

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
**Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова**  
Сибирского отделения Российской академии наук

На правах рукописи

Добрецова Алёна Александровна

**Электронный транспорт в HgTe квантовых ямах с  
линейным и параболическим законом дисперсии**

01.04.10 – физика полупроводников

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель  
доктор физико-математических наук,  
профессор  
Квон Зе Дон

Новосибирск – 2019

# Оглавление

<b>Список основных обозначений и сокращений</b> . . . . .	4
<b>Введение</b> . . . . .	6
<b>Глава 1. Обзор литературы</b> . . . . .	13
1.1. Электронный спектр одиночных квантовых ям на основе HgTe . . .	13
1.2. Процессы рассеяния в двумерных системах . . . . .	16
1.3. Осцилляции Шубникова – де Гааза . . . . .	28
<b>Глава 2. Образцы, методики экспериментов и расчетов</b> . . . . .	36
2.1. Образцы . . . . .	36
2.2. Низкотемпературные измерения магнетотранспорта . . . . .	38
2.3. Схема измерений . . . . .	40
2.4. Расчет спектра широкой HgTe квантовой ямы в 6 - зонной модели Кейна . . . . .	42
<b>Глава 3. Подвижность электронов в HgTe квантовых ямах с квазили- нейным дираковским спектром</b> . . . . .	45
3.1. Экспериментальные результаты . . . . .	45
3.2. Теория рассеяния дираковских электронов . . . . .	47
3.3. Сравнение экспериментальных данных с теорией . . . . .	51
3.4. Выводы к третьей главе . . . . .	56
<b>Глава 4. Подвижность электронов в широких HgTe квантовых ямах с параболическим законом дисперсии</b> . . . . .	57
4.1. Экспериментальные результаты . . . . .	57
4.2. Механизмы рассеяния . . . . .	58
4.3. Сравнение экспериментальных данных с теорией . . . . .	62

4.4. Выводы к четвертой главе . . . . .	67
<b>Глава 5. Осцилляции Шубникова – де Гааза двумерных электронов в широких HgTe квантовых ямах . . . . .</b>	<b>69</b>
5.1. Экспериментальные результаты . . . . .	69
5.2. Обсуждение . . . . .	78
5.3. Выводы к пятой главе . . . . .	87
<b>Заключение . . . . .</b>	<b>89</b>
<b>Публикации по теме диссертации . . . . .</b>	<b>92</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>95</b>

## Список основных обозначений и сокращений

ДЭГ	двумерный электронный газ
$B$	индукция магнитного поля
$T$	температура
$e$	элементарный заряд
$h$	постоянная Планка
$\hbar$	приведенная постоянная Планка
$c$	скорость света
$\rho_{xx}$	продольная компонента сопротивления
$\rho_{xy}$	холловская компонента сопротивления
$\rho_0$	монотонная от магнитного поля часть $\rho_{xx}$
$\Delta\rho_{xx}$	осциллирующая часть $\rho_{xx}$
$\sigma, \sigma_{xx}$	продольная компонента тензора проводимости
$\sigma_i$	матрицы Паули
$V_g$	затворное напряжение
$N_s$	двумерная концентрация электронов
$N_{s2}$	концентрация поверхностных электронов, локализованных у верхней гетерограницы квантовой ямы
$N_{s1}$	концентрация поверхностных электронов, локализованных у нижней гетерограницы квантовой ямы
$\Delta N_s$	разность концентраций $N_{s2}$ и $N_{s1}$
$n_{imp}$	двумерная концентрация примесей
$m^*$	эффективная масса
$\tau_{tr}$	транспортное время рассеяния
$\tau_q$	квантовое время рассеяния
$\tau_{imp}$	$\tau_{tr}$ при рассеянии на примесях
$\tau_r$	$\tau_{tr}$ при рассеянии на шероховатостях
$\mu, \mu_{tr}$	транспортная подвижность

$\mu_q$	квантовая подвижность, определенная как $\mu_q = e\tau_q/m^*$
$d_{qw}, d$	ширина квантовой ямы
$d_{sp}$	эффективное расстояние от примесей до электронов проводимости
$d_c$	критическая толщина, соответствующая переходу от прямого спектра к инвертированному
$\mathbf{r}, \mathbf{r}'$	радиус - вектор в плоскости $(x, y)$ двумерного электронного газа
$\mathbf{k}, \mathbf{k}'$	двумерный волновой вектор
$k_f$	значение волнового вектора на уровне Ферми
$E_f$	уровень Ферми
$L$	характерная длина шероховатости
$H$	характерная высота шероховатости
$\hat{H}$	гамильтониан
$J$	полный момент
$J_z$	проекция $J$ на ось квантования
$v_{DF}$	скорость дираковских фермионов
$\alpha$	параметр, отражающий силу спин - орбитального взаимодействия
$n$	орбитальный номер уровня Ландау
$\varepsilon_s$	диэлектрическая проницаемость
$\varepsilon_{HgTe/CdTe}$	диэлектрическая проницаемость HgTe / CdTe
$V_0$	высота барьера квантовой ямы

## Введение

**Актуальность темы исследования.** Уже более десяти лет изучение свойств квантовых ям на основе бесщелевого полупроводника HgTe является одним из наиболее актуальных направлений фундаментальных исследований в физике низкоразмерных электронных систем. Отличие HgTe от традиционных полупроводников заключается в большом атомном номере Hg. В связи с этим вклад релятивистских поправок в формирование спектра HgTe оказывается принципиально важным. Он приводит к тому, что у HgTe реализуется инвертированный порядок зон, когда электроно – подобная зона  $\Gamma_6$  с полным моментом  $J = 1/2$  лежит ниже по энергии, чем зоны легких и тяжелых дырок  $\Gamma_8$  с  $J = 3/2$ . Зоной проводимости HgTe является зона легких дырок, в связи с чем спин – орбитальное взаимодействие в ней имеет значительно большую величину в сравнении с зонами проводимости  $\Gamma_6$  традиционных полупроводников.

Размерное квантование инвертированного спектра HgTe также носит необычный характер. В зависимости от ширины HgTe квантовой ямы [1, 2], ее спектр может быть прямым [3, 4, 5], бесщелевым и линейным [6, 7], инвертированным [3, 4, 5, 8], полуметаллическим [9, 10]. Реализованные в HgTe ямах однодолинные бесщелевые дираковские фермионы, двумерный топологический изолятор, двумерный полуметалл являются новыми электронными системами с необычными свойствами. Они открывают возможности для поиска эффектов, не известных ранее или предсказанных теоретически, но не наблюдаемых экспериментально.

Стоит отметить ключевую роль достижений молекулярной лучевой эпитаксии (МЛЭ) соединений  $A_2B_6$ , благодаря которой сравнительно недавно стало возможным экспериментальное исследование HgTe квантовых ям. В настоящее время МЛЭ  $A_2B_6$  позволяет выращивать HgTe квантовые ямы с подвижностью электронного газа до  $\mu = 10^6 \text{ см}^2 / \text{Вс}$ .

В данной работе представлено исследование подвижности и определяющих ее механизмов рассеяния однодолинных дираковских электронов, которые реа-

лизуются в HgTe ямах с толщиной, близкой к критической  $d_c \approx 6.5$  нм, соответствующей переходу от прямого спектра к инвертированному. Подвижность дираковских электронов в HgTe квантовых ямах с ориентацией (001) исследовалась ранее в работе [11]. При этом в литературе до работы соискателя наблюдалось отсутствие исследований, посвященных электронной подвижности в ямах с ориентацией (013), обладающих более высоким качеством [12].

В диссертационной работе также изучена подвижность и определяющие ее механизмы рассеяния электронов основной подзоны проводимости широкой, 18 – 22 нм, HgTe квантовой ямы. Указанная яма обладает полуметаллическим спектром: потолок боковой долины валентной зоны лежит выше дна зоны проводимости [9, 10]. Перекрывание валентной зоны и зоны проводимости вызвано напряжением слоя HgTe из-за 0.3 % разности постоянных решетки HgTe и CdTe, где последний выступает в качестве барьеров квантовой ямы. До работы соискателя исследования механизмов рассеяния, определяющих подвижность электронов, были ограничены изучением системы в полуметаллическом состоянии, когда в яме одновременно присутствуют электроны и дырки [9, 13]. В настоящей работе подвижность электронов исследована в ситуации, когда уровень Ферми лежит выше потолка валентной зоны.

В работе детально исследовано поведение электронов основной подзоны проводимости широкой, 20 – 22 нм, HgTe квантовой ямы в перпендикулярном магнитном поле. Вследствие инвертированного спектра в зоне проводимости данных ям присутствует сильное спин - орбитальное взаимодействие. Оно приводит к возникновению спинового расщепления Рашбы в квантовой яме с асимметричным профилем. Расщепление Рашбы в 14 и 20 нм HgTe квантовых ямах исследовалось в работах [14, 15]. К тому времени экспериментально не было подтверждено существование предсказанных теоретически [16, 17, 18] проводящих поверхностных состояний в трехмерном HgTe и широких квантовых ямах (ширина  $d > 70$  нм) на его основе [19, 20]. Приведенные свойства позволяют по иному интерпретировать полученные результаты и расширить понимание наблюдаемых эффектов. В

литературе также существует ряд работ [21, 22, 23, 24], посвященных исследованию зеемановского расщепления зоны проводимости в 16 и 20 нм HgTe квантовых ямах. В них обнаружено уменьшение эффективного  $g$ -фактора с ростом электронной концентрации. Указанное поведение  $g$ -фактора не нашло исчерпывающего объяснения.

**Цель** данной работы состоит в определении механизмов рассеяния электронов в HgTe квантовых ямах с толщиной, близкой к критической, соответствующей переходу от прямого спектра к инвертированному, и в широкой, 18 – 22 нм, HgTe квантовой яме при низкой температуре; а также объяснение особенностей спинового расщепления зоны проводимости широкой, 20 – 22 нм, HgTe квантовой ямы, связанных с эффектами спин - орбитального взаимодействия.

#### **Основные задачи работы:**

1. Исследование подвижности дираковских электронов при низкой температуре в HgTe квантовых ямах с ориентацией (013) и толщиной 6.3 – 7.0 нм. Развитие теории рассеяния дираковских электронов на примесях и флуктуациях ширины ямы с учетом особенностей их спектра.
2. Исследование подвижности электронов при низкой температуре в широких, 18 – 22 нм, HgTe квантовых ямах, когда уровень Ферми расположен выше потолка валентной зоны.
3. Исследование осцилляций Шубникова – де Гааза в широких, 20 – 22 нм, HgTe квантовых ямах, снабженных затвором.
4. Расчет и анализ волновых функций и спектра зоны проводимости широкой HgTe квантовой ямы с учетом эффектов спин-орбитального взаимодействия в присутствии и без магнитного поля.

**Научная новизна.** В рамках данной работы впервые экспериментально наблюдалось немонотонное поведение подвижности электронов как функции кон-



центрации при рассеянии на флуктуациях толщины ямы. Оно было обнаружено при исследовании подвижности дираковских электронов в области больших концентраций. Выявлен новый механизм рассеяния дираковских электронов на флуктуациях щели в спектре.

Установлена важная роль пространственной трансформации волновой функции электрона с ростом кинетической энергии в поверхностную в 18 – 22 нм HgTe квантовой яме – широкой для квантовой ямы и узкой для трехмерного топологического изолятора (HgTe яма толщиной более 70 нм). Данная трансформация влияет как на электронное рассеяние, так и на спиновое расщепление основной подзоны проводимости в яме с асимметричным профилем.

Известно, что основная подзона проводимости 20 нм HgTe квантовой ямы вблизи  $\Gamma$ -точки образована состояниями тяжелых дырок  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$ . С ростом кинетической энергии к состояниям  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$  начинают примешиваться электронно-подобные состояния  $|\Gamma_6, \pm 1/2\rangle$  и состояния легких дырок  $|\Gamma_8, \pm 1/2\rangle$ . Показано, что указанное перемешивание состояний приводит к уменьшению абсолютного значения проекции полного момента электрона  $|J_z|$  на ось квантования от 1.5 вблизи дна зоны проводимости до 0.9 при подходе ко второй подзоне размерного квантования (ее минимум расположен при  $E = 63$  мэВ). Уменьшение  $|J_z|$  приводит к уменьшению зеемановского расщепления. Как следствие, соседние расщепленные уровни Ландау сближаются с увеличением магнитного поля вплоть до вырождения.

**Теоретическая и практическая значимость.** Результаты, изложенные в диссертации, позволяют расширить представления о механизмах рассеяния электронов при низкой температуре и дополнить имеющиеся знания рассеяния электронов с параболическим законом дисперсии, знаниями об электронах с квазилинейным дираковским спектром.

Продемонстрирована важная роль пространственной трансформации волновой функции электрона в задаче о спиновом расщеплении электронных состояний. Показано, что вызванное спин – орбитальным взаимодействием смещение макси-

мумов волновых функций электронов основной подзоны размерного квантования широкой HgTe квантовой ямы к границам ямы с ростом кинетической энергии приводит к усилению спинового расщепления указанной подзоны в яме с асимметричным профилем.

Результаты диссертации расширяют представления о поведении уровней Ландау в перпендикулярном магнитном поле. Перемешивание электронных состояний с разным полным моментом в пределах одной подзоны размерного квантования в широкой HgTe квантовой яме приводит к уменьшению с ростом энергии электрона абсолютного значения проекции его полного момента на ось квантования и, соответственно, уменьшению зеемановского расщепления. В результате соседние уровни Ландау, расщепленные в малом ненулевом магнитном поле, сливаются в больших полях.

**Методология и методы исследования.** Экспериментальная часть работы заключалась в низкотемпературных ( $T = 0.2 - 4.2$  К) магнетотранспортных измерениях образцов, имеющих холловскую геометрию и снабженных металлическим затвором. При построении теории рассеяния дираковских электронов использовались известные формулы для электронов с произвольным спектром и подходы, применяемые при описании рассеяния электронов с параболическим законом дисперсии. Для описания спектра дираковских фермионов был использован эффективный дираковский гамильтониан, учитывающий линейные по импульсу слагаемые. Для расчета спектра двумерных электронов в 20 нм HgTe квантовой яме в перпендикулярном магнитном поле с учетом эффектов сильного спин - орбитального взаимодействия была использована 6 - зонная (зоны  $\Gamma_6$  и  $\Gamma_8$ ) модель Кейна.

### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Подвижность дираковских электронов в HgTe квантовых ямах с ориентацией (013) и толщиной, близкой к критической, соответствующей переходу от прямого спектра к инвертированному, при низкой температуре описывается в рамках теории рассеяния на заряженных примесях и флуктуациях щели в

спектре, вызванных неровностями границ квантовой ямы.

2. Подвижность электронов зоны проводимости в широких, 18 – 22 нм, HgTe квантовых ямах при низкой температуре определяется рассеянием на заряженных примесях и шероховатостях границ ямы. При этом происходит существенное усиление рассеяния на шероховатостях с ростом электронной концентрации из-за смещения максимумов волновых функций электронов с разным спином к противоположным границам ямы с ростом энергии.
3. Поверхностная природа состояний зоны проводимости широкой, 20 – 22 нм, HgTe квантовой ямы приводит к усилению расщепления зоны проводимости при искривлении профиля ямы.
4. Перемешивание состояний зоны тяжелых дырок  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$ , которая определяет состояния зоны проводимости широкой, 20 – 22 нм, HgTe квантовой ямы вблизи  $\Gamma$  - точки, вместе с состояниями легких  $|\Gamma_8, \pm 1/2\rangle$  дырок и электроно - подобными состояниями  $|\Gamma_6, \pm 1/2\rangle$  с ростом кинетической энергии приводит к уменьшению абсолютного значения проекции полного момента  $|J_z|$  электрона на ось квантования. Уменьшение  $|J_z|$  приводит к уменьшению зеемановского расщепления с ростом энергии и сдвигу уровней Ландау.

**Достоверность и апробация результатов.** Достоверность результатов, представленных в диссертации, обеспечивается использованием современных экспериментальных методов исследования, воспроизводимостью результатов, хорошим согласием экспериментальных данных с теоретическими расчетами, сопоставлением результатов с данными работ других авторов.

Основные результаты диссертации представлялись в виде 12 докладов на 10 международных и российских конференциях и школах: International Workshop “Quantum transport in 2D systems – III” (Bagnères-de-Luchon, France), May 25 - June 1, 2019; 34th International conference semiconductor physics ICPS-2018 (Montpellier (France), July 29 - August 3, 2018); 22-й международный симпозиум ”Нанофизика

и наноэлектроника” (Нижний Новгород, 12-15 марта 2018 г.); Международной школы по физике полупроводников ”Двумерные полупроводниковые системы” (Санкт-Петербург, 1-5 марта 2018 г.); Winter school on quantum condensed-matter physics (Chernogolovka, December 13-17, 2017); 13-я российская конференция по физике полупроводников (Екатеринбург, 2-6 октября 2017 г.); 33rd International conference on the physics of semiconductors ICPS2016 (Beijing (China), July 31 – August 5, 2016); XXI Уральская международная зимняя школа по физике полупроводников (Екатеринбург, 15-20 февраля 2016 г.); 21-st International conference on electronic properties of two-dimensional systems EP2DS-21 (Sendai (Japan), July 26-31, 2015); 12-я Российская конференция по физике полупроводников (Звенигород, 21-25 сентября 2015 г.).

**Публикации.** Материалы диссертации опубликованы в 16 печатных работах [A1 - A16], из них 5 статей в ведущих рецензируемых журналах (входящих в список журналов ВАК), 11 тезисов российских и международных конференций и школ.

**Личный вклад автора** в представляемую работу заключался в проведении низкотемпературных магнетотранспортных измерений, обработке полученных результатов, проведении численных расчетов, интерпретации полученных результатов, написании статей, публичном представлении результатов.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, 5 глав, включающих обзор литературы, заключения и библиографии. Общий объем диссертации составляет 103 страницы, включая 34 рисунка и 4 таблицы. Список литературы включает 94 наименования.

## Глава 1

## Обзор литературы

## 1.1. Электронный спектр одиночных квантовых ям на основе HgTe

Необычные свойства квантовых ям на основе HgTe связаны, главным образом, с инвертированным спектром HgTe. В традиционных полупроводниках, таких как Si, Ge, GaAs, CdTe и т.д. зоной проводимости, как известно, является зона  $|\Gamma_6, \pm 1/2\rangle$  –  $s$ -подобная зона с нулевым орбитальным моментом и полным моментом  $J = 1/2$  (см. рис. 1.1 (а)). Из-за орбитального момента, равного единице, валентная зона традиционных полупроводников обладает более сложной структурой. Она состоит из  $p$ -подобных зон легких  $|\Gamma_8, \pm 1/2\rangle$  (проекция полного момента  $J_z = \pm 1/2$ ) и тяжелых  $|\Gamma_6, \pm 3/2\rangle$  дырок с полным моментом  $J = 3/2$  и спин-отщепленной от них зоны  $|\Gamma_7, \pm 1/2\rangle$  с  $J = 1/2$ . Отличие HgTe от традиционных полупроводников заключается в высоком атомном номере ртути. Это приводит к большей величине релятивистских поправок к энергиям зон. В результате зона  $\Gamma_6$  в спектре HgTe оказывается ниже по энергии, чем зона  $\Gamma_8$ . Зона  $\Gamma_6$  становится валентной в HgTe, а зоной проводимости – перевернутая зона легких дырок [25]. Щель в спектре HgTe между зонами  $|\Gamma_8, \pm 1/2\rangle$  и  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$  отсутствует, и он является полуметаллом. Одним из следствий инвертированного спектра является большая, в сравнении с традиционными полупроводниками, величина спин - орбитального взаимодействия в зоне проводимости, что обусловлено отличием орбитального момента зоны  $|\Gamma_8, \pm 1/2\rangle$  от нуля.

Большое разнообразие двумерных электронных спектров можно реализовать, если расположить HgTe, обладающий инвертированным спектром, между слоями CdTe с прямым порядком зон. Оказывается, что спектр такой системы коренным образом зависит от толщины слоя HgTe [1, 2] (см. рис. 1.1 (б)). Так,

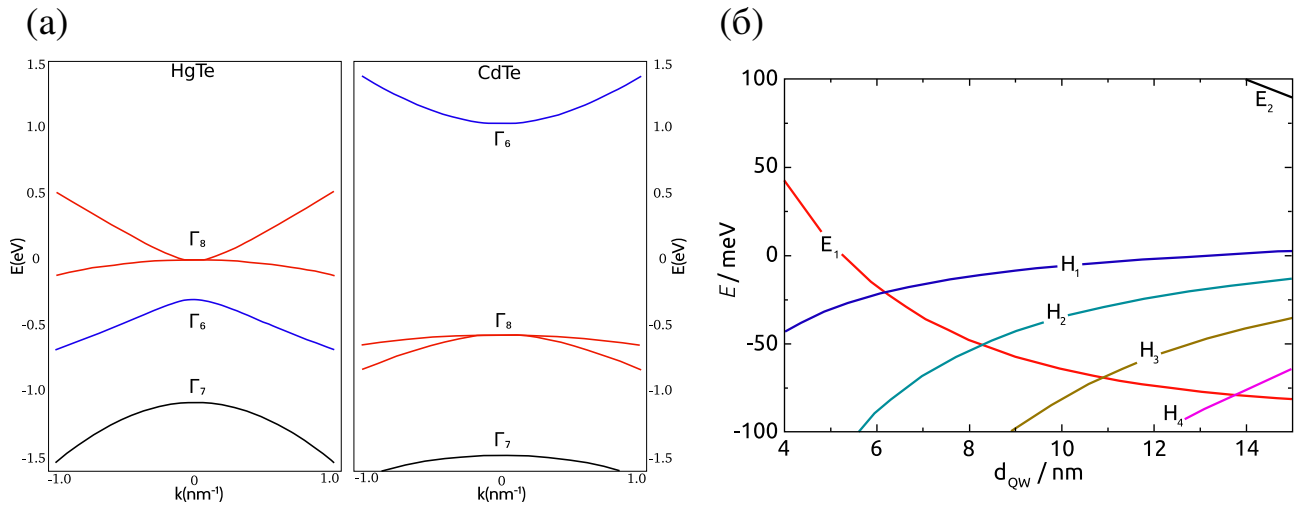


Рис. 1.1. (а) Спектры объемных HgTe (слева) и CdTe (справа) вблизи  $\Gamma$ -точки. Рисунок заимствован из работы [3]. (б) Уровни размерного квантования в  $\Gamma$ -точке HgTe квантовой ямы как функции толщины ямы. Буквами  $E$  и  $H$  обозначены уровни квантования электроно-подобной зоны  $|\Gamma_6, \pm 1/2\rangle$  и зоны тяжелых дырок  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$ , соответственно. Рисунок заимствован из работы [1].

в узких HgTe квантовых ямах, толщиной  $d < 6.5$  нм преобладает влияние барьеров CdTe, и спектр ямы имеет прямой порядок: первая подзона размерного квантования  $E_1$  зоны  $|\Gamma_6, \pm 1/2\rangle$  расположена выше по энергии, чем первая подзона  $H_1$  зоны тяжелых дырок  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$ . В результате  $E_1$  является зоной проводимости, и  $H_1$  – валентной зоной (см. рис. 1.1) [3, 4, 5]. При, так называемой, критической толщине  $d \approx 6.5$  нм, значение которой зависит от ориентации и степени деформации ямы,  $E_1$  пересекается с  $H_1$ . Как показывают исследования, спектр при этом становится линейным [6, 7]. Частицы в ямах с толщиной, близкой к критической, обладают квазилинейным законом дисперсии и описываются гамильтонианом Дирака. Такие частицы принято называть дираковскими фермионами. При дальнейшем увеличении толщины ямы подзона  $H_1$  становится выше  $E_1$ , спектр становится инвертированным. Инверсия спектра приводит к появлению одномерных проводящих краевых состояний на границах проводящего слоя. Они обладают линейным законом дисперсии, который расположен в щели "объемного" спектра квантовой ямы [3, 4, 5, 8]. Теория также предсказывает, что спин указанных состояний направлен перпендикулярно плоскости HgTe и строго связан с направлением волнового вектора. Системы с такими свойствами называют дву-

мерными топологическими изоляторами. Состояние топологического изолятора сохраняется в ямах с  $d > 8.3$  нм, когда  $E_1$  становится ниже  $H_2$  – второй подзоны размерного квантования зоны  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$  [26]. Из-за за 0.3 % разности в величине постоянных решетки HgTe и CdTe квантовые ямы на основе двойного гетероперехода HgCdTe/HgTe получают напряженными. Слой HgTe не релаксирует до толщины около 100 нм. Напряжение приводит к тому, что при увеличении толщины ямы больше, чем 15 нм (приблизительно, зависит от ориентации) в спектре ямы возникает перекрытие между зоной проводимости и боковыми максимумами валентной зоны [9, 10]. Другими словами, при  $d > 15$  нм HgTe квантовая яма является двумерным полуметаллом. Наконец, при  $d > 70$  нм в HgTe квантовой яме возникают поверхностные состояния, локализованные в HgTe вблизи гетерограниц. Напряжение пленки HgTe приводит к открытию щели в ее объемном спектре. В щели лежит часть спектра поверхностных состояний. Указанное свойство напряженной толстой пленки HgTe делает ее трёхмерным топологическим изолятором [19, 27, 28].

Для расчета зонной структуры HgTe/CdTe квантовых ям в основном используют приближение огибающих функций. При этом в большинстве работ обращаются к модели Кейна с гамильтонианом  $8 \times 8$ . Она учитывает зоны  $\Gamma_6$ ,  $\Gamma_8$  и  $\Gamma_7$  [14, 29, 30, 15, 31, 32, 33, 34]. Существует также несколько работ, в которых спин-отщепленная зона  $\Gamma_7$  рассматривается как возмущение. В этом случае гамильтониан системы имеет размерность  $6 \times 6$  [35, 2]. Спин-отщепленная зона  $\Gamma_7$  расположена довольно далеко от зон  $\Gamma_6$  и  $\Gamma_8$  (см. рис. 1.1 (а)), и ее вклад не приводит к принципиально новым результатам. Тем не менее, явный учет зоны  $\Gamma_7$  может быть важным в случаях узкозонных и бесщелевых квантовых ям, так как вносит поправки к величине щели в спектре.

## 1.2. Процессы рассеяния в двумерных системах

Подвижность электронного газа является фундаментальной характеристикой любой электронной системы. В данном разделе рассмотрено поведение подвижности и соответствующие определяющие процессы рассеяния электронов при низкой температуре, когда рассеяние на фононах подавлено. Вначале приводится обзор наиболее распространенных двумерных систем: инверсионного канала в кремнии, гетероперехода GaAs / AlGaAs, одиночной квантовой ямы на основе GaAs. Также приведен обзор исследований подвижности в квантовых ямах на основе HgTe. В конце представлен краткий вывод теоретических формул для описания рассеяния на примесях и шероховатостях границ прямоугольной квантовой ямы.

### 1.2.1. Обзор механизмов рассеяния электронов в двумерных структурах при низкой температуре

При низкой температуре, когда рассеяние на фононах подавлено, в двумерных системах с одним типом носителей остается два основных механизма релаксации импульса: рассеяние на примесях и на шероховатостях гетерограниц проводящего слоя. Относительный вклад указанных механизмов в рассеяние электронов зависит от кинетической энергии  $E$  и концентрации носителей  $N_s$  (в случае вырожденной электронной системы  $E$  и  $N_s$  однозначно связаны). Вероятность рассеяния электрона на заряженных центрах ослабевает с ростом кинетической энергии и, соответственно ростом  $N_s$  [36, 37, 38], тогда как вероятность рассеяния электронов на шероховатостях ведет себя немонотонно с  $N_s$  [38, 39]. При малой концентрации, когда  $L < \lambda$  (где  $\lambda = 2\pi/k_f$  – длина волны де Бройля электрона на уровне Ферми ( $k_f$  – волновой вектор Ферми), и  $L$  – характерная длина шероховатостей), вероятность рассеяния на шероховатостях с ростом  $N_s$  не меняется или увеличивается. Возможное усиление рассеяния может быть вызвано изменением профиля волновой функции электрона в яме с ростом электронной концентрации.



С увеличением  $N_s$  длина волны де Бройля электрона на уровне Ферми  $\lambda$  уменьшается, и происходит переход к обратной ситуации, когда  $L > \lambda$ . В этом случае на масштабах  $\lambda$  гетерограницы квантовой ямы стремятся к идеальным, и с уменьшением  $\lambda$  вероятность рассеяния электрона на шероховатостях уменьшается.

Таким образом, в рамках описанной картины ожидается следующее поведение подвижности электронов с ростом концентрации. Рост подвижности при малой  $N_s$  при доминирующем примесном рассеянии, смена роста падением из-за рассеяния на шероховатостях в режиме  $L < \lambda$ , затем опять рост подвижности при переходе к режиму  $L > \lambda$  при доминирующем рассеянии на шероховатостях. При некоторых параметрах рассеивателей возможен переход от примесного рассеяния сразу к рассеянию на шероховатостях в режиме  $L > \lambda$ .

Рассмотрим теперь конкретные примеры двумерных электронных систем. Начнем с Si инверсионного канала. Для него типичная картина поведения подвижности электронов – кривая с максимумом, отражающая переход от примесного рассеяния к рассеянию на шероховатостях [37]. При этом рассеяние на шероховатостях в достижимом экспериментально диапазоне концентраций электронов присутствует только в пределе  $L < \lambda$ . Экспериментальные работы, где наблюдался переход к ситуации  $L > \lambda$ , автору не известны. Переход от доминирования примесного рассеяния к превалированию рассеяния на шероховатостях для Si инверсионного канала с подвижностью электронов  $\mu \approx 10^3 - 10^4 \text{ см}^2/\text{Вс}$  происходит при концентрации электронов  $N_s \simeq 10^{12} \text{ см}^{-2}$ .

В сравнении с гетеропереходом Si/SiO<sub>2</sub> в гетеропереходе GaAs/AlGaAs экспериментально сложнее получить концентрацию электронов, превышающую  $10^{12} \text{ см}^{-2}$ . Более того, при таких больших концентрациях начинает заполняться вторая подзона размерного квантования [36, 40]. Как показывают совместное исследование транспортного и квантового времени, примесное рассеяние является доминирующим механизмом рассеяния для гетероперехода GaAs/AlGaAs во всем экспериментально исследованном диапазоне концентраций [41]. Стоит отметить, что в эксперименте также наблюдается переход от роста транспорт-

ной подвижности к падению с ростом концентрации электронов. Однако, оно, по видимому, связано с тем, что начинает давать вклад примесное рассеяние с межподзонами переходами. Существенный вклад в подвижность рассеяния на шероховатостях виден при относительно небольших электронных концентрациях  $N_s \approx 3 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  в случае очень большой подвижности электронов, порядка  $10^7 \text{ см}^2 / \text{Вс}$  [42].

В квантовых ямах на основе двойного гетероперехода AlGaAs / GaAs / AlGaAs рассеяние на шероховатостях дает существенный вклад в тонких ямах, толщиной  $d_{well} < 6 \text{ нм}$  [43]. Стоит также отметить, что гетерограница GaAs / AlGaAs – когда GaAs выращивается поверх AlGaAs, получается лучшего качества, чем гетерограница AlGaAs / GaAs [44]. В связи с этим основной вклад в электронное рассеяние в квантовых ямах GaAs, по-видимому, дает менее качественная граница.

Существует несколько работ по исследованию подвижности в квантовых ямах на основе HgTe. В ямах толщиной 20 нм подвижность исследовалась в работах [13, 10, 45, 46, 47]. Авторы указанных работ интересовались подвижностью электронов, когда яма находится в полуметаллическом состоянии, и в ней одновременно присутствуют легкие электроны и тяжелые дырки. Ими был обнаружен резкий рост подвижности электронов с появлением дырок, что они объяснили эффективной экранировкой примесных центров тяжелыми дырками. Также авторам удалось исследовать рассеяние Ландау электронов на дырках в указанных структурах.

Подвижность электронов в узких HgTe квантовых ямах исследовалась в работе [11]. В ней были исследованы структуры с ориентацией (001) и толщинами ям от 5.7 до 12 нм. Аналогично инверсионным каналам в кремнии, поведение подвижности было описано рассеянием на заряженных центрах при малой электронной концентрации,  $N_s < (2-6) \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , и рассеянием на шероховатостях в режиме  $L < \lambda$  при большой электронной концентрации.

## 1.2.2. Транспортное время рассеяния

В случае, когда в системе присутствуют сразу несколько механизмов рассеяния, и их можно считать независимыми друг от друга, полная вероятность рассеяния электрона складывается из вероятностей отдельных процессов  $W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \sum_i W_i(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ . Здесь за  $W_i(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  обозначена вероятность рассеяния из состояния с волновым вектором  $\mathbf{k}$  в состояние с  $\mathbf{k}'$  при  $i$ -ом механизме рассеяния, за  $W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  – суммарная вероятность при участии всех механизмов. Если при этом для каждого механизма рассеяния можно ввести характерное время рассеяния  $\tau_i$ , то из предыдущего выражения следует:  $1/\tau = \sum_i 1/\tau_i(E)$  [48, 49]. Стоит отметить, что в случае, когда  $\tau = \tau(E)$ , необходимо усреднение по энергии. В металлах и вырожденных полупроводниках достаточно подставить  $\tau = \tau(E_f)$ , где  $E_f$  – уровень Ферми.

Рассмотрим задачу упругого рассеяния электрона на некотором потенциале  $V(\mathbf{r})$ . Согласно Золотому правилу Ферми, вероятность перехода электрона из начального состояния с волновым вектором  $\mathbf{k}$  в конечное с волновым вектором  $\mathbf{k}'$  с точностью до первого порядка теории возмущений определяется выражением [49]:

$$W_{\mathbf{k}',\mathbf{k}} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}|^2 \delta[E(\mathbf{k}') - E(\mathbf{k})], \quad (1.1)$$

где

$$V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} = \langle \mathbf{k}' | V | \mathbf{k} \rangle \quad (1.2)$$

является матричным элементом перехода из  $\mathbf{k}$  в  $\mathbf{k}'$ .

Характерное время рассеяния электрона из состояния с волновым вектором  $\mathbf{k}$  в любое другое произвольное состояние определяется суммой вероятностей рассеяния  $W_{\mathbf{k}',\mathbf{k}}$  по всем возможным  $\mathbf{k}'$ . Для расчёта транспортного времени рассеяния нужно учесть также обратный процесс, когда в состояние с волновым вектором  $\mathbf{k}$  рассеивается электрон из состояния с  $\mathbf{k}'$ . Это дает дополнительный множитель  $(1 - \cos \theta)$  к (1.1), где  $\theta$  – угол между направлениями  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ . Множитель  $(1 - \cos \theta)$

можно также интерпретировать таким образом, что электрон после рассеяния в состоянии  $\mathbf{k}'$  продолжает давать вклад в ток с компонентой импульса  $k'_{\parallel} = k \cos \theta$ .

Переходя от суммирования к интегрированию и добавляя множитель  $(1 - \cos \theta)$  к (1.1), имеем следующее выражение для транспортного времени рассеяния (или времени релаксации импульса):

$$\frac{1}{\tau_{tr}} = \frac{2\pi}{\hbar} \int \frac{q^2}{2k^2} |V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}|^2 \delta[E(\mathbf{k} + \mathbf{q}) - E(\mathbf{k})] \frac{S d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} \quad (1.3)$$

где  $q^2/2k^2 = (1 - \cos \theta)$ ,  $S$  – площадь образца.

Если начальное и конечное состояние электрона – плоские волны с волновыми векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ , соответственно, то матричный элемент перехода представляет собой Фурье - образ потенциала взаимодействия  $V(\mathbf{q})/S$ , где  $\mathbf{q} = (\mathbf{k}' - \mathbf{k})$ , а площадь образца  $S$  возникает из нормировки волновой функции электрона по пространству. Выражения (1.1) и (1.3), переписанное с  $V(\mathbf{q})$ , соответствуют борновскому приближению в задаче о рассеянии.

### 1.2.3. Примесное рассеяние электронов в прямоугольной квантовой яме

Задача о рассеянии электронов заряженными центрами в квантовом пределе впервые была сформулирована для инверсионных слоев Si и InAs Стерном и Ховардом в 1967 году [50]. Позже она была расширена для сверхрешеток [51] и одиночной квантовой ямы [52, 53]. В данном разделе приведено краткое решение упрощенной задачи [49], без учета конечной толщины слоя двумерного электронного газа.

Получим транспортное время рассеяния электрона на кулоновских примесях в борновском приближении. Выражение (1.3), где в качестве матричного элемента перехода  $V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}$  стоит Фурье - образ  $V(q)$  потенциала  $V(r)$  взаимодействия электрона с примесью, дает время рассеяния электрона на единичной примеси  $\tau_{imp}^{(1)}$ . Если пренебречь интерференцией электронов, рассеянных на разных примесях, и рассматривать эти события как независимые, то обратное время рассеяния электрона на всех примесях  $\tau_{imp}$  является суммой обратных времен рассеяния на единичной

примеси:  $\tau_{imp} = N_{imp}\tau_{imp}^{(1)}$ . Здесь  $N_{imp} = n_{imp}S$  – суммарное число примесей,  $n_{imp}$  – двумерная концентрация примесей. С учетом того, что Фурье - образ потенциала  $V(r)$  зависит только от модуля  $q$ , имеем следующее выражение для транспортного примесного времени рассеяния:

$$\frac{1}{\tau_{imp}} = n_{imp} \frac{m^*}{2\pi\hbar^3 k_f^3} \int_0^{2k_f} |V(q)|^2 \frac{q^2 dq}{\sqrt{1 - (q/2k_f)^2}}. \quad (1.4)$$

Рассмотрим теперь конкретные примеры потенциалов взаимодействия  $V(r)$ . Для начала разберем простейший случай заряженных примесей, разбросанных случайным образом в плоскости двумерного электронного газа и не экранированных свободными зарядами. В этом случае потенциал примеси  $V_{imp}(r) = e^2/\varepsilon_s r$ , где  $\varepsilon_s$  – диэлектрическая проницаемость среды, связанная с экранированием заряда примеси связанными зарядами. Фурье - образ такого потенциала  $V_{imp}(q) = 2\pi e^2/q\varepsilon_s$ . Подставив  $V_{imp}(q)$  в (1.4) и проинтегрировав по  $q$ , получим линейную зависимость транспортного времени рассеяния от концентрации электронов:

$$\frac{1}{\tau_{imp}} = \frac{\pi m^* e^4 n_{imp}}{\hbar^3 \varepsilon_s^2 N_s},$$

где  $N_s = k_f^2/2\pi$  – концентрация электронов,  $k_f$  – волновой вектор Ферми.

Учет экранирование заряда примеси свободными носителями можно аналогично случаю экранирования поля заряженной примеси связанными зарядами. Для этого введем диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon_r(\mathbf{q}, \omega)$ , которая в данном случае зависит от  $\mathbf{q}$  и, в общем виде, от частоты  $\omega$ . Таким образом, Фурье - образ потенциала экранированной примеси  $V_{scr}$  можно выразить через Фурье - образ не экранированного потенциала  $V_{imp}$  как:

$$V_{scr}(\mathbf{q}) = \frac{V_{imp}(\mathbf{q})}{\varepsilon_r(\mathbf{q})}. \quad (1.5)$$

В приближении Томаса – Ферми [49]  $\varepsilon_r(q) = 1 + q_{TF}/q$ , где  $q_{TF} = (2\pi e^2/\varepsilon_s q) dN_s/dE_f = (2m^* e^2/\varepsilon_s \hbar^2)$  – волновой вектор Томаса – Ферми. Таким образом, Фурье - образ потенциала взаимодействия экранированной примеси с электроном проводимости

равен:

$$V_{scr}(q) = \frac{2\pi e^2}{\varepsilon_s} \frac{1}{q + q_{TF}}. \quad (1.6)$$

Расположение примесей на некотором расстоянии от слоя электронов является известным эффективным методом увеличения подвижности электронов. Он, в частности, успешно используется в квантовых ямах на основе GaAs [54]. Получим время рассеяния электронов на удаленных примесях, локализованных в плоскости, расположенной на некотором фиксированном расстоянии  $d_{sp}$  от слоя двумерного электронного газа. Для простоты будем, как и ранее, пренебрегать толщиной слоя электронов и считать, что электроны проводимости находятся в плоскости. В этом случае трехмерная плотность заряда  $\rho(\mathbf{r}, z) = -eN_s(\mathbf{r})\delta(z)$ . Здесь  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор в плоскости двумерного электронного газа, а  $z$ , соответственно, – координата в направлении, перпендикулярном плоскости. Потенциал взаимодействия удаленных примесей без учета экранировки электронами имеет вид  $V_{rem}(r) = e^2/\varepsilon_s \sqrt{r^2 + d_{sp}^2}$ . Зная его Фурье-образ  $V_{rem}(q) = 2\pi e^2 e^{-qd_{sp}}/\varepsilon_s q$  и используя (1.5), находим Фурье-образ потенциала удаленной экранированной примеси:

$$V_{rem}^{scr}(q) = \frac{2\pi e^2}{\varepsilon_s} \frac{e^{-qd_{sp}}}{q + q_{TF}}. \quad (1.7)$$

Соответствующее транспортное время рассеяния электрона на экранированной удаленной заряженной примеси согласно (1.4) будет:

$$\frac{1}{\tau_{imp}} = 2 \frac{\pi m^* e^4 n_{imp}}{\hbar^3 \varepsilon_s^2 k_f^3} \int_0^{2k_f} \frac{e^{-2qd_{sp}}}{(q + q_{TF})^2} \frac{q^2}{\sqrt{1 - q^2/4k_f^2}} dq. \quad (1.8)$$

Как говорилось ранее, данное выражение получено с пренебрежением конечного поперечного размера слоя двумерного электронного газа. Также не были рассмотрены остаточные примеси, случайным образом раскиданные по всему образцу. Вывод более строгих формул с учетом всего описанного можно найти в работе [38]. Учет конечной толщины двумерного электронного газа при условии, что слой примесей располагается вне слоя ДЭГ, добавляет дополнительный

множитель в (1.7):

$$V_{rem}^{Gold}(q) = V_{rem}^{scr} \frac{4\pi^2}{d_{qw}q} \frac{1}{4\pi^2 + d_{qw}^2 q^2} (1 - e^{-qd_{qw}}), \quad (1.9)$$

где введена толщина слоя двумерного электронного газа  $d_{qw}$  (ширина прямоугольной квантовой ямы). Расстояние до плоскости удаленных примесей  $d_{sp}$  в данном случае отсчитывается от краев квантовой ямы. Потенциал остаточных примесей, разбросанных по всему образцу, дает дополнительный множитель в (1.6), вид которого ((3b) в [38]) опущен в данной работе в силу своей громоздкости.

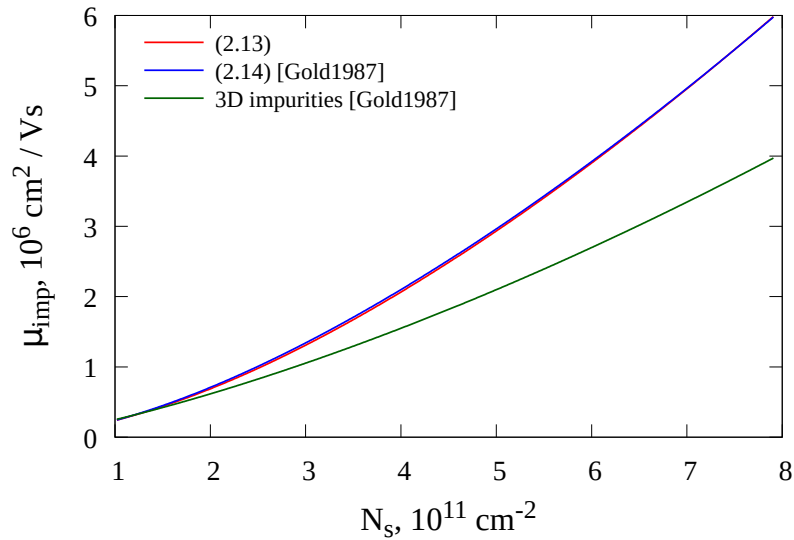


Рис. 1.2. Сравнение подвижности при примесном рассеянии на удаленных примесях с учетом (1.9) (синяя линия) и без (1.7) (красная линия) толщины слоя двумерного электронного газа, подвижность при рассеянии на однородно разбросанных примесях в яме и в барьерах (зеленая линия) [38]. Параметры примесей, использованные при построении кривых, обсуждаются в тексте диссертации.

Сравнение подвижности для (1.7), (1.9) и остаточных примесей, равномерно разбросанных в яме и в барьерах, показано на рис. 1.2. Примесные параметры подбирались таким образом, чтобы при малой электронной концентрации подвижности совпадали:  $n_{imp} = 7 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ,  $d_{sp} = 10 \text{ нм}$  для (1.7),  $n_{imp} = 7 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ,  $d_{sp} = 5 \text{ нм}$  для (1.9) и  $n_{imp}^{3D} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  для остаточных примесей. Ширина квантовой ямы в последних двух расчетах полагалась  $d_{qw} = 20 \text{ нм}$ .

Видно, что, подбирая расстояние до примесей  $d_{sp}$ , можно добиться совпадения рассеяния на удаленных примесях в случаях упрощенного расчета (1.7) и

расчета, с учетом конечной толщины ямы (1.9). При этом разница вполне закономерна: большее значение  $d_{sp}$  в первом случае объясняется тем, что в этом случае эффективное расстояние примесей до электронов включает в себя часть ширины квантовой ямы. При рассеянии на остаточных примесях, разбросанных по объему образца, скорость роста подвижности несколько ниже.

#### **1.2.4. Рассеяние электронов на неоднородностях границ в прямоугольной квантовой яме**

В случае достаточно больших размеров образца при решении многих задач его можно считать бесконечным и пренебрегать наличием границ. Если же один из размеров образца становится меньше длины свободного пробега электрона, то поверхность образца начинает вносить существенный вклад в электронное рассеяние, и пренебрегать ею нельзя. Если при этом размер образца остается достаточно большим, чтобы не учитывать квантовый эффект размерного квантования спектра электрона, то рассеивание на границе можно рассматривать классически. В этом случае решается кинетическое уравнение Больцмана на функцию распределения с соответствующими граничными условиями (смотрите, например, главу 9 в [55]).

В настоящем разделе речь пойдет об электроне основной подзоны размерного квантования в прямоугольной квантовой яме (движение квантовано только в одном направлении) с шероховатыми границами. Характерная высота шероховатостей при этом считается малой в сравнении с шириной ямы. Основополагающей работой, посвященной данному вопросу, можно считать статью [56]. Рассеяние электрона в квантовой яме происходит за счет возмущения его волновой функции шероховатостями границ ямы.

Пусть движение электрона квантовано в  $z$ -направлении, тогда как в двух других направлениях движение электрона свободно. Обозначим за  $d_{qw}$  ширину квантовой ямы, за  $V_0$  – глубину потенциальной ямы (см. рис. 1.3). Волновую функ-



цию электрона в описанной системе можно представить как:

$$\psi(\mathbf{r}, z) = \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{\sqrt{S}}\phi(z),$$

где  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{r}$  – волновой вектор и радиус - вектор электрона в плоскости  $(x, y)$ .

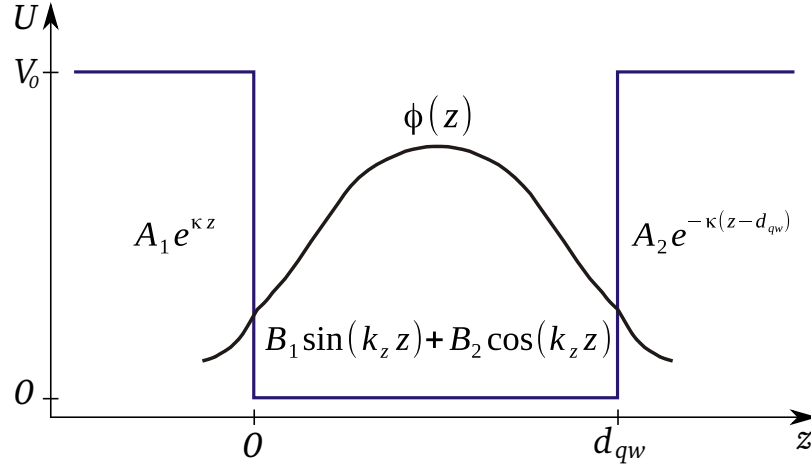


Рис. 1.3. Схематическое изображение волновой функции (1.10) электрона в прямоугольной квантовой яме.

Найдем волновую функцию  $\phi(z)$  электрона в яме в приближении, когда высота барьера ямы  $V_0$  много больше энергии основного состояния электрона  $E_0$ , а границы ямы идеальные. В нулевом приближении бесконечно высокого барьера для основного состояния электрона знаем:

$$\phi^{(0)}(z) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{d_{qw}}} \sin(k_z z), & 0 < z < d_{qw} \\ 0 & z < 0, z > d_{qw} \end{cases} \quad E_0^{(0)} = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_{qw}^*}, \quad k_z^{(0)} = \frac{\pi}{d_{qw}},$$

где  $m_{qw}^*$  – эффективная масса электрона в яме,  $k_z$  – волновой вектор электрона в  $z$ -направлении.

Когда высота барьера конечна, волновая функция электрона в яме представляет собой линейную комбинацию синуса и косинуса, а вне ямы экспоненциально затухает (см. рис. 1.3):

$$\phi^{(0)}(z) + \phi^{(1)}(z) = \begin{cases} A_1 e^{\kappa z}, & z < 0 \\ B_1 \sin k_z z + B_2 \cos k_z z, & 0 < z < d_{qw} \\ A_2 e^{-\kappa(z-d_{qw})}, & z > d_{qw} \end{cases} \quad (1.10)$$

где  $\kappa = \sqrt{2m_b^*(V_0 - E_0)}/\hbar \approx \sqrt{2m_b^*V_0}/\hbar$ ,  $k_z = \sqrt{2m_{qw}^*E_0}/\hbar \ll \kappa$ ,  $m_b^*$  – эффективная масса электрона в барьерах квантовой ямы. Коэффициенты  $A_{1,2}$  и  $B_{1,2}$  находятся из граничных условий:

$$[\phi(z)]_{\Gamma} = 0, \quad \left[ \frac{1}{m^*} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right]_{\Gamma} = 0, \quad (1.11)$$

где квадратные скобки обозначают разрыв на границе.

Из непрерывности волновой функции на границах и соображений симметрии имеем  $A_1 = A_2 = B_2$ . Далее, из второго граничного условия (1.11) получаем:

$$\begin{cases} \frac{1}{m_b^*} B_2 \kappa = \frac{1}{m_{qw}^*} B_1 k_z \\ \frac{1}{m_{qw}^*} (B_1 k_z \cos(k_z d_{qw}) - B_2 k_z \sin(k_z d_{qw})) = -\frac{1}{m_b^*} B_2 \kappa \end{cases}. \quad (1.12)$$

Представим  $k_z$  в виде  $k_z = \pi/d_{qw} + k_z^{(1)}$ , где  $k_z^{(1)} d_{qw} \ll \pi$ . Тогда из (1.12) имеем:

$$k_z^{(1)} = -\frac{2}{d_{qw}} \frac{m_b^*}{m_{qw}^*} \frac{k_z^{(0)}}{\kappa}.$$

В итоге с учетом нормировки волновой функции получаем:

$$\phi(z) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{d_{qw}} \frac{m_b^*}{m_{qw}^*} \frac{k_z^{(0)}}{\kappa}} \left(1 - \frac{m_b^*}{m_{qw}^*} \frac{2}{d_{qw} \kappa}\right) e^{\kappa z}, & z < 0 \\ \sqrt{\frac{2}{d_{qw}}} \left( \sin(k_z z) + \frac{m_b^*}{m_{qw}^*} \frac{k_z^{(0)}}{\kappa} \left(1 - \frac{m_b^*}{m_{qw}^*} \frac{2}{d_{qw} \kappa}\right) \cos(k_z z) \right), & 0 < z < d_{qw} \\ \sqrt{\frac{2}{d_{qw}} \frac{m_b^*}{m_{qw}^*} \frac{k_z^{(0)}}{\kappa}} \left(1 - \frac{m_b^*}{m_{qw}^*} \frac{2}{d_{qw} \kappa}\right) e^{-\kappa(z-d_{qw})}, & z > d_{qw} \end{cases}.$$

Рассмотрим теперь яму с шероховатыми границами. Для простоты будем считать, что шероховатой является только граница  $z = 0$ , а  $z = d_{qw}$  – идеальной. Случай, когда вторая граница также является шероховатой, рассматривается аналогично. Положим, что координаты границы флуктуируют случайным образом относительно  $z = 0$ . В этом случае потенциал барьера можно описать ступенчатой функцией  $V_0 \theta(-z + \xi(\mathbf{r}))$ , где  $\theta$  – функция Хевисайда. Случай  $\xi(\mathbf{r}) = 0$  соответствует идеальной границе: потенциальный барьер возникает при отрицательных  $z$  и пропадает при положительных. Когда  $\xi(\mathbf{r})$  – малая случайная функция, на

электрон в яме действует возмущение:

$$\delta V = V_0\theta(-z + \xi(\mathbf{r})) - V_0\theta(-z) = V_0\xi(\mathbf{r})\delta(z).$$

Матричный элемент перехода из состояния с волновым вектором  $\mathbf{k}$  в состояние с  $\mathbf{k}'$ :

$$V_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} = V_0|\phi(0)|^2\xi(\mathbf{q}), \quad \xi(\mathbf{q}) = \frac{1}{S} \int \xi(\mathbf{r})e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}}d\mathbf{r}. \quad (1.13)$$

Далее, используя (1.3), имеем транспортное время рассеяния:

$$\frac{1}{\tau_r} = \frac{m_{qw}^* V_0^2}{2\pi\hbar^3} |\phi(0)|^4 \int_0^{2\pi} W(q)_{k'=k} (1 - \cos\theta) d\theta. \quad (1.14)$$

В данном выражении появляется  $W(q)$  – Фурье - образ корреляционной функции  $W(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) = \langle \xi(\mathbf{r})\xi(\mathbf{r}') \rangle$ . В силу того, что на границе нет выделенного направления, и в предположении однородности шероховатостей он зависит только от модуля  $q$ .

Так как точное распределение шероховатостей на поверхности неизвестно, есть некоторая свобода в выборе вида корреляционной функции. В данной работе для описания рассеяния на шероховатостях в широких HgTe ямах использовалась модель ступенчатого вида поверхности: случайные ступеньки с постоянной высотой  $H$  и характерной длиной  $L$ . Корреляционная функция такой поверхности  $W(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = H^2 \exp(-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/L)$  [57], а Фурье - образ  $W(q) = 8\pi L^2 H^2 / (1 + 4q^2 L^2)^{3/2}$ . В этом случае транспортное время рассеяния дается выражением:

$$\frac{1}{\tau_r} = 16\pi^4 \hbar \frac{L^2 H^2}{d_{qw}^6} \frac{(m_b^*)^2}{(m_{qw}^*)^3} \int_0^\pi \frac{\sin^2 \theta}{(1 + 16k^2 L^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} d\theta. \quad (1.15)$$

Как видно, подвижность электронов при рассеянии на шероховатостях сильно зависит от толщины ямы, которая входит в (1.15) как  $d_{qw}^6$ . Также, если не учитывать изменение волновой функции с ростом электронной концентрации, в пределе  $\lambda \gg L$  ( $\lambda = 2\pi/k$  – длина волны де Бройля электрона) подвижность в прямоугольной квантовой яме не зависит от концентрации электронов [56, 38].

### 1.3. Осцилляции Шубникова – де Гааза

Осцилляции сопротивления электронного газа в магнитном поле впервые экспериментально были обнаружены в висмуте Л. В. Шубниковым и В. Й. де Гаазом [58] и впоследствии получили название в честь открывателей. После этот эффект наблюдался неоднократно в других различных системах. В частности, с помощью анализа осцилляций Шубникова – де Гааза проводимости электронов в инверсионном слое в Si в 1966 г. был показан их двумерный характер [59]. Хотя существует ряд ранних теоретических работ, посвященных объяснению эффекта Шубникова – де Гааза [60, 61, 62], первыми работами с непротиворечивой теорией описания осцилляций считаются работы [63, 64]. В настоящее время данный эффект широко применяется для характеристики электронных систем, и его теоретическое обоснование представлено в различных учебных пособиях [49, 37, 65].

Причиной осцилляций Шубникова – де Гааза является квантование Ландау спектра электрона в магнитном поле [66, 67]. Как известно, спектр двумерного электронного газа (ДЭГ) в отсутствие магнитного поля непрерывен по импульсу, направленному в плоскости газа, и в простейшем случае представим в виде  $E = \mathbf{p}^2/2m^*$  (где  $\mathbf{p}$  лежит в плоскости ДЭГ,  $m^*$  – эффективная масса). При этом плотность состояния такого газа  $D_0 = m^*/\pi\hbar^2$  (с учетом спинового вырождения) постоянна в пределах одной подзоны размерного квантования. В перпендикулярном магнитном поле непрерывный спектр трансформируется в набор уровней Ландау с энергией  $E_n = \hbar\omega_c(n + 1/2)$  ( $\omega_c = eB/m^*c$  – циклотронная частота,  $n$  – номер уровня Ландау) и кратностью вырождения  $2eB/hc$ . Кратность вырождения уровней является одинаковой для всех  $n$  и линейно растет с магнитным полем. В идеальном случае плотность состояний ДЭГ в магнитном поле трансформируется в набор  $\delta$ -пикулов при энергиях  $E_n$  (см. рис. 1.4 (а)). В реальной системе всегда присутствует рассеяние электронов. Оно приводит к уширению уровней Ландау  $\Gamma = \hbar/\tau_q$ , где  $\tau_q$  – квантовое время рассеяния электрона. Из-за уширения уровней, в малых магнитных полях  $\hbar\omega_c < \Gamma$  они перекрываются, и итоговая плотность

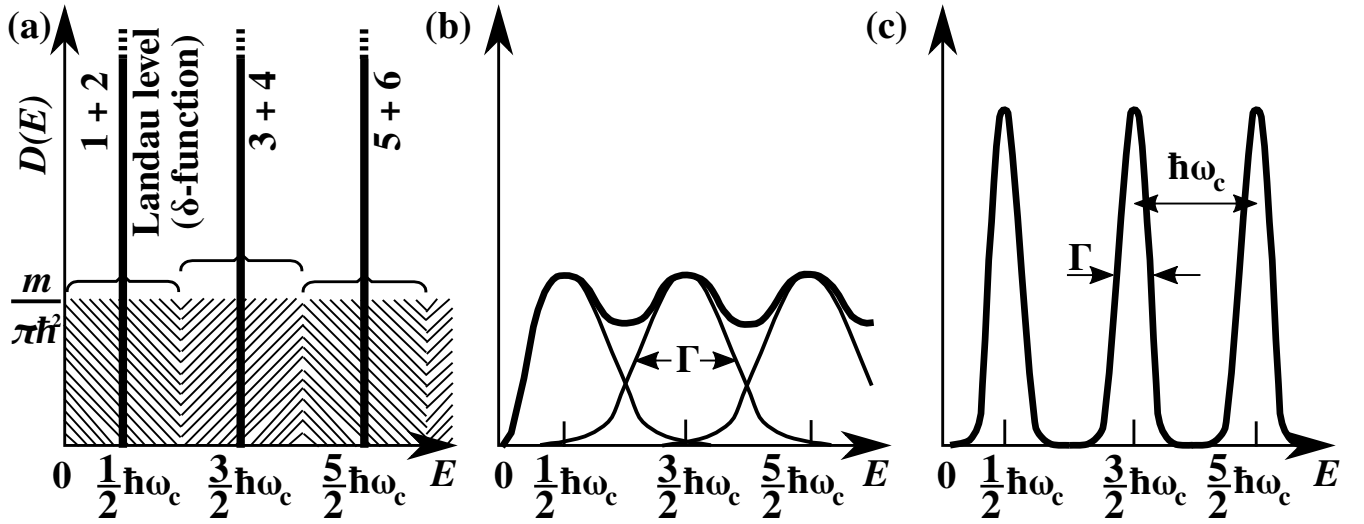


Рис. 1.4. Плотность состояний двумерного электронного газа в перпендикулярном магнитном поле без учета спинового расщепления. (a) Состояния в каждом интервале энергий  $\hbar\omega_c$  в магнитном поле сжимаются в  $\delta$ -пик уровня Ландау. (b) Из-за рассеяния уровни Ландау обладают ненулевой шириной  $\Gamma$  и перекрываются при  $\hbar\omega_c < \Gamma$ . (c) Уровни разрешаются при  $\hbar\omega_c > \Gamma$ . Рисунок заимствован из [49].

состояний имеет осциллирующий вид, как схематично показано на рис. 1.4 (b). При переходе к большим магнитным полям  $\hbar\omega_c > \Gamma$  расстояние между уровнями становится больше их уширения и они перестают перекрываться (см. рис. 1.4 (c)).

Осциллирующая часть плотности состояний в случае больших факторов заполнения  $E \gg \hbar\omega_c$  и малой в сравнении с абсолютным значением амплитуды осцилляций представима в виде [68, 65]:

$$\frac{\Delta D(E_f)}{D_0} = 2 \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^s e^{-\pi s/\omega_c \tau_q} \cos\left(\frac{2\pi s E_f}{\hbar\omega_c}\right), \quad (1.16)$$

где  $E_f$  – энергия Ферми. Из-за экспоненциального множителя, стоящего перед косинусом, в малых магнитных полях можно учитывать лишь первую гармонику  $s = 1$ . Осциллирующий характер плотности состояний приводит к осцилляциям сопротивления (и проводимости) электронов [68, 65]:

$$\frac{\Delta\rho_{xx}}{\rho_0} = 2e^{-\pi/\omega_c \tau_q} X\left(\frac{2\pi^2 k_B T}{\hbar\omega_c}\right) \cos\left(2\pi\frac{E_f}{\hbar\omega_c} - \pi\right), \quad (1.17)$$

где  $\Delta\rho_{xx}$  – осциллирующая часть сопротивления ДЭГ,  $\rho_0$  – сопротивление ДЭГ в отсутствии магнитного поля,  $X(x) = x/\text{sh}x$  – коэффициент температурного

уширения,  $k_B$  – постоянная Больцмана. Как видно из (1.17), осцилляции продольного магнетосопротивления периодичны по обратному магнитному полю. Период осцилляций при этом определяется энергией Ферми. Также верно и обратное – осцилляции периодичны по энергии Ферми с периодом, определяемым величиной магнитного поля. Так как в случае вырожденного электронного газа энергия Ферми задается электронной концентрацией, по частоте осцилляций магнетосопротивления в обратном магнитном поле  $\omega_{ShdH} = 2\pi N_s/(e/hc)$  можно определить концентрацию носителей в системе. В случае, когда исследуемый образец снабжен затвором, можно наблюдать осцилляции по затворному напряжению.

### 1.3.1. Расщепление Зеемана

Рассмотрим картину осцилляций Шубникова – де Гааза в присутствии эффекта Зеемана, который приводит к добавке к энергиям уровней Ландау  $\pm 1/2 g^* \mu_B B$  в зависимости от направления спина ( $\mu_B = e\hbar/2m_0c$  – магнетон Бора,  $g^*$  – эффективный фактор Ланде). Учет эффекта Зеемана дает дополнительный множитель  $\cos\left(s\pi \frac{g^* \mu_B B}{\hbar\omega_c}\right)$  ( $s$  – номер слагаемого) к каждому слагаемому в сумме (1.16). При этом наблюдается следующая эволюция осцилляций с увеличением магнитного поля. Для наглядности на рис. 1.5 приведен пример осцилляций проводимости электронов в гетеропереходе GaAs/AlGaAs, заимствованный из работы [69]. Рассмотрим сначала ситуацию, когда зеемановское расщепление  $g^* \mu_B B$  меньше половины орбитального  $\hbar\omega_c/2$ . Это справедливо для приведенного гетероперехода GaAs/AlGaAs. Будем постепенно увеличивать поле от нуля. Сначала из-за уширения уровней эффект квантования будет неразличим, и проводимость осциллировать не будет. Затем, начиная с некоторого поля, станет возможным различить уровни, раздвинутые орбитальным расщеплением. Спиновое расщепление меньше орбитального и пока не видно. С дальнейшим увеличением поля спиновое вырождение уровней постепенно снимется зеемановским расщеплением. При этом количество пиков в плотности состояний увеличится вдвое, что приведет к

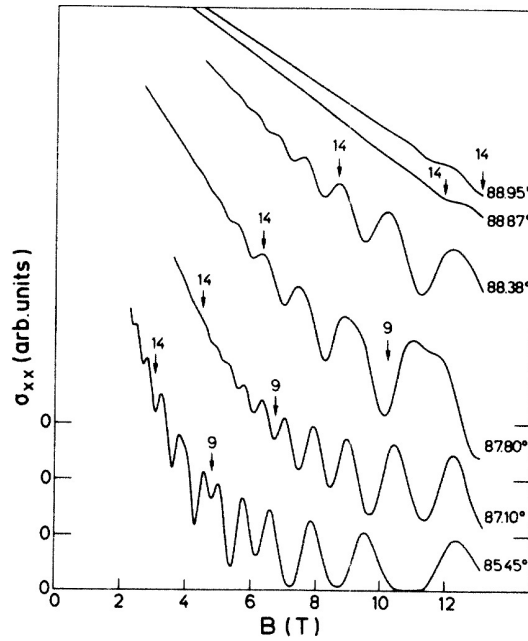


Рис. 1.5. Зависимость продольной компоненты тензора проводимости  $\sigma_{xx}$  от абсолютного значения магнитного поля при разных углах наклона поля относительно плоскости двумерного электронного газа. Результаты получены в [69] для электронов в гетеропереходе GaAs / AlGaAs. Образец имел геометрию диска Корбино.

удвоению частоты осцилляций в сравнении с ситуацией отсутствия зеемановского расщепления [69, 70, 71, 72, 24]. В обратной ситуации, когда зеемановское расщепление больше половины орбитального, поведение осцилляций в магнитном поле будет таким же [24] с тем лишь отличием, что видимые в малых полях минимумы осцилляций поменяются с четных факторов заполнения на нечетные [72, 24]. Фактор заполнения  $\nu = N_s/N_B$  – это количество заполненных уровней Ландау, где  $N_B = eB/hc$  – кратность вырождения уровня Ландау без спинового вырождения,  $N_s$  – электронная концентрация.

Рассмотрим также зависимость сопротивления/проводимости от затворного напряжения при фиксированном магнитном поле. В этом случае ожидаются однородные осцилляции, период которых определяется магнитным полем. При этом в малых магнитных полях, когда спиновое расщепление не разрешено из-за уширения уровней, кратность вырождения уровня Ландау  $N_B$  будет удвоена спиновым вырождением. Спиновое вырождение снимается при переходе к большим полям, когда становится различимым зеемановское расщепление [59]. Заметим,

что гораздо более сложная картина осцилляций в зависимости от затворного напряжения наблюдается для инверсионных слоев кремния. Это связано с резким падением электронной подвижности с ростом концентрации и долинным вырождением электронов зоны проводимости [37].

### 1.3.2. Эффект Рашбы

В квантовых ямах с асимметричным профилем в случае сильного спин - орбитального взаимодействия картина осцилляции Шубникова – де Гааза принципиально меняется. В этом случае спектр электронов расщеплен по спину в нулевом магнитном поле. Данное расщепление в одноэлектронном приближении описывается добавкой Бычкова – Рашбы к гамильтониану системы [73, 74]:  $\hat{H}_R = \alpha[\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k}]\mathbf{n}$ . Здесь  $\sigma_i$  – матрицы Паули,  $\mathbf{n}$  – единичный вектор, направленный перпендикулярно плоскости квантовой ямы,  $\alpha$  – параметр, отражающий силу спин - орбитального взаимодействия. Закон дисперсии двумерных электронов становится  $E_{\pm} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \pm \alpha k$ . Ветки для разнонаправленных спинов расщеплены при  $k$ , отличном от нуля.

В магнитном поле описанный выше эффект Рашбы приводит к сдвигу уровней Ландау [74, 75, 76]:

$$E_{n\pm} = \hbar\omega_c n \pm 1/2\sqrt{(\hbar\omega_c - g^*\mu_B B)^2 + 8\alpha^2 n/l_B^2}, \quad (1.18)$$

где  $l_B = \sqrt{\hbar c/eB}$  – магнитная длина,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Данная формула написана с учетом расщепления Зеемана. На рис. 1.6 (а) показан веер уровней Ландау, рассчитанный по формуле (1.18) для  $m^* = 0.025m_0$  ( $m_0$  – масса свободного электрона),  $g^* = 0$ ,  $\alpha = 19$  мэВ·нм. Эффект Рашбы приводит к пересечению уровней Ландау с разным спином [77]. В плотности состояний указанные пересечения приводят к появлению биений. Моделирование плотности состояний  $D(E)$  как функции энергии при  $B = 0.5$  Т показано на рис. 1.6 (б). Для построения  $D(E)$  уровни моделировались функцией Лоренца  $1/[1 + (E - E_{n\pm})^2/\Gamma^2]$ , где  $\Gamma$  – уширение уровней Ландау. При этом  $\Gamma$  полагалась равной 0.8 мэВ. Стрелочками на рисунке указаны



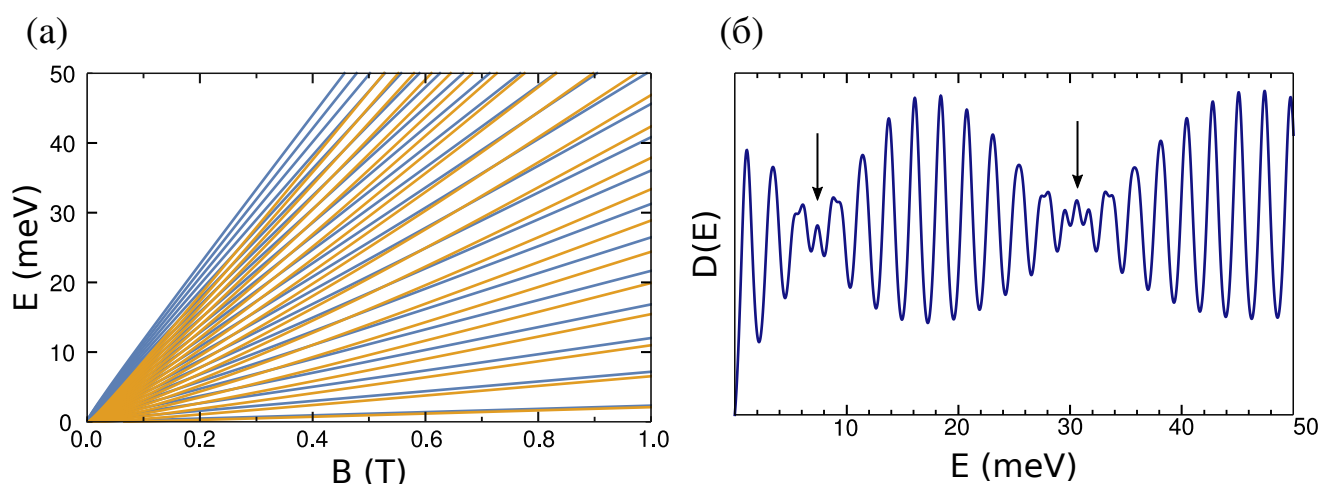


Рис. 1.6. (а) Веер уровней Ландау, рассчитанный с помощью (1.18) в присутствии расщепления Рашбы и отсутствии зеемановского расщепления. В расчете использованы параметры:  $m^* = 0.025m_0$  ( $m_0$  – масса свободного электрона),  $g^* = 0$ ,  $\alpha = 19$  мэВ·нм. (б) Моделирование плотности состояний  $D(E)$  как функции энергии. Уровни моделировались функцией Лоренца  $1/[1+(E-E_{n\pm})^2/\Gamma^2]$ , где  $\Gamma$  – уширение уровней Ландау. В расчете  $B = 0.5$  Т,  $\Gamma = 0.8$  мэВ. Стрелочками указаны биения в осцилляциях.

биения в осцилляциях.

Одно из первых экспериментальных наблюдений биения в осцилляциях Шубникова – де Гааза принадлежит работе [78]. Авторы работы исследовали дырки в кремниевом полевом транзисторе и не дали объяснения обнаруженному эффекту. Авторы более поздней работы [79] подтвердили наблюдение биения и успешно количественно описали эксперимент с использованием теории Бычкова и Рашбы. Биения осцилляций также наблюдали для дырок в гетеропереходе GaAs / AlGaAs [80, 81], и позже для электронов в системах с сильным спин - орбитальным взаимодействием: GaSb / InAs / GaAs квантовых ямах [82] и InGaAs / InAlAs гетероструктурах [83].

Стоит отметить, что к очень похожей картине биений осцилляций Шубникова – де Гааза может приводить наличие нескольких типов носителей. Например в двойных ямах [84] или когда заполнено несколько подзон размерного квантования [85]. Так как данный вопрос выходит за рамки данной работы, подробнее он не рассматривается.

### 1.3.3. Осцилляции Шубникова – де Гааза в широкой HgTe квантовой яме

Существует ряд работ по исследованию зеемановского и рашбовского расщеплений в HgTe квантовых ямах различной толщины. В данном разделе речь пойдет о зоне проводимости широкой, 12 – 20 нм, HgTe квантовой ямы.

Расщепление Зеемана в 16 – 20 нм ямах исследовалось в работах [21, 22, 23, 24]. В работе [24] проведено систематическое исследование зависимости зеемановского расщепления от электронной концентрации  $N_s$  и обнаружено, что отношение спинового расщепления  $g^* \mu_B B$  ( $\mu_B$  – магнетон Бора) к орбитальному  $\hbar \omega_c$  ( $\omega_c$  – циклотронная частота) уменьшается с ростом  $N_s$  от 0.8 при  $N_s \approx 0.5 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  до 0.2 при  $N_s \approx 7 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , а при  $N_s \approx 1.5 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  оно равно ровно половине. В [24] приводится также удачное сравнение экспериментальных результатов с теоретическим расчетом в рамках 8-зонной модели Кейна. При этом авторы не делают попытки объяснить причину изменения  $g$ -фактора электронов с ростом концентрации. В [23], где было исследовано две различные концентрации, изменение  $g$ -фактора авторы связывают с обменными эффектами, усиленными эффектом Рашбы.

Исследование спинового расщепления Рашбы зоны проводимости в 20 и 12 нм HgTe квантовых ямах представлено в работах [14, 15]. Авторы обеих работ обнаружили появление спинового расщепления основной подзоны проводимости при искривлении ямы потенциалом затвора, тогда как расщепление второй подзоны размерного квантования оказалось экспериментально неразрешимо. Для 20 нм структур расщепление основной подзоны проводимости составило 15 мэВ при изменении затворным напряжением  $V_g$  концентрации электронов от  $N_s = 10^{12} \text{ см}^{-2}$  при  $V_g = 0 \text{ В}$  до  $N_s = 5 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . Авторы указали, что одна из причин обнаруженной сильной зависимости расщепления Рашбы основной подзоны проводимости от затворного напряжения состоит в том, что подзона образована из состояний тяжелых дырок  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$ . При этом авторы не обратили внимание на тот факт, что остальные подзоны размерного квантования, и в том числе подзоны,

образованные состояниями тяжелых дырок, согласно их расчету расщепляются по спине значительно слабее с искривлением профиля ямы. Расщепление Рашбы также было обнаружено в асимметричной 15 нм яме в работе [86], где исследовались осцилляции Шубникова – де Гааза и циклотронный резонанс.

## Образцы, методики экспериментов и расчетов

### 2.1. Образцы

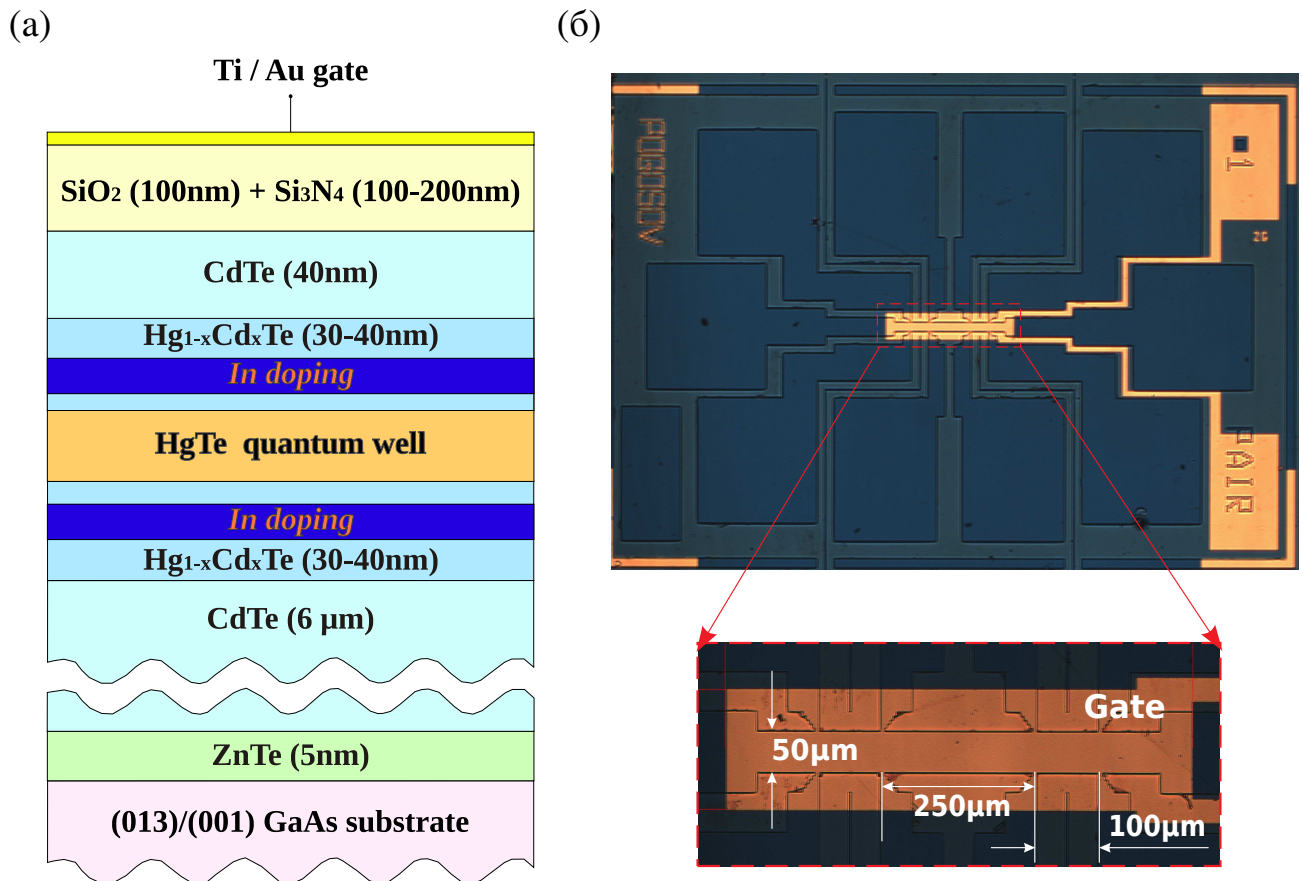


Рис. 2.1. (а) Сечение образца. (б) Вид структуры сверху.

В данной работе исследовались HgTe квантовые ямы с толщинами 6.3–7.0 нм, близкими к критической, соответствующей переходу от прямого спектра к инвертированному, и широкие ямы с толщиной 18 – 22 нм. Все ямы были выращены методом молекулярно – лучевой эпитаксии (см. [12]), их схематичный разрез показан на рис. 2.1 (а). В качестве подложек использовались шайбы GaAs с ориентациями (013) и (001). Толстый 6 мкм слой CdTe выступал в качестве буферного, для исключения структурных дефектов в рабочих слоях из-за разных постоянных решетки GaAs и HgTe. В качестве барьеров ямы выступали 30 – 40 нм слои Hg<sub>1-x</sub>Cd<sub>x</sub>Te,

где значение  $x$  из-за технологических особенностей варьировалось от 0.6 до 0.8 для узких 6.3 – 7.0 нм и от 0.5 до 0.65 для широких 18 – 22 нм ям. Вариация  $x$  в широких пределах практически не влияет на особенности электронного спектра HgTe квантовых ям. Верхний 40 нм слой CdTe наносился для защиты структуры от деградации. Все узкие ямы, а также широкая яма #130213 содержали In-легирующие слои, расположенные в барьерах симметрично относительно квантовой ямы. Параметры исследованных ям приведены в таб. 2.1 и таб. 2.2.

Для проведения магнетотранспортных измерений методом стандартной фотолитографии изготавливались 10-контактные холловские мостики шириной 50 мкм и расстоянием между потенциометрическими контактами 100 и 250 мкм (см. рис. 2.1 (б)). Омические контакты создавались с помощью вжигания индия. Все исследованные образцы обладали затвором. Для этого на поверхность структур с помощью плазмохимического осаждения наносился низкотемпературный двухслойный диэлектрик. Он состоял из слоев SiO<sub>2</sub> и Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>, с толщинами 100 и 100 нм для узких и 100 и 200 нм для широких ям, соответственно. Затем на диэлектрик наносился TiAu металлический затвор.

Таблица 2.1. Характеристики исследованных HgTe квантовых ям с толщиной близкой к критической.  $d_{qw}$  – ширина ямы.

Номер шайбы	$d_{qw}$ , нм	ориентация
101227	6.3	(013)
101223	6.4	(013)
101222(1)	6.6	(013)
101222(2)	6.6	(013)
101224	7.0	(013)

Таблица 2.2. Характеристики исследованных широких HgTe квантовых ям.  $d_{qw}$  – ширина ямы,  $N_s$  – электронная концентрация,  $V_g$  – затворное напряжение,  $n$  и  $p$  – электронный и дырочный типы проводимости, соответственно.

Номер шайбы	$d_{qw}$ , нм	ориентация	тип проводимости	легирование
100623-1	18	(001)	$p + n$	–
110614	20	(013)	$p + n$	–
110615	20	(013)	$p + n$	–
130213	20	(013)	$n, N_s(V_g = 0)$ $= 7.3 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$	+
081112(1)	22	(013)	$p + n$	–
081112(2)	22	(013)	$n$	–
081112(3)	22	(013)	$n$	–

## 2.2. Низкотемпературные измерения магнетотранспорта

Экспериментальная работа, представленная в диссертации, состоит из двух частей. Первая посвящена исследованию подвижности электронов в узких и широких HgTe квантовых ямах. Вторая – осцилляциям Шубникова – де Гааза только в широких ямах. Исследование электронной подвижности проводилось в дьюаре с жидким гелием при температуре 4.2 К. При этом была возможность использовать сверхпроводящую катушку, которая позволяла вводить магнитные поля порядка 1 Т. Измерение осцилляций Шубникова – де Гааза проводилось на двух установках: многофункциональной системе измерения физических свойств (*Physical Property Measurement System*) при температуре  $T = 2$  К и рефрижераторе растворения  $\text{He}^3$  в  $\text{He}^4$  от *Oxford Instruments* при  $T = 0.2 - 5$  К. При этом измерения проводились в магнитных полях от 0 до 9 Т, создаваемых в обеих установках сверхпроводящими катушками.

Многофункциональная система измерения физических свойств позволяет менять температуру образца в пределах от 1.9 до 400 К. В ней реализовано два способа поддержания температуры образца ниже 4.2 К. Первый – это заливка камеры образца жидким гелием и понижение температуры его кипения с помощью откачки его паров. В таком способе температура регулируется давлением паров в камере образца. Вторым способом – ”продувание” образца холодными парами гелия, где температура контролируется потоком газа и системой нагревателей. В данной работе был использован второй способ, так как он позволяет более быстрое изменение температуры от комнатной 300 К до минимальной и обратно и при этом обеспечивает достаточно стабильную заданную температуру образца.

Рефрижератор растворения, чей принцип работы подробно рассмотрен в [87], позволяет получать температуры ниже  $\sim 1$  К – минимальной температуры, достигаемой с помощью откачки паров жидкого  $\text{He}^4$ . Достижение более низких температур возможно с помощью изотопа  $\text{He}^3$ . При этом минимальная температура достигается при использовании смеси изотопов  $\text{He}^3 - \text{He}^4$ . При температуре выше 0.86 К (точное значение зависит от соотношения изотопов гелия) смесь является однородной, а при  $T < 0.86$  К – разделяется на две фазы: ”концентрированную”, то есть обогащенную  $\text{He}^3$ , и ”разбавленную”, обогащенную  $\text{He}^4$ . Из-за меньшей плотности концентрированная фаза всплывает над разбавленной. Процесс охлаждения идет за счет перехода атомов  $\text{He}^3$  из концентрированной фазы в разбавленную, что, в некотором роде, подобно обычному испарению. Плотность  $\text{He}^3$  и, соответственно, эффективность его переходов из концентрированной фазы в разбавленную при  $T \rightarrow 0$  остается весьма высокой. Это связано с тем, что разбавленная фаза содержит изотопы  $\text{He}^3$  вплоть до нулевой температуры, где их содержание достигает своего минимума 6.4 % от общего количества. Поддержание процесса ”испарения”  $\text{He}^3$  происходит за счет постоянной откачки  $\text{He}^3$  из разбавленной фазы насосом в камеру испарения ( $T < 0.7$  К) и его возврат в концентрированную фазу (после предварительного сжижения и охлаждения до 1.2 К). Преимущественная откачка  $\text{He}^3$  обусловлена в  $10^3$  раз большим давлением его насыщенных паров в сравнении

с  $\text{He}^4$ . Можно отметить, что возможно использование рефрижератора в одноразовом режиме, когда возврат  $\text{He}^3$  в обогащенную фазу не осуществляется и система работает вплоть до израсходования обогащенной фазы.

Рефрижератор растворения, используемый в данной работе, обеспечивает возможность непрерывного охлаждения. При этом базовая температура используемого рефрижератора на момент проведения измерений составляла 0.18 К. Высокая минимальная температура была связана с заменой заводского насоса для откачки  $\text{He}^3$  менее мощным. Образец в данной установке находится в вакууме, и его охлаждение осуществляется за счет теплового контакта с камерой смеси через медный держатель. Недостаток такой системы, очевидно, бóльшая минимальная температура. С другой стороны такая конструкция позволяет разогревать образец до температур значительно выше температур жидкого гелия, вплоть до 10 К.

### 2.3. Схема измерений

Измерения магнетосопротивления проводились стандартным 4-х точечным методом (см. рис. 2.2) с помощью синхронного детектора SR830 (*Stanford research systems*). Измерения проводились в режиме источника тока, амплитуда которого  $I = 100$  нА задавалась сопротивлением, значительно превышающим сопротивление образца. Выбранная величина тока была достаточно малой, чтобы исключить эффекты разогрева электронного газа. Частота модуляции тока выбиралась таким образом, чтобы с одной стороны исключить влияние высокочастотного вклада паразитных емкостей проводов и с другой – чтобы получить максимальное соотношение сигнал/шум при разумных временах измерения кривых. Частоты, используемые в экспериментах, варьировались в диапазоне 6 – 12 Гц, подходящем под указанные требования.

Техника синхронного детектирования позволяет улучшить соотношением сигнал/шум в измерениях. Его идея заключается в пропускании тока определенной частоты  $\omega_0$  через образец, последующее его перемножение с опорным



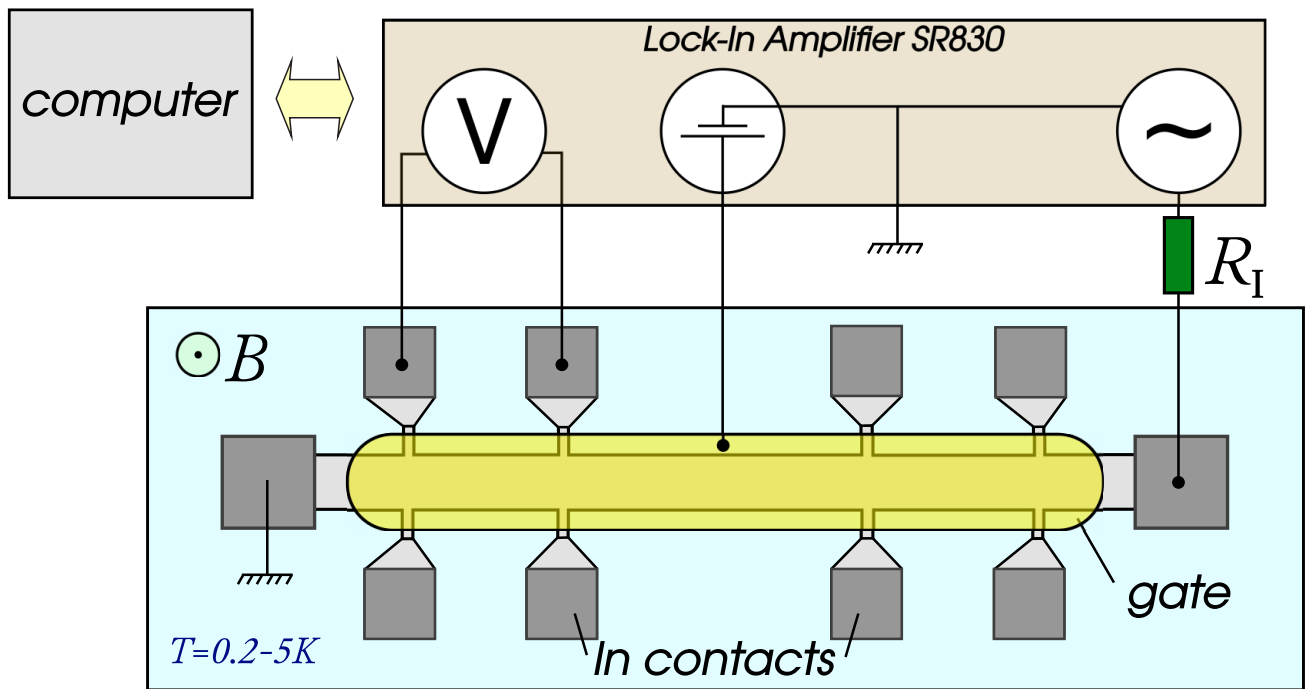


Рис. 2.2. Принципиальная схема измерений.  $R_I$  – токозадающее сопротивление.

сигналом той же частоты и затем фильтрации итогового сигнала фильтром низких частот. После прохождения образца и измерительных проводов сигнал приобретает вклады от шумов с различными частотами. Перемножение с опорным сигналом каждой вклада с частотой  $\omega_1$  трансформирует его в два сигнала с частотами  $|\omega_1 \pm \omega_0|$ . При этом полезный сигнал трансформируется в постоянный и на удвоенной частоте. При фильтрации постоянный ток сохраняется, а шумы с частотами, отличными от  $\omega_0$ , обрезаются. Уменьшая частоту среза фильтра и увеличивая крутизну спада, можно эффективно увеличивать отношение сигнал / шум. Ограничением в данном случае выступает время измерения кривой, поскольку измерение каждой точки должно происходить дольше постоянной времени фильтра для исключения влияния соседних точек.

## 2.4. Расчет спектра широкой HgTe квантовой ямы в 6-зонной модели Кейна

Для анализа экспериментальных результатов, обсуждаемых в гл. 5, в работе выполнен расчет спектра 20 нм квантовой ямы с помощью 6-зонного эффективного гамильтониана, предложенного в работе [2], где вклад спин-отщепленной зоны  $\Gamma_7$  рассматривается как возмущение, а параметры Кейна взяты из [31]. Расчет выполнен для ямы с ориентацией (001) с использованием нулевых граничных условий. Влиянием температуры на спектр пренебрегается. Расчет выполнен сеточным методом, где яма в квантованном  $z$ -направлении разбивается на  $N_{QW}$  равных интервалов, и решается уравнение на собственные значения матрицы размерностью  $6N_{QW} \times 6N_{QW}$ . Спектр 20 нм HgTe квантовой ямы, рассчитанный описанным способом вблизи  $\Gamma$ -точки с  $N_{QW} = 100$ , показан на рис. 2.3 (а). Исследованная экспериментально область энергий на рисунке выделена красным.

Расчет спектра ямы с учетом ее искривления потенциалом затвора показан на рис. 2.3 (б)). В расчете электрическое поле в яме полагается постоянным, линейно растущим от нуля в минимуме зоны проводимости до 12.5 кВ/см при энергии  $E = 60$  мэВ. Иными словами, в расчете предполагается, что при нулевом затворном напряжении яма симметричная и незаряженная, и электроны в ней появляются вследствие заряда на затворе. Наклон линейной зависимости электрического поля от энергии был выбран таким образом, чтобы при энергии  $E = 56.3$  мэВ, которая соответствует затворному напряжению  $V_g = 7$  В и концентрации электронов  $N_s = 7.3 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  для рассматриваемого в гл. 5 образца #081112(3), расщепление состояний было такое же, как в эксперименте:  $\Delta N_s = 6.5 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ .

В работе также выполнен расчет энергий уровней Ландау в магнитном поле  $\mathbf{B} = B e_z$ , приложенном перпендикулярно плоскости ямы. При этом была использована калибровка Ландау, в которой гамильтониан системы трансформируется как  $\hat{H}(\hbar k_x, \hbar k_y, -i\hbar\partial_z) \rightarrow \hat{H}(-i\hbar\partial_x, \hbar k_y + eBx/c, -i\hbar\partial_z)$ , где  $e$  – модуль заряда электрона. Удобным оказывается переписать гамильтониан  $\hat{H}$  в терминах операторо-

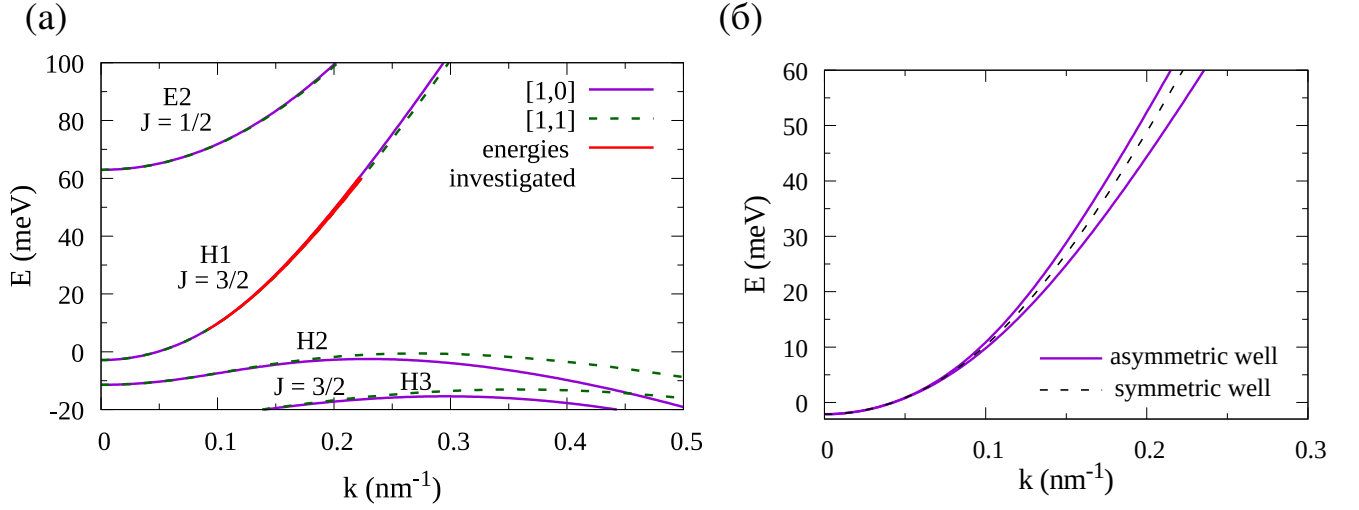


Рис. 2.3. (а) Спектр 20 нм HgTe квантовой ямы с ориентацией (001), рассчитанный с помощью 6-зонной модели Кейна с нулевыми граничными условиями. Сплошные и штрихованные линии соответствуют направлениям  $k$  [1, 0] и [1, 1], соответственно. Красным выделен диапазон энергий, исследуемых в данной работе. (б) Спектр зоны проводимости, рассчитанный с учетом (сплошные линии) и без (штриховая линия) искривления профиля ямы потенциалом затвора. Влияние затвора моделировалось постоянным электрическим полем, линейно растущим с энергией от нуля в минимуме зоны проводимости до 12.5 кВ/см при энергии  $E = 60$  мэВ. Данная скорость роста позволяет воспроизвести экспериментальное расщепление  $\Delta N_s = 6.5 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$  для образца #081112(3) при  $E = 56.3$  мэВ, что в эксперименте соответствует затворному напряжению  $V_g = 7$  В.

ров рождения и уничтожения гармонического осциллятора  $\hat{a}^+ = \sqrt{\frac{m\omega_c}{2\hbar}}(\tilde{x} - \frac{i}{m\omega_c}\hat{p})$  и  $\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega_c}{2\hbar}}(\tilde{x} + \frac{i}{m\omega_c}\hat{p})$ , где  $\omega_c = eB/mc$  – циклотронная частота,  $\tilde{x} = x + \hbar k_y/m\omega$  и  $\hat{p} = -i\hbar\partial_{\tilde{x}}$ :

$$k_+ = k_x + ik_y \rightarrow k_x + i\frac{m\omega_c}{\hbar}\tilde{x} = i\frac{\sqrt{2}}{l_B}\hat{a}^+,$$

$$k_- = k_x - ik_y \rightarrow k_x - i\frac{m\omega_c}{\hbar}\tilde{x} = -i\frac{\sqrt{2}}{l_B}\hat{a},$$

$l_B = \sqrt{\hbar c/eB}$  – магнитная длина. И искать решение как комбинацию собственных функций гармонического осциллятора  $\hat{\psi}(z) = \sum_i \alpha_i(z)|i\rangle$ . Операторы рождения и уничтожения входят в гамильтониан в первой и второй степени, поэтому уравнение на  $i$ -ый коэффициент  $\alpha_i$  содержит дополнительно четыре неизвестных коэффициента  $\alpha_j$  с  $j = i - 2, i - 1, i + 1, i + 2$ . В расчете вместо учета бесконечного числа  $\alpha_i$  достаточно взять конечное относительно большое число уровней  $N_{LL}$ ,

с проверкой что увеличение  $N_{LL}$  не приводит к изменению положения уровней. Таким образом, расчет энергий уровней Ландау сводится к решению задачи на собственные значения матрицы размером  $6N_{QW}N_{LL} \times 6N_{QW}N_{LL}$ .

В аксиальном приближении, которое практически не меняет спектр зоны проводимости, расчет нахождения уровней Ландау может быть упрощен. Оказывается, что в этом случае комбинация состояний гармонического осциллятора  $(|n+1\rangle, |n+2\rangle, |n\rangle, |n+1\rangle, |n+2\rangle, |n+3\rangle)^T$  является собственным вектором гамильтониана системы в магнитном поле. И в этом случае решение матричного уравнения размерностью  $6N_{QW} \times 6N_{QW}$  для выбранного  $n$  дает энергию одного уровня Ландау для каждой из первоначальных зон  $|\Gamma_6, \pm 1/2\rangle$ ,  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$ ,  $|\Gamma_8, \pm 1/2\rangle$ .

На рис. 2.4 показано сравнение расчета уровней Ландау в симметричной яме в аксиальном приближении и без него. При этом во втором случае учитывались  $N_{LL} = 40$  состояний гармонического осциллятора, то есть размер итоговой матрицы составлял 24 000. Видно, что есть небольшое отклонение уровней, рассчитанных в аксиальном приближении, от уровней, рассчитанных точно, тем не менее оно уменьшается с ростом номера уровня.

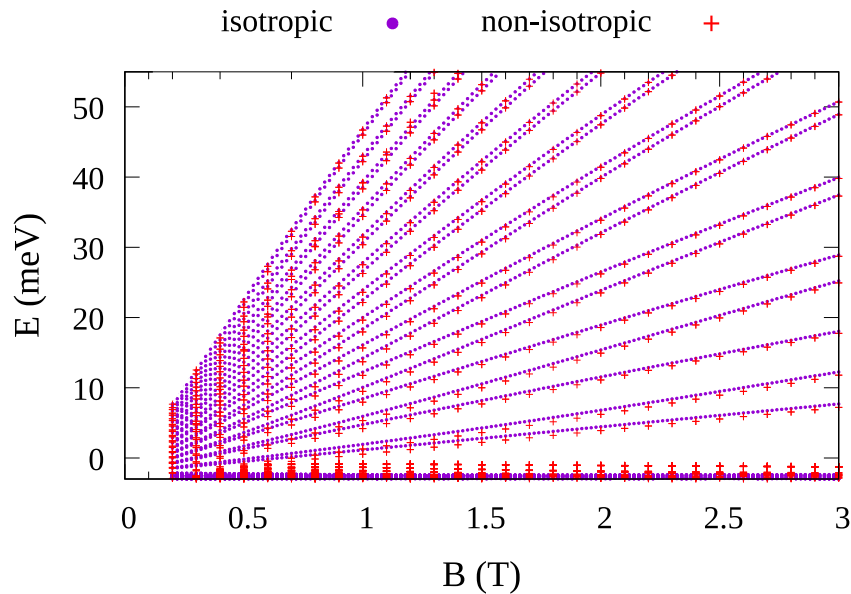


Рис. 2.4. Энергии уровней Ландау как функции магнитного поля, рассчитанные в аксиальном (красные кресты) и без аксиального (фиолетовые точки) приближения в симметричной яме.

## Глава 3

## Подвижность электронов в HgTe квантовых ямах с квазилинейным дираковским спектром

Данная глава посвящена изучению подвижности дираковских электронов в HgTe квантовых ямах с толщиной, близкой к критической, соответствующей переходу от прямого спектра к инвертированному. В разделе приведено исследование HgTe ям с ориентацией (013) и номинальной толщиной от 6.3 до 7.0 нм. Измерения проводились при температуре жидкого гелия  $T = 4.2$  К, исключающей фоновое рассеяние. Результаты, представленные в данной главе, опубликованы в статьях [A3, A4] и тезисах докладов [A8, A13, A14].

### 3.1. Экспериментальные результаты

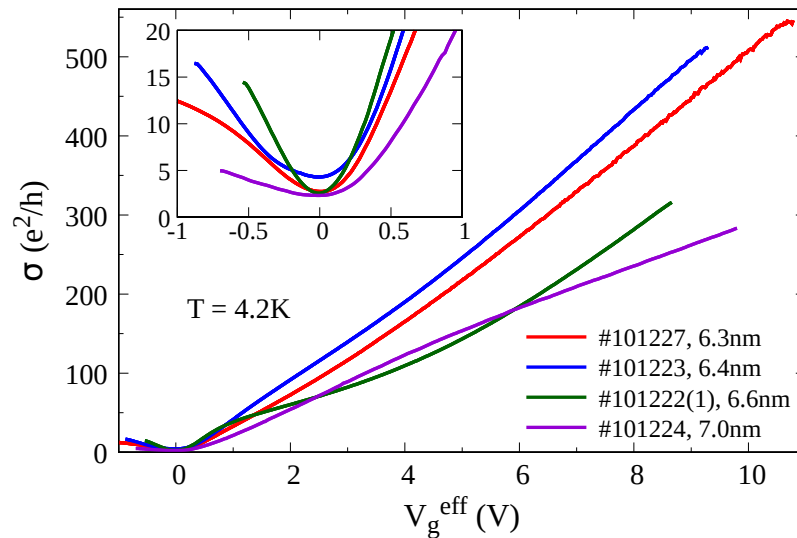


Рис. 3.1. Типичные зависимости проводимости дираковских фермионов  $\sigma$  от эффективного затворного напряжения  $V_g^{eff} = V_g - V_g^{min}$ .  $V_g$  – приложенное затворное напряжение,  $V_g^{min}$  – затворное напряжение, соответствующее минимальному значению проводимости.

На рис. 3.1 показаны зависимости проводимости  $\sigma$  дираковских фермионов от затворного напряжения, типичные для одиночных HgTe квантовых ям с толщинами 6.3, 6.4, 6.6 и 7.0 нм. Кривые сдвинуты по оси абсцисс таким образом, чтобы

минимумы проводимости  $\sigma^{min}$ , соответствующие положению уровня Ферми в дираковской точке, находились в нуле. Как видно,  $\sigma^{min}$  всех кривых превышает  $e^2/h$ . Это подтверждает вывод, сделанный в работе [7], о квазиметаллическом поведении ям критической толщины в точке Дирака. Заметим также, что в окрестности минимума кривые имеют вид, близкий к симметричному. С ростом амплитуды эффективного затворного напряжения  $V_g^{eff} = V_g - V_g^{min}$  ( $V_g$  – приложенное затворное напряжение,  $V_g^{min}$  – положение минимума проводимости) указанная симметрия, однако, пропадает, что связано с влиянием долин тяжелых дырок [7]. В данной работе рассмотрено поведение системы справа от дираковской точки, когда перенос осуществляется дираковскими электронами.

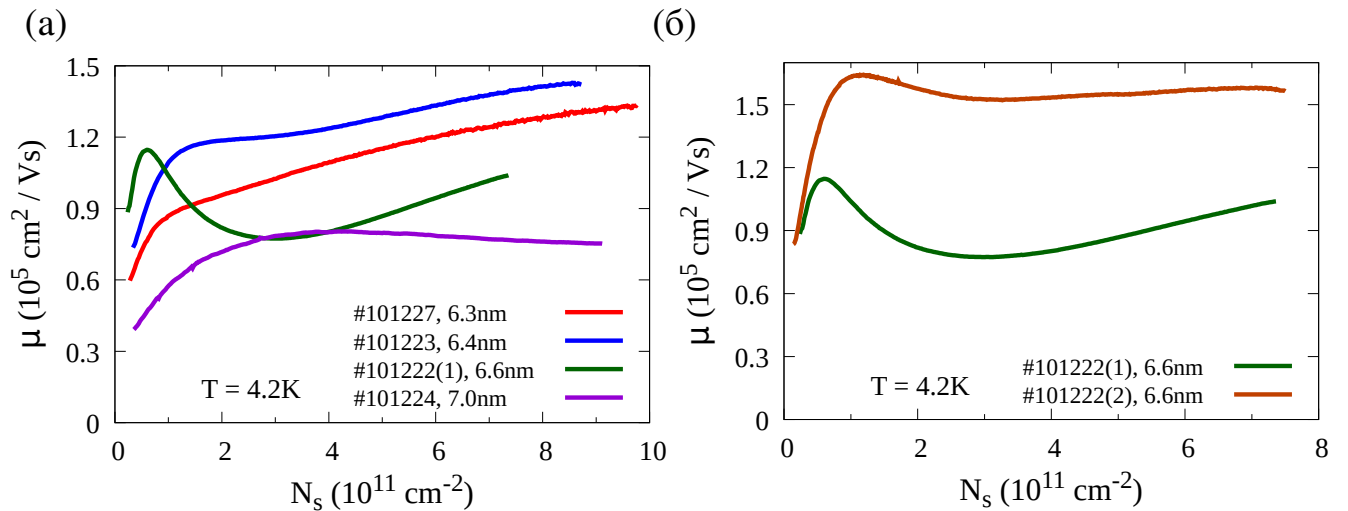


Рис. 3.2. Экспериментальные зависимости подвижности дираковских электронов от концентрации  $\mu(N_s)$ , полученные при температуре  $T = 4.2$  К, для HgTe квантовых ям с номинальными толщинами 6.3, 6.4, 6.6 и 7 нм (а) и двух образцов с 6.6 нм ямой, изготовленных из одной шайбы (б).

На рис. 3.2 показаны подвижности  $\mu$  дираковских электронов, как функции концентрации  $N_s$ , определенные из магнетотранспортных измерений для 6.3 – 7.0 нм HgTe квантовых ям. Рассмотрим последовательно поведение подвижностей для ям с разной толщиной. Подвижность электронов в 6.3 – 6.4 нм ямах растет во всем диапазоне концентраций. При этом при  $N_s = (0.9 - 1.3) \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  наблюдается изменение скорости роста подвижности с более резкого при малых концентрациях на более плавный при больших  $N_s$ . Для 6.4 нм ямы наблюдается

также перегиб в подвижности при  $N_s \approx 2.8 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . Другое поведение наблюдается для 6.6 нм ям. Хотя в этом случае при малых концентрациях подвижность так же, как и для 6.3 – 6.4 нм ям, резко растет, при  $N_s = (0.5 - 1.0) \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  она достигает максимума, равного  $(1 - 2) \times 10^5 \text{ см}^2 / \text{Vs}$  в зависимости от конкретного образца, затем падает, проходит через заметно более пологий минимум при  $N_s \approx 3 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и в конце растет, при этом указанный рост значительно более плавный в сравнении с резким ростом вначале. Подвижность 7.0 нм ям так же как и для всех остальных толщин растет при малой концентрации, а затем, начиная с  $N_s \approx 4 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , плавно уменьшается.

Отметим также, что тогда как для 6.3, 6.4, 7.0 нм ям поведение подвижности воспроизводилось на других образцах с ямами, изготовленных из тех же шайб, подвижность 6.6 нм ямы могла заметно отличаться для ямы из разных частей шайбы, что продемонстрировано на рис. 3.2 (б).

## 3.2. Теория рассеяния дираковских электронов

Для описания экспериментального поведения подвижности дираковских электронов была построена теория их рассеяния на примесях и флуктуации толщины ямы. Температура в эксперименте была значительно меньше энергии Ферми ( $E_f > 20 \text{ мэВ}$ ) и в теории полагалась равной нулю.

### 3.2.1. Спектр дираковских электронов

Эффективный модельный гамильтониан дираковских электронов в HgTe квантовой яме с толщиной, близкой к критической с точностью до первого порядка по импульсу может быть записан в виде [3]:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \hat{H}(\mathbf{p}) & 0 \\ 0 & \hat{H}^*(-\mathbf{p}) \end{pmatrix}, \quad \hat{H}(\mathbf{p}) = v_{DF}(\hat{\sigma}\hat{\mathbf{p}}) + \Delta\hat{\sigma}_3, \quad (3.1)$$

где  $\hat{\sigma}_i$  – матрицы Паули,  $\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar(\partial_x, \partial_y)$  – оператор импульса,  $\Delta$  – щель в спектре,  $v_{DF}$  – некоторая постоянная величина, играющая роль скорости электронов

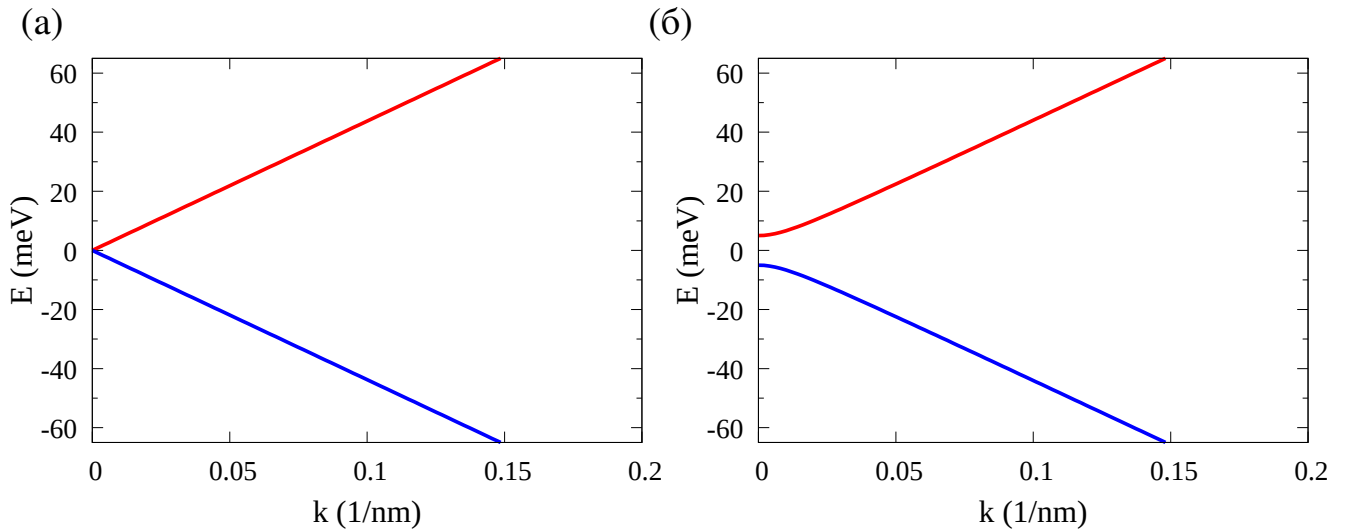


Рис. 3.3. Спектр дираковских фермионов в HgTe квантовой ямы с толщиной близкой к критической, рассчитанный с помощью эффективного гамильтониана (3.1) для щелей 0 мэВ (а) и 5 мэВ (б).

в случае  $\Delta = 0$  и при больших  $k$ . Для HgTe квантовых ям с толщиной, близкой к критической,  $v_{DF} \approx 7 \times 10^7$  см/с [88]. Спектр электронов такой системы определяется веткой положительной энергии:

$$E(k) = \sqrt{\Delta^2 + \hbar^2 v_{DF}^2 k^2}. \quad (3.2)$$

Собственная функция для энергии (3.2) имеет вид:

$$|\mathbf{r}, \mathbf{k}\rangle = \frac{1}{\sqrt{S}} \frac{1}{\sqrt{2E(k)(E(k) - \Delta)}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{E(k) - \Delta}{\hbar v_{DF}(k_x - i k_y)} \end{pmatrix} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} = \frac{|\mathbf{k}\rangle}{\sqrt{S}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad (3.3)$$

где площадь образца  $S$  возникает из нормировки волновой функции по пространству. Стоит отметить, что приведенный эффективный гамильтониан (3.1) не учитывает отсутствие инверсионной симметрии квантовой ямы. Ее учет, как показано в [89], приводит к спиновому расщеплению в 15 мэВ дираковских конусов. Данным фактом, однако, можно пренебречь, когда речь идет о положении уровня Ферми вдали от точки Дирака.

### 3.2.2. Связь подвижности и времени рассеяния дираковских электронов

В ситуациях, когда электроны обладают спектром, отличным от параболического, привычная связь подвижности с временем рассеяния  $\mu = e\tau_{tr}/m^*$ , очевид-



но, меняется. Для случая дираковских фермионов (3.2) ее легко получить, если использовать первоначальное выражение подвижности вырожденного двумерного электронного газа (ДЭГ), получаемое из кинетического уравнения Больцмана [48]:

$$\mu = -\frac{e \int_0^\infty \tau_{tr}(E) v(E)^2 N(E) f_0'(E) dE}{2 \int_0^\infty N(E) f_0(E) dE} = \frac{e \tau_{tr}(E_f) v_{DF}^2}{E_f}, \quad (3.4)$$

где  $N(E) = E/\pi\hbar^2 v_{DF}$  – плотность состояний дираковских электронов,  $f_0(E)$  – функция распределения Ферми – Дирака. Заметим, что в случае, когда  $\Delta = 0$ , выражение для подвижности (3.4) становится  $\mu = e\tau_{tr}v_{DF}/\hbar k_f$ ; оно, в частности, приводится в работе [11].

### 3.2.3. Рассеяние дираковских электронов на примесях

Рассмотрим задачу примесного рассеяния дираковских электронов (3.2) – (3.3). Отличие выражения для волновой функции дираковского электрона (3.3) от параболического заключается в зависящем от волнового вектора спиноре  $|\mathbf{k}\rangle$ , стоящем перед экспонентой  $e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$ . В результате квадрат матричного элемента перехода (1.2) для потенциала взаимодействия  $V(\mathbf{r})$  будет:

$$|\langle \mathbf{r}, \mathbf{k}' | V | \mathbf{r}, \mathbf{k} \rangle|^2 = \frac{|V(\mathbf{q})|^2}{S^2} |\langle \mathbf{k}' | \mathbf{k} \rangle|^2 = \frac{|V(\mathbf{q})|^2}{S^2} \left( \cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{\Delta^2}{E^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right), \quad (3.5)$$

где  $V(\mathbf{q})$  – Фурье - образ  $V(\mathbf{r})$ . Таким образом, время рассеяния дираковских электронов на удаленных заряженных примесях (1.7), исходя из (1.3) и (3.5), будет:

$$\frac{1}{\tau_{imp}^{DF}} = n_{imp} \frac{8\pi e^4}{\varepsilon_s^2 \hbar^3 v_{DF}^2} E_f \int_0^\pi \frac{\sin^2 \theta}{(2k_f \sin \theta + q_{DF})^2} \times \left( \cos^2 \theta + \frac{\Delta^2}{E_f^2} \sin^2 \theta \right) \exp[-4k_f d_{sp} \sin \theta] d\theta, \quad (3.6)$$

где  $q_{DF} = (2\pi e^2/\varepsilon_s q) dN_s/dE_f = 2e^2 E_f/\varepsilon_s \hbar^2 v_{DF}^2$  – волновой вектор Томаса – Ферми для дираковских электронов.

### 3.2.4. Рассеяние дираковских электронов, вызванное неоднородностями толщины квантовой ямы

Рассмотрим теперь рассеяние дираковских электронов в HgTe квантовых ямах, вызванное неровностями границ ямы. В этом случае к рассеянию на шероховатостях, рассмотренному в р. 1.2.4, добавляется дополнительный механизм, связанный с тем, что вариации толщины ямы приводят к флуктуациям щели в дираковском спектре (3.2). Для учета указанных флуктуаций заложим в гамильтониан Дирака (3.1) зависимость щели от толщины ямы. В предположении малости флуктуации щели с точностью до первого порядка имеем:

$$\begin{aligned}\hat{H}(\mathbf{k}) &= \hbar v_{DF}(\hat{\sigma}\mathbf{k}) + \left( \Delta + \left( \frac{\partial \Delta}{\partial d_{qw}} \right)_{d_{qw}=d_0} \zeta(\mathbf{r}) \right) \hat{\sigma}_3 \\ &= \hat{H}_0(\mathbf{k}) + \left( \frac{\partial \Delta}{\partial d_{qw}} \right)_{d_{qw}=d_0} \zeta(\mathbf{r}) \hat{\sigma}_3.\end{aligned}$$

Здесь за  $\hat{H}_0(\mathbf{k})$  обозначен невозмущенный гамильтониан,  $\zeta(\mathbf{r}) = (d_{qw}(\mathbf{r}) - d_0)$  – флуктуация толщины ямы,  $d_0$  – средняя толщина ямы. Добавку к гамильтониану  $\hat{V}(\mathbf{r}) = \left( \frac{\partial \Delta}{\partial d_{qw}} \right)_{d_{qw}=d_0} \zeta(\mathbf{r}) \hat{\sigma}_3$  при больших значениях волнового вектора  $k$  можно рассматривать как возмущение. Для вычисления матричного элемента перехода (1.2), получим квадрат модуля матричного элемента  $\hat{\sigma}_3$ :

$$|\langle \mathbf{k}\sigma | \hat{\sigma}_3 | \mathbf{k}'\sigma' \rangle|_{k=k'}^2 = \frac{\Delta^2}{E_f^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} + \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

где  $\theta$  – угол между направлениями  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ . С учетом того, что модуль волнового вектора сохраняется  $k = k'$ , получаем следующее транспортное время рассеяния дираковских электронов на флуктуациях щели в спектре:

$$\frac{1}{\tau_r^{DF}} = \frac{2E_f}{\pi \hbar^3 v_{DF}^2} \left( \frac{\partial \Delta}{\partial d_{qw}} \right)_{d_{qw}=d_0}^2 \int_0^\pi \sin^2 \theta \left( \frac{\Delta^2}{E_f^2} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \right) \mathcal{W}(q)_{k'=k} d\theta. \quad (3.7)$$

Здесь за  $\mathcal{W}(q = |\mathbf{k} - \mathbf{k}'|)$  обозначен Фурье - образ корреляционной функции флуктуаций толщины ямы  $\mathcal{W}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) = \langle \zeta(\mathbf{r}) \zeta(\mathbf{r}') \rangle$ .

Найдем связь корреляционной функции флуктуаций толщины ямы  $\mathcal{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  с корреляционной функцией шероховатостей границ ямы. Пусть  $\xi_1(\mathbf{r})$  и  $\xi_2(\mathbf{r})$  – малые отклонения положений противоположных границ ямы от заданного. Будем считать также, что шероховатости противоположных границ ямы друг с другом некоррелированы и обладают одинаковыми характерными параметрами. Иными словами  $\langle \xi_1(\mathbf{r})\xi_2(\mathbf{r}') \rangle = 0$  и  $\langle \xi_1(\mathbf{r})\xi_1(\mathbf{r}') \rangle = \langle \xi_2(\mathbf{r})\xi_2(\mathbf{r}') \rangle = W(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ . В этом случае корреляционная функция флуктуаций толщины ямы  $\mathcal{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  связана с корреляционной функцией шероховатостей границ ямы  $W(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \langle (\xi_1(\mathbf{r}) - \xi_2(\mathbf{r}))(\xi_1(\mathbf{r}') - \xi_2(\mathbf{r}')) \rangle \\ &= \langle \xi_1(\mathbf{r})\xi_1(\mathbf{r}') \rangle + \langle \xi_2(\mathbf{r})\xi_2(\mathbf{r}') \rangle = 2W(\mathbf{r}, \mathbf{r}'). \end{aligned} \quad (3.8)$$

### 3.3. Сравнение экспериментальных данных с теорией

Формулы (3.4), (3.6) и (3.7) были использованы для подгонки полученных экспериментальных результатов. При этом при расчете подвижности, обусловленной примесным рассеянием, предполагалось, что в исследованных структурах оно вызвано преимущественно примесями легирующих слоев, расположенных на расстоянии около 20 нм от границ ямы и имеющих концентрацию  $(7.5 - 9.5) \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ . Также вклад в рассеяние могут давать остаточные примеси, которые с большей вероятностью локализованы вблизи гетерограниц ямы на некотором расстоянии от максимумов волновых функций электронов. В расчете примеси моделировались заряженной плоскостью с концентрацией заряженных центров  $n_{imp}$  и эффективным расстоянием до электронов  $d_{sp}$ . Для определения величины щели в спектре, которая входит в выражение для времени рассеяния (3.6), были использованы данные работы [2] с поправкой на то, что из-за напряжения ямы в связи с разными постоянными решеток CdTe и HgTe, критическая толщина ямы с ориентацией (013) равна 6.5 нм [90].

При расчете рассеяния на неровностях границ квантовой ямы предполагалось, что доминирующим механизмом является рассеяние на флуктуациях щели в

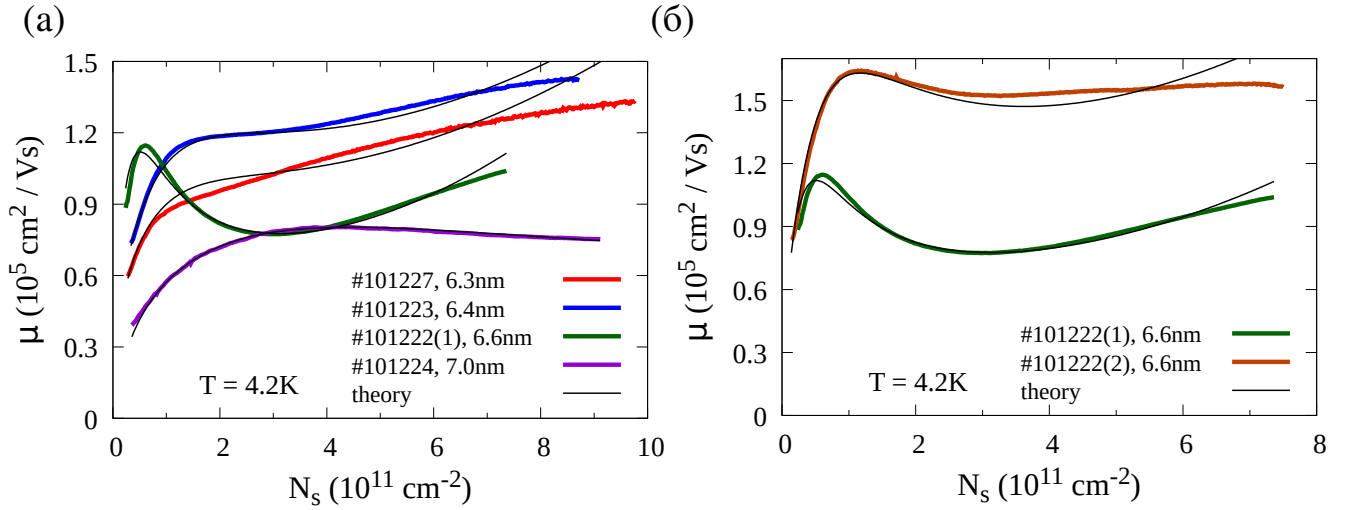


Рис. 3.4. Сравнение экспериментальных зависимостей подвижности дираковских электронов от концентрации  $\mu(N_s)$  с теоретическим расчетом. Результаты получены для HgTe квантовых ям с номинальными толщинами 6.3, 6.4, 6.6 и 7 нм (а) и двух образцов с 6.6 нм ямой, изготовленных из одной шайбы (б). Расчет учитывает рассеяние дираковских электронов на удаленных примесях (3.6) и флуктуациях щели в дираковском спектре, вызванных неоднородностями толщины квантовой ямы (3.7).

спектре, вызванных неоднородностями толщины ямы. В эксперименте для 6.6 нм ямы наблюдается резкое падение подвижности при  $N_s > (0.5 - 1.0) \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . При ”обычном” (рассмотренном в р. 1.2.4) рассеянии на шероховатостях усиление рассеяния с ростом электронной концентрации может быть обусловлено изменением профиля волновой функции электрона. В эксперименте оно может быть вызвано искривлением ямы за счет напряжения на затворе. При этом указанное изменение для узких ям с толщиной меньше 7.0 нм очень мало. И значения волновой функции электрона на границах ямы  $|\phi(z = 0)|$  и  $|\phi(z = d_{qw})|$ , которые входят в матричный элемент перехода (1.13), практически не изменяются при искривлении ямы затворным напряжением в исследуемом диапазоне электронных концентраций.

Значение  $\left. \frac{\partial \Delta}{\partial d_{qw}} \right|_{d_{qw}=d_c} \approx -25 \text{ мЭВ/нм}$ , которое входит в (3.7), было взято из работы [2]. При подгонке экспериментальных кривых было предположено, что корреляционная функция флуктуаций толщины ямы имеет гауссовский вид  $\mathcal{W}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \mathcal{H}^2 \exp[-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 / \mathcal{L}^2]$ , где  $\mathcal{H}$  и  $\mathcal{L}$  – характерные высота и длина флукту-

аций толщины ямы, соответственно. По значениям  $\mathcal{H}$  и  $\mathcal{L}$ , используя (3.8), можно найти характерные высоту  $H$  и длину  $L$  шероховатостей границ ямы:  $H = \mathcal{H}/\sqrt{2}$  и  $L = \mathcal{L}$ .

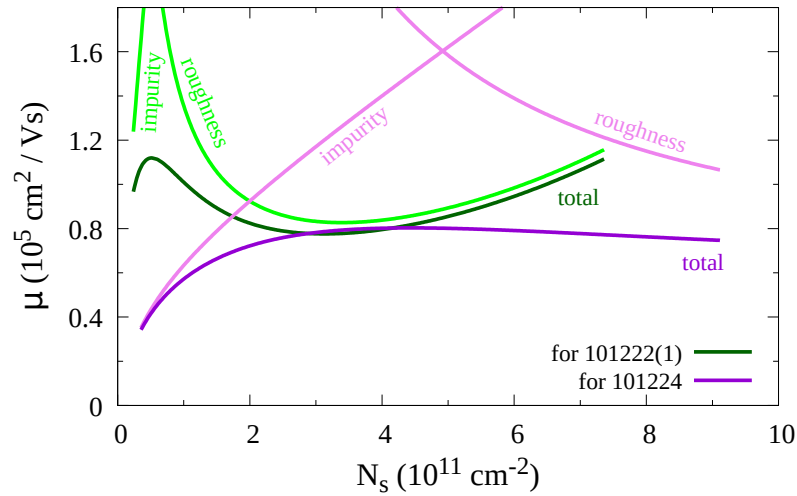


Рис. 3.5. Вклады в суммарную подвижность рассеяния на примесях (3.6) и флуктуациях щели в дираковском спектре (3.7).

Вычисленные описанным выше образом теоретические кривые неплохо согласуются с экспериментом (см. рис. 3.4). На рис. 3.5 показаны вклады в суммарную подвижность рассеяния на примесях и неоднородностях щели спектра. Видно, что хотя примесное рассеяние доминирует при малой концентрации, а рассеяние на неоднородностях запрещенной зоны – при большой, их вклад остается заметным во всем диапазоне концентраций.

Параметры рассеивателей, полученные при подгонке, приведены в таб. 3.1. Стоит отметить, что полученные значения имеют оценочную величину и не претендуют на точное определение реальных характеристик системы. Это связано с тем, что исследование подвижности является косвенным методом определения параметров примесей и гетерограниц структуры.

Тем не менее, исходя из полученных параметров рассеивающих примесей, можно сделать вывод о том, что они сосредоточены в основном вблизи областей легирования. При этом их концентрация получилась в несколько раз больше заданной. Высота шероховатостей получилась  $H = 1.2 - 1.8 \text{ \AA}$  порядка межплоскостного расстояния (между атомами одного типа) семейства плоскостей (013)

Таблица 3.1. Параметры примесей и шероховатостей границ ямы, полученные при сравнении экспериментальных зависимостей подвижности от концентрации с теорией.  $\Delta$  – энергетическая щель в спектре,  $n_{imp}$  – концентрация примесей,  $d_{sp}$  – среднее расстояние примесей до электронов,  $L$  и  $H$  – характерные длина и высота шероховатостей границ ямы,  $\frac{\partial \Delta}{\partial d_{qw}} \Big|_{d_{qw}=d_c} \approx -25$  мЭВ/нм [2].

Образец	$d_{qw}$ , нм	$\Delta$ , мЭВ	$n_{imp}$ , $10^{11}$ см $^{-2}$	$d_{sp}$ , нм	$L$ , нм	$H$ , $\text{\AA}$
101227	6.3	5	4.5	10	6.5	1.3
101223	6.4	2.5	5.3	13	6.3	1.2
101222(1)	6.6	-2.5	5.9	25	7.8	1.7
101222(2)	6.6	-2.5	5.0	20	6.8	1.2
101224	7.0	-12.5	4.0	5	3.0	1.8

в HgTe, которое равно  $2 \text{\AA}$ . Длина шероховатости получилась  $L = 3.0 - 7.8$  нм. Стоит отметить, что полученные значения  $H$  и  $L$  являются весьма близкими для образцов #101227 (6.3 нм), #101223 (6.4 нм) и #101222(2) (6.6 нм) и несколько отличными для 6.6 нм #101222(1) и 7 нм #101224 ям. В частности, для 7 нм ямы получилась в два раза меньшая длина шероховатости, а высота, как и для ямы #101222(1), в полтора раза больше.

Обсудим качественные отличия поведения подвижностей, полученных для разных структур. При этом сперва обратим внимание на рост подвижности при больших концентрациях, обнаруженный для 6.3 – 6.6 нм ям при доминировании рассеяния на флуктуациях щели спектра. Такое поведение при доминировании рассеяния на неоднородностях границ ямы (в данном случае приводит к флуктуациям щели спектра) экспериментально наблюдается впервые и на первый взгляд кажется неожиданным. Более детальное, однако, рассмотрение выражений рассеяния на флуктуациях щели в спектре для дираковских электронов (3.7) и на шероховатостях границ ямы для параболических электронов (1.15), говорит, что рост изначально содержится в обеих формулах и связан с переходом от ситуации большой длины волны де Бройля электрона в сравнении с характерной длиной шероховатости  $k_f L < 1$  к обратной  $k_f L > 1$ . Более того, на возможность наблюдения

перехода от уменьшения подвижности к ее росту при рассеянии на шероховатостях в Si / SiGe квантовых ямах было специально обращено внимание в работе [38]. Однако концентрация, необходимая для этого, превышала  $3 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ . А наиболее высокая концентрация, достигнутая в таких ямах, составляет  $10^{12} \text{ см}^{-2}$ .

Наличие минимума для 6.6 нм #101222(2) ямы и его отсутствие для ям с толщиной 6.3 – 6.4 нм при близких параметрах шероховатостей границ ямы объясняется следующим образом. Дело в том, что наличие минимума в зависимости суммарной подвижности от концентрации определяется двумя факторами: 1) относительными величинами подвижностей при рассеянии на примесях и неоднородностях щели спектра и 2) характерной длиной шероховатости  $L$  границ ямы, которая определяет концентрацию, соответствующую началу роста подвижности при рассеянии на неоднородностях щели спектра. В силу того, что в 6.3 – 6.4 нм ямах примесная подвижность заметно меньше, чем в 6.6 нм яме, а  $L$  практически такая же, минимум подвижности для них не наблюдается. Также в случае 7 нм ямы малая величина  $L$  обуславливает отсутствие роста подвижности при доминировании рассеяния на флуктуациях щели спектра, тогда как большая высота шероховатостей  $H$  уменьшает абсолютное значение подвижности. Отметим также, что из отличия подвижностей образцов #101222(1) и #101222(2) можно сделать вывод о том, что характер неровностей границ квантовых ям может быть разным не только для разных шайб (что было очевидно ранее), но и для различных участков одной и той же шайбы.

Если сравнивать полученные данные с данными о поведении подвижности  $\mu(N_s)$  в аналогичном диапазоне концентраций для 6.3 нм HgTe ямы с ориентацией (001), приведенными в [11], то в этом случае минимума подвижности и ее роста при рассеянии на неровностях границ ямы не наблюдалось. Это позволяет предположить, что характер неровностей границы HgTe квантовой ямы зависит от ее ориентации. И характерная длина неровностей для ям, исследованных в работе [11], видимо, меньше, чем для ям, исследованных в данной работе. В силу чего условие  $k_f L < 1$  соблюдается для образцов в [11] во всем исследованном

диапазоне электронной концентрации.

### 3.4. Выводы к третьей главе

Проведено экспериментальное и теоретическое исследование подвижности дираковских электронов в 6.3 – 7.0 нм HgTe квантовых ямах с ориентацией (013) при низкой температуре, когда подавлено рассеяние на фононах. Зависимости подвижности электронов от концентрации хорошо описываются теорией примесного рассеяния и рассеяния на флуктуациях щели в дираковском спектре, вызванных неоднородностями толщины ямы. Теория указанных механизмов рассеяния построена с учетом особенностей дираковского спектра. При доминировании рассеяния на флуктуациях толщины ямы обнаружено немонотонное поведение подвижности для 6.6 нм ям. Оно связано с изменением отношения длины волны де Бройля электрона  $\lambda$  к характерной длине шероховатости границ ямы  $L$  с ростом концентрации от  $L < \lambda$  до  $L > \lambda$ . Показано, что мелкомасштабный (порядка длины волны де Бройля электрона) характер неровностей гетерограниц ямы может отличаться для разных участков одной и той же шайбы. Полученные из подгонки характерные значения параметров рассеивателей варьируются в следующих пределах: концентрация примесей  $n_{imp} = 4 - 6 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ; расстояние от примесей до электронов  $d_{sp} = 5 - 25 \text{ нм}$ ; характерные длина и высота шероховатостей границ ямы  $L = 3 - 8 \text{ нм}$  и  $H = 1.2 - 1.8 \text{ \AA}$ , приводящие к флуктуациям толщины ямы с характерной длиной  $\mathcal{L} = L$  и высотой  $\mathcal{H} = \sqrt{2}H = 1.7 - 2.5 \text{ \AA}$ .  $H$  получилась порядка межплоскостного расстояния (между атомами одного типа) семейства плоскостей (013) в HgTe, которое равно  $2 \text{ \AA}$ .



## Глава 4

## Подвижность электронов в широких HgTe квантовых ямах с параболическим законом дисперсии

Данная глава посвящена изучению подвижности электронов зоны проводимости в широких, номинальной толщиной от 18 до 22 нм, HgTe квантовых ямах с ориентациями (001) и (013). Подвижность исследовалась при положении уровня Ферми выше потолка валентной зоны. Измерения проводились при температуре жидкого гелия  $T = 4.2$  К, исключаяющей фонное рассеяние. Результаты, представленные в данной главе, опубликованы в статье [A5] и тезисах докладов [A15, A16].

### 4.1. Экспериментальные результаты

Типичная для 18 – 22 нм HgTe квантовых ям зависимость компонент тензора магнетосопротивления от затворного напряжения показана на рис. 4.1 (а). Кривые сдвинуты по оси абсцисс таким образом, чтобы максимум продольной компоненты сопротивления  $\rho_{xx}$  находился в нуле. Вид приведенных кривых отражает переход двумерный полуметалл – двумерный металл с увеличением затворного напряжения [13, 10, 45]. Максимум  $\rho_{xx}$  расположен в окрестности точки зарядовой нейтральности. Холловская компонента тензора сопротивлений  $\rho_{xy}$  меняет знак слева от максимума  $\rho_{xx}$ . Данная глава посвящена исследованию электронной подвижности в диапазоне затворных напряжений, при которых в яме присутствуют только электроны зоны проводимости, что соответствует электронной концентрации  $N_s > 5 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$  для ям с ориентацией (013) [13, 10] и  $N_s > 1 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$  для ям с ориентацией (001) [45].

Экспериментальные зависимости подвижности от электронной концентра-

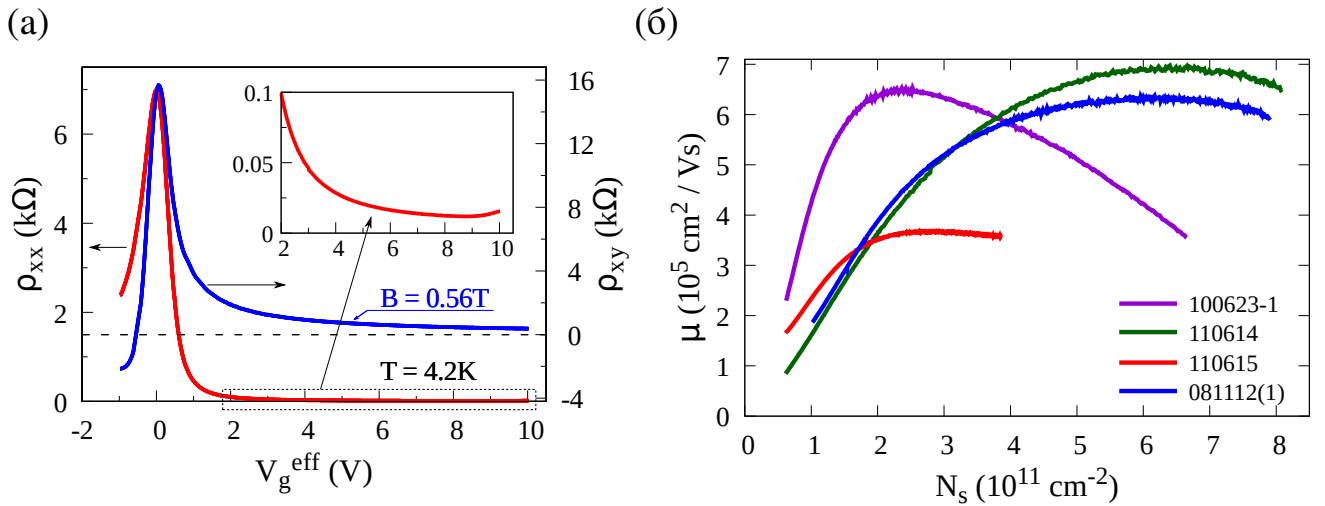


Рис. 4.1. (а) Типичные зависимости продольной  $\rho_{xx}$  (магнитное поле  $B = 0$ ) и холловской  $\rho_{xy}$  ( $B = 0.56$  Т) компонент тензора магнетосопротивления от эффективного затворного напряжения  $V_g^{eff} = V_g - V_g^{max}$  ( $V_g$  – приложенное затворное напряжение,  $V_g^{max}$  – положение максимума  $\rho_{xx}$ ). (б) Экспериментальные зависимости транспортной подвижности от электронной концентрации  $\mu(N_s)$ , полученные при температуре  $T = 4.2$  К. Ориентация ямы #100623-1 – (001), остальных – (013).

ции  $\mu(N_s)$ , полученные для серии образцов (параметры см. в таб. 2.2 в р. 2.1) с номинальной толщиной ямы от 18 до 22 нм и ориентацией (001) и (013), показаны на рис. 4.1 (б). Видно, что качественное поведение всех кривых одинаковое: резкий рост подвижности при малой концентрации, сменяющийся более плавным падением с увеличением  $N_s$ . Максимум подвижности при этом варьируется от 4 до  $7 \times 10^5$  см<sup>2</sup>/Vs. Более детальное сравнение показывает, что область роста, положения максимума и начала уменьшения подвижности носят разный характер для разных кривых. В частности, для образцов #100623-1 и #110615 максимум подвижности достигается при  $N_s \approx 2 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup>, тогда как для #081112 и #110614 – при  $N_s \approx 6 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup>.

## 4.2. Механизмы рассеяния

Наблюдаемый вид зависимостей подвижности электронов от концентрации  $\mu(N_s)$  качественно соответствует типичному поведению подвижности при низкой

температуре, когда при малой концентрации доминирует рассеяние на заряженных центрах, а при большой – рассеяние на шероховатостях границ ямы (см. р. 1.2). Исследованные ямы номинально не легированы. Однако, как и в любой структуре, в них присутствуют остаточные примеси. Ожидается, что они с большей вероятностью расположены вблизи гетерограниц ямы. Вместе с этим электроны основной подзоны размерного квантования прямоугольной квантовой ямы локализованы преимущественно в центре ямы. В связи с указанными двумя факторами, для описания примесного рассеяния было использовано выражение для рассеяния на удаленных примесях (1.8). Примеси моделировались заряженной плоскостью с двумерной концентрацией рассеивателей  $n_{imp}$ . Также полагалось, что плоскость расположена на расстоянии  $d_{sp}$  от электронов проводимости.

Обсудим более подробно рассеяние на шероховатостях (1.14). В широких ямах HgTe присутствуют две возможные причины его усиления с ростом электронной концентрации. Первая – это смещение электронов ближе к затвору с приложением к нему положительного напряжения. Чтобы найти энергию и огибающую волновой функции основного состояния при фиксированной концентрации электронов в яме, необходимо самосогласованно решить уравнения Шрёдингера и Пуассона. Для прямоугольного профиля исходной ямы в случае, когда все электроны проводимости притянулись в яму полем затвора, система уравнений такой задачи имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \left[ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V_0 \{ \theta(-z) + \theta(z - d_{qw}) \} - e\varphi(z) \right] \phi(z) = E\phi(z) \\ \frac{d^2}{dz^2} \varphi(z) = \frac{4\pi e N_s}{\epsilon_s} |\phi(z)|^2 \end{cases}, \quad (4.1)$$

где  $\phi(z)$  – огибающая волновой функции электрона в яме;  $\varphi(z)$  – электростатический потенциал, отсчитываемый от дна квантовой ямы;  $e$  – элементарный заряд;  $V_0$  – высота потенциального барьера ямы;  $\theta(z)$  – ступенчатая функция Хевисайда. Численный расчет (4.1) для концентрации электронов  $N_s = 5 \times 10^9$  и  $5 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  для HgTe / CdTe квантовой ямы в однозонной модели в приближении эффективной массы показан на рис. 4.2. В расчете предполагалось, что изначально яма не леги-

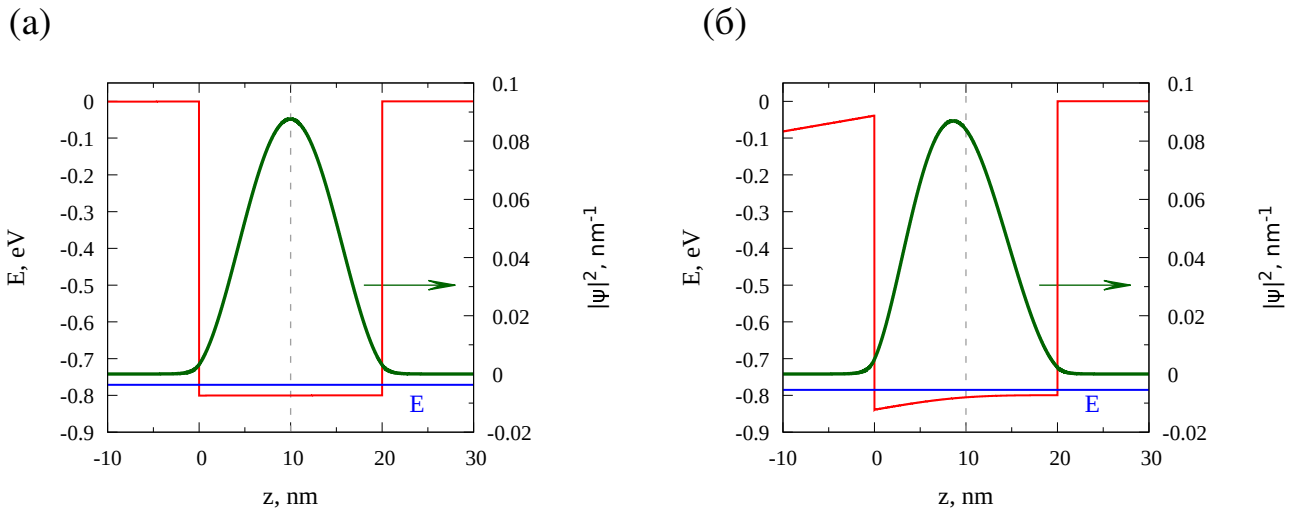


Рис. 4.2. Профиль HgTe/CdTe квантовой ямы, квадрат огибающей волновой функции электрона и уровень энергии основного состояния, рассчитанные в рамках однозонной модели (4.1) для концентрации электронов  $N_s = 5 \times 10^9$  (а) и  $5 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  (б). Синяя линия соответствует положению энергии основного состояния ямы. В расчете предполагалось, что все электроны пришли в яму благодаря напряжению на затворе, расположенному слева от ямы.

рована, и все электроны притягиваются затвором, расположенном слева от ямы. В расчете также использовались следующие параметры системы: диэлектрическая проницаемость CdTe барьеров  $\varepsilon_{CdTe} = 10.5$  и слоя HgTe  $\varepsilon_{HgTe} = 21$  [91], высота барьера  $V_0 = 0.8 \text{ эВ}$  [14], эффективная масса электрона  $m^* \approx 0.025m_0$  [92], где  $m_0$  – масса свободного электрона.

Как видно из рис. 4.2 с увеличением затворного напряжения волновая функция прижимается к границе ямы, которая расположена ближе к затвору (на рисунке затвор расположен слева). Это приводит к увеличению значения волновой функции на этой границе и, соответственно, к увеличению матричного элемента (1.13). При этом указанное увеличение амплитуды волновой функции на границе ямы, расположенной рядом с затвором, сопровождается уменьшением ее значения на противоположной границе.

Вторая, более существенная, причина усиления электронного рассеяния на шероховатостях с ростом концентрации электронов связана с необычным поведением волной функции электрона основной подзоны размерного квантования  $H_1$  (см. рис. 1.1) в широкой HgTe квантовой яме с ростом кинетической энергии.

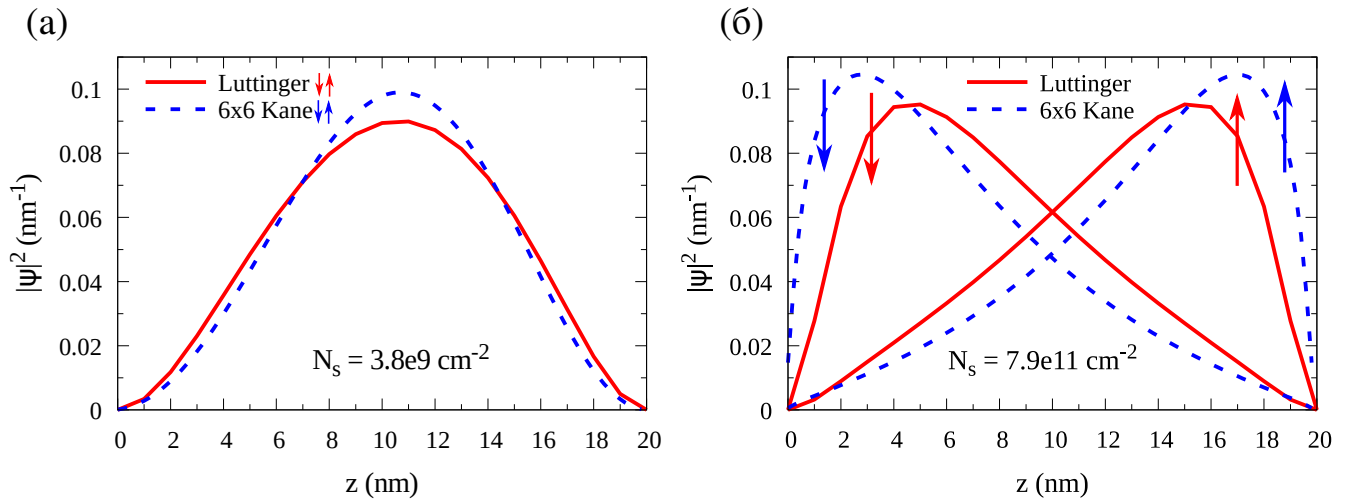


Рис. 4.3. Квадрат амплитуды огибающей волновой функции электрона на уровне Ферми в зависимости от координаты поперек ямы при электронной концентрации  $N_s = 3.8 \times 10^9 \text{ см}^{-2}$  (а) и  $N_s = 7.9 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  (б). В расчете полагалось  $k_x = \pm\sqrt{2\pi N_s}$ ,  $k_y = 0$ . Красная сплошная линия соответствует расчету в 4-зонной модели Латтинжера (выполнен Л.С. Брагинским), синяя штрихованная – 6-зонной модели Кейна (учет зон  $\Gamma_6$  и  $\Gamma_8$ ). С увеличением энергии волновая функция локализуется у правой или левой границы ямы в зависимости от взаимного направления импульса и спина. Стрелки схематично отображают противоположное направление спина. Для выделения волновых функций состояний с противоположным спином в расчете в 6-зонной модели Кейна вводилось малое электрическое поле в яме 5 мВ/см.

Правдоподобную волновую функцию электрона в рассматриваемом случае можно получить, если учесть что в формирование зоны  $H_1$  участвуют зоны тяжелых и легких дырок  $\Gamma_8$ . Это позволяет сделать 4-зонная модель Латтинжера [93, 17] – кр – модель, учитывающая точно все четыре зоны  $\Gamma_8$ . Можно также точно учесть электронно-подобную зону  $\Gamma_6$ , для чего воспользоваться 6-зонной моделью Кейна [2] (см. р. 2.4).

На рис. 4.3 показаны квадраты амплитуд огибающих волновых функций электронов для разных спиновых веток зоны  $H_1$  как функции координаты в направлении квантования ямы. Огибающие волновых функций рассчитаны в 4-зонной модели Латтинжера (выполнен Л.С. Брагинским) и 6-зонной модели Кейна (см. р. 2.4) для двух разных значений волнового вектора  $k = \sqrt{2\pi N_s}$ . Видно, что при малом  $k \approx 0.015 \text{ нм}^{-1}$ , соответствующем электронной концентрации  $N_s =$

$3.8 \times 10^9 \text{ см}^{-2}$ , вид волновых функций качественно не отличается от волновой функции основного состояния обычной прямоугольной квантовой ямы, и максимумы волновых функций для обоих спиновых веток локализованы в центре ямы. При большом  $k \approx 0.22 \text{ нм}^{-1}$ , соответствующем электронной концентрации  $N_s = 7.9 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , максимумы волновых функций для разных спиновых веток прижимаются к противоположным границам ямы. Указанное поведение появляется условно при  $N_s \gtrsim 10^{11} \text{ см}^{-2}$  как в 4-зонной модели Латтинжера, так и 6-зонной модели Кейна. При этом скорость смещения максимумов волновых функций к границам ямы с ростом кинетической энергии в 6-зонной модели получается выше, чем в 4-зонной. Смещение максимумов волновых функций электронов с разным спином к противоположным границам ямы является существенным при рассмотрении рассеяния электронов на шероховатостях и при анализе биений в осцилляциях Шубникова – де Гааза (см. р. 5). В связи с этим, чтобы отличать состояния электронов со смещенными максимумами волновых функций от состояний с максимумом волновой функции, расположенным в центре ямы, в дальнейшем указанные состояния будут условно называться поверхностными.

### 4.3. Сравнение экспериментальных данных с теорией

На рис. 4.4 показаны подгонки зависимостей  $\mu(N_s)$  с учетом каждого из описанных механизмов усиления рассеяния на шероховатостях с ростом концентрации электронов по отдельности. Соответствующие подгоночные параметры приведены в таб. 4.1. В расчете полагалось, что шероховатости противоположных границ ямы являются некоррелированными и обладают одинаковой характерной высотой  $H$  и длиной  $L$ . Границы квантовой ямы моделировались ступенчатыми поверхностями: случайные ступеньки с постоянной высотой  $H$  и характерной длиной  $L$ . Корреляционная функция такой поверхности  $W(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = H^2 \exp(-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/L)$  [57], а Фурье - образ  $W(q) = 8\pi L^2 H^2 / (1 + 4q^2 L^2)^{3/2}$ .

На рис. 4.4 (а) показаны теоретические кривые, при построении которых в ка-

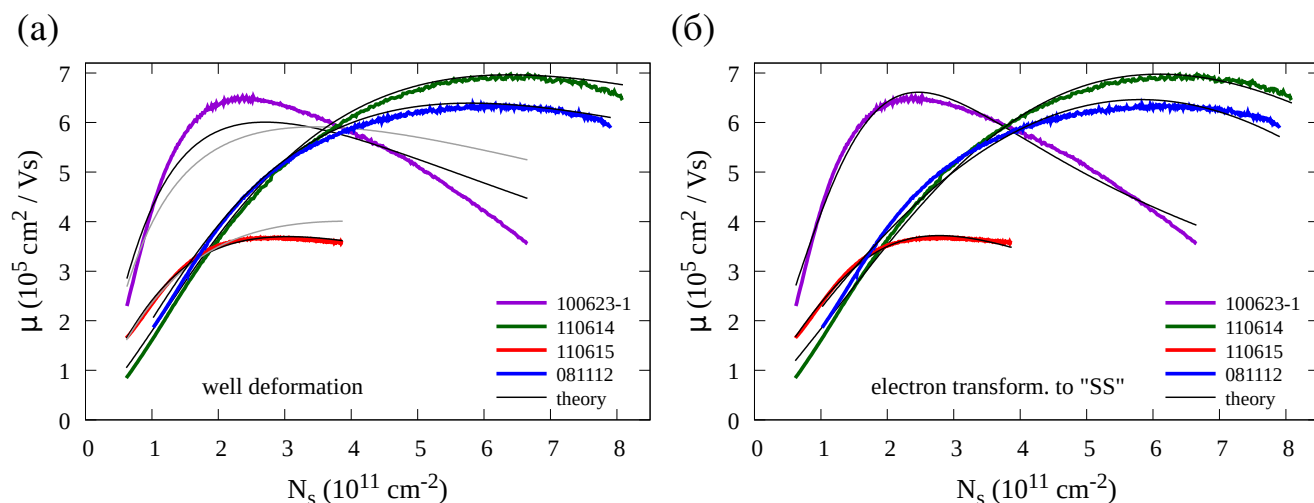


Рис. 4.4. Сравнение теоретического расчета (1.8) - (1.14) и экспериментальных зависимостей подвижности электронов в 18 – 22 нм HgTe квантовых ямах от концентрации  $\mu(N_s)$ . При расчете рассеяния на шероховатостях учитывалось либо только искривление профиля ямы с приложением затворного напряжения (а), либо трансформация электронов в поверхностные с ростом кинетической энергии (б). Теоретическому расчету соответствуют черные и серые линии.

честве механизма усиления рассеяния на шероховатостях с ростом концентрации учитывалось только изменение профиля ямы затворным напряжением (см. (4.1) и рис. 4.2). Видно, что результаты для образцов #081112(1) и #110614 неплохо подгоняются в данной модели. Параметры подгонки при этом также получаются удовлетворительными (см. таб. 4.1). Хуже ситуация обстоит с образцами #110615 и #100623. Лучшего соответствия подгонки и эксперимента удастся достичь в приближении, когда характерная длина шероховатости  $L$  много меньше длины волны де Бройля электрона  $\lambda$ , чему соответствуют черные кривые на рис. 4.4 (а). В расчете это дает ограничение  $L \leq 0.5 \text{ нм}$  для обоих образцов: при  $L > 0.5 \text{ нм}$  кривые меняют форму. Указанное ограничение на длину накладывает ограничение на высоту шероховатостей:  $H \geq 3 - 3.6 \text{ нм}$ . Полученное соотношение  $H \gg L$  выглядит маловероятно. И даже если принять, что это возможно, теоретическая кривая весьма плохо ложится на эксперимент для образца #100623-1. При увеличении характерной длины шероховатостей  $L$  до 1.5 нм, что понижает значение высоты шероховатостей до 1.1 – 1.3 нм, подгоночные кривые (серые кривые на рис. 4.4 (а)) еще сильнее отклоняются от эксперимента.

Таблица 4.1. Параметры примесей и шероховатостей, полученные при сравнении экспериментальных зависимостей подвижности от концентрации с теорией. Левая половина таблицы (светло серый фон) – в качестве механизма усиления рассеяния на шероховатостях с ростом концентрации выступает искривление профиля ямы затворным напряжением (см. рис. 4.2), правая половина таблицы (темно серый фон) – механизм усиления рассеяния на шероховатостях – трансформация электронов зоны проводимости в поверхностные с ростом кинетической энергии (см. рис. 4.3).  $n_{imp}$  – концентрация примесей,  $d_{sp}$  – среднее расстояние примесей до электронов,  $L$  и  $H$  – характерные длина и высота шероховатостей.

Номер шайбы	искривление профиля квантовой ямы				трансформация электронов в поверхностные			
	$n_{imp},$ $10^{10} \text{ см}^{-2}$	$d_{sp},$ нм	$L,$ нм	$H,$ $\text{\AA}$	$n_{imp},$ $10^{10} \text{ см}^{-2}$	$d_{sp},$ нм	$L,$ нм	$H,$ $\text{\AA}$
100623-1 <i>чёрный*</i>	6	18	$\leq 0.5$	$\geq 29.7$	1.2	5.2	17.3	1.4
<i>серый*</i>	–//–	–//–	1.5	10.7				
110614	4.7	7	1.6	8.1	1.8	2.7	17.3	0.9
110615 <i>чёрный*</i>	2.7	8	$\leq 0.5$	$\geq 36$	1.0	1.4	7.9	1.6
<i>серый*</i>	–//–	–//–	1.5	12.7				
081112(1)	3.9	7	1.6	8.9	1.0	0.8	8.6	0.8

\* "Чёрный" / "серый" указывает, что приведенные параметры относятся к теоретической кривой, изображенной соответствующим цветом на рис. 4.4.



Ситуация заметно улучшается, если учесть трансформацию волновой функции электрона в поверхностную с увеличением кинетической энергии (см. рис. 4.4 (б)). Волновая функция рассчитывалась в модели Латтинжера [17] с нулевыми граничными условиями на гетерограницах HgTe/CdTe (см. рис. 4.3). При этом для вычисления времени рассеяния, в выражение которого (1.14) входит абсолютное значение волновой функции на границе ямы, были использованы следующие соображения. Компоненты волновых функций от тяжелых  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$  (обозначим "hh") и легких  $|\Gamma_8, \pm 1/2\rangle$  ("lh") дырок вне ямы затухают как  $\exp[\kappa_{lh, hh} z]$  и  $\exp[-\kappa_{lh, hh}(z - d_{qw})]$  в барьерах слева и справа, соответственно. При этом  $\kappa_{lh, hh} \approx \sqrt{2m_{lh, hh}^* V_0/\hbar}$  в приближении, что высота барьера  $V_0$  много больше энергии основного состояния ямы  $V_0 = 0.8 \text{ эВ} \gg E$ . Если пренебречь отличием масс в яме и в барьерах, а также учесть непрерывность волновых функций и их производных, то можно выразить значение волновой функции на границах ямы через производную как  $\psi_{lh, hh} = \pm \kappa_{lh, hh}^{-1} \partial_z \psi_{lh, hh}|_{z=0, d_{qw}}$ . В этом случае квадрат абсолютного значения волновой функции на границе заменяется  $|\psi_{(z=0, d_{qw})}|^2 \rightarrow (\hbar^2/2V_0) |\partial_z \psi^*(\hat{m}^*)^{-1} \partial_z \psi_{(z=0, d_{qw})}|$ , где  $(\hat{m}^*)^{-1}$  – диагональная матрица, элементы которой в нулевом приближении совпадают с  $(m_{lh}^*)^{-1}$  и  $(m_{hh}^*)^{-1}$ .

Видно (см. рис. (4.4) (б)), что при учете трансформации волновой функции электрона в поверхностную удастся хорошо подогнать все экспериментальные кривые. Получаемые при этом параметры шероховатостей также имеют удовлетворительные значения (см. таб. 4.1).

Стоит отметить, что несмотря на то, что отличие двух проделанных подгонок состоит только в механизме усиления рассеяния на шероховатостях с ростом концентрации, параметры примесей, полученные в двух рассмотренных случаях, также различны (см. таб. 4.1). Это связано с тем, что хотя при малых концентрациях рассеяние на примесях является доминирующим, рассеяние на шероховатостях тоже вносит вклад в суммарную подвижность. На рис. 4.5 показаны вклады в суммарную подвижность от рассеяния на примесях и шероховатостях. На рис. 4.5 (а) показан расчет при механизме усиления рассеяния на шероховато-

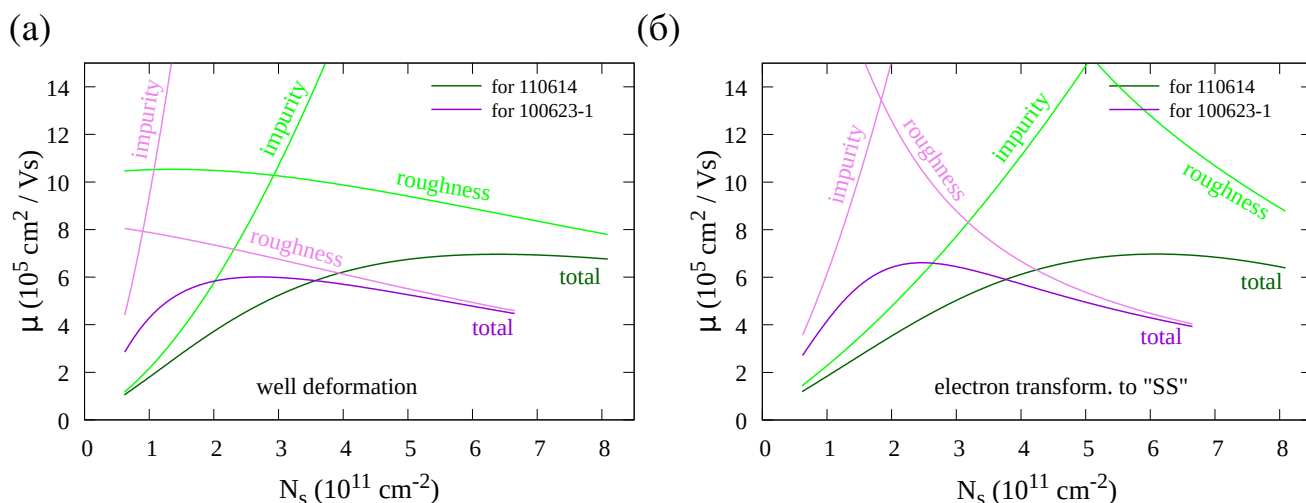


Рис. 4.5. Вклады рассеяния на примесях (1.8) и шероховатостях (1.14) в суммарную подвижность. (а) Усиление рассеяния на шероховатостях с ростом концентрации происходит за счет деформации профиля квантовой ямы с ростом затворного напряжения; (б) – за счет трансформации волновой функции электрона в поверхностную с ростом кинетической энергии. Видно, что в (а) наблюдается значительно более слабое уменьшение подвижности с ростом концентрации, чем в (б). В связи с этим вклад рассеяния на шероховатостях в суммарную подвижность при малой  $N_s$  в первом случае больше.

стях за счет деформации ямы с ростом затворного напряжения. А на рис. 4.5 (б) – за счет трансформации электронов в поверхностные с ростом кинетической энергии. Видно, что в первом случае подвижность при рассеянии на шероховатостях имеет меньшие значения при малой  $N_s$ , чем во втором. В связи с этим влияние рассеяния на шероховатостях на суммарную подвижность при малой  $N_s$  в первом случае существеннее.

Стоит сказать несколько слов о расстоянии примесей до электронов  $d_{sp}$ , полученное при сравнении теории и эксперимента. В том случае, когда в качестве механизма усиления рассеяния на шероховатостях с ростом концентрации рассматривалась пространственная трансформация волновой функции электрона с ростом кинетической энергии, это расстояние получилось от 1 до 2 нм, что заметно меньше ширины ямы. Это может говорить о том, что теория рассеяния электронов на удаленных примесях в данном случае не применима. При этом использование потенциала не удаленных примесей (1.6) давало скорость роста

подвижности с концентрацией недостаточную для описания эксперимента. Разрешение данного несоответствия требует более сложных теоретических моделей и дополнительного анализа.

Сравним параметры рассеивателей, полученные для ям толщиной близкой к критической (см. таб. 3.1) и для широких ям (см. таб. 4.1). Видно, что концентрация примесей в узких ямах получилась на порядок больше, чем в широких, также как и расстояние от примесей до электронов проводимости. Очевидно, что данное отличие связано с наличием легирующих слоев в узких ямах, удаленных на расстояние около 20 нм от границ ямы. Высота шероховатостей получилась близкой для узких и широких ям с величиной порядка межплоскостного расстояния (между атомами одного типа) семейства плоскостей (013) в HgTe, которое равно  $2 \text{ \AA}$ . Длина шероховатостей получилась такой же для узких ям и широких ям #110615 и #081112(1) и в два раза большей для широких ям #100623 и #110614.

#### 4.4. Выводы к четвертой главе

Экспериментально и теоретически исследована подвижность электронов основной подзоны размерного квантования в широких, 18 – 22 нм, HgTe квантовых ямах при положении уровня Ферми выше потолка валентной зоны. Исследование проведено при низкой температуре, исключая рассеяние на фононах. Экспериментальные зависимости подвижности от концентрации электронов хорошо описываются теорией примесного рассеяния и рассеяния на шероховатостях границ ямы. При этом наблюдается существенное усиление рассеяния электронов на шероховатостях с ростом концентрации, обусловленное трансформацией волновых функций электронов с ростом кинетической энергии из "объемных", с максимумами волновых функций в центре ямы, в поверхностные, чьи максимумы смещены к границам ямы. Полученные из подгонки характерные значения параметров рассеивателей варьируются в следующих пределах: концентрация примесей  $n_{imp} = 1 - 2 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ; расстояние от примесей до электронов  $d_{sp} = 1 - 5 \text{ нм}$ ;

характерные длина и высота шероховатостей  $L = 8 - 23$  нм и  $H = 1 - 1.5 \text{ \AA}$ .  $H$  получилась порядка межплоскостного расстояния (между атомами одного типа) семейства плоскостей (013) в HgTe, которое равно  $2 \text{ \AA}$ .

## Глава 5

## Осцилляции Шубникова – де Гааза двумерных электронов в широких HgTe квантовых ямах

Данная глава посвящена исследованию осцилляций Шубникова – де Гааза электронов основной подзоны размерного квантования в HgTe квантовых ямах с номинальной толщиной 20 – 22 нм. Измерения проводились при температурах  $T = 0.2 - 2$  К и в магнитных полях до 9 Т. Результаты, представленные в данной главе, опубликованы в статьях [A1, A2] и тезисах докладов [A6, A7, A9 - A12].

### 5.1. Экспериментальные результаты

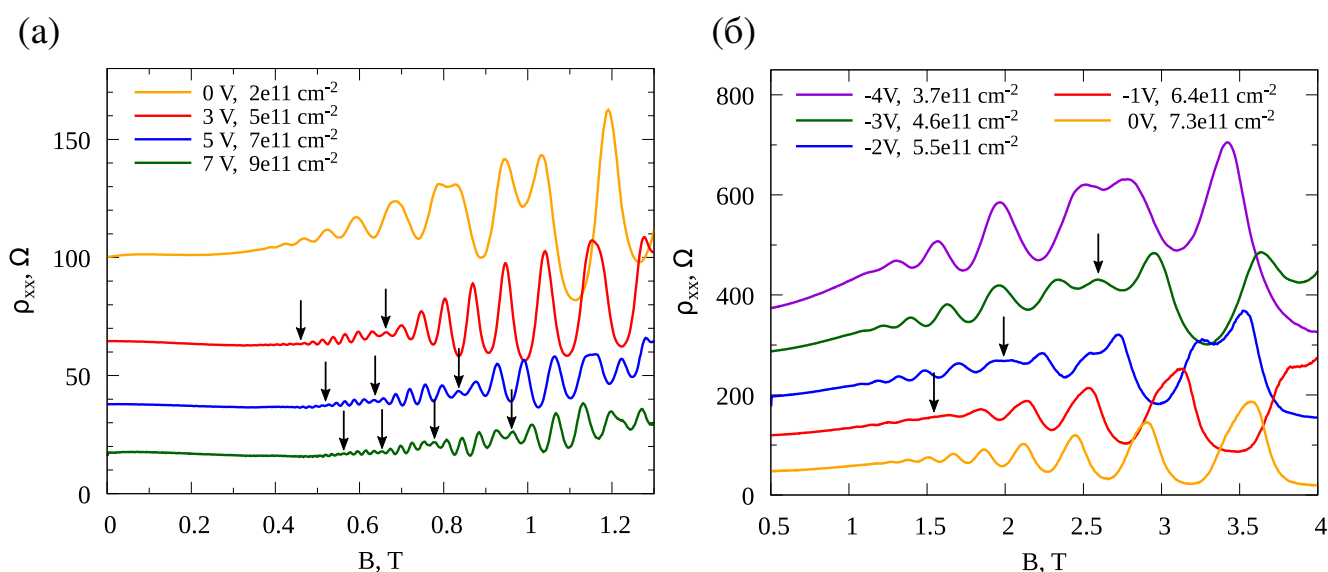


Рис. 5.1. Зависимость продольного сопротивления  $\rho_{xx}$  от магнитного поля  $B$  для (а) нелегированной #081112(2) (22 нм) (температура  $T = 0.2$  К) и (б) симметрично  $n$  – легированной #130213 (20 нм) ( $T = 1.6 - 1.9$  К) HgTe квантовых ям при различных затворных напряжениях. В легенде рядом со значениями затворного напряжения приведены концентрации электронов в яме. Стрелками указаны биения в осцилляциях.

На рис. 5.1 показаны экспериментальные зависимости продольного сопротивления от магнитного поля  $\rho_{xx}(B)$ , измеренные при различных значениях за-

творного напряжения  $V_g$  для нелегированной 22 нм (#081112(2)) и симметрично  $n$  – легированной 20 нм (#130213) квантовых ям (см. таб. 2.2).

Рассмотрим сначала подробно результаты, полученные для нелегированного образца #081112(2). Из рис. 5.1 (а) видно, что в этом случае осцилляции магнетосопротивления возникают уже при 0.4 Т, что говорит о высоком качестве рассматриваемых структур. Ключевой результат, который демонстрирует рис. 5.1 (а) – это появление биений (показаны стрелочками) при затворном напряжении  $V_g > 3$  В, тогда как в отсутствие напряжения на затворе наблюдаются однородные осцилляции сопротивления. Биения в осцилляциях при  $V_g > 3$  В указывают на наличие в этом случае двух типов носителей заряда с близкими концентрациями. Данное заключение подтверждает присутствие двух пиков в преобразовании Фурье осциллирующей части сопротивления  $\Delta\rho_{xx} = (\rho_{xx} - \rho)$  ( $\rho$  – монотонная часть сопротивления) как функции обратного магнитного поля  $B^{-1}$ . На рис. 5.2 (а) показан пример такого преобразования Фурье для  $V_g = 7$  В. Из положения пиков можно определить концентрации носителей  $N_{s1,2}$  как  $N_{si} = ef_i/hc$ . За  $f_{1,2}$  обозначены меньшая и большая частоты положения пиков Фурье, соответственно. Отметим, что приведенное выражение для  $N_{s1,2}$  верно для случая невырожденных по спину носителей заряда, что связано с тем, что мы предполагаем, что две группы носителей соответствуют двум спиновым веткам основной подзоны размерного квантования. Отметим, что в представленном диапазоне затворных напряжений в яме присутствуют только электроны основной подзоны проводимости.

Несмотря на то, что Фурье – анализ позволяет определить электронные концентрации сравнительно точно, более аккуратным способом является определение частот осцилляций с помощью подгонки осцилляций Шубникова – де Гааза формулой Лифшица – Косевича для системы с двумя типами носителей [84] (см. (1.17) в п. 1.3):

$$\frac{\Delta\rho_{xx}}{\rho} = \sum_{i=1,2} A_i X \left( \frac{2\pi^2 k_B T}{\hbar\omega_c} \right) \exp \left( \frac{-\pi}{\mu_{qi} B} \right) \cos \left( \frac{2\pi f_i}{B} + \phi_i \right), \quad (5.1)$$

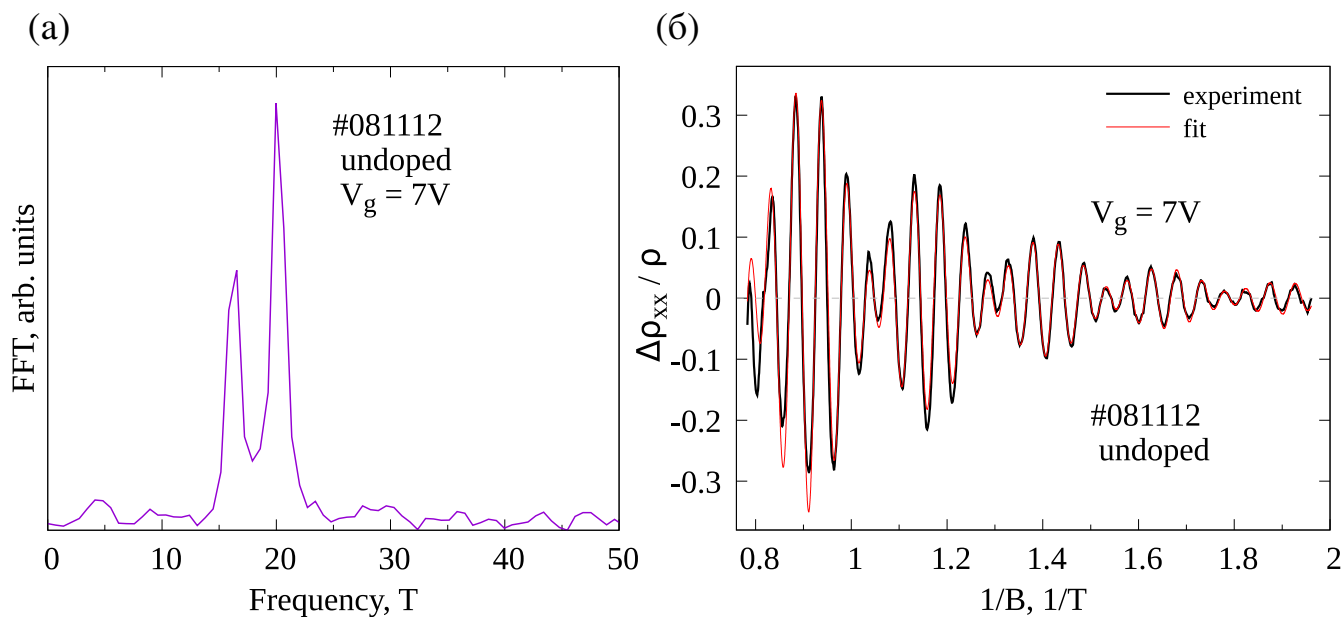


Рис. 5.2. (а) Быстрое преобразование Фурье от осциллирующей части магнетосопротивления  $\Delta\rho_{xx}(B^{-1})$  22 нм нелегированной HgTe квантовой ямы #081112(2) при  $V_g = 7\text{V}$ . (б) Осциллирующая часть магнетосопротивления ямы #081112(2)  $\Delta\rho_{xx}$ , нормированная на монотонную часть  $\rho$ , в зависимости от обратного магнитного поля. Черная линия – эксперимент при  $V_g = 7\text{V}$ , красная – подгоночная кривая, рассчитанная по формуле Лифшица – Косевича (5.1).

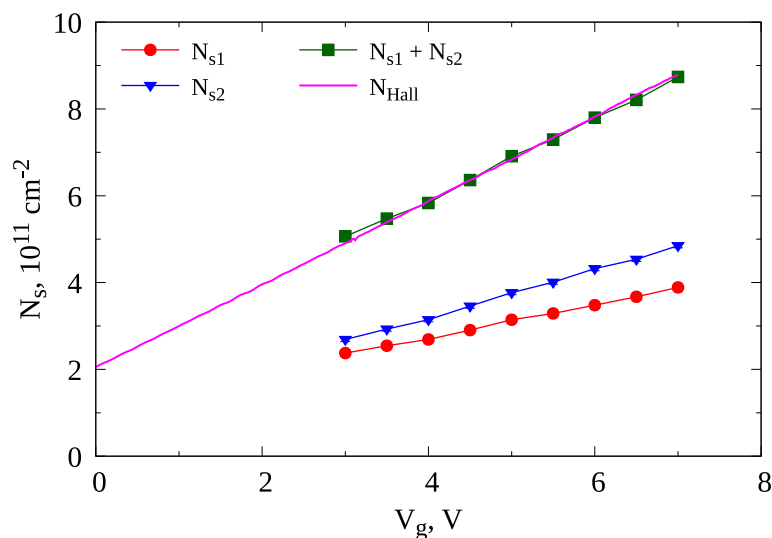


Рис. 5.3. Электронные концентрации, полученные для 22 нм нелегированной HgTe квантовой ямы #081112(2), как функции затворного напряжения:  $N_{s1}$  (красные круги),  $N_{s2}$  (синие треугольники) и их сумма (зеленые квадраты) определены из анализа осцилляций Шубникова – де Гааза, полная концентрация носителей  $N_{Hall}$  (розовая кривая) определена из холловских измерений.

где  $\rho$  – монотонная часть и  $\Delta\rho_{xx} = (\rho_{xx} - \rho)$  – осциллирующая часть магнетосопротивления;  $X(x) = x/\text{sh}(x)$  – коэффициент температурного уширения,  $k_B$  – постоянная Больцмана;  $\mu_{qi}$  – квантовые подвижности, определенные как  $\mu_q = e\tau_q/m^*$ , где  $\tau_q$  – квантовое время;  $A_i$  и  $\phi_i$  – некоторые константы.

Зависимости  $\Delta\rho_{xx}(B^{-1})$  были получены из исходных экспериментальных кривых вычитанием монотонной составляющей, которая находилась путем усреднения исходной кривой по периоду осцилляций. Подгоночные кривые искались методом наименьших квадратов с использованием  $A_i$ ,  $\phi_i$ ,  $\mu_i$  и  $f_i$  в качестве подгоночных параметров. При этом значения частот, полученных из Фурье – анализа, выступали в качестве стартовых значений  $f_i$ . Для увеличения чувствительности подгонки при малых магнитных полях был использован весовой множитель, равный 10, для точек при  $B \lesssim 0.7$  Т. Полученные подгоночные кривые всегда хорошо накладывались на экспериментальные графики во всем диапазоне магнитных полей. Пример подгонки для  $V_g = 7$  В показан на рис. 5.2 (б). Концентрации  $N_{s1}$  и  $N_{s2}$ , полученные описанным способом, показаны на рис. 5.3 как функции затворного напряжения. Сумма двух концентраций  $N_{s1} + N_{s2}$  совпадает с суммарной концентрацией  $N_s$ , полученной из холловских измерений, что также продемонстрировано на рисунке.

Одним из дополнительных преимуществ подгонки осцилляций формулой (5.1) является возможность нахождения ”квантовых подвижностей”. Квантовая подвижность определена в данной работе по формуле транспортной подвижности, где вместо транспортного времени стоит квантовое  $\tau_q$ :  $\mu_q = e\tau_q/m^*$ . Она введена для сравнения с транспортной подвижностью. Зависимости  $\mu_{q1,2}$  от полной концентрации электронов  $N_s$  показаны на рис. 5.4 (а). Видно, что  $\mu_{q1}$  и  $\mu_{q2}$  практически одинаковые и постоянные во всем диапазоне концентраций от 5 до  $9 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup>. Также они на один порядок меньше транспортной подвижности, показанной на рис. 5.4 (б). Различие между значениями транспортной и квантовой подвижностями типично для высококачественных двумерных электронных систем и, связано с тем, что определяющий вклад в  $\mu_q$  дает рассеяние на даль-



действующих удаленных примесей.

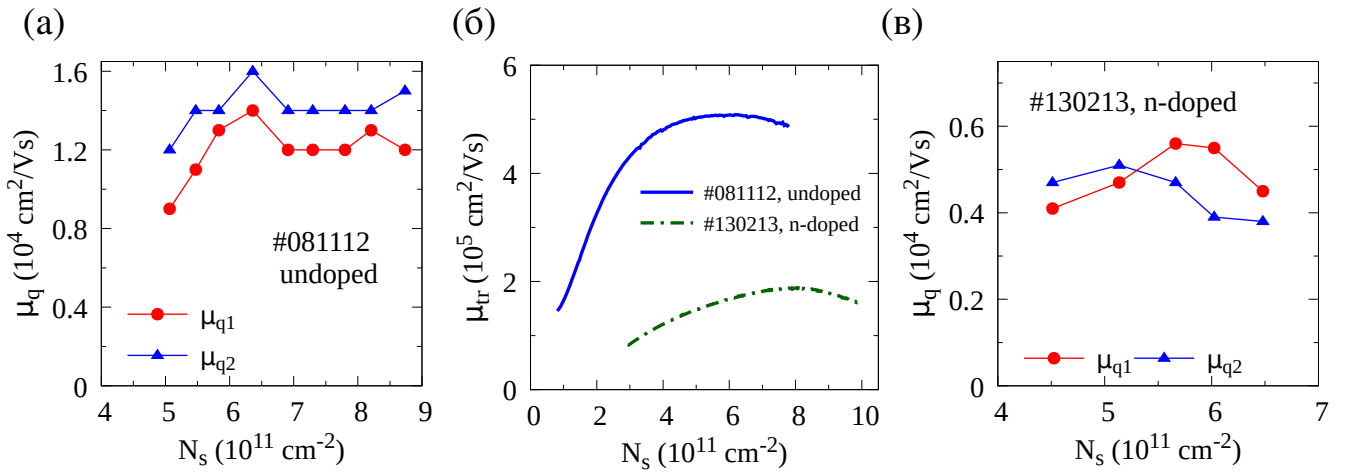


Рис. 5.4. (а) и (в) Квантовые подвижности  $\mu_{q1}$  и  $\mu_{q2}$  (определены как  $\mu_q = e\tau_q/m^*$ , где  $\tau_q$  – квантовое время) в зависимости от суммарной электронной концентрации  $N_s$ , полученные для (а) 22 нм нелегированной #081112(2) и (в) 20 нм симметрично  $n$ -легированной #130213 HgTe квантовых ям. (б) Транспортные подвижности как функции концентрации для ям #081112(2) и #130213.

Перейдем теперь к результатам, полученным для симметрично  $n$  – легированной #130213 квантовой ямы (см. рис. 5.1 (б)). Концентрация электронов в рассматриваемой структуре при нулевом затворном напряжении равняется  $N_s(V_g = 0) = 7.3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . В данном случае степень искривления ямы растет с уменьшением концентрации электронов, которая как и ранее варьировалась в эксперименте с помощью потенциала затвора. Аналогично нелегированному образцу при нулевом  $V_g$  осцилляции магнетосопротивления для #130213 ямы являются однородными (см. рис. 5.1 (б)). При значениях затворного напряжения  $V_g < -1$  В в осцилляциях появляется биение, а в Фурье - преобразовании осциллирующей части  $\Delta\rho_{xx}(1/B)$  – два близко расположенных пика (см. рис. 5.5 (а)). Подвижность данной структуры несколько ниже (см. рис. 5.4 (б)), чем нелегированной ямы #081112(2), что связано с большой концентрацией легирующих примесей в барьерах ямы. Как следствие, осцилляции магнетосопротивления  $\rho_{xx}(B)$  начинаются лишь при 1Т. С другой стороны, при больших магнитных полях снимается спиновое вырождение уровней Ландау, в результате чего все уровни Ландау разрешаются. Это приводит к тому, что в эксперименте удастся различить лишь одно биение. При этом

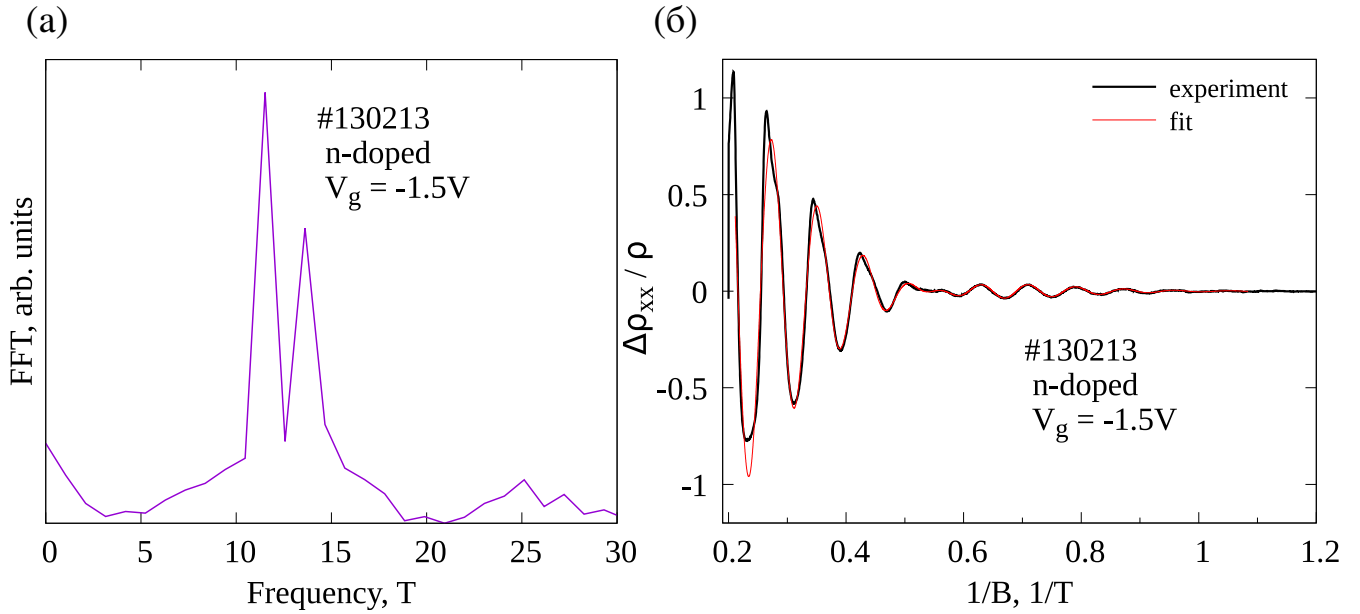


Рис. 5.5. (а) Быстрое преобразование Фурье от осциллирующей части магнетосопротивления  $\Delta\rho_{xx}(B^{-1})$  20 нм симметрично  $n$ -легированной HgTe квантовой ямы #130213 при  $V_g = -1.5$  В. (б) Осциллирующая часть магнетосопротивления ямы #130213  $\Delta\rho_{xx}$ , нормированная на монотонную часть  $\rho$ , в зависимости от обратного магнитного поля. Черная линия – эксперимент при  $V_g = -1.5$  В, красная – подгоночная кривая, рассчитанная по формуле Лифшица – Косевича (5.1).

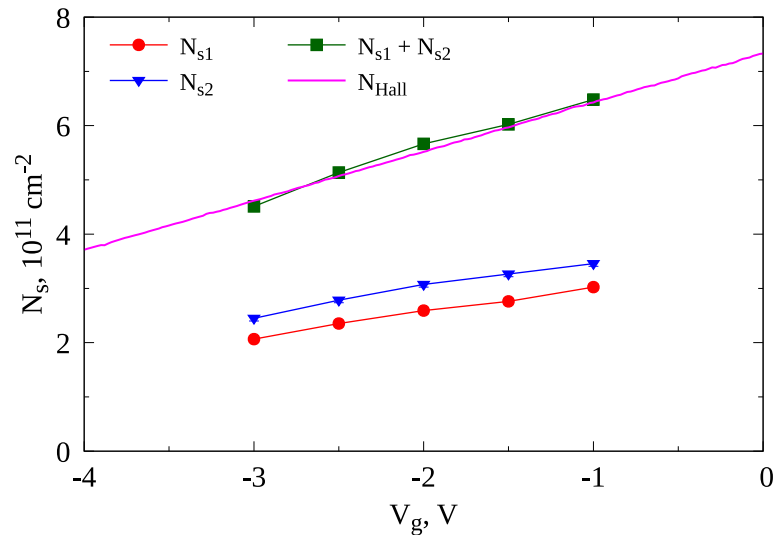


Рис. 5.6. Электронные концентрации, полученные для 22 нм нелегированной HgTe квантовой ямы #081112(2), как функции затворного напряжения:  $N_{s1}$  (красные круги),  $N_{s2}$  (синие треугольники) и их сумма (зеленые квадраты) определены из анализа осцилляций Шубникова – де Гааза, полная концентрация носителей  $N_{Hall}$  (розовая кривая) определена из холловских измерений.

из-за того, что наблюдаемое биение смещается в бóльшие поля с уменьшением затворного напряжения, при  $V_g < -3$  В оно пропадает.

Для легированного #130213 образца была проделана та же процедура обработки данных, что и для образца #081112(2). Для улучшения точности подгонки осциллирующей части магнетосопротивления по формуле Лифшица – Косевича (5.1) при малых магнитных полях для точек в  $B \lesssim 1.5 - 2$  Т был использован весовой множитель 10. Все полученные кривые хорошо согласуются с экспериментальными во всем диапазоне магнитных полей. Пример подгонки для  $V_g = -1.5$  В показан на рис. 5.5 (б). Сумма двух концентраций  $N_{s1,2}$ , полученных при подгонке, совпадает с полной концентрацией, полученной из холловских измерений (см. рис. 5.6). Квантовые подвижности, показанные на рис. 5.4 (в), так же как и в случае нелегированной структуры практически одинаковые, постоянные в представленном диапазоне концентрации и на порядок меньше транспортной подвижности.

Второй ключевой экспериментальный результат данной главы можно увидеть из рис. 5.7. На рис. 5.7 (а) представлена цветная карта продольного магнетосопротивления образца #081112(3) в зависимости от магнитного поля  $B$  и затворного напряжения  $V_g$ . Измерения проводились при температуре 2 К и в магнитных полях до 9 Т, при этом при  $B > 3$  Т каких либо особенностей обнаружено не было. На рис. 5.7 (а) также приведены номера уровней Ландау  $\nu$  ( $\nu = 1$  присвоено первому уровню Ландау справа от точки зарядовой нейтральности) и значения кинетической энергии  $E$  электронов на уровне Ферми. Последние были вычислены с помощью 6-зонной модели Кейна (учет зон  $\Gamma_8$  и  $\Gamma_6$ ) из значений волновых векторов  $k = \sqrt{2\pi N_s}$ , где концентрация  $N_s$  однозначно связана с  $V_g$ . Однозначное определение  $E$  по  $V_g$  допустимо пока система находится в режиме слабых осцилляций Шубникова – де Гааза и не переходит в квантовый эффект Холла. Стоит отметить, что подвижность образца #081112(3) была несколько ниже, чем образцов #081112(1) и #081112(2) и не превышала  $35 \text{ м}^2 / \text{Вс}$ . Аналогичные результаты были получены также для 20 нм нелегированного образца #110614(2). Подвижность #110614(2) также была ниже средней для данных образцов и имела максимальное

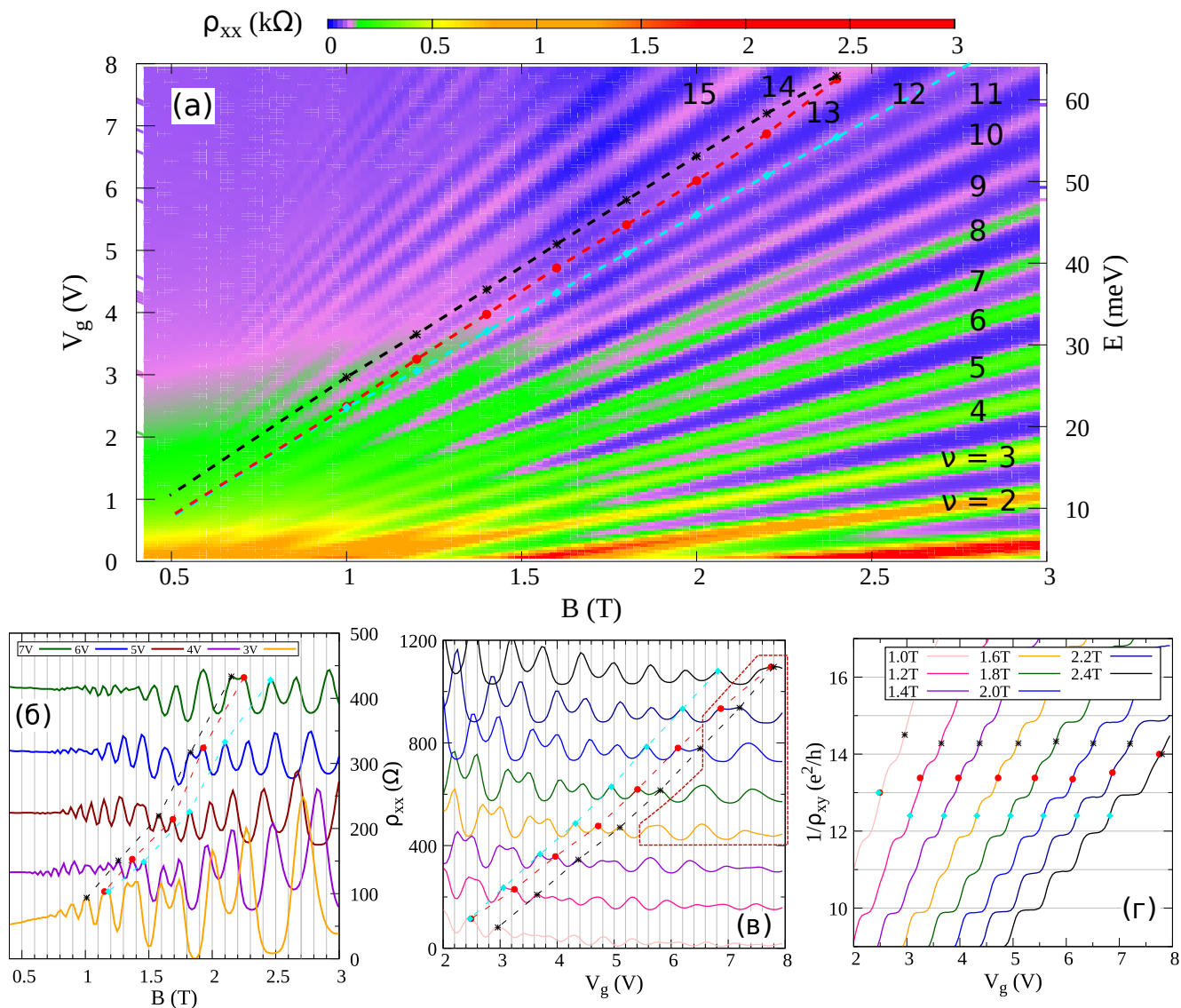


Рис. 5.7. (а) Двумерная цветная карта продольного сопротивления  $\rho_{xx}$  в зависимости от магнитного поля  $B$  и затворного напряжения  $V_g$  для 22 нм нелегированной HgTe квантовой ямы #081112(3) ( $T = 2$  К). Ось кинетической энергии электрона  $E$  на уровне Ферми рассчитана по затворному напряжению  $V_g$  с использованием 6-зонной модели Кейна. Справа на графике указаны номера уровней Ландау  $\nu$ . Штриховыми линиями выделен пример уровней с необычным поведением: разделенные при  $B = 1$  Т "красный" и "черный" уровни сливаются при  $B = 2.4$  Т. Аналогичное поведение также хорошо видно для уровней с большими номерами при меньших полях. (б) и (в) – срезы (а) по затворному напряжению  $V_g$  и магнитному полю  $B$ , соответственно. Ось ординат справедлива для кривой с  $V_g = 3$  В в (б) и  $B = 1.0$  Т в (в), каждая последующая кривая сдвинута вверх относительно предыдущей на 100 и 150  $\Omega$ , соответственно. Красной штриховой линией в (в) выделены области с удвоенным по  $V_g$  периодом осцилляций. Легенда (г) относится также к (в). (г) Холловская компонента тензора магнетосопротивления в зависимости от затворного напряжения в магнитных полях от 1.0 до 2.4 Т. Точки в (б), (в) и (г) соответствуют уровням Ландау, выделенным аналогичным цветом в (а). В (б) и (в) точки одного цвета соединены для упрощения визуализации.

значение  $25 \text{ м}^2 / \text{Вс}$ .

Рассмотрим подробнее рис. 5.7 (а). По положению максимумов осцилляций Шубникова – де Гааза можно проследить необычную эволюцию уровней Ландау с магнитным полем. Начиная с номера уровня  $\nu = 13$  невырожденные при малом ненулевом  $B$  соседние уровни сливаются друг с другом с увеличением магнитного поля. Пример уровней с указанным поведением выделены голубыми, красными и черными штриховыми линиями. "Красный" ( $\nu = 13$ ) уровень (выделенный красным) при малых магнитных полях  $B \sim 1 \text{ Т}$  вырожден с "голубым" ( $\nu = 12$ ) и невырожден с "черным" ( $\nu = 14$ ) уровнями. С увеличением же магнитного поля "красный" и "черный" уровни сближаются и при  $B = 2.4 \text{ Т}$  сливаются друг с другом, тогда как вырождение между "голубым" и "красным" уровнями снимается. Аналогичное поведение хорошо видно также для уровней с большими номерами при меньших магнитных полях.

На рис. 5.7 (б) и (в) показаны срезы рис. 5.7 (а) по затворному напряжению  $V_g$  от 3 до 7 В и магнитному полю  $B$  от 1.0 до 2.4 Т, соответственно. Голубые, красные и черные точки на рисунках указывают те же уровни Ландау, что выделены аналогичным цветом на рис. 5.7 (а). Для упрощения визуального восприятия точки одного цвета соединены линиями. На обоих рисунках прослеживается снятие вырождения "красного" уровня с "голубым" и последующее его вырождение с "черным" уровнем. Стоит также обратить внимание на удвоение периода осцилляций в зависимостях  $\rho_{xx}(V_g)$ . Оно происходит с увеличением  $V_g$  в рамках одной кривой и наблюдается для всех  $\rho_{xx}(V_g)$ , измеренных при  $B > 1.5 \text{ Т}$ . На рис. 5.7 (в) части кривых с удвоенным периодом обведены в рамку. Насколько известно автору, указанное удвоение экспериментально наблюдается впервые.

Рис. 5.7 (г) демонстрирует обратное холловское сопротивление  $1/\rho_{xy}$  как функцию затворного напряжения при значениях магнитного поля от 1.0 до 2.4 Т. Видно, что присутствующее при магнитном поле  $B = 1 \text{ Т}$  плато с фактором заполнения 14 пропадает при  $B = 2.4 \text{ Т}$ .

## 5.2. Обсуждение

### 5.2.1. Биения в осцилляциях

Обсудим для начала природу биений в осцилляциях Шубникова – де Гааза (рис. 5.1). Однородные осцилляции при нулевом затворном напряжении и появление биений с приложением  $V_g$  одинаково как в нелегированной, так и симметрично легированной яме говорит о том, что расщепление электронных состояний в яме есть следствие ее асимметрии, которая возникает с изменением потенциала затвора. Для начала попробуем описать разность концентраций  $\Delta N_s = N_{s2} - N_{s1}$ , полученных из осцилляций Шубникова – де Гааза, в рамках упрощенной модели электростатики поверхностных состояний.

Указанная модель основана на приведенном в гл. 4 расчете, предсказывающем, что максимум волновой функции электрона зоны проводимости широкой, около 20 нм HgTe квантовой ямы смещается к границе ямы с ростом кинетической энергии (см. рис. 4.3). В упрощенной модели будем пренебрегать распределением волновой функции электрона в направлении квантования ямы и полагать, что электроны локализованы в двух плоскостях, расположенных в яме симметрично на некотором небольшом расстоянии от ее границ. Аналогичная модель использовалась в работе [94] при анализе поверхностных состояний трехмерного топологического изолятора. Будем также считать, что спектр электронов является параболическим с эффективной массой  $m^* = 0.026m_0$  [92] ( $m_0$  – масса свободного электрона).

Выведем сперва отношение скоростей заполнения электронов на двух границах в описанной упрощенной модели. В силу того, что для относительного изменения концентраций начальные условия не принципиальны, для простоты будем полагать, что при  $V_g = 0$  яма симметричная. На рис. 5.8 схематично изображена зонная диаграмма совместно с соответствующим распределением электронов по поверхностным состояниям для структуры с металлическим затвором (на рисунке расположен слева) при нулевом и положительном затворных напряжениях. В

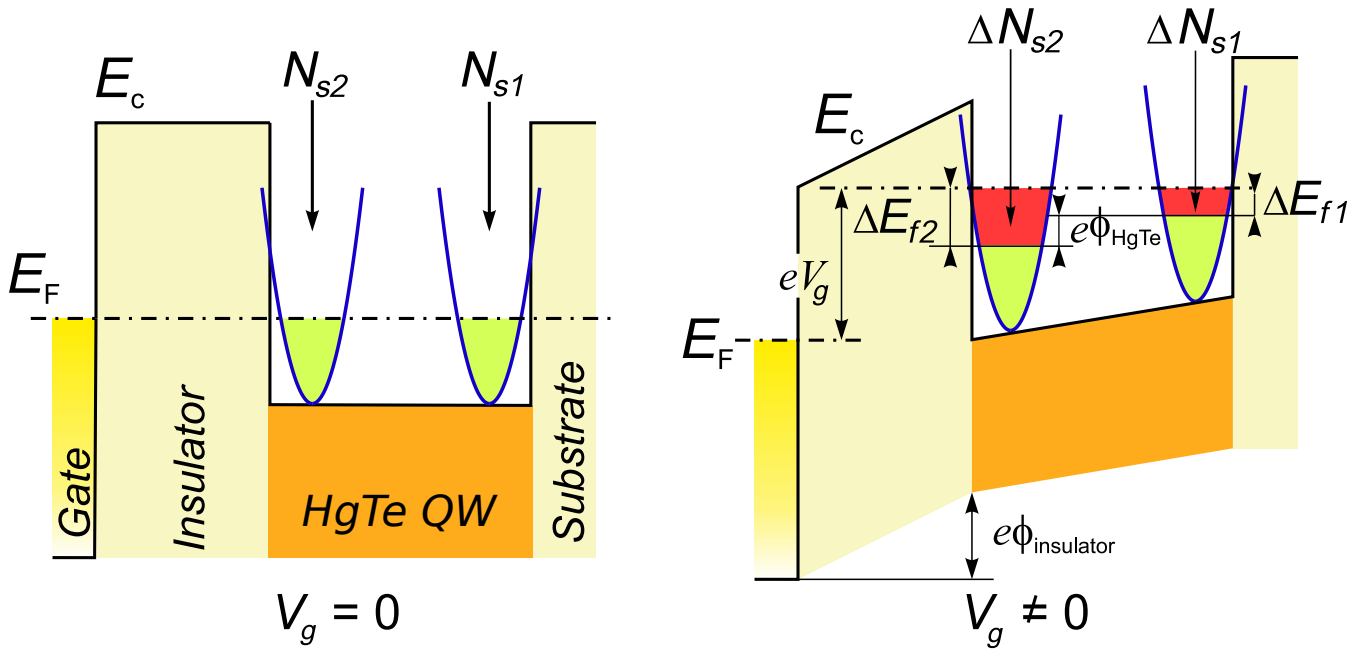


Рис. 5.8. Упрощенная зонная диаграмма и распределение электронов между поверхностными состояниями при затворных напряжениях  $V_g = 0$  (слева) и  $V_g > 0$  (справа).

отсутствие затворного напряжения уровень Ферми одинаков на протяжении всей структуры. При ненулевом затворном напряжении  $V_g$  он отличается в металлическом затворе и в яме на  $eV_g$ . Верхняя поверхность ямы в силу более близкого расположения к затвору частично экранирует заряд на затворе от нижней поверхности. Поэтому изменение концентрации электронов на верхней поверхности  $\Delta N_{s2}$  больше, чем на нижней  $\Delta N_{s1}$ . Возникающая разность концентраций приводит к росту потенциала  $e\phi_{\text{HgTe}}$  между верхней и нижней поверхностями, тогда как уровень Ферми поперек ямы остается постоянным. Изменение концентрации можно записать через плотность состояний  $D_i$  ( $i = 1, 2$ ) как  $\Delta N_{si} = D_i \Delta E_{fi}$ , где  $\Delta E_{fi}$  – локальное изменение уровня Ферми на верхней (2) и нижней (1) поверхностях.  $\Delta E_{f1,2}$  связаны соотношением  $\Delta E_{f2} = \Delta E_{f1} + e\phi_{\text{HgTe}}$ . Разница потенциалов двух поверхностей ямы  $e\phi_{\text{HgTe}}$  можно получить из условия зарядовой нейтральности и теоремы Гаусса:  $e\phi_{\text{HgTe}} = \mathcal{E}_{\text{HgTe}} d_{eff} = 4\pi e \Delta N_{s1} d_{eff} / \epsilon_{\text{HgTe}}$ , где  $d_{eff}$  – эффективное расстояние между электронами, локализованными у противоположных границ ямы, а  $\mathcal{E}_{\text{HgTe}}$  – электрическое поле в яме. Так как в данной упрощенной модели распределением свободных зарядов внутри ямы пренебрегается, профиль дна ямы



является линейным. В результате отношение скоростей заполнения электронных состояний, локализованных вблизи противоположных границ ямы, дается выражением:

$$\Delta N_{s2}/\Delta N_{s1} = D_2/D_1 + 4\pi e^2 d_{eff} D_2/\varepsilon_{HgTe}. \quad (5.2)$$

Эффективное расстояние между электронами у верхней и нижней поверхностях  $d_{eff}$  может быть меньше ширины ямы. Это связано с тем, что волновая функция электрона локализуется не непосредственно на границе ямы, а вблизи нее (см. рис. 4.3). Также в случае 20 нм ям глубина локализации волновых функций сравнима с шириной ямы, чтобы исключить перемешивание состояний на противоположных границах. Таким образом, параметр  $d_{eff}$  может быть использован в качестве подгоночного при описании экспериментального значения  $\Delta N_{s2}/\Delta N_{s1} \simeq (dN_{s2}/dV_g)/(dN_{s1}/dV_g) = 1.43$  формулой (5.2). При использовании параметров системы  $\varepsilon_{HgTe} = 21$  [91] и  $D_2 = D_1 = m^*/2\pi\hbar^2$  с  $m^* = 0.026m_0$  [92], где  $m_0$  – масса свободного электрона, получаем  $d_{eff} = 9.2$  нм.

Найдем выражение для разности концентраций  $\Delta N_s = N_{s2} - N_{s1}$  как функции полной концентрации  $N_s$ . В этом случае становится важным начальное распределение электронов в яме при  $V_g = 0$ . Положим, что все электроны в яме притягиваются зарядом затвора, тогда как при  $V_g = 0$  яма симметрична, и электроны отсутствуют  $N_s = 0$ . В этом случае  $N_{si} = \Delta N_{si}$ . С учетом также равенства  $N_s = N_{s2} + N_{s1}$  получаем линейную зависимость  $\Delta N_s$  от  $N_s$ :

$$\Delta N_s = \frac{\Delta N_{s2}/\Delta N_{s1} - 1}{\Delta N_{s2}/\Delta N_{s1} + 1} N_s. \quad (5.3)$$

Выражение (5.3) при  $d_{eff} = 9.2$  нм позволяет в точности воспроизвести наклон экспериментальной зависимости  $\Delta N_s(N_s)$ , показанной на рис. 5.9. Более того, если принять остаточную концентрацию электронов за  $4 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  в отсутствие затворного напряжения, то кривая электростатической модели с хорошей точностью ложится на эксперимент. Заметим, однако, что данное значение остаточной концентрации вдвое больше действительной концентрации электронов в яме



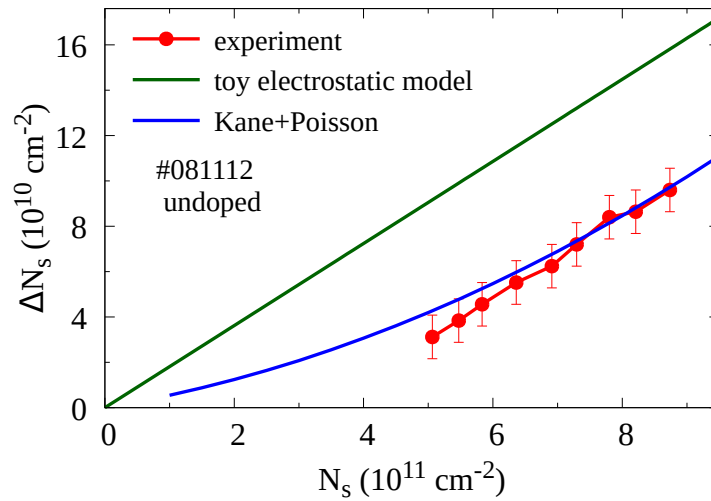


Рис. 5.9. Разность концентраций поверхностных электронов  $\Delta N_s = N_{s2} - N_{s1}$  на верхней и нижней границах ямы в зависимости от полной концентрации  $N_s$ . Красные точки – экспериментальные данные для нелегированной ямы #081112, зеленая линия – расчет в рамках упрощенной электростатической модели (5.2) – (5.3), синяя линия – самосогласованное решение (выполнено С.С. Криштопенко) уравнения Пуассона и Шрёдингера с 8-зонным гамильтонианом Кейна.

#081112 при  $V_g = 0$  (см. рис. 5.3). Расхождение экспериментальных данных и предложенной упрощенной электростатической модели говорит о том, что необходимо учитывать детали устройства поверхностных состояний, опущенные в упрощенной модели.

В связи с этим было также проведено сравнение экспериментальных данных с самосогласованным решением уравнения Пуассона и Шрёдингера с 8-зонным гамильтонианом Кейна [34], выполненным С.С. Криштопенко. Указанный подход учитывает пространственное распределение волновых функций электронов по координате вдоль оси квантования и позволяет получить реалистичные профиль квантовой ямы. Пример профиля ямы для  $N_s = 9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  показан на рис. 5.10 (б). Аналогично упрощенной электростатической модели в данном случае также полагалось, что все электроны в яме притягиваются зарядом затвора. Конечная итерация самосогласованного решения уравнений Шрёдингера и Пуассона давала закон дисперсии  $E(\mathbf{k})$  (где  $\mathbf{k}$  - квазиимпульс в плоскости ямы) (см. рис. 5.10 (а)). Из значения полной концентрации  $N_s$  находилось положение уровня Ферми  $E_f$  и значения волновых векторов Ферми  $k_1$  и  $k_2$ . Далее, концентрации на

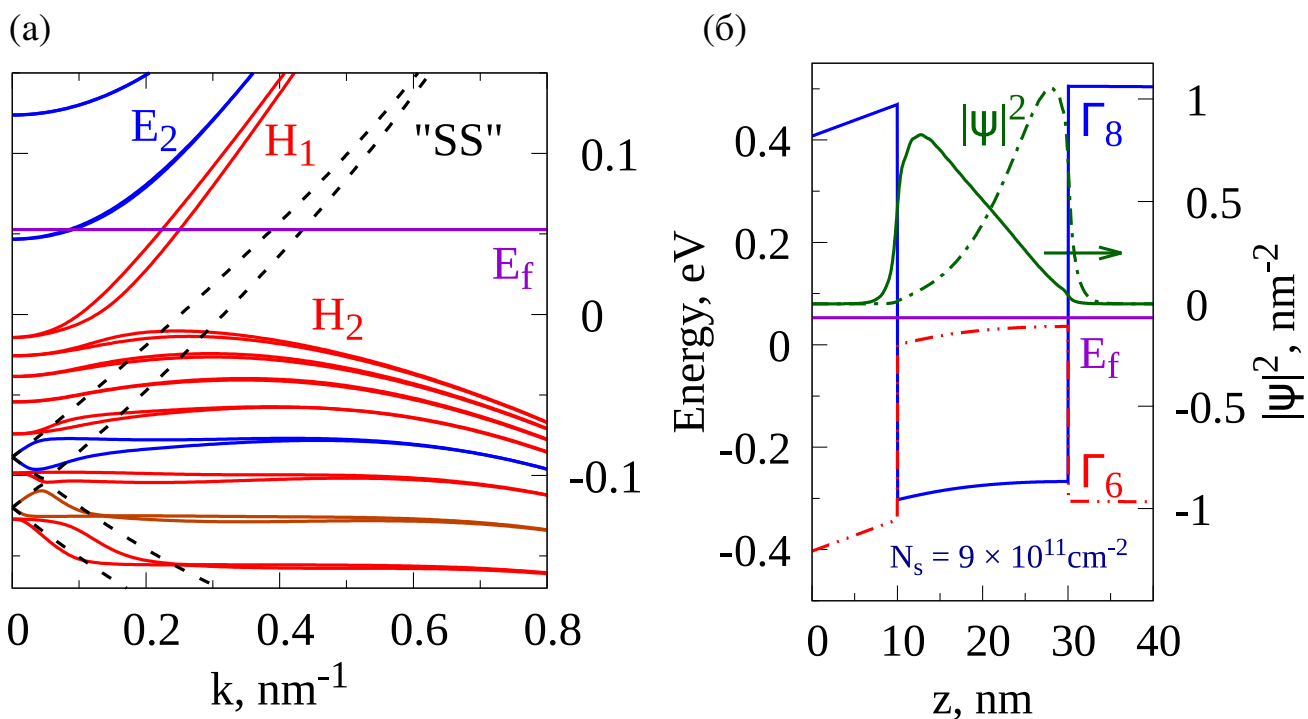


Рис. 5.10. Результаты самосогласованного решения уравнений Пуассона и Шрёдингера с 8-зонным гамильтонианом Кейна для случая  $N_s = 9 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . Вычисления выполнены С.С. Криштопенко. В расчете предполагалось, что все электроны в яме притягиваются зарядом затвора. (а) Энергетический спектр. Черная штрихованная линия соответствует закону дисперсии поверхностных состояний, рассчитанному без учета зоны тяжелых дырок  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$ . (б) Профиль квантовой ямы (синяя и красная линии – зоны  $\Gamma_8$  и  $\Gamma_6$ , соответственно) и квадрат модуля волновых функций поверхностных состояний на уровне Ферми (зеленые линии).

верхней и нижней поверхностях рассчитывались как  $N_{si} = k_i^2/4\pi$ . Как видно из рис. 5.9, где самосогласованному решению соответствует синяя линия, оно в хорошем соответствии с экспериментом. Заметим, что ослабление зависимости  $\Delta N_s$  от  $N_s$  при малой концентрации в самосогласованном решении по сравнению с упрощенной моделью вполне ожидаемо, так как при малой  $N_s$  и, соответственно, малой кинетической энергии максимумы волновых функций электронов локализованы вблизи центра ямы (см. рис. 4.3).

Рассмотрим чуть подробнее рис. 5.10 (а), демонстрирующий закон дисперсии ямы для  $N_s = 9 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . На рисунке поверхностные состояния представлены подзоной  $H_1$ , которая вблизи дна зоны образована из состояний зоны тяжелых дырок  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$ . Видно, что спиновое расщепление остальных подзон валентной

зоны значительно меньше, чем подзоны  $H_1$ . Также, если сравнивать дисперсию  $H_1$  с дисперсией поверхностных состояний, рассчитанных без учета зоны тяжелых дырок, показанных черной штрихованной линией, то видно, что гибридизация с тяжелыми дырками заметно уменьшает спиновое расщепление поверхностных состояний. Указанные различия, по видимому, связаны с поверхностной природой состояний подзоны  $H_1$  при большой энергии.

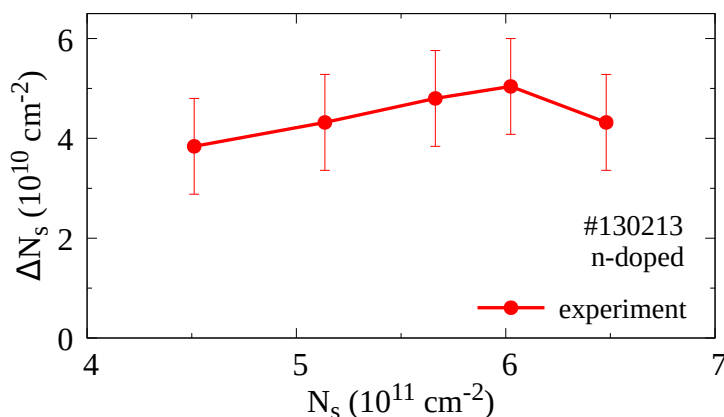


Рис. 5.11. Разность концентраций поверхностных электронов  $\Delta N_s = N_{s2} - N_{s1}$  на верхней и нижней границах ямы в зависимости от полной концентрации  $N_s$  для симметрично  $n$ -легированного образца #130213.

Зависимость  $\Delta N_s(N_s)$ , полученная для симметрично  $n$ -легированного образца #130213, показана на рис. 5.11. Данные результаты расходятся с ожиданиями роста спинового расщепления вместе с абсолютным значением затворного напряжения, что в данном случае соответствует уменьшению концентрации. Причиной расхождения может быть недостаточная точность определения  $\Delta N_s$ , связанная с присутствием лишь одного биения в осцилляциях Шубникова – де Гааза (рис. 5.1 (б)). Как видно из рис. 5.6 данное обстоятельство, по видимому, не критично для определения полной концентрации, однако становится существенным при определении более малых величин  $\Delta N_s$ .

### 5.2.2. Пересечение уровней Ландау

Перейдем теперь к обсуждению экспериментально обнаруженного необычного поведения уровней Ландау (рис. 5.7). Обнаруженное слияние с ростом маг-

нитного поля изначально невырожденных уровней приводит к удвоению периода осцилляций по затворному напряжению и не похоже на пересечения уровней Ландау при биениях осцилляций Шубникова – де Гааза. Оказывается, что в отличие от биений указанное слияние связано с особенностями спектра широкой HgTe квантовой ямы, и не является следствием расщепления зоны проводимости из-за искривления профиля ямы затворным напряжением.

Для анализа экспериментальных результатов используем расчет спектра 20 нм квантовой ямы с помощью 6-зонной модели Кейна, описанный в р. 2.4. На рис. 5.12 (а) показан рассчитанный веер уровней Ландау в симметричной яме. Видно, что расчет дает уровни, выделенные красной, зелёной и оранжевой линиями, с поведением близким к экспериментальному, хотя и менее выраженным: зелёный и оранжевый уровни сначала расходятся и затем идут практически параллельно друг другу, немного сближаясь в больших полях (см. вставку к рис. 5.12 (а)). Укажем также, что аналогичная картина уровней получается для симметричной ямы в 8-зонной модели Кейна для ориентации (013) (см. рис. 6 в [23]). На рис. 5.12 (б) показано сравнение поведения тех же уровней Ландау с уровнями, рассчитанными с учетом искривления профиля ямы затворным напряжением. Видно, что во втором случае соседние уровни раздвигаются с ростом магнитного поля, и интересующий нас эффект в этом случае подавляется.

Первое, что вытекает из результатов расчета – это связь смещения уровней Ландау именно с особенностями спектра исследуемых ям, а не влиянием затвора. В работах [23, 24] говорится об обнаружении уменьшения эффективного  $g$ -фактора с ростом электронной концентрации. Оно приводит к уменьшению зеемановского расщепления и сдвигу уровней Ландау. В качестве причины изменения  $g$ -фактора в [23] приводится обменное взаимодействие между электронами, в [24] качественного обоснования не приводится. Расчет, проделанный в данной работе, показывает еще одну причину сдвига уровней Ландау. Дело в том, что с увеличением энергии происходит уменьшение абсолютного значения проекции полного момента электрона на ось квантования  $|J_z|$  (см. рис. 5.13). Зеемановское

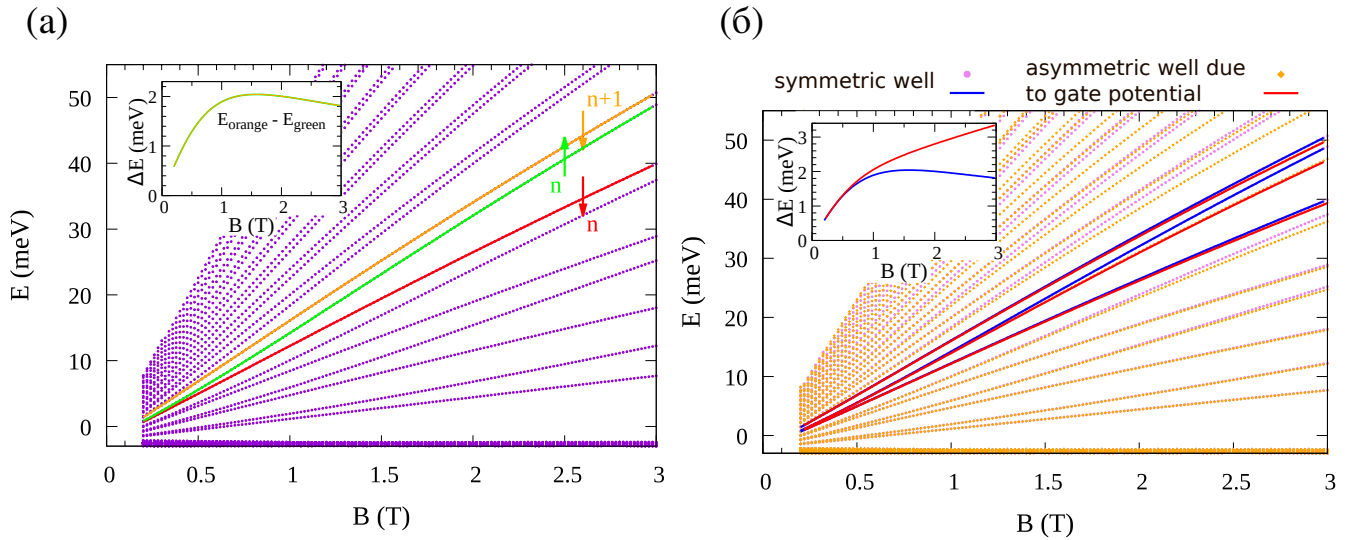


Рис. 5.12. (а) Положения уровней Ландау в зависимости от перпендикулярного магнитного поля, рассчитанные для 20 нм HgTe квантовой ямы с ориентацией (001) с помощью 6-зонной модели Кейна в изотропном приближении. Оранжевая, зеленая и красная линии показывают пример уровней Ландау с необычным поведением, близким к наблюдаемому экспериментально.  $n$  обозначает орбитальный номер уровня Ландау; стрелки символизируют направление спина. На вставке показана разность энергий уровней Ландау  $\Delta E$ , выделенных оранжевым и зеленым цветом. Видно, что с ростом магнитного поля  $\Delta E$  сначала растет, потом плавно падает. (б) Сравнение положений уровней Ландау в зависимости от перпендикулярного магнитного поля для симметричной квантовой ямы (фиолетовые точки и синие линии) и с учетом асимметрии, вызванной затворным напряжением (оранжевые точки и красные линии). Синие линии воспроизводят те же уровни Ландау с необычным поведением, выделенные в (а), тогда как красные линии – те же уровни, но рассчитанные с учетом искривления ямы потенциалом затвора. На вставке показана разность энергий тех же уровней Ландау  $\Delta E$ , что на вставке в (а), где синий соответствует расчету без учета искривления профиля ямы затвором, а красным – с учетом. Видно, что во втором случае расстояние между соседними уровнями Ландау растет с магнитным полем.

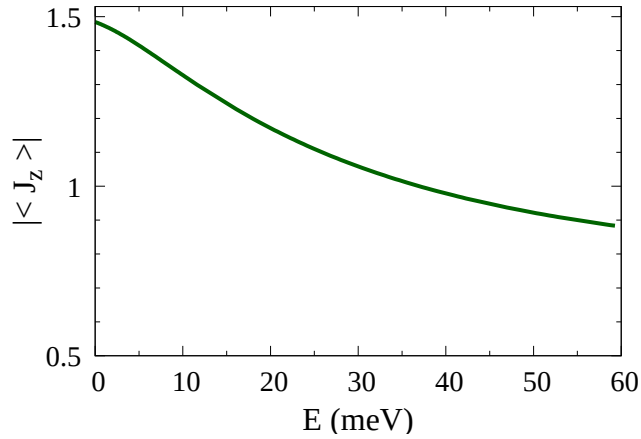


Рис. 5.13. Модуль среднего значения проекции полного момента зоны проводимости  $J_z$  на ось, перпендикулярную плоскости ямы, в зависимости от энергии.

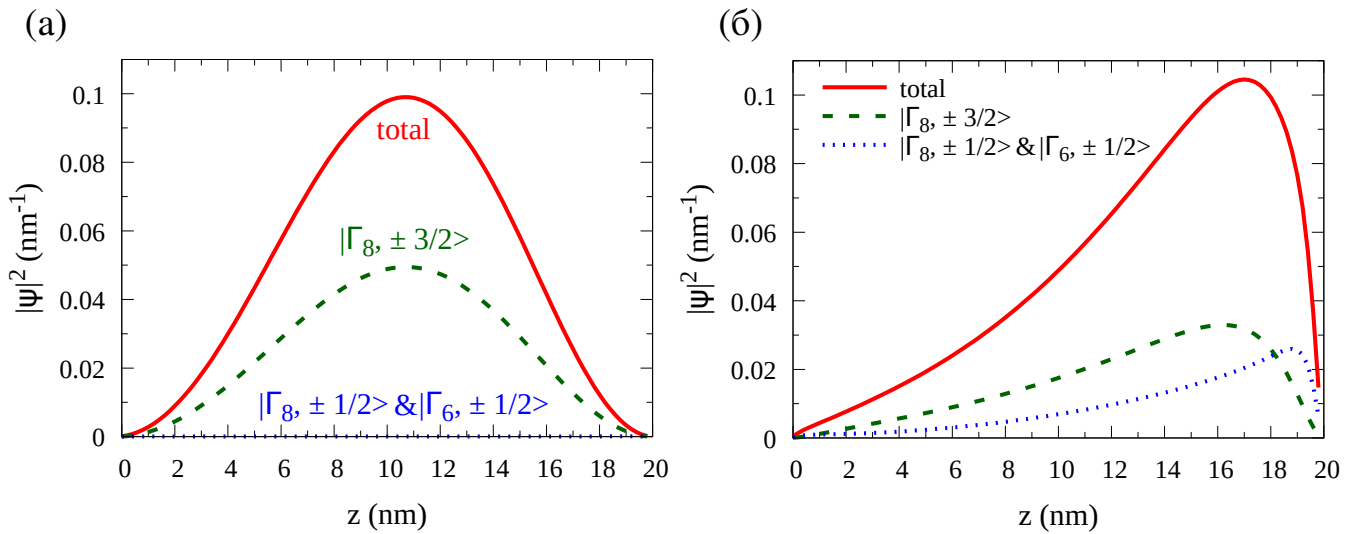


Рис. 5.14. Квадраты амплитуд огибающих волновых функций одной спиновой ветки зоны проводимости: суммарной волновой функции; волновой функции, образованной состояниями  $|\Gamma_{8, \pm 3/2}\rangle$ ; образованной  $|\Gamma_{8, \pm 1/2}\rangle$  и  $|\Gamma_{6, \pm 1/2}\rangle$ . Для выделения волновой функции состояния отдельной спиновой ветки зоны проводимости в расчете вводилось малое электрическое поле в яме 5 мВ/см. Концентрация электронов  $N_s = 3.8 \times 10^9 \text{ см}^{-2}$  в (а) и  $N_s = 7.9 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  в (б). Расчет выполнен с помощью 6-зонной модели Кейна.

расщепление пропорционально  $|J_z|$  и, соответственно, также уменьшается с ростом энергии.

Причиной уменьшения  $|J_z|$  является перемешивание состояний тяжелых дырок  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$  с состояниями легких дырок  $|\Gamma_8, \pm 1/2\rangle$  и электроно - подобными состояниями  $|\Gamma_6, \pm 1/2\rangle$ . На рис. 5.14, показаны вклады от зон  $\Gamma_8$  и  $\Gamma_6$  в волновую функцию электрона одной из спиновых веток основной подзоны проводимости. Видно, что вблизи дна зоны состояние электрона образовано состояниями тяжелых дырок  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$ . С ростом же энергии вклад  $|\Gamma_8, \pm 1/2\rangle$  и  $|\Gamma_6, \pm 1/2\rangle$  в волновую функцию существенно растет. Изменение волновой функции, ожидаемо, приводит к изменению  $|J_z|$ . Он меняется от 1.5 в минимуме зоны проводимости до 0.9 при подходе ко второй подзоне размерного квантования с минимумом в  $E = 63$  мэВ (см. рис. 5.13).

### 5.3. Выводы к пятой главе

Проведено детальное исследование осцилляций Шубникова – де Гааза электронов основной подзоны размерного квантования  $H_1$  широкой, 20 – 22 нм, HgTe квантовой ямы. Обнаружено два различных явления: появление биений в осцилляциях с приложением затворного напряжения в нелегированном и симметрично  $n$  - легированном образцах; а также необычное слияние соседних уровней Ландау с увеличением магнитного поля, тогда как в меньшем ненулевом магнитном поле указанные уровни являются невырожденными.

Первый эффект был успешно описан расщеплением зоны проводимости за счет искривления профиля ямы затворным напряжением. При этом экспериментальную зависимость разности концентраций электронов как функцию полной концентрации качественно удалось описать в рамках упрощенной электростатической модели с поверхностными состояниями. Указанная модель основана на результатах расчета предыдущей главы, что максимумы волновых функций электронов с ростом кинетической энергии смещаются к границам ямы. В упрощен-

ной модели пренебрегается распределением волновой функции электрона вдоль координаты поперек ямы и предполагается, что электроны локализованы в двух плоскостях, симметрично расположенных в яме на небольшом расстоянии от ее границ. Сравнение указанной упрощенной модели с самосогласованным расчетом уравнений Пуассона и Шрёдингера с 8 - зонным гамильтонианом Кейна (выполнен С.С. Криштопенко), где учитывается зависимость волновой функции от координаты вдоль оси квантования, показывает, что поверхностная природа состояний зоны  $H_1$  увеличивает ее расщепление в яме с асимметричным профилем.

Второй эффект необычного вырождения уровней Ландау качественно воспроизводится в рамках 6 - зонного (зоны  $\Gamma_8$  и  $\Gamma_6$ ) расчета Кейна в симметричной яме. При этом асимметрия, связанная с искривлением профиля ямы затворным напряжением, раздвигает в расчете уровни Ландау, заметно уменьшая тем самым обнаруженный эффект. Анализ результатов сделанного расчета говорит, что полученный численно сдвиг уровней Ландау связан с уменьшением зеемановского расщепления с ростом кинетической энергии. Уменьшение расщепления Зеемана происходит за счет уменьшения абсолютного значения проекции полного момента электрона  $|J_z|$  на ось квантования от 1.5 в минимуме зоны проводимости до 0.9 при подходе ко второй подзоне размерного квантования (чей минимум расположен при  $E = 63$  мэВ). Изменение  $|J_z|$  обусловлено перемешиванием состояний тяжелых дырок  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$  с состояниями легких дырок  $|\Gamma_8, \pm 1/2\rangle$  и электроно - подобными состояниями  $|\Gamma_6, \pm 1/2\rangle$  с ростом кинетической энергии.



## Заключение

### Основные результаты и выводы диссертации

Установлено, что рассеяние дираковских электронов в HgTe квантовых ямах с ориентацией (013) и толщиной, близкой к критической, соответствующей переходу от прямого спектра к инвертированному, при низкой температуре определяется рассеянием на заряженных примесях и флуктуациях щели в спектре, вызванных неоднородностями толщины квантовой ямы. Впервые экспериментально обнаружено немонотонное поведение подвижности при рассеянии на неоднородностях толщины ямы. Оно связано с переходом с ростом электронной концентрации от ситуации малой длины волны де Бройля электрона  $\lambda$  в сравнении с характерной длиной неровностей границ ямы  $L$  к обратной, когда  $L > \lambda$ .

Показано, что рассеяние электронов зоны проводимости в широких, 18 – 22 нм, HgTe квантовых ямах при низкой температуре, и когда уровень Ферми расположен выше потолка валентной зоны, определяется рассеянием на заряженных примесях и шероховатостях границ ямы. Установлено, что существенное усиление рассеяния на шероховатостях с ростом электронной концентрации вызвано смещением максимумов волновых функций электронов с разным спином к противоположным границам ямы с ростом энергии. Указанное необычное поведение состояний зоны проводимости связано с инвертированным спектром широкой HgTe квантовой ямы.

Обнаружено появление биений в осцилляциях Шубникова – де Гааза электронов основной подзоны размерного квантования в широких, 20 – 22 нм, HgTe квантовых ямах при приложении затворного напряжения. Установлено, что биения появляются из-за расщепления зоны вследствие искривления профиля ямы потенциалом затвора. Показано, что пространственное разделение электронов и их локализация вблизи границ ямы с ростом кинетической энергии приводит к усилению расщепления основной подзоны проводимости в яме с асимметричным профилем.

Обнаружено необычное поведение уровней Ландау основной подзоны проводимости широкой, 20–22 нм, HgTe квантовой ямы: соседние разрешенные в малом ненулевом магнитном поле уровни сливаются друг с другом с ростом магнитного поля. Сближение уровней приводит к не наблюдававшемуся ранее удвоению периода осцилляций магнетосопротивления по затворному напряжению при фиксированном магнитном поле. Показано, что одной из причин указанного поведения является перемешивание состояний зоны тяжелых дырок  $|\Gamma_8, \pm 3/2\rangle$  с состояниями легких дырок  $|\Gamma_8, \pm 1/2\rangle$  и электроно-подобными состояниями  $|\Gamma_6, \pm 1/2\rangle$  с ростом кинетической энергии. Указанное перемешивание приводит к изменению абсолютного значения проекции полного момента  $|J_z|$  электрона на ось квантования от 1.5 в минимуме зоны проводимости до 0.9 при подходе ко второй подзоне размерного квантования (ее минимум расположен при  $E = 63$  мэВ). Уменьшение  $|J_z|$  приводит к уменьшению зеемановского расщепления с ростом энергии и, соответственно, сдвигу уровней Ландау.

## Благодарности

Я выражаю искреннюю признательность всем людям, способствовавшим успеху данной работы. В первую очередь, я благодарна своему научному руководителю Квону Зе Дону за интересную тему для исследований, обучение навыкам проведения низкотемпературных транспортных измерений, всестороннюю помощь и поддержку. Я искренне благодарна своим соавторам Л.С. Брагинскому, М.В. Энтину и С.С. Криштопенко за теоретическое содействие при описании экспериментальных результатов. Благодарю группу Н. Bouchiat лаборатории твердого тела Южного парижского университета за ценный опыт работы вне стен родной лаборатории и особенно А.Д. Шепелянского за помощь в проведении экспериментов, выполнении теоретических расчетов и описании экспериментальных данных. Выражаю благодарность сотрудникам лаборатории № 15 ИФП СО РАН, в особенности, Н.Н. Михайлову и С.А. Дворецкому за выращивание качественных HgTe квантовых ям. Благодарю Ф.Н. Дульцева, М.М. Качанову и А.С. Медведева за создание холловских структур с затвором. Выражаю признательность коллегам по лаборатории № 26 ИФП СО РАН Д.А. Козлову за полезные комментарии по диссертации и многочисленные обсуждения, М.Л. Савченко за полезные обсуждения, Д.Г. Подкорытову за техническую поддержку при проведении экспериментов и А.С. Ярошевичу за полезные советы.

Я искренне благодарна всем преподавателям физического факультета НГУ и, в особенности, кафедры физики полупроводников за ценные знания и навыки, полученные при обучении. Особенно признательна В.Л. Альперовичу за ценные советы и помощь в течении всего образовательного процесса обучения на кафедре, а также А.В. Ненашеву за аккуратное прочтение диссертации и полезные советы по ее содержанию. Я также благодарна всем сотрудникам аспирантуры ИФП СО РАН за полученные знания и организационную помощь при обучении в аспирантуре.

## Публикации по теме диссертации

Статьи в рецензируемых журналах, входящих в перечень ВАК и индексируемые международными системами цитирования:

[A1] Spin splitting of surface states in HgTe quantum wells / **A.A. Dobretsova**, Z.D. Kvon, S.S. Krishtopenko, N.N. Mikhailov // *Low Temp. Phys.* - 2019. - Т.45, вып. 2. - С.185-191.

[A2] Spin mixing between subbands and extraordinary Landau levels shift in wide HgTe quantum wells / **A.A. Dobretsova**, A.D. Chepelianskii, N.N. Mikhailov, Z.D. Kvon // *Physical Review B.* - 2018. - Т.98, вып. 15. - С.155310.

[A3] Подвижность и квантовое время бесщелевых дираковских электронов в HgTe квантовых ямах / **А.А. Добрецова**, З.Д. Квон, Л.С. Брагинский, М.В. Энтин, Н.Н. Михайлов // *ФТП.* - 2018. - Т.52, вып. 11. - С.1496-1473.

[A4] Подвижность дираковских электронов в HgTe квантовых ямах / **А.А. Добрецова**, З.Д. Квон, Л.С. Брагинский, М.В. Энтин, Н.Н. Михайлов // *Письма в ЖЭТФ.* - 2016. - Т.104, вып. 6. - С.402-405.

[A5] Поверхностные состояния в HgTe квантовой яме и рассеяние на шероховатостях / **А.А. Добрецова**, Л.С. Брагинский, М.В. Энтин, З.Д. Квон, Н.Н. Михайлов, С.А. Дворецкий // *Письма в ЖЭТФ.* - 2015. - Т.101, вып. 5. - С.360-364.

Тезисы докладов:

[A6] Shubnikov - de Haas oscillations in a wide ( $\sim 20$  nm) HgTe quantum well with surface states / **A.A. Dobretsova**, Z.D. Kvon, S.S. Krishtopenko, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretzky // *Semiconductor physics ICPS-2018 (Monpellier (France), July 29 - August 3, 2018)* : abs. bk. of 34th International conference. - P.134.

[A7] Landau levels in HgTe quantum well - system with strong spin-orbit / **A.A. Dobretsova**, A.D. Chepelianskii, Z.D. Kvon, S. Gueron, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretzky // *Semiconductor physics ICPS-2018 (Monpellier (France), July 29 - August 3, 2018)* : abs. bk. of 34th International conference. - P.53.

[A8] Проводимость и подвижность двумерных безмассовых дираковских фермионов в HgTe квантовой яме / **А.А. Добрецова**, З.Д. Квон, Л.С. Брагинский, М.В. Энтин, Н.Н. Михайлов // Нанofизика и наноэлектроника (Нижний Новгород, 12-15 марта 2018 г.) : сбор. тез. 22-ого международного симпозиума. - Нижний Новгород: Тип. ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2018. - С.591.

[A9] Необычное поведение уровней Ландау в 20 нм HgTe квантовой яме / **А.А. Добрецова**, А.Д. Шепелянский, З.Д. Квон, С. Герон, Н.Н. Михайлов // Нанofизика и наноэлектроника (Нижний Новгород, 12-15 марта 2018 г.) : сбор. тез. 22-ого международного симпозиума. - Нижний Новгород: Тип. ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2018. - С.593.

[A10] **Добрецова, А.А.** Электронный газ зоны проводимости широкой (~ 20 нм) HgTe квантовой ямы в магнитном поле // Двумерные полупроводниковые системы (Санкт-Петербург, 1-5 марта 2018 г.) : сбор. тез. Международной школы по физике полупроводников.

[A11] **Dobretsova, A.A.** Berry phase and extraordinary Landau levels shift [Электронный ресурс] // Quantum condensed-matter physics (Chernogolovka, December 13-17, 2017) : abs. bk. of winter school. - Режим доступа: <https://cmp.hse.ru/data/2017/12/06/1161309001/PosterList.pdf>

[A12] **Добрецова, А.А.** Состояние топологического изолятора и биения в осцилляциях Шубникова – де Гааза в широкой яме HgTe / **А.А. Добрецова**, З.Д. Квон, Н.Н. Михайлов // Физика полупроводников (Екатеринбург, 2-6 октября 2017 г.) : сбор. тез. 13-ой российской конф. - Екатеринбург: Тип. «Печатное поле», 2017. - С.431.

[A13] Conductivity and electron mobility of 2D massless Dirac fermions in HgTe quantum well / **A.A. Dobretsova**, Z.D. Kvon, L.S. Braginsky, M.V. Entin, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretzky // International Conference on the Physics of Semiconductors ICPS2016 (Beijing (China), July 31 - August 5, 2016) : abstr. bk. of 33rd International Conference. - P.Th-P.165 (P.288).

[A14] Проводимость безмассовых двумерных дираковских фермионов в HgTe

квантовой яме / **А.А. Добрецова**, З.Д. Квон, Л.С. Брагинский, М.В. Энтин, Н.Н. Михайлов, С.А. Дворецкий // Уральская международная зимняя школа по физике полупроводников (Екатеринбург, 15-20 февраля 2016г.) : сбор. тез. XXI международной зимней школы. - Екатеринбург: Тип. «Межрегиональный издательский центр», 2016.- С.114.

[A15] Surface States in HgTe Quantum Well and Interface-Roughness Scattering / **A.A. Dobretsova**, Z.D. Kvon, L.S. Braginsky, M.V. Entin, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretzky // Electronic Properties of Two-Dimensional Systems EP2DS-21 (Sendai (Japan), July 26-31, 2015) : abstr. bk. of 21-st International Conference. - P.414.

[A16] Поверхностные состояния в HgTe квантовой яме и рассеяние на шероховатостях / **А.А. Добрецова**, Л.С. Брагинский, М.В. Энтин, З.Д. Квон, Н.Н. Михайлов, С.А. Дворецкий // Российская конференция по физике полупроводников (Звенигород, 21-25 сентября 2015 г.) : сбор. тез. 12-ой российской конференции. - Москва: РИИС ФИАН, 2015. - С.244.

## Список литературы

1. The quantum spin Hall effect: Theory and experiment / Markus König, Hartmut Buhmann, Laurens W. Molenkamp et al. // *J. of the Phys. Soc. of Japan.* — 2008. — Vol. 77. — P. 031007.
2. Raichev, O. E. Effective Hamiltonian, energy spectrum, and phase transition induced by in-plane magnetic field in symmetric HgTe quantum wells / O. E. Raichev // *Phys. Rev. B.* — 2012. — Vol. 85. — P. 045310.
3. Bernevig, B. Quantum spin Hall effect and topological phase transition in HgTe quantum wells / B. Bernevig, T. Hughes, S. Zhang // *Science.* — 2006. — Vol. 314. — Pp. 1757–1761.
4. Quantum spin hall insulator state in HgTe quantum wells / Markus König, Stefan Wiedmann, Christoph Brüne et al. // *Science.* — 2007. — Vol. 318. — Pp. 766–770.
5. Nonlocal transport in the quantum spin Hall state / A. Roth, C. Brüne, H. Buhmann et al. // *Science.* — 2009. — Vol. 325. — Pp. 294–297.
6. Single valley Dirac fermions in zero-gap HgTe quantum wells / B Büttner, C X Liu, G Tkachov et al. // *Nature Phys.* — 2011. — Vol. 7. — Pp. 418–422.
7. Циклотронный резонанс дираковских фермионов в квантовых ямах на основе HgTe / З. Д. Квон, С. Н. Данилов, Д. А. Козлов и др. // *Письма в ЖЭТФ.* — 2011. — Т. 94. — С. 895–899.
8. Transport in disordered two-dimensional topological insulators / G. M. Gusev, Z. D. Kvon, O. A. Shegai et al. // *Phys. Rev. B.* — 2011. — Vol. 84. — P. 121302(R).
9. Двумерная электронно-дырочная система в квантовой яме на основе HgTe / З. Д. Квон, Е. Б. Ольшанецкий, Д. А. Козлов et al. // *Письма в ЖЭТФ.* — 2008. — Vol. 87. — Pp. 588–591.
10. Two-dimensional semimetal in HgTe-based quantum wells / Z. D. Kvon, E. B. Olshanetsky, D. A. Kozlov et al. // *Low. Temp. Phys.* — 2011. — Vol. 37. — Pp. 202–209.

11. Backscattering of Dirac fermions in HgTe quantum wells with a finite gap / G. Tkachov, C. Thienel, V. Pinneker et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 106. — P. 076802.
12. Growth of  $\text{Hg}_{1-x}\text{Cd}_x\text{Te}$  nanostructures by molecular beam epitaxy with ellipsometric control / N.N. Mikhailov, R.N. Smirnov, S.A. Dvoretzky et al. // *Int. J. of Nanotech.* — 2006. — Vol. 3. — Pp. 120–130.
13. Scattering processes in a two-dimensional semimetal / E. B. Olshanetsky, Z. D. Kvon, M. V. Entin et al. // *JETP Lett.* — 2009. — Vol. 89. — Pp. 290–293.
14. Rashba splitting in n-type modulation-doped HgTe quantum wells with an inverted band structure / X. C. Zhang, A. Pfeuffer-Jeschke, K. Ortner et al. // *Phys. Rev. B.* — 2001. — Vol. 63. — P. 245305.
15. Giant spin-orbit splitting in a HgTe quantum well / Y. S. Gui, C. R. Becker, N. Dai et al. // *Phys. Rev. B.* — 2004. — Vol. 70. — P. 115328.
16. *Dyakonov, M. I.* Surface states in a gapless semiconductor / M. I. Dyakonov, A. V. Khaetskii // *JETP Lett.* — 1981. — Vol. 33. — Pp. 110–113.
17. *Dyakonov, M. I.* Size quantization of the holes in a semiconductor with a complicated valence band and of the carriers in a gapless semiconductor / M. I. Dyakonov, A. V. Khaetskii // *JETP.* — 1982. — Vol. 55. — Pp. 917–920.
18. *Volkov, B. A.* Two-dimensional massless electrons in an inverted contact / B. A. Volkov, O. A. Pankratov // *JETP Lett.* — 1985. — Vol. 42. — Pp. 178–181.
19. Quantum Hall effect from the topological surface states of strained bulk HgTe / C. Brüne, C. X. Liu, E. G. Novik et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 106. — P. 126803.
20. Cyclotron-resonance-assisted photocurrents in surface states of a three-dimensional topological insulator based on a strained high-mobility HgTe film / K. M. Dantscher, D. A. Kozlov, P. Olbrich et al. // *Phys. Rev. B.* — 2015. — Vol. 92. — P. 165314.
21. Spin splittings in the n- quantum well with inverted band structure / M. V. Yakunin, S. M. Podgornykh, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzky // *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures.* — 2010. — Vol. 42. — Pp. 948–951.



22. Effects of spin polarization in the HgTe quantum well / M. V. Yakunin, A. V. Suslov, S. M. Podgornykh et al. // *Phys. Rev. B.* — 2012. — Vol. 85. — P. 245321.
23. Exchange enhancement of the electron g-factor in a two-dimensional semimetal in HgTe quantum wells / L. S. Bovkun, S. S. Krishtopenko, M. S. Zholudev et al. // *Semiconductors.* — 2015. — Vol. 49. — Pp. 1627–1633.
24. Zeeman splitting of the conduction band of HgTe quantum wells with a semimetallic spectrum / G M Min'kov, O E Rut, A A Sherstobitov et al. // *JETP Lett.* — 2016. — Vol. 104. — Pp. 241–247.
25. Берченко, Н. Н. Теллурид ртути - полупроводник с нулевой запрещенной зоной / Н. Н. Берченко, М. В. Пашковский // *Успехи физических наук.* — 1976. — Т. 119. — С. 223–255.
26. Persistence of a two-dimensional topological insulator state in wide HgTe quantum wells / E. B. Olshanetsky, Z. D. Kvon, G. M. Gusev et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Vol. 114. — P. 126802.
27. Topological surface states of strained Mercury-Telluride probed by ARPES [Электронный ресурс] / O. Crauste, Yo. Ohtsubo, Ph. Ballet et al. // arXiv.org. - Режим доступа: <http://arxiv.org/abs/1307.2008>.
28. Transport properties of a 3D topological insulator based on a strained high-mobility HgTe film / D. A. Kozlov, Z. D. Kvon, E. B. Olshanetsky et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 112. — P. 196801.
29. Absence of magneto-intersubband scattering in n-type HgTe quantum wells / X. C. Zhang, A. Pfeuffer-Jeschke, K. Ortner et al. // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 65. — P. 045324.
30. Valence band structure of HgTe/HgCdTe single quantum wells / K. Ortner, X. C. Zhang, A. Pfeuffer-Jeschke et al. // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 66. — P. 075322.
31. Band structure of semimagnetic Hg<sub>1-y</sub>MnyTe quantum wells / E. G. Novik, A. Pfeuffer-Jeschke, T. Jungwirth et al. // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Vol. 72. — P. 035321.

32. Cyclotron resonance and interband optical transitions in HgTe/CdTe(0 1 3) quantum well heterostructures / A. V. Ikonnikov, M. S. Zholudev, K. E. Spirin et al. // *Semiconductor Science and Technology*. — 2011. — Vol. 26. — P. 125011.
33. Magnetospectroscopy of two-dimensional HgTe-based topological insulators around the critical thickness / M. Zholudev, F. Teppe, M. Orlita et al. // *Phys. Rev. B*. — 2012. — Vol. 86. — P. 205420.
34. Pressure- and temperature-driven phase transitions in HgTe quantum wells / S. S. Krishtopenko, I. Yahniuk, D. B. But et al. // *Phys. Rev. B*. — 2016. — Vol. 94. — P. 245402.
35. Crossing of conduction- and valence-subband Landau levels in an inverted HgTe/CdTe quantum well / M. Schultz, U. Merkt, A. Sonntag et al. // *Phys. Rev. B*. — 1998. — Vol. 57. — Pp. 14772–14775.
36. Ando, T. Self-consistent results for a GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterojunction. II. Low temperature mobility / T. Ando // *J. of the Physical Society of Japan*. — 1982. — Vol. 51. — Pp. 3900–3907.
37. Андо, Т. Электронные свойства двумерных систем / Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн. — М.: Мир, 1985. — 416 с.
38. Gold, A. Electronic transport properties of a two-dimensional electron gas in a Si QW structure at low temperature / A. Gold // *Phys. Rev. B*. — 1987. — Vol. 35. — Pp. 723–733.
39. Gold, A. Interface-roughness parameters in InAs quantum wells determined from mobility / A. Gold // *J. of Applied Physics*. — 2008. — Vol. 103. — P. 043718.
40. Störmer, H. L. Observation of intersubband scattering in a 2-dimensional electron system / H. L. Störmer, A. C. Gossard, W. Wiegmann // *Sol. State Comm.* — 1982. — Vol. 41. — Pp. 707–709.
41. Quantum and classical determination of the dominant scattering mechanism in the two-dimensional electron gas of an AlGaAs/GaAs heterojunction / J. P. Harrang, R. J. Higgins, R. K. Goodall et al. // *Phys. Rev. B*. — 1985. — Vol. 32. — Pp. 8126–8135.

42. *Saku, T.* Limit of electron mobility in AlGaAs/GaAs modulation-doped heterostructures / T. Saku, Yo. Horikoshi, Ya. Tokura // *Japan J. of Applied Physics*. — 1996. — Vol. 35. — Pp. 34–38.
43. Interface roughness scattering in GaAs/AlAs quantum wells / H. Sakaki, T. Noda, K. Hirakawa et al. // *Applied Physics Letters*. — 1987. — Vol. 51. — Pp. 1934–1936.
44. Nonuniform segregation of Ga at AlAs/GaAs heterointerfaces / W. Braun, A. Trampert, L. Däweritz, K. H. Ploog // *Phys. Rev. B*. — 1997. — Vol. 55. — Pp. 1689–1695.
45. Two-dimensional semimetal in HgTe-based quantum wells with surface orientation (100) / E. B. Olshanetsky, Z. D. Kvon, N. N. Mikhailov et al. // *Solid State Communications*. — 2012. — Vol. 152. — Pp. 265–267.
46. *Entin, Mv.* The effect of electron-hole scattering on the transport properties of a 2D semimetal in a HgTe quantum well / Mv Entin, Li Magarill, Eb Olshanetsky // *JETP*. — 2013. — Vol. 117. — Pp. 933–943.
47. Two-dimensional semimetal in a wide HgTe quantum well: Magnetotransport and energy spectrum / G. M. Minkov, A. V. Germanenko, O. E. Rut et al. // *Phys. Rev. B*. — 2013. — Vol. 88. — P. 155306.
48. *Бонч-Бруевич, В. Л.* Физика полупроводников / В. Л. Бонч-Бруевич, С. Г. Калашников. — М.: Наука, 1990. — 679 с.
49. *Davies, J.H.* The physics of low-dimensional semiconductors / J.H. Davies. — Cambridge University Press, 1998. — 438 p.
50. *Stern, F.* Properties of semiconductor surface inversion layers in the electric quantum limit / F. Stern, W.E. Howard // *Physical Review*. — 1967. — Vol. 163. — Pp. 816–835.
51. *Mori, S.* Electronic properties of a semiconductor superlattice II. Low temperature mobility perpendicular to the superlattice / S. Mori, T. Ando // *J. of the Physical Society of Japan*. — 1980. — Vol. 48. — Pp. 865–873.
52. *Lee, J.* Quantum transport in a single layered structure for impurity scattering / J. Lee, H. N. Spector, V. K. Arora // *J. Applied Physics Letters*. — 1983. — Vol. 42.

- Pp. 363–365.
53. *Lee, J.* Impurity scattering limited mobility in a quantum well heterojunction / J. Lee, H. N. Spector, V. K. Arora // *J. of Applied Physics*. — 1983. — Vol. 54. — Pp. 6995–7004.
54. Electron mobilities in modulation-doped semiconductor heterojunction superlattices / R. Dingle, H. L. Störmer, A. C. Gossard, W. Wiegmann // *Appl. Phys. Lett.* — 1978. — Vol. 33. — Pp. 665–667.
55. *Займан, Дж.* Электроны и фононы / Дж. Займан. — М.: Изд. иностранной литературы, 1962. — 488 с.
56. *Chaplik, A. V.* Energy spectrum and electron mobility in a thin film with non-ideal boundary / A. V. Chaplik, M. V. Entin // *Sov. Phys. JETP*. — 1969. — Vol. 28. — Pp. 514–517.
57. *Займан, Дж.* Модели беспорядка: Теоретическая физика однородно неупорядоченных систем / Дж. Займан. — М.: Мир, 1982. — 591 с.
58. *Shubnikov, L.* A new phenomenon in the change of resistance in a magnetic field of single crystals of bismuth / L. Shubnikov, W. J. de Haas // *Nature*. — 1930. — Vol. 126. — Pp. 500–500.
59. Magneto-oscillatory conductance in silicon surfaces / A. B. Fowler, F. F. Fang, W. E. Howard, P. J. Stiles // *Physical Review Letters*. — 1966. — Vol. 16. — Pp. 901–903.
60. *Ахиезер, А. И.* / А. И. Ахиезер // *Доклад Академии наук СССР*. — 1939. — Т. 25. — С. 872.
61. *Давыдов, Б. И.* О влиянии магнитного поля на электропроводность монокристаллов висмута при низких температурах / Б. И. Давыдов, И. Я. Померанчук // *ЖЭТФ*. — 1939. — Т. 9. — С. 1294.
62. *Zil'berman, G. E.* Thermal and galvanometric effects in strong fields at low temperatures / G. E. Zil'berman // *J. Exper. Theoret. Phys. USSR*. — 1955. — Vol. 29. — Pp. 762–769. — (JETP. - 1956. - Vol. 2., no. 4. - P. 650-656.).
63. *Лифшиц, Е. М.* Quantum theory of electrical conduction in a magnetic field /

- Е. М. Лифшиц // *ЖЭТФ*. — 1956. — Т. 30. — С. 814.
64. *Lifshits, E. M.* Theory of the Shubnikov - de Haas effect / E. M. Lifshits, A. M. Kosevich // *J. Phys. Chem. Solids*. — 1958. — Vol. 4. — Pp. 1–10.
65. *Thomas, I.* Semiconductor nanostructures: quantum states and electronic transport / I. Thomas. — Oxford Univ. Press, 2010. — 552 p.
66. *Landau, L.* Diamagnetismus der metalle / L. Landau // *Zeitschrift fur Physik*. — 1930. — Т. 64. — С. 629. — [перевод]: Ландау Л.Д. Диамагнетизм металлов // *Собрание трудов*. Т.1. - М.: Наука, 1969. - С.48.
67. *Ландау, Л. Д.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — 4 изд. — М.: Наука, 1989. — 767 с.
68. *Coleridge, P. T.* Low-field transport coefficients in GaAs/Ga<sub>x</sub>Al<sub>1-x</sub>As heterostructures / P. T. Coleridge, R. Stoner, R. Fletcher // *Phys. Rev. B*. — 1989. — Vol. 39. — Pp. 1120–1124.
69. Exchange enhancement of the spin splitting in a GaAs-Ga<sub>x</sub>Al<sub>1-x</sub>As heterojunction / R. J. Nicholas, R. J. Haug, K. v. Klitzing, G. Weimann // *Phys. Rev. B*. — 1988. — Vol. 37. — Pp. 1294–1302.
70. Critical collapse of the exchange-enhanced spin splitting in two-dimensional systems / D. R. Leadley, R. J. Nicholas, J. J. Harris, C. T. Foxon // *Phys. Rev. B*. — 1998. — Vol. 58. — Pp. 13036–13046.
71. InAs-AlSb quantum wells in tilted magnetic fields / S. Brosig, K. Ensslin, A. G. Jansen et al. // *Phys. Rev. B*. — 2000. — Vol. 61. — Pp. 13045–13049.
72. Effective g factor of n-type HgTe/HgCdTe single QWs / X. C. Zhang, K. Ortner, A. Pfeuffer-Jeschke et al. // *Phys. Rev. B*. — 2004. — Vol. 69. — P. 115340.
73. *Рашба, Э. И.* Properties of semiconductors with an extremum loop. I. Cyclotron and combinational resonance in a magnetic field perpendicular to the plane of the loop / Э. И. Рашба // *Физика твердого тела*. — 1960. — С. 1224–1238.
74. *Bychkov, Yu. A.* Oscillatory effects and the magnetic susceptibility of carriers in inversion layers / Yu. A. Bychkov, E. I. Rashba // *J. of Physics C: Solid State Physics*. — 1984. — Vol. 17. — Pp. 6039–6045.

75. *Winkler, R.* Rashba spin splitting in 2D electron and hole systems / R. Winkler // *Phys. Rev. B.* — 2000. — Vol. 62. — Pp. 4245–4248.
76. *Inarrea, J.* Radiation-induced resistance oscillations in 2D electron systems with strong Rashba coupling / J. Inarrea // *Scientific Reports.* — 2017. — Vol. 7. — P. 13573.
77. *Kliros, G. S.* Rashba spin-orbit effect on the magnetocapacitance of a 2DEG in a diluted magnetic semiconductor / G. S. Kliros // *Physica E.* — 2009. — Vol. 41. — Pp. 1789–1794.
78. *Klitzing, K. v.* Shubnikov - de Haas oscillations in p-type inversion layers on n-type silicon / K. v. Klitzing, G. Landwehr, G. Dorda // *Solid State Communication.* — 1974. — Vol. 14. — Pp. 387–393.
79. *Дорожкин, С. И.* Особенности осцилляций Шубникова - де Гааза в двумерных системах с сильным спин-орбитальным взаимодействием. Дырки на поверхности Si (110) / С. И. Дорожкин, Е. Б. Ольшанецкий // *Письма в ЖЭТФ.* — 1987. — Т. 46. — С. 399–402.
80. Energy structure and quantized Hall effect of two-dimensional holes / H. L. Störmer, Z. Schlesinger, A. Chang et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 1983. — Vol. 51. — Pp. 126–129.
81. Effect on inversion symmetry on the band structure of semiconductor heterostructures / J. P. Eisenstein, H. L. Störmer, V. Narayanamurti et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 1984. — Vol. 53. — Pp. 2579–2582.
82. Observation of the zero-field spin splitting of the ground electron subband in GaSb-InAs-GaSb quantum wells / J. Luo, H. Munekata, Fang F. F., P. J. Stiles // *Phys. Rev. B.* — 1988. — Vol. 38. — Pp. 10142–10145.
83. Evidence for spin splitting in  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$  heterostructures as  $B \rightarrow 0$  / B. Das, D. C. Miller, S. Datta et al. // *Phys. Rev. B.* — 1989. — Vol. 39. — Pp. 1411–1414.
84. Two-band electron transport in a double quantum well / R. Fletcher, M. Tsaousidou, T. Smith et al. // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Vol. 71. — P. 155310.

85. Intersubband scattering in n-GaAs/AlGaAs wide quantum wells / I. L. Drichko, I. Yu. Smirnov, M. O. Nestoklon et al. // *Phys. Rev. B.* — 2018. — Vol. 97. — P. 075427.
86. Spin Splitting in HgTe/CdHgTe (013) Quantum Well Heterostructures / K. E. Spirin, A. V. Ikonnikov, A. A. Lastovkin et al. // *JETP Letters.* — 2010. — Vol. 92. — Pp. 63–66.
87. Лоунасмаа, О. В. Принципы и методы получения температур ниже 1К / О. В. Лоунасмаа. — М.: Мир, 1977. — 359 с.
88. Giant photocurrents in a Dirac fermion system at cyclotron resonance / P. Olbrich, C. Zoth, P. Vierling et al. // *Phys. Rev. B.* — 2013. — Vol. 87. — Pp. 37–39.
89. Split Dirac cones in HgTe/CdTe quantum wells due to symmetry-enforced level anticrossing at interfaces / S. A. Tarasenko, M. V. Durnev, M. O. Nestoklon et al. // *Phys. Rev. B.* — 2015. — Vol. 91. — P. 081302(R).
90. Е.Л. Новик, частное сообщение.
91. Baars, J. Reststrahlen spectra of HgTe and  $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$  / J. Baars, F. Sorger // *Solid State Communication.* — 1972. — Vol. 10. — Pp. 875–878.
92. Cyclotron resonance photoconductivity of a two-dimensional electron gas in HgTe quantum wells // *Physica E: Low-Dimens. Syst. and Nanostr.* — 2008. — Vol. 40. — Pp. 1885–1887.
93. Luttinger, J.M. Quantum theory of cyclotron resonance in semiconductors: general theory / J.M. Luttinger // *Physical Review.* — 1956. — Vol. 102. — Pp. 1030–1041.
94. Probing Quantum Capacitance in a 3D Topological Insulator / D. A. Kozlov, D. Bauer, J. Ziegler et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2016. — Vol. 116. — P. 166802.