На правах рукописи

ХРАПАЙ Вадим Сергеевич

## МЕЖЭЛЕКТРОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ДВУМЕРНЫХ СИСТЕМАХ С ИЗОСПИНОВОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ.

01.04.07 - физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

> научный руководитель: доктор физико-математических наук профессор В.Т. Долгополов.

Черноголовка – 2003

# Оглавление

#### Введение

1	Обз	ор литературы	7	
	1.1	Магнитосопротивление двумерной электронной системы в параллельном ин-		
		терфейсу магнитном поле	7	
	1.2	Двухслойная электронная система в квантующем магнитном поле	14	
	1.3	Двумерная электронная система в инверсионных слоях на поверхности (100)		
		кремниевых МДП-структур	22	
2	Экспериментальная техника и образцы			
	2.1	Экспериментальная установка	31	
	2.2	Устройство образцов	33	
	2.3	Экспериментальные методы	35	
3	Результаты, полученные в структурах AlGaAs/GaAs			
	3.1	2М электронная система в параллельном магнитном поле	40	
	3.2	Открытие энергетических щелей в мягкой двухслойной системе в наклонных		
		магнитных полях	49	
	3.3	Экспериментальное наблюдение наклонной антиферромагнитной фазы при $ u=$		
		2 в двухслойной системе в наклонных магнитных полях	55	
4	Изм	ерение энергетических щелей в (100) кремниевой МДП-структуре	62	
	4.1	Усиленное долинное расщепление	62	
	4.2	Циклотронная и спиновая щели	72	

4

5 Модельные расчеты		сельные расчеты	82
	5.1	Спиновый эффект в 2М газе с анизотропной эффективной массой	82
	5.2	Спектр мягкой двойной квантовой ямы в квантующем поле в приближении двух	
		" $\delta$ " ям	90
	Заключение		97
	Лит	ература	99

## Введение

Исследования квазидвумерных электронных и дырочных систем самого разного типа привлекают внимание уже на протяжении приблизительно 40 лет — со времени изобретения в шестидесятых годах прошлого века полевого транзистора на основе кремниевых МДП (Металл-Диэлектрик-Полупроводник, глава 2.3) структур [1]. Особенный фундаментальный интерес здесь вызывают <sup>1</sup> исследования целочисленного и дробного квантовых эффектов Холла [2] (КЭХ), проблемы локализации и перехода металл-изолятор в двумерной системе заряженных частиц.

Безусловно, одной из основных причин такого неослабевающего интереса являются всегда присутствующие в реальной системе взаимодействия между частицами. Именно взаимодействие препятствует свободному движению частицы во внешних полях, не только приводя к совершенно новым физическим явлениям, но и одновременно осложняя их теоретическое понимание — просто в силу невозможности точного решения задачи многих частиц. Прогресс, достигнутый в изготовлении полупроводниковых структур, обогатил двумерную физику последнего времени некоторыми весьма яркими результатами (часть из них упоминается и обсуждается в настоящей диссертационной работе), позволив значительно больше узнать по меньшей мере о проявлении межчастичных взаимодействий в реальных двумерных системах.

Возможно самой "горячей" темой последних лет являются исследования двумерных систем с изоспиновой степенью свободы. По своей сути изоспин есть не что иное как число, обозначающее одно из возможных (как правило двух) состояний электрона, в которых он может находиться — номер слоя в многослойной квантовой яме, долины в многодолинном полупроводнике или даже просто подзоны в обычной одиночной квантовой яме. Нетрудно понять, что при наличии n таких "главных" состояний, любая их квантовомеханическая суперпозиция взаимно-однозначно соответствует некоторому спинорному столбцу высоты n. В случае n = 2

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>вызывали и, без сомнения, будут еще долго вызывать

каждое квантовое состояние соответствует некоторой ориентации вектора длины 1/2 в трехмерном пространстве — этот вектор и принято называть изоспином (по понятной аналогии с реальным спином  $|\vec{S}| = 1/2$ ), выбирая его направление в соответствии с симметрией задачи. Введение изоспиновой степени свободы открывает исключительно широкие возможности для манипулирования состоянием двумерной системы в квантующем или нулевом магнитных полях, причем даже без изменения плотности частиц или самого магнитного поля. Например, энергетическое расщепление между состояниями с разными проекциями изоспина в двойной квантовой яме (то есть межподзонное расщепление) регулируется просто разбалансом системы. Помимо смены одночастичных энергетических масштабов можно также менять и энергию взаимодействия между электронами разных слоев, что во многих случаях является критичным.

Настоящая работа посвящена исследованию взаимодействующих систем с изоспиновой степенью свободы. Содержание диссертации определяют три основных исследования, проведенные автором совместно с другими сотрудниками Лаборатории Квантового Транспорта ИФТТ РАН в период его дипломной практики и обучения в аспирантуре: (i) исследование продольного магнитосопротивления одиночного гетероперехода AlGaAs/GaAs, а также магнитоемкостная спектроскопия (ii) мягкой двойной квантовой ямы и (iii) инверсионного слоя электронов кремниевой МДП структуры. Если последние две системы являются полноправными представителями двумерных систем с изоспиновой степенью свободы, то первая, вообще говоря, может быть отнесена к ним лишь с достаточной степенью условности, ввиду единственного возможного изоспиного состояния. Как будет видно позже (пар. 1.1,3.1), структура низшей энергетической подзоны размерного квантования оказывается чрезвычайно важной при изучении продольного магнитосопротивления гетероперехода, что позволяет нам говорить об этой системе как о реализации "вырожденного" состояния с нулевым изоспином, в котором, тем не менее, изоспиновая степень свободы замешана с движением электрона в плоскости.

Среди основных результатов работы: обнаружение сильного усиления гиромагнитного фактора Ланде электронов в GaAs в отсутствие квантующей компоненты магнитного поля; экспериментальное наблюдение наклонной антиферромагнитной фазы в двойной квантовой яме при факторе заполнения  $\nu = 2$ ; сильное усиление долинного расщепления в Si-МДП структуре в квантующих магнитных полях при факторах заполнения  $\nu = 1, 3$ ; вывод функции линейной реакции в приближении хаотических фаз для двумерного газа с анизотропной эффек-

5

тивной массой. Эти и некоторые другие результаты представлены в настоящей работе следующим образом: обзор основных экспериментальных и теоретических результатов, имеющих отношение к настоящей работе, представлен в главе 1. В главе 2 дается представление о дизайне использованных образцов и применявшихся экспериментальных методиках. В главах 3,4 представлены, собственно, сами полученные экспериментальные результаты. Некоторые выполненные автором модельные расчеты, полезные для понимания изложенного материала, собраны в одноименной главе 5.

# Глава 1

## Обзор литературы

# 1.1 Магнитосопротивление двумерной электронной системы в параллельном интерфейсу магнитном поле.

Транспортные свойства двумерного электронного (или дырочного) газа во многом определяются его способностью экранировать заряженные примеси и другие неоднородности, всегда присутствующие в реальных образцах. Магнитное поле, приложенное параллельно 2M слою<sup>1</sup>, приводя к частичной поляризации носителей — т.е. изменению относительного числа частиц с разными значениями проекции магнитного момента, модифицирует также и экранирующие свойства [3].

Отклик системы на внешнее возбуждение  $\phi(q, \omega)$  принято выражать [4] через функцию линейной реакции плотность-плотность:

$$\chi(q,\omega) = rac{
ho(q,\omega)}{\phi(q,\omega)} \quad ,$$

где  $\rho(q, \omega)$  — Фурье компонента наведенной флуктуации плотности в системе. Для описания системы заряженных частиц удобнее пользоваться функцией реакции на экранированное поле (то есть на суммарное поле внешнего и наведенного зарядов):  $\chi^{3\text{кр}}(q, \omega) = \varepsilon(q, \omega)\chi(q, \omega)$ , где  $\varepsilon(q, \omega)$  — диэлектрическая проницаемость системы. Последняя, при помощи уравнения Пуассона, устанавливающего связь между Фурье компонентами флуктуаций плотности и электрического потенциала, легко выражается через функцию линейной реакции:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>далее: параллельное магнитное поле, или просто — параллельное поле

$$\varepsilon(q,\omega) = 1 - V(q)\chi^{\Im \operatorname{Kp}}(q,\omega)$$

где  $V(q) = 2\pi e^2/q$  — Фурье компонента кулоновского потенциала в двумерном случае.

В длинноволновом пределе диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon(q, 0)$  на нулевой частоте можно найти, зная что статическая функция линейной реакции при  $q \to 0$  в определяется просто сжимаемостью, или термодинамической плотностью состояний<sup>2</sup>. Для двумерного металла при нулевой температуре:

$$\lim_{q \to 0} \chi^{\Im \mathrm{KP}}(q, 0) = -\left(\frac{\partial n_S}{\partial \mu}\right)_V = -\frac{g_v g_s m}{2\pi\hbar^2} \quad .$$

где  $g_v, g_s$  — кратности долинного и спинового вырождений, а m — эффективная масса частиц. Впервые диэлектрическая проницаемость двумерного газа для произвольных значений волнового вектора в отсутствие магнитного поля и при нулевой температуре была вычислена Стерном (1967)[1]:

$$\varepsilon(q,0) = k_{nn}(1+q_s/q) = \begin{cases} k_{nn} \left(1+q_{TF}/q\right), & q \le 2k_F \\ \\ k_{nn} \left(1+q_{TF}/q \left(1-(1-4k_F^2/q^2)^{1/2}\right)\right), & q > 2k_F \end{cases}$$

где  $k_{nn}$  — диэлектрическая постоянная полупроводника,  $q_{TF} = g_v g_s/a_B$  — волновой вектор Томас-Фермиевского экранирования [1],  $a_B = k_{nn}\hbar^2/me^2$  — эффективный боровский радиус, а  $k_F$  — Фермиевский импульс. Зависимость параметра экранирования  $q_s$  от волнового вектора изображена на рисунке 1.1. Можно условно выделить области малых ( $q < 2k_F$ ) и больших ( $q > 2k_F$ ) волновых векторов, соответствующие сильной и слабой экранировке, на границе которых (при  $q = 2k_F$ ) параметр  $q_s$ , а значит и сама диэлектрическая проницаемость двумерного газа, имеют особенность. Эта особенность связана с резкой ступенчатой границей распределения Ферми при нулевой температуре и сглаживается при конечных T [1], являясь причиной таких интересных эффектов как Фриделевские осцилляции в отклике системы на локализованное возмущение или линейная зависимость сопротивления при низких температурах [5].

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>при вычислении сжимаемости система заряженных частиц в целом предполагается электронейтральной, т.е. сжатию подвергается также и компенсирующий фоновый заряд. Поэтому именно реакция на экранированное поле определяется сжимаемостью, что подробно обсуждается в монографии [4].



Рис. 1.1: Зависимость эффективного параметра экранирования *q*<sub>s</sub>, нормированного на его низкотемпературное значение в длинноволновом пределе, от волнового вектора при различных температурах. Значение электронной плотности указано на рисунке.

Экранирующие свойства двумерной системы электронов в случае конечной спиновой поляризации исследовались как в пренебрежении эффектами взаимодействия [3], так и с учетом этих эффектов [6]. Следуя Долгополову и Гольду [3] рассмотрим бесконечно тонкий слой двумерного газа электронов со спином 1/2 в параллельном поле при нулевой температуре. Очевидно, кинетическая составляющая Фермиевской энергии будет определяться магнитной составляющей, т.е. проекцией спина электрона вдоль поля, поэтому при  $B_{\parallel} \neq 0$  появятся два Фермиевских импульса, соответствующие  $S_{\parallel} = \pm 1/2$ :

$$k_F^{\pm} = (2m(\epsilon_F \pm 1/2g^*\mu_B B_{\parallel}))^{1/2}$$

где  $\epsilon_F$  — энергия Ферми электронного газа в нулевом поле, а  $g^*$  и  $\mu_B$  — соответственно гиромагнитный фактор Ланде и магнетон Бора. Наличие двух характерных импульсов в частично поляризованной электронной системе кардинальным образом меняет экранировку по сравнению с неполяризованной системой: на зависимости параметра экранирования от волнового вектора теперь имеются две особенности при  $q = k_F^{\pm}$ . По мере увеличения магнитного поля вклад в экранировку от минорных носителей с  $S_{\parallel} = -1/2$  уменьшается и исчезает вовсе в полях бо́льших, чем поле полной спиновой поляризации системы:

$$B^{\text{пол}} = 2\epsilon_F / g^* \mu_B = \frac{1}{g^* m^*} \cdot \frac{4\pi \hbar^2 n_S}{g_s g_v \mu_B} \quad (1)$$

Легко понять как поляризация электронной системы меняет транспортное время упругого рассеяния в двух предельных случаях. Будем считать, что рассеяние происходит на кулонов-

ских заряженных центрах, расположенных в плоскости двумерного газа, и можно пренебречь рассеянием с переворотом спина. Вероятность упругого рассеяния электрона с импульсом *k* в единицу времени тогда пропорциональна:

$$\tau^{-1}(k) \propto \int (1 - \cos\theta) \left(\frac{V(q)}{\varepsilon(q,0)}\right) \delta(\epsilon(k') - \epsilon_F) d^2k' \propto \int \frac{(1 - \cos\theta) d\theta}{(2k_F \sin(\theta/2) + q_{TF})^2} \quad ,$$

где  $\theta$  — угол между векторами k и k'. Как  $q_{TF} \propto g_s$ , так и  $k_F \propto g_s^{-1/2}$  зависят от кратности спинового вырождения, поэтому:

$$\frac{\tau(B=0)}{\tau(B>B^{\text{пол}})} = \begin{cases} 4, & q_{TF} \gg 2k_F \\ 1/2, & q_{TF} \ll 2k_F \end{cases}$$

Таким образом, поляризация спинов свободных электронов приводит к падению сопротивления в два раза в области больших концентраций, и росту его в четыре раза в области малых  $n_S$ , с последующим насыщением в полях больших  $B^{\text{пол}}$ . Более того, в обоих предельных случаях авторы [3] предсказывают универсальную зависимость магнитосопротивления от поля:  $\rho(B_{\parallel})/\rho(B = 0) = \Phi(B_{\parallel}/B^{\text{пол}})$ . В случае взаимодействующих электронов и слабого беспорядка сопротивление в магнитном поле всегда растет, а уровень насыщения зависит от силы взаимодействия [6].

Двумерные системы, реализуемые в полупроводниковых структурах, всегда имеют ненулевую толщину 2M слоя, благодаря конечной протяженности волновой функции размерного квантования. Эта неидеальная двумерность системы является причиной так называемых орбитальных эффектов [7] в параллельном магнитном поле.

Поскольку переменные в одноэлектронном гамильтониане, соответствующие движению в и перпендикулярно плоскости 2M газа, не разделяются при наличии параллельного магнитного поля, точное решение задачи о размерном квантовании электрона при  $B_{\parallel} \neq 0$  в общем случае оказывается невозможным. Теория возмущений (Стерн, 1968) позволяет качественно показать, что магнитное поле, приложенное вдоль оси *y* в плоскости x - y 2M газа, ведет к диамагнитному сдвигу уровней размерного квантования и увеличению эффективной массы в направлении *x* [1]. Численные решения в приближении треугольной потенциальной ямы позволяют получить информацию о деформировании поверхности Ферми в параллельном поле [8].

Наглядное представление об орбитальных эффектах дает метод Дас Сармы и Хванга [7]. Авторы предложили подгонять волновую функцию нижнего уровня размерного квантования в произвольной яме функцией гармонического осциллятора и решать более простую задачу для соответствующей параболической ямы. В пренебрежении межчастичным взаимодействием эта задача поддается аналитическому решению, и для эффективной массы в направлении *x* получается простое выражение [9]:

$$m_x^*/m^0 = \frac{\omega_0^2 + \omega_C^2}{\omega_0^2}$$

где  $\omega_0$  — частота гармонического осциллятора, а  $\omega_C = eB_{\parallel}/m^0c$  — циклотронная частота. Таким образом, в случае параболической ямы двумерная Ферми поверхность из сферической переходит в эллиптическую в параллельном магнитном поле. Анизотропия массы, очевидно, приводит к анизотропии магнитосопротивления, что является главным отличием орбитально-го эффекта от спинового [3]: в перпендикулярном полю направлении сопротивление растет, а в направлении поля остается неизменным<sup>3</sup>. Величина магнитных полей, приводящих к заметным орбитальным эффектам, дается простой оценкой  $\omega_C \sim \omega_0$ , или для произвольной ямы:  $l \sim \langle z \rangle$ , где  $l = (eB_{\parallel}/\hbar c)^{-1/2}$  и  $\langle z \rangle$  — соответственно, магнитная длина и характерный размер волновой функции размерного квантования.

Интерес к транспортным исследованиям различных двумерных систем в параллельном магнитном поле первоначально возник в связи с проблемой перехода металл-изолятор в двумерных системах. Было обнаружено, что параллельное поле подавляет металлическую фазу в кремниевых МДП-структурах [10] и смещает точку перехода в сторону увеличения электронной плотности [11]. При этом сопротивление 2M электронного газа резко возрастает и насыщается в полях бо́льших некоторого значения  $B_c$ , зависящего от плотности электронов [10, 12, 13, 14].

Поведение двумерного газа дырок в GaAs в параллельном магнитном поле имеет два характерных отличия от электронов Si-MДП структур: (i) магнитосопротивление анизотропно по отношению к ориентации поле—ток [15], и (ii) на его полевой зависимости наблюдается точка излома, где резкий рост сопротивления в малых полях сменяется более слабой зависимостью в больших [16].

Предсказываемые теорией особенности, присущие спиновому и орбитальному эффектам, наблюдаются в экспериментальных исследованиях металлической фазы различных 2M систем. Так, например, анизотропия магнитосопротивления дырочной системы в GaAs и от-

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>учет изменений в экранировке, обусловленных деформацией Ферми поверхности, конечно, даст ненулевое магнитосопротивление также и в этом направлении, хотя анизотропия, вообще говоря, сохранится.

сутствие насыщения в больших магнитных полях обусловлены, по-видимому, орбитальным эффектом [7]. В то же время излом на полевой зависимости сопротивления связан с полной спиновой поляризацией 2М газа дырок [17].

Нечувствительность магнитосопротивления инверсионного слоя кремниевых

МДП-структур к ориентации магнитное поле — ток через образец [10], а также полная изотропия магнитосопротивления в слабых наклонных полях [12], указывают на исключительно спиновую природу эффекта. Анализ осцилляций Шубникова—де-Гааза подтверждает, что поле *B<sub>c</sub>* соответствует полной спиновой поляризации электронной системы [18, 19]. Шашкин и др. [20], а также независимо Виткалов и др. [21], обнаружили универсальную зависимость магнитосопротивления в металлической фазе, в соответствии с предсказаниями модели спинового эффекта [3].

Согласно формуле (1), значение поля поляризации  $B^{\Pi O \Lambda}$  напрямую связано с величиной произведения фактора Ланде и эффективной массы носителей тока. Исследования в кремнии говорят об усиленных значения  $g^*m^*$  и расходимости этого произведения при малых  $n_S$ , что интерпретируется как признак ферромагнитной неустойчивости [20, 19]. Следует отметить, что, как указывают авторы [22], ухудшение качества образца способно исказить универсальную зависимость  $B_c(n_S)$ , что действительно подтверждается экспериментом [23]. Тем не менее, для наиболее чистых структур данные по  $g^*m^*$ , полученные разными способами, совпадают [24]. Усиление значений  $g^*m^*$ , имеющее место также и для дырок в арсениде галлия [17], и для электронного газа гетероструктур AlAs/AlGaAs [25], принято объяснять сильным межчастичным взаимодействием.

Важнейшее отличие 2М электронного газа гетероструктур GaAs/AlGaAs от упомянутых выше двумерных систем состоит в меньшем значении эффективной массы и отсутствии долинного вырождения, что приводит при тех же плотностях к бо́льшим энергиям Ферми, и выражается в терминах слабого<sup>4</sup> межэлектронного взаимодействия. Исследование свойств такой системы позволило бы выявить роль взаимодействия в эффектах, связанных с приложением параллельного магнитного поля. Мы обнаружили слабо анизотропное по отношению к ориентации магнитное поле—ток положительное магнитосопротивление в металлической фазе электронного газа гетероструктуры GaAs/AlGaAs, подобное наблюдениям в других электронных и дырочных системах. Эти результаты позволили отделить проблему магнитосопротивления в параллельных магнитных полях от проблемы перехода металл-изолятор в систе-

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>точнее не столь сильного, как в других системах

мах со взаимодействием.

Экспериментальные результаты, представленные в главе 3.1, по-видимому, явились первой из существующих на сегодняшний день работ по этой тематике, поэтому во избежание повторов краткий обзор более поздних исследований [26, 27] дается в той же главе.

### 1.2 Двухслойная электронная система в квантующем маг-

#### нитном поле

В режиме квантового эффекта Холла энергия кинетического движения электронов заквантована, поэтому основное состояние и спектр возбуждений двухслойной системы при данном факторе заполнения определяется конкуренцией различных энергетических масштабов — межподзонного расщепления, энергии Зеемана, а также энергии кулоновского взаимодействия между частицами. Поскольку последняя обычно сильно превосходит оба упомянутых одночастичных расщепления, межчастичные взаимодействия играют важнейшую роль в физике двухслойных двумерных систем.

В общем случае, двухслойная система представляет собой яму размерного квантования с двумя заселенными энергетическими подзонами. Обычно такая ситуация реализуется при помощи искусственно [28, 29, 30] или спонтанно [31] созданного туннельного барьера между двумя частями (двумерными слоями) получающейся двойной ямы. Наличие двух непустых подзон возможно и в яме без барьера (например, в одиночном гетеропереходе), однако, как мы увидим ниже, нетривиальные явления могут возникать лишь при сравнительно небольших межподзонных расщеплениях и не слишком малом расстоянии между слоями<sup>5</sup>, т.е. в широкой одиночной яме [32]. Квантовое число, определяющее квантовое состояние электрона, равно  $\pm 1/2$  если электрон находится, соответственно, в нижнем или верхнем слое. Остальные состояния в яме будут просто суперпозицией двух основных с комплексными амплитудами вероятности. В этом смысле новое квантовое число эквивалентно дополнительному трехмерному вектору длины 1/2 и называется изоспином <sup>6</sup>.

Первоначальный интерес к двухслойным двумерным системам был, по-видимому, связан с исследованиями дробного эффекта Холла: введение изоспинового квантового числа позволило, в отсутствие туннелирования между слоями, предсказать существование несжимаемого состояния при факторе заполнения<sup>7</sup>  $\nu = 1/2$  [33, 34], впоследствии наблюдавшегося экспериментально [32]. Особенности поведения двухслойных систем в условиях целочисленного эффекта Холла кратко обсуждаются ниже.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>если разделение на слои интуитивно понятно в случае двойной ямы, то в одиночной яме под расстоянием между слоями будет расстояние между центрами тяжести распределений электронной плотности

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>также псевдоспином

 $<sup>^{7}</sup>$ здесь и далее  $\nu$  обозначает суммарный фактор заполнения в двухслойной системе, т.е. отношение общего числа электронов к числу квантов потока, пронизывающих двумерные слои

#### Квантовый холловский ферромагнетик.

При нечетных  $\nu$  или при дробных факторах заполнения  $\nu = 1/m$  с нечетным знаменателем двухслойная система подобна ферромагнетику<sup>8</sup> [35, 36, 37] в котором роль намагниченности играет суммарный изоспин электронов. Многие особенности спектра возбуждений и структуры основного состояния такого ферромагнетика обусловлены симметрией гамильтониана двухслойной системы. В случае нулевого туннелирования между слоями система при d = 0 обладает SU(2) симметрией — симметрией гейзенберговского ферромагнетика [36] (см. рис. 1.2). В этом случае межслоевые и внутрислоевые взаимодействия совершенно идентичны, и основное состояние вырождено по направлению полного изоспина. Несмотря на это вырождение в спектре существует щель для зарядонесущих возбуждений, самым низколежащим из которых оказывается скирмион [38, 37] — возбуждение с нетривиальной топологической конфигурацией изоспинов электронов системы. Любое конечное расстояние между слоями  $d \neq 0$  понижает симметрию до "легкой плоскости", поскольку наличие емкостной энергии увеличивает энергию состояний с ненулевой нормальной компонентой намагниченности [36]  $S^{z} = (N_{\uparrow} - N_{\downarrow})/2$ , где  $N_{\uparrow(\downarrow)}$  — числа заполнения верхнего и нижнего слоев. В системе с такой симметрией низколежащими возбуждениями будут пары так называемых меронов [37, 39, 35] квазичастиц с дробным зарядом, эффективно представляющих собой половинки скирмиона.

В отсутствие туннелирования основное состояние двухслойной системы определяется конкуренцией меж- и внутрислоевых корреляций. По мере увеличения расстояния между слоями последние становятся сильнее и, как следствие, нескоррелированность движения электронов в разных слоях разрушает общую щель и квантовый эффект Холла [36, 37, 35, 28, 40, 31] при некотором критическом значении  $d^*$  (область  $\Delta \mu = 0$  на рисунке 1.2). Конечно, критическим параметром является не само расстояние между слоями, а его отношение к характерному расстоянию между электронами в слое, то есть к магнитной длине d/l. Поэтому, например, в эксперименте можно наблюдать переход между двумя режимами, изменяя либо концентрацию при фиксированном  $\nu$ , либо наоборот, нечетный фактор заполнения при одной и той же плотности электронов [28]. Наличие туннельной щели  $\Delta_{CAC}$  до некоторой степени стабилизирует несжимаемое состояние, так что зануление щели происходит при бо́льших значениях  $d^*$ 

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>поэтому часто такую систему называют квантовым холловским ферромагнетиком слабо связанных электронов — quantum Hall itinerant ferromagnet

 $<sup>^9</sup>$ или U(1), симметрия XY-ферромагнетика



Рис. 1.2: Схематическая фазовая диаграмма холловского ферромагнетика взятая из работы [36]. Нижняя поверхность соответствует переходу из несжимаемого ( $\Delta \mu > 0$ ) в сжимаемое состояние ( $\Delta \mu = 0$ ) по мере увеличения эффективного расстояния между слоями. Верхняя поверхность — граница перехода "соизмеримая—несоизмеримая фаза" ("commensurate-incommensurate"), вызванного приложением параллельной компоненты магнитного поля к двухслойной системе.

(рис. 1.2). Переход в сжимаемое состояние при наличии туннелирования между слоями (так называемое разрушение симметрично-антисимметричного расщепления [40]), очевидно, противоречит одночастичным представлениям и является эффектом взаимодействия.

Конечная вероятность туннелирования между слоями приводит к совершенно новым эффектам, связанным с приложением параллельной компоненты магнитного поля к двухслойной системе. Не меняя Ландаувских орбиталей,  $B_{\parallel}$  добавляет в амплитуду вероятности туннелирования зависящий от координаты фазовый множитель:  $t \rightarrow te^{i\mathbf{Q}\mathbf{r}}$ , где  $Q = d/l_{\parallel}^2$  — разница добавок к квазиимпульсу для электронов в разных слоях [36] ( $l_{\parallel} = (eB_{\parallel}/\hbar c)^{-1/2}$  — магнитная длина). В таком случае связанными туннелированием оказываются состояния в разных слоях, разнесенные также и в плоскости, что дает проигрыш в межслоевом обмене и корреляциях. Смещение относительного положения электрона и его обменно-корреляционной дырки в другом слое при определенном значении параллельной компоненты магнитного поля оказывается более не выгодным, и происходит фазовый переход: электроны "забывают" о туннелировании, выигрывая в корреляционной энергии. Такой переход "соизмеримая—несоизмеримая фаза" [36] на фазовой диаграмме 1.2 наблюдается экспериментально [31, 41] — энергия активации диссипативной проводимости резко уменьшается с ростом  $B_{\parallel}$ , причем граница перехода сдвигается в бо́льшие поля по мере увеличения  $\Delta_{CAC}$  [41]. Интересно, что при туннелировании между слоями с сохранением импульса, по-видимому, именно описанное смещение обменно-корреляционной дырки в параллельном поле подавляет пик туннельной проводимости, имеющий место при нулевом напряжении между слоями [42].

Хотя некоторые свойства Холловских ферромагнетиков достаточно хорошо изучены и подтверждаются экспериментом, тем не менее еще остаются открытые вопросы, среди которых: существование эффекта Джозефсона при вертикальном туннелировании в двухслойной системе, возможность наблюдения нейтральных мод Голдстоуна в туннельном эксперименте, холловское увлечение (Hall drag).

### Двухслойная система факторе заполнения $\nu = 2$ . Наклонная антиферромагнитная фаза.

Для определенности рассмотрим двухслойную систему при факторе заполнения  $\nu = 2$ , хотя нижеследующие рассуждения качественно справедливы при всех  $\nu = 2\nu_1$ , где  $\nu_1 = 3, 1, 1/3...$ — факторы заполнения, отвечающие несжимаемому частично спин- поляризованному состоянию в однослойной системе [43]. В простейшей одночастичной картинке энергетическая щель для заряженных возбуждений определяется конкуренцией межподзонного (симметричноантисимметричного) и спинового расщеплений:  $\Delta = |\Delta_{CAC} - \Delta_3|$ . При  $\Delta_{CAC} > \Delta_3$  электроны занимают состояния<sup>10</sup>  $|0, \uparrow (\downarrow)\rangle$  так что полный спин системы оказывается нулевым (спинсинглетное основное состояние, **C**). В противном случае заселены состояния  $|0(1), \uparrow\rangle$ , а система спин-поляризована (ферромагнитное основное состояние, **Ф**). Переход между **С** и **Ф** состояниями сопровождается занулением щели в единственной точке, где спиновое и межподзонное расщепления сравниваются.

В двухслойной системе со взаимодействием предсказывается сдвиг точки перехода в сторону меньших зеемановских энергий:

$$\Delta_3 = \sqrt{\Delta_{\rm CAC}^2 - E_{\rm Emk.}^2/4} - E_{\rm Emk.}/2 \,,$$

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>индексы 0 и 1 обозначают, соответственно, симметричную и антисимметричную энергетические подзоны двойной ямы



Рис. 1.3: Фазовая диаграмма из работы [43].

где  $E_{\text{Емк.}}$  — емкостная энергия, необходимая для переноса электрона из одного слоя в другой [44]. При совпадении слоев (d = 0) эта энергия, очевидно, равна нулю и точка перехода не смещается. При  $d \sim l E_{\text{Емк.}}$  имеет порядок кулоновской энергии взаимодействия электронов в магнитном поле ( $E_{\rm K}$ ), а так как последняя сильно превосходит величину межподзонного расщепления, то смещение точки перехода оказывается заметным (отклонение фазовых границ от точечной линии  $\Delta_{\rm CAC}=\Delta_3$  на рис. 1.3а):  $\Delta_3pprox\Delta_{\rm CAC}^2/E_{\rm K}\ll\Delta_{\rm CAC}$ . Кроме того, благодаря взаимодействию между частицами образуется промежуточная, так называемая наклонная антиферромагнитная (А), фаза с частично-антиферромагнитными межслоевыми спиновыми корреляциями [43, 44] (рис. 1.3а). В фазе А средняя проекция электронного спина на ось магнитного поля постепенно уменьшается от  $\langle S_z \rangle = 1$  на границе с **Ф**-**A** до нуля на границе **A**-**C**. При этом средние проекции спина на 2М плоскость имеют противоположный знак в верхнем и нижнем слоях (частичное антиферромагнитное упорядочение):  $\langle S_x^{\text{верх.}} \rangle = -\langle S_x^{\text{нижн.}} \rangle = P$ , где *P* — параметр порядка наклонной фазы, конечный только в области ее существования<sup>11</sup> [43]. Как видно из диаграмм 1.3 переходами между различными фазами можно управлять путем варьирования одного или нескольких параметров двухслойной системы — зеемановского расщепления, расстояния между слоями и межподзонного расщепления. Кроме того, предсказывается существование наклонной фазы и в несбалансированной [45] системе, и при наличии

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>при  $\Delta_3 \equiv 0$  всегда выполнено  $\langle S_z \rangle = 0$ , поэтому спины оказываются полностью антиферромагнитно упорядоченными — фаза Нееля, **N**, на рисунке 1.36

параллельной слоям компоненты магнитного поля [46].

Нарушение симметрии в фазе **A** должно приводить к образованию бесщелевой голдстоуновской моды возбуждений с линейной дисперсией в длинноволновом пределе. Возбуждения же в синглетной и ферромагнитной фазах смягчаются ( $\omega(q = 0) \rightarrow 0$ ) на границах с наклонной антиферромагнитной фазой [43]. Такое смягчение длинноволновых возбуждений наблюдалось в работах по неупругому рассеянию света в двухслойной системе при факторах заполнения  $\nu \approx 2$  [47, 48]. Обнаруженная в этих исследованиях необычная температурная зависимость спектрального веса межподзонной волны спиновой плотности согласуется с предсказанным переходом Костерлица-Тауллеса [43] в фазе **A**, хотя существуют аргументы против такой интерпретации [49].

Как и в холловском ферромагнетике (гл. 1.2), (нейтральные) бесщелевые длинноволновые возбуждения не разрушают квантовый эффект Холла, поскольку для заряженных возбуждений всегда существует конечная энергетическая щель [43]. Как показано в работе [50] энергия активации заряженных возбуждений при  $\nu = 2$  имеет минимум в области наклонной фазы **A**, причем это поведение качественно сохраняется и при отходе от точки баланса [50] в соответствии с предсказанием [45]. В работе [30], по-видимому, экспериментально наблюдался переход при  $\nu = 2$  из фазы **Ф** в фазу **C** по мере уменьшения электронной плотности в симметричной двойной яме или разбалансирования системы. В последнем случае ширина квантового плато имела минимум в промежутке, в качественном согласии с предсказаниями [50] относительно наклонной фазы.

#### Мягкая двухслойная система

В реальных двухслойных системах кулоновское взаимодействие способно помимо сложных корреляционных и обменных эффектов приводить также и к интересным особенностям, понятным на уровне одночастичной физики. Рассмотрим широкую по сравнению с боровским радиусом двойную яму  $d/a_{\rm b} \gg 1$ . В состоянии далеком от баланса волновые функции  $\psi_{1,2}(z)$  двух подзон будут практически локализованы в соответствующих частях ямы, а расстояние между их центрами масс будет порядка ее ширины  $\delta \sim d$ . В такой ситуации при переносе из одной подзоны в другую числа электронов, заселяющих один уровень Ландау,  $N_s = 1/2\pi l^2$  разница в энергиях подзон изменится гораздо больше чем на циклотронную энергию:

$$\Delta E \approx 4\pi e^2 N_s \delta / k \approx (d/a_{\rm B}) \,\hbar\omega_{\rm u} \quad , \tag{1.1}$$



Рис. 1.4: Веерная диаграмма уровней Ландау, полученная из минимумов в плотности состояний во второй электронной подзоне при  $\nu_2 = 1, 2, 4, 6$  (пунктир), проводимости первой подзоны при  $\nu_1 = 1, 2, 4, 6$  (штрих-пунктир), и проводимости двухслойной системы при  $\nu = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10$  (сплошные линии). Изменение наклона линий веера происходит выше запирающего напряжения  $V_{th}^2$ , отмеченного точечной линией.

где *k* — диэлектрическая постоянная полупроводника. Если в двухслойной системе перенос малого числа электронов между подзонами сильно меняет энергии подзон, а значит взаимное положение лестниц уровней Ландау [51, 29], то назовем такую двухслойную систему мягкой, в противном случае — жесткой. Согласно 1.1, параметром мягкости служит величина расстояния между центрами масс волновых функций подзон по сравнению с боровским радиусом [29]. В области баланса (то есть симметричного распределения электронной плотности) это расстояние близко к нулю, а двойная яма является жесткой<sup>12</sup>.

Спектр мягкой двойной ямы в квантующем магнитном поле был исследован в работах [29, 53, 54], где на линиях веера Ландау были обнаружены разрывы, соответствующие схлопыванию энергетической щели в определенных интервалах полей при некоторых целочисленных факторах заполнения (см. рисунок 1.4, взятый из работы [29]). Такое поведение объясняется "прикалыванием" уровней Ландау двух подзон к уровню электрохимического потенциала, обусловленным межподзонным переносом заряда. Как показано в этих работах, для каче-

 $<sup>^{12}</sup>$ в этом случае перенос электронов между подзонами незначительно меняет их энергию, так как характерная длина переноса ( $\delta \ll d$ ) как правило уже не является большой по сравнению с боровским радиусом



Рис. 1.5: Часть веерной диаграммы 1.4. Заштрихованные области соответствуют одинаковым номерам изначально частично заполненных уровней Ландау в двух подзонах.

ственного понимания процессов перераспределения электронной плотности в мягкой яме в квантующем поле достаточно применить теорию возмущений, если за начальное состояние принять волновые функции подзон ямы в отсутствие магнитного поля, а возмущение рассматривать в виде вариации распределения электронной плотности. Матрица возмущения тогда имеет вид [29]:

$$\Delta_{ij} = \frac{4\pi e^2}{k} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_{iN_i}^*(x, y) \Theta_{jN_j}(x, y) dx dy \,\psi_i^*(z) \psi_j(z) dz \times \int_{-\infty}^{z} dz' \int_{-\infty}^{z'} \Delta \rho(z'') dz''$$
(1.2)

где i, j = 1, 2 — индексы подзон,  $N_1, N_2$  — номера изначально частично заполненных уровней Ландау в первой и второй подзоне, а возмущение электронной плотности при переносе n электронов между подзонами дается равенством:  $\Delta \rho(z) = (|\psi_2(z)|^2 - |\psi_1(z)|^2)n$ . Матрица возмущения 1.2 при  $N_1 \neq N_2$ , очевидно, диагональна ( $\Delta_{12} = \Delta_{21} = 0$ ) в силу ортогональности соответствующих ландаувских функций<sup>13</sup>, поэтому перенос заряда в этом случае не ме-

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>при записи 1.2 молчаливо предполагалось, что процесс туннелирования сохраняет импульс электрона в плоскости. Если бы это условие нарушалось, то матрица возмущения уже не была бы диагональной, поскольку в этом случае волновые функции с разными  $k_x$  не ортогональны даже при  $N_1 \neq N_2$ .

няет волновых функций<sup>14</sup>  $\psi_{1(2)}(z)$ , а лишь сдвигает энергии двух подзон, соответственно, на  $\Delta_{11}$  и  $\Delta_{22}$ . Вне баланса, в области где двухслойная система является мягкой, щель при целом общем факторе заполнения  $\nu = \nu_1 + \nu_2$  в результате схлопывается в широких интервалах полей, за исключением окрестностей точек, соответствующих целочисленным  $\nu_1$  и  $\nu_2$  (рисунок 1.4).

Совершенно иной сценарий реализуется в случае если изначально частично заполненные уровни Ландау в двух подзонах имеют одинаковые номера  $N_1 = N_2$ . Эта ситуация реализуется в заштрихованных на рисунке 1.5 областях плоскости  $B - V_3$ . Решение уравнения Шрёдингера тогда сводится к (самосогласованному) нахождению новых собственных векторов матрицы  $\Delta_{ij}$ , а значит перестройке (гибридизации [29]) волновых функций подзон. Несмотря на мягкость двухслойной системы, при таких условиях щель в спектре двухслойной системы всегда конечна<sup>15</sup>, что проявляется в непрерывности линий веера Ландау для  $\nu = 1$  и 2 на рисунке 1.4.

Здесь важно отметить, что на самом деле ортогональность волновых функций двух изначально частично заполненных уровней Ландау не является критерием отсутствия гибридизации волновых функций подзон, как это получается при использовании теории возмущений [29, 54]. Вообще говоря, волновые функции могут меняться в квантующем поле и при выполнении этого условия. Однако, наиболее заметные изменения действительно происходят при малых факторах заполнения  $\nu = 1, 2$ . Более подробно этот вопрос рассмотрен в приложении 5.2.

# 1.3 Двумерная электронная система в инверсионных слоях на поверхности (100) кремниевых МДП-структур

Двумерная электронная система кремниевых МДП структур является, пожалуй, рекордсменом по продолжительности внимания к себе со стороны исследователей. В современном виде МДП полевой транзистор был создан в 60-е годы прошлого века, хотя первые идеи его конструкции датируются еще 30-ми годами [1]. Тем не менее качество структур значительно повысилось со времени их изобретения: подвижность электронов выросла в десятки раз, а

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>они остаются теми же, что и в нулевом поле

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup>при любом конечном  $\Delta \rho$  в силу определения 1.2 также и  $\Delta_{12} \neq 0$ , следовательно, все уровни Ландау в гибридизованных подзонах должны быть либо полностью заполнены, либо пусты, запрещая перенос электронов и формируя щель на уровне Ферми

новейшая методика расщепления затвора [20] позволяет обеспечить контакты к двумерному газу вплоть до самых низких плотностей.

Зона проводимости кремния имеет шесть энергетических минимумов — долин — расположенных вдоль кристаллических осей третьего порядка и эквивалентных в объемном материале. Изоэнергетические поверхности каждого минимума представляют собой эллипсоиды вращения: продольная масса вдоль направления [100] составляет  $0.916m_0$ , а поперечная  $0.19m_0$ , где  $m_0$  — масса свободного электрона [1]. В инверсионном слое анизотропия эффективной массы приводит к частичному снятию долинного вырождения: уровень энергии размерного квантования в треугольной яме созданной электрическим полем у поверхности диэлектрика SiO<sub>2</sub> оказывается ниже для долин с большой массой в направлении [100]; двумерный электронный газ таким образом оказывается двукратно вырожденным по долинному индексу, то есть представляет собой реализацию двумерной системы с изоспином 1/2.

Экспериментальные исследования кремниевых МДП полевых транзисторов начались задолго до открытия квантового эффекта Холла [2], и включали в себя исследования осцилляций Шубникова—де-Гааза в наклонных магнитных полях [55, 56, 57, 58, 59], влияния контролируемых примесей на подвижность носителей [1], исследования циклотронного резонанса [1] и др. С открытием КЭХ возникли и новые направления исследований — построение фазовой диаграммы двумерного газа в квантующих магнитных полях [60], анализ скейлинговой гипотезы [61], исследования энергетических щелей транспортными [62, 63, 64] и оптическими методами [65]. Нельзя не упомянуть и одну из наиболее фундаментальных проблем — проблему перехода металл-изолятор в двумерном случае, также весьма подробно исследованную в кремнии [66]. Некоторый обзор существующих на сегодняшний день экспериментальных и теоретических результатов по теме дан в следующих двух параграфах.

## Эффективная масса и g-фактор электронов в кремниевой МДП структуре. Спиновое и циклотронное расщепления в квантующих магнитных полях.

Двумерная электронная система (100) кремниевой МДП структуры является прекрасным объектом для изучения эффектов межэлектронного взаимодействия. Характерная энергия *Е* кулоновского взаимодействия в этой системе значительно превосходит любой из одночастичных энергетических масштабов: фермиевскую энергию, циклотронное и другие расщепления

в квантующем поле. До последнего времени теоретические исследования межчастичных взаимодействий справедливые в таких условиях совершенно отсутствовали. Отправной точкой всех теорий двумерной квантовой жидкости в сильном квантующем магнитном поле была одночастичная картинка расщепления уровней Ландау (см. например рис. 1.6), а плохо экранированное кулоновское взаимодействие рассматривалось как малая поправка к одночастичной энергии [67]. Недавние исследования [50] показали, что существенно новые явление могут возникать в противоположном точно решаемом пределе сильного взаимодействия: в этом случае происходит полная перестройка спектра в магнитном поле, классификация уровней перестает соответствовать одночастичному представлению, а щель для создания топологически нетривиального зарядонесущего возбуждения (скирмиона [38]) пропорциональна циклотронной энергии и зависит от фактора заполнения [50].

Первые заметные исследования (100) кремниевых инверсионных электронных слоев относятся к 1968 году, когда Фэнг и Стайлз (Fang and Stiles [55]) обнаружили и исследовали эффект "биения" квантовых осцилляций сопротивления 2М электронной системы кремниевой МДП структуры в наклонных магнитных полях<sup>16</sup>. В нормальном поверхности магнитном поле при слабых амплитудах осцилляций сопротивления наблюдаются минимумы в  $\rho_{xx}(B)$ при кратных 4 факторах заполнения  $\nu = 4k$ , (k- целое), соответствующие циклотронным щелям (рис. 1.6а). Промежуточные же четные минимумы, соответствующие меньшим по величине спиновым щелям, отсутствуют из-за конечной ширины квантового уровня. Метод [55], или как его принято называть "метод совпадений" ("coincidence method"), содержит в основе простую идею о том, что спиновое расщепление должно зависеть от величины полного поля, в то время как циклотронная энергия — только от нормальной его составляющей. В результате, вводя дополнительно компоненту магнитного поля параллельную 2М слою, можно достичь ситуации когда уровни окажутся энергетически эквидистантными (рис. 1.66), а затем добиться совпадения уровней с противоположными проекциями спина и отличными на 1 (2 и т.д.) ландаувскими номерами (рис. 1.6в).

Каждую из конфигураций квантовых уровней б,в рисунка 1.6 можно отличить в эксперименте, соответственно, по удвоению частоты Шубниковских осцилляций (см. данные [55] на рис. 1.7) или по смене их фазы [68] (минимумы при  $\nu = 4k$  сменяются максимумами). Знание соответствующего угла наклона позволяет определить отношение циклотронной и спиновой

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup>ниже достаточно подробно описана суть метода "биений" [55], поскольку он непосредственно используется и в настоящей работе (пар. 3.1)



Рис. 1.6: Расщепление уровней Ландау в идеально двумерной невзаимодействующей системе по мере увеличения параллельной компоненты поля (нормальная слою компонента поля зафиксирована).

щелей, то есть произведение эффективной массы и g-фактора электрона [55]:  $g^*m^*/2m_0 = \cos \theta_i * i/2$ , где i = 1, 2, для случаев б,в на рисунке.

Пионерский эксперимент [55] продемонстрировал усиление произведения<sup>17</sup>  $g^*m^*$  по сравнению с объемным значением по мере уменьшения плотности электронов в (100) Si-МДП структуре при  $n_S \gtrsim 10^{12}$  см<sup>-2</sup>. С появлением результатов измерения эффективной массы [69] стало ясно, что как  $g^*$ , так и  $m^*$  несколько усилены в 2М электронной системе. Интерпретация этих наблюдений в терминах электрон-электронного взаимодействия [70] способствовала возникновению множества результатов "coincidence" экспериментов [68, 71, 57], посвященных дальнейшему изучению методики — описанию формы линии в наклонном поле [68], учету долинного расщепления и конечной ширины уровня [71]. Достаточно подробный обзор большинства экспериментов по "методу совпадений" дан в работе [1].

Недавно эффективные масса и фактор Ланде электронов в (100) Si-MДП структуре были измерены в отсутствие квантующей компоненты магнитного поля при помощи измерения параллельного поля полной спиновой поляризации 2M электронной системы [20] и линейной температурной зависимости проводимости [72]. Удивительно, что эффективная масса оказывается сильно растущей с понижением плотности электронов вблизи точки перехода металл диэлектрик, а g-фактор остается слегка увеличенным по сравнению с объемным. Измерения биений Шубниковских осцилляций в слабых квантующих полях согласуются с этим результатом [73]. Также при низких плотностях электронов недавно была обнаружена конкуренция циклотронного и спинового расщеплений, приводящая к исчезновению циклотронных мини-

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup>до измерения эффективной массы [69] этот результат интерпретировался как усиление g-фактора [55]



Рис. 1.7: График из работы [55], отражающий смену фазы Шубниковских осцилляций сопротивления двумерной электронной инверсионного слоя (100) кремниевой МДП структуры по мере изменения угла наклона магнитного поля при фиксированной нормальной слою компоненте поля.

мумов в осцилляциях Шубникова-де-Гааза [74].

Интерес к измерениям в сильных квантующих полях изначально, по-видимому, был стимулирован теоретическими исследованиями. Учет межчастичного взаимодействия в квантующем магнитном поле, проведенный в работе [67], предсказывает усиление спиновой щели за счет обменных эффектов, в отличие от нулевого поля [70] зависящее еще и от фактора заполнения — так называемые осцилляции g-фактора [67].

Стандартный экспериментальный метод определения энергетической щели состоит в измерении энергии активации диагональной проводимости [59, 63, 64] в минимуме между двумя уровнями Ландау. Недостаток этого метода в том, что, вообще говоря, он дает значение щели подвижности, а не самого расщепления квантовых уровней. В работе [59] измерялось увеличение энергии активации по мере введения дополнительной параллельной 2M слою компоненты магнитного поля. Были обнаружены небольшие осцилляции фактора Ланде, с максимальным значением  $g^* \approx 2.6$  и минимальным близким к объемному g = 2, хотя этот результат оспаривался позднее в [71]. Активационные измерения в нормальном поле [63] дают сильно увеличенные и зависящие от фактора заполнения значения g-фактора  $2 < g \leq 9$ .

Более прямой<sup>18</sup> метод измерения энергетического расщепления уровней — это измере-

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup>Сравнение двух методов продемонстрировано на примере 2М электронной системы в GaAs: значение цик-

ние скачка химического потенциала [77, 62] в квантующем поле. В работе [62] исследовались осцилляции химического потенциала 2М электронов (100) Si-МДП структуры в нормальном квантующем магнитном поле и также было найдено значительное усиление g-фактора. Необходимо, впрочем, отметить, что значения скачка извлекались с применением сложной модели [62] обработки оригинальных данных, что приводит к завышению значений щели при неконтролируемой точности результата [78].

Сильное усиление g-фактора было также обнаружено в магнито-оптических исследованиях [79], хотя использованный в этой работе способ анализа оптических спектров был впоследствии пересмотрен<sup>19</sup> авторами при исследовании GaAs [65] на основе теоретического результата [80].

В отличие от измерений спиновой щели, экспериментальные исследования эффективной массы в квантующих полях не привлекали до сих пор большого внимания. По активационным измерениям соответствующая щель близка к циклотронной энергии с объемным значением массы для низшего фактора заполнения  $\nu = 4$ , и сильно падает для бо́льших факторов заполнения  $\nu = 8$ , 12 [63, 64]. Используя одночастичную модель расщепления уровней авторы [62] получили по измерениям скачка химического потенциала несколько меньшее объемного значение эффективной массы. Можно отметить также исследования субгармонической структуры линии циклотронного резонанса [1], которые демонстрируют<sup>20</sup> небольшое увеличение и рост массы с падением электронной плотности.

Как видно, упомянутые работы не дают однозначного ответа на вопрос о величинах энергетических расщеплений в кремниевой МДП структуре в сильных квантующих магнитных полях. Недавние же результаты по перенормировке эффективной массы и *g*-фактора в слабых и нулевом квантующих полях [20, 72, 73, 74] стимулируют дальнейшие исследования в условиях хорошо разрешенных квантовых уровней. Цель эксперимента представленного в главе 4 настоящей диссертационной работы состояла в исследовании энергетических расщеплений между уровнями Ландау в условиях целочисленного КЭХ, проверке классификации расщеплений и попытке определить эффективные массу и *g*-фактор 2М электронов в кремнии в сильном квантующем поле.

лотронной щели по измерениям скачка химического потенциала [75], совпадает с одночастичным, в то время как по активационным измерениям [76] величина щели получается завышенной на  $\sim 40\%$ .

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup>В применении к электронам в GaAs пересмотренный метод [80, 65] дает ощутимо меньшие значения усилен-

ного фактора Ланде, чем полученные методом [79], которые согласуются с независимыми исследованиями [75]. <sup>20</sup>возможные противоречия с теоремой Кона обсуждается в [1]

#### Долинное расщепление в кремниевой МДП структуре

Как уже говорилось в инверсионном электронном слое на поверхности (100) кремния заселены две долины из шести, присутствующих в объемном полупроводнике. Хотя долины являются совершенно эквивалентными в приближении эффективной массы в объемном Si, то уже присутствие поверхности раздела Si/SiO<sub>2</sub> в двумерном газе вообще говоря снимает долинное вырождение [81]. Кроме того эффекты межэлектронного и примесного рассеяния с перебросом между долинами [82] также должны приводить к снятию этого вырождения.

Внимание теоретиков к исследованию одночастичного долинного расщепления в (100) кремнии датируется концом 70-х годов. Основной результат теории "электрического прорыва" [83] и приближения эффективной массы при наличии интерфейса [81] сводится к линейной зависимости долинного расщепления от величины внешнего электрического поля F на границе раздела диэлектрик—полупроводник  $\Delta_{\rm I} \propto F$ ; долинное расщепление не должно при этом зависеть от магнитного поля [1]. Отличный от упомянутых теоретический подход, основанный на учете спин-орбитального взаимодействия, был развит в работах Кюммеля и др. [1, 84].

Экспериментальные исследования одночастичного долинного расщепления проводились в основном методом анализа Шубниковских осцилляций сопротивления в наклонных магнитных полях (см. пар. 1.3); сравнительно невысокие подвижности образцов в доступной области электронных концентраций  $n_S \gtrsim 10^{12} {
m cm}^{-2}$  обеспечивали невысокую модуляцию плотности состояний при больших факторах заполнения  $\nu \ge 9$ . Слабая зависимость долинного расщепления от магнитного поля [58, 71] и его изменение с  $n_S$  приводят к смене фазы осцилляций в зависимости от магнитного поля или электронной плотности [56], позволяя определить таким образом величину расщепления. Результаты полученные разными авторами количественно согласуются друг с другом и теорией (см. рисунок 1.8 из обзора [1]). Зависимость долинного расщепления от электрического поля на поверхности была проверена в работе [85], где авторы исследовали форму линии осцилляций сопротивления в наклонных полях при конечном напряжении на подложке. Детальный зависимости  $\rho(B)$  в наклонных полях, проведенный в работе [71], по мнению авторов указывает на зависимость долинного расщепления от магнитного поля, предсказанную в модели [84]. Однако наблюдаемая в эксперименте зависимость является достаточно слабой и вероятно могла бы быть обусловлена также и иными причинами, скажем, зависимостью рассеяния на примесях [82] от магнитного поля.

Отметим, что, вообще говоря, анализ осцилляций Шубникова-де-Гааза дает информацию



Рис. 1.8: Сравнение теоретических и экспериментальных исследований одночастичного долинного расщепления, упомянутых в тексте (рисунок из работы [1]).

об отношении энергетических щелей, поэтому полученные этим методом значения долинного расщепления верны с точностью до знания эффективных g-фактора и массы электрона, которые, впрочем, слабо отличны от объемных в области больших  $n_S$  [55, 69, 72, 73]. Недавние измерения  $\Delta_{\rm d}$  тем же методом но уже в области малых плотностей [86] согласуются по величине расщепления с теорией, хотя зависимость от  $n_S$  оказывается значительно слабее предсказываемой.

Помимо одночастичного долинного расщепления, независящего от поля, представляет также интерес его величина в условиях квантового эффекта Холла. Согласно общепринятым теоретическим представлениям [67] межэлектронное обменное взаимодействие должно приводить к усилению междолинного расщепления и формированию энергетической щели для зарядонесущего возбуждения, даже в отсутствие одночастичного расщепления – то есть в случае вырожденности основного состояния. Величина обменной щели дается характерной кулоновской энергией  $E_{\rm K} \propto e^2/l$ , где l — магнитная длина, и должна поэтому иметь коренную зависимость от поля.

Как уже обсуждалось выше, долинный индекс эквивалентен изоспиновому в (100) кремниевой МДП структуре. По этой причине к данной двумерной электронной системе, в принципе, могли бы быть применимы результаты теоретических исследований квантового Холловского ферромагнетика [36, 37, 35] (см. пар. 1.2). Величина щели для создания заряженного возбуждения (скирмиона или бимерона) в этом случае вдвое ниже [38], чем энергия разрыва пары квазичастица-дырка [67], но также имеет коренную зависимость от поля. Снова отметим, однако, что кремниевая МДП структура характеризуется сильным межэлектронным взаимодействием, что заставляет быть осторожным в приложении к ней большинства существующих на данный момент теорий, которые верны лишь в пределе слабых взаимодействий.

В отличие от большого количества исследований, посвященных определению одночастичного расщепления, проблема долинной щели в квантующих полях не привлекала столь пристального внимания. В работах [62] исследовались осцилляции электрохимического потенциала на затворе МДП структуры при фиксированной электронной плотности в зависимости от магнитного поля. Обнаруженное долинное расщепление оказалось значительно превосходящим одночастичное  $\Delta_{\rm I}$  и не зависящим от фактора заполнения  $\nu = 3, 5, 7$ ; узость интервала исследованных полей не позволила надежно установить характер зависимости щели от магнитного поля. Оптические измерения [87] дают еще бо́льшие значения долинного расщепления при  $\nu = 3, 7, 11$ , которое пропорционально магнитному полю и сильно уменьшается с ростом фактора заполнения. Различие в полученных двумя методами результатах<sup>21</sup> оставляло до последнего времени открытым вопрос о величине долинной щели в квантующем магнитном поле.

В настоящей диссертационной работе (пар. 4.1) представлены измерения долинного расщепления при минимальных факторах заполнения  $\nu = 1, 3, 5$ , проведенные методом магнитоемкостной спектроскопии (пар. 2.3).

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup>замечания, сделанные в предыдущем параграфе по поводу экспериментальных проблем двух методов, в равной степени применимы и к результатам для долинного расщепления

# Глава 2

# Экспериментальная техника и образцы

#### 2.1 Экспериментальная установка

Все экспериментальные исследования представленные в настоящей работе были проведены при низких температурах (<1 K) и в условиях сильных магнитных полей. Ниже мы кратко опишем принципиальное устройство экспериментальной установки в которой проводились измерения.

Низкие температуры в широком интервале от 30 мК до 1.2 К достигались в криостате растворения Oxford-TLM400. Работа установок такого типа основана на особенностях поведения жидкой смеси <sup>3</sup>He/<sup>4</sup>He и подробно описана, например, в [88]. При понижении температуры жидкая смесь <sup>3</sup>He/<sup>4</sup>He из однородной начинает расслаиваться на две фазы, с большим и малым содержанием изотопа <sup>3</sup>He. Как видно из фазовой диаграммы 2.1 обедненная фаза сохраняет конечное количество <sup>3</sup>He вплоть до нуля температуры. Переход атомов <sup>3</sup>He из обогащенной фазы в обедненную сопровождается поглощением теплоты, подобно переходу молекул из обычной жидкости в насыщенный пар, на чем и основан принцип работы криостата растворения. Из специальной емкости (см. рис. 2.2), поддерживаемой при температуре 0.6-0.7 К, производится откачка паров, содержащих в основном молекулы <sup>3</sup>He, поскольку его давление насыщенных паров примерно в 1000 раз выше чем у <sup>4</sup>He при этих температурах. Установка работает в непрерывном цикле, поэтому откачанный газ возвращается через линию конденсации обратно в камеру растворения. Как показано на схеме 2.2 конденсация смеси происходит при помощи медленного протока (ограниченного размером капилляра "impedance flow") через трубку, погруженную в сосуд с жидким <sup>4</sup>He откачанным до температуры 1.2 К ("1К



Рис. 2.1: Фазовая диаграмма T - x смеси <sup>3</sup>He/<sup>4</sup>He, где x — относительное содержание атомов изотопа <sup>3</sup>He.

pot")

Базовая (минимальная) температура установки составляет приблизительно 25 мК. В случае необходимости повышение температуры (вплоть до T = 1.2 K) производится при помощи нагревателя, установленного в камере растворения.

Запуск системы (охлаждение от комнатной до базовой температуры) состоит в предварительном охлаждении массивного соленоида до температуры жидкого азота, заливке жидкого гелия, установке циркуляции смеси и занимает приблизительно 3 дня. Загрузка и смена образца в криостате могут производиться в холодном состоянии, что достигается при помощи специальной вставки на которой закреплены подводящие провода и сам образец. На полный цикл смены образца (например, при наклоне или повороте его плоскости относительно оси магнитного поля) уходит время порядка 5 часов.

Важнейшим инструментом при исследованиях двумерных структур является магнитное поле. Использовавшийся нами криостат растворения оборудован сверхпроводящим соленоидом с магнитным полем до 16 Тл. Соленоид состоит из двух основных секций, намотанных из многожильного сверхпроводящего провода NbTi (внешняя обмотка) или  $Nb_3Sn$  (внутренняя обмотка) в стабилизирующей медной обмотке, которая шунтирует внутренний кабель в нормальном состоянии. Кроме того существуют дополнительные обмотки, компенсирующие магнитное поле вне соленоида, одновременно обеспечивая бо́льшую однородность поля в рабочей области и уменьшая токи Фуко, текущие в металлических фланцах камеры растворения.



Рис. 2.2: Функциональная схема криостата растворения TLM-400.

Соленоид погружен в ванну жидкого <sup>4</sup>Не и при температуре 4.2 К обеспечивает магнитное поле до 14 Тл. Часть ванны <sup>4</sup>Не в которой находится соленоид может быть откачана при помощи специальной трубки до температуры близкой к  $\lambda$ -точке, что позволяет поднять максимальное поле до 16 Тл.

### 2.2 Устройство образцов

В последующих параграфах данной главы, посвященной экспериментальной части результатов и их обсуждению, представлены исследования трех различных типов двумерных систем: гетероперехода AlGaAs/GaAs, двойной параболической квантовой ямы на основе гетероструктуры AlGaAs/GaAs и инверсионного слоя (100) Si-MДП транзистора. Первый и третий из этих типов хорошо известны и подробно описаны во множестве источников [1, 2]. Ввиду этого обстоятельства было бы лишним останавливаться на описании устройства данных полупроводниковых структур, конкретный же дизайн образцов кратко описан в соответствующих главах. Напротив, структуры подобные второму из использованных нами типов образцов исследовались в ряде работ [89, 90, 54, 29, 91] и являются оригинальными, поэтому ниже мы опишем устройство широкой двойной параболической квантовой ямы исследованной в пара-



Рис. 2.3: Профиль дна зоны проводимости гетероструктуры AlGaAs использованный для создания мягкой двухслойной двумерной системы (а). Профиль электрического потенциала двойной ямы при напряжении на затворе *V*<sub>3</sub> = -0.2B.

графах 3.2, 3.3.

Использование тройного сплава  $Al_xGa_{1-x}As$ , где  $0 \le x \le 1$ , позволяет простым образом изменять профиль дна зоны проводимости в гетероструктурах AlGaAs, поскольку градиент содержания алюминия x не приводит к заметным искажениям кристаллической решетки, существенно меняя положение дна зоны проводимости<sup>1</sup>. При малых концентрациях алюминия положение дна  $E_C$  меняется линейно с концентрацией алюминия, что позволяет легко моделировать необходимый градиент x для придания конкретной формы квантовой яме [89].

Для проведения настоящей работы подобным образом была выращена гетероструктура AlGaAs с профилем дна зоны проводимости приведенным на рисунке 2.3. Параболическая часть ямы глубиной 75 мэВ получена постепенным варьированием концентрации Al между x=0 в центре ямы и x=0.1 на краю. Ширина ямы составляет 760<sup>A</sup>; в центре ямы выращен тонкий барьер из трех монослоев AlAs. Двойная квантовая яма погружена в объем симметричнолегированного кремнием Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As. Толщина спейсеров (нелегированной области) по обе стороны ямы составляет 200<sup>A</sup> (рис. 2.3а). Поверх 600<sup>A</sup> слоя Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As в ближней к затвору (z=0 на рисунке) части структуры нанесен слой GaAs толщиной 40<sup>A</sup>, называемый "сарlayer" и предохраняющий AlGaAs от окисления.

После заполнения ямы электронами профиль электрического потенциала, изображенный на рисунке 2.3а, разумеется, меняется, за счет электрических полей, создаваемых ионизован-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>для AlAs дно зоны проводимости выше примерно на 0.4 эВ, чем для GaAs [2]

ными донорами и двумерными электронами. Кроме того, металлический затвор на поверхности структуры позволяет изменять концентрацию электронов, одновременно дополнительно искажая форму ямы. Для примера на рисунке 2.36 изображен рассчитанный в [91] профиль квантовой ямы при напряжении между затвором и слоем  $V_3 = -0.2B^2$ .

### 2.3 Экспериментальные методы

#### Измерение сопротивления двумерной системы

При измерении продольного магнитосопротивления 2М электронного газа в гетеропереходе AlGaAs/GaAs (пар. 3.1) нами использовался стандартный четырехточечный метод, когда ток между истоковым и стоковым контактами образца задается во внешней цепи резистором сравнительно большого ( $\sim 100$  MOм) номинала, а регистрируется падение напряжения на двух других (потенциальных) контактах. Основные проблемы при низкотемпературных ( $T \sim 30$  мK) измерениях связаны с малой величиной измерительного тока ( $\sim$ 1 нA), ограниченной возможностью перегрева электронной системы, и, соответственно, устранением электрических шумов. Весьма эффективно эти проблемы преодолеваются при помощи техники синхронного детектирования о которой кратко рассказано ниже. Отметим, что техника синхронного детектирования в равной степени использовалась нами и при измерениях магнитоемкости, поэтому название настоящего небольшого раздела в известной степени условно.

Идея синхронного детектирования основана на выделении сигнала определенной частоты  $f_0$  при помощи его перемножения с опорным сигналом той же частоты и последующего усреднения. Действительно, в результате такого перемножения любой сигнал отличной от опорной частоты f даст на выходе умножителя переменное напряжение частоты  $f - f_0 \neq 0$ , который может легко быть устранен при помощи низкочастотного (low-pass) фильтра. Низкочастотный фильтр (в простейшем случае — RC цепочка) усредняет сигнал, поступающий с умножителя, на порядки улучшая отношение (постоянного) сигнала к (переменному) шуму. Постоянное напряжение на выходе умножителя зависит от амплитуды измеряемого сигнала и сдвига фазы относительно опорного сигнала, позволяя выделить обе эти величины. Чувствительность метода напрямую связана с шириной полосы пропускания низкочастотного филь-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>если на рисунке 2.3а энергия дна зоны проводимости отсчитывается от дна в GaAs, то на рисунке б за точку отсчета взят уровень электрохимического потенциала двумерного газа двойной ямы

тра (или, что то же самое, с постоянной времени  $\tau = RC$  синхронного детектора), и резкостью спада его амплитудно-частотной характеристики. Последняя выражается в децибелах на октаву и для фильтра RC-типа равна 6 дб/окт. (т.е. амплитуда спадает обратно пропорционально частоте в пределе  $f\tau \gg 1$ ). В настоящих экспериментах использовался синхронный детектор Lock-in SR830 с типичными значениями постоянной времени 1-3 сек. и спадом АЧХ 24 дб/окт.

#### Методика емкостной спектроскопии

Значительная часть представленной диссертационной работы проведена при помощи методики измерения емкости (пар. 3.2, 3.3, 4.1, 4.2). Емкостная спектроскопия также является весьма мощным (позволяющим измерять энергию активации диагональной проводимости, скачок химического потенциала, плотность состояний двумерного газа) и достаточно простым экспериментальным методом, не столь широкое использование которого экспериментаторами вполне оправдывает нижеследующее краткое описание.

Поведение двумерной системы при измерении емкости между ней и металлическим затвором качественно подобно поведению обычной RC-цепочки, параметры которой характеризуются свойствами двумерной системы и зависят от температуры, магнитного поля, концентрации электронов в образце. Действительно, заранее ясно, например, что при наличии достаточно высокочастотного сигнала пластины конденсатора 2M газ—затвор не будут успевать заряжаться полностью за счет конечного сопротивления двумерной системы. Рассмотрим сначала равновесную ситуацию, когда электрохимический потенциал однороден по 2M слою и отличается от электрохимпотенциала затвора на величину напряжения  $V_3$  между ними. В этом случае можно записать:

$$eV_3 = e\phi + \mu \,, \tag{2.1}$$

где  $\phi = en_S/C_0$  — разность электрических потенциалов между затвором и двумерным газом с плотностью электронов на единицу площади  $n_S$ ;  $C_0 = 4\pi A/kd$  — геометрическая емкость между затвором и 2M слоем (A - площадь электродов, k — диэлектрическая постоянная пространства между ними, d — расстояние между электродами). Химический потенциал  $\mu$  электронного газа отсчитывается от дна двумерной зоны, а химический потенциал затвора равен нулю и фиксирован в силу большой плотности состояний в нем. Перенос некоторого числа электронов  $\delta N = \delta q/e$  с затвора в 2M слой приведет к следующим изменениям в правой
части уравнения 2.1:  $\delta \phi = \delta q/C_0$ ,  $\delta \mu = (Ae^2D)^{-1}$ , где  $D = dn_S/d\mu$  — термодинамическая плотность состояний двумерного газа. Таким образом в дифференциальной форме из уравнения 2.1 получается выражение для измеряемой емкости  $C = \delta q/\delta V_3$  между затвором и двумерным слоем:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{Ae^2D}$$
(2.2)

Впервые полученное в работе [77] это выражение для емкости между металлическим затвором и двумерным газом отражает попросту тот факт, что, вообще говоря, в двумерной системе вклад химической составляющей в общую энергию может и не быть малым по сравнению с электрическим вкладом, в отличие от обычного случая двух металлических пластин. Заметное отличие, однако, наблюдается лишь в случае очень малых значений термодинамической плотности состояний, что имеет место в сильном квантующем магнитном поле [77]. Полученное уравнение, очевидно, позволяет измерять напрямую плотность состояний двумерной системы в магнитном поле, в частности, получать при помощи интегрирования значения скачков химического потенциала через энергетические щели в условиях квантового эффекта Холла [78], что было использовано нами при измерении щелей в Si-МДП структуре (пар. 4.1, 4.2).

Уравнение 2.2 написано нами для случая термодинамического равновесия, установление которого всегда требует конечного времени. Чтобы понять от чего зависит это время решим простую задачу о распространении электрического тока в условиях квантового эффекта Холла. Рассмотрим распространение фронта изменения электронной плотности, вызванного изменением напряжения между затвором и контактом к двумерной системе. Чаще всего можно пренебречь химической составляющей электрохимического потенциала, поэтому продольное электрическое поле  $\vec{F}$  напрямую определяется градиентом локального напряжения V между слоем и затвором, то есть градиентом неравновесной электронной плотности n:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}V = -AC_0^{-1}\vec{\nabla}n$$

Выбрав ось x вдоль направления  $\vec{\nabla}n$  в заданной точке, для электрического тока получим:

$$j_x = \sigma_{xx} F_x$$
  
$$j_y = \sigma_{xy} F_x ,$$

где  $\sigma_{ab}$  — соответствующие компоненты тензора проводимости в магнитном поле. В условиях квантового эффекта Холла  $\sigma_{xy} \gg \sigma_{xx}$ , и основной (холловский) ток течет нормально гради-

енту плотности<sup>3</sup> и лишь малая его часть, направленная вдоль электрического поля, способствует установлению равновесия. Используя уравнение непрерывности  $div \vec{j} = -e\dot{n}$ , получим уравнение описывающее установления равновесной электронной плотности:

$$\dot{n} = \frac{\sigma_{xx}}{C_0} \nabla^2 n \tag{2.3}$$

Это уравнение подобно одномерному уравнению теплопроводности, и дает характерное время установления равновесия в двумерной системе  $T \sim C_0/\sigma_{xx}$ , зависящее, очевидно, от размера образца, температуры, магнитного поля и т.д. При измерении емкости между затвором и двумерной системой время T играет роль постоянной времени эффективной RC-цепочки. В низкочастотном пределе  $f \ll T^{-1}$  измеряемый реактивный сигнал пропорционален емкости, определяемой уравнением 2.2 и позволяет измерить термодинамическую плотность состояний 2M системы. При этом активный сигнал пропорционален  $(fC_0)^2 \sigma_{xx}^{-1}$  [54] и может быть использован для измерения энергии активации диагональной проводимости в режиме квантового эффекта Холла (пар. 3.2, 3.3). Интересно, что этот результат не зависит от того как выполнен образец поэтому измерения энергии активации при помощи описанной емкостной методики принято называть измерениями в квази-корбино геометрии. В обратном пределе высокой частоты  $f \to \infty$  емкостной сигнал искажается паразитными резистивными эффектами 2.2, и обе компоненты тока стремятся к нулю.

Как показано выше, техника емкостной спектроскопии чувствительна к плотности состояний и проводимости двумерной системы, и поэтому позволяет проделать все необходимые измерения для образцов с металлическим затвором, начиная с построения веера Ландау и заканчивая нахождением энергетических щелей.

Перед тем как перейти к экспериментальной части, отметим одно важное обстоятельство, касающееся понимания результатов магнитоемкостной спектроскопии. Измерение термодинамической плотности состояний позволяет, очевидно, получить информацию об энергии основного состояния системы и ее изменении с фактором заполнения или другим параметром. Ниже, однако, мы всюду говорим об измерении энергий низколежащих заряженных возбуждений, что не так очевидно, как скажем в случае активационных измерений, и требует некоторого объяснения.

Рассмотрим двумерную систему в фиксированном магнитном поле. Основное состояние

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>этот эффект ответственен за существование такого возбуждения в двумерной системе как краевой магнетоплазмон [92]



Рис. 2.4: Структура электрон-дырочного возбуждения при целочисленном заполнении (а) и основного состояния системы при факторе заполнения чуть выше целочисленного (б). Стрелки соответствуют направлению спинов электронов, горизонтальная ось — пространственной координате; черная точка обозначает дырку, оставшуюся в результате возбуждения электрона.

при целочисленном факторе заполнения  $\nu = 1$  (без ограничения общности выберем это значение) является поляризованным по спину. При измерении энергии активации структура заряженного возбуждения имеет вид, представленный на рисунке 2.4а — возбужденный электрон и дырка разнесены на бесконечное расстояние. Основное состояние системы при  $\nu = 1+1$  электрон, имеет похожую структуру за малым исключение — все состояния со спином по полю заполнены и дырка отсутствует (см. рис. 2.46). Вклады одночастичной энергии в измеренные двумя методами щели одинаковы, в то время как вклады от обменной энергии, действительно, слегка отличны. Эта разница дается величиной обменного взаимодействия между двумя электронами на большом расстоянии и пренебрежимо мала для любой макроскопической системы. Это наблюдение может быть обобщено также и на случай возбуждения иной структуры и снимает поставленный выше вопрос об измерениях методом емкостной спектроскопии.

## Глава З

# Результаты, полученные в структурах AlGaAs/GaAs

## 3.1 2М электронная система в параллельном магнитном по-

ле

Высокоподвижный двумерный электронный газ, использованный для данных измерений был получен в гетероструктуре GaAs/AlGaAs, выращенной на подложке (100)GaAs. Образцы были выполнены в форме Холловских мостиков шириной 170 мкм, оснащенных металлическим затвором для изменения плотности электронов. Поведение низкотемпературной подвижности в изученном интервале электронных концентраций приведено на вставке к рис. 3.1. Вплоть до  $n_S \sim 2 \times 10^{10}$  см<sup>-2</sup> электронная система находилась в металлическом режиме<sup>1</sup>. Измерения в криостате растворения проводились при помощи стандартной четырехконтактной схемы измерения сопротивления, с использованием Lock-in детектора, в магнитных полях до 14 Тесла (см. пар.). Амплитуда переменного тока частоты 10 Гц не превышала 1 нА. Были исследованы два образца из одной шайбы и полученные на них результаты оказались идентичными (далее приведены результаты для одного из образцов).

Для изменения ориентации образца по отношению к параллельному магнитному полю необ-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>измерения энергии активации сопротивления 2М газа электронов в GaAs позволяют определить точку перехода металл-изолятор в этой системе [93], несмотря на то, что температурная зависимость сопротивления при любых электронных плотностях является типичной для изоляторов — сопротивление падает с ростом температуры.



Рис. 3.1: Зависимость удельного сопротивления образца от параллельного магнитного поля для  $B_{\parallel} \perp I$  при  $n_S = 7.4 \times 10^{10}$  см<sup>-2</sup> (сплошная линия) и  $B_{\parallel} \parallel I$  при  $n_S = 7.5 \times 10^{10}$  см<sup>-2</sup> (пунктир). Верхняя вставка демонстрирует зависимость подвижности образа от электронной плотности. Нижняя вставка: поведение нормированного удельного сопротивления с магнитным полем в перпендикулярной ориентации поле-ток для случаев параллельного поля (сплошная линия) и поля, составляющего 1.2° с плоскостью образца (пунктир).

ходимо было произвести отогрев и затем снова охладить его, после поворота держателя при комнатной температуре. Зависимость концентрации электронов от напряжения на затворе можно определить по квантовым осцилляциям Шубникова—де-Гааза в нормальном магнитном поле, зная что положения минимумов сопротивления, соответствующих минимумам плотности состояний между уровнями Ландау при целочисленных факторах заполнения  $\nu$ , периодичны в обратном поле:

$$\frac{\nu}{2\pi l^2} = n_S, \quad \Rightarrow (B_{min}^{\nu})^{-1} = \nu \frac{en_S}{hc}$$

Проделать такую процедуру в параллельном поле, конечно, невозможно, поэтому было проверено, что зависимость сопротивления от затворного напряжения при B = 0 воспроизводится при переохлаждениях образца с точностью до несущественных сдвигов порогового напряжения. Эта зависимость и использовалась для определения напряжения порога и концентрации электронов в параллельном магнитном поле.

Типичная экспериментальная зависимость удельного сопротивления  $\rho(B_{\parallel})$  приведена на

рисунке 3.1 для параллельной  $B_{\parallel} \parallel I$  и перпендикулярной  $B_{\parallel} \perp I$  взаимной ориентаций тока и магнитного поля, приложенного в плоскости электронного газа. Рост сопротивления с магнитным полем происходит приблизительно по параболическому закону, и оказывается сильнее в перпендикулярной ориентации. Наблюдаемая анизотропия магнитосопротивления  $\rho^{\parallel}(B)/\rho^{\perp}(B)$  не превышает 40% в наибольших достижимых полях. По мере уменьшения электронной плотности рост сопротивления с магнитным полем усиливается и достигает троекратного, не обнаруживая признаков насыщения. Температурная зависимость сопротивления практически отсутствует в интервале от 30 до 600 мК, для всех исследованных электронных плотностей. Важно отметить, что ошибки порядка 1° при установке образца параллельно магнитому полю значительно искажают вид кривой магнитосопротивления даже в области где квантовые осцилляции, обусловленные нормальной компонентой поля, еще не проявляются (см. вставку к рис. 3.1). Данные по магнитосопротивлению в параллельном магнитом поле, приведенные в настоящей работе, воспроизводились при переохлаждениях и смене образца, что говорит о достаточной точности установки плоскости 2M газа параллельно полю (не хуже 0.3°).

Как показано на рисунке 3.2, кривые нормированного сопротивления могут быть положены на две универсальных зависимости  $\rho^{\parallel(\perp)}(B/B_c)/\rho(B=0)$  для двух ориентаций полеток, при помощи масштабирования по оси магнитного поля. Параметр масштабирования  $B_c$ при этом зависит от электронной концентрации и является единым для обеих ориентаций. При низких плотностях электронов этот параметр линейно зависит от  $n_S$ , а выше  $n_S \gtrsim 5 \times 10^{10}$  см<sup>-2</sup>, магнитосопротивление перестает зависеть от концентрации (рис. 3.3), что приводит к насыщению параметра  $B_c$ .

Сильный рост сопротивления двумерной электронной системы в GaAs в параллельном магнитном поле качественно подобен поведению электронов Si-MДП структур [10, 12, 13, 14], гетероструктур AlAs/AlGaAs [25] и дырок в арсениде галлия [16]. Однако, по сравнению с этими двумерными системами межчастичное взаимодействие в электронном газе арсенида галлия значительно слабее: отношение характерной кулоновской и фермиевской энергий,  $r_s$ , в исследованном нами интервале электронных плотностей пробегает значения  $\approx 2 \div 3.5$ , будучи в других системах порядка 10. Это наблюдение позволяет отделить проблему магнитосопротивления от проблемы обусловленного сильным взаимодействием перехода металл-изолятор, и связать ее со свойствами самой металлической фазы двумерного газа заряженных частиц.

Как уже обсуждалось выше (параграф 1.1), изменение сопротивления двумерного метал-



Рис. 3.2: Масштабирование зависимостей удельного сопротивления от параллельного магнитного поля при низких электронных плотностях. Пунктирная линия соответствует наилучшей подгонке данных в обеих ориентациях по теории [3]. Зависимость параметра масштабирования  $B_c$  от электронной плотности приведена на верхней вставке. Нижняя вставка показывает зависимость сопротивления от фактора заполнения в режиме Шубниковских осцилляций для двух углов наклона магнитного поля.

ла с параллельным полем может быть обусловлено двумя эффектами — спиновым и орбитальным, главное отличие между которыми состоит в, соответственно, отсутствии и наличии анизотропии магнитосопротивления в плоскости. Основываясь на отсутствии сильной анизотропии измеряемого сопротивления, мы полагаем, что основную роль играет первый — спиновый [3] эффект. Согласно теории Долгополова и Гольда, частичная поляризация двумерной системы ведет, в области малых концентраций, к росту сопротивления, зависящему от единственного параметра — степени спиновой поляризации системы. Последняя определяется долями мажорных (с магнитным моментом направленным вдоль поля,  $N_{\uparrow}$ ) и минорных (магнитный момент против поля,  $N_{\downarrow}$ ) носителей от общего числа частиц:  $\xi = (N_{\uparrow} - N_{\downarrow}) = B_{\parallel}/B^{\Pi O \Lambda}$ , где поле спиновой поляризации  $B^{\Pi O \Lambda}$  связано с энергией Ферми соотношением (1). Очевидно, сравнение универсальной зависимости измеренного сопротивления с этой теорией дает условие нормировки для параметра масштабирования  $B_c$ . Пунктирная линия на рисунке 3.2 проведена в соответствии с наилучшей подгонкой экспериментального магнитосопротивления (сразу в обеих ориентациях) теорией [3].



Рис. 3.3: Изменение нормированного сопротивления образца с параллельным магнитным полем при высоких плотностях электронов.

Хотя согласие эксперимента и теории вполне удовлетворительно, существуют определенные проблемы с такой трактовкой результатов. Во-первых, поля бо́льшие  $B^{\Pi O \Lambda}$ , в которых магнитосопротивление должно насыщаться или испытывать излом [17], оказываются недостижимы в нашем эксперименте. Во-вторых, в области больших концентраций параметр масштабирования перестает зависеть от электронной плотности. В третьих, линейная зависимость  $B_c(n_S)$  при малых  $n_S$  (вставка к рис. 3.2) дает по формуле (1) примерно пятикратно завышенное по сравнению с объемным значение произведения фактора Ланде и эффективной массы:  $g^*m^* \approx 2.2m_o$ . Как показано ниже, независимую оценку произведения g-фактора и эффективной массы дает анализ биений осцилляций Шубникова—де-Гааза в слегка непараллельных магнитных полях [55, 18].

В случае если зеемановское расщепление  $\Delta_Z = g^* \mu_B B$  в магнитном поле мало по сравнению с циклотронной энергией  $\hbar \omega_c = \hbar e B \sin \phi / m^* c$  (где  $\phi$  – угол между полем B и плоскостью 2M газа), то в умеренных полях (при больших факторах заполнения  $\nu \gg 1$ ) наблюдаются только квантовые осцилляции сопротивления минимумы которых соответствуют четным  $\nu$ , в то время как "нечетные" минимумы остаются неразрешены из-за конечной ширины уровня. Увеличивая отношение  $\alpha = \Delta_Z / \hbar \omega_c$  можно добиться сбоя фазы осцилляций [55, 18] (см. параграф 1.3), когда минимумы в сопротивлении проявятся при нечетных  $\nu$ , а "четные" минимумы пропадут. Первый такой сбой произойдет при  $\alpha = 1/2$ , то есть когда расщепленные



Рис. 3.4: Магнитосопротивление, рассчитанное на основе теории [7] для  $n_S = 1 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup> (сплошные линии) и  $n_S = 7 \times 10^{10}$  см<sup>-2</sup> (пунктир). Соответствующие деформация и смещение поверхности Ферми для большего значения плотности представлены на вставке.

по спину уровни сформируют регулярную лестницу Ландау с шагом по энергии  $\hbar\omega_c/2$ . Вообще, смена фазы происходит при полуцелых  $\alpha$  и каждый раз минимумы определенной четности пропадают или появляются заново: если  $(2k + 1) > 2\alpha > (2k - 1)$ , то при четных (нечетных) k наблюдаются, соответственно, четные (нечетные) номера осцилляций  $\nu$ . Согласно вставке к рисунку 3.2, с наклоном магнитного поля (изменением угла  $\phi$  от 90° до 0.8°) фаза Шубниковских осцилляций меняется по меньшей мере дважды<sup>2</sup>, откуда для  $g^*m^*$  получается неравенство :

$$g^*m^* > \frac{3}{2} 2m_e \sin(0.8^\circ) \approx 1.4g_o m_o = 0.62m_o$$
 (2),

где  $g_o = 0.44$  и  $m_o = 0.067m_e$  это соответствующие объемные параметры для электронов в арсениде галлия, а  $m_e$  — масса свободного электрона. Такое ограничение снизу на произведение g-фактора и эффективной массы является слишком слабым, и не позволяет подтвердить (как и опровергнуть<sup>3</sup>) усиленные значения  $g^*m^*$ , полученные в измерениях в параллельном магнитном поле.

Очевидно, занижение значений поля спиновой поляризации может быть результатом положительного магнитосопротивления за счет орбитального эффекта [7]. Как обсуждалось в

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>в перпендикулярном плоскости 2М газа магнитном поле, наблюдаются, конечно, четные номера осцилляций <sup>3</sup>например, если положить, что смена фазы осцилляций происходила не два, а четыре раза, то получится

более сильная чем (2) и весьма близкая к данным в параллельном поле оценка:  $g^*m^*/m_o>2.3$ 

параграфе 1.1, именно этот эффект приводит к анизотропии сопротивления, наблюдаемой в эксперименте (рис. 3.1). Существующие модели [7, 8] позволяют оценить ожидаемую величину магнитосопротивления, обусловленного этим механизмом.

На рисунке 3.4 представлены результаты численного расчета изменения эффективной массы с параллельным магнитным полем в приближении треугольной ямы размерного квантования [8] и без учета межэлектронного взаимодействия. Электрическое поле  $F = 4\pi e(n_S + N_{ofeg,})/k_{nn}$  на гетерогранице AlGaAs/GaAs определяется концентрацией электронов  $n_S$  и плотностью заряда слоя обеднения, зависящей от остаточной концентрации акцепторов<sup>4</sup> в объеме арсенида галлия [1]:  $N_{ofeg,} \propto N_a^{1/2}$ . Последняя в настоящем расчете полагалась равной  $N_a = 10^{15}$  см<sup>-3</sup>, что дает  $N_{ofeg,} \approx 1.5 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup>. Как видно из рисунка, эффективная масса в направлении перпендикулярном магнитному полю ( $m_{\perp}$ ) растет почти по параболическому закону, а в направлении вдоль поля остается строго неизменной. Рост эффективной массы близок к величине наблюдаемого в эксперименте магнитосопротивления в перпендикулярной геометрии, и также усиливается по мере уменьшения плотности электронов. Близкий к параболическому рост эффективной массы согласуется с результатом точно решаемой модели параболической ямы [9] и свидетельствует о близкой к эллипсу форме поверхности Ферми (см. вставку к рис. 3.4).

Для случая эллиптической формы поверхности Ферми задача о продольном магнитосопротивлении квазидвумерного газа может быть решена точно в приближении хаотических фаз [94]. Как показано в расчете параграфа 5.1 эллиптическая деформация поверхности Ферми при малых электронных концентрациях оставляет время релаксации изотропным:  $\tau(\vec{k}) = \tau$ . Это наблюдение позволяет напрямую оценить анизотропию эффективной массы по величине анизотропии экспериментального магнитосопротивления:

$$m_{\perp}/m_{\parallel} \equiv m_{\perp}(B)/m_{\rm o} \approx \rho^{\perp}(B)/\rho^{\parallel}(B) < 40\%$$

Следовательно, в области низких электронных концентраций вклад орбитального эффекта [7, 8, 9], в соответствии со сделанным ранее предположением, действительно является малым, а наблюдаемый сильный рост сопротивления в параллельном магнитном поле в основном обусловлен изменением спиновой поляризации системы [3].

Как показано в параграфе 5.1, совместный учет двух эффектов способен не только объяснить вид экспериментальных зависимостей сопротивления при малых *n<sub>s</sub>*, но и определить

 $<sup>^4</sup>$ предполагается слабая степень компенсации:  $N_{
m a}\gg N_{
m A}$ 

насколько рост эффективной массы за счет орбитального эффекта занижает величину поля спиновой поляризации. Оказывается, что наилучшая подгонка универсальных зависимостей  $\rho_{\parallel(\perp)}(B)$ , представленная на рисунке 5.1, дает значения  $B_c$  лишь на ~ 10% ниже поля спиновой поляризации идеально двумерного<sup>5</sup> электронного газа  $B^{\text{пол}} = (g^*m^0)^{-1} \cdot (2\pi\hbar^2n_S)/\mu_B$ , согласно теории [94].

Обнаруженные в настоящей работе значительно усиленные значения  $q^*m^*$ , по-видимому, в основном обусловлены усилением фактора Ланде во взаимодействующей системе двумерных электронов в AlGaAs/GaAs. Действительно, измерения эффективной массы [26] в отсутствие магнитного поля дают близкие к объемной массе значения вплоть до  $n_S = 1.4 \times$ 10<sup>1</sup>0 ст<sup>-2</sup>. В сильном параллельном двумерному слою магнитном поле помимо рассматривавшегося выше роста массы в перпендикулярном полю направлении, в принципе, возможен также эффект изотропного изменения массы. Действительно, в рамках теории ферми-жидкости Ландау, спиновая поляризация системы должна приводить к изменению ферми-жидкостных параметров а, значит изменять перенормированные эффективную массу и g-фактор. Кроме того, сжатие электронной волновой функции в направлении размерного квантования изменяет форм-факторы межэлектронного взаимодействия [1], увеличивает параметр Вигнера-Зейтца [95] и способно привести к перенормировкам массы или фактора Ланде [96]. Тем не менее, поскольку орбитальный эффект не приводит к значительной анизотропии эффективной массы в плоскости, а также поскольку в нулевом поле эффекты взаимодействия не сказываются на величине  $m^*$ , мы полагаем что заниженные значения поля спиновой поляризации в области электронных плотностей  $n_S \lesssim 5 \times 10^{10}$  см<sup>-2</sup> следует приписать усиленному значению g-фактора в двумерной электронной системе AlGaAs/GaAs.

При более высоких значениях электронной плотности параметр масштабирования  $B_c$  насыщается, а магнитосопротивление перестает меняться в зависимости от  $n_S$ . Такое поведение невозможно объяснить ни в рамках модели спинового эффекта, ни орбитального эффекта по отдельности, поскольку оба они предсказывают рост магнитосопротивления по мере уменьшения электронной плотности. В то же время, не удается провести согласованный учет двух эффектов, в силу выхода за рамки предела малой плотности. Действительно, задача об экранировке 2М Ферми газа с анизотропной массой поддается решению (параграф 5.1) при условии  $2k_{\Phi} \ll q_{T\Phi}$ , которое эквивалентно для электронов арсенида галлия неравенству  $n_S \ll 1.6 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup>, очевидно, не выполненному в нашей области больших концентраций.

 $<sup>^{5}</sup>$ то есть нечувствительного к орбитальному эффекту:  $m_{\perp}(B)=m_{\parallel}(B)=m_{
m o}$ 

По этой причине подход развитый в параграфе 5.1 становится неприменим, и не ясно, например, остается ли время релаксации по-прежнему изотропным при больших  $n_S$ . По-видимому, независимость магнитосопротивления от плотности электронов обусловлена сложным механизмом, сочетающим спиновый и орбитальный эффекты, описать который в настоящее время представляется проблематичным.

Таким образом, в области электронных плотностей  $n_S \lesssim 5 \times 10^{10}$  см<sup>-2</sup> измерения магнитосопротивления в параллельном поле позволяют определить гиромагнитный фактор Ланде, значение которого сильно завышено по сравнению с объемным и близко к *g*-фактору свободного электрона:  $g^* \approx 2$ . Этот результат согласуется с недавно опубликованными исследованиями других авторов. Измерения биений осцилляций Шубникова—де-Гааза [26] дают значения  $g^* \approx 5g_0$ . Подобно нашим результатам, магнитосопротивление в параллельном поле испытывает сильный рост, а в самых малых плотностях  $n_S < 3 \times 10^{10}$  см<sup>-2</sup> можно наблюдать излом [26, 27] на магнитополевой зависимости при достижении поля спиновой поляризации электронной системы [26]. Усиление фактора Ланде принято объяснять эффектами межэлектронного взаимодействия. Такие эффекты могут проявляться в Ферми жидкости как в нулевом [70], так и в квантующем магнитном поле [1]. Взаимодействие приводит, например, к усилению *g*-фактора электронов в GaAs более чем на порядок ( $g^* \approx 5.2$ ) в условиях квантового эффекта Холла [75]. Тот факт, что межэлектронное взаимодействие проявляется столь сильно в отсутствие квантующего магнитного поля является достаточно удивительным и стимулирует дальнейшие исследования [95, 97].

### 3.2 Открытие энергетических щелей в мягкой двухслойной

#### системе в наклонных магнитных полях

Исследования [29, 54] двойной квантовой ямы в нормальных интерфейсу магнитных полях показывают, что при целочисленных факторах заполнения  $\nu > 2$  на веере Ландау наблюдаются особенности в виде отсутствия квантования Холловского сопротивления в определенных интервалах магнитных полей (рис. 1.4). Как уже обсуждалось выше (см. пар. 1.2), этот эффект связан с переносом заряда между энергетическими подзонами и прикалыванием уровня Ферми к двум частично заполненным уровням Ландау разных подзон, что оказывается возможным благодаря мягкости квантовой ямы и ортогональности волновых функций уровней Ландау с разными номерами [29, 54]. Отсутствие ортогональности приводит к перестройке (гибридизации) волновых функций подзон, так что уровень Ферми оказывается внутри общей щели двухслойной системы, как, например, при  $\nu = 1, 2$  (пар. 1.2).

Известно, что введение параллельной 2М плоскости компоненты магнитного поля приводит к смещению наборов ландаувских волновых функций пространственно разнесенных слоев [98, 99], а значит нарушает их взаимную ортогональность. В соответствии с результатами теории возмущений [29, 54] тогда можно ожидать, что наклон магнитного поля в мягкой двухслойной системе должен препятствовать пинингу уровней Ландау ферми уровнем, открывая энергетическую щель в спектре при  $\nu > 2$ .

В данном параграфе изложены результаты магнитоемкостных измерений спектра двухслойной двумерной системы в наклонных магнитных полях. Обнаружено, что диссипативные в нормальном поле состояния при  $\nu = 3,4$  имеют энергетическую щель в наклонном магнитном поле, что демонстрируется активационной температурной зависимостью продольной проводимости. Это наблюдение качественно объясняется нарушением ортогональности волновых функций вызванным параллельной компонентой магнитного поля. Структура использованного образца и методика магнитоемкостной спектроскопии подробно описаны в параграфе 2.3. Измерения проводились в криостате растворения <sup>3</sup>He/<sup>4</sup>He при температурах 30 мК – 1.2 К. Постоянное напряжение на затворе модулировалось переменным сигналом амплитуды  $V_{\sim} = 2.4$ мВ и частоты 3–600 Гц.

На рисунке 3.5 изображена веерная диаграмма исследованной двухслойной системы в нормальном и составляющем угол  $\theta = 30^{\circ}$  с нормалью магнитном поле. В интервале затворных напряжений  $V_{n2} > V_3 > V_{n1}$ , когда электроны заселяют только нижнюю энерге-



Рис. 3.5: Положения минимумов магнитоемкости, соответствующих щелям в спектре двухслойной системы, при температуре 30 мК в нормальном (а) и составляющем 30° с нормалью (б) магнитных полях. Пунктирные линии соответствуют минимумам плотности состояний в ближней к затвору яме.

тическую подзону в дальней от затвора части двойной ямы, экспериментальные точки ложатся на прямые с наклоном, определяемым емкостью между затвором и этой частью ямы:  $dV_3/dB_{\perp} \propto \nu/C$ . При затворных напряжениях выше второго порогового  $V_{n2}$  начинает заполняться ближняя к затвору яма, емкость увеличивается, а наклон линий веера Ландау несколько уменьшается как видно из рис. 3.5. Магнитоемкостная спектроскопия позволяет также построить отдельно веер ближней энергетической подзоны — вне общих щелей двухслойной системы на кривой емкости при  $V_3 > V_{n2}$  наблюдаются минимумы, связанные с минимумами плотности состояний в этой подзоне. В этом случае дальняя подзона играет роль хорошо проводящего третьего электрода [75, 54], поэтому резистивные эффекты продольного транспорта не искажают емкостной сигнал. Определенные таким образом линии  $\nu_2 = 1, 2$  веера ближней подзоны изображены пунктиром на рисунке.

Как видно из рисунка 3.5а, в нормальном магнитном поле имеются широкие разрывы на линии  $\nu = 4$  и обрыв линии веера для  $\nu = 3$  в двухподзонной области ( $V_3 > V_{n2}$ ), означающие



Рис. 3.6: Энергия активации в зависимости от нормальной компоненты поля при (a)  $\nu = 4$  для  $\Theta = 0^{\circ}$  (точки),  $\Theta = 30^{\circ}$  (ромбы),  $\Theta = 45^{\circ}$  (квадраты),  $\Theta = 60^{\circ}$  (треугольники);(б)  $\nu = 3$  для  $\Theta = 30^{\circ}$  (кружки),  $\Theta = 45^{\circ}$  (ромбы),  $\Theta = 60^{\circ}$  (треугольники). Линии проведены для удобства.

отсутствие минимума продольной проводимости  $\sigma_{xx}$  в этих точках в результате прикалывания уровней Ландау к фермиевскому уровню. Приложение параллельной компоненты поля открывает щель на уровне Ферми и приводит к формированию минимума диссипативной проводимости — линия веера для  $\nu = 4$  становится сплошной, а для  $\nu = 3$  продлевается в область меньших полей (рис. 3.56).

Результаты измерений активационной энергии продольной проводимости в нормальном  $(\theta = 0^\circ)$  и наклонных магнитных полях представлены на рисунке 3.6. При  $\theta = 0^\circ$  для фактора заполнения  $\nu = 4$  энергия активации максимальна в области выхода на двухслойный режим (значение поля обозначенное линией "двухслойная граница") и в районе баланса, а в интервале полей  $3.4\text{Tr} > B_{\perp} > 2.6\text{Tr}$  имеется ее глубокий минимум. В очень узкой области вблизи точки пересечения общего веера Ландау с веером ближней подзоны ( $\nu_2 = 1, \nu = 4$ ) щель неизмеримо мала, но, вероятно, конечна, поскольку наблюдается слабый минимум в  $\sigma_{xx}$  (рис. 3.5а). В наклонных же полях энергия активации нигде не стремится к нулю, вместо этого формируя, как видно из рис. 3.6, плато.

Влияние параллельной компоненты поля на поведение щели при  $\nu=3$  в основном по-

добно случаю  $\nu = 4$ , за одним важным исключением. В районе точки баланса имеется минимум активационной энергии, который углубляется по мере увеличения угла наклона поля (рис. 3.5б). Это явление, по-видимому, имеет многочастичную природу, поскольку при достаточно больших  $\theta$  провал в энергии активации сопровождается расщеплением линии веера Ландау (рис. 3.8), подобно фактору заполнения  $\nu = 2$ , где такой эффект вызван проявлением наклонной антиферромагнитной фазы (см. следующий параграф, 3.3).

При описании экспериментальных результатов, полученных в наклонном поле, следует изменить самосогласованный расчет спектра ямы в двух отношениях как это описано ниже. Пусть магнитное поле направлено вдоль оси **у**, тогда оператор проекции обобщенного импульса на ось **x** имеет обычное выражение  $\hat{p}_x = -i\hbar\partial/\partial x$ , а оператор проекции "mv"импульса электрона на эту ось приобретет следующий вид:  $m\hat{v}_x = \hat{p}_x - e/cB_{\parallel}\hat{z} - e/cB_{\perp}\hat{y}$ , где  $B_{\parallel}\hat{z} + B_{\perp}\hat{y}$  — оператор х-компоненты векторного потенциала поля в калибровке Ландау. Уже одночастичный гамильтониан с кинетической энергией  $m\hat{v}\cdot\hat{v}/2$  не поддается точному решению, поэтому подобно случаю чисто параллельного поля [1], учтем изменения вызванные параллельной компонентой поля по теории возмущений<sup>6</sup>. После усреднения по невозмущенным основным состояниям подзон получим [54]

$$m\hat{v}_x = (\hat{p}_x - e/cB_\perp \hat{y}) - e/cB_\parallel \langle z \rangle_j \tag{3.1}$$

$$\Delta E_i = \hbar \omega_{\parallel} / 2 \cdot \langle (z - \langle z \rangle_j)^2 \rangle_j / l_{\parallel}^2, \qquad (3.2)$$

где  $\omega_{\parallel}, l_{\parallel}$  — циклотронная частота и магнитная длина для параллельной компоненты магнитного поля, а j=1,2 — подзонный индекс. Равенство 3.1 отражает относительное смещение<sup>7</sup> в наклонном поле ведущих центров ландаувских волновых функций разных подзон с одним значением обобщенного импульса на расстояние  $\delta y = (\langle z \rangle_2 - \langle z \rangle_1) \cdot B_{\parallel}/B_{\perp} = d \tan \theta$ вдоль оси **у**. Второе равенство 3.2 дает выражение для диамагнитного сдвига  $\Delta E_{1,2}$  уровней энергий подзон. Смещенные в наклонном поле волновые функции уже не будут ортогональны друг другу независимо от номеров уровней Ландау. Поскольку туннелирование с сохранением импульса (см. сноску на стр. 21) в наклонном поле оставляет неизменным именно обобщенный импульс  $p_x$  [100], то недиагональные матричные элементы возмущения 1.2 (стр. 21)

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>в наклонном поле мы применяем теорию возмущений дважды: сперва чтобы учесть влияние параллельного поля на энергию и волновые функции начальных состояний, а уже после этого в самосогласованной процедуре Хартри с возмущением 1.2 в виде переноса электронов между подзонами

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>абсолютное смещение волновых функций не имеет физического смысла и может быть выбрано произвольно изменением калибровки, в то время как относительное смещение является калибровочно инвариантным



Рис. 3.7: Расчетная щель при  $\nu = 4$  в зависимости от магнитного поля при (а) фиксированном угле  $\Theta = 0^{\circ}$  (пунктир) и  $\Theta = 30^{\circ}$  (сплошная линия); и (б) фиксированной нормальной компоненте  $B_{\perp} = 2.6$  Тл. Точечная линия соответствует энергии Зеемана при угле  $\Theta = 30^{\circ}$ .

не обратятся тождественно в нуль, а перенос заряда вызовет гибридизацию подзон и будет способствовать открытию щели на ферми уровне, подобно факторам заполнения  $\nu = 1, 2$  в нормальном магнитном поле [29, 54].

Расчет одночастичного спектра в самосогласованном приближении Хартри проводился для фактора заполнения  $\nu = 4$  без учета Зеемановского расщепления, обменных и корреляционных эффектов. Результаты этого расчета для углов  $\theta = 0^{\circ}$ ,  $30^{\circ}$  представлены на рисунке 3.7а. Легко видеть, что в наклонном поле диамагнитный сдвиг уровней энергии и потеря ортогональности ландаувских волновых функций приводят к открытию расчетной энергетической щели во всем интервале полей от выхода на двухслойный режим до точки баланса. Такое поведение качественно согласуется с экспериментом (рис. 3.6а), хотя величина щели получается по расчету сильно выше наблюдаемой. Вычисленная зависимость щели от параллельной компоненты поля при фиксированном значении  $B_{\perp} = 2.6$  Тл приведена на рис. 3.76. Щель растет при малых углах наклона, имеет максимум в поле  $\approx 3.5$  Тл (угол  $\theta \approx 50^{\circ}$ ), после чего начинает падать. Такое поведение является свойством примененного расчета по теории возмущений — при малых смещениях  $d \tan \theta$  недиагональный элемент матрицы возмущения 1.2 растет благодаря потере ортогональности волновых функций, однако при больших  $\theta$ 

перекрытие волновых функций начинает уменьшаться, восстанавливая их ортогональность. Наблюдаемая в эксперименте зависимость от угла наклона поля несколько слабее расчетной (рис. 3.6а).

В отличие от экспериментального поведения энергии активации расчетная щель имеет резкий минимум как видно из рисунка 3.7а. Происхождение этого минимума в рамках проведенного расчета можно достаточно просто понять из равенств 3.1, 3.2. Очевидно, что диамагнитный сдвиг, зависящий от характерной ширины  $\langle (z - \langle z \rangle)^2 \rangle^{1/2}$  волновой функции размерного квантования и величины магнитного поля является наибольшим в районе точки баланса, где невозмущенные волновые функции имеют равные плотности вероятности в обеих частях двойной ямы. В то же время, в этой точке взаимное смещение волновых функций в точности равно нулю  $\delta y = 0$ , поскольку центры масс симметричной и антисимметричной подзон совпадают ( $\langle z \rangle_1 = \langle z \rangle_2$ ), а значит волновые функции подзон по-прежнему ортогональны и гибридизации не происходит. По мере отдаления от точки баланса в меньшие поля смещение растет, а диамагнитный сдвиг падает, что и обеспечивает немонотонность поведения расчетной щели. Количественное отличие результатов расчета и эксперимента может объясняться неучтенными конечной шириной квантовых уровней и температурой, а кроме того изменением туннелирования в магнитном поле [99], которое также не было принято во внимание.

Хотя согласие эксперимента и расчета по теории возмущений вовсе не является безупречным, даже в смысле зависимости щели от угла наклона поля, можно сделать наиболее важное наблюдение, касающееся полученных результатов в наклонном поле (рис. 3.6а). Схлопывание щелей в широких интервалах в нормальном магнитном поле связано с (i) переходами первого рода, когда при фиксированном суммарном  $\nu$  изменяются заполнения отдельных подзон  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ , и (ii) мягкостью исследованной двухслойной системы. В частности, области ненулевых энергий активации при  $\theta = 0^{\circ}$  на рис. 3.6а соответствуют распределениям плотностей ( $\nu_1 = 4, \nu_2 = 0$ ) в малых полях, ( $\nu_1 = 3, \nu_2 = 1$ ) в узкой области около  $B \approx 3$ T и ( $\nu_1 = \nu_2 = 2$ ) в районе точки баланса. Конечность энергии активации в исследованных наклонных магнитных полях свидетельствует о существенном смещении точек переходов первого рода за счет потери ортогональности волновых функций и диамагнитного сдвига уровней энергий подзон в сжатой параллельным полем широкой двойной квантовой яме. Проведенный расчет качественно показывает (рис. 3.7а), что в наклонном магнитном поле все электроны занимают одну (гибридизованную) подзону размерного квантования и ( $\nu_1 = 4, \nu_2 = 0$ )<sup>8</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>возможно, резкое падение энергии активации, видимое на рисунке 3.6а справа от точки баланса, вызвано

Качественное объяснение результатов для  $\nu = 4$  годится также и для фактора заполнения  $\nu = 3$ , с учетом замечания, касающегося результатов при наибольшем угле наклона  $\theta = 60^{\circ}$ , сделанного выше. Отметим однако, что поскольку, как было показано ранее [29, 54], все щели при нечетных  $\nu$  в исследованной двухслойной системе имеют спиновое происхождение, то продление линии веера для фактора заполнения  $\nu = 3$  в область меньших полей (рис. 3.56) может объясняться также и тривиальным увеличением расщепления уровней.

Таким образом, обнаружено, что в наклонных магнитных полях спектр мягкой двухслойной системы претерпевает значительные изменения, вызванные кулоновским (хартриевским) взаимодействием между электронами, диамагнитным сдвигом энергий подзон и потерей ортогональности волновых функций. Простой расчет по теории возмущений, подобный проделанному ранее в нормальном магнитном поле [29], позволяет сделать вывод о гибридизации волновых функций подзон двойной ямы в наклонном поле, приводящей к наблюдаемым изменениям в спектре.

## 3.3 Экспериментальное наблюдение наклонной антиферромагнитной фазы при *v* = 2 в двухслойной системе в наклонных магнитных полях

Как обсуждалось выше (пар. 1.2), интерес к двухслойным двумерным системам с изоспиновой степенью свободы связан не только с кулоновскими эффектами рассмотренными в предыдущем параграфе, но в первую очередь с эффектами межэлектронного обменного взаимодействия и корреляций [35, 36, 37, 43, 44]. В режиме квантового эффекта Холла, на факторе заполнения  $\nu = 2$  одночастичное представление предсказывает смену основного состояния с ферромагнитного на спин-синглетное по мере увеличения отношения  $\Delta_{CAC}/\Delta_3$  межподзонного расщепления в двойной яме к зеемановской энергии (пар. 1.2). Экспериментальные исследования [28, 30] демонстрируют, что **Ф** состояние при  $\nu = 2$ , 6, 10 реализуется в двухслойных системах в значительно более низких полях, чем следует из одночастичных представлений, демонстрируя важность учета многочастичных эффектов.

Как показано в работах [43, 44], последние должны существенно менять спиновую и изоспиновую структуру основного состояния при факторе заполнения  $\nu = 2$  по сравнению с

как раз приближением смещенного в наклонных полях перехода в область ( $\nu_1 = 3, \nu_2 = 1$ )



Рис. 3.8: Положения минимумов в магнитоемкости при разных углах наклона: (a)  $\Theta = 0^{\circ}$ , (б)  $\Theta = 30^{\circ}$ , (в)  $\Theta = 45^{\circ}$ , (г)  $\Theta = 60^{\circ}$ .

представлениями о невзаимодействующей системе, приводя в промежуточной области (рис. 1.3) значений зеемановской энергии и межподзонного расщепления к образованию новой фазы с антиферромагнитными корреляциями спинов в плоскости — наклонной антиферромагнитной, фазы **A**(пар. 1.2). Границы переходов **Ф-А-С** сдвигаются, хотя фазовая диаграмма сохраняет свою топологию при отклонении от симметричной формы двойной ямы [45], также как и с приложением параллельной компоненты магнитного поля [46]. В пользу существования новой фазы свидетельствуют эксперименты [47, 48] по неупругому рассеянию света в районе фактора заполнения  $\nu = 2$  (см. пар. 1.2). Помимо изменений в основном состоянии системы, предсказываются также особенности в энергии активации заряженных возбуждений на границе перехода [43, 50], которые до сих пор не были обнаружены экспериментально.

В настоящем параграфе представлены результаты магнитоемкостной спектроскопии двухслойной двумерной системы реализованной в гетероструктуре AlGaAs/GaAs в квантующих наклонных магнитных полях при факторе заполнения  $\nu = 2$ . Эксперимент проводился при помощи методики емкостной спектроскопии 2.3 и тех же условиях, что и исследование щелей при  $\nu = 3, 4$  в наклонных полях. На рисунке 3.8 показаны положения минимумов продольной проводимости  $\sigma_{xx}$  на плоскости  $V_3 - B_{\perp}$  для фактора заполнения 2, а также для  $\nu = 1,3,4$  в нормальном и наклонных магнитных полях. Как описано в параграфе 3.2 при затворных напряжениях выше первого и ниже второго порогового электроны заполняют только нижнюю энергетическую подзону дальнюю от затвора. Наклон линий веера Ландау, обратно пропорциональный емкости между затвором и двумерным газом, поэтому уменьшается когда электроны начинают заселять ближнюю к затвору подзону при  $V_3 = V_{n2}$  (см. прямые линии, проведенные на рисунке для удобства). При угле наклона 30° линия веера для  $\nu = 2$  расщепляется на две в районе точки баланса (рис. 3.86) — при этих значениях магнитного поля на кривой емкости (а также в активной части сигнала) наблюдаются два минимума (соответственно, максимума) при близких значениях затворного напряжения. По мере увеличения угла наклона между магнитным полем и нормалью к двумерному слою расщепление линии веера Ландау сдвигается в меньшие значения электронной концентрации (рис. 3.8в,г). Сосуществование при одном значении магнитного поля двух минимумов плотности состояний указывает на конкуренцию двух различных основных состояний двухслойной системы.

Как показано предшествующими исследованиями [29, 54] в нормальном магнитном поле основное состояние нашей двухслойной системы является синглетным при  $\nu = 2$  в достижимых магнитных полях. Смена основного состояния системы на ферромагнитное или наклонное антиферромагнитное может происходить по мере увеличения зеемановской энергии при наклоне магнитного поля [46]. Положение области перехода ожидаемое из модельного расчета [44] позволяет оценить величину емкостной энергии переноса электронов между слоями (см. пар. 1.2) из уравнения<sup>9</sup>:

$$\Delta_3 \approx \Delta_{\rm CAC}^2 / E_{\rm K}$$

что дает  $E_{\rm K} \approx 6$ мэВ. Это значение меньше чем энергия кулоновского взаимодействия частиц в магнитном поле ( $e^2/kl \approx 15$  мэВ в поле 10 Тл), что вполне может объясняться влиянием толщины двумерного слоя в направлении размерного квантования.

На рисунке 3.9 представлено поведение энергии активации диссипативной проводимости на факторе заполнения точно  $\nu = 2$  в зависимости от нормальной компоненты магнитного поля при углах наклона  $\theta = 0, 45, 60^{\circ}$ . В нормальном поле энергия активации испытывает максимум при  $V_3 > V_{n2}$  после чего монотонно уменьшается с увеличением магнитного поля.

 $<sup>^{9}</sup>$ значение симметрично-антисимметричного расщепления в нашей системе известно из оптических исследований [89],  $\Delta_{\rm CAC} = 1.3$ мэВ



Рис. 3.9: Зависимость активационной энергии  $\nu = 2$  от магнитного поля для  $\Theta = 0^{\circ}$  (квадраты),  $\Theta = 45^{\circ}$  (треугольники),  $\Theta = 60^{\circ}$  (кружки). Во вставке показаны экспериментальные зависимости мнимой компоненты тока от напряжения на затворе в области точки перехода при  $\Theta = 45^{\circ}$ , f = 23 Гц, T = 30 мК для магнитных полей: 10.03 (квадраты), 10.19 (точки), 10.28 (сплошная линия), 10.36 (пунктир), and 10.53 Т (кресты).

В наклонных полях на зависимости  $E_a(B_{\perp})$  появляется глубокий минимум, соответствующий области расщепления веера Ландау (рис. 3.8). Хотя энергия активации падает до неизмеримо малых значений в центре расщепления, тем не менее плотность состояний оказывается ниже, чем в случае когда химический потенциал садится на уровень Ландау<sup>10</sup>, что свидетельствует о конечной величине щели.

Набор экспериментальных кривых магнитоемкости снятых в узком интервале магнитных полей в области расщепления веера Ландау при угле наклона поля  $\theta = 45^{\circ}$  и температуре 30 мК представлен на вставке к рисунку. Легко видеть что при подходе к центру расщепления наблюдается переигрывание двух минимумов в емкости при факторах заполнения слегка меньше и слегка больше 2, которые соответствуют локальным максимумам энергии активации. В центре расщепления оба провала в емкости имеют примерно одинаковую глубину.

 $<sup>^{10}</sup>$ это, например, видно по кривой магнитоемкости для поля 10.28 Тл на вставке к рис. 3.9 — величина емкости в локальном максимуме, соответствующем целочисленному заполнению  $\nu = 2$ , слегка меньше величины емкости достигаемой на уровне Ландау (соответствующие крылья кривых для полей *B*=10.03 и 10.53 Тл)



Рис. 3.10: Результаты расчета щели в самосогласованном Хартри приближении для  $\Theta = 0^{\circ}$ ,  $\Theta = 30^{\circ}$ ,  $\Theta = 45^{\circ}$ . Также показаны значения соответствующих зеемановских расщеплений.

Наблюдаемый в наклонных магнитных полях переход свидетельствует о смене основного состояния исследованной двухслойной системы в точке баланса по мере увеличения угла наклона поля. Интересно сравнить настоящий результат с исследованиями [30] двухслойной системы более высокой подвижности и с меньшим значением  $\Delta_{CAC}$ . Смена основного состояния в точке баланса достигается варьированием определенного параметра: угла наклона поля в нашем случае и полной электронной плотности в работе [30]. Активационная энергия в этой точке в обоих случаях остается конечной, то есть обнаруженный переход является переходом изолятор-изолятор, а в нашем случае кроме того наблюдается сосуществование двух основных состояний в окрестности перехода.

Чтобы проверить, что полученный экспериментальный результат нельзя объяснить в рамках одночастичного представления мы провели расчет энергетической щели в приближении Хартри (то есть без учета обменных и корреляционных эффектов) по теории возмущений, в точности подобный описанному в параграфе 3.2. Результаты для расщепления уровней при трех углах наклона изображены на рисунке 3.10. Подобно экспериментальному результату расчетная щель при  $\nu = 2$  также имеет минимум<sup>11</sup>, который смещается область меньших полей с увеличением угла наклона  $\theta$ , хотя энергия активации в минимуме гораздо больше на-

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>обусловлен он теми же причинами, что и минимум для  $\nu = 4$ , полученный в рамках такого же расчета в предыдущем параграфе (рис. 3.7а)

блюдаемой на эксперименте (рис. 3.9). В принципе это отличие могло бы быть приписано конечной ширине квантовых уровней в реальной системе, но такой аргумент следует отвергнуть, поскольку в районе точки баланса при  $\theta = 0^{\circ}$  величина измеренной энергии активации (6.3K) близка к половине расчетной щели ( $\approx 20$ K), в то время как при угле наклона  $\theta = 30^{\circ}$  практически в том же магнитном поле наблюдается резкий минимум активационной энергии на факторе заполнения  $\nu = 2$  (рис. 3.8б). Помимо этого, в рамках одночастичного представления невозможно понять наблюдаемое в эксперименте сосуществование максимумов энергии активации при факторах заполнения слегка больше и меньше целочисленного  $\nu = 2$  с ненулевым минимумом посредине (вставка к рис. 3.9).

Как уже обсуждалось, учет межчастичных взаимодействий способен приводить к существенной модификации фазовой диаграммы системы с изоспиновой степенью свободы в квантующем поле. В этом случае переход из спин- неполяризованного основного состояния двухслойной системы, которое только и возможно при напряжениях на затворе в районе  $V_{\Pi 2}$ , в ферромагнитную фазу более не является переходом первого рода<sup>12</sup> и может происходить с образованием промежуточной наклонной антиферромагнитной фазы [43, 44]. Поскольку топология фазовой диаграммы должна сохраняться и при отходе от симметричного распределения электронов [45], и с приложением параллельной компоненты магнитного поля [46], то возможными основными состояниями нашей двухслойной системы в районе точки баланса в наклонных полях (рис. 3.9) являются фазы  $\Phi$  и **A**. Кроме того, как показано в [44], при наличии макроскопического беспорядка в системе может происходить сосуществование разных фаз в форме Бозе стекла синглетных бозонов, что, по-видимому, и наблюдается в настоящем эксперименте (рис. 3.8).

Важно заметить, что, в отличие от оптических экспериментов [47, 48], где измеряется энергия длинноволнового возбуждения ( $k \rightarrow 0$ ), то есть фактически разница энергий основного и конкурирующего с ним состояний системы, энергия активации дает энергию коротковолнового возбуждения в системе ( $k \rightarrow \infty$ ). Как показано в работе [50] активационная энергия, необходимая для создания зарядонесущего возбуждения в двухслойной системе, оставаясь всегда конечной, имеет минимум в области наклонной антиферромагнитной фазы, что находится в согласии с экспериментом (рис. 3.9).

Таким образом в наклонных магнитных полях обнаружен фазовый переход в двухслойной двумерной системе, связанный с образованием предсказанной наклонной антиферромагнит-

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>то есть с нулевой щелью в точке перехода

ной фазы в разупорядоченной системе с межэлектронным взаимодействием.

## Глава 4

# Измерение энергетических щелей в (100) кремниевой МДП-структуре

#### 4.1 Усиленное долинное расщепление

При обсуждении методики емкостной спектроскопии (параграф 2.3) было получено уравнение 2.2, устанавливающее связь между измеряемой емкостью затвор-двумерный газ и термодинамической плотностью состояний D двумерной системы. Ландаувское квантование спектра двумерной системы в нормальном магнитном поле приводит к осцилляциям последней как функции фактора заполнения. На рисунке 4.1 приведены экспериментальные кривые магнитоемкости при двух значениях электронной плотности в зависимости от магнитного поля и фактора заполнения, демонстрирующие такое поведение. Емкость осциллирует между узкими минимумами при целочисленных *v* и широкими максимумами, в областях где химический потенциал находится на уровне Ландау, в соответствии с предыдущими исследованиями [77]. Как уже говорилось выше (параграф 2.3), измерения плотности состояний необходимо проводить в низкочастотном пределе, когда реактивный сигнал пропорционален емкости системы и не искажается паразитными резистивными эффектами [77]. Поскольку, однако, частота переменного тока на практике не может быть сколь угодно низкой (в настоящем эксперименте наинизшей была частота f = 2.5 Hz), низкочастотный предел может быть достигнут повышением температуры образца. По этой причине, как видно из рисунка 4.1, температура при которой измерялась емкость отличается для разных факторов заполнения и значений магнитного поля. Отметим, что резистивный сигнал гораздо сильнее зависит от температуры,

чем плотность состояний, благодаря чему измеряемый емкостной сигнал всегда находился в низкотемпературном пределе, что было проверено экспериментально (см. кривые для  $\nu = 1$  минимума на рисунке 4.16 при T = 0.3 и 0.62К, а также рисунок 4.2).

Кривые магнитоемкости могут на прямую быть использованы для нахождения скачка химического потенциала между соседними уровнями Ландау в квантовом эффекте Холла. В случае измерений в постоянном магнитном поле, фактор заполнения изменяется путем изменения плотности электронов в системе при помощи вариации постоянного напряжения на затворе МДП-структуры. Уравнения 2.1,2.2 при этом могут быть решены совместно и для приращения химического потенциала 2М системы при изменении V<sub>3</sub> получится:

$$d\mu = \frac{C_0 - C}{C_0} \, dV_3,$$

где, как и раньше,  $C_0$ , C есть, соответственно, геометрическая и измеряемая емкости между затвором и двумерной системой. При измерении в постоянном магнитном поле геометрическая емкость, вообще говоря, непостоянна, поскольку среднее расстояние между электроном двумерного инверсионного слоя и металлическим затвором несколько уменьшается при увеличении  $V_3$  вследствие деформации ямы размерного квантования [1]. Хотя этот эффект и не столь сильно выражен в кремниевых МДП-структурах как в гетероструктурах GaAs/AlGaAs [77, 75], более удобным в настоящем эксперименте оказалось все же проведение измерений емкости при постоянном напряжении на затворе, путем развертки магнитного поля. В этом случае уровень геометрической емкости можно найти по уровню емкости в максимуме в пределе большого магнитного поля (рис. 4.1а). Разница между найденным таким образом уровнем  $C_0$  и величиной емкости в нулевом магнитном поле с хорошей точностью соответствует одночастичной плотности состояний в нулевом магнитном поле  $D_0 = 2m/\pi\hbar^2$  с объемным значением эффективной массы  $m = 0.19m_e$ , где  $m_e$  — масса свободного электрона.

В узком интервале в области минимума плотности состояний при данном целочисленном заполнении  $\nu_0$  концентрация электронов в образце связана с величиной магнитного поля:  $n_S \approx \nu_0 n_{\pi} = \nu_0 eB/hc$ , где  $n_{\pi}$  — заселенность одного уровня Ландау, h, c — постоянная Планка и скорость света. Последнее приблизительное равенство объясняется тем, что в щели между уровнями Ландау ввиду малости плотности состояний фактор заполнения оказывается практически фиксированным, подобно ситуации в мысленном эксперименте Лафлина [101]. В результате выражение для приращения химического потенциала в области минимума прини-



Рис. 4.1: Кривые магнитоемкости, записанные в низкочастотном пределе, для электронных плотностей  $5.3 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup> (а) и  $2.2 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup> (б). Уровень геометрической емкости  $C_0$  соответствует точечной линии.

мает вид:

$$d\mu = Ae^2 \frac{C_0 - C}{CC_0} (dn_S/dB) dB,$$

откуда после интегрирования получается выражение для скачка химического потенциала между уровнями Ландау:

$$\Delta \mu = \frac{Ae^{3}\nu_{0}}{hcC_{0}} \int \frac{C_{0} - C}{C_{0}} \, dB, \tag{4.1}$$

где интеграл берется по узкой области магнитных полей вблизи минимума в емкости при целочисленном факторе заполнения. Полученный таким образом скачок химического потенциала отличается от энергетического расщепления на ширину квантового уровня  $\Gamma$ , которая также может быть найдена из эксперимента. Действительно, как следует из уравнения 2.2, конечность максимальной термодинамической плотности состояний на уровне Ландау  $D_{\Lambda}$  проявляется в понижении уровня емкости по сравнению с уровнем  $C_0$ , откуда непосредственно находится ширина уровня:  $\Gamma = \alpha n_{\Lambda}/D_{\Lambda}$ , где численный коэффициент  $\alpha$  зависит от конкретной формы уширения уровня. В данной работе для нахождения ширины уровня использовалось интегрирование подобное уравнению 4.1 в интервале магнитных полей, соответствующем факторам заполнения  $\nu_0+1/2 \ge \nu \ge \nu_0-1/2$ . Строгий расчет показывает, что в числителе предынтегрального множителя вместо  $\nu_0$  в 4.1 следует ставить  $\nu_0 \pm 1/2$  при интегрировании крыльев емкостного провала в областях, соответственно, бо́льших и меньших магнитных полей.

На рисунке 4.2а показана температурная зависимость минимума в емкости при факторе заполнения  $\nu = 3$  для концентрации электронов  $n_S = 3.85 \times 10^{11}$  cm<sup>-2</sup>. По мере понижения температуры от 0.88 до 0.1 К минимум значительно углубляется и сужается пока не достигнет насыщения в низкотемпературном пределе. Такое поведение согласуется с температурным размытием термодинамической плотности состояний. Подобным же образом, емкость в максимуме уменьшается с повышением температуры отдаляясь от уровня геометрической емкости. В недостаточно высоких магнитных полях уровень магнитоемкости слева (в меньших полях) от минимума ниже уровня емкости справа от него. По этой причине мы определяем скачок химического потенциала  $\Delta$  заменяя уровень  $C_0$  в уравнении 4.1 на значение магнитоемкости в области низкополевого максимума, как показано на вставке к рисунку 4.2а. Такая процедура дает слегка заниженное значение для скачка для подобного асимметричного минимума.

Как показано в следующем параграфе, при нахождении скачка химического потенциала асимметричный минимум следует интегрировать, заменяя уровень геометрической емкости ступенчатой функцией, соединяющей уровни магнитоемкости в максимумах слева и справа от минимума. В случае долинного расщепления при минимальных факторах заполнения  $\nu = 1, 3$  такой прямой подход связан со следующей проблемой. В области бо́льших полей емкость в максимуме как правило превосходит уровень геометрической<sup>1</sup> (рис. 4.1 и 4.2), что связано с известным эффектом так называемой отрицательной сжимаемости [102]. При интегрировании таких минимумов мы совершенно пренебрегали последним эффектом, считая, что емкость равна геометрической в области "отрицательной" сжимаемости. Впрочем, более или менее заметно (на 10-20%) такой подход занижает только значения скачка для  $\nu = 1$ , что, конечно, не сказывается на ценности изложенных ниже результатов.

Значения скачка химического потенциала  $\Delta(T)$  через долинную щель при  $\nu = 3$  для данных рисунка 4.2a с учетом температурно-зависимой ширины уровня и без него приведены на рисунке 4.26. Скачок увеличивается по мере уменьшения температуры и насыщается в низкотемпературном пределе, в то время как расщепление уровней  $\Delta + \Gamma$  в пределах погрешности не зависит от температуры. Видно, что основная погрешность<sup>2</sup> в определении долинного рас-

 $<sup>^1</sup>$ величина эффекта довольно значительна для u = 1

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>уровень геометрической емкости в нашей МДП-структуре отличается от емкости в нулевом поле всего на



Рис. 4.2: Температурная зависимость минимума в емкости для фактора заполнения  $\nu = 3$  при  $n_S = 3.85 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup> (а) и скачка химического потенциала с учетом (квадраты) и без учета (кружки) конечной ширины уровня (б). Пунктирные линии на рисунке (б) проведены для удобства. На вставке тот же самый минимум C(B) вместе со сдвинутым опорным уровнем (сплошная и пунктирная линии для разных температур) использованным для нахождения скачка  $\Delta$  по формуле 4.1 в случае когда уровень геометрической емкости  $C_0$  не достигается.

щепления связана именно с определением ширины уровня и, следовательно, эта погрешность минимальна при измерениях в пределе низкой температуры, где модуляция термодинамической плотности состояний максимальна.

На рисунке 4.3 показаны измеренные в низкотемпературном пределе величины долинного расщепления для  $\nu = 1,3$  в зависимости от электронной концентрации и магнитного поля. Для обоих факторов заполнения значение долинной щели оказывается сильно увеличенным по сравнению с одночастичным (сплошная линия на рисунке 4.36). Долинная щель быстро уменьшается с ростом фактора заполнения, так что уже при  $\nu = 5$  величина щели близка к одночастичной. Усиление долинного расщепления, которое мы приписываем эффектам межэлектронного взаимодействия, удивительным образом лучше всего описывается линейной зависимостью от магнитного поля. Наиболее надежно этот факт установлен для  $\nu = 3$ , где уровень геометрической емкости достигается во всем интервале магнитных полей за исключением самых низких, что отражено усами систематической ошибки на рисунке 4.3, которые соответствуют поправке на конечную ширину уровня. Экстраполяция к B = 0 этой линейной зависимости дает значение щели согласующееся с одночастичной оценкой долинного расцепления. Для низшего фактора заполнения  $\nu = 1$  зависимость щели от поля также может быть описана линейным законом, хотя разброс данных за счет экспериментальной случайной ошибки в этом случае заметно сильнее, чем для  $\nu = 3$ .

Обнаруженное линейная зависимость усиленной долинной щели от величины квантующего магнитного поля качественно совпадает<sup>3</sup> с линейной зависимостью усиленного спинового расщепления в гетеропереходе GaAs/AlGaAs [76, 75]. Сравнение экспериментального результата с существующими теориями возможно только с учетом следующего замечания. Большинство существующих на данный момент теорий разработаны и верны в пределе слабого взаимодействия, когда кулоновская энергия мала по сравнению с циклотронной. Это условие выполнено лишь приближенно в арсениде галлия, где обе энергии сравнимы в достижимых полях, в то время как в кремниевых МДП-структурах кулоновская энергия в разы превосходит циклотронную, а значит подобный подход, вообще говоря, неприменим. Ввиду этого обстоятельства мы проводим ниже только качественное сравнение настоящих резуль-

<sup>0.1%</sup>, следовательно, для определения ширины уровня необходимо измерять емкость с точностью по меньшей мере  $10^{-4}$ , что не так просто при характерной ее величине 100 пФ

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>наблюдения в кремнии [87] как уже говорилось также дают пропорциональную полю долинную щель, хотя значения щелей для  $\nu = 3, 5, 7$ , измеренных в этой работе, были сильно переоценены: самые близкие к настоящим данные для  $\nu = 3$ , например, завышены более чем в 3 раза



Рис. 4.3: Долинная щель для  $\nu = 1$  (кружки),  $\nu = 3$  (квадраты) и  $\nu = 5$  (треугольники) в зависимости от магнитного поля (а) и электронной плотности (б). Усы систематической ошибки соответствуют вкладу за счет конечной ширины уровня. Линейная подгонка данных для  $\nu = 3$  показана пунктирной линией. Сплошная линия на рисунке (б) соответствует зависимости одночастичной долинной щели от плотности электронов, рассчитанной в работе [83] при плотности электронов слоя обеднения равной  $1 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup>.

татов с теорией.

Общепринятая модель усиления энергетического расщепления уровней основана на учете обменного взаимодействия между электронами. В случае идеально узких уровней Ландау, термодинамическая плотность состояний при целочисленном факторе заполнения равна нулю при нулевой температуре, а система является полностью поляризованной по (изо)спину. В результате длинноволновая часть кулоновского взаимодействия не экранируется и обменное взаимодействие электрона возбужденного на пустой уровень Ландау (путем переворота его (изо)спина) со всеми остальными электронами дается характерной кулоновской энергией в магнитном поле  $E\kappa = e^2/kl$ . Уже в такой упрощенной модели качественно понятно, что величина (изо)спинового расщепления должна уменьшаться с ростом перекрытия уровней и осциллировать с фактором заполнения, отражая осцилляции степени (изо)спиновой поляризации системы [67]. Величина (изо)спиновой щели при соответствующем целочисленном факторе заполнения с точностью до численного коэффициента порядка единицы равна кулоновской энергии, а функциональная зависимость щели от магнитного поля является коренной:  $\Delta \propto B^{1/2}$ . Этот закон находится в противоречии с экспериментальными наблюдениями пропорциональных магнитному полю многочастичных щелей, не говоря уже о количественном отличии — измеренные щели на порядок меньше предсказанных.

Более приближенный к реальности подход, способный в принципе изменить коренной закон роста щели с полем состоит в самосогласованном учете ширины квантового уровня и расщепления как было сделано в работе [67]. Основная поправка от перекрытия уровней при этом происходит за счет изменения (изо)спиновой поляризации системы в основном состоянии при целом  $\nu$ . Если по причине конечного перекрытия уровней в основном состоянии имеется  $n_{\uparrow}$  и  $n_{\downarrow}$  электронов с магнитными моментами, соответственно, по и против магнитного поля, то переворот спина при возбуждении электрона увеличивает энергию обменного взаимодействия только с частью электронов системы. Действительно,  $n_{\downarrow}$  пар электронов с противоположными спинами занимают квантовые состояния с одинаковыми орбитальными квантовыми числами, а значит не могут минимизировать свою обменную энергию с третьим электроном. В результате получается [67]:  $\Delta \propto n_{\uparrow} - n_{\downarrow}$ , то есть появляется возможность как уменьшить значение щели, так и изменить характер ее функциональной зависимости. Подобный механизм, однако, не реализуется в настоящем эксперименте (так же как и в работе на GaAs [75]), поскольку степень перекрытия уровней, оцененная напрямую по плотности состояний в минимуме оказывается пренебрежимо малой – в минимальном поле  $\approx 5$  Тл при  $\nu = 1$  плотность состояний в минимуме составляет  $D \approx 0.3D_0$ , откуда получается, что перекрытие уровней в этом поле составляет менее 5%.

Дополнительная возможность уменьшить значение щели состоит в учете форм-факторов межэлектронного взаимодействия, обусловленных конечной протяженностью волновой функции электронов в направлении размерного квантования. Степень же функциональной зависимости от магнитного поля может только уменьшиться при учете этого эффекта, как отмечалось в [75]. Впрочем, в кремниевых МДП-структурах толщина волновой функции значительно меньше магнитной длины в достижимых полях, поэтому учет форм-факторов не приводит к значительной модификации теоретических предсказаний.

Учет межчастичных корреляций в двумерной системе, проведенный в работе [103], приводит к значительному ослаблению обменно усиленного спинового расщепления по сравнению с подходами [67, 104], учитывающими только обменные эффекты, по мере уменьшения электронной плотности. Заметное увеличение степени магнитополевой зависимости<sup>4</sup> предсказывается, однако, при значениях параметра взаимодействия Вигнера-Зейтца ~ 10, где упомянутая теория, по-видимому, неприменима.

Перечисленные выше теоретические подходы рассматривают простейшее заряженное возбуждение во взаимодействующей системе — возбуждение типа электрон-дырка образованное переворотом спина электрона и ионизацией получившегося экситона [104]. Совершенно иной вид низколежащего заряженного возбуждения реализуется в двумерной системе при стремлении одночастичной (изо)спиновой щели  $\Delta_0$  к нулю, то есть при  $E_K \gg \Delta_0$ . В этом случае возможно формирование скирмиона, топологически нетривиального коллективного возбуждения с большим (в пределе — бесконечным) значением проекции (изо)спина на ось магнитного поля. При  $\Delta_0 = 0$  энергия такого возбуждения для фактора заполнения  $\nu = 1$  вдвое ниже обменной энергии необходимой для ионизации обычной электрон-дырочной пары [38]. При бо́льших  $\nu$  энергия скирмиона всегда несколько выше энергии однопарного возбуждения [105], поэтому скирмион не является низколежащим возбуждением в системе при этих факторах заполнения [106]. Переход от скирмионного к электрон-дырочному типу возбуждения предсказывается по мере увеличения соотношения  $\Delta_0/E_K$  и наблюдается в эксперименте [106]. Поскольку одночастичное долинное расщепление растет почти пропорционально концентрации, то отношение  $\Delta_0/E_K$  растет с ростом магнитного поля при фиксированном

 $<sup>^{4}</sup>$ для характерных плотностей электронов, использованных при измерениях щели для  $\nu = 3$  теория [103] дает  $\Delta \propto B^{\sim 0.7}$ , хотя предсказанная величина щели по-прежнему на порядок больше наблюдаемой

факторе заполнения и такой переход способен, в принципе, увеличить степень магнитополевой зависимости многочастичной щели  $\nu = 1$ . Основываясь на расчетах [107], мы проверили, что в исследованном интервале полей этот эффект не приводит к существенному отклонению от коренной зависимости скирмионной щели от поля. Важно отметить, что в системе с изоспиновой степенью свободы, какой является двумерная система в (100) кремниевых МДПструктурах, конечное характерное расстояние *d* между слоями приводит к изменению типа топологически нетривиального возбуждения [36] — вместо скирмиона появляется мерон, возбуждение более низкой симметрии, в соответствии с пониженной симметрией двухслойной системы. Однако существенные отличия между двумя возбуждениями возникают при *d* порядка магнитной длины, что не реализуется в инверсионном слое в достижимых магнитных полях, поскольку расстояние *d* меньше толщины двумерного слоя, которая сама по себе, как уже отмечалось, мала.

Недавние исследования [108] в обратном пределе очень сильного взаимодействия дают совершенно другую картину. При  $E_{\rm K} \gg \hbar \omega_{\rm Ll}$  обменное взаимодействие приводит к (изо)спиновой поляризации основного состояния системы при любом целочисленном факторе заполнения, то есть нарушению одночастичной классификации уровней Ландау. Энергетическая щель для создания низколежащего заряженного возбуждения — скирмиона — при факторе заполнения  $\nu$  определяется при этом циклотронной энергией  $\Delta = \hbar \omega_{\rm Ll} \nu$ . Получающиеся линейная зависимость щели от поля и сильно меньшая ее величина значительно отличают результат [108] от общепринятой модели и находятся гораздо ближе к экспериментальным наблюдениям. Отметим, тем не менее, что приложение данного результата к настоящей работе может, повидимому, быть оправдано только для долинной щели при  $\nu = 1$ . Как показано ниже, несмотря на сильное взаимодействие одночастичная систематика уровней Ландау не нарушена в исследованной кремниевой МДП-структуре, то есть полностью поляризованное по изоспину состояние реализуется только при самом низком из исследованных факторов заполнения.

Таким образом, в данной работе обнаружено сильное усиление долинного расщепления в кремниевой МДП-структуре в квантующих магнитных полях, линейно зависящее от магнитного поля и сильно спадающее с увеличением фактора заполнения. Ни функциональная зависимость щели от поля, ни ее величина не могут быть объяснены в рамках существующих теоретических представлений.

71

#### 4.2 Циклотронная и спиновая щели

В настоящем параграфе представлены результаты измерений скачка химического потенциала через спиновые и циклотронные щели в спектре двумерной системы инверсионного слоя электронов (100) кремниевой МДП-структуры, впервые проведенные методом магнитоемкостной спектроскопии. Так же как и при измерении долинных щелей 4.1, метод состоит в интегрировании экспериментальных кривых магнитоемкости, записанных в низкочастотном пределе и при низкой температуре, где минимум в емкости в окрестности целочисленного фактора заполнения насыщается, а влияние паразитного резистивного эффекта отсутствует.

На рисунке 4.4 приведены типичные экспериментальные записи магнитоемкости при разных значениях электронной плотности и угла наклона магнитного поля к нормали 2М плоскости для факторов заполнения  $\nu = 4$ , 6. Рост плотности состояний в максимуме приводит к росту магнитоемкости, которая стремится к уровню геометрической емкости  $C_0$  между двумерным слоем и затвором по мере увеличения нормальной компоненты поля, что приводит к асимметрии провала, наиболее выраженной для  $\nu = 4, 8, 12$ . Интегрируя кривую  $C(B_{\perp})$  по формуле 4.1 можно получить зависимость химического потенциала двумерного газа от магнитного поля, позволяющую определить его скачок  $\Delta \mu$  между соседними квантовыми уровнями.

Полученная таким образом зависимость  $\mu(B)$  для окрестности фактора заполнения  $\nu = 2$ в магнитном поле, составляющем 60° с нормалью, при  $n_S = 1.42 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup> (минимум в емкости при  $B_{\perp} \approx 3$  Тл, рис. 4.5а) представлена на рис. 4.56. В узкой области вблизи целочисленного заполнения химический потенциал испытывает резкий скачок, преодолевая энергетическую щель с малой плотностью состояний. Слева и справа от щели  $\mu(B)$  меняется более плавно<sup>5</sup>, в соответствии с достаточно большой, хотя и конечной, плотностью состояний, обусловленной уширением уровней. Экстраполяция плавных зависимостей к центру щели при

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Внимательный читатель заметит, что при вычислении приращения химического потенциала по формуле 4.1 не учитывается изменение энергии самих уровней Ландау с магнитным полем. Действительно, например, это приращение равнялось бы нулю при  $C = C_0$ , хотя уровень Ландау нулевой ширины, очевидно, меняет свое положение с изменением поля. Это обстоятельство не влияет на величину скачка химического потенциала, однако искажает вид кривой  $\mu(B)$  — именно поэтому на вычисленных плавных зависимостях рисунка 4.56 видно падение, а не рост химического потенциала, который имеет место на самом деле


Рис. 4.4: Кривые магнитоемкости для  $n_S = 3.65 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  (левая панель) и  $n_S = 3.65 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  (правая панель). Показаны также уровень геометрической емкости  $C_0$  (пунктир) и опорный уровень  $C_{\text{OII}}$  емкости (точечная линия), использовавшийся для нахождения скачка химического потенциала.

 $\nu$  = дает значение скачка химического потенциала, определяемое, очевидно, по формуле:

$$\Delta = \frac{Ae^3\nu_0}{hcC_0} \int_{\text{MVH.}} \frac{C_{\text{OII.}} - C}{C} dB_\perp, \qquad (4.2)$$

где опорный уровень емкости  $C_{\text{OII.}}$  есть ступенчатая функция, соединяющая, уровни магнитоемкости в максимумах справа и слева от минимума, как показано точечной линией на рис. 4.5, а интеграл берется по узкой окрестности минимума в емкости при данном целочисленном факторе заполнения  $\nu_0$ . Определенный таким образом скачок меньше соответствующего расщепления на величину уширения уровня. В случае хорошо расщепленных уровней Ландау последнюю можно найти аналогично тому как это делалось при измерениях долинного расщепления — заменив подынтегральное выражение формулы 4.2 на величину ( $C_0 - C_{\text{OII.}}$ )/C и взяв интеграл в интервале полей, соответствующих полуцелым  $\nu = \nu_0 \pm 1/2$ . Мы уже говорили, что в настоящем эксперименте долинное расщепление в спектре системы в исследованном интервале полей было хорошо разрешено только для низшего уровня Ландау при  $\nu = 1, 3$ . Поэтому при нахождении вклада от ширины уровня для факторов заполнения  $\nu = 4, 6, 8, 10, 12$  следует увеличить интервал интегрирования до  $\nu_0 + 1 > \nu > \nu_0 - 1$ , что дает удвоенное значение  $\Gamma$  по сравнению со случаем хорошо расщепленных уровней.



Рис. 4.5: (а) Минимум в емкости на факторе заполнения  $\nu = 2$  при плотности электронов  $1.42 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup> и угле наклона поля 60°. Показаны уровень геометрической емкости (пунктирная линия) и опорный уровень емкости (точки) используемый при вычислении скачка химического потенциала. (б) Зависимость химического потенциала двумерной системы от нормальной компоненты поля, вычисленная по формуле 4.1 (за точку отсчета взят уровень  $\mu$  при целочисленном заполнении). Экстраполяции плавных зависимостей слева и справа от центра щели при  $\nu = 2$  (точечная линия) показаны пунктирными линиями. Показана величина скачка  $\Delta \mu$  химического потенциала, вычисляемого по формуле 4.2.

Введение дополнительной компоненты магнитного поля, параллельной двумерной плоскости, позволяет изучить систематику энергетических расщеплений и проверить тип низколежащих заряженных возбуждений в системе. Поскольку толщина двумерной электронной системы в кремниевых МДП-структурах мала по сравнению с магнитной длиной в достижимых полях, параллельное поле затрагивает только магнитные моменты электронов, а орбитальные эффекты оказываются подавленными [10]. Таким образом, изменение величины щели с введением параллельной компоненты поля отражает изменение энергии возбуждения, связанное с увеличением одночастичной энергии Зеемана,  $g\mu_BB$ : вариация энергии возбуждения определяется разницей проекций магнитного момента основного и возбужденного состояний на ось поля. В рамках одночастичного представления, например, ожидается, что долинная щель не изменится, спиновая щель увеличится так же как энергия Зеемана, а циклотронная щель, равная разнице циклотронной энергии и суммы долинной и спиновой щелей, уменьшится с введением *B*<sub>||</sub>. Иной сценарий ожидается для коллективного спинового возбуждения — скирмиона, энергия которого растет с параллельным полем гораздо быстрее Зеемановской, в силу большого значения проекции магнитного момента [106].

На рисунке 4.6а мы приводим значения скачков химического потенциала,  $\Delta_{\rm C}$ , через щели при  $\nu = 2$  и  $\nu = 6$  в зависимости от магнитного поля, составляющего различные углы с нормалью к плоскости двумерного газа. Нечувствительность к углу наклона магнитного поля говорит, очевидно, о спиновой природе щелей. Наилучшим образом данные описывает пропорциональный полю рост спиновой щели с наклоном, соответствующим эффективному фактору Ланде  $g \approx 1.75$ . Очевидно, определенное таким образом значение дает нижнюю границу для g-фактора, поскольку остались неучтенными долинное расщепление и конечная ширина уровня.

Изменение спиновой щели с введением параллельного поля при факторе заполнения  $\nu = 6$  для различных значений нормальной компоненты поля показано на рис. 4.6б. Эти данные позволяют более точно определить фактор Ланде, поскольку ширина уровня испытывает лишь слабое увеличение с наклоном поля (чему соответствуют усы систематической ошибки на рисунке), а долинное расщепление не зависит от параллельной компоненты поля (что было проверено нами экспериментально). Рост щели при  $\nu = 6$  с увеличением магнитного поля соответствует слегка усиленному по сравнению с объемным *g*-фактору *g*  $\approx$  2.6, и согласуется с данными для щелей при факторах заполнения  $\nu = 2$ , 10. Близость объемного и измеренного значений фактора Ланде указывает на одночастичную природу заряженного возбуждения, связанного с переворотом спина единственного электрона.

В отличие от спиновых щелей скачок химического потенциала,  $\Delta_{II}$ , через щель при факторах заполнения  $\nu = 4, 8$  и  $\nu = 12$  уменьшается с параллельным магнитным полем, что можно видеть уже из рисунка 4.4. На рис. 4.7а сравнивается поведение щелей  $\nu = 4$  и  $\nu = 6$  при фиксированном значении  $B_{\perp}$  в зависимости от параллельной компоненты магнитного поля. В интервале 6.6 Тл >  $B_{\perp}$  > 2.7 Тл абсолютные значения наклонов этих зависимостей одинаковы в пределах экспериментальной ошибки, как с учетом, так и без учета поправки на конечную ширину уровня. Результаты исследований щелей в наклонных магнитных полях приводят к двум важным заключениям: (i) щели при факторах заполнения  $\nu = 4, 8$  и  $\nu = 12$  соответствуют циклотронным, так что одночастичная систематика квантовых уровней не нарушается в исследованной системе вплоть до самых низких исследованных значений электронной плотности 1.5 ×  $10^{11} cm^{-2}$ ; (ii) значение фактора Ланде электронов не зависит от фактора за-



Рис. 4.6: (а) Скачок химического потенциала через спиновую щель в зависимости от магнитного поля. Наклон сплошной линии соответствует фактору Ланде  $g \approx 1.75$ . (б) Изменение величины спиновой щели с введением параллельной 2М слою компоненты поля. Усы систематической ошибки отражают изменение ширины уровня. Прямая линия соответствует значению эффективного g-фактора  $g \approx 2.6$ .

полнения  $\nu$ . Хотя значение  $g \approx 2.6$  находится в согласии с более ранними исследованиями настоящий эксперимент не подтверждает вывод об осцилляциях g-фактора в зависимости от  $\nu$ , сделанный ранее на основе активационных измерений в наклонных полях в предположении независящей от параллельного поля ширины уровня [59].

На рисунке 4.76 приведены экспериментальные значения скачков химического потенциала через циклотронные щели  $\nu = 4, 8, 12$  в нормальном магнитном поле, а также данные в наклонных магнитных полях. К последним прибавлен член  $1.75\mu_{\rm b}(B - B_{\perp})$ , учитывающий рост с параллельной компонентой поля скачка хим.потенциала через спиновую щель. Совпадение результатов в наклонных и нормальном полях подтверждает, что единственной причиной изменения циклотронной щели с ростом параллельного поля является увеличение спинового расщепления. Из рисунка также видно, что абсолютное значение скачка  $\Delta_{\rm L}$  через циклотронную щель значительно меньше значения ( $\hbar\omega_{\rm L} - 2\mu_{\rm b}B_{\perp}$ ), ожидаемого в рамках одночастичного представления без учета ширины уровня и долинного расщепления.

С целью уменьшить экспериментальную ошибку, связанную с неточным определением уровня геометрической емкости, мы показываем на рисунке 4.8 разницу нормированных значений циклотронной и спиновой щелей  $\Delta_{\rm LI}/2\mu_{\rm B}B_{\rm LI} - \Delta_{\rm C}/2\mu_{\rm B}B_{\rm C}$  в нормальном магнитном поле в зависимости от концентрации<sup>6</sup>. Как нетрудно понять, при таком способе вовсе необязательно знать уровень геометрической емкости, поскольку соответствующие вклады сокращаются при вычислении разницы нормированных щелей. Вклад одночастичного<sup>7</sup> долинного расщепления в разницу нормированных циклотронной и спиновой щелей мал, что можно видеть из рисунка: поскольку одночастичное расщепление не зависит от фактора заполнения этот вклад должен положителен для пары факторов заполнения  $\nu = 4,6$  и отрицателен для  $\nu = 8,6$ , а разброс этих данных находится в пределах экспериментальной погрешности<sup>8</sup>. Считая, что циклотронная энергия в магнитном поле определяется эффективной массой *m*, можно показать, что упомянутая разница соответствует  $m_{\mathfrak{P}}/m-q$ , где  $m_{\mathfrak{P}}$  — масса свободного электрона. Поскольку значение фактора Ланде q = 2.6 нам уже известно, то по данным рис. 4.8 в области больших  $n_S$  получается значение эффективной массы  $m \approx 0.23 m_{\odot}$ , близкое к объемному  $m \approx 0.19 m_{\Im}$ . Постоянство значения экспериментально найденного *g*-фактора говорит о том, что уменьшение разницы нормированных щелей с уменьшением электронной плотности

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>измеренные при одной концентрации щели при разных факторах заполнения соответствуют разным значениям магнитного поля, что отражается индексами у соответствующих знаков *В* 

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>см. ниже об осцилляции долинного расщепления

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>теория Окавы-Уемуры дает абсолютное значение этого вклада < 0.1 в единицах рисунка 4.8



Рис. 4.7: (а) Изменение спиновой щели ( $\nu = 6$ ) и циклотронной щели ( $\nu = 4$ ) с параллельной компонентой поля при фиксированном значении  $B_{\perp} = 5.5$  Тл. Пунктирные линии проведены для удобства. (б) Скачок химического потенциала через циклотронную щель в зависимости от нормальной слою компоненты поля. Данные в наклонных полях включают член ответственный за изменение спиновой щели с параллельным полем, как описано в тексте. Сплошная линия отвечает разнице одночастичных циклотронной и зеемановской энергий.



Рис. 4.8: Разница нормированных значений циклотронной и спиновой щелей в нормальном магнитном поле в зависимости от электронной плотности. Вклад от конечной ширины уровней обозначен усами систематической ошибки. Показаны также значения ( $m_{
m 9}/m - g$ ) определенные по данным работ [72] (пунктир), [109] (точки), [55, 69] (штрих-пунктир). Сплошная линия соответствует объемным массе и фактору Ланде.

отражает поведение циклотронной щели, то есть находится в согласии с выводами о сильно увеличенной эффективной массе при низких электронных плотностях [72, 109].

Обсуждение полученных результатов мы начнем со сравнения результатов измерения спиновых и долинных щелей. Как следует из рисунков 4.3а и 4.6а величины усиленного долинного расщепления при  $\nu = 1, 3$  и спиновой щели при  $\nu = 2$  приблизительно одинаковы, что, вообще говоря, могло бы привести к систематике уровней Ландау отличной от одночастичной. Подобная возможность была недавно рассмотрена в работе [110], где изучалось влияние эффекта Яна-Тэллера на спектр двумерной системы (100) кремниевой МДП-структуры. При факторе заполнения  $\nu = 2$  статическая и динамическая деформации решетки приводят к снятию долинного вырождения и формированию фазовой диаграммы, подобной случаю обычной двухслойной системы (см. параграф 1.2) и включающей три фазы: спин-неполяризованную, наклонную антиферромагнитную и ферромагнитную. В настоящем эксперименте (см. рис. 4.6а) вплоть до самых низких исследованных магнитных полей ~3 Тл при  $\nu = 2$  наблюдается только ферромагнитное основное состояние, что, в принципе<sup>9</sup>, дает оценку силы предложенного

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>вопрос о справедливости упомянутой теории остается, конечно, открытым

авторами [110] механизма усиления долинного расщепления.

Тот факт, что в эксперименте не наблюдается предсказываемых теорией [67] осцилляций фактора Ланде в зависимости от фактора заполнения не столь удивителен, поскольку усиление g-фактора мало и такие осцилляции не должны быть сильными. В то же время, совпадение результатов для разных спиновых щелей при  $\nu = 2, 6$ , свидетельствует об осцилляциях долинного расщепления, усиленного при малых нечетных факторах заполнения  $\nu = 1, 3$  и малого при  $\nu = 2$ . Принципиальное отличие в поведении спиновой и долинной щелей совершенно не укладывается в рамки стандартной теории обменно увеличенных щелей [67, 104] и вопрос о природе усиления долинной щели, таким образом, остается открытым.

Наконец, перейдем к обсуждению результатов для циклотронного расщепления. Очевидно, близость результатов для различных факторов заполнения  $\nu = 4, 8, 12$  (рис. 4.76) также свидетельствует об осцилляциях долинного расщепления. Заниженные значения циклотронных щелей на рисунке 4.76 не могут быть полностью приписаны влиянию конечной ширины уровня и одночастичного долинного расщепления, а обусловлены усиленными значениями фактора Ланде и эффективной массы, как следует из рисунка 4.8. Значения массы измеренные нами в сильных квантующих полях весьма близки к найденным ранее в нулевом и слабых магнитных полях. Тот факт что перенормировка m за счет межчастичного взаимодействия нечувствительна к значительной модификации спектра двумерной системы в квантующем поле, сам по себе является очень интересным и непонятным. В рамках стандартной теории обменных щелей ожидается противоположный эффект — увеличение циклотронной щели, т.е. уменьшение измеряемой массы [104] — что говорит о провале общепринятой теории [104, 103] также и в понимании влияния межчастичного взаимодействия на величину циклотронного расщепления.

Отметим, в заключение, одну интересную деталь: как следует из обзора более ранних исследований 1.3 наблюдаемые в настоящем эксперименте значения циклотронного и спинового расщеплений значительно меньше щелей полученных по активационным измерениям на образцах такого же качества (работа [64] была, например, сделана на образцах из той же шайбы). Тот факт, что щель подвижности превышает энергетическое расщепление на данный момент не понятен и возможно связан с сильным взаимодействием между электронами в двумерной системе МДП-структур.

Таким образом, нами измерены спиновое и циклотронное расщепления в спектре двумерной системы инверсионного слоя на поверхности (100) кремниевой МДП структуры в квантующих магнитных полях. Величины щелей соответствуют усиленным за счет взаимодействий значениям фактора Ланде и эффективной массы *g*, *m*. Как *g*-фактор, так и масса не зависят от фактора заполнения и с понижением электронной плотности ведут себя подобно случаю нулевого и слабого магнитных полей.

# Глава 5

### Модельные расчеты

# 5.1 Спиновый эффект в 2М газе с анизотропной эффективной массой

Проблема описания экранирующих свойств анизотропного Ферми газа до сих пор, по-видимому, не привлекала к себе заслуженного внимания теоретиков. Действительно, в присутствии параллельного магнитного поля конечная толщина двумерного слоя неминуемо приводит к анизотропии Ферми поверхности, а значит и к изменениям в экранировке. Развитый в настоящем приложении подход позволяет одновременно учесть влияние спинового [3] и орбитального [7] эффектов на магнитосопротивление разряженного 2M газа заряженных частиц в параллельном магнитном поле.

Исследование экранировки анизотропного Ферми газа мы начнем с вывода функции экранированной реакции плотность-плотность для невзаимодействующих частиц<sup>1</sup>. Также как и для сферически симметричного случая, функция линейной реакции анизотропного газа дается интегралом по **k**-пространству<sup>2</sup>:

$$\chi^{\text{экр.}}(q,0) = \lim_{\alpha \to 0} \sum_{k} |\langle n | \rho_q^+ | 0 \rangle|^2 \frac{f_0(E_{\vec{k}}) - f_0(E_{\vec{k}+\vec{q}})}{E_{\vec{k}} - E_{\vec{k}+\vec{q}} - i\hbar\alpha}$$

Здесь  $f_0(E_{\vec{k}})$  — функция распределения Ферми-Дирака при нулевой температуре,  $E_{\vec{k}} = E_{\Phi}((k_x/k_x^{\Phi})^2 + (k_y/k_y^{\Phi})^2)$  — кинетическая энергия электрона с импульсом  $\vec{k} = (k_x, k_y)$ ,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>часть нижеследующих выкладок была представлена ранее в работе [111]

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>в случае анизотропной массы волновые функции электронов по-прежнему будут плоскими волнами. Следовательно, вид матричного элемента оператора флуктуации плотности в системе не изменится, а это все что нужно для представления функции реакции в таком виде [4]

а  $E_{\Phi}, k_{x(y)}^{\Phi}$  — энергия и импульсы Ферми анизотропного 2М газа. Сделав замену переменных, упростим это выражение, сведя его к интегралу по в сферически симметричных координатах:

$$\vec{k} \to \vec{\vartheta} : \begin{cases} k_x = k_x^{\Phi} \vartheta_x \\ k_y = k_y^{\Phi} \vartheta_y \end{cases} \quad \vec{q} \to \vec{\xi} : \begin{cases} q_x = k_x^{\Phi} \xi_x \\ q_y = k_y^{\Phi} \xi_y \end{cases} \tag{1}$$
$$\sum_k \dots = \frac{1}{4\pi^2} \int \frac{f_0(E_{\vec{\vartheta}}) - f_0(E_{\vec{\vartheta} + \vec{\xi}})}{-E_{\Phi}(2\vec{\vartheta}\vec{\xi} + \xi^2) - i\hbar\alpha} (k_x^{\Phi} k_y^{\Phi}) d^2 \vec{\vartheta} = \frac{k_x^{\Phi} k_y^{\Phi}}{4\pi^2 E_{\Phi}} \int \frac{f_0(E_{\vec{\vartheta}}) - f_0(E_{\vec{\vartheta} + \vec{\xi}})}{-2\vec{\vartheta}\vec{\xi} - \xi^2 - i\hbar\beta} d^2 \vec{\vartheta}$$

Замена  $\alpha/E_{\Phi} \rightarrow \beta$  несущественна, поскольку при вычислении функции реакции следует взять предел при  $\alpha \rightarrow 0$ . Легко понять, что  $f_0(E_{\vec{\vartheta}}) \equiv \Theta(|\vec{\vartheta}| - 1)$ , где  $\Theta(x)$  — ступенчатая функция равная единице при x < 0 и нулю при x > 0. Таким образом, полученный интеграл, очевидно, совершенно не зависит от направления вектора  $\vec{\xi}$  и определяется только его длиной. Более того, ясно, что с точностью до множителя ответ должен совпадать с уже известным результатом для сферической поверхности Ферми [112].

$$\chi^{\text{skp.}}(\xi) = \begin{cases} const, & |\vec{\xi}| < 2\\ const \cdot (1 - (1 - 4/\xi^2)^{1/2}), & |\vec{\xi}| \ge 2 \end{cases}$$

$$\varepsilon(\vec{q}, 0) = \begin{cases} 1 + q_{\mathrm{T}\Phi}^{\text{s.n.}}/q, & |\vec{\xi}| < 2\\ 1 + q_{\mathrm{T}\Phi}^{\text{s.n.}}/q \cdot (1 - (1 - 4/\xi^2)^{1/2}), & |\vec{\xi}| \ge 2 \end{cases}$$

Поскольку длина  $|\vec{\xi}| = \sqrt{(q_x/k_x^{\Phi})^2 + (q_y/k_y^{\Phi})^2}$  зависит от направления вектора  $\vec{q}$ , диэлектрическая проницаемость анизотропного 2M газа становится также анизотропной.

Зная вид диэлектрической проницаемости двумерного газа с анизотропной эффективной массы, можно приступить к вычислению транспортного времени релаксации и тензора сопротивления. Мы будем рассматривать ниже упругое рассеяние на заряженной примеси, расположенной в плоскости идеально двумерного газа, в борновском приближении. Транспортное

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>мы положили диэлектрическую проницаемость пространства, окружающего 2М слой, равной единице

время релаксации для электрона с импульсом  $\vec{k}$  определяется тогда интегралом<sup>4</sup>:

$$\frac{1}{\tau(\vec{k})} \propto \int \left(\frac{V(q)}{\varepsilon(\vec{q},0)}\right)^2 \left(1 - \frac{\vec{V}_{\vec{k}} \cdot \vec{V}_{\vec{k}'}}{V_{\vec{k}}^2}\right) \delta(E_{\vec{k}'} - E_{\Phi}) d^2 \vec{k}' \qquad (2)$$

где  $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k'}$  передача импульса при рассеянии,  $V(q) = 2\pi e^2/q$  — фурье компонента кулоновского потенциала примеси, а  $\vec{V_k} = \hbar^{-1} \partial E_{\vec{k}} / \partial \vec{k}$  — групповая скорость электрона с импульсом  $\vec{k}$ . Произведем в этом интеграле замену координат (1), и, получим для последнего множителя в подынтегральном выражении:

$$\delta(E_{\vec{k}'} - E_{\Phi}) \, d^2 \vec{k}' \to \left(k_x^{\Phi} k_y^{\Phi} / E_{\Phi}\right) \delta(|\vec{\vartheta}'|^2 - 1) \, \vartheta' d\vartheta' d\theta'$$

где  $\theta$  — угол в полярной системе координат ( $\vartheta', \theta$ ).

Легко показать, что первый множитель в (2) — квадрат матричного элемента рассеяния  $\vec{k} \to \vec{k}'$  — при малых концентрациях зависит только от модуля вектора  $\vec{\xi}$ .

$$\frac{V(q)}{\varepsilon(\vec{q},0)} = \frac{2\pi e^2}{q + q_{\mathrm{T}\Phi}^{\mathrm{sum}}\phi(|\vec{\xi}|)}$$

где  $\phi(|\vec{\xi}|) = 1$  при рассеянии на поверхности Ферми <sup>5</sup>. Если плотность электронов настолько мала, что выполнено условие  $k_x^{\Phi}, k_y^{\Phi} \ll q_{T\Phi}^{\text{элл.}}/2$ , то в этом выражении заведомо можно пренебречь величиной q по сравнению с вектором Томаса-Ферми, и матричный элемент тогда перестает зависеть от направления вектора  $\vec{\xi}$ .

Перейдем теперь ко второму множителю подынтегрального выражения в (2), который определяет долю потери начальной скорости при рассеянии. Групповая скорость электрона с импульсом  $\vec{k}$  просто выражается через соответствующие фермиевские скорости:  $\vec{V}_{\vec{k}} = (V_x, V_y) = \hbar(k_x/m_x, k_y/m_y) = (V_x^{\Phi}\vartheta_x, V_y^{\Phi}\vartheta_y)$ , следовательно для скалярного произведения получаем:

$$\vec{V}_{\vec{k}} \cdot \vec{V}_{\vec{k}'} = (V_x^{\Phi})^2 \vartheta_x \vartheta_x' + (V_y^{\Phi})^2 \vartheta_y \vartheta_y'$$

Поскольку оба вектора  $\vec{\vartheta}, \vec{\vartheta'}$  лежат на единичной окружности, преобразуем это выражение через соответствующие полярные углы:

$$\vartheta'_x = \cos(\theta + \varphi_0) = \vartheta_x \cos(\theta) + \vartheta_y \sin(\theta) \\ \vartheta'_y = \sin(\theta + \varphi_0) = \vartheta_x \sin(\theta) + \vartheta_y \cos(\theta)$$

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>можно показать, что такая запись подразумевает изотропию упругого времени релаксации, то есть мы с самого начала неявно предполагаем, что  $\tau$  не зависит от вектора  $\vec{k}$ . Как мы увидим ниже, это неявное допущение действительно оправдывается в пределе малых электронных плотностей.

 $<sup>^5</sup>$ в случае конечной спиновой поляризации это число всегда лежит в интервале  $1 \geq \phi(|ec{\xi}|) > 1/2$ 

$$\vec{V}_{\vec{k}} \cdot \vec{V}_{\vec{k}'} = [(V_x^{\Phi} \vartheta_x)^2 + (V_y^{\Phi} \vartheta_y)^2] \cos(\theta) + [(V_x^{\Phi})^2 + (V_y^{\Phi})^2] \sin(\theta)$$

Поскольку  $V_{\vec{k}}^2 = (V_x^{\Phi} \vartheta_x)^2 + (V_y^{\Phi} \vartheta_y)^2$ , окончательно получаем:

$$1 - \frac{\vec{V}_{\vec{k}} \cdot \vec{V}_{\vec{k}'}}{V_{\vec{k}}^2} = 1 - \cos(\theta) + N_{\vec{k}}\sin(\theta)$$

где  $N_{\vec{k}}$  — число, зависящее только от направления вектора  $\vec{k}$ . Запишем теперь как выглядит интеграл, определяющий транспортное время релаксации, после замены координат, при малых электронных плотностях<sup>6</sup>:

$$\frac{1}{\tau(\vec{k})} \propto \frac{1}{\sqrt{m_x m_y}} \int_{-\pi}^{\pi} \phi(|\vec{\xi}|)^{-2} (1 - \cos(\theta) + N_{\vec{k}} \sin(\theta)) \, d\theta \qquad (3),$$

где мы уже проинтегрировали дельта-функцию  $\delta(|\vec{\vartheta'}|^2 - 1)$  по модулю вектора  $\vartheta'$ , и учли, что  $k_x^{\Phi}k_y^{\Phi}/E_{\Phi} \propto \sqrt{m_x m_y}$ . Заметим, что  $|\vec{\xi}| = |\vec{\vartheta} - \vec{\vartheta'}| = (2 - 2\cos(\theta))^{1/2}$ , следовательно,  $\phi(|\vec{\xi}|) = \phi(\cos(\theta))$  — четная по  $\theta$  функция, что позволяет дополнительно упростить интеграл (3). Действительно, часть подынтегрального выражения, содержащая  $\sin(\theta)$ , очевидно является нечетной функцией на отрезке  $(-\pi, \pi)$ , и интеграл от нее тождественно равен нулю. Тогда, окончательно:

$$\frac{1}{\tau^{\pm}(\vec{k})} \propto \frac{1}{\sqrt{m_x m_y}} \int_{-\pi}^{\pi} \phi^{\pm}(\cos(\theta))^{-2} (1 - \cos(\theta)) \, d\theta \qquad (4)$$

Полученное выражение для времени релаксации является основным результатом данного параграфа, и позволяет сделать два важных заключения: деформация поверхности Ферми, приводящая к анизотропии массы (i) оставляет транспортное время релаксации изотропным при малых электронных плотностях и (ii) увеличивает его как  $(m_x m_y)^{1/2}$ . Не представляет труда обобщить этот результат на случай конечной спиновой поляризации системы 2M электронов.

Рассмотрим 2М электронный газ с анизотропной эффективной массой в ненулевом параллельном поле  $B_{\parallel}$ . Фермиевские энергии для электронов с разной проекцией спина будут отличаться:  $E_{\Phi}^{\pm} = (\hbar k_x^{\Phi\pm})^2 / 2m_x = (\hbar k_y^{\Phi\pm})^2 / 2m_y = E_{\Phi}^0 \pm 1/2g\mu_B B_{\parallel}$ , где  $E_{\Phi}^0 = \pi n_S / (m_x m_y)^{1/2}$ — энергия Ферми в отсутствие магнитного поля. Если пренебречь процессами переворота спина, то две спиновые подсистемы будут экранировать независимо, и поэтому функция линейной реакции такой сложной системы будет просто суммой реакций подсистем:

$$\chi^{\rm skp.}(q,0) = \chi^{\rm skp.}_+(q,0) + \chi^{\rm skp.}_-(q,0)$$

 $<sup>^6</sup>$ при интегрировании по полярному углу, очевидно,  $darphi \equiv d heta$ 

В соответствии с вычисленной выше  $\chi^{_{
m экр.}}$  для анизотропной системы, получим диэлектрическую функцию в случае частичной спиновой поляризации:

$$\varepsilon(\vec{q},0) = \begin{cases} 1 + q_{\mathrm{T}\Phi}^{\mathfrak{snn.}}/q, & |\vec{\xi}^{-}| < 2\\ 1 + q_{\mathrm{T}\Phi}^{\mathfrak{snn.}}/(2q) \cdot (2 - (1 - 4/(\xi^{-})^{2})^{1/2}), & |\vec{\xi}^{-}| \ge 2 > |\vec{\xi}^{+}|\\ 1 + q_{\mathrm{T}\Phi}^{\mathfrak{snn.}}/(2q) \cdot (2 - (1 - 4/(\xi^{-})^{2})^{1/2} - (1 - 4/(\xi^{+})^{2})^{1/2}), & |\vec{\xi}^{+}| \ge 2 \end{cases}$$
(5)

где, как и прежде,  $|\vec{\xi^{\pm}}| = \sqrt{(q_x/k_x^{\Phi\pm})^2 + (q_y/k_y^{\Phi\pm})^2}$ . Для вычисления транспортных времен релаксации теперь необходимо вычислить два интеграла вида (4) для каждой спиновой подсистемы. В соответствии с формулами (5), для подынтегральных функций  $\phi^{\pm}(\cos(\theta))$  имеем:

$$\phi^{-}(\cos(\theta)) \equiv 1$$

$$\phi^{+}(\cos(\theta)) = \begin{cases} 1, & \cos(\theta) > 1 - 2n_{-}/n_{+} \\ 1 - \frac{1}{2}[1 - 2/(1 - \cos(\theta)) \cdot n_{-}/n_{+}]^{1/2}, & \cos(\theta) \le 1 - 2n_{-}/n_{+} \end{cases}$$

мы учли, что  $(\xi^{-})^{2} = (\xi^{+})^{2}n_{+}/n_{-}$ , где  $n_{-}, n_{+}$  — плотности электронов двух спиновых подсистем. Как и в отсутствие частичной спиновой поляризации, интегралы (4) имеют точно такой же вид, что и для системы с изотропной массой и заселенностями  $n_{-}, n_{+}$  спиновых подсистем. Для транспортных времен, следовательно, получаем:

$$\tau^{\pm}(\gamma) \propto \sqrt{m_x m_y} f_{\rm A\Gamma}^{\pm}(\gamma)$$

где  $f_{\rm Д\Gamma}^{\pm}(\gamma)$  — изменения времен релаксации двух подсистем, вычисленные в модели спинового эффекта Долгополова-Гольда в изотропной 2М системе и определяемые степенью спиновой поляризации  $\gamma = (n_+ - n_-)/(n_+ + n_-)$  [3]. Легко понять, что и изменение компонент тензора сопротивления частично поляризованной системы электронов с анизотропной массой также может быть найдено из результата [3] для изотропной системы:

$$\rho_{xx}(\gamma) = (\sigma_{xx}^- + \sigma_{xx}^+)^{-1} \propto m_x / \sqrt{m_x m_y} F_{\mathrm{d}\Gamma}(\gamma)$$
  

$$\rho_{yy}(\gamma) = (\sigma_{yy}^- + \sigma_{yy}^+)^{-1} \propto m_y / \sqrt{m_x m_y} F_{\mathrm{d}\Gamma}(\gamma)$$
(6)

где  $F_{\rm d\Gamma}(\gamma)$  — функция, вычисленная в работе [3], которая описывает четырехкратный рост сопротивления по мере увеличения спиновой поляризации системы при малых концентрациях:  $F_{\rm d\Gamma}(1) = 4$ . Магнитополевая зависимость сопротивления дается соотношением между степенью спиновой поляризации и величиной поля:  $\gamma = B_{\parallel}/B_c^{{}_{\rm SLAL}}$ , где поле поляризации равно  $B_c^{{}_{\rm SLAL}} = 2\pi n_S (m_x m_y)^{-1/2}/g\mu_{\rm b}.$  Формулы (6) позволяют, при низких плотностях, описать магнитосопротивление 2М системы конечной толщины, обусловленное сочетанием орбитального [7] и спинового [3] эффектов. Пусть в параллельном магнитном поле эффективная масса растет в направлении x, оставаясь неизменной вдоль оси  $y: m_x = m^*(B_{\parallel}), m_y = m^0$ . Тогда компоненты тензора сопротивления при любом значении поля определяются формулами (6), со степенью спиновой поляризации  $\gamma = B_{\parallel}/B_c^{_{9лл.}} = B/B_c^0 * (m^*/m^0)^{1/2}$ , где  $B_c^0$  — поле поляризации, соответствующее изотропной эффективной массе  $m^0$ , то есть случаю идеально тонкого 2М слоя. В силу изотропии транспортного времени релаксации, зависимость эффективной массы в направлении x от поля можно определить по анизотропии магнитосопротивления:  $m^*(B_{\parallel})/m^0 = \rho_{xx}(B_{\parallel})/\rho_{yy}(B_{\parallel})$ . Получаем далее по формулам (6):

$$\sqrt{\rho_{xx}\rho_{yy}} = F_{\mathrm{dr}}(\gamma) = F_{\mathrm{dr}}(B_{\parallel}/B_c^0 * (m^*/m^0)^{1/2})$$

Таким образом, среднее геометрическое сопротивлений в направлениях x, y универсальным образом зависит от эффективного магнитного поля  $B'_{\parallel} = B_{\parallel} * (m^*(B_{\parallel})/m^0)^{1/2}$ , что позволяет определить поле поляризации идеально тонкой двумерной системы.

На рисунке 5.1 мы приводим результаты обработки экспериментальных кривых магнитосопротивления при концентрации электронов  $n_S = 3 \times 10^{10} {}_{\rm CM}^{-2}$ . Эффективная масса в направлении перпендикулярном магнитному полю растет на 30% в достижимых полях, увеличиваясь примерно по линейному закону (панель а). Поведение среднего геометрического компонент тензора сопротивления  $\sqrt{\rho_{xx}\rho_{yy}}$  в зависимости от перенормированного поля  $B'_{\parallel}$  прекрасно согласуется с моделью Долгополова-Гольда (пунктирная линия на рис. 5.16), что позволяет с хорошей точностью получить значение усиленного фактора Ланде  $g^* \approx 2.1$ .

Следует сделать два важных замечания, касающиеся результатов обработки. Во-первых, близкий к линейному рост эффективной массы в параллельном магнитном поле не объясняется в рамках модели [9] или численного расчета, предсказывающих квадратичный по полю рост массы (параграфы 1.1, 3.1), что, вероятно, связано с неприменимостью одночастичного приближения к реальной системе со взаимодействием. Тем не менее, небольшая величина изменения массы позволяет полагать, что форма Ферми поверхности близка к эллиптической и разработанный выше подход может быть применен.

Во-вторых, ожидаемый при такой плотности электронов рост магнитосопротивления за счет спинового эффекта гораздо слабее наблюдаемого. Действительно, в невзаимодействующей системе при  $n_S = 3 \times 10^{10}$  см<sup>-2</sup> отношение  $q_{T\Phi}/2k_{\Phi} = 2.3$  еще порядка единицы, и спино-



Рис. 5.1: Панель (а): зависимость эффективной массы в направлении перпендикулярном магнитному полю, определенная по анизотропии экспериментального магнитосопротивления. Панель (б): среднее геометрическое компонент тензора сопротивления как функция перенормированного магнитного поля  $B'_{\parallel}$  (см. текст) и подгонка в соответствии с моделью Долгополова-Гольда. Пунктир и точечная линия проведены для  $q_{T\Phi}/2k_{\Phi} \rightarrow \infty$  и  $q_{T\Phi}/2k_{\Phi} = 2.3$ , соответственно, и поля спиновой поляризации  $B^{\text{пол.}} \approx 17.3T$ .

вый эффект [3] должен приводить к росту сопротивления не в четыре, как при  $q_{T\Phi}/2k_{\Phi} \rightarrow \infty$ (пунктир на рисунке б), а менее чем в два раза (точечная линия на рисунке, проведенная для того же значения поля поляризации  $B_{\text{пол.}} = 17.3T$ ). Учет форм-факторов кулоновского потенциала, обусловленных конечной толщиной 2M слоя [1], только дополнительно ослабляет величину эффекта и не способен объяснить наблюдаемого отличия. Известно, что наличие взаимодействия в системе приводит к корреляциям в движении частиц на малых расстояниях и обрезке кулоновского взаимодействия при  $q \rightarrow \infty$ . В результате выражение для диэлектрической проницаемости получает вид [5]:

$$\varepsilon(q,0) = 1 - V(q)\chi^{\text{экр.}}(q,0)[1 - G(q)]$$

где G(q) — так называемая поправка Хаббарда на локальное поле. Вычислить хаббардовскую поправку, а значит найти обменно-корреляционную "дырку", окружающую каждый электрон, оказывается непросто и для этого существуют различные приближенные методы [4, 113, 114]. Величина экспериментально наблюдаемого спинового эффекта (рис. 5.16) дает некото-



Рис. 5.2: Область значений хаббардовских поправок  $G^0, G^{\uparrow\uparrow}$ , обеспечивающих наблюдаемый в эксперименте рост сопротивления за счет спинового эффекта. Точки  $\circ, \times$  — теоретические оценки поправок, сделанные в работах [113, 114]

рые ограничения на величину хаббардовских поправок.

Для рассеяния на примесях транспортное время релаксации при промежуточных плотностях приближенно записывается как  $\tau \propto q_{T\Phi}^2 \left[1 - G(2k_{\Phi}) + 2k_{\Phi}/q_{T\Phi}\right]^2$  [5], поэтому<sup>7</sup>:

$$2.6 < \frac{\tau(B=0)}{\tau(B>B^{\text{nol.}})} = 4 \left[ \frac{1 - G^0(2k_{\Phi}) + 2k_{\Phi}/q_{\text{T}\Phi}}{1 - G^{\uparrow\uparrow}(2\sqrt{2}k_{\Phi}) + 4\sqrt{2}k_{\Phi}/q_{\text{T}\Phi}} \right]^2$$

где  $G^0, G^{\uparrow\uparrow}$  — хаббардовские поправки в, соответственно, спин-неполяризованной и спинполяризованной системах. Из последнего выражения легко получить неравенство, связывающее величины разных поправок:  $G^{\uparrow\uparrow} \gtrsim 1.25G^0 + 0.44$ . Таким образом, поправки на локальное поле во взаимодействующей системе действительно *способны привести к усилению спинового эффекта*. Множество допустимых значений  $G^0, G^{\uparrow\uparrow}$  заштриховано на рис. 5.2. Отметим, что полученная оценка расходится с результатами приближенных теоретических вычислений (точки на рисунке 5.2). Учет кинематических корреляций в движении частиц с одинаковой проекцией спина (т.е. учет эффекта Паули) дает независящую от плотности хаббардовскую поправку<sup>8</sup> [113]  $G(q) = g_{cn.}^{-1}/(1 + k_{\Phi}^2/q^2)^{1/2}$  (точка °), которая усиливает ожидае-

 $<sup>^{7}</sup>$ ниже учтено, что фермиевский волновой вектор в поляризованной по спину системе в  $\sqrt{2}$  раз больше, а параметр Томаса-Ферми вдвое меньше, чем в неполяризованной по спину системе

 $<sup>^8</sup>$ для разных степеней спинового вырождения:  $g_{
m cn.}=2$  и 1, соответственно, для  $G^0$  и  $G^{\uparrow\uparrow}$ 

мый рост сопротивления на ~ 15%. Численный расчет [114] позволяет учесть также и динамические корреляции частиц с произвольными проекциями спина (точка ×, поставленная для  $r_s = 3$ ), но ожидаемый рост сопротивления в этом случае становится даже меньше, чем без учета поправок на локальное поле.

# 5.2 Спектр мягкой двойной квантовой ямы в квантующем поле в приближении двух "δ" ям

Сложность при постройке теоретической модели мягкой квантовой ямы состоит в первую очередь в необходимости самосогласованного решения уравнений Шрёдингера и Пуассона, что становится возможным только с использованием численных методов. В настоящем приложении представлена простая модель, точно решаемая без сложных численных вычислений и позволяющая качественно описать спектр мягкой ямы в квантующем магнитном поле.

Как обсуждалось выше (пар. 1.2) определение мягкой справедливо для квантовой ямы донья подзон размерного квантования которой сильно чувствительны к пространственному переносу заряда. В качестве модели такой ямы мы возьмем пару разнесенных на расстояние  $d > a_{\rm B}$  " $\delta$ "-образных (узких) одиночных ям (рис. 5.3). Простота такой модели состоит в том, что сама по себе форма ямы не меняется при переносе заряда, а уровни энергии в ямах точно отслеживают изменения внешнего электрического потенциала. Этим обстоятельством модельная яма сильно отличается от использовавшейся в эксперименте, так как профиль последней сильно меняется при изменении затворного напряжения. Металлический затвор и положительно заряженные доноры, несущие компенсирующий положительный заряд, не показаны на рисунке и находятся в области слева от квантовых ям. В конденсаторном приближении внешнее электрическое поле в пространстве между ямами определяется поверхностной плотностью заряда в дальнем слое  $E_{\rm BH} = 4\pi e n_2/k$ , где  $n_2$  – концентрация электронов в дальней яме, k – диэлектрическая постоянная полупроводника. Чтобы приблизить модель к эксперименту учтем кроме того структуру дна зоны проводимости, устроенной так, что с начала электроны заполняют дальнюю от затвора часть ямы которая оказывается ниже по энергии, чем ближняя. Симметричное состояние (точка баланса) поэтому реализуется при конечном значении  $n_2^0$  плотности электронов в дальней яме. В результате разница энергий доньев



Рис. 5.3: Двухслойная система в приближении *δ*-ям. Металлический затвор, регулирующий форму яму и плотность электронов находится слева.

ближней и дальней ям записывается следующим образом (рис. 5.3):

$$2V = \frac{4\pi e^2 d}{k} (n_2 - n_2^0) \tag{5.1}$$

Кроме электростатической энергии необходимо учесть в гамильтониане также конечную вероятность туннелирования между ямами, приводящую к симметрично-антисимметричному расщеплению уровней в точке баланса  $\Delta_{CAC} = 2t = 1.3$ мэВ. Параметр d задачи также не является свободным и находится из эксперимента — величина скачка в емкости между затвором и двумерным слоем наблюдаемого в момент начала заполнения электронами ближней ямы дает по рисунку 3.5 значение  $d \approx 200$ °A. Одночастичный гамильтониан для нахождения энергий подзон размерного квантования модельной ямы принимает во вторичном квантовании вид:

$$\hat{H} = -t \cdot (\hat{a}_1^+ \hat{a}_2 + \hat{a}_2^+ \hat{a}_2) + V \cdot (\hat{a}_2^+ \hat{a}_2 - \hat{a}_1^+ \hat{a}_1)$$
(5.2)

где  $\hat{a}_i^+(\hat{a}_i)$  — операторы рождения (уничтожения) электрона в і-й яме, действующие на псевдоспинор

 $\binom{\alpha}{\beta}$ 

Последняя запись описывает состояние электрона, находящегося с амплитудой вероятности  $\alpha$  в первой (левой) яме, и с амплитудой  $\beta$  во второй (правой) яме ( $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ ). Собственные



Рис. 5.4: Межподзонное расщепление в двойной яме в зависимости от электронной плотности, регулируемой затвором. На вставке показаны плотности электронов в подзонах размерного квантования (сплошные линии) и средние значения плотности электронов в слоях (пунктир) в зависимости от  $n_S$ .

числа и векторы (т.е. уровни энергий и волновые функции подзон) находятся стандартным способом из решения квадратного уравнения  $\det(\hat{H} - E_{1,2}\hat{I}) = 0$ , где  $\hat{I}$  — единичный оператор. Проделав эту несложную процедуру получим решение:

$$E_{1,2} = \pm \sqrt{V^2 + t^2} \tag{5.3}$$

$$\alpha_{1,2} = \beta_{1,2} \cdot (V \mp \sqrt{V^2 + t^2})/t \tag{5.4}$$

Нетрудно понять, что на этом решение задачи о нахождении энергий и волновых функций подзон еще не окончено, поскольку в ответ согласно 5.1 входит неизвестное значение концентрации электронов в дальней от затвора яме. Чтобы довести решение до конца необходимо самосогласовать процедуру, что мы сперва сделаем для случая нулевого магнитного поля. Концентрация электронов в двойной яме равна  $n_S = N_1 + N_2$ , где мы использовали обозначения количеств электронов в подзонах большие буквы, чтобы отличать их от концентраций электронов в ямах. Межподзонное расщепление тогда должно быть равно

$$E_2 - E_1 = (N_1 - N_2) * D_0^{-1}, (5.5)$$

где  $D_0^{-1} = 3.57 \cdot 10^{-11}$ мэВ · см<sup>2</sup> — обратная плотность состояний двумерных электронов в

GaAs. В случае большой разницы энергий подзон  $E_2 - E_1 > n_S * D_0^{-1}$  заселена будет только нижняя из двух ( $N_1 = n_S, N_2 = 0$ ). В соответствии с последними замечаниями из 5.4 для концентрации электронов в дальней яме получим одну из альтернатив:

$$n_2 = N_1 |\beta_1|^2 + N_2 |\beta_2|^2 = \begin{cases} n_S / 2 - V D_0, & N_2 > 0 \\ \\ n_S / 2 \cdot (1 - V / \sqrt{V^2 + t^2}), & N_2 = 0 \end{cases}$$
(5.6)

Система уравнений 5.1 и 5.6 позволяет полностью определить энергии, волновые функции подзон и распределение электронов между ними. Получаемое после преобразований уравнение четвертой степени на V легко решается численно.

На рисунке 5.4 приведены полученные значения межподзонного расщепления в зависимости от плотности электронов. Видно, что по мере заполнения ямы электронами разница энергий  $E_2 - E_1$  сначала уменьшается быстро, с началом заполнения второй подзоны испытывает излом и продолжает падать несколько медленнее. Минимум межподзонного расщепления наблюдается в точке баланса (стрелка на рисунке), где  $E_2 - E_1 = \Delta_{CAC}$ . На вставке сплошными и пунктирными линиями показаны концентрации электронов в, соответственно, двух подзонах размерного квантования и отдельных ямах. Видно, что вдалеке от точки баланса понятия слоя и подзоны эквивалентны, в то время как в области баланса они существенно отличны.

Перейдем теперь к случаю квантующего магнитного поля. Здесь уже не работает уравнение 5.5, связывающее разность энергий подзон с разностью электронных плотностей в них. В магнитном поле при целочисленном общем факторе заполнения  $\nu = \nu_1 + \nu_2$  возможны два варианта: случай целочисленных заполнений двух подзон  $\nu_1 = k$ ,  $\nu_2 = \nu - k$  и дробных заполнений  $\nu_1$ ,  $\nu_2 \neq k$ . В первом случае нам, очевидно, сразу известны плотности электронов в подзонах, равные  $N_{1,2} = n_S(\nu_{1,2}/\nu)$ , поэтому имеем для плотности электронов в дальней яме:

$$n_2 = n_S / 2 \cdot \left( 1 - \frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu} \frac{V}{\sqrt{V^2 + t^2}} \right)$$
(5.7)

Нетрудно понять, что решение системы уравнений 5.1 и 5.7 зависит от соотношения факторов заполнения подзон, а значит для межподзонного расщепления  $E_2 - E_1$  при разных  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  получатся разные ответы. На рисунке 5.5 показаны полученные после решения системы значения межподзонного расщепления для возможных целочисленных пар  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  при суммарном факторе заполнения двухслойной системы равном 3. Видно, что чем меньше плотность электронов в верхней подзоне тем расщепление меньше, за исключением точки баланса, где межподзонное расщепление всегда равно симметрично-антисимметричному.



Рис. 5.5: Нахождение основного состояния двухслойной системы при факторе заполнения  $\nu = 3$ .

Ясно, однако, что при любом заданном значении полной концентрации  $n_S$  распределение электронов по ямам и подзонам должно быть однозначным, поэтому необходимо опять провести процедуру самосогласования. Для этого заметим, что при заданных целых факторах заполнения подзон существует строгое ограничение на возможное значение межподзонного расшепления. Действительно, например при  $\nu_1 = 3$ ,  $\nu_2 = 0$  необходимо, чтобы выполнялось условие<sup>9</sup>  $E_2 - E_1 < \hbar \omega_{\coprod}$ , то есть чтобы межподзонное расщепление было больше циклотронного, поскольку в противном случае незаполненный нижний уровень Ландау второй подзоны оказался бы под уровнем Ферми. Обратное этому условие должно, очевидно, иметь место в случае если  $\nu_1 = 2$ ,  $\nu_2 = 1$ . На рисунке показаны 5.5 точки в которых нарушается каждое из этих условий. Таким образом, в области малых полей все электроны заполняют нижнюю подзону размерного квантования и в спектре существует щель, затем в промежутке полей 2.75 Тл < B < 3.9 Тл щель схлопывается. В еще бо́льших полях основное состояние при  $\nu = 3$  опять оказывается несжимаемым при факторах заполнения нижней и верхней подзон

В случае нецелых факторов заполнения подзон, который реализуется в конечном интервале магнитных полей (или в нескольких таких интервалах), оба частично заполненные уровня

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>мы пренебрегли здесь одночастичной зеемановской энергией ввиду ее малости по сравнению с циклотронной



Рис. 5.6: Зависимость плотностей электронов в подзонах размерного квантования от суммарной электронной плотности в нулевом магнитном поле и квантующем поле при трех факторах заполнения двухслойной системы. Прямолинейные участки зависимостей, экстраполирующиеся в начало координат, соответствуют несжимаемым состояниям в спектре двухслойной системы.

Ландау находятся на уровне электрохимического потенциала двухслойной системы — условие из которого легко получить значение межподзонного расщепления. Для фактора заполнения  $\nu = 3$  в магнитных полях 2.75 Тл < B < 3.9 Тл (рис. 5.5), опять пренебрегая спиновым расщеплением, получим  $E_2 - E_1 = \hbar \omega_{\coprod}$ , откуда при помощи уравнений 5.3, 5.4 и находятся плотности электронов обеих подзон в этом интервале полей.

Из изложенного выше формализма ясно, что волновые функции подзон полностью определяются распределением электронной плотности по квантовым ямам, причем знание  $n_1$ ,  $n_2$ эквивалентно знанию распределения плотности по самим подзонам размерного квантования  $N_1$ ,  $N_2$ . На рисунке 5.6 полученные в рамках модели жестких ям плотности электронов в подзонах размерного квантования в нулевом магнитном поле и при факторах заполнения  $\nu = 1, 3, 4$ . Видно, что в режиме квантового эффекта Холла точное решение отличается от решения в нулевом поле при любом целочисленном факторе заполнения, то есть имеет место перестройка (гибридизация) волновых функций. Этот результат отличается от расчета по теории возмущений [29],где гибридизация возможна только при минимальных  $\nu = 1, 2$ . Тем не менее видно, что с увеличением фактора заполнения распределения  $N_1$ ,  $N_2$  все меньше отли-



Рис. 5.7: Зависимость энергии активации на факторе заполнения  $\nu = 4$  от магнитного поля, нормального 2М слоям. Кружки – эксперимент [54, 29], пунктир проведен для удобства. Результаты расчетов (сплошные линии) по теории возмущений [54, 29] и в приближении  $\delta$ -ям поделены на коэффициент 4.

чаются от распределения в нулевом поле 5.6.

Наконец, мы приводим на рисунке 5.7 для сравнения с расчетом по теории возмущений [29] результат расчета энергии активации в приближении Хартри для фактора заполнения  $\nu = 4$ . Видно, что согласие двух расчетов (результаты которых поделены на коэффициент 4) с экспериментом носит качественный характер, хотя в области выхода на двухслойный режим приближение жестких ям несколько хуже описывает область зануления активационной энергии, что, конечно, вполне объяснимо искажением формы использованной в эксперименте мягкой ямы и отказе конденсаторного приближения 5.1.

#### Заключение

Основными результатами настоящей диссертационной работы, выдвигаемые автором для публичной защиты:

1. Наблюдение сильного положительного слабоанизотропного продольного магнитосопротивления двумерного газа электронов в гетероструктуре AlGaAs/GaAs. Результат свидетельствует о пятикратном усилении фактора Ланде по сравнению с объемным значением, вызванном межчастичным взаимодействием.

2. Открытие энергетических щелей в спектре мягкой двухслойной двумерной системы при факторах заполнения  $\nu = 3, 4$  в наклонных магнитных полях, вызванное нарушением ортогональности волновых функций электронов различных подзон размерного квантования и их гибридизацией за счет кулоновского взаимодействия.

3. Обнаружение нового многочастичного состояния — наклонной антиферромагнитной фазы — в спектре разупорядоченной двухслойной двумерной системы при факторе заполнения  $\nu = 2$  в наклонном магнитном поле.

 4. Наблюдение сильно увеличенного за счет межчастичных взаимодействий долинного расщепления в кремниевой МДП-структуре в квантующих магнитных полях при ν = 1, 3, линейно зависящего от магнитного поля и сильно спадающего с ростом фактора заполнения.

5. Измерение спиновых и циклотронных щелей в МДП-структуре в сильных квантующих полях. Наблюдение слегка перенормированного g-фактора электронов ( $g^* \approx 2.6$ ) и увеличенной циклотронной массы, растущей с уменьшением электронной плотности, интерпретируемые как проявление эффектов межэлектронного взаимодействия.

6. Теоретическое исследование продольного магнитосопротивления квазидвумерного газа заряженных частиц в пределе малой плотности.

#### Список публикаций:

1. Khrapai V.S., Deviatov E.V., Shashkin A.A., Dolgopolov V.T., et al.

"Canted antiferromagnetic phase in a double quantum well in a tilted quantizing magnetic field"

Phys. Rev. Lett. 84 725 (2000).

2. Deviatov E.V., Khrapai V.S., Shashkin A.A., Dolgopolov V.T., et al.

"Opening an energy gap in an electron double layer system at the integer filling factor in a tilted magnetic field" JETP Lett. **71** 496 (2000).

3. Khrapai V.S., Deviatov E.V., Shashkin A.A., Dolgopolov V.T., et al.

"Response of the two-dimensional electron gas of AlGaAs/GaAs heterostructures to parallel magnetic field" Proceedings of the international conference NGS-10, Kanazawa, Japan, IPAP Conf. Series 2, 105 (2001).

4. Khrapai V.S., Shashkin A.A., Dolgopolov V.T.

"Strong enhancement of the valley splitting in a 2D electron system in silicon" Phys. Rev. B **67**, 113305 (2003).

5. Khrapai V.S.

"Screening and inplane magnetoresistance of anisotropic two-dimensional gas" Письма в  $Ж \ni T \Phi$  77, 368 (2003).

6. Khrapai V.S., Shashkin A.A., Dolgopolov V.T.

"Direct measurements of the spin and the cyclotron gaps in a 2D electron system in silicon", представлено в Phys. Rev. Lett.

#### Благодарности

Я хотел бы поблагодарить всех людей, способствовавших успеху этой работы, и в особенности трех человек, вклад которых на всех этапах, начиная от помощи советом и заканчивая заливкой жидкого азота, неоценим. Это сотрудники Лаборатории Квантового Транспорта ИФТТ РАН: Валерий Тимофеевич Долгополов, Александр Александрович Шашкин и Эдуард Девятов.

## Литература

- T. Ando, A. B. Fowler, and F. Stern. Electronic properties of two-dimensional systems. *Rev. Mod. Phys.* 54, 437, (1982).
- [2] "Квантовый эффект Холла" под редакцией Р. Пренджа и С. Гирвина. Москва "МИР", (1989).
- [3] V.T. Dolgopolov and A. Gold. Magnetoresistance of the two-dimensional electron gas in a parallel magnetic field. *JETP Lett.* **71**, *27*, (2000).
- [4] D. Pines and Ph. Nozières. The Theory of Quantum Liquids, vol.1, W. A. BENJAMIN, INC., New York - Amsterdam. (1966).
- [5] A. Gold and V.T. Dolgopolov. Temperature dependence of the conductivity for the twodimensional electron gas: Analytical results for low temperatures. *Phys. Rev. B* 33, 1076, (1986).
- [6] Igor F. Herbut. The effect of parallel magnetic field on the Boltzmann conductivity and the Hall coefficient of a disordered two-dimensional Fermi liquid. *Phys. Rev. B* 63, 113102, (2001).
- [7] S. Das Sarma and E.H. Hwang. Parallel Magnetic Field Induced Giant Magnetoresistance in Low Density Quasi-Two-Dimensional Layers. *Phys. Rev. Lett.* 84, 5596, (2000).
- [8] U. Merkt. Inversion Electrons in InSb in Crossed Electric and Magnetic Fields. The Physics of the Two-Dimensional Electron Gas edited by J.T. Devreese and F.M. Peeters, Plenum Press, New York, 293, (1987).
- [9] J.C. Maan. Combined Electric and Magnetic Field Effects in Semiconductor Heterostructures.

- [10] D. Simonian, S. V. Kravchenko, M. P. Sarachik, and V. M. Pudalov. Magnetic Field Suppression of the Conducting Phase in Two Dimensions. *Phys. Rev. Lett.* **79**, *2304*, (1997).
- [11] V. T. Dolgopolov, G. V. Kravchenko and A. A. Shashkin. Percolation metal-insulator transition in 2D electron gas of Si MOSFET under the ultra-quantum limit condition. Письма в ЖЭТФ 55, 146, (1992).
- [12] S. V. Kravchenko, D. Simonian, and M. P. Sarachik, A. D. Kent, V. M. Pudalov. Effect of a tilted magnetic field on the anomalous H=0 conducting phase in high-mobility Si MOSFET's. *Phys. Rev. B* 58, 3553, (1998).
- [13] K. M. Mertes, D. Simonian, M. P. Sarachik, S. V. Kravchenko, and T. M. Klapwijk. Response to parallel magnetic field of a dilute two-dimensional electron system across the metal-insulator transition. *Phys. Rev. B* 60, *R5093*, (1999).
- [14] V. M. Pudalov, G. Brunthaler, A. Prinz, and G. Bauer. Instability of the two-dimensional metallic phase to a parallel magnetic field. *JETP Letters* 65, 932, (1997).
- [15] S. J. Papadakis, E. P. De Poortere, M. Shayegan, and R. Winkler. Anisotropic Magnetoresistance of Two-Dimensional Holes in GaAs. *Phys. Rev. Lett.* 84, 5592, (2000).
- [16] J. Yoon, C.C. Li, D. Shahar, D.C. Tsui and M. Shayegan. Parallel Magnetic Field Induced Transition in Transport in the Dilute Two-Dimensional Hole System in GaAs. *Phys. Rev. Lett.* 84, 4421, (2000).
- [17] E. Tutuc, E. P. De Poortere, S. J. Papadakis, and M. Shayegan, In-Plane Magnetic Field-Induced Spin Polarization and Transition to Insulating Behavior in Two-Dimensional Hole Systems. *Phys. Rev. Lett.* 86, 2858, (2001).
- [18] T. Okamoto, K. Hosoya, S. Kawaji, and A. Yagi. Spin Degree of Freedom in a Twodimensional Electron Liquid. *Phys. Rev. Lett.* 82, 3875, (1999).
- [19] S. A. Vitkalov, H. Zheng, K. M. Mertes, M. P. Sarachik, and T. M. Klapwijk. Small-Angle Shubnikov-de Haas Measurements in a 2D Electron System: The Effect of a Strong In-Plane Magnetic Field. *Phys. Rev. Lett.* 85, 2164, (2000).

- [20] A.A. Shashkin and S.V. Kravchenko, V.T. Dolgopolov, T.M. Klapwijk. Indication of the Ferromagnetic Instability in a Dilute Two-Dimensional Electron System. *Phys. Rev. Lett.* 87, 086801, (2001).
- [21] S. A. Vitkalov, H. Zheng, K. M. Mertes, M. P. Sarachik, and T. M. Klapwijk. Scaling of the Magnetoconductivity of Silicon MOSFETs: Evidence for a Quantum Phase Transition in Two Dimensions. *Phys. Rev. Lett.* 87, 086401, (2001).
- [22] A. Gold and V.T. Dolgopolov. On the role of disorder in transport and magnetic properties of the two-dimensional electron gas. *J. Phys.: Condens. Matter* **14**, *7091*, (2002).
- [23] V. M. Pudalov, G. Brunthaler, A. Prinz, and G. Bauer. Weak Anisotropy and Disorder Dependence of the In-Plane Magnetoresistance in High-Mobility (100) Si-Inversion Layers. *Phys. Rev. Lett.* 88, 076401, (2002).
- [24] V. T. Dolgopolov and A. Gold. Comment on "Weak Anisotropy and Disorder Dependence of the In-Plane Magnetoresistance in High-Mobility (100) Si-Inversion Layers". *Phys. Rev. Lett.* 89, 129701, (2002).
- [25] E. P. De Poortere, E. Tutuc, Y. P. Shkolnikov, K. Vakili, and M. Shayegan. Magnetic-fieldinduced spin polarization of AlAs two-dimensional electrons. *Phys. Rev. B* 66, 161308, (2002).
- [26] E. Tutuc, S. Melinte, and M. Shayegan. Spin Polarization and g Factor of a Dilute GaAs Two-Dimensional Electron System. *Phys. Rev. Lett.* 88, 036805, (2002).
- [27] C.-T. Liang, C. G. Smith, M. Y. Simmons, and D. A. Ritchie. Spin-dependent transport in a dilute two-dimensional GaAs electron gas in a parallel magnetic field. *Phys. Rev. B* 64, 233319, (2001).
- [28] G.S. Boebinger, H.W. Jiang, L.N. Pfeiffer, and K.W. West. Magnetic-Field-Driven Destruction of Quantum Hall States in a Double Quantum Well. *Phys. Rev. Lett.* 64, 1793, (1990).
- [29] V.T. Dolgopolov, A.A. Shashkin, and E.V. Deviatov, F. Hastreiter, M. Hartung, A. Wixforth и др. Electron subbands in a double quantum well in a quantizing magnetic field. *Phys. Rev. B* **59**, *13235*, (1999).

- [30] A. Sawada, Z.F. Ezawa, H. Ohno, Y. Horikoshi, Y. Ohno, S. Kishimoto, F. Matsukura, M. Yasumoto, and A. Urayama. Phase Transition in the  $\nu = 2$  Bilayer Quantum Hall State. *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4534, (1998).
- [31] Y.W. Suen, J. Jo, M.B. Santos, L.W. Engel, S.W. Hwang, and M. Shayegan. Missing integral quantum Hall effect in a wide single quantum well. *Phys. Rev. B* 44, 5947, (1991).
- [32] Y.W. Suen, H.C. Manoharan, X.Ying, M.B. Santos, and M. Shayegan. Origin of the  $\nu = 1/2$  Fractional Quantum Hall State in a Wide Single Quantum Wells. *Phys. Rev. Lett.* **72**, *3405*, (1994).
- [33] Tapash Chakraborty and Pekka Pietilainen. Fractional Quantum Hall Effect at Half-Filled Landau Level in a Multiple-Layer Electron System. *Phys. Rev. Lett.* 59, 2784, (1987).
- [34] D. Yoshioka, A.H. MacDonald, and S.M. Girvin. Fractional quantum Hall effect in twolayered systems. *Phys. Rev. B* 39, 1932, (1989).
- [35] S.M. Girvin and A.H. MacDonald. Multi-Component Quantum Hall Systems: The Sum of Their Parts and More. *cond-mat/9505087*, (1995).
- [36] Kun Yang, K. Moon, L. Zheng, A.H. MacDonald, S.M. Girvin, D. Yoshioka, and Shou-Cheng Zhang. Quantum Ferromagnetism and Phase Transitions in Double-Layer Quantum Hall Systems. *Phys. Rev. Lett.* 72, 732, (1994).
- [37] K. Moon, H. Mori, Kun Yang, S.M. Girvin, and A.H. MacDonald. Spontaneous interlayer coherence in double-layer quantum Hall systems: Charged vortices and Kosterlitz-Thouless phase transitions. *Phys. Rev. B* 51, *5138*, (1995).
- [38] S. L. Sondhi, A. Karlhede, S. A. Kivelson, and E. H. Rezayi. Skyrmions and the crossover from the integer to fractional quantum Hall effect at small Zeeman energies. *Phys. Rev. B* 47, 16419, (1993).
- [39] L. Brey, H. A. Fertig, R. Côté, A. H. MacDonald. Charged pseudospin textures in doublelayer quantum Hall systems: Bimerons and meron crystals. *Phys. Rev. B* 54, 16888, (1996).
- [40] A.H. MacDonald, P.M. Platzman and G.S. Boebinger. Collapse of Integer Hall Gaps in a Double-Quantum-Well System. *Phys. Rev. Lett.* 65, 775, (1990).

- [41] S.Q. Murphy, J.P. Eisenstein, G.S. Boebinger, L.N. Pfeiffer, and K.W. West. Many-Body Integer Quantum Hall Effect: Evidence for New Phase Transitions. *Phys. Rev. Lett.* 72, 728, (1994).
- [42] I.B. Spielman, J.P.Eisenstein, L.N. Pfeiffer, and K.W. West. Observation of a Linearly Dispersing Collective Mode in a Quantum Hall Ferromagnet. *Phys. Rev. Lett.* 87, 036803, (2001).
- [43] S. Das Sarma, S. Sachdev, and L. Zheng. Canted antiferromagnetic and spin-singlet quantum Hall states in double-layer systems. *Phys. Rev. B* 58, 4672, (1998).
- [44] E. Demler and S. Das Sarma. Spin Bose-Glass Phase in Bilayer Quantum Hall Systems at  $\nu = 2$ . *Phys. Rev. Lett.* 82, 3895, (1999).
- [45] L. Brey, E. Demler, and S. Das Sarma. Electromodulation of the Bilayered  $\nu = 2$  Quantum Hall Phase Diagram. *Phys. Rev. Lett.* 83, 168, (1999).
- [46] M.-F. Yang and M.-C. Chang. Effect of an in-plane magnetic field on magnetic phase transitions in  $\nu = 2$  bilayer quantum Hall systems. *Phys. Rev. B* **60**, *R13985*, (1999).
- [47] V. Pellegrini, A. Pinczuk, B.S. Dennis, A.S. Plaut, L.N. Pfeiffer, and K.W. West. Collapse of Spin Excitations in Quantum Hall States of Coupled Electron Double Layers. *Phys. Rev. Lett.* 78, 310, (1997).
- [48] V. Pellegrini, A. Pinczuk, A.S. Plaut, L.N. Pfeiffer, and K.W. West. Evidence of Soft-Mode Quantum Phase Transitions in Electron Double Layers. *Science* 281, 799, (1998).
- [49] M.-F. Yang, M-C. Chang. Finite-temperature transitions in  $\nu = 2$  bilayer quantum Hall systems. *Phys. Rev. B* **61**, *R2429*, (2000).
- [50] Iordanski S.V., Kashuba A. Phase diagram and skyrmion energy for bilayer heterostructures at integer filling factors. *JETP Lett.* **71**, *345*, (2000).
- [51] A.G. Davies, C.H.W. Barnes, K.R. Zolleis, J.T. Nicholls, M.Y. Simmons, and D.A. Ritchie. Hybridization of single- and double-layer behaviour in a double-quantum-well structure. *Phys. Rev. B* 54, *R17331*, (1996).

- [52] V. T. Dolgopolov, A. A. Shashkin, E. V. Deviatov, F. Hastreiter, M. Hartung, A. Wixforth, K. L. Campman, and A. C. Gossard. Electron subbands in a double quantum well in a quantizing magnetic field. *Phys. Rev. B* 59, *13235*, (1999).
- [53] V. T. Dolgopolov, G. E. Tsydynzhapov, A. A. Shashkin, E. V. Deviatov, F. Hastreiter, M. Hartung, A. Wixforth, K. L. Campman, and A. C. Gossard. Magnetic-field-induced hybridization of electron subbands in a coupled double quantum well. Письма в ЖЭТФ 67, 563, (1998).
- [54] Девятов Э.В. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физикоматематических наук. (2000).
- [55] F.F. Fang and P.J. Stiles. Effects of a Tilted Magnetic Field on a Two-dimensional Electron Gas. *Phys. Rev.* 174, 823, (1968).
- [56] J. Wakabayashi, S. Kimura, Y. Koike and S. Kawaji. Valley splitting in n-channel inversion layers on silicon (100) surfaces. *Proc. of EP2DS VI, 196*, (1985).
- [57] Mineo Kobayashi and Kiichi Komatsubara. Determination of the g-factor of electrons in n-type silicon surface inversion layers. *Sol. Stat. Com.* 13, 293, (1973).
- [58] H. Köhler, M. Roos, and G. Landwehr. Magnetic field dependence of the valley splitting in n-type inverted silicon MOSFET surfaces. *Solid State Commun.* 27, 955, (1978).
- [59] Th. Englert and K. von Klitzing. Analysis of  $\rho_x x$  minima in surface quantum oscillations on (100) n-type silicon inversion layers. *Surf. Sci.* **73**, *70*, (1978).
- [60] Shashkin A.A., Kravchenko G.V., Dolgopolov V.T. Floating up of the extended states of landau-levels in a 2-dimensional electron-gas in silicon mosfets. *JETP Lett.* 58, 220, (1993).
- [61] Dolgopolov V.T., Shashkin A.A., Medvedev B.K., Mokerov V.G. Scaling under conditions of the integral quantum hall-effect. *ЖЭТФ* 99, 201, (1991).
- [62] В.М. Пудалов, С.Г. Семенчинский, В.С. Эдельман. Осцилляции химического потенциала и энергетический спектр электронов инверсионного слоя на поверхности Si в магнитном поле. ЖЭТФ 89, 1870, (1985).

- [63] N. Kleinmichel. Diploma Thesis, TU Muenchen. (1984).
- [64] V.T. Dolgopolov, N.B. Zhitenev, and A.A. Shashkin. Density of states in n-type inversion layers at the (100) surface of Si in a quantizing magnetic field. *ЖЭТФ* 94, 307, (1988).
- [65] I.V. Kukushkin and V.B. Timofeev. Magneto-optics of strongly correlated two-dimensional electrons in single heterojunctions. *Adv. in Phys.* 45, 147, (1996).
- [66] E. Abrahams, S. V. Kravchenko, and M. P. Sarachik. Metallic behavior and related phenomena in two dimensions. *Rev. Mod. Phys.* **73**, *251*, (2001).
- [67] Tsuneya Ando and Yasutada Uemura. Theory of Oscillatory g Factor in an MOS Inversion Layer under Strong Magnetic Fields. *Jour. Phys. Soc. Jap.* 37, 1044, (1974).
- [68] Th. Englert, K. von Klitzing, R.J. Nicholas, G. Landwehr, G. Dorda, and M. Pepper. On the electronic g-factor in n-type silicon inversion layers. *Phys. Stat. Sol. (b)* **99**, *237*, (1980).
- [69] J.L. Smith and P.J. Stiles. Electron-Electron Interactions Continuously Variable in the Range  $2.1 > r_S > 0.9$ . *Phys. Rev. Lett.* **29**, *102*, (1972).
- [70] J. F. Janak. g Factor of the Two-Dimensional Interacting Electron Gas. Phys. Rev. 178, 1416, (1969).
- [71] H. Köhler and M. Roos. Quantitative Determination of the Valley Splitting in n-Type Inverted Silicon (100) MOSFET Surfaces. *Phys. Stat. Sol.* (b) **91**, 233, (1979).
- [72] A. A. Shashkin, S. V. Kravchenko, V. T. Dolgopolov, and T. M. Klapwijk. Sharp increase of the effective mass near the critical density in a metallic two-dimensional electron system. *Phys. Rev. B* 66, 073303, (2002).
- [73] V. M. Pudalov, M. E. Gershenson, H. Kojima, N. Butch, E. M. Dizhur, G. Brunthaler,
   A. Prinz, and G. Bauer. Low-Density Spin Susceptibility and Effective Mass of Mobile
   Electrons in Si Inversion Layers. *Phys. Rev. Lett.* 88, 196404, (2002).
- [74] Kravchenko S.V., Shashkin A.A., Bloore D.A., Klapwijk T.M. Shubnikov-de Haas oscillations near the metal-insulator transition in a two-dimensional electron system in silicon. *Solid State Comm.* **116**, 495, (2000).

- [75] V.T. Dolgopolov, A.A. Shashki, and A.V. Aristov и др. Direct Measurements of the Spin Gap in the Two-Dimensional Electron Gas of AlGaAs-GaAs Heterojunctions. *Phys. Rev. Lett.* **79**, *729*, (1997).
- [76] A. Usher, R. J. Nicholas, J. J. Harris, and C. T. Foxon. Observation of magnetic excitons and spin waves in activation studies of a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B* 41, *1129*, (1990).
- [77] T. P. Smith, B. B. Goldberg, P. J. Stiles, and M. Heiblum. Direct measurement of the density of states of a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B* **32**, *2696*, (1985).
- [78] Khrapai V.S., Shashkin A.A., Dolgopolov V.T. Strong enhancement of the valley splitting in a 2D electron system in silicon. *Phys. Rev. B* 67, *113305*, (2003).
- [79] I.V. Kukushkin. Oscillations of the spin and valley splittings in the 2d-electron energy spectrum on the (100) surface of silicon. *Solid State Comm.* **65**, *1473*, (1988).
- [80] Apal'Kov V.M., Rashba E.I. Magnetospectroscopy of 2D electron gas: Cusps in emission spectra and Coulomb gaps. *JETP Lett.* 53, 442, (1991).
- [81] L.J. Sham, M. Nakayama. Effective-mass approximation in the presence of an interface. *Phys. Rev. B* 20, 734, (1979).
- [82] M. Rasolt, B.I. Halperin, and D. Vanderbilt. Dissipation Due to a "Valey Wave" Channel in the Quantum Hall Effect of a Multivalley Semiconductor. *Phys. Rev. Lett.* 57, 126, (1986).
- [83] F. J. Ohkawa and Y. Uemura. Theory of valley splitting in an N-channel (100) inversion layer of silicon. II. Electric break through. J. Phys. Soc, Jpn. 43, 907, (1977).
- [84] A. Campo and R. Kummel. Valley splitting in (001), (011) and (111) Si-MOSFETS. *Solid State Comm.* 37, 433, (1981).
- [85] R.J. Nicholas, K. von Klitzing and Th. Englert. An investigation of the valley splitting in n-channel silicon (100) inversion layers. *Solid State Comm.* 34, *51*, (1980).
- [86] V.M. Pudalov, A. Punnoose, G. Brunthaler, A. Prinz, G. Bauer. Valley Splitting in Si-Inversion Layers at Low Magnetic Fields. *cond-mat/0104347*, (2001).

- [87] И.В. Кукушкин. Междолинное расщепление в энергетическом спектре двумерных электронов на поверхности (100) кремния. *Письма в ЖЭТФ* **45**, *222*, (1987).
- [88] О.В. Лаунасмаа. Принципы и методы получения температур ниже 1 К. *Москва, "Мир"*, (1977).
- [89] M. Hartung, A. Wixforth, K.L. Campman, A.C. Gossard. Intersubband transitions in band gap engineered parabolic potential wells. Superlatt. and Microstr. **19**, 55, (1996).
- [90] M. Hartung. Diploma Thesis, LMU Muenchen. (1993).
- [91] Deviatov E.V., Khrapai V.S., Shashkin A.A., et al. Opening an energy gap in an electron double layer system at the integer filling factor in a tilted magnetic field. *JETP Lett.* 71, 496, (2000).
- [92] Zhitenev N.B. Charge relaxation in 2-dimensional electron-gas under quantum hall-effect conditions. *JETP Lett.* **55**, 756, (1992).
- [93] A. A. Shashkin, V. T. Dolgopolov, G. V. Kravchenko, M. Wendel, R. Schuster, J. P. Kotthaus, R. J. Haug, K. von Klitzing, K. Ploog, H. Nickel, and W. Schlapp. Percolation Metal-Insulator Transitions in the Two-Dimensional Electron System of AlGaAs/GaAs Heterostructures. *Phys. Rev. Lett.* **73**, *3141*, (1994).
- [94] Khrapai V.S. Screening and inplane magnetoresistance of anisotropic two-dimensional gas. *Письма в ЖЭТФ* **77**, *368*, (2003).
- [95] E. Tutuc, S. Melinte, E.P. De Poortere, M. Shayegan, R. Winkler. Role of finite layer thickness in spin-polarization of GaAs 2D electrons in strong parallel magnetic fields. *cond-mat/0301027*, (2003).
- [96] S. Yarlagadda and G.F. Giuliani. Many-body local fields and Fermi-liquid parameters in a quasi-two-dimensional electron liquid. *Phys. Rev. B* 49, 14188, (1994).
- [97] J. Zhu, H. L. Stormer, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, and K. W. West. Spin Susceptibility of an Ultra-Low-Density Two-Dimensional Electron System. *Phys. Rev. Lett.* **90**, *056805*, (2003).

- [98] P.H. Beton, J. Wang, N. Mori, L. Eaves, P.C. Main, T.J. Foster, and M. Henini. Measuring the probability Density of Quantum Confined States. *Phys. Rev. Lett.* **75**, *1996*, (1995).
- [99] J. Hu and A. H. MacDonald. Electronic structure of parallel two-dimensional electron systems in tilted magnetic fields. *Phys. Rev. B* 46, *12554*, (1992).
- [100] Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц. Квантовая механика. Нерелятевистская теория. Москва, (1963).
- [101] Dolgopolov V.T., Shashkin A.A., Zhitenev N.B., Dorozhkin S.I., von Klitzing K. Quantum hall-effect in the absence of edge currents. *Phys. Rev. B* **46**, *12560*, (1992).
- [102] S.V. Kravchenko, V.M. Pudalov, and S.G. Semenchinsky. Negative density of states of 2D electrons in a strong magnetic fields. *Phys. Lett. A* 141, 71, (1989).
- [103] A. P. Smith and A. H. MacDonald, G. Gumbs. Quasiparticle effective mass and enhanced g factor for a two-dimensional electron gas at intermediate magnetic fields. *Phys. Rev. B* 45, 8829, (1992).
- [104] C. Kallin and B. I. Halperin. Excitations from a filled Landau level in the two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B* 30, 5655, (1984).
- [105] X.-G. Wu, S. L. Sondhi. Skyrmions in higher Landau levels. *Phys. Rev. B* 51, 14725, (1995).
- [106] A. Schmeller, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West. Evidence for Skyrmions and Single Spin Flips in the Integer Quantized Hall Effect. *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4290, (1995).
- [107] H. A. Fertig, L. Brey, R. Côté, A. H. MacDonald. Charged spin-texture excitations and the Hartree-Fock approximation in the quantum Hall effect. *Phys. Rev. B* 50, *11018*, (1994).
- [108] S.V. Iordanski and A. Kashuba. Excitations in a Quantum Hall Ferromagnet with Strong Coulomb Interaction. Письма в ЖЭТФ **75**, 419, (2002).
- [109] A. A. Shashkin, S. V. Kravchenko, V. T. Dolgopolov, T. M. Klapwijk. Sharply increasing effective mass: a precursor of the spontaneous spin polarization in a dilute two-dimensional electron system. *cond-mat/0302004*, (2003).
- [110] S. Brener, S.V. Iordanski, and A. Kashuba. Possible Jahn-Teller effect in Si-inverse layers. cond-mat/0211214, (2002).
- [111] Храпай В.С. Дипломная работа, МФТИ. (2000).
- [112] F. Stern. Polarizability of a Two-Dimensional Electron Gas. *Phys. Rev. Lett.* 18, 546, (1967).
- [113] M. Johnson. Electron correlations in inversion layers. J. Phys. C 9, 3055, (1976).
- [114] N. Iwamoto. Static local-field corrections of two-dimensional electron liquids. *Phys. Rev. B* 43, 2174, (1991).