РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК ИНСТИТУТ ФИЗИКИ МИКРОСТРУКТУР

На правах рукописи

Зотова Анна Николаевна

Вихревая модель отклика

сверхпроводникового нанопроволочного однофотонного детектора

Специальность 01.04.07 —

«Физика конденсированного состояния»

Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель: доктор физико-математических наук Водолазов Д.Ю.

Нижний Новгород - 2016

Содержание

Введение

Глава 1	. Вихр	ревой механизм детектирования одиночных фотонов	23
1.1	Неста	ционарная модель с эффективной температурой	27
	1.1.1	Модель	27
	1.1.2	Результаты численного расчета в режиме заданного тока	30
	1.1.3	Аналитические оценки	31
1.2	Квази	стационарная модель горячего пятна	39
	1.2.1	Модель	39
	1.2.2	Различные механизмы разрушения сверхпроводимости в полоске с	
		горячим пятном	43
	1.2.3	Зависимость тока детектирования от положения горячего пятна	46
	1.2.4	Термоактивационный вход вихря в горячее пятно	49
1.3	Эффен	стивность детектирования SNSPD в вихревой модели	52
1.4	Обсуж	сдение результатов	54
Глава 2	2. Влия	яние поворотов и сужений сверхпроводящей полоски на процесс	
детекти	гровани	ия в однофотонных сверхпроводниковых детекторах	59
2.1	Модель		
2.2	Прямая полоска		
2.3	Подавление критического тока в полоске с поворотом		
2.4	Влияние поворота и сужения на форму импульса напряжения		
2.5	Вклад углов и сужений в полоске в эффективность детектирования		
2.6	Обсуждение результатов		

Глава 3. Влияние магнитного поля на процесс детектирования в однофотон-				
ных сверхпроводниковых детекторах				
3.1 Постановка задачи	85			
3.2 Влияние магнитного поля на эффективность детектирования прямой полоски	86			
3.3 Влияние магнитного поля на эффективность детектирования меандра	89			
3.4 Обсуждение результатов	92			
Заключение				
Приложение А. Расчет распределения сверхскорости в пленке с горячим пят-				
ном в рамках модели Лондонов				
Литература				
Список публикаций автора по теме диссертации 1				

Введение

Актуальность темы исследования

Сверхпроводящее состояние чувствительно к электромагнитному излучению, что позволяет использовать сверхпроводники в качестве детекторов фотонов. Пятнадцать лет назад в работе [1] была продемонстрирована концепция нового сверхпроводникового устройства, изготовленного из NbN нанополосок, смещенных током близким к критическому. Этот тип устройств, известный сейчас как сверхпроводниковый нанопроволочный однофотонный детектор (superconducting nanowire single-photon detector - SNSPD), чувствителен к одиночным фотонам в видимом и инфракрасном диапазоне и обладает временами восстановления и точностью измерений на порядок лучшими, чем существующие несверхпроводниковые однофотонные детекторы. Кроме того, этот детектор работает при температуре кипения жидкого гелия (4,2 К) – температуре, которая теперь в пределах досягаемости быстро развивающихся технологий охлаждения, не требующих жидких хладогентов. Однофотонные сверхпроводниковые детекторы получили широкое применение благодаря высокой чувствительности, надежности и хорошему временному разрешению. Основной элемент таких детекторов – узкая длинная тонкая сверхпроводящая полоска, имеющая форму меандра и запитанная током близким к критическому току. Если протекающий в сверхпроводящей полоске ток (ток смещения) выше некоторого (назовем этот ток током детектирования I_{det} , он зависит от многих факторов, таких как энергия поглощенного фотона, температура, ширина полоски), то после поглощения фотона в ней возникает нормальная область, полностью перемыкающая полоску. Из-за наличия шунтирующего сопротивления, подключенного параллельно к сверхпроводящей полоске, после возникновения в полоске нормальной области ток через нее уменьшается - сверхпроводимость восстанавливается. Возникновение импульса напряжения на

шунтирующем сопротивлении является индикатором того, что детектором был поглощен фотон.

В идеальном случае сверхпроводниковый детектор должен генерировать электрический сигнал после поглощения каждого фотона. На практике характеристики таких детекторов конечно неидеальны. Одна из основных характеристик сверхпроводникового детектора - эффективность детектирования (detection efficiency - DE) - вероятность того, что после попадания фотона в детектор будет зарегистрирован импульс напряжения на шунте. В реальных экспериментах фотон может быть потерян до достижения детектора из-за поглощения, рассеяния или отражения от различных частей экспериментального оборудования. Кроме того, в зависимости от материала и геометрии детектора существует некоторая не равная единице вероятность поглощения фотона сверхпроводящей полоской. Наконец, даже если фотон поглощен сверхпроводящей полоской, необязательно в результате этого возникнет импульс напряженния на шунтирующем сопротивлении. Вероятность того, что поглощение полоской фотона приведет к возникновению импульса напряжения на шунте в литературе называют внутренней эффективностью детектирования (intrinsic detection efficiency - IDE). Далее везде мы рассматриваем именно внутреннюю эффективность детектирования, иногда для краткости называя ее просто эффективностью детектирования. Если в эксперименте нет возможности точно измерить количество фотонов, поглощенных полоской, вводят альтернативную эффективности детектирования характеристику - скорость счета фотонов (photon count rate - PCR) - количество импульсов напряжения, возникших на шунте в единицу времени.

На данный момент нет полной определенности относительно того, какие процессы в сверхпроводящей полоске после поглощения фотона оптического (инфракрасного) диапазона приводят к возникновению резистивного отклика детектора. Существует несколько моделей, описывающих разрушение сверхпроводимости в результате поглощения фотона [2–5]. Все модели в разной степени согласуются с существующими экспериментальными данными. В качестве одного из важных для проверки теоретической модели экспериментальных результатов можно отметить измеренную в работе [6] зависимость тока смещения сверхпроводящей полоски, необходимого для детектирования поглощенного полоской фотона (тока детектирования), от энергии фотона (или суммарной энергии нескольких поглощенных фотонов). Авторы получили, что в достаточно большом диапа-

зоне энергий поглощенного излучения эта зависимость линейна, но в недавнем эксперименте [7] было обнаружено отклонение от линейного поведения для малых энергий фотона. Другой важный экспериментальный результат - обнаруженная зависимость тока детектирования от места поглощения полоской фотона [8]. Эта зависимость немонотонна и имеет максимум в центре полоски и два локальных минимума - на краю полоски и между краем и центром полоски. Также внимание исследователей привлекает вопрос о влиянии магнитного поля на характеристики сверхпроводникового однофотонного детектора. Поскольку приложение магнитного поля перпендикулярно тонкой узкой сверхпроводящей полоске приводит к перераспределению в ней плотности сверхпроводящего тока, можно ожидать, что это повлияет на эффективность детектирования. Проведенные недавно эксперименты подтверждают, что такое влияние имеет место [9, 10]. Было выяснено, что слабые магнитные поля практически не влияют на скорость счета фотонов [9,10], но достаточно сильное магнитное поле оказывают влияние, причем чем ниже энергия фотона, тем заметнее его влияние [10].

Большое внимание привлек вопрос о влиянии поворотов в сверхпроводящем меандре на эффективность детектирования фотонов [11–14]. Вблизи угла поворота полоски происходит сгущение линий тока, и таким образом плотность тока локально повышается. Поэтому плотность тока достигнет плотности тока распаривания вблизи угла поворота при меньшем токе смещения, чем в прямой полоске, что приводит к уменьшению критического тока полоски с поворотом по сравнению с прямой полоской. Можно было бы ожидать, что такое перераспределение тока будет также оказывать влияние на эффективность детектирования фотонов, поглощенных около поворота.

Кроме неизбежных в геометрии меандра углов поворота представляется интересным изучить также вопрос о влиянии сужений (как по ширине, так и по толщине полоски) на резистивный отклик сверхпроводящей полоски. Интерес к этой задаче вызван, в том числе, и экспериментами, в которых было обнаружено, что импульсы напряжения, возникающие при поглощении фотона, имеют различную амплитуду [15, 16], и что при уменьшении энергии падающего фотона средняя амплитуда импульса напряжения увеличивается [15, 16]. В работе [16] было предположено, что данные эффекты могут быть связаны с локальными неоднородностями сверхпроводящей полоски, однако количественных расчетов выполнено не было.

Степень разработанности темы исследования

Первое описание процессов в сверхпроводящей полоске, протекающих после поглощения одиночного фотона было предложено в работе, в которой описывалось новое устройство - сверхпроводниковый нанопроволочный однофотонный детектор [2]. В работе предполагалось, что энергия поглощенного фотона передается одной квазичастице, которая термализуется, создавая другие квазичастицы и передавая им энергию. В результате диффузии возникает конечная область с повышенной концентрацией квазичастиц и подавленной сверхпроводимостью (горячее пятно с нормальным кором). Формирование горячего пятна приводит к перераспределению плотности тока в полоске: ток начинает обтекать нормальную область, и в сверхпроводящей части полоски между границами полоски и горячим пятном плотность тока в сверхпроводящей области локально превышает критическое значение, и возникает нормальный домен поперек всей полоски. Нормальный домен обеспечивает возникновение в полоске конечного сопротивления, по появлению которого и делается вывод, что фотон был поглощен.

Далее в работе [3] эта модель была усовершенствована, авторы рассмотрели неполное подавление сверхпроводящего параметра порядка в горячем пятне, обеспечивающее детектирование фотона. В новой модели рассматривается уменьшение числа куперовских пар, которое определяется количеством возникших в результате поглощения полоской фотона квазичастиц. Для того, чтобы повлиять на плотность тока, число куперовских пар вдоль пути тока должно измениться поперек всей полоски как минимум на масштабе длины когерентности. Чтобы плотность сверхпроводящего тока $j_s = en_s v_s$ (где n_s и v_s - локальная плотность и скорость сверхпроводящих электронов, соответственно) сохранилась постоянной, в области поглощения фотона оставшиеся куперовские пары вынуждены двигаться с большей скоростью, чем в невозмущенной полоске. Когда в рассматриваемой области скорость сверхпроводящих электронов превышает критическую скорость, куперовские пары разрушаются, и область переходит в нормальное состояние - регистрируется импульс напряжения.

В работе [17] было замечено, что пары вихрь-антивихрь, появившиеся в месте падения фотона за счет флуктуаций, могут отвечать за плавное уменьшение эффективности детектирования ниже порогового значения. Авторы работы [18] предположили, что ненулевая эффективность детектирования ниже порогового значения может возникать за счет того, что поглощенный фотон уменьшает барьер на вход вихря через границу полоски, а движение вихря поперек полоски приводит к появлению на полоске импульса напряжения. В работе [19] было предположено, что вихри отвечают за детектирование фотонов при всех значениях эффективности детектирования. Далее в работе [4] была предложена модель, описывающая механизм детектирования фотонов, в которой движение вихрей поперек сверхпроводящей полоски приводит к возникновению нормального домена. В рамках данной модели были получены аналитические выражения для зависимости скорости счета фотонов от тока, температуры и магнитного поля. Авторы описывают процессы в сверхпроводящей полоске в рамках подхода Лондонов. Основная идея модели заключается в том, что поглощенный фотон частично разрушает сверхпроводящий параметр порядка поперек всей ширины полоски (модель горячей перемычки), что приводит к подавлению барьера на вход вихря через край полоски и разогреву полоски движущимися поперек нее вихрями. Полученная в рамках этой модели сильно нелинейная зависимость тока детектирования от энергии поглощенного фотона [20] не подтверждается экспериментальной линейной зависимостью [6]. Кроме того, в рамках данной модели отсутствует влияние места поглощения фотона на ток детектирования.

Еще одна модель, в которой детектирование фотона происходит за счет проникновения вихря в сверхпроводящую полоску через ее край была предложена в работах [5,21]. В этой модели в отличие от модели Булаевского [4] подробно рассмотрен этап возникновения квазичастиц в полоске после поглощения одиночного фотона. Этот этап описывается системой из двух уравнений диффузии. Первое уравнение описывает плотность вероятности обнаружить возбужденный фотоном электрон в определенном месте сверхпроводящей полоски, второе - динамику локальной плотности квазичастиц, созданных этим электроном. Далее, зная распределение плотности квазичастиц, авторы находят плотность сверхпроводящих электронов и получают распределение сверхпроводящего тока в полоске. Затем рассчитывается энергетический барьер на вход вихря через край полоски в модели Лондонов. Ток, для которого энергетический барьер обращается в ноль, это пороговый ток, при котором поглощенный полоской фотон будет продетектирован. Стоит заметить, что такой подход к рассчету порогового тока предполагает, что вихрь

возникает в полоске там, где плотность сверхпроводящего тока превышает критическое значение, тогда как в действительности вихрь или пара вихрь-антивихрь возникнут там, где будет превышено критическое значение для сверхскорости. Рассчитанная в рамках данной модели зависимость порогового тока от координат горчего пятна не предсказывает наличие локального минимума между краем и центром полоски, наблюдаемого в экспериментах. Зависимость порогового тока от энергии поглощенного фотона строго линейна и не объясняет нелинейности, возникающей для малых энергий фотона [7].

Влияние поворотов сверхпроводящей полоски на процесс детектирования рассматривался в нескольких работах. В рамках модели Лондонов расчет подавления критического тока из-за наличия в полоске поворотов был выполнен в работе [11], а экспериментально данный эффект изучался в работах [12, 13, А2]. Сравнение теории и эксперимента показало качественное согласие (например, что критический ток уменьшается с увеличением угла поворота полоски и/или увеличением радиуса кривизны угла поворота), однако количественно теория предсказывает более сильное подавление критического тока, чем наблюдается в эксперименте. В теоретической работе [14] исследовался резистивный отклик полоски с поворотом, и на основе численных результатов было сделано утверждение, что наличие поворота не влияет на эффективность детектирования, так как импульс напряжения, возникающий при падении фотона вблизи поворота появляется при токах значительно больших, чем при падении фотона в центральной части полоски. Однако в работе [14] был рассмотрен только случай фотона достаточно большой энергии и использовалось большое значение коэффициента теплоотвода от электронной подсистемы к фононной. В работе соискателя с соавторами показано, что полученный результат является качественно правильным только для фотонов достаточно большой энергии, тогда как для низкоэнергетичных фотонов ситуация будет противоположной.

Недавно в экспериментальной работе [23] были исследованы искусственно созданные дефекты сверхпроводящей полоски. Авторы изучили влияние сужений сверхпроводящей полоски на темновые отсчеты и эффективность детектирования сверхпроводникового однофотонного детектора. В работе соискателя этот вопрос исследуется с помощью численного моделирования [A5].

В работе [4] в рамках модели горячей перемычки авторы исследовали влияние магнитного поля на темновые отсчеты и скорость счета фотонов. Было получено, что магнит-

ное поле должно существенно увеличивать темновые отсчеты и эффективность детектирования одиночных фотонов. Данная работа инициировала экспериментальное исследование влияния магнитного поля на эффективность детектирования сверхпроводникового однофотонного детектора [9, 10]. В работе [10] исследовалась зависимость скорости счета фотонов от магнитного поля при постоянном относительном токе смещения, но так как для каждого измерения ток смещения нормировался на критический ток при данном магнитном поле, представляется затруднительным сравнить эти результаты с предсказаниями существующих моделей. В работе [9] изучалась зависимость темновых отсчетов и скорости счета фотонов от магнитного поля. Авторами было получено, что при увеличении приложенного магнитного поля скорость темновых отсчетов возрастает (см. рис. 2 в [9]), а скорость счета фотонов не зависит от магнитного поля (см. рис. 3 в [9]).

Цель и задачи работы

Целью диссертационной работы является теоретическое исследование динамического отклика сверхпроводникового однофотонного детектора на поглощение одиночного фотона и определение влияющих на отклик факторов, таких как конечная ширина, повороты и дефекты сверхпроводящей полоски, а также внешнее магнитное поле, приложенное перпендикулярно к полоске. Были поставлены следующие задачи:

- Исследовать динамику сверхпроводящего параметра порядка после поглощения в сверхпроводниковом детекторе одиночного фотона в модели эффективной температуры с использованием нестационарного уравнения Гинзбурга-Ландау.
- Исследовать механизмы разрушения сверхпроводимости и определить зависимость тока детектирования от положения горячего пятна относительно краев полоски. Исследовать, как наличие горячего пятна влияет на флуктуационный вход вихрей в полоску.
- Определить влияние поворотов и сужений сверхпроводящей полоски на критический ток, форму возникающего импульса напряжения и эффективность детектирования сверхпроводникового однофотонного детектора.

 Изучить влияние магнитного поля на условия возникновения резистивного состояния в сверхпроводящей полоске с горячим пятном. Исследовать, как меняется эффективность детектирования во внешнем магнитном поле.

Научная новизна

Научная новизна определяется оригинальностью поставленных задач, полученными новыми результатами и заключается в следующем:

- В рамках подхода Гинзбурга-Ландау и модели горячего пятна предложен механизм появления резистивного отклика сверхпроводникового нанопроволочного однофотонного детектора. За счет локального превышения сверхскоростью критического значения вблизи или внутри горячего пятна токовое сверхпроводящее состояние оказывается неустойчивым и в сверхпроводящей полоске возникает вихрь или пара вихрь-антивихрь. Движение вихрей под действием тока и связанный с этим джоулев разогрев приводит к возникновению в полоске растущего нормального домена.
- Найдено, что ток, при котором сверхпроводниковый детектор переходит в резистивное состояние, зависит от положения горячего пятна (места поглощения фотона) относительно краев сверхпроводящей полоски. Это объясняет наличие зависимости эффективности детектирования полоски от тока даже в отсутствие флуктуаций.
- Показано, что форма и амплитуда импульса напряжения, возникающего в результате возникновения в сверхпроводящей полоске горячего пятна, зависит от положения горячего пятна относительно поворотов и локальных сужений полоски.
- 4. Теоретически предсказано, что изменение эффективности детектирования сверхпроводникового детектора при приложении перпендикулярного магнитного поля зависит от величины транспортного тока. При токах выше некоторого тока кроссовера магнитное поле уменьшает вероятность отклика, при токах ниже тока кроссовера вероятность отклика увеличивается при увеличении магнитного поля.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость заключается в:

- выявлении механизма, по которому происходит разрушение сверхпроводящего состояния в сверхпроводниковом детекторе при возникновении области с подавленной сверхпроводимостью (горячего пятна);
- 2. установление зависимости тока детектирования сверхпроводящей полоски от положения горячего пятна относительно краев полоски;
- 3. исследовании влияния горячего пятна на флуктуационный вход вихрей в полоску;
- 4. определении влияния магнитного поля на эффективность детектирования.

Практическая значимость состоит в:

- 1. выявлении одной из причин существования участка монотонной зависимости эффективности детектирования сверхпроводникового детектора от тока;
- применимости результатов исследования влияния поворотов и дефектов сверхпроводящей полоски на процесс детектирования для интерпретации экспериментальной зависимости амплитуды импульса напряжения от энергии поглощенного фотона, а также наличия в детекторах джиттера;
- 3. определении возможности изменения характеристик сверхпроводникового детектора с помощью магнитного поля.

Методология и методы исследования

Для достижения сформулированных целей численно решалась система уравнений, состоящая из нестационарного и стационарного уравнений Гинзбурга-Ландау, уравнения теплопроводности и уравнения Пуассона для электрического потенциала в сверхпроводящей полоске конечной ширины. Использование различных приближений позволило получить аналитические оценки для зависимости тока детектирования от энергии фотона и от места его поглощения, которые соответствуют численным результатам.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Наличие в сверхпроводящей полоске горячего пятна приводит к перераспределению тока и локальному превышению критического значения сверхскорости. Это вызыва-

ет вход в полоску вихрей или рождение в ней пар вихрь-антивихрь и их движение под действием тока, что приводит к резистивному отклику сверхпроводникового нанопроволочного однофотонного детектора.

- 2. Критический ток сверхпроводящей полоски с горячим пятном зависит от положения горячего пятна относительно краев полоски. Это приводит к монотонному изменению эффективности детектирования одиночных фотонов полоской при изменении тока. Флуктуационный вход вихрей обуславливает более резкую зависимость эффективности детектирования от тока.
- Положение горячего пятна относительно поворотов и локальных сужений полоски влияет на форму и амплитуду импульса напряжения, появляющегося в результате возникновения в сверхпроводящей полоске горячего пятна.
- 4. Изменение эффективности детектирования при приложении перпендикулярного магнитного поля к полоске зависит от величины транспортного тока. При токе выше некоторого тока кроссовера магнитное поле уменьшает вероятность появления отклика, при токе ниже тока кроссовера вероятность появления отклика увеличивается при увеличении магнитного поля.

Личный вклад автора

Соискатель принимал активное участие в решении задач и интерпретации результатов. Автором были написаны программы на языке программирования Fortran, с помощью которых было выполнено численное моделирование всех задач работы, а также, где возможно, проведены аналитические расчеты.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность полученных результатов обеспечена оптимальным выбором физических моделей, отражающих основные свойства исследуемых систем, а также адекватным выбором методов численного моделирования. Результаты работы опубликованы в отечественных и зарубежных журналах: Physical Review B [A1, A2]; Superconductor Science and Technology [A3, A4]; Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики [A5].

Диссертация выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт физики микроструктур Российской академии наук (ИФМ РАН) в 2012 – 2016 гг. Все результаты диссертационной работы обсуждались на семинарах в ИФМ РАН, МПГУ, ННГУ им. Н.И. Лобачевского и были представлены на следующих международных и российских конференциях: XVI-XVIII международных симпозиумах "Нанофизика и наноэлектроника" (Н. Новгород, 2012-2014 гг.) [А6, А8, А10], V-й Всероссийской конференции молодых ученых "Микро-, нанотехнологии и их применение" им. Ю.В. Дубровского (г. Черноголовка, 2012 г) [А7], XVIII нижегородской сессии молодых ученых (г. Арзамас, 2013 г) [А9].

Большая часть результатов хорошо согласуется с экспериментами.

Публикации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 12 печатных работах, в том числе в 5 статьях в реферируемых журналах, входящих в список ВАК [A1–A5], и 7 работах в сборниках трудов международных и всероссийских конференций [A6–A12].

Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, приложения. Общий объем диссертации составляет 107 страниц, включая 42 рисунка. Список цитируемой литературы содержит 62 наименования, список публикаций автора по теме диссертации включает 12 наименований.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность темы работы, сформулированы основные цели и задачи, аргументированы научная новизна исследований и практическая значимость полученных результатов, а также приведен обзор литературы по теме диссертации. Глава 1 посвящена моделированию в рамках уравнения Гинзбурга-Ландау процессов, протекающих в сверпроводящей полоске после поглощения одиночного фотона. Во всех существовавших ранее моделях [2–4, 24] при изучении процесса разрушения сверхпроводимости в полоске одиночным фотоном не рассматривалось влияние протекающего тока (тока смещения) на сверхпроводящий параметр порядка $|\Delta|$, не учитывалось, что время изменения $|\Delta|$ конечно. Также при описании процессов в полоске после поглощения фотона авторы работ [2,24] не рассматривали уравнение divj = 0, а учитывали сохранение тока приближенно. Численно решая нестационарное уравнение Гинзбурга-Ландау и уравнение Пуассона для электрического потенциала мы самосогласованно учитываем как динамику параметра порядка, так и условие сохранения полного тока.

В **разделе 1.1** описывается используемая для расчетов модель с эффективной температурой [25], а также представлены результаты численных расчетов и аналитические оценки, полученные в рамках этой модели.

В модели с эффективной температурой предполагается, что в течение начального временного интервала ~ τ_{e-e} (время электрон-электронной неупругой релаксации) после поглощения фотона электрон-электронное взаимодействие создает горячее пятно радиуса $R_{init} \sim L_{e-e} = (D\tau_{e-e})^{1/2} (D - коэффициент диффузии) с локальной температурой <math>T_0 + \Delta T$ (T_0 - температура окружающей среды), где ΔT можно рассчитать из закона сохранения энергии $\eta E_{photon} = \Delta T \pi R_{init}^2 dC_v$ (E_{photon} – энергия поглощенного фотона, d – толщина полоски и C_v - теплоемкость квазичастиц, коэффициент $0 < \eta < 1$ учитывает, что только часть энергии фотона расходуется на увеличение температуры квазичастиц, остальная часть энергии фотона идет на разогрев фононов).

Численные расчеты показывают, что после поглощения полоской фотона, если ток смещения выше некоторого порогового тока (называемого током детектирования I_{det}), модуль параметра порядка $|\Delta|$ осциллирует в центре горячего пятна. Каждая осцилляция $|\Delta|$ соответствует появлению пары вихрь-антивихрь. Движение вихря/антивихря в противоположных направлениях разогревает сверхпроводник благодаря джоулеву нагреву, и локальная температура возрастает. Это приводит к увеличению резистивной области. Также получена зависимость тока детектирования I_{det} от ΔT и ширины полоски w. Ток детектирования возрастает с уменьшением энергии фотона и его значение зависит от места, где фотон был поглощен (в центре или на краю полоски). При фиксированной энергии фотона отношение I_{det}/I_{dep} (I_{dep} - ток распаривания) растет с увеличением ширины полоски w и достигает насыщения для больших w, но остается меньше единицы.

Результаты аналитических расчетов, выполненных в модели Лондонов, подтверждают полученные нами численные результаты. Аналитически получено, что при увеличении энергии поглощенного фотона уменьшается ток детектирования. Оценки объясняют, почему ток детектирования уменьшается с уменьшением ширины полоски, а также показывают, что для фотонов относительно малой энергии ($\Delta T/T_c \leq 1$, где T_c - критическая температура сверхпроводящей полоски) и широкой полоски ($w \gg \xi(T)$, где $\xi(T)$ - длина когерентности) поправка из-за конечной w в выражениях для тока детектирования мала, и можно заметить, что I_{det} меньше для фотона, поглощенного на краю полоски, чем для фотона, поглощенного в центре полоски. Кроме того, из наших аналитических оценок следует, что даже в очень широкой по сравнению с размерами горячего пятна полоске при некотором токе возникнет нормальный домен за счет разогрева полоски движущимися поперек нее вихрями и антивихрями. Это означает, что для повышения чувствительности детектора можно двигаться не только в направлении уменьшения ширины сверхпроводящей полоски, но и в направлении повышения ее однородности для достижения высоких значений критического тока, близких к току распаривания.

Зависимость тока детектирования от энергии поглощенного фотона, полученная как в результате наших численных расчетов, так и в результате аналитических оценок, близка к линейной для широкого диапазона энергий поглощенного излучения, но для малых энергий фотона наблюдается заметное отклонение от линейного поведения. Такая же особенность в поведении данной зависимости была обнаружена в недавнем эксперименте [7].

В разделе 1.2 для описания процессов в сверхпроводящей полоске после поглощения фотона рассматривается квазистационарная модель горячего пятна. В рассмотренной нами сначала модели не было учтено подавление диффузии квазичастиц с энергией меньшей $|\Delta|$. Так как при приближении температуры квазичастиц к T_c энергия квазичастиц в горячем пятне прекращает уменьшаться за счет диффузии, а характерное время оттока энергии к фононам τ_{e-ph} велико по сравнению с характерными временами разрушения в полоске сверхпроводящего состояния, мы можем рассмотреть стационарную задачу. В квазистационарной модели предполагается, что в области, где поглощается фотон, возникает неравновесное (разогретое) распределение квазичастиц по энергии $f(\mathbf{r}, \varepsilon)$, которое приводит к локальному подавлению сверхпроводимости и ведет к перераспределению плотности тока в полоске. Наша цель – выяснить, как наличие области с локально подавленной сверхпроводимостью (сверхпроводящим параметром порядка) влияет на значение критического тока, при котором сверхпроводящее состояние полоски с горячим пятном становится нестабильным.

В разделе описаны механизмы разрушения сверхпроводящего состояния в сверхпроводящей полоске для различного положения горячего пятна относительно границ полоски, а также описывается полученная зависимость тока детектирования от координат центра горячего пятна. Минимум зависимости $I_{det}(y)$ (I_{det}^{min}) достигается, когда горячее пятно касается края полоски, и I_{det} максимален, когда горячее пятно находится в центре полоски. Полученный результат является следствием различного сгущения линий тока для разного положения горячего пятна в полоске.

Раздел 1.3 посвящен исследованию термоактивационного входа вихря в горячее пятно. При транспортном токе $I < I_{det}^{min}$ нормированная эффективность детектирования IDEстремится к нулю в отсутствие флуктуаций. Флуктуации способствуют возникновению вихрей, и они могут обеспечить конечную IDE даже при $I < I_{det}^{min}$. Так как барьер на вход вихря быстро увеличивается с уменьшением тока [4,26,27], основной вклад в флуктуационную $IDE \neq 0$ дают фотоны, которые создают горячее пятно вблизи края полоски, где Idet минимален. При этом положении горячего пятна вихрь входит через край полоски, поэтому мы рассчитываем энергетический барьер для входа вихря в горячее пятно при $I < I_{det}$. IDE в флуктуационной области может быть найдена с помощью закона Аррениуса, $IDE = \beta exp(-\Delta F_{min}/k_BT)$, где ΔF_{min} - минимальный для различных координат горячего пятна энергетический барьер, а коэффициент β перед экспонентой равен IDE при $I \approx I_{det}^{min}$. В разделе зависимость IDE(I) сравнивается с зависимостью, которая получается в модели горячей перемычки [4]. В модели горячей перемычки [4] *IDE* < 1 объясняется исключительно влиянием флуктуаций, которые обеспечивают быстрое уменьшение IDE с уменьшения тока. Намного более плавное изменение IDE от 1 до ≈ 0.05 в предложенной нами модели горячего пятна имеет место даже при T = 0, и оно сменяется гораздо более быстрым уменьшением, когда $IDE \le 0.05$, где эффективность детектирования конечна только из-за флуктуаций.

Также была рассчитана зависимость $IDE(\lambda)$ при фиксированном токе, где λ - длина волны поглощенного фотона. Для этого, было необходимо найти ту часть полоски, где $I_{det}(y)$ меньше транспортного тока для выбранного радиуса горячего пятна R (определяемого длиной волны поглощенного фотона). Так как нам известно значение барьера для входа вихря в горячее пятно, мы можем вычислить также флуктуационный вклад в IDE. Как и в зависимости IDE(I), можно выделить две области: сравнительно плавное изменение IDE с λ , когда она изменяется в пределах ~ 0.05 - 1, и гораздо более быстрый спад IDE на больших длинах волн, где IDE конечна только из-за флуктуационного входа вихрей в горячее пятно. Качественно полученные результаты совпадают с экспериментально наблюдаемой зависимостью $IDE(\lambda)$.

В разделе 1.4 обсуждаются результаты, описанные в главе 1, проводится сравнение с экспериментом.

В главе 2 рассмотрено влияние поворотов и сужений сверхпроводящей полоски на процесс детектирования в однофотонных сверхпроводниковых детекторах.

В разделе 2.1 обсуждается схема, с помощью которой наряду с моделью, описанной в разделе разделе 1.1, моделируется отклик реальных детекторов, получаемый в экспериментах. В соответствии с этой схемой в реальных детекторах параллельно к сверхпроводящей полоске подключают шунтирующее сопротивление, предотвращающее "запирание" сверхпроводника в нормальном состоянии. После появления напряжения на сверхпроводнике часть тока начинает течь через шунтирующее сопротивление, ток через сверхпроводящий образец уменьшается, и он переходит обратно в сверхпроводящее состояние.

Кроме того в разделе обсуждается геометрия рассматриваемой в главе задачи. Сначала мы рассмотрели, как и в предыдущей главе, прямую полоску с поглощенным в ее центре фотоном. Далее мы рассмотрели полоску, имеющую два поворота в 90° и моделирующую таким образом участок реальной сверхпроводящей полоски, выполненной в форме меандра. Рассматривались случаи падения фотона вблизи и вдали от поворота полоски. Также нами была рассмотрена прямая сверхпроводящая полоска с локальным сужением (моделирующим вариации ширины полоски, так как вариации толщины полоски влияют на процесс детектирования таким же образом как и вариации ее ширины). Моделировалось падение фотона в область сужения и вдали от него.

В разделе 2.2 для исследования формы импульса напряжения была рассмотрена прямая полоска с поглощенным в ее центре фотоном. Исследована временная зависимость напряжения на сверхпроводящей полоске V_s для фотонов различной энергии и различных мест поглощения фотона. Показано, что форма импульса напряжения и тока I_{shunt} через шунтирующее сопротивление (который измеряется в экспериментах с SNSPD) слабо зависит как от ΔT , так и от места поглощения фотона.

В **разделе 2.3** исследуется, как наличие поворота в полоске влияет на критический ток полоски, а также на форму импульса напряжения, возникающего после поглощения полоской с поворотом одиночного фотона.

Приведены результаты расчета критического тока полоски с поворотом в 90° в рамках подхода Гинзбурга-Ландау. Полученные результаты сравниваются с расчетами в рамках модели Лондонов, проведенными в работе [11] и с экспериментальными результатами группы профессора Зигеля [А2]. Хотя обе модели предсказывают полученное в эксперименте уменьшение относительного критического тока при низких температурах, критический ток, рассчитаный в рамках подхода Гинзбурга-Ландау больше (в 1.3 раза для данной ширины), чем критический ток, который следует из модели Лондонов.

Для исследования влияния поворотов на форму импульса напряжения в сверхпроводящей полоске после поглощения фотона была рассмотрена полоска с двумя поворотами. В зависимости от того вблизи или вдали от поворота был поглощен фотон наблюдается различная скорость роста импульса напряжения.

В разделе 2.4 исследуется влияние влияние сужения сверхпроводящей полоски на отклик после поглощения одиночного фотона. Получено, что амплитуда импульса напряжения на шунте ΔV_{shunt} возрастает с уменьшением ширины полоски в области сужения w_1 . Эффект выражен сильнее при малых токах, когда размеры нормального домена сравнимы с размерами сужения и $V_{shunt} \propto 1/w_1$, где w_1 - ширина полоски в месте сужения. Эффект усиливается также при больших токах для более длинных сужений, меньших значений сопротивления шунта (и/или кинетической индуктивности) или меньшего значения τ_{e-ph} (характерное время неупругого рассеяния электронов на фононах), которыми определяется размер нормальной области в нашей модели. Как и в случае присутствия в полоске поворотов наличие сужения приводит к тому, что рост имупульса напряжения

на шунтирующем сопротивлении происходит с различной скоростью в зависимости от того, вблизи или вдали от сужения был поглощен фотон, а также от размера сужения.

Раздел 2.5 посвящен исследованию вклада углов и сужений в полоске в эффективность детектирования.

Найдено, что из-за присутствия в полоске сужений и поворотов, возникает ненулевая эффективность детектирования при токах, меньших минимального тока детектирования в прямой полоске без сужения I_{det}^{min} . Эффективность детектирования, обусловленная наличием сужения и поворотов в полоске, с увеличением тока сначала возрастает, а потом выходит на насыщение. В работе [23], в которой исследуется влияние искусственно созданных сужений сверхпроводящей полоски на характеристики детектора, эффективность детектирования ведет себя похожим образом, но после похожего на насыщение поведения в эксперименте наблюдалось дальнейшее плавное увеличение эффективности детектирования. Кроме того, полученная нами зависимость имеет скачок при токе, равном I_{det}^{min} , тогда как в эксперименте зависимость во всем диапазоне токов плавная и скачков не наблюдается. На наш взгляд, оба различия связаны с тем, что в экспериментальных образцах как правило присутствуют различные случайные дефекты, а также для поворотов возможны отклонения от 90° и различные радиусы кривизны.

В разделе 2.6 обсуждаются выводы по результатам, изложенным в главе 2, приводится сравнение результатов с экспериментами.

В главе 3 речь идет о том, как на эффективность детектирования IDE(I) влияет приложенное магнитное поле и локальные дефекты полоски.

В разделе 3.1 описывается постановка задачи.

В разделе 3.2 речь идет о влиянии магнитного поля на ток детектирования и эффективность детектирования прямой сверхпроводящей полоски.

Если учесть результаты, описанные в разделе 1.2.3, можно предположить, что ток детектирования становится меньше в сравнении со случаем нулевого магнитного поля H = 0 для горячего пятна, появившегося в той части полоски, где плотность тока локально повышена и наоборот в противоположном случае. Наши численные расчеты подтверждают это предположение. Заметим, что I_{det} слабо меняется, когда горячее пятно находится в центральной части полоски, так как плотность тока в этой области меняется слабо.

В разделе также рассчитан минимальный энергетический барьер (ΔF_{min}) для входа вихря в горячее пятно, расположенное вблизи левого и правого краев полоски при различных магнитных полях. Вид зависимости $\Delta F_{min}(I)$ несильно меняется в слабых магнитных полях $H \ll H_s$ (где $H_s \simeq \Phi_0/4\pi\xi w$ – магнитное поле, при котором подавлен поверхностный барьер на вход вихря в прямую сверхпроводящую полоску [28] (Φ_0 - квант магнитного потока)), тогда как ток детектирования, соответствующий левому и правому минимумам ($I_{det}^{L,R}$) изменяется линейно с изменением магнитного поля.

С использованием полученных выше результатов была рассчитана зависимость IDE(I) при различных магнитных полях. Так как I_{thr} (наименьший ток, при котором IDE = 1) практически не меняется, тогда как I_{det}^{min} уменьшается с уменьшением H, наиболее сильно IDE изменяется при $I < I_{det}^{min}$, когда $IDE \leq 0.05$. На зависимости IDE от тока при различных магнитных полях есть кроссовер. При токах ниже точки кроссовера магнитное поле увеличивает эффективность детектирования сверхпроводящей полоски при заданном токе, при токах выше точки кроссовера - уменьшает. Заметим, что модель горячей перемычки [4] предсказывает относительно большое изменение IDE во всем диапазоне 0 < IDE < 1, и линейное уменьшение порогового тока при увеличении H.

Раздел 3.3 посвящен исследованию влияния магнитного поля на эффективность детектирования полоски в форме меандра.

Нами было исследовано, как внешнее магнитное поле влияет на эффективность детектирования меандра. Обнаружено, что для горячего пятна с малым радиусом $R = 2\xi$ (низкая энергия фотона) магнитное поле увеличивает эффективность детектирования в диапазоне токов, при которых прямые участки полоски не принимают участия в детектировании, и обеспечивает ненулевую эффективность детектирования при меньших токах. В то же время для горячего пятна радиуса $R = 4\xi$ (большая энергия фотона) ни наличие в полоске поворотов, ни приложенное магнитное поле, не влияет заметным образом на эффективность детектирования. В этом случае площадь горячего пятна становится большой по сравнению с характерными размерами областей с неоднородным распределением плотности тока, вызванным наличием в полоске поворотов или влиянием магнитного поля. Локальные изменения плотности тока сильно не влияют на ток детектирования фотона с энергией, соответствующей такому размеру горячего пятна, и, следовательно, эффективность детектирования не изменится. В разделе 3.4 обсуждаются, как полученные результаты соотносятся с результатами, полученными в других теоретических и экспериментальных работах.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

Вихревой механизм детектирования одиночных фотонов

В настоящее время множество экспериментальных [1, 18, 29–33] и теоретических [2, 3, 34, 35] работ посвящено исследованию характеристик сверхпроводниковых однофотонных детекторов. Но пока не достигнуто абсолютной ясности в понимании процессов, протекающих в сверхпроводящей полоске после поглощения фотона.



Рисунок 1.1. Схема обмена энергией между электронной и фотонной подсистемой после поглощения сверхпроводящей полоской одиночного фотона. Рисунок взят из обзора [36].

Процессы обмена энергией между электронной и фононной подсистемами в сверхпроводнике, происходящие после поглощения в нем электромагнитного излучения рассматривались теоретически в нескольких работах [37,38]. При попадании в свехпроводящую полоску фотон передает свою энергию одной из квазичастиц. Далее с характерным временем τ_{ee} происходит неупругое взаимодействие между квазичастицами и с характерным временем τ_{ep} между квазичастицами и фононами (см. рис. 1.1), что приводит к возникновению большого числа неравновесных квазичастиц. Время τ_{es} определяет отток энергии из сверхпроводника в подложку. Для того, чтобы горячие квазичастицы не распространились быстро по всей полоске, а оказались локализованными в ограниченной области, для детекторов выбираются грязные сверхпроводящие материалы с малым коэффициентом диффузии. В большинстве моделей для процессов в полоске после поглощения фотона не рассматривается этап образования области с повышенной концентрацией квазичастиц, присутствие такой области в полоске задается начальным условием.

Первоначально теоретические расчеты строились на основе одной из таких моделей - модели горячего пятна [2]. Она основана на утверждении, что через малое время после поглощения фотона в полоске возникает так называемое горячее пятно – область с повышенной концентрацией квазичастиц, переведенная в нормальное состояние. Между пятном и границами полоски локально повышается плотность сверхпроводящего тока за счет обтекания сверхпроводящим током горячего пятна. Если транспортный ток близок к току распаривания, за счет локального превышения током критической величины вблизи пятна может возникнуть нормальная область, перемыкающая полоску поперек, это ведет к появлению импульса напряжения в полоске. Полученный импульс и является индикатором того, что полоской был поглощен фотон.

Позже эта модель была усовершенствована [3], авторы учли в новой версии неоднородное распределение параметра порядка в пятне за счет диффузии неравновесных квазичастиц. Было замечено, что для того, чтобы быть продетектированным, фотону не обязательно создавать нормальное пятно. Уменьшение сверхпроводящего параметра порядка (плотности сверхпроводящих электронов) снижает способность сверхпроводника переносить сверхпроводящий ток, то есть снижает максимальный сверхток. Когда максимальный сверхпроводящий ток локально (на масштабе сверхпроводящей длины когерентности) снижается и становится равным току смещения, происходит событие де-

тектирования. Главная слабость этой модели заключается в том, что она не учитывает уменьшение параметра порядка под влиянием внешнего тока и пренебрегает изменениями сверхскорости в зависимости от поперечной координаты полоски.

В работе [4] была предложена квазистатическая модель, в которой детектирование одиночных фотонов рассматривалось как процесс, происходящий за счет движения вихрей. В этой модели предполагается, что поглощенный фотон равномерно уменьшает энергию сверхпроводящей конденсации поперек полоски и, следовательно, уменьшает локально термодинамический энергетический барьер, препятствующий проникновению в полоску магнитных вихрей. Если вихрь соответствующей полярности проникает в полоску с какой-либо стороны, он будет двигаться под воздействием силы Лоренца к противоположному краю полоски. Движение вихрей приводит к разогреву полоски и образованию поперек нее горячей перемычки. При больших токах в перемычке разрушается сверхпроводимость и, следовательно, происходит событие детектирования. Но результаты, полученные в данной модели, существенно зависят от энергии кора вихря и граничных условий, наложенных на энергетический барьер на границах полоски.

Недавно была также предложена модель, объединяющая модель горячего пятна и вихревую модель [24]. В ней, как в работе [2], учтена экспоненциальная зависимость числа квазичастиц от времени, но кроме того авторы учли, что частица, поглотившая фотон, может также диффундировать и создавать квазичастицы в различных точках полоски. Далее авторы находят распределение сверхпроводящего тока в полоске и в модели Лондонов рассчитывают величину барьера на вход вихря в полоску. Но авторы не учитывают зависимость сверхпроводящего параметра порядка ∆ от плотности квазичастиц и тока смещения.

Таким образом, во всех существующих моделях при изучении процесса разрушения сверхпроводимости в полоске одиночным фотоном не рассматривалось влияние плотности квазичастиц и тока смещения на параметр порядка, не учитывалось, что время изменения параметра порядка конечно. Также при описании процессов в полоске после поглощения фотона авторы рассмотренных моделей не учитывали условия $div \mathbf{j} = 0$.

Нашей целью является описание процессов в сверхпроводящей полоске после поглощения одиночного фотона в рамках подхода Гинзбурга-Ландау. Для этого мы численно решаем нестационарное уравнение Гинзбурга-Ландау и уравнение Пуассона для

электрического потенциала. Преимущество такого подхода заключается в том, что в нем самосогласованно учитывается динамика параметра порядка, и выполняется условие на сохранение полного тока. Мы не изучаем начальную стадию процесса детектирования, когда фотон поглощается куперовской парой. Нас интересуют процессы в полоске, протекающие после возникновения горячего пятна. Горячее пятно мы моделируем областью с увеличенной температурой квазичастиц (раздел 1.1.1), либо областью с увеличенной концентрацией квазичастиц (раздел 1.2.1). Результаты, представленные в главе были опубликованы в работах [A1, A4].

1.1. Нестационарная модель с эффективной температурой

1.1.1. Модель

В данном разделе используется подход эффективной температуры [25], который справедлив, когда время термализации электронной подсистемы (которое пропорционально времени электрон-электронной неупругой релаксации τ_{e-e}) меньше, чем время неупругой релаксации из-за электрон-фононного взаимодействия (τ_{e-ph}). Будем предполагать, что в течение начального временного интервала $\sim \tau_{e-e}$ после поглощения фотона электрон-электронное взаимодействие создает горячее пятно радиуса $R_{init} \sim L_{e-e} = (D\tau_{e-e})^{1/2}$ (D – коэффициент диффузии) с локальной температурой $T_0 + \Delta T$ (T_0 - температура окружающей среды), где ΔT можно найти из закона сохранения энергии

$$\eta \frac{hc}{\lambda} = \Delta T \pi R_{init}^2 dC_v \tag{1.1}$$

В уравнении 1.1 λ – длина волны падающего электромагнитного излучения, h постоянная Планка, c – скорость света, d – толщина полоски и C_v - теплоемкость квазичастиц (для простоты мы берем ее значение в нормальном состоянии при $T = T_c$). Коэффициент 0 < η < 1 учитывает, что только часть энергии фотона расходуется на увеличение температуры квазичастиц, остальная часть энергии фотона идет на разогрев фононов.

Для изучения динамики параметра порядка $\Delta = |\Delta| e^{i\phi}$ мы используем нестационарное уравнение Гинзбурга-Ландау

$$\frac{\pi\hbar}{8k_BT_c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{i2e\varphi}{\hbar}\right) \Delta = \xi_{GL}(0)^2 \left(\frac{\partial^2 \Delta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta}{\partial y^2}\right) + \left(1 - \frac{T}{T_c} - \frac{|\Delta|^2}{\Delta_{GL}(0)^2}\right) \Delta, \quad (1.2)$$

где $\xi_{GL}(0) = (\pi \hbar D/8k_BT_c)^{1/2}$ – длина когерентности Гинзбурга-Ландау, D - коэффициент диффузии, $\Delta_{GL}(0) = 4k_BT_c u^{1/2}/\pi$ ($u \approx 5.79$; см. работу [39]) - параметр порядка при нулевой температуре. Характерное время релаксации параметра порядка, описываемого уравнением (1.2), - $\tau_{|\Delta|} = \pi \hbar/8k_B(T_c - T)$. Хотя уравнение (1.2) количественно справедливо только вблизи критической температуры сверхпроводника (при $T \geq 0.9T_c$, когда

 $\tau_{e-e} \ll \tau_{e-ph}$ и $\tau_{e-e} \ll \tau_{|\Delta|}$), мы используем его для моделирования динамики сверхпроводящего конденсата и при более низких температурах, чтобы получить качественное представление о динамике Δ .

Временная и пространственная эволюция температуры в сверхпроводящей полоске описывается уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \frac{\rho_n j_n^2}{C_v} - \frac{T - T_0}{\tau_{e-ph}}$$
(1.3)

где ρ_n - удельное сопротивление в нормальном состоянии, $\mathbf{j}_n = -\nabla \varphi / \rho_n$ - нормальная плотность тока, и φ - электростатический потенциал. Мы предполагаем, что фононы находятся в равновесии с термостатом, и релаксация энергии происходит за счет электрон-фононного взаимодействия. Наши расчеты показывают, что начальное разрушение сверхпроводящего состояния происходит на временном масштабе меньшем, чем τ_{e-ph} , и следовательно на начальной стадии динамического отклика $|\Delta|$ - образовании горячего пятна - можно пренебречь возможностью передачи тепла фононам.

Необходимо дополнить уравнения (1.2) и (1.3) уравнением для электрического потенциала φ , которое получается из условия сохранения полного тока $div(\mathbf{j_s} + \mathbf{j_n}) = 0$, где j_s - сверхпроводящий ток, j_n - нормальный ток:

$$\Delta \varphi = \rho_n div(\mathbf{j_s}). \tag{1.4}$$

Для моделирования отклика полоски на поглощение фотона мы рассмотрели следующую модельную геометрию, представленную на рисунке 1.2.

В нашей геометрии сверхпроводящая полоска подсоединена к широким нормальным контактам с постоянной температурой T_0 ($T|_{x=\pm l/2} = T_0$), через них в полоску подводится постоянный ток ($\Delta|_{x=\pm l/2} = 0$, $\frac{\partial \varphi}{\partial x}\Big|_{x=\pm l/2} = -\frac{\rho_n I}{wd}$). Через боковые границы полоски ток не течет и нет теплообмена ($\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=\pm w/2} = 0$, $\frac{\partial \varphi}{\partial y}\Big|_{y=\pm w/2} = 0$, $\frac{\partial \Delta}{\partial y}\Big|_{y=\pm w/2} = 0$). Чтобы пренебречь влиянием N-S границ (например, движением N-S границы) на динамические процессы в сверхпроводящей полоске, сверхпроводящий параметр порядка в регионах, обозначенных S' на рисунке 1.2, был искусственно повышен с помощью введения локально повышенной T_c (ширина этих областей больше, чем глубина проникновения электрического поля из нормального контакта, и равна $5\xi_{GL}(0)$).



Рисунок 1.2. Геометрия рассматриваемой задачи: сверхпроводящая полоска между двумя объемными нормальными контактами; (а) – фотон поглощен в центре полоски, (б) – фотон поглощен на краю полоски.

В численных расчетах используются безразмерные единицы. Параметр порядка измеряется в единицах $\Delta_{GL}(0)$, температура – в единицах T_c , и координаты – в единицах $\xi_{GL}(0)$. Время измеряется в единицах $\tau_0 = \pi \hbar/8k_BT_c u$, электростатический потенциал – в единицах $\varphi_0 = \hbar/2e\tau_0$, и плотность тока – в единицах $j_0 = \hbar/2e\rho_n\tau_0\xi_{GL}(0)$ (плотность тока распаривания в этих единицах $j_{dep}/j_0 = (4/27)^{1/2}(1 - T/T_c)^{3/2}$).

Для численного решения уравнений (1.2) и (1.3) был использован метод Эйлера, для решения уравнения (1.4) - преобразование Фурье и метод диагонализации матрицы [40]. В численных вычислениях сначала был приложен конечный ток и ожидалось, когда прекратятся все релаксационные процессы, связанные с подавлением током параметра порядка. Далее в некоторый момент времени температура мгновенно увеличивалась на ΔT в круглой или полукруглой области внутри сверхпроводника (см. рис. 1.2) и исследовался динамический отклик системы. Для расчетов были выбраны следующие параметры полоски: длина $l = 60\xi_{GL}(0)$, ширина w варьировалась от $13\xi_{GL}(0)$ до $78\xi_{GL}(0)$.

Чтобы обеспечить возможность сравнения результатов моделирования с экспериментальными данными использовались параметры полоски, соответствующие NbN (основной материал, использующийся для изготовления сверхпроводящих детекторов): $C_v = 2.4 \text{ мДж см}^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\tau_{e-e} = 7 \text{ пс}$, $D = 0.45 \text{ см}^2/\text{c}$, $\xi_{GL}(0) = 7.5 \text{ нм}$, $T_c = 10 \text{ K}$, $\tau_{e-ph} = 17 \text{ пc}$.

При этих параметрах $L_{e-e} \approx 18$ нм и $\tau_0 = 0.052$ пс. В тестовых вычислениях рассматривались два значения для R_{init} близкие к L_{e-e} - 12 и 6 нм. Оказалось, что полученные результаты для выбранных значений R_{init} (в частности, значение порога по току, когда появляется импульс напряжения) отличаются слабо. Представленные ниже результаты получены для $R_{init} = 6$ нм. Для выбранного радиуса и толщины полоски d = 4 нм диапазон $\Delta T = 0.3 - 12.8$ T_c соответствует длинам волн $\lambda/\eta = 1.3 - 50$ мкм. Температура термостата T_0 была выбрана равной $T_c/2$.

1.1.2. Результаты численного расчета в режиме заданного тока

Рассмотрим сначала случай полоски, находящейся в режиме заданного постоянного тока. Нами были рассчитаны основные характеристики сверхпроводящего состояния (динамика параметра порядка, сверхпроводящего тока, температуры) при переходе полоски в нормальное состояние после поглощения фотона. На рисунке 1.3 представлены временные зависимости модуля параметра порядка и эффективной температуры квазичастиц в центре полоски ширины $w = 52\xi_{GL}(0)$ для ситуации отраженной на рисунке 1.2(а) при двух близких значениях транспортного тока. Заметим, что подавление параметра порядка в центре горячего пятна происходит за конечное время (см. рис. 1.3(a)). В течение этого времени локальная температура в центре горячего пятна понижается (см. рис. 1.3(б)) благодаря диффузии неравновесных квазичастиц и перекачке их энергии в фононную подсистему. Если ток меньше порогового значения (мы называем его током детектирования I_{det}), параметр порядка, достигнув минимального значения, начинает расти. В этом случае усредненное по времени напряжение равно нулю. Больший ток разрушает сверхпроводящее состояние. В этом случае $|\Delta|$ осциллирует в центре горячего пятна с затухающей во времени амплитудой. Каждая осцилляция | Δ | соответствует появлению пары вихрь-антивихрь. Движение вихря/антивихря в противоположных направлениях (см. вставку на рис. 1.3(а)) разогревает сверхпроводник благодаря джоулеву нагреву, и локальная температура возрастает. Это приводит к увеличению резистивной области (см. вставку на рис. 1.3(а)) в режиме постоянного тока при выбранных параметрах. На рисунках 1.4 и 1.5 показана эволюция во времени параметра порядка в более узких полосках при $I > I_{det}$. Можно заметить, что изменение параметра порядка происходит по тому же сценарию, как и в предыдущем случае.

Процессы в полоске, когда горячее пятно находится на ее краю, полностью аналогичны процессам в половине в два раза более широкой полоски, когда пятно того же радиуса находится в ее центре. Наши численные расчеты это подтверждают: в пятно через край полоски проникает один вихрь и под действием тока движется к ее противоположному краю.

Зависимость тока детектирования от ΔT (т.е. от энергии поглощенного фотона) и ширины полоски показана на рис. 1.6. Ток детектирования возрастает с уменьшением энергии фотона и его значение зависит от места, где фотон был поглощен (в центре или на краю полоски). При фиксированной энергии фотона отношение I_{det}/I_{dep} (где $I_{dep} = j_{dep}S$ - ток распаривания, S - площадь поперечного сечения полоски) растет с увеличением ширины полоски и достигает насыщения для больших w (см. рис. 1.6(б)).

В данном разделе за ток детектирования мы считали тот ток, при котором при появлении в полоске горячего пятна ее пересечет хотя бы один вихрь (или пара вихрь антивихрь). Но следует заметить, что для высокоэнергетичных фотонов (большие ΔT) и относительно узкой полоски рассчитанный нашим способом ток детектирования оказывается много меньше тока распаривания (см. рис. 1.6(а)). В этом случае джоулева диссипация может быть слабой, нормальный домен не появляется, и сверхпроводимость восстанавливается после образования нескольких пар вихрь-антивихрь в области горячего пятна (т.е. наш критерий определения тока детектирования для такого случая дает заниженную оценку). Для полоски с $w = 13\xi_{GL}(0), \Delta T = 12.8T_c$ и поглощения фотона в центре полоски на самом деле нормальный домен появляется только при токе $I > 0.36I_{dep}$ (это и есть реальное значение тока детектирования, по нашему же критерию ток детектирования равен $I_{det} \approx 0.23I_{dep}$, см. рис. 1.6(а)), который близок к значению тока, при котором выделение тепла и отток тепла равны:

$$\frac{\rho_n j_{heat}^2}{C_v} = \frac{T_c - T_0}{\tau_{e-ph}},$$
(1.5)

и для выбранных нами параметров $I_{heat} = j_{heat}wd \approx 0.23 I_{dep}$.

1.1.3. Аналитические оценки

Можно показать, что при определенном размере пятна детектирование не будет существенно зависеть от ширины полоски (для достаточно широких полосок), т.к. около



Рисунок 1.3. Временная зависимость модуля параметра порядка (а) и температуры (б) в центре горячего пятна (который совпадает с центром полоски) для двух значений транспортного тока $I = 0.89I_{dep}$ и $0.9I_{dep}$. Ширина полоски $w = 52\xi_{GL}(0)$, локальное начальное повышение температуры пятна $\Delta T = 2.3T_c$ ($\lambda/\eta = 6.5\mu m$). На вставке изображены двумерные распределения параметра порядка для моментов времени, отмеченных цифрами на черной сплошной кривой.

пятна будут образовываться вихри и антивихри за счет обтекания его током, и их движение будет приводить к возникновению импульса напряжения.

Согласно нашим численным расчетам импульс напряжения возникает, когда вихрь проникает через край полоски (если пятно располагается на краю полоски) или в горячем пятне возникает пара вихрь-антивихрь (если пятно находится в центре полоски).



Рисунок 1.4. Временная зависимость модуля параметра порядка в центре горячего пятна (который совпадает с центром полоски). Ширина полоски $w = 26\xi_{GL}(0)$, ток смещения $I = 0.86I_{dep}$, локальное начальное повышение температуры $\Delta T = 2.3T_c \ (\lambda/\eta = 6.5\mu m)$. На вставках изображены двумерные распределения параметра порядка для моментов времени, отмеченных цифрами на черной сплошной кривой.

Для того, чтобы понять, почему это происходит, рассмотрим следующую простую модель. Будем моделировать область с подавленным $|\Delta|$ кругом радиуса R и предположим, что $|\Delta|$ пространственно однороден и имеет значение Δ_{in} внутри круга, а в остальной области бесконечной тонкой сверхпроводящей полоски $|\Delta| = \Delta_{out} > \Delta_{in}$. Мы интересуемся, как в такой сверхпроводящей системе распределен транспортный ток, и когда сверхпроводящее безвихревое состояние становится нестабильным.¹ Для простоты мы пренебрежем эффектом близости (это обоснованно при $R \gg \xi$) и используем модель Лондонов: $\mathbf{j}_{s} = \pi |\Delta|^2 \nabla \phi / (4ek_B T_c \rho_n)$. Распределение сверхпроводящего тока может быть найдено из условия сохранения тока: $div \mathbf{j}_{s} = 0$. В результате нетрудно получить, что внутри пятна сверхскорость $\mathbf{v}_{s} \sim \nabla \phi$ больше, чем сверхскорость на бесконечности

$$v_{in} = \frac{2v_{\infty}}{1+\gamma^2},\tag{1.6}$$

¹Эта задача аналогична задаче поиска распределения тока в нормальном металле с областью, отличающейся другой проводимостью.



Рисунок 1.5. Временная зависимость модуля параметра порядка в центре горячего пятна (который совпадает с центром полоски). Ширина полоски $w = 13\xi_{GL}(0)$, ток смещения $I = 0.75I_{dep}$, локальное начальное повышение температуры $\Delta T = 2.3T_c \ (\lambda/\eta = 6.5\mu m)$. На вставках изображены двумерные распределения параметра порядка для моментов времени, отмеченных цифрами на черной сплошной кривой.

 $(\gamma = \Delta_{in}/\Delta_{out})$ и она локально повышена вне пятна

$$v_{out}(r) = v_{\infty} \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2} \right), r > R,$$
 (1.7)

где расстояние откладывается от центра пятна. Здесь представлен результат для угла $\theta = \pi/2$ между направлением тока и радиальным единичным вектором в полярной системе координат (подробнее см. приложение А).

Можно найти поправки к выражениям (1.6, 1.7) для полоски конечной ширины в пределе, когда $2R/w \ll 1$, и пятно расположено в центре полоски (см. рис. 1.2(а)). Мы предполагаем, что для конечной ширины полоски $2R/w \ll 1$ выражения (1.6, 1.7) приблизительно верны, но коэффициент v_{∞} мы заменяем на неизвестный коэффициент v^* , который можно найти из условия сохранения полного тока

$$I \approx \Delta_{out}^2 v_{\infty} w d = 2d \int_0^R \frac{2\Delta_{in}^2 v^*}{1+\gamma^2} dy + 2d \int_R^{w/2} \Delta_{out}^2 v^* \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \frac{1-\gamma^2}{1+\gamma^2}\right) dy.$$
(1.8)



Рисунок 1.6. (а) Зависимости тока детектирования от ΔT (пропорциональной энергии фотона) для узкой и широкой полосок для двух мест поглощения фотона (центр и край полоски). (б) Зависимости тока детектирования от ширины сверхпроводящей полоски для трех значений $\Delta T/T_c = 0.8, 2.3$ и 3.8, соответствующих трем разным длинам волн электромагнитного излучения $\lambda/\eta = 18.8, 6.5$ и 3.9 мкм (фотон поглощен в центре полоски).

В результате получаем:

$$v^* = v_{\infty} / \left(1 - \left(\frac{2R}{w}\right)^2 \frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2} \right).$$
 (1.9)

Заметим, что выражение (1.9) также справедливо (при замене $2R/w \rightarrow R/w$) для случая, когда полукруг радиуса R с подавленным $|\Delta| = \Delta_{in}$ расположен на границе полоски (см. рис. 1.2(б)). Необходимо отметить, что коэффициент перед слагаемым $(2R/w)^2$ в выражении (1.9) неточен, и правильное значение может быть найдено из разложения точного результата в ряд по малому параметру 2R/w.

Так как $\Delta_{in} < \Delta_{out}$ и $v_{in} > v_{out}$, то сверхпроводящее мейсснеровское состояние (безвихревое) сначала становится нестабильным внутри круга (полукруга). Используя значение критической сверхскорости $v_c \sim |\Delta|$ (возникающее из задачи о нестабильности пространственно однородного сверхпроводящего состояния, которое получается из стационарного уравнения (1.2)), мы находим (приравнивая $v_{in} = v_c$ и используя выражение (1.9))

$$\frac{I_{pair}}{I_{dep}} = \frac{\gamma \left(1 + \gamma^2\right)}{2} \left(1 - \left(\frac{2R}{w}\right)^2 \frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2}\right).$$
(1.10)

Ток I_{pair} - наша оценка для тока, при котором пара вихрь-антивихрь возникает внутри пятна (при замене $2R/w \rightarrow R/w$ этот ток соответствует пороговому току, при котором одиночный вихрь возникает в центре полукруглого пятна на границе полоски). Стоит заметить, что это не тот ток, при котором в образце возникает резистивное состояние (т.е. не ток детектирования), так как для того, чтобы выйти из пятна вихрь и антивихрь должны преодолеть энергетический барьер, связанный со скачком $|\Delta|$. Чтобы оценить ток, при котором вихрь и антивихрь выйдут из горячего пятна I_{pass} (он в данном случае и будет током детектирования), предположим, что вихри могут покидать пятно, когда сверхскорость (усредненная по конечной области $\approx \xi(T)$ вблизи границы пятна) равна v_c . Используя выражения (1.7, 1.9) легко получить:

$$\frac{I_{pass}}{I_{dep}} = \left(1 - \left(\frac{2R}{w}\right)^2 \frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2}\right) / \left(1 + \frac{R}{R + \xi(T)} \frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2}\right).$$
(1.11)

Можно заметить, что $I_{pair} \leq I_{pass}$ (они равны при $\Delta_{in} = \Delta_{out}$ и $\gamma = 1$). Оба критических тока уменьшаются с уменьшением Δ_{in} , $I_{pair} = 0$ и $I_{pass} = I_{dep}(1 - 4R^2/w^2)/2$ при $R \gg \xi(T)$ и $\gamma = 0$ (это соответствует нормальному состоянию пятна).

Можно связать радиус области с подавленным Δ и Δ_{in} с энергией поглощенного фотона. Предположим, что пространственная и временная зависимость температуры после поглощения фотона описывается следующим выражением
$$T(r,t) = \frac{\beta}{4\pi Dt} e^{-r^2/4Dt} + T_0,$$
(1.12)

которое является решением уравнения (1.3) с заменой источника тепла на слагаемое $\beta\delta(t)\delta(\mathbf{r})$ ($\beta = 2\pi\hbar c/\lambda C_v d$), описывающее энергию, переданную фотоном квазичастицам в момент времени t = 0 в точке r = 0 (также мы пренебрегаем последним слагаемым в уравнении (1.3), так как нас интересует временной интервал порядка $\tau_{|\Delta|} \ll \tau_{e-ph}$ после поглощения фотона).

Локальное повышение температуры приводит к подавлению параметра порядка в горячем пятне. Величину подавления параметра порядка можно оценить, используя уравнение (1.2), в котором мы пренебрегаем для простоты слагаемым со второй производной:

$$\tau_{|\Delta|}(0)\frac{\partial|\Delta|}{\partial t} = \left(1 - \frac{T}{T_c} - \frac{|\Delta|^2}{\Delta_{GL}(0)^2}\right)|\Delta|.$$
(1.13)

Можно заметить, что если левая часть уравнения (1.13) отрицательна, то параметр порядка уменьшается. Так как T максимальна в центре горячего пятна и уменьшается со временем, разумно предположить, что параметр порядка перестает уменьшаться, когда $T = T_c$ в центре горячего пятна. Используя выражение (1.12) находим, что это происходит в момент времени

$$\delta t = \frac{\beta}{4\pi D(T_c - T_0)} \approx \frac{\Delta T}{T_c} \frac{\tau_{|\Delta|}(T_0)}{4}.$$
(1.14)

Здесь мы использовали уравнение (1.1), чтобы выразить $\beta = \Delta T \pi R_{init}^2$ и $R_{init} = 1.2\xi_{GL}(0)$ через параметры нашей численной модели. Используя этот результат и выражение (1.12), можно оценить размер области с подавленным параметром порядка

$$R \approx 2\sqrt{D\delta t} = \sqrt{\frac{\beta}{\pi(T_c - T_0)}} \approx 1.6\xi(T)\sqrt{\frac{\Delta T}{T_c}}.$$
(1.15)

Из выражения (1.12) можно найти подавление $|\Delta|$ в горячем пятне при r < R к моменту времени $t = \delta t$. Выше мы предполагали, что $\Delta_{in} = |\Delta|$ ($r = \xi, t = \delta t$). Используя выражения (1.12, 1.13) находим

$$\gamma = \frac{\Delta_{in}}{\Delta_{out}} \approx exp\left(-\frac{1}{\tau_{|\Delta|}(0)}\int_0^{\delta t} \frac{T(\xi,t)}{T_c}dt\right) \approx exp\left(-\frac{\beta}{4\pi\xi_{GL}(0)^2T_c}ln\left(\frac{\beta}{\pi\xi_{GL}(0)^2T_c}\right)\right).$$
 (1.16)

Это справедливо для фотонов с $\beta/4\pi\xi_{GL}(0)^2T_c\simeq\Delta T/T_c\gtrsim 1.$

Для фотона, поглощенного на краю полоски (этот случай моделируется полукруглым горячим пятном), вышеприведенные результаты также справедливы с заменой β на 2β . Конечная ширина полоски несущественно влияет на вышеприведенные результаты при $w \gg 2R$ (или $w \gg R$ для полукруга) из-за экспоненциального уменьшения температуры при r > R.

Уравнения (1.15, 1.16) совместно с уравнениями (1.10, 1.11) качественно объясняют наши численные результаты. Во-первых, с увеличением энергии фотона увеличивается Rи уменьшается γ , обеспечивая уменьшение I_{pair} и I_{pass} (см. рис. 1.6(а)). Это иллюстрирует график зависимости I_{det}/I_{dep} (где $I_{det} = I_{pass}$) от $(R/\xi)^2$ (для $\gamma = 0$), приведенный на рисунке 1.7.

Во-вторых, полученные аналитические результаты также объясняют уменьшение тока детектирования с уменьшением ширины полоски (см. рис. 1.6, 1.7 и выражение (1.11)).

В-третьих, когда фотон поглощается на границе полоски, он создает полукруг большего радиуса $R' = \sqrt{2}R$ в сравнении с радиусом пятна для фотона, поглощенного в центре. Это приводит к тому, что для пятна, радиус которого мал относительно ширины полоски $R \ll w$, поправка из-за конечной w в выражениях (1.10, 1.11) мала, и можно заметить, что I_{det} меньше для фотона, поглощенного на краю полоски, чем для фотона, поглощенного в центре полоски.

В другом случае, когда размер пятна значителен по сравнению с w, ток детектирования для пятна на краю больше, чем I_{det} для пятна в центре полоски (см. уравнения (1.10, 1.11) с заменой 2R/w на R'/w при $R \sim w$ и $\gamma \ll 1$). Заметим, что эффект сильнее для полосок с меньшей шириной (см. рис. 1.2(а)).

Эти результаты находится в согласии с нашими численными результатами (см. рис. 1.6(а)).

Нужно заметить, что из-за плавного изменения температуры и эффекта близости распределение параметра порядка неоднородно в горячем пятне, возникшем в месте поглощения фотона. Это обстоятельство не учтено в предложенной модели и приводит к количественным различиям между численными и аналитическими результатами. Наши численные расчеты показали, что при любой из рассмотренных энергий фотона параметр порядка конечен в горячем пятне в момент, когда возникает первая пара вихрь-антивихрь.



Рисунок 1.7. Зависимости тока детектирования, который соответсвует току I_{pass} , от $(R/\xi)^2$, полученные в рассмотренной аналитической модели (см. формулу 1.11), для узкой и широкой полосок для двух мест поглощения фотона (центр и край полоски),

$$\gamma = 0.$$

Сразу после возникновения вихрь и антивихрь становятся несвязанными и могут свободно перемещаться поперек сверхпроводящей полоски. Таким образом, найденные выше значения для I_{pair} и I_{pass} могут рассматриваться как нижнее и верхнее пороговые значения для тока детектирования.

1.2. Квазистационарная модель горячего пятна

1.2.1. Модель

В предыдущем разделе мы использовали модель с локальной температурой квазичастиц *T* и решали уравнение теплопроводности для пространственной и временной эволюции *T*. Эта модель упрощает реальную ситуацию, так как в ней не принимается во внимание подавление диффузии квазичастиц с энергией меньшей $|\Delta|$ [37]. Кроме того, в ней неявно предполагается, что в каждый момент времени квазичастицы находятся в локальном равновесии, что является довольно грубым приближением для реального SNSPD, где время неупругой электрон-электронной релаксации сравнимо с временем неупругой электрон-фононной релаксации. Поэтому в данном разделе предлагается фотон, возникает неравновесное (разогретое) распределение квазичастиц по энергии, которое приводит к локальному подавлению сверхпроводимости и перераспределению плотно-сти тока в полоске.



Рисунок 1.8. Геометрия рассматриваемой задачи: двумерная полоска ширины w с током I. Круглая закрашенная область изображает горячее пятно, для которого в нашей модели α < 1 в уравнении (1.19).</p>

Мы используем статический подход для модели горячего пятна со статической во времени функцией распределения квазичастиц $f(\varepsilon, \mathbf{r})$. Это возможно, так как в задаче присутствуют различные временные масштабы. Действительно, за очень короткий начальный промежуток времени после поглощения фотона возникают горячие квазичастицы [37]. Далее они проходят через каскад взаимодействий как с фононами, так и с другими квазичастицами, при этом их энергия уменьшается до уровня чуть выше Δ_{eq} (равновесного значения сверхпроводящей щели). Дальнейшие релаксационные процес-

сы происходят уже на гораздо больших временных промежутках. Низкоэнергетические неравновесные квазичастицы диффундируют в пространстве, что является относительно медленным процессом из-за низкой групповой скорости квазичастиц с энергиями близкими к энергетической щели, но их наличие в то же время подавляет локально $|\Delta|$ ниже его равновесного значения. Это приводит к появлению квазичастиц с энергиями меньшими, чем Δ_{eq} , которые уже не могут диффундировать, и, таким образом, квазичастицы захватываются горячим пятном [37]. Эти квазичастицы могут релаксировать в равновесное состояние посредством электрон-фононного рассеяния с характерным неупругим электрон-фононным временем релаксации τ_{e-ph} . Кроме этого, они могут рассеиваться на квазичастицах с энергиями $\varepsilon > \Delta_{eq}$, которые уже могут диффундировать из области горячего пятна; этот процесс обеспечивает релаксацию в состояние равновесия с характерным неупругим электрон-электронным временем релаксации τ_{e-e} . Минимальное из этих двух времен управляет финальной стадией эволюции горячего пятна. Но изменение | Δ | во времени - более быстрый процесс. При низких температурах характерное время изменения $|\Delta|$ пропорционально \hbar/Δ_{eq} , что много меньше, чем τ_{e-ph} и τ_{e-e} . Таким образом, на временном масштабе изменения $|\Delta|$ можно рассматривать функцию распределения квазичастиц как статичный объект на финальной стадии временной эволюции горячего пятна.

Для вычисления неравновесной функции распределения квазичастиц f_{neq} необходимо решать кинетическое уравнение; это сложная задача [37], которую мы в нашей работе не исследуем. Наша цель – выяснить, как наличие области с локально подавленной сверхпроводимостью (сверхпроводящим параметром порядка) влияет на значение критического тока, при котором сверхпроводящее состояние полоски с горячим пятном становится нестабильным. Для этого численно решается уравнение Гинзбурга-Ландау для комплексного сверхпроводящего параметра порядка $\Delta = |\Delta|e^{i\phi}$

$$\xi_{GL}(0)^2 \left(\nabla - i\frac{2e}{\hbar c}\mathbf{A}\right)^2 \Delta + \left(1 - \frac{T_0}{T_c} + \Phi_1 - \frac{|\Delta|^2}{\Delta_{GL}(0)^2}\right) \Delta = 0$$
(1.17)

с дополнительным слагаемым [39, 41, 42]

$$\Phi_1 = \int_{|\Delta|}^{\infty} \frac{2(f^0 - f_{neq})}{\sqrt{\varepsilon^2 - |\Delta|^2}} d\varepsilon, \qquad (1.18)$$

которое учитывает влияние неравновесной функции распределения квазичастиц $f_{neq}(\varepsilon) \neq f^0(\varepsilon) = 1/(exp(\varepsilon/k_BT_0) + 1)$. Когда $f_{neq}(\varepsilon) = 1/(exp(\varepsilon/k_BT) + 1)$, где T - неравновесная температура квазичастиц, уравнение 1.17 переходит в уравнение 1.2 с нулевой временной производной.

Заметим, что из мнимой части уравнения (1.17) следует уравнение непрерывности тока $div(\mathbf{j_s}) = 0$, которое позволяет найти распределение плотности тока в полоске с горячим пятном.

В численных расчетах удобно использовать безразмерные величины. Поэтому в наших вычислениях длина измеряется в единицах $\xi(T_0) = \xi_{GL}/(1 - T_0/T_c)^{1/2}$, Δ в единицах $\Delta_{eq} = \Delta_{GL}(1 - T_0/T_c)^{1/2}$ и векторный потенциал A в единицах $\Phi_0/2\pi\xi$ (Φ_0 - квант магнитного потока). В этих единицах уравнение (1.17) имеет следующий вид

$$\left(\nabla - i\tilde{\mathbf{A}}\right)^{2}\tilde{\Delta} + \left(\alpha - |\tilde{\Delta}|^{2}\right)\tilde{\Delta} = 0, \qquad (1.19)$$

где $\alpha = (1 - T_0/T_c + \Phi_1)/(1 - T_0/T_c).$

В уравнении (1.19) влияние поглощенного фотона на сверхпроводящие характеристики полоски описывается параметром α (в равновесии $\alpha = 1$), который определяется функцией $f_{neq}(\varepsilon)$. В нашей модели мы выбираем $\alpha = const < 1$ внутри горячего пятна, что приводит к локальному подавлению $|\Delta|$ как внутри, так и снаружи горячего пятна из-за эффекта близости, который возникает из-за наличия слагаемого с производной по координатам в уравнениях (1.17) и (1.19). Разумеется, это предположение приводит к очень упрощенному рассмотрению реальной ситуации, в которой α зависит от координат, и мы не можем ожидать, что оно даст количественно правильный результат. Ниже будет показано, что полученные результаты качественно не зависят от точного значения α , которое отвечает за подавление $|\Delta|$ внутри горячего пятна, и мы ожидаем, что эти результаты справедливы в реальном случае зависящего от координат α (r).

Чтобы найти возможные значения α , можно использовать подход локальной температуры, который предполагает, что $f_{neq}(\varepsilon)$ может быть описана функцией Ферми-Дирака с локальной температурой $T \neq T_0$. Используя уравнение (1.18), легко показать, что в этом пределе

$$\alpha(\mathbf{r},t) = (1 - T(\mathbf{r},t)/T_c)/(1 - T_0/T_c).$$
(1.20)

Область, в которой $T > T_0$, увеличивается со временем из-за диффузии горячих квазичастиц из места, где фотон был поглощен. Из уравнения (1.19) следует, что параметр порядка подавлен в области, где $T \ge T_c$ и $\alpha \le 0$. В определенный момент времени область, где $T > T_c$, достигает максимального размера, поэтому естественно моделировать горячее пятно кругом радиуса R и задавать $\alpha = 0$ ($T = T_c$) внутри этого круга. В этом случае радиус пятна R и энергия поглощенного фотона ch/λ соотносятся как

$$\eta \frac{ch}{\lambda} \approx d\pi R^2 \frac{H_{cm}^2}{8\pi},\tag{1.21}$$

где $H_{cm} = \Phi_0/2\sqrt{2}\pi\xi\lambda_L^2$ - термодинамическое магнитное поле, λ_L - лондоновская глубина проникновения, d – толщина полоски, $H_{cm}^2/8\pi$ - плотность энергии сверхпроводящей конденсации.

В случае, когда фотон поглощается на краю полоски, неравновесные квазичастицы не могут покинуть образец, и горячее пятно моделируется полукругом большего радиуса $R' = \sqrt{2}R$, чтобы объем горячего пятна остался неизменным.

Из уравнения (1.19) следует, что для пятен с $R \gg \xi$ параметр порядка внутри горячего пятна $\approx \sqrt{\alpha}\Delta_{eq}$ при $\alpha \ge 0$ и равен нулю при $\alpha < 0$. Заметим, что различные α соответствуют различной величине отклонения от равновесия внутри горячего пятна; в приближении локальной температуры это соответствие задается уравнением (1.20). Из-за эффекта близости параметр порядка также частично подавлен при r > R, и он становится больше, чем $\sqrt{\alpha}\Delta_{eq}$ внутри горячего пятна при $R \sim \xi$.

В дальнейшем рассматривается полоска конечной ширины w и длины L = 4w с различным положением горячего пятна (области, где $\alpha < 1$) поперек полоски, как показано на рисунке 1.8. Также мы добавляем в правую часть уравнения (1.19) слагаемое с производной по времени $\partial \tilde{\Delta} / \partial t$. Данная процедура позволяет нам найти не только значение критического тока, но также и место в полоске, где зарождаются вихри.

1.2.2. Различные механизмы разрушения сверхпроводимости в полоске с горячим пятном

В разделе 1.1.2 нами был рассмотрен только механизм разрушения сверхпроводящего состояния для горячего пятна, находящегося в центре или на краю полоски. Теперь в рамках квазистационарной модели горячего пятна рассмотрим подробно механизм разрушения сверхпроводящего состояния в сверхпроводящей полоске при появлении горячего пятна в различных ее областях. Когда горячее пятно расположено на границе полоски, вихрь проникает через нее в горячее пятно и, если ток превышает критическое значение I_{pass} , затем пересекает полоску, как показано на рисунке 1.9(а). В рамках подхода эффективной температуры (раздел 1.1.1) мы показали, что движение вихря может сильно нагреть сверхпроводник, и это приводит к появлению нормальной области. В дальнейшем, мы предполагаем, что прохождение даже одного вихря достаточно, чтобы разрушить сверхпроводящее состояние в полоске с током, близким к току распаривания.

Мы также нашли, что для относительно большого радиуса горячего пятна ($R \gtrsim 3\xi$, когда $\alpha = 0$) при токах $I_{en} < I < I_{pass}$, вихрь входит в горячее пятно, но не может выйти из него. Аналогичный эффект был обнаружен в [43], где исследовалось влияние краевого дефекта на проникновение вихря к сверхпроводящую полоску. Горячее пятно, область с подавленной сверхпроводимостью, может быть рассмотрено как индуцированный фотоном центр пиннинга, на котором вихрь становится незакрепленным только при токе $I \ge I_{pass}$. Но в отличие от обычного центра пиннинга, горячее пятно существует только короткий промежуток времени, $min(\tau_{e-ph}, \tau_{e-e})$, что следует из обсуждения в разделе 1.2.1.

Таким образом, в диапазоне токов $I_{en} < I < I_{pass}$, вихрь запиннингован, а после исчезновения горячего пятна становится незапиннингованным и может пройти через полоску, либо выйти через ближайший край полоски из-за взаимодействия со своим "отражением". Решение уравнения Гинзбурга-Ландау с учетом зависимости от времени $\alpha(t)$ позволяет смоделировать оба варианта. Начиная с конфигурации с горячим пятном ($\alpha = 0$) и запиннингованным вихрем, α увеличивалось во времени до своего равновесного значения $\alpha = 1$ (нет горячего пятна). Мы обнаружили, что, при токе чуть выше I_{en} , вихрь выходит через ближайший край, в то время как при относительно больших токах (но меньших чем I_{pass}) вихрь проходит через полоску.

Когда пятно находится вблизи края полоски (см. на рисунок 1.9(б)), существуют те же характерные токи I_{en} и I_{pass} : первый соответствует входу вихря в горячее пятно, а второй его депиннингу. В отличие от случая, изображенного на рисунке 1.9(а), когда горячее пятно исчезает, вихрь пересекает полоску во всем диапазоне токов $I_{en} < I < I_{pass}$.



Рисунок 1.9. Схематическое изображение механизма появления резистивного состояния для различных положений горячего пятна: (а) горячее пятно в форме полукруга находится на границе полоски, (б) горячее пятно находится вблизи границы полоски (δw ≤ 2ξ), (в) горячее пятно находится на расстоянии δw ≥ 2ξ. В случаях (а) и (б) вихрь заходит через ближайшую границу полоски, тогда как в случае (в) пара вихрь/антивихрь возникает внутри горячего пятна.

Объяснить это можно тем, что вихрь находится на большем расстоянии от ближайшего края и на него действует меньшая сила притяжения от края полоски.

Когда расстояние, δw на рисунках 1.9(б) и (в), между краем горячего пятна и краем полоски превышает ~ 2 ξ (что соответствует случаю, рассмотренному нами в разделе 1.1.2), пара вихрь/антивихрь зарождается внутри горячего пятна при токе I_{pair} . Опять же, если $R \gtrsim 3\xi$ вихрь и антивихрь становятся незакрепленными при большем токе $I_{pass} > I_{pair}$. В этом случае "диссоциация" горячего пятна приводит к аннигиляции пары вихрь-антивихрь, и они проходят через полоску только при $I \ge I_{pass}$.

При увеличении радиуса горячего пятна, разница между токами I_{en} (или I_{pair}) и I_{pass} увеличивается. Для пятен с $R \leq 3\xi$ и $\alpha = 0$, эти два тока совпадают, что связано с относительно большим значением $|\Delta|$ внутри пятна и его меньшей способностью запиннинговать вихрь. Мы также проверили, что при изменении α и ширины полоски

величины *I_{en}*, *I_{pair}* и *I_{pass}* изменяются количественно, но механизм разрушения сверхпроводящего состояния остается таким же.

Физически приведенные результаты могут быть объяснены следующим образом. Изза сгущения линий тока плотность тока достигает своего максимального значения около горячего пятна, как показано на рисунке 1.10(б). Но в то же время внутри горячего пятна увеличивается сверхскорость, $v_s \propto j_s/|\Delta|^2$, см. рисунок 1.10(в). Этот эффект имеет определяющее значение, потому что сверхпроводящее состояние становится неустойчивым, когда скорость сверхпроводящих электронов превышает некоторое критическое значение [43] (подобная неустойчивость появляется в потоке сверхтекучего гелия, когда его скорость превышает критическое значение). В сверхпроводнике с равномерным распределением параметра порядка, оно совпадает с условием, что плотность тока достигает плотности тока распаривания j_{dep} . Но внутри и вокруг горячего пятна существует градиент $|\Delta|$, как показано на рисунке 1.10(а), и вихри возникают в том месте, где сверхскорость (а не сверхпроводящий ток) достигает максимального значения. Можно заметить, что, когда вихрь входит в горячее пятно, или когда пара вихрь/антивихрь зарождается внутри горячего пятна, максимальная плотность тока вблизи пятна примерно равна j_{dep} , см. рисунок 1.10(б).

Учитывая эти результаты, можно определить ток детектирования фотонов I_{det} различным образом. Этот ток равен I_{pass} когда пара вихрь/антивихрь зарождается внутри горячего пятна. В случае пятна, находящегося возле края полоски, этот ток может быть равен I_{en} , если предположить, что после "диссоциации" пятна вихрь остается в полоске (I вариант). Во втором варианте (II) этот ток равен I_{pass} , если считать, что вихрь выходит через ближайший край полоски после "диссоциации" пятна. В следующем разделе мы рассмотрим обе ситуации.

1.2.3. Зависимость тока детектирования от положения горячего пятна

На рисунке 1.11(а) представлена рассчитанная в рамках квазистационарной модели горячего пятна (см. раздел 1.2.1) зависимость I_{det} (для I варианта) от координат центра горячего пятна с различными радиусами $R = 2\xi$, 4ξ и 5ξ , что примерно соответствует фотонам с $\lambda/\eta = 25$ мкм, 6.3 мкм и 4.0 мкм, соответственно. $\eta = 0.1 - 0.4$, в соответствии



Рисунок 1.10. Распределение (а) параметра порядка, (б) плотности тока и (в) сверхскорости поперек полоски (вдоль пунктирных линий, показанных на рис. 2(а)-(в)) для разных положений горячего пятна в полоске. Сверхскорость приведена в единицах критической сверхскорости для пространственно однородного случая, v_{s0} .

Приложенный ток чуть меньше *I*_{en} (или *I*_{pair}).

с предыдущими оценками [3,44], а для расчета λ с помощью уравнения (1.21) были использованы параметры полоски из TaN [44] толщиной d = 3.9 нм. Видно, что минимум зависимости $I_{det}(y)$ достигается, когда горячее пятно касается края полоски, и I_{det} максимален, когда горячее пятно находится в центре полоски. Полученный результат является следствием различного сгущения линий тока для разного положения горячего пятна в полоске.



Рисунок 1.11. Зависимость тока детектирования от положения горячего пятна в полоске шириной $w = 20\xi$ (а) для различных радиусов горячего пятна и значений α , (б) для двух способов определения тока детектирования.

В самом деле, когда горячее пятно находится ближе к краю полоски, увеличивается сгущение линий тока в узком промежутке между пятном и границей полоски, в то же время сверхскорость увеличивается внутри горячего пятна, и вихри зарождаются и становятся не запиннингованными при меньшем приложенном токе. Но когда горячее пятно касается края полоски, его линейный размер уменьшается от 2R до $\sqrt{2}R$ (мы сохраняем объем горячего пятна постоянным, потому что оно создается фотоном с такой же энергией) и сгущение линий тока уменьшается. Это приводит к увеличению приложенного тока, при котором вихрь может войти в горячее пятно.

На рисунке 1.11(б) сравнивается зависимость тока детектирования от положения горячего пятна для I и II вариантов определения тока детектирования. Сплошными символами показан ток детектирования, определенный согласно первому варианту, пустыми символами - согласно второму варианту. Видно, что для пятна радиуса 2ξ ток детектирования, определяемый током входа вихря в горячее пятно I_{en} , и ток детектирования, определяемый депиннингом вихря I_{pass} , совпадают для всех координат горячего пятна. Для пятна большего радиуса (4ξ) ситуация другая. Когда пятно распологается вблизи края полоски и вихрь проникает в него через край полоски, существует диапазон токов, при которых вихрь войдет в горячее пятно и окажется запиннингован внутри него. Пересечь полоску он сможет только когда ток превысит ток детектирования равный I_{pass} (этот ток обозначен на рисунке 1.11(б) пустыми символами).

1.2.4. Термоактивационный вход вихря в горячее пятно

Согласно расчетам раздела 1.2.3 при транспортном токе $I < I_{det}^{min} \approx 0.35 I_{dep}$ фотон не может быть продетектирован в отсутствие флуктуаций (вариант 1). Флуктуации способствуют возникновению вихрей, и они могут обеспечить конечную эффективность детектирования даже при $I < I_{det}^{min}$. Чтобы отличить этот процесс от индуцированного током входа вихря при токах $I > I_{en}$, мы используем термин "флуктуационное проникновение вихрей" при $I < I_{en}$. Так как барьер на вход вихря быстро увеличивается с уменьшением тока [4,26,27], основной вклад в флуктуационную $IDE \neq 0$ дают фотоны, которые создают горячее пятно вблизи края полоски, где I_{det} минимален. При этом положении горячего пятна вихрь входит через край полоски, и нужно рассчитать энергетический барьер для входа вихря в горячее пятно при $I < I_{en} = I_{det}$. На рисунке 1.12(a), мы показываем рассчитанный барьер, ΔF (энергия приведена в единицах $E_0 = \Phi_0^2 d/16\pi^2 \lambda_L^2$, где λ_L - лондоновская глубина проникновения), для разных координат горячего пятна с $R = 4\xi$. ΔF был рассчитан с помощью численной процедуры работы [27]. Энергетический барьер быстро увеличивается при уменьшении тока ниже некоторого тока $I^*(\delta w) < I_{det}(\delta w)$, как показано на рисунке 1.12(a).

Из рисунка 1.12(а) видно, что для данного значения тока, есть минимальный барьер для входа вихря, ΔF_{min} , когда горячее пятно находится на определенном расстоянии от края полоски. На рисунке 1.12(б) показана зависимость $\Delta F_{min}(I)$, найденная



Рисунок 1.12. (а) Энергетический барьер на вход вихря в горячее пятно радиуса R = 4ξ
(α = 0), находящееся на различных расстояниях δw от края полоски. Сплошной линией показан минимальный энергетический барьер при заданном значении тока. (б)
Зависимость минимального барьера на вход вихря в горячее пятно различных радиусов

и с различными α от тока. Пунктирная линия соответствует зависимости $\Delta F/E_0 = 1 - I/I_c$, которая следует из модели Лондонов для входа вихря в полоску в отсутствии горячего пятна (при $I \approx I_c$) [4,26].

для различных радиусов горячего пятна и α . Отметим, что при $I \approx I_{det}^{min}$, энергетический барьер увеличивается гораздо медленнее с уменьшением тока по сравнению с



Рисунок 1.13. (а) Зависимость эффективности детектирования от тока смещения (вариант I), которая следует из немонотонной зависимости $I_{det}(y)$ (при $I > I_{det}^{min}$) и конечной вероятности для входа вихря в полоску вследствие флуктуаций при $I < I_{det}^{min}$ (область ниже штриховой линии). Пунктирная кривая соответствует зависимости IDE(I), следующей из модели горячей перемычки [4] для одной из энергий фотона (качественная зависимость). (б) Зависимость эффективности детектирования от тока смещения (вариант II).

результатом, полученным для входа вихря в полоску без горячего пятна в модели Лондонов [4, 26] ($\Delta F_L/E_0 \propto (1 - I/I_{dep})$, см. пунктирную линию на рисунке 1.12(б)) или в модели Гинзбурга-Ландау [27] ($\Delta F_{GL}/E_0 \propto A(w)(1 - I/I_{dep})$, где $A(w) \sim 1.5 - 1.8$ для полосок с $w = 7 - 30\xi$). Физически это связано с подавлением параметра порядка в промежутке между горячим пятном и краем полоски, как показано на рисунке 1.10(а). В результате, для создания вихря требуется меньше энергии [27] по сравнению с полоской без горячего пятна.

1.3. Эффективность детектирования SNSPD в вихревой модели

Как результат, показанный на рисунке 1.11, соотносится с внутренней эффективностью детектирования (IDE) SNSPD? Рассмотрим, например, фотон, который создает горячее пятно с радиусом $R = 4\xi$. Пусть транспортный ток I равен $0.5I_{dep}$ (показан пунктирной линией на рисунке 1.11(а)). Часть полоски, в которой $I_{det}(y) < I$, будет детектировать поглощенный фотон, в то время как остальная части полоски, в том числе области вблизи краев и центра полоски, не будет детектировать. Таким образом, для заданного тока эффективность детектирования равна отношению площади той части полоски, в которой $I_{det}(y) < I$, к площади всей полоски. Только тогда, когда ток превышает пороговое значение, $I_{thr} = I_{det}^{max} \approx 0.58I_{dep}$, вся полоска принимает участие в детектировании фотонов, и IDE = 1.

IDE в флуктуационной области может быть найдена с помощью закона Аррениуса, $IDE = \beta exp(-\Delta F_{min}/k_BT_0)$, где коэффициент β перед экспонентой равен IDE при $I \approx I_{det}^{min}$. Мы выбрали $\beta = 0.05$, из-за быстрого уменьшения I_{det} вблизи I_{det}^{min} (см. рисунок 1.11). Используя параметры полоски TaN [44] ($\lambda_L = 560$ нм, d = 3.9 нм) и $T_0 = 4$ K, получаем $E_0/k_BT_0 \approx 62$. На рисунке 1.13(а) показана IDE как функция тока для фотонов различных длин волн, которые создают горячие пятна с различными радиусами (вариант I). На этом же рисунке показана зависимость IDE(I), которая получается в модели горячей перемычки [4] (пунктирная кривая). В модели горячей перемычки [4] IDE < 1 объясняется исключительно влиянием флуктуаций, которые обеспечивают быстрое уменьшение IDE с уменьшения тока. Намного более плавное изменение IDE от 1 до ≈ 0.05



Рисунок 1.14. Зависимость эффективности детектирования от длины волны для сверхпроводящей полоски ширины $w = 20\xi$ и различных токов смещения. В расчетах мы использовали параметры для TaN полоски из работы [44].

в нашей модели имеет место даже при T = 0, и оно сменяется гораздо более быстрым уменьшением, когда $IDE \le 0.05$, где эффективность детектирования конечна только из-за флуктуаций. На рисунке 1.13(б) сравнивается зависимость эффективности детектирования фотонов двух различных энергий от тока для двух введенных нами определений тока детектирования. Здесь в соответствии с результатами, представленными на рисунке 1.11(б), из-за пиннинга вихря в горячем пятне большего радиуса есть существенное различие в значениях эффективности детектирования для горячего пятна радиуса 4ξ .

Мы также рассчитали зависимость $IDE(\lambda)$ при фиксированном токе (вариант I). Для этого, было необходимо найти ту часть полоски, где $I_{det}(y)$ меньше транспортного тока для выбранного R (т.е. длины волны). Так как нам известно значение барьера для входа вихря в горячее пятно, мы можем вычислить также флуктуационный вклад в IDE. На рисунке 1.14 представлены результаты расчетов. Как и в зависимости IDE(I), можно выделить две области: сравнительно плавное изменение IDE с λ , когда она изменяется в пределах ~ 0.05 - 1, и гораздо более быстрый спад IDE на больших длинах волн, где IDE конечна только из-за флуктуационного входа вихрей в горячее пятно. Качественно полученные результаты совпадают с экспериментально наблюдаемой зависимостью $IDE(\lambda)$. (См., например, [18,44,45].)

1.4. Обсуждение результатов

Модели, которые мы используем (см. разделы 1.1.1 и 1.2.1) сильно упрощены. В модели, описанной в разделе 1.1.1 мы пренебрегаем температурной зависимостью C_v , упрощенно рассматривая передачу энергии фононам (последнее слагаемое в (1.3)), и не принимаем во внимание возможность прямого частичного разрушения сверхпроводящего параметра порядка поглощенным фотоном (в данном подходе на $|\Delta|$ влияет только эффективная температура квазичастиц). В модели 1.2.1 вместо области с локально повышенной температурой квазичастиц). В модели 1.2.1 вместо области с локально повышенной температурой квазичастиц). В модели 1.2.1 вместо области с локально повышенной температурой квазичастиц мы моделируем место поглощения фотона областью с неравновесной функцией распределения квазичастиц (описываемой параметром α в уравнении 1.19). Для простоты в нашей модели значение α постоянно во всем горячем пятне, тогда как в реальной ситуации должно зависеть от координат. Кроме того, нестационарное уравнение Гинзбурга-Ландау (уравнения (1.2) и (1.19)) не может количественно правильно описать динамику параметров сверхпроводника при температурах ниже $\sim 0.9T_c$ и (при квазиравновесном рассмотрении) когда $\tau_{e-e} \gtrsim \tau_{|\Delta|}$. Поэтому прямое количественное сравнение наших результатов с экспериментом (по крайней мере при низких температурах) некорректно.

Но, несмотря на это, можно считать, что используемая модель качественно правильно описывает главный физический механизм детектирования фотона токонесущей сверхпроводящей полоской. Этот механизм заключается в следующем. Поглощенный фотон частично подавляет параметр порядка в некоторой области. Это приводит к перераспределению плотности тока (сверхскорости) в полоске, и такое состояние становится неустойчивым (без учета флуктуаций, и если ток достаточно большой, но меньше тока распаривания) по отношению к появлению пары вихрь-антивихрь (если фотон поглощается далеко от краев полоски) или одного вихря (если фотон поглощается на краю полоски). Сила Лоренца вызывает движение этих вихрей, которое локально нагревает полоску и приводит к возникновению импульса напряжения.

Найденная нами зависимость тока детектирования от положения горячего пятна (см. puc. 1.6(а) и аналитическую модель) может быть использована для качественного объяснения монотонного уменьшения эффективности детектирования с уменьшением энергии поглощенного фотона [17, 18, 46]. Действительно, если мы фиксируем ток (например, на

уровне $I = I_{dep}/2$ - см. рис. 1.6(а)) и начинаем уменьшать энергию фотона, сначала краевая область сверхпроводящей полоски "выключится" из процесса детектирования (при $\Delta T \approx 8T_c$ что соответствует $\lambda \approx 1.9$ мкм - см. рис. 1.6(а)) и при $\Delta T \approx 5T_c$ ($\lambda \approx 2.9$ мкм) центральная область сверхпроводящей полоски также перестает детектировать фотоны. Таким образом, существует конечный диапазон длин волн $\Delta \lambda \approx 1$ мкм при $I = I_{dep}/2$, в котором эффективность детектирования плавно меняется (качественно такое поведение наблюдалось в работах [17, 18, 46]).

В работах [24] также была рассчитана зависимость тока детектирования от координаты места поглощения фотона. Авторы моделировали поглощение фотона неоднородным распределением квазичастиц, возникающим вследствие диффузии квазичастицы, поглотившей фотон, и квазичастиц, которым она передала часть своей энергии. Ток детектирования рассчитывался в модели Лондонов. В данной работе также получено, что эта зависимость имеет максимум в центре полоски, а при удалении от центра ток детектирования уменьшается. Но повышения тока детектирования при приближении координаты поглощения фотона к краю полоски в этой работе не наблюдалось. По нашему мнению это связано с тем, что в модели Лондонов невозможно корректно описать проникновение вихря через край полоски.

В недавних работах [8,47] зависимость тока детектирования от координаты места поглощения фотона была получена экспериментально (см. рис. 1.15). На рисунке красная кривая демонстрирует результаты эксперимента, а черной кривой показаны результаты расчетов, проведенных в рамках модели, предложенной в работах [5,21]. Следует заметить, что экспериментальная зависимость имеет максимум в центре полоски и локальные минимумы на краях полоски и между краями и центром полоски. Теоретическая зависимость, предсказанная в модели, описанной в работах [5,21], также имеет максимум в центре полоски, но к краям полоски ток детектирования спадает монотонно и локальных минимумов между краем и центром полоски в ней не наблюдается. Полученная нами зависимость тока детектирования от координаты места поглощения фотона (см. рис. 1.11) также имеет максимум в центре полоски, но в отличие от вышеупомянутой модели демонстрирует локальные минимумы между центром и краями полоски, но не имеет минимумов на краю полоски. Несоответствие между экспериментальными результатами и предсказаниями нашей модели по нашему мнению может быть связано с наличием краевых дефектов в экспериментальных образцах, которое приводит к подавлению энергетического бырьера на вход вихря в полоску и, следовательно, снижению измеряемого в эксперименте порогового тока.



Рисунок 1.15. Экспериментальная зависимость тока детектирования от координаты места поглощения фотона [8] (красная кривая). Черная кривая показывает зависимость, предсказанную в рамках теоретичекой модели в работах [5,21].

Также недавно была экспериментально исследована и зависимость тока детектирования слабого электромагнитного излучения (одного или нескольких фотонов) от энергии поглощенного излучения [6,7] (см. рис. 1.16). В работе [6] было получено, что в исследованном диапазоне энергий поглощенного излучения ток, при котором вероятность события детектирования составляет 1%, линейно зависит от полной энергии поглощенного излучения (см рис. 1.16(а)). Затем в работе [7] эта зависимсоть была исследована также для более низких энергий поглощенного излучения (< 1 эВ). Авторы получили, что при таких энергиях зависимость отклоняется от линейного закона в сторону больших токов смещения. Линейный вид зависимости тока смещения от энергии излучения для заданной эффективности детектирования был получен в рамках модели, описанной в работах [5, 21], но данная модель не описывает какие-либо отклонения от линейного закона поведения этой зависимости. В рамках используемого нами подхода также была рассчитана данная зависимость (см. рис. 1.6(а)). Можно заметить, что для каждой ширины полоски существует диапазон энергий поглощенного фотона, для которого зависимость близка к линейной. Кроме того, для малых энергий фотона происходит отклонение зависимости от линейной в сторону больших токов смещения, а при больших

энергиях излучения зависимость выходит на насыщение (черная кривая, заполненные круглые символы на рис. 1.6(а)).



Рисунок 1.16. Экспериментальная зависимость тока смещения необходимого для детектирования излучения с вероятностью 1% от энергии поглощенного излучения. (а) данные, полученные в работе [6] (б) данные, полученные в работе [7].

Экспериментальное исследование зависимости пороговой длины волны от ширины сверхпроводящей полоски было проведено в работе [45]. Полученные данные демонстрируют линейную зависимость и лучше всего аппроксимируется кривой, полученной в рамках модели горячего пятна [3]. Результаты расчетов в рамках модели [5], а также в рамках нашей аналитической модели на основе выражения 1.11 дают похожие между собой результаты, но хуже аппроксимируют экспериментальные данные (см. рис. 1.17).

Интересное следствие вытекает из проведенных нами аналитический оценок тока детектирования. Если рассмотреть выражение 1.11 и устремить в нем ширину сверхпроводящей полоски к бесконечности, мы получим следующее выражение:

$$\frac{I_{pass}}{I_{dep}} = \frac{(R + \xi(T))(1 + \gamma^2)}{2R + \xi(T)(1 + \gamma^2)}.$$
(1.22)

Из этого выражения следует, что даже в очень широкой по сравнению с размерами горячего пятна полоске при токе I_{pass} возникнет нормальный домен за счет разогрева по-



Рисунок 1.17. Экспериментальная зависимость пороговой длины волны от ширины сверхпроводящей полоски [45]. Сплошная кривая соответствует расчетам в рамках модели из работы [3], штриховая и пунктирная - расчетам в рамках моделей из работ [A1] и [5], соответственно.

лоски движущимися поперек нее вихрями и антивихрями. Это означает, что для повышения чувствительности детектора можно двигаться не только в направлении уменьшения ширины сверхпроводящей полоски, но и в направлении повышения ее однородности для достижения высоких значений критического тока, близких к току распаривания.

Влияние поворотов и сужений сверхпроводящей полоски на процесс детектирования в однофотонных сверхпроводниковых детекторах

Недавно большое внимание привлек вопрос о влиянии поворотов в сверхпроводящем меандре на эффективность детектирования фотонов [11–14, A2]. Вблизи угла поворота полоски происходит сгущение линий тока, и таким образом плотность тока локально повышается. Поэтому плотность тока достигнет плотности тока распаривания вблизи угла поворота при меньшем токе смещения, чем в прямой полоске, что приводит к уменьшению критического тока полоски с поворотом по сравнению с прямой полоской. В результате, эффективность детектирования фотонов "низкой" энергии падает, так как она существенно зависит от близости критического тока к току распаривания ¹.

¹Мы определяем "низкую" энергию фотона, как энергию фотона, при поглощении которого возникает горячее пятно с радиусом много меньшим ширины полоски. Радиус горячего пятна можно оценить в рамках используемой теоретической модели с помощью уравнения 1.15. Для того, чтобы произошло детектирование "низкоэнергетического" фотона, ток должен почти достигнуть тока распаривания (не критического тока *I_c*), так как только в этом случае плотность тока вблизи горячего пятна достигниет плотности тока распаривания, и это приведет к возникновению импульса напряжения. Например, в сверхпроводящих меандрах из NbN критический ток составляет примерно 50% от тока распаривания (ния [18], и эффективность детектирования "низкоэнергетических" фотонов определяется количеством областей (поворотов, сужений), в которых плотность тока локально достигает плотности тока распаривания вания при *I* → *I_c*.

В рамках модели Лондонов расчет подавления критического тока из-за наличия в полоске поворота был выполнен в работе [11] а экспериментально, данный эффект изучался в работах [12, 13, А2]. Сравнение теории и эксперимента показало качественное согласие (например, что критический ток уменьшается с увеличением угла поворота полоски и/или увеличением радиуса кривизны угла поворота), однако количественно теория предсказывает более сильное подавление критического тока, чем наблюдается в эксперименте [12, 13, А2]. В теоретической работе [14] исследовался резистивный отклик полоски с поворотом, и на основе численных результатов было сделано утверждение, что угол поворота не влияет на эффективность детектирования, так как импульс напряжения, возникающий при падении фотона вблизи угла поворота появляется при токах значительно больших, чем при падении фотона в центральной части полоски. Однако в работе [14] был рассмотрен только случай фотона достаточно большой энергии и использовалось большое значение коэффициента теплоотвода от электронной подсистемы к фононной. В данной главе мы покажем, что полученный результат справедлив только для фотонов достаточно большой энергии, тогда как для "низкоэнергетичных" фотонов ситуация будет противоположной.

Кроме неизбежных в геометрии меандра углов поворота представляется интересным изучить также вопрос о влиянии сужений (как по ширине, так и по толщине полоски) на резистивный отклик сверхпроводящей полоски. Интерес к этой задаче вызван, в том числе, и экспериментами, в которых было обнаружено, что импульсы напряжения, возникающие при поглощении фотона, имеют различную амплитуду [15, 16], и что при уменьшении энергии падающего фотона средняя амплитуда импульса напряжения увеличивается [15, 16]. В работе [16] было предположено, что данные эффекты могут быть связаны с локальными неоднородностями сверхпроводящей полоски. В главе мы покажем, что амплитуда импульса напряжения (возникающего после поглощения фотона в области сужения) зависит от величины сужения: она увеличивается при увеличении сужения. Кроме того, из-за концентрации линий тока в области сужения данная часть полоски становится более чувствительной к детектированию фотонов "низких" энергий (при фиксированном токе) или фотонов "высоких" энергий, но при меньших значениях транспортного тока, чем для прямой полоски.

Результаты, представленные в главе были опубликованы в работах [А2, А3, А5].

60

2.1. Модель

В предыдущих расчетах мы рассматривали только один из этапов процесса детектирования фотона сверхпроводящей полоской - начало появления импульса напряжения. Нас не интересовало восстановление в полоске сверхпроводимости после возникновения в ней нормального домена, поэтому расчеты проводились в режиме заданного постоянного тока через полоску. Теперь нашей целью является моделирование отклика реальных детекторов, получаемого в экспериментах, после которого детектор снова возвращается в рабочее состояние, то есть в полоске восстанавливается сверхпроводимость. Для этого рассмотрим схему, представленную на рисунке 2.1. В соответствии с этой схемой в реальных детекторах параллельно к сверхпроводящей полоске подключают шунтирующее сопротивление, предотвращающее "залипание" сверхпроводника в нормальном состоянии. После появления напряжения на сверхпроводнике часть тока начинает течь через шунтирующее сопротивление, ток через сверхпроводящий образец уменьшается, и он переходит обратно в сверхпроводящее состояние.

На рисунке 2.1 L_k - кинетическая индуктивность сверхпроводящей полоски, R_s соответствует сопротивлению сверхпроводника в резистивном состоянии, и R_{shunt} - шунтирующее сопротивление. В наших расчетах мы использовали значение $R_{shunt} = 50$ Ом, типичное для экспериментов. Для кинетической индуктивности мы использовали следующее выражение:

$$L_k = \frac{4\pi\lambda_L^2 l}{wd},\tag{2.1}$$

где λ_L - лондоновская глубина проникновения.

Согласно схеме 2.1 ток *I_s*, текущий через сверхпроводник, можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{L_k}{c^2}\frac{dI_s}{dt} = (I - I_s)R_{shunt} - V_s.$$
(2.2)

Для моделирования отклика полоски на поглощение фотона мы рассмотрели задачу с геометрией, представленной на рисунках 1.2(а) и 2.2.



Рисунок 2.1. Эквивалентная схема сверхпроводникового детектора. Сверхпроводник моделируется последовательно включенными кинетической индуктивностью L_k и сопротивлением R_s , которое возникает из-за поглощения фотона. Сопротивление шунта



 R_{shunt} .

(б)

Рисунок 2.2. Геометрия рассматриваемой задачи: (а) сверхпроводящая полоска с двумя поворотами в 90° (1 - падение фотона вблизи поворота, 2 - падение фотона вдали от поворота); (б) сверхпроводящая полоска с сужением (1 - падение фотона в области сужения, 2 - падение фотона в однородной области).

Сначала, для того чтобы выяснить, какова и от чего зависит форма импульсов напряжения, возникающих на сверхпроводнике и шунте, мы рассмотрели, как и в предыдущей главе, прямую полоску с поглощенным в ее центре фотоном.

Далее мы рассмотрели полоску, имеющую два поворота в 90° и моделирующую таким образом участок реальной сверхпроводящей полоски, выполненной в форме меандра. Рассматривались случаи падения фотона вблизи и вдали от поворота полоски (см. рис. 2.2(а)).

Также нами была рассмотрена прямая сверхпроводящая полоска с локальным сужением (моделирующим вариации ширины полоски, заметим, что вариации толщины полоски влияют на процесс детектирования таким же образом как и вариации ее ширины). Моделировалось как падение фотона в область сужения, так и вдали от него (см. рис. 2.2(б)).

Представленные ниже результаты получены для параметров, соответствующих NbN [2,26] ($\tau_{e-e} = 7 \text{ пс}, \tau_{e-ph} = 17 \text{ пс}, L_k = 0.05 \text{ см } \text{кB}^{-1}, R_{shunt} = 50 \text{ Ом}, \text{ критическая температура } T_c = 10 \text{ K}, C_v = 2.4 \text{ мДж см}^{-3} \text{ K}^{-1}, \text{ коэффициет диффузии } D = 0.5 \text{ см}^2 \text{ c}^{-1}, \text{ длина когерентности Гинзбурга-Ландау при нулевой температуре } \xi_{GL}(0) = 5 \text{ нм}, d = 5 \text{ нм}, \text{ дли$ $на полоски } l = 250 \text{ мкм, сопротивление в нормальном состоянии } \rho_n = 2.5 \text{ мкОм } \text{м}^{-1}$) и $R_{init} = 7.5 \text{ нм}.$ В численных расчетах время измерялось в единицах $\tau_0 = \pi \hbar/8k_BT_c u \approx 0.052$ пс, напряжение в единицах $\phi_0 = \hbar/2e\tau_0 \approx 6.3$ мВ и температура термостата выбиралась равной $T_0 = T_c/2$.

2.2. Прямая полоска

Для исследования формы импульса напряжения на сверхпроводнике V_s (без учета вклада кинетичеккой индуктивности) и формы импульса тока на шунтирующем сопротивлении I_{shunt} была рассмотрена прямая полоска с поглощенным в ее центре фотоном с учетом эквивалентной схемы 2.1, для расчетов использовалась система уравнений, описанная в разделе 1.1.1.

На рис. 2.3(а) представлена временная зависимость напряжения V_s на сверхпроводнике (сопротивление R_s на рис. 2.1) для двух полосок с длинами l = 100 и 200 мкм (w = 100 нм, d = 4 нм и $\lambda_L = 400$ нм [48]). Видно, что с уменьшением кинетической индуктивности длительность и амплитуда импульса напряжения на сверхпроводнике становятся короче и меньше соответственно. Причина проста: для меньших L_k ток через сверхпроводник уменьшается быстрее, температура внутри нормального домена возрастает медленнее (см. рис. 2.3(б)), и охлаждение сверхпроводника до температуры термостата T_0 занимает меньше времени (см. рис. 2.3(б)).

Для более длинной полоски длительность импульса напряжения около $900\tau_0$, что много больше, чем типичный временной интервал между последовательными образованиями пар вихрь-антивихрь $\Delta t \simeq 10\tau_0$ (мы грубо оцениваем его как временной интервал между образованием второй и третьей пар вихрь-антивихрь (см. рис. 1.5)). Следовательно, по меньшей мере 90 пар вихрь-антивихрь образуется за время длительности импульса напряжения, а резистивный домен распространяется на большое расстояние вдоль полоски.

На рис. 2.4(а) представлена временная зависимость V_s для фотонов различной энергии и различных мест поглощения фотона. Заметим, что форма импульса напряжения и тока I_{shunt} (см. рис. 2.4(б)) через шунтирующее сопротивление (который измеряется в экспериментах с SSPD) слабо, но зависит как от энергии (ΔT), так и от места поглощения фотона. На временах больших, чем $1000\tau_0$, когда скачок напряжения на сверхпроводнике равен нулю (см. рис. 2.4(а)), ток I_{shunt} спадает за характерное время $\tau = L_k/R_{shunt}c^2 \simeq 5 \times 10^4 \tau_0$ для выбранных нами параметров.



Рисунок 2.3. (а) Зависимость напряжения на сверхпроводящей полоске от времени для двух длин полоски: l = 100 и 200 мкм. На вставке изображены распределения модуля параметра порядка вдоль полоски (при y = 0) для моментов времени, отмеченных на графике. (б) Временные зависимости температуры в центре полоски (в горячем пятне) для тех же полосок. На вставке изображены распределения температуры вдоль полоски

(при y = 0) для различных моментов времени. Ширина полоски $w = 13\xi_{GL}(0)$, ток смещения $I = 0.6I_{dep}$, локальное начальное повышение температуры $\Delta T = 3.8T_c$

$$(\lambda \simeq 3.9$$
 мкм, $\eta = 1).$



Рисунок 2.4. (а) Временная зависимость напряжения на сверхпроводящей полоске длины l = 200 мкм и ширины $w = 26\xi_{GL}(0)$ для фотонов различной энергии (различных ΔT) и для различных областей, в которых был поглощен фотон (центр или на край полоски). (б) Временная зависимость тока через шунтирующее сопротивление (ток смещения $I = 0.88I_{dep}$).

2.3. Подавление критического тока в полоске с поворотом

Ранее влияние поворотов на величину критического тока изучалось теоретически с использованием уравнения Лондонов [11]. Нами предлагается другой подход, заключаю-

щийся в численном решении уравнения Гинзбурга-Ландау для сверхпроводящей полоски с поворотом (модель из раздела 1.1.1). В рамках этого подхода вычисляется ток, при котором сверхпроводящее состояние становится неустойчивым.

В группе профессора Зигеля (г. Карлсруэ, Германия) было экспериментально исследовано влияние поворотов на критический ток сверхпроводящих NbN полосок, номинальная ширина которых 300 нм, а толщина близка к 10 нм. В типичных сверхпроводниковых однофотонных детекторах из NbN ширина и толщина полосок как правило около 100 и 5 нм, соответственно. Увеличенное поперечное сечение полосок существенно улучшает их воспроизводимость при изготовлении, при этом оно удовлетворяет типичным для сверхпроводникового однофотонного детектора условиям $d \le \xi$ и $w \ll \lambda_{eff}$. Кроме того, большие критические токи существенно упрощают измерения и повышают точность эксперимента. Более того, так как подавление критического тока из-за поворотов количественно больше для структур с большим отношением w/ξ , большая ширина полоски упрощает обнаружение и исследование этого эффекта. Образцы представляли из себя сверхпроводящие полоски с двумя симметричными поворотами, соединенными прямыми участками между собой и с увеличенными контактными площадками (см. рис. 2.5). Конические соединения с контактными площадками уменьшают сгущение линий тока вблизи контактов.



Рисунок 2.5. Пример экспериментального образца, исследуемого в работе [A2], сверхпроводящая полоска с двумя поворотами в 90° с радиусами скругления 500 нм. Расчеты в рамках подхода Гинзбурга-Ландау проводились нами для аналогичного образца, но с радиусами скругления в несколько нанометров. Экспериментально измеренный критический ток сравнивался с током распаривания, вычисленным для каждого образца как

$$j_c^d(T) = j_c(0)[1 - (\frac{T}{T_c})^2]^{\frac{3}{2}},$$
(2.3)

с температурной зависимостью, предложенной Бардиным [49]. Плотности токов далее были скорректированы для всего температурного диапазона в соответствии с точными численными расчетами, выполненными в грязном пределе Куприяновым и Лукичевым [50]. Для расчетов было использовано типичное для NbN полосок с толщиной 10 нм удельное сопротивление в нормальном состоянии $\rho_n = 1.84$ мкОм·м, коэффициент диффузии электронов $D = 5 \times 10^5$ м²с⁻¹ и сверхпроводящую щель при нулевой температуре $\Delta(0) = 2k_BT_c$ [51,52].



Рисунок 2.6. Отношение критического тока полоски с двумя резкими поворотами в 90° к критическому току прямой полоски в зависимости от температуры (ромбы) и теоретические расчеты в модели Гинзбурга-Ландау (сплошная линия) и модели Лондонов (штриховая линия). Пустыми треугольниками и кругами показаны отношения критических токов к токам распаривания в прямой полоске и полоске с поворотами, соответственно.

Результаты измерений представлены на рисунке 2.6, где показана зависимость отношения экспериментально измеренной плотности критического тока к плотности тока распаривания $j_c/j_c^d(T)$ от температуры для прямой полоски (треугольники) и для полоски с двумя поворотами в 90° (круги). Во многих экспериментах было обнаружено, что даже в прямых полосках критический ток достигает тока распаривания только в узком диапазоне температур вблизи сверхпроводящего перехода. При более низких температурах в наших прямых полосках экспериментальный критический ток составляет $\approx 55\%$ от тока распаривания, и это отношение остается независимым от температуры при $T < 0.9T_c$. полоска с поворотами также проводит сверхток близкий к току распаривания вблизи сверхпроводящего сверхова.

Для численного расчета критического тока сверхпроводящей полоски с прямоугольным поперечным сечением и одним поворотом в 90° был использован подход Гинзбурга-Ландау (см. раздел 1.1.1). Моделирование проводилось для полоски с шириной $w = 60\xi_{GL}(0)$ близкой к экспериментальному значению. В исследуемых полосках длина когерентности Гинзбурга-Ландау при нулевой температуре $\xi_{GL}(0)$ приблизительно равна 5 нм [51]. Так как ширина исследуемых в эксперименте полосок много меньше, чем $\lambda_{eff} = \lambda_L^2/d$ [26], мы пренебрегаем эффектами экранирования. Магнитное поле, возникающее из-за приложенного транспортного тока, не достаточно сильное для того, чтобы подавить краевой барьер на вход вихря в полоску [53,54]. Таким образом, мы предполагаем, что образцы изначально находятся в мейсснеровском состоянии, которое становится неустойчивым при некотором токе, который мы называем критическим током.

Для расчета подавления критического тока в рамках модели Лондонов использовались результаты работы [11] для резкого 90° поворота.

Сплошной и штриховой линиями на рисунке 2.6 показан относительный критический ток (отношение критического тока в полоске с поворотами к критическому току в прямой полоске) полученный в модели Гинзбурга-Ландау и модели Лондонов (см. работу [11]), соответственно. Применимость к рассмотренной полоске результатов работы [11] для теоретических расчетов ограничена температурами $T < 0.9T_c$, так как модель Лондонов применима только для полосок с шириной много большей, чем длина когерентности. Хотя обе модели предсказывают уменьшение относительного критического тока при низких температурах, критический ток, рассчитаный в рамках подхода Гинзбурга-Ландау больше (в 1.3 раза для данной ширины), чем критический ток, который следует из модели Лондонов. Мы считаем, что различие появляется из-за неоднозначности, возникающей в модели Лондонов при определении энергетического барьера для входа одиночного вихря. Действительно, существует свободный параметр, который формально описывает минимальное расстояние, на которое вихрь может подойти к границе полоски. Величина этого расстояния немного отличается в различных работах, но в целом оно сравнимо с размером кора вихря ~ ξ . С другой стороны, барьер в модели Лондонов можно определить, предполагая только, что это расстояние больше, чем радиус кора. Наши численные расчеты для более узкой полоски ($w = 20\xi_{GL}(0)$) показывают, что критические токи, рассчитанные в рамках этих теоретических моделей различаются в столько же раз (≈ 1.3) только при $T \leq 0.6T_c$, при больших температурах это отношение уменьшается и зависит от отношения $w/\xi_{GL}(T)$.

Так как даже для прямых полосок измеренный критический ток меньше тока распаривания, прямое сравнение $j_c(T)/j_c^d(T)$ с теоретическим значением не совсем корректно. Чтобы оценить вклад поворотов в подавление критического тока, мы используем отношение экспериментального критического тока в полоске с поворотами к экспериментальному критическому току в прямой полоске (красные ромбы на рисунке 2.6). Это отношение уменьшается с уменьшением температуры и составляет приблизительно 0.65 при $0.3T_c$, тогда как оба теоретических значения не превышают 0.5 (сплошная и штриховая линии). Если допустить, что в номинально резком 90° повороте может присутствовать скргуление с радиусом ≈ 25 нм, можно, используя выражения для поправочного фактора из работы [11], найти малую поправку для критического тока. Это наибольшее значения радиуса кривизны поворота, найденное в эксперименте при исследовании полосок с резкими поворотами на сканирующем электронном микроскопе. Несогласие с теоретическими предсказаниями появляется из-за различий в локальной однородности двух образцов (природа неоднородностей на данный момент неясна), которые наряду с поворотами приводят к подавлению критического тока. Конкуренция локальных неоднородностей и поворотов полоски в подавлении критического тока приводит также к тому, что в зависимости $j_c(90^{\circ}/j_c(0^{\circ}))$ от температуры появляются значения большие 1 при температурах $T > 0.7T_c$. Вероятно, повороты играют главную роль в подавлении критического тока при $T < 0.7T_c$, где относительный критический ток приближается к теоретическому значению.

2.4. Влияние поворота и сужения на форму импульса напряжения

Для исследования влияния поворотов на форму импульса напряжения в сверхпроводящей полоске после поглощения фотона мы рассмотрели в рамках подхода эффективной температуры (раздел 1.1.1) полоску с двумя поворотами (см. рис. 2.2(a)). В расчетах мы использовали $w = 15\xi_{GL}(0) = 75$ нм, промежуток между полосками равен w (критический ток при этих параметрах $I_c \approx 0.91I_{dep}$ при $T_0 = T_c/2$), где I_{dep} - зависящий от температуры ток распаривания Гинзбурга-Ландау.

На рисунке 2.7 представлена зависимость от времени напряжения на сверхпроводнике V_s и на шунте V_{shunt} для различных токов при поглощении фотона ($\lambda/\eta = 1.7$ мкм, $\Delta T = 5.5T_c$) вблизи и вдали от поворота.

После поглощения фотона вблизи поворота одиночный вихрь проникает в полоску через границу и пересекает ее (после поглощения фотона в центре полоски возникают одновременно вихрь и антивихрь, они двигаются в противоположных направлениях – в численном моделировании мы можем визуализировать это движение сохраняя в различные моменты времени распределения модуля и фазы параметра порядка – см. также рис. 1.3, 1.4, 1.5).

На рис. 2.7 видно, что при относительно слабом токе ($I = 0.6I_{dep}$) вихри появляются последовательно – им соответствуют малые пики (похожие на шум) на зависимости $V_s(t)$ при $t < 200\tau_0$ после поглощения фотона как вблизи поворота, так и вдали от него, но нормальная область и относительно большой импульс напряжения на шунте появляется только для фотона, поглощенного в прямом участке полоски. Только при $I > 0.66I_{dep}$ (пороговый ток был найден из численных расчетов; на рис. 2.7(б) пороговое значение тока не показано) появляется импульс напряжения после поглощения фотона вблизи поворота (см. рис. 2.7(б)).

Также можно заметить, что амплитуда импульса напряжения немного меньше, когда фотон поглощается вблизи поворота (см. рис. 2.7(б)). Эффект усиливается, когда размеры нормальной области становятся сравнимыми с характерными размерами участка полоски с поворотом (в нашей модели это выполняется при уменьшении R_{shunt} и L_k или увеличении оттока тепла к фононам, то есть уменьшении τ_{e-ph}). Для этого эффекта есть простое



Рисунок 2.7. Временная зависимость напряжения на (а) сверхпроводнике (V_s) и (б) шунтирующем сопротивлении (V_{shunt}) после поглощения фотона ($\lambda/\eta = 1.7$ мкм, $\Delta T = 5.5T_c$) как вблизи, так и вдали от угла поворота полоски. На временах больших, чем $3000\tau_0$, V_{shunt} спадает с характерным временем $\tau = L_k/R_{shunt}c^2 \simeq 5 \times 10^4 \tau_0$ для выбранных нами параметров. На вставке показана зависимость $V_s(t)$ при токе $I = 0.42I_{dep}$ для двух различных мест поглощения фотона.

объяснение – в нормальном состоянии сопротивление полоски вблизи поворота меньше (так как она там шире – см. рис. 2.2(а)), чем сопротивление прямого участка полоски, что и приводит к разнице в амплитудах импульсов напряжения.
На рисунке 2.8 представлены результаты для резистивного отклика сверхпроводника после поглощения фотонов более низкой ($\lambda/\eta = 9.4$ мкм, $\Delta T = T_c$) и более высокой энергий ($\lambda/\eta = 0.8$ мкм, $\Delta T = 11.5T_c$). Результаты для "высокоэнергетических" фотонов (см. рис. 2.8(б)) схожи с результатами, представленными на рисунке 2.7(а). Но резистивный отклик "низкоэнергетических" фотонов качественно отличается. Нормальная область и соответственно большой импульс напряжения появляется при меньших токах, когда фотон поглощен вблизи поворота (см. рисунок 2.8(а)) и необходимо увеличить ток, чтобы возник большой импульс напряжения после поглощения фотона вдали от поворота.

Мы объясняем полученные результаты следующим образом. Поглощенный фотон создает область с локально повышенной температурой квазичастиц (или, как альтернатива, с повышенным числом квазичастиц [2]). В результате сверхпроводящий параметр порядка в области горячего пятна становится подавленным, и это приводит к перераспределению плотности тока в сверхпроводнике (она уменьшается в области горячего пятна и увеличивается вокруг нее). С этим процессом связано ненулевое V_s при $t < 20t_0$ (см. вставки на рисунках 2.7(а) и 2.8(а)). Чем больше энергия фотона, тем больше размер области с частично подавленным параметром порядка. В разделе 1.1.2 для прямой сверхпроводящей полоски мы показали, что формирование области с подавленным параметром порядка приводит к возникновению пары вихрь-антивихрь внутри этой области и их движению при токе большем некоторого порогового значения (который мы называем током детектирования I_{det}). Движение этих вихрей может существенно разогреть сверхпроводник, если приложенный ток достаточно большой (больше, чем так называемый ток разогрева I_r, который может быть грубо оценен из баланса тепловых потерь и оттока тепла из системы – см. ур. 1.5 в разделе 1.1.2), что приводит к возникновению нормальной области и большого импульса напряжения на шунте. Для фотонов относительно большой энергии (который создает большую область с подавленным параметром порядка) $I_{det} < I_r$ и при $I \approx I_{det}$ поглощение такого фотона не приводит к возникновению большого импульса напряжения, несмотря на возникновение и движение вихрей.

Из-за неоднородного распределения тока (ток концентрируется вблизи внутреннего угла) параметр порядка сильнее подавлен вблизи угла, чем вдали от него. Поэтому дополнительное подавление параметра порядка из-за поглощения фотона приводит к возникновению вихря вблизи угла при меньшем токе, чем поглощение фотона вдали от поворота.



Рисунок 2.8. Временная зависимость напряжения на шунтирующем сопротивлении при различных токах для поглощенных фотонов различных энергий ((a) $\lambda/\eta \approx 9.4$ мкм ($\Delta T = T_c$) и (б) $\lambda/\eta \approx 0.8$ мкм ($\Delta T = 11.5T_c$)) как вблизи, так и вдали от угла поворота полоски.

Это подтверждается нашими численными расчетами для фотонов как "низких", так и "высоких" энергий (см. вставки на рисунках 2.7(а) и 2.8(а)) и совпадает с результатом, полученным в работе [14].

Но условия для появления нормальной области вблизи поворота хуже, чем вдали от него. Действительно, из-за неоднородного нагрева (вследствие неоднородного распределения тока даже в нормальном состоянии) и более интенсивной диффузии тепла в окружающую более широкую часть сверхпроводника нормальная область появляется вблизи поворота при большем токе, чем в прямом участке полоски.

Ток разогрева I_r также зависит от того, насколько эффективен отток тепла от электронной подсистемы в фононную, что в нашей модели определяется неупругим электронфононным временем релаксации τ_{e-ph} . Мы нашли, что при наших параметрах для фотонов с $\lambda/\eta > 3.1$ мкм ($\Delta T < 3T_c$) нормальная область возникает при меньшем токе, когда фотон поглощается вблизи поворота. Изменяя τ_{e-ph} или используя другую модель теплоотвода и теплопотерь, можно сдвигать эту границу. В недавней работе [14] рассматривался резистивный отклик полоски с поворотом после поглощения фотона определенной энергии ($\Delta T = 11.5T_c$ в наших единицах). Авторы обнаружили, что большой импульс напряжения появляется при меньшем токе при падении фотона на прямой участок полоски, и только при больших токах импульс напряжения появляется после падения фотона вблизи поворота полоски. Этот результат качественно совпадает с нашим результатом, полученным для "высокоэнергетического" фотона, но он не универсален и зависит от энергии поглощенного фотона. Для относительно "низкоэнергетических" фотонов эффект противоположный, и большой импульс напряжения появляется при меньших токах для фотонов, поглощенных вблизи поворота. Кроме того, есть количественные различия между нашими результатами и результатами работы [14] для величины импульса напряжения. Эти расхождения можно объяснить тем, что в работе [14] значение коэффициента теплоотвода (который обратно пропорционален τ_{e-ph} в нашей модели) было по величине на два порядка меньше, чем в наших расчетах, и это привело к малому эффекту разогрева в [14].

Рассмотрим теперь влияние сужения сверхпроводящей полоски (см. рис. 2.2(б)) на отклик после поглощения одиночного фотона. Мы рассматриваем прямую полоску ши-

75

рины $w = 13\xi(0) = 65$ нм с сужением длиной $l_1 = w = 13\xi(0)$ и различной ширины $w_1/w = 0.62 \div 1.$

В реальных полосках с шириной порядка нескольких десятков нанометров вариация ширины порядка 10% маловероятна, однако вариация толщины может достигать 20% (для типичной толщины d = 5 нм это означает изменение толщины на 1 нм). Мы рассмотрели вариации ширины, так как их проще моделировать, чем вариации толщины полоски. Так как оба типа сужений приводят к аналогичной концентрации линий тока и локальному повышению сопротивления, наши результаты могут быть применены к обоим случаям.

На рисунке 2.9 показано, что амплитуда импульса напряжения на шунте возрастает с уменьшением w_1 в случае поглощения "высокоэнергетического фотона". Эффект сильнее при малых токах, когда размеры нормального домена сравнимы с размерами сужения и ΔV_{shunt} грубо можно оценить через размеры сужения как $\Delta V_{shunt} \propto 1/w_1$. Эффект усиливается при больших токах для более длинных сужений, меньших значений сопротивления шунта (и/или кинетической индуктивности) или меньшего значения τ_{e-ph} , которым определяется размер нормальной области в нашей модели.



Рисунок 2.9. Зависимость амплитуды импульса напряжения на шунтирующем сопротивлении от тока в случае поглощения "высокоэнергетического" фотона $(\lambda/\eta = 0.9 \text{ мкм} (\Delta T = 10.8T_c))$ вблизи сужений различных размеров.

Заметим, что для сужения с $w_1/w \ge 0.92$ амплитуда ΔV_{shunt} много меньше, чем для более узких сужений при $I = 0.37 I_{dep}$. Это связано со слабым разогревом сверхпроводника и, как следствие, возникает только несколько пар вихрь-антивихрь в горячем пятне без образования нормальной области. Для сужений с $w_1/w = 0.77$ и $w_1/w = 0.62$ нормальная область появляется в полоске при $I = 0.37 I_{dep}$ и это обеспечивает много большую амплитуду ΔV_{shunt} .

Детектирование "низкоэнергетического" фотона полоской с сужением аналогично детектированию "высокоэнергетического" фотона (см. рис. 2.10(а)). При $I = 0.59I_{dep}$ только самое узкое сужение может продетектировать "низкоэнергетический" фотон с $\lambda/\eta \approx 9.4$ мкм ($\Delta T = T_c$), тогда как прямой участок полоски может детектировать такие фотоны только при токе $I \approx 0.9I_{dep}$, который больше, чем критический ток полоски с сужением ($I_c \approx w_1/wI_{dep}$). В этом отношении детектирующая "способность" сужения лучше, чем детектирующая "способность" поворота, так как сужение "помогает" продетектировать как "высокоэнергетические", так и "низкоэнергетические" фотоны. Но присутствие в полоске сужения (и поворота) снижает способность к детектированию всей полоски, так как сужение/поворот уменьшает критический ток и, следовательно, детектирующую способность остальных участков полоски [55].



Рисунок 2.10. Временная зависимость V_{shunt} после поглощения (a) "низкоэнергетического" ($\lambda/\eta = 9.4$ мкм ($\Delta T = T_c$)) и (б) "высокоэнергетического" фотона ($\lambda/\eta = 0.9$ мкм ($\Delta T = 10.8T_c$)) вблизи сужений различных размеров. Транспортный ток $I = 0.59I_{dep}$ чуть ниже критического тока полоски с самым большим сужением $I_c \approx 0.62I_{dep}$.

2.5. Вклад углов и сужений в полоске в эффективность детектирования

В данном разделе расчеты проводились в рамках квазистационарного подхода, описанного в разделе 1.2.1. Рассмотрим сначала вклад сужения (см. рисунок 2.2(а)) в эффективность детектирования полоски. Для моделирования мы взяли размеры сужения близкие к размерам сужений из работы [23]: $w_1/w \approx 0.65, 0.75, 0.825$. Место поглощения фотона мы моделировали круглой областью с радиусом $R = 2\xi$, внутри которой $\alpha = 0$. Для каждого сужения мы рассчитали зависимость тока детектирования (тока, при котором возникает резистивное состояние) от координат центра горячего пятна. Для сужения с $w_1/w \approx 0.825$ эта зависимость приведена для некоторых продольных координат горячего пятна на рисунке 2.11. На основе этой зависимости была построена зависимость эффективности детектирования от $I_b/I_{sw} \cdot C$ для трех различных сужений. Здесь I_b - ток в полоске, I_{sw} - критический ток полоски, C - так же как в экспериментальной работе [23] отношение тока в полоске с сужением к току полоски без сужения, соответствующих одному и тому же значению эффективности детектирования (в нашем случае - 5%). Эф-фективность детектирования рассчитывалась нами так же, как в разделе 1.3. Как здесь, так и в следующем разделе для расчетов использовалась длина полоски, соответствующая типичному эксперименту (мы взяли для расчетов длину полоски в форме меандра площадью 15×15 мкм с шириной прямых участков и расстояниями между ними равными 100 нм). Полученная зависимость эффективности детектирования от тока для полоски без сужения.



Рисунок 2.11. Зависимость тока детектирования полоски с сужением ($w_1/w \approx 0.825$) от поперечной координаты центра горячего пятна для четырех различных продольных координат пятна. Для сравнения на графике также приведена зависимость $I_{det}(y)$ для полоски вдали от сужения.



Рисунок 2.12. Зависимость эффективности детектирования прямых полосок с сужениями ($w_1/w \approx 0.65, 0.75, 0.825$), прямой полоски без сужения и полоски в форме меандра без сужения от тока смещения.



Рисунок 2.13. Экспериментальная зависимость эффективности детектирования полосок в форме меандра с различными сужениями от отнормированного тока смещения [23].

Мы получили, что из-за присутствия в полоске сужений, возникает ненулевая эффективность детектирования при $I_b/I_{sw} \cdot C < 0.67$, и чем сужение больше, тем эта эффективность детектирования выше. На рисунке 2.12 видно, что эффективность детектирования, обусловленная наличием сужения в полоске (при $I_b/I_{sw} \cdot C < 0.67$), с увеличением тока сначала возрастает, а потом выходит на насыщение. В работе [23] эффективность детектирования ведет себя похожим образом, но после похожего на насыщение поведения в эксперименте наблюдалось дальнейшее плавное увеличение эффективности детектирования. Кроме того, полученная нами зависимость имеет скачок при $I_b/I_{sw} \cdot C \approx 0.67$, тогда как в эксперименте зависимость во всем диапазоне токов плавная и скачков не наблюдается. Оба различия связаны с тем, что при расчете влияния сужения на эффективность детектирования полоски мы не учли, что в полоске присутствуют повороты, тогда как в эксперименте изучалась полоска в форме меандра [23].

На рисунке 2.12 также представлена зависимость эффективности детектирования от $I_b/I_{sw} \cdot C$ для полоски, имеющей повороты на 90° (см. рисунок 2.2(б)). Полученная зависимость показывает, что наличие поворотов в полоске также приводит к появлению конечной эффективности детектирования при токах $I_b/I_{sw} \cdot C < 0.67$, когда прямые участки полоски не принимают участия в детектировании. Более того, в диапазоне токов $0.51 < I_b/I_{sw} \cdot C < 0.67$ наличие поворотов обуславливает большую эффективность детектирования, чем наличие одиночного сужения в полоске, а скачок эффективности детектирования при $I_b/I_{sw} \cdot C \approx 0.67$ для полоски с поворотами уменьшается. Таким образом, плавное поведение экспериментальной зависимости эффективности детектирования от тока частично объясняется наличием в полоске поворотов. Наличие скачка в зависимости эффективности детектирования от тока связано с тем, что за исключением единственного участка полоски с дефектом и ограниченного числа поворотов остальная полоска в нашей модели идеально однородна. Поэтому при уменьшении тока ниже минимального тока детектирования прямой полоски большая часть полоски перестает принимать участие в детектировании фотонов - эффективность детектирования падает скачком. В реальных же экспериментальных образцах помимо специально созданных дефектов всегда присутствуют случайные неоднородности различных размеров. Это подтверждается тем, что полученная в эксперименте эффективность детектирования для полоски без сужения и для полоски с сужением минимального размера практически не отличаются [23] (см. рис. 2.13). Поэтому прямые участки полоски при уменьшении тока будут выключаться из процесса детектирования постепенно, и это приведет к тому, что зависимость эффективности детектирования от тока будет плавной.

2.6. Обсуждение результатов

В главе теоретически исследуется влияние поворота и сужения в смещенной током сверхпроводящей полоске на резистивный отклик после мгновенного и локального в пространстве разогрева сверхпроводника. Предполагается, что локальный разогрев сверхпроводника происходит в результате поглощения полоской одиночного фотона. Найдено, что слабый разогрев (в результате поглощения "низкоэнергетического" фотона) вблизи поворота приводит к возникновению резистивного состояния (большой импульс напряжения) при меньшем токе, чем если бы такой же разогрев произошел в прямом участке полоски. При этом ситуация противоположна для сильного разогрева (соответствующего поглощению "высокоэнергетического" фотона).

Мы обнаружили, что в противоположность повороту, присутствие сужения увеличивает вероятность детектирования как "высокоэнергетических" так и "низкоэнергетических" фотонов. Главное отличие между сужением и поворотом состоит в том, что в первом случае плотность тока увеличивается по всей ширине сужения, тогда как в случае поворота плотность тока повышается только вблизи внутреннего угла поворота и понижается в других областях поворота, что ухудшает условия для возникновения нормальной области (домена).

Здесь нужно подчеркнуть, что наше определение "низкоэнергетического" фотона предполагает, что в реальных единицах измерения это может быть как фотон с длиной волны $\lambda = 500$ нм, так и с длиной волны $\lambda = 5$ мкм, в зависимости от ширины полоски. По-видимому, в современных SNSPD с $I_c \leq 0.5I_{dep}$ [18] такие "низкоэнергетические" фотоны могут быть продетектированы только теми частями меандра, где плотность тока локально достигает плотности тока распаривания (повороты, локальные дефекты) при $I \rightarrow I_c$, что приводит к низкой эффективности детектирования таких фотонов. Например, в недавней работе [56] экспериментально наблюдалось детектирование фотонов с длиной волны 5 мкм в SNSPD с шириной полоски 30 нм с эффективностью детектирования ~ 1% и детектирование фотонов с длиной волны 2 мкм в SNSPD с шириной полоски 85 нм с эффективностью детектирования ~ 2%.

Приведенные расчеты показывают, что амплитуда импульса напряжения меньше, когда фотон поглощен вблизи поворота и она больше при поглощении фотона вблизи

сужения (в сравнении со случаем, когда фотон поглощен прямым участком полоски без дефектов). Мы объясняем этот эффект тем, что участок полоски с сужением, участок полоски с поворотом и прямой участок полоски обладают различным сопротивлением. Эффект усиливается, когда размер нормального домена становится меньше или сравнимым с размером сужения или характерным размером поворота.

Наши результаты качественно объясняют найденный в экспериментах [15, 16] разброс амплитуд импульсов напряжения. Действительно, в реальных сверхпроводящих меандрах присутствуют вариации ширины (или толщины) и повороты. Поэтому фотоны одинаковой энергии, но поглощенные вдали или вблизи поворота/сужения приводят к возникновению импульсов напряжения разных амплитуд (см. рис. 2.7(б) и рис. 2.9). Кроме того, наши результаты подтверждают гипотезу авторов работы [16] о том, что увеличение средней амплитуды импульса напряжения с уменьшением энергии фотона можно объяснить тем, что "низкоэнергетические" фотоны детектируются неоднородностями меандра. Известно, что с уменьшением энергии фотона эффективность детектирования сверхпроводникового однофотонного детектора уменьшается очень быстро (при фиксированном токе смещения – см. для примера [57]). Можно предположить, что импульс напряжения возникает только тогда, когда "низкоэнергетический" фотон поглощается вблизи относительно узкого места полоски (где плотность тока максимальна), тогда как участки меандра без сужений не могут продетектировать фотон такой энергии. В этом случае средняя амплитуда импульса напряжения будет больше (и разброс амплитуд импульсов будет меньше), чем для "высокоэнергетического" фотона (сравните рис. 2.10(а) и 2.10(б)), так как только сужения будут детектировать "низкоэнергетический" фотон.

В нашей упрощенной модели мы пренебрегаем разогревом фононов и оттоком тепла в подложку, которые несомненно влияют на размеры нормальной области, а значит и на амплитуду импульса напряжения [35, 58]. В случае, когда термоэлектрические процессы относительно медленные и происходят на временных масштабах много больших, чем как τ_{e-e} , так и τ_{e-ph} , а время оттока горячих фононов в подложку τ_{esc} много больше, чем $max\{\tau_{e-e}, \tau_{e-ph}\}$, можно использовать модель с общей температурой электронов и фононов (как это было сделано в [58]). Но эти условия не выполняются на начальном этапе возникновения нормальной области, когда система "определяется", возникнет в ней нормальная область или нет. В используемой модели мы предполагаем, что фононный

83

разогрев не влияет на условия возникновения нормальной области (в модели с эффективными электронной и фононной температурами), так как подавление параметра порядка и возникновение первых вихрей происходит менее чем за $200\tau_0 \sim 10$ пс (для параметров NbN в нашей модели – см. вставки на рис. 2.7(а) и 2.8(а)), а это меньше чем τ_{e-ph} в NbN, и на этом временном промежутке можно пренебречь оттоком энергии от электронов к фононам в двухтемпературной модели.

Так как время роста импульса напряжения больше, чем τ_{e-ph} (см. рис. 2.7, 2.8), при $t \gg 10$ пс необходимо учитывать разогрев фононов, и можно использовать подход работы [58]. Но это приведет только к количественному изменению наших результатов – если при данных материальных параметрах и внешних условиях характерные размеры нормальной области меньше характерных размеров области сужения/поворота, можно будет наблюдать заметные вариации амплитуд импульсов напряжения и наоборот - в противоположном случае. Заметим также, что даже наш простой вариант уравнения теплопроводности дает разумные оценки как для максимального значения сопротивления нормальной области (~ 1 кОм для NbN полоски с $w = 13\xi(0) = 65$ нм и d = 5 нм), так и для времени роста V_{shunt} ($t_{rise} \sim 2000\tau_0 \sim 100$ пс), которые близки к значениям, опубликованным в литературе [15,57] и в [58], если принять во внимание разницу в ширине полосок.

Также проведенное нами моделирование зависимости напряжения на шунтирующем сопротивлении от времени показывает, что на время возникновения импульса напряжения оказывает влияние наличие в полоске как поворотов, так и локальных сужений (см. рис. 2.7, 2.8, 2.10). Этим может объясняться наблюдаемый в экспериментах джиттер - разброс времени появления импульса напряжения после поглощения полоской фотона [57].

Влияние магнитного поля на процесс детектирования в однофотонных сверхпроводниковых детекторах

3.1. Постановка задачи

В данной главе речь пойдет о влиянии магнитного поля на зависимость тока детектирования от положения горячего пятна $I_{det}(y)$ и на зависимость эффективности детектирования от тока смещения IDE(I). Для изучения этого вопроса мы рассматриваем сверхпроводящую полоску, смещенную током, с локально повышенной концентрацией квазичастиц в месте поглощения одиночного фотона (см. модель в разделе 1.2.1). Магнитное поле прикладывается перпендикулярно полоске, как показано на рисунке 3.1(а).

На рисунке 3.1(б) изображено распределение плотности тока в сверхпроводящей полоске с приложенным перпендикулярным магнитным полем и в отсутствии поля, когда нет горячего пятна. Можно заметить, что в присутствии слабого магнитного поля плотность тока увеличивается в левой половине полоски и уменьшается в правой половине полоски, для противоположного направления H ситуация противоположна. Под слабым магнитным полем мы понимаем поле $H < H_s/2$, где $H_s \simeq \Phi_0/4\pi\xi w$ – магнитное поле, при котором подавлен поверхностный барьер на вход вихря в прямую сверхпроводящую полоску [28]. Для полоски ширины $w = 20\xi$, $H_s/2 \simeq 0.025H_{c2}$, где H_{c2} – второе критическое магнитное поле.

Результаты, представленные в главе были опубликованы в работах [А4, А5].



Рисунок 3.1. (а) Геометрия рассматриваемой задачи: двумерная полоска ширины w, смещенная током I и помещенная в перпендикулярное магнитное поле. Пятно изображает область, в которой α < 1 в уравнении (1.19) (оно моделирует разогрев квазичастиц в этой области вследствие поглощения фотона). (б) Распределение плотности тока в узкой сверхпроводящей полоске с током, помещенной в перпендикулярное магнитное поле.

3.2. Влияние магнитного поля на эффективность детектирования прямой полоски

Если учесть результаты, описанные в разделе 1.2.3, можно предположить, что ток детектирования становится меньше в сравнении со случаем H = 0 для горячего пятна, появившегося в той части полоски, где плотность тока локально повышена, и наоборот - в противоположном случае. Результаты наших численных расчетов для этого эффекта представлены на рисунке 3.2. Заметим, что I_{det} слабо меняется, когда горячее пятно находится в центральной части полоски, так как плотность тока в этой области меняется слабо (см. рисунок 3.1(б)). Расчеты были выполнены для варианта I из раздела 1.2.2. Как было показано в работе [59] изменение I_{det} для II варианта качественно схоже (см. рис. 6 в [59]).

Нами также был рассчитан минимальный энергетический барьер для входа вихря в горячее пятно, расположенное вблизи левого и правого краев полоски при различных магнитных полях (см. рис. 3.3). Из рисунка 3.3 видно, что вид зависимости $\Delta F_{min}(I)$

86



Рисунок 3.2. Зависимость тока детектирования от координаты горячего пятна с радиусом $R = 4\xi$ (сплошные символы: $\alpha = 0$, пустые символы: $\alpha = 0.25$) при различных магнитных полях. Данные для горячего пятна с $\alpha = 0.25$ сдвинуты вверх на $\delta I/I_{dep} = 0.1$ для лучшей читаемости рисунка.

несильно меняется в слабых магнитных полях $H \ll H_s$, тогда как ток детектирования, соответствующий левому и правому минимумам ($I_{det}^{L,R}$) изменяется линейно с изменением магнитного поля (см. вставку на рисунке 3.3).

Используя вышеприведенные результаты, мы рассчитали зависимость IDE(I) при различных магнитных полях (см. рис. 3.4). Так как I_{thr} практически не меняется (см. рис. 3.2), тогда как I_{det}^{min} уменьшается с увеличением H (см. вставку на рисунке 3.3), наиболее сильно IDE изменяется при $I < I_{det}^{min}$, когда $IDE \leq 0.05$, и детектирование происходит за счет термоактивированного входа вихрей. Заметим, что модель горячей перемычки [4] предсказывает относительно большое изменение IDE во всем диапазоне 0 < IDE < 1, и линейное уменьшение порогового тока при увеличении H (см. штрихпунктирные кривые на рисунке 3.4(а)). Действительно, в модели горячей перемычки I_{thr}



Рисунок 3.3. Зависимость минимального энергетического барьера для входа вихря/антивихря в горячее пятно, расположенное вблизи левой/правой границы полоски при различных магнитных полях. Штриховая линия: $\Delta F_{min}/E_0 = 1 - I/I_{det}^{min}(H)$. На вставке показана зависимость $I_{det}^{L,R}(H)$ при низких магнитных полях.

эквивалентен критическому току полоски с горячей перемычкой, который так же, как I_{det}^L , уменьшается линейно в слабом магнином поле.

На рисунке 3.4(б) видно, что на зависимости *IDE* от тока при различных магнитных полях есть кроссовер. При токах ниже точки кроссовера магнитное поле увеличивает эффективность детектирования сверхпроводящей полоски при заданном токе, при токах выше точки кроссовера - уменьшает.



Рисунок 3.4. Зависимость эффективности детектирования от тока при различных магнитных полях. (а) Штрих-пунктирные линии соответствуют зависимостям, следующим из модели горячей перемычки при различных магнитных полях [4] (качественное представление). (б) Увеличенный участок зависимости *IDE*(*I*) в

линейном масштабе, на графике отмечен кроссовер, выше которого *IDE* уменьшается с ростом *H*, а ниже - увеличивается.

3.3. Влияние магнитного поля на эффективность детектирования меандра

Нами было также исследовано, как внешнее магнитное поле влияет на эффективность детектирования меандра. Для этого мы рассмотрели задачу с геометрией, представленной на рисунке 2.2(а), и приложенным перпендикулярно к полоске магнитным полем. Для моделирования мы взяли значение магнитного поля $H_z = 0.005H_{c2}$, а для радиуса горячего пятна использовали два значения $R = 2\xi$ и $R = 4\xi$, соответствующие двум энергиям поглощенного фотона. Для того, чтобы учесть, что в меандре существуют не только правые (см. рис. 2.2(а)), но и левые повороты, мы провели вычисления также для магнитного поля $H_z = -0.005H_{c2}$ и усреднили полученные результаты для противоположно направленных полей. Из рисунка 3.5 видно, что для горячего пятна с радиусом $R = 2\xi$ магнитное поле увеличивает эффективность детектирования в диапазоне токов $0.51 < I_b/I_{sw} \cdot C < 0.56$ и обеспечивает ненулевую эффективность детектирования в диапазоне токов $0.45 < I_b/I_{sw} \cdot C < 0.51$. В то же время для горячего пятна радиуса $R = 4\xi$

89



Рисунок 3.5. Зависимость эффективности детектирования прямой полоски и меандра без сужения от тока смещения в нулевом магнитном поле и в поле $H_z/H_{c2} = 0.005$ для двух радиусов горячего пятна $R = 2\xi, 4\xi$.

ни наличие в полоске поворотов, ни приложенное магнитное поле, не влияет заметным образом на эффективность детектирования (см. рис. 3.5). Мы это связываем с тем, что в этом случае площадь горячего пятна становится большой по сравнению с характерными размерами областей с неоднородным распределением плотности тока, вызванным наличием в полоске поворотов или влиянием магнитного поля. Локальные изменения плотности тока уже не будут влиять на ток детектирования фотона с энергией, соответствующей такому размеру горячего пятна. На рисунке 3.6 приведена зависимость тока детектирования от места поглощения фотона вблизи угла поворота меандра. Видно, что для горячего пятна радиуса $R = 2\xi$ приложенное магнитное поле существенно уменьшает минимальный ток детектирования для горячего пятна, находящегося вблизи угла поворота меандра, приводя к возникновению ненулевой эффективности детектирования при меньших токах, чем в отсутствие поля. Для горячего пятна с радиусом $R = 4\xi$ при



Рисунок 3.6. Зависимость тока детектирования от положения горячего пятна вблизи угла поворота меандра в отсутствие магнитного поля и в перпендикулярном полоске магнитном поле $H_z/H_{c2} = 0.005$ для двух радиусов горячего пятна $R = 2\xi, 4\xi$.

приложении магнитного поля минимальное значение тока детектирования не меняется, что объясняет отсутствие изменений в эффективности детектирования.

3.4. Обсуждение результатов

Вихревой механизм детектирования фотонов обсуждался в нескольких работах [4, 17, 18]. В отличие от работ [17, 18] наши результаты показывают, что вихри играют важную роль во всем диапазоне 0 < IDE < 1, а не только когда $IDE \ll 1$. Из модели горячей перемычки [4] следует, что пороговый ток I_{thr} , при котором IDE достигает единицы, уменьшается линейно с увеличением магнитного поля, тогда как в нашей модели мы получаем очень слабую зависимость I_{thr} в слабых магнитных полях $H \lesssim H_s \simeq \Phi_0/4\pi\xi w$.

В нашей модели при токах $I \gtrsim I_{det}^{min}$, где I_{det}^{min} зависит от радиуса горячего пятна и, следовательно, от энергии фотона (см. рисунок 1.11), скорость счета фотонов изменяется в магнитном поле гораздо слабее, чем при меньших токах. Некоторые признаки этого явления наблюдались в работе [10] (см. рисунок 3 в [10]). Чтобы наблюдать этот эффект экспериментально, предпочтительно использовать материалы, в которых пороговый ток I_{thr} много меньше критического тока сверхпроводящей полоски (как, например материалы из работ [44, 60–62] - TaN, WSi, MoSi, MoGe). Это позволяет изменять магнитное поле в широком диапазоне величин, не превышая при этом критического тока $I_c(H)$. Экспериментально I_{det}^{min} для каждой длины волны фотона можно найти из зависимости эффективности детектирования (DE) от тока, если она выходит на насыщение, и DE(I) имеет плато при больших токах. Наши расчеты показывают, что при $I = I_{det}^{min}$ $DE \simeq 0.05DE_{plateau}$ (что соответствует $IDE \simeq 0.05$).

Граница между флуктуационным и индуцированным током проникновением вихрей в полоску (обеспечивающим детектирование фотона) может быть определена в экспериментах с магнитным полем. Действительно, так как первый механизм более чувствителен к магнитному полю (см. рисунок 3.4), *IDE* при токах $I < I_{det}^{min}$ возрастает существенно быстрее, чем при больших токах.

Эффект, описанный выше, может объяснить отсутствие зависимости скорости счета фотонов (*PCR*) от магнитного поля, найденный экспериментально в работе [9]. Действительно, в этой работе зависимость от поля изучалась в интервале токов, в котором скорость счета фотонов уменьшалась с ее максимального значения на два порядка по величине, что эквивалентно аналогичному изменению эффективности детектирования. Следовательно, вероятно минимальный ток в эксперименте был все еще больше, чем $I < I_{det}^{min}$. В результате в магнитных полях $H < 100 \ \Im (H_s \sim 4000 \ \Im - H^*$ в работе [9]) скорость счета фотонов может изменяться не более чем на несколько процентов так же как меняется I_{det}^{min} (см. рис. 3.2).

Кроме того, в работе [10] была обнаружена сильная зависимость скорости счета фотонов от магнитного поля при меньших токах. Полученные результаты находятся в хорошем качественном, но плохом количественном согласии с предсказаниями в модели горячей перемычки [4]. Чтобы подогнать полученную зависимость к экспериментальной, авторы работы [10] используют специальную зависимость энергии вихря (см. выражение (3) в работе [10]) от длины волны и тока (см. вставки на рисунках 2(b) и 3 в работе [10]), которая не следует из теории работы [4]. Наша модель также предсказывает сильную зависимость скорости счета фотонов от магнитного поля, но только при токах $I < I_{det}^{min}(\lambda)$. Так как зависимость энергетического барьера для входа вихря от тока нелинейна (см. рисунки 1.12(б) и 3.3), мы ожидаем квазиэкспоненциальное увеличение скорости счета фотонов в слабых магнитных полях, отличающееся от экспоненциального закона (см., например, выражение (2) в работе [10] или выражение (5) в работе [9]), следующего из линейной зависимости $\Delta F(I)$ в модели Лондонов. Описанная выше модель дает только качественное предсказание, что существует некоторый ток I^{min}_{det} (при этом токе $IDE \sim 10^{-3} - 10^{-2}$), выше которого скорость счета фотонов слабо зависит от Н, а при меньших токах эта зависимость гораздо сильнее в слабых магнитных полях (квазиэкспоненциальная).

Наши расчеты позволили обнаружить кроссовер в зависимости эффективности детектирования сверхпроводящей полоски от тока (см. рис. 3.4(б)). Примечательно, что выше точки кросовера *IDE* уменьшается с увеличением магнитного поля. Это уменьшение эффективности детектирования может быть объяснено тем, что при включении магнитного поля в полоске перераспределяется плотность тока и меняется зависимость тока детектирования от положения горячего пятна (см. рис. 3.2). Вследствие чего при токах выше точки кроссовера значительная часть полоски после включения магнитного поля перестает принимать участие в процессе детектирования фотонов, соответственно, эффективность детектирования уменьшается. Этот эффект был экспериментально обнаружен в работе [59] (см. рис. 3.7).



Рисунок 3.7. Экспериментальная зависимость эффективности детектирования от тока при различных магнитных полях [59].

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

- Показано, что наличие в сверхпроводящей полоске горячего пятна приводит к перераспределению тока и локальному превышению критического значения сверхскорости. Это вызывает вход в полоску вихрей или рождение в ней пар вихрь-антивихрь и их движение под действием тока, что приводит к резистивному отклику сверхпроводникового нанопроволочного однофотонного детектора.
- 2. Получено, что критический ток сверхпроводящей полоски с горячим пятном зависит от положения горячего пятна относительно краев полоски. Это приводит к монотонному изменению эффективности детектирования одиночных фотонов полоской при изменении тока. Флуктуации обуславливают более резкую зависимость эффективности детектирования от тока.
- Показано, что положение горячего пятна относительно поворотов и локальных сужений полоски влияет на форму и амплитуду импульса напряжения, появляющегося в результате возникновения в сверхпроводящей полоске горячего пятна.
- 4. Обнаружено, что в предложенной модели изменение эффективности детектирования при приложении перпендикулярного магнитного поля к полоске следующим образом зависит от величины транспортного тока: при токах выше некоторого тока кроссовера магнитное поле уменьшает вероятность отклика, при токах ниже тока кроссовера вероятность отклика увеличивается при увеличении магнитного поля.

А. Расчет распределения сверхскорости в пленке с горячим пятном в рамках модели Лондонов

Рассмотрим двумерную задачу с кусочно-однородным распределением параметра порядка: в бесконечной пленке есть круглая область радиуса R - горячее пятно, модуль сверхпроводящего параметра порядка снаружи горячего пятна равен $|\Delta_1|$, внутри - $|\Delta_2|$. Вдали от горячего пятна сверхскорость задана и равна v_0 .



Рисунок А.1. Геометрия задачи: бесконечная пленка с горячим пятном.

Подставим в условие сохранения тока $div \mathbf{j}_{\mathbf{s}} = 0$ выражение для тока $\mathbf{j}_{\mathbf{s}} = |\Delta|^2 \mathbf{v}_{\mathbf{s}} = |\Delta|^2 \nabla \phi$, получим уравнение Лапласа для фазы параметра порядка $\Delta \phi = 0$.

С учетом граничных условий $j_{s1}^{(r)}\Big|_{r=R} = j_{s2}^{(r)}\Big|_{r=R}$, $\phi_1|_{r=R} = \phi_2|_{r=R}$ и $\frac{1}{|\Delta|_1^2} \frac{\partial \phi_1}{\partial r}\Big|_{r\to\infty} = v_0 \cos(\theta)$ найдем распределение фазы параметра порядка снаружи (ϕ_1) и внутри пятна (ϕ_2):

$$\phi_1 = v_0 \left(r + \frac{R^2}{r} \left(\frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2} \right) \right) \cos(\theta),$$

$$\phi_2 = r \frac{2v_0}{1 + \gamma^2} \cos(\theta),$$
(A.1)

где $\gamma = |\Delta|_2/|\Delta|_1.$

Продифференцировав выражения A.1 по полярным координатам *r* и *θ*, получим выражения для проекций сверхскорости на полярные оси координат, а также найдем выражения для модуля сверхскорости внутри и снаружи горячего пятна.

Литература

- [1] Gol'tsman, G.N. Picosecond superconducting single-photon optical detector [Text] / G.N. Gol'tsman, O. Okunev, G. Chulkova [et al.] // Appl. Phys. Lett. 2001. Vol. 79. P. 705.
- [2] Semenov, A. D. Quantum detection by current carrying superconducting film [Text] / A. D. Semenov, G. N. Gol'tsman, A. A. Korneev // Physica C. 2001. Vol. 351. P. 349.
- [3] Semenov, A. Spectral cut-off in the efficiency of the resistive state formation caused by absorption of a single-photon in current-carrying superconducting nano-strips [Text] / A. Semenov, A. Engel, H. W. Hübers [et al.] // Eur. Phys. J. B. 2005. Vol. 47. P. 495.
- [4] Bulaevskii, L. N. Vortex-assisted photon counts and their magnetic field dependence in single-photon superconducting detectors [Text] / L. N. Bulaevskii, M. J. Graf, V. G. Kogan // Phys. Rev. B. – 2012. – Vol. 85. – P. 014505.
- [5] Engel, A. Numerical analysis of detection-mechanism models of superconducting nanowire single-photon detector [Text] / A. Engel, A. Schilling // J. Appl. Phys. – 2013. – Vol. 114. – P. 214501.
- [6] Renema, J. J. Experimental test of theories of the detection mechanism in a nanowire superconducting single photon detector [Text] / J. J. Renema, R. Gaudio, Q. Wang [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2014. – Vol. 112. – P. 117604.
- [7] Gaudio, R. Detection mechanism in WSi nanowire superconducting single photon detectors [Text] / R. Gaudio, Z. Zhou, A. Fiorer [et al.] // arXiv:1602.07659v1 [cond-mat.meshall]. – 2016.

- [8] Renema, J. J. Position-dependent local detection efficiency in a nanowire superconducting single-photon detector [Text] / J. J. Renema, Q. Wang, R. Gaudio [et al.] // Nano Lett. - 2015. - Vol. 15. - P. 4541.
- [9] Engel, A. Dependence of count rate on magnetic field in superconducting thin-film TaN single-photon detectors [Text] / A. Engel, A. Schilling, K. Il'in, M.I Siegel // Phys. Rev. B. 2012. Vol. 86. P. 140506(R).
- [10] Lusche, R. Effect of magnetic field on the photon detection in thin superconducting meander structures [Text] / R. Lusche, A. Semenov, Y. Korneeva [et al.] // Phys. Rev. B. 2014. Vol. 89. P. 104513.
- [11] Clem, J. R. Geometry-dependent critical currents in superconducting nanocircuits [Text] / J. R. Clem, K. K. Berggren // Phys. Rev. B. 2011. Vol. 84. P. 174510.
- [12] Hortensius, H. L. Critical-current reduction in thin superconducting wires due to current crowding [Text] / H. L. Hortensius, E. F. C. Driessen, T. M. Klapwijk [et al.] // Appl. Phys. Lett. 2012. Vol. 100. P. 182602.
- [13] Akhlaghi, M. K. Reduced dark counts in optimized geometries for superconducting nanowire single photon detectors [Text] / M. K. Akhlaghi, H. Atikian, A. Eftekharian [et al.] // Opt. express. - 2012. - Vol. 20. - P. 23610.
- [14] Berdiyorov, G. R. Spatially dependent sensitivity of superconducting meanders as single-photon detectors [Text] / G. R. Berdiyorov, M. V. Milošević, F. M. Peeters // Appl. Phys. Lett. 2012. Vol. 100. P. 262603.
- [15] Haas, P. Spectral sensitivity and spectral resolution of superconducting single-photon detectors [Text] / P. Haas, A. Semenov, H.-W. Hübers [et al.] // IEEE Trans. Appl. Supercond. 2007. Vol. 17. P. 298.
- [16] Kitaygorsky, J. HEMT-based readout technique for dark- and photon-count studies in NbN superconducting single-photon detectors [Text] / J. Kitaygorsky, S. Dorenbos, E. Reiger [et al.] // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 2009. – Vol. 19. – P. 346.

- [17] Semenov, A. D. Vortex-based single-photon response in nanostructured superconducting detectors [Text] / A. D. Semenov, P. Haas, H. W. Hübers [et al.] // Physica C. 2008. Vol. 468. P. 627.
- [18] Hofherr, M. Intrinsic detection efficiency of superconducting nanowire single-photon detectors with different thicknesses [Text] / M. Hofherr, D. Rall, K. Ilin [et al.] // J. Appl. Phys. 2010. Vol. 108. P. 014507.
- [19] Bulaevskii, L. N. Vortex-induced dissipation in narrow current-biased thin-film superconducting strips [Text] / L. N. Bulaevskii, M. J. Graf, C. D. Batista, V. G. Kogan // Phys. Rev. B. - 2011. - Vol. 83. - P. 144526.
- [20] Engel, A. Detection mechanism of superconducting nanowire single-photon detectors
 [Text] / A. Engel, J. J. Renema, K. Il'in, A. Semenov // Supercond. Sci. Technol. –
 2015. Vol. 28. P. 114003.
- [21] Engel, A. Detection mechanism in SNSPD: numerical results of a conceptually simple, yet powerful detection model [Text] / A. Engel, J. Lonsky, X. Zhang, A. Schilling // IEEE Trans. Appl. Supercond. 2015. Vol. 25. P. 2200407.
- [22] Henrich, D. Geometry-induced reduction of the critical current in superconducting nanowires [Text] / D. Henrich, P. Reichensperger, M. Hofherr [et al.] // Phys. Rev. B. 2012. Vol. 86. P. 144504.
- [23] Zhang, L. Characterization of superconducting nanowire single-photon detector with artificial constrictions [Text] / L. Zhang, L. You, D. Liu [et al.] // AIP Advances. – 2014. – Vol. 4. – P. 067114.
- [24] Engel, A. Detection mechanism in SNSPD: numerical results of a conceptually simple, yet powerful detection model [Text] / A. Engel, J. Lonsky, X. Zhang, A. Schilling // IEEE Trans. Applied Superconductivity. 2014. Vol. 25. P. 2200407.
- [25] Giazotto, F. Opportunities for mesoscopics in thermometry and refrigeration: Physics and applications [Text] / F. Giazotto, T. T. Heikkilä, A. M. Savin A. Luukanen, J. P. Pekola // Rev. Mod. Phys. 2006. Vol. 78. P. 217.

- [26] Bartolf, H. Current-assisted thermally activated flux liberation in ultrathin nanopatterned NbN superconducting meander structures [Text] / H. Bartolf, A. Engel, A. Schilling [et al.] // Phys. Rev. B. – 2010. – Vol. 81. – P. 024502.
- [27] Vodolazov, D. Y. Saddle point states in two-dimensional superconducting films biased near the depairing current [Text] / D. Y. Vodolazov // Phys. Rev. B. 2012. Vol. 85. P. 174507.
- [28] Stejic, G. Effect of geometry on the critical currents of thin films [Text] / G. Stejic,
 A. Gurevich, E. Kadyrov [et al.] // Phys. Rev. B. 1994. Vol. 49. P. 1274.
- [29] Verevkin, A. Detection efficiency of large-active-area NbN single-photon superconducting detectors in the ultraviolet to near-infrared range [Text] / A. Verevkin, J. Zhang, R. Sobolewski [et al.] // Appl. Phys. Lett. - 2002. - Vol. 80. - P. 4687.
- [30] Tarkhov, M. Ultrafast reset time of superconducting single photon detectors [Text] / M. Tarkhov, J. Claudon, J. Ph. Poizat [et al.] // Appl. Phys. Lett. 2008. Vol. 92. P. 241112.
- [31] Divochiy, A. Superconducting nanowire photon-number-resolving detector at telecommunication wavelengths [Text] / A. Divochiy, F. Marsili, D. Bitauld [et al.] // Nature Photonics. - 2008. - Vol. 2. - P. 302.
- [32] Yang, J. K. W. Suppressed critical current in superconducting nanowire single-photon detectors with high fill-factors [Text] / J. K. W. Yang, A. J. Kerman, E. A. Dauler [et al.] // IEEE Trans. Applied Superconductivity. – 2009. – Vol. 19. – P. 318.
- [33] Shibata, H. Single-photon detection using magnesium diboride superconducting nanowires [Text] / H. Shibata, H. Takesue, T. Honjo [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2010. – Vol. 97. – P. 212504.
- [34] Jukna, A. Dynamics of hotspot formation in nanostructured superconducting stripes excited with single photons [Text] / A. Jukna, J. Kitaygorsky, D. Pan [et al.] // Acta Physica Polonica A. 2008. Vol. 113. P. 955.

- [35] Yang, J. K. W. Modeling the electrical and thermal response of superconducting nanowire single-photon detectors [Text] / J. K. W. Yang, A. J. Kerman, E. A. Dauler [et al.] // IEEE Trans. Applied Superconductivity. 2007. Vol. 17. P. 581.
- [36] Semenov, A. D. Hot-electron effect in superconductors and its applications for radiation sensors [Text] / A. D. Semenov, G. N. Gol'tsman, R. Sobolewski // Supercon. Sci. Technol. 2002. Vol. 15. P. R1.
- [37] Kozorezov, A. G. Quasiparticle-phonon downconversion in nonequilibrium superconductors [Text] / A. G. Kozorezov, A. F. Volkov, J. K. Wigmore [et al.] // Phys. Rev. B. – 2000. – Vol. 61. – P. 11807.
- [38] Ovchinnikov, Yu. N. Nonstationary state of superconductors: Application to nonequilibrium tunneling detectors [Text] / Yu. N. Ovchinnikov, V. Z. Kresin // Phys. Rev. B. – 1998. – Vol. 58. – P. 12416.
- [39] Kramer, L. Theory of dissipative current-carrying states in superconducting filaments [Text] / L. Kramer, R.J. Watts-Tobin // Phys. Rev. Lett. – 1978. – Vol. 40. – P. 1041.
- [40] Ортега, Дж. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений [Текст] / Дж. Ортега, У. Пул. — Москва : Наука, 1986.
- [41] Ivlev, B. I. Nonequilibrium excitations in superconductors in high-frequency fields
 [Text] / B. I. Ivlev, S. G. Lisitsyn, G. M. Eliashberg // J. Low Temp. Phys. 1973. Vol. 10. P. 449.
- [42] Larkin, A. I. Nonlinear conductivity of superconductors in the mixed state [Text] /
 A. I. Larkin, Yu. N. Ovchinnikov // Zh. Eksp. Teor. Fiz. 1975. Vol. 68. P. 1915.
- [43] Vodolazov, D. Y. Vortex entry conditions in type-II superconductors.: Effect of surface defects [Text] / D. Y. Vodolazov, I. L. Maksimov, E. H. Brandt // Physica C. 2003. Vol. 384. P. 211.
- [44] Engel, A. Tantalum nitride superconducting single-photon detectors with low cut-off energy [Text] / A. Engel, A. Aeschbacher, K. Inderbitzin [et al.] // Appl. Phys. Lett. 2012. Vol. 100. P. 062601.

- [45] Lusche, R. Effect of the wire width on the intrinsic detection efficiency of superconducting-nanowire single-photon detectors [Text] / R. Lusche, A. Semenov, K. Ilin [et al.] // J. Appl. Phys. 2014. Vol. 116. P. 043906.
- [46] Maingault, L. Spectral dependency of superconducting single photon detectors [Text] / L. Maingault, M. Tarkhov, I. Florya [et al.] // J. Appl. Phys. 2010. Vol. 107. P. 116103.
- [47] Wang, Q. Local detection efficiency of a NbN superconducting single photon detector explored by a scattering scanning near-field optical microscope [Text] / Q. Wang, J. J. Renema, A. Engel [et al.] // Opt. Express. 2015. Vol. 23. P. 24873.
- [48] Kamlapure, A. Measurement of magnetic penetration depth and superconducting energy gap in very thin epitaxial NbN films [Text] / A. Kamlapure, M. Mondal, M. Chand [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2010. – Vol. 96. – P. 072509.
- [49] Bardeen, J. Critical fields and currents in superconductors [Text] / J. Bardeen // Rev.
 Mod. Phys. 1962. Vol. 34. P. 667.
- [50] Kupriyanov, M. Y. Temperature dependence of the pair-breaking current density in superconductors [Text] / M. Y. Kupriyanov, V. F. Lukichev // Sov. J. Low Temp. Phys. – 1980. – Vol. 6. – P. 445.
- [51] Semenov, A. Intrinsic quantum efficiency and electro-thermal model of a superconducting nanowire single-photon detector [Text] / A. Semenov, P. Haas, H.-W. Hübers [et al.] // J. Mod. Opt. 2009. Vol. 56. P. 345.
- [52] Romestain, R. Fabrication of a superconducting niobium nitride hot electron bolometer for single-photon counting [Text] / R. Romestain, B. Delaet, P. Renaud-Goud [et al.] // New J. Phys. - 2004. - Vol. 6. - P. 129.
- [53] Ilin, K. Influence of thickness, width and temperature on critical current density of Nb thin film structures [Text] / K. Ilin, D. Rall, M. Siegel [et al.] // Physica C: Superconductivity. – 2010. – Vol. 470. – P. 953.
- [54] Rall, D. Critical current densities in ultrathin Ba(Fe, Co)₂As₂ microbridges [Text] / D. Rall, K. Ilin, K. Iida [et al.] // Phys. Rev. B. 2011. Vol. 83. P. 134514.

- [55] Kerman, A. J. Constriction-limited detection efficiency of superconducting nanowire single-photon detectors [Text] / A. J. Kerman, E. A. Dauler, J. K. W. Yang [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2007. – Vol. 90. – P. 101110.
- [56] Marsili, F. Efficient single photon detection from 500 nm to 5 μm wavelength [Text] /
 F. Marsili, F. Bellei, F. Najafi [et al.] // Nano Lett. 2012. Vol. 12. P. 4799.
- [57] Natarajan, C. M. Superconducting nanowire single-photon detectors: physics and applications [Text] / C. M. Natarajan, M. G. Tanner, R. H. Hadfield // Supercond. Sci. Technol. – 2012. – Vol. 25. – P. 063001.
- [58] Marsili, F. Electrothermal simulation of superconducting nanowire avalanche photodetectors [Text] / F. Marsili, F. Najafi, C. Herder, K. K. Berggren // Appl. Phys. Lett. – 2011. – Vol. 98. – P. 093507.
- [59] Vodolazov, D. Yu. Vortex-assisted mechanism of photon counting in a superconducting nanowire single-photon detector revealed by external magnetic field [Text] / D. Yu. Vodolazov, Yu. P. Korneeva, A. V. Semenov [et al.] // Phys. Rev. B. 2015. Vol. 92. P. 104503.
- [60] Marsili, F. Detecting single infrared photons with 93% system efficiency [Text] / F. Marsili, V. B. Verma, J. A. Stern [et al.] // Nature Photonics. 2013. Vol. 7. P. 210.
- [61] Korneeva, Yu. P. Superconducting single-photon detector made of MoSi film [Text] / Yu. P. Korneeva, M. Yu. Mikhailov, Yu. P. Pershin [et al.] // Supercond. Sci. Technol. 2014. Vol. 27. P. 095012.
- [62] Verma, V. B. Superconducting nanowire single photon detectors fabricated from an amorphous Mo_{0.75}Ge_{0.25} thin film [Text] / V. B. Verma, A. E. Lita, M. R. Vissers [et al.] // Appl. Phys. Lett. 2014. Vol. 105. P. 022602.

Список публикаций автора по теме диссертации

- [A1] Photon detection by current-carrying superconducting film: A time-dependent Ginzburg-Landau approach [Text] / Zotova A., Vodolazov D. Y. // Phys. Rev. B. – 2012. – Vol. 85. – P. 024509.
- [A2] Geometry-induced reduction of the critical current in superconducting nanowires
 [Text] / Henrich D., Reichensperger P., Hofherr M., Meckbach J. M., Il'in K., Siegel M., Semenov A., Zotova A., Vodolazov D. Y. // Phys. Rev. B. 2012. Vol. 86. P. 144504.
- [A3] Differences in the effects of turns and constrictions on the resistive response in current-biased superconducting wire after single photon absorption [Text] / Zotova A., Vodola-zov D. Y. // Supercond. Sci. Technol.. 2013. Vol. 26. P. 075008.
- [A4] Intrinsic detection efficiency of superconducting nanowire single photon detector in the modified hot spot model [Text] / Zotova A., Vodolazov D. Y. // Supercond. Sci. Technol.. - 2014. - Vol. 27. - P. 125001.
- [А5] Зотова, А. Н. Вклад поворотов и сужений сверхпроводящей пленки в процесс детектирования однофотонным сверхпроводящим детектором [Текст] / А. Н. Зотова // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2016. — Т. 149, № 5. — С. 949.
- [A6] Зотова, А. Н. Влияние формы сверхпроводящей полоски на величину критического тока [Текст] / А. Н. Зотова, Д. Ю. Водолазов // XVI международный симпозиум

«Нанофизика и наноэлектроника» (Н. Новгород, 12-16 марта 2012 г). — Т. 1. — Н. Новгород : Институт физики микроструктур РАН, 2012. — С. 33.

- [А7] Зотова, А. Н. Различное влияние поворотов и сужений токонесущей сверхпроводящей пленки на резистивный отклик после поглощения одиночного фотона [Текст] / А. Н. Зотова, Д. Ю. Водолазов // V-я Всероссийская конференция молодых ученых «Микро-, нанотехнологии и их применение» им. Ю.В. Дубровского (Черноголовка, 19-22 ноября 2012 г). Черноголовка : Институт проблем технологии микроэлектроники и особочистых материалов РАН, 2012. С. 46–47.
- [A8] Зотова, А. Н. Влияние геометрии сверхпроводящей пленки и внешнего магнитного поля на процесс детектирования в однофотонных сверхпроводящих детекторах
 [Текст] / А. Н. Зотова, Д. Ю. Водолазов // XVII международный симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника» (Н. Новгород, 11-15 марта 2013 г). — Т. 1. — Н. Новгород : Институт физики микроструктур РАН, 2013. — С. 30–31.
- [А9] Зотова, А. Н. Влияние внешнего магнитного поля на процесс детектирования в однофотонных сверхпроводящих детекторах [Текст] / А. Н. Зотова, Д. Ю. Водолазов // XVIII нижегородская сессия молодых ученых (Арзамас, 18-31 мая 2013 г). Т. 1. Н. Новгород : НИУ РАНХиГС, 2013. С. 28.
- [А10] Зотова, А. Н. Влияние внешнего магнитного поля на эффективность детектирования одиночных фотонов [Текст] / А. Н. Зотова, Д. Ю. Водолазов // XVIII международный симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника» (Н. Новгород, 10-14 марта 2014 г). — Т. 1. — Н. Новгород : Институт физики микроструктур РАН, 2014. — С. 43–44.
- [A11] Vodolazov, D. Y. Evidences for vortex assisted detection mechanism in superconducting nanowire single photon detectors [Text] / D. Y. Vodolazov, A. Zotova // Eighth International Conference in School Format on Vortex Matter in Nanostructured Superconductors (Rhodes – Greece, 21 – 26 September, 2013). – P. 90.
- [A12] Vodolazov, D. Y. Vortex-assisted single photon detection by current-carrying superconducting film [Text] / D. Y. Vodolazov, A. Zotova // 10th International Workshop on

Magnetism snd Superconductivity at the Nanoscale (Coma-ruga, Tarragona, Spain, 30 June – 4 July, 2014). – P. 55.