Учреждение Российской академии наук Институт физических проблем им. П. Л. Капицы РАН

> На правах рукописи УДК 538.941

ЗАВЬЯЛОВ Владислав Витальевич

Измерение леггеттовской частоты ³Не-В в аэрогеле

01.04.09 – Физика низких температур

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н. В. В. Дмитриев

Содержание

Введение 4					
Глава	1. Свойства сверхтекучего ³ Не	8			
1.1.	Сверхтекучие фазы	8			
1.2.	³ Не в аэрогеле	9			
1.3.	Текстура параметра порядка в объемном ³ Не-В 1	1			
1.4.	ЯМР в ³ Не-В	3			
1.5.	Сверхтекучие спиновые токи и спиновая релаксация 1	7			
1.6.	Однородно-прецессирующий домен	9			
Глава	2. Колебания ОПД (теория)	3			
2.1.	Уравнения Леггетта во вращающейся системе координат 2	3			
2.2.	Стационарное решение	7			
2.3.	Уравнение для частот малых колебаний	0			
Глава З	3. Численные эксперименты	5			
3.1.	Постановка эксперимента, образование ОПД	5			
3.2.	Возбуждение колебаний ОПД 3	8			
3.3.	Частота колебаний	8			
3.4.	Коэффициент затухания колебаний	0			
3.5.	Учет влияния объемного гелия в зазорах	1			
Глава	4. Экспериментальная установка	4			
4.1.	Условия эксперимента	4			
4.2.	Криостат	4			
4.3.	Образец аэрогеля 4	5			
4.4.	Экспериментальные ячейки	6			

4.5.	ЯМР-спектрометр	47		
4.6.	Измерение температуры	50		
Глава	5. Результаты эксперимента	52		
5.1.	Колебания ОПД в объемном ³ Не	52		
5.2.	Частота и коэффициент затухания колебаний в объемном ³ Не .	55		
5.3.	Колебания ОПД в аэрогеле	59		
Заключение				
Литература				

Введение

Изотопы гелия ³Не и ⁴Не — единственные вещества, не затвердевающие вплоть до абсолютного нуля температуры. Атомы ³Не имеют ядерный спин 1/2 и являются ферми-частицами. При температурах ~ 1 мК в ³Не происходит куперовское спаривание и возникает сверхтекучесть. Куперовское спаривание происходит с единичным спином и единичным орбитальным моментом, из-за чего сверхтекучий ³Не является сложной системой с большим разнообразием свойств. В зависимости от условий, в слабых магнитных полях реализуются две сверхтекучие фазы, называемые А- и В-фазой.

В данной работе рассматривается В-фаза ³Не. Ее параметр порядка имеет вид матрицы поворота. Конкретный вид этой матрицы определяется различными условиями (магнитное поле, стенки ячейки и т.д.). Это приводит к пространственно-неоднородному распределению параметра порядка (текстуре) и сложным законам спиновой динамики ([1]).

Одним из интересных явлений спиновой динамики в В-фазе ³Не является возможность существования *однородно прецессирующего домена* (ОПД) ([2], [3]). При этом возникает пространственно-однородное устойчивое состояние, в котором намагниченность и параметр порядка прецессируют строго определенным образом. Данная работа посвящена исследованию малых пространственно-однородных колебаний ОПД.

Теория сверхтекучего ³Не хорошо развита и в большинстве случаев находятся в отличном согласии с экспериментом. Это происходит во многом благодаря тому, что ³Не при сверхнизких температурах является практически идеально чистым веществом: растворимость всех прочих веществ в нем ничтожна. Представляет интерес влияние примесей на столь хорошо изученный объект, в частности для объяснения свойств других похожих систем. Единственным известным методом внесения примесей в сверхтекучий ³Не

4

является помещение его в аэрогель ([4], [5]).

Аэрогель представляет собой «мочалку» из нитей SiO₂. Характерный диаметр нитей 30 – 40 Å, а расстояние между ними — 500 – 1000 Å. Поскольку диаметр нитей меньше длины когерентности сверхтекучего ³He, аэрогель можно считать однородной примесью. Аэрогель достаточно малой плотности не полностью подавляет сверхтекучесть ³He, а лишь уменьшает температуру перехода. При этом реализуются две сверхтекучие фазы. До недавнего времени вопрос идентификации этих фаз оставался открытым, однако сейчас уже можно считать доказанным, что они аналогичны А- и В-фазе чистого ³He.

Интерпретация большинства ЯМР-экспериментов в ³Не в аэрогеле затруднена из-за сложной, меняющейся от образца к образцу текстуры параметра порядка. В частности, к моменту проведения данной работы не были измерены основные параметры сверхтекучего ³Не в аэрогеле, в том числе и леггеттовская частота — важный параметр, характеризующий величину диполь-дипольного взаимодействия атомов куперовской пары.

В данной работе был разработан и применен метод определения леггеттовской частоты, хорошо работающий как в чистом ³He, так и в ³He в аэрогеле.

Впервые была получена формула для частоты пространственно-однородных колебаний ОПД, возникающих при получении ОПД методом непрерывного ЯМР в присутствии поперечного радиочастотного поля накачки. Измерение частоты этих колебаний позволяет определить леггеттовскую частоту ³He.

Была произведена серия численных экспериментов, позволивших учесть влияние эффектов магнитной релаксации и пространственной неоднородности на частоту этих колебаний. С помощью численных экспериментов была получена приближенная формула для коэффициента затухания колебаний.

Были проведены эксперименты в объемном ³Не и в ³Не в аэрогеле. Рас-

5

сматриваемые колебания ОПД были впервые обнаружены экспериментально. Оказалось, что для объемного ³Не их свойства хорошо согласуются с теорией.

Наблюдение колебаний в ³Не в аэрогеле позволило впервые провести измерения леггеттовской частоты. Измерения были проведены в относительно небольшом диапазоне экспериментальных условий, однако они дали возможность количественно интерпретировать особенности текстуры параметра порядка для данного образца аэрогеля. Это позволило впоследствии провести измерения леггеттовской частоты в большом диапазоне температур и давлений по форме линии непрерывного ЯМР.

Основные результаты, представленные в диссертации, докладывались и обсуждались на семинарах ИФП и следующих конференциях:

- International Symposium on Quantum Fluids and Solids, july 2004, Trento, Italy
- 24th International Conference on Low Temperature Physics, august 2005, Orlando, FL, USA

По материалам диссертации опубликовано 3 научные работы ([6], [7], [8]).

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения:

- В первой главе приводятся сведения о сверхтекучем ³Не и о ³Не в аэрогеле. Рассматривается фазовая диаграмма, параметр порядка, уравнения спиновой динамики и особенности ядерного магнитного резонанса для В-фазы.
- Вторая глава посвящена теоретическому рассмотрению уравнений спиновой динамики ³Не. Найдено положение равновесия, соответствующее ОПД и формулы для частот малых колебаний вблизи него.

- В третьей главе описывается постановка численных экспериментов и их результаты.
- В четвертой главе описывается экспериментальная установка: криостат ядерного размагничивания, ЯМР-спектрометр, экспериментальная ячейка и образец аэрогеля, обсуждаются вопросы термометрии.
- В **пятой** главе приведены экспериментальные результаты для объемного ³Не и ³Не в аэрогеле.

Глава 1

Свойства сверхтекучего ³Не

1.1. Сверхтекучие фазы

Существует два стабильных изотопа гелия: ³Не и ⁴Не. Их соотношение в природе составляет около 1:700000. Изотопы гелия и их смеси — единственные вещества, не затвердевающие вплоть до абсолютного нуля температуры.

³Не имеет ядерный спин 1/2. При *T* < 0.1 К его свойства хорошо описываются теорией Ландау для ферми-жидкости с температурой вырождения около 1 К.

Известно, что в ферми-жидкости может произойти куперовское спаривание частиц и возникнуть сверхтекучесть, если при некотором значении орбитального момента относительного движения пары частиц они притягиваются. Так, в обычных сверхпроводниках спаривание электронов происходит с орбитальным моментом L = 0 (s-спаривание), при этом спин куперовской пары S = 0.

Спаривание атомов ³Не происходит с S = 1 и L = 1 (р-спаривание). Это приводит к сверхтекучему переходу со сложным параметром порядка и очень необычными свойствами сверхтекучих фаз. Сверхтекучий переход в ³Не впервые наблюдался в 1972 г в эксперименте Ошерова, Ричардсона и Ли [9].

На рис. 1.1. изображена фазовая диаграмма ³Не при сверхнизких температурах в отсутствии магнитного поля (в описанных в данной работе экспериментах магнитное поле можно считать малым и не влияющим на фазовую диаграмму ³He). В зависимости от условий реализуются две сверхтекучие фазы, различающиеся проекциями спина S = 1 и орбитального момента L = 1

8



Рис. 1.1. Фазовая диаграмма ³Не при сверхнизких температурах в отсутствии магнитного поля.

куперовских пар на направление осей квантования (которые одинаковы для всех пар из-за макроскопической когерентности системы). А-фаза анизотропна: проекция спина любой пары на некоторую ось **d** в спиновом пространстве равна 0, проекция орбитального момента на некоторую ось **l** в орбитальном пространстве равна 1. В-фаза изотропна: все три проекции спина и орбитального момента пар (0, +1, и -1) равновероятны. Свойства А- и В-фазы были теоретически предсказаны в работе Андерсона и Морела [10] и работе Бальяна и Вертхамера [11], задолго до экспериментального наблюдения сверхтекучести ³He.

1.2. ³Не в аэрогеле

Теория сверхтекучих фаз ³Не хорошо развита и в большинстве случаев находятся в отличном согласии с экспериментом. Это связано в частности с тем, что растворимость любых веществ в ³Не экспоненциально уменьшается при охлаждении и в рассматриваемых температурах ³Не можно считать абсолютно чистым веществом.

Представляет интерес влияние примесей на столь хорошо изученный объ-

ект, в частности для объяснения свойств других систем с нетривиальным куперовским спариванием (купратные сверхпроводники). Для внесения примесей в сверхтекучий ³Не используют достаточно необычный метод — помещение ³Не в аэрогель.

Далее речь пойдет о кремниевом 98.2-процентном аэрогеле, с которым производится большинство подобных экспериментов, в том числе эксперименты, описанные в данной работе. Такой аэрогель представляет собой «мочалку» из нитей SiO₂. Нити занимают 1.8% объема образца, их характерный диаметр равен 30 – 40 Å, а расстояние между ними — 500 – 1000 Å. Поскольку диаметр нитей меньше длины когерентности сверхтекучего ³He (несколько сот ангстрем), аэрогель можно считать однородной примесью.

Сверхтекучесть ³Не в аэрогеле впервые наблюдалась в работах [4] и [5]. Было обнаружено, что аэрогель достаточно малой плотности не полностью подавляет сверхтекучесть, а лишь уменьшает температуру перехода (на 20 – 30% для 98.2% аэрогеля при давлении 20 – 30 бар). Фазовая диаграмма ³Не в аэрогеле показана на рис. 1.2. На ней видны две сверхтекучие фазы, расположенные примерно так же, как А- и В-фаза объемного ³Не («объемным ³Не» здесь и далее называется ³Не без аэрогеля). Эти две фазы называют соответственно А-подобной и В-подобной.

В отличие от А-фазы объемного ³Не, А-подобная фаза ³Не в аэрогеле метастабильна почти во всей области существования ([12]). В экспериментах она видна только при охлаждении. При отогреве из В-подобной фазы ее не удается наблюдать, так как, судя по всему, она существует лишь в очень узком диапазоне температур вблизи сверхтекучего перехода. В объемном ³Не область метастабильной А-фазы тоже существует, однако по величине она сравнима с областью равновесной А-фазы.

До недавнего времени природа сверхтекучих фаз ³Не в аэрогеле была не вполне ясна. Сейчас можно считать доказанным, что В-подобная фаза ³Не



Рис. 1.2. Фазовая диаграмма ³Не в аэрогеле. Линии фазовых переходов показаны схематически, так как их положение различается для различных образцов аэрогеля. Пунктирными линиями показана фазовая диаграмма объемного ³Не.

в аэрогеле аналогична В-фазе объемного ³He ([13]), а А-фаза, судя по всему, аналогична А-фазе объемного ³He ([14]). Аэрогель не приводит к появлению сверхтекучих фаз нового типа, а влияет лишь на пространственное распределение параметра порядка («текстуру»). Большинство необычных эффектов, наблюдающихся в ³He в аэрогеле, связаны именно с особенностями текстуры.

1.3. Текстура параметра порядка в объемном ³He-B

В дальнейшем мы будем рассматривать только В-фазу. Ее параметр порядка можно представить в виде

$$A_{jk} = \Delta R_{jk} e^{i\phi}, \tag{1.1}$$

где Δ — энергетическая щель, изотропный (в малых магнитных полях) множитель, зависящий от температуры, R_{jk} — произвольная матрица трехмерного поворота, $e^{i\phi}$ — комплексный фазовый множитель.

Матрица R_{jk} характеризует взаимную ориентацию спиновой и орбитальной осей квантования. Ее удобно представлять в виде $R_{jk}(\mathbf{n}, \theta)$ (поворот вокруг оси **n** на угол θ):

$$R_{jk}(\mathbf{n},\theta) = \delta_{jk} + (n_j n_k - \delta_{jk})(1 - \cos\theta) - e_{jkl} n_l \sin\theta.$$
(1.2)

Различные факторы снимают вырождение параметра порядка по углу θ и направлению **n**. При этом может образоваться некоторая пространственная структура параметра порядка («текстура»).

Вырождение параметра порядка по углу θ снимается за счет слабого спин-орбитального взаимодействия, которое связано с магнитно-дипольным взаимодействием спинов частиц куперовской пары. Энергия такого взаимодействия (на единицу объема) равна

$$F_D = \frac{8\chi\Omega_B^2}{15\gamma^2} \left(\cos\theta + \frac{1}{4}\right)^2. \tag{1.3}$$

Здесь $\chi(T)$ — удельная магнитная восприимчивость В-фазы, γ — гиромагнитное отношение, равное $2.04 \cdot 10^4$ (Э с)⁻¹.

Параметр $\Omega_B(T)$, характеризующий величину диполь-дипольного взаимодействия, называют *легеттовской частотой*. Как будет сказано ниже, это есть частота продольного ЯМР при отсутствии текстуры (при **n** || **H**). Сдвиги частот в поперечном ЯМР также зависят от Ω_B . Леггеттовская частота может быть выражена через Δ формулой ([15]):

$$\Omega_B = \sqrt{\frac{3\pi}{2\chi}} \frac{\gamma^2 \hbar}{2} N_0 \Delta \ln \frac{\varepsilon_f}{\Delta}, \qquad (1.4)$$

где N_0 — плотность состояний на поверхности Ферми, а ε_f — энергия Ферми.

Из формулы (1.3) видно, что минимум энергии спин-орбитального взаимодействия достигается при $\theta = \arccos(-1/4) \approx 104.5^{\circ}$.

Вырождение параметра порядка по направлению вектора **n** снимается различными факторами.

В магнитном поле вектор **n** ориентируется вдоль направления поля, соответствующая энергия пропорциональна $\Omega_B^2(\mathbf{nH})^2$ и обычно мала по сравнению с дипольной энергией.

Стенки сосуда ориентируют вектор **n** по разному в зависимости от направления магнитного поля. В частности, если поле перпендикулярно стенке, то **n** ориентируется также перпендикулярно стенке. Если же поле лежит в плоскости стенки, **n** располагается под углом $\cos^{-1}(1/\sqrt{5}) \approx 63.4^{\circ}$ к направлению поля и под углом 60° к плоскости, перпендикулярной стенке и содержащей направление поля.

Определенная энергия также связана с градиентом параметра порядка. Соотношение магнитной и градиентной энергии определяет *магнитную длину* ξ_H , характерное расстояние, на котором магнитное поле меняет параметр порядка по мере удаления от стенок ячейки. В наших условиях ξ_H имеет величину порядка 1 мм, что сравнимо с размерами экспериментальной ячейки.

Пространственное распределение параметра порядка (текстура) определяется минимумом перечисленных выше энергий во всем объеме и может быть достаточно сложным. В качестве примера на рис. 1.3 схематически показано распределение вектора **n** для ³He, находящегося в цилиндрическом сосуде в магнитном поле, направленном вдоль оси сосуда.

Вид текстуры параметра порядка в ³Не-В в аэрогеле до конца не изучен. Ясно, что он подвержен сильному влиянию неоднородностей аэрогеля и может меняться от образца к образцу.

1.4. ЯМР в ³Не-В

Уравнения спиновой динамики сверхтекучего ³Не в магнитном поле были получены Леггеттом в работе [15]. Для ³Не-В в пространственно-однородном случае без учета магнитной релаксации они выглядят следующим



Рис. 1.3. Схема пространственного распределения вектора **n** параметра порядка ³He-B в цилиндрическом сосуде, ось которого расположена вдоль магнитного поля. Здесь угол $\alpha = 60^{\circ}, \varphi = \cos^{-1}(1/\sqrt{5}) \approx 63.4^{\circ}$ (по [16]).

образом:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{M}} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H} + \frac{4}{15} \frac{\chi \Omega_B^2}{\gamma} \sin \theta \ (1 + 4 \cos \theta) \mathbf{n} \\ \dot{\theta} = \gamma \mathbf{n} \left(\frac{\mathbf{M}}{\chi} - \mathbf{H} \right) \\ \dot{\mathbf{n}} = -\frac{\gamma}{2} \mathbf{n} \times \left(\frac{\mathbf{M}}{\chi} - \mathbf{H} \right) - \\ -\frac{\gamma}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \left[\mathbf{n} \left(\mathbf{n} \left(\frac{\mathbf{M}}{\chi} - \mathbf{H} \right) \right) - \left(\frac{\mathbf{M}}{\chi} - \mathbf{H} \right) \right] \end{cases}$$
(1.5)

Здесь М — удельная намагниченность, вектор **n** и угол θ задают матрицу параметра порядка (см. (1.2)), γ — гиромагнитное отношение, χ — удельная восприимчивость, Ω_B — леггеттовская частота.

При наблюдении ЯМР, ³Не помещают в постоянное магнитное поле \mathbf{H}_0 . При этом в равновесии намагниченность $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}_0$, угол $\theta = \cos^{-1}(-1/4) \approx 104.5^\circ$, а пространственное распределение вектора **n** определяется текстурой.

Для частот малых колебаний вокруг положения равновесия можно получить формулу:

$$\omega_{\pm}^{2} = \frac{1}{2} \left[(\omega_{0}^{2} + \Omega_{B}^{2})^{2} \pm \sqrt{(\omega_{0}^{2} + \Omega_{B}^{2})^{2} - 4\omega_{0}^{2}\Omega_{B}^{2}\cos^{2}\varphi} \right],$$
(1.6)

где $\omega_0 = \gamma H_0$ — ларморовская частота, а φ — угол между **n** и **H**.

Здесь ω_+ есть частота поперечного ЯМР, а ω_- продольного. В экспериментах, как правило, $\omega_0^2 \gg \Omega_B^2$. В этом случае выражения для частот упрощаются:

$$\omega_{+} = \omega_{0} + \frac{\Omega_{B}^{2}}{2\omega_{0}} \sin^{2}\varphi, \qquad \omega_{-} = \Omega_{B} \cos\varphi.$$
(1.7)

Видно, что обе эти частоты сильно зависят от ориентации вектора **n**. Например, линии резонансного поглощения, полученные при наблюдении поперечного ЯМР в цилиндрической ячейке с описанной выше текстурой, имеют характерный вид, показанный на рис. 1.4: пик на ларморовской частоте, соответствующий $\varphi = 0$ (в центре ячейки) и хвост в сторону высоких частот до значения $\omega_0 + \frac{2}{5} \frac{\Omega_B^2}{\omega_0}$, соответствующего $\varphi = 63.4^\circ$ (у боковых стенок ячейки).

Зная текстуру параметра порядка в экспериментальной ячейке, можно измерить леггеттовскую частоту по форме линии ЯМР. Такие измерения для большого диапазона температур и давлений были проведены в работе [16].

Как уже было сказано, текстура параметра порядка в ³He-B в аэрогеле сложна и зависит от конкретного образца аэрогеля. Так, на рис. 1.5 приведены две линии поперечного ЯМР для двух цилиндрических образцов аэрогеля, полученные при одинаковых условиях. Их вид существенно различается и однозначно интерпретировать зависимость сдвигов частот от леггеттовской частоты без дополнительной информации нельзя. По этой же причине затруднена и интерпретация результатов наблюдения продольного ЯМР в ³He-B в аэрогеле.

При наблюдении импульсного ЯМР намагниченность отклоняют на некоторый угол φ радиочастотным импульсом поперечного магнитного поля, а



Рис. 1.4. Линия поглощения непрерывного ЯМР для объемного ³He-B в цилиндрической ячейке. Результат численного моделирования из [17].



Рис. 1.5. Линии поглощения непрерывного ЯМР для двух цилиндрических образцов аэрогеля при одинаковых условиях ($T = 0.76T_{ca}, P = 25.5$ бар, H = 284 Э). Из работы [7].

затем смотрят сигнал свободной индукции, наведенный релаксирующей намагниченностью.

При достаточно больших углах отклонения намагниченности в объемном ³He-В происходит текстурный переход: вектор **n** параметра порядка начинает прецессировать однородно вокруг направления магнитного поля ([18] и [19]).

В этом режиме частота прецессии имеет очень необычную зависимость от угла отклонения намагниченности ([20]): при значениях угла отклонения β меньше $\cos^{-1}(-1/4) \approx 104.5^{\circ}$ она равна ларморовской, а при больших значениях β начинает резко расти:

$$\omega = \omega_0 - \frac{4}{15} \frac{\Omega_B^2}{\omega_0} (1 + 4\cos\beta), \quad \text{при}\cos\beta > -1/4$$
(1.8)

Измерения леггеттовской частоты с использованием этой зависимости были проведены в работе [21].

Импульсный ЯМР в ³Не-В в аэрогеле исследовался в работе [22]. Оказалось, что зависимость частоты от угла отклонения также имеет особенность при $\beta \approx 104.5^{\circ}$. Однако при меньших углах отклонения сдвиг частоты не нулевой. Это указывает на то, что текстурного перехода не происходит вплоть до больших углов отклонения намагниченности. Наличие неизвестной текстуры не позволяет количественно интерпретировать данные импульсного ЯМР ³Не-В в аэрогеле.

1.5. Сверхтекучие спиновые токи и спиновая релаксация

В пространственно-неоднородном случае существенное влияние на спиновую динамику сверхтекучего ³Не оказывают спиновые токи, связанные с градиентом параметра порядка и переносящие намагниченность, а также спиновая диффузия, связанная с градиентом намагниченности. Кроме того, в ³Не существует механизм спиновой релаксации, связанный со спин-орбитальным взаимодействием. Феноменологическая модель этого механизма была предложена Леггеттом и Такаги ([23], [24]). В состоянии минимума дипольной энергии ($\theta \approx 104.5^{\circ}$) релаксации Леггетта-Такаги нет.

В уравнения Леггетта (1.5) можно добавить члены, соответствующие перечисленным механизмам:

$$\begin{cases} \dot{M}_{\mu} = \gamma \left(\mathbf{M} \times \mathbf{H} \right)_{\mu} + \frac{4}{15} \frac{\chi \Omega_{B}^{2}}{\gamma} \sin \theta \left(1 + 4 \cos \theta \right) n_{\mu} \\ -\sum_{i} \nabla_{i} J_{i\mu} + \sum_{ij\nu} D_{ij\mu\nu} \nabla_{j} M_{\nu} \\ \dot{\theta} = \gamma \mathbf{n} \left(\frac{\mathbf{M}}{\chi} - \mathbf{H} \right) + \frac{4}{15} \frac{1}{\tau} \sin \theta \left(1 + 4 \cos \theta \right) \\ \dot{\mathbf{n}} = -\frac{\gamma}{2} \mathbf{n} \times \left(\frac{\mathbf{M}}{\chi} - \mathbf{H} \right) - \\ -\frac{\gamma}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \left[\mathbf{n} \left(\mathbf{n} \left(\frac{\mathbf{M}}{\chi} - \mathbf{H} \right) \right) - \left(\frac{\mathbf{M}}{\chi} - \mathbf{H} \right) \right] \end{cases}$$
(1.9)

Здесь $J_{i\mu}$ — спиновый ток, переносящий компоненту намагниченности M_{μ} в направлении координаты x_i , $D_{ij\mu\nu}$ — тензор четвертого ранга коэффициента спиновой диффузии; τ — эффективное время, характеризующее механизм релаксации Леггетта-Такаги.

В [3] показано, что в случае пространственной неоднородности вдоль только одной из осей, в выражение для спиновой диффузии входит лишь изотропная составляющая коэффициента спиновой диффузии. В случае неоднородности вдоль оси *z* первое уравнения принимает вид:

$$\dot{M}_{\mu} = \gamma (\mathbf{M} \times \mathbf{H})_{\mu} + \frac{4}{15} \frac{\chi \Omega_B^2}{\gamma} \sin \theta (1 + 4\cos \theta) n_{\mu} - \frac{\partial}{\partial z} [J_{z\mu} - DM_{\mu}]. \quad (1.10)$$

Спиновый ток выражается через градиенты параметра порядка следующим образом ([25]):

$$J_{\alpha i} = \frac{\chi}{2\gamma} \left(c_{\parallel} \delta_{\alpha\beta} \delta_{ij} - (c_{\parallel} - c_{\perp}) (R_{\alpha i} R_{\beta j} + R_{\alpha j} R_{\beta i}) \omega_{\beta j}, \right.$$
(1.11)

где

$$\omega_{\beta j} = \frac{1}{2} e_{\beta \mu \nu} R_{\mu k} \nabla_j R_{\nu k}, \qquad (1.12)$$

а параметры c_{\parallel} и c_{\perp} — скорости продольных и поперечных спиновых волн. Согласно [26] на практике можно считать $c_{\perp} \approx 3/4c_{\parallel}$.

Подставляя в формулу для спиновых токов матрицу параметра порядка (1.2), можно получить спиновые токи, выраженные через компоненты вектора **n** и угол θ .

1.6. Однородно-прецессирующий домен

Наличие спиновых токов вместе с необычной зависимостью частоты прецессии намагниченности от угла отклонения приводит к существованию ³He-B так называемого *однородно прецессирующего домена* (ОПД) ([2], [3]).

Рассмотрим ³He, находящийся в замкнутой ячейке, к которой приложено магнитное поле с однородным градиентом. Пусть, для определенности, поле направлено вдоль вертикальной оси и увеличивается к нижней части ячейки. В равновесии намагниченность ³He направлена вдоль поля (рис 1.6.).

Отклоним теперь намагниченность во всем объеме на некоторый угол. После этого возникнет прецессия намагниченности на ларморовской частоте, причем из-за градиента поля будет возникать градиент фазы прецессии. Это приведет к появлению сверхтекучего спинового тока, который будет переносить продольную намагниченность в область более сильного поля. При этом модуль намагниченности будет сохраняться, а угол отклонения полной намагниченности β в области сильного поля будет уменьшаться.



Рис. 1.6. Схема образования ОПД.

Этот процесс будет продолжаться до тех пор, пока в ячейке не появится двухдоменная структура: в области более сильного поля намагниченность придет к равновесному положению ($\beta = 0$), а в области слабого поля возникнет однородная прецессия с углом отклонения β чуть превышающим $\theta_0 \approx 104.5^\circ$. Дальнейшее отклонение намагниченности не происходит из-за того, что начиная с этого угла возникает сдвиг частоты, который компенсирует расфазировку прецессии, вызванную градиентом магнитного поля, что приводит к исчезновению градиента параметра порядка и, соответственно, спинового тока, переносящего намагниченность. Угол отклонения β превышает θ_0 постольку, постольку это необходимо для подстройки частоты прецессии во всем объеме ОПД равна ларморовской частоте на границе домена.

ОПД можно создать и поддерживать сколь угодно долго с помощью непрерывной радиочастотной накачки ([27]). На рис. 1.7. показан типичный сигнал непрерывного ЯМР с амплитудой накачки, достаточной для образования ОПД. При уменьшении внешнего поля (или при увеличении частоты радиочастотной накачки) ларморовская частота сравняется с частотой накачки прежде всего в области более слабого поля. При этом, как было описано выше, там образуется ОПД. При дальнейшем уменьшении поля домен будет постепенно заполнять ячейку, причем его граница будет находится в том месте, где ларморовская частота совпадает с частотой накачки. При этом сигнал, соответствующий поперечной намагниченности, линейно растет по мере того, как домен заполняет ячейку. Когда частота накачки превысит ларморовскую частоту для всего объема гелия, ячейка окажется полностью заполненной ОПД.



Рис. 1.7. Типичный сигнал непрерывного ЯМР при создании ОПД. По горизонтали отложен сдвиг частоты от ларморовской в верхней части ячейки, по вертикали — сигналы поглощения и дисперсии. Сигнал проходится в сторону увеличения сдвига частоты. В области А происходит постепенное заполнение ячейки доменом, поперечная намагниченность растет линейно. В области В домен существует во всей ячейке, при дальнейшем увеличении сдвига частоты домен разрушается. Основной вклад в поглощение дает механизм релаксации Леггетта-Такаги. Во время роста домена существенный вклад дает магнитная диффузия в доменной стенке. Скачек на сигнале в районе сдвига частоты 1300 Гц связан, судя по всему, с увеличением поглощения при выходе границы домена из области РЧ-поля в ножке ячейки. Сигнал записан при давлении 19.5 бар, температуре 0.65 T_c , в магнитном поле 284 Э.

По мере дальнейшего увеличения сдвига частоты прецессии от ларморовской, вся намагниченность прецессирует на частоте накачки с углом отклонения все более превышающем θ_0 . Сигнал непрерывного ЯМР при этом почти не меняется, однако из-за механизма релаксации Леггетта-Такаги растет поглощение энергии в объеме ОПД и рано или поздно домен разрушается. Создав ОПД, можно остановить сканирование поля. После этого домен будет поддерживаться сколь угодно долго радиочастотной накачкой.

При обратном проходе домен также возникает в области более слабого поля, в момент когда ларморовская частота в этой части ячейки сравнивается с частотой накачки, однако из-за противоположного направления сканирования поля он практически сразу исчезает.

ОПД в ³Не-В аэрогеле полностью аналогичен ОПД в объемном ³Не-В. Обнаружение этого факта в работе [28] сыграло существенную роль в идентификации В-фазы ³Не в аэрогеле.

Важная для данной работы особенность ОПД — пространственная однородность. Уже было сказано, что при наблюдении ЯМР в ³Не в аэрогеле существенные трудности создает сложная, зависящая от образца текстура параметра порядка. В ОПД параметр порядка прецессирует однородно, что радикально упрощает интерпретацию результатов. Наблюдение малых колебаний ОПД оказалось плодотворным методом изучения свойств ³Не в аэрогеле.

22

Глава 2

Колебания ОПД (теория)

Однородно прецессирующий домен (ОПД) — удобная для различных исследований система. Пространственное распределение параметра порядка и намагниченности в ОПД практически не зависит от неоднородности поля, формы ячейки и т.п. и одинаково как в чистом ³He, так и в ³He в аэрогеле.

Интересно изучить малые колебания этой системы вокруг положения равновесия. Пространственно неоднородные колебания (крутильные колебания, колебания границы ОПД) были изучены теоретически и экспериментально в работах [29], [30], [26], [31].

В работе [32] И.А.Фомин теоретически нашел две моды однородных колебаний ОПД существующих при отсутствии радиочастотной накачки. В данной работе было обнаружено, что при наличии радиочастотной накачки возникает еще одна мода пространственно-однородных колебаний. Эти колебания удобны для наблюдения, а измерения их частоты позволяют определить леггеттовскую частоту как в объемном ³Не, так и в ³Не в аэрогеле. Найдем частоту этих колебаний.

Рассмотрение производится в пространственно-однородной геометрии, без учета эффектов магнитной релаксации.

2.1. Уравнения Леггетта во вращающейся системе координат

Пусть ³Не помещен в постоянное магнитное поле H_0 направленное вдоль оси z и радиочастотное поперечное поле H_R , вращающееся в плоскости x - y с частотой ω .

Запишем систему уравнений Леггетта (1.5):

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{M}} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H} + \frac{4}{15} \frac{\chi \Omega_B^2}{\gamma} \sin \theta (1 + 4 \cos \theta) \mathbf{n} \\ \dot{\theta} = \gamma \mathbf{n} \left(\frac{\mathbf{M}}{\chi} - \mathbf{H} \right) \\ \dot{\mathbf{n}} = -\frac{\gamma}{2} \left[\mathbf{n} \times \left(\frac{\mathbf{M}}{\chi} - \mathbf{H} \right) + \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \left[\mathbf{n} \left(\mathbf{n} \left(\frac{\mathbf{M}}{\chi} - \mathbf{H} \right) \right) - \left(\frac{\mathbf{M}}{\chi} - \mathbf{H} \right) \right] \right]. \tag{2.1}$$

Введем безразмерные обозначения:

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}}{\chi H_0}, \qquad \gamma H_0 = \omega_0, \qquad b = \frac{\Omega_B^2}{\omega_0^2}.$$
$$F(\theta) = \frac{4}{15} \sin \theta (1 + 4 \cos \theta), \qquad C(\theta) = \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2},$$

Кроме того, введем $B = \mathbf{n}(\mathbf{m} - \mathbf{H}/H_0)$. В этих обозначениях уравнения будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{m}} = \omega_0 \mathbf{m} \times \mathbf{H}/H_0 + \omega_0 bF \mathbf{n} \\ \dot{\theta} = \omega_0 B \\ 2\dot{\mathbf{n}} = -\omega_0 \mathbf{n} \times (\mathbf{m} - \mathbf{H}/H_0) - \omega_0 C \left[B\mathbf{n} - (\mathbf{m} - \mathbf{H}/H_0)\right] \\ B = \mathbf{n}(\mathbf{m} - \mathbf{H}/H_0). \end{cases}$$

По условиям задачи $\mathbf{H} = (H_R \cos(\omega t), -H_R \sin(\omega t), H_0)$. Перейдем во вращающуюся систему координат, в которой поле неподвижно. Такой переход задается матрицей поворота R(t):

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) & 0\\ \sin(\omega t) & \cos(\omega t) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{m}_r = R\mathbf{m} \quad \mathbf{n}_r = R\mathbf{n} \quad \mathbf{H}_r = R\mathbf{H},$$
(2.2)

Подставляем в уравнения $\mathbf{m} = R^{-1}\mathbf{m}_r$, $\mathbf{n} = R^{-1}\mathbf{n}_r$ и $\mathbf{H} = R^{-1}\mathbf{H}_r$, умножаем первое и третье уравнения слева на R, учитываем, что $R\mathbf{a}R\mathbf{b} = \mathbf{a}\mathbf{b}$ и $R\mathbf{a} \times R\mathbf{b} = R(\mathbf{a} \times \mathbf{b})$ и опускаем у векторов индекс r:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{m}} = -R\dot{R}^{-1}\mathbf{m} + \omega_0\mathbf{m} \times \mathbf{H}/H_0 + \omega_0 bF\mathbf{n} \\ \dot{\theta} = \omega_0B \\ 2\dot{\mathbf{n}} = -2R\dot{R}^{-1}\mathbf{n} - \omega_0\mathbf{n} \times (\mathbf{m} - \mathbf{H}/H_0) - \omega_0C \left[B\mathbf{n} - (\mathbf{m} - \mathbf{H}/H_0)\right] \\ B = \mathbf{n}(\mathbf{m} - \mathbf{H}/H_0). \end{cases}$$

Запишем это уравнение в координатах, учитывая, что во вращающей системе $\mathbf{H} = (H_R, 0, H_0)$, а для матрицы поворота R из (2.2) произведение $R\dot{R}^{-1}$ имеет вид

$$R\dot{R}^{-1} = \omega \left(\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right).$$

$$\begin{split} \dot{m}_{x} &= -m_{y}\omega + m_{y}\omega_{0} + \omega_{0}bFn_{x} \\ \dot{m}_{y} &= m_{x}\omega + m_{z}\omega_{0}H_{R}/H_{0} - M_{x}\omega_{0} + \omega_{0}bFn_{y} \\ \dot{m}_{z} &= -m_{y}\omega_{0}H_{R}/H_{0} + \omega_{0}bFn_{z} \\ \dot{\theta} &= B\omega_{0} \\ 2\dot{n}_{x} &= -2n_{y}\omega - \omega_{0}\{n_{y}(m_{z}-1) - n_{z}m_{y}\} - \omega_{0}C\{Bn_{x} - (m_{x} - H_{R}/H_{0})\} \\ 2\dot{n}_{y} &= 2n_{x}\omega - \omega_{0}\{n_{z}(m_{x} - H_{R}/H_{0}) - n_{x}(m_{z}-1)\} - \omega_{0}C\{Bn_{y} - m_{y}\} \\ 2\dot{n}_{z} &= -\omega_{0}\{n_{x}m_{y} - n_{y}(m_{x} - H_{R}/H_{0})\} - \omega_{0}C\{Bn_{z} - (m_{z}-1)\} \\ B &= n_{x}(m_{x} - H_{R}/H_{0}) + n_{y}m_{y} + n_{z}(m_{z}-1) \end{split}$$

Введя безразмерный сдвиг частоты $d = (\omega - \omega_0)/\omega_0$ и безразмерное радиочастотное поле $h = H_R/H_0$, получаем следующий результат: Уравнения Леггетта в системе координат, вращающейся вокруг оси z с частотой ω . К системе приложено поле H_0 вдоль оси z и поле H_R вдоль оси x:

$$\dot{m}_{x}/\omega_{0} = -dm_{y} + bFn_{x}
\dot{m}_{y}/\omega_{0} = hm_{z} + dm_{x} + bFn_{y}
\dot{m}_{z}/\omega_{0} = -hm_{y} + bFn_{z}
\dot{\theta}/\omega_{0} = B
2\dot{n}_{x}/\omega_{0} = -2n_{y}(1+d) - n_{y}(m_{z}-1) + n_{z}m_{y} - CBn_{x} + C(m_{x}-h)
2\dot{n}_{y}/\omega_{0} = 2n_{x}(1+d) - n_{z}(m_{x}-h) + n_{x}(m_{z}-1) - CBn_{y} + Cm_{y}
2\dot{n}_{z}/\omega_{0} = -n_{x}m_{y} + n_{y}(m_{x}-h) - CBn_{z} + C(m_{z}-1)
B = n_{x}(m_{x}-h) + n_{y}m_{y} + n_{z}(m_{z}-1)$$
(2.3)

Здесь использованы обозначения:

$$\gamma H_0 = \omega_0, \qquad F = \frac{4}{15} \sin \theta (1 + 4 \cos \theta), \qquad C = \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2},$$
$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}}{\chi H_0}, \quad d = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}, \quad h = \frac{H_R}{H_0}, \quad b = \frac{\Omega_B^2}{\omega_0^2},$$

Как и должно быть, полученная система уравнений сохраняет модуль единичного вектора **n**. Действительно, если умножить последние три уравнения на n_x , n_y и n_z соответственно и сложить их, получим уравнение на производную квадрата модуля **n**, которая оказывается тождественно равной нулю. Для вектора **m** это не всегда так. Проделав аналогичную операцию с первыми тремя уравнениями, получим

$$\frac{d}{dt}|\mathbf{m}^2 = bF\mathbf{n}\mathbf{m}$$

Видно, что при нахождении системы в минимуме дипольной энергии $(\cos \theta = -1/4)$, модуль **m** сохраняется.

2.2. Стационарное решение

Найдем стационарное решение системы уравнений Леггетта во вращающейся системе координат. В уравнениях (2.3) положим все производные по времени равными нулю:

$$\begin{cases} 0 = -dm_y + bFn_x \\ 0 = hm_z + dm_x + bFn_y \\ 0 = -m_yh + bFn_z \\ 0 = -2n_y(1+d) - n_y(m_z - 1) + n_zm_y - CBn_x + C(m_x - h) \\ 0 = 2n_x(1+d) - n_z(m_x - h) + n_x(m_z - 1) - CBn_y + Cm_y \\ 0 = -n_xm_y + n_y(m_x - h) - CBn_z + C(m_z - 1) \\ 0 = n_x(m_x - h) + n_ym_y + n_z(m_z - 1) \end{cases}$$

Из первого и третьего уравнений $m_y = n_x bF/d$, $n_z = n_x h/d$. Исключим n_z и m_y из остальных уравнений:

$$\begin{cases} 0 = hm_z + dm_x + bFn_y \\ 0 = n_x(m_x - h) + n_y n_x bF/d + n_x h/d(m_z - 1) \\ 0 = -2n_y(1 + d) - n_y(m_z - 1) + n_x^2 bFh/d^2 + C(m_x - h) \\ 0 = 2n_x(1 + d) - n_x(m_x - h)h/d + n_x(m_z - 1) + Cn_x bF/d \\ 0 = -n_x^2 bF/d + n_y(m_x - h) + C(m_z - 1) \end{cases}$$

Из второго уравнения

$$0 = \frac{n_x}{d}(hm_z + dm_x + bFn_y - dh - h).$$

Подставив сюда первое уравнение, получим, что в ненулевом радиочастотном поле $n_x = 0$. Отсюда

$$m_y = n_z = n_x = 0, \quad n_y = \pm 1$$

и уравнения принимают вид:

$$\begin{cases} 0 = hm_z + dm_x + bn_y F \\ 0 = 2(1+d) + (m_z - 1) - n_y C(m_x - h) \\ 0 = m_x - h + n_y C(m_z - 1) \end{cases}$$
(2.4)

Из первого уравнения видно, что при малых h и d значение F мало, то есть угол θ мало отличается от значения $\pm \arccos(-1/4)$.

Введем числа $s_1 = \pm 1$ — знак n_y и $s_2 = \pm 1$ — знак θ , а также их произведение $s = s_1 s_2$. Будем искать решение в виде $\theta = s_2 [\arccos(-1/4) + \Theta]$, где $\Theta \sim h, d \ll 1$. Пренебрегая членами, квадратичными по Θ , получаем:

$$\sin(\theta) = s_2 \frac{\sqrt{15} - \Theta}{4}, \qquad \cos(\theta) = -\frac{1 + \sqrt{15}\Theta}{4},$$
$$C = \operatorname{ctg}(\theta/2) = s_2 \sqrt{\frac{1 + \cos\Theta}{1 - \cos\Theta}} = s_2 \left(\sqrt{\frac{3}{5}} - \frac{4}{5}\Theta\right),$$
$$F = \frac{4}{15} \sin\theta(1 + 4\cos\theta) = -s_2\Theta$$

Подставляя С и F в уравнения (2.4), получаем следующий результат:

Стационарное решение уравнений Леггетта во вращающейся системе координат для малых *h* и *d*:

$$n_x = 0, \qquad n_y = s_1, \qquad n_z = 0,$$

$$m_x = s \frac{\sqrt{15}}{4} (1+d) + h - s\Theta, \qquad m_y = 0, \qquad m_z = -\frac{1}{4} - \frac{5}{4} d - 2\frac{\sqrt{15}}{5}\Theta$$

$$\Theta = \frac{1}{4b} \left(\sqrt{15d} - sh \right), \qquad \theta = s_2 [\arccos(-1/4) + \Theta]. \tag{2.5}$$

Здесь $s_1 = \pm 1, s_2 = \pm 1, s = s_1 s_2$, то есть, различных решений всего четыре. Соответствующие варианты положения векторов *n* и *m* показаны на рис. 2.1 Как будет показано позднее, устойчивым является лишь положение равновесия с $s_1 = s_2 = 1$. Это решение соответствует однородно прецессирующему домену.



Рис. 2.1. Четыре стационарных решения уравнений Леггетта во вращающейся системе координат для малых h и d. Только первое решение соответствует устойчивому положению равновесия.

2.3. Уравнение для частот малых колебаний

Будем искать решения уравнений (2.3) в виде

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + e^{ix\omega_0 t} \Delta \mathbf{m}, \qquad \mathbf{n} = \mathbf{n}_0 + e^{ix\omega_0 t} \Delta \mathbf{n}, \qquad \Theta = \Theta_0 + e^{ix\omega_0 t} \Delta \Theta_2$$

где \mathbf{m}_0 , \mathbf{n}_0 , и Θ_0 — стационарное решение (2.5), x — безразмерная частота, выраженная в единицах ω_0 , а $\Delta \mathbf{m}$, $\Delta \mathbf{n}$, и $\Delta \Theta$ — малые комплексные (с учетом фазы) отклонения от стационарного решения.

Подставим эти величины в (2.3) и учтем, что $n_{x0} = n_{z0} = m_{y0} = B_0 = 0$. Кроме того, воспользуемся тем фактом, что модуль **n** сохраняется: выкинем 6-е уравнение (как уже было показано, 5-е, 6-е и 7-е уравнения линейно-зависимы) и положим $\Delta n_y = 0$ (поскольку нам интересны малые отклонения от положения равновесия, в котором **n** направлен вдоль оси *y*):

$$\begin{cases}
ix\Delta m_x = -d\Delta m_y + bF_0\Delta n_x \\
ix\Delta m_y = h\Delta m_z + d\Delta m_x + bn_{y0}\Delta F \\
ix\Delta m_z = -h\Delta m_y + bF_0\Delta n_z \\
ix\Delta\Theta = \Delta B \\
2ix\Delta n_x = -n_{y0}\Delta m_z + (m_{x0} - h)\Delta C + C_0\Delta m_x \\
2ix\Delta n_z = n_{y0}\Delta m_x + C_0\Delta m_z + (m_{z0} - 1)\Delta C \\
\Delta B = n_{y0}\Delta m_y + (m_{x0} - h)\Delta n_x + (m_{z0} - 1)\Delta n_z
\end{cases}$$

Подставим ΔB из последнего уравнения, а также $\Delta F = -s_2 \Delta \Theta$ и $\Delta C = -4/5s_2 \Delta \Theta$ и приведем подобные члены. Полученная однородная система линейных уравнений имеет нетривиальное решение только при равенстве нулю определителя:

Подставляем равновесные значения из (2.5) и раскрываем определитель, пренебрегая, где это возможно, членами более высокого порядка по *h* и *d*. Получим уравнение третьего порядка на x^2 :

$$-s_2 x^6 + (1+b)x^4 - \frac{1}{\sqrt{15}} \left[\frac{3}{8} (\sqrt{15}d - sh) + b(\sqrt{15}d + 3sh) \right] x^2 + \frac{b}{10} (\sqrt{15}d - sh)sh = 0.$$

Уравнение имеет одно высокочастотное решение $(x^2 \sim 1)$, для его нахождение (с точностью до членов порядка h, d) пренебрежем малыми членами при x и x^2 . Видно, что при $s_2 = -1$ положение равновесия неустойчиво, так как одно из решений соответствует экспоненциальному росту отклонений от равновесия. В случае $s_2 = 1$ частота высокочастотной моды колебаний без учета поправок порядка h, d равна

$$x_1^2 = 1 + b.$$

Оставшиеся два решения имеют частоту $x \ll 1$, для их поиска можно пренебречь членом при x^6 . Решения полученного квадратного уравнения можно искать в виде:

$$x^{2} = s h b f(a, b),$$
 где $a = \frac{\sqrt{15}d - sh}{sh}.$

При этом для f получается уравнение, зависящее только от двух параметров, a и b:



$$(1+b)bf^2 - \frac{1}{\sqrt{15}}(3/8a + ba + 4b)f + \frac{a}{10} = 0.$$
 (2.6)

Рис. 2.2. Зависимость корней уравнения (2.6) f_1 и f_2 от a для разных b.

Зависимости корней этого уравнения f_1 и f_2 от a для разных b показаны на рис. 2.2. Видно, что $f_2 > 0$ при любых a. Из этого следует, что положение равновесия с s = -1 неустойчиво.

Кроме того, видно, что при достаточно больших a и достаточно малых b f_1 не зависит от a, а f_2 пропорционален a. Нам интересен именно этот, «линейный» режим, в котором частота низкочастотной моды колебаний не зависит от сдвига частоты d (в эксперименте сдвиг неоднороден по объему ячейки из-за приложенного градиента и из-за неоднородности магнитного поля).

Условие линейности режима: $a \gg b$ (то есть, $d \gg bh$) или $b \ll 1$. И в том и в другом случае к выражению, стоящему при f, можно дописать нужную малую добавку порядка b^2 и получить результат:

$$f_1 = \frac{4}{\sqrt{15}(1+8/3b)}, \qquad f_2 = \frac{a}{b\sqrt{15}}\frac{3/8+b}{1+b}$$

Выпишем полученные результаты в исходных обозначениях:

Положение устойчивого равновесия, соответствующее ОПД: $n_x = 0, \qquad n_y = 1, \qquad n_z = 0,$ $m_x = \frac{\sqrt{15}}{4}(1+d) + h - \Theta, \qquad m_y = 0, \qquad m_z = -\frac{1}{4} - \frac{5}{4}d - 2\frac{\sqrt{15}}{5}\Theta$ (2.7) $\Theta = \frac{1}{4b}\left(\sqrt{15}d - h\right), \qquad \theta = +\arccos(-1/4) + \Theta.$

Уравнение для частот малых колебаний около положения равновесия:

$$-x^{6} + (1+b)x^{4} - \frac{1}{\sqrt{15}} \left[\frac{3}{8} (\sqrt{15}d - h) + b(\sqrt{15}d + 3h) \right] x^{2} + \frac{b}{10} (\sqrt{15}d - h)h = 0.$$
(2.8)

Высокочастотная мода колебаний, без учета членов порядка d, h:

$$x_1^2 = 1 + b \tag{2.9}$$

Низкочастотные моды колебаний в «линейном» режиме $(d \gg bh$ или $b \ll 1)$:

$$x_2^2 = \frac{4 h b}{\sqrt{15}(1+8/3b)},\tag{2.10}$$

$$x_3^2 = \frac{\sqrt{15}d - h}{\sqrt{15}} \frac{3/8 + b}{1 + b}.$$
 (2.11)

Здесь использованы следующие безразмерные обозначения:

$x = \Omega / \gamma H_0$	– искомая частота колебаний
$h = H_R/H_0 \ll 1$	– поле радиочастотной накачки
$d = (\omega - \gamma H_0) / \gamma H_0 \ll 1$	– сдвиг частоты от ларморовской
$b = \Omega_B^2 / (\gamma H_0)^2$	– квадрат леггеттовской частоты

Дальше в этой работе рассматриваются только колебания ОПД с частотой (2.10). Частота этих колебаний зависит от амплитуды радиочастотной накачки и от леггеттовской частоты, и не зависит от сдвига частоты (который в реальных экспериментах неоднороден по объему ОПД).

Глава З

Численные эксперименты

Перед выполнением экспериментальной части работы была произведена серия численных экспериментов, позволивших решить следующие задачи:

- обнаружение низкочастотных колебаний ОПД, проверка уравнения (2.10);
- нахождение оптимального способа возбуждения и наблюдения колебаний;
- изучение влияния спиновой релаксации и пространственной неоднородности на частоту колебаний;
- изучение коэффициента затухания колебаний;
- изучение влияния объемного ³He, находящегося в зазорах между аэрогелем и стенками ячейки.

3.1. Постановка эксперимента, образование ОПД

Уравнения спиновой динамики (1.9), записанные во вращающейся системе координат, решались численно в одномерной геометрии (пространственные неоднородности и спиновые токи допускались лишь вдоль одной оси) с учетом эффектов магнитной релаксации. Для счета использовалась модификация программы на Фортране, написанной В. В. Дмитриевым. Программа использует стандартный алгоритм 540R (PDECOL) для решения систем дифференциальных уравнений ([33], [34]).

В качестве граничных условий было выбрано требование равенства нулю спиновых токов на границах ячейки. Для расчета выбраны параметры, соответствующие реальным экспериментальным условиям:

• длина ячейки: 18 мм;

- магнитное поле: 284 Э;
- градиент магнитного поля: 0.1 Э/см;
- поле радиочастотной накачки: 1...10 мЭ;
- температура: $0.6...0.95 T_c$;
- давление: 19.5 бар.

В зависимости от температуры и давления выбирались величины леггеттовской частоты (в соответствии с [16]), скорости спиновых волн и коэффициента спиновой диффузии (в соответствии с [35] и [26]), времени релаксации Леггетта-Такаги (в соответствии с [41]). Кроме того, эти параметры могли варьироваться и независимо друг от друга.

Вычисления практически соответствуют проведению реального эксперимента: к ячейке приложено постоянное магнитное поле, линейно растущее вдоль оси z, и постоянное (во вращающейся системе координат) поле радиочастотной накачки, направленное вдоль оси x. Частота накачки плавно увеличивается, так чтобы точка, в которой эта частота равна ларморовской, проходила через ячейку. При этом в области меньшего поля образуется ОПД, который постепенно заполняет всю ячейку.

Графики изменения намагниченности и параметра порядка вдоль ячейки показаны на рис. 3.1. Сдвиг частоты отсчитывается от ларморовского значения в центре ячейки. Линия проходится в сторону увеличения сдвига частоты, при этом в ячейке образуется ОПД.

Выбор начала отсчета для сдвига частоты накачки достаточно произволен. В формулах предыдущей главы рассматривалась пространственно-однородная геометрия, в которой сдвиг частоты четко определен. В численных (так же как и в реальных) экспериментах ОПД создается в присутствии градиента магнитного поля. При этом возникает пространственно-неоднородная система, части которой связаны спиновыми токами. Дополнительную неодно-

36



Рис. 3.1. Графики изменения намагниченности и параметра порядка вдоль ячейки (координата z). Сдвиг частоты накачки отсчитывается от ларморовской частоты в центре ячейки. При увеличении сдвига частоты образуется ОПД. Параметры численного эксперимента соответствуют давлению 24.8 бар, температуре 0.94 T_c , магнитному полю 284 Э, градиенту поля 0.1 Э/см, амплитуде радиочастотной накачки 3 мЭ.

родность создают стенки ячейки. В этой ситуации можно лишь отсчитывать сдвиг от какого-то удобного значения, понимая, что измеренные величины получаются некоторым сложным усреднением вкладов от частей ячейки с различными сдвигами.

3.2. Возбуждение колебаний ОПД

После того, как ячейка полностью заполняется доменом, частота накачки фиксируется и производится возбуждение колебаний. Подходящим способом возбуждения оказалось небольшое ступенчатое изменение магнитного поля вдоль оси *z* или, что практически эквивалентно, частоты радиочастотной накачки. Колебания поперечной намагниченности записываются и аппроксимируются экспоненциально спадающей синусоидой. Таким образом можно получить зависимости частоты и коэффициента затухания колебаний от различных параметров.

Было показано, на частоту и коэффициент затухания колебаний не влияет спиновая диффузия *D* (в диапазоне, соответствующем исследуемым температурам и давлениям), градиент магнитного поля, по крайней мере, до величины 0.2 Э/см, а также неоднородность радиочастотного поля, по крайней мере, до величины 10%.

Таким образом, параметрами, влияющими на результат, были амплитуда радиочастотной накачки H_R , сдвиг частоты Δf , скорость спиновых волн c_{\parallel} , леггеттовская частота Ω_B и время релаксации Леггетта-Такаги τ .

3.3. Частота колебаний

На рис. 3.2 показан пример зависимости частоты колебаний ОПД от сдвига частоты. Сплошная горизонтальная линия — теоретическое значение,

38



Рис. 3.2. Зависимость частоты колебаний ОПД от сдвига частоты. Сплошной линией показано теоретическое значение, полученное по формуле (2.10). Заштрихована область, в которой частота накачки равна ларморовской частоте внутри ячейки. Параметры численного эксперимента: леггеттовская частота 89.8 кГц, скорость спиновых волн 600 см/с, коэффициент спиновой диффузии 8.55 · 10⁻² см²/с, время релаксации Леггетта-Такаги 0.379 мкс, магнитное поле 284 Э, градиент поля 0.1 Э/см, амплитуда радиочастотной накачки 3 мЭ.

Видно, что можно выделить три диапазона сдвигов. В области малых сдвигов ($\Delta f < 200 \,\Gamma$ ц) частота резко отклоняется от теоретического значения при уменьшении сдвига. Это связано, судя по всему, с выходом из «линейного режима», нарушением условия $d \gg bh$, которое мы предполагали, получая приближенную формулу (2.10) для корня уравнения (2.8). Впрочем, точное рассмотрение этого явления осложнено неоднородностью сдвига частоты по длине ячейки.

В области больших сдвигов ($\Delta f > 500$ Гц) отклонение частоты от теоре-

тического значения экспоненциально растет с ростом сдвига. Это отклонение зависит от многих параметров: амплитуды накачки, леггеттовской частоты, времени релаксации Леггетта-Такаги, скорости спиновых волн. Конкретный вид этой зависимости довольно сложен и подробно не исследовался.

В достаточно большом диапазоне средних сдвигов ($\Delta f \sim 200..500$ Гц) частота колебаний с хорошей точностью совпадает с теорией. На практике всегда можно измерять частоту колебаний в этом диапазоне и пользоваться формулой (2.10).

На рис. 3.3 показана зависимость квадрата частоты колебаний ОПД от амплитуды радиочастотной накачки при различных температурах. Линиями изображены теоретические зависимости (2.10), вычисленные без подгоночных параметров. Видно, что частота колебаний при указанном сдвиге частоты хорошо согласуется с теорией, отклонение возникает лишь при низких температурах и больших амплитудах накачки.

3.4. Коэффициент затухания колебаний

Зависимость коэффициента затухания колебаний ОПД от исследуемых параметров оказалась достаточно простой. Коэффициент затухания пропорционален сдвигу частоты, причем коэффициент пропорциональности определяется только временем релаксации Леггетта-Такаги τ и, в меньшей степени, леггеттовской частотой Ω_B :

$$k = \left(0.1699 - 0.4187 \left(\frac{\Omega_B}{2\pi} \cdot 10^{-6}\right)^2\right) \frac{10^{-6}}{\tau} \Delta f$$
(3.1)

Сдвиг частоты Δf отсчитывается от некоторой частоты, близкой к ларморовской в центре ячейки. Точное значение этой частоты зависит от многих параметров и подробно не изучалось. Таким образом, измеряя наклон зави-



Рис. 3.3. Зависимость квадрата частоты колебаний ОПД от амплитуды радиочастотной накачки при различных температурах. Линии — теоретические зависимости, вычисленные по формуле (2.10). Параметры численного эксперимента соответствуют давлению 19.5 бар, магнитному полю 284 Э, градиенту поля 0.1 Э/см. Сдвиг частоты накачки от ларморовского значения в центре ячейки равен 224 Гц.

симости коэффициента затухания от сдвига частоты и зная величину леггеттовской частоты, можно определить время релаксации Леггетта-Такаги.

В качестве примера, на рис. 3.4 показана зависимость коэффициента затухания колебаний ОПД от сдвига частоты при различных температурах. Через точки, полученные в численном эксперименте, проведены линии с наклоном, вычисленным по формуле (3.1).

3.5. Учет влияния объемного гелия в зазорах

Еще одна задача численного эксперимента состояла в оценке влияния объемного ³Не в зазорах при наблюдении колебаний ОПД в аэрогеле. Такие



Рис. 3.4. Зависимость коэффициента затухания колебаний ОПД от сдвига частоты при различных температурах. Через точки, полученные в численном эксперименте, проведены линии с наклоном, вычисленным по формуле (3.1). Параметры численного эксперимента соответствуют давлению 19.5 бар, магнитному полю 284 Э, градиенту поля 0.1 Э/см. Амплитуда радиочастотной накачки — 3 мЭ.

зазоры неизбежно присутствуют в реальном эксперименте для обеспечения достаточно хорошего теплового контакта ³Не в аэрогеле с гелием, находящемся в криостате.

Рассматривается следующая модель: в центре ячейки имеется область, леггеттовская частота в которой отличается от леггеттовской частоты на краях. Частота колебаний ОПД зависит от леггеттовской частоты, однако за счет взаимодействия разных частей ячейки, колебания происходят на одной «усредненной» частоте.

Из наших экспериментальных данных (см. главу 5) известно, что отношение леггеттовских частот объемного ³Не и ³Не в аэрогеле при температурах, в которых проводились измерения, приблизительно равно 2. Доля объемного гелия в ячейке с аэрогелем составляет около 15%. Численный эксперимент показал, что при этих условиях смещение частоты колебаний из-за влияния объемного гелия не должно превышать 5%.

Глава 4

Экспериментальная установка

4.1. Условия эксперимента

Описанные в работе эксперименты проводились с объемным ³He и с ³He в аэрогеле в диапазоне температур 0.8–2.5 мK при давлениях 19.5 и 24.8 бар и магнитных полях 279–285 Э (соответствующие частоты ЯМР 906–923 кГц). Температуры сверхтекучих переходов объемного ³He и ³He в аэрогеле для давления 19.5 бар: $T_c = 2.224$ мK, $T_{ca} = 0.750$ T_c ; для давления 24.8 бар: $T_c = 2.356$ мK, $T_{ca} = 0.805$ T_c .

4.2. Криостат

Для достижения необходимого диапазона температур использовался криостат ядерного размагничивания, построенный в ИФП им П.Л.Капицы и описанный в работах [36] и [37].

Ступень ядерного размагничивания [38], состоящая из медных пластин суммарной массой 2.35 кг, охлаждается рефрижератором растворения в магнитном поле 60 к'Э до температуры 14–16 мК. После охлаждения ступень теплоизолируют с помощью сверхпроводящего теплового ключа, и медленно уменьшают магнитное поле. При адиабатическом размагничивании температура ступени меняется пропорционально магнитному полю и происходит охлаждение криостата до требуемой температуры. Характерное время отогрева криостата из-за естественных теплопритоков (которые составляют порядка 1нВт) сильно зависит от остаточного поля в соленоиде размагничивания. Каждое дополнительное размагничивание понижает температуру, но уменьшает время отогрева. В описываемых экспериментах обычный цикл работы криостата был следующим: охлаждение ступени ядерного размагничивания в магнитном поле занимало 1–2 суток, последующее размагничивание и охлаждение до рабочей температуры — около 6 часов. Время нахождения в исследуемой области температур составляло до 1 недели. При этом иногда выполнялись небольшие изменения поля соленоида размагничивания, позволяющие менять температуру. После того, как ступень отогревалась, а поле соленоида размагничивания было недостаточным для дальнейшего охлаждения, цикл повторялся.

Тепловой контакт между ступенью ядерного размагничивания и ³He, заполняющим экспериментальную ячейку, осуществляется с помощью теплообменника из спеченного серебряного порошка с размером частиц ≈ 100 нм и суммарной площадью 40 м². Поле соленоида размагничивания в области экспериментальной ячейки не превышает 0.03% поля размагничивания (то есть, при проведении экспериментов составляет не более 1 Э).

4.3. Образец аэрогеля

Описанные в работе эксперименты проводились с одним образцом кремниевого 98.2%-процентного аэрогеля. Образец был изготовлен доктором Норбертом Малдерсом (Norbert Mulders) из Делаварского университета (University of Delaware, USA) и имел форму диска диаметром 5мм и толщиной 1.5мм.

Такой аэрогель представляет собой «мочалку» из нитей SiO₂, которые занимают 1.8% объема. Нити образуются из частиц диаметром 30 – 50 Å, среднее расстояние между нитями 500 – 1000 Å. Плотность аэрогеля 37 мг/см³, площадь поверхности 25 м²/см³ ([4] и [5]). Аэрогель выглядит как твердое прозрачное вещество с очень малым весом и коэффициентом преломления.

Поверхность аэрогеля перед началом эксперимента покрывалась примерно 2 монослоями ⁴He. Это нужно, чтобы исключить конденсирование твердого ³Не на нитях аэрогеля. Поскольку поверхность аэрогеля велика (около 0.74 м^2 для нашего образца), твердый ³Не дает ощутимый вклад в сигнал ЯМР, что затрудняет интерпретацию результатов. Замещение ³Не на немагнитный ⁴Не позволяет решить эту проблему. Обсуждение этого метода и сравнение результатов для чистого аэрогеля и для аэрогеля, покрытого ⁴Не приведено в [39].



4.4. Экспериментальные ячейки

Рис. 4.1. Схема экспериментальных ячеек. Цифрами обозначены: 1 — экспериментальные ячейки, 2 — образец аэрогеля, 3 — платиновый ЯМР-термометр, 4 — нагреватель, 5 — вибрирующая проволочка, 6 — фланец соединения с теплообменником ступени ядерного размагничивания. Справа показана схема расположения катушек вокруг экспериментальной ячейки: 7 — продольная катушка для возбуждения колебаний ОПД, 8 — поперечная седловидная ЯМР-катушка, 9 — экспериментальная ячейка.

В эксперименте использовалась две одинаковые ячейки, заполненные ³Не (рис. 4.1). Ячейки были изготовлены из эпоксидной смолы Stycast-1266 и

имели форму цилиндров диаметром 5.25 мм и высотой 1.6 мм. Оси ячеек были ориентированы вдоль магнитного поля.

В одну из ячеек был помещен описанный выше образец аэрогеля. Для улучшения теплоотвода от образца аэрогеля, между ним и стенками ячейки были оставлены зазоры. Форма и размер ячейки были выбраны так, чтобы зазоры снизу и с боков составляли около 0.10 – 0.12 мм. Зазор между аэрогелем и верхней стенкой ячейки был практически нулевым.

Ячейки соединялись узкими каналами (диаметр 1 мм, длина 2.5 мм) с общей камерой, заполненной ³He. Эта камера через теплообменник имела тепловой контакт со ступенью ядерного размагничивания. В ней же находились нагреватель и термометры (вибрирующая NbTi проволочка и платиновый ЯMP-термометр).

Ячейки были окружены поперечными ЯМР-катушками, а также продольными катушками для создания небольших скачкообразных изменений магнитного поля. Все катушки были теплоизолированы от ячеек и ступени ядерного размагничивания и имели тепловой контакт с камерой растворения криостата (≈ 10 мK).

4.5. ЯМР-спектрометр

Схема ЯМР-спектрометра изображена на рисунке 4.2.

Экспериментальные ячейки находились в однородном магнитном поле (279–285 Э) сверхпроводящего ЯМР-соленоида. Однородность поля составляла 0.001% в области размером ≈ 2 см. Источник тока ЯМР-соленоида CS1 (VL-2, Instruments for Technology, Espoo, Finland) допускал медленное сканирование величины поля и управлялся с помощью компьютера. Прохождение линии непрерывного ЯМР осуществлялось сканированием магнитного поля при постоянной частоте радиочастотной накачки.



Рис. 4.2. Схема ЯМР-спектрометра. Пояснения даны в тексте.

С помощью отдельного градиентного соленоида и второго такого же источника тока CS2 создавался однородный продольный градиент поля (от -0.5 до 0.5 Э/см).

Продольные катушки, расположенные вокруг экспериментальных ячеек позволяли создавать небольшие (≈ 50 мЭ) скачкообразные изменения внешнего магнитного поля, нужные для возбуждения исследуемых колебаний ОПД. Кроме того, вокруг ячеек располагались поперечные приемно-передающие ЯМР-катушки, создающие радиочастотное поле напряженностью до 10мЭ.

Сигнал радиочастотной накачки создавался генератором G1 (HP33120A, Hewlett-Packard) и через делитель, трансформатор и разделительные конденсаторы подавался на резонансный LC-контур с добротностью около 50, образованный ЯМР-катушками и конденсатором С. Емкость С подобрана так, чтобы резонансная частота контура совпадала с ларморовской частотой ³Не в нужном магнитном поле.

Зависимость величины поля накачки от напряжения генератора G1 (которая определяется параметрами входной схемы и емкостью подводящих проводов) калибровалась в нормальном ³Не по величине 90° импульса. При этом наблюдался импульсный ЯМР в той же схеме, которая использовалась для экспериментов. Длительность и амплитуда импульсов подбирались так, чтобы величина поперечной намагниченности сигнала свободной индукции была максимальной.

Напряжение на LC-контуре измерялось дифференциальным предусилителем P1 (SR560, Stanford Research Systems). Генератор G2 и усилитель P2 (полностью аналогичные G1 и P1) использовались для компенсации сигнала, не связанного с ЯМР. Генератор G2 синхронизирован с G1, фаза и амплитуда его сигнала перед экспериментом подбирались так, чтобы вне линии ЯМР на выходе дифференциального усилителя P2 сигнал на рабочей частоте был близок к нулю.

Сигнал, полученный с усилителя P2 детектировался фазочувствительным синхронным усилителем L (lock-in amplifier SR844, Stanford Research System). Для детектирования использовался опорный сигнал с генератора G2, а полученные на выходе амплитуды синфазной и противофазной компонент сигнала непрерывного ЯМР записывались в компьютер. Для наблюдения колебаний ОПД использовался цифровой осциллограф О (TDS1012, Tektronix).

ОПД создавался средствами непрерывного ЯМР, как описано в первой главе. Затем с помощью генератора G2 сигнал на выходе системы дополнительно компенсировался. После этого на продольные катушки с компьютера подается прямоугольный импульс тока. По синхронизации от этого импульса в память осциллографа О записывался сигнал колебаний с усилителя L. Постоянная времени усилителя L обычно выставлялась равной 300 мс при наблюдении непрерывного ЯМР и 100 мкс при записи колебаний ОПД.

Схема была собрана с использованием 50-омного коаксиального кабеля. При этом стандартные байонетные разъемы BNC на всех сигнальных линиях (в том числе на входах и выходах приборов) были заменены на винтовые разъемы TNC, что позволило существенно уменьшить уровень низкочастотных шумов в схеме.

4.6. Измерение температуры

Необходимая температура достигалась криостатом ядерного размагничивания. После этого происходил медленный отогрев криостата из-за естественных теплопритоков. Кроме того, в экспериментальной камере находился нагреватель, позволяющий достаточно быстро менять температуру образца. Из-за скачка Капицы ³Не имеет не слишком хороший тепловой контакт со ступенью ядерного размагничивания криостата. Включение нагревателя приводит к перегреву экспериментального объема ³Не относительно ступени, а выключение — к его обратному охлаждению. Характерная мощность нагревателя для работы в интересующем нас диапазоне температур равна 2 – 30 нВт, при этом характерное время установления теплового равновесия после изменения мощности нагревателя — порядка 10 минут.

Каждый цикл размагничивания криостата и проведения измерений занимал несколько дней: в начале, при большом остаточном поле соленоида размагничивания производились измерения при практически постоянных температурах, а также при изменении температуры с помощью нагревателя. В конце обычно происходило размагничивание до достаточно малого поля и выполнялась серия измерений при постепенном (порядка 5–10 часов) отогреве.

Для измерения температуры использовались два основных метода: платиновый ЯМР-термометр PLM3 и вибрирующая проволочка.

Вибрирующая проволочка более чувствительна и удобна в использовании, поэтому она применялась в качестве основного термометра. Проволока из сверхпроводящего сплава NbTi согнута в виде петли и колеблется в маг-

50

нитном поле под действием переменного тока и собственной упругости. Добротность резонансных колебаний зависит от вязкости ³He. Измеряется ширина резонансной кривой, записанной в нужном диапазоне частот. Зная геометрические и механические параметры проволочки, можно приблизительно рассчитать температурную зависимость ширины резонансной кривой [40], однако более точный результат получается, если использовать для калибровки данные платинового ЯМР-термометра. Такая калибровка производилась при медленном отогреве экспериментальной ячейки. В диапазоне существования А-фазы в объемном ³Не производилась также калибровка по сдвигу частоты поперечного ЯМР в ³Не-А.

Принцип действия ЯМР-термометра основан на измерении ядерной магнитной восприимчивости платинового порошка методом импульсного ЯМР. Восприимчивость обратно пропорциональна температуре в соответствии с законом Кюри. Коэффициент пропорциональности определялся по известной температуре сверхтекучего перехода ³Не. Кроме того, термометр позволяет производить самокалибровку по времени спин-решеточной релаксации τ , которая подчиняется закону Карринги $\tau = \varkappa/T$, где постоянная \varkappa для платины равна 0.03 с К.

Глава 5

Результаты эксперимента

5.1. Колебания ОПД в объемном ³Не

В верхней части рисунка 5.1 показан сигнал поглощения, полученный при создании однородно прецессирующего домена методом непрерывного ЯМР в объемном 3He. По горизонтальной оси отложен сдвиг частоты радиочастотной накачки от ларморовской частоты в верхней части ячейки. Как и на рисунке 1.7, в области A домен постепенно заполняет ячейку, в области B вся ячейка заполнена доменом.

Колебания ОПД возбуждались ступенчатым изменением продольного магнитного поля при разных значениях сдвига частоты, обозначенных буквами а ... g. Полученные при этом сигналы показаны в нижней части рисунка 5.1.

Записанные сигналы подвергались преобразованию Фурье, частота определялась как максимум в полученном спектре. Кроме того, вычисляя амплитуды этого максимума для последовательных временных отрезков сигнала, можно определить время затухания колебаний. Пример обработки сигнала показан на рис. 5.2.

Колебания с частотой (2.10) наблюдались во всех экспериментальных условиях, когда ОПД полностью заполнял ячейку. В случае, если ячейка была заполнена доменом лишь частично, наблюдались только низкочастотные быстрозатухающие колебания, которые являются, судя по всему, колебаниями границы домена (сигнал b на рис. 5.1).

Кроме этих колебаний почти всегда наблюдались также колебания с частотой порядка нескольких герц (см. рис. 5.2). Точность определения частоты

52



Рис. 5.1. Сверху изображен сигнал поглощения при создании ОПД методом непрерывного ЯМР. Линия проходится слева направо. В области А происходит заполнение ячейки доменом, в области В домен существует во всем объеме ячейки. Буквами а ... g отмечены сдвиги частот, при которых были записаны сигналы колебаний, изображенные внизу: а вне домена колебания не наблюдаются; b — домен заполняет часть ячейки, наблюдаются колебания границы домена (для наглядности амплитуда сигнала уменьшена в 4 раза); c,d,e,f,g — наблюдаются колебания ОПД, на последнем сигнале наблюдаются также самопроизвольные колебания с той же частотой. Измерение проведены при давлении 19.5 bar и температуре 1.25 мК (0.6 T_c) в магнитном поле 285 Э (частота ЯМР 923 kHz).



Рис. 5.2. Пример обработки сигнала колебаний. А — исходный сигнал, В — фурье-спектр сигнала, С — затухание основной частоты (амплитуда максимумов фурье-спектра для участков сигнала с шагом 0.01 с и окном 0.02 с., аппроксимированная экспоненциальной функцией). Сигнал записан при температуре 0.46 T_c в давлении 24.8 бар и магнитном поле 279 Э.

этих колебаний в наших экспериментах была невелика, поэтому определить какие-либо их свойства не удалось.

В некоторых условиях наблюдались самопроизвольно поддерживаемые колебания с частотой близкой к (2.10) (сигнал *q* на рис. 5.1).

Ниже обсуждаются только колебания с частотой (2.10).

5.2. Частота и коэффициент затухания колебаний в объемном ³Не

На рис. 5.3 изображены зависимости квадрата частоты колебаний ОПД от амплитуды поля радиочастотной накачки при различных условиях. Сплошными линиями показаны зависимости, вычисленные по формуле (2.10), без подгоночных параметров. При этом значения Ω_B брались из работы [16]. Видно, что частота колебаний с доступной нам точностью (~ 10 Гц) пропорциональна квадратному корню из амплитуды поля радиочастотной накачки и количественно согласуется формулой (2.10).

На рис. 5.4 изображена температурная зависимость леггеттовской частоты, измеренная с помощью колебаний ОПД. Сплошная кривая — данные [16].

Зависимость частоты колебаний от сдвига частоты изображена на рисунке 5.5. Наблюдается качественное согласие с результатами численного эксперимента (см. рис. 3.2). Кроме того, в некоторых условиях при больших сдвигах частоты наблюдались две моды колебаний с близкими частотами. Их свойства подробно не изучались, большинство измерений было проведено в области средних сдвигов частоты, где хорошо выполняется формула (2.10).

На рис. 5.6 изображены зависимости коэффициента затухания колебаний от сдвига частоты для двух температур (0.45 и 0.54 T_c) в давлении 24.8 бар. В соответствии с формулой (3.1) они были аппроксимированы линейными функциями (исключая область малых сдвигов), что позволило определить



Рис. 5.3. Зависимость квадрата частоты колебаний ОПД от амплитуды поля радиочастотной накачки при различных условиях:

А — давление 24.8 бар, магнитное поле 279 Э, температура 0.46 T_c ;

В — давление 19.5 бар, магнитное поле 285 Э, температура 0.60 $T_c;$

С — давление 19.5 бар, магнитное поле 285 Э, температура 0.82 $T_c.$

Сплошными линиями показаны зависимости, вычисленные по формуле (2.10).



Рис. 5.4. Температурная зависимость леггеттовской частоты, измеренная с помощью колебаний ОПД. Измерения проведены в давлении 19.5 бар и магнитном поле 285 Э. Сплошная кривая — данные из работы [16] интерполированные к давлению 19.5 бар.

время релаксации Леггетта-Такаги τ , а также величину $\tau_R = 1/(\Omega_B^2 \tau)$, которую также иногда используют при описании релаксации Леггетта-Такаги. Результат представлен в таблице:

 T/T_c au, mkc au_R , mkc

 $0.45 \quad 4.17 \quad 0.086$

 $0.54 \quad 1.77 \quad 0.203$

Полученные величины τ_R вполне согласуется со значениями, измеренными в [41], если принять во внимание эффект уменьшения τ_R при низких температурах, связанный с негидродинамическими эффектами ([42]). В данной работе не было выполнено более подробных измерений коэффициента затухания колебаний. Такие измерения могли бы представлять интерес, поскольку существующие экспериментальные данные о времени релаксации Леггетта-Такаги не слишком полны.



Рис. 5.5. Зависимость частоты колебаний ОПД от сдвига частоты накачки от ларморовской. Частота нормирована на теоретическое значение, не зависящее от сдвига, полученное по формуле (2.10) При больших сдвигах наблюдаются две моды колебаний (круглые и треугольные точки). На рисунке также показан соответствующий сигнал поглощения ЯМР в зависимости от сдвига частоты. Измерения проведены в давлении 24.8 бар и магнитном поле 279 Э при температурах 0.54 T_c (белые точки) и 0.45 T_c (темные точки).



Рис. 5.6. Зависимость коэффициента затухания колебаний ОПД от сдвига частоты накачки от ларморовской. Измерения проведены в давлении 24.8 бар и магнитном поле 279 Э при температурах 0.54 T_c (белые точки) и 0.45 T_c (темные точки).

5.3. Колебания ОПД в аэрогеле

Наблюдения колебаний ОПД в ³Не в аэрогеле проводились при давлении 24.8 бар в магнитном поле ≈ 284 Э. Пример сигнала колебаний показан на рис.5.7. Частота колебаний, как и в объемном ³Не, линейно зависит от амплитуды радиочастотной накачки и слабо зависит от сдвига частоты. К сожалению, весьма шумные и быстро затухающие сигналы колебаний в аэрогеле не позволили нам измерить коэффициент затухания при различных сдвигах частоты с точностью, достаточной для определения времени релаксации Леггетта-Такаги.



Рис. 5.7. Пример сигнала колебаний ОПД в ³Не в аэрогеле. Давление 24.8 бар, температура 0.60 T_{ca} (0.48 T_c).

Из-за того, что получение ОПД в аэрогеле возможно лишь при достаточно низких температурах, наблюдение колебаний ОПД позволило измерить леггеттовскую частоту лишь при температурах 0.48 – 0.51 T_{ca} . Однако, этого оказалось достаточно, чтобы уверенно проинтерпретировать данные непрерывного ЯМР в аэрогеле и уже из них получить леггеттовскую частоту для гораздо большого диапазона экспериментальных условий.

На рисунке 5.8 показан типичный сигнал поглощения, полученный при наблюдении непрерывного ЯМР. Весь сигнал сдвинут от ларморовской частоты и имеет несколько выраженных пиков. Согласно формуле (1.7) сдвиг частоты определяется леггеттовской частотой и углом между векторами **n** и **H**, причем максимальный сдвиг достигается при угле 90°. Значение леггеттовской частоты, полученное из частоты колебаний ОПД, позволило определить, что пик с наибольшим сдвигом соответствует именно углу 90°.



Рис. 5.8. Линия поглощения непрерывного ЯМР в ³Не в аэрогеле. Правый пик соответствует текстурному дефекту с $\mathbf{n} \perp \mathbf{H}$. Давление 24.8 бар, температура 0.76 T_{ca} (0.61 T_c).

Подобный текстурный дефект с перпендикулярной ориентацией **n** и **H**, иногда наблюдается и в объемном ³He ([16]). В наших экспериментах он наблюдался в ячейке с аэрогелем во всем диапазоне давлений, при температурах ниже 0.98 T_{ca} . При повышении температуры выше этого значения происходил текстурный переход и соответствующий пик в линии поглощения исчезал. В нашей последующей работе [17] было проведено измерение леггеттовской частоты в ³He в аэрогеле в широком диапазоне температур и давлений по сдвигу частоты в этом текстурном дефекте.

На рисунке 5.9 показана температурная зависимость леггеттовской частоты в аэрогеле для давления 24.8 бар, измеренная с помощью колебаний ОПД и по форме линии непрерывного ЯМР. Оказалось, что для леггеттовских частот в объемном ³Не и в ³Не в аэрогеле выполняется следующее соотношение:

$$\frac{\Omega_B(T/T_c)}{\Omega_{Ba}(T/T_{ca})} \approx 1.78.$$

Если пренебречь различием магнитных восприимчивостей объемного ³He и в ³He в аэрогеле, которое невелико вблизи температуры сверхтекучего перехода, такое же соотношение должно выполняться и для величины энергетической щели Δ , которая связана с леггеттовской частотой формулой (1.4).



Рис. 5.9. Леггеттовская частота ³Не в аэрогеле, измеренная по частоте колебаний ОПД (темные точки) и по положению пика, соответствующего текстурному дефекту с $\mathbf{n} \perp \mathbf{H}$ (белые точки). Давление 24.8 бар, $T_{ca} = 0.805 T_c$. Пунктирная кривая — леггеттовская частота в объемном ³Не для этого же давления по данным [16], сплошная кривая — та же зависимость, но построенная от T/T_{ca} и уменьшенная в 1.78 раза.

Заключение

В данной работе были достигнуты следующие результаты:

- Получена формула для частоты низкочастотной моды пространственнооднородных колебаний ОПД.
- Показано, что измерение частоты этих колебаний может быть использовано для измерения леггеттовской частоты в В-фазе ³He.
- С помощью численных экспериментов исследовано влияние пространственной неоднородности и магнитной релаксации на частоту и коэффициент затухания этих колебаний.
- Колебания обнаружены экспериментально как в объемном ³Не, так и в ³Не в аэрогеле. Для объемного ³Не, параметры которого известны, свойства колебаний находятся в хорошем количественном согласии с теорией.
- Полученные результаты позволили впервые провести измерения Леггеттовской частоты В-фазы ³Не в аэрогеле.

Однородно прецессирующий домен — удобная система, уже давно используемая в различных экспериментах для изучения свойств сверхтекучего ³He. С помощью ОПД изучались сверхтекучие спиновые токи ([43], [44], [45]), эффекты магнитной релаксации ([42]), квантовые вихри во вращающемся ³He ([46], [47]).

Данная работа позволила лучше понять особенности динамики ОПД и использовать их для изучения свойств ³Не в аэрогеле.

После выполнения данной работы изучение динамики ОПД было продолжено другими исследователями. Г. Е. Воловик в теоретической работе [48] провел более подробное рассмотрение частот колебаний ОПД с учетом пространственной неоднородности. Оказалось, что описанные в нашей работе колебания, а также найденные Фоминым крутильные колебания ОПД ([29]), полученные для случая нулевого поля радиочастотной накачки, являются частными случаями одной волновой моды. Экспериментальное изучение колебаний ОПД, обнаруженных в данной работе, было впоследствии продолжено в работе [49].

Для дальнейших исследований может быть интересным более подробное изучение коэффициента затухания колебаний ОПД, как теоретическое, так и экспериментальное. Это может помочь произвести измерения времени релаксации Леггетта-Такаги, данные о котором не слишком полны для объемного ³Не и отсутствуют для ³Не в аэрогеле.

Все исследования, описанные в диссертации, были выполнены в Институте физических проблем им. П. Л. Капицы РАН. Я глубоко благодарен своему научному руководителю В. В. Дмитриеву за чуткое руководство и активное участие в работе над диссертацией. Именно благодаря ему существует лаборатория, в которой мне посчастливилось работать и в которой были получены все результаты данной диссертации.

Я также благодарен коллегам, участвовавшим вместе со мной в выполнении этой и других работ: Дмитрию Понарину, Ивану Косареву, Дмитрию Змееву, Льву Левитину. Я благодарен И. А. Фомину за теоретическую поддержку наших экспериментов, полезные обсуждения и советы.

Я благодарю сотрудников гелиевой и механической мастерских, обеспечивающих проведение наших экспериментов. И, наконец, я благодарю всех сотрудников Института за дружескую рабочую атмосферу, в которой очень приятно находиться, за обсуждения, советы и помощь, которые были крайне важны для меня.

Литература

- Vollhardt D., Wolfle P. The Superfluid Phases of Helium 3. Taylor&Francis, 1990.
- Боровик-Романов А. С., Буньков Ю. М., Дмитриев В. В. et al. Разбиение прецессии намагиченности в ³Не-В на два домена. Эксперимент // ЖЭТФ. 1985. Vol. 88. Pp. 2025–2038.
- Фомин И. А. Разбиение прецессии намагиченности в ³Не-В на два домена. Теория // ЖЭТФ. 1985. Vol. 88. Pp. 2039–2051.
- Porto J. V., Parpia J. M. Superfluid ³He in Aerogel // Phys. Rev. Lett. 1995. — Jun. Vol. 74, no. 23. Pp. 4667–4670.
- Sprague D. T., Haard T. M., Kycia J. B. et al. Homogeneous Equal-Spin Pairing Superfluid State of ³He in Aerogel // Phys. Rev. Lett. 1995. — Jul. Vol. 75, no. 4. Pp. 661–664.
- Dmitriev V., Zavjalov V., Zmeev D. Spatially homogeneous oscillations of homogeneously precessing domain in ³He-B // Journal of Low Temperature Physics. 2005. Vol. 138. Pp. 765-770. 10.1007/s10909-005-2300-5. URL: http://dx.doi.org/10.1007/s10909-005-2300-5.
- Дмитриев В. В., Завьялов В. В., Змеев Д. Е., Малдерс Н. Измерения леггеттовской частоты в ³Не-В в аэрогеле // Письма в ЖЭТФ. 2004. Vol. 79. Pp. 612–617.
- Dmitriev V. V., Mulders N., Zavjalov V. V., Zmeev D. E. NMR Studies of Texture in the B-like Phase of ³He in Aerogel // AIP Conference Proceedings. 2006. Vol. 850. Pp. 225-228. URL: http://www.springer.com/materials/ book/978-0-7354-0347-5.

- Osheroff D. D., Richardson R. C., Lee D. M. Evidence for a New Phase of Solid He3 // Phys. Rev. Lett. 1972. — Apr. Vol. 28, no. 14. Pp. 885–888.
- Anderson P. W., Morel P. Generalized Bardeen-Cooper-Schrieffer States and the Proposed Low-Temperature Phase of Liquid He3 // Phys. Rev. 1961.— Sep. Vol. 123, no. 6. Pp. 1911–1934.
- Balian R., Werthamer N. R. Superconductivity with Pairs in a Relative p Wave // Phys. Rev. 1963. — Aug. Vol. 131, no. 4. Pp. 1553–1564.
- Barker B. I., Lee Y., Polukhina L. et al. Observation of a Superfluid He-3 A-B Phase Transition in Silica Aerogel // Phys. Rev. Lett. 2000. — Sep. Vol. 85, no. 10. Pp. 2148–2151.
- Дмитриев В. В., Завьялов В. В., Змеев Д. Е. et al. Сврхтекучие фазы 3He в аэрогеле // Успехи физических наук. 2003. Vol. 173, no. 4. Pp. 452–456. URL: http://ufn.ru/ru/articles/2003/4/h/.
- Dmitriev V. V., Krasnikhin D. A., Mulders N. et al. Nuclear Spin Relaxation in Glass States of ³He-A in Stretched Aerogel // JETP Letters. 2010. Vol. 91, no. 11. Pp. 599–606.
- Leggett A. J. A theoretical description of the new phases of liquid ³He // Rev. Mod. Phys. 1975. — Apr. Vol. 47, no. 2. Pp. 331–414.
- Hakonen P. J., Krusius M., Salomaa M. M. et al. NMR and axial magnetic field textures in stationary and rotating superfluid 3He-B // Journal of Low Temperature Physics. 1989. Vol. 76. Pp. 225–283. 10.1007/BF00681586. URL: http://dx.doi.org/10.1007/BF00681586.
- 17. Змеев Д. Е. Исследования сверхтекучих фаз ³Не в аэрогеле.

Кандидатская диссертация. Институт физических проблем им. П.Л.Капицы, 2006.

- Боровик-Романов А. С., Буньков Ю. М., Дмитриев В. В., Мухарский Ю. М. Пороговые эффекты в импульсном ЯМР в сверхтекучем ³He-В // Письма в ЖЭТФ. 1983. Vol. 37. Pp. 600–602.
- Голо В. Л., Леман А. А., Фомин И. А. Импульсный ЯМР в ³Не-В для нелеггеттовской конфигурации // Письма в ЖЭТФ. 1983. Vol. 38. Pp. 123–125.
- 20. Brinkman W., Smith H. Large angle tipping frequency shifts in pulsed NMR for ³He (B) // Physics Letters A. 1975. Vol. 53, no. 1. Pp. 43-44. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/ B6TVM-46SPM1R-XS/2/eb3683326c7c6cdad6515d6919821bd2.
- Corruccini L. R., Osheroff D. D. Pulsed NMR experiments in superfluid ³He // Phys. Rev. B. 1978. — Jan. Vol. 17, no. 1. Pp. 126–140.
- 22. Dmitriev V. V., Kosarev I. V., Mulders N. et al. Pulsed NMR experiments in superfluid ³He confined to aerogel // Proceedings of the 23rd International Conference on Low Temperature Physics, LT23, held in Hiroshima, Japan, 20-27 August 2002. Amsterdam: Elsevier, 2003. URL: http://openlibrary.org/books/OL16053971M/Proceedings_of_the_23rd_International_Conference_on_Low_Temperature_Physics_LT23_held_in_Hiroshima_Japan_20-27_August_2002.
- Leggett A. J., Takagi S. NMR in A-³He and B-³He: The Intrinsic Relaxation Mechanism // Phys. Rev. Lett. 1975. — Jun. Vol. 34, no. 23. Pp. 1424–1427.
- 24. Leggett A. J., Takagi S. Orientational dynamics of superfluid ³He: A «two-fluid» model. I. Spin dynamics with relaxation // Annals of Physics. 1977. Vol.

106, no. 1. Pp. 79 - 133. URL: http://www.sciencedirect.com/science/ article/B6WB1-4DDR9DW-2B3/2/205a69ac5b6575e303b39c0dda081fd3.

- 25. Фомин И. А. Спиновые волны большой амплитуды и магнитная релаксация в сверхтекучих фазах ³He // ЖЭТФ. 1980. Vol. 78. Pp. 2392–2410.
- 26. Bunkov Y., Dmitriev V., Mukharskii Y. Low frequency oscillations of the homogeneously precessing domain in ³He-B // Physica B: Condensed Matter. 1992. Vol. 178, no. 1-4. Pp. 196 – 201. Proceedings of the Körber Symposium on Superfluid ³He in Rotation. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/ B6TVH-46G8H8B-70/2/283a4507baf82a375ab33320de110b1f.
- 27. Боровик-Романов А. С., Буньков Ю. М., Дмитриев В. В. et al. Особенности непрерывного ЯМР в ³Не-В, обусловленные спиновым сверхтоком // ЖЭТФ. 1989. Vol. 96. Pp. 956–972.
- 28. Dmitriev V. V., Kosarev I. V., Mulders N. et al. Homogeneous spin precession in superfluid ³He confined to aerogel // Proceedings of the 23rd International Conference on Low Temperature Physics, LT23, held in Hiroshima, Japan, 20-27 August 2002. Amsterdam: Elsevier, 2003. URL: http://openlibrary.org/books/OL16053971M/Proceedings_of_the_ 23rd_International_Conference_on_Low_Temperature_Physics_LT23_ held_in_Hiroshima_Japan_20-27_August_2002.
- Фомин И. А. Низкочастотные колебания прецессирующего магнитного домена в ³He-B // Письма в ЖЭТФ. 1986. Vol. 43. Pp. 134–136.
- 30. Буньков Ю. М., Дмитриев В. В., Мухарский Ю. М. Крутильные

колебания домена с однородной прецессией намагниченности в ³He-B // Письма в ЖЭТФ. 1986. Vol. 43. Pp. 131–134.

- Gažo E., Kupka M., Medeová M., Skyba P. Spin Precession Waves in Superfluid ³He-B // Phys. Rev. Lett. 2003. — Jul. Vol. 91, no. 5. P. 055301.
- Фомин И. А. Периодические движения намагниченности в В-фазе гелия-3 // ЖЭТФ. 1983. Vol. 84. Pp. 2109–2120.
- 33. Madsen N. K., Sincovec R. F. Algorithm 540: PDECOL, General Collocation Software for Partial Differential Equations [D3] // ACM Transactions on Mathematical Software. 1979.—. Vol. 5, no. 3. Pp. 326–351. See also Hopkins:1992:RPG. URL: http://doi.acm.org/10.1145/355841.355849.
- 34. Hopkins T. Remark on «Algorithm 540: PDECOL, General Collocation Software for Partial Differential Equations [D3]» // ACM Transactions on Mathematical Software. 1992.—. Vol. 18, no. 3. Pp. 343–344. See Madsen:1979:APG. URL: http://doi.acm.org/10.1145/131766.131773.
- Borovik-Romanov A., Bunkov Y., Dmitriev V. et al. Study of the two-domain processing structure in the superfluid ³He-B // Pramana. 1987. Vol. 28. Pp. 590-590. 10.1007/BF03026697. URL: http://dx.doi.org/10.1007/ BF03026697.
- 36. Боровик-Романов А. С., Буньков Ю. М., Дмитриев В. В. et al. Криостат ядерного размагничивания и криостат растворения ³Не в ⁴Не большой хладопроизводительности // ПТЭ. 1985. Vol. 3. Pp. 185–192.
- 37. Borovik-Romanov A. S., Bunkov Y. M., Dmitriev V. V., Mukharsky Y. M. A Nuclear Demagnetization Cryostat and ³He-⁴He Dilution Refrigerator // proceedings of 18th International Conference on Low Temperature Physics, Kyoto. Vol. 26, suppl 26-3. 1987. Pp. 1719–1720.

- Dmitriev V. V., Kosarev I. V., Ponarin D. V., Scheibel R. Simple Nuclear Demagnetization Stage // Journal of Low Temperature Physics. 1998. Vol. 113. Pp. 945-949. 10.1023/A:1022579628345. URL: http://dx.doi.org/ 10.1023/A:1022579628345.
- 39. Sprague D. T., Haard T. M., Kycia J. B. et al. Effect of Magnetic Scattering on the ³He Superfluid State in Aerogel // Phys. Rev. Lett. 1996.—Nov. Vol. 77, no. 22. Pp. 4568–4571.
- 40. Carless D. C., Hall H. E., Hook J. R. Vibrating wire measurements in liquid ³He II. The superfluid B phase // Journal of Low Temperature Physics. 1983. Vol. 50. Pp. 605–633. 10.1007/BF00683498. URL: http://dx.doi.org/10. 1007/BF00683498.
- Webb R. A., Sager R. E., Wheatley J. C. Relaxation of the Wall-Pinned Magnetization Ringing Mode in Superfluid ³He-B // Phys. Rev. Lett. 1975. — Oct. Vol. 35, no. 17. Pp. 1164–1166.
- Bunkov Y. M., Dmitriev V. V., Markelov A. V. et al. Nonhydrodynamic spin transport in superfluid ³He // Phys. Rev. Lett. 1990. — Aug. Vol. 65, no. 7. Pp. 867–870.
- Боровик-Романов А. С., Буньков Ю. М., Дмитриев В. В., Мухарский Ю. М. Наблюдение проскальзывания фазы при протекании сверхтекучего спинового тока в ³He-В // Письма в ЖЭТФ. 1987. Vol. 45. Pp. 98–101.
- Borovik-Romanov A. S., Bunkov Y. M., Dmitriev V. V., Mukharsky Y. M. Observation of Phase Slips in Spin Supercurrents in ³He-B // proceedings of 18th International Conference on Low Temperature Physics, Kyoto. Vol. 26, suppl 26-3. 1987. Pp. 175–176.

- Borovik-Romanov A. S., Bunkov Y. M., Dmitriev V. V. et al. Investigation of spin supercurrents in ³He-B // Phys. Rev. Lett. 1989. — Apr. Vol. 62, no. 14. Pp. 1631–1634.
- 46. Kondo Y., Korhonen J. S., Krusius M. et al. Direct observation of the nonaxisymmetric vortex in superfluid B3 // Phys. Rev. Lett. 1991. — Jul. Vol. 67, no. 1. Pp. 81–84.
- 47. Korhonen J. S., Bunkov Y. M., Dmitriev V. V. et al. Homogeneous spin precession in rotating vortex-free *He3-B*: Measurement of the superfluid density anisotropy // Phys. Rev. B. 1992. — Dec. Vol. 46, no. 21. Pp. 13983–13990.
- 48. Volovik G. E. Phonons in magnon superfluid and symmetry breaking field // Письма в ЖЭТФ. 2008. Vol. 87. Pp. 736–737.
- 49. Človečko M., Gažo E., Kupka M., Skyba P. New Non-Goldstone Collective Mode of BEC of Magnons in Superfluid ³He-B // Phys. Rev. Lett. 2008.— Apr. Vol. 100, no. 15. P. 155301.