

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе
Центр физики наногетероструктур
Сектор «Теории оптических и электрических явлений в полупроводниках»

На правах рукописи

Голеницкий Кирилл Юрьевич

Поверхностные оптические состояния в слоистых средах

Специальность 01.04.10 —
«физика полупроводников»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук, доцент
Богданов Андрей Андреевич

Научный консультант:
доктор физико-математических наук, профессор
Аверкиев Никита Сергеевич

Санкт-Петербург — 2021

Оглавление

	Стр.
Введение	4
Глава 1. Поверхностные волны Тамма—Ленгмюра	7
1.1 Введение	7
1.2 Собственные волны в слоистых средах	8
1.2.1 Теория матриц переноса	11
1.2.2 Дисперсионное соотношение для объёмных волн	13
1.2.3 Дисперсионное соотношение для поверхностных волн	15
1.2.4 Отражение и прохождение через периодическую среду конечной толщины	17
1.3 Модель структуры с анизотропными проводящими слоями	21
1.4 Структура зон и поверхностные волны	23
1.4.1 Металл-диэлектрическая структура с изотропными слоями	23
1.4.2 Металл-диэлектрическая структура с анизотропными слоями	26
1.5 Свойства поверхностных волн Тамма—Ленгмюра	30
1.6 Возбуждение волн Тамма—Ленгмюра	34
1.7 Выводы к главе 1	39
Глава 2. Продольные моды шепчущей галереи	40
2.1 Введение	40
2.2 Теория распространения волн в средах с пространственной дисперсией	41
2.3 Резонатор из среды с пространственной дисперсией	43
2.4 Металлические микрорезонаторы	49
2.5 Вывод к главе 2	51
Глава 3. Поверхностные волны Дьяконова на границе метаматериалов	52
3.1 Введение	52
3.2 Дисперсия волн Дьяконова на границе метаматериала	53
3.3 Приближение эффективной среды для метаматериалов	56
3.3.1 Дисперсия дьяконовских плазмонов на границе AZO	61
3.4 Экспериментальное обнаружение дьяконовских плазмонов	63
3.4.1 Структура AZO/воздух	65
3.4.2 Гибридная структура AZO/воздух на AZO/Si	68
3.5 Выводы к главе 3	71

Глава 4. Поверхностные волны Дьяконова на границе двух анизотропных кристаллов со скрещенными оптическими осями	73
4.1 Введение	73
4.1.1 Общие свойства поверхностных волн Дьяконова	74
4.2 Экспериментальная конфигурация для исследования волн Дьяконова	75
4.2.1 Способы возбуждения поверхностных волн. Общие случаи	76
4.2.2 Случай поверхностных волн Дьяконова	79
4.3 Эффект конверсии поляризации света при отражении	82
4.3.1 Особенности спектров отражения $R_{s \leftarrow p}(\vartheta)$, $R_{p \leftarrow p}(\vartheta)$	83
4.3.2 Другие материалы для исследования волн Дьяконова на границе анизотропных кристаллов	88
4.4 Выводы к главе 4	89
Заключение	91
Список сокращений и условных обозначений	93
Публикации автора по теме диссертации	98
Список литературы	100
Список иллюстраций	119

Введение

Поверхностные электромагнитные волны (поверхностные оптические состояния) привлекают внимание большого числа исследователей из разных областей науки, таких как физика конденсированного состояния, оптика, радиофизика и химия (фотокатализ). Это особый тип волн, распространяющийся вдоль границы между двумя средами и локализованный на ней или вблизи неё, что означает уменьшение интенсивности волны при удалении от границы. Их уникальные свойства, такие как сильная чувствительность к параметрам контактирующих сред, локализация полей вблизи границы раздела, возможность гибкого управления дисперсией за счёт наноструктурирования поверхности, находят применение в устройствах нанофотоники, биологических сенсорах, нелинейной оптике и в других областях [1; 2].

На настоящий момент известно и хорошо исследовано большое число типов поверхностных электромагнитных волн [3—6]. Наиболее широко изученными являются поверхностные плазмон-поляритоны, распространяющиеся вдоль границы между металлом и диэлектрическим материалом. Развитие технологий изготовления наноструктур [7; 8; A1], в частности, состоящих из большого числа слоёв с толщиной меньше и/или порядка длины волны, позволяет создавать искусственные материалы с заданным электромагнитным откликом в необходимом диапазоне частот (оптическом или инфракрасном) [9; 10]. Это открывает безграничные возможности для исследования поверхностных волн, которые не могут быть реализованы в природных материалах.

Наиболее простыми примерами наноструктурированных сред являются периодические структуры (сверхрешётки, фотонные кристаллы), состоящие из слоёв различных материалов, например диэлектриков, металлов, полупроводников, сверхпроводников [10—14]. Поверхностные электромагнитные волны на границах таких структур активно исследуются [A1; 15—18]. Сами слои могут быть структурированы на масштабах меньших чем длина волны и период структуры и представляют собой среду с эффективной диэлектрической проницаемостью. В определённых случаях главные компоненты тензора эффективной диэлектрической проницаемости могут быть разного знака, например в случае гиперболических метаматериалов [19], что приводит к гиперболической дисперсии

волн в слоях. Подобные периодические многомасштабные структуры называются «photonic hypercrystals» [20; 21].

Для изотропных материалов отрицательность диэлектрической проницаемости одной из контактирующих сред является необходимым условием для распространения поверхностной волны. Однако, поверхностные волны, предсказанные М. И. Дьяконовым в 1988 году [22] и впоследствии названные его именем, являются примером волны, распространяющейся вдоль границы между средами с положительной диэлектрической проницаемостью. При этом как минимум один из диэлектриков должен быть анизотропным. Отличительная особенность волн Дьяконова — избирательность по направлениям распространения в плоскости границы раздела. Малость анизотропии диэлектрической проницаемости природных материалов в оптической области частот, а также сильная зависимость углов распространения от соотношения между диэлектрическими проницаемостями, приводит к существенным трудностям при попытках их экспериментального исследования [5; 23]. Исследование новых конфигураций как с метаматериалами, так и с природными кристаллами, допускающих распространение поверхностных волн Дьяконова, и разработка методов их возбуждения являются актуальными задачами этой области.

Целью диссертационной работы является теоретическое исследование поверхностных электромагнитных волн в искусственных структурированных средах из материалов с анизотропией и/или пространственной дисперсией диэлектрической проницаемости.

Научная новизна и практическая значимость работы заключается в том, что:

1. Впервые исследованы поверхностные электромагнитные волны, распространяющиеся вдоль границы и вдоль слоёв периодической слоистой структуры с анизотропными проводящими слоями.
2. Исследовано влияние пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости материала микрорезонатора на дисперсию дополнительных продольных приповерхностных волн.
3. Впервые исследованы поверхностные электромагнитные волны, распространяющиеся вдоль границы периодической слоистой структуры на основе кремния и оксида цинка, легированного алюминием, с гиперболической дисперсией диэлектрической проницаемости в инфракрасном диапазоне длин волн.

4. Впервые предложен экспериментальный метод возбуждения и исследования поверхностных волн Дьяконова, распространяющихся вдоль границы между двумя одинаковыми анизотропными диэлектрическими кристаллами со скрещенными оптическими осями.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Вдоль поверхности, перпендикулярной оси роста сверхрешётки, состоящей из чередующихся проводящих слоёв с анизотропной плазменной частотой и диэлектрических слоёв, в диапазоне частот, где сверхрешётка является метаматериалом, может распространяться новый тип поверхностных электромагнитных волн.
2. В микрорезонаторах из материалов с пространственной дисперсией диэлектрической проницаемости существуют прижатые к поверхности электромагнитные моды продольной поляризации, аналогичные модам шепчущей галереи в диэлектрических микрорезонаторах.
3. На поверхности периодической слоистой структуры из Si и ZnO:Al (AZO), являющейся метаматериалом, в ограниченном диапазоне направлений в плоскости, перпендикулярной слоям, распространяются поверхностные (дьяконовские) плазмоны гибридной поляризации в области длин волн 4–14 мкм.
4. Эффект конверсии поляризации при отражении электромагнитных волн в геометрии нарушенного полного внутреннего отражения позволяет доказать существование поверхностных волн Дьяконова на границе одинаковых анизотропных кристаллов со скрещенными оптическими осями.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на научных семинарах ФТИ им. А. Ф. Иоффе, Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого; международных научных конференциях «Nanonstructures: Physics and Technology» (Санкт-Петербург, 2013), «Физика.СПб» (Санкт-Петербург, 2013), «Novel Trends in Physics of Ferroics» (Санкт-Петербург, 2017).

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 8 печатных изданиях, из которых 5 изданы в научных журналах рекомендованных ВАК и индексируемых базами Web of Science, Scopus, 3 — в тезисах докладов.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 121 страницу, включая 33 рисунка. Список литературы содержит 177 наименований.

Глава 1. Поверхностные волны Тамма—Ленгмюра

1.1 Введение

Глава посвящена описанию поверхностных электромагнитных волн (ПЭВ), распространяющихся вдоль границ периодических слоистых структур, на примере ранее неопisanного в литературе типа волн. Оптические свойства слоистых структур или фотонных кристаллов давно изучаются в науке. Одной из центральных идей является интерференция волн, отражающихся на разных периодах структуры. Периодическая неоднородность оптических свойств среды приводит к новым эффектам и дополнительным возможностям для распространения поверхностных волн.

В литературе теоретически описано и экспериментально исследовано довольно большое число типов поверхностных электромагнитных волн в слоистых средах. Возможность их существования связана с наличием стоп-зон (запрещённых зон) в периодических средах. Одним из базовых типов являются поверхностные волны Тамма [24; 25], которые в настоящее время чаще называют поверхностными волнами Блоха [26; 27]. Они распространяются по границе между периодической диэлектрической структурой и изотропного диэлектрика. Если изотропный диэлектрик заменить изотропным металлом, то вдоль границы возможно распространение ПЭВ двух разных типов в определённом частотном диапазоне. Первый тип это таммовские плазмон-поляритоны [15; 28]. Они имеют квадратичный закон дисперсии

$$\omega = \omega_{\text{тр}} + \frac{\hbar k_z^2}{2m_{\text{тр}}}, \quad (1)$$

где $\omega_{\text{тр}}$ — частота отсечки, \hbar — постоянная Планка, k_z — волновой вектор в плоскости границы между металлом и периодической структурой, $m_{\text{тр}}$ — его эффективная масса. Например, $\omega_{\text{тр}} \approx 0.95$ эВ и $m_{\text{тр}} \approx 0.17m_0$ в случае границы золота и распределённого брэгговского отражателя (РБО) GaAs/AlAs [15], где m_0 — масса свободного электрона. Второй — поверхностные плазмон-поляритоны (ППП), модифицированные из-за периодической структуры, и закон дисперсии которых лежит вне светового конуса диэлектриков в периодической структуре.

В работах [16; 29; 30] описывается тип ПЭВ на границе между двумя различными периодическими диэлектрическими структурами с пересекающимися стоп-зонами. Следующим шагом стало исследование ПЭВ на поверхности периодических структурах, включающих металлические слои, в которых возможно распространение коллективных ППП† [A4; 31; 32]. Другое направление — использование анизотропных материалов в слоях структуры [33—37], что предоставляет дополнительные возможности для управления параметрами ПЭВ, например длиной локализации поля волны, её дисперсией, направленностью распространения вдоль границы. Также в литературе рассматриваются поверхностные волны в неперодических слоистых структурах, таких как решётки Фиббоначи [38]. ПЭВ на границе метаматериалов подробнее рассмотрены в главе 3.

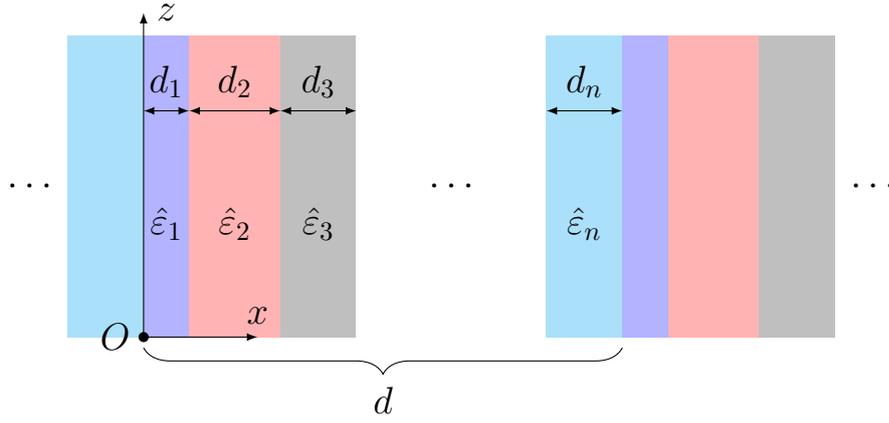
Как видно, ПЭВ в слоистых средах продолжают активно исследоваться в настоящее время как теоретически, так и экспериментально. ПЭВ находят своё применение в биосенсорах [39], интегрированной оптике [40], медицине [41], беспроводной передаче энергии [42].

1.2 Собственные волны в слоистых средах

Рассмотрим электромагнитные волны, распространяющиеся в бесконечной периодической слоистой среде. Один период среды состоит из n однородных анизотропных слоёв с номерами $j = 1, \dots, n$ толщиной d_j . На рисунке 1 показано схематическое изображение одного периода слоистой среды. Каждый слой характеризуется тензором диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}_j(\omega)$, учитывающим частотную дисперсию. В зависимости от числа независимых компонент тензора $\hat{\epsilon}_j$ слои могут быть изотропными, одноосными или двуосными. Далее будут рассматриваться слои только из изотропных и одноосных материалов.

Введём декартову систему координат (x, y, z) таким образом, что ось Ox совпадает с нормалью к плоскостям границ между слоями 1. Тогда плоскости всех границ между слоями параллельны плоскости yz . В общем случае угол Θ_j между оптической осью слоя j и нормалью может быть произвольными. Здесь будет рассмотрен только случай $\Theta_j = 0$, когда оптические оси всех слоёв совпадают

†Также известны как таммовские плазмоны (англ. Tamm plasmons)



d_j и $\hat{\varepsilon}_j$, $j = 1, \dots, n$ — толщина и тензор диэлектрической проницаемости слоёв.
Рис. 1 — Схематическое изображение части бесконечной периодической слоистой среды.

с нормалью к границам. Этот случай чаще всего реализуется при росте полупроводниковых гетероструктур, так как ось роста совпадает с оптической осью, при изготовлении ван-дер-ваальсовских гетероструктур [14] или при изготовлении структур методом глубокого ионного травления [A1]. В выбранной системе координат тензор диэлектрической проницаемости каждого слоя диагонален

$$\hat{\varepsilon}_j = \text{diag}\{\varepsilon_{j,\perp}, \varepsilon_{j,\parallel}, \varepsilon_{j,\parallel}\} \equiv \begin{pmatrix} \varepsilon_{j,\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{j,\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{j,\parallel} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $\varepsilon_{j,\perp}$ соответствует проницаемости слоя вдоль направления нормали к слоями (оси роста), $\varepsilon_{j,\parallel}$ — проницаемости слоя в плоскости yz .

Процедуру поиска собственных волн в слоистых средах можно разделить на несколько этапов. Вначале ищутся собственные волны в каждом слое, являющиеся решениями уравнения Максвелла

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{D} &= 0, \\ \text{div } \mathbf{B} &= 0, \\ \text{rot } \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \text{rot } \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (3)$$

дополненными материальным соотношением $\mathbf{D} = \hat{\varepsilon}_j \mathbf{E}$ и $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, где c — скорость света, μ — магнитная восприимчивость.

Далее во всех местах предполагается, что рассматриваемые среды немагнитные $\mu = 1$, если об этом специально не сказано.

На следующем шаге известные решения «сшиваются» друг с другом на границах слоёв с помощью граничных условий. В нашем случае используются стандартные граничные условия Максвелла, так как эффекты пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}_j$ не рассматриваются.

$$\begin{aligned} E_{y,z} \Big|_{x=x_b+0} &= E_{y,z} \Big|_{x=x_b-0}, \\ H_{y,z} \Big|_{x=x_b+0} &= H_{y,z} \Big|_{x=x_b-0}, \end{aligned} \quad (4)$$

где x_b соответствует координате x плоскости границы между какими-то двумя слоями.

Не умаляя общности, решения уравнений (3) можно искать в виде монохроматической бегущей вдоль оси z волны $\mathbf{D}, \mathbf{B}, \mathbf{E}, \mathbf{H} \propto \exp(ik_z z - i\omega t)$. Тогда можно считать, что от координаты y распределения полей не зависят, и положить все производные $\partial/\partial y = 0$ в уравнениях (3). С учётом выше сказанного система уравнений Максвелла (3) распадается на две независимые системы уравнений для разных компонент полей. Первая из них связывает компоненты E_y, H_x, H_z

$$\begin{aligned} k_z E_y &= -\frac{\omega}{c} H_x, \\ \frac{dE_y}{dx} &= \frac{i\omega}{c} H_z, \\ \frac{i\omega \epsilon_{j,\parallel}(\omega)}{c} E_y &= -ik_z H_x + \frac{dH_z}{dx}, \end{aligned}$$

а соответствующие волны называются ТЕ-волнами или волнами ТЕ-поляризации. Вторая система соответствует ТМ-волнам и связывает компоненты H_y, E_x, E_z :

$$\begin{aligned} k_z H_y &= \frac{\omega \epsilon_{j,\perp}(\omega)}{c} E_x, \\ \frac{dH_y}{dx} &= -\frac{i\omega \epsilon_{j,\parallel}(\omega)}{c} E_z, \\ -\frac{i\omega}{c} H_y &= -ik_z E_x + \frac{dE_z}{dx}. \end{aligned} \quad (5)$$

Далее будут рассматриваться только ТМ-волны, так как они представляют больший интерес в нашем случае. После эквивалентных преобразований система

уравнений (5) приводится к виду

$$\varepsilon_{j,\perp}(\omega) \frac{d^2 E_x}{dx^2} + \varepsilon_{j,\parallel}(\omega) \left[\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{j,\perp}(\omega) - k_z^2 \right] E_x = 0, \quad (6a)$$

$$H_y = \frac{\omega \varepsilon_{j,\perp}(\omega)}{c k_z} E_x, \quad (6b)$$

$$\varepsilon_{j,\parallel}(\omega) E_z = \frac{i \varepsilon_{j,\perp}(\omega)}{k_z} \frac{dE_x}{dx}. \quad (6b)$$

Уравнение (6a) описывает распределение компоненты E_x в слое j . Другие компоненты E_z и H_y выражаются через E_x или её производную (6b) и (6b).

Для каких-то частот возможно $\varepsilon_{j,\perp}(\omega) = 0$ и/или $\varepsilon_{j,\parallel}(\omega) = 0$. Эти случаи нужно рассматривать отдельно. В дальнейшем будут рассматриваться только такие частоты ω , для которых $\varepsilon_{j,\perp}(\omega) \neq 0$ и $\varepsilon_{j,\parallel}(\omega) \neq 0$, а обозначение зависимости $\varepsilon_{j,\perp}$ и $\varepsilon_{j,\parallel}$ от ω будет опускаться. Общее решение уравнения (6a) записывается как

$$E_x(x) = C_j^+ e^{ik_{x,j}x} + C_j^- e^{-ik_{x,j}x}, \quad (7)$$

где

$$k_{x,j} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{j,\parallel}}{\varepsilon_{j,\perp}} \left(\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{j,\perp} - k_z^2 \right)}, \quad (8)$$

и C_j^+, C_j^- — произвольные константы, которые определяются граничными условиями. В зависимости от волнового вектора вдоль слоя k_z и ω волновое число $k_{x,j}$ может быть как вещественным числом, так и мнимым[†]. Это соответствует качественно разному поведению поля внутри слоя. В случае вещественных $k_{x,j}$ поля осциллируют, а при мнимых $k_{x,j}$ имеют экспоненциальное вблизи границы.

1.2.1 Теория матриц переноса

Метод матриц переноса хорошо известен и широко используется во многих направлениях физики электродинамике [24; 43; 44], квантовой физике [45], геометрической оптике [46], акустике [47] и др. Также имеются геометрические подходы к анализу матриц переноса [48]. Основной идеей этого метода является

[†]При учёте поглощения в средах можно рассматривать конечную длину распространения, которая связана $\text{Im } k_z$. Это приводит к тому, что $k_{x,j}$ может быть комплексным.

построение матрицы, которая связывает значения величин на одной границе со значениями на другой границе слоя.

После нахождения собственных волн (7) в каждом слое строится матрица переноса M_j через слой j . Матрица переноса M_j связывает величины полей на одной границе слоя $x = x_b$ с величинами полей на второй границе $x = x_b + d_j$. Зная величины двух компонент поля на одной границе, например H_y и E_z , можно определить константы C_j^+ и C_j^- в решении (7), а значит определить величины всех компонент поля на другой границе. Определим матрицу переноса M_j через слой j следующим образом

$$\begin{pmatrix} H_y(x_b) \\ E_z(x_b) \end{pmatrix} = M_j \begin{pmatrix} H_y(x_b + d_j) \\ E_z(x_b + d_j) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где $x = x_b$ соответствует координате левой границе слоя j . Выбранное определение сразу учитывает граничные условия непрерывности тангенциальных компонент полей (4) на границе слоя, что позволяет не вводить дополнительных матриц переноса через границу между двумя слоями.

Выражения для компонент матрицы M_j можно получить в явном виде, используя решение (7) и выражения для компонент H_y, E_z ((6б) и (6в)):

$$M_j = \begin{pmatrix} \cos(k_{x,j}d_j) & -\frac{i\omega\varepsilon_{j,\parallel}}{ck_{x_j}} \sin(k_{x,j}d_j) \\ -\frac{ick_{x,j}}{\omega\varepsilon_{j,\parallel}} \sin(k_{x,j}d_j) & \cos(k_{x,j}d_j) \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Легко проверить явным вычислением, что $\det M_j = 1$. Таким образом матрицы M_j являются элементами специальной линейной группы $SL(2, \mathbb{C})$. Произведение любого числа матриц M_j является тоже матрицей переноса. Обратная матрица к M_j выражается простым образом $M_j^{-1} = M_j^*$. Для вычисления полей в слоистых структурах удобно ввести матрицы переноса $M_j(l)$ через слой толщины $l < d_j$, которые отличаются от определения (10) заменой d_j на l .

Для получения дисперсионного соотношения для собственных волн в слоистой среде (Рис. 1) строится матрица переноса M через период структуры

$$\begin{pmatrix} H_y(0) \\ E_z(0) \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} H_y(d) \\ E_z(d) \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где $d = \sum_{j=1}^n d_j$ и предполагается, что левая граница слоя $j = 1$ располагается в точке $x = 0$. При нашем определении (9) матрица переноса M выражается через

произведение матриц M_j :

$$M = M_1 M_2 \dots M_n. \quad (12)$$

Обратная матрица к M выражается

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} m_{22} & -m_{12} \\ -m_{21} & m_{11} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где m_{ij} — элементы матрицы M .

1.2.2 Дисперсионное соотношение для объёмных волн

С другой стороны, диэлектрическая проницаемость всей слоистой структуры $\hat{\varepsilon}(\omega, x)$ является периодической функцией координаты x с периодом d , что позволяет воспользоваться теоремой Флоке—Ляпунова[†] [49]. По теореме Флоке—Ляпунова компоненты поля в точке $x = x'$ связаны с компонентами поля в точке $x = x' + d$ только константой

$$\begin{pmatrix} H_y(x') \\ E_z(x') \end{pmatrix} = \exp(ik_b d) \begin{pmatrix} H_y(x' + d) \\ E_z(x' + d) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

k_b называется «блоховским» волновым числом. В бесконечной слоистой среде случай $k_b \in \mathbb{R}$ соответствует собственным волнам, которые могут свободно распространяться внутри неё. Случай комплексных k_b с $\text{Im } k_b \neq 0$ соответствует эванесцентным волнам, в которых поля экспоненциально спадают или нарастают в направлении периодичности структуры. Последний случай интересен для поиска локализованных (поверхностных) волн на границе полубесконечных слоистых структур.

Подставив $x' = 0$ в (14) и используя определение матрицы переноса (11), получаем систему уравнений

$$M \begin{pmatrix} H_y(d) \\ E_z(d) \end{pmatrix} = \exp(ik_b d) \begin{pmatrix} H_y(d) \\ E_z(d) \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Нетривиальное решение системы (15) существует только в том случае, когда

$$\det [M - \exp(ik_b d)I] = 0, \quad (16)$$

[†]Используется при доказательстве её трёхмерного аналога — теоремы Блоха.

где I — единичная матрица. Поскольку $\det M = 1$, то собственные числа M могут быть записаны как λ, λ^{-1} , где

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{\operatorname{tr} M + \sqrt{(\operatorname{tr} M)^2 - 4}}{2}, \\ \lambda^{-1} &= \frac{\operatorname{tr} M - \sqrt{(\operatorname{tr} M)^2 - 4}}{2},\end{aligned}\tag{17}$$

и $\operatorname{tr} M$ соответствует следу матрицы M . Если $|\operatorname{tr} M| \leq 2$, то λ комплексное, а явным вычислением можно убедиться, что $|\lambda| = 1$. В случае $|\operatorname{tr} M| > 2$ собственные числа λ, λ^{-1} вещественные, причём $\lambda > 1$ по выбранному определению (17). Из уравнения (16) следует, что «блеховскими» волновыми числами будут k_b и $-k_b$, которые выражаются через λ

$$k_b d = \begin{cases} -i \ln \lambda, & \lambda > 1, \\ \arg \lambda, & |\lambda| = 1. \end{cases}\tag{18}$$

С выбранным определением (18) волновое число k_b соответствует распространению или затуханию волны в направлении $x \rightarrow +\infty$. Если в периодической структуре все слои одинаковые $k_{x,j} = k_x$, что соответствует однородной среде, заполняющей пространство, то «блеховские» волновые числа $k_b = \pm k_x$ и собственные числа $\lambda = \exp(ik_x d)$ и $\lambda^{-1} = \exp(-ik_x d)$.

Уравнение (16) может быть приведено к виду

$$2 \cos(k_b d) = \operatorname{tr} M.\tag{19}$$

При фиксированных значениях k_z и ω уравнение (19) определяет значения k_b . Циклическая перестановка матриц M_j в выражении (12) не меняет след $\operatorname{tr} M$, что соответствует циклической перенумерации слоёв. В соответствии с (18) волновое число k_b является вещественным только при условии

$$|\operatorname{tr} M| \leq 2,\tag{20}$$

которое определяет области в пространстве (k_z, ω) , называемые *разрешёнными зонами*[†] слоистой структуры. Области, где

$$|\operatorname{tr} M| > 2\tag{21}$$

[†]англ. allowed bands

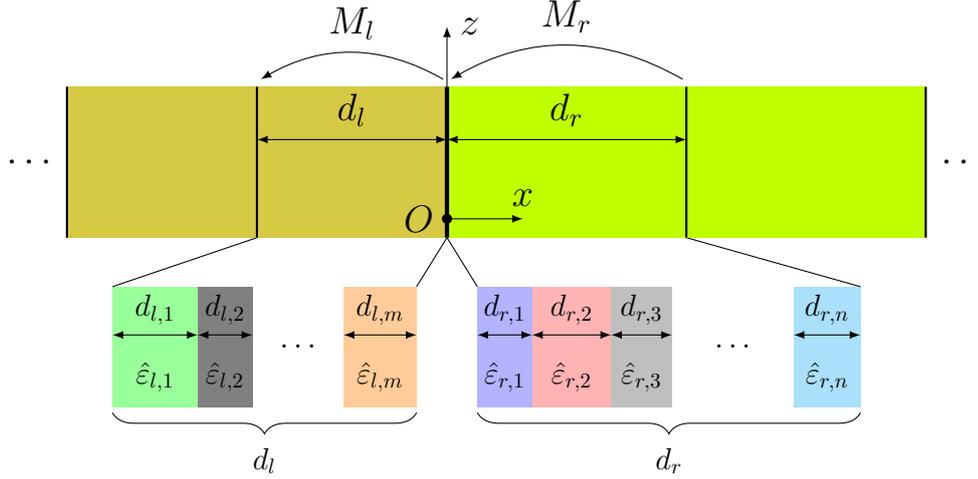
и, соответственно $\text{Im } k_b \neq 0$, называются *стоп-зонами*[†]. Стоп-зоны в общем случае не являются запрещёнными зонами. Для запрещённой зоны условие (21) и аналогичное условие для ТЕ-волн должно быть выполнено в каком-то диапазоне частот ω при любых волновых векторах k_z . Запрещённая зона для электромагнитных волн может быть реализована, например в специальных одномерных фотонных кристаллах с анизотропными слоями [37; 50] или в двумерных фотонных кристаллах [51; 52].

1.2.3 Дисперсионное соотношение для поверхностных волн

При наличии дефекта в периодической структуре возможно появление состояния (ПЭВ), которое будет локализовано на нём. В рассматриваемой одномерной структуре таким дефектом выступает нарушение периодичности слоистой структуры. Распределение полей для поверхностной волны сильно локализовано на дефекте вдоль одного направления, при этом она распространяется вдоль него. Дефект может быть не только локальным. Как показал И.Е. Тамм [53] границу кристалла можно рассматривать в теории в качестве дефекта, на которой возможно появление поверхностных состояний. Далее, бесконечную структуру с границей будем называть полубесконечной.

Рассмотрим распространение электромагнитных волн вдоль границы раздела между двумя полубесконечными периодическими структурами (Рис. 2). И.Е. Тамм в работе [53] доказал, что теорема Блоха для волновой функции электрона в кристалле верна и в случае полубесконечного кристалла. Значит теорема Флоке—Ляпунова верна для рассматриваемых полубесконечных периодических структур. Пусть полупространство $x < 0$ заполняет периодическая структура из m слоёв с толщинами $d_{l,j'}$ и диэлектрическими проницаемостями $\hat{\epsilon}_{l,j'}$, где $i = 1, \dots, n'$. Аналогично, полупространство $x > 0$ заполняет структура из n слоёв с параметрами $d_{l,j}$ и $\hat{\epsilon}_{l,j}$, где $j = 1, \dots, n$. Далее индекс l будет соответствовать структуре в полупространстве $x < 0$, а индекс r — структуре в полупространстве

[†]англ. stop-bands или photonic band gap



$d_{l,j'}$ и $\hat{\epsilon}_{l,j'}$, $j' = 1, \dots, n'$ — толщины и тензоры диэлектрической проницаемости в левой $x < 0$ периодической структуре. $d_{r,j}$ и $\hat{\epsilon}_{r,j}$, $j = 1, \dots, n$ — толщины и тензоры диэлектрической проницаемости в правой $x > 0$ периодической структуре. M_l и M_r матрицы переноса через период левой и правой структуры, соответственно. Рис. 2 — Схема границы раздела между соединёнными полубесконечными периодическими слоистыми средами.

$x > 0$. Полные периоды обеих структур равны

$$d_l = \sum_{j'=1}^{n'} d_{j'}$$

и

$$d_r = \sum_{j=1}^n d_j,$$

соответственно. Матрицы переноса через период вычисляются как $M_l = M_{l,1} \dots M_{l,n'}$ и $M_r = M_{r,1} \dots M_{r,n}$. Обозначим λ_r, λ_l собственные числа матриц M_r, M_l по определению (17).

Для поверхностной волны распределения полей убывают при $|x| \rightarrow \infty$. Это означает, что дисперсионная кривая $\omega(k_z)$ для неё должна лежать в области (ω, k_z) , соответствующей запрещённым зонам M_r и M_l одновременно. Тогда существует только один способ выбрать собственный вектор $[H_y(0) \ E_z(0)]^T$ в каждой периодической среде. В среде $x < 0$ это вектор соответствующий собственному числу $\lambda_l^{-1} < 1$, а в среде $x > 0$ — числу $\lambda_r > 1$. Только в этом случае волновые числа $k_{b,r}, k_{b,l}$ будут удовлетворять условию убывания полей при удалении от границы

$x = 0$. К соотношениям между полями, получающихся из соотношений для собственных векторов

$$\begin{pmatrix} H_y(0^+) \\ E_z(0^+) \end{pmatrix} = \lambda_r M_r \begin{pmatrix} H_y(0^+) \\ E_z(0^+) \end{pmatrix}, \quad (22a)$$

$$\begin{pmatrix} H_y(0^-) \\ E_z(0^-) \end{pmatrix} = \lambda_l^{-1} M_l \begin{pmatrix} H_y(0^-) \\ E_z(0^-) \end{pmatrix} \quad (22b)$$

нужно добавить условия непрерывности

$$H_y(0^+) = H_y(0^-), \quad E_z(0^+) = E_z(0^-). \quad (23)$$

Из соотношений (22) и (23) получается система линейных уравнений

$$\begin{pmatrix} \lambda_r M_{r,11} - 1 & \lambda_r M_{r,12} \\ \lambda_l^{-1} M_{l,11} - 1 & \lambda_l^{-1} M_{l,12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_y(0) \\ E_z(0) \end{pmatrix} = 0. \quad (24)$$

Система уравнений (24) разрешимо только при условии равенства нулю определителя, что приводит к дисперсионному соотношению для поверхностных волн

$$\frac{M_{l,12}}{M_{l,11} - \lambda_l} = \frac{M_{r,12}}{M_{r,11} - \lambda_r^{-1}}. \quad (25)$$

Уравнение (25) является неявной заданной функцией $F(\omega, k_z) = 0$. В случае, когда вместо одной из периодических структур, например левой, рассматривается однородная полубесконечная среда, уравнение (25) можно упростить

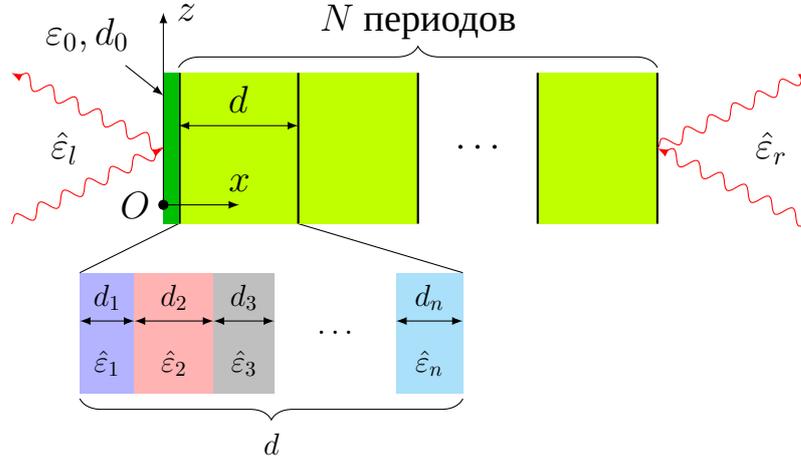
$$\frac{\omega \varepsilon_{l,\parallel}}{ck_{x,l}} = \frac{M_{r,12}}{M_{r,11} - \lambda_r^{-1}}, \quad (26)$$

где $\varepsilon_{l,\parallel}$ — компонента тензора диэлектрической проницаемости (2) среды, заполняющей полупространство $x < 0$, $k_{x,l}$ определяется аналогично $k_{x,j}$ (8). Здесь предполагается, что $k_{x,l}$ мнимое число и $\text{Im } k_{x,l} > 0$. Только в этом случае (26) определяет дисперсию поверхностных волн.

1.2.4 Отражение и прохождение через периодическую среду конечной толщины

При экспериментальном исследовании слоистых структур часто измеряются спектры коэффициентов отражения $R(\omega)$, прохождения $T(\omega)$ и поглощения

$A(\omega)$ в зависимости от углов падения ϑ и поляризации падающего излучения. Для исследования поверхностных волн используют геометрию нарушенного полного внутреннего отражения [54; 55], например в конфигурации Отто добавляют тонкий слой с небольшой[†] диэлектрической проницаемостью ε_0 толщины d_0 между призмой и слоистой средой.



ε_0, d_0 — проницаемость и толщина тонкого диэлектрического слоя между полупространством $x < 0$ и слоистой структурой. $\hat{\varepsilon}_j, d_j$ — проницаемость и толщина слоёв в слоистой структуре. $\hat{\varepsilon}_l, \hat{\varepsilon}_r$ — диэлектрическая проницаемость «призмы» и «подложки». Оптические оси всех материалов совпадают с осью Ox .

Рис. 3 — Эскиз структуры для исследования объёмных в конечной слоистой периодической среде и поверхностных волн на её границе.

Рассмотрим отражение света от слоистой структуры с конечным числом периодов. На рисунке 3 схематически изображена структура для экспериментального исследования. Она состоит из N периодов рассмотренной ранее слоистой структуры и присоединённого к ней тонкого слоя толщиной d_0 и диэлектрической проницаемости ε_0 . Полная толщина структуры $D = Nd + d_0$. Из полупространств $x < 0$ с проницаемостью $\hat{\varepsilon}_l$ и $x > D$ с проницаемостью $\hat{\varepsilon}_r$ на структуру падает излучение, коэффициенты отражения и прохождения которого могут быть измерены. В соответствии с (7) решения в области $x < 0$

$$E_x = C_l^+ e^{ik_{x,l}x} + C_l^- e^{-ik_{x,l}x},$$

а в области $x > D$

$$E_x = C_r^+ e^{ik_{x,r}(x-D)} + C_r^- e^{-ik_{x,r}(x-D)}.$$

[†]по сравнению с диэлектрической проницаемостью призмы

Тогда C_α^+ , $\alpha = l, r$ соответствуют волне, бегущей в направлении $x \rightarrow +\infty$, а C_α^- — бегущей в обратном направлении $x \rightarrow -\infty$. Пусть M матрица переноса через период слоистой структуры, а M_0 — через тонкий слой, тогда

$$\begin{pmatrix} (C_l^+ + C_l^-) \frac{\omega \varepsilon_{l,\perp}}{c} \\ (-C_l^+ + C_l^-) \frac{\varepsilon_{l,\perp} k_{x,l}}{\varepsilon_{l,\parallel}} \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} (C_r^+ + C_r^-) \frac{\omega \varepsilon_{r,\perp}}{c} \\ (-C_r^+ + C_r^-) \frac{\varepsilon_{r,\perp} k_{x,r}}{\varepsilon_{r,\parallel}} \end{pmatrix}, \quad (27)$$

где

$$G = M_0 M^N = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}$$

— матрица переноса через всю структуру. Выражение для N -ой степени матрицы M может быть получено явно [43; 44; 56]

$$M^N = \begin{pmatrix} m_{11} U_{N-1}(p) - U_{N-2}(p) & m_{12} U_{N-1}(p) \\ m_{21} U_{N-1}(p) & m_{22} U_{N-1}(p) - U_{N-2}(p) \end{pmatrix},$$

где $p = \text{tr } M/2$ и $U_N(x)$ — полиномы Чебышёва второго рода

$$U_N(x) = \frac{\sin [(N+1) \arccos x]}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Если в уравнении (27) перегруппировать слагаемые, то можно получить матрицу амплитуд отражённых $r_{l \rightarrow l}^x, r_{r \rightarrow r}^x$ и прошедших $t_{r \rightarrow l}^x, t_{l \rightarrow r}^x$ волн

$$\begin{pmatrix} C_l^- \\ C_r^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{l \rightarrow l}^x & t_{r \rightarrow l}^x \\ t_{l \rightarrow r}^x & r_{r \rightarrow r}^x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_l^+ \\ C_r^- \end{pmatrix}. \quad (28)$$

Более подробно методы расчёта рассматриваются в [43; 44; 57; 58]. Коэффициенты $r_{\alpha \rightarrow \beta}^x, t_{\alpha \rightarrow \beta}^x$ выражаются через компоненты матрицы G

$$\begin{aligned} r_{l \rightarrow l}^x &= \frac{\tilde{k}_l (g_{11} - g_{12} \tilde{k}_r / q_0) - \tilde{k}_r (g_{22} - g_{21} q_0 / \tilde{k}_r)}{\tilde{k}_l (g_{11} - g_{12} \tilde{k}_r / q_0) + \tilde{k}_r (g_{22} - g_{21} q_0 / \tilde{k}_r)}, \\ r_{r \rightarrow r}^x &= \frac{\tilde{k}_r (g_{22} - g_{21} q_0 / \tilde{k}_r) - \tilde{k}_l (g_{11} - g_{12} \tilde{k}_r / q_0)}{\tilde{k}_l (g_{11} - g_{12} \tilde{k}_r / q_0) + \tilde{k}_r (g_{22} - g_{21} q_0 / \tilde{k}_r)}, \\ t_{l \rightarrow r}^x &= \frac{\varepsilon_{l,\perp}}{\varepsilon_{r,\perp}} \cdot \frac{2\tilde{k}_l}{\tilde{k}_l (g_{11} - g_{12} \tilde{k}_r / q_0) + \tilde{k}_r (g_{22} - g_{21} q_0 / \tilde{k}_r)}, \\ t_{r \rightarrow l}^x &= \frac{\varepsilon_{r,\perp}}{\varepsilon_{l,\perp}} \cdot \frac{2\tilde{k}_r}{\tilde{k}_l (g_{11} - g_{12} \tilde{k}_r / q_0) + \tilde{k}_r (g_{22} - g_{21} q_0 / \tilde{k}_r)}, \end{aligned} \quad (29)$$

где введены обозначения

$$\tilde{k}_\alpha = \frac{k_{x,\alpha}}{\varepsilon_{\alpha,\parallel}}, \alpha = l, r$$

и

$$q_0 = \frac{\omega}{c}.$$

Формулы (29) при $G = I$ и изотропных средах $\hat{\varepsilon}_l = \varepsilon_l I$, $\hat{\varepsilon}_r = \varepsilon_r I$, где I — единичная матрица, переходят в формулы Френеля для амплитуд отражения и прохождения в p -поляризации для компоненты поля E_x

$$\begin{aligned} r_{l \rightarrow r}^x &= \frac{\sqrt{\varepsilon_r} \cos \theta_l - \sqrt{\varepsilon_l} \cos \theta_r}{\sqrt{\varepsilon_r} \cos \theta_l + \sqrt{\varepsilon_l} \cos \theta_r}, \\ r_{r \rightarrow l}^x &= \frac{\sqrt{\varepsilon_l} \cos \theta_r - \sqrt{\varepsilon_r} \cos \theta_l}{\sqrt{\varepsilon_r} \cos \theta_l + \sqrt{\varepsilon_l} \cos \theta_r}, \\ t_{l \rightarrow r}^x &= \frac{2\sqrt{\varepsilon_l} \cos \theta_l}{\sqrt{\varepsilon_r} \cos \theta_l + \sqrt{\varepsilon_l} \cos \theta_r} \left(\frac{\sin \theta_l}{\sin \theta_r} \right)^{-1}, \\ t_{r \rightarrow l}^x &= \frac{2\sqrt{\varepsilon_r} \cos \theta_r}{\sqrt{\varepsilon_r} \cos \theta_l + \sqrt{\varepsilon_l} \cos \theta_r} \left(\frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_l} \right)^{-1}, \end{aligned}$$

где $\theta_{l,r}$ — угол падения или преломления, в зависимости от стороны с которой падает излучение, и по определению $\cos \theta_{l,r} = \tilde{k}_{l,r} \sqrt{\varepsilon_{l,r}}$.

Коэффициенты отражения $R_{l \rightarrow r}$, $R_{r \rightarrow l}$, определяемые как отношение потоков энергии падающей и отражённой волны, выражаются

$$\begin{aligned} R_{l \rightarrow r} &= |r_{l \rightarrow r}^x|^2, \\ R_{r \rightarrow l} &= |r_{r \rightarrow l}^x|^2. \end{aligned} \tag{30}$$

Если все среды не поглощающие, то коэффициенты прохождения $T_{l \rightarrow r}$, $T_{r \rightarrow l}$ определяются из закон сохранения энергии

$$\begin{aligned} T_{l \rightarrow r} &= 1 - R_{l \rightarrow r}, \\ T_{r \rightarrow l} &= 1 - R_{r \rightarrow l}. \end{aligned}$$

В случае когда некоторые материалы, входящие в конечную слоистую структуру, имеют потери $\text{Im } \hat{\varepsilon}_i > 0$, необходимо учитывать поглощение излучения внутри них. Тогда коэффициент прохождения определяется отношением потока энергии прошедшей волны к потоку падающей, например $T_{l \rightarrow r} = \langle S_{x,r} \rangle / \langle S_{x,l} \rangle$, где $\langle S_{x,\alpha} \rangle$ — усреднённая по времени нормальная к плоскостям слоёв компонента вектора Пойнтинга в среде α . Для рассматриваемых ТМ-поляризованных плоских волн

$$\langle S_x \rangle = -\frac{1}{2} \text{Re} (E_z H_y^*),$$

и тогда коэффициенты прохождения выражаются

$$\begin{aligned} T_{l \rightarrow r} &= \frac{\varepsilon_{r,\perp}^2 \tilde{k}_r}{\varepsilon_{l,\perp}^2 \tilde{k}_l} |t_{l \rightarrow r}^x|^2, \\ T_{r \rightarrow l} &= \frac{\varepsilon_{l,\perp}^2 \tilde{k}_l}{\varepsilon_{r,\perp}^2 \tilde{k}_r} |t_{r \rightarrow l}^x|^2, \end{aligned} \quad (31)$$

где предполагается, что \tilde{k}_α , $\alpha = l, r$ вещественные. Коэффициенты поглощения A определяются из закон сохранения энергии и равны $A_\alpha = 1 - R_\alpha - T_\alpha$, $\alpha = (l \rightarrow r), (r \rightarrow l)$.

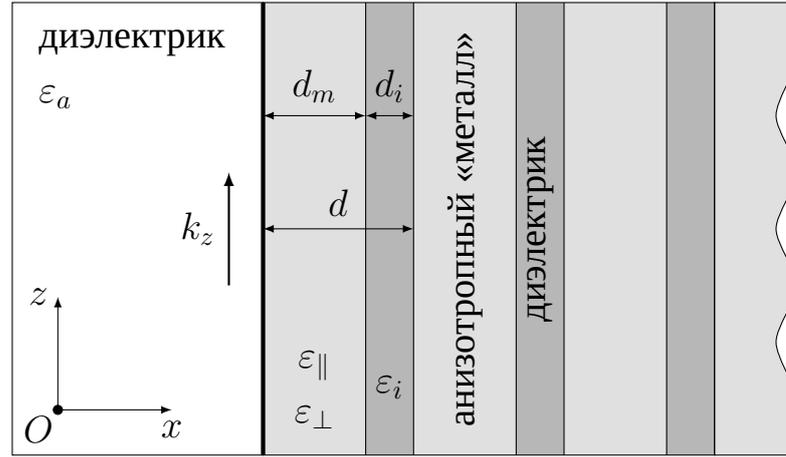
1.3 Модель структуры с анизотропными проводящими слоями

Рассмотрим полубесконечную периодическую слоистую структуру, состоящую из слоёв двух типов. Первый слой толщиной d_i является обыкновенным диэлектриком с проницаемостью ε_i , независимой от частоты ω . Второй слой имеет толщину d_m и является анизотропным проводником, диэлектрическая проницаемость которого описывается диагональным тензором $\hat{\varepsilon}_m(\omega)$ вида (2), что соответствует направлению оптической оси вдоль оси x . В качестве примера рассматривается частотная дисперсия компонент $\hat{\varepsilon}_m(\omega)$, описываемая моделью Друде—Лоренца с анизотропными плазменными частотами:

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\alpha^\infty \left(1 - \frac{\Omega_\alpha^2}{\omega(\omega + i\gamma_\alpha)} \right), \quad (32)$$

где $\alpha = \perp, \parallel$; $\Omega_\parallel, \Omega_\perp$ — плазменные частоты вдоль и поперёк слоя; $\gamma_\perp, \gamma_\parallel$ — скорость затухания. В случае $\Omega_\perp = \Omega_\parallel = \Omega$ рассматриваемая модель диэлектрической проницаемости может соответствовать обыкновенным металлам, например золото, серебро, алюминий, которые используются в плазмонных структурах [59—61]. Для простоты предполагается $\varepsilon_\perp^\infty = \varepsilon_\parallel^\infty = \varepsilon_m^\infty$. Очевидно, что $\varepsilon_\perp(\omega)\varepsilon_\parallel(\omega) < 0$ для частот ω из области между Ω_\perp и Ω_\parallel . Эта область частот соответствует режиму «гиперболической» среды [19].

В качестве примеров натуральных материалов, проницаемость которых описывается моделью (32), можно привести висмут [62], графит [63] и гексагональный нитрид бора [64]. Свойства последнего активно изучаются в настоящее



ε_a — проницаемость среды в области $x < 0$. $\varepsilon_{\parallel}(\omega)$, $\varepsilon_{\perp}(\omega)$ — проницаемость анизотропных проводящих слоёв в периодической структуре, ε_i — проницаемость слоёв диэлектрика в периодической структуре. Их толщины обозначены d_m и d_i соответственно. Период структуры обозначен $d = d_m + d_i$. Оптическая ось анизотропных слоёв направлена вдоль оси x .

Рис. 4 — Эскиз полубесконечной периодической металл-диэлектрической структуры с анизотропными проводящими слоями

время, а его слои используются в ван-дер-ваальсовских гетероструктурах[†] [14; 65]. Другой способ достичь подобный вид дисперсии проницаемости — индуцировать анизотропию плазменной частоты с помощью приложения внешнего постоянного магнитного поля [66]. Альтернативным методом, который упоминался во Введении (часть 1.1), является использование искусственно изготавливаемых материалов с заданными эффективными характеристиками проницаемости $\hat{\varepsilon}_m(\omega)$ в определённом диапазоне частот ω [9]. Для обозначения таких структур в работе [20] введён термин *photonic hypercrystals*. В качестве анизотропных слоёв могут выступать полупроводниковые сверхрешётки, например $\Omega_{\perp} = 35$ ТГц и $\Omega_{\parallel} = 25$ ТГц достигаются в сверхрешётках InGaAs/AlInAs [67]. В работах [68—71] показано, что *гиперболический режим* может быть достигнут в широком диапазоне длин волн от среднего инфракрасного диапазона до ультрафиолетового.

[†]англ. Van der Waals heterostructures

1.4 Структура зон и поверхностные волны

Описанная в предыдущем параграфе модель металл-диэлектрической периодической слоистой структуры (МДС) исследовалась и рассматривалась в литературе ранее. Чаще других рассматривается случай МДС с изотропными проводящими слоями ($\Omega_{\perp} = \Omega_{\parallel} = \Omega$), что связано с использованием более простых сред. В работах [72—75] были исследованы свойства собственных состояния в бесконечных слоистых средах, их дисперсия, структура разрешённых и стоп-зон. Впервые в работе [21] была теоретически рассмотрена модель бесконечной МДС с анизотропными проводящими слоями, были исследованы свойства собственных состояний в них и выделены основные отличия от случая МДС с изотропными слоями. Поверхностные электромагнитные волны, распространяющиеся вдоль слоёв по границе полубесконечной МДС, рассматривались только для структур с изотропными проводящими слоями [32]. В работе [A4] впервые проанализирован случай МДС с анизотропными слоями «металла». С помощью процедур, описанных в параграфах 1.2.2 и 1.2.3, была вычислена структура стоп-зон и дисперсия для ТМ-поляризованных поверхностных волн.

Далее, для общности, используются безразмерные параметры:

$$\begin{aligned} \tilde{k}_z = k_z d, \quad \tilde{\omega} = \frac{\omega d}{c}, \quad \tilde{x} = \frac{x}{d}, \quad \xi = \frac{d_m}{d}, \\ \tilde{\Omega}_{\alpha} = \frac{\Omega_{\alpha} d}{c}, \quad \tilde{\gamma}_{\alpha} = \frac{\gamma d}{c}, \quad \alpha = \perp, \parallel, \end{aligned} \quad (33)$$

где введено новое обозначение ξ — фактор заполнения периода слоистой структуры проводящим слоем.

1.4.1 Металл-диэлектрическая структура с изотропными слоями

В качестве примера, от которого будем отталкиваться, рассмотрим структуру (Рис. 4) с изотропными металлическими слоями. Для упрощения понимания затухание ($\text{Im } \varepsilon_m = 0$) в металлических слоях не будет учитываться. Учёт затухания приведёт к изменению дисперсии объёмных и поверхностных волн для частот

$\omega \approx \Omega$ и к конечной длине распространения поверхностных волн, которая определяется величиной $\text{Im } k_z > 0$. Таким образом $\tilde{\Omega}_\perp = \tilde{\Omega}_\parallel \equiv \tilde{\Omega}$ и $\tilde{\gamma}_\perp = \tilde{\gamma}_\parallel = 0$.

На рисунке 5 изображена структура разрешённых зон в бесконечной МДС с изотропными проводящими слоями и дисперсия ПЭВ, распространяющихся вдоль слоёв по границе МДС и изотропного диэлектрика (Рис. 4). Для наглядности представления и сравнения со случаем анизотропных слоёв были выбраны следующие материальные параметры: $\xi = 0.77$, $\varepsilon_i = 1.8$, $\tilde{\Omega} = 3$, $\varepsilon_m^\infty = 9.5$ для структуры МДС и $\varepsilon_a = 5$ проницаемость контактирующего диэлектрика. Серым цветом показаны разрешённые зоны МДС. Красные сплошные линии — дисперсия ПЭВ. Для наглядности на графике (Рис. 5) изображены световые конусы всех материалов: сплошной синей и пунктирной зелёной линиями — световые конусы контактирующего диэлектрика и диэлектрических слоёв в МДС, голубым цветом и пунктирно-прерывистой линией — световой конус в металлических слоях МДС. Цифрами обозначены различные типы поверхностных волн.

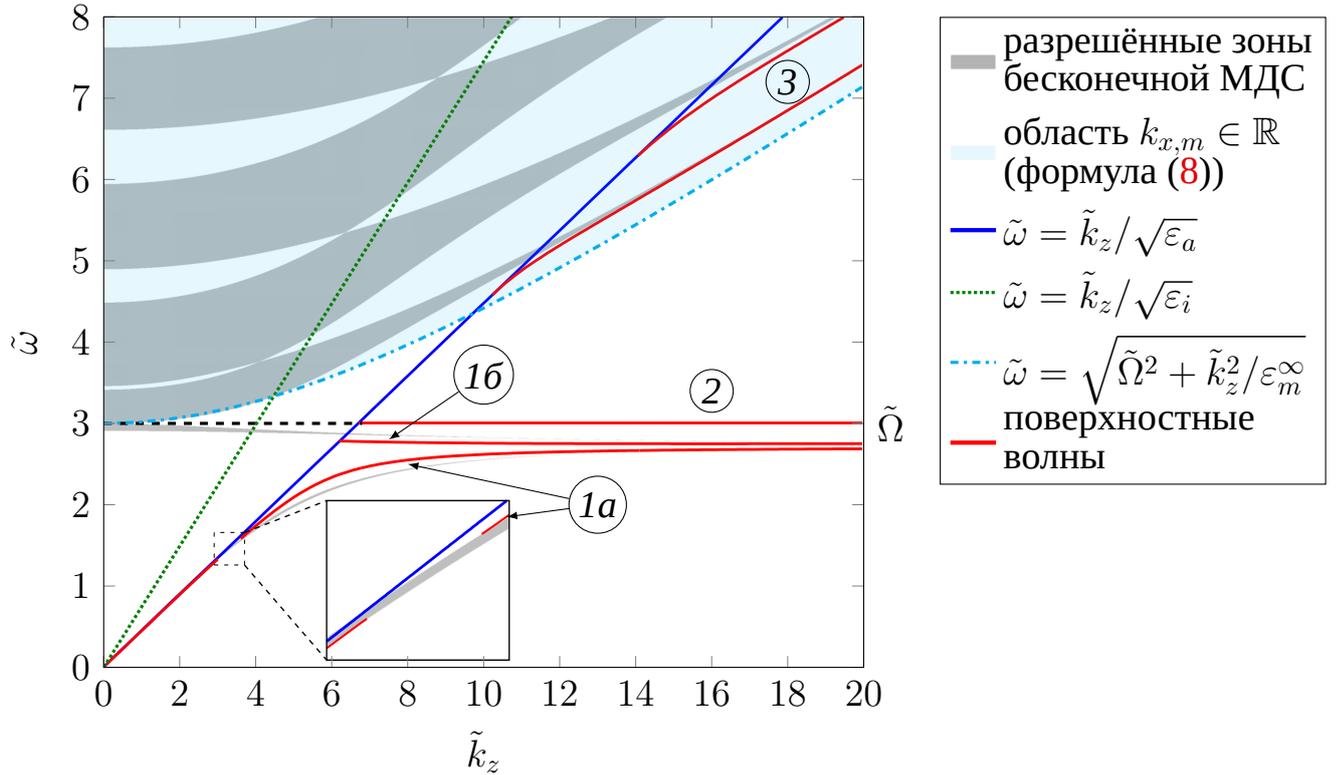
В зависимости от частоты МДС может функционировать в двух разных режимах. При $\omega < \Omega$ — «металлический» режим, так как $\varepsilon_m < 0$ в этом диапазоне частот. И «диэлектрический» режим (режим РБО) при $\omega > \Omega$, так как проницаемости всех слоёв в МДС положительны и $\varepsilon_m^\infty \neq \varepsilon_i$. Из рисунка 5 видно, что в «металлическом» режиме есть две не связанных разрешённых зоны. Они соответствуют зонам коллективных ППП на границе металла с ε_m и диэлектрика с ε_i [32]. Более низкая по частоте — симметричным, а более высокая с отрицательной дисперсией — асимметричным. В области $\omega > \Omega$ начинается спектр разрешённых зон РБО [76—78], который полностью расположен в световом конусе слоёв металла МДС, определяемом

$$\tilde{\omega} \geq \sqrt{\tilde{\Omega}^2 + \frac{\tilde{k}_z^2}{\varepsilon_m^\infty}},$$

при этом $\varepsilon_i < \varepsilon_m^\infty$.

Дисперсия всех поверхностных волн начинается с границы светового конуса диэлектрика с ε_a (синяя прямая на рисунке 5) и лежит в запрещённой зоне МДС. В рассматриваемой структуре существует три разных типа поверхностных волн: таммовские ППП [32; 79], волны Ленгмюра [80] и таммовские поверхностные волны [78; 79; 81]. Они соответственно обозначены цифрами 1—3 на рисунке 5. Каждый из этих типов связан со знаком $\varepsilon_m(\omega)$.

Таммовские ППП соответствуют коллективным ППП на границах металлических диэлектрических слоёв в МДС, которые связаны друг с другом из-за



1a — симметричный таммовский ППП, 1б — асимметричный таммовский ППП, 2 — вырожденные продольные волны Ленгмюра, 3 — таммовские поверхностные волны.

Рис. 5 — Зонная структура МДС с изотропными проводящими слоями и дисперсия поверхностных электромагнитных волн, распространяющихся вдоль слоёв по границе между МДС и средой с проницаемостью ε_a (Рис. 4). Параметры структуры: $\xi = 0.77$, $\varepsilon_i = 1.8$, $\tilde{\Omega} = 3$, $\varepsilon_m^\infty = 9.5$, $\varepsilon_a = 5$.

конечности толщины слоёв. Связь определяется экспоненциальными «хвостами» спадающего распределения поля при удалении от границы. Дисперсионная кривая таммовских ППП всегда лежит в области $\omega < \Omega$. Для рассматриваемой МДС существует две ветки, соответствующие симметричному и асимметричному ППП, которые обозначены 1a и 1б. В длинно-волновом пределе $\tilde{k}_z \gg \tilde{\omega}$ их частота стремится к частоте поверхностного плазмонного резонанса $\tilde{\omega}_{sp}$ на границе металлического слоя и диэлектрика с проницаемостью ε_i

$$\tilde{\omega}_{sp} = \frac{\tilde{\Omega}}{\sqrt{1 + \varepsilon_{i,m}}} \approx 2.75, \quad (34)$$

где относительная проницаемость $\varepsilon_{i,m} = \varepsilon_i / \varepsilon_m^\infty$. Здесь возникает вопрос: почему предельная частота $\tilde{\omega}_{sp}$ в этом случае определяется ε_i , а не проницаемостью ε_a ? Этот вопрос выходит за рамки этой работы и частично разбирается в работе [32]

вместе с исследованием свойств таммовских ППП. ППП на границе между металлом и диэлектриком хорошо изучены и описаны в литературе [82].

При $\omega > \Omega$ МДС функционирует в «диэлектрическом» режиме и может быть рассмотрена как РБО со слоями $\varepsilon_m^\infty, \varepsilon_i$. Хорошо известно, что вдоль слоёв по границе между диэлектриком с проницаемостью ε_a и РБО могут распространяться поверхностные волны, если выполнено соотношение $\max(\varepsilon_m^\infty, \varepsilon_i) > \varepsilon_a$. Этот тип поверхностных волн был назван поверхностными волнами Тамма по аналогии с поверхностными электронными состояниями в кристалле [53]. Их свойства тоже хорошо изучены и описаны в литературе [24; 78; 81]. Для них характерны осцилляции распределения поля в каждом из слоёв РБО и экспоненциальное падение при удалении от границы. Первое связано с тем, что дисперсия поверхностных волн Тамма лежит внутри светового конуса обоих материалов РБО. Второе — с тем, что дисперсия поверхностных волн лежит внутри запрещённой зоны РБО.

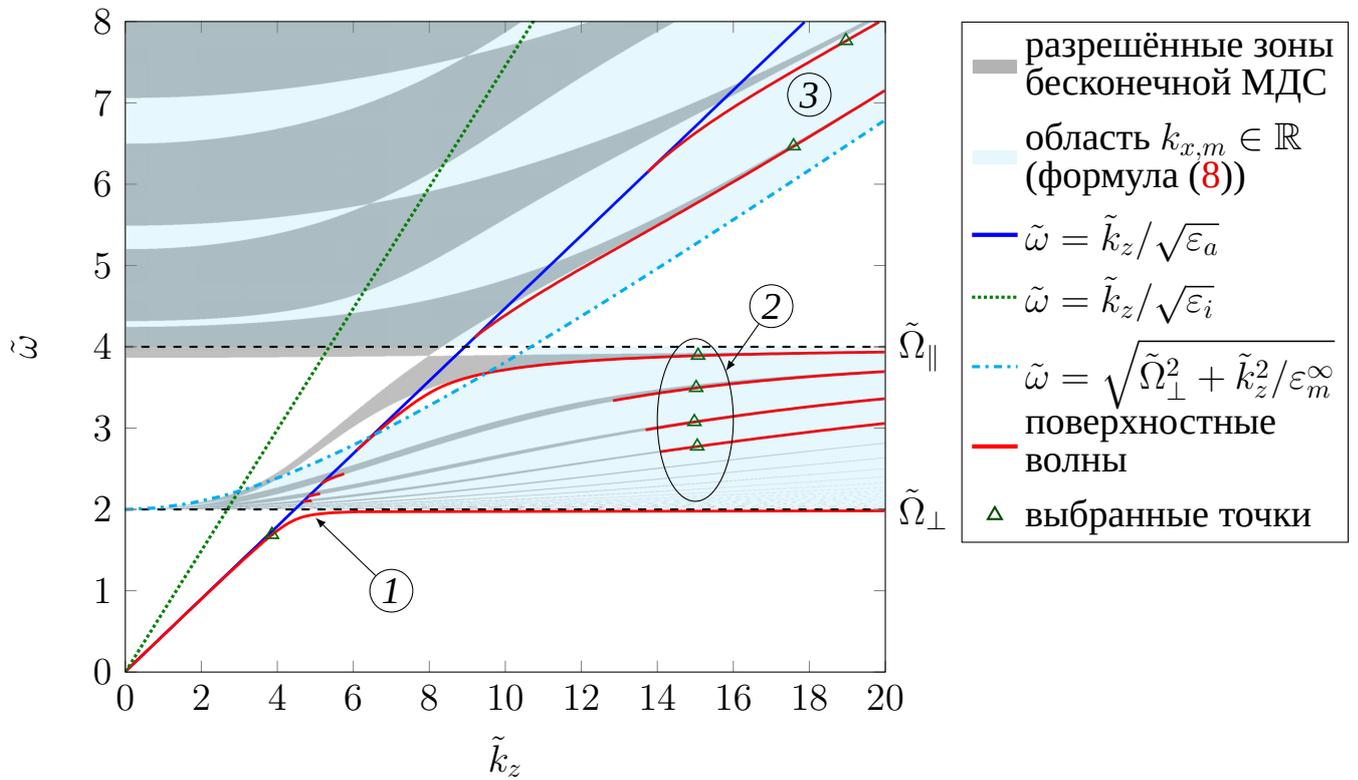
Горизонтальная прямая на частоте $\tilde{\omega} = \tilde{\Omega}$ соответствует продольным волнам Ленгмюра в слоях металла, дисперсия которых определяется уравнением $\varepsilon_m(\omega, k) = 0$ в общем случае. Волны Ленгмюра представляют собой коллективные осцилляции свободных зарядов. Для этих волн $\mathbf{B} = \mathbf{H} \equiv \mathbf{0}$, что следует из уравнений Максвелла. Распределение поля $\mathbf{E} \neq \mathbf{0}$ в них может быть выбрано таким образом, чтобы удовлетворить всем граничным условиям и условию убывания поля при удалении от границы МДС. Первое условие это равенство $E_z = 0$ на всех границах металлических слоёв, при этом $\mathbf{D} \equiv \mathbf{0}$ в них и удовлетворяет другим граничным условиям. Если не учитывать пространственную дисперсию ε_m , то волны Ленгмюра бесконечно вырождены по распределениям поля в каждом слое, имеют нулевую групповую скорость, не переносят энергию и не являются поверхностными в строгом смысле. Учёт пространственной дисперсии $\varepsilon_m(\omega, k)$ приведёт к снятию вырождения при конкретной частоте ω .

1.4.2 Металл-диэлектрическая структура с анизотропными слоями

Теперь рассмотрим зонную структуру и дисперсию ПЭВ на границе МДС с анизотропными проводящими слоями. Основное различие от МДС с изотропными слоями, рассмотренной в предыдущей части, — это появление «гиперболического» режима функционирования МДС для частот ω из области между

Ω_{\perp} и Ω_{\parallel} . Как было сказано ранее, это соответствует частотам, для которых $\varepsilon_{\perp}(\omega)\varepsilon_{\parallel}(\omega) < 0$. Существует два принципиально различных случая $\Omega_{\perp} < \Omega_{\parallel}$ и $\Omega_{\perp} > \Omega_{\parallel}$. Режим РБО в МДС с анизотропными проводящими слоями реализуется при $\omega > \max(\Omega_{\perp}, \Omega_{\parallel})$, а «металлический» режим — при $\omega < \min(\Omega_{\perp}, \Omega_{\parallel})$. Чтобы провести наглядное сравнение параметры МДС и контактирующего диэлектрика были выбраны такими же как для МДС с изотропными слоями, кроме плазменных частот $\tilde{\Omega}_{\perp, \parallel}$.

Случай $\Omega_{\perp} < \Omega_{\parallel}$



1 — таммовский ППП, 2 — поверхностные волны Тамма—Ленгмюра, 3 — таммовские поверхностные волны. Треугольниками показаны значения $(\tilde{k}_z, \tilde{\omega})$, для которых построены распределения $E_z(x)$, $H_y(x)$ (Рис. 8)

Рис. 6 — Зонная структура МДС с анизотропными проводящими слоями и дисперсия поверхностных электромагнитных волн, распространяющихся вдоль слоёв по границе между МДС и средой с проницаемостью ε_a (Рис. 4). Параметры структуры: $\xi = 0.77$, $\varepsilon_i = 1.8$, $\tilde{\Omega}_{\perp} = 2$, $\tilde{\Omega}_{\parallel} = 4$, $\varepsilon_m^{\infty} = 9.5$, $\varepsilon_a = 5$.

На рисунке 6 изображена структура зон МДС с анизотропными проводящими слоями и дисперсия ПЭВ на её границе с диэлектриком (Рис. 4). Плазменные частоты были выбраны равными $\tilde{\Omega}_{\perp} = 2$ и $\tilde{\Omega}_{\parallel} = 4$. Из рисунка видно, что могут распространяться 3 типа волн, в каждом из диапазонов частот. Для поверхностных волн Тамма $\omega > \Omega_{\parallel}$, и они обозначены цифрой 3. Таммовские плазмон-поляритоны распространяются при $\omega < \Omega_{\perp}$ и обозначены цифрой 1. Для случая анизотропных проводящих слоёв предельная частота ППП определяется из уравнения $\varepsilon_{\perp}(\tilde{\omega}_{\text{sp}}^*)\varepsilon_{\parallel}(\tilde{\omega}_{\text{sp}}^*) = \varepsilon_i^2$, решение которого приводит к выражению похожему на (34)

$$\tilde{\omega}_{\text{sp}}^* = \frac{\tilde{\Omega}^*}{\sqrt{1 + \varepsilon_{i,m}^*}}, \quad (35)$$

где эффективные параметры $\tilde{\Omega}^* = \langle \tilde{\Omega} \rangle \sqrt{1 - \delta^2}$ и $\varepsilon_{i,m}^* = \sqrt{\varepsilon_{i,m}^2 + \delta^2}$ определяются через среднюю частоту

$$\langle \tilde{\Omega} \rangle = \sqrt{\frac{\tilde{\Omega}_{\perp}^2 + \tilde{\Omega}_{\parallel}^2}{2}}$$

и параметр анизотропии

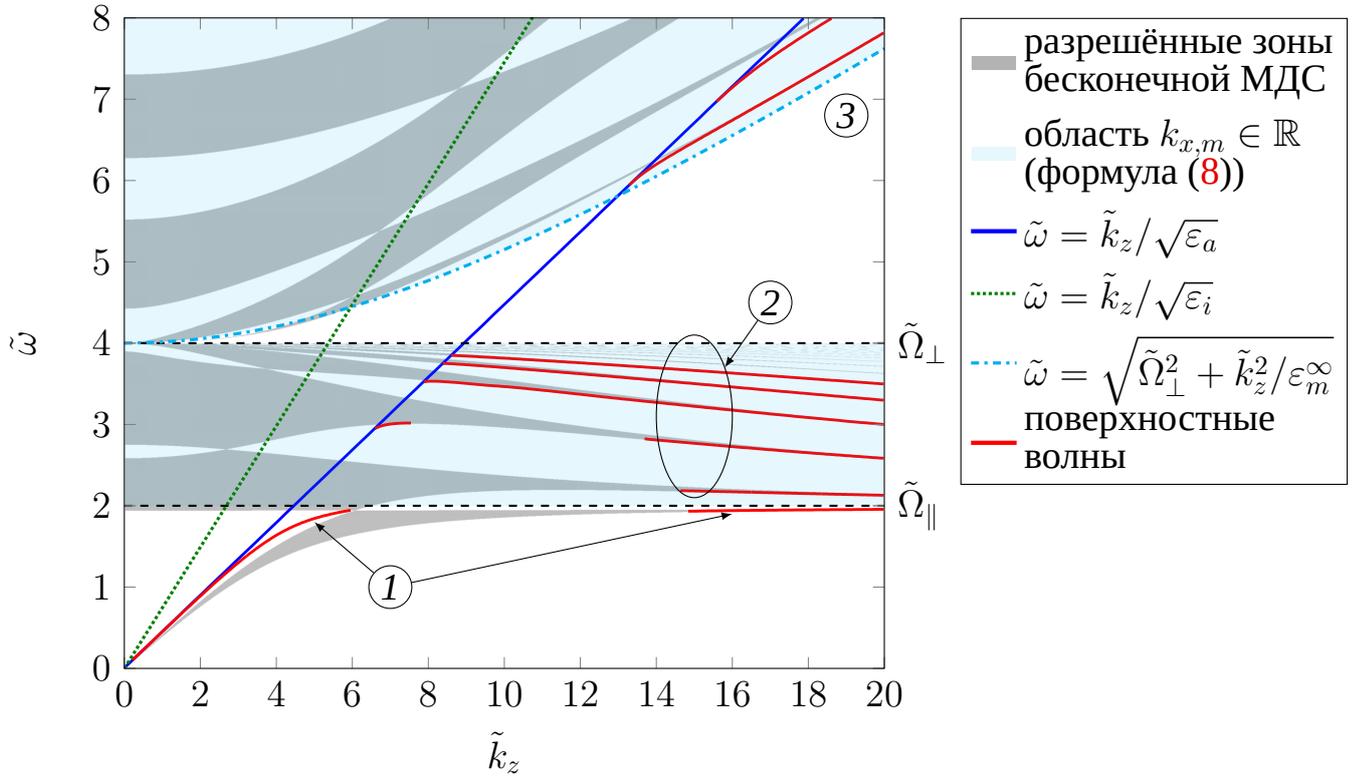
$$\delta = \frac{\tilde{\Omega}_{\parallel}^2 - \tilde{\Omega}_{\perp}^2}{\tilde{\Omega}_{\parallel}^2 + \tilde{\Omega}_{\perp}^2}.$$

Соответственно $-1 \leq \delta \leq 1$, $\delta > 0$ соответствуют случаю $\Omega_{\perp} < \Omega_{\parallel}$, и $\delta < 0$ — случаю $\Omega_{\perp} > \Omega_{\parallel}$. Частоты $\tilde{\Omega}_{\parallel,\perp}$ выражаются через эти параметры $\tilde{\Omega}_{\parallel,\perp} = \langle \tilde{\Omega} \rangle \sqrt{1 \pm \delta}$. Для рассматриваемой МДС $\tilde{\omega}_{\text{sp}}^* \approx 1.98$.

Из сравнения рисунков 5 и 6 можно заметить, что при учёте анизотропии $\tilde{\Omega}$ снимается вырождение волн Ленгмюра. Линия $\tilde{\omega} = \tilde{\Omega}$ на рисунке 5 расщепляется во множество разрешённых и стоп-зон на рисунке 6. Структура разрешённых зон и свойства волн, распространяющихся в бесконечной МДС, были подробно изучены в работе [21]. Весь спектр зон зажат между $\tilde{\Omega}_{\perp}$ и $\tilde{\Omega}_{\parallel}$. При этом в каждой стоп-зоне существует одна ветка ПЭВ, что было впервые показано в работе [A4]. На рисунке 6 изображены только первые четыре, которые обозначены цифрой 2. Этот тип ПЭВ не анализировался в литературе ранее, и впервые его существование было предсказано в работе [A4], а волны были названы *поверхностными волнами Тамма—Ленгмюра*. Как было отмечено ранее, эти ПЭВ на границе МДС с анизотропными проводящими слоями существуют наравне с таммовскими ППП и поверхностными волнами Тамма.

Случай $\Omega_{\perp} > \Omega_{\parallel}$

Зонная структура МДС с анизотропными проводящими слоями при $\Omega_{\perp} > \Omega_{\parallel}$ имеет другой вид, в основном, для «гиперболического» режима когда $\Omega_{\parallel} < \omega < \Omega_{\perp}$ (Рис. 7). Параметры сред были выбраны такими же как в МДС с изотропными слоями, за исключением $\tilde{\Omega}_{\parallel} = 2, \tilde{\Omega}_{\perp} = 4$. Аналогично предыдущему случаю вырожденный спектр волн Ленгмюра расщепляется в серию разрешённых и стоп-зон, которые зажаты в диапазоне частот $(\Omega_{\parallel}, \Omega_{\perp})$.



1 — таммовский ППП, 2 — поверхностные волны Тамма—Ленгмюра, 3 — таммовские поверхностные волны.

Рис. 7 — Зонная структура МДС с анизотропными проводящими слоями и дисперсия поверхностных электромагнитных волн, распространяющихся вдоль слоёв по границе между МДС и средой с проницаемостью ε_a (Рис. 4). Параметры структуры: $\xi = 0.77, \varepsilon_i = 1.8, \tilde{\Omega}_{\perp} = 4, \tilde{\Omega}_{\parallel} = 2, \varepsilon_m^{\infty} = 9.5, \varepsilon_a = 5$.

В каждой стоп-зоне имеется поверхностное состояние, называемое поверхностной волной Тамма—Ленгмюра, дисперсия которого начинается со светового конуса диэлектрика с проницаемостью ε_a . На рисунке 7 изображено только первые 5 веток волн Тамма—Ленгмюра. Таммовские ППП и поверхностные волны

Тамма также сохраняются в соответствующих диапазонах частот. Предельные частоты таммовских ППП также определяются формулой (35) для $\tilde{\omega}_{sp}^*$, поскольку она не зависит от знака фактора анизотропии δ . Главное отличие случая $\Omega_{\perp} > \Omega_{\parallel}$ от случая $\Omega_{\perp} < \Omega_{\parallel}$ заключается в отрицательной дисперсии волн Тамма—Ленгмюра в первом, потому что групповая скорость ПЭВ $\tilde{v}_g = \partial\tilde{\omega}/\partial\tilde{k}_z < 0$ в этом случае.

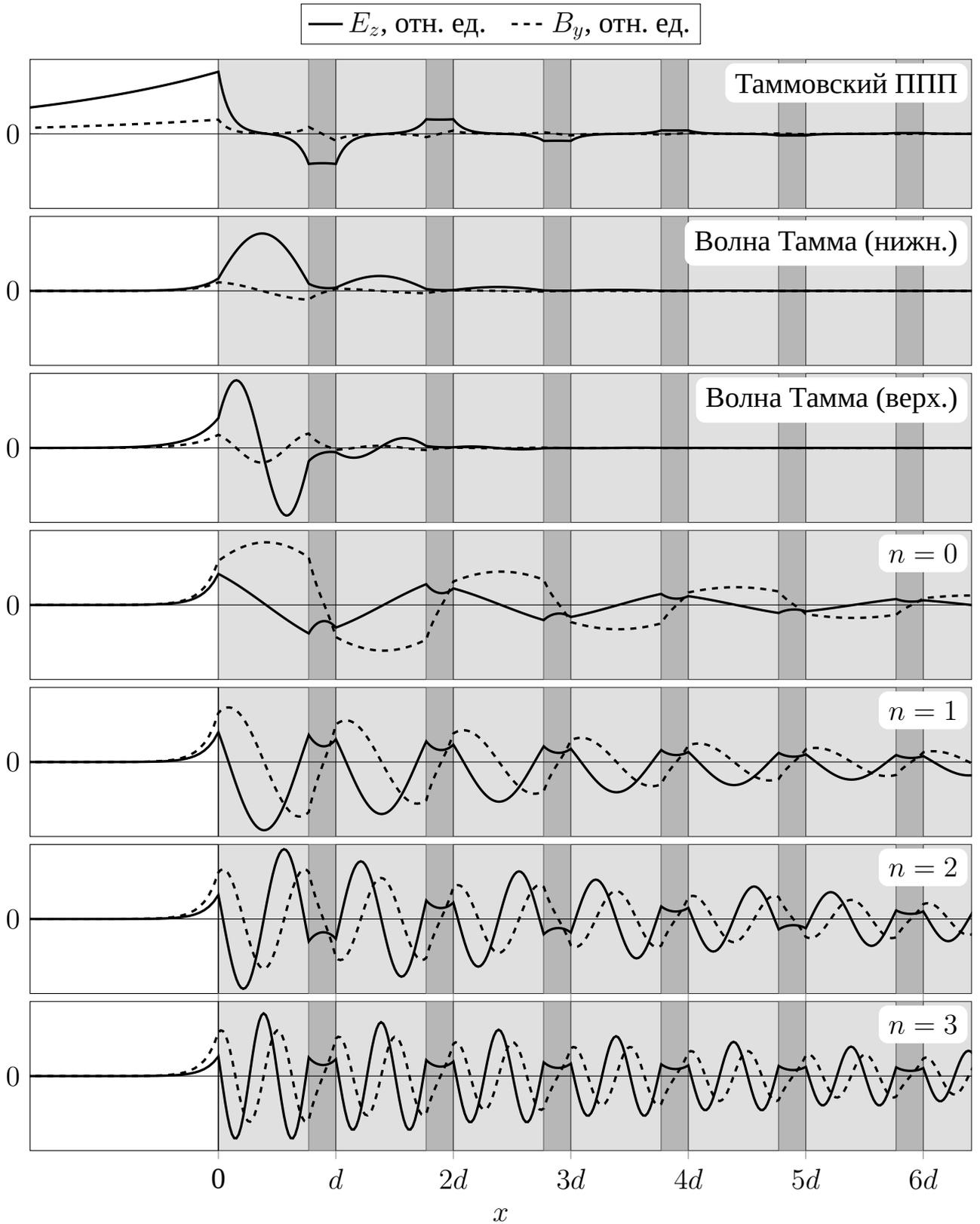
1.5 Свойства поверхностных волн Тамма—Ленгмюра

В этой части приводится анализ свойств волн Тамма—Ленгмюра, проведённый в работе [A4].

После детального рассмотрения зонной структуры бесконечной МДС с анизотропными проводящими слоями [21] логично ожидать дисперсию ПЭВ такого же знака, что и подтверждается расчётами на рисунках 6 и 7. В зависимости от знака фактора анизотропии δ волны Тамма—Ленгмюра могут иметь групповую скорость v_g разного знака. В случае $\delta > 0$, или $\Omega_{\perp} < \Omega_{\parallel}$ что то же самое, они имеют $v_g > 0$ и, соответственно, положительную дисперсию. А в случае $\delta < 0$ или $\Omega_{\perp} > \Omega_{\parallel}$ групповая скорость $v_g < 0$ и дисперсия отрицательна[†].

На рисунке 8 приведены распределения компонент полей E_z, H_y в ПЭВ на границе МДС с анизотропными проводящими слоями (Рис. 4). Конкретные выбранные значения $(\tilde{k}_z, \tilde{\omega})$ отмечены треугольниками на рисунке 6. Для таммовских ППП распределения компонент поля экспоненциально спадают как при удалении от каждой границы, так и вглубь МДС. Из-за небольшой толщины слоёв диэлектрика внутри МДС это выражено не столь явно, как для металлических слоёв. Так как в рассматриваемой МДС выполнено условие $\varepsilon_i < \varepsilon_a < \varepsilon_m^{\infty}$, то для поверхностных волн Тамма поля осциллируют только в анизотропных слоях. Номер моды n определяется по числу осцилляций компоненты E_z в проводящем слое. Распределения полей быстро спадают с каждым периодом, потому что выбранные точки находятся достаточно глубоко внутри стоп-зоны МДС. Для поверхностных волн Тамма—Ленгмюра распределения похожи на распределения полей для волн Ленгмюра [21] в плоско-параллельном волноводе с анизотропной плазменной частотой. Они имеют осциллирующий характер в слоях металла и

[†]В английской литературе также используются термины *forward wave* и *backward wave* для волн с положительной и отрицательной дисперсией



$n = 0, \dots, 3$ нумеруют ветки поверхностных волн Тамма—Ленгмюра с уменьшением $\tilde{\omega}$ от $\tilde{\Omega}_\perp$.

Рис. 8 — Распределение компонент E_z, H_y для поверхностных волн на границе МДС с анизотропными проводящими слоями (случай $\Omega_\perp < \Omega_\parallel$) в выбранных точках $(\tilde{k}_z, \tilde{\omega})$ на рисунке 6.

экспоненциальное поведение внутри диэлектрических. Волны Тамма—Ленгмюра наследуют свойства объёмных волн Ленгмюра, а их распределение полей в чём-то похоже на поверхностные волны Тамма в РБО, поэтому они и были так названы.

Важно отметить, что в квазистатическом пределе $k_z \gg \omega/c$ поверхностные волны Тамма—Ленгмюра, как и таммовский ППП, не исчезнут, в отличие от поверхностных волн Тамма. Это можно объяснить тем, что при $\tilde{k}_z \gg \tilde{\omega}$ частота каждой моды Тамма—Ленгмюра стремится к $\tilde{\Omega}_{\parallel}$. Исследование объёмных и поверхностных волн в МДС в квазистатическом пределе было сделано в работах [75], но без рассмотрения волн Тамма—Ленгмюра.

Как упоминалось ранее, в рассматриваемой модели диэлектрической проницаемости анизотропных слоёв металла число волн Тамма—Ленгмюра бесконечно. В реальных системах число мод будет ограничено пространственной дисперсией диэлектрической проницаемости в анизотропных проводящих слоях для коротких длин волн и поглощением. Например, для короткопериодных полупроводниковых сверхрешёток границы применимости описанного рассмотрения определяются границами применимости метода эффективной среды [83].

Поглощение волн Тамма—Ленгмюра

До этого момента ПЭВ рассматривались без учёта поглощения в средах. В этой части рассмотрим каким образом повлияет поглощение на свойства ПЭВ, в частности волн Тамма—Ленгмюра, в первом приближении. Для упрощения расчётов будет учтено поглощение только в проводящих слоях, и для простоты положим $\tilde{\gamma}_{\parallel} = \tilde{\gamma}_{\perp} = \tilde{\gamma} \ll \tilde{\Omega}_{\perp}, \tilde{\Omega}_{\parallel}$. Следующий шаг — учёт анизотропии $\tilde{\gamma}_{\parallel} \neq \tilde{\gamma}_{\perp}$, поглощения в диэлектриках $\text{Im } \varepsilon_i, \text{Im } \varepsilon_a$, выходит за рамки данной работы. Остановимся только на качественном сравнении разных типов ПЭВ в МДС между собой, для чего описанного выше приближения будет достаточно.

Учёт поглощения приводит к тому, что энергия ПЭВ при распространении будет поглощаться в средах с потерями, а ПЭВ будет иметь характерную длину распространения. Это означает, что решения $\tilde{k}_z(\omega)$ уравнения (26) будут комплексными и $\text{Im } \tilde{k}_z > 0$. Законы дисперсии ПЭВ не изменятся в первом приближении по $\tilde{\gamma}/\tilde{\Omega}_{\perp, \parallel} \ll 1$ до момента $\text{Re } \tilde{k}_z \sim \text{Im } \tilde{k}_z$. Величина $\chi(\omega)$ называется

figure-of-merit

$$\chi(\omega) = \frac{\operatorname{Re} k_z}{\operatorname{Im} k_z}$$

и описывает характерную длину пробега ПЭВ, измеренную в длинах волн самой ПЭВ. Бóльшая величина $\chi(\omega)$ отвечает меньшему поглощению и большей длине распространения ПЭВ.

На рисунке 9 построена зависимость величины $\chi(\tilde{\omega})$, начиная со светового конуса $\tilde{\omega} = \tilde{k}_z / \sqrt{\varepsilon_a}$, для всех типов ПЭВ на границе МДС с анизотропными проводящими слоями для случая $\Omega_{\perp} < \Omega_{\parallel}$ (Рис. 4 и 6). $\chi(\tilde{\omega})$ была рассчитана путём численного решения уравнения (26) при $\tilde{\gamma} = 0.01$. В качестве начального приближения были взяты точки \tilde{k}_z при минимальной частоте $\tilde{\omega}$, отвечающей конкретной ветке дисперсии ПЭВ, вычисленные при $\tilde{\gamma} = 0$. Далее, уравнение (26) решалось с маленьким шагом по $\tilde{\omega}$, где в качестве начального приближения использовалось значение \tilde{k}_z на предыдущем шаге.

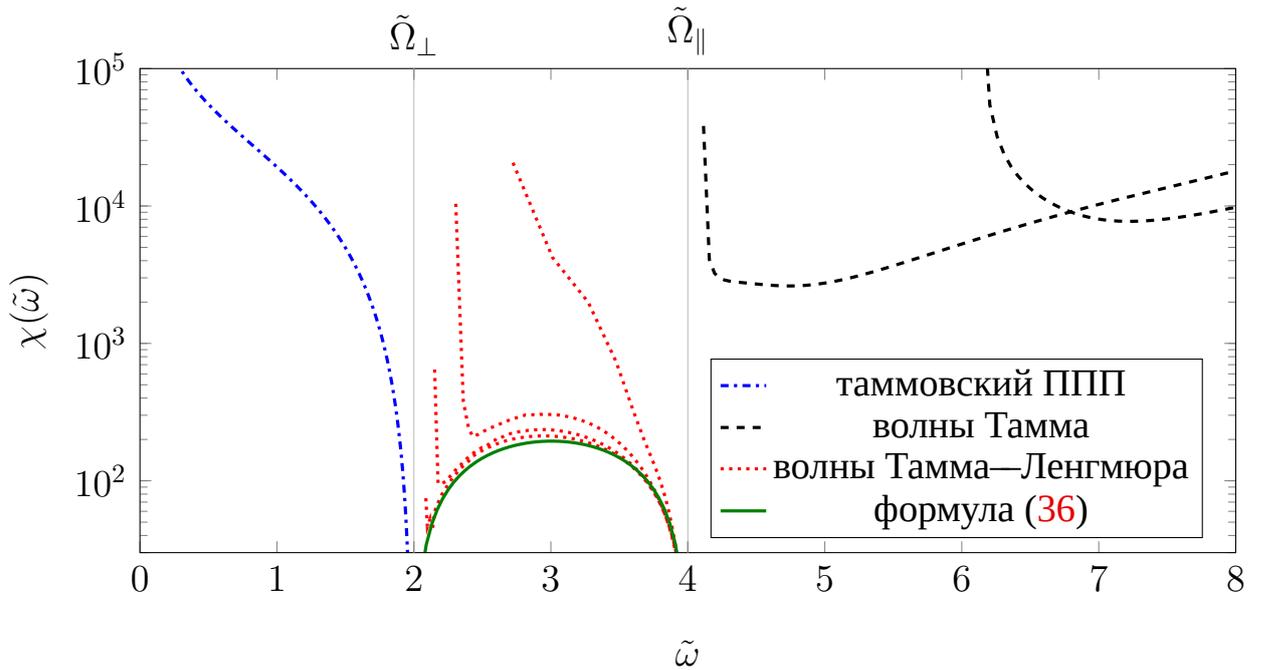


Рис. 9 — Зависимость величины figure-of-merit $\chi(\omega) = \operatorname{Re} k_z / \operatorname{Im} k_z$ для различных типов ПЭВ на границе МДС с анизотропным проводящими слоями (Рис. 4 и 6) с учётом поглощения в проводящих слоях $\tilde{\gamma}_{\perp} = \tilde{\gamma}_{\parallel} = 0.01$.

Поверхностные волны Тамма—Ленгмюра слабо локализованы внутри МДС и для них величина $\chi \rightarrow 0$ при удалении от светового конуса, то есть с ростом $\tilde{\omega}$. Бóльшие значения χ для всех ПЭВ в начале кривых объясняются слабой локализацией в диэлектрике ε_a вблизи его светового конуса. Для поверхностных волн Тамма величина χ растёт с увеличением частоты $\tilde{\omega}$, что связано с уменьшением

$\text{Im } \varepsilon_{\perp, \parallel}(\omega)$ в модели Друде—Лоренца (32) для больших частот. Уменьшение $\chi(\tilde{\omega})$ для частот $\tilde{\omega}$ вблизи $\tilde{\Omega}_{\perp}$ и $\tilde{\Omega}_{\parallel}$ связано с тем, что групповая скорость $v_g \rightarrow 0$ для волн Тамма—Ленгмюра и таммовского ППП.

В приближении $\text{Re } \varepsilon_{\perp, \parallel} \gg \text{Im } \varepsilon_{\perp, \parallel}$ из основного уравнения дисперсии (26) может быть получено аналитическое выражение $\chi(\tilde{\omega})$ для волн Тамма—Ленгмюра

$$\chi(\tilde{\omega}) = \frac{2}{\tilde{\gamma}\tilde{\omega}} \left| \frac{(\tilde{\omega}^2 - \tilde{\Omega}_{\perp}^2)(\tilde{\omega}^2 - \tilde{\Omega}_{\parallel}^2)}{\tilde{\Omega}_{\perp}^2 - \tilde{\Omega}_{\parallel}^2} \right|. \quad (36)$$

Используя определённые ранее величины средней частоты $\langle \tilde{\Omega} \rangle$ и фактора анизотропии δ , выражение (36) может быть преобразовано к виду

$$\chi(\tilde{\omega}) = \frac{\langle \tilde{\Omega} \rangle}{\tilde{\gamma}} f(s, \delta),$$

где $f(s, \delta)$ — универсальная функция

$$f(s, \delta) = \delta \frac{1 - s^2}{\sqrt{1 + s\delta}},$$

а $s \in (-1; 1)$ определяется выражением $\tilde{\omega} = \langle \tilde{\Omega} \rangle \sqrt{1 + s\delta}$. Максимум $f(s, \delta)$ достигается в точке

$$s^* = -\frac{\delta}{2 + \sqrt{4 - 3\delta^2}}.$$

Знак s^* зависит от знака δ , что приводит к тому, что $\tilde{\omega}$ для которой достигается $\chi(\tilde{\omega})$ всегда меньше $\langle \tilde{\Omega} \rangle$. Для рассматриваемой МДС максимум $f(s, \delta)$ достигается при $s^* \approx -0.16$, которой соответствует частота $\tilde{\omega} \approx 3$. Из рисунка 9 видно, что формула (36) хорошо согласуется с численным расчётом для волн Тамма—Ленгмюра с большими номерами, что соответствует $\tilde{k}_z \rightarrow \infty$.

1.6 Возбуждение волн Тамма—Ленгмюра

Спектр волн Тамма—Ленгмюра может быть исследован в экспериментах по измерению спектров коэффициента отражения $R_p(\omega)$ от конечных структур при различных углах падения в геометрии нарушенного полного внутреннего отражения (НПВО) [54; 55]. В этом случае свет p -поляризации падает через призму с

большим показателем преломления на тонкий диэлектрический слой с меньшим показателем преломления, который обеспечивает связь с МДС. Схематическое изображение эксперимента представлено на рисунке 10.

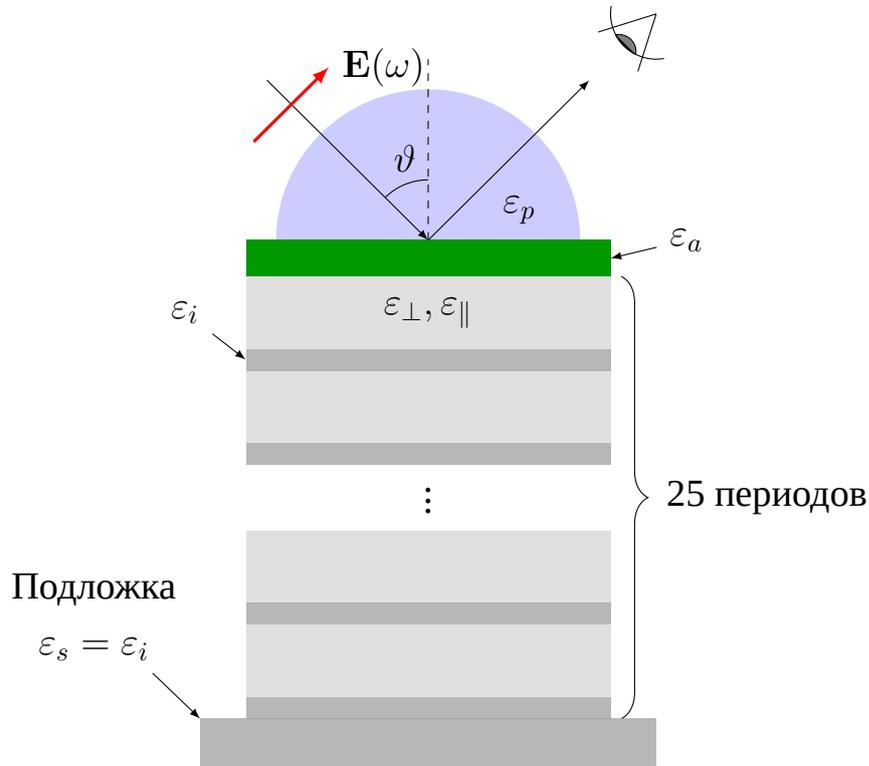
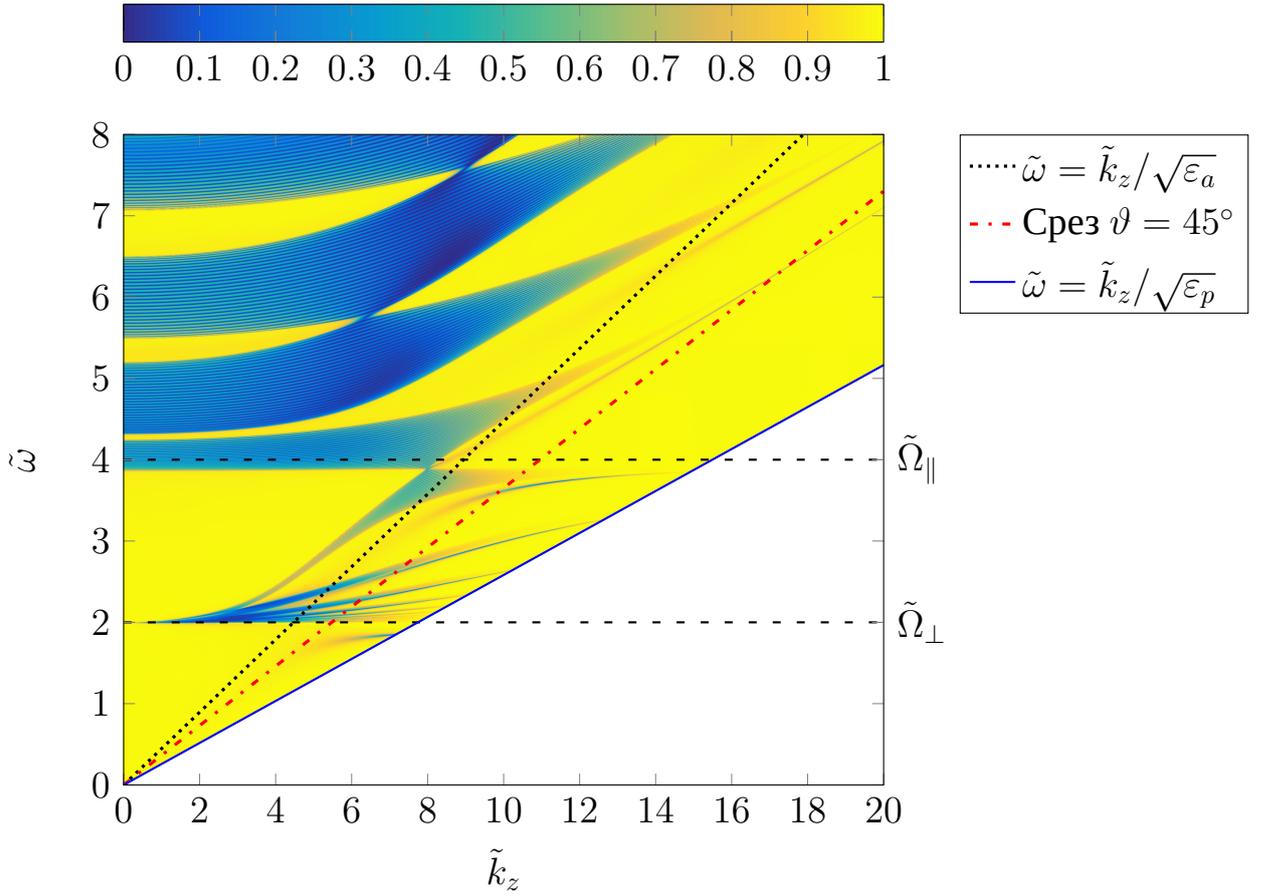


Рис. 10 — Эскиз экспериментальной установки для исследования поверхностных волн Тамма—Ленгмюра в геометрии нарушенного полного внутреннего отражения $\varepsilon_p > \varepsilon_a$.

В качестве примера будет рассмотрена конечная МДС, состоящая из 25 периодов. Параметры структуры взяты такими же, как и для расчёта зонной структуры в пункте 1.4.2. Структура стоит на подложке из диэлектрика с проницаемостью ε_i , который составляет один из слоёв МДС. Диэлектрическая проницаемость призмы была взята $\varepsilon_p = 15$. Тонкий слой между призмой и МДС имеет толщины $d_m/2$ является диэлектриком ε_a , который рассматривался в расчёте дисперсии волн Тамма—Ленгмюра в пункте 1.4.2.

С помощью полученной в пункте 1.2.4 формулы (30) для коэффициента отражения волн p -поляризации $R_{l \rightarrow r}$ в работе [A4] была вычислена карта коэффициента отражения $R_p(\tilde{\omega}, \tilde{k}_z)$, которая изображена на рисунке 11. Проекция волнового вектора в этом случае определяется углом падения ϑ как $\tilde{k}_z = \tilde{\omega} \sqrt{\varepsilon_p} / \sin \vartheta \approx 35.26^\circ$. При углах падения $\vartheta < \arcsin \sqrt{\varepsilon_a / \varepsilon_p}$ условие полного внутреннего отражения для света падающего на границу призмы и диэлектрического слоя не



Цветом показана величина $0 \leq R_p \leq 1$. Параметры структуры: $\xi = 0.77, \varepsilon_i = 1.8, \tilde{\Omega}_\perp = 2, \tilde{\Omega}_\parallel = 4, \varepsilon_m^\infty = 9.5, \tilde{\gamma}_\perp = \tilde{\gamma}_\parallel = 0.01$. Проницаемость призмы $\varepsilon_p = 15$.

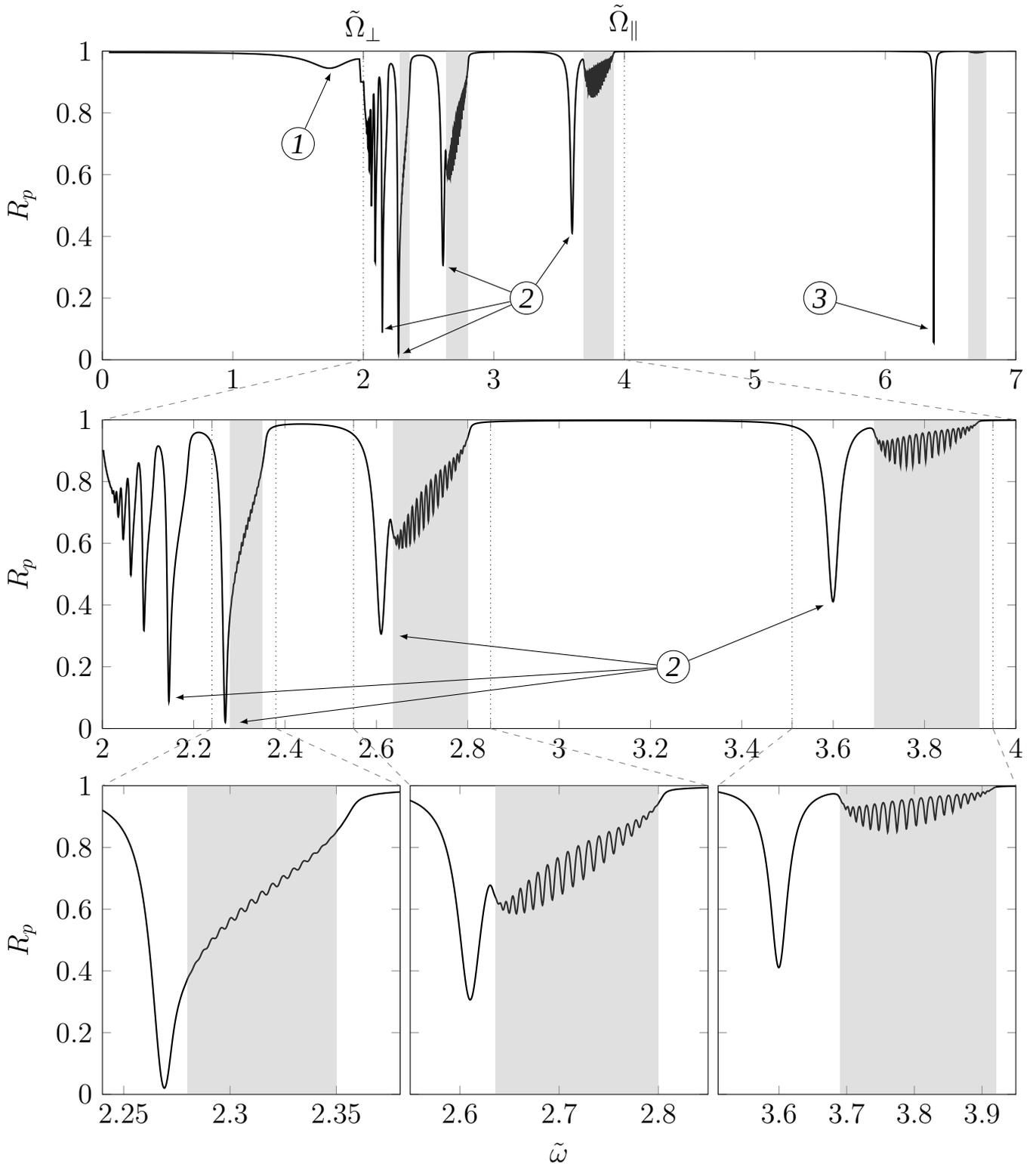
Слой между призмой и МДС имеет толщину $d_m/2$ и проницаемость $\varepsilon_a = 5$.

Рис. 11 — Карта коэффициента отражения в p -поляризации от конечной МДС с анизотропными слоями, состоящей из 25 периодов, в геометрии нарушенного полного внутреннего отражения.

выполнено. Условие возбуждения ПЭВ отвечает обратному условию и соответственно области между световыми конусами $\tilde{\omega} = \tilde{k}_z / \sqrt{\varepsilon_p}$ и $\tilde{\omega} = \tilde{k}_z / \sqrt{\varepsilon_a}$.

На карте хорошо видны особенности в виде минимумов величины R_p , связанные как с разрешённой зоной МДС, так и с ПЭВ. Наборы близко расположенных локальных минимумов R_p из ≈ 25 штук соответствуют разрешённым зонам бесконечной МДС. Минимумы, отщеплённые от них, более глубокие и соответствуют поверхностным волнам. Также можно отметить, что при скользящих углах падения $\vartheta \approx \pi/2$ заметны минимумы отвечающие только ПЭВ, в данном случае ППП и волнам Тамма—Ленгмюра. Это обстоятельство потенциально может помочь при анализе спектров $R_p(\omega)$, измеренных в эксперименте.

Измерение полной карты отражения (Рис. 11) даёт информацию о дисперсии ПЭВ, но может быть затруднительным в эксперименте, так как требует



Цифрами отмечены минимумы, соответствующие ПЭВ:

1 — таммовский ППП, 2 — волны Тамма—Ленгмюра, 3 — волна Тамма

Рис. 12 — Спектр коэффициента отражения $R_p(\tilde{\omega})$ от конечной МДС с анизотропными слоями, состоящей из 25 периодов, в геометрии нарушенного полного внутреннего отражения при угле падения $\vartheta = 45^\circ$ (срез карты отражения на рисунке 11).

измерения R_p в широком диапазоне частот и углов падения. На рисунке 12 изображён один из спектров $R_p(\omega)$ при угле падения $\vartheta = 45^\circ$. Для более наглядного представления на него нанесены серые области, соответствующие разрешённым зонам бесконечной МДС. На этом срезе карты отражения более явно видны наборы минимумов, которые попадают в разрешённую область МДС. На увеличенных вставках видно в наборах конечное число минимумов, что связано с конечным числом периодов МДС. Минимумы, которые попадают в стоп-зоны МДС, отвечают резонансам связанным с ПЭВ, распространяющимся, в данном случае, по границе МДС и тонкого диэлектрического слоя ε_a . Цифрами обозначены минимумы, связанные с различными типами ПЭВ: 1 — таммовский ППП, 2 — поверхностные волны Тамма—Ленгмюра, 3 — поверхностная волна Тамма.

Проанализировав карту и спектр отражения (Рис. 11 и 12), можно отметить ряд особенностей, которых нет при анализе ПЭВ в бесконечной структуре без поглощения в пункте 1.4.2.

Минимум R_p , отвечающий таммовскому ППП, значительно меньше по величине чем минимумы, отвечающие волнам Тамма—Ленгмюра и волне Тамма. Это связано с двумя факторами. Из-за конечной толщины слоя диэлектрика ПЭВ могут излучаться в призму с бóльшим показателем преломления, что приводит к конечной ширине минимума в спектре. Второй фактор связан со структурой зон бесконечной МДС. Кривая дисперсии таммовского ППП проходит близко к зоне коллективных ППП бесконечной МДС, что приводит к наложению минимумов R_p и невозможности их различить.

В области гиперболического режима $\Omega_\perp < \omega < \Omega_\parallel$ в спектре отражения наблюдаются локальные минимумы, связанные как с разрешённой зоной бесконечной МДС, так и с поверхностными волнами Тамма—Ленгмюра. Особенности, связанные с разрешёнными зонами, хорошо различимы только для первых трёх зон с большими частотами ω . Для следующих зон провал, соответствующий волне Тамма—Ленгмюра, накладывается на минимумы для разрешённой зоны, и их не получается различить. В отличие от спектра ПЭВ в структуре без поглощения (Рис. 6), где кривые дисперсии волн Тамма—Ленгмюра начинаются с $\tilde{k}_z \approx 13$, особенности в спектре поглощения проявляются и при меньших значениях \tilde{k}_z . Что может быть связано как с учётом $\tilde{\gamma} \neq 0$, так и с конечной толщиной МДС и диэлектрической прослойки. Видно, что один большой локальный минимум всегда сохраняется, и он связан с возбуждением поверхностных волн Тамма—Ленгмюра.

В рассмотренном спектре лучше всего проявляются особенности $R_p(\omega)$, которые связаны с возбуждением именно ПЭВ, а не объёмных волн МДС.

1.7 Выводы к главе 1

С помощью математических методов, описанных в части 1.2, теоретически исследован спектр поверхностных электромагнитных волн, распространяющихся по поверхности вдоль слоёв полубесконечной анизотропной металл—диэлектрической периодической структуры. Предсказано существование ранее не описанного в литературе типа поверхностных электромагнитных волн в слоистой среде, которые были названы *поверхностными волнами Тамма—Ленгмюра*. Они существуют в металл-диэлектрических структурах, в которых диэлектрическая проницаемость металлических слоёв может быть описана моделью Друде—Лоренца с анизотропной плазменной частотой. Спектр волны Тамма—Ленгмюра лежит между спектрами волн Тамма, лежащий в высокочастотной области, и спектром поверхностных плазмон-поляритонов. Анизотропия приводит к снятию вырождения продольных волн Ленгмюра в различных металлических слоях и к появлению спектра стоп-зон, в которых лежат кривые дисперсии поверхностных электромагнитных волн. Показано, что волны Тамма—Ленгмюра могут иметь как положительную, так и отрицательную дисперсию, что зависит от анизотропии плазменной частоты. Проанализированы распределения полей для поверхностных волн, характерной особенностью волн Тамма—Ленгмюра является осциллирующее поведение внутри слоёв металла и экспоненциальное спадание в слоях диэлектрика. Проведённое численное моделирование эксперимента по измерению коэффициента отражения от структур с конечным числом слоёв (25 периодов) показало, что определённые минимумы в спектрах отражения связаны с именно волнами Тамма—Ленгмюра. Не смотря на близость особенностей к разрешённой зоне бесконечной структуры, более ярко проявляется особенность, связанная именно с поверхностными волнами, а не с разрешённой зоной.

Глава 2. Продольные моды шепчущей галереи

2.1 Введение

Существование волн продольной поляризации в веществе с ненулевым волновым вектором связано с пространственной дисперсией диэлектрической проницаемости и/или магнитной восприимчивости. Пространственной дисперсией называется нелокальность отклика среды, что означает зависимость вектора индукции \mathbf{D} в конкретной точке от значений электрического поля \mathbf{E} в окрестности этой точки. В Фурье-представлении это приводит к зависимости проницаемости или восприимчивости от волнового вектора волны. Она может играть важную роль вблизи таких частот ω , которые близки к особенностям, например к краю фундаментального поглощения в полупроводниках, к спектру экситонов, к спектру фононов или к плазменной частоте в металлах. Вопросы, связанные с влиянием пространственной дисперсии на оптические свойства среды, исследуются давно [84—87], начиная с пионерских работ [88—90]. В настоящее время наблюдается определённый интерес к исследованию эффектов в метаматериалах, которые могут быть описаны в определённом диапазоне частот эффективной проницаемостью и/или восприимчивостью с пространственной дисперсией [68; 91—93].

В большинстве случаев пространственная дисперсия слабая, а её учёт не приводит к новым эффектам, поэтому чаще всего ей пренебрегают. Однако бывают случаи, в которых наблюдается сильная пространственная дисперсия [68]. Так вблизи частот, соответствующих возбуждениям (экситонам, фононам, плазмонам и др.) в среде, влияние пространственной дисперсии [84; 94] может приводить к существенным качественным эффектам. Это может выражаться в виде появления дополнительных волн (ДВ) в среде. Возможность распространения ДВ означает, что при рассмотрении границы между двумя средами стандартных максвелловских граничных условий уже будет недостаточно для определения всех амплитуд, и необходимо накладывать дополнительные граничные условия (ДГУ) [84; 95—97].

Дополнительные волны могут быть не только поперечной поляризации, но и продольной. Для продольных волн характерно равенство нулю электрической индукции при отличном от нуля электрическом поле. В изотропных однородных

средах без учёта пространственной дисперсии это соответствует условию равенства нулю диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega) = 0$, что возможно, например, для идеальных металлов. Их групповая скорость в этом приближении равна нулю, и они не переносят энергию [98]. В полупроводниках и диэлектриках также могут существовать продольные волны, но связанные уже именно с пространственной дисперсией проницаемости [84]. Так в работе [93] было проанализировано взаимное влияние пространственной дисперсии и анизотропии плазменной частоты на волны в анизотропных МДС структурах, рассматриваемых в главе 1.

Теория дополнительных волн в приближении слабой пространственной дисперсии развивалась в работах [84; 99; 100]. В то же время, вопрос как о конкретном виде ДГУ, так и о необходимости их использования в общем случае, значительно более сложен и до конца не решён [101—105]. Различные виды ДГУ рассматривались во многих работах [84; 86], и предположений о дополнительной линейной связи поляризации и электрического поля на границе среды часто бывает достаточно.

В главе будут рассматриваются дополнительные и обычные волны в микро-резонаторах, изготовленных из среды с пространственной дисперсией.

2.2 Теория распространения волн в средах с пространственной дисперсией

Отклик однородной изотропной среды на электромагнитную волну $\propto \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t)$ может быть описан двумя величинами: диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega, k)$ и магнитной восприимчивостью $\mu(\omega, k)$. Зависимость ε, μ от k часто называют пространственной дисперсией. В большинстве случаев она мала и ей пренебрегают. В то же время, частотной дисперсией μ можно пренебречь и считать $\mu = 1$ для частот $\omega \gg \omega_m$, где ω_m это частота магнитного резонанса [106].

С другой стороны, в однородной и изотропной среде, инвариантной относительно преобразования инверсии, существует только два истинных тензора второго ранга: δ_{ij} и $k_i k_j / k^2$ [107]. Тогда общий вид тензора диэлектрической проницаемости может быть записан в виде

$$\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon_l(\omega, k) \frac{k_i k_j}{k^2} + \varepsilon_t(\omega, k) \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right), \quad (37)$$

где $\varepsilon_l(\omega, k)$ называется продольной проницаемостью, а $\varepsilon_t(\omega, k)$ — поперечной по отношению к направлению волнового вектора \mathbf{k} . Зависимость ε_{ij} от \mathbf{k} формально стоило бы назвать пространственной дисперсией диэлектрической проницаемости, но строго говоря пространственной дисперсией называется зависимость от k именно функций $\varepsilon_l, \varepsilon_t$. Если отсутствует пространственная дисперсия и $\varepsilon_l = \varepsilon_t$, то тензор проницаемости диагонален $\varepsilon_{ij} \propto \delta_{ij}$ и не зависит явным образом от \mathbf{k} .

Величины $\varepsilon(\omega, k)$, $\mu(\omega, k)$ и $\varepsilon_l(\omega, k)$, $\varepsilon_t(\omega, k)$ связаны друг с другом соотношениями:

$$\varepsilon(\omega, k) = \varepsilon_l(\omega, k), \quad (38)$$

$$\frac{1}{\mu(\omega, k)} = 1 + \frac{\omega^2}{c^2 k^2} (\varepsilon_l(\omega, k) - \varepsilon_t(\omega, k)). \quad (39)$$

По виду выражения (39) понятно, что функция $\mu(\omega)$ не зависит от k только при условии $\varepsilon_l(\omega, k) - \varepsilon_t(\omega, k) \propto k^2$. Если при этом зависимостью от k в $\varepsilon(\omega, k)$ мы пренебрегаем, то поперечная проницаемость должна иметь вид $\varepsilon_t(\omega, k) = \varepsilon(\omega) + \alpha(\omega)k^2$ с точностью до k^2 . Здесь не конкретизируется параметр малости разложения $\propto k^2$. А значит в ε_t учтена пространственная дисперсия. Это означает, что стоит быть аккуратным при работе в представлении величин $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega) \neq 1$ вместе с пространственной дисперсией. Именно различие $\varepsilon_l, \varepsilon_t$ определяет магнитные свойства среды при $\omega \neq 0$. При $\omega = 0$ параметры среды хорошо описываются $\varepsilon(0, k)$ и $\mu(0, k)$.

Собственные волны в среде могут быть не только поперечными, но и продольными. Продольные волны являются чисто электрическими, так как всегда выполнено условие $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$. Из уравнений Максвелла (3) и материального уравнения

$$D_i = \varepsilon_{ij}(\omega, k) E_j$$

получаются уравнения дисперсии продольных волн

$$\varepsilon_l(\omega, k) = 0 \quad (40)$$

и поперечных волн

$$\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_t(\omega, k) = k^2. \quad (41)$$

В представлении ε, μ они принимают вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\omega, k) &= 0, \\ \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega, k) \mu(\omega, k) &= k^2. \end{aligned}$$

Учёт пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости может приводить к появлению дополнительных волн, которые могут быть как продольной поляризации, так и поперечной. Это следует того факта, что степень уравнений (40) и (41) относительно k может стать больше квадратичной.

Возможность распространения дополнительных волн в среде приводит к тому, что стандартных граничных условий Максвелла недостаточно для определения амплитуд всех волн. Для разрешения этой неопределённости вводится нужное число дополнительных граничных условий. Вопрос о конкретном виде дополнительных граничных условий ещё более сложен, чем вид пространственной дисперсии. На практике предположение о линейной связи поляризации \mathbf{P} и электрического поля \mathbf{E} часто оказывается достаточным.

2.3 Резонатор из среды с пространственной дисперсией

В этой части будут рассмотрены моды резонатора, изготовленного из среды с пространственной дисперсией диэлектрической проницаемости. Результаты были изложены в статье [A3]. В однородной негиротропной изотропной среде материальное уравнение связи индукции \mathbf{D} и электрического поля \mathbf{E} с учётом пространственной дисперсии в первом неисчезающем порядке по пространственным производным может быть записано в виде

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0(\omega)\mathbf{E} - \alpha_{\perp}(\omega) \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} + \alpha_{\parallel}(\omega) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E}, \quad (42)$$

где $\alpha_{\perp}(\omega)$ описывает нелокальность поперечного диэлектрического отклика, $\alpha_{\parallel}(\omega)$ — продольного отклика, $\varepsilon_0(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость без учёта пространственной дисперсии. Этот вид связи корректен в первом приближении для широкого класса материалов, и его будет достаточно для рассмотрения качественных эффектов. Параметры продольной и поперечной проницаемости, восприимчивости для плоских волн выражаются через параметры среды

$$\varepsilon_t(\omega, k) = \varepsilon_0(\omega) - \alpha_{\perp}(\omega)k^2, \quad (43a)$$

$$\varepsilon_l(\omega, k) = \varepsilon_0(\omega) - \alpha_{\parallel}(\omega)k^2, \quad (43б)$$

$$\mu(\omega) = 1 + \frac{\omega^2}{c^2} [\alpha_{\perp}(\omega) - \alpha_{\parallel}(\omega)]. \quad (43в)$$

Рассмотрим микрорезонатор из материала, в котором электрическая индукция и электрическое поле связаны уравнением (42), окружённого бездисперсионной средой с проницаемостью ε_a . Определение спектра и структуры полей собственных мод является главной задачей для микрорезонаторов. По теореме разложения Гельмгольца [108] напряжённость электрического поля можно представить в виде суммы безвихревого и соленоидального поля $\mathbf{E} = \mathbf{E}_t + \mathbf{E}_l$, для которых

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \mathbf{E}_l &= \mathbf{0}, \\ \operatorname{div} \mathbf{E}_t &= 0.\end{aligned}$$

Подставив это разложение в уравнения Максвелла и используя связь (42), можно получить систему уравнений

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_t = \frac{\omega}{c} \mathbf{B}, \quad (44a)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = -\frac{\omega}{c} [\varepsilon_0(\omega) \mathbf{E}_t + \varepsilon_0(\omega) \mathbf{E}_l + \alpha_{\perp}(\omega) \Delta \mathbf{E}_t + \alpha_{\parallel}(\omega) \Delta \mathbf{E}_l], \quad (44б)$$

$$\operatorname{div} [\varepsilon_0(\omega) \mathbf{E}_l + \alpha_{\parallel}(\omega) \Delta \mathbf{E}_l] = 0, \quad (44в)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0. \quad (44г)$$

Для дальнейшего упрощения системы рассмотрим детальнее уравнение (44в). Его решения можно разделить на три типа. Для первого типа $\mathbf{E}_l = 0$, что означает отсутствие в волне продольной составляющей электрического поля и отвечает случаю чисто поперечных волн. Для второго типа выполнено условие $\operatorname{div} \mathbf{E}_l = 0$, и тогда решения \mathbf{E}_l тривиальны. Последний тип отвечает не тривиальным решениям \mathbf{E}_l , для которых

$$\alpha_{\parallel}(\omega) \Delta \mathbf{E}_l + \varepsilon_0(\omega) \mathbf{E}_l = \mathbf{0}. \quad (45)$$

В этом случае в уравнении (44б) компоненты \mathbf{E}_t и \mathbf{E}_l могут быть разделены. Получается замкнутая система относительно полей \mathbf{E}_t, \mathbf{B}

$$\begin{aligned}[1 + \alpha_{\perp}(\omega)] \Delta \mathbf{E}_t + \varepsilon_0(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}_t &= \mathbf{0}, \\ \Delta \mathbf{B} + \varepsilon_0(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{B} &= \mathbf{0}.\end{aligned} \quad (46)$$

Общее решение уравнений (44) является линейной комбинацией решений уравнений (45) и (46).

Моды поперечной поляризации

Уравнения (46) вместе со стандартными граничными условиями описывают обычные поперечно-поляризованные моды в резонаторе. Учёт пространственной дисперсии проницаемости среды резонатора $\alpha_{\perp}(\omega) \neq 0$ приводит только к сдвигу собственных частот. Пусть ω_n^0 — собственная частота резонатора без учёта пространственной дисперсии ($\alpha_{\perp}(\omega) = 0$ в уравнении (46)). Тогда частота ω_n этой же моды с учётом пространственной дисперсии определяется уравнением

$$(\omega_n^0)^2 \varepsilon_0(\omega_0) = \frac{\omega_n^2 \varepsilon_0(\omega_n)}{1 + \alpha_{\perp}(\omega_n) \omega_n^2 / c^2}. \quad (47)$$

В случае слабой пространственной дисперсии $\alpha_{\perp}(\omega_n^0) (\omega_n^0)^2 / c^2 \ll 1$ собственная частота сдвигается на малую величину

$$\delta\omega_n = \omega_n - \omega_n^0 = \frac{\alpha_{\perp}(\omega_n^0)}{2} \left(\frac{\omega_n^0}{c} \right)^2. \quad (48)$$

Моды продольной поляризации

Моды резонатора продольной поляризации описываются уравнением (45) для безвихревой компоненты \mathbf{E}_l . Так как $\text{rot } \mathbf{E}_l = \mathbf{0}$, то поле \mathbf{E}_l может быть представлено в виде градиента скалярного потенциального поля

$$\mathbf{E}_l = -\text{grad } \varphi.$$

Подставляя представление в (45), получаем уравнение

$$\text{grad } [\varepsilon_0(\omega)\varphi + \alpha_{\parallel}(\omega)\Delta\varphi] = \mathbf{0}. \quad (49)$$

Так как φ определён с точностью до константы, то из (49) следует

$$\varepsilon_0(\omega)\varphi + \alpha_{\parallel}(\omega)\Delta\varphi = 0. \quad (50)$$

Невозможность существования продольных волн в среде без пространственной дисперсии приводит к тому, что в окружающей резонатор среде $\mathbf{E}_l = 0$. Также

для простоты предполагается, что дополнительные граничные условия не смешивают продольные и поперечные волны между собой[†]. Это приводит к тому, что и $\mathbf{E}_t = 0$ снаружи резонатора. Из чего следует, что на границе резонатора $\partial\Omega$ должно выполняться условие $\varphi|_{\partial\Omega} = 0$. В итоге, задача о нахождении собственных мод продольной поляризации в резонаторе Ω из среды с пространственной дисперсией свелась к решению уравнения Гельмгольца для скалярного поля

$$\Delta\varphi + \lambda(\omega)\varphi = 0, \quad (51a)$$

$$\varphi|_{\partial\Omega} = 0, \quad (51б)$$

$$\lambda(\omega) = \frac{\varepsilon_0(\omega)}{\alpha_{\parallel}(\omega)}. \quad (51в)$$

Рассмотрим в качестве примера геометрию резонатора в форме шара. Известно, что в сферических координатах (r, θ, ϕ) уравнения (51a) в случае $\lambda(\omega) > 0$ имеют решение φ_{nlm} в виде сферических функций

$$\varphi_{nlm}(r, \theta, \phi) \propto Y_{lm}(\theta, \phi) j_{\ell} \left(\sqrt{\lambda(\omega_{ln})} r \right), \quad (52)$$

где $Y_{lm}(\theta, \phi)$ — вещественные сферические гармоники, $j_{\ell}(z)$ — сферические функции Бесселя первого рода, $\ell = 0, 1, \dots$, $m = -\ell, -\ell + 1, \dots, \ell$, $n = 1, 2, \dots$. В случае $\lambda(\omega) < 0$ не существует решений уравнения Гельмгольца (51a), удовлетворяющих граничному условию (51б). Пусть γ_{ln} является n -ым нулём сферической функции Бесселя $j_{\ell}(z)$. Тогда собственные частоты ω_{ln} являются решениями уравнения

$$\sqrt{\lambda(\omega_{ln})} R = \gamma_{ln}, \quad (53)$$

где R — радиус шарового резонатора.

Распределения (52) аналогичны распределениям полей в обыкновенных модах шепчущей галереи (МШГ) [109—111] поперечной поляризации в диэлектрических микрорезонаторах. Для больших номеров $\ell \gg 1$ и $n = 1$ распределение поля продольных мод прижато к границе резонатора, как и в случае МШГ. На рисунках 13 и 14 изображены сечения распределения поля $\varphi(r, \theta, \phi)$ для двух мод МШГ продольной поляризации (52) с $\ell = 30$, $m = 30$ и $n = 1, 2$. Видно, что поле для обеих мод прижато к границе резонатора $r = R$. Существенная разница между рассмотренными и обыкновенными МШГ — это отсутствие полей снаружи резонатора для рассмотренных мод продольной поляризации, что связано с выбранным граничным условием.

[†]для реальных границ материалов это предположение может быть неверно

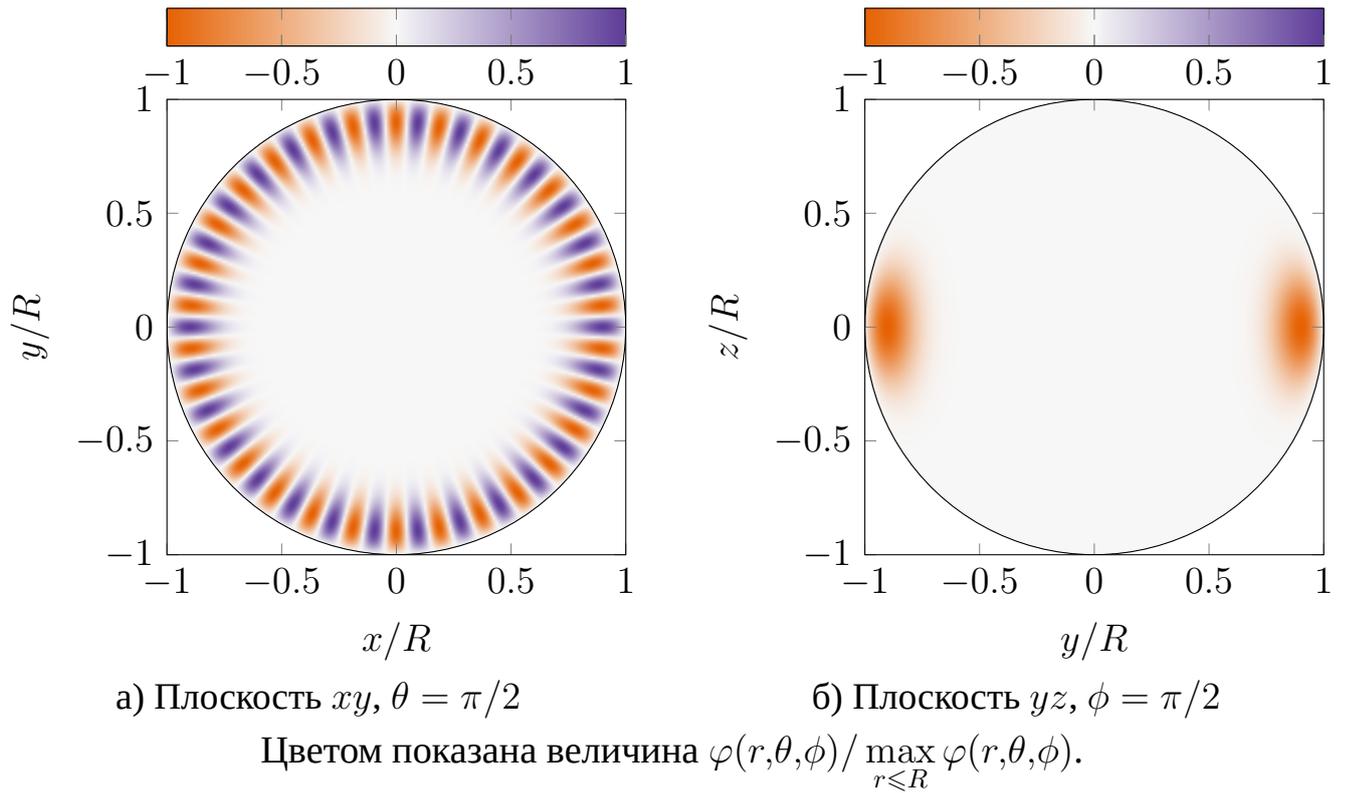


Рис. 13 — Сечения распределения поля $\varphi(r, \theta, \phi)$ в продольной моде шепчущей галереи с $\ell = 30$, $m = 30$, $n = 1$.

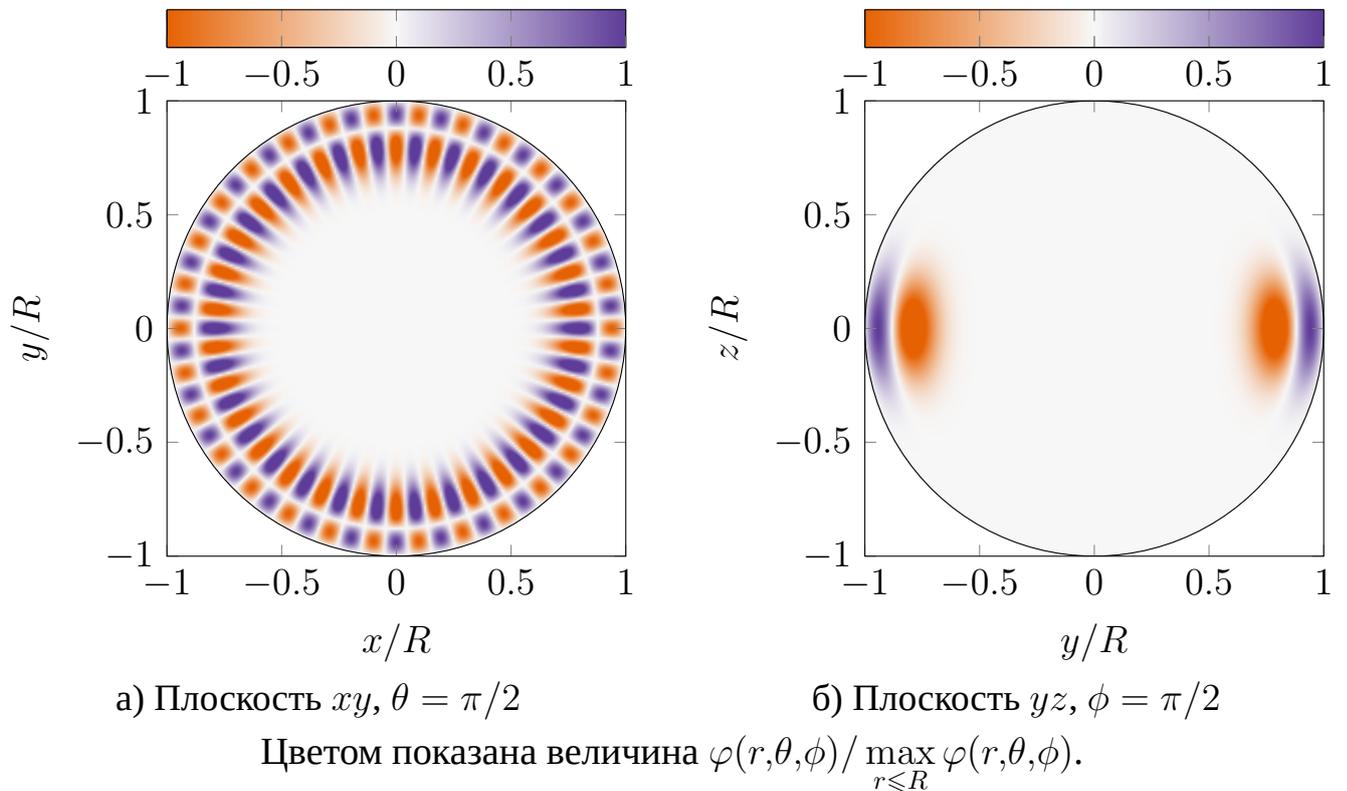


Рис. 14 — Сечения распределения поля $\varphi(r, \theta, \phi)$ в продольной моде шепчущей галереи с $\ell = 30$, $m = 30$, $n = 2$.

Дополнительные граничные условия

Из уравнения для мод продольной поляризации (45) следует, что $\mathbf{D} = \mathbf{0}$ внутри резонатора. Из стандартных граничных условий непрерывности нормальных компонент $D_n^{(\text{in})} = D_n^{(\text{out})}$, где индекс (out) соответствует сред снаружи резонатора, следует $D_n^{(\text{out})} = E_n^{(\text{out})} = 0$, поскольку $D_n^{(\text{out})} = \varepsilon_a E_n^{(\text{out})}$. Из-за выбора граничного условия (51б) на поверхности резонатора тангенциальные компоненты $E_{l,\tau}$ также равны нулю. Очевидно, что производные $\partial/\partial\theta, \partial/\partial\phi$ от функций (52) будут действовать только на сферические гармоники, а часть пропорциональная $j_\ell(\sqrt{\lambda(\omega)r})$ не будет затронута. При этом $j_\ell(\sqrt{\lambda(\omega_{ln})R}) = 0$. Откуда из стандартных граничных условий непрерывности тангенциальных компонент поля \mathbf{E} следует, что и $E_\tau^{(\text{out})} = 0$. Таким образом для рассмотренных мод поле вне резонатора равно нулю $\mathbf{E}^{(\text{out})} = \mathbf{0}$.

Рассмотрим, как выбранное условие $\varphi|_{\partial\Omega} = 0$ соотносится с ДГУ, известными в литературе [84; 95; 112]. В этом случае продольная волна является одной дополнительной волной в среде. Тогда наиболее общий вид ДГУ, который может быть избыточным, это $(D_i + \Gamma_{ik} E_k)|_{\partial\Omega} = 0$. В силу $\mathbf{D} = \mathbf{0}$ оно сводится к $\Gamma_{ik} E_k|_{\partial\Omega} = 0$. Условию $\varphi|_{r=R} = 0$ в сферических координатах будет соответствовать условия

$$\Gamma_{pr} = \Gamma_{rp} = 0, \quad p = r, \theta, \phi, \quad (54a)$$

$$\begin{vmatrix} \Gamma_{\theta\theta} & \Gamma_{\theta\phi} \\ \Gamma_{\phi\theta} & \Gamma_{\phi\phi} \end{vmatrix} \neq 0. \quad (54b)$$

Причём условие (54a) отвечает отсутствию смешивания продольной волны в резонаторе с поперечными волнами в окружающей среды. Из условия (54b) следует, что тангенциальные производные $\nabla_\tau \varphi|_{\partial\Omega} = \mathbf{0}$, а значит является эквипотенциальной поверхностью, и может быть выбрано $\varphi|_{\partial\Omega} = 0$.

Экспериментальное обнаружение

Для стандартных поперечных мод в резонаторах поле снаружи резонатора отлично от нуля. Это определяет не только потери на излучение (Q-фактор,

времени затухания) собственной моды, но и позволяет возбуждать моду электромагнитным излучением. Для рассмотренных продольных МШГ иная ситуация. Несмотря на отсутствие полей снаружи резонатора для них, это не означает принципиальной невозможности их обнаружения. Предлагается несколько способов возбуждения рассмотренных продольных МШГ. Геометрия идеального резонатора может быть нарушена путём его сопряжения с призмой, что может привести к необходимости более детального рассмотрения граничных условий, которые позволяют смешать продольные и поперечные волны. Это похоже на геометрию, в которой исследуются ППП. Другой способ возбуждения — это использование внешних электронных пучков [113—115]. Альтернативной возможностью является помещение излучателя в резонатор. Во всех случаях продольные МШГ будут проявляться в виде особенностей на спектрах коэффициентов прохождения, отражения, рассеяния или излучения.

2.4 Металлические микрорезонаторы

Влияние пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости может быть существенно вблизи частот особенностей, таких как край фундаментального поглощения в полупроводниках, экситоны или плазмоны. В этой части приводится оценка характерных параметров продольных МШГ для конкретных веществ.

При анализе спектров собственных волн в микрорезонаторах поглощение играет очень важную роль, поскольку определяет ширины линий в спектре. Важно, чтобы ширина линии собственной моды была много меньше расстояния между модами. Только в этом случае можно говорить о хорошо определённых собственных модах.

Одним из примеров веществ, который удовлетворяет этому условию, являются металлы. В нормальных металлах для частот ω вблизи плазменной частоты ω_p , для волновых векторов $k < \omega_p/v_f$ при температуре $T = 0$ отсутствует поглощение и $\text{Im } \varepsilon_l(\omega, k) = 0$, где v_f — скорость Ферми в металле. Вещественная часть диэлектрической проницаемости $\varepsilon_l(\omega, k)$ с учётом пространственной дисперсии

имеет вид

$$\varepsilon(\omega, k) = 1 - \frac{\omega_p^2 + \beta k^2}{\omega^2}, \quad (55)$$

где $\beta = 3v_f^2/5$ [94]. Из сравнения выражений (55) и (436) получается, что $\alpha_{\parallel}(\omega) = \beta/\omega^2$ и $\varepsilon_0(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega^2$. Тогда условие $\lambda(\omega) = \varepsilon_0(\omega)/\alpha_{\parallel}(\omega) > 0$ выполняется для частот $\omega > \omega_p$. Уравнение для собственных частот (53) может быть решено в явном виде, и получается спектр продольных МШГ

$$\omega_{\ell n} = \omega_p \sqrt{1 + \frac{3v_f^2 \gamma_{\ell n}^2}{5R^2 \omega_p^2}} \quad (56)$$

В качестве примера приведём характерные параметры продольных мод МШГ в микрорезонаторах из золота. Пусть радиус шарового резонатора $R = 500$ нм. Из экспериментальных данных известно, что для золота Au плазменная частота $\omega_p = 8.9$ эВ и скорость Ферми $v_f \approx 1.4 \cdot 10^8$ см/с. МШГ определены при достаточно больших значениях ℓ .

Рассмотрим первых два корня $\gamma_{\ell,1}, \gamma_{\ell,2}$ сферических функций Бесселя $j_{\ell}(z)$. Известно, что для всех корней функций Бесселя выполняется соотношение

$$\gamma_{\ell,1} < \gamma_{\ell+1,1} < \gamma_{\ell,2} < \gamma_{\ell+1,2} < \dots$$

Из чего следует, что междмодовое расстояние для мод МШГ $\Delta\omega$ будет определяться разностью корней $\gamma_{\ell,n}$ с ближайшими индексами ℓ . Ограничение на максимальный номер ℓ , при которых у мод отсутствует поглощение, следует из условия $k < \omega_p/v_f$, где следует сделать замену $k \mapsto \gamma_{\ell,n}/R$. Асимптотики $\gamma_{\ell,1}, \gamma_{\ell,2}$ при больших номерах [116] имеют вид

$$\begin{aligned} \gamma_{\ell,1} &\sim \ell + \frac{1}{2} + 1.855 \left(\ell + \frac{1}{2} \right)^{1/3}, \\ \gamma_{\ell,2} &\sim \ell + \frac{1}{2} + 3.244 \left(\ell + \frac{1}{2} \right)^{1/3}. \end{aligned}$$

Подставив эти разложения, получим что для продольных моды МШГ с индексами $\ell \lesssim 450$ не будет потерь. Диапазон частот, в котором существуют продольных МШГ, определяется $\omega_p < \omega < \sqrt{8/5} \omega_p$. Междмодовое расстояние для мод с $\ell \approx 450$ составляет приблизительно 9 мЭВ.

2.5 Вывод к главе 2

Исследовано влияние пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости среды на собственные моды микрорезонаторов. Показано существование приповерхностных мод продольной поляризации, которые аналогичны стандартным модам *шепчущей галереи*, в шаровых микрорезонаторах из обычных металлов, появление которых обусловлено пространственной дисперсией диэлектрической проницаемости. Исследован их спектр и распределения полей в них. Показано, что в металлических микрорезонаторах они должны существовать на частотах, близких к плазменной частоте металла. Характерная особенность распределения полей для рассмотренных мод — отсутствие полей снаружи резонатора, что объясняется отсутствием дополнительных граничных условий, связывающих моды продольной и поперечной поляризации вблизи границы резонатора. Рассмотренные продольные моды могут существовать не только в шаровых резонаторах, но и в резонаторах другой формы, в которых известны стандартные моды *шепчущей галереи* в средах без пространственной дисперсии.

Глава 3. Поверхностные волны Дьяконова на границе метаматериалов

3.1 Введение

Метаматериалом в оптике называют любой материал, обладающий диэлектрическими свойствами, которыми не могут обладать материалы природного происхождения. Например, вдоль разных направлений диэлектрическая проницаемость таких материалов может иметь разный знак, при этом магнитная восприимчивость остаётся положительной. Такие метаматериалы называют гиперболическими, потому что в них поверхность волновых векторов является гиперболоидом (1 или 2 рода, в зависимости сигнатуры тензора диэлектрической проницаемости) [19]. Другой пример — метаматериалы с отрицательным показателем преломления, для которых как диэлектрическая проницаемость, так и магнитная восприимчивость отрицательны [117]. В обоих случаях такое поведение параметров возможно в ограниченном диапазоне частот. Тонкие, по сравнению с длиной волны, слои метаматериалов можно считать двумерными и их также называют метаповерхностями.

Поверхностные электромагнитные волны, распространяющиеся вдоль границ метаматериалов, начали активно изучаться сравнительно недавно. Это стало возможным, когда технологии изготовления наноструктур достигли возможностей создания метаматериалов для оптического и инфракрасного диапазона длин волн. Некоторые из таких материалов перечислены в обзоре [118]. Известными типами метаматериалов являются короткопериодные металл-диэлектрические слоистые структуры [119—122], тонкие металлические решётки [123—125], столбчатые металлические структуры [126—128] и полупроводниковые слоистые структуры [9; 10; 129]. Наиболее известный тип поверхностных волн — это поверхностные плазмон-поляритоны, хорошо описан в литературе и для случая метаматериалов [A4; 31]. Также подробно в литературе обсуждается вопрос объёмных плазмонов-поляритонов [130]. В работе [131] теоретически предсказывается существование гибридных поверхностных волн на гиперболических метаповерхностях. Подробный обзор волн на границах метаматериалов представлен в [4].

Существует другой тип поверхностных электромагнитных волн — поверхностные волны Дьяконова [22; 23; 132; 133], распространяющиеся вдоль границ анизотропных диэлектрических сред. Определённые искусственно созданные материалы позволяют комбинировать между собой несколько типов поверхностных волн, например волны Дьяконова—Тамма [134—137], таммовские плазмоны [15]. В главе теоретически рассматриваются поверхностные электромагнитные волны Дьяконова, распространяющиеся вдоль границ метаматериалов, в частности сложной структуры ZnO, легированного Al (AZO).

3.2 Дисперсия волн Дьяконова на границе метаматериала

Рассмотрим при каких условиях возможно распространение поверхностных волн Дьяконова вдоль границы между одноосным метаматериалом и изотропным материалом. Существование ПЭВ Дьяконова впервые было предсказано для границы анизотропного одноосного диэлектрического кристалла и изотропной диэлектрической среды в оригинальной работе [22]. В этой же работе были установлены необходимые условия существования. Диэлектрические проницаемости материалов должны быть удовлетворять соотношениям: положительная одноосность анизотропного кристалла ($\varepsilon_e > \varepsilon_o$) и $\varepsilon_o < \varepsilon < \varepsilon_e$, где ε_e и ε_o — проницаемость необыкновенных и обыкновенных волн в кристалле, ε — проницаемость изотропной среды. При этом предполагается, что материалы являются диэлектриками для рассматриваемой частоты ω , а значит и все проницаемости положительны $\varepsilon_e, \varepsilon_o, \varepsilon > 0$. Волны Дьяконова существенно выделяются среди всех поверхностных электромагнитных волн, известных ранее, например ППП. От ППП их отличает узкий диапазон углов $\Delta\varphi$ распространения в плоскости границы, который сильно зависит от величины фактора анизотропии

$$\eta = \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_o} - 1. \quad (57)$$

Чем больше η , тем диапазон углов распространения больше. Вторым важным отличием является распространение волны практически без затухания, что связано с очень малыми потерями в контактирующих диэлектрических средах. Волны Дьяконова имеют гибридную (эллиптическую [138]) поляризацию в отличие от

ППП, включающую в себя обе поляризации (p , s в изотропном материале и обыкновенную, необыкновенную волны в одноосном кристалле) за счёт анизотропии проницаемости как минимум одной из сред.

В обзоре [4] и работах [139; 140] рассматриваются новые анизотропные материалы, вдоль границ которых возможно распространение гибридных поверхностных волн, схожих с волнами Дьяконова. Так для увеличения диапазона углов распространения предлагается использовать гиперболические метаматериалы, для которых $\varepsilon_o < 0$ и $\varepsilon_e > 0$. В этих материалах фактор анизотропии η «эффективно» больше по величине, что значительно расширяет условия существования волн Дьяконова и приводит к увеличению ширины диапазоны углов распространения. Впервые в работах [A1; A5] были проанализированы и экспериментально обнаружены гибридные поверхностные волны, распространяющиеся вдоль границы гиперболического метаматериала на базе щелевой структуры на базе AZO.

Далее по тексту предполагается, что все размерные величины измеряются в единицах волнового вектора света в вакууме $q_0 = \omega/c$.

Рассмотрим уравнение дисперсии для гибридных поверхностных волн на границе гиперболического метаматериала и изотропного диэлектрика. Уравнение дисперсии в этом случае такое же, как и для поверхностных волн Дьяконова [22], и задаётся выражением

$$(\varepsilon_o \kappa_e + \varepsilon \kappa_o)(\kappa_i + \kappa_e)(\kappa_i + \kappa_o) = (\varepsilon_e - \varepsilon)(\varepsilon - \varepsilon_o)\kappa_o, \quad (58)$$

где κ_e и κ_o это компоненты волнового вектора для необыкновенной и обыкновенной волны по направлению нормали к границе, κ_i — для p - и s -волны в изотропной среде, соответствующие экспоненциальному спадаанию распределений полей при удалении от границы. $\kappa_i, \kappa_e, \kappa_o > 0$ и отвечают экспоненциальному убыванию распределений полей при удалении от границы. Их величины определяются законами дисперсии волн соответствующих поляризаций, которые связаны между собой волновым вектором $\mathbf{q} = (q \cos \varphi, q \sin \varphi)$ вдоль направления распространения поверхностной волны в плоскости

$$q^2 - \kappa_i^2 = \varepsilon, \quad (59a)$$

$$\frac{q^2 \sin^2 \varphi - \kappa_e^2}{\varepsilon_e} + \frac{q^2 \cos^2 \varphi}{\varepsilon_o} = 1, \quad (59b)$$

$$q^2 - \kappa_o^2 = \varepsilon_o, \quad (59b)$$

где φ — угол между направлением фазовой скорости волны и оптической осью метаматериала. При $\kappa_i = \kappa_e = \kappa_o = 0$ эти выражения отражают закон дисперсии плоских волн в среде, распространяющихся под углом φ к оптической оси. В рассматриваемом случае $\varepsilon_e, \varepsilon > 0$ и $\varepsilon_o < 0$, что является основным отличием от работы [22]. Стоит отметить, что рассматриваемый метаматериал имеет некоторое сходство с металлами. В отличие от металлов, где из-за отрицательности диэлектрической проницаемости не могут распространяться волны обеих поляризаций, в метаматериале не может распространяться только обыкновенная волна. Это следует из отсутствия вещественных волновых векторов q , для которых $q^2 = \varepsilon_o < 0$.

Уравнение (58) вместе с (59) может выполняться только при некоторых углах φ . Если для выбранного заранее направления в плоскости границы $\varphi = \tilde{\varphi}$ существует решение (58), для которого $q, \kappa_i, \kappa_e, \kappa_o > 0$, то вдоль этого направления возможно распространение поверхностной волны Дьяконова. Часто используется и другое название — *дьяконовский плазмон* (ДП). Такие направления $\tilde{\varphi}$ существуют не при произвольном соотношении между проницаемостями. В работах [141—143] было показано, что ДП существуют только при условии

$$\varepsilon < |\varepsilon_o|. \quad (60)$$

Для ДП, как и для обычных волн Дьяконова, существуют диапазоны углов (φ_1, φ_2) в плоскости границы относительно оптической оси, в направлении которых они могут распространяться. В зависимости от соотношений между проницаемостями таких диапазонов, симметричных относительно оптической оси и перпендикуляра к ней, может быть четыре, как и для обычных волн Дьяконова, или два, когда пары диапазонов «сливаются» в один вблизи перпендикуляра к оптической оси. Границы φ_1, φ_2 определяются условиями $q, \kappa_i, \kappa_e, \kappa_o \rightarrow +\infty$ и $\kappa_e = 0$, соответственно. Из дисперсионного уравнения поверхностных волн (58) и соотношений (59) получаются выражения

$$\sin^2 \varphi_1 = \frac{\bar{\varepsilon}_e + \bar{\varepsilon}^2}{\bar{\varepsilon}_e + 1}, \quad (61)$$

$$\sin^2 \varphi_2 = \begin{cases} \frac{\bar{\varepsilon} + 1}{\bar{\varepsilon}_e + 1} \cdot \frac{\bar{\varepsilon}_e^3}{(\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}_e)^2 + \bar{\varepsilon}_e^2 \bar{\varepsilon}}, & 0 < \bar{\varepsilon} \leq \bar{\varepsilon}_*, \\ \frac{\pi}{2}, & \bar{\varepsilon}_* < \bar{\varepsilon} < 1, \end{cases} \quad (62)$$

где $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\varepsilon}_e$ относительные диэлектрические проницаемости

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{|\varepsilon_o|}, \quad \bar{\varepsilon}_e = \frac{\varepsilon_e}{|\varepsilon_o|}, \quad \bar{\varepsilon}_* = \frac{\bar{\varepsilon}_e}{\bar{\varepsilon}_e + 1}. \quad (63)$$

Связь $\bar{\varepsilon}_e$ с фактором анизотропии η (57), вводимым для диэлектрических сред, выражается $\bar{\varepsilon}_e = -\eta - 1$. Основным условием существования волн Дьяконова является $0 < \bar{\varepsilon} < 1$, однако при этом возможные значения $0 < \bar{\varepsilon}_e < +\infty$. Для углов всегда выполнено $\varphi_2 > \varphi_1$, и в зависимости от $\bar{\varepsilon}$ они изменяются в пределах от угла $\varphi_e = \arctg \sqrt{\bar{\varepsilon}_e}$, который соответствует асимптоте гиперболы, являющейся кривой дисперсии необыкновенных волн, до $\pi/2$.

Так как $\bar{\varepsilon}_* < 1$ при любом $\bar{\varepsilon}_e$, то количество диапазонов углов зависит от величины $\bar{\varepsilon}$. При $\bar{\varepsilon} \leq \bar{\varepsilon}_*$ всегда выполнено $\varphi_2 < \pi/2$, и, соответственно, существуют четыре диапазона (φ_1, φ_2) , $(\pi - \varphi_2, \pi - \varphi_1)$, $(-\pi + \varphi_1, -\pi + \varphi_2)$ и $(-\varphi_2, -\varphi_1)$. Если же $\bar{\varepsilon} > \bar{\varepsilon}_*$, то угол $\varphi_2 = \pi/2$, и имеется два диапазона углов распространения $(\varphi_1, \pi - \varphi_1)$ и $(-\varphi_1, -\pi + \varphi_1)$. Условие $\bar{\varepsilon} \leq \bar{\varepsilon}_*$ переписывается в терминах проницаемостей

$$\varepsilon \leq \frac{\varepsilon_e |\varepsilon_o|}{\varepsilon_e + |\varepsilon_o|}.$$

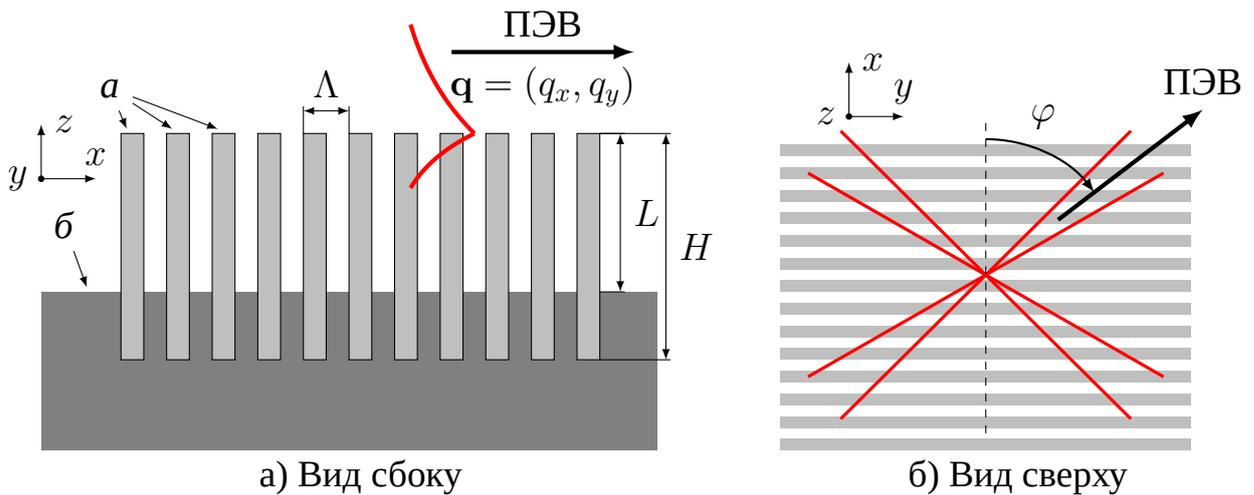
3.3 Приближение эффективной среды для метаматериалов

В работах [A1; A5] впервые теоретически и экспериментально продемонстрировано существование ДП на поверхности слоистого метаматериала на базе AZO. Показано, что в диапазоне длин волн $\lambda = 6-14$ мкм диэлектрический отклик слоистой структуры может быть описан эффективными параметрами, которые соответствуют среде с гиперболическим законом дисперсии. Для эффективных диэлектрических проницаемостей выполняются условия существования ДП, рассмотренных в пункте 3.2.

Исследуемый метаматериал в работах [A1; A5] представляет собой периодическую целевую структуру[†], схематическое изображение которой представлено на рисунке 15. Структура была выращена коллегами автора в Датском техническом университете.

Кратко рассмотрим процесс изготовления метаматериала на базе AZO. На рисунке 16 приведены снимки сканирующего электронного микроскопа (СЭМ) на промежуточных этапах. В начале подготавливается шаблон целевой структуры на подложке из Si методом глубинного реактивного травления. Глубина травления

[†](англ.) trench structure

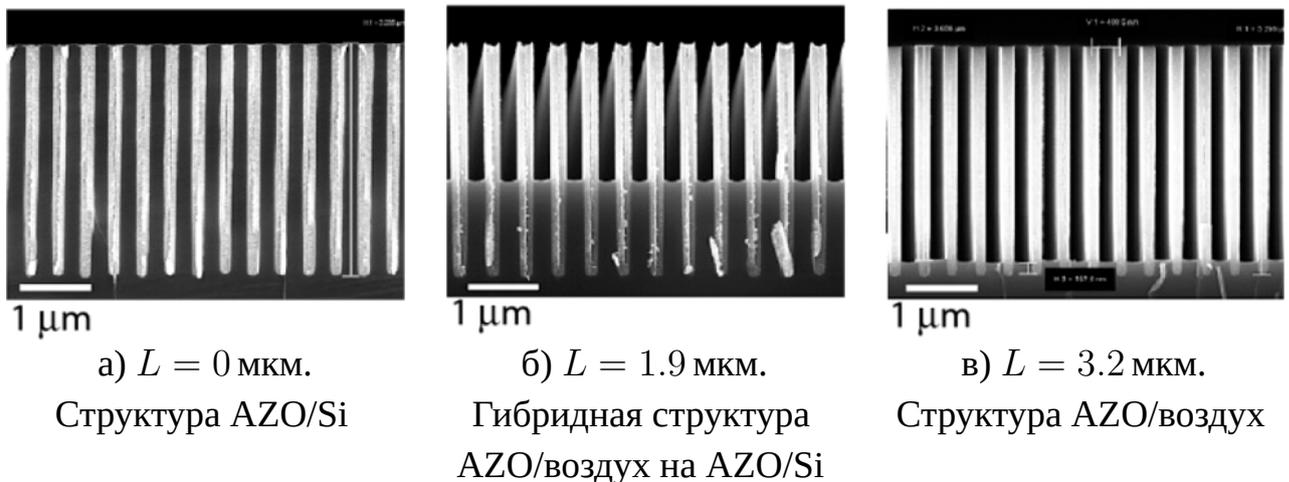


а) Вид сбоку

б) Вид сверху

a — ZnO, легированный Al (AZO), $б$ — Si. L — глубина травления. Высота щелевой структуры $H = 2.8–3.3$ мкм. Период повторения $\Lambda = 0.4$ мкм. Оптическая ось перпендикулярна слоям AZO и сонаправлена с x .

Рис. 15 — Схематическое изображение метаматериала на базе Si и периодической структуры слоёв AZO

а) $L = 0$ мкм.

Структура AZO/Si

б) $L = 1.9$ мкм.Гибридная структура
AZO/воздух на AZO/Siв) $L = 3.2$ мкм.

Структура AZO/воздух

Рис. 16 — Снимки сканирующего электронного микроскопа метаматериала на базе Si и ZnO, легированного Al [A1].

может достигать нескольких микрон. Далее, в полученной щелевой структуре в процессе атомно-слоевого осаждения осуществляется рост AZO до полного заполнения щелей в Si. На втором этапе лишнее наружное покрытие AZO на Si убирается в процессе сухого травления ионами Ar^+ , которое не затрагивает Si. Затем, удаляется требуемая глубина Si, в том числе и в щелевой структуре, в процессе стандартного сухого травления в атмосфере SF_6 . Этот процесс позволяет изготавливать метаматериалы площадью 2×2 см² и толщиной несколько мкм.

Период структуры (Рис. 15) был выбран равным $\Lambda = 0.4$ мкм. Каждый слой AZO является изотропной средой с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{\text{AZO}}(\omega)$. Для длин волн $\lambda \gg \Lambda$ диэлектрический отклик метаматериала, состоящего из двух слоёв, может быть описан тензором эффективной диэлектрической проницаемости

$$\hat{\varepsilon}^*(\omega) = \begin{pmatrix} \varepsilon_e^*(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_o^*(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_o(\omega) \end{pmatrix}, \quad (64)$$

где

$$\varepsilon_o^*(\omega) = (1 - \xi)\varepsilon_i(\omega) + \xi\varepsilon_{\text{AZO}}(\omega), \quad (65)$$

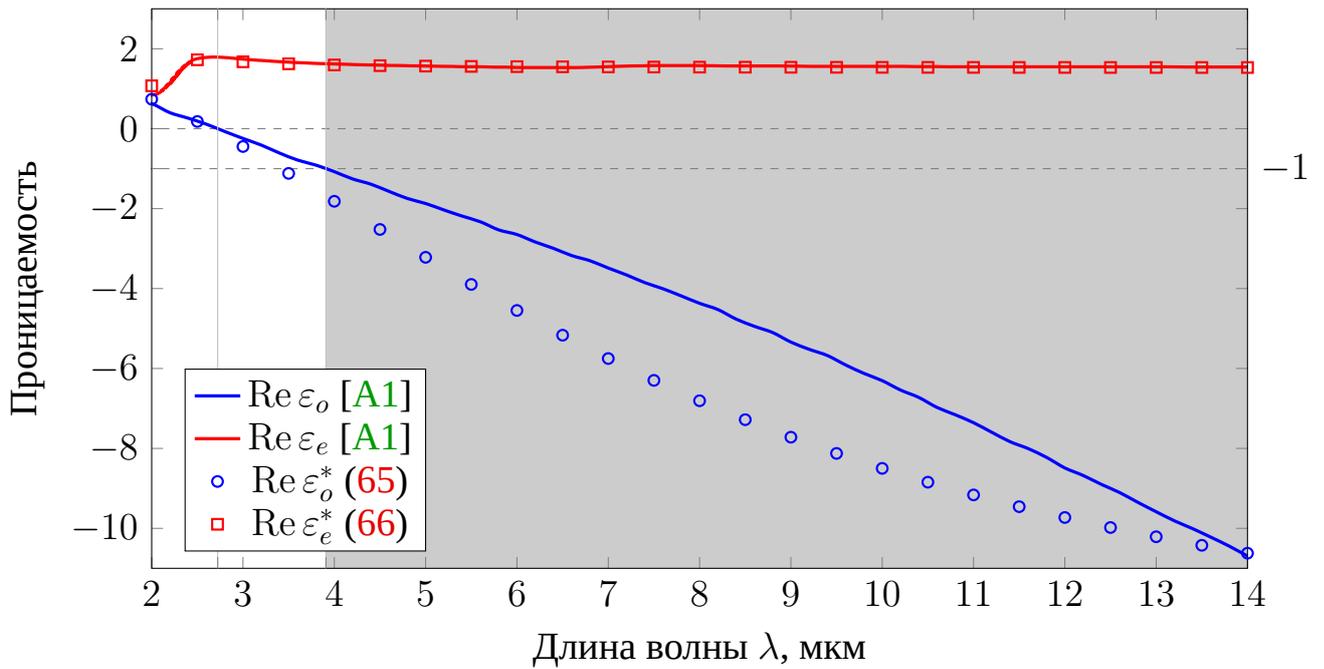
$$\frac{1}{\varepsilon_e^*(\omega)} = \frac{1 - \xi}{\varepsilon_i(\omega)} + \frac{\xi}{\varepsilon_{\text{AZO}}(\omega)}, \quad (66)$$

ξ — отношение толщины слоёв AZO к периоду Λ , ε_i — диэлектрическая проницаемость слоёв диэлектрика (в рассматриваемом случае это воздух или Si). Формулы (65) и (66) могут быть получены из усреднения электрического поля \mathbf{E} и вектора электрической индукции \mathbf{D} на периоде структуры [144]. В общем случае тензор (64) описывает одноосную среду, у которой оптическая ось направлена вдоль оси x . Ось x является нормалью к плоскости слоёв в метаматериале, и диэлектрическая проницаемость периодически меняется в этом направлении. В плоскости yz слои однородны, а эффективная проницаемость равна ε_o .

Для рассматриваемого диапазона длин волн 4–16 мкм дисперсия проницаемости $\varepsilon_{\text{AZO}}(\omega)$ хорошо описывается изотропной моделью Друде—Лоренца (32) с плазменной частотой Ω_{AZO} , скоростью затухания γ_{AZO} и высокочастотной проницаемостью ZnO ε_∞ . Плазменная частота Ω_{AZO} зависит от концентрации электронов N_e , которая зависит от степени легирования Al

$$\Omega_{\text{AZO}} = \sqrt{\frac{4\pi N_e e^2}{\varepsilon_\infty m_{\text{AZO}}^*}},$$

где e — заряд электрона, m_{AZO}^* — эффективная масса электронов в ZnO. Из литературы [145; 146] известно, что параметры Ω_{AZO} , γ_{AZO} , ε_∞ могут зависеть от процесса роста плёнок AZO. В работах [A1; A5] их значения оценивались из анализа спектров отражения от плёнки AZO толщиной $\Lambda/2 = 200$ нм, выращенной на поверхности стекла методом атомно-слоевого осаждения. Были получены значения $\Omega_{\text{AZO}} \approx 150$ ТГц, соответствующая длина волны 2 мкм, $\gamma_{\text{AZO}} \approx 50$ –65 ТГц

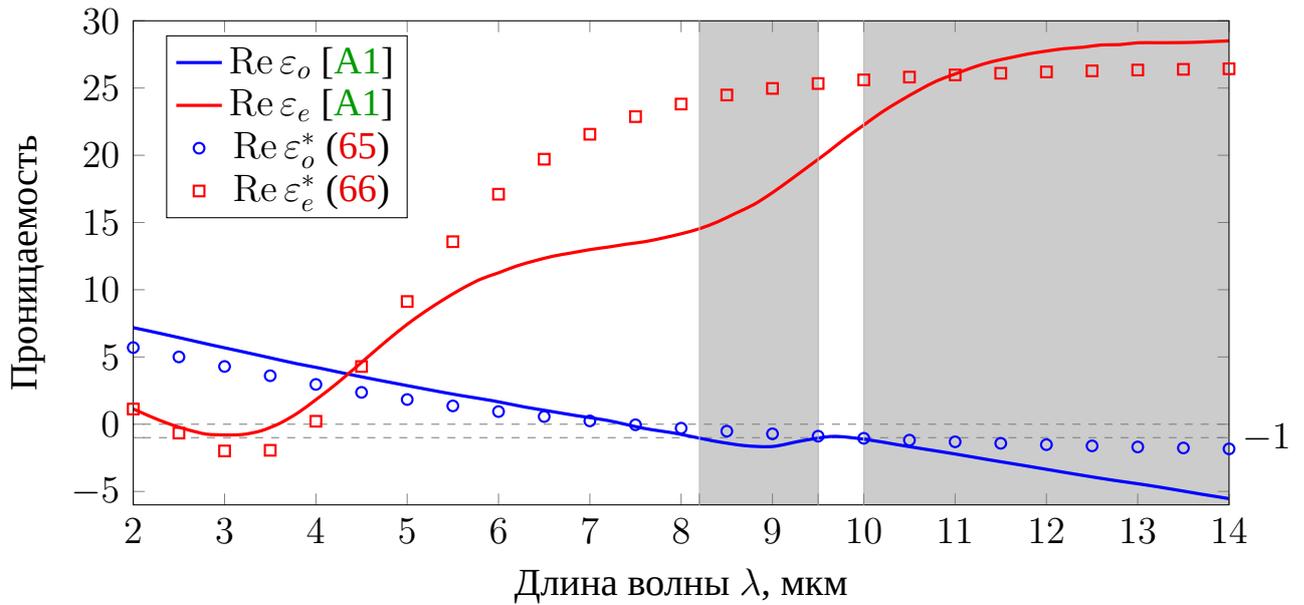


$\varepsilon_o, \varepsilon_e$ получены из анализа и обработки экспериментальных спектров отражения.
 $\varepsilon_o^*, \varepsilon_e^*$ рассчитаны по соотношениям (65) и (66).

Рис. 17 — Зависимости компонент тензора диэлектрической проницаемости (64) от длины волны λ для метаматериала на базе периодической структуры из слоёв AZO и воздуха.

и $\varepsilon_\infty \approx 3.45$. Эти значения находятся в согласии с работой [145] для плёнок ZnO с 7% содержанием Al.

Автором диссертации было проведено сравнение эффективных параметров метаматериала, вычисляемых по формулам (65) и (66), со значениями проницаемости полученными после анализа экспериментальных спектров отражения. В работах [A1; A5] анализ спектров отражения и «восстановление» диэлектрических проницаемостей по ним проводился соавторами автора диссертации. На рисунке 17 построены зависимости $\text{Re } \varepsilon_e^*, \text{Re } \varepsilon_o^*$ и экспериментальных значений $\text{Re } \varepsilon_e, \text{Re } \varepsilon_o$ в диапазоне длин волн $\lambda = 2-14$ мкм. Видно, что при $\xi \approx 0.4$ приближение эффективной среды хорошо согласуется с экспериментальными данными. Такой фактор заполнения периода структуры слоями AZO ξ также хорошо согласуется с СЭМ-изображениями (Рис. 16). Для длин волн $\lambda > 2.7$ мкм вещественная часть ε_o становится отрицательной, в то же время ε_e остаётся положительной. В этом диапазоне длин волн метаматериал является гиперболическим, так как $\varepsilon_e \varepsilon_o < 0$. С другой стороны $\varepsilon_e > \varepsilon_o$ означает, что среда — положительная одноосная.



$\varepsilon_o, \varepsilon_e$ получены из анализа и обработки экспериментальных спектров отражения.

$\varepsilon_o^*, \varepsilon_e^*$ рассчитаны по соотношениям (65) и (66).

Рис. 18 — Зависимости компонент тензора диэлектрической проницаемости (64) от длины волны λ для метаматериала на базе периодической структуры из слоёв AZO и Si.

Аналогично автором диссертации было проведено сравнение теоретических расчётов в рамках метода эффективной среды для метаматериала со слоями AZO и Si, который получается селективным травлением слоёв Si, со значениями проницаемости восстановленными по экспериментально измеренным спектрам отражения. В диапазоне длин волн 2–25 мкм диэлектрическая проницаемость Si не имеет существенных особенностей и с большой точностью равна $\varepsilon_i \approx 12$. На рисунке 18 представлены результаты расчётов $\varepsilon_o^*, \varepsilon_e^*$ по формулам (65) и (66) со слоями Si и зависимости $\varepsilon_o, \varepsilon_e$, полученные после обработки спектров отражения. В этом случае данные согласуются между собой хуже, чем для слоёв воздуха. Видно, что $\varepsilon_e > 0$ и $\varepsilon_o < 0$ при $\lambda > 7$ мкм метаматериал является гиперболической и положительной одноосной средой. Стоит отметить особенность $\varepsilon_e < 0$ и $\varepsilon_o > 0$ в диапазоне длин волн 2.5–3.5 мкм, что говорит о том что метаматериал в этом диапазоне также является гиперболической средой с отрицательной одноосностью.

По результатам сравнения зависимостей восстановленных проницаемостей по спектра коэффициентов отражения с проницаемостями, полученными из метода эффективной среды (65) и (66), можно сделать вывод об ограниченной применимости метода эффективной среды. С помощью эффективных параметров

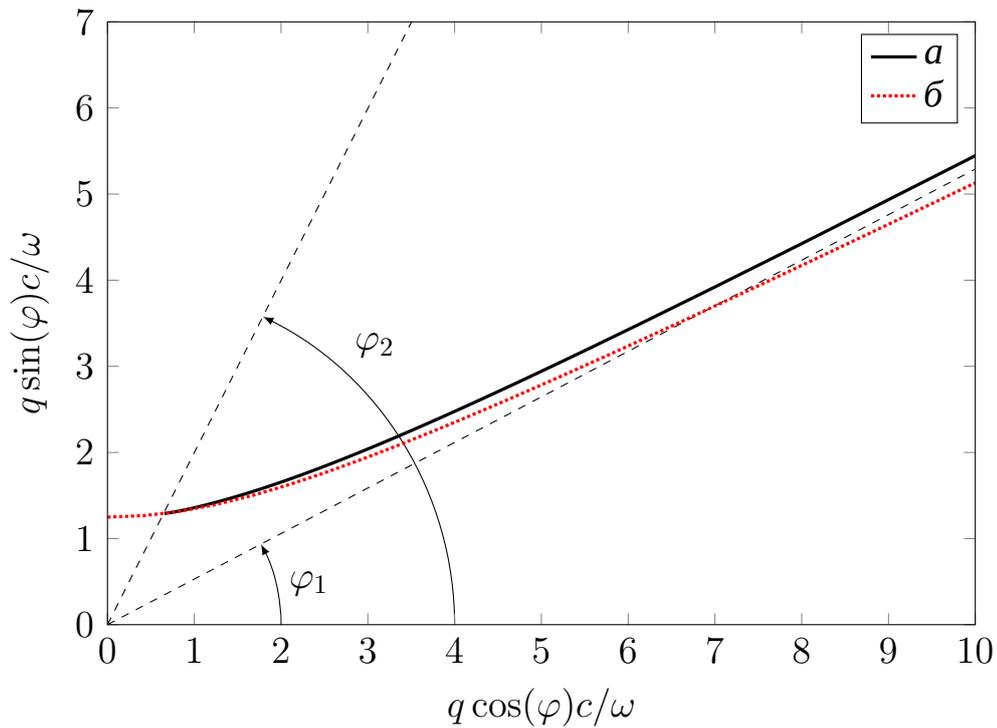
$\varepsilon_e^*, \varepsilon_o^*$ свойства полученных метаматериалов могут быть качественно описаны в определённом диапазоне длин волн.

3.3.1 Дисперсия дьяконовских плазмонов на границе AZO

Для анализируемого случая границы воздух—метаматериал $\varepsilon = 1$, а соответствующие длины волн λ , где выполняется условие (60), отмечены на рисунках 17 и 18 областями с серым цветом. Для этих длин волн возможно распространение дьяконовских плазмонов вдоль границы воздух—метаматериал.

На рисунке 19 изображен численный расчёт кривой дисперсии для дьяконовских плазмонов, распространяющихся вдоль поверхности гиперболического метаматериала и воздуха. Для расчёта были выбраны величины диэлектрической проницаемости, которые совпадают с проницаемостями метаматериала на базе AZO (Рис. 17) на частоте, которой соответствует длина волны в вакууме $\lambda = 10$ мкм. Соответствующие значения относительных величин $\bar{\varepsilon} = 0.1587$ и $\bar{\varepsilon}_e = 0.2476$, $\bar{\varepsilon}_* = 0.1984$. Как видно из расчёта диапазон углов распространения $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \approx 35.5^\circ$ существенно больше, чем для обычных поверхностных волн Дьяконова, для которых он составляет несколько градусов [22].

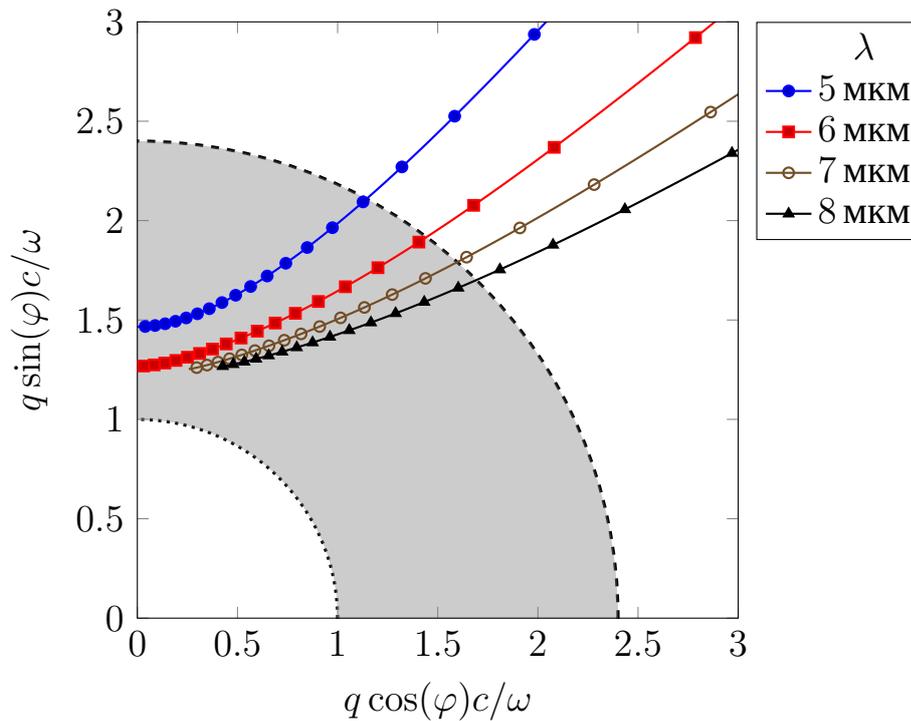
Кривая дисперсии начинается от гиперболы, которая является кривой дисперсии необыкновенных волн в метаматериале, и при углах $\varphi \rightarrow \varphi_1$ значения волнового вектора q стремятся к бесконечности. Это объясняется тем, что не было учтено поглощение в метаматериале. Оно, безусловно, присутствует в сильнолегированных слоях AZO и определяется декрементом затухания γ_{AZO} (32). Поглощение будет определять максимально достижимые значения волновых векторов q для дьяконовских плазмонов, также как и для ППП [147]. Подобное рассмотрение влияния поглощения на дисперсию дьяконовских плазмонов не было проведено. Длина локализации поверхностной волны вблизи границы уменьшается по мере того как угол φ приближается к φ_1 , так как волновой вектор $q \rightarrow \infty$. При $\varphi \rightarrow \varphi_2$ дьяконовский плазмон становится всё менее локализованным на границе раздела, что связано с увеличением длины локализации необыкновенной волны, при этом другие поляризации остаются сильно локализованными.



a — корни уравнения дисперсии дьяконовских плазмонов (58), $б$ — дисперсия необыкновенных волн в метаматериале (596) ($\kappa_e = 0$). Углы φ_1 , φ_2 определены выражениями (61) и (62).

Рис. 19 — Численный расчёт угловой дисперсии и диапазона углов распространения для дьяконовских плазмонов на границе слоистой структуры AZO/воздух на частоте, соответствующей длине волны в вакууме $\lambda = 10$ мкм.

Также была теоретически исследована частотная дисперсия дьяконовских плазмонов в гиперболическом метаматериале на базе структуры AZO/воздух. Для этого были рассчитаны их угловые дисперсии при различных длинах волн в вакууме $\lambda = 5, 6, 7, 8$ мкм. Их графики приведены на рисунке 20. Серой областью изображён диапазон значений волнового вектора q в плоскости границы, отвечающих условию НПВО на границе воздуха и призмы из ZnSe ($n_p \approx 2.4$), которая использовалась в экспериментах [A1; A5]. Все кривые попадают в эту область, что означает возможность наблюдения дьяконовских плазмонов на этих частотах в конфигурации Кретчманна—Отто в геометрии НПВО [54; 55].

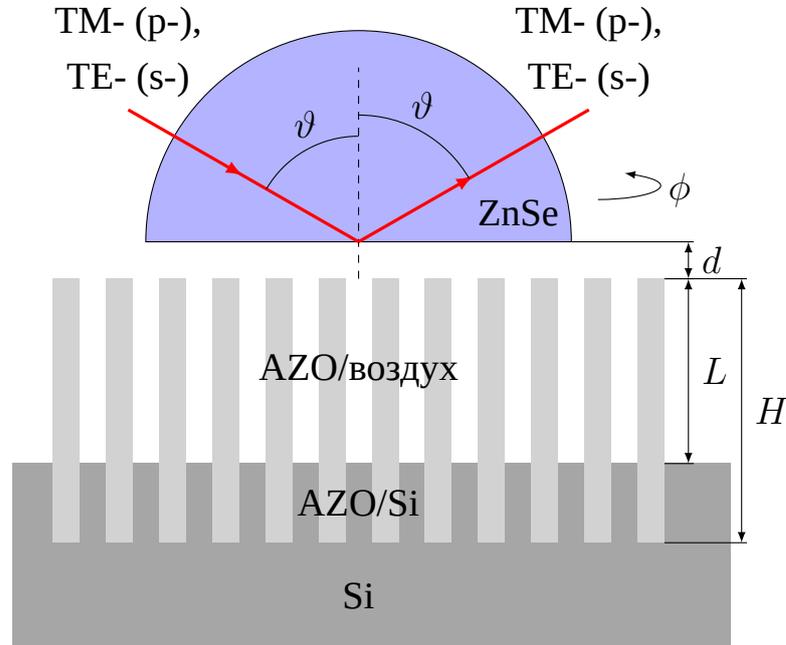


Серой областью отмечены возможных значений q , отвечающих условию нарушенного полного внутреннего отражения для ZnSe призмы ($n_p \approx 2.4$) и воздуха. Рис. 20 — Угловая дисперсия дьяконовских плазмонов на границе слоистой структуры AZO/воздух на различных частотах, которым соответствуют длины волн в вакууме $\lambda = 5, 6, 7, 8$ мкм.

3.4 Экспериментальное обнаружение дьяконовских плазмонов

В работах [A1; A5] также представлено экспериментальное подтверждение существования ДП в среднем инфракрасном диапазоне вдоль границы слоистой структуры AZO/воздух. Для структур (Рис. 16) были теоретически рассчитаны и коллегами из Дании экспериментально измерены зависимости коэффициента отражения в одной поляризации (ТМ- или ТЕ-) в геометрии НПВО в конфигурации Отто. Схематическая конфигурация эксперимента изображена на рисунке 21. У слоистой структуры AZO/воздух (AZO/Si) на небольшом расстоянии находится полусферическая призма из ZnSe, образуя зазор. Он имеет толщину d и является воздушным, в отличие от [23] где зазор между призмой и одноосной средой был заполнен жидкостью с подходящим показателем преломления. В общем случае призму следует выбирать из прозрачного материала с большим показателем преломления n_p в интересующей области длин волн $\lambda = 6-14$ мкм. Подходящие материалы для призм в этом диапазоне, например: ZnSe ($n_p \approx 2.4$), Si ($n_p \approx 3.5$),

Ge ($n_p \approx 4.0$). Также для экспериментальной установки важно иметь возможность изменять угол падения ϑ и угол поворота плоскости падения ϕ относительно оптической оси гиперболического метаматериала. Это упростит идентификацию дьяконовских плазмонов в особенностях спектров отражения.



ϑ — угол падения, ϕ — угол между плоскостью падения и оптической осью слоистой структуры AZO, d — толщина воздушного зазора, L — глубина травления (толщина структуры AZO/воздух), H — глубина щелевой структуры AZO, призма с большим показателем преломления из ZnSe ($n_p \approx 2.4$)

Рис. 21 — Схематическое изображения экспериментальной установки для исследования дьяконовских плазмонов на границе слоистой структуры AZO/воздух (AZO/Si).

Особенности коэффициента отражения, которые можно связать с ПЭВ, возникают при таких углах ϑ , когда проекция волнового вектора падающей волны вдоль границы $k_\tau = n_p \sin \vartheta$ близка по величине к модулю волнового вектора ПЭВ $q(\phi) > 1$. Совместно с этим толщина d должна быть отлична от нуля, чтобы существовала граница воздух—метаматериал. Конечность d нарушает условия локализации ПЭВ, что приводит к радиационным потерям ПЭВ, но в то же время позволяет её возбуждать. Соответственно, чем больше d тем меньше радиационные потери. Обозначим наименьший угол полного внутреннего отражения на границе призмы и воздуха

$$\vartheta_t = \arcsin \frac{1}{n_p}.$$

При отражении света от структуры с углами падения $\vartheta > \vartheta_t$ в зазоре образуется стоячая эванесцентная волна, за счёт которой может происходить связь с ПЭВ. Сила связи, которая напрямую связана с шириной особенностей в спектрах, и параметры ПЭВ можно менять, варьируя толщину d . Была проведена оценка величины d путём согласования теоретически рассчитанных спектров отражения с полученными экспериментальными данными. Полученное из оценки значение составляет $d = 0.5 \text{ мкм} \sim 0.1\lambda$, что качественно согласуется с длиной локализации ПЭВ на границе (Рис. 24).

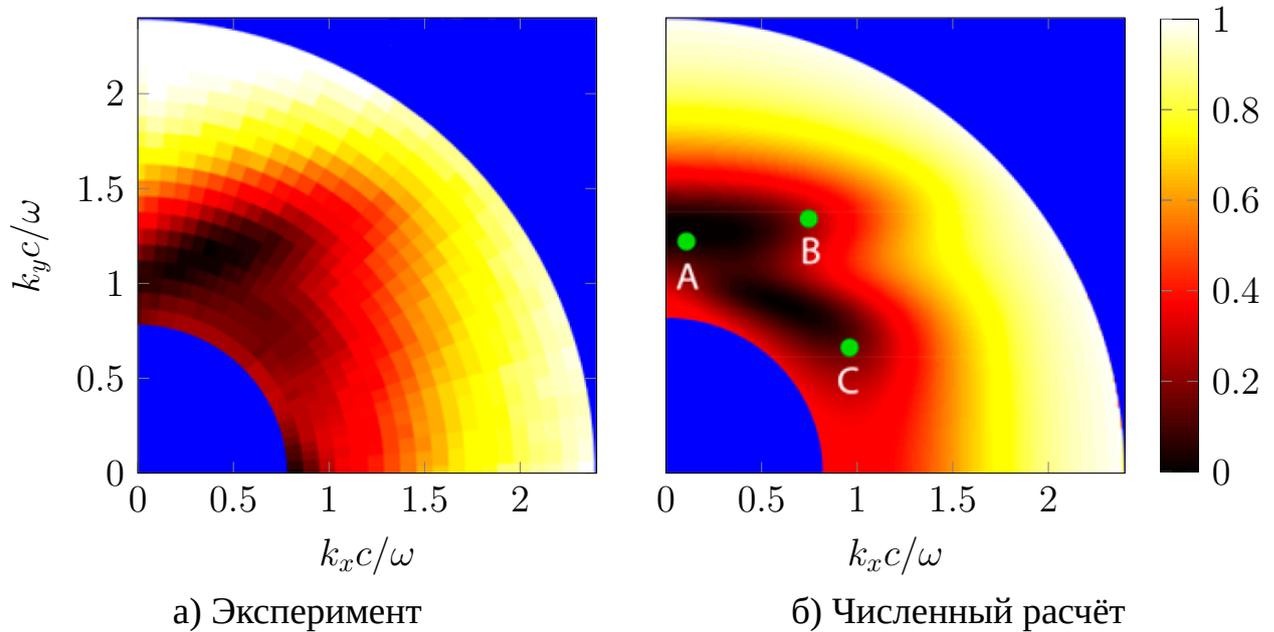
Стоит отметить поляризационные особенности возбуждения дьяконовских плазмонов. Дьяконовские плазмоны являются ПЭВ гибридной поляризации и могут возбуждаться как ТМ-, так и ТЕ-поляризованной волной. Это отличает их от ППП, которые могут возбуждаться только в ТМ-поляризации, и от блоховских поверхностных волн, возбуждаемых только в одной поляризации (ТМ- или ТЕ- в зависимости от конкретной структуры). Таким образом особенности, связанные с дьяконовскими плазмонами, могут проявляться в спектрах отражения обеих поляризаций.

После обработки множества спектров отражения, измеренных при разных углах ϑ и ϕ , были построены двумерные карты коэффициента отражения в осях (k_x, k_y) , соответствующих продольным компонентам волнового вектора вдоль границы. Их связь с углами ϑ, ϕ выражается $k_x = n_p \sin \vartheta \cos \phi$ и $k_y = n_p \sin \vartheta \sin \phi$.

3.4.1 Структура AZO/воздух

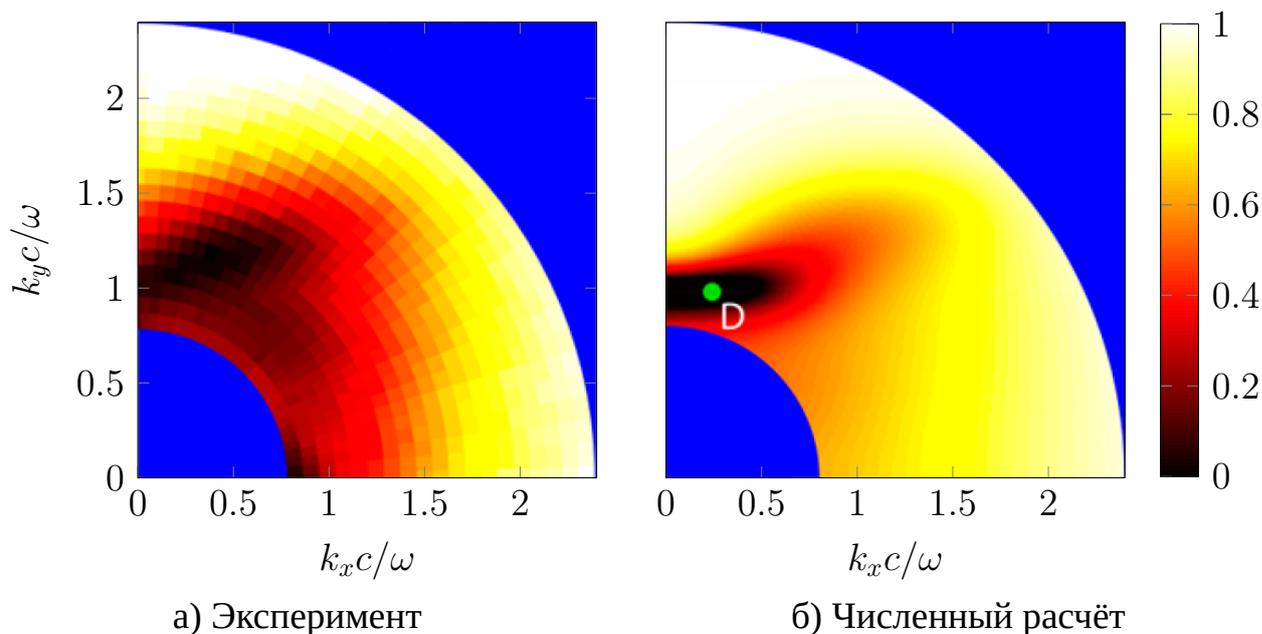
Наблюдение дьяконовских плазмонов на границе структуре только со слоями AZO и воздушными прослойками между ними проще, так как они являются гиперболическими средами при более коротких длинах волн $\lambda > 4 \text{ мкм}$. На рисунках 22а и 23а изображены карты коэффициента отражения после обработки экспериментальных спектров отражения света ТМ- и ТЕ-поляризации с длиной волны $\lambda = 6 \text{ мкм}$. Карты для обеих поляризаций сильно неоднородны по углу, что свидетельствует об анизотропии метаматериала. Особенности, в данном случае области с наименьшими значениями коэффициента отражения вне светового конуса воздуха $k_x^2 + k_y^2 > 1$, являются возможными кандидатами, связанными с ПЭВ (дьяконовскими плазмонами). Чтобы определить природу этих особен-

стей, автором были численно рассчитаны спектры отражения в конфигурации Отто (Рис. 21), построенные таким же образом в виде карты коэффициента отражения (Рис. 226 и 236). В расчётах для описания диэлектрической проницаемости слоистой структуры AZO/воздух использовалась модель эффективной среды (64), которая учитывала поглощение в слоях AZO.



Распределения E в структуре для точек А, В и С построены на рисунках 24а — 24в. Рис. 22 — Карты коэффициента отражения света ТМ-поляризации с длиной волны $\lambda = 6$ мкм от слоистой структуры AZO/воздух в конфигурации Отто.

Из совместного сравнения карт (Рис. 22 и 23) видно, что для этой длины волны, когда слоистая структура является гиперболическим метаматериалом, можно выделить две разных зоны. Первая из них выделена точками А, В и D. Другая же точкой С. Чтобы определить каким модам в структуре соответствует вектор (k_x, k_y) , были построены распределения модуля электрического поля E внутри структуры для выбранных точек (Рис. 24). Для точки А (Рис. 24а) $\phi \approx \pi/2$ и распределение сильно локализовано на границе между гиперболическим метаматериалом и воздухом, что можно связать с возбуждением ПЭВ. При уменьшении угла ϕ длина локализации увеличивается, и поля глубже проникают в слоистую структуру (Рис. 24б), достигая максимум вблизи границы с воздухом. Это соответствует теоретическому угловому спектру дисперсии дьяконовских плазмонов на длине волны $\lambda = 6$ мкм (Рис. 20). Возможность управления длиной локализации света путём изменения угла плоскости падения ϕ без изменения длины волны является уникальной особенностью этого типа ПЭВ. Распределение поля для точ-



Распределение E в структуре для точки D построено на рисунке 24г.
 Рис. 23 — Карты коэффициента отражения света ТЕ-поляризации с длиной волны $\lambda = 6$ мкм от слоистой структуры AZO/воздух в конфигурации Отто.

ки С (Рис. 24в) имеет явный максимум внутри слоистой структуры, что можно отнести к моде плоско—параллельного волновода. В этом случае плотность энергии моды локализована в основном внутри метаматериала. Точка D находится уже к световому конусу в воздухе, чем А–С, и поэтому распределение локализовано в воздушной прослойке и вблизи границы слоистой структуры (Рис. 24г). Однако, угловое распределение минимума коэффициента отражения на рисунке 236 отражает гиперболическую дисперсию ПЭВ, также как и на карте отражения в ТМ-поляризации (Рис. 226). Стоит отметить, что на картах 23 не наблюдается минимумов, связанных с волноводными модами. В рассматриваемой гиперболической среде волноводные моды имеют в основном ТМ-поляризацию [148; 149], что и проявляется в спектрах отражения. С другой стороны дьяконовские плазмоны имеют гибридную поляризацию и могут быть возбуждены как ТМ-, так и ТЕ-поляризованным светом. Стоит отметить хорошее количественное согласие между теоретическими расчётами и экспериментальными данными.

Карты отражения также были численно рассчитаны и для других длин волн λ . Таким образом было однозначно установлено, что особенности в коэффициентах отражения, связанных с ПЭВ, наблюдаются только при $\lambda \gtrsim 4$ мкм. Это хорошо согласуется с частотной дисперсией эффективной диэлектрической проницаемости слоистой среды (Рис. 17), где предсказывается существование дьяконовских

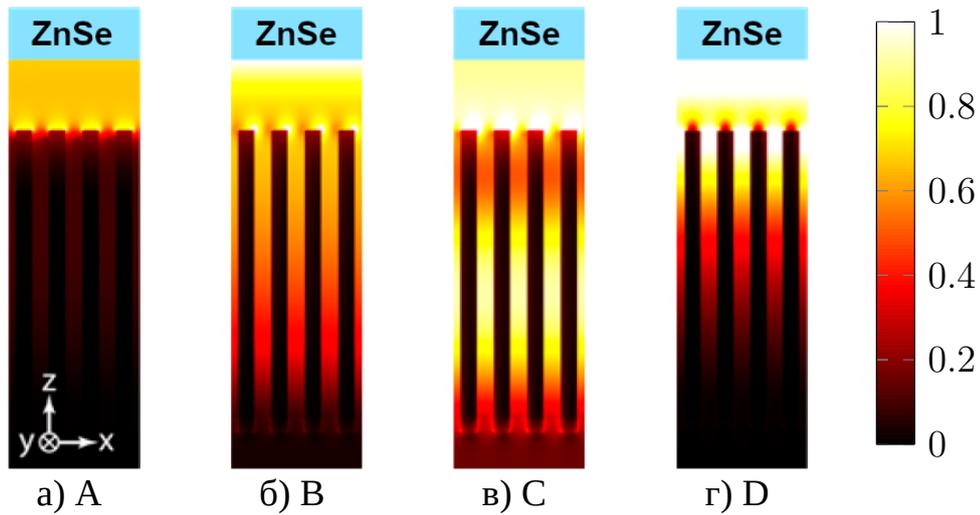


Рис. 24 — Распределение модуля электрического поля E для поверхностной и объёмной моде в слоистой структуре для выбранных значений (k_x, k_y) на картах коэффициент отражения (Рис. 22 и 23).

плазмонов для длин волн $\lambda \gtrsim 3.5\text{--}3.9$ мкм. Таким образом экспериментально подтверждено существование дьяконовских плазмонов в широком диапазоне длин волн $\lambda = 4\text{--}14$ мкм на границе между воздухом и гиперболическим метаматериалом на базе слоистой плазмонной структуры AZO.

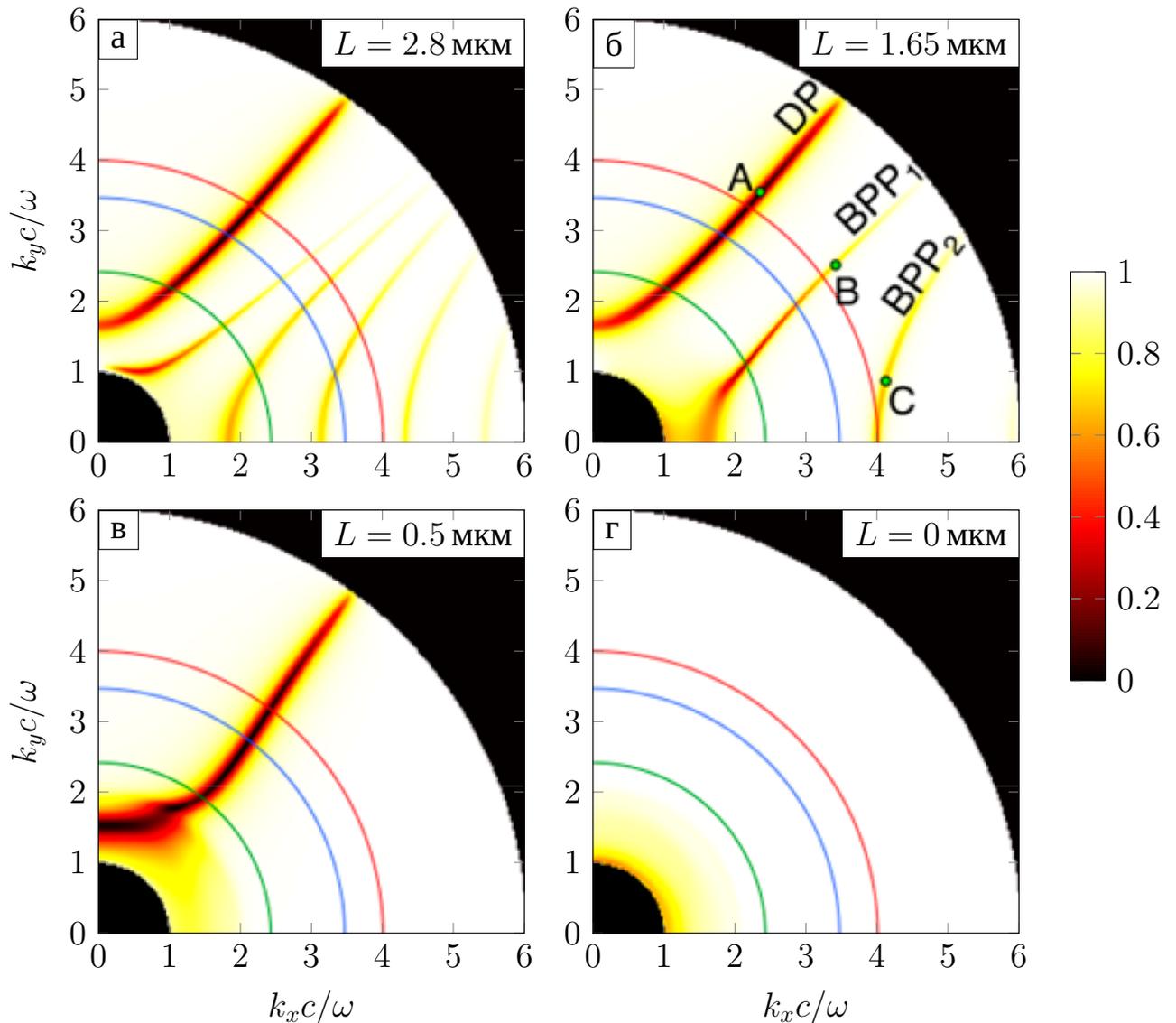
3.4.2 Гибридная структура AZO/воздух на AZO/Si

Следующим шагом стало исследование гибридных структур, в которых травление Si было до глубины L меньше полной глубины щелей H , $L < H$. Это позволяет гибко управлять параметрами ПЭВ.

Для описания мод в такой сложной структуре каждый из слоёв AZO/воздух или AZO/Si можно рассматривать в виде анизотропной среды с эффективным тензором диэлектрической проницаемости, толщиной L или $H - L$, соответственно. Будем называть такую структуру двухслоевой. После этого возможно использовать стандартные методы теории матриц переноса в анизотропных средах для расчёта спектров и карт отражения.

Для двухслоевых структурах с разной толщиной L были численно рассчитаны спектры отражения в конфигурации Отто (Рис. 21) [A1; A5]. Было сделано допущение — мнимые части эффективной диэлектрической проницаемо-

сти уменьшены в 100 раз для лучшей визуализации особенностей. На рисунке 25 приведены карты отражения ТМ-поляризации с длиной волны $\lambda = 5$ мкм. Это позволяет увидеть особенности связанные как с ПЭВ, поскольку выполнено условие для распространения дьяконовских плазмонов $\lambda > 4$ мкм, так и для волноводных мод, которые могут наблюдаться только в ТМ-поляризации.



Для выбранных точек А–С построены распределения $|E_y|^2$ в модели эффективной среды (Рис. 26). $\text{Im} \hat{\epsilon}^*$ уменьшены в 100 раз. Окружностями показаны световые конусы материалов призмы: зелёный (ZnSe), синий (Si), красный (Ge).

Рис. 25 — Карты коэффициента отражения света ТМ-поляризации с длиной волны $\lambda = 5$ мкм от гибридной слоистой структуры в конфигурации Отто для разных глубин травления $L = 2.8, 1.65, 0.5, 0$ мкм.

На карте отражения для структуры с $L = 2.8$ мкм (Рис. 25а) хорошо видны особенности в виде шесть кривых, одна из которых связана с ДП, а другие с вол-

новодными модами. Для структуры с меньшим $L = 1.65$ мкм (Рис. 25б) остаётся одна кривая, связанная с ДП, и две кривых, соответствующие волноводным модам. При уменьшении L до 0.5 мкм (Рис. 25в) остаётся только одна кривая, которую можно отнести к ДП. Если структура становится полностью состоящей из слоёв AZO и Si (Рис. 25г), то не наблюдается никаких особенностей на карте отражения.

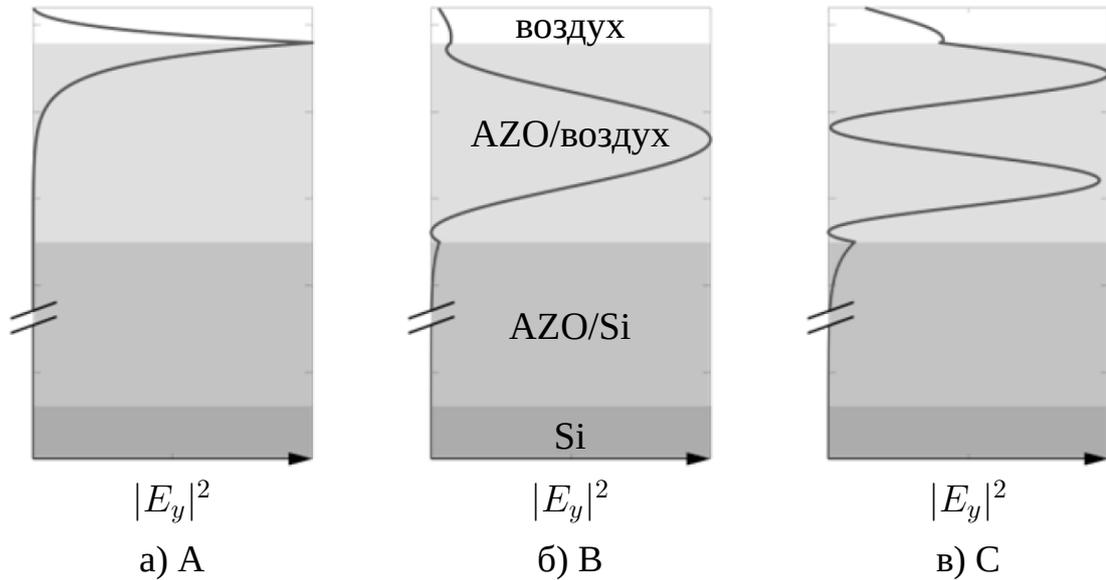


Рис. 26 — Распределения $|E_y|^2$ для дьяконовского плазмона и объёмных мод в структуре с эффективной средой на основе AZO/воздух с выбранными значениями (k_x, k_y) на карте отражения (Рис. 25).

Особенности, относящиеся к дьяконовским плазмонам, хорошо заметны на картах отражения с $L \geq 0.5$ мкм. Это наиболее интенсивные минимумы на кривой, похожей на гиперболу. На карте отражения для структуры с $L = 1.65$ мкм были выбраны три точки (k_x, k_y) , соответствующие минимумам на кривых, с одним значением модуля продольного волнового вектора k_τ . Для этих направлений и значений волнового вектора построены распределения $|E_y|^2$ в структуре для двухслойной модели (Рис. 26). Поскольку распределения поля для дьяконовского плазмона быстро спадают вглубь структуры (Рис. 26а), то он практически не чувствителен к изменению L . В тоже время спектр волноводных мод сильно изменяется с изменением L и полностью пропадает при $L < 0.5$ мкм. Распределения $|E_y|^2$ для обеих волноводных мод построены на рисунках 26б и 26в. Они имеют один или два максимума внутри слоя AZO/воздух, что дополнительно подтверждает их волноводную природу. Когда хвост распределения поля ДП достигает слоя AZO/Si при $L \approx 0.5$ мкм, то этот слой начинает сильно влиять на их спектр,

меня условия для их существования. И при полном заполнении Si ($L = 0$ мкм) на карте не наблюдается особенностей, связанных с ДП.

3.5 Выводы к главе 3

Впервые теоретически исследован спектр поверхностных электромагнитных волн гибридной поляризации, распространяющихся вдоль границы анизотропного гиперболического метаматериала, которым является короткопериодная слоисто-щелевая структура на базе ZnO:Al и Si в среднем и дальнем инфракрасном диапазоне. Теоретические расчёты подтверждаются экспериментальными данными, полученными коллегами автора диссертации. Предсказанный тип волн назван дьяконовским плазмоном из-за близкого сходства с поверхностными волнами Дьяконова. Они также характеризуются небольшим диапазоном углов распространения в плоскости границы между средами. Гомогенизация щелевой структуры методом эффективной среды хорошо подходит для описания её диэлектрической проницаемости, что позволило теоретически исследовать спектр дьяконовских плазмонов. Показано, что они существуют в диапазоне длин волн 4–14 мкм. Получены зависимости границ диапазона углов распространения дьяконовских плазмонов от соотношения между диэлектрическими проницаемостями контактирующих сред. Рассчитана зависимость их угловой дисперсии от частоты.

Проведено сравнение численно рассчитанных карт коэффициента отражения для длин волн 4–14 мкм от волнового вектора вдоль поверхности границы для ТМ- и ТЕ-поляризации с картами, построенными после обработки множества экспериментально измеренных спектров отражения в конфигурации Отто, позволяющей исследовать параметры поверхностных электромагнитных волн. Из анализа зависимости спектров отражения от толщины слоя ZnO:Al/воздух получено, что наблюдаемые особенности, связаны как с поверхностной волной, так и с волноводной модой. В отличие от спектра дьяконовских плазмонов, спектр волноводных мод сильно зависит от толщины слоя ZnO:Al/воздух, что позволяет их различать в эксперименте. Теоретически предсказанные провалы в спектрах коэффициента отражения, связанные с дьяконовскими плазмонами, наблюдаются и в экспериментальных спектрах. Данные хорошо согласуются между собой как качественно, так и количественно, что является экспериментальным подтвер-

ждением их существования. Рассчитанные распределения полей в структуре для выбранных направлений волнового вектора в плоскости поверхности границы также подтверждают сильную локализацию плотности энергии в дьяконовском плазмоне на границе структуры.

Глава 4. Поверхностные волны Дьяконова на границе двух анизотропных кристаллов со скрещенными оптическими осями

4.1 Введение

Поверхностными волнами Дьяконова принято называть поверхностные электромагнитные волны, распространяющиеся вдоль границы анизотропной среды в определённом диапазоне углов в плоскости границы. Их существование впервые было теоретически предсказано М.И. Дьяконовым в 1988 году в работе [22], и позднее повторно А.Н. Фурсом и Л.М. Барковским в [150; 151]. Они существенно отличаются от ранее известных ППП тем, что они могут распространяться вдоль границы двух непоглощающих бездисперсионных диэлектрических сред и обладают ограниченным диапазоном углов распространения. Этот диапазон непосредственно связан с величиной анизотропии, выражаемой в относительной разности между главными компонентами диэлектрического тензора $\hat{\epsilon}$.

К настоящему моменту исследовано большое число границ раздела между различными средами, вдоль которых могут распространяться поверхностные волны Дьяконова. В работах [132; 152] рассмотрен случай границы между одинаковыми одноосными диэлектрическими кристаллами, оптические оси которых параллельны границе раздела и скрещены между собой. Распространение волн Дьяконова в такой конфигурации происходит преимущественно вдоль направлений близких к биссектрисе угла между оптическими осями кристаллов. В работах [133; 153; 154] рассматриваются особенности распространения волн Дьяконова на границе диэлектрической двухосной среды и изотропного диэлектрика. Работы [155; 156] обобщают случай границы одинаковых анизотропных одноосных кристаллов со скрещенными осями [132], рассматривая уже диэлектрические двухосные кристаллы. Также как и в случае одноосных кристаллов, волны Дьяконова распространяются в основном вдоль направлений биссектрисы между оптическими осями кристаллов, но с ограничением на угол поворота кристаллов относительно друг друга. В работе [157] рассматривается конфигурация, когда оптические оси анизотропных материалов не лежат в плоскости границы. Показано, что увеличение угла между оптической осью и плоскостью границы приводит к уменьшению диапазона углов распространения.

С другой стороны ведутся исследования волн Дьяконова на границах других материалов, которые расширяют возможные диапазоны углов распространения по сравнению с природными диэлектрическими прозрачными кристаллами. Например, вдоль неоднородных сред возможно распространение волн Дьяконова—Тамма [158; 159], особенно активно изучаются гиперболические метаматериалы [A1; 142; 160], в работе [161] рассматривается граница между одноосной средой и средой с «отрицательным» показателем преломления. Также рассматриваются конфигурации с дополнительными слоями (анизотропные плоско-параллельные волноводы), в которых волноводные моды могут распространяться только в определённых направлениях, что роднит их с волнами Дьяконова. В работах рассматриваются волноводные структуры «изотропный/изотропный/анизотропный» с центральным слоем с наибольшей проницаемостью [162; 163] и наименьшей [164], «изотропный/анизотропный/анизотропный» [165], «анизотропный/изотропный/анизотропный» [166].

Несмотря на большое количество теоретических работ, в литературе имеется мало экспериментальных наблюдений и подтверждений существования поверхностных волн Дьяконова или родственных ей [A1; 23; 134; 167; 168].

В этой главе предложен способ экспериментального исследования волн Дьяконова на границе двух одинаковых анизотропных кристаллов [A2], которые были теоретически предсказаны и исследованы в работах [132; 156].

4.1.1 Общие свойства поверхностных волн Дьяконова

Рассмотрим подробнее общие свойства волн Дьяконова. В наиболее простой конфигурации они распространяются вдоль границы между одноосным кристаллом и изотропным диэлектриком [22], где оптическая ось кристалла параллельна лежит в плоскости границы. Они имеют гибридную поляризацию, потому что стандартные максвелловские граничные условия смешивают обе поляризации. В изотропной среде — p и s (TE и TM) поляризации, в одноосном кристалле — обыкновенную и необыкновенную волну. Свойство гибридной поляризации является общим и характерно для волн Дьяконова во всех изученных конфигурациях. Имеется некоторая аналогия с поверхностными упругими волнами Рэлея на

границе изотропного тела, которые являются суперпозицией продольной и поперечной волны [151].

Волны Дьяконова не могут распространяться в произвольном направлении в плоскости границы раздела. Диапазон допустимых направлений распространения в случае одноосного кристалла ($\hat{\varepsilon} = \text{diag}\{\varepsilon_o, \varepsilon_o, \varepsilon_e\}$) и изотропного диэлектрика [22] сильно зависит от величины анизотропии η (57) и параметра

$$\xi = \frac{\varepsilon - \varepsilon_o}{\varepsilon_e - \varepsilon_o}, \quad (67)$$

где ε — диэлектрическая проницаемость изотропной среды. Если выполнены условия $\eta > 0$ и $0 < \xi < 1$, то вдоль границы возможно распространение ПЭВ Дьяконова. Это соответствует тому, что одноосный кристалл должен быть положительным $\varepsilon_e > \varepsilon_o$, где ε_e — показатель преломления для необыкновенных волн, и ε_o — показатель преломления для обыкновенных волн. А диэлектрическая проницаемость изотропной среды должна быть в промежутке $\varepsilon_{\perp} < \varepsilon < \varepsilon_{\parallel}$. Для природных минералов $\eta \ll 1$, и, соответственно, диапазон углов распространения для этой конфигурации очень узкий

$$\Delta\varphi = \eta^2 \xi^{1/2} (1 - \xi)^{3/2} + o(\eta^2) \ll 1.$$

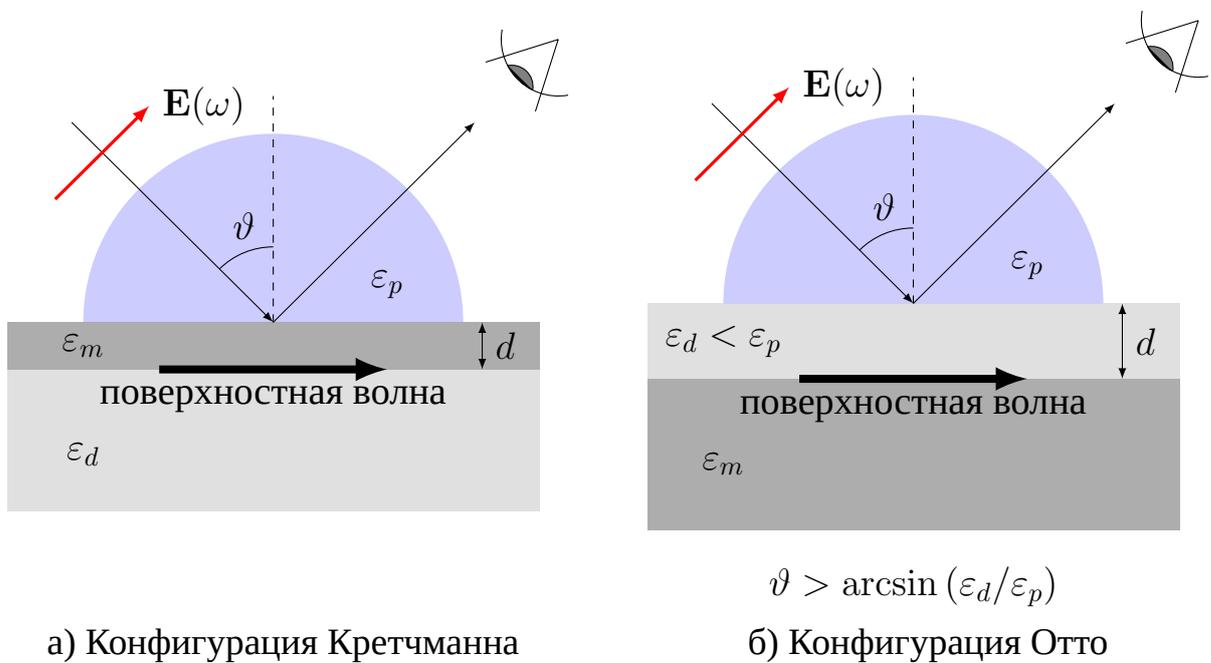
Что в свою очередь приводит к определённым трудностям при возбуждении и экспериментальном исследовании волн Дьяконова.

4.2 Экспериментальная конфигурация для исследования волн Дьяконова

В этой части рассматривается конфигурация, в которой возможно исследование поверхностных волн Дьяконова, распространяющихся вдоль границы между двумя одинаковыми анизотропными кристаллами со скрещенными оптическими осями. Впервые их существование для такой конфигурации было предсказано в работах [132; 156].

4.2.1 Способы возбуждения поверхностных волн. Общие случаи

Имеется несколько широко используемых способов для возбуждения и/или детектирования поверхностных электромагнитных волн. В конфигурации НПВО используется призма с большим показателем преломления, которую располагают вблизи исследуемой границы раздела. При полном внутреннем отражении поле имеет экспоненциальное спадание внутрь среды, от которой волна отражается. Образующаяся в этой среде волна называется эванесцентной волной, характеризующейся длиной затухания. Если толщина слоя вблизи призмы d (Рис. 27) будет сравнима по порядку с длиной волны λ , то полное отражение будет нарушено, и при определённых условиях возможно возбуждение поверхностной волны.



$d \approx \lambda$, где λ — длина волны

Рис. 27 — Типы конфигураций нарушенного полного внутреннего отражения, используемых для возбуждения поверхностных волн.

Первыми поверхностными волнами, которые возбуждались в такой конфигурации, были поверхностные плазмон-поляритоны (ППП). Существует два разных типа НПВО для возбуждения ППП. В конфигурации Кретчманна [54] (Рис. 27а) к призме прижимается вплотную тонкий слой металла. При любых углах падения ϑ в металле будет возбуждаться эванесцентная волна, так как $\varepsilon_m < 0$ для частот меньше плазменной частоты. Обозначим $q(\varepsilon_m, \varepsilon_d)$ модуль волнового вектора ППП, распространяющегося вдоль границы металла ε_m и диэлектрика

ε_d на частоте ω , k_p модуль волнового вектора падающей волны в призме. При определённом угле падения $\vartheta \approx \vartheta_s = \arcsin(q/k_p)$ будет наблюдаться особенность в коэффициента отражения в p -поляризации, связанная с возбуждением ППП на другой границе металлического слоя. Эта конфигурация часто применяется для измерения показателей преломления растворов [2; 169—171], так как позволяет очень просто менять диэлектрические материалы, прилегающие к металлу. В конфигурации Отто [55] (Рис. 276) между металлом и призмой имеется диэлектрическая прослойка ε_d конечной толщины d . При углах падения больше минимального угла полного внутреннего отражения $\vartheta > \vartheta_f = \arcsin(\varepsilon_d/\varepsilon_p)$ внутри слоя образуется эванесцентная волна, которая при $\vartheta \approx \vartheta_s$ возбуждает ППП на границе диэлектрического слоя и металла. Очевидно, что выполнено условие $\vartheta_f < \vartheta_s$. В обеих конфигурациях возможность возбуждения ППП связана с конечной толщиной d одной из сред, вдоль которых распространяется ППП. Толщину d следует подбирать исходя из оптимальных условий возбуждения ППП. При слишком малом d условия распространения ППП будут сильно нарушены, а при больших значениях d эванесцентная волна из-за сильного спада вглубь не сможет возбудить ППП.

Другой способ возбуждения ПВ использует структурирование облучаемой поверхности (Рис. 28). Создание, например, дифракционной решётки с правильно подобранным периодом a на верхнем слое металла позволяет возбуждать ППП [2; 172; 173]. При падении света из вакуума на дифракционную решётку волновой вектор рассеянной волны может измениться на величину вектора обратной решётки. Тогда условие возбуждения ППП будет выглядеть $q_0 \sin \theta + 2\pi m/a \approx q$, $m \in \mathbb{Z}$, где m — индекс рефлекса [174]. Соответственно, следует подбирать период a , чтобы полное число рефлексов было как можно меньше. Стоит отметить, что в такой конфигурации возможно возбуждение ППП и при нормальном падении $\vartheta = 0$ света на структуру. В этом случае период дифракционной решётки на поверхности металла должен быть близким к $a = 2\pi m/q$, $m = 1, 2, \dots$, при этом наилучшие условия достигаются для небольших m [174; 175].

Без дополнительных уточнений перечисленные способы возбуждения поверхностных волн не подходят для исследования волн Дьяконова. Так как существует значительно большее число возможных конфигураций, в которых они могут распространяться, то приходится рассматривать вопрос обнаружения (или возбуждения) для каждой конфигурации отдельно. В работе [A2] рассмотрена экс-

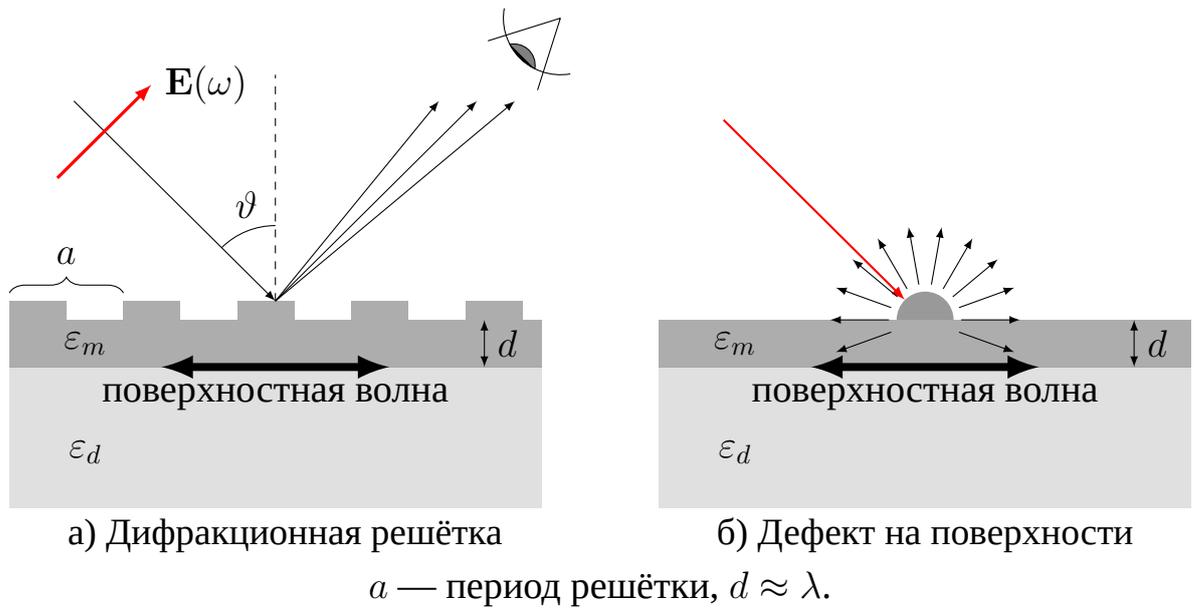


Рис. 28 — Пример конфигурации для возбуждения поверхностных волн с использованием структурированной поверхности.

периментальная конфигурация для возбуждения волн Дьяконова на границе двух одинаковых анизотропных кристаллов со скрещенными оптическими осями.

4.2.2 Случай поверхностных волн Дьяконова

Поверхностные волны Дьяконова имеют существенное отличие от обсуждаемых в предыдущей части ППП. Как упоминалось в пункте 4.1.1, они могут распространяться только в небольшом диапазоне углов φ в плоскости границы между двумя средами, что непосредственно связано с анизотропией одного из материалов. В тоже время ППП могут распространяться в любом направлении. Это приводит к тому, что для возбуждения волн Дьяконова необходимо будет выполнить условие не только для угла падения ϑ , но и для ориентации плоскости падения.

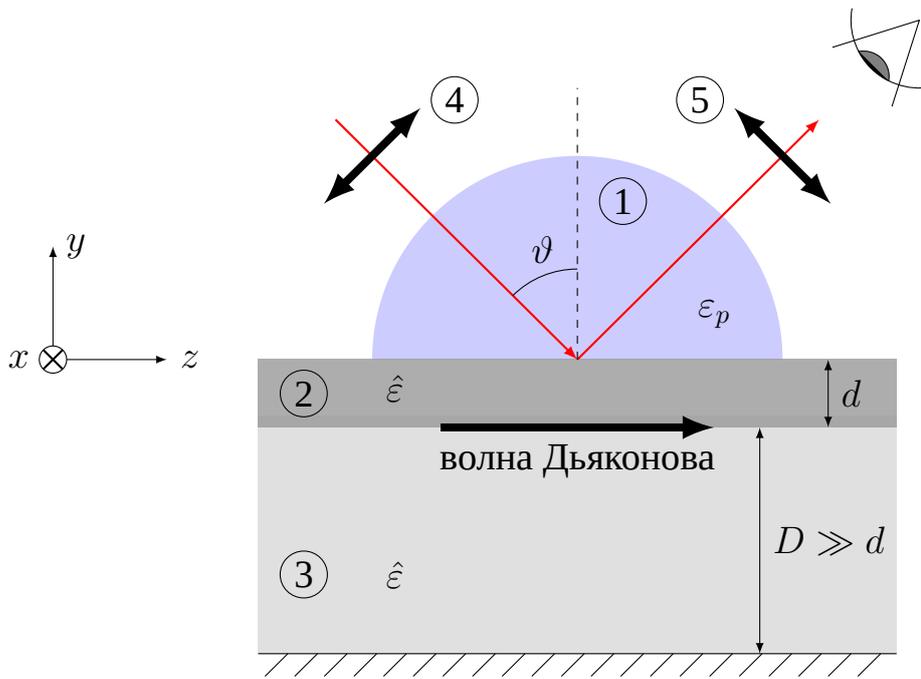
Рассмотрим модификацию конфигураций Кретчманна—Отто из предыдущего пункта 4.2.1, но включающую анизотропные материалы (Рис. 29). Волны Дьяконова будут распространяться вдоль границы между одинаковыми анизотропными кристаллами, в общем случае двухосными, со скрещенными оптическими осями. Их диэлектрическая проницаемость в главных осях кристалла (x_1, x_2, x_3) описывается тензором

$$\hat{\epsilon} = \text{diag}\{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3\}, \quad (68)$$

и считается что $0 < \epsilon_1 < \epsilon_2 < \epsilon_3$. Экспериментальная конфигурация состоит из слоя анизотропного кристалла 3 с проницаемостью (68) толщиной $D \gg \lambda$, на котором располагается тонкий слой 2 толщиной $d \gtrsim \lambda$ того же анизотропного материала, но повернутого относительно слоя 3. На слой 2 помещается призма с большой диэлектрической проницаемостью $\epsilon_p > \epsilon_3$. Также в конфигурации присутствуют поляризаторы 4, 5 для падающего и отражённого излучения, соответственно. Лабораторные координаты (x, y, z) задаются плоскостью падения и показаны на рисунках 29 и 30.

Двухосные среды характеризуются двумя лучевыми оптическими осями[†] $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$, которые лежат в плоскости x_1x_3 симметрично относительно оси x_3 [44]. Взаимная ориентация анизотропных слоёв 2 и 3 относительно плоскости границы раздела в общем случае определяется шестью углами. Два из них определяют направление биссектрисы между оптическими осями относительно границы, и один

[†]Название происходит от лучевой скорости, направление которой совпадает с вектором Пойнтинга волны. У поверхности лучевых скоростей всегда существуют центральные сечения, являющиеся окружностями. Нормали к плоскостям этих сечений называются оптическими осями двухосной среды.



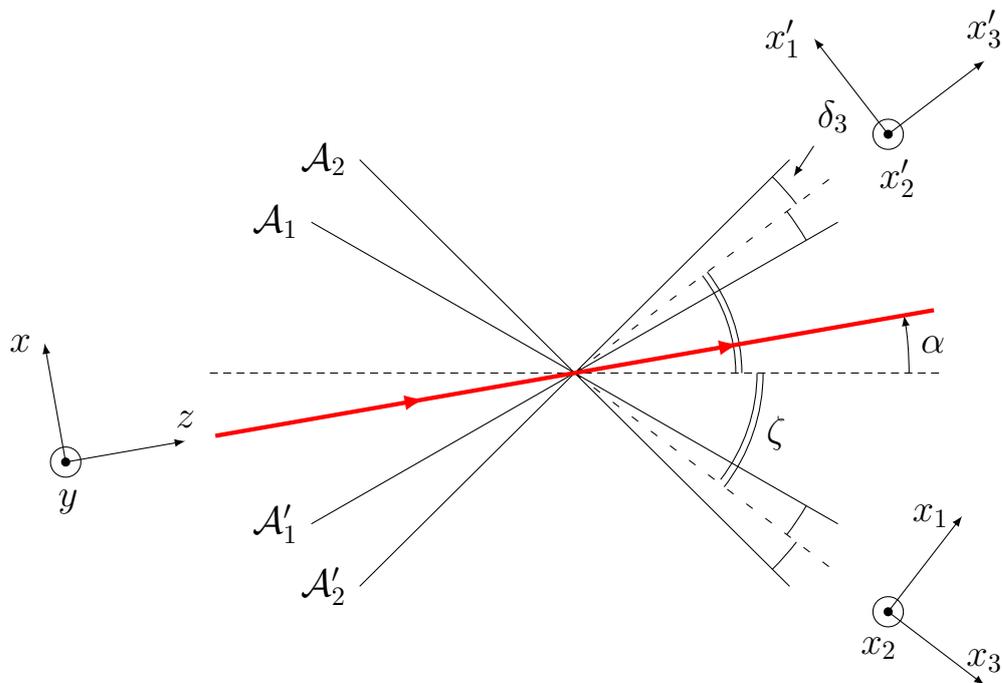
1 — призма с большим показателем преломления $\varepsilon_p > \max \hat{\varepsilon} = \varepsilon_3$, 2 и 3 — анизотропные кристаллы, 4 и 5 — поляризаторы излучения.

Рис. 29 — Модификация конфигурации Кретчманна—Отто для возбуждения поверхностных волн Дьяконова на границе одинаковых анизотропных кристаллов со скрещенными осями. Вид сбоку.

— угол поворота вокруг биссектрисы, для одного слоя. Оставшиеся три приходятся на ориентацию осей второго слоя. На рисунке 30 показан вид сверху на границу раздела между двухосными слоями 2 и 3 вместе с координатными осями (x, y, z) и кристаллическими главными осями (x_1, x_2, x_3) , (x'_1, x'_2, x'_3) . В рассматриваемой конфигурации оптические оси обоих слоёв лежат в плоскости параллельной плоскости границы раздела. Угол между главными осями слоёв $\widehat{x_3 x'_3}$ составляет 2ζ , где ζ может изменяться путём поворота слоёв 2 и 3 относительно друг друга в диапазоне от 0 до $\pi/2$. Угол между плоскостью падения zy и биссектрисой $\mathcal{A}_1 \mathcal{A}'_1$ равен α . Углы между оптической осью и главными осями x_3, x'_3 равны между собой $\widehat{\mathcal{A}_1 x_3} = \widehat{\mathcal{A}_2 x_3} = \widehat{\mathcal{A}'_1 x'_3} = \widehat{\mathcal{A}'_2 x'_3} = \delta_3$ и

$$\delta_3 = \arccos \sqrt{\frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_2}{\varepsilon_3 - \varepsilon_1}}.$$

В зависимости от параметров среды угол δ_3 может принимать значения в промежутке $[0, \pi/2]$. При равенстве $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$ угол $\delta_3 = 0$, и среда является положительной одноосной. Если же $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$, то $\delta_3 = \pi/2$, а среда является отрицательной одноосной. В обоих предыдущих случаях две оптические оси вырождаются в одну.



$\mathcal{A}_{1,2}$ и $\mathcal{A}'_{1,2}$ — лучевые оптические оси двухосных слоёв 2 и 3, (x_1, x_2, x_3) и (x'_1, x'_2, x'_3) — главные оси двухосных слоёв 2 и 3, (x, y, z) — лабораторная система координат.

Рис. 30 — Модификация конфигурации Кретцманна—Отто для возбуждения поверхностных волн Дьяконова на границе одинаковых анизотропных кристаллов со скрещенными осями. Вид сверху.

Таким образом в рассмотренной конфигурации заранее подбирается оптимальная толщина d , и остаются два параметра, которые могут быть изменены в ходе эксперимента. Это ориентация плоскости падения лазерного луча, определяемая углом α , и угол между скрещенными оптическими осями слоёв 2ζ , изменяемый путём поворота слоя 2 относительно слоя 3.

Условия распространения волн Дьяконова вдоль границы одинаковых анизотропных кристаллов

Вопрос существования волн Дьяконова на границе двух одинаковых анизотропных кристаллов теоретически рассматривался в работах [132; 152] для одноосных кристаллов и [156] для двухосных и направления $\alpha = 0$. В обеих работах рассматривалась конфигурация, в которой оптические оси обоих кристаллов лежат в плоскости границы раздела, что аналогично предложенной на рисунке 30.

В случае произвольной ориентации оптических осей одноосных (двухосных) кристаллов вопрос существования и диапазона углов распространения не изучены. Для случая двухосных кристаллов, даже в конфигурации (Рис. 30), неизвестны диапазоны углов распространения волн Дьяконова.

Для положительных одноосных кристаллов ($\delta_3 = 0$, $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2 = \mathcal{A}$, $\mathcal{A}'_1 = \mathcal{A}'_2 = \mathcal{A}'$) волны Дьяконова распространяются в угловых диапазонах, включающих биссектрисы между оптическими осями \mathcal{A} и \mathcal{A}' [132]. Таким образом волны Дьяконова существуют при любых углах $\zeta \neq 0$ и $\zeta \neq \pi/2$. Условие положительной одноосности $\delta_3 = 0$ является необходимым. Для слабоанизотропных кристаллов $\eta \ll 1$ ширина диапазона углов распространения

$$\Delta\varphi = 2\eta^2 \sin(\zeta/2) \cos(\zeta/2)^2 \ll 1.$$

Частичное обобщение на случай двухосных кристаллов было сделано в статье [156]. В ходе анализа поверхностных волн на границе двухосных кристаллов для конфигурации, приведённой на рисунке 30, были получены условия распространения волн Дьяконова вдоль направления биссектрисы между оптическими осями кристаллов ($\alpha = 0$). Они могут распространяться только при выполнении условия [154]

$$\delta_3 < \zeta < \pi/2. \quad (69)$$

Из чего следует, что волны Дьяконова существуют не только для положительных двухосных кристаллов $\delta_3 \lesssim \pi/4$, но и для отрицательных $\delta_3 \gtrsim \pi/4$.

4.3 Эффект конверсии поляризации света при отражении

В этой части проводится расчёт спектров отражения от анизотропных сред и анализ их особенностей, связанных с возбуждением поверхностных волн. В отличие от изотропных сред при отражении света от анизотропных сред, таких как двухосные кристаллы, возможно преобразование (конверсия) его поляризации. Возможность эффекта конверсии поляризации можно объяснить тем обстоятельством, что собственные состояния поляризации в изотропной и анизотропной среде на границе «смешиваются» друг с другом граничными условиями, за исключением некоторых случаев ориентации оптической оси относительно нормали к границе и направления распространения волны.

В изотропной среде существует две возможных поляризации волны. Волна, для которой вектор электрического поля \mathbf{E} перпендикулярен плоскости падения, называется s -, ТЕ- или σ -поляризованной. Для другой поляризации, вектор магнитного поля \mathbf{B} перпендикулярен плоскости падения, а сами волны называются p -, ТМ- или π -поляризованными. Для волн обеих поляризаций закон дисперсии изотропен $c^2 k^2 = \varepsilon \omega^2$.

Для анизотропной среды s - и p -поляризованные волны не являются собственными. В общем случае закон дисперсии электромагнитных волн в анизотропной среде в главных осях определяется из уравнения Френеля

$$\begin{aligned} & (k_1^2 + k_2^2 + k_3^2) (\varepsilon_1 k_1^2 + \varepsilon_2 k_2^2 + \varepsilon_3 k_3^2) - \\ & - \frac{\omega^2}{c^2} [k_1^2 \varepsilon_1 (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) + k_2^2 \varepsilon_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) + k_3^2 \varepsilon_3 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)] + \\ & + \frac{\omega^4}{c^4} \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 = 0, \end{aligned}$$

где $\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3)$ волновой вектор. При заданном направлении и частоте ω это биквадратное уравнение относительно модуля волнового вектора k . Это связано с существованием двух различных поляризаций и двух направлений распространения. В частном случае одноосной среды эти волны называются обыкновенной и необыкновенной.

Таким образом p - и s -поляризованные волны не являются собственными в анизотропной среде для произвольного направления распространения. Это приводит к особенностям при исследовании спектров отражения (прохождения) от анизотропных сред. Падающая p - или s -волна преобразуется в собственные волны анизотропной среды, приводя, например, к двулучепреломлению. Отражённая же волна может иметь поляризацию, отличную от поляризации падающей волны, и быть комбинацией p - и s -волн. В определённых случаях, как будет показано далее, этот эффект настолько сильно выражен, что приводит к полной конверсии поляризации в другую, p -волны в s -волну и наоборот.

4.3.1 Особенности спектров отражения $R_{s \leftarrow p}(\vartheta)$, $R_{p \leftarrow s}(\vartheta)$

В качестве примера для численного моделирования был выбран широко используемый в оптике кристалл KTiOPO_4 (КТР). Он уже использовался в работе

[23], где было впервые экспериментально показано существование поверхностных волн Дьяконова, распространяющихся вдоль границы между изотропной и анизотропной средой. Длина волны падающего излучения $\lambda = 632.8$ нм определяется монохроматическим гелий-неоновым лазером. На этой длине волны КТР является двухосной средой с главными компонентами тензора диэлектрической проницаемости $\varepsilon_1 = 3.1043$, $\varepsilon_2 = 3.13715$, $\varepsilon_3 = 3.4775$. Соответствующий угол между лучевой оптической осью и главной осью $\delta_3 = 17.26^\circ$. В качестве материала для призмы был выбран ZnSe с проницаемостью $\varepsilon_p = 6.7138$ на длине волны лазера λ .

В работе [A2] проведён численный расчёт спектра отражения $R_{p\leftarrow p}(\vartheta)$ и конверсии поляризации $R_{s\leftarrow p}(\vartheta)$ для конфигурации на рисунках 29 и 30 с толщиной слоя 2 равной $d = (4\lambda, 8\lambda, 12\lambda) \approx (2.5 \text{ мкм}, 5 \text{ мкм}, 7.5 \text{ мкм})$. Расчёт производился с помощью процедуры, основанной на методе матриц переноса в анизотропных средах, которая подробно описана и разобрана в [176][†]. На рисунке 31 представлены спектры отражения и спектры конверсии поляризации вблизи угла ϑ_s , связанного с волной Дьяконова, при угле между оптическими осями $\zeta = 20.265^\circ$ и угле $\alpha = 0^\circ$. Спектры для s -поляризованных волн имеют аналогичный вид с точностью до замены $s \rightarrow p$ и $p \rightarrow s$.

На графике 31 для $R_{p\leftarrow p}(\vartheta)$ наблюдается минимум и соответствующий максимум для $R_{s\leftarrow p}(\vartheta)$ при угле падения $\vartheta = \vartheta_m$. Их положение и амплитуда изменяются с изменением толщины d , и видно что уже при $d = 5$ мкм достигает предельных значений $R_{p\leftarrow p} \approx 0$, $R_{s\leftarrow p} \approx 1$. Необходимо отметить, что углы, при которых наблюдаются особенности в коэффициентах отражения, лежат в области $\vartheta > \vartheta_t$, где ϑ_t — наименьший угол полного внутреннего отражения от кристаллов КТР. В общем случае для слоя 2 угол полного внутреннего отражения определяется

$$\vartheta_t(\zeta, \alpha) = \arcsin \max \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_p}}, \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3}{\varepsilon_p [\varepsilon_1 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1) \cos^2(\zeta + \alpha)]}} \right). \quad (70)$$

Для слоя 3 и призмы выражение для угла ϑ_t будет таким же с точностью до замены $\alpha \mapsto -\alpha$. В рассматриваемом случае эти углы равны друг другу и равны $\vartheta_t \approx 43.1886^\circ$. Для всех углов $\vartheta > \vartheta_t$ выполняется закон сохранения

$$R_{p\leftarrow p}(\vartheta) + R_{s\leftarrow p}(\vartheta) = 1.$$

[†]Соответствие между введёнными здесь величинами и в статье следующее: $\psi = \pi/2$, $\phi = \pi/2 + \zeta$ для слоя 2 и $\psi = \pi/2$, $\phi = \pi/2 - \zeta$ для кристалла 3.

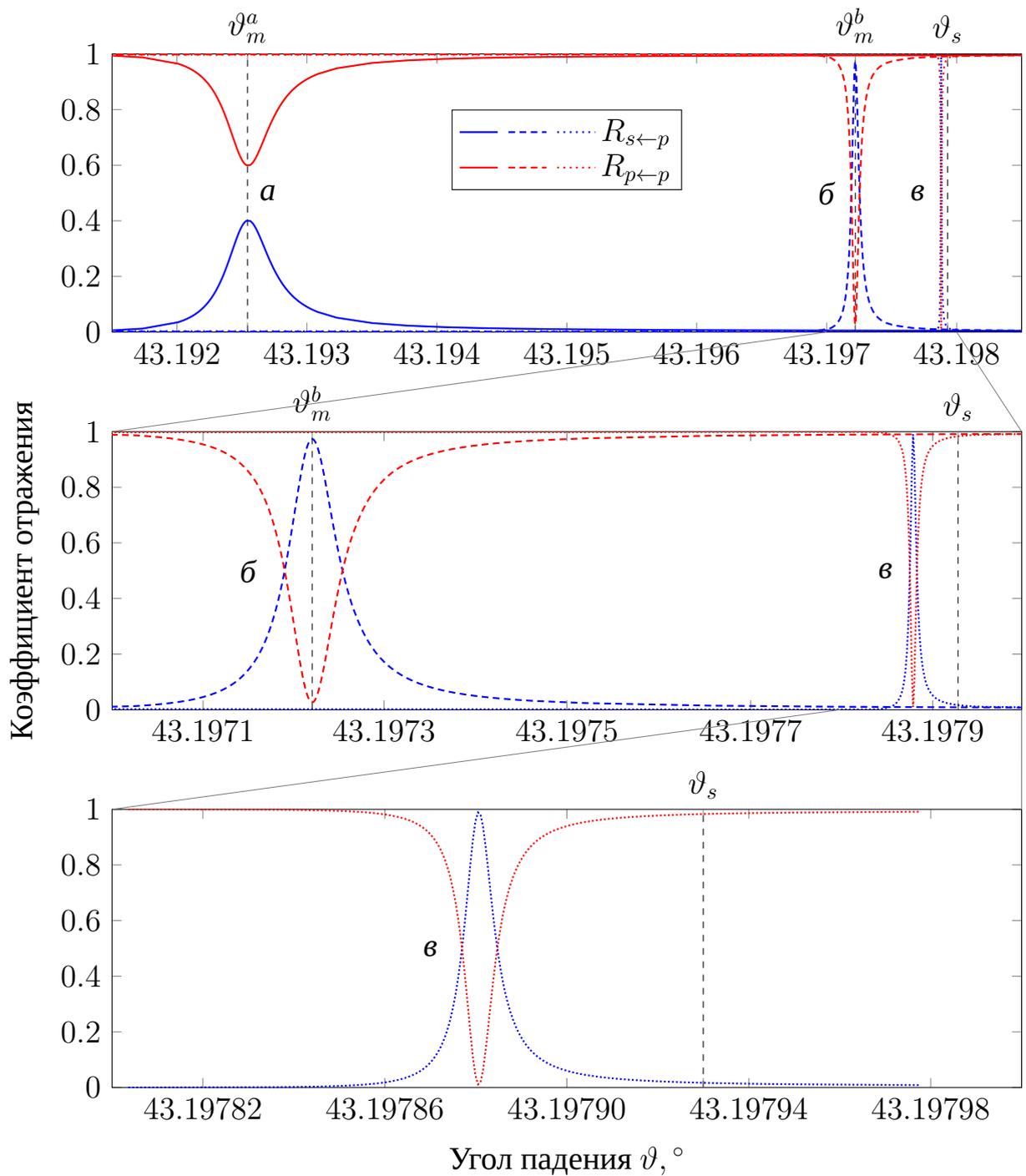


Рис. 31 — Численный расчёт коэффициентов отражения и конверсии поляризации p -поляризованного света в конфигурации (Рис. 29 и 30) для кристаллов КТіОРО₄ при разной толщине d слоя 2, фиксированной плоскости падения $\alpha = 0^\circ$, $\zeta = 20.265^\circ$ и длины волны падающего света $\lambda = 632.8$ нм.

Таким образом при $d/\lambda \rightarrow \infty$ положение максимума(минимума) $\vartheta_m \rightarrow \vartheta_s$, определяемого свойствами волны Дьяконова на границе кристаллов КТР со скрещенными осями

$$\vartheta_s = \arcsin \frac{q(\zeta, \alpha)}{\sqrt{\varepsilon_p} \omega / c}, \quad (71)$$

где $q(\zeta, \alpha)$ — волновой вектор поверхностной волны Дьяконова в конфигурации (Рис. 30) для кристаллов КТР. В другом пределе $d/\lambda \rightarrow 0$, отвечающему отсутствию слоя 2, особенностей в $R_{p \leftarrow p}$ и $R_{s \leftarrow p}$ при $\vartheta > \vartheta_t$ не появляется, что подтверждает их связь с волнами Дьяконова.

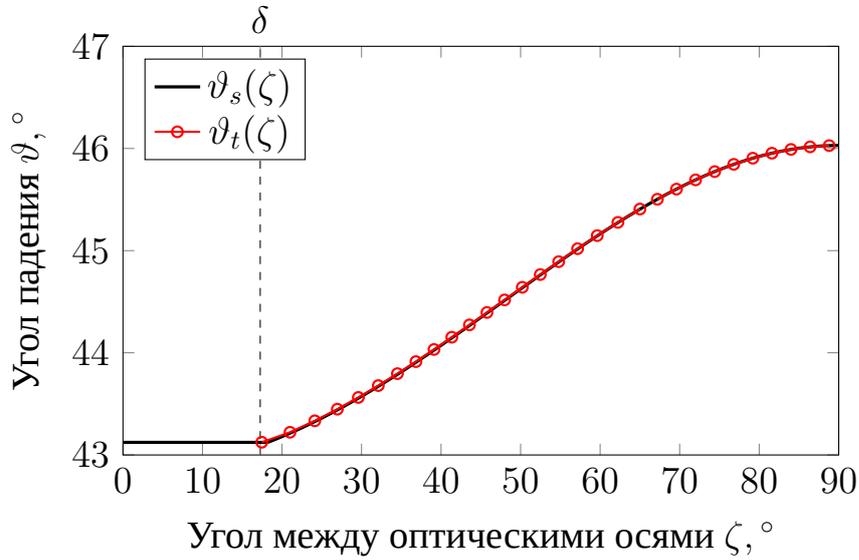
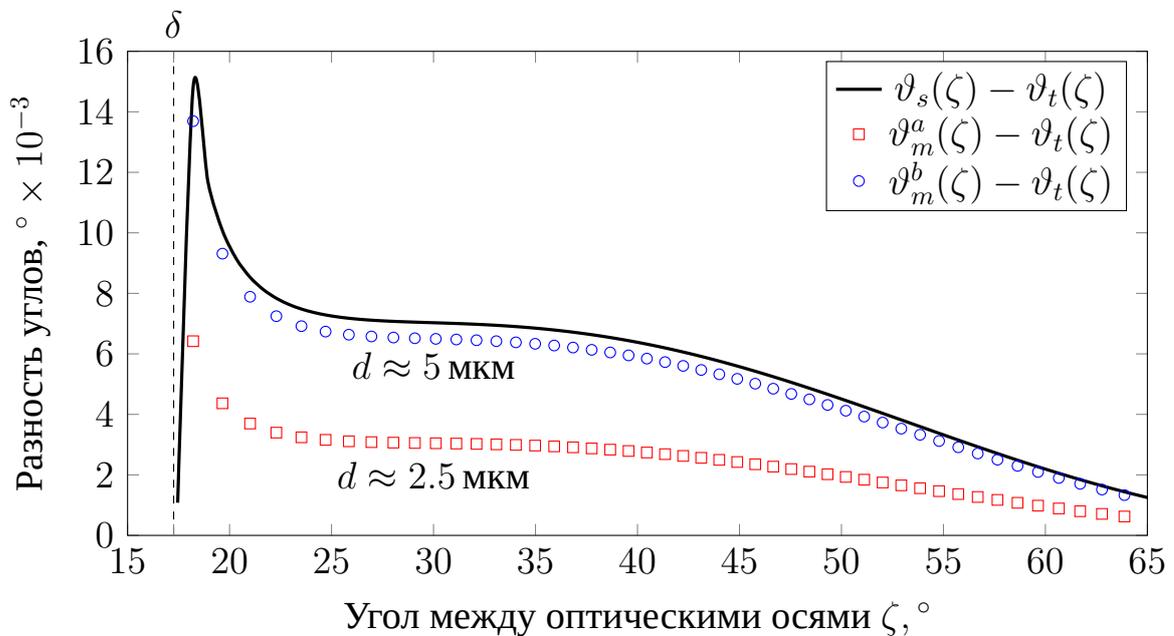


Рис. 32 — Зависимость угла полного внутреннего отражения $\vartheta_t(\zeta, 0)$ (70) для призмы ZnSe и кристаллов КТiОРО₄ (xz срез) и зависимость угла $\vartheta_s(\zeta)$ (71) для поверхностных волн Дьяконова от угла между оптическими осями ζ при $\alpha = 0^\circ$.

Как видно из рисунка 31 и вычислений угла полного внутреннего отражения, углы ϑ_t , ϑ_s и ϑ_m очень близки друг к другу и отличаются только в четвёртом или пятом знаке. Поэтому в эксперименте предлагается измерять зависимость положения особенностей ϑ_m от угла между оптическими осями кристаллов ζ . Для сравнения на рисунке 32 приведены графики зависимости углов ϑ_t и ϑ_s от угла ζ . Видно, что их величины сложно различить между собой. Похожая проблема уже подчёркивалась в экспериментальной работе по обнаружению волн Дьяконова [23] и была благополучно решена там же. В эксперименте [23] углы падения измерялись с разрешающей способностью $\Delta\vartheta \approx 0.0001^\circ$. Это позволяет разрешить не только различие в углах ϑ_s и ϑ_m , но и соответствующую поверхностным волнам Дьяконова особенность коэффициентов отражения в нашем случае.

Для более наглядного представления на рисунке 33 представлены графики угла полного внутреннего отражения ϑ_t , угла особенности ϑ_m^a коэффициентов отражения для слоя с толщиной $d \approx 2.5$ мкм, угла особенности ϑ_m^b для $d \approx 5$ мкм в зависимости от угла ζ . Стоит отметить, что особенности коэффициентов отражения при углах падения ϑ_m начинают резко проявляться, как только выполняется условие для распространения волн Дьяконова $\delta_3 < \zeta < \pi/2$. Для углов $\zeta < \delta_3$ особенностей при $\vartheta > \vartheta_t$ не наблюдается. Разность углов $\vartheta_m - \vartheta_t$ находится в пределах возможной разрешающей способности $\Delta\vartheta$ вплоть во всём диапазоне углов ζ , что говорит о вполне реальной возможности наблюдения. Анализ разности $\vartheta_m - \vartheta_t$ по картам отражения при нескольких углах между оптическими осями ζ позволит связать наблюдаемые особенности с поверхностными волнами Дьяконова на границе двух одинаковых анизотропных кристаллов.



ϑ_m^a соответствует $d = 4\lambda$, ϑ_m^b соответствует $d = 8\lambda$, $\lambda = 632.8$ нм.

Рис. 33 — Зависимость положения максимума ϑ_m коэффициента конверсии поляризации $R_{s \leftarrow p}$ (Рис. 31) от угла между оптическими осями ζ кристаллов КТіОРО₄ относительно угла полного внутреннего отражения ϑ_t при различной толщине d слоя 2.

Аналогичный расчёт коэффициентов отражения был выполнен, но здесь не приводится, и для случая, когда плоскость границы между кристаллами КТР была параллельна кристаллической плоскости yz . Именно для такой плоскости границы КТР было экспериментально показано существование волн Дьяконова в работе [23]. В этом случае плоскости, в которых лежат оптические оси двухосных

кристаллов, перпендикулярны плоскости границы раздела. При определённых углах между оптическими осями ζ в коэффициентах отражения наблюдаются особенности при угла падения ϑ больших, чем углы полного внутреннего отражения от анизотропных кристаллов. Они существенно меньше по величине, чем для случая на рисунке 31, но имеют такую же зависимость от толщины d . Это говорит о том, что наблюдение волн Дьяконова на границе двух одинаковых двухосных кристаллов более предпочтительно для кристаллической плоскости xz , для которых реализуется наибольшая разница в показателях преломления.

4.3.2 Другие материалы для исследования волн Дьяконова на границе анизотропных кристаллов

Разница между ϑ_s и ϑ_t напрямую зависит от свойств поверхностной волны Дьяконова, связанных с величиной анизотропии η (57). Для слабо двухосных кристаллов $\varepsilon_2 \approx \varepsilon_1$ можно использовать аналогичное выражение, где $\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_3$, $\varepsilon_{\perp} \approx \varepsilon_1$. Для природных минералов прозрачных в оптической области анизотропия довольно слабая $\eta \ll 1$, что создаёт определённые трудности при наблюдении волн Дьяконова. Для решения этой задачи предлагаются различные способы, например использование диэлектрических фотонных метаматериалов [177] или переход к гиперболическим метаматериалам [A1; A5].

Так в работе [A8] теоретически проанализировано распространение волн Дьяконова в дальнем инфракрасном диапазоне вдоль границы между одноосными кристаллами TiO_2 со скрещенными осями. В этом диапазоне длин волн существует область прозрачности для TiO_2 при $\lambda \gtrsim 80$ мкм, где проницаемости $\varepsilon_{\perp} \approx 86$, $\varepsilon_{\parallel} \approx 170$. Диапазон углов распространения в плоскости достигает значений $\Delta\varphi \approx 12^\circ$ при угле между оптическими осями $\zeta \approx 60^\circ$.

В той же работе [A8] был предложен эксперимент по наблюдению волн Дьяконова в такой же конфигурации как на рисунке 29 и 30, где в качестве призмы предлагается использовать SrTiO_3 с проницаемостью $\varepsilon_p \approx 300$ для этих длин волн. В этом случае наибольшее значение разности $\vartheta_s - \vartheta_t \approx 0.65^\circ$ достигается при $\zeta \approx 44^\circ$. Как видно величина разности в 40 раз больше, чем для кристаллов КТР, рассмотренных в предыдущей части. Таким образом переход к другим диапа-

зонам длин волн открывает большие перспективы наблюдения и использования поверхностных волн Дьяконова.

4.4 Выводы к главе 4

Экспериментальное наблюдение и исследование поверхностных волн Дьяконова представляет собой сложную задачу, которая в основном связана с отсутствием подходящих материалов с сильной анизотропией диэлектрической проницаемости в оптической области. Так для природных минералов проницаемость вдоль главных осей имеет отличие только во втором-третьем значащем знаке. С другой стороны, в каждой конфигурации, где возможно распространение волн Дьяконова, задачу об их экспериментальном наблюдении приходится анализировать отдельно. Поэтому был предложен и теоретически проанализирован экспериментальный метод для подтверждения существования и исследования поверхностных волн Дьяконова, распространяющихся вдоль границы одинаковых анизотропных кристаллов со скрещенными оптическими осями.

Метод развивает идеи возбуждения поверхностных волн в конфигурации Кретчманна—Отто и метода нарушенного полного внутреннего отражения с учётом эффекта конверсии поляризации при отражении от анизотропных сред. Показано, что появление особенностей: максимума в коэффициент конверсии и минимума в коэффициент отражения, связано именно с существованием поверхностной волны Дьяконова. Зависимость положения максимума от угла между скрещенными оптическими осями позволяет однозначно связать максимум коэффициента отражения в скрещенных осях с поверхностной волной Дьяконова. Наибольшее значение эффекта конверсии 90–100 % для кристаллов КТР и длины волны 632.8 нм достигается при толщине тонкого слоя кристалла $d = 5–7.5$ мкм в том случае, когда кристаллическая плоскость xz обоих кристаллов параллельна плоскости границы раздела.

Для расширения возможностей возбуждения и исследования поверхностных волн Дьяконова предложено использовать другие диапазоны длин волн, например дальний инфракрасный диапазон. Для этого диапазона волн существуют материалы со значительной более сильной анизотропией диэлектрической проницаемости, чем в оптическом диапазоне. Это позволит с одной стороны уве-

личить диапазон углов распространения волн Дьяконова и, с другой стороны, ослабить технологические требования к качеству поверхностей.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем:

1. На основе теоретического анализа поверхностных электромагнитных волн, распространяющихся вдоль слоёв полубесконечной периодической слоистой структуры с анизотропными проводящими слоями, показано существование нового типа поверхностной электромагнитной волны, ранее не описанного в литературе. Показано, что этот тип волн имеет свойства как продольных волн Ленгмюра в металлах, так и поверхностных волн Тамма в одномерных фотонных кристаллах. Волны нового типа названы поверхностными волнами Тамма—Ленгмюра.
2. Теоретически показано, что волны Тамма—Ленгмюра могут быть экспериментально исследованы по спектрам отражения от структур с конечным числом периодов в геометрии нарушенного полного внутреннего отражения.
3. Теоретические исследования влияния пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости среды микрорезонатора на спектр его мод показывают возможность существования незатухающих приповерхностных мод продольной поляризации. В сферических микрорезонаторах эти моды аналогичны широко известным модам шепчущей галереи. Для металлических шарообразных микрорезонаторов рассматриваемые продольные моды имеют частоту больше плазменной частоты металла.
4. Сильную анизотропию коэффициента отражения в диапазоне длин волн 6–14 мкм от метаматериала на основе ZnO, легированного Al, в геометрии нарушенного полного внутреннего отражения можно связать с существованием поверхностных волн Дьяконова на границе воздух–метаматериал.
5. Предложен метод для экспериментального подтверждения существования поверхностных волн Дьяконова на границе двух одинаковых анизотропных кристаллов со скрещенными оптическими осями. Предложенный метод развивает идеи методов нарушенного полного внутреннего отражения, используемых для возбуждения поверхностных электромагнитных волн, с учётом эффекта конверсии поляризации при отражении от анизотропных сред. Исследование особенностей коэффи-

циентов отражения с конверсией поляризации в зависимости от угла между оптическими осями кристаллов позволяет однозначно связать их с существованием поверхностной волны Дьяконова.

В заключение автор благодарит научного руководителя А.А. Богданова и научного консультанта Н.С. Аверкиева за постоянную помощь, поддержку, невероятное терпение и обсуждение результатов во время научной работы. Автор выражает благодарность О.Е. Ермакову за полезные замечания по тексту. Автор выражает благодарность коллегам из Датского технического университета (группа проф. А.В. Лавриненко). Автор также благодарит создателей шаблона [Russian Phd LaTeX Dissertation Template](#) за помощь в оформлении диссертации.

Список сокращений и условных обозначений

(φ_1, φ_2)	диапазон углов распространения ПЭВ Дьяконова (глава 3)
(r, θ, ϕ)	сферические координаты (глава 2)
(x, y, z)	декартова система координат
(x_1, x_2, x_3)	главные оси двухосной среды (глава 4)
$\alpha_{\perp}(\omega), \alpha_{\parallel}(\omega)$	параметр нелокальности поперечного и продольного диэлектрического отклика
$\bar{\epsilon}, \bar{\epsilon}_e$	относительные диэлектрические проницаемости (глава 3)
$\chi(\omega)$	figure-of-merit; эффективная длина распространения ПЭВ
δ	параметр анизотропии плазменной частоты (глава 1)
$\Delta\varphi$	диапазон углов распространения ПЭВ Дьяконова
δ_3	угол между оптической осью двухосной среды и главной осью x_3
ℓ	орбитальное число сферической гармоник
$\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$	тензор диэлектрической проницаемости с учётом пространственной дисперсии (глава 2)
η	фактор анизотропии одноосной среды
γ	скорость затухания в модели Друде—Лоренца
$\gamma_{\ell n}$	n -ый нуль функции Бесселя $j_{\ell}(z)$
$\hat{\epsilon}, \hat{\epsilon}(\omega)$	тензор диэлектрической проницаемости среды
$\hat{\epsilon}^*(\omega)$	тензор эффективной диэлектрической проницаемости метаматериала
$\hat{\epsilon}_m(\omega)$	тензор проницаемости анизотропного проводящего слоя в МДС
\hbar	постоянная Планка
κ_e, κ_o	обратная длина убывания распределения поля для необыкновенной и обыкновенной волны
κ_i	обратная длина убывания распределения поля в изотропной среде
λ	длина волны света в вакууме (глава 3, 4)
$\lambda(\omega)$	параметр в уравнении Гельмгольца (глава 2)
λ, λ^{-1}	собственные числа матрицы переноса (глава 1)
$\langle \tilde{\Omega} \rangle$	приведённая средняя плазменная частота в анизотропных проводящих слоях
\mathbb{C}	множество комплексных чисел

\mathbb{R}	множество вещественных чисел
\mathbb{Z}	множество целых чисел
\mathbf{B}	вектор магнитного поля
\mathbf{D}	вектор электрической индукции
\mathbf{E}	вектор электрического поля
\mathbf{E}_l	безвихревая компонента электрического поля
\mathbf{E}_t	соленоидальная компонента электрического поля
\mathbf{H}	вектор магнитной индукции
\mathbf{k}, k	волновой вектор и его модуль
\mathbf{P}	вектор поляризации
\mathbf{q}, q	волновой вектор поверхностной волны и его модуль (глава 3)
\mathbf{S}	вектор Пойнтинга
$\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$	лучевые оптические оси двухосной среды
μ	магнитная восприимчивость
Ω	плазменная частота в модели Друде—Лоренца
ω	частота света
$\omega_{\text{тр}}$	частота отсечки таммовского плазмона
ω_n	собственная частота резонатора с учётом пространственной дисперсии проницаемости
ω_n^0	собственная частота резонатора без учёта пространственной дисперсии проницаемости
ω_p	плазменная частота металла (глава 2)
$\arg z$	главное значение аргумента комплексного числа
$\text{diag}\{\dots\}$	диагональная матрица с элементами из списка
div	оператор дивергенции векторного поля
grad	оператор градиента скалярного поля
$\text{Re } z, \text{Im } z$	вещественная и мнимая часть комплексного числа z
rot	оператор ротора векторного поля
$\text{tr } M$	след матрицы M
$\partial\Omega$	граница резонатора (глава 2)
$\tilde{\gamma}$	безразмерная скорость затухания
$\tilde{\Omega}$	безразмерная плазменная частота
$\tilde{\omega}$	безразмерная частота, $\tilde{\omega} = \omega d/c$

$\tilde{\omega}_{\text{sp}}$	частота поверхностного плазмонного резонанса
\tilde{k}_z	безразмерный волновой вектор поверхностной волны, $\tilde{k}_z = k_z d$
\tilde{v}_g	безразмерная групповая скорость
\tilde{x}	безразмерная координата, $\tilde{x} = x/d$
ε	проницаемость изотропной среды (глава 3)
ε^∞	высокочастотная проницаемость в модели Друде—Лоренца
$\varepsilon_0(\omega)$	диэлектрическая проницаемость без учёта пространственной дисперсии
$\varepsilon_\perp, \varepsilon_\parallel$	компонента тензора проницаемости в направлении оси слоистой структуры и в плоскости её слоёв
ε_a	проницаемость диэлектрика, контактирующего с МДС
$\varepsilon_e, \varepsilon_o$	диэлектрическая проницаемость необыкновенной и обыкновенной волны в одноосном кристалле
ε_i	проницаемость диэлектрического слоя в МДС
ε_l	продольная проницаемость (глава 2)
ε_t	поперечная проницаемость (глава 2)
φ	скалярное потенциальное поле безвихревой компоненты электрического поля, $\mathbf{E}_l = -\text{grad } \varphi$ (глава 2)
φ	угол между направлением волнового вектора поверхностной волны и оптической осью одноосной среды (глава 3)
ϑ	угол падения (глава 1, 3)
ϑ_m	угол падения, при котором достигается минимум/максимум коэффициента отражения
ϑ_t	наименьший угол полного внутреннего отражения
$\widehat{AA'}$	угол между прямой A и A'
ξ	безразмерный параметр проницаемости изотропной среды (глава 4)
ξ	фактор заполнения проводящими слоями в МДС (глава 1, 3)
ζ	половина угла между скрещенными оптическими осями двух анизотропных кристаллов
$A(\omega)$	коэффициент поглощения
c	скорость света в вакууме
C_j^+, C_j^-	свободные константы в решении волнового уравнения
d	толщина одного периода слоистой структуры

d_i	толщина диэлектрического слоя в МДС
d_j	толщина слоя с номером j
d_m	толщина анизотропного проводящего слоя в МДС
e	заряд электрона
G	матрица переноса через всю слоистую структуру
I	единичная матрица
i	мнимая единица
j, j'	номер слоя в одном периоде слоистой структуре
$j_\ell(z)$	сферическая функция Бесселя первого рода
k_τ	тангенциальная компонента волнового вектора падающей волны
k_b	«блоховское» волновое число
k_p	модуль волнового вектора падающей волны
k_z	волновой вектор поверхностной волны
$k_{x,j}$	компонента волнового вектора по нормали к границам слоёв (глава 1)
M	матрица переноса через период структуры
m	азимутальное число сферической гармоники (глава 2)
m_{AZO}^*	эффективная масса электронов в ZnO
m_0	масса свободного электрона
$m_{\text{тп}}$	эффективная масса таммовского плазмона
M_j	матрица переноса через слой j
N	число периодов в конечной слоистой структуре
n, n'	число слоёв в одном периоде слоистой структуры
N_e	концентрация электронов в ZnO:Al
n_p	показатель преломления призмы
q_0	модуль волнового вектора света в вакууме
R	радиус шарового резонатора (глава 2)
$R(\omega), T(\omega)$	коэффициенты отражения и прохождения
$r_{l \rightarrow l}^x, r_{r \rightarrow r}^x$	амплитуда отражённой волны
R_p	коэффициента отражения от конечной МДС в p -поляризации
$t_{r \rightarrow l}^x, t_{l \rightarrow r}^x$	амплитуда прошедшей волны
$U_N(x)$	N -ый полином Чебышёва второго рода
v_f	скорость электронов с энергией Ферми в металле

$Y_{lm}(\theta, \phi)$	вещественная сферическая гармоника
AZO	ZnO:Al; оксид цинка, легированный алюминием
КТР	КТiOPO ₄ ; титанил-фосфата калия
TE	transverse electric; поляризация поля, в которой электрическое поле ортогонально направлению распространения
TM	transverse magnetic; поляризация поля, в которой магнитное поле ортогонально направлению распространения
ДВ	дополнительные волны
ДГУ	дополнительные граничные условия
ДП	дьяконовский плазмон
МДС	металл-диэлектрическая периодическая слоистая структура
МШГ	мода шепчущей галереи
НПВО	нарушенное полное внутреннее отражение
ПЭВ	поверхностная электромагнитная волна
РБО	распределённый брэгговский отражатель

Публикации автора по теме диссертации

- A1. Midinfrared Surface Waves on a High Aspect Ratio Nanotrench Platform [Text] / O. Takayama, E. Shkondin, A. Bogdanov, M. E. A. Panah, K. Golenitskii, P. Dmitriev, T. Repän, R. Malureanu, P. Belov, F. Jensen, A. V. Lavrinenko // ACS Photonics. — 2017. — Oct. — Vol. 4, no. 11. — P. 2899—2907. — DOI: [10.1021/acsp Photonics.7b00924](https://doi.org/10.1021/acsp Photonics.7b00924).
- A2. *Голеницкий, К. Ю.* Метод детектирования поверхностных волн Дьяконова на границе двух анизотропных сред [Текст] / К. Ю. Голеницкий, Н. С. Аверкиев // Оптика и спектроскопия. — 2016. — Т. 120, № 6. — С. 1013—1016. — DOI: [10.7868/s0030403416060076](https://doi.org/10.7868/s0030403416060076). — Перевод на англ.: *Golenitskii, K. Y.* A method for detecting Dyakonov surface waves at an interface of two anisotropic media [Text] / K. Y. Golenitskii, N. S. Averkiev // Optics and Spectroscopy. — 2016. — Vol. 120, no. 6. — P. 948—951. — DOI: [10.1134/S0030400X16060072](https://doi.org/10.1134/S0030400X16060072).
- A3. Продольные моды шепчущей галереи в металлических микрорезонаторах [Текст] / К. Ю. Голеницкий [и др.] // Письма в ЖЭТФ. — 2016. — Т. 104, № 9. — С. 637—639. — Перевод на англ.: Longitudinal whispering-gallery modes in metal microcavities [Text] / K. Y. Golenitskii [et al.] // JETP Letters. — 2016. — Vol. 104, no. 9. — P. 615—617. — DOI: [10.1134/S0021364016210116](https://doi.org/10.1134/S0021364016210116).
- A4. *Golenitskii, K. Y.* Tamm-Langmuir surface waves [Text] / K. Y. Golenitskii, K. L. Koshelev, A. A. Bogdanov // Physical Review A. — 2016. — Oct. — Vol. 94, no. 4. — DOI: [10.1103/physreva.94.043815](https://doi.org/10.1103/physreva.94.043815).
- A5. Experimental Observation of Dyakonov Plasmons in the Mid-Infrared [Text] / O. Takayama, P. Dmitriev, E. Shkondin, O. Yermakov, M. Panah, K. Golenitskii, F. Jensen, A. Bogdanov, A. Lavrinenko // Semiconductors. — 2018. — Apr. — Vol. 52, no. 4. — P. 442—446. — DOI: [10.1134/s1063782618040279](https://doi.org/10.1134/s1063782618040279).
- A6. *Golenickij, K. U.* New type of surface electromagnetic waves on the interface of anisotropic metal-dielectric superlattice [Text] / K. U. Golenickij, A. A. Bogdanov, R. A. Suris // Nanostructures: Physics and Technology. — 2013.

- A7. *Голеницкий, К. Ю.* Новый тип поверхностных электромагнитных волн на границе металл-диэлектрической сверхрешётки с анизотропными проводящими слоями [Текст] / К. Ю. Голеницкий, А. А. Богданов // Физика.СПб. — 2013.
- A8. *Golenitskii, K. Y.* Far-IR Dyakonov surface waves at the interface TiO₂/TiO₂ [Text] / K. Y. Golenitskii, N. S. Averkiev // Novel Trends in Physics of Ferroics. — 2017.

Список литературы

1. *Zhang, J.* Surface plasmon polaritons: physics and applications [Text] / J. Zhang, L. Zhang, W. Xu // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2012. — Feb. — Vol. 45, no. 11. — P. 113001. — DOI: [10.1088/0022-3727/45/11/113001](https://doi.org/10.1088/0022-3727/45/11/113001).
2. Current status of optical fiber biosensor based on surface plasmon resonance [Text] / Y. Zhao [et al.] // *Biosensors and Bioelectronics*. — 2019. — Oct. — Vol. 142. — P. 111505. — DOI: [10.1016/j.bios.2019.111505](https://doi.org/10.1016/j.bios.2019.111505).
3. *Polo, J. A.* Surface electromagnetic waves: A review [Text] / J. A. Polo, A. Lakhtakia // *Laser & Photonics Reviews*. — 2011. — Mar. — Vol. 5, no. 2. — P. 234—246. — DOI: [10.1002/lpor.200900050](https://doi.org/10.1002/lpor.200900050).
4. *Takayama, O.* Photonic surface waves on metamaterial interfaces [Text] / O. Takayama, A. A. Bogdanov, A. V. Lavrinenko // *Journal of Physics: Condensed Matter*. — 2017. — Nov. — Vol. 29, no. 46. — P. 463001. — DOI: [10.1088/1361-648X/aa8bdd](https://doi.org/10.1088/1361-648X/aa8bdd).
5. Dyakonov Surface Waves: A Review [Text] / O. Takayama [et al.] // *Electromagnetics*. — 2008. — Mar. — Vol. 28, no. 3. — P. 126—145. — DOI: [10.1080/02726340801921403](https://doi.org/10.1080/02726340801921403).
6. Поверхностные состояния в фотонных кристаллах [Текст] / А. П. Виноградов [и др.] // *Успехи Физических Наук*. — 2010. — Т. 180, № 3. — С. 249—263. — DOI: [10.3367/UFNr.0180.201003b.0249](https://doi.org/10.3367/UFNr.0180.201003b.0249).
7. *Geim, A. K.* Van der Waals heterostructures [Text] / A. K. Geim, I. V. Grigorieva // *Nature*. — 2013. — July. — Vol. 499, no. 7459. — P. 419—425. — DOI: [10.1038/nature12385](https://doi.org/10.1038/nature12385).
8. *Naik, G. V.* Semiconductors for plasmonics and metamaterials [Text] / G. V. Naik, A. Boltasseva // *physica status solidi (RRL) - Rapid Research Letters*. — 2010. — Sept. — Vol. 4, no. 10. — P. 295—297. — DOI: [10.1002/pssr.201004269](https://doi.org/10.1002/pssr.201004269).
9. *Cai, W.* Optical Metamaterials [Text] / W. Cai, V. Shalaev. — Springer New York, 2010. — DOI: [10.1007/978-1-4419-1151-3](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1151-3).
10. Midinfrared semiconductor optical metamaterials [Text] / A. J. Hoffman [et al.] // *Journal of Applied Physics*. — 2009. — June. — Vol. 105, no. 12. — P. 122411. — DOI: [10.1063/1.3124087](https://doi.org/10.1063/1.3124087).

11. Silicon-Based Photonic Crystals [Text] / A. Birner [et al.] // *Advanced Materials*. — 2001. — Mar. — Vol. 13, no. 6. — P. 377—388. — DOI: [10.1002/1521-4095\(200103\)13:6<377::aid-adma377>3.0.co;2-x](https://doi.org/10.1002/1521-4095(200103)13:6<377::aid-adma377>3.0.co;2-x).
12. *Chen, L.* Photonic band gaps in nanowire superlattices [Text] / L. Chen, E. Towe // *Applied Physics Letters*. — 2005. — Sept. — Vol. 87, no. 10. — P. 103111. — DOI: [10.1063/1.2041837](https://doi.org/10.1063/1.2041837).
13. Colloidal photonic superlattices [Text] / R. Rengarajan [et al.] // *Physical Review B*. — 2001. — Oct. — Vol. 64, no. 20. — DOI: [10.1103/physrevb.64.205103](https://doi.org/10.1103/physrevb.64.205103).
14. 2D materials and van der Waals heterostructures [Text] / K. S. Novoselov [et al.] // *Science*. — 2016. — July. — Vol. 353, no. 6298. — aac9439. — DOI: [10.1126/science.aac9439](https://doi.org/10.1126/science.aac9439).
15. Tamm plasmon-polaritons: Possible electromagnetic states at the interface of a metal and a dielectric Bragg mirror [Text] / M. Kaliteevski [et al.] // *Physical Review B*. — 2007. — Oct. — Vol. 76, no. 16. — P. 165415. — DOI: [10.1103/PhysRevB.76.165415](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.76.165415).
16. *Булгаков, А. А.* Поверхностные электромагнитные волны на границе раздела двух диэлектрических сверхрешеток [Текст] / А. А. Булгаков, А. В. Мериуц, Е. А. Ольховский // *Журнал Технической Физики*. — 2004. — Т. 74, № 10. — С. 103—107.
17. *Wu, C.-J.* Photonic band structure for a superconductor-dielectric superlattice [Text] / C.-J. Wu, M.-S. Chen, T.-J. Yang // *Physica C: Superconductivity*. — 2005. — Nov. — Vol. 432, no. 3/4. — P. 133—139. — DOI: [10.1016/j.physc.2005.07.019](https://doi.org/10.1016/j.physc.2005.07.019).
18. Oblique surface Josephson plasma waves in layered superconductors [Text] / Y. O. Averkov [et al.] // *Physical Review B*. — 2013. — Feb. — Vol. 87, no. 5. — DOI: [10.1103/physrevb.87.054505](https://doi.org/10.1103/physrevb.87.054505).
19. Hyperbolic metamaterials [Text] / A. Poddubny [et al.] // *Nature Photonics*. — 2013. — Dec. — Vol. 7, no. 12. — P. 948—957. — DOI: [10.1038/nphoton.2013.243](https://doi.org/10.1038/nphoton.2013.243).
20. *Narimanov, E. E.* Photonic Hypercrystals [Text] / E. E. Narimanov // *Physical Review X*. — 2014. — Oct. — Vol. 4, no. 4. — P. 041014. — DOI: [10.1103/PhysRevX.4.041014](https://doi.org/10.1103/PhysRevX.4.041014).

21. *Bogdanov, A. A.* Effect of the anisotropy of a conducting layer on the dispersion law of electromagnetic waves in layered metal-dielectric structures [Text] / A. A. Bogdanov, R. A. Suris // JETP Letters. — 2012. — Sept. — Vol. 96, no. 1. — P. 49—55. — DOI: [10.1134/S0021364012130036](https://doi.org/10.1134/S0021364012130036).
22. *D'yakonov, M. I.* New type of electromagnetic wave propagating at the interface [Text] / M. I. D'yakonov // JETP. — 1988. — Vol. 67, no. 4. — P. 714—716.
23. Observation of Dyakonov Surface Waves [Text] / O. Takayama [et al.] // Physical Review Letters. — 2009. — Jan. — Vol. 102, no. 4. — P. 043903. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.102.043903](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.043903).
24. *Yeh, P.* Electromagnetic propagation in periodic stratified media I General theory [Text] / P. Yeh, A. Yariv, C.-S. Hong // Journal of the Optical Society of America. — 1977. — Apr. — Vol. 67, no. 4. — P. 423. — DOI: [10.1364/josa.67.000423](https://doi.org/10.1364/josa.67.000423).
25. *Gaspar-Armenta, J. A.* Surface waves in finite one-dimensional photonic crystals: mode coupling [Text] / J. A. Gaspar-Armenta, F. Villa, T. López-Ríos // Optics Communications. — 2003. — Vol. 216, no. 4. — P. 379—384. — DOI: [10.1016/S0030-4018\(02\)02361-1](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(02)02361-1). — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030401802023611>.
26. *Bulgakov, A. A.* Study of surface optical oscillations in periodical multi-layer media [Text] / A. A. Bulgakov, V. R. Kovtun // Solid State Communications. — 1985. — Dec. — Vol. 56, no. 9. — P. 781—785. — DOI: [10.1016/0038-1098\(85\)90308-4](https://doi.org/10.1016/0038-1098(85)90308-4).
27. Electromagnetic Bloch waves at the surface of a photonic crystal [Text] / R. D. Meade [et al.] // Physical Review B. — 1991. — Nov. — Vol. 44, no. 19. — P. 10961—10964. — DOI: [10.1103/physrevb.44.10961](https://doi.org/10.1103/physrevb.44.10961).
28. Surface state peculiarities in one-dimensional photonic crystal interfaces [Text] / A. P. Vinogradov [et al.] // Physical Review B. — 2006. — July. — Vol. 74, no. 4. — DOI: [10.1103/physrevb.74.045128](https://doi.org/10.1103/physrevb.74.045128).
29. *Kavokin, A. V.* Lossless interface modes at the boundary between two periodic dielectric structures [Text] / A. V. Kavokin, I. A. Shelykh, G. Malpuech // Physical Review B. — 2005. — Dec. — Vol. 72, no. 23. — DOI: [10.1103/physrevb.72.233102](https://doi.org/10.1103/physrevb.72.233102).

30. *Villa, F.* Electromagnetic surface waves: photonic crystal–photonic crystal interface [Text] / F. Villa, J. A. Gaspar-Armenta // *Optics Communications*. — 2003. — July. — Vol. 223, no. 1–3. — P. 109–115. — DOI: [10.1016/s0030-4018\(03\)01644-4](https://doi.org/10.1016/s0030-4018(03)01644-4).
31. Interface modes in nanostructured metal-dielectric metamaterials [Text] / I. Iorsh [et al.] // *Applied Physics Letters*. — 2011. — Oct. — Vol. 99, no. 15. — P. 151914. — DOI: [10.1063/1.3643152](https://doi.org/10.1063/1.3643152).
32. Tamm plasmon modes on semi-infinite metallodielectric superlattices [Text] / G. Isić [et al.] // *Scientific Reports*. — 2017. — Dec. — Vol. 7, no. 1. — DOI: [10.1038/s41598-017-03497-z](https://doi.org/10.1038/s41598-017-03497-z).
33. *Zabel, I. H. H.* Photonic band structures of optically anisotropic periodic arrays [Text] / I. H. H. Zabel, D. Stroud // *Physical Review B*. — 1993. — Aug. — Vol. 48, no. 8. — P. 5004–5012. — DOI: [10.1103/physrevb.48.5004](https://doi.org/10.1103/physrevb.48.5004).
34. Tunable Bloch surface waves in anisotropic photonic crystals based on lithium niobate thin films [Text] / T. Kovalevich [et al.] // *Optics Letters*. — 2016. — Dec. — Vol. 41, no. 23. — P. 5616. — DOI: [10.1364/ol.41.005616](https://doi.org/10.1364/ol.41.005616).
35. *Qi, L.* Complex band structures of 1D anisotropic graphene photonic crystal [Text] / L. Qi, C. Liu // *Photonics Research*. — 2017. — Oct. — Vol. 5, no. 6. — P. 543. — DOI: [10.1364/prj.5.000543](https://doi.org/10.1364/prj.5.000543).
36. One-dimensional anisotropic photonic crystal with a tunable bandgap [Text] / G. Alagappan [et al.] // *Journal of the Optical Society of America B*. — 2006. — Jan. — Vol. 23, no. 1. — P. 159. — DOI: [10.1364/josab.23.000159](https://doi.org/10.1364/josab.23.000159).
37. *Sun, S.* Two-dimensional complete photonic gaps from layered periodic structures containing anisotropic left-handed metamaterials [Text] / S. Sun, X. Huang, L. Zhou // *Physical Review E*. — 2007. — June. — Vol. 75, no. 6. — DOI: [10.1103/physreve.75.066602](https://doi.org/10.1103/physreve.75.066602).
38. Surface electromagnetic waves in Fibonacci superlattices: Theoretical and experimental results [Text] / Y. E. Hassouani [et al.] // *Physical Review B*. — 2006. — July. — Vol. 74, no. 3. — DOI: [10.1103/physrevb.74.035314](https://doi.org/10.1103/physrevb.74.035314).
39. *Konopsky, V. N.* Photonic crystal surface waves for optical biosensing [Text] / V. N. Konopsky, E. V. Alieva // 2011 International Workshop on Biophotonics. — IEEE, 06/2011. — DOI: [10.1109/iwbp.2011.5954807](https://doi.org/10.1109/iwbp.2011.5954807).

40. *Perani, T.* Bloch-surface-wave photonic crystal nanobeam cavity [Text] / T. Perani, D. Aurelio, M. Liscidini // *Optics Letters*. — 2019. — Oct. — Vol. 44, no. 21. — P. 5133. — DOI: [10.1364/ol.44.005133](https://doi.org/10.1364/ol.44.005133).
41. *Pchel'nikov, Y. N.* Medical application of surface electromagnetic waves [Text] / Y. N. Pchel'nikov, V. A. Kholodnyi // *Bioelectrochemistry and Bioenergetics*. — 1998. — Dec. — Vol. 47, no. 2. — P. 283—290. — DOI: [10.1016/s0302-4598\(98\)00200-1](https://doi.org/10.1016/s0302-4598(98)00200-1).
42. *Peterson, G.* The application of electromagnetic surface waves to wireless energy transfer [Text] / G. Peterson // 2015 IEEE Wireless Power Transfer Conference (WPTC). — IEEE, 05/2015. — DOI: [10.1109/wpt.2015.7139133](https://doi.org/10.1109/wpt.2015.7139133).
43. *Басс, Ф. Г.* Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками [Текст] / Ф. Г. Басс, А. А. Булгаков, А. П. Тетеров. — М. : Наука, 1989. — 288 с.
44. *Борн, М.* Основы оптики [Текст] / М. Борн, Э. Вольф. — 2-е изд. — М. : Наука, 1973.
45. *Ram-Mohan, L. R.* Transfer-matrix algorithm for the calculation of the band structure of semiconductor superlattices [Text] / L. R. Ram-Mohan, K. H. Yoo, R. L. Aggarwal // *Physical Review B*. — 1988. — Sept. — Vol. 38, no. 9. — P. 6151—6159. — DOI: [10.1103/physrevb.38.6151](https://doi.org/10.1103/physrevb.38.6151).
46. *Bélanger, P. A.* Beam propagation and the ABCD ray matrices [Text] / P. A. Bélanger // *Optics Letters*. — 1991. — Feb. — Vol. 16, no. 4. — P. 196. — DOI: [10.1364/ol.16.000196](https://doi.org/10.1364/ol.16.000196).
47. *Bufler, H.* Theory of elasticity of a multilayered medium [Text] / H. Bufler // *Journal of Elasticity*. — 1971. — Dec. — Vol. 1, no. 2. — P. 125—143. — DOI: [10.1007/bf00046464](https://doi.org/10.1007/bf00046464).
48. The transfer matrix: a geometrical perspective [Text] / L. L. Sanchez-Soto [et al.] // *Physics Reports* 513, 191 (2012). — 2012. — May 7. — DOI: [10.1016/j.physrep.2011.10.002](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2011.10.002). — arXiv: [1205.1318v1](https://arxiv.org/abs/1205.1318v1) [[cond-mat.stat-mech](https://arxiv.org/abs/1205.1318v1)].
49. *Федорюк, М. В.* Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] / М. В. Федорюк. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1985. — 448 с.

50. *Awasthi, S. K.* Enhancement of omnidirectional total-reflection wavelength range by using one-dimensional ternary photonic bandgap material [Text] / S. K. Awasthi, U. Malaviya, S. P. Ojha // Journal of the Optical Society of America B. — 2006. — Dec. — Vol. 23, no. 12. — P. 2566. — DOI: [10.1364/josab.23.002566](https://doi.org/10.1364/josab.23.002566).
51. Existence of a photonic band gap in two dimensions [Text] / R. D. Meade [et al.] // Applied Physics Letters. — 1992. — July. — Vol. 61, no. 4. — P. 495—497. — DOI: [10.1063/1.107868](https://doi.org/10.1063/1.107868).
52. *Ho, K. M.* Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures [Text] / K. M. Ho, C. T. Chan, C. M. Soukoulis // Physical Review Letters. — 1990. — Dec. — Vol. 65, no. 25. — P. 3152—3155. — DOI: [10.1103/physrevlett.65.3152](https://doi.org/10.1103/physrevlett.65.3152).
53. *Тамм, И. Е.* О возможности связанных состояний электронов на поверхности кристалла [Текст] / И. Е. Тамм // ЖЭТФ. — 1933. — Т. 3. — С. 34—43.
54. *Kretschmann, E.* Die Bestimmung optischer Konstanten von Metallen durch Anregung von Oberflächenplasmaschwingungen [Text] / E. Kretschmann // Zeitschrift für Physik A Hadrons and nuclei. — 1971. — Aug. — Vol. 241, no. 4. — P. 313—324. — DOI: [10.1007/bf01395428](https://doi.org/10.1007/bf01395428).
55. *Otto, A.* Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection [Text] / A. Otto // Zeitschrift für Physik A Hadrons and nuclei. — 1968. — Aug. — Vol. 216, no. 4. — P. 398—410. — DOI: [10.1007/bf01391532](https://doi.org/10.1007/bf01391532).
56. *Abelès, F.* Recherches sur la propagation des ondes électromagnétiques sinusoïdales dans les milieux stratifiés [Text] / F. Abelès // Annales de Physique. — 1950. — Vol. 12, no. 5. — P. 706—782. — DOI: [10.1051/anphys/195012050706](https://doi.org/10.1051/anphys/195012050706).
57. *Azzam, R. M. A.* Ellipsometry and polarized light [Text] / R. M. A. Azzam, N. M. Bashara. — Amsterdam : North—Holland Pub. Co., 1977.
58. *Heavens, O. S.* Optical properties of thin solid films [Text] / O. S. Heavens. — New York : Dover Publications, 1991.
59. Tamm plasmon polaritons: Slow and spatially compact light [Text] / M. E. Sasin [et al.] // Applied Physics Letters. — 2008. — June. — Vol. 92, no. 25. — P. 251112. — DOI: [10.1063/1.2952486](https://doi.org/10.1063/1.2952486).

60. *Murray, W. A.* Plasmonic Materials [Text] / W. A. Murray, W. L. Barnes // *Advanced Materials*. — 2007. — Nov. — Vol. 19, no. 22. — P. 3771—3782. — DOI: [10.1002/adma.200700678](https://doi.org/10.1002/adma.200700678).
61. *Naik, G. V.* Alternative Plasmonic Materials: Beyond Gold and Silver [Text] / G. V. Naik, V. M. Shalaev, A. Boltasseva // *Advanced Materials*. — 2013. — May. — Vol. 25, no. 24. — P. 3264—3294. — DOI: [10.1002/adma.201205076](https://doi.org/10.1002/adma.201205076).
62. *Boyle, W. S.* Far Infrared Studies of Bismuth [Text] / W. S. Boyle, A. D. Brailsford // *Physical Review*. — 1960. — Dec. — Vol. 120, no. 6. — P. 1943—1949. — DOI: [10.1103/physrev.120.1943](https://doi.org/10.1103/physrev.120.1943).
63. Indefinite permittivity and negative refraction in natural material: Graphite [Text] / J. Sun [et al.] // *Applied Physics Letters*. — 2011. — Mar. — Vol. 98, no. 10. — P. 101901. — DOI: [10.1063/1.3562033](https://doi.org/10.1063/1.3562033).
64. Hybrid Surface-Phonon-Plasmon Polariton Modes in Graphene/Monolayer h-BN Heterostructures [Text] / V. W. Brar [et al.] // *Nano Letters*. — 2014. — June. — Vol. 14, no. 7. — P. 3876—3880. — DOI: [10.1021/nl501096s](https://doi.org/10.1021/nl501096s).
65. *Jariwala, D.* Mixed-dimensional van der Waals heterostructures [Text] / D. Jariwala, T. J. Marks, M. C. Hersam // *Nature Materials*. — 2016. — Aug. — Vol. 16, no. 2. — P. 170—181. — DOI: [10.1038/nmat4703](https://doi.org/10.1038/nmat4703).
66. *Bernstein, I. B.* Waves in a Plasma in a Magnetic Field [Text] / I. B. Bernstein // *Physical Review*. — 1958. — Jan. — Vol. 109, no. 1. — P. 10—21. — DOI: [10.1103/physrev.109.10](https://doi.org/10.1103/physrev.109.10).
67. Negative refraction in semiconductor metamaterials [Text] / A. J. Hoffman [et al.] // *Nature Materials*. — 2007. — Oct. — Vol. 6, no. 12. — P. 946—950. — DOI: [10.1038/nmat2033](https://doi.org/10.1038/nmat2033).
68. Strong spatial dispersion in wire media in the very large wavelength limit [Text] / P. A. Belov [et al.] // *Physical Review B*. — 2003. — Mar. — Vol. 67, no. 11. — DOI: [10.1103/physrevb.67.113103](https://doi.org/10.1103/physrevb.67.113103).
69. Experimental realization of three-dimensional indefinite cavities at the nanoscale with anomalous scaling laws [Text] / X. Yang [et al.] // *Nature Photonics*. — 2012. — June. — Vol. 6, no. 7. — P. 450—454. — DOI: [10.1038/nphoton.2012.124](https://doi.org/10.1038/nphoton.2012.124).

70. Realization of mid-infrared graphene hyperbolic metamaterials [Text] / Y.-C. Chang [et al.] // Nature Communications. — 2016. — Feb. — Vol. 7, no. 1. — DOI: [10.1038/ncomms10568](https://doi.org/10.1038/ncomms10568).
71. *Silveirinha, M. G.* Electromagnetic Waves in Artificial Media with Application to Lens Antennas [Text] : PhD thesis / Silveirinha M. G. — Technical University of Lisbon, 04/2003.
72. Two-dimensional complete band gaps in one-dimensional metal-dielectric periodic structures [Text] / J.-l. Zhang [et al.] // Applied Physics Letters. — 2008. — Feb. — Vol. 92, no. 5. — P. 053104. — DOI: [10.1063/1.2841640](https://doi.org/10.1063/1.2841640).
73. Electromagnetic properties of periodic and quasi-periodic one-dimensional, metallo-dielectric photonic band gap structures [Text] / C. Sibia [et al.] // Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. — 1999. — Jan. — Vol. 1, no. 4. — P. 490—494. — DOI: [10.1088/1464-4258/1/4/313](https://doi.org/10.1088/1464-4258/1/4/313).
74. *Zong, Y. X.* Photonic band structure of one-dimensional metal/dielectric structures calculated by the plane-wave expansion method [Text] / Y. X. Zong, J. B. Xia // Science China Physics, Mechanics & Astronomy. — 2015. — Mar. — Vol. 58, no. 7. — P. 1—6. — DOI: [10.1007/s11433-015-5655-x](https://doi.org/10.1007/s11433-015-5655-x).
75. *Vinogradov, A. P.* Analysis of plasmonic Bloch waves and band structures of 1D plasmonic photonic crystals [Text] / A. P. Vinogradov, A. V. Dorofeenko, I. A. Nechepurenko // Metamaterials. — 2010. — Dec. — Vol. 4, no. 4. — P. 181—200. — DOI: [10.1016/j.metmat.2010.09.002](https://doi.org/10.1016/j.metmat.2010.09.002).
76. Band structure and band-gap control in photonic superlattices [Text] / S. B. Cavalcanti [et al.] // Physical Review B. — 2006. — Oct. — Vol. 74, no. 15. — DOI: [10.1103/physrevb.74.153102](https://doi.org/10.1103/physrevb.74.153102).
77. *Alvarado-Rodríguez, I.* Density of states for a dielectric superlattice: TE polarization [Text] / I. Alvarado-Rodríguez, P. Halevi, J. J. Sánchez-Mondragón // Physical Review E. — 1999. — Mar. — Vol. 59, no. 3. — P. 3624—3630. — DOI: [10.1103/physreve.59.3624](https://doi.org/10.1103/physreve.59.3624).
78. *Ярив, А.* Оптические волны в кристаллах [Текст] / А. Ярив, П. Юх. — Пер. с англ. — М. : Мир, 1987. — 616 с.
79. *Polo, J.* Electromagnetic Surface Waves: A Modern Perspective [Text] / J. Polo, T. Mackay, A. Lakhtakia. — Elsevier Science, 2013. — 314 p. — (Elsevier insights).

80. *Tonks, L.* Oscillations in Ionized Gases [Text] / L. Tonks, I. Langmuir // *Physical Review*. — 1929. — Feb. — Vol. 33, no. 2. — P. 195—210. — DOI: [10.1103/physrev.33.195](https://doi.org/10.1103/physrev.33.195).
81. *Yeh, P.* Optical surface waves in periodic layered media [Text] / P. Yeh, A. Yariv, A. Y. Cho // *Applied Physics Letters*. — 1978. — Jan. — Vol. 32, no. 2. — P. 104—105. — DOI: [10.1063/1.89953](https://doi.org/10.1063/1.89953).
82. Theory of surface plasmons and surface-plasmon polaritons [Text] / J. M. Pitarke [et al.] // *Reports on Progress in Physics*. — 2006. — Dec. — Vol. 70, no. 1. — P. 1—87. — DOI: [10.1088/0034-4885/70/1/r01](https://doi.org/10.1088/0034-4885/70/1/r01).
83. *Чебыкин, А. В.* Пределы применимости модели эффективной среды для описания слоистых металлодиэлектрических наноструктурированных метаматериалов [Текст] / А. В. Чебыкин, А. А. Орлов, П. А. Белов // *Оптика и Спектроскопия*. — 2010. — Т. 106, № 6. — С. 1005—1017.
84. *Агранович, В. М.* Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов [Текст] / В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург. — М. : Наука, 1965. — 376 с.
85. *Maradudin, A. A.* Effect of Spatial Dispersion on the Properties of a Semi-Infinite Dielectric [Text] / A. A. Maradudin, D. L. Mills // *Physical Review B*. — 1973. — Mar. — Vol. 7, no. 6. — P. 2787—2810. — DOI: [10.1103/physrevb.7.2787](https://doi.org/10.1103/physrevb.7.2787).
86. *Zeyher, R.* Spatial Dispersion Effects in Resonant Polariton Scattering. I. Additional Boundary Conditions for Polarization Fields [Text] / R. Zeyher, J. L. Birman, W. Brenig // *Physical Review B*. — 1972. — Dec. — Vol. 6, no. 12. — P. 4613—4616. — DOI: [10.1103/physrevb.6.4613](https://doi.org/10.1103/physrevb.6.4613).
87. *Brenig, W.* Spatial Dispersion Effects in Resonant Polariton Scattering. II. Resonant Brillouin Scattering [Text] / W. Brenig, R. Zeyher, J. L. Birman // *Physical Review B*. — 1972. — Dec. — Vol. 6, no. 12. — P. 4617—4622. — DOI: [10.1103/physrevb.6.4617](https://doi.org/10.1103/physrevb.6.4617).
88. *Пекар, С. И.* Теория электромагнитных волн в кристаллах, в которых возникают экситоны [Текст] / С. И. Пекар // *ЖЭТФ*. — 1957. — Т. 33, № 4. — С. 1022—1036.
89. *Агранович, В. М.* О распространении электромагнитных волн в среде при учете пространственной дисперсии [Текст] / В. М. Агранович, А. А. Рухадзе // *ЖЭТФ*. — 1958. — Т. 35, № 4. — С. 982—984.

90. *Гинзбург, В. Л.* Об электромагнитных волнах в изотропных кристаллических средах при учете пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости [Текст] / В. Л. Гинзбург // ЖЭТФ. — 1958. — Т. 35, № 6. — С. 1593—1604.
91. *Агранович, В. М.* Пространственная дисперсия и отрицательное преломление света [Текст] / В. М. Агранович, Ю. Н. Гартштейн // Успехи Физических Наук. — 2006. — Т. 176, № 10. — С. 1051. — DOI: [10.3367/ufnr.0176.200610c.1051](https://doi.org/10.3367/ufnr.0176.200610c.1051).
92. Giant spatial-dispersion-induced birefringence in metamaterials [Text] / M. A. Gorlach [et al.] // Physical Review B. — 2016. — May. — Vol. 93, no. 20. — DOI: [10.1103/physrevb.93.201115](https://doi.org/10.1103/physrevb.93.201115).
93. *Koshelev, K. L.* Interplay between anisotropy and spatial dispersion in metamaterial waveguides [Text] / K. L. Koshelev, A. A. Bogdanov // Physical Review B. — 2016. — Sept. — Vol. 94, no. 11. — DOI: [10.1103/physrevb.94.115439](https://doi.org/10.1103/physrevb.94.115439).
94. *Pines, D.* Elementary excitations in solids: lectures on protons, electrons, and plasmons [Text] / D. Pines. — Reading, Mass : Advanced Book Program, Perseus Books, 1999.
95. *Пекар, С. И.* Дополнительные граничные условия в теории добавочных световых волн и экситоны в ограниченных кристаллах [Текст] / С. И. Пекар // ЖЭТФ. — 1978. — Т. 74, № 4. — С. 1458—1475.
96. *Venger, E. F.* Consistency of boundary conditions in crystal optics with spatial dispersion [Text] / E. F. Venger, V. N. Piskovoi // Physical Review B. — 2004. — Sept. — Vol. 70, no. 11. — DOI: [10.1103/physrevb.70.115107](https://doi.org/10.1103/physrevb.70.115107).
97. *Stahl, A.* Boundary conditions for polarization waves in spatially dispersive dielectrics [Text] / A. Stahl // Physica Status Solidi (b). — 1979. — Mar. — Vol. 92, no. 1. — P. 113—122. — DOI: [10.1002/pssb.2220920113](https://doi.org/10.1002/pssb.2220920113).
98. *Forstmann, F.* Metal optics near the plasma frequency [Text] / F. Forstmann, R. R. Gerhardts // Advances in Solid State Physics. — Springer Berlin Heidelberg, 1982. — P. 291—323. — DOI: [10.1007/bfb0107944](https://doi.org/10.1007/bfb0107944).
99. *Рухадзе, А. А.* Электродинамика сред с пространственной дисперсией [Текст] / А. А. Рухадзе, В. П. Силин // Успехи Физических Наук. — 1961. — Т. 74, № 2. — С. 223—267.

100. Голубков, А. А. Граничные условия для электромагнитного поля на поверхности сред со слабой пространственной дисперсией [Текст] / А. А. Голубков, В. А. Макаров // Успехи Физических Наук. — 1995. — Т. 165, № 3. — С. 339—346.
101. Henneberger, K. Additional Boundary Conditions: An Historical Mistake [Text] / K. Henneberger // Physical Review Letters. — 1998. — Mar. — Vol. 80, no. 13. — P. 2889—2892. — DOI: [10.1103/physrevlett.80.2889](https://doi.org/10.1103/physrevlett.80.2889).
102. Ruppin, R. Optical Properties of Nonlocal Dielectrics Independent of Additional Boundary Conditions [Text] / R. Ruppin, R. Englman // Physical Review Letters. — 1984. — Oct. — Vol. 53, no. 17. — P. 1688—1691. — DOI: [10.1103/physrevlett.53.1688](https://doi.org/10.1103/physrevlett.53.1688).
103. Halevi, P. Additional Boundary Conditions: Critical Comparison between Theory and Experiment [Text] / P. Halevi, G. Hernández-Cocoletzi // Physical Review Letters. — 1982. — May. — Vol. 48, no. 21. — P. 1500—1503. — DOI: [10.1103/physrevlett.48.1500](https://doi.org/10.1103/physrevlett.48.1500).
104. Generalized additional boundary conditions for wire media [Text] / S. I. Maslovski [et al.] // New Journal of Physics. — 2010. — Nov. — Vol. 12, no. 11. — P. 113047. — DOI: [10.1088/1367-2630/12/11/113047](https://doi.org/10.1088/1367-2630/12/11/113047).
105. Polariton propagation in high quality semiconductors: Microscopic theory and experiment versus additional boundary conditions [Text] / H. C. Schneider [et al.] // Physical Review B. — 2001. — Jan. — Vol. 63, no. 4. — DOI: [10.1103/physrevb.63.045202](https://doi.org/10.1103/physrevb.63.045202).
106. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика, т. VIII, Электродинамика сплошных сред [Текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — 2-е, перераб. и доп. — М. : Наука, 1982. — 620 с.
107. Топтыгин, И. Н. Тензор энергии-импульса электромагнитного поля в средах с дисперсией [Текст] / И. Н. Топтыгин, К. Левина // Успехи Физических Наук. — 2016. — Т. 186, № 2. — С. 146—158.
108. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров [Текст] / Г. Корн, Т. Корн. — М. : Наука, 1973. — 832 с.
109. Ораевский, А. Н. Волны шепчущей галереи [Текст] / А. Н. Ораевский // Квантовая электроника. — 2002. — Т. 32, № 5. — С. 377—400.

110. Whispering-gallery-mode resonators as frequency references I Fundamental limitations [Text] / A. B. Matsko [et al.] // Journal of the Optical Society of America B. — 2007. — May. — Vol. 24, no. 6. — P. 1324. — DOI: [10.1364/josab.24.001324](https://doi.org/10.1364/josab.24.001324).
111. *Monakhov, A.* Whispering gallery mode lasers [Text] / A. Monakhov, N. Sablina // Semiconductor Lasers. — Elsevier, 2013. — P. 551—578. — DOI: [10.1533/9780857096401.3.551](https://doi.org/10.1533/9780857096401.3.551).
112. *Ting, C.-S.* Electrodynamics of bounded spatially dispersive media: The additional boundary conditions [Text] / C.-S. Ting, M. J. Frankel, J. L. Birman // Solid State Communications. — 1975. — Nov. — Vol. 17, no. 10. — P. 1285—1289. — DOI: [10.1016/0038-1098\(75\)90688-2](https://doi.org/10.1016/0038-1098(75)90688-2).
113. *Abajo, F. J. G. de.* Optical excitations in electron microscopy [Text] / F. J. G. de Abajo // Reviews of Modern Physics. — 2010. — Feb. — Vol. 82, no. 1. — P. 209—275. — DOI: [10.1103/revmodphys.82.209](https://doi.org/10.1103/revmodphys.82.209).
114. *Barberán, N.* Plasmon excitation in metallic spheres [Text] / N. Barberán, J. Bausells // Physical Review B. — 1985. — May. — Vol. 31, no. 10. — P. 6354—6359. — DOI: [10.1103/physrevb.31.6354](https://doi.org/10.1103/physrevb.31.6354).
115. *Barberan, N.* Plasmon excitation in cavities [Text] / N. Barberan, J. Bausells // Solid State Communications. — 1990. — Mar. — Vol. 73, no. 9. — P. 651—655. — DOI: [10.1016/0038-1098\(90\)90256-b](https://doi.org/10.1016/0038-1098(90)90256-b).
116. *Abramowitz, M.* Handbook of mathematical functions, with formulas, graphs, and mathematical tables [Text] / M. Abramowitz, I. Stegun. — New York : Dover Publications, 1965.
117. *Padilla, W. J.* Negative refractive index metamaterials [Text] / W. J. Padilla, D. N. Basov, D. R. Smith // Materials Today. — 2006. — July. — Vol. 9, no. 7/8. — P. 28—35. — DOI: [10.1016/s1369-7021\(06\)71573-5](https://doi.org/10.1016/s1369-7021(06)71573-5).
118. *Narimanov, E. E.* Naturally hyperbolic [Text] / E. E. Narimanov, A. V. Kildishev // Nature Photonics. — 2015. — Mar. — Vol. 9, no. 4. — P. 214—216. — DOI: [10.1038/nphoton.2015.56](https://doi.org/10.1038/nphoton.2015.56).
119. Extreme sensitivity biosensing platform based on hyperbolic metamaterials [Text] / K. V. Sreekanth [et al.] // Nature Materials. — 2016. — Mar. — Vol. 15, no. 6. — P. 621—627. — DOI: [10.1038/nmat4609](https://doi.org/10.1038/nmat4609).

120. Highly confined optical modes in nanoscale metal-dielectric multilayers [Text] / I. Avrutsky [et al.] // *Physical Review B*. — 2007. — June. — Vol. 75, no. 24. — DOI: [10.1103/physrevb.75.241402](https://doi.org/10.1103/physrevb.75.241402).
121. Topological Transitions in Metamaterials [Text] / H. N. S. Krishnamoorthy [et al.] // *Science*. — 2012. — Apr. — Vol. 336, no. 6078. — P. 205—209. — DOI: [10.1126/science.1219171](https://doi.org/10.1126/science.1219171).
122. Epitaxial superlattices with titanium nitride as a plasmonic component for optical hyperbolic metamaterials [Text] / G. V. Naik [et al.] // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. — 2014. — May. — Vol. 111, no. 21. — P. 7546—7551. — DOI: [10.1073/pnas.1319446111](https://doi.org/10.1073/pnas.1319446111).
123. Visible-frequency hyperbolic metasurface [Text] / A. A. High [et al.] // *Nature*. — 2015. — June. — Vol. 522, no. 7555. — P. 192—196. — DOI: [10.1038/nature14477](https://doi.org/10.1038/nature14477).
124. Experimental realization of an epsilon-near-zero metamaterial at visible wavelengths [Text] / R. Maas [et al.] // *Nature Photonics*. — 2013. — Oct. — Vol. 7, no. 11. — P. 907—912. — DOI: [10.1038/nphoton.2013.256](https://doi.org/10.1038/nphoton.2013.256).
125. Luminescent hyperbolic metasurfaces [Text] / J. S. T. Smalley [et al.] // *Nature Communications*. — 2017. — Jan. — Vol. 8, no. 1. — DOI: [10.1038/ncomms13793](https://doi.org/10.1038/ncomms13793).
126. Plasmonic nanorod metamaterials for biosensing [Text] / A. V. Kabashin [et al.] // *Nature Materials*. — 2009. — Oct. — Vol. 8, no. 11. — P. 867—871. — DOI: [10.1038/nmat2546](https://doi.org/10.1038/nmat2546).
127. Bulk photonic metamaterial with hyperbolic dispersion [Text] / M. A. Noginov [et al.] // *Applied Physics Letters*. — 2009. — Apr. — Vol. 94, no. 15. — P. 151105. — DOI: [10.1063/1.3115145](https://doi.org/10.1063/1.3115145).
128. High-Quality, Ultraconformal Aluminum-Doped Zinc Oxide Nanoplasmonic and Hyperbolic Metamaterials [Text] / C. T. Riley [et al.] // *Small*. — 2015. — Dec. — Vol. 12, no. 7. — P. 892—901. — DOI: [10.1002/smll.201501797](https://doi.org/10.1002/smll.201501797).
129. Single-material semiconductor hyperbolic metamaterials [Text] / D. Wei [et al.] // *Optics Express*. — 2016. — Apr. — Vol. 24, no. 8. — P. 8735. — DOI: [10.1364/oe.24.008735](https://doi.org/10.1364/oe.24.008735).

130. *Zhukovsky, S. V.* Physical nature of volume plasmon polaritons in hyperbolic metamaterials [Text] / S. V. Zhukovsky, O. Kidwai, J. E. Sipe // Optics Express. — 2013. — June. — Vol. 21, no. 12. — P. 14982. — DOI: [10.1364/oe.21.014982](https://doi.org/10.1364/oe.21.014982).
131. Hybrid waves localized at hyperbolic metasurfaces [Text] / O. Y. Yermakov [et al.] // Physical Review B. — 2015. — June. — Vol. 91, no. 23. — DOI: [10.1103/physrevb.91.235423](https://doi.org/10.1103/physrevb.91.235423).
132. *Averkiev, N. S.* Electromagnetic waves localized at the interface of transparent anisotropic media [Text] / N. S. Averkiev, M. I. Dyakonov // Optics and Spectroscopy. — 1990. — Vol. 68, no. 5. — P. 653—655.
133. *Narimanov, E. E.* Dyakonov waves in biaxial anisotropic crystals [Text] / E. E. Narimanov // Physical Review A. — 2018. — July. — Vol. 98, no. 1. — DOI: [10.1103/physreva.98.013818](https://doi.org/10.1103/physreva.98.013818).
134. *Pulsifer, D. P.* Observation of the Dyakonov-Tamm Wave [Text] / D. P. Pulsifer, M. Faryad, A. Lakhtakia // Physical Review Letters. — 2013. — Dec. — Vol. 111, no. 24. — P. 243902. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.111.243902](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.243902).
135. *Agarwal, K.* Theory of Dyakonov–Tamm waves at the planar interface of a sculptured nematic thin film and an isotropic dielectric material [Text] / K. Agarwal, J. A. J. Polo, A. Lakhtakia // Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. — 2009. — May. — Vol. 11, no. 7. — P. 074003. — DOI: [10.1088/1464-4258/11/7/074003](https://doi.org/10.1088/1464-4258/11/7/074003).
136. *Zhou, C.* Theory of Dyakonov–Tamm surface waves featuring Dyakonov–Tamm–Voigt surface waves [Text] / C. Zhou, T. G. Mackay, A. Lakhtakia // Optik. — 2020. — June. — Vol. 211. — P. 164575. — DOI: [10.1016/j.ijleo.2020.164575](https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2020.164575).
137. *Faryad, M.* Propagation of surface waves and waveguide modes guided by a dielectric slab inserted in a sculptured nematic thin film [Text] / M. Faryad, A. Lakhtakia // Physical Review A. — 2011. — Jan. — Vol. 83, no. 1. — DOI: [10.1103/physreva.83.013814](https://doi.org/10.1103/physreva.83.013814).
138. Dimensional confinement and waveguide effect of Dyakonov surface waves in twisted confined media [Text] / D. A. Chermoshentsev [et al.]. — 2020. — Aug. 11. — arXiv: [2008.05034v2](https://arxiv.org/abs/2008.05034v2) [physics.optics].

139. *Jacob, Z.* Optical hyperspace for plasmons: Dyakonov states in metamaterials [Text] / Z. Jacob, E. E. Narimanov // Applied Physics Letters. — 2008. — Dec. — Vol. 93, no. 22. — P. 221109. — DOI: [10.1063/1.3037208](https://doi.org/10.1063/1.3037208).
140. Novel prospects in hyperbolic metamaterials: Dyakonov-like surface waves [Text] / C. J. Zapata-Rodriguez [et al.] // 2014 16th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON). — IEEE, 07/2014. — DOI: [10.1109/icton.2014.6876647](https://doi.org/10.1109/icton.2014.6876647).
141. Hybridized surface plasmon polaritons at an interface between a metal and a uniaxial crystal [Text] / R. Li [et al.] // Applied Physics Letters. — 2008. — Apr. — Vol. 92, no. 14. — P. 141115. — DOI: [10.1063/1.2908920](https://doi.org/10.1063/1.2908920).
142. *Takayama, O.* Practical dyakonons [Text] / O. Takayama, D. Artigas, L. Torner // Optics Letters. — 2012. — Oct. — Vol. 37, no. 20. — P. 4311. — DOI: [10.1364/ol.37.004311](https://doi.org/10.1364/ol.37.004311).
143. *Cojocar, E.* Comparative analysis of Dyakonov hybrid surface waves at dielectric–elliptic and dielectric–hyperbolic media interfaces [Text] / E. Cojocar // Journal of the Optical Society of America B. — 2014. — Oct. — Vol. 31, no. 11. — P. 2558. — DOI: [10.1364/josab.31.002558](https://doi.org/10.1364/josab.31.002558).
144. *Agranovich, V. M.* Notes on crystal optics of superlattices [Text] / V. M. Agranovich, V. E. Kravtsov // Solid State Communications. — 1985. — July. — Vol. 55, no. 1. — P. 85–90. — DOI: [10.1016/0038-1098\(85\)91111-1](https://doi.org/10.1016/0038-1098(85)91111-1).
145. Optical and Electrical Properties of Highly Doped ZnO:Al Films Deposited by Atomic Layer Deposition on Si Substrates in Visible and Near Infrared Region [Text] / V. Romanyuk [et al.] // Acta Physica Polonica A. — 2016. — Jan. — Vol. 129, 1a. — A–36–A–40. — DOI: [10.12693/aphyspola.129.a-36](https://doi.org/10.12693/aphyspola.129.a-36).
146. *Dondapati, H.* Influence of growth temperature on electrical, optical, and plasmonic properties of aluminum:zinc oxide films grown by radio frequency magnetron sputtering [Text] / H. Dondapati, K. Santiago, A. K. Pradhan // Journal of Applied Physics. — 2013. — Oct. — Vol. 114, no. 14. — P. 143506. — DOI: [10.1063/1.4824751](https://doi.org/10.1063/1.4824751).
147. Effect of Damping on Surface Plasmon Dispersion [Text] / E. T. Arakawa [et al.] // Physical Review Letters. — 1973. — Oct. — Vol. 31, no. 18. — P. 1127–1129. — DOI: [10.1103/physrevlett.31.1127](https://doi.org/10.1103/physrevlett.31.1127).

148. Bulk plasmon-polaritons in hyperbolic nanorod metamaterial waveguides [Text] / N. Vasilantonakis [et al.] // *Laser & Photonics Reviews*. — 2015. — Apr. — Vol. 9, no. 3. — P. 345—353. — DOI: [10.1002/lpor.201400457](https://doi.org/10.1002/lpor.201400457).
149. *Wei, D.* Volume plasmon polaritons in semiconductor hyperbolic metamaterials [Text] / D. Wei, C. Harris, S. Law // *Optical Materials Express*. — 2017. — June. — Vol. 7, no. 7. — P. 2672. — DOI: [10.1364/ome.7.002672](https://doi.org/10.1364/ome.7.002672).
150. *Furs, A. N.* General existence conditions of polaritons in anisotropic, superconductive and isotropic systems [Text] / A. N. Furs, L. M. Barkovsky // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. — 1999. — Jan. — Vol. 1, no. 2. — P. 109—115. — DOI: [10.1088/1464-4258/1/2/001](https://doi.org/10.1088/1464-4258/1/2/001).
151. *Фурс, А. Н.* Поверхностные электромагнитные волны на границе раздела одноосного кристалла и изотропной среды [Текст] / А. Н. Фурс, Л. М. Барковский // *Вестник Белорусского государственного университета. Сер. 1, Физика. Математика. Информатика*. — 2001. — № 1. — С. 10—15.
152. *Darinskii, A. N.* Dispersionless polaritons on a twist boundary in optically uniaxial crystals [Text] / A. N. Darinskii // *Crystallography Reports*. — 2001. — Sept. — Vol. 46, no. 5. — P. 842—844. — DOI: [10.1134/1.1405874](https://doi.org/10.1134/1.1405874).
153. *Walker, D. B.* Surface mode at isotropic–uniaxial and isotropic–biaxial interfaces [Text] / D. B. Walker, E. N. Glytsis, T. K. Gaylord // *Journal of the Optical Society of America A*. — 1998. — Jan. — Vol. 15, no. 1. — P. 248. — DOI: [10.1364/josaa.15.000248](https://doi.org/10.1364/josaa.15.000248).
154. *Cojocar, E.* Dyakonov hybrid surface waves at the isotropic–biaxial media interface [Text] / E. Cojocar // *Journal of the Optical Society of America A, Optics and Image Science*. — 2015. — May. — Vol. 32, no. 5. — P. 782. — DOI: [10.1364/JOSAA.32.000782](https://doi.org/10.1364/JOSAA.32.000782).
155. *Furs, A. N.* Surface polaritons in symmetry planes of biaxial crystals [Text] / A. N. Furs, V. M. Galynsky, L. M. Barkovsky // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. — 2005. — Aug. — Vol. 38, no. 37. — P. 8083—8101. — DOI: [10.1088/0305-4470/38/37/010](https://doi.org/10.1088/0305-4470/38/37/010).
156. *Polo, J. J. A.* Surface waves at a biaxial bicrystalline interface [Text] / J. J. A. Polo, S. R. Nelatury, A. Lakhtakia // *Journal of the Optical Society of America A*. — 2007. — Vol. 24, no. 9. — P. 2974. — DOI: [10.1364/josaa.24.002974](https://doi.org/10.1364/josaa.24.002974).

157. *Polo, J. A.* Surface Electromagnetic Wave at a Tilted Uniaxial Bicrystalline Interface [Text] / J. A. Polo, S. Nelatury, A. Lakhtakia // *Electromagnetics*. — 2006. — Dec. — Vol. 26, no. 8. — P. 629—642. — DOI: [10.1080/02726340600978364](https://doi.org/10.1080/02726340600978364).
158. *Lakhtakia, A.* Dyakonov-Tamm wave at the planar interface of a chiral sculptured thin film and an isotropic dielectric material [Text] / A. Lakhtakia, J. A. Polo // *Journal of the European Optical Society: Rapid Publications*. — 2007. — July. — Vol. 2. — DOI: [10.2971/jeos.2007.07021](https://doi.org/10.2971/jeos.2007.07021).
159. *Gao, J.* Dyakonov-Tamm waves guided by the interface between two structurally chiral materials that differ only in handedness [Text] / J. Gao, A. Lakhtakia, M. Lei // *Physical Review A*. — 2010. — Jan. — Vol. 81, no. 1. — DOI: [10.1103/physreva.81.013801](https://doi.org/10.1103/physreva.81.013801).
160. Engineered surface waves in hyperbolic metamaterials [Text] / C. J. Zapata-Rodríguez [et al.] // *Optics Express*. — 2013. — Aug. — Vol. 21, no. 16. — P. 19113. — DOI: [10.1364/oe.21.019113](https://doi.org/10.1364/oe.21.019113).
161. *Galynskii, V. M.* Surface polaritons at the boundaries of anisotropic crystals and isotropic media with simultaneous negative permittivity and permeability [Text] / V. M. Galynskii, A. N. Furs // *Journal of Optical Technology*. — 2006. — Nov. — Vol. 73, no. 11. — P. 754. — DOI: [10.1364/jot.73.000754](https://doi.org/10.1364/jot.73.000754).
162. *Torner, L.* New type of guided waves in birefringent media [Text] / L. Torner, J. P. Torres, D. Mihalache // *IEEE Photonics Technology Letters*. — 1993. — Feb. — Vol. 5, no. 2. — P. 201—203. — DOI: [10.1109/68.196004](https://doi.org/10.1109/68.196004).
163. Hybrid waves guided by ultrathin films [Text] / L. Torner [et al.] // *Journal of Lightwave Technology*. — 1995. — Vol. 13, no. 10. — P. 2027—2033. — DOI: [10.1109/50.469732](https://doi.org/10.1109/50.469732).
164. Guided waves in anisotropic antiguide structures [Text] / D. Mihalache [et al.] // *Optics Communications*. — 1994. — June. — Vol. 108, no. 4—6. — P. 239—242. — DOI: [10.1016/0030-4018\(94\)90656-4](https://doi.org/10.1016/0030-4018(94)90656-4).
165. *Torner, L.* Guided-to-leaky mode transition in uniaxial optical slab waveguides [Text] / L. Torner, J. Rekolons, J. P. Torres // *Journal of Lightwave Technology*. — 1993. — Vol. 11, no. 10. — P. 1592—1600. — DOI: [10.1109/50.249901](https://doi.org/10.1109/50.249901).

166. Фурс, А. Н. Бездисперсионные поверхностные поляритоны на границах кручения кристаллов и в переходном слое между ними [Текст] / А. Н. Фурс, В. М. Галынский, Л. М. Барковский // Оптика и Спектроскопия. — 2005. — Март. — Т. 98, № 3. — С. 500—506.
167. Experimental observation of hybrid TE-TM polarized surface waves supported by a hyperbolic metasurface [Text] / O. Y. Yermakov [et al.] // Physical Review B. — 2018. — Nov. — Vol. 98, no. 19. — DOI: [10.1103/physrevb.98.195404](https://doi.org/10.1103/physrevb.98.195404).
168. Controllable Selective Coupling of Dyakonov Surface Waves at a Liquid-Crystal-Based Interface [Text] / Y. Li [et al.] // Physical Review Applied. — 2020. — Feb. — Vol. 13, no. 2. — DOI: [10.1103/physrevapplied.13.024024](https://doi.org/10.1103/physrevapplied.13.024024).
169. Zhang, L.-M. Optical chemical sensing employing surface plasmon resonance [Text] / L.-M. Zhang, D. Uttamchandani // Electronics Letters. — 1988. — Vol. 24, no. 23. — P. 1469. — DOI: [10.1049/el:19881004](https://doi.org/10.1049/el:19881004).
170. Matsubara, K. Multilayer system for a high-precision surface plasmon resonance sensor [Text] / K. Matsubara, S. Kawata, S. Minami // Optics Letters. — 1990. — Jan. — Vol. 15, no. 1. — P. 75. — DOI: [10.1364/ol.15.000075](https://doi.org/10.1364/ol.15.000075).
171. Surface plasmon resonance instrument as a refractometer for liquids and ultrathin films [Text] / H. Liang [et al.] // Sensors and Actuators B: Chemical. — 2010. — Aug. — Vol. 149, no. 1. — P. 212—220. — DOI: [10.1016/j.snb.2010.05.048](https://doi.org/10.1016/j.snb.2010.05.048).
172. Homola, J. Surface plasmon resonance sensors based on diffraction gratings and prism couplers: sensitivity comparison [Text] / J. Homola, I. Koudela, S. S. Yee // Sensors and Actuators B: Chemical. — 1999. — Jan. — Vol. 54, no. 1/2. — P. 16—24. — DOI: [10.1016/s0925-4005\(98\)00322-0](https://doi.org/10.1016/s0925-4005(98)00322-0).
173. Faryad, M. Grating-coupled excitation of multiple surface plasmon-polariton waves [Text] / M. Faryad, A. Lakhtakia // Physical Review A. — 2011. — Sept. — Vol. 84, no. 3. — DOI: [10.1103/physreva.84.033852](https://doi.org/10.1103/physreva.84.033852).
174. Maier, S. A. Plasmonics: Fundamentals and Applications [Text] / S. A. Maier. — Springer US, 2007. — DOI: [10.1007/0-387-37825-1](https://doi.org/10.1007/0-387-37825-1).
175. Asymmetrical excitation of surface plasmon polaritons on blazed gratings at normal incidence [Text] / B. Bai [et al.] // Physical Review B. — 2009. — July. — Vol. 80, no. 3. — DOI: [10.1103/physrevb.80.035407](https://doi.org/10.1103/physrevb.80.035407).

176. *Hodgkinson, I. J.* Eigenequations and Compact Algorithms for Bulk and Layered Anisotropic Optical Media: Reflection and Refraction at a Crystal-Crystal Interface [Text] / I. J. Hodgkinson, S. Kassam, Q. H. Wu // *Journal of Computational Physics*. — 1997. — May. — Vol. 133, no. 1. — P. 75—83. — DOI: [10.1006/jcph.1997.5648](https://doi.org/10.1006/jcph.1997.5648).
177. *Artigas, D.* Dyakonov Surface Waves in Photonic Metamaterials [Text] / D. Artigas, L. Torner // *Physical Review Letters*. — 2005. — Jan. — Vol. 94, no. 1. — DOI: [10.1103/physrevlett.94.013901](https://doi.org/10.1103/physrevlett.94.013901).

Список иллюстраций

1	Схематическое изображение части бесконечной периодической слоистой среды.	9
2	Схема границы раздела между соединёнными полубесконечными периодическими слоистыми средами.	16
3	Эскиз структуры для исследования объёмных в конечной слоистой периодической среде и поверхностных волн на её границе.	18
4	Эскиз полубесконечной периодической металл-диэлектрической структуры с анизотропными проводящими слоями	22
5	Зонная структура МДС с изотропными проводящими слоями и дисперсия поверхностных электромагнитных волн, распространяющихся вдоль слоёв по границе между МДС и средой с проницаемостью ε_a (Рис. 4). Параметры структуры: $\xi = 0.77, \varepsilon_i = 1.8, \tilde{\Omega} = 3, \varepsilon_m^\infty = 9.5, \varepsilon_a = 5$	25
6	Зонная структура МДС с анизотропными проводящими слоями и дисперсия поверхностных электромагнитных волн, распространяющихся вдоль слоёв по границе между МДС и средой с проницаемостью ε_a (Рис. 4). Параметры структуры: $\xi = 0.77, \varepsilon_i = 1.8, \tilde{\Omega}_\perp = 2, \tilde{\Omega}_\parallel = 4, \varepsilon_m^\infty = 9.5, \varepsilon_a = 5$	27
7	Зонная структура МДС с анизотропными проводящими слоями и дисперсия поверхностных электромагнитных волн, распространяющихся вдоль слоёв по границе между МДС и средой с проницаемостью ε_a (Рис. 4). Параметры структуры: $\xi = 0.77, \varepsilon_i = 1.8, \tilde{\Omega}_\perp = 4, \tilde{\Omega}_\parallel = 2, \varepsilon_m^\infty = 9.5, \varepsilon_a = 5$	29
8	Распределение компонент E_z, H_y для поверхностных волн на границе МДС с анизотропными проводящими слоями (случай $\Omega_\perp < \Omega_\parallel$) в выбранных точках $(\tilde{k}_z, \tilde{\omega})$ на рисунке 6.	31
9	Зависимость величины figure-of-merit $\chi(\omega) = \text{Re } k_z / \text{Im } k_z$ для различных типов ПЭВ на границе МДС с анизотропным проводящими слоями (Рис. 4 и 6) с учётом поглощения в проводящих слоях $\tilde{\gamma}_\perp = \tilde{\gamma}_\parallel = 0.01$	33
10	Эскиз экспериментальной установки для исследования поверхностных волн Тамма—Ленгмюра в геометрии нарушенного полного внутреннего отражения $\varepsilon_p > \varepsilon_a$	35

11	Карта коэффициента отражения в p -поляризации от конечной МДС с анизотропными слоями, состоящей из 25 периодов, в геометрии нарушенного полного внутреннего отражения.	36
12	Спектр коэффициента отражения $R_p(\tilde{\omega})$ от конечной МДС с анизотропными слоями, состоящей из 25 периодов, в геометрии нарушенного полного внутреннего отражения при угле падения $\vartheta = 45^\circ$ (срез карты отражения на рисунке 11).	37
13	Сечения распределения поля $\varphi(r, \theta, \phi)$ в продольной моде шепчущей галереи с $\ell = 30, m = 30, n = 1$	47
14	Сечения распределения поля $\varphi(r, \theta, \phi)$ в продольной моде шепчущей галереи с $\ell = 30, m = 30, n = 2$	47
15	Схематическое изображение метаматериала на базе Si и периодической структуры слоёв AZO	57
16	Снимки сканирующего электронного микроскопа метаматериала на базе Si и ZnO, легированного Al [A1].	57
17	Зависимости компонент тензора диэлектрической проницаемости (64) от длины волны λ для метаматериала на базе периодической структуры из слоёв AZO и воздуха.	59
18	Зависимости компонент тензора диэлектрической проницаемости (64) от длины волны λ для метаматериала на базе периодической структуры из слоёв AZO и Si.	60
19	Численный расчёт угловой дисперсии и диапазона углов распространения для дьяконовских плазмонов на границе слоистой структуры AZO/воздух на частоте, соответствующей длине волны в вакууме $\lambda = 10$ мкм.	62
20	Угловая дисперсия дьяконовских плазмонов на границе слоистой структуры AZO/воздух на различных частотах, которым соответствуют длины волн в вакууме $\lambda = 5, 6, 7, 8$ мкм.	63
21	Схематическое изображения экспериментальной установки для исследования дьяконовских плазмонов на границе слоистой структуры AZO/воздух (AZO/Si).	64
22	Карты коэффициента отражения света ТМ-поляризации с длиной волны $\lambda = 6$ мкм от слоистой структуры AZO/воздух в конфигурации Отто.	66

- 23 Карты коэффициента отражения света ТЕ-поляризации с длиной волны $\lambda = 6$ мкм от слоистой структуры AZO/воздух в конфигурации Отто. 67
- 24 Распределение модуля электрического поля E для поверхностной и объёмной моде в слоистой структуре для выбранных значений (k_x, k_y) на картах коэффициент отражения (Рис. 22 и 23). 68
- 25 Карты коэффициента отражения света ТМ-поляризации с длиной волны $\lambda = 5$ мкм от гибридной слоистой структуры в конфигурации Отто для разных глубин травления $L = 2.8, 1.65, 0.5, 0$ мкм. 69
- 26 Распределения $|E_y|^2$ для дьяконовского плазмона и объёмных мод в структуре с эффективной средой на основе AZO/воздух с выбранными значениями (k_x, k_y) на карте отражения (Рис. 25). 70
- 27 Типы конфигураций нарушенного полного внутреннего отражения, используемых для возбуждения поверхностных волн. 76
- 28 Пример конфигурации для возбуждения поверхностных волн с использованием структурированной поверхности. 78
- 29 Модификация конфигурации Кретчманна—Отто для возбуждения поверхностных волн Дьяконова на границе одинаковых анизотропных кристаллов со скрещенными осями. Вид сбоку. 80
- 30 Модификация конфигурации Кретчманна—Отто для возбуждения поверхностных волн Дьяконова на границе одинаковых анизотропных кристаллов со скрещенными осями. Вид сверху. 81
- 31 Численный расчёт коэффициентов отражения и конверсии поляризации p -поляризованного света в конфигурации (Рис. 29 и 30) для кристаллов КТiОРО₄ при разной толщине d слоя 2, фиксированной плоскости падения $\alpha = 0^\circ$, $\zeta = 20.265^\circ$ и длины волны падающего света $\lambda = 632.8$ нм. 85
- 32 Зависимость угла полного внутреннего отражения $\vartheta_t(\zeta, 0)$ (70) для призмы ZnSe и кристаллов КТiОРО₄ (xz срез) и зависимость угла $\vartheta_s(\zeta)$ (71) для поверхностных волн Дьяконова от угла между оптическими осями ζ при $\alpha = 0^\circ$ 86
- 33 Зависимость положения максимума ϑ_m коэффициента конверсии поляризации $R_{s \leftarrow p}$ (Рис. 31) от угла между оптическими осями ζ кристаллов КТiОРО₄ относительно угла полного внутреннего отражения ϑ_t при различной толщине d слоя 2. 87