. \tag{3.2}$$

Результаты аналитического пертурбативного расчета для неупругой добавки в ток приведены в [55] и таковы:

$$\delta I \propto \begin{cases} \alpha_{ee} \ln \dfrac{l_c}{a}(eV)T, & eV \ll T, \\ \alpha_{ee} \ln \dfrac{l_c}{a}(eV)^2, & eV \gg T. \end{cases} \tag{3.3}$$

Здесь α_{ee} - безразмерный параметр, определяющий интенсивность электрон-элекронного рассеяниия, а $l_c \gg 2a$ - некоторая длина обрезки, которая по смыслу определяет масштаб расстояния от сужения, на котором функция распределения становится изотропной. Эта длина может определяться рассеянием электронов на примесях или же конечным размером подводящих проводов. Слабость электрон-электронного рассеяния по сравнению с рассеянием на примесях и есть малый параметр пертурбативного расчета.

Отметим, что формула (3.2) справедлива лишь в пределе очень больших напряжений, а фактор Фано F, определяемый в данном случае соотношением

$$\delta S = 2e\delta IF, \tag{3.4}$$

с увеличением напряжения растет довольно медленно: например, при $eV/k_BT = 10$ $F \approx 0.65$, а при $eV/k_BT = 20$ $F \approx 0.75$. Понятно, однако, что при значительных тянущих напряжениях существенную роль начнет играть разогрев двумерного газа вблизи точечного контакта, что существенно осложняет экспериментальное наблюдение данного эффекта. Отметим также, что хотя расчет и выполнен для квазиклассического точечного контакта, влияние числа открытых каналов проводимости не столь очевидно, так как речь идет об электрон-электронном рассеянии в подводящих резервуарах.

Экспериментально влияние электрон-электронного рассеяния на температурную зависимость измеренного в режиме линейного отклика сопротивления баллистического шарвиновского контакта, реализованного в двумерном газе, изучалось в работе [58]. Оказалось, что даже для достаточно чистых образцов условие

$$l_{ee} \gg l_c$$

выполняется лишь при температурах существенно меньше 2 К: как видно из рис. 3.7(а) экспериментальная температурная зависимость насыщается при температуре выше 2 К. Такое поведение наблюдалось во всем изучавшемся диапазоне затворных напряжений, что авторы объяснили нарушением условия $l_c \ll l_{ee}$. Более того, хотя при более низких температурах зависимость добавки в кондактанс от температуры близка к линейной, она тем не менее не описывается соотношением $|\delta G| \propto T$. Это наблюдение подтверждается данными магнитосопротивления, представленными на рис. 3.7(б): при самой низкой доступной температуре $T = 0.5$ К влияние электрон-электронного рассеяния уже практически не заметно. Такое поведение соответствует результату численного расчета, выполненного в соответствии с работой [53].

Стоит также отметить работу [59], в которой наблюдалось увеличение дифференциального кондактанса $G = dI/dV$ точечного контакта при высоких тянущих напряжениях $V \gtrsim 2$ мВ при локальном обеднении двумерного электронного газа вблизи сужения с помощью иглы сканирующего микроско-

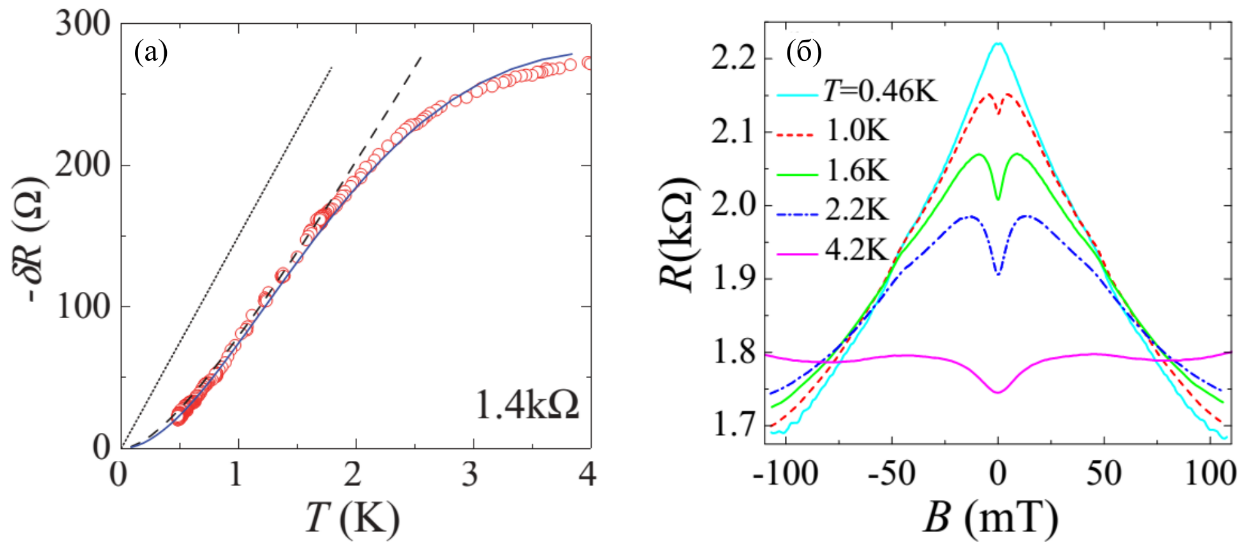


Рис. 3.7: (а) Экспериментальная температурная зависимость добавки в сопротивление точечного контакта, представленной в виде $-\delta R \equiv -(R(T) - R_0)$, где $R(T)$ - измеренное при данной температуре сопротивление, а велична R_0 определяется из данных магнитосопротивления. В данном случае $R_0 = 1.4$ кОм. Точки в соответствии с [55], пунктир - численный расчет в духе [53] для демонстрации отклонений от линейной зависимости при низких температурах. (б) Эволюция магнитосопротивления точечного контакта для $R_0 = 2.2$ кОм с температурой. Экспериментальные данные из работы [58].

па. Авторы, однако, подчеркивают, что увеличивался только дифференциальный кондактанс, в то время как ток через сужение при наведении иглы в целом уменьшался.

Целью данной работы являлось изучение транспорта и возникающего токового шума шарвиновского контакта в нелинейном режиме. Сразу стоит отметить, что детальное количественное сравнение результатов эксперимента с теорией [55] не имеет смысла, т.к. эксперимент выполнен в условиях сильного электрон-электронного рассеяния, то есть в условиях

$$l_{ee} < l_0,$$

что прямо противоположно теоретическому предположению. Поэтому мы ограничимся только качественным сравнением.

Другим обстоятельством, позволяющим проводить лишь качественное сравнение, как уже упоминалось, является следующее. При приложении к контакту тянущего напряжения $eV \gg k_BT$ происходит нагрев электронного газа вблизи сужения. В квазиодномерной геометрии количественно учесть этот эффект можно следующим образом [4]. Рассмотрим одномерную задачу (рис. 3.8). Квантовый точечный контакт с кондактансом G соединен с омическими контактами подводящими частями двумерного газа, в параллель имеющими кондактанс G_l. При низких температурах длина электрон-фононного

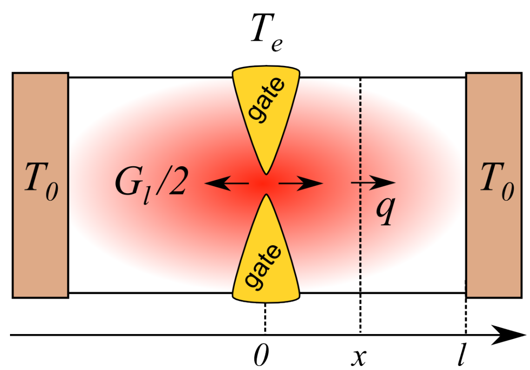


Рис. 3.8: Учет нагрева электронной системы при $eV \gg k_BT$.

рассеяния значительно превосходит размер образца [60], поэтому перенос тепла определяется электронной теплопроводностью. Поток тепла q через сечение x дается законом Фурье и определяется выделяющейся мощностью собственно в контакте и в подводящих частях двумерного газа. С учетом закона Видемана-Франца

$$\frac{I^2}{2G} + \frac{2I^2x}{lG_l} = -\frac{1}{2}G_l\mathcal{L}T\frac{dT}{dx}l.$$

Решая это уравнение с граничными условиями $T(l) = T$, $T(0) = T_e$, находим

$$T_e^2 = T^2 + \frac{24}{\pi^2}\frac{G}{G_l}\left(1 + \frac{2G}{G_l}\right)\left(\frac{eV_{sd}}{2k_B}\right)^2,$$

Если пренебречь теплом, выделяющимся в подводящих проводах (поправка порядка $R_{2\mathrm{DES}}/R_0$), получаем

$$T_e^2 \approx T_0^2 + R_{2\mathrm{DES}}\mathcal{L}^{-1}J. \tag{3.5}$$

По смыслу T_e - электронная температура вблизи квантового контакта на расстоянии нескольких длин e-e рассеяния. Такой нагрев электронной системы будет приводить к увеличению теплового шума, почти линейно растущего с током, однако, не имеющего ничего общего с дробовым шумом.

3.3 Экспериментальные результаты

3.3.1 Образцы

Образцы I-III (рис. 3.9) были изготовлены на основе GaAs-гетероструктуры из двух номинально одинаковых шайб с электронной плотностью $n = 0.9 \times 10^{11}\,\text{см}^{-2}$ и подвижностью $\mu = 4 \times 10^6\,\text{см}^2/\text{Вс}$ при температуре 4.2 K, что соответствует длине свободного пробега $l_0 \approx 20\,\text{мкм}$. Образец IV был изготовлен из шайбы с электронной плотностью $n = 2.8 \times 10^{11}\,\text{см}^{-2}$ и подвижностью $\mu = 1.4 \times 10^6\,\text{см}^2/\text{Вс}$. Измерения шума проводились на образцах I и II, а образцы III и IV использовались для дополнительных транспортных измерений.

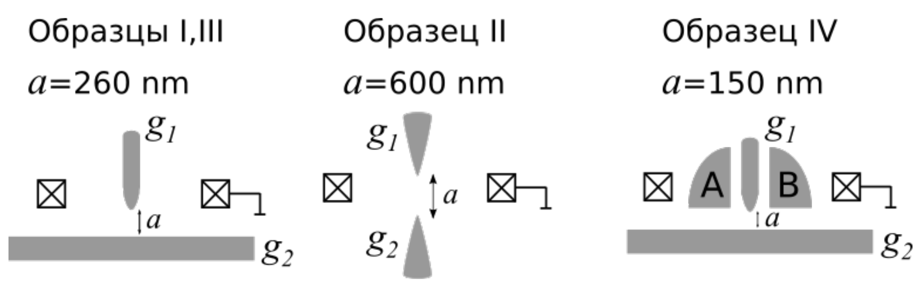


Рис. 3.9: Схематическое изображение изучавшихся образцов.

На рис. 3.10 показана идея эксперимента. Ток через точечный контакт выводит электронную систему из равновесия. Вдали от сужения (точка B на рисунке) электронная система описывается равновесной функцией Ферми-Дирака с хорошо определенной локальной температурой. Значение локальной температуры достигает своего наибольшего значения непосредственно в области сужения и определяется балансом выделяющегося джоулева тепла и отводом тепла за счет конечной теплопроводности двумерного электронного

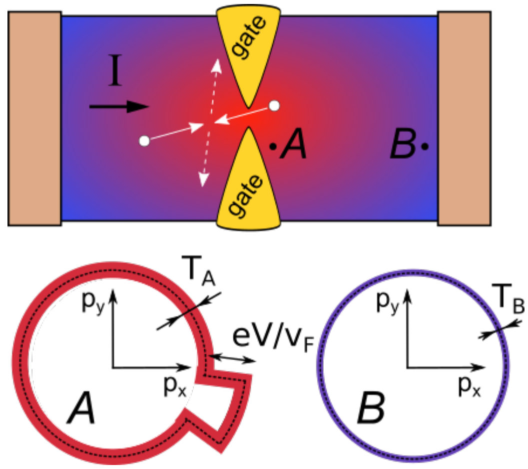


Рис. 3.10: Идея эксперимента. Ток I течет через точечный контакт, и электронная функция распределения становится неравновесной. Помимо простого разогрева двумерного электронного газа, отраженного градиентом цвета, мы изучаем влияние электрон-электронного рассеяния во встречных электронных пучках на сопротивление и на шум точечного контакта. В нижней половине рисунка показаны электронные функции распределения в импульсном пространстве для точек A и B. В точке A функция распределения анизотропна с выпуклостью eV/v_F и высокой локальной температурой T_A, в точке B функция распределения локально равновесная с более низкой тепературой T_B.

газа. Кроме того, на расстояниях от сужения меньших, чем длина свободного пробега, электроны не описываются равновесной функцией распределения – здесь электронная функция распределения анизотропна с характерной выпуклостью (в точке A) или провалом eV/v_F в импульсном пространстве, где v_F – скорость Ферми двумерного электронного газа. В данной работе мы показываем, что e-e рассеяние встречных пучков приводит к увеличению кондактанса точечного контакта и к возникновению избыточного шума поверх эффекта обычного разогрева электронного газа.

3.3.2 Зависимость кондактанса от затворного напряжения

На рис. 3.11 представлен кондактанс образцов I и II как функция затворного напряжения. Для образца I на затвор g_2 прикладывалось большое отрицательное напряжение, а ширина сужения контролировалось напряжением V_g на затворе g_1. Для образца II затворное напряжение V_g было одинаковым на затворах g_1 и g_2. Плато на кривой для образца I более выраженные за счет более низкой температуры измерения.

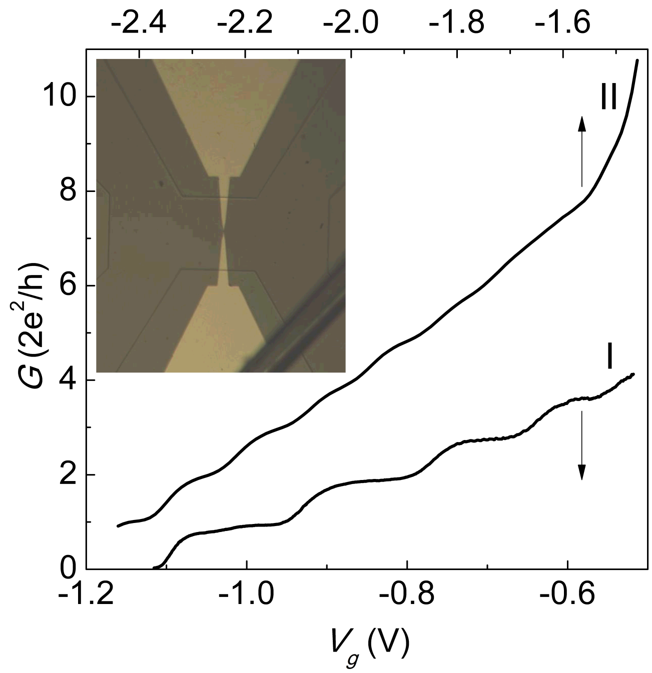


Рис. 3.11: Кондактанс точечных контактов I и II как функция затворного напряжения при температурах $T = 0.1\,\mathrm{K}$ и $T = 0.5\,\mathrm{K}$ соответственно. На вставке: микрофотография сужения II.

3.3.3 Дифференциальное сопротивление

В дальнейшем мы будем обсуждать данные для сопротивления, которое и измерялось в эксперименте. При этом при сравнении с теорией считается, что для малых добавок в сопротивление и кондактанс $\delta R/R_0 = -\delta G/G_0$, где $R_0 = 1/G_0$ – сопротивление точечного контакта в режиме линейного отклика.

На рис. 3.12 показаны типичные зависимости дифференциального сопротивления $R_{\mathrm{diff}} = dV/dI$ от тянущего напряжения. Как видно, при не слишком больших напряжениях зависимости близки к линейным, а потому добавка в ток квадратична по напряжению, что соответствует (3.3).

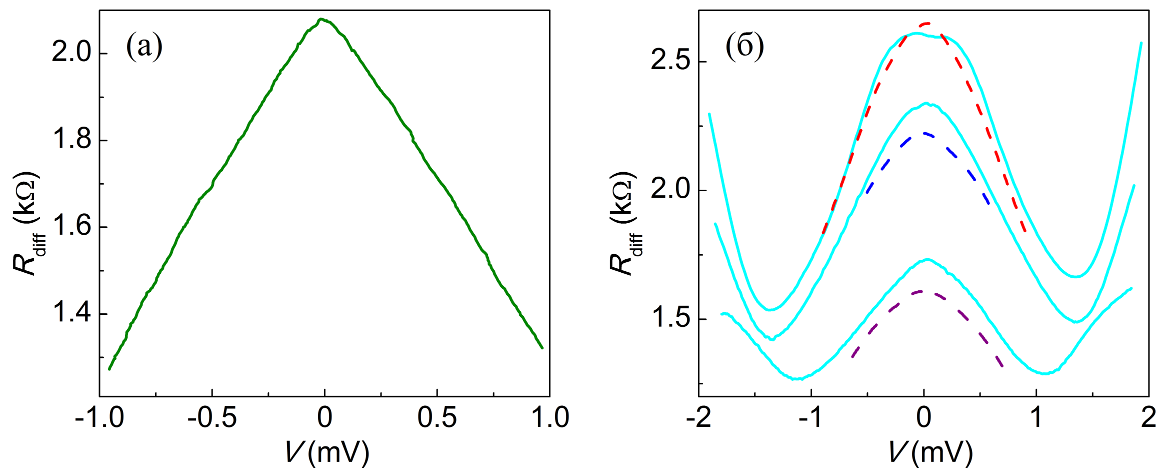
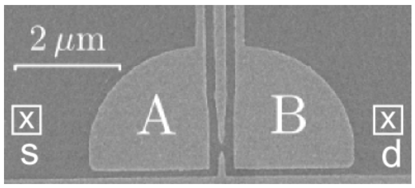


Рис. 3.12: (а) Дифференциальное сопротивление образца I как функция тянущего напряжения ($T = 0.1\,\text{К}$). (б) Дифференциальное сопротивление образца II (пунктирные линии, $T = 0.5\,\text{К}$, $R_0 = 1.5$, 2 и 3.4 кОм) и образца III (сплошные линии, $T = 0.1\,\text{К}$, $R_0 = 1.2$, 2.3 и 3.3 кОм) в зависимости от тянущего напряжения. Данные сдвинуты по вертикали для наглядности.

Такое поведение качественно соответствует температурным зависимостям сопротивления точечного контакта в режиме линейного отклика. Качественным свидетельством в пользу того, что эффект является проявлением e-e рассеяния, может являться следующее наблюдение. На рис. 3.13(б) демонстрируются результаты измерений дифференциального сопротивления на образце IV при температуре $T = 0.5\,\text{К}$. В процессе измерений с небольшим постоянным шагом менялось напряжение на затворах A и B (обозначаемое в дальнейшем $V_{A,B}$), что приводило к изменению электронной плотности вблизи сужения, а напряжение на затворах, формирующих сужение, выбиралось таким образом, чтобы сопротивление сужения в режиме линейного отклика оставалось неизменным. Видно, что по мере уменьшения концентрации носителей вблизи точечного контакта (при более отрицательных значениях $V_{A,B}$) эффект становится более выраженным. Так и должно быть согласно (3.3):

$$\frac{\delta G}{G} \propto \frac{\alpha_{\text{ee}}}{v_F}.$$



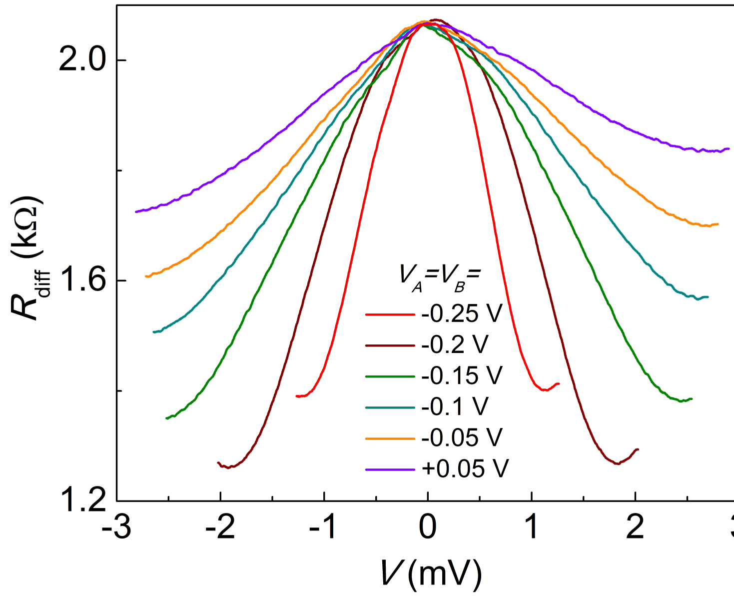


Рис. 3.13: Слева: Микрофотография образца IV. Справа: Дифференциальное сопротивление образца IV как функция тянущего напряжения ($T = 0.5\,$К, $R_0 = 2.07\,$кОм). Электронная концентрация вблизи сужения контролировалась приложением напряжения $V_{A,B}$ к затворам A и B, а напряжение на расщепленном затворе подбиралось таким образом, чтобы сопротивление точечного контакта в режиме линейного отклика оставалось равным R_0.

Как видно из рис. 3.12(б) и рис. 3.13(б), при достаточно больших $|V|$ зависимость $R_{\rm diff}(V)$ существенно меняется и при дальнейшем увеличении тянущего напряжения дифференциальное сопротивление начинает возрастать с ростом V. С уменьшением сопротивления точечного контакта (или, что то же самое, с увеличением его ширины a) в режиме линейного отклика напряжение, при котором происходит такое изменение зависимости, сдвигается в область меньших значений. По-видимому, при близких напряжениях длина неупругого электрон-электронного рассеяния l_{ee} становится сравнимой с шириной сужения, и многочисленные акты электрон-электронного рассеяния в непосредственной близости от сужения приводят к подавлению теплопроводности двумерного газа [61] и такому сильному его разогреву, что предположения работы [55] становятся неприменимы даже качественно.

3.3.4 Токовый шум

При описании спектральной плотности токового шума мы будем пользоваться понятием шумовой температуры

$$T_N = S_I R_{\text{diff}}/4k_B.$$

На рис. 3.14 показаны типичные экспериментальные данные для образца I, соответствующие рис. 3.12(a). По мере увеличения тянущего напряжения шумовая температура монотонно растет: при не слишком больших $|V| < 0.5$ мВ зависимость $T_N(V)$ близка к линейной, при бо́льших напряжениях наблюдается дополнительный, близкий к параболическому, вклад.

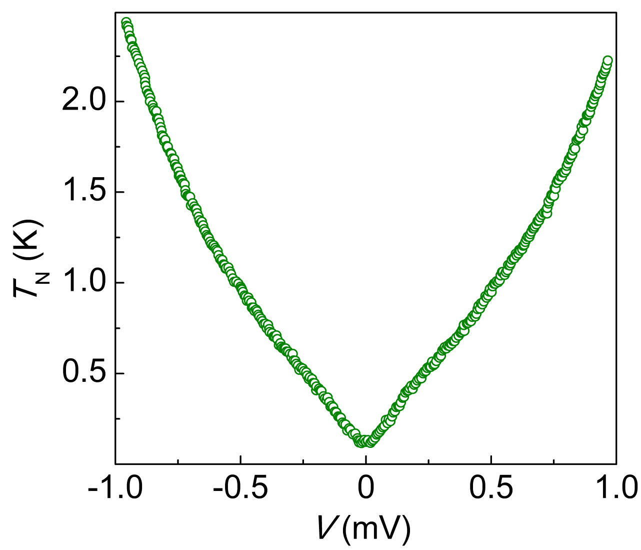


Рис. 3.14: Шумовая температура T_N точечного контакта I как функция тянущего напряжения.

Близкая к линейной при малых напряжениях зависимость $T_N(V)$ может быть объяснена разогревом двумерного электронного газа. Действительно, в этом случае шумовая температура – это электронная температура вблизи сужения. Она определяется выделяющимся джоулевым теплом $J = IV$ и охлаждением за счет конечной теплопроводности двумерного газа в соответствии с (3.5). Зависимости $T_N^2(J)$ для двух образцов представлены на рис. 3.15.

Видно, что при небольших значениях джоулевой мощности J экспериментальные кривые ложатся на линейную зависимость с наклоном, практически независимым от значения сопротивления R_0. Стоит отметить, что наклон экспериментальной кривой не очень хорошо описывается соотношением (3.5). Если для образца I согласие можно считать удовлетворительным - значения совпадают с точностью 5%, то для образца II наклон экспериментальной кривой отличается от значения $R_{2\mathrm{DES}}L^{-1}$ на 40%. Такое расхождение может быть вызвано пониженной теплопроводностью двумерного электронного газа при более высокой температуре ванны [61] или являться результатом наличия дополнительного теплового сопротивления омических контактов. Тем не менее, пратически универсальное при небольших мощностях поведение на рис. 3.15 позволяет исключить возможность значительного влияния дробового шума, описываемого соотношением (3.1).

С ростом выделяющейся джоулевой мощности на фоне обычного разогрева становится виден дополнительный шум, что отражается в отклонении кривой $T_N^2(J)$ вверх от универсальной линейной зависимости, характерной для небольших мощностей. Это и есть почти параболический вклад, который наблюдается на рис. 3.14. В образце I такой избыточный шум несколько отличается в разных полярностях, что коррелирует с некоторой асимметрией зависимости $R_{\mathrm{diff}}(V)$. В образце II кривые симметричны при смене знака тянущего напряжения. Шумовая температура избыточного шума δT_N определяется как разность измеренной шумовой температуры T_N и вклада разогрева, линейно экстраполированного в высокие мощности (пунктирные линии на рис. 3.15).

На рис. 3.16 показана спектральная плотность «избыточного» шума

$$\delta S = 4k_B\delta T_N/R_{\mathrm{diff}}$$

в зависимости от нелинейной части тока через точечный контакт

$$\delta I = I - V/R_0.$$

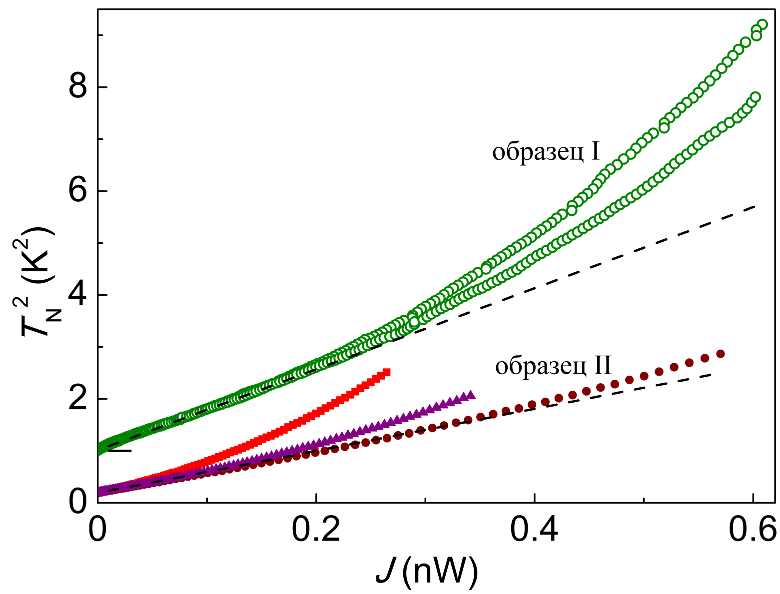


Рис. 3.15: Квадрат шумовой температуры как функция джоулевой мощности для двух образцов. Открытые символы соответствуют образцу I при $R_0 \approx 2.1\,$кОм, заштрихованные - образцу II при $R_0 \approx 0.5\,$кОм (кружки), $1.5\,$кОм (треугольники) и $3.4\,$кОм (квадраты). Для образца I верхняя (нижняя) ветвь соответствует $V < 0$ ($V > 0$), в то время как в образце I кривые симметричны в обеих полярностях. Пунктирные линии построены по экстраполяции линейной зависимости $T_N^2 - T_0^2 \propto J$ из малых значений J. Температура ванны $T_0 = 0.1\,$K для образца I и $T_0 = 0.5\,$K для образца II. Для удобства данные для образца I смещены по вертикали.

Основное наблюдение состоит в том, что при не слишком малых нелинейных добавках в ток δS приблизительно линейно растет с δI, то есть обе величины почти одинаково функционально зависят от напряжения V. При не самых малых δI наклон зависимости отвечает величине «эффективного» фактора Фано $F^* \approx 0.9$ (пунктирная кривая). Это означает, что движение электронов, несущих дополнительный ток, почти нескоррелировано. Как уже отмечалось, такой шум не может быть связан с флуктуациями в налетающих на точечный контакт электронных пучках [49]. Однако, он может быть обусловлен случайными процессами рассеяния встречных пучков в двумерном электронном газе вблизи от сужения. Удивительно, но это же рассеяние приводит к уменьшению R_{diff}, что соответствует теоретическому предсказанию влияния электрон-электронного рассеяния в нелинейном транспортном режиме в ква-

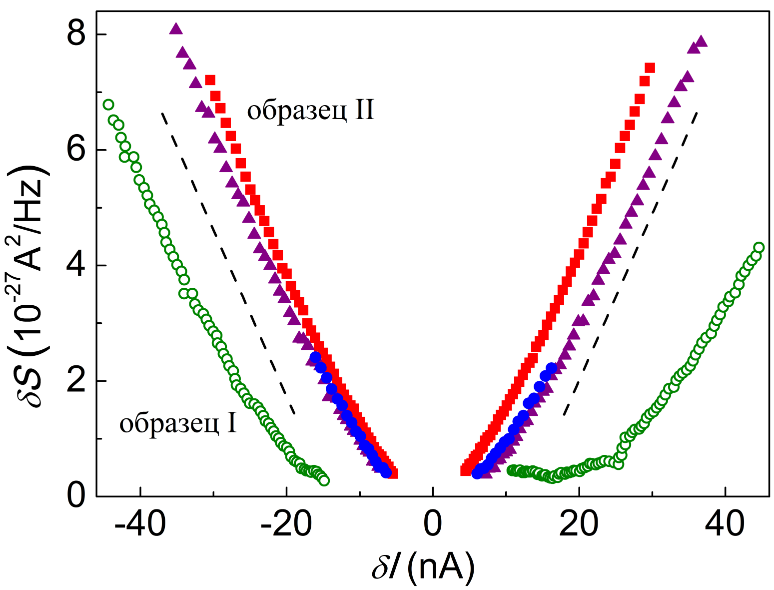


Рис. 3.16: Спектральная плотность δS «избыточного» шума как функция нелинейной добавки в ток. Открытые символы соответствуют образцу I при $R_0 \approx 2.1\,$кОм ($0.5\,$мВ$\leq |V| \leq 1\,$мВ), заштрихованные - образцу II при $R_0 \approx 1.5\,$кОм (треугольники, $0.4\,$мВ$\leq |V| \leq 0.7\,$мВ), $2\,$кОм (кружки, $0.4\,$мВ$\leq |V| \leq 0.6\,$мВ) и $3.4\,$кОм (квадраты, $0.5\,$мВ$\leq |V| \leq 0.9\,$мВ). Пунктирные линии построены с наклоном $F^* = 0.9$. Для образца I масштаб по обеим осям уменьшен в 2 раза.

зиклассическом точечном контакте [55].

При нулевой температуре $T = 0\,$K нескоррелированные процессы рассеяния между встречными пучками электронов должны приводить к возникновению пуассоновского «избыточного» шума [55]. Наблюдающееся в данном случае суб-пуассоновское значение $F^* < 1$ не обязательно свидетельствует о корреляциях между отдельными актами электрон-электронного рассеяния и может быть объяснено влиянием конечной температуры. Разогрев электронного газа в наших образцах приводит к ограничению

$$|eV|/k_B T_N < 10,$$

а в таком случае численный расчет предсказывает значение $F^* \approx 0.5$. Кроме того, несмотря на качественное согласие при относительно высоких значениях $|\delta I|$, наши данные существенно отличаются от предсказываемой линейной зависимости вблизи нуля. С одной стороны, результатом такого расхождения может являться некоторая неопределенность в определении эффекта разогрева. Эта неопределенность не позволяет анализировать данные при самых низких напряжениях $|V|$. С другой стороны, есть существенное отличие условий эксперимента от теоретических предположений. В работе [55] электрон-электронное рассеяние считается слабым по сравнению с рассеянием на примесях, которое и определяет длину свободного пробега и устраняет логарифмическую расходимость интеграла столкновений (3.3). Напротив, в нашем эксперименте длину электрон-электронного рассеяния можно оценить, пользуясь соотношением [62, 63]

$$\frac{1}{\tau_{ee}(\Delta)} = -\frac{E_F}{4\pi\hbar}\left[\frac{\Delta}{E_F}\right]^2\left[\ln\frac{\Delta}{E_F} - \frac{1}{2} - \ln\frac{2q_{\mathrm{TF}}}{k_F}\right],$$

где $q_{\mathrm{TF}} = 2me^2/\epsilon\hbar^2$ - радиус экранировки Томаса-Ферми в двумерном электронном газе. Оказывается, что при $\Delta = |eV| = 0.5\,$мэВ

$$l_{ee} = v_F\tau_{ee} \approx 3\,\text{мкм},$$

то есть существенно меньше упругой длины свободного пробега. Тем не менее, при условии $|eV| \gg k_BT_N$ электронная функция распределения вблизи точечного контакта остается сильно анизотропной (рис. 3.10) и идея работы [55] по-крайней мере применима качественно. Экспериментально же, при еще бóльших тянущих напряжениях $|V| \gtrsim 1\,$мВ длина электрон-электронного рассеяния становится сравнимой с шириной сужения и близкая к линейной зависимость $R_{\mathrm{diff}}(V)$ ломается (рис. 3.12(б) и рис. 3.13). Теперь соображения работы [55] неприменимы даже качественно, а шумовая температура T_N продолжает расти в согласии с подавлением теплопроводности электронного газа вследствие интенсивного электрон-электронного рассеяния и нарушения закона Видемана-Франца [64].

3.3.5 Влияние магнитного поля

Было изучено также влияние небольшого перпендикулярного магнитного поля на дифференциальное сопротивление и на шум. Величина магнитного поля $B = 67\,$мТ выбрана таким образом, чтобы диаметр циклотронной орбиты 1.5 мкм был больше ширины точечного контакта, но меньше упругой длины свободного пробега. В таком случае основной эффект магнитного поля состоит в отклонении траекторий встречных электронных пучков и соответственно подавлению происходящей от электрон-электронного рассеяния поправки в кондактанс [54, 58].

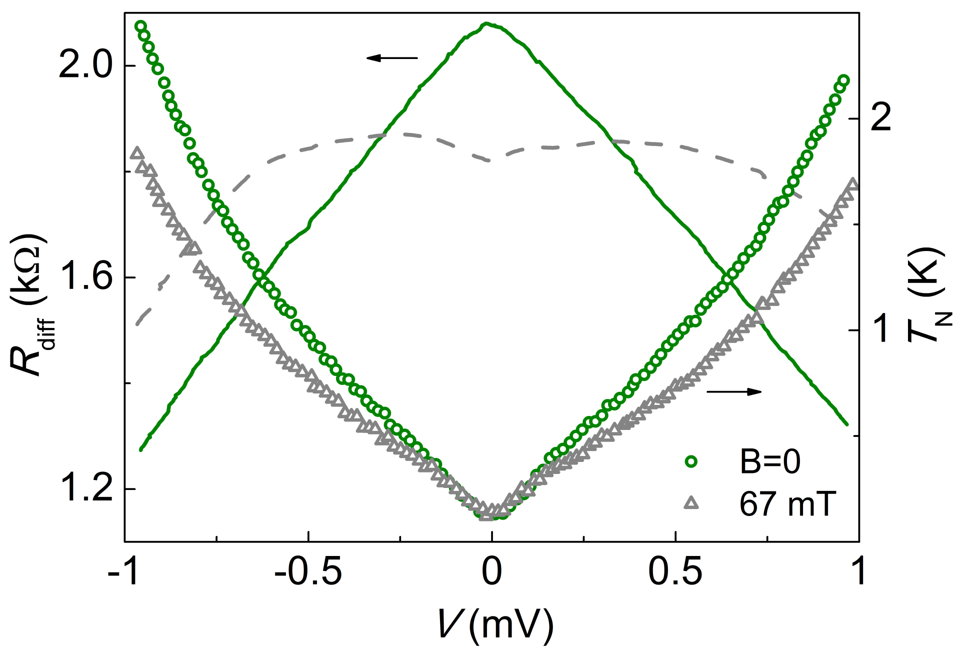


Рис. 3.17: Влияние магнитного поля на дифференциальное сопротивление и шум в образце I.

Как показано на рис. 3.17, в магнитном поле (серые треугольники) шумовая температура T_N меньше, чем в случае нулевого поля (зеленые кружки). В это же время почти линейное уменьшение R_{diff} с тянущим напряжением в магнитном поле подавляется (пунктирная линия). Эти качественные наблюдения подтверждают интерпретацию транспортных и шумовых данных в нелинейном режиме в терминах электрон-электронного рассеяния. К сожалению, выполнить анализ, аналогичный случаю $B = 0$, в магнитном поле не представляется возможным. В частности, понимание разогрева осложняется возникновением траекторий со скачущими орбитами и переносимым ими потоком тепла [65].

4. Дробовой шум в режиме прыжковой проводимости

4.1 Прыжковая проводимость

В теории протекания вычисление прыжковой проводимости в бесконечно большом образце сводится к расчету эквивалентной сетки случайных сопротивлений (сетка Миллера-Абрахамса) с экспоненциально широким разбросом сопротивлений. В этой модели считается, что каждая пара (i, j) примесных центров соединена сопротивлением

$$R_{ij} = R_0 \exp \xi_{ij}, \tag{4.1}$$

где $\xi_{ij} = 2r_{ij}/a + \varepsilon_{ij}/T$, r_{ij} – расстояние между i-ой и j-ой примесями, a – радиус локализаци, а ε_{ij} определяется энергиями состояний на двух примесях и химическим потенциалом. Решается эта задача следующим образом. Будем последовательно включать самые низкоомные сопротивления. Математически это выражается условием связности: два узла связаны конечным сопротивлением, если выполняется условие (критерий связности)

$$\xi_{ij} \leq \xi.$$

По мере увеличения ξ в некоторый момент возникнет бесконечный кластер связанных сопротивлений. Если протекание возникло при ξ_c, то по мере дальнейшего включения сопротивлений быстро увеличивается число параллельных проводящих цепочек в бесконечном кластере и проводимость системы возрастает. Однако, при увеличении ξ в несколько раз будут подключаться уже экспоненциально большие сопротивления и их вклад в проводимость будет мал. Поэтому общий результат для всех сильно неоднородных систем состоит в следующем: электропроводность системы определяется теми элементами, которые впервые создадут протекание. Удельное сопротивление определяется как

$$\rho = \rho_0 \exp \xi_c.$$

Бесконечный кластер, получаемый при $\xi - \xi_c \approx 1$, называется критическим (рис. 4.1).

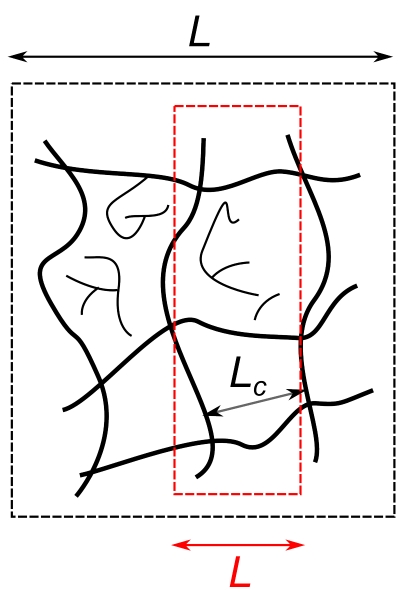


Рис. 4.1: Критический кластер (жирные линии) в сильно неоднородной системе, отражающий картину токонесущих состояний. Масштаб картины определяется температурой и плотностью состояний на уровне Ферми. Пунктирные черный и красный прямоугольники демонстрируют два возможных случая: $L \gg L_c$ и $L \sim L_c$ соответственно, где L – размер образца в направлении протекания тока. Контакты подключены к вертикальным сторонам пунктирных прямоугольников.

Важной характеристикой неоднородных систем является корреляционная длина

$$L(\xi) \approx N^{-1/3} \left| \frac{\xi - \xi_c}{\xi_c} \right|^{-\nu}.$$

Здесь среднее расстояние между узлами $N^{-1/3}$ отражает естественный масштаб длины, а ν – критический индекс, который зависит только от размерности задачи. В частности, $\nu_{2D} = 4/3$. Корреляционная длина имеет смысл по обе стороны от порога протекания. Если бесконечного кластера нет, корреляционная длина описывает размер самых больших проводящих кусков (которых еще не экспоненциально мало). Если бесконечный кластер образовался, корреляционную длину можно интерпретировать как характерный размер пор в этом кластере. Размер пор в критическом кластере характеризуется корреляционной длиной

$$L_c = N^{-1/3} \xi_c^{\nu}.$$

При достаточно низкой температуре конкуренция между перекрытием волновых функций состояний на примесных центрах и активации приводит к тому, что сопротивление (4.1) имеет острый минимум в некоторой узкой полоске энергий вблизи уровня Ферми (величина ε_{ij} при этом мала), причем ширина этой полоски сама зависит от температуры. Тогда и средняя длина прыжка $\overline{r}$ также зависит от температуры, поэтому говорят о проводимости с переменной длиной прыжка. В двумерном ее случае $\overline{r} = a(T_0/T)^{1/3}$, $\xi_c = (T_0/T)^{1/3}$ и корреляционная длина дается соотношением

$$L_c = a(T_0/T)^{7/9},$$

$T_0 = 13.8/(k_B g a^2)$ – температура Мотта, g – плотность состояний на уровне Ферми, которая считается постоянной, а a – радиус локализации. Корреляционная длина L_c является типичным расстоянием между самыми резистивными прыжками на сетке случайных сопротивлений Миллера-Абрахамса и определяет тем самым характерный масштаб, начиная с которого возможно введение понятия удельной проводимости. Стоит отметить, что

$$L_c \gg \overline{r}.$$

4.2 Дробовой шум в режиме прыжковой проводимости

В отличие от когерентных проводников, теоретическое описание дробового шума в диэлектрике представляет значительные трудности в силу существенной неупругости прыжкового механизма проводимости уже на масштабе одного прыжка, и базируется, как правило, на численном моделировании. Для изолятора в режиме прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка характерной длиной L_{eff} (см. раздел 1.5) является корреляционная длина L_c. Согласно численным расчетам [66, 67], при условии $L \gg L_c$ фактор Фано действительно убывает примерно линейно с длиной образца:

$$F \propto L^{-1}.$$

Качественно такое поведение обусловлено усреднением пуассоновских шумов, связанных с различными прыжками, аналогично усреднению шума в соответствии с $F = 1/N$ в одномерной цепочке из N одинаковых туннельных барьеров [68]. Такое подавление в $1/N$ раз в некотором смысле описывается результатом работы [37], в которой теоретически изучался токовый шум длинных по сравнению с длиной неупругого рассеяния металлических диффузных проводников. Учет неупругих событий сбоя фазы и импульса проводился в модели с присоединением к образцу зондов для измерения напряжения на примере трехтерминального образца. Естественно, отличие реального образца с прыжковой проводимостью от цепочки последовательно соединенных одинаковых туннельных барьеров состоит в том, что в режиме прыжковой проводимости сопротивления прыжков распределены экспоненциально широко, и усреднение шума определяется самыми резистивными прыжками, типичное расстояние между которыми L_c. В достаточно длинных образцах это приводит к соотношению

$$F \approx 1/N \approx (L/L_c)^{-1}.$$

Такое предсказание разумно согласуется с экспериментами [69, 70].

Предельная величина фактора Фано для коротких образцов $L \sim L_c$, однако, остается невыясненной. Численные расчеты [66] для этого режима для случая нулевой температуры предсказывают $F < 0.7$. В работе [69] для самого короткого образца длиной $L = 2\,$мкм на основе SiGe квантовой ямы максимальное значение фактора Фано было $F \approx 0.6$. Измерение шума производилось на частотах до $f = 100\,$кГц при температуре $T = 4\,$K. Стоит отметить, что в районе тока $I = -10\,$нА авторы наблюдали локальный «горб» в зависимости спектральной плотности токового шума $S_I(I)$, который становился более выраженным при понижении частоты. По всей видимости, это телеграфный шум, связанный со случайным движением примесей. Такой шум имеет совсем другую природу, чем дробовой – он связан с флуктуациями сопротивления, а вовсе не с дискретностью элементарного заряда. Телеграфный шум может существенно изменить спектральную плотность шума и привести к суперпуассоновскому ($F > 1$) шуму на низких частотах. Подобный эффект наблюдался, например, в работе [71] при туннелировании электронов через локализованные состояния в коротком ($0.2\,$мкм) туннельном барьере, или в работе [72] в режиме пробоя квантового эффекта Холла. В этом смысле выбор относительно низких частот для измерений в данном случае представляется не очень удачным.

Зависимость дробового шума в GaAs образцах от длины образца в условиях 2D и 1D транспорта изучалась также в работах [73, 74]. При переходе к 1D режиму фактор Фано значительно увеличивался и достигал значения $F = 0.8$ при длине образца $0.4\,$мкм. Измерения также производились при гелиевой температуре в диапазоне частот $f < 100\,$кГц. Ни в одном из этих экспериментов дробовой шум не достигал пуассоновского предела, возможно, из-за недостаточно низкой температуры. В описываемом ниже эксперименте удалось впервые наблюдать, как макроскопический образец длиной $5\,$мкм характеризуется шумом, свойственным одиночному туннельному барьеру.

4.3 Экспериментальные результаты

4.3.1 Вольт-амперные характеристики

Образец выполнен на основе гетероструктуры GaAs/AlGaAs с двумерным электронным газом с электронной плотностью $n = 3.5 \times 10^{11}\,\text{см}^{-2}$ и подвижностью $\mu = 3 \times 10^5\,\text{см}^2/\text{Вс}$. Для создания в двумерном слое области с прыжковой проводимостью используется металлический затвор длиной $L = 5\,\text{мкм}$ в направлении тока и шириной $W = 100\,\text{мкм}$ (см. схематическое изображение на вставке рис. 4.2).

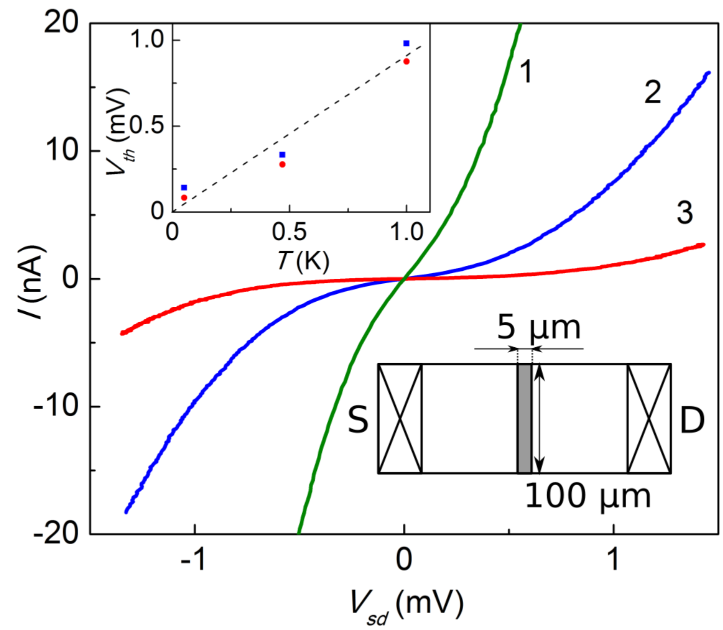


Рис. 4.2: Вольт-амперные характеристики образца при $T = 0.56\,\text{К}$ для различных затворных напряжений: (1) $V_g = -0.302\,\text{В}$, (2) $V_g = -0.308\,\text{В}$, (3) $V_g = -0.339\,\text{В}$.

На рис. 4.2 изображены вольт-амперные характеристики при температуре $T = 0.56\,\text{К}$ для различных затворных напряжений. Небольшая асимметрия связана с заземлением стока образца, что приводит к тому, что эффективное затворное напряжение более положительно в отрицательных токах. Видно, что вольт-амперные характеристики сильно нелинейны, причем по мере обеднения образца нелинейность становится более выраженной. Нелинейность также усиливается по мере понижения температуры при постоянном затворном напряжении. Такое поведение может указывать на то, что образец по мере обеднения переходит в диэлектрическое состояние [75]. В отсутствие явной пороговой зависимости определим пороговое напряжение нелинейности V_{th} как такое тянущее напряжение, при котором вольт-амперная характеристика отклоняется от линейной зависимости на 20%. Для дальнейших рассуждений будет важно, что так определенное пороговое напряжение примерно линейно меняется с температурой, как показано на вставке на рис. 4.2. Это наблюдение не зависит от выбора критерия в определении V_{th}.

4.3.2 Зависимость сопротивления от затворного напряжения и температурная зависимость сопротивления

Зависимость сопротивления на квадрат от затворного напряжения $R_{\square}(V_g) = R(V_g) \times W/L$ при двух различных температурах представлена на рис. 4.3 (а). Сопротивление образца примерно экспоненциально зависит от V_g, возрастая по мере обеднения образца. Поскольку концентрация электронов под затвором линейно зависит от V_g, измеренные зависимости демонстрируют близкую к экспоненциальной зависимость сопротивления от концентрации, что свидетельствует о локализации электронов при достаточно отрицательных значениях V_g. Стоит отметить, что даже при низкой температуре в сильном обеднении не наблюдаются мезоскопические флуктуации сопротивления.

На рис. 4.3(б) представлена температурная зависимость проводимости образца для различных затворных напряжений. Символы зеленого цвета соответствуют измерениям на ^{3}He-криостате, символы красного цвета - измерениям на криостате растворения. Термоциклирование образца вызывало небольшой сдвиг порогового напряжения, поэтому затворное напряжение для символов разных цветов несколько отличается.

В диапазоне температур $0.2-4.2$ K проводимость меняется на $1-2$ порядка

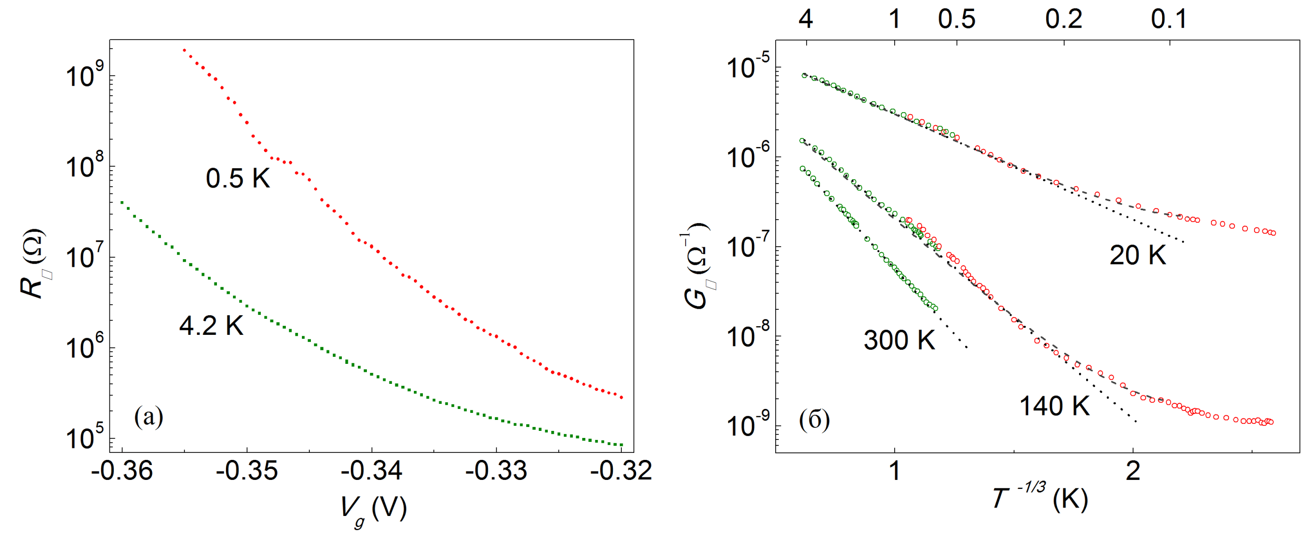


Рис. 4.3: Проводимость/сопротивление образца в линейном режиме. (а) Сопротивление образца как функция величины затворного напряжения V_g для двух различных температур. (б) Температурная зависимость проводимости по мере обеднения образца. Точками проведены линии, соответствующие моттовским температурным зависимостям. Подгонка температурных зависимостей с учетом низкотемпературных отклонений показана пунктирными линиями для указанных значений T_p (см. текст).

величины и лучше всего описывается законом Мотта для двумерного случая

$$\ln G_\square \propto -(T_0/T)^{1/3}. \tag{4.2}$$

По мере обеднения образца T_0 возрастает, что связано с уменьшением радиуса локализации и плотности состояний на уровне Ферми. Обычно, по мере уменьшения температуры моттовские температурные зависимости сменяются законом Эфроса-Шкловского

$$\ln G_\square \propto -(T_0/T)^{1/2}, \tag{4.3}$$

что соответствует усилению температурной зависимости. В нашем случае при самых низких температурах наблюдается, наоборот, ослабление температурных зависимостей при отклонении от закона Мотта. С помощью измерений равновесного шума Джонсона-Найквиста мы убедились, что температура электронной системы отслеживает температуру ванны вплоть до температуры 120 мК, поэтому такое отклонение вряд ли связано с присутствием каких-бы то ни было наводок, которые могли бы привести к перегреву электронной системы. Мы объясняем это наблюдение размерным эффектом в режиме прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка.

4.3.3 Оценка радиуса локализации

В принципе, по вольт-амперным характеристикам в режиме прыжковой проводимости можно судить о величине радиуса локализации a. В зависимости от того, какие прыжки считаются ответственными за нелинейность - типичные [76] или самые резистивные [77], - теория предсказывает разные функциональные зависимости для умеренно сильных электрических полей. Вольт-амперные характеристики нашего образца при $T = 0.47\,\text{К}$ в диапазоне сопротивлений в линейном режиме $5\,\text{МОм} < R_\square < 20\,\text{МОм}$ находятся в разумном согласии с теорией Шкловского [77], которая для двумерного случая предсказывает нелинейность вида

$$I \propto \exp\left[\frac{eV_{\text{sd}}}{k_B T} \cdot \frac{L_c}{L}\right]^{3/7}.$$

Линейные зависимости вида $\log I \propto [eV_{\text{sd}}/k_B T]^{3/7}$ наблюдаются экспериментально для не слишком слабых напряжений V_{sd} (рис. 4.4).

Оказывается, что в таком масштабе наклон кривых не зависит от сопротивления образца в линейном режиме и соответствует корреляционной длине $L_c \approx 11\,\text{мкм}$, что существенно превосходит размер образца и дает $a > 80\,\text{нм}$.

Оценить радиус локализации мы также попытались, исследовав магнитосопротивление образца в перпендикулярном магнитном поле. В соответствии с [78], для 2D прыжковой проводимости имеем

$$\xi_c(B) = \xi_c(0) K(B/B_c),$$

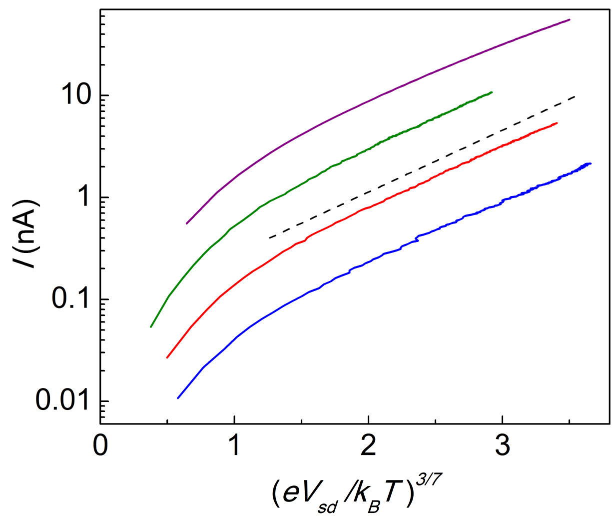


Рис. 4.4: Нелинейные вольт-амперные характеристики при $T = 0.47$ К. Кривые соответствуют сопротивлениям $R_\square = 0.5$, 1.6, 6, 19 МОм. Пунктирная линия проведена для $L_c = 11$ мкм.

где $\xi_c(0) = (T_0/T)^{1/3}$ – порог протекания в нулевом магнитном поле, $B_c = (\hbar c/ea^2)(T/T_0)^{1/3}$ – магнитное поле, разграничивающее области слабых и сильных полей и определяемое из условия $\overline{r} = \lambda^2/a$, $\lambda = \sqrt{\hbar c/eB}$ – магнитная длина, а функция $K(x)$ в двух предельных случаях дается соотношением

$$K(x) = \begin{cases} 1 + \dfrac{x^2}{360}, & x \ll 1 \\ \dfrac{x^{1/2}}{4} + \dfrac{3}{2x}\ln x, & x \gg 1. \end{cases} \tag{4.4}$$

Значения численных коэффициентов в этой формуле получены в предположении, что все центры локализации одинаковы. В нашем случае локализация происходит в случайном потенциале, поэтому a может иметь смысл некоторого усредненного радиуса локализации, а значения численных коэффициентов верны лишь приближенно.

Типичные экспериментальные кривые магнитосопротивления представлены на рис. 4.5. Как и ожидается для режима с переменной длиной прыжка, в достаточно больших полях наблюдается экспоненциальный рост сопротивления с магнитным полем. Согласно (4.4), в не слишком сильных полях $B \lesssim 10 B_c$ имеем

$$\ln R(B)/R(0) = \frac{1}{360}\frac{e^2 a^4}{c^2 \hbar^2}\frac{T_0}{T} B^2.$$

Экспериментально же в области небольших полей наблюдается сильное отрицательное магнитоспротивление, которое может быть связано с немонотонным поведением плотности состояний в магнитном поле [78], либо с подавлением интерференционной добавки в амплитуду прыжка [79]. Такое поведение не позволяет судить о величине радиуса локализации. Можно также

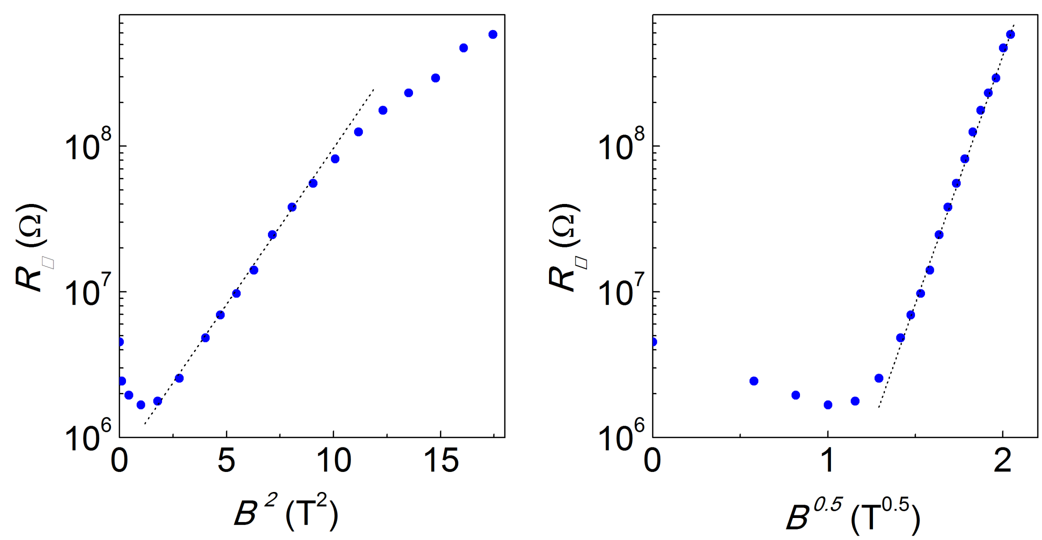


Рис. 4.5: Магнитосопротивление образца в различных координатах.

попытаться оценить a по наклону кривой магнитосопротивления в достаточно высоких полях, где зависимость $\ln R(\sqrt{B})$ спрямляется. Результат этой процедуры дает $a \approx 55$ нм. Стоит отметить, однако, что хотя функциональная зависимость экспериментальных кривых в этом случае близка к предсказываемой (4.4), абсолютные значения сопротивления, полученные из (4.4), отличаются от экспериментально наблюдаемых на два порядка.

Таким образом, разные способы оценки радиуса локализации дают довольно сильно отличающиеся значения. Такое различие может быть обусловлено тем, что теории [76, 77, 78] построены для водородоподобных примесей в полупроводнике, а в нашем случае локализация происходит в гладком потенциале беспорядка.

4.3.4 Размерный эффект в прыжковой проводимости и дробовом шуме

На рис. 4.6 изображена спектральная плотность шума как функция тока при температуре $T = 0.56\,\mathrm{K}$ для трех значений затворного напряжения. Зависимости $S_I(I)$ почти симметричны и линейны по току в не слишком малых токах, что характерно для дробового шума. Фано-фактор, определяемый по наклону кривых в области линейной зависимости, растет по мере обеднения образца и выходит на насыщение в больших сопротивлениях. Стоит отметить, что изменение фактора Фано от 0.6 до 1 происходит при изменении линейного сопротивления на 2 порядка величины.

В нашем эксперименте дробовой шум остается пуассоновским с линейной по току спектральной плотностью и в более сильном обеднении, поэтому можно утверждать, что это наблюдение не связано со случайным совпадением, когда подавление шума из-за e-e корреляций компенсируется его увеличением за счет модуляционных процессов.

Хотя радиус локализации известен очень грубо и не позволяет судить о величине корреляционной длины L_c, о наблюдении размерного эффекта в дробовом шуме можно судить по следующему обстоятельству. Корреляционная длина уменьшается с уменьшением сопротивления (т.е. с уменьшением T_0) и с повышением температуры. Уменьшение F по мере открытия образца отражает усреднение дробового шума в длинных проводниках и качественно согласуется с зависимостью $F \propto (L_c/L)^{0.8}$. Кроме того, для достаточно длинного образца можно выписать и температурную зависимость F в соответствии с $L_c \propto T^{-7/9}$. В нашем случае при изменении температуры с $4.2\,\mathrm{K}$ до $0.47\,\mathrm{K}$ изменение значений Фано-фактора приблизительно в два раза меньше

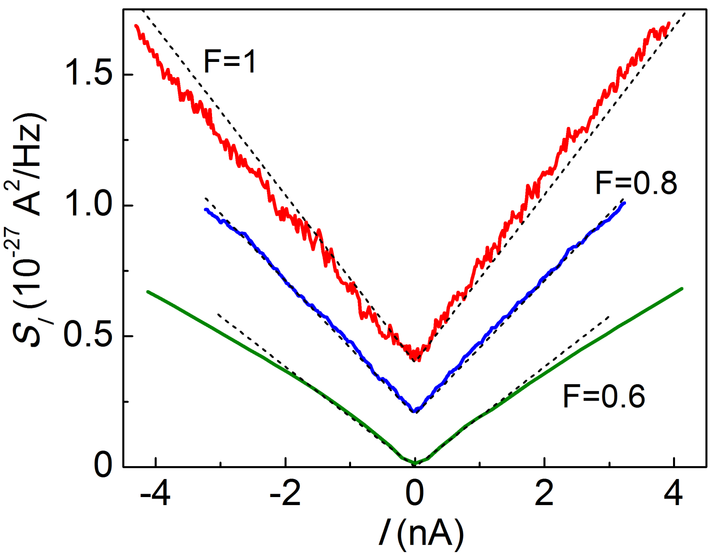


Рис. 4.6: Спектральная плотность дробового шума как функция тока при $T = 0.56$ K. Удельное сопротивление образца (температура Мотта) сверху вниз: $R_\square = 58$ МОм ($T_0 \approx 300$ K), $R_\square = 8.8$ МОм ($T_0 \approx 140$ K), $R_\square = 1$ МОм ($T_0 \approx 40$ K). Пунктирные линии соответствуют наклону экспериментальных кривых в области линейной зависимости от тока. Масштаб по обеим осям уменьшен в 50(5) раз для нижней(средней) кривой. Две верхних кривых сдвинуты по вертикали на 2 и $4 \cdot 10^{-28}$ A^2/Гц.

(рис. 4.7), чем этой асимптотической для длинных образцов формулой. Такое поведение качественно согласуется с насыщением F при $L \sim L_c$, предсказываемом численными расчетами.

В пользу наблюдения размерного эффекта свидетельствуют и транспортные измерения. Прыжковый транспорт в коротких в направлении тока двумерных системах изучался в теоретической работе [80]. Авторами было количественно показано, как конечные размеры системы приводят к возникновению дополнительной поправки в проводимость. Теперь, наряду с возникновением бесконечного кластера, нужно учитывать также вероятность таких событий, при которых несколько отдельных кластеров конечных размеров соединятся и создадут проводящий путь. Результат расчета имеет вид

$$\ln G \propto -(T_0/T)^{1/3} + 0.25(T_p/T)^{7/3}, \tag{4.5}$$

где T_p – температура, ниже которой наблюдаются отклонения температур-

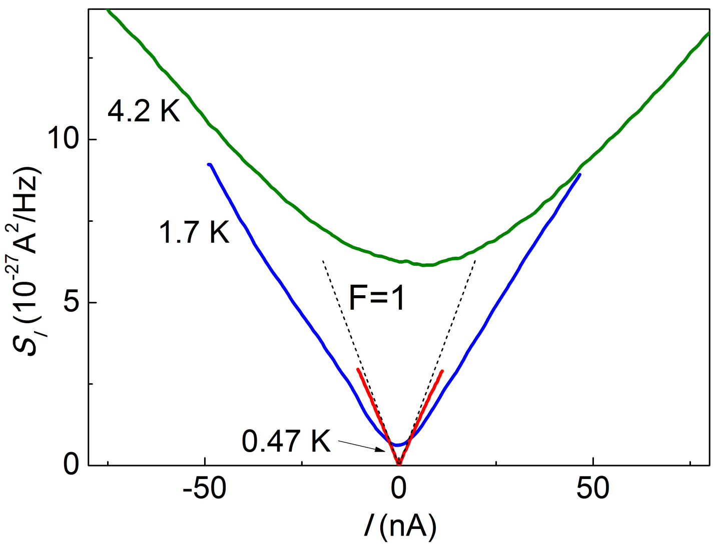


Рис. 4.7: Изменение фактора Фано с температурой. Сопротивление образца $R_\square = 26\,\text{МОм}$ ($T = 0.47\,\text{К}$), $T_0 \approx 300\,\text{К}$. Пунктирная линия соответствует значению $F = 1$.

ных зависимостей от моттовских. Видно, что данные на рис. 4.3 находятся в хорошем согласии с этой формулой.

Линейная температурная зависимость $V_{\text{th}}(T)$ (вставка рис. 4.2) также указывает на наблюдение размерного эффекта в прыжковой проводимости. Согласно [77], нелинейность вольт-амперных характеристик наступает, когда падение электрохимического потенциала на тяжелом прыжке сравнивается с температурой. Для длинных образцов количество тяжелых прыжков $L/L_c \gg 1$, поэтому пороговое напряжение $V_{\text{th}} \approx (L/L_c)k_BT \propto T^{16/9}$. В случае же размерного эффекта $L \sim L_c$, и электрохимический потенциал падает на единственном тяжелом прыжке. В этом случае, поэтому, должна иметь место ослабленная температурная зависимость $V_{\text{th}} \propto T$. Как уже было отмечено, эта зависимость и наблюдается экспериментально. Более того, корреляционная длина, полученная из вольт-амперных характеристик превосходит размер образца, что также свидетельствует в пользу $L \sim L_c$.

В режиме проводимости $L \sim L_c$ сеть Миллера-Абрахамса разбивается на набор квази-одномерных проводящих нитей, в параллель соединяющих два резервуара. Вклад каждой такой цепочки в ток и шум аддитивны, поэтому для удобства рассмотрим одну такую цепочку. Согласно модели, разработанной в [68], i-ый прыжок можно рассматривать как независимый источник пуассоновского шума с сопротивлением $R_i = R_0 \exp \xi_i$. В такой модели Фано-фактор равен

$$F = \frac{\sum R_i^2}{\left(\sum R_i\right)^2}. \tag{4.6}$$

В режиме с переменной длиной прыжка ξ_i равномерно распределена между 0 и ξ_c, поэтому можно считать, что значения R_i принадлежат геометрической прогрессии со знаменателем ~ 3. Это дает $F \approx 0.5$. Для того, чтобы получить $F = 0.9$, что является нижней оценкой для Фано-фактора в условиях сильного обеднения, нужно предположить неоправданно широкое распределение сопротивлений (знаменатель прогрессии 20). Такая картина представляется маловероятной, особенно в условиях $L \sim L_c$, когда сетка сопротивлений более равномерна, чем в условиях прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка на бесконечном образце [80]. Неудивительно, что эта модель не применима к нашему эксперименту, потому что локализованные состояния нельзя рассматривать как макроскопические островки с хорошо определенным химическим потенциалом.

Происхождение пуассоновского шума в режиме прыжковой проводимости при $L \sim L_c$ можно понять, пользуясь аналогией с дробовым шумом в электронной лампе. Рассмотрим цепочку из N локализованных состояний. Вероятности перехода электронов между соседними узлами обозначим Γ_i и предположим, что прыжок с наименьшей Γ_H (тяжелый прыжок) расположен посередине цепочки (рис. 4.8). В сильно нелинейном режиме $eV \gg k_BT$ электроны преимущественно прыгают в направлении меньшего электрохимического потенциала, для определенности слева направо. В пределе $\Gamma_H \to 0$ большую часть времени состояния слева от тяжелого прыжка будут заняты, а справа свободны. В этом случае ток обусловлен редкими процессами инжектирования электронов через тяжелый прыжок и представляет из себя перескоки между соседними узлами пустого места/электрона слева/справа от тяжелого прыжка. Такой перенос заряда напоминает транспорт в электронной лампе: электроны некоррелированно инжектируются через тяжелый прыжок и дальше почти свободно распространяются по цепочке, что дает $F = 1$. Несложно понять, к чему приведет увеличение Γ_H: скорость инжектирования электронов вырастет, что приведет к ненулевой плотности электронов/пустых мест в цепочке.

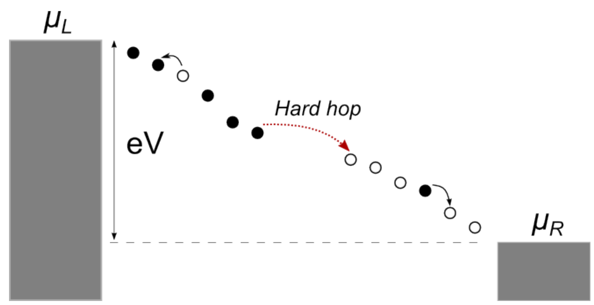


Рис. 4.8: Прыжки вдоль одномерной цепочки локализованных состояний с тяжелым прыжком посередине. Закрашенные/пустые кружки – занятые/свободные состояния.

Оценим, например, плотность электронов ρ справа от тяжелого прыжка. Электрон живет на цепочке время $T_{\text{dwell}} = \sum(\Gamma_i)^{-1}$, где $\Gamma_i \propto \exp(-\xi_i)$, а суммирование ведется по узлам справа от тяжелого прыжка. Тогда имеем

$$\rho = 2\Gamma_H T_{\text{dwell}}/N,$$

что в нашем случае ($L_c/\overline{r} \sim 10$ прыжков на одну цепочку) дает $\rho \approx 0.1$. Такая малая плотность говорит о почти независимом движении носителей тока, как и в лампе, а потому можно ожидать и пуассоновский дробовой шум.

Аналогия с электронной лампой подтверждается чисто классической моделью ASEP (open-bounndary asymmetric exclusion process) [81]. В ней рассматривается одномерная равномерная цепочка, по узлам которой могут прыгать частицы. Прыжки разрешены только в одну сторону, если соответствующий узел не занят. Согласно этой модели, в случае низких и высоких плотностей Фано-фактор равен $F = 1 - 2\rho$, где $\rho \ll 1$ – средняя плотность частиц или пустых мест соответственно. Подавление дробового шума происходит из-за запрета двум электронам находиться на одном узле. В случае $\rho \to 0$ такие корреляции исчезают и дробовой шум становится пуассоновским по аналогии с задачей, изначально рассмотренной Шоттки [68]. Оценка для плотности $\rho \approx 0.1$ дает $F \approx 0.8$, что соответствует экспериментальному значению намного лучше, чем (4.6).

Отметим в качестве заключения, что переход в режим размерного эффекта был также воспроизведен на гетероструктуре GaAs/AlGaAs с другими параметрами – электронной плотностью $n = 0.96 \times 10^{11}\,\text{см}^{-2}$ и подвижностью $\mu = 4 \times 10^{6}\,\text{см}^{2}/\text{Вс}$ (рис. 4.9, справа). Образец был выполнен в форме диска в геометрии Корбино (рис. 4.9, слева). Здесь буквами A и B обозначены омические контакты, а G – затворный электрод. Приложение отрицательного напряжения к затвору позволяло меняет концентрацию электронов в подзатворной области длиной 2 мкм (вдоль направления тока) и шириной 1.5 мм (периметр затворного электрода в области между омическими контактами).

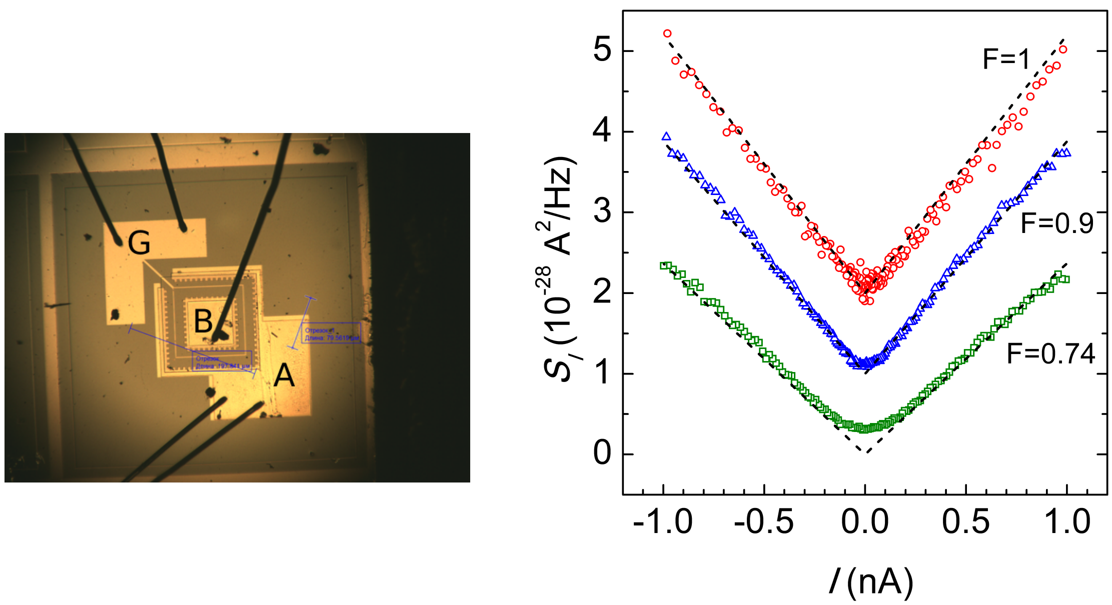


Рис. 4.9: Слева: Фотография исследовавшегося образца (см. текст). Справа: Спектральная плотность дробового шума как функция тока при $T = 0.5\,\text{К}$. Удельное сопротивление образца сверху вниз: $R_\square \approx 5\,\text{ГОм}$, $R_\square = 380\,\text{МОм}$, $R_\square = 75\,\text{МОм}$. Пунктирные линии соответствуют наклону экспериментальных кривых в области линейной зависимости от тока. Масштаб по обеим осям уменьшен в 10(5) раз для нижнего(среднего) набора данных. Два верхних набора данных сдвинуты по вертикали на 1 и $2 \cdot 10^{-28}\,\text{А}^2/\text{Гц}$.

5. Дробовой шум в режиме краевого транспорта в HgTe квантовой яме с инвертированной зонной структурой

5.1 HgTe топологические изоляторы

В большинстве полупроводников зона проводимости образована электронами s орбиталей, а валентная зона – электронами p орбиталей. Однако, в некоторых тяжелых элементах спин-орбитальное взаимодействие настолько сильно, что в соответствующих им материалах зона, образованная электронами p орбиталей, оказывается выше по энергии, чем зона, образованная электронами s орбиталей. В этом случае говорят об инвертированной зонной структуре. Наиболее изучаемым примером такого типа являются CdTe/HgTe/CdTe квантовые ямы. Постоянные решеток HgTe и CdTe близки, а спин-орбитальное взаимодействие в CdTe значительно слабее. Поэтому, увеличивая толщину HgTe-прослойки, можно увеличивать силу спин-орбитального взаимодействия в квантовой яме. Критическая толщина слоя HgTe, при которой спин-орбитальное взаимодействие становится достаточно сильным и происходит инверсия зон, составляет приблизительно $d_c = 6.5\,\text{нм}$ [82] (рис. 5.1).

Теория предсказывает существование пары краевых состояний вейлевско-

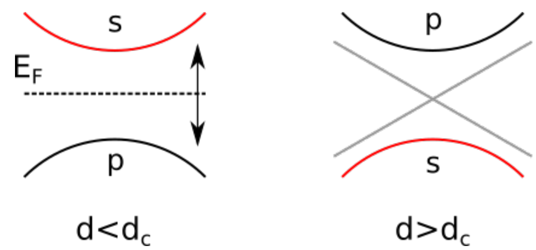


Рис. 5.1: Энергетический спектр квантовой ямы: краевые состояния в щели широкой квантовой ямы (справа).

го типа в достаточно широких $d > d_c$ квантовых ямах и их отсутствие для случая $d < d_c$. Транспорт в достаточно широких квантовых ямах, когда уровень Ферми лежит в щели, осуществляется таким образом посредством двух пар противоположно направленных краевых состояний при том, что объем системы является диэлектриком (рис. 5.2). Краевые каналы в этом случае геликальны, то есть два состояния вдоль данного края образца распространяются в противоположных направлениях, причем направление распространения жестко связано со спином. Поэтому рассеяние назад немагнитными примесями между краевыми состояниями на одном краю невозможно, а значит должно иметь место квантование сопротивления, измеренного по четырехточке – $R_{4\mathrm{p}} = h/2e^2$. Про такие краевые состояния говорят, что они топологически защищены от рассеяния на примесях и геометрических дефектах.

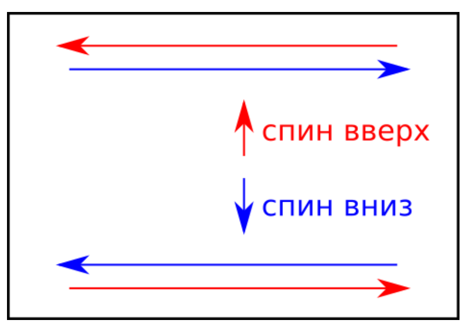


Рис. 5.2: Токонесущие краевые состояния в режиме квантового спинового эффекта Холла.

Отметим, что величина объемной щели зависит от ширины d, достигая в достаточно широких квантовых ямах $d > d_c$ наибольшего значения 30 мэВ при $d \approx 8$ нм [83]. О квантовых ямах именно такой ширины и идет речь в дальнейшем.

5.2 Транспортные измерения

Квантование сопротивления, измеренного по четырехточке, действительно наблюдалось экспериментально – в экспериментах группы Л. Моленкампа, однако только на сравнительно коротких образцах [84, 85]. В некоторой области затворных напряжений, называемой точкой нейтральности, на образцах длиной 0.5 мкм и 1 мкм сопротивление было близко к значению $h/2e^2$, но при увеличении длины до 20 мкм сопротивление образца увеличивалось примерно в 6 раз [84]. При этом речь идет именно о сопротивлении края, что подверждается измерениями нелокального сигнала [85] и экспериментами по визуализации плотности тока при помощи сквида на таких же структурах [86]. Стоит также отметить, что в достаточно узких $d < d_c$ квантовых ямах в диапазоне затворных напряжений, когда уровень Ферми попадает в объемную щель, сопротивление образцов при тех же длинах принимает значения в несколько десятков мегаом, что говорит об отсутствии краевых состояний в узких квантовых ямах.

Наблюдение квантованного сопротивления на коротких образцах было интерпретировано авторами работы [84] как однозначное свидетельство в пользу подтверждения концепции квантового спинового холловского диэлектрика. На сегодняшний день, однако, не существует ни одной экспериментальной работы, в которой бы в явном виде было показано, что транспорт действительно осуществляется посредством двух пар противоположно направленных краевых состояний. Экспериментальное наблюдение подавления проводимости края в условиях отсутствия симметрии по обращению времени явилось бы хорошим свидетельством в пользу именно такого сценария, но результаты измерений в магнитном поле вызывают вопросы. Если в оригинальной работе [84] было продемонстрировано подавление проводимости края в небольшом – несколько десятков милитесла – перпендикулярном магнитном поле на образцах длиной 20 мкм, то в недавней статье [87] было показано, что в некотором диапазоне затворных напряжений вблизи точки нейтральности проводимость края может меняться несущественно вплоть до значения магнитного поля 9 Тл. Согласовать такое наблюдение с существующими моделями квантового спин-холл эффекта без учета присущих именно HgTe-квантовым ямам особенностей, или эффектов взаимодействия, сегодня не представляется возможным.

Транспортные свойства образцов длиной более нескольких микрон широко исследовались в работах группы Д.Х. Квона из ИФП СО РАН. Образцы, на которых мы проводили измерения шума, были предоставлены нам этой группой. Речь идет о квантовых ямах шириной 8 нм, когда рассчетная величина щели в объеме составляет 30 мэВ. В предшествующих работах было обнаружено, что в точке нейтральности сопротивление края линейно скалируется с его длиной [88] в дипазоне длин $5 - 40$ мкм, в то время как при изменении температуры в диапазоне $0.05 - 4$ K сопротивление меняется незначительно [89]. Эти наблюдения проблематично объяснить в теоретических моделях, для объяснения сломанной топологической защиты рассматривающих различные сценарии неупругого рассеяния [90, 91]. Например, в работе [90] изучались поправки к кондактансу идеального края, возникающие за счет туннелирования между краем и электронными лужами в объеме образца вблизи края. Значительное увеличение времени электрон-электронного взаимодействия внутри таких луж может приводить к существенному рассеянию назад в пределах одного края. Для достаточно длинного края такой механизм рассеяния предполагает линейную зависимость сопротивления края от длины, однако с достаточно сильной зависимостью удельного сопротивления от температуры

$$\rho_{\mathrm{edge}} \propto T^3,$$

не наблюдающейся экспериментально.

Изучение магнитосопротивления [92] на этих образцах также обнаружило противоречия с теоретическими ожиданиями [93, 94]. В не слишком больших магнитных полях наблюдается линейное магнитосопротивление, хорошо описываемое численными расчетами для случая немагнитного беспорядка. В квантующих же магнитных полях чуть выше 2 Тл магнитосопротивление резко падает, однако не до нуля, как можно было бы ожидать для режима квантового эффекта Холла, а приближается к конечному значению $R_{xx} \approx h/e^2$. Начиная с величины поля 6 Тл как локальное, так и нелокальное сопротивление снова начинают возрастать, что теоретически не объяснено.

Из сказанного следует, что важным вопросом является вопрос о длине когерентности в краевом состоянии. При заданной температуре T время тепловой дефазировки ограничено снизу принципом неопределенности [95]:

$$\tau_\varphi \geq \hbar/(k_B T).$$

Иными словами, электрон изменяет свою энергию на величину масштаба $k_B T$ на масштабе времен $\hbar/(k_B T)$. Групповая скорость краевых геликальных состояний составляет $v \approx 5 \times 10^5$ м/с [83] и при температуре $T = 30$ мК, как в оригинальной работе [84], соответствующая тепловая длина сбоя фазы для баллистического пролета равна $v\tau_\varphi \approx 100$ мкм, что существенно превосходит размер самого длинного исследовавшегося 20 мкм-образца, кондактанс которого – $0.3e^2/h$ – уже существенно меньше ожидаемого значения $2e^2/h$. При более высокой доступной нам температуре $T = 0.5$ К соответствующая длина $v\tau_\varphi \geq 7$ мкм. Совместно со слабыми температурными зависимостями сопротивления это означает, что в образцах длиной несколько микрон, транспорт при этой температуре в отсутствие экзотических процессов дефазировки должен быть когерентным. Данная работа была посвящена проверке этого предположения.

5.3 Дробовой шум в когерентном одноканальном проводнике

Рассмотрим когерентный одноканальный проводник с барьером (рис. 5.3). Электрон, налетающий на барьер, либо преодолевает его с вероятностью T, либо отражается с вероятностью $R = 1 - T$. Пусть налетающее, прошедшее и отраженное состояния описываются числами заполнения n_i, n_T и n_R соответственно. Если принять, что налетающее состояние всегда занято, тогда прошедшее сотояние занято с вероятностью T, а отраженное - с вероятностью R:

$$\langle n_i \rangle = 1, \quad \langle n_T \rangle = T, \quad \langle n_R \rangle = R.$$

Тогда имеем:

$$\left\langle (\Delta n_T)^2 \right\rangle = \left\langle n_T^2 \right\rangle - \langle n_T \rangle^2 = \langle n_T \rangle - \langle n_T \rangle^2 = T(1 - T). \tag{5.1}$$

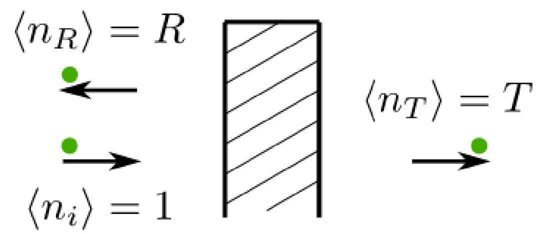


Рис. 5.3: Схематическое изображение барьера в когерентном одноканальном проводнике.

Таким образом, величина дробового шума в когерентном режиме связана с квантово-механической вероятностью прохождения через барьер $T = R_Q/R$ значением Фано-фактора

$$F = 1 - T \tag{5.2}$$

(как и должно быть в соответствии формулой (1.7)). Здесь R_Q и R – соответственно, квант сопротивления и сопротивление образца. Для когерентного одноканального проводника ситуация не изменяется и соотношение (5.2) остается справедливым и в случае, когда барьеров много: электрон как бы рассеивается на всем проводнике сразу, что характеризуется единственным числом – прозрачностью образца.

Измерения проводились в режиме сильно неупорядоченного краевого транспорта $R \gg R_Q$ вблизи точки нейтральности в HgTe квантовой яме с инвертированной зонной структурой. Для случая когерентного транспорта в таких условиях можно ожидать близкую к пуассоновскому значению величину дробового шума $F \approx 1$.

5.4 Экспериментальные результаты

5.4.1 Зависимость сопротивления от затворного напряжения

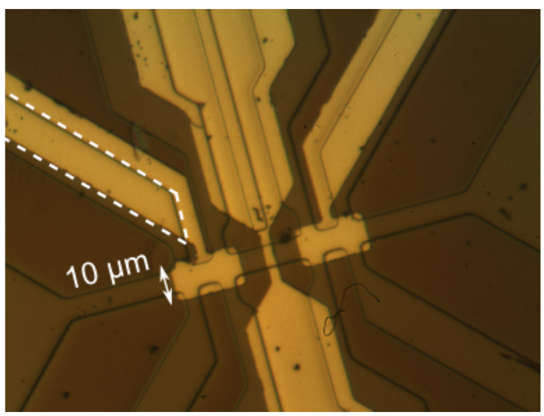


Рис. 5.4: Микрофотография одного из изучавшихся образцов. Пунктиром отмечена часть затвора над подводящей к рабочей части образца частью мезы, которая существенно увеличивает паразитную емкость образца.

Микрофотография поверхности одного из изучавшихся кристаллов представлена на рис. 5.4. Темно-коричневые участки – это вытравленные области, светло-коричневые – меза, светло-желтые участки отвечают напыленным на поверхность через слой диэлектрика затворам. В данном случае имеется три последовательно соединенных образца: два – в форме холловского мостика – длиной 18 мкм, и один более короткий между ними – длиной 3 мкм. Стоит отметить, что в такой геометрии проводить измерения шума возможно только под затвором, ближайшим к контакту, с которого снимается шумовой сигнал. Это связано со значительной паразитной емкостью, которую нужно учитывать при измерениях под двумя другими более удаленными затворами и которая определяется, по-видимому, теми участками, где напыленные затворы перекрываются с подводящими к рабочей части мезы ее участками (см. рис. 5.4, обведено пунктиром для одного из затворов). Шумовые измерения для 3 мкм затворов, результаты которых представлены в этой главе, были выполнены на кристаллах с напыленным только одним маленьким затвором.

Как уже было сказано, транспортные свойства образцов из идентичных шайб широко изучались в предыдущих работах, поэтому для проверки мы ограничились простейшими магнитотранспортными измерениями на одном из образцов. Измерение холловского сигнала (рис. 5.5) при нулевом затворном напряжении позволило определить концентрацию носителей $n = 3\times 10^{11}$ см$^{-2}$, а по измеренной величине продольного магнитосопротивления была вычислена подвижность 150 000 см^2/Вс.

На рис. 5.6 представлена зависимость двухточечного сопротивления от затворного напряжения в режиме линейного отклика для трех образцов (остальные исследовавшиеся образцы ведут себя схожим образом). Римские цифры рядом с кривыми отвечают различным образцам и соответствуют различным конфигурациям, в которых это сопротивление было измерено, как показано на вставке. Все пропорции на вставке соответствуют реальным образцам. Серые прямоугольные области обозначают затворы, толстые черные и красные линии соответствуют краям мезы. Во всех случаях контакт **G** заземлялся, а контакт **N** использовался для измерения сопротивления и для шумовых измерений.

При небольших отрицательных напряжениях измеренное сопротивление R_{2p} определяется вкладом от омических контактов и подводящих частей

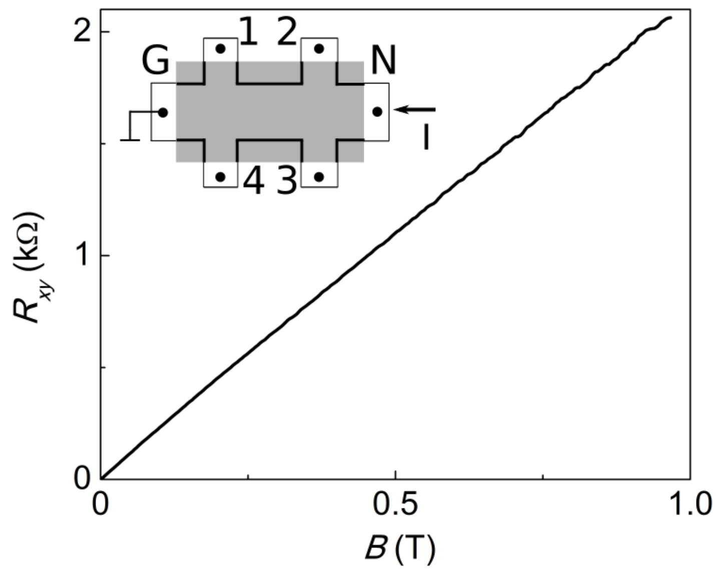


Рис. 5.5: Измерение холловского сопротивления (между контактами 1 и 4 в геометрии, изображенной на вставке) для одного из образцов при нулевом затворном напряжении.

мезы. В образцах I и II по мере уменьшения затворного напряжения в двумерной системе происходит переход [89] от проводимости n-типа к проводимости p-типа при переходе через точку нейтральности при $V_g \approx -3$ В. В области точки нейтральности наблюдается выраженный максимум сопротивления, а в более отрицательных значениях V_g сопротивление падает и насыщается в области проводимости p-типа. Сопротивление насыщения – это сопротивление $p-n$–перехода, образованного под границей затвора [96]. В коротком образце (эта ситуация типична для двух исследовавшихся коротких образцов) при некотором значении затворного напряжения наблюдается резкий рост сопротивления, после чего оно выходит на плато вплоть до значения $V_g \approx -4.5$ В, при котором образец еще продолжает стабильно работать. Таким образом, определить положение точки нейтральности в коротком образце не представляется возможным, и мы измеряли шум в районе середины этого плато.

Стоит также отметить, что флуктуации кондактанса, наблюдаемые вблизи точки нейтральности, воспроизводимы и проявляются существеннее на коротких образцах. Подобное поведение типично и наблюдалось также, например, в работе [84].

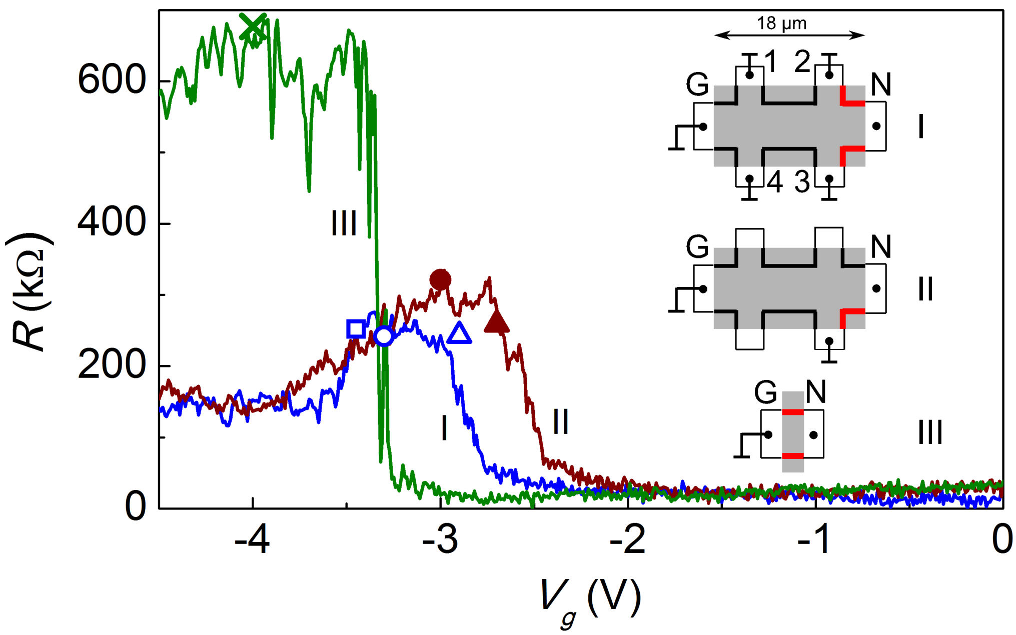


Рис. 5.6: Двухтерминальное сопротивление в режиме линейного отклика для трех образцов как функция затворного напряжения при температуре $T = 0.52$ К. Символами обозначены координаты (R_{2p}, V_g), для которых в дальнейшем будет обсуждаться дробовой шум. Непопадание некоторых символов на соответствующую кривую связано с небольшим дрейфом во времени состояния образца.

5.4.2 Нелокальный транспорт

Рис. 5.7 демонстрирует тот факт, что вблизи точки нейтральности ток в наших образцах течет вдоль края мезы. На правом рисунке изображена зависимость сопротивления образца I от завторного напряжения в режиме линейного отклика. Здесь стрелками отмечены значения затворного напряжения, при которых производились измерения нелокального транспортного сигнала: ток пропускался через контакт, обозначенный номером 1, контакт G был заземлен, а напряжение относительно заземленого контакта измерялось на контактах 2, N, 3 и 4. В области затворных напряжений вдали от области точки нейтральности как в области проводимости n ($V_g = -2$ В), так и в области проводимости p-типа ($V_g = -4.3$ В) – рис. 5.7(а) – вольт-амперные характеристики, снятые с разных контактов, неразличимы, что соответствует случаю транспорта через объем. В этом случае измеряемые кривые соответствуют

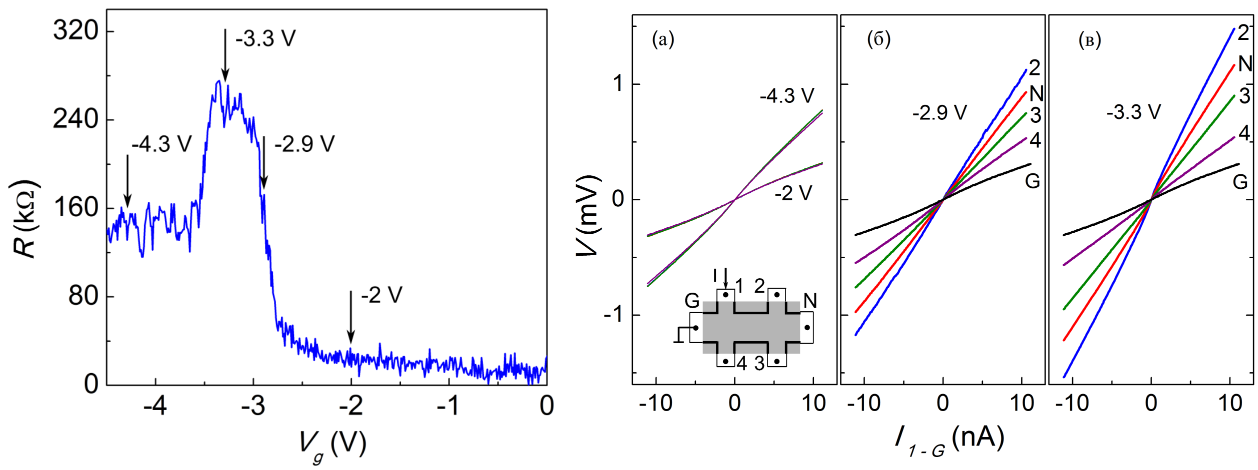


Рис. 5.7: Слева: двухтерминальное сопротивление в режиме линейного отклика. Справа: Краевой транспорт в режиме нелинейного отклика. (а) Объемный транспорт в области проводимости p-типа ($V_g = -4.3\,$В) и n-типа ($V_g = -2\,$В) вдали от точки нейтральности. В обоих случаях напряжение на контактах 2, N, 3 и 4 совпадает с экспериментальной точностью. Вставка: схема трехтерминального измерения нелокального сигнала в образце I с заданием тока через контакт 1 и заземленным контактом G. (б,в) Краевой транспорт в области точки нейтральности при $V_g = -2.9\,$В и $V_g = -3.3\,$В. Помимо сигналов с контактов 2, N, 3 и 4 здесь также построен вклад последовательного сопротивления контакта G и соответствующей части мезы. Вертикальная шкала общая для трех графиков.

сопротивлению контакта G и соответствующих частей мезы. Противоположная ситуация наблюдается в области затворных напряжений вблизи точки нейтральности – рис. 5.7(б,в). В этом случае величина сигнала $|V|$ наибольшая для контакта 2 и наименьшая для контакта 4 и уменьшается с обходом контактов по часовой стрелке, как и ожидается для краевого транспорта. При температуре $T = 4.2\,$K в области точки нейтральности транспорт остается существенно нелокальным вплоть до напряжений масштаба $|V| \sim 10\,$мВ (рис. 5.8). Это наблюдение гарантирует, что представленные ниже результаты измерения дробового шума получены в режиме краевого транспорта. Стоит отметить, что сопротивления отдельных участков края, которые можно определить из рис. 5.7 (б,в), плохо скалируются с длиной соответствующих участков, что связано, по-видимому, с неоднородностью образцов.

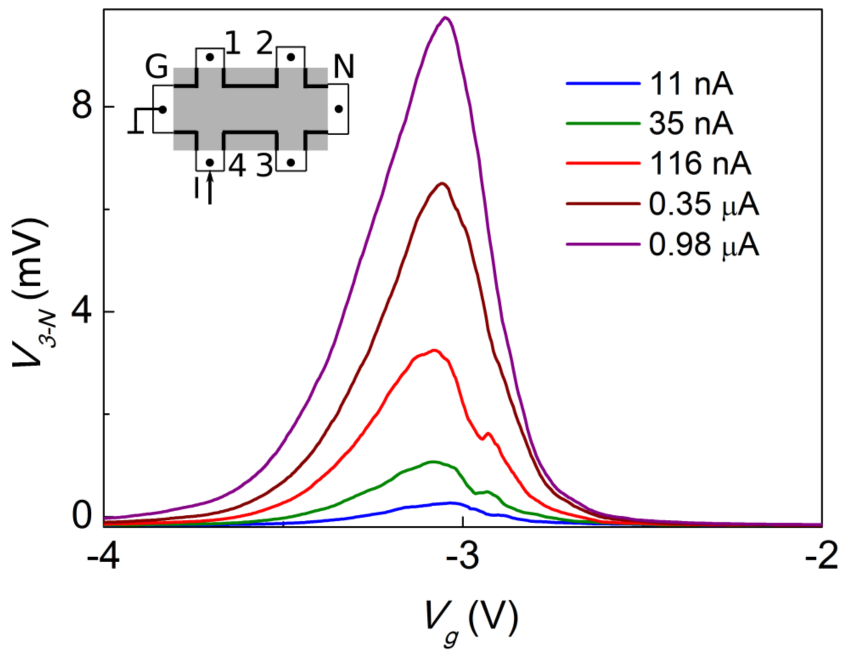


Рис. 5.8: Краевой транспорт в сильно нелинейном режиме.

5.4.3 Дробовой шум в режиме краевого транспорта

На рис. 5.9 (а) показана измеренная в конфигурации рис. 5.6 зависимость спектральной плотности токового шума S_I от тока I в области точки нейтральности для образца I. По мере увеличения величины тока шум увеличивается по сравнению с равновесным значением Джонсона-Найквиста и переходит на слабо суб-линейную зависимость от $|I|$. Такая зависимость позволяет лишь приближенно оценить величину фактора Фано в соответствии с формулой $S_I \approx 2eF|I|$ (пунктирная линия на рис. 5.9(а) имеет наклон $F = 0.2$). Наблюдаемая нелинейная зависимость $S_I(I)$ является результатом не только перехода с режима теплового шума на режим дробового шума, но также и результатом нелинейности транспортного режима. Рис. 5.9(б) демонстрирует зависимость дифференциального кондактанса $g = dI/dV$, полученную численным дифференцированием вольт-амперной характеистики. С увеличением $|V|$ в области небольших напряжений наблюдается резкое уменьшение g примерно в 1.5 раза, котороое насыщается при больших напряжениях. Соответствующее изменение токового шума Джонсона-Найквиста, оцененное как $4k_BTg$, может объяснить примерно 20% шумового сигнала на рис. 5.9(а).

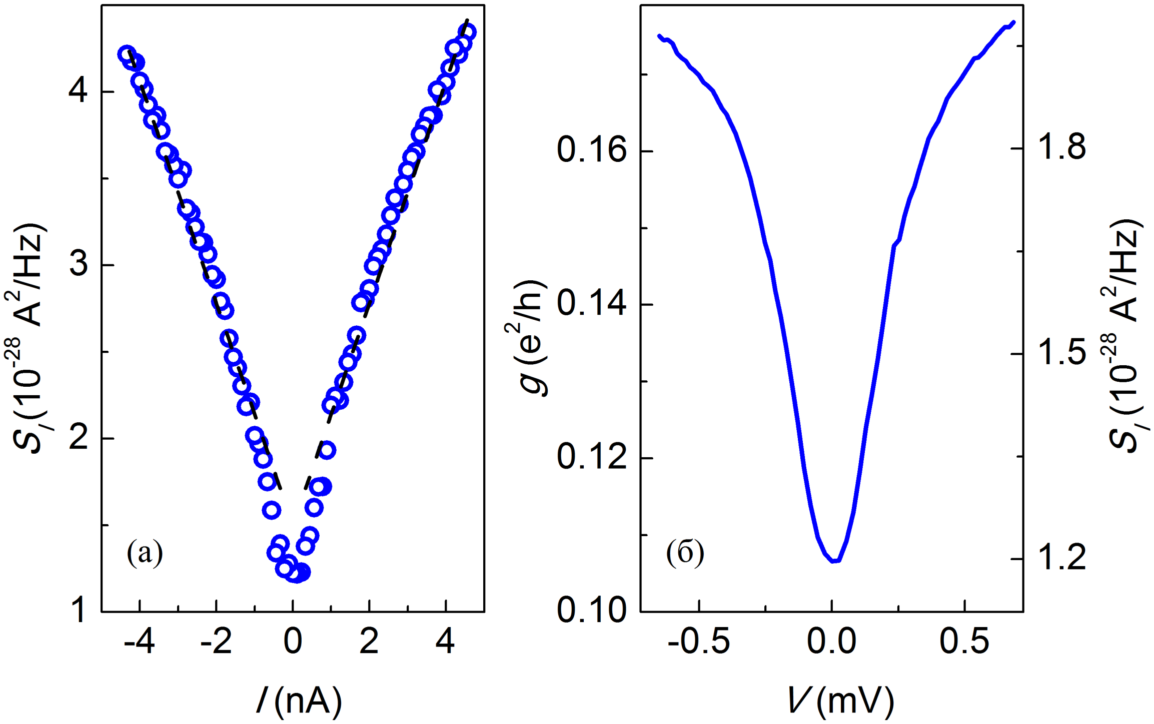


Рис. 5.9: Дробовой шум и дифференциальный кондактанс в режиме краевого транспорта в образце I. (а) Спектральная плотность дробового шума как функция тока при $V_g = -3.2$ В (символы). Наклон пунктирной линии соответствует величине фактора Фано $F = 0.2$. (б) Дифференциальный кондактанс как функция тянущего напряжения (левая вертикальная ось) и соответствующий вклад теплового шума Джонсона-Найквиста $S_I = 4k_BTg$ (правая вертикальная ось). Учтен вклад конечного сопротивления контактов в проводимость.

Для более тщательного количественного анализа мы воспользовались приближенным выражением для спектральной плотности токового шума в нелинейном транспортном режиме (см. (1.9)). Такое выражение использовалось также при анализе шума в баллистических квантовых точечных контактах [97] и образцах на основе графена [98]:

$$S_I \approx 4k_BTg + 2|eI|F(\coth\xi - 1/\xi), \tag{5.3}$$

где $\xi \equiv |eV|/2k_BT$, а F – аналог фактора Фано для случая нелинейного транспортного режима. Как показано на рис. 5.10, это выражение прекрасно описывает (пунктирные линии) экспериментальную зависимость для всех исследовавшихся образцов. Здесь различными символами представлены результаты измерений шума в трех различных образцах при затворных напряжениях V_g в области точки нейтральности. Для каждого образца соответствующие значения затворного напряжения и сопротивления в режиме линейного отклика отмечены на рис. 5.6. Пунктирные линии с указанными значениями фактора Фано F построены в соответствии с формулой (5.3). Как уже было продемонстрировано на рис. 5.9(a), это выражение хорошо описывает эксперимент до тянущих напряжений масштаба 0.6 мВ, что соответствует отношению $|eV|/k_BT \approx 14$. Результаты всех измерений показывают, что дробовой шум в режиме краевого транспорта существенно подавлен по сравнению с пуассоновским значением ($F = 1$) с достаточно сильными вариациями от образца к образцу и существенными флуктуациями при изменении затворного напряжения в области вблизи точки нейтральности. Такое поведение представляется случайным, не коррелированным с флуктуациями кондактанса, литографической длиной подзатворного участка мезы и экспериментальной геометрией (см. рис. 5.6).

Эти результаты, очевидно, исключают сценарий когерентного одномерного транспорта, в котором, с учетом большого сопротивления края $R \sim 10R_Q$, должен был бы наблюдаться почти пуассоновский шум ($F = 1$). С другой стороны, при температуре $T = 0.5\,\text{K}$ баллистическая длина дефазировки в геликальном краевом состоянии $v\tau_\varphi \geq v\hbar/(k_BT) \approx 7\,\text{мкм}$ по-крайней мере сравнима с длиной образца $L \approx 4\,\text{мкм}$ и существенно превосходит длину локализации, которую можно оценить как

$$\xi \sim LR_Q/R \sim 500\,\text{нм}. \tag{5.4}$$

Для одноканального одномерного транспорта условие $\tau_\varphi \gg \xi/v$ эквивалентно сильной локализации, что не согласуется с температурной зависимостью сопротивления в наших образцах (рис. 5.11). Эти несоответствия демонстрируют противоречия экспериментальных результатов с концепцией одномерного геликального краевого транспорта в наших образцах.

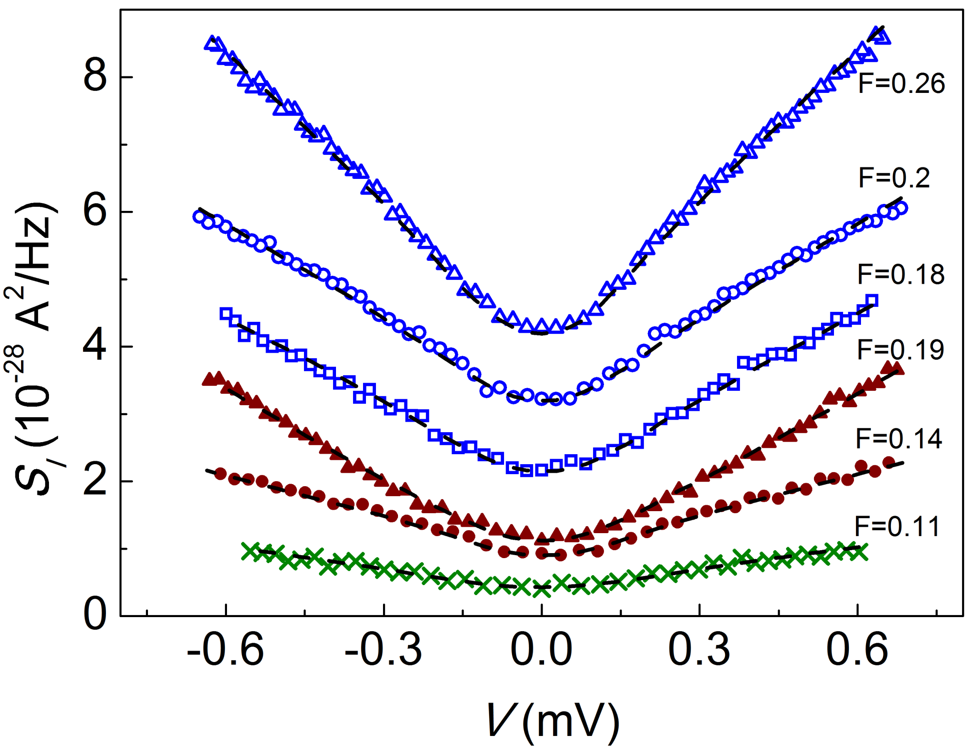


Рис. 5.10: Фактор Фано в режиме краевого транспорта в исследовавшихся образцах. Символы – спектральная плотность дробового шума в области точки нейтральности как функция тянущего напряжения. Пунктирные линии – подгонки с использованием приблизительной формулы для сильно нелинейного режима (см. текст), использовавшиеся при этом значения F даны рядом с соответствующими кривыми. Открытые и закрытые символы отвечают образцам I и II соответственно, а кресты – образцу III. Те же символы отмечают соответствующие затворные напряжения V_g и значения сопротивления в режиме линейного отклика на рис. 5.6. Данные для образца I сдвинуты по вертикали на 3, 2 и 1 в единицах 10^{-28} А^2/Гц (сверху вниз).

Экспериментальные результаты качественно можно объяснить, если предположить что на краю образца реализуется неупорядоченный многомодовый квази-одномерный транспорт, что может являться следствием электростатического загиба зон на краю. В таком случае, сильная локализация не возникает для τ_φ меньших, чем время диффузии на масштабе длины локализации, то есть в нашем случае при

$$\tau_\varphi < N_\perp \xi / v_F, \tag{5.5}$$

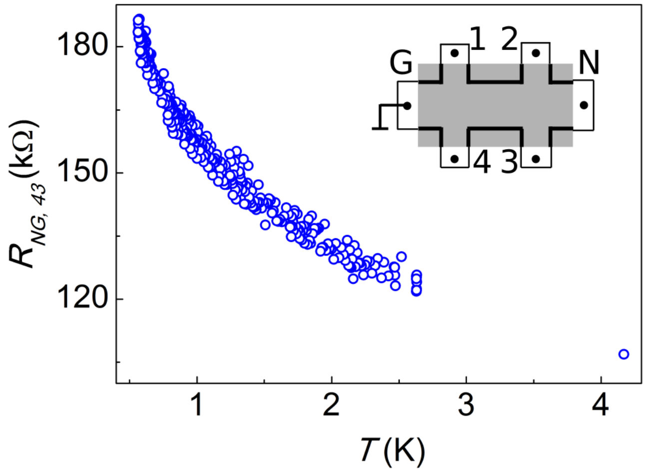


Рис. 5.11: Температурная зависимость четырехточечного сопротивления $R_{NG,43}$, измеренного в режиме линейного отклика, в образце I в области точки нейтральности при $V_g = -3.2$ В.

где $N_{\perp} \gg 1$ – число каналов, v_F – скорость Ферми. Понять это соотношение можно следующим образом.

Рассмотрим сначала одноканальный проводник длины L с N слабо рассеивающими одинаковыми барьерами со средним расстоянием $\bar{l} = L/N$ между ними. Пусть коэффициенты прохождения и отражения отдельного барьера есть $\mathcal{T} \sim 1$ и $\mathcal{R} \ll 1$ соответственно. Сопротивление отдельного барьера –

$$R = \frac{h}{e^2}\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{T}},$$

а сопротивление составного рассеивающего объекта из N барьеров можно вычислять как

$$R_N = \frac{h}{e^2}\frac{\mathcal{R}_N}{\mathcal{T}_N}$$

с учетом рекуррентной формулы

$$\frac{\mathcal{R}_N}{\mathcal{T}_N} = \frac{\mathcal{R}_{N-1} + \mathcal{R}}{\mathcal{T}_{N-1}\mathcal{T}},$$

в которой уже заложено усреднение по расстоянию между барьерами. Пока число барьеров не слишком велико $N\mathcal{R} \ll 1$, имеем обычный закон Ома:

$$\mathcal{R}_N \approx NR, \quad \mathcal{T}_N \approx 1$$

и

$$R_N \approx \frac{h}{e^2} N\mathcal{R} = \frac{h}{e^2}\frac{L}{(\bar{l}/\mathcal{R})} = \frac{h}{e^2}\frac{L}{l},$$

где введена длина свободного пробега $l \equiv \bar{l}/\mathcal{R}$. Ситуация меняется, если барьеров достаточно много. В этом случае

$$\mathcal{R}_N \approx \mathcal{R}_{N-1} \approx 1, \quad \mathcal{T}_N \approx \mathcal{T}_{N-1}\mathcal{T},$$

то есть

$$\mathcal{T}_N \propto \mathcal{T}^N \approx e^{-L/\xi},$$
$$R(L) \propto e^{L/\xi},$$

где $\xi = \bar{l}/|\ln \mathcal{T}| = \bar{l}/\mathcal{R}$ – длина локализации. Видно, что в одноканальном случае длина локализации есть не что иное, как длина свободного пробега – $\xi = l$ (см. (5.4)).

В многоканальном же случае имеем $N_\perp$ каналов, то есть в среднем $N/N_\perp$ барьеров на канал. Значит, в терминах коэффициентов прозрачности

$$\mathcal{T}_N \propto \mathcal{T}^{N/N_\perp} \quad \text{и} \quad R(L) \propto e^{L/\xi},$$

где длина локализации в многоканальном случае $\xi = N_\perp l$. Такое объяснение, естественно, не претендует на строгость, так как не учитывает бимодальности распределения прозрачностей каналов (1.8), а строгий вывод можно провести при описании квантового электронного транспорта с помощью матриц рассеяния [99].

Ограничение (5.5) существенно слабее, чем для случая одноканального геликального транспорта вдоль края, где $N_\perp = 1$. Что касается величины дробового шума, то уменьшение Фано-фактора по сравнению с универсальным значением $F = 1/3$ для диффузионного транспорта может быть связано с отдачей энергии во внешнюю баню [2, 100, 101]. В принципе, интенсивность энергетической релаксации может быть чувствительной к структуре края и концентрации носителей, что могло бы объянить наблюдаемые флуктуации в величине фактора Фано.

6. Шумовой сенсор на основе InAs-нанопровода

6.1 Введение

Числа заполнения (n_k) $k-$го электронного состояния флуктуируют около среднего значения [35] в соответствии с (см. 5.1)

$$\overline{\delta n_k^2} = \overline{n_k}(1 - \overline{n_k}).$$

Такие флуктуации выражаются в токовом шуме в проводниках, и их измерение может быть использовано для первичной равновесной термометрии Джонсона-Найквиста [102] и неравновесной шумовой термометрии [26, 103]. За исключением узкого класса баллистических проводников, в которых величина $\overline{n_k}$ сохраняется вдоль образца, шумовая термометрия выдает усредненный по всей длине образца ответ и непригодна для локальных измерений. При описании в подходе Больцмана-Ланжевена это обстоятельство выражается следующим соотношением для флуктуации тока [6]:

$$\delta I(t) = \frac{eN_F v_F \tau}{3L} \int d^3\mathbf{r} \int d\epsilon\, \delta J_x(\epsilon, \mathbf{r}, t),$$

а при описании в терминах шумовой температуры очевидно из соотношения (1.12). Здесь N_F – плотность состояний на уровне Ферми, интегрирование ведется по объему проводника, а δJ_x – соответствующая компонента

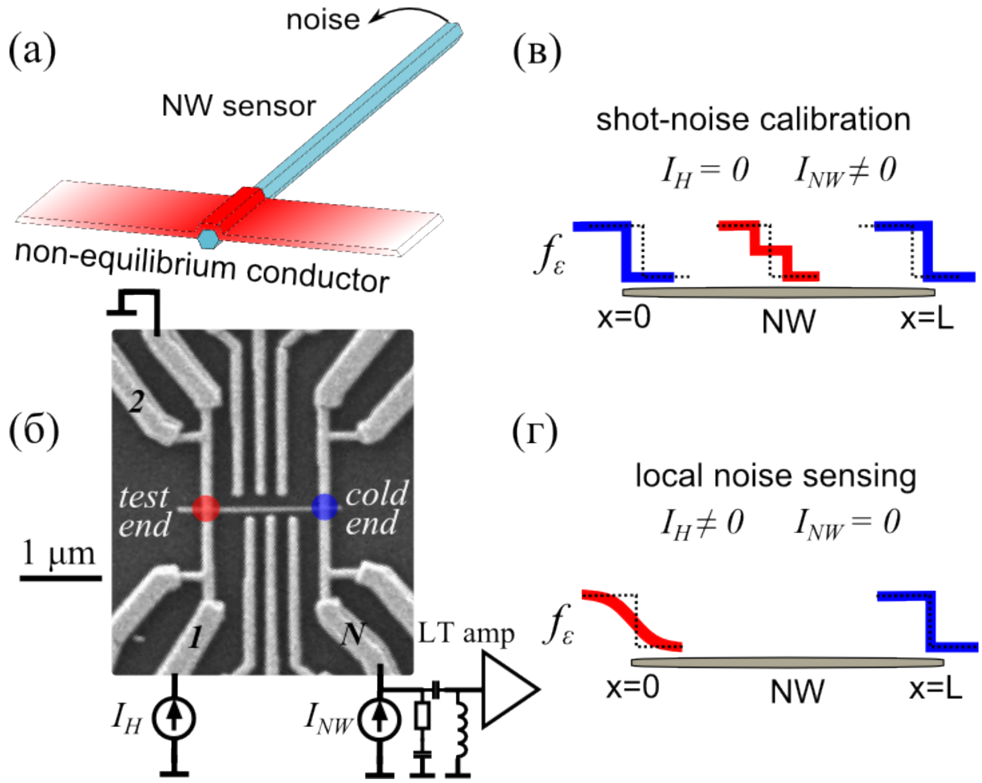


Рис. 6.1: Принцип локальной шумовой термометрии. (а) Локальный шумовой сенсор из нанопровода в контакте с исследуемым неравновесным проводником. Градиент цвета обозначает пространственную неоднородность электронной функции распределения в проводнике. (б) СЭМ-изображение одного из исследовавшихся образцов. Нанопровод и металлические части наноструктуры изображены светло-серым цветом. Красной и синей точками отмечены тестовый и противоположный холодный концы нанопровода. Показана также часть схемы на входе низкотемпературного усилителя и контур постоянного тока для создания неравновесной ситуации в левой контактной полоске. (в) и (г) Электронная функция распределения f_ϵ в различных точках внутри нанопровода, соответствующая процедуре калибровки по дробовому шуму и локальному измерению шума (сплошные линии). Тонкие линии из точек соответствуют f_ϵ в состоянии теплового равновесия. Для простоты тепловое размытие не отображено.

вектора $\delta\mathbf{J}$. Мгновенное значение флуткуации тока через проводник, таким образом, определяется всеми источниками токового шума, присутствующими в проводнике.

В данной работе реализована концепция локального шумового сенсора, отклик которого связан с токовыми флуткуациями в конкретном месте проводника. Сенсор, изображенный в виде тонкого стержня на рис. 6.1(а), приводится в контакт с проводником, пространственно неоднородное неравновесное состояние в котором изображено градиентом цвета. Электронные флуктуации в месте контакта проникают в сенсор, что приводит к возникновению избыточного шума, который можно измерить. Понятно, что такой сенсор должен обеспечивать хороший электрический контакт с изучаемым проводником, и одновременно быть существенно менее проводящим, чтобы не допустить большой ошибки измерений за счет тепловых утечек. Эти критерии идеально выполняются для сильно-легированных диффузионных InAs-нанопроводов, находящихся в контакте с металлическими проводниками.

СЭМ-изображение одного из образцов (NW1), использовавшегося для локальных шумовых измерений, представлено на рис. 6.1(б). В центре рисунка изображен InAs-нанопровод (светло-серый горизонтальный тонкий стержень). Его диаметр 70 нм, а длина составляет приблизительно 2 мкм. Он выращен при помощи химической лучевой эпитаксии и лежит на SiO_2/Si подложке (см. раздел 2.1.3). Остальные части рисунка изображают части Ti/Au металлической наноструктуры, сделанные при помощи электронной литографии. Омические контакты между обоими концами нанопровода и металлическими полосками обозначены как «test end» (красный кужок) и «cold end» (голубой кружок). Каждая из полосок соединена с четырьмя металлическими терминалами. Эти терминалы сделаны шире и в два раза толще, чем контактные полоски для того, чтобы минимизировать влияние их разогрева при создании неравновесности в контактной полоске. Отметим, что сопротивление подводящих металлических терминалов приблизительно на три порядка величины меньше, чем сопротивление собственно нанопровода. На изображении образца можно также видеть шесть боковых затворов к нанопроводу, но в данном случае они не использовались и были заземлены во время эксперимента. Неравновесный шум на конце «test end» в процессе эксперимента контролируется изменением греющего тока I_H с пропусканием его либо через терминал 1, либо через терминал 2 в заземленный терминал.

6.2 Калибровка дробовым шумом

Работа такого сенсора определяется тем, как неравновесные флуктуации проникают вглубь нанопровода, что в свою очередь определяется взаимосвязью двух процессов – диффузии и неупругого рассеяния носителей тока. В зависимости от доминирующего механизма неупругого рассеяния результатом такого рассеяния может быть либо увеличение токового шума, как в случае электрон-электронного рассеяния, или его уменьшение, как в случае электрон-фононной релаксации (см. 1.5). Как сейчас будет продемонстрировано, в наших нанопроводах ролью неупругих процессов можно пренебречь, что и позволяет реализовать концепцию локального шумового сенсора. Рассмотрим сначала процедуру калибровки, в процессе которой через нанопровод пропускается ток (через N в заземленный терминал), и измеряется токовый шум. В такой конфигурации неравновесные флуктуации возникают внутри самого нанопровода, а контактные полоски остаются в состоянии теплового равновесия при заданной температуре ванны T_0.

Результат такой калибровки – спектральная плотность токового шума, измеренная в стандартной конфигурации – показан на рис. 6.2. При возрастании тока S_I переходит от равновесного шума Джонсона-Найквиста $4k_BT_0/R$ на близкую к линейной зависимость $S_I \approx 2eF|I_{NW}|$, где R – сопротивление нанопровода в режиме линейного отклика. Как видно из рисунка, значение Фано-фактора очень близко к универсальному значению $1/3$, соответствующему металлическим диффузионным проводникам с пренебрежимыми процессами неупругого рассеяния [6, 37]. Такое поведение характерно для всех исследовавшихся образцов при температурах ванны $T_0 = 4.2\,\text{К}$ и $T_0 = 0.5\,\text{К}$. Линейное поведение сохраняется вплоть до максимально пропускаемого тока $|I_{NW}| \approx 1\,\text{мкА}$ во всех исследовавшихся образцах в геометрии, аналогичной рис. 6.1(в), и до тока $|I_{NW}| \approx 3\,\text{мкА}$ в образце NW4, изображенном на вставке рис. 6.2(б), то есть до падения напряжения на образце масштаба $20\,\text{мВ}$. В образце NW4 шумовой сигнал снимался с терминала N, а ток пропускался из

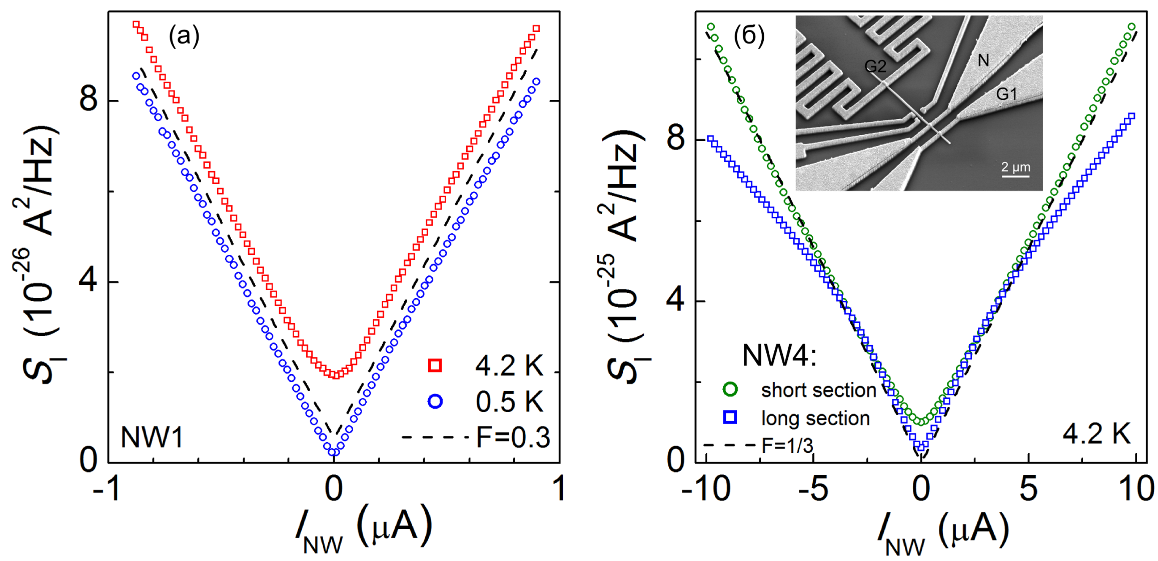


Рис. 6.2: Измерение дробового шума. (а) Спектральная плотность токового шума как функция тока в образце NW1 при двух различных температурах ванны. Различные символы соответствуют различным температурам. Наклон пунктирной прямой соответсвует значению фактора Фано $F = 0.3$, близкому к универсальному значению для металлических диффузионных проводников. (б) Спектральная плотность токового шума как функция тока в короткой (кружки) и длинной (квадраты) частях образца NW4. Геометрия образца NW4 приведена на вставке.

терминала N либо в терминал G1, либо в терминал G2, соответственно через более короткую и более длинную части нанопровода. При токе $|I_{NW}| \geq 3$ мкА (что соовететвует шумовой температуре $T_N \geq 40$ K) через более длинную часть этого образца зависимость $S_I(I_{NW})$ становится сублинейной, что связано с релаксацией электронов на акустических фононах.

Результат измерений дробового шума, представленный на рис. 6.2, позволяет заключить, что зарядовый транспорт в наших нанопроводах осуществляется посредством упругой диффузии, а процессами электрон-электронных столкновений и электрон-фононной релаксации можно пренебречь вплоть до энергии квазичастиц порядка 20 мэВ над уровнем Ферми. Интересно, что это ограничение даже менее строгое, чем то, которое можно получить из оценок скорости неупругих процессов. Действительно, оценим времена упругого и неупругого рассеяния в наших нанопроводах.

Упругое рассеяние на примесях:

Концентрация носителей в нашем случае по порядку величины $n \approx 10^{18}\,\text{см}^{-3}$, что соответствует энергии Ферми $E_F \approx 160\,\text{мэВ}$ и скорости Ферми $v_F \approx 1.6\times10^6\,\text{м/с}$. В диапазоне температур ванны $0.5-4.2\,\text{K}$ сопротивлениие наших нанопроводов составляет $R \approx 10\,\text{кОм}$, что соответствует удельному сопротивлению

$$\rho \approx \frac{\pi D^2 R}{4L} \approx 3\,\text{мОм}\cdot\text{см}.$$

Такое значение отвечает длине упругого рассеяния

$$l_{\text{mfp}} = \frac{3\pi^2\hbar}{\rho k_F^2 e^2} \approx 40\,\text{нм}.$$

Время, которое квазичастица проводит в нанопроводе, составляет при этом

$$\tau_{\text{dwell}} = \frac{L^2}{v_F l_{\text{mfp}}} \approx 60\,\text{пс}.$$

Электрон-электронное рассеяние:

Характерное время электрон-электронного рассеяния можно оценить, основываясь на вычислениях для времени жизни квазичастицы в трехмерной ферми-жидкости [104]. В этой модели время электрон-электронного рассеяния дается соотношением

$$\tau_{ee} = \frac{4\sqrt{3}\hbar^2}{\pi p_F e^2 \gamma}\left(\frac{p}{p_F}-1\right)^{-2} \propto \epsilon^{-2},$$

где $\gamma = p_F^2/2m\omega_p$, $\omega_p = (4\pi n e^2/m)^{1/2}$ – плазменная частота, $m = 0.023 m_e$ – эффективная масса электронов в InAs. При $\epsilon = 2\,\text{мэВ}$ эта оценка дает

$$\tau_{ee} \approx 120\,\text{пс}.$$

Электрон-фононное рассеяние:

Согласно [105], скорость энергетической релаксации при рассеянии на акустических фононах в режиме Блоха-Грюнайзена дается соотношением

$$\frac{dE}{dt} = \frac{6D^2m^2}{\pi^3\rho_m\hbar^7 s^4}(k_B T_e)^5.$$

Здесь T_e – электронная температура, $D = 4.9$ эВ – деформационный потенциал, $s = 4.3$ км/с – скорость звука, $\rho_m = 5.7 \times 10^3$ кг/м^3 – массовая плотность. Это выражение предполагает, что электронная температура T_e существенно превосходит температуру ванны T_0. Темп энергетической релаксации за счет процессов электрон-фононного рассеяния можно оценить как [106]

$$\tau_{e-ph}^{-1} = \frac{dE}{dt}(C_e T_e)^{-1},$$

где

$$C_e = \left(\frac{\pi}{3}\right)^{2/3} \frac{mn^{1/3}}{\hbar^2} k_B^2 T$$

– электронная теплоемкость единицы объема. Для характерного кванта энергии $\epsilon = k_B T_e$ имеем

$$\tau_{e-ph}^{-1} = \frac{6}{\pi^3}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \frac{D^2 m}{\rho s^4 n^{1/3} \hbar^5} \epsilon^3 \propto \epsilon^3.$$

Для $\epsilon = 2$ мэВ получаем

$$\tau_{e-ph} \approx 30\,\text{пс}.$$

Приведенные оценки согласуются с упругим диффузионным транспортом через наши нанопровода до энергий квазичастиц $\epsilon \approx 2$ мэВ и можно было бы ожидать, что при больших энергиях существенной станет энергетическая релаксация. Такая релаксация должна была бы проявиться в ослаблении зависимости $S_I(I)$ по сравнению с линейной уже в районе токов $I \approx \epsilon/eR \sim 150$ нА, что, однако, не наблюдается экспериментально (рис. 6.2). Такое ослабление электрон-фононного взаимодействия в InAs нанопроводах может являться следствием экранировки или уменьшением объема квази-одномерного фазового пространства для рассеяния. С другой стороны, нельзя исключить ослабление электрон-фононной энергетической релаксации за счет возникновения узкого горла для процесса испускания неравновесных фононов из нанопровода. В этом случае эффективная температура решетки будет следовать за температурой электронной системы и подавление дробового шума наблюдаться не будет. Тем не менее, близкое к универсальному экспериментальное значение $F \approx 0.3$ в такой ситуации могло бы являться лишь следствием маловероятного совпадения.

Тот факт, что нанопровод является упругим диффузионным проводником, позволяет произвести его калибровку как сенсора при отклике на шум на конце «test end». Случайность процесса диффузии внутри нанопровода приводит к полной потере корреляций между средними числами заполнения квантовых состояний и направлением квазиимпульса. Тем не менее, среднее $\overline{n_k}$ сохраняет зависимость от энергии квазичастицы, выражающуюся в виде

$$\overline{n_k} \equiv f_\epsilon.$$

В случае упругой диффузии функция распределения f_ϵ удовлетворяет уравнению Лапласа (1.16) с нулевыми интегралами неупругих столкновений:

$$\frac{\partial^2 f_\epsilon(x)}{\partial x^2} = 0,$$

где x - координата вдоль нанопровода. Решение этого уравнения в данном случае есть

$$f_\epsilon(x) = \left(1 - \frac{x}{L}\right) f_\epsilon(0) + \frac{x}{L} f_\epsilon(L), \tag{6.1}$$

где граничные условия $f_\epsilon(0)$ и $f_\epsilon(L)$ определяются функциями распределения на концах нанопровода «test end» и «cold end». Спонтанные флуктуации тока в заданном сечении нанопровода удобно описывать в терминах локальной шумовой температуры (1.13):

$$T_N(x) = \frac{1}{k_B} \int d\epsilon\, f(\epsilon, x)[1 - f(\epsilon, x)].$$

При этом интегральный отклик сенсора определяется суммой этих флуктуаций (1.14):

$$T_{NW} = \int T_N(x) \frac{dx}{L},\ S_I = \frac{4k_B}{R} T_{NW}, \tag{6.2}$$

где T_{NW} – измеренная шумовая температура нанопровода.

В режиме калибровки дробовым шумом $f_\epsilon(0)$ и $f_\epsilon(L)$ представляют собой равновесные функции распределения Ферми с разностью химических потенциалов $eI_{NW}R$ в соответствии с падением напряжения на нанопроводе. В этом случае соотношения (6.1) и (6.2) предсказывают хорошо известную двухступенчатую функцию распределения в центре нанопровода (рис. 6.1(в)) и значение $F = 1/3$ для фактора Фано. В режиме измерения локального шума ситуация отличается тем, что функция распределения $f_\epsilon(0)$ неравновесна (рис. 6.1(г)), но ток через нанопровод не течет, $I_{NW} = 0$. Теперь соотношения (6.1) и (6.2) связывают интегральный отклик шумового сенсора с электронной функцией распределения в точке «test end». В сильно неравновесной ситуации при $T_N(0) \gg T_N(L) = T_0$ шумовая температура нанопровода

$$T_{NW} = \alpha T_N(0),$$

где префактор $\alpha \sim 1$ меняется в зависимости от формы функции распределения на конце «test end». Например, в случае двухступенчатой функции распределения $\alpha = 2/3$. К сожалению, при одном и том же токе через контактную полоску, когда функция распределения в ее центре – точке «test end» – или уже термализована, или двухступенчатая, отклик такого сенсора отличается лишь на 10%. Отметим здесь следующее: отклик рассматриваемого сенсора меньше именно для случая термализованных электронов, в то время как электрон-электронное рассеяние должно приводить к увеличению токового шума самого нанопровода [39]. На данный момент погрешность калибровки и некоторая неопределенность в определении сопротивления той части контактной полоски, где происходит термализация, не позволяет отличить друг от друга две этих ситуации. Тем не менее, измерение локального шума в условиях, когда функция распределения заведомо термализована, может являться методом локальной термометрии и использоваться, например, для термоэлектрических измерений [A5].

6.3 Измерение локального шума

Продемонстрировать локальность такого шумового сенсора можно следующим образом. Шум нанопровода-сенсора измеряется как функция тока I_H, пропускаемого либо в направлении $1 \rightarrow \perp$ – через исследуемую контактную полоску, либо в направлении $2 \rightarrow \perp$, минующем контактную полоску (рис. 6.3(а)). Металлические терминалы, соединяющие контактную полоску с источником тока, являются макроскопическими проводниками. Их длина существенно превосходит любой неупругий масштаб в металле при наших температурах, а сопротивление на порядок больше сопротивления контактной полоски. Тем не менее, при помощи такого локального сенсора возможно различить две описанных конфигурации пропускания тока и показать неравновесность функции распределения в контактной полоске.

На рис. 6.3(б) построена измеренная шумовая температура сенсора T_{NW} в зависимости от тока I_H при температуре 4.2 K для образца NW1 (сплошные символы) в конфигурации задачи тока $1 \rightarrow \perp$. При небольших токах зависимость близка к квадратичной и переходит на близкую к линейной при дальнейшем увеличении тока. Отметим, что объяснить наблюдаемый сигнал как результат разогрева в металлических терминалах невозможно, так как их сопротивление приблизительно в 1000 раз меньше сопротивления нанопровода. Поэтому, в соответствии с соотношениями (6.1) и (6.2) измеренная температура T_{NW} возникает благодаря проникновению неравновесной функции распределения в нанопровод через точку «test end». Заметим, что шумовой отклик существенно слабее для задачи тока в конфигурации $2 \rightarrow \perp$, в которой I_H не протекает через контактную полоску (пустые символы на рис. 6.3(б)).

Рис. 6.3(б) демонстрирует возможность различать шум в середине микроскопической контактной полоски, несмотря на присутствие макроскопических металлических терминалов, соединяющих ее с источником тока, что невозможно при стандартном измерении дробового шума [7, 36]. На рис. 6.4 представлены результаты измерения локального шума при более низкой темпера-

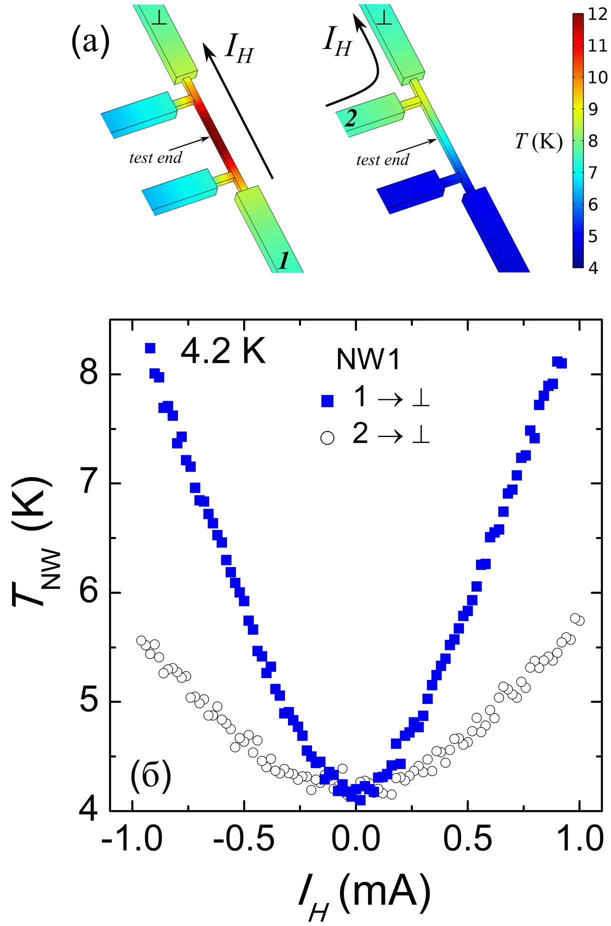


Рис. 6.3: (а) Две конфигурации задачи тока I_H для проверки локальности отклика шумового сенсора. Градиентом цвета схематически изображено пространственное распределение температуры в металлической контактной полоске и прилегающих терминалах для двух конфигураций задачи тока при токе $I_H = 1$ мА. (б) Измерение локального шума при температуре $T_0 = 4.2$ К. Измеренная шумовая температура нанопровода-сенсора в зависимости от тока I_H через контактную полоску для двух конфигураций пропускания тока (разные символы).

туре ванны $T_0 = 0.5$ К в конфигурации пропускания тока $1 \to\perp$. Линейность отклика сенсора $T_{NW}(I_H)$ в широком диапазоне токов через достаточно короткую контактную полоску для трех исследовавшихся образцов подтверждает происхождение сигнала вследствие диффузии неравновесной функции распределения вглубь нанопровода-сенсора – по аналогии с дробовым шумом, измеренным в стандартной конфигураци – и, как уже обсуждалось, означает, что шумовая температура в точке «test end»

$$T_N(0) = \alpha^{-1} T_{NW}$$

также линейна с током I_H. Более того, экспериментальные данные согласуются с предсказываемой для термализованной функции распределения зависимостью (в точке «test end») при значении сопротивления полоски, близком к измеренному по четырехточке – $r_H = 2.9\,\text{Ом}$. Его небольшое увеличение по сравнению с измеренным значением может являться следствием геометрии нагревательной полоски.

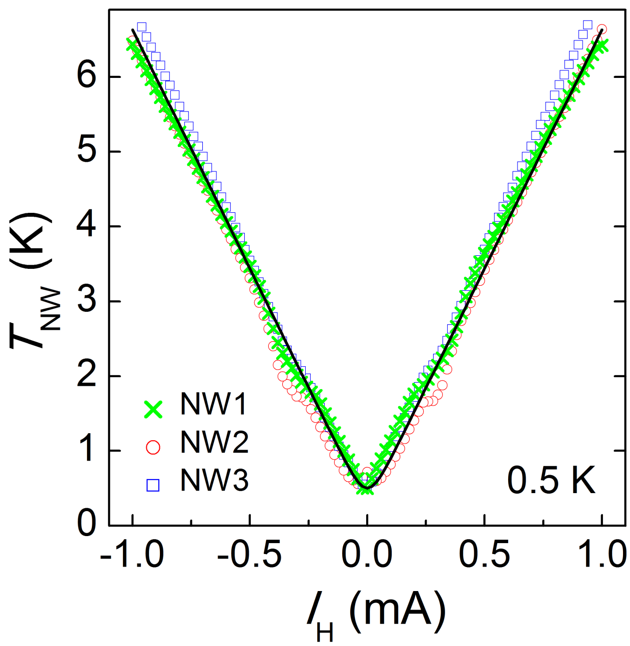


Рис. 6.4: Измерение локального шума при температуре $T_0 = 0.5\,\text{K}$. Измеренная шумовая температура нанопровода-сенсора в завсимости от тока I_{H} через контактную полоску в конфигурации 1 $\to\perp$ для трех различных образцов (разные символы). Сплошная линия соответствует фермиевской функции распределения в точке «test end» с темературой, определенной в соответствии с (1.17), где $V = r_H I_H$ при $r_H = 3.6\,\text{Ом}$.

Проверить влияние процессов электрон-фононного рассеяния на отклик сенсора можно на образце NW4, где одна из контактных полосок выполнена в форме меандра. На рис. 6.5(a) представлено изображение образца: контактная полоска H1 здесь аналогична контактным полоскам на образцах NW1-NW3, а полоска H2 существенно длиннее и ее сопротивление при низкой температуре составляет $R_H = 30\,$Ом. Как видно из рис. 6.5(б), отклик сенсора на шум в короткой контактной полоске H1 линеен в широком диапазоне токов (аналогично образцам NW1-NW3), однако в меандре H2 это не так, так как из-за существенной электрон-фононной релаксации температура электронной системы в месте контакта нанопровода с меандром больше не связана линейным образом с приложенным напряжением, как это было для короткой полоски в соответствии с (1.17). Отметим, тем не менее, что наблюдение линейной зависимости вплоть до токов $I_H = 3\,$мА на короткой полоске H1 несколько неожиданно и может указывать на узкое горло в электрон-фононной релаксации за счет сопротивления Капицы и/или низкой теплопроводности подложки.

Действительно, рассмотрим контактную золотую полоску и оценим характерные масштабы времен рассеяния в ней. Для значений $n = 7 \times 10^{22}\,$см$^{-3}$, $m = 1.1 m_e$, $E_F = 5.6\,$эВ, $D = 2/3 E_F$, $s = 3.2\,$км/с, $\rho = 3.2\,$мкОм·см и $\rho_m = 19.3 \times 10^3\,$кг/м^3 время, которое квазичастица проводит в контактной полоске длины $L \approx 2\,$мкм составляет

$$\tau_{\mathrm{dwell}} \approx 130\,\text{пс}.$$

При этом для энергии квазичастицы $\epsilon = 1\,$мэВ, что в нашем случае соответствует току $0.3\,$мА, электрон-фононное время оценивается как

$$\tau_{e-ph} \approx 400\,\text{пс}$$

и уже не намного больше времени диффузии электрона через полоску. В то же время понятно, что по мере увеличения энергии квазичастиц и выхода из режима Блоха-Грюнайзена скорость релаксации энергии существенно замедлится.

В заключение отметим, что геометрия измерений в режиме локального шумового сенсора почти в точности совпадает с геометрией, предложенной в работе [107] для детектирования фазового перехода между тривиальной и

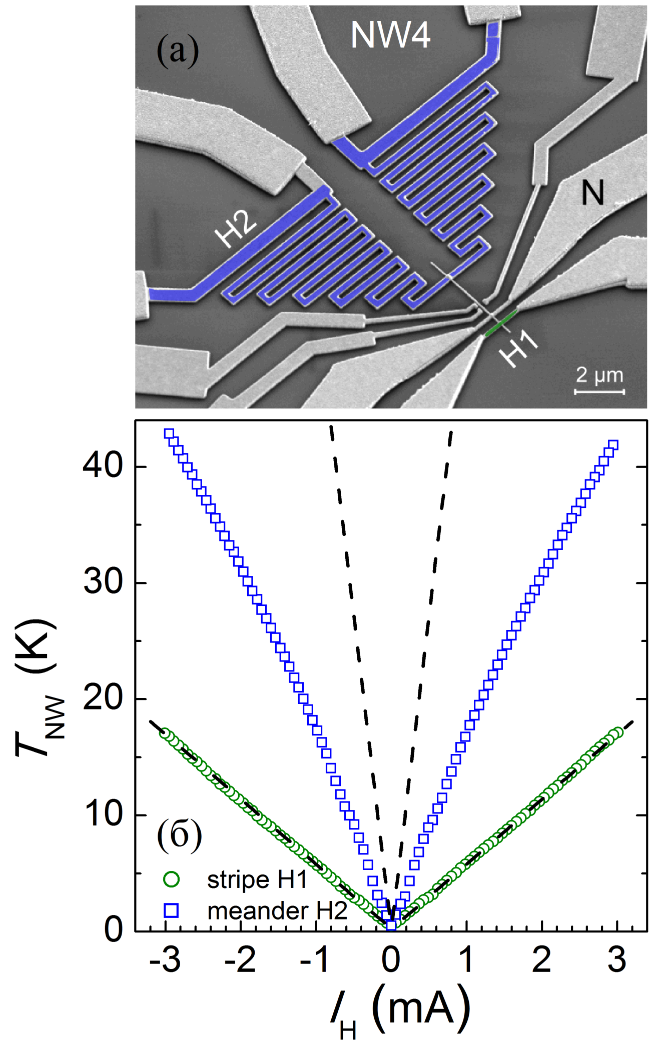


Рис. 6.5: (а) Микрофотография образца NW4. (б) Измерение локального шума при температуре $T_0 = 0.5\,$К. Измеренная шумовая температура нанопровода-сенсора в зависимости от тока I_{H} через короткую контактную полоску H1 (кружки) и меандр H2 (квадраты) для образца NW4. Пунктирные линии соответствуют фермиевским функциям распределения в точке «test end» с темературами, определенными в соответствии с (1.17) при $r_H = 3.1\,$Ом и $r_H = 30\,$Ом соответственно.

топологической фазой, обязанной возникновению связанных майорановских состояний [108].

Заключение

Основные результаты диссертационой работы состоят в следующем:

1. Впервые продемонстрирована пуассоновская статистика движения электронов в двумерном макроскопическом проводнике в режиме изолятора с прыжковой проводимостью. Показано, как происходит переход в режим размерного эффекта в механизме транспорта и в токовом шуме при изменении концентрации носителей тока. Предложена классическая модель, позволяющая объяснить наблюдение пуассоновского шума по аналогии с шумом электронной лампы.

2. Впервые экспериментально показано, что рассеяние встречных электронных пучков в геометрии точечного контакта приводит к увеличению его кондактанса в нелинейном транспортном режиме и к возникновению избыточного шума поверх эффекта обычного разогрева электронного газа. Подавление линейного с тянущим напряжением уменьшения дифференциального сопротивления и шумовой температуры в небольшом магнитном поле качественно подтверждает происхождение эффекта.

3. Впервые экспериментально исследован токовый шум в HgTe квантовых ямах с инвертированной зонной структурой вблизи точки нейтральности. Результаты измерений в режиме краевого транспорта совместно со слабой температурной зависимостью сопротивления в диапазоне температур $0.5 - 4.2\,\mathrm{K}$ находятся в противоречии с концепцией одномерного

геликального краевого транспорта в наших образцах.

4. Впервые показано, что зарядовый транспорт в InAs-нанопроводах при температурах 4.2 K и 0.5 K осуществляется посредством упругой диффузии вплоть до энергий квазичастиц масштаба 20 мэВ над уровнем Ферми. Этот результат позволил реализовать на основе InAs-нанопроводов концепцию локального шумового сенсора, отклик которого известным образом связан с локальной функцией распределения в месте контакта такого сенсора с неравновесным проводником.

Публикации автора по теме диссертации

[A1] Tikhonov, E. S., Khrapai, V. S., Shovkun, D. V. & Schuh, D. Finite-size effect in shot noise in hopping conduction. *JETP Lett.* **98**, 121–126 (2013).

[A2] Tikhonov, E. S. *et al.* Nonlinear transport and noise thermometry in quasiclassical ballistic point contacts. *Phys. Rev. B* **90**, 161405 (2014).

[A3] Tikhonov, E. S. *et al.* Shot noise of the edge transport in the inverted band HgTe quantum wells. *JETP Lett.* **101**, 708–713 (2015).

[A4] Tikhonov, E. S. *et al.* Local noise in a diffusive conductor (2016). `arXiv:1604.07372`.

[A5] Tikhonov, E. S. *et al.* Noise thermometry applied to thermoelectric measurements in inas nanowires (2016). `arXiv:1602.08851`.

Благодарности

Я благодарен сотрудникам Лаборатории Электронной Кинетики за дружескую рабочую атмосферу и поддержку. Выражаю отдельную благодарность моему научному руководителю Храпаю В.С. за неоценимый вклад на всех этапах моей деятельности – за поставленные задачи, помощь в освоении экспериментальных методов, интересную совместную работу. Я также глубоко признателен Д.В. Шовкуну за плодотворные обсуждения полученных результатов и общих физических и философских вопросов.

Литература

[1] Beenakker, C. & van Houten, H. Quantum transport in semiconductor nanostructures. In *Semiconductor Heterostructures and Nanostructures*, 1–228 (Elsevier BV, 1991).

[2] Blanter, Y. & Büttiker, M. Shot noise in mesoscopic conductors. *Physics Reports* **336**, 1–166 (2000).

[3] Landauer, R. *Nature* **392**, 658–659 (1998).

[4] Kumar, A., Saminadayar, L., Glattli, D. C., Jin, Y. & Etienne, B. Experimental test of the quantum shot noise reduction theory. *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2778–2781 (1996).

[5] Yamamoto, Y., Liu, R. C., Odom, B. & Tarucha, S. *Nature* **391**, 263–265 (1998).

[6] Nagaev, K. On the shot noise in dirty metal contacts. *Physics Letters A* **169**, 103–107 (1992).

[7] Henny, M., Oberholzer, S., Strunk, C. & Schönenberger, C. 1/3-shot-noise suppression in diffusive nanowires. *Phys. Rev. B* **59**, 2871–2880 (1999).

[8] Oberholzer, S. *et al.* Shot noise by quantum scattering in chaotic cavities. *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2114–2117 (2001).

[9] Oberholzer, S., Sukhorukov, E. V. & Schönenberger, C. Crossover between classical and quantum shot noise in chaotic cavities. *Nature* **415**, 765–767 (2002).

[10] Saminadayar, L., Glattli, D. C., Jin, Y. & Etienne, B. Observation of the $e/3$ fractionally charged laughlin quasiparticle. *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2526–2529 (1997).

[11] de Picciotto, R. *et al.* *Nature* **389**, 162–164 (1997).

[12] Heiblum, M., Reznikov, M., de Picciotto, R., Griffiths, T. G. & Umansky, V. *Nature* **399**, 238–241 (1999).

[13] Dolev, M., Heiblum, M., Umansky, V., Stern, A. & Mahalu, D. Observation of a quarter of an electron charge at the 5/2 quantum hall state. *Nature* **452**, 829–834 (2008).

[14] Cron, R., Goffman, M. F., Esteve, D. & Urbina, C. Multiple-charge-quanta shot noise in superconducting atomic contacts. *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4104–4107 (2001).

[15] Golubev, D. S. & Zaikin, A. D. Electron transport through interacting quantum dots in the metallic regime. *Phys. Rev. B* **69** (2004).

[16] Yeyati, A. L., Martin-Rodero, A., Esteve, D. & Urbina, C. Direct link between coulomb blockade and shot noise in a quantum-coherent structure. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 046802 (2001).

[17] Betz, A. C. *et al.* Hot electron cooling by acoustic phonons in graphene. *Phys. Rev. Lett.* **109**, 056805 (2012).

[18] Laitinen, A. *et al.* Coupling between electrons and optical phonons in suspended bilayer graphene. *Phys. Rev. B* **91**, 121414 (2015).

[19] McKitterick, C. B., Prober, D. E. & Rooks, M. J. Electron-phonon cooling in large monolayer graphene devices. *Phys. Rev. B* **93**, 075410 (2016).

[20] Kogan, S. *Electronic Noise and Fluctuations in Solids* (Cambridge University Press (CUP), 1996).

[21] Schoelkopf, R. J., Burke, P. J., Kozhevnikov, A. A., Prober, D. E. & Rooks, M. J. Frequency dependence of shot noise in a diffusive mesoscopic conductor. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3370–3373 (1997).

[22] Dubois, J. *et al.* Minimal-excitation states for electron quantum optics using levitons. *Nature* **502**, 659–663 (2013).

[23] Dutta, P. & Horn, P. M. Low-frequency fluctuations in solids: $1/f$ noise. *Rev. Mod. Phys.* **53**, 497–516 (1981).

[24] Paladino, E., Galperin, Y. M., Falci, G. & Altshuler, B. L. $1/f$ noise: Implications for solid-state quantum information. *Rev. Mod. Phys.* **86**, 361–418 (2014).

[25] Johnson, J. B. The schottky effect in low frequency circuits. *Phys. Rev.* **26**, 71–85 (1925).

[26] Spietz, L. Primary electronic thermometry using the shot noise of a tunnel junction. *Science* **300**, 1929–1932 (2003).

[27] Jehl, X., Sanquer, M., Calemczuk, R. & Mailly, D. Detection of doubled shot noise in short normal-metal/ superconductor junctions. *Nature* **405**, 50–53 (2000).

[28] Neder, I. *et al.* Interference between two indistinguishable electrons from independent sources. *Nature* **448**, 333–337 (2007).

[29] Das, A. *et al.* High-efficiency cooper pair splitting demonstrated by two-particle conductance resonance and positive noise cross-correlation. *Nature Communications* **3**, 1165 (2012).

[30] Johnson, J. B. Thermal agitation of electricity in conductors. *Phys. Rev.* **32**, 97–109 (1928).

[31] Nyquist, H. Thermal agitation of electric charge in conductors. *Phys. Rev.* **32**, 110–113 (1928).

[32] Schottky, W. Über spontane stromschwankungen in verschiedenen elektrizitätsleitern. *Ann. Phys.* **362**, 541–567 (1918).

[33] Lesovik, G. B. Excess quantum noise in 2d ballistic point contacts. *JETP Lett.* **49**, 592–594 (1989).

[34] Birk, H., de Jong, M. J. M. & Schönenberger, C. Shot-noise suppression in the single-electron tunneling regime. *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1610–1613 (1995).

[35] Landau, L. & Lifshitz, E. *Statistical Physics*, vol. 5 (Elsevier Science, 2013).

[36] Steinbach, A. H., Martinis, J. M. & Devoret, M. H. Observation of hot-electron shot noise in a metallic resistor. *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3806–3809 (1996).

[37] Beenakker, C. W. J. & Büttiker, M. Suppression of shot noise in metallic diffusive conductors. *Phys. Rev. B* **46**, 1889–1892 (1992).

[38] Nazarov, Y. V. Limits of universality in disordered conductors. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 134–137 (1994).

[39] Nagaev, K. E. Influence of electron-electron scattering on shot noise in diffusive contacts. *Phys. Rev. B* **52**, 4740–4743 (1995).

[40] Arthur, J. R. Molecular beam epitaxy. *Surface Science* **500**, 189–217 (2002).

[41] Mikhailov, N. *et al.* Growth of $Hg_{1-x}Cd_xTe$ nanostructures by molecular beam epitaxy with ellipsometric control. *IJNT* **3**, 120 (2006).

[42] Kvon, Z. D. *et al.* Two-dimensional semimetal in HgTe-based quantum wells. *Low Temperature Physics* **37**, 202 (2011).

[43] Wagner, R. S. & Ellis, W. C. VAPOR-LIQUID-SOLID MECHANISM OF SINGLE CRYSTAL GROWTH. *Appl. Phys. Lett.* **4**, 89 (1964).

[44] Gomes, U. P., Ercolani, D., Zannier, V., Beltram, F. & Sorba, L. Controlling the diameter distribution and density of inas nanowires grown by au-assisted methods. *Semiconductor Science and Technology* **30**, 115012 (2015).

[45] Mårtensson, T. *et al.* Nanowire arrays defined by nanoimprint lithography. *Nano Letters* **4**, 699–702 (2004).

[46] Sharvin, Y. V. A possible method for studying fermi surfaces. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **48**, 984 (1965).

[47] van Wees, B. J. *et al.* Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.* **60**, 848–850 (1988).

[48] Reznikov, M., Heiblum, M., Shtrikman, H. & Mahalu, D. Temporal correlation of electrons: Suppression of shot noise in a ballistic quantum point contact. *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3340–3343 (1995).

[49] Levitov, L. S. & Lesovik, G. B. Charge distribution in quantum shot noise. *JETP Lett.* **58**, 230–235 (1993).

[50] Beenakker, C. & Schönenberger, C. Quantum shot noise. *Phys. Today* **56**, 37–42 (2003).

[51] Kulik, I. O. & Omelyanchouk, A. N. Nonequilibrium fluctuations in normal metal point contacts. *Fiz. Nizk. Temp.* **10**, 305–317 (1984).

[52] Renard, V. T. *et al.* Boundary-mediated electron-electron interactions in quantum point contacts. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 186801 (2008).

[53] Nagaev, K. E. & Ayvazyan, O. S. Effects of electron-electron scattering in wide ballistic microcontacts. *Phys. Rev. Lett.* **101**, 216807 (2008).

[54] Nagaev, K. E. & Kostyuchenko, T. V. Electron-electron scattering and magnetoresistance of ballistic microcontacts. *Phys. Rev. B* **81**, 125316 (2010).

[55] Nagaev, K. E., Krishtop, T. V. & Sergeeva, N. Y. Electron-electron scattering and nonequilibrium noise in sharvin contacts. *JETP Lett.* **94**, 53–57 (2011).

[56] Omelyanchouk, A. N., Kulik, I. O. & Shekhter, R. I. Contribution to the theory of nonlinear effects in the electric conductivity of metallic junctions. *JETP Lett.* **25**, 465 (1977).

[57] Gurzhi, R. N., Kalinenko, A. N. & Kopeliovich, A. I. Electron-electron collisions and a new hydrodynamic effect in two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3872–3875 (1995).

[58] Melnikov, M. Y. *et al.* Influence of *e*-*e* scattering on the temperature dependence of the resistance of a classical ballistic point contact in a two-dimensional electron system. *Phys. Rev. B* **86**, 075425 (2012).

[59] Jura, M. P. *et al.* Spatially probed electron-electron scattering in a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B* **82**, 155328 (2010).

[60] Ma, Y. *et al.* Energy-loss rates of two-dimensional electrons at a gaas/al$_x$ga$_{1-x}$as interface. *Phys. Rev. B* **43**, 9033–9044 (1991).

[61] Lyakhov, A. O. & Mishchenko, E. G. Thermal conductivity of a two-dimensional electron gas with coulomb interaction. *Phys. Rev. B* **67**, 041304 (2003).

[62] Giuliani, G. F. & Quinn, J. J. Lifetime of a quasiparticle in a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B* **26**, 4421–4428 (1982).

[63] Chaplik, A. V. Enerhy spectrum and electron scattering processes in inversion layers. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **60**, 1845 (1971).

[64] Mishchenko, E. G. Nonlinear voltage dependence of the shot noise in mesoscopic degenerate conductors with strong electron-electron scattering. *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4144–4147 (2000).

[65] Prokudina, M. G. *et al.* Acoustic-phonon-based interaction between coplanar quantum circuits in a magnetic field. *Phys. Rev. B* **82**, 201310 (2010).

[66] Kinkhabwala, Y. A., Sverdlov, V. A., Korotkov, A. N. & Likharev, K. K. A numerical study of transport and shot noise in 2d hopping. *Journal of Physics: Condensed Matter* **18**, 1999–2012 (2006).

[67] Sverdlov, V. A., Korotkov, A. N. & Likharev, K. K. Shot-noise suppression at two-dimensional hopping. *Phys. Rev. B* **63**, 081302 (2001).

[68] Korotkov, A. N. & Likharev, K. K. Shot noise suppression at one-dimensional hopping. *Phys. Rev. B* **61**, 15975–15987 (2000).

[69] Kuznetsov, V. V., Mendez, E. E., Zuo, X., Snider, G. L. & Croke, E. T. Partially suppressed shot noise in hopping conduction: Observation in sige quantum wells. *Phys. Rev. Lett.* **85**, 397–400 (2000).

[70] Camino, F. E. *et al.* Hopping conductivity beyond the percolation regime probed by shot-noise measurements. *Phys. Rev. B* **68**, 073313 (2003).

[71] Safonov, S. S. *et al.* Enhanced shot noise in resonant tunneling via interacting localized states. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 136801 (2003).

[72] Chida, K. *et al.* Avalanche electron bunching in a corbino disk in the quantum hall effect breakdown regime. *Phys. Rev. B* **89**, 235318 (2014).

[73] Roshko, S., Safonov, S., Savchenko, A., Tribe, W. & Linfield, E. Suppressed shot noise in 1d and 2d electron transport via localised states. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **12**, 861–864 (2002).

[74] Savchenko, A. K. *et al.* Shot noise in mesoscopic transport through localised states. *physica status solidi (b)* **241**, 26–32 (2004).

[75] Shashkin, A. A. *et al.* Percolation metal-insulator transitions in the two-dimensional electron system of algaas/gaas heterostructures. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3141–3144 (1994).

[76] Hill, R. M. Hopping conduction in amorphous solids. *Philosophical Magazine* **24**, 1307–1325 (1971).

[77] Shklovskii, B. I. Non-ohmic hopping conduction. *Sov. Phys. Semicond.* **10**, 855 (1976).

[78] Raikh, M. E. *et al.* Mechanisms of magnetoresistance in variable-range-hopping transport for two-dimensional electron systems. *Phys. Rev. B* **45**, 6015–6022 (1992).

[79] Nguyen, V. L., Spivak, B. Z. & Shklovskii, B. I. Aaronov-bohm oscillations with normal and superconducting flux quanta in hopping conductivity. *JETP Lett.* **41**, 42–45 (1985).

[80] Rodin, A. S. & Fogler, M. M. Hopping transport in systems of finite thickness or length. *Phys. Rev. B* **84**, 125447 (2011).

[81] Derrida, B. An exactly soluble non-equilibrium system: The asymmetric simple exclusion process. *Physics Reports* **301**, 65–83 (1998).

[82] Bernevig, B. A., Hughes, T. L. & Zhang, S.-C. Quantum spin hall effect and topological phase transition in HgTe quantum wells. *Science* **314**, 1757–1761 (2006).

[83] Raichev, O. E. Effective hamiltonian, energy spectrum, and phase transition induced by in-plane magnetic field in symmetric hgte quantum wells. *Phys. Rev. B* **85**, 045310 (2012).

[84] Konig, M. *et al.* Quantum spin hall insulator state in HgTe quantum wells. *Science* **318**, 766–770 (2007).

[85] Roth, A. *et al.* Nonlocal transport in the quantum spin hall state. *Science* **325**, 294–297 (2009).

[86] Nowack, K. C. *et al.* Imaging currents in HgTe quantum wells in the quantum spin hall regime. *Nature Materials* **12**, 787–791 (2013).

[87] Ma, E. Y. *et al.* Unexpected edge conduction in mercury telluride quantum wells under broken time-reversal symmetry. *Nature Communications* **6**, 7252 (2015).

[88] Gusev, G. M. *et al.* Temperature dependence of the resistance of a two-dimensional topological insulator in a hgte quantum well. *Phys. Rev. B* **89**, 125305 (2014).

[89] Gusev, G. M. *et al.* Transport in disordered two-dimensional topological insulators. *Phys. Rev. B* **84**, 121302 (2011).

[90] Väyrynen, J. I., Goldstein, M. & Glazman, L. I. Helical edge resistance introduced by charge puddles. *Phys. Rev. Lett.* **110**, 216402 (2013).

[91] Kainaris, N., Gornyi, I. V., Carr, S. T. & Mirlin, A. D. Conductivity of a generic helical liquid. *Phys. Rev. B* **90**, 075118 (2014).

[92] Gusev, G. M., Olshanetsky, E. B., Kvon, Z. D., Mikhailov, N. N. & Dvoretsky, S. A. Linear magnetoresistance in hgte quantum wells. *Phys. Rev. B* **87**, 081311 (2013).

[93] Scharf, B., Matos-Abiague, A. & Fabian, J. Magnetic properties of hgte quantum wells. *Phys. Rev. B* **86**, 075418 (2012).

[94] Chen, J.-c., Wang, J. & Sun, Q.-f. Effect of magnetic field on electron transport in hgte/cdte quantum wells: Numerical analysis. *Phys. Rev. B* **85**, 125401 (2012).

[95] ALTSHULER, B. & ARONOV, A. Electron–electron interaction in disordered conductors. In *Electron–Electron Interactions in Disordered Systems*, 1–153 (Elsevier BV, 1985).

[96] Minkov, G. M. *et al.* Conductance of a lateral p-n junction in two-dimensional hgte structures with an inverted spectrum: The role of edge states. *Pis'ma v ZhETF* **101**, 522–526 (2015).

[97] DiCarlo, L. *et al.* Shot-noise signatures of 0.7 structure and spin in a quantum point contact. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 036810 (2006).

[98] DiCarlo, L., Williams, J. R., Zhang, Y., McClure, D. T. & Marcus, C. M. Shot noise in graphene. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 156801 (2008).

[99] Beenakker, C. W. J. Random-matrix theory of quantum transport. *Rev. Mod. Phys.* **69**, 731–808 (1997).

[100] Grabecki, G. *et al.* Nonlocal resistance and its fluctuations in microstructures of band-inverted hgte/(hg,cd)te quantum wells. *Phys. Rev. B* **88**, 165309 (2013).

[101] Olshanetsky, E. B. *et al.* Scattering processes in a two-dimensional semimetal. *JETP Lett.* **89**, 290–293 (2009).

[102] White, D. R. *et al.* The status of johnson noise thermometry. *Metrologia* **33**, 325–335 (1996).

[103] Strunk, C., Henny, M., Schönenberger, C., Neuttiens, G. & Van Haesendonck, C. Size dependent thermopower in mesoscopic aufe wires. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2982–2985 (1998).

[104] Quinn, J. J. & Ferrell, R. A. Electron self-energy approach to correlation in a degenerate electron gas. *Phys. Rev.* **112**, 812–827 (1958).

[105] Ridley, B. K. Hot electrons in low-dimensional structures. *Reports on Progress in Physics* **54**, 169 (1991).

[106] Anderson, P. W., Abrahams, E. & Ramakrishnan, T. V. Possible explanation of nonlinear conductivity in thin-film metal wires. *Phys. Rev. Lett.* **43**, 718–720 (1979).

[107] Akhmerov, A. R., Dahlhaus, J. P., Hassler, F., Wimmer, M. & Beenakker, C. W. J. Quantized conductance at the majorana phase transition in a disordered superconducting wire. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 057001 (2011).

[108] Beenakker, C. W. J. Random-matrix theory of majorana fermions and topological superconductors. *Rev. Mod. Phys.* **87**, 1037–1066 (2015).