

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Бобкова Ирина Вячеславовна

Теория магнитных контактов между чистыми сверхпроводниками

01.04.07 — физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
к.ф.-м.н., доцент Ю.С.Бараш

г. Черноголовка — 2004 год

Оглавление

Введение	3
1 Джозефсоновский ток в контактах с ферромагнитными прослойками	11
1.1 Джозефсоновский ток в SFS-контакте	12
1.2 Джозефсоновский ток в SFIFS-контакте: немонотонная зависимость от угла разориентировки	22
2 Влияние спин-орбитального взаимодействия на свойства гетероструктур ферромагнетик - сверхпроводник: электрический и спиновый спонтанные поверхностные токи	33
2.1 Спонтанный поверхностный спиновый ток	36
2.2 Спонтанный электрический ток	42
3 Контакты типа антиферромагнетик-сверхпроводник	46
3.1 Отражение квазичастиц от зонных антиферромагнетиков. Поверхностные связанные состояния на AF/SC границе . .	48
3.2 Джозефсоновский ток в S-AF-S контакте	55
4 Низкоэнергетические связанные состояния на поверхности раздела типа сверхпроводник - материал ВЗП и их вклад в транспортные характеристики	59
4.1 Поверхность раздела CDW-сверхпроводник	61
4.2 Туннельный контакт S-CDW-S	70
Заключение	72

А Формализм квазиклассических гриновских функций в терминах Риккати-амплитуд	76
В Уравнения Андреева для описания антиферромагнетиз- ма	83
С Метод квазиклассических гриновских функций для опи- сания антиферромагнетизма	100
Литература	103

Введение

В диссертации теоретически изучаются равновесные свойства мезоскопических систем, где чистые синглетные сверхпроводники находятся в контакте с магнетиками: ферромагнетиками и антиферромагнетиками. Кроме того, рассмотрены контакты синглетных сверхпроводников с материалами, в которых реализовано состояние с волной зарядовой плотности.

Проблема сосуществования сверхпроводимости и ферромагнетизма - интересная область исследований в физике конденсированных сред, привлекающая внимание уже в течение длительного времени, начиная с работы [1]. Особый случай представляет проблема сосуществования и взаимного влияния пространственно разделенных и прилегающих друг к другу сверхпроводящей и ферромагнитной фаз. Эта постановка проблемы включает исследования контактов между сверхпроводниками и магнетиками и, в частности, сверхпроводящих контактов через ферромагнитные прослойки. В настоящее время хорошо известно, что при определенных условиях такие контакты являются так называемыми π -контактами. Возможность образования π -контакта вследствие магнитных свойств прослойки была отмечена теоретиками уже более 25 лет назад [2], а первым конкретным примером был рассмотренный в работе [3] полностью прозрачный контакт сверхпроводник-ферромагнетик-сверхпроводник (SFS-контакт). Физический смысл термина π -контакт можно пояснить следующим образом. Джозефсоновский ток j пропорционален первой производной от термодинамического потенциала Ω по разности фаз χ между сверхпроводниками: $j(\chi) = \frac{e}{\hbar} \frac{\partial \Omega}{\partial \chi}$. Здесь χ - разность фаз сверхпроводящих параметров порядка. Таким образом, минимум термодинамического потенциала достигается для разности фаз, при которой ток обращается в ноль. В ряде важных случаев, например, в туннельных контактах зависимость тока от разности фаз имеет

простой вид $j(\chi) = j_c \sin \chi$. В соответствии с этой зависимостью и связью сверхпроводящего тока с термодинамическим потенциалом, основное состояние контакта в случае $j_c > 0$ реализуется при разности фаз $\chi = 0$. Такой контакт называют 0-контактом. В случае же $j_c < 0$ минимум имеет место при $\chi = \pi$. Об этом случае говорят как о π -контакте. В большинстве случаев реализуются 0-контакты, как это имеет место для обычных изотропных сверхпроводников, разделенных немагнитной прослойкой. Хотя образование π -контактов было впервые предсказано теоретически для сверхпроводников, разделенных ферромагнитным металлом, их экспериментальная реализация была осуществлена сначала для обычных немагнитных прослоек в уголкового туннельных контактах и в SQUIDax с высокотемпературными сверхпроводниками [4, 5]. В этом случае образование π -контакта связано со знакопеременностью сверхпроводящего параметра порядка высокотемпературных сверхпроводников как функции направления импульса квазичастиц. Лишь недавно π -контакты с обычными сверхпроводниками через ферромагнитные прослойки стали реальностью и предметом активных экспериментальных исследований [6, 7, 8, 9]. В реальных измерениях речь обычно идет о грязных сверхпроводниках. Имеются и теоретические исследования таких систем [10, 11, 12, 13]. Необычные свойства π -контактов привлекают внимание в том числе и с точки зрения их применения в сверхпроводящей электронике [14, 15, 16, 17, 8]. Речь идет, например, о π -SQUIDax [15, 8] и об элементах квантовых компьютеров [16, 17].

Контакты между чистыми сверхпроводниками, рассматриваемые ниже, также представляют значительный интерес. Это связано не только с возможностью приготовления таких контактов, но также и с общезначимым содержанием возникающих в этих условиях эффектов. В частности, на магнитных границах чистых сверхпроводников, даже s-типа, появляются андреевские поверхностные состояния, что впервые было отмечено недавно в [29], в то время как немагнитная граница не подавляет сверхпроводимость s-типа и не приводит к возникновению связанных состояний в таких сверхпроводниках. В свою очередь, андреевские поверхностные состояния играют ключевую роль в транспорте через контакт. Например, для симметричного контакта чистых сверхпроводников (т.е. если модули сверхпроводящего параметра порядка одинаковы в обоих берегах контакта) джозефсоновский ток целиком переносится андреевскими состояниями. Первая глава диссертационной работы посвящена теоретическому исследованию андреевских связанных состояний, их спи-

новой структуры и джозефсоновского тока в чистом SFS контакте для прослойки с произвольной прозрачностью, которая, вообще говоря, может зависеть от поляризации спина квазичастицы. Изучен 0- π переход в S-F-S системах и следующее отсюда немонотонное поведение джозефсоновского тока. Рассмотрена роль спиновой структуры андреевских поверхностных состояний в формировании 0- π перехода с изменением температуры в системе. Кроме того, рассмотрены спектры, спиновая структура и джозефсоновский ток в контакте сверхпроводников с трехслойной границей раздела: ферромагнитный металл - изолятор - ферромагнитный металл (FIF). На примере этой модели найден новый эффект, который возникает, при определенных условиях, в случае прослойки с неоднородной намагниченностью. В диссертации показано, что в системе с такой прослойкой 0- π переход может иметь место как функция угла разориентировки, что может быть использовано в сверхпроводящей электронике.

В литературе известны и другие интересные эффекты близости в гибридных системах ферромагнетик - сверхпроводник. В частности, при определенных условиях ферромагнетик может индуцировать в синглетном сверхпроводнике появление триплетной компоненты параметра порядка [18]. И, наоборот, волновая функция куперовских пар экспоненциально затухает в объеме ферромагнетика, осциллируя в то же время [3], и приобретает триплетную компоненту в ферромагнитной области [19]. Указанные осцилляции обуславливают немонотонную зависимость критического тока от толщины прослойки. Кроме того, хорошо изучена немонотонная зависимость сверхпроводящей критической температуры от толщины ферромагнитного слоя для бислоев сверхпроводник - ферромагнитный металл [10, 20, 21, 22, 23, 24]. Во второй главе диссертации найден еще один эффект, обусловленный близостью ферромагнетика и сверхпроводника, а также наличием спин-орбитальной связи в тонком ферромагнитном слое. Речь идет о спиновом и электрическом бездиссипативных токах, переносимых андреевскими поверхностными состояниями в гетероструктуре ферромагнетик - сверхпроводник. Как известно, андреевские состояния в синглетном сверхпроводнике не переносят спиновый ток в силу того, что скорости электрона и дырки, формирующих связанное состояние, почти противоположны, а спиновые поляризации одинаковы. Однако, в присутствии спин-орбитального взаимодействия Рашбы в тонком ферромагнитном слое, спиновая структура андреевского поверхностного состояния изменяется. По этой причине в ферромагнитной прослойке течет спонтанный спиновый ток. Кроме

того, одновременное влияние обменного поля ферромагнетика и спин-орбитальной связи приводит к появлению поверхностного электрического тока в изотропных синглетных сверхпроводниках s-типа. Ранее поверхностные электрические токи были теоретически получены только в необычных сверхпроводниках, состояние которых обладает нарушенной симметрией по отношению к обращению времени [31, 32, 33, 34], или при наличии поверхностных связанных состояний с нулевой энергией как в сверхпроводниках d-типа на немагнитной границе [35, 36], так и в сверхпроводниках s-типа на магнитной границе [37]. Но вторая возможность может иметь место только при крайне низких температурах и специально фиксированной толщине ферромагнитного слоя.

Другим примером гибридной системы сверхпроводник - магнетик является контакт антиферромагнетик - сверхпроводник. Существует достаточно много ситуаций, интересных как с фундаментальной, так и с прикладной точек зрения, которые связаны с AF/S границами. Считается, что многие свойства высокотемпературных сверхпроводящих (ВТСП) купратов являются результатом конкуренции антиферромагнитного и сверхпроводящего упорядочений. Существуют естественно возникающие ситуации, которые могут содержать такого рода границы. Сюда можно отнести границы раздела диэлектрических и высоко допированных купратов, гранулы ВТСП, где антиферромагнетизм может играть роль поверхностного состояния, а также антиферромагнетизм, который наблюдался в корах вихрей в ВТСП. С другой стороны, вопрос о сосуществовании и взаимном влиянии антиферромагнетизма и сверхпроводимости в настоящее время является почти совершенно не изученным. Первые экспериментальные исследования эффекта близости и джозефсоновского эффекта через границы такого типа были проведены только недавно [38]. Что касается теоретических исследований, то здесь также существуют очень мало работ, в частности, это связано с отсутствием в литературе достаточно общих подходов для изучения неоднородных задач, в которых присутствуют антиферромагнетики. Теоретически были изучены некоторые необычные свойства джозефсоновского тока во внешнем магнитном поле для антиферромагнитных джозефсоновских слабых связей, изготовленных из допированных манганитов в металлической А-фазе или мультислоев, обладающих гигантским магнетосопротивлением [39]. Кроме того, численно была изучена граница антиферромагнетик - d-сверхпроводник для достаточно большой величины локального магнитного момента антиферромагнетика [40].

В третьей главе диссертации развита квазиклассическая теория, которая является достаточно общим методом изучения неоднородных неоднородных систем антиферромагнетик - сверхпроводник. На границе антиферромагнетик - сверхпроводник (AF/SC) обнаружен новый канал отражения квазичастиц, который приводит совместно с андреевским отражением к формированию андреевских связанных состояний на границе AF/SC. Причем спектры этих состояний кардинально отличаются от результатов для немагнитной границы, как в случае d-, так и в случае s-сверхпроводника. Если новый канал отражения доминирует над обычным, то связанные состояния в AF/sSC контакте будут низкоэнергетическими, что приводит к существенному отличию джозефсоновского тока в sSC/AF/sSC системе от обычного результата Амбегаокара-Баратова.

Родственная физика присутствует в задачах о контактах сверхпроводников с материалами CDW (состояние с волной зарядовой плотности). Здесь тоже имеется необычный канал отражения [41, 42, 43], обусловленный структурой соответствующих электронных корреляций. Однако, в отличие от антиферромагнитной границы, амплитуды отражения в этом канале не зависят от спина квазичастицы, что приводит к кардинальному изменению результатов для спектров связанных состояний и джозефсоновского тока в контактах сверхпроводников с материалами CDW. Кроме того, рассмотрены контакты сверхпроводников и материала, в котором реализовано так называемое DDW-состояние. Это состояние рассматривается в качестве кандидата для описания параметра порядка псевдощелевого состояния купратов и качественно имеет структуру "орбитального антиферромагнетизма"[44].

Актуальность темы. Исследование мезоскопических систем, содержащих сверхпроводники и магнетики, представляет интерес как с фундаментальной, так и с прикладной точек зрения. Общефизический интерес рассмотренных задач состоит в том, что магнитные границы подавляют, в отличие от немагнитных, даже обычную изотропную сверхпроводимость s-типа. Поэтому на магнитных границах чистых s-сверхпроводников могут появляться андреевские связанные состояния, которые кардинальным образом влияют на транспорт через границы раздела в соответствующих мезоскопических системах. Кроме того, для магнитных границ важной задачей является исследование спиновой структуры андреевских поверхностных состояний, в частности, с точки зрения возможности переноса спинового тока в гибридных системах, содержащих синглетные сверхпроводники.

Исследования систем, содержащих сверхпроводники и антиферромагнетики, фактически только начинаются. Поэтому теоретическое изучение явлений на AF/SC границах раздела очень важно, и, кроме того, необходимо создание достаточно эффективного метода решения неоднородных задач такого типа. Рассмотрение систем сверхпроводник - CDW или DDW-материал может представлять интерес не только с точки зрения изучения их транспортных свойств, но и дать некоторую информацию о типе электронного упорядочения в реальных материалах, в частности, о псевдощелевом состоянии купратов.

Что касается прикладного аспекта, то речь идет, например, об использовании необычных свойств π -контактов в сверхпроводящей электронике, в частности, π -SQUIDах и элементах квантовых компьютеров. Изучение спиновых токов является частью новой и активно развивающейся области физики конденсированного состояния - спинтроники, которая занимается вопросами спинового транспорта и управления спиновыми степенями свободы.

Цель работы. Данная работа имеет своей целью получение новых теоретических результатов в задачах о контактах чистых синглетных сверхпроводников с магнитными материалами, которые позволят предложить новые эффекты для экспериментального исследования. Более конкретно, в диссертации поставлены следующие цели. В первой главе: найти энергетический спектр и исследовать спиновую структуру андреевских поверхностных состояний в контактах чистых синглетных сверхпроводников с ферромагнитными границами наиболее общего вида, а также со сложными границами, содержащими ферромагнитные металлы и изоляторы. Исследовать джозефсоновский ток и возможности перехода из 0 в π -состояние в таких системах. Во второй главе: исследовать влияние спин-орбитального взаимодействия на свойства гетероструктуры ферромагнетик - сверхпроводник. В третьей главе: исследовать возможность образования андреевских связанных состояний на границе антиферромагнетик - сверхпроводник, найти с учетом этих состояний джозефсоновский ток в контакте двух сверхпроводников через антиферромагнитную прослойку. Развить метод для аналитического решения неоднородных задач о контактах с антиферромагнетиками. В четвертой главе: исследовать возможность существования и энергетический спектр андреевских поверхностных состояний, а также джозефсоновский ток в системах, содержащих чистые синглетные сверхпроводники и CDW или DDW-материалы.

Научная новизна. В работе получены новые научные результаты. Основные из них:

1) Найдены аналитические выражения для спектра андреевских поверхностных состояний и джозефсоновского тока в чистом S-F-S контакте для ферромагнитной прослойки наиболее общего вида, с учетом произвольных (и различных для квазичастиц со спином вверх и вниз) амплитуд прохождения.

2) Вычислен джозефсоновский ток в контакте двух сверхпроводников с FIF-прослойкой. Показано, что критический джозефсоновский ток проявляет немонотонную зависимость как функция угла разориентировки, если основное состояние контакта при $\varphi = 0$ является π -состоянием.

3) Вычислены и изучены спонтанные поверхностные спиновый и зарядовый токи в гетероструктуре ферромагнетик-сверхпроводник при учете спин-орбитального взаимодействия, которые возникают в результате эффекта близости со сверхпроводником, переносятся андреевскими поверхностными состояниями и имеют место при всех температурах ниже сверхпроводящей критической температуры.

4) Развита квазиклассический подход к описанию контактов антиферромагнетик - сверхпроводник. На границе антиферромагнетика, в котором в зоне проводимости приблизительно выполняется условие нестинга, с нормальным металлом найден новый канал зависящего от спина отражения квазичастиц. Показано, что в условиях, когда новый канал отражения доминирует, на границе AF/sSC формируются низкоэнергетические связанные состояния как результат комбинации антиферромагнитного (Q-отражения) и андреевского отражения. Напротив, на AF/dSC границе раздела нет низкоэнергетических состояний для любой ориентации сверхпроводника по отношению к границе. Найден энергетический спектр связанных состояний в sSC/AF/sSC контакте. Вычислен джозефсоновский ток, переносимый этими состояниями, и показано, что результат сильно отличается от обычного результата Амбегаокара-Баратова.

5) Рассмотрены поверхностные состояния на границах раздела CDW/-SC и DDW/SC, формирующиеся за счет комбинации андреевского и Q-отражения. Найдены условия, при которых эти состояния будут низкоэнергетическими. Вычислен джозефсоновский ток в контактах dSC/-CDW/dSC и sSC/DDW/sSC.

Практическая и научная ценность работы. В работе показано, что андреевские связанные состояния играют важную роль при рассмотрении транспортных свойств мезоскопических систем, содержащих чи-

стые сверхпроводники и магнетики, в том числе и антиферромагнетики. Полученные в диссертационной работе результаты могут найти применение в сверхпроводящей электронике. Так, например, результаты первой главы могут быть полезны для создания переключателей контактов из 0-состояния в π -состояние. Показано, что при определенных условиях андreeвские поверхностные состояния в синглетных сверхпроводниках могут давать спонтанные поверхностные токи в широком интервале температур, как электрические, так и спиновые, которые могут быть экспериментально обнаружены. Кроме того, развит квазиклассический метод решения задач, содержащих сверхпроводники и антиферромагнетики. Этот метод позволяет решать довольно широкий класс неоднородных задач. На основе результатов диссертации возможно проведение дальнейших исследований свойств мезоскопических систем, содержащих антиферромагнетики и CDW (DDW)-материалы.

Надежность результатов. Надежность теоретических результатов, полученных в работе, обеспечивается тем, что в предельных случаях, соответствующих ранее рассмотренным задачам, ответы совпадают с полученными в соответствующих работах. Кроме того, многие результаты этой диссертации были получены различными теоретическими методами.

Апробация работы. По материалам диссертации опубликовано 4 печатные работы. Результаты работы докладывались и обсуждались на международной научной конференции "Симметрия макроскопических квантовых состояний" в г.Аугсбург, Германия, а также на теоретических семинарах ИФТТ, теоретических семинарах института теоретической физики им. Л.Д.Ландау, семинаре по теории твердого тела в отделении теоретической физики ФИАН, семинаре в университете Карлсруэ, Германия, семинаре в университете штата Флорида, США и семинаре в Гарвардском университете, США.

Структура диссертации. Материал диссертации изложен на 109 страницах, содержит 17 рисунков, библиографию из 96 наименований. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, трех приложений и списка литературы.

Глава 1

Джозефсоновский ток в контактах с ферромагнитными прослойками

В последние годы большой интерес вызывает зависящий от спина транспорт в гибридных системах, состоящих из сверхпроводников и ферромагнетиков. В частности, это касается равновесного джозефсоновского эффекта в контактах сверхпроводников с ферромагнитными прослойками. Возможность образования π -контакта вследствие магнитных свойств прослойки была отмечена теоретиками уже в 1977 году [2]. С тех пор сверхпроводящий ток через магнитные границы раздела изучался теоретически как для систем сверхпроводник - ферромагнитный металл - сверхпроводник (S-FM-S) [3, 10, 20, 25, 26, 11, 27], так и для контактов, в которых прослойка сделана из ферромагнитного диэлектрика или полупроводника [28, 29, 30]. В обоих случаях при определенных условиях в S-F-S контактах был предсказан $0-\pi$ переход, как в зависимости от толщины ферромагнитной прослойки [3, 10], так и в зависимости от температуры [29]. Как уже было отмечено во введении, экспериментально $0-\pi$ переход для системы с ферромагнитной прослойкой был получен только недавно, в контактах с грязными сверхпроводниками.

Эта глава посвящена теоретическому исследованию андреевских связанных состояний, джозефсоновского тока и температурного $0-\pi$ перехода в чистом SFS контакте для прослоек с произвольной прозрачностью, которая может зависеть от спина квазичастицы. Кроме того, рассмотрена трехслойная граница раздела FIF, образованная слоем немагнитного

изолятора с произвольной прозрачностью и двумя слоями ферромагнитных металлов с произвольным углом разориентировки между их намагниченностями. Показано, что в системе с такой прослойкой $0-\pi$ переход может иметь место как функция угла разориентировки, что может быть использовано в прикладных задачах.

1.1 Джозефсоновский ток в SFS-контакте

Физический механизм, приводящий к $0 - \pi$ переходу в прозрачных контактах через прослойку ферромагнитного металла, связан с эффектом близости в прослойке. Обменное поле в ферромагнитном металле между двумя сверхпроводниками индуцирует осцилляции на фоне экспоненциального затухания волновой функции куперовских пар вглубь прослойки. Чтобы понять, каким образом обменное поле ферромагнетика приводит к осцилляциям волновой функции куперовских пар, рассмотрим 2 электрона вблизи поверхности Ферми с противоположными импульсами и спинами. При наличии обменного поля импульсы этих электронов будут не совсем равны друг другу по модулю. Для простоты рассматриваем одномерное движение через контакт. Пусть обменное поле h много меньше энергии Ферми. Тогда $|p_{\uparrow}| = \sqrt{2m(\varepsilon_f - h)} \approx p_f - \frac{h}{v_f}$, $|p_{\downarrow}| = \sqrt{2m(\varepsilon_f + h)} \approx p_f + \frac{h}{v_f}$. Таким образом, у куперовской пары появляется суммарный импульс. Для пары $|p_{\uparrow}| \uparrow, -|p_{\downarrow}| \downarrow$ он равен $-\frac{2h}{v_f} \equiv -\Delta p$, а для пары $|-|p_{\uparrow}| \uparrow, |p_{\downarrow}| \downarrow$ - $\frac{2h}{v_f}$. Полная волновая функция, которая должна быть симметрична относительно перестановки пар, приобретает осциллирующий множитель: $\Psi_{pair} = (|p_{\uparrow}| \uparrow, -|p_{\downarrow}| \downarrow + |-|p_{\uparrow}| \uparrow, |p_{\downarrow}| \downarrow)/\sqrt{2} \sim e^{i\Delta p x} + e^{-i\Delta p x} = \cos \Delta p x$ [20]. В зависимости от толщины ферромагнитного слоя, знаки волновой функции куперовских пар на его противоположных границах могут совпадать или различаться. В первом случае получается 0 -контакт, а во втором - π -контакт. В результате критический ток Джозефсона оказывается осциллирующей функцией толщины прослойки [3]. Эти осцилляции родственны пространственным осцилляциям параметра порядка в сверхпроводящем состоянии Ларкина-Овчинникова-Фулде-Феррелла, обусловленном парамагнитным взаимодействием сверхпроводящих электронов с внешним магнитным полем [45, 46].

В случае прослойки из ферромагнитного диэлектрика или полупроводника эффект близости выражен значительно слабее чем для металла. Экспериментально было показано, что ферромагнитный полупроводник создает для квазичастиц зависящий от спина потенциальный барьер в туннельных контактах, в результате чего вероятности прохождения для квазичастиц со спинами вверх и вниз отличаются друг от друга [47, 48]. Возникает вопрос о свойствах джозефсоновского тока в контактах через магнитные прослойки в отсутствие эффекта близости. При этом свойства ферромагнитной прослойки такие же как и в случае, когда она окружена нормальными металлами и важными становятся эффекты близости, которые индуцируются ферромагнитной прослойкой в сверхпроводящих областях на расстояниях порядка длины когерентности около границы.

Предполагая, что толщина прослойки меньше сверхпроводящей длины когерентности, будем описывать ее свойства в рамках S -матричного подхода. Как было показано в [29], квазичастичное рассеяние на магнитоактивной границе само по себе может приводить к формированию π -контакта, даже в отсутствие каких-либо индуцированных эффектом близости процессов внутри прослойки. Физика этого связана с появлением на магнитной границе поверхностных связанных состояний, которые переносят джозефсоновский ток через контакт. В случае немагнитной прослойки джозефсоновский ток также целиком переносится связанными состояниями, если модули параметров порядка в левом и правом сверхпроводниках одинаковы [49, 50, 51, 52]. Однако эти связанные состояния вырождены по спину, и в этом случае, как будет показано ниже, $0 - \pi$ перехода в контакте не возникает.

Модель S -матрицы, использованная в [29] для вычисления джозефсоновского тока, предполагает, что модули амплитуд отражения для квазичастиц со спином вверх и вниз совпадают, и только фазы различны. Это свойство верно для непрозрачной магнитной границы раздела, когда модули амплитуд отражения равны единице, но для спинактивных прослоек с конечной прозрачностью оно верно только в некоторых частных случаях (для ряда микроскопических моделей прослойки). В этой главе мы включаем в теорию более реалистичные магнитные прослойки. Рассматривая S -матрицу магнитной границы в наиболее общем виде, с различными амплитудами отражения и прохождения для квазичастиц со спином вверх и вниз, мы находим, что все магнитные поверхности принадлежат к одному из двух классов, и вводим параметр $\alpha = \pm$ для различия между ними. Для простых физических моделей границы раз-

дела мы находим условия, при которых реализуется то или иное значение α . Далее мы находим спектр андреевских поверхностных связанных состояний на магнитной границе и анализируем их роль в формировании джозефсоновского тока. Получены точные условия возникновения $0 - \pi$ перехода. В частности, энергии связанных состояний, принадлежащих к одному спиновому каналу, должны быть отрицательными, а к другому - положительными. При температуре $0 - \pi$ перехода токи, переносимые связанными состояниями в различных спиновых каналах, в основном компенсируют друг друга. Джозефсоновский ток при этой температуре оказывается квадратичным по прозрачности при малых прозрачностях и содержит первую и вторую гармоники одного порядка. Эти результаты диссертационной работы опубликованы в статье [53].

Наш подход основан на квазиклассической теории сверхпроводимости, которая была построена в работах [54, 55, 56, 57] (см. также обзорные статьи [58, 59]). Квазиклассические уравнения, как известно, должны быть дополнены соответствующими граничными условиями (см. приложение А). Как уравнения, так и граничные условия для квазиклассических гриновских функций достаточно сложны и практически позволяют решить довольно узкий класс задач, например, о контактах в туннельном пределе. Однако в последние годы теория квазиклассических гриновских функций была существенным образом переформулирована в терминах так называемых Риккати-амплитуд, что позволяет свести матричные уравнения для квазиклассических гриновских к одному скалярному, и, кроме того, разрешить граничные условия, т.е. получить явные выражения для матричной структуры квазиклассических гриновских функций в системе. Подробно формализм, который используется в этой работе, изложен в приложении А. Там же даны все соответствующие ссылки. Основная величина, которая необходима для нахождения гриновских функций, а значит и наблюдаемых величин в контакте двух материалов через некую границу раздела - это S -матрица границы.

Итак, рассмотрим гладкую плоскую границу раздела между двумя сверхпроводниками или нормальными металлами. Она характеризуется матрицей рассеяния в нормальном состоянии, которая может быть описана следующим образом. Если мы введем матрицы Паули τ_j в пространстве частица-дырка, то S -матрицу можно представить в виде $S = S(1 + \hat{\tau}_z)/2 + \tilde{S}(1 - \hat{\tau}_z)/2$, где $\tilde{S}(p_{\parallel}) = S^{tr}(-p_{\parallel})$. Каждая компонента $\hat{S}_{ij}$ в матрице $S = \|\hat{S}_{ij}\|$ ($i(j) = 1, 2$) в свою очередь является матрицей в спи-

новом пространстве. Матрица $\hat{S}_{ii}$ содержит, вообще говоря, зависящие от спина амплитуды отражения от поверхности в i -ом полупространстве для квазичастиц в нормальном состоянии, а $\hat{S}_{ij}$ с $i \neq j$ включает в себя зависящие от спина амплитуды прохождения со стороны j для квазичастиц в нормальном состоянии. Если гамильтониан прослойки сохраняет квазичастичный ток, то матрица рассеяния должна быть унитарной: $\mathcal{S}\mathcal{S}^\dagger = 1$. Из симметрии гамильтониана по отношению к обращению времени следует дополнительное условие: $S(\mathbf{p}_f, \boldsymbol{\mu}) = \hat{\sigma}_y S^{tr}(-\mathbf{p}_f, -\boldsymbol{\mu}) \hat{\sigma}_y$ [28]. Предполагая, что матрица рассеяния диагональна в спиновом пространстве и подчиняется условию $S(p_\parallel) = S(-p_\parallel)$, получаем отсюда $\hat{S}_{12}(\mathbf{p}_f) = \hat{S}_{21}(\mathbf{p}_f) = \hat{d}(\mathbf{p}_f)$. Мы предполагаем ниже, что $\hat{S}_{ij}$ -матрицы диагональны в спиновом пространстве. Это будет так, если прослойка характеризуется магнитным вектором, направление которого постоянно вдоль нее. Тогда выбирая ось z вдоль вектора намагниченности, получим диагональную в спиновом пространстве матрицу рассеяния. Диагональные компоненты $\hat{S}_{11}$ и $\hat{S}_{22}$ есть $r_{1,\uparrow(\downarrow)}$ и $r_{2,\uparrow(\downarrow)}$ соответственно, а диагональные компоненты $\hat{S}_{12} = \hat{S}_{21}$ есть $d_{\uparrow(\downarrow)}$. Принимая во внимание вышеприведенные условия на матрицу рассеяния, получим, что $\tilde{S}(\mathbf{p}_f) = S(\mathbf{p}_f)$.

Из условия унитарности матрицы рассеяния следует, что $r_{2,\uparrow(\downarrow)} d_{\uparrow(\downarrow)}^* + d_{\uparrow(\downarrow)} r_{1,\uparrow(\downarrow)}^* = 0$, $|r_{1,\uparrow(\downarrow)}|^2 + |d_{\uparrow(\downarrow)}|^2 = |r_{2,\uparrow(\downarrow)}|^2 + |d_{\uparrow(\downarrow)}|^2 = 1$. Учитывая это и вводя $r_{1,\uparrow(\downarrow)} = |r_{\uparrow(\downarrow)}| e^{i\Theta_{1,\uparrow(\downarrow)}}$, $r_{2,\uparrow(\downarrow)} = |r_{\uparrow(\downarrow)}| e^{i\Theta_{2,\uparrow(\downarrow)}}$, получим $d_\uparrow d_\downarrow = \alpha |d_\uparrow| |d_\downarrow| \times \exp\left(\frac{i}{2}(\Theta_{1,\uparrow} + \Theta_{1,\downarrow} + \Theta_{2,\uparrow} + \Theta_{2,\downarrow})\right)$. Здесь $\alpha = \pm 1$. Можно показать, что $\alpha = -1$ для немагнитного барьера и $\alpha = 1$ для чисто магнитного и достаточно высокого барьера. Для прямоугольного потенциала $\alpha = -\text{sgn}[(V - (p_{f,x}^2/2) + h)(V - (p_{f,x}^2/2) - h)]$, где $h = \mu_z$. Следовательно, $\alpha = 1$, если волновая функция в одном спиновом канале экспоненциально затухает в области барьера, а в другом канале осциллирует. В общем случае, α может зависеть от направления импульса квазичастицы.

Используя описанную выше матрицу рассеяния, из уравнения (A.22) находим энергии связанных состояний в контакте двух чистых сверхпроводников через однородно намагниченную прослойку. Для простоты рассмотрим пространственно симметричный потенциальный барьер $\hat{V}(-x) = \hat{V}(x)$, тогда $\Theta_{1,\uparrow(\downarrow)} = \Theta_{2,\uparrow(\downarrow)}$. Две ветви энергий андреевских поверхностных связанных состояний в симметричном S - F - S контакте, соответствующих одному спиновому каналу (для квазичастиц со спином

вверх), имеют вид:

$$\varepsilon_{\pm} = |\Delta| \operatorname{sgn} \left(\sin \frac{\Phi_{\pm}}{2} \right) \cos \frac{\Phi_{\pm}}{2} , \quad (1.1)$$

где

$$\Phi_{\pm}(\alpha, \chi) = \Theta \pm \arccos \left[\sqrt{R_{\uparrow} R_{\downarrow}} - \alpha \sqrt{D_{\uparrow} D_{\downarrow}} \cos \chi \right] , \quad (1.2)$$

$R_{\uparrow}(\downarrow) = |r_{\uparrow(\downarrow)}|^2$, $D_{\uparrow}(\downarrow) = |d_{\uparrow(\downarrow)}|^2$ и $\Theta = \Theta_{\uparrow} - \Theta_{\downarrow}$. Решение для другого направления спина получается из выражения (1.2) путем замены $\Theta \rightarrow -\Theta$. Энергии $\varepsilon_{\pm}$ неявно зависят от направления импульса квазичастицы через параметр Θ , коэффициенты отражения и прохождения и, возможно, α .

Формула (1.2) описывает, в частности, как эффекты фильтрации спина (имеется в виду различие между коэффициентами прохождения для электронов со спинами вверх и вниз) подавляют джозефсоновский ток (1.3), когда коэффициент прохождения для электронов с одним направлением спина существенно меньше, чем с другим. Как видно из этой формулы, зависящие от спина коэффициенты отражения и прохождения входят в спектры андреевских связанных состояний и, следовательно, в джозефсоновский ток как эффективная прозрачность $\sqrt{D_{\uparrow} D_{\downarrow}}$ и эффективный коэффициент отражения $\sqrt{R_{\uparrow} R_{\downarrow}}$. Однако из-за наличия соотношения $R_{\uparrow(\downarrow)} = 1 - D_{\uparrow(\downarrow)}$ нет общего правила для замены независимых от спина коэффициентов отражения и прохождения на зависящие в соответствующих выражениях. Согласно выражениям (1.1) и (1.2), разность фаз амплитуд отражения со спинами вверх и вниз $\Theta = \Theta_{\uparrow} - \Theta_{\downarrow}$ играет ключевую роль, снимая вырождение андреевских связанных состояний по спину. В частном случае $D_{\uparrow} = D_{\downarrow}$, $\alpha = -1$ полный спектр связанных состояний, принадлежащих к обоим спиновым каналам, сводится к найденному в [30]. Для непрозрачной спин-активной поверхности спектр (1.1) переходит в $\varepsilon_{B,0} = |\Delta| \operatorname{sgn} \left(\sin \frac{\Theta}{2} \right) \cos \frac{\Theta}{2}$. Тогда полный спектр двух спиновых каналов $\varepsilon_{B,0} = \pm |\Delta| \cos \frac{\Theta}{2}$ совпадает с полученным в [29]. Для немагнитной границы раздела ($D_{\uparrow} = D_{\downarrow} = D$, $\Theta = 0$, $\alpha = -1$) результат (1.1) сводится к хорошо известным вырожденным по спину поверхностным андреевским связанным состояниям [50, 51, 52] $\varepsilon_B = \pm |\Delta| \sqrt{1 - D \sin^2(\chi/2)}$. С увеличением параметра Θ энергии связанных состояний, принадлежащих к одному спиновому каналу (1.1), могут изменять знак как непрерывно, так и скачком, в последнем случае из-за наличия фактора $\operatorname{sgn}(\sin(\Phi_{\pm}/2))$. По этой причине, при определенных

условиях, энергии связанных состояний, принадлежащих к одному спиновому каналу, могут быть одновременно положительными (отрицательными). Суммарный энергетический спектр обоих спиновых каналов, тем не менее, симметричен относительно нулевого значения энергии.

Форма спектра (1.1) совершенно общая и всегда возникает, если параметры порядка для падающей и отраженной (или падающей и прошедшей) квазичастиц отличаются только своими фазами, независимо от физической природы разности фаз Φ . Это справедливо, в частности, и для непрозрачной немагнитной границы, если между сверхпроводящими параметрами порядка для падающей и отраженной квазичастиц есть разность фаз. Спектр связанных состояний (1.1) найден в предположении, что параметр порядка не зависит от координат. На самом деле, самосогласование не влияет качественно на полученные результаты. Например, для низких энергий (т.е. для Φ близких к π) выражение для спектра (1.1) остается справедливым и в том случае, когда $|\Delta(x)|$ зависит от координат, если заменить $|\Delta|$ неким эффективным параметром порядка $|\tilde{\Delta}(0)|$, который определен в [60].

Рассмотрим теперь джозефсоновский ток в симметричном S-F-S контакте. Как и в немагнитном случае, он полностью переносится через контакт связанными состояниями. Таким образом, зная спектр связанных состояний, можно найти джозефсоновский ток в магнитном квантовом точечном контакте. $J(\chi, T) = 2e \sum_m \frac{d\varepsilon_m}{d\chi} n(\varepsilon_m) = -2e \sum_{\varepsilon_m > 0} \frac{d\varepsilon_m}{d\chi} \tanh \frac{\varepsilon_m}{2T}$. Используя выражения (1.1) и (1.2), находим:

$$J(\chi, T) = A(\chi) \left[\sin \left(\frac{\Phi_+}{2} \right) \tanh \left(\frac{|\Delta| \cos \frac{\Phi_+}{2}}{2T} \right) - \sin \left(\frac{\Phi_-}{2} \right) \tanh \left(\frac{|\Delta| \cos \frac{\Phi_-}{2}}{2T} \right) \right], \quad (1.3)$$

где $A(\chi) = -\alpha e |\Delta| \sqrt{D_\uparrow D_\downarrow} \sin \chi \left[1 - (\sqrt{R_\uparrow R_\downarrow} - \alpha \sqrt{D_\uparrow D_\downarrow} \cos \chi)^2 \right]^{-1/2}$. Для $D_\uparrow = D_\downarrow = D$ и $\alpha = -1$ выражение (1.3) было получено независимо в работах [61, 30]. В отсутствие магнетизма $\Theta = 0$, $\alpha = -1$, $D_\uparrow = D_\downarrow$. Тогда (1.3) сводится к хорошо известному выражению для джозефсоновского

тока в немагнитном квантовом точечном контакте с конечной прозрачностью.

Поведение критического тока показано на рисунке 1.1.

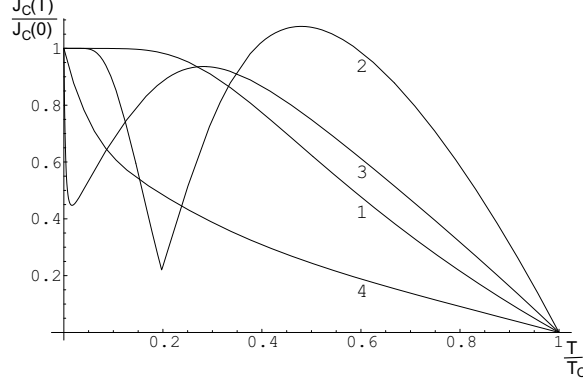


Рис. 1.1: Критический ток $J_c(T)$ при различных значениях Θ , нормированный на свою величину при нулевой температуре $J_c(0)$: $\Theta = 0.4\pi$ (1), $\Theta = 0.7\pi$ (2), $\Theta = 0.8\pi$ (3), $\Theta = 0.9\pi$ (4). Прозрачности $D_\uparrow = D_\downarrow = 0.1$ и $\alpha = -1$.

Рассмотрим сначала поведение джозефсоновского тока в магнитных контактах с малыми коэффициентами прозрачности $D_\uparrow$, $D_\downarrow$. Джозефсоновский ток через туннельную ферромагнитную прослойку имеет вид $J(T, \chi) = J_c(T) \sin \chi$, где критический ток есть:

$$J_c(T) = -\alpha e |\Delta| \sqrt{D_\uparrow D_\downarrow} \left[\frac{\varepsilon_{B,0}(\Theta)}{|\Delta|} \tanh \left(\frac{\varepsilon_{B,0}(\Theta)}{2T} \right) - \frac{|\Delta|}{2T} \left(1 - \frac{\varepsilon_{B,0}^2(\Theta)}{|\Delta|^2} \right) \cosh^{-2} \left(\frac{\varepsilon_{B,0}(\Theta)}{2T} \right) \right]. \quad (1.4)$$

Здесь $\varepsilon_{B,0}(\Theta) = |\Delta \cos \frac{\Theta}{2}|$. В пределе немагнитной прослойки $\Theta = 0$, $\varepsilon_{B,0}(\Theta) = |\Delta|$, $D_\uparrow = D_\downarrow$ и выражение (1.4) переходит в обычный результат Амбегаокара-Баратова. Как известно, в обычном случае в выражении для джозефсоновского тока свойства прослойки в контакте характеризуются единственной величиной: коэффициентом прозрачности потенциального барьера. Оказалось, что в случае ферромагнитной прослойки джозефсоновский ток весьма чувствителен к калибровочно-инвариантной разности фаз Θ амплитуд отражения квазичастиц со спином вверх и

вниз от прослойки. Для $\Theta < \pi/2$ температурная зависимость близка по характеру к обычному поведению $J_c(T)$. Выражение (1.4) содержит два члена с противоположными знаками и для $\Theta > \pi/2$ ток становится знакопеременным как функция температуры. При температуре, где туннельный ток обращается в нуль, в контакте происходит $0 - \pi$ переход. При этом в случае отрицательных α вблизи T_c реализуется π -контакт, а при низких температурах - 0 -контакт. Величина Θ впервые была явно введена для случая непроницаемой магнитной поверхности в работе [62] и в статье [29] для задач о джозефсоновском токе через магнитные прослойки. Имеется также другой характеризующий магнитную прослойку параметр $\alpha = \pm 1$, знак которого прямым образом определяет знак критического тока Джозефсона [53].

Поскольку экспериментально обычно измеряется абсолютная величина критического тока, на графике отложена именно такая величина. Как видно из рисунка, критический ток в точке $0 - \pi$ перехода не обращается точно в ноль и точка излома на самом деле отвечает скачкообразному изменению знака критического тока. Такое поведение впервые было получено на основе численных расчетов в [29]. Хорошо выраженный минимум в поведении $J_c(T)$ имеет место лишь в контактах с малой прозрачностью. В туннельных контактах минимальная величина критического тока квадратична по прозрачности барьера, а соотношение ток-фаза содержит при этом первую и вторую гармоники одного порядка величины. При температуре, когда линейный по прозрачности член в токе обращается в нуль, джозефсоновский ток $\propto \sqrt{D_\uparrow D_\downarrow} (D_\uparrow + D_\downarrow) \sin \chi + \alpha D_\uparrow D_\downarrow \sin 2\chi$.

Физика эффекта джозефсона тесно связана с участием андреевских связанных состояний в переносе через контакт сверхпроводящего тока. Как уже неоднократно было отмечено, в симметричных джозефсоновских контактах весь джозефсоновский ток переносится такими состояниями. Соответствующие энергии этих спин-поляризованных андреевских состояний, вырожденные для немагнитных прослоек, различаются в случае ферромагнитных прослоек, когда $\Theta \neq 0$. Появление $0 - \pi$ перехода в магнитных контактах между чистыми сверхпроводниками можно рассматривать как результат конкуренции вкладов от андреевских связанных состояний, имеющих противоположную спиновую поляризацию.

Ток, переносимый квазичастицами со спином вверх, имеет вид:

$$J_\uparrow(\chi, T) = -A(\chi) \left(\left| \sin \left(\frac{\Phi_+}{2} \right) \right| n_f \left(\frac{\varepsilon_+}{T} \right) - \left| \sin \left(\frac{\Phi_-}{2} \right) \right| n_f \left(\frac{\varepsilon_-}{T} \right) \right). J_\downarrow(\chi, T) \text{ по-}$$

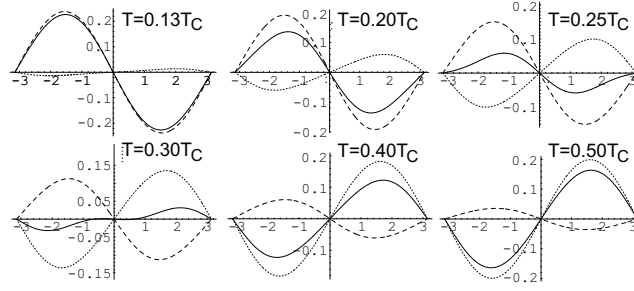


Рис. 1.2: Соотношения ток-фаза при различных температурах для полного джозефсоновского тока (сплошная линия) и для отдельных вкладов в ток от андреевских состояний со спином вверх (штриховая линия) и вниз (пунктирная линия). Значения параметров $D_{\uparrow} = D_{\downarrow} = 0.05$, $\Theta = 2\pi/3$. Ток нормирован на величину критического тока в немагнитном случае $\Theta = 0$ при нулевой температуре.

лучается отсюда заменой $\Theta \rightarrow -\Theta$.

Андреевские связанные состояния в различных спиновых каналах могут переносить ток в противоположных направлениях, так, что одно направление преобладает в полном токе при низких температурах, а другое вблизи T_c . Оказывается, что в случае $\sqrt{R_{\uparrow}R_{\downarrow}} - \alpha\sqrt{D_{\uparrow}D_{\downarrow}}\cos\chi > 0$ для заданной разности фаз χ ток (1.3) изменяет знак при изменении температуры, если $\pi/2 < |\Theta| < \pi - \arccos[\sqrt{R_{\uparrow}R_{\downarrow}} - \alpha\sqrt{D_{\uparrow}D_{\downarrow}}\cos\chi]$. Аналогично, для $\sqrt{R_{\uparrow}R_{\downarrow}} - \alpha\sqrt{D_{\uparrow}D_{\downarrow}}\cos\chi < 0$ условие изменения знака тока при изменении температуры имеет вид: $\pi - \arccos(\sqrt{R_{\uparrow}R_{\downarrow}} - \alpha\sqrt{D_{\uparrow}D_{\downarrow}}\cos\chi) < |\Theta| < \pi/2$. В частности, при выполнении вышеприведенных условий оба поверхностных связанных состояния в одном спиновом канале имеют положительные энергии, а в другом - отрицательные. Отдельное рассмотрение этих вкладов спиновых каналов при формировании соотношения ток-фаза показано на Рис.1.2.

В условиях появления минимума у критического тока на Рис. 1.1 энергии андреевских состояний с противоположно направленными спинами имеют разные знаки. При нулевой температуре заняты только состояния с отрицательными энергиями и, следовательно, только андреевские состояния с соответствующей спиновой поляризацией вносят вклад в джозефсоновский ток. Вклад от андреевских состояний с другой спиновой поляризацией растет с увеличением температуры вместе с ростом заселенности уровней с положительной энергией. Он становится важ-

ным при температурах порядка энергии связанного состояния и приводит к джозефсоновскому току, направленному в противоположную сторону по сравнению со вкладом от состояний с отрицательной энергией. Конкуренция андреевских состояний с противоположной спиновой поляризацией приводит к появлению минимума в джозефсоновском токе при температуре меньшей T_c и, следовательно, к $0 - \pi$ переходу в контакте. Приведенное описание поведения джозефсоновского тока в S-F-S контактах полезно сравнить со случаем обычных контактов, в которых при низких температурах также доминирует вклад от андреевских уровней с отрицательной энергией, которые при этом вырождены по спину. С ростом температуры растет заселенность связанных андреевских состояний с положительной энергией, что приводит к уменьшению полного джозефсоновского тока и, наряду с температурной зависимостью параметра порядка, вносит важный вклад в формирование температурной зависимости тока. В противоположность S-F-S контактам, конкурирующий ток, переносимый андреевскими состояниями с положительной энергией, в немагнитном случае никогда не превышает вклада от уровней с отрицательной энергией и оба вклада обращаются в ноль при критической температуре.

Вклады в джозефсоновский ток от андреевских связанных состояний с положительной и отрицательной энергиями могут стать наблюдаемыми по отдельности в неравновесных условиях. В частности, индуцированная микроволновым полем неравновесная заселенность состояний приводит к усилению (ослаблению) вклада в джозефсоновский ток при превышении (дефиците) заселенности по сравнению с равновесным случаем. Это существенно нарушает компенсацию токов от положительных и отрицательных уровней уже в немагнитном случае [63, 64, 65]. В случае, когда положительные и отрицательные уровни в S-F-S контакте имеют разную спиновую поляризацию, индуцирование переходов между этими уровнями должно сопровождаться переворотом спина. Наблюдение индуцированных переходов между уровнями только при перевороте спина позволило бы идентифицировать отмеченное различие спиновой поляризации андреевских состояний с положительной и отрицательной энергиями, изменять их заселенность и относительную роль в формировании джозефсоновского тока.

Вернемся теперь к полученному выше основному условию $\Theta > \pi/2$ для существования туннельных π -контактов в S-F-S системах. Параметр Θ является характеристикой ферромагнитного материала, если харак-

терная длина затухания квазичастиц не превышает ширины прослойки. Обычно это имеет место для прослоек из ферромагнитных диэлектриков и полупроводников. Тогда достижение сравнительно больших значений параметра Θ становится материаловедческой проблемой. Простые оценки показывают, что сравнительно большие значения Θ достигаются при довольно жестких, хотя и выполнимых условиях. Так, например, если прослойка сделана из однородного ферромагнитного изолятора, то условие $\Theta > \pi/2$ может быть реализовано лишь если обменное поле h , энергетическая щель ε_g и энергия Ферми ε_F являются величинами одного порядка. Более перспективными выглядят условия, при выполнении которых Θ оказывается зависящей не только от свойств ферромагнитного материала прослойки, но и от ее геометрических параметров - в простейшем случае, от ее толщины. Такое поведение имеет место для прослоек из ферромагнитного металла, в которых могут также присутствовать потенциальные барьеры. Так, для прослойки из ферромагнитного металла или более сложной прослойки, состоящей из двух ферромагнитных слоев, разделенных немагнитным диэлектрическим барьером, имеем $\Theta = 2lh/v_f$. Здесь l есть полная толщина ферромагнитной металлической прослойки. Отсюда следует $\Theta \sim \pi$ для $l \sim \xi\Delta/h \ll \xi$ в условиях $\Delta \ll h \ll \varepsilon_F$, которые часто выполняются.

1.2 Джозефсоновский ток в SFIFS-контакте: немонотонная зависимость от угла разориентировки

Кроме границ раздела с фиксированной намагниченностью, значительный интерес представляют также более сложные случаи, когда намагниченность неоднородна внутри прослойки. Важным конкретным примером такого рода является трехслойная система, состоящая из двух слоев ферромагнитного металла, разделенных немагнитным диэлектрическим барьером [11, 12, 27, 66]. В такой прослойке лежащие в плоскости слоев намагниченности могут составлять друг с другом некоторый угол φ . В этом разделе теоретически исследуются спектры и спиновая поляризация андреевских связанных состояний в контакте двух чистых изотропных сверхпроводников с такой границей раздела при произвольной прозрачности диэлектрического слоя. Далее, найден джозефсоновский

ток в квантовом точечном S-FIF-S контакте. Он оказывается весьма чувствителен к величине угла φ . Для $\varphi = 0$, когда намагниченности двух ферромагнитных слоев параллельны друг другу, задача эквивалентна контакту с однородной намагниченностью, рассмотренному выше. Таким образом, туннельный контакт с $\varphi = 0$ в случае $\Theta > \pi/2$ может быть π -контактом. В то же время в случае $\varphi = \pi$, когда намагниченности двух слоев антипараллельны, обсуждаемый контакт ни при каких температурах и прозрачностях барьеров не переходит в π -состояние [67]. Это утверждение справедливо также в случае грязных сверхпроводников, где андreeвские состояния полностью размыты [11, 12]. Случай антипараллельных ориентаций намагниченностей был рассмотрен и в работе [27], однако в этой работе предполагается отсутствие андreeвских связанных состояний в чистом S-FIF-S контакте, и, следовательно, ее результаты применимы только для коротких сверхпроводников, длина которых меньше сверхпроводящей длины когерентности. Для $\varphi \neq 0, \pi$ спектр связанных состояний и джозефсоновский ток были рассмотрены ранее только для частного случая полностью прозрачной прослойки, что было охарактеризовано авторами как "игрушечная модель" [66]. Однако случай произвольного угла разориентировки представляет особенный интерес, т.к. в рассматриваемом контакте $0 - \pi$ переход будет происходить не только с изменением температуры при достаточно малых φ , но и при фиксированной температуре с изменением угла разориентировки [67].

Итак, рассмотрим плоскую границу раздела между двумя сверхпроводниками, которая состоит из двух слоев одинакового ферромагнитного металла, разделенных тонким слоем немагнитного изолятора. Ферромагнитные слои характеризуются своей толщиной l и внутренними обменными полями $|\mathbf{h}_{1,2}| = h$, которые лежат в плоскости границы раздела и составляют угол φ друг с другом. Матрица рассеяния в нормальном состоянии для такой системы имеет точно такую-же структуру, как и в предыдущем разделе, но все ее элементы $\hat{S}_{ij}$ уже нельзя одновременно сделать диагональными в спиновом пространстве, т.к. система характеризуется не одним, а двумя магнитными векторами. Предположим для простоты, что обменные поля в ферромагнетиках много меньше энергии Ферми. Чтобы диагонализировать матрицу S_{11} , выберем ось z вдоль намагниченности левого ферромагнитного слоя. Тогда, если $\varphi \neq 0, \pi$, то

другие матрицы S_{ij} не будут диагональными в спиновом пространстве:

$$\begin{aligned}\hat{S}_{21} &= d \exp\left(\frac{i\Theta}{4}(\hat{\sigma}_y \sin \varphi + \hat{\sigma}_z \cos \varphi)\right) \exp\left(\frac{i\Theta}{4}\hat{\sigma}_z\right), \\ \hat{S}_{12} &= d \exp\left(\frac{i\Theta}{4}\hat{\sigma}_z\right) \exp\left(\frac{i\Theta}{4}(\hat{\sigma}_y \sin \varphi + \hat{\sigma}_z \cos \varphi)\right), \\ \hat{S}_{11} &= r \exp(i\frac{\Theta}{2}\hat{\sigma}_z), \\ \hat{S}_{22} &= \tilde{r} \exp\left(i\frac{\Theta}{2}(\hat{\sigma}_y \sin \varphi + \hat{\sigma}_z \cos \varphi)\right).\end{aligned}\quad (1.5)$$

Здесь $\Theta = \frac{4lh}{\hbar v_{f,x}}$. Величины r , $\tilde{r}$ и d это, соответственно, амплитуды отражения и прохождения для слоя изолятора, удовлетворяющие соотношению $rd^* = -d\tilde{r}^*$, которое следует из условия унитарности S-матрицы диэлектрической прослойки.

Зная матрицу рассеяния FIF-прослойки, с помощью формализма, описанного в приложении А, далее найдем спектр связанных состояний и джозефсоновский ток в нашей системе. Мы предполагаем, как и в предыдущем разделе, что сверхпроводящий параметр порядка не зависит от координат. Кроме того считается, что $|h_{1,2}| \gg \Delta$, т.к. мы описываем ферромагнитные слои с помощью S-матричного подхода, который справедлив, если все поверхностные потенциалы много больше сверхпроводящего параметра порядка.

Мы получили четыре ветви поверхностных андреевских связанных состояний:

$$\varepsilon_{1,2} = |\Delta| \cos \frac{\Phi_{1,2}}{2}, \quad \varepsilon_{3,4} = -|\Delta| \cos \frac{\Phi_{1,2}}{2}, \quad (1.6)$$

где величины $\Phi_{1,2}(\chi, \Theta, \varphi)$ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}\cos \Phi_{1,2}(\chi, \Theta, \varphi) &= \cos \Theta - 2D \cos \Theta \sin^2 \frac{\chi}{2} + 2D \cos \chi \sin^2 \frac{\Theta}{2} \sin^2 \frac{\varphi}{2} \pm \\ &\pm 2\sqrt{D} \sin \frac{\chi}{2} \sin \Theta \cos \frac{\varphi}{2} \times \sqrt{1 - D \sin^2 \frac{\chi}{2} + D \cos^2 \frac{\chi}{2} \tan^2 \frac{\Theta}{2} \sin^2 \frac{\varphi}{2}}.\end{aligned}\quad (1.7)$$

Здесь χ - разность фаз параметра порядка между двумя сверхпроводниками. Энергии ε_i ($i = 1, 2, 3, 4$) неявно зависят от направления импульса квазичастицы через параметр Θ и коэффициент прозрачности D .

Для $\varphi = 0$ спектр (1.6) сводится к выражению (1.3), если в нем положить $D_{\uparrow} = D_{\downarrow} = d$ и $\alpha = -1$. В частном случае антипараллельной ориентации намагниченностей в левом и правом антиферромагнетиках $\varphi = \pi$, спектр поверхностных андреевских связанных состояний (1.6), (1.7) имеет вид:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = -\varepsilon_3 = -\varepsilon_4 = |\Delta| \sqrt{D \cos^2 \frac{\chi}{2} + R \cos^2 \frac{\Theta}{2}}. \quad (1.8)$$

Будучи симметричным по отношению к преобразованию $\Theta \rightarrow -\Theta$, спектр (1.8) является дважды вырожденным. В пределе немагнитной границы раздела ($\Theta = 0$), наш результат, (1.6) и (1.7), сводится к хорошо известному спектру вырожденных по спину андреевских поверхностных связанных состояний [49, 50, 51, 52] $\varepsilon_B = \pm |\Delta| \sqrt{1 - D \sin^2(\chi/2)}$.

Боголюбовская квазичастица в сверхпроводнике имеет хорошо определенный спин, хотя ее электронная и дырочная компоненты описываются зеемановскими членами противоположных знаков. Кроме того, если на поверхности, разделяющей два синглетных сверхпроводника, не происходит процессов переворота спина, то электрон и его андреевски отраженный партнер (дырка) имеют одинаковые спины и противоположные знаки зеемановских членов. Имея противоположные направления скорости и противоположные знаки электрических зарядов, но одинаковые спины, они совместно переносят электрический ток через поверхность, но не переносят равновесного спинового тока. Таким образом, определенная спиновая поляризация поверхностных андреевских связанных состояний полностью согласуется с тем фактом, что куперовские пары в синглетных сверхпроводниках не переносят спиновый ток.

Андреевские связанные состояния на немагнитных поверхностях являются вырожденными по спину. Для ферромагнитной границы с однородно ориентированной намагниченностью спин связанного состояния направлен или по или против намагниченности. Такая поверхность снимает вырождение, но не смешивает спиновые каналы, несущие джозефсоновский ток [53]. Если, однако, намагниченность прослойки не является однородной, как это имеет место в случае FIF-прослойки с $\varphi \neq 0$, то это уже не так. Квазичастичные андреевские состояния (1.6), (1.7) имеют нетривиальную спиновую структуру, которая существенно зависит (как и сам спектр) от φ , Θ и D . В общем случае, на каждой из двух падающих и двух отраженных траекторий, формирующих связанное состояние, квазичастица имеет свою собственную поляризацию. Конечно,

эти поляризации должны быть таковы, чтобы в целом связанные состояния не переносили спиновый ток через поверхность.

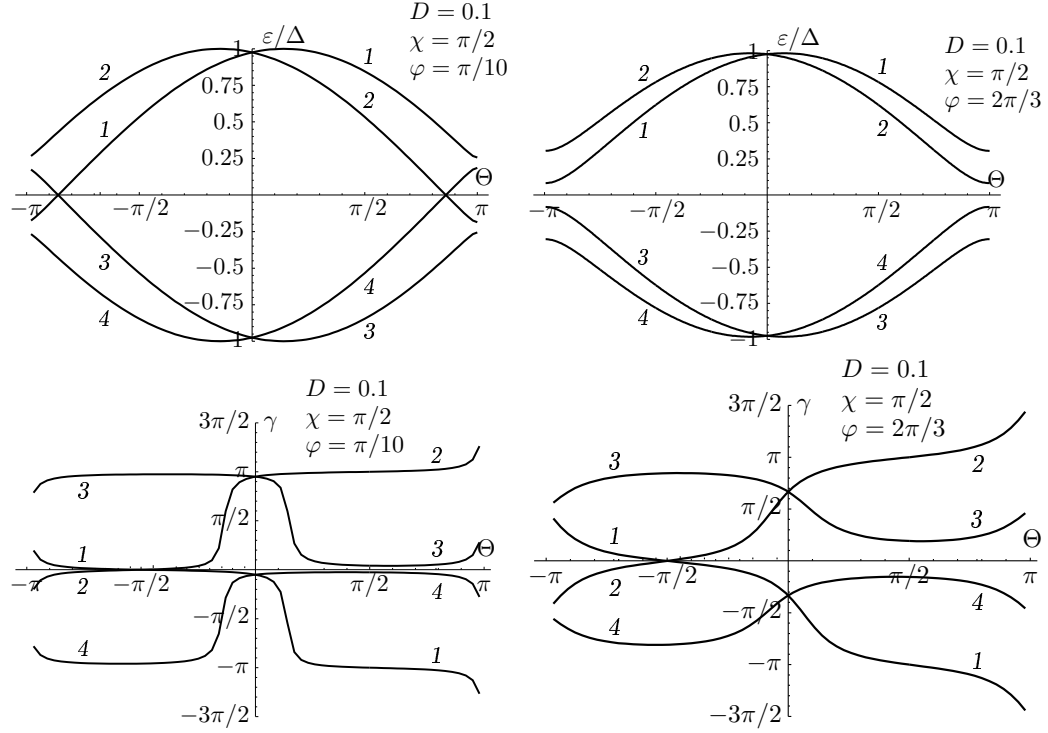


Рис. 1.3: Верхний ряд: Энергии четырех ветвей андреевских связанных состояний как функции параметра Θ . Нижний ряд: угол $\gamma(\Theta)$, который составляет спиновая поляризация падающей на границу в правом сверхпроводнике квазичастицы с намагниченностью правого ферромагнетика. Четыре кривые соответствуют четырем ветвям андреевских связанных состояний. Левая колонка: $\varphi = 0.1\pi$. Правая колонка: $\varphi = 2\pi/3$. Прозрачность и разность фаз параметров порядка между сверхпроводниками имеют значения $D = 0.1$ и $\chi = \pi/2$, соответственно.

Рис. 1.3 и 1.4 демонстрируют эволюцию спектров и спиновой поляризации четырех ветвей андреевских состояний в зависимости от параметра Θ в туннельных контактах (с прозрачностью $D = 0.1$) и высокопрозрачных контактах ($D = 0.95$) соответственно. На рисунках выбраны две конкретные относительные ориентации намагниченностей обоих ферромагнетиков $\varphi = 0.1\pi$ (левая колонка) и $\varphi = 2\pi/3$ (правая колонка).

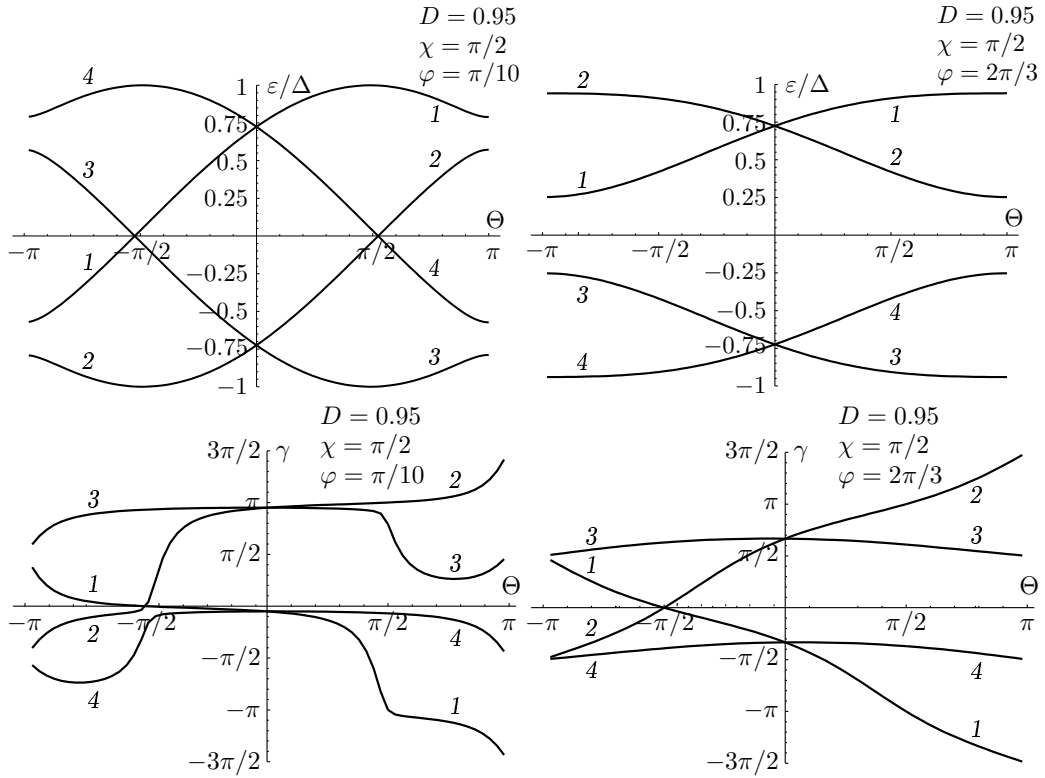


Рис. 1.4: То же самое, что и на рис. 1.3, но для высокопрозрачного контакта с $D = 0.95$.

ка). Для определенности, мы рассматриваем спиновые поляризации андреевских состояний на падающей части квазичастичной траектории в правом сверхпроводнике. Спиновая поляризация сильно меняется при изменении параметра Θ во всех рассмотренных случаях. Характерный масштаб Θ , на котором происходит существенное изменение спиновой поляризации, уменьшается с уменьшением угла разориентировки φ . Если φ стремится к нулю, то эта длина становится исчезающе малой и возникают резкие скачки от параллельной к антипараллельной (или наоборот) спиновой ориентации по отношению к намагниченности. Эти скачки имеют место при тех значениях Θ , когда $\varepsilon_i(\Theta) = \pm\Delta$ [53].

Только в частном случае $\varphi = 0$, когда внутри прослойки есть всего одно выделенное направление намагниченности, каждое из андреевских связанных состояний обладает как целое определенной спиновой поляри-

зацией, одинаковой для всех падающих и отраженных квазичастичных траекторий, формирующих связанное состояние. Тогда спектр связанных состояний со спином вверх сводится к полученному в предыдущем разделе: $\varepsilon_{1,2}^{\uparrow} = |\Delta| \operatorname{sgn} \left(\sin \frac{\Phi_{1,2}(\chi, \Theta, \varphi = 0)}{2} \right) \cos \frac{\Phi_{1,2}(\chi, \Theta, \varphi = 0)}{2}$. Энергии $\varepsilon_{1,2}^{\downarrow}$ для андреевских связанных состояний со спином вниз получаются из $\varepsilon_{1,2}^{\uparrow}$ заменой $\Theta \rightarrow -\Theta$.

Спектры андреевских состояний и их спиновая поляризация как функции угла разориентировки φ показаны на рис. 1.5. Спиновая поляризация при $\varphi \neq 0$ составляет конечный угол с обоими направлениями намагниченности и различна на всех падающих и отраженных траекториях, принадлежащих одному и тому же связанному состоянию. Как уже упоминалось выше, для антипараллельных намагниченностей ($\varphi = \pi$) спектр дважды вырожден. Спиновые поляризации, показанные на рис. 1.5 для $\varphi = \pi$, можно рассматривать как правильные волновые функции нулевого приближения для малых отклонений $\varphi - \pi$.

Спиновую структуру поверхностных связанных состояний для ненулевого φ следует принимать во внимание, например, при создании неравновесной заселенности уровней. Для $\varphi = 0$ при определенных условиях возможны только межуровневые переходы с переворотом спина, как уже говорилось в предыдущем разделе. Однако, при ненулевом φ , из-за сложной спиновой структуры связанных состояний, нет строгих ограничений на изменение спина квазичастицы при межуровневых переходах.

Джозефсоновских ток через контакт переносится связанными состояниями (1.6). На этой основе легко найти джозефсоновский ток.

Критический джозефсоновский ток как функция угла разориентировки φ , нормированный на свое значение при $\varphi = 0$, показан на рис. 1.6 для различных Θ и для двух значений прозрачности $D = 0.01, 0.8$ (верхний и нижний ряды, соответственно) и температуры $T = 0.1T_c, 0.8T_c$ (левая и правая колонки).

Здесь мы опять считаем критический ток положительной величиной, как это обычно делается экспериментально.

Как видно из Рис. 1.6, имеются два качественно различающихся режима для поведения критического джозефсоновского тока как функции угла разориентировки. Эти два режима разделены характерным значением $\Theta^*(T, D)$, которое зависит от температуры и прозрачности контакта. Для $\Theta < \Theta^*$ ток является монотонной функцией угла разориенти-

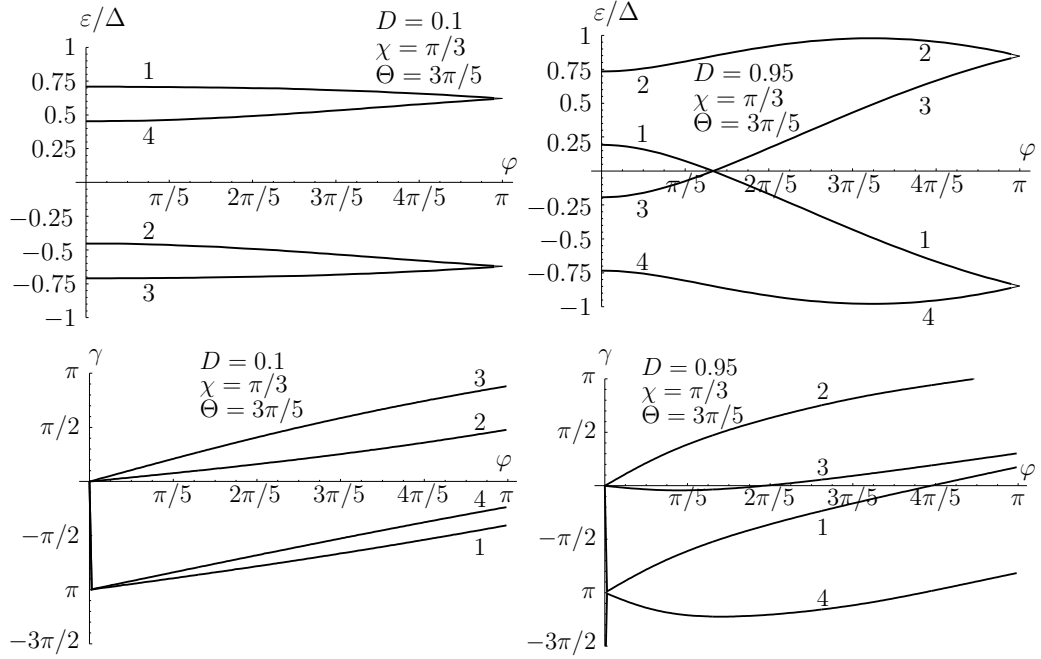


Рис. 1.5: Верхний ряд: Энергии четырех ветвей андреевских поверхностных связанных состояний как функции угла разориентировки φ . Нижний ряд: Угол $\gamma(\varphi)$, который спиновая поляризация падающей квазичастицы в правом сверхпроводнике составляет с направлением намагниченности правого ферромагнитного слоя, для каждой из четырех ветвей андреевских связанных состояний. Левая (правая) колонка: $D = 0.1$ ($D = 0.95$). Разность фаз $\chi = \pi/3$, и $\Theta = 3\pi/5$.

ровки, достигая максимального значения для антипараллельной ориентации намагниченностей. В то же время для $\Theta > \Theta^*$ ток немонотонно зависит от φ . Он имеет хорошо выраженный минимум при некотором промежуточном значении φ (при котором и происходит $0 - \pi$ переход) и максимум при $\varphi = \pi$. В случае $\Theta = \pi$ токи при $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$ равны друг другу. Параметр Θ^* связан со свойствами контакта при $\varphi = 0$. Можно показать, что в контакте с параллельными намагниченностями ферромагнитных слоев ($\varphi = 0$) и $\Theta = \Theta^*(T, D)$ $0 - \pi$ переход происходит как раз при рассматриваемой температуре T . Следовательно, для $\Theta > \Theta^*(T, D)$ равновесное состояние контакта с $\varphi = 0$ при температуре T есть π -состояние, в то время как для $\Theta < \Theta^*(T, D)$ это 0 -состояние.

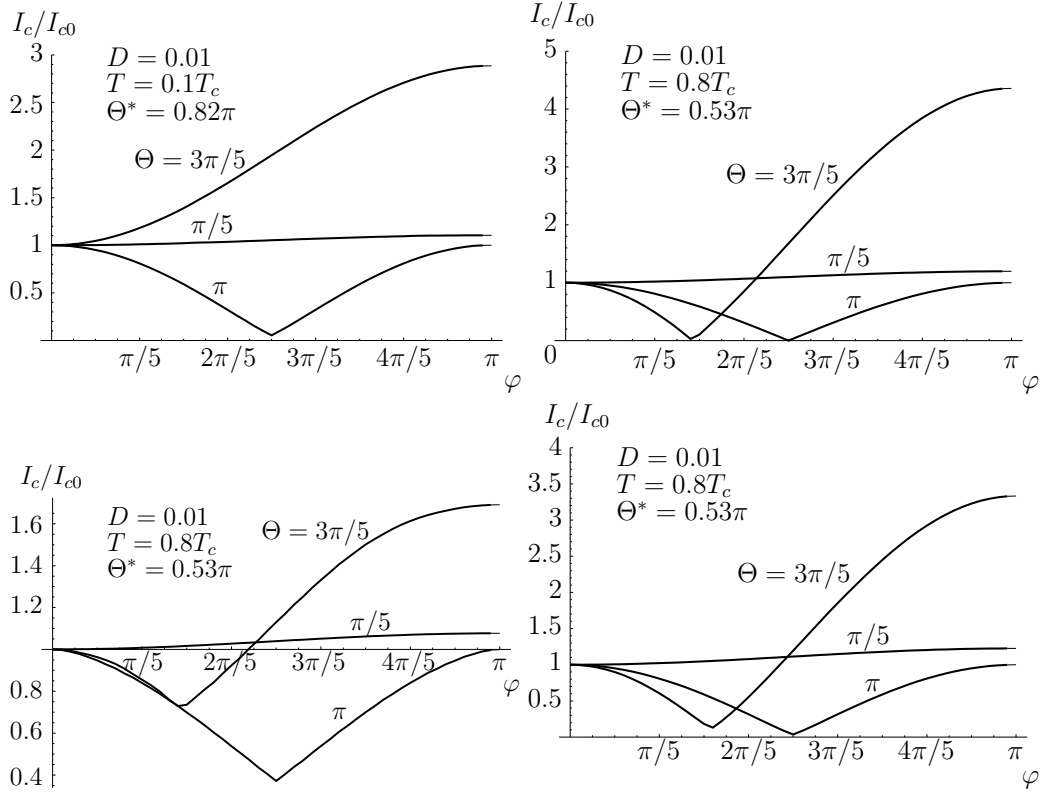


Рис. 1.6: Критический ток как функция угла разориентировки φ , нормированный на свое значение при $\varphi = 0$. В частном случае $\varphi = 0$ $0-\pi$ переход имеет место для $\Theta > \Theta^*(T, D)$.

Таким образом, мы заключаем, что немотонная зависимость джозефсоновского тока от φ связана с возникновением $0-\pi$ перехода, который происходит при изменении угла разориентировки, начиная с такого значения Θ , когда контакт находится в π -состоянии при $\varphi = 0$.

Для антипараллельных намагниченностей $\varphi = \pi$ контакт при любых значениях параметров находится в 0 -состоянии. Действительно, это можно легко увидеть из выражения для критического джозефсоновского

тока в случае $\varphi = \pi$:

$$J(\chi, T) = \frac{eD|\Delta| \sin \chi}{\sqrt{D \cos^2 \frac{\chi}{2} + R \cos^2 \frac{\Theta}{2}}} \tanh \frac{|\Delta| \sqrt{D \cos^2 \frac{\chi}{2} + R \cos^2 \frac{\Theta}{2}}}{2T}. \quad (1.9)$$

В противоположность случаю $\varphi = 0$, ток (1.9) всегда является знакоопределенной функцией. То же самое утверждение справедливо для контактов с грязными сверхпроводниками, где андреевские связанные состояния полностью разрушены [11, 12].

Зависимость джозефсоновского тока от угла разориентации φ становится особенно простой в туннельном пределе. В туннельных квантовых точечных контактах с рассматриваемой прослойкой джозефсоновский ток имеет вид $J(T, \varphi, \chi) = J(T, \varphi) \sin \chi$, где

$$J(T, \varphi) = J^{(p)}(T) \cos^2 \frac{\varphi}{2} + J^{(a)}(T) \sin^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (1.10)$$

Величина $J^{(p)}(T) \equiv J(T, \varphi = 0)$ описывается выражением (1.4), а $J^{(a)}(T) \equiv J(T, \varphi = \pi)$ имеет следующий вид

$$J^{(a)}(T) = (eD|\Delta|/\cos(\Theta/2)) \tanh\left(|\Delta| \cos(\Theta/2)/(2T)\right). \quad (1.11)$$

Таким образом, $|J^{(p)}(T)|$ и $|J^{(a)}(T)|$ есть критические токи в туннельных контактах с параллельной и антипараллельной ориентациями обменных полей в трехслойной границе раздела.

Выражение (1.10) для зависимости джозефсоновского тока от угла разориентировки намагниченностей применимо в туннельном пределе при весьма общих предположениях и неприменимо к контактам с высокой прозрачностью. Выражение (1.10) сначала было получено при пренебрежении появлением в системе андреевских связанных состояний, когда величины $J^{(p)}(T)$ и $J^{(a)}(T)$ всегда имеют один и тот же знак и, следовательно, нет $0 - \pi$ перехода [27]. Как видно из (1.10), $0 - \pi$ переход при изменении φ возникает, если $J^{(p)}(T)$ и $J^{(a)}(T)$ имеют противоположные знаки. Только в этом случае критический джозефсоновский ток немонотонно зависит от φ .

На основе найденного $0 - \pi$ перехода при изменении угла разориентировки можно предложить своего рода переключатель контакта из π -состояния в 0 -состояние при фиксированной температуре. Действительно, если коэрцитивная сила в одном из ферромагнитных слоев заметно

больше, чем в другом, можно изменять взаимную ориентацию намагниченностей, включая внешнее магнитное поле и поворачивая его на некоторый угол, а затем выключая это поле. При этом величина поля должна быть подобрана так, чтобы оно могло вращать намагниченность только у одного ферромагнитного слоя, имеющего меньшую коэрцитивную силу.

Итак, в этой главе найдено аналитическое выражение для джозефсоновского тока в чистом S-F-S контакте для ферромагнитной прослойки наиболее общего вида, с учетом произвольных (и различных для квазичастиц со спином вверх и вниз) амплитуд прохождения. Исследован спектр андреевских связанных состояний и его спиновая структура, как в S-F-S, так и в S-FIF-S контакте. Показано, как конкуренция двух спиновых каналов в S-F-S контакте приводит к возникновению температурного 0- π перехода в системе, найдены условия, при которых происходит этот переход. Исследовано поведение джозефсоновского тока в окрестности 0- π перехода для контактов с низкой прозрачностью. В этой окрестности линейный по прозрачности член в токе исчезает и минимальное значение джозефсоновского тока является квадратичным по прозрачности и содержит первую $\sim \sin \chi$ и вторую $\sim \sin 2\chi$ гармоники одного порядка. Кроме того, в S-FIF-S контакте найдено немонотонное поведение критического джозефсоновского тока как функции угла разориентировки намагниченностей, которое имеет место, если равновесным состоянием контакта при $\varphi = 0$ является π -состояние. Основные результаты этой главы опубликованы в работах [53, 67, 68].

Глава 2

Влияние спин-орбитального взаимодействия на свойства гетероструктур ферромагнетик - сверхпроводник: электрический и спиновый спонтанные поверхностные токи

Как уже отмечалось в главе 1, эффекты близости в гетероструктурах ферромагнетик - сверхпроводник в последние годы привлекают большое внимание. В отличие от немагнитного случая, магнитные поверхности и границы раздела делают возможными процессы переворота спина и подавляют сверхпроводящий параметр порядка s-типа, индуцируя поверхностные Андреевские связанные состояния в близлежащих сверхпроводящих областях [29, 30, 61, 53, 67]. Как было показано в предыдущей главе диссертационной работы, спиновая структура андреевских связанных состояний около сложных магнитных поверхностей может быть весьма нетривиальной. При определенных условиях ферромагнетик может индуцировать в синглетном сверхпроводнике появление триплетной компоненты параметра порядка [18]. Волновая функция куперовских пар экспоненциально затухает в объем ферромагнетика, осциллируя в то же время [3], и приобретает триплетную компоненту в ферромагнитной области

[19]. Эти эффекты близости могут приводить, в частности, к необычным свойствам джозефсоновского тока через магнитные прослойки, которые интенсивно изучаются как теоретически, так и экспериментально [3, 28, 10, 20, 29, 30, 61, 27, 6, 7, 53, 67, 18]. Кроме того, хорошо изучена немонотонная зависимость сверхпроводящей критической температуры от толщины ферромагнитного слоя для бислоев сверхпроводник - ферромагнитный металл [10, 20, 21, 22, 23, 24]. Влияние спин-орбитального взаимодействия на свойства сверхпроводящих систем изучалось в работах [69, 70, 71]. В частности, было показано, что учет спин-орбитального взаимодействия в сверхпроводящей системе приводит к магнитоэлектрическому эффекту, т.е. возникновению спиновой поляризации носителей сверхтока [69].

Спонтанные поверхностные токи представляют собой другой важный эффект, вызванный близостью со сверхпроводником. Спонтанные электрические токи, которые имеют место на масштабах порядка сверхпроводящей длины когерентности вблизи поверхностей и границ раздела, создают магнитное поле, и, следовательно, противоположно направленные экранирующие токи, текущие на масштабах глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводнике. Например, спонтанные электрические токи могут возникать около поверхностей и границ раздела необычных сверхпроводников, в которых сверхпроводящее состояние нарушает симметрию по отношению к обращению времени [31, 32]. В частности, электрический ток, переносимый андreeвскими связанными состояниями, появляется вблизи немагнитных границ киральных сверхпроводников [33]. Такой ток возникает также в случае, если у поверхности d-сверхпроводника индуцируется субдоминантный параметр порядка, который нарушает симметрию сверхпроводящего состояния по отношению к обращению времени [34]. Другой возможный механизм возникновения спонтанных поверхностных электрических токов основывается на парамагнитном отклике андreeвских связанных состояний с нулевой энергией на приложенное магнитное поле. Это может иметь место при низких температурах на гладких (110)-поверхностях d-сверхпроводников [35, 36], а также в системах, где на поверхность объемного s-сверхпроводника нанесен тонкий ферромагнитный слой [37]. В последнем случае, энергия поверхностных связанных состояний становится нулевой только для некоторых значений толщины ферромагнитного слоя, и, в присутствии асимметрии частица-дырка, спонтанный электрический ток сопровождается спонтанным спиновым током [37]. Бездиссипативные спиновые то-

ки, которые имеют место в различных системах в равновесии и не приводят к какому-либо накоплению спина, являются предметом активного обсуждения и изучения [72, 73, 74]. Например, спиновые токи могут быть вызваны спин-орбитальным взаимодействием (в частности, Рашба-взаимодействием) в двумерных металлах. Измерения спиновых токов в основном состоянии до сих пор не производились, хотя в литературе есть некоторые предложения по их детектированию [72, 75].

В этой главе исследуются спонтанные токи при наличии спин-орбитального взаимодействия в тонком ферромагнитном слое, который находится в хорошем контакте с изотропным s -сверхпроводником. Показано, что совместное влияние спин-орбитального взаимодействия, которое описывается Рашба-членом, и обменного поля ферромагнетика играет важную роль в генерации спонтанных токов. Найдено, что сверхпроводник индуцирует равновесные спиновые токи в ферромагнитном слое со спин-орбитальным взаимодействием (FSOL) при всех температурах ниже сверхпроводящей критической температуры T_c . Этот спиновый ток переносится андреевскими поверхностными связанными состояниями и отличен от нуля из-за того, что электроны и дырки, образующие андреевские состояния, имеют различные локальные спиновые поляризации и почти противоположные скорости в каждом из состояний. Максимальное возможное значение плотности такого равновесного спинового тока порядка плотности распаривающего тока Ландау. Отметим, что мы нашли индуцированные эффектом близости ненулевые спиновые токи в рамках квазиклассического подхода, когда при описании FSOL учитываются только линейные по малым параметрам $\alpha p_f/\varepsilon_f$, $\hbar/\varepsilon_f$ члены. Спонтанные спиновые токи, которые возникают в основном состоянии двумерных электронных систем со спин-орбитальным взаимодействием без каких-либо эффектов близости [73], содержат более высокие степени этих параметров, которые ниже предполагаются малыми. Кроме того, в условиях эффекта близости с FSOL, в сверхпроводнике возникает спонтанный поверхностный электрический ток, который также переносится андреевскими связанными состояниями. Структура волновых функций и спектров соответствующих поверхностных связанных состояний сильно зависит от спин-орбитального взаимодействия и обменного поля, и, как следствие, отличается для квазичастиц, имеющих противоположные параллельные поверхности компоненты квазиимпульса $\mathbf{p}_{f\parallel}$. Спонтанный поверхностный электрический ток возникает в результате этой асимметрии андреевских состояний по отношению к замене $\mathbf{p}_{f\parallel} \rightarrow -\mathbf{p}_{f\parallel}$, что до

некоторой степени аналогично возникновению спонтанного тока, индуцированного киральными поверхностными состояниями. Условия, при которых в изучаемой системе имеют место электрический и спиновый токи, существенно отличаются друг от друга. В частности, спонтанный спиновый ток в FSOL возникает даже при отсутствии спонтанного электрического тока. Основные результаты, полученные в этой главе, опубликованы в работе [76].

2.1 Спонтанный поверхностный спиновый ток

Рассмотрим изотропный s -сверхпроводник, занимающий полупространство $x > d$, на поверхность которого нанесен слой ферромагнитного металла толщины d . Пусть макроскопическая толщина слоя много меньше сверхпроводящей длины когерентности: $d \ll \xi_s$. Гамильтониан FSOL содержит как внутреннее обменное поле $\mathbf{h}$, так и спин-орбитальное взаимодействие, описываемое Рашба членом $\mathbf{w}\boldsymbol{\sigma} = \alpha(\mathbf{n} \times \mathbf{p}_{\parallel})\boldsymbol{\sigma}$: $\hat{\mathcal{H}}(x) = \hat{H}^{(0)} - (\mathbf{h}(x) + \mathbf{w}(x))\boldsymbol{\sigma}$. Здесь $\hat{H}^{(0)}$ описывает кинетическую энергию свободных электронов, $\mathbf{n}$ - единичный вектор вдоль нормали к поверхности, $\mathbf{p}_{\parallel}$ - компонента импульса квазичастицы, параллельная поверхности. Обменное поле предполагается всегда направленным вдоль оси z . $\mathbf{h}(x)$ и $\mathbf{w}(x)$ считаются отличными от нуля и пространственно однородными внутри FSOL $0 < x < d$. Можно показать, что спиновый ток в прослойке остается конечным даже если спин-орбитальное взаимодействие не является однородным в прослойке, а существует только в тонком поверхностном слое около непрозрачной границы. Ось x направлена вглубь сверхпроводника и система ограничена непрозрачной стенкой при $x = 0$.

Мы предполагаем $\Delta \ll \hbar, \alpha p_f \ll \varepsilon_f$ и описываем рассматриваемую систему квазиклассическими уравнениями Эйленберга для мацубаровских гриновских функций:

$$-iv_{f,x} \frac{\partial \check{g}}{\partial x} = \left[(i\varepsilon_n \hat{\tau}_z + \hat{\tau}_z \check{\Delta} + \mathbf{h}\check{\mathbf{s}} + \mathbf{w}\hat{\tau}_z \check{\mathbf{s}}), \check{g} \right], \quad (2.1)$$

$$\check{g}^2 = -\pi^2. \quad (2.2)$$

Здесь $\check{g}(x, \mathbf{p}_f, \varepsilon_n)$ - матрица 4×4 в произведении частично-дырочного и спинового пространств. В пространстве частица - дырка:

$$\check{g}(\mathbf{p}, \varepsilon_n, x) = \begin{pmatrix} \hat{g}(\mathbf{p}, \varepsilon_n, x) & \hat{f}(\mathbf{p}, \varepsilon_n, x) \\ \hat{\bar{f}}(\mathbf{p}, \varepsilon_n, x) & \hat{\bar{g}}(\mathbf{p}, \varepsilon_n, x) \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

где все элементы являются матрицами 2×2 в спиновом пространстве. $\hat{\tau}_j$ - матрицы Паули в частично-дырочном пространстве, $\hat{\tau}_{\pm} = \hat{\tau}_x \pm i\hat{\tau}_y$, а $\hat{\sigma}_i$ - в спиновом. Матричный сверхпроводящий параметр порядка имеет вид $\hat{\Delta} = 1/2[\hat{\tau}_+\Delta - \hat{\tau}_-\Delta^*]i\hat{\sigma}_y$. Оператор квазичастичного спина есть $(1/2)\hat{s}\hat{\tau}_z$, в то время как оператор $\hat{s} = 1/2[(1 + \hat{\tau}_z)\hat{\sigma} - (1 - \hat{\tau}_z)\hat{\sigma}_y\hat{\sigma}\hat{\sigma}_y]$ входит в зеемановский член. Параметр порядка Δ считается пространственно однородным в сверхпроводящем полупространстве $x > d$. Как следует из недавних результатов, полученных для двумерных сверхпроводников со спин-орбитальным взаимодействием [77], для достаточно тонкого сверхпроводящего слоя, находящегося в контакте с FSOL, следует изучать возможность возникновения в результате эффекта близости сверхпроводящего состояния с неоднородной фазой параметра порядка в плоскости, параллельной поверхности. Аналогично, если объемный сверхпроводник, в котором присутствует спин-орбитальное взаимодействие, поместить во внешнее магнитное поле, то опять же сверхпроводящий параметр порядка приобретает неоднородную фазу [78]. Такое состояние оказывается энергетически более выгодным, чем состояние со спонтанным током. Однако, для массивных сверхпроводящих образцов, когда ферромагнетизм и спин-орбитальное взаимодействие присутствуют только в некотором поверхностном слое, как это имеет место в нашей задаче, этот неоднородный профиль фазы параметра порядка энергетически невыгоден из-за того, что в глубине сверхпроводника состояние должно остаться пространственно однородным.

Плотности электрического и спинового токов могут быть выражены через квазиклассическую гриновскую функцию следующим образом:

$$\mathbf{j} = N_f T \langle \mathbf{v}_f \sum_{\varepsilon_n} \text{Sp}_2 \hat{g}(\mathbf{p}_f, \varepsilon_n) \rangle_{S_f}, \quad (2.4)$$

$$j_i^s = \frac{N_f T}{2} \langle \mathbf{v}_f \sum_{\varepsilon_n} \text{Sp}_2 \hat{\sigma}_i \hat{g}(\mathbf{p}_f, \varepsilon_n) \rangle_{S_f}. \quad (2.5)$$

Здесь N_f - плотность состояний в нормальном металле на одно направление спина, $\langle \dots \rangle_{S_f}$ означает усреднение по состояниям квазичастиц на поверхности Ферми. Спиновый ток j_{il}^s переносит i -ую компоненту спина вдоль оси l в координатном пространстве. Можно ввести скалярную g_0 и векторную $\mathbf{g}$ компоненты гриновской функции в спиновом пространстве $\hat{g}(\mathbf{p}_f, \varepsilon_n) = g_0(\mathbf{p}_f, \varepsilon_n)\hat{\sigma}_0 + \mathbf{g}(\mathbf{p}_f, \varepsilon_n)\hat{\sigma}$. Как это видно из уравнений (2.4) и (2.5), g_0 определяет электрический ток, а спиновый ток связан с $\mathbf{g}$.

Следует подчеркнуть, что (2.5) - это приближенное уравнение, которое верно только в рамках квазиклассического приближения. С помощью уравнения (2.5) можно вычислять в спиновом токе члены порядка $N_f v_f \alpha p_f$, $N_f v_f h$, $N_f v_f \Delta$, которые могут содержать также любые функции $(\alpha p_f/h)$ и/или $\alpha p_f/\Delta$. Однако, члены, содержащие дополнительные степени маленьких квазиклассических параметров $(\alpha p_f/\varepsilon_f)$, (Δ/ε_f) и (h/ε_f) , лежат за пределами точности уравнения (2.5). Такие члены надо описывать с помощью уравнений Горькова и точного симметризованного оператора спинового тока $\hat{J}_{ij} = (1/2)[(p_j/m)\hat{\sigma}_i + e_{xij}\alpha]$. В последнем выражении второй член имеет порядок $\alpha p_f/\varepsilon_f$ по сравнению с первым. По этой причине его вклад в спиновый ток находится за пределами квазиклассической точности и не рассматривается в выражении (2.5).

Гриновская функция для FSOL удовлетворяет обычным граничным условиям на непрозрачной стенке при $x = 0$: $\check{g}(0, \mathbf{p}_f, \varepsilon_n) = \check{g}(0, \tilde{\mathbf{p}}_f, \varepsilon_n)$, где $\mathbf{p}_f$ и $\tilde{\mathbf{p}}_f$ - это импульсы падающей и отраженной квазичастиц, соответственно. Граница сверхпроводящего полупространства и FSOL, $x = d$, считается полностью прозрачной, поэтому на этой границе мы сшиваем решения уравнений Эйленбергера по непрерывности. С учетом описанных граничных условий из решения уравнений (2.1) получаем, что гриновская функция $\hat{g}(x, \mathbf{p}_f, \varepsilon_n)$ для падающей траектории в FSOL имеет следующий вид:

$$\hat{g}(x, \mathbf{p}_f, \varepsilon_n) = g + \beta(\mathbf{h} + \mathbf{w})\boldsymbol{\sigma} + 2ig_1 \sin \frac{\Theta_+ x}{2d} + 2g_1(\mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_+) \cos \frac{\Theta_+ x}{2d}, \quad (2.6)$$

где

$$\beta = \frac{2\pi\Gamma \left(\cos^2 \frac{\varphi}{2} \sin \frac{\Theta_+ + \Theta_-}{2} + \sin^2 \frac{\varphi}{2} \sin \frac{\Theta_+ - \Theta_-}{2} \right)}{\left(\Gamma - e^{i\Phi} \right) \left(\Gamma - e^{-i\Phi} \right) |\mathbf{h} + \mathbf{w}|}, \quad (2.7)$$

$$g_1 = \frac{-2i\pi\Gamma w_y h \sin \frac{\Theta_-}{2}}{|\mathbf{h} + \mathbf{w}| |\mathbf{h} - \mathbf{w}| \left(\Gamma - e^{i\Phi} \right) \left(\Gamma - e^{-i\Phi} \right)}, \quad (2.8)$$

$$\cos \Phi = \cos^2 \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\Theta_+ + \Theta_-}{2} + \sin^2 \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\Theta_+ - \Theta_-}{2}, \quad (2.9)$$

$$\Theta_{\pm} = \frac{4|\mathbf{h} \pm \mathbf{w}|d}{|v_{f,x}|}, \quad \cos \varphi = \mathbf{e}_+ \mathbf{e}_-, \quad \mathbf{e}_{\pm} = \frac{(\mathbf{h} \pm \mathbf{w})}{|\mathbf{h} \pm \mathbf{w}|}, \quad (2.10)$$

$$\Gamma = - \left(\frac{\varepsilon_n - \sqrt{\Delta^2 + \varepsilon_n^2}}{\Delta} \right)^2. \quad (2.11)$$

Выражение для гриновской функции отраженной квазичастицы $\hat{g}(x, \tilde{\mathbf{p}}_f, \varepsilon_n)$ получается из (2.6) заменой $x \rightarrow -x$.

Подставляя окончательный результат для гриновской функции в выражения (2.4), (2.5), мы находим, что в системе нет конечного электрического тока, и, в то же время, в FSOL присутствуют отличные от нуля компоненты спинового тока j_{yz}^s, j_{zy}^s , текущие параллельно поверхности.

Можно показать, что полный ток переносится присутствующими в системе андреевскими поверхностными состояниями. Мы нашли две ветви андреевских поверхностных состояний, энергии которых зависят от параллельной поверхности компоненты импульса квазичастицы:

$$\varepsilon_{1,2} = \mp \text{sgn} \left[\sin \left(\frac{\Phi}{2} \right) \right] \Delta \cos \left(\frac{\Phi}{2} \right). \quad (2.12)$$

В отсутствие спин-орбитального взаимодействия спектр андреевских состояний, описываемый выражениями (2.12), (2.9), (2.10), сводится к результатам для ферромагнитной границы [29, 53].

В синглетных сверхпроводниках андреевские связанные состояния не переносят спиновый ток. Это происходит потому, что электрон и дырка, образующие андреевское связанное состояние, имеют противоположные (с квазиклассической точностью) скорости, а их спиновые поляризации одинаково направлены и постоянны в пространстве. Однако, волновая функция андреевских поверхностных состояний не исчезает также и в FSOL и имеет там качественно отличную от сверхпроводящей области спиновую структуру. Из полного выражения для электронной запаздывающей гриновской функции $\hat{g}^R(x, \mathbf{p}_f, \varepsilon)$ вблизи энергии связанного состояния $\varepsilon_{1,2}$ можно выделить полюсной член. Мы определяем спиновую структуру андреевских состояний в терминах собственных векторов этих полюсных членов в спиновом пространстве $\binom{\alpha}{\beta}(x, \mathbf{p}_f, \varepsilon)$. Единичный вектор $\mathbf{P}^e$, описывающий электронную спиновую поляризацию, можно найти из уравнения $\mathbf{P}^e \hat{\sigma} \binom{\alpha}{\beta}(x, \mathbf{p}_f, \varepsilon) = \binom{\alpha}{\beta}(x, \mathbf{p}_f, \varepsilon)$. В результате получим, что спиновая поляризация электронов в андреевских связанных состояниях (2.12) при $0 < x < d$ зависит от координат и имеет вид:

$$\mathbf{P}^e(\mathbf{p}_f, \varepsilon_{1,2}) = \mp \frac{1}{\sin \Phi} \left[(\mathbf{e}_+ \times \mathbf{e}_-) \sin \frac{\Theta_+ x}{2d} \sin \frac{\Theta_-}{2} - \right.$$

$$\begin{aligned}
& -(\mathbf{e}_+ \times (\mathbf{e}_+ \times \mathbf{e}_-)) \sin \frac{\Theta_-}{2} \left(\cos \frac{\Theta_+ x}{2d} - \cos \frac{\Theta_+}{2} \right) + \\
& + \left(\mathbf{e}_- \cos \frac{\Theta_+}{2} \sin \frac{\Theta_-}{2} + \mathbf{e}_+ \cos \frac{\Theta_-}{2} \sin \frac{\Theta_+}{2} \right) \Big]. \quad (2.13)
\end{aligned}$$

Внутри сверхпроводника локальная спиновая поляризация электронов не зависит от координат и имеет то же значение, которое следует из выражения (2.13) при $x = d$. Параллельные и нормальные к поверхности компоненты спиновых поляризаций электронов для падающей и отраженной траектории в одном и том же связанном состоянии связаны друг с другом соотношениями: $\mathbf{P}_{\parallel}^e(\tilde{\mathbf{p}}_f, \varepsilon_{1,2}) = \mathbf{P}_{\parallel}^e(\mathbf{p}_f, \varepsilon_{1,2})$, $\mathbf{P}_{\perp}^e(\tilde{\mathbf{p}}_f, \varepsilon_{1,2}) = -\mathbf{P}_{\perp}^e(\mathbf{p}_f, \varepsilon_{1,2})$. Кроме того, поскольку $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2$, из выражения (2.13) находим, что $\mathbf{P}^e(\mathbf{p}_f, -\varepsilon_m) = -\mathbf{P}^e(\mathbf{p}_f, \varepsilon_m)$.

Спиновую поляризацию $\mathbf{P}^h$ для дырок, участвующих в формировании андреевского связанного состояния, можно получить из выражения (2.13). Величина $\mathbf{P}^h$ удовлетворяет уравнению $-\mathbf{P}^h i \hat{\sigma}_y \hat{\sigma} i \hat{\sigma}_y (\alpha_h)_{\beta_h}(x, \mathbf{p}_f, \varepsilon) = (\alpha_h)_{\beta_h}(x, \mathbf{p}_f, \varepsilon)$, которое содержит оператор спина для дырок $-(1/2) i \hat{\sigma}_y \hat{\sigma} i \hat{\sigma}_y$. Здесь $(\alpha_h)_{\beta_h}(x, \mathbf{p}_f, \varepsilon)$ - это собственный вектор полюсного члена гриновской функции $\hat{g}^R(x, \mathbf{p}_f, \varepsilon)$ вблизи ε_1 или ε_2 . Как следует из общего соотношения $\hat{g}^R(x, \mathbf{p}_f, \varepsilon) = \hat{g}^{A*}(x, -\mathbf{p}_f, -\varepsilon)$, собственные состояния дырок и электронов связаны друг с другом как $(\alpha_h)_{\beta_h}(x, \mathbf{p}_f, \varepsilon) = (\alpha^*)_{\beta^*}(x, -\mathbf{p}_f, -\varepsilon)$. Следовательно, спиновая поляризация дырки в состоянии $(\alpha_h)_{\beta_h}(x, \mathbf{p}_f, \varepsilon)$ совпадает со спиновой поляризацией электрона в состоянии $(\alpha^*)_{\beta^*}(x, -\mathbf{p}_f, -\varepsilon)$. Далее, как следует из уравнения для $\mathbf{P}^e$ и соотношения между $\mathbf{P}^e(\mathbf{p}_f, \varepsilon_m)$ и $\mathbf{P}^e(\tilde{\mathbf{p}}_f, -\varepsilon_m)$, величина $\mathbf{P}^h(\mathbf{p}_f, \varepsilon_m)$ совпадает с электронной спиновой поляризацией в состоянии $(\alpha^*)_{\beta^*}(x, p_{fx}, -\mathbf{p}_{f\parallel}, \varepsilon_m)$. Сравнивая электронные спиновые поляризации состояний $(\alpha^*)_{\beta^*}(x, p_{fx}, -\mathbf{p}_{f\parallel}, \varepsilon_m)$ и $(\alpha)_{\beta}(x, p_{fx}, -\mathbf{p}_{f\parallel}, \varepsilon_m)$, находим окончательно, что спиновую поляризацию для дырок можно найти из выражения (2.13) как $\mathbf{P}_{\parallel}^h(\mathbf{p}_f, \varepsilon_{1,2}) = \mathbf{P}_{\parallel}^e(p_{fx}, -\mathbf{p}_{f\parallel}, \varepsilon_{1,2})$, $\mathbf{P}_{\perp}^h(\mathbf{p}_f, \varepsilon_{1,2}) = -\mathbf{P}_{\perp}^e(p_{fx}, -\mathbf{p}_{f\parallel}, \varepsilon_{1,2})$.

Первый член в (2.13) описывает перпендикулярную поверхности компоненту спиновой поляризации $\mathbf{P}_{\perp}^e$, а второй и третий члены описывают параллельную компоненту $\mathbf{P}_{\parallel}^e$. При замене $\mathbf{p}_{f\parallel} \rightarrow -\mathbf{p}_{f\parallel}$ происходит преобразование $\mathbf{e}_{\pm} \rightarrow \mathbf{e}_{\mp}$ и $\Theta_{\pm} \rightarrow \Theta_{\mp}$. Первые два члена в квадратных скобках в (2.13) дают зависящую от координат разницу между локальными поляризациями электрона и дырки, которая имеет место в FSOL как

результат совместного действия зеемановского и спин-орбитального членов. Действительно, если $\hbar$ или α равны нулю, то векторы $\mathbf{e}_{\pm}$ становятся параллельными друг другу. Тогда первый и второй члены в выражении (2.13) исчезают, что приводит к одинаковой спиновой поляризации электронов и дырок. Кроме того, из (2.13) следует, что при $x = d$ спиновые поляризации электрона и дырки совпадают: $\mathbf{P}^e(\mathbf{p}_f, \varepsilon_{1,2}) = \mathbf{P}^h(\mathbf{p}_f, \varepsilon_{1,2})$.

Различные спиновые поляризации и почти противоположные скорости электронов и дырок, формирующих поверхностные андреевские состояния (2.12), приводят к возможности протекания спинового тока в FSOL. Локальную плотность спинового тока, переносимого двумя андреевскими состояниями, можно вычислить как $j_{i,\parallel}^s = j_{i,\parallel}^{s,1} + j_{i,\parallel}^{s,2}$, где

$$j_{i,\parallel}^{s,m} = \frac{1}{2} \langle \mathbf{v}_{f,\parallel} W_m [P_i^e(\mathbf{p}_f, \varepsilon_m) - P_i^h(\mathbf{p}_f, \varepsilon_m)] n_f(\varepsilon_m) \rangle_{S_f}. \quad (2.14)$$

Здесь $W_m = \frac{1}{2} \pi \Delta N_f |\sin \frac{\Phi}{2}|$ - это вес дельта-пики в локальной плотности состояний, взятой в FSOL для m -ого андреевского состояния ($m = 1, 2$), и $n_f(\varepsilon)$ - распределение Ферми для квазичастиц. Подставляя все представленные результаты в (2.14), получим в точности тот же ответ для плотности спинового тока, который следует из общего выражения (2.5) и соответствующих решений уравнений Эйленбергера для квазиклассической гриновской функции.

Как следует из (2.14) после интегрирования по поверхности Ферми, только параллельные поверхности компоненты спинового тока $j_{y,z}^s(x)$ и $j_{z,y}^s(x)$ остаются отличными от нуля. Спиновый ток $j_{x,\parallel}^s$, переносящий вдоль поверхности перпендикулярную к поверхности компоненту спина, исчезает в соответствии с соотношением $\mathbf{P}_{\perp}^e(\tilde{\mathbf{p}}_f, \varepsilon_{1,2}) = -\mathbf{P}_{\perp}^e(\mathbf{p}_f, \varepsilon_{1,2})$, поскольку вклады падающих и отраженных электронов, также как и дырок, компенсируют друг друга. Найденный нами индуцированный эффектом близости равновесный поверхностный ток не приводит к аккумуляции спина. Так как спин не сохраняется в присутствии спин-орбитального взаимодействия, локальный закон сохранения спинового тока содержит "внешние" источники: $\sum_l \partial j_{il}^s / \partial x_l = -2N_f T \sum_{\varepsilon_n} \langle [(\mathbf{h} + \mathbf{w}) \times \mathbf{g}]_i \rangle_{S_f}$. Можно показать, что эти источники, имеющие место для каждой отдельной траектории квазичастиц, компенсируют друг друга при интегрировании по поверхности Ферми. Таким образом, окончательно, индуцированный эффектом близости равновесный спиновый ток в рассматриваемой задаче удовлетворяет уравнению непрерывности $\sum_l \partial j_{il}^s / \partial x_l = 0$.

В пределе маленькой зеемановской связи $h \ll \alpha p_f$, находим следующие простые оценки для спинового тока в тонком слое со спин-орбитальным взаимодействием $d \ll v_f/(\alpha p_f)$:

$$j_{\alpha\beta}^s = -A_{\alpha\beta} \left(\frac{h}{\alpha p_f} \right)^2 \left(\frac{d\alpha p_f}{v_f} \right) j_{cL}. \quad (2.15)$$

Здесь $\alpha, \beta = y, z$ и $\alpha \neq \beta$, $A_{\alpha\beta} > 0$ - константа порядка единицы, $j_{cL} = n_s \Delta / p_f$ - плотность распаривающего тока Ландау. При низких температурах $j_{cL} \sim N_f v_f \Delta$.

В противоположном предельном случае $h \gg \alpha p_f$, когда обменное поле в FSOЛ существенно превосходит спин-орбитальную связь, оценки для двух компонент спинового тока дают различные результаты:

$$j_{yz}^s = B_{yz} \left(\frac{\alpha p_f}{h} \right) \left(\frac{dh}{v_f} \right) j_{cL}, \quad (2.16)$$

$$j_{zy}^s = -B_{zy} \left(\frac{\alpha p_f}{h} \right)^3 \left(\frac{dh}{v_f} \right) j_{cL}. \quad (2.17)$$

Здесь B_{yz} , B_{zy} - константы порядка единицы. Для $h \sim \alpha p_f \sim v_f/d$ плотности спонтанного спинового тока достигают максимального значения порядка j_{cL} .

Плотность равновесного спинового тока, возникающего без каких-либо эффектов близости в двумерном металле со спин-орбитальным взаимодействием в форме Рашба-члена [73], имеет вид $(\alpha p_f / \varepsilon_f)^3 \varepsilon_f N_f v_f / 6$. Таким образом эта величина третьего порядка малости по параметру $\alpha p_f / \varepsilon_f$, который как раз и является малым квазиклассическим параметром. Эти спиновые токи переносятся всеми заполненными состояниями при данной температуре [73, 74], в отличие от токов, индуцированных близостью со сверхпроводником. По этой причине соответствующая характерная величина $\varepsilon_f N_f v_f$ содержит большой параметр ε_f / Δ по сравнению с j_{cL} . Величина j_{cL} , характеризующая плотность спонтанного спинового тока, вычисленного выше, превышает результат [73] при условии $\Delta > \alpha p_f (\alpha p_f / \varepsilon_f)^2$.

2.2 Спонтанный электрический ток

Теперь перейдем к вопросу о спонтанном поверхностном электрическом токе. Каждое отдельное андреевское поверхностное состояние, взятое

для данного $\mathbf{p}_{\parallel}$, переносит конечный электрический ток. Однако, результирующий ток при условиях, рассмотренных выше, отсутствует, поскольку электрические токи переносимые андreeвскими поверхностными состояниями (2.12), (2.9), (2.10) с $\mathbf{p}_{\parallel}$ и $-\mathbf{p}_{\parallel}$ компенсируют друг друга. Это связано с симметрией скалярной компоненты g_0 квазиклассической гриновской функции по отношению к изменению знака параллельной поверхности компоненты импульса квазичастицы. Спинный ток принимает конечные значения, так как векторная компонента $\mathbf{g}$ гриновской функции не обладает этой симметрией. Однако симметрия g_0 является приближенной и имеет место только при условии $\alpha p_f, h \ll \varepsilon_f$, в рамках квазиклассического приближения, которое мы применяем для описания FSOL. По этой причине ниже мы находим конечный спонтанный поверхностный электрический ток, предполагая $\Delta \ll \alpha p_f, h \lesssim \varepsilon_f$ и применяя $\check{S}$ -матричный подход для описания FSOL. Теперь уравнения Эйленберга надо решать только в сверхпроводящей области, в то время как влияние FSOL учитывается через соответствующие граничные условия.

Поверхность с FSOL характеризуется $\check{S}$ -матрицей рассеяния в нормальном состоянии, которая содержит амплитуды отражения для квазичастиц. $\check{S}$ -матрицу можно представить как $\check{S} = \hat{S}(1 + \hat{\tau}_z)/2 + \hat{\tilde{S}}(1 - \hat{\tau}_z)/2$, где $\hat{\tilde{S}}(\mathbf{p}_{f\parallel}) = \hat{S}^{tr}(-\mathbf{p}_{f\parallel})$ и

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} r_{\uparrow\uparrow} & r_{\uparrow\downarrow} \\ r_{\downarrow\uparrow} & r_{\downarrow\downarrow} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \left[r_{\uparrow} + r_{\downarrow} + (r_{\uparrow} - r_{\downarrow}) \frac{\mathbf{h} + \mathbf{w}}{|\mathbf{h} + \mathbf{w}|} \boldsymbol{\sigma} \right]. \quad (2.18)$$

Здесь $r_{\uparrow,\downarrow} = e^{i\Theta_{\uparrow,\downarrow}}$ и, предполагая, что $\mathbf{h}$ и α не зависят от координат в FSOL,

$$\Theta_{\uparrow,\downarrow} = \pi + 2 \arctan \left[\frac{|p_{fx}|}{p_{fx\uparrow,\downarrow}} \tan(p_{fx\uparrow,\downarrow} d) \right] - 2|p_{fx}|d, \quad (2.19)$$

где Ферми импульсы в нормальном металле $\mathbf{p}_f$ и в FSOL $\mathbf{p}_{f\uparrow,\downarrow}$ удовлетворяют соотношению $p_{fx\uparrow,\downarrow}^2 = p_{fx}^2 \pm 2m|\mathbf{h} + \mathbf{w}(\mathbf{p}_{f\parallel})|$.

Используя явное выражение для $\check{S}$ -матрицы (2.18) и квазиклассический подход, основанный на применении амплитуд Риккати, для описания сверхпроводника [79, 29], получаем квазиклассическую гриновскую функцию. В частности, спектры андreeвских поверхностных состояний имеют вид:

$$\varepsilon_{1,2} = \text{sgn} \left[\sin \left(\frac{X \mp \Phi}{2} \right) \right] \Delta \cos \left(\frac{X \mp \Phi}{2} \right). \quad (2.20)$$

Здесь $X(\mathbf{p}_{f\parallel}) = \frac{1}{2}(\Theta_{\uparrow}(\mathbf{p}_{f\parallel}) + \Theta_{\downarrow}(\mathbf{p}_{f\parallel}) - \Theta_{\uparrow}(-\mathbf{p}_{f\parallel}) - \Theta_{\downarrow}(-\mathbf{p}_{f\parallel}))$ и $\Phi(\mathbf{p}_{f\parallel})$ определяется выражением (2.9), в котором следует обобщить определение $\Theta_{\pm}(\mathbf{p}_{f\parallel})$: $\Theta_{\pm}(\mathbf{p}_{f\parallel}) = \Theta_{\uparrow}(\pm\mathbf{p}_{f\parallel}) - \Theta_{\downarrow}(\pm\mathbf{p}_{f\parallel})$. Если $|\mathbf{h} + \mathbf{w}|/\varepsilon_f \ll 1$, то величина $X(\mathbf{p}_{f\parallel})$ исчезает в первом приближении, а определение $\Theta_{\pm}$ сводится к данному в выражении (2.10).

Энергии $\varepsilon_{1,2}(\mathbf{p}_{f\parallel})$ в (2.20) для данного $\mathbf{p}_{f\parallel}$ расположены асимметрично по отношению к Ферми уровню. Поскольку $X(\mathbf{p}_{f\parallel})$ и $\Phi(\mathbf{p}_{f\parallel})$ являются, соответственно, нечетной и четной функциями $\mathbf{p}_{f\parallel}$, каждая энергетическая ветвь $\varepsilon_{1,2}(\mathbf{p}_{f\parallel})$ в выражении (2.20), также как и спектр андreeвских состояний в целом, не является ни четной, ни нечетной функцией по отношению к преобразованию $\mathbf{p}_{f\parallel} \rightarrow -\mathbf{p}_{f\parallel}$: $\varepsilon_{1,2}(-\mathbf{p}_{f\parallel}) = -\varepsilon_{2,1}(\mathbf{p}_{f\parallel})$. В результате этой асимметрии в сверхпроводящей области, вблизи границы с FSOL, перпендикулярно обменному полю течет спонтанный электрический ток с плотностью $j_y(x)$. Этот ток затухает на расстоянии порядка сверхпроводящей длины когерентности вглубь сверхпроводника. Выражение для плотности спонтанного поверхностного электрического тока на границе сверхпроводника, при $x = d$, имеет сравнительно простую форму в случае, когда величина спин-орбитальной связи мала, $\alpha p_f \ll (\varepsilon_f \pm h)$:

$$j_y(d) = \frac{\pi e N_f \Delta}{2} \left\langle v_{fy} \left(\frac{\Delta}{2T} \sin^2 \frac{\Theta_0}{2} \cosh^{-2} \frac{\Delta \cos \frac{\Theta_0}{2}}{2T} - \cos \frac{\Theta_0}{2} \tanh \frac{\Delta \cos \frac{\Theta_0}{2}}{2T} \right) X(\mathbf{p}_{f\parallel}) \right\rangle_{S_f}. \quad (2.21)$$

Здесь Θ_0 берется для нулевой спин-орбитальной связи и определяется как $\Theta_0 = \Theta_{+}|_{\alpha=0} = \Theta_{-}|_{\alpha=0}$. Выражение для $X(\mathbf{p}_{f\parallel})$ в (2.21) надо взять в линейном порядке по малому параметру $\alpha p_f/(\varepsilon_f \pm h)$. Тогда $X(\mathbf{p}_{f\parallel}) \propto w_z = \alpha p_{fy}$ и усреднение по Ферми поверхности в (2.21) дает ненулевой результат для j_y , в то время как j_z обращается в нуль.

Заметим, что выражение для критического джозефсоновского тока в S-F-S контактах с малыми зависящими от импульса прозрачностями $D(\mathbf{p}_{f\parallel})$ [61, 53] можно получить из (2.21) заменой $X(\mathbf{p}_{f\parallel})v_{fy} \rightarrow -2D(\mathbf{p}_{f\parallel})|v_{fx}|$. Это неудивительно, поскольку спонтанный поверхностный ток и джозефсоновский ток на самом деле представляют собой две компоненты одного и того же сверхтока, переносимого андreeвскими со-

стояниями, связанными на границе раздела, которые сводятся к поверхностным состояниям в туннельном пределе. В частном случае $h \sim \alpha p_f \ll \varepsilon_f$ спонтанный поверхностный электрический ток $j_y \propto \alpha p_f h / \varepsilon_f^2$ - второго порядка по малому параметру $(h/\varepsilon_f) \sim (\alpha p_f/\varepsilon_f)$. Так как при описании FSOL в рамках квазиклассического подхода этими малыми членами второго порядка пренебрегается, решения уравнения Эйленбергера (2.1) в FSOL, найденные выше, не дают спонтанного поверхностного электрического тока, в отличие от спинового.

Глава 3

Контакты типа антиферромагнетик- сверхпроводник

Исследование электронных свойств сверхпроводник - магнитный материал в последние годы вызывает большой интерес, как в связи с успехами в теории, так и в связи с возможными технологическими применениями. Ферромагнитные слои поляризуют квазичастичные токи и расщепляют по спине поверхностные плотности состояний, что может быть использовано в спинтронике. Появление $0 - \pi$ переходов в SFS контактах было подробно рассмотрено в главе 1. Квазиклассические уравнения, дополненные соответствующими граничными условиями [28, 29], оказались очень эффективными при решении задач о контактах сверхпроводник - ферромагнетик. Однако, квазиклассический подход к описанию антиферромагнитного состояния, и, в частности, контакта AF/SC до сих пор развит не был. Развитие такой теории является одной из целей данной главы (см. также приложения В и С).

С другой стороны, существует достаточно много ситуаций, интересных как с фундаментальной, так и с прикладной точек зрения, которые связаны с AF/S границами. Первые экспериментальные исследования эффекта близости и джозефсоновского эффекта через границы такого типа были проведены только недавно [38]. Также были изучены теоретически некоторые необычные свойства антиферромагнитных джозефсоновских слабых связей для барьеров, изготовленных из допированных манганитов в металлической А-фазе или мультислоев, обладающих ги-

гантским магнетосопротивлением [39]. Считается, что многие свойства высокотемпературных сверхпроводящих (ВТСП) купратов являются результатом конкуренции антиферромагнитного и сверхпроводящего порядков. Существуют естественно возникающие ситуации, которые могут содержать такого рода границы. Сюда можно отнести границы раздела изоляторных и высоко допированных купратов, гранулы ВТСП, где антиферромагнетизм может играть роль поверхностного состояния, а также антиферромагнетизм, который наблюдался в корах вихрей в ВТСП.

Квазиклассические уравнения описывают пространственные изменения физических величин, характерный масштаб которых много больше межатомных расстояний. Ниже будет показано, что несмотря на быстрые изменения намагниченности при переходе от одной подрешетки к другой, предположение о медленном изменении намагниченности каждой из подрешеток по отдельности позволяет сформулировать квазиклассический подход к зонным антиферромагнетикам, которые мы изучаем в рамках теории среднего поля. Мы нашли новый канал отражения нормальных квазичастиц от AF/N границы, связанный как со структурой антиферромагнитного параметра порядка, так и с магнитной периодичностью вдоль границы, которая определяется компонентой Q_y антиферромагнитного волнового вектора. В этом канале компоненты квазимпульса, параллельные поверхности, для падающих и отраженных квазичастиц отличаются на Q_y , а нормальные определяются формой поверхности Ферми. До некоторой степени это аналогично дополнительным каналам отражения квазичастиц, которые возникают, если трансляционный период вдоль поверхности больше минимального трансляционного периода в объеме кристалла [80]. Подобные каналы квазичастичного отражения ранее были получены теоретически на основе квазиклассического подхода при изучении волн зарядовой плотности (CDW) и контактов CDW-нормальный металл [41, 42, 81, 43]. В [82] было экспериментально обнаружено присутствие дополнительного отражения ниже CDW-щели в NbSe_3 . Ниже для простейших случаев (100) и (110) поверхностей показано, что спиновая зависимость амплитуд отражения квазичастиц от границ с зонными антиферромагнетиками приводит к качественно новым результатам по сравнению с немагнитными поверхностями, упомянутыми выше. Важное характерное свойство отражения нормальных квазичастиц от AF/N границы состоит в том, что амплитуды отражения для квазичастиц со спином вверх и вниз имеют разность фаз π . В результате этого " π -сдвига" на полностью прозрачной (имеется в ви-

ду отсутствие потенциального барьера или заметной разности скоростей Ферми) границе антиферромагнетик - s-сверхпроводник (AF/sSC) возникают связанные состояния, имеющие нулевую энергию. И наоборот, в d-сверхпроводниках, где в случае свободной (110) поверхности существуют нулевые поверхностные андреевские связанные состояния [83, 84], на полностью прозрачной границе AF/dSC нулевых уровней нет. Кроме того, для sSC/AF/sSC контакта, нулевые уровни расщепляются и переносят джозефсоновский ток. Они могут быть причиной низкотемпературной аномалии в джозефсоновском критическом токе через sSC/AF/sSC контакт и пика при нулевом напряжении в контактансе N/AF/sSC контакта.

3.1 Отражение квазичастиц от зонных антиферромагнетиков. Поверхностные связанные состояния на AF/SC границе

Рассмотрим квадратную двумерную решетку с базисными векторами $\hat{a}$ и $\hat{b}$ (решеточная постоянная a), по которой могут перемещаться электроны, участвующие в сверхпроводящем спаривании Δ^{ij} и создающие локальную намагниченность m^i .

$$\begin{aligned}
H = & -t \sum_{\langle ij \rangle \sigma} c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} + \sum_{i,j} (\Delta^{ij} c_{i\uparrow}^\dagger c_{j\downarrow}^\dagger + h.c.) \\
& + \sum_i m^i (n_{i\uparrow} - n_{i\downarrow}) - \mu \sum_i c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Мы предполагаем перескоки электронов только на соседние узлы и рассматриваем изотропное s-спаривание: $\Delta^{ij} = -V_s \langle c_{i\downarrow} c_{i\uparrow} \rangle \delta_{ij} = \delta_{ij} \Delta_s^i$ или d-спаривание: $\Delta^{ij} = -V_d \langle c_{i\downarrow} c_{j\uparrow} \rangle = \Delta_d^{ij} \delta_{|i-j|,1}$, где $\Delta_d^{ii\pm\hat{a}} = -\Delta_d^{ii\pm\hat{b}}$. Предполагается, что намагниченность $m^i = -(V_m/2) \langle n_{i\uparrow} - n_{i\downarrow} \rangle$ как функция узла i отвечает антиферромагнитному упорядочению, так что для бесконечной решетки в отсутствие локальных возмущений $m^j = (-1)^{j_a+j_b} m$. В более общем случае, считается, что намагниченность одной подрешетки m является медленно меняющейся функцией координат в масштабах решеточной постоянной a . Мы также предполагаем, что m отлично от нуля только в одном из полубесконечных полупространств, а сверхпроводящий параметр порядка Δ - в другом. Считается, что дополнительного

потенциального барьера между двумя системами нет, хотя ниже мы обсуждаем, как это повлияет на полученные результаты.

Дисперсия электронов в нормальном состоянии имеет вид: $\xi(\mathbf{k}) = -\mu - 2t(\cos k_a + \cos k_b)$ и соответствующая зона Бриллюэна лежит в пределах $k_{a,b} \in [-\pi, \pi]$, где квазиимпульсы измеряются в единицах a^{-1} . При описании отражения квазичастиц удобно работать в системе координат, связанной с поверхностью, где оси x и y соответственно перпендикулярны и параллельны поверхности раздела. Далее, перейдем к Фурье-преобразованию по координате вдоль границы раздела и введем так называемую "surface adapted Brillouin zone", которая учитывает периодичность вдоль поверхности. Для (100) поверхности, дисперсия квазичастиц в нормальном состоянии и поверхностная зона Бриллюэна имеют в x, y -координатах ту же самую форму, что и в объеме. Для (110) поверхности, однако, имеем $\xi(\mathbf{k}) = -\mu - 4t \cos(k_x/\sqrt{2}) \cos(k_y/\sqrt{2})$ и $k_x \in [-\sqrt{2}\pi, \sqrt{2}\pi]$, $k_y \in [-\pi/\sqrt{2}, \pi/\sqrt{2}]$.

Характерная черта антиферромагнитного состояния, которая важна при выводе квазиклассических уравнений, это наличие быстро осциллирующего множителя в намагниченности $m^j = (-1)^{j_a+j_b}m = \exp(i\mathbf{Q}j)m$, который приводит к появлению медленно меняющихся андреевских амплитуд с волновым вектором $\mathbf{k} + \mathbf{Q}$ в уравнениях для амплитуд с волновым вектором $\mathbf{k}$. В рассматриваемом случае $2\mathbf{Q}$ совпадает с базисным вектором обратной решетки нормального металла или сверхпроводника. По этой причине квазиклассические уравнения могут быть записаны для пар зацепленных траекторий $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k} + \mathbf{Q}$, в отличие от обычной квазиклассической теории сверхпроводимости, где каждая траектория квазичастицы описывается своим уравнением. Как это обычно делается в квазиклассической теории сверхпроводимости, мы считаем, что $\xi_s \equiv \hbar v_f / \Delta_{s,d} \gg a$, и, аналогично, что магнитная "корреляционная длина" $\xi_m \equiv \hbar v_f / |m| \gg a$. Также предполагается, что отклонение от половинного заполнения в антиферромагнетике невелико $\mu \ll \epsilon_f$. Иначе, в рамках исходной модели Хаббарда, антиферромагнитное состояние было бы нестабильным. Поскольку μ мало по сравнению с энергией Ферми, его следует включить непосредственно в квазиклассические уравнения, а не в быстро осциллирующие экспоненты. В этом случае условие нестинга справедливо с квазиклассической точностью и энергии квазичастиц в нормальном состоянии с импульсами $\mathbf{k}_f$ и $\mathbf{k}_f + \mathbf{Q}$ лежат на Ферми поверхности.

Объединим все андреевские амплитуды, принадлежащие одному зна-

чению спина в 4-спинор $\psi_j^T \equiv (u_{j\sigma}(\mathbf{k}_f), u_{j\sigma}(\mathbf{k}_f + \mathbf{Q}), v_{j\bar{\sigma}}(\mathbf{k}_f), v_{j\bar{\sigma}}(\mathbf{k}_f + \mathbf{Q}))$ и введем матрицы Паули ρ_α, τ_α в пространстве двух квазичастичных траекторий $(\mathbf{k}, \mathbf{k} + \mathbf{Q})$ и в пространстве частица-дырка, соответственно.

Тогда уравнения Андреева имеют вид:

$$\left(-\mu\tau_3\rho_0 - i\tau_3\rho_3v_{f,x}\frac{\partial}{\partial x} + \sigma m(x)\tau_0\rho_1 + \check{\Delta}(x) \right) \psi(x) = \varepsilon\psi(x). \quad (3.2)$$

Здесь $v_{f,x} = \frac{\partial \xi(\mathbf{k}_f)}{\partial k_x}|_{\mu=0}$ - скорость Ферми при половинном заполнении, $\check{\Delta}(x) = \check{\Delta}_s(x) + \check{\Delta}_d(\mathbf{k}_f, x)$, $\check{\Delta}_s(x) = \sigma\rho_0\Delta_s(x)\frac{\tau_+}{2} + \sigma\rho_0\Delta_s^*(x)\frac{\tau_-}{2}$, $\check{\Delta}_d(\mathbf{k}_f, x) = \sigma\Delta_d(\mathbf{k}_f, x)\rho_3\frac{\tau_+}{2} + \sigma\Delta_d^*(\mathbf{k}_f, x)\rho_3\frac{\tau_-}{2}$. Подробный вывод уравнений (3.2) приведен в приложении В.

Квазиклассические уравнения (3.2) неприменимы вблизи тех импульсов на поверхности Ферми, для которых $v_{f,x} = 0$. В частности, они неприменимы около седловых точек дисперсии квазичастиц в нормальном состоянии, где имеют место особенности ван Хофа в плотности состояний. Но, поскольку мы будем главным образом интересоваться транспортом через поверхность, где возникает дополнительный множитель $v_{f,x}$, эти импульсы не будут давать заметного вклада в результаты.

Для сверхпроводящего состояния, обладающего d-волновой симметрией $\Delta_d(\mathbf{k}_f, x_i) = 2\Delta_d^{ii+\hat{a}}(\cos k_a - \cos k_b)$. Уравнения (3.2) написаны для квазичастицы с направлением спина $\sigma = \pm 1$ вдоль (против) оси квантования ($\sigma = -\bar{\sigma}$). Ось квантования выбрана вдоль намагниченности на узле $j_a = j_b = 0$. Квазиклассические уравнения для сверхпроводящей стороны можно сформулировать также и при $\mu \sim \varepsilon_f$. В этом случае параметр μ не входит в квазиклассические уравнения и приводит к существенной разности Ферми скоростей на границе. Тогда волновые векторы $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k} + \mathbf{Q}$ уже не лежат одновременно на поверхности Ферми и уравнения типа (3.2) для сверхпроводника не возникают. Для рассмотрения такой ситуации надо использовать квазиклассическую теорию в формализме двух подрешеток с соответствующими граничными условиями, которая рассмотрена в приложении В. Такой формализм является более общим, т.к. позволяет рассматривать произвольные значения параметра заполнения μ . В этом разделе представлен только результат (3.2), справедливый для $\mu \ll \varepsilon_f$, т.к. он физически более прозрачен, и нас интересует, в основном, случай близких скоростей Ферми в сверхпроводнике и антиферромагнетике. Ниже мы используем при решении ступенчатые

(несамосогласованные) профили параметров порядка, однако самосогласование качественно не влияет на полученные низкоэнергетические результаты.

Итак, рассмотрим с помощью уравнений (3.2) проблему отражения электронов от AF/N границы. Начальное и конечное состояния электрона, отраженного от AF/N границы, принадлежат объему нормального металла. Пусть на границе нет дополнительных потенциальных барьеров и заметной разницы Ферми скоростей, тогда решая уравнения (3.2) в антиферромагнитном и нормальном полупространствах и сшивая на границе решения по непрерывности, находим, что электрон с импульсом $\mathbf{k}_f$ приобретает после отражения импульс $\mathbf{k}_f + \mathbf{Q}$. По отношению к кристаллическим осям антиферромагнитный волновой вектор на решетке имеет вид: $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$. В x, y -координатах $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$ для (100) поверхности, и $\mathbf{Q} = (\sqrt{2}\pi, 0)$ для (110) поверхности. Скорость квазичастиц $v_{a,b} = 2t \sin k_{a,b}$ изменяет знак при изменении импульса на $\mathbf{Q}$. Следовательно, на AF/N границе квазичастицы отражаются назад. Т.к. для (110) поверхности при половинном заполнении $v_{f,y} = 0$, в этом частном случае квазичастицы движутся вдоль нормали к поверхности, и отражение назад совпадает с зеркальным отражением. Здесь стоит отметить, что вне квазиклассического приближения разность между падающим и отраженным импульсами уже не равна точно $\mathbf{Q}$, и, следовательно, отражение происходит не точно назад, а под небольшим углом, величина которого определяется отклонением от квазиклассики $\sim \frac{\max\{\Delta, m, \mu\}}{\varepsilon_f}$.

Для энергий ниже антиферромагнитной щели амплитуды отражения электронов на AF/N границе имеют вид:

$$r_{AF,\sigma} = \frac{(\mu + \varepsilon) - i\sqrt{m^2 - (\mu + \varepsilon)^2}}{\sigma m}, \quad |\mu + \varepsilon| < m. \quad (3.3)$$

Амплитуды отражения для квазичастиц, имеющих энергию выше антиферромагнитной щели $|\mu + \varepsilon| > m$ получаются из (3.3) заменой $i\sqrt{m^2 - (\mu + \varepsilon)^2} \rightarrow \text{sgn}(\mu + \varepsilon)\sqrt{(\mu + \varepsilon)^2 - m^2}$.

Отражение назад на AF/N границе до некоторой степени аналогично андреевскому отражению на SC/N границе. В частности, для энергий ниже антиферромагнитной щели в мезоскопических AF/N/AF системах возникают связанные состояния, аналогично андреевским подщелевым состояниям в SC/N/SC системах. Соответствующие энергии можно найти, воспользовавшись уравнениями (3.2). Они определяются уравнением

$\varepsilon + \mu = \frac{|v_{F,x}|}{d}(\varphi + \pi n)$ где n - целое число и $\varphi = \arccos[(\varepsilon + \mu)/m]$. Явное и простое выражение для энергии связанных состояний отсюда получается для достаточно большой толщины слоя нормального металла $d \gg \xi_m$: $\varepsilon_n + \mu = \frac{\pi|v_{F,x}|}{d}(n + \frac{1}{2})$. Как известно, в SC/N/SC системах связанное состояние формируется электронами и дырками с одинаковым импульсом и противоположными скоростями, и, значит, переносит электрический ток. Однако, в силу различной природы AF и SC параметров порядка, в AF/N/AF системах когерентно запутываются электроны с импульсами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k} + \mathbf{Q}$ и противоположными скоростями, поэтому связанные состояния не переносят электрический ток.

До сих пор не обсуждались немагнитные каналы отражения, которые присутствуют как при наличии разницы Ферми скоростей в нормальном металле и антиферромагнетике, так и при наличии потенциальных барьеров на поверхности. Потенциальные барьеры, как обычно, приводят к зеркальному отражению квазичастиц от гладкой поверхности. Если характерные параметры t и μ в двух одинаково ориентированных полупространствах близки друг к другу, то коэффициент обычного зеркального отражения, возникающего из-за разницы Ферми скоростей, порядка $(m/t)^2$. Кроме того, квазимпульс в процессе отражения может изменяться на вектор обратной решетки вдоль поверхности. Если поверхность ориентирована определенным образом, то из-за различия векторов обратной решетки на поверхности и в объеме таким образом могут возникать дополнительные каналы отражения [80].

Уравнения (3.2) применимы также и к AF/SC поверхностям. Решение этих уравнений в такой системе в отсутствие потенциальных барьеров или разницы Ферми скоростей показывает, что в системе антиферромагнетик - s-сверхпроводник есть связанные состояния с нулевой энергией. Эти состояния имеют место для произвольного соотношения между $m \ll \varepsilon_F$ и $\Delta_s \ll \varepsilon_F$, но при $|\mu| < m$, что гарантирует существование антиферромагнитной щели для электронов и дырок. Нулевые уровни на AF/sSC границе возникают в результате комбинации андреевского отражения в сверхпроводящем полупространстве и антиферромагнитного отражения назад в антиферромагнитном полупространстве. Происхождение этих нулевых уровней тесно связано с магнитными свойствами квазичастичного отражения. Это можно легко увидеть в частном случае $m \gg \Delta_s$, когда отражение от антиферромагнетика может быть описано в терминах амплитуд отражения (3.3) от AF/N

поверхности. В соответствии с выражением (3.3), антиферромагнитное упорядочение приводит к противоположным знакам амплитуд отражения для квазичастиц со спинами вверх и вниз. Квазичастицы с энергиями ниже антиферромагнитной щели не проникают в объем антиферромагнетика, $r_{AF,\sigma} = \exp(i\Theta_\sigma)$. Это имеет место в отсутствие потенциальных барьеров, т.е. для совершенно прозрачной границы. Квазичастицы в сверхпроводящем полупространстве могут быть описаны в терминах стандартных уравнений Андреева для андреевских амплитуд $\tilde{\psi}_i^T(\mathbf{k}_f) \equiv (\tilde{u}_{i\uparrow}(\mathbf{k}_f), \tilde{u}_{i\downarrow}(\mathbf{k}_f), \tilde{v}_{i\uparrow}(\mathbf{k}_f), \tilde{v}_{i\downarrow}(\mathbf{k}_f))$, дополненных соответствующими граничными условиями $\tilde{\psi}_{i=0}^{out}(k_y + Q_y) = \check{S}\tilde{\psi}_{i=0}^{in}(k_y)$. Андреевские амплитуды $\tilde{\psi}^{in}$ содержат решения, описывающие квазичастицы, движущиеся к поверхности ($v_{f,x} < 0$), а $\tilde{\psi}^{out}$ - от поверхности. $\check{S}$ -матрица для AF/N границы имеет вид: $\check{S} = \left(r_{AF,\uparrow} \frac{1+\sigma_3}{2} + r_{AF,\downarrow} \frac{1-\sigma_3}{2} \right) \tau_0$. Таким образом, задача о сверхпроводящем полупространстве с AF/SC границей раздела для квазичастиц с энергией ниже антиферромагнитной щели может быть сформулирована в форме, идентичной задаче о непрозрачной ферромагнитной поверхности, ограничивающей сверхпроводящее полупространство. Спектр андреевских связанных состояний $\varepsilon_B = \pm\Delta \cos(\Theta/2)$, где $\Theta = \Theta_\uparrow - \Theta_\downarrow$ для этой задачи хорошо изучен [29]. Как следует из (3.3), для антиферромагнитной границы $\Theta = \pi$. Это приводит к нулевым уровням на AF/sSC границе.

Теперь рассмотрим плоский контакт d-сверхпроводника с антиферромагнетиком. Опять, предполагается, что на границе нет дополнительного потенциального барьера или заметной разности Ферми скоростей. AF/dSC граница является непрозрачной для квазичастиц в сверхпроводнике с энергиями ниже антиферромагнитной щели. Однако, на такой границе нет низкоэнергетических связанных состояний $|\varepsilon_B| \ll m$ (и, в частности, нет нулевых уровней) для любой ориентации кристалла по отношению к поверхности. Формально, это следует прямо из решения уравнений (3.2) и граничных условий, которые в данном случае сводятся к непрерывности андреевских амплитуд на границе. Отсутствие нулевых поверхностных состояний на AF/dSC границе можно также объяснить качественно как результат комбинации антиферромагнитного отражения назад и смены знака d-волнового сверхпроводящего параметра порядка. Разность фаз π между амплитудами отражения для спина вверх и вниз (3.3) можно эффективно рассматривать как разность фаз свхпроводящего параметра порядка для падаю-

щей и отраженной траекторий. Чтобы это увидеть, введем некие вспомогательные величины $\tilde{u}_\sigma^{au}(x, \underline{\mathbf{k}}_f, \varepsilon) = \tilde{u}_\sigma(x, \underline{\mathbf{k}}_f, \varepsilon)e^{-i\sigma\Theta/2}$, $\tilde{v}_\sigma^{au}(x, \underline{\mathbf{k}}_f, \varepsilon) = \tilde{v}_\sigma(x, \underline{\mathbf{k}}_f, \varepsilon)e^{i\sigma\Theta/2}$ в уравнениях Андреева и граничных условиях для квазичастиц на отраженной траектории $\underline{\mathbf{k}}_f$. Андреевские амплитуды для падающей траектории $\mathbf{k}_f$ оставим неизменными. Тогда задача становится формально эквивалентной задаче о непрозрачной немагнитной границе с эффективным параметром порядка для отраженной траектории $\Delta_{eff,\sigma}(x, \underline{\mathbf{k}}_f) = e^{-i\sigma\Theta}\Delta(x, \underline{\mathbf{k}}_f)$. Поскольку d -волновой параметр порядка $\Delta_d(\mathbf{k}_f) = 2\Delta_d^{ii+\hat{a}}(\cos k_a - \cos k_b)$ меняет знак при изменении волнового вектора квазичастицы на $\mathbf{Q}$, получаем $\Delta_d(x, \underline{\mathbf{k}}_f) = -\Delta_d(x, \mathbf{k}_f)$ для $\underline{\mathbf{k}}_f = \mathbf{k}_f + \mathbf{Q}$. Таким образом, отраженные квазичастицы видят эффективный параметр порядка, имеющий дополнительную фазу $\pi - \Theta$ по отношению к падающим. Для антиферромагнитной поверхности $\Theta = \pi$ и общее изменение фазы эффективного d -волнового параметра порядка при отражении равно нулю.

Поверхностные потенциальные барьеры открывают каналы обычного зеркального отражения квазичастиц. Совместное описание зеркального отражения и антиферромагнитного отражения назад приводит к более сложным граничным условиям, т.к. S -матрица теперь связывает $\tilde{\psi}_0^{out}(k_y)$, $\tilde{\psi}_0^{out}(k_y + Q_y)$ с $\tilde{\psi}_0^{in}(k_y)$, $\tilde{\psi}_0^{in}(k_y + Q_y)$ и содержит как диагональные, так и недиагональные компоненты в импульсном пространстве. В результате эффекты, связанные с антиферромагнитным отражением, претерпевают изменения. В частности, нулевые поверхностные состояния на AF/sSC границе, которые мы нашли выше, на AF/I/sSC границе будут расщепляться и достигать края сверхпроводящей щели в пределах непрозрачного диэлектрического слоя. На AF/I/dSC границе открытие обычных каналов квазичастичного отражения приведет к появлению подщелевых поверхностных состояний. Для (110) ориентации поверхности эти связанные состояния при уменьшении прозрачности границы будут эволюционировать в хорошо известные состояния с нулевой энергией на непрозрачной границе d -волнового сверхпроводника. Для больших потенциальных барьеров антиферромагнетик слабо расщепляет эти нулевые уровни.

Разница Ферми скоростей на поверхности точно также приводит к открытию обычных каналов отражения и ее влияние аналогично влиянию потенциальных барьеров. Влияние разницы Ферми скоростей на границе на энергию связанных состояний найдено точно, применяя к

антиферромагнитной области микроскопические уравнения и используя квазиклассический подход только для описания сверхпроводника. Считая произвольными величины намагниченности m в антиферромагнетике и фактора заполнения μ в сверхпроводнике, которые и определяют разность квазимульсов на Ферми поверхности, мы нашли для AF/sSC (110)-поверхности

$$\varepsilon_B = \pm \Delta_s [(\sqrt{2}v_{f,x}/am)^2 + 1]^{-1/2} . \quad (3.4)$$

Здесь $v_{f,x}$ - нормальная к поверхности компонента скорости Ферми в сверхпроводнике. В случае $m \ll \varepsilon_f$ отклонение энергии связанных состояний от уровня Ферми лежит, действительно, за пределами квазиклассического описания для антиферромагнитной фазы и имеет порядок величины $(a/\xi_m)\Delta_s \sim (m/\varepsilon_f)\Delta_s$. Для AF/dSC (110)-поверхности

$$\varepsilon_B = \pm \Delta_d(\mathbf{k}_f)[(m/\sqrt{2}v_{f,x})^2 + 1]^{-1/2} . \quad (3.5)$$

Для маленькой намагниченности антиферромагнетика энергии подщелевых состояний на AF/dSC границе будут расположены близко к краю сверхпроводящей щели. Если эта величина растет, то энергии поверхностных состояний на (110) границе будут двигаться к нулевому значению. Это является причиной возникновения подщелевых состояний на (110) AF/dSC границе, полученных недавно в [40] на основе численных расчетов для большой величины намагниченности антиферромагнетика.

3.2 Джозефсоновский ток в S-AF-S контакте

Если вместо одной AF/sSC границы рассмотреть AF прослойку конечной ширины l между двумя s-сверхпроводниками, то нулевой уровень будет расщеплен на два состояния с конечной энергией. Это расщепление можно рассматривать как результат туннелирования между нулевыми уровнями на двух границах AF-слоя. Получившиеся состояния можно найти с помощью уравнений (3.2) и соответствующих граничных условий, но при рассмотрении транспорта, в частности, джозефсоновского тока и кондактанса более удобно использовать метод квазиклассических гриновских функций. Квазиклассические уравнения Эйленбегера и соответствующие граничные условия для описания антиферромагнетизма и контактов с антиферромагнетиками в формализме двух подрешеток,

который использовался при решении задачи о sSC/AF/sSC, получены в приложении С.

Антиферромагнитную прослойку мы будем описывать в рамках S-матричного подхода. Решеточные постоянные обоих материалов и прослойки одинаковы, обе границы имеют ориентацию $\{100\}$. Для $\{110\}$ ориентации результаты для связанных состояний и джозефсоновского тока аналогичны. Считается, что в прослойке есть однородный антиферромагнитный параметр порядка, удовлетворяющий условию $(\Delta_s, \mu) \ll |m| \ll \varepsilon_F$, ширина прослойки удовлетворяет условию $a \ll l \ll \xi_s$. Предполагается, что на обеих границах дополнительных барьеров нет (границы идеальные). Чтобы получить матрицу рассеяния прослойки, надо решить уравнения (В.6) и (В.7) для задачи рассеяния квазичастиц в системе N/AF/N, в которых положить равными нулю ε и μ . Тогда S-матрица имеет вид:

$$\hat{S}_{11} = \hat{S}_{22} = 0 \quad , \quad (3.6)$$

$$\hat{S}_{12} = \hat{S}_{21} = \frac{1}{d}(1 - ir\hat{\gamma}_y\hat{\sigma}_z) \quad , \quad (3.7)$$

где

$$r = -i\text{sgn}m \frac{K^4(k_y) - 1}{K^4(k_y) + 1} \quad , \quad (3.8)$$

$$d = \frac{2K(k_y)}{K^2(k_y) + 1} \quad , \quad (3.9)$$

$$K(k_y) = e^{\frac{|m|l}{|v_{f,x}|}} \quad . \quad (3.10)$$

Используя S-матрицу (3.7), находим энергии поверхностных связанных состояний:

$$\varepsilon_B = \pm\sqrt{D}|\Delta_s \cos(\chi/2)| \quad , \quad (3.11)$$

где $D(k_y) = 4K^2(k_y)(K^2(k_y) + 1)^{-2}$ - прозрачность N/AF/N контакта.

Если $D \ll 1$, то энергии связанных состояний лежат близко к уровню Ферми, $|\varepsilon_B| \ll \Delta_s$. При нахождении таких низкоэнергетических уровней возможно аналитически решить задачу точно, с учетом зависимости от координат антиферромагнитного и сверхпроводящего параметров порядка. При этом мы получаем ответ (3.11), в котором сверхпроводящий

параметр порядка Δ_s надо заменить на некоторое эффективное значение:

$$\Delta_s \rightarrow \sqrt{\Delta_{eff}^R \Delta_{eff}^L},$$

$$\frac{1}{\Delta_{eff}^{R,L}} = \pm \int_0^{\pm\infty} \frac{2}{|v_{f,x}|} e^{\mp \int_0^{x'} \frac{2|\Delta_s^{R,L}(x'')|}{|v_{f,x}|} dx''} dx' . \quad (3.12)$$

Этот эффективный параметр порядка впервые был введен в работе [60] при рассмотрении задачи о низколежащих уровнях в контакте dSC/I/dSC.

Зная спектр связанных состояний, легко найти джозефсоновский ток в системе, как это было сделано в главе 1. Напомним, что в случае симметричного контакта, когда модули параметров порядка в обоих сверхпроводниках одинаковы, джозефсоновский ток через контакт целиком переносится связанными состояниями. Это подтверждается вычислением тока через полную гриновскую функцию по формуле (С.8). В рассматриваемом случае джозефсоновский ток имеет вид:

$$J = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dk_y}{\pi} 2e\sqrt{D}|\Delta_s| \sin \frac{\chi}{2} \tanh \frac{\sqrt{D}|\Delta_s| \cos \frac{\chi}{2}}{2T} . \quad (3.13)$$

Этот результат отличается от выражения Амбегаокара-Баратова. В частном случае прослойка большой ширины, $K, D \ll 1$, связанные состояния в контакте имеют низкую энергию, что приводит к низкотемпературной аномалии в критическом джозефсоновском токе. Это поведение аналогично имеющему место в туннельных контактах между d-сверхпроводниками или S/F/S контактах с низкоэнергетическими поверхностными состояниями [29, 53, 85].

Итак, в этой главе развита квазиклассическая теория зонных антиферромагнетиков в предположении медленных пространственных изменений намагниченности одной подрешетки. Квазиклассические уравнения представляют достаточно эффективным инструментом для исследования широкого круга вопросов, связанных с антиферромагнитными поверхностями. С помощью развитого формализма мы показали, что квазичастицы в нормальном металле испытывают зависящее от спина

Q-отражение от прозрачных границ с антиферромагнетиками, в которых условие нестинга выполняется с квазиклассической точностью. Далее, получено, что на AF/SC границе формируются связанные состояния как результат комбинации андреевского и Q-отражения. Если антиферромагнитный параметр порядка $m \ll \varepsilon_f$, то поверхностные связанные состояния имеют почти нулевую энергию на AF/sSC границе и расположены вблизи края сверхпроводящей щели на AF/dSC поверхности. В sSC/AF/sSC системе при наличии низкоэнергетических поверхностных связанных состояний джозефсоновский ток сильно отличается от обычного результата Амбегаокара-Баратова. Основные результаты этой главы представлены в работе [86].

Глава 4

Низкоэнергетические связанные состояния на поверхности раздела типа сверхпроводник - материал ВЗП и их вклад в транспортные характеристики

Хорошо известно, что низкоэнергетические подщелевые связанные квазичастичные состояния играют важную роль в формировании электронного транспорта в мезоскопических гибридных сверхпроводящих системах при низких температурах. В прозрачных контактах сверхпроводник - нормальный металл - сверхпроводник (S-N-S) подщелевые состояния являются результатом в основном только андреевского отражения [87]. В присутствии потенциальных барьеров с конечной прозрачностью в формировании подщелевых состояний участвуют как андреевское, так и обычное отражение. Нулевые андреевские состояния на непрозрачной границе d-сверхпроводника [83] также возникают в результате комбинации андреевского и обычного квазичастичного отражения. Новые интересные возможности формирования низкоэнергетических подщелевых состояний возникают в гибридных системах, содержащих материалы, у которых энергетическая щель на поверхности Ферми возникает вследствие некоторого электронного упорядочения. Сюда относятся, например, CDW-материалы (волна зарядовой плотности (ВЗП)) или антиферромагнетики с коллективизированными электронами. Контакты сверх-

проводник - антиферромагнетик рассматривались в предыдущей главе. Даже в отсутствие каких-либо потенциальных барьеров и/или разницы Ферми скоростей на границе раздела, квазичастицы, движущиеся к упорядоченной щелевой фазе будут отражаться, если их энергия меньше или сравнима с энергетической щелью. Если причиной появления щели в спектре квазичастиц является электронное упорядочение, то на различных плоских кристаллических границах раздела отражение квазичастиц не обязательно будет зеркальным, а будет соответствовать структуре параметра порядка. Замечательное и хорошо известное андреевское отражение назад на N-S границах [88] - не единственный пример эффекта такого рода. Необычное отражение квазичастиц, приводящее к низкоэнергетическим связанным состояниям, возникает, например, на N-CDW границах раздела [41, 42, 43]. Другим примером является найденное в предыдущей главе зависящее от спина отражение квазичастиц нормального металла от прозрачных границ с антиферромагнетиками, в которых приблизительно выполняется условие нестинга для зоны проводимости в нормальном состоянии. Там были найдены низколежащие состояния, локализованные вблизи AF/sSC границ и рассмотрено, как эти состояния модифицируют джозефсоновский ток в sSC/AF/sSC системе. В этой главе будут найдены подщелевые состояния на прозрачных границах между сверхпроводником и полупроводником, в котором реализовано двумерное состояние волны зарядовой плотности (CDW). Кроме того, будет рассмотрена так-называемая DDW-фаза, которая была предложена в качестве кандидата для псевдощелевого состояния в купратах [44].

Отражение квазичастиц нормального металла от прозрачных границ с CDW происходит с изменением импульса квазичастицы на вектор $\mathbf{Q}$, который характеризует структуру состояния волны зарядовой плотности [41]. Импульс $-\mathbf{Q}$ передается нейтральной электрон-дырочной паре в CDW-фазе. Если поверхности Ферми нормального металла и CDW-материала в нормальном состоянии отличаются, то, более точно, этот процесс *Q-отражения* сводится к изменению параллельной поверхности, y -компоненты квазиимпульса частицы на Q_y , в то время как перпендикулярная поверхности компонента определяется поверхностью Ферми. В этом процессе Q -отражения электрический ток не возникает. Наоборот, в процессе андреевского отражения падающий электрон отражается как дырка и куперовская пара уносит электрический заряд $2e$ в объем сверхпроводника. Поскольку условие нестинга $\varepsilon_f(\mathbf{p}_f + \mathbf{Q}) = -\varepsilon_f(\mathbf{p}_f)$ в

основном выполняется в CDW-материалах, по крайней мере, с квазиклассической точностью, вектор скорости $\partial\varepsilon_f/\partial\mathbf{p}$ изменяет знак в процессе отражения. Следовательно, Q-отражение представляет собой отражение квазичастиц назад. Это приводит к возможности формирования квазичастичных связанных состояний в CDW-N-CDW системах с тем же самым спектром, что и для андреевских связанных состояний в S-N-S структурах [42, 43]. Кроме того, Q-отражение вносит вклад в кондактанс N-CDW-N контактов [81]. Экспериментально наблюдалось избыточное сопротивление в N-CDW контактах при низких напряжениях, что было отнесено на счет процессов Q-отражения, когда падающий электрон возвращается вдоль той же самой траектории, не изменяя свой заряд [82].

4.1 Поверхность раздела CDW-сверхпроводник

Рассмотрим модельный гамильтониан электронов на квадратной решетке в приближении среднего поля. Δ^{ij} и W^{ij} представляют собой сверхпроводящий и CDW (DDW) параметры порядка, соответственно.

$$\begin{aligned}
H = & -t \sum_{\langle ij \rangle \sigma} c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} + \sum_{i,j} (\Delta^{ij} c_{i\uparrow}^\dagger c_{j\downarrow}^\dagger + h.c.) \\
& + \sum_{\langle ij \rangle \sigma} W^{ij} c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} - \mu \sum_i c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma}
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Рассматриваются перескоки электронов только по ближайшим соседям и сверхпроводящее спаривание s -типа $\Delta^{ij} = -V_s \langle c_{i\downarrow} c_{i\uparrow} \rangle \delta_{ij} = \delta_{ij} \Delta_s^i$ или d -типа $\Delta^{ij} = -V_d \langle c_{i\downarrow} c_{j\uparrow} \rangle = \Delta_d^{ij} \delta_{|i-j|,1}$, где $\Delta_d^{ii\pm\hat{a}} = -\Delta_d^{ii\pm\hat{b}}$. Здесь $\hat{a}$ и $\hat{b}$ - базисные векторы квадратной решетки, которая имеет период a . Параметр порядка для двумерной CDW-фазы имеет вид $W^{ij} = (-1)^{i_a+i_b} W_s^i \delta_{ij} = -(V^{CDW}/2) \langle n_{i\uparrow} + n_{i\downarrow} \rangle \delta_{ij}$, в то время как для DDW-фазы $W^{ij} = i(-1)^{i_a+i_b} \times W_d^{ij} \delta_{|i-j|,1} = (V^{DDW}/2) \sum_\sigma \langle c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} - h.c. \rangle$ и $W_d^{ii\pm\hat{a}} = -W_d^{ii\pm\hat{b}}$. В присутствии поверхностей W_s^i , W_d^{ij} могут быть медленно меняющимися, в масштабах решеточной постоянной a , функциями координат. Далее мы везде будем предполагать, что величина W отлична от нуля только в одном полупространстве, а Δ - в другом.

Мы рассматриваем только простейшую модель запиннигованного двумерного CDW или DDW упорядочения с характеристическим волновым вектором $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$ на квадратной решетке. Хотя в реальных веществах CDW-упорядочение обычно имеет место в более сложных ситуациях [89, 90, 91], основные выводы этой главы останутся верными и для них.

Будем предполагать, что $W_{s,d} \gg \Delta_{s,d}$ и применим S-матричный подход для решения задачи. Кроме того, будем считать, что отклонение от половинного заполнения μ в обоих полупространствах равно нулю, так что в системе в нормальном состоянии выполняется условие нестинга $\varepsilon_f(\mathbf{p}_f + \mathbf{Q}) = -\varepsilon_f(\mathbf{p}_f)$. При описании отражения квазичастиц удобно работать в системе координат, связанной с поверхностью, где оси x и y соответственно перпендикулярны и параллельны поверхности раздела. Далее, перейдем к Фурье-преобразованию по координате вдоль границы раздела и введем так называемую "surface adapted Brillouin zone", которая учитывает периодичность вдоль поверхности. Для (100) поверхности, дисперсия квазичастиц в нормальном состоянии и поверхностная зона Бриллюэна имеют в x, y -координатах ту же самую форму, что и в объеме: $\xi(\mathbf{p}) = -\mu - 2t(\cos p_a + \cos p_b)$ и соответствующая зона Бриллюэна лежит в пределах $p_{a,b} \in [-\pi, \pi]$, где квазиимпульсы измеряются в единицах a^{-1} . Для (110) поверхности, однако, имеем $\xi(\mathbf{p}) = -\mu - 4t \cos(p_x/\sqrt{2}) \cos(p_y/\sqrt{2})$ и $p_x \in [-\sqrt{2}\pi, \sqrt{2}\pi]$, $p_y \in [-\pi/\sqrt{2}, \pi/\sqrt{2}]$. По отношению к кристаллическим осям вектор $\mathbf{Q}$ на решетке имеет вид: $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$. В x, y -координатах $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$ для (100) поверхности, и $\mathbf{Q} = (\sqrt{2}\pi, 0)$ для (110) поверхности.

Квазичастицы с энергиями ниже CDW или DDW щели не проникают в объем соответствующего материала. В сверхпроводящем полупространстве возбуждения можно описать в терминах стандартных уравнений Андреева для андреевских амплитуд $\tilde{\psi}^T(x, \mathbf{p}_f) \equiv (u(x, \mathbf{p}_f), v(x, \mathbf{p}_f))$, дополненных соответствующими граничными условиями. Вид граничных условий зависит от ориентации границы по отношению к кристаллическим осям.

Начнем с рассмотрения (110) ориентации. В данном случае $Q_y = 0$ и параллельная поверхности компонента квазиимпульса сохраняется, поэтому граничные условия имеют вид:

$$\tilde{\psi}^{out}(0, p_y) = \left(r_e \frac{1 + \hat{\tau}_z}{2} + r_h \frac{1 - \hat{\tau}_z}{2} \right) \tilde{\psi}^{in}(0, p_y) . \quad (4.2)$$

Андреевские амплитуды $\tilde{\psi}^{in}$ содержат решения, в которых электрон движется к границе ($v_{f,x} < 0$), в противоположность $\tilde{\psi}^{out}$. Здесь $v_{f,x} = \frac{\partial \xi(\mathbf{p}_f)}{\partial p_x}|_{\mu=0}$ - Ферми скорость при половинном заполнении, $\hat{\tau}_z$ - матрицы Паули в пространстве частица-дырка.

Решая для CDW/N границы уравнения Боголюбова-де Женна, получаем, что $r^{h,CDW} = r^{e,CDW}$, а для DDW/N поверхности раздела $r^{h,DDW} = -r^{e,DDW}$. Далее, решая стандартные уравнения Андреева для s- или d-сверхпроводника [88, 92] с вышеприведенными граничными условиями, мы получаем следующие результаты: на CDW/sSC и DDW/dSC границах нет связанных состояний, а на CDW/dSC и DDW/sSC границах раздела есть нулевые поверхностные связанные состояния.

Для (100) ориентации $Q_y = \pi$, поэтому при Q-отражении параллельная поверхности компонента квазиимпульса изменяется на π , а при зеркальном отражении, как обычно, сохраняется. Граничные условия в этом случае имеют вид:

$$\begin{pmatrix} \tilde{\psi}^{out}(x=0, p_y) \\ \tilde{\psi}^{out}(x=0, p_y + Q_y) \end{pmatrix} = \check{S} \begin{pmatrix} \tilde{\psi}^{in}(x=0, p_y) \\ \tilde{\psi}^{in}(x=0, p_y + Q_y) \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Матрица рассеяния имеет вид $\check{S} = \hat{S}^e \frac{1 + \tau_z}{2} + \hat{S}^h \frac{1 - \tau_z}{2}$, где:

$$\hat{S}^{e,h} = \begin{pmatrix} r_{p_y, p_y}^{e,h} & r_{p_y + Q_y, p_y}^{e,h} \\ r_{p_y, p_y + Q_y}^{e,h} & r_{p_y + Q_y, p_y + Q_y}^{e,h} \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Из условия сохранения потока следует, что матрица рассеяния (4.4) должна быть унитарной: $\hat{S}^{e,h} \hat{S}^{e,h\dagger} = 1$.

Матрица рассеяния $\hat{S}^e$ находится из решения электронного уравнения Боголюбова - де Женна, в котором следует пренебречь всеми низкоэнергетическими величинами, т.е. положить равными нулю сверхпроводящий параметр порядка и энергию квазичастицы:

$$\begin{aligned} & -te^{\pm ip_y} (u^{j+1}(p_y) + u^{j-1}(p_y) + 2 \cos p_y u^j(p_y)) + W_{sj}(-1)^j u^j(p_y + Q_y) + \\ & + iW_{dj}(-1)^j e^{\pm ip_y} (u^{j+1}(p_y + Q_y) + u^{j-1}(p_y + Q_y) - 2 \cos p_y u^j(p_y + Q_y)) = 0. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Аналогично, матрица рассеяния $\hat{S}^h$ находится из решения дырочного уравнения Боголюбова - де Женна:

$$te^{\pm ip_y} (v^{j+1}(p_y) + v^{j-1}(p_y) + 2 \cos p_y v^j(p_y)) - W_{sj}(-1)^j v^j(p_y + Q_y) +$$

$$+iW_{dj}(-1)^j e^{\pm i p_y} (v^{j+1}(p_y + Q_y) + v^{j-1}(p_y + Q_y) - 2 \cos p_y v^j(p_y + Q_y)) = 0 . \quad (4.6)$$

Решая с помощью уравнений (4.5) и (4.6) задачу рассеяния для квазичастиц, падающих из нормального металла на CDW/N или DDW/N границу, найдем соответствующие коэффициенты отражения, которые входят в матрицу рассеяния. Для CDW/N границы:

$$r_{p_y, p_y}^{e, hCDW} = -e^{2i|p_y|} \frac{e^{-\alpha_{CDW}} + e^{\alpha_{CDW} - 2i|p_y|} + 2e^{-i|p_y|} \cos \beta_{CDW}}{2 \sin^2 \beta_{CDW} \cosh \alpha_{CDW}} , \quad (4.7)$$

$$r_{p_y, p_y + Q_y}^{e, hCDW} = -i \frac{\sin |p_y|}{2 \sin |\beta_{CDW}| \cosh \alpha_{CDW}} , \quad (4.8)$$

$$r_{p_y + Q_y, p_y}^{e, CDW} = r_{p_y, p_y + Q_y}^{e, CDW} , \quad (4.9)$$

$$r_{p_y + Q_y, p_y + Q_y}^{e, CDW} = r_{p_y, p_y}^{e, CDW*} , \quad (4.10)$$

где

$$\sinh \alpha_{CDW} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{W_s^2}{4t^2} - \sin^2 p_y \right)} + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{W_s^2}{4t^2} - \sin^2 p_y \right)^2 + \frac{W_s^2}{4t^2}} , \quad (4.11)$$

$$\cos \beta_{CDW} = -\frac{\cos p_y}{\cosh \alpha_{CDW}} . \quad (4.12)$$

Для DDW/N границы:

$$\begin{aligned} r_{p_y, p_y}^{eDDW} = & -\frac{1}{A(W_d, p_y)} \left(\left(1 + \frac{W_d^2}{t^2} \right) \left[(e^{i|p_y|} + \sinh(\alpha_{DDW} + i\beta_{DDW})) \times \right. \right. \\ & \times (e^{i|p_y|} + \sinh(\alpha_{DDW} - i\beta_{DDW})) + \cos^2 p_y] - 2 \cos p_y \left(1 - \frac{W_d^2}{t^2} \right) \times \\ & \left. \times [e^{i|p_y|} + \sinh \alpha_{DDW} \cos \beta_{DDW}] + 4 \frac{W_d}{t} \cos p_y \cosh \alpha_{DDW} \sin |\beta_{DDW}| \right) , \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} r_{p_y + Q_y, p_y}^{eDDW} = & \frac{1}{A(W_d, p_y)} \times \\ & \times \left(\left(1 + \frac{W_d^2}{t^2} \right) 2 \sin |p_y| \cosh \alpha_{DDW} \sin |\beta_{DDW}| + 2 \frac{W_d}{t} \sin 2|p_y| \right) , \end{aligned} \quad (4.14)$$

где

$$\begin{aligned}
A(W_d, p_y) = & \left(1 + \frac{W_d^2}{t^2}\right) [1 + \sinh(\alpha_{DDW} + i\beta_{DDW}) \sinh(\alpha_{DDW} - i\beta_{DDW}) + \\
& + 2 \cos p_y \sinh \alpha_{DDW} \cos \beta_{DDW} + \cos^2 p_y] - 2 \cos p_y \left(1 - \frac{W_d^2}{t^2}\right) \times \\
& \times [\cos p_y + \sinh \alpha_{DDW} \cos \beta_{DDW}] + 4 \frac{W_d}{t} \cos p_y \cosh \alpha_{DDW} \sin |\beta_{DDW}|, \quad (4.15)
\end{aligned}$$

$$r_{p_y, p_y + Q_y}^{e, DDW} = -r_{p_y + Q_y, p_y}^{e, DDW}, \quad r_{p_y + Q_y, p_y + Q_y}^{e, DDW} = r_{p_y, p_y}^{e, DDW*}. \quad (4.16)$$

Здесь

$$\sinh \alpha_{DDW} = \sqrt{-\frac{1}{2} \sin^2 p_y + \frac{1}{2} \sqrt{\sin^4 p_y + \frac{16(W_d/t)^2 \cos^2 p_y}{(1 + (W_d/t)^2)^2}}}, \quad (4.17)$$

$$\cos \beta_{DDW} = -\frac{1 - (W_d/t)^2}{1 + (W_d/t)^2} \frac{\cos p_y}{\cosh \alpha_{DDW}}. \quad (4.18)$$

Решая уравнение Боголюбова-де Женна для дырок (4.6), получим что дырочная и электронная матрицы рассеяния для границы CDW/N связаны как $\hat{S}^{h, CDW} = \hat{S}^{e, CDW}$, а для границы DDW/N $\hat{S}^{h, DDW} = \hat{\rho}_3 \times \hat{S}^{e, DDW} \hat{\rho}_3$. ρ_α - матрицы Паули в пространстве двух входящих в уравнения Андреева траекторий квазичастиц $(\mathbf{p}, \mathbf{p} + \mathbf{Q})$. S-матрица удовлетворяет условию унитарности $\check{S}\check{S}^\dagger = 1$, которое следует из сохранения тока вероятности для каждого из квазичастичных решений. Это, в частности, означает, что $|r_{p_y, p_y}^{e, h}|^2 = |r_{p_y + Q_y, p_y + Q_y}^{e, h}|^2 = R_{sp}$, $|r_{p_y + Q_y, p_y}^{e, h}|^2 = |r_{p_y, p_y + Q_y}^{e, h}|^2 = R_Q$, где R_{sp} - коэффициент обычного зеркального отражения и R_Q - коэффициент Q-отражения.

Аналогично (110) ориентации, решая стандартные уравнения Андреева для s- или d-сверхпроводника с вышеприведенными граничными условиями, находим следующие результаты. На CDW/sSC и DDW/dSC границах раздела нет связанных состояний, как и для (110) ориентации, а на CDW/dSC и DDW/sSC поверхностях существуют две симметричных относительно нулевой энергии ветви поверхностных связанных состояний. Соответствующие энергетические спектры имеют вид: $\varepsilon^{CDW/dSC}(\mathbf{p}_f) =$

$\pm|\Delta_d(\mathbf{p}_f)|\sqrt{R_{sp}^{CDW}(\mathbf{p}_f)}$ and $\varepsilon^{DDW/sSC}(\mathbf{p}_f) = \pm|\Delta_s|\sqrt{R_{sp}^{DDW}(\mathbf{p}_f)}$, соответственно. Явное выражение для энергетического спектра на CDW/dSC границе имеет вид:

$$\varepsilon^{CDW/dSC}(\mathbf{p}_f) = \pm|\Delta_d(\mathbf{p}_f)| \times \sqrt{\frac{\left(\frac{W_s}{2t}\right)^2 - \sin^2 p_y + \sqrt{\left(\left(\frac{W_s}{2t}\right)^2 - \sin^2 p_y\right)^2 + 4\left(\frac{W_s}{2t}\right)^2}}{\left(\frac{W_s}{2t}\right)^2 + \sin^2 p_y + \sqrt{\left(\left(\frac{W_s}{2t}\right)^2 - \sin^2 p_y\right)^2 + 4\left(\frac{W_s}{2t}\right)^2}}} . \quad (4.19)$$

Абсолютная величина энергии связанного состояния как функция параллельной поверхности компоненты импульса квазичастицы для нескольких значений $W_{s,d}$ показана на рис.4.1 и 4.2 для границ CDW/dSC и DDW/sSC, соответственно.

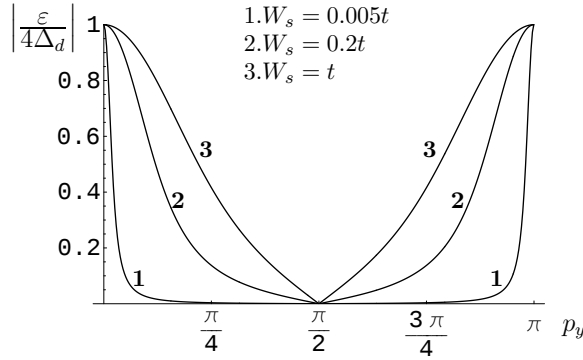


Рис. 4.1: Зависимость абсолютной величины энергии поверхностного связанного состояния от p_y на границе CDW/dSC для (100) ориентации и трех различных значений W_s .

Из рис.4.1 и 4.2 видно, что для случая малых отношений $W_{s,d}/t$ при всех p_y , кроме областей в окрестностях $p_y = 0, \pi$, связанные состояния имеют очень низкую энергию. Условие $W_{s,d}/t \ll 1$ позволяет нам применять квазиклассический подход для описания как сверхпроводящей, так и CDW или DDW фазы. В частности, оно означает, что характерные длины изменения всех параметров порядка существенно превышают решеточную постоянную: $\xi_{s,d} \equiv \hbar v_F / \Delta_{s,d} \gg a$, $\hbar v_F / W_{s,d} \gg a$. Квазиклассический подход дает возможность получить достаточно общие результаты

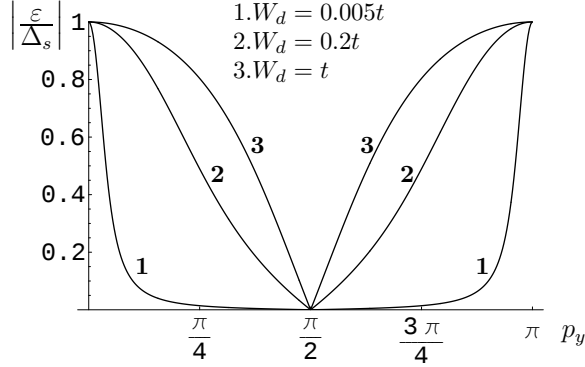


Рис. 4.2: То же самое, что и на рис.4.1 для трех различных значений W_d .

для низкоэнергетических поверхностных связанных состояний. Оказывается, что в квазиклассическом приближении на CDW/sSC и DDW/dSC границах нет поверхностных связанных состояний, а на CDW/dSC и DDW/sSC границах существуют нулевые поверхностные состояния для произвольной ориентации поверхности раздела относительно кристаллических осей. Дело в том, что члены порядка $\Delta_{s,d}(W_{d,s}/t)$ лежат за пределами точности квазиклассического приближения, поэтому энергия связанного состояния получается равной нулю. Эти связанные состояния имеют место для произвольного соотношения между $W_{s,d} \ll \varepsilon_f$ и $\Delta_{s,d} \ll \varepsilon_f$ и при любых $|\mu| < W_s(W_d(\mathbf{p}_f))$, что гарантирует существование диэлектрической щели для электронов и дырок. Таким образом, мы предполагаем, что отклонение от половинного заполнения как в сверхпроводящей, так и в CDW (DDW) фазе может быть конечным, но не очень большим $\mu \ll \epsilon_f$, так что условие нестинга $\varepsilon_f(\mathbf{k}_f + \mathbf{Q}) = -\varepsilon_f(\mathbf{k}_f)$ выполняется в системе с квазиклассической точностью.

Поскольку $2\mathbf{Q}$ - базисный вектор обратной кристаллической решетки, квазиклассические уравнения для CDW (DDW) фазы включают пары запутанных квазичастичных траекторий $\mathbf{p}_f$ and $\mathbf{p}_f + \mathbf{Q}$. Введем 4-спинор андреевских амплитуд $\psi_j^T \equiv (u_j(\mathbf{p}_f), u_j(\mathbf{p}_f + \mathbf{Q}), v_j(\mathbf{p}_f), v_j(\mathbf{p}_f + \mathbf{Q}))$. Тогда уравнения Андреева принимают вид:

$$\left(-\mu\tau_3\rho_0 - i\tau_3\rho_3v_{f,x}\frac{\partial}{\partial x} + \check{W}(x) + \check{\Delta}(x) \right) \psi(x) = \varepsilon\psi(x). \quad (4.20)$$

Здесь $\check{\Delta}(x) = \check{\Delta}_s(x) + \check{\Delta}_d(\mathbf{p}_f, x)$, $\check{\Delta}_s(x) = \rho_0\Delta_s(x)\frac{\tau_+}{2} + \rho_0\Delta_s^*(x)\frac{\tau_-}{2}$,

$\check{\Delta}_d(\mathbf{p}_f, x) = \Delta_d(\mathbf{p}_f, x)\rho_3\frac{\tau_+}{2} + \Delta_d^*(\mathbf{p}_f, x)\rho_3\frac{\tau_-}{2}$. $\check{W}(x) = \check{W}_s(x) + i\check{W}_d(\mathbf{p}_f, x)$, $\check{W}_s(x) = W_s(x)\rho_1\tau_3$, $\check{W}_d(\mathbf{p}_f, x) = W_d(\mathbf{p}_f, x)i\rho_2\tau_0$. Зависимость от импульса квазичастицы энергетической щели в DDW фазе $W_d(\mathbf{p}_f, x) = 2W_d^{ii+\hat{a}} \times [\cos(p_{fa}a) - \cos(p_{fb}a)]$ имеет тот же вид, что параметр порядка в d-сверхпроводнике. Непрерывная координата x в квазиклассических уравнениях (4.20) происходит от x-компонент координат узлов: $x_j = jd$. Здесь $d = a, a/\sqrt{2}$ для (100) и (110) поверхностей соответственно.

Из рис.4.1 и 4.2 видно, что квазиклассическое приближение не работает вблизи точек $p_y = 0, \pi$. Это совершенно естественно, т.к. квазиклассические уравнения (4.20) неприменимы в окрестности таких импульсов квазичастицы на поверхности Ферми нормального металла, для которых $v_{f,x} = 0$. В частности, они неприменимы вблизи седловых точек энергетического спектра квазичастиц нормального металла, где имеют место особенности ван Хофа. Поскольку мы интересуемся главным образом транспортом через поверхность, где возникает дополнительный фактор $v_{f,x}$, эти области импульсов на поверхности Ферми не дают существенного вклада в результаты.

Мы решаем уравнения Андреева (4.20) для сверхпроводящей и CDW или DDW областей, сшивая решения по непрерывности при $x = 0$. Для полностью прозрачных границ CDW фазы, которая описывается параметром порядка W_s , с s-сверхпроводником поверхностные связанные состояния отсутствуют. В то же время на границе CDW/dSC присутствуют нулевые уровни для любой ориентации d-сверхпроводника по отношению к границе. Результаты для DDW фазы, которая описывается параметром порядка $W_d(\mathbf{p}_f)$, сильно отличаются от случая CDW. Это связано с орбитальным упорядочением и нарушением симметрии по отношению к обращению времени в DDW фазе. На границах раздела DDW/sSC существуют поверхностные связанные состояния с нулевой энергией, в то время как на границе DDW/dSC нет связанных состояний. Хотя эти результаты справедливы для любой относительной величины амплитуд W и Δ , наиболее просто проанализировать физическое происхождение полученных результатов при условии $W \gg \Delta$, когда для описания CDW (DDW) фазы применим S-матричный подход.

Из уравнений (4.20) можно получить общие выражения для амплитуд отражения на CDW/N и DDW/N границах произвольной ориентации. При $\mu = 0$ эти выражения получаются из формул (4.7)-(4.18), если в них положить $W_{s,d}/t = 0$. С квазиклассической точностью мы получаем,

что на прозрачных CDW/N и DDW/N границах коэффициент обычного зеркального отражения равен нулю, а есть только Q-отражение. Соответствующие амплитуды имеют вид:

$$r_{CDW}^e = r_{CDW}^h = \frac{\mu - i\sqrt{W_s^2 - \mu^2}}{W_s}, \quad (4.21)$$

$$r_{DDW}^e = -r_{DDW}^h = \frac{\mu - i\sqrt{W_d^2(\mathbf{p}_f) - \mu^2}}{iW_d(\mathbf{p}_f)}. \quad (4.22)$$

Нулевые поверхностные связанные состояния возникают на CDW/dSC границе произвольной ориентации из-за того, что параметр порядка d-сверхпроводника $\Delta_d(\mathbf{p}_f) = 2\Delta_d^{ii+\hat{a}}[\cos(p_{fa}a) - \cos(p_{fb}a)]$ всегда имеет разные знаки для импульсов $\tilde{\mathbf{p}}_f = \mathbf{p}_f + \mathbf{Q}$ and $\mathbf{p}_f$. Это качественно отличается от обычного зеркального отражения на непрозрачной границе, где доля возможных импульсов падающей квазичастицы, для которых при отражении сверхпроводящий параметр порядка меняет знак, сильно зависит от ориентации границы [83, 93].

Разность $\mathbf{Q}$ между отраженным $\tilde{\mathbf{p}}_f$ и падающим $\mathbf{p}_f$ импульсами также имеет место и для отражения квазичастиц от DDW фазы. В этом случае Q-отражение сопровождается дополнительной разностью π между фазами Θ_e и Θ_h амплитуд отражения (4.22) для электронов и дырок $r_{DDW}^{e(h)} = e^{i\Theta_{e(h)}}$. Разность фаз $\Theta_e - \Theta_h$ играет важную роль в формировании связанных состояний на DDW/sSC границе и может быть эффективно приписана изменению фазы сверхпроводящего параметра порядка в процессе отражения. Для того, чтобы это увидеть, введем вспомогательные величины $u^{au}(x, \tilde{\mathbf{p}}_f, \varepsilon) = u(x, \tilde{\mathbf{p}}_f, \varepsilon)e^{-i\Theta_e/2}$, $v^{au}(x, \tilde{\mathbf{p}}_f, \varepsilon) = v(x, \tilde{\mathbf{p}}_f, \varepsilon)e^{-i\Theta_h/2}$ в уравнениях Андреева и граничных условиях для отраженной траектории $\tilde{\mathbf{p}}_f$. Андреевские амплитуды для падающей траектории $\mathbf{p}_f$ оставляем неизменными. Тогда эта задача становится формально эквивалентной задаче об отражении от обычной непрозрачной границы с эффективным параметром порядка для отраженной траектории $\Delta_{eff}(x, \tilde{\mathbf{p}}_f) = e^{-i(\Theta_e - \Theta_h)}\Delta(x, \tilde{\mathbf{p}}_f)$. Учитывая изменение знака параметра порядка d-сверхпроводника при Q-отражении $\Delta_d(x, \tilde{\mathbf{p}}_f) = -\Delta_d(x, \mathbf{p}_f)$, отраженная квазичастица видит эффективный сверхпроводящий параметр порядка с дополнительной фазой $\pi - (\Theta_e - \Theta_h)$ по сравнению с падающей траекторией. В соответствии с (4.22) $\Theta_e - \Theta_h = \pi$ и полное изменение фазы эффективного параметра порядка равно нулю. Таким

образом, на прозрачной границе DDW/dSC нет низкоэнергетических поверхностных связанных состояний. Это не так, однако, для прозрачной границы DDW/sSC. Поскольку в s-сверхпроводнике параметр порядка не меняет знак при отражении, разность фаз $\Theta_e - \Theta_h = \pi$ в этом случае приводит к нулевым поверхностным состояниям.

Если параметры порядка W_s и W_d не малы, коэффициент обычного зеркального отражения в случае (100) ориентации становится существенно отличным от нуля. Это видоизменяет эффекты Q-отражения и приводит к расщеплению нулевых поверхностных связанных состояний. Чем больше параметр $W_{s,d}/t$, тем выше абсолютное значение энергии связанного состояния. Поверхностные потенциальные барьеры и разница Ферми скоростей в нормальном состоянии обоих материалов также открывают канал обычного отражения. На CDW/I/dSC границе при (100) ориентации и DDW/I/sSC границе произвольной ориентации нулевые поверхностные состояния расщепляются и достигают края сверхпроводящей щели в пределе непрозрачного диэлектрического слоя. И только для (110) CDW/dSC границы нулевые поверхностные уровни не расщепляются для любой величины поверхностного потенциального барьера и разницы Ферми скоростей.

4.2 Туннельный контакт S-CDW-S

Теперь рассмотрим джозефсоновский контакт двух сверхпроводников, в котором прослойка сделана из диэлектрического вещества CDW или DDW. Хотя мы предполагаем, что в контакте нет дополнительных потенциальных барьеров, его эффективная прозрачность конечна и вероятность туннелирования подщелевых квазичастиц существенно зависит от толщины прослойки $l \ll \xi_{s,d}$. Низкоэнергетические связанные состояния на двух CDW/dSC границах dSC/CDW/dSC контакта влияют друг на друга, что приводит к конечным энергиям результирующих связанных состояний в контакте. Считая $W_s \gg \Delta_d(\mathbf{p}_f)$, находим $\varepsilon_B(\mathbf{p}_f) = \pm \sqrt{D(\mathbf{p}_f)} \Delta_d(\mathbf{p}_f) \cos(\chi/2)$. Здесь χ - разность фаз сверхпроводящих параметров порядка на двух берегах контакта и $D = 4K/(1+K)^2$, где $K(\mathbf{p}_f) = \exp(-2l|W_s|/|v_{f,x}|)$. В случае $\varepsilon_B \ll \Delta_d(\mathbf{p}_f)$, учет зависимости сверхпроводящих параметров порядка от координат не изменяет выражение для энергии связанных состояний, если ввести эффективный параметр порядка, определенный в [60]. Связанные состояния, ко-

торые изучаются в этой главе формируются одновременно андреевским и Q-отражениями. В контакте SC/CDW(DDW)/SC они могут переносить электрический ток, поэтому их вклад в электрический транспорт очень важен. В частности, джозефсоновский ток полностью переносится этими состояниями и имеет вид:

$$J = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dp_y}{\pi} e \sqrt{D} |\Delta_d(\mathbf{p}_f)| \sin \frac{\chi}{2} \tanh \frac{\sqrt{D} |\Delta_d(\mathbf{p}_f)| \cos \frac{\chi}{2}}{2T} . \quad (4.23)$$

Этот результат отличается от обычного результата Амбегаокара-Баратова. В частном случае достаточно широких прослоек, $K, D \ll 1$, связанные состояния в контакте являются низколежащими, что приводит к низкотемпературной аномалии в поведении критического джозефсоновского тока. При условии $W_d(\mathbf{p}_f) \gg \Delta_s$, энергии квазичастичных связанных состояний и джозефсоновский ток в sSC/DDW/sSC контакте получают из вышеприведенных формул после подстановки $\Delta_d(\mathbf{p}_f) \rightarrow \Delta_s$. Это поведение аналогично тому, которое имеет место в туннельных контактах с d-сверхпроводниками, SC/F/SC контактах с низкоэнергетическими связанными состояниями и sSC/AF/sSC контактах [85, 29, 53, 86].

Заключение

В диссертации исследованы равновесные свойства контактов чистых синглетных сверхпроводников с магнитными прослойками, а также рассмотрена родственная задача о контакте сверхпроводника с материалом, в котором реализуется состояние с волной зарядовой плотности. В первой главе рассмотрены контакты двух сверхпроводников через ферромагнитную прослойку, а также через сложную прослойку, состоящую из двух ферромагнитных металлов с разными направлениями намагниченности, разделенных слоем изолятора. Найден спектр андреевских связанных состояний, их спиновая структура и джозефсоновский ток, который как раз и переносится этими состояниями. Во второй главе теоретически изучено влияние спин-орбитального взаимодействия на свойства гетероструктуры ферромагнетик - сверхпроводник. В третьей главе рассмотрены процессы отражения квазичастиц от зонного антиферромагнетика. В состоянии нормального металла выше точки Нееля в зоне проводимости приблизительно выполняется условие нестинга, а в антиферромагнитном состоянии на поверхности Ферми в спектре квазичастиц есть диэлектрическая щель. Исследовано формирование связанных состояний на границе антиферромагнетик - сверхпроводник, а также рассмотрен джозефсоновский ток между двумя сверхпроводниками через антиферромагнитную прослойку. В четвертой главе рассмотрены квазичастичные связанные состояния на границе раздела сверхпроводника и материала, в котором реализовано состояние CDW или DDW, найден джозефсоновский ток, переносимый этими состояниями через прослойку с соответствующим электронным упорядочением.

Основные выводы и результаты диссертации состоят в следующем:

1. Найдены аналитические выражения для спектра андреевских поверхностных состояний и джозефсоновского тока в чистом S-F-S кон-

такте для ферромагнитной прослойки наиболее общего вида, с учетом произвольных (и различных для квазичастиц со спином вверх и вниз) амплитуд прохождения.

2. Показано, что в S-F-S контакте андреевские связанные состояния имеют определенную спиновую поляризацию, направленную по или против направления обменного поля в ферромагнетике, т.е. принадлежат различным спиновым каналам. Продемонстрировано, как конкуренция вкладов этих спиновых каналов в джозефсоновский ток приводит к возникновению температурного $0-\pi$ перехода в S-F-S системе.

3. Исследован джозефсоновский ток в окрестности $0-\pi$ перехода для контактов с малой прозрачностью, где величина критического тока имеет минимальное значение. Показано, что в этой области температур линейный по прозрачности контакта член в токе исчезает и величина джозефсоновского тока имеет второй порядок малости (квадратична) по прозрачности и содержит первую $\sim \sin \chi$ и вторую $\sim \sin 2\chi$ гармоники одного порядка.

4. Получены спектры и исследована спиновая структура андреевских связанных состояний в контакте с FIF-прослойкой при учете ее конечной прозрачности и произвольного угла разориентировки намагниченностей ферромагнетиков. Показано, что спиновая поляризация андреевского поверхностного состояния различна для всех квазичастичных траекторий, формирующих связанное состояние.

5. Вычислен джозефсоновский ток в контакте двух сверхпроводников с FIF-прослойкой. Показано, что критический джозефсоновский проявляет немонотонную зависимость как функция угла разориентировки, если основное состояние контакта при $\varphi = 0$ является π -состоянием.

6. В гетероструктуре ферромагнетик - сверхпроводник при наличии спин-орбитального взаимодействия в ферромагнитной прослойке найден спектр андреевских поверхностных состояний. Показано, что спиновая поляризация электрона и дырки, формирующих связанное состояние, в прослойке различны в результате совместного влияния обменного поля ферромагнетика и спин-орбитальной связи. Поскольку скорости электрона и дырки в связанном состоянии почти противоположны, это приводит к переносу спинового тока андреевскими поверхностными состояниями в прослойке.

7. Вычислен и изучен спонтанный поверхностный спиновый ток в гетероструктуре ферромагнетик-сверхпроводник при учете спин-орбитального взаимодействия, который возникает в прослойке в результате

эффекта близости со сверхпроводником, переносится андреевскими поверхностными состояниями и имеет место при всех температурах ниже сверхпроводящей критической температуры.

8. В той же системе найден спонтанный поверхностный электрический ток, имеющий место при всех температурах ниже T_c , который также переносится андреевскими поверхностными состояниями и возникает в результате асимметрии их спектра относительно смены знака параллельной поверхности компоненты импульса квазичастицы.

9. Развита квазиклассический подход к описанию контактов антиферромагнетик - сверхпроводник. Рассмотрено два различных формализма: с использованием двух подрешеток и с введением в квазиклассические уравнения двух траекторий квазичастиц с импульсами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k} + \mathbf{Q}$. Показано, что для антиферромагнетика, в котором в зоне проводимости приблизительно выполняется условие нестинга, эти формализмы эквивалентны. Если же условие нестинга не выполняется с квазиклассической точностью, то адекватным является подход с двумя подрешетками.

10. На границе антиферромагнетика, в котором в зоне проводимости приблизительно выполняется условие нестинга, с нормальным металлом найден новый канал зависящего от спина отражения квазичастиц. Амплитуды отражения для квазичастиц со спинами вверх и вниз в этом канале имеют разность фаз π , квазиимпульс при отражении изменяется на $\mathbf{Q}$, а скорость отраженной квазичастицы почти противоположна скорости падающей.

11. Показано, что в условиях, когда новый канал отражения доминирует, на границе AF/sSC формируются низкоэнергетические связанные состояния как результат комбинации антиферромагнитного (Q-отражения) и андреевского отражения. Напротив, на AF/dSC границе раздела нет низкоэнергетических состояний для любой ориентации сверхпроводника по отношению к границе. Это существенно отличает границу AF/dSC от границы d-сверхпроводника с обычным диэлектриком, на которой существуют нулевые поверхностные состояния для определенных ориентаций сверхпроводника по отношению к границе. Рассмотрено влияние разницы поверхностей Ферми и величины подрешеточной намагниченности на спектр связанных состояний.

12. Показано, что в sSC/AF/sSC контакте поверхностные связанные состояния расщепляются из-за конечной ширины антиферромагнитного слоя и переносят джозефсоновский ток через контакт. Найден энергетический спектр связанных состояний в sSC/AF/sSC контакте, для

низкоэнергетических состояний спектр получен с учетом зависимости от координат сверхпроводящего параметра порядка. Вычислен джозефсоновский ток, переносимый этими состояниями, и показано, что результат сильно отличается от обычного результата Амбегаокара-Баратова.

13. Рассмотрены поверхностные состояния на границах раздела CDW/SC и DDW/SC, формирующиеся за счет комбинации андреевского и Q-отражения. Найдены условия, при которых эти состояния будут низкоэнергетическими.

14. Вычислен джозефсоновский ток в контактах dSC/CDW/dSC и sSC/DDW/sSC.

Все вышеперечисленные результаты являются **новыми** и полученными **впервые**.

В заключение я выражаю глубокую благодарность моему научному руководителю Ю.С.Барашу за руководство работой, постоянную помощь, внимание и поддержку в течение всей моей работы над диссертацией. Также я благодарю А.М.Бобкова за постоянную помощь и полезные обсуждения работы.

Приложение А

Формализм квазиклассических гриновских функций в терминах Риккати-амплитуд

Этот раздел посвящен описанию формализма квазиклассических гриновских функций в теории сверхпроводимости, который использовался при решении задач, рассмотренных в главах 1 и 2.

Квазиклассические гриновские функции подчиняются уравнению Эйленберга:

$$i\mathbf{v}_f \nabla \check{g}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_f, \varepsilon_n) + [i\varepsilon_n \hat{\tau}_z - \check{v} - \check{\Sigma}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_f, \varepsilon_n), \check{g}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_f, \varepsilon_n)] = 0 \quad , \quad (\text{A.1})$$

и условию нормировки

$$\check{g}^2(\mathbf{R}, \mathbf{p}_f, \varepsilon_n) = -\pi^2 \quad . \quad (\text{A.2})$$

Мы рассматриваем равновесный случай и работаем в мацубаровской технике, $\varepsilon_n = \pi T(2n + 1)$ - мацубаровские частоты.

$\check{g}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_f, \varepsilon_n)$ - матричная квазиклассическая гриновская функция размерности 4×4 в прямом произведении частично-дырочного и спинового пространств. $\hat{\tau}_i$ - матрицы Паули в частично-дырочном пространстве, $\hat{\sigma}_i$ - матрицы Паули в спиновом пространстве. Явная структура гриновской функции в частично-дырочном пространстве имеет вид:

$$\check{g} = \begin{pmatrix} g + \mathbf{g}\hat{\sigma} & (f + \mathbf{f}\hat{\sigma})i\hat{\sigma}_y \\ i\hat{\sigma}_y(\tilde{f} + \tilde{\mathbf{f}}\hat{\sigma}) & \hat{\sigma}_y(\tilde{g} - \tilde{\mathbf{g}}\hat{\sigma})\hat{\sigma}_y \end{pmatrix} \quad . \quad (\text{A.3})$$

Функции, входящие в (A.3), обладают следующей симметрией [59]:

$$\begin{aligned} g^*(\mathbf{p}_f, \varepsilon_n) &= \tilde{g}(-\mathbf{p}_f, \varepsilon_n) \\ \mathbf{g}^*(\mathbf{p}_f, \varepsilon_n) &= \tilde{\mathbf{g}}(-\mathbf{p}_f, \varepsilon_n) \\ f^*(\mathbf{p}_f, \varepsilon_n) &= \tilde{g}(\mathbf{p}_f, -\varepsilon_n) \\ \mathbf{f}^*(\mathbf{p}_f, \varepsilon_n) &= \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{p}_f, -\varepsilon_n) \end{aligned} \quad . \quad (\text{A.4})$$

$\mathbf{R}$ - координата вдоль траектории квазичастицы, $\mathbf{p}_f$ - вектор, лежащий на Ферми поверхности и указывающий направление траектории, $\mathbf{v}_f$ - скорость Ферми.

$\check{v}$ - представляет собой внешние потенциалы, $\check{\Sigma}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_f, \varepsilon_n)$ - собственно-энергетическая часть, которая содержит примесные вклады и параметр порядка. В главах 1 и 2 рассматривается чистый предел (длина свободного пробега много меньше сверхпроводящей длины когерентности), поэтому примесные члены отсутствуют. Параметр порядка, вообще говоря, может содержать триплетную и синглетную части, но у нас рассматривается только синглетное спаривание, поэтому:

$$\check{\Delta}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_f) = \frac{1}{2} i \hat{\tau}_+ \hat{\sigma}_y \Delta(\mathbf{R}, \mathbf{p}_f) - \frac{1}{2} i \hat{\tau}_- \hat{\sigma}_y \Delta^*(\mathbf{R}, \mathbf{p}_f) \quad , \quad (\text{A.5})$$

$$\hat{\tau}_{\pm} = \hat{\tau}_x \pm i \hat{\tau}_y.$$

$\Delta(\mathbf{R}, \mathbf{p}_f)$ находится из уравнения самосогласования:

$$\Delta(\mathbf{R}, \mathbf{p}_f) = T \sum_{\varepsilon_n} \int \frac{d\Omega'}{4\pi} V^s(\mathbf{p}_f, \mathbf{p}'_f) f(\mathbf{R}, \mathbf{p}'_f, \varepsilon_n) \quad . \quad (\text{A.6})$$

Квазиклассические уравнения не справедливы на атомных расстояниях $\ll \xi$ от границы, где ξ - сверхпроводящая длина когерентности при нулевой температуре. Поэтому их необходимо дополнить граничными условиями, если граница резкая в масштабах ξ . Граничные условия к уравнениям Эйленберга для немагнитных границ раздела были получены Зайцевым [94] в 1984 году и обобщены на случай совершенно произвольных границ и необычной сверхпроводимости в 1988 году в работе [28]. Однако, граничные условия, полученные в [94] и [28], в общем случае произвольной прозрачности границы представляют собой систему нелинейных уравнений для квазиклассических гриновских функций на границе раздела и поэтому сложны для практического использования. К тому сами уравнения Эйленберга представляют собой систему зацепленных уравнений. Существенный прогресс в использовании аппарата

квазиклассических гриновских функций (стало возможным решать более широкий класс задач, в том числе и аналитически) был достигнут после появления работ [95] и [79], где матричная квазиклассическая гриновская функция была переписана в терминах так называемых Риккати-амплитуд, что позволяет свести уравнения Эйленбергера всего лишь к одному скалярному уравнению типа уравнения Риккати. В работе [79] граничные условия для квазиклассических гриновских функций были разрешены и для соответствующих Риккати-амплитуд на границах выписаны явные выражения через параметры границы и известные гриновские функции в объеме сверхпроводников (вдали от границы). Подход [79] был обобщен на магнитные границы в работе [29].

В диссертационной работе используется формализм квазиклассических гриновских функций в терминах Риккати-амплитуд, несколько отличный от [95], [79],[29], но, разумеется, полностью им эквивалентный. Для получения вклада связанных состояний в наблюдаемые величины (т.е. полюсных членов гриновских функций) в немагнитном случае этот подход был развит в работах [60, 96].

Пусть у нас есть плоский или точечный контакт двух сверхпроводников, разделенных некоторой границей. Для заданного $\mathbf{p}_{\parallel}$ (предполагается зеркальное отражение) или квантованной моды поперечного движения, возможны 4 траектории квазичастиц, которые связываются барьером (см. рис.А.1).

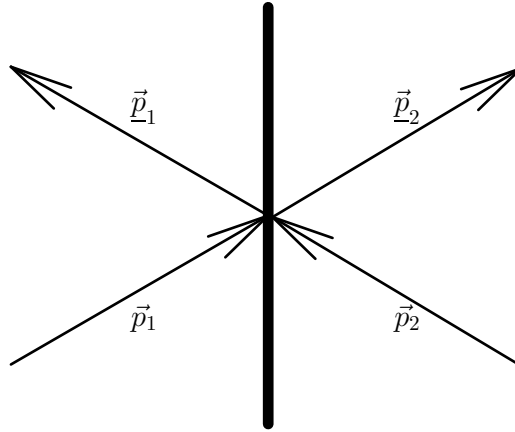


Рис. А.1: 4 траектории квазичастиц, возможные для заданного $p_{\parallel}$.

Введем для квазиклассической гриновской функции (A.3) следующий анзац:

Для падающих на границу траекторий:

$$\begin{aligned}\hat{f}(\mathbf{p}_{1,2}) &= (i\pi - \hat{g}(\mathbf{p}_{1,2}))e^{i\hat{\eta}(\mathbf{p}_{1,2})} \\ \tilde{\hat{f}}(\mathbf{p}_{1,2}) &= e^{-i\hat{\eta}(\mathbf{p}_{1,2})}(i\pi + \hat{g}(\mathbf{p}_{1,2})) \\ \hat{g}(\mathbf{p}_{1,2}) &= -e^{-i\hat{\eta}(\mathbf{p}_{1,2})}\hat{g}(\mathbf{p}_{1,2})e^{i\hat{\eta}(\mathbf{p}_{1,2})}\end{aligned}\tag{A.7}$$

Для отраженных траекторий:

$$\begin{aligned}\hat{f}(\underline{\mathbf{p}}_{1,2}) &= (-i\pi - \hat{g}(\underline{\mathbf{p}}_{1,2}))e^{i\hat{\eta}(\underline{\mathbf{p}}_{1,2})} \\ \tilde{\hat{f}}(\underline{\mathbf{p}}_{1,2}) &= e^{-i\hat{\eta}(\underline{\mathbf{p}}_{1,2})}(-i\pi + \hat{g}(\underline{\mathbf{p}}_{1,2})) \\ \hat{g}(\underline{\mathbf{p}}_{1,2}) &= -e^{-i\hat{\eta}(\underline{\mathbf{p}}_{1,2})}\hat{g}(\underline{\mathbf{p}}_{1,2})e^{i\hat{\eta}(\underline{\mathbf{p}}_{1,2})}\end{aligned}\tag{A.8}$$

Напомним, что здесь " $\hat{A}$ " означает матрицу 2×2 в спиновом пространстве.

Подставляя анзац (A.7), (A.8) в уравнения Эйленбергера (A.1), получим замкнутое уравнение для функции $\hat{\eta}$ (которая для чистого синглетного сверхпроводника имеет вид $\hat{\eta} = \eta + \frac{\pi}{2}\hat{\sigma}_y$):

$$-\mathbf{v}_f \nabla \eta + 2i\varepsilon_n - e^{i\eta} \Delta^* - e^{-i\eta} \Delta = 0 \quad . \tag{A.9}$$

Общее решение этого уравнения зависит от одной произвольной постоянной, которая определяется из асимптотического условия при $x \rightarrow \pm\infty$:

$$e^{i\eta_{\pm\infty}}(\mathbf{p}) = \frac{\Delta_{\pm\infty}(\mathbf{p})}{i\varepsilon_n + i\sqrt{|\Delta_{\pm\infty}(\mathbf{p})|^2 + \varepsilon_n^2}} \quad , \tag{A.10}$$

$$e^{i\eta_{\pm\infty}}(\underline{\mathbf{p}}) = \frac{i\varepsilon_n - i\sqrt{|\Delta_{\pm\infty}(\underline{\mathbf{p}})|^2 + \varepsilon_n^2}}{\Delta_{\pm\infty}(\underline{\mathbf{p}})} \quad . \tag{A.11}$$

Уравнение для функции $\hat{g}$ имеет вид:

$$i\mathbf{v}_f \nabla \frac{\partial \hat{g}}{\partial x} - \Delta(x)e^{i\eta}(\pm i\pi + \hat{g}) - (\pm i\pi - \hat{g})e^{i\eta} \Delta^*(x) = 0 \quad , \tag{A.12}$$

здесь в " $\pm$ " верхний знак соответствует падающей траектории, а нижний - отраженной.

Решение уравнения для $\hat{g}$ имеет вид:

$$\hat{g}(x) = e^{-\int_0^x \frac{2|\Delta(x')|}{v_{f,x}} \sin(\eta - \chi) dx'} \left(\hat{g}(0) \pm \right. \\ \left. \pm \int_0^x \frac{2|\Delta(x')|}{v_{f,x}} \cos(\eta - \chi) e^{\int_0^{x'} \frac{2\pi|\Delta(x'')|}{v_{f,x}} \sin(\eta - \chi) dx''} dx' \right). \quad (\text{A.13})$$

Здесь χ - фаза сверхпроводящего параметра порядка.

Константа $\hat{g}(0)$ находится из граничного условия и может быть явно выписана через матрицу рассеяния границы и значения функций Риккати на границе $\eta(\mp 0, \mathbf{p}) \equiv \eta_{1,2}$ и $\eta(\mp 0, \underline{\mathbf{p}}) \equiv \underline{\eta}_{1,2}$. Матрица рассеяния границы для электронов $\check{S}$ имеет вид:

$$\check{S}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} \hat{S}_{11}(\mathbf{p}) & \hat{S}_{12}(\mathbf{p}) \\ \hat{S}_{21}(\mathbf{p}) & \hat{S}_{22}(\mathbf{p}) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.14})$$

Здесь

$$\hat{S}_{11(22)}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} r_{\uparrow\uparrow}^{1(2)}(\mathbf{p}) & r_{\uparrow\downarrow}^{1(2)}(\mathbf{p}) \\ r_{\downarrow\uparrow}^{1(2)}(\mathbf{p}) & r_{\downarrow\downarrow}^{1(2)}(\mathbf{p}) \end{pmatrix} - \quad (\text{A.15})$$

матрица в спиновом пространстве коэффициентов отражения для квазичастиц, падающих на барьер слева (справа).

$$\hat{S}_{12(21)}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} d_{\uparrow\uparrow}^{12(21)}(\mathbf{p}) & d_{\uparrow\downarrow}^{12(21)}(\mathbf{p}) \\ d_{\downarrow\uparrow}^{12(21)}(\mathbf{p}) & d_{\downarrow\downarrow}^{12(21)}(\mathbf{p}) \end{pmatrix} - \quad (\text{A.16})$$

матрица в спиновом пространстве коэффициентов прохождения для квазичастиц, падающих на барьер справа (слева).

Коэффициенты отражения и прохождения находятся из решения в области барьера уравнения Шредингера для энергии равной энергии Ферми, т.е. при нахождении $\check{S}$ -матрицы мы полностью пренебрегаем низкоэнергетическими масштабами, в том числе и сверхпроводимостью (т.к.

$|\Delta| \ll \varepsilon_F$). Естественно, S -матричный подход справедлив, если ширина прослойки мала по сравнению со сверхпроводящей длиной когерентности ξ .

Зная S -матрицу, легко найти значения квазиклассических гриновских функций на границе:

$$\hat{g}_1(\mathbf{p}) = -i\pi \left[2 \left(\hat{S}_{11}^+ \hat{\rho}_{12}^{-1} - \hat{S}_{21}^+ \hat{\rho}_{22}^{-1} \right) \left(\hat{\rho}_{11} \hat{\rho}_{12}^{-1} - \hat{\rho}_{21} \hat{\rho}_{22}^{-1} \right)^{-1} - 1 \right] , \quad (\text{A.17})$$

$$\hat{g}_1(\underline{\mathbf{p}}) = -i\pi \hat{\sigma}_y \left[2 \left(\hat{S}_{11} \hat{\rho}_{21}^{-1} - \hat{S}_{12} \hat{\rho}_{22}^{-1} \right) \left(\hat{\rho}_{11} \hat{\rho}_{21}^{-1} - \hat{\rho}_{12} \hat{\rho}_{22}^{-1} \right)^{-1} - 1 \right] \sigma_y . \quad (\text{A.18})$$

Гриновские функции справа от границы $\hat{g}_2(\mathbf{p})$ и $\hat{g}_2(\underline{\mathbf{p}})$ получаются из (A.17) и (A.18) соответственно заменой $1 \leftrightarrow 2$.

В формулах (A.17) и (A.18)

$$\check{S} = \begin{pmatrix} \hat{S}_{11} & \hat{S}_{12} \\ \hat{S}_{21} & \hat{S}_{22} \end{pmatrix} = \check{S}^{tr}(-\mathbf{p}_{||}) . \quad (\text{A.19})$$

Если $\check{S}$ имеет смысл матрицы рассеяния для электронов, то $\check{S}$ - для дырок.

$$\hat{\rho}_{ij} = \hat{S}_{ij} - e^{-i\hat{\eta}_i(\mathbf{p})} \hat{S}_{ij} e^{i\hat{\eta}_j(\mathbf{p})} , \quad (\text{A.20})$$

$$\hat{\rho}_{ij} = \hat{S}_{ij}^+ - e^{i\hat{\eta}_j(\mathbf{p})} \hat{S}_{ij}^+ e^{-i\hat{\eta}_i(\underline{\mathbf{p}})} . \quad (\text{A.21})$$

Из (A.17) и (A.18) легко видеть, что полюса запаздывающей гриновской функции (которая получается из мацубаровской преобразованием $i\varepsilon_n \rightarrow \varepsilon + i0$) определяются условием:

$$\det \left(\hat{\rho}_{11} \hat{\rho}_{12}^{-1} - \hat{\rho}_{21} \hat{\rho}_{22}^{-1} \right) = 0 , \quad (\text{A.22})$$

т.е. уравнение (A.22) определяет спектр энергий связанных состояний в контакте.

Зная гриновскую функцию системы, можно найти все наблюдаемые величины. Выпишем выражения для тех наблюдаемых, которые будут нас интересовать.

Плотность состояний для данного направления импульса квазичастицы $\mathbf{p}$, координаты $\mathbf{R}$ и энергии ε :

$$N(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \varepsilon) = -\frac{2N_f}{\pi} \text{Im} g^R(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \varepsilon) , \quad (\text{A.23})$$

здесь $g^R(\varepsilon) = g(i\varepsilon_n \rightarrow \varepsilon + i0)$ - запаздывающая гриновская функция, N_f - плотность состояний на поверхности Ферми на одну проекцию спина.

Плотность состояний для данного направления импульса квазичастицы $\mathbf{p}$, координаты $\mathbf{R}$, энергии ε и заданного направления спина $\mathbf{e}$:

$$N_{\mathbf{e}}(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \varepsilon) = -\frac{N_f}{\pi} \text{Im} [g^R(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \varepsilon) + \mathbf{e} g^R(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \varepsilon)] . \quad (\text{A.24})$$

Плотность зарядового тока:

$$\mathbf{j}(\mathbf{R}) = 2eN_fT \sum_{\varepsilon_n} \langle \mathbf{v}_f g(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \varepsilon_n) \rangle_{S_f} , \quad (\text{A.25})$$

здесь $\langle \dots \rangle_{S_f} = \int \frac{d\Omega}{4\pi}$ - усреднение по поверхности Ферми.

Плотность спинового тока в системе:

$$\mathbf{j}_i^s = \frac{N_fT}{2} \langle \mathbf{v}_f \sum_{\varepsilon_n} \text{Sp}_2 \hat{\sigma}_i \hat{g}(\mathbf{p}_f, \varepsilon_n) \rangle_{S_f} . \quad (\text{A.26})$$

Приложение В

Уравнения Андреева для описания антиферромагнетизма

Это приложение посвящено выводу уравнений Андреева, которые применимы для описания антиферромагнетиков и контактов антиферромагнетиков со сверхпроводниками и нормальными металлами. Гамильтониан рассматриваемой нами решеточной модели, включающий как сверхпроводящее, так и магнитное упорядочение в приближении среднего поля, имеет вид (4.1). Чтобы избавиться от чередования знака антиферромагнитного параметра порядка при переходе от узла к узлу, введем два сорта узлов А и В, как показано на рис.В.1 (в случае однородного антиферромагнетизма узлы сорта А будут, например, отвечать спину электрона вверх, а узлы сорта В - спину электрона вниз), соответствующая элементарная ячейка теперь содержит два атома: А и В. Теперь номером i мы будем обозначать целую ячейку.

С использованием двух подрешеток в явном виде гамильтониан (4.1) можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned}\hat{H} = & -\mu \sum_{i,\sigma} \{c_{i,\sigma}^{+A} c_{i,\sigma}^A + c_{i,\sigma}^{+B} c_{i,\sigma}^B\} - \\ & -t \sum_{i,\delta_A,\delta_B,\sigma} \{c_{i,\sigma}^{+A} c_{i+\delta_A,\sigma}^B + c_{i,\sigma}^{+B} c_{i+\delta_B,\sigma}^A\} + \\ & + \sum_i m^{i,A} (c_{i\uparrow}^{+A} c_{i\uparrow}^A - c_{i\downarrow}^{+A} c_{i\downarrow}^A) + \sum_i m^{i,B} (c_{i\uparrow}^{+B} c_{i\uparrow}^B - c_{i\downarrow}^{+B} c_{i\downarrow}^B) +\end{aligned}$$

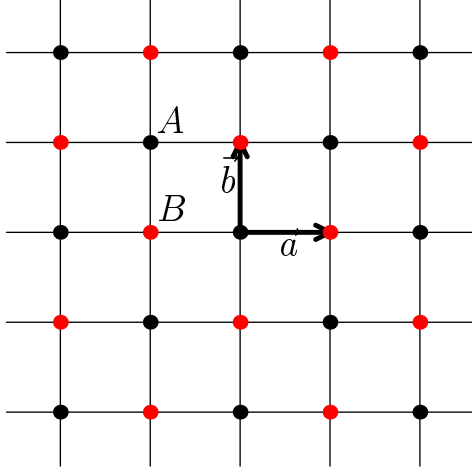


Рис. В.1: Две подрешетки.

$$\begin{aligned}
& + \sum_i \{ \Delta_s^{i,A} c_{i\uparrow}^{+A} c_{i\downarrow}^{+A} + \Delta_s^{i,B} c_{i\uparrow}^{+B} c_{i\downarrow}^{+B} + h.c. \} + \\
& + \sum_{i, \delta_A, \delta_B} \left\{ \Delta_d^{i,A, i+\delta_A, B} c_{i\uparrow}^{+A} c_{i+\delta_A\downarrow}^{+B} + \Delta_d^{i,B, i+\delta_B, A} c_{i\uparrow}^{+B} c_{i+\delta_B\downarrow}^{+A} + h.c. \right\} \quad (B.1)
\end{aligned}$$

Здесь суммирование по $\delta_{A,B}$ обозначает суммирование по ближайшим соседям узла A(B).

Введя преобразования Боголюбова ($\nu = A, B$):

$$\begin{aligned}
c_{i\uparrow, \downarrow}^\nu &= \sum_n u_{n\uparrow, \downarrow}^{i\nu} b_{n\uparrow, \downarrow} + v_{n\uparrow, \downarrow}^{i\nu*} b_{n\downarrow, \uparrow}^+ \\
c_{i\uparrow, \downarrow}^{\nu+} &= \sum_n u_{n\uparrow, \downarrow}^{i\nu*} b_{n\uparrow, \downarrow}^+ + v_{n\uparrow, \downarrow}^{i\nu} b_{n\downarrow, \uparrow}
\end{aligned} \quad (B.2)$$

и диагонализуя гамильтониан (B.1), получим уравнения Боголюбова - де Женна:

$$\begin{aligned}
& -\mu u_{n\sigma}^{iA(B)} - t \sum_{\langle \delta^{A(B)} \rangle} u_{n\sigma}^{i, A(B)+\delta_{A(B)}} + \sigma m_i^{A(B)} u_{n\sigma}^{iA(B)} + \\
& + \sigma \Delta_s^{iA(B)} v_{n\bar{\sigma}}^{iA(B)} + \sigma \sum_{\langle \delta^{A(B)} \rangle} \Delta_d^{i, A(B), i+\delta_{A(B)}, B(A)} v_{n\bar{\sigma}}^{i+\delta_{A(B)}, B(A)} = \\
& = \varepsilon_{n\sigma} u_{n\sigma}^{iA(B)} \quad , \quad (B.3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \mu v_{n\bar{\sigma}}^{iA(B)} + t \sum_{\langle \delta^{A(B)} \rangle} v_{n\bar{\sigma}}^{i, A(B) + \delta_{A(B)}} + \sigma m_i^{A(B)} v_{n\bar{\sigma}}^{iA(B)} + \\
& + \sigma \Delta_s^{iA(B)*} u_{n\sigma}^{iA(B)} + \sigma \sum_{\langle \delta^{A(B)} \rangle} \Delta_d^{i, A(B), i + \delta_{A(B)}, B(A)*} u_{n\sigma}^{i + \delta_{A(B)}, B(A)} = \\
& = \varepsilon_{n\sigma} v_{n\bar{\sigma}}^{iA(B)} .
\end{aligned} \tag{B.4}$$

Мы будем рассматривать контакты только с гладкой поверхностью раздела (диффузное отражение не рассматривается). Для простоты решеточную постоянную и ориентацию обоих материалов относительно границы мы считаем одинаковой. Будет рассмотрено две ориентации: $\{100\}$ и $\{110\}$. Ориентация границы относительно кристаллических осей в этих двух случаях, выбор элементарной ячейки и базисных векторов показаны на рис.В.2 и В.3.

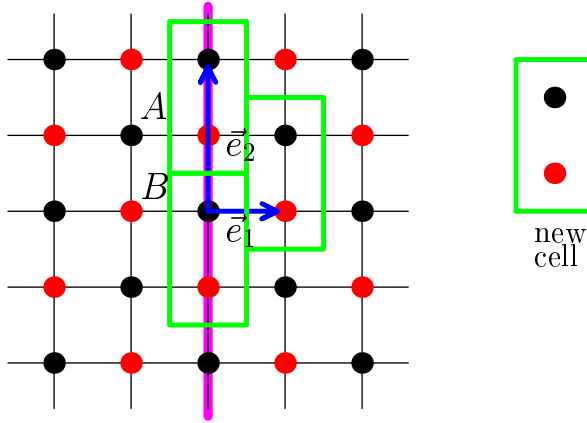


Рис. В.2: Ориентация $\{100\}$. Граница показана фиолетовым цветом, элементарная ячейка - зеленым, $\vec{e}_1$ и $\vec{e}_2$ - базисные векторы (показаны синим цветом).

Поскольку вдоль гладкой границы существует трансляционная инвариантность, в случае $\{100\}$ с периодом $2a$, а в случае $\{110\}$ с периодом $a\sqrt{2}$, то соответствующая компонента квазиимпульса вдоль поверхности сохраняется с точностью до векторов обратной решетки. Поэтому сделаем преобразование Фурье по y -координате в уравнениях (В.3) и (В.4).

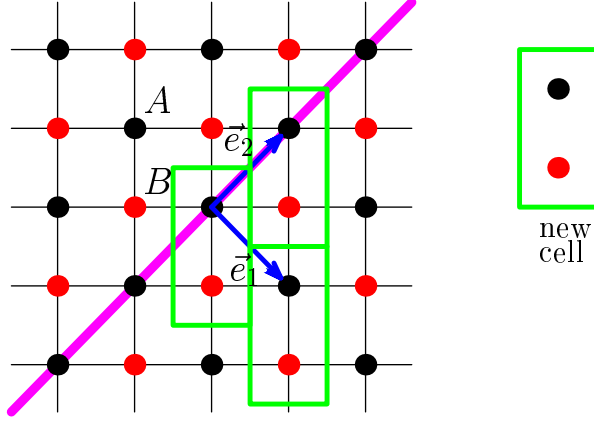


Рис. В.3: Ориентация $\{110\}$.

Преобразование Фурье имеет вид:

$$u_j^{A,B} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dk_y e^{ik_y d_y j_y} u_j^{A,B}(k_y) , \quad (\text{B.5})$$

Здесь $k_y = k_y a$, $d_y = 2$ для $\{100\}$ -ориентации и $d_y = \sqrt{2}$ для $\{110\}$ -ориентации. В правой части равенства j - обозначает номер ячейки вдоль оси x , далее везде речь будет идти о волновых функциях, зависящих от j_x и k_y , аргумент k_y будет опускаться для краткости, а j - обозначать номер ячейки вдоль оси x . Для функций $v_j^{A,B}$ преобразование Фурье выглядит также.

Подставляя (B.5) в уравнения (B.3) и (B.4) и учитывая, что ближайшие соседи узла A(B) для $\{100\}$ -ориентации выражаются через базисные векторы следующим образом: $\langle \delta^{A,B} = \mathbf{i} + \mathbf{e}_1 \pm \frac{\mathbf{e}_2}{2}, \mathbf{i} - \mathbf{e}_1 \pm \frac{\mathbf{e}_2}{2}, \mathbf{i} \pm \mathbf{e}_2, \mathbf{i} \rangle$, а для $\{110\}$ -ориентации: $\langle \delta^{A,B} = \mathbf{i} \mp \mathbf{e}_1, \mathbf{i} \pm \mathbf{e}_2, \mathbf{i}, \mathbf{i} \mp \mathbf{e}_1 \pm \mathbf{e}_2 \rangle$, получим одномерные уравнения Боголюбова - де Женна. Для $\{100\}$ -ориентации они имеют вид:

$$\begin{aligned} & -\mu u_{n\sigma}^{iA(B)} - t e^{\pm i k_y} \left(u_{n\sigma}^{i+1,B(A)} + u_{n\sigma}^{i-1,B(A)} + 2 \cos k_y u_{n\sigma}^{i,B(A)} \right) + \\ & + \sigma m_i^{A(B)} u_{n\sigma}^{iA(B)} + \sigma \Delta_s^{iA(B)} v_{n\bar{\sigma}}^{iA(B)} + \\ & + \sigma \Delta_d^i e^{\pm i k_y} \left(v_{n\bar{\sigma}}^{i+1,B(A)} + v_{n\bar{\sigma}}^{i-1,B(A)} - 2 \cos k_y v_{n\bar{\sigma}}^{i,B(A)} \right) = \varepsilon_{n\sigma} u_{n\sigma}^{iA(B)} , \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

$$\begin{aligned}
& \mu v_{n\bar{\sigma}}^{iA(B)} + t e^{\pm i k_y} \left(v_{n\bar{\sigma}}^{i+1,B(A)} + v_{n\bar{\sigma}}^{i-1,B(A)} + 2 \cos k_y v_{n\bar{\sigma}}^{i,B(A)} \right) + \\
& + \sigma m_i^{A(B)} v_{n\bar{\sigma}}^{iA(B)} + \sigma \Delta_s^{iA(B)*} u_{n\sigma}^{iA(B)} + \\
& + \sigma \Delta_d^{i*} e^{\pm i k_y} \left(u_{n\sigma}^{i+1,B(A)} + u_{n\sigma}^{i-1,B(A)} - 2 \cos k_y u_{n\sigma}^{i,B(A)} \right) = \varepsilon_{n\sigma} v_{n\bar{\sigma}}^{iA(B)} . \quad (B.7)
\end{aligned}$$

Для {110}-ориентации:

$$\begin{aligned}
& -\mu u_{n\sigma}^{iA(B)} - 2t \cos \frac{k_y}{\sqrt{2}} e^{\pm \frac{i k_y}{\sqrt{2}}} \left(u_{n\sigma}^{i,B(A)} + u_{n\sigma}^{i\mp 1,B(A)} \right) + \\
& + \sigma m_i^{A(B)} u_{n\sigma}^{iA(B)} + \sigma \Delta_s^{iA(B)} v_{n\bar{\sigma}}^{iA(B)} + \\
& + \sigma 2i \Delta_d^i \sin \frac{k_y}{\sqrt{2}} e^{\pm \frac{i k_y}{\sqrt{2}}} \left(v_{n\bar{\sigma}}^{i,B(A)} - v_{n\bar{\sigma}}^{i\mp 1,B(A)} \right) = \varepsilon_{n\sigma} u_{n\sigma}^{iA(B)} , \quad (B.8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \mu v_{n\bar{\sigma}}^{iA(B)} + 2t \cos \frac{k_y}{\sqrt{2}} e^{\pm \frac{i k_y}{\sqrt{2}}} \left(v_{n\bar{\sigma}}^{i,B(A)} + v_{n\bar{\sigma}}^{i\mp 1,B(A)} \right) + \\
& + \sigma m_i^{A(B)} v_{n\bar{\sigma}}^{iA(B)} + \sigma \Delta_s^{iA(B)*} u_{n\sigma}^{iA(B)} + \\
& + \sigma 2i \Delta_d^{i*} \sin \frac{k_y}{\sqrt{2}} e^{\pm \frac{i k_y}{\sqrt{2}}} \left(u_{n\sigma}^{i,B(A)} - u_{n\sigma}^{i\mp 1,B(A)} \right) = \varepsilon_{n\sigma} v_{n\bar{\sigma}}^{iA(B)} . \quad (B.9)
\end{aligned}$$

Здесь $\Delta_d^i = \Delta_d^{ii+\hat{a}}$.

Физически ясно, что при $|m| \ll \varepsilon_f$ антиферромагнитный параметр порядка мало меняется при переходе от одного узла А к ближайшему к нему узлу А и соответственно для узлов В (хотя при переходе от узла А к соседнему (к В) может меняться сильно). Если ввести функции $m^{i,A}$ и $m^{i,B}$, то характерный пространственный масштаб их изменения $\xi_m \sim \frac{v_f}{m} \gg \frac{1}{k_f}$. Поэтому из уравнений (B.6)-(B.9) можно стандартным образом получить квазиклассические уравнения Андреева.

Будем искать решение уравнений (B.6),(B.7) и (B.8),(B.9) в виде произведения быстро осциллирующей экспоненты на медленную амплитуду:

$$\begin{pmatrix} u_{j\sigma}^A \\ u_{j\sigma}^B \\ v_{j\bar{\sigma}}^A \\ v_{j\bar{\sigma}}^B \end{pmatrix} = e^{i \frac{\mathbf{k}_f \cdot \hat{\mathbf{b}}}{2} \gamma_z} \begin{pmatrix} \tilde{u}_{j\sigma}^A \\ \tilde{u}_{j\sigma}^B \\ \tilde{v}_{j\bar{\sigma}}^A \\ \tilde{v}_{j\bar{\sigma}}^B \end{pmatrix} e^{i k_{f,x} d_j} , \quad (B.10)$$

Здесь $k_{f,x} = k_{f,x}a$. $k_{f,x}$ - x -компонента квазиимпульса частицы на поверхности Ферми. $d = 1$ для $\{100\}$ -ориентации и $d = \sqrt{2}$ для $\{110\}$ -ориентации. $\hat{\gamma}_i$ - матрицы Паули в $\{AB\}$ -пространстве.

Уравнение поверхности Ферми определяется условием $\xi(\mathbf{k}) = 0$, где $\xi(\mathbf{k})$ - дисперсия квазичастиц в нормальном металле. Из уравнений (В.6), (В.7) для $\{100\}$ -ориентации, положив $\Delta_s^i = \Delta_d^i = m^i = 0$ и представив решение в виде $\hat{u}^j = \begin{pmatrix} u^{j,A} \\ u^{j,B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} e^{ik_x dj}$, получим:

$$\begin{pmatrix} -\mu & 2t(\cos k_x + \cos k_y)e^{ik_y} \\ 2t(\cos k_x + \cos k_y)e^{-ik_y} & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \xi(\mathbf{k}) \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}. \quad (\text{В.11})$$

Отсюда следует:

$$\xi_{\pm}(\mathbf{k}) = -\mu \mp 2t(\cos k_x + \cos k_y). \quad (\text{В.12})$$

Уравнение Ферми-поверхности имеет вид:

$$-\mu \mp 2t(\cos k_{F,x} + \cos k_y) = 0. \quad (\text{В.13})$$

$k_{x,y}$ находятся в зоне Бриллюэна, т.е. $k_x \in [-\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}]$, $k_y \in [-\frac{\pi}{2a}, \frac{\pi}{2a}]$.

Следовательно, $k_x \in [-\pi, \pi]$, $k_y \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

Зона Бриллюэна и Ферми поверхность, описываемая формулой (В.13) представлены на рис.В.4. Для данного k_y существует в общем случае 4 решения уравнения (В.13) (отмечены кружками на рисунке). Но, т.к. мы рассматриваем $\mu \ll \varepsilon_f$, то $k_{f,x}$ можно разложить по соответствующему малому параметру вблизи точки $k_{f,x0} = \pm(\pi - |k_y|)$, которая представляет собой решение уравнения (В.13) для $\mu = 0$.

$$k_{f,x1,2} = -k_{f,x3,4} = |k_{f,x0}| \pm \frac{|\mu|a}{|v_{f,x}|}, \quad (\text{В.14})$$

Здесь

$$v_{f,x\pm} = a \left. \frac{\partial \xi_{\pm}}{\partial k_x} \right|_{k_x=k_{f,x0}} = \pm 2ta \sin k_{f,x0}. \quad (\text{В.15})$$

Таким образом, в качестве быстроосциллирующих множителей в формуле (В.10) надо брать $e^{ik_{f,x0}j}$, т.к. $\alpha = \frac{\max(\mu, m, \Delta_s)a}{|v_{f,x}|} \ll 1$ - является

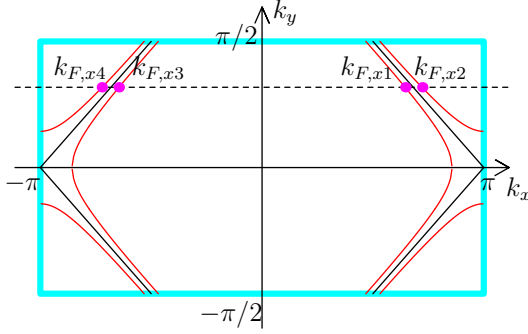


Рис. В.4: Зона Бриллюэна и Ферми поверхность для $\{100\}$ -ориентации. Зона Бриллюэна обозначена голубым цветом, поверхность Ферми для $\mu = 0$ - черным, для μ , отличного от нуля - красным. Фиолетовые точки - решения уравнения для Ферми поверхности для данного k_y .

квазиклассическим параметром малости, и квазиклассическое приближение - разложение до первого порядка по этому параметру. Отсюда видно, что квазиклассическое приближение справедливо для таких k_y , когда $|v_{f,x}|$ не близко к нулю, т.е. k_y не близко к нулю ($|k_{f,x0}|$ не близко к π).

Перейдем к $\{110\}$ -ориентации. Точно так же, как и для $\{100\}$ -ориентации, получаем из (В.8),(В.9), что:

$$\xi_{\pm}(\mathbf{k}) = -\mu \mp 4t \cos \frac{k_x}{\sqrt{2}} \cos \frac{k_y}{\sqrt{2}} . \quad (\text{В.16})$$

Уравнение Ферми-поверхности имеет вид:

$$-\mu \mp 4t \cos \frac{k_{f,x}}{\sqrt{2}} \cos \frac{k_y}{\sqrt{2}} = 0 . \quad (\text{В.17})$$

$k_{x,y}$ находятся в зоне Бриллюэна, т.е. $k_{x,y} \in \left[-\frac{\pi}{a\sqrt{2}}, \frac{\pi}{a\sqrt{2}} \right]$ Следовательно, $k_{x,y} \in \left[-\frac{\pi}{\sqrt{2}}, \frac{\pi}{\sqrt{2}} \right]$, поэтому для $-\mu > 0$ в зону Бриллюэна попадает Ферми-поверхность $-\mu - 4t \cos \frac{k_{f,x}}{\sqrt{2}} \cos \frac{k_y}{\sqrt{2}} = 0$, а для $-\mu < 0$ - Ферми-поверхность $-\mu + 4t \cos \frac{k_{f,x}}{\sqrt{2}} \cos \frac{k_y}{\sqrt{2}} = 0$.

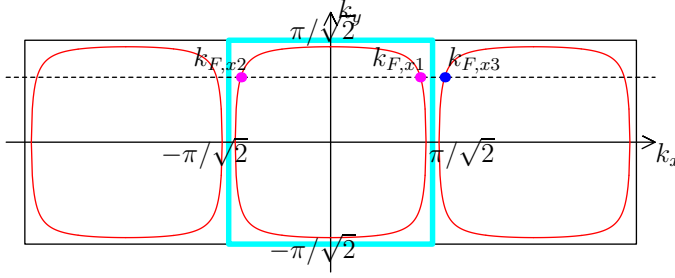


Рис. В.5: Зона Бриллюэна и Ферми поверхность для $\{110\}$ -ориентации. Зона Бриллюэна обозначена голубым цветом, поверхность Ферми для $\mu = 0$ совпадает с зоной Бриллюэна, для μ , отличного от нуля - она обозначена красным. Фиолетовые точки - решения уравнения для Ферми поверхности для данного k_y , синяя точка - решение уравнения для Ферми поверхности для данного k_y , но уже в следующей зоне Бриллюэна. Точки $k_{f,x2}$ и $k_{f,x3}$ отличаются на период обратной решетки.

Зона Бриллюэна и Ферми поверхность, описываемая формулой (В.17) представлены на рис.В.5. Для данного k_y существует в общем случае 2 решения уравнения (В.17), находящиеся в зоне Бриллюэна (отмечены фиолетовыми кружками на рисунке). Но, так как мы рассматриваем $\mu \ll \varepsilon_f$ и поправки за счет отличия μ от нуля явны включены в уравнения Андреева, то следует использовать поверхность Ферми при $\mu = 0$, а она совпадает с зоной Бриллюэна и точки $\pm |k_{f,x0}| = \pm \frac{\pi}{\sqrt{2}}$ эквивалентны, т.к. $|k_{f,x0}|$ и $-|k_{f,x0}|$ отличаются на период обратной решетки. Поэтому решение уравнений (В.8),(В.9) в частном случае $\{110\}$ -ориентации можно искать в виде (В.10) только для одной быстроосциллирующей экспоненты с $k_{f,x} = |k_{f,x0}|$.

В данном случае

$$|v_{f,x}| = a \left| \frac{\partial \xi_{\pm}}{\partial k_x} \right|_{k_x=k_{f,x0}} = 2\sqrt{2}ta \cos \frac{ik_y}{\sqrt{2}} \left| \sin \frac{k_{f,x0}}{\sqrt{2}} \right|. \quad (\text{В.18})$$

Подставляя решение в виде (В.10) с $k_{f,x} = k_{f,x0}$ в уравнения (В.6),(В.7) и (В.8),(В.9) и пренебрегая членами $\sim \alpha^2$, получим уравнения Андреева. Для их получения заметим, что:

$$\tilde{u}_{i\pm 1}^{\nu} - \tilde{u}_i^{\nu} \lesssim \frac{\tilde{u}_i^{\nu} |v_{f,x}|}{\max(\mu, m, \Delta_s)} = \tilde{u}_i^{\nu} \alpha, \quad (\text{В.19})$$

$$\tilde{u}_{i+1}^\nu + \tilde{u}_{i-1}^\nu - 2\tilde{u}_i^\nu \sim \tilde{u}_i^\nu \alpha^2, \quad (\text{B.20})$$

т.о. вторыми разностными производными мы пренебрегаем и тогда с точностью до членов порядка α^2 можно написать:

$$\tilde{u}_{i+1}^\nu - \tilde{u}_i^\nu \approx \tilde{u}_i^\nu - \tilde{u}_{i-1}^\nu \approx \frac{\tilde{u}_{i+1}^\nu - \tilde{u}_{i-1}^\nu}{2} \equiv \frac{\partial \tilde{u}_i^\nu}{\partial x_i} a. \quad (\text{B.21})$$

Пользуясь (B.20) и (B.21), получим, например:

$$\begin{aligned} & 2t \left(\tilde{u}_{j+1}^\nu e^{ik_{f,x}0} + \tilde{u}_{j-1}^\nu e^{-ik_{f,x}0} + \cos k_y \tilde{u}_j^\nu \right) \approx \\ & \approx 2t(\cos k_{f,x}0 + \cos k_y) \tilde{u}_j^\nu + 2ita \sin k_{f,x}0 \frac{\partial \tilde{u}_j^\nu}{\partial x_j} = iv_{f,x} \frac{\partial \tilde{u}_j^\nu}{\partial x_j}. \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

Теперь легко видеть, что уравнения Андреева имеют вид:

$$\begin{aligned} & -\mu \tilde{u}_{\sigma,j}^{A(B)} - iv_{f,x} \frac{\partial \tilde{u}_{\sigma,j}^{B(A)}}{\partial x_j} + \sigma m_j^{A(B)} \tilde{u}_{\sigma,j}^{A(B)} + \sigma \Delta_{s,j}^{A(B)} \tilde{v}_{\bar{\sigma},j}^{A(B)} + \\ & + \sigma \Delta_d^j(k_{f,x}, k_y) \tilde{v}_{\bar{\sigma},j}^{B(A)} = \varepsilon_\sigma \tilde{u}_{\sigma,j}^{A(B)}, \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

$$\begin{aligned} & \mu \tilde{v}_{\bar{\sigma},j}^{A(B)} + iv_{f,x} \frac{\partial \tilde{v}_{\bar{\sigma},j}^{B(A)}}{\partial x_j} + \sigma m_j^{A(B)} \tilde{v}_{\bar{\sigma},j}^{A(B)} + \sigma \Delta_{s,j}^{A(B)*} \tilde{u}_{\sigma,j}^{A(B)} \\ & + \sigma \Delta_d^{j*}(k_{f,x}, k_y) \tilde{u}_{\sigma,j}^{B(A)} = \varepsilon_\sigma \tilde{v}_{\bar{\sigma},j}^{A(B)}. \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

Здесь для {100}-ориентации $\Delta_d^j(k_{f,x}, k_y) = \Delta_d^j(\cos k_{f,x} - \cos k_y)$, а для {110}-ориентации $\Delta_d^j(k_{f,x}, k_y) = -4\Delta_d^j \sin \frac{k_{f,x}}{\sqrt{2}} \sin \frac{ik_y}{\sqrt{2}}$.

Уравнения Андреева должны быть дополнены граничными условиями, т.к. они не справедливы на расстояниях $\sim \xi_{s,m}$ от резкой границы.

Граничные условия к уравнениям Андреева в формализме 2 подрешеток (как и в обычном случае с 1 атомом в элементарной ячейке) можно записать через матрицу рассеяния. Сначала рассмотрим граничные условия для {100}-ориентации:

$$\begin{pmatrix} \hat{\Psi}_-^l \\ \hat{\Psi}_+^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \check{S}_{11} & \check{S}_{12} \\ \check{S}_{21} & \check{S}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_+^l \\ \hat{\Psi}_-^r \end{pmatrix}, \quad (\text{B.25})$$

Здесь $\hat{\Psi}^{l(r)}$ - 4-столбцы андреевских амплитуд, определенные в формуле (В.10) и взятые на границе слева (справа). Нижний индекс $\pm$ в этих амплитудах соответствует знаку проекции импульса квазичастицы на ось x , $+$ отвечает $k_{f,x} > 0$, а $-$ $k_{f,x} < 0$. $\check{S}_{ij}$ - матрицы 4×4 в произведении частично-дырочного (матрицы Паули обозначаются τ_i) и $\{AB\}$ -пространств (матрицы Паули обозначаются γ_i). Если рассматривается прослойка, которая не сохраняет спин электрона, то необходимо ввести еще и спиновое пространство.

Для $\{110\}$ -ориентации граничные условия, в принципе, тоже можно записать в виде (В.25), но поскольку решения уравнений Боголюбова-де Женна (В.8) и (В.9) для $|k_{f,x0}|$ и $-|k_{f,x0}|$ совпадают, то андреевские амплитуды $\hat{\Psi}_+^{l(r)}$ и $\hat{\Psi}_-^{l(r)}$ связаны между собой: $\hat{\Psi}_-^{l(r)} = e^{\frac{i|k_{f,x0}|}{\sqrt{2}}} \hat{\Psi}_+^{l(r)}$. Поэтому в граничных условиях (В.25) независима только половина уравнений и их можно записать, например, в виде:

$$\hat{\Psi}^l = \check{S}_{11} \hat{\Psi}^l + \check{S}_{12} \hat{\Psi}^r . \quad (\text{В.26})$$

В частично-дырочном пространстве матрица рассеяния имеет диагональный вид:

$$\check{S} = \begin{pmatrix} \check{S}_{11} & \check{S}_{12} \\ \check{S}_{21} & \check{S}_{22} \end{pmatrix} = \hat{S} \frac{1 + \tau_z}{2} + \tilde{S} \frac{1 - \tau_z}{2} , \quad (\text{В.27})$$

Для $\{100\}$ -ориентации матрица рассеяния для дырок $\tilde{S}$ выражается через матрицу рассеяния для электронов следующим образом:

$$\tilde{S} = \hat{\gamma}_x \hat{S}^{tr} (-k_y) \hat{\gamma}_x , \quad (\text{В.28})$$

а для $\{110\}$ -ориентации при $\hat{S}_{12} \neq 0$:

$$\hat{S}_{12}^{-1} (1 - \hat{S}_{11}) = \hat{\gamma}_x \left(\hat{S}_{12}^{-1} (1 - \hat{S}_{11}) \right)^{tr} (-k_y) \hat{\gamma}_x , \quad (\text{В.29})$$

справедливость соотношений (В.28) и (В.29) будет показана ниже.

В обычном случае (когда не вводится дополнительного $\{AB\}$ -пространства) из сохранения потока следует условие унитарности матрицы рассеяния: $\hat{S} \hat{S}^+ = 1$. Покажем, как это условие видоизменяется в нашем формализме.

Найдем выражение для плотности потока вероятности. Ток из $\mathbf{j}$ -ого узла в $\mathbf{i}$ -й определяется формулой ($\nu, \nu' = A(B)$):

$$I_{ij}^{\nu\nu'} = i \sum_{\sigma} \left(t_{ij}^{\nu\nu'} \langle c_{i\sigma}^{\nu+} c_{j\sigma}^{\nu'} \rangle - t_{ji}^{\nu'\nu} \langle c_{j\sigma}^{\nu'+} c_{i\sigma}^{\nu} \rangle \right) , \quad (\text{B.30})$$

$t_{ij}^{\nu\nu'}$ отличны от нуля только для ближайших соседей и равны t .

Пользуясь преобразованиями Боголюбова (B.2) и учитывая, что $\langle b_{n\sigma}^+ b_{n\sigma} \rangle = f(\varepsilon_{n\sigma})$ - распределение Ферми, получим из (B.30) (если $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ - ближайшие соседи):

$$I_{ij}^{\nu\nu'} = -2t \sum_{n,\sigma} \text{Im} \left\{ u_{n,\sigma}^{i,\nu*} u_{n,\sigma}^{j,\nu'} f(\varepsilon_{n\sigma}) + v_{n,\sigma}^{i,\nu} v_{n,\sigma}^{j,\nu'*} (1 - f(\varepsilon_{n\sigma})) \right\} . \quad (\text{B.31})$$

Подставляя в формулу (B.31) выражения (B.5) и (B.10) и полагая $\tilde{u}(v)^{i+1,\nu} \approx \tilde{u}(v)^{i,\nu}$ (т.к. мы ищем выражение для тока в главном (нулевом) порядке по параметру α), получим для тока в случае $\{100\}$ -ориентации:

$$\begin{aligned} I_{\mathbf{j}, \mathbf{j}+\mathbf{e}_1+\frac{\mathbf{e}_2}{2}}^{AB} = & -2t \sum_{n,\sigma,\alpha=\pm\frac{\pi}{2}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dk_y}{\pi} \text{Im} \left\{ \tilde{u}_{n,\sigma,\alpha}^{j,A*} \tilde{u}_{n,\sigma,\alpha}^{j,B} e^{\alpha i |k_{F,x0}|} f(\varepsilon_{n\sigma}) + \right. \\ & + \tilde{v}_{n,\sigma,\alpha}^{j,A} \tilde{v}_{n,\sigma,\alpha}^{j,B*} e^{-\alpha i |k_{F,x0}|} f(\varepsilon_{n\sigma}) (1 - f(\varepsilon_{n\sigma})) + \\ & + \tilde{u}_{n,\sigma,\alpha}^{j,A*} \tilde{u}_{n,\sigma,\bar{\alpha}}^{j,B} e^{-2\alpha i |k_{F,x0}| j - i\alpha |k_{F,x0}|} f(\varepsilon_{n\sigma}) + \\ & \left. + \tilde{v}_{n,\sigma,\alpha}^{j,A} \tilde{v}_{n,\sigma,\bar{\alpha}}^{j,B*} e^{2\alpha i |k_{F,x0}| + i\alpha |k_{F,x0}|} f(\varepsilon_{n\sigma}) (1 - f(\varepsilon_{n\sigma})) \right\} . \quad (\text{B.32}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{\mathbf{j}, \mathbf{j}+\mathbf{e}_1-\frac{\mathbf{e}_2}{2}}^{BA} = & -2t \sum_{n,\sigma,\alpha=\pm\frac{\pi}{2}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dk_y}{\pi} \text{Im} \left\{ \tilde{u}_{n,\sigma,\alpha}^{j,B*} \tilde{u}_{n,\sigma,\alpha}^{j,A} e^{\alpha i |k_{F,x0}|} f(\varepsilon_{n\sigma}) + \right. \\ & + \tilde{v}_{n,\sigma,\alpha}^{j,B} \tilde{v}_{n,\sigma,\alpha}^{j,A*} e^{-\alpha i |k_{F,x0}|} f(\varepsilon_{n\sigma}) (1 - f(\varepsilon_{n\sigma})) + \\ & + \tilde{u}_{n,\sigma,\alpha}^{j,B*} \tilde{u}_{n,\sigma,\bar{\alpha}}^{j,A} e^{-2\alpha i |k_{F,x0}| j - i\alpha |k_{F,x0}|} f(\varepsilon_{n\sigma}) + \\ & \left. + \tilde{v}_{n,\sigma,\alpha}^{j,B} \tilde{v}_{n,\sigma,\bar{\alpha}}^{j,A*} e^{2\alpha i |k_{F,x0}| + i\alpha |k_{F,x0}|} f(\varepsilon_{n\sigma}) (1 - f(\varepsilon_{n\sigma})) \right\} . \quad (\text{B.33}) \end{aligned}$$

Полная плотность тока вдоль оси x есть сумма (B.32) и (B.33), деленная на площадь поперечного сечения, через которое эти токи протекают,

т.е. 2а. Поэтому поток вероятности решения (n, σ, k_y) вдоль оси x выражается формулой:

$$j_x = \frac{|v_{F,x}|}{2a} \sum_{\alpha=\pm,\nu} \{ \alpha (\tilde{u}_{n,\sigma,\alpha}^{j,\nu*} \tilde{u}_{n,\sigma,\alpha}^{j,\bar{\nu}} - \tilde{v}_{n,\sigma,\alpha}^{j,\nu} \tilde{v}_{n,\sigma,\alpha}^{j,\bar{\nu}*}) \} . \quad (\text{B.34})$$

Из условия того, что поток вероятности решения (n, σ, k_y) слева от границы равен потоку справа, получаем:

$$\begin{aligned} \sum_{\nu} \left\{ \tilde{u}_{n,\sigma,+}^{\nu,l*} \tilde{u}_{n,\sigma,+}^{\bar{\nu},l} + \tilde{u}_{n,\sigma,-}^{\nu,r*} \tilde{u}_{n,\sigma,-}^{\bar{\nu},r} \right\} = \\ = \sum_{\nu} \left\{ \tilde{u}_{n,\sigma,-}^{\nu,l*} \tilde{u}_{n,\sigma,-}^{\bar{\nu},l} + \tilde{u}_{n,\sigma,+}^{\nu,r*} \tilde{u}_{n,\sigma,+}^{\bar{\nu},r} \right\} . \end{aligned} \quad (\text{B.35})$$

Теперь умножив (B.25) слева на $\hat{\gamma}_x$, а потом умножив слева на эрмитово-сопряженное к (B.25) уравнение и сравнив с (B.35), получим:

$$\hat{\gamma}_x \hat{S}^+ \hat{\gamma}_x \hat{S} = 1 , \quad (\text{B.36})$$

Это условие в нашем случае заменяет условие унитарности S-матрицы для {100}-ориентации.

Проделав аналогичные вычисления, получим плотность потока вероятности решения (n, σ, k_y) для {110}-ориентации:

$$j_x = \frac{|v_{F,x}|}{2a} \sum_{\nu} \{ (\tilde{u}_{n,\sigma}^{j,\nu*} \tilde{u}_{n,\sigma}^{j,\bar{\nu}} - \tilde{v}_{n,\sigma}^{j,\nu} \tilde{v}_{n,\sigma}^{j,\bar{\nu}*}) \} . \quad (\text{B.37})$$

Из условия того, что поток вероятности решения (n, σ, k_y) слева от границы равен потоку справа, получаем:

$$\sum_{\nu} \tilde{u}_{n,\sigma}^{\nu,l*} \tilde{u}_{n,\sigma}^{\bar{\nu},l} = \sum_{\nu} \tilde{u}_{n,\sigma}^{\nu,r*} \tilde{u}_{n,\sigma}^{\bar{\nu},r} . \quad (\text{B.38})$$

Теперь умножив (B.26) слева на $\hat{\gamma}_x$, а потом умножив слева на эрмитово-сопряженное к (B.26) уравнение и сравнив с (B.38), получим:

$$\hat{\gamma}_x \left(\hat{S}_{12}^{-1} (1 - \hat{S}_{11}) \right)^+ \hat{\gamma}_x (\hat{1} - \hat{S}_{12}^{-1} \hat{S}_{11}) = 1 , \quad (\text{B.39})$$

Это условие в нашем случае заменяет условие унитарности S-матрицы для {110}-ориентации, если коэффициент прохождения через границу

отличен от нуля, т.е. $\hat{S}_{12} \neq 0$. Если же граница непрозрачна, т.е. $\hat{S}_{12} = 0$, то матрица рассеяния подчиняется условию $\det(1 - \hat{S}_{ii}) = 0$.

Покажем справедливость условия (В.28). Т.к. дырка представляет собой отраженный по времени электрон, т.е.:

$$\hat{v}_{\sigma,\pm}^i(k_y) = \sigma \hat{u}_{\sigma,\mp}^{i,*}(-k_y) , \quad (\text{В.40})$$

то из (В.25) можно написать:

$$\begin{aligned} \hat{S} \begin{pmatrix} \hat{v}_{\sigma,+}^l(k_y) \\ \hat{v}_{\sigma,-}^r(k_y) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \hat{v}_{\sigma,-}^l(k_y) \\ \hat{v}_{\sigma,+}^r(k_y) \end{pmatrix} = \sigma \begin{pmatrix} \hat{u}_{\sigma,+}^{l*}(-k_y) \\ \hat{u}_{\sigma,-}^{r*}(-k_y) \end{pmatrix} = \\ &= \sigma \left(\hat{S}^* \right)^{-1} (-k_y) \begin{pmatrix} \hat{u}_{\sigma,-}^{l*}(-k_y) \\ \hat{u}_{\sigma,+}^{r*}(-k_y) \end{pmatrix} = \left(\hat{S}^* \right)^{-1} (-k_y) \begin{pmatrix} \hat{v}_{\sigma,+}^l(k_y) \\ \hat{v}_{\sigma,-}^r(k_y) \end{pmatrix} , \end{aligned} \quad (\text{В.41})$$

отсюда следует, что

$$\hat{\tilde{S}} = \left(\hat{S}^* \right)^{-1} (-k_y) , \quad (\text{В.42})$$

а, учитывая условие (В.36), получим из (В.42) выражение (В.28).

Справедливость условия (В.29) доказывается аналогично.

S-матрица находится из точного решения уравнения Боголюбова-де Женна (В.6) или (В.8) для функций $\hat{u}^i$ в окрестности границы, в котором надо положить равными нулю все низкоэнергетические величины, входящие в уравнения Андреева, и добавить потенциальную энергию барьера, который может находиться на границе.

Если волновой вектор падающей квазичастицы $\mathbf{k}_f$ и волновой вектор отраженной квазичастицы $\mathbf{k}_f + \mathbf{Q}$ одновременно лежат на поверхности Ферми, то возможно написать квазиклассические уравнения и не вводя двух подрешеток. Именно такой случай рассмотрен в главе 3. Найдем переход от одного формализма к другому.

Рассмотрим {100}-ориентацию:

$$\begin{pmatrix} u_j^A \\ u_j^B \end{pmatrix} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dk_y e^{2ik_y j_y} \begin{pmatrix} u_j^A(k_y) \\ u_j^B(k_y) \end{pmatrix} , \quad (\text{В.43})$$

С другой стороны в обычном пространстве эта же волновая функция есть:

$$\begin{pmatrix} u_{j_x, 2j_y} \\ u_{j_x, 2j_y-1} \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\tilde{k}_y e^{i\tilde{k}_y \tilde{j}_y} \begin{pmatrix} u_{j_x}(\tilde{k}_y) \\ u_{j_x}(\tilde{k}_y) e^{-i\tilde{k}_y} \end{pmatrix} , \quad (\text{В.44})$$

Начала отсчета в обоих формализмах совпадают и находятся на узле А. k_y и j_y - относятся к пространству с двумя атомами в элементарной ячейке, j_y принимает целые значения для четных j_x и полуцелые значения для нечетных j_x . $\tilde{k}_y$ и $\tilde{j}_y = 2j_y$ относятся к пространству с одним атомом в элементарной ячейке.

Преобразуем интеграл от $-\pi$ до π в формуле (В.43) к интегралу от $-\pi/2$ до $\pi/2$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{-\pi/2} d\tilde{k}_y e^{2i\tilde{k}_y j_y} f(\tilde{k}_y) &= \langle \tilde{k}_y = \pi - k_y \rangle = \\ \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} dk_y e^{-2i\pi j_y + 2ik_y j_y} f(k_y - \pi) &= \\ = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} dk_y (-1)^{j_x} e^{2ik_y j_y} f(k_y - \pi) . \end{aligned} \quad (\text{В.45})$$

Пользуясь (В.45) и учитывая, что $u_{j_x}(k_y - \pi) = u_{j_x}(k_y + \pi)$, т.к. 2π - вектор обратной решетки, получим:

$$\begin{pmatrix} u_{j_x}^A(k_y) \\ u_{j_x}^B(k_y) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u_{j_x}(k_y) + (-1)^{j_x} u_{j_x}(k_y - \pi) \\ (u_{j_x}(k_y) e^{-ik_y} + (-1)^{j_x} u_{j_x}(k_y - \pi)) e^{-ik_y} \end{pmatrix} . \quad (\text{В.46})$$

Выделим в волновой функции на двух подрешетках быстроосциллирующую экспоненту и медленную амплитуду:

$$\begin{pmatrix} u_j^A(k_y) \\ u_j^B(k_y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{u}_j^A(k_y) e^{ik_y/2} \\ \tilde{u}_j^B(k_y) e^{-ik_y/2} \end{pmatrix} e^{i|k_{F,x0}|j} , \quad (\text{В.47})$$

мы рассмотрим здесь для определенности только одну траекторию (с $k_{F,x} = |k_{F,x0}|$).

Теперь волновую функцию в пространстве с одним атомом в элементарной ячейке тоже разделим на быстроосциллирующую экспоненту и некую амплитуду (пока чисто формально):

$$u_j(k_y) = \tilde{u}_j(k_y) e^{i|k_{F,x0}|j} , \quad (\text{В.48})$$

$$u_j(k_y - \pi) = \tilde{u}_j(k_y - \pi) e^{-i|\tilde{k}_{F,x0}|j} , \quad (\text{B.49})$$

$|k_{F,x0}|$ и $|\tilde{k}_{F,x0}|$ находятся из уравнения Ферми-поверхности:

$$\cos k_y + \cos k_{F,x0} = 0 , \quad (\text{B.50})$$

$$\cos(k_y - \pi) + \cos \tilde{k}_{F,x0} = 0 , \quad (\text{B.51})$$

В формуле (B.49) выбран знак минус в экспоненте, поскольку физически ясно, что антиферромагнетизм связывает импульсы на Ферми-поверхности, отличающиеся на (π, π) , а $-|\tilde{k}_{F,x0}| = |k_{F,x0}| - \pi$.

Подставляя (B.47), (B.48), (B.49) в (B.46), получаем соотношение между амплитудами в обоих пространствах:

$$\begin{pmatrix} u_j^A(k_y) \\ u_j^B(k_y) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} e^{-ik_y/2} \begin{pmatrix} \tilde{u}_j(k_y) + \tilde{u}_j(k_y - \pi) \\ \tilde{u}_j(k_y) - \tilde{u}_j(k_y - \pi) \end{pmatrix} . \quad (\text{B.52})$$

Для $\{110\}$ -ориентации аналогично получаем:

$$\begin{pmatrix} u_j^A(k_y) \\ u_j^B(k_y) \end{pmatrix} = e^{-(ik_y/2 - i|k_{f,x}|/2)} \begin{pmatrix} \tilde{u}_{2j}(k_y) + \tilde{u}_{2j}(k_y - \pi) \\ \tilde{u}_{2j}(k_y) - \tilde{u}_{2j}(k_y - \pi) \end{pmatrix} . \quad (\text{B.53})$$

Из (B.52), (B.53) ясно, что в обычном пространстве с одним атомом в элементарной ячейке амплитуды $\tilde{u}_j(k_y)$ перед бегущими экспонентами также являются медленными функциями. Подставляя (B.52), (B.53) в уравнения Андреева на двух подрешетках (B.23), (B.24), получим уравнения Андреева в обычном пространстве с одним атомом в элементарной ячейке:

$$\begin{aligned} & \left(\mp i v_{F,x} \hat{\rho}_z \hat{\tau}_z \frac{\partial}{\partial x_j} - \mu \hat{\tau}_z + \sigma \frac{m_j^A + m_j^B}{2} + \sigma \frac{m_j^A - m_j^B}{2} \hat{\rho}_x + \sigma \Delta_{s,j} \frac{\hat{\tau}_+}{2} + \right. \\ & \left. + \sigma \Delta_{s,j}^* \frac{\hat{\tau}_-}{2} + \sigma \Delta_{d,j}(\mathbf{k}_f) \frac{\hat{\tau}_+}{2} \hat{\rho}_z + \sigma \Delta_{d,j}^*(\mathbf{k}_f) \frac{\hat{\tau}_-}{2} \hat{\rho}_z + \right) \hat{\Psi}_{j\sigma} = \varepsilon_\sigma \hat{\Psi}_{j\sigma} , \quad (\text{B.54}) \end{aligned}$$

Здесь $\hat{\Psi}_{j\sigma} = (\tilde{u}_{j\sigma}(\mathbf{k}_f), \tilde{u}_{j\sigma}(\mathbf{k}_f + \mathbf{Q}), \tilde{v}_{j\bar{\sigma}}(\mathbf{k}_f), \tilde{v}_{j\bar{\sigma}}(\mathbf{k}_f + \mathbf{Q}))$, $\hat{\rho}_i$ - матрицы Паули в пространстве $(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_f + \mathbf{Q})$. Уравнения (B.54) применимы как в случае антиферромагнетизма, так и в случае слабого ферромагнетизма ($m \ll \varepsilon_f$). Если мы рассматриваем антиферромагнетизм, и для антиферромагнитного параметра порядка выполняется условие применимости квазиклассического приближения $m_j^B = -m_j^A + O(m \frac{a}{\xi_m})$, то членами, пропорциональными сумме антиферромагнитных параметров порядка на узлах А и В можно пренебречь, тогда получим уравнения (3.2).

Хотя площадь зоны Бриллюэна при переходе к формализму с 2 атомами в элементарной ячейке уменьшается в 2 раза (как для $\{100\}$ -ориентации, так и для $\{110\}$ -ориентации), но количество решений сохраняется, т.к. участки исходной зоны Бриллюэна, которые остались за границами новой, на самом деле вошли в нее путем переноса на вектор (π, π) , $(\pi, -\pi)$, $(-\pi, \pi)$ или $(-\pi, -\pi)$ для $\{100\}$ -ориентации (см. рис.В.6) и на вектор $(\sqrt{2}\pi, 0)$ или $(-\sqrt{2}\pi, 0)$ для $\{110\}$ -ориентации (см. рис.В.7 и В.8).

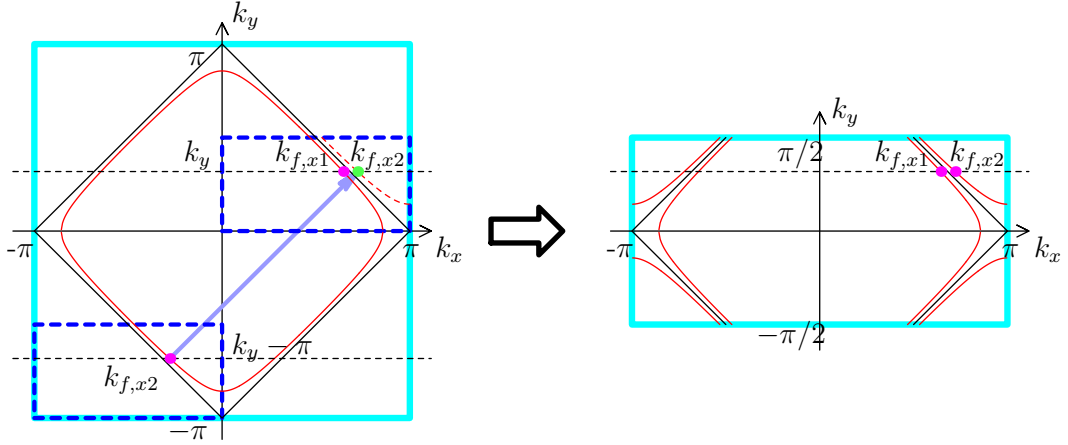


Рис. В.6: Изображено, как зона Бриллюэна для подхода с 1 атомом в элементарной ячейке (слева) переходит в зону Бриллюэна для подхода с 2 атомами в элементарной ячейке (справа). Ориентация $\{100\}$.

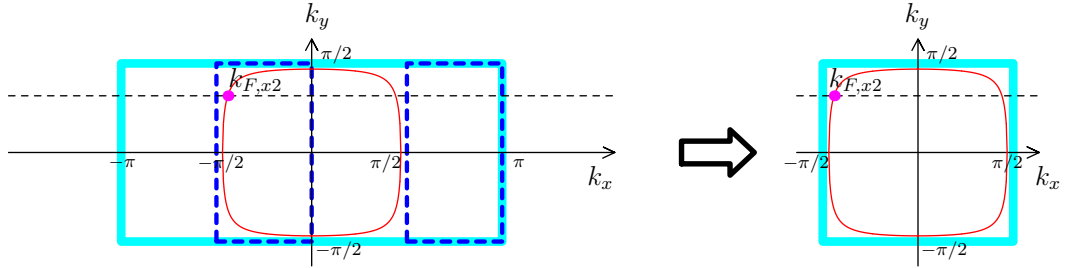


Рис. В.7: То же самое, что и на рис.В.6, но для ориентации $\{110\}$. $-\mu > 0$.

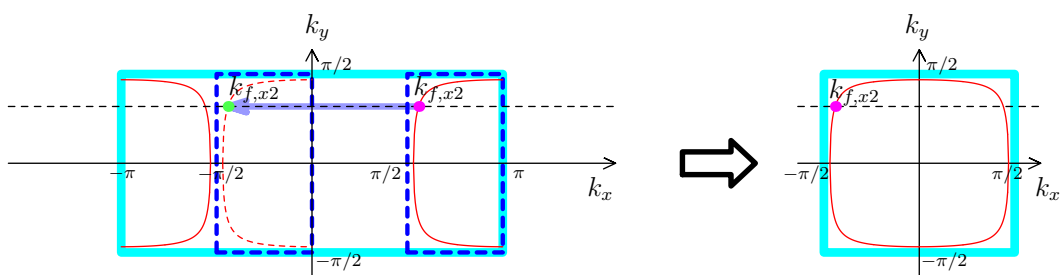


Рис. В.8: То же самое, что и на рис.В.6, но для ориентации $\{110\}$. $-\mu < 0$.

Приложение С

Метод квазиклассических гриновских функций для описания антиферромагнетизма

Если ввести две подрешетки А и В, то возможно получить и квазиклассические уравнения для гриновской функции:

$$\check{g}_j = \begin{pmatrix} \check{g}_j^{AA} & \check{g}_j^{AB} \\ \check{g}_j^{BA} & \check{g}_j^{BB} \end{pmatrix} , \quad (C.1)$$

здесь $\check{g}_j^{\nu_1\nu_2}$ - гриновские функции 4×4 в произведении спинового и частично-дырочного пространств.

Квазиклассическая гриновская функция (C.1) подчиняется уравнению Эйленбергера:

$$[\check{\omega}_j e^{ik_y \hat{p}_z} \hat{\gamma}_x, \check{g}_j] + i v_{F,x} \frac{\partial \check{g}_j}{\partial x_j} = 0 , \quad (C.2)$$

Матрица $\check{\omega}_j$ диагональна в $\{AB\}$ -пространстве и имеет вид:

$$\check{\omega}_j = \begin{pmatrix} \hat{\omega}_j^A & 0 \\ 0 & \hat{\omega}_j^B \end{pmatrix} , \quad (C.3)$$

$$\hat{\omega}_j^\nu = i\varepsilon_n \hat{\tau}_z + \mu - m_j^\nu \hat{\sigma}_z - \Delta_{s,j}^\nu i \hat{\sigma}_y \hat{\tau}_+ - \Delta_{s,j}^{\nu*} i \hat{\sigma}_y \hat{\tau}_- , \quad (C.4)$$

ε_n - мацубаровские частоты. Для простоты здесь рассматривается только изотропное s-спаривание.

Кроме того, квазиклассическая гриновская функция (C.1) удовлетворяет обычному условию нормировки:

$$\check{g}_j^2 = -\pi^2 . \quad (C.5)$$

Далее для определенности рассматривается только $\{100\}$ -ориентация. Для задачи, рассмотренной в разделе 3.2, граничные условия к уравнениям Эйленбергера (C.2) достаточно просты и имеют вид:

$$\begin{aligned} e^{ik_y \hat{\gamma}_z / 2} \hat{\gamma}_x \check{S}_{21} e^{ik_y \hat{\gamma}_z / 2} \hat{\gamma}_x \check{g}(j = -0, |k_{f,x}|) e^{ik_y \hat{\gamma}_z / 2} \check{S}_{21}^+ e^{-ik_y \hat{\gamma}_z / 2} = \\ = \check{g}(j = +0, |k_{f,x}|) , \end{aligned} \quad (C.6)$$

$$\begin{aligned} e^{ik_y \hat{\gamma}_z / 2} \hat{\gamma}_x \check{S}_{12} e^{ik_y \hat{\gamma}_z / 2} \hat{\gamma}_x \check{g}(j = -0, -|k_{f,x}|) e^{ik_y \hat{\gamma}_z / 2} \check{S}_{12}^+ e^{-ik_y \hat{\gamma}_z / 2} = \\ = \check{g}(j = +0, -|k_{f,x}|) , \end{aligned} \quad (C.7)$$

Здесь $\check{S}_{21(12)}$ определяются из (B.27), (B.28) и (3.7).

Используя уравнения (C.2) и граничные условия (C.6) и (C.7), можно найти полную гриновскую функцию системы и вычислить плотность равновесного тока через контакт:

$$I_{i+1,i} = \frac{1}{2} eT \sum_{\varepsilon_n, \sigma, \nu = A, B, -\pi/2}^{\pi/2} \int \frac{dk_y}{2\pi^2} (g_{i,\sigma\sigma}^{\nu\nu}(|k_{f,x}|) - g_{i,\sigma\sigma}^{\nu\nu}(-|k_{f,x}|)) . \quad (C.8)$$

При условии $\mu \ll \varepsilon_f$ уравнения Эйленбергера можно записать и в формализме одного атома в элементарной ячейке (не вводя двух подрешеток) если ввести матричную гриновскую функцию:

$$\check{\underline{g}}_i = \begin{pmatrix} \check{g}_i^{k_y k_y} & \check{g}_i^{k_y k_y - \pi, + -} \\ \check{g}_i^{k_y - \pi k_y, - +} & \check{\underline{g}}_i^{k_y - \pi k_y - \pi} \end{pmatrix} . \quad (C.9)$$

Эта гриновская функция связана с квазиклассической гриновской функцией в формализме двух подрешеток следующим образом:

$$\begin{aligned} \check{g}_i = \frac{1}{2} \left(\check{g}_i^{k_y k_y} (1 + e^{ik_y \hat{\gamma}_z} \hat{\gamma}_x) - \check{\underline{g}}_i^{k_y - \pi k_y - \pi} (1 - e^{ik_y \hat{\gamma}_z} \hat{\gamma}_x) - \right. \\ \left. - \check{g}_i^{k_y - \pi k_y, - +} (\hat{\gamma}_z - i e^{ik_y \hat{\gamma}_z} \hat{\gamma}_y) + \check{\underline{g}}_i^{k_y k_y - \pi, + -} (\hat{\gamma}_z + i e^{ik_y \hat{\gamma}_z} \hat{\gamma}_y) \right) . \end{aligned} \quad (C.10)$$

Используя (С.10), из уравнений (С.2) легко получить уравнения Эйлера-Ленбергера в формализме 1 атома в элементарной ячейке:

$$\begin{aligned}
& i v_{F,x} \hat{\rho}_z \frac{\partial \check{g}_j}{\partial x_j} + \left[\frac{\hat{\omega}_j^A + \hat{\omega}_j^B}{2}, \check{g}_j \right] + \\
& + \frac{\hat{\omega}_j^A - \hat{\omega}_j^B}{2} \hat{\rho}_z \check{g}_j i \hat{\rho}_y + \hat{\rho}_z \check{g}_j \frac{\hat{\omega}_j^A - \hat{\omega}_j^B}{2} = 0 \quad , \quad (C.11)
\end{aligned}$$

Напомним, что матрицы Паули $\hat{\rho}_i$ действуют в пространстве $(\mathbf{k}, \mathbf{k} + \mathbf{Q})$.

Литература

- [1] В.Л. Гинзбург, ЖЭТФ **31**, 202 (1956).
- [2] Л. Н. Булаевский, В. В. Кузий, А. А. Собянин, Письма в ЖЭТФ **25**, 314 (1977).
- [3] А. И. Буздин, Л. Н. Булаевский, С. В. Панюков, Письма в ЖЭТФ **35**, 147 (1982).
- [4] D.J. Van Harlingen, Rev. Mod. Phys. **67**, 515 (1995).
- [5] C. C. Tsuei and J. R. Kirtley, Rev. Mod. Phys. **72**, 969 (2000).
- [6] V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov, A. V. Veretennikov, A. A. Golubov, and J. Aarts, Phys. Rev. Lett. **86**, 2427 (2001).
- [7] T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, F. Genet, B. Stephanidis, and R. Boursier, Phys. Rev. Lett. **89**, 137007 (2002).
- [8] W. Guichard, M. Aprili, O. Bourgeois, T. Kontos, J. Lesueur, and P. Gandit, Phys. Rev. Lett. **90**, 167001 (2003).
- [9] A. Bauer, J. Bentner, M. Aprili, M. L. Della Rocca, M. Reinwald, W. Wegscheider, and C. Strunk, Phys. Rev. Lett. **92**, 217001 (2004).
- [10] А. И. Буздин, Б. Вуйчич, М. Ю. Куприянов, ЖЭТФ **101**, 231 (1992).
- [11] Е. Кошина, В. Криворучко Письма в ЖЭТФ **71**, 182 (2000); Phys. Rev. B **63**, 224515 (2001); **64**, 172511 (2001).
- [12] А. А. Голубов, М. Ю. Куприянов, Я. В. Фоминов, Письма в ЖЭТФ **75**, 223 (2002).

- [13] A. A. Голубов, М. Ю. Куприянов, Я. В. Фоминов, Письма в ЖЭТФ **75**, 709 (2002); **76**, 268 (2002).
- [14] E. Terzioglu and M. R. Beasley, , IEEE Trans. Appl. Supercond. **8**, p. 48 (1998).
- [15] R. R. Schulz, B. Chesca, B. Goetz, C. W. Schneider, A. Schmehl, H. Bielefeldt, H. Hilgenkamp, J. Mannhart, C. C. Tsuei, Appl. Phys. Lett. **76**, 912 (2000).
- [16] L. B. Ioffe, V.B. Geshkenbein, M. V. Feigel'man, A. L. Fauchere and G. Blatter, Nature (London) **398**, 679 (1999).
- [17] G. Blatter, V. B. Geshkenbein, and L. B. Ioffe, Phys. Rev. B **63**, 174511 (2001).
- [18] A. F. Volkov, F. S. Bergeret, and K. B. Efetov, Phys. Rev. Lett. **90**, 117006 (2003).
- [19] F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, Phys. Rev. Lett. **86**, 4096 (2001).
- [20] E. A. Demler, G. B. Arnold, M. R. Beasley, Phys. Rev. B **55**, 15174 (1997).
- [21] Ya. V. Fominov, N. M. Chtchelkatchev, and A. A. Golubov, JETP Lett. **74**, 96 (2001) [Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **74**, 101 (2001)]; Phys. Rev. B **66**, 014507 (2002).
- [22] F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, Phys. Rev. B **65**, 134505 (2002).
- [23] A. Yu. Rusanov, M. Hesselberth, J. Aarts, and A. I. Buzdin, Phys. Rev. Lett. **93**, 057002 (2004).
- [24] C.-Y. You, Ya. B. Bazaliy, J. Y. Gu et al., Phys. Rev. B **70**, 014505 (2004).
- [25] T. T. Heikkilä, F. K. Wilhelm, G. Schön, Europhys. Lett. **51**, 434 (2000).
- [26] S.-K. Yip, Phys. Rev. B **62**, R6127 (2000).

- [27] F. S. Bergeret, A. F. Volkov and K. B. Efetov, Phys. Rev. Lett. **86**, 3140 (2001); Phys. Rev. B **64**, 134506 (2001).
- [28] A. Millis, D. Rainer, and J. A. Sauls, Phys. Rev. B **38**, 4504 (1988).
- [29] M. Fogelström, Phys. Rev. B **62**, 11812 (2000).
- [30] J. C. Cuevas, M. Fogelström, Phys. Rev. B **64**, 104502 (2001).
- [31] Г. Е. Воловик, and Л. П. Горьков, ЖЭТФ **88**, 1412 (1985) [Sov. Phys. JETP **61**, 843 (1985)].
- [32] M. Sigrist, and K. Ueda, Rev. Mod. Phys. **63**, 239 (1991).
- [33] Г. Е. Воловик, Письма в ЖЭТФ **66**, 492 (1997) [JETP Lett., **66**, 522 (1997)].
- [34] M. Fogelström, D. Rainer, and J. A. Sauls, Phys. Rev. Lett. **79**, 281 (1997).
- [35] Yu. S. Barash, M. S. Kalenkov and J. Kurkijärvi, Phys. Rev. B **62**, 6665 (2000).
- [36] T. Löfwander, V. S. Shumeiko and G. Wendin, Supercond. Sci. Technol. **14**, R53 (2001).
- [37] M. Krawiec, B. L. Györfy, and J. F. Annett, Phys. Rev. B **66**, 172505 (2002); Physica C **387**, 7 (2003).
- [38] C. Bell *et al.*, Phys. Rev. B **68**, 144517 (2003).
- [39] L.P. Gor'kov, V. Kresin, Appl. Phys. Lett. **78**, 3657 (2001).
- [40] B.M. Andersen and P. Hedegard, Phys. Rev. B **66**, 104515 (2002).
- [41] A. L. Kasatkin and E. A. Pashitskii, Sov. J. Low Temp. Phys. **10**, 640 (1984); Sov. Phys. Solid State **27**, 1448 (1985).
- [42] M.I. Visscher and G.E. Bauer, Phys. Rev. B **54**, 2798 (1996).
- [43] S.N. Artemenko and S.V. Remizov, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **65**, 50 (1997) [JETP Lett. **65**, 53 (1997)].

- [44] S. Chakravarty, R. B. Laughlin, D. K. Morr, and C. Nayak, Phys. Rev. B **63**, 094503 (2001).
- [45] А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников, ЖЭТФ **47**, 1136 (1964).
- [46] P. Fulde and R. A. Ferrell, Phys. Rev. **135**, A550 (1964).
- [47] P. M. Tedrow, J. E. Tkaczyk, and A. Kumar, Phys. Rev. Lett. **56**, 1746 (1986).
- [48] X. Hao, J. S. Moodera, and R. Meservey, Phys. Rev. B **42**, 8235 (1990).
- [49] C. W. J. Beenakker Phys. Rev. Lett. **67**, 3836 (1991); **68**, 1442 (1992).
- [50] A. Furusaki and M. Tsukada, Physica (Amsterdam) **165B-166B**, 967 (1990).
- [51] A. Furusaki and M. Tsukada, Phys. Rev. B **43**, 10164 (1991).
- [52] C. W. J. Beenakker and H. van Houten, Phys. Rev. Lett. **66**, 3056 (1991).
- [53] Yu. S. Barash and I. V. Bobkova, Phys. Rev. B **65**, 144502 (2002).
- [54] G. Eilenberger, Z. Phys. **214**, 195 (1968).
- [55] А. И. Ларкин и Ю. Н. Овчинников, ЖЭТФ **55**, 2262 (1968)
- [56] А. И. Ларкин и Ю. Н. Овчинников, ЖЭТФ **68**, 1915 (1975)
- [57] Г. Элиашберг, ЖЭТФ **61**, 1254 (1971)
- [58] A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinnikov, in *Nonequilibrium Superconductivity*, edited by D. N. Langenberg and A. I. Larkin (Elsevier Science Publishers, New York, 1986), p. 493.
- [59] J. W. Serene and D. Rainer, Phys. Rep. **101**, 221 (1983).
- [60] Yu. S. Barash, Phys. Rev. B. **61**, 678 (2000).
- [61] N. M. Chtchelkatchev, W. Belzig, Yu. V. Nazarov, and C. Bruder, JETP Lett. **74**, 323 (2001) [Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **74**, 357 (2001)].
- [62] T. Tokuyasu, J. A. Sauls, D. Rainer, Phys. Rev. B **38**, 8823 (1988).

- [63] L. Y. Gorelik, V. S. Shumeiko, R. I. Shekhter, G. Wendin, and M. Jonson, Phys. Rev. Lett. **75**, 1162 (1995).
- [64] L. Y. Gorelik, N. I. Lundin, V. S. Shumeiko, R. I. Shekhter, and M. Jonson, Phys. Rev. Lett. **81**, 2538 (1998)
- [65] N. I. Lundin, Phys. Rev. B **61**, 9101 (2000).
- [66] X. Waintal and P. W. Brouwer, Phys. Rev. B **65**, 054407 (2002).
- [67] Yu. S. Barash, I. V. Bobkova, and T. Kopp, Phys. Rev. B **66**, 140503 (2002).
- [68] Ю. С. Бараш, И. В. Бобкова, Т. Копп, УФН **174**, 1022 (2004).
- [69] V. M. Edelstein, Phys. Rev. Lett. **75**, 2004 (1995).
- [70] V. M. Edelstein, Phys. Rev. B **67**, 020505 (2003).
- [71] V. M. Edelstein, Письма в ЖЭТФ **77**, 212 (2003), [JETP Lett. **77**, 182 (2003)].
- [72] J. König, M. C. Bonsager, and A. H. MacDonald, Phys. Rev. Lett. **87**, 187202 (2001).
- [73] E. I. Rashba, Phys. Rev. B **68**, 241315 (2003); cond-mat/0404723 (unpublished); cond-mat/0408119 (unpublished).
- [74] T. P. Pareek, Phys. Rev. Lett. **92**, 076601 (2004).
- [75] F. Meier and D. Loss, Phys. Rev. Lett. **90**, 167204 (2003).
- [76] I. V. Bobkova, Yu. S. Barash, Pis'ma Zh. Éksp. Teor. Fiz. **80**, 563 (2004).
- [77] O. V. Dimitrova, M. V. Feigel'man, Pis'ma Zh. Éksp. Teor. Fiz. **78**, 1132 (2003), [JETP Lett., **78**, 637 (2003)].
- [78] В. М. Эдельштейн, ЖЭТФ **6**, 2151 (1989), [Sov. Phys. JETP **68**, 1244 (1989)].
- [79] M. Eschrig, Phys. Rev. B **61**, 9061 (2000).

- [80] V.F. Gantmakher, Y.B. Levinson, *Carrier Scattering in Metals and Semiconductors (Modern Problems in Condensed Matter Sciences, vol. 19)*, Elsevier Science Ltd., 1987.
- [81] B. Rejaei and G.E. Bauer, Phys. Rev. B **54**, 8487 (1996).
- [82] A.A. Sinchenko *et al.*, JETP Lett. **64**, 285 (1996); Phys. Rev. B **60**, 4624 (1999).
- [83] C. R. Hu, Phys. Rev. Lett. **72**, 1526 (1994).
- [84] Y. Tanaka, S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **74**, 3451 (1995).
- [85] Yu. S. Barash, H. Burkhardt, and D. Rainer, Phys. Rev. Lett. **77**, 4070 (1996).
- [86] I. V. Bobkova, P. J. Hirschfeld, and Yu. S. Barash, cond-mat/0408032 (unpublished).
- [87] И. О. Кулик, ЖЭТФ **57**, 1745 (1969).
- [88] А. Ф. Андреев, ЖЭТФ **46**, 1823 (1964) [Sov. Phys. JETP **19**, 1228 (1964)].
- [89] T. Valla *et. al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 086401 (2004).
- [90] M. Bovet *et. al.*, Phys. Rev. B **69**, 125117 (2004).
- [91] L. Roca *et. al.*, Phys. Rev. B **69**, 075114 (2004).
- [92] C. Bruder, Phys. Rev. B **41**, 4017 (1990).
- [93] S. Kashiwaya and Y. Tanaka, Rep. Prog. Phys. **63**, 1641 (2000).
- [94] А. В. Зайцев, ЖЭТФ, **86**, 1742 (1984).
- [95] N. Schopohl and K. Maki, Phys. Rev. B **52**, 490 (1995); N. Schopohl, cond-mat/9804064 (unpublished).
- [96] Ю. С. Бараш и А. М. Бобков, Письма в ЖЭТФ **73**, 470 (2001).