

Российская Академия Наук
Учреждение Российской академии наук
Институт физики твердого тела РАН

Лаборатория квантовых кристаллов

Ефимов Виктор Борисович

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ ВТОРОГО ЗВУКА И
АКУСТИЧЕСКАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ В
СВЕРХТЕКУЧЕМ ГЕЛИИ**

Специальность 01.04.07 - физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Черноголовка 2011

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Page
Общая характеристика работы	5
ГЛАВА 1. Нелинейные волны и турбулентность	18
1.1. Виды турбулентности	20
1.2. Энергетические каскады	30
1.3. Акустическая турбулентность волн второго звука в сверхтекучем гелии	33
1.3.1. Гидродинамика сверхтекучего гелия	35
1.3.2. Первый и второй звук в сверхтекучем гелии	37
ГЛАВА 2. Экспериментальная методика	42
2.1. Регистрация тепловых волн	42
2.2. Волноводы и резонаторы волн второго звука	46
2.3. Экспериментальная техника	49
ГЛАВА 3. Одномерные нелинейные волны первого и второго звуков	52
3.1. Ударные волны второго звука	56
3.2. Ударные волны первого звука	62
3.3. Ударные волны в сверхтекучем гелии под давлением	67
3.3.1. Коэффициент нелинейности волн второго звука в гелии под давлением	67
3.3.2. Генерация волн второго и первого звуков нагревателем	69
3.3.3. Рождение вихрей в тепловом импульсе.	77
ГЛАВА 4. Ударные волны в трехмерной геометрии	82
4.1. Формирование волны охлаждения	83
4.1.1. Длинные импульсы	88

4.2. Рождение вихрей в следе ударной волны.	90
4.3. Смешанная $3 - D \Rightarrow 1 - D$ геометрия	95
ГЛАВА 5. Прямой волновой каскад	98
5.1. Резонатор волн второго звука в гелии	101
5.1.1. Добротность резонатора волн второго звука в гелии	103
5.1.2. Резонансные частоты волн второго звука в резонаторе	107
5.2. Прямой стационарный энергетический каскад	110
5.2.1. Колмогоровские каскады	114
5.3. Комбинационное взаимодействие гармонических волн	122
5.4. Статистические свойства волн при акустической турбулентности.	128
5.5. Нелинейность или турбулентность?	137
5.5.1. Нелинейные волны в среде без диссипации	138
5.5.2. Нелинейные волны в среде с диссипацией	140
5.5.3. Точное решение распространения нелинейной волны в среде без диссипации	140
5.5.4. Акустическая турбулентность	145
5.6. Динамика спектров в k -пространстве при прямом каскаде	146
5.6.1. Формирование прямого каскада	146
5.6.2. Распад прямого каскада, "линейное" и "нелинейное" время в нелинейных процессах	152
5.6.3. Динамика спектров при акустической турбулентности	158
ГЛАВА 6. Обратный волновой каскад	161
6.1. Обратный энергетический каскад как волновой распадный процесс	161
6.1.1. Половинная частота на четных резонансах	162
6.1.2. Обратный каскад, установившийся режим	165
6.2. Формирование обратного каскада	170
6.2.1. Распад обратного каскада	172
6.3. Потоки энергии при обратном каскаде	173

6.4. Freak waves - моделирование аномальных волн (волн убийц) в сверхтекучем гелии	176
ГЛАВА 7. Экспериментальные приложения изучения волн второго зву- ка для исследования свойств сверхтекучего гелия	185
Экспериментальные приложения волн второго звука в сверхтекучем ге- лии	185
Моделирование рождения вселенной	185
Распространение волн второго звука в среде с наночастицами	194
Дальнейшее развитие экспериментальных исследований нелинейных волн в гелии	200
Заключение	202

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Объект исследования и актуальность темы.

Понятие турбулентности (от латинского *turbulentus* - беспорядочный) возникло для описания сложного, неупорядоченного во времени и пространстве поведения диссипативной среды. Турбулентность возникает в сильно нелинейной среде со слабой диссипацией с большим количеством степеней свободы при больших возбуждениях (отклонениях от положения равновесия). Для турбулентных процессов характерен поток энергии из области низких частот, где происходит возбуждения от внешних источников в область высоких частот, где энергия поглощается вязкостным трением через инерционный интервал частот или длин волн, в котором нет накачки от внешних источников, а диссипация мала или отсутствует. В стационарном установившемся режиме возбуждение среды за счет энергии, вводимой внешними источниками, трансформируется в тепло. В современной физике понятие турбулентности используется для любых процессов, для которых характерен переход от регулярного (ламинарного) движения к хаотическому (турбулентному), определяемому нелинейными процессами в системах имеющих большое число степеней свободы.

В последние годы сильно возрос интерес к изучению нелинейных процессов и возникновению турбулентности в конденсированных средах. Появилось довольно большое количество теоретических исследований процессов формирования и затухания турбулентных каскадов в то время, как экспериментальные данные для таких процессов, в частности, турбулентных явлений в объеме конденсированных сред практически отсутствовали. Связано это было, во-первых, с относительной малой нелинейностью акустических волн и преобладанием во многих средах вязкого затухания в объеме исследуемых объектов. Во-вторых, при проведении экспериментов требовалось накапливать и обрабатывать большие объемы информации,

что стало возможным лишь с появлением компьютеризации экспериментов.

По характеру динамических процессов различают несколько типов турбулентности. Например, для кинетической турбулентности, наблюдаемой при движении жидкостей или газов с большими скоростями, характерны доминирование кинетических (инерционных) процессов над диссипативными. Схожие процессы происходят в среде с градиентом температуры в силовом поле при наличие потоков вещества, связанных с архимедовыми силами. Значительное превосходство энергии динамического движения, вызываемого архимедовыми силами, над вязкостными потерями, приводит к смене ламинарного процесса, описываемого классической теплопроводностью, на конвективную турбулентность.

При акустической турбулентности нелинейные процессы при движении волны, скорость которой зависит от амплитуды, существенно превосходят ее затухание. Это приводит к укрупнению волны и перекачке энергии в высокочастотную часть спектра, где и происходит диссипация энергии. Акустическая турбулентность возникает при распространении нелинейной звуковой волны в среде с малым затуханием. При этом волна любой формы (например гармоническая волна) превращается в ударную волну (для гармонической волны - последовательный ряд ударных волн) с диссипацией энергии на разрыве волны (в области высоких частот). Ширина разрыва определяется величиной акустического числа Рейнольдса. В приведенной выше классификации волны на поверхности жидкости, где так же конкурируют два процесса - укрупнения волны за счет нелинейности и затухание волны за счет вязкости - можно отнести к акустической турбулентности с некоторыми особенностями зависимости закона дисперсии от длины волны: скорость волн на поверхности жидкости определяется длиной волн и глубиной сосуда (дисперсионные соотношения для мелкой, глубокой воды, для гравитационных или капиллярных волн).

Многочисленные экспериментальные и теоретические исследования поведения волн на поверхностях жидкостей позволили установить особенности передачи энергии в инерциальных интервалах в нелинейных средах с дисперсией. Изучение акустической турбулентности в средах с малой дисперсией традиционно проводится в жидкостях или газах при большой интенсивности излучаемых звуковых волн. Однако малые коэффициенты нелинейности вынуждают применять излучатели большой интенсивности и большие размеры экспериментальных систем. К примеру, нелинейная волна с числом Маха $M = v/c_0 \sim 10^{-4}$ возникает в воде при приложении звукового давления $2 * 10^5$ Па (2 атм звукового давления) и интенсивности излучения звуковой волны в ~ 10 Вт/см². Большие скорости звуковых волн в жидкостях и газах определяют большие размеры экспериментальных установок и высокие частоты изучаемых волн.

Актуальность представляемой работы определяется тем, что существует большое число теоретических исследований турбулентных явлений в конденсированных средах и практически полностью отсутствуют экспериментальные данные, которые подтвердили бы или опровергли предсказания теории. Работа посвящена экспериментальному изучению турбулентных процессов при распространении сильно нелинейных волн в среде с малым затуханием, исследованию образования ударных волн, формированию, существованию и распаду энергетических каскадов при перекачке энергии от частот возбуждения в диссипативную область для акустической турбулентности, используя в качестве среды сверхтекучий гелий.

Использование второго звука в **сверхтекучем гелии** предоставляет уникальную возможность исследовать законы акустической турбулентности в лабораторных условиях - скорость второго звука на порядок ниже скорости звука в атмосфере и почти на два порядка ниже скорости звука в воде. Коэффициент нелинейности скорости волн второго звука сильно зависит от температуры и меняет свой знак в удобном для экспериментов

температурном интервале. Аномально большой коэффициент нелинейности позволяет достигать числа Маха на два порядка больше (вплоть до 10^{-2}) при возбуждении волны с малой амплитудой ($\sim 1 \text{ mK}$ при температуре гелия в 2 K : $\delta T/T \ll 1$). Все это позволяет уменьшить размеры экспериментальной камеры до нескольких сантиметров.

Представляемая работа посвящена изучению распространения нелинейных волн в среде с малым затуханием, исследованию образования ударных волн, формированию и распаду энергетических каскадов при перекачке энергии от частот возбуждения в диссипативную область, используя в качестве среды сверхтекучий гелий.

Таким образом, цель диссертационной работы заключается в изучении акустической турбулентности, в исследовании особенностей распространения нелинейных волн в среде с малым затуханием и линейным законом дисперсии - волн Бюргерса. Работа направлена на изучение особенностей взаимодействия таких волн, исследования стационарных и динамических процессов при переносе энергии в спектральном и реальном пространстве из области накачки энергии в систему в область ее диссипации. В качестве среды для моделирования таких волн и экспериментального изучения турбулентности Бюргерса были использованы волны второго звука в сверхтекучем гелии.

Научная новизна работы определяется в получении экспериментальных результатов при исследовании нелинейных волновых и турбулентных процессов. Впервые были измерены коэффициенты нелинейности волн второго звука под давлением, наблюдается эволюция бегущих волн от линейных к нелинейным. Была изучена генерация волн первого звука при больших мощностях нагревателя, было показано, что рождение первого звука при мощностях выше критических идет через нарушение сверхтекучести. Экспериментально изучены процессы формирования ударных волн в одномерной и трехмерной геометрии, было наблюденно формирование N и U волн

(волны с разрывами на фронте-хвосте биполярного импульса и посередине такого импульса).

Применение сверхтекучего гелия для изучения акустической турбулентности дало ряд новых и порой неожиданных результатов из-за уникальных свойств гелия. Особенностью гелии-II является то, что скорость волн второго звука имеет аномально большой коэффициент нелинейности, который меняет знак при $T_\alpha = 1.88$ К, проходя через ноль. Таким образом экспериментально удалось изучить поведение акустической турбулентности для волн с нелинейностью разного знака. К достоинствам изучения поведения акустической турбулентности в системе волн второго звука (тепловых волн) можно отнести так же возможность генерировать волны любой формы, подавая на нагреватель соответствующий сигнал с генератора.

Применение высоко добротного резонатора волн второго звука позволило резко увеличить амплитуду волн и исследовать нелинейные стоячие волны при малой подкачке энергии в систему. Для стоячих волн второго звука в резонаторе впервые было наблюдено существование турбулентного каскада в дискретном частотном пространстве при передаче энергии от низких частот, где происходит накачка системы, в высокочастотную область вязкостного поглощения через инерционный интервал, формирование и распад таких каскадов. Впервые был наблюден и изучен обратный каскад, когда наряду с прямым потоком энергии в высокочастотный край спектра образуется еще и обратный каскад дробных частот от частоты монохроматической накачки. Было показано, что при увеличении амплитуды нелинейных волн второго звука в сверхтекучем гелии происходит стохастизация взаимодействия кратных гармоник - формируется развитая акустическая турбулентность.

Предложенный в работе подход к изучению свойств нелинейных волн в экспериментах со вторым звуком в сверхтекучем гелии открывает новое научное направление исследований: экспериментальное изучение акусти-

ческой турбулентности в конденсированных средах, условий формирования инерционного каскада Колмогоровского типа, особенностей перехода от волновых режимов к вязкостному затуханию, порогового развития неустойчивостей и возникновения обратного каскада, где энергия переносится в низкочастотную часть спектра, в наблюдении в среде с линейным законом дисперсии (для волн Бюргерса) одиночных волн с аномально большой амплитудой ("freak waves").

Разработанная методика распространения плоских волн второго звука была использована для исследования особенности формирования вихревой структуры сверхтекучего гелия.

Основные результаты выносимые на защиту:

1. В работе использовано изучение волн второго звука в сверхтекучем гелии для исследования поведения сильно нелинейных волн. Впервые в сверхтекучем гелии было экспериментально моделировано поведение волн Бюргерса (поведение слабо затухающих сильно нелинейных волн в среде с линейным законом дисперсии) и исследована турбулентность волн Бюргерса.
2. Исследованы процессы формирования бегущих ударных волн второго звука в зависимости от интенсивности волны, расстояния, пройденного волной и коэффициента нелинейности скорости волны. Проведен широкий круг исследований генерации импульсных волн второго и первого звуков малоинерционным нагревателем в одномерной и трехмерной геометрии в том числе при повышенных давлениях. Показано, что закипание гелия при больших плотностях теплового потока при давлении насыщенных паров так же, как и нарушение сверхтекучести при повышенных давлениях, происходит через развитие вихревой турбулентности. Проведено экспериментальное изучение взаимодействия ударных волн второго звука с вихрями в сверхтекучем гелии, что позволило исследовать временное поведение вихревой структуры

- в гелии-4.
3. Разработана методика формирования турбулентных состояний в системе волн второго звука в цилиндрическом резонаторе с высокой добротностью. Развита методика обработки полученных экспериментальных зависимостей, построения стационарных и динамических турбулентных распределений в частотном и частотно-временном пространстве.
 4. Впервые было показано, что использование резонатора волн второго звука в сверхтекучем гелии может создавать сильно нелинейную волну при малом общем тепловом потоке, что позволяет исследовать акустическую турбулентность и потоки энергии в среде с дискретным энергетическим спектром. Найдено, что при накачке на собственной резонансной частоте возникает достаточно большое количество кратных гармоник (несколько десятков), амплитуды которых в достаточно широком частотном интервале (инерционный интервал), описываются зависимостью типа Колмогоровской с дискретным энергетическим спектром $A_f \sim f^{-m}$, где m для развитых спектров приближается к 1.5, что близко, например, к теоретическим зависимостям для слабой турбулентности.
 5. Впервые экспериментально было обнаружено, что для волн второго звука при акустической турбулентности инерционный интервал кратных гармоник сменяется областью частот, где доминируют диссипативные процессы (вязкое затухание). При этом граничная частота инерционной области пропорциональна интенсивности накачки и амплитуде основной гармоники.
 6. Было показано, что акустическая турбулентность в сверхтекучем гелии при дискретном спектре обладает свойствами как сильной, так и слабой турбулентности и характеризуется стохастизацией фаз высоких кратных гармоник. Сильное влияние фазы накачивающей гар-

монической волны на первых кратных гармониках теряется на высших гармониках. Отфильтрованный сигнал высших гармоник достаточно хорошо описывается функцией Гаусса, характерной для волн со случайной фазой. При акустической турбулентности в резонаторе перемешивание фаз высших гармоник происходит из-за их взаимодействия друг с другом.

7. Установлено, что при накачке резонатора двумя резонансными частотами разной интенсивности (либо при формировании субгармоник) образуется энергетический каскад с комбинационными частотами. Было наблюдаено, что при возникновении комбинационных частот происходит подавление прямого каскада (изменением зависимости $A_f \sim f^{-m}$) за счет перераспределения потока энергии в прямом каскаде между основными гармониками и дополнительными колебаниями с комбинационными частотами.
8. Исследована динамика формирования и распада частотного спектра при включении и выключении накачки. Показано, что при формировании прямого каскада кратные гармоники в волне Бюргерса в резонаторе ведут себя как слабо взаимодействующие инерционные осцилляторы, амплитуда которых медленно нарастает со временем. Распад прямого каскада происходит с одновременным уменьшением всех кратных гармоник. При этом наиболее быстро ослабевает амплитуда высших кратных гармоник, подпитка которых энергией уменьшается при выключении накачки. После затухания кратных гармоник остается только основная гармоника. Впервые удалось разделить нелинейное время, определяющее передачу энергии от гармонического сигнала накачки к кратным гармоникам, и линейное время затухания колебаний без передачи энергии (зависящее от добротности резонатора при малых интенсивностях сигнала).
9. Впервые наблюдаено возникновение обратного волнового каскада од-

новременно с прямым каскадом, когда наряду с кратными гармониками возбуждаются еще и субгармоники, имеющие распадный характер. Поток энергии накачивающего сигнала при формировании субгармоник перераспределяется между прямым и обратным каскадом.

10. Установлено, что в процессах взаимодействия волн при большой интенсивности накачки энергии в систему существенную роль играет взаимодействие всех гармоник между собой, а не только с основной гармоникой, т.е. формируются турбулентные процессы.
11. Впервые экспериментально показано, что при формировании обратного каскада возможно возникновение волн с амплитудой, сильно превосходящей окружение. Таким образом, и в среде с линейной дисперсией (в турбулентности Бюргерса) оказалось возможным наблюдение возникновения аномально больших волн - "freak waves" волн убийц".

Материал, представленный в диссертации, получен при непосредственном участии автора в постановке задач исследований, в выполнении экспериментов и в обсуждении полученных результатов. Представленная диссертационная работа была выполнена в лаборатории квантовых кристаллов ИФТТ РАН с период с 1988 по 2010 годы с выполнением части экспериментов в кооперации с Ланкасерским Университетом (Англия) в 2001-2010 годы.

Достоверность и обоснованность полученных результатов подтверждается воспроизводимостью результатов на разных экспериментальных установках, на разных экспериментальных ячейках и при разных условиях. Изменение условия проведения экспериментов, температуры жидкого гелия и его давления кардинально меняет нелинейные свойства изучаемых волн, что позволяет утверждать, что наблюдаемые эффекты не являются артефактами. Полученные экспериментальные данные сравнивались с результатами теоретических расчетов различных авторов (напри-

мер, [1, 2]) и компьютерного моделирования при схожих условий, проведенного Г.В.Колмаковым.

Апробация работы. Основные материалы работы изложены в 26 статьях. По материалам работы сделано более двадцати докладов на международных конференциях

1. Международные конференции по физике низких температур LT-21, Prague, Czech Republic, August 1996; LT-22, Helsinki, Finland, August 1999; LT-25, Amsterdam, Holland, August 2008;
2. 1-3 Международные конференции по физике низких температур в условиях микрогравитации, Черноголовка, Россия, CWS-1997, CWS-1999, CWS-2002;
3. The XXI international Conference on Relaxation Phenomena in Solids, Воронеж, Россия, Октябрь 2004;
4. Международная конференция по физике турбулентности, Warwick ESF workshop, Warwick, UK, December 2005;
5. 6 - 8 Международные конференции по физике криокристаллов и квантовых кристаллов - International Conference on Cryocrystals and Quantum Crystals CC-2006, Kharkov, September 2006; CC-2008, Wroclaw, Poland July 2006; CC-2010, Черноголовка, Россия, Июль 2010;
6. Международные конференции по квантовым жидкостям и твердым телам QFS-2006, Kyoto, August 2006, Japan; QFS-2007, Казань, Россия, Август 2007; QFS 2009, Evanston, USA, August, 2009;
7. Международная конференция - Superfluid under rotation 2007, Jerusalem, Israel, April 2007;
8. Международная конференция - "Solitons, Collapses and Turbulence Черноголовка, Россия, Август 2009;
9. Международная конференция - MSS-09, Москва, Россия, Ноябрь 2009;

10. Международная конференция - International workshop "Vortices, superfluid dynamics and quantum turbulence Lammi, Finland April 2010;
11. XIX научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике, Москва, Декабрь 2010;
12. Международная конференция по нелинейности - Progress In Electromagnetics Research Symposium, Marrakesh, MOROCCO, March 2011.

Результаты работы были подробно обсуждены на семинарах в качестве приглашенных докладов в ряде университетов и научных центров Англии, Франции, Японии, США и России.

Работы, вошедшие в диссертацию, были выполнены при частичной поддержке проектов РФФИ, НОЦ ФАНИ в рамках федеральной целевой программы "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России", INTAS, Engineering and Physical Sciences Research Council (UK) и грантов Совета по нелинейной динамике Президиума РАН "Квантовая макрофизика" и "Математические методы нелинейной динамики".

Я благодарен профессору Межову-Деглину Леониду Павловичу за руководство моей научной работой, начиная со студенческих лет, плодотворное сотрудничество с которым продолжается почти сорок лет. Я благодарен Александру Алексеевичу Левченко, дружеская поддержка которого и добрые советы немало способствовали написанию этой работы. Я очень признателен профессору Peter McClintock, активное участие которого немало способствовало проведению работ по акустической турбулентности. Мне бы хотелось поблагодарить Германа Колмакова, немало способствовавшему пониманию теоретических основ турбулентности и подтолкнувшего меня к написанию диссертации. Я благодарен моим соавторам Алмазу Кулиеву, Owen Griffiths, Александру Изотову, Андрею Ганшину, Mark Giltrow и Деерак Garg. Я очень признателен Владимиру Николаевичу Хлопинскому и Александру Васильевичу Лохову за их вклад в создание эксперимен-

тального оборудования и за помощь в подготовке экспериментов. Большое спасибо сотрудникам нашей лаборатории Елене Лебедевой, Максиму Бражникову и Леониду Абдурахимову за дружеское участие. Я благодарен Валерию Борисовичу Шикину за очень полезное обсуждение представляемой работы, участникам семинаров по "Физике низких температур" и по "Нелинейной волновой динамике" за внимательное и очень требовательное обсуждение результатов наших работ.

Часть 1

Введение.

Акустическая турбулентность в жидком гелии
и экспериментальная техника для ее
изучения.

ГЛАВА 1 НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ И ТУРБУЛЕНТНОСТЬ

Известно, что все течения жидкостей и газов делятся на два резко различных типа: спокойные и плавные течения, называемые *ламинарными*, поведение которых предсказуемо и поддается точному описанию, и их противоположность - так называемые *турбулентные* течения, при которых скорость, давление, температура и другие гидродинамические величины беспорядочно пульсируют, крайне нерегулярно изменяясь в пространстве и времени [3]. Это определение можно распространить и на негидродинамические явления тоже.

Турбулентность описывает состояния нелинейной физической системы со многими степенями свободы, находящейся в состоянии сильного отклонения от положения равновесия. Внешнее воздействие, превышающее пороговый уровень, способно вывести систему из устойчивого состояния или целиком, или отдельную ее часть. Такое локальное возбужденное состояние или возбужденное состояние всей системы либо вернется в положение равновесия при сильных диссипативных процессах, либо возбужденное состояние передастся в соседние области системы, выводя их из стационарного состояния. В результате, в такой среде распространяется волна возбуждения.

Турбулентность пожалуй наиболее часто встречающееся явление во Вселенной. Турбулентность возникает в сильно нелинейной среде со слабой диссипацией с большим количеством степеней свободы при больших возбуждениях (отклонениях от положения равновесия). Для нас наиболее интересны проявления турбулентности в неживой природе (представленной в виде вещества и поля, которые обладают энергией). Хотя турбулентные явления проявляются повсеместно в живой природе тоже (например нелинейная система жертва-хищник, модель, на которой были изучены явления

бифуркации, возникновения динамических аттракторов и хаоса) [4, 5, 6].

Для линейного движения или для линейных волн характерен принцип суперпозиции, при котором прохождение волн друг через друга без взаимодействия не может привести к возникновению непредсказуемого поведения, т.е. турбулентности. Для взаимодействия волн необходимо, чтобы волны были нелинейными, для которых не выполняется принцип суперпозиции или аддитивности воздействия: две волны малой амплитуды (линейные), взаимодействуя, дают уже нелинейную волну, свойства которой отличаются от свойств линейной волны. Амплитуды нелинейных волн нельзя складывать при столкновении. Их свойства сильно меняются при малых изменениях параметров. Нелинейные волны называют *диссипативными* структурами. В них нет линейных процессов (дифракции, интерференции, поляризации), но есть нелинейные процессы, например, самофокусировка. При этом возможны трех- и четырехволновые взаимодействия нелинейных волн. При возбуждении в среде одновременно нескольких волн большой интенсивности они не распространяются независимо, а порождают новые волны - комбинационные тона, частоты которых равны сумме и разности частот первичных волн. При этом должны выполняться условия сохранения энергии и импульса. Для трехволновых процессов, а также для четырехволновых процессов должны выполняться соотношения:

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \omega_2 + \omega_3 \\ k_1 &= k_2 + k_3\end{aligned}\tag{1.1}$$

$$\begin{aligned}\omega_1 + \omega_2 &= \omega_3 + \omega_4 \\ k_1 + k_2 &= k_3 + k_4\end{aligned}\tag{1.2}$$

Таким образом, очевидно, что для развития турбулентности необходимо переход волновой системы из линейного состояния в нелинейное, наличие

взаимодействия между волнами и образование комбинационных возбуждений. Наличие нелинейного взаимодействия волн является необходимым условием возникновения турбулентности, но достаточно ли наличия нелинейного взаимодействия волн для развития турбулентности или нет? Можем ли мы говорить о развитой турбулентности, когда нелинейное искажение волны, например синусоидальной, генерирует высшие гармоники? Предельный случай любой периодичной сильно нелинейной волны - пилообразная волна - имеет строго заданную зависимость (по крайней мере математически) бесконечного ряда кратных гармоник от фазы и амплитуды задающей волны. Можно ли считать такую волну турбулентной, т.е. полностью хаотичной? В какой момент линейная волна становится нелинейной, а нелинейная волна становится турбулентной или нелинейность и турбулентность синонимы?

Такой подход к проблеме турбулентности был рассмотрен Ландау как переход в турбулентное состояние при малом отклонении от устойчивого поведения системы [7]. В данной работе мы старались понять поведение такой модельной среды, как сверхтекучий гелий, при распространения волн второго звука и определить условия перехода системы сильно нелинейных волн второго звука в турбулентное состояние.

1.1. Виды турбулентности

Турбулентные процессы окружают нас, проявляясь в самых разнообразных формах [8, 9]. Ричард Фейнман описывал турбулентность "как наиболее важную из нерешенных проблем классической физики". Турбулентность проявляется как сильно возбужденное состояние системы, когда нелинейные процессы доминируют над диссипативными. Диссипативные процессы - это как правило вязкостные потери в системе, которые связаны с разного рода движениями. В зависимости от формы движения и вида сил, вызывающих движение, по характеру динамических процессов раз-

личают несколько типов турбулентности незаряженной материи. В этой классификации мы не претендуем на полный охват проблемы. Основная задача стоящая перед нами - показать сходные черты и различие различного вида турбулентностей, постараться применить теоретические модели и наработки в рассмотрении турбулентных процессов для понимания поведения акустической турбулентности сильно нелинейных волн.

Ниже мы остановимся на турбулентности в средах электро- и магнито-нейтральных. Добавление еще нескольких физических параметров среды - как то электрических зарядов в систему, магнитного момента атомов и молекул - резко увеличивает сложность системы и возможности развития разных типов турбулентности для волн заряженных частиц и имеющих магнитный момент или возбуждающих магнитное поле при своем движении (электро- и магнитотурбулентности, например в плазме [10, 11]).

Кинетическая турбулентность.

При движении несжимаемых жидкостей или газов с большими скоростями характерно доминирование кинетических (инерционных) процессов над диссипативными. Турбулентность, возникающая при этом, носит кинетический характер и описывается нелинейными уравнениями Навье-Стокса. В векторном виде можно записать

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{F} - \frac{1}{\rho} \mathbf{grad} p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1.3)$$

или в тензорном виде в частных производных:

$$\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i = f_i - \frac{1}{\rho} \partial_i p + \nu \partial_{jj} u_i, \quad (1.4)$$

Движение жидкости при течении или обтекании тел описывается уравнением Навье-Стокса, при этом стационарные решения подобны при одинаковых величинах некоего безразмерного управляющего параметра – числа Рейнольдса, представляющего из себя один из критериев подобия для течения вязких жидкостей и газов, характеризующий соотношение между

инерциальными силами и силами вязкости:

$$\frac{\partial u^*}{\partial t} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta u^* \quad (1.5)$$

$$Re = uL/\nu, \quad (1.6)$$

где u - скорость невозмущенного потока, L - характерный линейный размер и ν - кинематическая вязкость (кинематическая вязкость определяется как $\nu = \eta/\rho$, динамическая вязкость, деленная на плотность жидкости). При малых величинах числа Рейнольдса движение жидкости или тела внутри жидкости ламинарно, профили потока жидкости можно однозначно просчитать и предсказать его поведение на основании начальных или граничных условий. Для стационарного движения несжимаемой жидкости уравнение Навье-Стокса при $Re \ll 1$ сводится к виду

$$\nu \Delta \mathbf{u} - 1/\rho \text{grad } p = 0, \quad (1.7)$$

что вместе с уравнением непрерывности $\text{div } \mathbf{u} = 0$ полностью определяет движение жидкости.

При больших числах Рейнольдса устойчивое поведение жидкости сменяется неустойчивым, начиная с некой критической величины Re_{cr} . При этом резко, иногда на порядки, увеличивается коэффициент диффузии среды, перенос энергии и импульса, сила трения о поверхность. Величина Re_{cr} определяется геометрией обтекания и имеет величину порядка нескольких десятков. Так поперечное квазидвумерное обтекание цилиндра становится неустойчивым при $Re = ud/\nu \approx 30$, где d диаметр цилиндра.

Переход от ламинарного течения к турбулентному происходит или скачкообразно (регулярное движение сразу сменяется турбулентным), так и в результате цепочки последовательных усложнений движения. Такой переход характеризуется нарушением симметрии процесса [12], например нарушение линейной симметрии по оси потока и по времени при обтекании

жидкостью цилиндра с образованием дорожки Кармана, нарушение угловой симметрии при образовании решеток Бенара в конвективных процессах. При этом возможны ситуации, когда временное поведение поля температуры, скорости, давления или других характеристик среды становится хаотическим при сохранении регулярной пространственной структуры.

Таблица 1.1

Коэффициенты кинематической вязкости различных веществ

Жидкость	Температура	$\nu, \text{cm}^2/\text{c}$
Глицерин (Glycerine)	20 $^{\circ}\text{C}$	6.8
Воздух (Air)	20 $^{\circ}\text{C}$	0.15
Спирт (Ethanol)	20 $^{\circ}\text{C}$	0.022
Вода (Water)	20 $^{\circ}\text{C}$	0.010
Ртуть (Mercury)	20 $^{\circ}\text{C}$	$1.2 * 10^{-3}$
Газообразный гелий (He-gas)	5.5 K (2.8 bar)	$3.21 * 10^{-4}$
Жидкий гелий I (Helium I)	2.25 K (SVP)	$1.96 * 10^{-4}$
Сверхтекучий гелий (Helium II)	1.8 K (SVP)	$9.01 * 10^{-5}$

Кинетическая турбулентность наблюдается в двухмерной (квазидвухмерной) или трехмерной геометрии. При турбулентности движение жидкости может быть и потенциальным (безвихревым $\text{rot} \mathbf{u} \equiv 0$), и вихревым ($\text{rot} \mathbf{u} \neq 0$).

Стоит обратить внимание на величину кинематической вязкости, которая определяет поведение жидкости при одних и тех же кинематических параметрах системы. Изменение вязкости позволяет уменьшить или увеличить размеры или (и) скорость в системе при смене жидкости для неизменных числах Рейнольдса, определяющих, скажем, переход к турбулентному течению в трубе вязкой несжимаемой жидкости ($Re_{cr} \sim 2300$).

Из таблицы 1.1 можно сделать однозначный вывод об уникальных свойствах гелия (особенно сверхтекучего) для уменьшения размеров экспериментальных установок для изучения кинематической турбулентности за счет предельно малой вязкости [13, 14, 15, 16]. В сверхтекучей жидкости наряду с классическим вихревым движением, затухающим со временем из-

за вязкостных потерь, может существовать квантовое незатухающее вихревое движение сверхтекучей компоненты - квантовые вихри. Движение любых тел в сверхтекучем гелии с большими скоростями приводит к образованию турбулентного состояния - квантовой турбулентности, поведение которой определяется так же и квантовыми свойствами $He - II$ особенно при температурах $T \rightarrow 0 K$ [17].

Конвективная турбулентность

При рассмотрении кинетической турбулентности пренебрегалось потенциальной энергией частей жидкости. Возможен другой вид движущих сил в несжимаемой жидкости, связанный с термогравитационными силами или с силами Архимеда, возникающими при тепловом расширении жидкости [18]. Конкуренция Архимедовых сил и вязкости в подогреваемом снизу тонком горизонтальном слое (т.н. конвекция Бенара-Рэлея) приводит при увеличении динамических величин, к переходу от теплопроводности к конвективной турбулентности. Отличие конвективной турбулентности от кинетической заключается в том, что при малом превышении управляющим параметром своего критического значения усложнение течения первоначально связано не с изменением временной динамики, но с изменением пространственной симметрии течения.

Поведение несжимаемой жидкости при термогравитационной конвекции описывается системой уравнений [19]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} &= -\nabla p + \Delta \mathbf{u} + RaT, \\ \sigma \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) T &= \Delta T, \\ \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0 \end{aligned} \quad (1.8)$$

где $Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu\chi}$ - число Рэлея, β - коэффициент объемного расширения, ν - кинематическая вязкость и $\chi = \kappa/C_p$ - температуропроводность как отношение теплопроводности вещества к его теплоемкости. В среднем урав-

нении в качестве коэффициента входит число Прандтля $\sigma = \nu/\kappa$ - величина характеризующая физические параметры жидкости - отношение ее кинематической вязкости к теплопроводности. Чем меньше число Прандтля, тем более эффективна теплопроводность по сравнению с термодиффузией. Для жидких металлов, имеющих $\sigma \ll 1$, передача тепла за счет теплопроводности является доминирующей, в то время как для вязких плохих проводников тепла (например, машинных масел) тепло передается главным образом конвективным движением.

Обращает на себя сходство первого уравнения системы (1.8) с уравнением (1.4). Точно так же, как и в движущейся жидкости, превышение управляющего параметра числа Рэлея Ra над критической величиной приводит к пространственной неустойчивости. В жидкости возникают стационарные разнонаправленные потоки холодной и горячей жидкости - сначала конвективные валы (двумерные вихри), затем, при увеличении Ra двумерное движение сменяется трехмерными стационарными режимами, которые соответствуют возбуждению многих степеней свободы. При дальнейшем увеличении Ra течение становится нестационарно трехмерным - хаотическая развитая конвективная турбулентность. Число Рэлея определяется размерами системы в кубе, поэтому для больших систем почти всегда наблюдается турбулентное поведение. Так для мирового океана числа Рэлея могут достигать величин 10^{20} и он всегда турбулентен.

Для моделирования поведения конвективных систем с такими большими числами Рэлея были созданы конвективные приборы с большими объемами. При этом в одном приборе были перекрыты одиннадцать порядков по числам Рэлея ($10^6 \leq Ra \leq 10^{17}$), используя уникальные свойства газообразного гелия [20]. Газообразный гелий при изменении температуры и незначительном изменении давления может иметь коэффициент кинематической вязкости, отличающийся почти на четыре порядка ($\nu \sim 3 * 10^{-4}$ при температуре $T \approx 6 K$ и давлении $P \approx 4 bar$, в то время как $\nu \sim 2$ при

$T \approx 273 \text{ K}$ и $P \approx 1 \text{ bar}$) [21].

Особенностью конвективной турбулентности является то, что она возможна в квазидвумерной или трехмерной геометрии с однонаправленными потоками тепла и разнонаправленными потоками массы жидкости (газа) за счет теплового расширения вещества в гравитационном поле при градиенте температуры. Конвективная турбулентность возникает при значительном преобладании сил Архимеда, вызывающих движение нагретой жидкости, над процессами, препятствующими такому движению - передачей тепла через теплопроводность жидкости и ее вязкости.

Акустическая турбулентность.

И кинетическая, и конвективная турбулентность возможны в двумерной и трехмерной геометрии. В одномерной геометрии турбулентные явления, описанные выше, невозможны из-за невозможности вихревого движения, характерного и для кинетической, и конвективной турбулентности. Тем не менее, образование турбулентного состояния возможно и для потенциального распространения нелинейных волн, и при отсутствии вихревого движения. В одномерной (квазиодномерной) геометрии волны коллинеарны. Их поведение и взаимодействие определяется их нелинейными свойствами. Распространение нелинейных волн в одномерной геометрии описывается уравнением:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (1.9)$$

Такому уравнению подчиняется, например, движение невзаимодействующих друг с другом частиц, двигающихся вдоль оси x с разными скоростями. Первоначально гладкое распределение скоростей частиц в зависимости от положения вдоль оси координат начинает укручаться, частицы с большей скоростью догоняют более медленные. При таком многопоточном движении происходит опрокидывание волны с соответствующими разрывами производных. Схожая ситуация наблюдается для волн на поверхности.

Для волны в двумерной или квазидвумерной геометрии гребень волны может обгонять точки на ее подъеме или у подножья, при этом происходит опрокидывание волны.

Ситуация кардинально меняется, если при распространение волны в среде физически невозможно многопоточное движение. Волны давления или температуры (волны, определяемые скалярными величинами) по своей природе однопоточные и для них - опрокидывание волны невозможно. Для волн давления укрупнение приводит к образованию разрывов плотности или давления в волне, обращением производной $dA(x)/dx$ в бесконечность. Даже при медленном нарастании амплитуды волны от A_{min} к значению A_{max} укрупнение волны при положительном коэффициенте нелинейности приводит к образованию на каком-то расстоянии от источника бесконечно тонкого разрыва величины амплитуды $A(x)$, формированию ударной волны. Однако для всех звуковых волн вязкостная диссипация возрастает с увеличением частоты, что приводит к сглаживанию разрывов.

Любая первоначально гармоническая волна, подчиняясь зависимости скорости от амплитуды, в процессе распространения начинает искажаться в соответствии с соотношением (1.9), что приводит к образованию кратных гармоник и потоку энергии в высокие частоты, где и происходит диссипация энергии, поступающей в систему от внешнего гармонического источника.

Среда может иметь дисперсию - зависимость фазовой скорости гармонических волн от частоты (длины волны) и, как следствие, изменение формы произвольных (негармонических) волновых возмущений в процессе их распространения. Таким образом любые нелинейные искажения первоначально гармонической волны порождают кратные гармоники, скорость распространения которых может сильно различаться. Такое сложное искажение деформированной волны может приводить, при соответствующем подборе параметров, к формированию волны устойчивой формы, напри-

мер, солитону.

Если дисперсия волн мала или отсутствует, свойства турбулентности определяются сильным взаимодействием большого числа когерентных гармоник волны. Чрезвычайная трудность анализа нелинейных волн, в особенности при их сильном взаимодействии (сильная турбулентность), обусловила тенденцию развития их теории — переход от сложных уравнений нелинейных случайных волн к более простым модельным уравнениям. Одним из таких модельных уравнений сильной турбулентности является уравнение Бюргерса (УБ). Для распространения нелинейной одномерной волны в среде с диссипацией мы можем записать (УБ)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (1.10)$$

где член в правой части описывает вязкостное поглощение. В простейшем случае одномерного движения уравнение Бюргерса описывает преобразование волны любой формы во времени (пространстве), учитывая только ее нелинейную зависимость скорости от амплитуды, не принимая во внимание взаимодействие формирующихся мод между собой. Акустическая турбулентность, определяемая нелинейными взаимодействиями многих волн (или кратных гармоник) между собой, должны учитывать не только нелинейное преобразование этих волн, но и кинетические соотношения трех и четырехволновых процессов для кратных гармоник, возникающих от волны накачки.

Турбулентность, в зависимости от взаимодействия волновых полей, разделяется на слабую и сильную.

Слабая турбулентность это турбулентность волновых полей, когда из-за сильной дисперсии волновые пакеты перекрываются на малое время и взаимодействие между волнами оказывается достаточно слабым. Для таких взаимодействий справедливо приближение случайных фаз волн. Примером слабой турбулентности может быть волнение на поверхности моря без

образования барашков, при этом обмен энергии при взаимодействии волн много меньше энергии каждой из волн [22]. При слабой турбулентности размерность фазового пространства динамической системы, описывающей турбулентность (или число независимых возбужденных мод колебаний), ≤ 10 . В простейшем случае, например, это низкоразмерный временной хаос системы Лоренца [23].

Сильная турбулентность это турбулентность, когда не работает приближение случайных фаз и слабой связи гармонических волн. Волны, например, кратных гармоник определяются основной гармоникой. При обмене энергиями при взаимодействии волн изменение энергии сравнимо с энергиями, про крайней мере, одной из волн. Примерами сильной турбулентности могут быть ударные волны в средах со слабой дисперсией (сильная акустическая турбулентность). Другим примером сильной турбулентности может служить гидродинамическая турбулентность с образованием вихрей, которой соответствует многомерный пространственно-временной хаос. Движения среды при этом не упорядочены во времени и пространстве. Такой турбулентности характерно наличие потока энергии от одних пространственных масштабов (частот или масштаба поступления энергии) к другим (к другой области размеров и частот, на которых происходит диссипация).

В настоящее время все более осознается тот факт, что при сильной турбулентности важную роль играет образование локально-когерентных негармонических профилей. Характер этих структур, изученных, главным образом, для пространственно-одномерных волн, зависит прежде всего от основного фактора, ограничивающего нелинейность в данной системе. Там, где роль этого фактора выполняет дисперсия, сильная турбулентность может быть описана как газ разнесенных в пространстве солитонов [22, 24].

Развитой называют установившуюся турбулентность, в которой число возбужденных степеней свободы несколько десятков.

1.2. Энергетические каскады

Задача, описывающая поведение сильно нелинейных волн, находящихся в возбужденном состоянии, не имеет прямого решения и для описания поведения системы используется статистический подход. Турбулентность в энергетическом пространстве характеризуется потоком энергии от частот или масштабов, возбуждаемых внешним источником энергии, к области поглощения энергии диссипативными процессами. Промежуточная область является областью передачи энергии в спектральном пространстве - инерционный интервал.

Статистический подход. Началом систематических исследований статистических свойств турбулентности можно считать наблюдения О. Рейнольдса [25] перехода от упорядоченного, ламинарного течения к неупорядоченному, турбулентному течению жидкости в трубе. Осознание того факта, что структура течения оказывается непредсказуемой и непостижимой в деталях, привело к потребности усредненного описания. Математически выражением такого описания явились уравнения Рейнольдса - одно из критериев подобия (1.6) в статистическом описании турбулентного течения.

В 1935 Тейлор сформулировал проблему турбулентности в терминах корреляционных функций эйлеровых скоростей $u = dx/dt$ [26]. Однако в общем виде идея о том, что корреляционные функции и другие статистические моменты гидродинамических полей являются основными характеристиками турбулентного движения была высказана в 1924-25 годах, когда А.А.Фридман совместно с Л.В.Келлером указали систему характеристик структуры турбулентности потока и построили замкнутую систему уравнений, связав пульсации скорости и давления в двух точках потока в разные моменты времени [27]. Получаемая с помощью этого метода, полная бесконечная система уравнений для всевозможных моментов даёт анали-

тическую формулировку проблемы турбулентности.

Колмогоровские спектры турбулентности. В статистическом подходе Колмогорова предполагается то, что турбулентность пространственно изотропна, т. е. статистические характеристики турбулентной системы в произвольной системе точек r_1, r_2, \dots, r_N не меняются при любых параллельных переносах, поворотах и зеркальных отображениях системы, сопровождающихся одновременным поворотом или зеркальным отражением системы координат. Эта теория объединяет ряд гипотез [28, 29, 30], связанных с универсальностью спектров в инерционном интервале. Математически предпосылкой теории Колмогорова является масштабная инвариантность (скейлинг) уравнения Навье - Стокса в пределе исчезающей вязкости относительно одновременной замены длины $L \rightarrow \lambda L$, времени $t \rightarrow \lambda^{1-h}t$ и скорости $u \rightarrow u^h$, где h -произвольный показатель. Колмогоровская теория основывается на следующих предположениях: 1) масштабная инвариантность предполагает, что масштабно-инвариантными являются только усредненные величины; 2) имеется конечный поток энергии ε от больших масштабов к меньшим; 3) поток энергии ε_L на масштабах L предполагается зависящим только от величин, имеющих тот же масштаб L (в частности, от L зависит и скорости u_L движения в вихрях масштаба L). Поскольку ε_L имеет размерность энергии единицы массы в единицу времени, анализ размерности даёт $\varepsilon_L \sim u_L^3/L$, из чего следует, что $\varepsilon \sim \lambda^{3h-1}$. Тогда масштабная инвариантность ε означает, что $h = 1/3$. Масштабная инвариантность нарушается на больших масштабах L_p , сравнимых с размерами течения, где сказывается механизм возбуждения турбулентности (зона накачки энергии в систему) и на малых размерах, где существенна вязкостная диссипация $L_d \sim (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$. Диапазон энергетического спектра, в котором применимы соображения подобия $L_d \ll L \ll L_p$, называется *инерционным интервалом*.

Следствием масштабной инвариантности (с $h = 1/3$) в инерционном

интервале является то, что спектральная плотность энергии турбулентного состояния, определяемая Фурье-преобразованием структурной функции второго порядка, удовлетворяет соотношению $E(k) \sim \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$, где k - волновое число.

Универсальность спектра Колмогорова - независимость от источника энергии поведения системы в инерционном интервале - является, в определенной степени, специфическим свойством, присущим турбулентности в простых средах, как то в нейтральных жидкостях, в которых отсутствует характерный внутренний масштаб. Степенные спектры в подобных ситуациях также возможны, но при определенных ограничениях, например, если выполнены условия возбуждения лишь одного типа волн. Для слабой турбулентности такие спектры в приближении случайных фаз могут быть получены из кинетических уравнений для волн. Примером является спектр Захарова - Филоненко [31] $A_k \sim k^{-11/4}$ для капиллярных волн, который также соответствует инерционному интервалу.

Таким образом, для турбулентных состояний в инерционном интервале между частотами (или масштабами) накачки энергии в систему и областью спектра, где существенную роль играют диссипативные процессы, можно ожидать степенную зависимость амплитуд волн $A_\omega \sim \omega^{-m}$, где m порядка единицы.

Из экспериментов выяснилось, что колмогоровский спектр $E_k \sim k^{-5/3}$ часто наблюдается не только там, где он должен обнаруживаться - в инерционном интервале, но и в диапазоне малых волновых чисел и (или) даже при умеренных числах Рейнольдса, когда критерии однородности и изотропности турбулентности не выполнены. Это привело к выводу, что колмогоровский закон $\sim k^{-5/3}$, основанный на самых общих предположениях, не отражает всю специфику гидродинамической турбулентности, описываемой уравнением Навье - Стокса. Имеется ещё одно существенное противоречие между колмогоровской моделью и экспериментом, заключающе-

еся в следующем. Предположение теории Колмогорова о том, что единственный размерный параметр, определяющий свойства турбулентности в инерционном интервале - средняя скорость передачи энергии по спектру ε (равная скорости её диссипации), в действительности нарушается, если ε является сильно флуктуирующей величиной [32]. В этом случае появляются дополнительные независимые параметры, характеризующие статистические свойства ε . Эксперименты [33, 34, 35, 36] свидетельствуют не только о флуктуационном характере ε в пространстве и времени, но и показывают, что основной вклад в усредненное значение ε дают редкие её флуктуации, существенно превышающие фоновый уровень. Это свойство получило название *перемежаемость* турбулентности. Структуры, возникающие в случайной среде, имеют своеобразный характер: они имеют вид пиков, появляющихся в случайных местах и в случайные моменты времени. Промежутки между ними характеризуются малой интенсивностью и большой протяженностью [37].

Проверке применимости теоретических моделей к поведению акустической турбулентности волн второго звука в сверхтекучем гелии посвящена третья часть данной работы.

1.3. Акустическая турбулентность волн второго звука в сверхтекучем гелии

Под акустической турбулентностью, по определению, данному Захаровым и Сагдеевым [38], понимается турбулентность сжимаемой жидкости, при которой течение жидкости потенциально и представляет собой совокупность взаимодействующих звуковых волн. Особенности взаимодействия волн в среде характеризуются законом дисперсии, который определяет характерные углы для взаимодействующих волн в процессе обмена энергии и импульса. Закон дисперсии определяет возможную размерность турбулентных процессов. Так для нелинейного закона дисперсии $\omega_k \neq c_0 k$ невозмож-

ны одномерные или квазиодномерные трехволновые процессы - слияния или распада волн. В свою очередь, для сверхтекучего гелия с линейным законом дисперсии разрешен распад первого звука на два первых, второго звука на два вторых, а так же первого звука на два вторых или черенковское излучение второго звука первым [38]. Для линейного закона дисперсии в одномерной геометрии разрешены и трехволновые взаимодействия, и четырехволновые процессы - определяющие перемешивание состояний волн и их фаз - то, что может определять турбулентность акустических волновых полей. Однако в работе [39] было показано, что линейная дисперсия звука, приводящая к коллинеарному распаду волны, не приводит к хаостизации фаз, а лишь к образованию ударных волн, что естественно приводит к другому виду спектра. В то время взаимодействие волн со случайными фазами, как то при прохождении друг через друга кратных гармоник в стоячих волнах может дать стохастизацию.

Таким образом, наиболее простая ситуация - одномерные взаимодействующие нелинейные волны возможны в среде, где имеется линейный закон дисперсии. В качестве такой модельной среды был выбран сверхтекучий гелий.

Несмотря на то, что нелинейные эффекты были наблюдаемы в различных газах и жидкостях тем не менее, пожалуй, наиболее определенные и однозначные результаты можно получить на волнах второго звука из-за их особых свойств, которые выгодно отличают их от нелинейных волн в других средах.

Исследования нелинейных эффектов при распространении звуковых волн начались в сороковых годах работами в воздухе [40] и в жидкостях [41, 42, 43, 44]. Эти эксперименты показали, что нелинейные свойства жидкости играют существенную роль при распространении даже не слишком интенсивного звука вопреки распространенному представлению о том, что нелинейность не существенна при распространении волн в жидкости.

Экспериментально было наблюдеено формирование пилообразных сигналов из запущенной в волновод гармонической волны. Взаимодействие двух нелинейных волн при их прохождении друг через друга. Рассмотрим проявление нелинейных свойств при распространении первого звука.

Уравнение движения нелинейной волны определится как (1.9)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (c_0 + \varepsilon u) \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (1.11)$$

где $\varepsilon = (\gamma + 1)/2$. Для воздуха $\gamma \approx 1.4$ в то время как для воды $\gamma \approx 7$, что, казалось бы, должно определить существенное влияние нелинейности на процессы распространения волн в среде. Однако величина амплитуды сигнала u для акустических волн определяется как

$$u = \frac{p'}{\rho c_0}. \quad (1.12)$$

Тогда нелинейная акустическая волна, например в воде, распространяется со скоростью

$$c = c_0 + \varepsilon u = c_0 \left(1 + \frac{\varepsilon u}{c_0}\right) = c_0 \left(1 + \frac{(\gamma + 1)p'}{2\rho c_0^2}\right). \quad (1.13)$$

Если теперь подставить давление в звуковой волне $p' \sim 1 \text{ atm}$, что определяется ограничениями на амплитуду волны кавитационными процессами в воде на небольших глубинах, то число Маха $M = 1 + \Delta c/c_0$ получится порядка 10^{-4} , в то время как для волн второго звука такие же числа Маха можно получить для амплитуды тепловых волн $\delta T \sim 10^{-4} \text{ K}$, что представляет бесконечно малую величину по сравнению с температурой жидкости ($T \approx 2 \text{ K}$). Более подробно этот вопрос о свойствах гелия и его преимуществах для изучения нелинейных волн будет разобран ниже.

1.3.1. Гидродинамика сверхтекучего гелия В сверхтекучем гелии наряду с двумя компонентами жидкости могут существовать несколько видов слабозатухающих колебаний, в том числе первый и второй звуки.

Ниже рассмотрим гидродинамику сверхтекучего гелия, следуя теоретическим рассмотрениям, изложенным в [45].

Особенностью сверхтекучего гелия является существование в нем двух компонент - нормальной и сверхтекучей, независимые движения которых определяют уникальные свойства гелия. Упорядоченное движение возбуждений увлекает за собой лишь часть жидкости - нормальную компоненту, плотность которой ρ_n . Остающаяся часть - "сверхтекучая" с плотностью $\rho_s = \rho - \rho_n$ совершает независимое потенциальное движение. Скорости нормального и сверхтекучего движения \mathbf{v}_n и \mathbf{v}_s , при этом для сверхтекучей компоненты должно выполняться условие

$$\text{rot } \mathbf{v}_s = 0 \quad (1.14)$$

Условие потенциальности движения сверхтекучей компоненты не нарушается до тех пор, пока скорости движения не достигнут критических величин, при которых возникает взаимодействие нормальной и сверхтекучей компонент.

Уравнения гидродинамики сверхтекучей жидкости может быть получены из законов сохранения. Закон сохранения массы запишется как

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \mathbf{j} = 0, \quad (1.15)$$

где плотность жидкости это плотность двух ее компонент $\rho = \rho_n + \rho_s$, а импульс единицы объема (поток жидкости) - это импульс нормальной и сверхтекучей компоненты $\mathbf{j} = \rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s$. Закон сохранения импульса жидкости запишется как

$$\frac{\partial j_i}{\partial t} + \frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k} = 0, \quad (1.16)$$

где Π_{ik} - тензор потока импульса. Для сверхтекучего гелия можно записать

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \mathbf{v}_s \text{div} \mathbf{j} + (\mathbf{j} \nabla) \mathbf{v}_s + \mathbf{j}_0 \text{div} \mathbf{v}_n + (\mathbf{v}_n \nabla) \mathbf{j}_0 + \nabla p = 0. \quad (1.17)$$

Для малых возмущений уравнение сохранения импульса переписывается как

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \nabla p = 0. \quad (1.18)$$

Для бездиссипативных процессов движение обратимо и сохраняется энтропия системы

$$\dot{S} + \operatorname{div} \mathbf{F} = 0, \quad (1.19)$$

где \mathbf{F} - вектор потока энтропии. Для сверхтекучего гелия возбуждения переносятся только нормальной компонентой, поэтому $\mathbf{F} = S \mathbf{v}_n$. И закон сохранения энтропии запишется как

$$\frac{\partial(\rho\sigma)}{\partial t} + \rho\sigma \operatorname{div} \mathbf{v}_n = 0, \quad (1.20)$$

где $\rho\sigma = S$.

Движение сверхтекучей компоненты определяется законом сохранения импульса сверхтекучей компоненты. С учетом потенциальности движения сверхтекучей компоненты получим

$$\dot{\mathbf{v}}_s + \nabla\left(\varphi + \frac{\mathbf{v}_s^2}{2}\right) = 0, \quad (1.21)$$

где φ - некая скалярная функция, являющаяся в результате химическим потенциалом μ неподвижной жидкости. И уравнение (1.21) будет иметь вид:

$$\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + \nabla \mu = 0. \quad (1.22)$$

1.3.2. Первый и второй звук в сверхтекучем гелии Звуковые волны плотности или давления (первый звук) находятся из уравнений гидродинамики сверхтекучего гелия, если из уравнений (1.15) и (1.18) исключить импульс \mathbf{j} :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \Delta p. \quad (1.23)$$

Уравнения двухжидкостной гидродинамики дают еще одно решение - волны второго звука (волны температуры или волны энтропии). В первых, из уравнений (1.18), (1.20) и (1.22) исключим скорости \mathbf{v}_n и \mathbf{v}_s .

Затем продифференцируем по времени уравнение (1.20), применим операцию div к уравнениям (1.18) и (1.22) в результате находим второе уравнение для волн в сверхтекучем гелии:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = \frac{\rho_s}{\rho_n} \sigma^2 \Delta T \quad (1.24)$$

Для малых амплитуд волн ($\delta T/T \ll 1$ и $\delta p/p \ll 1$) с учетом малой величины коэффициента теплового расширения гелия-II ($(\frac{\partial \rho}{\partial T})_p \ll 1$, что приводит к примерному равенству $C_p \approx C_V$) в среде распространяются две волны (плотности и температуры - волны первого и второго звуков) со скоростями, определяемыми соотношениями

$$c_1 = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}} \quad (1.25)$$

и

$$c_2 = \sqrt{\frac{\rho_s S^2 \partial T}{\rho_n \rho \partial S}}. \quad (1.26)$$

Из уравнения распространения волн (1.24) следует, что второй тип волн это волны энтропии или температуры. Волну второго звука можно определить как волну плотности в газе возбуждений, для которой давление и плотность в реальном пространстве не меняются

$$\rho = \rho_s + \rho_n = \text{const}, \quad \text{or} \quad \frac{\partial \rho_s}{\partial t} = -\frac{\partial \rho_n}{\partial t} \quad (1.27)$$

$$\mathbf{j}' = \rho_s \mathbf{v}'_s + \rho_n \mathbf{v}'_n = 0, \quad (1.28)$$

где штрихами обозначены изменения скорости или потока нормальной и сверхтекучих компонент. В волне второго звука и нормальная, и сверхтекучая компоненты совершают встречное движение так, что суммарный поток вещества не меняется в любой из моментов времени. Теоретическая возможность существования волн второго звука была предсказана в работе Е.М.Лифшица [46]. Экспериментально второй звук был обнаружен В.П.Пешковым [47, 48]. Вывод уравнений двухжидкостной гидродинамики можно найти в [45]

Учет неравенства нулю коэффициента теплового расширения жидкого гелия определяет зацепление волн первого и второго звука, которое возрастает при приближении к температуре сверхтекучего перехода. Так при $T = 1.2 K$ коэффициент теплового расширения равен $2 * 10^{-4} K^{-1}$, при $T = 1.5 K$ - $2.5 * 10^{-3} K^{-1}$, $T = 1.9 K$ - $\sim 10^{-2} K^{-1}$ и при $T = 2.08 K$, где было проведено большинство измерений, коэффициент равен $\sim 1.5 * 10^{-2} K^{-1}$ [49]. На незначительной зависимости плотности от температуры основаны проведенные нами измерения амплитуды первого звука при их регистрации сверхпроводящим болометром.

В качестве среды изучения особенностей распространения нелинейных волн был выбран сверхтекучий гелий, в котором распространяются обычные звуковые волны плотности (давления или волны первого звука) и волны тепловые (волны энтропии или волны второго звука). Свойства волн второго звука в сверхтекучем гелии определили преимущества гелия для исследования акустической турбулентности.

Одной из особенностью волн второго звука в сверхтекучем гелии является его бездисперсионная природа, т.е. отсутствие зависимости скорости волн от их частоты в экспериментальном интервале частот (до нескольких мегагерц) [50]

$$c_{20} = \frac{\omega}{k} = \frac{\partial \omega}{\partial k}. \quad (1.29)$$

Частота второго звука зависит от его волнового вектора как [51]

$$\omega = c_{20}k[1 + \lambda_0 \xi^2(T)k^2 + \dots], \quad (1.30)$$

где $\xi(T) = \xi_0(1 - T/T_\lambda)^{-2/3}$, $\xi_0 \sim 2 - 3 \text{ \AA}$, и $\lambda_0 \sim 1$. Стоит подчеркнуть, что дисперсия второго звука имеет заметную величину только в непосредственной близости от сверхтекучего перехода (т.е. при $T_\lambda - T < 1 \text{ \mu K}$) и пренебрежимо мала при температурах $T < 2.1 K$, имеющих отношение к настоящему исследованию. Это позволяет рассматривать взаимодействие коллинеарных волн при трех и четырехволновых процессах при их обмене

импульсом и энергией. Бездисперсионная природа тепловых волн позволяет использовать второй звук в сверхтекучем гелии в качестве объекта для изучения взаимодействия волн в наиболее простой в математическом описании одномерной геометрии (квазиодномерная геометрия).

В отличие от большинства веществ, движение тепловых волн в сверхтекучем гелии обусловлено их волновой природой, а не диффузионным распространением тепла, при котором волна затухает на расстояниях, сравнимых с длиной волны. Затухание волн второго звука чрезвычайно мало, что обусловлено двухжидкостной природой тепловых волн в сверхтекучем гелии. При малых частотах затухание распространяющихся в жидкости волн второго звука (меньше 100 kHz) определяется, в основном не объемной вязкостью, а трением волны о поверхность волновода.

Другой уникальной особенностью волн второго звука в сверхтекучем гелии является сильная зависимость их скорости от амплитуды волны. При этом коэффициент нелинейности может быть как большим положительным, может быть равным нулю и, что не наблюдается почти ни в каких других акустических волнах, отрицательным. При приближении к T_λ отрицательный коэффициент нелинейности становится бесконечно большим. При распространении волн второго звука достаточно малой амплитуды ($\delta T/T \ll 1$) формируются разрывы или на фронте волны, или на ее спаде (в зависимости от знака коэффициента нелинейности) при пробеге волной расстояния всего в несколько cm . Точно как же в периодической волне образуются кратные гармоники при весьма малых размерах системы.

Этими уникальными свойствами гелия мы воспользовались для моделирования распространения сильно нелинейных волн в среде с линейным законом дисперсии и малым затуханием. Впервые идею об использовании волн второго звука для изучения поведения нелинейных волн высказал И.М. Халатников [45]. И действительно, сверхтекучий гелий по своим свойствам является идеальной модельной средой для изучения нелинейных

волн и турбулентности Бюргерса (ТБ). Использовать уравнения Бюргерса для описания нелинейной волны конечной амплитуды в сверхтекучем гелии было предложено в работах [52, 53]. Однако, экспериментальные результаты показали, что реальная ситуация при распространении таких волн более сложная, чем следует из простых теоретических рассмотрений УБ и ТБ.

ГЛАВА 2 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕТОДИКА

Сложность экспериментов с волнами второго звука в сверхтекучем гелии связана с низкими температурами, при которых нужно вести эксперименты, аккуратностью работы со средним вакуумом и особенностями измерения температурных волн малой амплитуды. Рабочие экспериментальные температуры, при которых существует сверхтекучий гелий (ниже $T_\lambda \sim 2.17 \text{ K}$) достигаются откачкой паров гелия, что требует наличия соответствующего оборудования и разработки специальной методики эксперимента.

2.1. Регистрация тепловых волн

Исследованиями распространения волн второго звука занимались и занимаются несколько групп в разных странах. По методу генерации и регистрации волн второго звука все экспериментальные методики можно разделить на две группы: одни исследователи используют в качестве чувствительного элемента разного типа термометры, обладающие высокой чувствительностью при низких температурах, например, сверхпроводники или полупроводники [47, 52, 54, 55, 56, 57, 58, 59].

Другой возможностью для детектирования волн в сверхтекучем гелии является свойство сверхтекучей компоненты проникать через маленькие поры мембраны, через которые нормальная компонента не проходит [60, 61, 62]. Сверхтекучая компонента, затекая в замкнутый объем, меняет в нем давление и выгибает мембрану. Изгиб металлизированной мембраны изменяет емкость конденсатора, одной из пластин которого является мембрана. Это изменение емкости регистрируется, например, как изменение частоты генератора.

У обоих этих методов есть свои достоинства и недостатки. Так изме-

рение волн второго звука термометрами имеет высокую чувствительность, которая зависит от температуры. Для сверхпроводящей пленки максимальную чувствительность нужно подбирать для каждой температуры либо материалом болометра, либо током или магнитным полем. Но, с другой стороны, размер болометра можно сделать очень маленьким (скажем доли mm и меньше). Рабочие частоты таких термометров могут достигать до десятков MHz .

Рабочий диапазон по температуре емкостных датчиков на основе пористой пленки значительно более широкий. Для работы такого датчика необходимо наличие и движение только сверхтекучей компоненты, так что он реагирует не только на волны второго звука, но и на волны первого звука. Однако чувствительность емкостных датчиков сильно зависит от массы пористой пленки, трения пленки о нормальную компоненту при ее изгибе, амплитуды колебаний мембраны, размеров датчика и его собственных резонансных частот. Размер такого датчика трудно сделать меньше cm , что сильно ограничивает область регистрируемых длин волн и решаемые задачи.

Рабочий диапазон температур для работы с волнами второго звука находится ниже $2.17 K$, что позволяет регистрировать такие температуры с помощью сверхпроводящих болометров. Методика измерения достаточно проста - измеряется изменение сопротивления пленки в районе сверхпроводящего перехода при изменении температуры. На подложку из диэлектрика напыляется тонкий слой сверхпроводящего металла. При этом необходимо подобрать металл таким образом, чтобы середина сверхпроводящего перехода попадала на рабочую температуру регистрируемых волн. Для тонких пленок сама температура перехода может не совпадать с температурой перехода массивного сверхпроводника, равно как и влияние магнитного поля на сверхпроводимость пленки может сильно отличаться: критическое поле пленки может быть во много раз выше величины для массивного

сверхпроводника. При изменении температуры измерений рабочую точку болометра можно сдвигать с помощью магнитного поля, подбирая его так, чтобы сопротивление пленки соответствовало середине сверхпроводящего перехода.

В нашей работе мы экспериментально подбирали параметры болометров для определения оптимальных условий измерений. В первых работах нами были использованы рениевые болометры, состоявшие из напыленных на подложку сэндвича из $Re-Ni$ [63]. Внешнее магнитное поле усиливалось никелевой пленкой, что позволяло легко сдвигать температуру сверхпроводящего перехода с $T_c = 2.4 K$ на рабочие температуры. Однако трудности с напылением из-за очень высокой температуры плавления $T_m = 3459 K$ и кипения $T_b = 5869 K$ Re , сложность изготовления рисунка структуры болометров литографией заставили нас найти другой тип сверхпроводников.

Из ранних экспериментов с волнами второго звука было известно, что в качестве термометров волн второго звука использовались бронзовые проволоки [47, 54, 64, 65, 66]. Поэтому в качестве материала болометров мы стали использовать оловянно-медные пленки, напыленные на стеклянные или кварцевые подложки. Грубо температуру перехода от $3.7 K$ до $0 K$ можно было менять, изменяя концентрацию меди в олове. Процесс напыления с учетом температуры плавления и испарения смеси $Sn + Cu$ можно было осуществить в вакууме термическим испарением с поверхности вольфрамового нагревателя. Нами было определено влияние состава сплава, который приготавливался в процессе напыления, на температуру сверхпроводящего перехода [67]. На рис. 2.1 показано влияние концентрации меди на T_c .

Температуру перехода легко можно было сдвигать либо током через болометр, либо магнитным полем. Для сдвига перехода магнитным полем в прибор помещался небольшой соленоид, который мог создавать поля до $0.1 T$ при токе до $10 A$. Рисунок Re болометра изготавливался литографией

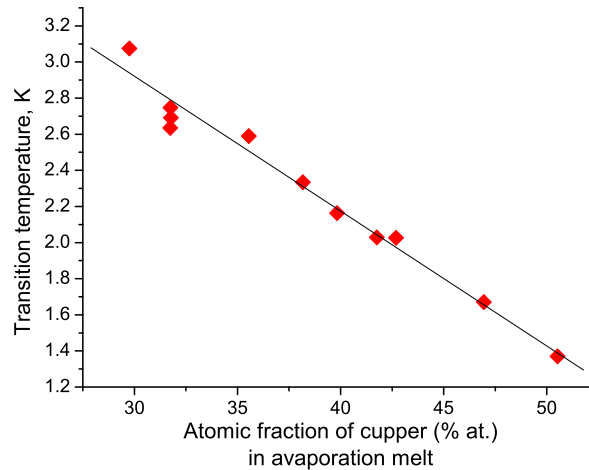


Рис. 2.1. Влияние концентрации меди в сплаве $Sn + Cu$ на температуру сверхпроводящего перехода болометра. Толщина пленки болометра $40 - 60 \text{ nm}$.

с общими размерами болометра $L \times L \sim 2 \times 2 \text{ mm}^2$. После того, как мы перешли на $Sn + Cu$ болометры, дорожка болометра с толщиной линий миандра $h \sim 0.2 - 0.4 \text{ mm}$ рисовалась иглой с помощью высокоточного двухкоординатного планшета. Общее сопротивление болометра при этом составляло $R \sim 1 - 10 \text{ k}\Omega$ при линейных размерах болометра порядка нескольких mm (обычно $2 \times 2 \text{ mm}^2$). Зависимость влияния токов на один из использовавшихся в работе болометров приведен на рис. 2.2.

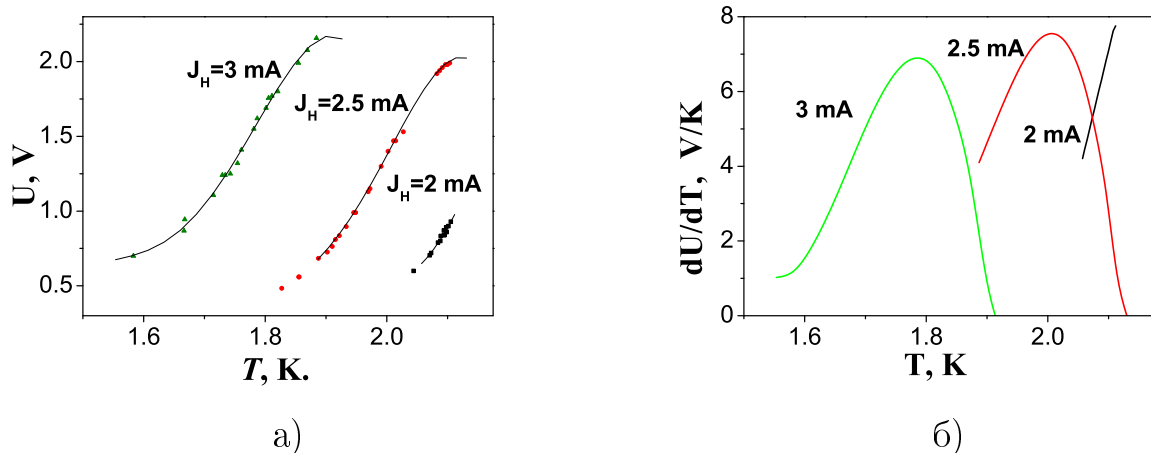


Рис. 2.2. Температурная зависимость а) падения напряжения на одном из болометров при разных токах и б) - его чувствительность.

Чувствительность болометров, изготовленных по такой простой технологии, достигала $\sim 10 V/K$, что позволяло регистрировать тепловые волны с амплитудой порядка нескольких μK .

Для проверки временного отклика всей измерительной системы: генераторов, нагревателей, болометров, усилителей и осциллографов (более подробно об измерительной схеме написано ниже) мы проводили тестовые измерения импульсных сигналов малой интенсивности при расположении нагревателя на расстоянии порядка 1 м от болометра и стабилизируя температуру вблизи $T_\alpha \approx 1.88\text{ К}$. Оказалось, что время нарастания фронта регистрируемого сигнала не превосходит $\tau \sim 0.1\ \mu s$, что позволяло уверенно разрешать частоты до $f \sim 10\text{ МГц}$.

2.2. Волноводы и резонаторы волн второго звука

Эксперименты с волнами второго звука в сверхтекучем гелии показывают их большую расходимость в открытой геометрии. Действительно, дифракционная расходимость волны определяется соотношением:

$$\sin \theta \approx \frac{\lambda}{D} = \frac{c_{20}}{fD} \quad (2.1)$$

Расходимость больше 30° от излучателя $D \sim 1\text{ см}$ наблюдается для волн с частотами до $\sim 10^4\text{ Гц}$. Для создания коллинеарных волн необходимы волноводы, в которых тепловая волна первоначально занимает всю площадь волновода и полностью отражается от стенок. Почти все проведенные нами эксперименты выполнялись в волноводах и резонаторах, источник волн второго звука в которых (нагреватель) занимал все (или почти все) сечение волновода.

Волноводы волн второго звука и резонаторы собирались в соответствии с задачами эксперимента. В качестве материала волновода использовались стекло, но чаще кварцевое стекло, из-за его прочности при быстром охла-

ждении.

В качестве волноводов в наших экспериментах использовались стеклянные трубки с внутренним диаметром $D \approx 3 \text{ mm}$ и длиной несколько *см*. Нагреватель квадратной формы $2 \times 2 \text{ mm}^2$ на торце кварцевой палочки можно было перемещать вдоль волновода, а так же использовать его как (квази) точечный источник тепловых волн для изучения распространения акустических волн в трехмерной геометрии (рис. 2.3 а)).

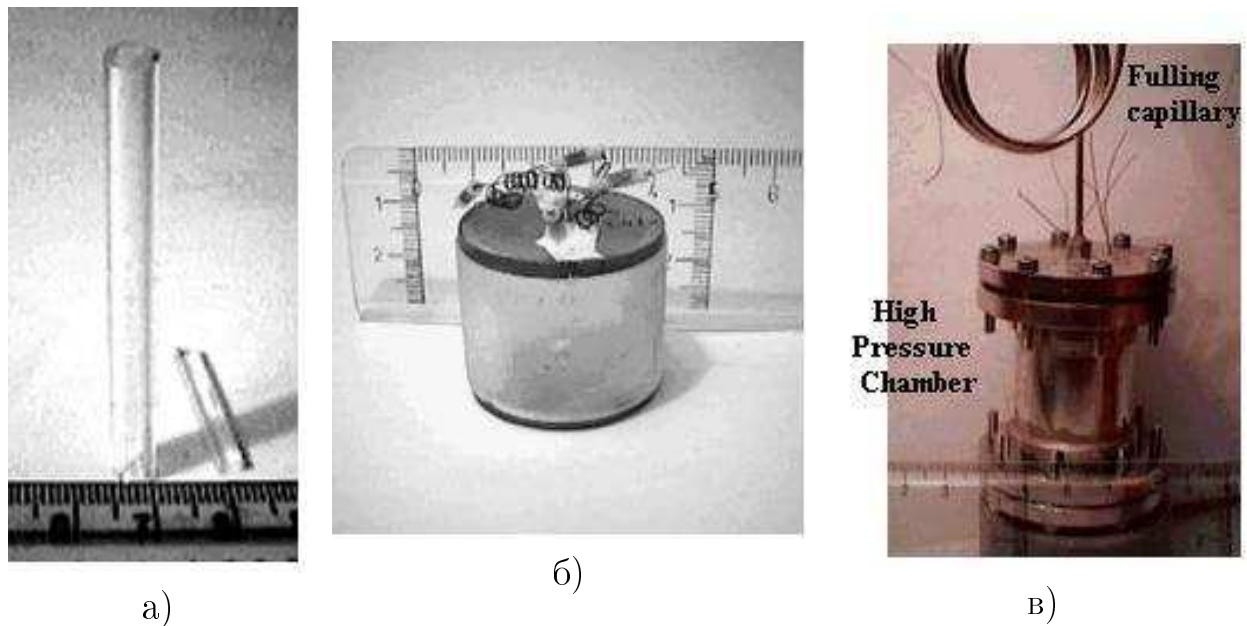


Рис. 2.3. Вид волноводов и резонаторов, использованных в экспериментах: а) - стеклянный волновод $D \sim 5 \times 3 \text{ mm}$ и нагреватель, использованный для исследования распространения импульсов волн второго звука; б) - один из резонаторов волн второго звука для возбуждения квазиодномерных стоячих волн; в) - камера для изучения распространения нелинейных волн в резонаторах и волноводах при повышенных давлениях (p до $\sim 25 \text{ bar}$).

Резонаторы волн второго звука изготавливались из кварцевого стекла. Типичные размеры резонаторов были $D \approx 15 \text{ mm}$, длина $L \sim 20 - 70 \text{ mm}$ (рис. 2.3 б)). По публикациям [54] и из наших первых наблюдений [68] было известно, что в цилиндрическом резонаторе плоский нагреватель, наряду с продольными колебаниями, может возбуждать и радиальные моды. Поэтому мы старались разнести возможные резонансные частоты продольных и

радиальных мод, разумно увеличивая длину резонатора.

При изготовлении резонаторов волн второго звука основное внимание уделялось однородности волны по всей поверхности нагревателя. Для этого точно также, как и для болометра, нагреватель в форме миандра наносился на подложку по всему сечению волновода. В одних экспериментах нагреватель изготавливался литографическим травлением, в других - рисовался на подложке, процарапыванием металлической пленки. Сопротивление нагревателя согласовывалось с сопротивлением генератора, поэтому было необходимо подбирать его близким к 50Ω .

Основным материалом нагревателей были пленки никеля, окиси молибдена или несверхпроводящего сплава меди с оловом. Для пленочного нагревателя, в интересующем нас частотном интервале ($f < 1 \text{ MHz}$), температура поверхности нагревателя достаточно точно следовала интенсивности сигнала генератора. Если длительность теплового импульса τ_p достаточна для установления стационарных условий теплопередачи и задержка сигнала за счет теплоемкости нагревателя и дополнительного теплового сопротивления границы раздела мала по сравнению с τ_p , то мы можем пренебречь инерционностью нагревателя. Эксперименты, проведенные при $T = T_\alpha$ на малых расстояниях между нагревателем и термометром при малых интенсивностях импульсов показали, что крутизна фронтов импульсов была лучше $0.1 \mu s$, т.е. при временах импульса больше 100 ns тепловой инерцией нагревателя можно пренебречь.

Для проведения экспериментов с волнами второго звука при повышенных давлениях была собрана ячейка высокого давления, способная выдерживать давления до $p \approx 25 \text{ bar}$, в которой можно было размещать волноводы и резонаторы для проведения измерений (рис. 2.3 в)). В ячейку можно было также помещать соленоид, так что методика измерений ничем не отличалась от измерений при давлении насыщенных паров.

2.3. Экспериментальная техника

Типичная схема эксперимента с волнами второго звука приведена на рис. 2.4.

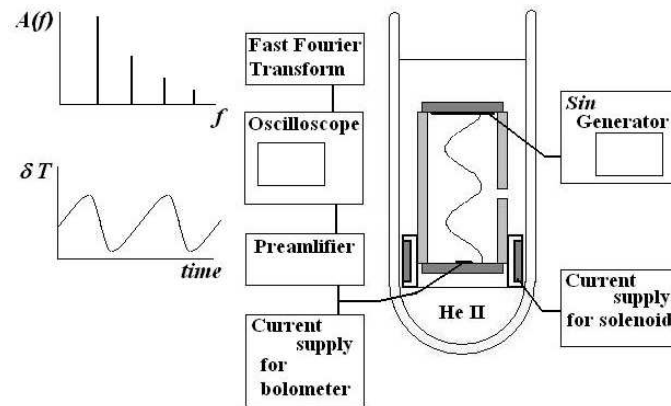


Рис. 2.4. Схема экспериментальной установки для изучения волн второго звука в сверхтекучем гелии.

Нагреватель для возбуждения волн второго звука помещался в волновод или на торец резонатора. Одной из особенностей волн второго звука является то, что задавая форму сигнала генератора, можно запускать в систему волну любой формы, например, импульсы любой длительности. На втором конце волновода или резонатора крепился болометр, занимавший малую часть резонатора или волновода. Для повышения разрешения системы по частотам необходимо было тщательно следить за параллельностью излучателя волн и их приемника, а также за их перпендикулярностью стенкам волновода. Наиболее технологичными в этом смысле являются цилиндрические волноводы, которые в основном и использовались в наших экспериментах.

В нижней части волновода располагался сверхпроводящий соленоид для сдвига рабочей точки болометра. Температура измерений стабилизировалась регулятором температуры.

Зарегистрированный сигнал, соответствующий изменению температу-

ры и сопротивления болометра, усиливался изготовленным в ИФТТ малощумящим усилителем с коэффициентом усиления ~ 100 , записывался цифровым осциллографом и затем обрабатывался компьютером. Длительность записи доходила до $2 * 10^6$ точек.

При анализе формирования Фурье-спектров искаженных за счет нелинейности сигналов, в первую очередь проверялся на наличие кратных гармоник сигнал накачки. На ряде графиков в качестве примера монохроматичности сигнала накачки приведен его Фурье-анализ.

Часть 2
Ударные волны в сверхтекучем гелии.

ГЛАВА 3 ОДНОМЕРНЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ЗВУКОВ

Распространение и изменение формы волны в среде определяется множеством параметров от которых зависит скорость волны: дисперсионными соотношениями, диссипативными и нелинейными процессами, возможностью распространения многопоточковых волн или волна может быть только однопоточковая. Рассмотрим волну в среде без дисперсии и без затухания (это примерно соответствует распространению волн второго звука в сверхтекучем гелии) Слабые плоские волны распространяются без искажений с одинаковой скоростью c и в одномерной геометрии вне области источника (справа от него) удовлетворяют уравнению [69]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3.1)$$

Скорость c одинакова только для слабых волн. В средах без дисперсии она может зависеть от амплитуды, в результате чего появляются нелинейные искажения формы волны.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c(u) \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3.2)$$

Переход в движущуюся систему координат и введение соответствующей нормировки приводит к изменению вида уравнения (уравнение нелинейной волны)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3.3)$$

Для любой нелинейной волны преобразование формы волны определяется конкуренцией двух процессов - нелинейности, зависящей от амплитуды волны и ее затуханием, которое зависит от частоты волны. При излучении в нелинейную среду гармонической волны за счет нелинейности

происходит укрупнение волны, что означает образование кратных гармоник и, соответственно перекачку энергии из основной гармоники в высокочастотный край спектра, где и происходит поглощение. Процесс укрупнения рис. 3.1 б) приводит к опрокидыванию волны, когда одна из точек профиля волны начинает обгонять соседние точки. Процесс развития формы волны после этого может быть разным, волны разделяются на два типа в зависимости от их физической природы — волны с разрешенным многопоточковым движением (например, потоки невзаимодействующих частиц, многопоточковые движения холодной плазмы, и т.д.) рис. 3.1 в) и волны по своей природе однопоточковые. Типичный пример последних — волны давления в газе. Для них в момент опрокидывания, в окрестностях градиентной катастрофы, необходимо учитывать нелокальное взаимодействие резко меняющейся волны со средой, приводящее к образованию крутых перепадов профиля волны — так называемых разрывов или ударных фронтов, до и после которых гладкий профиль волны по-прежнему подчиняется нелинейному уравнению распространения волны рис. 3.1 г).

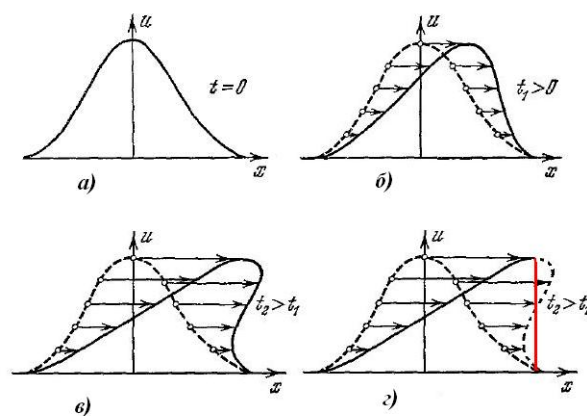


Рис. 3.1. Процесс укрупнения нелинейной волны. а) Начальный профиль, б) укрупнение профиля, в) профиль опрокидывающейся волны с разрешенным многопоточковым распространением, г) профиль однопоточковой волны и образование разрыва.

При распространении нелинейной волны любой формы при прохождении какого-то расстояния образуются ударные волны. В среде с отсутствием затухания образуются бесконечно узкие разрывы. Время образования разрыва или начала опрокидывания волны можно найти из условия

$$t_0 = -\frac{1}{\min u'_0(x)} = 0 \quad (3.4)$$

Особенностью волн второго звука в сверхтекучем гелии являются их необычные свойства, делающие их идеальным объектом для изучения нелинейных волн. Волны второго звука (тепловые волны или волны энтропии) при низких частотах имеют линейный закон дисперсии

$$\omega_k = c_{20} k \quad (3.5)$$

слабое затухание и необычайно большой знакопеременный коэффициент нелинейности скорости звука. Достаточно сильное поглощение второго звука происходит только на вихревой структуре сверхтекучего гелия, что используется как инструмент при изучении поведения турбулентности в жидком гелии [14, 70]. При распространении волн второго звука большой интенсивности скорость волны будет определяться амплитудой волны δT

$$c_2 = c_{20} + \alpha_2 \delta T \quad (3.6)$$

и тогда уравнение Бюргерса (уравнение нелинейной волны в среде с затуханием и с линейным законом дисперсии) для волн второго звука в движущейся системе координат можно записать как [2, 52]

$$\frac{\partial \delta T}{\partial t} + \alpha_2 \delta T \frac{\partial \delta T}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 \delta T}{\partial x^2} \quad (3.7)$$

Коэффициент нелинейности скорости второго звука α_2 стремится к $-\infty$ при приближении к T_λ . При охлаждении жидкости α_2 уменьшается, проходит через ноль при температуре $T_\alpha = 1.88 \text{ K}$, затем становится большим положительным (рис. 3.2).

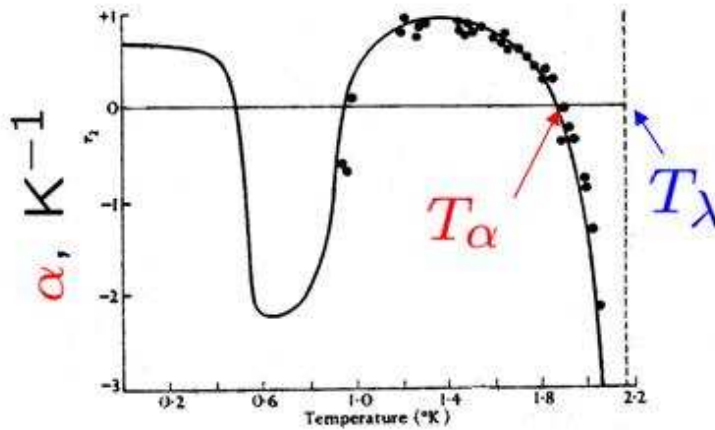


Рис. 3.2. Зависимость коэффициента нелинейности скорости второго звука от температуры. Сплошная линия - расчеты И.М. Халатникова [71], точки - экспериментальные результаты работы [72].

Теоретически расчеты, сделанные Халатниковым [71], определяют коэффициент нелинейности второго звука как

$$\alpha_2(T) = \frac{\sigma T}{C} * \frac{\partial}{\partial T} \ln\left(c_{20}^3 \frac{C}{T}\right) \quad (3.8)$$

Теоретическая кривая и данные экспериментальных измерений приведены на рис.3.2.

Таким образом из-за аномально большой нелинейности в сверхтекучем гелии волна второго звука любой формы при пробеге в несколько mm превращается в треугольный импульс с разрывом в соответствии со знаком нелинейности. Такие особенности свойств сверхтекучего гелия делают его необычайно удобным объектом для изучения поведения нелинейных волн, при этом можно менять коэффициент нелинейности как по величине, так и по знаку просто изменяя температуру жидкого гелия. Эксперименты при температуре $T_\alpha = 1.88 K$, где коэффициент нелинейности становится равным нулю, позволяют проверять связаны ли наблюдаемые эффекты с нелинейными свойствами скорости волны.

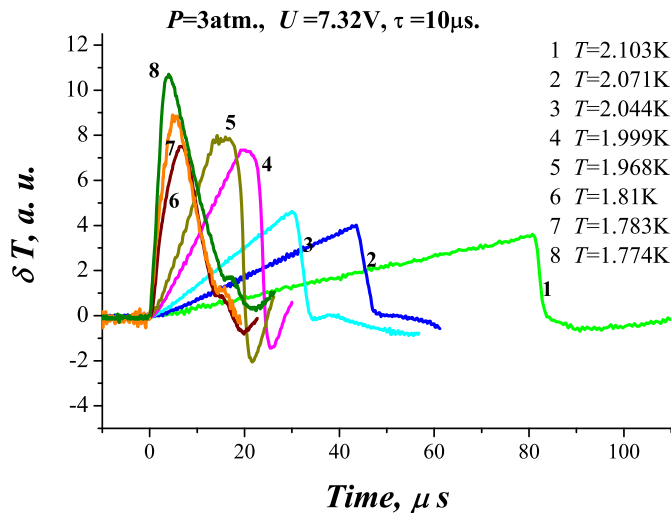


Рис. 3.3. Изменение формы прямоугольного импульса при изменении температуры (и разных коэффициентах нелинейности). Расстояние от нагревателя до болометра $L = 3 \text{ cm}$ в капилляре $D = 3 \text{ mm}$, размер нагревателя $2 * 2 \text{ mm}^2$, плотность теплового потока $q = 10 \text{ W/cm}^2$, давление жидкости $P = 3 \text{ atm}$.

3.1. Ударные волны второго звука

Эксперименты, проведенные нами в сверхтекучем гелии-4, показали справедливость вышеприведенных рассуждений. В удобной для экспериментов области температур (при откачке паров гелия-4) положительный коэффициент нелинейности скорости второго звука наблюдается при $T < T_\alpha$, при этом разрыв образуется на фронте волны, как и в ударных волнах первого звука в воздухе, например, при взрывах. Следует отметить, что впервые ударные волны второго звука наблюдал Осборн [73]. При высоких температурах (при $T_\alpha < T < T_\lambda$) коэффициент нелинейности отрицательный и разрывы в волне образуются на спаде волны - ситуация неизвестная для обычного звука в обычных условиях (рис. 3.3). Для звуковых волн в обычных жидкостях отрицательный коэффициент нелинейности теоретически предсказывался лишь в окрестностях критической точки жидкость-пар [74], что и было обнаружено экспериментально только в таких экзоти-

ческих условиях [75].

При температурах вблизи T_α коэффициент нелинейности равен нулю и импульс волны второго звука остается практически прямоугольным [57].

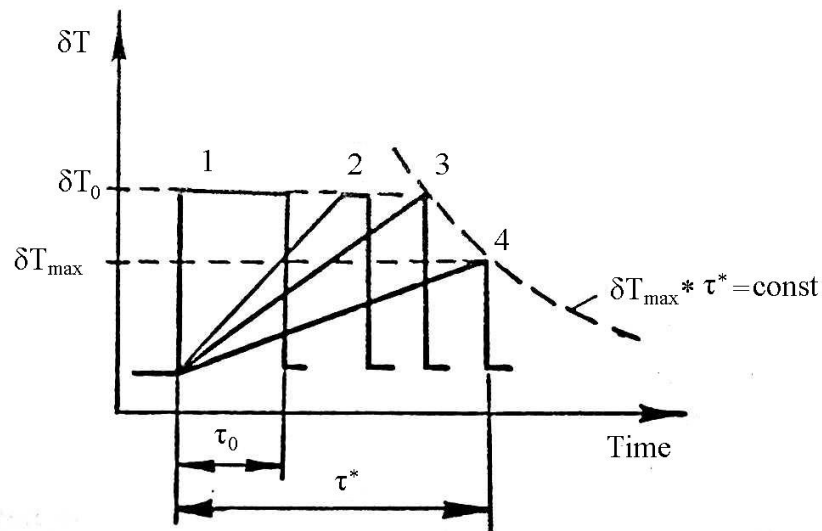


Рис. 3.4. Эволюция профиля импульса второго звука при движении волны. Стадия формирования треугольного импульса (профили 1, 2 и 3) и стадия нелинейного затухания (профиль 4) (Из работы [76]).

Экспериментальное подтверждение вышеприведенных соотношений приведены для положительного коэффициента нелинейности на рис. 3.6 и для отрицательного на рис. 3.5.

Посмотрим как меняется форма импульса по мере удаления волны от источника в одномерной геометрии. Прямоугольный импульс в движущейся системе координат на первой стадии движения превращается в трапецевидный (рис. 3.4 1, 2 и 3) с неизменной амплитудой δT , пока его длительность не увеличится вдвое. Затем, при пренебрежении затуханием, максимальная амплитуда треугольного профиля уменьшается и удлиняется (рис. 3.4 4) в соответствии с законом сохранения энергии [77, 76]

$$\delta T_{max} * \tau^* = 2\delta T_0 * \tau_0 \quad (3.9)$$

и с учетом очевидного равенства

$$\tau^*(t) = \tau_0 + \frac{1}{2} \int_0^t \alpha_2 \delta T(t') dt', \quad (3.10)$$

где $t \approx L/c_{20}$, получим зависимость для амплитуды наблюдаемой треугольной волны

$$\delta T_{max}(t) = \delta T_0 / \sqrt{(1 + \alpha_2 * \delta T_0 * t / 2\tau_0)} \quad (3.11)$$

Таким образом при неизменной мощности излучаемого сигнала длительность треугольной волны увеличивается по корневому закону по мере увеличения пробега волны, при этом амплитуда уменьшается также по корневому закону. Такие зависимости хорошо видны на рис. 3.5 б) и в) при практически неизменной энергии в тепловом импульсе г).

Расчеты, проведенные по удлинению импульса второго звука при пробеге расстояния L , позволяют вычислить величину коэффициента нелинейности скорости волны второго звука, что и было сделано в работах [56, 78]. Эти результаты достаточно хорошо подтвердили величины, полученные в классической работе Фейрбанка [72] по определению коэффициента нелинейности скорости волн второго звука.

Из приведенных выше соотношений можно оценить зависимость амплитуды нелинейной волны второго звука от мощности нагревателя. Если пренебречь паразитными потерями мощности нагревателя, например на возбуждение волн первого звука или перегрев жидкости вблизи нагревателя, то амплитуда излученной волны второго звука будет определяться мощностью приложенной к нагревателю (мы считаем, что $C(T) \simeq const$)

$$\delta T_{max}(t) * \tau^* = \delta T_0 * \tau_0 \sim Q * \tau_0 \sim U^2 * \tau_0 \quad (3.12)$$

Если прямоугольный импульс достаточно быстро превращается в треугольный и основные преобразования идут уже в треугольном импульсе, то из соотношения 3.11 получим следующую зависимость максимальной ам-

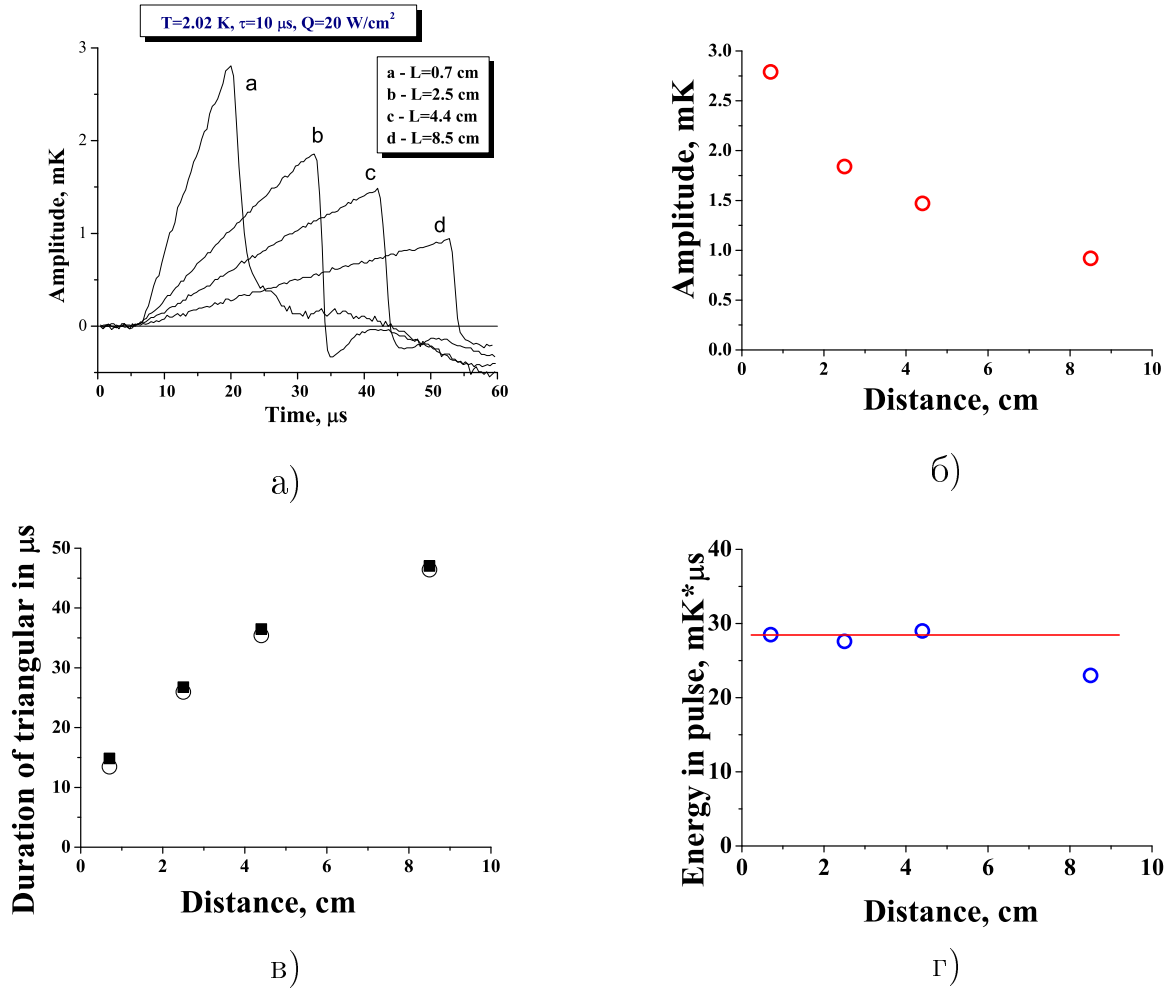


Рис. 3.5. а). Изменение формы сигнала второго звука в зависимости от пройденного волной расстояния. Излученный в среду прямоугольный импульс длительностью $\tau = 10 \mu s$ нагревателем с плотностью потока тепла $q = W/S = 20 W/cm^2$ практически сразу превращается в треугольный. При этом меняется длительность принимаемого сигнала (в) и его амплитуда (б) при практически неизменной энергии в сигнале $E \sim \delta T * \tau^*$ (г). Отрицательный коэффициент нелинейности, $T = 2.02 K$, капилляр $D = 3 mm$, нагреватель $2 * 2 mm^2$.

плитуды импульса от напряжения, приложенного к нагревателю на неизменном расстоянии до излучателя ($L = const$, $t = L/c_2 = const$ и $c_2 \approx c_{20}$)

$$\delta T_{max}(t) \sim \sqrt{\delta T_0} \sqrt{\tau_0} \sim \sqrt{Q} \sim U \quad (3.13)$$

Таким образом амплитуда треугольной нелинейной волны будет пропорциональной напряжению приложенному к нагревателю или корню квадратному от плотности теплового потока. Длительность импульса бу-

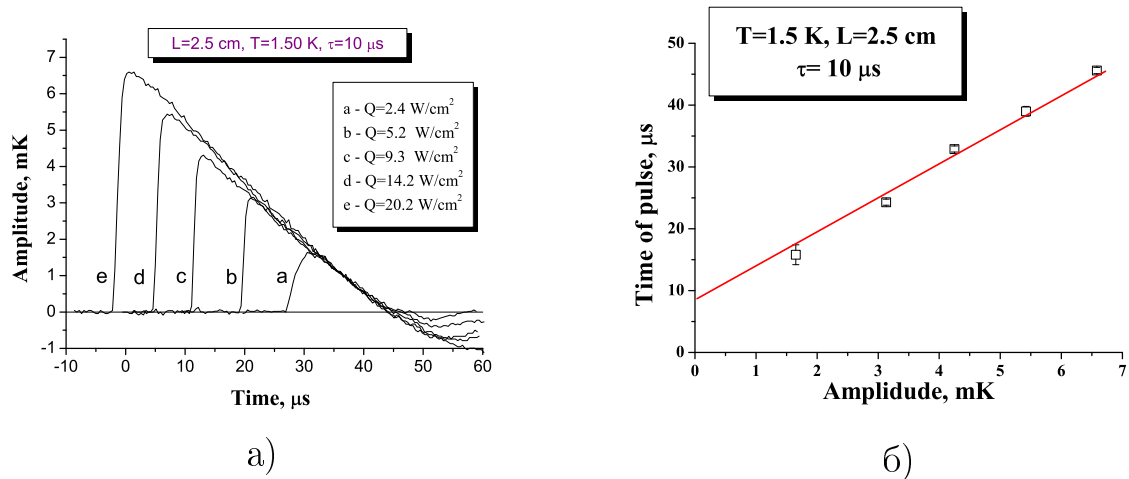


Рис. 3.6. Зависимость амплитуды и длительности принимаемого сигнала при разных амплитудах излучаемого импульса. 1 – D геометрия, длительность импульса $\tau = 10 \mu s$, подвижный нагреватель $2 * 2 \text{ mm}^2$ в капилляре $D = 3 \text{ mm}$, расстояние от нагревателя до болометра $L = 2.5 \text{ cm}$, SVP .

дет также возрастать пропорционально корню квадратному из амплитуды начального нагрева $\sqrt{\delta T} \sim \sqrt{Q} \sim U$. Эти зависимости были проверены экспериментально. На рис. 3.6 приведены зависимости длительности регистрируемого теплового импульса от его максимальной амплитуды на приемнике. Как и следует из вышеприведенных соотношений эти величины пропорциональны друг другу.

Приведенная выше модель формирования ударных волн приводит к градиентной катастрофе - образованию бесконечно тонких скачков давления для звуковых волн или разрывов температуры для волны второго звука. В реальных средах крутизна разрыва зависит от величиной акустического числа Рейнольдса - коэффициента определяющего конкуренцию нелинейных процессов и затухания:

$$Re_a = 2\varepsilon\rho u/bk = (\varepsilon/\pi)\rho u\lambda \quad (3.14)$$

где $b = (4/3)\eta + \xi + \kappa(1/C_V + 1/C_P)$ - эффективный коэффициент вязкости, представляющий из себя сумму сдвиговой и объемной вязкостей и члена описывающего затухание звука за счет теплопроводности, а ε - нелинейный

параметр, учитывающий влияние нелинейности среды. Например, для волн первого звука эта величина определяется зависимостью скорости звука от плотности вещества (амплитуды волны).

Для ударной волны крутизна фронта волны будет определяться из стационарного решения Бюргерса в виде бегущей волны неизменного профиля [2] - ступеньки с размытым фронтом, движущуюся вправо:

$$\delta T(x, t) = \Delta T [1 + \exp(\frac{\alpha_2(T)\Delta T}{2\nu}(x - Ut))] \sim [1 + \exp 1/Re_a], \quad (3.15)$$

где скорость движения ступеньки определится как скорость нелинейной волны с амплитудой половины скачка температуры в разрыве $U = c_{20} + \alpha_2(T)\Delta T/2$, при этом ширина переходной области δx равна отношению затухания к нелинейным добавкам скорости $2\nu/(\alpha_2 * \Delta T)$ (рис. 3.7 левый рисунок). Для периодической волны нелинейные искажения приведут к укрупнению одного из фронтов волны либо возрастающего, либо убывающего в зависимости от знака коэффициента нелинейности $\delta t * f = 1/Re_a$ (рис. 3.7, правый рисунок)

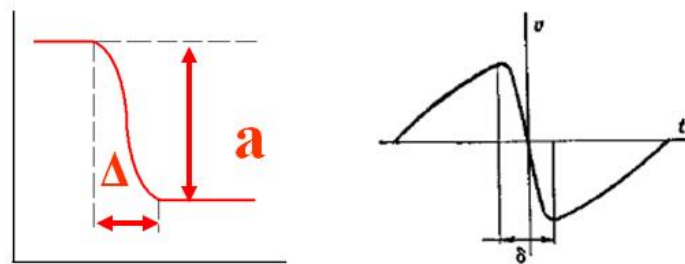


Рис. 3.7. Схема зависимости крутизны разрыва от отношения нелинейности и диссипации в среде для ударной и периодических волн.

Для волн второго звука акустическое число Рейнольдса определится точно также, как отношение нелинейного искажения формы волны к ее затуханию [79]

$$Re_a = \frac{\alpha_2 u_n}{\nu_2} \frac{\partial u_n}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2} \right)^{-1} = \alpha_2 u_{20} \frac{\partial \delta T}{\partial x} \frac{1}{\nu} \quad (3.16)$$

Для волн в одномерной геометрии, например, для волн, распространяющихся в волноводе, акустическое число Рейнольдса будет определяться отношением числа Маха ($\alpha_2 \delta T$) к затуханию волны на единицу длины. Для стоячих волн в резонаторе волн второго звука число Рейнольдса будет определяться как [80] $\alpha_2 Q \delta T$, где Q - добротность резонатора на резонансной частоте.

3.2. Ударные волны первого звука

Эксперименты с волнами второго звука показали образование разрывов при увеличении интенсивности теплового потока в импульсе. Из уравнения (3.6) видно, что для увеличения влияния нелинейных эффектов необходимо увеличивать амплитуду запускаемой в среду волны. Для волн второго звука это означает увеличение плотности нагрева пленочного нагревателя. Но увеличение интенсивности нагрева лишь до какой-то величины увеличивает интенсивность волны второго звука. При мощностях, выделяемых на нагревателе выше какого-то предела, появляются паразитные эффекты, такие как кипение жидкого (в том числе и сверхтекучего) гелия. Эта проблема достаточно подробно изучалась в работах [78, 81]. В жидкости, находящейся в равновесии с паром ($SV P$), при малых тепловых потоках от нагревателя к жидкому гелию теплоотдача и нагрев жидкости в волне определяется тепловым сопротивлением границы раздела нагреватель-жидкость (режим теплового сопротивления). При больших тепловых потоках теплопередача в гелий определяется режимом кипения жидкости у поверхности нагревателя (пузырьковое и пленочное кипение для $He - I$ и пленочное для $He - II$).

Возникает естественный вопрос о критических мощностях нагревателя,

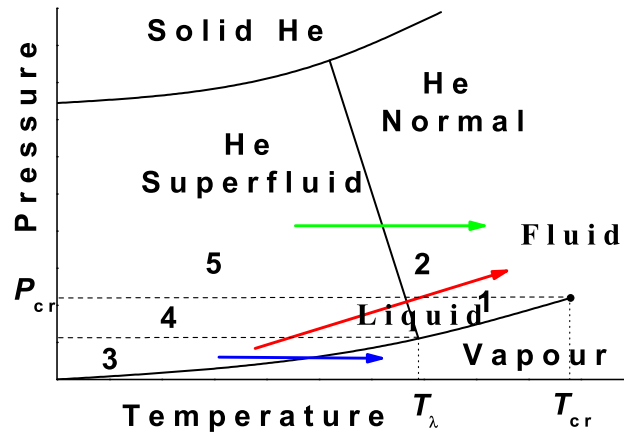


Рис. 3.8. Фазовые переходы при перегревах жидкого гелия в зависимости от давления жидкости. Объяснения в тексте.

возбуждающих волну второго звука и какие максимальные нелинейные эффекты можно наблюдать в системе волн второго звука при импульсном или непрерывном выделении тепла. Как показал Е.М. Лифшиц [46] нагреватель в сверхтекучем гелии возбуждает в основном волну второго звука. И лишь малая часть энергии излучается в виде волны первого звука за счет теплового расширения гелия у нагревателя ($dP/dT \neq 0$). Более подробно этот вопрос будет рассмотрен в главе 3.3.. Оценки (и экспериментальная проверка) дают для отношения амплитуд (и энергий) первого и второго звуков величину меньшую 1 %, поэтому излучением первого звука нагревателем за счет теплового расширения из рассмотрения процесса генерации волн второго звука можно пренебречь. Детальный анализ и экспериментальное обнаружение отношений амплитуд первого и второго звуков нагревателем сделан в разделе 3.3.2..

Ситуация меняется в том случае, если количества тепла достаточно для существенного перегрева жидкости. При $S.V.P.$ жидкого гелия перегрев жидкости приводит к кипению жидкости и, естественно, к образованию волны давления (импульс первого звука). На схеме (рис. 3.8) подобные переходы отмечены нижней (синей) стрелкой из области 3 в область пара. На

схеме обозначены: область 1 - нормальный гелий при перегреве переходит в паровую фазу; 2 - нормальный гелий под давлением выше критического (fluid); 3 - сверхтекучий гелий, при перегреве образуется пар (синяя стрелка), при сильном перегреве давление вблизи нагревателя может локально возрасти и переход идет по красной стрелке в область нормального гелия; 4 - область существования гелия-II и гелия-I, перегрев ведет к первоначальному переходу в гелий-I, а затем в паровую фазу или во fluid в зависимости от первоначального давления; 5 - область где любой перегрев ведет к переходу в жидкий гелий-I с давлением выше критического (зеленая стрелка)

Отметим, что регистрирующий элемент в системе это термометр (болометр). Для возбуждаемых при кипении или при тепловом расширении волн первого звука (волны давления) болометр регистрирует распределение температуры в квазиadiaбатической волне, которое связано с давлением в ней δP соотношением Максвелла:

$$\delta T = \delta P * \beta * V * T_0 / C_P \quad (3.17)$$

и определяется коэффициентом теплового расширения гелия. Жидкий гелий имеет сложную зависимость плотности от температуры с максимумом вблизи T_λ . Таким образом волна давления, образующаяся при кипении гелия, при $T < T_{max}$ регистрируется как волна охлаждения, в то время как волна первого звука, возбуждаемая за счет теплового расширения (реально это волна разрежения из-за λ -подобных особенностей $\rho(T)$ диаграммы), будет регистрироваться болометром как волна нагрева. Действительно,

$$\beta = -(1/\rho)(\partial\rho/\partial T)\delta T)_S \quad (3.18)$$

и для области температур $T < T_\lambda$ коэффициент $\beta < 0$.

При увеличении амплитуды нагрева амплитуда волны второго звука начинает линейно возрастать, затем наблюдается отклонение от линейного. Так при давлении насыщенных паров 3.9 а) это отклонение при

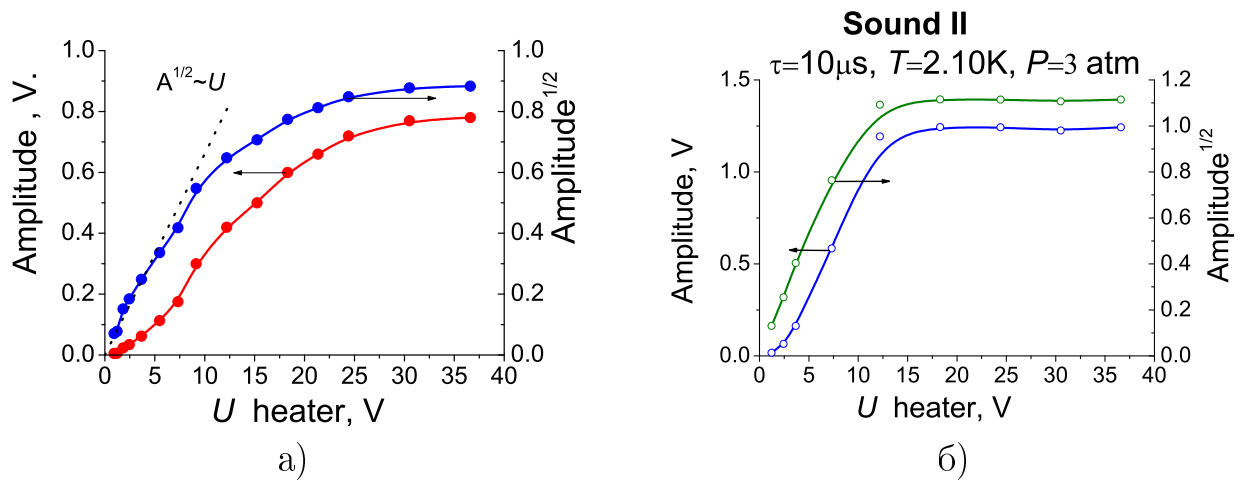


Рис. 3.9. Зависимость амплитуды ударной волны второго звука в гелии при давлении насыщенных паров ($SV P$, $T = 1.575 K$) (а) и при повышенном давлении ($P = 3 atm$, $T = 2.10 K$) (б) от амплитуды сигнала на нагревателе. Плотность теплового потока определяется как $q = 0.1 * U^2 W/cm^2$, $\tau_0 = 10 \mu s$.

$q = 6 - 10 W/cm^2$ связано с генерацией волн первого звука паровой пленкой на нагревателе. В экспериментах мы регистрировали сигналы охлаждения, которые достигали болометра за времена, соответствующие звуковым волнам с $v_1 \approx 200 m/s$. (Рис.3.10).

На временных сигналах первого звука хорошо видно, что появление волны охлаждения происходит при приложенных напряжениях на нагреватель $U \sim 7 - 8 V$, при этом образуется разрыв на фронте волны, как и предсказывается теорией для волн первого звука [7]. На последнем рисунке показано поведение волн первого звука после прекращения действия нагревателя (длительность нагрева только $\tau = 10 \mu s$). В растянутом по времени диапазоне видно, что за первым импульсом сжатия следует целый ряд ударных волн сжатия-разрежения, что вполне объясняется схлопыванием газовой пленки после прекращения выделения тепла на нагревателе (волна разрежения), затем идет отраженная от нагревателя волна сжатия. Во временном интервале $t \sim 500 \div 800 \mu s$ видны отраженные волны первого звука, испытавшие двойное отражение от болометра и нагревателя и прошедшие трижды путь от нагревателя до болометра. Кавитационные

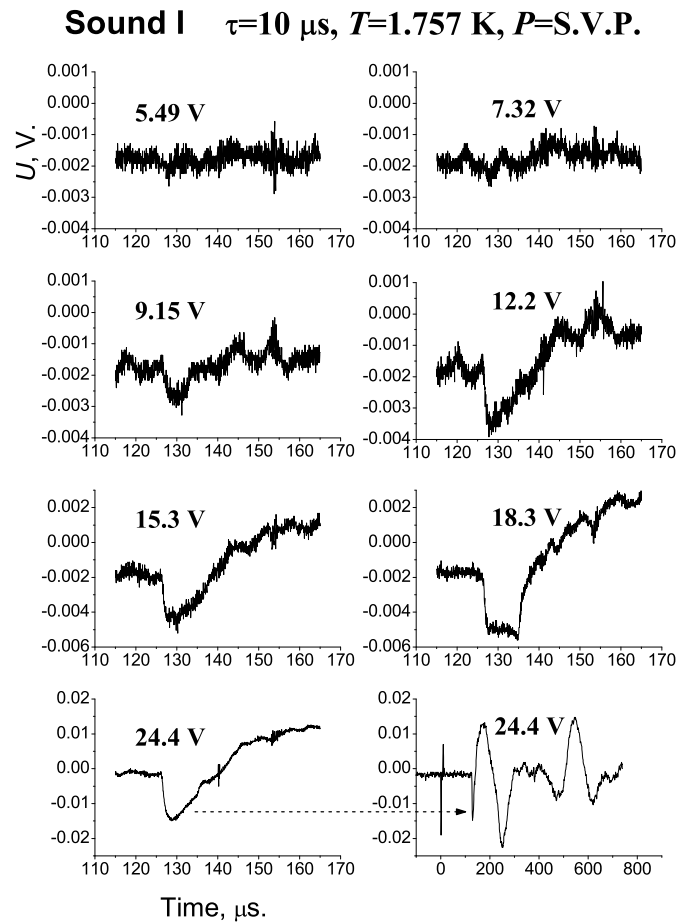


Рис. 3.10. Регистрация волн сжатия первого звука, рождаемых при пленочном кипении сверхтекучего гелия на нагревателе при разных величинах теплового потока. $T = 1.757 K$, $\tau_0 = 10 \mu s$, $q = 0.1 * U^2 W/cm^2$, $L = 2.9 cm$.

процессы наблюдались в работах с интенсивными тепловыми и звуковыми сигналами и в сверхтекучем гелии [78, 82, 83, 84].

Стоит отметить, что величина теплового потока, приводящая к вскипанию гелия зависит так же и от времени действия импульса и от их последовательности. Для одиночного импульса длительностью $\sim 10 \mu s$ полученные нами величины критических мощностей несколько ниже данных полученных в работе [85] и на порядок меньше данных работы [86]. Разницу в полученных величинах нужно отнести за счет высокой чувствительности использованной нами методики. Более детально проблемы возбуждения

первого звука рассмотрена в главе посвященной исследованию генерации первого и второго звуков в сверхтекучем гелии под давлением.

3.3. Ударные волны в сверхтекучем гелии под давлением

Кипение сверхтекучего гелия является одной из причин ограничения роста амплитуды волн второго звука для изучения поведения ударных волн большой интенсивности. В последующих экспериментах мы попробовали обойти это физическое ограничение. При рассмотрении фазовой диаграммы жидкого гелия 3.8 ясно, что гелий при давлениях выше критического (температура критической точки $T_{cr} = 5.19 \text{ K}$ и давление $P_{cr} = 2.24 \text{ atm}$) никогда не будет иметь границы с газообразной фазой. Никакой перегрев нагревателя при таких условиях не даст ни пузырькового, ни пленочного кипения даже в гелии- I . Казалось, что исследование распространения тепловых импульсов под давлением даст возможность получать ударные волны высокой интенсивности. Кроме того, проводя эксперименты с жидким гелием под давлением, мы хотели проверить теоретические расчеты нелинейных коэффициентов при повышенных давлениях и экспериментально убедиться в наличие достаточно широкой области $P - T$ диаграммы, для которой α_2 имеет отрицательную величину и при повышенных давлениях.

Для экспериментов была собрана ячейка высокого давления, описанная в разделе 2.3, в которой помещались цилиндрический волновод диаметром $D \approx 0.3 \text{ cm}$ и $L = 2.9 \text{ cm}$ с нагревателем и болометром на концах. Для подстройки температуры сверхпроводящего перехода болометр помещался в середину соленоида.

3.3.1. Коэффициент нелинейности волн второго звука в гелии под давлением Увеличение давления жидкого гелия приводит к значительным изменениям его термодинамических параметров, существенно изменяются его теплоемкость C , скорость второго звука c_{20} , температу-

ра фазового перехода T_λ . Естественно, изменение давления P должно сказаться на величине и температурной зависимости коэффициента нелинейности α_2 . Подстановка табличных величин в выражение для коэффициента нелинейности (3.8) показала сильную зависимость α_2 от давления, в частности уменьшение температуры T_α при повышении давления (рис.3.11).

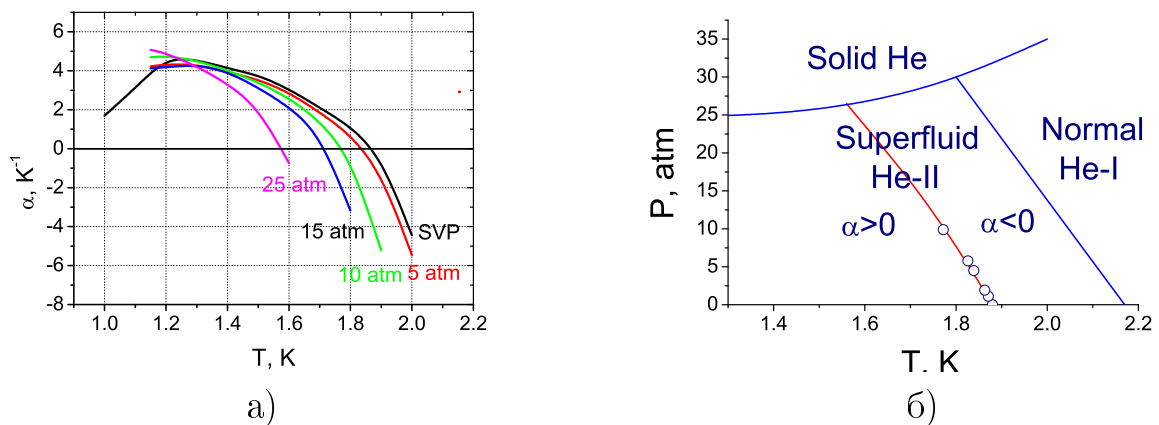


Рис. 3.11. Температурная зависимость коэффициента нелинейности скорости волн второго звука для разных давлений. а) - теоретический расчет при разных давлениях; б) влияние давления на T_α , точки - эксперимент, красная линия - расчет.

Оценки $\alpha_2(P, T)$ по данным наших экспериментов согласуются с результатами теоретических вычислений, представленных на рис.3.11 а). Зависимость от давления температуры T_α , соответствующей точке перехода коэффициента нелинейности второго звука в $He-II$ через нуль показана на рис. 3.11 б). В пределах погрешности расчеты хорошо согласуются с экспериментальными данными. Из этого же рисунка видно, что при всех давлениях вплоть до температуры затвердевания в $He-II$ существует достаточно широкий температурный интервал, в котором коэффициент нелинейности второго звука α_2 отрицательный. Это представляется существенным, так как в случае $\alpha_2 < 0$ при тепловом возбуждении сферической волны второго звука достаточно большой интенсивности в сверхтекучей жидкости формируется биполярный импульс постоянной длительности, определяемый длительностью возбуждающего теплового импульса τ_0 , с разрывом в

центре бегущей волны [87, 88, 89]. Интересным следствием формирования разрыва в центре нелинейной биполярной волны является возникновение нелинейной диссипации на разрыве такой волны.

3.3.2. Генерация волн второго и первого звуков нагревателем Проблема возникновения кипения при увеличении тепловых потоков была решена проведением исследований ударных волн второго звука в гелии под давлением. Однако, изучение зависимости амплитуд регистрируемых тепловых волн от интенсивности нагрева и тут привела к неожиданным результатам (рис. 3.9 б)). При увеличении тепловых потоков выше $q \sim 20 \text{ W/cm}^2$ регистрируемая амплитуда волн второго звука перестает расти также, как и для возбуждения тепловых волн при *SVP*, когда возможно кипение жидкости на нагревателе. Высокая чувствительность измерительной схемы, малые скорости распространения тепловых волн и особенности термодинамических параметров под давлением позволили разобраться в этих странных результатах.

При излучении волн второго звука нагревателем кроме тепловой волны излучается волна первого звука за счет неравенства нулю коэффициента теплового расширения сверхтекучего гелия $\beta = -1/\rho * \partial\rho/\partial T$. Очевидно, что такая волна первого звука будет волной разрежения, она будет распространяться со скоростью первого звука и регистрироваться термометром как волна нагрева, в отличие от звуковой волны сжатия, образующейся при кипении гелия на нагревателе. Объяснение поведения регистрируемой волны первого звука приведено на рис. 3.12 (а и б).

Проблема интенсивности излучения волн первого и второго звуков источником механических колебаний и нагревателем подробно рассмотрена в работе [46]. В этой работе было показано, что при возбуждении волны источником давления излучается только волна первого звука (отношение интенсивности волн первого звука ко второму $I_1/I_2 \sim 10^6$. Кардинально

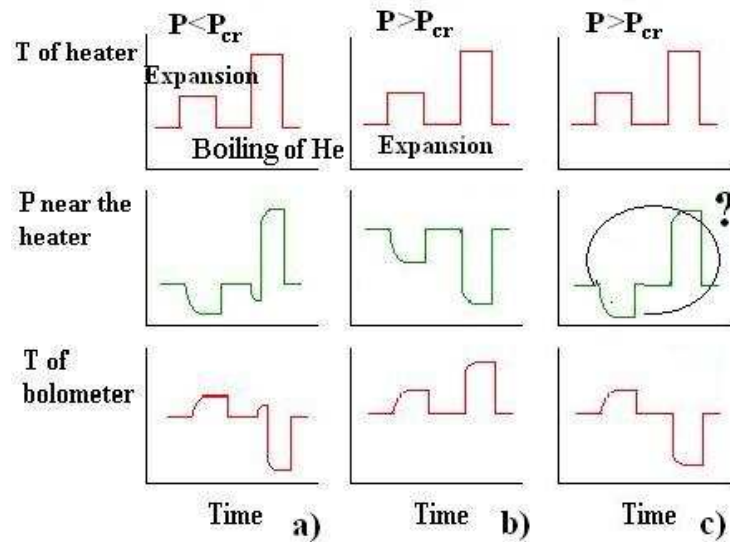


Рис. 3.12. Схема изменения давления вблизи нагревателя (средние рисунки) при разных интенсивностях теплового потока от нагревателя (верхние рисунки). Нижние рисунки - отклик болометра на приход волны первого звука. Ситуация а) возникает при давлениях ниже критических - пленочное кипение сверхтекучей жидкости, б) - гипотетическая схема генерации первого звука при давлениях выше критических с) - реальное поведение.

отношение меняется при генерации волн нагревателем. При этом в основном излучается волна температуры и волна первого звука очень маленькой интенсивности. Как показали расчеты [7, 45, 1] при давлении насыщенных паров и при температуре, скажем, $T = 1.9 \text{ K}$ отношение температурных амплитуд в волне первого звука и второго звуков будет $\delta T_1 / \delta T_2 \approx 2 * 10^{-4}$.

$$\frac{\delta T_1}{\delta T_2} = \frac{\beta^2 T u_1 u_2}{C} \quad (3.19)$$

Для малых амплитуд импульсного нагрева, которые не вызывают кипение жидкого гелия, регистрируемая тепловая амплитуда волны первого звука становится исчезающе мала. Поэтому волн разрежения первого звука наблюдать не удавалось [57, 90]. В данных экспериментах мы попытались проверить соотношения (3.19) при экспериментах в жидкости под давлением. Расчеты, проведенные нами показали, что при повышенных давлениях

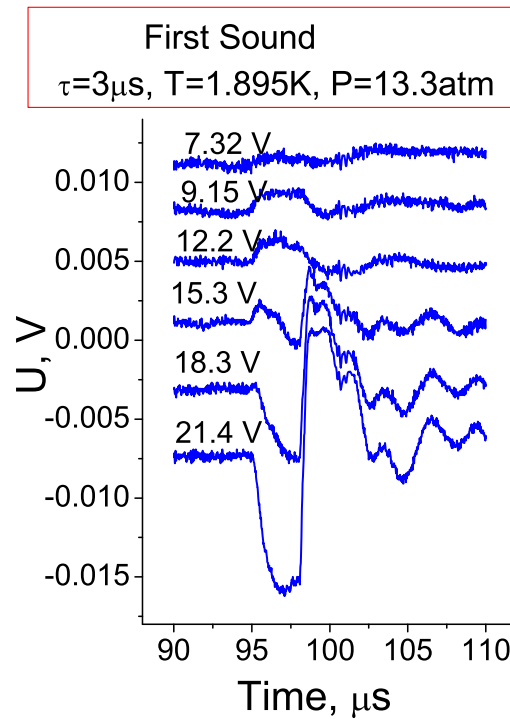


Рис. 3.13. Эволюция формы волны первого звука при увеличении плотности теплового потока Давление жидкости $P = 13.3 \text{ atm}$, $T = 1.895 \text{ K}$, длительность импульсов $\tau = 3\mu\text{s}$.

отношение $\delta T_1/\delta T_2$ должно увеличиваться. Так повышение давления до $P = 20 \text{ atm}$ приводит к увеличению соотношения на порядок. Этот эффект, наряду с отсутствием кипения жидкости, позволил нам проверить справедливость расчетов работы [46].

Действительно, эксперименты по изучению распространения ударных волн первого звука в сверхтекучем гелии при повышенном давлении ($P = 13.3 \text{ atm}$) показали наличие волн разрежения, соответствующих нагреву гелия и, соответственно, его сжатию возле нагревателя (рис. 3.13). Высокая чувствительность измерительной схемы и измерения при повышенных давлениях, где согласно расчетов увеличивается тепловая амплитуда волн первого звука, позволили нам определить зависимость волны разрежения от приложенного к нагревателю возбуждения.

В пренебрежении нелинейными процессами амплитуда волн первого звука будет пропорциональна напряжению приложенного U_G к нагрева-

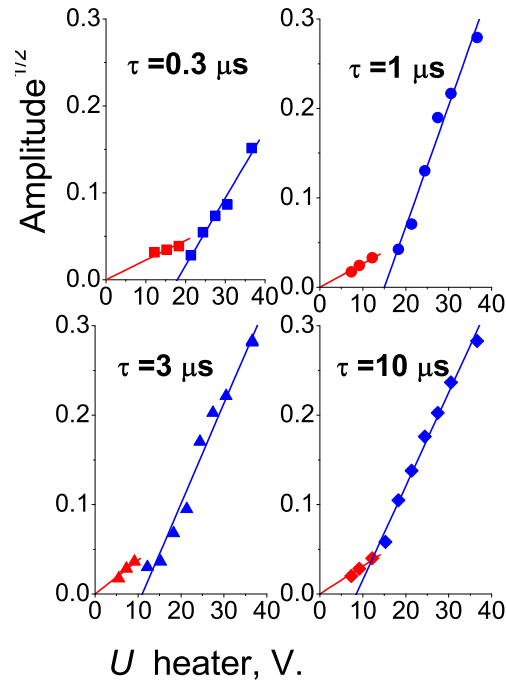


Рис. 3.14. Амплитуда волн первого звука, регистрируемая болометром как волна разрежения (красные значки) и как волна сжатия (синие значки) при разных длительностях тепловых импульсов. $P = 13.3 \text{ atm}$, температура гелия $T = 1.895 \text{ K}$, плотность теплового потока определяется как $q = 0.1 * U^2 \text{ W/cm}^2$.

телю в квадрате (рис.3.14). И действительно

$$\delta T_1 \sim \delta P \sim \beta \delta T \sim q/C \sim U^2 \Rightarrow \sqrt{\delta T_1} \sim U_G \quad (3.20)$$

Таким образом при слабых нелинейных процессах распространения волн второго звука в сверхтекучем гелии (например, вблизи T_α), амплитуда волн второго звука будет пропорциональна U^2 или $\sqrt{A_2} = k_2 * U$ так же как и для первого звука $\sqrt{A_1} = k_1 * U$. Экспериментальные значения отношения k_2/k_1 , полученные из данных для разных тепловых потоках на нагревателе (рис. 3.15 б)) дают величину $k_2/k_1 \approx 45 \pm 8$, в то время как теоретические расчеты дают соотношение $k_2/k_1 \approx 23$, что находится в разумном соответствии с экспериментальными данными.

Повышение мощности теплового потока приводит к тому, что волны

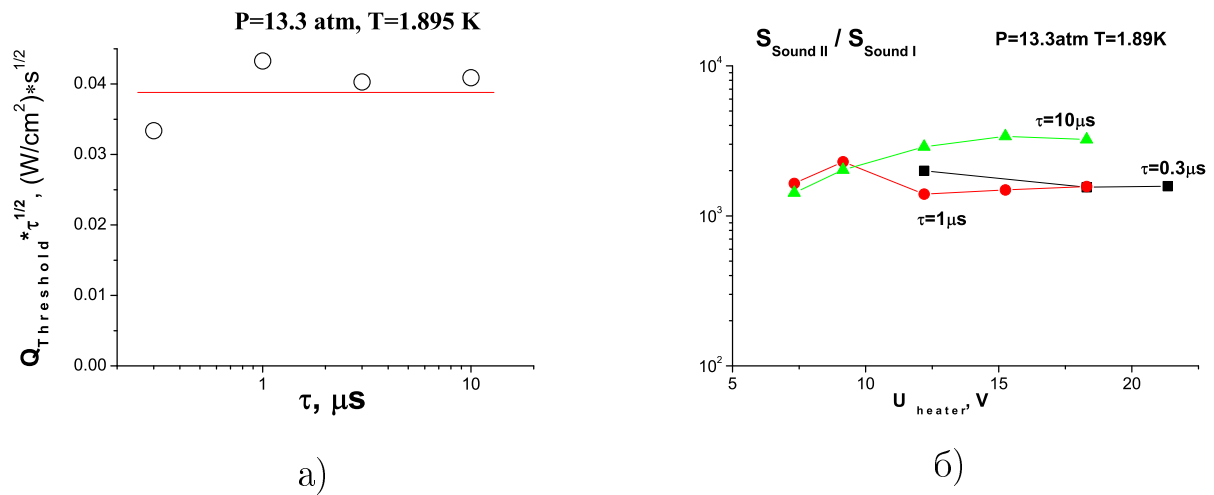


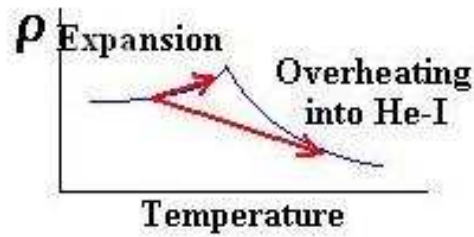
Рис. 3.15. а). Относительная величина порога рождения волны сжатия (см. соотношение 3.20) при перегреве жидкого гелия от величины нагрева. б). Отношение измеренного отношения амплитуд второго звука и волны

разрежения меняются на волны сжатия (три нижних графика на рис. 3.13, мощности больше $q > 15 \text{ W}/\text{cm}^2$), за которыми следуют волны разрежения как и в случае с излучением волн сжатия при *SVP*.

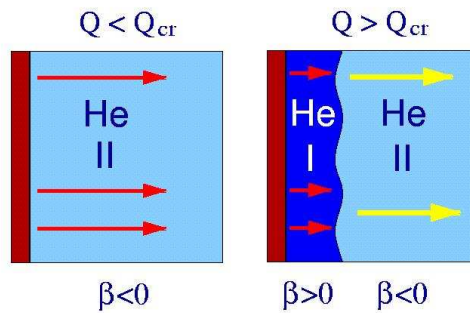
Однако остается вопрос, почему в гелии при повышенных давлениях, где кипение невозможно, повышение мощности теплового импульса приводит к возникновению волны сжатия гелия. Объяснение этого эффекта связано с тем, что при локальном перегреве жидкости вблизи нагревателя сверхтекучий гелий нагревается до температуры перехода в нормальное состояние. Потом, учитывая существенно более низкую теплопроводность нормального гелия по сравнению со сверхтекучим, происходит достаточно быстрый перегрев гелия и его резкое расширение (т.е. увеличение давления и возникновение волны давления). Этот процесс схематически показан на рис. 3.16.

В статическом режиме критическая мощность, достаточная для образования пленки вокруг нагревателя, составляет $q_{cr} \approx 0.5 - 1 \text{ W}/\text{cm}^2$. В импульсном режиме величина критической мощности существенно увеличивается и зависит от длительности импульса.

В сверхтекучем гелии тепло распространяется в виде волны с постоян-



а)



б)

Рис. 3.16. а). Схема изменения плотности гелия при повышенных давлениях вблизи нагревателя в зависимости от величины потока тепла а). При малых потоках тепла происходит просто нагрев и сжатие гелия (короткая стрелка на схеме а) и левая картинка на схеме б)). Большие потоки тепла и соответствующие им перегревы вызывают нарушение сверхтекучести а).

ной скоростью (второго звука) и временной рост температуры не должен бы наблюдаться. При нагреве пленочного нагревателя тепло от него уходит со скоростью второго звука в объем сверхтекучего гелия. При стационарных условиях поток тепла в единицу времени $q * dt$ перегревает определенный объем гелия $c_{20} * \rho dt$ на определенную температуру δT .

$$\delta T = \frac{q}{\rho c_{20}(T)C(T)} \quad (3.21)$$

Такой перегрев не дает временной зависимости повышения температуры в волне, убегающей от нагревателя со скоростью c_{20} . Нелинейные эффекты при импульсном нагреве также не дают никакой зависимости от времени - преобразование прямоугольника в треугольник происходит при пробеге волной некоторого расстояния, а не вблизи от нагревателя и не увеличивают абсолютную величину амплитуды волны (т.е. ее температуру). Кроме

того при нагреве сверхтекучего гелия при $T < T_\alpha$ скорость волны возрастает с увеличением температуры (положительный коэффициент нелинейности). Правда для $T > T_\alpha$ скорость оттока тепла от нагревателя убывает с ростом температуры и определится как $c_{20} \sim (T_\lambda - T)^{-n}$, где $n \approx 2,5$. В тоже время теплоемкость сверхтекучего гелия увеличивается при приближении к T_λ как $C \sim (T_\lambda - T)$. Произведение этих двух переменных $c_{20} * C \sim (T_\lambda - T)^{-1.5}$ даст перенормировку решению для $\delta T(q)$, но никоим образом волновое решение не дает зависимость роста температуры при постоянном потоке тепла от времени.

Временная зависимость критической мощности, при которой происходит перегрев жидкости в нормальное состояние и рождение волны давления первого звука приведена на рис. 3.15. Критическая мощность перегрева $q_{threshold} \sim 1/\sqrt{\tau_0}$ и из рисунка хорошо видно, что произведение $q_{threshold} * \sqrt{\tau_0}$ практически не меняется при росте длительности импульса на полтора порядка. Подобные зависимости наблюдались ранее в многочисленных работах [82, 91, 92, 93, 94] по изучению мощных тепловых импульсов в сверхтекучем гелии при температуре насыщенных паров (*SVP*), когда во всем диапазоне длительностей нагрева τ_0 определяла критическую мощность закипания как $q_{cr} = const * \tau_0^{-n}$, где $n = 0.5 \pm 0.04$, а $const = 0.03 \div 0.3 \text{ W/cm}^2\text{s}^{1/2}$ в разных работах. Для наших экспериментов полученная временная константа очень близка по величине $const \approx 0.04 \text{ W/cm}^2\text{s}^{1/2}$, хотя природа образования звуковых волн при *SVP* и при давлениях выше критических существенно различны. Процесс закипания гелия при *SVP* (фазовый переход первого рода) требует совсем незначительного количества тепла для нагрева жидкости до $T_{boiling}$, но для образования пара из жидкости требуется существенно большая энергия $Q_L \approx 90 \text{ J/mol}$ (в области температур $1.5 \div 2.1 \text{ K}$). При нагреве жидкости при повышенных давлениях (фазовый переход второго рода) требуется тепло на увеличении энтальпии жидкости. При этом энтальпия возбужде-

ний $H = \int_0^T C_S dT$ для перехода в нормальное состояние составляет величину $H_\lambda - H_{1.5 K} \approx 1 J/g \approx 4 J/mol$ [49] что почти на два порядка меньше скрытой теплоты парообразования жидкости при *SVP*. Таким образом резкое различие в требуемой энергии для перегрева в случае кипения и перегрева для фазового перехода в нормальное состояние при повышенных давлениях вынуждают искать механизм нарушения сверхтекучести вблизи нагревателя и для случая кипения сверхтекучего гелия. При локальном переходе сверхтекучей жидкости в нормальное состояние перегрев имеет временную зависимость.

Для нормального гелия типична ситуация, когда тепло из-за диффузного оттока начинает повышать температуру жидкости вне зависимости от величины теплопроводности жидкости и теплового потока от нагревателя. Такой же сценарий можно наблюдать в сверхтекучем гелии на поздней стадии перегрева после перехода жидкости возле нагревателя в нормальное состояние (рис. 3.16, б) правый рисунок). Идею появления слоя $He - I$ вблизи нагревателя высказал Тернер для объяснения экспериментальных результатов по импульсному нагреву $He - II$ [59].

Задача о диффузном распространении тепла от нагревателя в одномерном случае формулируется как

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{\kappa} \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad (3.22)$$

в полубесконечном пространстве с $u = 0$ при $t \leq 0$ и с граничными условиями на поверхности $x = 0$ при $t > 0$ $q = -K \frac{\partial u}{\partial x}$ Решение этой задачи [95] дает изменение температуры на границе нагреватель - жидкость от времени как:

$$\Delta T = \frac{2q}{K} \sqrt{\frac{\kappa t}{\pi}}, \quad (3.23)$$

что соответствует наблюдаемому в экспериментах поведению критических мощностей от времени при импульсном нагреве гелия при формировании волн сжатия первого звука. Таким образом мы можем сделать заключе-

ние, что формирование волн первого звука и при кипении и при фазовом переходе через λ линию идет, по-видимому, с первоначальным нарушением сверхтекучести. Такое нарушение сверхтекучести может быть спровоцировано ростом концентрации вихревой структуры потоком тепла вблизи нагревателя, что должно сказаться на скорости оттока тепла от нагревателя при импульсном нагреве.

3.3.3. Рождение вихрей в тепловом импульсе. Предположим, что закипание гелия или его переход в нормальное состояние происходит за счет нарушения сверхтекучего состояния в вихревой системе. На возможность нарушения сверхтекучести в гелии-II в турбулентной системе вихрей указывалось в работе [96]. Оценим характерные времена закипания жидкости и формирования турбулентного состояния сверхтекучего гелия. Для 1,794 К закипание гелия II происходит за времена τ_B , определяемыми мощностью нагревателя как $\tau_B \approx 0.2/q^2$. Время формирования вихревой структуры при таких же мощностях примерно на порядок меньше. Таким образом, сначала развивается развитое турбулентное состояние вихревой системы по всему пути следования теплового импульса, а потом уже наступает время закипания гелия или его переход в нормальное состояние (при повышенных давлениях) из сверхтекучего состояния. Таким образом и переход гелия в нормальное состояние из сверхтекучести, и кипение гелия на нагревателе проходит в два этапа. Сначала развивается вихревая структура, что резко увеличивает тепловое сопротивление системы для оттока тепла от нагревателя. Затем этот рост теплового сопротивления приводит к возрастанию температуры гелия, его закипанию или его переходу в нормальное состояние за времена существенно большие первого этапа.

Объяснение временной зависимости времени закипания гелия на нагревателе или временная зависимость перехода гелия в нормальное состояние вблизи нагревателя были даны в работе [97]. Экспериментальные данные

влияния импульсного нагрева гелия на его состояние в зависимости от мощности импульса и его длительности приведены на схеме 3.17.

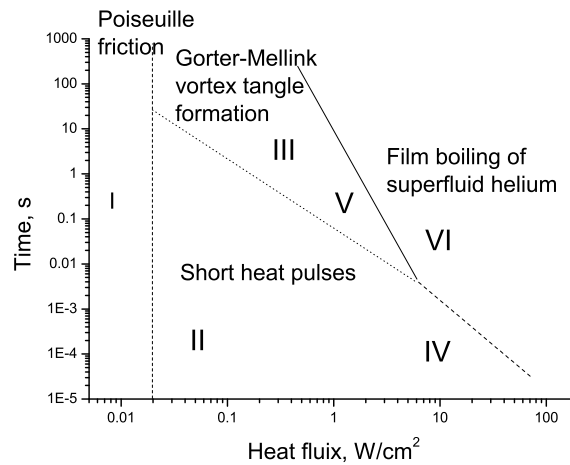


Рис. 3.17. Экспериментальные данные влияния воздействия теплового импульса на поведение сверхтекучего гелия в зависимости от плотности теплового потока и длительности импульса. Из работы [97]

На схеме можно разделить шесть областей передачи тепла в жидкий гелий по их воздействию. I - гидродинамический противоток нормальной и сверхтекучей компонент при малых тепловых потоках ΔT , $\Delta T \sim q$, не меняющий состояние вихревой системы, Пуазейлево течение ρ_s и ρ_n компонент гелия; II - короткие тепловые импульсы, нагревающие гелий, поток тепла уходит со скоростью второго звука, $\Delta T \sim q$; III - режим Гортена-Меллинка, формируется вихревой клубок и образуется квантовая турбулентность; IV - область, где тепловые импульсы начинают раскачивать и увеличивать плотность вихревой системы, что впоследствии разрушает сверхтекучесть; V - трение вихрей о тепловой поток при импульсном тепловыделении приводит к возрастанию плотности вихрей и теплового сопротивления гелия и последующему вскипанию гелия; VI - кипение гелия

В области I критическая мощность начинается со значений $q_{cr} \sim 20 \text{ mW/cm}^2$. Амплитуда волны для таких мощностей соответствует $\delta T \sim q$,

тогда $q \sim 0.1 \text{ W/cm}^2$ отвечает волна с амплитудой $\delta T \sim 10^{-5} \text{ K}$. Для трения, описываемым режимом Gorter-Mellink'a, время установления процесса $t_S \rightarrow \infty$ $\delta T \sim q^3$. При этом линия отделяющая область II от области III примерно описывается соотношением

$$\tau_V = a(T) * q^{-3/2}, \quad (3.24)$$

где величина $a(T) \sim 0.1 \text{ sW}^{3/2}/\text{cm}^3$ (и зависит от температуры [98]). Область II характеризуется большими мощностями нагрева и малыми временами импульсов - эта область обычно используется для анализа распространения тепловых импульсов.

Кипение при импульсном выделении тепла определяется как

$$q * t_B^{1/2} = C, \quad (3.25)$$

где $C = 0.5 - 0.05$. Время, при котором установится вихревого клубка постоянной плотности (3.24), порядка 10 s для потока $q = 50 \text{ mW/cm}^2$. Однако времена установления температуры при экспериментальном изучении в длинной полости оказались существенно большими ($t_S \sim 40 \text{ min} \gg \tau_V$ [85]). Подобное медленное изменение состояния сверхтекучего гелия не описывается в рамках двухжидкостной гидродинамики.

Времена закипания сверхтекучего гелия при больших временах ($t_B \gg \tau_V$) идет через развитие вихревой турбулентности и описывается законом

$$t_B = B * q^{-4}, \quad (3.26)$$

что отличается от закипания при временах, недостаточных для формирования вихревой структуры ($t_S \ll \tau_V$), и определяемого соотношением (3.25).

Для достаточно малых времен действия теплового импульса воздействия противотока нормальной и сверхтекучей компонент на вихревую систему можно описать в рамках модели Вайнена. При этом плотность вих-

рей будет

$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = \alpha|\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|\mathcal{L}^{3/2} - \beta\mathcal{L}^2 + \gamma|\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^{5/2}, \quad (3.27)$$

где \mathcal{L} - плотность вихрей. В первый момент времени концентрация вихрей растет как

$$\mathcal{L}(t) = \gamma \int_{-\infty}^t |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^{5/2} dt = \gamma \left(\frac{q_0}{\rho\sigma T} \right)^{5/2} * t. \quad (3.28)$$

Потом второй терм в уравнении (3.27) становится существенным и плотность вихревой системы становится постоянной, при которой процессы рождения и распада вихрей находятся в равновесии. Время за которое клубок достигнет половинной плотности определится как

$$\tau_V = \int_0^{\frac{1}{2}\mathcal{L}_{eq}} \frac{d\mathcal{L}}{\alpha|\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|\mathcal{L}^{3/2} - \beta\mathcal{L}^2 + \gamma|\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^{5/2}} = a(T)q^{-3/2}. \quad (3.29)$$

В стационарных условиях плотность вихрей будет $\mathcal{L} = (\alpha^2/\beta^2)|\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2$. Т.к. сила трения F пропорциональна и \mathcal{L} , и $|\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|$, то трение теплового потока о вихри будет определяться соотношением

$$F \sim \mathcal{L} * |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s| \sim |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^3. \quad (3.30)$$

Учитывая, что $\mathbf{w} = |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s| = q/ST$ находим, что разность температур будет $\nabla T \sim q^3$.

При существенно меньших временах чем τ_V сценарий будет другим. Общая концентрация вихрей в этом случае будет существенно меньше равновесной. В процессе формирования вихревого клубка силу трения будут представлять два термина: один из них пропорциональный $\mathcal{L} * |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|$ и описывающий трение о замороженную систему вихрей; второй - пропорциональный $\mathcal{L}^{3/2}$ - определяет увеличение энергии вихревой системы за счет роста плотности вихрей. В стационарном случае, когда $\mathcal{L} \sim |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2$ оба члена пропорциональны $|\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^3$. В процессе формирования вихревой структуры температура вблизи нагревателя растет пропорционально времени в квадрате

$$\Delta T \sim q^{7/2}t^2. \quad (3.31)$$

Тогда для перегрева жидкости до кипения ΔT_{cr} соотношение мощность-время дается в следующем виде $q * t_B^{4/7} = const$, что близко к наблюдаемому в эксперименте $q \sqrt{t_B} \sim const$.

Теория гидродинамики сверхтекучей турбулентности [99] для случая $t_S \gg \tau_V$ дает зависимость, при которой температура возле стенки растет линейно со временем

$$T'(q, t) = b * q_{no}^4 t, \quad (3.32)$$

что для критического роста температуры возле стенки, приводящего к закипанию гелия, дает зависимость

$$t_B = \Delta T_{cr} \frac{(ST)^4}{bq^4} = Bq^{-4}, \quad (3.33)$$

при этом константа B по теории и эксперименту близки: $B_{th} = 90 - 150 W^4/(s * cm^8)$ и $B_{exp} = 110 W^4/(s * cm^8)$ при температуре $T = 1.8 K$.

ГЛАВА 4 УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В ТРЕХМЕРНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Ситуация кардинальным образом меняется при переходе от одномерного случая к трехмерному. В ряде экспериментов мы использовали нагреватель размером $S = 2 * 2 \text{ mm}$, который помещался в трехмиллиметровый капилляр в качестве волновода. Расстояние между излучателем и приемником было порядка $L \sim 10 \text{ cm}$, т.е. во много раз превосходило размеры излучателя. Если мы используем волновод, то ограниченная стенками волна остается квазиодномерной при любых пробегах. Такие же граничные условия сохраняются при возбуждении волн в цилиндрическом резонаторе, в котором при конечном размере нагревателя возбуждаются квазиодномерные волны. Данная идеология была использована нами при изучении турбулентных процессов в резонаторе, когда возбужденная в резонаторе одномерная волна за счет многократных отражений от торцевых стенок резонатора и при малой резонансной подкачке многократно увеличивала свою амплитуду и становилась сильно нелинейной. Но если убрать боковые стенки, волна начнет разбегаться в пространстве. Превращение плоской волны в сферическую происходит на расстояниях порядка размера нагревателя. Схожая ситуация была приведена в работе [100], где рассматривалась задача о резком расширении среды при взрыве в идеальной жидкости. При этом возможен переход жидкость-газ. В обратной геометрии при схождении ударных волн в центре сферы возможно создание высоких давлений и температур. Теоретически проблемы создание волны сжатия в трехмерной геометрии рассматривались еще Дебаем [101] и Релеем [102]. Трехмерная ситуация схождения сферических волн была использована в работах Балибара [103, 104], который экспериментально исследовал кавитационные процессы в сверхтекучем гелии. В этих экспериментах мощная звуковая волна создавала в центре сферического излучателя волну разре-

жения после волны сжатия.

4.1. Формирование волны охлаждения

В случае обычного звука для одномерной геометрии звуковая ударная волна независимо от формы излучаемого импульса будет иметь треугольный профиль скоростей, площадь которого остается постоянной в случае отсутствия диссипации при увеличении расстояния от излучателя [7]. Возникновение профилей подобного типа для тепловых волн описано в предыдущем разделе этой работы и наблюдали ранее при импульсных измерениях (например, [57]), когда зазор излучатель-болометр был много меньше диаметров дисков, образующих измерительную ячейку. При увеличении расстояния от излучателя профиль фронта излучаемого импульса становится ближе к сферическому. Как было показано Ландау, на больших расстояниях от источника акустических сферических волн за волной сжатия появляется волна разрежения. Причина этого явления заключается в том, что площадь фронта волны растет пропорционально r^2 , где (r расстояние от источника), а амплитуда скорости частиц в волне падает $\sim 1/r$. Поэтому для постоянства количества вещества в волне необходима компенсация роста количества вещества в волне сжатия за счет разрежения следующей за ней области.

Аналогичное рассмотрение можно провести для волн второго звука. Распространение волн описывается уравнением [87]

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c_2^2 \Delta \psi, \quad (4.1)$$

потенциал скорости ψ связан с изменениями температуры и скорости сверхтекучей и нормальной компонент как $\delta T = -\partial \psi / \partial t$, $\mathbf{j} / S = \nabla \psi$. Здесь $\mathbf{j} = \rho(\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_n)$ - импульс относительного движения нормальной и сверхтекучей компонент, S - энтропия. Подобно волнам плотности на больших расстояниях от источника акустические температурные волны имеют ам-

плитуду импульса относительного движения $\mathbf{j} \sim 1/r$. Поэтому для сохранения потока энтальпии $\sim 4\pi r^2 \mathbf{j}$ необходимо, чтобы рост количества нормальной компоненты в волне нагрева компенсировался за счет ее притока из области, следующей за волной нагрева, что приводит к образованию волны охлаждения за волной нагрева. Образуется достаточно необычная ситуация - мы греем жидкость и, наряду с волнами нагрева, в ней образуются волны охлаждения. Впервые этот эффект был подробно рассмотрен в работе [87] и было дано его теоретическое описание. Позднее явление образование волн охлаждения было подтверждено разными авторами [76, 82, 88, 105], в том числе и распространение теплого и за ним холодного фронтов в цилиндрической геометрии [106].

Для образования сферических волн достаточно того, чтобы волна многократно отражалась от подложек с нагревателем и болометром даже в случае, когда размер нагревателя \sqrt{S} больше расстояния между подложками L . Образование волны охлаждения наблюдается при выполнении соотношения на количество отражений $\sqrt{S_{substrate}} > N * L \gg \sqrt{S} > L$, при условии зеркального отражения от подложек с большими геометрическими размерами $\sqrt{S_{substrate}}$. Критерий зеркальности отражения выполняется достаточно хорошо для поверхностей с шероховатостями меньше $\langle h_{roughness} \rangle \ll c_{20} * \tau_0$. Прохождение тепловой волны через поверхность раздела сверхтекучего гелия и подложки пренебрежимо мало из-за большого различия в скоростях второго звука и скорости фононов в твердых телах [107], кроме специфического случая резонансного поглощения звуковых волн поверхностью металла и возбуждением на ней релеевских волн [108]. Из-за существенной разницы в скоростях фононов в металле и волн второго звука в сверхтекучем гелии второй звук излучается перпендикулярно поверхности нагревателя.

При распространении интенсивных биполярных волн второго звука их форма изменяется в соответствии с поведением нелинейных волн. Как мож-

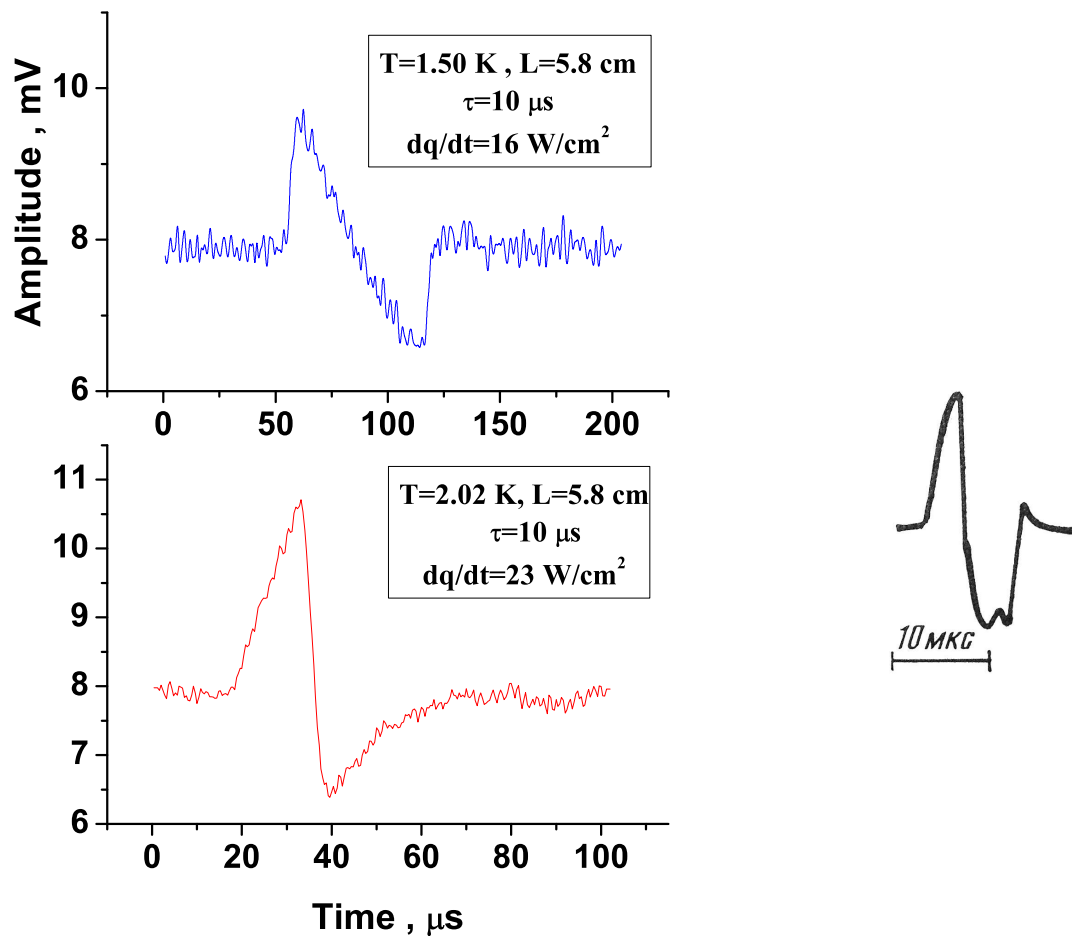


Рис. 4.1. Формирование биполярного импульса при разных коэффициентах нелинейности в сверхтекучем гелии при *SVF*. Левая часть, верхний график для положительного коэффициента нелинейности, нижний - для α_2 отрицательного ($\tau = 10 \mu s$, $T = 1.50 K$, $L = 4.7 cm$, $S = 2 * 2 mm^2$, $q = 16 W/cm^2$ and $T = 2.02 K$, $q = 23 W/cm^2$, $L = 5.8 cm$, $S = 2 * 2 mm^2$). График справа - запись сферической волны при температуре $T = 1.883 K$, размер нагревателя $S = 3 * 3 mm^2$, длительность импульса $\tau_0 = 0.1 \mu s$, зазор между нагревателем и приемником $L = 2 cm$, мощность теплового нагрева $q = 500 W/cm^2$, результаты работы [57]

но видеть на рис. 4.1, для положительного коэффициента нелинейности скоростей волн второго звука разрывы образуются на фронте волны нагрева и на хвосте волны охлаждения. При этом расстояние между положительным и отрицательным разрывами увеличивается по мере движения волны, а импульсы нагрева и охлаждения разбегаются.

Для отрицательного коэффициента нелинейности разрыв образуется между волной нагрева и охлаждения. Длительность импульса от начала плавного увеличения температуры в волне нагрева до окончания плавного нагрева в импульсе охлаждения остается постоянным. В таком биполярном импульсе нагрева-охлаждения возникает нелинейный механизм поглощения энергии в разрыве посередине импульса. Наглядным объяснением этого феномена является стремление импульса нагрева увеличить длительность при уменьшении амплитуды, аналогичное поведение наблюдается и для импульса охлаждения, когда разрыв за счет нелинейности имеет большую скорость, чем части, имеющие малую амплитуду. Разнонаправленное перекрытие замедляющегося импульса нагрева и убастряющегося импульса охлаждения дают нелинейные потери на разрыве, схожие с нелинейными эффектами перекачки энергии в энергетическом пространстве (см. раздел гармонических волн в резонаторе). Экспериментальное изучение зависимости амплитуд волн нагрева (сжатия) и охлаждения (разрежения) в сферической геометрии подтверждают это высказывание. Расчеты [7] показывают, что на больших расстояниях амплитуда волны сжатия (для волн второго звука волны нагрева) падает как $A \sim 1/r\sqrt{\ln(r/a)}$ (где a - некая постоянная размерности длины) с увеличением пробега волны, в то время как длительность импульса из-за нелинейности возрастает как $\theta \sim \sqrt{\ln(r/a)}$. Если построить зависимость величин $(At)^2$ и θ^2 от логарифма времени прихода импульса $t = L/c_{20}$ то должны получаться прямые линии, что и наблюдается в эксперименте [57] для температур $T = 1.4 K$ с положительным коэффициентом нелинейности. Для температур с отрицательным коэффициентом нелинейности и с движением разрывов волны нагрева и охлаждения навстречу друг другу (например, для $T = 1.97 K$) дополнительный механизм нелинейного затухания приводит к тому, что при $t \geq 0.4 ms$ экспериментальные точки не ложатся на прямую линию и отклоняются в сторону более резкого уменьшения амплитуды волны с увеличением вре-

мени пробега при неизменной длительности биполярного импульса. Этот механизм диссипации энергии на разрыве биполярного импульса требует более детального исследования.

При температурах близких к T_α возможна ситуация наблюдения кубической нелинейности, когда импульс нагрева имеет отрицательный коэффициент нелинейности, что ведет к образованию разрыва на хвосте волны. Для импульса охлаждения коэффициент нелинейности положительный и разрыв должен образовываться тоже на хвосте, но отрицательного импульса. Таким образом и в положительном, и в отрицательном сигналах разрывы образуются на спадах температурных скачков (правый график рис.4.1). Существенное уменьшение длительности импульса в работе Межова и Изнанкина [57] (на два порядка по сравнению с применяемыми в наших работ) позволило на порядок поднять интенсивность тепловой волны и усилить нелинейные эффекты, что сделало возможным наблюдать разрывы на спаде как волны нагрева (сжатия), так и на спаде волны охлаждения (разрежения).

При температурах вблизи T_α возможно наблюдение интересного, но еще не изученного экспериментально явления распространения кубически нелинейных волн. В этом случае квадратично-нелинейные члены отсутствуют и эволюция волны определяется следующими, кубическими членами в уравнениях движения. В этом приближении на распространение волны оказывают влияние рожденные ею возмущения плотности и скорости. Взаимодействие с этими возмущениями, а также нелинейные эффекты третьего порядка «внутри» второй звуковой моды определяют структуру волнового пакета. Теоретически показано [2], что в кубически нелинейной среде возможно существование нелинейных стационарных (т. е. не изменяющих своего профиля) монохроматических волн в отличие от квадратично-нелинейной среды, где первоначально синусоидальная волна деформируется и превращается в пилообразную.

Особенности температурной зависимости коэффициента нелинейности волн второго звука, а именно - существование широкой области температур с отрицательным α_2 , позволило экспериментально [109] наблюдать явление самофокусировки нелинейной волны с отрицательным коэффициентом нелинейности. Суть явления заключается в следующем. Для отрицательного коэффициента нелинейности при распространении пространственно ограниченного плоского волнового пакета (луч волны второго звука в трехмерной геометрии) амплитуда волны на краях будет меньше, чем в центре луча, и скорость движения волны больше, чем на оси пучка. Фронт волны изгибается в сторону центра и начинается фокусировка пакета. За счет фокусирующего действия амплитуда на оси возрастает, что приводит к еще большей разнице в скорости распространения периферийных и центральных участков. Это еще более усиливает эффект. Теоретически такая возможность была рассмотрена в работах [110, 111], подробно наблюдаемый эффект самофокусировки волн второго звука вблизи T_λ , где коэффициент нелинейности становится отрицательным и большим по величине, и его трактовка приведены в работе [88].

4.1.1. Длинные импульсы При рассмотрении природы образования волны охлаждения в сферической геометрии было показано, что потенциал входящий в уравнение (4.1), определяет изменение температуры в волне как $\delta T = -\partial\psi/\partial t$. Если учесть, что поток тепла от нагревателя определяется как $\mathbf{j}/S = \nabla\psi$, то нетрудно видеть, что волне нагрева в трехмерной геометрии соответствует момент включения нагревателя, а волне охлаждения - выключения. Схематически это показано на рис. 4.2.

Таким образом в биполярной волне возможно экспериментально осуществить ситуацию, когда после прихода волны нагрева наблюдается невозмущенная температура ванны, а потом, через определенное время приходит импульс охлаждения. Эксперименты, проведенные нами, продемонстриро-

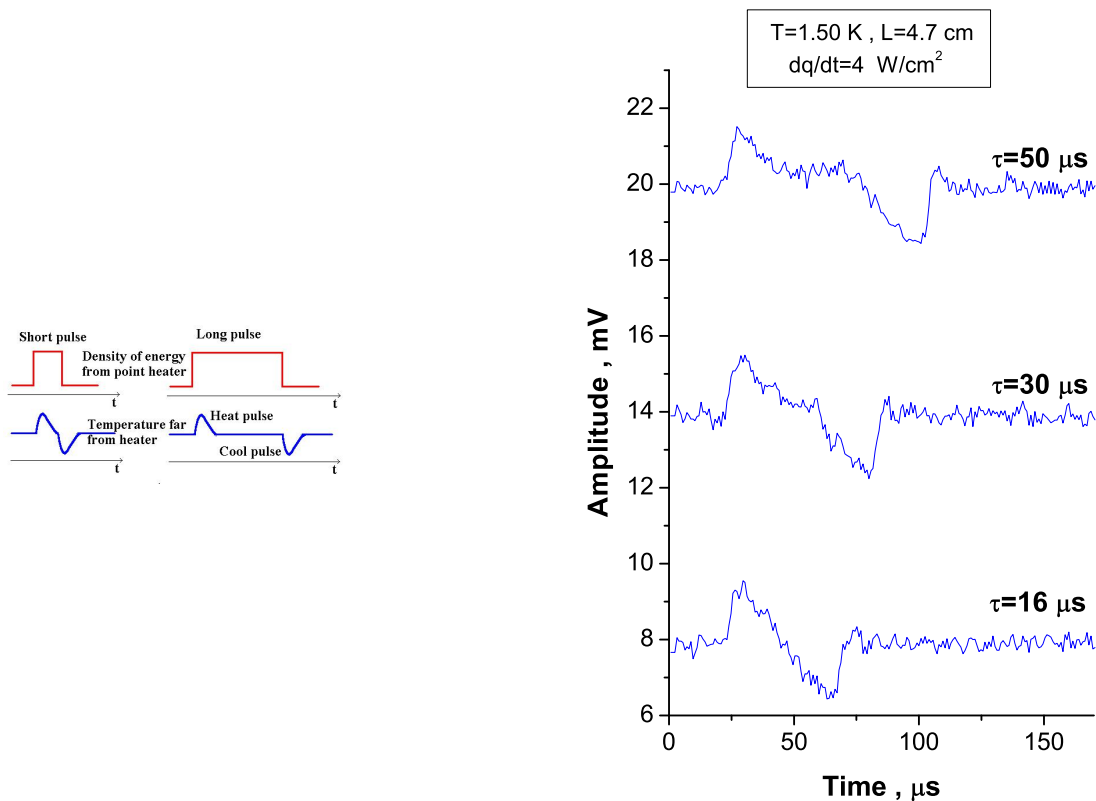


Рис. 4.2. Формирование биполярного импульса при увеличении длительности возбуждения. Слева схема образования волны нагрева и охлаждения в сферической геометрии. Справа - результаты экспериментальных наблюдений биполярной волны при изменении длительности импульса. Положительный коэффициент нелинейности, $T = 1.50 K, \tau = 10 \mu s, L = 4.7 cm, S = 2 * 2 mm^2, q = 4 W/cm^2, SVP$

вали такую возможность. На рис. 4.2 показано, как меняется вид биполярного импульса при увеличении длительности волны нагрева. При длительности τ_0 более $20 \mu s$ появляется невозмущенная область $\tau_{undisturbed}$, которая увеличивается при неизменном тепловом потоке. При этом нелинейное поведение импульсов нагрева и охлаждения ведут себя в соответствии с коэффициентом нелинейности. Так, для температуры измерений, приведенных на рис. 4.2 разрывы будут разбегаться в разные стороны, оставляя длительность $\tau_{undisturbed}$ постоянной. При отрицательном коэффициенте нелинейности (при T вблизи T_λ) положительный и отрицательный разрывы будут сближаться и размер $\tau_{undisturbed}$ будет уменьшаться, что и было наблюдаемо

нами экспериментально.

4.2. Рождение вихрей в следе ударной волны.

Одна из проблем изучения распространения волн второго звука в сверхтекучем гелии, в частности изучение критических явлений, например, мощных тепловых импульсов и максимальных тепловых градиентов, является взаимодействие противотоков нормальной и сверхтекучей компонент с системой квантовых вихрей в гелии. Экспериментально увеличение количества вихрей потоком тепла наблюдал еще Вайнен в основополагающих работах по обнаружению вихрей в сверхтекучем гелии [70]. Напомним, что для сверхтекучей компоненты, кроме незатухающего потенциального движения, возможно незатухающее вихревое движение, циркуляция которого квантуется:

$$\oint \mathbf{v}_s d\mathbf{r} = n\kappa, \quad \kappa = \frac{2\pi\hbar}{m^4_{He}} \approx 10^{-3} \text{ cm/s}. \quad (4.2)$$

Изучение поведения квантовых вихрей особенно интересно при температурах в милikelвиновой области, где все возбуждения в гелии исчезают и можно исследовать квантовые механизмы зарождения вихрей и их исчезновения (см. обзор Доннелли посвященный квантовой турбулентности [17]).

При температурах в интересующей нас области ($T \sim 1.5 \text{ K}$) стационарные противотоки нормальной и сверхтекучей компонент, приводят к росту концентрации вихрей в объеме гелия, $(v_s - v_n) \approx 5 \text{ mm/s}$, что соответствует критическим тепловым потокам $\sim 15 \text{ mW/cm}^2$. Стоит отметить, что рождение одиночных вихревых колец при колебании остаточной вихревой структуры при нулевой температуре происходит при скоростях движения $(v) \approx 1 \text{ cm/s}$ (при этих температурах $\rho_n = 0$), в то время как при скоростях движения объекта в сверхтекучем гелии (например, при колебаний tuning fork или проволоочки) выше $v \approx 15 \text{ cm/s}$ в жидком гелии

возникает развитое турбулентное состояние вихревой структуры [112, 113]. Таким образом концентрация вихрей в объеме жидкости резко увеличивается при увеличении стационарных скоростей движения жидкости больше нескольких cm/s при любых температурах. Существует характерное время на развитие турбулентности, поэтому при импульсном тепловыделении плотности тепловых потоков могут быть на несколько порядков выше в зависимости от длительности импульсов.

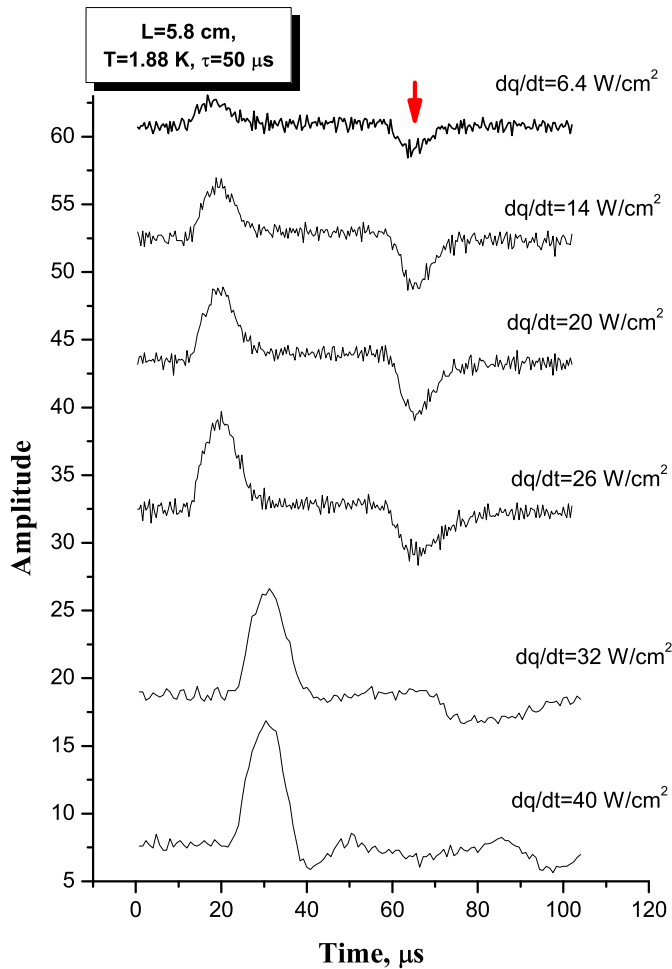


Рис. 4.3. Изменение формы биполярного импульса при увеличении плотности потока тепла в импульсе. $T = 1.88 \text{ K}$, расстояние от нагревателя до болометра $L = 5.8 \text{ cm}$ в капилляре, размер нагревателя $2 * 2 \text{ mm}^2$, *SVP*.

Один из способов изучения изменения вихревой структуры заключа-

ется в запуске в систему вслед за возбуждающим тепловым импульсом большой интенсивности пробного сигнала. Интенсивность пробного сигнала может быть маленькой или такой же, как и возбуждающего (сдвоенный импульс). Изменение формы и амплитуды пробного сигнала позволяют судить о концентрации вихрей. Нами было показано экспериментально, что в качестве пробного импульса можно использовать волну охлаждения, следующую вслед за волной нагрева в трехмерной геометрии. Учитывая то, что образование импульсов нагрева и охлаждения происходит на расстояниях порядка размеров нагревателя ($S = 2 * 2 \text{ mm}^2$) эта методика позволяет избежать опасности экранировки нагревателя паровой пленкой при последовательном запуске пробного импульса, что естественно сказывается на амплитуде пробного импульса. На рис. 4.3 видно, что первоначальное увеличение мощности импульса нагрева ведет к увеличению амплитуды как волны нагрева, так и импульса охлаждения при неизменных длительностях τ_0 до тех пор, пока плотность теплового потока не достигла величин порядка $q \sim 20 \text{ W/cm}^2$. После этого амплитуда импульса нагрева продолжает увеличиваться при увеличении тепловых потоков, в то время как импульс волны охлаждения начинает исчезать, взаимодействуя с вихрями. Эти эксперименты были нами проведены при температуре близкой к T_α , где малы искажения формы волны и ее амплитуды из-за нелинейности скорости звука.

Данные эксперименты позволяют изучать рождение вихрей при запуске разовых импульсов, чему немало способствовало развитие измерительной техники за последние годы. При стробоскопическом запуске t_S сигналов должно существенно сказываться накопление вихрей в объеме сверхтекучего гелия, если время распада вихревой системы существенно больше времени t_S . При периодическом запуске одиночных сигналов длительностью $\tau_0 = 10 \text{ } \mu\text{s}$ концентрация вихрей резко увеличивается (и амплитуда регистрируемого болометром сигнала уменьшается) при большой частоте

повторений (больше нескольких Hz) при мощности больше $q \geq 18 W/cm^2$ [57]. Времена распада вихревой системы составляли порядка десяти секунд при температурах $T \sim 1.74 K$, что выражалось в росте регистрируемой амплитуды проходящего импульса при увеличении t_S больше нескольких секунд. Эксперименты с запуском в сверхтекучий гелий спаренного импульса показали, что время установления равновесной концентрации вихрей для генерирующего импульса $\tau = 10 \mu s$ и мощности $q = 20 W/cm^2$ было меньше ms . Схожие результаты были получены в работах [114, 115, 116] с перпендикулярным движением генерирующего и пробных импульсов - мощный тепловой импульс рождает развитую вихревую структуру, которая распадается за времена порядка десятка секунд.

При включении теплового потока (противотока нормальной и сверхтекучей компонент, $\mathbf{w} = q/\rho_S ST$) плотность вихревых линий \mathcal{L} (VLD) меняется со временем как [66, 117]

$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = \alpha_N \mathbf{w} \mathcal{L}^{3/2} - \beta_D \mathcal{L}^2 \quad (4.3)$$

Стоит отметить, что уравнения Вайнена (4.3) не будут работать при нулевой изначальной плотности вихрей в жидкости. Наши измерения остаточной плотности вихрей в сверхтекучем гелии при нулевой температуре ($T \sim 10 mK$) показали [118], что их количество не нулевое, их концентрация медленно меняется во временной шкале в десятки часов и остаточная концентрация вихрей (не распадающаяся за времена порядка сотни часов) становится резко больше после любого начального возмущения вихревой системы ("regular state"). Например, после возбуждения в системе колебаний со скоростями больше критических, что переводит вихревую систему в турбулентное состояние, затухание колебаний детектора уже никогда (по крайней мере за времена порядка сотен часов) не вернется к изначальной величине. Для возвращения системы вихрей в "virgin state" необходимо отогреть жидкость до температур выше T_λ и осторожно охладить до рабочей

температуры. Но и в этом случае остаточная концентрация вихрей существенно не нулевая. Добротность детектора вихревой структуры (tuning fork с малой амплитудой колебаний $v_{max} \ll 1 \text{ mm/s}$ в сверхтекучем гелии) на порядок хуже его добротности в вакууме, хотя жидкий гелий-4 при температуре 10 mK термодинамически представляет вакуум.

Для температур в нашем рабочем диапазоне взаимодействие тепловых потоков с вихревой системой (с остаточными вихрями) имеет несколько этапов. В первоначальный момент времени плотность начинает резко возрастать и за характерное время $\tau_f = a(T) * q^{-3/2}$ в объеме развивается турбулентное состояние вихревой системы. Равновесная VLD определится квадратом отношения констант нуклеации и распада $-\mathcal{L}_0 = \alpha_N/\beta_D * \mathbf{w}^2$. После выключения потока тепла концентрация вихрей начинает уменьшаться обратно пропорционально времени. В интересующем нас температурном интервале ($T \sim 1.5 - 2 \text{ K}$) константы имеют порядок $a(1.8 \text{ K}) \approx 0.05 \text{ sW}^{3/2}\text{cm}^{-3/2}$, $\alpha_N \sim 0.02$ и $\beta_D \sim 2 * 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ [119, 120, 121]. (Размерность $[\mathcal{L}] - \text{cm}^{-2}$, $[\mathbf{w}] - \text{cm/s}$). Характерные времена формирования вихревой системы для тепловых потоков в W/cm^2 десятки ms , для $100 \text{ W}/\text{cm}^2$ - десятки μs . Таким образом при длительности импульса $\tau_0 \ll \tau_f$ можно пренебречь влиянием тепловых потоков на изменение концентрации вихрей в объеме жидкого гелия и перекачкой энергии от тепловых импульсов в вихревую структуру. Эксперименты, проведенные нами с биполярными импульсами (рис.4.3) согласуются с этими заключениями - при длительности тепловых импульсов $\tau_0 = 50 \mu\text{s}$ затухание волны охлаждения начинает наблюдаться при мощностях $q \sim 20 \text{ W}/\text{cm}^2$ и $\tau_f \approx 400 \mu\text{s}$.

Стационарные тепловые потоки взаимодействуют с вихревой структурой при мощностях $q > 15 \text{ mW}/\text{cm}^2$ при температурах $T \approx 1.5 \text{ K}$. Для импульсов длительности τ_0 взаимодействие начинается при плотности потоков в $q_c \sim 0.005/\tau_0^{2/3} \text{ W}/\text{cm}^2$ ($\tau_0 = 10 \mu\text{s}$ $q \sim 60 \text{ W}/\text{cm}^2$). При более высоких температурах (вблизи T_λ) критические мощности могут быть су-

щественно выше.

Однако стоит отметить, что изменение частоты следования импульсов нагрева с $\tau_S = 1$ s до $\tau_S = 60$ s не меняло существенно зависимость $\tau_B(q)$ при температуре вблизи T_λ ($T = 2.111$ K) [86]. Это указывает на существенно более быстрый распад вихревой системы при температурах вблизи T_λ и существенно меньший рост плотности вихрей при постоянных тепловых потоках при этих температурах, чем при $T < 2$ K.

4.3. Смешанная 3 – D \Rightarrow 1 – D геометрия

Как мы уже отмечали ранее 4.1., возникновение биполярного импульса при температура вблизи T_λ , где коэффициент нелинейности α_2 отрицателен, сопровождается нелинейным механизмом затухания. Это связано с взаимным удлинением импульсов нагрева (замедление из-за $c = c_{20} + \alpha_2 * \delta T$ с учетом того, что $\alpha_2 < 0$) и охлаждения (ускорение волны с $\delta T < 0$) при неизменной длительности самого биполярного импульса. Такой эффект не наблюдается для положительного коэффициента нелинейности, когда импульсы нагрева и охлаждения "разбегаются в разные стороны". В качестве возможного способа изучения механизма нелинейного затухания нами была опробована методика, в которой биполярный импульс формировался в сферической геометрии, а потом распространялся в одномерном волноводе. Для этого на расстоянии в $L_0 = 3$ cm от нагревателя с размерами $S = 2 * 2$ mm² располагался капилляр диаметром $D = 3$ mm и длиной $L_0 = 2$ cm. На расстоянии L_0 от нагревателя формировалась биполярная волна, которая затем распространялась как одномерная. При достаточной интенсивности биполярного сигнала нелинейные взаимодействия будут продолжаться и в волноводе. Эксперименты показали, что при увеличении интенсивности нагрева при практически неизменной длительности биполярного импульса рост амплитуды происходит с зависимостью более слабой, чем \sqrt{q} , что характерно для амплитуды треугольного им-

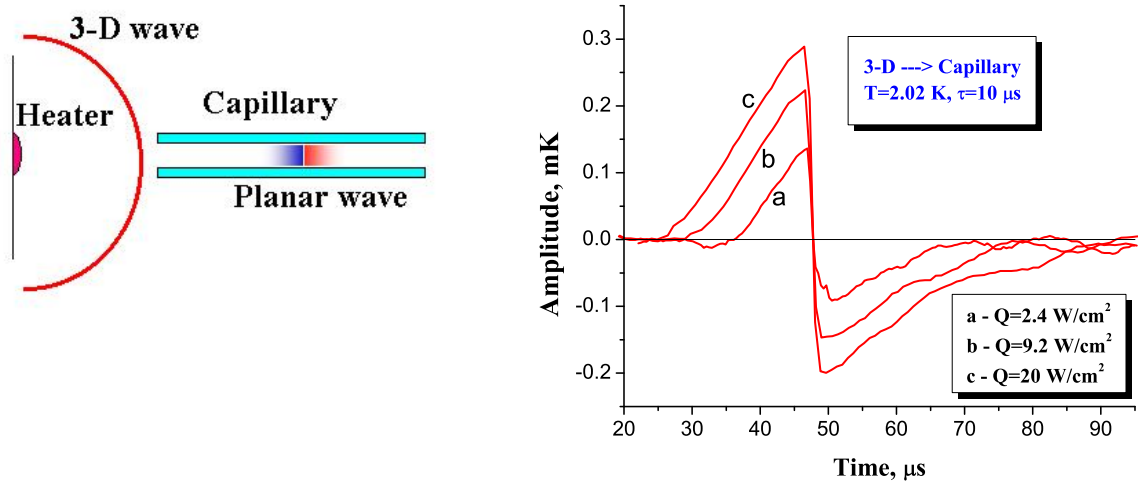


Рис. 4.4. Биполярный импульса в $3 - D \Rightarrow 1 - D$ геометрии. Слева схема эксперимента, образовавшийся в трехмерной геометрии биполярный импульс волны нагрева и охлаждения распространяется в цилиндрическом волноводе. Справа - результаты экспериментальных наблюдений амплитуды биполярной волны при увеличении интенсивности теплового импульса. Отрицательный коэффициент нелинейности, $\tau = 10 \mu s$ $T = 2.02 K$, $L = 5 cm$ $2 * 2 mm^2$, $q = 2.4, 9.2$ и $20.2 W/cm^2$ расстояние от нагревателя до края капилляра $L_0 = 3 cm$, $SV P$.

пульса. Разница в расчетной и наблюдаемой амплитудах связана с дополнительным нелинейным поглощением. Таким образом, в комбинированной $3 - D \Rightarrow 1 - D$ геометрии можно изучать, как меняется амплитуда сигнала при пробеге расстояния L волны в волноводе за счет нелинейного механизма затухания.

На графике 4.4 показаны результаты экспериментальной проверки работоспособности данной методики. Проведение подробных экспериментов для определения параметров такого нелинейного затухания возможно, как продолжение данного направления исследований.

Часть 3
Энергетические каскады в системе волн
второго звука в сверхтекучем гелии.
Акустическая турбулентность.

ГЛАВА 5 ПРЯМОЙ ВОЛНОВОЙ КАСКАД

Как было показано экспериментально (3.1.) интенсивные импульсы второго звука в сверхтекучем гелии практически сразу превращаются в ударные волны, образуя разрывы на фронте или спаде волны в зависимости от знака коэффициента нелинейности. При приближении к T_λ коэффициент нелинейности неограниченно растет стремясь к $-\infty$ при T_λ , и нелинейности таким образом, играют решающую роль даже для волн с очень малой амплитудой [89, 122]. При температурах выше $T > 0,9 K$ (ротонный второй звук) и на частотах ниже частот фонон-ротонного взаимодействия [107]

$$\omega < c_2/c_1 \tau_{Ph-R}, \quad (5.1)$$

спектр $\omega(k)$ является линейной функцией от волнового вектора k [45]

$$\omega(k) = c_2 k, \quad (5.2)$$

где c_1 и c_2 являются скоростью первой и второй звуковых волн с бесконечно малой амплитуды. Условие $\omega \tau_{PhR} \sim c_2/c_1$ можно переписать в виде $l_{Ph} \sim \lambda$, где l_{Ph} - длина свободного пробега фонона, а λ - длина волны второго звука. Таким образом, дисперсия второго звука наблюдается для частот, для которых длина волны второго звука становится сравнимой с длиной пробега фононов. (см раздел 1.3.2). Экспериментально поиски дисперсии второго звука были проведены Пешковым [123] и в области частот от $10 Hz$ до $10 kHz$ не было обнаружено отклонение от линейности.

Скорость волны второго звука $c_2 \sim 20 m/s$ при $T \sim 2 K$ имеет величину на порядок меньше, чем типичные скорости первого (обычного) звука в газах и конденсированных средах. Малая скорость звуковых волн позволяет улучшить временное разрешение при измерении звукового профиля волны по сравнению с традиционными исследованиями нелинейных свойств

звуковой волны. Кроме того, скорость волны второго звука можно менять, во-первых, температурой, во-вторых, изменением концентрации примеси ${}^3\text{He}$ в сверхтекучей жидкости (достаточно $\sim 1 - 3\%$ ${}^3\text{He}$), в-третьих, давлением.

Как уже отмечалось ранее, волны второго звука это тепловые волны (или волны энтропии) и их наиболее удобно регистрировать термометром. Использование в качестве термометра сверхпроводящих пленочных болометров позволяет регистрировать малые изменения температуры ($\delta T \sim$ нескольких μK) при временном разрешении лучше $\tau > 0.1 \mu\text{s}$, что соответствует частотам $f \approx 10 \text{ MHz}$, $\omega \approx 6 * 10^7 \text{ s}^{-1}$. Минимальные длины волн второго звука, с которыми можно работать используя сверхпроводящие болометры, $\lambda > 2\mu\text{m}$.

В среде с сильной нелинейной зависимостью скорости второго звука от амплитуды при линейном законе дисперсии и слабом затухании бегущие одномерные волны при внешней накачке системы описываются уравнением Бюргерса [7]:

$$u_t + (c_{20} + \alpha_2 * u)u_x - \nu * u_{xx} = F(x, t) \quad (5.3)$$

Впервые уравнение, описывающее нелинейное поведение волны, было предложено в работе [124], позднее Бюргерс предложил уравнение (5.3) в качестве простейшей модели гидродинамической турбулентности [125], в более поздних работах он выяснил многие особенности поведения модельной турбулентности [126, 127].

Уравнение (5.3), описывающее волновую (или акустическую) турбулентность, в правой части содержит внешний источник энергии или внешнюю силу $F(x, t)$, зависящую от положения в пространстве и меняющуюся во времени. В простейшем случае мы можем расположить периодически меняющийся во времени внешний источник в начале системы координат

$$F(x, t) = 0, \text{ for } 0 < x$$

$$F(0, t) = F_d(t), \text{ for } x = 0 \quad (5.4)$$

В качестве прибора для изучения поведения периодических одномерных волн можно использовать одномерный резонатор, например цилиндр, при этом крышка на одном конце цилиндра является источником волны, а вторая крышка будет являться отражателем волн. Условия накладываются только на равномерность излучаемой волны по всей поверхности излучателя, на высокий коэффициент отражения волн от поверхностей крышек и малое трение волн о боковые поверхности резонатора. Для волн второго звука конструкция резонаторов описана в разделе (2.3). Источником тепловых волн в резонаторе волн второго звука служит пленочный нагреватель напыленный на стеклянной или кварцевой крышке с одной стороны кварцевой трубки и болометр, напыленный на аналогичную подложку, с другой стороны. Сверхпроводящий болометр служит для регистрации амплитуды распространяющейся в резонаторе тепловой волны. Это может быть просто бегающая волна отражающаяся от стенок (например тепловой импульс) или это может быть стоячая волна, отвечающая резонансным условиям.

При приложении к нагревателю гармонической волны граничные условия в резонаторе запишутся как:

$$\begin{aligned} F(x, t) &= 0, \text{ for } 0 < x < L \\ F(0, t) &= F_d(t) = A_d \sin(\omega t), \text{ for } x = 0 \end{aligned} \quad (5.5)$$

Условия отражения тепловых волн от поверхности будет означать отсутствие потока нормальной и сверхтекучей компонент через отражающие поверхности

$$\begin{aligned} \mathbf{j} &= 0, \text{ for } x = 0 \\ \mathbf{j} &= 0, \text{ for } x = L. \end{aligned} \quad (5.6)$$

В действительности это условие не до конца точно - нагреватель в точке

$x = 0$ постоянно накачивает энергию в систему, т.е. малый поток и постоянный, и переменный через эту стенку существует, точно так же как есть утечки тепла и волны через другую стенку.

При резонансных условиях $f_d = c_2/(2 * L)$ амплитуда волны будет сильно увеличиваться, в соответствии с добротностью системы, вплоть до равенства поступающей внешней энергии потерям волны в резонаторе. В этом случае при достаточно малой накачке энергии и малых тепловых потоках от нагревателя в объем резонатора форма волны начинает резко увеличиваться и за счет нелинейных процессов начинает искажаться. При этом возбужденная на частоте накачки волна образуется целый каскад кратных гармоник. Попробуем разобраться с процессами происходящими в резонаторе.

5.1. Резонатор волн второго звука в гелии

При проведении экспериментальных исследованиях волновых процессов в резонаторе необходимо иметь представление о характеристиках этих резонаторов. Резонатор волн второго звука, как и любой резонансный элемент, имеет характерные параметры отклика на приложение внешней силы или накачки энергии. При приложении к нагревателю гармонического напряжения генератора $U_G = U_0 * \sin(\omega_d * t)$ в сверхтекучий гелий запускается волна второго звука двойной частоты

$$\delta T \sim q \sim U_G^2 = (U_0 * \sin(\omega * t))^2 = U_0^2/2(1 - \cos(2 * \omega * t)), \quad (5.7)$$

что позволяет достаточно легко отфильтровывать электрические наводки на частоте генератора от сигналов волны второго звука.

Для объяснения наблюдаемых далее явлений необходимо знать добротность резонатора в разных частотных диапазонах, влияние амплитуды волны в резонаторе на волновые процессы. Все эксперименты с резонатором были проведены нами при давлении насыщенных паров (*SV P*). Для боль-

шинства описанных ниже экспериментов нами использовался цилиндрический резонатор с внутренним диаметром $D = 15 \text{ mm}$ и длиной $L = 70 \text{ mm}$. Для проверки полученных эффектов использовались резонаторы других размеров, например, мы использовали резонатор с длиной $L = 20 \text{ mm}$ для оценки добротности резонатора в зависимости от частоты резонанса. Пленочный нагреватель для создания однородного нагрева по всему сечению резонатора имел форму меандра и занимал все сечение цилиндра. Для цилиндрического резонатора собственные моды колебаний определяться как [128]

$$f_{pmn} = (1/2) \times c_{20} [(p/L)^2 + (2\alpha_{mn}/D)^2]^{1/2},$$

где c_{20} скорость второго звука малой интенсивности, а целые числа p , m и n есть ни что иное как номера мод гармоник резонатора. Число α_{mn} является решением уравнения

$$d[J_m(\pi\alpha)]/d\alpha = 0,$$

где $J_m(\pi\alpha)$ это функция Бесселя m -го рода.

Для цилиндрического резонатора, несмотря на принятые меры предосторожности по созданию равномерного нагревателя в резонаторе, наряду с продольными колебаниями можно было возбуждать и радиальные моды ("Бесселя"). Причины генерации радиальных мод продольными волнами от нагревателя можно объяснить, по-видимому, не совсем плоским профилем противотока сверхтекучей и нормальной компонент из-за трения последней о боковые стенки. В результате при попадании такой волны по частоте в радиальный резонанс можно ожидать возбуждения радиальных мод. Возбуждение "Бесселей" плоским "равномерным" нагревателем в цилиндрическом резонаторе наблюдались в работах [54, 64, 65].

Плоским волнам в резонаторе соответствуют решения с $\alpha_{00} = 0$ и частоты для таких резонансов будут определяться как $f_p = (1/2)c_2 p/L$. Для размеров нашего резонатора первая радиальная мода была очень близка к

11-му продольному резонансу. В наших экспериментах мы также наблюдали радиальные моды с n ненулевыми. Отметим, что для высоких номеров радиальных мод сигнал болометра становится исчезающе малым из-за интегрирования знакопеременной радиальной волны на размерах болометра.

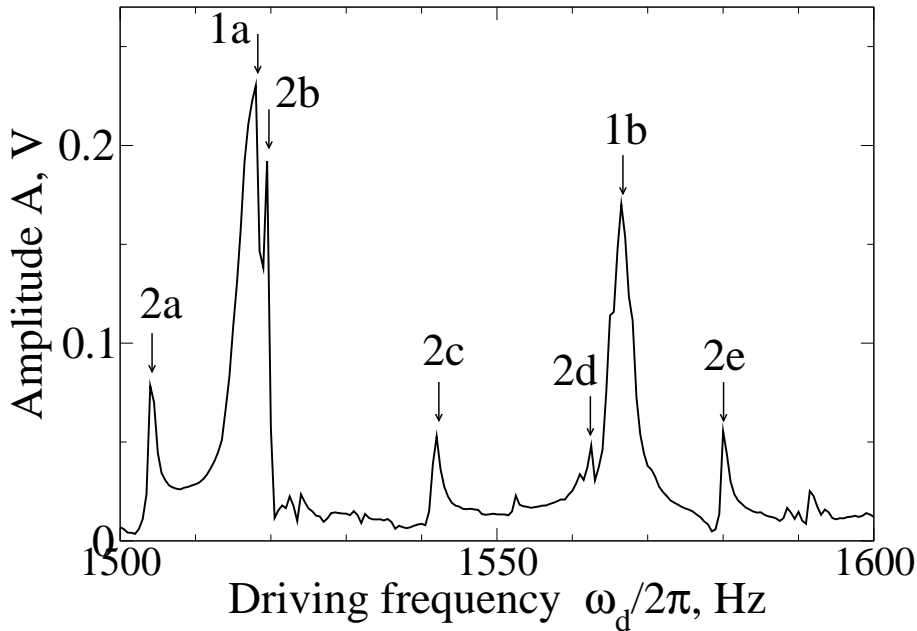


Рис. 5.1. Частотная зависимость отклика резонатора при изменении частоты генератора при малых амплитудах возбуждения ($q \approx 1, 2 \text{ mW/cm}^2$), $T = 2.08 \text{ K}$.

Рис. 5.1 показывает типичный вид резонансных кривых при сканировании частоты. Пик обозначенный как "1a" соответствует возбуждению продольной стоячей волны на 31-ом резонансе (частота $f_{31} = 3035.8 \text{ Hz}$), а пик "1b" - это 32-ой резонанс на частоте $f_{32} = 3133.2 \text{ Hz}$ (частота вдвое выше частоты генератора). Высота наибольшего пика соответствует амплитуде волны в $\delta T \sim 1 \text{ mK}$. Пики "2a – e" отвечают генерации радиальных мод.

5.1.1. Добротность резонатора волн второго звука в гелии

Экспериментальное исследование резонансных кривых резонатора показало его высокую добротность во всем диапазоне резонансных частот $Q \sim 3000 - 8000$ для номеров резонансов $N > 10$. Для первых резонансов

добротность была меньше. График зависимости добротности резонатора для разных частот (номеров резонансов) приведен на рис. 5.2.

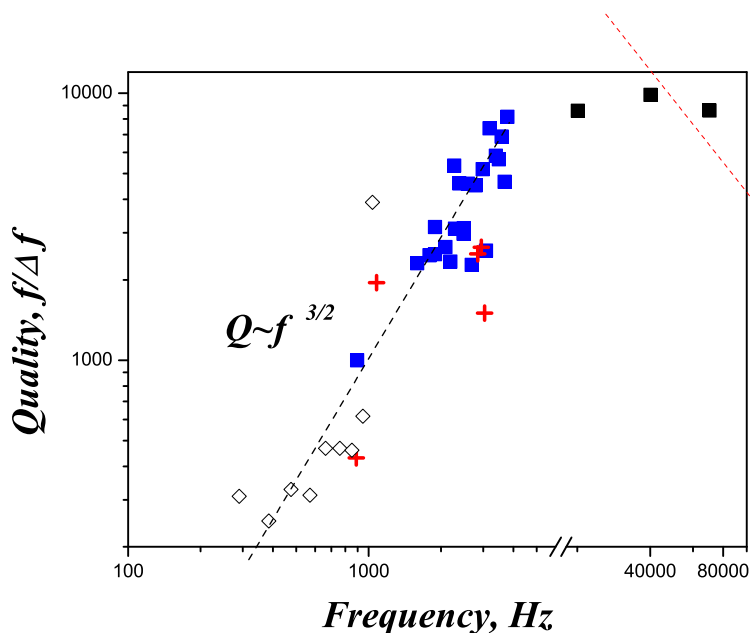


Рис. 5.2. Частотная зависимость добротности резонатора при $T = 2.08\text{ K}$ на малых амплитудах возбуждения ($q \sim 1 - 5\text{ mW/cm}^2$). Пунктирная линия соответствует зависимости $Q \sim f^{3/2}$, различные значки - данные проверки добротности резонатора после очередных переключек болометров и нагревателя в резонаторе $L = 7\text{ cm}$, красный пунктир - оценки добротности резонатора для объемного затухания второго звука

Для объемного затухания второго звука характерна зависимость $\nu \sim \omega^2$, тогда добротность резонатора при объемном затухании должна иметь зависимость $Q \sim \omega^{-2}$. Экспериментальные измерения для области частот ($f < 10\text{ kHz}$), в которых были проведены наши основные наблюдения, дают зависимость вида $Q(f) \sim f^n$, где величина $n \approx +3/2$.

Такие экспериментальные зависимости можно объяснить следующей моделью.

Противоток нормальной и сверхтекучей компонент в $\text{He} - II$ (второй звук) испытывает вязкостное трение на расстоянии Λ от стенок, которое зависит от частоты колебаний волны [7]

$$\Lambda = \sqrt{2\eta/\omega\rho_n}, \quad (5.8)$$

где η динамическая вязкость гелия, а ρ_n плотность нормальной компоненты. Потери энергии при пробеге волной расстояния L будут пропорционально глубине проникновения $\Lambda \sim 1/\sqrt{\omega}$. Но для реального резонатора, добротность будет во многом определяться качеством его изготовления, в том числе параллельностью отражающих плоскостей (ΔL). Отражаясь от противоположных стенок волна не потеряет свою фазу до тех пор пока непараллельность помноженная на число отражений не сравнится с длиной волны. Параллельность отражающих крышек в нашем случае была $\Delta L/L \simeq 5 * 10^{-4}$. В этом случае волна в резонаторе исчезнет когда сумма отражений N умноженное на ΔL будет порядка длины волны $\lambda = c_{20}/f = 2\pi c_{20}/\omega \simeq \Delta L * N$. При этом волна пробежит расстояние

$$L_N = L * N = \frac{2\pi c_{20}}{\Delta L \omega} * L \quad (5.9)$$

и добротность резонатора определится как обратная величина потерь волны на этом пути

$$Q \sim \frac{1}{L_N \Lambda} \sim \omega^{3/2}. \quad (5.10)$$

Потери тепловой волны при отражении через существующие технологические отверстия на поверхности резонатора, неровности поверхности цилиндра дают неучтенные поправки к добротности конкретных резонансов, что выражается в разбросе экспериментальных точек на графике и немонотонной зависимости добротности резонатора от номера резонанса, хотя общее зависимость добротности от частоты достаточно хорошо описывается соотношением (5.10).

Таким образом мы можем заключить, что добротность резонатора волн второго звука определяется в основном поверхностными потерями, что ранее отмечалось в работе [65] как доминирование поверхностного затухание второго звука над объемным при температурах выше 1.3 K. Оценки потерь волны второго звука в объеме жидкости и за счет вязкостного трения нормальной компоненты о поверхность резонатора была сделана в работе

[129].

Оценим величину добротность резонатора при поверхностном затухании волны. Для условий, приведенных на рис. 5.2, глубина проникновения вязкостного трения от стенки в волну второго звука составляет величину порядка $2.5 \mu m$ для резонансной частоты $\sim 1000 \text{ Hz}$. Тогда абсолютную величину добротности резонатора можно определить как часть заторможенной жидкости на расстоянии Λ от стенок по отношению к жидкости, движущейся в объеме: $\pi D^2/4/(\pi * D * \Lambda) \sim 1000$ - что близко к величине, наблюдаемой в эксперименте.

При высоких частотах (для наших экспериментов $f > 10 \text{ kHz}$) зависимость $Q \sim \omega^{3/2}$ поверхностного трения изменяется на слабо зависящую от частоты добротность порядка $8000 - 10000$, хотя длина волны сравнимая с ΔL соответствует частоте $\sim 10^5 \text{ Hz}$.

При теоретических расчетах в моделях распространения второго звука в резонаторе, прилагающихся к нашим экспериментальным результатам, равно как и в прочих теоретических моделях, используется представление об объемном затухании волн второго звука как об основном механизме диссипации волн. Попробуем оценить влияние объемного затухания на добротность реального резонатора. Измерение объемного затухания волн второго звука было проделано при температурах от 0.85 K до T_λ [130, 131, 132] как ослабление волны при пробеге некоего расстояния x

$$A(x) = A_0 e^{-\gamma x}.$$

Полученный коэффициент γ имел температурную зависимость вида $\gamma/\omega^2 \sim \text{const}(T)$. Для нашего температурного интервала ($1.5 \text{ K} < T < 2.1 \text{ K}$) величина γ/ω^2 была порядка $10^{-13} \text{ s}^2/\text{cm}$. Тогда качество резонатора для объемного затухания второго звука можно оценить из соотношения [132]

$$\frac{\gamma}{\omega^2} = \frac{\Delta f/f^2}{4\pi u_2} \sim 10^{-13}$$

В этих условиях добротность резонатора при объемном затухании тепловой волны будет

$$Q = \frac{f}{\Delta f} \sim \frac{10^{13}}{4\pi f u_2}.$$

Для частоты $f = 1 \text{ kHz}$ Q эта величина $4 * 10^5$ много больше добротности, наблюдаемой экспериментально. Объемное поглощение волн второго становится доминирующим для частот выше 100 kHz , где добротность резонатора станет порядка 10^3 (пунктирная линия на графике 5.2).

5.1.2. Резонансные частоты волн второго звука в резонаторе

Поиски дисперсии волн второго звука не увенчались успехом - экспериментальные результаты показали, что, по крайней мере до 10 kHz , не наблюдается отклонения от зависимости $\omega(k) = c_2 k$. В наших экспериментах мы использовали высококачественный резонатор волн второго звука. Это позволило существенно поднять точность измерения резонансной частоты. Сканируя частоту мы с точностью лучше $0,1\%$ измеряли частоту резонанса для плоских продольных волн. При исследовании обнаружилась отклонение экспериментальной зависимости $f(N)$ от зависимости (5.2), хотя это соотношение с точностью лучше 1% выполняется. Экспериментальные данные приведены на рис.5.3.

Частотная зависимость резонансной частоты от номера продольного резонанса может быть подождена следующей зависимостью (здесь указана частота генератора)

$$f_G = A + f_0 * N = 2.7 + 49.339 * N \text{ Hz}, \quad (5.11)$$

причем A оказалась положительной для всех измеренных температур (и для отрицательного и для положительного коэффициента нелинейности). Изменение мощности нагрева в 25 раз ($U_G = 5 \text{ V}$ дает плотность потока тепла 30 mW/cm^2) не изменил существенно зависимость (5.11): $f_G = 2.54 + 49.328 * N \text{ Hz}$. Для амплитуды волны это соответствует уже сильно

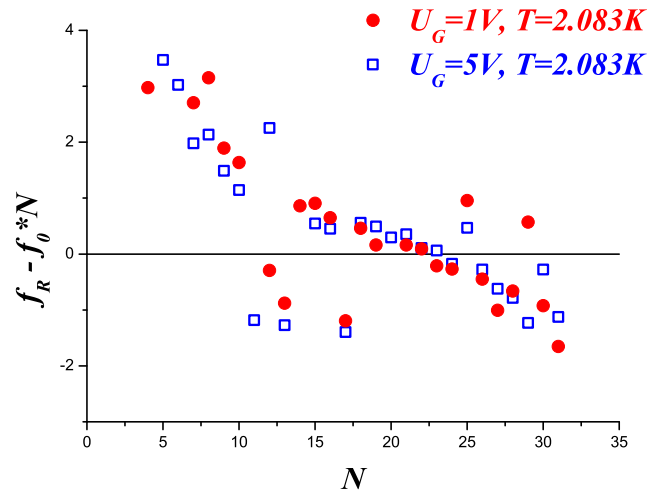


Рис. 5.3. Отклонение резонансной частоты от зависимости $f_R = F_0 * N$.
 Разные значки соответствуют разным плотностям теплового потока:
 кружки - $q = 1.2 \text{ mW/cm}^2$ и квадраты 30 mW/cm^2 .

нелинейной волне, для которой наблюдается заметное искажение формы волны и образование кратных гармоник. Наблюдаемый нами небольшой сдвиг резонансных частот наиболее существенен для малых номеров резонансов. Для высоких номеров резонансов ($N > 10$) отклонение в несколько Hz составляет только доли процента, что просто не принималось во внимание. Так, измерения скорости второго звука в основном были проведены в резонаторах [133, 134, 135] на продольных модах с номерами выше пятнадцатого с резонансной частотой в несколько kHz . Некоторое отклонение от линейной зависимости $f_r = f_0 * N$ было отмечено в работе [136], в которой авторы сдвиг от отражающих стенок положения узлов стоячей волны в резонаторе приписали пористости источника второго звука, колебанию отражающих поверхностей и возможными нарушениями гладкости этих стенок. В работах [133, 134, 135, 136] в качестве источника волн второго звука использовали пористую мембрану (Nuclepore). В нашем случае отражающие стенки были жесткие. Изменения температуры и амплитуды возбуждаемой в резонаторе тепловой волны не сказались существенно на

величине и знаке A , так что такой сдвиг резонансных частот не может быть объяснен свойствами резонансной кривой для нелинейной волны (вершина резонансной кривой склоняется в разные стороны для разных знаков коэффициента нелинейности α_2 [137]).

Постоянный тепловой поток может вызывать изменение резонансной частоты за счет эффекта Доплера. Но поток тепла от нагревателя дает уменьшение (а не увеличение) резонансной частоты

$$f_r = f_0 * (1 - (\mathbf{w}_{ns}/c_{20})^2), \quad (5.12)$$

где \mathbf{w}_{ns} это противоток нормальной и сверхтекучей компонент, который определяется как

$$\delta T = \frac{c_{20}\rho_n}{S} |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s| \quad (5.13)$$

Изменение стационарного теплового потока в 25 раз не сказалось на резонансных частотах соответствующих резонансов (рис. 5.3), что так же свидетельствует против объяснения сдвига резонансной частоты эффектом Доплера.

Еще один эффект может влиять на отклонение резонансной частоты резонатора от ω_0 . Увеличение затухания волны в резонаторе уменьшает собственную частоту колебаний, но, как мы наблюдали в эксперименте, даже для самых малых номеров резонанса добротность оставалась достаточно высокой (несколько сотен). Влияние Q на резонансной частоте может быть описана как [138] $\omega_r^2 = \omega_0^2(1 - 1/2Q^2)$, что дает пренебрежимо малое изменение частоты (ее уменьшение).

Судя по всему, наблюдаемое явление связано со свойствами стоячих волн в резонаторе, с потерями на отражающих границах. При потерях в резонаторе существует поток энергии (поток тепла) и условие (5.6) выполняется лишь с некоторой точностью (порядка $1/Q$). Добавка некой частоты к линейному закону дисперсии дает возможность понять причины возникновения обратного каскада.

5.2. Прямой стационарный энергетический каскад

Для изучения такого сложного явления как турбулентность наиболее продуктивный подход состоит в том, чтобы постараться упростить систему и попытаться понять ее поведение, законы передачи энергии от частот, на которых происходит накачка в область вязкостного поглощения энергии при контролируемом изменении параметров. В качестве такой модельной системы можно использовать систему поверхностных волн в волноводах разной формы с размерами до сотни метров длиной [139], резонаторы разных размеров и формы от нескольких сантиметров [140, 141] до десятка метров длиной [142]. В качестве жидкости в такой модельной системы используют воду [143, 144], ртуть [145], криогенные жидкости - жидкий водород [146] или жидкий гелий [147]. При этом гравитационные и капиллярные волны имеют разный характер дисперсионных зависимостей (для воды капиллярные волны сменяются гравитационными для длин волн больше $\lambda \approx 2 \text{ м}$). Стоит отметить, что турбулентные явления для волн на поверхности жидкости можно отнести так же к акустической турбулентности, образование высокочастотного спектра в которой определяется конкуренцией нелинейных и диссипативных процессов. Аналогия становится более наглядной для квазоодномерных стоячих или бегущих поверхностных волн в длинных волноводах или резонаторах.

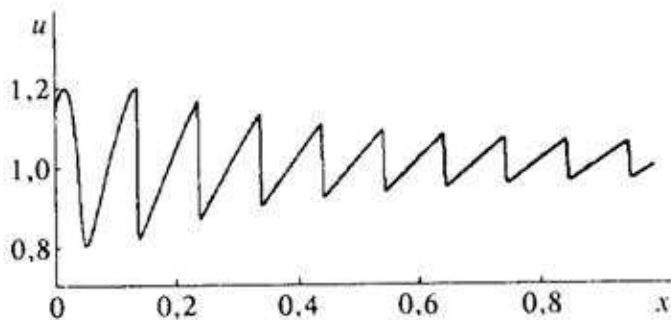


Рис. 5.4. Процесс укрупнения и затухания гармонической волны.

В физике нелинейных волн в зависимости от физической природы среды возможно распространение волн и перенос их энергии не только в реальном пространстве. Для нелинейных волн так же обычно наблюдается перенос энергии в спектральном пространстве. Поток энергии, накачиваемый в систему на одних частотах, передается в другую спектральную область, где и происходит диссипация энергии. Гармоническая волна, перемещаясь в нелинейной среде, претерпевает три стадии. На первой стадии "sin" волна за счет нелинейности превращается в пилообразную, на второй стадии распространяется пилообразная волна, быстро затухая за счет нелинейных потерь. Это движение продолжается до тех пор, пока акустическое число Рейнольдса не станет порядка единицы. После этого наступает третья стадия изменений, связанная с медленным затуханием пилообразной волны в силу объемного поглощения волны (рис. 5.4)

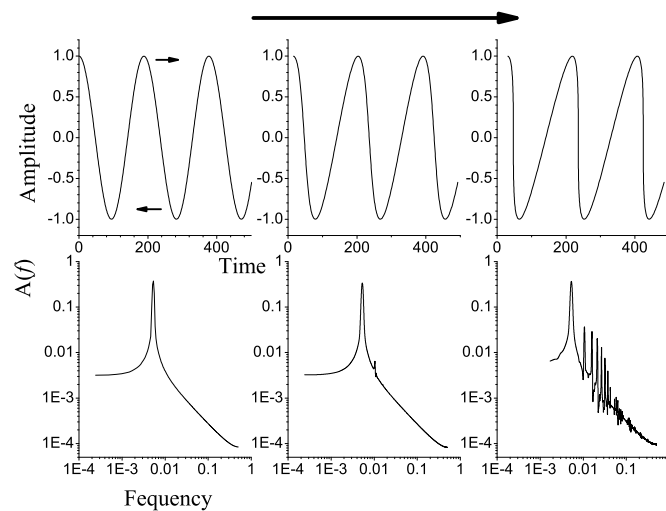


Рис. 5.5. Образование кратных гармоник по мере движения нелинейной волны и искажения ее формы.

Укручение волны и превращение гармонической волны в пилообразную приводит к возникновению дискретного энергетического спектра из кратных гармоник. Схематично этот процесс показан на рис. 5.5. Выбор системы для изучения турбулентных явлений во многом определяется свой-

ствами распространения волн в среде, возможностью контролировать изменения экспериментальных условий, удобством генерации волн и их регистрации, доступностью экспериментальной среды, адекватностью описания волновых процессов теоретическими моделями и, не в последнюю очередь, актуальностью задачи.

Мы в качестве такой модельной среды использовали систему волн второго звука в сверхтекучем гелии. Особенностью волн второго звука является то, что изменением температуры можно кардинальным образом менять коэффициент нелинейности их скорости, делая его как большим положительным, нулевым или большим отрицательным (вплоть до $-\infty$). Система волн второго звука экспериментально моделирует распространение волн Бюргерса (5.3). Интересное приложение уравнения Бюргерса к теории турбулентности было найдено в работе [148].

В данной серии экспериментов мы изучали влияние нелинейных свойств волн второго звука в высококачественном резонаторе на передачу энергии в спектральном пространстве. В высокочастотном резонаторе сигнал малой амплитуды на резонансной частоте резко возрастает и его "sin" форма претерпевает изменение. Величина искажений зависит от амплитуды накачки U_G , что и было проверено в первой серии измерений. При увеличении U_G температура волны, регистрируемая болометром возрастает квадратично с ростом сигнала генератора

$$A \sim \delta T \sim q \sim U_G^2. \quad (5.14)$$

При малых напряжениях накачки тепловой волны потери носят линейный характер и определяются добротностью резонатора на данной частоте. Отклонение от линейности (квадратичной зависимости $\delta T(U_G)$) начинается при плотности теплового потока $q > 6 \text{ W/cm}^2$ (рис. 5.6). При малых амплитудах накачки и, соответственно, амплитудах волны второго звука,

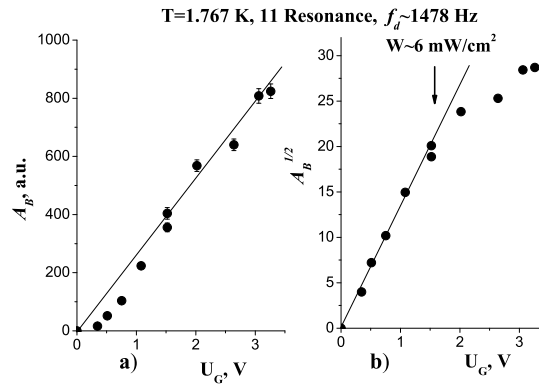


Рис. 5.6. Зависимость амплитуды тепловой волны в резонаторе от амплитуды накачки. Положительный коэффициент нелинейности.

нелинейные эффекты слабы и искажения волны незаметны, что выражается в отсутствии кратных гармоник. Увеличение амплитуды волны сказывается на ее искажении и появлении кратных гармоник. При этом поток энергии, порождающий этот энергетический каскад, определяет отклонение от линейности на графике 5.6. На рис. 5.7 приведены результаты Фурье анализа спектров искаженных сигналов первоначально гармонической волны при разных амплитудах накачки. Хорошо видно, что появление достаточного количества кратных гармоник коррелирует с отклонением от линейной зависимости графика 5.6.

Одной из возможностей объяснения искажений формы волны второго звука может быть их взаимодействие в вихревой структурой, о чем мы упоминали в главе 4.2.. Удивительные свойства коэффициента нелинейности волн второго звука позволяют проверить связь наблюдаемого эффекта именно с нелинейными свойствами волны. При приближении к температуре T_α рис. 5.8 амплитуда кратных гармоник начинает уменьшаться. При T_α остается одна основная гармоника, кратные гармоники появляются после прохождения T_α . Такая температурная зависимость образования частотных спектров показывает, что именно нелинейность волн является определяющей в образовании кратных гармоник.

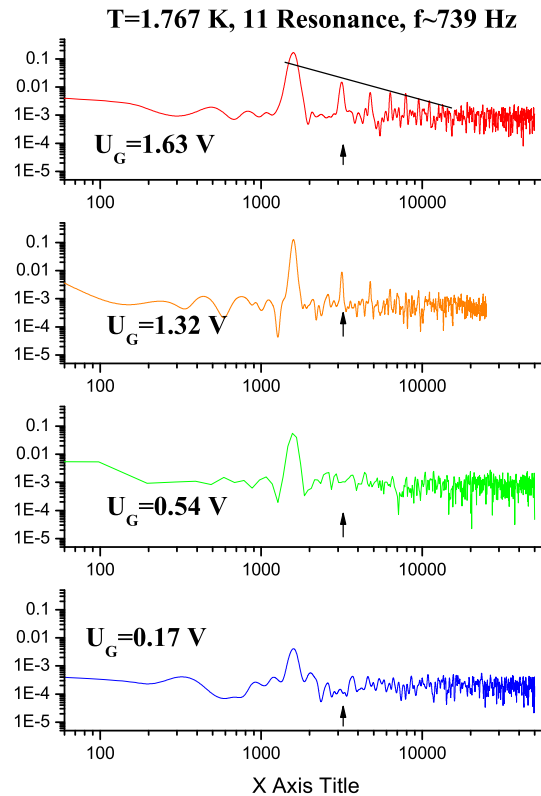


Рис. 5.7. Формирование энергетического каскада при увеличении сигнала на нагревателе. Положительный коэффициент нелинейности скорости волн второго звука

5.2.1. Колмогоровские каскады Распространение волн второго звука в одномерной геометрии можно описать в рамках уравнения Бюргера, аналогичного рассматриваемым в теориях нелинейных волн [7]. Нарастание амплитуды приводит к все более значимому влиянию нелинейных взаимодействий, выражающемуся в возрастании вероятности трехволновых процессов, приводящему к формированию кратных гармоник $\omega + \omega_1 \rightarrow \omega_2$. Искажение формы гармонической волны (рис. 5.9) нарастает по мере роста сигнала накачки.

В спектральном пространстве это выражается к образованию целого частотного ряда кратных гармоник (прямой энергетический каскад). В наших экспериментах можно было наблюдать до тридцати-пятидесяти спектральных пиков с амплитудой выше шумов аппаратуры, что позволяет достаточно

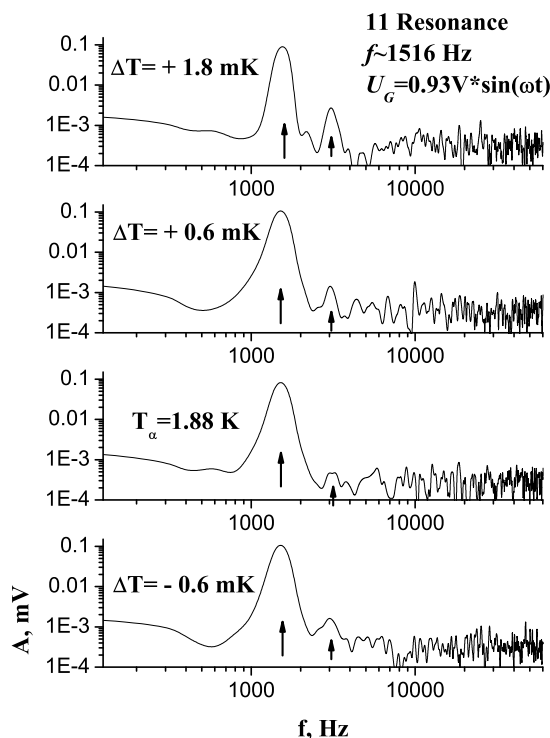


Рис. 5.8. Амплитуда кратных гармоник при приближении к T_α , частота генератора $f_G = 708 \text{ Hz}$, тепловой поток $q = 1.1 \text{ mW/cm}^2$.

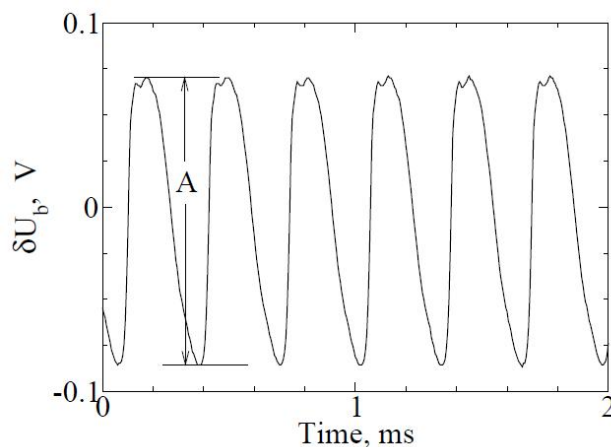


Рис. 5.9. Форма волны второго звука в резонаторе, $T = 2.08 \text{ K}$, отрицательный коэффициент нелинейности, 31-й резонанс, $\omega_G/2\pi = 1546.6 \text{ Hz}$, $U_G = 1.75 \text{ V}$.

уверенно анализировать распределение амплитуды кратных гармоник и их энергии по частотам. Стационарный процесс перекачки энергии в спектральном пространстве простирается от частот накачки до высокочастотного края спектра, где начинают доминировать диссипативные процессы.

Таким образом при акустической турбулентности наблюдается конкуренция двух механизмов изменения формы волны: нелинейное распространение сигнала, стремящееся сформировать ударную волну и диссипативный процесс - сглаживающий любые укрупнения волны. Частоты, соответствующие преобладанию вязкостных потерь, обозначаются как f_b - край диапазона, где инерционная перекачка энергии между кратными гармониками сменяется процессом, когда высокочастотная волна начинает быстрее терять энергию из-за затухания, чем от передачи энергии в соседние моды. Роль трехволновых процессов становится понятна, если рассмотреть зависимость влияния амплитуды накачки на длину инерциального интервала. Для нелинейных волн, передача в которых энергии кратным гармоникам за счет трехволнового процесса определяется амплитудой обоих взаимодействующих волн, протяженность инерционного интервала увеличивается по мере увеличения амплитуды накачки. На рисунке 5.10, виден сдвиг края инерционного интервала по мере увеличения сигнала на нагревателе. В инерционном интервале степень зависимости $A(f) \sim f^{-m}$ (или для энергии $P(f) \sim f^{-2*m}$) уменьшается к 1,5. Более детально этот вопрос будет рассмотрен в главе 5.5.

Теоретическая модель процессов передачи энергии в спектральном пространстве при трехволновых взаимодействиях была построена в работе [149]. Для того, чтобы понять процесс формирования прямого энергетического каскада нами была предложена модель взаимодействия нелинейных волн, которая учитывает наличие в сверхтекучем гелии противотока нормальной и сверхтекучей компонент. Ранее подобный подход к численному моделированию был применен в работе [150]. В рамках этой модели было проведено численное моделирование, использующее представление второго звука в терминах гамильтоновых переменных [151] и осуществляющее прямое интегрирование изменения волны в пространстве резонатора с учетом квадратичных членов [7]. В данной модели предполагалось суще-

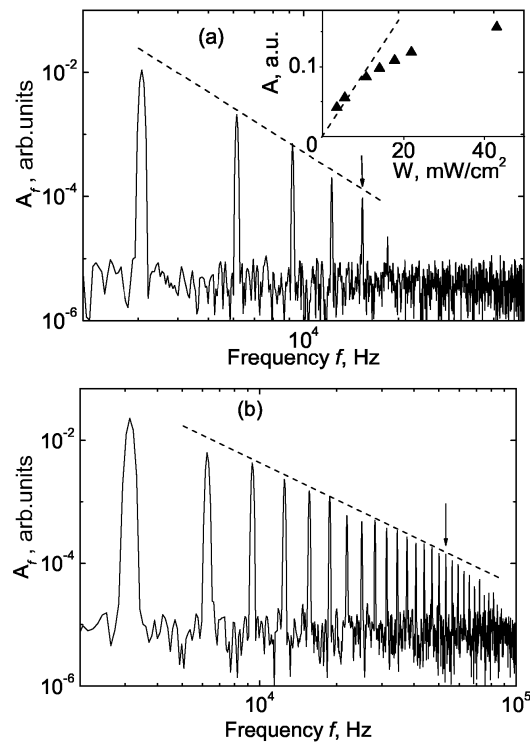


Рис. 5.10. Амплитуда A_f стоячих волн второго звука в резонаторе при плотности потока тепла (а) $q = 5.5$ и (б) 22 mW/cm^2 . Прерывистая линия на рис. (а) дана для наглядности, на рис. (б) - соответствует зависимости $A_f \propto f^{-1.5}$. Стрелки на графиках f_b соответствуют вязкостному краю инерционного интервала. На вставке показана амплитуда волны второго звука в зависимости от мощности нагревателя. Линия соответствует $A \propto q$ для малых амплитуд накачки. $T = 2.079 \text{ K}$, 31 резонанс, частота $f_d = 3093, 2 \text{ Hz}$.

ственное влияние объемного затухания волн во всем интервале частот. Эта модель несколько отличается от экспериментальной ситуации с реальными резонаторами (объемное затухание сменяет поверхностное и становится доминирующим для гармоник с номерами $N > 100$), но в общем адекватно описывает наблюдаемые результаты измерений.

Уравнения описывающее энергетический баланс в системе кратных гармоник можно записать как

$$i \frac{\partial b_n}{\partial t} = \sum_{n_1, n_2} V_{n, n_1, n_2} (b_{n_1} b_{n_2} \delta_{n-n_1-n_2} + 2b_{n_1} b_{n_2}^* \delta_{n_1-n_2-n}) - i\gamma_n b_n + F_d, \quad (5.15)$$

где изменение амплитуды n гармоники во времени будет определяться вероятностью процессов слияния волн двух гармоник n_1 и n_2 (первое слага-

емое в скобках) и распада этой волны на две другие с меньшей частотой (второе слагаемое). Вероятность взаимодействия волн V_{n,n_1,n_2} определяется коэффициентом нелинейности [152]

$$V_{n,n_1,n_2} = \alpha * \text{const}(T) \sqrt{n * n_1 * n_2}. \quad (5.16)$$

Были проведено численное интегрирование уравнения по балансу энергии стоячих волн в резонаторе (5.15) для случая генерации волн на резонансной частоте. Рассчитывались изменения энергии каждой гармоники

$$P(n) = \langle |b_n(t)|^2 \rangle \quad (5.17)$$

и распределение энергий по гармоникам при постоянном потоке энергии для установившегося спектра:

$$E(\omega) = \omega_n P(n). \quad (5.18)$$

Результаты расчетов стационарного распределения амплитуд кратных гармоник в энергетическом пространстве для разных интенсивностей накачки сигнала в резонатор приведены на рис. 5.11

Таким образом формирование энергетических спектров наблюдалось и на эксперименте, и в численных расчетах. Было показано, что каскадная передача энергии (подобная Колмогоровским каскадам) в инерциальном диапазоне обусловлена нелинейностью.

Следуя основным идеям работ [28, 29, 30, 38, 153, 154] такое высоко возбужденное состояние системы с большим числом степеней свободы определяется как турбулентное. Для сравнительно больших амплитуд монохроматической накачки энергии мы наблюдаем акустическую турбулентность в системе волн второго звука с кратными гармониками в инерционном интервале частот. Формирование наблюдаемого прямого каскада качественно схоже с возникновением Колмогоровского распределения скоростей в частотном диапазоне при турбулентности для несжимаемой жидкости или

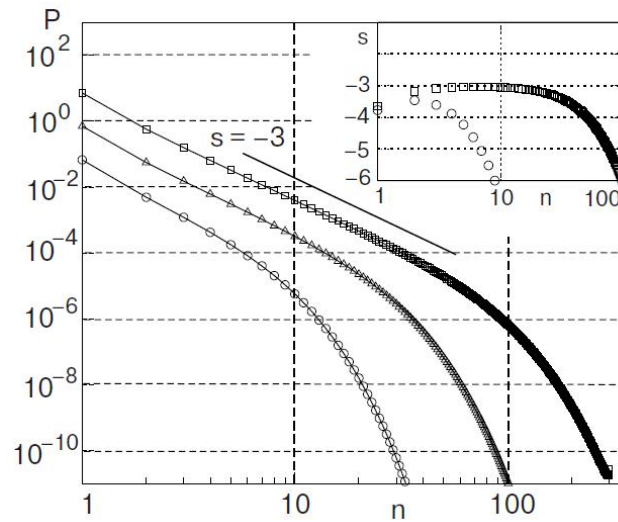


Рис. 5.11. Энергетические спектры стоячих волн второго звука в резонаторе при монохроматической накачке с разными интенсивностями F_d : кружки соответствуют $F_d = 0.01$, треугольники - 0.1, квадраты - 1, в относительных единицах. Прямая линия - зависимость $P(n) \sim N^3$. На вставке показаны показатели наклона степенной зависимости $P(n)$ в зависимости от номера резонанса для разных уровней накачки $F_d = 0.01$ и 1.

в системе капиллярных или гравитационных волн на поверхности жидкости [155, 156]. Распределение, схожее с колмогоровским, можно определить для зависимости амплитуды кратных гармоник от частоты для развитой акустической турбулентности $A(F) \sim f^{-m}$, где $m \approx 1.5$.

Для системы волн второго звука формирование каскада при увеличении амплитуды накачки происходит с постепенным расширением инерционного интервала (сдвига f_b в сторону высоких частот) и уменьшением показателя степенной зависимости m . Частота f_b появляется при достижении накачкой величины $q \sim 10 \text{ mW/cm}^2$. Частота f_b , при которой бездиссипативная передача энергии между кратными гармониками сменяется сильным влиянием вязкостных потерь, зависит от амплитуды основной гармоники. Зависимость f_b от A для разных резонансов и разных коэффициентов нелинейности приведена на рис. 5.12.

Для 31-го резонанса и для положительного и для отрицательного коэффициента нелинейности край инерционного интервала вполне удовле-

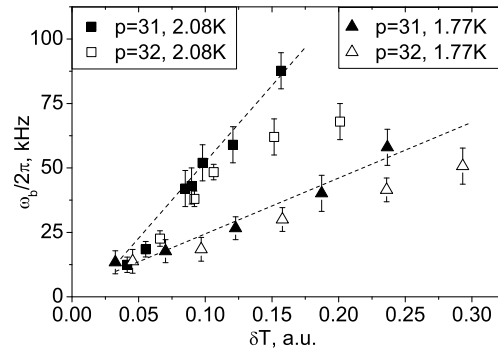


Рис. 5.12. Зависимость частоты, при которой бездиссипативная передача энергии между кратными гармониками сменяется сильным влиянием вязкостных потерь, от амплитуды тепловой волны в резонаторе. Результаты для 31-го и 32-го резонансов для положительного ($T = 1.77 K$) и отрицательного ($T = 2.08 K$) коэффициентов нелинейности.

творительно описывается как

$$f_b = \text{const}(T) * A \quad (5.19)$$

что соответствует результатам теоретических расчетов работы [154]. Отклонение от линейной зависимости для 32-го резонанса определяется возможностью образования обратного каскада (в частности половинной частоты) и перераспределением энергетических потоков и в высокочастотный, и в низкочастотный края спектров. Более детально этот механизм будет рассмотрен в следующих разделах.

Для определения влияния величины накачки на развитие турбулентного каскада мы провели подробное исследование спектров стоячих волн. При увеличении интенсивности сигнала на нагревателе количество кратных гармоник с амплитудой выше шумов начинают быстро увеличиваться (рис.5.13). При этом степень зависимости $A(f) \sim f^{-m}$ начинает быстро уменьшаться и доходит до ~ 1.5 . На рис. 5.14 можно определить потоки энергии, при которых происходит изменение характера передачи энергии. При достижении потоком тепла величины $q \sim 10 mW/cm^2$ резкое умень-

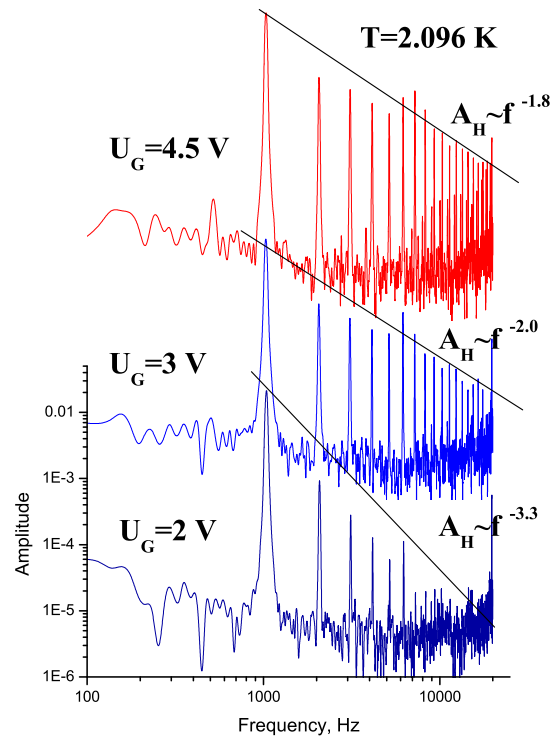


Рис. 5.13. Формирование "Kolmogorov-like" каскадов при увеличении величины накачки. $T = 2.096 \text{ K}$, 11-й резонанс.

шение степени сменяется плавным. Эта же величина q примерно соответствует началу отклонения линейного роста сигнала волны в резонаторе от квадрата амплитуды сигнала генератора (вставка на рис. 5.10).

Смена характера степенной зависимости связана с развитием частотного каскада кратных гармоник и соответствует режиму развитой турбулентности. При малых накачках в спектральном пространстве только появляются кратные гармоники, и этот процесс можно связать с нелинейным искажением сигнала. При этом происходит, по-видимому, взаимодействие кратных гармоник только с основной гармоникой, на которой происходит возбуждение системы, тогда как при больших амплитудах накачки амплитуды кратных гармоник увеличиваются и они начинают взаимодействовать еще и между собой. Это должно приводить к рассогласованию фазы высоких мод с фазой сигнала на основной гармонике - т.е. реализуется ситуация развитой турбулентности.

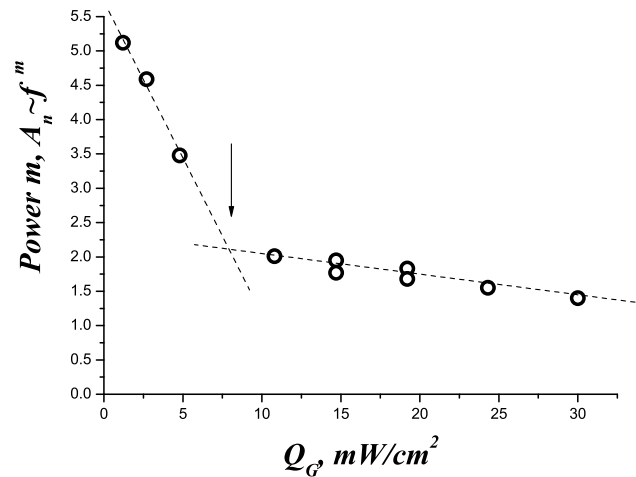


Рис. 5.14. Зависимость степени m соотношения $A_i \sim f^{-m}$ для амплитуд кратных гармоник в зависимости от интенсивности возбуждения системы волн второго звука в резонаторе q . Изменение наклона может быть объяснено как переход к развитой акустической турбулентности.

$T = 2.096$ K, 11-й резонанс

При высоких частотах на инерционную передачу потока энергии накладывается сильное влияние процесс диссипационного поглощения высокочастотных волн. На рис. 5.15 видно, что степенная зависимость при малых частотах сменяется экспоненциальным затуханием волн для частот выше $20 \div 30$ kHz. Экспериментальные зависимости вязкостного поглощения высокочастотных гармоник для данного измерения могут быть описаны в виде

$$A \sim \exp(-0.2 * n), \quad (5.20)$$

где n - номер гармоники для гармоник с $n \geq 6$. Такое поведение может быть связано с конечной вязкостью гелия для длин волн короче чем $\lambda \sim c_{20}/f_b \sim 4 \times 10^{-4}$ m, т. е. короче нескольких сотен микрон.

5.3. Комбинационное взаимодействие гармонических волн

Взаимодействие кратных гармоник между собой, отвечающее за развитую турбулентность, должно сопровождаться не только прямыми трехвол-

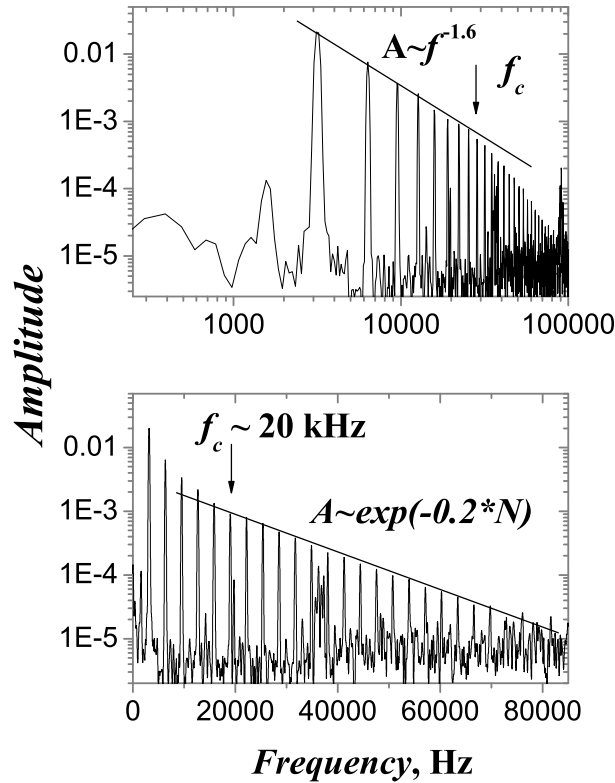


Рис. 5.15. Типичный энергетический спектр стоячих волн второго звука в резонаторе для амплитуды накачки $q = 12 \text{ mW/cm}^2$, $T = 2.08 \text{ K}$, α_2 отрицательный, 31st резонанс, $f_d = 3166 \text{ Hz}$

новыми процессами $\omega = \omega_1 + \omega_2$, но и обратными для кратных гармоник $\omega = \omega_1 - \omega_2$. Одним из способов такой косвенной проверки развития турбулентных процессов может быть взаимодействие двух частот не кратных резонансов, например, 31-го и 9-го.

При приложении к нагревателю двух резонансных частот разной амплитуды в резонаторе возникает четыре стоячие волны температуры с разными частотами.

$$\delta T = [A \sin(\omega_1 t) + B \sin(\omega_2 t)]^2 = A^2 \sin^2(\omega_1 t) + 2AB \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_2 t) + B^2 \sin^2(\omega_2 t)$$

или в окончательном виде

$$\delta T = A^2/2[1 - \cos(2\omega_1 t)] + AB[\cos(\omega_1 t - \omega_2 t) - \cos(\omega_1 t + \omega_2 t)] + B^2/2[1 - \cos(2\omega_2 t)], \quad (5.21)$$

При этом на спектре возбуждаемых волн должны появиться сигналы четырех частот $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_1 - \omega_2$ and $\omega_1 + \omega_2$. Расчетные спектры при накачке на двух резонансных частотах приведены на рис. 5.16

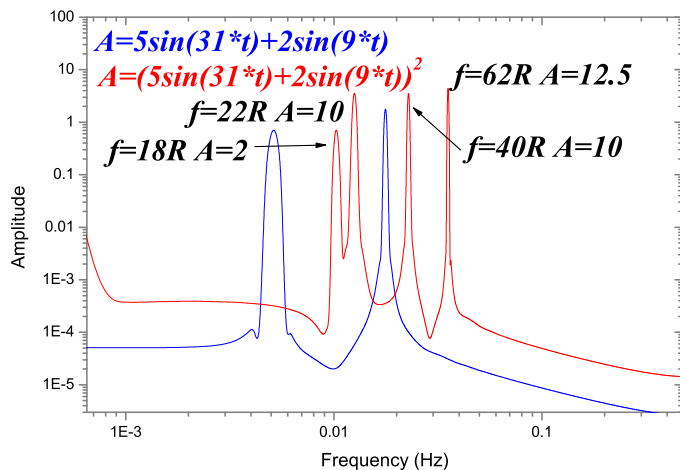


Рис. 5.16. Расчетные величины Фурье спектров (красная кривая) для двух сигналов на нагревателе (синяя кривая) на резонансных частотах $[5 * \sin(31R * t) + 2 * \sin(9R * t)]^2$.

Таким образом при возбуждении основной волны большой амплитуды ($U_G = 5 V$) на 31-м резонансе и дополнительной волны на частоте ω_2 (в экспериментах мы проверяли 7-й, 9-й и 11 резонансы) малой амплитуды ($U_G = 2 V$) возникают сигналы на следующих номерах:

<i>Number of additional resonance</i>	$2\omega_1$	$\omega_2 - \omega_1$	$\omega_2 + \omega_1$	$2\omega_2$
7R	14R	24R	38R	62R
9R	18R	22R	40R	62R
11R	22R	20R	42R	62R

При проведении реальных экспериментов мы придерживались этих номеров резонансов. Экспериментальные зависимости для двух резонансных сигналов на 31-м и 9-м резонансах с малыми напряжениями накачки приведены на рис. 5.17.

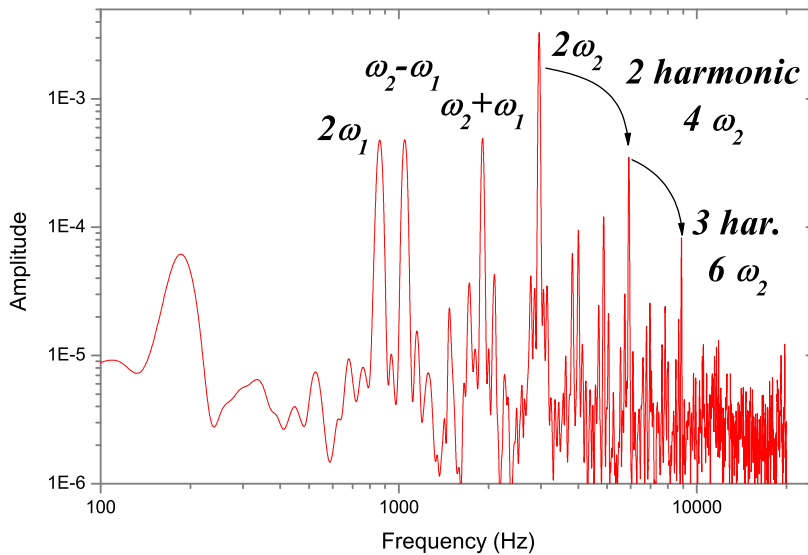


Рис. 5.17. Экспериментальные зависимости спектров комбинационных сигналов при накачке резонатора на двух частотах соответствующих 9 и 31 резонансам ($U_{9G} = 2 V$ и $U_{31G} = 2 V$).

На ряду с зависимостями, соответствующими арифметическим соотношениям (5.21), можно видеть возникновение комбинационных частот, соответствующих взаимодействию кратных гармоник с дополнительной частотой 9-го резонанса. Напомним, что добротность резонатора возрастает при увеличении номера резонанса. Соответственно, амплитуда резонансной волны на 31-м резонансе существенно больше амплитуды 9-го.

Более явно эффект возникновения комбинационных волн не только со сложением частот, но и с их вычитанием можно видеть в Фурье анализе суммы большого сигнала на 31-м резонансе с добавкой малого сигнала на 9-м резонансе (рис. 5.18), где значками "1+", "2+" и т.д. обозначены пики, образованные суммированием частот кратных гармоник основного сигнала и дополнительной волны, а значками "1-", "2-", разность кратных гармоник и частоты дополнительного резонанса. При температурах вблизи T_λ скорость второго звука имеет сильную зависимость от температуры и добавка слабого сигнала на второй резонансной частоте от второго гене-

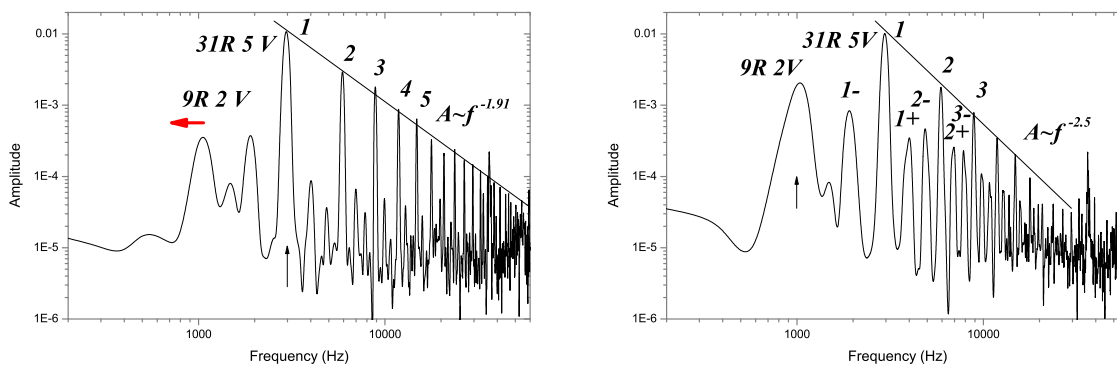


Рис. 5.18. Фурье анализ сигналов комбинационного взаимодействия двух волн, возбужденных на 31-м ($U_{1G} = 5V$) и на 9-м ($U_{2G} = 2V$) резонансах. На верхнем графике частота второго генератора несколько сдвинута от резонансной частоты. На нижнем - точно совпадает с 9-м резонансом. Пояснения в тексте.

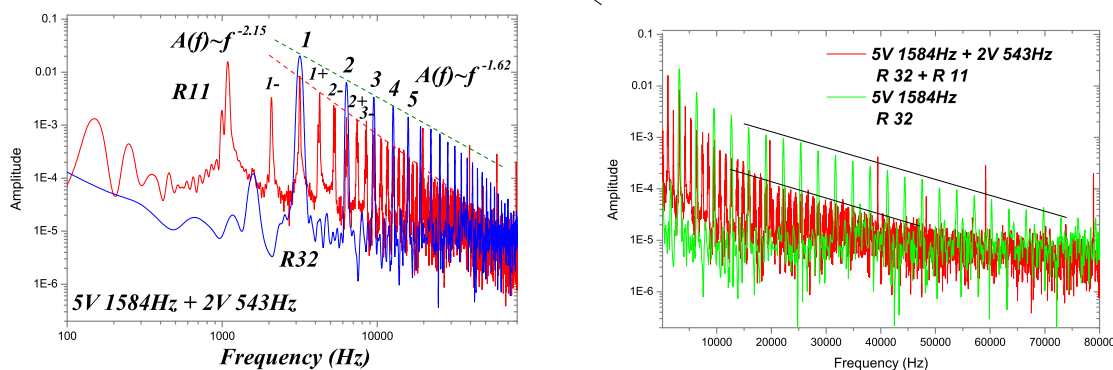


Рис. 5.19. Фурье спектр сигнала при накачки на 32-м резонансе ($U_{1G} = 5V$). Хорошо развитый турбулентный спектр подавляется при включении небольшого сигнала ($U_{2G} = 2V$) на другой резонансной частоте, соответствующей 11-му резонансу. На нижнем графике в приведены те же результаты в полулогарифмическом масштабе

ратора меняла немного температуру сверхтекучей жидкости, что сильно сдвигало резонансные частоты. И при высокой добротности резонатор, настроенный предварительно на максимальный сигнал, просто уходил с резонанса. Поэтому мы применили методику отстройки одного из сигналов (малой амплитуды) с резонансной частоты. При этом можно было наблюдать, как рост амплитуды добавочного сигнала (при неизменном общем

потоке тепла от нагревателя) менял характер установившегося энергетического распределения от основного сигнала. На графике хорошо видно, что при росте пиков комбинационных частот увеличивается наклон степенной зависимости $A(f) \sim f^{-m}$. Для конкретных измерений m выросло с 1,9 до 2,5. На графике 5.19 хорошо видно, что образование дополнительных степеней свободы в резонаторе за счет комбинационного взаимодействия резко подавляет амплитуды прямого турбулентного каскада. Можно предположить, что поток энергии в высокочастотный край спектра определяется амплитудами кратных гармоник и энергии (интеграл от Фурье спектра) всех гармоник определяют этот поток.

$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial C}{\partial T} \sum_{\omega} |\delta T_{\omega}|^2 \right), \quad (5.22)$$

Сравнение интегралов спектральных зависимостей с развитым турбулентным каскадом и с подавленным (рис. 5.18 верхний и нижний графики) дают с точностью до 2% равные величины.

Качественно причины такого подавления турбулентного каскада можно объяснить следующим образом. При формировании комбинационных частот резко возрастает плотность степеней свободы на единицу частоты. При несколько увеличенном потоке энергии вдоль инерционного интервала (добавка дополнительного сигнала увеличивает q меньше чем на 20%) возрастает количество взаимодействий волн, вовлеченных в процесс нелинейного переноса энергии от низких к высоким частотам. При этом резко возрастает количество взаимодействий на единицу частотного диапазона при неизменной передаче энергии в единичном акте взаимодействия. Качественно поведение подавления турбулентного спектра дополнительным возбуждением требует детального теоретического рассмотрения.

Поведение высокочастотного края турбулентного каскада при включении дополнительного возмущения в системе практически не меняется, оста-

ваясь экспоненциальным при общем понижении амплитуд всех гармоник в каскаде на порядок. Это подтверждает утверждение о доминировании вязкостных потерь для частот выше f_b .

5.4. Статистические свойства волн при акустической турбулентности.

Наиболее важным процессом в турбулентности является преобразование энергии от внешнего источника в диссипативную часть спектра. Перекачки энергии при турбулентных процессах описывается в рамках каскадного представления в энергетическом пространстве. Впервые идею о каскадной передаче энергии высказал английский физик Ричардсон в поэтический форме, правильно указав основополагающую модель [157]:

“Big whorls have little whorls,
Which feed on their velocity;
Little whorls have smaller whorls,
And so on unto viscosity...”

С теоретической точки зрения самый простой случай турбулентности это слабая турбулентность при которой волны взаимодействуют друг с другом в течении короткого промежутка времени, обмениваясь при этом малой частью своей энергии. Взаимодействие волновых пакетов слабое и фазы волн при этом случайные [153, 158]. Это приближение позволяет использовать статистическое описание для широкого класса внешних сил в системе. Примером слабой турбулентности является взаимодействие волн на поверхности жидкости [143, 159]. Статистические флуктуации распределения скоростей в турбулентном потоке было количественно получено в теории Колмогорова [28, 29] ("Колмогоровские каскады") в виде степенной зависимости $E_k \sim k^{-5/3}$ - закон "-5/3". Для одномерной слабой турбулентности поток энергии P определяет распределение возбуждения в частотном

пространстве как [160]

$$n_k \sim P^{1/3} k^{-5/2}, \quad (5.23)$$

в случае если процессы $\omega_k \leftrightarrow \omega_{k_1} + \omega_{k_2} + \omega_{k_3}$ доминируют. Для слабой турбулентности в инерционном интервале плотность вероятности нахождения волн разных амплитуд близка к функции Гаусса.

Акустическая турбулентность является сильной турбулентностью, когда подход слабого взаимодействия гармонических волн не работает. Для сильно нелинейной волны высшие гармоники образуются за счет основной гармоники, фазы кратных гармоник определяются фазой накачки, время взаимодействия не мало и при взаимодействии волн обмен энергиями порядка величины энергии по крайней мере одной из взаимодействующих волн. Для сильной нелинейности без взаимодействия кратных гармоник между собой любая гармоническая волна превращается в пилообразную, для которой амплитуды и фазы кратных гармоник целиком определяются условиями накачки.

$$u(t)|_0^{2\pi} = u_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\pi} \sin(n\omega t) \quad (5.24)$$

При этом основной процесс диссипации энергии происходит на разрывах волны - области высоких частот [161]. Энергетический спектр пилообразной волны описывается зависимостями, схожими с Колмогоровскими, $E_\omega \sim \omega^{-2}$, при синфазности кратных гармоник. Плотность вероятности амплитуды такой волны является постоянной величиной, что совсем не соответствует ситуации со случайными волнами.

Выше мы показали, что для реальной ситуации, наблюдаемой в системе стоячих волн в резонаторе, при развитой турбулентности большую роль играют процессы взаимодействия волн не только с основной гармоникой, но и между собой, например, образование комбинационных частот при двойной накачке. При этом возможно образование не только суммарной волны, но существенны также и распадные процессы. Это, по-видимому, уже от-

личается от случая образования спектральной зависимости амплитуд для только нелинейных процессов, как, скажем, для спектра пилообразной волны. Для проверки этого утверждения мы провели изучение статистических характеристик волн при акустической турбулентности при разных условиях.

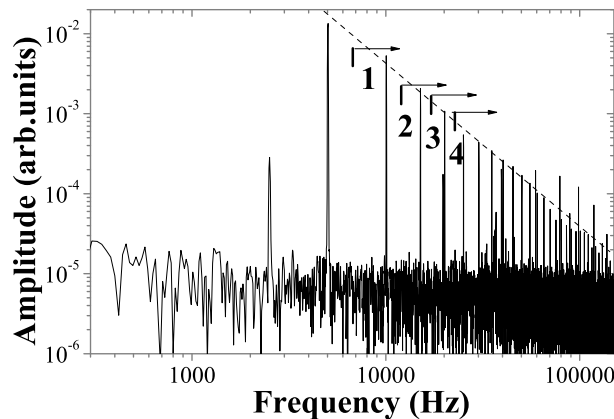


Рис. 5.20. Амплитуды кратных гармоник при развитой акустической турбулентности. Частота накачки f_d соответствует 51-му резонансу (5030 Hz), амплитуда сигнала генератора $U_G = 5V$ (поток тепла $q = 30 \text{ W/cm}^2$). Стрелки на графике показывают положение отсечки при низкочастотной фильтрации записи сигнала. $T = 2.08 \text{ K}$

При монохроматической накачке гармоническим сигналом в высокооборотном резонаторе за счет нелинейности формируется целый ряд кратных гармоник, характерных для турбулентных процессов (рис. 5.20). Совершенно очевидно, что первые члены в этом энергетическом каскаде определяются потоком энергии от основной гармоники и влияние взаимодействия высокочастотных гармоник между собой на поведение этих волн низкочастотных мод будет малым. Для определения статистического поведения высокочастотных гармоник мы отфильтровывали низкочастотные сигналы, последовательно повышая частоту фильтрования. На рис. 5.20 стрелками показаны границы последовательного фильтрования. Если первоначальная волна была сильно искаженной гармонической волной (рис. 5.21 а)), то последовательная фильтрация делает волну все более и более хаотич-

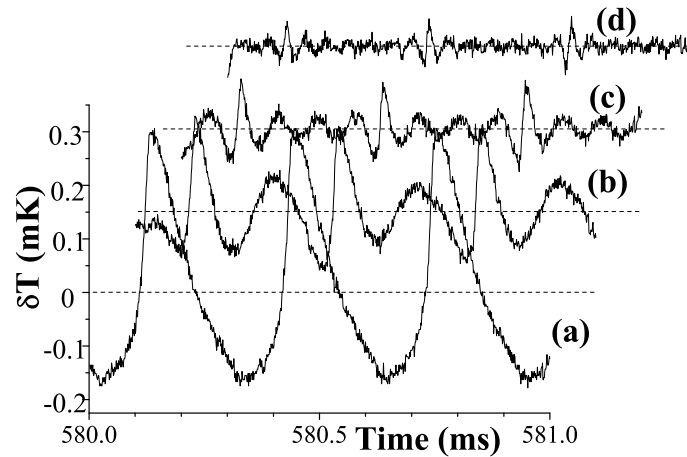


Рис. 5.21. Запись волны второго звука до и после низкочастотной фильтрации. а) запись волны второго звука в резонаторе, б) после удаления основной гармоники, с) - остались четвертая и более высокие гармоники д) - сигнал после удаления первых семи гармоник. $33rd$ резонанс, $f_d = 3227 \text{ Hz}$, $q = 30 \text{ mW/cm}^2$, $T = 2.08 \text{ K}$.

ной (рис. 5.21 b)- d)). Для сигналов с развитым турбулентным каскадом мы рассчитывали плотность вероятности нахождения волны данной амплитуды.

Для случайной величины X с любым допустимым значением x функция распределения вероятностей $P(x)$ определится как вероятность события, заключающегося в том, что наблюдаемая величина меньше или равна значению x , т. е. [162]

$$P(x) = Pr(X \leq x) \quad (5.25)$$

Плотность вероятности (PDF) тогда будет определяться как производная от распределения вероятностей

$$p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x + \Delta x) - P(x)}{\Delta x} \quad (5.26)$$

В эксперименте с цифровой записью сигнала плотность вероятности определяется как количество точек, имеющих заданное отклонение от среднего значения.

Плотность вероятности сигнала приведенного на рис. 5.20 изображена при последовательной фильтрации на рис. 5.22.

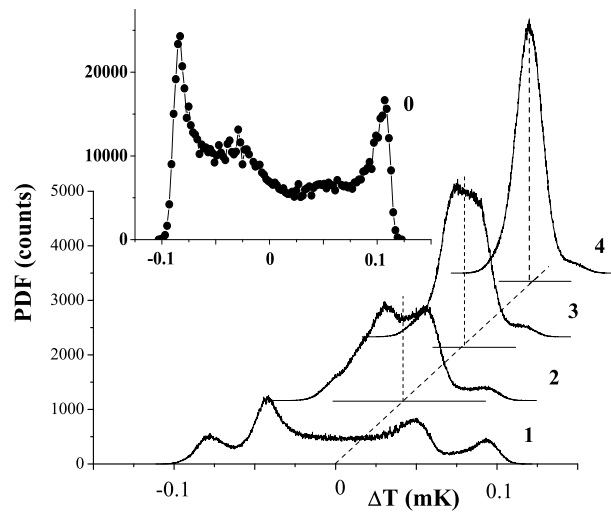


Рис. 5.22. Изменение плотности вероятности (PDF) при удалении низкочастотных гармоник. Слева (график (0)) приведена PDF исходного сигнала, справа номера возле графиков соответствуют последовательной фильтрации (стрелки на рис. 5.20)

Анализ проведенных расчетов позволил сделать ряд заключений. Было обнаружено, что для сигналов с развитой акустической турбулентностью волна основной гармоники определяется сигналом накачки и представляет из себя сильно искаженную гармоническую волну. Плотность вероятности изначального сигнала близко к PDF гармонической волны. Влияние сигнала накачки распространяется на несколько ближайших гармоник, но исчезает для более высоких гармоник. Фильтрация низкочастотных гармоник приводит к преобразованию PDF от "sin"-образного к гауссовому распределению (рис. 5.23). Форма Гауссова распределения для высших гармоник была всегда несколько асимметрична в наших экспериментах, что, по-видимому, связано с особенностями формирования стоячих волн в резонаторе. Отметим, что при всех анализах фильтрации низкочастотных сигналов уровень экспериментальных шумов был по крайней мере на порядок

ниже полезного сигнала.

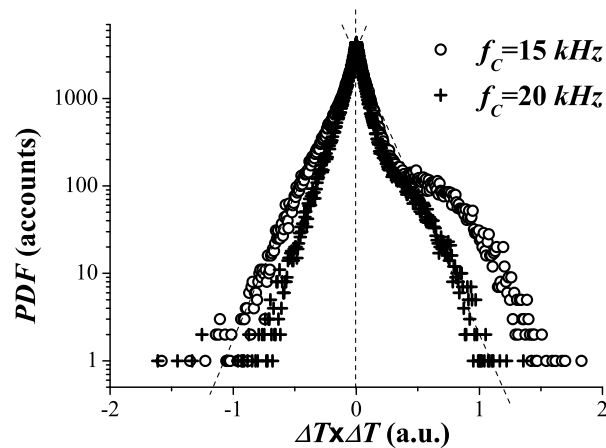


Рис. 5.23. Плотность вероятности для 33-го резонанса в координатах, при которых Гауссиан изображается прямыми (пунктирные линии). Кружки соответствуют низкочастотной фильтрации на частоте 15 kHz , крестики - сигнал гармоник с частотой выше 20 kHz . $T = 2.08 \text{ K}$, $f_d = 3227 \text{ Hz}$, $U_G = 5 \text{ V}$, $q = 30 \text{ mW/cm}^2$.

Процесс приближения PDF распределения к Гауссову определяется степенью развития турбулентного каскада и амплитудой кратных гармоник. Так более развитый турбулентный каскад, соответствующий большей амплитуде накачки (рис. 5.24) становится похожим на распределение Гаусса при обрезании только основной гармоники, в то время для сигнала с меньшей накачкой ($q = 10,8 \text{ mW/cm}^2$) влияние основной гармоники остается сильным и на более высоких гармониках.

Пояснения к рис. 5.24. Правый график демонстрирует статистические характеристики сигнала при мощности накачки $q = 10,8 \text{ mW/cm}^2$. Красные точки - при фильтрации только основной гармоники, синие точки - для отфильтрованного сигнала с третьей гармоникой и выше. Левый график получен при более высокой степени накачки системы монохроматической волной $q = 30 \text{ mW/cm}^2$. Черные точки PDF для исходного сигнала. Красные точки показывают плотность вероятности амплитуды после фильтрации только основной гармоники и красные кружки - та же зависимость

при растяжении графика в пять раз по оси x .

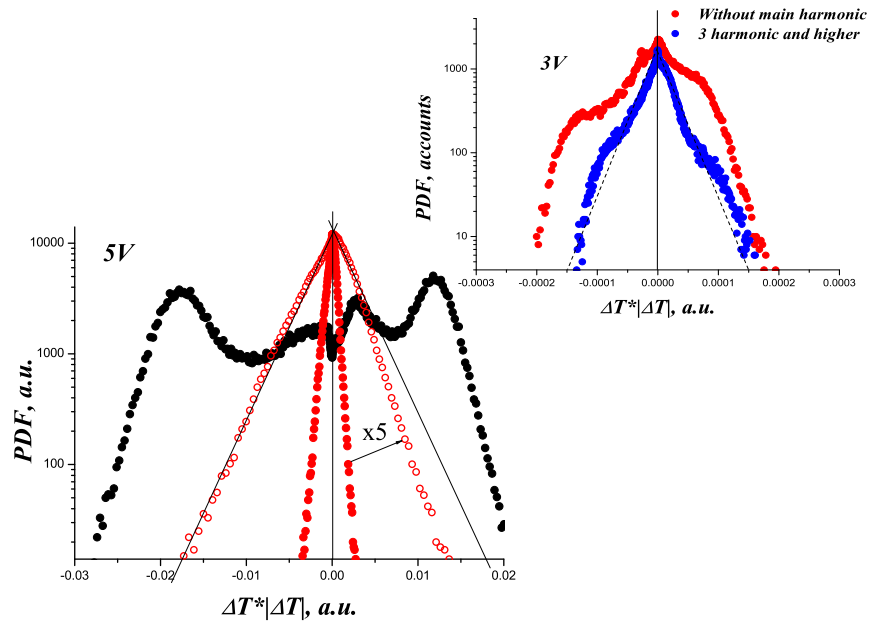


Рис. 5.24. Приближение PDF к Гауссову распределению при развитии турбулентных процессов. Правый график демонстрирует статистические характеристики сигнала при мощности накачки $q = 10,8 \text{ mW/cm}^2$. Левый график получен при более высокой степени накачки системы монохроматической волной $q = 30 \text{ mW/cm}^2$. $f_d = 1060 \text{ Hz}$, 11 продольный резонанс (или 1 радиальный?), $T = 2.08 \text{ K}$.

Эти результаты вполне удовлетворительно объясняются тем, что вероятность взаимодействия гармоник в сильно нелинейной волне второго звука определяется как амплитудой взаимодействующих волн (5.15), так и коэффициентом нелинейности, и номером взаимодействующих гармоник (5.16). Тогда увеличение амплитуды должно приводить к возрастанию как прямых процессов слияния $\omega = \omega_1 + \omega_2$, так и обратных процессов $\omega = \omega_1 - \omega_2$ и эффективному перемешиванию волн. Увеличение амплитуды кратных гармоник должно приводить так же к увеличению вероятности как трех, так и четырехволновых процессов $\omega_d + \omega_1 \leftrightarrow \omega_2$ и $\omega_d + \omega_1 \leftrightarrow \omega_2 + \omega_3$.

В свете этого подхода возникновение комбинационных частот при смешивании сигналов двух резонансных частот - основной, формирующей тур-

булентный каскад, и дополнительной, слабой накачки, которая сама по себе не позволяет создать развитый энергетический каскад, но интенсивно взаимодействующей с основным турбулентным каскадом и дающая комбинационные частоты - должно приводить к активному ослаблению влияния сигнала накачки. В спектре накачки появляются частоты, активно взаимодействующие друг с другом с частотами ($2 * f_{2G}$, $f_{1G} - f_{2G}$, $f_{1G} + f_{2G}$) и образующие комбинационные частоты с турбулентным спектром от сигнала на частоте $2 * f_{1G}$. На рис. 5.25 показано изменение Фурье спектров сигналов при включении малой накачки (меньше 10% от основного сигнала) на частоте второго резонанса (7-го в нашем случае). Кстати, на спектральной зависимости видно подавление сигналов основного каскада и изменение степени m зависимости $A(f) \sim f^{-m}$ при появлении комбинационных частот и дополнительных степеней свободы в системе (с зависимости $A(f) \sim f^{-1,77}$ на $A(f) \sim f^{-2,18}$).

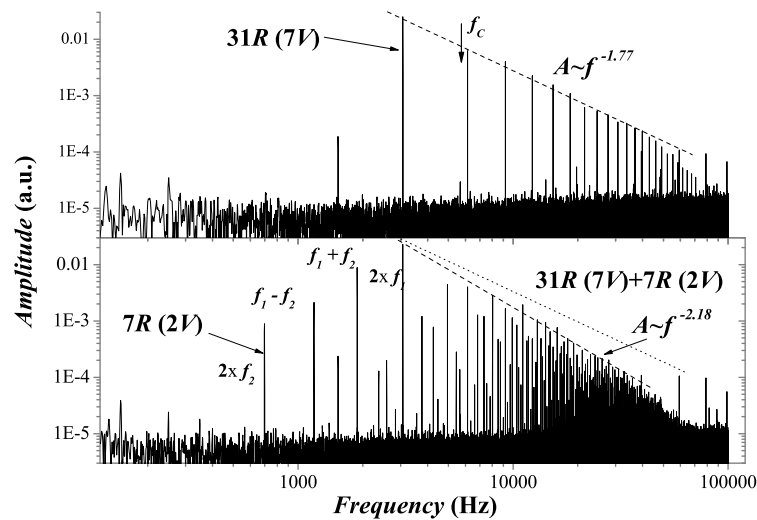


Рис. 5.25. Формирование турбулентного каскада при накачки системы на одной резонансной частоте 31-го резонанса (верхний график) и двойном возбуждении на 31-м и 7-м резонансах (нижний график). $T = 2.08K$, напряжение на 31-м резонансе $U_1 = 7 V$ ($q = 58, 8 mW/cm^2$), на 7-м резонансе $U_2 = 2 V$ ($q = 4, 8 mW/cm^2$). Стрелка показывает положение низкочастотного фильтра для обоих сигналов.

Увеличение количества взаимодействий между возросшим числом гармоник при возникновении комбинационных колебаний приводит к более интенсивному перемешиванию волн в высокочастотных гармониках. И действительно, на рис. 5.26 видно, что при той же частоте отсечки низкочастотного фильтра добавка дополнительных степеней свободы в систему, сигналы которых взаимодействуют друг с другом, сильно ослабляет влияние основного сигнала накачки, несмотря на уменьшение амплитуд кратных гармоник основного каскада (подавление турбулентного спектра).

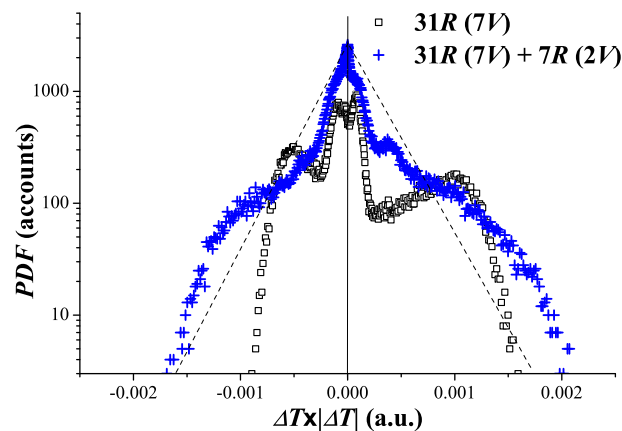


Рис. 5.26. Преобразование "PDF" при добавке в систему маленькой накачки на второй резонансной частоте. Изменение спектра сигнала показано на рис. 5.25. Черные квадраты показывают плотность вероятности амплитуды сигнала без основной гармоники при накачке на частоте 31-го резонанса интенсивностью $q = 58,8 \text{ mW/cm}^2$. Частота отсечки низкочастотного фильтра $f_C = 5900 \text{ Hz}$. Синие крестики - после добавки малого сигнала ($q = 4,8 \text{ mW/cm}^2$) на частоте 7-го резонанса. Частота f_C та же самая.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что увеличение амплитуды кратных гармоник, добавка в систему дополнительных степеней свободы приводит к тому, что *PDF* высокочастотных гармоник становится все более похожим на гауссово распределение, характерное для статистически случайного процесса. По-видимому, в процессе взаимодействия кратных гармоник между собой фаза сигнала накачки сбивается и волны на

высоких частотах приобретают случайную фазу. Очень показательное поведение волны на частоте 11-го продольного резонанса, что может быть на самом деле первым радиальным резонансом из-за близких величин резонансных частот. Если это действительно радиальный резонанс, то частоты второй и других гармоник уже не точно кратны волне с $\lambda = 2 * R$. Тогда сбой фазы происходит уже на фазе образования второй гармоники.

Появление при акустической турбулентности особенностей, характерных для случайных волн, указывает на то, что акустическая турбулентность в дискретной системе волн второго звука присущи черты и сильной и слабой турбулентности. Поэтому для такой модельной системы применимы с некоторым приближением теории и расчеты слабой турбулентности в том числе. Теперь становится понятным наблюдение для акустической турбулентности спектральных зависимостей похожих на колмогоровские каскады со степенью близкой к закону $5/3$.

5.5. Нелинейность или турбулентность?

Как уже отмечалось ранее нелинейные эффекты приводят к образованию энергетических спектров, схожих с наблюдаемыми в наших экспериментах. Постараемся теоретически рассмотреть вопрос о поведении нелинейных волн в энергетическом пространстве. Возникновение кратных гармоник возможно и для нелинейной волны без взаимодействия кратных гармоник. Так превращение нелинейной волны в пилообразную сопровождается образованием частотного спектра, но не предполагает взаимодействия кратных гармоник между собой. При этом фазы кратных гармоник будут определяться исключительно фазой волны накачки. Постараемся определить поведение нелинейных волн в спектральном пространстве при наличии взаимодействия высокочастотных гармоник и без такого взаимодействия.

5.5.1. Нелинейные волны в среде без диссипации Рассмотрим нелинейную волну в среде без дисперсии и диссипации. Тогда уравнение движения нелинейной волны можно записать в виде

$$u_t + V(u)u_x = 0, \quad (5.27)$$

где $V(u)$ - функция зависящая от амплитуды волны. Для слабой нелинейности функцию $V(u)$ можно разложить в ряд $V(u) = c_0 + \alpha u + \dots$. Ограничившись двумя первыми членами получим уравнение (5.27) в виде

$$u_t + c_0 u_x + \alpha u u_x = 0, \quad (5.28)$$

где α - коэффициент нелинейности скорости движения волны.

В движущейся со скоростью v_0 системе отсчета уравнение (5.28) после ренормировки по времени примет вид

$$u_t + u u_x = 0, \quad (5.29)$$

При отсутствии диссипации нелинейное поведение волны приводит к ее укручению на фронте или на спаде волны в зависимости от знака коэффициента нелинейности и образуются ударные волны. Для положительного α укручается, вплоть до образования разрыва на фронте волны. Такая ситуация типична для волн большой интенсивности в большинстве сред, например образование ударных волн при взрывах или разрядах молнии в воздухе. При отрицательных коэффициентах нелинейности укручения или разрывы появляются на спаде волны, в этом смысле волны второго звука в сверхтекучем гелии представляют уникальную возможность изучать поведение волн с очень большим отрицательным коэффициентом нелинейности (вплоть до $-\infty$ вблизи T_λ).

Стоит отметить, что в волнах, разрешающих многопотокное движение, например, при движении невзаимодействующих частиц или частиц в волне на поверхности воды, возможно опрокидывание (гребешки волн), в

то время как в волнах однопоточковых по своей природе, например, в волнах давления, появляются разрывы (перепад давления, ударные волны)[22]. Развитие укрупнения волны и ее опрокидывание происходит по истечении какого-то времени, которое определяется коэффициентом нелинейности. Оценим это время. Представим уравнение (5.29) в параметрическом виде с начальными условиями

$$u(x, t = 0) = f(x) \quad (5.30)$$

имеет решение

$$u(x, t) = f(x - c_o * t), \quad (5.31)$$

и для нелинейного уравнения (5.29) решение будет

$$u(x, t) = f(x - ut), \quad (5.32)$$

or

$$u(x, t) = f(\xi),$$

and

$$\xi = x - ut,$$

or

$$x = \xi + ut.$$

Производная u_x обращается в бесконечность при $1 + df/d\xi(t) = 0$. Для гармонической волны, распространяющейся в среде, это условие выполняется во время $t \sim 1$.

Попробуем оценить временную зависимость (или амплитудную зависимость для затухающей волны) эффектов укрупнения гармонической волны и рост кратных гармоник. Ищем решение в виде ряда [137]

$$u = \varepsilon u_{(1)} + \varepsilon^2 u_{(2)} + \varepsilon^3 u_{(3)} + \varepsilon^4 u_{(4)} + \dots \quad (5.33)$$

где ε - малый параметр, т.е. рассматривается начальный период нарастания кратных гармоник. Начальные условия - $u(x, t = 0) = \varepsilon a \sin(kx)$, где a

порядка единицы. Подставляя ряд (5.33) в уравнение (5.29) получим члены разного порядка малости:

$$\begin{aligned}
 u^{(1)} &= a \sin(kx) \\
 u^{(2)} &= -\frac{a^2 kt}{2} \sin(2kx) \\
 u^{(3)} &= -\frac{a^3 k^2 t^2}{8} \sin(kx) + \frac{3a^3 k^2 t^2}{8} \sin(3kx) \\
 u^{(4)} &= -\frac{a^4 k^3 t^3}{48} \sin(2kx) + \frac{a^4 k^3 t^3}{3} \sin(4kx) \\
 &\dots
 \end{aligned}
 \tag{5.34}$$

5.5.2. Нелинейные волны в среде с диссипацией Рассмотрим эволюцию нелинейной волны в среде с затуханием

$$u_t + uu_x = \nu u_{xx}, \tag{5.35}$$

где ν - коэффициент диссипации. Так же подставляя ряд в уравнение (5.35) для первого порядка получим решение затухающей волны

$$u^{(1)} = a \exp(-\nu k^2 t) \sin(kx) \tag{5.36}$$

И для второй гармоники получим из решения неоднородного уравнения

$$u^{(2)} = \frac{a^2 \exp(-2\nu k^2 t)}{4\nu k} [\exp(-2\nu k^2 t) - 1] \sin(2kx), \tag{5.37}$$

т.е. нарастание второй гармоники ограничивается вязкостными потерями.

5.5.3. Точное решение распространения нелинейной волны в среде без диссипации Более детально рассмотрим спектр нелинейной волны при условии малой нелинейности (реально это случай малых амплитуд и малых чисел Маха). Экспериментальные условия естественно отличаются от математических моделей, но точное решение теоретической задачи

[137] похожей на эксперимент дает возможность понять поведение наблюдаемых спектров. Волна распространяется в среде с граничными условиями

$$c(x = 0; \tau) = c_0 + a \sin(\omega\tau), \quad (5.38)$$

что означает синусоидальную модуляцию скорости волны. При этом учитываем, что

$$c = \frac{dx}{dt}, \quad (5.39)$$

Интегрирование уравнения (5.39) дает

$$(t - \tau)(c_0 + a \sin(\omega\tau)) = x, \quad (5.40)$$

т.е. точка волны с амплитудой a достигнет точки x за время $t - \tau$, расстояние до которой зависит от амплитуды волны (и соответственно, от ее скорости). Введя обозначение $\theta = \omega t$ и $\theta_0 = \omega\tau$ запишем

$$\theta = \theta_0 + \frac{\omega x}{c_0 + a \sin(\theta_0)}, \quad (5.41)$$

и с учетом того, что нелинейность считается малой $a \ll u_0$, получим:

$$\theta = \theta_0 + \frac{\omega x}{u_0} - X \sin(\theta_0), \quad (5.42)$$

где $X = \omega a x / c_0^2$.

Отметим, что опрокидывание волны происходит при $X = 1$ и $\cos \theta_0 = 1$.

Распространение нелинейной волны рождает кратные гармоники. Рассмотрим процесс укрупнения и рождения кратных гармоник в нелинейной волне через разложение ее в ряд Фурье [77, 163, 164].

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos n\theta, \quad (5.43)$$

где

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u(x, \theta) \sin n\theta d\theta, \quad (5.44)$$

$B_n=0$ в виду нечетности функции $u(\theta)$. Подставим в это разложение представление для θ в форме

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} a \sin \theta_0 \sin[n(\theta_0 - X \sin \theta_0)] \frac{\partial \theta}{\partial \theta_0} d\theta_0, \quad (5.45)$$

и с учетом производной $\frac{\partial \theta}{\partial \theta_0}$ из (5.5.3.) получим

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} a \sin \theta_0 \sin[n(\theta_0 - X \sin \theta_0)] (1 - X \cos \theta_0) d\theta_0. \quad (5.46)$$

Интегральное выражение представляется в виде функции Бесселя. После соответствующих подстановок получим окончательное решение для амплитуды кратных гармоник:

$$A_n = \frac{2a}{nX} J_n(nX), \quad (5.47)$$

известное для нелинейных волн как решение Бесселя-Фубини. Фурье разложение изначально гармонической волны имеет вид

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{nX} J_n(nX) \sin n\theta. \quad (5.48)$$

или в лабораторной системе отсчета получаем:

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{nX} J_n(nX) \sin n\omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right). \quad (5.49)$$

Понятно, что искажение волны будет зависеть от ее амплитуды и расстояния, пройденного волной, но для заданных коэффициента нелинейности волны, в заданной точке и неизменной частоте накачки волны изменение амплитуд кратных гармоник будет зависеть только от изначальной амплитуды волны.

Посмотрим как меняется отношение амплитуд кратных гармоник при увеличении амплитуды волны A , если мы наблюдаем за волной в точке x , скажем на дальнем от нагревателя конце резонатора, где расположен болометр в наших экспериментах. Функция Бесселя определяется как

$$J_n(\chi) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \Gamma(m+n)} \left(\frac{\chi}{2} \right)^{2m+n-1}, \quad (5.50)$$

где $\Gamma(m+n)$ - гамма функция Эйлера, которая для натуральных чисел будет просто равна $\Gamma(m+n) = (m+n)!$. Таким образом амплитуду кратных гармоник можно записать

$$J_n\left(n\frac{a\omega x}{c_0^2}\right) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!(m+n)!} \left(\frac{na\omega x}{2c_0^2}\right)^{2m+n-1}, \quad (5.51)$$

тогда, если записать $C = \frac{\omega x}{2c_0^2}$ мы получим следующую зависимость амплитуд от номера кратных гармоник

$$A_n = \frac{1}{Cn} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!(m+n)!} (nC a)^{2m+n-1}, \quad (5.52)$$

или амплитуды кратных гармоник можно записать в виде рядов

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{C} \left[\frac{(-1)^0}{0!1!} (1Ca)^0 + \frac{(-1)^1}{1!2!} (1Ca)^2 + \dots \right] \\ A_2 &= \frac{1}{2C} \left[\frac{(-1)^0}{0!2!} (2Ca)^1 + \frac{(-1)^1}{1!3!} (2Ca)^3 + \dots \right] \\ A_3 &= \frac{1}{3C} \left[\frac{(-1)^0}{0!3!} (3Ca)^2 + \frac{(-1)^1}{1!4!} (3Ca)^4 + \dots \right] \\ A_4 &= \frac{1}{4C} \left[\frac{(-1)^0}{0!4!} (4Ca)^3 + \frac{(-1)^1}{1!5!} (4Ca)^5 + \dots \right] \\ &\dots \end{aligned} \quad (5.53)$$

Далее если рассматривать волну на начальном этапе укрупнения (если $Ca \ll 1$), то можно пренебречь всеми членами второго порядка и далее для всех кратных гармоник и в результате получим

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{C} [1 + \dots] \\ A_2 &= \frac{1}{2C} \left[\frac{1}{2} 2Ca + \dots \right] \\ A_3 &= \frac{1}{3C} \left[\frac{1}{6} 9(Ca)^2 + \dots \right] \\ A_4 &= \frac{1}{4C} \left[\frac{1}{24} 64(Ca)^3 + \dots \right] \\ &\dots \end{aligned} \quad (5.54)$$

Отношение последующей гармоники к предыдущей определится соотношением

$$\frac{A_n}{A_{n-1}} = Ca(n-1) \left(\frac{n}{n-1}\right)^{n-2} \quad (5.55)$$

or

$$A_n \sim aA_{n-1}$$

Таким образом с учетом того что C и $(n-1)\left(\frac{n}{n-1}\right)^{n-2}$ это численные константы, на величину наклона энергетического спектра A_n существенно влияет величина амплитуды начального гармонического сигнала. Чем меньше амплитуда изначально волны, тем меньше отношение следующей гармоники к предыдущей. Таким образом наклон частотного каскада должен резко уменьшаться ($\sim (1/a)$) с ростом амплитуды сигнала. При расчетах предполагается что показатель функции Бесселя $n * \frac{\omega}{c_0^2} x \alpha_2 \delta T \ll 1$ из-за нефизичности решения для больших аргументов - A_1 становится меньше следующих гармоник и даже отрицательным.

Расчет развития частотных спектров при наличии взаимодействия кратных гармоник между собой был проделан в работе [80]. Было показано, что при наличии трехволновых взаимодействий кратных гармоник между собой (в том числе при образовании разностных волн с частотами меньше частот двух взаимодействующих волн) наклон турбулентного каскада в частотном пространстве становится независимым от амплитуды накачиваемой волны и описывается зависимостью вида $A_n \sim \omega_n^{-m}$, где показатель степени m перестает зависеть от амплитуды и близок к 1.5, что соответствует описанию энергетического потока для слабой турбулентности. Приведенные выше решения определяют асимптотическое поведение нелинейной волны для малых и больших возбуждений. Проблема переходного процесса, когда кратные гармоники нелинейного искажения начинают взаимодействовать между собой, требует определенных теоретических моделей взаимодействия мод и численного моделирования.

5.5.4. Акустическая турбулентность Таким образом, для нелинейных волн без учета распадных процессов показатель степенной зависимости амплитуды кратных гармоник резко уменьшается с увеличением амплитуды накачки, в то время как при учете взаимодействия кратных гармоник между собой [80] показатель степени слабо меняется с ростом сигнала основной гармоники. В измеренной экспериментально зависимости показателя степени спектральной зависимости потока энергии при изменении накачки наблюдается поведения при достижении мощности нагрева в $q \approx 8 - 10 \text{ mW/cm}^2$ (рис. 5.14).

В описанных выше экспериментах можно найти косвенные подтверждения наличия взаимодействия кратных гармоник между собой и возможности распадных волновых процессов наряду со сложением волн.

Указание на переход к стохастизации волновых процессов при увеличении амплитуды накачки были обнаружены при анализе функции плотности вероятности волн в среде при вычитании сигнала низких гармоник. Как было показано (см. раздел (5.4.)), увеличение амплитуды накачки на основной частоте приводило к увеличению взаимодействия кратных гармоник между собой и с бою фазы потока энергии в высокочастотную часть спектра [165].

На наличие взаимодействия между кратными частотами так же косвенно указывает образование комбинационных частот при накачке резонатора на двух разных по интенсивности несоизмеримых резонансных частотах. Например, при интенсивной накачке резонатора на 31 резонансной частоте, что формирует энергетический каскад на кратных частотах и потом мы добавляем на 7, 9, или 11-м резонансах слабый сигнал, который сам по себе не образует энергетического каскада, но дает вклад в перераспределение энергий по спектральному диапазону за счет образования комбинационных частот [166].

Еще более показательным является взаимодействие кратных гармоник

и субгармоник между собой (см. раздел (6.1.2)), соответствующих различным резонансам и порождаемым сигналом накачки при формировании обратного каскада. На экспериментальном графике (рис.6.3) хорошо видно, что субгармоники, возникающие при распаде основной волны, взаимодействуют со второй и третьей кратными гармониками и дают при этом комбинационные частоты.

Все эти экспериментальные результаты указывают на взаимодействие всех мод в волновых каскадах между собой, что характерно для турбулентных процессов, а не только с волной накачки, что порождает энергетические каскады для нелинейной волны. Таким образом, можно утверждать о наличии стохастизирующих процессов при формировании энергетических каскадов для стоячих нелинейных волн Бюргерса в резонаторе, моделируемых волнами второго звука в сверхтекучем гелии.

5.6. Динамика спектров в k -пространстве при прямом каскаде

Проблема формирования и распада энергетических каскадов в процессе передачи энергии из области накачки сигнала внешней силой в диссипативную область вдоль частотного спектра - эти вопросы играют ключевую роль в нашем понимании физической основы турбулентности. В процессе изучения акустической турбулентности нам удалось экспериментально исследовать формирования прямого каскада при включении внешней накачки и увеличении амплитуды основного сигнала f_d на резонансной частоте. Аналогичные эксперименты и временной анализ были проведены и при выключении внешнего сигнала.

5.6.1. Формирование прямого каскада Накачка сигнала в систему на резонансной частоте имеет экспериментальную трудность, связанную с изменением температуры гелия при включении нагревателя, соответственно, с изменением скорости распространения второго звука (что

особенно существенно вблизи T_λ , где и проводились основные эксперименты) и резонансной частоты ячейки. Часть экспериментов была сделана в режиме выключение-включение: настройка на резонансную частоту, получение прямого каскада, выключение сигнала и последующее его включение. При этом за десяток секунд распада каскада и исчезновения основной гармоники температура ванны не менялась существенно и резонанс был на той же частоте. Схожие результаты были получены при простом переключении частоты генератора с резонансной частоты на частоту вне резонанса и снова на резонансную частоту. Амплитуда волны на частоте вне резонанса резко падала, но общий нагрев системы оставался прежним.

Энергия волны второго звука пропорциональна квадрату температуры [45, 46, 167]

$$\begin{aligned}\varepsilon &= 1/2\rho_n\mathbf{v}_n^2 + 1/2\rho_s\mathbf{v}_s^2 \\ \varepsilon &= \rho_n\mathbf{w}^2/(2\rho\rho_sS^2T^2) \\ \varepsilon &= \rho C\delta T^2/T\end{aligned}\tag{5.56}$$

Поэтому все дальнейшие рассуждения при рассмотрении формирования и распада энергетических каскадов будем вести в терминах квадрата амплитуды волны A^2 .

Стоячая волна в резонаторе может рассматриваться как две волны, бегущие в противоположных направлениях

$$\delta T = \delta T_1 \exp[i\omega t - (\gamma + i\omega/u_2)x] + \delta T_2 \exp[i\omega t + (\gamma + i\omega/u_2)x]$$

граничные условия на правом краю $x = L$ (дальнем от нагревателя) резонатора при идеальном отражении от болометра можно записать как $j_L = 0$.

Для малых амплитуд в процессе установления колебаний основной гармоники мы можем пренебречь нелинейными процессами и можем считать волновое уравнение линейным. Линейный характер волнового уравнения предполагает независимость вклада постоянной и переменной составляю-

щих потока тепла в общий нагрев жидкости и формирование бегущей волны. Мы предполагаем, что находимся далеко от установившегося режима и рассматриваем идеальные условия формирования волны в резонаторе - малые амплитуды волны и постоянство температуры в объеме (теплоемкость гелия C не меняется в процессе установления колебаний).

При включении сигнала генератора в резонансных условиях первоначально увеличивается амплитуда основного каскада, на котором и происходит накачка. Для колебаний в осцилляторе процесс установления волны определяется внешним воздействием. Для идеального колебательного контура рост амплитуды колебаний в резонаторе при действии резонансной силы описывается следующим соотношением

$$\xi(t) = \frac{F_0}{2\gamma\omega_0} (1 - \exp(-\gamma t)) \cos \omega_0 t \quad (5.57)$$

Разложение этого уравнения в начальный момент времени по малым величинам t дает зависимость вида $A \sim t$. Таким образом рост амплитуды в первый момент времени, когда мы можем не учитывать влияние затухания в системе, происходит пропорционально времени. И энергия волны возрастает пропорционально времени в квадрате. Такой рост энергии обусловлен условиями накачки системы внешней монохроматической силой. Действительно, работа, совершенная внешней силой за единицу времени, будет определяться как $\Delta W = \int_{-X_0}^{X_0} F * dx$. При этом накачка энергии в систему будет возрастать по мере роста амплитуды волны. Таким образом понятно, откуда берется энергия для квадратичного по времени роста.

Однако ситуация меняется, если мы накачиваем систему с постоянной по времени скоростью подачи энергии. Например, если мы начинаем нагревать систему теплом с постоянной мощностью нагревателя. Для гармонической волны это происходит в случае, если вся энергия, приложенная к нагревателю $Q * t = (U_0^2 * \sin(\omega * t)^2 / R) * t$, полностью передается волне. Совершенно очевидно, что для этого случая рост амплитуды волны будет

отличаться от случая приложения к колебательному контуру постоянной силы. Рост энергии в системе будет происходить с постоянной скоростью и тогда амплитуда волны должна возрасти пропорционально корню квадратному из времени.

$$\begin{aligned}
 q_{heater} * t \rightarrow \Delta E_{He} = \\
 q_0 * t + q_{ac0} * t = \\
 C * m * \Delta T + \rho C \delta T^2 / T * V,
 \end{aligned}
 \tag{5.58}$$

где V - объем гелия массы m .

По мере роста первой гармоники энергия начнет передаваться последовательно в кратные гармоники, начнется процесс взаимодействия кратных гармоник с волной накачки и между собой, перемешивание фаз высших гармоник - будут наблюдаться все турбулентные процессы, описанные выше. Таким образом изменяется вид процесса с только линейного на линейный и нелинейный - имеется в виду линейный не по времени, а по характеру передачи энергии. "Линейный" это рост энергии без передачи в кратные гармоники, "нелинейный" имеется поток энергии в высшие гармоники.

В реальном эксперименте с утечками тепла от нагревателя в объем подложки с ее постоянным нагревом, существованием дополнительного сопротивления на границе нагреватель-жидкость ситуация может быть промежуточной - рост амплитуды основной гармоники волны второго звука в резонаторе в начальный момент времени может меняться от корневой зависимости до линейной.

Экспериментальные возможности записи длинных сигналов позволили нам определить динамику формирования энергетических каскадов при развитии турбулентности в системе волн второго звука в резонаторе. Результаты измерения нарастания кратных гармоник приведен на рис. 5.27. На графике можно видеть, как последовательно возрастают кратные гармоники, приобретая энергию от более низкочастотных мод.

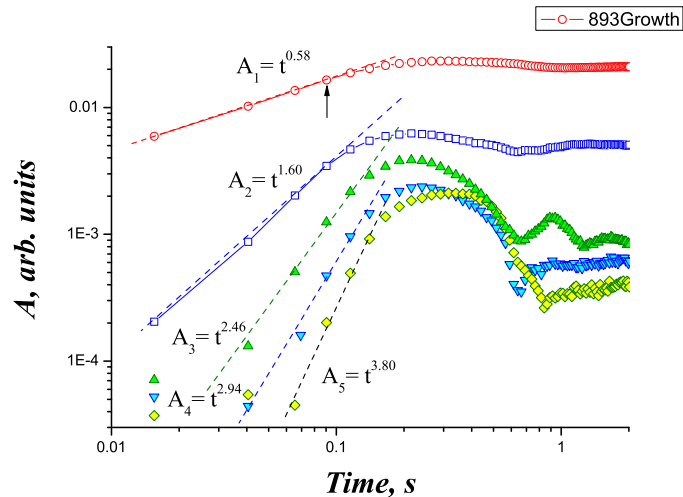


Рис. 5.27. Временная зависимость роста кратных гармоник при включении накачки монохроматическим сигналом на частоте 18-го резонанса, $f_G = 893 \text{ Hz}$, $U_G = 4.3 \text{ V}$, $T = 2.08 \text{ K}$.

Кратные гармоники возрастают по временной зависимости близкой к степенной. Степенная зависимость роста гармоник в данном эксперименте продолжается $\sim 0.1 \text{ s}$ после включения сигнала накачки. Это время зависит от амплитуды накачки и от амплитуды волны, при которой нелинейная передача энергии в кратные гармоники становится доминирующей над линейным затуханием волны. Этот переход происходит при достижении величиной акустического числа Рейнольдса единицы $Re_{ac} = \alpha \delta T Q \geq 1$. Это условие достижимо для резонаторов высокого качества. Для низкокачественных резонаторов амплитуда волны не достигает критических величин и вся накачиваемая в резонатор энергия теряется в линейных потерях $Re_{ac} = \alpha \delta T Q < 1$.

Скорость роста амплитуды основного резонанса происходит по временной зависимости близкой к $A_1 \sim \sqrt{t}$. Рост кратных гармоник в эксперименте описывается зависимостью близкой к

$$A_n \sim A_{n-1} * t \sim t^{1/2+(n-1)} \quad (5.59)$$

На графике 5.28 мы собрали все данные полученные нами в этих экс-

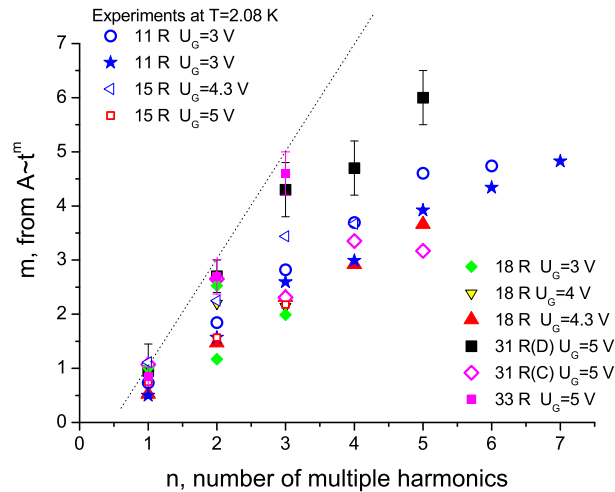


Рис. 5.28. Экспериментальные зависимости степени временного наклона роста кратных гармоник в нелинейной волне. Данные для ряда экспериментальных исследований скорости роста гармоник. Пунктирная линия - зависимость $m = 1 + 2 * (n - 1)$, $T = 2.08$ K.

периментах. Несмотря на разброс экспериментальных точек, показатель степенной функции близок к зависимости (5.59). Физически это означает, что рост амплитуды n -ой гармоники определяется амплитудой предыдущей гармоники, но для передачи энергии от $n - 1$ гармоники требуется время - т.е. кратные гармоники в резонаторе обладают инерционными свойствами. Таким образом увеличение энергии n гармоники будет определяться как $E_n \sim E_{n-1} * t^2$.

Для определения временной зависимости роста амплитуды кратных гармоник мы провели компьютерное моделирование передачи энергии при взаимодействии гармоник с линейным законом дисперсии $k \sim \omega$. Модель взаимодействия была следующей. При взаимодействием двух волн с частотой ω_1 и ω_2 с некоторой вероятностью образуется волна $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$. Результаты нашего расчета приведены на рис. 5.29 для предположения, что вероятность слияния в ω_3 зависит от энергии как волны ω_1 , так и ω_2 . При этом затухания в инерционной области нет, а на номере резонанса 150 поток энергии исчезает - начинается зона полной диссипации энергии и в

этой области прекращаются все распадные процессы ($\omega_3 \rightarrow \omega_2 + \omega_1$). При этом вся закачиваемая в систему энергия идет на увеличение амплитуды всех взаимодействующих друг с другом гармоник до 150 номера или исчезает достигнув правого края спектра. Зависимости результатов расчетов возрастания амплитуд кратных гармоник приведена на рис. 5.29 а). Установившиеся значения амплитуд при этих же условиях можно видеть на рис. 5.29 б), что близко к результатам экспериментальных наблюдений [80].

Расчеты, сделанные Г.В. Колмаковым в предположении действия на резонатор постоянной действующей силы дают зависимость временного роста амплитуд вида

$$A(i) \sim t^{1+2*(i-1)} \quad (5.60)$$

Такое поведение приведено на рис. 5.28 в виде пунктирной линии. Видно, что экспериментальные результаты описываются зависимостью ближе к (5.59), чем к (5.60).

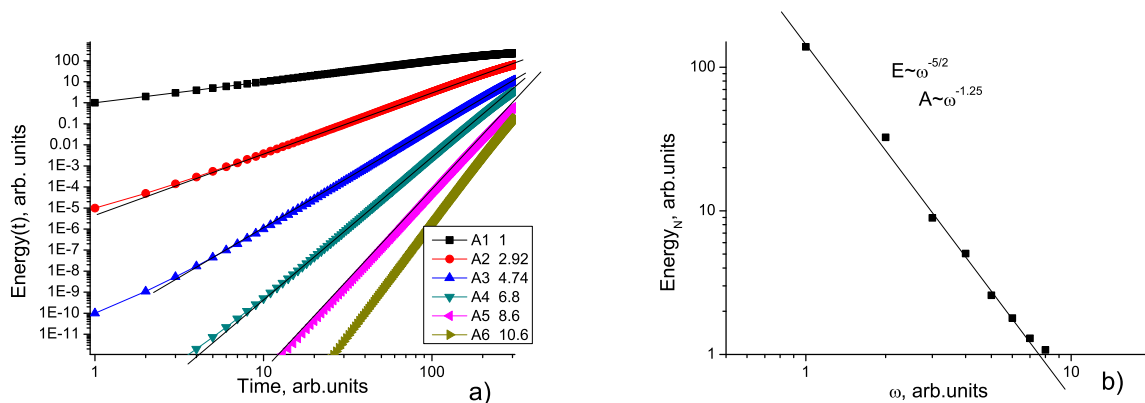


Рис. 5.29. а). Результаты компьютерных расчетов возрастания кратных гармоник при включении сигнала внешней накачки в системе со слабо взаимодействующими волнами. б). Вычисленные амплитуды кратных гармоник при установившемся режиме передачи тепла между кратными гармониками при стационарном тепловом потоке.

5.6.2. Распад прямого каскада, "линейное" и "нелинейное" время в нелинейных процессах При возбуждении гармониче-

ских сигналов в резонаторе часть энергии идет на линейные потери, связанные с затуханием гармонической волны, другая часть энергии накачки идет на нелинейное возбуждение кратных гармоник. С такой нелинейной передачей энергии связано "нелинейное" время – время за которое энергия от частоты накачки передается ко второй и к более высоким гармоникам. Ясно, что "линейное" время можно экспериментально получить из добротности резонатора на резонансных частотах при возбуждении сигнала волной малой интенсивности. Подобные исследования были проведены при изучении резонансных частот и качества резонатора (раздел 5.1.1.). Искажение гармонической волны и сопровождающие такое искажение возбуждение кратных гармоник описывается более короткими временами потери энергии волны в резонаторе. Эти рассуждения послужили основой следующих экспериментов: мы изучали временное изменение частотного спектра при выключении сигнала накачки.

Первоначально были исследованы зависимости добротности резонатора в зависимости от амплитуды накачки. Для определенности в понимании процессов эту серию экспериментов мы проделали на низких номерах резонансов (до 10-го), в частности на рис. 5.30 приведены данные по сравнению измеренной добротности резонатора на частоте 7 резонанса при разных интенсивностях накачки с затуханием колебаний в системе при выключении накачки.

Качество резонатора определялось как ширина резонанса на высоте

$$A_{max}/\sqrt{2}. \quad (5.61)$$

Хорошо видно рис. 5.30(а), что качество резонатора зависит от природы потерь энергии - для малых возбуждений качество определяется только физическими свойствами резонатора (линейные процессы затухания). Увеличение амплитуды сигнала приводит к развитию нелинейное перекачки энергии волны в кратные гармоники и, соответственно, к уменьшению доб-

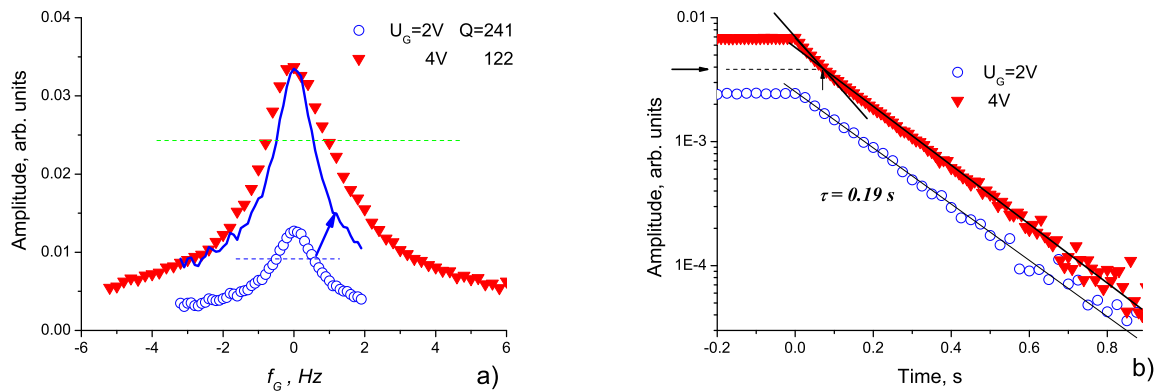


Рис. 5.30. а) Влияние амплитуды накачки на добротность резонатора, вид резонансных кривых при разных амплитудах возбуждения. Голубая линия - резонансная кривая при возбуждении в $U_G = 2 V$ в увеличенном масштабе. б) Временная зависимость амплитуды сигнала в резонаторе для разных начальных возбуждений U_G . 7-й резонанс, $T = 2.08 K$.

ротности резонатора. Фурье анализ сигнала тепловой волны в резонаторе для сигнала накачки в $U_G = 4 V$ показывает наличие кратных гармоник.

Резонатор с диссипацией после выключения внешней накачки немедленно начинает затухающие колебания с частотой $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$, где ω_0 собственная частота колебаний резонатора без затухания и γ – коэффициент затухания волнового уравнения (5.3). При этом затухающие колебания описываются уравнением

$$s(t) = s_0 e^{-\gamma t} \sin(\omega_d * t + \varphi_0) \quad (5.62)$$

Скорость затухания колебаний с постоянной затухания $\tau = 1/\gamma$ определяется из добротности резонатора как $\tau = (2Q)/\omega$. Добротность резонатора на малых возбуждениях для 7th резонанса была $Q = 240$ (Рис. 5.30 (а)), что дает постоянную затухания $\tau = 0.22 s$, что достаточно близко к измеренной экспериментально величине $\tau = 0.19 s$ (Рис. 5.30 (б)).

Измеренная добротность резонатора при больших амплитудах возбуждения существенно ниже, что связано с нелинейным искажением волн.

На временных зависимостях затухания колебаний в резонаторе рис.5.30 (б) хорошо видно изменение характерных времен затухания сигнала при

больших амплитудах колебания и малых (соответственно $\tau_{high A} = 0.085 s$ и $\tau_{low A} = 0.19 s$). Уменьшение амплитуды сигнала ниже уровня указанного стрелкой на рисунке приводит к прекращению нелинейной перекачки в кратные гармоники и остаются потери связанные лишь с линейными потерями – наклон экспоненциального затухания совпадает с затуханием резонатора с малой амплитудой сигнала (кривая для $U_G = 2 V$).

Для определения линейных и нелинейных времен затухания были проведены эксперименты на 11–м резонансе ($f_G = 516.81 Hz$ при $T = 2.08 K$, $U = 3 V$, $W = 12 mW/cm^2$). Добротность резонатора была очень высокой ($Q = f_R/\Delta f \simeq 3900$), что позволяло наблюдать очень продолжительные времена затухания колебаний. Записанный на компьютере сигнал продолжительностью в 20 секунд мы анализировали по временным кусочкам (вейвлет анализ [168]) для выяснения поведения кратных гармоник при выключении внешней накачки (рис. 5.31).

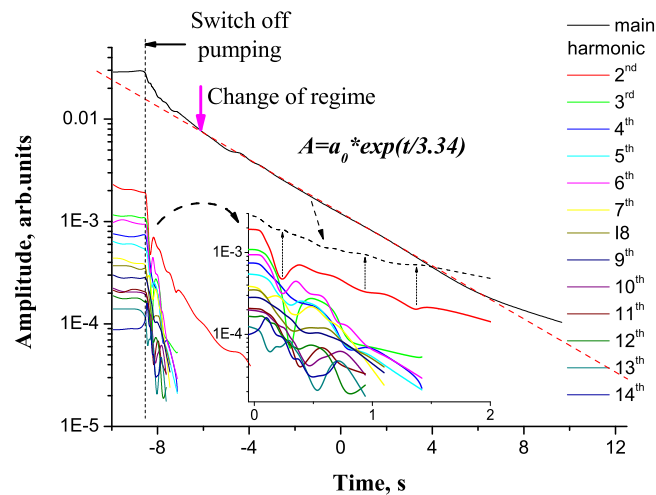


Рис. 5.31. Временная зависимость амплитуд кратных гармоник при затухании сигнала. 11–й резонанс, $f_G = 516.81 Hz$, $T = 2.08 K$, $U = 3 V$, что соответствует $W = 10,8 mW/cm^2$. На вставке показан начальный момент прекращения внешней накачки. Пунктирная линия - масштабированная кривая амплитуды основной гармоники

При анализе можно было отследить изменение амплитуд не менее чем десяти кратных гармоник. После прекращения внешнего возбуждения по-

тери энергии основной гармоники, на которой производилась накачка, шло по двум каналам – линейное затухание (затухание волны из-за качества резонатора) и нелинейный процесс перекачки энергии в высшие гармоники: $\Delta E = \Delta E_L + \Delta E_{NL}$. Последний процесс резко увеличивает скорость затухания колебаний основной гармоники.

Процесс перераспределения потоков энергии между соседними гармониками после прекращения внешней накачки приводит к хаотическим изменениям амплитуд кратных гармоник. Можно отметить, что резкое уменьшение, например, второй гармоники приводит к уменьшению скорости затухания основной гармоники (стрелки на рис. 5.31), т.е. процесс передачи энергии между соседними гармониками зависит не только от разности энергии между этими модами, но и имеет некую инерционную составляющую, т.е. при перекачке энергии для спектра, приведенного на рис. 5.31, для увеличения амплитуды (и энергии данной моды, скажем 2-й гармоники) требуется время порядка нескольких десятых секунды. И если такое инерционное время различается для различных гармоник, то это, естественно, должно приводить к хаотическому изменению соответствующих амплитуд в процессе их затухания.

Процесс хаотического поведения кратных гармоник продолжается 1 – 1.5 s, что соответствует ~ 1500 колебаниям основной гармоники, после чего кратные гармоники становятся неразличимо малы. Исчезновение кратных гармоник начинается с высоких частот и, в данном эксперименте, последними исчезают вторая и затем основная гармоника. Аналогичное поведение экспериментально наблюдалось при распаде капиллярных волн на поверхности жидкого водорода [155].

Такое поведение отличается от предсказаний теории для процессов, характерных для слабой турбулентности [153], когда возможна ситуация с сохранением потока энергии и перемещением спектрального центра колебаний с низких частот в высокие. Например, после исчезновения гравита-

ционных волн капиллярные волны еще до конца не затухли.

Правда иногда, скажем для 15-го резонанса из-за резкого роста добротности резонатора на высоких гармониках (см. рис. 5.2) затухание сигнала на основном резонансе происходит быстрее чем на второй гармонике. При этом амплитуда второй гармоники в какой-то момент становится больше амплитуды первой гармоники, что приводит к удвоению частоты наблюдаемого сигнала, однако такую ситуацию мы относим к случаю экзотического поведения распадного спектра прямого энергетического каскада при акустической турбулентности.

После примерно 2 с энергетический поток из основной гармоники в кратные становится пренебрежимо мал, кратные гармоники исчезают и затухание основной гармоники происходит с характерным временем τ_L . Время затухания колебаний τ_L на рис. 5.31 соответствует добротности резонатора $Q \sim 5400$. Эта величина примерно на 40% выше величины измеренной добротности 11-го резонанса при накачке в $U_G = 2 V$, что указывает на наличие нелинейного процесса при таких возбуждениях. "Линейное" затухание продолжается по крайней мере 10 с, ($\geq 10\ 000$ колебаний).

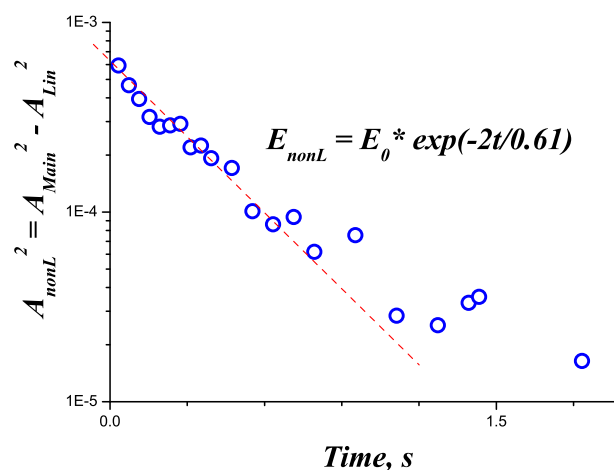


Рис. 5.32. Энергия "нелинейного" затухания колебаний, определяемая как разность энергии колебаний основной гармоники и экстраполированного "линейного" затухания.

Если предположить аддитивность линейного и нелинейного процессов, то для потери энергии основной гармоники можно записать

$$\Delta E_{Main} = \Delta E_L + \Delta E_{NL} \quad (5.63)$$

При этом линейное время определяется из затухания колебаний после $t = 2 s$ и равно $\tau_L \approx 3.3 s$. Тогда для "линейного" затухания можно записать

$$A_{Main}(t) \approx A * \exp(-t/\tau_L). \quad (5.64)$$

С учетом энергетического баланса (5.63) разность для наблюдаемого затухания колебаний основной гармоники и экстраполированного "линейного" затухания определяется нелинейный поток энергии в высшие кратные гармоники начиная со второй.

$$A_{NL}^2(t) = A_{Main}^2(t) - A_L^2(t) \sim \exp(-2t/\tau_{NL}) \quad (5.65)$$

Эта разность приведена на рис. 5.32. В начальный момент времени уменьшение амплитуды основной гармоники определяется только потоком энергии, на фоне которого "линейные" потери малы.

$$A_{Main}(t) \approx A * \exp(-t/\tau_{NL}) \quad (5.66)$$

Оценка показывает, что нелинейное время почти на порядок короче линейного ($\tau_L \approx 3.3 s$ и $\tau_{NL} \approx 0.6 s$).

5.6.3. Динамика спектров при акустической турбулентности

На рис. 5.33 приведены зависимости амплитуд кратных гармоник при включении и выключении сигнала накачки. а) Динамика формирования каскадов при включении сигнала накачки. Красными линиями показано положение кратных гармоник спектров в разные моменты времени. Красная стрелка указывает направление движения края гармоник при нарастании времени. б) Временная зависимость движения спектров при выключе-

нии накачки. Синие кривые указывают поведение амплитуд кратных гармоник во времени при затухании колебаний. Синяя стрелка указывает общее направление затухания кратных гармоник после выключения сигнала. Черными линиями показано направление развития и затухания спектров по теории слабой турбулентности [153]

На основании проведенных экспериментов можно сделать несколько выводов о динамике формирования и распада спектральных каскадов при акустической турбулентности стоячих волн второго звука в сверхтекучем гелии. По-видимому, такие же выводы можно сделать для любой турбулентности Бюргера - сильно нелинейных волн в среде с малым затуханием и линейным законом дисперсии.

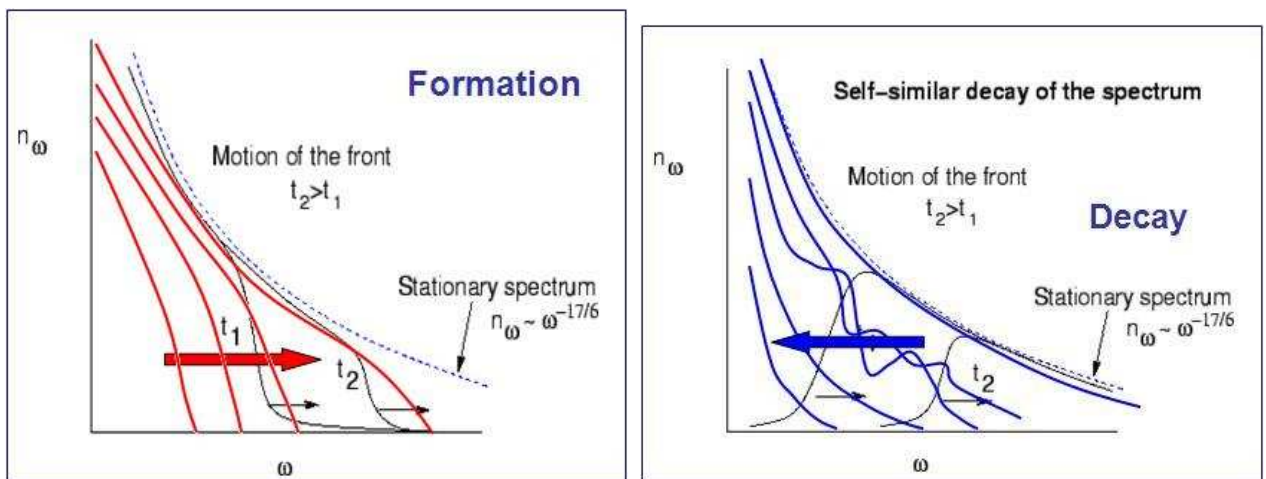


Рис. 5.33. а) Динамика формирования и распада каскадов при включении и выключении сигнала накачки.

– Энергетический спектр при включении возбуждающего сигнала на резонансной частоте начинается с основной гармоники. По мере роста основной гармоники последовательно увеличиваются кратные гармоники.

– Амплитуда основной гармоники зависит от времени в начальный момент как $A_0 \sim t^m$, где m , найденная в экспериментах, имеет величину от 0,5 до 1. Зависимость $A_0 \sim \sqrt{t}$ соответствует постоянному малому притоку монохроматической энергии в систему в единицу времени, тогда как зависимость $A_0 \sim t$ определяется постоянной величиной действующей силы

$F_d = F_0 * \sin(\omega * t)$ и приток энергии пропорционален t^2 .

– Экспериментально изучение процессов формирования турбулентных спектров показало степенную зависимость возрастания от времени кратных гармоник: $A_n \sim t^m$, где степень m для более высоких гармоник n имеет большую величину. Подгонка экспериментальных данных дает зависимость близкую к $A_n \sim t^{1/2+n}$, где основная гармоника имеет номер "0".

– Исследования распада энергетических спектров позволяют оценить нелинейное взаимодействие при передачи энергии в высокочастную часть спектра. На возможности разделения времени на "линейное" и "нелинейное" указывалось в работах [161, 169].

– Изучение поведения частотного спектра при выключении внешней накачки позволяет определить природу затухания развитого каскада при акустической турбулентности. Исчезновение кратных гармоник начинается с высоких частот и край частот, на которых амплитуда сигнала становится неразличимой на уровне шумов, постепенно движется в сторону низких частот к основной гармонике. Иногда, из-за особенности резонансного поведения ячейки на конкретных резонансах нелинейная волна продолжает "звенеть" на какой-то особенно добротной гармонике, тогда как окружающие моды уже затихли. Но это весьма экзотический случай, который лишь подтверждает картину общего поведения.

– "Нелинейное" время, определяющее время передачи энергии от основной гармоники к кратным, существенно короче "линейного" времени. Таким образом поток энергии вдоль энергетического спектра в область вязкостных (добротных) потерь является основным механизмом поглощения энергии, накачиваемой в систему стоячих волн второго звука при акустической турбулентности.

ГЛАВА 6 ОБРАТНЫЙ ВОЛНОВОЙ КАСКАД

Волны второго звука имеют линейный закон дисперсии, т.е. для коллинеарных волн должен выполняться закон сохранения энергии $\omega = \omega_1 + \omega_2$ или $\omega + \omega_1 = \omega_2 + \omega_3$. Плоские волны в резонаторе представляют собой как раз коллинеарные волны, для которых получение кратных гармоник автоматически следует из линейного закона дисперсии

$$\omega_1 + \omega_2 \rightarrow \omega_3. \quad (6.1)$$

Но для коллинеарных волн с некоторой вероятностью, определяемой соотношением (5.16), кроме прямого процесса, согласно уравнению локального баланса (5.15), возможен и обратный процесс -

$$\omega \rightarrow \omega_1 + \omega_2. \quad (6.2)$$

Такой обратный процесс может означать образование двух волн с одинаковыми или разными частотами из волны с частотой, на которой происходит накачка энергии в систему. При этом может образовываться обратный энергетический каскад, в котором энергия будет распространяться не к высокочастотному, а низкочастотному краю спектра. Экспериментальному поиску образования обратного каскада и посвящен этот раздел.

6.1. Обратный энергетический каскад как волновой распадный процесс

Образование обратного каскада означает появление в спектре колебаний резонатора частот меньших частоты накачки. Такая ситуация возможна для потока энтропии в двумерной геометрии - интеграла по контуру для векторных полей вихревой системы, когда образуются в месте скопления малых вихрей большие водовороты. При этом энергия так же перетекает в высокочастотный край спектра и исчезает в вязкостных поте-

рях, а завихренность может передаваться в низкочастотный край спектра. Для одномерной геометрии из-за потенциальности волновых полей вихреобразование невозможно по определению, так что для одномерной (или квазиодномерной) акустической турбулентности возможны лишь потенциальные переходы между частотами и связанные с ними потоки энергии в спектральном пространстве: прямой и обратный энергетические каскады.

Для плоских волн с линейным законом дисперсии, наряду с распадным процессом (6.2), возможно взаимодействие двух волн основной гармоники с образованием пары взаимодополняющих колебаний [170]:

$$\omega_{k_0} + \omega_{k_0} \rightarrow \omega_{k_0+k} + \omega_{k_0-k} \quad (6.3)$$

Для линейного закона дисперсии это соотношение превращается в соотношение $2 * \omega \rightarrow \omega_1 + \omega_2$, $\omega_1 = \omega + \Delta\omega$ и $\omega_2 = \omega - \Delta\omega$. Таким образом, образование обратного каскада возможно с участием как трехволновых процессов (6.2), так и четырехволновых (6.3).

Наблюдение обратного каскада было сделано в нескольких экспериментах по численному моделированию поведения волн в разных условиях, в частности, в моделировании поведения гравитационных волн на поверхности воды [171, 172, 173]. Однако, в реальных экспериментах формирование обратного волнового каскада ранее наблюдать не удавалось.

6.1.1. Половинная частота на четных резонансах Для линейного закона дисперсии в коллинеарной геометрии ограничения на образование обратного волнового процесса принципиально быть не должно. Для резонатора необходимо наличие достаточного количества степеней свободы колебаний в низкочастотной части спектра - т.е. необходимо проводить накачку на высоких номерах резонанса. По-видимому, для осуществления таких процессов необходима достаточная амплитуда накачки для создания нелинейных волн. Первые наблюдения такого обратного процесса были на-

ми сделаны при сравнении поведения волнового каскада на 31–м и 32–м резонансах.

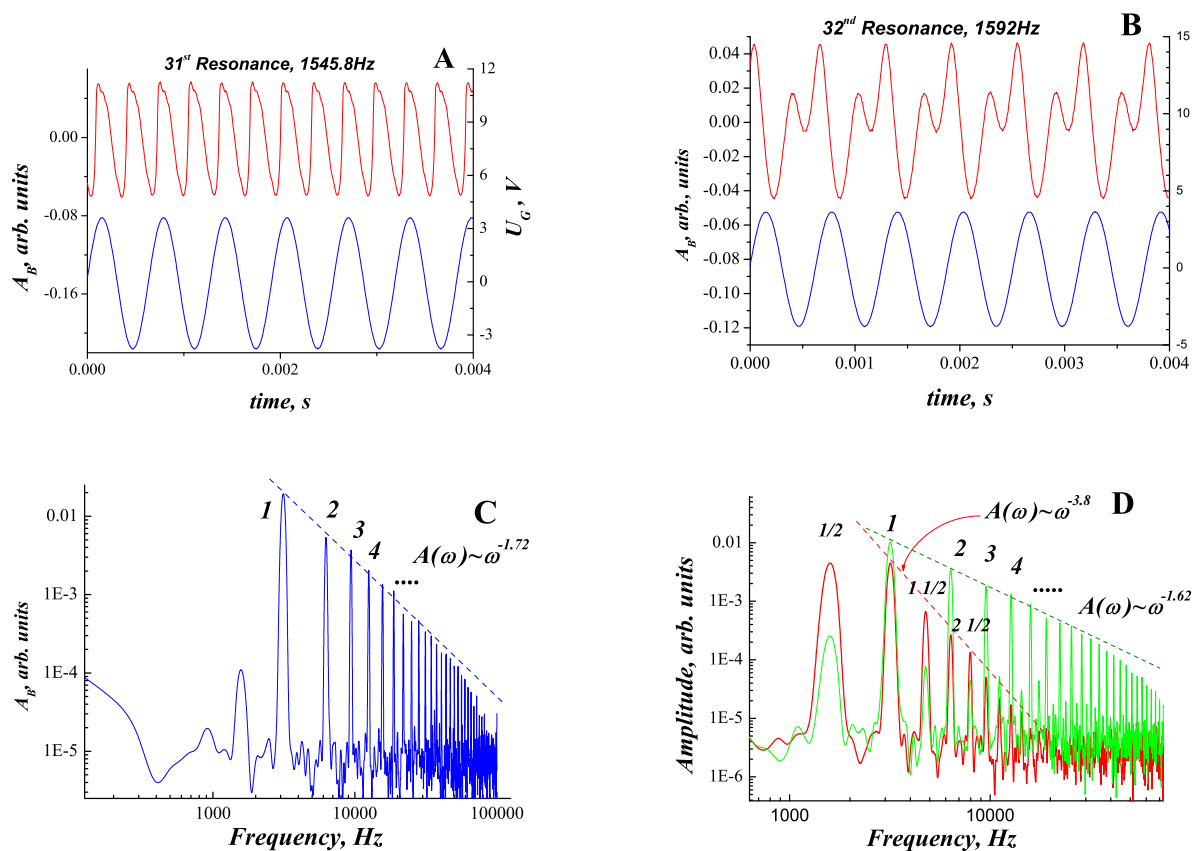


Рис. 6.1. Запись сигналов стоячих волн и их Фурье-спектры при накачке системы на 31–м резонансе (A) и (C), и на 32–м резонансе (B) и (D).

Фурье-анализ сигнала на 32–м резонансе (D) дан для двух амплитуд накачки - красная линия для $U_G = 5 \text{ V}$, $q = 30 \text{ mW/cm}^2$ (тоже что и для графика (B)), зеленая линия - для меньшей амплитуды накачки $U_G = 2 \text{ V}$ or $q = 4.8 \text{ mW/cm}^2$. $T = 2.079 \text{ K}$

Во-первых, оказалось, что поведение прямых энергетических каскадов отличается для этих двух близких резонансов. При увеличении амплитуды волны основной гармоники 32–го резонанса граничная частота f_b переставала смещаться в область высоких частот рис. 5.12 по соотношению (5.19). Во-вторых, при большой амплитуде накачки на основной гармонике на спектральной зависимости появляется сигнал на половинной частоте, между пиками прямого каскада появляются дополнительные пики (рис.6.1

D)). Форма сигнала стоячей волны при этом изменяется и ее частота становится равной половинной частоте (рис.6.1 В)).

Образование половинной волны означает распад основной гармоники на две с половинной частоты: $\omega_d \rightarrow 2 * \omega_{1/2}$. Появление интенсивного сигнала на половинной частоте приводит к образованию комбинационных частот основного прямого каскада. Каждый промежуточный пик на рис.6.1 D) появляется как сумма двух процессов: сложения n -й гармоники и половинки и вычитания такой же половинки из $n + 1$ -й. На рис.6.1 D) видно, что рост интенсивности накачки увеличивает амплитуду половинной гармоники, что резко подавляет кратные гармоники прямого энергетического каскада, как это наблюдалось при накачке на двух разных резонансах (раздел 5.3.). Для определения условий возникновения половинной частоты мы провели подробное измерение отношения амплитуд половинного и основного сигналов при сканировании частоты накачки вблизи резонанса. Позднее было показано, что для наблюдения обратного каскада необходимо еще одно условие, кроме высоких номеров резонанса и достаточно высоких амплитуд накачки для создания нелинейных взаимодействий, а именно - небольшой сдвиг частоты в область более высоких частот от резонанса.

Отношение величин половинной частоты к амплитуде основного сигнала для разных интенсивностей накачки приведены на рис. 6.2.

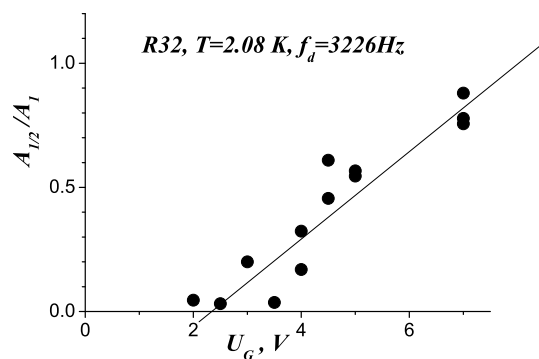


Рис. 6.2. Влияние амплитуды накачки на формирование половинной гармоники. 32-ой резонанс, $T = 2.079 K$

Порог накачки и нелинейных взаимодействий волн, вызывающий ее распад на две ($q \approx 7 - 8 \text{ mW/cm}^2$), оказался вполне сравнимым с потоком энергии, вызывающим образование развитого прямого турбулентного каскада ($q \approx 6 - 10 \text{ mW/cm}^2$).

Эти эксперименты показали принципиальную возможность образования обратного каскада - распад основной гармоники, на которой производится накачка системы на волну с половинной частотой.

6.1.2. Обратный каскад, установившийся режим Возникновение субгармоник возможно в дискретном колебательном контуре (резонаторе) лишь при наличии достаточного количества степеней свободы на частотах ниже частоты накачки и, как показали выше описанные эксперименты, при преодолении сигнала накачки некоего минимального значения, близкого к доминированию нелинейных эффектов при взаимодействии волн. Следующие эксперименты были проделаны на высоких номерах резонансов и достаточно высоких интенсивностях накачки системы. При накачке на 51-м резонансе можно видеть большое количество субгармоник (дробных гармоник), пики обратного каскада попадают примерно (в меру точности Фурье-анализа) на номера, указанные на рисунке (6.3).

Экспериментальное исследование показало, что формирование спектров обратного частотного каскада происходит при *смещении* частоты от резонанса в сторону большей частоты. Пример такого развития обратного каскада приведен на рис.6.4.

Попытки связать развитие обратного каскада со знаком коэффициента нелинейности и с нелинейным поведением волн в резонаторе не дали объяснения направлению сдвига частот для получения обратного каскада. Действительно, [137] нелинейная зависимость скорости волны приводит к искривлению резонансной кривой и при значении $\alpha_2 * Q * \delta T > 1$ происходит разрыв резонансной кривой - одной частоте соответствуют три разных

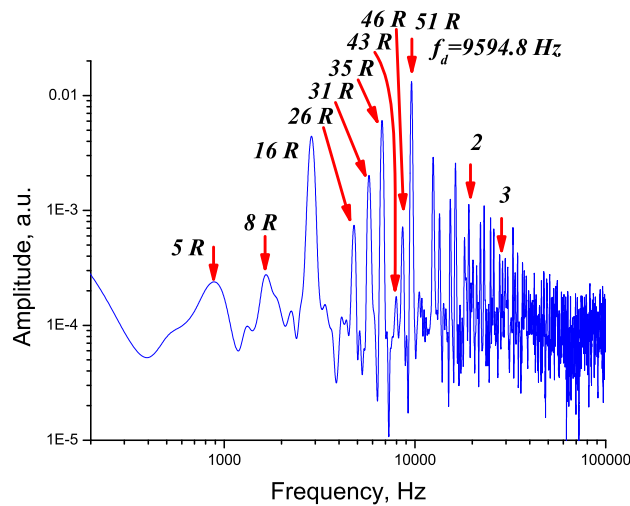


Рис. 6.3. Частоты развитого турбулентного каскада при накачке на частоте 51-го резонанса, $T = 2.079 K$

амплитуды. При увеличении амплитуды сигнала резонансная кривая становится асимметричной и приобретает разрыв со стороны высоких частот (рис. 6.5). Однако этот эффект не связан с коэффициентом нелинейности. Для температуры $T = 2.08 K$ коэффициент нелинейности отрицательный и поэтому загиб резонансной кривой должен происходить в сторону меньших частот ($f = (c_{20} + \alpha_2 * \delta T) / 2L$), что не наблюдается в эксперименте. Кроме того, изменение знака нелинейности на положительный (эксперименты при $T = 1.7 K$) дают тот же эффект - обратный развитый каскад наблюдается только при сдвиге частоты накачки в сторону больших частот от максимума резонансной кривой. Таким образом, наблюдаемый эффект совершенно очевидно связан с нелинейным поведением волны (пороговый характер эффекта), но условия его появления (частоты, на которых нужно накачивать систему) не определяются нелинейными свойствами волны в резонаторе.

Формирование обратного каскада происходит с некоторой задержкой, причем время, за которое развивается обратный каскад, могло составлять до нескольких десятков секунд. На рис. 6.6 приведены спектры сигнала до начала развития обратного каскада, после 1 секунды включения необходи-

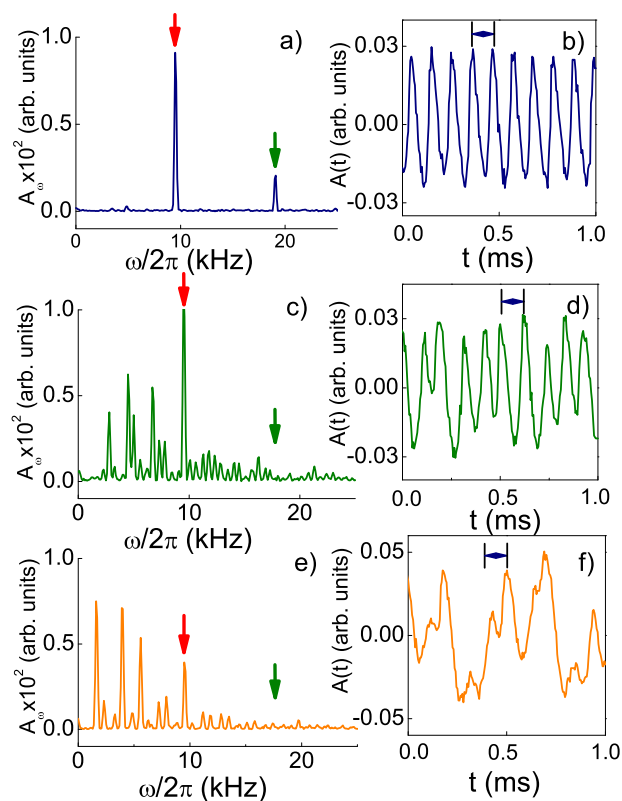


Рис. 6.4. Эволюция формы наблюдаемого сигнала стоячей волны в резонаторе (левая колонка) и их спектров (правая колонка) при незначительном сдвиге частоты накачки ω_d вблизи 96-го резонанса: $\omega_d/2\pi = 9530.8 \text{ Hz}$ (a),(b), 9532.4 Hz (c),(d), and 9535.2 Hz (e),(f).

Тепловой поток $q = 42 \text{ mW/cm}^2$. $T = 2.08 \text{ K}$, отрицательный коэффициент нелинейности. Основная и первая гармоника указаны на (b),(d),(f) в виде вертикальных стрелок. Горизонтальные стрелки соответствуют периоду основной гармоники [174].

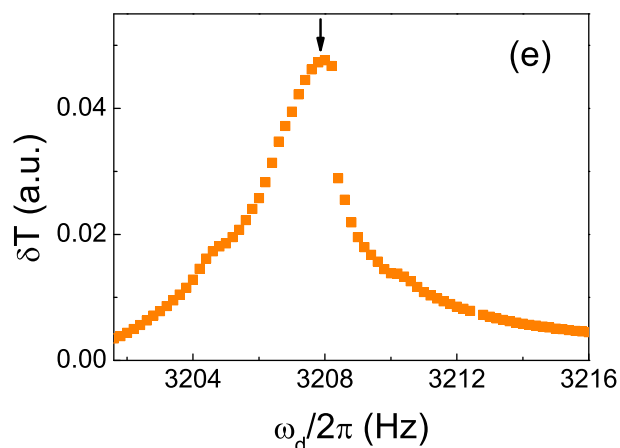


Рис. 6.5. Вид резонансной кривой при возбуждении сигнала на 32-м резонансе, $q = 30 \text{ mW/cm}^2$, $T = 2.08 \text{ K}$.

мой частоты и после достаточно продолжительного времени, когда можно видеть обширный спектр левее частоты накачки.

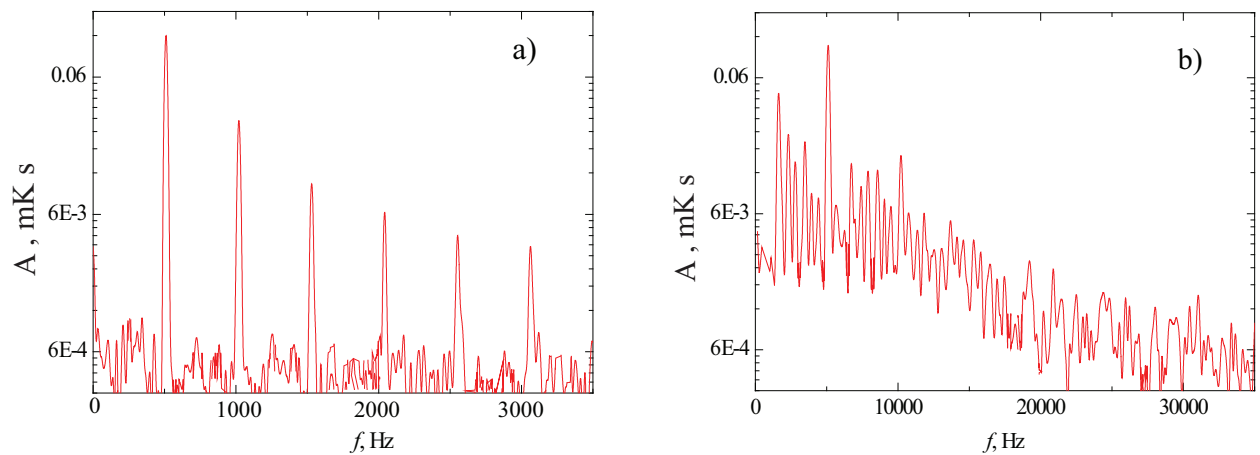


Рис. 6.6. Спектральная зависимость амплитуд гармоник сигналов вблизи 51-го резонанса после подачи на нагреватель сигнала, способного возбудить обратный каскад. $f_L = 5103.2 \text{ Hz}$. $T = 2.08 \text{ K}$, отрицательный коэффициент нелинейности $U_G = 5 \text{ V}$, $q = 30 \text{ mW/cm}^2$. (а) - анализ сигнала через одну секунду после включения частоты f_L и (б) - после 70 секунд.

Таким образом, формирование обратного каскада волн второго звука в сверхтекучем гелии определяется рядом условий:

- генерация волны в резонаторе должна происходить на больших номерах резонансов, чтобы в области малых частот было бы достаточное количество степеней свободы;
- интенсивность волн накачки должна превосходить величину, когда нелинейность начинает играть существенную роль при взаимодействии волн в системе (где-то примерно $q \geq 6 - 10 \text{ mW/cm}^2$);
- для получения обратного каскада необходимо сдвинуться с положения резонанса в сторону высоких частот на малую величину порядка $\Delta f \approx 2 \text{ Hz}$. Возможную причину этого разберем ниже.

При образовании обратного каскада всегда наблюдается временная задержка развития субгармоник и частотный гистерезис такого распадного

процесса. При сканировании частоты выше частоты основного резонанса, область существования обратного каскада, количество и амплитуды субгармоник существенно определялись направлением и скоростью частотного сканирования (рис. 6.7 (а)). Время начала развития обратного каскада также зависело от величины сдвига частоты от резонанса (рис. 6.7 (b)).

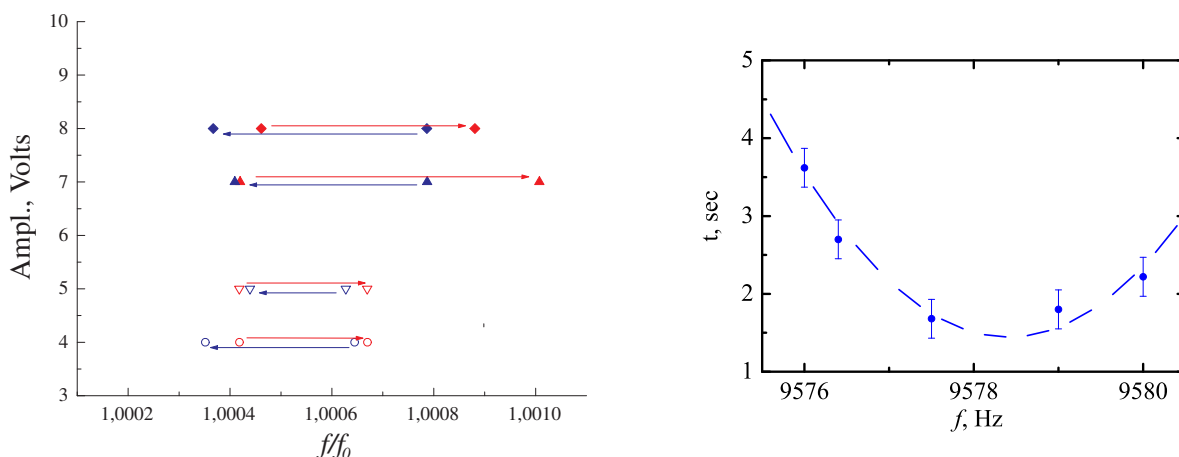


Рис. 6.7. Влияние положения сдвига частоты накачки относительно резонансной частоты. Левый график - положение частот существования обратного каскада и частотный гистерезис при его формировании.

Правый график - время начала формирования левого (обратного) каскада при определенном сдвиге частоты накачки $q = 30 \text{ mW/cm}^2$. 96-й резонанс, $T = 2.08 \text{ K}$, отрицательный коэффициент нелинейности.

Природа частотного сдвига от максимального резонанса может быть объяснена частотными свойствами резонатора. Если вспомнить зависимость резонансных частот от номера резонанса: $\omega_n = \omega_0 * n + \Delta\omega$ (где $\Delta\omega \approx 2 \text{ Hz}$, раздел 5.1.2.), то становится понятен этот небольшой сдвиг частоты в область высоких частот:

$$\omega_d \neq \omega_1 + \omega_2, \quad (6.4)$$

потому что небольшой сдвиг резонансных частот в $\Delta\omega$ не позволяет на меньших номерах попадать точно на резонанс

$$\omega_0 * n_d + \Delta\omega \neq (\omega_0 * n_1 + \Delta\omega) + (\omega_0 * n_2 + \Delta\omega), \quad (6.5)$$

где $n_d = n_1 + n_2$. И только при сдвиге частоты накачки на величину $+\Delta\omega$ выполняются условия точного резонанса

$$(\omega_0 * n_d + \Delta\omega) + \Delta\omega = (\omega_0 * n_1 + \Delta\omega) + (\omega_0 * n_2 + \Delta\omega),$$

$$\omega_d + \Delta\omega = \omega_1 + \omega_2 \quad (6.6)$$

Таким образом, условия образования обратного каскада в одномерной геометрии: достаточное количество степеней свободы в низкочастотной части дискретного спектрального пространства (для резонатора), коллинеарность волновых векторов при линейном законе дисперсии, достаточная амплитуда сигнала накачки для проявления нелинейных волновых взаимодействий, сдвиг частоты накачки на некую величину, определяемую особенностями частотных характеристик резонатора. Среди необъясненных моментов есть два. Действительно ли обратный каскад является потоком энергии или это просто некое стационарное возбужденное состояние, не влияющее на прямой поток энергии. И так же непонятна временная задержка в образовании обратного каскада и частотный гистерезис области существования обратного каскада.

6.2. Формирование обратного каскада

Для ответа на вопрос о природе обратного каскада мы экспериментально исследовали процессы формирования и распада обратного каскада. Для этого использовалась методика wavelet-анализа, описанная ранее [168] - деление сигнала на временные кусочки и частотный анализ на каждом кусочке, определяя таким образом временное поведение кратных и дробных гармоник. Общий вид экспериментальных записей сигнала при формировании обратного каскада приведен ниже в разделе, посвященном наблюдению образования "Wreak Waves" (например рис. 6.12), здесь же приведены лишь результаты временного анализа сигналов.

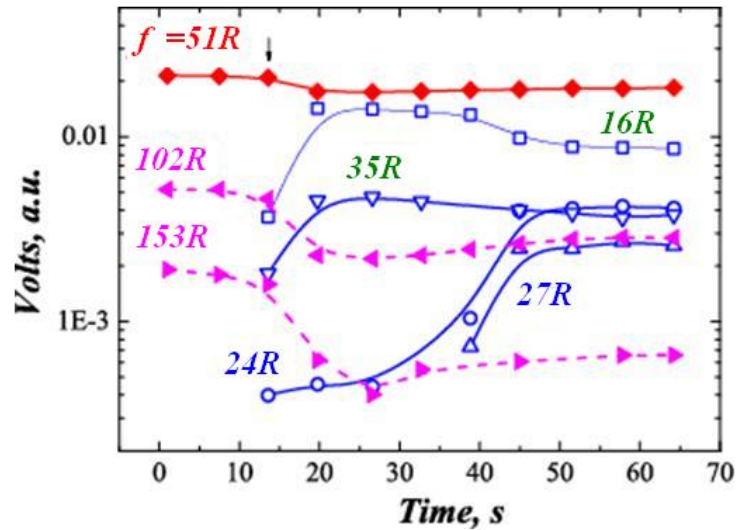


Рис. 6.8. Процесс формирования кратных и дробных гармоник при возбуждении обратного частотного каскада. 51-й резонанс, $q = 30 \text{ mW/cm}^2$.

В момент времени $t = 0$ произошло переключение сигнала на частоту формирования обратного каскада вблизи 51-го резонанса. При этом хорошо виден развитый прямой каскад с кратными гармониками, амплитуда второй и третьей обозначены как $102R$ и $153R$. После десяти секунд начинают развиваться субгармоники. В данном примере, соответствующие 35-я и 16-я резонансам. При этом начинают уменьшаться все гармоники прямого каскада. После 40 секунд ожидания появляется пара 24-го и 27-го резонансов. Хорошо видно, что они развиваются парами и сумма частот соответствует частоте основной гармоники. Таким образом, эти эксперименты подтверждают возникновение дробных гармоник скоррелированными парами, что свидетельствует о распадном характере образования обратного спектра:

$$\omega_d \rightarrow \omega_1 + \omega_2 \quad (6.7)$$

с соответствующими условиями на частоты и амплитуды. Возможно, что происходит взаимодействие дробных гармоник между собой - перемешивание фаз субгармоник при их рассеянии друг на друге и их взаимодействии с кратными гармониками, тем более, что комбинационные частоты взаи-

модействия субгармоник с основным колебанием и с кратными гармониками, хорошо видны как обширный частокол наблюдаемых в Фурье-анализе частот между кратными гармониками прямого каскада (рис. 6.6). Но однозначно утверждать образование турбулентных взаимодействий в обратном каскаде мы не беремся, пока.

6.2.1. Распад обратного каскада Экспериментальная методика позволяет детально исследовать процесс распада установившегося спектра для разных гармоник как кратного, так и дробного диапазонов. На рис. 6.9 приведен вид записи затухающих колебаний после выключения сигнала накачки.

Чисто качественно видно, что точно так же, как и для прямого каскада, выключение внешней вынуждающей силы приводит к затуханию спектра, начиная с высокочастотного края. Падение потока энергии приводит к хаотическому изменению амплитуд всех гармоник. При распаде развитого обратного каскада, последней остается "звенеть" одна из субгармоник с изначально большой амплитудой, для которой добротность системы была достаточно высока. На рис. 6.9 (с) хорошо видно изменение периода колебаний по мере затухания основной гармоники и одной из интенсивных субгармоник - после этого доминирует субгармоника с частотой $f \sim 2900 \text{ Hz}$. Это только подтверждает утверждение о затухании энергетического каскада с высокочастотного края спектра. После выключения накачки остается только взаимодействия гармоник между собой. Поток энергии и затухает на каждой из гармоник, и передается между гармониками из-за нелинейного взаимодействия волн как в высокочастотную часть спектра (сложение частот), так и в низкочастотную (распадные процессы). Для количественного понимания процесс распада обратного каскада необходима адекватная теоретическая модель, которая пока отсутствует.

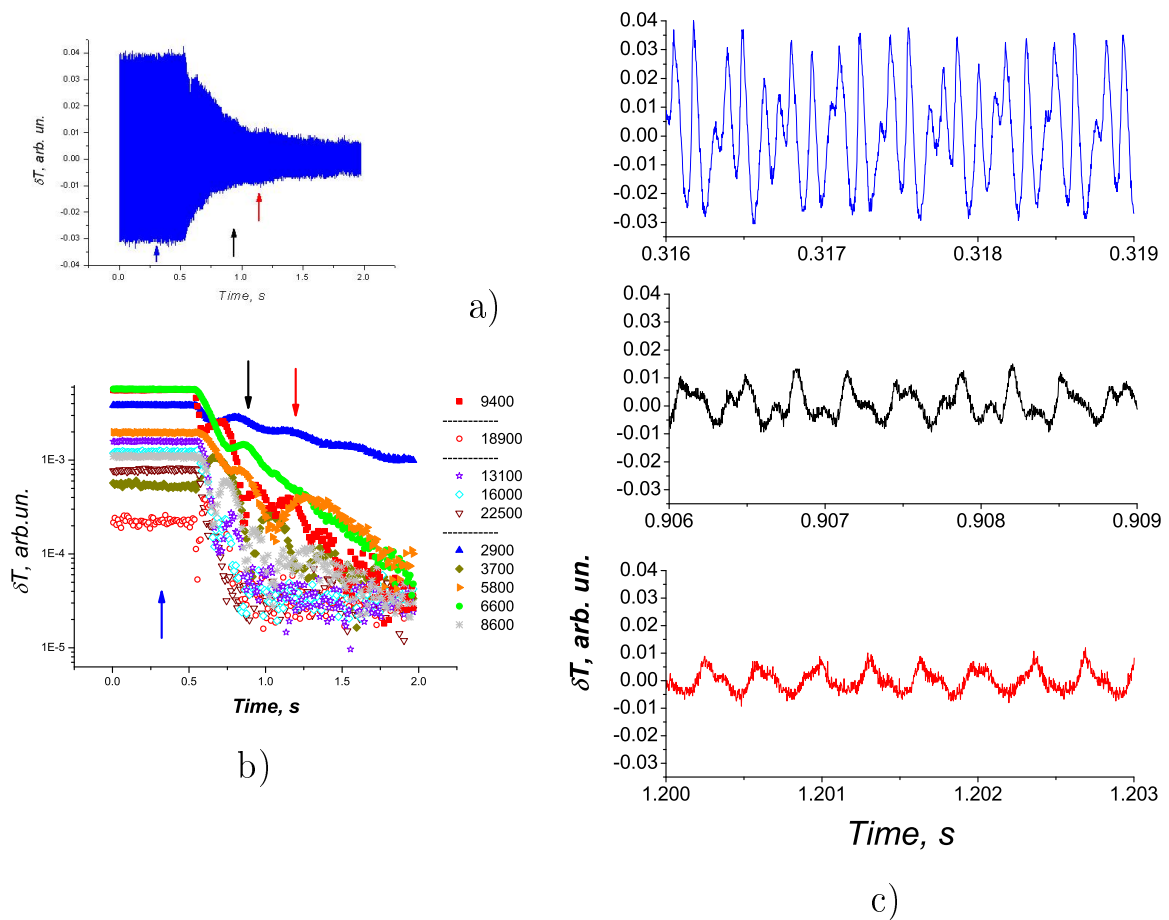


Рис. 6.9. Процесс распада частотного спектра при развитии обратном каскаде. а) запись сигнала при выключении внешней накачки; б) временные зависимости амплитуд гармоник при выключении сигнала, красные точки - основная гармоника, красные кружки - вторая гармоника; закрытые значки - субгармоники; открытые значки - комбинационные частоты выше основной гармоника. в) - детальный вид колебаний во времена, обозначенные стрелками на графиках а) и б). 96 резонанс, 4715 Hz , $U_G = 5 \text{ V}$, $q = 30 \text{ mW/cm}^2$, $T = 2.08 \text{ K}$

6.3. Поток энергии при обратном каскаде

Один из интересных вопросов поведения обратного каскада связан с потоком энергии: остается ли поток энергии в высокочастотную часть спектра неизменным или энергия, накачиваемая в систему, делится между прямым и обратным процессами. Вполне возможна ситуация, когда гармоники в обратном каскаде, возбуждвшись один раз, остаются в энергетическом рав-

новесии с энергией основной гармоники, на которой и происходит накачка возбуждения в систему. Так в реке, например, наличие плотины не влияет на общий поток реки в данном месте, который определяется только притоком от внешних источников.

Давайте посчитаем, как это мы делали ранее с анализом комбинационных колебаний, общее количество энергии в обратном спектре, как интеграл от амплитуд Фурье-компонент в области малых частот ($f < f_d$, обозначенное как E_{LF}). Изменение общей энергии в обратном каскаде четко может служить мерой развития обратного каскада (рис. 6.10).

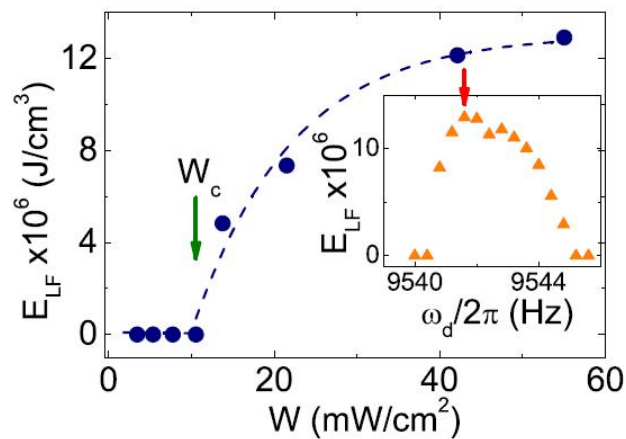


Рис. 6.10. Изменение энергии в колебаниях обратного каскада ($LF - Low Frequency$) при изменении амплитуды тепловой накачки. Максимальная энергия субгармоник находилась при сканировании частоты вблизи 96-го резонанса, $T = 2.08 \text{ K}$.

Можно предположить, что поток энергии, поступающий в систему, определяет общую энергию всех гармоник в инерционном интервале. Для случая возникновения комбинационных волн при накачке системы двумя резонансными сигналами приводило к подавлению прямого развитого каскада. Однако, такое подавление не сказалось на общей энергии в каскаде, что означает корреляцию суммарной энергии в гармониках и потока энергии вдоль частотного спектра. Расчет общей энергии для всех гармоник при развитии обратного каскада приведен на рис. 6.11.

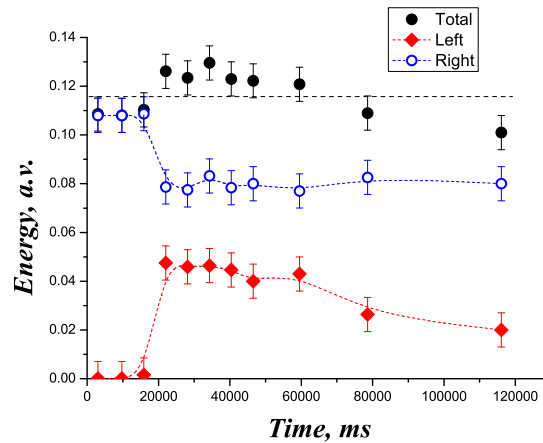


Рис. 6.11. Интеграл энергии при развитии обратного каскада: синие точки - энергия приходящаяся на прямой каскад, красные точки - энергия волн в обратном каскаде, черные точки - сумма энергии всех гармоник, кроме основной. Обработка данных приведенных на рис. 6.8. 51-й резонанс, $q = 30 \text{ mW/cm}^2$, $T = 2.08 \text{ K}$.

Рост дробных гармоник обратного каскада (после 20 с) приводит к росту энергии низкочастотного крыла спектра. Одновременно при этом падает энергия в правой части спектрального каскада. Суммарная энергия во всем спектральном диапазоне остается неизменной. Это должно свидетельствовать о том, что происходит перераспределение потока между высокочастотной и низкочастотной частями спектра. Если бы в обратном каскаде потока энергии не было, то суммарная энергия в правой части спектра оставалась бы неизменной, как в случае накачки системы на двух резонансных частотах.

Остается вопрос - куда исчезает энергия при ее потоке в низкочастотную часть спектра. Напомним, что добротность резонатора зависит от частоты волн, возбужденных в нем. И эта добротность тем меньше, чем меньше номер резонанса. По-видимому, энергия, передаваемая в левую часть спектра, эффективно теряется на вязкостном трении о стенки, которые, как мы показывали, тем больше, чем меньше частота стоячих волн.

Таким образом, при образовании обратного каскада энергия действительно течет и в область больших частот, где происходит затухание за счет объемных потерь и (или) геометрических несовершенств, и в область ма-

лых частот, где существенным является трение о стенки и добротность системы мала по сравнению с высокими частотами. В конце концов, не так принципиальна природа диссипационных процессов, главное – существует сток для энергии, накачиваемой в систему внешним источником, как в области высоких частот, так и в области малых частот.

6.4. Freak waves - моделирование аномальных волн (волн убийц) в сверхтекучем гелии

Одна из особенностей формирования обратного каскада привлекла наше внимание, и это показалось достаточно интересным для последующего обсуждения.

Процесс возникновения субгармоник начинается с большой задержки, которая может достигать десятков секунд и развитие субгармоник может продолжаться до нескольких минут. При развитии субгармоник стройный ряд сильно нелинейных волн начинает ломаться, появляются волны малой и большой амплитуд. На спектральных зависимостях становятся заметными одиночные пики с дробными частотами относительно частоты накачки, количество которых растет со временем. На рис. 6.8 хорошо виден постепенный рост субгармоник. Наиболее интересным в таком становлении оказалось появление одиночных волн с амплитудой существенно выше окружения. В каком-то смысле это аналог "*Freakwaves*", "*Roguewaves*" или в русской терминологии "Девятый вал", "Три сестры" - образование одиночных волн, амплитуда которых по крайней мере вдвое превосходит амплитуду среднего окружения [175]. Долгое время существование таких волн подвергалось сомнению и приписывалось морскому фольклору, но в конце двадцатого века существование таких волн было подтверждено приборными наблюдениями [176, 177, 178]. Были проведены анализы происшествий на море, определены реальные причины кораблекрушений и подтверждены опасности "Freak waves" для судов, в том числе очень больших

размеров - супертанкеров [179, 180]. Основной особенностью "Freak waves до сих пор остающейся непонятной, является то, что вероятность их возникновения существенно выше статистического распределения. Например, по существующим представлениям, в Баренцевом море возможны волны высотой 24 м, а в Северном море - 30 м лишь один раз в 100 лет, в то время как по данным [181, 182], волна с параметром возвышения над окружением $A = H_m/H_{av} = 3.19$ оказалась в 300 раз более вероятной, чем ожидалось.

Таким образом, проблема аномальных волн имеет и научный, и коммерческий интерес. Начиная с конца прошлого столетия задача определения условий возникновения и предсказаний "Freak waves" получила разностороннее внимание. В разных областях нелинейной волновой физики стали искать аналогии для экспериментального моделирования аномальных волн и определения условий их формирования. Наблюдаемое нами явление возникновения волн большой амплитуды при формировании обратного каскада, наряду с рядом модельных экспериментов в других нелинейных средах, привлекло к себе большой интерес.

В настоящее время попытки моделировать возникновение аномальных волн проходят в оптических волноводах, где нелинейные волновые пакеты могут генерировать волны большой амплитуды [183, 184]. Характерным для оптических волноводов является сильная дисперсия, что, наряду с большой нелинейностью, и может являться причиной таких локальных концентраций энергии. Дисперсионная фокусировка - классический эффект линейной физики, хорошо известный в оптике.

Другим направлением моделирования локально возрастающих волн являются эксперименты в каналах, наполненных водой. Размеры этих каналов могут быть от нескольких десятков сантиметров [143, 145, 144] до нескольких десятков и даже сотен метров [139, 141, 185]. Эффективность сжатия частотно-модулированных пакетов поверхностных волн доказана в многочисленных лабораторных экспериментах, этот механизм часто ис-

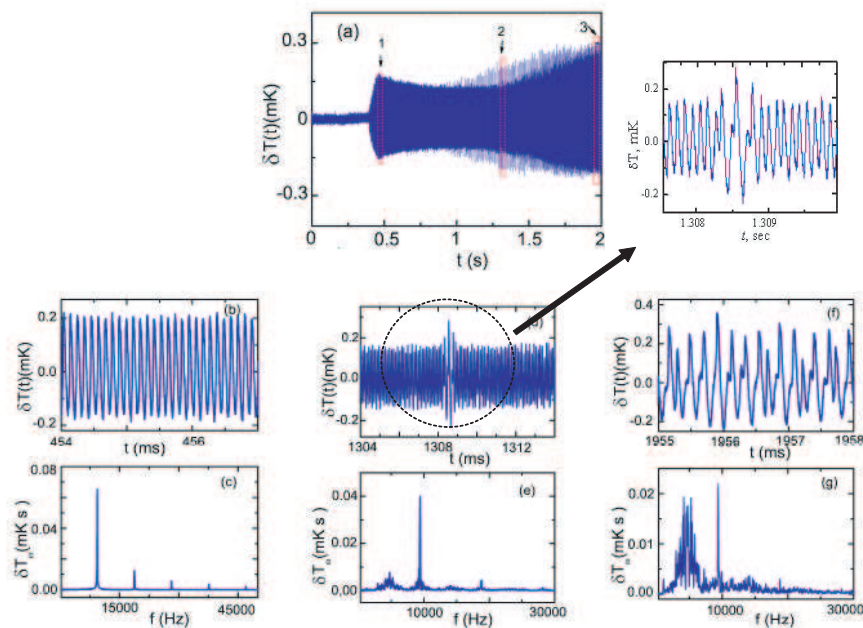


Рис. 6.12. Эволюция формы волны при формировании обратного каскада а) после включения частоты 96-го резонанса. $T = 2.08 K$, ac поток тепла $q = 42.1 mW/cm^2$. Форма сигнала приведена на графиках (b, d, f) и соответствующие им спектры (c, e, g) были получены в моменты времени, указанные в виде окон на рис. (a). В правом верхнем углу приведен увеличенный график наблюдения "Freak wave" амплитуда которой по крайней мере вдвое выше окружения.

пользуют в лотке для получения интенсивных волн. Для сильно нелинейных волн с характерными законами дисперсии можно создавать или стоячие, или бегущие волны, которые при соответствующем подборе параметров позволяют получать локальную концентрацию энергии волны. Например, постройка цуга волн с разными частотами позволяет сфокусировать волны цуга с образованием волны большой амплитуды [139].

Значительно чаще для получения картины возможности возникновения "Freak waves" используется компьютерный эксперимент, когда, задавая соответствующие начальные условия, закон дисперсии, характерный для гравитационных или капиллярных волн и их нелинейные свойства, анализируют возможность случайного возникновения аномальных волн. При этом обычно используется уравнения с наличием дисперсии: нелинейное уравнение Шредингера [186, 187], уравнение Кортевега-де-Вриза [188]. В моделях

предполагается запуск в систему пересекающихся волновых пучков и их взаимодействие [189, 190, 191].

Появление anomalously больших волн в резонаторе волн второго звука связано с развитием обратного каскада. В эксперименте сигнал внешней накачки настраивался на резонансные условия и в резонаторе появлялись сильно нелинейные волны (b) с развитым прямым каскадом (c) (рис. 6.12. Для данных экспериментальных условий, по истечении 1 секунды начинает развиваться обратный каскад (d) в котором проявляются отдельные, anomalously большие волны ((e) и график справа сверху). После развития обратного каскада (f) в записи волн можно видеть очень широкий спектр амплитуд волн начиная от самых маленьких, до очень больших (g).

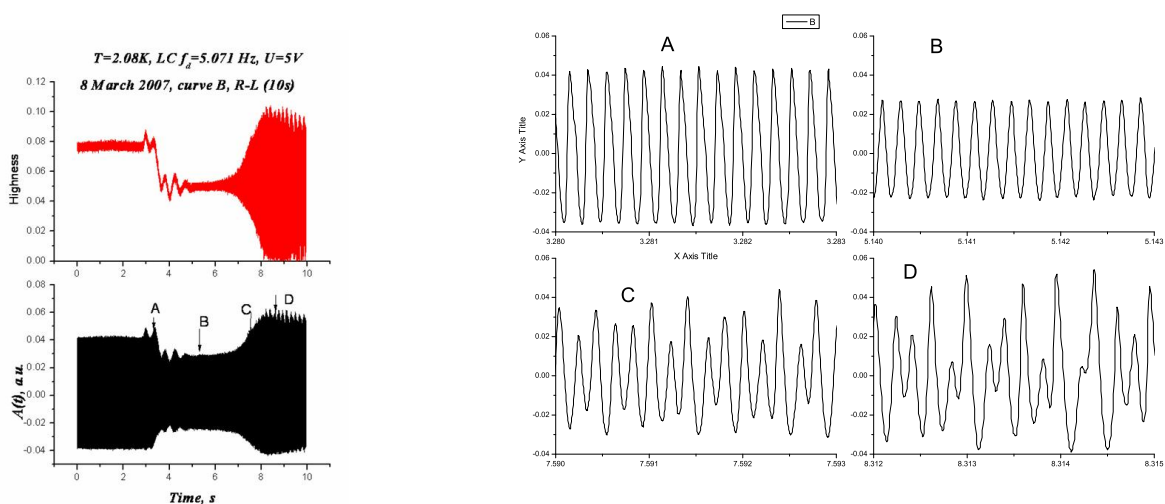


Рис. 6.13. Вид экспериментальной записи формирования обратного каскада (левый нижний график), где буквами *A – D* обозначены места записи, которые в увеличенном масштабе приведены на правых графиках. На верхнем левом графике приведены вычисленные амплитуды волн нижнего графика в соответствующие моменты времени.

$T = 2.08 \text{ K}$, $q = 30,0 \text{ mW/cm}^2$, 51-й резонанс.

Как мы отмечали ранее, отклонение вероятности от среднестатистической величины - одна из особенностей "Freak Waves" наблюдаемой в природе. Мы проанализировали вероятность нахождения волн разной амплитуды. Для этого была написана специальная программа для вычисления разно-

сти высот в моменты времени, когда производной профиля волны проходит через ноль. График волны, для которой был проведен такой амплитудный анализ приведен на рис. 6.13. Первоначально резонатор возбуждался на частоте 51-го резонанса, затем в момент времени, обозначенный на графике буквой (a) произошло переключение на частоту формирования обратного каскада - частота была сдвинута с резонанса $\sim 1.5 \text{ Hz}$ в сторону увеличения частоты. После этого амплитуда после нескольких колебаний немного уменьшилась (b), т.к. частота накачки теперь не совпадает с максимальным откликом системы. На графике вычисленных значений размаха волны хорошо видно падение амплитуды волн, которые все еще продолжают приходить с близкими амплитудами. Мы наблюдаем движение регулярной череды волн. При этом продолжает наблюдаться развитый прямой каскад. Затем через $\sim 4 \text{ s}$ после переключения начинается изменение амплитуды волн, раскочка их амплитуды (c), появляются аномально большие волны и после $\sim 7 \text{ s}$ в записи сигнала можно обнаружить волны любой амплитуды (d). На графике распределения амплитуд высоты волн это выражается в заполнении всего возможного пространства высоты волн (времена после $\sim 8 \text{ s}$ верхнего левого графика).

Среди этого распределения совершенно очевидно, что волны одних амплитуд более вероятны, другие менее. Мы провели анализ распределения вероятности найти волну заданной амплитуды. На графике рис. 6.14 видно, что после формирования обратного каскада очень вероятно найти волну средней амплитуды - экстремальные амплитуды достаточно маловероятны. Но обращает на себя внимание такой факт, что наблюдается некая аномалия вблизи максимальных зарегистрированных амплитуд сигналов. Возможно это действительно свойство фокусировки энергии в волны аномально большой амплитуды, а возможно это свойство дискретного спектра резонатора, получающего накачку энергии на частоте, не совпадающей с резонансом. В литературе мы нашли упоминание о схожем поведении волн

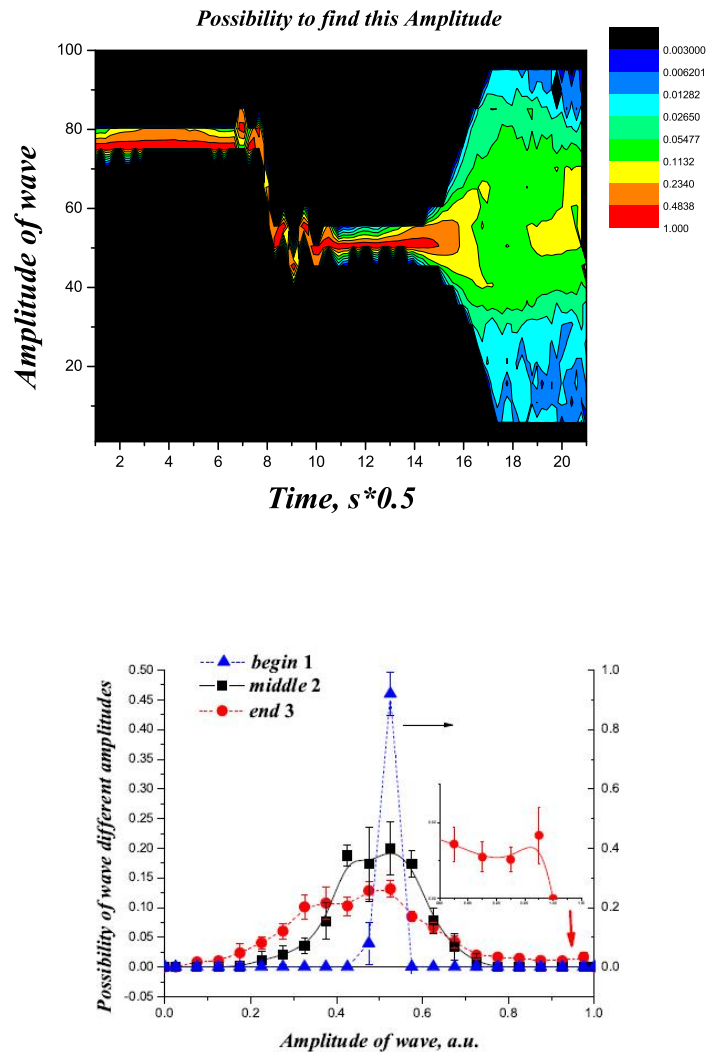


Рис. 6.14. Верхний график - вероятность найти волну данной высоты (от подножья до гребня) в моменты времени, соответствующие процессу формирования обратного каскада. Разные цвета соответствуют разным величинам вероятности. Исходные данные приведенные на рис. 6.13. кривая 3) - полностью сформированный обратный каскад рис. 6.13 d). Наибольшей высоте соответствуют волны с амплитудой примерно вдвое выше средней.

на поверхности жидкости в резонаторе с образованием обратного каскада. В работе [141], опубликованной позднее наших исследований [174], в квази-одномерной геометрии возбуждалась поверхностная волна в мелком канале в резонансных условиях. Точно так же, как и в наших экспериментах, обратный каскад формировался при сдвиге частоты накачки от резонансной частоты (10-го резонанса) на небольшую величину. При этом субгармоники формировались на более низких частотах, соответствовавшим 2 – 9 резо-

нансам. Точно так же, как и в наших экспериментах переключение частоты с резонансной на частоту образования обратного каскада сопровождалось рождением аномальных волн. Дисперсионный закон для поверхностных волн на мелкой воде будет

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{g \frac{\pi}{L} n \tanh\left(\frac{\pi}{L} n h\right)}, \quad (6.8)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$. Для номеров резонансов $8 < n < 12$, на которых выполнялись эксперименты, выдерживается условие мелкой воды ($kh < 1$). Для волн второго звука закон дисперсии принципиально другой - линейный $f \sim k$, но при очень схожих условиях наблюдаются такие же сильно нелинейные процессы, как и для поверхностных волн. И для стоячих волн в канале, и для стоячих волн второго звука в резонаторе формирование субгармоник вызывается сдвигом частоты накачки с резонансных условий и сопровождается сильной задержкой процесса развития обратного каскада. Такое сходство указывает на то, что, по-видимому, развитие обратного каскада определяется, по-видимому, амплитудной неустойчивостью. Теоретические модели для такого процесса для волн второго звука еще требуют своего развития.

Таким образом экспериментально удалось обнаружить образование обратного частотного каскада, определить условия его существования, показать, что при обратном каскаде энергия течет и в высокочастотный, и в низкочастотный край спектра. Были исследованы процессы формирования и распада спектров и прямого, и обратного каскадов. Было показано, что при формировании обратного каскада возникают редкие волны с аномально большой амплитудой. Наблюдаемый нами эффект открывает широкие возможности для исследования обратных каскадов, построения моделей таких процессов, статистической обработки амплитуд волн при формировании субгармоник и их корреляционного анализа.

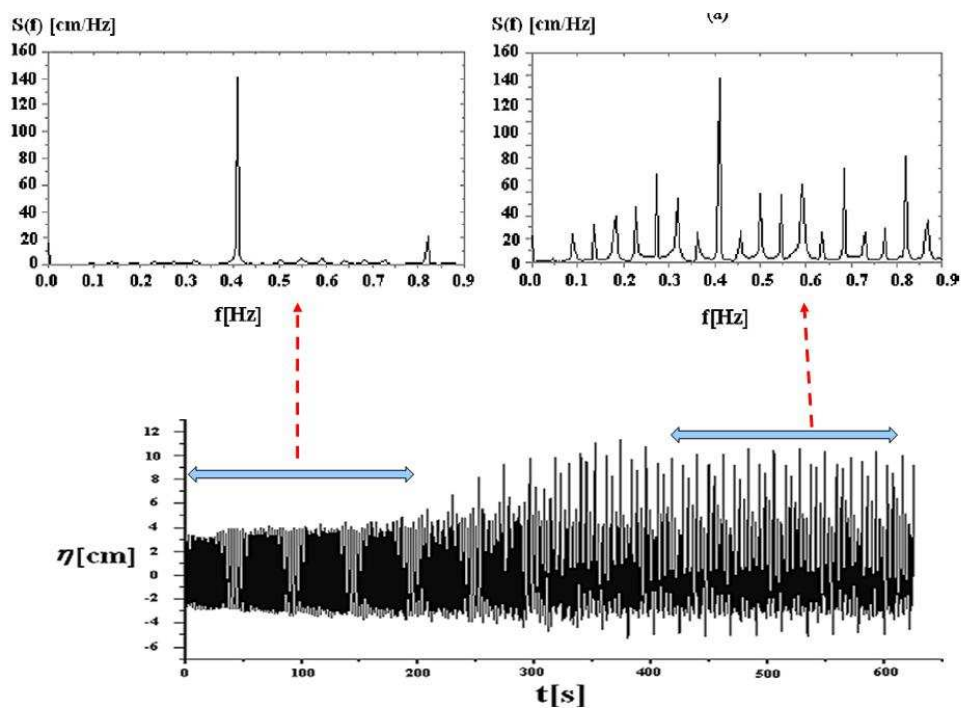


Рис. 6.15. Возникновение и рост модуляции поверхностных волн при переключении частоты накачки с $f = 0.413 \text{ Hz}$ на $f = 0.406 \text{ Hz}$. Данные работы [141])

Часть 4
Приложение.
Использование развитых в работе методик
для изучения гелия.

ГЛАВА 7

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ИЗУЧЕНИЯ ВОЛН ВТОРОГО ЗВУКА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ СВЕРХТЕКУЧЕГО ГЕЛИЯ

Проведенные нами эксперименты с волнами второго звука позволили нам провести ряд экспериментальных исследований свойств сверхтекучего гелия с использованием нелинейных тепловых волн и разобраться во полученных результатах. Так были проведены исследования возникновения вихревой структуры при быстром переходе из нормального гелия в сверхтекучий, начаты исследования влияния примесей гелия-3 и наночастиц примесь-гелиевых гелей на распространение волн второго звука в сверхтекучем гелии.

Моделирование рождения Вселенной

Проблема зарождения Вселенной один из интереснейших и до конца не ясных вопросов космологии. Астрофизики представляют развитие Вселенной начиная с 10^{-35} с. По теории большого объединения (*GUT*) горячая Вселенная охладилась до температуры вещества в 10^{27} K через 10^{-35} с после Большого Взрыва. При этом изначально симметричное состояние материи претерпело фазовый переход в несимметричное состояние, образовались разные виды взаимодействия и дефекты структуры пространства: точечные дефекты - магнитные монополи, линейные дефекты - космические струны, двумерные дефекты - доменные стенки. Предполагается, что это был фазовый переход второго рода и потенциальный вклад V в свободную энергию может быть записан как [192]

$$V = \alpha|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi|^4, \quad (7.1)$$

где $\alpha = \alpha(T - T_{Tr})$ и при этом $\alpha > 0$ при температуре выше температуры перехода и отрицательное при более низких температурах. При этом ли-

нейные дефекты - космические струны будут формировать упорядоченные фазы полей Higgs'a ψ . Гелий при охлаждении так же претерпевает переход второго рода из нормального в сверхтекучее состояние. При этом происходит нарушение симметрии - изотропное состояние нормальной жидкости сменяется сверхтекучим состоянием гелия, в котором сверхтекучая компонента имеет фазу и связанные с этой фазой сверхтекучие вихри - аналоги космических струн. На аналогию поведения космических струн и квантовых вихрей в сверхтекучем гелии указал поляк Zurek [193] (теория KZ).

При быстром фазовом переходе в сверхтекучее состояние фазы в отдельных областях гелия, размеры которых определяются скоростью перехода, будут иметь разные значения. Если набег фазы по замкнутому контуру составит 2π или кратную ему величину, то на стыке этих областей с разными фазами будет существовать квантовый вихрь. Таким образом концентрация вихрей (cm^{-2}) в объеме гелия определится скоростью перехода как [194, 195]

$$\mathcal{L}_i = \frac{1.2 \times 10^8}{(\tau_Q/100)^{2/3}}, \quad (7.2)$$

где τ_Q - время перехода из нормального в сверхтекучее состояние в миллисекундах.

Переход гелия в сверхтекучее состояние обычно сопровождается (как и при рождении Вселенной) охлаждением, что представляет из себя достаточно медленный процесс. Но, возможен и другой более быстрый процесс фазового перехода из нормального состояния, заключающийся в резком сбросе давления гелия (quench), что близко к процессу охлаждения газа (и Вселенной) при адиабатическом расширении. Основная идея быстрого перехода в сверхтекучее состояние состоит в сбросе давления, при этом, при незначительном нагреве гелия, гелий становится сверхтекучим (рис. 7.1. Этот процесс проходит за времена существенно более короткие (порядка нескольких ms), определение которых и было одной из задач проведенных

нами экспериментов.

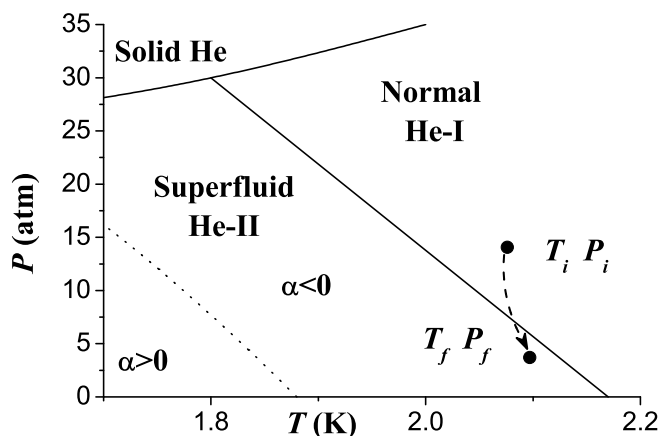


Рис. 7.1. Схема экспериментального изменения температуры и давления при quench-переходе в сверхтекучее состояние пунктирная стрелка. Точечная линия - температуры T_α для разных давлений.

Эксперименты, начатые в Ланкастерском университете показали [55], что при быстром переходе в сверхтекучее состояние из нормального действительно образуются вихри, концентрация которых за время наблюдения (после ~ 0.1 s) убывала [196]. Однако, достаточно большое "мертвое" время после перехода в сверхтекучее состояние до начала регистрации не давало возможности получить достоверные сведения о рождении вихрей при таком процессе.

Экспериментальное исследование, проведенное нами, показало, что сокращение времени начала наблюдений и изменение геометрии измерений позволило разобраться в таком подходе к решению проблемы. Во-первых, необходимо было сократить время прохождения сигнала второго звука от излучателя до приемника. Во-вторых, улучшить геометрию измерительной ячейки для однозначной интерпретации полученных результатов. Для решения поставленных задач наиболее подходящей была геометрия цилиндрического квазиодномерного резонатора, использованного нами при исследовании акустической турбулентности (рис. 7.2). Расстояние между

крышками резонатора было сокращено до 3 мм для уменьшения времени прохождения сигнала. Нагреватель и болометр были напылены на стеклянные подложки толщиной $h = 0.3\text{ мм}$, поэтому для упрочнения конструкции они прикрывались металлическими пластинками. Жестко скрепленная ячейка помещалась в миниатюрный сиффон, расширение которого обеспечивало сброс давления. Было сделано несколько конструктивных усовершенствований для сокращения времени механических колебаний системы после ударной разгрузки камеры.

Изучение поведения вихревой системы в объеме резонатора проводилось по затуханию коротких тепловых импульсов длительностью $\tau \sim 10\mu\text{с}$. Первый тестовый импульс следовал через несколько миллисекунд после окончания расширения камеры, которое длилось примерно $3 - 5\text{ мс}$. Потом тестовые импульсы следовали друг за другом через несколько десятков миллисекунд (рис. 7.3). Концентрация вихрей оценивалась по затуханию импульсов при их последовательных отражениях от параллельных плоскостей нагревателя и болометра, при этом учитывалось, что энергия тепловой волны в импульсе будет пропорциональна площади импульса при сильном изменении длительности сильно нелинейной волны вблизи T_λ (рис. 7.4 б)).

$$Q \sim \int A dt \quad (7.3)$$

Тестовые измерения при стационарных условиях при температурах близких к конечным температурам фазового перехода позволили оценить точность сохранения энергии импульса при последовательных отражениях от поверхностей лучше 95 % (рис. 7.4 а)). Время пробега импульсов позволили вычислить величину скорости второго звука и оценить разность температур между температурой измерения и T_λ . Таким образом удалось измерить достаточно точно начальные и, что более важно, конечные условия фазового перехода (рис. 7.5 а)).

Концентрация вихрей вычислялась как отношение площадей сигналов

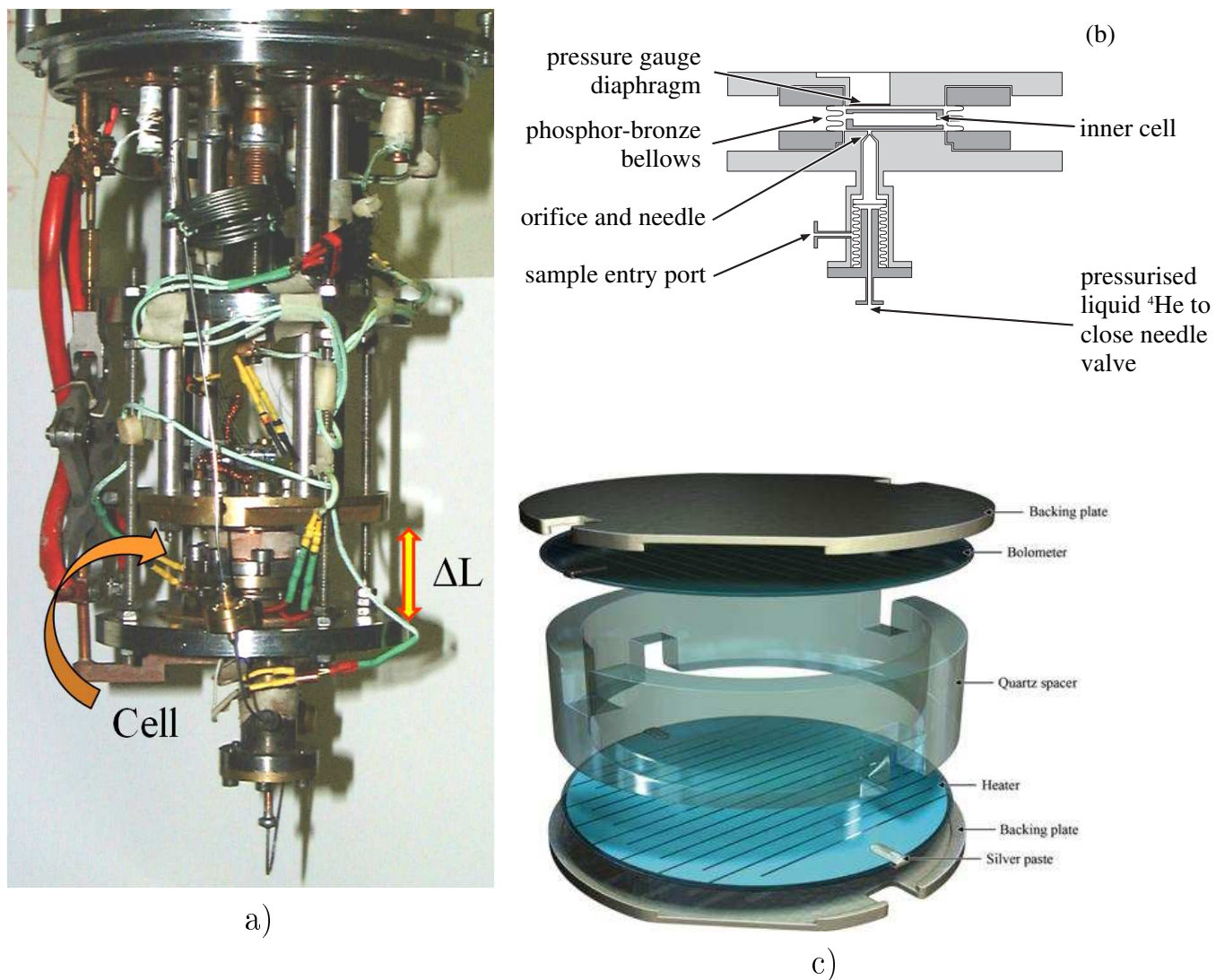


Рис. 7.2. Прибор для проведения экспериментов со снятой вакуумной рубашкой, ΔL - крышки камеры, расстояние между которыми менялось; б) схема экспериментальной сильфонной камеры, позволявшей ударным образом сбрасывать давление, измерительная ячейка находилась внутри камеры, нижняя сильфонная камера служит для перекрытия капилляра заполнения; с) - схема измерительной ячейки

Q_{i+1}/Q_i при их последовательных пробегах двойного расстояния между плоскостями резонатора $2 * L$. Усредненные величины отношения сигналов Q_{i+1}/Q_i для нескольких (до 5, обычно 3-4) отражений приведены на рис. 7.5 б), при этом время, приведенное на графике, было усредненное для этих сигналов. Несмотря на значительный разброс экспериментальных данных, отношение Q_{i+1}/Q_i после quench существенно выше ошибки

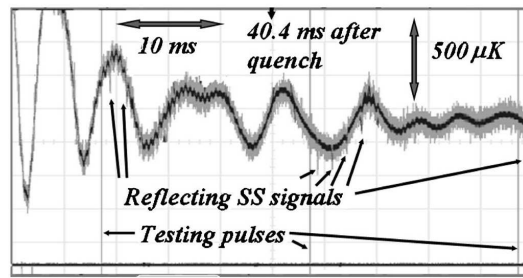


Рис. 7.3. Временная зависимость сигнала болометра после расширения гелия и его перехода в сверхтекучее состояние. Стрелками указаны отклик болометра на пробные импульсы и зарегистрированные тепловые импульсы, прошедшие через объем гелия (первый импульс) и после последовательных отражений (последующие импульсы).

измерений (линия на графике 7.5 b))

Оказалось, что концентрация вихрей в первые $50 - 100 \text{ ms}$ после перехода растет и лишь затем начинает уменьшаться в соответствии с уравнением Вайнена [66, 117] для концентрации вихрей 4.3. Минимальная величина отношения $Q_{i+1}/Q_i \sim 0.5$ при экспоненциальном затухании волны второго звука на вихрях $S = S_0 \exp(-\nu x)$. Концентрации вихрей определится как

$$\mathcal{L} = \frac{6c_2 \ln(Q_i/Q_{i+1})}{\kappa B x}, \quad (7.4)$$

где константа $B \sim 2 - 5$. Максимальная концентрация вихрей порядка 10^6 cm^{-2} , что существенно ниже величины предсказываемой теорией KZ .

Возникает вопрос - почему концентрация вихрей продолжает увеличиваться и после окончания перехода, когда гелий уже находится в сверхтекучем состоянии? Понять это поведение можно опираясь на знания природы вихрей. После перехода в измерительной ячейке продолжают достаточно значительные колебания температуры. Оценка характерных размеров стоячих волн исходя из периода колебаний температуры (рис. 7.3) и скорости второго звука после перехода (рис. 7.5) указала на ее соответствие разме-

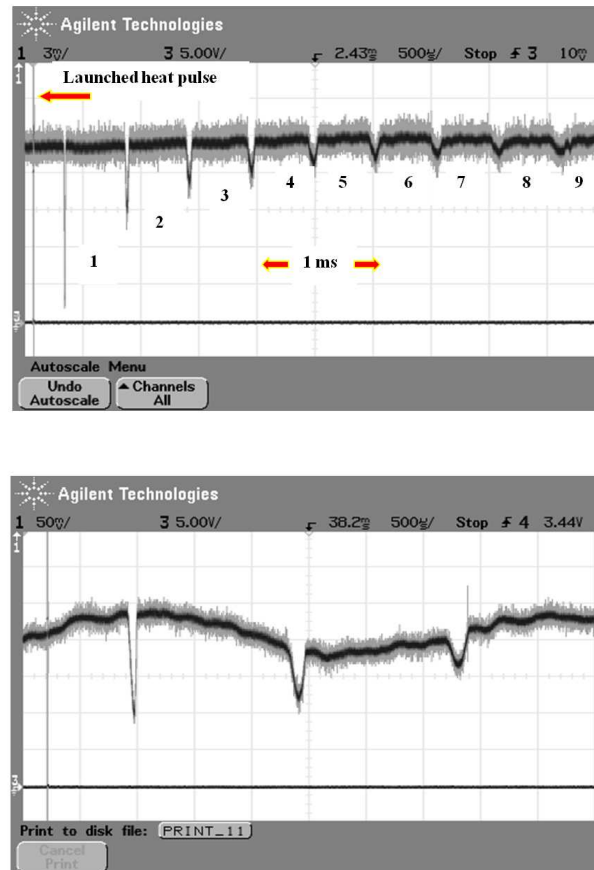


Рис. 7.4. Верхняя картинка - сигнал болометра при тестовых измерениях при постоянном давлении и температуре. Видно уширение импульса и уменьшение его амплитуды при практически неизменной его площади при последовательных отражениях от нагревателя и болометра. Нижняя картинка - вид тестовых импульсов после расширения гелия.

рам ячейки ($D \approx 15 \text{ mm}$), в то время как для двух quench мы получили очень близкие величины ($L \approx 18 \text{ mm}$ и $L \approx 17 \text{ mm}$, период колебаний $\tau_T = 4.94 \pm 0.52 \text{ ms}$ для скорости звука $c_2 = 3.2 \text{ m/s}$ и $\tau_T = 4.12 \pm 0.91 \text{ ms}$ для скорости звука $c_2 = 4.4 \text{ m/s}$).

Природа колебания температуры понятна из физических условий проведения эксперимента. При quench одна из пластин камеры движется, расширяя гелий. Даже при мгновенном расширении гелия передача давления во весь объем гелия не происходит мгновенно, время передачи давления определяется скоростью распространения первого звука и для камеры размерами $L \sim 2 \text{ cm}$ составляет величину порядка $2 * 10^{-2} / 200 \sim 0.1 \text{ ms}$.

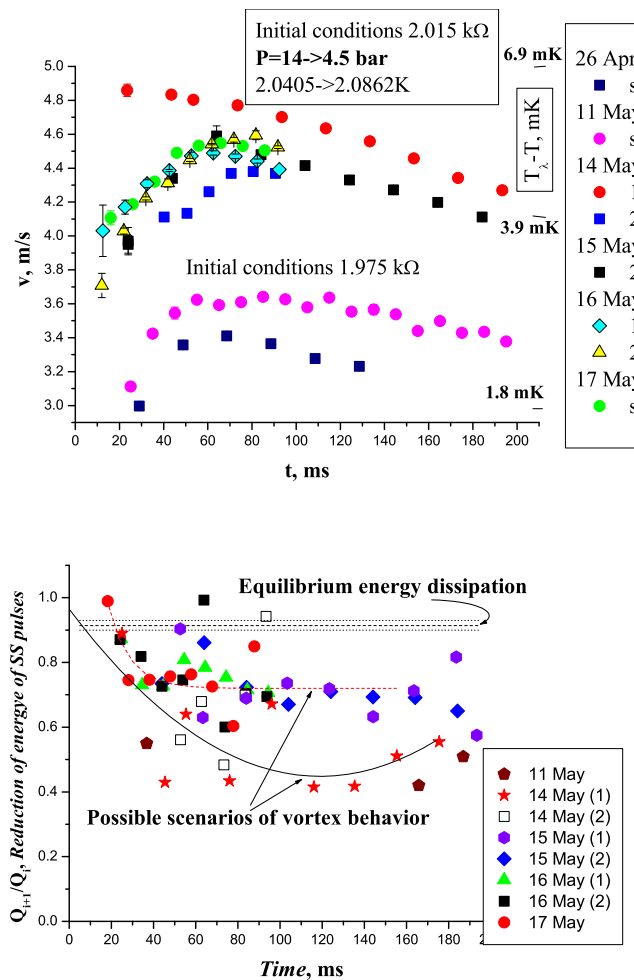


Рис. 7.5. Измеренная скорость импульсов второго звука после расширения гелия и рассчитанная из нее разность температур от T_λ (верхний график). Рассчитанное и усредненное отношение энергий последовательных импульсов как мера затухания второго звука на вихрях в среде после "quench" (нижний график).

При этом в разных частях камеры будут существенно разные температуры, которые в сверхтекучем состоянии будут колебаться, выравниваясь, со скоростями второго звука.

Колебания температуры после перехода, а не сама природа перехода, могут являться основной причиной рождения вихрей. Для колебания температуры после перехода в 0.5 mK , составляющей величину сравнимую с $T_\lambda - T \sim 5 \text{ mK}$, разность скоростей нормальной и сверхтекучей компонент $w = |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|$ [107]

$$\delta T = \frac{c_2 \rho_n}{S} |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s| \quad (7.5)$$

получается порядка $w \sim 17 \text{ cm/s}$, что соответствует равновесной концентрации вихрей 10^7 cm^{-2} . Если учесть, что время воздействия таких колебаний на вихревую систему ограничивается временами порядка 0.1 s , то концентрация вихрей, наблюдаемая в эксперименте будет меньше. Следует отметить, что теоретическая модель Вайнена была получена из экспериментальных данных при изучении теплового воздействия на вихревую систему при температурах $T \sim 1.4 - 1.6 \text{ K}$ и вблизи T_λ может быть не применима или константы при членах отвечающих за рост концентрации вихрей и их распад могут существенно отличаться.

Неустойчивость вихревой системы к любым колебаниям температуры и, соответственно, потокам нормальной и сверхтекучей компонент, определяется соотношением диссипативного и недиссипативного коэффициентов взаимного трения сверхтекучего квантового потока вихря с v_n и v_s . Недиссипативный коэффициент ν' совместно с силой Магнуса, ответственны за изгиб вихревой линии при обтекании вихря потоком сверхтекучей компоненты, в то время как диссипативное трение ν тормозит движение (и изгиб) вихря [197]. Таким образом, если $\nu/(1 - \nu') > 1$ вихрь будет оставаться не изогнутым, в то время как при $\beta = \nu/(1 - \nu') < 1$ [198] вихри будут изгибаться, пересекаться. Плотность вихрей при этом будет увеличиваться. Величина отношения коэффициентов взаимного трения β уменьшается с охлаждением сверхтекучей жидкости. Но если для сверхтекучего гелия-3 система вихрей становится неустойчивой для температур ниже $0.6 T_{SF}$ [198, 199], то для гелия-4 такой переход находится на расстоянии ближе нескольких mK от T_λ [165]. Исследование рождение вихрей при нарушении симметрии при переходе из нормального в сверхтекучее состояние для гелия-4 возможно лишь в узкой области (меньше или порядка $1 mK$) от температуры сверхтекучего перехода, что выполнить экспериментально очень трудно, хотя в ряде экспериментов мы попадали в область $2 - 3 mK$ близи T_λ .

Распространение волн второго звука в среде с наночастицами

Одной из экспериментальных задач, исследуемых интенсивно в последнее время, является проблема сверхтекучести в ограниченной геометрии. В качестве пористых сред были использованы аэрогели - пористые вещества с жестким каркасом из двуокиси кремния с пористостью до 99,9%. Другой системой с ограниченной геометрией, использованной в экспериментах со сверхтекучим гелием были слоистые графитовые материалы - grafiol, с размерами щелей между слоями графита порядка нескольких десятков нанометров или вусог -пористое стекло. Эксперименты с такими материалами показали, что в поведении сверхтекучести наблюдаются особенности при приближении к T_λ [200, 201, 202].

В последние годы в сверхтекучем гелии начались интенсивные исследования примесь-гелиевых гелей. Особенность таких гелей заключается в том, что в качестве исходных элементов для создания каркаса в таких гелях служат нанокластеры из электростатически взаимодействующих атомов (молекул) примеси и атомов гелия. В качестве примеси можно использовать газообразные или жидкие при комнатных температурах вещества - например газообразный азот, водород, дейтерий или пары воды или других жидкостей малых концентрации. Ван-дер-ваальсовы силы окружают примесный атом или молекулу атомами гелия, давая существенный выигрыш в энергии. Величина взаимодействия, приходящаяся на один атом гелия, для разных примесных атомов имеет порядок величины нескольких десятков K [203] - это означает, что при охлаждении до азотных и гелиевых температур примесь-гелиевый нанокластер становится устойчивым в отличие от более высоких температур (например, комнатных). В процессе медленного охлаждения в среде газообразного гелия кластеры в окружении гелиевых атомов слипаются друг с другом образуя слабосвязанное твердое тело - soft-matter. Стабильность такого геля обеспечивают низкие температуры, что

легко достигается конденсацией геля на поверхность сверхтекучего гелия. Достоинство сверхтекучего гелия как среды для формирования и изучения гелей еще и в большой теплопроводности гелия для подавления экзотермических процессов релаксации распада кластеров. Изучение таких структур - примесь-гелиевых гелей в сверхтекучем гелии началось с работы Шальникова [204]. Позднее в шестидесятых годах идея сохранения свободных радикалов и возбужденных атомов и молекул при низких температурах (в жидком водороде) для увеличения энергетической эффективности ракетного топлива [205]. Позднее исследования примесь-гелиевых гелей носила чисто академический характер и развивалась в направлении изучения поведения свободных радикалов и возбужденных атомов в сверхтекучем гелии (см. обзор [206]). Примесь-гелиевые гели использовались для изучения химических реакций при низких температурах различными экспериментальными группами в Черногловке [207], Cornell University [206], University of Turku [208].

Одна из возможностей использовать такие гели основана на свойствах жидкого гелия - отсутствии затвердевания вплоть до абсолютного нуля при малых давлениях. При этом сверхтекучий гелии с малыми частицами (нанокластерами примесь-гелиевого геля), имеющими низкую температуру и малую тепловую энергию, может служить модератором для нейтронов [209, 210]. Для интенсивного неупругого рассеяния нейтронов на наночастицах и, соответственно, эффективного понижения энергии нейтронов необходимо, чтобы масса таких кластеров была достаточно маленькой. Экспериментально размеры наночастиц примесь-гелиевых гелей исследовались с помощью рассеяния рентгеновских лучей [211, 212, 213, 214, 215], длинноволновых нейтронов и по поглощению ультразвука [216, 217, 218, 219]. Оценки размеров наночастиц из этих экспериментов получились от нескольких до нескольких десятков нанометров.

Продолжая наши исследования примесь-гелиевых гелей [220, 221, 222]

мы попытались исследовать изменение свойств волн в сверхтекучем гелии при их прохождении через такие гели. Стоит отметить, что в сверхтекучем гелии скорость волн, излучаемых нагревателем (тепловых волн или волн второго звука), при прохождении через аэрогель существенно увеличивается [201, 202, 223]. Это объясняется торможением нормальной компоненты в пористой структуре, таким образом генерируемый второй звук распространяется по порам со скоростью четвертого звука, скорость которого при охлаждении гелия приближается к скорости первого звука, при этом возможно наблюдение взаимное превращение между разными звуковыми модами (между первым и вторым звуками) [224].

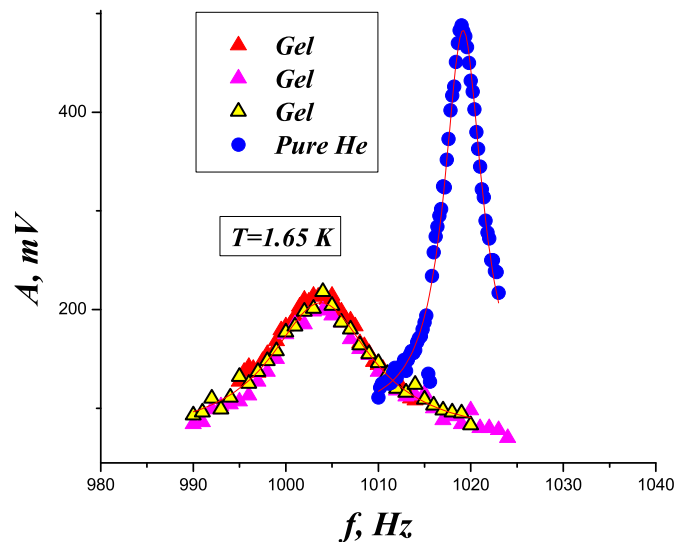


Рис. 7.6. Влияние наличия геля на свойство резонатора. Резонансные кривые 6-го резонанса для чистого гелия и при заполнении резонатора гелем, разные значки отвечают последовательным закрытиям резонатора нагревателем для проверки воспроизводимости результатов. $T = 1.65\text{ K}$, $U_G = 5V$.

Для экспериментов была собрана резонансная ячейка, которую можно было наполнять гелем. В этих экспериментах использовался дейтериево-гелиевый гель. Кварцевый резонатор с диаметром $D \sim 15\text{ mm}$, длина $L \sim 30\text{ mm}$. Нижняя крышка резонатора это $Sn - Cu$ болометр с тем-

пературой перехода $T_c \sim 2.2 K$ был помещен в середину соленоида, магнитное поле которого при $J_S \sim 6 A$ сдвигало T_c на $1.7 K$, чувствительность болометра при этом была $dU/dT \sim 2 - -2.7 V/K$. Нагреватель на подвижном штоке плотно закрывал резонатор сверху. Резонансная частота при повторных закрытиях резонатора и произвольных вращениях нагревателя воспроизводилась лучше $0.5 Hz$, например для трех измерений 6 резонанса $f_R = 1023.4 \pm 0.1 Hz$ и добротность была $Q = 250 \pm 17$ (рис. 7.6).

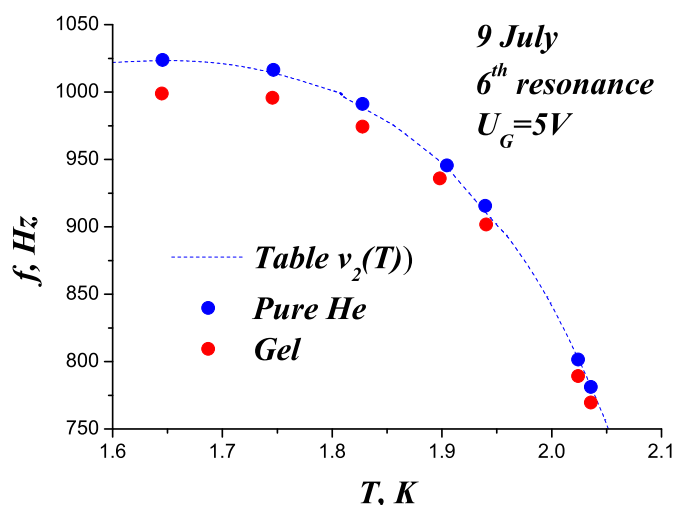


Рис. 7.7. Изменение скорости второго звука при заполнении резонатора D_2 -гелем. Пунктирная линия соответствует табличным значениям скорости второго звука. Измерения проведены по резонансной частоте на 6-м резонансе. $U_G = 5V$

Использование резонансной методики изучения волн второго звука в сверхтекучем гелии с гелем показало, что наличие геля резко увеличивает затухание стоячих волн. Это и не удивительно, учитывая то, что мы добавляем в гелий примесные частицы, на которых рассеиваются противотоки нормальной и сверхтекучей компонент. Более интересно другое - скорость волн второго звука становится не больше, а меньше скорости волн в чистом гелии (в отличие от случая аэрогелей, где второй звук становится четвертым) (рис. 7.7). Такое изменение может быть объяснено изменением условий перехода в сверхтекучее состояние и сдвиг в более низкие температуры

T_λ в примесь-гелиевых гелях. Это достаточно нетривиальное утверждение требует детальной проверки, что и делается в последнее время.

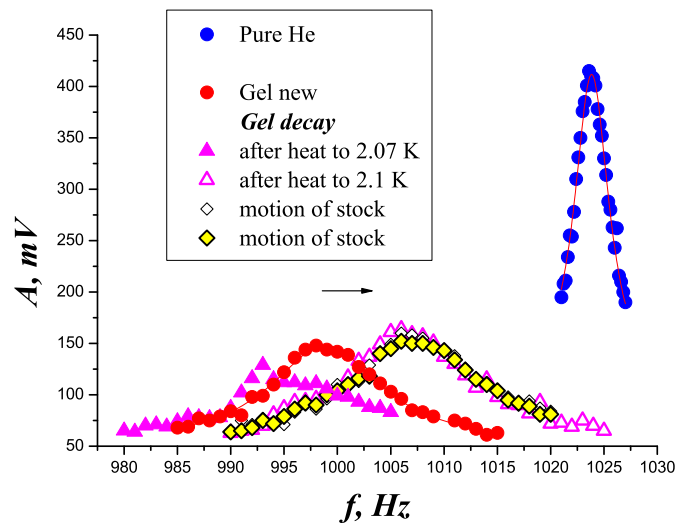


Рис. 7.8. Влияние последовательных нагревов образца геля на его свойства. $T = 1.65 K$, 6-й резонанс, $U_G = 5V$.

Эксперименты с волнами второго звука оказались достаточно чувствительными к превращениям D_2 -гелиевого геля при отогреве образца. Предварительный нагрев жидкого гелия до температур вблизи T_λ ($T \approx 2.1 K$) приводил к сдвигу резонансных частот по направлению к частотам для чистого гелия (рис. 7.8). Ранее подобное изменение в поведении D_2 -гелиевого и тяжеловодно-гелиевого гелей наблюдалось в экспериментах по рассеянию нейтронов при отогреве образцов до T_λ [221]. Схожая ситуация - сдвиг сверхтекучего перехода в область более низких температур - наблюдается при добавлении в гелий-4 гелия-3. Но примесь гелия-3 растворима в гелии-4 в любых пропорциях, тогда как считалось, что любые другие вещества в жидком гелии в заметных количествах не растворяются. Возможно, что образование нанокластеров примесь-гелиевых гелей при охлаждении смеси меняют природу взаимодействия примеси и гелия. Последний цикл исследований продолжается до сих пор для выяснения природы влияния примесь-гелиевых нанокластеров на свойства сверхтекучести гелия.

Таким образом, применение развитой в работе резонансной методики изучения волн второго звука оказалось очень удобным инструментом для изучения свойств сверхтекучего гелия в экзотических условиях, о чем было рассказано в этой главе. Нами рассматривается целый ряд экспериментов, в которых возможно применение волн второго звука и резонансной методики.

ДАЛЬНЕЙШЕЕ РАЗВИТИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН В ГЕЛИИ

Проведенные нами оценки влияния гелия-3 в гелии-4 показали что введение примеси должно сказаться не только на смещении температуры сверхтекучего перехода и T_λ в область низких температур, но и на величине коэффициента нелинейности [225] (рис. 7.9). По расчетам коэффициент нелинейности более быстро меняется с температурой при добавлении в гелий примеси гелия-3 (до 10 %), причем его абсолютная величина становится больше для "грязного" гелия. Такое поведение волн второго звука от добавки примеси может быть использовано в дальнейших экспериментах для более явного проявления нелинейных свойств волн второго звука, в том числе для изучения квадратичного поведения коэффициента нелинейности вблизи T_α , изучения взаимодействия нелинейных и ударных волн с примесями.

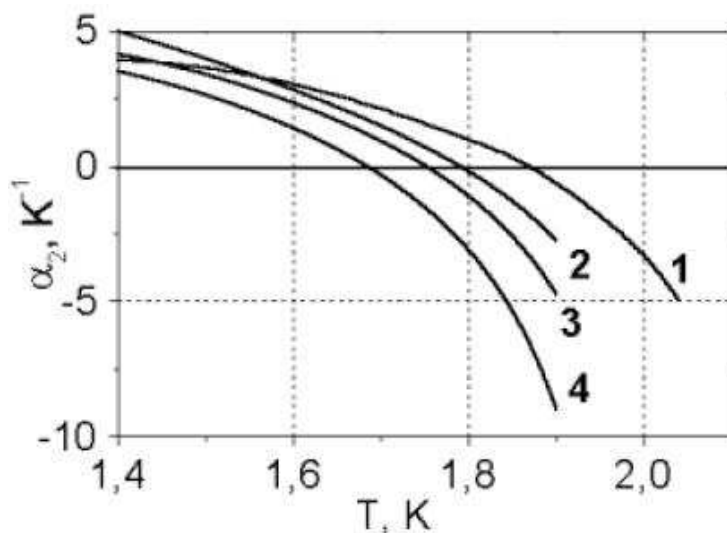


Рис. 7.9. Влияние концентрации примеси ${}^3\text{He}$ коэффициент нелинейности α_2 в смеси ${}^3\text{He} - {}^4\text{He}$. Концентрация = 0% (кривая 1), 4.6% (кривая 2), 7% (кривая 3) and 10% (кривая 4) из работы [225].

Еще одним направлением исследования может стать изучение взаимодействия сильно нелинейных волн первого и второго звуков, рождение ко-

торых, как показано в наших работах, можно осуществлять в резонаторе при импульсном излучении тепла. При этом могут наблюдаться Доплеровские эффекты.

Как показали наши эксперименты, распространение интенсивной гармонической тепловой волны может быть нестабильным, что формирует обратный каскад, определяемый распадными процессами. Для такой нестабильной волны возможно образование Черенковского излучения, что было бы интересно наблюдать экспериментально для тепловой волны.

Одной из спорных трактовок экспериментальных результатов [226] явились электрические эффекты возникающие в противотоке нормальной и сверхтекучей компонент в He-II. Применение разработанной в работе резонансной и импульсной методик генерации волн второго звука могут помочь прояснить ситуацию в этом вопросе: действительно ли противоток гелия-II вызывает его электрическую поляризацию или другими словами, действительно ли в противотоках гелия волновая функция сверхтекучего состояния Бозе жидкости может быть анизотропна.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследования акустической турбулентности с волнами второго звука были проведены впервые. Применение сверхтекучего гелия для изучения акустической турбулентности дало ряд новых и порой неожиданных результатов из-за уникальных свойств гелия. Особенностью гелии-II является то, что скорость волн второго звука имеет аномально большой коэффициент нелинейности, который меняет знак при $T_{\alpha} = 1.88$ К, проходя через ноль. Таким образом экспериментально удалось изучить поведение акустической турбулентности для волн с нелинейностью разного знака. Применение высоко добротного резонатора волн второго звука позволило резко увеличить амплитуду волн и исследовать нелинейные стоячие волны при малой подкачке энергии в систему. К достоинствам изучения поведения акустической турбулентности в системе волн второго звука (тепловых волн) можно отнести возможность генерировать волны любой формы, подавая на нагреватель соответствующий сигнал с генератора. Таким образом новизна предложенной автором методики позволила впервые определить особенности перекачки энергии в спектральном пространстве при акустической турбулентности, наблюдать прямой и обратный энергетический каскад от частот накачки в область диссипации, исследовать процессы формирования и распада частотных спектров обоих каскадов. Экспериментально изучены процессы формирования ударных волн в одномерной и трехмерной геометрии, было наблюдено формирование N и U волн (волны с разрывами на фронте-хвосте биполярного импульса и посередине импульса). Разработанная методика распространения плоских волн второго звука была использована для исследования особенности формирования вихревой структуры сверхтекучего гелия.

Выводы и результаты, полученные в ходе работы над диссертацией.

1. Экспериментально были исследованы процессы формирования удар-

ных волн второго звука в зависимости от интенсивности волны, расстояния, пройденного волной, и коэффициента нелинейности скорости волны.

2. Найдено, что от нагревателя при интенсивном нагреве распространяются не только тепловые волны, но и волны первого звука, рождение которых происходит порогово за счет пленочного вскипания при давлении насыщенных паров или за счет перехода гелия-II в нормальное состояние (в котором плотность жидкости при $T > T_\lambda$ быстро падает с повышением температуры) при приложении тепловых импульсов к нагревателю при повышенных давлениях сверхтекучей жидкости, когда перехода жидкость-пар не существует.
3. Были определены границы интенсивности нагрева источника волн второго звука, выше которых происходила интенсивная перекачка энергии не только в тепловые волны, но и в первый звук. Было определено, что высокая интенсивность волны второго звука за счет противотока нормальной и сверхтекучей компонент интенсивно раскачивает вихревую структуру гелия, что резко увеличивает затухание тепловой волны.
4. Впервые наблюдаются волны разряжения первого звука в жидком гелии. Было показано, что при малых интенсивностях нагрева источника за счет температурной зависимости плотности гелия тепловое сжатие жидкости рождает волну разряжения первого звука. Экспериментальные значения отношения энергий, передаваемых нагревателем в волны первого и второго звука при таких процессах, хорошо коррелируют с теоретическими оценками.
5. Проведен широкий круг исследований рождения и трансформации импульсных волн первого и второго звуков нагревателем в одномерной и трехмерной геометрии в том числе при повышенных давлениях. Было проведено сравнение полученных экспериментальных данных

для импульсных волн с компьютерным моделированием и получено хорошее соответствие с результатами расчетов. Проведено экспериментальное изучение взаимодействия ударных волн второго звука с вихрями в сверхтекучем гелии, что позволило исследовать временное поведение вихревой структуры в гелии-4.

6. Показано, что при распространении импульсных волн второго звука от точечного источника в трехмерной геометрии в сверхтекучем гелии возможна уникальная ситуация, когда нагреватель рождает сначала импульс нагрева с характерным для нелинейной волны разрывом либо на фронте, либо на хвосте волны, затем значительное время температура волны оставалась постоянной и равной температуре ванны и только затем от нагревателя приходил импульс охлаждения, с противоположным разрывом (либо на хвосте волны, либо на фронте). Были наблюдаемы N и U волны с разрывами на краях биполярного импульса или по его середине.
7. Была предложена и экспериментально опробована смешанная методика $3 - D \rightarrow 1 - D$, которая позволяет при температурах близких к T_λ исследовать биполярный импульс с разрывом посередине (U волны). Для таких импульсов характерно наличие дополнительного механизма поглощения на разрыве из-за встречного движения пиков в волне нагрева и волне охлаждения.
8. Впервые было исследовано поведение нелинейных волн при повышенных давлениях. Показано, что при повышении давления коэффициент нелинейности скорости второго звука меняет знак при более низких температурах, что соответствует теоретическим расчетам. Таким образом, при любых давлениях существует достаточно широкая область температур вблизи T_λ , при которых коэффициент нелинейности остается отрицательным.
9. Разработана методика формирования турбулентных состояний в си-

стеме волн второго звука в цилиндрическом резонаторе. Развита способность обработки полученных экспериментальных зависимостей, построения стационарных и динамических турбулентных распределений в частотном и частотно-временном пространстве.

10. В работе использовано изучение волн второго звука в сверхтекучем гелии для исследования поведения сильно нелинейных волн. Впервые в сверхтекучем гелии было экспериментально моделировано поведение волн Бюргерса (поведение слабо затухающих сильнонелинейных волн в среде с близким к линейному закону дисперсии) и исследована турбулентность волн Бюргерса.
11. Впервые было показано, что использование резонатора волн второго звука в сверхтекучем гелии может создавать сильно нелинейную волну при малом общем тепловом потоке, что позволяет исследовать акустическую турбулентность и потоки энергии в среде с дискретным энергетическим спектром. Найдено, что при накачке на резонансной частоте в резонаторе с He-II возникает достаточно большое количество кратных гармоник (несколько десятков), амплитуды которых в достаточно широком частотном интервале (инерционный интервал), описываются зависимостью типа Колмогоровской с дискретным энергетическим спектром $A_f \sim f^{-m}$, где m для развитых спектров приближается к 1.5, что близко к теоретическим зависимостям для слабой турбулентности.
12. Обнаружено, что для волн второго звука инерционный интервал кратных гармоник сменяется областью, где доминируют диссипативные процессы, которые достаточно хорошо описываются экспоненциальным затуханием. Граничная частота инерциальной области пропорциональна интенсивности накачки и амплитуде основной гармоники.
13. Обнаружено возникновение комбинационных частот при накачке ре-

зонатора двумя несоизмеримыми резонансными частотами разной интенсивности приводит к образованию энергетический каскадов с комбинационными частотами. Как показали измерения, при подаче дополнительного слабого сигнала на резонансной частоте в дополнении к интенсивному сигналу более высокой частоты, который формирует прямой энергетический каскад, амплитуды гармоник заметно уменьшаются - происходит подавление прямого каскада за счет перераспределения энергии между добавочными степенями свободы, соответствующими комбинационным частотам.

14. Акустическая турбулентность в сверхтекучем гелии при дискретном спектре обладает свойствами и сильной, и слабой турбулентности, что проявляется в стохастизации фаз высоких кратных гармоник. Связь между фазами основной гармоники на частоте накачки и фазами кратных гармониках, теряется на высших гармониках. Если вырезать из спектра сигнал от первых трех-четырёх гармоник, то отфильтрованный сигнал высших гармоник описывается достаточно хорошо гауссианом, характерным для волн со случайной фазой. Перемешивание фаз высших гармоник в резонаторе происходит, по-видимому, из-за их взаимодействия друг с другом.
15. Исследование динамики формирования и распада частотного спектра при включении и выключении накачки показало, что при формировании прямого каскада кратные гармоники в волне Бюргерса в резонаторе ведут себя как слабо взаимодействующие инерционные осцилляторы, амплитуда которых достаточно медленно нарастает со временем.
16. Найдено, что при ступенчатом выключении накачки распад прямого каскада происходит с одновременным уменьшением всех кратных гармоник. При этом наиболее быстро ослабевает амплитуда высших кратных гармоник, подпитка которых энергией уменьшается при вы-

ключении накачки и уменьшении потока энергии. При этом высокочастотный край инерционного интервала сдвигается в сторону низких частот. После затухания кратных гармоник в резонаторе наблюдается стоячая волна на частоте основной гармоники. Таким образом, удалось разделить нелинейное время, определяющее передачу энергии от гармонического сигнала накачки к кратным гармоникам, и линейное время затухания колебаний без передачи энергии (зависящее от добротности резонатора при малых интенсивностях сигнала), разделить вклады нелинейного взаимодействия волн и вязкого затухания.

17. Впервые обнаружена возможность возникновения обратного волнового каскада одновременно с прямым каскадом, когда наряду с кратными гармониками в резонаторе возбуждаются еще и субгармоники. Поток энергии от источника накачки при формировании субгармоник перераспределяется между прямым и обратным каскадами. Взаимодействие субгармоник с кратными гармониками прямого каскада приводит к возникновению большого количества комбинационных частот. Было наблюдаемо, что при возникновении обратного каскада амплитуда волн в прямом каскаде уменьшается, т.е. происходит подавление прямого каскада за счет перераспределения потока энергии в прямом каскаде между основными гармониками и дополнительными колебаниями с комбинационными частотами, как и при накачке на двух частотах.
18. Впервые экспериментально было показано, что в процессе формирования обратного каскада в резонаторе возможно рождение единичных низкочастотных волн с амплитудой, сильно превосходящей окружение. Таким образом, показано, что одиночные волны большой амплитуды ("freak waves") могут возникать и в бездисперсионной среде при акустической турбулентности в конденсированной фазе (в турбулентности Бюргерса), т.е. эксперименты с нелинейными волнами вто-

- рого звука в сверхтекучем гелии могут быть использованы для выяснения природы формирования одиночных "freak waves" "волн убийц".
19. Проведены эксперименты по адиабатическому расширению жидкого гелия для моделирования рождения линейных дефектов (струны во Вселенной - вихри в гелии) при расширении Вселенной при Большом Взрыве. Ударные волны второго звука были использованы для тестирования концентрации вихрей, формирующихся при быстром переходе в сверхтекучее состояние из нормального гелия. Было показано, что образующаяся концентрация вихрей определяется, в основном, не нарушением симметрии волновой функции гелия, а неустойчивостью вихревой структуры в гелии-4 к потокам нормальной и сверхтекучей компонент He-II.

Список основных работ по теме диссертации.

1. И.Борисенко, В.Ефимов, Л.Межов-Деглин, Нелинейные волны второго звука в жидком гелии в резонаторе. ФНТ, 14, 11, 1123 (1988)
2. G.V.Kolmakov, V.B.Efimov, A.S.Kuliev, L.P.Mezhov-Deglin Evolution of a solitary second sound pulse in a long waveguide Czech.Journ.of Phys., 46, S1, 83 (1996)
3. V.B.Efimov, G.V.Kolmakov, A.S.Kuliev, L.P.Mezhov-Deglin Propagation of short nonlinear second sound pulses through He-II in one and three dimensional geometry. ФНТ, 24, 2, 81, (1998)
4. V.B. Efimov, G.V.Kolmakov, L.P.Mezhov-Deglin, A.B.Trusov Nonlinear second sound in He-II under pressure. ФНТ, 25, 6, 551 (1999)
5. В.Б.Ефимов, Г.В. Колмаков, Е.В.Лебедева, Л.П.Межов-Деглин, А.Б.Трусов, Волны сжатия и разряжения первого звука в сверхтекучем He-II. Письма ЖЭТФ, 69, 10, 767 (1999)
6. V.B.Efimov, G.V.Kolmakov, E.V.Lebedeva, L.P.Mezhov-Deglin, A.B.Trusov, Nonlinear second sound in super fluid ^4He under pressure. Physica B, 284-288, 39, (2000)

7. V.B.Efimov, G.V.Kolmakov, E.V.Lebedeva, L.P.Mezhov-Deglin, A.B.Trusov, Generation of the first sound by a heater in superfluid and normal 4He. *Physica B*, 284-288, 37 (2000)
8. V.B.Efimov, G.V.Kolmakov, E.V.Lebedeva, L.P.Mezhov-Deglin, A.B.Trusov, Generation of the Second and the First Sound Waves by a Pulse Heater in Fluid Helium *J. of Low Temp. Phys.*, 119, 3/4, 309 (2000)
9. V B Efimov, O Griffiths, P C Hendry and P V E McClintock, Cosmological Experiment in liquid helium, Thesis of 3 International Chernogolovka Workshop-2002, Chernogolovka, 24 (2002)
10. M.Giltrow, M.J.Boylett, N.S.Lawson, A.Hammiche, O.J.Griffiths, J.K.Wigmore, V.Efimov, The fabrication and characterization of polycrystalline CuSn bolometers, *Meas. Sci. Technol.*, 14, N69-N71 (2003)
11. G.Kolmakov, L.P.Mezhov-Deglin, V.B.Efimov, E.V.Lebedeva, Nonlinearity and interaction of second sound waves in superfluid 4He-3He mixture, *Phys. Stat. Sol. (c)*, 1, 11, 3007-3010 (2004)
12. M.Yu.Brazhnikov, V.B.Efimov, G.V.Kolmakov, A.A.Levchenko, E.V.Lebedeva, L.P.Mezhov-Deglin, Turbulence of second sound waves in superfluid He II, *ΦHT*, 30, 6, 590-595 (2004)
13. G.V.Kolmakov, A.A.Levchenko, M.Yu.Brazhnikov, V.B.Efimov, E.V.Lebedeva, L.P.Mezhov-Deglin, Nonlinear Second Sound Waves in Superfluid Helium in a Resonator, *J. of LTP*, 138, 3/4, 525 (2005)
14. G.V. Kolmakov, V. B. Efimov, A. N. Ganshin, P.V. E. McClintock, and L. P. Mezhov-Deglin, Formation of a Direct Kolmogorov-Like Cascade of Second-Sound Waves in He II, *Phys. Rev. Lett.*, 97, 155301 (2006)
15. Kolmakov G. V., V. B. Efimov, A. N. Ganshin, P. V. E. McClintock, E. V. Lebedeva, and L . P. Mezhov-Deglin, "Nonlinear and shock waves in superfluid He-II *ΦHT*, 32, 11, 1320-1329 (2006)

16. V. B. Efimov, O. J. Griffiths, P. C. Hendry, G. V. Kolmakov, P. V. E. McClintock, and L. Skrbek. Experiments on the rapid mechanical expansion of liquid ^4He through its superfluid transition, *Phys. Rev. E* 74, 5, 056305 (2006)
17. V. B. Efimov, A. N. Ganshin, G.V. Kolmakov, P.V. E. McClintock, and L. P. Mezhov-Deglin, Experimental Study of the Nonlinear Second-Sound Wave Interaction in Superfluid ^4He , *J. of LTP*, 145, 1/4, 155 (2006)
18. V. B. Efimov, A. N. Ganshin, G.V. Kolmakov, P.V. E. McClintock, and L. P. Mezhov-Deglin, Nonlinear Second sound Waves and Acoustic Turbulence in Superfluid ^4He , *J. of LTP*, 148, 1/2, 251-256 (2007)
19. A. N. Ganshin, V. B. Efimov, G.V. Kolmakov, P.V. E. McClintock, and L. P. Mezhov-Deglin, Observation of giant low-frequency waves in developed acoustic turbulence in superfluid helium, *Phys. Rev. Lett.* 101, 065303 (2008)
20. P.V. E. McClintock, A. N. Ganshin, V. B. Efimov, G.V. Kolmakov, , and L. P. Mezhov-Deglin, Mixing of different waves at acoustic turbulence and suppression of Kolmogorov-like cascade, *J. of LTP*, 150, 3/4, 394-401, (2008)
21. V. B. Efimov, A. N. Ganshin, G.V. Kolmakov, P.V. E. McClintock, and L. P. Mezhov-Deglin, Observation of acoustic turbulence in a system of nonlinear second sound waves in superfluid ^4He , *ΦHT*, 34 (4/5), 367-372 (2008)
22. V. B. Efimov, A. N. Ganshin, P.V. E. McClintock, Statistical properties of strongly nonlinear waves within a resonator, *Phys Rev E*, 78, 066611 (2008)
23. V. B. Efimov, A. N. Ganshin, G.V. Kolmakov, P.V. E. McClintock, and L. P. Mezhov-Deglin, Wave Turbulence in Superfluid ^4He : Energy Cascade and Rogue Wave in the Laboratory, CP1076, *Let's Face Chaos Through*

- Nonlinear Dynamics: 7 International Summer School and Conference, edited M. Robnik and V. Romanovski, 53-62 (2009)
24. A N Ganshin, V B Efimov, G V Kolmakov, L P Mezhov-Deglin, P V E McClintock, Energy cascades and rogue waves in superfluid ^4He , Journal of Physics: Conference Series 150, 032056 (2009)
 25. V. B. Efimov, A. N. Ganshin, G. V. Kolmakov, P. V. E. McClintock and L. P. Mezhov-Deglin, Acoustic Turbulence in Superfluid ^4He , JLTP, 156, 3/6, 95-115 (2009)
 26. A N Ganshin, V B Efimov, G V Kolmakov, L P Mezhov-Deglin, P V E McClintock, Experiments on wave turbulence: evolution and growth of second sound acoustic turbulence in superfluid ^4He confirm self-similarity. New Journal of Physics 12, 8, 08047 (2010)
 27. V. B. Efimov, A. N. Ganshin, G. V. Kolmakov, P. V. E. McClintock and L. P. Mezhov-Deglin, Rogue waves in superfluid helium, Euro Phys. J., Special Topics, 185, 181-193 (2010)
 28. A. N. Ganshin, V. B. Efimov, G. V. Kolmakov, L. P. Mezhov-Deglin, P. V. E. McClintock. Nonlinear Second Sound Waves In Superfluid Helium: Instabilities, Turbulence And Rogue Waves, International Journal of Bifurcation and Chaos, в печати (2011)

ЛИТЕРАТУРА

1. S. J. Putterman. *Superfluid Hydrodynamics*. North Holland Publishing Comp., London, 1974.
2. С. К. Немировской. Нелинейная акустика сверхтекучего гелия. *УФН*, 160(6):51–95, 1990.
3. А. С. Монин and А.М. Яглом. *Статистическая гидромеханика - механика турбулентности, том 1*. М, Наука, 1965.
4. Вито Вольтерра. Математическая теория борьбы за существование. *УФН*, 10:13–34, 1928.
5. Д. Марсден and М. Мак-Кракен. *Бифуркация рождения цикла и ее приложения*. М, Мир, 1980.
6. М. И. Рабинович and Д.И. Трубецков. *Введение в теорию колебаний и волн*. М, Мир, 1984.
7. Л. Д. Ландау and Е. М. Лившиц. *Гидродинамика*, volume 6 of *Теоретическая физика*. Наука, Москва, 1986.
8. D.J. Tritton. *Physical Fluid Dynamics*. Clarendon Press, Oxford, 1988.
9. P.A. Davidson. *Turbulence: An Introduction for Scientists and Engineers*. Oxford University Press, Oxford, 2004.
10. В.Н. Цытович. *Теория турбулентности плазмы*. М, Наука, 1971.
11. М. Ryutova and Т. Tarbell. MHD shocks and the origin of the solar transition region. *Phys. Rev. Lett.*, 90(4):191101(1–4), 2003.
12. U. Frisch. *Turbulence: the legacy of A.N.Kolmogorov*. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
13. J. Maurer and P. Tabeling. Local investigation of superfluid turbulence. *Europhysics Letters*, 43(1):29–34, 1998.
14. S Stalp, L. Skrbek, and R. Donnelly. Decay of grid turbulence in a finite channel. *Phys. Rev. Lett.*, 82:4381–4384, 1999.

15. J. J. Niemela, K. R. Sreenivasan, and R.J. Donnelly. Grid generated turbulence in Helium II. *JLTP*, 138(3/4):537–542, 2005.
16. D. Charalambous, L. Skrbek, P.C. Hendry, P. V. E. McClintock, and W. F. Vinen. Experimental investigation of the dynamics of a vibrating grid in superfluid ^4He over a range of temperatures and pressures. *Phys. Rev. E*, 74:036307–1–10, 2006.
17. R. J. Donnelly. *Quantized Vortices in Helium II*. Cambridge University Press, Cambridge, 1991.
18. F. H. Busse. Non-linear properties of thermal convection. *Rep. Prog. Phys.*, 41:1929–1967, 1978.
19. П. Г. Фрик. *Турбулентность: модели и подходы. Курс лекций*. Пермь, 1998.
20. J. J. Niemela, L. Skrbek, K. R. Sreenivasan, and R. J. Donnelly. Turbulent convection at very high rayleigh numbers. *Nature*, 404:837–840, 2000.
21. J. J. Niemela and K. R. Sreenivasan. The use of cryogenic helium for classical turbulence: Promises and hurdles. *J. of Low Temp. Phys.*, 143(5/6).
22. S. N. Gurbatov, A. Zh. Saichev, and I. G. Yakushkin. Nonlinear waves and one-dimensional turbulence in nondispersive media. *Sov. UFN*, 141:221–255, 1983.
23. Edward N. Lorenz. Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, 20:130–141, 1963.
24. В. В. Горев, А. С. Кингсеп, and Л. И. Рудаков. *Изв. вузов. Сер. «Радиофизика»*, 19:691, 1976.
25. O. Reynolds. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Proc. R. Soc.*, A 35:84–99, 1883.

26. G. I. Taylor. Turbulence in a contracting stream. *Z. Angew Math. Mech.*, 15:91–96, 1935.
27. А. А. Фридман. *Фридман, Избранные труды*. Классики науки, Наука, М., 1966.
28. А. Н. Колмогоров. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса. *ДАН СССР*, 31(4):299–303, 1941.
29. А. Н. Колмогоров. К вырождению изотропной турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости. *ДАН СССР*, 31(6):538–540, 1941.
30. А.М. Обухов. *Турбулентность и динамика атмосферы*. Гидрометеоиздат, 1988.
31. V. E. Zakharov and N. N. Filonenko. Weak turbulence of capillary waves. *J. Appl. Mech. and Tech. Phys.*, 8(5):37–40, 1967.
32. Л. Д. Ландау. К проблеме турбулентности. *ДАН СССР*, 44:339–342, 1944.
33. G. K. Batchelor and A.A. Townsend. Decay of vorticity in isotropic turbulence. *Proc. R. Soc. Lond.*, A 190:534–550, 1947.
34. G. K. Batchelor and A.A. Townsend. Decay of isotropic turbulence in the initial period. *Proc. R. Soc. Lond.*, A 193:539–558, 1948.
35. G. K. Batchelor and A.A. Townsend. Decay of turbulence in the final period. *Proc. R. Soc. Lond.*, A 194:527–543, 1948.
36. G. K. Batchelor and A.A. Townsend. The nature of turbulent motion at large wave-numbers. *Proc. R. Soc. Lond.*, A 199:238–255, 1949.
37. Я. Б. Зельдович, С. А. Молчанов, А. А. Рузмайкин, and Д. Д. Соколов. Перемежаемость в случайной среде. *УФН*, 152(1):3–32, 1987.
38. В.Е. Захаров and Р. З. Сагдеев. О спектре акустической турбулентности. *Докл. Акад. наук СССР*, 192(1-3).
39. Б. Б. Кадомцев and В. И. Петвиашвили. *ДАН СССР*, 208:794, 1973.

40. Л. Л. Мясников. *ЖТФ*, 8:1846, 1938.
41. L.K. Zarembo, V. A. Krasilnikov, and V.V. Shklovsaya-Kordi. 29:642, 1957.
42. Л. К. Зарембо, В. А. Красильников, and В. В. Шкловская-Корди. *ДАН СССР*, 109:731, 1956.
43. В. А. Буров and В. Л. Красильников. *ДАН СССР*, 118:920, 1958.
44. В. А. Буров and В. Л. Красильников. *ДАН СССР*, 124:571, 1959.
45. I. M. Khalatnikov. *An Introduction to the Theory of Superfluidity*. Benjamin, New York, 1965.
46. М. Лифшиц, Е. Излучение звука в гелий II. *ЖЭТФ*, 14(3-4):116–120, 1944.
47. В. П. Пешков. Второй звук в He II. *ЖЭТФ*, 18(10):857–566, 1948.
48. П. Пешков, В. Определение скорости распространения второго звука в гелии II. *ЖЭТФ*, 16(11):1000–1010, 1946.
49. S. Brooks, James and J. Donnelly, Russell. The calculation thermodynamic properties of superfluid helium. *J. of Phys. and Chem Ref. Data*, 6(1):51–104, 1977.
50. J. Wilks. *The Properties of Liquid and Solid Helium*. Clarendon, Oxford, 1967.
51. J. A. Tyson and D. H. Douglass. Critical-region second-sound velocity in he ii. *Phys. Rev. Lett.*, 21(18):1308–1310, 1968.
52. S. Kitabatake and Y. Sawada. On the nonlinear profile of the heat pulse in liquid helium II. *J. Phys. Soc. Japan, Letters*, 45(1):345–346, 1978.
53. S. K. Nemirovskii. Nonlinear acoustics of superfluid helium. *Sov. Phys. Uspekhi*, 33(6):429–452, 1990.
54. К. Н. Зиновьева. Поглощения второго звука в гелии II. *ЖЭТФ*, 25(8):235–247, 1953.

55. P. C. Hendry, N. S. Lawson, R. A. M. Lee, P. V. E. McClintock, and C. D. H. Williams. Generation of defects in superfluid ^4He as an analogue of the formation of cosmic strings. *Nature*, 368:315–317, 1994.
56. J. C. Cummings, D. W. Schmidt, and W. J. Wagner. Experiments on second sound shock waves in superfluid helium. *Physics of Fluids*, 21(5):713–717, 1978.
57. А. Ю. Изнанкин and Л. П. Межов-Деглин. Ударные волны в жидком гелии. *ЖЭТФ*, 84(4):1378–1390, 1983.
58. M. O. Lutset, S. K. Nemirovskii, and Tsoi A. N. Propagation of nonlinear second sound waves in He II. *Sov. Phys. JETP*, 54(1):127–129, 1981.
59. T. N. Turner. Using second sound shock waves to probe the intrinsic critical velocity of liquid helium II. *Physics of Fluids*, 26(11):3227–3241, 1983.
60. Н. Е. Дюмин, Сватко С. В., and В. Н. Григорьев. Скорость первого и второго звука вдоль кривой плавления ^4He . *ФНТ*, 15(1):89–91, 1989.
61. Michael R. Smith, Russell J. Donnelly, Nigel Goldenfeld, and W. F. Vinen. Decay of vorticity in homogeneous turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 71(16):2583–2586, Oct 1993.
62. T. V. Chagovets and L. Skrbek. Steady and decaying flow of He II in a channel with ends blocked by superleaks. *Phys. Rev. Lett.*, 100(21):215302, May 2008.
63. И. Ю. Борисенко, Л. П. Межов-Деглин, and В. Ж. Розенфланц. Сверхпроводниковый рениевый болометр. *ПТЭ*, 5:137–139, 1987.
64. П. Пешков, В. Определение скорости распространения второго звука в гелии II. *ЖЭТФ*, 16(11):1000–1010, 1946.
65. К. Н. Зиновьева. Коэффициент объемного поглощения второго звука и вязкость нормальной компоненты гелия II. *ЖЭТФ*, 31(1):31–36, 1956.

66. H. E. Hall and W. F. Vinen. The rotation of liquid helium II. i. experiments on the propagation of second sound in uniformly rotating helium II. *Proc. Royal Soc.*, A238:204–214, 1956.
67. M. Giltrow, M. J. Boylett, N. S. Lawson, A. Hammiche, O. J. Griffiths, J. K. Wigmore, and V. Efimov. The fabrication and characterization of polycrystalline CuSn bolometers. *Meas. Sci. Technol.*, 14:N69–N71, 2003.
68. I. Yu. Borisenko, V. B. Efimov, and L. P. Mezhev-Deglin. Nonlinear second-sound waves in a liquid helium resonator. *Fiz. Nizk. Temp. (USSR)*, 14(11):1123–1127, 1988.
69. Дж. Уизем. *Линейные и нелинейные волны*. М, Мир, 1977.
70. W. F. Vinen. Mutual friction in a heat current in liquid helium II. i. experiments on steady heat currents. *Proc. Royal Soc.*, 242(N1231).
71. И. М. Халатников. Разрывы и звук большой амплитуды в гелии II. *ЖЭТФ*, 23(3):253–264, 1952.
72. A. J. Dessler and W. M. Fairbank. Amplitude dependence of the velocity of second sound. *Phys. Rev.*, 104(1):6–10, 1956.
73. D V Osborne. Second sound in liquid Helium II. *Proceedings of the Physical Society. Section A*, 64(2):114, 1951.
74. Я. Б. Зельдович. *Теория ударных волн и введение в газодинамику*. М, Изд. АН СССР, 1946.
75. С. С. Кутателадзе, Ал. Борисов, А. А. Борисов, and В. Е. Накоряков. Экспериментальное обнаружение ударной волны разрежения вблизи критической точки жидкость-пар. *Докл. АН СССР*, 252(3).
76. M. Lutset, S. Nemirovskii, and A. Tsoi. Propagation of nonlinear second sound waves in He II. *Sov. Phys. JETP*, 54(1).
77. М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, and А. П. Сухоруков. *Теория волн*. М, Наука, 1979.

78. А. Н. Цой. *Экспериментальное исследование нелинейных волн второго звука и нестационарного теплообмена в сверхтекучем гелии*. Диссертация к.ф.-м.н., Институт теплофизики, Новосибирск, 1987.
79. H. Davidowitz, Yu. Lvov, and V. Steinberg. Burgers equation and the evolution of nonlinear second sound. *Physica D*, 84:635–644, 1995.
80. G. V. Kolmakov, V. B. Efimov, A. N. Ganshin, P. V. E. McClintock, and L. P. Mezhov-Deglin. Formation of a direct kolmogorov-like cascade of second-sound waves in He II. *PRL*, 97:155301, 2006.
81. В. Н. Порошин. *Нестационарный теплообмен твердых тел с жидким гелием*. Диссертация к.ф.-м.н., Институт физики, Киев, 1985.
82. B. A. Danilchenko and Poroshin V. N. Measurement of the transient heat transfer to liquid helium from thin metal film. *Cryogenics*, 23(10):546–548, 1983.
83. F. Caupin and S. Balibar. Cavitation pressure in liquid helium. *Phys. Rev. B*, 64:064507(1–10), 2001.
84. S. Balibar. Nucleation in quantum liquids. *J. Low Temp. Phys.*, 129:363, 2002.
85. S. W. Van Sciver. Transient heat transfer. *Cryogenics*, 19(6):385–392, 1979.
86. А. Н. Цой and М. О. Луцет. Вскипание гелия-I, гелия-II и азота при нестационарном тепловыделении. *ИФЖ*, 51(1):5–9, 1986.
87. А. Ю. Изнанкин, Л. П. Межов-Деглин, and В. П. Минеев. Наблюдение ударные волны разряжения второго звука в сверхтекучем гелии. *Письма в ЖЭТФ*, 32(3):217–222, 1980.
88. L. C. Krysac and J. D. Maynard. The role of convection during the self-focusing of nonlinear second sound pulses near the lambda point. *J. of Low Temp. Phys.*, 110(5/6):949–962, 1998.

89. V. B. Efimov, G. V. Kolmakov, A. S. Kuliev, and L. P. Mezhov-Deglin. Propagation of short nonlinear second sound pulses through He-II in one and three-dimensional geometry. *Fiz.Nizk.Temp.(USSR)*, 24(2):116–121, 1998.
90. M. Pomerantz. Propagation of "cool" pulses in liquid He II. *Phys. Rev. Lett.*, 26(7):362–364, 1971.
91. O. Tsukamoto and S. Kobayashi. Transient heat transfer characteristics of liquid helium. *J. Appl. Phys.*, 46(3):1359–1364, 1975.
92. G. Schmidt. Transient heat transfer to liquid helium and temperature measurement with a response time in the microsecond region. *Appl. Phys. Lett.*, 32(12):827–829, 1978.
93. И. В. Кавецкая, Н. Н. Сибельдин, В. Б. Стопачинский, and В. А. Цветков. Возбуждение импульсов звука в жидком гелии при оптической накачке германия. *ДАН СССР*, 244(3):559–562, 1979.
94. А. М. Архипов, А. И. Агеев, В. И. Прячников, and Н. Б. Рубин. Результаты экспериментального исследования теплоотдачи к He-I и He-II. *Инженерно-физический журнал*, 40(3):389–393, 1981.
95. Г. Карслоу and Д. Егер. *Теплопроводность твердых тел*. М., Наука, 1964.
96. В. П. Пешков and В. Б. Стрюков. Что является причиной нарушения сверхтекучести: v_s или $v_s - v_n$. *ЖЭТФ*, 41(11):1443–1448, 1961.
97. S. K. Nemirovskii and Tsoi A. N. Transient thermal and hydrodynamic processes in superfluid helium. *Cryogenics*, 29(10):985–994, 1989.
98. H. E. Hall. The rotation of liquid helium II. *Adv. Phys.*, 9(N33).
99. С. К. Немировский and В. В. Лебедев. *ЖЭТФ*, 57.
100. Christophe Josserand. Cavitation induced by explosion in an ideal fluid model. *Phys. Rev. E*, 60(1):482–491, 1999.

101. Дебай П. *Избранные труды. Статьи 1909-1965*. Серия: Классики науки. Л.: Наука, 1987.
102. Дж.В. (Лорд Рэлей) Стрэтт. *Волновая теория света*. М. – Л.: Гостехиздат, 1940.
103. M. S. Pettersen, S. Balibar, and H. J. Maris. *Phys. Rev. B*, 49:12062–, 1994.
104. S. Balibar, C. Guthmann, H. Lambareт, P. Roche, E. Rolley, and H. J. Maris. Observation of a second-sound-like mode in superfluid-filled aerogel. *J. Low Temp. Phys.*, 101:271–, 1995.
105. R. J. Atkin and N. Fox. Spherical thermal shock waves in helium II. *J. Phys. C, Solid State Phys.*, 18:1585–1593, 1985.
106. А. И. Гуляев. Шлирен-фотографирование тепловых импульсов в жидком ^4He . *ЖЭТФ*, 57(1):59–73, 1969.
107. И. М. Халатников. *Теория сверхтекучести*. Наука, Москва, 1971.
108. К. Н. Зиновьева. Резонансное поглощение звука поверхностью металла. *Письма в ЖЭТФ*, 28(5):294–298, 1978.
109. L. C. Krysac. First observation of self-focusing of nonlinear second sound in superfluid helium near T_λ . *Phys. Rev. Lett.*, 73(18):2480–2483, 1994.
110. В. Е. Захаров, В. В. Соболев, and В. С. Сынах. *ЖЭТФ*, 60:136, 1971.
111. В. И. Карпман. *Нелинейные волны в диспергирующих средах*. М, Наука, 1973.
112. H. Yano, A. Handa, H. Nakagawa, K. Obara, O. Ishikawa, T. Hata, and M. Nakagawa.
113. V. B. Efimov, Deepak Garg, M. Giltrow, P. V. E. McClintock, L. Skrbek, and W. F. Vinen. Experiments on a high quality grid oscillating in superfluid ^4He at very low temperatures. *J. of Low Temp. Phys.*, 158(3/4).

114. А. Н. Цой. Квантованные вихри в следе ударной волны второго звука. *Гидродинамика одно-двухфазных систем: Сб. науч. трудов. Новосибирск*, pages 95–99, 1983.
115. С. К. Немировский and А. Н. Цой. О генерации вихрей в He-II мощным тепловым импульсом. *Письма в ЖЭТФ*, 35(6).
116. J. R. Torczynski. On the interaction of second sound shock waves and vorticity in superfluid helium. *Phys. Fluids*, 27(11).
117. H. E. Hall and W. F. Vinen. The rotation of liquid helium ii. i. the theory of mutual friction in uniformly rotating helium II. *Proc. Royal Soc.*, A238:215–234, 1956.
118. Deepak Garg, V. B. Efimov, M. Giltrow, P. V. E. McClintock, L Skrbek, and F. W. Vinen. Anomalous damping of quartz tuning forks immersed in bulk superfluid ^4He at very low temperatures. *Euro Phys. Lett.*, in press, 2011.
119. W. F. Vinen. Mutual friction in a heat current in liquid helium II. ii. experiments on transient effects. *Proc. Royal Soc.*, 242(N1231).
120. K. R. Atkins. *Liquid Helium*. Cambridge, University Press, 1959.
121. M. v. Schwerdtner, G. Stamm, and D. W. Schmidt. Evolution of superfluid vortex line density behind a heat (second-sound) pulse in helium II. *Phys. Rev. Lett.*, 63(1):39–42, 1989.
122. V. B. Efimov, G. V. Kolmakov, L. P. Mezhov-Deglin, and A. B. Trusov. Nonlinear second sound in He-II under pressure. *Fiz. Nizk. Temp. (USSR)*, 25(6):551–553, 1999.
123. В. П. Пешков. О дисперсии во втором звуке при низких частотах. *ЖЭТФ*, 19(2):270–271, 1949.
124. H. Bateman. Some recent research on the motion of fluids. *Monthly Weather Review*, 43:163–170, 1915.

125. J. Burgers. Application of a model system to illustrate some points of the statistical theory of free turbulence. *Proc. Roy Neth. Acad. Sci. (Amsterdam)*, 43:2–12, 1940.
126. J. Burgers. A mathematical model illustrating the theory of turbulence. *Advances in Applied Mechanics*, 1:171–199, 1948.
127. J. Burgers. *The Nonlinear Diffusion Equation: Asymptotic Solutions and Statistical Problems*. Dordrecht and Boston: Reidel, 1974.
128. P. M. Morse. *Vibration and Sound, 2nd ed.* McGraw-Hill, New York, 1948.
129. V. P. Peshkov. Conditions of excitation and propagation of second sound. *Sov. ZhETP*, 18(10):857–566, 1948.
130. K. R. Atkins and K. H. Hart. The attenuation of second sound above 1 K. *Phys. Rev.*, 92(1):204–205, 1953.
131. W. B. Hanson and J. R. Pellam. Second sound attenuation in liquid Helium II. *Phys. Rev.*, 95(2):321–327, 1954.
132. K. N. Zinovjeva. Coefficient of bulk attenuation and viscosity of normal component of helium II. *Russ. JETP*, 31(1):31–36, 1956.
133. D.S. Greywall and G. Ahlers. Second sound velocity and superfluid density in ^4He under pressure near T_λ . *Phys. Rev. A*, 7(6):2145–2162, 1973.
134. J. P. Heiserman, J. and Hulin, J. Maynard, and I. Rudnick. Precision sound-velocity measurements in He II. *Phys. Rev. B*, 14(9):3862–3867, 1976.
135. W.Y. Tam and Guenter Ahlers. Superfluid fraction of ^4He from 1.5 k to $T_\lambda(P)$ and from vapor pressure to the melting curve. *JLTP*, 66(3/4):173–190, 1987.
136. T. Wang, Rabi, T. Wagner, William, and J. Donnelly, Russell. Precision second-sound velocity measurements in helium II. *JLTP*, 66(5/6):409–417, 1987.

137. А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, and Н. М. Рыскин. *Нелинейные колебания*. М. ФИЗМАТЛИТ, 2002.
138. Д. И. Трубецкой and А. Г. Рожнев. *Линейные колебания и волны*. М. ФИЗМАТЛИТ, 2001.
139. G. Clauss, Willem van de Water, Martin van Hecke, Cornelis Storm, and Wim van Saarloos. Dramas of the sea: episodic waves and their impact on offshore structures. *Appl. Ocean Research*, 24(3):147–161, 2002.
140. М. Ю. Бражников, Г. В. Колмаков, А. А. Левченко, and Л. П. Межов-Деглин. Линейные и нелинейные волны на заряженной поверхности жидкого водорода. *ФНТ*, 27:1183–1191, 2001.
141. A. Ezersky, A. Slunyaev, D. Mouaze, and W. Chokchai. Occurrence of standing gravity waves modulation in shallow water. *Euro. J. of Mechanics B/Fluids*, 28:521–531, 2009.
142. Sergei Lukaschuk, Sergey Nazarenko, Stuart McLelland, and Petr Denissenko. Gravity wave turbulence in wave tanks: Space and time statistics. *Phys. Rev. Lett.*, 103(4):044501, 2009.
143. E. Henry, P. Alstrøm, and M. T. Levinsen. Prevalence of weak turbulence in strongly driven surface ripples. *Europhys. Lett.*, 52(1).
144. Ralph Savelsberg and Willem van de Water. Turbulence of a free surface. *Phys. Rev. Lett.*, 100(8):034501 (1–4), 2008.
145. E. Falcon, S. Fauve, and C. Laroche. Observation of intermittency in wave turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 98(15):154501, 2007.
146. М. Ю. Бражников, Г. В. Колмаков, and А. А. Левченко. Турбулентность капиллярных волн на поверхности жидкого водорода. *ЖЭТФ*, 22(4):521–532, 2002.
147. L. V. Abdurakhimov, M. Yu. Brazhnikov, and A. A. Levchenko. Capillary turbulence on the surface of normal and superfluid ^4He . *Sov. Low Temp. Phys.*, 35(2):127–133, 2009.

148. E. Balkovsky, G. Falkovich, I. Kolokolov, and V. Lebedev. Intermittency of burgers' turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 78(8):1452–1455, 1997.
149. M. Yu Brazhnikov, V. B. Efimov, G. V. Kolmakov, A. A. Levchanko, E. V. Lebedeva, and Mezhev-Deglin. Turbulence of second sound waves in superfluid He II. *Fiz. Nizk. Temp. (USSR)*, 30(6):590–595, 2004.
150. M. Falkovich, G. Meyer. Two-dimensional acoustic turbulence. *Phys. Rev. E*, 54(4):4431–4434, 1996.
151. V. L. Pokrovskii and I. M. Khalatnikov. *Sov. Phys. JETP*, 44(9):1036, 1976.
152. Г. В. Колмаков. Нелинейные волны второго звука в сверхтекучих смесях $^4\text{He} - ^3\text{He}$. *ФНТ*, 29(6):667–671, 2003.
153. V. E. Zakharov, V. S. L'vov, and G. Fal'kovich. *Kolmogorov Spectra of Turbulence*. Springer-Verlag, Berlin, 1992.
154. Е. А. Кузнецов. Турбулентные спектры, порождаемые сингулярностями. *Письма в ЖЭТФ*, 80(2).
155. G. V. Kolmakov, A. A. Levchenko, M. Yu. Brazhnikov, L. P. Mezhev-Deglin, A. N. Silchenko, and P. V. E. McClintock. Quasiadiabatic decay of capillary turbulence on the charged surface of liquid hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 93(7):074501, 2004.
156. A. I. Dyachenko, A. O. Korotkevich, and V. E. Zakharov. Weak turbulent kolmogorov spectrum for surface gravity waves. *Phys. Rev. Lett.*, 92(13):134501, 2004.
157. L. F. Richardson. *Weather Prediction by Numerical Process*. Cambridge University Press, 1922.
158. В. Е. Захаров and Н. Н. Филоненко. Слабая турбулентность капиллярных волн. *Ж. прикл. механики и техн. физики*, 8(5):62–67, 1967.
159. I. P. D. De Silva and H. J. S. Fernando. Oscillating grids as a source of nearly isotropic turbulence. *Phys. of Fluid*, 6(7).

160. V. E. Zakharov, O. A. Vasilyev, and A.I. Dyachenko. Kolmogorov spectra in one-dimensional weak turbulence. *JETP Lett.*, 73(2):63–65, 2001.
161. O. V. Rudenko. Nonlinear saw-like waves. *Sov. UFN*, 165:1011–1036, 1995.
162. И.А. Хованов and Н.А. Хованова. *Вероятностные методы анализа случайных данных*. Саратов, Изд-во Саратовского Университета, Колледж, 2001.
163. О. В. Руденко and С.И. Солюянц. *Теоретические основы нелинейной акустики*. М, Наука, 1975.
164. К. А. Наугольных and Л. А. Островский. *Нелинейные волновые процессы в акустике*. М, Наука, 1990.
165. V. B. Efimov, A. N. Ganshin, and P. V. E. McClintock. Statistical properties of strongly nonlinear waves within a resonator. *PRE*, 78:066611(1–8), 2008.
166. P. V. E. McClintock, V. B. Efimov, A. N. Ganshin, G. V. Kolmakov, and L. P. Mezhev-Deglin. Mixing of different waves at acoustic turbulence and suppression of kolmogorov-like cascade. *J of LTP*, 150(3/4):394–401, 2008.
167. В. П. Пешков. Условия возбуждения и распространения второго звука. *ЖЭТФ*, 18(10):857–566, 1948.
168. N. M. Astaf'eva. Wavelet analysis: basic theory and some applications. *Uspekhi Phys. Nauk*, 166(11):1145–1170, 1996.
169. O. V. Rudenko, C. M. Hedberg, and B. O. Enflo. Resonant properties of a nonlinear dissipative layer excited by vibrating boundary. *Acoust. Physics*, 47(4):452–460, 2001.
170. O. M. Phillips. The dispersion of short wavelets in the presence of dominant long waves. *J. Fluid Mech.*, 107:465–485, 1981.

171. S. Y. Annenkov and V. I. Shrira. Direct numerical simulation of downshift and inverse cascade for water wave turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 96(20):204501, 2006.
172. M. Chertkov, C. Connaughton, I. Kolokolov, and V. Lebedev. Dynamics of energy condensation in two-dimensional turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 99(8):084501, 2007.
173. A. O. Korotkevich. Simultaneous numerical simulation of direct and inverse cascades in wave turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 101(7):074504, 2008.
174. A. N. Ganshin, V. B. Efimov, G. V. Kolmakov, P. V. E. McClintock, and L. P. Mezhev-Deglin. Observation of an inverse energy cascade in developed acoustic turbulence in superfluid helium. *PRL*, 101:065303, 2008.
175. Е. Н. Пелиновский and А. В. Слюняев. “Фрики” - морские волны-убийцы. *Природа*, 1099(3):14–24, 2007.
176. S. Haver and O. J. Andersen. Freak waves – rare realizations of a typical extreme wave population or typical realizations of a rare extreme wave population? In *Proc. 10th Int Offshore and Polar Eng Conf ISOPE, Seattle, USA, 2000*, pages 123–130, 2000.
177. N. Mori and T. Liu, P. C. and Yasuda. Analysis of freak wave measurements in the sea of japan. *Ocean Eng.*, 29:1399–1414, 2002.
178. L. Lopatoukhin, A. Boukhanovsky, B. Divinsky, and V. Rozhkov. About freak waves in the oceans and seas. In *Proc of Russian Register of Shipping*, volume 26, pages 65–73, 2003.
179. C. Kharif and E. Pelinovsky. Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 22:603–634, 2003.

180. Ch. Kharif, E. Pelinovsky, and Slunyaev. *Rogue waves in the ocean*. Advances in Geophysical and Environmental Mechanics and Mathematics. Springer-Verlag, 2009.
181. P. Stansell. Distributions of freak wave heights measured in the north sea. *Appl. Ocean Res.*, 26:35–48, 2004.
182. P. Stansell. Distributions of extreme wave, crest and trough heights measured in the north sea. *Ocean Eng.*, 32:1015–1036, 2005.
183. D. R. Solli, C. Ropers, P. Koonath, and B. Jalali. Optical rogue waves. *Nature*, 450(7172):1054–1057, 2007.
184. J. M. Dudley, C. Finot, G. Millot, J. Garnier, G. Genty, D. Agafontsev, and F. Dias. Extreme events in optics: Challenges of the manureva project. *Eur. Phys. J. Special Topics*, 185:125–133, 2010.
185. *The Large Wave Channel (GWK)*.
186. A. I. Dyachenko and V. E. Zakharov. Moulation instability of stoke wave \rightarrow freak wave. *JETP Lett.*, 81(6):318–322, 2005.
187. Victor P. Ruban and Jürgen Dreher. Numerical modeling of quasilplanar giant water waves. *Phys. Rev. E*, 72(6):066303, 2005.
188. А. Слюняев. Численное моделирование "предельных" солитонов огибающей гравитационных волн на глубокой воде. *ЖЭТФ*, 209(4(10)):785–796, 2009.
189. Victor P. Ruban. Conformal variables in the numerical simulations of long-crested rogue waves. *Eur. Phys. J. Special Topics*, 185:17–34, 2010.
190. M. Onorato, D. Proment, and A. Toffoli. Freak waves in crossing seas. *Eur. Phys. J. Special Topics*, 185:45–56, 2010.
191. H. Yeh, W. Li, and Y. Kodama. Mach reflection and KP solitons in shallow water. *Eur. Phys. J. Special Topics*, 185:97–111, 2010.
192. T. W. B. Kibble. Topology of cosmic domains and strings. *J. of Phys.*, A 9:1387, 1976.

193. W. H. Zurek. Cosmological experiments in superfluid helium? *Nature*, 317:505–508, 1985.
194. W. H. Zurek. Cosmic strings in laboratory superfluids. *Acta Physica Polonica*, B24:1301–1311, 1993.
195. W. H. Zurek. Cosmology in a helium cell. *Nature*, 368:292–293, 1994.
196. M. E. Dodd, P. C. Hendry, N. S. Lawson, P. V. E. McClintock, and C. D. H. Williams. Nonappearance of vortices in fast mechanical expansions of liquid ^4He through the lambda transition. *Phys. Rev. Lett.*, 81(17):3703–3706, 1998.
197. William I. Glaberson, Warren W. Johnson, and Richard M. Ostermeier. Instability of a vortex array in He II. *Phys. Rev. Lett.*, 33(20):1197–1200, 1974.
198. A. P. Finne, T. Araki, R. Blaauwgeers, V. B. Eltsov, N.B. Kopnin, M. Krusius, L. Skrbek, M. Tsubota, and G. E. Volovik. An intrinsic velocity-independent criterion for superfluid turbulence. *Nature*, 424:1022–1025, 2003.
199. T. D. C. Bevan, A. J. Manninen, J. B. Cook, H. Alles, J. R. Hook, and H. E. Hall. Vortex mutual friction in superfluid ^3He . *J. of Low Temp. Phys.*, 109(3/4):423–459, 1997.
200. E. Y. Andrei and W. I. Glaberson. Sound propagation in helium-II in grafoil. *Phys. Rev. B*, 20(11):4447–4449, 1979.
201. M. H. W. Chan, K. I. Blum, S. Q. Murphy, G. K. S. Wong, and J. D. Reppy. Disorder and the superfluid transition in liquid ^4He . *Phys. Rev. Lett.*, 61(17):1950–1953, 1988.
202. G. K. S. Wong, P. A. Crowell, H. A. Cho, and J. D. Reppy. Superfluid critical behavior in ^4He filled porous media. *Phys. Rev. Lett.*, 65(19):2410–2413, 1990.

203. E. B. Gordon and A. F. Shestakov. Helium localization around the microscopic impurities embadded into liquid helium. *Sov. Low Temp. Phys.*, 26(1):5–33, 2000.
204. P. Savich and A. I. Shalnikov. Coagulation of Fog in the Liquid Helium II. *J. Phys. USSR*, 10:299, 1946.
205. A.M. Bass and H.P. Broida. *Formation and Trapping of Free Radicals*. Academic Press, New York and London, 1960.
206. V. V. Khmelenko, H. Kunttu, and D. M. Lee. Recent Progress in Study of Nanostructured Impurity-Helium Solids. *JLTP*, 148(1):1–31, 2007.
207. E. B. Gordon, A.A. Pilmenev, O. F. Pugachev, and V. V. Khmelenko. Atoms of hydrogen and deuterium, stabilized by condensation of beam of atoms in superfluid helium. *Sov Phys. J. Exp. Theor. Phys. Lett.*, 37(5):282–284, 1983.
208. J. Ahokas, O. Vainio, S. Novotny, J. Järvinen, V. V. Khmelenko, D. M. Lee, and S. Vasiliev. Magnetic resonance study of H atoms in thin films of H_2 at temperatures below 1 K. *Phys. Rev. B*, 81(10):104516, 2010.
209. V. V. Nesvizhevsky. Interaction of Neutrons with Nanoparticles. *Physics of Atomic Nuclear*, 65(3):400–408, 2002.
210. V.V. Nesvizhevsky, G. Pignol, and K.V. Protasov. Nanoparticles as a possible moderator for an ultracold neutron source. *Int. J. Nanosci.*, 6:485–499, 2007.
211. V. Kiryukhin, B. Keimer, R. E. Boltnev, V. V. Khmelenko, and E. B. Gordon. Inert-gas solids with nanoscale porosity. *Phys. Rev. Lett.*, 79:1774–1777, 1997.
212. S. I. Kiselev, V. V. Khmelenko, D. M. Lee, V. Kiryukhin, R. E. Boltnev, E. B. Gordon, and B. Keimer. Structural studies of impurity-helium solids. *Phys. Rev. B*, 65:024517(12), 2002.

213. S. I. Kiselev, V. V. Khmelenko, D. M. Lee, V. Kiryukhin, R. E. Boltnev, E. B. Gordon, and B. Keimer. X-ray studies of structural changes of impurity-helium solids. *J. Low Temp. Phys*, 126:235–240, 2002.
214. E. P. Berner, R. E. Boltnev, V. V. Khmelenko, V. Kiryukhin, S. I. Kiselev, and D. M. Lee. Deuterium atoms and molecules in nanoclusters of molecular deuterium. *Phys. Rev. B*, 69:104201, 2004.
215. E. P. Berner, R. E. Boltnev, V. V. Khmelenko, V. Kiryukhin, S. I. Kiselev, and D. M. Lee. ESR and X-ray investigations of deuterium atoms and molecules in impurity-helium solids. *J. Low Temp. Phys*, 134:169–174, 2004.
216. S. I. Kiselev, V. V. Khmelenko, D. A. Geller, D. M. Lee, and J. R. Beamish. Investigations of ultrasound propagation in porous impurity-helium solids.
217. S. I. Kiselev, V. V. Khmelenko, D. A. Geller, J. R. Beamish, and D. M. Lee. *Phys. B*, 284(Part 1):105, 2000.
218. S. I. Kiselev, V. V. Khmelenko, and D. M. Lee. Sound propagation in liquid he in impurity-helium solids. *ΦHT* , 26(9/10):874–883, 2000.
219. S. I. Kiselev, V. V. Khmelenko, and D. M. Lee. Investigation of ultrasound attenuation in impurity-helium solids containing liquid helium. *J. Low Temp. Phys.*, 121(5/6):671–676, 2000.
220. L. P. Mezhov-Deglin, V. B. Efimov, A. V. Lokhov, E. V. Lychagin, A. Yu. Muzychka, V.V. Nesvizhevskii, and A.V. Strelkov. Scattering of cold neutrons on gel samples formed by impurity clusters in superfluid He-II. *J. of LTP*, 148(5/6):833–838, 2007.
221. L. P. Mezhov-Deglin, V. B. Efimov, A. V. Lokhov, V.V. Nesvizhevskii, R May, A. A. Levchenko, G.V. Kolmakov, L.V. Abdurakhimov, M.Yu. Brazhnikov, E.V. Lebedeva, A.V. Strelkov, E. V. Lychagin, and A. Yu. Muzychka. Neutron studies of impurity gels of heavy water and deuterium in superfluid He-II. *J. of LTP*, 150(1/3):206–211, 2008.

222. V. B. Efimov and A.N. Izotov. Infrared light interaction with impurity gels in superfluid helium. *ФHT*, 37(5):509–511, 2011.
223. M. J. McKenna, Tania Slawecki, and J. D. Maynard. Observation of a second-sound-like mode in superfluid-filled aerogel. *Phys. Rev. Lett.*, 66(14):1878–1881, 1991.
224. Peter Brusov, J. M. Parpia, Paul Brusov, and G. LawesCaupin. Sound conversion in impure superfluids. *Phys. Rev. B*, 63:140507, 2001.
225. G. V. Kolmakov, L. P. Mezhev-Deglin, V. B. Efimov, and E. V. Lebedeva. Nonlinearity and interaction of second sound waves in superfluid $^4\text{He}-^3\text{He}$ mixture. *Physica Status Solidi (c)*, 1(11):3007–3010, 2004.
226. А.С. Рыбалко. Наблюдение электрической индукции, обусловленной волной второго звука в He II. *ФHT*, 30(12):1321–1326, 2005.