

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ТВЁРДОГО ТЕЛА

На правах рукописи

Бражников Максим Юрьевич

КАПИЛЛЯРНАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ НА ПОВЕРХНОСТИ
ЖИДКОГО ВОДОРОДА

01.04.07 — физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
А. А. Левченко

Черноголовка — 2005

Оглавление

Общая характеристика работы	4
Предисловие	11
1 Введение. Основные представления о предмете исследований	12
1.1 Капиллярные волны на заряженной поверхности жидкости .	12
1.2 Волновая турбулентность	13
1.3 Свойства жидкого водорода	16
2 Экспериментальная методика	19
2.1 Экспериментальная установка	19
2.2 Методика регистрация волн	24
3 Стационарные спектры капиллярной турбулентности	30
3.1 Влияние вида накачки на частотную зависимость корреляционной функции	30
3.2 Зависимость граничной частоты инерционного интервала от амплитуды волны на частоте накачки	35
3.3 Обсуждение результатов	39
4 Нестационарные турбулентные процессы	42
4.1 Распад турбулентного каскада капиллярных волн	42

4.2	Подавление высокочастотных турбулентных осцилляций до- полнительной низкочастотной накачкой	48
4.3	Обсуждение результатов	57
Заключения и выводы		63
Литература		66

Общая характеристика работы

Объект исследования и актуальность темы. В представленной диссертации экспериментально изучены турбулентные явления на поверхности жидкости. Высоковозбуждённое состояние системы со многими степенями свободы, в котором имеется направленный поток энергии, называется турбулентным. Нелинейное взаимодействие приводит к перераспределению энергии между степенями свободы в системе. К важнейшим системам, в которых турбулентное движение играет определяющую роль, относятся ветровые волны на поверхности океана [2] и крупномасштабные планетарные вихри в атмосфере Земли [3]. Взаимодействие этих двух мощных нелинейных систем в основном определяет погоду. Кроме того, понимание особенностей нелинейного и турбулентного переноса энергии и импульса в классических и квантовых системах представляет большой интерес как для фундаментальной физики, так и с точки зрения многочисленных практических приложений [5 – 11].

Между тем, экспериментальные возможности по изучению таких систем весьма ограничены. До настоящего времени не было получено надёжных экспериментальных данных даже о качественном характере нестационарных турбулентных явлений. Получение надёжной и достоверной информации о турбулентности в различных системах является актуальной и практически важной задачей современной физики.

Система взаимодействующих капиллярных волн на поверхности жид-

кости представляют собой объект для изучения слабой турбулентности. Основы теории слабой волной турбулентности были заложены в конце 60-х годов прошлого столетия [1]. Однако, несмотря на значительное число экспериментальных исследований по нелинейной динамике поверхностных волн, в настоящее время опубликовано лишь несколько сообщений об экспериментальных наблюдениях турбулентных спектров, результаты которых можно непосредственно сравнить с предсказаниями теории [16, 17].

Использование заряженной поверхности жидкого водорода для изучения турбулентности на поверхности жидкости предоставляет принципиальные преимущества по сравнению с традиционными экспериментами, например с водой. Это оказалось критически важно для изучения свойств стационарной турбулентности и сыграло ключевую роль в исследованиях нестационарных турбулентных процессов.

В цели диссертационной работы входило экспериментальное исследование стационарных спектров капиллярной турбулентности и изучение процессов формирования и распада турбулентного режима на поверхности жидкого водорода.

Для достижения указанных целей требовалось решение следующих задач:

1. Разработка методики возбуждения и регистрации колебаний на поверхности жидкого водорода. Обоснование методики восстановления корреляционной функции по измерению мощности отраженного от колеблющейся поверхности лазерного луча.
2. Исследование турбулентности капиллярных волн на поверхности

жидкого водорода. Поиск стационарных спектров капиллярной турбулентности.

3. Разработка алгоритма анализа экспериментальных данных в экспериментах по исследованию нестационарной турбулентности.
4. Исследование нестационарной капиллярной турбулентности.

Научная новизна:

1. Впервые исследована турбулентность капиллярных волн на поверхности жидкого водорода при различных режимах возбуждения поверхностных колебаний
2. Впервые измерено положение высокочастотного края инерционного интервала.
3. Впервые наблюдался распад турбулентности в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода. Изучена динамика распада капиллярной турбулентности.
4. Впервые изучена динамика установления нового стационарного турбулентного каскада в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода при включении/выключении дополнительной накачки с частотой ниже частоты основной накачки. Обнаружено подавления высокочастотных турбулентных осцилляций поверхности жидкости после включения дополнительной низкочастотной накачки.

Научная и практическая ценность. В данной работе впервые изучена динамика распада волновой турбулентности на примере капиллярной тур-

булентности на заряженной поверхности жидкого водорода. Использование идей и методик физики низких температур, отличающее данную работу от традиционных экспериментов с “обычными” жидкостями, позволило детально изучить турбулентность поверхностных волн и получить новую, принципиально важную информацию о нестационарных турбулентных явлениях на поверхности жидкости. Впервые зарегистрирован высокочастотный край инерционного интервала, а также наблюдается перестройка турбулентного спектра капиллярных волн при смене накачки гармонической силой на накачку на двух частотах одновременно. Знание о механизмах распада турбулентности в двумерных системах важно для многих прикладных и фундаментальных задач, в частности, для понимания нелинейного переноса энергии на поверхности Мирового океана, динамики крупномасштабных планетарных атмосферных вихрей.

Основные положения, выносимые на защиту состоят в следующем:

1. Разработка методики возбуждения и регистрации капиллярных волн на поверхности жидкого водорода, а также восстановления корреляционной функции по измерению мощности отражённого от поверхности жидкости лазерного луча.
2. Результаты исследований влияния условий накачки на степенную зависимость корреляционной функции отклонения поверхности жидкости в турбулентном режиме.
3. Экспериментальное наблюдение высокочастотного края инерционного интервала.
4. Экспериментальное наблюдение распада стационарного турбулентно-

го распределения в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода после ступенчатого выключения внешней накачки. Обнаружение “квазистационарного” распада капиллярной турбулентности.

5. Наблюдение перестройки турбулентного каскада капиллярных волн при включении/выключении дополнительной накачки. Обнаружение подавления высокочастотных турбулентных осцилляций поверхности жидкости в присутствии дополнительной низкочастотной накачки.

Личный вклад автора. Материал, представленный в диссертации получен при непосредственном участии автора в постановке задач исследований, в выполнении экспериментов и в обсуждении полученных результатов. Диссертационная работа выполнена в лаборатории квантовых кристаллов ИФТТ РАН в период с 2000 г. по 2005 г.

Апробация работы. Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях:

1. “Quantum Fluids and Solids — QFS2001” (Констанц, ФРГ, 2001);
2. “Chernogolovka Workshop on Low Temperature Physics in Microgravity Environment — CWS-2002”, (Черноголовка, Россия, 2002)
3. “Low Temperature Physics — LT23” (Хиросима, Япония, 2002);
4. “Cryocrystals and Quantum Crystals — CC-2002” (Фрейзиг, ФРГ, 2002);
5. “Solitons, Collapses And Turbulence: Achievements, Developments and Perspectives” (Черноголовка, Россия, 2002);

6. Международная конференция по Космическому Материаловедению (Калуга, Россия, 2003);
7. XXXIII Совещание по физике низких температур (Екатеринбург, Россия, 2003);
8. “Low Temperature Physics — LT24” (Орландо, США, 2005).

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 9 статьях, список которых приведёт в конце автореферата. Общее количество публикаций по теме диссертации — 14. Работы, вошедшие в диссертацию были выполнены при поддержке РФФИ (грант № 03-02-16865), Миннауки (грант НШ-2169.2003.2), программы Президиума РАН “Квантовая макрофизика” и INTAS (грант № 2001-0618).

Я благодарю моего научного руководителя Александра Алексеевича Левченко, Леонида Павловича Межова-Деглина, Германа Валентиновича Колмакова, Владимира Николаевича Хлопинского, преподавателей кафедры физики твёрдого тела, мою семью и друзей.

Предисловие

В данной диссертации представлены результаты исследований спектров турбулентности и нестационарных турбулентных процессов в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода.

Первая глава содержит введение в предмет исследования, дан краткий обзор теоретических и экспериментальных результатов по исследованию капиллярной турбулентности.

Во второй главе описаны экспериментальная установка, методика возбуждения капиллярных волн на поверхности жидкого водорода и их регистрации.

Третья глава посвящена результатам экспериментальных исследований стационарных спектров капиллярной турбулентности на поверхности жидкого водорода.

В четвёртой главе приведены результаты экспериментальных исследований нестационарных турбулентных процессов в системе капиллярных волн.

В заключении перечислены основные результаты работы и сформулированы выводы.

1. Введение. Основные представления о предмете исследований

1.1. Капиллярные волны на заряженной поверхности жидкости

На поверхности жидкости могут распространяться волны обусловленные одновременным действием силы тяжести и сил поверхностного натяжения. Связь между частотой ω и волновым вектором k поверхностной волны определяется ускорением свободного падения g и отношением коэффициента поверхностного натяжения σ к плотности жидкости ρ [25]:

$$\omega^2 = gk + \frac{\sigma}{\rho}k^3. \quad (1.1)$$

При больших длинах волн, удовлетворяющих условию $k \ll (g\rho/\sigma)^{1/2}$ или $k \ll 1/\lambda_{cap}$ (λ_{cap} — капиллярная длина), влиянием капиллярности можно пренебречь, и волна является чисто гравитационной. В обратном случае коротких волн можно пренебречь влиянием поля тяжести. Закон дисперсии капиллярных волн:

$$\omega_k^2 = \frac{\sigma}{\rho}k^3. \quad (1.2)$$

В случае заряженной поверхности внешнее электрическое поле создает дополнительную силу, действующую на поверхность. Дисперсионное соотношение линейных колебаний заряженной поверхности жидкости в поле силы тяжести, помещенной между обкладками горизонтально расположен-

ного плоского конденсатора, даётся выражением [27]:

$$\omega^2 = k \left(g + \frac{\sigma}{\rho} k^2 - \frac{2kP}{\rho} \coth kd \right) \tanh kh, \quad (1.3)$$

где h — толщина слоя жидкости, d — расстояние от поверхности жидкости до верхней обкладки конденсатора, $P = (U/d)^2/8\pi$ — давление электрических сил на плоскую невозмущённую поверхность, U — разность напряжений между обкладками конденсатора. В этой формуле предполагается, что электрическое поле в жидкости полностью экранируется поверхностными зарядами.

В предельном случае, когда расстояние от поверхности жидкости до управляющей обкладки конденсатора мало, так что $kd \ll 1$, и глубина жидкости велика, $kh \gg 1$, закон дисперсии волн на заряженной поверхности жидкости может быть переписан в виде:

$$\omega^2 = k \left(G + \frac{\sigma}{\rho} k^2 \right),$$

где величина $G = g - 2P/\rho d$ играет роль эффективного ускорения свободного падения. При повышении напряжения между обкладками конденсатора давление P на поверхность жидкости увеличивается, а эффективное ускорение G уменьшается, область капиллярных волн расширяется на более низкие частоты.

1.2. Волновая турбулентность

Турбулентность можно определить как высоковозбуждённое состояние нелинейной системы со многими степенями свободы. В таком состоянии система находится вдалеке от термодинамического равновесия и характеризуется интенсивной диссипацией энергии. Турбулентность может

наблюдаться в системах, в которых область накачки энергии и область её диссипации значительно разнесены по частотам.

Такое определение позволяет рассматривать турбулентные состояния не только в вихревой гидродинамике, но и в плазме в системе плазменных [20] и ионно-звуковых волн [15], в магнетиках (спиновые волны) [30], в системе волн второго звука в сверхтекучем гелии [5], а также в системе гравитационно-капиллярных волн на поверхности жидкости [26, 28, 29].

Единственно возможным в теории турбулентности представляется статистическое описание. В рамках теории слабой волновой турбулентности [4] статистическое описание ансамбля взаимодействующих волн даётся кинетическим уравнением для чисел заполнения n_ω :

$$\frac{\partial n_\omega}{\partial t} = st(n), \quad (1.4)$$

где $st(n)$ — интеграл столкновений.

В случае капиллярных волн, закон дисперсии которых (1.2) является распадным, основной вклад в интеграл столкновений вносят трёхволновые процессы — распад волны на две с сохранением суммарного волнового вектора и суммарной частоты, а также обратный ему процесс слияния двух волн в одну.

Стационарное решение кинетического уравнения (1.4) в инерционном интервале описывает изотропный спектр капиллярной турбулентности

$$n_\omega = CQ^{1/2} \left(\frac{\sigma}{\rho}\right)^{1/2} \omega^{-15/6}. \quad (1.5)$$

Здесь C — численный коэффициент, поток энергии $Q > 0$, что соответствует переносу энергии по масштабам частот от низких частот к высоким. Частотное распределение отклонения поверхности жидкости (корреляци-

онная функция) $\langle |\eta_\omega|^2 \rangle$ от состояния равновесия, найденное из распределения (1.5), имеет вид

$$\langle |\eta_\omega|^2 \rangle = \frac{\rho\omega}{\sigma k^2} n_\omega = CQ^{1/2} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)^{1/6} \omega^{-17/6}. \quad (1.6)$$

Решение (1.6) реализуется в инерционном интервале частот в случае широкополосной накачки низкочастотным шумом [4]. Численное решение [35] уравнения (1.4), показало, что для случая спектрально узкой накачки реализуется турбулентный спектр, состоящий из эквидистантных пиков, амплитуды которых убывают по степенному закону

$$\langle |\eta_\omega|^2 \rangle \sim \omega^{-21/6}, \quad (1.7)$$

т. е. с индексом, отличающимся от Колмогоровского.

В последнее время было выполнено несколько экспериментов на воде по изучению капиллярной турбулентности. Степенную зависимость от частоты для корреляционной функции на частотах до 1 кГц наблюдали в экспериментах [16] по измерению спектра мощности излучения, прошедшего через слой воды, поверхность которого возбуждалась на низкой частоте. Показатель степенной зависимости корреляционной функции оказался близок к теоретической величине $-17/6$. В экспериментах [17], где также исследовалась волны на поверхности воды, показатель степени в корреляционной функции был близок к -3.2 . В этих экспериментах кювета с жидкостью устанавливалась на виброплатформе. Волны возбуждались вследствие неустойчивости поверхности слоя жидкости, совершающего колебания в вертикальной плоскости.

Недавно были выполнены эксперименты [18], в которых удалось наблюдать корреляционную функцию со степенной зависимостью (1.6) в ча-

стотном диапазоне от 100 Гц до 8000 Гц при резонансной накачке на низких частотах. В этой работе использовалась новая методика регистрации колебаний: измерялась как функция времени амплитуда колебаний точки создаваемой лазером на поверхности воды с флюоресцентной примесью. В нашей работе [19], в которой моделировалась методика возбуждения волн на поверхности жидкого водорода и отработывалась методика регистрации волн, также были наблюдаемы степенные Колмогоровские спектры капиллярной турбулентности в широком интервале частот, и, впервые на поверхности воды, наблюдался край инерционного интервала.

1.3. Свойства жидкого водорода

Жидкий водород — криогенная жидкость с температурой затвердевания 13.95 К и кипения 20.38 К при атмосферном давлении. К достоинствам жидкого водорода в экспериментах по турбулентности следует отнести относительно низкую величину коэффициента кинематической вязкости и большое значение коэффициента нелинейности капиллярных волн $V \sim (\sigma/\rho^3)^{1/4}k^{9/4}$. В таблице 1.1 сравниваются значения параметров для воды и водорода. Относительная ширина инерционного интервала (отношение характерных частот диссипации энергии ω_b к частоте накачки ω_p) оценена из соотношения нелинейности капиллярных волн и их вязкого затухания. Видно, что водород предпочтительнее воды для наблюдения турбулентного режима в широком частотном диапазоне.

	Водород, H_2	Вода, H_2O	Гелий, He
Плотность ρ , г/см ³	0.076	1	0.145
Коэффициент поверхностного натяжения σ , г/с ²	2.7	77	0.12
Капиллярная длина $\lambda_{cap} = (\sigma/g\rho)^{1/2}$, см	0.19	0.28	0.030
Коэффициент нелинейного взаимодействия $V \sim (\sigma/\rho^3)^{1/4}$, см ^{9/4} /с ^{1/2}	8.9	3	2.5
Вязкость ν , см ² /с	0.0026	0.01	0.0002
Относительная ширина инерционного интервала ω_b/ω_p	60	22	65

Таблица 1.1. Физические свойства жидкого водорода при температуре $T=15$ К, воды при $T=300$ К и жидкого гелия при $T=4.2$ К.

Как известно, жидкий водород — самая лёгкая жидкость, его плотность в 13 раз меньше плотности воды. Поэтому колебания поверхности жидкого водорода можно возбуждать внешней силой во много раз меньшей, чем для воды. Это обстоятельство является определяющим при использовании методики, в которой волны на поверхности возбуждаются электрическими силами. Поверхность жидкого водорода можно зарядить инжектированными в объём жидкости зарядами, удерживать их вблизи поверхности в течение длительного времени, а также возбуждать поверхностные волны при помощи переменного электрического поля [32]. Большим преимуществом этой методики для изучения капиллярной турбулентности является возможность воздействия внешней силой непосредственно на поверхность жидкости, а также высокая степень изотропности возбуждающей силы, что позволило проводить исследования турбулентности в хорошо контролируемых экспериментальных условиях. Возможность контролировать амплитуду внешней силы и частотный спектр возмущения критически важно при изучении нестационарных турбулентных процессов.

Таким образом, система капиллярных волн на заряженной поверхности жидкого водорода представляется привлекательным объектом для изучения волновой турбулентности.

2. Экспериментальная методика

2.1. Экспериментальная установка

Для проведения качественных экспериментов с заряженной поверхностью жидкого водорода необходимо работать с чистым водородом. Упрощённая схема газовых коммуникаций экспериментальной установки приведена на рис. 2.1. Баллон с техническим водородом состыковывался с газовой линией 5 и проходил очистку в газификаторе 3. Конструкция и порядок работы с газификатором подробно описаны в [31]. Очищенный водород собирался и хранился в баллоне 2. При проведении эксперимента очищенный водород конденсировался через азотную ловушку 4 в рабочую ячейку, расположенную в криостате 1. После окончания эксперимента водород из ячейки возвращался в баллон для хранения.

Эксперименты были проведены в цилиндрической оптической ячейке, которая размещалась в вакуумной полости гелиевого криостата. Были использованы две ячейки разных размеров, конструкции которых принципиально не отличались. На рис. 2.2 схематически показана конструкция малой ячейки.

Внутренний диаметр ячейки, выточенной из стальной толстостенной трубы, равен 36 мм, длина ячейки 28 мм. В качестве окон ячейки 6 использовали плоские диски диаметром 44 мм, изготовленные из оргстекла толщиной 2 мм. Окна крепятся вакуумно плотно на болтах, прокладками

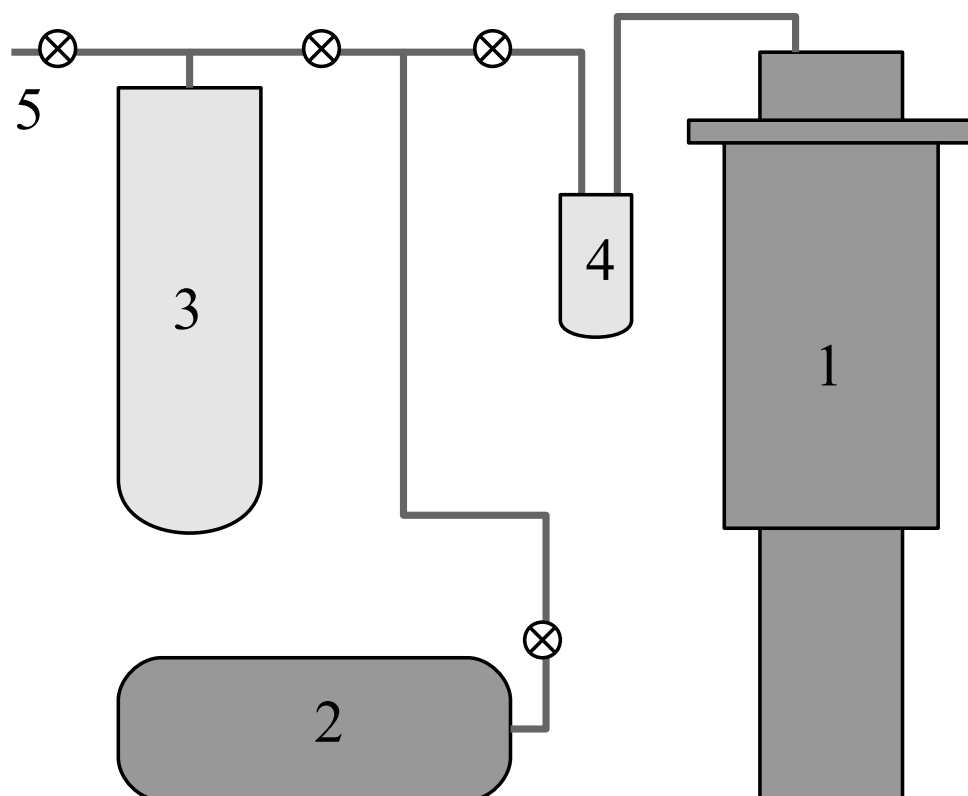


Рис. 2.1. Схема экспериментальной установки. 1 — гелиевый криостат, 2 — ёмкость для хранения водорода, 3 — водородный газификатор, 4 — азотная ловушка, 5 — разъём для подключения баллона.

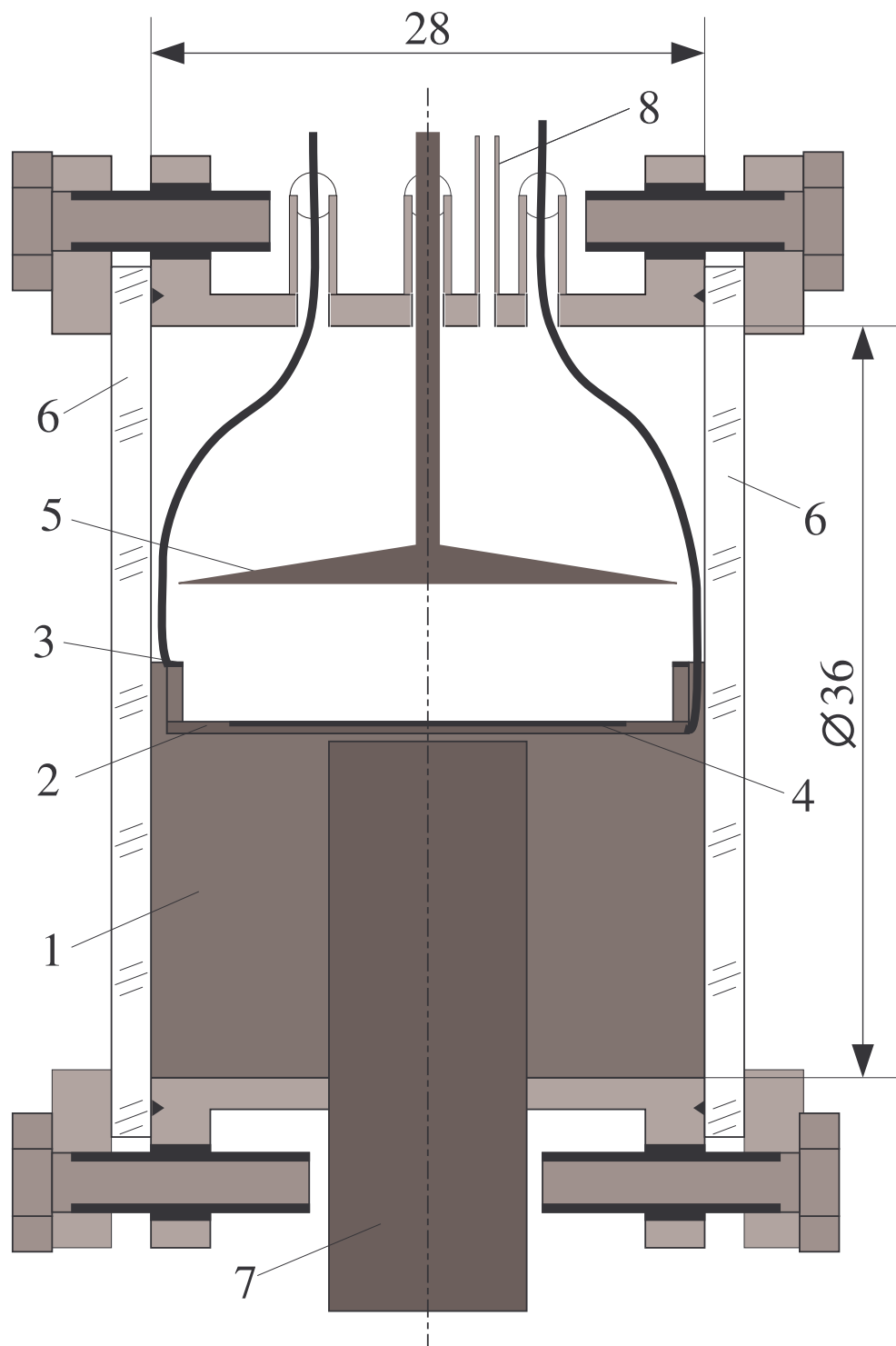


Рис. 2.2. Устройство экспериментальной ячейки. 1 — текстолитовый брусок, 2 — нижняя обкладка конденсатора, 3 — охранное кольцо, 4 — радиоактивная мишень, 5 — верхняя обкладка конденсатора, 6 — окна из оргстекла, 7 — медный холодопровод, 8 — капилляр.

служат индиевые колечки.

Внутри ячейки установлен плоский горизонтальный конденсатор. Нижняя обкладка конденсатора 2, изготовленная из медного листа в форме диска диаметром 27 мм, располагалась на дне цилиндрического выреза в текстолитовом бруске 1. Внутрь выреза плотно вставлялось колечко из фольгированного гетинакса внутренним диаметром 25 мм. Верхняя фольгированная поверхность колечка играла роль охранного кольца 3. Глубина цилиндрического контейнера, образованного нижней обкладкой конденсатора и гетинаксовым колечком, составляла 3 мм. Контейнер охлаждали медным холодопроводом 7, соединенным тепловым мостом с гелиевым дьюаром.

На дне контейнера помещалась радиоактивная мишень 4 — пластина из молибдена, покрытая слоем тритида титана. Газообразный водород через капилляр 8 попадал в ячейку и конденсировался в контейнер. Набор водорода прекращали, когда поверхность жидкости оказывалась вровень с охранным кольцом. Над поверхностью жидкости располагалась верхняя обкладка конденсатора 5 диаметром 25 мм, изготовленная из меди. Расстояние от поверхности жидкости до верхней обкладки составляло 4 мм.

Радиоактивная мишень излучала β -электроны со средней энергией около 5 кэВ и максимальной 18 кэВ. Электроны ионизировали тонкий слой жидкости (около 10 мк) вблизи поверхности мишени, что приводило к образованию в жидкости трех типов свободных носителей заряда: отрицательно и положительно заряженных кластеров из отвердевшего молекулярного водорода диаметром ~ 1 нм и электронных пузырьков примерно того же диаметра [32]. Знак зарядов, извлекаемых из ионизированного слоя внеш-

ним электрическим полем и образующих квазидвумерный слой под поверхностью жидкого водорода, определялся полярностью постоянного напряжения, которое прикладывали к нижней обкладке конденсатора. Охранное кольцо 3 препятствовало уходу зарядов из-под поверхности на стенки контейнера, поэтому можно считать, что плотность зарядов в слое пропорциональна приложенному напряжению, и электрическое поле в объеме жидкости близко к нулю. Время жизни положительно и отрицательно заряженных кластеров под поверхностью водорода значительно превосходит (на 2–3 порядка) время жизни электронных пузырьков (~ 10 с), поэтому в данной работе для зарядки поверхности жидкого водорода мы использовали положительно заряженные кластеры.

В работе использовались две пары термометров и нагревателей. Одна пара крепилась к наборному капилляру 8 и требовалась только при наборе водорода, поскольку температура кристаллизации водорода (около 14 К) выше температуры кипения жидкого гелия. Второй термометр был закреплён на стенке ячейки, а нагреватель подсоединялся в точке крепления ячейки с гелиевым холодопроводом. Температура жидкого водорода при проведении экспериментов поддерживалась на уровне 16 К.

Колебания заряженной поверхности жидкого водорода возбуждали переменным электрическим полем при подаче на охранное кольцо переменного напряжения в дополнение к постоянному. Возбуждение волн происходит за счет неоднородности электрического поля на краях конденсатора, поэтому колебания поверхности генерируются на частоте переменного напряжения, а не на половинной частоте, как в случае параметрического резонанса. Электрическое поле в таком конденсаторе достаточно изотроп-

но для того, чтобы на поверхности жидкости не возбуждались волны с угловыми гармониками. Максимальная амплитуда переменного напряжения на охранном кольце не превышала 100 В, значение постоянного напряжения составляло 1400–1600 В. Постоянная составляющая электрического поля компенсирует влияние гравитационного поля. Как показал эксперимент [12], в полях порядка 4000 В/см на частотах свыше 10 Гц закон дисперсии возбуждаемых поверхностных волн близок к капиллярному $\omega_k \sim k^{3/2}$.

2.2. Методика регистрация волн

Схема наблюдения колебаний поверхности жидкого водорода показана на рис. 2.3.

Волны на поверхности жидкости регистрировали по изменению мощности отраженного от поверхности жидкости линейно поляризованного лазерного луча. Луч падал на поверхность под малым углом $\alpha = 0.2$ рад. Плоскость падения луча проходила вдоль диаметра ячейки. Отраженный луч фокусировался линзой 2 на фотоприёмник 3. Сигнал с фотоприёмника подавался на усилитель 4, обрезающий постоянную составляющую сигнала. Выходной сигнал усилителя, пропорциональный переменной составляющей мощности отраженного лазерного луча $P(t)$, записывался в память компьютера с помощью 16-битного аналого-цифрового преобразователя в течение от 3 до 13 секунд с частотой дискретизации 40–120 кГц (в различных экспериментах). Пример записи оцифрованной зависимости $P(t)$ показан на рис. 2.4. Время выборки определялось так, чтобы полное число оцифрованных точек являлось степенью двойки, что необходимо при дальнейшей обработке данных с помощью алгоритма быстрого преобразования

Фурье.

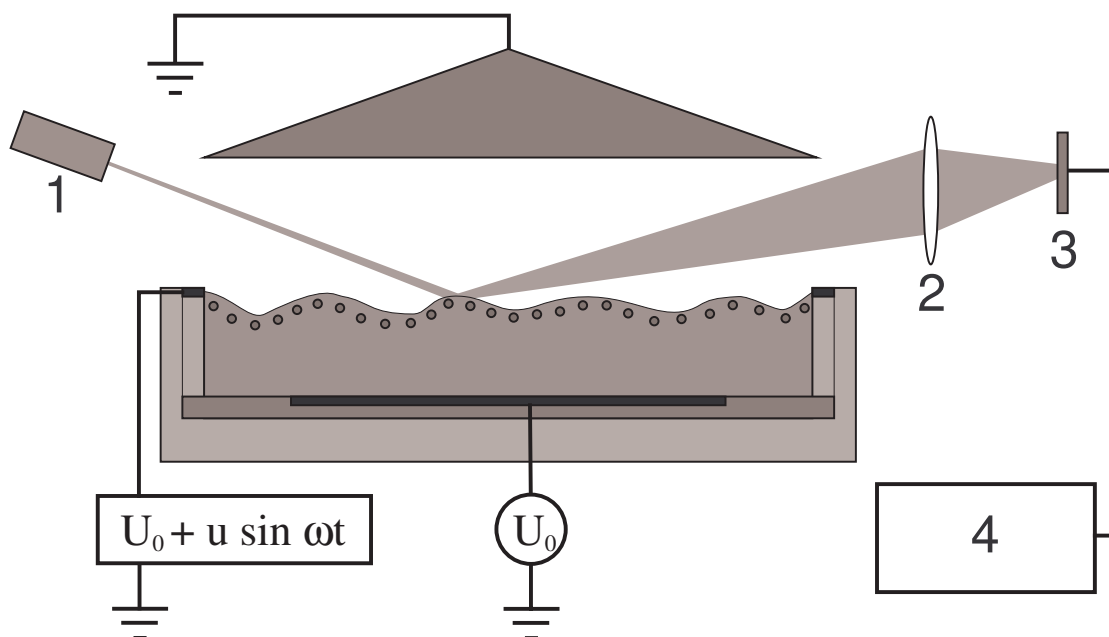


Рис. 2.3. Схема регистрации колебаний заряженной поверхности жидкого водорода. 1 — лазер, 2 — фокусирующая линза, 3 — фотоприёмник, 4 — блок регистрации, включающий усилитель, АЦП и компьютер.

При сравнении результатов подобных экспериментов с предсказаниями теории обычно интересуются поведением корреляционной функцией отклонения поверхности от равновесного состояния в частотном представлении $\langle |\eta_\omega|^2 \rangle$

$$\langle |\eta_\omega|^2 \rangle = \langle |\varphi_\omega/k|^2 \rangle = k^{-2} \langle |\varphi_\omega|^2 \rangle \sim \omega^{-4/3} \langle |\varphi_\omega|^2 \rangle, \quad (2.1)$$

где η_ω — высота капиллярной волны, k — её волновое число, $\varphi_\omega = k\eta_\omega$ — угловая амплитуда. Зависимость волнового числа k от частоты определяется законом дисперсии капиллярных волн $\omega^2 = \sigma/\rho k^3$. Для извлечения информации о состоянии поверхности (т. е. о входящих в выражение (2.1) величинах) по результатам измерения мощности лазерного луча $P(t)$ сле-

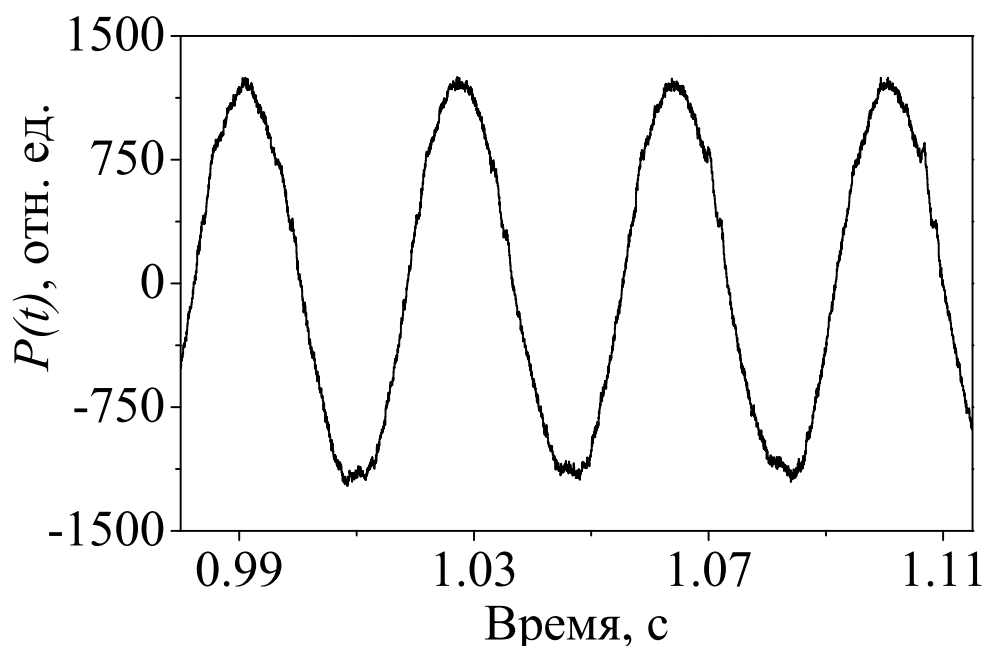


Рис. 2.4. Фрагмент оцифрованной зависимости от времени переменной составляющей мощности отраженного лазерного луча $P(t)$. Частота накачки 27.5 Гц.

дует применять различные методы обработки. Метод обработки зависит, во-первых, от соотношения между линейным размером пятна a , образованного лучом на поверхности жидкости вдоль диаметра ячейки, и длиной капиллярной волны на поверхности жидкости λ , а во-вторых, от соотношения между углом скольжения лазерного луча α и максимальным углом отклонения поверхности от плоского состояния φ_{max} .

1. Если $a \ll \lambda$ ($ka \ll \pi$, тонкий луч), то отражённая мощность пропорциональна коэффициенту отражения в точке падения луча

$$P(t) = const \cdot R(\alpha + \varphi(t)), \quad (2.2)$$

где $R(\theta)$ — коэффициент отражения. Если к тому же справедливо

условие $\varphi_{max} \ll \alpha$, функцию $R(\theta)$ можно разложить в ряд Тейлора в окрестности α и пренебречь членами выше первого порядка малости

$$P(t) \sim R(\alpha + \varphi(t)) \approx R(\alpha) + const \cdot \varphi(t),$$

т. е. переменная составляющая мощности луча прямо пропорциональна угловому отклонению поверхности жидкости в точке падения луча. Поэтому для Фурье-компонент:

$$\varphi_{\omega}^2 \sim P_{\omega}^2. \quad (2.3)$$

2. В противоположном случае $a \gg \lambda$ ($ka \gg \pi$, широкий луч) при выполнении условия $\varphi_{max} \ll \alpha$, $P(t)$ является интегральной характеристикой формы поверхности — усреднённым по площади пятна коэффициентом отражения

$$\begin{aligned} P(t) \sim \int R(\alpha + \varphi(x, t)) \, ds &= \int R(\alpha) \, ds + const \cdot \int \varphi(x, t) \, ds = \\ &= C1 + C2 \int \varphi(x, t) \, ds, \end{aligned}$$

где $C1$ и $C2$ — некоторые константы. Тогда для Фурье-компонент

$$\varphi_{\omega}^2 \sim P_{\omega}^2 / \Phi(\omega), \quad (2.4)$$

где $\Phi(\omega)$ — аппаратная функция, вид которой зависит от положения пятна на поверхности.

Пример частотной зависимости $\Phi(\omega)$, полученной расчётом для идеализированного случая, когда пространственные фазы всех волн совпадают в центре пятна, показан на рис. 2.5. Как видно из рисунка, в области $ka \ll \pi$ (или в частотном представлении $\omega \ll \omega_{cr}$, где $\omega_{cr} = \omega_{k=\pi/a}$), соответствующей пределу тонкого луча, функция $\Phi(\omega)$ близка к единице,

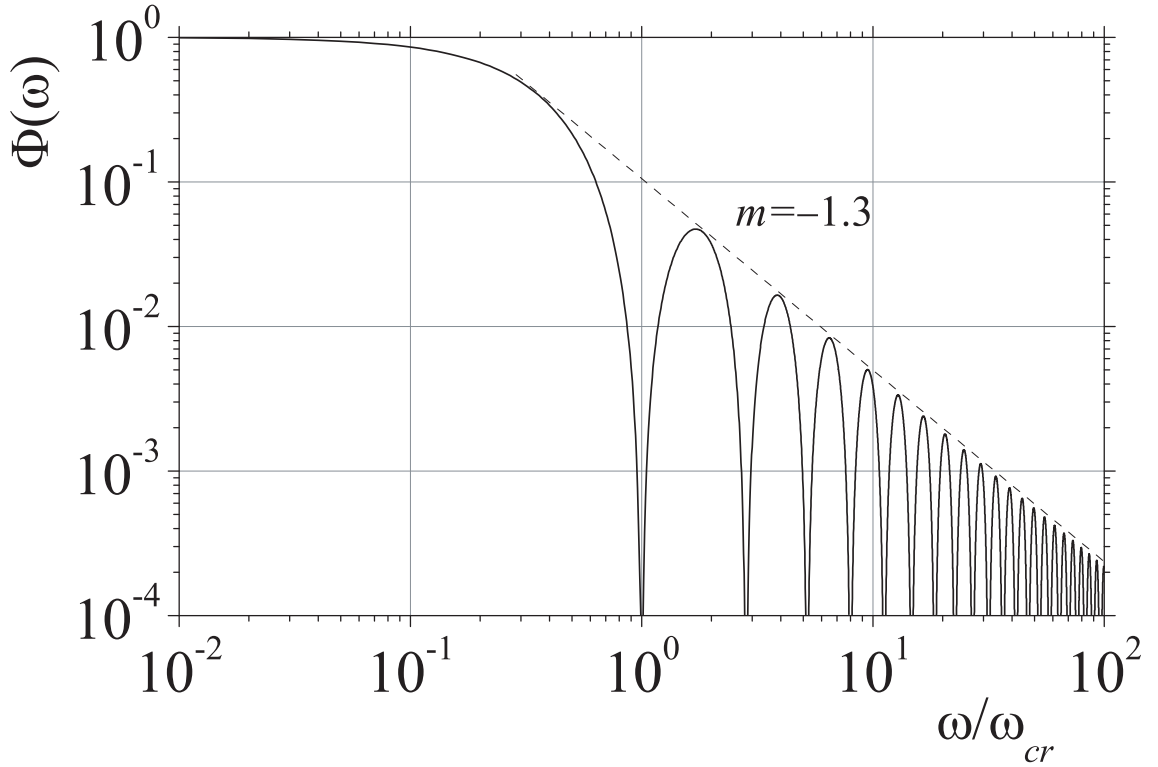


Рис. 2.5. Расчётная зависимость аппаратной функции $\Phi(\omega)$: нормированное отношение P_ω^2 к φ_ω^2 . Прямая линия соответствует зависимости $\Phi(\omega) \sim \omega^{-1.3}$.

что соответствует выражению (2.3). В области $ka \gg \pi$ (предел широкого луча, $\omega \gg \omega_{cr}$) аппаратная функция немонотонна, но ее относительные максимумы спадают по степенному закону с показателем степени близким к -1.3 , $\Phi(\omega) \sim \omega^{-1.3}$. Учёт фаз волн качественно не меняет аппаратную функцию. Происходит перераспределение “холмов”, однако зависимость их высоты от частоты не изменяется.

В наших экспериментах по турбулентности условие $\varphi_{max} \ll \alpha$ всегда выполнялось, поэтому для корреляционной функции $\langle |\eta_\omega|^2 \rangle$, подставляя в (2.1) поочередно соотношения (2.3) и (2.4), получим

$$\langle |\eta_\omega|^2 \rangle \sim \omega^{-4/3} \langle |\varphi_\omega|^2 \rangle \sim \omega^{-4/3} P_\omega^2, \quad ka \ll \pi, (\omega \ll \omega_{cr}), \quad (2.5)$$

$$\langle |\eta_\omega|^2 \rangle \sim \omega^{-4/3} \langle |\varphi_\omega|^2 \rangle \sim \omega^{-4/3} P_\omega^2 / \Phi(\omega) \sim P_\omega^2, \quad ka \gg \pi, (\omega \gg \omega_{cr}). \quad (2.6)$$

В выражении (2.6) аппаратную функцию $\Phi(\omega)$ при $\omega \gg \omega_{cr}$ мы заменили степенной зависимостью $\omega^{-1.3}$, которая описывает поведение относительных максимумов $\Phi(\omega)$ рис. 2.5. Такая замена не позволяет отождествлять спектры P_ω^2 и $\langle |\eta_\omega|^2 \rangle$, но позволяет определить по экспериментальному спектру P_ω^2 те параметры спектра $\langle |\eta_\omega|^2 \rangle$, которые интересовали нас при сравнении результатов измерений с предсказаниями теории турбулентности в системе капиллярных волн: показатель степени в спектре $\langle |\eta_\omega|^2 \rangle$ в инерционном интервале и положение высокочастотного края инерционного интервала.

3. Стационарные спектры капиллярной турбулентности

3.1. Влияние вида накачки на частотную зависимость корреляционной функции

Как предсказывается теорией [4, 35] показатель степени m в зависимости корреляционной функции $\langle |\eta_\omega|^2 \rangle \sim \omega^m$ должен изменяться с $m = -21/6$ на $m = -17/6$ при переходе от узкополосной накачки к широкополосной. Экспериментальные возможности методики позволили получить и сравнить частотные зависимости корреляционных функций для трех видов возбуждения заряженной поверхности: на одной резонансной частоте, на двух резонансных частотах и шумом в полосе, захватывающей несколько резонансных мод колебаний поверхности жидкости в цилиндрическом резервуаре.

На рис. 3.1 в двойном логарифмическом масштабе показан спектр капиллярных осцилляций при возбуждении поверхности жидкого водорода гармонической силой на частоте $\omega_p/2\pi = 75$ Гц. В спектре виден основной пик на частоте накачки ω_p и пики на кратных частотах, соответствующие капиллярным волнам, которые возбуждаются на поверхности жидкости в результате нелинейности. Уменьшение высоты пиков с увеличением частоты можно описать степенной зависимостью ω^m с показателем степени $m = -3.7 \pm 0.3$. Немонотонная зависимость высоты пиков от частоты

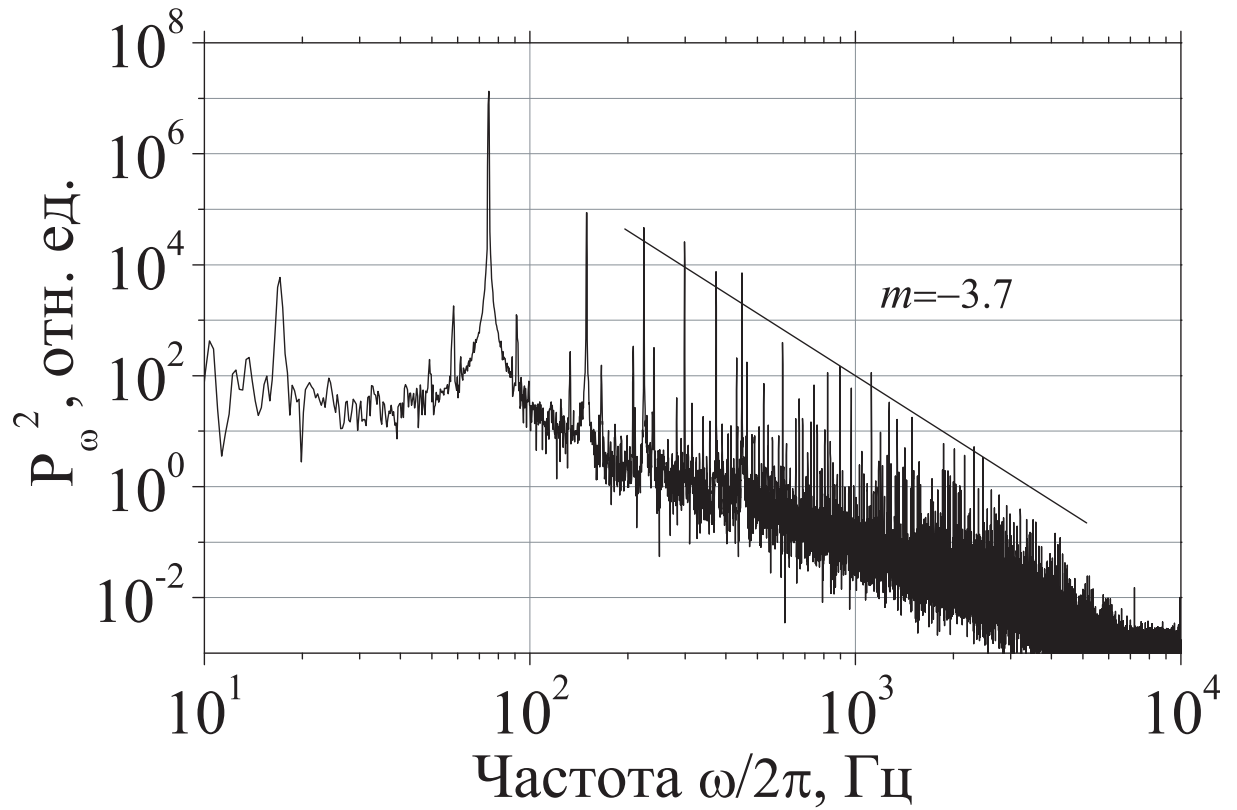


Рис. 3.1. Распределение квадрата амплитуд Фурье P_{ω}^2 в двойных логарифмических координатах. Возбуждение колебаний поверхности производилось гармонической накачкой на частоте 75 Гц.

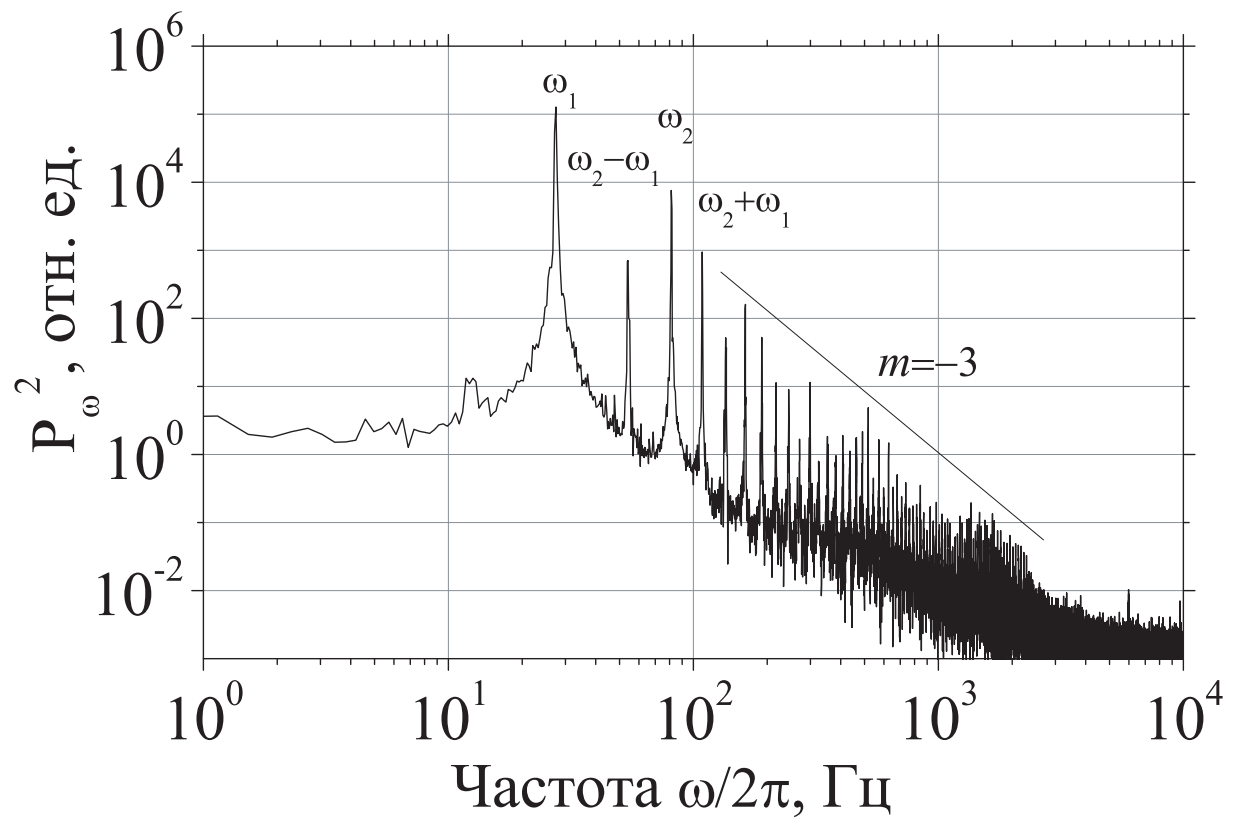


Рис. 3.2. Распределение P_ω^2 при одновременной накачке на двух частотах $\omega_1/2\pi = 28$ Гц и $\omega_2/2\pi = 81$ Гц.

связана как с немонотонностью аппаратной функции при регистрации поверхностных колебаний в режиме “широкого луча”, так и с дискретностью спектра собственных колебаний поверхности жидкости в цилиндрическом резервуаре: амплитуда кратной гармоники будет подавлена, если её частота не совпадает с частотой одной из резонансных мод колебаний поверхности жидкости.

На рис. 3.2 показана зависимость P_ω^2 при накачке на частотах $\omega_1/2\pi = 28$ Гц и $\omega_2/2\pi = 81$ Гц. На рисунке хорошо видны два основных пика на частотах 1 и 2, а также комбинационные пики, соответствующие частотам $\omega_2 - \omega_1$ и $\omega_2 + \omega_1$. Для каждого пика на частоте ω , можно найти комбинацию частот $\omega = p\omega_2 \pm q\omega_1$, где p и q целые числа.

На частотах выше 200 Гц зависимость высоты пиков спектра P_ω^2 близка к $\omega^{-2.8 \pm 0.2}$. Эта зависимость отличается от зависимости $\omega^{-3.7 \pm 0.3}$, наблюдаемой в экспериментах с возбуждением поверхности на одной частоте. Уменьшение абсолютной величины показателя степени от 3.7 до 2.8 можно связать с изменением условий возбуждения волн на поверхности. Отметим, что значение $m = -2.8$ близко к теоретической оценке $m = -17/6$, полученной для случая накачки в широком интервале частот.

При возбуждении поверхностных колебаний низкочастотным шумом распределение P_ω^2 оказывается близким к теоретической зависимости [4]. Спектр осцилляций поверхности при накачке шумом в полосе от 1 до 30 Гц продемонстрирован на рис. 3.3. Распределение P_ω^2 может быть хорошо описано степенной функцией частоты с показателем степени $m = -2.8 \pm 0.2$.

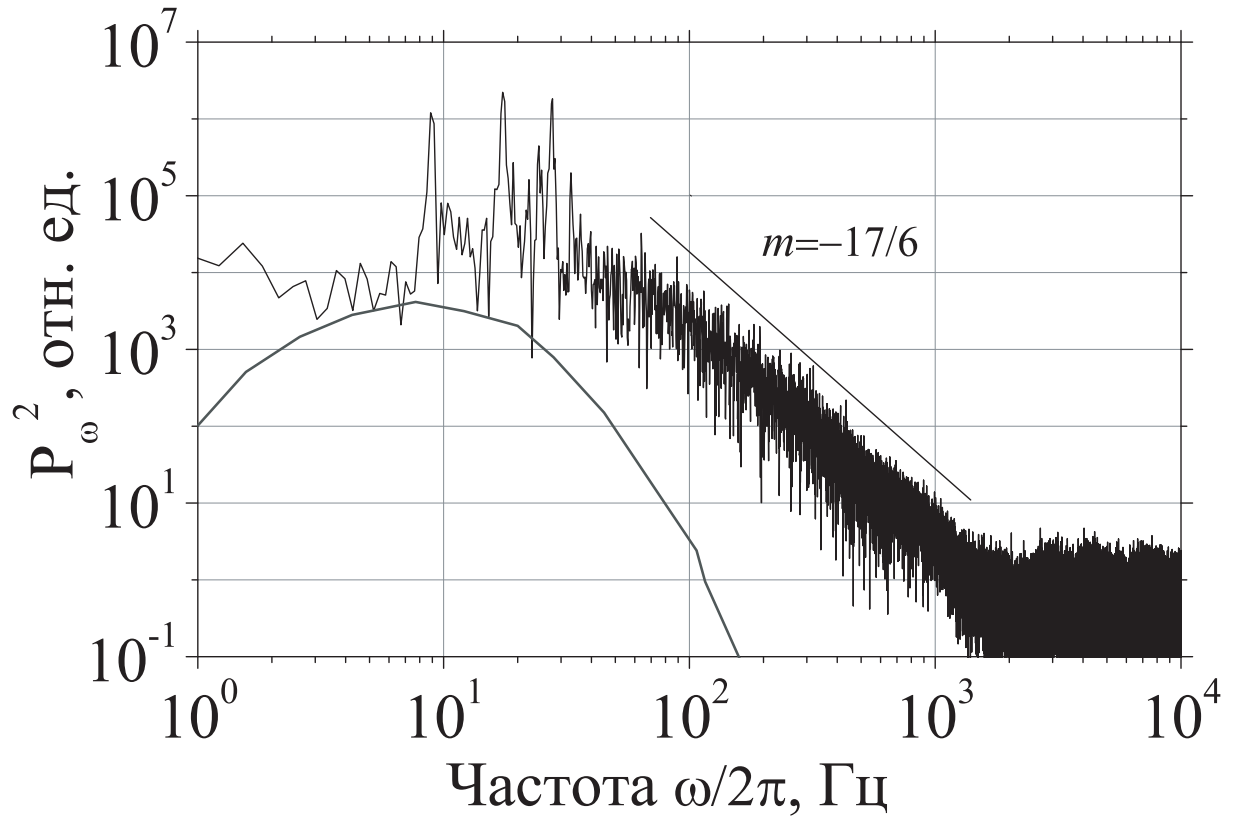


Рис. 3.3. Распределение квадрата амплитуд Фурье P_{ω}^2 при широкополосной накачке шумом в интервале от 1 до 30 Гц. Нижняя кривая — спектр шумовой накачки.

3.2. Зависимость граничной частоты инерционного интервала от амплитуды волны на частоте накачки

На рис. 3.4 показаны две зависимости от частоты квадрата амплитуды Фурье P_ω^2 сигнала $P(t)$, измеренного при возбуждении поверхности на частоте $\omega_p/2\pi = 137$ Гц. На рис. 3.4а амплитуда волны на частоте накачки составляла 0.0045 ± 0.0006 мм, а на рис. 3.4б — 0.016 ± 0.009 мм. Стрелками отмечены частоты, на которых наблюдается резкое изменение в зависимости P_ω^2 — край инерционного интервала. На рис. 3.4а граничная частота края инерционного интервала составляет $\omega_b/2\pi = 0.9 \pm 0.2$ кГц, а на рис. 3.4б — $\omega_b/2\pi = 4.5 \pm 0.4$ кГц. Видно, что при увеличении амплитуды волны граничная частота инерционного интервала сдвигается в сторону высоких частот.

Из рисунков следует, что когда амплитуда волны невелика инерционный интервал не очень широкий, на нем реализуется каскад, состоящий только из нескольких высокочастотных гармоник частоты накачки $\omega_p/2\pi$. При большой амплитуде волны накачки, инерционный интервал расширяется и каскад составляют уже десятки и сотни гармоник. Зависимость P_ω^2 в широком частотном интервале можно описать степенной функцией с показателем степени равным $m = -3.7 \pm 0,3$. Для иллюстрации этого факта на рис. 3.4б прямой линией показана степенная зависимость с показателем степени равным $m = -3.7$.

На рис. 3.5 приведены зависимости граничной частоты края инерционного интервала от амплитуды волны на частотах накачки 81, 137 и 290 Гц. Абсциссы (частоты) точек на рисунке оценены из эксперименталь-

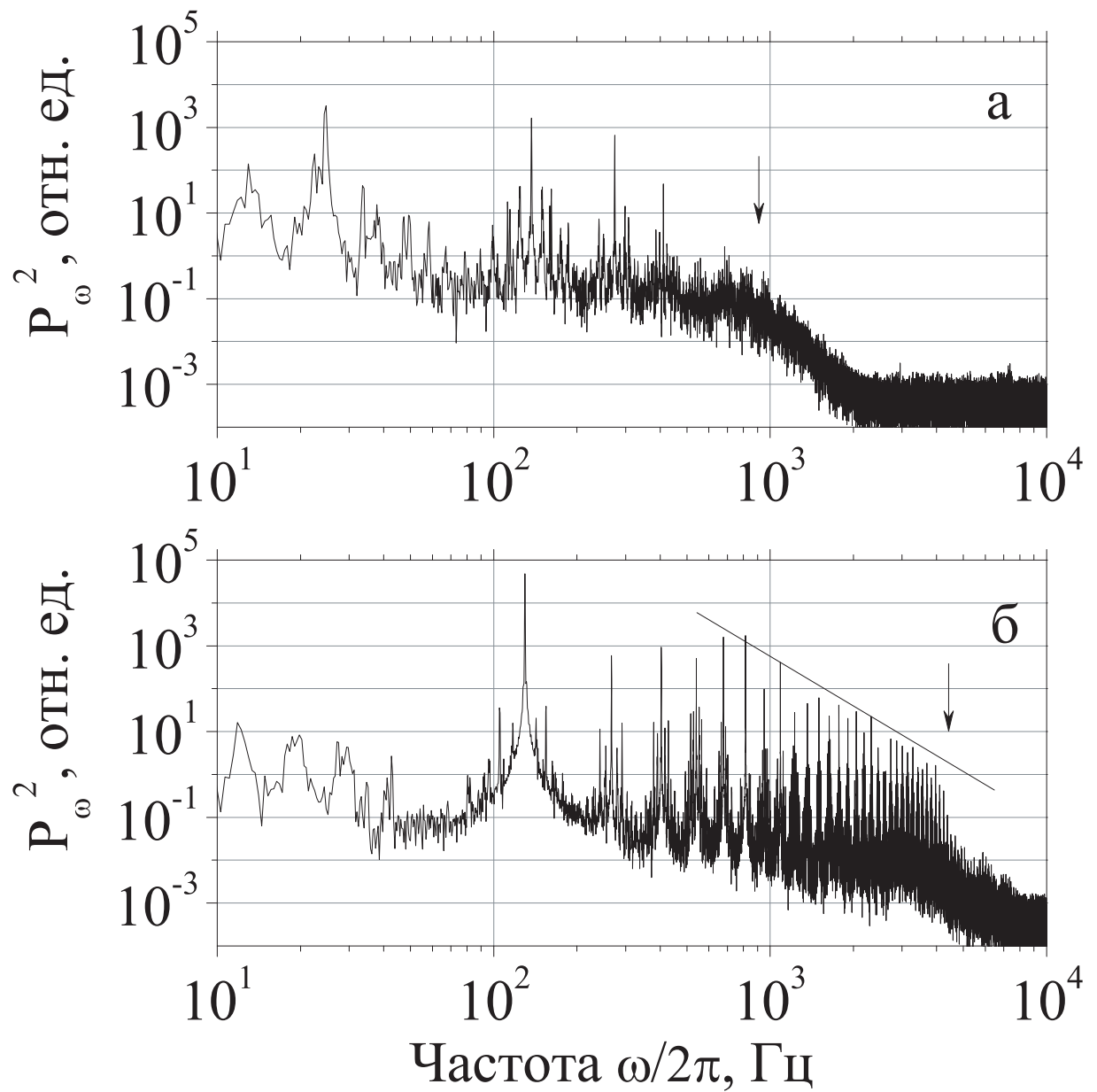


Рис. 3.4. Стационарные спектры капиллярной турбулентности при различном уровне внешней накачки. *а* — амплитуда волны на частоте накачки $\eta_p = 0.0045 \pm 0.0006$ мм; *б* — $\eta_p = 0.016 \pm 0.009$ мм.

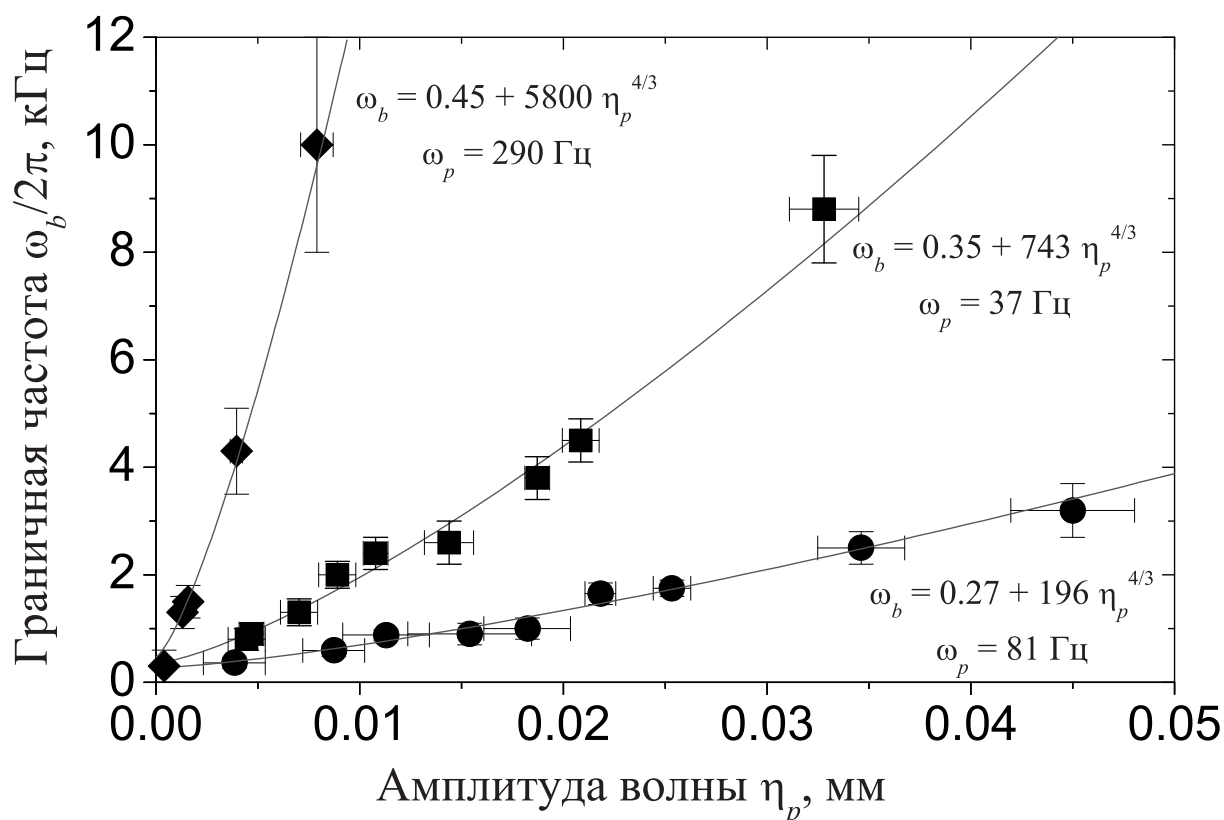


Рис. 3.5. Зависимость граничной частоты инерционного интервала ω_b от амплитуды волны η_p на частоте накачки ω_p : кружки — 81 Гц, квадраты — 137 Гц, ромбы — 290 Гц.

ных графиков, аналогичных графикам, показанным на рис. 3.4. Ординаты точек (амплитуды волн накачки) вычислены по известным величинам амплитуд переменного напряжения, подаваемого на охранное кольцо. Сплошные линии на рисунке соответствуют степенным зависимостям граничной частоты инерционного интервала ω_b от амплитуды η_p с показателем степени равным $4/3$. Для лучшего согласия теоретической кривой с экспериментальными данными в подгоночную функцию был введен постоянный член, не зависящий от амплитуды волны на частоте накачки. Из простых физических соображений понятно, что граничная частота ω_b не может быть меньше частоты накачки ω_p . Видно, что достигается удовлетворительное

согласие между экспериментальными точками и теоретической зависимостью. Постоянный член оказался в два-три раза больше частоты накачки.

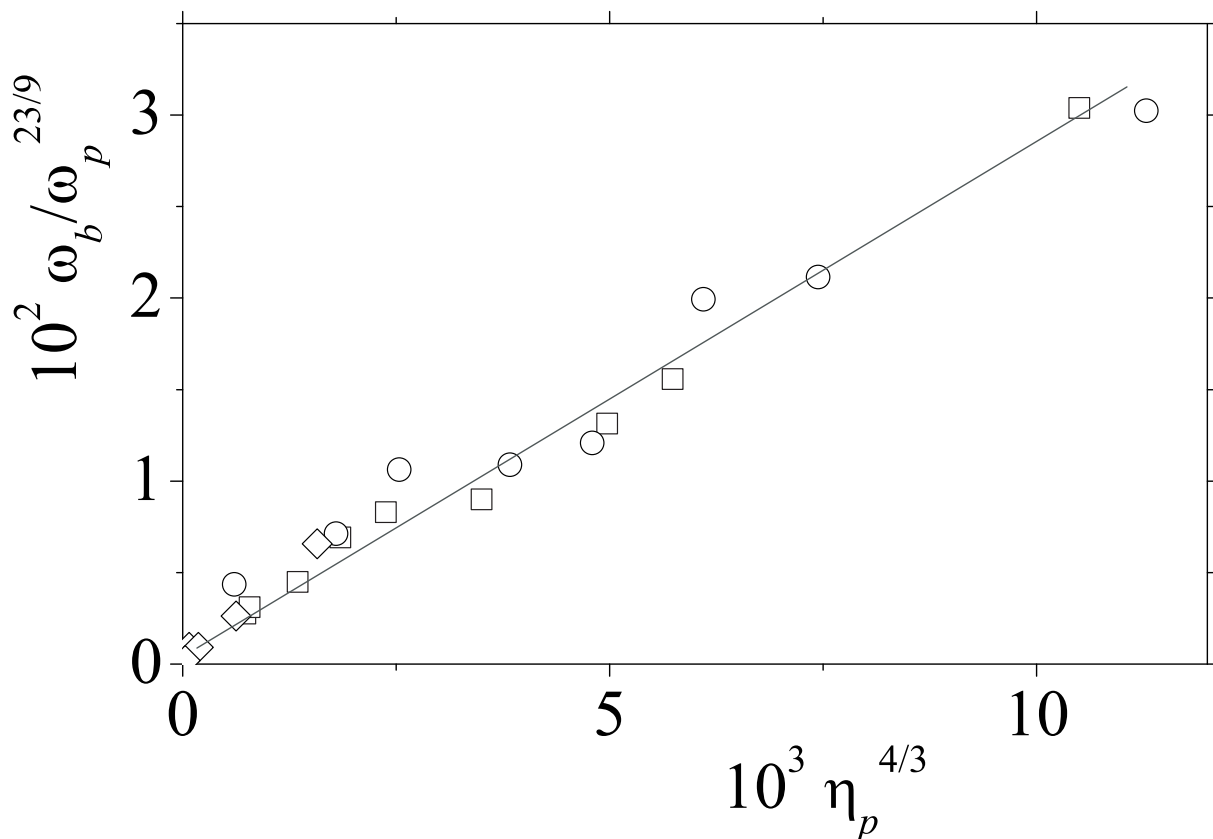


Рис. 3.6. Зависимость граничной частоты инерционного интервала ω_b от амплитуды волны η_p на частоте накачки ω_p в приведённых координатах.

В зависимости граничной частоты ω_b от амплитуды η_p предполагается существование скейлинга по частоте накачки [14]. Экспериментальные точки ω_b , независимо от частоты накачки ω_p , должны ложиться на одну прямую в координатах $\omega_b/\omega_p^{23/9}$ и $\eta_p^{4/3}$ при $m = -21/6$. На рис. 3.6 показан результат построения экспериментальных данных в приведенных координатах $\omega_b/\omega_p^{23/9}$ и $\eta_p^{4/3}$. Можно констатировать, что экспериментальные точки для различных частот накачки хорошо ложатся на одну прямую линию.

Следует отметить, что при низких частотах накачки $\omega_p < 60$ Гц не

удалось получить надежных зависимостей P_{ω}^2 с отчётливо видимым окончанием инерционного интервала. Это связано с недостаточно широким экспериментальным динамическим интервалом измерения сигнала $P(t)$.

3.3. Обсуждение результатов

Экспериментальные данные демонстрируют степенную зависимость от частоты корреляционной функции отклонения поверхности в широком частотном диапазоне 10^2 – 10^4 Гц. Измеренные зависимости корреляционной функции хорошо согласуются с предсказаниями теории и результатами численных расчётов [35, 36] зависимости показателя m от характера накачки на низких частотах. В случае широкополосной накачки или возбуждения поверхности на двух резонансных частотах наблюдаемый показатель степени равен $m = -2.8 \pm 0.2$, а теория дает величину m равную $-17/6$. При накачке на одной резонансной частоте корреляционная функция описывается степенной функцией частоты с показателем степени равным $m = -3.7 \pm 0.3$, т. е. на единицу меньше, чем в случае широкополосной накачки.

Положение высокочастотного края инерционного интервала определяется конкуренцией нелинейного взаимодействия между волнами и их вязким затуханием. Можно предположить, что на высоких частотах характерное время нелинейного взаимодействия τ_n сравнивается со временем вязкого затухания τ_{ν} . С увеличением волнового числа τ_{ν} убывает по известному закону:

$$\tau_{\nu}^{-1} = 2\nu k^2, \quad (3.1)$$

где ν — кинематическая вязкость жидкости.

Характерное время нелинейного взаимодействия τ_n определяется физическими параметрами жидкости и функцией распределения капиллярных волн $n(k)$:

$$\tau_n^{-1} \sim |V_k|^2 n(k) k^2 \omega_k^{-1}, \quad (3.2)$$

где $V_k \sim (\sigma/\rho^3)^{1/4} k^{9/4}$ — коэффициент нелинейного взаимодействия волн.

Добавляя к уравнениям (3.1) и (3.2) связь между Фурье-образом парной корреляционной функции $\langle |\eta_k|^2 \rangle$ для отклонения поверхности жидкости $\eta(r, t)$ от плоского состояния и функцией распределения $n(k)$:

$$\langle |\eta_k|^2 \rangle = \frac{\rho \omega_k}{\sigma k} n(k), \quad (3.3)$$

можно получить соотношение между высокочастотным краем инерционного интервала ω_b , частотой накачки ω_p и амплитудой волны на частоте накачки η_p :

$$\omega_b \sim \eta_p^\beta \omega_p^\gamma.$$

Показатели β и γ определяются только индексом в степенной зависимости парной корреляционной функции от частоты $\langle |\eta_\omega|^2 \rangle \sim \omega^m$. В случае широкополосной накачки шумом $m = -17/6$, $\beta = 2.4$ и $\gamma = 19/5$. Если поверхность возбуждается спектрально узкой накачкой $m = -21/6$, $\beta = 4/3$ и $\gamma = 23/9$.

Проведённые эксперименты показали, что инерционный интервал расширяется в сторону высоких частот при увеличении амплитуды волны на частоте накачки. Зависимость граничной частоты от амплитуды волны может быть хорошо описана степенной функцией с показателем равным $4/3$. Замечательным является факт, что в приведенных координатах $\omega_b/\omega_p^{23/9}$

и $\eta_p^{4/3}$ все экспериментальные точки удовлетворительно ложатся на одну прямую.

Таким образом, результаты экспериментальных исследований стационарных спектров капиллярной турбулентности на поверхности жидкого водорода находятся в хорошем согласии с выводами теории слабой волновой турбулентности.

4. Нестационарные турбулентные процессы

4.1. Распад турбулентного каскада капиллярных волн

Волны на поверхности жидкости возбуждали гармонической накачкой на фиксированной частоте ω_p в течение интервала времени порядка 10 с, достаточного для установления стационарного турбулентного распределения в системе капиллярных волн. Затем накачку выключали и наблюдали за релаксацией свободных колебаний поверхности со временем.

На рис. 4.1 показаны фрагменты записи временной зависимости сигнала с фотодетектора $P(t)$ при накачке на частоте $\omega_p/2\pi = 98$ Гц в малой ячейке (а) и 97 Гц в большой ячейке (б). В момент времени $t = 0$ гармоническая накачка выключается, и амплитуда колебаний начинает уменьшаться. Низкочастотная модуляция регистрируемого сигнала на рис. 4.1 обусловлена неконтролируемыми колебаниями поверхности жидкости вследствие вибрации криостата. Из рис. 4.1 видно, что затухание в малой ячейке происходит значительно быстрее, чем в большой ячейке. Очевидно, что в малой ячейке удельные потери энергии на трение о дно и стенки стакана гораздо существеннее, чем в большой ячейке. Поэтому подробные измерения процессов релаксации были проведены на большой ячейке.

На рис. 4.2 показаны временные зависимости амплитуды регистрируемого сигнала $P(t)$ при частотах накачки 97 Гц (а) и 173 Гц (б), полученные усреднением модуля сигнала $P(t)$ по интервалу времени, кратному полу-

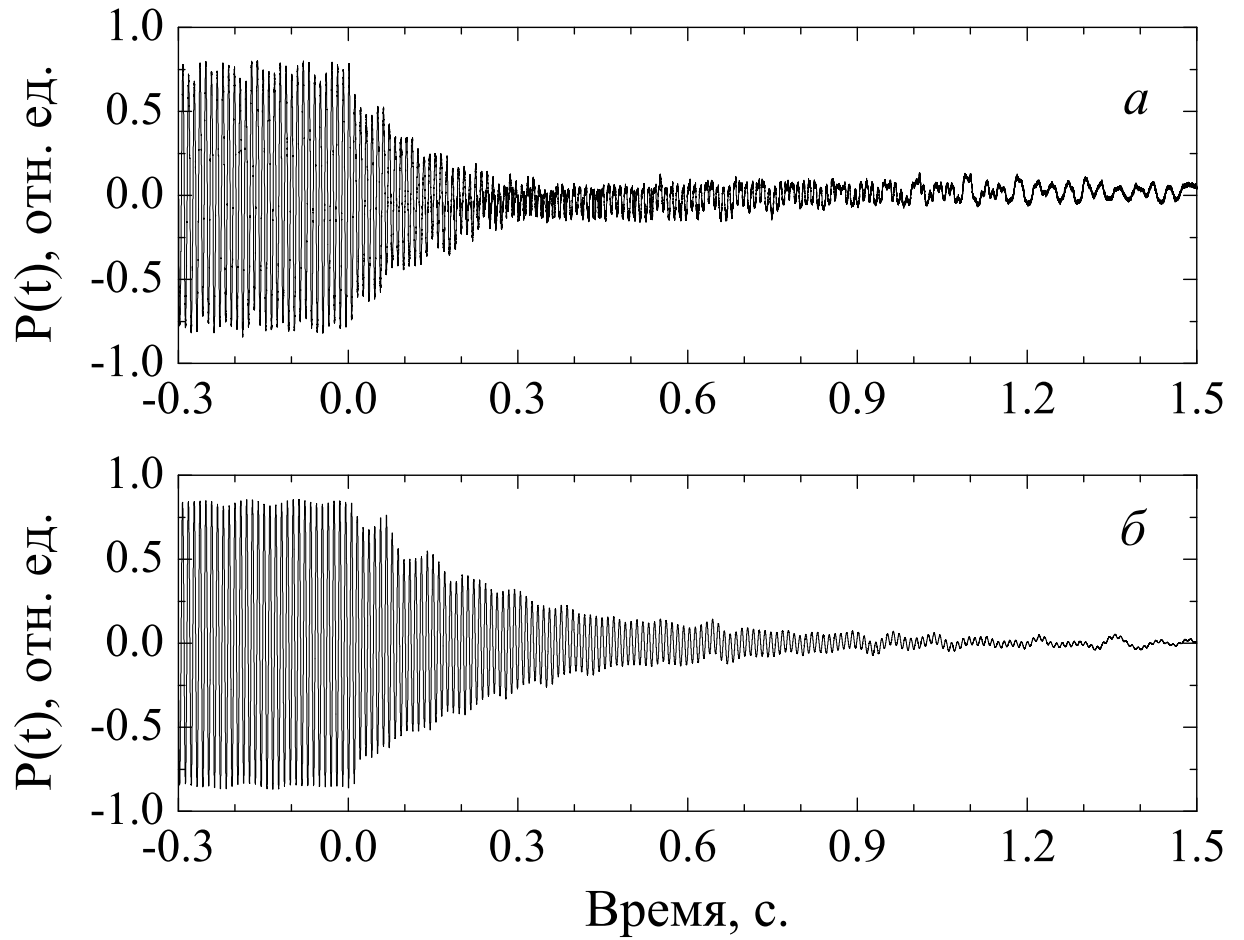


Рис. 4.1. Релаксация колебаний поверхности жидкого водорода после выключения накачки на частоте $\omega_p/2\pi$ в момент времени $t = 0$. (а) малая ячейка, $\omega_p/2\pi = 98$ Гц; (б) большая ячейка, $\omega_p/2\pi = 97$ Гц.

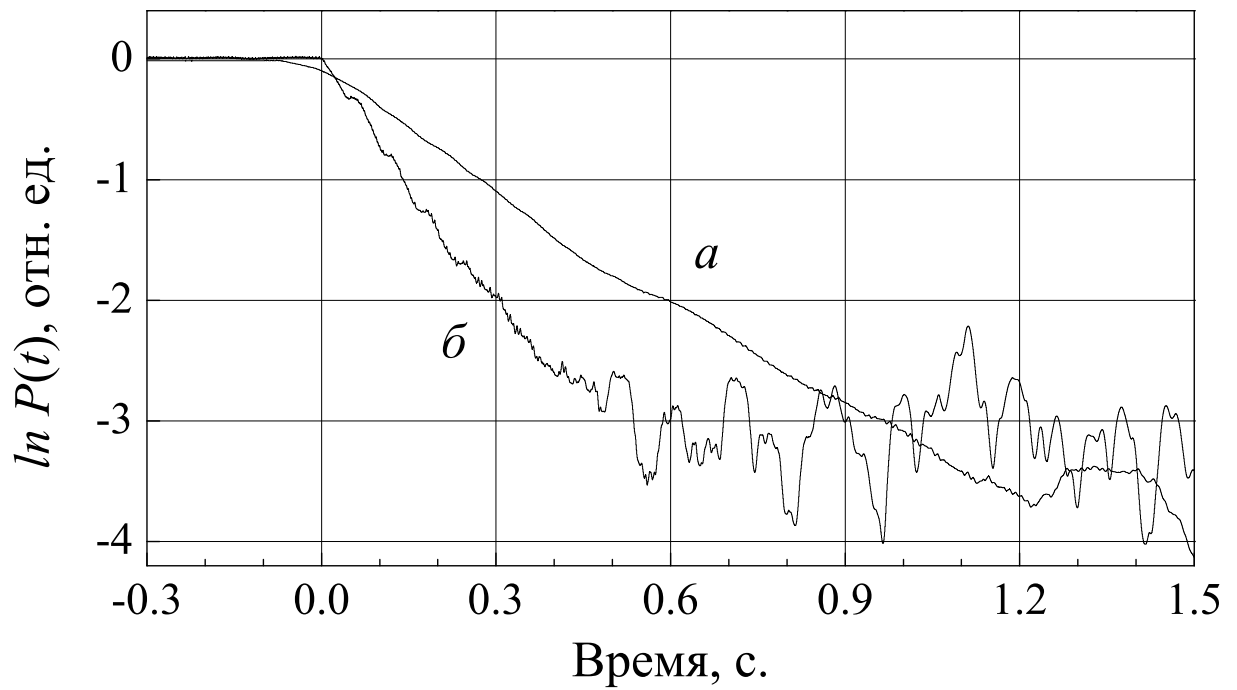


Рис. 4.2. Зависимость амплитуды регистрируемого сигнала $P(t)$ от времени в большой ячейке. (а) — частота накачки $\omega_p/2\pi = 97$ Гц; (б) — $\omega_p/2\pi = 173$ Гц.

периоду основной гармоники. Оказалось, что падение амплитуды сигнала со временем после выключения накачки можно описать экспоненциальным законом $P(t) \sim \exp(-t/\tau)$, где постоянная времени $\tau = (0.3 \pm 0.03)$ с для частоты $\omega_p/2\pi = 97$ Гц и $\tau = (0.15 \pm 0.02)$ с при накачке на частоте 173 Гц. Зависимость постоянной времени затухания сигнала τ от частоты $\omega_p/2\pi$ показана на рис. 4.3 в двойном логарифмическом масштабе (тёмные точки). Сплошная линия соответствует времени вязкого затухания линейной волны на поверхности жидкого водорода $\tau_\omega = \gamma_\omega^{-1} \sim \omega^{-4/3}$, рассчитанному по известным значениям параметров жидкого водорода при температуре 15.5К [33]. Видно, что экспериментальные точки лежат довольно близко к рассчитанной зависимости τ_ω .

Для изучения эволюции спектра корреляционной функции $\langle |\eta_\omega|^2 \rangle$ со временем мы воспользовались процедурой оконного преобразования Фурье (Short-Time Fourier Transform) [34]. Правомерность использования этого метода анализа основывается на том, что наблюдающееся в эксперименте время затухания сигнала оказывается много больше периода гармонической силы, которой возбуждали поверхность $\tau_\omega \gg 2\pi/\omega_p$. Это позволяет выбрать временное окно, размеры которого малы по сравнению со временем затухания сигнала, однако много больше периода возбуждающей силы. Сдвигая положение окна по времени, мы смогли изучить эволюцию турбулентного каскада на поверхности жидкого водорода после выключения накачки. Спектры колебаний поверхности P_ω^2 при накачке на частоте 97 Гц в различные моменты времени показаны на рис. 4.4: *a* — через 0.03 с после выключения накачки, *b* — через 0.34 с и *в* — через 1.07 с после выключения накачки.

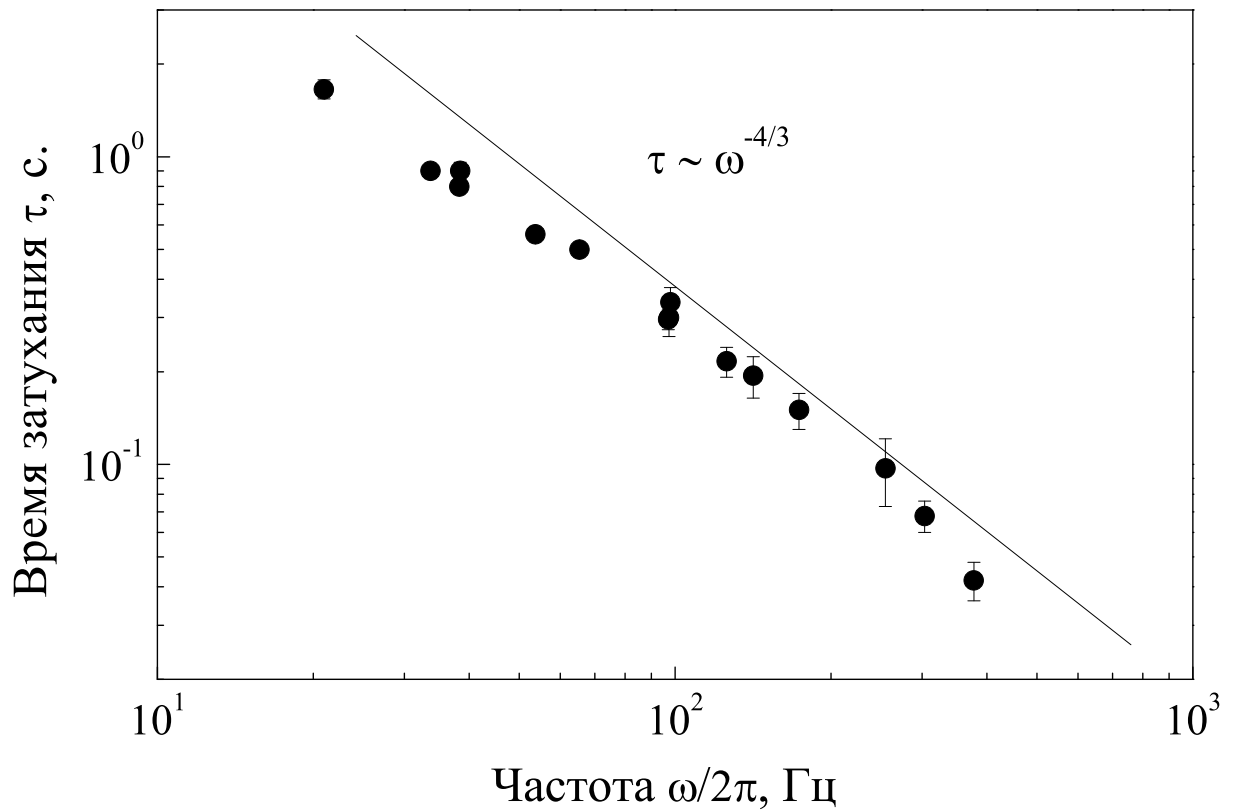


Рис. 4.3. Частотная зависимость времени релаксации амплитуды η_p волны на частоте накачки ω_p (в двойном логарифмическом масштабе). Сплошная линия соответствует рассчитанному по известной вязкости жидкого водорода времени вязкого затухания капиллярной волны с частотой ω_p .

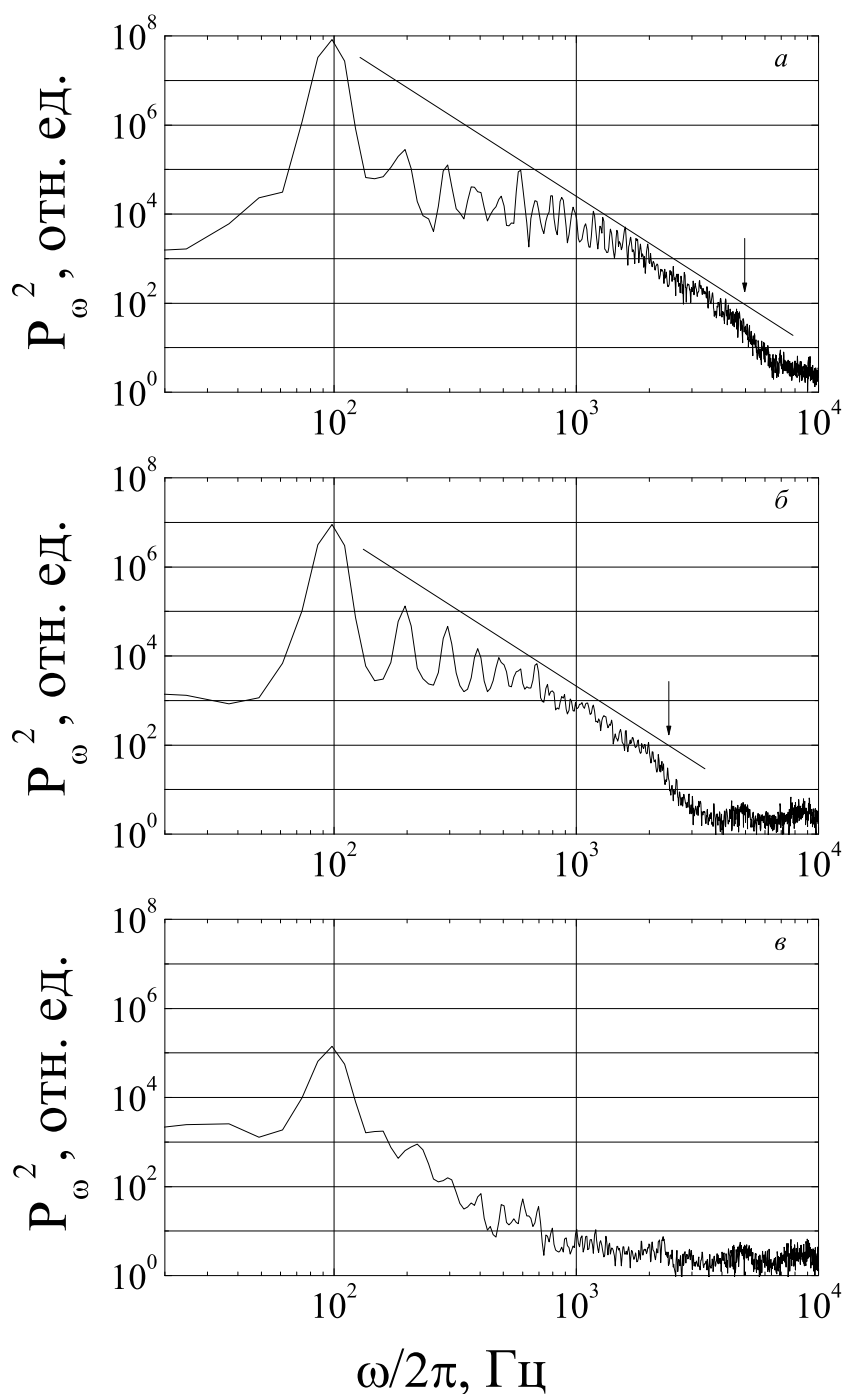


Рис. 4.4. Спектры колебаний поверхности жидкого водорода в большой ячейке в различные моменты времени после выключения накачки: *a* — спектр колебаний через промежуток времени $\Delta t = 0.03$ с после выключения накачки; *b* — спектр колебаний через $\Delta t = 0.34$ с; *v* — спектр колебаний через $\Delta t = 1.07$ с. Сплошная линия соответствует степенному закону $P_{\omega}^2 \sim \omega^{-7/2}$. Стрелка указывает положение высокочастотного края инерционного интервала ω_b .

Сразу после выключения накачки спектр корреляционной функции $\langle |\eta_\omega|^2 \rangle \sim P_\omega^2$ (рис. 4.4а) близок к стационарному распределению нелинейных колебаний поверхности при узкополосной накачке [12]. Пик основной гармоники расположен на частоте накачки 97 Гц, кратные гармоники образуют каскад со степенной зависимостью $P_\omega^2 \sim \omega^{-3.5}$ высоты пиков от частоты. Стрелка указывает положение высокочастотного края инерционного интервала $\omega_b \approx 5$ кГц. Через промежуток времени $\Delta t = 0.34$ с после выключения накачки (рис. 4.4б) амплитуда волны на частоте ω_p уменьшилась примерно в 3 раза по сравнению с показанной на рис. 4.4а. При этом граничная частота ω_b уменьшилось до ≈ 2.4 кГц. На рис. 4.4в показана заключительная стадия затухания через $\Delta t = 1.07$ с, когда возбуждены всего несколько гармоник. Примечательно, что в довольно длинном промежутке времени после выключения накачки $\Delta t \lesssim 0.6$ с высокочастотная часть спектра может быть описана распределением $P_\omega^2 \sim \omega^{-3.5}$, свойственным для стационарного каскада, т. е. в процессе релаксации колебаний форма спектра сохраняется, но затухание колебаний поверхности жидкости начинается с высокочастотной стороны спектра.

4.2. Подавление высокочастотных турбулентных осцилляций дополнительной низкочастотной накачкой

В данных экспериментах были проведены измерения двух типов. В измерениях первого типа волны на поверхности жидкости возбуждали накачкой одновременно на двух различных резонансных частотах ячейки. После формирования стационарного турбулентного распределения накачку на одной из частот (дополнительной частоте) ступенчатым образом вы-

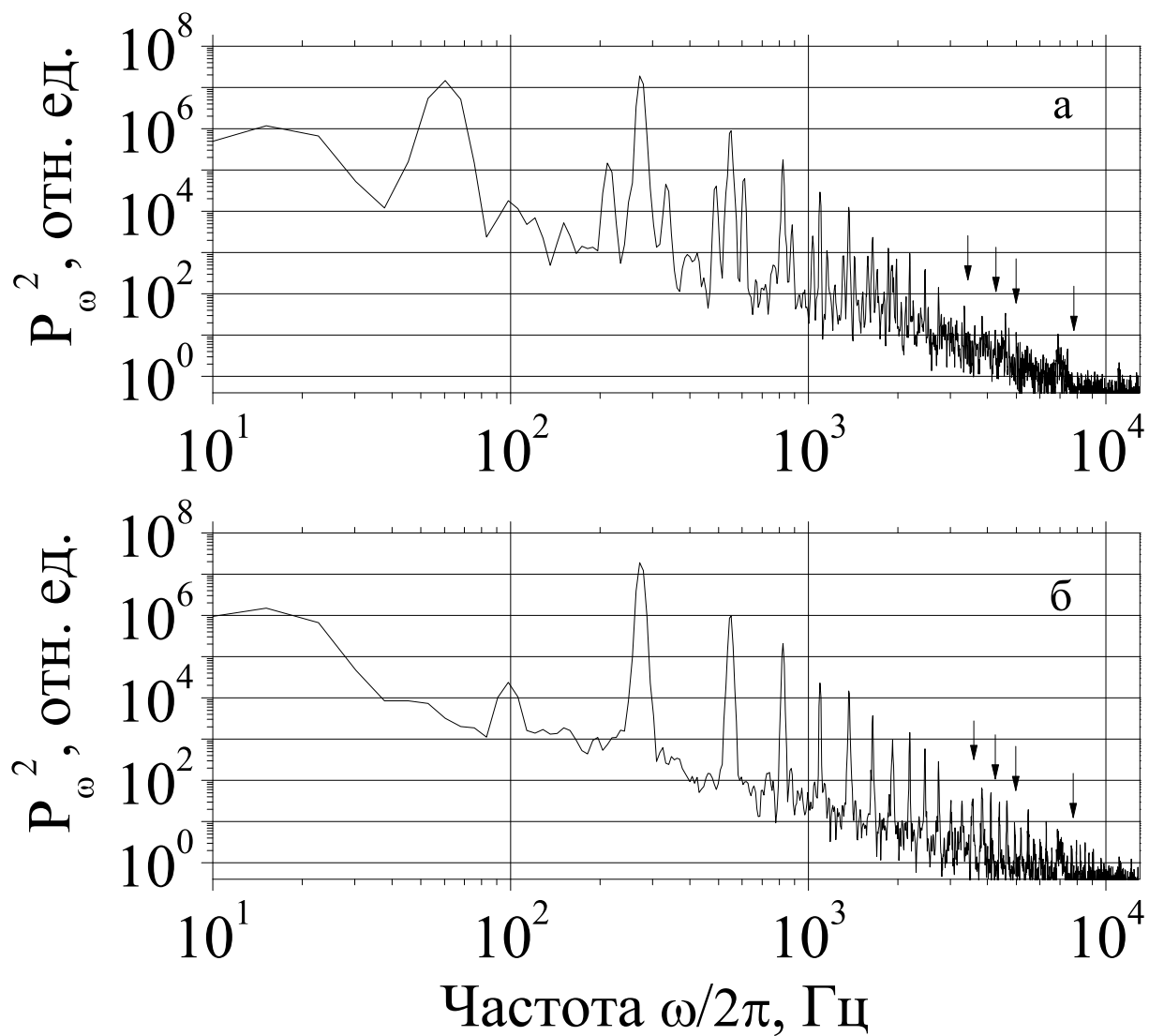


Рис. 4.5. *а* — Стационарный спектр колебаний поверхности жидкости при одновременной накачке на двух резонансных частотах $\omega_1/2\pi = 61$ Гц и $\omega_2/2\pi = 274$ Гц. *б* — Стационарный спектр колебаний при накачке на основной резонансной частоте $\omega_2/2\pi = 274$ Гц.

ключали, при этом интенсивность накачки на другой (основной) частоте оставалась неизменной. В измерениях второго типа волны на поверхности жидкости первоначально возбуждали на одной из резонансных частот ячейки, а затем включали дополнительную накачку на другой резонансной частоте. Таким образом, в обоих случаях изучали переходный процесс в турбулентной системе капиллярных волн после выключения или включения дополнительной накачки.

Стационарные спектры установившихся колебаний поверхности жидкого водорода до и после выключения дополнительной накачки приведены на рис. 4.5: *a* — накачка одновременно на двух резонансных частотах ячейки, основной $\omega_2/2\pi = 274$ Гц и дополнительной $\omega_1/2\pi = 61$ Гц; *b* — установившееся распределение после выключения накачки на частоте ω_1 . Нужно отметить, что в данных измерениях энергия волны $E_{\omega_1} \propto \omega_1^{4/3} |\eta_{\omega_1}|^2$ на частоте ω_1 на порядок меньше энергии волны E_{ω_2} на частоте ω_2 , поэтому спектр колебаний на рис. 4.5*a* можно рассматривать, как спектр капиллярной турбулентности, порожденный основной гармонической накачкой на частоте $\omega_2/2\pi = 274$ Гц и возмущенный дополнительной накачкой на частоте $\omega_1/2\pi = 61$ Гц. Поэтому в окрестности относительно высоких пиков на частотах, кратных ω_2 , расположены относительно низкие пики на комбинационных частотах, отстоящих по обе стороны от гармоник основной частоты на частоту, равную ω_1 .

Распределение на рис. 4.5*b* представляет собой стационарный спектр капиллярной турбулентности при накачке гармонической силой на частоте ω_2 : с повышением частоты амплитуда пиков на частотах, кратных ω_2 , убывает по степенному закону. Видно, что при накачке на одной частоте

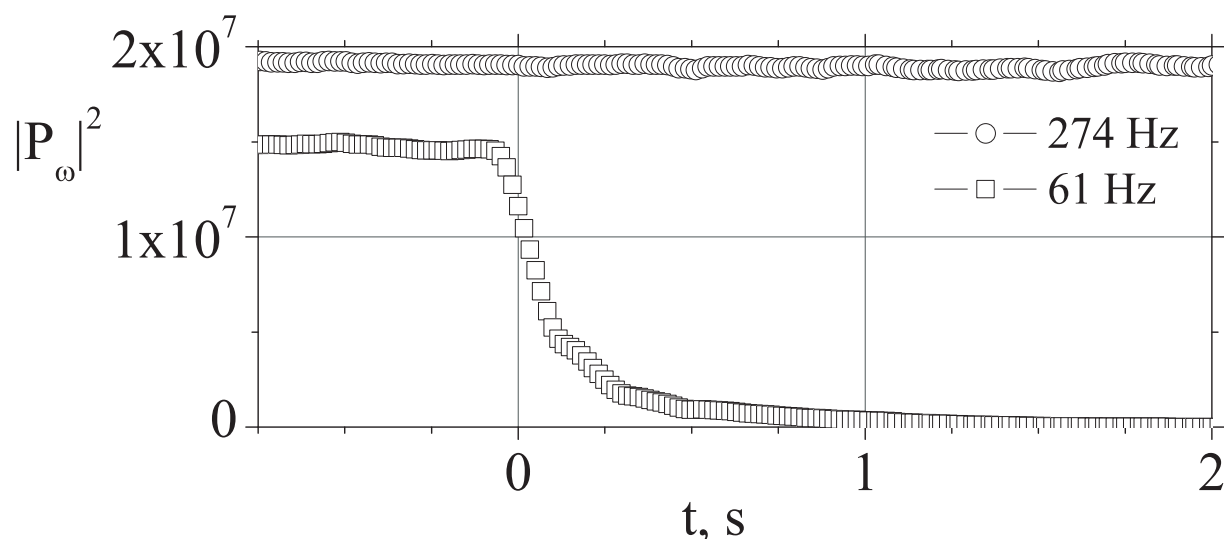


Рис. 4.6. Временные зависимости квадрата амплитуд волн на поверхности жидкого водорода на основной (открытые кружки) и дополнительной (квадраты) частотах при выключении дополнительной накачки в момент времени $t = 0$.

амплитуды высокочастотных пиков (рис. 4.5б) заметно больше, чем амплитуды высокочастотных пиков при накачке на двух частотах (рис. 4.5а).

На рис. 4.6 показаны временные зависимости квадрата амплитуд волн на поверхности жидкого водорода на основной (открытые кружки) и дополнительной (квадраты) частотах (напомним, что согласно (4) $P_\omega^2 \propto |\eta_\omega|^2$). В момент времени $t = 0$ накачка на дополнительной частоте ω_1 выключается, в то время как амплитуда накачки на основной частоте ω_2 не изменяется. Как следует из рисунка, амплитуда волны на частоте ω_1 убывает со временем по закону, близкому к экспоненциальному, и в соответствии с результатами [24] характерное время затухания практически совпадает с временем вязкого затухания $\gamma_{\omega_1}^{-1}$ капиллярной волны частотой ω_1 .

Рис. 4.7 демонстрирует изменение со временем квадратов амплитуд волн на частотах, кратных частоте основной накачки ω_2 , при выключении

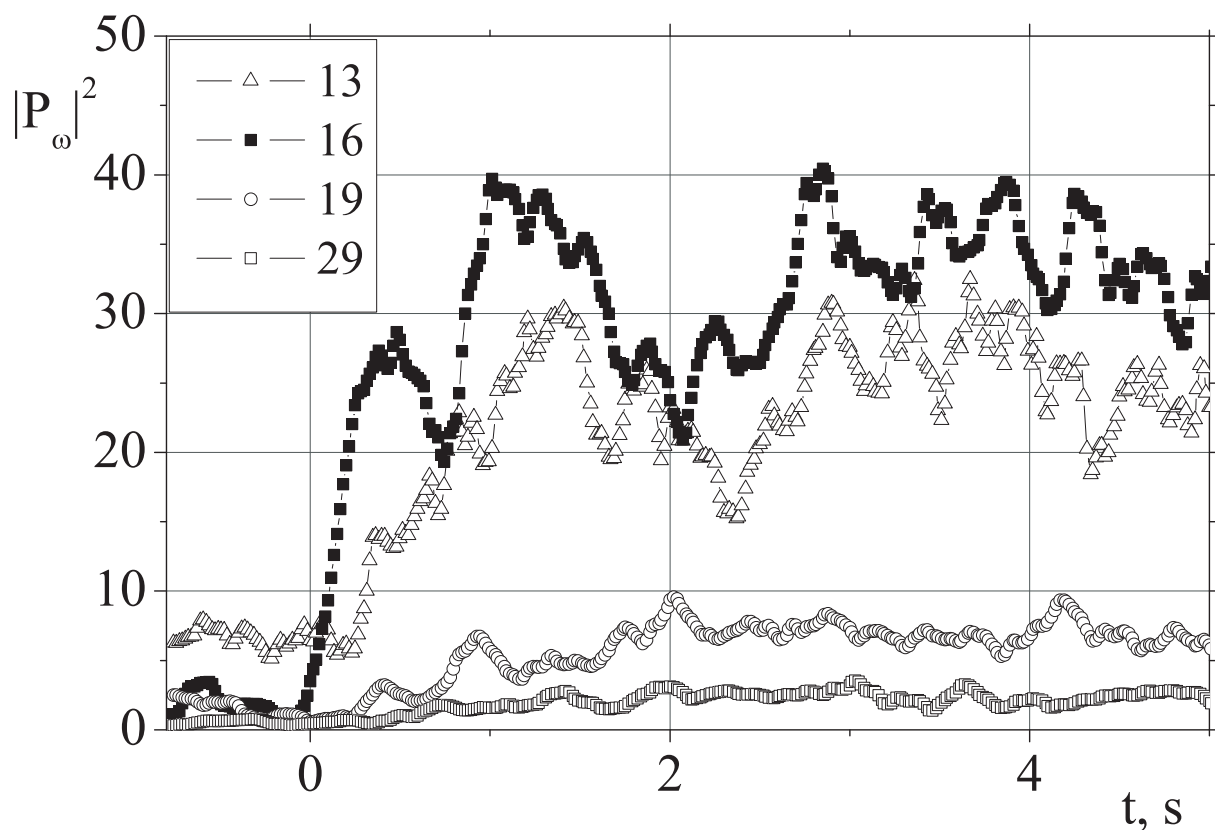


Рис. 4.7. Изменение со временем квадратов амплитуд волн на частотах, кратных частоте основной накачки ω_2 , при выключении дополнительной накачки в момент времени $t = 0$ на частоте ω_1 . Открытые треугольники соответствуют 13-й гармонике частоты ω_2 (3.57 кГц), тёмные квадраты — 16-я гармоника (4.49 кГц), светлые квадраты — 19-я гармоника (5.19 кГц), кружки — 29-я гармоника (7.96 кГц). Положения соответствующих гармоник указаны на спектрах на рис. 4.5 стрелками.

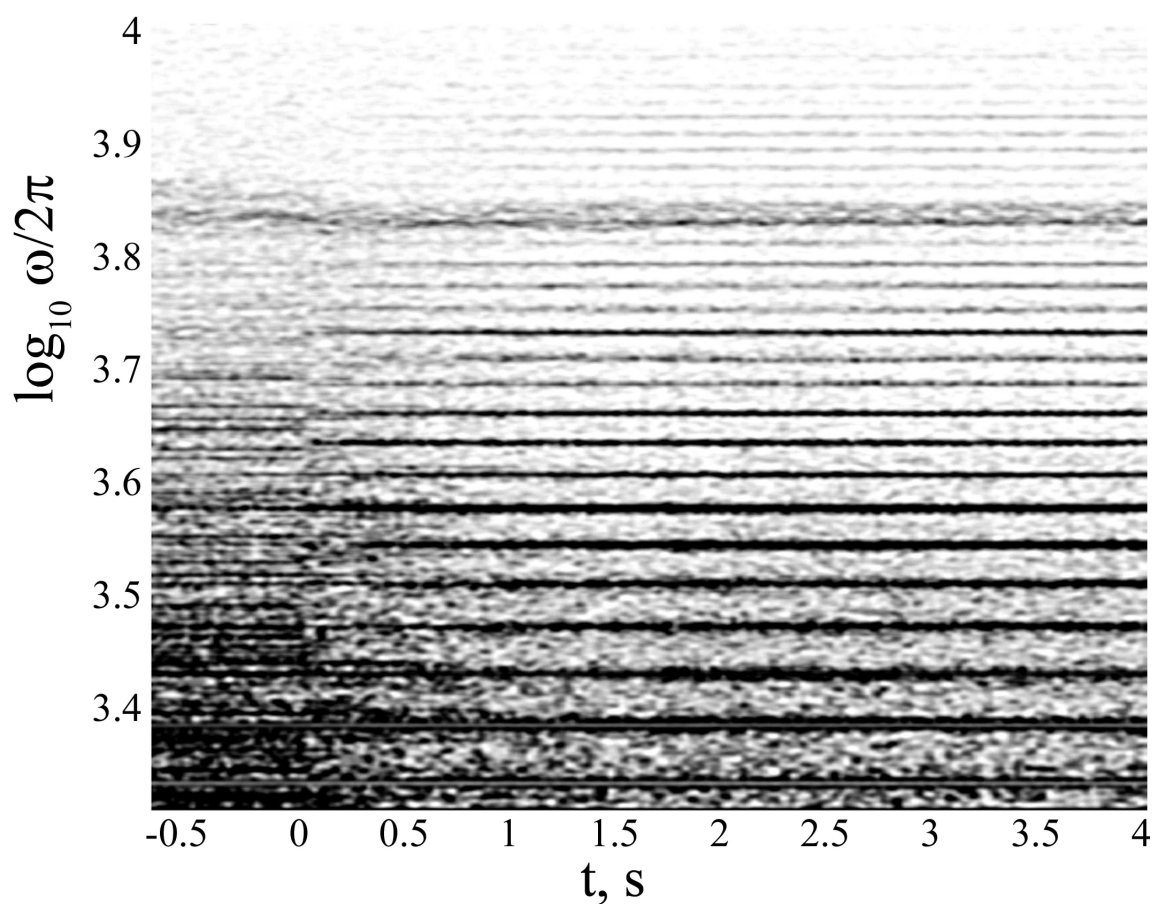


Рис. 4.8. Спектрограмма колебаний поверхности жидкого водорода при накачке на частотах $\omega_1/2\pi = 61$ Гц и $\omega_2/2\pi = 274$ Гц одновременно. Более тёмные участки соответствуют большим значениям амплитуд волн. Плотность серого тона на рисунке пропорциональна квадрату амплитуды волн на соответствующих частотах.

дополнительной накачки в момент времени $t = 0$. Открытые треугольники на графике соответствуют 13-й гармонике частоты ω_2 (3.57 кГц), тёмные квадраты — 16-я гармоника (4.49 кГц), светлые квадраты — 19-я гармоника (5.19 кГц), кружки — 29-я гармоника (7.96 кГц). Положения соответствующих гармоник указаны на спектрах на рис. 4.5 стрелками. Из рисунка видно, что после *выключения* дополнительной накачки амплитуды высокочастотных гармоник *возрастают* в несколько раз за время сравнимое с временем затухания волны на частоте ω_1 (рис. 4.6).

На рис. 4.8 представлен фрагмент спектрограммы колебаний поверхности в диапазоне частот 3–10 кГц в промежутке времени t от -0.8 с до 4 с. По оси ординат отложена частота в логарифмическом масштабе, по оси абсцисс — время в секундах. Плотность серого тона на рисунке пропорциональна квадрату амплитуды волн на данной частоте. При выключении дополнительной накачки ($t > 0$) на спектрограмме проявляются регулярно расположенные максимумы плотности (черные горизонтальные линии) на частотах, кратных частоте основной накачки ω_2 , т. е. на этих частотах амплитуды колебаний поверхности *возрастают* со временем.

Изучение эволюции спектра колебаний поверхности жидкости показали также, что при включении дополнительной накачки в момент времени $t = 0$ амплитуды колебаний на высоких частотах при $t > 0$ уменьшаются. На рис. 4.9 в логарифмическом масштабе показаны временные зависимости квадратов амплитуд волн на частотах кратных частоте основной накачки $\omega_2/2\pi = 179$ Гц. Дополнительная накачка включается на частоте $\omega_1/2\pi = 63$ Гц. Видно, что квадраты амплитуд волн уменьшаются приблизительно на порядок от своих начальных значений. Примечательно, что

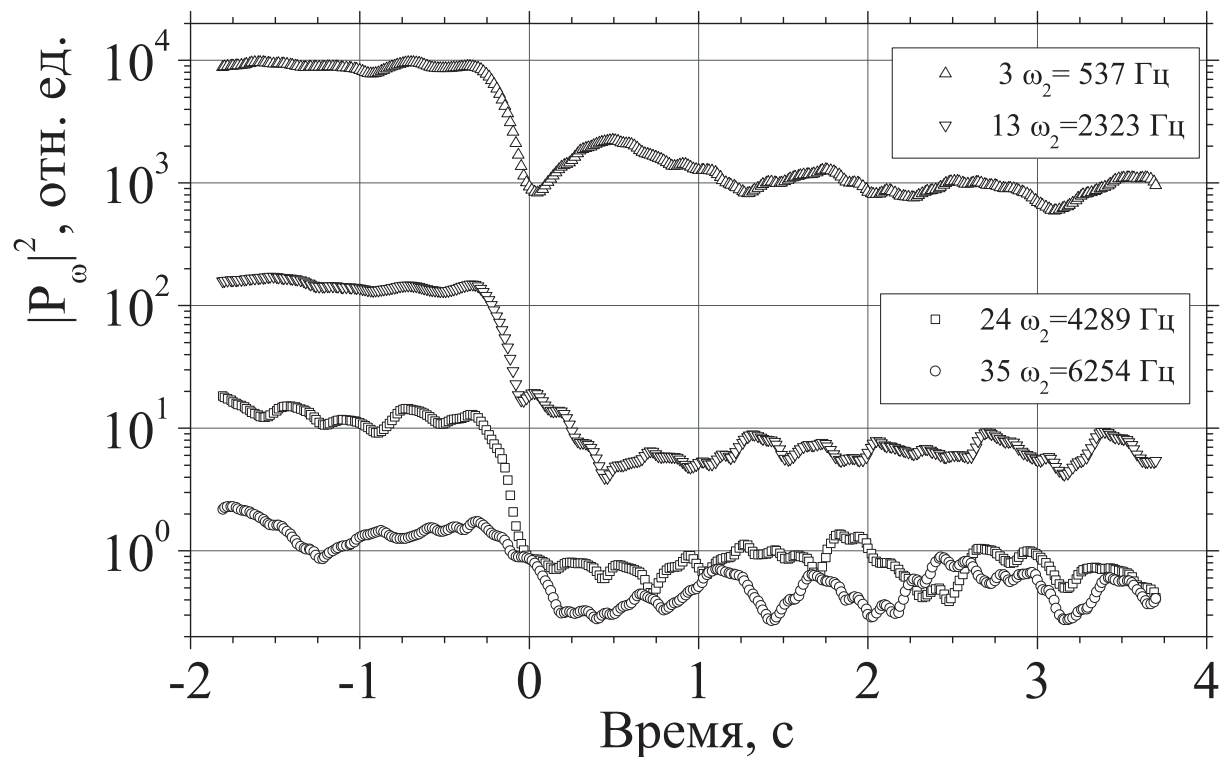


Рис. 4.9. Временные зависимости квадратов амплитуд волн на частотах, кратных частоте основной накачки $\omega_2 = 179$ Гц, при включении дополнительной накачки в момент времени $t = 0$ на частоте $\omega_1 = 63$ Гц.

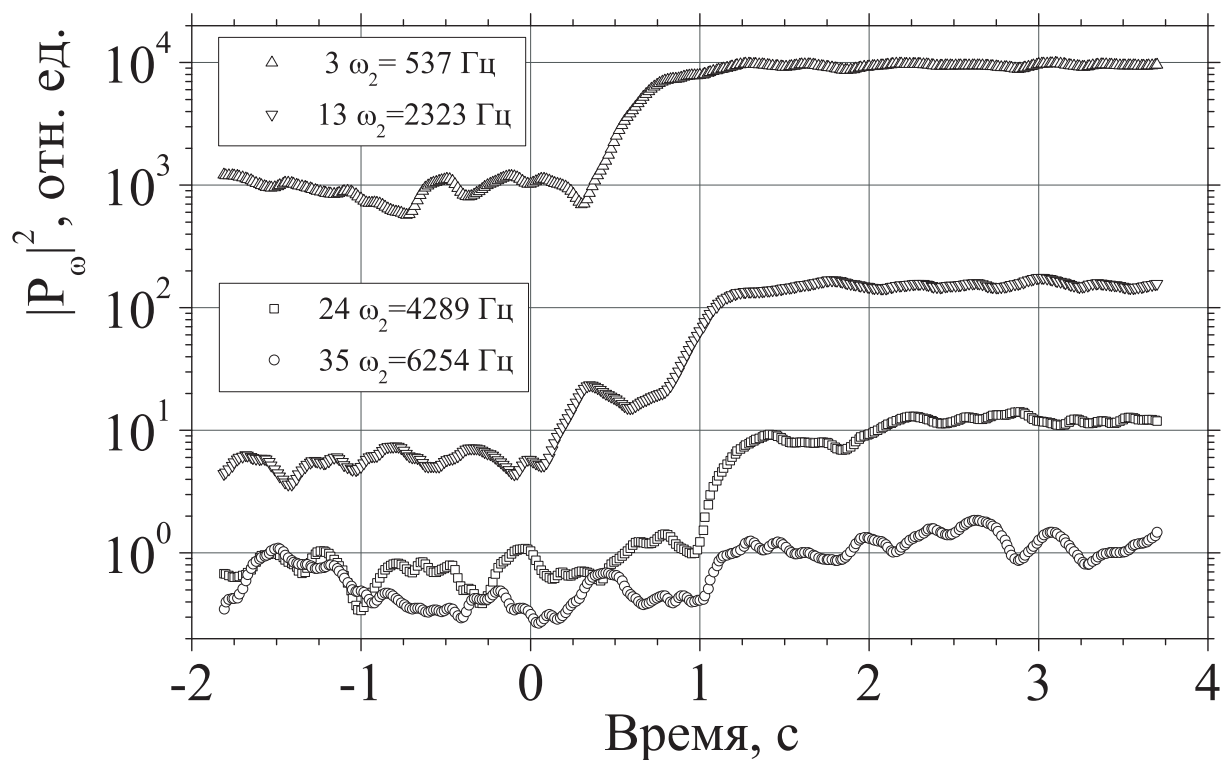


Рис. 4.10. Временные зависимости квадратов амплитуд волн на частотах, кратных частоте основной накачки ω_2 , при снятии возмущения на частоте ω_1 . Начало отсчёта времени сдвинуто на момент выключения дополнительной накачки.

после снятия возмущения амплитуды высокочастотных осцилляций восстанавливаются до своих первоначальных значений рис. 4.10.

4.3. Обсуждение результатов

В результате наблюдения свободно распадающегося турбулентного каскада капиллярных волн на поверхности жидкого водорода было обнаружено, что разрушение каскада начинается с высоких частот и происходит за время, близкое к времени вязкого затухания волны на частоте накачки. При этом энергосодержащая часть спектра — максимум распределения $\langle |\eta_\omega|^2 \rangle$ — остаётся на низких частотах в течение всего процесса затухания. Наблюдаемая динамика распада кардинально отличается от того, что можно было бы ожидать из теории нестационарных турбулентных процессов [4]. Из рассматриваемого в теории сценария автомодельной релаксации турбулентного каскада в инерционном интервале в пренебрежении вязкими потерями следует, что затухание каскада должно начинаться со стороны низких частот, так что со временем энергосодержащая часть спектра смещается в сторону высоких частот.

Результаты численного моделирования распада капиллярной турбулентности [38], приведённого в рамках теории слабой волновой турбулентности с учётом вязкого затухания капиллярных волн в инерционном интервале частот находятся в согласии с экспериментом (рис. 4.11). Учёт вязкостных потерь на всех частотах качественно меняет эволюцию турбулентного каскада после выключения источника накачки: вместо распространения возмущения от низких частот к высоким вследствие нелинейного переноса энергии по каскаду (сценарий, рассматриваемый в [4]) происхо-

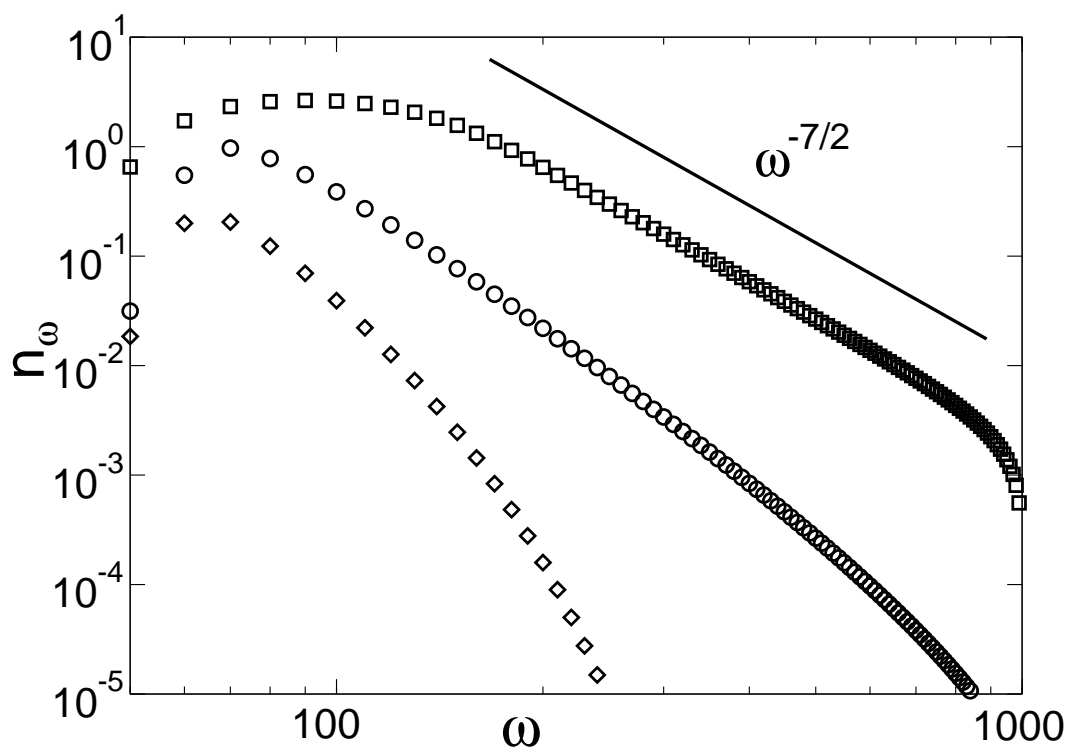


Рис. 4.11. Распад турбулентного спектра. Числа заполнения n_ω рассчитаны в различные моменты времени: $t = 0$, начальное стационарное распределение (квадраты); $t = 3$ (кружки); $t = 10$ (ромбы). Прямая линия соответствует степенной зависимости $n_\omega \sim \omega^{-7/2}$ предсказанной теорией капиллярной турбулентности [35, 26].

дит относительно быстрый распад высокочастотной области турбулентного спектра.

Качественное объяснение наблюдаемой динамике распада капиллярной турбулентности может быть дано в терминах теории слабой турбулентности, если мы предположим быстрое перераспределение энергии между различными частотными масштабами в пределах инерционного интервала. Такое перераспределение будет стабилизировать степенную зависимость турбулентного спектра на низких частотах. Подобная эволюция турбулентного спектра наблюдалась при исследовании влияния амплитуды накачки на спектр капиллярной турбулентности (см. раздел 3.2 на стр. 35), когда уровень накачки плавно уменьшали, так что турбулентная система оставалась в стационарном состоянии. Основываясь на этих наблюдениях мы можем утверждать, что эволюция свободно распадающегося турбулентного каскада капиллярных волн носит квазиadiaбатический характер. Кинетическое время нелинейного взаимодействия волн $\tau_k(\omega)$ играет роль быстрого времени, время $\tau_\nu(\omega)$, характеризующее вязкое затухание волн играет роль медленного времени в пределах инерционного интервала. Из кинетического уравнения (1.4) можно оценить частотную зависимость $\tau_k(\omega) \sim \omega^{-7/6}$, время вязкого затухания, как известно [25], $\tau_\nu(\omega) \sim \omega^{-4/3}$. Для их отношения имеем $r(\omega) = \tau_k(\omega)/\tau_\nu(\omega) \sim (\omega/\omega_b)^{1/6}$. Инерционный интервал ограничен на высоких частотах условием $r(\omega) \sim 1$, поэтому внутри инерционного интервала параметр r мал, т. е. нелинейное взаимодействие между волнами происходит быстрее вязкого затухания. На этих частотах отношение $r(\omega)$ может рассматриваться как малый адиабатический параметр. На частотах порядка ω_b параметр $r(\omega) \sim 1$, так что нелинейные и вязкие процессы

сравнимы по скорости и адиабатическое условие нарушается. В течение распада амплитуды волн уменьшаются, кинетическое время возрастает и граница инерционного интервала ω_b сдвигается в сторону низких частот. На больших временах после начала распада ω_b становится сравнима с частотой накачки ω_p и диссипация начинает играть важную роль даже на низких частотах.

Результаты экспериментальных исследований влияния дополнительной накачки на амплитуды высокочастотных турбулентных осцилляций согласуются с результатами численных расчетов, проведенных с использованием кинетического уравнения (1.4), в котором учтено влияние вязких потерь на затухание капиллярных волн на поверхности жидкого водорода (4.12). Сплошная кривая на рисунке соответствует стационарному спектру колебаний поверхности (зависимость чисел заполнения n_ω от частоты волны $\omega/2\pi$) при накачке одновременно на двух частотах $\omega_1/2\pi = 10$ Гц и $\omega_1/2\pi = 50$ Гц; спектр приведен в безразмерных единицах. Пунктирной кривой показан стационарный спектр колебаний поверхности, формирующийся после выключения накачки на частоте 10 Гц, при этом уровень накачки на частоте 50 Гц остается постоянным. Видно, что выключение дополнительной накачки приводит к увеличению амплитуды колебаний поверхности жидкости на частотах $\omega/2\pi > 100$ Гц. На вставке показано изменение относительных значений амплитуд пиков на частотах 10 Гц (кривая 1), 50 Гц (кривая 2) и пятой гармоники основной частоты 250 Гц (кривая 3) со временем t после выключения накачки на частоте 10 Гц в момент $t = 0$. Соответствующие пики отмечены стрелками на основном рисунке. Амплитуды пиков $n_\omega(t)$ на вставке нормированы на свои начальные значе-

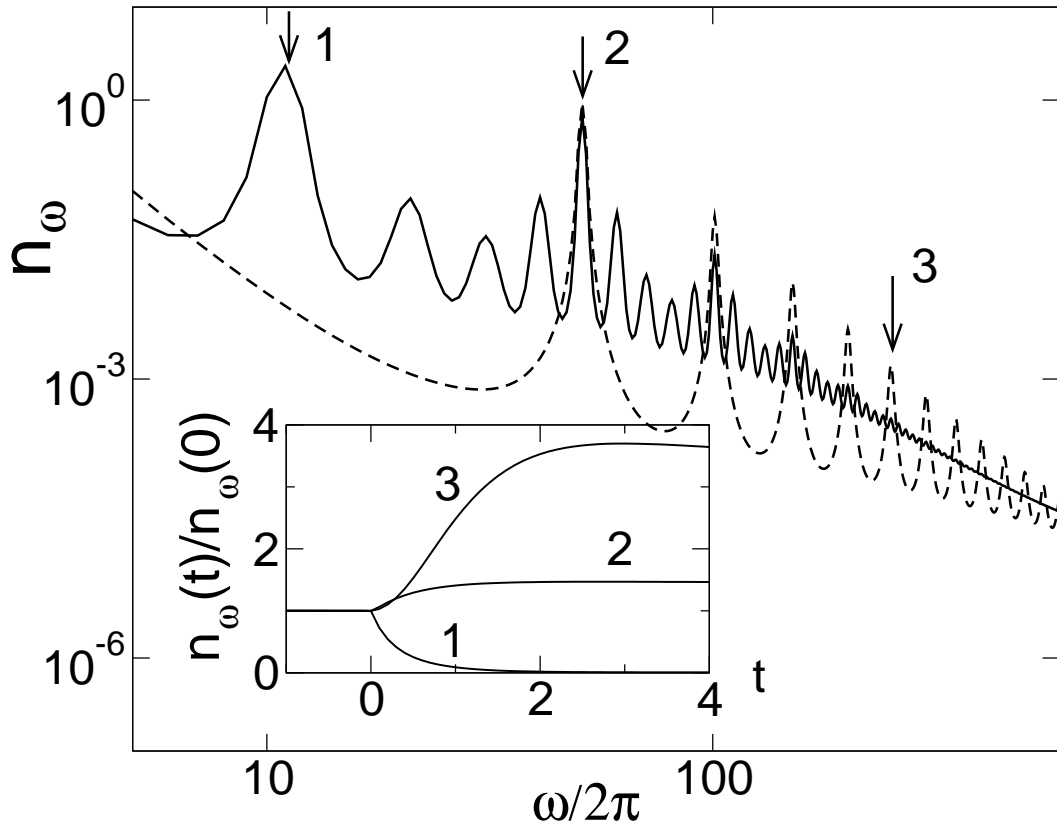


Рис. 4.12. Результаты численных расчетов стационарных спектров капиллярной турбулентности: сплошная линия — накачка одновременно на двух частотах $\omega_1/2\pi = 10$ Гц и $\omega_2/2\pi = 50$ Гц одновременно, пунктирная линия — накачка на частоте ω_2 . На вставке показано изменение относительной высоты пиков со временем при выключении дополнительной накачки в момент $t = 0$; кривая 1 соответствует частоте 10 Гц, кривая 2 — 50 Гц, и кривая 3 — 250 Гц (пятая гармоника основной накачки). Соответствующие пики отмечены на основном рисунке стрелками.

ния $n_{\omega}(0)$. Время на вставке указано в безразмерных единицах. Видно, что выключение низкочастотной накачки приводит к возрастанию амплитуды турбулентных осцилляций в области высоких частот в несколько раз.

Качественно наблюдаемое возрастание амплитуд турбулентных осцилляций на высоких частотах после выключения дополнительной низкочастотной накачки можно объяснить уменьшением плотности состояний (числа возбужденных гармоник в единичном интервале частот), вовлечённых в процесс нелинейного переноса энергии от низких к высоким частотам в инерционном интервале частот. Действительно, при одновременной накачке на двух частотах возбуждены колебания как на частотах кратных частотам накачки, так и на комбинационных частотах. При выключении дополнительной накачки амплитуды колебаний на этой частоте, а также на кратных гармониках и комбинационных частотах быстро затухают. Это приводит к перераспределению энергии колебаний по частотам, что проявляется в эволюции турбулентного спектра и в заметном увеличении амплитуд волн с частотами, кратными частоте основной накачки ω_2 .

Заключения и выводы

В диссертационной работе выполнены экспериментальные исследования капиллярной турбулентности на заряженной поверхности жидкого водорода. Использование заряженной поверхности жидкого водорода для изучения турбулентности на поверхности жидкости предоставляет принципиальные преимущества по сравнению с традиционными экспериментами. Применённые новые идеи и методики позволили детально изучить турбулентность в системе капиллярных волн и получить новую информацию о нестационарных турбулентных процессах.

1. Разработана процедура восстановления корреляционной функции по измерению мощности отражённого от колеблющейся поверхности лазерного луча.
2. Исследовано влияние типа накачки на показатель степени в зависимости корреляционной функции отклонения поверхности жидкости в турбулентном режиме. При накачке в узком частотном диапазоне в системе реализуется степенной турбулентный спектр с показателем $m = -3.7 \pm 0.3$. При широкополосной накачке шумом наблюдается Колмогоровский спектр капиллярной турбулентности с индексом $m = -2.8 \pm 0.2$.
3. Экспериментально наблюден высокочастотный край инерционного интервала. Установлено, что с увеличением амплитуды накачки на

низкой частоте положение высокочастотного края инерционного интервала смещается в сторону высоких частот $\omega_b \sim \eta^{4/3} \omega_p^{23/9}$.

4. Экспериментально установлено, что распад капиллярной турбулентности начинается с затухания высокочастотных волн, так что сначала разрушается высокочастотная часть степенного турбулентного спектра. При этом энергосодержащая часть спектра не сдвигается в сторону высоких частот, как это следовало бы из теоретического рассмотрения автомодельного распада капиллярной турбулентности [4], а остаётся в области низких частот в течение всего процесса распада. Время релаксации всего каскада близко к времени вязкого затухания волны, на частоте которой возбуждалась поверхность. Переходные процессы в турбулентной системе подавляются быстрым нелинейным перераспределением энергии между волнами внутри инерционного интервала.
5. Определено, что в случае узкочастотной накачки *включение* дополнительной низкочастотной накачки приводит к *уменьшению* амплитуды волн в высокочастотной части турбулентного спектра и, следовательно, к сужению инерционного интервала частот. Наблюдаемая эволюция спектра обратима — при выключении дополнительного возмущения амплитуды волн в высокочастотной части турбулентного спектра возрастают, и инерционный интервал расширяется. Такое поведение амплитуд турбулентных осцилляций на высоких частотах после изменения условий накачки связано с изменением плотности состояний, вовлечённых в процесс нелинейного переноса энергии от

низких к высоким частотам в инерционном интервале частот. Это приводит к перераспределению энергии колебаний по частотам, что проявляется в эволюции турбулентного спектра и в заметном изменении амплитуд высокочастотных турбулентных осцилляций.

Литература

1. В. Е. Захаров, ЖЭТФ **51**, 688 (1966)
2. P. Janssen, The interaction of ocean waves and wind, Cambridge University Press, 2004
3. С. Д. Данилов, Д. Гурарий, УФН **170**, 921 (2000)
4. V. E. Zakharov, G. Falkovich, and V. S. L'vov, Kolmogorov Spectra of Turbulence I, Springer-Verlag, Berlin (1992)
5. В. Л. Гуревич, Кинетика фононных систем, Москва, Наука, 1980
6. Handbook of Plasma Physics, ed. by A. Galeev, R. Sudan, Elsevier, New York, 1984
7. G. T. Leonart, D. R. Blackman, J. Fluid Mech. **97**, 455-79 (1980)
8. G. Z. Forristall, J. Geophys. Res **86**, 8075-84 (1981)
9. O. M. Phillips, J. Fluid Mech. **156**, 505-31 (1985)
10. В. С. Львов, Нелинейные спиновые волны, Москва, Наука, 1987
11. Б. Б. Кадомцев, Динамика и информация, Москва, Редакция журнала Успехи физических наук. 1999
12. М. Ю. Бражников, Г. В. Колмаков, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, ФНТ **27**, 1183 (2001)

13. М. Ю. Бражников, Г. В. Колмаков, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, Письма в ЖЭТФ **73**, № 8, 443 (2001)
14. М. Ю. Бражников, Г. В. Колмаков, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, Письма в ЖЭТФ **74**, № 12, 660 (2001)
15. Е. А. Кузнецов, ЖЭТФ **62**, 584 (1972)
16. W. Wright, R. Hiller, and S. Putterman. J. Acoust. Soc. Am. **92**, 2360 (1992)
17. E. Henry, P. Alstrom, and M. T. Levinsen, Euro. Phys. Lett. **52**, 27 (2000)
18. M. Lommer and M. T. Levinsen, J. Fluoresc. **12**, 45, (2002).
19. М. Ю. Brazhnikov, G. V. Kolmakov, A. A. Levchenko, L. P. Mezhev-Deglin, **58** (4), 510 (2002)
20. В. Е. Захаров, ЖЭТФ **35**, 908 (1972)
21. М. Ю. Бражников, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, Приборы и Техника Эксперимента, **45**, 31 (2002)
22. М. Ю. Бражников, Г. В. Колмаков, А. А. Левченко, ЖЭТФ **122**, № 3, 521 (2002).
23. М. Ю. Brazhnikov, G. V. Kolmakov, A. A. Levchenko, L. P. Mezhev-Deglin, Physica B, **329–333**, 419 (2003)
24. М. Ю. Бражников, Г. В. Колмаков, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, А. Н. Сильченко, Р. В. Е. McClintock, Письма в ЖЭТФ **80**, № 2, 99 (2004)

25. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Гидродинамика, Москва, Физматлит, 2003
26. В. Е. Захаров, Н. Н. Филоненко, Ж. Прикл. Мех. Тех. Физ. **5**, 62 (1967)
27. М. Д. Черникова, ФНТ, **2**, 1374 (1976)
28. К. Hasselman, J. Fluid Mech. **12**, 481, (1962)
29. А. В. Катц, В. М. Конторович, Ж. Прикл. Мех. Тех. Физ. **6**, 97 (1974)
30. В. С. Лутовинов, В. Р. Чечеткин, ЖЭТФ **76**, 223 (1979)
31. А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, Приборы и Техника Эксперимента, **2**, 220 (1991)
32. А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, ФНТ **22**, 210, (1996)
33. Свойства конденсированных фаз водорода и кислорода, под редакцией Б. И. Веркина, Киев, Наукова Думка, 1984
34. Shie Qian and Dapang Chen, Joint Time-Frequency Analysis — Methods and Applications, Prentice Hall PTR, 1996
35. Г. Е. Фалькович, А. Б. Шафаренко, ЖЭТФ **94**, вып. 7, 172 (1988).
36. A. N. Pushkarev, V. E. Zakharov, Phys. Rev. Lett. **76(18)**, 3320, (1996)
37. A. I. Dyachenko, A. O. Korotkevich, and V. E. Zakharov, JETP Lett. **77**, 477 (2003)
38. G. V. Kolmakov, A. A. Levchenko, M. Yu. Brazhnikov, L. P. Mezhev-Deglin, A. N. Silchenko, P. V. E. McClintock, Physical Review Letters **93**, 074501 (2004)

39. М. Ю. Бражников, Г. В. Колмаков, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, Письма в ЖЭТФ **82**, № 9, 642–646, (2005)