Сибирское отделение Российской Академии наук Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова

На правах рукописи

ТКАЧЕНКО Виталий Анатольевич

МАЛАЯ ТРЕУГОЛЬНАЯ КВАНТОВАЯ ТОЧКА: ФОРМИРОВАНИЕ, ЭФФЕКТЫ КУЛОНОВСКОЙ БЛОКАДЫ И ОДНОЧАСТИЧНОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

Специальность 01.04.10 — физика полупроводников

Научный консультант: доктор физико-математических наук, профессор Квон Зе Дон

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Новосибирск - 2007

Содержание

Введение

Глава 1. Литературный обзор

Трехмерная электростатика (19). Наноструктура как часть широкого канала. Спектр одномерных подзон (21). Двумерный квантовый транспорт. Коэффициент прохождения (22). Одноэлектронный транспорт в системах с одним кулоновским островом (23). Системы кулоновских островов (27). Алгоритм расчета тока в одноэлектронном устройстве с произвольным числом узлов по методу Монте-Карло (29).

Введение (31). Структура. Электростатический потенциал (33). Электронная плотность. «Тройник» (34). Энергетический спектр одномерных подзон (34). Двумерный квантовый транспорт. Осцилляции кондактанса. Резонанс Фано (37). Результаты и выводы (39). Результаты и выводы из предшествующих исследований (40).

Глава 2. Одноэлектронная зарядка треугольных

квантовых точек кольцевого интерферометра [23, 27]

Введение (41). Структурные данные (43). Экспериментальные данные. Эффект Ааронова-Бома (45). Наблюдение кулоновских осцилляций (47). Моделирование устройства. Электростатика (53). Зарядовая энергия (56). Спектр одномерных подзон (59). Вероятность прохождения баллистического электрона (61). Состояния кольцевого движения (64). Моделирование одноэлектронной зарядки (66). Моделирование эффектов кулоновской блокады (69). Результаты и выводы к главе 2 (73).

Глава 3. Одиночная малая трехвходовая точка:

одноэлектронный и интерференционный транзисторы

рентного транспорта (89). Расчет волновых функций (93). Результаты и выводы (95). Результаты и выводы к главе 3 (95).

Введение

Актуальность темы. Малая треугольная квантовая точка, возникающая в развилке электростатически формируемых узких квантовых проволок, является новым объектом исследования в физике субмикронных структур. Развилка квантовых проволок является важной, но слабо изученной низкоразмерной системой. Абстрактная точечная развилка одномерных электронных систем была придумана в середине XX века для моделирования движения делокализованных электронов в разветвленных углеводородных молекулах [1]. Далее она потребовалась как точка контакта воображаемого потенциометрического зонда к одномерной проволоке в связи с уточнением ситуации, в которой работает исходная формула Ландауэра для электрического сопротивления [2]. Наконец, аналогичная развилка была введена в рассмотрение как точка контакта подводящих проводников к *одномерноми* кольцу Ааронова-Бома в связи с изобретением кольцевого электронного интерферометра [3]. Точечная развилка в этих и более формальных работах по квантовым графам [4] рассматривалась как простейший делитель одномерной электронной волны по трем направлениям, включая обратное.

Вот уже 20 лет развилка реальных *многомодовых* квантовых проволок является элементом полупроводниковых субмикронных устройств, создаваемых электронной литографией и плазмохимическим травлением на основе Si/SiO₂ [5] и эпитаксиальных гетероструктур GaAs/Al_{1-x}Ga_xAs с двумерным электронным газом (ДЭГ) [6–8]. Появившиеся численные модели таких развилок (Т-, Y-переходов и соединений проволок с кольцами) уже учитывают конечную ширину соединяемых проволок, но, как правило, далеки от реальной геометрии электронной системы. Например, рассмотрение квантового транспорта ограничено очень идеализированными двумерными системами с резкими границами или скачком потенциала на этих границах [9–11]. Иногда плавный потенциал задается простой феноменологической формулой [12].

В то же время, использование наиболее распространенных GaAs/AlGaAs структур предполагает формирование низкоразмерных объектов в ДЭГ не рез-

кими границами полупроводника, а плавными электростатическими барьерами. Таким образом, области удержания электронов имеют радиус кривизны $R > R_{\min}$, где R_{\min} есть сумма полуширины литографической линии и характерной толщины слоя обеднения. В целом связь геометрии травления с трехмерными электрическими полями и самосогласованным распределением зарядов в полупроводниковой структуре является сложной и свойства электронных каналов, чувствительные к особенностям изготовления, трудно прогнозировать без решения полной задачи трехмерной электростатики, что делается исключительно редко [13].

Тем не менее, постепенно за много лет в результате проб и ошибок квантовые проволоки и места их соединения уменьшаются в размерах [7,8,14–16]. Одной из целей миниатюризации устройств является приближение к исходной модели, т.е. получение предельно малой области соединения *одномодовых* квантовых проволок. Однако до конца XX века у структурной диагностики и у эксперимента, взятых самих по-себе, не было средств проверить достижение этого естественного предела. Проблема заключалась в том, что и в теории не были известны свойства электростатически формируемого слияния реальных одномодовых проволок. Лишь недавно численными расчетами трехмерной электростатики и двумерного квантового транспорта было обнаружено существование в этой области латеральной треугольной квантовой точки, дающей эффект сильного резонансного обратного рассеяния на квазидискретных уровнях [17,18].

Эта точка качественно отличается от ранее изученных латеральных квантовых точек, «вырезаемых» из ДЭГ [20–22]. Она имеет три входа, а не два, как в обычных квантовых точках. Обычные квантовые точки кроме вогнутых границ на входах имеют еще и выпуклые границы. Поэтому площадь таких квантовых точек превышает характерную площадь πR_{\min}^2 . Напротив, удерживающие границы новой треугольной квантовой точки являются вогнутыми и ее площадь может быть на порядок меньше, чем πR_{\min}^2 . Это дает малую полную емкость точки *C*, большую зарядовую энергию $e^2/2C$ и большое расстояние между квазидискретными уровнями. Большая зарядовая энергия означает возможность

5

наблюдения эффектов кулоновской блокады при более высоких температурах, чем в обычных квантовых точках [19]. В то же время, расположение входов в треугольную квантовую точку напротив границ с радиусом кривизны $\geq R_{min}$ делает сильным резонансное обратное рассеяние и дает возможность наблюдения крупных интерференционных осцилляций [17,18]. Существенно, что оба эти предсказания нашли качественное подтверждение в первых экспериментах с моделируемыми устройствами [15–19], но требовалось более широкое исследование, чтобы количественно изучить роль треугольных квантовых точек в разных наноустройствах.

Цель настоящей работы состояла в том, чтобы расчетом 3D электростатики, 2D квантовой механики и моделированием кулоновской блокады, а также сравнением с экспериментами исследовать устройства, имеющие малые развилки электростатически формируемых квантовых проволок.

В качестве конкретных задач предполагалось изучить одиночную развилку, возникающую в зазоре трех близко расположенных антиточек, а также вести поиск эффектов присутствия двух треугольных квантовых точек в малых кольцевых интерферометрах. Намечалось найти в каждой из этих систем специфические проявления кулоновской блокады и квантовой интерференции. Предполагалось сделать подробное сравнение теории с измерениями на основе разных методов моделирования и учесть особенности геометрии изучаемых наноструктур, включая моделирование структурных несовершенств и примесного флуктуационного потенциала.

Кроме расчетов, которые входят в настоящую работу, поиск был основан на ряде разработок, технологических операций и измерений, выходящих за ее рамки и сделанных другими исследователями. Исследование проводилось в тесном сотрудничестве группы моделирования квантовых структур (О. А. Ткаченко и др.) с группами экспериментаторов и технологов (З. Д. Квон и др., А. А. Быков и др.), создающих и изучающих разные взаимо-дополняющие устройства.

Квалификационная работа автора включала три момента:

1) выполнение численного моделирования ряда изготовленных в ИФП СО РАН устройств с помощью готовых достаточно универсальных компьютерных

программ;

2) анализ или обработку соответствующих измерений для выявления экспериментальных фактов и сравнения их с теорией;

3) объяснение обнаруженных эффектов и поиск конструкций новых устройств на основе результатов численного моделирования.

Участие автора в разработке новых структур, в планировании и обработке измерений, в адаптации компьютерных программ было направлено на поиск общей картины явлений в рамках универсальных моделей и методов. В результате использования общих подходов удалось установить присутствие треугольных квантовых точек в изучаемых наноструктурах и детально объяснить эффекты, связанные с ними [15–19, 23–28].

Основные положения, выносимые на защиту

1. В развилке узких электростатически формируемых квантовых проволок возникает треугольная квантовая точка, дающая ярко выраженные эффекты интерференции и зарядки. Наблюдение этих эффектов является экспериментальным критерием одномодовости соединяемых квантовых проволок.

2. Из расчета геометрии электронной системы следует, что использование гетероструктур с тонким (3 нм) спейсером позволяет получить малый кольцевой интерферометр большого сопротивления с предельно-узкими каналами (10 нм) и двумя треугольными квантовыми точками, содержащими меньше 100 электронов в каждой [23,27].

3. В такой системе двух квантовых точек существуют дублетно-расщепленные затворные осцилляции кондактанса, обусловленные дискретностью зарядов точек и их кулоновским взаимодействием [23,27]. Моделирование электронной системы согласует между собой структурные данные и результаты измерения кондактанса.

4. Конструкция из трех близко расположенных антиточек, покрытая общим затвором, позволяет получать одиночные квантовые точки площадью на порядок меньше, чем площадь антиточки и имеющие в закрытом режиме лишь несколько электронов, вплоть до одного [24,25].

5. Когерентное рассеяние баллистических электронов в этой структуре дает

7

крупномасштабные провалы кондактанса точки с шагом, отвечающим заполнению нескольких квазидискретных уровней точки, и осцилляции этой природы наблюдались экспериментально в открытом режиме [26]. Трактовка этих осцилляций однозначно следует из теории.

Научная новизна работы.

 Установлено существование новой разновидности латеральных квантовых точек — малой трехвходовой треугольной [23–26].

2. Показано, что в малом квазибаллистическом кольцевом интерферометре большого сопротивления сосуществуют эффекты зарядки треугольных точек и надбарьерного прохождения в соединяемых одномодовых проволоках [23,27].

3. Выполнены расчеты трехмерной электростатики и двумерного квантового транспорта, согласующие между собой теорию, структурные данные и эксперимент в отношении интерференционного транзистора, созданного на основе малой треугольной квантовой точки [26].

Научная и практическая значимость работы.

 Численным моделированием изучено внутреннее устройство рекордно-малых кольцевых интерферометров, созданных методами электронной литографии и плазмохимического травления.

 Расчетами и сравнением с экспериментом показано, что наблюдение эффектов, обусловленных треугольными квантовыми точками, служит средством характеризации устройств и тестом для технологии, поскольку свидетельствует о близости соединяемых точкой каналов к одномодовому или туннельному режиму прохождения.

3. Найден простой способ получения одноэлектронного [24, 25] и интерференционого [26] транзисторов на основе одиночной малой треугольной квантовой точки. Данный способ позволил изготовить рекордно-малую трехконтактную квантовую точку и получить крупные интерференционные осцилляции ее кондактанса.

В исследовании, либо в создании изучаемых структур с малыми треугольными квантовыми точками принимали участие: О. А. Ткаченко, Д. Г. Бакшеев — в моделировании эффектов квантовой интерференции и кулоновской блокады, а также в разработке необходимых компьютерных программ; А. А. Быков, З. Д. Квон, Л. А. Ненашева, А. С. Медведев, В. П. Мигаль, А. И. Торопов, С. П. Мощенко, Л. В. Литвин, А. Е. Плотников, Т. А. Гаврилова, А. В. Латышев, А. Л. Асеев, О. Эстибаль, Ж. К. Портал — в создании устройств, выполнении низкотемпературных экспериментов, в структурных исследованиях, а также в разработке базовых технологий и методов. Всем им автор выражает глубокую признательность за возможность использования полученных ими результатов.

Личный вклад автора состоял в следующем: выдвинута идея исследования тревходовых точек в разных режимах транспорта и в устройствах различного типа; предложен способ создания одиночных квантовых точек, действующих в качестве активного элемента одноэлектронного и квантового транзисторов; выполнен анализ экспериментальных данных, полученных для малых квазибаллистических колец и одиночных трехтерминальных квантовых точек; выполнено моделирование изучаемых устройств, расчетом найдена реальная геометрия и параметры электронных наносистем и дано объяснение найденных экспериментальных фактов. При разработке необходимых компьютерных программ предложены способы моделирования технологических несовершенств и примесного флуктуационного потенциала в изучаемых наноустройствах; выдвинута идея моделирования кулоновского взамодействия двух треугольных точек кольцевого интерферометра и предложена оригинальная эквивалентная схема кольцевого интерферометра.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

В первой главе дан литературный обзор области физики полупроводниковых наноструктур, к которой относится исследование нового электростатически формируемого объекта — трехвходовой треугольной квантовой точки. Описаны базовые методы численного моделирования баллистических и одноэлектронных наноструктур [57,62,68], в том числе способы расчета трехмерной электростатики GaAs/AlGaAs устройств, двумерного квантового транспорта в каналах произвольной геометрии и кулоновской блокады в системах с произвольным

9

числом кулоновских островов. Детально анализируется работа [18], из которой вытекает постановка задачи настоящего исследования. В данной работе, выполненной с участием автора, был предложен новый взгляд на кольцевой интерферометр как на систему двух треугольных квантовых точек. Показано, что места соединения (развилки) узких квантовых каналов являются малыми треугольными квантовыми точками, дающими крупные интерференционные особенности кондактанса кольца в отсутствие магнитного поля. Здесь же был сделан расчет для половинки кольцевого интерферометра, содержащей одну треугольную квантовую точку. Обнаружено, что интерференционные осцилляции в таком гипотетическом устройстве являются еще более выраженными и ясными, чем в кольцевом интерферометре.

Главы 2, 3 содержат основные результаты диссертации. В главе 2 детально изучается малый квазибаллистический кольцевой интеферометр. Сначала анализируются измеренные затворные характеристики колец, имеющих мегаомные сопротивления. Кроме синусоподобных осцилляций с периодом 6 мВ выявляются эффекты дублетного расщепления узких пиков кондактанса и удвоения частоты наблюдаемых осцилляций.

На основе имеющихся структурных данных, включая изображения контрольных образцов в сканирующих электронном и атомно-силовом микроскопе, строится картина внутреннего устройства интерферометра. Расчетом трехмерной электростатики показано, что почти всю площадь электронной системы интерферометра, за исключением центральной антиточки, занимают треугольные озера, которые соединяются с резервуарами и между собой через узкие каналы, имеющие гораздо меньшую площадь. Приводятся результаты расчета емкости этих треугольных точек по отношению к затворам, друг к другу и резервуарам. Этот расчет подтверждает одноэлектронный характер обнаруженных частых осцилляций и показывает, что причиной осцилляций с периодом 6 мВ, является зарядка одной треугольной квантовой точки, а не целого кольца. Обсуждаются причины более низкой критической температуры наблюдения зарядовых осцилляций, чем в расчете, и обнаруженного мезоскопического поведения этой температуры.

10

С учетом этого и других экспериментальных фактов строится реалистическая картина эффективного двумерного потенциала и происходящих в интерферометре электронных явлений. Эта картина объясняет большое сопротивление кольца и исключает как туннельную изоляцию треугольных точек, так и многомодовость соединяющих квантовых проволок.

Методом Монте-Карло моделируются эффекты кулоновской блокады в системе двух «полуоткрытых» треугольных квантовых точек кольцевого интерферометра. Показано, что обнаруженное дублетное расщепление пиков кондактанса является результатом зарядового взаимодействия треугольных квантовых точек. С ростом температуры дублетное расщепление исчезает и остаются осцилляции, период которых 6 мВ отвечает одноэлектронной зарядке одной треугольной квантовой точки.

Глава 3 посвящена созданию и исследованию одиночной треугольной квантовой точки, действующей как активный элемент одноэлектронного и квантового транзисторов. Приводятся структурные данные и результаты численного моделирования изготовленного устройства.

Сообщается о том, что в закрытом режиме точка имеет малое число электронов (< 10) и о наблюдении в этом режиме периодических осцилляций кондактанса, период которых соответстует вычисленной емкости и добавлению к точке одного электрона.

Приводятся детальные экспериментальные и расчетные данные, доказывающие действие устройства в открытом режиме как интерференционного транзистора, переключаемого заполнением 2-3 квазидискретных уровней точки. Для прояснения причины наблюдаемых провалов кондактанса рассмотрена микроскопическая картина интерференции для соседних состояний высокого отражения и прохождения в нулевом магнитном поле.

Апробация работы. Основные результаты докладывались на Российской конференции по физике полупроводников (устный докл. – Санкт-Петербург, 2003), на Международном симпозиуме по физике и технологии наноструктур (устный докл. – Санкт-Петербург, 2003), на Международной конференции по модулированным структурам (MSS-11, Nara, Japan, 2003), а также на семина-

рах отдела физики поверхности (2002, 2005) и на конкурсах научных работ ИФП СО РАН (2003, 2006).

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 6 работ [23–28], включая 4 журнальные статьи [23–26].

Глава 1

Литературный обзор

§1. Область, методы и объект исследований

1. Уменьшение размеров и размерности электронных систем: мезоскопика. Уменьшение характерных размеров создаваемых и изучаемых электронных систем есть главная тенденция современной физики конденсированного состояния и твердотельной электроники. С этой тенденцией тесно связано появление новой науки — мезоскопики, использующей достижения теоретической квантовой физики, нанотехнологий и техники низких температур. В данной работе расчетами и сравнением теории с экспериментом будет исследован новый элемент мезоскопических субмикронных устройств — малая треугольная квантовая точка. Перед рассмотрением особенностей геометрии и электрического сопротивления изучаемых устройств необходимо сказать следующее.

Известно, что квантовая механика, сделавшая революцию в науке, получила к концу XX века качественно новые области применения — микроструктуры [31–34], наноструктуры [5–8,14,15,35–38], а также мезоскопику, т.е. физику низкотемпературного электрического сопротивления любых малых проводников [5–8,14,15,34–43]. Важной частью мезоскопики является одноэлектроника [37–39,43]. В общем случае предметом этих областей являются и трехмерные электронные системы, например, изготовленные из металла [34,36–38].

Однако, благодаря развитию полупроводниковых технологий и нанотехнологий были созданы твердотельные квантовые системы пониженной размерности, прежде всего двумерный электронный газ [32,33], двумерные решетки антиточек [44,45], одномерная квантовая проволока [46,47] и «нульмерная» квантовая точка [20–22,55].

Из этих систем люди научились делать мезоскопические субмикронные устройства [5–8, 14, 15, 20–22, 37, 46, 47, 55, 80], демонстрирующие эффекты пониженной размерности в низкотемпературном электрическом сопротивлении и не имеющие аналогов в обычной электронике. Например, мезоскопические наноустройства обладают огромной чувствительностью по сравнению с классическими электронными приборами. Рекорды в этой области принадлежат одноэлектроннным транзисторам, которые являются наиболее чувствительными наноэлектрометрами и реализуют физический предел в цифровой электронике, когда бит информации переносится всего одним электроном [21, 37–39]. Следствием ультра-высокой чувствительности наноустройств является индивидуальность затворных и магнитополевых характеристик внешне одинаковых образцов и спонтанное изменение характеристики образца при перезарядке какого-либо атома [5, 15, 36–43]. Вполне очевидно, что это затрудняет прикладное использование таких устройств и сравнение теории с экспериментом, хотя желательность того и другого не вызывает сомнений.

2. Базовые теории электронного транспорта. Строгой и достаточно общей теории субмикронных мезоскопических устройств еще не существует, поэтому экспериментальная наука о них базируется в основном на двух сравнительно простых теориях, справедливых в предельных случаях и выдержавших испытание временем. Речь идет о противоположных режимах транспорта — о когерентном прохождении электронных волн по некоторому волноводу между электронными морями (открытый режим), а также о последовательном туннелировании электронов через малые проводники, включенные через туннельные переходы в электрическую цепь (закрытый режим). Соответственно, в этих случаях работают формула Ландауэра-Бьюттикера, сводящая вычисление кондактанса устройств к решению задачи когерентного одночастичного рассеяния в некотором потенциале, который считается известным [48, 49], и теория кулоновской блокады туннелирования, вычисляющая ток при заданных напряжениях по известным емкостям и сопротивлениям туннельных переходов [50,51].

В ходе создания этих теорий были придуманы первые наноустройства. Например, развилка одномерных проволок была сначала введена в рассмотрение как часть потенциометрического зонда, измеряющего четырехтерминальное сопротивление баллистического проводника [2] и затем предложена для создания кольцевого интерферометра [3]. В этих работах развилка описывалась S- матрицей рассеяния, имеющей постоянные коэффициенты, т.е. в удобном для аналитического рассмотрения виде. Именно этот элемент в реальном исполнении, в том числе в интерферометре, будет основным предметом данной диссертации, но уже за пределами простого описания. Уместно заметить, что расчеты электронного транспорта в рамках гибких базовых моделей [48–51] могут быть лишь численными, если претендуют на точность и общность. Соответствующие алгоритмы и примеры их применения [55–64] появились в связи с исследованием квантовых и одноэлектронных устройств.

3. Полупроводниковые наноустройства. Чтобы расчитывать электронный транспорт в этих устройствах необходимо знать, что они из себя представляют и как делаются. Первыми из полупроводниковых устройств субмикронных размеров по праву считаются транзистор на эффекте квантования кондактанса точечного контакта [46,47], одноэлектронный транзистор, действующий на эффекте кулоновской блокады последовательного туннелирования через квантовую точку [20, 21], и кольцевой интерферометр на эффекте Ааронова-Бома [6-8, 14, 15, 80]. Все они, а также баллистические двух- и 4-входовые квантовые точки [20, 22, 55] были изготовлены методами электронной литографии [52-54] на основе гетероструктур GaAs/AlGaAs с двумерным электронным газом (ДЭГ) [32], созданных молекулярно-лучевой эпитаксией [31]. Эта система, использующая электростатическое латеральное удержание электронов, и сейчас остается наиболее разработанной для изготовления и исследования квантовых и одноэлектронных наноустройств. Активными элементами устройств служат субмикронные области ДЭГ, ограниченные «рукотворными» областями обеднения и включенные в электрическую цепь через резервуары ДЭГ. Сами же области обеднения возникают в результате локального травления, т.е. приближения поверхности полупроводника, имеющей отрицательный потенциал, к гетерогранице с ДЭГ [6-8, 14, 15, 53], либо в результате локального повышения этого потенциала с помощью металлических нанозатворов, расположенных на поверхности полупроводниковой гетероструктуры [20-22, 46, 47, 54, 55]. Квантовым точечным контактом при этом является короткое сужение в ДЭГ, образованное встречными узкими областями обеднения. Под квантовой точкой понимается небольшая односвязная область ДЭГ, соединяющаяся через сужения с резервуарами. Кольцевой интерферометр можно рассматривать как электронное кольцо, соединенное через сужения (подводящие проволоки) с резервуарами или как квантовую точку с антиточкой (непроницаемым барьром) внутри нее. Обычные характерные размеры кольцевых интерферометров и квантовых точек находятся в диапазоне 0.5–1 микрон,

4. Численное моделирование полупроводниковых наноустройств. Хотя подобные наноустройства являются наиболее управляемыми, для них отсутствует простая связь литографически заданной внешней формы с геометрией и свойствами электронной наносистемы. В этом смысле исходные параметры для базовых моделей — формул Ландауэра-Бьюттикера [48,49] и теории кулоновской блокады [50,51] — неизвестны. По данной причине очень часто при исследовании наноструктур используются переупрощенные представления об основных параметрах и геометрии изучаемых электронных наносистем. Выход из этой ситуации дает численное моделирование устройств, т.е. прежде всего, решение задачи трехмерной электростатики на основе структурных данных, позволяющее приближенно найти двумерный эффективный потенциал для дальнейшего решения задачи квантового рассеяния, а также вычислить электрические емкости, используемые в теории кулоновской блокады [65-69]. Тем не менее, даже в рамках такого моделирования крайне редко ставится задача получить поведение изучаемого устройства из структурных данных и затем сравнить его с реально наблюдаемым в эксперименте. Успешным становится решение такой задачи при тесной связи моделирования с экспериментом, проводимом на наиболее простых и совершенных наноструктурах, когда можно пренебречь беспорядком и получается количественное сходство результатов расчетов и измерений [70, 71]. Однако в общем случае беспорядок не является слабым и нужно учитывать эффекты асимметрии потенциала, связанные с несовершенством технологии и флуктуационный потенциал примесей [66]. При этом нельзя ожидать полного соответствия вычисленных и измеренных зависимостей сопротивления от параметров и можно надеяться лишь на некоторое сходство.

5. Интерференционный транзистор и квантовая точка. Для представления контекста и предпосылок данной работы важно еще, что одновременно с созданием указанных выше устройств предлагались проекты интерференционного транзистора [72] в виде конструкций из квантовых проволок. Однако реально наблюдаемые эффекты интерференции в подобных конструкциях, например, периодические затворные осцилляции от движения по кольцу, оказались слабее ожидаемых в силу достаточно больших характерных размеров необходимых для реализации проволочных устройств [8,14]. Можно думать, что необходимые интерференционные осцилляции могла бы дать затворно-управляемая латеральная квантовая точка — малая односвязная область ДЭГ, включенная через сужения (микроконтакты) в электрическую цепь. Обычные латеральные точки имеют размеры от микрона до сотен нанометров. При милликельвиновых температурах в режиме кулоновской блокады заряд такой точки квантован и она становится элементом одноэлектронного транзистора [21]. В открытом режиме эффекты квантования энергии электрона действительно дают интерференционные, в том числе, затворные осцилляции кондактанса [20, 55, 71]. Тем не менее, расстояние между соседними уровнями энергии в двухвходовых и 4-входовых точках типичного размера является малым и наблюдаемые осцилляции обычно сводятся к случайным флуктуациям кондактанса [22,55,56], которые напоминают результат примесного рассеяния в любых мезоскопических двумерных, квазидвумерных и трехмерных электронных системах [5, 36, 40]. Таким образом, интерференция в обычных латеральных квантовых точках кажется менее интересной, чем интерференция от движения по кольцу того же размера. Необходимо также отметить, что технология расщепленных металлических затворов российской наукой пока не освоена и поэтому латеральные квантовые точки, в отличие от систем антиточек и кольцевых интерферометров [7, 14, 45], создаваемых другим способом, здесь экспериментально не изучались.

6. Треугольные квантовые точки. Недавно в мировой и российской науке одновременно, независимо и по-разному было найдено решение проблемы по-

лучения латеральных устройств, дающих выраженный эффект интерференции. Выяснилось, что можно уменьшить характерный размер латеральных квантовых точек до 100 нанометров, т.е. почти до предела, определяемого эффектами обеднения в ДЭГ. При этом эффекты кулоновской блокады и особенно квантовой интерференции в малых точках специальной *треугольной* формы становятся более яркими, лучше разрешенными и существуют до более высоких температур (несколько Кельвин).

Первым примером на эту тему являются *двухвходовые* точки, созданные с помощью сложных систем металлических нанозатворов [73,74], т.е. в рамках технологии, которой еще нет в России. Треугольная форма точки в этом случае достигается использованием специально подобранных разных напряжений на нескольких затворах [74].

Другим примером являются *тревходовые* квантовые точки, открытые в результате экспериментального изучения [15, 16, 19, 29] и численного моделирования [17–19] ряда изготовленных в ИФП СО РАН устройств: баллистических и малых кольцевых интерферометров, а также малой одиночной квантовой точки, созданных электронной литографией и последующим плазмохимическим травлением.

Оказалось, что малая многоуровневая треугольная квантовая точка, дающая выраженные кулоновские и интерференционные осцилляции [17–19], естественным образом существует в хорошо известном объекте — развилке достаточно узких проволок, которая ранее рассматривалась лишь как бесструктурный точечный делитель электронных волн. Поскольку такая точка впервые была обнаружена численным моделированием кольцевого интерферометра, то эту наноструктуру имеет смысл рассмотреть детально.

Далее в настоящей главе анализируется публикация [18], наиболее близко примыкающая к основным результатам данной диссертации. Особое внимание уделяется новому электростатически формируемому объекту (трехвходовой квантовой точке) и численных методам, которые будут использованы в следующих главах. Необходимо подчеркнуть, что работа [18] посвящена основам описания электронной системы и транспорта в полупроводниковых кольцевых интерферометрах, создаваемых методами электронной литографии и реактивного ионного травления. Здесь использована идеализированная геометрия областей травления, больше отражающая замысел по созданию наноструктуры, чем точный результат ее изготовления. В отличие от последующих глав, здесь еще нет сильной привязки к конкретным экспериментам и результатам структурной диагностики образцов, а также нет учета примесного беспорядка и технологически обусловленной асимметрии наноструктур.

§2. Основные методы численного моделирования AlGaAs/GaAs субмикронных квантовых и одноэлектронных устройств

1. Трехмерная электростатика. Электростатический потенциал $\phi(x, y, z)$ в устройстве с ДЭГ находится из решения трехмерного уравнения Пуассона $\nabla(\epsilon \nabla \phi) = -\rho(\phi)$, где $\epsilon(x, y, z)$ — диэлектрическая проницаемость, а плотность заряда ρ включает распределение ионизированных примесей Si в слое $Al_xGa_{1-x}As$ и электронов на гетерогранице AlGaAs/GaAs. Движения электрона вдоль этой гетерограницы и вдоль оси роста структуры (ось z) рассматриваются раздельно. Учитывается квантование по этой оси и то, что ДЭГ имеет ненулевую толщину. Трехмерное распределение электронов вычисляется самосогласованно с трехмерным потенциалом.

Для нахождения распределения электронов используется хорошо проверенный приближенный подход Томаса-Ферми. Другими словами, вместо вычисления концентрации по истинным двумерным волновым функциям, что заняло бы слишком большое время, используется квазиклассическое условие заполнения одной ячейки фазового объема одним электроном, начиная от дна двумерной подзоны в данной точке плоскости ДЭГ и кончая уровнем Ферми [65,66]. Следует отметить, что это условие обычно используется для расчетов концентрации однородного ДЭГ. Данное приближение является совершенно оправданным в случае медленной зависимости концентрации от координат x, y, однако, по аналогии с расчетом потенциала мноэлектронного атома, оно используется и в местах резкого изменения концентрации. Трехмерная концентрация электронов определяется по двумерной и при этом часто используется простая феноменогическая функция распределения электронов по вертикали [68], вместо расчетов истинной волновой функции, отвечающей квантованию в треугольной потенциальной яме ДЭГ [70]. Предполагается, что эта функция не зависит от координат x, y (первый порядок теории возмущений), тогда как положение дна подзоны, т.е. уровень квантования по z, от них зависит. В случае гетероперехода этот уровень приближенно является просто уровнем треугольной квантовой ямы, пока соответствующая производная на гетерогранице не стала отрицательной. Ход потенциала по z позволяет уточнить положение этого уровня в первом порядке теории возмущений. Аналогичный подход применяется и в случае квантового колодца, т.е. достаточно узкого слоя GaAs в окружении $Al_xGa_{1-x}As$ [71].

В качестве основного режима расчета потенциала используются условия, которые выполняются строго говоря лишь в равновесии. Предполагается наличие общего уровня Ферми во всей структуре и отсутствие затворных напряжений. Считается, что, даже в случае сильного легирования слоя $Al_xGa_{1-x}As$ кремнием, уровень энергии DX центра здесь не может быть ниже уровня Ферми. Когда он находится выше этого уровня, атом Si является ионизованным. Энергия ионизации DX центров, отмеренная от дна зоны проводимости в $Al_xGa_{1-x}As$, считается известной (50-120 мэВ). Таким образом, граница области полной ионизации атомов Si в слое легирования, подлежит самосогласованному нахождению с трехмерным потенциалом. Если используется объемное легирование, то эта граница разделяет трехмерные области, а в случае δ -легированиядвумерные. Для данного режима предполагается, что граничное условие на поверхности полупроводника отвечает фиксации уровня Ферми в центре запрещенной зоны. Электрические поля в области ниже двумерного электронного газа обычно являются менее сильными, чем в более высоких слоях. Поэтому в глубине структуры граничные условия определяются либо из предположения о фоновом легировании p-типа с концентрацией 10^{15} см⁻³, либо из предположения о фиксации уровня Ферми в центре запрещенной зоны на границе эпитаксиальных слоев с подложкой.

В другом режиме, когда затворные напряжения отличны от нуля, все заряды локализованных состояний в гетероструктуре считаются вмороженными, т.е. такими, которые были найдены для предыдущего режима. То же самое относится и к поверхностным состояниям, если поверхность не покрыта металлом. В противном случае считается заданным поверхностный потенциал-центр запрещенной зоны полупроводника определяется уровнем Ферми в металлическом затворе.

В каждом из двух режимов гранусловия в крайних точках по осям *x*, *y* берутся в виде нулевых частных производных потенциала по *x*, *y* [18, 70, 71]. Это оправдано, если крайние точки отвечают осям симметрии структуры или в этих точках латеральные электрические поля являются слабыми.

Уравнение Пуассона в общем случае для трехмерных структур с ДЭГ имеет нелинейную по потенциалу правую часть и решается итерациями [68]. Для ускорения расчетов используется циклический метод Чебышева [18, 70, 71, 75].

2. Наноструктура как часть широкого канала. Спектр одномерных подзон. Транспортные измерения для большинства субмикронных устройств выполняются с физической точки зрения в двухтерминальном варианте, т.е. когда изучается прохождение между двумя резервуарами. В таком случае для моделирования баллистического транспорта можно без потери точности вставить изучаемую электронную наносистему в широкий канал, ограниченный по у бесконечными стенками. Левая и правая части широкого канала при этом имитируют резервуары, соединяемые наноструктурой. Вычисленный профиль электростатического потенциала, точнее эффективного двумерного потенциала, можно использовать для расчета одномерных подзон $E_n(x)$, т. е. в каждом поперечном сечении канала $x = x_i$, включая наноструктуру, решить одномерное уравнение Шредингера с удерживающим потенциалом $U_{\text{eff}}(x_i, y)$ по y, определить уровни энергии $E_n^{(j)}$ и волновые функции $\xi_n^{(j)}(y)$. Визуализация картины таких одномерных подзон позволяет понять, по каким модам при данной энергии Ферми идет прохождение/отражение электронов, при каких энергиях открываются подзоны в наноструктуре и в ее узких каналах. Данная картина имеет лишь вспомогательное значение и ее визуализация помогает качественному представлению процессов, происходящих в изучаемом канале. Движение баллистического электрона в структурах реальных размеров не является адиабатическим, и необходимо учитывать переходы между разными одномерными подзонами во всех сечениях неоднородной части канала. Решение задач на одномерные уровни энергии и одномерные волновые функции в каждом поперечном сечении канала $x = x_j$ является промежуточным шагом при построении картины двумерного квантового транспорта. Оно дополняется расчетом всех матричных элементов перехода между одномерными подзонами во всех точках $x = x_j$ неоднородной части канала. Этот расчет позволяет найти коэффициенты прохождения баллистического электрона через структуру.

3. Двумерный квантовый транспорт. Коэффициент прохождения. Расчет коэффициента прохождения электронов через наноструктуру в двухтерминальном варианте в нулевом магнитном поле удобно выполнять методом *S*-матриц [57]. Этот метод хорош тем, что численно устойчив и позволяет проанализировать вклад в кондактанс от разных поперечных мод. Обычно он используется в упрощенных расчетах транспорта через каналы с жесткими стенками и кусочно-постоянным потенциалом, как, например, в [58]. Однако коэффициент прохождения с большой точностью может определяться и для реалистического профиля потенциала [18,70,71].

Основой метода является использование вычисленных энергий одномерных подзон $E_n^{(j)} = E_n(x_j)$ и матричных элементов перехода $(C_j)_{mn} = \int \xi_m^{(j)}(y) \xi_n^{(j+1)}(y) dy$, где $\xi_n^{(j)}(y)$ — волновая функция уровня поперечного квантования $E_n^{(j)}$ на участке постоянного потенциала (x_j, x_{j+1}) . Тогда полную волновую функцию на данном участке можно записать в виде суммы компонент, отвечающих разным поперечным модам:

$$\Psi(x,y) = \sum_{n=1}^{M} (k_n^{(j)})^{-1/2} \left[a_n^{(j)} e^{ik_n^{(j)}(x-x_j)} + b_n^{(j)} e^{ik_n^{(j)}(x-x_{j+1})} \right] \xi_n^{(j)}(y)$$
(1)

где $k_n^{(j)} = \sqrt{2m(E_F - E_n^{(j)})/\hbar^2}$ — волновое число, отвечающее продольному движению, а суммирование ограничивается конечным числом мод M. Учитываются

моды, отвечающие распространяющимся волнам на промежутках (x_j, x_{j+1}) , и затухающим/растущим решениям. Амплитуды $a^{(j)}$ и $b^{(j)}$ на соседних участках связаны матрицей рассеяния S_j :

$$\begin{pmatrix} a^{(j+1)} \\ b^{(j)} \end{pmatrix} = S_j \begin{pmatrix} a^{(j)} \\ b^{(j+1)} \end{pmatrix}.$$
(2)

Полная *S*-матрица, описывающая рассеяние на структуре в целом, является комбинацией матриц *S_j* [57, 58]:

$$S = S_0 \otimes S_1 \otimes \cdots \otimes S_N = \begin{pmatrix} t & r \\ r' & t' \end{pmatrix},$$
(3)

где t, t' — полные амплитуды прохождения для противоположных направлений, а r, r' — соответственно, амплитуды отражения. Двухтерминальный кондактанс структуры определяется по формуле Ландауэра [48],

$$G = (2e^2/h) \operatorname{Tr}[tt^{\dagger}] = (2e^2/h) \sum_{n} \sum_{m} |t_{nm}|^2,$$
(4)

где t_{nm} — комплексные амплитуды прохождения с переходом из падающей волны в моде n в прошедшую волну в моде m. Суммирование проводится только по открытым модам (одномерным подзонам) входного и выходного каналов.

В случае действия перпендикулярного магнитного поля на электроны ДЭГ для расчетов квантового транспорта необходимы более сложные алгоритмы, основанные на использовании рекурсивных функций Грина. Описание соответствующих подходов выходит за рамки данной работы и его можно найти в [59,60].

4. Одноэлектронный транспорт в системах с одним кулоновским островом. Данное описание использует работы [76–78]. В теории кулоновской блокады (КБ) [50, 51] основным объектом моделирования является не отдельная наноструктура, но электрическая цепь, которая наряду с классическим элементами— источниками напряжения, конденсаторами (затворами), сопротивлениями (индуктивностями мы пренебрегаем), включает туннельные переходы, обеспечивающие режим кулоновской блокады. При этом каждый переход

характеризуется сопротивлением R и емкостью C, которые здесь предполагаются постоянными. Эффективная емкость одиночного туннельного перехода, включающая емкости подводящих проводников, может быть на порядки больше емкостей двух туннельных переходов расположенных последовательно и ограничивающих кулоновский остров-малый проводник, например, квантовую точку. В последнем случае емкость туннельного перехода определяется малой собственной емкостью квантовой точки. Это обстоятельство приводит к тому, что простейшей системой, в которой реально наблюдаются эффекты кулоновской блокады, является не одиночный, а двойной туннельный переход. Поэтому здесь рассматриваются лишь системы двойных переходов-кулоновских островов.

Заряд кулоновского острова в теории КБ считается классической величиной $q = -q_0 - ne$. Существование поляризационного заряда q_0 может быть связано с неподвижными зарядами в окружающем диэлектрике, либо поляризацией кулоновского острова в поле внешнего, неучтенного электрода. Предполагается, что заряд q_0 не меняется при изменении напряжения V или n, в то время как полный заряд (-ne) пропорционален числу n избыточных электронов на кулоновском острове и изменяется на $\pm e$ при каждом событии туннелирования. Достаточно рассматривать свободную часть полного заряда $q = -ne - q_0$, распределенного на учтенных емкостях, считая, что остаточный заряд q_0 не превышает по абсолютной величине заряда электрона.

Чтобы пренебречь квантовыми флуктуациями заряда, связанными с туннелированием, сопротивления переходов R должны быть намного больше квантового сопротивления $R_Q = 26$ кОм, т.е. классическое время релаксации $RC \gg$ квантового времени, определяемого энергией перезарядки $e^2/2C$ и соотношением неопределенностей. В этом и состоит условие применимости теории КБ к изучаемым системам. При выполнении этого условия события туннелирования редки, так что между событиями туннелирования электроны успевают термализоваться и система возвращается в некоторое стационарное электростатическое состояние. Предполагается, что одновременным туннелированием двух и более электронов можно пренебречь, и интервал времени между последовательными событиями туннелирования намного превосходит время фазовой когерентности туннелирующего электрона. При этом эффекты интерференции электронных волн в барьерных структурах в модель не включаются. В этих предположениях туннелирование описывается традиционной (или «ортодоксальной») теорией кулоновской блокады [50, 51].

В данной теории постановка и решение задачи в важном случае одного кулоновского острова в цепи (одноэлектронный диод и транзистор) не вызывает трудностей. Стохастический процесс протекания тока описывается кинетическим уравнением (master equation), связывающим статистическое распределение вероятности $P_n(t)$ того, что в момент времени t на кулоновском острове имеется n избыточных электронов ($q = -q_0 - ne$) со скоростями туннелирования:

$$dP_n/dt = P_{n+1}\Gamma_{n+1}^- + P_{n-1}\Gamma_{n-1}^+ - P_n(\Gamma_n^- + \Gamma_n^+),$$
(5)

где Γ_n^+ , Γ_n^- - скорости увеличения и уменьшения, соответственно, числа электронов на острове. Когда остров, как обычно, ограничен двумя туннельными переходами 1,2, то обе эти скорости имеют по две компоненты ($\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$). Стационарное состояние протекания тока определяется равенством $dP_n/dt = 0$, откуда по принципу детального баланса следует $P_{n+1}\Gamma_{n+1}^- = P_n\Gamma_n^+$, $P_{n-1}\Gamma_{n-1}^+ = P_n\Gamma_n^-$. Таким образом, имеется рекурентное соотношение $P_{n+1} = P_n\Gamma_n^+/\Gamma_{n+1}^-$ и, если известны все величины Γ , то оно вместе с условием нормировки $\Sigma_n P_n = 1$ полностью определяет распределение P_n . В свою очередь, средний по времени ток на остров через туннельный переход *i* равен

$$J_i = -e\Sigma_n P_n(\Gamma_i^+(n) - \Gamma_i^-(n)).$$
(6)

В предположении $R_i \gg h/e^2$, туннелирование рассматривается как возмущение равновесного состояния системы, определяемого зарядом q кулоновского острова и напряжением источника питания V. Тогда неупругий процесс, включающий событие туннелирования и релаксацию электрической цепи к новому состоянию равновесия, можно рассматривать в первом порядке теории возмущений. Использование золотого правила Ферми [50, 51] приводит к следующему выражению для скорости туннелирования:

$$\Gamma_i^{\pm} = (e^2 R_i)^{-1} \Delta E_i^{\pm} / (1 - exp(-\Delta E_i^{\pm} / k_B T))$$
(7)

Посредством ΔE_i^{\pm} обозначен выигрыш энергии, связанный с одним актом туннелирования. Если $\Delta E_i^{\pm} > 0$, событие туннелирования энергетически выгодно, и наоборот, при $\Delta E_i^\pm < 0$ туннелирование подавлено. Диссипация энергии ΔE_i^\pm является частью процесса туннелирования и отличает неупругое макроскопическое туннелирование, в котором участвует электрическая цепь, от упругого квантово-механического туннелирования, определяемого только туннельной проницаемостью одного барьера. Вопрос о том, есть ли ΔE_i^\pm энергия перезарядки емкости C_i одного перехода («локальное правило») или изменение свободной энергии всей системы («глобальное правило») был предметом обширной дискуссии [50, 51]. Пока все имеющиеся наблюдения явлений КБ противоречат локальному правилу. Таким образом, величина $\Delta E_i = A + \Delta E_C$ состоит из вклада работы источников напряжения по восстановлению равновесия в цепи A и изменения электростатической («кулоновской») энергии всех емкостей ΔE_C . При заданных параметрах системы (C_i, V, V_g ,) и известном числе n электронов на острове значения ΔE_i легко вычисляются. Например, в случае одноэлектронного диода электростатическая энергия схемы в равновесном состоянии (когда не происходит туннелирования) есть просто энергия двух заряженных конденсаторов:

$$E(q,V) = Q_1^2/2C_1 + Q_2^2/2C_2 = C_{||}V^2/2 + q^2/2C,$$
(8)

где $C = C_1 + C_2$, $C_{||} = C_1 C_2 / (C_1 + C_2)$, $Q_1 = C_{||} V - q C_1 / C$, $Q_2 = C_{||} V + q C_2 / C$. Изменение энергии при туннелировании электрона через переход 1 на кулоновский остров $(n \to n + 1, q \to q - e)$ по глобальному правилу $\Delta E_1^+(q, V) = A_1^+ + [E(q, V) - E(qe, V)]$, где работа источника питания по восстановлению равновесия в цепи есть $A_1^+(q) = V[Q_1(q - e) - (Q_1(q) + e)] = -eVC_2/C$. Аналогично получаются все ΔE_i^{\pm} . Формулы легко выписываются также в случае одноэлектронного транзистора-одного кулоновского острова в окружении трех электродов, включая затворный, с двумя управляющими напряжениями (V, V_q) [51, 76, 77]. Для прямого расчета тока (вольтамперной или затворной характеристики) одноэлектронного транзистора предполагается, что распределение вероятностей P_n обладает выраженным максимумом при $n = n^*$ (одномодовое распределение) и достаточно быстро спадает при $n \to \pm \inf$. Таким образом, для некоторого M можно положить $P_n = 0$ если $|n - n^*| > M$ и тем самым ограничить в расчетах множество возможных состояний. В предположении одномодовости распределения P_n параметр n^* легко рассчитывается для начальных параметров эквивалентной схемы (это единственный максимум функции одной дискретной переменной) и затем медленно сдвигается с изменением V или V_g в процессе вычисления зависимости тока от напряжения. Параметр M (ширина распределения) существенно зависит от температуры и может быть рассчитан, опять же в предположении одномодовости, по условию достаточной малости P_n при $n = n^* \pm M$ по сравнению со значением при n^* .

5. Системы кулоновских островов. Отдельного рассмотрения требуют цепи, содержащие несколько кулоновских островов [62, 78].

Эквивалентная схема системы, включающей произвольное число кулоновских островов может содержать три вида элементов:

1) С-узлы (или емкостные узлы), обладающие известным в каждый момент времени зарядом $q_i = -q_{0i} - n_i e$, где n_i - число электронов на этом узле, а q_{0i} , произвольно заданный поляризационный, или остаточный, заряд;

2) V-узлы (или потенциальные узлы), имеющие заданный потенциал V_i;

3) туннельные переходы, каждый из которых соединяет определенную пару узлов и имеет заданные значения сопротивления R_j и емкости C_j , причем возможно задать $R_j = \inf$ в случае, если туннелирование через j-й переход запрещено (переход-конденсатор).

Для дальнейшего будем считать, что в рассматриваемой конкретной эквивалентной схеме имеется:

1) k С-узлов, пронумерованных 1,..., k ;

2) m V-узлов пронумерованных k + 1, ..., k + m;

3) *s* туннельных переходов (j = 1,...,s), причем число возможных событий туннелирования $\leq 2s$, с учетом направления туннелирования.

Если состояние системы с одним кулоновским островом определялось целым числом n электронов на острове, то в данном общем случае состояние системы будет определяться вектором $[n_i] = [n_1, ..., n_k]^T$, где n_i — числа электронов на C-узлах, и для расчета вольтамперных характеристик требуется знать распределение вероятности $P([n_i])$.

Рассмотрим скорости изменения зарядовых состояний $\overline{n} \to \overline{n}' = \overline{n} + \delta \overline{n}$, где

$$\delta \overline{n} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \pm 1 \\ \cdot \\ \mp 1 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \text{или} \quad \begin{bmatrix} \vdots \\ \cdot \\ \pm 1 \\ \cdot \\ \vdots \end{bmatrix}$$
(9)

Здесь первый столбец соответствует туннелированию электрона через туннельный переход между емкостными узлами в обе стороны, а второй столбец поступлению (или убыли) электрона на емкостной узел через туннельный переход, связывающий его с V-узлом. Число событий туннелирования через s-й переход в единицу времени:

$$\Gamma_{\overline{n}\to\overline{n}'} = \frac{1}{e^2 R_s} \frac{\Delta E_{\overline{n}\to\overline{n}'}}{1 - e^{-\Delta E/kT}}$$
(10)

Здесь также изменение энергии системы $\Delta E_{\overline{n} \to \overline{n}' = \Delta E_C + A}$ состоит из двух частей: энергии электронной перезарядки всех емкостей системы

$$\Delta E_C = \frac{1}{2} \left[(\overline{q} + e\delta\overline{n})^T C^{-1} (\overline{q} + e\delta\overline{n}) - \overline{q}^T C^{-1} \overline{q} \right] = \frac{e}{2} \delta\overline{n}^T C^{-1} (2\overline{q} + e\overline{n}), \tag{11}$$

где *С* — емкостная матрица системы, и работы источников напряжения по восстановлению равновесия в цепи

$$E = \sum_{p} \left[q_p(\overline{n} + \delta \overline{n}) - \left(q_p(\overline{n}) - \delta \overline{n} \right) \right] V_p, \tag{12}$$

где суммирование выполняется по всем потенциальным узлам, $p = k + 1, \ldots, k + m.$

Обозначим $\overline{P}(t)$ — вектор вероятностей состояний: $[\overline{P}(t)]_i \equiv p(t, \overline{n}_i)$. Тогда кинетическое уравнение для системы с произвольным количеством узлов будет иметь вид

$$\frac{d\overline{P}(t)}{dt} = \Theta\overline{P},\tag{13}$$

где (Θ_{ij}) — матрица скоростей переходов между состояниями, имеющая элементы $\Theta_{ij} = \Gamma_{\overline{n}_i \to \overline{n}_j}$, при $i \neq j$ и $\Theta_{ij} = -\sum_{k \neq i} \Gamma_{\overline{n}_i \to \overline{n}_k}$.

Однако, в отличие от случая с одним кулоновским островом, условие стационарного состояния $\frac{d\overline{P}(t)}{dt} = 0$ не дает простого рекуррентного соотношения для вычисления $p(\overline{n})$ и приходится решать систему линейных уравнений $\Theta \overline{P} = 0$ с вектором размера N (это $\approx N^3$ операций).

6. Алгоритм расчета тока в одноэлектронном устройстве с произвольным числом узлов по методу Монте-Карло. Как видно из предыдущего, для одноэлектронного устройства с произвольным числом узлов кинетическое уравнение представляет собой систему уравнений $d\overline{P}(t)/dt = \Theta \overline{P}$, записанных в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \frac{dp_{i-1}}{dt} \\ \frac{dp_i}{dt} \\ \frac{dp_{i+1}}{dt} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & -\sum_{k \neq i-1} \Gamma_{(i-1)k} & \Gamma_{(i-1)i} & \Gamma_{(i-1)(i+1)} \\ & & \Gamma_{i(i-1)} & -\sum_{k \neq i} \Gamma_{ik} & \Gamma_{i(i+1)} \\ & & & \Gamma_{(i+1)(i-1)} & \Gamma_{(i+1)i} & -\sum_{k \neq i+1} \Gamma_{(i+1)k} \\ & & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ p_{i-1} \\ p_i \\ p_{i+1} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$(14)$$

Идея метода решения уравнения в следующем. Выбираем исходное состояние \overline{n} . Если общее число туннельных переходов s, то события туннелирования могут состояться 2s способами: \overline{n}_1 , \overline{n}_2 , ..., \overline{n}_{2s} , каждому из этих возможных состояний перехода соответствует свой вес — скорость туннелирования (вероятность такого события в единицу времени) $\Gamma_{\overline{n}\to\overline{n}_1}$, $\Gamma_{\overline{n}\to\overline{n}_2}$, ..., $\Gamma_{\overline{n}\to\overline{n}_{2s}}$.

Время одного события туннелирования моделируется временем $\delta t = \frac{1}{\sum \Gamma}$, где $\sum \Gamma$ — общее число вероятных переходов (каждое событие туннелирования — это переход системы из состояния \overline{n} в состояние \overline{n}' , где $\overline{n} = \overline{n}' + \delta \overline{n}$).

Генератор случайных чисел выбирает на интервале [0,1) с однородным распределением число $\xi \in [0,1)$. Исходя из полученного значения ξ , времени $\delta t = \frac{1}{\sum \Gamma}$, за которое должно произойти одно событие (из условия нормировки на единицу) и соотношения $\sum_{j=1}^{i} \Gamma_j \leq \xi \sum \Gamma < \sum_{j=1}^{i+1} \Gamma_j$ производится выбор соответствующего \overline{n}' .

Ядро алгоритма составляет расчет тока методом итерационного накопления

и последующей нормировки на $T = \sum \delta t$, моделирующее суммарное время всех вероятных событий перехода, каждое из которых имитируется в одном итерационном цикле. Накопление в одной итерации производится по выбранному \overline{n}'_{j} , которое становится стартовым (исходным) состоянием для очередной итерации. Значение тока после выполнения заданного числа испытаний: $I_{s} = -\frac{eN_{s}}{T}$, где e — величина заряда электрона, N_{s} — количество $\sum \pm 1_{s}$ одноэлектронного тока через s-й переход за время T.

Цикл итераций — расчет значения тока — производится для определенного значения затворного напряжения V_g и повторяется для нового $V_g = V_g + \Delta V_g$, где шаг ΔV_g выбирается исходя из требуемого разрешения для кривой вольтамперной характеристики при выводе ее в графическом виде $I \sim V_g$.

Алгоритм включает в себя также преобразование матрицы емкостей C для вычисления неизвестных величин $q_1, \ldots, q_m, \phi_{m+1}, \ldots, \phi_{m+k}$ зарядов и потенциалов по известным $\phi_1, \ldots, \phi_m, q_{m+1}, \ldots, q_{m+k}$:

$${}^{\text{H3}} \begin{bmatrix} q_{1} \\ \vdots \\ q_{m} \\ q_{m+1} \\ \vdots \\ q_{m+k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{a} & C_{b} \\ & & \\ C_{b}^{T} & C_{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{1} \\ \vdots \\ \phi_{m} \\ \phi_{m+1} \\ \vdots \\ \phi_{m+k} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$${}^{\text{H3}} = \begin{bmatrix} q_{1} \\ \vdots \\ q_{m} \\ \phi_{m+1} \\ \vdots \\ \phi_{m+k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{a} - C_{b}C_{c}^{-1}C_{b}^{T} & C_{b}C_{c}^{-1} \\ & & \\ -C_{c}^{-1}C_{b}^{T} & C_{c}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{1} \\ \vdots \\ \phi_{m} \\ q_{m+1} \\ \vdots \\ q_{m+k} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

§3. Электростатический потенциал, спектр одномерных подзон и резонансы Фано в кольцевом баллистическом интерферометре на основе гетероперехода AlGaAs/GaAs [18]

1. Введение. Начиная с пионерских работ [3, 79], теоретическое и экспериментальное исследование кольцевых интерферометров продолжается уже более пятнадцати лет. Особое место в этих исследованиях занимают работы, посвященные изучению полупроводниковых интерферометров, созданных на основе высокоподвижного двумерного электронного газа в гетеропереходе AlGaAs/GaAs [6-8,14,80,81]. Эти устройства позволяют наблюдать интерференцию баллистических электронов в режиме малого числа распространяющихся мод (вплоть до одной). До последнего времени почти все эксперименты с интерферометром были посвящены магнитополевым осцилляциям, т.е. эффекту Ааронова-Бома [82]. Существовали также проекты использования электростатического управления кольцом и создания на этой основе интерференционного транзистора [72]. Однако на практике затворные осцилляции, обусловленные квантованием движения по кольцу, оказались довольно слабыми [8, 14]. В настоящем параграфе излагаются результаты моделирования геометрии электронной системы баллистического интерферометра типичных размеров. Принципиально важным оказывается открытие присутствия малых треугольных квантовых точек в местах соединения кольца с подводящими квантовыми проволоками. Рассматривается действие всего устройства, а также одной треугольной квантовой точки в качестве интерференционных транзисторов в нулевом магнитном поле. В итоге показывается, что интерференция в самой треугольной квантовой точке дает сильное обратное рассеяние и крупномасштабные вариации коэффициента прохождения, включая резонансные профили пик-провал, аналогичные резонансам Фано [83].

Несмотря на существование численного моделирования квантовых проволок и квантовых точек [65–67], до последнего времени анализ транспортных свойств кольцевых баллистических интерферометров базировался на идеали-

31

зированной одномерной модели, в которой не учитывается реальный профиль потенциала (см. [3,84]). Согласно одномерным моделям, в открытом симметричном кольце с изменением энергии Ферми должны наблюдаться только однородные осцилляции кондактанса без дополнительной модуляции. Происхождение осцилляций может быть понято в рамках картины двухзеркальной интерференции Фабри-Перо, при этом роль полупроницаемых зеркал выполняют точки соединения кольца с подводящими квантовыми проволоками [14]. Очевидно, что реальные интерферометры, изготавливаемые на основе гетероперехода GaAs/AlGaAs, не могут адекватно описываться одномерными моделями, поскольку в таком рассмотрении не учитывается ни конечная ширина каналов, ни реальный профиль электростатического потенциала. Недостаточность одномерной модели особенно хорошо видна из того, что в ней точка разветвления каналов является геометрической, тогда как в реальной структуре она формируется плавными электростатическими полями. Модель интерферометра, предложенная в излагаемой публикации, преодолевает указанные недостатки одномерного описания. Модель основана на решении трехмерной электростатической задачи для реальной структуры и геометрии баллистического интерферометра. Найденный электростатический потенциал в плоскости двумерного газа затем был использован для решения двумерного уравнения Шредингера и определения кондактанса интерферометра. Обнаружено, что принципиальной особенностью интерферометров является присутствие треугольных квантовых точек в местах разветвления канала. В области этих потенциальных ям одномерные подзоны, отвечающие квантованию поперечной составляющей движения электрона, опускаются и сгущаются. Расчет прозрачности такого интерферометра показал, что с изменением энергии Ферми возникают крупномасштабные резонансы кондактанса типа Фано, вызванные рассеянием на уровнях треугольных точек. В результате кондактанс кольца представляет собой наложение высокочастотных осцилляций, отвечающих прохождению через одномерные уровни кольца, и крупных провалов и пиков, вызванных резонансами Фано. Подобная картина поведения кондактанса обнаружена экспериментально в баллистических кольцах на основе высокоподвижного 2Д-газа гетероперехода GaAs/AlGaAs.



Рис. 1. Поперечный разрез структуры по диаметру кольца. Штрих-пунктиром отмечены дельта-легированные слои с концентрацией 2×10^{12} см⁻² (δ Si₁) и 10^{12} см⁻² (δ Si₂). Сплошной затвор показан штриховкой. Электронный газ (отмечен толстой черной линией) сохраняется под нестравленными частями поверхности и имеет концентрацию в резервуарах $n_s = 6 \times 10^{11}$ см⁻².

2. Структура. Электростатический потенциал. Расчеты проводились для кольцевой структуры, поперечный разрез которой показан на рис. 1. Такая структура создается с помощью электронной литографии и последующего плазмохимического травления для экспериментального изучения [14,85]. Электронные каналы образуются под невытравленными участками поверхности. Верхнюю часть структуры занимает металлический затвор, управляющий электронной плотностью в кольце.

Электростатический потенциал $\phi(x, y, z)$ определялся из решения трехмерного уравнения Пуассона $\nabla(\epsilon \nabla \phi) = -\rho(\phi)$, где $\epsilon(x, y, z)$ — диэлектрическая проницаемость, а плотность заряда ρ включает распределение ионизированных примесей Si в слое Al_xGa_{1-x}As и электронов на гетерогранице AlGaAs/GaAs. Распределение электронов определялось самосогласованно в приближении Томаса-Ферми по известной двумерной плотности состояний [65, 66]. При этом использовалось феноменологическое распределение электронов по вертикали в треугольной потенциальной яме ДЭГ из работы [68]. Граничные условия на поверхности полупроводника отвечали фиксации уровня Ферми в центре запрещенной зоны при нулевом напряжении на затворе. В глубине структуры граничные условия определялись из предположения о фоновом легировании *р*типа с концентрацией 10¹⁵ см⁻³. Уравнение Пуассона решалось циклическим методом Чебышева [75].

На рис.2 показано распределение электростатического потенциала в плос-



Рис. 2. Профиль электростатического потенциала в кольцевом интерферометре. Пунктирными линиями обозначены области травления. На входе и выходе кольца возникают две треугольные открытые квантовые точки с характерным размером ~ 200 нм.

кости двумерного газа. Пунктиром обозначены вытравленные области; белым цветом показаны участки свободные от электронов, серым цветом области занятые электронами. Толстая линия, отвечающая уровню Ферми, выделяет узкие баллистические каналы, образующие кольцевой интерферометр. В местах разветвления подводящих каналов на два имеются уширения, что ведет к появлению на входе/выходе в кольцо достаточно глубоких потенциальных ям треугольной формы — квантовых точек. Эти ямы сохраняются при варьировании параметров структур в широких пределах. Таким образом, их существование является вполне универсальным свойством кольцевых полупроводниковых интерферометров, имеющих достаточно узкие каналы.

3. Электронная плотность. «Тройник». Распределение электронов в плоскости двумерного электронного газа вычислялось самосогласованно с профилем электростатического потенциала. Результат для половинки интерферометра — «тройника» показан на рис. 3. Хорошо видно, что в области слияния квантовых проволок наблюдается рост электронной плотности, связанный с потенциальной ямой в этом месте.



Рис. 3. Профиль электронной плотности для «тройника», т.е. половины интерферометра. В развилке «тройника» видна треугольная квантовая точка — малая область повышенной плотности с тремя входами.

4. Энергетический спектр одномерных подзон. Вычисленный профиль электростатического потенциала использовался для расчета одномерных подзон $E_n(x)$, т. е. в каждом поперечном сечении интерферометра $x = x_j$ решалось одномерное уравнение Шредингера с удерживающим потенциалом $U(x_j, y)$ по y, определялись уровни энергии $E_n^{(j)}$ и волновые функции $\xi_n^{(j)}(y)$. На рис. 4а показан участок между наиболее узкими местами в подводящих квантовых проволоках. Картина одномерных подзон (рис. 4b) помогает понять по каким модам при данной энергии Ферми идет прохождение электронов, при каких энергиях открываются подзоны в кольце и в подводящих квантовых точках и в кольце и сцепка с какими из них оказывает влияние на прохождение.

В квантовых проволоках, из которых состоит кольцо, потенциал в поперечном сечении близок к параболе и уровни энергии идут примерно эквидистантно, как в осцилляторе. В области кольца уровни двукратно вырождены, поскольку потенциальные ямы двух рукавов кольца одинаковы и разделены широким барьером. Поэтому одномерные подзоны попарно группируются внутри кольца. Поскольку квантовые проволоки, которые соединяют кольцо с контактами, и канал кольца имеют в исследуемых интерферометрах одинаковую ширину,



Рис. 4. (а) Участок интерферометра между барьерами в подводящих каналах. (b) Уровни энергии $E_n(x_j)$ удерживающего потенциала $U(x_j, y)$ в кольцевом интерферометре. На графике изображены шесть нижних одномерных подзон $E_n(x)$. В подводящих каналах профиль $U(x_j, y)$ близок к параболическому и расстояния между подзонами примерно одинаковые. В квантовых точках канал уширяется, а уровни энергии опускаются и сгущаются. Когда канал раздваивается, потенциал в сечении вдоль y становится двухъямным и происходит попарная группировка одномерных подзон.

число населенных электронами подзон в области кольца примерно в два раза больше, чем в подводящих каналах.

Когда для прохождения через интерферометр открыта только одна подзона, внутри кольца движение разрешено по двум подзонам. Как видно на рис. 4b, 3-я и 4-я подзоны в кольце населяются электронами даже раньше открытия второй моды в подводящем канале. Это также находит свое отражение в транспорте. В приведенном примере одномерные подзоны $E_n(x)$ с номерами n > 3закрыты для прохождения частиц с энергией Ферми E_F (поскольку в сужениях на входе и выходе $E_n > E_F$). Однако в области треугольных точек под уровень Ферми опускается примерно 10 одномерных подзон, которые образуют потенциальные ямы с набором дискретных уровней. Это означает, что разветвитель, который в простых одномерных моделях предполагается безотражательным или частично отражающим, на самом деле имеет сложную внутреннюю
структуру. В местах соединения каналов происходит интенсивное смешивание между разными модами поперечного квантования. В результате электроны идущие через кольцо по первой, второй или третьей моде могут рассеиваться на уровнях более высоких поперечных мод. В кондактансе это проявляется в виде асимметричных профилей пик/провал типа резонансов Фано (рис. 5), которые возникают вследствие интерференции каналов резонансного и нерезонансного прохождения.

Необходимо заметить, что картина найденных одномерных подзон дает лишь предварительную качественную информацию. Ради удобства решения задачи о транспорте расматривались уровни в сечениях перпендикулярных оси, соединяющей вход и выход интерферометра. Более точный результат получился бы для положения одномерных подзон во внутренней части интерферометра, если бы квантование в каналах бралось по перпендикуляру к некоторой собственной кривой в каждом рукаве интерферометра. Однако в области треугольных квантовых точек выбор необходимой кривой для восстановления перпендикуляра не очевиден. В любом случае все качественные предсказания, сделанные выше, остались бы в силе.

5. Двумерный квантовый транспорт. Осцилляции кондактанса. Резонанс Фано. Для найденного эффективного 2D потенциала расчет коэффициента прохождения электронов через интерферометр в нулевом магнитном поле был выполнен методом S-матриц [57] (см. выше). Кондактанс структуры определялся по формуле Ландауэра. На рис. 5а показаны зависимости коэффициента прохождения от энергии Ферми для потенциала интерферометра, изображенного на рис. 2. В расчете учитывалось M = 20 мод поперечного движения, дальнейшее увеличение числа мод не меняет результаты расчета. Сплошной линией изображен коэффициент прохождения для всего кольца, а штриховой для одного «тройника» (рис. 3 — вычисления проводились для половинки кольца, на выходе прохождение через два канала суммировалось). Видна корреляция между этими двумя кривыми. Когда два тройника соединяются в кольцевой интерферометр, отражение усиливается и появляются высокочастотные осцилляции типа Фабри-Перо, отвечающие резонансам с одномерными уровня-



Рис. 5. (а) Результат моделирования 2Д-транспорта через кольцевой интерферометр с реалистическим профилем потенциала. Крупномасштабные осцилляции вызваны резонансами с уровнями треугольных квантовых точек, а мелкомасштабные — резонансами с одномерными уровнями кольца(сглажены). Для сравнения, пунктирной линией показан кондактанс одного разветвителя (половины кольца). Порог открытия второй моды в подводящих каналах $E_F = -4$ мэВ. При -5 мэВ $< E_F < -4$ мэВ внутри кольца разрешено движение по третьей-четвертой моде и в кондактансе возникают осцилляции удвоенной частоты. (b) Измеренная зависимость кондактанса кольца от затворного напряжения в нулевом магнитном поле при температуре 20 мК соответствует двухмодовому режиму кольца. В прохождении через один «тройник» видны глубокие провалы и пики асимметричного профиля. Это резонансы Фано, вызванные сцепкой проходящих волн с уровнями более высоких закрытых для прохождения одномерных подзон, образующих в области разветвления канала узкие потенциальные ямы.

ми кольца. Подавление прохождения, вызванное межподзонными переходами, делает частые пики узкими, как в случае изолированного кольца. Поэтому в эксперименте они размыты, а в расчете были принудительно сглажены (рис. 5а). Кроме того, ни одна из мод, открытых для прохождения, не открывается полностью и в кондактансе отсутствуют ступени $n(2e^2/h)$, по которым можно судить о том, сколько мод открыто. Кондактанс практически не превышает кванта $2e^2/h$, когда открыто две или три моды поперечного квантования (рис. 5а). Поэтому, хотя на измеренных зависимостях (рис. 5b) кондактанс кольца меньше кванта $2e^2/h$, нельзя сказать, что интерферометр работает в одномодовом режиме. Вместо ступеней в кондактансе кольца присутствуют резонансы, которые имеют больший энергетический масштаб и отчетливо видны в измерениях. Их сложные профили меняются при варьировании параметров квантовых точек в пределах технологических допусков, что весьма характерно для резо-

нансов Фано. Поэтому буквальное сравнение экспериментальной и вычисленной зависимости не имеет большого смысла.

В одиночных латеральных малых квантовых точках резонансы Фано были зарегистрированы совсем недавно, и было показано, что асимметричный профиль этих резонансов очень чувствителен к напряжениям на затворах и к магнитному полю [86].

Изученные в цитируемой статье системы являются геометрически сложными и сравнение расчетов с измеренной зависимостью кондактанса кольца не может считаться тестом соответствия модели и реальности. Присутствие в измерениях выраженных крупномасштабных особенностей и профиля типа пик-провал могло быть и следствием остаточного примесного рассеяния [14]. Необходимо заметить, что единственной основой уверенности в правильности моделирования является надежность используемых методов расчета, проверенная недавно на более простых и совершенных системах [70,71].

Следующие главы диссертации посвящены развитию намеченной здесь темы на большем числе структур и расчетов, что даст решающие доводы в пользу существования малых трехвходовых точек и обусловленных ими эффектов квантового рассеяния.

6. Результаты и выводы. В недавно выполненной работе найден электростатический потенциал и спектр одномерных подзон в баллистическом кольцевом интерферометре на основе высокоподвижного двумерного электронного газа в гетеропереходе AlGaAs/GaAs. Показано, что точки разветвления такого интерферометра представляют собой двумерные потенциальные ямы треугольной формы — латеральные треугольные точки. Выполнен расчет двумерного прохождения электронов через кольцо и одну треугольную квантовую точку. На зависимостях коэффициента прохождения от энергии на фоне сильного обратного рассеяния обнаружены резонансы Фано, обусловленные сцепкой проходящих волн с уровнями более высоких поперечных мод в треугольных квантовых точках. Резонанс Фано, аналогичный предсказанному, обнаружен на измеренной затворной зависимости кондактанса интерферометра. Однако требуется больше структур и расчетов для проверки надежности сделанных выводов. **7. Результаты и выводы из предшествующих исследований.** Представлена область науки, к которой относится новый электростатически формируемый объект — трехвходовая треугольная квантовая точка.

Описаны методы численного моделирования сложных полупроводниковых квантовых и одноэлектронных устройств. Рассмотрена основная работа, вводящее представление о малой треугольной квантовой точке.

Приведенные в данной главе результаты не относятся к числу защищаемых в диссертации, но необходимы для понимания ее целей, задач и методов их решения.

Получены первые свидетельства существования треугольных квантовых точек в кольцевом интерферометре, но требуется больше эффектов и структур, чтобы надежно установить присутствие этих точек в местах соединения узких квантовых проволок.

Актуальным является исследование эффектов одноэлектронной зарядки треугольных точек кольцевых интерферометров, а также исследование одиночных малых трехвходовых квантовых точек. Решение этих задач относится к основным результатам данной квалификационной работы и излагается в следующих главах.

40

Глава 2

Одноэлектронная зарядка треугольных квантовых точек кольцевого интерферометра [23, 27]

8. Введение. Многие эффекты в мезоскопическом электронном транспорте объясняются квантовой интерференцией [3,6,34,80], либо кулоновской зарядкой [21, 37, 38, 50, 97]. Эти явления, наблюдаемые в противоположных условиях когерентного прохождения и последовательного туннелирования, изучаются в специализированных субмикронных устройствах. Так, эффекты кулоновской зарядки детально исследованы в закрытой квантовой точке [21,98-101] электронном озере, которое отделено туннельными барьерами от резервуаров с двумерным электронным газом. Напротив, режим интерференции отвечает открытым системам, когда связь наноустройства с подводящими проводниками сильная. Примером является кольцевой баллистический полупроводниковый интерферометр [6,80,81] — квантовое кольцо, соединенное с резервуарами короткими квантовыми проволоками. Недавно созданы устройства, в которых интерференция и зарядка сочетаются [15, 94, 102-104]. В работах [102-104] квантовые точки были встроены в плечи баллистического интерферометра. В кондактансе этих комбинированных устройств регистрировались как магнитополевые осцилляции Ааронова-Бома (АБ) [3,82], вызванные интерференцией по двум путям, так и пики по затворному напряжению, обусловленные кулоновской блокадой (КБ) [50,98] туннелирования через точку. Тем самым было экспериментально установлено, что процессы последовательного туннелирования и релаксации, ведущие к зарядке квантовой точки, сосуществуют с когерентным кольцевым движением.

Новые эксперименты [15, 94] показали, что и без встроенных квантовых точек малые кольца мегаомных сопротивлений демонстрируют периодические кулоновские осцилляции и осцилляции АБ. Несмотря на то, что размеры устройств в этих экспериментах были близки, режимы транспорта внутри колец различались. В работе [94] кольцо отделялось от резервуаров с двумерным

электронным газом потенциальными барьерами, которые управлялись пальцевыми in-plane затворами. При достаточно высоких барьерах возникала одноэлектронная зарядка кольца как целого, в то время как движение электронов по кольцу оставалось свободным. В этом случае источник кулоновских осцилляций ясен и нет проблемы сосуществования кольцевой интерференции с КБ. В работах [15, 19] был использован интерферометр с широким in-plane затвором, влияющим одновременно на проницаемость подводящих и кольцевых каналов. При объяснении результатов считалось, что заряжается не целое кольцо, а две области высокой концентрации электронов, возникающие на входе/выходе кольца. Существование таких областей — треугольных квантовых точек, — следует из электростатики [18, 19]. Быков и др. [15] предположили, что треугольные точки отделены друг от друга и резервуаров туннельными барьерами и заряжаются по механизму КБ [50]. Однако четкого подтверждения этой гипотезы не было.

В данном разделе продолжены исследования, начатые в [15, 18, 19]. В отличие от этих работ гораздо больше внимания уделяется детальному анализу экспериментальных данных и сравнению разультатов, полученных для двух образцов. Помимо регистрации периодических пиков кондактанса по затворному напряжению, сообщается об обнаружении дублетного расщепления этих пиков, свидетельствующем о зарядовом взаимодействии треугольных квантовых точек. Ранее теоретически [105,106] и экспериментально [107] было показано, что кулоновская блокада в последовательности двух квантовых точек качественно отличается от случая одной точки. Так, распределение пиков становится менее регулярным, а существование межточечной емкости ведет к появлению дублетов вместо периодических пиков. Недавно подобные дублеты зарегистрированы при параллельном соединении двух квантовых точек, встроенных в плечи интерферометра [104]. На основе моделирования трехмерной электростатики, одноэлектронного и квантового транспорта мы приходим к заключению, что в малом интерферометре большого сопротивления наблюдается аналогичный эффект зарядового взаимодействия треугольных точек. Тем самым, впервые подтверждено влияние двух треугольных точек на кондактанс интерферометра.

Ранее выдвинутая гипотеза о туннельной изоляции треугольных квантовых точек [15] не согласуется с экспериментом и расчетами. Моделирование показывает, что присутствие туннельных барьеров в рукавах кольца подавляет эффект АБ. Этой гипотезе также противоречит сильная зависимость критической температуры наблюдения кулоновских осцилляций от мезоскопического состояния образца. Более реальна картина соединения точек квантовыми проволоками, открытыми по первой моде поперечного движения. Моделирование двумерного квантового транспорта позволяет понять, как такая система может захватывать электроны и иметь большое сопротивление. Вслед за работами [71, 108–113] мы выясняем причины одноэлектронной зарядки квантовых точек за пределами туннельного режима. На основе модификации ортодоксальной теории КБ объясняется мезоскопический характер перенормировки зарядовой энергии.

Исходной информацией для моделирования служат структурные данные, в том числе изображения поверхности контрольных образцов в сканирующем электронном и атомно-силовом микроскопе. При этом атомно-силовая микроскопия существенным образом дополняет электронную в том, что касается объяснения узости каналов, соединяющих резервуары и треугольные квантовые точки. Надежность моделирования и выводов проверяется сравнением вычисленных и измеренных величин, таких как плотность исходного двумерного газа, характерное сопротивление интерферометра, период кулоновских осцилляций, величина расщепления пиков и критическая температура наблюдения эффектов КБ.

9. Структурные данные. Исследуемые образцы создавались на основе гетероперехода GaAs/AlGaAs с использованием молекулярно-лучевой эпитаксии. Основной особенностью гетероструктур была малая толщина спейсера (3 нм) между двумерным электронным газом и слоем объемного легирования в AlGaAs. По данной причине двумерный электронный газ имел большую концентрацию (до $n_s = 1.45 \cdot 10^{12}$ см⁻² после подсветки) и сравнительно низкую подвижность $\mu = 3.4 \cdot 10^4$ см²/B с (при температуре T = 4.2 K). Данные о строении гетероструктуры приведены в [7]. Начиная от поверхности, это 20 нм GaAs, 35 нм n-Al_{0.35}Ga_{0.65}As, легированного кремнием с концентрацией $N_{\rm Si} = 4 \cdot 10^{18}$ см⁻³,



Рис. 6. (а) — Изображение областей травления 1–3, определяющих кольцевой интерферометр (по данным сканирующей электронной микроскопии). (b) — Рельеф поверхности контрольного образца, полученный атомно-силовым микроскопом. (c) — Сечение рельефа по оси *x*, проходящей через центр структуры из рис.(b). Глубокий минимум отвечает антиточке, а боковые — дополнительным полосам травления на входе и выходе интерферометра.

3 нм спейсер Al_{0.35}Ga_{0.65}As, толстый эпитаксиальный слой GaAs до подложки.

Геометрия интерферометра задавалась реактивно-ионным травлением, латеральный профиль которого определялся электронной литографией с разрешением 100 нм. Полученная форма поверхности структур изучается только на контрольных образцах и видны ее существенные вариации. В качестве примера на рис. 6а темным цветом показаны вытравленные области в одном из образцов по данным сканирующей электронной микроскопии. Под светлыми участками справа и слева находятся резервуары, области двумерного электронного газа сверху и снизу служат расщепленным (in-plane) затвором, а кольцо возникает вокруг вытравленного углубления («антиточки»). Из этого рисунка можно понять, что радиус кольца сделан в 5 раз меньше по сравнению с исходной работой [7]. Показанное кольцо было наименьшим среди всех на момент изготовления и оно остается пока рекордно-малым для интерферометров Ааронова–Бома, созданных методами электронной литографии и плазмохимического травления.

Сканирующая электронная микроскопия хорошо передает латеральные размеры, но не глубину травления, которая заметно влияет на форму электростатического потенциала. На рис. 6b и c показано изображение поверхности другого образца, полученное атомно-силовым микроскопом. Видно, что над подводящими квантовыми проволоками имеются полосы травления, которые возникли вследствие непреднамеренного экспонирования резиста между близкими литографическими линиями 1 и 2. Эти полосы могут давать большое сопротивление устройств или вовсе изолировать кольцо от резервуаров. Фактически они повышают электростатические барьеры, отделяющие кольцо от резервуаров, так же как пальцевые in-plane затворы в работе [94]. Кроме того, на рис. 6b, c возле вытравленных каналов заметен подъем рельефа на 10–15 нм, говорящий о присутствии неудаляемого резиста, либо некоторого разрушенного слоя, возникшего при реактивно-ионном травлении. Этот слой может дополнительно приближать заряженную поверхность полупроводника к каналам интерферометра, сужая их.

10. Экспериментальные данные. Эффект Ааронова–Бома. Для транспортных исследований были отобраны образцы имевшие сопротивление $R \sim 10^6$ – 10^5 Ом в диапазоне изменения напряжения на in-plane затворе на десятые доли вольта. Этим же свойством обладали контрольные квантовые проволоки длиной ~ 500 нм. Сопротивление измерялось по двухточечной схеме (потенциометрические контакты находились далеко от образца) с помощью фазовочувствительного усилителя на переменном токе частотой от 7 до 800 Гц. Действующее значение тока бралось таким, чтобы напряжение сток-исток не превышало $k_B T/e$ (линейный режим).

Структурные вариации свойств полученных образцов являются большими, и только часть устройств подходит для работы. Например, если кольцо оказалось разорвано, то основной эффект интерференции — осцилляции АБ, — не наблюдается. Тем не менее, в двух образцах с высоким сопротивлением был найден эффект АБ (рис. 7 и рис. 7 из [15]). В отличие от этой работы мы обращаем здесь внимание на присутствие осцилляций АБ при низких полях. Дело



Рис. 7. Примеры магнитополевых зависимостей кондактанса G(B) с осцилляциями Ааронова–Бома для образцов N1 (а) и N2 (b) при малых магнитных полях B и температурах T. Разные кривые отвечают различным мезоскопическим состояниям образцов.

в том, что осцилляции АБ в больших магнитных полях не специфичны для кольцевых интерферометров, поскольку наблюдаются и в квантовых точках, благодаря формированию краевых магнитных состояний. В нашем случае эффект АБ в низких магнитных полях наблюдался гораздо реже, чем в высоких. Однако постоянство периода осцилляций АБ в широком диапазоне изменения сопротивлений ($2 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^6$ Ом), магнитных полей (0 - 4 T) и температуры (0.1 - 4.2 K) говорит об одинаковом происхождении осцилляций. Полученные осцилляции кондактанса G по магнитному полю B идентифицированы выполнением условия $\pi r^2 \Delta B = \phi_0$, где ΔB — период осцилляций, r = 130 и 210 нм — эффективные радиусы колец в образцах N1 и N2, $\phi_0 = h/e$ — квант магнитного потока. Эффективный радиус r = 130 нм является пока рекордно-малым для интерферометров, изготовленных аналогичным методом. На соответствие ΔB кванту ϕ_0 указывает регистрация переворотов фазы магнитополевых осцилля.

ций: частым минимумам одной кривой отвечают максимумы другой кривой на рис. 7. В полях B > 10 T обнаружено уменьшение периода осцилляций AБ в 2 раза, что объясняется регистрацией h/2e-осцилляций [15].

11. Наблюдение кулоновских осцилляций. При B = 0 в зависимостях кондактанса от напряжения на in-plane затворе V_g обнаружены частые осцилляции на фоне крупномасштабных пиков (рис. 8, 9). Частые затворные осцилляции представляют особый интерес, поскольку они не наблюдались в контрольных квантовых проволоках. Осцилляции с периодом 6 мВ присутствуют в широком диапазоне температур и сопротивлений (рис. 8*a*, *b*).

Периодический характер осцилляций, видный при повышенных температурах, соответствует предсказаниям теории кулоновской блокады для структур с одним кулоновским островом [50,98]. На кулоновский характер частых осцилляций указывает рост отношения пик/долина возле порога по затворному напряжению при понижении температуры до 1.3 К (рис. 8b) и появление отчетливых плато кулоновской блокады между узкими кулоновскими пиками при температуре 0.1 К (рис. 9). Однако однозначная интерпретация наблюдаемых осцилляций затруднена их сложной формой при низких температурах. Так, в образце N2 осцилляции следуют менее периодично, чем в образце N1. К сожалению, измерений для этого образца при температурах выше 0.1К не проводилось и эксперимент не дает полной уверенности в том, что что в двух образцах наблюдаются осцилляции одинакового происхождения. Тем не менее, и для образца N2 есть фрагменты затворных характеристик, где присутствует тот же самый характерный период 5-6 мВ. Совпадение периодов можно объяснить одинаковым характерным размером кулоновского острова в двух образцах, хотя радиусы колец различны.

Из анализа экспериментальных данных следует, что для образца N2 основным является эффект расщепления или попарной группировки кулоновских пиков (рис. 9*a*). В этом смысле «период» 6 мВ относится к среднему расстоянию между соседними парами. На самом деле осцилляции являются более сложными, чем повторение дублетов с одинаковым расщеплением. Величина расщепления и форма пиков меняются при изменении затворного напряжения(рис.



Рис. 8. Зависимости кондактанса G от напряжения V_g на затворе для образца N1. (а,b) Кулоновские осцилляции с периодом 6 мВ на фоне крупных пиков; (а) показывает влияние температуры на кондактанс и уменьшение T_c при $V_g > 90$ мВ (кривые смещены по вертикали, порог по затворному напряжению указан стрелкой). (b,c) Примеры осцилляций в разных мезоскопических состояниях образца при T = 1.3 K; в (b) кривые являются продолжением друг друга и вставка показывает осцилляции возле порога, в (c) найдено удвоение частоты осцилляций и заметны дублеты (отмечены звездочкой).



Рис. 9. Зависимости кондактанса G от затворного напряжения V_g при низкой температуре (T = 0.1 K) для образца N2. Эффекты расщепления кулоновских пиков (a,c,d) и удвоения частоты осцилляций (b,e) воспроизводятся в последовательных измерениях (кривые 1-3 для (c,d) относятся к одному мезоскопическому состоянию, дублеты указаны звездочкой).



Рис. 10. Влияние на затворные характеристики образца N2 слабых (а) и умеренных магнитных полей (b) (кривые смещены по вертикали).

9c, d). Когда сдвоенные пики расходятся на максимальную дистанцию, можно говорить об удвоении частоты кулоновских осцилляций (рис. 9b, e). Кондактанс образца N2 был измерен только при T = 0.1 K, однако удвоение и расщепление пиков при T = 1.3 K зарегистрировано также для образца N1 (вставка к рис. 8b, c). Теоретические и экспериментальные исследования кулоновской блокады в двойных квантовых точках [104–107] позволяют предположить, что наблюдаемый здесь эффект дублетного расщепления кулоновских пиков является следствием одноэлектронной зарядки двух взаимодействующих квантовых точек, присутствующих на входе и выходе кольца.

Дополнительные измерения подтверждают кулоновскую природу частых затворных осцилляций. Так, в отличие от осцилляций прыжковой проводимости в закрытых системах [114] и интерференционных осцилляций по затворному напряжению в открытом интерферометре [14], положение пиков кондактанса в нашем случае почти не зависит от магнитного поля (рис. 10*a*, *b*).

В умеренных магнитных полях $B \sim 1 \,\mathrm{T}$ наблюдаются слабые сдвиги кулоновских пиков и по сравнению с нулевым полем становится более заметно

расщепление пиков (рис. 10b). Регистрируются также случайные переключения фазы осцилляций, обусловленные резким изменением постоянного поляризационного заряда q0 кулоновского острова на десятые доли элементарного заряда [15]. Такое поведение характерно для одноэлектронных транзисторов. Далее, периоды частых осцилляций при изменении напряжения на одной половине in-plane затвора в два раза больше, чем при изменении напряжения на всем затворе и фаза осцилляций по одному из затворных напряжений равномерно сдвигается при изменении напряжения на другом затворе с постоянным шагом [15]. Наблюдение равномерного сдвига является весьма важным с точки зрения проверки кулоновской природы осцилляций [71] и поэтому здесь приводится результат из [15] (рис. 11). В данном случае измерения выполнялись лишь при высокой температуре, когда регистрировались синусоподобные осцилляции, как для одного кулоновского острова. Наблюдаемый равномерный сдвиг соответствует условию появления пиков кондактанса при $C_{g1}V_{g2} + C_{g2}V_{g2} + q_0 = (n+1/2)e$, где левая часть есть полный поляризационный заряд кулоновского острова, n — целое, Cq1, Cq2-затворные емкости острова, V_{g2} , V_{g2} -затворные напряжения, индексы 1, 2 здесь указывают на левую и правую половину расщепленного бокового затвора.

Необходимо заметить, что в нашем случае, аналогично работам по исследованию колец со встроенными квантовыми точками [102–104], наблюдается сосуществование кулоновских осцилляций и осцилляций Ааронова–Бома при некоторых параметрах (рис. 12).

В завершение анализа экспериментальных данных необходимо подчеркнуть, что измерения выполнялись в линейном режиме, который не дает исчерпывающей проверки кулоновской природы эффекта в виде нелинейных вольтамперных характеристик, снятых с разверткой по затворному напряжению в пределе низкой температуры. В этом смысле у нас нет прямого измерения кулоновской щели, зарядовой энергии E_C и полной емкости кулоновского острова C_{Σ} . Такие измерения недавно сделаны для интерферометра с близкими размерами, который демонстрирует периодические кулоновского острова была рав-



Рис. 11. (а)-Чувствительность фазы осцилляций по одному из затворов для образца N2 к изменению напряжения на втором затворе. (b)-Чувствительность дистанции между пиками к затворным напряжениям.



Рис. 12. Совместное наблюдение осцилляций Ааронова-Бома (при $V_g = 120$ мВ) и кулоновских осцилляций в нулевом магнитном поле для образца N1.

ной 0.2 мэВ [94]. В другом эксперименте для каждой из двух закрытых квантовых точек, встроенных в плечи интерферометра, *E*_C была равной 1.7 мэВ [104].

В нашем случае в линейном режиме была измерена критическая температура T_c , при которой исчезают частые периодические осцилляции, $T_c \approx 8 \,\mathrm{K}$, что дает оценку $E_C \approx k_B T_c \approx 0.7$ мэВ. В действительности частые осцилляции не всегда регистрируются даже при температуре 4.2 К и наблюдаются в более узком диапазоне затворных напряжений, чем при низких температурах. Например, левая часть рис. 8а показывает сглаживание и сохранение осцилляций с ростом температуры от 4.2 до 6 К ($T_c \approx 8$ К). Напротив, в правой части рисунка почти нет осцилляций уже при 4.2 К, т.е., $T_c \approx 4$ К. Аналогичное различие Т_с в другом мезоскопическом состоянии образца ведет к сильному уменьшению амплитуды кулоновских осцилляций при $V_g > -310\,\mathrm{mB}$ для $T = 1.3\,\mathrm{K}$ (рис. 8b). Этот факт говорит о том, что критическая температура зависит от мезоскопического состояния образца и электронной концентрации, которые меняются с ростом затворного напряжения, а также при термоциклировании и подсветке. В то же время по теории КБ в туннельном режиме критическая температура определяется только электрической емкостью острова $C_{\Sigma} \approx \text{const}$: $k_B T_c \approx E_C = e^2/2C_{\Sigma}$ [50]. Поэтому обнаруженное непостоянство критической температуры противоречит предположению о туннельной изоляции кулоновского острова. Кроме того, фоновый кондактанс имеет слабую чувствительность к температуре (рис. 8а). Таким образом, фоновый ток не требует термической активации, что говорит об отсутствии на его пути низких широких туннельных барьеров. Соответствие этих оценок и выводов электростатике устройства мы проверим ниже.

12. Моделирование устройства. Электростатика. На рис. 13 представлен результат моделирования электростатического потенциала и зарядовой плотности интерферометров. Отметим, что точный профиль травления для рабочих образцов неизвестен и расчет электростатики сделан по данным для контрольных структур. За основу принят профиль травления из рис. 6*a*. С учетом особенностей наноструктуры решалась полная задача электростатики, как в работах [18, 66, 68, 70, 71]. Численное решение трехмерного уравнения Пуассо-

на учитывало: 1) строение гетероструктуры (толщины, уровень легирования и диэлектрические постоянные слоев); 2) двухуровневую глубину травления и влияние разрушенного слоя, покрывающего область травления; 3) определение электронной концентрации в рамках модели Томаса–Ферми с двумерной плотностью состояний; 4) случайное распределение примесей в легированном слое. Граничные условия в равновесии и при подсветке предполагали существование общего уровня Ферми E_F с закреплением на поверхности (в центре запрещенной зоны GaAs), глубоких центрах и в подложке. В подложке граничное условие определено из предположения о фоновом легировании *p*-типа с концентрацией 10^{15} см⁻³. Глубокие центры образуются в слое $Al_{0.35}Ga_{0.65}As$ легированном кремнием. В равновесновесном состоянии структуры уровень энергии DX центра не может быть ниже уровня Ферми. Когда он находится выше этого уровня, атом Si является ионизованным. Энергия ионизации DX центров, отмеренная от дна зоны проводимости в $Al_xGa_{1-x}As$, принята равной 50 мэВ нижней границе интервала значений, известных из литературы.

Этот параметр в расчетах управляет концентрацией электронов. Чем он ниже, тем выше концентрация, аналогично влиянию подсветки структуры в эксперименте. Подбором данного параметра получена типичная рабочая концентрация ДЭГ для данной структуры $n_s = 1.2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$. В расчетах электростатики зарядовое состояние ячейки дискретной сетки, в которую попал атом Si, определялось самосогласованно с трехмерным потенциалом. Масштаб флуктуаций потенциала, связанных с заряженными примесями, получился равным 10 мэВ, что почти в 4 раза меньше энергии Ферми в глубине ДЭГ.

При низкой температуре и выключенной подсветке все заряды локализованных состояний в гетероструктуре считались вмороженными, т. е. такими, которые были найдены для равновесного режима. То же самое относится и к поверхностным состояниям, поскольку в данных структурах поверхность полупроводника не покрыта металлом. Условие независимости заряда на поверхности и в слое легирования от электрических напряжений в электронной системе позволило найти емкость интерферометра на in-plane затвор.

Из рис. 13 видно, что благодаря форме вытравленных полос почти всю пло-



Рис. 13. Вычисленная зависимость электронной плотности n_{2D} от координат x, y в плоскости двумерного электронного газа ($n_{2Dmax} = 12 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$). Треугольные квантовые точки, связанные узкими каналами, образуют кольцевой интерферометр. Области электронного газа, лежащие на рисунке сверху и снизу от кольца, служат in-plane затвором.

щадь электронной системы интерферометра, за исключением центральной антиточки, занимают треугольные озера. Эти озера соединяются с резервуарами и между собой через узкие каналы, имеющие гораздо меньшую площадь. Расстояние между рукавами кольца близко к эффективному диаметру 260 нм, найденному из периода осцилляций АБ для образца N1. Размеры треугольных точек близки к радиусу кольца, что отличает геометрию нашего устройства от больших баллистических интерферометров из работ [14,18].

Чувствительность площади электронных озер к деталям внутреннего устройства интерферометра является слабой. Поэтому емкостные характеристики контрольных образцов, несмотря на технологические допуски, должны быть близки к реальным. Из решения трехмерной задачи электростатики мы нашли емкость интерферометра по отношению ко всему расщепленному затвору $C_{gI} = (4.4 \pm 0.2) \cdot 10^{-17} \Phi$. Таким образом, изменение на один электрон заряда всего интерферометра требует приращения затворного напряжения V_g на 3.65 мВ, а для половины интерферометра — на 7.3 мВ. Найденные значения совпадают с малым и большим периодами наблюдаемых частых осцилляций кондактанса с точностью до 20% — масштаба флуктуаций периода осцилляций в эксперименте. Обнаруженное совпадение сохраняется при варьировании формы сужений и электронной концентрации в широких пределах. Эти результаты подтверждают одноэлектронный характер частых осцилляций и указывают, что возможной причиной осцилляций с периодом 5–7 мВ, которые наблюдаются вплоть до температуры 8 К, является зарядка одной треугольной квантовой точки, а не целого кольца. Согласие теории и эксперимента в определении затворной емкости является замечательным, если учесть, что расчет электростатики делался только по структурным данным.

Для определения полной емкости интерферометра и точек мы вычислили емкость электронной системы устройства по отношению к резервуарам, вводя малую разницу между уровнями Ферми устройства и резервуаров. Аналогичный подход был использован для определения межточечной емкости. Заметим, что эта процедура менее точна, чем определение затворных емкостей, поскольку точки хуже изолированы от резервуаров и друг от друга. Однако в случае узких каналов вносимая ошибка мала, поскольку силовые линии электрического поля между широкими частями электронной системы идут в основном вне канала и плоскости двумерного электронного газа. Мы проверили, что изменение ширины канала мало влияет на емкость. С позиций электростатики нет даже особой разницы между случаями открытых или закрытых каналов. Найденная емкость интерферометра по отношению к резервуарам получилась практически такой же, как по отношению к in-plane затворам. Емкости треугольной точки по отношению к другой точке C_{dd} , соседнему резервуару C_{dr1} и каждой половине расщепленного затвора C_{da1}, C_{da2} также получились близкими: Полная емкость одной точки $C_{d\Sigma} = C_{dr1} + C_{dr2} + C_{dd} + C_{dq1} + C_{dq2} = (6.3 \pm 1.0) \cdot 10^{-17} \, \Phi.$ Интересно, что емкость и размер 100 нм нашей треугольной точки практически совпали с соответствующими величинами, найденными по данным транспортной спектроскопии для малых закрытых точек встроенных в плечи кольца [104]. По расчетам число электронов в наших треугольных точках 80-100, а в точках из работы [104] — всего 14-16. Это различие полностью соответствует отношению плотностей исходного двумерного газа.

13. Зарядовая энергия. В закрытом режиме треугольная точка интерферометра имела бы зарядовую энергию $E_C \approx 1.3$ мэВ. Однако, судя по измеренной максимальной температуре наблюдения одноэлектронных осцилляций с периодом 6 мэВ, $k_BT_c \approx 0.7$ мэВ. Критическая температура T_c уменьшается еще в два раза за пределами некоторого интервала по затворному напряжению возле порога (рис. 8*a*, *b*). Различие между вычисленной *E*_C и *k*_B*T*_c нельзя списать на технологические допуски и неточность расчетов. Согласие теории и эксперимента в отношении емкостей получалось для разных полупроводниковых наноструктур [70,71]. Например, в случае квантовой точки, которая контролируемым образом переводилась из закрытого в открытый режим [112], показано, что в закрытом режиме вычисленная емкость точки соответствует измеренной зарядовой энергии, а в открытом режиме критическая температура гораздо ниже, чем оцененная из электростатики [71]. У этого отклонения есть фундаментальная причина: отсутствие туннельной изоляции точки ведет к сильному уменьшению (перенормировке) энергии одноэлектронной зарядки E_C^* по сравнению с $e^2/2C_{\Sigma}$ [71, 108–111, 113]. При этом эффект зарядки может сохраняться. Примером является «полуоткрытая» квантовая точка, у которой один вход является туннельным переходом, а другой — одномодовым микроконтактом с проницаемостью близкой к единице [109-111]. До теоретической работы [109] нелокальность сопротивления, когда речь шла о КБ, не принималась во внимание и потому считалось, что сопротивление микроконтакта $h/2e^2$ исключает зарядку квантовой точки [50,98–100,108]. Тем не менее, предсказанные в [109] эффекты зарядки «полуоткрытой» точки и уменьшения зарядовой энергии подтверждены экспериментально [110, 111].

Выше мы отмечали, что когда электронная концентрация в нашем интерферометре увеличивалась, кулоновские осцилляции исчезали при меньших температурах. В то же время фоновый кондактанс и полная электростатическая емкость существенно не менялись. Наиболее вероятное объяснение этого факта заключается в том, что интерферометр не является закрытым устройством. Такое предположение возникает из аналогии с работами [109–111] и не противоречит результатам моделирования потенциала и энергетического спектра нашего устройства.

Рис. 13 дает качественное представление о непрерывности электронной системы интерферометра, поскольку ширина каналов чувствительна к технологическим допускам. Основной причиной узости каналов являются области обеднения шириной ~ 40 нм, однако при плотности двумерного электронного газа 10^{12} см⁻² этих областей недостаточно, чтобы вывести модельный интерферометр из баллистического режима. Поэтому для вычисления потенциала мы воспользовались информацией, которую дает атомно-силовая микроскопия (рис. 6b, c). Во-первых, учет полос травления между резервуарами и кольцом на глубину 25 нм приблизил входные каналы по ширине к кольцевым. Во-вторых, присутствие разрушенных слоев, созданных реактивно-ионным травлением, учтено смещением вертикальных границ диэлектрик-полупроводник на 20 нм от поверхности травления, показанной на рис. 6a. Мы проверили, что дальнейшее сужение промежутков между областями травления на 10 нм разрывает соответствующие квантовые проволоки непроницаемым барьером.

Из рис. 13 видно, что смещение антиточки из центра и отклонение ее формы от круга в моделируемом образце ведет к некоторой асимметрии кольца. Кроме того, отчетливо виден результат случайного распределения заряженных примесей в легированном слое над тонким (3 нм) спейсером AlGaAs — флуктуационный потенциал, роль которого возрастает в узких каналах из-за уменьшения экранировки [66]. Электронная концентрация в узких местах кольца много меньше, чем в треугольных квантовых точках и зависит от зарядового состояния примесей, что отличает наше устройство от малого интерферометра из работы [94]. Примесный флуктуационный потенциал является одним из факторов влияющих на ширину узких каналов. В некоторых испытаниях случайных конфигураций примесей отдельные каналы разрывались.

В целом, моделирование электростатики данного устройства дает качественные результаты отражающие изменчивую реальность, связанную с изготовлением и приготовлением образцов. Например, при повторных охлаждениях образца осцилляции АБ могли исчезать, а потом снова возникать, что говорит о разрыве и восстановлении целого электронного кольца (см. п. 14 данной главы). Аналогично, если говорить о роли технологических допусков, то в реальности малая часть образцов дает осцилляции АБ и лишь два из большой партии относились к изучаемому режиму большого сопротивления. В расчетах, аналогично эксперименту, имеется масса параметров, управляющих геометрией электронной системы, и трудно набрать полноценную статистику по реализациям потенциалов. Тем не менее, в эксперименте и в моделировании сделано по нескольку испытаний, дающих качественно аналогичные результаты.

14. Спектр одномерных подзон. На рис. 14 изображены уровни поперечного квантования E_n (по y) при изменении координаты x. Эта координата имеет тот же смысл, что на рис. 13. Полезно сравнить эту зависимость с рис. 4 из главы 1.

Положение уровней определялось из решения одномерных уравнений Шредингера с потенциалом $V_i(y) = U(x_i, y, z_0) + E_{z0}(x_i, y)$, где U — найденный электростатический потенциал для системы, показанной на рис. 13, z_0 — координата гетерограницы спейсер GaAlAs/GaAs, E₂₀ — нижний уровень в одномерной яме по z. Переменная y была ограничена интервалом, не включающим области in-plane затвора. Поскольку в поперечном сечении кольца имеются две потенциальные ямы, найденные уровни E_n в кольце попарно группируются, но расходятся на большие расстояния порядка 10 мэВ во входных каналах. Видно, что в самых узких местах входных квантовых проволок электроны заполняют только нижнюю подзону, остальные подзоны лежат выше уровня Ферми $E_F = 0.$ В кольце заполняются только две нижние подзоны, которые отвечают локализации соответствующих волновых функций $\psi_{1,2}(y)$ в разных рукавах. В то же время в местах слияния каналов — в треугольных квантовых точках, под уровень Ферми опускается около десяти подзон. Эти высокие подзоны образуют почти непроницаемые барьеры в каналах. Таким образом, в квантовых точках вблизи E_F должно быть много уровней, принадлежащих «закрытым» подзонам и имеющих большое время жизни [71, 113, 115].

Заметим, что изменение затворного напряжения в характерном для эксперимента диапазоне 0.2 В приводит к малому сдвигу подзон по сравнению с расстоянием между подзонами в квантовых проволоках (рис. 14*b*). Такого же порядка



Рис. 14. Спектр одномерных подзон интерферометра — уровни $E_n(x)$ квантования движения электрона по оси y (n = 1 - 6, ось y указана на рис. 13). Локальные минимумы E_n при x_{d1} , x_{d2} отвечают треугольным квантовым точкам, локальные максимумы E_n — соединяющим каналам. Влияние затворного напряжения на положение подзон показано на рисунке (b). Сплошные кривые $E_{1,2}(x)$ отвечают $V_g = 0$, пунктирные — напряжению +0.2 В, приложенному к одной из половин in-plane затвора.

смещение подзон может быть вызвано изменением случайного положения заряженных примесей. Из-за технологических допусков разброс высот барьеров в несколько мэВ представляется неизбежным. Однако расстояние между подзонами в барьерах достаточно велико (10 мэВ) и стабильно, чтобы квантовые проволоки оставались одномодовыми. Картину на рис. 14 можно считать качественно верным и «типичным» представлением хода одномерных подзон в изучаемом устройстве, с учетом общей оговорки, сделанной в конце предыдущего пункта.

Таким образом, картина подзон показывает, что электронная система интерферометра распадается на две квантовые точки, связанные между собой и резервуарами одномодовыми каналами. Этим моделируемое устройство отличается от более однородных многомодовых колец закрытого [94] и баллистического [18] интерферометров.

15. Вероятность прохождения баллистического электрона. В этом разделе мы покажем, что даже если одномодовые микроконтакты интерферометра открыты, полный кондактанс устройства остается низким из-за многократных переотражений электрона в четырехбарьерном потенциале сложной геометрии. По этой же причине удержание электрона на уровнях закрытых подзон может быть весьма длительным, что существенно для зарядки точек. В расчетах проницаемости интерферометра мы используем модель когерентного многомодового прохождения, которую в данном случае нельзя применять буквально для описания осцилляций кондактанса, поскольку в ней не учитываются эффекты зарядки. Однако эта модель позволяет по картине резонансов коэффициента прохождения определить среднее расстояние между квазиуровнями в точках и в кольце и, кроме того, оценить влияние геометрии устройства на кондактанс и роль нелокальности сопротивления.

Коэффициент многомодового прохождения T определялся из решения двумерного уравнения Шредингера [18,70] по эффективному потенциалу $V_{\text{eff}}(x, y) = U(x, y, z_0) + E_{z0}(x, y)$, соответствующему распределению электронной плотности на рис. 13 и спектру одномерных подзон на рис. 14*a* с учетом всех эффектов межподзонного смешивания. В расчетах учитывалось 20 подзон и добавление более высоких подзон не влияет на результат.

На рис. 15 показана зависимость электронной проницаемости от энергии для целого устройства и его частей, рассмотренных по отдельности: каналов, соединяющих кольцо с резервуарами, и треугольных точек. Обозначим положение минимумов подзон, отвечающих левой и правой квантовым точкам, x_{d1} и x_{d2} (рис. 14*a*) Значения x_{\min}, x_{\max} отвечают левой и правой границам интервала по *x*, на котором производился расчет электростатического потенциала и поперечных подзон. Тогда интервал $x_{\min} < x < x_{d1}$ отвечает левому микроконтакту, $x_{\min} < x < x_{d2}$ —левой квантовой точке (dot1), а интервал $x_{d2} < x < x_{\max}$ правому микроконтакту, и $x_{d1} < x < x_{\max}$ —правой квантовой точке (dot2). При расчете проницаемости частей интерферометра потенциал за пределами



Рис. 15. Моделирование электронной проницаемости интерферометра и его частей входных каналов (L,R) (a), треугольных квантовых точек (dot1,2) и целого устройства (ring) (b,c). Зависимость коэффициента прохождения T от энергии падающих частиц E (a,b) и результат ее усреднения (c) при тепловом размытии распределения Ферми для T = 1.3 К. Кривые, кроме L,R в (a), смещены по вертикали.

интервала по x доопределялся таким же, как на его границах.

Графики проницаемости входных каналов приведены на рис. 15*а*. Видно, что эта проницаемость квантована и пороги открытия разных микроконтактов относятся к разным энергиям. При энергиях $E \approx E_F = 0$ проницаемость левого микроконтакта (L) близка к единице, а правого (R) — к $\frac{1}{2}$. Различие проницаемостей точек определяется микроконтактами на входе/выходе интерферометра. Поэтому правая точка в среднем по энергии менее проницаема, чем левая (рис. 15*b*, *c*). Ситуация качественно не меняется, когда на одну из половин расщепленного затвора подается напряжение +0.2 В, однако пороги открытия микроконтактов сдвигаются на величины ~ 2 мэВ в сторону меньшей энергии, что соответствует уменьшению высот потенциальных барьеров на рис. 14*b*.

Моделирование проницаемости всего интерферометра и точек, рассмотренных по отдельности (рис. 15b), дает картину резонансного рассеяния на квазиуровнях, т.е. информацию об энергетическом спектре. Для интерферометра число резонансов (30) в характерном интервале энергий (-6...0 мэВ) с хорошей точностью отвечает числу квазиклассических состояний в этом интервале (34.5), найденному из электростатики. Разницу можно списать на нестрогость квазиклассики, неравномерность распределения уровней и условность границы между электронными системами интерферометра и резервуаров. Плотность одночастичных состояний в интерферометре и точках можно оценить как 10 и 5 на 1 мэВ, т.е. среднее расстояние между уровнями меньше зарядовой энергии. Поскольку критическая температура наблюдения частых затворных осцилляций в наших измерениях превышает это среднее расстояние, сами осцилляции нельзя объяснить эффектом резонансного прохождения через уровни. С другой стороны, малость расстояния между одночастичными уровнями является одним из условий рассмотрения квантовых точек как бесструктурных кулоновских островов.

Интерференция в точках дает как узкие (0.01–0.1 мэВ), так и широкие (0.5 мэВ) резонансы. Картина резонансов малой ширины на рис. 15*b* говорит о большом времени жизни ($10^{-10}-10^{-11}$ с) для квазиуровней, т.е. о слабом смешивании многих локализованных состояний «закрытых» подзон с распадными состояниями. Усреднение коэффициента прохождения по энергии падающих частиц с учетом теплового размытия распределения Ферми ведет к полному сглаживанию узких резонансов уже при T = 1.3 К. Характерное расстояние между широкими резонансами порядка 1–3 мэВ. Такие резонансы при усреднении сохраняются (рис. 15*c*) и вносят вклад в наблюдаемые крупномасштабные мезоскопические осцилляции кондактанса (рис. 7, 8).

Из рис. 15*c* видно, что менее проницаемая правая точка определяет низкий кондактанс устройства, включая соответствие основных особенностей усредненной проницаемости. Усредненная проницаемость устройства меньше, чем

63

проницаемость отдельных квантовых точек: $\langle T(E) \rangle \ll 1$. В данной ситуации из формулы Ландауэра для баллистического кондактанса $G = (2e^2/h) \langle T(E_F) \rangle$ следует, что $G \ll e^2/h$ и никаких следов квантования проницаемости микроконтактов (рис. 15*a*) в кондактансе интерферометра (рис. 15*b*, ring) не видно. Поэтому низкий кондактанс устройства, сам по себе, не означает туннельного режима.

Заметим, что характер квантового рассеяния на квазиуровнях точек (рис. 15b) меняется слабо, когда микроконтакт открывается, т.е. его проницаемость становится выше $\frac{1}{2}$ (рис. 15a). Следовательно, скорость обмена электронами между локализованными состояниями точки и ее окружением определяется не проницаемостью микроконтактов, рассмотренных по отдельности, а интерференцией во всей системе. Это и есть в нашем понимании причина локализации электронов в точке, вызванная эффектом нелокальности сопротивлений и ведущая к режиму КБ. Дополнительную изоляцию точек могут дать любые факторы, вызывающие нарушение квантования проницаемости микроконтактов. В обсуждаемом эксперименте эти неучтенные факторы присутствовали, поскольку кондактанс контрольных квантовых проволок оставался низким в широком диапазоне затворного напряжения, а в расчетах проницаемость микроконтактов квантована (рис. 15*a*).

16. Состояния кольцевого движения. Анализ проницаемости указывает на эффект, который сильно зависит от состояния проволок, соединяющих квантовые точки. Из сравнения рис. 15a и рис. 10b видно, что пока движение в одном из рукавов интерферометра является классически запрещенным ($E < E_2(x = 580 \text{ нм}) = -2.6 \text{ мэB}$), каждому резонансу интерферометра отвечает пик проницаемости одной из квантовых точек, и наоборот. Однако, когда движение в двух рукавах классически разрешено, резонансы проницаемости интерферометра следуют чаще, чем для точек. Разница в числе резонансов относится к состояниям кольцевого движения, которые не проявляются в проницаемости одной точки. Возникающее кольцевое движение есть результат интерфереренции в системе четырех одномодовых микроконтактов. Аналогичные узкие резонансы с уровнями кольцевого движения известны для большого открыто-

го интерферометра, где они следуют гораздо чаще, чем широкие резонансы с уровнями малых треугольных точек [18]. Смещение уровней кольца в магнитном поле является причиной эффекта АБ. В нашем случае кольцо является малым ($r \approx 130$ нм) и характерное расстояние между резонансами кольцевого движения 0.6 мэВ. Это расстояние позволяет наблюдать осцилляции АБ при температуре 4.2 К.

Можно ожидать, что при переходе от классически разрешенного кольцевого движения к туннелированию эффект АБ будет подавлен. Простая модель интерферометра как точечного соединения одномерных проволок [3,84] позволяет проверить это предположение, если принять за одномерный потенциал положение вычисленных подзон ($E_1(x)$ — в подводящих проволоках и $E_{1,2}(x)$ — в кольце). Тогда волновая функция движения вдоль проволок численно находится из решения одномерных уравнений Шредингера и известных условий сшивки в точках соединения [84]. При B = 0 эта модель дает такое же среднее расстояние между резонансами кольцевого движения как многомодовый расчет. Чувствительность проницаемости интерферометра к магнитному полю практически исчезает, когда энергия частицы опускается на 1 – 2 мэВ ниже максимума потенциала E_2 в кольце. При этом туннельный барьер узкий (его ширина меньше 100 нм) и рукав с потенциалом E_1 остается открытым, как на рис. 14. Этот вывод сохраняет силу при варьировании длин проволок и формы одномерного потенциала в реалистических пределах. По данной причине мы не поддерживаем идею широких туннельных барьеров в образцах, демонстрирующих осцилляции АБ.

Суммируя результаты моделирования и эксперимента, можно сказать, что наблюдение эффекта АБ при сопротивлении 10⁶−10⁵ Ом предполагает заполнение электронами всех соединяющих каналов без больших (≥ 100 нм) разрывов. Кроме того, слабая чувствительность фонового кондактанса к температуре указывает на отсутствие в интерферометре низких широких туннельных барьеров. Наконец, непостоянство критической температуры и несоответствие между электростатикой и энергией зарядки исключает туннельную изоляцию треугольной квантовой точки. В то же время, наблюдение КБ исключает мно-

гомодовость соединяющих квантовых проволок. Скорее всего, интерферометр находится в полуоткрытом режиме: один из микроконтактов на входе/выходе определяет большое сопротивление устройства, а другие, являясь одномодовыми, удерживают электрон по крайней мере в одной из треугольных квантовых точек (правой на рис. 14). Когда микроконтакты открываются, происходит дополнительная перенормировка зарядовой энергии, но при низкой температуре кулоновские осцилляции сохраняются.

17. Моделирование одноэлектронной зарядки. Строго говоря, для описания зарядки полуоткрытых систем нужны новые подходы [109]. Однако пока они разработаны для устройств простейшей геометрии. Поэтому мы выполнили численное моделирование одноэлектронного транспорта в интерферометре с помощью ортодоксальной теории кулоновской блокады [50]. Вопрос о применимости ортодоксальной теории к системе с открытыми микроконтактами остается спорным, поскольку эта теория игнорирует интерференцию и заменяет реальные барьеры туннельными переходами, имеющими электростатические емкости и локально определенные большие сопротивления. Считается, что заряд внутри туннельных переходов вморожен и определяет постоянный поляризационный заряд q₀ кулоновских островов. В нашем случае эти условия нарушаются, но остается главное — кулоновская зарядка систем локализованных состояний квантовых точек. Ниже мы распространяем на интерферометр идею зарядки таких систем, выдвинутую в [71,113] для квазиодномерной точки. В случае интерферометра нет столь же очевидной причины сохранения локализации в закрытых подзонах, как отсутствие межмодового смешивания в квазиодномерной квантовой точке. Однако необходимая локализация обеспечивается многократным отражением электрона в системе четырех одномодовых микроконтактов и неизвестными нам факторами, вызывающими большое сопротивление контрольных квантовых проволок.

Локализованные состояния треугольных точек образуют два острова, заряжаемые по механизму кулоновской блокады. Изоляцию этих кулоновских островов можно описать введением эффективных туннельных переходов, имеющих сопротивления $R > h/e^2$ и учитывающих слабую связь локализованных состояний с распространяющимся. Характерное время зарядки RC в этом случае определяется эффективной емкостью, которую мы оценим ниже. Центральное место в данной оценке играет простая модификация теории КБ для учета заполнения нижней подзоны микроконтактов. Заряд баллистических электронов, сосредоточенный в одномодовых каналах, формирует переменный поляризационный заряд точек q_{01}, q_{02} . Эти заряды определяются самосогласованным потенциалом проволок и зависят от затворного напряжения, а также от тянущего напряжения V_w на проволоке [71, 113]. Результат линейного разложения зависимости $q_0(V_w, V_g)$ возле характерных значений $V_w = 0$, $V_g = V_{g0}$ дает простую формулу

$$q_0 = \text{const} - C_w V_w + C_{wg} \Delta V_g. \tag{17}$$

Это феноменологическое выражение замыкает систему уравнений ортодоксальной теории кулоновской блокады, в которой q_0 рассматривается как свободный параметр. Поскольку соотношения между зарядами и напряжениями в электростатике проводников линейны, то подстановка переменного q_0 возвращает нас к обычному случаю $q_0 = \text{const}$, но с модифицированными емкостями. Например, при нулевом напряжении на острове число электронов на нем n выражется через полную и затворную емкости:

$$ne = C_{\Sigma}V_w - C_gV_g - q_0 = (C_{\Sigma} + C_w)V_w - (C_g + C_{wg})V_g - \text{const.}$$
(18)

Из формул ортодоксальной теории сразу получаем перенормированную зарядовую энергию

$$E_C^* = e^2 / 2(C_\Sigma + C_w).$$
(19)

Добавка C_w к полной емкости в этой теории суммирует соответствующие поправки ко всем емкостям эффективных туннельных переходов.

Из сравнения эксперимента и теории видно, что поправка к затворной емкости является малой, а добавки к другим емкостям — большими. В самом деле, при изменении V_g на 200 мэВ высо́ты барьеров U_b в проволоках меняются только на $\Delta U_b \sim 2$ мэВ. Обозначим дистанцию между делокализованными состояниями за ΔE_d . Тогда изменение заряда системы делокализованных состояний $C_{wg}\Delta V_g$ можно оценить как $(2e/\Delta E_d)(U_b/e\Delta V_g)e\Delta V_g$, где 2e — максимальный заряд на одном делокализованном состоянии. Отсюда

$$C_{wa}[a\Phi] \approx 3.2/\Delta E_d[M \Im B]. \tag{20}$$

Из рис. 15c можно видеть, что ΔE_d больше 1 мэВ и, следовательно C_{wg} на порядок меньше, чем затворная емкость точки C_g . В свою очередь $C_w V_w$ можно оценить как $(2e/\Delta E_d)(eV_w/2)$, где $eV_w/2$ есть изменение высоты барьера в проволоках, когда к точке приложено напряжение V_w относительно окружения. Отсюда

$$C_w[a\Phi] \approx 160/\Delta E_d[M \Im B], \tag{21}$$

что является большой добавкой к C_{Σ} . При реалистических значениях $\Delta E_d \sim 1-3$ мэВ зарядовая энергия уменьшается в 4–2 раза по сравнению со случаем туннельной изоляции треугольной квантовой точки. На самом деле плотность делокализованных состояний определяется формой электростатического потенциала и значение параметра ΔE_d резко меняется при перепогружении, подсветке образца, а также изменении затворного напряжения. Это дает разную перенормировку зарядовой энергии и разную критическую температуру наблюдения кулоновских осцилляций.

Ниже мы учтем эффект перенормировки зарядовой энергии увеличением эффективной емкости точек между собой и резервуарами в 1.5–3 раза по сравнению с электростатикой. Это увеличение соответствует измеренной критической температуре 8 К и дает оценку времени зарядки $RC > 10^{-12}$ с, которая согласуется с временем жизни локализованных состояний 10^{-11} с. Сопротивления эффективных туннельных переходов мы считаем постоянными, хотя в реальности они имеют мезоскопические флуктуации по затворному напряжению. В данном разделе мы моделируем только ток зарядки емкостей, хотя есть еще баллистический ток, который увеличивает фоновый кондактанс и сглаживает одноэлектронные особенности [71, 113]. При низких температурах и кулоновской блокаде присутствует также ток неупругого сотуннелирования, не меняющий заряд точек [116]. Поэтому резкость и повторяемость формы особенностей КБ в нашем моделировании преувеличена по сравнению с наблюдениями. В рамках простой модели КБ мы стремимся воспроизвести наиболее важные

черты частых затворных осцилляций, наблюдаемых в двух образцах при разных характерных температурах. Особый интерес представляет ситуация для образца N2, в котором при T = 0.1 К четко наблюдался эффект расщепления кулоновских пиков. Интересно без изменения параметров эквивалентной схемы проследить переход к сглаженным периодическим осцилляциям для образца N1 при T = 4.2 К.

18. Моделирование эффектов кулоновской блокады. С этой целью мы промоделировали систему двух взаимодействующих кулоновских островов - треугольных квантовых точек (рис. 16а). Пара параллельных межточечных микроконтактов в моделировании заменена одним туннельным переходом. Результат для $T = 0.1 \,\mathrm{K}$ показан на рис. 16b. Расчет тока выполнялся методом Монте-Карло, что является стандартным подходом для систем с несколькими кулоновскими островами [61, 62]. Поскольку электрон из локализованного состояния в точке может пройти в дальний резервуар, не меняя заряда промежуточной квантовой точки, мы ввели дополнительные шунтирующие переходы (3, 4 на рис. 16а). Три механизма транспорта дают эту возможность: неупругое и упругое сотуннелирование [62,116], а также прохождение без потери фазовой когерентности. Без учета эффективных туннельных переходов, шунтирующих промежуточные квантовые точки, симметричная система дает расщепление пиков [105, 106], однако мы нашли, что при реальных параметрах и низких температурах $T = 0.1 \,\mathrm{K}$ результат неустойчив к нарушению равенства затворных емкостей и остаточных поляризационных зарядов двух точек q_{01}, q_{02} . Например, при 10% разнице затворных емкостей система оказывается практически заперта: ток зарядки мал для наблюдения большинства кулоновских пиков изза крупнопериодной амплитудной модуляции [105, 106]. Данное предсказание теории противоречит обсуждаемому эксперименту, но введение шунтирующих переходов исправляет ситуацию. Сопротивления всех переходов были выбраны в дипазоне $10^5 - 10^6$ Ом и могли меняться без большого влияния на эффект расщепления пиков. Емкости точек, кроме затворной и суммарной, тоже могли быть достаточно произвольными.

Допустим, емкости точек на затвор различаются на 10%. Из рис. 16b вид-



Рис. 16. Моделирование зарядки квантовых точек интерферометра. (а) — Эквивалентная схема устройства. Переходы 3,4 учитывают связь квантовых точек 1,2 с дальними резервуарами. (b,c) — Вычисленные зависимости тока $I(V_g)$ для следующих параметров: $C_{1g} = 25$ аФ, $C_{2g} = 27$ аФ, $C_{dd} = 30$ аФ, $C_1 = C_2 = 50$ аФ, $C_3 = C_4 = 10$ аФ, $R_{dd} = 2$ Мом, $R_1 = 0.1$ Мом, $R_2 = 0.4$ Мом, $R_3 = 0.2$ Мом, $R_4 = 0.8$ Мом, V = 0.25 мВ. (b) — Эффекты дублетного расщепления кулоновских пиков и вариации величины расщепления в случае, когда $q_{01} = q_{02} = 0$. Кривая для T = 0.1 К смещена вниз. (c) — Сдвиг фазы вариаций расщепления кулоновских пиков при изменении q_{01} на e/2. (d) — Аналогично (b), но при параметрах, отвечающих меньшей энергии зарядки $C_{1g} = 21$ аФ, $C_{2g} = 22$ аФ, $C_{dd} = 80$ аФ, $C_1 = C_2 = 150$ аФ, $C_3 = C_4 = 20$ аФ, $R_{dd} = 0.2$ Мом, $R_1 = R_2 = 0.1$ Мом, $R_3 = R_4 = 0.8$ Мом, V = 0.25 мВ.

но, что основные эффекты, которые предсказывает расчет (наличие дублетов и переменность дистанции между соседними пиками) качественно подобны экспериментальным (рис. 9). В то же время выраженность, однородность и регулярность следования пиков в расчетах выше, чем в эксперименте. Интересно, что величина расщепления в расчетах плавно меняется в диапазоне 1-3 мВ. Ранее изменение расщепления объяснялось вариациями межточечной емкости или силы межточечной связи [105-107]. В нашем случае причина иная, поскольку в расчетах емкость и сила связи не зависят от затворного напряжения. Тем не менее, с ростом затворного напряжения малое расщепление переходит в большое, а затем снова уменьшается. Подобная, хотя и менее регулярная, картина наблюдается в эксперименте (рис. 9b, e). Объяснение эффекта на рис. 16b состоит в том, что мы учли связь точек с дальними резервуарами. Если межточечное взаимодействие исключить, то две точки с разной затворной емкостью дадут две системы пиков с разными периодами и в некоторых местах пики совпадут. Если же точки взаимодействуют, пики не могут полностью сблизиться. Минимальное расщепление ~ 1.5 мВ можно рассматривать как аналог антипересечения уровней. В случае одинаковых затворных емкостей величина расщепления является постоянной, но сильно зависит от поляризационных зарядов. Расщепление оказывается минимальным для случая равных остаточных поляризационных зарядов двух точек $q_{01} = q_{02}$ и максимальным (3 мВ) в случае $q_{01} = q_{02} \pm e/2$, т. е. имеется произвол в положении двух систем эквидистантных пиков, определяемый разницей свободных параметров $q_{01} - q_{02}$. Небольшая разница затворных емкостей точек обеспечивает сцепку систем эквидистантных пиков с точностью до фазы колебаний величины расщепления, которая зависит от $q_{01} - q_{02}$ (рис. 16*b*, *c*). В расчете остаточные поляризационные заряды точек, точнее поправки к затворной емкости C_{wq} , связанные с заполнением квантовых проволок, не зависили от затворного напряжения, что является идеализацией по сравнению с ситуацией на рис. 9.

Моделирование показывает, что при повышении температуры до 1.3 К минимальное расщепление трудно зарегистрировать из-за слияния пиков. Однако можно наблюдать чередование участков осцилляций на основной и удвоенной частоте с переходными дублетами, что и сделано для образца N1 (рис. 8*c*). Расчет по данной модели для T = 4.2 К объясняет сохранение осцилляций с периодом 6 мВ на рис. 8*a* и демонстрирует отсутствие осцилляций удвоенной частоты. Мы проверили, что выраженность осцилляций такая же, как в модели одного острова с суммарной емкостью одной треугольной точки. При температуре 8 К осцилляции полностью пропадают. Если емкость эффективных туннельных переходов увеличить в два раза, то исчезнут как периодические осцилляции при 4 К, так и следы расщепления пиков при 1.3 К, но дублеты при низких температурах сохранятся (рис. 16*d*). Эта численная проверка, имитирующая вариации зарядовой энергии, согласует гипотезу кулоновского взаимодействия квантовых точек со всеми полученными экспериментальными данными. Таким образом, основные свойства наблюдаемых кулоновских осцилляций объясняются зарядкой одной либо двух треугольных точек интерферометра.

Необходимо еще раз подчеркнуть отличие рассмотренной модели с двумя кулоновскими островами от простой модели последовательного соединения этих островов. В случае последовательного соединения из ортодоксальной теории теории кулоновской блокады следует два предсказания: 1) идеальное дублетное расщепление всех пиков в случае эквивалентных островов и 2) стохастическая кулоновская блокада в системе разных островов [105,106]. Стохастичность возникает как следствие наложения соответствующего плато кулоновской блокады от одного острова на кулоновский пик от другого. Из-за этого наложения и несоизмеримости затворных емкостей точек, амплитуды пиков случайно флуктуируют по величине [105]. При низкой температуре пики сильно подавлены, за исключением некоторых. В нашем случае картина иная. Тем не менее, положение пиков меняется в основном так, как предсказывет элементарная теория независимых островов. В месте, где пики по этой теории наиболее близки можно пользоваться упрощенной формулой для описания дублетного расщепления, полученной аналитически для эквивалентных островов [106].

Выше было использовано предположение $R_{dd} \gg h/e^2$. Тогда формула из [106] для отношения величины расщепления к дистанции между дублетами стано-
вится исключительно простой

$$\delta V_g / \Delta V_g = \frac{1}{2} (1 + C_{\text{ext}} / 4C_{dd})^{-1},$$
 (22)

где C_{ext} — внешняя емкость системы двух квантовых точек, т. е. полная емкость интерферометра. В пункте 10 данной главы из трехмерной электростатики для режима туннельной изоляции точек было получено $C_{\text{ext}}/C_{dd} \approx 6$. Следовательно, в этом случае $\delta V_g/\Delta V_g \approx 1/5$. Для использованных емкостей на рис. 16b, d получается, соответственно, 0.21 и 0.23, что соответствует расщеплению, полученному моделированием методом Монте-Карло.

19. Результаты и выводы к главе 2. Расчетами и сравнением с экспериментом изучены полупроводниковые кольцевые интерферометры, имеющие малый эффективный радиус $r \sim 0.1$ мкм и большое сопротивление $R \gg h/e^2$. В кондактансе таких устройств зарегистрированы как эффекты квантовой интерференции, так и кулоновской блокады.

На основе структурных данных, включая изображения контрольных образцов в сканирующем электронном микроскопе и атомно-силовом микроскопе, выполнено численное моделирование трехмерной электростатики, энергетического спектра и двумерного квантового транспорта в устройстве. Учтены неидеальность геометрии областей травления и наномасштабные флуктации потенциала, обусловленные случайным распределением заряженных примесей.

Выяснено, что полученные интерферометры являются системой двух треугольных квантовых точек, связанных одномодовыми микрокронтактами. Показано, что на фоне непрерывного спектра открытой нижней подзоны микроконтактов сохраняются системы локализованных состояний квантовых точек.

Построена модель зарядки точек в такой системе, позволяющая объяснить обнаруженные эффекты, в том числе, наблюдение дублетов в затворных характеристиках, превращение дублетов в синусоподобные осцилляции с ростом температуры и непостоянство критической температуры исчезновения этих осцилляций. Наиболее яркий эффект дублетного расщепления пиков кондактанса объяснен кулоновским взамодействием двух треугольных точек интерферометра. Таким образом, впервые изучен кольцевой интерферометр, в котором сосуществуют надбарьерное прохождение и одноэлектронная зарядка треугольных квантовых точек.

Глава 3

Одиночная малая трехвходовая точка: одноэлектронный и интерференционный

транзисторы

Создаваемые с помощью методов нанолитографии латеральные квантовые точки [20, 21] уже более 15 лет являются основным объектом исследования затворных осцилляций кондактанса в наноструктурах, в том числе, эффектов кулоновской блокады [21, 50, 98–100]. Следует отметить, что до последнего времени такие точки не изготавливались и не исследовались в России. Обычно латеральные квантовые точки, электростатически формируемые в ДЭГ, имеют размер от нескольких сотен нанометров до микрона и содержат $10^2 - 10^3$ электронов. Недавно их размер был снижен до 100 нм изготовлением сложных систем металлических затворов с помощью литографии сверхвысокого разрешения [73, 74, 104, 117]. Альтернативный способ получения малых латеральных точек, использующий электронную литографию и реактивно-ионное травление, был предложен и реализован в ИФП СО РАН. Принципиальной основой этого способа является то, что на развилке (в месте соединения) узких квантовых проволок в ДЭГ из-за эффектов обеднения имеется расширение и углубление латерального профиля потенциала — треугольная квантовая точка [18]. Как показывают расчеты, одиночная треугольная квантовая точка по четкой выраженности крупномасштабных резонансов имеет значительное преимущество перед кольцевым интерферометром и поэтому ее создание представляет большой интерес. Рассмотренная конструкция в виде половинки кольцевого интерферометра (параграф 2.1) не вполне удобна для реализации, но имеется более простая возможность изготовления треугольной квантовой точки с сохранением основных эффектов. С этой целью предлагается использовать основной элемент электронных биллиардов — антиточки [44,45]. Например, можно разместить на выходе из одиночного квантового точечного контакта одиночную антиточку. Чтобы три возникающие при этом квантовых точечных контакта



Рис. 17. Принципиальные конструкции одиночной треугольной квантовой точки. Серый цвет-области травления, пунктир-области обеднения (без учета разрезов).

были одинаковы, следует исходный точечный контакт сделать из двух таких же антиточек, какая закрывает его вход. Два разреза в двумерном электронном газе к этим антиточкам, необходимые для формирования исходного точечного контакта, слабо влияют на электростатический потенциал между этими антиточками. Если все три антиточки расположить в вершинах малого равностороннего треугольника, то ширина возникающих точечных контактов будет почти одинакова (рис. 17а). Если напряжение на верхнем затворе сделает три квантовых точечных контакта достаточно узкими, то кондактанс устройства будет содержать крупномасштабные резонансы Фано. Следовательно, устройство станет интерференционным транзистором. Очевидно, что когда точечные контакты сделаются туннельными, устройство превратится в одноэлектронный транзистор, действующий на основе эффекта кулоновской блокады туннелирования. Эффекты одноэлектронной зарядки треугольных квантовых точек в малом кольцевом интерферометре уже описаны в главе 2. Однако создание одиночной треугольной квантовой точки позволит получить более простой и выраженный эффект. Если сделать три разреза в ДЭГ, идущие от антиточек, то возникнет трехконтактная квантовая точка (рис. 17b), которая также будет действовать как активный элемент этих транзисторов.

Важно, что в этих конструкциях площадь треугольной квантовой точки можно сделать очень маленькой — в 20 раз меньше, чем площадь обеднения вокруг одной антиточки. В свою очередь, это дает большое расстояние между одночастичными уровнями квантовой точки и ее малую емкость C_{Σ} , т. е. заря-

довую энергию $e^2/2C_{\Sigma}$. Искомая площадь S_{dot} находится элементарно в предположении касания областей обеднения (площадь треугольника между центрами антиточек за вычетом половины круга радиусом в 1/2 стороны треугольника a):

$$S_{\rm dot} = (\sqrt{3}/\pi - 1/2)\pi a^2/4,$$
 (23)

где скобка равна 0.05.

Преимущество такой точки по сравнению с другими латеральными квантовыми точками заключается в простоте ее конструкции, малой площади и наличии трех, вместо двух, подводящих контактов. Недавно предложенная конструкция была реализована, и полученная точка давала затворные осцилляции как в закрытом, так и открытом режимах [16]. Чтобы разобраться в наблюдаемых эффектах были сделаны работы, представленные в этой главе.

§1. Кулоновская блокада в латеральной треугольной квантовой точке малых размеров [24,25]

1. Введение. В данном параграфе описываются свойства изготовленной малой латеральной квантовой точки. Ее основные параметры найдены из моделирования трехмерной электростатики устройства с учетом всех особенностей его изготовления (структура исходного гетероперехода, глубина травления, наличие верхнего металлического затвора и т.д). Расчеты использовались также для прояснения природы экспериментально обнаруженных затворных осцилляций кондактанса точки в режиме большого сопротивления. Показано, что создание латеральной проводящей квантовой точки с малым (N < 10) количеством электронов возможно даже при использовании электронной литографии среднего разрешения. Расчетом обнаружена возможность снижения числа электронов в этой же точке до 1-2 с потерей проводимости, но сохранением полевой управляемости.

2. Образцы. Изученные в данной работе квантовые точки изготавливались на основе высокоподвижного двумерного электронного газа (2ДЭГ) в гетеропереходе AlGaAs/GaAs с подвижностью $\mu = 3 \times 10^5 \text{ см}^2/\text{B}$ с и концентрацией



Рис. 18. (*a*) — Изображение структуры в сканирующем электронном микроскопе. (*b*) — Схематический разрез исходного гетеперехода.

электронов $n = 3 \times 10^{11}$ см⁻². Процедура их изготовления была следующей. Три антиточки, расположенные в вершинах равностороннего треугольника, и изолирующие разрезы к ним создавались с помощью электронной литографии и последующего плазмохимического травления. Расстояние между центрами антиточек было равно d = 0.4 мкм, а их литографический размер a = 0.2 мкм. На рис. 18*a* представлена микрофотография структуры после указанных технологических операций. Завершающей операцией было напыление сплошного металлического TiAu затвора. Схематический разрез структуры с указанием соответствующих размеров и параметров (толщина слоев, уровень легирования, глубина травления) показан на рис. 18*b*.

3. Компьютерное моделирование потенциала и электронной плотности.

Потенциал рассчитывался путем численного решения трехмерного уравнения Пуассона. Способ расчета описан в главе 1. Использовалось условие закрепления уровня Ферми в середине запрещенной зоны на гетерогранице с подложкой GaAs. Мы также полагали неизменность заряда легирующих примесей в неравновесных условиях и в некоторых случаях учли влияние флуктуаций примесного потенциала.

На рис. 19 представлены результаты проделанного расчета в виде распределения плотности двумерных электронов в плоскости двумерного электронного газа. Рассмотрим вначале это распределение в предположении однородной плотности заряда в дельта-легированных слоях и при нулевом напряжении на верхнем затворе ($V_q = 0$). На рис. 19*a* хорошо видна квантовая точка приблизительно треугольной формы. Она образована границами областей обеднения вокруг антиточек. Три вершины этого «треугольника» представляют собой седловые точки, через которые квантовая точка соединяется с соответствующими 2Д-резервуарами. В описываемых условиях точка является открытой: в местах сужения уровень Ферми лежит выше дна зоны проводимости.

Уже в этом состоянии площадь квантовой точки мала: $S \approx (6 \div 8) \times$ $10^{-11} \,\mathrm{cm}^2$, максимальная концентрация электронов (в центре точки) оказывается существенно (в полтора раза) меньшей, чем в исходном 2ДЭГ и быстро убывает к границам точки. Видно, что изолинии повышенной плотности имеют идеальную треугольную форму. Оценка числа электронов внутри этих изолиний дает $N = 10 \div 15$, а полное число электронов равно $20 \div 25$. Таким образом, квантовая точка, созданная предложенным способом, имеет малый размер и уже при V_a = 0 содержит небольшое число электронов. Однако границы квантовой точки в открытом состоянии довольно условны. Проанализируем теперь ситуацию, когда точка переводится в закрытый режим, характерный для наблюдения эффектов кулоновской блокады. Картина распределения плотности электронов для одного из закрытых состояний точки (V_q = -150 мВ) показана на рис. 19b. Отрицательное напряжение на верхнем затворе расширяет области обеднения и уменьшает концентрацию электронов. Закрытое состояние означает, что уровень Ферми лежит очень близко или даже ниже седловых точек потенциала и границы квантовой точки хорошо определены. По сравнению с открытым состоянием, площадь треугольной точки становится заметно меньше, а полное число электронов в точке убывает до $N \approx 8$.

Рисунки 19*a*, *b* показывают, что при симметрии относительно вертикальной линии квантовая точка сильнее связана с нижним резервуаром, чем с боковыми. На самом деле допуски технологии и флуктуационный потенциал искажают идеальную форму треугольной точки и седловых потенциалов. Это может привести к сильному разбросу сопротивлений трех входов-выходов 2Д-резервуар-точка, а также к уменьшению числа электронов в точке. Такая ситуация показана на рис. 19*c* для $V_g = 0$. Полезно сравнить ее с идеальным случаем из рис. 19*a*. Видно, что один из входов-выходов оказался закрыт, тогда как два оставшихся открыты и имеют различные сопротивления. При этом полное число электронов в точке уменьшилось в два раза. Разрыв одной из узких проволок при переходе в туннельный режим является типичной ситуацией, если учитывается роль примесного или структурного беспорядка в формировании геометрии квантовой точки. Указанное свойство структур было использовано в эксперименте для реализации малого одноэлектронного транзистора.

4. Экспериментальные данные и сравнение с расчетами. Принципиальная схема измерений с моделируемой квантовой точкой показана на рис. 20. Высокоомный вход в точку был использован в качестве бокового управляющего затвора, меняющего число электронов в точке, а верхний металлический затвор использовался для изменения сопротивления двух остальных входов-выходов. Цифрами 1 и 2 на рис. 20 отмечены входы-выходы, через которые измерялся двухточечный кондактанс точки G_{1212} , а цифрой 3-вход-выход, к которому прикладывалось боковое затворное напряжение V_{jg} . Измерения проводились при температуре 50 мК на основе четырехточечной схемы на частоте 7.5 Гц и при токах $0.1 \div 1$ нА.

На рис. 21 представлены результаты эксперимента. Рис. 21a показывает зависимости кондактанса G_{1212} точки от V_{jg} при различных величинах напряжения на верхнем затворе V_g и, соответственно, для разных значений кондактанса в закрытом состоянии. Хорошо видно, что они представляют собой эквидистантные по V_{jg} осцилляции, характерные для транзисторных структур, работающих на основе эффекта кулоновской блокады. Таким образом, можно предположить, что каждая осцилляция связана с добавлением или удалением одного электрона в точку.

Заметим, что в отличие от ранее изученных точек [21,104,117] наблюдаемые нами одноэлектронные осцилляции не имеют при $G \ll e^2/h$ вид дельтаобразных пиков с широкими областями практически нулевого кондактанса, а имеют форму, близкую к синусоидальной. Это может быть связано с тем, что один из входов в точку, например второй на рис. 20, почти открыт. Для проверки этой гипотезы мы усилили связь точки с 2Д-резервуарами. На рис. 21b показана зависимость $G_{1212}(V_{jg})$ для $V_g = -50$ мВ и -60 мВ. Хорошо видно, что



Рис. 19. Типичные контурные карты электроннной плотности $n[10^{-3} \text{ нм}^{-2}]$ для открытой (a, c) и закрытой (b, d) треугольной квантовой точки. (c) – результат влияния флуктуационного потенциала дельта-легированных слоев. (d) – состояние точки с двумя электронами и кондактансом $< 10^{-10} e^2/h$ (туннельные барьеры имеют высоту > 10 мэВ и ширину 150 нм).



Рис. 20. Схематическое изображение холловского мостика с одноэлектронным транзистором на основе треугольной квантовой точки.



Рис. 21. Зависимость кондактанса $G_{1212}(V_{jg})$ при разных напряжениях на верхнем затворе V_g : (a, b) выраженные и подавленные кулоновские осцилляции ($V_g = -115$ мэВ для пунктирной кривой).

фоновый кондактанс увеличился до значений $G \approx 0.5e^2/h$ и осцилляции ведут себя иначе. Во-первых, виден минимум кондактанса, расположенный при нулевом смещении V_{jg} ($V_g = -50 \text{ MB}$) и при $V_{jg} = 10 \text{ MB}$ для $V_g = -60 \text{ MB}$. Во-вторых, наблюдается практически полное подавление кулоновских осцилляций. Первый эффект можно связать с влиянием бокового смещения на высоту барьера 3, так как в описываемом состоянии величина барьера уже достаточно мала. Второй и более важный эффект наблюдался ранее [118] для больших квантовых точек и связан с подавлением кулоновской блокады при переходе точки из закрытого ($G \ll e^2/h$) в открытое ($G > e^2/h$) состояние.

Сравнение рисунков 21*a* и 21*b* показывает, что наряду с резким уменьшение мамплитуды одноэлектронных осцилляций наблюдается также уменьшение их периода по боковому затвору. Уменьшение периода можно связать с тем, что вследствие малости данной точки изменение ее состояния управляющими затворными напряжениями приводит также к заметному изменению ее размеров (рис. 19). Для более точного сравнения расчета и эксперимента была рассчитана емкость C_{jg} между 2Д-резервуаром и точкой в зависимости от напряжения верхнего затвора. Результаты расчета дают для закрытого состояния величину e/C_{jg} , равную 18 ÷ 20 мВ при $V_g = -150$ мВ, что хорошо согласуется с измеренным периодом осцилляций кондактанса на рис. 21*a*. Они также дают уменьшение e/C_{jg} до 14 ÷ 15 мВ при напряжении $V_g = -75$ мВ, которое в модели отвечает переходу в открытое состояние точки. Осцилляции с таким периодом видны на рис. 21*b*. Подобное согласие расчета и эксперимента под-

тверждает одноэлектронную природу наблюдаемых осцилляций и указывает, что компьютерная модель исследованной наноструктуры дает вполне адекватное отражение ее свойств.

5. Обсуждение. Построенная модель говорит о том, что одноэлектронные осцилляции заведомо должны прекратиться в районе $V_g \sim -120 \cdots - 220 \,\mathrm{mB}$, поскольку и туннельный кондактанс и число электронов точки уменьшаются практически до нуля (рис. 19*d*). Это предсказание подтверждается экспериментальным поведением кулоновских осцилляций. На зависимостях $G_{1212}(V_{jq})$ положительный знак соответствует добавлению электронов в точку, отрицательныйих удалению. Анализ зависимостей $G_{1212}(V_{iq})$ (рис. 21a) вблизи наименьших значений V_q показывает, что при прохождении через точку $V_{jq} = 0$ для $V_g > -120\,{
m MB}$ наблюдается относительная симметрия в поведении $G_{1212}(V_{jg})$: хорошо видно появление новых пиков при V_{jg} < 0. На зависимости же $G_{1212}(V_{jg}, V_g = -120 \,\mathrm{mB})$ наблюдается резкая асимметрия: при $V_{jg} < 0$ не наблюдается никаких пиков кондактанса и $G \rightarrow 0$. Необходимо отметить, что пороговые напряжения сильно зависят от неконтролируемых факторов, таких как заряд легирующих примесей и состояний на поверхности AlGaAs/GaAs, подвергнутой плазмохимическому травлению. Например, если пренебречь емкостью этих состояний и флуктуационным потенциалом, то одноэлектронное состояние точки находится на границе экспериментального диапазона $V_q = -120 \text{ мB}$. Напротив, если эта емкость очень большая, то зарядка вводимых поверхностных состояний полностью экранирует изменение напряжения V_q на металле, покрывающем участки травления. Приведенные выше результаты моделирования относятся именно к этому случаю и для него точка имеет один электрон при $V_q = -220\,\mathrm{mB}$. Флуктуационный потенциал может сдвинуть пороги в сторону экспериментального диапазона, поскольку амплитуда флуктуаций ~ 1 мэВ соизмерима с глубиной потенциальной ямы в квантовой точке. С учетом отмеченной неопределенности $\Delta V_g \sim 100 \,\mathrm{mB}$, расчетное положение одноэлектронного состояния точки находится в удовлетворительном согласии с измеренным порогом исчезновения осцилляций. Приведенные выше факты не позволяют утверждать, что данному порогу соответствут одноэлектронное состояние точки, так как отмеченная асимметрия зависимости $G_{1212}(V_{jg})$ при $V_g = -120$ мВ (рис. 21*a*) может быть связана с резким увеличением потенциального барьера между точкой и 2Д-резервуаром. В самом деле, рис. 19*d* ясно указывает, что состояние точки с 2 электронами не является проводящим. Тем не менее, существенно, что одноэлектронное состояние является достижимым при вполне реальных малых отрицательных затворных напряжениях, но с потерей проводимости точки.

6. Результаты и выводы. Численным моделированием и сравнением с экспериментом исследована AlGaAs/GaAs латеральная квантовая точка треугольной формы, имеющая характерный размер L < 100 нм (наименьший для точек такого рода) и содержащая в закрытом состоянии менее 10 электронов. Обнаружены крупные периодические затворные осцилляции кондактанса G этой точки при $G < e^2/h$ и расчетом трехмерной электростатики устройства показано, что период осцилляций отвечает добавлению к точке одного электрона.

Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о реализации одноэлектронного транзистора на латеральной треугольной точке малых размеров, содержащей малое число электронов (≈ 10). Расчетом показана возможность получения одноэлектронного состояния квантовой точки, созданной на основе 2ДЭГ в гетеропереходе AlGaAs/GaAs.

§2. Когерентное рассеяние баллистических электронов в малой трехвходовой квантовой точке [26]

1. Введение. Квантовое рассеяние в системах с короткодействующим удерживающим потенциалом является одной из классических задач квантовой механики. В одномерном и сферически-симметричном потенциале резонансы по энергии падающих частиц возникают при прохождении через квазиуровни. Кроме того, приближение реального либо виртуального уровня к дну континуума сопровождается резким изменением фазы рассеяния частиц низкой энергии и, следовательно, резонансными эффектами [119]. Очевидно, что экспериментальное изучение квантового рассеяния является интереснейшей задачей физики низкоразмерных систем. Связанные с этим эксперименты уже проводились на сверхрешеточных структурах. В частности, недавно были обнаружены транспортные резонансы, обусловленные превращением уровней в виртуальные на границе p-GaAs со штарковской сверхрешеткой AlAs/GaAs [120]. Сложнее оказалось наблюдать эффекты резонансного рассеяния в латеральных субмикронных системах. Это связано с близким расположением квазиуровней и присутствием мезоскопических флуктуаций кондактанса. Так, теоретические модели устройств из одномерных квантовых проволок предсказывали регулярные осцилляции кондактанса большой амплитуды [3]. Однако в эксперименте частые затворные осцилляции, связанные с продольным квантованием в проволоках, оказывались во много раз слабее [8,14]. Подобная проблема возникла в экспериментах с латеральными многоэлектронными квантовыми точками, осцилляции кондактанса которых в открытом состоянии имели случайный мезоскопический характер [22].

Недавно были изучены точки разветвления одномерных квантовых каналов в наноструктурах, созданных на основе гетеропереходов с двумерным электронным газом [16, 18, 23, 24]. Расчеты трехмерной электростатики и двумерного транспорта показывают, что эти точки имеют малый размер (~ 100 нм), треугольную форму и должны давать хорошо разрешенные осцилляции проницаемости высокой амплитуды, обусловленные когерентным рассеянием на квазиуровнях точки [18,23]. В настоящей работе это предсказание экспериментально проверяется для одиночной трехвходовой квантовой точки, расположенной между тремя близкими антиточками [16,24]. Представлены результаты новых измерений и расчетов, которые доказывают интерференционный характер наблюдаемых эффектов, обусловленных рассеянием на квазиуровнях открытой точки.

2. Экспериментальные данные. Квантовые точки изготавливались на основе 2ДЭГ в гетеропереходе AlGaAs/GaAs с подвижностью $\mu = 3 \times 10^5 \text{ см}^2/\text{B} \text{ с }$ и концентрацией электронов $n = 3 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Точками служили малые треугольные участки 2ДЭГ в промежутках между тремя антиточками, расположенными вершинах равностороннего треугольника со стороной 400 нм. Антиточки и

изолирующие разрезы к ним создавались с помощью электронной литографии и последующего плазмохимического травления. Завершающей операцией было напыление сплошного металлического TiAu затвора. Структурные данные вместе с численным моделированием трехмерной электростатики таких устройств приведены в предыдущем разделе. Там же показано, что изучаемая треугольная точка в туннельном режиме действует как одноэлектронный транзистор.

Измерения сопротивлений полученных устройств в открытом режиме проводились при температурах 40 мК – 1.5 К на основе четырехточечной схемы на частоте 7.5 Гц и при токах 0.1 ÷ 1 нА. Задавалась величина тока $I = I_{ij}$ и измерялись отношения $R_{ijkl} = V_{kl}/I_{ij}$, где i, j, k, l есть номера резервуаров от 1 до 3, V_{kl} — напряжение. У большей части образцов разрезы в 2ДЭГ, идущие от антиточек служили изоляторами между тремя резервуарами. У других образцов на одном холловском мостике контакты 2,3 выходили в общий резервуар $(V_{12} = V_{13} = V)$. В этом случае измерялся полный кондактанс точки G = I/V.

На рис. 22 приведены экспериментальные результаты в случаях трех и двух изолированных резервуаров и разных охлаждений одного из образцов. Видно, что в этих случаях в нулевом магнитном поле присутствуют качественно подобные осцилляции на затворной зависимости соответствующих обратных сопротивлений $R_{1213}^{-1}(V_g)$ (рис. 22*a*) и $G(V_g)$ (рис. 22*b*). Осцилляции наблюдаются на фоне двух плато, величина кондактанса которых есть $2e^2/h$ и $4e^2/h$. При B = 0 наиболее регулярными и воспроизводимыми являются глубокие провалы в районе первого плато с характерным расстоянием между ними $\Delta V_g = (20-25)$ мэВ. В одном случае (рис. 22*a*, кривая 2, T = 0.1 K) наблюдается дублетное расщепление пиков и появление апериодичности.

Следует заметить, что строго говоря, постановки эксперимента на рис. 22aи 22b различаются, и соответствие кривых на этих рисунках является до некоторой степени случайным. Фактически, реальная асимметрия изучаемой треугольной квантовой точки такова, что одно из трех обратных трехтерминальных сопротивлений ($R_{1213}^{-1}(V_g)$) оказывается близким к двухтерминальному кондактансу точки. Это можно было бы проверить введением внешней закоротки между соответствующими резервуарами, но такой тест не делался. Тем не менее, наблюдаемые осцилляции в случае нижней ступени кондактанса на рис. 22a и 22b имеют одинаковый период и, несомненно, одну природу.

Обнаруженная в эксперименте тонкая структура осцилляций не совместима с прежней трактовкой осцилляций как результата добавления к точке одного электрона [16]. Одноэлектронные осцилляции должны иметь период $\Delta V_g = e/C_g$, где e — заряд электрона, C_g — затворная емкость точки. Обычно эти осцилляции имеют форму простых пиков и очень редко резонансов Фано (пик-провал) [86]. В нашем случае наблюдается более сложная структура осцилляций. Причем сложные осцилляции заменяют простые при очередном погружении того же образца в криостат, когда природа транспорта и величина C_g не могут существенно измениться. Известно, что затворная емкость не является мезоскопическим параметром [23,71]. В то же время, как следует из рис. 22, наши осцилляции имеют мезоскопическую природу, когда переключение зарядового состояния примесей при очередном охлаждении образца может изменить форму осцилляций и их период.

Наблюдаемую трансформацию кривых при переходе к другому мезоскопическому состоянию можно объяснить откликом квантовой интерференции на изменение формы потенциала [23,24], которое ведет к сдвигам одночастичных квазиуровней и к соответствующему изменению в рассеянии на этих уровнях. Подобное объяснение не противоречит обсуждаемым экспериментальным результатам (рис. 22) и расчету затворной емкости изучаемой точки. Мы получили $C_g = 5.1 \times 10^{-17}$ Ф из решения задачи трехмерной электростатики.

Соответствие расчетов емкости эксперименту проверялось в режиме кулоновской блокады. В этом режиме один из контактов к точке оказывался полностью закрыт и соответствующий резервуар 2ДЭГ служил боковым затвором. На зависимости кондактанса от напряжения на боковом затворе V_{jg} наблюдались одноэлектронные пики с периодом $\Delta V_{jg} = 20$ мВ. Расчет трехмерной электростатики дал значение емкости точки по отношению к боковому затвору $C_{jg} = 0.8 \times 10^{-17}$ Ф, т.е. измеренная величина ΔV_{jg} совпадала с e/C_{jg} [24].

В открытом режиме (рис. 22) мы наблюдаем осцилляции совсем другой природы, хотя ΔV_g случайно оказалось близким к ΔV_{jg} . Так, если $\Delta V_g \approx 25$ мВ,



Рис. 22. (a)-Обратные сопротивления $R_{1213}^{-1}(V_g)$ трехтерминальной квантовой точки для указанных температур T и двух мезоскопических состояний 1 и 2 (кривые 1, 2 сдвинуты по вертикали на $2e^2/h$ для наглядности, сплошные кривые даны для низких температур, точечные — для температур выше 1 К.). (b) — Двухтерминальный кондактанс квантовой точки в зависимости от затворного напряжения (два выхода из точки ведут в общий резервуар). В случае 1 показано влияние температуры (сплошная кривая для низкой T, пунктир — для высокой). В случае 2 показано влияние магнитного поля B при температуре T = 0.04 К. Сплошная кривая для B = 0, точечная для R_{1213}^{-1} трехтерминальной точки от магнитного поля для значений V_g , отмеченных звездочками на рис. 22a.

то $\Delta V_g \approx 8e/C_g$, т.е. для перехода к следующей осцилляции сопротивления требуется заполнение четырех вырожденных по спину одночастичных уровней точки. Следовательно, не каждый такой уровень дает отдельный резонанс в рассеянии. Эта ситуация известна для сферически-симметричных потенциалов [119] и встречалась ранее в экспериментах с достаточно малыми двухвходовыми квантовыми точками [71,73,74,121]. В нашем случае можно предположить, что уровни, дающие нерасщепленные осцилляции, являются двухкратно вырожденными, как в идеальном треугольнике [73]. Дублетное расщепление осцилляций может быть вызвано асимметрией системы.

В измерениях благодаря малому размеру точки (100 нм) температурная зависимость амплитуды осцилляций не является слишком сильной в диапазоне 0.04...1.5 К (рис. 22a, b, сплошные линии — низкая T, пунктир — высокая). Отсюда можно заключить, что расстояние между уровнями энергии, которые проявляются в осцилляциях, значительно превышает 0.1 мэВ. Этот вывод согласуется с расчетом числа электронов (20 - 25) [24] и глубины потенциальной ямы в квантовой точке (5 - 6 мэВ) при $V_q = 0$.

Как показывают экспериментальные данные [29], а также расчеты магнитотранспорта [30], включение даже небольшого магнитного поля (B = 0.5 T) в малых кольцевых интерферометрах подавляет обратное рассеяние, возникающее в местах соединения подводящих каналов с кольцом и улучшает квантование кондактанса. Другими словами, пикам сопротивления структур в нулевом магнитном поле отвечают состояния с отрицательным магнитосопротивлением при низких магнитных полях [30]. Этот факт находится в качественном соответствии с результатами наших измерений (рис. 22b, c). Хорошо видно, что поле B = 0.4 T подавляет осцилляции G и R_{1213}^{-1} для нижнего плато кондактанса $2e^2/h$.

3. Моделирование когерентного транспорта. Для подтверждения интерференционной природы осцилляций кондактанса мы промоделировали электростатику устройства и когерентный одночастичный магнитотранспорт. При расчетах эффективного потенциала в двумерном газе мы заменили случайное распределение заряда в слоях дельта-легирования более однородным, а также пренебрег-



Рис. 23. Вычисленный электростатический потенциал U(x, y) [мэВ] в ДЭГ для слегка разных трехвходовых точек 1,2 (показаны только области $U \leq 0$).

ли координатной зависимостью глубины травления внутри области травления. Антиточки считались идеально круглыми и имели одинаковый диаметр, разрезы представлялись прямоугольниками одинаковой ширины. При этих предположениях квантовая точка по форме близка к правильному треугольнику, вершины которого связаны узкими контактами с остальным 2ДЭГ (рис. 23).

В реальности эффективный потенциал $U_{\text{eff}}(x, y)$ из-за допусков технологии и случайного положения примесей не является строго симметричным и асимметрия прежде всего проявляется в вариациях проницаемости трех входов в точку [24,89]. Поэтому, чтобы моделировать различие номинально одинаковых устройств, мы слегка меняли расстояния между центрами антиточек и общую глубину травления (в пределах 10 нм).

Электронная проницаемость точки в нулевом магнитном поле вычислялась методом S-матриц [18, 23, 30, 57]. Кондактанс определялся с помощью многоканальной формулы Ландауэра. Влияние магнитного поля на прохождение электрона учитывалось в рамках метода рекурсивных функций Грина [59]. Для простоты мы предполагали независимость формы эффективного электростатического потенциала от энергии падающих частиц E_F . Полученные результаты представлены на рис. 24b.

Из расчетов транспорта следует, что модель изучаемой треугольной квантовой точки дает глубокие провалы кондактанса на фоне плато близкого к



Рис. 24. Сравнение измеренной зависимости $G(V_g)$ (а) и вычисленной зависимости $G(E_F)$ (b) для двухтерминальной ситуации (два выхода из точки ведут в общий резервуар). Кривые для разных мезоскопических состояний (реализаций потенциала) 1, 2 сдвинуты по вертикали на $2e^2/h$ для наглядности. В случае 1 показано влияние температуры, в случае 2 — магнитного поля. В случае (b) показан отрезок по E_F между провалами кондактанса с соответствующим значением ΔV_g .

 $2e^2/h$. Зная величину $E_F - U_{\rm eff}(x, y)$ мы нашли, что характерное расстояние между провалами кондактанса $\Delta E_F \approx 2.5$ мэВ отвечает изменению числа электронов в квантовой точке приблизительно на 10. Таким образом, характерные дистанции между провалами кондактанса в эксперименте, с учетом найденного значения C_g , и в теории транспорта неплохо согласуются. Различие между средними дистанциями еще меньше (10%) и находится в пределах вариаций дистанций на измеренных и вычисленных кривых.

Полезно сравнить экспериментальные и теоретические зависимости, когда

они приведены друг под другом в сопоставимых масштабах по горизонтали (рис. 24). На теоретической части этого рисунка показаны отрезок, отвечающий промежутку $\Delta E_F = 2.5$ мэВ, и соответствующее значение дистанции $\Delta V_g = 30$ мВ. Масштаб по горизонтали для экспериментальных графиков растянут по сравнению с (рис. 22), чтобы имелось полное графическое соответствие между указанными значениями ΔE_F и ΔV_g . Видно, что провалы на первом плато квантования кондактанса в теории и эксперименте занимают практически одинаковые положения с точностью до небольшого горизонтального сдвига кривых.

В целом картина осцилляций в теории аналогична той, что имеется в измерениях (рис. 22, рис. 24а). На качественном уровне воспроизводится различие формы осцилляций для двух разных состояний точки. В случае 2, в котором точка менее открыта и менее симметрична, хорошо видно дублетное расщепление пиков кондактанса при нулевой температуре и в нулевом магнитном поле. Причем, величина расщепления соответствует изменению числа электронов в точке на 2–3, т.е. речь идет о рассеянии на паре уровней, между которыми нет других квазидискретных состояний.

Приведенные кривые являются типичными. Буквальное сравнение расчетных и измеренных зависимостей не имеет большого смысла из-за мезоскопических флуктуаций, обусловленных конкретной формой потенциала. Так, вычисленные кривые 1, 2 получены для реализаций потенциала, в которых базовые параметры (глубина травления и места расположения антиточек менялись на 10 нм, т. е. в пределах технологических допусков). Тем не менее, различия между кривыми хорошо заметны, т. е. малейшие изменения формы потенциала, даже без учета примесного беспорядка, дают заметные изменения формы кривых кондактанса.

Необходимо сказать, что между экспериментом и расчетами имеются дополнительные соответствия. Вычисленный отклик кондактанса трехвходовых точек на повышение температуры и на включение магнитного поля качественно подобен измеренному отклику R_{1213}^{-1} и *G* на изменение *T* и *B*. Однако при B = 0.4 T на вычисленной кривой в состоянии 2 остаются узкие провалы вниз

92

от кондактанса $2e^2/h$, которых нет в измерениях. Для данного состояния и при B = 0 степень выраженности провалов больше, чем измерениях, но она заметно уменьшается, когда одна антиточка отодвигается от двух других всего на 10 нм (состояние 1). Поэтому реальные различия ширин входов в точку могут быть ответственны за уменьшение амплитуды интерференционных осцилляций. Необходимо еще отметить, что магнитное поле сильно влияет на модовый состав баллистического транспорта. Так, основной вклад в проницаемость квантовой точки при B = 0.4 T дают не первые моды широкого входного канала, как получалось при B = 0, а три высокие моды (10,11,12). С дальнейшим ростом B вклад этих мод уменьшается и снова доминируют нижние моды. В целом, расчеты магнитотранспортных свойств изучаемой трехвходовой точки подтверждают, что одночастичная интерференция и квантово-размерные эффекты играют решающую роль в формировании экспериментально наблюдаемых осцилляций.

4. Расчет волновых функций. Микроскопическая картина интерференции для наиболее интересных особенностей кондактанса приведена на рис. 25. Расчет волновых функций выполнен методом рекурсивных функций Грина [60].

Рис. 25a, b отвечает соседним состояниям высокого отражения и прохождения в нулевом магнитном поле (отмечены звездочкой на рис. 24a). Предполагается, что электроны падают слева и принадлежат первой моде широкого входного канала. В случае сильного отражения волновая функция представляет собой стоячую волну, возникающую между антиточкой и резервуаром. Наибольшие максимумы плотности вероятности находятся во входном сужении и в другие сужения баллистический электрон не попадает (рис. 25a).

Напротив, для состояния полной проницаемости треугольной точки во всех сужениях имеется бегущая волна и высокие пики плотности вероятности относятся к треугольной квантовой точке (рис. 25b). Для этих двух состояний картина интерференции внутри квантовой точки качественно различна, что указывает на близость соответствующих E_F к разным квазидискретным уровням.

На рис. 25с показан график плотности вероятности, отвечающий состоя-



Рис. 25. Распределение плотности вероятности в волнах, падающих на треугольную точку слева для случаев, отмеченных звездочкой на рис. 19. Изолинии даны через равные промежутки в логарифмическом масштабе. Пунктирные кривые отвечают условию $E_F = U_{\text{eff}}(x, y)$. (a) – Состояние квантовой точки с $G = 0.06e^2/h$ при $E_F = 1.7$ меВ (B = 0). (b) – $G = 2e^2/h$ при $E_F = 2.7$ меВ (B = 0). (c) – B = 0.4 T, $E_F = 1.7$ меВ, $G = 1.6e^2/h$.

нию с $E_F = 1.7$ мэВ в слабом магнитном поле B = 0.4 Т, когда проницаемость треугольной точки возросла до 0.8. Представлен результат рассеяния одиннадцатой моды широкого входного канала, которая дает наибольший вклад в проницаемость точки. Из сравнения рис. 25a, c можно видеть, что причиной подавления обратного рассеяния является появление существенной асимметрии в картине интерференции при B = 0.4 Т. Это магнитное поле начинает прижимать поток электронов к верхней антиточке и поэтому он проходит через квантовую точку в верхний точечный контакт на рис. 25c. Ситуация здесь аналогична той, что имеется для малого кольцевого интерферометра [29, 30].

5. Результаты и выводы. Исследован баллистический транспорт в открытой малой (размером 100 нм) трехвходовой квантовой точке, созданной на основе высокоподвижного ДЭГ гетероперехода AlGaAs/GaAs. Обнаружены крупные провалы кондактанса этой точки при $G \sim 2e^2/h$ и расчетом трехмерной электростатики устройства показано, что дистанция между провалами отвечает заполнению нескольких квазидискретных уровней точки. Моделированием двумерного транспорта и двумерных волновых функций показано, что затворные осцилляции сопротивления такой точки возникают в результате когерентного рассеяния баллистических электронов на ее квазидискретных уровнях. Таким образом, изученное устройство является транзистором, действующим на основе квантового рассеяния и срабатывающим при добавлении к точке нескольких электронов. Представленные результаты демонстрируют также важность учета квантового рассеяния в точках разветвления тока, существующих в кольцевых интерферометрах [18, 23, 29] и Y-переходах [122–124].

6. Результаты и выводы к главе **3.** Расчетами и сравнением с экспериментом изучена малая (размером 100 нм) трехвходовая квантовая точка, созданная на основе высокоподвижного ДЭГ гетероперехода AlGaAs/GaAs. Показано, что в закрытом режиме затворно-управляемая точка является активным элементом одноэлектронного транзистора, а в открытом режиме то же самое устройство становится интерференционным транзистором, переключаемым заполнением нескольких квазидискретных одночастичных уровней треугольной квантовой точки.

95

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Расчетом и сравнением с экспериментом изучены рекордно-малые полупроводниковые устройства, содержащие электростатически формируемые развилки квантовых проволок, в том числе, кольцевые интерферометры большого сопротивления ($R \gg h/e^2$) и трехконтактные квантовые точки.

Проведено численное моделирование трехмерной электростатики и электронного транспорта, согласующее между собой структурные данные, низкотемпературные измерения электрического сопротивления и базовые теории электронных свойств изучаемых устройств. Показано,что основные особенности наблюдаемого поведения кондактанса связаны с квантованием заряда и одночастичной интерференцией.

1) Установлено, что в электростатически формируемой развилке узких (одномодовых) квантовых проволок существует латеральная треугольная квантовая точка, площадь которой во много раз меньше площади, определяемой *минимальным радиусом кривизны* границ двумерной электронной системы: $S \ll \pi R_{\min}^2$.

2) Выяснено, что изученный малый кольцевой интерферометр большого сопротивления является парой треугольных квантовых точек связанных одномодовыми микроконтактами. В данном устройстве зарядка треугольной квантовой точки существует без ее туннельной изоляции и при этом наблюдается эффект *кулоновского взаимодействия* двух треугольных квантовых точек — дублетное расщепление кулоновских пиков.

3) Предложен, расчетом обоснован и сравнением с экспериментом проверен простой способ формирования одиночной малой треугольной квантовой точки в зазоре трех близко расположенных антиточек. Показано, что при сопротивлении выше h/e^2 данное устройство, покрытое общим затвором, является одноэлектронным транзистором, а в открытом режиме — интерференционным транзистором, который переключается заполнением нескольких квазидискретных уровней точки.

Общий вывод из работы состоит в том, что большая амплитуда найденных крупномасштабных одноэлектронных и интерференционных осцилляций кондактанса делает перспективным дальнейшее изучение и использование малых треугольных квантовых точек в крионаноэлектронике.

Список литературы

- Kuhn H. Quantenmechanische Behandlung von Farbstoffen mit verzweigtem Elektronengas (Quantum-mechanical treatment of coloring materials with branched electron gas)// Helvetica Chimica Acta. 1949. Vol.32. P.2247– 2272; Griffith J. S. A free-electron theory of conjugated molecules. Part 1.-Polycyclic hydrocarbons// Trans. Faraday Soc. 1953. Vol.49. P.345– 351; Ruedenberg K., Scherr C.W. Free-Electron Network Model for Conjugated Systems. I. Theory// J. Chem. Phys. 1953. Vol.21. P.1565– 1581. Free-Electron Network Model for Conjugated Systems. II. Numerical Calculations// J. Chem. Phys. 1953. Vol.21. P.1582–1596.
- [2] Engquist H.-L., Anderson P.W. Definition and measurement of the electrical and thermal resistances// Phys. Rev. B. 1981. Vol. 24. P. 1151–1154.
- [3] Büttiker M., Imry Y., Landauer R. Josephson behavior in small normal onedimensional rings// Phys. Lett. A. 1983. Vol. 96. P. 365–367; Gefen Y., Imry Y., Azbel M. Ya. Quantum Oscillations and the Aharonov-Bohm Effect for Parallel Resistors. Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. P.129–132; Büttiker M., Imry Y., Azbel M. Ya. Quantum oscillations in one-dimensional normal-metal rings// Phys. Rev. A. 1984. Vol. 30. P.1982–1987.
- [4] Shapiro B. Quantum Conduction on a Cayley Tree// Phys. Rev. Lett. 1983.
 Vol.50. P.747-750; P. Exner and P. Seba. Quantum-mechanical splitters: How should one understand them?// Phys. Lett. A. 1988. Vol.128. P.493-496.
- [5] Skocpol W. J., Mankiewich P. M., Howard R. E., Jackel L. D., Tennant D. M., Stone A. D., Universal conductance fluctuations in silicon inversion-layer nanostructures// Phys. Rev. Lett. 56, 2865–2868 (1986).
- [6] Timp G., Chang A. M., Cunningham J. E., Chang T. Y., Mankiewich P., Behringer R., Howard R. E. Observation of the Aharonov-Bohm effect for $\omega_c \tau > 1//$ Phys. Rev. Lett. 1987. Vol.58. P.2814-2817.

- [7] Быков А. А., Квон З. Д., Ольшанецкий Е. Б., Литвин Л. В., Настаушев Ю. В., Мансуров В. Г., Мигаль В. П., Мощенко С. П., Плюхин В. Г. Квазибаллистический электронный интерферометр// Письма в ЖЭТФ 1993. Т.57. С.596-599; Быков А. А., Квон З. Д., Ольшанецкий Е. Б., Асеев А. Л., Бакланов М. Р., Литвин Л. В., Настаушев Ю. В., Мансуров В. Г., Мигаль В. П., Мощенко С. П. Квазибаллистический электронный интерферометр// УФН. 1995. Т.165. вып.2. С.227–229.
- [8] Liu J., Gao W. X., Ismail K., Lee K. Y., Hong J. M., Washburn S. Correlations between Aharonov-Bohm effects and one-dimensional subband populations in GaAs/Al_xGa_{1-x}As rings// Phys. Rev. B. 1993. Vol.48. P.15148–15157.
- [9] Baranger H. U., Stone A. D., DiVincenzo D. P. Resistance fluctuations in multiprobe microstructures// Length dependence and nonlocality. Phys. Rev. B. 1988. Vol.37. P.6521–6524; Timp G., Baranger H. U., deVegvar P., Cunningham J. E., Howard R. E., Behringer R., Mankiewich P. M. Propagation around a Bend in a Multichannel Electron Waveguide// Phys. Rev. Lett. 1988. Vol.60. P.2081–2084; Baranger H. U. Multiprobe electron waveguides: Filtering and bend resistances// Phys. Rev. B. 1990. Vol.42. P.11479–11495. Ji Z.-L., Berggren K. F. Quantum bound states in narrow ballistic channels with intersections// Phys. Rev. B. 1992. Vol.45. P.6652– 6658.
- [10] Vanbesien O., Lippens D. Directional coupling in dual-branch electronwaveguide junctions// Phys. Rev. B. 1995. Vol.52. 5144-5153; Burgnies L., Vanbesien O., Lippens D. An analysis of wave patterns in multiport quantum waveguide structures// J. Phys. D: Appl. Phys. 1999. Vol.32. P.706-712.
- [11] Shin M., Park K. W., Lee S., Lee E.-H. Crossover behavior of the conductance oscillations in a quasi-one-dimensional ring in the ballistic limit. Phys. Rev. B. 1996. Vol.53. P.1014–1017; Pichugin K. N., Sadreev A. F. Aharanov–Bohm oscillations of conductance in two-dimensional rings// Phys. Rev. B. 1997. Vol.56. P.9662–9673.

- [12] Nakanishi T., Ando T. Quantum interference effects in antidot lattices in magnetic fields// Phys. Rev. B. 1996. Vol.54. P.8021–8027.
- [13] Palm T. Self-consistent calculations of an electron-wave Y-branch switch// J. Appl. Phys. 1993. Vol.74. P.3551–3557; Effects of remote impurity scattering including donor correlations in a branching electron waveguide// Phys. Rev. B. 1995. Vol.52, P.11284–11288; Prediction of sawtooth oscillations in an electron Y-branch switch// Phys. Rev. B. 1995. Vol.52. P.13773–13775.
- [14] Квон З. Д., Литвин Л. В., Ткаченко В. А., Асеев А. Л. Одноэлектронные транзисторы на основе эффектов кулоновской блокады и квантовой интерференции// УФН. 1999. Т.169. вып.4. С.471–474.
- [15] Быков А. А., Бакшеев Д. Г., Литвин Л. В., Мигаль В. П., Ольшанецкий Е. Б., Кассе М., Мод Д. К., Портал Ж. К. Транспортные свойства GaAs/AlGaAs кольцевого интерферометра в туннельном режиме// Письма в ЖЭТФ. 2000. Т.71. С.631–636.
- [16] Kvon Z. D., Estibals O., Plotnikov A. Y., Portal J.-C., Toropov A. I., Gauffier J. L. Single-electron conductance oscillations of smal open quantum dot// Physica E. 2002. Vol.12. P.815–818.
- [17] Ткаченко О. А., Ткаченко В. А., Бакшеев Д. Г., Квон З. Д. Резонансы проводимости треугольных квантовых точек кольцевых интерферометров// «Полупроводники-99»: Тез. докл. IV Российской конференции по физике полупроводников/ Новосибирск. 1999. С. 217.
- [18] Ткаченко О. А., Ткаченко В. А., Бакшеев Д. Г., Квон З. Д., Портал Ж. К. Электростатический потенциал, энергетический спектр и резонансы Фано в кольцевом баллистическом интерферометре на основе гетероперехода AlGaAs/GaAs// Письма в ЖЭТФ. 2000. Т.71. С. 366–371.
- [19] Бакшеев Д. Г., Быков А. А., Литвин Л. В., Ткаченко О. А., Кассе М., Мод Д. К., Портал Ж. К. Кольцевой электронный интерферометр в туннельном режиме// «Полупроводники-99»: Тез. докл. IV Российской конференции по физике полупроводников/ Новосибирск. 1999. С. 216.

- [20] Smith C. G., Pepper M., Ahmed H., Frost J. E. F., Hasko D. G., Peacock D. C., Ritchie D. A., Jones G. A. C. The transition from one- to zerodimensional ballistic transport// J. Phys. C. 1988. Vol.21. P.L893–L898; Superlatt. Microstruct. 1989. Vol.5. P.599-603.
- [21] Kastner M. A. The single-electron transistor// Rev. Mod. Phys. 1992. Vol.64. P.849–858.
- [22] Marcus C. M., Rimberg A. J., Westervelt R. M., Hopkins P. F., Gossard A. C. Conductance fluctuations and chaotic scattering in ballistic microstructures// Phys. Rev. Lett. 1992. Vol.69. P.506–509; Marcus C. M., Westervelt R. M., Hopkins P. F., Gossard A. C. Phase breaking in ballistic quantum dots: Experiment and analysis based on chaotic scattering// Phys. Rev. B. 1993. Vol.48. 2460–2465.
- [23] Ткаченко В. А., Быков А. А., Бакшеев Д. Г., Ткаченко О. А., Литвин Л. В., Латышев А. В., Гаврилова Т. А., Асеев А. Л., Портал Ж. К. Одноэлектронная зарядка треугольных квантовых точек кольцевого интерферометра// ЖЭТФ. 2003. Т.124 С.351–366.
- [24] Ткаченко В. А., Квон З. Д., Ткаченко О. А., Бакшеев Д. Г., Эстибаль О., Портал Ж. К. Кулоновская блокада в треугольной малой квантовой точке// Письма в ЖЭТФ. 2002. Т.76. С.850–854.
- [25] Tkachenko V. A., Kvon Z. D., Tkachenko O. A., Baksheev D. G., Estibals O., Portal J.-C. Coulomb blockade in triangular lateral small-size quantum dots// Physica E. 2004. Vol.21. P.469-472.
- [26] Ткаченко В. А., Ткаченко О. А., Квон З. Д., Бакшеев Д. Г., Асеев А. Л., Портал Ж. К. Когерентное рассеяние электронов в малой квантовой точке// Письма в ЖЭТФ. 2004. Т.80. С.688–692.
- [27] Baksheyev D. G., Bykov A. A., Tkachenko V. A., Tkachenko O. A., Litvin L. V., Latyshev A. V., Aseev A. L., Estibals O., Portal J. C. Coulomb interaction of trianglular quantum dots in a small ring interferometer// Proc.

11th International Symposium on Nanostructures: Physics and Technology, June 23–28, 2003, Ioffe Institute, St Petersburg, pp. 152–154.

- [28] Ткаченко В. А., Ткаченко О. А., Бакшеев Д. Г., Быков А. А., Квон З. Д., Литвин Л. В., Латышев А. В., Асеев А. Л. Электростатика и одноэлектроника одиночной и двойной треугольных квантовых точек в двумерном электронном газе// «Полупроводники-2003»: Тезисы докладов VI Российской конференции по физике полупроводников. 27–31 окт. 2003. Санкт-Петербург, С. 179–180.
- [29] Быков А. А., Номоконов Д. В., Бакаров А. К., Эстибаль О., Портал Ж.
 К. Резонансное обратное рассеяние в субмикронных кольцах. Письма в ЖЭТФ. 2003. Т.78. С.36–39.
- [30] Ткаченко О. А., Ткаченко В. А., Бакшеев Д. Г. Волновые функции баллистического электрона и отрицательное магнитосопротивление в малом кольцевом интерферометре. Письма в ЖЭТФ. 2004. Т.79. С.351–355 (2004).
- [31] L. Esaki and L. L. Chang. Semiconductor Superfine Structures by Computer-Controlled Molecular Beam Epitaxy. Thin Solid Films 36, 285–298 (1976);
 F. Capasso. Band-Gap Engineering: From Physics and Materials to New Semiconductor Devices. Science 235, 172–176 (1987); V. Narayanamurty. Artificially Structured Thin-Film Materials and Interfaces. Science 235, 1023–1028 (1987).
- [32] Störmer H. L., Dingle R., Gossard A. C., Wiegmann W., Sturge M. D. Two-dimensional electron gas at a semiconductor-semiconductor interface// Solid State Commun. 1979. Vol.29. 705–709; Hiyamizu S., Mimura T., Fuji T., Nanbu K., Hashimoto H. Extremely High Mobility of Two-Dimensional Electron Gas in Selectively Doped GaAs/N-AlGaAs Heterojunction Structures Grown by MBE// Jpn. J. Appl. Phys. 1991. Vol.20. P.L245–L248.

- [33] Андо Т., Фаулер А. Б., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем/ Перев. с англ. — М.: Мир, 1985.
- [34] Шарвин Д. Ю., Шарвин Ю. В. Квантование магнитного потока в цилиндрической пленке из нормального металла// Письма в ЖЭТФ. 1981. Т.34. С.285–288.
- [35] Nanostructure Physics and Fabrication/ edited by W. P. Kirk and M. Reed (Academic, New York, 1989); Physics of Nanostructures/ edited by J. H. Davies and A. R. Long (A NATO Advanced Study Institute, IOP Publishing Ltd, London, 1991).
- [36] Washburn S., Webb R.A. Aharonov-Bohm effect in normal metal quantum coherence and transport// Advances in Physics. 1986. Vol.35. P.375–422.
- [37] Кузьмин Л. С., Лихарев К. К. Прямое наблюдение дискретного коррелированного одноэлектронного туннелирования// Письма в ЖЭТФ. 1987. Т.45. С.389-390.
- [38] Fulton T. A., Dolan G. J. Observation of single-electron charging effects in small tunnel junctions// Phys. Rev. Lett. 1987. Vol.59. P.109–112.
- [39] Korotkov A. N., Averin D. V., Likharev K. K., Vasenko S. A. Single-electron transistors as ultrasensitive electrometers// Single-Electron Tunneling and mesoscopic Devices/ edited by H. Koch, H. Lubbig. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 1992. P. 45–55.
- [40] Gusev G. M., Kvon Z. D., Olshantskyi E. B., Aliev V. S., Kudryashov V. M., Palesskyi S. V. Sensitivity of the universal conductance fluctuations in a GaAs microstructures to the state of a single scatter// J. Phys.: Cond. Matter. 1989. Vol.1. P.6507-6511.
- [41] Mesoscopic Phenomena in Solids/ edited by B. L. Altshuler, P. A. Lee, R. A. Webb, North-Holland, Amsterdam, 1991.
- [42] Quantum Coherence in Mesoscopic Systems/ edited by B. Kramer, Plenum, New York, 1991.

- [43] Mesoscopic Electron Transport/ edited by L. Sohn, L. P. Kouwenhoven, and G. Schön, Kluwer, Dordrecht, 1997.
- [44] Ensslin K., Petroff P. M. Magnetotransport through an antidot lattice in GaAs/Al_xGa_{1-x}As heterostructures// Phys. Rev. B. 1990. Vol.41. P.12307– 12310.
- [45] Быков А. А., Гусев Г. М., Квон З. Д., Кудряшев В. М., Плюхин В. Г. Микроволновая фотопроводимость в двумерной системе с периодическим потенциалом антиточек// Письма в ЖЭТФ. 1991. Т.53. С.407–410; Гусев Г. М., Долгополов В. Т., Квон З. Д., Шашкин А. А., Кудряшов В. М., Литвин Л. В., Настаушев Ю. В. Магнетоосцилляции в двумерной электронной системе с периодическим потенциалом антиточек// Письма в ЖЭТФ. 1991. Т.54. С.369–372; Баскин Э. М., Гусев Г. М., Квон З. Д., Погосов А. Г., Энтин М. В. Стохастическая динамика двумерных электронов в периодической решетке антиточек// Письма в ЖЭТФ. 1992. Т.55. Р. 649–652.
- [46] Wharam D. A., Thornton T. J., Newbury R., Pepper M., Ahmed H., Frost J. E. F., D. Hasko G., Peacock D. C., Ritchie D. A., Jones G. A. C. Onedimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance// J. Phys. C. 1988. Vol.21. P.L209-L212.
- [47] van Wees B. J., van Houten H., Beenakker C. W. J., Williamson J. G., Kouwenhoven L. P., van der Marel D., Foxon C. T. Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas// Phys. Rev. Lett. 1988. Vol.60. P.848-851.
- [48] Landauer R. //Localization Interactions and Transport Phenomena/ ed.
 B.Kramer, G.Bergmann and Y.Bruynserade (Heidelberg: Springer, 1985) p. 38; Fisher D. S., Lee P. A. Relation between conductivity and transmission matrix// Phys. Rev. B. 1981. Vol.23. P.6851–6854.
- [49] Büttiker M. Four-Terminal Phase-Coherent Conductance// Phys. Rev. Lett. 1986. Vol.57. P.1761–1764.

- [50] Averin D. V., Likharev K. K. Coulomb blockade of the single-electron tunneling, and coherent oscillations in small tunnel junctions// J. Low. Temp. Phys. 1986. Vol.62. 345–351; Likharev K. K. Single-electron transistors: electrostatic analog of the DC SQUIDs// IEEE Trans. Magnetics. 1987. Vol.23. P.1142-1144 (1987); Likharev K. K. Correlated discrete tranfer of single electrons in ultrasmall tunnel junctions// IBM J. Res. Develop. 1988. Vol.32. P.144–158.
- [51] Grabert H., Ingold G.-L., Devoret M. H., Esteve D., Pothier H., Urbina C. Single electron tunneling rates in multijunction circuits// Zeitschrift fur Physik B Condensed Matter. 1991. Vol.84. P.143–155.
- [52] Owen G. Electron lithography for the fabrication of microelectronic devices// Rep. Prog. Phys. 1985. Vol.48. P.795–851.
- [53] van Houten H., van Wees B. J., Heijman M. G. J., Andre J. P. Submicron conducting channels defined by shallow mesa etch in GaAs-AlGaAs heterojunctions// Appl. Phys. Lett. 1986. Vol.49. P.1781–1783; Scherer A., Roukes M. L., Craighead H. G., Ruthen R. M., Beebe E. D., Harbison J. P. Ultranarrow conducting channels defined in GaAs-AlGaAs by low-energy ion damage// Appl. Phys. Lett. 1987. Vol.51. P.2133–2135.
- [54] Bernstein G., Ferry D. K., Electron Beam Lithographic Fabrication of Ultra-Submicron Gate GaAs MESFETs// Superlattices and Microstructures. 1986. Vol.2. P.147–150; Ferry D. K., Bernstein G., Liu W. P.// Electron Beam Lithography of Ultra-Submicron Devices, in Physics and Technology of Submicron Structures/ ed. by H. Heinrich, G. Bauer and F. Kuchar, Springer-Verlag, Heidelberg (1989) P. 37–44.
- [55] Behringer R., Timp G., Baranger H. U., Cunningham J. E. Quantummechanical features in the resistance of a submircon junction// Phys. Rev. Lett. 1991. Vol.66. P.930–933.

- [56] Jalabert R. A., Baranger H. U., Stone A. D. Conductance fluctuations in the ballistic regime: A probe of quantum chaos?// Phys. Rev. Lett. 1990. Vol.65. P.2442-2445.
- [57] Cahay M., McLennan M., Datta S. Conductance of an array of elastic scatterers: A scattering-matrix approach// Phys. Rev. B. 1988. Vol.37. P.10125–10136.
- [58] Takagaki Y., Ferry D. K. Conductance of quantum waveguides with a rough boundary// J. Phys.: Condens. Matter. 1992. Vol.4. P.10421–10432.
- [59] Ando T. Quantum point contacts in magnetic fields// Phys. Rev. B. Vol.44. P.8017–8027.
- [60] Usuki T., Saito M., Takatsu M., Kiehl R. A., Yokoyama N. Numerical analysis of ballistic-electron transport in magnetic fields by using a quantum point contact and a quantum wire// Phys. Rev. B. 1995. Vol.52. P.8244-8255.
- [61] Likharev K. K., Bakhvalov N. S., Kazacha G. S., Serdyukova S. I., Singleelectron tunnel junction array: An electrostatic analog of the Josephson transmission line// IEEE Transactions on Magnetics. 1989. Vol.25 P.1436– 1439.
- [62] Fonseca L. R. C., Korotkov A. N., Likharev K. K., Odintsov A. A. A numerical study of the dynamics and statistics of single electron systems// J. Appl. Phys. 1995. Vol.78. P.3238-3251.
- [63] Baksheyev D. G., Tkachenko V. A. Modeling of the Coulomb blockade in 1D-nanostructure// Proc. Second Intl. Conf. on Nanometer Scale Sci. and Technol. NANO-II, Moscow, Russia, 2–6 Aug 1993, part B. P. 723–735.
- [64] Tkachenko O. A., Tkachenko V. A., Tupitsin V. G. Modeling of quantum phenomena in low-dimensional structures// Proc. Second Intl. Conf. on Nanometer Scale Sci. and Technol. NANO-II, Moscow, Russia, 2–6 Aug 1993, part B. P.760–773.

- [65] Laux S. E., Frank D. J. Stern F. Quasi-one-dimensional electron states in a split-gate GaAs/AlGaAs// heterostructure. Surf. Sci. 1988. Vol.196. P.101– 106.
- [66] Nixon J. A., Davies J. H., Baranger H. U. Breakdown of quantized conductance in point contacts calculated using realistic potentials// Phys. Rev. B. 1991. Vol.43. P.12638–12641.
- [67] Kumar A. Self-consisted calculations on confined electrons in 3-dimensional geometries// Surf. Sci. 1992. Vol.263. P.335–340.
- [68] Peck A. J., Bending S. J. A new approach to the modelling of GaAs/AlGaAs nanostructures// Semicond. Sci. Technol. 1994. Vol.9. P.188–192.
- [69] Tkachenko O. A., Tkachenko V. A., Baksheyev D. G., Kvon Z. D. Calculations of 2D potential profile for ring interferometer and antidot etched in AlGaAs/GaAs heterostructures// Nanostructures-95: Physics and technology, St. Petesburg, Russia, 1995, P. 263–264.
- [70] Tkachenko O. A., Tkachenko V. A., Baksheyev D. G., Pyshkin K. S., Harrell R. H., Linfield E. H., Ritchie D. A., Ford C. J. B. Electrostatic potential and quantum transport in a one-dimensional channel of an induced two-dimensional electron gas// J. Appl. Phys. 2001. Vol.89. P.4993–5000.
- [71] Tkachenko O. A., Tkachenko V. A., Baksheyev D. G., Liang C.-T., Simmons M. Y., Smith C. G., Ritchie D. A., Kim G.-H., Pepper M. Coulomb charging effect in an open quantum dot device// J. Phys.: Condens. Matter. 2001. Vol.13. P.9515–9534.
- [72] Datta S., Melloch M. R., Bandyopadhyay S., Noren R., Vaziri M., Miller M., Reifenberger R. Novel Interference Effects between Parallel Quantum Wells// Phys. Rev. Lett. 1985. Vol.55. P.2344–2347; Fowler A. B. Semiconductor interferometer. U. S. Patent 4550330, 1984.

- [73] Zozoulenko I. V., Sachrajda A. S., Gould C., Berggren K.-F., Zawadzki P., Feng Y., Wasilewski Z. Few-Electron Open Dots: Single Level Transport// Phys. Rev. Lett. 1999. Vol.83. P.1838–1841.
- [74] Debray P., Raichev O. E., Vasilopoulos P., Rahman M., Perrin R., Mitchell W. C. Ballistic electron transport in stubbed quantum waveguides: Experiment and theory// Phys. Rev. B. 2000. Vol.61. P.10950-10955.
- [75] Поттер Д. Вычислительные методы в физике/ М.: Мир, 1975.
- [76] Бакшеев Д. Г. Моделирование влияния кулоновской блокады, высокочастотных полей и пространственных неоднородностей потенциала на электронный транспорт в наноструктурах. Дис. ... канд. физ.-мат. наук, Новосибирск, Новосибирский государственный университет, 1998.
- [77] Бакшеев Д. Г., Ткаченко В. А., Литвин Л. В., Колосанов В. А., Могильников К. П., Черков А. Г., Асеев А. Л. Одноэлектронный металлический транзистор с низкими туннельными барьерами// Автометрия. 2001. №3. С.118–136.
- [78] Гаджиев А. С. Моделирование одноэлектронного транспорта в наноструктурах методом Монте-Карло. Дипломная работа, Новосибирск, Новосибирский государственный университет, 2002.
- [79] Webb R. A., Washburn S., Umbach C. P., Leibowitz R. B.// Phys. Rev. Lett. 1985. Vol.54. 2696–2699.
- [80] Ford C. J. B., Fowler A. B., Hong J. M., Knoedler C. M., Laux S. E., Wainer J. J., Washburn S.. Gated, asymmetric rings as tunable electron interferometers// Surf. Sci. 1990. Vol.229. P.307-310.
- [81] Ismail K., Washburn S., Lee K. Y. // Appl. Phys. Lett. 1991. Vol.59. P.1998– 2000.
- [82] Aharonov Y., Bohm D. Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory // Phys. Rev. 1959. Vol.115. P.485-491.
- [83] Fano U. Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts// Phys. Rev. 1961. Vol.124. 1866–1878.
- [84] Jian-Bai Xia, Phys. Rev. B 45, 3593 (1992).
- [85] Olshanetsky E. B., Casse M., Kvon Z. D., Gusev G. M., Litvin L. V., Plotnikov A. V., Maude D. K., Portal J.-C.// Physica E. 2000. Vol.6. P.322– 325.
- [86] Gores J., Goldhaber-Gordon D., Heemeyer S., Kastner M. A., Shtrikman H., Mahalu D., Meirav U. Fano resonances in electronic transport through a single-electron transistor// Phys. Rev. B. 2000. Vol.62. P.2188–2194.
- [87] Bykov A. A., Kvon Z. D., Olshanetsky E. B. *et al.*// Physica E. 1998. Vol.2.
 P.519–522.
- [88] Yang C. H., Yang M. J., Cheng K. A., Culbertson J. C.// Phys. Rev. B. 2002. Vol.66. P.115306.
- [89] Ткаченко В. А., Квон З. Д., Щеглов Д. В. и др.// Письма в ЖЭТФ. 2004.
 Т.79. С.168–172.
- [90] Estibals O., Kvon Z. D., Portal J. C.et al.// Physica E. 2002. Vol.13. P.1043.
- [91] Nakanishi T., Ando T. Quantum interference effects in antidot lattices in magnetic fields //Phys. Rev. B. 1986. Vol.54. 8021–8027.
- [92] Pichugin K. N., Sadreev A. F. Aharanov-Bohm oscillations of conductance in two-dimensional rings// Phys. Rev. B. 1997. Vol.56. P.9662–9673.
- [93] Blanter Ya. M., Büttiker M.// Phys. Rep. 2000. Vol.336, P.1.
- [94] Fuhrer A., Lüsher S., Ihn T. et al.// Nature. 2001. Vol.413. P.822.
- [95] Heller E. K., Jain F. C.// J. Appl. Phys. 2000. Vol.87. P.8080.
- [96] Кулик И. О., Шехтер Р. И.// ЖЭТФ. 1975. Т.62. С.623.
- [97] Аверин Д. В., Лихарев К. К.// ЖЭТФ. 1987. Т.90. С.733.

- [98] Glazman L. I., Shekhter R. I.// J. Phys. Condens. Matter. 1989. Vol.1. P.5811.
- [99] Meirav U., Kastner M. A., Wind S. J.// Phys. Rev. Lett. 1990. Vol.65. P.771.
- [100] McEuen P. L. et al.// Phys. Rev. Lett. 1991. Vol.66. P.1926.
- [101] Kouwenhoven L. P.et al.// Z. Phys. B. 1991. Vol.85. P.367.
- [102] Yakoby A., Heiblum M., Shtrikman H., et al.// Phys. Rev. Lett. 1995. Vol.74. P.4047.
- [103] Shuster R., Buks E., Heiblum M., et al.// Nature. 1997. Vol.385. P.417.
- [104] Holleitner A. W., Decker C. R., Qin H., et al.// Phys. Rev. Lett. 2001. Vol.87. P.256802.
- [105] Ruzin I. M., Chandrasekhar V., Levin E. I., Glazman L. I.. Stochastic Coulomb blockade in a double-dot system// Phys. Rev. B. 1992. Vol.45. P.13469.
- [106] Matveev K. A., Glazman L. I., Baranger H. U. Tunneling spectroscopy of quantum charge fluctuations in the Coulomb blockade// Phys. Rev. B. 1996.
 Vol.53. P.1034; Coulomb blockade of tunneling through a double quantum dot// Phys. Rev. B. 1996. Vol.54. P.5637–5646.
- [107] Waugh F. R., Berry M. J., Mar D. J., Westervelt R. M. et al.// Phys. Rev.
 Lett. 1995. Vol.75. P.705 (1995); Waugh F. R., Berry M. J., et al.// Phys.
 Rev. B. 1996. Vol.53. P.1413.
- [108] Matveev K. A. // Phys. Rev. B. 1995. Vol.51. P.1743.
- [109] Aleiner I. L., Glazman L. I.// Phys. Rev. B. Vol.57. P.9608.
- [110] Möller C. et al// Phys. Rev. Lett. 1998. Vol.81. P.5197.
- [111] Cronenwett S. M. et al// Phys. Rev. Lett. 1998. Vol.81. P.5904.
- [112] Liang C.-T.et al.// Phys. Rev. Lett. 1998. Vol.81. P.3507.

- [113] Ткаченко В. А., Бакшеев Д. Г., Ткаченко О. А., Лианг Ч. -Т.// Письма в ЖЭТФ. 2001. Т.74. С.229-232.
- [114] Fowler A. B.//Physics of Nanostructures/ eds. J. H. Davies, A. R. Long (IOP Publishing Ltd, London, 1991) P. 163.
- [115] Silvestrov P. G., Imry Y., Phys. Rev. Lett. 2000. Vol.85. P.2565-2568.
- [116] Averin D. V., Odintsov A. A.// Phys. Lett. A. 1989. Vol.140. P.251.
- [117] Duncun D. S. et al.// Appl. Phys. Lett. 2000. Vol.77. P.2183.
- [118] Pasquier A.et al.// Phys. Rev. Lett. 1993. Vol.70. P.69-72.
- [119] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика/ М.: «Наука», 1974.
- [120] Альперович В. Л., Ткаченко В. А., Ткаченко О. А. и др.// Письма в ЖЭТФ. 1999. Т.70. С.122–125.
- [121] Bird J. P., Akis R., Ferry D. K. et al.// Phys. Rev. Lett. 1999. Vol.82. P.4691–4694.
- [122] Shorubalko I., Xu H. Q., Maksimov I. *et al.*// Appl. Phys. Lett. 2001.
 Vol.79. P.1384–1386.
- [123] Reitzenstein S., Worschech L., Hartmann P. *et al.*// Phys. Rev. Lett. 2002.
 Vol. 89. P.226804–1-4.
- [124] Csontos D., Xu H. Q.// J. Phys.: Condens. Matter. 2002. Vol.14. P.12513.