Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова
Сибирского отделения Российской академии наук

На правах рукописи

Савенко Иван Григорьевич

Фотоэлектрические явления и сверхпроводимость в гибридных Бозе–Ферми системах на основе двумерных полупроводниковых структур и графена

Специальность 1.3.8 —
«Физика конденсированного состояния»

Диссертация на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант:
д.ф.-м.н.
Ковалёв Вадим Михайлович

Новосибирск — 2021

Оглавление

Стр.

Введение 6

Глава 1. Обзор литературы 16
- 1.1 Эффект фотонного увлечения в двумерных электронных системах 16
- 1.2 Продольный и поперечный транспорт экситонов в гетероструктурах и дираковских материалах 20
- 1.3 Экситон-поляритоны в полупроводниковых микрорезонаторах 22
- 1.4 Когерентные свойства бозонных конденсатов 23
- 1.5 Гибридные бозе-фермиевские системы 27
- 1.6 Сверхпроводимость бозе-фермиевских систем: методы слабой и сильной связи 29
- 1.7 Взаимодействие сверхпроводников с электромагнитным полем 31

Глава 2. Фотоиндуцированный долинный транспорт электронов в двумерных дираковских материалах 34
- 2.1 Фотогальванический эффект в двумерных материалах на основе дихалькогенидов переходных металлов 34
  - 2.1.1 Описание системы и гамильтониан 34
  - 2.1.2 Плотность тока носителей заряда 36
  - 2.1.3 Обсуждение результатов 39
- 2.2 Теория фотоиндуцированного долинного эффекта Холла в баллистических образцах 40
  - 2.2.1 Описание системы и теоретическая модель 40
  - 2.2.2 Холловский транспорт квазичастиц 42
  - 2.2.3 Кинетика квазичастиц 43
  - 2.2.4 Неравновесная долинно-зависимая холловская проводимость 44
  - 2.2.5 Эффекты спин-орбитального взаимодействия в дихалькогенидах переходных металлов 47
- 2.3 Теория фотоиндуцированного долинного эффекта Холла в образцах с беспорядком 48
  - 2.3.1 Исследуемая система и основной формализм 48
  - 2.3.2 Вклад членов, содержащих фазу Берри 50
  - 2.3.3 Вклад сдвигового рассеяния 52
  - 2.3.4 Когерентное рассеяние 52
  - 2.3.5 Асимметричное рассеяние 53
  - 2.3.6 Обсуждение результатов 54
- 2.4 Краткие выводы к главе 2 56

Глава 3. Фотоиндуцированный транспорт двумерных непрямых экситонов в нормальном и бозе-конденсированном режиме 57
3.1 Теория квантового аномального эффекта Холла в экситонных системах 57
3.1.1 Учёт фазы Берри в движении экситонов 57
3.1.2 Неравновесные фотоиндуцированные экситонные холловские токи . . . 59
3.1.3 Обсуждение результатов 62
3.2 Эффект фотонного увлечения непрямых экситонов в нормальной фазе 65
3.2.1 Постановка задачи и формализм 65
3.2.2 Ток фотонного увлечения 66
3.2.3 Обсуждение результатов 68
3.3 Эффект фотонного увлечения бозонов в состоянии бозе-эйнштейновского конденсата 71
3.3.1 Рассматриваемая система и формализм 71
3.3.2 Переходы между состояниями системы и беляевские процессы 72
3.3.3 Плотность тока увлечения конденсатных частиц 73
3.3.4 Обсуждение результатов 76
3.4 Фотоиндуцированные электрические токи в двумерных конденсатах 77
3.4.1 Описание системы и процессы ионизации 77
3.4.2 Электрический ток 80
3.4.3 Обсуждение результатов 81
3.5 Парамагнитный резонанс в спин-поляризованных бозе-эйнштейновских конденсатах 83
3.5.1 Псевдоспиновая степень свободы 83
3.5.2 Баллистический режим 85
3.5.3 Учёт рассеяния на примесях 87
3.5.4 Результаты и обсуждение 89
3.6 Метод квантовых траекторий для описания когерентности в бозонных системах 92
3.6.1 Теоретическая модель 92
3.6.2 Анализ теоретических результатов 95
3.6.3 Временная и пространственная когерентность в ноль-мерных микрорезонаторах 98
3.6.4 Временная и пространственная когерентность топологических состояний в микрорезонаторах 101
3.7 Краткие выводы к главе 3 105

Глава 4. Эффекты кулоновского взаимодействия в гибридных системах на основе электронных и экситонных газов 107
4.1 Магнитоплазменный резонанс Фано в гибридных бозе-фермиевских системах 107
4.1.1 Описание системы и линейный отклик 107
4.1.2 Обобщённая проводимость электронного газа и поглощение электромагнитного излучения системой 110

4.1.3 Обсуждение результатов 111
4.2 Эффект захвата электронов примесями в гибридных бозе-фермиевских системах 113
4.2.1 Описание системы и гамильтониан 113
4.2.2 Захват электронов при взаимодействии с одиночными боголонами . . . 115
4.2.3 Захват электронов при взаимодействии с парами боголонов 117
4.2.4 Обсуждение результатов 117
4.3 Сопротивление электронного газа за счёт взаимодействия с возбуждениями конденсата непрямых экситонов 120
4.3.1 Описание системы и уравнение Больцмана 120
4.3.2 Сопротивление, обусловленное взаимодействием с боголонами 124
4.3.3 Обсуждение результатов 126
4.4 Краткие выводы к главе 4 129

Глава 5. Сверхпроводимость в гибридных бозе-фермиевских системах и взаимодействие двумерных сверхпроводников со светом 130
5.1 Сверхпроводимость, опосредованная двухбоголонными процессами в рамках теории БКШ 130
5.1.1 Описание системы 130
5.1.2 Преобразование Шриффера–Вольфа и матричные элементы в рамках теории БКШ 131
5.1.3 Сверхпроводящая щель и критическая температура сверхпроводящего перехода 133
5.1.4 Обсуждение результатов 135
5.2 Двухбоголонная сверхпроводимость в рамках теории Элиашберга (сильной связи) 138
5.2.1 Вывод уравнений Элиашберга 138
5.2.2 Обсуждение результатов 142
5.3 Поглощение электромагнитного излучения гибридными системами сверхпроводник–полупроводник и сверхпроводник–графен 147
5.3.1 Описание системы и гибридные моды 147
5.3.2 Коэффиент поглощения в гибридной системе 147
5.3.3 Обсуждение результатов 148
5.4 Флуктуационная сверхпроводимость в двумерных системах под воздействием внешнего электромагнитного поля 151
5.4.1 Описание системы и обобщённая диэлектрическая проницаемость . . . 151
5.4.2 Электрический ток увлечения куперовских пар с осциллирующей плотностью 155
5.4.3 Магнитоплазменный резонанс в двумерных флуктуирующих сверхпроводниках 157
5.4.4 Обсуждение результатов 160

5.5 Краткие выводы к главе 5 164

Заключение 166

Слова благодарности 167

Список сокращений 168

Список используемых обозначений 169

Публикации автора по теме диссертации 172

Список литературы 174

Введение

Актуальность темы диссертации. В последнее время активной темой исследований стала физика двумерных дираковских материалов, таких как графен [1] и дихалькогениды переходных металлов (ДПМ) [2]. О существовании этих соединений было известно с начала XX в., но некоторые из двумерных материалов были лишь недавно (в двухтысячных годах) получены в результате экспериментов в образцах достаточно хорошего качества, и в них стали изучать новые электрические, оптические и электрооптические эффекты, такие как долинный эффект Холла [3]. А за получение монослоя графена была присуждена Нобелевская премия по физике в 2010 году А. Гейму и К. Новосёлову [4, 5].

Кроме того, относительно недавно были созданы гетероструктуры, в которых вместо обычных полупроводников, таких как кремний (Si) или арсенид галлия (GaAs) и другие твёрдые растворы на его основе (например, соединение галлия с алюминием, индием и мышьяком GaAlInAs), выступают монослои новых двумерных материалов [6], такие как, например, дисульфид молибдена MoS_2. Было показано, что электроны в ДПМ обладают достаточно высокой подвижностью, и на их основе можно создавать транзисторы, прозрачные тонкие плёнки, а также различные логические элементы. В таких структурах появилась возможность изучать не только двумерный электронный газ, но и эффекты кулоновского взаимодействия между носителями заряда. Так притяжение электронов и дырок приводит к образованию квазичастиц – экситонов, которые представляют собой Бозе-частицы (бозоны), и они остаются стабильными вплоть до комнатной температуры, обычно при не слишком высоких концентрациях носителей заряда в образце. Появился ряд работ, посвящённых бозонному транспорту в ДПМ, в том числе установлению дальнего порядка и явлению сверхтекучести. Было описано и сверхпроводящее спаривание электронов посредством акустических фононов и формирование сверхпроводящего конденсата. Если же система облучается внешним электромагнитным полем с оптической частотой, в случае достаточно сильного взаимодействия материальных возбуждений и света возникают новые квазичастицы, например, экситон-поляритоны [7], которые обладают широким спектром использования в различных приложениях [8]. Как было показано, экситон-поляритоны в ДПМ приобретают новые свойства по сравнению с традиционными полупроводниками. Фундаментальные механизмы их поведения в ДПМ остаются неизученными. Таким образом, транспортные свойства электронов, экситонов и экситон-поляритонов в ДПМ и учёт возможных фазовых переходов в состояние сверхтекучести, сверхпроводимости или Бозе-конденсата, а также возникновение новых микроскопических механизмов сверхпроводимости, являются активным направлением современных исследований. Всё это определяет актуальность темы диссертации.

В трёхмерных системах бозоны претерпевают переход в состояние бозе-эйнштейновской конденсации при некоторой критической температуре. В состоянии конденсата в системе проявляются новые физические свойства, представляющие чрезвычайный фундаментальный интерес и расширяющие возможности применения бозе-конденсированных систем. В двумерных системах не может быть бозе-эйнштейновской конденсации в классическом (первоначальном) смысле этого слова [9]. Кроме того, и экситоны, и экситон-поляритоны имеют конечное время жизни, и потому они могут формировать квазиконденсат, для поддержания которого необходима постоянная электрическая или оптическая накачка системы [10]. Как будет показано ниже, бозонные конденсаты в двумерных системах на основе новых дираковских материалов демонстрируют неожиданные физические свойства. Обычно конденсация экситонов происходит при очень низкой температуре ввиду их большой эффективной массы. Однако всего год назад был впервые экспериментально получен конденсат экситонов в ДПМ [11] при значительно более высокой температуре, что является дополнительной мотивацией для дальнейшего теоретического и экспериментального исследования двумерных дираковских материалов.

Данная диссертационная работа посвящена теоретическому исследованию эффектов взаимодействия двумерных гибридных бозе-фермиевских твердотельных систем со светом. Физические явления, изучаемые в этих системах, лежат на пересечении сразу нескольких активных направлений экспериментальных и теоретических исследований, таких как электрический транспорт и сверхпроводимость в графене и новых двумерных дираковские материалах, эффекты слабого и сильного взаимодействия света и вещества, фазовые переходы в низкоразмерных системах, такие как бозе-эйнштейновская квази-конденсация и сверхпроводимость, топологические эффекты в наноструктурах. Широкий спектр потенциальных применений результатов диссертации определяет её актуальность.

Целью диссертационной работы является построение теории фотоэлектрического транспорта двумерного электронного и экситонного газов в нормальном и сверхпроводящем (сверхтекучем) состоянии и описание их взаимодействия в гибридных бозе-фермиевских системах на основе новых двумерных дираковских полупроводниковых материалов и графена.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Разработать микроскопическую теорию продольного транспорта в двумерных полупроводниках на основе дихалькогенидов переходных металлов под действием сильного электромагнитного поля накачки, в частности, исследовать фотогальванический эффект. Разработать микроскопическую теорию поперечного транспорта в этих материалах, в частности, исследовать фотоиндуцированный долинный эффект Холла, основываясь на неравновесной диаграммной технике Келдыша, и проанализировать механизмы рассеяния электронов на примесях в неравновесных условиях.
2. Разработать теорию эффекта фотонного увлечения в двумерных экситонных системах под действием внешнего электромагнитного поля. Отдельно рассмотреть случай, когда экситоны находятся в состоянии бозе-эйнштейновского конденсата. Разработать микроскопическую теорию фотоиндуцированного квантового долинного эффекта Холла в системе двумерных непрямых экситонов. Установить зависимость экситонного тока от частоты внешнего электромагнитного поля. Определить фотоиндуцированный электрический ток, который может возникнуть в системе, содер-

жащей конденсат Бозе–Эйнштейна экситонов, подвергнутых воздействию внешнего электромагнитного поля с частотой, превышающей потенциал ионизации экситона.

3. Разработать микроскопическую теорию парамагнитного резонанса в спин-поляризованном поляритонном или экситонном газе в микрорезонаторах с беспорядком. Найти псевдоспиновую восприимчивость системы с учётом продольно-поперечного расщепления. Исследовать зависимость ширины парамагнитного резонанса от интенсивности рассеяния экситонов и поляритонов на примесных центрах. Исследовать когерентные свойства экситон-поляритонных конденсатов. Для этого разработать микроскопическую теорию квантовых траекторий применительно к экситон-поляритонам в плоских микрорезонаторах. Исследовать влияние оптического конфайнмента на поведение функции временной когерентности второго порядка в режиме поляритонной квази-конденсации. Проанализировать соответствие теории экспериментальным данным.
4. Разработать модель магнитоплазменного резонанса в гибридной системе, состоящей из взаимодействующих электронного газа и газа дипольных экситонов. Изучить роль кулоновского взаимодействия в такой системе. Исследовать спектр коэффициента поглощения системы. Построить теорию магнетоплазменного резонанса в двумерных материалах в окрестности температуры перехода в сверхпроводящее состояние, где сверхпроводящие флуктуации могут быть описаны теорией Асламазова–Ларкина. Используя кинетические уравнения Больцмана, изучить кинетику флуктуаций с учётом взаимодействия между куперовскими парами и нормальными электронами в рамках приближения случайных фаз. Посчитать ток увлечения флуктуирующих куперовских пар.
5. Построить теорию транспорта электронов, взаимодействующих с двумерным бозе-конденсированным газом дипольных экситонов посредством кулоновского взаимодействия. Используя подход Блоха-Грэнайзена, посчитать сопротивление системы (для случаев одноболголонного и двухбоголонного рассеяния). Определить доминирующий механизм рассеяния в таких гибридных системах. Изучить явление захвата электронов притягивающим кулоновским примесным центром, заключённым в гибридную систему. Рассчитать вероятность захвата электрона, сопровождаемого испусканием одного боголона и пары боголонов, выяснить, какие процессы дают более значительный вклад.
6. Развить теорию сверхпроводящего спаривания электронов с участием боголонов в рамках модели БКШ (режим слабой связи) и рассчитать критическую температуру сверхпроводящего перехода в графене и дихалькогенидах переходных металлов. Развить теорию спаривания электронов с участием боголонов в рамках модели Элиашберга (режим сильной связи) в той же системе. Сравнить результаты, полученные в режимах слабой и сильной связи. Выяснить доминирующий механизм свехпроводимости.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Взаимодействие электронов со светом в монослое дихалькогенидов переходных металлов в режиме сильной связи приводит к возникновению динамической щели в спектре носителей заряда и к пороговому поведению плотности фотогальванического электрического тока как функции частоты внешнего электромагнитного поля ввиду перенормировки плотности состояний и скорости квазичастиц.
2. Вклад, обусловленный фазой Берри, в баллистических двумерных электронных системах при межзонной фотогенерации носителей заряда является доминирующим в образовании холловской компоненты долинного электрического тока. В образцах с беспорядком главный вклад в долинную холловскую фотопроводимость определяется асимметричным примесным рассеянием носителей заряда. При этом вклады сдвигового примесного рассеяния и аномальной скорости (фаза Берри) взаимно компенсируются.
3. В нецентросимметричных двумерных материалах в присутствии квази-конденсата Бозе–Эйнштейна непрямых экситонов, холловский ток (поток) экситонов демонстрирует ступенчатое поведение как функция частоты внешнего электромагнитного поля.
4. Ток увлечения экситонов в присутствии конденсированной фазы также демонстрирует ступенчатое поведение. Разработанная теория применима к бозонам, которые обладают внутренними степенями свободы.
5. В гибридных твердотельных системах электронный газ – экситонный конденсат возникает новый механизм сверхпроводимости, основанный на куперовском спаривании электронов за счёт обмена парами боголюбовских возбуждений (боголонов) конденсата; это справедливо как для гибридных систем с электронным газом в полупроводнике, так и в графене. Зависимость сверхпроводящей щели от температуры является немонотонной, в отличие от фононной сверхпроводимости в рамках модели БКШ.
6. В двумерных системах в окрестности температуры перехода в сверхпроводящее состояние возникает новый механизм затухания плазменного и магнитоплазменного резонансов вследствие взаимодействия плазменных мод с флуктуационными куперовскими парами. Ширина резонанса может увеличиваться при приближении температуры к температуре сверхпроводящего перехода.

Научная новизна работы.

1. Разработана микроскопическая квантовая теория фотоиндуцированного долинного эффекта Холла в двумерных дираковских материалах.
2. Построена теория эффекта фотонного увлечения непрямых экситонов как в нормальной фазе, так и в состоянии бозе-эйнштейновского квазиконденсата.
3. Развита теория квантового аномального эффекта Холла в бозонных системах, в том числе в режиме бозе-эйнштейновской конденсации.

4. Построена основанная на методе квантовых скачков микроскопическая теория, описывающая функцию временной когерентности второго порядка в экситон-поляритонных системах.
5. Предложен и теоретически обоснован механизм сверхпроводимости вследствие двухбоголонного спаривания электронов в гибридных твердотельных бозе-фермиевских системах электронный газ – газ непрямых экситонов. Теория развита для режимов слабой (режим БКШ) и сильной (подход Элиашберга) связи.
6. Разработана теория плазменного и магнитоплазменного резонансов в флуктуирующих сверхпроводниках и гибридных системах нормальный электронный газ – бозе-эйнштейновский конденсат.

Научная, теоретическая и практическая значимость работы. Совокупность полученных в рамках диссертационной работы научных результатов и выводов можно квалифицировать как научное достижение в области физики конденсированного состояния, связанное с кинетическими явлениями и эффектами в двумерных электронных, экситонных и гибридных бозе-фермиевских системах, а также с оптическими эффектами в наноструктурах. Полученные результаты имеют фундаментальное и прикладное значение и представляют существенный вклад в физику конденсированного состояния, поскольку:

1. Разработанная микроскопическая теория фотоиндуцированного долинного эффекта Холла в двумерных дираковских материалах позволяет объяснить принцип работы оптического транзистора, недавно полученного в результате эксперимента [12].
2. Разработанные теории фотоиндуцированного квантового долинного эффекта Холла и эффекта фотонного увлечения в экситонных системах в присутствии бозе-эйнштейновского конденсата позволяют моделировать новые логические устройства, поскольку, как было показано, отклик системы квантуется. Развитая теория фотоиндуцированного электрического тока позволяет идентифицировать наличие конденсатной фазы в системе, измеряя электрический ток, когда образец освещается светом с частотой, превышающей потенциал ионизации экситона.
3. Разработана микроскопическая теория квантовых траекторий применительно к экситон-поляритонам в плоских микрорезонаторах. Эта теория позволяет исследовать свойства излучения когерентных источников света и обнаруживать переход от термической к когерентной статистике.
4. Построена теория магнитоплазменного резонанса в гибридной системе, состоящей из взаимодействующих электронного газа и газа дипольных экситонов. Развита теория плазменного и магнитоплазменного резонансов в двумерных материалах в окрестности температуры перехода в сверхпроводящее состояние, где сверхпроводящие флуктуации играют роль. Полученные результаты открывают возможности экспериментального изучения сверхпроводящих свойств низкоразмерных материалов с помощью методов плазменной и магнетоплазменной спектроскопии посредством анализа поведения ширины соответствующего резонанса при приближении температуры к критической температуре сверхпроводящего перехода в системе.

5. Предложен и теоретически обоснован механизм спаривания электронов с участием боголюбовских квазичастиц для электронов с квадратичной (мономолекулярные слои дихалькогенидов переходных металлов) и релятивистской (графен) дисперсией. В последнем случае возможен переход мономолекулярного слоя графена в сверхпроводящее состояние с относительно высокой критической температурой.

Степень достоверности полученных в работе результатов обосновывается использованием адекватных теоретических моделей и математических методов теоретической физики, уже опробованных на других физических системах. Полученные результаты находятся в согласии с результатами, полученными другими авторами.

Апробация результатов работы. Научные результаты, изложенные в диссертационной работе, представлялись на многочисленных международных и российских научных конференциях в период 2014-2021 гг., в том числе:

1. Международной конференции “Физика взаимодействия света и вещества в наноструктурах” (“Physics of light-matter coupling in nanostructures”) – Москва, Россия, 2019.
2. Совещании по физике полупроводников – Санкт-Петербург, Россия, 2019.
3. Международном конгрессе “Вейловские фермионы в физике конденсированных сред” (“Weyl Fermions in Condensed-Matter”) – Натал, Бразилия, 2019.
4. Международной конференции Метанано 2018 (“Metanano 2018”) – Сочи, Россия, 2018.
5. Международной конференции Тераметанано-3 (“Terametanano-3”) – Ушмаль, Мексика, 2018.
6. Международной конференции “Физика взаимодействия света и вещества в наноструктурах” (“Physics of light-matter coupling in nanostructures”) – Вюрцбург, Германия, 2017.

Результаты исследований также обсуждались на семинарах Центра теоретической физики комплексных систем (Тэджон, Южная Корея), отделения теоретической физики ФИАН им. П.Н. Лебедева (Москва), Института точной механики и оптики (Санкт-Петербург), НГТУ (Новосибирск), ИФП СО РАН (Новосибирск).

Личный вклад автора. Диссертационная работа является многолетним итогом работы автора (с 2014 г.) в Институте физики полупроводников им. А. В. Ржанова (ИФП, Новосибирск, Россия) и в Институте фундаментальных наук (IBS, Тэджон, Южная Корея). По теме диссертации опубликованы 24 научные статьи в ведущих российских и международных журналах самого высокого уровня. Общая постановка задач исследований, выбор математических моделей и подходов, использованных в работах автора, обобщение результатов, формулировка защищаемых положений и выводов диссертации принадлежат лично автору. Автор лично проводил вычисления, при непосредственном участии автора проводилась подготовка докладов и публикаций. Исследования и подготовка статей производились совместно с соавторами; при этом вклад диссертанта был определяющим.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 202 страницы с 59 рисунками. Все иллюстрации, используемые в диссертационной работе, были позаимствованы из публикаций автора или сделаны во время написания диссертации. Список литературы содержит 415 наименований. Формулы и рисунки нумеруются по главам, нумерация литературы сквозная для всей диссертации.

Первая глава посвящена обзору литературы по теме диссертационной работы. Она включает в себя обзор таких тем, как эффект фотонного увлечения в двумерных электронных системах, продольный и поперечный (холловский) транспорт непрямых экситонов в гетероструктурах и дираковских материалах, таких как графен и дихалькогениды переходных металлов. Вводится понятие режима сильной связи, когда появляются новые квазичастицы – экситон-поляритоны в полупроводниковых микрорезонаторах. Описывается современное положение дел о когерентных свойствах бозонных конденсатов в низкоразмерных системах, вводится понятие гибридных бозе-фермиевских систем. Приведён обзор работ по сверхпроводимости в таких системах, в том числе теория слабой (Бардина–Купера–Шриффера) и сильной связей (Элиашберга). Здесь же приведён обзор литературы по эффектам взаимодействия сверхпроводников с внешним электромагнитным полем.

Вторая глава посвящена теоретическому изучению электронного транспорта в двумерных дираковских материалах. С использованием техники диаграмм Келдыша описан фотогальванический эффект в этих материалах и исследован спектр плотности фотогальванического электрического тока, который характеризуется колоколообразной формой после некоторой пороговой частоты внешнего света. Затем построена теория фотоиндуцированного долинного эффекта Холла как в образцах с баллистическим транспортом носителей заряда (где рассеянием на примесях можно пренебречь), так и в образцах с беспорядком. Показано, что в первом случае ключевым ингредиентом, необходимым для появления поперечного транспорта носителей заряда (холловского тока), является фаза Берри, в то время как во втором случае вклад в холловский ток, обусловленный фазой Берри, сокращается с другими вкладами, и главным механизмом холловского тока становится асимметричное поперечное рассеяние. Предлагается объяснение принципа действия оптического транзистора, основанного на долинном эффекте Холла. Тем самым объясняется существующий эксперимент на основе разработанной в диссертации теории.

В третьей главе изложена теория фотоиндуцированного транспорта в низкоразмерных системах, содержащих двумерный газ прямых или непрямых экситонов в нормальной и бозе-конденсированной фазах. Сначала описывается теория квантового аномального эффекта Холла в системе непрямых экситонов под воздействием внешнего электромагнитного поля. Показано, что фаза Берри играет здесь первостепенную роль: она заменяет внешнее магнитное поле, ввиду чего эффект становится аномальным. Вводится концепция прямых и непрямых в импульсном пространстве экситонов, и показывается, что только первые из них участвуют в холловском токе. Рассчитан спектр плотности тока экситонов и показано, что он имеет ступенчатую форму. В некотором смысле можно сказать, что отклик системы квантуется. Далее рассмотрен эффект фотонного увлечения непрямых экситонов в нормальной фазе и в состоянии конденсата (продольный транспорт экситонов). Показано, что в отсутствие конденсата плотность тока проявляет резонансное поведение как функция частоты света, в присутствии же конденсата начинают происходить беляевские процессы, и в двумерном случае отклик системы квантуется.

Рассмотрены фотоиндуцированные электрические токи в двумерных конденсатах экситонов, которые возможны, если частота внешнего света превышает потенциал ионизации экситонов. Опять же показано, что в присутствии конденсата появляется дополнительный компонент в полной плотности электрического тока. Далее рассматриваются новые квазичастицы – микрорезонаторные экситон-поляритоны. Описана теория парамагнитного резонанса в спин-поляризованных конденсатах экситон-поляритонов с помощью уравнений Гросса-Питаевского как в баллистическом режиме, так и в случае образца с беспорядком. Показано, что время жизни частиц сильно увеличивается в случае их конденсации. Рассчитан спектр коэффициента поглощения и исследована его зависимость от ключевых параметров. Обсуждается роль межчастичного взаимодействия. Также получены выражения для продольной и поперечной спиновых восприимчивостей, предложен экспериментальный способ обнаружения присутствия конденсата в системе.

Для более глубокого исследования когерентных свойств неравновесных низкоразмерных бозонных систем приводится описание метода стохастических траекторий (также известного под названием “метод квантовых прыжков”) для расчёта функции временной когерентности второго порядка. Приводится сравнение модели с экспериментальными данными, полученными с помощью установки Хэнбери Брауна и Твисса, а именно: исследуется зависимость функции временной когерентности от мощности накачки и от размеров образца. Затем результаты обобщаются на случай зигзагообразной цепочки Су–Шриффера–Хигера. В конце главы резюмируются основные выводы к ней (то же самое сделано в каждой из последующих глав).

Четвёртая глава посвящена эффектам кулоновского взаимодействия в гибридных твердотельных системах. Здесь (рассмотренные в двух предыдущих главах) двумерные электронные (глава 2) и экситонные (глава 3) газы объединены в бозе-фермиевские системы. Глава начинается с описания магнитоплазменного резонанса Фано в гибридных системах под воздействием внешнего переменного электромагнитного поля и постоянного магнитного поля для наблюдения циклотронного резонанса. Показано, что экситонная подсистема испытывает влияние внешних полей за счёт её взаимодействия с электронной подсистемой. Выводятся выражения, описывающие обобщённую проводимость, и обсуждаются свойства резонанса Фано.

Далее обсуждается захват электронов примесями в гибридных системах. Рассчитываются вероятности захвата, опосредованные испусканием одиночного боголона и боголонных пар. Показано, что двухбоголонные процессы вносят доминирующий вклад в захват электронов примесями. Также обсуждаются комбинированные акты захвата электронов с участием не только боголонов, но и акустических фононов решётки. Показано, что такие процессы вносят меньший вклад (по сравнению с двухбоголонными процессами) соглано теоереме Мигдала.

Затем рассматривается сопротивление двумерного электронного газа за счёт взаимодействия с боголонами. Используется теория Блоха-Грюнайзена для описания времени рассеяния электронов на боголонах. Далее теория Блоха-Грюнайзена обобщается на случай двухбоголонных процессов. Исследуются ключевые зависимости сопротивления слоя электронного газа от концентрации электронов и плотности конденсата. Производится сравнение с фононным и примесным механизмами рассеяния.

В пятой главе развита теория спаривания электронов с участием квазичастиц Боголюбова (боголонов) в рамках модели БКШ (в таких же гибридных системах, которые рассматривались в предыдущей главе). Рассчитывается сверхполводящая щель и критическая температура сверхпроводящего перехода в графене и дихалькогенидах переходных металлов (на примере MoS_2). Показано, что взаимодействие, опосредованное парами боголонов, позволяет решить проблему малой плотности состояний в двумерных дираковских материалах с линейным спектром при малых импульсах (около точки Дирака). Безразмерная константа межэлектронного взаимодействия оказывается достаточно большой, что приводит к необходимости развивать теорию Элиашберга сверхпроводимости – режим сильной связи – опосредованной боголонами в гибридных системах, что и сделано далее в этой главе. Показано, что спаривание электронов, опосредованное парами боголонов, представляет собой доминирующий механизм не только в режиме слабой, но и в режиме сильной связей, в то время как спаривание, опосредованное одиночными боголонами, подавлено и не играет существенной роли. Для этого производится расчёт константы электрон-боголонного взаимодействия для систем с параболической и линейной дисперсией электронов, и представлены соответствующие оценки критической температуры сверхпроводящего перехода.

Далее рассматривается другая гибридная система: металлический или полупроводниковый слой (или графен), расположенный в непосредственной близости от сверхпроводника. Показано, что присутствие такого слоя может значительно усилить связь между внешним светом и куперовскими парами в сверхпроводнике, так что сверхпроводящие свойства могут быть изучены из анализа спектра поглощения гибридной системы, а именно, из резонанса Фано, возникающего как в обычных, так и в сверхпроводящих гибридных подсистемах из-за их взаимного влияния. Исследуется форма и положение пиков (и провала) резонанса Фано. Показано, как найти величину сверхпроводящей щели и, следовательно, параметр порядка, его симметрию, а также критическую температуру перехода.

Затем рассматриваются сверхпроводники во флуктуационном режиме. Исследуется двумерный материал в окрестности температуры перехода в сверхпроводящее состояние (выше температуры перехода), где сверхпроводящие флуктуации могут быть описаны теорией Асламазова–Ларкина. С помощью кинетического уравнения Больцмана изучена кинетика флуктуаций с учётом взаимодействия между куперовскими парами и нормальными электронами в рамках приближения случайных фаз. Показано, что плазменный резонанс как отклик системы на внешнее электромагнитное поле меняет свои характеристики в случае наличия флуктуация (приближения температуры к критической). В частности, резонансная линия становится шире при наличии в системе флуктуаций. Кроме того, исследуется ток увлечения флуктуирующих куперовских пар.

В Заключении резюмированы основные результаты работы.

Глава 1. Обзор литературы

1.1 Эффект фотонного увлечения в двумерных электронных системах

Пондеромоторная сила света, действующая на атомы, молекулы и другие частицы, приводит к передаче импульса между светом и веществом [13, 14] – явление, называемое радиационным (или световым) давлением. Исторически гипотеза о радиационном давлении была впервые предложена Кеплером в начале XVII в. при попытке объяснить, почему хвосты комет направляются от Солнца. В рамках классической электродинамики давление света рассматривал Максвелл в 1870-х гг. Было показано, что это явление тесно связано с рассеянием и поглощением света частицами.

В рамках квантовой механики радиационное давление является результатом передачи импульса от фотона к системе, например, атому или молекуле [15]. В конденсированных средах световое давление приводит к возникновению тока носителей заряда – это явление называется эффектом фотонного увлечения (ЭФУ). Первая теория ЭФУ была основана на рассмотрении электрон-фотонного взаимодействия, опосредованного фононами [16, 17]. Носители заряда – свободные электроны и дырки – могут поглощать излучение посредством взаимодействия с электромагнитным (ЭМ) полем, и потом они вынуждены двигаться в направлении волнового вектора света.

Согласно классическому описанию ЭФУ в полупроводниках ток увлечения имеет вид $\mathbf{j}(\omega) \sim \mathbf{k}\mathcal{P}(\omega)I$, где ω – частота ЭМ поля, $\mathbf{k}$ – волновой вектор фотона, $\mathcal{P}(\omega)$ – коэффициент поглощения света носителями заряда, а $I = cE^2/8\pi$ – интенсивность электромагнитной волны с напряжённостью E. Очевидно, частотная зависимость тока увлечения определяется спектром коэффициента поглощения. В большинстве случаев эта зависимость является либо монотонной либо резонансной, если частота ЭМ поля близка к энергии квантовых переходов в системе. Возникновение тока увлечения ЭМ полем обычно представляет собой нелинейный эффект (например, квадратичный по напряжённости ЭМ поля).

Одной из мотиваций изучать нелинейные оптические и транспортные эффекты на сегодняшний день является недавнее открытие ряда новых двумерных (2D) материалов, таких как графен [18] и дихалькогениды переходных металлов (ДПМ) [19], которые являются перспективными для приложений в нелинейной оптоэлектронике. Их зона Бриллюэна содержит две долины K и K$'$, связанные симметрией обращения времени. Следовательно, в добавление к импульсу и спину такие 2D системы (которые могу быть полупроводниками, полуметаллами, изоляторами и т.д.) обладают ещё одной степенью свободы, привязанной к определённой долине – долинным индексом (или псевдоспином). Особенно удобно, что спектр ДПМ имеет большую ширину запрещённой зоны (например, в MoS_2 она составляет от 1.5 до 2.0 эВ [20]), что даёт возможность изучать оптические долинно-зависимые эффекты [12, 21], в которых

ДПМ подчиняются долинно-селективным оптическим правилам отбора [22, 23]. Новые 2D материалы представляют собой испытательный полигон не только для оптоэлектроники [24, 25], но и для спиновой долинотроники [26]. Они интересны как с фундаментальной точки зрения, так и с точки зрения дизайна новых приборов и устройств [27].

В целом 2D квантовые системы под воздействие внешних высокочастотных ЭМ полей демонстрируют множество интересных явлений, включая бездиссипативный перенос электронов [28], квазиконденсацию [10, 29], ну и, конечно, упомянутый выше ЭФУ [30, 18, 31]. Последний широко изучался в классических полупроводниках [32, 33, 34], диэлектриках [35], металлах [36, 37], графене и многослойном графене [18, 31], углеродных нанотрубках [38], топологических изоляторах [39], двумерном электронном газе [30, 40, 41] и других системах. Кроме фундаментальной значимости, ЭФУ применяется в исследовании спектра и времён релаксации носителей заряда в полупроводниковых гетероструктурах и металлах. В целом изучение низкоразмерных систем с активной областью на основе квантовых ям (КЯ) (для локализации электронов и дырок) и двойных квантовых ям (ДКЯ) (для локализации экситонов, о которых пойдёт речь ниже) нацелено на разработку новых приборов, ключевым ингредиентом которых является 2D электронный газ (2DЭГ) [42] или 2D экситонный газ, таких как транзисторы [43, 44, 45]. Транспорт электронов и экситонов в таких структурах может обеспечиваться разными механизмами, в том числе акустическими волнами, искусственными решётками, электростатическим потенциалом, и даже электромагнитным полем внешнего источника света [46, 47]. В последнем случае как раз и идёт речь об ЭФУ частиц.

В случае почти резонансного возбуждения твердотельной системы ЭМ волнами и сильного взаимодействия света с веществом удобно работать с гибридными квазичастицами, характеризующимися неравновесными стационарными функциями распределения. В их спектре есть динамическая щель [48, 49], определяемая амплитудой внешнего ЭМ поля. Изначально динамически создаваемая щель изучалась в бесщелевых материалах, таких как графен [50, 51, 52]. В настоящее время в центре внимания физика долинных 2D материалов [22, 53, 54, 23], о которых говорилось выше. Они обладают свойствами симметрии, подобными однослойному графену со сдвинутым в шахматном порядке потенциалом подрешётки. Вследствие нарушения пространственной инверсии симметрии в системе становятся возможны транспортные эффекты, описываемые обобщённым тензором проводимости третьего порядка. Типичным примером является фотогальванический эффект (ФГЭ), также называемый фотовольтаическим эффектом. Он заключается в том, что компоненты фотоиндуцированного тока j^α связаны с компонентами векторного потенциала внешнего ЭМ поля A^β посредством $j^\alpha = \chi_{\alpha\beta\gamma}A^\beta A^\gamma$, где α, β, $\gamma = x$, y, z и $\chi_{\alpha\beta\gamma}$ – фотогальванический тензор третьего порядка, который может существовать (быть конечным) только в нецентросимметричных материалах.

Микроскопическое происхождение обычного ФГЭ заключается в асимметрии потенциала взаимодействия или блоховской волновой функции, вызванной кристаллом (в том числе в 2D материалах). Однако существуют и другие виды ФГЭ, проявляющиеся ввиду (i) значительной электрической поляризации (перпендикулярной слоям структуры) при размещении исследуемого слоя на подложке или в гетероструктуре [55] или (ii) тригонального искривления долин, также называемого тригональной гофрировкой долин (trigonal warping в англоязычной литературе). Как пример (i), циркулярный ФГЭ, вызванный электрической поляризацией, нормальной к слою дихалькогенида, наблюдался в структурах, находящихся под действием сильного внешнего ЭМ поля [56]. Микроскопический механизм ФГЭ, рассмотренный в работах [55, 56], представляет собой интерференцию между взаимодействием электронов с внутриплоскостным ЭМ полем и линеным эффектом Штарка, связанным с нормальными к плоскости компонентами ЭМ поля, обусловленными дипольным моментом электрической поляризации, перпендикулярной плоскости.

Другой микроскопический механизм долинного ФГЭ (ii) основан на тригональном искривлении долин. В работе [57] было показано, что ФГЭ может быть следствием асимметрии межзонных оптических переходов, вызванной искривлением долин. Существует несколько вариантов наблюдения долинных токов, в частности, эффект генерации второй гармоники [58] и измерения фотолюминесценции. Тригональная асимметрия дисперсии частиц также приводит к таким интересным явлениям, как появление чисто долинных токов [59] в бесщелевых материалах.

Токи ФГЭ в долинах K и K′ текут в противоположных направлениях. Следовательно, полный ток равен нулю из-за симметрии обращения времени. Чтобы получить ненулевой ток в таких условиях, необходимо нарушить симметрию обращения времени. Это можно сделать с помощью внешнего ЭМ поля с циркулярной (также иногда называемой круговой) поляризацией поскольку ДПМ обладают поляризационно-чувствительными правилами межзонного оптического отбора: электроны в долине K (K′) взаимодействуют со светом и совершают межзонный переход, если только поляризация света совпадает с киральностью долины K (K′). Это правило отбора происходит из зонной топологии гамильтониана, отражая противоположную фазу Берри в точках K и K′ и приводя к дисбалансу электронных заселённостей в двух долинах (и аномальному эффекту Холла [60]). Теория линейного отклика при взаимодействии света и вещества в ДПМ была развита в ряде работ [61, 62, 63]. Однако нелинейные оптические явления остаются в значительной степени неизученными [64, 65]. Для полноты картины, можно упомянуть, что ФГЭ в полуметаллах Вейля [66, 67, 68] не требует дисбаланса электронных заселённостей, поскольку в вейлевских полуметаллах симметрия относительно обращения времени нарушена даже в равновесии.

В разделе 2.1 будет рассмотрен один из типов ФГЭ в 2D материалах, который проявляется в случае разного заселения долин, когда система подвергается воздействию света с циркулярной поляризацией.

До сих пор шла речь о продольном транспорте носителей заряда. Но возможен и их поперечный (холловский) транспорт. Концепция эффекта Холла, открытие которого произошло в 1879 г., заключается в возникновении электрического тока или иных потоков частиц в образце в направлении поперечном как к приложенной силе, так и внешнему магнитному полю (МП), которое обычно необходимо для возникновения эффекта [69]. Если магнитное поле становится достаточно сильным, холловская проводимость может принимать квантованные значения [70, 71], – такова природа квантового эффекта Холла. В целом эффекты Холла основаны либо на нарушении симметрии обращения времени, либо на нарушении симметрии инверсии с использованием либо внешнего поля, либо внутренней намагниченности, либо спин-орбитального взаимодействия [72, 73].

Если поперечный ток возникает в отсутствие МП, такие эффекты называют "аномальными эффектами Холла" (АЭХ) [3, 74]. (У АЭХ также есть квантованный аналог [75].) Если говорить на интуитивно понятном квазиклассическом языке, аномальный холловский ток происходит из конкретного члена в выражении групповой скорости частицы: $\dot{\mathbf{r}} = \partial_{\mathbf{p}}\varepsilon(\mathbf{p}) - \dot{\mathbf{p}} \times \mathbf{\Omega}_{\mathbf{p}}$, где $\mathbf{r}$ – координата частицы, $\mathbf{p}$ – её испульс, $\varepsilon(\mathbf{p})$ – дисперсионное соотношение, а $\mathbf{\Omega}_{\mathbf{p}}$ – кривизна Берри, связанная с замкнутыми траекториями в пространстве параметров [76], выражающаяся через периодическую амплитуду волновой функции Блоха $|u\rangle$: $\mathbf{\Omega}_{\mathbf{p}} = \partial_{\mathbf{p}} \times \langle u|i\partial_{\mathbf{p}}|u\rangle$ и имеющая ненулевое значение в нецентросимметричных материалах [77]. Для заряженной частицы, находящейся в электрическом поле $\mathbf{E}(t)$, квазиклассическое уравнение движения имеет вид $\dot{\mathbf{p}} = e\mathbf{E}(t)$, где e – элементарный заряд, что даёт нам член аномальной скорости $-e\mathbf{E}(t) \times \mathbf{\Omega}_{\mathbf{p}}$, действующий как псевдомагнитное поле в импульсном пространстве. Именно этот член отвечает за анамальные холловские токи.

Аномальный перенос носителей заряда в низкоразмерных структурах – это предмет исследований, который в последнее время привлекает все большее внимание [3]. Примеры АЭХ включают эффект Холла в магнитных материалах (за счёт их внутренней намагниченности) и спиновый эффект Холла (где роль МП играет спин-орбитальное взаимодействие). Одной из концептуальных задач здесь является исследование АЭХ, возникающего в результате топологических свойств носителей заряда [78] из-за появления фазы Берри, которая, оказывается, играет центральную роль в различных явлениях переноса в физике конденсированных сред [79, 80, 81], одним из самых важных из которых является долинный эффект Холла (ДЭХ) [20, 22, 23, 82, 12, 83], возникающий в 2D дираковских материалах с неэквивалентными долинами в обратном пространстве, таких как ДПМ [54, 21, 84].

Хорошо известно, что существуют три принципиальные механизмы, ответственные за АЭХ в немагнитных материалах [85]: (i) вклад за счёт фазы Берри, обусловленный компонентами аномальной скорости (именуемый "intrinsic" в англоязычной литературе) [81], (ii) вклад за счёт "сдвигового рассения" ("side jump"), и (iii) вклад асимметричного рассеяния ("skew scattering") носителей заряда на примесных центрах. Эти три вклада связаны друг с другом и могут частично или полностью взаимно компенсироваться, что было показано в недавних работах по электронному [86, 87] и экситонному [88] транспорту в полупроводниках. В частности, в статье [87] показано, что вклады сдвигового рассеяния и асимметричного рассеяния не могут быть опущены при условии фотонного или фононного увлечения, как это обычно делается при рассмотрении ДЭХ [20, 89, 81]. Было показано, что сдвиговое рассеяние компенсирует вклад от фазы Берри в проводимость.

Эти фундаментальные выводы несомненно играют важную роль в понимании микроскопических процессов, лежащих в основе ДЭХ. Тем не менее, существовавшие до сих пор теории рассматривали только равновесные электроны, изначально занимающие две неэквивалентные долины. Токи ДЭХ, возникающие из потоков этих электронов, текут в противоположных направлениях и, имея одинаковою величину, взаимокомпенсируются, оставляя в образце нулевой суммарной ток ДЭХ. Для наблюдения ненулевого тока ДЭХ в реальном эксперименте [12], образец должен быть освещён внешним ЭМ полем циркулярной поляризации. Это нарушает симметрию по отношению к обращению времени и приводит к доминирующей заселённости только одной из долин ввиду долинно-зависимых межзонных оптических правил отбора. В результате вклады в ток от неэквивалентных долин не уничтожают друг друга. Таким образом, важно рассматривать неравновесные фотовозбуждённые электроны, т.к. именно они дают вклад в ДЭХ.

Хотя эта идея уже упоминалась в литературе [90], детальных теоретических исследований до сих пор не было произведено, хотя фотоиндуцированный АЭХ уже стал активной темой исследований [91]. До сих пор анализ [12] экспериментальных наблюдений ДЭХ был основан на феноменологическом выражении вида $\sigma_{\mathrm{H}} \propto \delta n_e$, где σ_{H} – проводимость ДЭХ, а δn_e – разница заселённостей долин ввиду межзонной фотогенерации. Разделы 2.2 и 2.3 данной диссертационной работы посвящены теории фотоиндуцированного ДЭХ в баллистических образцах и в образцах с беспорядком.

1.2 Продольный и поперечный транспорт экситонов в гетероструктурах и дираковских материалах

Влияет ли кривизна Берри на динамику в целом нейтральных составных частиц, таких как бозонные возбуждения в полупроводниковых кристаллах, называемых "экситонами"? Они представляют собой связанные электрон-дырочные пары. На первый взгляд, кажется, что эффект фазы Берри должен исчезнуть из-за нечувствительности движения центра масс экситона к внешним однородным ЭМ полям. На практике всё оказывается сложнее – этому вопросу посвящён раздел 2.4. Следует отметить, что здесь и далее будет идти речь только об экситонах большого радиуса (экситонах Мотта).

Зачем изучать фазу Берри экситонов (и бозонов в целом)? С фундаментальной точки зрения, интересно сделать мапирование топологических свойств фермионов на бозоны. С точки зрения практического применения, экситоны не только играют важную роль в оптических явлениях, происходящих в низкоразмерных структурах [92, 93], но также могут широко использоваться в приложениях [42]. Так одним из преимуществ экситонных устройств является возможность экситон-фотонной связи, которая необходима для манипулирования оптическими сигналами, включая возможность формирования когерентных квазиконденсатных состояний с малой чувствительностью к беспорядку, присутствующему в любой наноструктуре (о таких системах пойдёт речь ниже). В работе [94] авторы предлагают физическую реализацию целочисленного квантового эффекта Холла взаимодействующих 2D бозонов и обсуждают общий класс систем, в которых эта физика может наблюдаться. В работах [95, 96] были рассмотрены фаза Берри и холловская физика взаимодействующих бозонов на решётке.

Какие бывают экситоны в полупроводниках? Экситоны могут образовываться из электронов и дырок, локализованных в одной (общей) КЯ. Такие экситоны называются прямыми (или просто экситонами). Электроны и дырки могут быть локализованы и в разных КЯ. В этом случае экситоны оказываются локализованы в ДКЯ. Такие экситоны называются непрямыми или дипольными экситонами. Наиболее изученной системой материалов для ДКЯ и, следовательно, для исследования оптических и транспортных свойств непрямых экситонов является арсенид галлия (GaAs) и его твёрдые растворы с алюминием и индием. Открытие новых чисто 2D материалов, таких как мономолекулярные слои ДПМ, положило начало новому этапу исследований как прямых [97, 98, 99, 100, 54], так и непрямых экситонов [101, 102]. Из-за значительного расстояния между неэквивалентными долинами в импульсном пространстве долинное квантовое число устойчиво к внешним возмущениям. Эта дополнительная степень свободы составляет основу бозонной долинтроники.

Еще одно свойство непрямых экситонов, которое отличает их от их прямых аналогов, – большое время жизни, обычно от наносекунд до микросекунд [42]. Время жизни велико из-за слабого перекрытия пространственно разделённых волновых функций электрона и дырки. Быстрая релаксация по энергии позволяет охлаждать непрямые экситоны до ~ 0.1 K за время их жизни [42], что значительно ниже температуры квантового вырождения экситонного газа, тем самым открывая экспериментальный способ формирования когерентного экситонного состояния – экситонного квазиконденсата. Эксперименты показывают типичные температуры конденсации экситонов $1-5$ K в наноструктурах GaAs [93]. Недавно появились работы, обсуждающие гораздо более высокие температуры конденсации непрямых экситонов в монослоях ДПМ [92], что делает эти материалы очень перспективными для наблюдения квантовых когерентных явлений при более высоких температурах.

Дипольные экситоны являются нейтральными частицами, поскольку заряды электрона и дырки равны, и, стало быть, компенсируют друг друга при формировании экситона. Однако такая гибридная частица обладает встроенным дипольным моментом ввиду конечного расстояния между электроном и дыркой (которое определяется через расстояние между КЯ, формирующими ДКЯ, и взаимным распололжением носителей заряда в латеральной плоскости). Наличие дипольного момента позволяет управлять движением экситонов посредством внешнего электрического поля. Действительно, энергия дипольного экситона в поле F_z, созданном посредством приложения к металлическому затвору структуры электрического напряжения смещения, направленного перпендикулярно слоям ДКЯ, равна $\delta E = -eaF_z$, где a – расстояние между КЯ, что позволяет контролировать профиль потенциала, $\delta E(x,y) = -eaF_z(x,y)$, в плоскости КЯ [42].

Такой метод контроля имеет ряд сложностей и ограничений. В частности, ток увлечения будет иметь малость порядка ka (где k – волновой вектор света), так как длина световой волны значительно превосходит a. Обычно в таких случаях можно описывать взаимодействие света и материальных возбуждений в рамках дипольного приближения. Однако в случае резонансного взаимодействия световое давление на атомы может стать существенным даже в рамках дипольного приближения [103]. Действительно, суть воздействия света на атомы заключается в том, что ЭМ поле света E наводит индуцированный дипольный момент $\alpha_p(\omega)E$ где $\alpha_p(\omega)$ – динамическая поляризуемость атома. При этом сила, действующая на атом, может быть найдена как среднее величины $F = -\nabla U$ по времени, где $U = -\alpha_p(\omega)E^2$ – энергия поляризованного атома в поле волны. В результате в стационарном режиме $\langle F \rangle = \alpha_p(\omega)\nabla\langle E^2 \rangle$. Из этой формулы видно, что в случае, когда частота света близка к частоте перехода в атоме (или экситоне), величина силы возрастает резонансно. Раздел 3.1 посвящён построению квантовой теории ЭФУ дипольных экситонов. Будет показано, что спектр тока экситонов может проявлять резонансное поведение как функция частоты внешнего ЭМ поля.

В следующих разделах 3.2 и 3.3 будет рассмотрен продольный (не холловский) ЭФУ бозонов в нормальной фазе (здесь и далее под “нормальной” фазой будет пониматься отсутствие конденсата) и в состоянии конденсата Бозе–Эйнштейна (БЭК). В качестве лабораторной системы снова будут рассмотрены непрямые экситоны [93, 92, 104].

Чтобы выявить наличие конденсата в системе, обычно проверяют, есть ли переход в макроскопически когерентное состояние, которое характеризуется резким уменьшением ширины линии фотолюминесценции с одновременным увеличением интенсивности излучения из системы [10]. Другой косвенный метод – приложение внешнего МП, которое приводит к изменению оптических свойств системы, таким образом, проверяется гибридизацию экситонов и фотонов с образованием составных частиц [105]. В разделе 3.4 предлагается альтернативный метод, который можно использовать для исследования существования БЭК, основанный на измерении фотоиндуцированного электрического тока.

1.3 Экситон-поляритоны в полупроводниковых микрорезонаторах

Помимо экситонов в настоящей диссертации рассматриваются и другие составные (гибридные) квазичастицы – экситон-поляритоны (ЭП), получающиеся в результате режима сильной связи фотонов и экситонов (света и материи). Они могут возникать в разных системах, мы же рассмотрим здесь лишь одну, называемую полупроводниковый микрорезонатор (или полупроводниковая микрополость). Благодаря своей гибридной природе ЭП демонстрируют ряд специфических свойств, отличающихся от других квазичастиц в твёрдом состоянии. В частности, их малая эффективная масса ($10^{-4} - 10^{-5}$ массы свободного электрона), унаследованная от фотонов (которые обретают её ввиду локализации между брэгговскими зеркалами резонатора), вместе с сильным межчастичным взаимодействием, позаимствованным у экситонов, делает ЭП системы пригодными для наблюдения квантовых коллективные явления при достаточно высоких температурах [10, 106]. В ЭП системах наблюдаются и другие интересные эффекты, такие как сверхтекучесть [107], эффект Джозефсона [108], образование вихрей [109]. Некоторые теоретически предсказанные явления, такие как самолокализация ЭП [110], опосредованная поляритонами сверхпроводимость [111], по-прежнему ждут экспериментальной верификации.

Помимо фундаментальной важности, режим сильной связи может быть использован в различных оптоэлектронных приложениях [8]. Здесь, во-первых, следует упомянуть поляритонный лазер [112, 113, 105] как альтернативный источник света на основе БЭК. Микрополости под воздействием когерентной накачки также позволяют исследовать и использовать ЭП нейроны [114] и даже целые ЭП интегральные схемы [115]. Кроме того, полупроводниковые микрополости при некогерентной фоновой накачке (например, инжекции электрического тока) можно использовать в оптических маршрутизаторах [116], детекторах терагерцового излучения [117, 118], и высокоскоростных оптических переключателях [107, 119].

Одним из наиболее важных квантовых свойств, определяющих динамику ЭП, является их спиновая степень свободы (также называемая поляризацией) [120]. Эта степень свободы открывает путь в спин-оптронику [121]. С одной стороны, в отличие от классической оптики, где нелинейное керровское взаимодействие обычно является слабым, спиновая оптроника находится в более выгодном положении благодаря относительно сильному взаимодействию между частицами. С другой стороны, в отличие от спинтроники, использование ЭП может уменьшить пагубное влияние релаксации спина носителей и декогеренции [122, 123, 124, 125]. Спиновая динамика поляритонов широко изучалась в литературе [126, 127, 128, 129], хотя многие вопросы остаются нераскрытыми.

В разделе 3.5 будет рассмотрен парамагнитный резонанс в экситонных и экситон-поляритонных системах. Обычный парамагнитный резонанс – это явление, известное из физики электронов в металлах [130]. После его открытия парамагнитный резонанс был, в частности, использован для создания квантового циклотрона [131], для улучшения качества измерений электронного магнитного момента и постоянной тонкой структуры [132], и в расчётах дипольных моментов магнитных переходов [133].

Парамагнитный резонанс может наблюдаться не только в электронных, но и в бозонных системах. Принципиально важно, чтобы бозоны обладали спиновой степенью свободы как, например, ЭП или газ холодных атомов [134] под действием приложенного МП. (Такие системы в последнее время тоже вызывают значительный интерес [135].) Мы рассмотрим систему ЭП в микрополости и покажем, что парамагнитный резонанс в такой системе обладает новыми особенностями по сравнению с 2DЭГ.

1.4 Когерентные свойства бозонных конденсатов

Типичным признаком БЭК является макроскопическое заполнение одночастичного основного состояния системы многих тел в тепловом равновесии. Это коллективное состояние проявляет высокую пространственную и временную когерентность. В твердотельных системах, однако, бозоны имеют конечное время жизни, и поэтому возникает необходимость изучать стационарные свойства системы, а не тепловое равновесие [136]. Поэтому речь обычно идёт о квази-бозе-эйнштейновской конденсацией (мы же в дальнейшем просто будем называть такое состояние конденсатом или использовать аббревиатуру БЭК для краткости). Здесь макроскопическое заселение основного состояния вызвано релаксацией частиц с более высоких возбуждённых состояний, которые накачиваются некоторым внешним резервуаром. Такой БЭК возникает в системах магнонов [137, 138], непрямых экситонов [139] или ЭП [140, 141, 142] в условиях нерезонансного возбуждения системы.

Из-за своей малой эффективной массы ЭП могут проявлять квантовые когерентные свойства вплоть до комнатных температур в материалах с широкой запрещённой зоной [106, 143]. Поляритонный БЭК возникает в результате бозон-бозонного взаимодействия и обмена энергией с окружающей средой. В частности, ключевую роль обычно играет рассеяние поляритонов на акустических фононах [144], как было продемонстрировано в ряде недавних экспериментов [119, 145].

Образование квазиконденсата связано с излучением когерентного (подобного лазерному) излучения из микрорезонатора [146, 147]. Однако такого излучения недостаточно для доказательства существования БЭК поляритонов, поскольку свойства пространственной и временной когерентности требуют более подробного рассмотрения. В экспериментах временная когерентность обычно описывается функцией временной когерентности второго порядка, $g^{(2)}(\tau)$, где τ – задержка между двумя событиями фотодетектирования. В частности, $g^{(2)}(\tau = 0)$ демонстрирует переход от тепловой $g^{(2)}(0) = 2$ к когерентной статистике $g^{(2)}(0) = 1$ [148, 114]. Пространственная когерентность, также называемая недиагональным дальним порядком [149, 150, 151, 152, 153], характеризуется медленно затухающей в пространстве функцией когерентности, $g^{(1)}(\Delta x)$, между областями, разделёнными Δx.

В то время как экспериментальные методы, основанные на использовании интерферометра Майкельсона и установке Хэнбери Брауна и Твисса (ХБТ), широко используются для измерения пространственной и временной когерентности, общей теории, объясняющей квантовые корреляции многих тел и взаимодействие с окружающей средой за счёт фононов, не существует. С одной стороны, широко используемый подход к описанию поляритонной динамики на базе квазиклассического уравнения Больцмана [154, 155, 156, 157, 158], основан на предположении о полной некогерентности системы. Таким образом, квантовые состояния системы считаются полностью некоррелированными. С другой стороны, подходы, основанные на уравнении Гросса–Питаевского (ГП) [159] при резонансном или нерезонансном возбуждении системы [136, 160], успешно объясняют множество недавних экспериментов [161, 162, 163], но они предполагают глобальную когерентность и, следовательно, не могут описывать релаксацию поляритонов, например, посредством взаимодействия с фононами. Были попытки добавить в уравнение ГП вигнеровские члены [159] – дополнительный шум. Однако такой подход имеет ряд ограничений и не может описывать мультимодовые системы. Недавно были предприняты попытки объединить уравнения Больцмана и ГП [114]. Но предложенные методы не позволяют описать возникновение когерентности в системе.

Подходы, использующие основное кинетическое уравнение, позволяют описывать как когерентные, так и некогерентные процессы в динамике поляритонов [164]. Так недавно нами была проанализирована пространственная когерентность ЭП в одномерном случае [165]. Однако развитая модель, включающая громоздкую иерархию связанных уравнений, становится очень требовательной в вычислительном смысле в пространствах более высокой размерности, и её применение, видимо, ограничивается одномерными структурами. Модель, рассмотренная в [166], включает релаксацию энергии феноменологическим способом, работает с классическим стохастическим полем и требует неизвестных подгоночных параметров. Кроме того, дальнодействующее взаимодействие в системе не позволяет использовать мощные квантовые методы, основанные на теории ренормгруппы матрицы плотности [167]. Таким образом, дальнейшие теоретические исследования когерентности ЭП системы продолжают быть востребованными.

Временная когерентность источника излучения является ключевой величиной, которая позволяет отличить лазерные устройства от тепловых излучателей. В то время как функция когерентности первого порядка $g^{(1)}(\tau = 0)$, которая является коррелятором амплитуд поля в разные моменты времени, отражает когерентность испускаемых фотонов, её аналог второго порядка $g^{(2)}(\tau = 0)$ является корреляцией интенсивностей поля и даёт представление о статистике излучения. В обычных полупроводниковых лазерах, которые основаны на стимулированном излучении и инверсии населённостей уровней, статистика излучения переходит от теплового (ниже порога лазерной генерации) к когерентному (выше порога), что отражается в изменении значения $g^{(2)}(\tau = 0)$ от значения два к значению один.

Как уже упоминалось ранее, будучи бозонами с малой эффективной массой и конечным временем жизни, ЭП могут претерпевать процесс динамической БЭК. Аналогично обычному лазеру, работающему в режиме слабой связи (например, вертикально-излучающему лазеру), формирование БЭК ЭП сопровождается нелинейным увеличением интенсивности излучаемого света и уменьшением спектральной ширины линии [146], что является характерным, но не однозначным признаком временной когерентности первого порядка испускаемого излучения. Более сложный подход, основанный на использовании интерферометра Майкельсона, обсуждался в работе [168], где было продемонстрировано сильное увеличение времени когерентности в режиме генерации поляритонов с использованием источников накачки с малым шумом.

Пространственная когерентность первого порядка является необходимым критерием для подтверждения существования БЭК ЭП [169, 10, 170, 165]; однако функция когерентности второго порядка представляет собой другой важный признак когерентного света, и она изучена хуже. С теоретической точки зрения корреляционная функция второго порядка в ЭП системах была исследована для случая слабой [171, 172, 173, 174] и сильной [175] когерентной резонансной накачки. Однако при нерезонансной накачке возникает ряд трудностей, в частности, ввиду отсутствия (теоретического) микроскопического квантового описания поведения функции $g^{(2)}(\tau)$ в реальных условиях, таких как конечные температуры. Действительно, общие методы исследования ЭП систем основаны на стохастических уравнениях

Гросса–Питаевского [176, 177, 178]. Они основываются на серьёзных допущениях относительно корреляций высокого порядка, к коим относится и функция когерентности. Кроме того, зависимость $g^{(2)}(\tau \neq 0)$ не может быть учтена с помощью квазиклассических моделей. Как следствие этих ограничений, до сих пор существующие теории, описывающие функцию когерентности второго порядка в поляритонных системах, не являются убедительными, будучи скорее феноменологическими моделями.

Другая трудность заключается в отсутствии объяснения опубликованных экспериментальных результатов, где в 2D микрополостях в большинстве случаев наблюдается неожиданно медленное падение $g^{(2)}(0)$ выше порога [179, 180, 181]. Величина функции $g^{(2)}(0)$ долго (до очень больших накачек) значительно превышает единицу, таким образом, налицо сильное отклонение от пуассоновской статистики фотонов.

Об увеличении $g^{(2)}(0)$ с увеличением мощности накачки сообщалось даже для образцов на основе GaAs и CdTe [180, 182, 183]. Разумно предположить, что эти особенности являются результатом большого количества состояний в непрерывной дисперсии поляритонов, которые могут вносить вклад в процесс конденсации и неизбежно приводить к конкуренции мод. Такие эффекты приводят к подавлению когерентности системы, характерной для конденсации ЭП. Поэтому они являются ещё одним препятствием на пути к пониманию и описанию эволюции временной когерентности второго порядка в ЭП системах и конденсации в физике твёрдого тела в целом (за пределами феноменологического уровня понимания).

В разделе 3.6 рассказывается об (экспериментальном и теоретическом) исследовании зависимости функции $g^{(2)}$ от мощности в плоских микрорезонаторах с поляритонными ловушками (КЯ для поляритонов). Локализация частиц в пространстве ранее использовалась для усиления процессов конденсации (в ловушках и микропилларах) [184, 185, 186, 187]; в нашем случае пространственное ограничение в протравленных микропилларах диаметром от 6 до 12 μm позволяет формировать конденсаты поляритонов, для которых $g^{(2)}(0)$ выше некоторого порога накачки выходит на плато со значением больше единицы. Это значение плато $g^{(2)}(0)$ уменьшается с увеличением локализации частиц, отражая увеличение когерентности в таких структурах. Когда локализация достаточно сильная, чтобы поддерживать одномодовую конденсацию, наблюдается характерное падение $g^{(2)}(0)$ к единице с увеличением населённости частиц [188, 189]. Интересно, что в работе [168] сообщается об относительно низком значении $g^{(2)}(0)$, равном 1.1 для образца на основе CdTe, в котором может присутствовать значительный беспорядок фотонного потенциала (глубина такого потенциала составляет до 1-2 мэВ [190]). Такой беспорядок естественным образом локализует конденсат ЭП.

В работе [188] рассматривается образец, основанный на гибридной фотонной кристаллической решётке для достижения сильного конфайнмента, чтобы наблюдать полностью когерентное состояние. Однако важная роль такой геометрии системы (и ландшафтной инженерии оптических систем в целом) не рассматривается в данной работе систематически и не описывается теоретически.

1.5 Гибридные бозе-фермиевские системы

До сих пор речь шла отдельно о 2D электронных и бозонных системах. Если теперь соединить электроны и бозоны в одном образце, получится гибридная бозе-фермиевская система. Такие системы представляют собой полигон для изучения явлений многих тел, перспективный как с фундаментальной точки зрения, так и для будущих приложений [191]. В холодных атомных газах (где одновременно присутствуют частицы, подчиняющиеся как статистике Ферми, так и Бозе) недавние исследования были сосредоточены на изучении феномена резонанса Фешбаха [192, 193, 194, 195], который позволяет контролировать силу двухчастичного взаимодействия между атомами, что может привести к новым типам фазовых переходов [196, 197]. В физике твёрдого тела Бозе–Ферми системы обычно представляют собой слоистые структуры, где один из слоёв содержит 2DЭГ, а другие слои – газ бозонов, таких как экситоны, ЭП или конденсат куперовских пар. Двумерные бозоны (в не бесконечных 2D системах) могут при этом находиться в состоянии БЭК [93, 198, 10, 199], которое уже обсуждалось нами в предыдущем разделе. Это обычно происходит до некоторой критической плотности бозонов, когда может произойти фазовый переход Мотта из упорядоченного состояния в электрон-дырочную плазму [200].

Бозоны взаимодействуют с электронами и дырками в тех же слоях и в соседних 2D слоях, содержащих 2DЭГ [201, 202, 46]. Взаимодействие между Бозе и Ферми-частицами приводит к различным новым явлениям [200, 191, 111, 203]. В частности, было продемонстрировано, что взаимодействие между 2DЭГ и непрямыми экситонами может приводить к образованию так называемой экситонной фазы под названием сверхтекучее твёрдое тело [204, 203]. Или, например, в гибридной системе 2DЭГ – сверхпроводник можно реализовать майорановские фермионы [205, 206, 207, 208]. С прикладной точки зрения гибридные структуры на основе полупроводников также могут использоваться в таких устройствах, как туннельные диоды [209] и оптоэлектронные схемы для обработки информации с высокой пропускной способностью [210, 211]. Важно отметить, что последние достижения в технологиях выращивания эпитаксиальных гетероструктур (на основе молекулярно-пучковой эпитаксии) предлагают путь к созданию высококачественных гибридных структур [212].

Также были предложены новые механизмы спаривания электронов [111] в гибридной системе с использованием ЭП в микрорезонаторе, что даёт перспективы исследования оптически управляемой сверхпроводимости [191]. Кроме того, взаимодействие между поляритонами и фононами может повысить критическую температуру сверхпроводника [213]. Эти результаты открывают путь к реализации традиционной высокотемпературной сверхпроводимости Бардина–Купера–Шриффера (БКШ).

Одной из возможных физических реализаций Бозе–Ферми систем является полупроводниковая гетероструктура, где бозонная подсистема представлена экситонами, локализованными в КЯ или ДКЯ, а фермионы представляют собой 2DЭГ в параллельной КЯ. В плоскости ям (пусть это будет плоскость xy) и экситоны и электроны могут свободно распространяться. Их движение и экситон-электронное взаимодействие приводят к тому, что частицы каждого вида могут распространяться по разным траекториям, которые в свою очередь могут взаимодействовать друг с другом. В случае конструктивной интерференции разумно предположить, что можно добиться явлений усиления и возникновения резонансных эффектов. А деструктивная интерференция может привести к подавлению переноса частиц [214, 215].

В разделе 4.1 будет показано, к чему приводит деструктивная интерференция квантовых траекторий частиц в гибридных системах. В частности, мы рассмотрим резонанс Фано, который, как известно, является обобщённым типом резонансов [216]. Он характеризуется своеобразным асимметричным профилем спектральной линии: резонанс Фано обычно состоит из двух пиков и одного провала (который часто называют “дип”). Один из пиков находится в непосредственной близости от дипа, показывая сосуществование резонансного пропускания и отражения в системе.

Исследования явлений переноса электронов в 2DЭГ имеют множество (потенциальных) технологических приложений, особенно в контексте физики интерфейсов [217, 218, 219], где в 2DЭГ наблюдается ряд интересных явлений, таких как аномальное магнитосопротивление и эффект Холла [220, 221, 222] (обсуждаемый в главе 1), двумерная проводимость [223, 224], сверхпроводимость и ферромагнетизм [225, 6, 226, 227]. Рассеяние электронов на акустических фононах и беспорядок играют важную роль во всех этих явлениях [228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238]. Активно развивающееся в настоящий момент направление исследований, посвящённое транспорту в гибридных системах, требует изучения новых эффектов переноса электронов в таких системах и новых типов взаимодействия, выходящих за рамки обычных фононных и примесных каналов рассеяния [201, 202, 46].

В частности, присутствие примесей в полупроводниковых наноструктурах сильно изменяет их физические свойства [228, 229]. При низкой температуре рассеяние электронов на примесях является преобладающим механизмом и определяет электрические свойства гетероструктуры, в частности, её проводимость [239]. В зависимости от знака электрон-примесного взаимодействия электроны могут либо рассеиваться на примесях, либо захватываться ими [232, 230, 233, 231]. Процессы захвата электронов примесями в гибридных системах будут рассмотрены в разделе 4.2. С точки зрения классической теории Друде, процессы первого типа изменяют эффективное время рассеяния электронов, тогда как процессы второго типа, являясь принципиально неупругими, буквально приводят к уменьшению числа свободных носителей заряда. В результате безызлучательный захват электронов заряженными центрами играет решающую роль в транспорте фотовозбуждённых носителей заряда [240], приводя к резкому изменению проводимости посредством времени жизни электронов, которое, в частности, является ключевым параметром для функционирования примесных фотоприемников [241, 242], которые обычно работают в дальнем инфракрасном диапазоне и используются для контроля излучения современных резонансно-туннельных диодов и квантовых каскадных лазеров.

В большинстве случаев захват электрона сопровождается испусканием квантов возбуждения кристаллической решётки – акустических и оптических фононов [236, 243, 237]. Электрон теряет свою энергию и становится локализованным. До сих пор основным механизмом захвата считалось рассеяние электронов, опосредованное фононами. Однако колебания решётки – не единственные доступные фононы, особенно при низких температурах. Например, благодаря недавно открытымому свойству сверхтекучести экситонов и их БЭК [93], можно рассматривать возбуждения БЭК как альтернативный тип фононов, обычно называемых квантами Боголюбова или боголонами и имеющих линейный закон дисперсии при малых импульсах. Такой экситонный БЭК может быть создан в эксперименте с помощью внешней оптической накачки, которая производит фотовозбуждённые электроны и дырки (которые, как уже обсуждалось выше, могут образовывать связанные электрон-дырочные пары). Как будет показано в разделе 4.2, в присутствии экситонного газа в системе захват носителей заряда примесями происходит по другому (нестандартному) сценарию, если экситонный газ находится в фазе БЭК. Далее, в разделе 4.3, будет показано, что электроны в гибридных системах испытывают сильное сопротивление ввиду их взаимодействия с боголонами. При понижении температуры электронный газ, наоборот, может стать сверхпроводящим (раздел 5.1).

1.6 Сверхпроводимость бозе-фермиевских систем: методы слабой и сильной связи

Как уже упоминалось ранее, одним из наиболее интересных и широко исследуемых в настоящий момент 2D материалов является графен [244] – материал с чрезвычайно высокой проводимостью [245]. Химический потенциал электронов в графене можно контролировать с помощью внешнего электрического поля; электроны и дырки в графене представляют собой безмассовые релятивистские частицы [50], описываемые двумерным уравнением Дирака, что открывает перспективы для выдающихся транспортных характеристик графена и позволяет изучать эффекты на стыке релятивизма и сверхпроводимости [246]. Когда графен наносится на подложку, он может "перенять" свойства последней, такие как ферромагнетизм или сверхпроводимость, через эффект близости [247, 248], хотя ни сверхпроводимость, ни ферромагнетизм не относятся к набору внутренних (собственных) свойств графена. Все это делает гибридные структуры на основе графена, такие как интерфейсы графен – сверхпроводник, интенсивной темой исследований, которую в широком смысле можно назвать "мезоскопическими явлениями переноса в графене". В частности, речь идёт о мезоскопической сверхпроводимость в графене [249].

Почему сам по себе графен не является сверхпроводником? Одной из основных причин этого является малая плотность электронных состояний [250], которая линейна по энергии и, таким образом, исчезает в точке Дирака. Как следствие, электрон-фононное взаимодействие в графене сильно подавлено [251]. А поскольку БКШ спаривание электронов ниже температуры перехода T_c пропорционально тем же матричным элементам электрон-фононного взаимодействия, что и матричные элементы рассеяния выше T_c [111, 213], получается, что в графене не может наблюдаться сверхпроводимости БКШ, кроме индуцируемой. Чем больше матричные элементы электрон-фононного взаимодействия, тем больше открывается СП щель и тем больше становится T_c [252], что является признаком устойчивой сверхпроводимости. Другими словами, “хорошие” проводники, такие как золото, медь или графен, являются “плохими” сверхпроводниками.

Недавно появились работы, посвящённые сверхпроводимости в неоднослойном графене за счёт повотора слоёв относительно друг друга [253, 254] или нанесения его на подложку, например, карбида кремния (SiC) [251]. Все предложенные таким образом подходы нацелены на увеличение плотности состояний электронов с энергией Ферми за счёт создания плоской зоны [255, 256, 257], включая недавние разработки в фотонном графене [11]. К сожалению, такие методы обычно разрушают “релятивистский” аспект проблемы, поскольку дисперсия графена перестает быть линейной [258]. Между тем спаривание частиц с линейным спектром может привести к появлению новых коллективных мод или, например, различных значений критических МП; кроме того, в гибридных системах могут наблюдаться нетривиальные (экзотические) сверхпроводящие состояния [250, 259, 260, 261, 262], а также многозонная сверхпроводимость [263]. В разделе 5.1 будет рассмотрена сверхпроводимость в графене в гибридных системах в режиме слабой связи (теория БКШ).

Итак, первое микроскопическое описание СП перехода было получена в рамках теории слабой связи БКШ [264, 265, 266, 267], которая объясняет появление СП щели и позволяет оценить критическую температуру T_c. Позднее была развита теория сильной связи Мигдала–Элиашберга (её часто называют просто теорией Элиашберга), основанная на формализме функций Грина [268, 269, 270]. Этот подход обеспечивает более строгую и точную основу для оценки T_c и позволяет учесть кулоновское отталкивание электронов. Используя подход Макмиллана [271], образование куперовских пар за счёт электрон-фононного взаимодействия может быть охарактеризовано исключительно эффективной силой электрон-фононной связи λ_s. По сравнению с теорией БКШ, которая работает только в режиме $\lambda_s \ll 1$, теория Элиашберга является более общей. В частности, она позволяет избежать введения таких ограничителей интегрирования, как частота Дебая, что позволяет распространить оценки на режим сильной связи ($\lambda_s > 1$).

Цена, которую придётся за это заплатить, состоит в том, что аналитические и численные расчёты по теории Элиашберга обычно сложнее, чем в рамках модели БКШ. Требуется решить много связанных уравнений, что часто бывает непросто, и возникает необходимость в ряде упрощений. С 1960-х гг. были разработаны различные численные методы приближённого решения уравнений Элиашберга. Совсем недавно были предложены методы, основанные на функционале плотности (называемые теорией функционала плотности для сверхпроводников) [272, 273, 274]. В качестве следующего шага в нашем изучении сверхпроводимости в бозе-фермиевских системах в разделе 5.2 будет рассмотрена теория Элиашберга опосредованной боголонами сверхпроводимости в гибридных системах.

1.7 Взаимодействие сверхпроводников с электромагнитным полем

Сверхпроводимость обычно считается состоянием вещества, которое трудно исследовать при помощи оптических методов (света) из-за слабого взаимодействия электромагнитного поля и вещества в СП конденсатах. Чтобы проверить, является ли материал СП, обычно используются эксперименты на основе измерения удельного сопротивления или на основе эффекта Мейснера (измерения критического МП). Однако оптические методы могли бы быть очень полезны, если возникает необходимость исследовать гибридные системы на базе таких интересных новых классов материалов, как топологические изоляторы [72, 73, 275, 276] и вейлевские полуметаллы [277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284]. С этой точки зрения низкоразмерные СП следует отнести к разряду перспективных систем для обнаружение новых топологических свойств твёрдого тела, что влечёт за собой необходимость пересматривать существующие теоретические и экспериментальные методы.

Действительно, в настоящее время существует большая потребность в разработке альтернативных методов диагностики новых материалов. Топологические сверхпроводники, ведущие себя как металлы на поверхности и как сверхпроводники в объёме, естественным образом сочетают в себе свойства как металла, так и сверхпроводника, что является ключевой проблемой для их исследования. С одной стороны, измерения электропроводности, используемые для изучения обычных сверхпроводников, здесь осложнены из-за взаимного влияния свободных электронов на металлической поверхности и куперовских пар сверхпроводящего объёма. С другой стороны, измерение намагниченности Мейснера является надёжным методом при некоторых конечных размерах образца, что является проблемой для топологической сверхпроводимости.

В разделе 5.3 будет описан основанный на оптических методах подход для анализа свойств сверхпроводников. В качестве важного ингредиента выступает наличие в системе дополнительного металлического слоя с плазменными бесщелевыми возбуждениями. Как будет показано, их гибридизация с плоскими зонами и сверхпроводящими возбуждениями приводит к усилению поглощения света из-за высокой плотности состояний. В результате плёнка топологического материала, нанесенная на тонкий металлический слой, будет содержать гибридные элементарные возбуждения. Эти возбуждения обладают высокой оптической активностью и проявляются в резонансном поглощении света, что позволяет исследовать данный материал.

Помимо обычной сверхпроводимости, существует и так называемая флуктуационная. Изучение флуктуационных явлений в СП является широким направлением современных исследований [285, 286, 287]. При температуре, приближающейся к T_c сверху, куперовские пары начинают возникать (и исчезать) ещё до того, как система достигает T_c. Это приводит к флуктуациям плотности куперовских пар, которые могут существенно изменить проводимость системы. Этот эффект особенно ярко проявляется в образцах пониженной размерности, как было впервые показано Асламазовым и Ларкиным в работе [288]. Позже их теория была обобщена на случай высокочастотных явлений в СП во флуктуационном режиме [289, 290] и на флуктуационные поправки в явлениях линейного транспорта в сверхпроводниках, такие как эффект Холла [287], термоэлектрические явления [291], и эффект наличия критической вязкости электронного газа [292]. Сверхпроводящая оптоэлектроника является быстро развивающейся областью современных исследований [293, 294, 295, 296], что актуализирует исследование флуктуационной сверхпроводимости в 2D системах под действием внешних полей.

В разделе 5.4 будет показано, что можно управлять транспортом носителей заряда в СП с помощью внешних ЭМ волн с плазменными частотами, взаимодействующих со сверхпроводящими флуктуациями (СФ) за счёт их взаимодействия с нормальными электронами. Следует отметить, что при возбуждении плазмонов активируются внутренние наведённые дальнодействующие кулоновские поля. Они действуют как на электроны, так и на флуктуирующие куперовские пары. Другими словами, нельзя не учитывать взаимодействие между электронами (точнее, плазменными волнами – пространственно-неоднородными возмущениями электронной плотности) и СФ, как это обычно делается при рассмотрении статических и динамических поправок к проводимости Друде как отклика на внешнее однородное ЭМ поле в сверхпроводниках выше T_c. Такое взаимодействие сильно изменяет плазменные моды нормальных электронов и открывает новый микроскопический механизм их затухания. Также возникает возможность использовать эти эффекты как инструмент спектроскопии для изучения СФ.

Общий подход к описанию флуктуаций в сверхпроводниках выше T_c может быть построен либо на основе довольно громоздких методов квантовой теории поля, либо на феноменологической теории Гинзбурга–Ландау [287]. Однако, как впервые было показано Асломазовым и Ларкиным, часто бывает достаточно использовать значительно более простой подход, основанный на кинетических уравнениях Больцмана. В нём не учитывается волновая природу флуктуирующих куперовских пар, а лишь рассматривается квазичастичная картина. В рамках этого подхода [287] куперовские пары описываются функцией распределения и эффективным временем жизни, зависящим от энергии. В результате расчётов получается тензор парапроводимости Асломазова-Ларкина (АЛ). Несмотря на простоту и квазиклассичность уравнений Больцмана, они оказались эффективными для изучения флуктуирующих поправок к эффекту Холла, магнитопроводимости, высокочастотных явлений и явлений переноса в переменных ЭМ полях высокой интенсивности [297, 298, 299, 300]. В разделе 5.4 будут использованы уравнения Больцмана для расчёта поправок АЛ в отклике 2DЭГ на внешнее продольное ЭМ поле , направленное вдоль плоскости КЯ, содержащей 2DЭГ.

Сверхпроводящие эффекты в гибридных бозе-фермиевских системах могут играть важную роль в таких явлениях как акустоэлектрический эффект в 2D системах [301, 302, 303, 304, 82], при возбуждении плазменных волн [305], а также ратчет-эффектов [306, 307, 308, 309, 310]. Исследование многих из вышеперечисленных эффектов выходит за рамки данной диссертации, но остаётся перспективной темой дальнейших исследований.

Глава 2. Фотоиндуцированный долинный транспорт электронов в двумерных дираковских материалах

2.1 Фотогальванический эффект в двумерных материалах на основе дихалькогенидов переходных металлов

В этом разделе будет рассмотрен монослой ДПМ (рис. 2.1), который изначально не является проводящим, так как зоны проводимости обеих долин пусты, а валентные зоны заполнены (результаты этого раздела были описаны в работе автора [A1]). ДПМ находится под воздействием двух ЭМ полей. Первое циркулярно-поляризованное ЭМ поле накачки с большой интенсивностью заполняет одну из долин, тогда как другая долина остаётся (почти) пустой. Из-за внутридолинного рассеяния достигается режим насыщения, когда все энергетические состояния в долине заселяются ниже некоторой энергии, которая определяется частотой ЭМ поля. Этот режим характеризуется, во-первых, сильно неравновесной функцией распределения электронов и, во-вторых, значительным изменением энергетического спектра сгенерированных светом электронов. В результате открывается внутризонная динамическая щель, размер которой определяется напряжённостью ЭМ поля накачки.

Второй ("пробный") источник линейно-поляризованного ЭМ поля индуцирует внутризонные переходы (в отличие от работ [55, 57], где изучались межзонные переходы под действием слабого линейно-поляризованного ЭМ поля), что приводит к нескомпенсированному (в сумме по долинам) фотогальваническому току. Итак, ниже будет развита теория, описывающая долинный ФГЭ, обусловленный внутризонным линейно-поляризованным ЭМ полем в режиме динамически нарушенной симметрии относительно обращения времени с помощью циркулярно-поляризованного резонансного ЭМ поля подсветки.

2.1.1 Описание системы и гамильтониан

Схематическое изображение системы показано на рис. 2.1(a). Чтобы описать транспорт в системе, начнём с гамильтониана в электронном представлении:

$$\mathcal{H}_0 = \begin{pmatrix} \frac{\Delta^g}{2} + \frac{\mathbf{p}^2}{2m_e} + w_c(\mathbf{p}) & 0 \\ 0 & -\frac{\Delta^g}{2} - \frac{\mathbf{p}^2}{2m_e} - w_v(\mathbf{p}) \end{pmatrix}, \tag{2.1}$$

где энергия отсчитывается от середины запрещённой зоны шириной Δ^g слоя ДПМ, $\mathbf{p}$ – импульс электрона; будем считать равными эффективные массы электронов в зоне проводимости и валентной зоне $m_e = m_h$ и пренебрежём спин-орбитальным расщеплением валентной

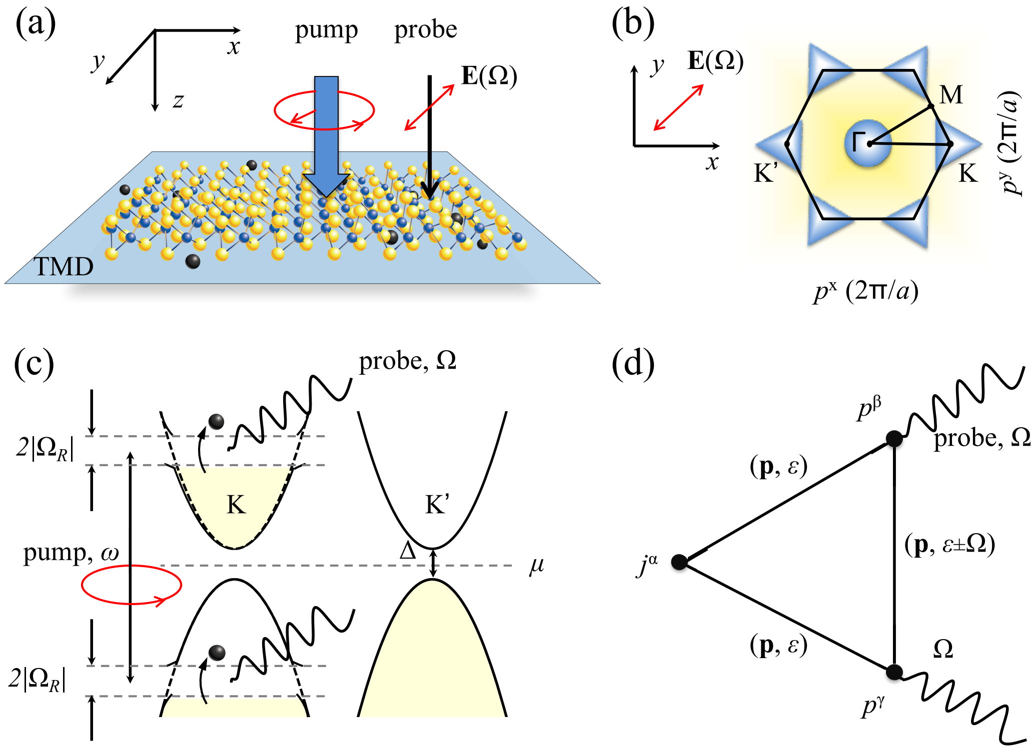

Рисунок 2.1 — (a) Схематическое изображение системы: монослой ДПМ подвергается воздействию ЭМ полей накачки и пробному полю. (b) Первая зона Бриллюэна решётки. (c) K и K′ долины под действием циркулярно-поляризованного поля накачки с частотой ω; $2|\Omega_R^\eta|$ – это внутризонные щели. (d) Диаграмма Фейнмана, показывающая метод расчёта составляющих j^α тока ФГЭ.

зоны; $w_{c,v}(\mathbf{p}) = \eta C_{c,v} p^3 \cos(\varphi_\mathbf{p}) \equiv \eta C_{c,v}(p_x^3 - 3p_x p_y^2)$ – это поправки к дисперсии электронов, возникающие за счёт тригонального искривления (гофрировки) долин в соответствующих зонах [см. рис. 2.1(b)], $\eta = \pm 1$ – индекс долины, а параметры $C_{c,v}$ – зонные постоянные, определяющие амплитуды гофрировки долин в зоне проводимости и валентной зоне, соответственно.

Внешние ЭМ поля, воздействующие на монослой ДПМ, вводятся согласно подстановке Пайерлса. В результате полный гамильтониан принимает вид

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \begin{pmatrix} 0 & \Omega_R^\eta e^{-i\omega t} \\ (\Omega_R^\eta)^* e^{i\omega t} & 0 \end{pmatrix} + \frac{e}{m_e c}\mathbf{p}\cdot\boldsymbol{\mathcal{A}}(t)\hat{\sigma}_z, \tag{2.2}$$

где Ω_R^η – межзонный матричный элемент поля накачки с частотой $\omega > \Delta^g$ [см. рис. 2.1(c)]. В рамках приближения параболической зоны матричный элемент обладает следующим свойством: $|\Omega_R^\eta|^2 \sim |1+\eta\sigma|^2 I$, отражая долинную селективность оптических межзонных переходов под воздействием ЭМ поля накачки с круговой поляризацией $\sigma = \pm 1$ и интенсивность I [A2]; $\boldsymbol{\mathcal{A}}(t)$ – векторный потенциал пробного ЭМ поля, $\hat{\sigma}_z$ – матрица Паули.

2.1.2 Плотность тока носителей заряда

Оператор плотности тока равен $\hat{\mathbf{j}} = -e\partial\mathcal{H}_0/\partial\mathbf{p}$, так что $j^\alpha = i\,\mathrm{Sp}\left[\hat{j}^\alpha G^<(t,t)\right]$, где $G^<(t,t')$ – вспомогательная (келдышевская) функция Грина (которую называют функция “G lesser” в англоязычной литературе); также будут использоваться $G^R(t,t')$ и $G^A(t,t')$ – запаздывающая и опережающая функции Грина [311]. Здесь и ниже мы используем верхний индекс для обозначения декартовых компонентов и нижний индекс для обозначения элементов матрицы. На рис. 2.1(d) показаны диаграммы Фейнмана, которые будут использоваться для определения плотности тока. Предполагается, что пробное поле слабое, поэтому для расчёта тока ФГЭ применим теорию отклика второго порядка:

$$j^\alpha(t) = \int_{\mathcal{C}} dt' \int_{\mathcal{C}} dt'' \chi_{\alpha\beta\gamma}(t,t',t'')\mathcal{A}^\beta(t')\mathcal{A}^\gamma(t''), \tag{2.3}$$
$$\chi_{\alpha\beta\gamma}(t,t',t'') = i\left(\frac{e}{mc}\right)^2 \mathrm{Sp}\left[\hat{j}^\alpha G(t,t')p^\beta\sigma_z G(t',t'')p^\gamma\sigma_z G(t'',t)\right]_{\mathcal{C}},$$

где $\mathcal{C}$ – келдышевский контур. После некоторых выкладок ур. (2.3) можно разбить на два вклада. Первый не зависит от времени, он описывает стационарный ток ФГЭ. Второй член содержит удвоенную частоту пробного поля, описывающую явление генерации второй гармоники. Эти эффекты не будут рассматриваться.

Поле накачки учитывается непертурбативным образом, и поэтому функции Грина в ур. (2.3) зависят не от разницы $t-t'$, а от времён t и t' отдельно:

$$G^{-1}(t,t') = \begin{pmatrix} i\partial_t - \Delta_c^g(p) & -\Omega_R^\eta e^{-i\omega t} \\ -(\Omega_R^\eta)^* e^{i\omega t} & i\partial_t + \Delta_v^g(p) \end{pmatrix} \delta(t-t'), \tag{2.4}$$

где для удобства введён параметр $\Delta_{c,v}^g(p) = \frac{\Delta^g}{2} + \frac{\mathbf{p}^2}{2m_e} + w_{c,v}(\mathbf{p})$. Функцию Грина в ур. (2.4) легко найти с помощью унитарного преобразования к вращающейся системе отсчёта, используя оператор $S(t) = \exp(-i\sigma_z\omega t)$, что даёт:

$$G(t,t') = \begin{pmatrix} g_{cc}(t-t')e^{-i\frac{\omega}{2}(t-t')} & g_{cv}(t-t')e^{-i\frac{\omega}{2}(t+t')} \\ g_{vc}(t-t')e^{i\frac{\omega}{2}(t+t')} & g_{vv}(t-t')e^{i\frac{\omega}{2}(t-t')} \end{pmatrix}, \tag{2.5}$$

где

$$g_{ij}^{R,A}(\mathbf{p},\varepsilon) = \frac{\begin{pmatrix} u_\mathbf{p}^2 & u_\mathbf{p}v_\mathbf{p} \\ u_\mathbf{p}^* v_\mathbf{p}^* & v_\mathbf{p}^2 \end{pmatrix}}{\varepsilon - \varepsilon_1 \pm i/2\tau} + \frac{\begin{pmatrix} v_\mathbf{p}^2 & -u_\mathbf{p}v_\mathbf{p} \\ -u_\mathbf{p}^* v_\mathbf{p}^* & u_\mathbf{p}^2 \end{pmatrix}}{\varepsilon - \varepsilon_2 \pm i/2\tau}, \tag{2.6}$$

$$\begin{pmatrix} u_{\mathbf{p}}^2 \\ v_{\mathbf{p}}^2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\left[1 \pm \frac{\xi + \frac{w_c+w_v}{2}}{\sqrt{\left(\xi + \frac{w_c+w_v}{2}\right)^2 + |\Omega_R^\eta|^2}}\right], \tag{2.7}$$
$$\varepsilon_{1,2} = \frac{w_c - w_v}{2} \pm \sqrt{\left(\xi + \frac{w_c + w_v}{2}\right)^2 + |\Omega_R^\eta|^2},$$
$$\xi = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_e} - \frac{\omega - \Delta^g}{2}.$$

Здесь $\varepsilon_{1,2}$ – дисперсии квазичастиц при наличии резонансного ЭМ поля накачки, а τ – время релаксации импульса.

Используя линейно-поляризованное пробное поле $\boldsymbol{\mathcal{A}}(t) = \boldsymbol{\mathcal{A}}_0 \exp(-i\Omega t)/2$+c.c. и применяя диаграммную технику Келдыша [312, 311], находим

$$\chi_{\alpha\beta\gamma}(\Omega) = i\left(\frac{e}{2m_e c}\right)^2 \sum_{\mathbf{p};i=c,v} j_{ii}^\alpha p^\beta p^\gamma \left[F_i(\mathbf{p},\Omega) + F_i(\mathbf{p},-\Omega)\right], \quad \text{где} \tag{2.8}$$
$$F_i(\mathbf{p},\Omega) = \sum_\varepsilon (n_\varepsilon - n_{\varepsilon-\Omega}) g_{ii}^R(\mathbf{p},\varepsilon) g_{ii}^A(\mathbf{p},\varepsilon)\left[g_{ii}^R(\mathbf{p},\varepsilon-\Omega) - g_{ii}^A(\mathbf{p},\varepsilon-\Omega)\right],$$

n_ε – неравновесная функция распределения квазичастиц (отличная от равновесного распределения электронов). В общем случае она зависит от напряжённости ЭМ поля накачки, внутризонной релаксации, межзонной рекомбинации и времён междолинного рассеяния. Как следует из ур. (2.8), вклады электронов из зоны проводимости и валентной зоны имеют аналогичную структуру и суммируются. Таким образом, можно рассматривать только одну из долин, а затем распространить результаты на другую долину и обобщить.

Поле накачки не только приводит к заселению долины, но и открывает динамическую щель $2|\Omega_R^\eta|$ в квазичастичной дисперсии, см. ур. (2.7) и рис. 2.1(c). Очевидно, ток ФГЭ при $T = 0$ возникает только если $\Omega > 2|\Omega_R^\eta|$. Будем рассматривать квазибаллистическое движение электронов, предполагая, что рассеяние достаточно слабое (или что интенсивность поля накачки достаточно велика), так что $|\Omega_R^\eta|\tau \gg 1$.

Объединяя ур. (2.6), (2.7) и (2.8), получаем вклад зоны проводимости в тензор ФГЭ $\chi_{\alpha\beta\gamma}$:

$$\chi_{\alpha\beta\gamma}^c(\Omega) = \pi\tau\left(\frac{e}{2m_e c}\right)^2 \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} j_c^\alpha p^\beta p^\gamma u_{\mathbf{p}}^2 v_{\mathbf{p}}^2 (u_{\mathbf{p}}^2 - v_{\mathbf{p}}^2)(n_{\varepsilon_1} - n_{\varepsilon_1-\Omega})\delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \Omega). \tag{2.9}$$

Вклад валентной зоны можно найти из ур. (2.9) с помощью замены $j_c^\alpha \leftrightarrow j_v^\alpha$, $u_{\mathbf{p}}^2 \leftrightarrow v_{\mathbf{p}}^2$.

Внутризонная кинетика фотовозбуждённых электронов под действием поля резонансной накачки была рассмотрена в работах [313, 314]. Было показано, что если время внутризонной релаксации много меньше времени межзонной рекомбинации (режим насыщения), то функция распределения квазичастиц с дисперсиями (2.7) имеет вид распределения Ферми с нулевой энергией Ферми, $n_\varepsilon = (e^{\varepsilon/T} + 1)^{-1}$. Результаты, полученные в работах [314, 313], также применимы к 2D системам, поскольку полученные в этих работах выражения для функций распределения электронов не зависят от размерности системы. В пределе нулевой температуры $(n_{\varepsilon_1} - n_{\varepsilon_1-\Omega}) \to -\theta[\Omega - \varepsilon_1]$.

Как было указано выше, ФГЭ возникает из-за тригональной гофрировки электронного спектра, описываемого параметрами w_c и w_v. Они содержатся в коэффициентах $u_{\mathbf{p}}$ и $v_{\mathbf{p}}$ и в дисперсиях квазичастиц ε_1 и ε_2. Раскладывая ур. (2.9) и объединяя вклады от зоны проводимости и валентной зоны, находим

$$\chi_{\alpha\beta\gamma}(\Omega) = \frac{2e^3\pi\tau}{4m_e^2c^2}\int\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2}\Big[\frac{p^\alpha}{m_e}\left(\frac{w_c+w_v}{2}\right)\frac{dP(\xi)}{d\xi} + P(\xi)\frac{\partial}{\partial p^\alpha}\left(\frac{w_c+w_v}{2}\right)\Big]p^\beta p^\gamma, \tag{2.10}$$

где

$$P(\xi) = u_{\mathbf{p}}^2 v_{\mathbf{p}}^2(u_{\mathbf{p}}^2 - v_{\mathbf{p}}^2)\delta(\varepsilon_1-\varepsilon_2-\Omega)\Big|_{w_c+w_v=0} = \frac{|\Omega_R^\eta|^2\xi}{4\varepsilon_{\mathbf{p}}^3}\delta(2\varepsilon_{\mathbf{p}}-\Omega), \tag{2.11}$$

$\varepsilon_{\mathbf{p}} = \sqrt{\xi^2 + |\Omega_R^\eta|^2}$ – дисперсия квазичастиц без учёта гофрировки долин. Если частота поля накачки удовлетворяет условию $|\Omega_R^\eta| \ll (\omega - \Delta^g)/2$, то вместо интегрирования по импульсу в (2.10) можно выполнить интегрирование по ξ после замены

$$\int pdp \to m_e \int_{-\infty}^{\infty} d\xi.$$

Анализ ур. (2.10) показывает, что ненулевые элементы тензора ФГЭ это

$$\chi_{yxy}(\Omega) = \chi_{yyx}(\Omega) = \chi_{xyy}(\Omega) = -\chi_{xxx}(\Omega) \neq 0, \tag{2.12}$$

что позволяет находить все компоненты тензора, вычисляя только одну из них, например $\chi_{xxx}(\Omega)$. Выполняя интегрирование в ур. (2.10), находим (восстанавливая постоянную Планка):

$$\chi_{xxx}(\zeta) = \chi_0\frac{\sqrt{\zeta^2-1}}{\zeta^2}\theta[\zeta^2-1],\ \zeta = \frac{\hbar\Omega}{2|\Omega_R^\eta|}, \tag{2.13}$$
$$\chi_0 = 3\eta\left(\frac{C_c+C_v}{2}\right)\frac{em_e^2|\Omega_R^\eta|\tau}{2\hbar^6}\left(\frac{ep_0}{2m_ec}\right)^2,$$

где $p_0 = \sqrt{m_e(\omega-\Delta^g)}$. Видно, что ток пропорционален параметру $\eta|\Omega_R^\eta| \propto \eta|1+\eta\sigma|$, который определяет зависимость тока от индекса долины, поляризации ЭМ поля накачки и множителя $|\Omega_R^\eta|\tau \gg 1$.

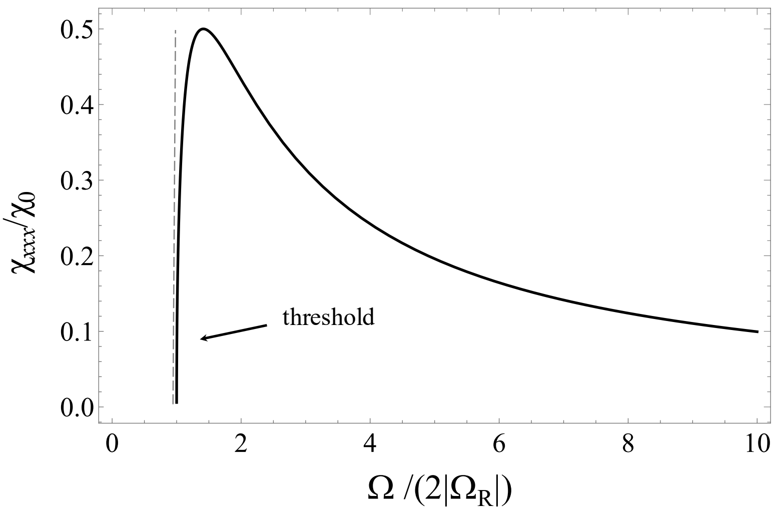

Рисунок 2.2 — Нормированный спектр фотогальванического тензора (2.12) в окрестности порога (который отмечен серой пунктирной линией).

2.1.3 Обсуждение результатов

Для оценки значения тока ФГЭ возьмём $j_0 = \chi_0 \mathcal{A}_0^2 = \chi_0 (cE_0/\Omega)^2$ и типичные для MoS_2 параметры: $\Delta^g = 1.66$ эВ, $m_e = 0.5\,m_0$, $C_c = -3.4$ эВ A^3, $C_v = 6$ эВ A^3, $E_0 = 10$ В/см, $\Omega \approx 2|\Omega_R^\eta|$, $\Omega_R^\eta \tau/\hbar = 10$, $\tau \sim 10^{-11}$ с, и $\omega = 1.7$ эВ. Это даёт $j_0 \sim 2.5 \times 10^{-6}$ А/см.

Напомним, что выражение для тензора ФГЭ было получено в случае, когда слой ДПМ изначально находится в диэлектрическом режиме с химическим потенциалом, лежащим в запрещённой зоне. Обобщение на случай n- или p-легированных ДПМ можно сделать, заменив Δ^g его значением, смещённым на энергию Ферми. Также мы пренебрегли спиновым расщеплением зон.

На рис. 2.2 показан спектр $\chi_{xxx}(\zeta)$. Качественное объяснение такой зависимости тока от частоты состоит в следующем. Вблизи динамически индуцированной щели плотность состояний перенормируется. Действительно, используя стандартную формулу

$$\mathcal{D}(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\sum_{\mathbf{p}} g_{cc}^R(\mathbf{p},\varepsilon), \tag{2.14}$$

находим

$$\mathcal{D}(\varepsilon) = \mathcal{D}\frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - |\Omega_R^\eta|^2}}\theta[|\varepsilon| - |\Omega_R^\eta|], \tag{2.15}$$

где $\mathcal{D} = m_e/2\pi$ – плотность состояний 2D системы в отсутствие накачки. Видно, что плотность состояний (2.15) резко возрастает в окрестности динамической запрещённой зоны $|\Omega_R^\eta|$. В то же время скорость квазичастиц $\partial_{\mathbf{p}}\varepsilon_{\mathbf{p}} = \mathbf{p}\xi/(m_e\varepsilon_{\mathbf{p}})$ равна нулю при $p = p_0$, подавляя ток ФГЭ ниже порога. Таким образом, квазирезонансное поведение тока ФГЭ на рис. 2.2 является комбинированным эффектом этих двух факторов.

2.2 Теория фотоиндуцированного долинного эффекта Холла в баллистических образцах

В этом разделе будет теоретически исследован долинный холловский транспорт "одетых" фотонами квазичастиц (ОФК) в однородных 2D дираковских полупроводниках под действием циркулярно-поляризованного света в образцах с баллистическим транспортом носителей заряда. Материал этого раздела основан на работе автора [A2].

2.2.1 Описание системы и теоретическая модель

Рассмотрим 2D полупроводник под действием приложенного ЭМ поля накачки (см. рис. 2.3), описываемой векторным потенциалом $\mathbf{A}(t) = \mathbf{A}e^{-i\omega t} + \mathbf{A}^* e^{i\omega t}$, где ω – частота приложенного поля. Полный гамильтониан $\mathcal{H}$ этой системы состоит из двух частей: равновесного гамильтониана,

$$\mathcal{H}_0 = \frac{\Delta^g}{2}\hat{\sigma}_z + \mathbf{V}\cdot\mathbf{p} - \frac{1}{2}\lambda_{\text{so}} s\eta(\hat{\sigma}_z - 1), \tag{2.16}$$

и гамильтониана, зависящего от времени, $\mathcal{H}_{\text{int}} = (e/c)\hat{\mathbf{v}}\cdot\mathbf{A}(t)$, и описывающего взаимодействие электронов с ЭМ полем. Здесь $\hat{\mathbf{p}}$ – импульс, а $\mathbf{V} = (\hat{\text{v}}_x, \hat{\text{v}}_y) = \text{v}_0(\eta\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y)$ – одночастичный оператор скорости. Равновесный гамильтониан описывает оба конуса Дирака (с энергетической щелью Δ^g в двух долинах K и K$'$ гексагональной зоны Бриллюэна с индексом долины $\eta = \pm 1$, как и в предыдущем разделе). Матрицы Паули $\hat{\sigma}_{x,y,z}$ отвечают за псевдоспиновую степень свободы. Также учтено и спин-орбитальное взаимодействие λ_{so} в последнем члене гамильтониана в ур. (2.16), где $s/2 = \pm 1/2$ – спин электрона. Уравнение (2.16) представляет собой "минимальную" модель, необходимую для описания долинного холловского транспорта. Поскольку поле накачки имеет близкие к резонансу частоты, ожидается, что эффекты спинового расщепления края зоны проводимости ($\sim$ 1 мэВ) и тригональной гофрировки зоны [315, 316] будут количественно малы, и ими можно пренебречь.

В отсутствие внешнего ЭМ поля энергетический спектр электронов ДПМ вблизи точек K и K$'$ состоит из зоны проводимости (+) и валентной зоны (−), которые зависят от спина и долины,

$$E_{s\eta}(p) = \pm\sqrt{(\text{v}_0 p)^2 + \left(\frac{\Delta^g - s\eta\lambda_{\text{so}}}{2}\right)^2}. \tag{2.17}$$

При наличии ЭМ поля накачки удобно ввести квазиэнергетический спектр, полученный преобразованием полного гамильтониана $\mathcal{H}$ во вращающуюся систему отсчёта, пренебрегая всеми членами, осциллирующими на частотах 2ω в приближении вращающихся волн (ПВВ, "Rotating Wave Approximation" в англоязычной литературе), которое применимо в случае частоты накачки, близкой к резонансной, т.е. когда $\omega \simeq 2|E_{s\eta}(p)|/\hbar$, и когда амплитуда ЭМ

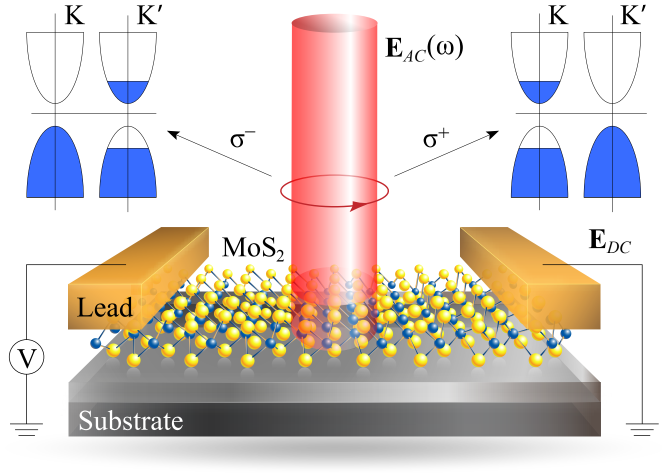

Рисунок 2.3 — Схематическои изображение системы: 2D полупроводник (монослой MoS_2) под действием внешнего ЭМ поля. $\mathbf{E}_{DC}$ – это пробное поле (за счёт напряжения смещения), а $\mathbf{E}_{AC}$ – это внешняя ЭМ волна света с правой или левой циркулярной поляризацией. В зависимости от поляризации к свету чувствительны либо долина K либо K′.

поля накачки не слишком велика, $e\text{v}_0|\mathbf{A}|/(\hbar\omega c) \ll 1$. Таким образом, квазиэнергетический спектр определяется выражением

$$\varepsilon_{1,2}(\mathbf{p}) = \pm\sqrt{\left(|E_{s\eta}(p)| - \frac{\hbar\omega}{2}\right)^2 + |\Omega_R^\eta(\mathbf{p})|^2}. \tag{2.18}$$

Очевидно, накачка вызывает межзонные переходы с зависящей от импульса и долины частотой Раби, $\Omega_R^\eta(\mathbf{p})/\hbar$. Квазиэнергетический спектр в ур. (2.18) для ОФК характеризуется открытием динамических щелей $\Omega_R^\eta(\mathbf{p})$ в случае резонанса $|E_{s\eta}(p)| = \hbar\omega/2$. Динамические щели обычно анизотропны в импульсном пространстве для эллиптической поляризации поля, задаваемой формулой

$$\Omega_R^\eta(\mathbf{p}) \quad = \quad \frac{e\text{v}_0}{c}[\sin^2(\theta_p/2)e^{-i\eta\phi}(\eta A_x + iA_y) + \cos^2(\theta_p/2)e^{i\eta\phi}(-\eta A_x + iA_y)], \tag{2.19}$$

где $\phi = \tan^{-1}(p_y/p_x)$ и $\sin\theta_p = \eta\text{v}_0 p/|E_{s\eta}(p)|$. Заметим, что $\Omega_R^\eta(\mathbf{p})$ пропорционально амплитуде $|\mathbf{A}|$ и сильно зависит от поляризации ЭМ поля. В непосредственной близости от центров долин, где $\text{v}_0 p \ll \Delta^g$, находим $|\Omega_R^\eta(\mathbf{p})| \simeq (e\text{v}_0/c)|-\eta A_x + iA_y|$. При рассмотрении долинного холловского транспорта нас интересует поле накачки с циркулярной поляризацией $\mathbf{A} = A_0(1,i\sigma)$. Из ур. (2.19) следует, что величина динамической щели становится изотропной в импульсном пространстве $|\Omega_R^\eta(p)| = (e\text{v}_0 A_0/c)(1 + \eta\sigma\cos\theta_p)$. Она отражает долинно-зависимые правила отбора. Следовательно, в то время как динамическая щель открывается в каждой из долин, правила отбора по долинам делают так, что динамическая щель доминирует только в одной из них. В дальнейшем будем писать $\Omega_R^\eta(p)$ вместо $|\Omega_R^\eta(p)|$, опуская несущественный фазовый множитель.

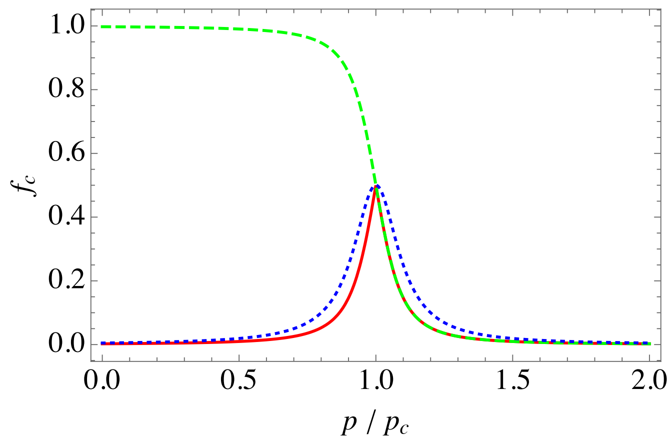

Рисунок 2.4 — Неравновесные распределения электронов f_c как функции относительного импульса p/p_c. Импульс p_c – это значение при резонансе. Он находится из соотношения: $\xi(p_c) = 0$. Были использованы параметры: $\hbar\omega = 1.2\Delta^g$, $\Omega_R^\eta = 0.2\Delta^g$ и различные значения времён релаксации и рекомбинации. В режиме I: $\tau^{-1} = \tau_r^{-1} = 0$ (красная кривая); в режиме II: $\tau \ll \tau_r$ (зелёная кривая); и в режиме III: $\tau \gg \tau_r$ (синяя кривая).

2.2.2 Холловский транспорт квазичастиц

Холловский ток при наличии сильного ЭМ поля накачки может быть рассчитан как линейный отклик системы на слабое пробное поле с частотой Ω (см. рис. 2.3), характеризуемое векторным потенциалом $\boldsymbol{\mathcal{A}}(t) = \boldsymbol{\mathcal{A}}e^{-i\Omega t}$. Результирующая плотность тока определяется выражением $j_\alpha = -ie\,\mathrm{Tr}[\hat{\mathrm{v}}_\alpha G^<(t,t)]$, где $\alpha = x, y$. В линейном приближении по пробному полю получаем

$$j_\alpha(t) = \int_\mathcal{C} dt' Q_{\alpha\beta}(t,t')\mathcal{A}_\beta(t'), \tag{2.20}$$
$$Q_{\alpha\beta}(t,t') = -i\frac{e^2}{c}\,\mathrm{Tr}\left[\hat{\mathrm{v}}_\alpha G(t,t')\hat{\mathrm{v}}_\beta G(t',t)\right]_\mathcal{C},$$

где $Q_{\alpha\beta}(t,t')$ – это обобщённая проводимость, времена t и t' взяты на контуре Келдыша $\mathcal{C}$. Упорядоченные по контуру функции Грина $G(t,t')$ в (2.20), которые являются матрицами 2×2 из-за псевдоспиновой структуры гамильтониана (2.16), могут быть вычислены, рассматривая поле накачки непертурбативно в рамках ПВВ.

Усреднённый по времени холловский ток выражается через проводимость σ_{xy}, $j_x = \sigma_{xy}E_y$, где $E_y(t) = -\frac{1}{c}\partial_t\mathcal{A}_y(t)$ – пробное электрическое поле, взятое вдоль оси y. Статическую (относительно поля E_y) долинную холловскую фотопроводимость можно описать стандартной формулой [252]:

$$\sigma_\mathrm{H}(\omega) = \sigma_{xy}(\omega) = \lim_{\Omega\to 0}\frac{Q_{xy}(\Omega,\omega) - Q_{xy}(-\Omega,\omega)}{2i\Omega}. \tag{2.21}$$

В предельном случае статического пробного поля ($\Omega \to 0$, и т.о. $E_y \equiv E_{DC}$) находим общее выражение для холловской фотопроводимости, зависящей от долины:

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} &= \frac{2e^2 \mathrm{v}_0^2}{\hbar} \sum_{s,\eta} \eta \int \frac{d^2\mathbf{p}}{(2\pi)^2} \cos\theta_{\mathbf{p}} [n_2(\mathbf{p}) - n_1(\mathbf{p})] \times \\ &\times \left[\frac{u_{\mathbf{p}}^4}{(\varepsilon_1(\mathbf{p}) - \varepsilon_2(\mathbf{p}) + \hbar\omega)^2} - \frac{v_{\mathbf{p}}^4}{(\varepsilon_1(\mathbf{p}) - \varepsilon_2(\mathbf{p}) - \hbar\omega)^2} \right],\end{aligned} \tag{2.22}$$

где коэффициенты $u_{\mathbf{p}}$ и $v_{\mathbf{p}}$ удовлетворяют следующим соотношениям (в дальнейшем мы будем использовать p вместо $\mathbf{p}$): $u_p^2 + v_p^2 = 1$, $u_p^2 - v_p^2 = \sqrt{\xi^2(p) + [\Omega_R^\eta(p)]^2}/\xi$, $\xi(p) = |E_{s\eta}(p)| - \hbar\omega/2$; здесь $n_{1,2}(p)$ – неравновесные функции распределения ОФК. Неравновесные электронные функции распределения зоны проводимости и валентной зоны $f_c(p)$ и $f_v(p)$ (см. рис. 2.4) связаны с функциями распределения ОФК следующим образом:

$$\begin{aligned}f_c(p) &= u_p^2 n_1(p) + v_p^2 n_2(p),\\ f_v(p) &= u_p^2 n_2(p) + v_p^2 n_1(p).\end{aligned} \tag{2.23}$$

Поскольку $f_c(p) + f_v(p) = 1$ ввиду сохранения числа частиц, вышеприведённое уравнение подразумевает сохранение числа ОФК: $n_1(p) + n_2(p) = 1$. Холловская долинно-зависимая проводимость ур. (2.22) зависит от разности населённостей ОФК, которая определяется как $n_2(p) - n_1(p) = 1 - 2n_1(p) = [1 - 2f_c(p)]\sqrt{\xi^2(p) + (\Omega_R^\eta)^2(p)}/\xi(p)$.

Уравнение (2.22) содержит два вклада, которые обусловлены резонансным и нерезонансным взаимодействием электронов с ЭМ полем. Резонансный вклад в холловскую проводимость определяется узкой областью $\xi \simeq \Omega_R^\eta(p_c)$, где ПВВ хорошо оправдывается. Нерезонансный же вклад в долинную холловскую проводимость обусловлен широкой областью $\xi \simeq \hbar\omega$ в ур. (2.22) и для малых значений $\Omega_R^\eta \ll \hbar\omega$ нерезонансное взаимодействие приводит лишь к небольшим поправкам к "тёмновой" проводимости $\sigma_{xy}^{eq} = e^2/(4\pi\hbar)$, вычисленной в отсутствие ЭМ поля [316]. Эти небольшие поправки нельзя рассматрива в рамках ПВВ, но их типичное значение $\propto (\Omega_R^\eta)^2/(\hbar\omega)^2$ меньше резонансного вклада в холловскую проводимость. Таким образом, можно смело исключить влияние нерезонансных взаимодействий на долинную холловскую проводимость в широкозонных 2D дираковских полупроводниках.

2.2.3 Кинетика квазичастиц

Рассмотрим дираковский полупроводник в режиме изолятора (когда зона проводимости почти полностью пуста, а валентная зона почти полностью заполнена) в равновесии, когда уровень Ферми расположен в середине запрещённой зоны. Температура пусть будет намного меньше ширины запрещённой зоны, так что термически возбуждёнными носителями заряда можно пренебречь. При наличии сильного ЭМ поля накачки неравновесная функция распределения электронов зависит от отношения времени внутризонной релаксации τ и времени межзонной рекомбинации τ_r [314, 313]. В отсутствие какой-либо внутризонной релаксации и межзонной рекомбинации, то есть в баллистическом режиме (позже называемом режимом I), разница в функциях распределения ОФК определяется как $1-2n_1^{(\mathrm{I})}(p) = \mathrm{sign}(\xi)$, что соответствует функции распределения неравновесных электронов в зоне проводимости, $f_c^{(\mathrm{I})}(p) = (1/2)\left[1 - |\xi(p)|/\sqrt{\xi^2(p) + [\Omega_R^\eta(p)]^2}\right]$. Эти результаты совпадают с таковыми, полученными с помощью основного кинетического уравнения [317].

В сильном поле накачки с большой частотой Раби $\Omega_R^\eta/\hbar \gg \max\{1/\tau, 1/\tau_r\}$ могут быть реализованы разные неравновесные распределения ОФК. Если время внутризонного рассеяния таково, что $\tau \ll \tau_r$ (режим II или режим инверсной заселённости), имеем $n_1^{(\mathrm{II})}(p) = 0$ и $1 - 2n_1^{(\mathrm{II})}(p) = 1$, что соответствует $f_c^{(\mathrm{II})}(p) = v_p^2 = (1/2)\left[1 - \xi(p)/\sqrt{\xi^2(p) + [\Omega_R^\eta(p)]^2}\right]$. В противном случае, когда время межзонной рекомбинации мало, $\tau \gg \tau_r$ (режим III), имеем $n_1^{(\mathrm{III})}(p) = v_p^2$ и $1 - 2n_1^{(\mathrm{III})}(p) = u_p^2 - v_p^2 = \xi(p)/\sqrt{\xi^2(p) + [\Omega_R^\eta(p)]^2}$, что соответствует $f_c^{(\mathrm{III})}(p) = 2u_p^2 v_p^2 = [\Omega_R^\eta]^2(p)/2\,[\xi^2(p) + [\Omega_R^\eta(p)]^2]$. Следует обратить внимание на то, что неравновесное состояние ОФК в режиме III аналогично неравновесному стационарному состоянию двухуровневой системы под воздействием сильной нерезонансной накачки [318].

2.2.4 Неравновесная долинно-зависимая холловская проводимость

Сначала не будем принимать во внимание спин-орбитальное взаимодействие. Тогда холловская проводимость в долине η имеет вид

$$\sigma_{\eta,xy} = \frac{\eta e^2 \Delta^g}{32\pi\hbar} \int\limits_{-(\hbar\omega-\Delta^g)/2}^{\infty} d\xi [n_2(p) - n_1(p)] \mathcal{F}_\omega(\Omega_R^\eta, \xi), \tag{2.24}$$

где

$$\mathcal{F}_\omega(\Omega_R^\eta, \xi) = \left(\frac{1 + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + [\Omega_R^\eta]^2}}}{\sqrt{\xi^2 + [\Omega_R^\eta]^2} + \frac{\hbar\omega}{2}} \right)^2 - \left(\frac{1 - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + [\Omega_R^\eta]^2}}}{\sqrt{\xi^2 + [\Omega_R^\eta]^2} - \frac{\hbar\omega}{2}} \right)^2. \tag{2.25}$$

В пределе малого ЭМ поля накачки, т.е. $\Omega_R^\eta \to 0$ (и для произвольной частоты), функции распределения сводятся к равновесным, $f_c(p) = 0$ и $1 - 2n_1(p) = 1$, так что ур. (2.24) приобретает вид темновой холловской проводимости отдельной долины, $\sigma_{xy}^{eq} = \eta e^2/(4\pi\hbar)$. Подставляя выражения для $n_{1,2}(p)$ в ур. (2.24), получаем

$$\begin{pmatrix} \sigma_{\eta,xy}^{(\mathrm{I})} \\ \sigma_{\eta,xy}^{(\mathrm{II})} \\ \sigma_{\eta,xy}^{(\mathrm{III})} \end{pmatrix} = \frac{\eta e^2 \Delta^g}{32\pi\hbar} \int\limits_{-(\hbar\omega-\Delta^g)/2}^{\infty} d\xi \begin{pmatrix} \mathrm{sign}\xi \\ 1 \\ \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + [\Omega_R^\eta]^2}} \end{pmatrix} \mathcal{F}_\omega(\Omega_R^\eta, \xi). \tag{2.26}$$

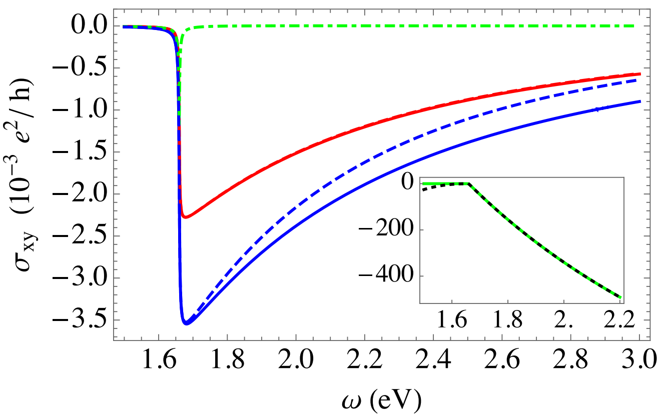

Рисунок 2.5 — Холловская фотопроводимость как функция частоты накачки в режимах I (красная кривая), II (зелёная кривая) и III (синяя кривая). Расчёты проводились с использованием ур. (2.24) (сплошные линии) и ур. (2.22) (пунктирные линии), причём во втором случае учитывалась полная зависимость от импульса $\Omega_R^\eta(p)$. Динамическая щель была взята равной $\Omega_R^1(p=0) = 0.5$ мэВ. Красные пунктирные и сплошные кривые совпадают. На вставке показана $\sigma_{1,xy}^{(\mathrm{II})}$, вычисленная с использованием ур. (2.24), учитывающего неравновесное распределение частиц только в одной долине. Чёрная пунктирная кривая на вставке – это результат анализа с помощью ур. (2.29) (которое применимо, если $\hbar\omega > \Delta^g$).

Дальнейший аналитический анализ может быть произведён, если не принимать во внимание зависимость Ω_R^η от p. Действительно, $\Omega_R^\eta(p)$ – плавно меняющаяся функция. Между тем основной вклад в неравновесную часть холловской проводимости долины в ур. (2.26) дают окрестности резонансных точек. Таким образом, можно заменить зависимость $\Omega_R^\eta(p)$ на значение $\Omega_R^\eta = \Omega_R^\eta(p_c)$ (зависимость Ω_R^η от частоты ω при этом удерживается).

Далее сосредоточимся на диапазоне частот $|\hbar\omega - \Delta^g| \gg \Omega_R^\eta$. Если частота поля накачки меньше щели, $\Delta^g - \hbar\omega \gg \Omega_R^\eta$, происходят только виртуальные переходы между зоной проводимости и валентной зоной, что приводит к перенормировке энергий – имеет место эффект Штарка ОФК, описываемый квазиэнергиями $\varepsilon_{1,2}(p)$. Этот сценарий соответствует режиму I. Вычисляя интеграл по ξ в ур. (2.26), получаем $\sigma_{\eta,xy} = \sigma_{\eta,xy}^{eq} + \sigma_{\eta,xy}^{neq}$, и вклад неравновесной η-долины в холловскую проводимость $\sigma_{\eta,xy}^{neq}$ принимает вид

$$\sigma_{\eta,xy}^{neq,(\mathrm{I})} = -\frac{\eta e^2}{2\pi\hbar}\frac{[\Omega_R^\eta]^2}{\Delta^g(\Delta^g - \hbar\omega)}. \tag{2.27}$$

В противоположном пределе ($\omega > \Delta^g/\hbar$) происходят межзонные переходы и могут установиться все три режима. Беря интеграл по ξ в ур. (2.26), получаем:

$$\sigma_{\eta,xy}^{neq,(\mathrm{I})}(\omega) = -\frac{\eta e^2}{\pi\hbar}\frac{\Delta^g\Omega_R^\eta}{(\hbar\omega)^2}, \tag{2.28}$$

$$\sigma_{\eta,xy}^{neq,(\mathrm{II})}(\omega) = \frac{\eta e^2}{2\pi\hbar}\left[-1 + \frac{\Delta^g}{\hbar\omega} - \frac{[\Omega_R^\eta]^2}{\Delta^g(\hbar\omega - \Delta^g)}\right], \tag{2.29}$$

$$\sigma_{\eta,xy}^{neq,(\mathrm{III})}(\omega) = -\frac{\eta e^2}{2\pi\hbar}\frac{\pi\Delta^g\Omega_R^\eta}{(\hbar\omega)^2}. \tag{2.30}$$

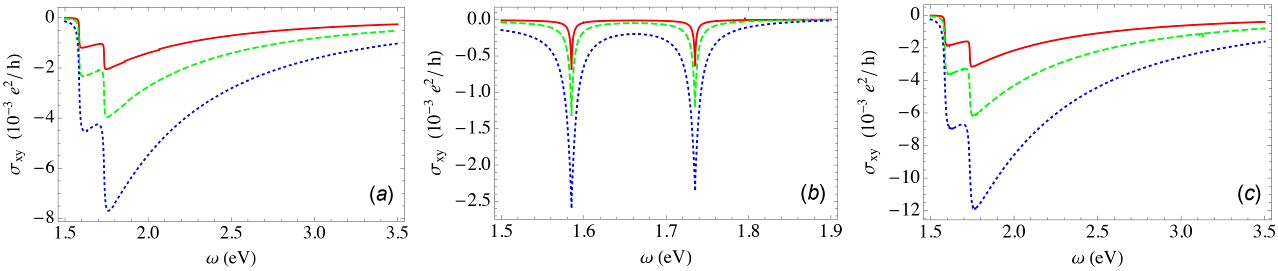

Рисунок 2.6 — Холловская фотопроводимость $\sigma_{xy}(\omega)$ для (a) режима I, (b) режима II и (c) режима III. Красная сплошная, зелёная пунктирная и синяя точечная кривые соответствуют $\Omega_R^\eta(0) = 0.5$, 1 и 2 мэВ, соответственно.

Видно, что неравновесная σ_{xy}^{neq} и темновая σ_{xy}^{eq} проводимости проявляют различные свойства, что тесно связано с зонной топологией и фазой Берри. Действительно, без поля накачки кривизна Берри зоны проводимости и валентной зоны равны $\mp\eta\Delta^g \mathrm{v}_0^2/\{4[(\mathrm{v}_0 p)^2+(\Delta^g/2)^2]^{3/2}\}$. При наличии поля накачки знаки кривизны Берри перенормированных зон должны оставаться прежними. Следовательно, вклад холловской проводимости от электронов проводимости (валентных) будет отрицательным (положительным) в долине K и положительным (отрицательным) в долине K$'$. Отрицательный знак σ_{xy} следует в таком случае из большей населённости фотовозбуждённых носителей в долине K по сравнению с долиной K$'$ ввиду долинных правил отбора.

Используя ур. (2.24) и суммируя вклады, зависящие от η, можно вычислить полную холловскую проводимость как функцию частоты накачки ω численно (см. сплошные кривые на рис. 2.5). Аналогичное поведение характерно для режимов I и III, а именно, резкое увеличение абсолютного значения проводимости при приближении частоты к $\Delta^g/\hbar$ и дальнейшее плавное уменьшение σ_{xy}. Заметим, что в режиме II проявляется совершенно иное поведение системы (см. вставку на рис. 2.5): наблюдается резкое возрастание холловской проводимости. Действительно, соотношение $\sigma^{(\mathrm{II})}/\sigma^{(\mathrm{I})}$ для аналогичных параметров составляет порядка 10^5. Кроме того, проводимость выходит на насыщение на больших частотах до значения, не зависящего от приложенного ЭМ поля. Это прямое следствие инверсии электронной заселённости в режиме II.

Теперь учтём полную зависимость от импульса параметра взаимодействия света с веществом в обеих долинах K и K$'$, используя точные соотношения 2.19 и 2.22 для поля накачки с левой циркулярной поляризацией ($\sigma = 1$). Теперь свет сильно взаимодействует с долиной K и слабо с долиной K$'$, вызывая увеличение динамической щели в долине K с $\Omega_R^{(1)} > \Omega_R^{(-1)}$ (см. пунктирные линии на рис. 2.5). Ключевым предположением при расчётах было то, что обе долины описываются одним и тем же типом стационарных функций распределения, независимо от различных значений их динамических щелей.

Учёт небольшой динамической щели в долине K$'$ приводит к малым изменениям $\sigma_{xy}(\omega)$ в режимах I и III (сравните штриховые и сплошные красные (синие) кривые на рис. 2.5). Однако результаты, полученные для режима II, кардинально отличаются. Они показывают небольшой острый пик, когда $\hbar\omega = \Delta^g$ (сравните пунктирную зелёную кривую на основном графике и сплошную зелёную кривую на вставке рис. 2.5). Такое поведение можно объяснить следствием используемого нами предположения, что неравновесные распределения реализуются в обеих долинах. Наблюдение частотной зависимости σ_{xy} позволяет различать неравновесные стационарные состояния в поле оптической накачки.

2.2.5 Эффекты спин-орбитального взаимодействия в дихалькогенидах переходных металлов

Наконец, используя полный $k \cdot p$ гамильтониан (2.16) ДПМ, рассмотрим роль спин-орбитального взаимодействия для типичных параметров монослоя $\mathrm{MoS_2}$. Результаты расчётов для трёх режимов показаны на рис. 2.6(a)–(c). Как и ожидалось, спин-орбитальное взаимодействие приводит к появлению второго порога проводимости в режимах I и III [рис. 2.6(a) и (c)] и двух резких пиков в режиме II [рис. 2.6(b)], когда частота поля достигает значений ширины запрещённой зоны $\Delta^g \pm \lambda_{so}$ (при $\hbar\omega = 1.585$ эВ и $\hbar\omega = 1.735$ эВ) для двух спин-расщеплённых зон. Графики также демонстрируют зависимость σ_{xy} от величины щели, $\Omega_R^\eta(0)$. Важно отметить, что с учётом процессов спин-орбитального взаимодействия открывается возможность исследования спин-поляризованной холловской проводимости, если ω находится в узком частотном интервале $(\Delta^g - \lambda_{\mathrm{so}}, \Delta^g + \lambda_{\mathrm{so}})$. Действительно, сразу после первого порога (см. рис. 2.6) из-за сохранения энергии будет течь холловский ток электронов и дырок с заданной проекцией спина [319].

2.3 Теория фотоиндуцированного долинного эффекта Холла в образцах с беспорядком

В этом разделе будет исследован ДЭХ в случае наличия всех релевантных процессов рассеяния электронов на примесях. Ответим на вопрос, какие механизмы являются преобладающими в дираковских материалах при оптической накачке одной из долин циркулярно поляризованным светом и в каких случаях. Исследование этой проблем крайне важно не только с фундаментальной точки зрения, но и в контексте оптоэлектронных приложений, в частности, в новых ван-дер-ваальсовских гетероструктурах. Будут рассмотрены как вклад фазы Берри, так и вклады от сдвигового и когерентного рассеяния в холловскую фотопроводимость, используя неравновесную диаграммную технику Келдыша. Таким образом, будет построена микроскопическая теория фотоиндуцированного ДЭХ. Материалы данного раздела основаны на работе автора [A3].

2.3.1 Исследуемая система и основной формализм

Рассмотрим ту же 2D систему под воздействием света с циркулярной поляризацией, что и в предыдущем разделе (см. рис. 2.3). Поле накачки равно

$$\mathbf{A}(t) = \mathbf{A}e^{-i\omega t} + \mathbf{A}^* e^{i\omega t}, \tag{2.31}$$

таким образом $\mathbf{A} = A(1,i\sigma)$, где $\sigma = \pm 1$, а действующее в плоскости тянущее поле равно

$$\boldsymbol{\mathcal{A}}(t) = \boldsymbol{\mathcal{A}}\left(e^{-i\Omega t} + e^{i\Omega t}\right), \tag{2.32}$$

где, как и раньше, предполагается линейная поляризация поля увлечения, так что оператор $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ – вещественный (здесь приводится часть формализма из предыдущего раздела для удобства). В конечном расчёте можно воспользоваться формулой (2.21) и положить $\Omega \to 0$ в статическом пределе.

Координаты выберем так, чтобы тянущее поле было направленно вдоль оси y, и, таким образом, будет рассматриваться холловский ток вдоль оси x. Полный гамильтониан системы имеет вид ($e < 0$)

$$\tilde{\mathcal{H}} = \frac{\Delta^g}{2}\hat{\sigma}_z + \mathbf{V}\cdot\mathbf{p} - e\mathbf{V}\cdot\mathbf{A}(t) - eV^y\mathcal{A}(t), \tag{2.33}$$

где (как и в предыдущем разделе) Δ^g – ширина запрещённой зоны монослоя, $\mathbf{p} = p(\cos\phi, \sin\phi)$ – импульс электрона, $\mathbf{V} = \mathrm{v}_0(\eta\hat{\sigma}_x,\hat{\sigma}_y)$ – скорость, $\eta = \pm 1$ – индекс долины, и $\hat{\sigma}_\alpha$ – матрицы Паули, $\alpha = x,y,z$. Гамильтониан (2.33) записан в подрешёточном базисе, т.к. шестиугольная решётка монослоя ДПМ может быть рассмотрена как две объединённые треугольные подрешётки. Тем не менее, более физически прозрачно работать в базисе зон (зоны проводимости и валентной зоны). Будем называть этот базис “cv-базисом”. В нашем случае, внешние поля в (2.33) однородны в пространстве, и, таким образом, сохраняют импульс электрона. Для перехода в cv-базис используем унитарное преобразование, зависящее только от импульса электрона,

$$U_{\theta\varphi} = \begin{pmatrix} \cos(\theta/2) & \sin(\theta/2) \\ \sin(\theta/2)e^{i\eta\phi} & -\cos(\theta/2)e^{i\eta\phi} \end{pmatrix}, \tag{2.34}$$

где $\cos\theta = \Delta^g/2\varepsilon_p$, $\sin\theta = \eta \mathrm{v}_0 p/\varepsilon_p$, и $\varepsilon_p = \sqrt{(\Delta^g/2)^2 + \mathrm{v}_0^2 p^2} \approx \Delta^g/2 + p^2/2m_e$, с эффективной массой электрона $m_e = \Delta^g/(2\mathrm{v}_0^2)$ при малых значениях импульса электрона, $\mathrm{v}_0 p \ll \Delta^g$. Используя $\mathcal{H} = U^+_{\theta\varphi}\tilde{\mathcal{H}}U_{\theta\varphi}$, находим

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 - e\mathbf{v}\cdot\mathbf{A}(t) - ev^y\mathcal{A}(t), \tag{2.35}$$

где

$$\mathcal{H}_0 = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\mathrm{c}}(p) & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\mathrm{v}}(p) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{\mathrm{cc}} & \mathbf{v}_{\mathrm{cv}} \\ \mathbf{v}_{\mathrm{vc}} & \mathbf{v}_{\mathrm{vv}} \end{pmatrix} \tag{2.36}$$

– гамильтониан и оператор скорости в cv-базисе, $\varepsilon_{\mathrm{c}}(p) \equiv \varepsilon_p$ и $\varepsilon_{\mathrm{v}}(p) = -\epsilon_p$ (далее просто ε_{c} и ε_{v}; также опустим постоянную Планка в выражениях ниже, и восстановим её в конечных выражениях).

Холловский ток, как линейный отклик на внешнее тянущее поле $\mathcal{A}$, выражается аналогично формуле (2.20) [252],

$$j_x(t) = \int\limits_{\mathcal{C}} dt' Q_{xy}(t,t')\mathcal{A}(t'), \tag{2.37}$$

$$Q_{xy}(t,t') = ie^2 \mathrm{Tr}\, \left[v^x G(t,t') v^y G(t',t)\right]_{\mathcal{C}}, \tag{2.38}$$

где $\mathcal{C}$ обозначает келдышевский контур, Tr – оператор следа по пространству зон, $Q(t,t')$ – обобщённая проводимость, являющаяся функцией линейного отклика, и

$$\Big[i\partial_t - \mathcal{H}_0 + e\mathbf{v}\cdot\mathbf{A}(t)\Big] G(t,t') = \delta(t-t') \tag{2.39}$$

определяет матричную функцию Грина в cv-базисе. Следует отметить, что (матричная) функция Грина точно учитывает внешнее поле накачки. Также ур. (2.37) можно переписать в виде

$$j_x(t) = j_x^{(1)}(\Omega)e^{-i\Omega t} + j_x^{(1)}(-\Omega)e^{i\Omega t}. \tag{2.40}$$

Действующее в плоскости электрическое поле равно $E_y(t) = -\partial_t \mathcal{A}(t)$, и ток может быть найден как $j_x(\omega,\Omega) = \mathcal{A}[Q_{xy}(\Omega,\omega) + Q_{xy}(-\Omega,\omega)]$. В пределе $\Omega \to 0$, $j_x(\omega) = \sigma_{\mathrm{H}}(\omega) E_y$.

Так как электронная фотопроводимость отлична от нуля при возбуждении внешним полем частиц из валентной зоны, чтобы найти ур. (2.21), нужно рассмотреть функцию Грина электронов в зоне проводимости и в то же время учесть межзонную накачку. Эта функция Грина G является решением ур. (2.39) с запаздывающей (опережающей) компонентой $G^{R(A)}$ и компонентой $G^{<}(\varepsilon) = f_0(\varepsilon)\left[G^A(\varepsilon) - G^R(\varepsilon)\right]$, где $f_0(\varepsilon)$ – стационарная неравновесная функция распределения электронов зоны проводимости под воздействием межзонной накачки. Это распределение характеризуется балансом генерации и рекомбинации электронов. Таким образом, запаздывающая и опережающая функции Грина записываются как $G^{R,A} = (\varepsilon - \varepsilon_c \pm i/2\tau_i \pm i/2\tau_r)^{-1}$, где τ_i – внутризонное время рассеяния импульса электрона на примесях, а τ_r – межзонное время рекомбинации, или, другими словами, время жизни электрона в зоне проводимости. Неравновесная функция распределения может быть прямо получена из уравнения баланса, выражающего равенство между процессами генерации и рекомбинации в форме $f_0(\varepsilon)/\tau_r = g(\varepsilon)$, где вероятность генерации $g(\varepsilon) = 2\pi|M_{\mathrm{cv}}(\mathbf{p}=0)|^2\delta(\varepsilon - \omega - \varepsilon_{\mathrm{v}})$. Здесь межзонный матричный элемент $|M_{\mathrm{cv}}(0)|^2 = |e\mathbf{v}_{\mathrm{cv}}\mathbf{A}|^2 = e^2 v_0^2 A^2 (\eta+\sigma)^2$ взят вблизи дна зоны проводимости, $p \approx 0$. Такой режим наиболее интересен, т.к. электроны попадают в зону проводимости за счёт оптического поглощения или рассеяния на примесях, так что можно игнорировать другие источники электронов проводимости (такие как термальная ионизация мелких примесей, например). Тогда (вертикальные) оптические переходы происходят с очень маленькими конечными импульсами электрона p. Множитель $(\eta+\sigma)^2$ отражает долинно-селективные межзонные оптические правила отбора для ЭМ поля накачки с циркулярной поляризацией.

В итоге находим функцию распределения $f_0(\varepsilon) = 2\pi\tau_r|M_{\mathrm{cv}}(0)|^2\delta(\varepsilon - \omega - \varepsilon_{\mathrm{v}})$. Такое же выражение может быть найдено с помощью техники диаграмм Фейнмана. Действительно, "голый" массовый оператор фотовозбуждённых электронов в зоне проводимости равен $\Sigma^{<}_{\mathrm{c}}(\varepsilon) = |M_{\mathrm{cv}}(0)|^2 G_{\mathrm{v}}(\varepsilon - \omega)$, как видно из рис. 2.7(a). Лестничная перенормировка этого выражения [рис. 2.7(b)] даёт функцию Грина $G^{<}_{\mathrm{c}}(\varepsilon) = 2\pi i f_0(\varepsilon)\delta(\varepsilon - \varepsilon_{\mathrm{c}})$, где функция распределения $f_0(\varepsilon)$ имеет ту же форму, что и найденная из уравнения баланса, обсуждаемого выше. Теперь, определив функции Грина, описывающие стационарное неравновесное состояние, можно анализировать все вклады в фотоиндуцированный ДЭХ.

2.3.2 Вклад членов, содержащих фазу Берри

Первый вклад в холловский ток связан с фазой Берри электронов в соответствующей долине (аналогично случаю, рассмотренному в разделе 2.2). Он заключается в нескольких диаграммах типа изображённой на рис. 2.7(c). Каждая из этих диаграмм включает межзонные матричные элементы скоростных вершин v^x и v^y. В нашем случае, когда уровень Ферми

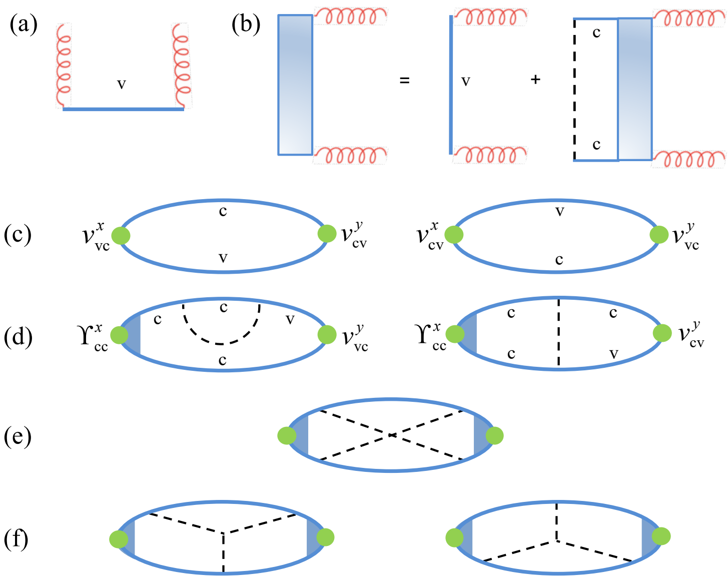

Рисунок 2.7 — Диаграммы Фейнмана фотоиндуцированного ДЭХ. (a) “голый” массовый оператор фотоиндуцированных электронов в зоне проводимости. (b) Интегральное уравнение перенормированного массового оператора. (c) Внутренний вклад. (d) Примеры диаграмм сдвигового рассеяния. (e) Вклад X-диаграммы (когерентное анизотропное рассеяние). (f) Диаграммы анизотропного рассеяния. Красными спиралями обозначен внешний свет круговой поляризации $\mathbf{A}(t)$; v^x и v^y – скоростные вершины, c и v, соответственно, обозначают функции Грина электронов в зоне проводимости в валентной зоне, а пунктирные линии показывают рассеяние на примесях.

находится в запрещённой зоне материала, вклад от этих диаграмм состоит из двух членов с разным физическим смыслом. Первый из них также присутствует в равновесном состоянии и связан с топологической природой заполненной валентной зоны. Второй вклад прямо связан с неравновесным состоянием и определяется фотовозбуждёнными электронами в зоне проводимости и дырками в валентной зоне. В рамках простой двухзонной модели дираковских зон в монослое MoS_2 вклад дырок имеет ту же форму и удваивает результат. Расчёт этих членов проиллюстрирован на рис. 2.7(c), он даёт (с восстановленной $\hbar$)

$$\sigma_{\mathrm{H}}^{(\mathrm{I})} = 2\eta\frac{e^2}{\hbar}\left(\frac{\hbar \mathrm{v}_0}{\Delta^g}\right)^2 n_e, \tag{2.41}$$

где $n_e = \sum_{\mathbf{p}} f_0[\varepsilon_{\mathrm{c}}(\mathbf{p})]$ – плотность фотовозбуждённых электронов в зоне проводимости данной долины. Этот вклад имеет такую же структуру, как и в равновесном случае, с тем ключевым отличием, что n_e теперь представляет собой плотность фотовозбуждённых электронов вместо плотности электронов в тепловом равновесии.

2.3.3 Вклад сдвигового рассеяния

Диаграммы, представляющие вклад сдвигового рассеяния, содержат межзонный матричный элемент электрон-примесного взаимодействия, как показано на рис. 2.7(d). Для того чтобы посчитать проводимость, вызванную процессами сдвигового рассеяния на примесях, вначале введём потенциал примесей. При этом используем приближение упругого рассеяния и рассмотрим только близкодействующие примеси. Записывая матричный элемент беспорядка в cv-базисе, получаем [86]

$$u_i(\mathbf{p},\mathbf{p}') = u^0(\mathbf{p},\mathbf{p}')\left\{[1-\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)(1-e^{i\eta(\phi'-\phi)})]\frac{\hat{s}_0+\hat{s}_z}{2}+\right. \tag{2.42}$$
$$\left.+[1-\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)(1-e^{i\eta(\phi'-\phi)})]\frac{\hat{s}_0-\hat{s}_z}{2}+\frac{1}{2}\sin\theta(1-e^{i\eta(\phi'-\phi)})\hat{s}_x\right\},$$

где $\hat{s}_0$ – единичная матрица, ϕ и ϕ' – углы, соответствующие импульсам $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p}'$, соответственно, $\langle|u^0(\mathbf{p},\mathbf{p}')|^2\rangle = n_i u_0^2$, n_i – концентрация примесей, и $n_i u_0^2 = (m_e\tau_i)^{-1}$. Здесь $\langle\ldots\rangle$ обозначает усреднение по координатам примесей.

В случае около-резонансной накачки перенормировка вершин пренебрежимо мала. Таким образом, линии примесей принимают форму свободных функций Грина с дополнительным форм-фактором и дают средние значения вида

$$\overline{u_i^{\mathrm{cc}}(\mathbf{p},\mathbf{p}')G_\alpha(\mathbf{p}',\delta t)u_i^{\mathrm{cv}}(\mathbf{p}',\mathbf{p})} \approx \frac{1}{m_e\tau_i}\int\frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi\hbar)^2}\left\{\sin(\theta)\frac{1-e^{i\eta(\phi-\phi')}}{2}\right\}G_\alpha(\mathbf{p}',\delta t). \tag{2.43}$$

Вычисляя диаграммы, при этом учитывая перенормировку массового оператора [см. рис. 2.7(b)], находим

$$\sigma_{\mathrm{H}}^{(\mathrm{SJ})} = -4\eta\frac{e^2}{\hbar}\left(\frac{\hbar \mathrm{v}_0}{\Delta^g}\right)^2\frac{n_e}{2\tau_i\gamma}, \tag{2.44}$$

где $\gamma = (\tau_i+\tau_r)/2\tau_i\tau_r$ включает время рекомбинации τ_r, что отражает неравновесную природу эффекта. Как и ранее, вклад процессов сдвигового рассеяния определяется плотностью фотовозбуждённых электронов, n_e.

2.3.4 Когерентное рассеяние

Этот механизм связан с асимметричным рассеянием электронов на примесях. Он должен быть описан вне стандартного борновского приближения для вероятности электрон-примесного рассеяния. Когерентное поперечное рассеяние происходит на парах близко расположенных примесей и может быть проиллюстрировано диаграммой с пересечёнными линиями примесей [рис. 2.7(e)]. В рамках стандартной теории Друде, диаграммы, содержащие пересекающиеся линии примесей, параметрически малы и обычно не играют роли (кроме теории слабой локализации, где диаграммы с максимальным числом пересечений ответственны за эффект). Тем не менее, так называемые диаграммы X- и Ψ-типа играют существенную роль в АЭХ [320, 321]. Для дельта-коррелированного беспорядка вклад от Ψ-диаграммы исчезает, оставляя только X-диаграмму для расчёта:

$$\sigma_{\mathrm{H}}^{(\mathrm{X})} = 2\eta \frac{e^2}{\hbar} \left(\frac{\hbar \mathrm{v}_0}{\Delta^g} \right)^2 \frac{n_e}{(2\tau_i \gamma)^2}. \tag{2.45}$$

Суммируя ур. (2.41), (2.44), и (2.45), находим

$$\begin{aligned} \sigma_{\mathrm{H}}^{(\mathrm{I})} + \sigma_{\mathrm{H}}^{(\mathrm{SJ})} + \sigma_{\mathrm{H}}^{(\mathrm{X})} &= 2\eta \frac{e^2}{\hbar} \left(\frac{\hbar \mathrm{v}_0}{\Delta^g} \right)^2 n_e \left(1 - \frac{1}{2\tau_i \gamma} \right)^2 = \\ &= 2\eta \frac{e^2}{\hbar} \left(\frac{\hbar \mathrm{v}_0}{\Delta^g} \right)^2 n_e \left(1 - \frac{\tau_r}{\tau_r + \tau_i} \right)^2. \end{aligned} \tag{2.46}$$

Следует отметить, что в пределе $\tau_r \to \infty$, и предполагая, что n_e является равновесной плотностью электронов, можно воспроизвести известный результат равновесного ДЭХ, где эти три вклада взаимно сокращаются [87]. Типичные величины времён составляют $\tau_r \sim$мкс и $\tau_i \sim$ пс, т.е., $\tau_r \gg \tau_i$, что позволяет сделать вывод: суммарный вклад этих трёх процессов в фотоиндуцированный ДЭХ пренебрежимо мал.

2.3.5 Асимметричное рассеяние

Последний фундаментальный механизм связан с асимметричным (skew) рассеянием электронов на примесях. Оно также должно быть рассмотрено вне борновского приближения [87] и требует конечной поправки в третьем порядке по потенциалу примеси. Соответствующие Y-диаграммы Фейнмана, как на рис. 2.7(f), точно соответствуют результатам, полученным с помощью уравнения Больцмана с учётом асимметричного вклада в интеграл столкновений [86, 87, 322]. Расчёт показывает

$$\sigma_{\mathrm{H}}^{(\mathrm{Y})} = -\eta \frac{e^2}{\hbar} \left(\frac{u_0 n_e}{\Delta^g} \right) \frac{\langle \varepsilon \rangle \tau_i}{(2\gamma \tau_i)^2 \hbar}, \tag{2.47}$$

где $\langle \varepsilon \rangle = n_e^{-1} \sum_{\mathbf{p}} (\varepsilon_p - \Delta^g/2) f_0[\varepsilon_c(\mathbf{p})] = (\hbar\omega - \Delta^g)/2$ – средняя энергия фотовозбуждённых электронов в зоне проводимости. Очевидно, асимметричное поперечное рассеяние вносит доминирующий вклад в фотоиндуцированный ДЭХ, т.к. другие вклады взаимно сокращаются, как было показано ранее.

2.3.6 Обсуждение результатов

Проводимость фотоиндуцированного ДЭХ содержит плотность фотовозбуждённых электронов,

$$n_e = \frac{m_e \tau_r |M_{\rm cv}(0)|^2}{2\hbar^3} \Theta[\omega - \Delta^g], \tag{2.48}$$

где $\Theta[\omega]$ – функция Хевисайда. Эта формула может быть выведена при рассмотрении внешнего поля накачки с циркулярной поляризацией как возмущения. Такое приближение верно только при условии $\tau_r|M_{\rm cv}(0)|/\hbar \ll 1$. В противоположном режиме, $\tau_r|M_{\rm cv}(0)|/\hbar \gg 1$, поле накачки не может быть рассмотрено как возмущение. Хотя полная теория фотоиндуцированного ДЭХ в режиме сильной связи еще не разработана, вклад фазы Берри (который доминирует в баллистическом режиме) был рассмотрен в разделе 2.2 (и в работе [A2]).

Второе ограничение касается электрон-примесного рассеяния: $\hbar/\tau_i$ должно быть малым по сравнению со средним значением энергии электрона. В случае стационарного неравновесного ДЭХ, характерная энергия фотоиндуцированных электронов определяется параметром $\langle\varepsilon\rangle$, таким образом, должно выполняться $(\hbar\omega - \Delta^g)\tau_i/\hbar \gg 1$.

Кроме того, был учтён только один из фундаментальных механизмов, приводящих к установлению стационарного неравновесного состояния фотовозбуждённых электронов: межзонная рекомбинация. Существуют и другие механизмы, ограничивающие время жизни электрона в зоне, например, межзонное рассеяние. А также – захват электронов примесями. Эти явления могут играть важную роль в фотоиндуцированном ДЭХ и требуют отдельного рассмотрения.

Интересно отметить, что полученные результаты предлагают объяснение принципа работы оптического транзистора, основанного на ДЭХ, и описанного в экспериментальной работе [12]. В ней авторы показывают квазилинейную зависимость холловской фотопроводимости $\sigma_{\rm H}$ от плотности фотоиндуцированных электронов n_e. Продемонстрировано, что наклон кривой $\sigma_{\rm H}(n_e)$ контролируется напряжением, и изменение угла наклона не может быть объяснено равновесной проводимостью, см рис. 3 в статье [12] и последующее обсуждение. Такое (экспериментальное) поведение $\sigma_{\rm H}(n_e)$ не может быть объяснено вкладом сдвигового рассеяния ни в в равновесном, ни в неравновесном случае. Тем не менее, ур. (2.47) и (2.48) предлагают возможное объяснение экспериментальному поведению, т.к. показано, что главный вклад в холловскую фотопроводимость проистекает из асимметричного рассеяния. Действительно, наклон $\sigma_{\rm H}(n_e)$ пропорционален средней энергии фотовозбуждённых электронов $\langle\varepsilon\rangle = (\hbar\omega - \Delta^g)/2$. Так как с ростом приложенного напряжения зона проводимости заселяется, химический потенциал μ (или, более точно, электронный квазиуровень Ферми, зависящий от затворного напряжения) достигает этой зоны. Следовательно, эффект Бурштейна-Мосса [323, 324] приводит к сдвигу $\Delta^g \to 2\mu$ (где μ измеряется от середины щели), т.к. заполняются некоторые низкоэнергетические состояния в зоне проводимости. Таким образом, отношение $\sigma_H/n_e \propto \langle\varepsilon\rangle$ начинает зависеть от напряжения на затворе. Более того, рост плотности электронов приводит к увеличению эффективности процессов рассеяния. Все эти аргументы демонстрируют роль анизотропного рассеяния в ДЭХ в неравновесном случае и подтверждают полученные теоретические результаты.

2.4 Краткие выводы к главе 2

Разработана микроскопическая квантовая теория фотогальванического эффекта (нового типа) в двумерных полупроводниках на основе дихалькогенидов переходных металлов под действием сильного электромагнитного поля накачки. Показано, что появление квазичастиц, представляющих собой электрон-дырочные пары, образующиеся под действием сильного поля межзонной накачки, с одновременным образованием динамической щели приводят к пороговому поведению тока как функции частоты пробного поля ввиду перенормировки плотности состояний и скорости квазичастиц.

Развита микроскопическая теория фотоиндуцированного долинного эффекта Холла в двумерных дираковских материалах, основанная на неравновесной диаграммной технике Келдыша, и проанализированы механизмы рассеяния на примесях в неравновесных условиях. Показано, что хотя в баллистических образцах т.н. “внутренний вклад”, связанный с фазой Берри, доминирует, в образцах с беспорядком главный вклад в холловскую фотопроводимость определяется процессами асимметричного рассеяния электронов на примесях, при том что другие фундаментальные вклады (в том числе сдвиговое рассеяние) взаимно сокращаются. Разработанная теория позволяет объяснить работу оптических транзисторов, основанных на долинном эффекте Холла.

Эти результаты могут быть распространены на другие материалы, имеющие такую же зонную структуру, что и дихалькогениды переходных металлов, и подчиняющиеся правилам межзонного оптического отбора, зависящим от долины.

Глава 3. Фотоиндуцированный транспорт двумерных непрямых экситонов в нормальном и бозе-конденсированном режиме

3.1 Теория квантового аномального эффекта Холла в экситонных системах

В этом разделе будет показано, что в присутствии 2D БЭК и конечной фазы Берри плотность экситонного тока квантуется в отсутствие внешнего МП. Это явление называется "квантовым долинным эффектом Холла" (КДЭХ) бозонов. Оно проявляется в ступенчатом поведении экситонного тока в зависимости от частоты внешнего поляризованного света, который нарушает симметрию обращения времени. Материалы этого раздела основаны на работе автора [A4].

3.1.1 Учёт фазы Берри в движении экситонов

Снова возьмём монослой, изображённый на рис. 2.1(a), и добавим к нему ещё один такой же слой на расстоянии d (будем рассматривать MoS_2 в качестве примера). Электроны и дырки в этих слоях могут образовывать непрямые (дипольные) экситоны (каждый экситон в ДПМ состоит из двух взаимодействующих кулоновскими силами дираковских частиц). Если обратиться к квазиклассической картине, дипольный момент непрямого экситона равен $p_d = ed$. Он направлен поперёк слоёв (см. рис. 3.1). Если к слоям приложено напряжение, оно создаёт статическое электрическое поле E_z, что приводит к сдвигу энергии экситона на $U = -p_d E_z$ и, таким образом, возникает сила $\mathbf{F}(\mathbf{R}) = -\nabla_{\mathbf{R}} U(\mathbf{R})$, которая влияет на движение центра масс из-за изменения электрического поля вдоль слоёв $E_z(\mathbf{R})$ [42]. Наличие фазы Берри приводит к аномальному вкладу в скорость центра масс экситона [325, 326, 327], пропорциональному $-[\nabla_{\mathbf{R}} U \times \mathbf{\Omega}_{ex}]$, где $\mathbf{\Omega}_{ex}$ – кривизна Берри экситона. Этот вклад отвечает за экситонный КДЭХ.

Уравнения движения Гейзенберга,

$$\dot{\mathbf{R}} = \partial_{\mathbf{P}} \mathcal{H}, \quad \dot{\mathbf{P}} = -\partial_{\mathbf{R}} \mathcal{H}, \tag{3.1}$$

описывают динамику индивидуального экситона, где $\mathbf{R}$ и $\mathbf{P}$ – радиус-вектор и импульс центра масс экситона.

Двухдолинная структура зоны Бриллюэна MoS_2 допускает существование двух типов непрямых экситонов. Если электрон из верхнего слоя и дырка в нижнем слое находятся в одной и той же долине, такой экситон будем называть прямым в импульсном пространстве

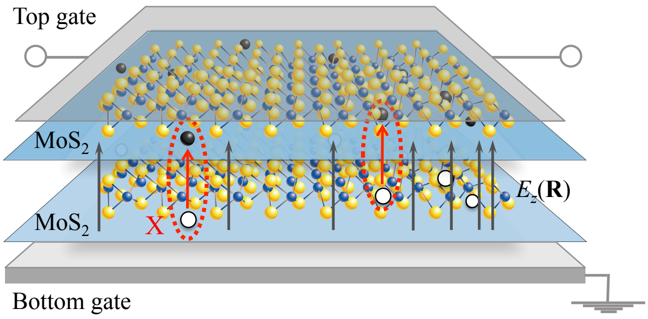

Рисунок 3.1 — Схематическое изображение системы: двумерный экситонный газ, локализованный в двух слоях MoS_2, подвергается воздействию электростатического поля $E_z(\mathbf{R})$. Поле неоднородно в плоскости, что показано чёрными стрелками, которые становятся более плотными слева направо.

(ПИПЭ), см. рис. 3.2. Если частицы находятся в разных долинах, экситон является непрямым в импульсном пространстве, и мы будем использовать аббревиатуру НИПЭ. Ниже рассматривается общий случай, а затем обсуждается, как эти два типа экситонов участвуют в КДЭХ.

Гамильтониан, описывающий экситон в слоях ДПМ, в рамках континуальной модели имеет вид [326]

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0(\hat{\mathbf{p}}_e) + \mathcal{H}_0(\hat{\mathbf{p}}_h) + U_C(\mathbf{r}_h - \mathbf{r}_e) + U_s(\mathbf{r}_e,\mathbf{r}_h). \tag{3.2}$$

Вблизи краёв зоны проводимости и валентной зоны оба члена $\mathcal{H}_0$ могут быть аппроксимированы параболическим законом дисперсии, $\mathcal{H}_0(\mathbf{p}) = \mathbf{p}^2/2m_e$. В рамках двухзонной модели Дирака, которая хорошо описывает низкоэнергетический спектр монослоя ДПМ, электрон и дырка имеют эквивалентные эффективные массы (учёт более высоких энергетических зон приводит к различию масс частиц, но здесь этими эффектами будем пренебрегать). Следующий член в гамильтониане (3.2), $U_C(\mathbf{r}_h - \mathbf{r}_e)$, описывает кулоновское взаимодействие между электроном и дыркой, а член $U_s(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h)$ соответствует сдвигу энергии экситона из-за напряжения, приложенного к слоям.

Фаза Берри электронов и дырок вводится с помощью калибровочного преобразования

$$\mathbf{r}_\alpha \to \mathbf{r}_\alpha + \frac{1}{2}\mathbf{\Omega}_\alpha(\mathbf{p}_\alpha) \times \mathbf{p}_\alpha, \tag{3.3}$$

где $\alpha = e,h$. Подставляя (3.3) в (3.2) и затем в (3.1), приходим к уравнению (квазиклассического) движения экситона

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{P}/M - \frac{1}{8}[\mathbf{F}_0 \times \mathbf{\Omega}_{ex}], \tag{3.4}$$

где M – масса экситона, $\mathbf{F}_0 = \mathbf{F}(0)$ – статическая сила в плоскости, действующая на центр масс экситона, а $\mathbf{\Omega}_{ex} = 2\mathbf{\Omega}_e$ – кривизна Берри экситона, взятая на границе зоны. Соответ-

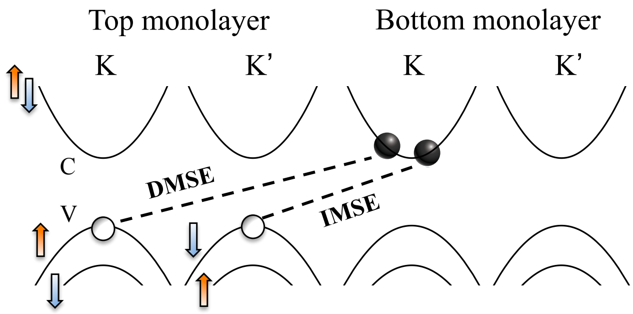

Рисунок 3.2 — Два типа непрямых экситонов в импульсном пространстве: ПИМЭ (на рисунке обозначенный как DMSE) и НИПЭ (IMSE).

ствующий экситонный ток по определению имеет вид

$$\mathbf{j} = \sum_{\mathbf{P}} \dot{\mathbf{R}} f(\mathbf{P},\mathbf{R},t), \tag{3.5}$$

где $f(\mathbf{P},\mathbf{R},t)$ – функция распределения. В равновесии $f(\mathbf{P},\mathbf{R},t)$ представляет собой распределение Бозе, которое является чётной функцией импульса центра масс, $f(\mathbf{P},\mathbf{R},t) = f_0(-\mathbf{P}) = f_0(\mathbf{P})$. Следовательно, только второй член в (3.4), если его подставить в (3.5), даёт отличный от нуля вклад. В случае конденсации экситоны занимают состояние с наименьшей энергией и нулевым импульсом, $f_0(\mathbf{P}) = n_c\delta_{\mathbf{P},0}$, где n_c – плотность конденсата. Результирующий холловский ток в равновесии в данной долине имеет вид

$$\mathbf{j}_{eq} = -\frac{n_c}{8}[\mathbf{F}_0 \times \mathbf{\Omega}_{ex}]. \tag{3.6}$$

3.1.2 Неравновесные фотоиндуцированные экситонные холловские токи

Под действием внешнего ЭМ поля распределение экситонов приобретает неравновесную поправку, $f(\mathbf{P},\mathbf{R},t) = f_0(\mathbf{P}) + \delta f(\mathbf{P},\mathbf{R},t)$, описывающую заселение надконденсатных экситонных состояний $|n,\mathbf{P}\rangle$, где n – квантовое число квантованных уровней энергии внутреннего движения экситонов, $\mathbf{P} \neq 0$, за счет фотоиндуцированных переходов экситонов из конденсата. В стационарном режиме ток фотовозбуждённых экситонов определяется усреднённой по времени функцией распределения $\delta f_n(\mathbf{P}) = \overline{\delta f(\mathbf{P},\mathbf{R},t)}$, поскольку плотность тока представляет собой интеграл от функции распределения и скорости частиц, что после некоторых выкладок даёт

$$\mathbf{j} = -\frac{1}{8}[\mathbf{F}_0 \times \mathbf{\Omega}_{ex}] \sum_{n,\mathbf{P}} \delta f_n(\mathbf{P}), \tag{3.7}$$

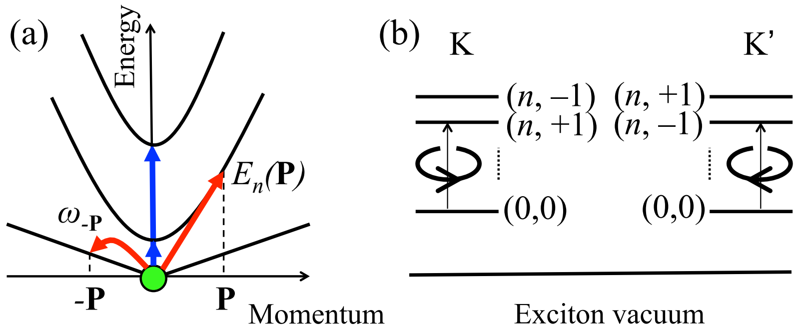

Рисунок 3.3 — (a) Два основных типа фотоиндуцированных переходов в системе. Синие стрелки показывают прямые переходы из квазиконденсата в возбуждённые состояния, а непрямые переходы, сопровождающиеся излучением квазичастиц Боголюбова с частотами $\omega_{-\mathbf{P}}$, изображены красными стрелками. Эти процессы приводят к появлению двух составляющих плотности электрического тока, представленных на рис. 3.4 (синяя и красная кривые). (b) Фотоиндуцированные внутриэкситонные переходы в системе под воздействием циркулярно-поляризованного света.

где $\delta f_n(\mathbf{P}) = \tau R_n(\mathbf{P})$, τ – время релаксации экситона в возбуждённом состоянии;

$$R_n(\mathbf{P}) \;\; = \;\; \frac{2\pi}{\hbar S}|\langle n,\mathbf{P}|\hat{W}|BEC\rangle|^2\delta(E_{BEC}(n,\mathbf{P}) - E_{BEC} - \omega) \qquad (3.8)$$

– вероятность переходов экситонов в конечное состояние $|n,\mathbf{P}\rangle$ из равновесного бозе-конденсированного состояния $|BEC\rangle$ (в секундах на единицу площади). Здесь S – площадь образца, E_{BEC} – энергия экситонной системы в режиме БЭК, а $E_{BEC}(n,\mathbf{P})$ – энергия возбуждённого состояния, состоящего из конденсата и фотовозбуждённого экситона. Будем рассматривать постоянное τ, предполагая рассеяние возбуждённых экситонов на короткодействующих примесях [328]. Гамильтониан, описывающий взаимодействие экситона с внешним однородным ЭМ полем $\mathbf{E}$, взят в дипольном приближении, $W(\mathbf{r}) = -e\mathbf{r}\cdot\mathbf{E}$, где $\mathbf{r} = \mathbf{r}_h - \mathbf{r}_e$ – относительная координата электрон-дырочной пары в плоскости.

Энергия экситона характеризуется импульсом $\mathbf{P}$ и дискретными уровнями энергии ε_n внутреннего движения экситона, $E_n(\mathbf{P}) = \mathbf{P}^2/2M + \varepsilon_n$. Будем предполагать, что конденсат находится в энергетическом состоянии с нулевым импульсом центра масс $\mathbf{P} = 0$ и на низшем уровне энергии внутреннего движения экситона $\varepsilon_{n=0} = 0$.

Согласно модели Боголюбова слабо взаимодействующего бозе-газа, низкоэнергетические свойства бозе-конденсата можно охарактеризовать возбуждениями, имеющими дисперсию

$$\omega_{\mathbf{k}} = sk\sqrt{1 + (k\xi_h)^2}, \qquad (3.9)$$

где $s = \sqrt{gn_c/M}$ – фазовая (звуковая) скорость, $\xi_h = 1/2Ms$ – длина залечивания, а g – константа экситон-экситонного взаимодействия, которую будем считать постоянной для простоты (обычно такое предположение вполне оправдано).

Следуя теории Боголюбова, бозе-конденсированное состояние можно описать как

$$\Psi_{BEC} = \frac{a_0}{\sqrt{S}}\psi_0(\mathbf{r}) + \psi_0(\mathbf{r})\sum_{\mathbf{P}\neq 0}\left(u_{\mathbf{P}}a_{\mathbf{P}} + v_{\mathbf{P}}a^{\dagger}_{-\mathbf{P}}\right)\frac{\exp(i\mathbf{P}\cdot\mathbf{R})}{\sqrt{S}}. \tag{3.10}$$

Здесь $a_0 = \sqrt{n_c S}$, первый член описывает макроскопически заполненное состояние БЭК, а второй член соответствует флуктуациям с дисперсией $\omega_{\mathbf{P}}$; $u_{\mathbf{P}}$,$v_{\mathbf{P}}$ – коэффициенты преобразования Боголюбова [329, 330],

$$u^2_{\mathbf{P}} \;=\; 1 + v^2_{\mathbf{P}} = \frac{1}{2}\left(1 + \left[1 + \frac{(Ms^2)^2}{\omega^2_{\mathbf{P}}}\right]^{1/2}\right), \quad u_{\mathbf{P}}v_{\mathbf{P}} = -\frac{Ms^2}{2\omega_{\mathbf{P}}}. \tag{3.11}$$

Функция $\psi_n(\mathbf{r})$ является собственной функцией внутреннего движения экситона, а возбуждённые состояния с энергиями $E_n(\mathbf{P})$ описываются собственными функциями $\Psi_n(\mathbf{R},\mathbf{r}) = \psi_n(\mathbf{r})\exp(i\mathbf{P}\mathbf{R})/\sqrt{S}$.

Используя подход Боголюбова, будем предполагать, что квантовые флуктуации можно рассматривать до членов второго порядка. Вклады более высоких порядков обычно ответственны за распад квазичастиц Боголюбова и определяют их время жизни [331]. При рассеянии на примесных центрах затухание боголонов имеет вид $\Gamma = (k\xi_h)^2/\tau$ [47], где τ – время рассеяния бозонов на примесях, когда бозоны находятся в нормальном состоянии. В длинноволновом пределе $k\xi_h \ll 1$, а значит, $\tau^{-1} \gg \Gamma$. В нашей случае ток определяется оптически-индуцированными переходами экситонов из БЭК в надконденсатные состояния. Таким образом, во всех выражениях встречается член $(\tau^{-1} + \Gamma)$, где Γ можно не учитывать; таким образом, мы не будем принимать во внимание вклады более высоких порядков в боголюбовском разложении.

Ввиду наличия двух членов в ур. (3.10) матричный элемент внешнего поля $W(\mathbf{r})$ также состоит из двух вкладов, описывающих два типа процессов, схематически представленных на рис. 3.3(a). Матричный элемент процессов первого типа имеет вид

$$\begin{aligned} M_n(\mathbf{P}) \;&=\; a_0 W_{n,0}\frac{(2\pi\hbar)^2}{S}\delta(\mathbf{P}), \text{ где} \\ W_{n,0} &= \int d\mathbf{r}\psi^{\dagger}_n(\mathbf{r})W(\mathbf{r})\psi_0(\mathbf{r}). \end{aligned} \tag{3.12}$$

Он соответствует прямым переходам экситона из конденсата в надконденсатное состояние с возбуждением внутренней степени свободы отдельного экситона. Соответствующий холловский ток описывается выражением,

$$\mathbf{j}^{(1)} = [\mathbf{\Omega}_{ex}\times\mathbf{F}_0]\left(\frac{n_c\tau^2}{4\hbar^2}\right)\sum_{n\neq 0}\frac{|W_{n,0}|^2}{1 + (\hbar\omega - \epsilon_n)^2\tau^2/\hbar^2}. \tag{3.13}$$

Он имеет резонансную структуру и пропорционален плотности конденсата.

Процессы второго типа введены определяются вторым слагаемым в ур. (3.10), описывающим флуктуации плотности БЭК (квантов Боголюбова). При нулевой (низкой) температуре эта ветвь возбуждений (почти) пуста, поэтому можно считать, что только член, содержащий оператор рождения $a^{\dagger}_{-\mathbf{P}}$, вносит вклад в оптические переходы. Это соответствует возбуждению экситона посредством поглощения фотона, сопровождающимся испусканием боголюбовской квазичастицы, как показано на рис. 3.3(a). В отличие от процессов первого типа, здесь экситон переходит в надконденсатное состояние с ненулевым импульсом $\mathbf{P} \neq 0$ из состояния конденсата с $\mathbf{P} = 0$. Такие непрямые переходы могут происходить только в том случае, если импульс $\mathbf{P}$ уносится некоторой третьей частицей. Эту роль здесь играет Бозе-конденсат, унося импульс посредством боголюбовских возбуждений с энергией $\omega_{-\mathbf{P}}$. Описывающий соответствующие процессы матричный элемент записывается в виде

$$M_n(\mathbf{P}',\mathbf{P}) = W_{n0}\frac{(2\pi\hbar)^2}{S}v_{\mathbf{P}}\delta(\mathbf{P}'-\mathbf{P}). \tag{3.14}$$

В наиболее интересном случае линейной дисперсии боголюбовских возбуждений ($\omega_{\mathbf{P}} \approx sP \gg P^2/2M$) можно провести аналитические расчёты и найти соответствующий вклад в экситонный холловский ток:

$$\mathbf{j}^{(2)} = [\mathbf{\Omega}_{ex}\times\mathbf{F}_0]\left(\frac{M\tau}{16\pi\hbar^3}\right)\sum_{n\neq 0}|W_{n,0}|^2\left(\frac{\pi}{2}+\arctan\left[\frac{(\hbar\omega-\epsilon_n)\tau}{\hbar}\right]\right). \tag{3.15}$$

3.1.3 Обсуждение результатов

Очевидно, ток (3.15) обращается в нуль, если не учитывать фазу Берри (член $\mathbf{j}^{(1)}$ в этом случае также равен нулю). Следует обратить внимание, что именно функция арктангенс в конечном итоге определяет поведение этой составляющей электрического тока. Еще одним важным свойством (3.15) является то, что ток не зависит явно от плотности конденсата, в отличие от (3.13), хотя $\mathbf{j}^{(2)}$ также обращается в нуль в отсутствие конденсата. Отклик системы (3.15) является уникальной характеристикой бозонных систем, что делает экситонный КДЭХ концептуально отличным от обычного фермионного ДЭХ. Таким образом, можно сделать вывод, что конденсация является необходимым условием квантования тока в отсутствие внешнего МП.

В эксперименте экситонный газ обычно получают, когда образец освещается светом с частотой, превышающей ширину запрещённой зоны материала. Из-за быстрой релаксации энергии фотовозбуждённые электроны и дырки “остывают” и образуют экситоны. Можно ожидать, что обе долины будут заселены ПИПЭ и НИПЭ примерно в равной степени. Кривизна Берри НИПЭ $\mathbf{\Omega}_{ex} = 0$, поскольку знаки кривизны Берри электронов и дырок, находящихся в разных долинах, противоположны. Таким образом, только ПИПЭ будут принимать участие в рассматриваемом эффекте.

Из-за почти эквивалентного заселения долин равновесный холловский ток долины исчезает, поскольку $\mathbf{\Omega}^{K}_{ex} = -\mathbf{\Omega}^{K'}_{ex}$. Однако фотоиндуцированная часть холловского тока долины

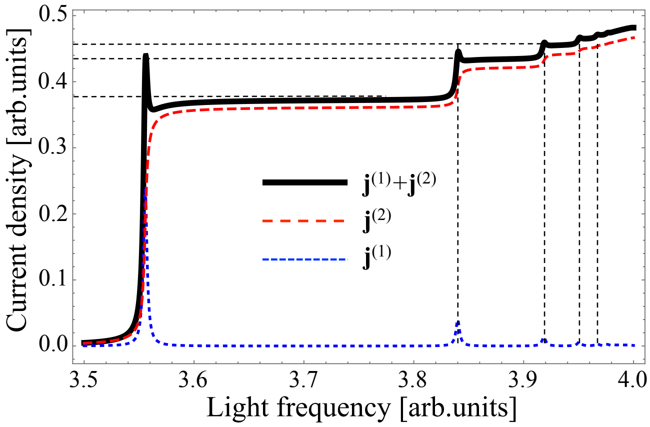

Рисунок 3.4 — Качественное поведение фотовозбуждённой части холловского экситонного долинного тока в зависимости от частоты света (красная кривая искусственно смещена вниз для наглядности). Расчёты были выполнены в рамках аналитической модели спектра внутреннего движения экситона. Красная и синяя кривые соответствуют процессам, описанным красными и синими стрелками на рис. 3.3(a).

может быть отличной от нуля. Благодаря аксиальной симметрии кулоновского потенциала взаимодействия электронов и дырок $U_C(\mathbf{r})$, собственные состояния внутреннего движения экситонов характеризуются главным (радиальным) квантовым числом и проекцией углового момента: $n = (n_r, m)$. Аксиальная симметрия диктует вырождение квантовых состояний $(n_r, \pm m)$. Как было показано в работе [326], кривизна Берри изменяет эти состояния, приводя к их энергетическому расщеплению на энергию порядка десятков мэВ. Причем это расщепление имеет противоположный знак в разных долинах, см. рис. 3.3(b).

Если экситонный газ подвергается воздействию ЭМ поля с циркулярной поляризацией, внутриэкситонные переходы происходят в одной долине из-за долинно-зависимых правил отбора, одновременно возбуждая состояние $m = +1$ или $m = -1$ в той же долине. Таким образом, в системе возникает долинный холловский ток фотовозбуждённых носителей заряда, что приводит к накоплению экситонов на краю образца, см. рис. 3.4. Экситоны могут быть обнаружены на границе образца, например, посредством измерения поляризации фотолюминесценции. Из-за ступенчатого поведения холловского тока экситонов интенсивность люминесценции должна унаследовать аналогичное ступенчатое поведение, поскольку её интенсивность пропорциональна плотности экситонов на краю образца, определяемой величиной холловского тока.

Другой возможный способ измерения тока – присоединить два контакта к противоположным краям электронного или дырочного слоёв. Экситоны электрически нейтральны, но по-отдельности электроны и дырки участвуют в электрическом токе. Его величину для первой ступеньки на рис. 3.4 можно оценить, если упростить ур. (3.15), используя $\Omega_{ex} \sim \hbar/(\Delta^g\ M)$ и $W_{1,0} \sim eEa_B$, где a_B – радиус Бора экситона, и найти $j \sim F_0\tau(ea_BE/\hbar)^2/(16\Delta^g)$. Это выражение даёт оценку плотности потока экситонов. Чтобы найти электрический ток в одном слое, создаваемый электронами (или дырками), нужно умножить это выражение на заряд электрона e. Тогда, если $F_0 = 0.1$ эВ/мкм, $\tau = 10^{-10}$ с, $a_B = 10$ нм и $E = 1$ В/см, находим для электрического тока $ej \sim$ нА/см.

Интересно сравнить полученные результаты с результатами предыдущих работ по эффекту Холла бозонов в 2D системах. Например, в статьях [95, 96] авторы описывают пикообразное (не ступенчатое) поведение холловской проводимости. В работе [94] требуется МП для наблюдения целочисленного эффекта Холла. Здесь же была рассмотрена фотоиндуцированная часть тока в отсутствие внешнего МП по аналогии с фотоиндуцированным долинным эффектом Холла в электронных системах [20, 22, 23]. В случае рассмотрения транспорта экситонов, отклик системы квантуется как функция частоты внешнего света в присутствии конденсата.

3.2 Эффект фотонного увлечения непрямых экситонов в нормальной фазе

В предыдущем разделе шла речь о поперечном (холловском) транспорте экситонов. рассмотрим теперь их продольный транспорт: изучим эффект фотонного увлечения дипольных экситонов в нормальной фазе (ЭФУ экситонов в состоянии конденсата рассмотрен в следующем разделе). Материал данного раздела основан на работе автора [A5].

3.2.1 Постановка задачи и формализм

Гамильтониан, описывающий одиночный экситон в ДКЯ, может быть записан в виде

$$\mathcal{H} = \frac{\left(\mathbf{p}_h - \frac{e}{c}\mathbf{A}_h\right)^2}{2m_h} + \frac{\left(\mathbf{p}_e + \frac{e}{c}\mathbf{A}_e\right)^2}{2m_e} + U_C(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h), \tag{3.16}$$

где $\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \mathbf{A}_0 e^{i\mathbf{kr}-i\omega t} + \mathbf{A}_0^* e^{-i\mathbf{kr}+i\omega t}$, вектор $\mathbf{k}$ – проекция 3Д волнового вектора света $\mathbf{Q}$ на плоскость структуры, см. рис. 3.5.

Вид потенциала взаимодействия $U_C(\mathbf{r})$ зависит от типа ДКЯ (конкретные примеры будут рассмотрены ниже). Укажем здесь важное для дальнейшего свойство этого потенциала: он обладает аксиальной симметрией по отношению к координате относительного движения электрона и дырки, а значит, состояния экситона могут классифицироваться по определённому значению проекции углового момента относительного движения электрона и дырки в экситоне на нормаль к плоскости структуры.

Переходя к координатам относительного движения $\mathbf{r} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h$ и движения центра масс $\mathbf{R} = (m_e\mathbf{r}_e + m_h\mathbf{r}_h)/M$, согласно следующим правилам: $\mathbf{r}_e = \mathbf{R} - \frac{m_h}{M}\mathbf{r}$; $\mathbf{r}_h = \mathbf{R} + \frac{m_e}{M}\mathbf{r}$; $\mathbf{p}_e = \frac{m_e}{M}\mathbf{p} - \mathbf{q}$; $\mathbf{p}_h = \frac{m_h}{M}\mathbf{p} + \mathbf{q}$, запишем Гамильтониан (3.16) в дипольном приближении:

$$\mathcal{H} = \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu_X} + U_C(\mathbf{r}) - \frac{e}{\mu_X c}\mathbf{q}\cdot\mathbf{A} + \frac{e^2}{2\mu_X c^2}\mathbf{A}^2, \tag{3.17}$$

где $\mu_X^{-1} = m_e^{-1} + m_h^{-1}$ – приведённая масса экситона. Векторный потенциал в дипольном приближении содержит лишь координату центра масс экситона. Второе и третье слагаемые в (3.17) дают спектр внутреннего движения экситона. Этот спектр квантован и характеризуется главным квантовым числом радиального движения n, орбитальным квантовым числом m, энергией $\varepsilon_{n,m}$ и собственными функциями $|n,m\rangle$. Матричные элементы импульса $\mathbf{q}$ отличны от нуля лишь для состояний, в которых орбитальные квантовые числа отличаются на ± 1. В частности, для дипольных экситонов в основном состоянии внутреннего движения $|0,0\rangle$ переход возможен лишь в состояния $|n,\pm 1\rangle$ с энергией перехода $\Delta^g = \varepsilon_{n,\pm 1} - \varepsilon_{0,0}$. Для определенности, в дальнейшем будем рассматривать переход в состояние с $n = 0$. Таким

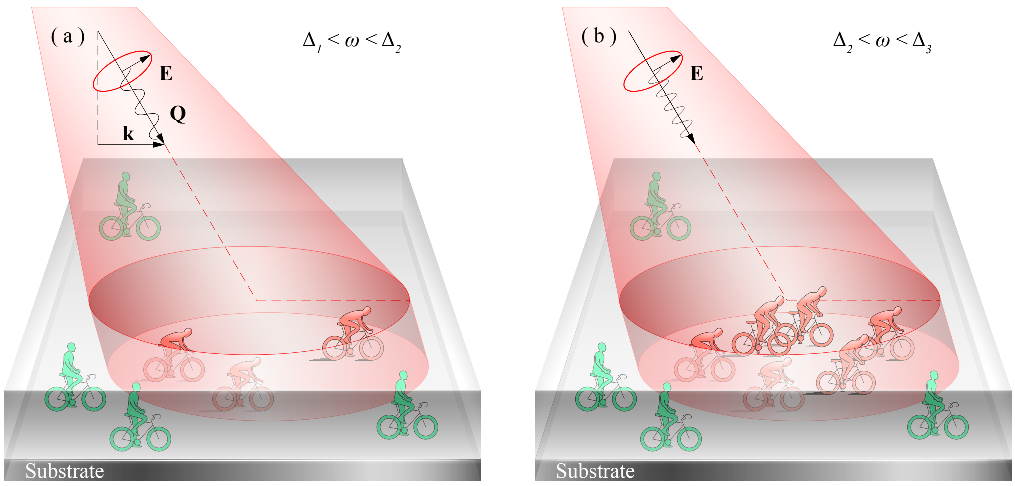

Рисунок 3.5 — Схематическое изображение системы. Бозоны (в виде велосипедистов) подвергаются воздействию ЭМ поля. Это приводит к их потоку в направлении проекции $\mathbf{k}$ волнового вектора света $\mathbf{Q}$.

образом, полная энергия экситона в основном $\varepsilon_1(\mathbf{p})$ и возбуждённом $\varepsilon_2(\mathbf{p})$ состояниях имеет вид (см. рис. 3.6):

$$\varepsilon_1(\mathbf{p}) = \varepsilon_{\mathbf{P}},\ \ \varepsilon_2(\mathbf{p}) = \Delta^g + \varepsilon_{\mathbf{P}}, \tag{3.18}$$

где $\varepsilon_{\mathbf{p}} = \mathbf{p}^2/2M$ – кинетическая энергия центра масс.

3.2.2 Ток фотонного увлечения

Динамика экситона как целого с учётом квантовых переходов между состояниями внутреннего движения описывается уравнением:

$$\begin{pmatrix} i\partial_t - \varepsilon_1(\mathbf{p}) & \frac{e}{\mu_X c}\mathbf{q}_{12}\cdot\mathbf{A} \\ \frac{e}{\mu_X c}\mathbf{q}_{21}\cdot\mathbf{A} & i\partial_t - \varepsilon_2(\mathbf{p}) \end{pmatrix} G(x,x') = \delta(x-x'), \tag{3.19}$$

где $x \equiv (\mathbf{R},t)$. Здесь опущено слагаемое $\mathbf{A}^2$ и матричные элементы импульса равны $\mathbf{q}_{12} = \langle 0,0|\mathbf{q}|0,\pm 1\rangle$. Они связаны с матричными элементами координаты соотношением $\mathbf{q}_{12} = i\mu_X \mathbf{r}_{12}\Delta^g$.

ЭФУ экситонов заключается в появлении стационарной плотности экситонного тока, определяемого усреднением по времени выражения

$$\mathbf{j} = \frac{1}{2M}\lim_{x'\to x}\left(\nabla_{\mathbf{R}} - \nabla_{\mathbf{R}'}\right)\mathrm{Sp}\,G^<(x,x'), \tag{3.20}$$

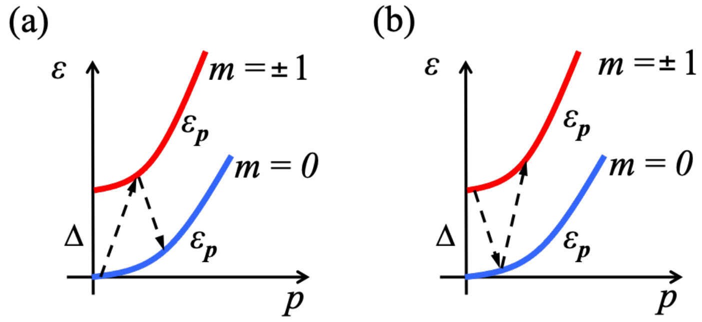

Рисунок 3.6 — Спектр системы: экситонные состояния и схема оптических переходов с выполнением правил отбора.

где функция Грина находится из ур. (3.19) во втором порядке по $\mathbf{A}$. Расчёт показывает:

$$\mathbf{j} = \frac{i}{M}\left(\frac{e}{\mu_X c}\right)^2 |\mathbf{q}_{12}\mathbf{A}_0|^2 \left[\mathbf{D}_X(\omega,\mathbf{k}) + \mathbf{D}_X(-\omega,-\mathbf{k})\right], \tag{3.21}$$

где был введён поляризационный оператор

$$\begin{aligned}\mathbf{D}_X(\omega,\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{p},\varepsilon}\left[f(\varepsilon+\omega) - f(\varepsilon)\right] G_1^R(\mathbf{p},\varepsilon+\omega)\mathbf{p}G_1^A(\mathbf{p},\varepsilon+\omega)\left[G_2^A(\mathbf{p}-\mathbf{k},\varepsilon) - G_2^R(\mathbf{p}-\mathbf{k},\varepsilon)\right] + \\ + \sum_{\mathbf{p},\varepsilon}\left[f(\varepsilon+\omega) - f(\varepsilon)\right] G_2^R(\mathbf{p},\varepsilon+\omega)\mathbf{p}G_2^A(\mathbf{p},\varepsilon+\omega)\left[G_1^A(\mathbf{p}-\mathbf{k},\varepsilon) - G_1^R(\mathbf{p}-\mathbf{k},\varepsilon)\right],\end{aligned} \tag{3.22}$$

$f(\varepsilon)$ – функция распределения Бозе. Уравнение (3.22) соответствует диаграммам, изображённым на рис. 3.7 [которые аналогичны соответствующим электронным диаграммам, изображённым на рис. 2.1(d)]. Функции Грина в ур. (3.22) имеют вид:

$$G_i^{R(A)}(\mathbf{p},\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_i(\mathbf{p}) \pm i/2\tau}, \tag{3.23}$$

где τ – время рассеяния экситона на примесях. Используя (3.23) и интегрируя по энергии в (3.22), находим:

$$\begin{aligned}\mathbf{D}_X(\mathbf{k},\omega) + \mathbf{D}_X(-\mathbf{k},-\omega) = 2i\mathbf{k}\sum_{\mathbf{p}}\frac{f^{(1)}_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} - f^{(2)}_{\mathbf{p}}}{\left[\omega + \varepsilon_2(\mathbf{p}) - \varepsilon_1(\mathbf{p}+\mathbf{k})\right]^2 + \tau^{-2}} + \\ +2i\mathbf{k}\sum_{\mathbf{p}}\frac{f^{(2)}_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} - f^{(1)}_{\mathbf{p}}}{\left[\omega + \varepsilon_1(\mathbf{p}) - \varepsilon_2(\mathbf{p}+\mathbf{k})\right]^2 + \tau^{-2}}.\end{aligned} \tag{3.24}$$

Если провести аналогию с эффектом кулоновского увлечения, это выражение обретает известный физический смысл: стационарный отклик второго порядка пропорционален мнимой части отклика первого порядка (поляризационного оператора). Иными словами, ток фотон-

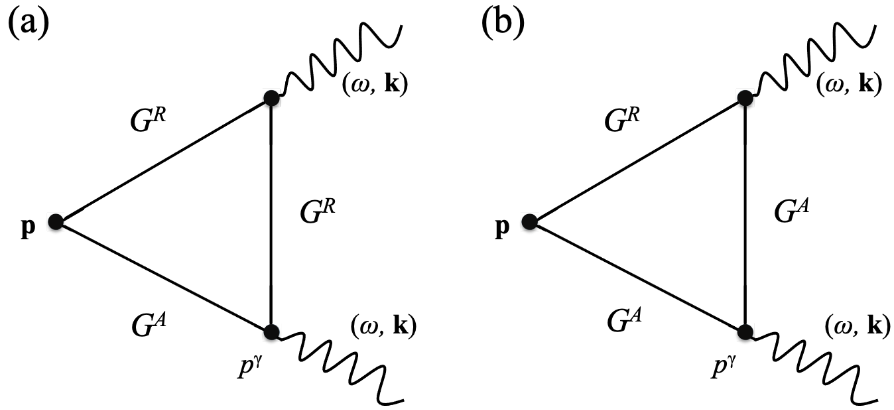

Рисунок 3.7 — Фейнмановские диаграммы, описывающие ЭФУ экситонов. R/A – запаздывающая/опережающая функции Грина экситона, $\mathbf{p}$ – импульс центра масс экситона, ω, $\mathbf{k}$ – частота и волновой вектор света.

ного увлечения пропорционален коэффициенту поглощения света. Квантовые переходы, соответствующие слагаемым из (3.24), показаны на рис. 3.6.

Воспользовавшись малостью волнового вектора света, можно положить $\mathbf{k} = 0$ везде под знаком суммы в (3.24). Учитывая соотношение

$$\int d\mathbf{p}(f_{\mathbf{p}}^{(1)} - f_{\mathbf{p}}^{(2)}) = (2\pi)^2(N_1 - N_2), \tag{3.25}$$

где N_i – число частиц на i–м уровне, находим окончательно (восстанавливая $\hbar$):

$$\mathbf{j} = \frac{2\mathbf{k}\tau^2(N_1 - N_2)}{M\hbar}\left|\frac{e\mathbf{q}_{12}\cdot\mathbf{A}_0}{\mu_X c}\right|^2\left(\frac{1}{1+\tau^2(\omega-\Delta^g)^2} - \frac{1}{1+\tau^2(\omega+\Delta^g)^2}\right), \tag{3.26}$$

где связь с ЭМ полем волны имеет вид:

$$\left|\frac{e\mathbf{q}_{12}\cdot\mathbf{A}_0}{\mu_X c}\right|^2 = \frac{(\Delta^g)^2}{\omega^2}|\mathbf{p}_d^{12}\cdot\mathbf{E}_0|^2. \tag{3.27}$$

Здесь $\mathbf{p}_d = -e\mathbf{r}$ – оператор дипольного момента экситона в плоскости ДКЯ. Из ур. (3.26) видно, что при наличии инверсной заселённости состояний $N_1 < N_2$ ток экситонов направлен по $-\mathbf{k}$ в результате эффекта “отдачи” при спонтанном излучении фотона инверсно-заселёнными экситонами.

3.2.3 Обсуждение результатов

Оценим величину Δ^g для типичных структур на основе ДКЯ. В качестве примера, рассмотрим гетероструктуры из твёрдых растворов AlGaAs/GaAs/AlGaAs [332, 333] и MoS_2/hBN/MoS_2 [92]. Энергия взаимодействия электрона и дырки в случае GaAs и MoS_2

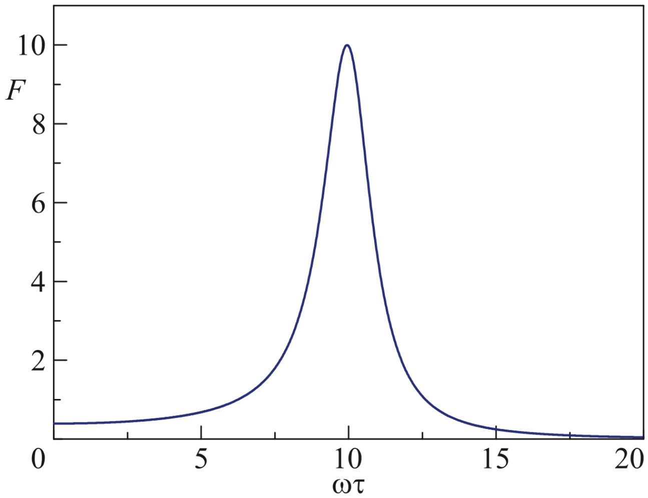

Рисунок 3.8 — Резонансное поведение плотности тока увлечения экситонов как функции частоты света.

систем имеют вид

$$U_C(\mathbf{r}) = -\frac{e^2}{\epsilon_d\sqrt{a^2+r^2}} \tag{3.28}$$

и

$$U_C(\mathbf{r}) = -\frac{\pi e^2}{2\epsilon_d\rho_0}\left[H_0\left(\frac{\sqrt{a^2+r^2}}{\rho_0}\right) - Y_0\left(\frac{\sqrt{a^2+r^2}}{\rho_0}\right)\right], \tag{3.29}$$

соответственно, где ϵ_d – диэлектрическая проницаемость среды, $\rho_0 = 2\pi\alpha_p/\epsilon_d$, α_p – 2D поляризуемость [199], H_0, Y_0 – функция Струве и функция Бесселя нулевого индекса, соответственно. В приближении $r \ll a$ оба потенциала представимы в виде:

$$U_C(\mathbf{r}) \approx \mathrm{Const} + \frac{\mu_X\omega_0^2 r^2}{2}. \tag{3.30}$$

Выражение (3.30) находится разложением в ряд ур. (3.28) и (3.29) по параметру r/a, что даёт [199]:

$$\begin{gathered}\omega_0^2 = \frac{e^2}{\epsilon_d\mu_X a^3}, \\ \omega_0^2 = -\frac{\pi e^2}{2\epsilon_d\mu_X a\rho_0^2}\left[H_{-1}\left(\frac{a}{\rho_0}\right) - Y_{-1}\left(\frac{a}{\rho_0}\right)\right]\end{gathered} \tag{3.31}$$

для GaAs и MoS_2 систем. Выше уже было сказано, что здесь рассматривается переход с уровня $n = 0$, $m = 0$ на $n = 0$, $m = \pm 1$. По порядку величины $\Delta^g \sim \omega_0$. Для оценки использовались параметры материалов: GaAs: $\epsilon_d = 12.5$, $\mu_X = 0.058\,m_0$, $a = 10$ нм; MoS_2: $\epsilon_d(hBN) = 4.89$, $\mu_X = 0.25\,m_0$, $a = 3.5$ нм, $\alpha_p = 0.71$ нм [334]. Находим следующие значения: $\Delta^g = 12.6$ мэВ для структур на основе GaAs и $\Delta^g = 42.7$ мэВ для MoS_2.

Учитывая ур. (3.27), а также соотношение $k = \sin\theta Q/c$, где θ – угол падения ЭМ волны, можно записать выражение (3.26) в виде

$$j = j_0(\theta)F(\omega), \tag{3.32}$$

где

$$\begin{aligned} j_0(\theta) &= \sin\theta \frac{2\tau(N_1 - N_2)}{Mc\hbar}|\mathbf{p}_d^{12}\cdot\mathbf{E}_0|^2, \\ F(\omega) &= \frac{(\Delta^g\tau)^2}{\omega\tau}\left[\frac{1}{1+(\omega\tau-\Delta^g\tau)^2} - \frac{1}{1+(\omega\tau+\Delta^g\tau)^2}\right]. \end{aligned} \tag{3.33}$$

Качественное поведение тока увлечения экситонов в единицах j_0 показано на рис. 3.8 для случая $\tau\Delta^g = 10$. Очевидно, ток ведёт себя резонансно.

3.3 Эффект фотонного увлечения бозонов в состоянии бозе-эйнштейновского конденсата

В предыдущем разделе был описан ЭФУ экситонов в нормальном (неконденсатном) состоянии. В этом разделе будет изучено влияние светового давления на систему бозонов, содержащую частицы в конденсированном квантовом состоянии. Будет показано [A6, A7], что в присутствии БЭК ток увлечения бозонов и, следовательно, отклик системы становятся ступенчатыми. Это универсальное явление, которое может наблюдаться и в атомных, и в твердотельных конденсатах, поэтому будет рассмотрена общая модель бозе-газа, в которой каждый бозон обладает внутренней структурой квантовых состояний, что существенно для развиваемой ниже теории.

3.3.1 Рассматриваемая система и формализм

Рассмотрим систему бозонов под действием ЭМ поля (ту же систему, которая изображена на рис. 3.5 в предыдущем разделе). Спектр одиночного бозона с собственной функцией $|\eta,\mathbf{p}\rangle$ имеет вид

$$\varepsilon_\eta(\mathbf{p}) = \varepsilon(\mathbf{p}) + \Delta^g_\eta, \tag{3.34}$$

где $\varepsilon(\mathbf{p}) = \mathbf{p}^2/2M$ – кинетическая энергия движения центра масс частицы, а Δ^g_η – энергетический спектр внутреннего движения. Это может быть спектр атома (в системе холодных атомов) или энергия относительного движения электрона и дырки, составляющих экситон (в экситонных БЭК). Здесь индекс η обозначает весь набор квантовых чисел, которые характеризуют внутренний спектр частицы (в отличие от предыдущих разделов, где η было индексом долины), а значение $\eta = 0$ относится к низкоэнергетическому состоянию (основному состоянию) внутреннего спектра бозе-частиц, и все энергии будут измеряться от $\Delta^g_{\eta=0}$. Предположим, что до воздействия ЭМ волны система находится в конденсате $|\eta,\mathbf{p}\rangle$, где все частицы находятся в состоянии $\eta = 0$ с нулевой кинетической энергией $\mathbf{p} = 0$ движения их центра масс и без дипольного момента.

В дипольном приближении электрическое поле зависит только от координаты центра масс $\mathbf{r}$, $\mathbf{E}(x) = \mathbf{E}_0 e^{\mathbf{i}\mathbf{k}\mathbf{r}-\mathrm{i}\omega t} + \mathbf{E}^*_0 e^{-\mathbf{i}\mathbf{k}\mathbf{r}+\mathrm{i}\omega t}$, а взаимодействие света и вещества можно описать матричными элементами $\mathbf{p}^{21}_d \cdot \mathbf{E}$. Здесь индексы $1,\ 2$ обозначают основное и возбуждённое квантовые состояния внутреннего движения частицы, $|1\rangle \equiv |\eta = 0\rangle$ и $|2\rangle \equiv |\eta \neq 0\rangle$. Тогда $\mathbf{p}^{12}_d = \langle 1|\mathbf{p}_d|2\rangle$ – матричный элемент оператора дипольного момента частицы. Для простоты предположим, что изначально частицы не обладают дипольным моментом, $\mathbf{p}^{11}_d = \mathbf{p}^{22}_d = 0$, и $\varepsilon_1(\mathbf{p}) = \varepsilon(\mathbf{p})$, $\varepsilon_2(\mathbf{p}) = \varepsilon(\mathbf{p}) + \Delta_\eta^g$ – энергии основного и возбуждённого состояний соответственно.

Отклик системы на давление внешнего ЭМ поля представляет собой ток частиц, который определяется коэффициентом поглощения света. Гамильтониан взаимодействия БЭК с ЭМ полем имеет вид:

$$\mathcal{H}_{int} = \mathbf{p}_d^{21} \cdot \mathbf{E}_0 \sum_{\mathbf{p}} c^\dagger_{\eta,\mathbf{p}+\mathbf{k}}(t) a_{\mathbf{k}}(t) c_{0,\mathbf{p}}(t) + \text{h.c.}, \tag{3.35}$$

где $c_{\eta,\mathbf{p}}(t) = c_{\eta,\mathbf{p}}(0)\exp(-\mathrm{i}\varepsilon_\eta(\mathbf{p})t)$ и $a_{\mathbf{k}}(t) = a_{\mathbf{k}}(0)\exp(-\mathrm{i}\omega t)$ – операторы уничтожения Бозе частиц и фотонов, соответственно. Теоретическое описание БЭК основано на теории Боголюбова слабо взаимодействующего бозе-газа [335]. Условием применимости этой теории является разбавленность бозе-газа, $na^D \ll 1$, где n – концентрация частиц, a – характерный масштаб (длина рассеяния в холодных атомах), а D – размерность системы.

Для описания динамики БЭК воспользуемся уравнением ГП, в рамках которого низкоэнергетические возбуждения БЭК представляют собой квазичастицы Боголюбова (боголоны) с дисперсией (3.9). Как уже обсуждалось ранее, в длинноволновом пределе $\omega_{\mathbf{p}} \approx sp$. Будем считать $T = 0$, не принимая во внимание процессы теплового возбуждения боголонов. Далее представим $c_{0,\mathbf{p}}$ в виде [335]

$$c_{0,\mathbf{p}}(t) = c_{0,0}\delta(\mathbf{p}) + u_{\mathbf{p}} b_{\mathbf{p}}(t) + v_{\mathbf{p}} b^\dagger_{-\mathbf{p}}(t), \tag{3.36}$$

где $c_{0,0}$ описывает частицы в состоянии БЭК с нулевым импульсом, $|c_{0,0}|^2 = n_c$; $u_{\mathbf{p}}$ и $v_{\mathbf{p}}$ – коэффициенты преобразования Боголюбова, $b_{\mathbf{p}}(t) = b_{\mathbf{p}}(0)\exp(-\mathrm{i}\omega_{\mathbf{p}} t)$ – операторы боголюбовских возбуждений. Подставляя ур. (3.36) в ур. (3.35), исследуем основные каналы поглощения ЭМ поля.

3.3.2 Переходы между состояниями системы и беляевские процессы

Первый член в формуле (3.36), если его подставить в (3.35), описывает переход бозе-частицы из БЭК в возбуждённое состояние $\eta \neq 0$ с соблюдением закона сохранения энергии, $\omega = \varepsilon_{\mathbf{k}} + \Delta_\eta^g \approx \Delta_\eta^g$ (см. переходы I на рис. 3.9). Существует и другой тип переходов (II), описываемый вторым и третьим членами в ур. (3.36). Их можно назвать “беляевскими процессами” [336]. Переходы II происходят, когда поглощение света сопровождается не только возбуждением частицы, но также испусканием или поглощением боголюбовских возбуждений конденсата (см. рис. 3.9). Соответствующий закон сохранения энергии имеет вид $\omega = \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} + \Delta_\eta^g + \omega_{-\mathbf{p}}$. Дальнейший анализ показывает, что такие процессы приводят к ступенчатому поведению отклика БЭК.

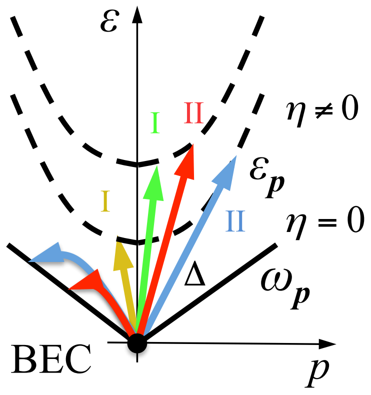

Рисунок 3.9 — Спектр возбуждения внутренних степеней свободы бозона при поглощении кванта ЭМ поля.

Действительно, вероятность поглощения фотона пропорциональна $\sum_{\mathbf{p}} v_{\mathbf{p}}^2 \delta(\omega - \varepsilon_{\mathbf{p}-\mathbf{k}} - \Delta_\eta^g - \omega_{-\mathbf{p}})$, что можно найти, используя золотое правило Ферми и ур. (3.35) и (3.36). В длинноволновом пределе с учётом того факта, что $sp \gg \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}$ и $v_{\mathbf{p}}^2 \sim \omega_{\mathbf{p}}^{-1}$, в 2D случае имеем пороговое поведение коэффициента поглощения света:

$$\sum_\eta \left|\mathbf{p}_d^{\eta 1} \cdot \mathbf{E}_0\right|^2 \int\limits_0^\infty \frac{pdp}{\omega_{\mathbf{p}}} \delta(\omega - \Delta_\eta^g - \omega_{-\mathbf{p}}) \sim \sum_\eta \left|\mathbf{p}_d^{\eta 1} \cdot \mathbf{E}_0\right|^2 \Theta[\omega - \Delta_\eta^g]. \tag{3.37}$$

Таким образом, учёт внутренней структуры частиц приводит к "квантованию" отклика системы на внешнее световое давление в 2D конденсате.

Для одномерного конденсата поглощение фотонов пропорционально $\sum_\eta \left|\mathbf{p}_d^{\eta 1} \cdot \mathbf{E}_0\right|^2 \Theta[\omega - \Delta_\eta^g](\omega - \Delta_\eta^g)^{-1}$, тогда как в 3Д случае коэффициент поглощения качественно ведет себя как $\sum_\eta \left|\mathbf{p}_d^{\eta 1} \cdot \mathbf{E}_0\right|^2 \Theta[\omega - \Delta_\eta^g](\omega - \Delta_\eta^g)$. На рис. 3.10 показаны нормированные (к единице) спектры этих функций (без учёта уширения пиков и ступенек ввиду конечности времени жизни частиц – показаны только принципиальные зависимости). В 1Д случае ток приобретает гребенчатую форму, а в 3Д он описывается ломаной прямой линией. Наиболее интригующие результаты получены для 2D систем: коэффициент поглощения света демонстрирует ступенчатое поведение с увеличением частоты внешнего ЭМ поля, как это видно из ур. (3.37).

3.3.3 Плотность тока увлечения конденсатных частиц

Временная эволюция системы происходит согласно следующему уравнению:

$$i\partial_t \Psi(x) = \begin{pmatrix} \varepsilon_1(\mathbf{p}) - \mu + g|\psi_1|^2 & \mathbf{p}_d^{12} \cdot \mathbf{E} \\ \mathbf{p}_d^{21} \cdot \mathbf{E} & \varepsilon_2(\mathbf{p}) \end{pmatrix} \Psi(x), \tag{3.38}$$

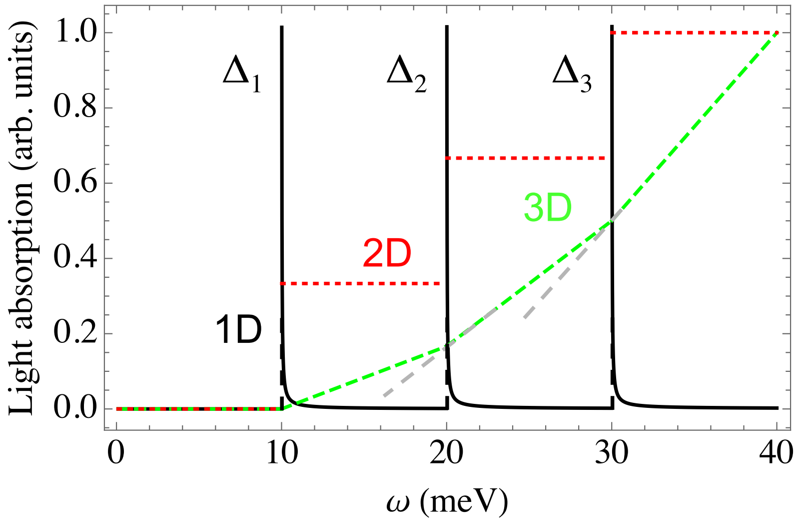

Рисунок 3.10 — Спектр нормированного коэффициента поглощения света для систем различной размерности: 1Д (чёрная сплошная), 2D (красная пунктирная) и 3Д (зелёная пунктирная).

где спинор $\Psi(x) = (\psi_1^*(x), \psi_2^*(x))^T$ описывает частицы конденсата, $\psi_1(x)$, и возбуждённые частицы, $\psi_2(x)$; μ – химический потенциал. Ток увлечения частиц описывается формулой

$$\mathbf{j}_c = \frac{\mathrm{i}}{2M} \sum_{i=1,2} \langle \psi_i \nabla_{\mathbf{r}} \psi_i^* - \psi_i^* \nabla_{\mathbf{r}} \psi_i \rangle_t, \tag{3.39}$$

где $\langle ... \rangle_t$ означает усреднение по времени, а $i = 1$ соответствует вкладу БЭК $\psi_1(x)$ и $i = 2$ ($\eta = 2,\ 3...$) – вклад возбуждённых состояний $\psi_2(x)$. Рассматривая ЭМ поле $\mathbf{E}(x)$ как возмущение, можем заменить $\psi_1(x) \to \psi_0 + \delta\psi_1(x)$ и $\psi_2(x) \to \delta\psi_2(x)$, где ψ_0 описывает состояние БЭК, т.о. $n_c = |\psi_0|^2$. Линеаризация ур. (3.38) даёт следующую систему уравнений:

$$\hat{\mathcal{G}}_0^{-1} \delta\hat{\psi}_1(x) = -\mathbf{E}(x) \hat{\mathbf{p}}_d \delta\hat{\psi}_2(x), \tag{3.40}$$

$$\hat{\mathfrak{G}}_0^{-1} \delta\hat{\psi}_2(x) = -\mathbf{E}(x) (\hat{\mathbf{p}}_d)^* \Big(\hat{\psi}_0 + \delta\hat{\psi}_1(x)\Big), \tag{3.41}$$

где

$$\hat{\mathbf{p}}_d = \begin{pmatrix} \mathbf{p}_d^{12} & 0 \\ 0 & (\mathbf{p}_d^{12})^* \end{pmatrix}, \ \delta\hat{\psi}_i(x) = \begin{pmatrix} \delta\psi_i(x) \\ \delta\psi_i^*(x) \end{pmatrix}; \tag{3.42}$$

$$\hat{\mathcal{G}}_0^{-1} = \begin{pmatrix} \mathrm{i}\partial_t - \varepsilon_{\mathbf{p}} - gn_c & -gn_c \\ -gn_c & -\mathrm{i}\partial_t - \varepsilon_{\mathbf{p}} - gn_c \end{pmatrix}, \ \hat{\mathfrak{G}}_0^{-1} = \begin{pmatrix} \mathrm{i}\partial_t - \varepsilon_{\mathbf{p}} - \Delta_\eta^g & 0 \\ 0 & -\mathrm{i}\partial_t - \varepsilon_{\mathbf{p}} - \Delta_\eta^g \end{pmatrix}.$$

Подставляя формальное решение ур. (3.41) в (3.40), получаем интегро-дифференциальное уравнение:

$$\hat{\mathcal{G}}_0^{-1} \delta\hat{\psi}_1(x) = \mathbf{E}(x) \hat{\mathbf{p}}_d \int dx_1 \hat{\mathfrak{G}}_0(x - x_1) \mathbf{E}(x_1) (\hat{\mathbf{p}}_d)^* \Big(\hat{\psi}_0 + \delta\hat{\psi}_1(x_1)\Big). \tag{3.43}$$

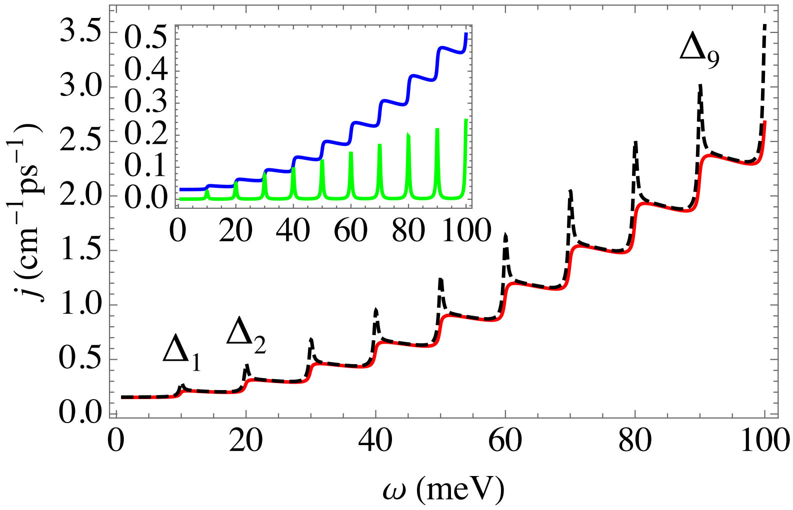

Рисунок 3.11 — Спектр плотности тока $j_c = j_{c1} + j_{c2}$ (основной график). Две компоненты тока j_{c1} (зелёная кривая) и j_{c2} (синяя кривая) согласно ур. (3.46) и (3.47) (вставка) для параметров $\Delta^g = 10$ мэВ, $M = 0.5\,m_0$, $n_c = 2 \times 10^{13}$ см$^{-2}$ (красная кривая), $n_c = 2 \times 10^{14}$ см$^{-2}$ (чёрная пунктирная кривая), $n_c = 5 \times 10^{13}$ см$^{-2}$ (вставка).

Выражая $\delta\hat{\psi}_1(x)$ через $\delta\hat{\psi}_2(x)$, используя ур. (3.40),

$$\delta\hat{\psi}_1(x) = -\int dx_1 \hat{\mathcal{G}}_0(x - x_1)\mathbf{E}(x_1)\hat{\mathbf{p}}_d\delta\hat{\psi}_2(x_1), \tag{3.44}$$

приходим к замкнутой системе уравнений для $\delta\psi_2(x)$:

$$\mathfrak{G}_0^{-1}\delta\hat{\psi}_2(x) = -\mathbf{E}(x)(\hat{\mathbf{p}}_d)^*\Big(\hat{\psi}_0 - \int dx_1\hat{\mathcal{G}}_0(x - x_1)\mathbf{E}(x_1)\hat{\mathbf{p}}_d\delta\hat{\psi}_2(x_1)\Big). \tag{3.45}$$

Полный ток увлечения можно найти с помощью формул (3.43), (3.45) и (3.39). Если бозоны находятся в нормальной фазе, спектр тока представляет собой набор резонансов [A5]. Вместо этого, при наличии БЭК, полный ток увлечения состоит из двух компонент. Первая демонстрирует резонансное поведение (как и в случае без конденсата),

$$\mathbf{j}_{c1} \;=\; \frac{2n_c\mathbf{k}\tau^2}{M\hbar}\sum_\eta\left|\mathbf{p}_d^{1\eta}\cdot\mathbf{E}_0\right|^2\left[\frac{1}{1+4\tau^2(\omega-\Delta_\eta^g)^2} - \frac{1}{1+4\tau^2(\omega+\Delta_\eta^g)^2}\right], \tag{3.46}$$

а вторая имеет ступенчатую структуру,

$$\mathbf{j}_{c2} \;=\; \frac{5\tau\mathbf{k}}{8\pi\hbar^2}\sum_\eta\left|\mathbf{p}_d^{1\eta}\cdot\mathbf{E}_0\right|^2\left(\arctan\left[2\tau(\omega+\Delta_\eta^g)\right] + \arctan\left[2\tau(\omega-\Delta_\eta^g)\right]\right), \tag{3.47}$$

где τ – время жизни частицы в возбуждённом состоянии, которое для простоты берётся независимым от η (считается одинаковым для всех возбуждённых состояний).

3.3.4 Обсуждение результатов

На рис. 3.11 показан спектр плотности тока и его составляющих для параметров, взятых для твердотельных бозонов [A7]). Для наглядности и простоты считаем, что Δ_η^g эквидистантно, $\Delta_\eta^g = \eta \cdot \Delta^g$. В общем случае, это не обязательно так, и нужно учитывать правила отбора для внутренних переходов между квантовыми состояниями. Матричный элемент перехода равен $|\mathbf{p}_d^{12} \cdot \mathbf{E}_0| = 0.01\Delta^g$. Очевидно, это значение можно контролировать амплитудой внешнего ЭМ поля, при условии $|\mathbf{p}_d^{12} \cdot \mathbf{E}_0| \ll \Delta^g$ (поскольку теория возмущений применима только если внешний свет достаточно слабый).

Видно, что обе компоненты (3.46) и (3.47) обладают некоторыми похожими свойствами: они (i) коллинеарны импульсу ЭМ поля (поскольку содержат $\mathbf{k}$) и (ii) пропорциональны интенсивности поля, $I \sim |\mathbf{E}_0|^2$. Наиболее интересны члены в скобках ур. (3.46) и (3.47), а также суммирование по состояниям η. Очевидно, эти члены пропорциональны коэффициенту поглощения, что позволяет экспериментально исследовать эффект, измеряя коэффициенты отражения и пропускания. Суммируя вклады (3.46) и (3.47), находим полный ток в системе, $\mathbf{j}_c = \mathbf{j}_{c1} + \mathbf{j}_{c2}$. Одним из вариантов экспериментального наблюдения эффекта является измерение самого электрического тока, которое может быть выполнено в системе непрямых экситонов (как обсуждалось в предыдущих разделах): если к электронному или дырочному слою присоединить электрические контакты, можно измерить фактический электрический ток.

В бозе-газе в нормальной фазе при низких температурах $T \ll \Delta_\eta^g$ частицы в основном занимают самое низкоэнергетическое состояние с энергией $\varepsilon_\mathbf{p}$. Если система поглощает квант ЭМ поля с частотой $\omega = ck$, должно выполняться сохранение энергии, $ck = \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} + \Delta_\eta^g - \varepsilon_\mathbf{p}$, где $\varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} + \Delta_\eta^g$ – энергия возбуждённого состояния. Из-за малости волнового вектора света $\mathbf{k}$ имеем $\omega \approx \Delta_\eta^g$, что определяет резонансную структуру тока увлечения фотонов. В состоянии БЭК ($\mathbf{p} = 0$) нижняя ветвь возбуждений представляет собой боголюбовские квазичастицы с дисперсией $\omega_\mathbf{p}$, см. рис. 3.9. Если пренебречь внутренними степенями свободы частиц и положить $\Delta_\eta^g = 0$, боголоны могут поглощать свет только при $ck = sk$. Однако поскольку $c \gg s$, такие процессы запрещены, и сам конденсат не испытывает светового давления.

Принципиально иная ситуация возникает, если учесть внутренние степени свободы бозе-частиц. В этом случае возможны два типа переходов. Первый тип – это переходы, вызванные возбуждением внутренних состояний бозе-частицы, находящейся в БЭК, и закон сохранения энергии здесь выглядит так: $ck = \varepsilon_\mathbf{k} + \Delta_\eta^g$, что при малых волновых векторах света упрощается до $\omega = \Delta_\eta^g$. Такие переходы соответствуют составляющей $\mathbf{j}_{c1}$ тока, который имеет резонансную зависимость от частоты ω.

Процессы второго типа протекают с одновременным возникновением колебаний плотности конденсата и возбуждением отдельных бозонов в верхнее состояние внутреннего движения $\eta \neq 0$ с законом сохранения энергии $\omega = \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} + \Delta_\eta^g + \omega_{-\mathbf{p}}$. Именно такие переходы приводят к ступенчатому поведению тока. Они происходят только в присутствии БЭК.

3.4 Фотоиндуцированные электрические токи в двумерных конденсатах

Если частота внешнего ЭМ поля превышает потенциал ионизации экситона, в системе появляются фотовозбуждённые электроны и дырки, и они создают электрический ток в направлении импульса света (за счёт ЭФУ). В этом разделе будет показано [A8], что ненулевой электрический ток может возникать только при конечном значении импульса фотона. Кроме того, в дополнение к стандартному вкладу ЭФУ полный ток также приобретает специфическую вторую компоненту, которая отлична от нуля только в том случае, если система находится в состоянии конденсата и возникают квазичастицы Боголюбова (боголоны).

3.4.1 Описание системы и процессы ионизации

Снова рассмотрим ДКЯ, содержащую дипольный экситонный газ (рис. 3.12). При достаточно низких температурах в системе появляется конденсат экситонов в наинизшем состоянии внутреннего движения частиц с нулевым импульсом центра масс. Будем освещать систему монохроматическим ЭМ полем с волновым вектором $\mathbf{Q}$ под углом падения θ относительно нормали к плоскости ДКЯ (как и в предыдущих разделах). Если частота ЭМ поля превышает потенциал ионизации отдельного экситона, образуется несвязанная электрон-дырочная пара, как показано на рис. 3.12. Фотовозбуждённые носители заряда сразу могу иметь ненулевой импульс, и тогда они создадут электрический ток, имеющий вид [31]

$$\mathbf{j} = e\int(\tau_h\mathbf{v}_h - \tau_e\mathbf{v}_e)W(\mathbf{p}_e,\mathbf{p}_h)\frac{d\mathbf{p}_e d\mathbf{p}_h}{(2\pi)^4}, \tag{3.48}$$

где $e > 0$, $\tau_{e,h}$, $\mathbf{v}_{e,h}$ и $\mathbf{p}_{e,h}$ – времена релаксации импульса, скорость и импульс электрона и дырки, соответственно, $W(\mathbf{p}_e, \mathbf{p}_h)$ – скорость генерации электрон-дырочных пар из-за ионизации экситонов, и мы предполагаем параболические дисперсии электрона и дырки в ур. (3.48). Следует отметить, что в общем случае имеет место и обратный процесс связывания электронов и дырок, а также межзонная рекомбинация. Будем считать эти процессы медленными, чтобы не обращать на них внимания.

Как и в предыдущем разделе введём относительную координату $\mathbf{r} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h$ и координату центра масс $\mathbf{R} = (m_e\mathbf{r}_e + m_h\mathbf{r}_h)/M$, и соответствующие операторы импульса, $\mathbf{p} = -\mathrm{i}\partial_{\mathbf{R}}$ и $\mathbf{q} = -\mathrm{i}\partial_{\mathbf{r}}$ (так что $\mathbf{p}_e = m_e\mathbf{v}_e = m_e\mathbf{p}/M - \mathbf{q}$ и $\mathbf{p}_h = m_h\mathbf{v}_h = m_h\mathbf{p}/M + \mathbf{q}$). Тогда ток можно выразить через новые переменные:

$$\mathbf{j} = e\int\left[\frac{\tau_h - \tau_e}{M}\mathbf{p} + \left(\frac{\tau_h}{m_h} + \frac{\tau_e}{m_e}\right)\mathbf{q}\right]W(\mathbf{p},\mathbf{q})\frac{d\mathbf{p}d\mathbf{q}}{(2\pi)^4}. \tag{3.49}$$

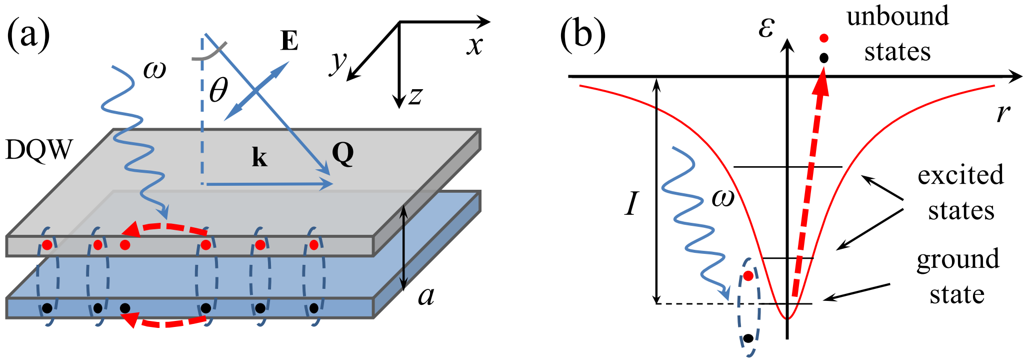

Рисунок 3.12 — Схематическое изображение системы. (a) Двойная квантовая яма (DQW) под действием внешнего ЭМ поля света $\mathbf{E}$ с волновым вектором $\mathbf{Q}$. (b) Энергетический спектр внутреннего движения экситона. Красные пунктирные стрелки показывают фотоионизацию экситонов на определённых частотах, I – потенциал ионизации.

Следующая задача – найти $W(\mathbf{p},\mathbf{q})$ из ур. (3.49). Одиночный экситон можно описать гамильтонианом

$$\mathcal{H} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2M} + \frac{\hat{\mathbf{q}}^2}{2\mu_X} + U_C(\mathbf{r}), \tag{3.50}$$

где $U_C(\mathbf{r})$ – кулоновское взаимодействие между электроном и дыркой. Этот гамильтониан описывает как связанное состояние электрона и дырки (экситон), так и фотовозбуждённую электрон-дырочную пару, принадлежащую непрерывному спектру. Для экситонов, расположенных в ДКЯ, используем $U_C(\mathbf{r}) = -e^2/4\pi\epsilon_0\epsilon_d\sqrt{\mathbf{r}^2+a^2}$, где a – расстояние между КЯ, образующими ДКЯ. Волновая функция экситона $\Phi(\mathbf{R},\mathbf{r})$ и волновая функция фотовозбуждённой электрон-дырочной пары $\Psi(\mathbf{R},\mathbf{r})$ могут быть записаны в виде

$$\Phi(\mathbf{R},\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{p}_{ex}\mathbf{R}}\phi_\eta(\mathbf{r}), \quad \Psi(\mathbf{R},\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{p}_{eh}\mathbf{R}}\psi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r}), \tag{3.51}$$

где импульсы центра масс $\mathbf{p}_{ex}$ и $\mathbf{p}_{eh}$ соответствуют экситону и электрон-дырочной паре; $\phi_\eta(\mathbf{r})$ – волновая функция внутреннего движения экситона, принадлежащая дискретному спектру гамильтониана (3.50), где η указывает набор квантовых чисел дискретного спектра экситона; $\psi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r})$ описывает относительное движение пары электрон-дырка, взаимодействующих через кулоновский потенциал.

Экситонный конденсат образуется в состоянии с наименьшей энергией внутреннего движения, $\eta = 0$. В дальнейшем все энергии будем отсчитывать от этой энергии. Ионизация экситона ЭМ полем из связанного состояния $\eta = 0$ описывается гамильтонианом

$$\begin{aligned}\hat{V} = -e\int d\mathbf{R}\int d\mathbf{r}\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{R},\mathbf{r},t)\mathbf{r}\cdot\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{R},t)\hat{\Phi}(\mathbf{R},\mathbf{r},t) = \\ = \sum_{\mathbf{p}_{eh},\mathbf{q}}\mathcal{M}(\mathbf{q})\hat{c}^\dagger_{\mathbf{p}_{eh},\mathbf{q}}(t)\hat{a}_{\mathbf{k}}(t)\hat{d}_{\mathbf{p}_{eh}-\mathbf{k}}(t),\end{aligned} \tag{3.52}$$

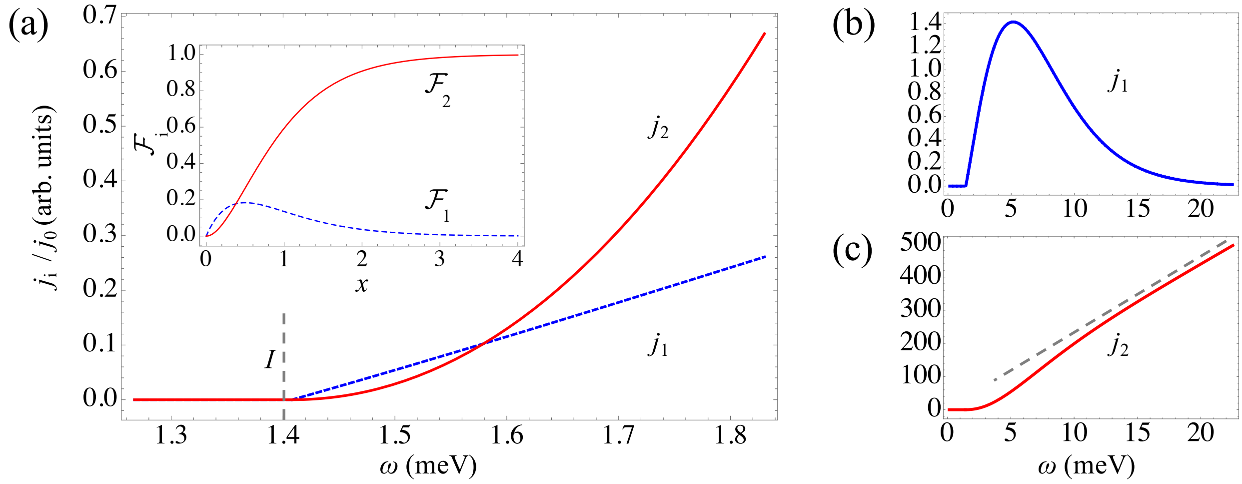

Рисунок 3.13 — Компоненты электрического тока (в относительных единицах) на частотах в окрестности потенциала ионизации (a) и на более высоких частотах (b, c). Компонент j_1 имеет форму асимметричного колокола с выходом на насыщение при высоких частотах, а j_2 имеет линейную асимптотику. На вставке показаны специальные функции $\mathcal{F}_1$ и $\mathcal{F}_2$.

где $\mathcal{M}(\mathbf{q}) = -eE_0(2\pi)^2 \int d\mathbf{r}\psi^*_{\mathbf{q}}(\mathbf{r})\mathbf{r}\cdot\mathbf{e}\phi_0(\mathbf{r})$ и $\mathbf{e}$ – вектор поляризации ЭМ поля; $\mathbf{k}$ – составляющая волнового вектора ЭМ поля в плоскости с модулем $k = Q\sin\theta$; $\hat{c}_{\mathbf{p}}$, $\hat{a}_{\mathbf{p}}$ и $\hat{d}_{\mathbf{p}}$ – операторы уничтожения электрон-дырочной пары, фотона и экситона, соответственно. Следует отметить, что ввиду нормировки, используемой в ур. (3.51), $\mathcal{M}(\mathbf{q})$ имеет размерность энергия (делить) на расстояние.

При наличии конденсата имеем:

$$\hat{d}_{\mathbf{p}} = \sqrt{n_c}\delta(\mathbf{p}) + u_{\mathbf{p}}\hat{b}_{\mathbf{p}} + v_{\mathbf{p}}\hat{b}^\dagger_{-\mathbf{p}}, \tag{3.53}$$

где первый член $\sqrt{n_c}\delta(\mathbf{p})$ описывает фракцию конденсата с нулевым импульсом центра масс экситона $\mathbf{p}_{ex} = 0$; операторы $\hat{b}_{\mathbf{p}}$ и $\hat{b}^\dagger_{\mathbf{p}}$ описывают квазичастицы Боголюбова (коллективные моды конденсата), а $u_{\mathbf{p}}$ и $v_{\mathbf{p}}$ – коэффициенты преобразования Боголюбова (см. ур. (3.9) и обсуждение ниже).

Подставляя ур. (3.53) в ур. (3.52) и предполагая, что при нулевой температуре числа заполнения боголюбовских мод равны нулю, получаем два процесса ионизации экситонов. Процесс первого типа даётся формулой

$$\hat{V}_1 = \sqrt{n_c}\sum_{\mathbf{p}_{eh},\mathbf{q}} \mathcal{M}(\mathbf{q})\delta(\mathbf{p}_{eh} - \mathbf{k})\hat{c}^\dagger_{\mathbf{k},\mathbf{q}}\hat{a}_{\mathbf{k}}, \tag{3.54}$$

описывающей создание электрон-дырочной пары непосредственно из конденсата за счёт распада экситона. Аналогичный процесс возможен и в отсутствие конденсата (где вместо n_c в ур. (3.54) будет разница чисел заполнения основного и возбуждённого состояний). Соответствующая вероятность рождения электрон-дырочной пары может быть найдена из золотого правила Ферми (в большинстве мест ниже положим $\hbar = 1$ для краткости):

$$W(\mathbf{p}_{eh},\mathbf{q}) \quad = \quad 2\pi n_c |\mathcal{M}(\mathbf{q})\delta(\mathbf{p}_{eh}-\mathbf{k})|^2 \delta\left(\frac{\mathbf{k}^2}{2M}+\frac{\mathbf{q}^2}{2\mu_X}-\omega+I\right). \tag{3.55}$$

Процессы второго типа, описываемые

$$\hat{V}_2 = \sum_{\mathbf{p}_{eh},\mathbf{q}} \mathcal{M}(\mathbf{q}) v_{\mathbf{p}_{eh}-\mathbf{k}} \hat{c}^{\dagger}_{\mathbf{p}_{eh},\mathbf{q}}(t)\hat{a}_{\mathbf{k}}(t)\hat{b}^{\dagger}_{-\mathbf{p}_{eh}+\mathbf{k}}(t), \tag{3.56}$$

уникальны для систем, содержащих конденсат. Здесь создание электрон-дырочной пары за счёт распада экситона сопровождается испусканием боголона с законом дисперсии (3.9). Соответствующая вероятность рождения электрон-дырочной пары имеет вид

$$W(\mathbf{p}_{eh},\mathbf{q}) \quad = \quad 2\pi|\mathcal{M}(\mathbf{q})|^2 |v_{\mathbf{p}_{eh}-\mathbf{k}}|^2 \delta\left(\frac{\mathbf{p}_{eh}^2}{2M}+\frac{\mathbf{q}^2}{2\mu_X}+\omega_{-\mathbf{p}_{eh}+\mathbf{k}}-\omega+I\right). \tag{3.57}$$

3.4.2 Электрический ток

Уравнения (3.55) и (3.57) дают два вклада в электрический ток, определённый в ур. (3.49), $\mathbf{j} = \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2$. Легко заметить, что второй член ($\sim \mathbf{q}$) под интегралом в (3.49) даёт ноль, поскольку обе вероятности (3.55) и (3.57) зависят от абсолютного значения импульса $\mathbf{q}$. Таким образом, интерес для нас представляет только первый член.

В низшем порядке по волновому вектору фотона $\mathbf{k}$ первая компонента тока имеет вид

$$\mathbf{j}_1 = \frac{\mathbf{k} e n_c(\tau_h-\tau_e)\mu_X}{(2\pi)^2 M}\Theta[\omega-I]\langle|\mathcal{M}(\mathbf{q})|^2\rangle_{q=\sqrt{2\mu_X(\omega-I)}}, \tag{3.58}$$

где усреднение по углам определяется как $\langle O\rangle = \int_0^{2\pi} O(\varphi)d\varphi/2\pi$.

Второй вклад может быть найден аналитически в случае линейной дисперсии боголонов, когда $p\xi_h \ll 1$. После некоторых вычислений находим:

$$\mathbf{j}_2 = \frac{\mathbf{k} e(\tau_h-\tau_e)}{(2\pi)^2}\Theta[\omega-I]\int\limits_0^{\sqrt{2\mu_X(\omega-I)}} \langle|\mathcal{M}(\mathbf{q})|^2\rangle q dq. \tag{3.59}$$

Дальнейшее рассмотрение требует знания конкретного вида волновой функции относительного движения электронов и дырок как в связанном (экситонном) состоянии $\phi_0(\mathbf{r})$, так и в состоянии непрерывного спектра $\psi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r})$. Не будем здесь учитывать кулоновское взаимодействие в непрерывной части энергетического спектра в ур. (3.50), и тогда $\psi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r})$ можно приближённо считать плоской волной $\psi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}$, что даёт

$$\langle|\mathcal{M}(\mathbf{q})|^2\rangle = (2\pi)^4(eE_0)^2\langle|(\mathbf{e}\cdot\nabla_{\mathbf{q}})\phi_0(\mathbf{q})|^2\rangle. \tag{3.60}$$

Будучи собственным вектором основного состояния, $\phi_0(\mathbf{q})$ зависит от абсолютного значения импульса $\mathbf{q}$, $\phi_0(\mathbf{q}) \equiv \phi_0(q)$. Используя это свойство, ур. (3.60) может быть записано в виде

$$\langle|\mathcal{M}(\mathbf{q})|^2\rangle = (2\pi)^4(eE_0)^2\,|\partial_q\phi_0(q)|^2\,\langle|(\mathbf{e}\cdot\mathbf{n}_{\mathbf{q}})|^2\rangle, \tag{3.61}$$

где $\mathbf{n}_{\mathbf{q}} = \mathbf{q}/q$ – единичный вектор. Далее, чтобы найти основное состояние гамильтониана, разложим кулоновское взаимодействие при малых $\mathbf{r}$ до членов второго порядка:

$$U_C(\mathbf{r}) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_d\sqrt{\mathbf{r}^2+a^2}} \approx -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_d a} + \frac{\mu_X\omega_0^2 r^2}{2}, \tag{3.62}$$

где $\omega_0^2 = e^2/(4\pi\epsilon_0\epsilon_d\mu_X a^3)$. Находим:

$$\phi_0(\mathbf{r}) = \frac{1}{\ell\sqrt{2\pi}}e^{-r^2/4\ell^2} \Rightarrow \phi_0(q) = 2\ell\sqrt{2\pi}e^{-q^2\ell^2}, \tag{3.63}$$

где $\ell = \sqrt{\hbar/(2\omega_0\mu_X)}$. Собирая все члены, для компонент тока получаем

$$\mathbf{j}_1(\omega) = 8j_0\mathbf{k}\ell(\mu_X/M)(n_c\ell^2)\mathcal{F}_1\left(\frac{\omega-I}{\omega_0}\right), \qquad \mathcal{F}_1(x) = x\exp(-2x)\Theta(x), \tag{3.64}$$

где

$$j_0 = 2(2\pi)^3 e(\tau_h-\tau_e)\ell(eE_0)^2\langle|(\mathbf{e}\cdot\mathbf{n}_{\mathbf{q}})|^2\rangle, \tag{3.65}$$

и

$$\mathbf{j}_2 = j_0\mathbf{k}\ell\mathcal{F}_2\left(\frac{\omega-I}{\omega_0}\right), \qquad \mathcal{F}_2(x) = \left[1-(1+2x)\exp(-2x)\right]\Theta(x). \tag{3.66}$$

В последних выражениях $\mathcal{F}_1$ и $\mathcal{F}_2$ – безразмерные вспомогательные функции.

3.4.3 Обсуждение результатов

Прежде всего, из формул (3.64)–(3.66) видно, что полный ток направлен вдоль волнового вектора фотона $\mathbf{k}$ и он отличен от нуля, если, во-первых, частота ЭМ поля превышает потенциал ионизации экситона I, а, во-вторых, если времена релаксации импульса $\tau_{e,h}$ различны для электронов и дырок [как следует из ур. (3.65)]. Заметим, однако, что даже в случае нулевого полного тока, когда $\tau_e = \tau_h$, может существовать ненулевой ток в каждом из слоёв ДКЯ, взятых отдельно.

Эти времена рассеяния являются параметрами исследуемого материала, их типичные значения составляют $1 - 100$ пс в полупроводниках, что можно оценить с помощью стандартных интегралов столкновений и транспортных уравнений Больцмана. Времена релаксации фотовозбуждённых электронов и дырок при низких температурах могу определяться их рассеянием на беспорядке в КЯ, где они локализованы. В качестве отступления отметим, что при наличии экситонного БЭК электроны и дырки могут рассеиваться и на флуктуациях плотности БЭК (боголюбовских возбуждениях). Возникает вопрос: какие процессы, примесное и фононное рассеяние или события релаксации, опосредованные боголонами, являются преобладающими при температурах конденсации? Этот вопрос будет обсуждаться в главе 4.

Спектры компонент полного тока представлены на рис. 3.13. Для построения графиков использовались параметры, характерные для гетероструктур GaAs: $\epsilon_d = 12.5$, $\mu_X = 0.058\,m_0$, $a = 20$ нм. Поскольку описываемая здесь теория применима только к разреженному экситонному газу, полагаем $n_c \ell^2 = 0.1$. Потенциал ионизации находится как $I = e^2/(4\pi\epsilon_0\epsilon_d a) - \hbar\omega_0$. Множитель $\langle |(\mathbf{e}\cdot\mathbf{n_q})|^2\rangle$ в ур. (3.65) определяется поляризацией ЭМ поля. Для линейной поляризации, когда электрическое поле лежит в плоскости xz, полный ток пропорционален $\sin\theta\cos^2\theta$. В случае циркулярной поляризации поля ток пропорционален $\sin\theta(\cos^2\theta + 1)$.

Из ур. (3.64) и (3.66) и рис. 3.13 видно, что на малых частотах $0 < \omega - I \ll \omega_0$ ток $\mathbf{j}_1$, связанный с непосредственной ионизацией конденсированных экситонов, даёт основной вклад. Напротив, если $\omega - I \gg \omega_0$, плотность тока $\mathbf{j}_2$, описывающая ионизацию экситона, сопровождающуюся процессами испускания боголонов, превышает $\mathbf{j}_1$. Действительно, если $\omega - I \gg \omega_0$, функция $\mathcal{F}_1$ в ур. (3.64) затухает экспоненциально, тогда как в ур. (3.66), $\mathcal{F}_2(\omega) \to 1$ (см. вставки на рис. 3.13). Следовательно, измеряя спектр электрического тока в системе, можно судить о существовании конденсата.

3.5 Парамагнитный резонанс в спин-поляризованных бозе-эйнштейновских конденсатах

В этом разделе изучается вопрос о существовании нового типа парамагнитного резонанса, который может наблюдаться в бозонных системах. Будем в основном рассматривать микрорезонаторные экситон-поляритоны (ЭП), а позже обобщим результаты раздела на другие бозоны, в том числе экситоны. Материал этого раздела основан на работе автора [A9].

3.5.1 Псевдоспиновая степень свободы

Динамику ЭП в микрорезонаторе (рис. 3.14) можно описать спинорной волновой функцией, имеющей два компонента, соответствующие двум состояниям спина поляритона: $\hat{\psi}(\mathbf{r},t) = (\psi^\dagger_+(\mathbf{r},t),\psi^\dagger_-(\mathbf{r},t))^T$. Поставим цель: изучить отклик спиновой плотности поляритонов, $S^i(\mathbf{r},t) = \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r},t)\sigma_i\hat{\psi}(\mathbf{r},t)$, где σ_i – матрицы Паули, к изменяющемуся внешнему МП, $\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = (0,0,B(\mathbf{r},t))$, где $B(\mathbf{r},t) = B_0\cos(\mathbf{kr}-\omega t)$. Обычно время жизни ЭП составляет от нескольких до сотен пикосекунд, однако здесь будем предполагать, что бозонная система является замкнутой квантовой системой, и т.о. можно пренебречь потерями частиц, предполагая относительно долгое время жизни ЭП [337, 338].

Предположим, что величина МП достаточно мала, так что можно применить теорию линейного отклика. В рамках этой теории спиновая восприимчивость определяется как [339]

$$S^i(\mathbf{r},t) = \iint d\mathbf{r}'dt'\chi_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t,t')B_j(\mathbf{r}',t'). \tag{3.67}$$

Используя гамильтониан взаимодействия в специальной форме [120],

$$\hat{H}_{\text{int}} = \frac{1}{2}U_0\left(|\psi_+|^4+|\psi_-|^4\right)+(U_0-2U_1)|\psi_+|^2|\psi_-|^2,$$

где U_0 и U_1 – константы поляритон-поляритонного взаимодействия, мы можем записать уравнение ГП для каждой из спиновых компонент дублета:

$$i\dot{\psi}_\pm = \left(\hat{E}_\mathbf{p}-\mu+u_i(\mathbf{r})+U_0|\psi_\pm|^2+(U_0-2U_1)|\psi_\mp|^2\pm\mathcal{F}\right)\psi_\pm+\lambda_{so}p^2_\mp\psi_\mp, \tag{3.68}$$

где $\hat{E}_\mathbf{p} = \hat{\mathbf{p}}^2/2M$ – оператор кинетической энергии ЭП с массой M (предполагается параболическая дисперсия при не очень высоких p), μ – химический потенциал. Недиагональные члены $\lambda_{so}p^2_\pm = \alpha(p_x\pm ip_y)^2$ учитывают продольно-поперечное (TE-TM) расщепление поляритонных состояний, смешивая "+" и "−" спиноры. Внешнее возмущение описывается членом $\mathcal{F}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{2}g_s\mu_B B(\mathbf{r},t)$, где g_s – эффективный ЭП фактор вырождения, μ_B – магнетон Бо-

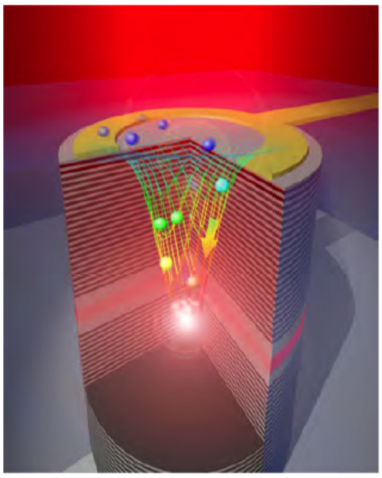

Рисунок 3.14 — Цилиндрический микрорезонатор в режиме сильной связи. Экситоны локализованы в активной области на основе КЯ, а фотоны локализованы между брэгговскими зеркалами.

ра, и будем для простоты предполагать, что возмущение имеет действительное значение, $B^*(\mathbf{r},t) = B(\mathbf{r},t)$. Также введён случайно флуктуирующий примесный потенциал, который имеет нулевое среднее значение, $\langle u_i(\mathbf{r})\rangle = 0$, и следующие статистические свойства:

$$\langle u_i(\mathbf{r})u_i(\mathbf{r}')\rangle = u_0^2\delta_{\mathbf{r},\mathbf{r}'}, \langle u(\mathbf{p})u(\mathbf{p}')\rangle = u_0^2\delta_{\mathbf{p},-\mathbf{p}'}, \tag{3.69}$$

где $\langle ...\rangle$ означает усреднение по позициям примесей.

В установившемся состоянии (квазиравновесии) и в отсутствие TE-TM расщепления основное состояние конденсата чувствительно к знаку параметра взаимодействия U_1 [120]. Если $U_1 > 0$, основное состояние представляет собой композицию компонент со спином вверх и вниз спинора. Если же вместо этого $U_1 < 0$, основное состояние характеризуется почти нулевой заселённостью одной из компонент спинора и макроскопической заселённостью другой.

Рассмотрим этот случай ($U_1 < 0$). Под действием внешнего возмущения $\mathcal{F}(\mathbf{r},t)$ члены TE-TM расщепления вызывают переходы ЭП из конденсированной фазы (пусть это будет ψ_+) в другую (ψ_-), которая изначально пуста. Будем предполагать, что заполнение конденсированной компоненты всегда остаётся намного большим, $|\psi_+|^2 \gg |\psi_-|^2$. Тогда можно пренебречь нелинейными членами, пропорциональными $U_0|\psi_-|^2$ и $(U_0-2U_1)|\psi_-|^2$ в ур. (3.68), и уравнения динамики приобретают следующий вид:

$$\begin{gathered}\left(i\partial_t - \hat{E}_\mathbf{p} + \mu - U_0|\psi_+|^2 - u_i(\mathbf{r}) - \mathcal{F}\right)\psi_+ = \lambda_{so}p_-^2\psi_-, \\ \left(i\partial_t - \hat{E}_\mathbf{p} + \mu - (U_0 - 2U_1)|\psi_+|^2 - u_i(\mathbf{r}) + \mathcal{F}\right)\psi_- = \lambda_{so}p_+^2\psi_+.\end{gathered} \tag{3.70}$$

Рассматривая здесь $\mathcal{F}$ в качестве возмущения, находим:

$$\begin{pmatrix} \psi_+(\mathbf{r},t) \\ \psi_-(\mathbf{r},t) \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \psi_0(\mathbf{r}) + \delta\psi_+(\mathbf{r},t) \\ \delta\psi_-(\mathbf{r},t) \end{pmatrix}, \tag{3.71}$$

где конденсат $\psi_0(\mathbf{r})$ выделен из состояния ψ_+ и введены небольшие поправки $\delta\psi_\pm$ при условии, что $\delta\psi_+ \sim \delta\psi_- \sim \mathcal{F}$. Подставляя (3.71) в (3.70) и оставляя только члены нулевого и первого порядка по отношению к $\mathcal{F}$, обнаруживаем, что члены нулевого порядка описывают основное состояние конденсата в примесном потенциале:

$$[\hat{E}_{\mathbf{p}} - \mu + U_0|\psi_0(\mathbf{r})|^2 + u_i(\mathbf{r})]\psi_0(\mathbf{r}) = 0, \tag{3.72}$$

а члены первого порядка содержат информацию о динамике ЭП из-за внешних возмущений,

$$\begin{gathered} \hat{G}^{-1}\begin{pmatrix} \delta\psi_+ \\ \delta\psi_+^* \end{pmatrix} - \hat{K}\begin{pmatrix} \delta\psi_- \\ \delta\psi_-^* \end{pmatrix} = \psi_0(\mathbf{r})\mathcal{F}(\mathbf{r},t)\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \\ \hat{\mathfrak{G}}^{-1}\begin{pmatrix} \delta\psi_- \\ \delta\psi_-^* \end{pmatrix} - \hat{K}^*\begin{pmatrix} \delta\psi_+ \\ \delta\psi_+^* \end{pmatrix} = 0,\ \ \hat{K} = \begin{pmatrix} \lambda_{so}p_-^2 & 0 \\ 0 & \lambda_{so}p_+^2 \end{pmatrix}, \end{gathered} \tag{3.73}$$

где $\hat{G}$ и $\hat{\mathfrak{G}}$ – функции Грина. Формальное решение системы (3.73) записывается в виде

$$\begin{gathered} \begin{pmatrix} \delta\psi_+(\mathbf{r},t) \\ \delta\psi_+^*(\mathbf{r},t) \end{pmatrix} = \iint d\mathbf{r}'dt'\hat{G}^R(\mathbf{r},\mathbf{r}';t-t')\left[\psi_0(\mathbf{r}')\mathcal{F}(\mathbf{r}',t')\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \hat{K}\begin{pmatrix} \delta\psi_- \\ \delta\psi_-^* \end{pmatrix}\right], \\ \begin{pmatrix} \delta\psi_-(\mathbf{r},t) \\ \delta\psi_-^*(\mathbf{r},t) \end{pmatrix} = \iint d\mathbf{r}'dt'\hat{\mathfrak{G}}^R(\mathbf{r},\mathbf{r}';t-t')\hat{K}^*\begin{pmatrix} \delta\psi_+ \\ \delta\psi_+^* \end{pmatrix}, \end{gathered} \tag{3.74}$$

и теперь компоненты спиновой плотности можно выразить как:

$$\begin{gathered} S^x(\mathbf{r},t) \approx \langle\psi_0(\mathbf{r})[\delta\psi_-(\mathbf{r},t) + \delta\psi_-^*(\mathbf{r},t)]\rangle, \\ S^y(\mathbf{r},t) \approx -i\langle\psi_0(\mathbf{r})[\delta\psi_-(\mathbf{r},t) - \delta\psi_-^*(\mathbf{r},t)]\rangle, \\ S^z(\mathbf{r},t) - \langle\psi_0^2(\mathbf{r})\rangle \approx \langle\psi_0(\mathbf{r})[\delta\psi_+(\mathbf{r},t) + \delta\psi_+^*(\mathbf{r},t)]\rangle. \end{gathered} \tag{3.75}$$

Рассмотрим различные режимы.

3.5.2 Баллистический режим

В идеально чистом образце, где можно пренебречь рассеянием ЭП на примесях, $\psi_0(\mathbf{r})$ однородно в пространстве, $\psi_0(\mathbf{r}) \equiv \psi_0 = \sqrt{n_c}$. Из ур. (3.72) находим $\mu = U_0 n_c$, и

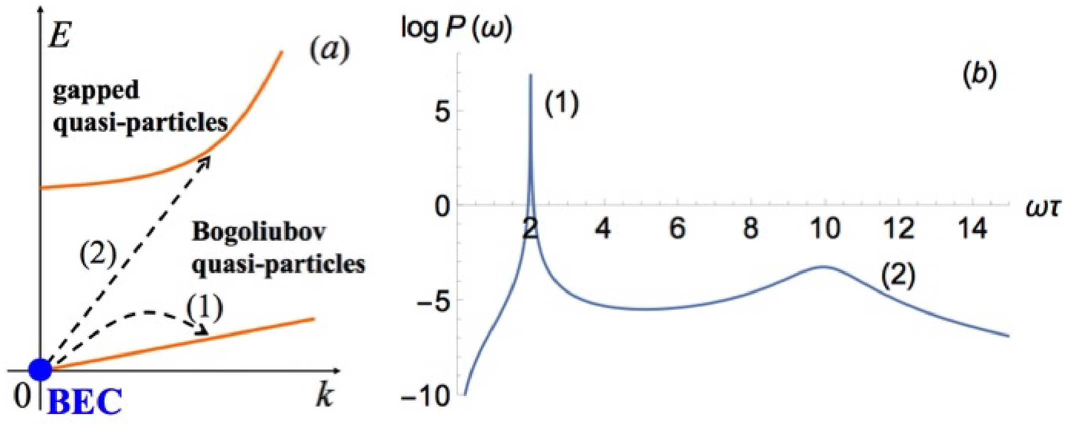

Рисунок 3.15 — (a) Квазичастичный спектр системы с двумя типами переходов: (1) и (2). Синяя точка обозначает конденсат “+” поляризованных ЭП. (b) Спектр поглощения. Пики (1) и (2) являются результатом переходов (1) и (2) из панели (a).

$$\hat{\mathfrak{G}}^R(\epsilon,\mathbf{p}) = \frac{\begin{pmatrix} \epsilon+\mathcal{E}_p & 0 \\ 0 & -\epsilon+\mathcal{E}_p \end{pmatrix}}{(\epsilon+i\delta)^2-\mathcal{E}_p^2}, \quad \hat{G}^R(\epsilon,\mathbf{p}) = \frac{\begin{pmatrix} \epsilon+E_p+U_0n_c & -U_0n_c \\ -U_0n_c & -\epsilon+E_p+U_0n_c \end{pmatrix}}{(\epsilon+i\delta)^2-\omega_p^2}, \tag{3.76}$$

где $\omega_p = \sqrt{E_p(E_p+2U_0n_c)} = sp\sqrt{1+p^2\xi_h^2}$ – спектр боголюбовских квазичастиц аналогичный (3.9), так что $s=\sqrt{U_0n_c/M}$ – скорость боголюбовского звука в поляритонной системе, и $\mathcal{E}_p = 2|U_1|n_c + E_p$ представляет собой щелевую дисперсионную ветвь малонаселённой компоненты [120], см. рис. 3.15(a). Точное решение ур. (3.73) может быть записано в виде:

$$\begin{pmatrix} \delta\psi_+(\mathbf{k},\omega) \\ \delta\psi_+^*(\mathbf{k},\omega) \end{pmatrix} = \sqrt{n_c}(\hat{G}^{-1}(\mathbf{k},\omega) - \lambda_{so}^2p^4\mathfrak{G}(\mathbf{k},\omega))^{-1}\mathcal{F}(\mathbf{k},\omega)\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{3.77}$$
$$\begin{pmatrix} \delta\psi_-(\mathbf{k},\omega) \\ \delta\psi_-^*(\mathbf{k},\omega) \end{pmatrix} = \hat{\mathfrak{G}}^R(\mathbf{k},\omega)\hat{K}^*\begin{pmatrix} \delta\psi_+(\mathbf{k},\omega) \\ \delta\psi_+^*(\mathbf{k},\omega) \end{pmatrix}.$$

При вычислении обратной матрицы $(\hat{G}^{-1} - \lambda_{so}^2p^4\mathfrak{G})^{-1}$ сохраним все члены, содержащие λ_{so} в числителе и не станем учитывать их вклад в знаменатель в определителе, который появляется при вычислении матрицы, предполагая, что TE-TM расщепление мало и не влияет на дисперсии ω_k и $\mathcal{E}_k$. Тогда в низшем порядке по λ_{so} получаем поперечные псевдоспиновые восприимчивости,

$$\chi_{xz}(\mathbf{k},\omega) = \frac{1}{2}\lambda_{so}n_cg_s\mu_B\frac{k_+^2(\omega+E_k)(\omega+\mathcal{E}_k)+k_-^2(\omega-E_k)(\omega-\mathcal{E}_k)}{[(\omega+i\delta)^2-\omega_k^2]\,[(\omega+i\delta)^2-\mathcal{E}_k^2]}, \tag{3.78}$$
$$\chi_{yz}(\mathbf{k},\omega) = -\frac{i}{2}\lambda_{so}n_cg_s\mu_B\frac{k_+^2(\omega+E_k)(\omega+\mathcal{E}_k)-k_-^2(\omega-E_k)(\omega-\mathcal{E}_k)}{[(\omega+i\delta)^2-\omega_k^2]\,[(\omega+i\delta)^2-\mathcal{E}_k^2]} \tag{3.79}$$

и продольную псевдоспиновую восприимчивость,

$$\chi_{zz}(\mathbf{k},\omega) = g_s\mu_Bn_c\frac{E_k}{(\omega+i\delta)^2-\omega_k^2}\left[1+\frac{(2M\lambda_{so})^2E_k\mathcal{E}_k}{(\omega+i\delta)^2-\mathcal{E}_k^2}\right]. \tag{3.80}$$

Они испытывают резонансное поведение в окрестности частоты коллективной (боголюбовской) моды конденсата $\omega \approx \omega_k$. Кроме того, TE-TM расщепление разрешает переходы частиц между спин-поляризованными компонентами дублета, что приводит к возникновению дополнительного резонанса при $\omega \approx \mathcal{E}_k$. Следует отметить, что как поперечные восприимчивости [ур. (3.78) и (3.79)], так и продольная восприимчивость [ур. (3.80)] расходятся на частотах, соответствующих точному резонансу ($\omega = \omega_k$ или $\omega = \mathcal{E}_k$) из-за бесконечно малой скорости рассеяния ЭП.

3.5.3 Учёт рассеяния на примесях

Учёт разных механизмов рассеяния приводит к уширению линии в спектре фотолюминесценции системы и к конечным значениям восприимчивостей (3.78)–(3.80) на резонансах. Наиболее значительный вклад в безызлучательное время жизни ЭП при низких температурах (когда фононами кристаллической решётки можно пренебречь) могу давать поляритон-поляритонное рассеяние, рассмотренное в работе [340], и рассеяние частиц на беспорядке. Проанализируем второй случай.

Стандартный подход, обычно используемый при расчётах и описываемый в литературе, заключается в предположении, что члены $i\delta$ в (3.78), (3.79) и (3.80) имеют конечное значение, связанное с некоторым феноменологическим временем рассеяния частиц, $\delta \to 1/\tau$, где τ не зависит от импульса и энергии. Однако что произойдёт со временем рассеяния при конденсации ЭП?

При наличии беспорядка, вызванного примесями, основное состояние системы должно быть определено по формуле (3.72). Чтобы решить это уравнение и найти $\psi_0(\mathbf{r})$, будем следовать подходу, предложенному в работе [341] (для 3Д экситонных систем). В рамках этого подхода примесное поле $u_i(\mathbf{r})$ индуцирует статические флуктуации плотности конденсата $\psi_0(\mathbf{r})$, которые считаются достаточно слабыми, и потому не могут разрушить конденсат, $\psi_0(\mathbf{r}) = \sqrt{n_c} + \phi(\mathbf{r})$, где $|\phi(\mathbf{r})| \ll \sqrt{n_c}$. Далее линеаризация ур. (3.72) относительно $\phi(\mathbf{r})$ даёт:

$$[\hat{E}_{\mathbf{p}} - \delta\mu + 2U_0 n_c + u_i(\mathbf{r})]\frac{\phi(\mathbf{r})}{\sqrt{n_c}} = -\left(u_i(\mathbf{r}) - \delta\mu\right), \tag{3.81}$$

где $\delta\mu = \mu - U_0 n_c$ – поправка к химическому потенциалу за счёт т.н. “синего сдвига” энергии конденсата (который называют “blueshift” в англоязычной литературе). Формальное решение ур. (3.81) выглядит следующим образом:

$$\phi(\mathbf{r}) = \sqrt{n_c}\int d\mathbf{r}' g(\mathbf{r},\mathbf{r}')\left(u_i(\mathbf{r}') - \delta\mu\right), \tag{3.82}$$

где

$$[-\hat{E}_{\mathbf{p}} + \delta\mu - 2U_0 n_c - u_i(\mathbf{r})]g(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \tag{3.83}$$

а $\delta\mu$ определяется условием $\langle\phi(\mathbf{r})\rangle = 0$. В низшем порядке теории возмущений используем функцию Грина $g(\mathbf{r},\mathbf{r}')$, взятую при $u_i(\mathbf{r}) = 0$, и найдём флуктуирующую часть волновой функции основного состояния:

$$\phi(\mathbf{p}) = \sqrt{n_c}g(\mathbf{p})u_i(\mathbf{p}),\ \ g(\mathbf{p}) = -\frac{1}{2U_0 n_c}\frac{1}{1 + p^2\xi_h^2} \tag{3.84}$$

и $\delta\mu = 0$.

Далее можно найти усреднённые по беспорядку функции Грина и времена рассеяния на примесях. Для этого необходимо линеаризовать функции Грина относительно $\phi(\mathbf{r})$, в результате чего получаем матричные уравнения: $\hat{G}^R = \hat{G}_0^R + \hat{G}_0^R\hat{X}\hat{G}^R$ и $\hat{\mathfrak{G}}^R = \hat{\mathfrak{G}}_0^R + \hat{\mathfrak{G}}_0^R\hat{\mathcal{X}}\hat{\mathfrak{G}}^R$, где

$$\hat{X}(\mathbf{r}) = u_i(\mathbf{r})\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 2U_0\sqrt{n_c}\phi(\mathbf{r})\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \tag{3.85}$$

$$\hat{\mathcal{X}}(\mathbf{r}) = [u_i(\mathbf{r}) + 2\sqrt{n_c}(U_0 - 2U_1)\phi(\mathbf{r})]\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{3.86}$$

Функции Грина без учёта беспорядка, $\hat{G}_0^R$ и $\hat{\mathfrak{G}}_0^R$, задаются ур. (3.76). Потенциалы (3.85) и (3.86) описывают рассеяние ЭП на поле примеси (члены $\sim u_i(\mathbf{r})$) и на статических флуктуациях плотности конденсата (члены $\sim \phi(\mathbf{r})$).

Теперь применим стандартную технику диаграмм Фейнмана. В низшем порядке борновского приближения примесные собственные энергии принимают стандартную форму: $\hat{W}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \langle\hat{X}(\mathbf{r})\hat{G}_0^R(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\hat{X}(\mathbf{r}')\rangle$ и $\hat{\mathcal{W}}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \langle\hat{\mathcal{X}}(\mathbf{r})\hat{\mathfrak{G}}_0^R(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\hat{\mathcal{X}}(\mathbf{r}')\rangle$. Усреднённые по беспорядку функции Грина находятся из матричных уравнений Дайсона [47], $\langle\hat{G}^{-1}\rangle = \hat{G}_0^{-1} - \hat{W}$ и $\langle\hat{\mathfrak{G}}^{-1}\rangle = \hat{\mathfrak{G}}_0^{-1} - \hat{\mathcal{W}}$. На этом этапе общее рассмотрение спектра квазичастиц Боглюбова с произвольными k становится сложной задачей. Однако, как и в предыдущих разделах, можно ограничиться рассмотрением наиболее важного аналитического случая квазилинейной дисперсии Боглюбова, $\omega_k \approx sk$, при условии $k\xi_h \ll 1$. Принимая во внимание ур. (3.85) и (3.86), находим:

$$\hat{\mathcal{W}}(\epsilon) = u_0^2\left(\frac{2U_1}{U_0}\right)^2\int\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2}\hat{\mathfrak{G}}_0^R(\mathbf{p},\epsilon), \tag{3.87}$$

$$\hat{W}(\epsilon) = u_0^2\int\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\hat{G}_0^R(\mathbf{p},\epsilon)\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Подставляя “голые” функции Грина (3.76) в ур. (3.87), усредняя по беспорядку и используя матричные уравнения $\langle\hat{G}^{-1}\rangle = \hat{G}_0^{-1} - \hat{W}$ и $\langle\hat{\mathfrak{G}}^{-1}\rangle = \hat{\mathfrak{G}}_0^{-1} - \hat{\mathcal{W}}$, можно определить времена жизни поляритонов при рассеянии на примесях.

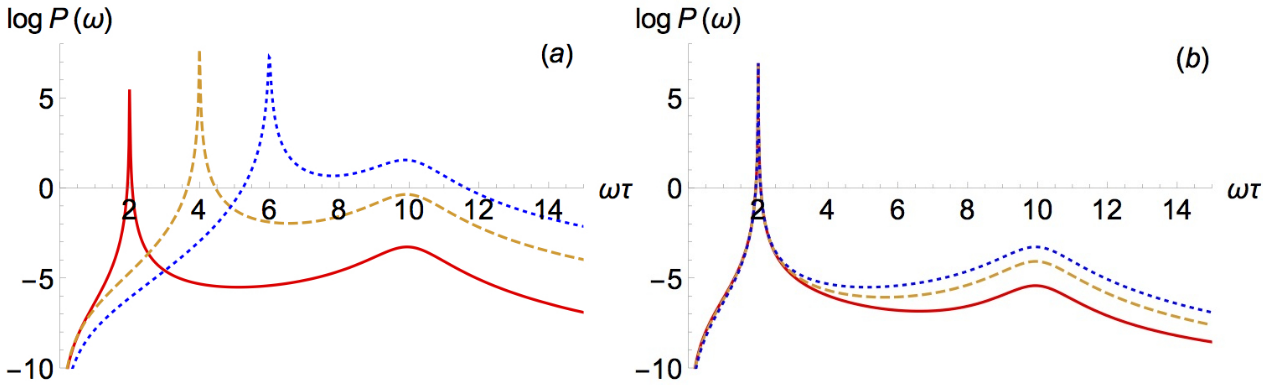

Рисунок 3.16 — Спектр коэффициента поглощения (логарифмическая шкала) для (a) разных значений $k\xi_h$: 0.1 (красная сплошная кривая), 0.2 (жёлтая штриховая кривая) и 0.3 (голубая точечная кривая) и (b) разных $M\lambda_{so}$: 0.1 (красная сплошная кривая), 0.2 (жёлтая штриховая кривая) и 0.3 (голубая точечная кривая).

3.5.4 Результаты и обсуждение

В выбранном предельном случае, $k\xi_h \ll 1$, на массовой поверхности $\omega = sk$ для "+" поляризации и $\omega = \mathcal{E}_k$ для "−" поляризации, находим скорости рассеяния поляритонов на примесях:

$$\gamma_k^+ = \frac{1}{\tau}(k\xi_h)^3, \quad \gamma_k^- = \frac{1}{\tau}\left(\frac{2U_1}{U_0}\right)^2, \tag{3.88}$$

где $1/\tau = Mu_0^2$ – обратное время рассеяния в нормальном (надконденсатном) состоянии. Как и ожидалось, "−" ЭП, которые находятся в нормальном состоянии, имеют обычное время жизни (поскольку $2U_1/U_0 \sim 1$ [342, 343]), тогда как рассеяние ЭП в конденсированном состоянии оказывается сильно подавлено ввиду возникшего множителя $(k\xi_h)^3 \ll 1$.

Скорости рассеяния (3.88) вместе с выражениями для продольной и поперечной спиновой восприимчивости (3.78)–(3.80) являются ключевыми результатами этого раздела. Они определяют ширину линий парамагнитного поглощения. Из этих выражений видно, что ширина линии отклика макроскопически занятой компоненты ЭП функции (в нашем случае "+") намного меньше по сравнению с шириной линии изначально незанятой ("−") компоненты дублета, поскольку $\gamma_k^+/\gamma_k^- \sim (k\xi_h)^3 \ll 1$. Этот фундаментальный результат может оказаться полезным в экспериментах, когда необходимо выяснить, находится ли одна из спиновых компонент в БЭК.

Отклик системы может быть описан поглощаемой системой мощностью:

$$P_{k\omega} \sim -\omega\, B_0^2\, \mathrm{Im}\,\chi_{zz}(\mathbf{k},\omega). \tag{3.89}$$

Для качественного объяснения структуры её спектра рассмотрим квантовые переходы частиц при внешнем возмущении, показанные на рис. 3.15(a). В обычных электронных системах спектр поглощения обычно характеризуется одиночным резонансом, связанным с переходами между двумя уровнями электронов с определёнными спинами. В отличие от этой ситуации, в рассматриваемой бозонной системе имеем двухпиковую структуру резонанса. Это связано с тем, что, по сути, система имеет три уровня. Действительно, как видно из рис. 3.15(a), помимо самого конденсата в системе есть две ветви возбуждений с энергиями ω_k и $\mathcal{E}_k$. Переходы из БЭК на эти ветви приводят к двойному резонансу, см. рис. 3.15(b). Таким образом, наличие БЭК играет определяющую роль в рассматриваемом эффекте.

Вторым важным отличием от обычного парамагнитного резонанса является необходимость использования неоднородного переменного МП вместо однородного. Другими словами, требуются конечные значения $k = |\mathbf{k}|$ (ЭП в БЭК имеют нулевой импульс, и для их возбуждения необходимо передать импульс от внешнего возбуждения). Третье отличие – отсутствие внешнего однородного МП, поскольку в рассматриваемой системе спиновая поляризация происходит за счёт сильного обменного взаимодействия между ЭП.

В расчётах использовались два свободных параметра, которые могут быть определены экспериментально: (i) волновой вектор внешнего возмущения, k, и (ii) время примесного рассеяния, τ. Чтобы воспользоваться полученными нами аналитическими выражениями, на (i) накладывается следующее ограничение: $k\xi_h \ll 1$ (как уже обсуждалось). Чтобы оценить (ii), возьмём $U_0 n_c \tau = 10$, поскольку рассматриваемая теория работает лишь в случае $U_0 n_c \tau \gg 1$. Учитывая, что $|U_1| \approx 0.5\, U_0$, имеем $2|U_1| n\tau = 10$. Поскольку в обычных образцах GaAs $U_0 n_c \sim 0.05 \div 0.5$ мэВ или даже меньше, и этим параметром можно управлять с помощью количества частиц в конденсате, n_c, находим $\tau \gg 10$ пс для $U_0 n_c \sim 0.05$ и $\tau \gg 1$ пс для $U_0 n_c \sim 0.5$, соответственно. Используя безразмерные единицы TE-TM-расщепления, $M\alpha_{so}$, построим спектр поглощения (см. рис. 3.16) для различных значений $k\xi_h$ (a) и $M\alpha_{so}$ (b), где последнее может быть оценено [344]. Для построение рисунка использовались параметры, характерные для GaAs [345].

Ясно, что как положения резонансов, так и их ширина линии зависят от (i) и (ii). Это может быть полезно для экспериментальной проверки описываемой теории. Значение k определяет положение и ширину первого резонанса ($\omega \sim sk$), тогда как α_{so} определяет высоту второго резонанса. Фактически, положение второго резонанса определяется значением синего сдвига ЭП, $2|U_1|n_c$. Это значение также даёт оценку характерной частоты магнитного поля $\omega \sim 2|U_1|n_c$, необходимой для наблюдения эффекта. Поскольку в современных образцах время жизни может приближаться к значениям $\tau \approx 180$ пс [337, 338] и необходимо удовлетворять условию $U_0 n_c \tau \gg 1$, находим $U_0 n_c \gg 0.004$ мэВ и, таким образом, $\omega \gg 0.7 \times 10^{10}$ s^{-1} = 7 ГГц.

Также можно приблизительно оценить и величину внешнего МП, чтобы его можно было рассматривать как возмущение: т.к. $U_0 n \gg g\mu_B B_0$, $B_0 \ll U_0 n/(g\mu_B) \approx 0.5$ Тл при $U_0 n_c = 0.05$ мэВ (при этом выполняется $U_0 n_c \gg 0.004$ мэВ) и $g\mu_B = 0.11$ мэВ/Тл [105]. Оценим также минимальное МП, необходимое для наблюдения эффекта. Время перехода от конденсата к возбуждённым модам системы, которое можно оценить как $\hbar/(g_s\mu_B B) \approx 6/B$ (пс Тл) для $g_s\mu_B = 0.11$ мэВ/Тл, должно быть порядка времени жизни частицы. Для $\tau \approx 180$ пс находим $B_{(min)} \approx 34 \times 10^{-3}$ Тл. Следовательно, для экспериментального наблюдения эффекта необходимо использовать достаточно большие значения МП $B > B_{(min)}$ при $\omega >$ 7 ГГц или исследовать образцы с достаточно большим временем жизни ЭП.

Если предположить гипотетическую ситуацию, когда вместо одной компоненты z начальное возмущение имеет также компоненту в плоскости $\sim \hat{\sigma}_x B(\mathbf{r},t)$, то первоначально при отсутствии спин-орбитального взаимодействия переходы (2) на рис. 3.15(a) были бы разрешены, тогда как (1) были бы запрещены. С учётом спин-орбитального взаимодействия можно осуществить переходы (1), разрешённые в случае возмущения в плоскости. В таком случае можно ожидать похожего поведения системы: двухрезонансного профиля коэффициента поглощения, аналогичного кривой, показанной на рис. 3.15(b).

Ещё один важный нюанс, о котором следует упомянуть, – это роль поляритон-поляритонного рассеяния, от которого также зависит ширина пиков парамагнитного резонанса. Она может стать значительной в особенно чистом микрорезонаторе, где рассеяние на примесях слабое. Известно, что скорость рассеяния частиц в 2D Бозе газе, рассчитанная в рамках теории Боглюбова, зависит от волнового вектора как k^3. Можно ожидать, что скорость рассеяния частица-частица в нормальной фазе будет вести себя как квадрат энергии, $E_k^2 \sim k^4$, и будет меньше, чем в конденсированной фазе. В этой ситуации ширина линии слабо населённой компоненты может стать уже, чем у компоненты, заселённой макроскопически, что является противоположным случаем описанному выше. Следует также не забывать о рассеянии между конденсатом, ψ_+, и надконденсатными состояниями, ψ_-.

Ещё одна проблема – это случай $U_1 > 0$. В случае равно-заселённых компонент дублета ЭП, возникающих при $U_1 > 0$, зеемановское расщепление сильно подавляется межчастичным взаимодействием вплоть до некоторого критического значения постоянного МП [113, 120, 105]. Таким образом, парамагнитный резонанс может возникнуть только в том случае, если величина переменного МП превышает некоторую критическую величину. Этот вопрос также заслуживает отдельного рассмотрения, которое выходит за рамки данной диссертации.

Наконец, похожая физика может наблюдаться в газах непрямых экситонов со спин-орбитальным взаимодействием Рашбы или Дрессельхауза в случае сильного обменного взаимодействия между электроном и дыркой внутри экситона. Как было показано в работе [346], гамильтониан непрямых экситонов имеет такой же вид, как и гамильтонианом ЭП при наличии TE-TM расщепления. Поэтому описываемый эффект возможен и в случае экситонных систем.

3.6 Метод квантовых траекторий для описания когерентности в бозонных системах

В этом разделе описан метод квантовых стохастических траекторий [347], выходящий за рамки одномодового описания бозонных квазиконденсатов [348]. Как будет показано, метод квантовых траекторий или квантовых прыжков ("Quantum Jump approach") может использоваться для исследования системы некогерентно накачиваемых взаимодействующих ЭП в присутствии диссипации, вызванной окружающей средой (тепловым резервуаром). Формализм основан на стохастической эволюции волновой функции многомодовой системы в полном гильбертовом пространстве. Он позволяет реконструировать матрицу плотности системы, из которой могут быть извлечены корреляционные функции первого, $g^{(1)}(\Delta x)$, и второго порядка, $g^{(2)}(0)$. Кроме того, как будет показано, возможно также вычислить и временную корреляционную функцию с задержкой, $g^{(2)}(\tau)$, исследуя статистику излучения. Таким образом, разработанная теория позволяет качественно моделировать установку Хэнбери Брауна и Твисса применительно к неравновесным ЭП системам. Материал этого раздела основан на работах автора [A10, A11, A12].

3.6.1 Теоретическая модель

Рассматривается многомодовая бозонная система с распределением энергии по волновым векторам согласно дисперсионному соотношению $E(\mathbf{k})$, где $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ – двумерный волновой вектор. Система находится в контакте с тепловым резервуаром при температуре T и накачивается некогерентным источником со средней мощностью P, и может быть описана гамильтонианом

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\text{kin}} + \mathcal{H}_{\text{p-p}} + \mathcal{H}_{\text{p-ph}} + \mathcal{H}_{\text{pump}}. \tag{3.90}$$

Первые два члена в выражении (3.90) описывают когерентные процессы: $\mathcal{H}_{\text{kin}} = \sum_{\mathbf{k}} E_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{a}_{\mathbf{k}}$ – член кинетической энергии астиц, в нашем случае $E_{\mathbf{k}} = [E_{\text{ph}}(\mathbf{k}) - \sqrt{E_{\text{ph}}^2(\mathbf{k}) + 4\Omega_R^2}]/2$ описывает нижнюю ветвь экситон-поляритонной дисперсии. Фотонная дисперсия определяется как $E_{\text{ph}}(\mathbf{k}) = \hbar^2 k^2/(2m_{\text{ph}})$; также будем считать массу экситона бесконечной, поскольку $m_{\text{ex}} \gg m_{\text{ph}}$. Операторы рождения и уничтожения бозонных мод с импульсом $\mathbf{k}$ обозначаются как $\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ и $\hat{a}_{\mathbf{k}}$, соответственно (как и в предыдущих разделах).

Второй член гамильтониана (3.90),

$$\mathcal{H}_{\text{p-p}} = \sum_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{p}} U_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{p}} \hat{a}_{\mathbf{k}_1}^{\dagger} \hat{a}_{\mathbf{k}_2}^{\dagger} \hat{a}_{\mathbf{k}_1+\mathbf{p}} \hat{a}_{\mathbf{k}_2-\mathbf{p}}, \tag{3.91}$$

описывает поляритон-поляритонное упругое рассеяние с сохранением энергии и импульса в системе, что соответствует дальнодействующему взаимодействию. Сила этого взаимодействия, $U_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2\mathbf{p}}$, определяется экситонной фракцией поляритонов, т.е. коэффициентами Хопфилда $X_{\mathbf{k}}$ начального и конечного состояний [349, 350], $U_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2\mathbf{p}} = U_0 X_{\mathbf{k}_1} X_{\mathbf{k}_2} X_{\mathbf{k}_1+\mathbf{p}} X_{\mathbf{k}_2-\mathbf{p}}$, где $U_0 = 6E_{\mathrm{b}} a_{\mathrm{B}}^2/S$, E_{b} и a_{B} – энергия связи экситона и радиус Бора (а S – площадь системы).

Последние два члена в уравнении (3.90) описывают некогерентные процессы, которые будут рассмотрены стохастически. Член $\mathcal{H}_{\text{p-ph}}$ учитывает взаимодействие поляритонов с резервуаром акустических фононов; он представляет собой гамильтониан Фрёлиха [144, 351],

$$\mathcal{H}_{\text{p-ph}} = \sum_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2} \left[\int \frac{L_z dq_z}{2\pi} g_{\mathbf{q}}^{\mathrm{ph}} \hat{a}_{\mathbf{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_2} \hat{b}_{\mathbf{q}} + \text{h.c.} \right], \tag{3.92}$$

где суммирование и интегрирование выполняются при условии сохранения энергии и импульса, $|E_{\mathbf{k}_1} - E_{\mathbf{k}_2}| = \hbar\omega_{\mathbf{q}}^{\mathrm{ph}}$, $|\mathbf{q}|^2 = |\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2|^2 + q_z^2$. Фононы описываются операторами $\hat{b}_{\mathbf{q}}^\dagger$ и $\hat{b}_{\mathbf{q}}$, и их дисперсионное соотношение, $\hbar\omega_{\mathbf{q}}^{\mathrm{ph}} = \hbar s^{\mathrm{ph}}\sqrt{q_x^2 + q_y^2 + q_z^2}$, определяется скоростью звука s^{ph} материала; $g_{\mathbf{q}}^{\mathrm{ph}}$ – сила экситон-фононного взаимодействия. Микроскопический вывод формулы для g^{ph} и типичные её значения можно найти в работе [351]. Также будем предполагать, что резервуар фононов остаётся термализованным, то есть подчиняющимся равновесной статистике Бозе, $\langle \hat{b}_{\mathbf{q}}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{q}} \rangle = \bar{n}_{\mathrm{ph}}(\hbar\omega_{\mathbf{q}}^{\mathrm{ph}}) = \{\exp[\hbar\omega_{\mathbf{q}}^{\mathrm{ph}}/(k_B T)] - 1\}^{-1}$.

Некогерентная накачка в (3.90) вводится в приближении вращающихся волн (rotating-wave approximation в англоязычной литературе),

$$\mathcal{H}_{\mathrm{pump}} = \hbar \sum_{\mathbf{k}\xi} \left(g_{\mathbf{k}\xi} \hat{a}_{\mathbf{k}} \hat{d}_\xi^\dagger + g_{\mathbf{k}\xi}^* \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{d}_\xi \right), \tag{3.93}$$

где $\hat{d}_\xi$ и $\hat{d}_\xi^\dagger$ – операторы уничтожения и рождения частиц резервуара накачки при температуре T_{P}, так что $\langle \hat{d}_\xi^\dagger \hat{d}_\xi \rangle = \bar{n}_{\mathrm{P}}(E_{\mathbf{k}}) = \{\exp[E_{\mathbf{k}}/(k_B T_{\mathrm{P}})] - 1\}^{-1}$. Параметры $g_{\mathbf{k}\xi}$ описывают типичные значения силы линейной связи между модами системы и модами резервуара. Далее будем полагать $g_{\mathbf{k}\xi} = \gamma_{\mathbf{k}}$. Гамильтониан (3.93) учитывает потерю частиц, которая происходит со скоростью $\gamma_{\mathbf{k}}$. Потери, описанные (3.93), в основном вызваны утечкой фотонов из резонатора, поскольку их время жизни намного меньше, чем у экситонов. Таким образом, можем положить $\gamma_{\mathbf{k}} = 1/\tau_{\mathbf{k}}^{\mathrm{phot}}$, где $\tau_{\mathbf{k}}^{\mathrm{phot}}$ – это время жизни фотонов.

Используя ур. (3.92) и (3.93), можно вывести основное кинетическое уравнение Линдблада для описания рассматриваемой системы и найти выражения для полного набора связанных операторов квантового прыжка [347],

$$\hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}}^+ = \sqrt{\gamma_{\mathbf{k}} \bar{n}_{\mathrm{P}}(E_{\mathbf{k}})}\, \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger, \tag{3.94}$$

$$\hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}}^- = \sqrt{\gamma_{\mathbf{k}} \left[\bar{n}_{\mathrm{P}}(E_{\mathbf{k}}) + 1\right]}\, \hat{a}_{\mathbf{k}}, \tag{3.95}$$

$$\hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2}^+ = \sqrt{\gamma_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2}^{\mathrm{ph}} \bar{n}_{\mathrm{ph}}(E_{\mathbf{k}_1} - E_{\mathbf{k}_2})}\, \hat{a}_{\mathbf{k}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_2}, \tag{3.96}$$

$$\hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2}^- = \sqrt{\gamma_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2}^{\mathrm{ph}} \left[\bar{n}_{\mathrm{ph}}(E_{\mathbf{k}_1} - E_{\mathbf{k}_2}) + 1\right]}\, \hat{a}_{\mathbf{k}_1} \hat{a}_{\mathbf{k}_2}^\dagger, \tag{3.97}$$

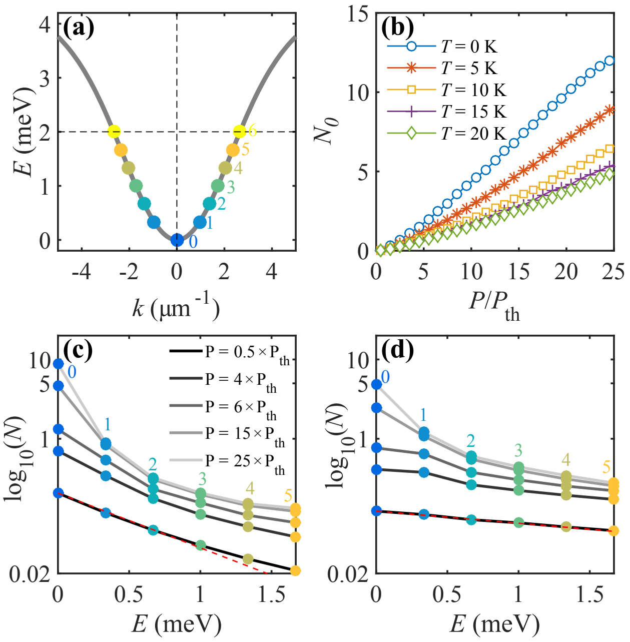

Рисунок 3.17 — (a) Нижняя ветвь дисперсии поляритонов (серая кривая), показывающая дискретные бозонные моды (точки), использованные в расчётах. (b) Заселение частицами самой низкоэнергетической моды N_0 в зависимости от мощности накачки P для нескольких температур в диапазоне $(0-20)$ K (см. вставку). (c), (d): Заселённость мод в зависимости от их энергии при (c) $T=5$ K и (d) $T=20$ K для нескольких мощностей накачки в диапазоне $(0.5-25)P_{\text{th}}$. Пунктирные красные линии соответствуют тепловому распределению.

где $E_{\mathbf{k}_1} > E_{\mathbf{k}_2}$, а скорость рассеяния, опосредованного фононами, была тоже переобозначена как $\gamma^{\text{ph}}_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2}$. Уравнения (3.94) и (3.95) описывают накачку и распад поляритонов. Средняя мощность, подводимая в поляритонную систему за счёт взаимодействия с резервуаром накачки, описывается выражением $P = \bar{n}_{\text{P}}\gamma_{\mathbf{k}}$. Уравнения (3.96) и (3.97) описывают переходы между поляритонными модами, опосредованные взаимодействием с резервуаром фононов. Следует отметить, что процессы (3.96) излучения фононов продолжаются даже при $T = 0$ K.

Квантовая динамика системы моделируется с использованием метода волновых функций Монте-Карло [347]. Процедура основана на эволюции волновой функции системы при помощи уравнения Шрёдингера,

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\tilde{\psi}\rangle = \tilde{\mathcal{H}}|\tilde{\psi}\rangle, \tag{3.98}$$

с эффективным неэрмитовым гамильтонианом

$$\tilde{\mathcal{H}} = \mathcal{H} - \frac{i\hbar}{2}\sum_{\mathbf{k}}\hat{\mathcal{J}}^{+\dagger}_{\mathbf{k}}\hat{\mathcal{J}}^{+}_{\mathbf{k}} - \frac{i\hbar}{2}\sum_{\mathbf{k}}\hat{\mathcal{J}}^{-\dagger}_{\mathbf{k}}\hat{\mathcal{J}}^{-}_{\mathbf{k}} - \frac{i\hbar}{2}\sum_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2}\hat{\mathcal{J}}^{+\dagger}_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2}\hat{\mathcal{J}}^{+}_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2} - \frac{i\hbar}{2}\sum_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2}\hat{\mathcal{J}}^{-\dagger}_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2}\hat{\mathcal{J}}^{-}_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2}. \tag{3.99}$$

Неэрмитовые члены в ур. (3.99), очевидно, приводят к убыванию нормы $\langle\tilde{\psi}(t)|\tilde{\psi}(t)\rangle$.

В качестве первого шага генерируется случайное число η_1 и система эволюционирует согласно выражению (3.98). Условие $\langle\tilde{\psi}(t)|\tilde{\psi}(t)\rangle \le \eta_1$ определяет, происходит ли процедура перехода (прыжка) из одного состояния в другое или нет [347]. После каждого прыжка состояние $|\tilde{\psi}(t)\rangle$ снова нормализуется, и генерируется новое число η_2. Одиночная реализация j

этого протокола даёт квантовую траекторию $|\tilde{\psi}(t)\rangle_j$, где $j = 1, 2, \ldots, N$. Используя ансамбль траекторий, можно аппроксимировать матрицу плотности системы,

$$\hat{\tilde{\rho}}\,(t) = \frac{\sum_{j=1}^{N} |\tilde{\psi}(t)\rangle_j\, {}_j\langle\tilde{\psi}(t)|}{N} \underset{N\to\infty}{\rightarrow} \hat{\rho}(t), \tag{3.100}$$

где $\hat{\rho}\,(t)$ – фактическая матрица плотности. Среднее значение любого оператора в системе $\hat{O}$ можно найти из выражения

$$\langle\hat{O}\,(t)\rangle = \mathrm{Tr}\left[\hat{O}\hat{\rho}(t)\right] = \lim_{N\to\infty}\left\{\mathrm{Tr}\left[\hat{O}\hat{\tilde{\rho}}(t)\right]\right\}. \tag{3.101}$$

Этот метод не только позволяет значительно снизить потребление памяти компьютером (или суперкомпьютером) за счёт исследования эволюция кет-вектора вместо матрицы плотности, но также он идеально подходит для распараллеливания процессов из-за независимости квантовых траекторий. Далее в вычислениях гильбертово пространство обрезается до выбранного глобального числа возбуждений в дополнение к обычному ограничению числа частиц в каждой моде, что позволяет резко уменьшить размерность гильбертова пространства с незначительной потерей точности. Из-за возможного (предполагаемого) формирования конденсата максимальное количество возбуждений в моде с наименьшей энергией берётся в несколько раз больше, чем в других состояниях.

3.6.2 Анализ теоретических результатов

Будем использовать параметры, соответствующие микрорезонатору на основе GaAs, имеющему цилиндрическую симметрию (рис. 3.14), с расщеплением Раби $\omega_R = 10$ мэВ, $m_{\mathrm{ph}} = 5\times10^{-5}m_0$, временем жизни поляритона $\tau \simeq 1/\gamma_k = 20$ пс, $E_{\mathrm{b}} = 10$ мэВ, $a_{\mathrm{B}} = 10$ нм, и $S = 100$ мкм^2. Симметрия системы позволяет рассматривать только радиальную координату k_r. Изначально система находится в вакуумном состоянии, $|\tilde{\psi}(0)\rangle$. Каждая траектория представляет собой эволюцию волновой функции длиной в 500 пс, что на порядок длиннее, чем временные масштабы вовлечённых процессов, чтобы достичь установившегося состояния. Для каждого набора параметров результаты усреднялись по $N = 5000$ траекториям.

На рис. 3.17 показаны распределения мод $N_k = \langle\hat{a}_k^\dagger\hat{a}_k\rangle$ для различных мощностей накачки P и температур. Дискретизация дисперсионного соотношения показана на рис. 3.17(a), где был зафиксирован шаг по энергии $\Delta E = 0.33$ мэВ между модами. Коэффициенты Хопфилда находятся приближённо согласно выражению $X_{\mathbf{k}} = 1/\sqrt{2}$, и, следовательно, сила поляритон-поляритонного взаимодействия фиксировалась, $U_{\mathbf{k_1k_2p}} = U_0/4$. Его значение корректировалось так, чтобы получить типичный химический потенциал $U_0N_0/4 = 1$ мэВ для низшей моды, если последняя макроскопически заполнена.

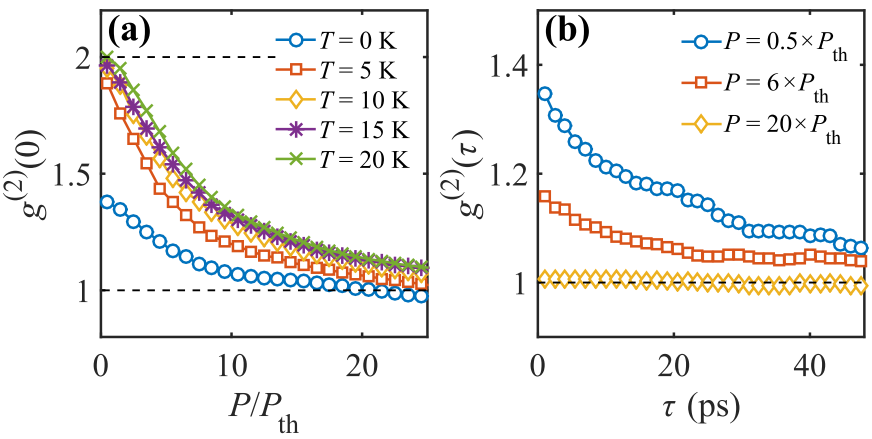

Рисунок 3.18 — (а) Функция временной когерентности второго порядка моды основного состояния при нулевой задержке, $g^{(2)}(0)$, как функция относительной мощности накачки, $P/P_{\rm th}$, для разных температур фононной подсистемы. (с) Функция временной когерентности с конечным запаздыванием, $g^{(2)}(\tau)$, вычисленная для трех различных мощностей накачки при $T = 0$ K (см. подписи на рисунке).

Такая процедура необходима для компенсации низкого числа частиц, на которое рассчитан данный метод. Максимальное количество возбуждений зафиксировано на уровне $N_0^{\max} = 15$ для моды с наименьшей энергией и $N^{\max} = 5$ для других мод. Сила поляритон-фононного рассеяния установлена равной $\hbar\gamma_{\mathbf{k}} = \hbar\gamma_0 = 0.05$ мэВ. Наконец, предполагалось, что оператор некогерентной накачки в уравнении (3.94) действует только на возбуждённые состояния системы с наибольшей энергией (что упрощает расчёты, но не приводит к изменению результатов качественно).

В районе пороговой мощности, $P = P_{\rm th}$, параметр N_0 превышает заселённость других мод. Как показано на рис. 3.17(b), его значение монотонно увеличивается с ростом P, быстрее при более низких температурах, из-за поляритон-поляритонного рассеяния и релаксации энергии с помощью фононов. Как уже говорилось, состояния с наивысшей энергией подпитываются некогерентной накачкой и играют роль мод, для которых работает эффект бутылочного горлышка (“the bottleneck effect” в англоязычной литературе) [352]. Таким образом, последние демонстрируют большую заселённость даже для $P > P_{\rm th}$ (не показано), хотя, как можно видеть, заселённость других мод уменьшается с увеличением энергии. Чем выше мощность накачки, тем большая доля частиц находится в состоянии с наименьшей энергией. При наименьшей исследованной мощности накачки $P = 0.5 \times P_{\rm th}$ распределение имеет вид $N_k = N_0 \exp[-E_k/(k_B T)]$. Используя это, можно извлечь эффективные температуры поляритонов $\tilde{T} = 7.5$ K и $\tilde{T} = 23$ K (см. рис. 3.17(c) и (d), соответственно.

На рис. 3.18 показаны результаты для функции временной когерентности второго порядка для низшей моды,

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}_0^\dagger(0)\,\hat{a}_0^\dagger(\tau)\,\hat{a}_0(\tau)\,\hat{a}_0(0)\rangle}{\langle \hat{a}_0^\dagger(0)\,\hat{a}_0(0)\rangle^2}, \tag{3.102}$$

где средние значения определены выражением (3.101). При $T = 5$ K наблюдается явный переход от тепловой статистики с $g^{(2)}(0) = 2$ к когерентному состоянию, для которого $g^{(2)}(0) = 1$,

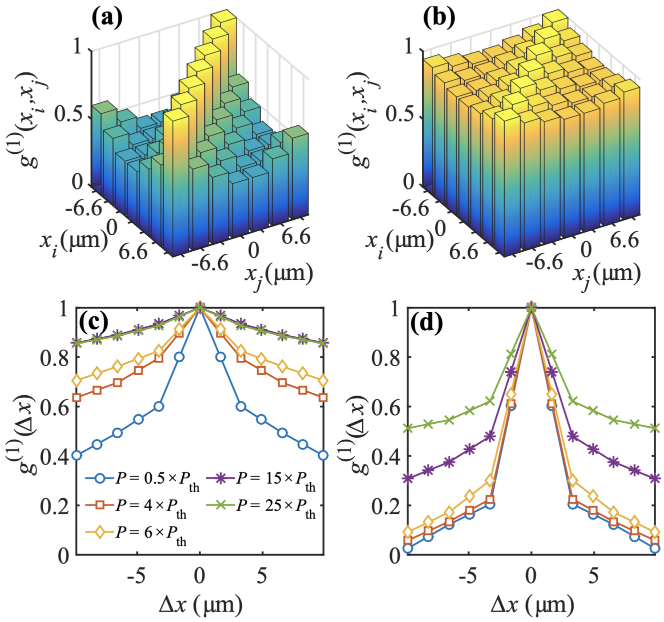

Рисунок 3.19 — Стационарная функция пространственной когерентности первого порядка $g^{(1)}(x_i,x_j)$ при $T = 0$ K (a) ниже порога, $P = 0.5 \times P_{\text{th}}$, и (b) выше порога, $P = 20 \times P_{\text{th}}$ как функция расстояния вдоль образца. Следует обратить внимание на то, что преобразованием Фурье накладываются периодические граничные условия. Панели (c) и (d) показывают $g^{(1)}(\Delta x) = g^{(1)}(\Delta x,0)$ для различных мощностей накачки при (c) $T = 0$ K и (d) $T = 20$ K, где Δx – расстояние от центра системы.

с увеличением P, как показано на рис. 3.18(a). При понижении температуры когерентность проявляется при меньшей мощности накачки, как и ожидалось.

Для вычисления запаздывающей функции когерентности $g^{(2)}(\tau)$, показанной на рис. 3.18(b), необходимо проанализировать статистику распада поляритонов, записывая полную историю событий согласно (3.94), связанных с длинными траекториями 100 нс. Это позволяет построить вероятность $\tilde{g}^{(2)}(\tau)$ двух распадов поляритонов с задержкой τ. При нормализации к соответствующему распределению Пуассона, определяемому средним стационарным заполнением, можно восстановить корреляционную функцию и подтвердить точку установления временной когерентности в системе с помощью $g^{(2)}(\tau) \simeq 1$ для $P > P_{\text{th}}$.

На рисунке 3.19 показана 1Д функция пространственной когерентности первого порядка,

$$g^{(1)}(x_i,x_j) = \lim_{t\to\infty} \frac{\langle\hat{\psi}^\dagger(x_i,t)\,\hat{\psi}(x_j,t)\rangle}{\langle\hat{\psi}^\dagger(x_i,t)\rangle\langle\hat{\psi}(x_j,t)\rangle}, \tag{3.103}$$

между двумя точками с позициями x_i и x_j в установившемся режиме ($t \to \infty$). Здесь $\hat{\psi}(x,t) = \sum_k e^{ikx}\hat{a}_k(t)$. Начало пространственной когерентности в системе наблюдается на больших расстояниях при больших мощностях накачки, тогда как когерентность спадает на малых расстояниях при малых мощностях. Сравнение случаев $T = 0$ K и $T = 20$ K показывает ожидаемую потерю пространственной когерентности с увеличением температуры.

Таким образом, используя метод стохастической волновой функции, были проанализированы квантовые свойства неравновесного конденсата ЭП в зависимости от интенсивности накачки и температуры. Полученные результаты демонстрируют все характерные особенности, связанные с бозе-эйнштейновской конденсацией нерезонансно возбуждённых бозонных частиц, контактирующих с фононным термостатом. Чтобы в будущем учесть большее количество бозонов и мод, эти результаты могут быть расширены путем отделения классического поля каждой моды, эволюция которого может быть описана уравнением Ланжевена, от квантовых флуктуаций, которые могу рассматриваться с помощью подхода квантовых прыжков с условием наличия небольшого количества квантов в каждой моде. Это является темой будущих исследовании.

3.6.3 Временная и пространственная когерентность в ноль-мерных микрорезонаторах

Теоретические результаты, представленные в этом подразделе, основаны на стохастическом методе квантовых траекторий, описанном выше. Эта теория позволяет объяснить взаимосвязь между заполнением квантовых состояний в системе, флуктуациями частиц и когерентностью фотонов. В частности, будет показано, что учёт диссипативного поляритон-фононного взаимодействия и взаимодействия между ЭП квантовым образом позволяет воссоздать поведения $g^{(2)}(0)$ в экспериментальных образцах с ноль-мерными потенциалами (конфайнментом), где дискретная дисперсия частиц способствует проявлению когерентных свойств конденсации [A11]. Экспериментально конфайнмент создавался с помощью травления образца, в результате чего микрорезонатор из планарного превращался в набор узких цилиндрических столбцов – микропилларов (или просто пилларов).

Исследуемый образец представляет собой $\lambda/2$ планарный высокодобротный микрорезонатор (здесь λ – это длина волны света, который будет локализовываться в резонаторе) на основе системы твёрдых растворов AlGaAs с активной областью, состоящей из двенадцати КЯ из GaAs шириной 13 нм, каждая из которых расположена в оптических пучностях ЭМ поля. Брэгговские зеркала состоят из 23 (27) пар слоёв AlGaAs – AlAs в верхней (нижней) части. Согласно экспериментальным оценкам добротность такого резонатора превышает 12500. Для локализации ЭП мод были изготовлены микропиллары диаметром 6, 8, 10 и 12 мкм. Для создание глубоких профилей потенциала использовалось ионное травление. Изображение такого микропиллара, полученное с помощью сканирующего электронного микроскопа, показано на рис. 3.20(а). Также экспериментально было померяно расщепление Раби структуры посредством измерения свойств отражённого белого света и найдено значение 10.1 мэВ для ЭП на основе экситонов на тяжёлых дырках [181].

Накачка образца производилась импульсным титан-сапфировым лазером, настроенным на первый брэгговский минимум запрещённой зоны с длиной волны 749 нм. Ширина импульса составляла 2 пс, а номинальное разрешение однофотонных детекторов составляло 40 пс, что достаточно для извлечения корреляционной функции второго порядка при нулевой временной задержке, $g^{(2)}(0)$ [182, 353]. Конечность длины импульса излучения эффективно дей-

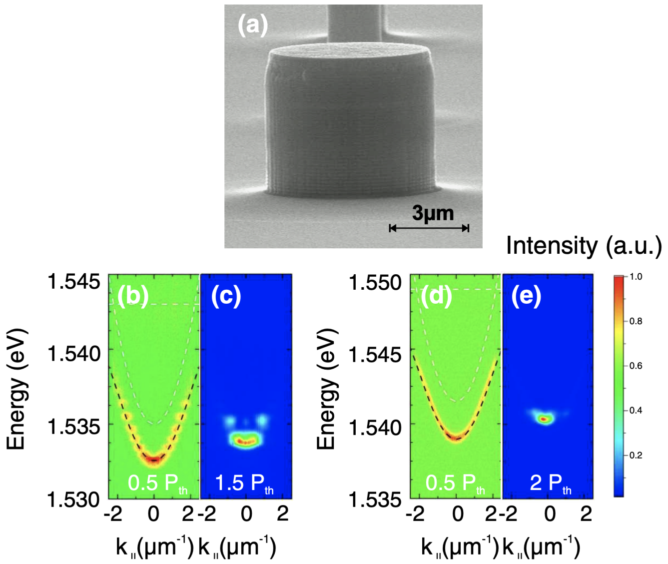

Рисунок 3.20 — (a) Изображение исследуемого микропиллара толщиной 6 мкм, полученное с помощью растрового электронного микроскопа. (b), (c) Энергетическая дисперсия, измеренная с помощью фотолюминесценции для пиллара диаметром 8 мкм ниже (b) и выше (c) порога лазерной геренации. (d), (e) То же, но для образца без вытравливания пилларов ниже (d) и выше (e) порога, соответственно. Чёрные пунктирные линии показывают теоретически посчитанную дисперсию с помощью модели связанных осцилляторов с отстройкой частот −8 мэВ для образца с микропилларом и −7.8 мэВ для планарной структуры.

ствует как временной фильтр в такой конфигурации [353], поскольку коррелируются только фотоны, испускаемые из резервуара в течение времени релаксации [354].

В случае меньшего, чем ширина пиллара диаметра пучка накачки, система проявляет высокую чувствительность к пространственному положению лазера, что приводит к возможномсти контроля и возбуждению желаемых оптических мод [355]. Однако использование узких пучков нарушает однородность системы, поскольку возникает обусловленный накачкой потенциал, который отталкивает ЭП из центра (т.е. из основного состояния), вызывая конденсацию при более высоких энергиях и волновых векторах [356]. Чтобы подавить этот эффект и обеспечить однородное возбуждение образца, диаметр пучка накачки был увеличен до 40 мкм, что более чем в три раза превышает ширину самого большого исследуемого в эксперименте пиллара.

Оптическое ограничение, обеспечиваемое микропилларом, приводит к появлению характерного набора дискретных оптических мод в области нижней дисперсии поляритонов, как показано на рис. 3.20(b). Напротив, в случае структуры, не подвергнутой травлению (без микропилларов), дисперсия имеет непрерывную параболическую форму [рис. 3.20(d)]. Выше порога накачки P_{th}, возникающего при мощности накачки около 45 Вт/см^2, наблюдается образование поляритонного конденсата как в планарных, так и в структурированных образцах [рис. 3.20(c), (e)].

Используя теоретическую модель, изложенную в предыдущем подразделе, было проведено теоретическое описание эксперимента. На рис. 3.21(a) представлены экспериментальные кривые зависимости $g^{(2)}(0)$ в пилларе диаметром 6 мкм от мощности накачки (нормализован-

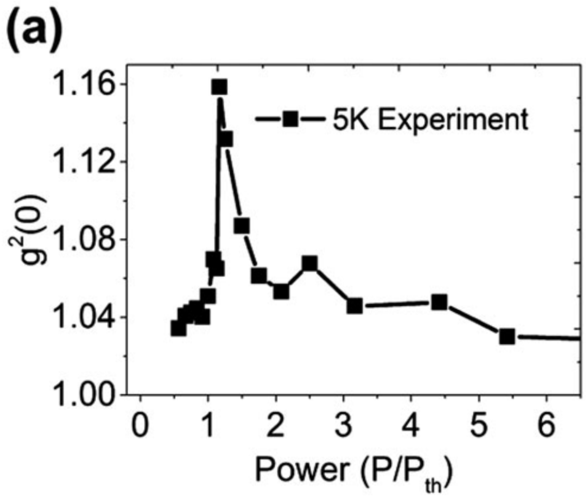

Рисунок 3.21 — Экспериментальная (a) и теоретическая (b) зависимости функции временной когерентности второго порядка $g^{(2)}(0)$ от мощности накачки в резонаторе с микропилларом диаметром 6 мкм. Виден переход к состоянию полностью когерентного излучения.

ной на пороговую мощность). На рис. 3.21(b) показаны результаты теоретического моделирования с использованием того же набора параметров, что и в эксперименте. Теория отлично воспроизводит рост и падение корреляционной функции. Необходимо отметить, что первоначальный рост функции когерентности ранее не был изучен (объяснён) теоретически [357], а разработанная модель позволяет получить модулирующую эксперимент зависимость.

Дело в том, что в подходе на основе метода квантовых траекторий можно учесть счёт единичных фотонов. Действительно, ниже порога конденсации события эмиссии фотонов редки, что делает эволюцию системы квазиунитарной, и поэтому система, по существу, проявляет пуассоновскую статистику излучения. Это поведение не может быть воспроизведено при помощи основного кинетического уравнения (эволюции одночастичной матрицы плотности системы), которое предсказывает термическое состояние $g^{(2)} = 2$ в этом режиме. Затем, статистика распределения частиц показывает наличие конкуренции между когерентностью и термализацией до тех пор, пока не будет достигнут порог конденсации и не будет установлена когерентность.

Исследуем теперь, как зависят свойства системы от размеров микропилларов. На рис. 3.22 показаны экспериментальные и теоретические кривые зависимости $g^{(2)}(0)$ от диаметра микропиллара (а также для планарной структуры) при накачке, намного превышающей порог конденсации. Как видно, временная когерентность системы падает с увеличением её размера. Такое поведение может быть объяснено нетривиальной зависимостью скорости рассеяния ЭП на фононах при изменении дискретизации энергетических состояний. Действительно, чем образец более планарный (двумерный), тем меньше расстояние между дискретными уровнями в обратном пространстве, и тем эффективнее процессы рассеяния на фононах, что приводит к уменьшению когерентности системы.

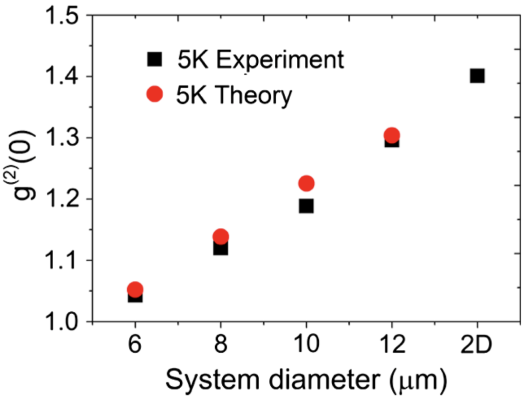

Рисунок 3.22 — Экспериментально и теоретические полученные зависимости $g^{(2)}(0)$ от диаметра микропиллара. Рисунок демонстрирует непрерывное увеличение функции временной когерентности второго порядка (и, стало быть, непрерывное уменьшение когерентности системы) с увеличением размера системы для сравнимой излучаемой интенсивности основного состояния и при мощности накачки, намного превышающей пороговую для каждой из рассмотренных систем.

3.6.4 Временная и пространственная когерентность топологических состояний в микрорезонаторах

Теперь обобщим рассмотрение на случай не одиночного микропиллара, а нескольких. Поставим задачу описать топологический краевой дефект в одномерной зигзагообразной цепочке, используя модель Су–Шриффера–Хигера (которая называется Su-Schrieffer-Heeger (SSH) model в англоязычной литературе) [358, 359]. Будем использовать аббревиатуру СШХ. Модель СШХ описывает димеризованную цепь с двумя сайтами на элементарную ячейку, параметризованную различными коэффициентами перехода внутри (v) и между ячейками (w). В приближении сильно связанных частиц, который актуален для рассматриваемой системы, гамильтониан можно записать в виде

$$\mathcal{H} = v\sum_{m=1}^{N}|m,B\rangle\langle m,A| + w\sum_{m=1}^{N-1}|m+1,A\rangle\langle m,B| + \text{h.c.}, \tag{3.104}$$

где N обозначает количество элементарных ячеек, A и B – узлы в элементарной ячейке. Этот гамильтониан выявляет две топологически различные фазы для случаев $v < w$ и $v > w$. Топологическую разницу можно понять, посчитав накрутку фазы $\phi(k)$:

$$W = \frac{1}{2\pi}\int_{\text{BZ}}\frac{\partial\phi(k)}{\partial k}dk, \tag{3.105}$$

где интегрирование производится по зоне Бриллюэна. Накрутка фазы соответствует геометрическому фазовому члену $e^{-i\phi(k)}$ собственных функций подрешёток A и B в импульсном пространстве.

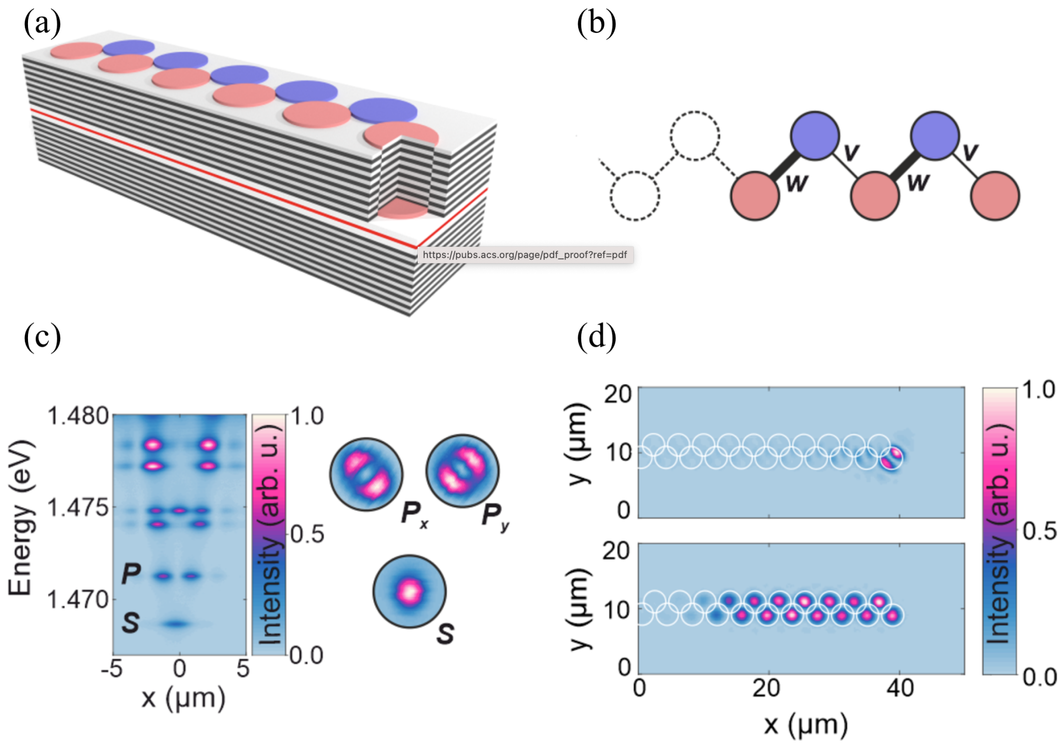

Рисунок 3.23 — Схематическое изображение системы даймеров в орбитальной модели СШХ, в которой наблюдается топологический дефект. (a) Схематическое изображение поляритонной зигзагообразной цепочки СШХ, состоящей из связанных ловушек-микрорезонаторов, созданных травлением слоя микрорезонатора и последующим заполнением созданых полостей. (b) Схематическое изображение димеризации цепи, приводящей к формированию топологической краевой моды, локализованной в последней ловушке на конце цепочки. (c) Спектрально-разрешённый модовый спектр поляритонной ловушки, показывающий вращательно-симметричную S-моду и P-моду, состоящую из подмод P_x и P_y. (d) Томография в реальном пространстве, показывающая топологическую краевую моду СШХ (вверху) и тривиальную S-моду (внизу) при нерезонансном лазерном возбуждении с эллиптически вытянутым пятном накачки на зигзагообразной цепочке с диаметрами ловушек $d = 3.5$ мкм.

В случае слабо связанного краевого пиллара ($v < w$) возникает топологический дефект с $W = 1$, тогда как противоположный случай остается топологически тривиальным. В орбитальной модели СШХ эта концепция применяется к P-моде зигзагообразной цепочки [см. рис. 3.23(a), (b)], и P_x и P_y-моды рассмотрены как две отдельные реализации модели СШХ. Ориентация этих орбитальных мод естественным образом приводит к различию в силах связи $v \neq w$.

В то время как одномодовый режим (по сравнению с многомодовым) и уменьшение ширины линии как индикатор временной когерентности первого порядка $g^{(1)}(\tau)$ наблюдались в предыдущих исследованиях топологических лазеров, измерения временной когерентности второго порядка $g^{(2)}(\tau = 0)$, определяющего свойства лазера, до сих пор не было представлено [360]. В работе [A12] были проведены измерения статистики излучения на зигзагообразной цепочке с $N = 5$ с диаметрами ловушек $d = 3.5$ мкм и $v = 0.8$ с использованием установки ХБТ и двух лавинных фотодиодов для измерения функции когерентности второго порядка

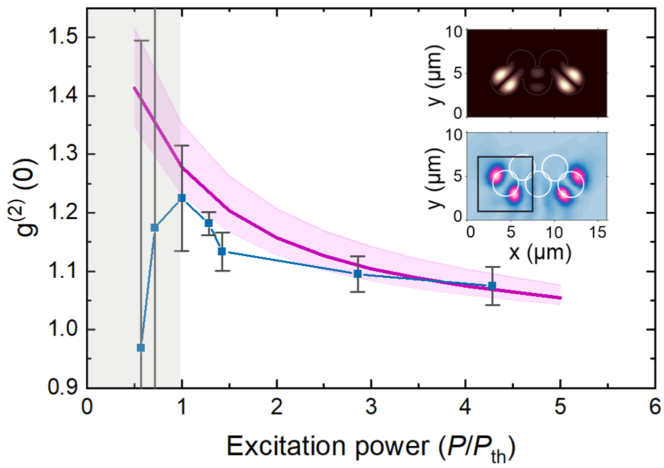

Рисунок 3.24 — Временная когерентность $g^{(2)}$ как функция мощности накачки: эксперимент (синяя кривая) и теория (фиолетовая кривая). На вставке показан пространственный профиль мод: теория (верхняя панель) и эксперимент (нижняя панель). В эксперименте мощность накачки нормируется на пороговую мощность $P_{th} \approx 0.7$ мВт. Временная когерентность достигает значения $g^{(2)} \approx 1.07$ при $P \approx 4P_{th}$, что указывает на высоко-когерентное состояние, соответствующее лазерной генерации. Теоретическая модель хорошо воспроизводит $g^{(2)}$ при $P = P_{th}$, а также последующее уменьшение временной когерентности до $g^{(2)} \approx 1.00$. Цветная область вокруг теоретической кривой соответствует вариации результатов моделирования для $\gamma_{ph} = 0.4 - 0.7$ мэВ.

$g^{(2)}(\tau = 0)$ для разных мощностей накачки. Лазерное излучение краевой моды спектрально фильтровалось для исключения вкладов объёмных мод.

На рис. 3.24 показываны результаты измерений для пороговой накачки P_{th} и выше. Функция $g^{(2)}(0)$ оценивалась из общего количества щелчков при нулевой задержке. Далее она нормализовалась с использованием боковых пиков, соответствующих кликам детектора, происходящим от различных лазерных импульсов, которые т.о. не были коррелированы. На рис. 3.24 наблюдается рост пространственной когерентности (серая область для $P < P_{th}$), который характерен для детектора, превышающего время когерентности [188, 361] Для более высоких мощностей накачки значение функции когерентности приближается к $g^{(2)}(0) = 1$.

При мощности $P = 3.0$ мВт, соответствующей $4P_{th}$, было достигнуто $g^{(2)}(0) \approx 1.07$, что является отличным результатом для когерентности поляритонного микролазера. Кроме того, это измерение функции когерентности подчёркивает наличие топологической защиты, так как вклад объёмных мод приводит к увеличению наблюдаемого значения $g^{(2)}(0)$. Очевидно, существуют некоторые ограничения на значение функции когерентности из-за несовершенства экспериментальной установки и наличия других процессов рассеяния [362, 353].

Чтобы теоретически описать поведение функции временной когерентности, снова использовался подход, развитый в предыдущих подразделах. Начав с основного кинетического уравнения Линдблада [164], которое является главным средством описания диссипативной динамики систем и свойств стационарных состояний, был сформулирован формализм квантовых скачков, основанный на операторах (3.94)-(3.97). В результате удалось промоделировать поведение функции временной когерентности в эксперименте (см. розовую кривую на рис. 3.24). Теория подтверждает эксперимент, демонстрируя высокую когерентность топологических состояний в модели СШХ. Следует отметить, что похожие результаты были получены и для единичного пиллара [см. рис. 3.21(b)].

3.7 Краткие выводы к главе 3

Предложена концепция квантового долинного эффекта Холла для бозонов. Рассмотрен транспорт непрямых экситонов в двух параллельных слоях из нецентросимметричных двумерных материалов и показано, что в присутствии конденсата Бозе–Эйнштейна возникает квантованный холловский ток экситонов из-за аномальной групповой скорости центра масс экситона под действием внешнего электромагнитного поля. Этот ток имеет ступенчатое поведение как функция частоты электромагнитного поля, имитируя квантование внутреннего движения экситона без внешнего магнитного поля.

Развита микроскопическая теория радиационного давления в системе, содержащей бозе-эйнштейновский конденсат. Обнаружено, что под действием внешнего электромагнитного поля возникает ток увлечения частиц как из конденсата, так и из возбуждённых состояний. В двумерных системах в присутствии конденсированной фазы этот ток демонстрирует ступенчатое поведение. Разработанная теория является универсальной, её можно применять к любым Бозе-конденсатам, которые обладают внутренними степенями свободы. Этим свойством обладает большинство бозонов, таких как холодные атомы, экситоны и экситон-поляритоны. Предположительно, отклик БЭК на внешнее радиационное давление может проявляться и в ряде других явлений, в которых большую роль играют процессы поглощения света, таких как комбинационное рассеяние света (поскольку сечение рассеяния пропорционально мнимой части функция линейного отклика), акустические и акустоэлектрические эффекты [301], акустическое сопротивление в конденсатах гибридных частиц, обнаружение “тёмных” конденсатов [93].

Далее был вычислен фотоиндуцированный электрический ток, который может возникать в системе, содержащей конденсат Бозе–Эйнштейна составных частиц, подвергнутых воздействию внешнего электромагнитного поля с частотой, превышающей потенциал ионизации. В качестве примера были рассмотрены непрямые экситоны. Показано, что в системе происходят два основных процесса, один из которых сопровождается возбуждением коллективных боголюбовских мод в конденсате и становится преобладающим с увеличением частоты выше потенциала ионизации. В результате электрический ток имеет немонотонное поведение, что позволяет контролировать образование конденсата.

Разработана микроскопическая теория парамагнитного резонанса в спин-поляризованном поляритонном или экситонном газе в микрорезонаторах с беспорядком. Была рассчитана псевдоспиновая восприимчивость системы с учётом продольно-поперечного расщепления. Показано, что как продольная, так и поперечная восприимчивости имеют структуру двойного резонанса; рассчитана ширина пиков парамагнитного резонанса с учётом поляритон-примесного рассеяния. В отличие от обычных неупорядоченных электронных систем, экситон-поляритоны в присутствии конденсата могут рассеиваться как на примесном потенциале, так и на флуктуациях плотности конденсата. Скорости рассеяния поляритонов на примесях принципиально отличаются для макроскопически и мало занятых состояний.

Исследовано влияния оптического конфайнмента на поведение функции временной когерентности второго порядка $g^{(2)}$ в полупроводниковом микрорезонаторе в режиме поляритонной квазиконденсации. Предложено объяснение экспериментальных данных с помощью микроскопической модели, основанной на методе квантовых траекторий. Продемонстрирован положительный эффект локализации мод на свойства когерентности системы, что может быть объяснено изменением рассеяния на фононах кристаллической решётки. Эти новые знания могу в дальнейшем использоваться в исследованиях других открытых диссипативных квантовых систем, таких как фотонные конденсаты [363] и сильно локализованные экситоны [364], а также представляют собой фундаментальный интерес для всей физики полупроводниковых лазеров. С практической точки зрения, исследования когерентных свойств излучения микрорезонаторов имеют первостепенное значение для разработки новых когерентных приборов на основе экситон-поляритонов.

Глава 4. Эффекты кулоновского взаимодействия в гибридных системах на основе электронных и экситонных газов

4.1 Магнитоплазменный резонанс Фано в гибридных бозе-фермиевских системах

Предыдущие главы диссертации были посвящены электронам в двумерных системах (глава 2) и непрямым экситонам (глава 3). Если сделать структуру, состоящую из нескольких слоёв, можно объединить электроны и экситоны в одной бозе-фермиевской системе. Как будет показано ниже, такая гибридизация позволяет исследовать принципиально новые физические свойства и явления. В этом разделе будет рассмотрена теория магнитоплазменного резонанса в гибридных системах (развитая в работе автора [A13]).

4.1.1 Описание системы и линейный отклик

Рассмотрим гибридную систему, которая представляет собой два параллельных слоя электронов и экситонов, как показано на рис. 4.1. Электроны расположены в КЯ и образуют 2DЭГ. Экситоны будут рассматриваться как жёсткие диполи, дипольный момент которых ориентирован перпендикулярно плоскости слоев, содержащих ДКЯ, и свободно движутся внутри как целое. Будем предполагать, что внутренние степени свободы экситона не возбуждаются внешним приложенным ЭМ полем или температурой, поэтому рассматривается случай нулевой температуры, когда квантовые эффекты проявляются наиболее ярко. Однородное МП направлено вдоль оси роста структуры, таким образом, оно ориентировано перпендикулярно электронному и экситонному слоям. Также будем предполагать, что МП достаточно слабое, и поэтому оно не может влиять на движение центра масс экситона. При этом МП достаточно сильное, чтобы существенно влить на движение электронов.

Внешнее ЭМ поле, $\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = (E_0,0,0)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-i\omega t}$, с составляющей электрического поля, лежащей в плоскости КЯ, вызывает отклонения электронной плотности от её равновесного значения, $\delta n(\mathbf{r},t) = n(\mathbf{r},t) - n_0$, где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор в плоскости КЯ, а $\mathbf{k}$ – волновой вектор в плоскости. В типичных экспериментальных структурах, используемых для возбуждения 2D плазмонов, такое поле может быть создано за счёт напыления металлической решётки над электронным слоем.

Будем также предполагать, что ЭМ поле не взаимодействует с экситонами напрямую. Действительно, если частота внешнего ЭМ поля ω находится в окрестности частоты плазмона при данном волновом векторе, то электронный слой действует как эффективный резонатор, усиливая амплитуду индуцированного (плазменного) поля в $\sim \omega\tau_e$ раз по сравнению

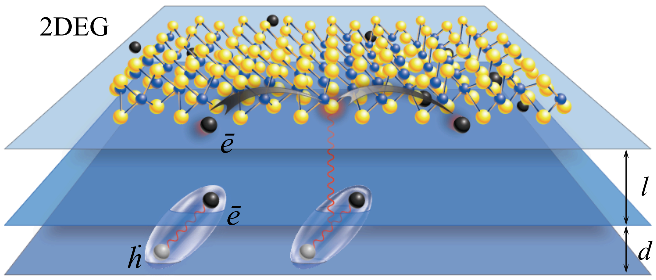

Рисунок 4.1 — Схематическое изображение системы. 2DЭГ расположен на расстоянии l от 2D газа непрямых (дипольных) экситонов, находящихся в двух параллельных слоях (GaAs или MoS_2) на расстоянии d друг от друга. Частицы связаны кулоновским взаимодействием.

с амплитудой внешнего поля, где τ_e – время релаксации электрона [365]. Тем не менее, как будет показано ниже, поле может оказывать влияние на плотность экситонного газа через его взаимодействие с электронами.

Изменение плотности электронов со временем можно описать с помощью уравнения непрерывности, $\dot{n} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0$, которое даёт следующее соотношение между Фурье-компонентами:

$$\delta n_{k\omega} = -\frac{k}{e\omega} j_{k\omega}, \tag{4.1}$$

где предполагается, что вектор $\mathbf{k}$ направлен вдоль оси x . Далее воспользуемся законом Ома,

$$j_{k\omega} = \sigma_B \left(E_0 - \frac{1}{e} F_{k\omega} \right), \tag{4.2}$$

где σ_B – составляющая xx тензора проводимости в магнитном поле, $F_{k\omega}$ – x-проекция индуцированной силы $\mathbf{F}(\mathbf{r}, t)$, которая содержит два вклада. Первый вклад проистекает из электрон-электронного взаимодействия, а второй – из электрон-экситонного взаимодействия. Используя общее соотношение между силой и потенциальной энергией, $\mathbf{F}(\mathbf{r},t) = -\nabla W(\mathbf{r},t)$, находим

$$F_{k\omega} = -ik(U_k \delta n_{k\omega} + V_k \delta N_{k\omega}), \tag{4.3}$$

где

$$U_k = \frac{2\pi e^2}{\epsilon_d k},\ V_k = \frac{2\pi e^2}{\epsilon_d k} \left(1 - e^{-kd}\right) e^{-ka} \tag{4.4}$$

– хорошо известные потенциалы электрон-электронного и электрон-экситонного взаимодействия, соответственно, ϵ_d – диэлектрическая проницаемость. Флуктуирующая плотность экситонов в БЭК, $\delta N_{k\omega}$, может быть найдена из динамических уравнений.

Как уже обсуждалось в главе 3, элементарные возбуждения бозе-конденсированной системы представляют собой боголоны. Явный вид закона дисперсии боголонов зависит от модели, используемой для описания взаимодействующей экситонной системы. В случае малой

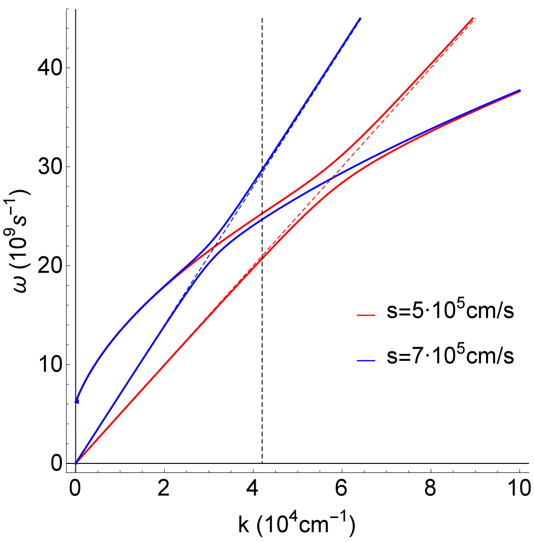

Рисунок 4.2 — Дисперсионные кривые гибридных плазмон-экситонных мод при двух различных значениях боголюбовской скорости звука. Вертикальная пунктирная линия соответствует $k = 4.2 \times 10^4$ см$^{-1}$.

плотности экситонов, $N_0 a_B^2 \ll 1$, где a_B – радиус Бора, подходящей теоретической моделью является модель Боголюбова слабо взаимодействующего бозе-газа. В рамках этой модели закон дисперсии элементарных возбуждений имеет вид (3.9), $\omega_k = \sqrt{\frac{k^2}{2M}\left(\frac{k^2}{2M} + 2gn_c\right)}$. В нашем случае $g \approx 4\pi e^2 d/\epsilon_d$. В длинноволновом пределе, $\frac{k^2}{2M} \ll 2gn_c$, элементарные возбуждения представляют собой звуковые кванты (боголоны) с дисперсией $\omega_k \approx sk$, где $s = \sqrt{gn_c/M}$ – скорость боголюбовского звука.

Далее, чтобы найти функцию отклика конденсата, воспользуемся уравнением ГП:

$$i\partial_t \Psi(\mathbf{r},t) = \left(\frac{(\hbar\hat{\mathbf{k}})^2}{2M} - \mu + g|\Psi(\mathbf{r},t)|^2\right)\Psi(\mathbf{r},t) + \Psi(\mathbf{r},t)\int d\mathbf{r}' V(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\delta n(\mathbf{r}',t), \tag{4.5}$$

где последний член описывает электростатическое взаимодействие экситонов с флуктуирующей электронной плотностью. Будем рассматривать его здесь как возмущение в рамках теории линейного отклика. Волновая функция конденсированных частиц $\Psi(\mathbf{r},t)$ может быть представлена в виде суммы стационарной однородной части и вклада за счёт возмущений, $\Psi(\mathbf{r},t) = \sqrt{n_c} + \psi(\mathbf{r},t)$. Далее функция отклика конденсатных экситонов, $P_{k\omega}$, может быть определена как

$$\delta N_{k\omega} = P_{k\omega} V_k \delta n_{k\omega}, \tag{4.6}$$

где $\delta N_{k\omega} = \sqrt{n_c}(\psi^*(\mathbf{r},t) + \psi(\mathbf{r},t))$ – возмущение плотности частиц конденсата. Линеаризация (4.5) даёт

$$P_{k\omega} = \frac{n_c k^2/M}{(\omega + i\delta)^2 - \omega_k^2}. \tag{4.7}$$

Следует отметить, что описанное выше простое рассмотрение не учитывает процессы рассеяния экситонов на примесях [341, 47].

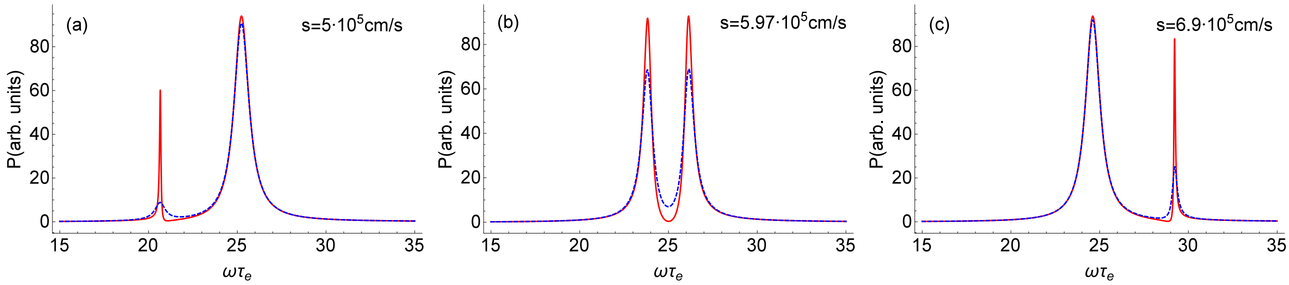

Рисунок 4.3 — Проявление резонанса Фано в гибридной электрон-экситонной системе, представленной на рис. 4.1. Коэффициент поглощаемой мощности [см. ур. (4.9)] как функция частоты для разных s от (a) до (c) для $\tau_X = 10^{-8}$ с (красные сплошные кривые) и $\tau_X = 5\times 10^{-10}$ с (синие пунктирные кривые). Положения резонансов на верхней и нижней панелях соответствуют значениям эксион-плазмонных мод, взятым при $k = 4.2\times 10^4$ см$^{-1}$ на рис. 4.2.

В разделе 3.5 главы 3 было продемонстрировано [см. ур. (3.88)], что рассеяние экситонов на примесях приводит к конечному значению времени жизни боголонов $\omega_k = sk - i\gamma_k$, где

$$\gamma_k = \frac{1}{\tau_X}(k\xi_h)^3,$$

учтено, что $k\xi_h \ll 1$, а τ_X – время рассеяния экситонов на примесях в нормальном состоянии экситонного газа (напомним также, что $\xi_h = 1/2Ms$ – это длина залечивания бозонов). Таким образом, в функции отклика (4.7) необходимо произвести замену: $\delta \to \gamma_k$.

4.1.2 Обобщённая проводимость электронного газа и поглощение электромагнитного излучения системой

Объединяя ур. (4.6) с ур. (4.1), (4.2) и (4.3), и определяя обобщённую проводимость из формулы $j_{k\omega} = \tilde{\sigma}_{k\omega}E_0$, получаем

$$\tilde{\sigma}_{k\omega} = \frac{1}{\sigma_B^{-1} + i\frac{k^2}{e^2\omega}\left[U_{k\omega} + V_{k\omega}^2 P_{k\omega}\right]}, \qquad (4.8)$$
$$\sigma_B = \sigma_0^D \frac{i(\omega\tau_e + i)}{(\omega\tau_e + i)^2 - \omega_c^2\tau_e^2},$$

где $\omega_c = eB/m_e c$ – циклотронная частота электрона, и $\sigma_0^D = e^2 n_0 \tau_e/m_e$ – статическая проводимость Друде электронного газа. Теперь можно найти и поглощение ЭМ мощности как действительную часть проводимости:

$$\mathcal{P}_{k\omega} = \frac{1}{2}E_0^2\,\mathrm{Re}\,\tilde{\sigma}_{k\omega}. \qquad (4.9)$$

Очевидно, что благодаря кулоновскому взаимодействию экситонов и электронов возникают новые гибридные моды, описывающие совместные колебания плотностей экситонов и элек-

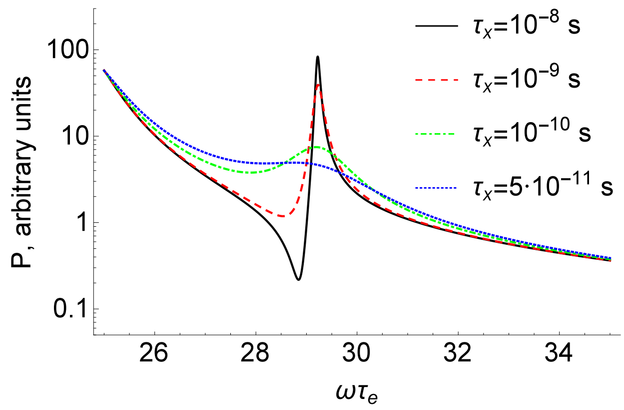

Рисунок 4.4 — Спектр поглощения, рассчитанный по формуле (4.9) для разных значений τ_X в диапазоне высоких $\omega\tau_e$; $s = 6.9 \times 10^5$ см/с, как и на рис. 4.3(c).

тронов. Закон дисперсии этих новых мод легко определить по полюсам перенормированной проводимости, $\tilde{\sigma}_{k\omega}^{-1} = 0$. В пределе больших времён релаксации, τ_e,$\tau_X \to \infty$, перенормированные полюса проводимости удовлетворяют уравнению

$$\left(\omega^2 - \omega_p^2\right)\left(\omega^2 - \omega_k^2\right) - \beta_k^2 = 0, \tag{4.10}$$

где дисперсия магнитоплазмона определяется выражением $\omega_p = \sqrt{\omega_c^2 + \omega_k^2}$, и $\omega_k^2 = 2\pi e^2 n_0 k/\epsilon_d m_e$ представляет собой плазмонную дисперсию 2DЭГ, а параметр связи имеет вид

$$\beta_k = \omega_k^2 \sqrt{\frac{m_e n_c}{M n_0}} \left(1 - e^{-kd}\right) e^{-ka}.$$

Решение ур. (4.10) даёт дисперсию двух новых мод колебаний плотности:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2}\left(\omega_p^2 + \omega_k^2\right) \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\omega_p^2 - \omega_k^2\right)^2 + 4\beta_k^2}. \tag{4.11}$$

На рис. 4.2 показан закон дисперсии этих новых мод, рассчитанный при двух различных значениях фазовой скорости боголона s.

4.1.3 Обсуждение результатов

Исследуем свойства функции поглощения ЭМ излучения, используя следующие параметры: $d = 10^{-6}$ см, $a = 10^{-5}$ см, $k = 4.2 \times 10^4$ см$^{-1}$, и $\sigma_0 = 3.2 \times 10^{-5}$ см/с.

На рис. 4.3 показан спектр поглощения, демонстрирующий возникновение резонанса Фано. При увеличении скорости боголюбовских возбуждений s, резонанс Фано сдвигается по частоте. В частности, рис. 4.3(a) и (c) соответствуют известным асимметричным профилям Фано, тогда как рис. 4.3(b) соответствует симметричной конфигурации (как одному из частных случаев).

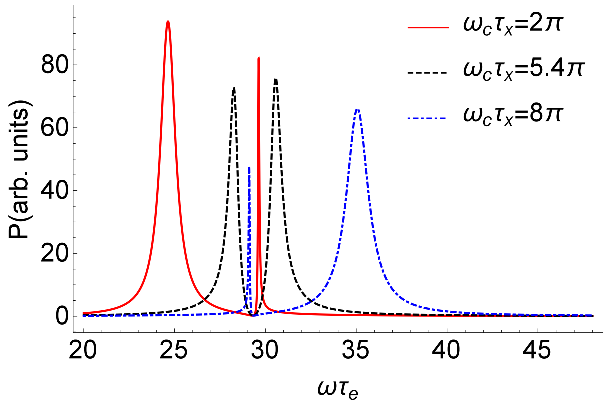

Рисунок 4.5 — Влияние магнитного поля. Спектр поглощения при $s = 7 \times 10^5$ см/с и различных значениях магнитного поля $\omega_c\tau_e$.

На рис. 4.4 показан спектр поглощения в логарифмическом масштабе для фиксированного значения $s = 6.9 \times 10^5$ см/с [соответствует рис. 4.3(c)] и различные значения скорости рассеяния, опосредованного примесями. Диапазон частот ограничен областью высоких значений ω, соответствующих второму пику на рис. 4.3(c). Хорошо видно, что с увеличением времени жизни экситонов (что соответствует уменьшению влияния примесного рассеяния), резонансный пик становится более похожим на фановский, и можно наблюдать появление провала в спектре поглощения около $\omega\tau_e = 29$.

Рисунок 4.5 поясняет зависимость коэффициента поглощения от величины внешнего приложенного МП, выраженного в единицах $\omega_c\tau_e$. Увеличение МП даёт тот же эффект, что и увеличение s (см. также рис. 4.2). Однако следует отметить, что положение магнитоплазменного резонанса главным образом определяется напряжённостью МП, тогда как резонанс типа Фано, происходящий из экситонной подсистемы, в основном определяется боголюбовской скоростью звука s (ср. рис. 4.3 и 4.5). Последняя в свою очередь определяется плотностью экситонного конденсата, поскольку $s \sim \sqrt{n_c}$. Эти зависимости могут быть использованы, например, для экспериментального контроля спектральных свойств рассматриваемой системы.

Также важно отметить, что когда дисперсионные ветви переходят в электрон-дырочный континуум, это значит, что плазмонные моды сильно затухают. Таким образом, для наблюдения предсказанного эффекта важно, чтобы выполнялось следующее неравенство: $s > v_F$, где v_F – скорость Ферми электронного газа. Это неравенство всегда может быть выполнено при типичных плотностях экситонов $10^{10} \div 10^{12}$ см$^{-2}$, используемых в современных экспериментальных структурах на основе ДКЯ.

4.2 Эффект захвата электронов примесями в гибридных бозе-фермиевских системах

В этом разделе будет показано, что при наличии экситонного БЭК возникают дополнительные механизмы захвата электронов на центры притяжения (исследованные в работе автора [A14]). Этот механизм является следствием межслоевого электрон-экситонного взаимодействия. В режиме БЭК возбуждения экситонного конденсата можно описать в терминах боголонов (со звуковой дисперсией в длинноволновом пределе). Наивно можно ожидать, что процессы захвата электронов за счёт взаимодействия с БЭК экситонов аналогичны случаю излучения решёточных фононов в процессах захвата подвижных электронов примесными центрами, ввиду подобия законов дисперсии боголонов и фононов. Действительно, отчасти это правда. Однако, как будет показано, при наличии БЭК открывается дополнительный механизм захвата электронов на примеси. Его можно назвать захватом электрона, сопровождающимся излучением пары боголонов. Как это ни парадоксально, такие события электронного захвата следует рассматривать в рамках того же порядка теории возмущений, что и процессы, сопровождающиеся излучением или поглощением одиночных боголонов. Более того, как будет продемонстрировано, двухбоголонные процессы вносят более существенный вклад.

4.2.1 Описание системы и гамильтониан

Рассмотрим ту же гибридную систему, которая была описана в предыдущем разделе (рис. 4.1): 2DЭГ с параболической дисперсией электронов и параллельный слой бозе-конденсированного экситонного газа. Два слоя пространственно разделены и связаны кулоновским взаимодействием, описываемым гамильтонианом

$$\mathcal{H} = \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{R} \Psi^{\dagger}_{\mathbf{r}} \Psi_{\mathbf{r}} g\left(\mathbf{r} - \mathbf{R}\right) \Phi^{\dagger}_{\mathbf{R}} \Phi_{\mathbf{R}}, \tag{4.12}$$

где $\Psi_{\mathbf{r}}$ и $\Phi_{\mathbf{R}}$ – операторы поля электронов и экситонов, соответственно, $g\left(\mathbf{r} - \mathbf{R}\right)$ – кулоновское взаимодействие между слоями, $\mathbf{r}$ – координата в плоскости 2DЭГ, а $\mathbf{R}$ – координата центра масс экситона. Как и в предыдущем разделе, не станем обращать внимания на внутреннюю структуру экситона и сосредоточимся исключительно на плотности возбуждений, которые представляют собой коллективные моды экситонного газа.

Следует отметить, что в многослойных системах также могут иметь место эффекты экранировки [366], в частности, в двухслойном графене [367], препятствуя образованию фазы БЭК. Однако недавно было показано (в рамках приближения случайных фаз) [368], что экранирование не оказывает какого-либо критически пагубного воздействия на бислои ДПМ, которые мы в основном будем использовать в качестве примера.

Поскольку экситоны находятся в фазе БЭК, будем использовать модель слабо взаимодействующего бозе-газа. Тогда $\Phi_{\mathbf{R}} = \sqrt{n_c} + \varphi_{\mathbf{R}}$ (где n_c – плотность частиц в конденсате, а $\varphi_{\mathbf{R}}$ – поле надконденсатных возбуждений). Тогда ур. (4.12) может быть представлено в виде суммы трёх членов:

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_1 &= \sqrt{n_c}\int d\mathbf{r}\Psi^\dagger_{\mathbf{r}}\Psi_{\mathbf{r}}\int d\mathbf{R}g\left(\mathbf{r}-\mathbf{R}\right)\left[\varphi^\dagger_{\mathbf{R}}+\varphi_{\mathbf{R}}\right], \qquad (4.13)\\
\mathcal{H}_2 &= \int d\mathbf{r}\Psi^\dagger_{\mathbf{r}}\Psi_{\mathbf{r}}\int d\mathbf{R}g(\mathbf{r}-\mathbf{R})\varphi^\dagger_{\mathbf{R}}\varphi_{\mathbf{R}},\\
\mathcal{H}_3 &= n_c\int d\mathbf{r}\Psi^\dagger_{\mathbf{r}}\Psi_{\mathbf{r}}\int d\mathbf{R}g(\mathbf{r}-\mathbf{R}).
\end{aligned}$$

Оператор $\mathcal{H}_3$ не даёт вклада в скорость электронных переходов из-за несохранения энергии, поэтому в дальнейшем не будем его учитывать.

Далее можно выразить полевые операторы в виде рядов Фурье,

$$\begin{aligned}
\varphi^\dagger_{\mathbf{R}}+\varphi_{\mathbf{R}} &= \frac{1}{L}\sum_{\mathbf{p}}e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{R}}\left[(u_{\mathbf{p}}+v_{-\mathbf{p}})b_{\mathbf{p}}+(v_{\mathbf{p}}+u_{-\mathbf{p}})b^\dagger_{-\mathbf{p}}\right],\\
\Psi_{\mathbf{r}} &= \frac{1}{L}\sum_{\mathbf{k}}e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}c_{\mathbf{k}}, \quad \text{и} \quad \Psi^\dagger_{\mathbf{r}} = \frac{1}{L}\sum_{\mathbf{k}}e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}c^\dagger_{\mathbf{k}}, \qquad (4.14)
\end{aligned}$$

где $b_{\mathbf{p}}(c_{\mathbf{k}})$ и $b^\dagger_{\mathbf{p}}(c^\dagger_{\mathbf{k}})$ – операторы уничтожения и рождения боголонов (электронов), соответственно, L – длина образца; $u_{\mathbf{p}}$ и $v_{\mathbf{p}}$ – боголюбовские коэффициенты (введённые ранее в ур. (3.11) и приведённые здесь для удобства),

$$u^2_{\mathbf{p}} = 1+v^2_{\mathbf{p}} = \frac{1}{2}\left(1+\left[1+\frac{(Ms^2)^2}{\omega^2_{\mathbf{p}}}\right]^{1/2}\right), \; u_{\mathbf{p}}v_{\mathbf{p}} = -\frac{Ms^2}{2\omega_{\mathbf{p}}}.$$

Комбинируя ур. (4.13) и (4.14), находим

$$\mathcal{H}_1 = \frac{\sqrt{n_c}}{L}\sum_{\mathbf{k},\mathbf{p}}g_{\mathbf{p}}\left[\left(v_{\mathbf{p}}+u_{-\mathbf{p}}\right)b^\dagger_{-\mathbf{p}}+\left(u_{\mathbf{p}}+v_{-\mathbf{p}}\right)b_{\mathbf{p}}\right]c^\dagger_{\mathbf{k}+\mathbf{p}}c_{\mathbf{k}}, \qquad (4.15)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_2 &= \frac{1}{L^2}\sum_{\mathbf{k},\mathbf{p},\mathbf{q}}g_{\mathbf{p}}\Big(u_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}u_{\mathbf{q}}b^\dagger_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}b_{\mathbf{q}}+u_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}v_{\mathbf{q}}b^\dagger_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}b^\dagger_{-\mathbf{q}} \qquad (4.16)\\
&+v_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}u_{\mathbf{q}}b_{-\mathbf{q}+\mathbf{p}}b_{\mathbf{q}}+v_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}v_{\mathbf{q}}b_{-\mathbf{q}+\mathbf{p}}b^\dagger_{-\mathbf{q}}\Big)c^\dagger_{\mathbf{k}+\mathbf{p}}c_{\mathbf{k}},
\end{aligned}$$

где $g_{\mathbf{p}} = e^2(1-e^{-pd})e^{-pl}/(2\epsilon_0\epsilon_d p)$ – Фурье-образ элекрон-экситонного взаимодействия.

Уравнения (4.15) и (4.16) задают матричные элементы рассеяния электронов, описывая два концептуально различных процесса в одном (первом) порядке по силе взаимодействия $g_{\mathbf{p}}$. Вклад $\mathcal{H}_1$ отвечает за рассеяние электронов с испусканием / поглощением одиночного кванта Боголюбова (мы будем называть их *1b* процессами), тогда как $\mathcal{H}_2$ описывает рассе-

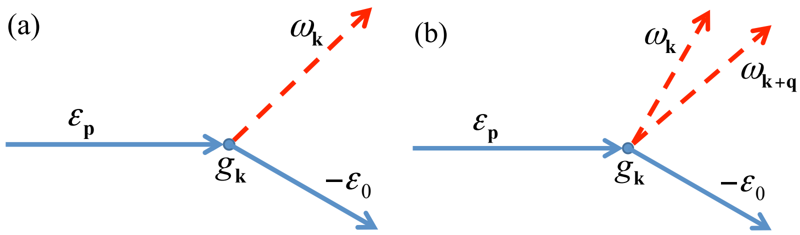

Рисунок 4.6 — Схематическое изображени е процессов захвата электронов при испускании одного (а) и двух (б) квантов Боголюбова (красные пунктирные стрелки).

яние электронов, опосредованное излучением / поглощением пары боголонов. Их мы будем называть процессами *2b*.

При малой (близкой к нулю) температуре тепловые возбуждения в экситонной подсистеме подавлены, поэтому процессы захвата электронов могут сопровождаться только испусканием боголонов. В результате в ур. (4.15)–(4.16) необходимо сосредоточиться на членах, содержащих только $(b^\dagger)$ и $(b^\dagger b^\dagger)$. Рассмотрим переход электрона из начального состояния $|0_{imp}, 1_{\mathbf{p}}\rangle$ с энергией $\varepsilon = \mathbf{p}^2/2m$ (нулевой уровень энергии взятый в нижней части самой нижней электронной подзоны в КЯ) в конечное связанное состояние, $|1_{imp}, 0_{\mathbf{p}}\rangle$, с энергией $-\epsilon_i < 0$. Тогда в операторах электронного поля можно сохранить только члены, содержащие $c_0^\dagger$ и $c_{\mathbf{p}}$. Это значит, что операторы, описывающие процессы 1b и 2b излучения в импульсном представлении, записываются следующим образом:

$$\mathcal{H}_1 = \sqrt{n_c} \sum_{\mathbf{k},\mathbf{p}} g_{\mathbf{k}} \psi_0^*(\mathbf{p}-\mathbf{k})(v_{-\mathbf{k}} + u_{\mathbf{k}}) c_0^\dagger c_{\mathbf{p}} b_{\mathbf{k}}^\dagger, \tag{4.17}$$

$$\mathcal{H}_2 = \sum_{\mathbf{k},\mathbf{p}} g_{\mathbf{k}} \psi_0^*(\mathbf{p}-\mathbf{k}) c_0^\dagger c_{\mathbf{p}} \sum_{\mathbf{q}} u_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} v_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}^\dagger b_{-\mathbf{q}}^\dagger. \tag{4.18}$$

В ур. (4.17) и (4.18) $\psi_0^*(\mathbf{p}) = \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{pr}} \psi_0^*(\mathbf{r})$ – волновая функция электрона, находящегося на примесном центре. Схема процессов, описываемых ур. (4.17) и (4.18) представлена на рис. 4.6. Найдем теперь вероятности соответствующих событий захвата.

4.2.2 Захват электронов при взаимодействии с одиночными богологами

Вероятность захвата электрона примесью с испусканием одиночного боголона равна

$$w_1 = 2\pi n_c \sum_{\mathbf{k},\mathbf{p}} g_{\mathbf{k}}^2 |\psi_0^*(\mathbf{p}-\mathbf{k})|^2 |v_{-\mathbf{k}} + u_{\mathbf{k}}|^2 \delta(\omega_{\mathbf{k}} - \epsilon_i - \mathbf{p}^2/2m_e). \tag{4.19}$$

Удобно сделать замену: $\mathbf{p}-\mathbf{k} \to \mathbf{p}'$, так как угол между двумя векторами входит в дельта-функцию. Тогда интегрирование по углу может быть выполнено с помощью табличного интеграла

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \delta(a + b\cos\varphi) = 2\frac{\Theta[|b| - |a|]}{\sqrt{b^2 - a^2}}. \tag{4.20}$$

В результате получаем:

$$w_1 = \frac{2n_c}{(2\pi)^3}\int kdkg_k^2|v_{-k} + u_k|^2 \int pdp \frac{|\psi_0^*(p)|^2\Theta\left[\frac{pk}{m_e} - \left|\omega_k - \epsilon_i - \frac{p^2+k^2}{2m_e}\right|\right]}{\sqrt{\left(\frac{pk}{m_e}\right)^2 - \left(\omega_k - \epsilon_i - \frac{p^2+k^2}{2m_e}\right)^2}}. \tag{4.21}$$

Из-за наличия Θ-функции здесь следует выбирать пределы интегрирования таким образом, чтобы интегрант был положительным. В общем, ур. (4.21) решается численным интегрированием. Однако можно аналитически рассмотреть наиболее интересный случай, соответствующий движению медленных электронов, когда $p^2/(2m_e) \ll \epsilon_i$. Тогда можно пренебречь кинетической энергией электрона $p^2/(2m_e)$ в знаменателе (4.21). Кроме того, предположим, что электрон захватывается на основное состояние кулоновского центра, для которого $|\psi_0^*(p)|^2 = 8\pi a_B^2/(1 + p^2 a_B^2)^3$, где $a_B = \varepsilon\hbar^2/2m_e e^2$ – боровский радиус. Интегрируя по p, находим вероятность:

$$w_1 = \frac{3n_c m_e a_B}{8\pi}\int_0^\infty \frac{g_k^2|v_{-k} + u_k|^2 dk}{\left[1 + \frac{m_e^2 a_B^2}{k^2}\left(\omega_k - \epsilon_i - \frac{k^2}{2m_e}\right)^2\right]^{5/2}}. \tag{4.22}$$

В наиболее интересном длинноволновом пределе ($k\xi_h \ll 1$, $\omega_k \approx sk$, ур. (4.22) можно упростить, учитывая, что $|v_{-k} + u_k|^2 \approx k\xi_h$ и $\omega_k \gg k^2/(2m_e)$. В безразмерной форме это уравнение имеет вид

$$w_1 = \frac{3\pi}{8}\left(\frac{d}{a_B}\right)^2 \frac{\epsilon_i^2 \xi_h n_c a_B}{m_e s^2} I\left(\frac{e^2 l}{\hbar s a_B}; \frac{m_e a_B}{2M\hbar\xi_h}\right), \tag{4.23}$$
$$I(\alpha;\beta) = \int\limits_0^\infty \frac{e^{-\alpha x} x dx}{\left[1 + \beta^2\left(1 - 1/x\right)^2\right]^{5/2}}.$$

Здесь постоянная Планка была восстановлена для полноты. Это уравнение – один из ключевых результатов данного раздела.

4.2.3 Захват электронов при взаимодействии с парами боголонов

Вероятность захвата электрона примесью с испусканием пары боголонов равна

$$\begin{aligned} w_2 &= 2\pi \sum_{\mathbf{k},\mathbf{p},\mathbf{q}} g_{\mathbf{k}}^2 |\psi_0^*(\mathbf{p}-\mathbf{k})|^2 |u_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} v_{\mathbf{q}}|^2 \delta(\omega_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} + \omega_{\mathbf{q}} - \epsilon_i - \mathbf{p}^2/2m_e) = \\ &= 2\pi \sum_{\mathbf{k},\mathbf{p}} g_{\mathbf{k}}^2 |\psi_0^*(\mathbf{p})|^2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\xi F(\mathbf{k},\xi) \delta(\xi - \epsilon_i - (\mathbf{p}+\mathbf{k})^2/2m_e), \end{aligned} \tag{4.24}$$

где была введена вспомогательная функция

$$F(\mathbf{k},\xi) = \sum_{\mathbf{q}} |u_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} v_{\mathbf{q}}|^2 \delta(\xi - \omega_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} - \omega_{\mathbf{q}}). \tag{4.25}$$

Интегрируя в (4.24) по углу между векторами **p** и **k**, находим

$$w_2 = \frac{1}{\pi} \sum_{\mathbf{k}} g_{\mathbf{k}}^2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\xi F(\mathbf{k},\xi) \int p dp |\psi_0^*(p)|^2 \frac{\Theta\left[\frac{pk}{m_e} - \left|\xi - \epsilon_i - \frac{p^2+k^2}{2m_e}\right|\right]}{\sqrt{\left(\frac{pk}{m_e}\right)^2 - \left(\xi - \epsilon_i - \frac{p^2+k^2}{2m_e}\right)^2}}. \tag{4.26}$$

В случае линейной дисперсии боголонов коэффициенты в ур. (4.25) равны

$$u_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} \approx \sqrt{\frac{m_e s}{2|\mathbf{q}+\mathbf{k}|}}, \quad v_{\mathbf{q}} \approx -\sqrt{\frac{m_e s}{2q}}.$$

Согласно ур. (4.25), $\xi \geq sk \gg k^2/2m_e$, и можно снова рассматривать медленный электрон, $p^2/2m_e \ll \epsilon_i$. Тогда в ур. (4.26) можно не учитывать член $(p^2+k^2)/(2m_e)$. После некоторых выкладок вероятность захвата принимает безразмерный вид:

$$\begin{aligned} w_2 &= \frac{3m_e}{M} \left(\frac{d}{16a_B}\right)^2 \frac{a_B}{\xi_h} \frac{\epsilon_i}{\hbar^2} J\left(\frac{e^2 l}{\hbar s a}; \frac{m_e a_B}{2M\hbar\xi_H}\right), \\ J(\alpha;\beta) &= \int\limits_0^{\infty}\int\limits_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha x} dx dt}{\left[1 + \beta^2 (\cosh t - 1/x)^2\right]^{5/2}}. \end{aligned} \tag{4.27}$$

Это второй ключевой результат данного раздела.

4.2.4 Обсуждение результатов

На рис. 4.7 показаны зависимости вероятностей (4.23)–(4.27) от плотности конденсата. Для построения графиков использовались типичные параметры для (i) наноструктуры на

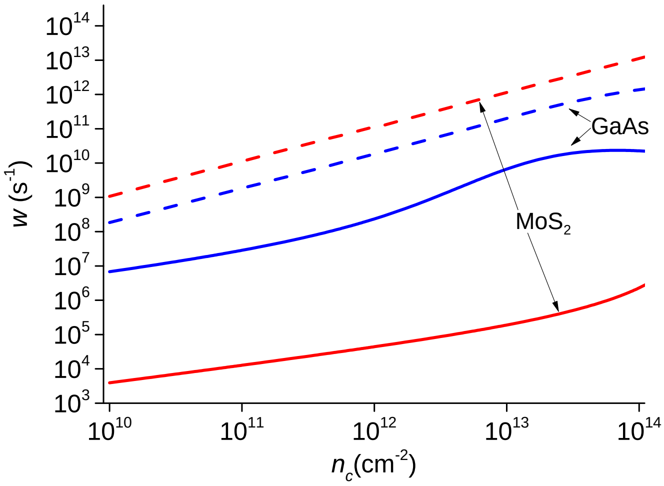

Рисунок 4.7 — Вероятность захвата электрона в зависимости от концентрации БЭК при излучении одного боголона (сплошные кривые) и пары боголонов (штриховые кривые) для GaAs (синие кривые) и MoS_2 (красные кривые).

основе GaAs: $\epsilon_d = 12.5$, $m_e = 0.067\,m_0$, $M = 0.517\,m_0$, $d = 10$ нм, $l = 50$ нм; и (ii) для MoS_2: $\epsilon_d^{hBN} = 4.89$, $m_e = 0.47\,m_0$, эффективная масса экситона $M = 0.499\,m_0$, $d = 3.5$ нм (около десяти монослоёв hBN) и $l = 17.5$ нм [334]. Связанный уровень энергии: $\epsilon_i = e^2/\varepsilon a_B$ в рамках модели 2D атома водорода.

Из рис. 4.7 видно, что для обоих материалов 2b процессы являются преобладающими, и они приводят к тому, что время захвата оказывается на порядки меньше по сравнению с одиночными событиями эмиссии боголонов (1b). Если для GaAs разница составляет один порядок, то для MoS_2 разница намного больше, достигая пяти порядков. Интересно, что события захвата электронов, сопровождающиеся испусканием пары боголонов, следует рассматривать в рамках того же порядка теории возмущений, что и одиночное излучение боголонов.

Если снова обратиться к обычным решёточным фононам, вероятность излучения одного фонона пропорциональна $\tilde{g}_{\mathbf{k}}^2$, где $\tilde{g}_{\mathbf{k}}$ – сила взаимодействия. Далее, вероятность двухфононного излучения содержит множитель $\tilde{g}_{\mathbf{k}}^4$, указывающий на возрастание порядка теории возмущений. Напротив, процессы излучения двух боголонов имеют тот же порядок, – как следствие специфического кулоновского характера электрон-экситонного взаимодействия, в отличие от электрон-фононного взаимодействия.

Важно отметить, что процессы излучения и поглощения трёх и более боголонов описываются теорией возмущений более высокого порядка, поэтому они намного менее вероятны. Несколько диаграмм, описывающих излучение трёх квантов Боголюбова, представлены на рис. 4.8(a)–(b). Очевидно, эти диаграммы содержат комбинацию событий 1b и 2b эмиссии. Однако излучение одиночного боголона имеет гораздо меньшие амплитуды вероятности, чем 2b, как было показано выше. Это приводит к снижению общего вклада процессов третьего порядка (и более высоких) по сравнению с диаграммами, приведёнными на рис. 4.6(b). Диаграмма на рис. 4.8(c) даёт еще меньший вклад.

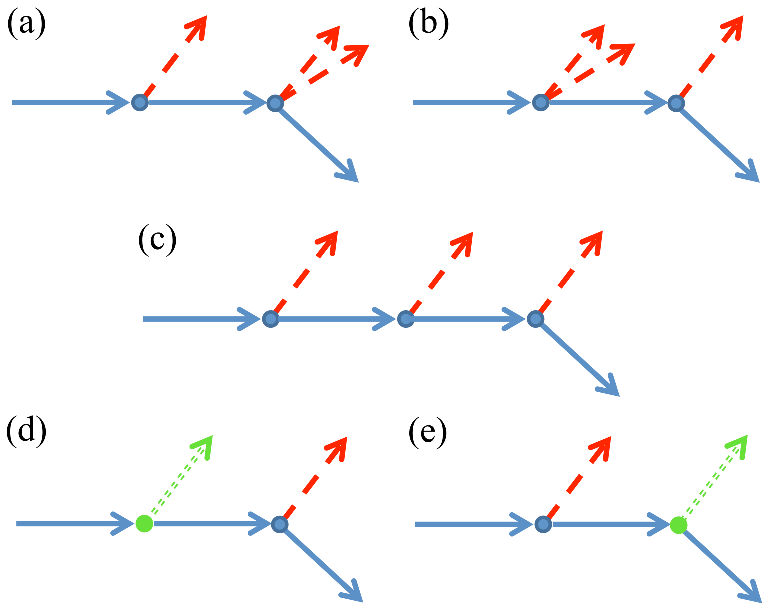

Рисунок 4.8 — (a)–(c) Примеры схем процессов захвата электронов, опосредованных испусканием трёх боголонов, изображённых красными пунктирными стрелками, как на рис. 4.6 (здесь приведены не все возможные диаграммы). (d)–(e) Примеры процессов захвата электронов, опосредованных излучением одного боголона и одного акустического фонона. Зелёные пунктирные двойные линии соответствуют фононам, а зелёные кружки – неперенормированным вершинам электрон-фононного взаимодействия.

Необходимо также прокомментировать “гибридный” случай, когда захват электрона сопровождаетсмя одновременным излучением боголона и акустического фонона кристаллической решётки. Некоторые из соответствующих диаграмм представлены на рис. 4.8(d)–(e). Они содержат дополнительные неперенормированные электрон-фононные вершины [зеленые кружки на рис. 4.8(d)–(e)]. Согласно теореме Мигдала [369, 370], каждая электрон-фононная вершина вносит дополнительный малый множитель $\sqrt{m_e/M_a} \ll 1$, где M_a – масса атома кристаллической решётки. Таким образом, наличие процессов испускания фононов повышает порядок теории возмущений (и порядок диаграмм) и приводит к уменьшению их влияния на вероятность захвата электрона в m_e/M_a раз по сравнению с процессами, рассмотренными на рис. 4.6. Таким образом, при захвате электронов, опосредованном боголонами, фононные процессы играют второстепенную роль, и ими можно спокойно пренебречь в гибридных бозе-фермиевских системах.

4.3 Сопротивление электронного газа за счёт взаимодействия с возбуждениями конденсата непрямых экситонов

В этом разделе продолжается изучение явлений электронного транспорта в гибридных системах и описывается новый нетрадиционный механизм рассеяния электронов [A15, A16], который возникает из-за взаимодействия с боголюбовскими возбуждениями. Как уже говорилось, боголоны представляют собой возбуждения над БЭК и, как и акустические фононы, имеют линейный спектр при малых импульсах. Хотя можно наивно утверждать, что рассеяние на боголонах должно быть аналогично фононному случаю (с простой заменой скорости звука акустического фонона на скорость звука боголона), будет показано, что на практике всё сложнее и интереснее, и разница между боголонными и фононными процессама фундаментальная.

4.3.1 Описание системы и уравнение Больцмана

Снова рассмотрим систему, представленную на рис. 4.1, состоящую из 2DЭГ с параболической дисперсией электронов и слоя бозе-конденсированного экситонного газа. Чтобы исследовать температурную зависимость 1b-опосредованного сопротивления системы при низких температурах, воспользуемся формализмом Блоха–Грюннайзена [371, 372], который первоначально использовался для описания электрон-фононного взаимодействия. Начнём с уравнения Больцмана,

$$e\mathbf{E}\cdot\frac{\partial f}{\hbar\partial\mathbf{p}} = I\{f\}, \tag{4.28}$$

где f – функция распределения электронов, $\mathbf{p}$ – волновой вектор, $\mathbf{E}$ – внешнее электрическое поле, а $I\{f\}$ – интеграл столкновений, содержащий 1b процессы рассеяния, как показано на рис. 4.9(a) и (b),

$$\begin{aligned} I\{f\} \;=\; & -\frac{1}{\hbar}\int\frac{d\mathbf{q}d\mathbf{p}'}{(2\pi)^2}|M_q^{(1)}|^2\Big[N_qf_p(1-f_{p'})\delta(\varepsilon_p-\varepsilon_{p'}+\hbar\omega_q)\delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}'+\mathbf{q})+ \\ & +(N_q+1)f_p(1-f_{p'})\delta(\varepsilon_p-\varepsilon_{p'}-\hbar\omega_q)\delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}'-\mathbf{q})+ \\ & +N_qf_{p'}(1-f_p)\delta(\varepsilon_{p'}-\varepsilon_p+\hbar\omega_q)\delta(\mathbf{p}'-\mathbf{p}+\mathbf{q})+ \\ & +(N_q+1)f_{p'}(1-f_p)\delta(\varepsilon_{p'}-\varepsilon_p-\hbar\omega_q)\delta(\mathbf{p}'-\mathbf{p}-\mathbf{q})\Big]. \end{aligned} \tag{4.29}$$

Здесь $M_q^{(1)} = \sqrt{n_c}g_q(u_q+v_q)/L$ является матричным элементом взаимодействия, и был использован тот факт, что боголюбовские коэффициенты, u_q и v_q, зависят только от абсолютного значения импульса q.

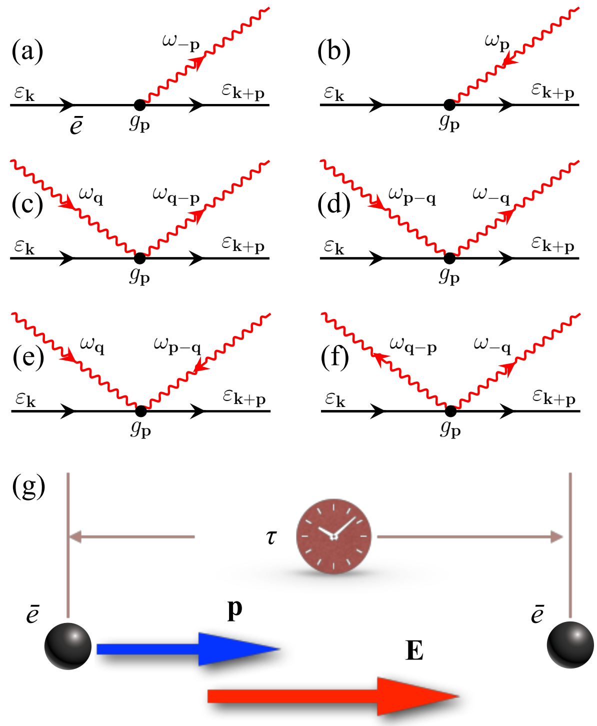

Рисунок 4.9 — Диаграммы Фейнмана для процессов рассеяния: прямые чёрные линии представляют электроны, а волнистые красные линии представляют боголоны. (a)–(b) События однократного боголонного рассеяния. (c)–(f) Двухбоголонное рассеяние. (g) Схема, объясняющая анзац функции распределения электронов (4.37) в уравнении Больцмана: работа, совершаемая электрическим полем $\mathbf{E}$ над электроном с волновым вектором $\mathbf{p}$ за время релаксации τ изменяет энергию электрона.

Далее возьмём вариации интегралов согласно методу, описанному в [372]. Например, рассмотрим члены в квадратных скобках в первой и последней строках ур. (4.29): $N_{\mathbf{q}} f_p(1 - f_{p'}) - (N_{\mathbf{q}'} + 1) f_{p'}(1 - f_p)$. Взяв вариацию по f_p, находим:

$$\delta f_p \left\{(1 - f_{p'}) N_q + f_{p'}(N_q + 1)\right\} = \delta f_p N_q n_F(\xi_{p'}) \{\exp \frac{\xi_{p'}}{k_B T} + \exp \frac{\hbar s q}{k_B T}\}, \tag{4.30}$$

где равновесное распределение Ферми $n_F(p) \equiv n_F(\xi_p)$, $\xi_p = \varepsilon_p - \mu$. В последнем равенстве также использовался закон сохранения энергии: $\xi_p = \xi_{p'} - \hbar s q$. Далее предположим, что функция распределения электронов f_p близка к равновесной, $f_p = n_F(\xi_p) + \delta f_p = n_F(\xi_p) + (\partial n_F(p)/\partial \xi_p)\phi_p = n_F(\xi_p) + \frac{1}{k_B T} n_F(\xi_p)[1 - n_F(\xi_p)]\phi_{\mathbf{p}}$, где вводится поправка $\phi_{\mathbf{p}}$. Тогда ур. (4.29) (после некоторой простой алгебры с функциями распределения) превращается в

$$\frac{\phi_{\mathbf{p}}}{k_B T} n_F(p')(1 - n_F(p))(N_q + 1) = \frac{\phi_{\mathbf{p}}}{k_B T}(n_F(p) - n_F(p'))(N_q + 1) N_q. \tag{4.31}$$

Аналогичным образом варьируем первую и последнюю строчки в ур. (4.29) по $f_{p'}$,

$$-\frac{\phi_{\mathbf{p}'}}{k_B T}(n_F(p) - n_F(p'))(N_q + 1) N_q. \tag{4.32}$$

Суммируя, находим первый (из двух) вкладов в главное выражение:

$$
-\frac{\phi_{\mathbf{p}}-\phi_{\mathbf{p}'}}{k_BT}(n_F(p)-n_F(p'))(N_q+1)N_q\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}'}-\varepsilon_{\mathbf{p}}-\hbar\omega_{\mathbf{q}}). \tag{4.33}
$$

Повторяя аналогичную процедуру варьирования со всеми другими членами в ур. (4.29), приходим к общей формуле:

$$
\begin{aligned}
e\mathbf{E}\cdot\frac{\partial f}{\hbar\partial\mathbf{p}} &= \frac{\hbar e}{m_e}\mathbf{E}\cdot\mathbf{p}\frac{\partial f^0}{\partial\varepsilon_p} = I\{\phi_{\mathbf{p}}\}, && (4.34)\\
I\{\phi_{\mathbf{p}}\} &= -\frac{1}{\hbar}\int\frac{d\mathbf{q}d\mathbf{p}'}{(2\pi)^2}|M_q^{(1)}|^2\frac{1}{\hbar}\frac{\partial N_q}{\partial\omega_q}\left(f^0(\varepsilon_p)-f^0(\varepsilon_{p'})\right)(\phi_{\mathbf{p}}-\phi_{\mathbf{p}'})\times && (4.35)\\
&\times\Big[\delta(\varepsilon_p-\varepsilon_{p'}-\hbar\omega_q)\delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}'-\mathbf{q})-\delta(\varepsilon_p-\varepsilon_{p'}+\hbar\omega_q)\delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}'+\mathbf{q})\Big],
\end{aligned}
$$

где

$$
\frac{\partial N_q}{\partial\omega_q} = -\frac{\hbar}{k_BT}N_q(1+N_q).
$$

Далее используя зависящую от волнового вектора дельта-функцию, интегрируем по волновому вектору электрона $\mathbf{p}'$ и находим

$$
\begin{aligned}
\frac{\hbar e}{m_e}\mathbf{E}\cdot\mathbf{p}\frac{\partial f^0}{\partial\varepsilon_p} = &- \frac{1}{\hbar}\int\frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2}|M_q^{(1)}|^2\frac{1}{\hbar}\frac{\partial N_q}{\partial\omega_q}\left(f^0(\varepsilon_p)-f^0(\varepsilon_p-\hbar\omega_q)\right)\times \qquad (4.36)\\
&\times(\phi_{\mathbf{p}}-\phi_{\mathbf{p}-\mathbf{q}})\,\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}}-\varepsilon_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}-\hbar\omega_{\mathbf{q}})+\\
&+ \frac{1}{\hbar}\int\frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2}|M_q^{(1)}|^2\frac{1}{\hbar}\frac{\partial N_q}{\partial\omega_q}\left(f^0(\varepsilon_p)-f^0(\varepsilon_p+\hbar\omega_q)\right)\times\\
&\times(\phi_{\mathbf{p}}-\phi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}})\,\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}}-\varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}+\hbar\omega_{\mathbf{q}}).
\end{aligned}
$$

Без ограничения общности, пусть электрическое поле направлено вдоль оси x. Тогда можно использовать анзац:

$$
\phi_{\mathbf{p}} = \frac{\hbar e}{m_e}E_xp_x\tau(\varepsilon_p), \tag{4.37}
$$

где $\tau(\varepsilon_p)$ – время релаксации. Выбор такого анзаца проиллюстрирован на рис. 4.9(g): множитель eE_x – это сила, действующая на электрон, а $\hbar m_e^{-1}p_x$ – скорость электрона. Таким образом, функция $\phi_{\mathbf{p}}$ – это работа, совершаемая электрическим полем над электроном за время $\tau(\varepsilon_p)$.

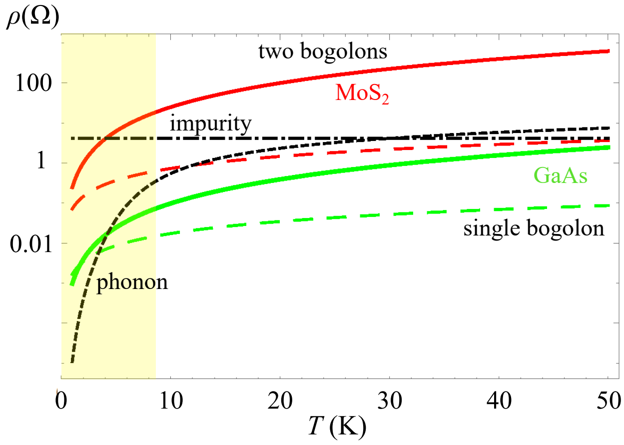

Рисунок 4.10 — Зависимость сопротивления ситемы от температуры для конденсатов экситонов в MoS_2 (красный) и GaAs (зеленый). Цветные сплошные и штриховые кривые показывают вклады двухбоголонных и однобоголонных процессов соответственно. Чёрные штрихпунктирные и штриховые кривые показывают примесный и фононный вклады. Для построения графиков использовались $n_e = 10^{13}$ см$^{-2}$ и $n_c = 10^9$ см$^{-2}$.

После простых алгебраических преобразований над ур. (4.36) находим

$$\begin{aligned}
\hbar p_x \frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon_p} = & - \frac{1}{\hbar}\int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2}|M_q^{(1)}|^2 \frac{1}{\hbar}\frac{\partial N_q}{\partial \omega_q}\left[f^0(\varepsilon_p) - f^0(\varepsilon_p - \hbar\omega_q)\right] \times \qquad (4.38)\\
& \times \left[\frac{p_x}{k_F}\tau(\varepsilon_p) - \frac{p_x - q_x}{k_F}\tau(\varepsilon_p - \hbar\omega_q)\right]\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{p-q}} - \hbar\omega_{\mathbf{q}}) + \\
& + \frac{1}{\hbar}\int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2}|M_q^{(1)}|^2 \frac{1}{\hbar}\frac{\partial N_q}{\partial \omega_q}\left[f^0(\varepsilon_p) - f^0(\varepsilon_p + \hbar\omega_q)\right] \times \qquad (4.39)\\
& \times \left[\frac{p_x}{k_F}\tau(\varepsilon_p) - \frac{p_x + q_x}{k_F}\tau(\varepsilon_p + \hbar\omega_q)\right]\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{p+q}} + \hbar\omega_{\mathbf{q}}).
\end{aligned}$$

Заменяя время релаксации $\tau(\varepsilon)$ на его среднее значение τ_0 [371] (таким образом, предполагая, что $\tau(\varepsilon_p) \approx \tau(\varepsilon_p \pm \hbar\omega_q) = \tau_0$), находим

$$\begin{aligned}
\hbar p_x \frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon_p} = & - \tau_0 \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} q_x |M_q^{(1)}|^2 \frac{1}{\hbar}\frac{\partial N_q}{\partial \omega_q}\left[f^0(\varepsilon_p) - f^0(\varepsilon_p - \hbar\omega_q)\right]\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{p-q}} - \hbar\omega_{\mathbf{q}}) \qquad (4.40)\\
& - \tau_0 \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} q_x |M_q^{(1)}|^2 \frac{1}{\hbar}\frac{\partial N_q}{\partial \omega_q}\left[f^0(\varepsilon_p) - f^0(\varepsilon_p + \hbar\omega_q)\right]\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{p+q}} + \hbar\omega_{\mathbf{q}}).
\end{aligned}$$

Из этого уравнения можно найти τ_0, а зная его, находится и сопротивление, опосредованное одноболголонными процессами.

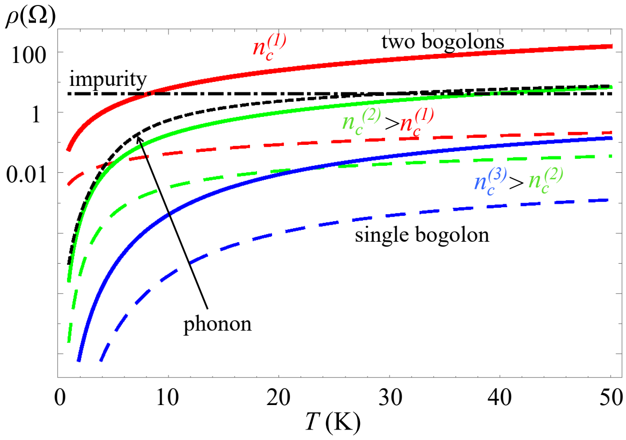

Рисунок 4.11 — Температурная зависимость сопротивления для различных плотностей конденсата в MoS_2: $n_c = 10^8$ см$^{-2}$ (красный), $n_c = 10^{10}$ см$^{-2}$ (зелёный) и $n_c = 10^{11}$ см$^{-2}$ (синий). Соответствующие температуры Блоха–Грюнайзейзена равны $\sim$ 17, 174 и 549 K соответственно. Плотность электронов фиксирована: $n_e = 5 \times 10^{12}$ см$^{-2}$.

4.3.2 Сопротивление, обусловленное взаимодействием с боголонами

Используя ур. (4.28)–(4.37), находим среднее значение времени рассеяния τ_0, а затем и удельное сопротивление, опосредованное 1b процессами:

$$\rho^{(1)} = \frac{\pi\hbar^3\xi_I^2}{e^2 M E_F}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-2)^n l^n \gamma_n}{n!(\hbar s)^{n+4}}(k_B T)^{n+4}, \tag{4.41}$$

где $\xi_I = e^2 d\sqrt{n_c}/2\epsilon_d$, E_F – энергия Ферми, $\gamma_n = (n+3)!\zeta(n+3)/[(2\pi)^2 k_B T_{\rm BG}]$, $T_{\rm BG} = 2\hbar s k_F/k_B$ – температурный параметр Блоха–Грюнайзена, k_F – волновой вектор Ферми, k_B – постоянная Больцмана и $\zeta(x)$ – зета-функция Римана. Ведущим членом в (4.41) если $T \ll T_{\rm BG}$ является

$$\rho^{(1)} \approx \frac{\pi\hbar^3\xi_I^2}{e^2 M E_F}\frac{3!\zeta(3)}{(2\pi)^2 k_B T_{\rm BG}}\left(\frac{k_B T}{\hbar s}\right)^4, \tag{4.42}$$

поэтому сопротивление за счёт 1b процессов ведёт себя при низких температурах как $\rho^{(1)} \propto T^4$.

Удельное сопротивление, обусловленное 2b процессами, также может быть посчитано из ур. (4.28). Интеграл столкновений теперь отражает рассеяния в состояние с импульсом $\hbar\mathbf{p}$, включающее пару боголонов, как показано на рис. 4.9(c)–(f). После некоторых громоздких выкладок [A15] находим

$$\rho^{(2)} = \frac{s^2 M^2}{8\pi^2 e^2 m_e^3 v_F^5}\int\limits_{L^{-1}}^{\infty}\frac{k^2 g_k^2 dk}{\sinh^2\left[\frac{\hbar s k}{2k_B T}\right]}\ln(kL). \tag{4.43}$$

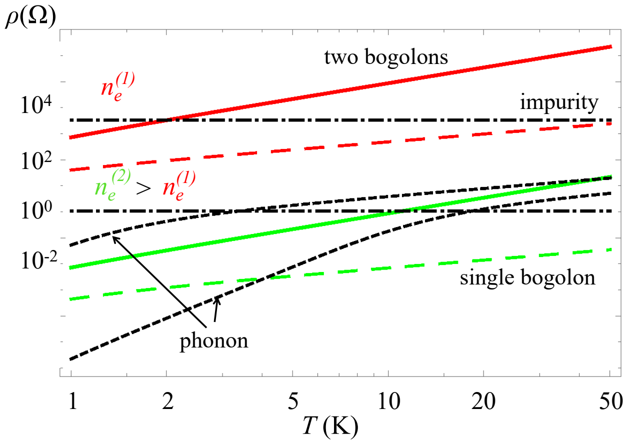

Рисунок 4.12 — Температурная зависимость удельных сопротивлений 1b и 2b при различной плотности электронов: $n_e = 10^{11}$ (красный) и $n_e = 10^{13}$ см$^{-2}$ (зелёный). Соответствующие температуры Блоха–Грюнайзена равны ~ 2 и 25 К. Плотность конденсата в MoS_2 взята равной $n_c = 10^8$ см$^{-2}$. Пунктирные и штриховые кривые показывают соответствующее примесное и опосредованные фононами сопротивление.

где v_F – скорость Ферми. Эта формула является центральным результатом этого раздела. Чтобы вывести (4.43), было использовано приближение $v_F \gg s$ и введена необходимая для сходимости инфракрасная обрезка интегралов на волновом векторе L^{-1} (для интегралов по волновым векторам). Физический смысл этой обрезки – отсутствие флуктуаций с длиной волны больше L. Она также связана с критической температурой конденсации Бозе–Эйнштейна в конечной ловушке длиной L [373]. Действительно, БЭК не может образовываться в бесконечных однородных 2D системах при конечных температурах [374], поэтому требуется ловушка с характерным размером L [42].

Можно дополнительно извлечь температурные зависимости для двух предельных случаев. При низких температурах $T \ll T_{\mathrm{BG}}$,

$$\rho^{(2)} \approx \frac{s^2 e^2 d^2}{2 v_F^5 \epsilon_d^2} \left(\frac{T}{T_{\mathrm{BG}}}\right)^3 \frac{\pi}{6(2l)^3} \ln\left(\frac{L}{2l}\right), \tag{4.44}$$

в то время как при высоких температурах $T \gg T_{\mathrm{BG}}$,

$$\rho^{(2)} \approx \frac{s^2 e^2 d^2}{2 v_F^5 \epsilon_d^2} \left(\frac{T}{T_{\mathrm{BG}}}\right)^2 \frac{1}{(2l)^3} \ln\left(\frac{L}{2l}\right). \tag{4.45}$$

Сравнивая это выражение с ур. (4.42), заключаем, что 2b процессы преобладают над 1b при низких температурах. Однако в этой области рассеяние на примесях обычно наиболее сильно, что затрудняет возможность наблюдения низкотемпературной асимптотики.

4.3.3 Обсуждение результатов

На рис. 4.10 показано температурное поведение различных основных вкладов в сопротивление. Чтобы сравнить рассеяние, опосредованное боголонами, с рассеянием на фононах и примесях, были использованы теоретические и экспериментальные данные, представленные в других работах [235, 375, 376, 377, 378, 379] и параметры, характерные для 2DЭГ в GaAs и экситонов как в GaAs, так и в MoS_2 материалах. Значения параметров были взяты из [380, 381, 382]. Диэлектрические постоянные: $\epsilon_d^{\mathrm{GaAs}} = 12.5$, $\epsilon_d^{\mathrm{MoS_2}} = 4.89$; эффективные массы электронов: $m_e^{\mathrm{GaAs}} = 0.067\, m_0$, $m_e^{\mathrm{MoS_2}} = 0.47\, m_0$; массы экситонов: $M^{\mathrm{GaAs}} = 0.517\, m_0$, $M^{\mathrm{MoS_2}} = 0.499\, m_0$; размерны экситонов: $d^{\mathrm{GaAs}} = 10.0$ нм, $d^{\mathrm{MoS_2}} = 3.5$ нм; потенциал деформации: $D^{\mathrm{GaAs}} = 12.0$ эВ.

На рис. 4.10 показана зависимость сопротивления от температуры в диапазоне $1-50$ К. Использовалась концентрация примесей $n_i = 10^9$ см$^{-2}$, достижимая в высококачественном GaAs [383, 384]. Заштрихованная жёлтым область выделяет низкотемпературный режим $T \ll T_{\mathrm{BG}}$, где и для GaAs, и для MoS_2 $T_{\mathrm{BG}} \approx 80$ К. В этом режиме примесное рассеяние доминирует даже в GaAs. Однако, если $T > 14$ К, видно, что вклад рассеяния 2b в удельное сопротивление может стать на порядок больше, чем все другие вклады, если материал ДКЯ – MoS_2. Примесное, фононное и 1b сопротивления имеют сопоставимые вклады в интервале температур $20-50$ К. Критическая температура квазиконденсации экситонов (или образования вырожденного бозе-газа) в GaAs составляет около $T_c \sim 1-7$ К [93] и, возможно, может достигать $T_c \sim 100$ К в MoS_2 [92]. В качестве альтернативного варианта можно поместить структуру, изображённую на рис. 4.1, в микрорезонатор и вместо непрямых экситонов рассматривать экситон-поляритоны (с другой эффективной массой и прочими параметрами, такими как коэффициенты Хопфилда). Вырожденные бозе-газы (их квазиконденсация или сверхтекучесть) рассматривались даже при комнатной температуре [385]. Можно также использовать 2DЭГ в графене вместо GaAs, где рассеяние на примеси подавлено и подвижность высока.

До сих пор 2b-взаимодействие не рассматривалось применительно к 2DЭГ-БЭК-системам, поскольку оно считалось подпадающим под теорию возмущения второго порядка при флуктуациях над основным макроскопически заполненном состоянием. Рисунок 4.10 демонстрирует, что это широко распространённое приближение не работает в контексте экситонных конденсатов в материале MoS_2 (например). Для экситонных слоёв на основе GaAs примесное рассеяние является доминирующим при температурах $0-3$ К, при которых может существовать конденсат. Поэтому в дальнейшем мы остановимся на рассмотрении MoS_2.

На рис. 4.11 показана зависимость сопротивления от плотности конденсата (в экситонном слое на основе MoS_2). Видно, что вклады 1b и 2b увеличиваются по мере уменьшения плотности конденсата при не очень высоких температурах (синий – зеленый, зеленый – красный). Это можно понять из формул (4.42) и (4.44), $\rho^{(1)} \sim \xi_I^2/(T_{\mathrm{BG}} s^4) \sim n_c^{-1.5}$ и $\rho^{(2)} \sim s^2/T_{\mathrm{BG}}^3 \sim n_c^{-0.5}$. Отметим, что аналогичное поведение для 1b происходит в экситонных структурах БЭК-графен [A16]. Однако при $T \gg T_{\mathrm{BG}}$, $\rho^{(2)}$ становится независимым от n_c, как это следует из ур. (4.45) и рис. 4.11, где красная, зелёная и синяя сплошные кривые начинают приближаться друг к другу при более высоких температурах. Отметим также, что экранирование БЭК не оказывает существенного влияния на примесные и фононные процессы, поэтому для них были построены только две кривые.

Необходимо подчеркнуть, что все эти заключения верны, пока n_c макроскопически велико. Это ограничение объясняется двумя причинами. Во-первых, в расчётах предполагалось, что дисперсия боголонов линейна. Это остается в силе для $n_c \gtrsim 10^8$ см$^{-2}$. Во-вторых, даже если упразднить это предположение, заметим, что замена оператора экситонного поля на $\Phi_{\mathbf{R}} = \sqrt{n_c} + \varphi_{\mathbf{R}}$, где n_c рассматривается как обычное комплексное число вместо оператора, представляет собой метод среднего поля, который является важным элементом теории Боголюбова. Следовательно, описанные выше заключения нельзя обобщить на случай $n_c \to 0$. Однако можно ожидать, что в этом пределе вклад боголонов должен исчезнуть и быть заменён вкладом экситонов в нормальной фазе, если $u_{\mathbf{p}} = 1$ и $v_{\mathbf{p}} = 0$ в ур. (4.15) и (4.16).

Зависимость сопротивления от расстояния между слоями l, как и ожидалось, оказывается достаточно сильной, а зависимость от размера образца L (для рассеяния 2b, где было введено обрезание инфракрасного излучения) слабая. Это позволяет оптимизировать конструкцию образца, изменяя l, имея в виду, что L не влияет (качественно) на рассматриваемые физические явления.

Боголонное, примесное и фононное сопротивление – все зависят от плотности носителей заряда в 2DЭГ (см. рис. 4.12), обычно уменьшаясь с увеличением n_e. Однако все эти зависимости уменьшаются с разной скоростью. Например, при $n_e = 10^{13}$ см$^{-2}$ примеси доминируют в интервале температур $\sim 0 - 20$ K, в то время как 2b и фононы становятся доминирующими (и имеют сопоставимые вклады) при $T \sim 20 - 50$ K. При меньшем $n_e = 10^{11}$ см$^{-2}$ 2b процессы начинают давать наибольший вклад при $T \gtrsim 5$ K, достигая величин на два порядка больше, чем вклад примесей при 50 K.

Преобладание канала 2b над рассеянием 1b в экситонном слое MoS_2 можно понять из анализа матричных элементов и золотого правила Ферми. В случае 1b появляется малый множитель $(u_{\mathbf{p}} + v_{-\mathbf{p}}) \sim \sqrt{1 + A^2} - A$, где $A = (Ms)/(\hbar\lambda)$. Другими словами, $(u_{\mathbf{p}} + v_{-\mathbf{p}}) \sim (p\xi_h)^2 \ll 1$. В частности, в материале MoS_2 этот коэффициент достаточно мал, чтобы компенсировать большое значение $\sqrt{n_c}$. Напротив, такого эффекта самокомпенсации нет в 2b, где появляется произведление $u_{\mathbf{p}} v_{\mathbf{p}} \sim (p\xi_h)^{-1} \gg 1$ (вместо суммы $u_{\mathbf{p}} + v_{-\mathbf{p}}$). Здесь напрашивается сравнение с акустическими фононами, где этот эффект компенсации отсутствует, так что однофононное рассеяние обычно даёт больший вклад, чем двухфононное рассеяние. Этот факт демонстрирует различия между боголонным и фононным рассеянием, которое связано с разной природой кулоновского взаимодействия между частицами.

В эксперименте может быть трудно выделить (померить отдельно) различные вклады в полное удельное сопротивление, особенно при низких T. Однако, используя аналитическую формулу (4.45), можно предсказать, что сопротивление при достаточно высоких температурах должно вести себя как $\sim T^2$, если 2b-рассеяние даёт доминирующий вклад. Фотонное же рассеяние даёт $\sim T$, а примесное почти не зависит от T.

Что можно сказать о возможном спаривании электронов в такой гибридной системе 2DЭГ-БЭК ниже T_c? Для любого металла в нормальном (не сверхпроводящем) состоянии сила электрон-фононного взаимодействия отвечает за сопротивление ввиду присутствия процессов рассеяния. Очевидно, что чем больше сила взаимодействия (которая в основном определяется матричным элементом взаимодействия), тем больше сопротивление. В сверхпроводящей фазе спаривание электронов также обеспечивается взаимодействием с фононами (или боголонами [111]). Действительно, для сверхпроводимости ключевую роль играет тот же матричный элемент электрон-фононного взаимодействия. Чем он больше, тем больше сверхпроводящая щель, что означает хорошую (устойчивую) сверхпроводимость. Критическая температура также определяется силой электрон-фононного (боголонного) взаимодействия. Это позволяет предположить, что "плохие" проводники в нормальной фазе являются "хорошими" сверхпроводниками ниже некоторой критической температуры и предложить альтернативный механизм высокотемпературной сверхпроводимости за счёт взаимодействия с парами боголюбовских возбуждений, рассматриваемый в главе 5.

4.4 Краткие выводы к главе 4

Была разработана модель магнитоплазменного резонанса в гибридной структуре, состоящей из взаимодействующих электронного газа и газа дипольных экситонов. Показано, что кулоновское взаимодействие между ними приводит к гибридизации волн плотности обеих подсистем с появлением новой двухпиковой дисперсии. Также было показано, что спектр поглощения системы демонстрирует несколько интересных особенностей, в частности, резонанс Фано в относительно чистых образцах. Исследуемые моды могут быть обнаружены экспериментально с помощью хорошо разработанных методов, используемых при исследовании плазмонов в низкоразмерных наноструктурах.

Исследованы явления захвата электронов притягивающим кулоновским примесным центром, заключенным в гибридную бозе-фермиевскую систему, состоящую из пространственно разделённого двумерного электронного газа и газа дипольных экситонов в состоянии БЭК, связанных кулоновским взаимодействием. Рассчитана вероятность захвата электрона, сопровождаемого испусканием одного боголона и пары боголонов в одном событии захвата, и показано, что последние процессы дают более значительный вклад в отличие от обычного рассеяния, опосредованного акустическими фононами. В качестве примеров исследованы гибридные системы на основе твёрдых растворов GaAs и MoS_2. Сделан вывод, что захват электронов заряженными примесями в гибридных системах может быть усилен за счёт появления нового типа процессов неупругого рассеяния.

Используя подход Блоха–Грэнайзена, рассчитано сопротивление двумерной системы и выведены аналитические формулы для сопротивления в случае однобоголонного и двухбоголонного рассеяния. Выявлено, что двухбоголонное рассеяние может быть доминирующим механизмом в гибридных системах в определённом диапазоне температур.

Глава 5. Сверхпроводимость в гибридных бозе-фермиевских системах и взаимодействие двумерных сверхпроводников со светом

5.1 Сверхпроводимость, опосредованная двухбоголонными процессами в рамках теории БКШ

В этом разделе описывается новый механизм электрон-электронного спаривания (ниже критической температуры T_c) в графене посредством взаимодействия электронов с боголюбовскими квазичастицами (боголонами) в качестве альтернативы акустическим фононам [386]. Боголоны обладают свойствами звука и играют важную роль в процессах рассеяния электронов, как и фононы (как было показано в главе 4). Это позволяет предположить, что графен может приобретать СП свойства ниже T_c из-за спаривания электронов, опосредованного боголонами. Рассматривается гибридная система, состоящая из графена и двумерного конденсата БЭК [92, 199, 140]. Таким образом, ниже будет показано, что одно состояние материи (бозе-конденсат) может вызвать переход в другое состояние материи (СП конденсат) в соседнем слое с сохранением релятивистской дисперсии электронов в графене. Результаты этого раздела описаны в работах автора [A17, A18].

5.1.1 Описание системы

Рассмотрим гетероструктуру, состоящую из слоя двумерного электронного газа в графене и ДКЯ, локализующую непрямые экситоны (рис. 5.1). Эта система аналогична рассматриваемой в предыдущей главе за тем исключением, что здесь будут изучены свойства электронного газа с линейной дисперсией частиц (случай параболической дисперсии будет также рассмотрен ниже).

Взаимодействие между электронной и экситонной подсистемами уже описывалось в предыдущих разделах. В частности, вводился гамильтониан (4.12), после чего производилось разделение волновой функции экситонного газа на конденсированную часть и надконденсатные частицы с последующим боголюбовским преобразованием (3.11). Поскольку спектр электронов в графене состоит из двух неэквивалентных конусов с минимумами в точках Дирака K и K′, оператор электронного поля нужно вводить как (несколько сложнее, чем в предыдущем разделе)

$$\Psi_{\mathbf{r}} = \frac{1}{L}\sum_{\mathbf{k},\sigma}\left(e^{i(\mathbf{K}+\mathbf{k})\cdot\mathbf{r}}c_{1,\mathbf{k},\sigma} + e^{i(\mathbf{K}'+\mathbf{k})\cdot\mathbf{r}}c_{2,\mathbf{k},\sigma}\right), \tag{5.1}$$

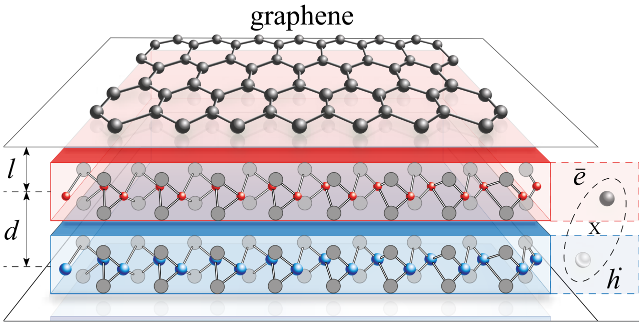

Рисунок 5.1 — Схематическое изображение системы: гибридная система, состоящая из электронного газа в графене (верхний слой) на расстоянии l от двумерного конденсата Бозе–Эйнштейна, представленного непрямыми экситонами, где n-легированный (красный) и p-легированный (синий) слои разделены буферным слоем толщиной d. Электроны в графене и экситонах связаны кулоновскими силами.

где $c_{\eta,\mathbf{k},\sigma}$ – операторы уничтожения электронов, в которых $\eta = 1,2$ – индекс долины, а $\sigma =\uparrow,\downarrow$ – проекции спина электрона. В дальнейшем будем пренебрегать спинорной структурой волновой функции в уравнении, поскольку будет рассматриваться только случай легированного графена с энергией Ферми, достаточно удалённой от точек Дирака [1, 263]. Отметим, однако, что учёт псевдоспина не приводит к упразднению рассматриваемых явлений [A18].

Уравнения (4.15) несколько видоизменяются:

$$\mathcal{H}_1 = \sqrt{n_c}\sum_{\mathbf{k},\mathbf{p}}\sum_{\eta,\beta,\sigma}\frac{g_{\mathbf{p}}^{\eta\beta}}{L}\left[(v_{-\mathbf{p}}+u_{\mathbf{p}})b_{\mathbf{p}}(v_{\mathbf{p}}+u_{-\mathbf{p}})b^{\dagger}_{-\mathbf{p}}\right]c^{\dagger}_{\eta,\mathbf{k+p},\sigma}c_{\beta,\mathbf{k},\sigma}, \tag{5.2}$$

$$\mathcal{H}_2 = \sum_{\mathbf{k},\mathbf{p},\mathbf{q}}\sum_{\eta,\beta,\sigma}\frac{g_{\mathbf{p}}^{\eta\beta}}{L^2}\Big[u_{\mathbf{q-p}}u_{\mathbf{q}}b^{\dagger}_{\mathbf{q-p}}b_{\mathbf{q}} + u_{\mathbf{q-p}}v_{\mathbf{q}}b^{\dagger}_{\mathbf{q-p}}b^{\dagger}_{-\mathbf{q}} +$$
$$+v_{\mathbf{q-p}}u_{\mathbf{q}}b_{-\mathbf{q+p}}b_{\mathbf{q}} + v_{\mathbf{q-p}}v_{\mathbf{q}}b_{-\mathbf{q+p}}b^{\dagger}_{-\mathbf{q}}\Big]\,c^{\dagger}_{\eta,\mathbf{k+p},\sigma}c_{\beta,\mathbf{k},\sigma},$$

где $g_{\mathbf{p}}^{\eta\beta}$ – Фурье-образ электрон-экситонного взаимодействия. Члены $\mathcal{H}_1$ и $\mathcal{H}_2$, как и раньше, описывают 1b и 2b процессы, соответственно (отметим, что процессы 1b и 2b одного порядка по силе электрон-экситонного взаимодействия $g_{\mathbf{p}}^{\eta\beta}$, как уже обсуждалось выше).

5.1.2 Преобразование Шриффера–Вольфа и матричные элементы в рамках теории БКШ

В рамках теори БКШ (слабой связи), необходимо проинтегрировать боголонные степени свободы, используя стандартную процедуру, основанную на преобразовании Шриффера–Вольфа над членами гамильтониана (5.2). В результате находим эффективный гамиль-

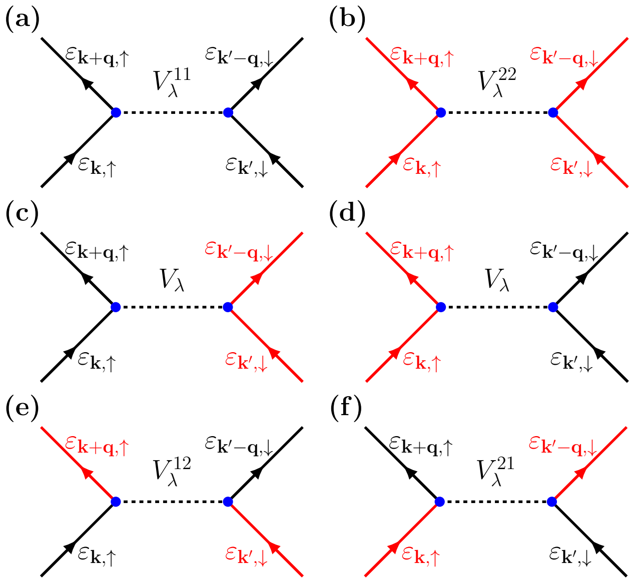

Рисунок 5.2 — Диаграммы Фейнмана, иллюстрирующие внутридолинные (a), (b) и междолинные (c)–(f) процессы спаривания в соответствии с гамильтонианом (5.3). Красные и чёрные линии описывают электроны в долинах K и K′, соответственно.

тониан для 1b или 2b спариваний ($\lambda = 1\text{b}, 2\text{b}$):

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{(\lambda)} = \mathcal{H}_0 + \sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{p}} \sum_{\sigma,\sigma'} \sum_{\eta,\beta} \frac{V_\lambda^{\eta\beta}(p)}{2L^2} c^\dagger_{\eta,\mathbf{k+p},\sigma} c_{\beta,\mathbf{k},\sigma} c^\dagger_{\eta,\mathbf{k'-p},\sigma'} c_{\beta,\mathbf{k'},\sigma'} + \\ + \sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{p}} \sum_{\sigma,\sigma'} \sum_{\eta\neq\beta} \frac{V_\lambda(p)}{2L^2} c^\dagger_{\eta,\mathbf{k+p},\sigma} c_{\eta,\mathbf{k},\sigma} c^\dagger_{\beta,\mathbf{k'-p},\sigma'} c_{\beta,\mathbf{k'},\sigma'}. \tag{5.3}$$

Здесь $\mathcal{H}_0$ – кинетическая энергия электронов в графене, $V_\lambda^{11}(p)$,$V_\lambda^{22}(p) = V_\lambda(p)$ – матричные элементы, ответственные за внутридолинное рассеяние электронов, а $V_\lambda^{12(21)}(p) = V_\lambda(p \mp Q)$ – матричные элементы междолинного рассеяния, где $Q = |\mathbf{K} - \mathbf{K}'|$ – разность импульсов между точками Дирака неэквавалентных долин. Соответствующие диаграммы Фейнмана для двухэлектронных процессов представлены на рис. 5.2.

После некоторых алгебраических преобразований находим

$$V_{1b}(p) = -\frac{n_c}{Ms^2} g_p^2 \equiv -\chi_1, \tag{5.4}$$

$$V_{2b}(p) = -\frac{\chi_2}{p}\left(1 + \frac{8}{\pi}\int\limits_{L^{-1}}^{p/2} \frac{N_q dq}{\sqrt{p^2 - 4q^2}}\right), \tag{5.5}$$

где $\chi_2 = M^2 s g_p^2 / 4\hbar^3$ и (как и раньше) $g_p = e_0^2(1 - e^{-pd})e^{-pl}/2\epsilon_d p$. Заметим, что зависимость g_p от d и l является экспоненциальной; также g_p зависит от материала буферного слоя (через параметр ϵ_d). Инфракрасная обрезка L^{-1} в ур. (5.4), (5.5) необходима для сходимости (как и в случае расчёта сопротивления, обсуждаемого в предыдушем разделе).

Член $V_{1b}(p)$ соответствует электрон-электронному спариванию, опосредованному одним боголюбовским возбуждением БЭК, тогда как $V_{2b}(p)$ описывает 2b процессы. Для вывода этих формул необходимо следовать подходу БКШ, рассматривая постоянное притягивающее взаимодействие между электронами с энергиями меньше некоторого граничного значения $\omega_b = \hbar s/\xi_h$, которое возникает по аналогии с энергией Дебая в теории БКШ. Поскольку $\xi_h \sim 1/s$ и, следовательно, $\omega_b \sim s^2 \sim n_c$, типичный масштаб энергии притягивающего взаимодействия может контролироваться плотностью конденсата n_c. Чтобы обеспечить применимость теории БКШ, будем также предполагать, что $\omega_b \ll \hbar v_0/r_a \sim 4.6$ эВ, где r_a – межатомное расстояние в графене [255]. Из сравнения формул (5.4) и (5.5) видно, что, в отличие от 1b сверхпроводимости, сила потенциала спаривания 2b содержит дополнительный зависимый от температуры член, пропорциональный бозевскому распределению боголонов, $N_q \equiv [\exp(\hbar\omega_q/k_B T) - 1]^{-1}$.

5.1.3 Сверхпроводящая щель и критическая температура сверхпроводящего перехода

Теперь можно перейти к рассмотрению параметра порядка СП, структура которого нетривиальна из-за наличия двух долин [263]. Действительно, здесь можно говорить о СП щелях, а именно, диагональной и недиагональной в индексах долин: $\Delta_\lambda^{\eta\eta}$ и $\Delta_\lambda^{\eta\beta}$, где $\eta \neq \beta$. Они характеризуют образование куперовских пар электронами, находящимися, соответственно, в одной и разных долинах.

Чтобы выяснить, какой тип спаривания (внутри- или междолинный) более выгоден и, стало быть, будет реализован в системе на практике, необходимо решить систему уравнений Горькова [252]:

$$\left(-\frac{\partial}{\partial\tau} - \xi_p\right)\hat{\mathcal{G}}(p,\tau) + \hat{\Delta}_\lambda(p)\hat{F}^\dagger(p,\tau) = 1, \qquad (5.6)$$
$$\left(-\frac{\partial}{\partial\tau} + \xi_p\right)\hat{F}^\dagger(p,\tau) + \hat{\Delta}^\dagger_\lambda(p)\hat{\mathcal{G}}(p,\tau) = 0,$$

где $\xi_p = \pm\hbar v_0 p - \mu$ – спектр электронов в легированном графене, $\mu = \hbar v_0 p_F$ – энергия Ферми, $p_F = \sqrt{4\pi n_e/g_s g_v}$ – волновой вектор Ферми, $g_s = 2$ и $g_v = 2$ – факторы вырождения спина и долины; $\mathcal{G}^{\eta\eta}(p,\tau) = -\langle T_\tau c_{\eta,p,\uparrow}(\tau)c^\dagger_{\eta,p,\uparrow}\rangle$ и $F^{\eta\beta}(p,\tau) = \langle T_\tau c_{\eta,p,\downarrow}(\tau)c_{\beta,p,\uparrow}\rangle$ – это нормальная и аномальная функции Грина в представлении мнимого времени ($\tau = it$). В дополнение к ур. (5.6) нужно дописать уравнение для матрицы щели СП:

$$\hat{\Delta}_\lambda(p) = -\sum_p V_\lambda(p)\begin{pmatrix} F^{11} & F^{12} \\ F^{21} & F^{22}\end{pmatrix}(p,0) - \frac{1}{2}\sum_{p,j=\pm} V_\lambda(p+jQ)\begin{pmatrix} 0 & F^{12} \\ F^{21} & 0\end{pmatrix}(p,0). \qquad (5.7)$$

Для того чтобы аналитически оценить критические температуры внутри- и междолинных процессов спаривания, забудем (на данный момент) про температурный член в ур. (5.5) и решим ур. (5.6) и (5.7). Можно рассмотреть два предельных случая: слабого ($|\mu| < \omega_b$) и сильного ($|\mu| > \omega_b$) легирования. Если взять $|\mu| \gg \omega_b$, находим

$$T_c^{\mathrm{intra}} = 1.13\, \omega_b \exp\left(-\frac{4}{V_\lambda^{11}\mathcal{D}(\mu)}\right), \tag{5.8}$$

$$T_c^{\mathrm{inter}} = 1.13\, \omega_b \exp\left(-\frac{4}{[V_\lambda^{11}(p_F) + V_\lambda^{12}(p_F)]\mathcal{D}(\mu)}\right), \tag{5.9}$$

где $\mathcal{D}(\mu) = (g_s g_v/2\pi\hbar^2)\mu/v_0^2$ – плотность состояний в графене. Очевидно, что как внутри-, так и междолинные параметры порядка (и соответствующие критические температуры) с хорошей точностью равны друг другу из-за малости члена $V_\lambda^{12}(p_F) = V_\lambda^{21}(p_F) \propto g_Q^2$. Действительно, g_Q^2 экспоненциально подавлен из-за большого значения импульса Q. Таким образом, можно положить $\Delta_\lambda^{\eta\eta} = \Delta_\lambda^{\eta\beta} \equiv \Delta_\lambda/2$.

Строго говоря, следует также учитывать эффекты рассеяния электронов на немагнитных примесях, поскольку СП корреляции могут быть чувствительны к примесям в системе с несколькими долинами. Как показано в работе [263], спаривание внутри долин обычно подавляется примесным рассеянием. В режиме с низким легированием мы приходим к такому же выводу.

СП щель 1b при нулевой температуре составляет

$$\Delta_{1b}^{(0)}(|\mu| > \omega_b) \approx 2\omega_b \exp\left(-\frac{4}{\chi_1\mathcal{D}(\mu)}\right), \tag{5.10}$$

$$\Delta_{1b}^{(0)}(|\mu| < \omega_b) \approx 2|\mu| \exp\left(-\frac{4}{\chi_1\mathcal{D}(\mu)} + \frac{\omega_b}{|\mu|} - 1\right). \tag{5.11}$$

В ур. (5.10) и (5.11) считаем $p_F d, p_F l \ll 1$, и поэтому экспоненциальные множители в g_p^2 были разложены в ряд. Это предположение накладывает ограничение на максимально допустимое значение n_e для рассматриваемых расстояний d и l: ($n_e \sim \min[1/\pi d^2, 1/\pi l^2]$). Стоит обратить внимание, что (5.10) имеет стандартную форму СП щели в модели БКШ, в то время как выражение (5.11) в основном определяется легированием μ, а не ω_b [255].

Щель за счёт 2b процессов при нулевой температуре одинакова как для случая высокого, так и низкого легирования:

$$\Delta_{2b}^{(0)} \approx 2\omega_b \exp\left(-\frac{2\pi\hbar v_0}{\chi_2}\right). \tag{5.12}$$

Параметр порядка, описываемый ур. (5.12), намного больше, чем СП щель 1b. Во-первых, ур. (5.12) не содержит плотности состояний дираковских электронов в графене $\mathcal{D} \propto |\mu|$. Во-вторых, 2b СП щель не определяется химическим потенциалом μ в случае $\mu < \omega_b$. Обе эти особенности появляются из-за природы 2b взаимодействия электронов, матричные элементы которого $u_{\mathbf{p}}v_{\mathbf{p}} \propto (p\xi_h)^{-1}$. В результате возникающий член $1/p$ в потенциале спаривания [ур. (5.5)] компенсирует малость, происходящую из плотности состояний $\mathcal{D}(\mu) \sim p$. Важно отметить, что плотность состояний остаётся малой в некотором широком диапазоне k (не только $k \to 0$), и, следовательно, 2b процессы важны в широком диапазоне волновых векторов вплоть до $\sim 10^7$ см$^{-1}$ (или $n_e \sim 10^{13}$ см$^{-2}$).

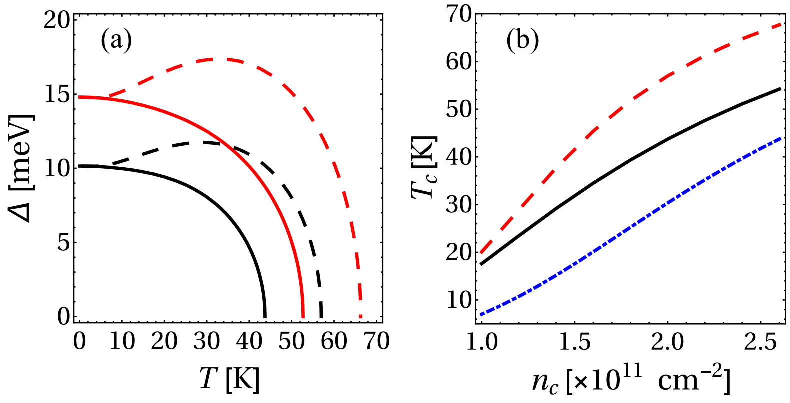

Рисунок 5.3 — (a) Температурная зависимость СП щели для 2b процессов с учетом N_q -содержащих членов (штриховая кривая) и без вклада N_q (сплошная кривая). Использовались плотности конденсата $n_c = 2.5 \times 10^{11}$ (красный) и $n_c = 2.0 \times 10^{11}$ см$^{-2}$ (чёрный), плотность свободных электронов $n_e = 7.0 \times 10^{11}$ см$^{-2}$ (таким образом, $\mu > \omega_b$), и расстояние $d =$ 1 нм. Также была учтена температурная зависимость n_c: $\tilde{n}_c = n_c\left[1 - (T/T_{\rm BEC})^2\right]$ с $T_{\rm BEC} =$ 100 K. (b) Критическая температура СП перехода как функция плотности конденсата для 2b взаимодействия с (красная пунктирная кривая) и без (чёрная сплошная кривая) вклада, содержащего члены с N_q. Синяя кривая показывает температуру перехода БКТ как функции плотности конденсата. Были использованы параметры, типичные для $\rm MoS_2$ и hBN: $\epsilon_d = 4.89$, $m_e = 0.46\, m_0$ и $M = m_0$.

5.1.4 Обсуждение результатов

На рис. 5.3 показано полное численное решение ур. (5.7) для 2b процессов. Видно, что СП щель и критическая температура растут с ростом n_c. Как и должно быть, найденное нами значение T_c (до 70 K) меньше температуры образования БЭК (около 100 K) в слоях непрямых экситонов $\rm MoS_2$ [11].

Важно отметить, что вычисления среднего поля дают только верхнюю границу T_c, поскольку в том же диапазоне параметров может происходить топологический переход Березинского–Костерлица–Таулеса (БКТ) [387, 388]. На рис. 5.3(b) произведено сравнение критических температур СП и БКТ переходов, где последняя получена из известного выражения (см., например, [389]): $T_{BKT} = (\pi/2)J(T_{BKT}, \Delta_{2b})$, где J – параметр сверхтекучей жёсткости. Он в случае наличия СП фазы зависит от величины щели: $J = J[T, \Delta_{2b}(T)]$. Эту зависимость можно найти, если учесть небольшие флуктуации фазы параметра порядка [390].

Описанная выше теория напрямую применима и к рассимотрению 2DЭГ с параболической дисперсией. Если вместо графена взять полупроводник и расположить его в непосредственной близости от бозе-эйнштейновского конденсата (см. рис. 5.4), то электроны также могут образовывать куперовские пары. На рис. 5.5 показано сравнение между СП параметрами порядка за счёт 1b и 2b процессов в парабалическом случае. При той же плотности конденсата n_c и концентрации электронов в 2DЭГ n_e, индуцированная 2b процессами щель $\Delta_{2b}(T)$ больше, чем $\Delta_{1b}(T)$. Такое различие в поведении двух щелей вызвано отношением двух эффективных потенциалов электрон-электронного спаривания, $V_{1b}/V_{2b} \sim (\xi_h k_F)(n_c\xi_h^2) \ll 1$. Бо-

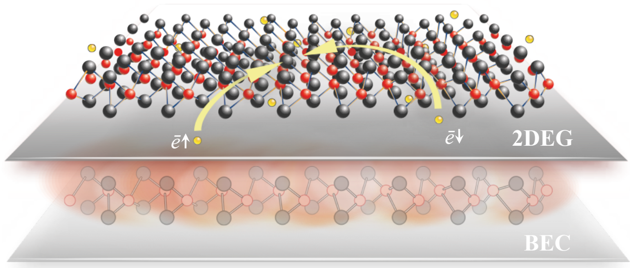

Рисунок 5.4 — Схематическое изображение гибридной системы, состоящей из 2DЭГ с параболической дисперсией (верхний слой) на некотором расстоянии от 2D конденсата Бозе–Эйнштейна (BEC).

лее того, поправка за счёт конечной температуры к 2b потенциалу спаривания в ур. (5.5) приводит к дополнительному увеличению щели с увеличением температуры. В результате 2b щель демонстрирует ярко выраженную немонотонную температурную зависимость.

Необходимо упомянуть, что немонотонная температурная зависимость СП щели за счёт двухфононных процессов была теоретически исследована в 3Д многощелевых СП. Однако там двухфононные процессы рассматривались как возмущение второго порядка [391], дающее вклад в отсутствие однофононных процессов. В нашем случае 2b спаривание принадлежит к тому же порядку теории возмущений, что и 1b спаривание, как уже обсуждалось выше.

На рис. 5.6 показана зависимость 2b щели и критической температуры СП перехода от плотности конденсата. Как следует из вычислений, как Δ, так и T_c растут (i) с увеличением n_c (ввиду их зависимости от скорости звука s, которая, в свою очередь, определяется n_c); (ii) с уменьшением n_e (ввиду зависимости от волнового вектора Ферми p_F в экспоненциальном множителе g_{p_F}).

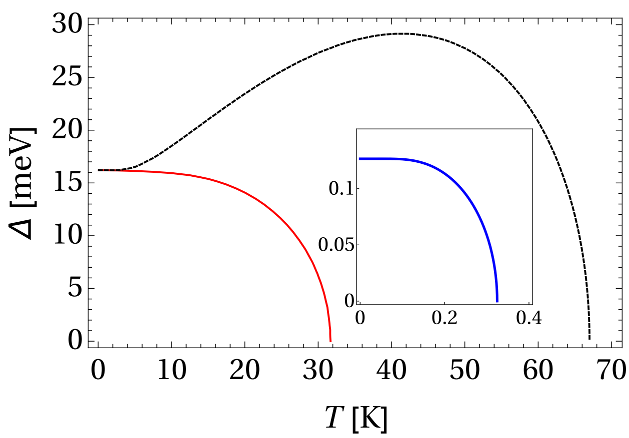

Рисунок 5.5 — Сверхпроводящяя щель как функция температуры. Красная сплошная кривая показывает 2b щель без учёта членов, содержащих N_q. Чёрная пунктирная кривая показывает полную температурную зависимость (включая влияние члена, содержащего N_q). На вставке для сравнения показана СП щель для 1b процессов. Использовались параметры, характерные для MoS_2 и hBN, а также $d = 1$ нм, $l = 2.5$ нм; $n_e = 1.2 \times 10^{12}$ см$^{-2}$ и $n_c = 5.0 \times 10^{10}$ см$^{-2}$.

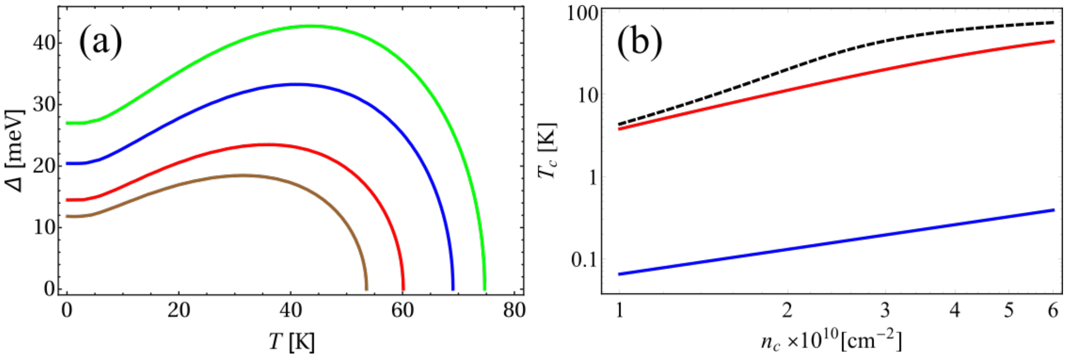

Рисунок 5.6 — (a) Сверхпроводящая щель за счёт 2b процессов, как функция температуры для различных плотностей конденсата: $n_c = 3.5 \times 10^{10}$ см$^{-2}$ (коричневая кривая), $n_c = 4.0 \times 10^{10}$ см$^{-2}$ (красная кривая), $n_c = 5.0 \times 10^{10}$ см$^{-2}$ (синяя кривая) и $n_c = 6.0 \times 10^{10}$ см$^{-2}$ (зелёная кривая). (b) Критическая температура как функция плотности конденсата для 1b процессов (синяя кривая), 2b процессов без члена, содержащего N_q (красная кривая) и 2b процессов с членом, содержащим N_q (черная пунктирная кривая). использовались $n_e = 1.0 \times 10^{12}$ см$^{-2}$. Все остальные параметры – такие же, как на рис. 5.5.

Далее необходимо обсудить, как кулоновское отталкивание электронов в графене или 2DЭГ с параболической дисперсией может повлиять на сверхпроводимость, опосредованную боголонами. Как известно [392], кулоновское отталкивание приводит к перенормировке безразмерной константы связи в ур. (5.12), $\lambda_s^{(2b)} \equiv \chi_2/hv_0 \to \chi_2/hv_0 - \mathcal{D}(\mu)U_C'$, где $U_C' = U_C/[1 + \mathcal{D}(\mu)U_C \log(\mu/\omega_b)]$, U_C – усреднённый кулоновский потенциал [263] и $h = 2\pi\hbar$. Взяв $n_c = 10^{11}$ см$^{-2}$ и другие параметры, как в подписи к рис. 5.3, можно оценить $\chi_2/hv_0 \approx 0.5$, в то время как $\mathcal{D}(\mu)U_C' \approx 0.2$. Таким образом, мможно заключить, что кулоновское отталкивание не разрушает сверхпроводимость, опосредованную 2b процессами в разумном диапазоне параметров.

Строго говоря, теория БКШ – это теория слабой связи, и её результаты хорошо описывают только случай $\lambda_s^{(2b)} \ll 1$. У нас же здесь получились $\lambda_s^{(2b)} \sim 0.5$. В таком случае необходимо развивать теорию сильной связи, чему посвящён следующий раздел.

5.2 Двухбоголонная сверхпроводимость в рамках теории Элиашберга (сильной связи)

В этом разделе будет построена теория опосредованной боголонами сверхпроводимости в случае сильной связи (электронных и боголонных мод) в гибридных бозе-фермиевских системах. Используя технику функций Грина, будет вычислена сила электрон-боголонного взаимодействия $\lambda_s^{(2b)}$ (введённая в предыдущем разделе) и оценена критическая температура СП перехода. Результаты этого раздела были получены в работе автора [A19].

5.2.1 Вывод уравнений Элиашберга

Рассмотрим гибридную систему 2DЭГ – экситонный БЭК аналогичную представленной в предыдущем разделе (см. рис. 5.1). Гамильтониан электрон-экситонного взаимодействия записывается в виде (4.12). Применяя преобразования Фурье и Боголюбов, снова приходим к ур. (5.2).

Будем работать в рамках формализма Намбу–Горькова [393, 394]. Сначала введем двухкомпонентный полевой оператор:

$$\mathbf{\Psi}_{\mathbf{k}} = \begin{pmatrix} c_{\mathbf{k}\uparrow} \\ c^{\dagger}_{-\mathbf{k}\downarrow} \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{\Psi}^{\dagger}_{\mathbf{k}} = \begin{pmatrix} c^{\dagger}_{\mathbf{k}\uparrow} & c_{-\mathbf{k}\downarrow} \end{pmatrix}, \tag{5.13}$$

гже $c_{\mathbf{k}\sigma}$ – оператор уничтожения электрона с импульсом $\mathbf{k}$ и спином σ. Тогда обобщённая функция Грина в матричной форме имеет вид

$$\hat{G}\left(\mathbf{k},\tau\right) = -\langle T_\tau \mathbf{\Psi}_{\mathbf{k}}(\tau)\mathbf{\Psi}^{\dagger}_{\mathbf{k}}\rangle. \tag{5.14}$$

Используя ур. (5.13), пишем

$$\hat{G}\left(\mathbf{k},\tau\right) = -\begin{pmatrix} \langle T_\tau c_{\mathbf{k}\uparrow}(\tau)c^{\dagger}_{\mathbf{k}\uparrow}\rangle & \langle T_\tau c_{\mathbf{k}\uparrow}(\tau)c_{-\mathbf{k}\downarrow}\rangle \\ \langle T_\tau c^{\dagger}_{-\mathbf{k}\downarrow}(\tau)c^{\dagger}_{-\mathbf{k}\downarrow}\rangle & \langle T_\tau c^{\dagger}_{-\mathbf{k}\downarrow}(\tau)c_{-\mathbf{k}\downarrow}\rangle \end{pmatrix}. \tag{5.15}$$

Диагональные члены в ур. (5.15) представляют собой стандартные функции Грина электронных квазичастиц, а недиагональные члены – это аномальные функции Грина Горькова. Выполняя преобразование Фурье и т.о. переходя в частотное представление Мацубары, получаем

$$\hat{G}(\mathbf{k},i\varpi_k) = \begin{pmatrix} \mathcal{G}(\mathbf{k},i\varpi_k) & \mathcal{F}(\mathbf{k},i\varpi_k) \\ \mathcal{F}^*(\mathbf{k},i\varpi_k) & -\mathcal{G}(-\mathbf{k},-i\varpi_k) \end{pmatrix}. \tag{5.16}$$

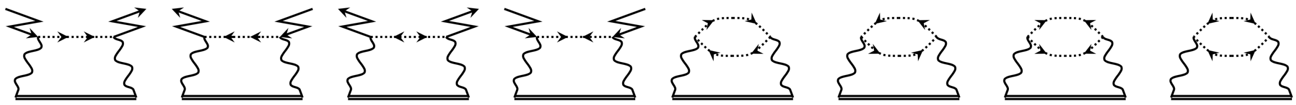

Рисунок 5.7 — Собственноэнергетические диаграммы. Двойные сплошные линии обозначают функции Грина электрона $\hat{G}$ в ур. (5.15). Зигзагообразными линиями обозначены частицы конденсата (таким образом, каждая зигзагообразная линия даёт множитель $\sqrt{n_c}$). Пунктирными линиями показаны боголоны. Волнистые линии обозначают электрон-экситонное взаимодействие $g_{\mathbf{p}}$. Панели (a)–(d) соответствуют 1b процессам [ур. (5.24)], а панели (e)–(h) соответствуют 2b процессам [ур. (5.25)]. Физически диаграммы в (a)–(d) описывают возбуждение частицы конденсата в надконденсатное состояние движущимся электроном, тогда как (e)–(h) описывают поляризацию конденсата из-за движущегося электрона.

Для определения функции Грина боголонов введём обозначение $A_{\mathbf{p}} = u_{\mathbf{p}} b_{\mathbf{p}} + v_{\mathbf{p}} b^{\dagger}_{-\mathbf{p}}$. Тогда нормальные и аномальные голые функции Грина боголонов имеют вид $\mathcal{N}(\mathbf{p},\tau) = -\langle T_\tau A_{\mathbf{p}}(\tau) A^{\dagger}_{\mathbf{p}} \rangle$ и $\mathcal{A}(\mathbf{p},\tau) = -\langle T_\tau A_{\mathbf{p}}(\tau) A_{-\mathbf{p}} \rangle$, соответственно. Переходя к представлению Мацубары, находим

$$\mathcal{N}(\mathbf{p},i\omega_n) = \frac{u^2_{\mathbf{p}}}{i\omega_n - \omega_{\mathbf{p}}} - \frac{v^2_{\mathbf{p}}}{i\omega_n + \omega_{\mathbf{p}}}, \tag{5.17}$$

$$\mathcal{A}(\mathbf{p},i\omega_n) = \frac{u_{\mathbf{p}} v_{\mathbf{p}}}{i\omega_n - \omega_{\mathbf{p}}} - \frac{u_{\mathbf{p}} v_{\mathbf{p}}}{i\omega_n + \omega_{\mathbf{p}}}. \tag{5.18}$$

В длинноволновом пределе $p\xi_h \ll 1$ коэффициенты Боголюбова $u_{\mathbf{p}} \approx -v_{\mathbf{p}}$, и следовательно, $\mathcal{N}(\mathbf{p},i\omega_n) \approx -\mathcal{A}(\mathbf{p},i\omega_n)$. Используя операторы $A_{\mathbf{p}}$ и $A^{\dagger}_{\mathbf{p}}$, опосредованное боголонами взаимодействие с электронной подсистемой, заданное в ур. (5.2), записывается в виде

$$\mathcal{H}_1 = \frac{\sqrt{n_c}}{L} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{p}\sigma} g_{\mathbf{p}} \left(A_{\mathbf{p}} + A^{\dagger}_{-\mathbf{p}} \right) c^{\dagger}_{\mathbf{k}+\mathbf{p},\sigma} c_{\mathbf{k},\sigma}, \tag{5.19}$$

$$\mathcal{H}_2 = \frac{1}{L^2} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{p}\mathbf{q}\sigma} g_{\mathbf{p}} \left(A^{\dagger}_{\mathbf{q}-\mathbf{p}} A_{\mathbf{q}} \right) c^{\dagger}_{\mathbf{k}+\mathbf{p},\sigma} c_{\mathbf{k},\sigma}. \tag{5.20}$$

Далее раскладываем по теории возмущений (по взаимодействию) ур. (5.19) и (5.20) и получаем уравнение Дайсона для электронной функции Грина. Общее решение этого уравнения имеет вид:

$$\hat{G}^{-1}(\mathbf{k},i\varpi_k) = \hat{G}^{-1}_0(\mathbf{k},i\varpi_k) - \hat{\Sigma}(\mathbf{k},i\varpi_k), \tag{5.21}$$

где

$$\hat{G}^{-1}_0(\mathbf{k},i\varpi_k) = i\varpi_k\sigma_0 - \xi_{\mathbf{k}}\sigma_3 \tag{5.22}$$

– невозмущённая функция Грина, $\sigma_{\nu=0,1,2,3}$ – матрицы Паули, а $\xi_{\mathbf{k}}$ – дисперсия электронов, измеренная относительно химического потенциала, $\xi_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu$.

Следуя стандартной теории Элиашберга, разделим собственнноэнергетическую часть на два члена: обычный кулоновский вклад $\hat{\Sigma}_c$ и электрон-боголонный вклад $\hat{\Sigma}_{eb}$ (в полной аналогии с электрон-фононным взаимодействием).

Кулоновский вклад определяется выражением:

$$\hat{\Sigma}_c(\mathbf{k},i\varpi_n) = -\frac{1}{\beta}\sum_{\mathbf{p},m}\sigma_3\hat{G}^{od}(\mathbf{p},ip_m)\sigma_3 V(\mathbf{k}-\mathbf{p}), \tag{5.23}$$

где $V(\mathbf{k}-\mathbf{p})$ – матричные элементы статического экранированного кулоновского взаимодействия между электронными состояниями $\mathbf{k}$ и $\mathbf{p}$, а $\hat{G}^{od}$ – это недиагональная компонента функции Грина [267]. Собственные энергии взаимодействия электронов и одиночных боголонов – 1b ($\hat{\Sigma}_{1b}$) и 2b ($\hat{\Sigma}_{2b}$) могут быть найдены из уравнения Дайсона до первого порядка теории возмущений, в соответствии с диаграммами, представленными на рис. 5.7,

$$\begin{aligned}
\hat{\Sigma}_{1b}(\mathbf{k},i\varpi_k) &= \sum_{\mathbf{p},m}\frac{n_c g_{\mathbf{p}}^2}{L^2\beta}\sigma_3\hat{G}(\mathbf{k}-\mathbf{p},i\varpi_k-i\omega_m)\sigma_3\left[2\mathcal{A}(\mathbf{p},i\omega_m)+\right. && (5.24)\\
&+ \left.\mathcal{N}(\mathbf{p},i\omega_m)+\mathcal{N}(-\mathbf{p},-i\omega_m)\right],\\
\hat{\Sigma}_{2b}\left(\mathbf{k},i\varpi_k\right) &= \sum_{\mathbf{p},\mathbf{q}}^{m,n}\frac{g_{\mathbf{p}}^2}{L^4\beta^2}\sigma_3\hat{G}\left(\mathbf{k}-\mathbf{p},i\varpi_k-i\omega_m-i\omega_n\right)\sigma_3\times && (5.25)\\
&\times \left[\mathcal{A}\left(\mathbf{q}-\mathbf{p},i\omega_m\right)\mathcal{A}\left(\mathbf{q},i\omega_n\right)+\mathcal{N}\left(\mathbf{q}-\mathbf{p},-i\omega_m\right)\mathcal{N}\left(\mathbf{q},i\omega_n\right)\right],
\end{aligned}$$

где ϖ_k и ω_n – мацубаровские частоты фермионов и бозонов, соответственно. Видно, что $\hat{\Sigma}_{1b}\to 0$, потому что нормальная и аномальная функции Грина боголона компенсируют друг друга. Для процессов 2b это не так, и необходимо ввести поляризационный оператор $\Pi\left(\mathbf{p},i\omega_n\right)$, который имеет вид:

$$\begin{aligned}
\Pi\left(\mathbf{p},i\omega_m\right) &= -\frac{2}{\beta L^4}\sum_{\mathbf{q},n}\mathcal{A}\left(\mathbf{q}-\mathbf{p},i\omega_n+i\omega_m\right)\mathcal{A}\left(\mathbf{q},i\omega_n\right) = \qquad (5.26)\\
&= -\frac{M^2 s^4}{2L^4}\sum_{\mathbf{q}}\frac{1}{\omega_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}\omega_{\mathbf{q}}}\left[\left(\frac{N_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}-N_{\mathbf{q}}}{i\omega_m+\omega_{\mathbf{q}}-\omega_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}}-\frac{N_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}-N_{\mathbf{q}}}{i\omega_m-\omega_{\mathbf{q}}+\omega_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}}\right)+\right.\\
&\quad+\left.\left(\frac{N_{\mathbf{q}}+N_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}+1}{i\omega_m+\omega_{\mathbf{q}}+\omega_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}}-\frac{N_{\mathbf{q}}+N_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}+1}{i\omega_m-\omega_{\mathbf{q}}-\omega_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}}\right)\right].
\end{aligned}$$

Ограничимся здесь случаем, когда вклад членов, содержащих $N_{\mathbf{q}}$, незначителен. Как было показано в предыдущем разделе, поправка, содержащая $N_{\mathbf{q}}$, приводит только к количественной разнице в результатах (точнее, к увеличению критической температуры СП перехода); мы не будем здесь касаться эффектов немонотонности зависимости СП щели от температуры. Тогда поляризационный оператор упрощается до выражения

$$\Pi^0\left(\mathbf{p},i\omega_m\right) = \frac{-\epsilon_d^2 n_c^2}{L^4}\sum_{\mathbf{q}}\frac{1}{\omega_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}\omega_{\mathbf{q}}}\frac{\omega_{\mathbf{q}}+\omega_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}}{\omega_m^2+\left(\omega_{\mathbf{q}}+\omega_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}\right)^2}, \tag{5.27}$$

а собственноэнергетическую часть можно переписать в виде:

$$\hat{\Sigma}_{2b}(\mathbf{k},i\varpi_k) = -\frac{1}{\beta}\sum_{\mathbf{p},n}g_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}^2\Pi^0(\mathbf{k}-\mathbf{p},i\varpi_k-i\varpi_n)\sigma_3\hat{G}(\mathbf{p},i\varpi_m)\sigma_3. \tag{5.28}$$

Как уже было продемонстрировано, вклад 2b собственноэнергетической части является доминирующим, $\hat{\Sigma}_{2b} \gg \hat{\Sigma}_{1b}$. Отметим, что остальные члены, такие как процессы, опосредованные тремя, четырьмя и т.д. боголонами, дают меньший вклад, поскольку все эти члены появляются в пертурбативном разложении, где малым параметром является сила электрон-экситонного взаимодействия $g_{\mathbf{p}}$. Члены же $\hat{\Sigma}_{1b}$ и $\hat{\Sigma}_{2b}$ имеют одинаковый (и низший) порядок малости (см. также обсуждение результатов в разделе 4.2).

Далее в рамках теории Элиашберга необходимо разложить матрицу собственноэнергетической части и переписать её в виде линейной комбинации матриц Паули со скалярными функциями в качестве коэффициентов [395],

$$\hat{\Sigma}(\mathbf{k},i\varpi_k) = i\varpi_k\left[1 - Z(\mathbf{k},i\varpi_k)\right]\sigma_0 + \chi(\mathbf{k},i\varpi_k)\sigma_3 + \phi(\mathbf{k},i\varpi_k)\sigma_1 + \bar{\phi}(\mathbf{k},i\varpi_k)\sigma_2, \tag{5.29}$$

где $Z(\mathbf{k},i\varpi_k)$ – функция перенормировки массы, $\chi(\mathbf{k},i\varpi_k)$ – энергетический сдвиг, $\phi(\mathbf{k},i\varpi_k)$ и $\bar{\phi}(\mathbf{k},i\varpi_k)$ – параметры порядка. С помощью калибровочного преобразования [267] можно сделать так, чтобы параметр порядка $\bar{\phi}$ стал равным нулю. Затем, используя ур. (5.21) и (5.22), для функции Грина получаем

$$\hat{G}(\mathbf{k},i\varpi_k) = -\frac{i\varpi_k Z(\mathbf{k},i\varpi_k)\sigma_0 + \left[\xi_{\mathbf{k}} + \chi(\mathbf{k},i\varpi_k)\right]\sigma_3 + \phi(\mathbf{k},i\varpi_k)\sigma_1}{H(\mathbf{k},i\varpi_k)}, \tag{5.30}$$

где

$$H(\mathbf{k},i\varpi_k) = \left[\varpi_k Z(\mathbf{k},i\varpi_k)\right]^2 + \left[\xi_{\mathbf{k}} + \chi(\mathbf{k},i\varpi_k)\right]^2 + \left[\phi(\mathbf{k},i\varpi_k)\right]^2. \tag{5.31}$$

Используя (5.29), (5.30) и (5.23), (5.28), приходим к уравнениям Элиашберга:

$$Z(\mathbf{k},i\varpi_k) = 1 + \frac{T}{\varpi_k \mathcal{D}(p_F)}\sum_{\mathbf{p},n}\frac{\varpi_n Z(\mathbf{p},i\varpi_n)}{H(\mathbf{p},i\varpi_n)}\lambda(\mathbf{k},\mathbf{p},k,n), \tag{5.32}$$

$$\chi(\mathbf{k},i\varpi_k) = -\frac{T}{\mathcal{D}(p_F)}\sum_{\mathbf{p},n}\frac{\xi_{\mathbf{p}} + \chi(\mathbf{p},i\varpi_n)}{H(\mathbf{p},i\varpi_n)}\lambda(\mathbf{k},\mathbf{p},k,n), \tag{5.33}$$

$$\phi(\mathbf{k},i\varpi_k) = \frac{T}{\mathcal{D}(p_F)}\sum_{\mathbf{p},n}\frac{\phi(\mathbf{p},i\varpi_n)}{H(\mathbf{p},i\varpi_n)}\left[\lambda(\mathbf{k},\mathbf{p},k,n) - \mathcal{D}(p_F)V(\mathbf{k}-\mathbf{p})\right], \tag{5.34}$$

где $\mathcal{D}(p_F)$ – плотность состояний на один спин на уровне Ферми,

$$\begin{aligned}\lambda(\mathbf{k},\mathbf{p},k,n) &= -\mathcal{D}(p_F)g^2_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}\Pi^0(\mathbf{k}-\mathbf{p},i\varpi_k - i\varpi_n) = \\ &= \int_0^\infty \frac{2\omega d\omega}{(\varpi_k - \varpi_n)^2 + \omega^2}\alpha^2 F(\mathbf{k},\mathbf{p},\omega)\end{aligned} \tag{5.35}$$

– электронно-боголонная спектральная функция Элиашберга [267],

$$\alpha^2 F(\mathbf{k},\mathbf{p},\omega) = -\frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\left[\Pi^0(\mathbf{k}-\mathbf{p},i\varpi_k - i\varpi_n)\right]. \tag{5.36}$$

Теперь СП щель можно определить как

$$\Delta(\mathbf{k},i\varpi_k) = \frac{\phi(\mathbf{k},i\varpi_k)}{Z(\mathbf{k},i\varpi_k)}. \tag{5.37}$$

Для процессов 2b имеем

$$\alpha^2 F\left(\mathbf{k},\mathbf{p},\omega\right) = \frac{\mathcal{D}(p_F) g^2_{\mathbf{k}-\mathbf{p}} \epsilon_d^2 n_c^2}{2L^2} \frac{\Theta\left(\omega - s\left|\mathbf{k}-\mathbf{p}\right|\right)}{2\pi s^2 \sqrt{\omega^2 - \left(s\left|\mathbf{k}-\mathbf{p}\right|\right)^2}}. \tag{5.38}$$

Уравнение $\Delta(\mathbf{k},i\varpi_k) = 0$ позволяет найти решение в нормальном (не СП) состоянии системы. Критическую температуру T_c можно определить как самую высокую температуру, для которой $\Delta(\mathbf{k},i\varpi_k) \neq 0$. В дальнейшем мы будем эксплуатировать эту идею.

5.2.2 Обсуждение результатов

Применим теорию Элиашберга к различным гибридным системам. В частности, рассматриваем 2DЭГ с параболической и линейной дисперсиями. Прежде всего упростим уравнения Элиашберга (5.32)–(5.34), используя следующие приближения: (i) поскольку СП спаривание в основном происходит в узком энергетическом окне около поверхности Ферми, можно ограничиться рассмотрением электронов с $\mathbf{k}_f$ [267, 395, 396]. Затем можно положить $\chi(\mathbf{k}_f,i\varpi_k) = 0$ и решать только ур. (5.32) и (5.34); (ii) будем предполагать, что анизотропия поверхности Ферми слабая, и поэтому используем изотропную формулировку уравнений Элиашберга. Тогда можно переименовать скалярные функции для краткости: $Z(\mathbf{k} = k_F,i\varpi_n) \to Z_n$.

В случае параболической дисперсии ур. (5.32) и (5.34) принимают вид [252]:

$$Z_n = 1 + \frac{\pi T}{\varpi_n} \sum_\nu \frac{\varpi_\nu}{\sqrt{\varpi_\nu^2 + \Delta_\nu^2}} \lambda\left(n-\nu\right), \tag{5.39}$$

$$Z_n \Delta_n = \pi T \sum_\nu \frac{\Delta_\nu}{\sqrt{\varpi_\nu^2 + \Delta_\nu^2}} \left[\lambda\left(n-\nu\right) - \mu_c^*\right], \tag{5.40}$$

где был введён параметр безразмерного кулоновского взаимодействия μ_c^*. По определению, он представляет собой удвоенное среднее по поверхности Ферми члена $V(\mathbf{k}-\mathbf{p})$ в (5.34),

$$\mu_c^* = \mathcal{D}(p_F) \langle\langle V(\mathbf{k}-\mathbf{p})\rangle\rangle_{FS}. \tag{5.41}$$

Для большого класса СП μ_c^* принимает значения в интервале 0.1–0.2 [267, 395]. Будем использовать это значение вместо громоздкого вычисления двойного среднего.

Функция λ в ур. (5.39) имеет вид:

$$\lambda\left(n-\nu\equiv m\right)=\frac{\lambda_m}{\sqrt{1+m^2b_E^2}}, \tag{5.42}$$

$$\lambda_m=\frac{M^2s\mathcal{D}(p_F)}{16\pi k_F}\left(\frac{e_0^2d}{\epsilon_0\epsilon_d}\right)^2\mathcal{F}\left(\arccos\phi_0,\frac{1}{\sqrt{1+m^2b_E^2}}\right), \tag{5.43}$$

$$b_E=\frac{\pi T}{sk_F},\qquad \phi_0=\frac{1}{2k_FL}, \tag{5.44}$$

где m – целое число, которое указывает разницу между двумя частотами Мацубары; $\mathcal{F}(\phi,m)$ – эллиптический интеграл первого рода; $\mathcal{D}(p_F)=m_e/(2\pi)$ с эффективной массой электрона m_e; L – эффективный размер конденсата, вводимый в качестве необходимого обрезания в интегрировании.

Чтобы вычислить T_c, воспользуемся техникой, описанной в книге [252]. Поскольку температура перехода определяется как точка, в которой энергетическая щель бесконечно мала, значение T_c можно найти, положив $\Delta=0$ во всех знаменателях ур. (5.39) и (5.40). Это даёт

$$Z_{2n+1}=1+\frac{1}{2n+1}\sum_v \mathrm{sgn}(2v+1)\lambda(n-v), \tag{5.45}$$

$$Z_{2n+1}\Delta_{2n+1}=\sum_v\frac{\Delta_{2v+1}}{|2v+1|}\left[\lambda(n-v)-\mu_c^*\right], \tag{5.46}$$

где n и v – индексы частот Мацубары, $i\varpi_n=\pi(2n+1)T$, а $\mathrm{sgn}(x)$ – сигнум-функция. Теперь уравнения для Z_{2n+1} не зависят от функции щели Δ_{2n+1}. Критическую температуру можно найти, положив определитель матрицы равным нулю, $\det M_{nv}=0$, где

$$M_{nv}=\delta_{nv}Z_{2n+1}-\frac{\lambda(n-v)-\mu_c^*}{|2v+1|}. \tag{5.47}$$

Теперь T_c вычисляется численно.

Рассмотрим теперь 2DЭГ с линейной дисперсией, например, в слое графена [244]. Для простоты не будем принимать во внимание спинорную структуру волновой функции, предполагая, что графен легирован и энергия Ферми находится достаточно высоко от точки Дирака. Кроме того, не будем учитывать и вклад разных долин [263, 255]. Это приближение оправдано, поскольку большой ненулевой волновой вектор ($\sim k_F$) сильно подавляет взаимодействие $g_{\mathbf{p}}$.

Принимая во внимание указанные выше предположения, приходим к системе уравнений, аналогичной таковой в параболическом случае: ур. (5.39) и (5.40). Для константы связи (5.43) имеем

$$\lambda_m=\frac{M^2s}{32\pi^2v_F}\left(\frac{e_0^2d}{\epsilon_0\epsilon_d}\right)^2\mathcal{F}\left(\arccos\phi_0,\frac{1}{\sqrt{1+m^2b_E^2}}\right), \tag{5.48}$$

где определения b и ϕ_0 такие же, как в формуле (5.44).

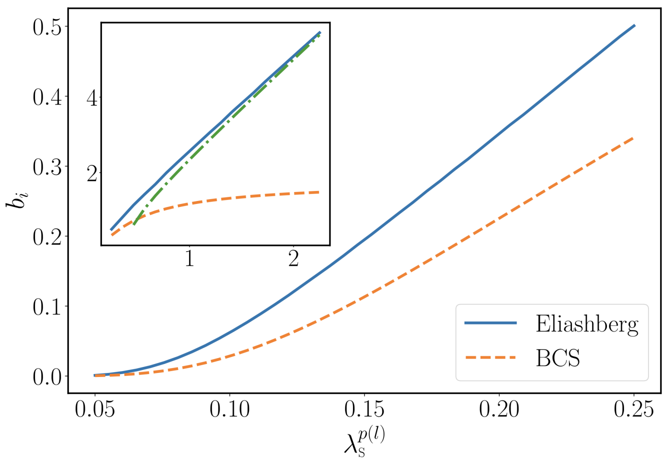

Рисунок 5.8 — Безразмерная критическая температура b_i как функция безразмерной константы связи $\lambda_s^{p(l)}$. Основной график соответствует случаю малых $\lambda_s^{p(l)}$. На вставке показан общий случай произвольного $\lambda_s^{p(l)}$. Синяя сплошная кривая: результаты расчёта с использованием уравнений Элиашберга, $b_{\mathrm{E}} = \frac{\pi T}{s k_F}$; жёлтая пунктирная кривая: результаты расчётов с использованием теории БКШ, $b_{\mathrm{BCS}} = \frac{\pi T}{2\omega_D}$. Зелёная пунктирная кривая на вставке показывает асимптотическую оценку согласно ур. (5.51), $b_{\mathrm{E}} = \sqrt{\left[\lambda_s^{p(l)} \mathcal{F}(\arccos\phi_0, 0.5)\right]^2 - 1}$; $\phi_0 = 0.01$.

Сначала выясним принципиальную зависимость критической температуры от константы связи. Из сравнения ур. (5.42), (5.43), (5.44) и (5.48), видно, что удобно ввести следующие безразмерные параметры:

$$\lambda_s^{p(l)} = \frac{M^2 s}{32\pi^2 v_F^{p(l)}} \left(\frac{e_0^2 d}{\epsilon_0 \epsilon_d}\right)^2, \tag{5.49}$$

где $v_F^{p(l)}$ – скорость Ферми для параболического и линейного случаев соответственно. Тогда критическую температуру описывают параметры $b_E = \pi T/s k_F$ и $\lambda_s^{p(l)}$ (рис. 5.8).

Сравним критические температуры, полученные с помощью теорий Элиашберга и БКШ (см. предыдущий раздел). В БКШ,

$$T_c^{\mathrm{BCS}} = \frac{\gamma}{\pi} 2\omega_b \exp\left(-\frac{1}{\chi}\right), \tag{5.50}$$

где $\omega_b = M s^2/2$ – частота отсечки, а $\gamma = \exp C_0$, $C_0 \approx 0.577$ – константа Эйлера. Параметр χ в параболическом и линейном случаях имеет вид $\chi_{p(l)} = \lambda_s^{p(l)} \log\left(2\phi_0^{-1}\right)/\pi$. Таким образом, в БКШ получается другая безразмерная температура, $b_{\mathrm{BCS}} = \pi T/2\omega_b$ (сравните с b_{E}).

На рис. 5.8 показано, что кривые, полученные в рамках теории Элиашберга и БКШ, хорошо сходятся, когда $\lambda_s^{p(l)}$ мало – как и ожидалось. С увеличением $\lambda_s^{p(l)}$ расхождения между двумя теориями становятся всё более и более заметными. При $\lambda_s^{p(l)} \to \infty$ асимптотический предел даёт почти линейную зависимость критической температуры Элиашберга от коэффициента связи $\lambda_s^{p(l)}$. Такая зависимость не характерна для обычных СП, обсуждаемых в более ранних работах [267, 252], в которых была обнаружена зависимость $T_c \sim \sqrt{\lambda_s}$ в рамках модели Эйнштейна. Линейное поведение в нашем случае можно понять как результат особенностей угловой зависимости интегралов в 2D системах [397].

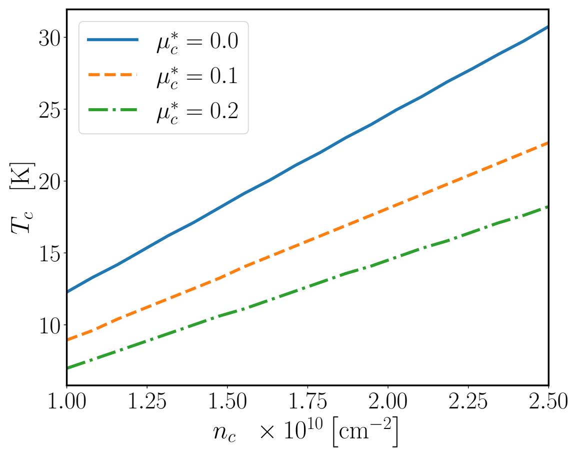

Рисунок 5.9 — Критическая температура СП перехода как функция плотности конденсата, рассчитанная по теории Элиашберга для различных значений безразмерной силы кулоновского взаимодействия μ_c^*. Использовались параметры, характерные для $\mathrm{MoS_2}$: $m_e = 0.46\,m_0$ [77], $M = m_0$; $\epsilon_d = 4.89$; $d = 1.0$ нм; $n_e = 1.5 \times 10^{12}$ см$^{-2}$.

Полученную численно почти линейную зависимость можно также проверить аналитически, если рассматривать только старший порядок в ур. (5.45) и (5.46) как нижнюю границу для оценки критической температуры [267, 252]. Асимптотика выгляди так:

$$b_E > \sqrt{\left[\lambda_s^{p(l)} \mathcal{F}(\arccos\phi_0, b_E)\right]^2 - 1}. \tag{5.51}$$

Поскольку эллиптический интеграл сходится быстрее при увеличении b_E, можно рассматривать $\mathcal{F}(\arccos\phi_0, b_E)$ как константу. На вставке рис. 5.8 показано асимптотическое поведение безразмерной критической температуры при фиксированном $\mathcal{F}(\arccos\phi_0, b_E = 0.5)$.

На рис. 5.9 и 5.10 показана критическая температура СП перехода как функция плотности конденсата. Для параболической дисперсии были использованы параметры для $\mathrm{MoS_2}$, а для случая линейной дисперсии – параметры, характерные для графена.

Ещё один интересный вопрос – зависимость константы взаимодействия от n_c и n_e – главных параметров системы. В нулевом порядке константы электрон-боголонного взаимодействия из ур. (5.49) находим

$$\lambda_s^p \propto \sqrt{\frac{n_c}{n_e}}, \tag{5.52}$$

$$\lambda_s^l \propto \sqrt{n_c}. \tag{5.53}$$

Это расхождение в зависимостях от параметров можно понять, вспомнив разницу плотностей состояний в линейном и параболическом случаях.

Обратимся к остальным приближениям и упрощениям, которые были использованы в расчётах. Во-первых, как уже упоминалось, чтобы получить ур. (5.43) и (5.48), в добавок к стандартным приближениям, обсуждавшимся в предыдущем разделе, мы также аппроксимировали экситон-электронное взаимодействие, $g_p \approx e_0^2 d / 2\epsilon_0\epsilon_d$. Такое упрощение допустимо,

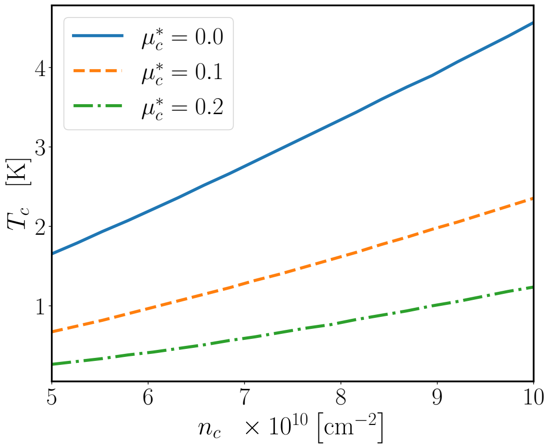

Рисунок 5.10 — Критическая температура как функция плотности конденсата для случая линейной дисперсии при различных μ_c^*. При построении графика использовалась $v_F = 10^8$ см/с. Другие параметры были взяты такие же, как на рис. 5.9.

если $k_F d$ и $k_F l \ll 1$. Оно накладывает ограничение на максимально допустимое значение n_e для рассматриваемых расстояний d и l. Если расстояния d и l находятся в нанометровом масштабе, плотность электронов должна быть $n_e \leq 10^{13}$ см$^{-2}$.

Во-вторых, поляризационный оператор, который был рассмотрен в ур. (5.27), не включает членов $N_{\mathbf{q}}$. Эти члены относительно малы, когда размер конденсата L_{BEC} мал, как это было показано в анализе в рамках теории БКШ, поскольку эти вклады ограничены на L_{BEC}^{-1} в $k_F/2$. Другими словами, была найдена нижняя граница СП щели и T_c. Функция Грина электронов была рассмотрена при конечной температуре, поскольку нас интересовала критическая температура СП перехода.

Наконец, необходимо прокомментировать, насколько полученные результаты соотносятся с теоремой Хоенберга–Мермина–Вагнера [374, 9]. Эта теорема постулирует отсутствие дальнего порядка в бесконечных 2D системах при конечных температурах. Действительно, там интегралы расходятся из-за наличия флуктуаций. Во всех же расчётах, проведенных выше, рассматривались системы конечного размера. Флуктуации (фазы параметра порядка) медленно (логарифмически) увеличиваются с этим размером и в реалистичных системах расхождений нет.

5.3 Поглощение электромагнитного излучения гибридными системами сверхпроводник–полупроводник и сверхпроводник–графен

5.3.1 Описание системы и гибридные моды

В этом разделе будет рассмотрены гибридные системы сверхпроводник–полупроводник и сверхпроводник–графен [A20, A21], как показано на рис. 5.11(a). Электроны в нормальном металле взаимодействуют посредством кулоновского взаимодействия, которое имеет фурье-образ, задаваемый формулой $v_k = 2\pi e^2/k$, где $\mathbf{k}$ – импульс в xy плоскости. Электроны между двумя слоями также связаны кулоновскими силами, и фурье-образ межслоевого взаимодействия имеет вид $u_k = 2\pi e^2 \exp(-ak)/k$, где a – расстояние между слоями. Электромагнитные волны поляризованы вдоль оси x, $\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \hat{\mathbf{x}} E_0 e^{-i(k_\perp z + \mathbf{k}_\parallel \cdot \mathbf{r} + \omega t)}$, где $\mathbf{k}_\parallel$, ω и $\mathbf{r}$ – волновой вектор поля в плоскости, частота и координата, соответственно.

Используя поляризационные операторы 2DЭГ и сверхпроводника [398, 399], была решена задача о нахождении собственных значений. В результате были получены две ветви дисперсии гибридных мод (в предположении топологически тривиальногой случая постоянной СП щели Δ):

$$
\begin{aligned}
\omega_\pm^2(k) \;&=\; 2\Delta^2 + \frac{e^2 k}{2}\left(\frac{p_{NF}^2}{\pi m_N} + \frac{2p_{SF}^2}{m_S}\right) \pm \frac{1}{2}\sqrt{\xi_- \xi_+ - 4\beta_k^2}, \quad \text{где} \\
\xi_\pm &= \left[\left(2\Delta \pm e p_{NF}\sqrt{\frac{k}{\pi m_N}}\right)^2 + \frac{2e^2}{m_S} p_{SF}^2 k\right], \\
\beta_k^2 &= \frac{2e^4 p_{NF}^2 p_{SF}^2}{\pi m_N m_S} k^2 (1 - e^{-2ka}).
\end{aligned}
\tag{5.54}
$$

Здесь p_{SF} и p_{NF} – импульсы Ферми в сверхпроводнике и нормальном металле, соответственно, а m_S и m_N – эффективные массы электронов. На рис. 5.11(b) показаны гибридные моды для различных $m_N = m_S$ (для сравнения представлены моды без взаимодействия).

5.3.2 Коэффиент поглощения в гибридной системе

Далее, рассматривая линейный отклик системы, Фурье-образ электрического тока в слое 2DЭГ может быть записан как $j_{k_\parallel,\omega}$. И волновой вектор, и частота плотности тока имеют определённые значения, фиксируемые внешним ЭМ полем. Поэтому для вычисления усреднённой по времени мощности, потребляемой гибридной системой, можно использовать

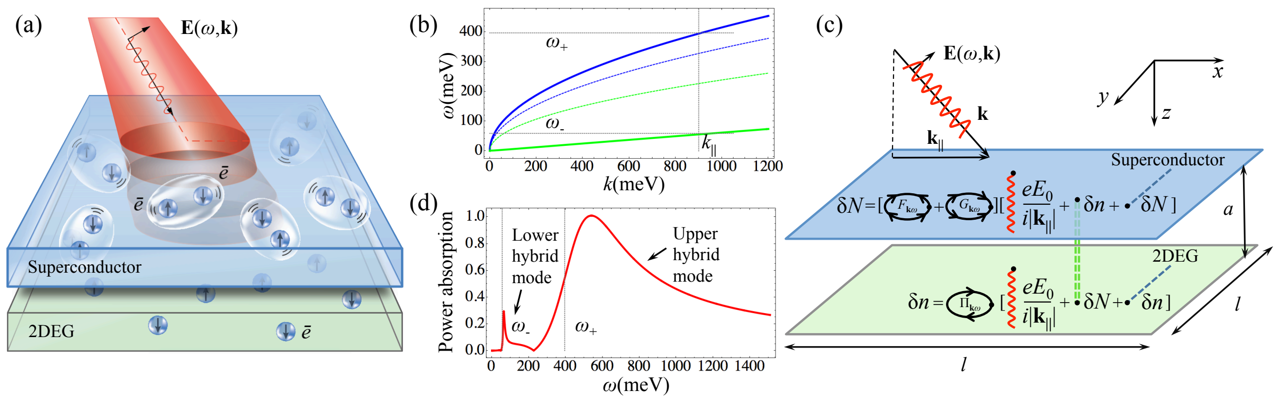

Рисунок 5.11 — Схематическое изображение системы. (a) Гибридная структура нормальный металл – сверхпроводник под воздействием ЭМ поля падающего света. (b) Дисперсии гибридных собственных мод системы: ω как функция k при $m_N = m_S = 1$ (зелёные и синие сплошные кривые). Пунктирные кривые соответствующих цветов показывают индивидуальные моды каждого слоя при выключенном межслоевом взаимодействии. (c) Схема внутрислойного и межслоевого взаимодействия, а также взаимодействия света с веществом в системе, проявляющееся в флуктуациях плотности электронов и куперовских пар, δn и δN и поляризационных операторов $F_{\mathbf{k}\omega}$, $G_{\mathbf{k}\omega}$, и $\Pi_{\mathbf{k}\omega}$. (d) Спектр поглощения электромагнитного излучения системой. Видно, что спектр обладает профилем резонанса Фано.

следующую формулу:

$$\mathcal{P}(\omega) \;=\; \frac{1}{2}\left\langle \mathcal{R}e\int d^2r\mathbf{J}(\mathbf{r},t)\cdot\mathbf{E}^*(\mathbf{r},t)\right\rangle,$$

где интегрирование ведётся по плоскости нормального металла, а $\langle\cdots\rangle$ означает усреднение по времени. Нормируя $\mathcal{P}(\omega)$ на $\int d^2r = l^2$ и используя уравнение непрерывности $kj_{k,\omega} = -e\omega\delta n_{k,\omega}$, где $\delta n_{k,\omega}$ описывает флуктуации электронной плотности в 2DЭГ, получаем удельный коэффициент поглощения мощности (далее просто коэффициент поглощения):

$$P_1(\omega) \;=\; \frac{1}{2}\cdot\frac{e\omega}{k}\left|\mathcal{R}e(\delta n_{k,\omega})\right| E_0. \tag{5.55}$$

Эта формула учитывает электрон-электронное взаимодействие и взаимодействие между электронами и куперовскими парами, а также связь 2DЭГ и сверхпроводника со светом [см. схематическое описание соответствующих процессов на рис. 5.11(c)].

5.3.3 Обсуждение результатов

Поглощение ЭМ поля гибридной системой представлено на рис. 5.11(d), где из-за присутствия различных механизмов взаимодействия наблюдается резонанс Фано. Рассмотрим подробнее спектр поглощения для разных волновых векторов k, когда и 2DЭГ, и сверхпроводник подвергаются воздействию ЭМ поля. На рис. 5.12(a) нижние гибридные моды находятся

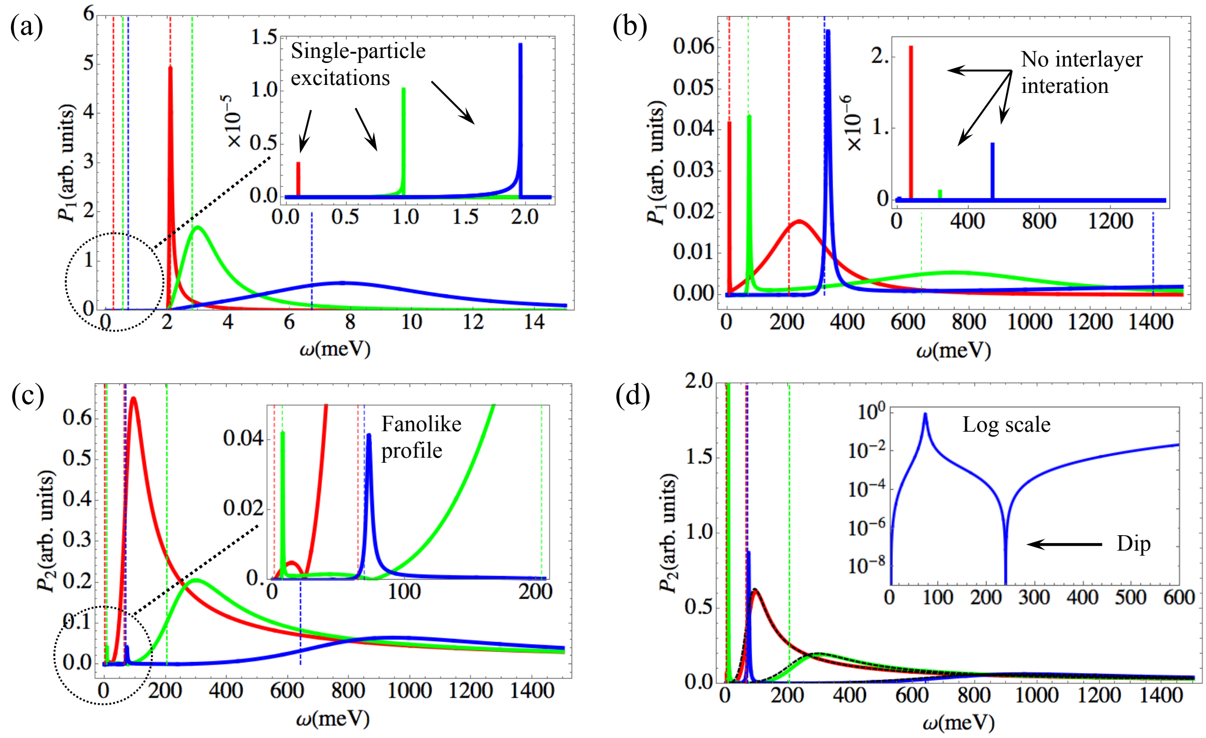

Рисунок 5.12 — Спектр коэффициента поглощения мощности в 2DЭГ [(a)–(b)] и сверхпроводнике [(c)–(d)] для $\Delta = 1.0$ мэВ. Вертикальные пунктирные линии обозначают соответствующие положения гибридных мод [в ур. (5.54)]. (a) $k = 1.0 \times 10^{-3}$ (красная кривая), 1.0×10^{-2} (зелёная кривая) и 1.0×10^{-1} мэВ (синяя кривая). На вставке показан диапазон $0 \leq \omega < 2\Delta$, вклады в $P_1(\omega)$ из-за одночастичных возбуждений. Чтобы сделать эти вклады видимыми, использовались $k = 5.0 \times 10^1$ (красная кривая), 5.0×10^2 (зелёная кривая) и 1.0×10^3 (синяя кривая). (b) $k = 1.0 \times 10^1$ (красная кривая), 1.0×10^2 (зелёная кривая) и 1.0×10^3 мэВ (синяя кривая). На вставке показаны результаты в случае отсутствия межслоевого взаимодействия. (c) Оба слоя подвергаются воздействию ЭМ поля. Вставка: увеличенное изображение основного графика при маленьких ω, показывающих пики, вызванные низшими гибридными модами. (d) Случай отсутствия внешнего поля в нормальном слое. На вставке показан логарифм соответствующей синей кривой, демонстрирующий два пика и провал резонанса Фано. В (c) и (d), $k = 1.0 \times 10^1$ (красные кривые), 1.0×10^2 (зеленые кривые), 1.0×10^3 мэВ (синие кривые). Пунктирные чёрные кривые на (d) показывают случай, когда межслойная связь выключена.

ниже 2Δ, и их вклад в поглощение мощности подавлен, что можно увидеть по отсутствию видимых пиков вблизи трёх крайних левых пунктирных линий. На вставке показан вклад одночастичных возбуждений. Как видно, этот вклад незначителен по сравнению с вкладом гибридных мод (три пика на основном графике). Расположение пиков на более высоких частотах почти совпадает с соответствующими пунктирными линиями, демонстрируя, что эти пики в основном связаны с верхними гибридными модами. С увеличением k наблюдается уширение (от красных кривых к синим).

На рис. 5.12(b) показан коэффициент поглощения для больших значений k. Нижние гибридные моды теперь вносят значительный вклад, что видно по наличию трёх острых пиков, поскольку они теперь расположены над щелью. Для сравнения на вставке показано поглощение мощности при выключенной межслойной связи. Видно исчезновение вклада верхних гибридных мод, в первую очередь за счёт сверхпроводника. Сравнение вкладов низшей моды показывает, что присутствие сверхпроводника увеличивает поглощение мощности гибридной системы на несколько порядков. Следует отметить, что присутствие внешнего ЭМ поля и наличие 2DЭГ в соседнем слое не оказывают существенного влияния на сам сверхпроводник и, таким образом, через 2DЭГ может неинтризивно отслеживать поведение СП.

Можно использовать аналогичную процедуру для расчёта тока куперовских пар в сверхпроводнике. Поглощаемая мощность описывается выражением

$$P_2(\omega) \quad = \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{2e\omega}{k} |\mathcal{R}e(\delta N_{k\omega})| E_0, \tag{5.56}$$

где $\delta N_{k\omega}$ – плотность куперовских пар в СП. На рис. 5.12(c) показан спектр поглощения мощности для различных k, когда ЭМ поле воздействует как на 2DЭГ, так и на СП. Видно, что спектр имеет профиль резонанса Фано.

На рис. 5.12(d) показан коэффициент поглощения при отсутствии внешнего ЭМ поля в нормальном слое. Сразу отметим, что выключение поля не оказывает существенного влияния на вклад верхних гибридных мод в спектр поглощения в нормальном слое, что можно увидеть, сравнив рис. 5.12(c) и 5.12(d). Такое поведение вполне ожидаемо. Интересно, что вклад нижних гибридных мод значительно увеличивается по сравнению с ситуацией, когда в нормальном слое включено внешнее поле. Таким образом, электронный слой должен быть очень чувствительным к поведению сверхпроводника, в то время как последний не обращает особого внимания ни на 2DЭГ, ни на ЭМ поле. Действительно, отключение межслоевого взаимодействия устраняет вклад нижних мод, как и ожидалось [пунктирные чёрные кривые на рис. 5.12(d)]. Видно, что второй пик, который в основном определяется сверхпроводником, почти не подвержен изменениям.

5.4 Флуктуационная сверхпроводимость в двумерных системах под воздействием внешнего электромагнитного поля

До сих пор шла речь о гибридных системах, где бозонная и фермионная подсистемы пространственно разделены (находятся в разных слоях). Возможна и ситуация, когда обе подсистемы находятся в одном слое. В этом разделе описывается развитая нами теория [A22, A23, A24] линейного отклика 2DЭГ по переменному и постоянному полю в окрестности плазменного резонанса и T_c, где сверхпроводящие флуктуации (СФ) играют существенную роль. Недавно было показано, что фотоиндуцированный ток может быть достаточно усилен вблизи плазменного резонанса [400]. Идеи, положенные в основу работы [400], позволяют предположить, что существует множество явлений, которые усиливаются вблизи плазменного резонанса.

В качестве первого шага в данном разделе будут рассмотрены плазменные колебания нормальных электронов в присутствии газа куперовских пар с флуктуирующей плотностью. Будут найдены флуктуационные поправки к сопротивлению. За счёт этого эффекта возникает стационарный электрический ток как отклик второго порядка на внешнее переменное ЭМ возмущение системы [18].

5.4.1 Описание системы и обобщённая диэлектрическая проницаемость

Следуя стандартному подходу [401, 402, 403], рассматривается зависимая от волнового вектора $\mathbf{k}$ и частоты ω диэлектрическая проницаемость 2DЭГ $\varepsilon(\mathbf{k},\omega)$ с учётом СФ. Таким образом, система представлена в виде смеси двух взаимодействующих газов, один из которых представляет собой вырожденный газ электронов в нормальном состоянии, а другой – бозе-газ флуктуирующих куперовских пар. В отсутствие внешних возмущений куперовские пары подчиняются классическому распределению Рэлея-Джинса $f_0(\mathbf{p}) = T/\varepsilon_{\mathbf{p}}$, где $\mathbf{p}$ – импульс центра масс куперовской пары, температура T берётся в единицах энергии, а $\varepsilon_{\mathbf{p}} = \alpha_{\mathrm{AL}}T_c(\epsilon_T + \xi_c^2p^2/\hbar^2) = p^2/4m_e + \alpha_{\mathrm{AL}}T_c\epsilon_T$ – энергия, где $\hbar$ – постоянная Планка и $\epsilon_T = (T - T_c)/T_c > 0$ – приведённая температура [287]; α_{AL} фиксируется соотношением $4m_e\alpha_{\mathrm{AL}}T_c\xi_c^2/\hbar^2 = 1$; длина когерентности ξ_c в 2D образцах имеет разные определения для случаев чистого $T\tau/\hbar \gg 1$ и "грязного" режимов $T\tau/\hbar \ll 1$, где τ – время релаксации электронов, которое для простоты будем считать постоянным. Оба режима сшиваются в общем выражении

$$\xi_c^2 = \frac{v_F^2\tau^2}{2}\Big[\psi_d\left(\frac{1}{2}\right) - \psi_d\left(\frac{1}{2} + \frac{\hbar}{4\pi T\tau}\right) + \frac{\hbar\psi_d'\left(\frac{1}{2}\right)}{4\pi T\tau}\Big], \tag{5.57}$$

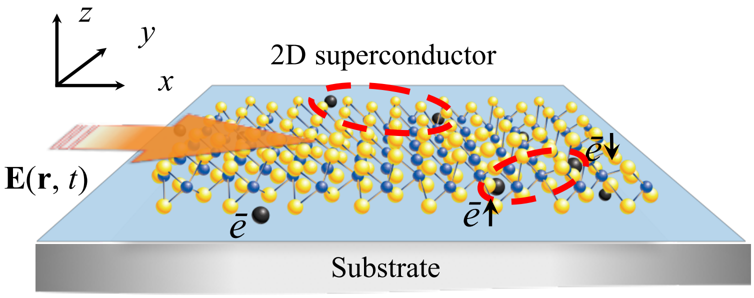

Рисунок 5.13 — Схематическое изображение исследуемой системы: двумерный материал на подложке при температуре, близкой к T_c. На систему воздействует продольное ЭМ поле $\mathbf{E}$.

где $\psi_d(x)$ – дигамма-функция, а $v_F = \hbar\sqrt{4\pi n_e}/m_e$ – скорость Ферми. Индуцированное электрическое поле $\mathbf{E}^i(k,\omega)$, вызванное флуктуациями плотности заряда, можно найти из уравнения Пуассона в квазистатическом пределе, когда эффектами запаздывания, как правило, можно пренебречь. Предполагая, что ось z направлена поперек 2D системы, которая расположена на подложке ($z < 0$) с диэлектрической проницаемостью ϵ_d (рис. 5.13), и используя анзац $\exp(ikx - i\omega t)$ для всех величин, зависящих от времени и координаты, находим уравнение Пуассона для скалярного потенциала $\varphi(z)$ индуцированного поля в виде (в дальнейшем в этом разделе для удобства будем использовать гауссову систему единиц)

$$\left(\frac{\partial}{\partial z}\epsilon_d(z)\frac{\partial}{\partial z} - k^2\right)\varphi(z) = -4\pi(\rho_{k\omega} + \varrho_{k\omega})\delta(z), \tag{5.58}$$

где $\epsilon_d(z) = 1$ для $z > 0$ и $\epsilon_d(z) = \epsilon_d$ для $z < 0$; $\rho_{k\omega}$ и $\varrho_{k\omega}$ – это преобразования Фурье плотности заряда, обусловленные нормальными электронами и флуктуирующими куперовскими парами, соответственно. Решая уравнение (5.58), находим

$$\varphi(z) = \frac{4\pi}{(\epsilon_d + 1)k}e^{-k|z|}\left(\rho_{k\omega} + \varrho_{k\omega}\right). \tag{5.59}$$

Далее, используя уравнение непрерывности для обеих компонент плотности заряда и выражая токи через проводимости, приходим к системе уравнений

$$\begin{aligned} \rho_{k\omega} &= -i\frac{k^2\sigma^D_{k\omega}}{\omega}\varphi(0), \\ \varrho_{k\omega} &= -i\frac{k^2\sigma^{AL}_{k\omega}}{\omega}\varphi(0), \end{aligned} \tag{5.60}$$

где $\sigma^D_{k\omega}$ и $\sigma^{AL}_{k\omega}$ – проводимости Друде и Асламазова–Ларкина. Определитель системы (5.60),

$$\varepsilon(\mathbf{k},\omega) = 1 + i\frac{4\pi k}{(\epsilon_d + 1)\omega}\left(\sigma^D_{k\omega} + \sigma^{AL}_{k\omega}\right), \tag{5.61}$$

позволяет найти закон дисперсии коллективных мод и их затухание, положив $\varepsilon(\mathbf{k},\omega) = 0$. Плазмонный полюс лежит в диапазоне частот $\omega \gg kv_F$. Поскольку $v_F \gg u$, где $u = p/2m_e$ – скорость куперовской пары, можно пренебречь пространственной дисперсией обеих проводимостей, что даёт

$$\sigma_\omega^D = e^2 \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} \frac{v_x^2 \tau}{1 - i\omega\tau} \left(-\frac{\partial \mathcal{F}_0}{\partial \tilde{\varepsilon}_\mathbf{p}} \right), \tag{5.62}$$

$$\sigma_\omega^{AL} = (2e)^2 \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} \frac{u_x^2 \tau_\mathbf{p}}{1 - i\omega\tau_\mathbf{p}} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_\mathbf{p}} \right), \tag{5.63}$$

где v_x, $\tilde{\varepsilon}_\mathbf{p} = p^2/2m_e$, и $\mathcal{F}_0$ – скорость, энергия и равновесная функция распределения Ферми нормальных электронов, а $\tau_\mathbf{p} = \hbar\pi\alpha_{\mathrm{AL}}/(16\varepsilon_\mathbf{p})$ – время жизни куперовской пары.

Используя ур. (5.62), можно переписать (5.61) в виде

$$\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2 + i\left[\frac{1}{\omega_p\tau} + \omega_p\tau\frac{\sigma_\omega^{AL}}{\sigma_0^D}\right]\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right) - \frac{\sigma_\omega^{AL}}{\sigma_0^D} - 1 = 0, \tag{5.64}$$

где $\omega_p^2 = 4\pi e^2 n_e k/m_e(\epsilon_d + 1)$ – частота плазмона в 2DЭГ и $\sigma_0^D = e^2 n_e \tau/m_e$ – статическая проводимость Друде (которая уже вводилась в предыдущих разделах и здесь приведена для удобства). Вводя безразмерную переменную $x = \varepsilon_\mathbf{p}/\alpha_{\mathrm{AL}} T_c \epsilon_T$, можно переписать (5.63) в виде

$$\sigma_\omega^{AL} = \sigma_0^{AL} \int_1^\infty \frac{dx}{x^2} \frac{2(x-1)}{x - i\beta_\omega}, \tag{5.65}$$

где $\sigma_0^{AL} = e^2/(16\hbar\epsilon_T)$ – статическая проводимость АЛ и $\beta_\omega = \pi\hbar\omega/(16T_c\epsilon_T)$ содержит зависимость от частоты. Плазменные частоты обычно находятся в диапазоне $\omega_p \sim 10^{10} \div 10^{11}$ с$^{-1}$ [404], и для $T_c = 10$ К и $\epsilon_T = 0.1$ находим $\beta_{\omega_p} \sim 0.01 \div 0.2$. Это означает, что ЭМ поле, индуцированное плазменными колебаниями нормальных электронов, является квазистатическим для флуктуирующих куперовских пар, и можно спокойно пренебречь частотной зависимостью проводимости АЛ в окрестности плазменного резонанса. Тогда ур. (5.64) может быть решено точно,

$$\omega = \omega_p\sqrt{1 + \frac{\sigma_0^{AL}}{\sigma_0^D} - \left(\frac{1}{2\omega_p\tau} + \frac{\omega_p\tau}{2}\frac{\sigma_0^{AL}}{\sigma_0^D}\right)^2} - \frac{i}{2}\left(\frac{1}{\tau} + \omega_p^2\tau\frac{\sigma_0^{AL}}{\sigma_0^D}\right). \tag{5.66}$$

У отсутствие СФ ($\sigma_0^{AL} = 0$), ур. (5.66) переходит в привычное нам выражение для плазменной частоты электронного газа [405],

$$\omega = \omega_p\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2\omega_p\tau}\right)^2} - \frac{i}{2\tau}.$$

Очевидно, что плазменная ветвь может существовать только при слабом рассеянии, $2\omega_p\tau > 1$. В экспериментах наблюдается выраженный резонанс при более жёстком условии $\omega_p\tau \gg 1$ [404].

Полагая $\sigma_0^{AL} \ll \sigma_0^D$ и $\omega_p\tau \gg 1$, находим

$$\omega = \omega_p\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p\tau}{2}\frac{\sigma_0^{AL}}{\sigma_0^D}\right)^2} - i\frac{\omega_p^2\tau}{2}\frac{\sigma_0^{AL}}{\sigma_0^D}. \tag{5.67}$$

Уравнение (5.67) выведено при условии $\beta_{\omega_p} \ll 1$. Простые оценки показывают, что обратный случай $\beta_{\omega_p} \gg 1$ едва ли может быть достигнут в эксперименте. Действительно, чтобы $\beta_\omega \sim 10$, необходимо выполнение условия $\omega_p \sim 10^{13}$ с$^{-1}$, что соответствует плотности 2DЭГ $n_e \sim 10^{18}$ см$^{-2}$. Это слишком большая плотность.

Из соотношения (5.67) сразу видно, что даже если взять небольшим коэффициент $\sigma_0^{AL}/\sigma_0^D \ll 1$, его малость можно компенсировать большим (плазменным) фактором $\omega_c\tau \gg 1$, что делает их произведение не обязательно малым. Это означает, что взаимодействие нормальных электронов с флуктуирующими куперовскими парами приводит к значительной перенормировке как дисперсии плазмонов (красного смещения), так и её затухания.

Здесь необходимо отметить, что теория АЛ не обязательно требует соотношения $\sigma_0^{AL}/\sigma_0^D \ll 1$. Более точный критерий применимости (слабости СФ в системе) гласит: $Gi_{(2D)} \ll \epsilon_T$, где $Gi_{(2D)}$ – параметр Гинзбурга–Леванюка для двумерии, который принимает значение T_c/E_F в случае чистого материала и $\hbar/E_F\tau$ в случае грязного образца [287]. Физически $Gi_{(2D)}$ определяет диапазон температур, в котором работает теория возмущений. Его можно определить по-разному: либо (i) через поправку СФ к теплоемкости; или (ii) с помощью критического МП; или (iii) требованием, чтобы парапроводимость стала равной σ_0^D. Все эти определения дают сравнимые значения $Gi_{(2D)}$ (которые различаются числовым множителем порядка единицы). Более того, при изучении электронного транспорта критерий становится менее строгим, $\sqrt{Gi_{(2D)}} \ll \epsilon_T$, из-за нелинейных эффектов.

Плазменная ветвь существует, когда выражение под квадратным корнем в (5.67) положительно,

$$\eta_s = \frac{\omega_p\tau}{2}\frac{\sigma_0^{AL}}{\sigma_0^D} < 1. \tag{5.68}$$

Кроме того, абсолютное значение затухания $\Gamma_s = |\mathrm{Im}\,\omega|$ должно быть меньше $\mathrm{Re}\,\omega$. Другими словами, $\eta_s/\sqrt{1-\eta_s^2} < 1$ или $\eta_s < \sqrt{2}/2$. Тогда плазмон представляет собой "хорошую" квазичастицу [406]. Например, если положить $\eta_s = 0.6$, относительный сдвиг частоты плазмона равен $\delta\omega_p/\omega_p = 20\%$, что может быть измерено в эксперименте.

Сравним различные механизмы затухания плазмонов. Один из них связан с рассеянием нормальных электронов на примесях, $\Gamma_i = 1/2\tau$. Как уже было упомянуто ранее, в отсутствие СФ ($\sigma_0^{AL} = 0$), ур. (5.66) даёт обычное выражение для плазменной частоты электронного газа [405],

$$\omega = \omega_p\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2\omega_p\tau}\right)^2} - \frac{i}{2\tau}.$$

Очевидно, что плазменная ветвь может существовать только при слабом рассеянии, $2\omega_p\tau > 1$. В реальных экспериментах наблюдается выраженный резонанс при условии $\omega_p\tau \gg 1$ [404]. Отношение мнимой части ур. (5.67) и Γ_i даёт $\Gamma_s/\Gamma_i = (\omega_p\tau)\eta_s$. Хотя $\eta_s < 1$, затухание плазмона, вызванное флуктуациями, может превышать затухание, вызванное примесями (поскольку $\omega_p\tau \gg 1$).

Оценим температуры, при которых Γ_i превосходит $\Gamma_s = \eta_s\omega_p$. Примесное рассеяние преобладает, когда $\Gamma_i > \eta_s\omega_p$, что даёт $\sigma_0^D/\sigma_0^{AL} > (\omega_p\tau)^2$ или $\epsilon_T > 2\pi(\omega_p\tau)^2/(16k_Fl)$, где l – длина свободного пробега. Таким образом, для $\omega_p\tau \sim 10$ и $k_Fl \sim 10$ находим $\epsilon_T \geqslant 2$. Таким образом, если $T_c \sim 10$ K, оценка даёт $T > 3T_c = 30$ K.

При конечных температурах появляется еще один вклад, обусловленный затуханием Ландау плазменных колебаний нормальных электронов [407]. Его величина для 2D электронов составляет

$$\Gamma_L = \frac{2e^2\pi^{3/2}}{\hbar^2}\frac{m_e v_T}{\epsilon_d + 1}\left(\frac{\omega_p}{kv_T}\right)^2 \exp\left[-\frac{\omega_p^2/k^2 - v_F^2}{v_T^2}\right],$$

где $v_T = \sqrt{2T/m_e}$. Поскольку $\omega_p/k \gg v_F \gg v_T$, можно сразу заключить, что затуханием Ландау можно пренебречь при температурах $T \sim T_c$, поскольку $T_c/E_F \ll 1$, где E_F – энергия Ферми электронов в нормальной фазе. В самом деле, легко оценить, что для $\omega_p = 10^{11}$ Гц и $k = 10^2$ см$^{-1}$, $\omega_p/kv_T \sim 10^3$ для $T \sim 1000$ K.

5.4.2 Электрический ток увлечения куперовских пар с осциллирующей плотностью

Ток увлечения нормальных электронов представляет собой нелинейный отклик системы на внешнее ЭМ возмущение, и в случае продольных электромагнитных волн он имеет вид [408]:

$$\mathbf{j}^{(e)} = \frac{\mathbf{k}}{2e\omega n_e}\left|\frac{\sigma_\omega^D E_0}{\varepsilon(\mathbf{k},\omega)}\right|^2, \text{где } \sigma_\omega^D = \frac{\sigma_0^D}{1 - i\omega\tau}. \tag{5.69}$$

Наличие функции $\varepsilon(\mathbf{k},\omega)$ в знаменателе здесь отражает экранировку внешнего поля носителями заряда. Следует отметить, что при наличии СФ в системе ток увлечения нормальных электронов зависит от СФ на плазменных частотах через их вклад в диэлектрическую проницаемость $\varepsilon(\mathbf{k},\omega)$, как видно из ур. (5.61).

Чтобы получить ток увлечения колеблющихся куперовских пар, запишем уравнение Больцмана [287]

$$\dot{f} + \mathbf{u}\cdot\partial_{\mathbf{r}}f + 2e\Big[\mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \mathbf{E}^i(\mathbf{r},t)\Big]\cdot\partial_{\mathbf{p}}f = \mathcal{I}\{f\}, \tag{5.70}$$

где f – функция распределения СФ, $\mathbf{E}^i$ – индуцированное электрическое поле, $\mathcal{I}\{f\} = -(f - \langle f \rangle)/\tau_{\mathbf{p}}$ – интеграл столкновений, $\langle f \rangle$ – локально-равновесная функция распределения. Для упрощения выкладок опустим индуцированное поле $\mathbf{E}^i(\mathbf{r},t)$. Позже его можно восстановить заменой амплитуды ЭМ поля E_0 на $E_0/\varepsilon(\mathbf{k},\omega)$. Справедливость такого трюка очевидна из ур. (5.69). Предполагается, что внешнее ЭМ поле вызывает малое возмущение в однородном случае, и, таким образом, можно разложить f и нормальную электронную плотность N по степеням внешнего поля [328, 409]: $f = f_0 + f_1 + f_2 + o(f_3)$, $N = n_e + n_1 + n_2 + o(n_3)$, и $\langle f \rangle = f_0 + \partial_n f_0(n_1 + n_2) + \partial^2_{n^2} f_0(n_1 + n_2)^2/2$.

Последнее разложение справедливо, поскольку равновесное распределение флуктуирующих куперовских пар зависит от плотности нормальных электронов, как было упомянуто выше после ур. (5.57). Кроме того, из-за зависимости времени жизни куперовских пар $\tau_{\mathbf{p}}$ от нормальной электронной плотности, его тоже необходимо разложить, $\tau_{\mathbf{p}}^{-1} + \partial_n \tau_{\mathbf{p}}^{-1}(n_1 + n_2 + o(n_3))$.

Раскладывая поправки первого порядка на плоские волны, $f_1(\mathbf{r},t) = [f_1 \exp(ikx - i\omega t) + f_1^* \exp(-ikx + i\omega t)]/2$, $n_1(\mathbf{r},t) = [n_1 \exp(ikx - i\omega t) + n_1^* \exp(-ikx + i\omega t)]/2$, и объединяя все члены первого порядка в ур. (5.70), находим

$$f_1 = \frac{-2e\tau_{\mathbf{p}} \mathbf{E}_0 \cdot \partial_{\mathbf{p}} f_0 + n_1 \partial_n f_0}{1 - i(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u})\tau_{\mathbf{p}}}. \tag{5.71}$$

Очевидно, что f_1 определяется не только прямым действием внешнего ЭМ поля (член $\mathbf{E}_0 \cdot \partial_{\mathbf{p}} f_0$), но и флуктуациями электронной плотности (член, сожежащий n_1). Чтобы найти n_1, воспользуемся уравнением непрерывности, $n_1 = \sigma^D_{k\omega} \mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_0 / e\omega$.

Далее рассмотрим члены второго порядка в ур. (5.70),

$$\begin{aligned} e\mathrm{Re}\left[\mathbf{E}_0^* \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{p}}\right] = -\frac{1}{\tau_{\mathbf{p}}}\left(f_2 - \overline{n}_2 \frac{\partial f_0}{\partial n} - \frac{n_1 n_1^*}{2}\frac{\partial^2 f_0}{\partial n^2}\right) - \\ -\frac{\partial \tau_{\mathbf{p}}^{-1}}{\partial n} \mathrm{Re}\left(f_1 - n_1 \frac{\partial f_0}{\partial n}\right)\frac{n_1^*}{2}, \end{aligned} \tag{5.72}$$

где чертой обозначено усреднение по времени. Это уравнение определяет стационарную часть поправки второго порядка f_2, которая определяет ток увлечения

$$j^{AL} = 2e \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} u_x f_2. \tag{5.73}$$

Из-за интегрирования по углу в этом выражении (при использовании 2D интеграла по $d\mathbf{p}$) все члены в ур. (5.72), содержащие производные от f_0 по n_e, не влияют на ток (5.73). Остальные члены дают окончательное выражение поправки второго порядка к функции распределения,

$$f_2 = -e\tau_{\mathbf{p}} \mathrm{Re}\left[\mathbf{E}_0^* \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{p}}\right] - \frac{\tau_{\mathbf{p}}}{2}\frac{\partial \tau_{\mathbf{p}}^{-1}}{\partial n} \mathrm{Re}\left(f_1 n_1^*\right). \tag{5.74}$$

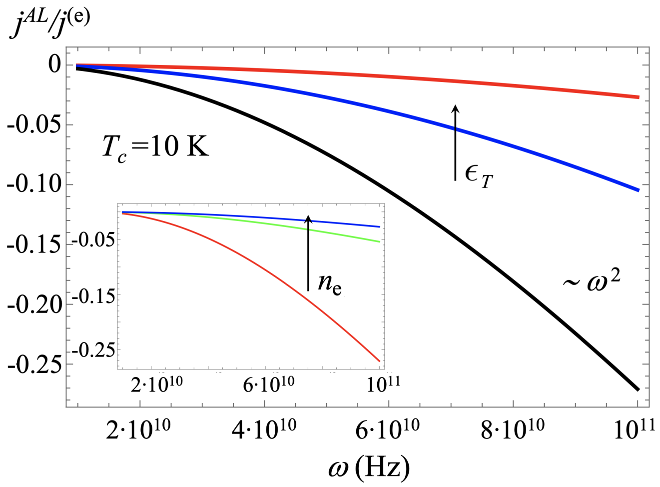

Рисунок 5.14 — Отношение электрических токов АЛ и Друде (5.85) как функция частоты внешнего ЭМ поля для разных температур: $\epsilon_T = (T - T_c)/T_c = 0.1$ (красная кривая), 0.05 (синяя кривая) и 0.03 (чёрная кривая). Параметры: $m_e = 0.5\ m_0$, $\epsilon_d = 12.0$, $\tau = 10^{-9}$ с и $n_e = 10^{11}$ см$^{-2}$. На вставке показано соотношение токов (5.85) как функция частоты для разных плотностей электронов: 10^{11} (красная кривая), 5×10^{11} (зелёная кривая) и 10^{12} см$^{-2}$ (синяя кривая) для $T = 10.3$ K.

Используя ур. (5.71) и (5.72) и восстанавливая $\varepsilon(\mathbf{k},\omega)$, находим

$$\mathbf{j}^{AL} = \frac{\mathbf{k}}{2e\omega n_e}\frac{\sigma_0^{AL}}{\sigma_0^D}\left|\frac{\sigma_\omega^D E_0}{\varepsilon(\mathbf{k},\omega)}\right|^2 G\left(\beta_\omega\right), \tag{5.75}$$

где $\beta_\omega = \pi\hbar\omega/16T_c\epsilon_T$ и

$$G(\beta_\omega) = \frac{1}{\beta_\omega^3}\Big\{2\beta_\omega[\beta_\omega\omega\tau - (\beta_\omega + 2\omega\tau)\arctan(\beta_\omega)] + \\ +(2\beta_\omega - \beta_\omega^2\omega\tau + 2\omega\tau)\ln(1+\beta_\omega^2)\Big\}. \tag{5.76}$$

Формулы (5.75)–(5.76) представляют собой второй важный результат этого раздела.

5.4.3 Магнитоплазменный резонанс в двумерных флуктуирующих сверхпроводниках

В разделе 4.1 уже обсуждалась теория магнетоплазменного резонанса в двумерных гибридных системах. Обобщим наше рассмотрение на случай СП во флуктуационном режиме [A24]. Приложим к образцу (рис. 5.13) МП $\mathbf{B}$, перпендикулярное 2D структуре. Также будем считать, что на поверхность образца нанесены металлические пластинки с периодом a – для создания плазмонов. Этот период определяет волновой вектор $k = 2\pi/a$ ЭМ поля. Для исследования магнитоплазмонов при наличии СФ снова воспользуемся подходом, основанным на анализе обобщённой диэлектрической проницаемости, но теперь ур. (5.61) примет

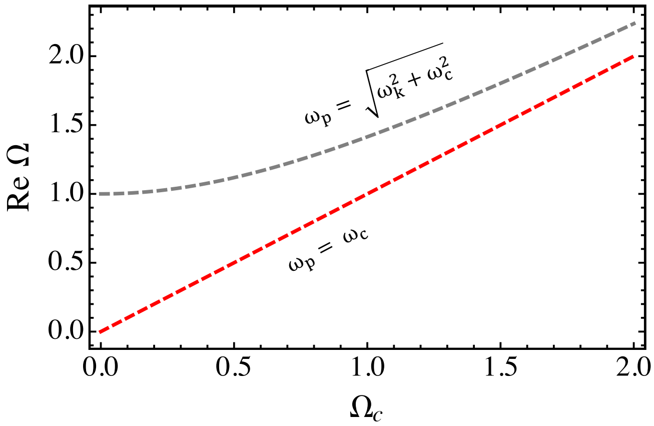

Рисунок 5.15 — Дисперсия магнитоплазмона без учёта СФ: нормированная частота $\Omega = \omega/\omega_k$ как функция нормированной циклотронной частоты $\Omega_c = \omega_c/\omega_k$.

несколько иной вид,

$$\varepsilon(\mathbf{k},\omega) = 1 + i\frac{4\pi k}{(\kappa+1)\omega}\Big[\sigma^D_{xx}(\mathbf{k},\omega) + \sigma^{\mathrm{AL}}_{xx}(\mathbf{k},\omega)\Big], \tag{5.77}$$

где xx – это продольные компоненты тензоров магнитопроводимостей Друде и АЛ. Нам интересен спектр поглощения, который может быть выведен из мнимой части плазмонной дисперсии, $\Gamma(\omega_k,\omega_c)$.

Поскольку фазовая скорость плазменной моды намного больше фермиевской скорости электронов, а также превышает скорость центра масс куперовских пар, можно пренебречь пространственной дисперсией обеих проводимостей, полагая, таким образом, $\mathbf{k} = 0$ в их выражениях. Тогда проводимость нормальных электронов принимает свой обычный вид:

$$\sigma^D_{xx}(\omega) = \sigma^D_0\frac{i(i+\omega\tau)}{(i+\omega\tau)^2 - (\omega_c\tau)^2}. \tag{5.78}$$

Экспериментальное наблюдение плазменного резонанса возможно при выполнении условия $\omega\tau \gg 1$ (чтобы примесное затухание не препятствовало образованию плазмонов). При этом условии СП находится в т.н. “чистом режиме”, когда эффекты нелокальности играют существенную роль [410]. Общее выражение для частотно-зависимой парапроводимости при конечном МП и поправках на нелокальность имеет вид [410]:

$$\sigma^{\mathrm{AL}}_{xx}(\omega,\omega_c) = \sigma^{\mathrm{AL}}_0(\omega,\omega_c)\left[\frac{1 - i\omega\tau + 2\omega_c^2\tau^2}{(1-i\omega\tau)^2 + \omega_c^2\tau^2}\right]^2, \tag{5.79}$$

где $\sigma^{\mathrm{AL}}_0(\omega,\omega_c)$ – парапроводимость в “локальном приближении”, а остальные члены в этом выражении учитывают нелокальные поправки.

Чтобы найти дисперсию магнитоплазмона, нужно рассмотреть дисперсионное уравнение (5.77) и проводимости, задаваемые ур. (5.78) и (5.79). Сначала оценим затухание магнитоплазмона аналитически в пределе слабого рассеяния электронов на примесях, $\omega_p\tau \gg 1$.

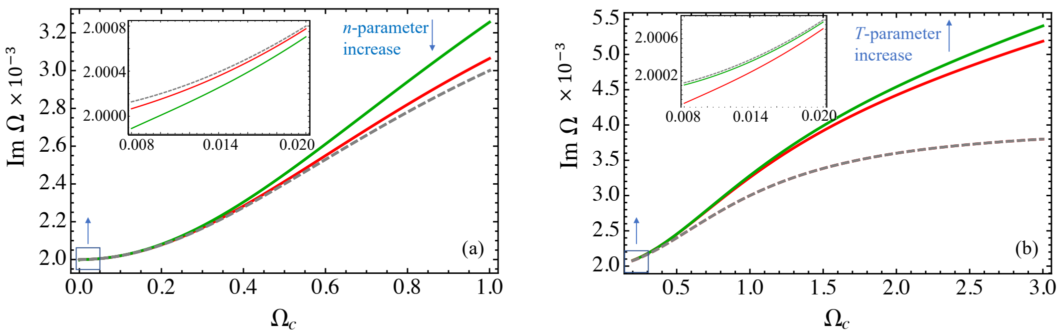

Рисунок 5.16 — Затухание магнитоплазменного резонанса $\mathrm{Im}\ \Omega = \mathrm{Im}(\omega/\omega_k)$ как функция нормированной циклотронной частоты $\Omega_c = \omega_c/\omega_k$. (a) Зависимость затухания плазмона от электронной плотности: $n_e = 5 \times 10^{13}$ см$^{-2}$ (зелёные кривые) и 10^{14} см$^{-2}$ (красные кривые) при $T = 10.1$ К. (b) Зависимость затухания плазмона от температуры: $T = 10.02$ К (красные кривые) и 10.9 К (зелёные кривые) при $n_e = 5 \times 10^{13}$ см$^{-2}$. Пунктирными линиями на обеих панелях для сравнения показаны кривые затухания плазмона без учёта СФ. Время рассеяния $\tau = 5 \times 10^{-10}$ с.

После некоторых алгебраических преобразований дисперсионное уравнение принимает вид

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{1 - 2i\omega\tau}{\tau^2} + i\frac{\omega_k^2}{\omega\tau}\left[1 + \eta_c(\omega)\frac{(1 - i\omega\tau + 2\omega_c^2\tau^2)^2}{(1 - i\omega\tau)^2 + \omega_c^2\tau^2}\right], \tag{5.80}$$

где $\eta_c(\omega) = \sigma_0^{\mathrm{AL}}(\omega,\omega_c)/\sigma_0^D$ определяет силу взаимодействия между нормальными электронами и СФ.

В отсутствие СФ, $\eta_c(\omega) = 0$, и ур. (5.80) может быть решено методом последовательных приближений в пределе $\omega\tau \gg 1$, что даёт $\omega = \omega_p - i\Gamma$. Следует отметить, что $\omega_p\tau \gg 1$, что является условием наблюдения магнитоплазмонного резонанса. Разумеется, при малых МП дисперсия магнитоплазмона должна совпасть с частотой “голого” 2D плазмона ω_k, тогда как с увеличением МП, ω_p приближается к циклотронной частоте ω_c, как показано на рис. 5.15.

При наличии СФ дисперсия становистя чрезвычайно чувствительна к частотной зависимости парапроводимости $\sigma_0^{\mathrm{AL}}(\omega,\omega_c)$. Однако на больших частотах $\omega \gg T_c$ парапроводимость быстро убывает, и СФ не оказывают существенного влияния на свойства плазмонов. Это напоминает 3Д случай, где СП переход не влияет на плазмонные колебания электронов. Существенное влияние СФ возникает на низких частотах, когда $\omega \ll T_c$. В этом режиме легко провести анализ, если взять парапроводимость в статическом пределе,

$$\sigma_0^{\mathrm{AL}}(\omega_c) = \sigma_0^{\mathrm{AL}}\mathcal{F}\left(\frac{\alpha_{\mathrm{AL}}T_c\epsilon_T}{\omega_c}\right), \tag{5.81}$$

$$\mathcal{F}(x) = 8x^2\left[\psi_d\left(\frac{1}{2} + x\right) - \psi_d(x) - \frac{1}{2x}\right].$$

Снова будем считать $\sigma_0^{\mathrm{AL}}/\sigma_0^D \ll 1$.

Выражение (5.80) всё ещё точное. В пределе $\omega\tau \gg 1$ оно решается последовательными приближениями. В самом низком порядке подставляем $\omega = \omega_p$ в правую часть этого выражения и из ур. (5.80) снова находим $\omega = \omega_p - i\Gamma(\omega_k, \omega_c)$, где

$$\Gamma(\omega_k, \omega_c) = \frac{1}{\tau} - \frac{\omega_k^2}{2\omega_p^2\tau}\left[1 - \eta_c \frac{4\omega_c^4\tau^2 - \omega_p^2}{\omega_k^2}\right]. \tag{5.82}$$

Эта аналитическая формула учитывает как рассеяние электронов на примесях, так и влияние СФ на затухание плазмона (в пределе $\omega_p\tau \gg 1$). В отсутствие МП находим

$$\Gamma = \frac{1 - \sigma_0^{\mathrm{AL}}/\sigma_0^D}{2\tau}. \tag{5.83}$$

Сравнивая это выражение с дисперсией 2D плазмона ($\omega = \omega_k - i/2\tau$), можно сделать вывод, что наличие СФ приводит к сужению резонанса, поскольку $\sigma_0^{\mathrm{AL}}/\sigma_0^D > 0$, и, следовательно, $1 - \sigma_0^{\mathrm{AL}}/\sigma_0^D < 1$ в ур. (5.83). В случае же сильных МП, $\omega_c \gg \omega_k$, находим

$$\Gamma = \frac{1 + 2(\omega_c\tau)^2\eta_c}{\tau}, \tag{5.84}$$

что соответствует уширению резонанса в отличие от предельного случая слабых полей. Это интересный эффект: СФ могут приводить как к сужению, так и к уширению резонанса в зависимости от величины МП.

5.4.4 Обсуждение результатов

Сначала обсудим роль СФ в транспорт носителей заряда без внешнего МП. Можно сравнить величину тока увлечения СФ (5.75) с ур. (5.69), описывающим ток увлечения нормальных электронов,

$$\frac{j^{AL}}{j^{(e)}} = \frac{\sigma_0^{AL}}{\sigma_0^D} G\left(\beta_\omega\right). \tag{5.85}$$

На рис. 5.14 показан спектр этого отношения. С уменьшением ϵ_T и n_e роль поправок АЛ возрастает и становится значительной. Вблизи плазменного резонанса $\omega = \omega_p$ и при $\omega_p\tau \gg 1$ отношение в ур. (5.85) зависит от значения β_{ω_p}. В экспериментально достижимом пределе $\beta_{\omega_p} \ll 1$ можно разложить $G(\beta_\omega)$ по малым β и найти

$$\frac{j^{AL}}{j^{(e)}} = -\frac{2}{3}\frac{\sigma_0^{AL}}{\sigma_0^D}\omega_p\tau\beta_\omega. \tag{5.86}$$

Если $\omega = \omega_p$,

$$\frac{j^{AL}}{j^{(e)}} = -\frac{\pi^2}{96}\frac{e^2 k}{(\epsilon_d + 1)T_c\epsilon_T^2}. \tag{5.87}$$

Видно, что зависимость тока увлечения АЛ от температуры имеет сингулярность ϵ_T^{-2} при $T \to T_c$.

В ур. (5.86) малость параметра β_ω может быть компенсирована большим значением $\omega_p\tau \gg 1$ в непосредственной близости от плазменного резонанса. Таким образом, возможно эксперимнтальное детектирование тока увлечения СФ. Действительно, при $n_e \sim 10^{11}$ см$^{-2}$, $k \sim 10^2$ см$^{-1}$ [404], $\omega_p \sim 5 \times 10^{10}$ с$^{-1}$. В то же самое время электронная плотность $n_e \sim 10^{14}$ см$^{-2}$ недавно была получена в MoS_2 для исследования СФ [411]. Поскольку $\omega_p \propto \sqrt{n_e}$, можно оценить $\omega_p \sim 10^{11}$ с$^{-1}$. Поэтому, взяв $\epsilon_T = 0.1$, находим $\beta_{\omega_p} \sim (0.01 \div 0.2)$. Выбирая $\omega_p\tau \sim 10$, оцениваем ток увлечения: $j^{AL}/j^{(e)} \sim (0.1 \div 1)\sigma_0^{AL}/\sigma_0^D$.

Поправка АЛ даёт положительный вклад в проводимость, когда система приближается к T_c. Напротив, поправка АЛ к току увлечения имеет отрицательный знак (см. рис. 5.14), как это следует из ур. (5.86). Однако если учесть зависимость времени релаксации электронов от их энергии, ток увлечения (5.69) также может иметь отрицательный знак или даже изменять его с частотой [18]. В этом случае СФ могут привести к увеличению полного тока увлечения.

Важная особенность уравнения (5.86) состоит в том, что эффект тем сильнее, чем больше $\omega_p\tau$. Это позволяет нам предположить, что с экспериментальной точки зрения эффекты фотонного и фононного увлечения кажутся не слишком перспективными для наблюдения усиления тока увлечения СФ. Действительно, акустические частоты намного меньше, чем ω_p, тогда как в эффекте фотонного увлечения проекция волнового вектора фотона на плоскость слишком мала для возбуждения плазмонов. Таким образом, вероятно, наиболее перспективной конфигурацией может быть так называемый "ратчет" [306, 307], когда асимметричная структура с решёткой наносится над слоем 2DЭГ. Недавно были опубликованы работы показывающие, что ток ратчет-механизма нормальных электронов увеличивается на частотах плазмонов [400]. Таким образом, описанные выше расчёты косвенно свидетельствуют о плазменном усилении СФ в таких структурах.

Критическая (максимальная) частота, соответствующая $T_c = 10$ K, равна $\omega \sim 1.4 \times 10^{12}$ s^{-1}. Плазмонные частоты, характерные для современных полупроводниковых структур (например, ДПМ), лежат в диапазоне 10^{10}–10^{11} с$^{-1}$, который удовлетворяет условию на критическую частоту. Проблема в том, что такие 2D плазмонные моды соответствуют низким концентрациям электронов $n_e \sim 10^{11}$ см$^{-2}$, при которых СП переход обычно не происходит (поскольку обычно требуются более высокие концентрации электронов) [411].

Одним из возможных способов разрешения этой проблемы является использование металлических затворов, экранирующих кулоновское взаимодействие между электронами, тем самым понижая плазменную частоту. Дисперсия такого плазмона может быть найдена из дисперсии обычного плазмона с заменой $(\epsilon_d + 1)/2 \to [\epsilon_d^{(1)} + \epsilon_d^{(2)} \coth(ka_D)]/2$ [412], где a_D – толщина диэлектрического слоя между 2DЭГ и металлическим затвором, а $\epsilon_d^{(1)}$ и $\epsilon_d^{(2)}$ – диэлектрические проницаемости подложки и диэлектрического слоя, соответственно, так что

$$\tilde{\omega}_k = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_e k}{m_e[\epsilon_d^{(1)} + \epsilon_d^{(2)} \coth(ka_D)]}}. \tag{5.88}$$

Экранирование эффективно в случае тонких диэлектрических слоёв, когда $ka_D \ll 1$ и, следовательно,

$$\tilde{\omega}_k \approx \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_e k(ka_D)}{m_e \epsilon_d^{(2)}}}. \tag{5.89}$$

Если снова рассмотреть $\mathrm{MoS_2}$, взяв $n_e = 10^{14}$ см$^{-2}$, $ka_D = 10^{-3}$, $k \approx 10^3$ см$^{-1}$ и использовать диэлектрический слой с достаточно большой диэлектрической проницаемостью, $\epsilon_d^{(2)} = 14$, находим $\tilde{\omega}_k \approx 2.13 \times 10^{11}$ с$^{-1}$ и $\hbar\tilde{\omega}_k/T_c \approx 0.15$.

На рис. 5.16 показана мнимая часть дисперсии магнитоплазмона при различных значениях нормальной электронной плотности и приведённой температуры. Для численного анализа дисперсии магнитоплазмона были взяты плотности электронов $n_1 = 5 \times 10^{13}$ см$^{-2}$ и $n_2 = 10^{14}$ см$^{-2}$, предполагая, что частота плазмона фиксируется конкретной геометрией затвора, $\omega_k = 5 \times 10^{11}$ с$^{-1}$. Система ведёт себя по-разному в случаях низких (вставки) и высоких (основные графики) МП. Из рис. 5.16(a) можно сделать вывод, что при низких МП затухание уменьшается по сравнению с "голым" плазмоном, поскольку нормальная электронная плотность уменьшается, тогда как в сильных МП она увеличивается. Из рис. 5.16(b) видно, что при малых МП величина затухания уменьшается по мере приближения температуры к критической температуре. Эффект более выражен при температурах, очень близких к критической, что указывает на сильное влияние СФ. Это поведение меняется на противоположное при более высоких МП.

Поведение мнимой части перенормированной дисперсии магнитоплазмона согласуется с аналитическими предсказаниями ур. (5.82). При малых МП η_c имеет существенное значение из-за вклада функции $\mathcal{F}$, и этот вклад доминирует в этом режиме. В более сильных МП членом η_c можно пренебречь, поскольку $\mathcal{F} \to 0$, и, следовательно, затухание в этом режиме характеризуется степенным поведением ($\sim \omega_c^2 \eta_c$). Следует отметить, что функция $\mathcal{F}$ в ур. (5.81) ограничена, $0 < \mathcal{F}\left(\alpha_{\mathrm{AL}} \epsilon_T T_c/\omega_c\right) < 1$. Таким образом, значение η_c определяется в основном префактором $\sigma_0^{\mathrm{AL}}/\sigma_0^D$. Несмотря на то, что теория АЛ применима при $\sigma_0^{\mathrm{AL}}/\sigma_0^D \ll 1$, эту малость, как и в случае рассмотрения проводимости без МП, можно компенсировать множителем $\omega_c \tau \gg 1$, который линейно растет с увеличением B. Резюмируя, можно утверждать, что сильные МП могут усиливать вклад СФ в затухание магнитоплазмона. Отметим также, что спектр поглощения имеет стандартную лоренцеву форму с шириной, задаваемой ур. (5.82).

В последние годы возрос интерес к исследованиям равновесных и неравновесных эффектов в ТГц диапазоне частот в различных низкоразмерных материалах в режиме $T < T_c$ [413]. Оказывается, методы ТГц спектроскопии можно использовать для эффективного управления СП щелью. Как было показано выше, внешнее ЭМ поле ТГц частоты также может быть использованы для контроля СП во флуктуационном режиме.

Следует отметить, что в этом разделе был рассмотрен лишь один частный тип флуктуационных эффектов: поправка Асламазова–Ларкина. В определенных ситуациях другие вклады, в частности, эффект Маки–Томпсона [414, 415] или вклад плотности состояний [287] могу играть важную роль. Метод уравнений Больцмана уже нельзя использовать для описания этих поправок, и для их изучения требуются микроскопические подходы. Тем не менее, дисперсионное соотношение (5.61), описывающее совместное действие нормальных электронов и СФ, имеет общий вид, не зависящий от типа вклада в проводимость, обусловленной СФ. Остальные оправки войдут туда как дополнительные члены (в $\sigma_{k\omega}^{AL}$). Между тем такая простая модификация теории неприменима к расчёту тока увлечения, при анализе которого обязательно нужно использовать квантовые подходы вместо квазиклассических уравнений Больцмана.

5.5 Краткие выводы к главе 5

Развита теория спаривания электронов с участием квазичастиц Боголюбова (боголонов) в рамках модели БКШ (режим слабой связи) и рассчитана критическая температура сверхпроводящего перехода в графене и дихалькогенидах переходных металлов (на примере MoS_2). Показано, что взаимодействие, опосредованное парами боголонов, позволяет решить проблему малости плотности состояний в двумерных дираковских материалах с линейным спектром при малых импульсах (около точки Дирака). Разработанная теория является общей и может быть применена к разным двумерным материалам.

В качества продолжения предыдущих исследований была развита теория Элиашберга сверхпроводимости (режим сильной связи), опосредованной боголонами в гибридных системах. Показано, что спаривание электронов, опосредованное парами боголонов, представляет собой доминирующий механизм не только в режиме слабой, но и в режиме сильной связи, в то время как спаривание, опосредованное одиночными боголонами, подавлено и не играет существенной роли. Была рассчитана константа электрон-боголонного взаимодействия для систем с параболической и линейной дисперсией электронов и представлены соответствующие оценки критической температуры сверхпроводящего перехода, которые оказались относительно высокими; кроме того, она квази-линейно зависит от безразмерной константы связи электронов и боголонов, что не характерно для обычных сверхпроводников.

Ожидается, что процессы спаривания, опосредованные парами боголонов, могут сочетаться с другими механизмами сверхпроводимости в двумерных системах и усиливать их. Одной из полезных особенностей исследуемой системы является то, что плотность бозе-эйнштейновского конденсата является параметром контроля силы потенциала спаривания электронов. Это выглядит перспективным для изучения переходов БКШ–БЭК в графене.

Далее было показано, что металлический слой, расположенный в непосредственной близости от сверхпроводника, может значительно усилить связь между светом и частицами в сверхпроводнике, так что сверхпроводящие свойства могут быть изучены из анализа спектра поглощения гибридной системы, а именно, из резонанса Фано [216], возникающего как в обычных, так и в сверхпроводящих гибридных подсистемах из-за их взаимного влияния. Форма и положение пиков (и провала) резонанса Фано могут однозначно характеризовать сверхпроводящую подсистему; анализируя спектр, можно найти величину сверхпроводящей щели и, следовательно, параметр порядка, его симметрию, а также критическую температуру перехода. Таким образом, был развит перспективный оптический неинвазивный метод контроля сверхпроводников.

Далее был рассмотрен двумерный материал в окрестности температуры перехода в сверхпроводящее состояние (выше температуры перехода), где сверхпроводящие флуктуации могут быть описаны теорией Асламазова–Ларкина [287]. Используя кинетические уравнения Больцмана, изучена кинетика флуктуаций с учётом взаимодействия между куперовскими парами и нормальными электронами в рамках приближения случайных фаз. Показано, что плазменный резонанс, как отклик системы на внешнее электромагнитное поле, меняет свои характеристики в случае наличия флуктуация (когда температура приближается к критической). В частности, резонанс может уширяться при наличии в системе флуктуаций. Кроме того был исследован ток увлечения флуктуирующих куперовских пар и показано, что величина этого тока может быть измерена в эксперименте. Далее была построена теория магнитоплазменного резонанса в двумерных флуктуирующих сверхпроводниках. Показано, что наличие магнитного поля может приводить как к уширению, так и к сужению резонанса в присутствии сверхпроводящих флуктуаций. Эти результаты открывают путь для использования плазменной и магнитоплазменной спектроскопии в качестве инструмента для исследования флуктуационных явлений в сверхпроводниках под действием электромагнитных полей.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Разработана микроскопическая теория фотогальванического эффекта в двумерных полупроводниках на основе дихалькогенидов переходных металлов под действием сильного долинно-селективного электромагнитного поля накачки.
2. Развита стационарно-неравновесная микроскопическая теория фотоиндуцированного долинного эффекта Холла в двумерных дираковских материалах.
3. Разработана микроскопическая теория фотоиндуцированного квантового долинного эффекта Холла в системе двумерных непрямых экситонов.
4. Развита теория эффекта фотонного увлечения в двумерных экситонных системах под действием внешнего электромагнитного поля.
5. Рассчитан фотоиндуцированный электрический ток, возникающий в системе, содержащей Бозе-конденсат экситонов под воздействием внешнего электромагнитного поля с частотой, превышающей потенциал ионизации экситона.
6. Разработана теория парамагнитного резонанса в спин-поляризованном поляритонном или экситонном газе в микрорезонаторах с беспорядком.
7. Развита микроскопическая теория квантовых прыжков применительно к экситон-поляритонам в плоских микрорезонаторах.
8. Разработана модель магнитоплазменного резонанса в гибридной системе, состоящей из взаимодействующих электронного газа и газа дипольных экситонов.
9. Исследовано явление захвата электронов притягивающим кулоновским примесным центром, заключённым в гибридную бозе-фермиевскую систему, состоящую из пространственно разделённого двумерного электронного газа и газа дипольных экситонов в состоянии конденсации.
10. Разработан формализм Блоха–Грэнайзена применительно к транспорту электронов, взаимодействующих с двумерным бозе-конденсированным газом дипольных экситонов посредством кулоновского взаимодействия.
11. Развита теория сверхпроводящего спаривания электронов с участием боголонов в рамках модели БКШ (режим слабой связи) и рассчитана критическая температура сверхпроводящего перехода в графене и дихалькогенидах переходных металлов. Разработана теория спаривания электронов с участием боголонов в рамках модели Элиашберга (режим сильной связи).
12. Построена теория плазменного и магнетоплазменного резонансов в двумерных материалах в окрестности температуры перехода в сверхпроводящее состояние (выше температуры перехода), где сверхпроводящие флуктуации могут быть описаны теорией Асламазова–Ларкина. Описан когерентный фотогальванический эффект в сверхпроводниках во флуктуационном режиме.

Слова благодарности

Во-первых, я хочу высказать слова благодарности моей семье, жене Екатерине и детям, Анне и Анастасии; моим родителям, Григорию Фёдоровичу и Елене Александровне; моей сестре Екатерине, моей бабушке, Лидии Алексеевне Погодиной.

Я очень благодарен моему научному консультанту, коллеге и другу, Вадиму Михайловичу Ковалёву, за долгосрочное сотудничество, советы при написании этой диссертации и поддержку вцелом.

Я благодарен моим коллегам и друзьям, Игорю Вакульчику, Мерабу Малишаве, Антону Парафило, Нелли Бойченко, Андрею Москаленко за их компанию и всестороннюю помощь.

Я благодарен моим аспирантам, Менгу Сун (уже защитил диссертацию), Догьюн Ко и Кабиашрее Соновал за работу, проделанную в рамках наших совместных проектов, а также моим коллегам, Кристиану Виллегасу, Алексею Андреанову, Сергею Флаху, Михаилу Фистулю, Максиму Боеву, Андрею Мирошниченко, Денису Карпову, Кристиану Шнайдеру, Свену Хёфлингу.

Список сокращений

1Д, **2Д**, **3Д** – одномерный(ая), двумерный, трёхмерный(ая)
ЭМ – электромагнитный(ое)
МП – магнитное поле
ДПМ – дихалькогениды переходным металлов
ЗБ – зона Бриллюэна
КЯ – квантовая яма
ДКЯ – двойная квантовая яма
2ДЭГ – двумерный электронный газ
БЭК – конденсат Бозе–Эйнштейна
БКШ (теория)– теория Бардина–Купера–Шриффера
БКТ (переход) – переход Березинского–Костерлица–Таулеса
ГП (уравнение) – уравнение Гросса–Питаевского
ФГЭ – фотогальванический эффект
ДЭХ – долинный эффект Холла
КДЭХ – квантовый долинный эффект Холла
ЭП – экситон-поляритоны
СП – сверхпроводник, сверхпроводящий
СФ – сверхпроводящие флуктуации
1b и **2b** – одно- и двухбоголонные процессы, соответственно
ТГц – терагерцовый
ПВВ – приближение вращающейся волны
ОФК – одетые фотонами квазичастицы
СШХ (модель) – модель Су–Шриффера–Хигера

Список используемых обозначений

$\hbar$ – постоянная Планка

e – заряд электрона

c – скорость света

k_B – постоянная Больцмана

m_0 – масса свободного электрона

ϵ_0 – вакуумная диэлектрическая проницаемость

ϵ_d – диэлектрическая постоянная материала

μ_B – магнетон Бора

a_B – радиус Бора частицы

T – температура

T_c – критическая температура образования конденсата (Бозе-Эйнштейна или куперовских пар)

t – время

τ – время жизни частицы или квазичастицы (в разных главах - разное); так же так обозначается временной интервал и мнимое время.

n_e – концентрация электронов

m_e – эффективна масса электрона

$\mathbf{r}$, $\mathbf{R}$ – радиус-векторы частиц

r_e и r_h – координаты электрона и дырки

$\sigma_{\nu=0,1,2,3}$ – матрицы Паули

$\mathcal{H}$ – гамильтониан

ψ, Ψ – волновые функции частиц либо их операторы поля

$\hat{G}$, $\hat{\mathfrak{G}}$ – функции Грина

f – функция распределения (фермионов или бозонов, в зависимости от раздела)

$\mathbf{A}$, $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ – векторные потенциалы электромагнитного поля

$\mathbf{E}$ – напряжённость электрического поля

$\mathbf{B}$ – магнитное поле

ω_c – циклотронная частота

$\mathbf{F}$ – сила

ω – частота (электромагнитоного поля или других осцилляторов)

Ω – частота электромагнитоного поля (обычно в расчётах $\Omega \ll \omega$)

σ – поляризация света

I – интенсивность света или потенциал ионизации (в зависимости от раздела).

v_F – скорость Ферми

k_F, p_F – импульс (или волновой вектор) Ферми

v_T – тепловая скорость электронов

$\mathcal{D}$ – плотность состояний

$\mathcal{P}(\omega)$ – коэффициент поглощения

j – плотность тока (или потока частиц)

$\chi_{\alpha\beta\gamma}$ – фотогальванический тензор третьего порядка

P_{th} - пороговая мощность накачки

Ω_R - частота Раби

$\mathbf{\Omega_p}$ – кривизна Берри электрона

$\mathbf{\Omega}_{ex}$ – кривизна Берри экситона

$\mathcal{C}$ – контур Келдыша

σ_{H}, σ_{xy} – холловская (фото)проводимость

a – расстояние (обычно между слоями)

L – латеральный размер образца

α_p – динамическая поляризуемость

U – потенциальная энергия

U_C – энергия кулоновского взаимодействия электронов и дырок

$g^{(1)}(\Delta x)$ – функция пространственной когерентности первого порядка

$g^{(2)}(\tau)$ – функция временной когерентности второго порядка

Δ^g – ширина запрещённой зоны материала

Δ – ширина сверхпроводящей щели

η – квантовое число (например, индекс долины)

$w_{c,v}$ – поправка к энергии электрона за счёт тригональной гофрировки долин

$C_{c,v}$ – константы деформации долин

λ_{so} – параметр спин-орбитального (или TE-TM) расщепления

$\varepsilon_{1,2}$ – дисперсии квазичастиц

ϵ_i – энергия электрона на примеси

n_i – концентрация примесей

$U_{\theta\varphi}$ – унитарное преобразование к новому базису

$M_{\mathrm{cv}}(p)$ – межзонный матричный элемент перехода

μ – химический потенциал

$\mathbf{P}$ – импульс центра масс экситона

M – масса экситона

μ_X – приведённая масса экситона

$\mathbf{D}_X$ – экситонный поляризационный оператор

s – скорость боголюбовского звука

$u_{\mathbf{p}}$, $v_{\mathbf{p}}$ – коэффициенты преобразования, в том числе коэффициенты Боголюбова (в соответствующих разделах)

ξ_h – длина залечивания (параметр бозонных систем)

g_s, g_v – факторы спинового и долинного вырождения

ω^{ph} – частоты акустических фононов

s^{ph} – скорость звука (акустических фононов)

$\rho^{(1)}$ – сопротивление системы, опосредованное взаимодействием с боголонами

$\rho^{(2)}$ – сопротивление системы, опосредованное взаимодействием с парами боголонов

$\hat{\Pi}$ – поляризационный оператор электрон-боголонного взаимодействия

$\hat{\Sigma}$ – собственноэнергетический (массовый) оператор

V_{1b}, V_{2b} – матричные элементы спаривания электронов (БКШ)

ω_b – параметр обрезания интегралов (аналог частоты Дебая)

N_q – Бозе-распределение боголонов

σ_0^D – (статическая) проводимость Друде электронного газа

σ_0^{AL} – (статическая) проводимость Асломазова–Ларкина электронного газа

α_{AL} – параметр теории Асламазова–Ларкина

ξ_c – длина когерентности

ϖ_k и ω_n – мацубаровские частоты фермионов и бозонов, соответственно

ψ_d – дигамма-функция

Публикации автора по теме диссертации

[A1] Kovalev V. M., Savenko I. G. Photogalvanic currents in dynamically gapped transition metal dichalcogenide monolayers // Phys. Rev. B. — 2019. — Vol. 99. — P. 075405.

[A2] Valley Hall transport of photon-dressed quasiparticles in two-dimensional Dirac semiconductors / V. M. Kovalev, W.-K. Tse, M. V. Fistul, I. G. Savenko // New J. Phys. — 2018. — Vol. 20. — P. 083007.

[A3] Vakulchyk I., Kovalev V. M., Savenko I. G. Nonequilibrium theory of the photoinduced valley Hall effect // Phys. Rev. B. — 2021. — Vol. 103. — P. 035434.

[A4] Kovalev V. M., Savenko I. G. Quantum anomalous valley Hall effect for bosons // Phys. Rev. B. — 2019. — Vol. 100. — P. 121405.

[A5] Boev M. V., Kovalev V. M., Savenko I. G. Resonant Photon Drag of Dipolar Excitons // JETP Lett. — 2018. — Vol. 107. — P. 737–741.

[A6] Kovalev V. M., Miroshnichenko A. E., Savenko I. G. Photon drag of a Bose-Einstein condensate // Phys. Rev. B. — 2018. — Vol. 98. — P. 165405.

[A7] Kovalev V. M., Boev M. V., Savenko I. G. Proposal for frequency-selective photodetector based on the resonant photon drag effect in a condensate of indirect excitons // Phys. Rev. B. — 2018. — Vol. 98. — P. 041304.

[A8] Kovalev V. M., Savenko I. G. Photoinduced electric currents in Bose–Einstein condensates // Phys. Rev. B. — 2018. — Vol. 98. — P. 201405.

[A9] Kovalev V. M., Savenko I. G. Paramagnetic resonance in spin-polarized disordered Bose-Einstein condensates // Sci. Rep. — 2017. — Vol. 7. — P. 2076.

[A10] Quantum treatment of the Bose-Einstein condensation in nonequilibrium systems / H. Flayac, I. G. Savenko, M. Möttönen, T. Ala-Nissila // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 92. — P. 115117.

[A11] Evolution of Temporal Coherence in Confined Exciton-Polariton Condensates / M. Klaas, H. Flayac, M. Amthor et al. // Phys. Rev. Lett. — 2018. — Vol. 120. — P. 017401.

[A12] Coherent Topological Polariton Laser / T. H. Harder, M. Sun, O. A. Egorov et al. // ACS Photonics. — 2021. — Vol. 8, no. 5. — P. 1377–1384.

[A13] Boev M. V., Kovalev V. M., Savenko I. G. Magnetoplasmon Fano resonance in Bose-Fermi mixtures // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 94. — P. 241408.

[A14] Boev M. V., Kovalev V. M., Savenko I. G. Bogolon-mediated electron capture by impurities in hybrid Bose-Fermi systems // Phys. Rev. B. — 2018. — Vol. 97. — P. 165305.

[A15] Unconventional Bloch-Grüneisen Scattering in Hybrid Bose-Fermi Systems / K. H. A. Villegas, Meng Sun, V. M. Kovalev, I. G. Savenko // Phys. Rev. Lett. — 2019. — Vol. 123. — P. 095301.

[A16] Bogolon-mediated electron scattering in graphene in hybrid Bose-Fermi systems / Meng Sun, K. H. A. Villegas, V. M. Kovalev, I. G. Savenko // Phys. Rev. B. — 2019. — Vol. 99. — P. 115408.

[A17] Theory of BCS-like bogolon-mediated superconductivity in transition metal dichalcogenides / Meng Sun, A V Parafilo, K H A Villegas et al. // New J. Phys. — 2021. — Vol. 23, no. 2. — P. 023023.

[A18] Bose–Einstein condensate-mediated superconductivity in graphene / M. Sun, A. V. Parafilo, K. H. A. Villegas et al. // 2D Materials. — 2021. — Vol. 8, no. 3. — P. 031004.

[A19] Strong-coupling theory of condensate-mediated superconductivity in two-dimensional materials / M. Sun, A. V. Parafilo, V. M. Kovalev, I. G. Savenko // Phys. Rev. Research. — 2021. — Vol. 3. — P. 033166.

[A20] Shedding light on topological superconductors / K. H. A. Villegas, V. M. Kovalev, F. V. Kusmartsev, I. G. Savenko // Phys. Rev. B. — 2018. — Vol. 98. — P. 064502.

[A21] Optical Transistor for Amplification of Radiation in a Broadband Terahertz Domain / K. H. A. Villegas, F. V. Kusmartsev, Y. Luo, I. G. Savenko // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Vol. 124. — P. 087701.

[A22] Kovalev V. M., Savenko I. G. Proposal for Plasmon Spectroscopy of Fluctuations in Low-Dimensional Superconductors // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Vol. 124. — P. 207002.

[A23] Kovalev V. M., Sonowal K., Savenko I. G. Coherent photogalvanic effect in fluctuating superconductors // Phys. Rev. B. — 2021. — Vol. 103. — P. 024513.

[A24] Sonowal K., Kovalev V. M., Savenko I. G. Magnetoplasmon resonance in two-dimensional fluctuating superconductors // New J. Phys. — 2021. — Vol. 23. — P. 093009.

Список литературы

[1] The electronic properties of graphene / A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres et al. // Rev. Mod. Phys. — 2009. — Vol. 81. — P. 109–162.

[2] 2D transition metal dichalcogenides / S. Manzeli, D. Ovchinnikov, D. Pasquier et al. // Nature Reviews Materials. — 2017. — Vol. 2, no. 8. — P. 17033.

[3] Anomalous Hall effect / N. Nagaosa, J. Sinova, S. Onoda et al. // Rev. Mod. Phys. — 2010. — Vol. 82. — P. 1539–1592.

[4] Geim Andre K. Nobel Lecture: Random walk to graphene // Rev. Mod. Phys. — 2011. — Vol. 83. — P. 851–862.

[5] Novoselov K. S. Nobel Lecture: Graphene: Materials in the Flatland // Rev. Mod. Phys. — 2011. — Vol. 83. — P. 837–849.

[6] Emergent phenomena at oxide interfaces / H. Y. Hwang, Y. Iwasa, M. Kawasaki et al. // Nature Materials. — 2012. — Vol. 11. — P. 103–113.

[7] Two-dimensional semiconductors in the regime of strong light-matter coupling / C. Schneider, M. M. Glazov, T. Korn et al. // Nature Commun. — 2018. — Vol. 9, no. 1. — P. 2695.

[8] Liew T.C.H., Shelykh I.A., Malpuech G. Polaritonic devices // Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures. — 2011. — Vol. 43, no. 9. — P. 1543–1568.

[9] Mermin N. D., Wagner H. Absence of Ferromagnetism or Antiferromagnetism in One- or Two-Dimensional Isotropic Heisenberg Models // Phys. Rev. Lett. — 1966. — Vol. 17. — P. 1133–1136.

[10] Bose–Einstein condensation of exciton polaritons / J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann et al. // Nature (London). — 2006. — Vol. 443. — P. 409–414.

[11] Localization and delocalization of light in photonic Moiré lattices / P. Wang, Y. Zheng, X. Chen et al. // Nature (London). — 2020. — Vol. 577. — P. 42–46.

[12] The valley Hall effect in MoS_2 transistors / K. F. Mak, K. L. McGill, J. Park, P. L. McEuen // Science. — 2014. — Vol. 344, no. 6191. — P. 1489–1492.

[13] Gibson A. F., Kimmitt M. F., Walker A. C. Photon drag in germanium // Appl. Phys. Lett. — 1970. — Vol. 17, no. 2. — P. 75–77.

[14] Ivchenko E. L. Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures. — Alpha Science, Harrow, UK, 2005.

[15] Light-induced drift velocities in Na–noble-gas mixtures / H. G. C. Werij, J. E. M. Haverkort, P. C. M. Planken et al. // Phys. Rev. Lett. — 1987. — Vol. 58. — P. 2660–2663.

[16] Grinberg A. A. Theory of the Photoelectric and Photomagnetic Effects Produce by Light Pressure // Sov. Phys. JETP. — 1970. — Vol. 31. — P. 531.

[17] Yee J. H. Theory of Photon-Drag Effect in Polar Crystals // Phys. Rev. B. — 1972. — Vol. 6. — P. 2279–2285.

[18] Glazov M. M., Ganichev S. D. High frequency electric field induced nonlinear effects in graphene // Phys. Reports. — 2014. — Vol. 535, no. 3. — P. 101–138.

[19] Kolobov A. V., Tominaga J. Two-Dimensional Transition-Metal Dichalcogenides. — Springer Series in Material Science, 2016. — Vol. 239.

[20] Coupled Spin and Valley Physics in Monolayers of MoS_2 and Other Group-VI Dichalcogenides / Di Xiao, G.-B. Liu, W. Feng et al. // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Vol. 108. — P. 196802.

[21] Microscopic Origin of the Valley Hall Effect in Transition Metal Dichalcogenides Revealed by Wavelength-Dependent Mapping / N. Ubrig, S. Jo, M. Philippi et al. // Nano Lett. — 2017. — Vol. 17, no. 9. — P. 5719–5725.

[22] Xiao Di, Yao W., Niu Q. Valley-Contrasting Physics in Graphene: Magnetic Moment and Topological Transport // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Vol. 99. — P. 236809.

[23] Yao W., Xiao Di, Niu Q. Valley-dependent optoelectronics from inversion symmetry breaking // Phys. Rev. B. — 2008. — Vol. 77. — P. 235406.

[24] Selectively Depopulating Valley-Polarized Excitons in Monolayer MoS_2 by Local Chirality in Single Plasmonic Nanocavity / J. Sun, H. Hu, D. Pan et al. // Nano Lett. — 2020. — Vol. 20, no. 7. — P. 4953–4959.

[25] 2D semiconducting materials for electronic and optoelectronic applications: potential and challenge / S. Kang, D. Lee, J. Kim et al. // 2D Mater. — 2020. — Vol. 7. — P. 022003.

[26] Ominato Y., Fujimoto J., Matsuo M. Valley-Dependent Spin Transport in Monolayer Transition-Metal Dichalcogenides // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Vol. 124. — P. 166803.

[27] Room-temperature valleytronic transistor / L. Li, L. Shao, X. Liu et al. // Nature Nanotechnol. — 2020.

[28] Kibis O. V. Dissipationless Electron Transport in Photon-Dressed Nanostructures // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Vol. 107. — P. 106802.

[29] Microcavities / A. V. Kavokin, J. J. Baumberg, G. Malpuech, F. P. Laussy. — Oxford University Press, 2017.

[30] Wieck A. D., Sigg H., Ploog K. Observation of resonant photon drag in a two-dimensional electron gas // Phys. Rev. Lett. — 1990. — Vol. 64. — P. 463–466.

[31] Entin M. V., Magarill L. I., Shepelyansky D. L. Theory of resonant photon drag in monolayer graphene // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 81. — P. 165441.

[32] Rodrigues-Costa C., Nunes O. A. C. Theory of photon-drag effect in bulk magnetic semiconductors // Phys. Rev. B. — 1992. — Vol. 46. — P. 15046–15052.

[33] Berman O. L., Kezerashvili R. Ya., Lozovik Yu. E. Drag effects in a system of electrons and microcavity polaritons // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 82. — P. 125307.

[34] Circular photon drag effect in bulk tellurium / V. A. Shalygin, M. D. Moldavskaya, S. N. Danilov et al. // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 93. — P. 045207.

[35] Loudon R., Barnett S. M., Baxter C. Radiation pressure and momentum transfer in dielectrics: The photon drag effect // Phys. Rev. A. — 2005. — Vol. 71. — P. 063802.

[36] Goff J. E., Schaich W. L. Theory of the photon-drag effect in simple metals // Phys. Rev. B. — 2000. — Vol. 61. — P. 10471–10477.

[37] Kurosawa H., Ishihara T. Surface plasmon drag effect in a dielectrically modulated metallic thin film // Opt. Express. — 2012. — Vol. 20, no. 2. — P. 1561–1574.

[38] Photon-Drag Effect in Single-Walled Carbon Nanotube Films / G. M. Mikheev, A. G. Nasibulin, R. G. Zonov et al. // Nano Lett. — 2012. — Vol. 12, no. 1. — P. 77–83.

[39] Photon drag effect in $(Bi_{1-x}Sb_x)_2Te_3$ three-dimensional topological insulators / H. Plank, L. E. Golub, S. Bauer et al. // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 93. — P. 125434.

[40] Luryi S. Photon-Drag Effect in Intersubband Absorption by a Two-Dimensional Electron Gas // Phys. Rev. Lett. — 1987. — Vol. 58. — P. 2263–2266.

[41] Grinberg A., Luryi S. Theory of the photon-drag effect in a two-dimensional electron gas // Phys. Rev. B. — 1988. — Vol. 38. — P. 87–96.

[42] Butov L. V. Excitonic devices // Superlattices and Microstructures. — 2017. — Vol. 108. — P. 2 – 26.

[43] Exciton optoelectronic transistor / A. A. High, A. T. Hammack, L. V. Butov et al. // Optics Lett. — 2007. — Vol. 32, no. 17. — P. 2466–2468.

[44] Control of Exciton Fluxes in an Excitonic Integrated Circuit / A. A. High, E. E. Novitskaya, L. V. Butov et al. // Science. — 2008. — Vol. 321, no. 5886. — P. 229–231.

[45] Excitonic switches operating at around 100 K / G. Grosso, J. Graves, A. T. Hammack et al. // Nature Photon. — 2009. — Vol. 3, no. 10. — P. 577–580.

[46] Batyev E. G., Kovalev V. M., Chaplik A. V. Response of a Bose-Einstein condensate of dipole excitons to static and dynamic perturbations // JETP Lett. — 2014. — Vol. 99, no. 9. — P. 540–551.

[47] Kovalev V. M., Chaplik A. V. Acousto-exciton interaction in a gas of 2D indirect dipolar excitons in the presence of disorder // JETP. — 2016. — Vol. 122, no. 3. — P. 499–508.

[48] All-optical band engineering of gapped Dirac materials / O. V. Kibis, K. Dini, I. V. Iorsh, I. A. Shelykh // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 95. — P. 125401.

[49] Stark Effect and Generalized Bloch-Siegert Shift in a Strongly Driven Two-Level System / J. Tuorila, M. Silveri, M. Sillanpää et al. // Phys. Rev. Lett. — 2010. — Vol. 105. — P. 257003.

[50] Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene / K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov et al. // Nature (London). — 2005. — Vol. 438. — P. 197–200.

[51] Strongly anisotropic Dirac quasiparticles in irradiated graphene / S. V. Syzranov, Ya. I. Rodionov, K. I. Kugel, F. Nori // Phys. Rev. B. — 2013. — Vol. 88. — P. 241112.

[52] Rodionov Ya. I., Kugel K. I., Nori F. Floquet spectrum and driven conductance in Dirac materials: Effects of Landau-Zener-Stückelberg-Majorana interferometry // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 94. — P. 195108.

[53] Origin of band gaps in graphene on hexagonal boron nitride / J. Jung, A. M. DaSilva, A. H. MacDonald, Sh. Adam // Nature Commun. — 2015. — Vol. 6, no. 1. — P. 6308.

[54] Spin and pseudospins in layered transition metal dichalcogenides / X. Xu, W. Yao, Di Xiao, T. F. Heinz // Nature Phys. — 2014. — Vol. 10. — P. 343–350.

[55] Lyanda-Geller Y. B., Li Songci, Andreev A. V. Polarization-dependent photocurrents in polar stacks of van der Waals solids // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 92. — P. 241406.

[56] Photon wavelength dependent valley photocurrent in multilayer MoS_2 / H. Guan, N. Tang, X. Xu et al. // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 96. — P. 241304.

[57] Shan W.-Yu, Zhou J., Xiao Di. Optical generation and detection of pure valley current in monolayer transition-metal dichalcogenides // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 91. — P. 035402.

[58] Golub L. E., Tarasenko S. A. Valley polarization induced second harmonic generation in graphene // Phys. Rev. B. — 2014. — Vol. 90. — P. 201402.

[59] Valley separation in graphene by polarized light / L. E. Golub, S. A. Tarasenko, M. V. Entin, L. I. Magarill // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 84. — P. 195408.

[60] Dynamic Hall Effect Driven by Circularly Polarized Light in a Graphene Layer / J. Karch, P. Olbrich, M. Schmalzbauer et al. // Phys. Rev. Lett. — 2010. — Vol. 105. — P. 227402.

[61] Spin-resolved optical conductivity of two-dimensional group-VIB transition-metal dichalcogenides / M. Gibertini, F. M. D. Pellegrino, N. Marzari, M. Polini // Phys. Rev. B. — 2014. — Vol. 90. — P. 245411.

[62] Li Zh., Carbotte J. P. Longitudinal and spin-valley Hall optical conductivity in single layer MoS_2 // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 86. — P. 205425.

[63] Rostami H., Asgari R. Intrinsic optical conductivity of modified Dirac fermion systems // Phys. Rev. B. — 2014. — Vol. 89. — P. 115413.

[64] Ultra-strong nonlinear optical processes and trigonal warping in MoS_2 layers / A. Säynätjoki, L. Karvonen, H. Rostami et al. // Nature Commun. — 2017. — Vol. 8, no. 1. — P. 893.

[65] Muniz R. A., Sipe J. E. All-optical injection of charge, spin, and valley currents in monolayer transition-metal dichalcogenides // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 91. — P. 085404.

[66] Photogalvanic effect in Weyl semimetals / E. J. König, H.-Y. Xie, D. A. Pesin, A. Levchenko // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 96. — P. 075123.

[67] Photovoltaic chiral magnetic effect in Weyl semimetals / K. Taguchi, T. Imaeda, M. Sato, Y. Tanaka // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 93. — P. 201202.

[68] Quantized circular photogalvanic effect in Weyl semimetals / F. de Juan, A. G. Grushin, T. Morimoto, J. E. Moore // Nature Commun. — 2017. — Vol. 8, no. 1. — P. 15995.

[69] Hall E. H. On a New Action of the Magnet on Electric Currents // American J. Mathematics. — 1879. — Vol. 2, no. 3. — P. 287–292.

[70] Ando T., Matsumoto Y., Uemura Y. Theory of Hall Effect in a Two-Dimensional Electron System // J. the Physical Society of Japan. — 1975. — Vol. 39, no. 2. — P. 279–288.

[71] Klitzing K. v., Dorda G., Pepper M. New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance // Phys. Rev. Lett. — 1980. — Vol. 45. — P. 494–497.

[72] Kane C. L., Mele E. J. Z_2 Topological Order and the Quantum Spin Hall Effect // Phys. Rev. Lett. — 2005. — Vol. 95. — P. 146802.

[73] Kane C. L., Mele E. J. Quantum Spin Hall Effect in Graphene // Phys. Rev. Lett. — 2005. — Vol. 95. — P. 226801.

[74] Karplus R., Luttinger J. M. Hall Effect in Ferromagnetics // Phys. Rev. — 1954. — Vol. 95. — P. 1154–1160.

[75] Experimental Observation of the Quantum Anomalous Hall Effect in a Magnetic Topological Insulator / C.-Z. Chang, J. Zhang, X. Feng et al. // Science. — 2013. — Vol. 340, no. 6129. — P. 167.

[76] Berry M. V. Quantal phase factors accompanying adiabatic changes // Proc. R. Soc. London, Ser. A. — 1984. — Vol. 392. — P. 45.

[77] k.p theory for two-dimensional transition metal dichalcogenide semiconductors / A. Kormányos, G. Burkard, M. Gmitra et al. // 2D Materials. — 2015. — Vol. 2. — P. 022001.

[78] Hasan M. Z., Kane C. L. Colloquium: Topological insulators // Rev. Mod. Phys. — 2010. — Vol. 82. — P. 3045–3067.

[79] Chang M.-C., Niu Q. Berry phase, hyperorbits, and the Hofstadter spectrum: Semiclassical dynamics in magnetic Bloch bands // Phys. Rev. B. — 1996. — Vol. 53. — P. 7010–7023.

[80] Sundaram G., Niu Q. Wave-packet dynamics in slowly perturbed crystals: Gradient corrections and Berry-phase effects // Phys. Rev. B. — 1999. — Vol. 59. — P. 14915–14925.

[81] Xiao Di, Chang M.-C., Niu Q. Berry phase effects on electronic properties // Rev. Mod. Phys. — 2010. — Vol. 82. — P. 1959–2007.

[82] Kalameitsev A. V., Kovalev V. M., Savenko I. G. Valley Acoustoelectric Effect // Phys. Rev. Lett. — 2019. — Vol. 122. — P. 256801.

[83] Imaging of pure spin-valley diffusion current in WS_2-WSe_2 heterostructures / C. Jin, J. Kim, M. I. B. Utama et al. // Science. — 2018. — Vol. 360, no. 6391. — P. 893–896.

[84] Valleytronics in transition metal dichalcogenides materials / Y. Liu, Y. Gao, S. Zhang et al. // Nano Res. — 2019. — Vol. 12. — P. 2695–2711.

[85] Dyakonov M. I. Spin physics in semiconductors. — 2 edition. — Springer, Berlin, Heidelberg, 2017. — Vol. 157.

[86] Anomalous Hall effect in a two-dimensional Dirac band: The link between the Kubo-Streda formula and the semiclassical Boltzmann equation approach / N. A. Sinitsyn, A. H. MacDonald, T. Jungwirth et al. // Phys. Rev. B. — 2007. — Vol. 75. — P. 045315.

[87] Glazov M. M., Golub L. E. Valley Hall effect caused by the phonon and photon drag // Phys. Rev. B. — 2020. — Vol. 102. — P. 155302.

[88] Glazov M. M., Golub L. E. Skew Scattering and Side Jump Drive Exciton Valley Hall Effect in Two-Dimensional Crystals // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Vol. 125. — P. 157403.

[89] Exciton Hall effect in monolayer MoS_2 / M. Onga, Y. Zhang, T. Ideue, Y. Iwasa // Nature Mat. — 2017. — Vol. 16. — P. 1193–1197.

[90] Olsen T., Souza I. Valley Hall effect in disordered monolayer MoS_2 from first principles // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 92. — P. 125146.

[91] Light-induced anomalous Hall effect in graphene / J. W. McIver, B. Schulte, F.-U. Stein et al. // Nature Phys. — 2020. — Vol. 16. — P. 38–41.

[92] Fogler M. M., Butov L. V., Novoselov K. S. High-temperature superfluidity with indirect excitons in van der Waals heterostructures // Nature Commun. — 2014. — Vol. 5, no. 1. — P. 4555.

[93] Butov L. V. Exciton condensation in coupled quantum wells // Solid State Commun. — 2003. — Vol. 127, no. 2. — P. 89–98.

[94] Senthil T., Levin M. Integer Quantum Hall Effect for Bosons // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Vol. 110. — P. 046801.

[95] Berry curvature of interacting bosons in a honeycomb lattice / Y. Li, P. Sengupta, G. G. Batrouni et al. // Phys. Rev. A. — 2015. — Vol. 92. — P. 043605.

[96] Patucha K., Grygiel B., Zaleski T. A. Hall effect for interacting bosons in a lattice // Phys. Rev. B. — 2018. — Vol. 97. — P. 214522.

[97] Colloquium: Excitons in atomically thin transition metal dichalcogenides / G. Wang, A. Chernikov, M. M. Glazov et al. // Rev. Mod. Phys. — 2018. — Vol. 90. — P. 021001.

[98] Berry curvature dipole current in the transition metal dichalcogenides family / J.-S. You, S. Fang, S.-Y. Xu et al. // Phys. Rev. B. — 2018. — Vol. 98. — P. 121109.

[99] Single-layer MoS_2 transistors / B. Radisavljevic, A. Radenovic, J. Brivio et al. // Nature Nanotechnology. — 2011. — Vol. 6, no. 3. — P. 147–150.

[100] Electroluminescence in Single Layer MoS_2 / R. S. Sundaram, M. Engel, A. Lombardo et al. // Nano Lett. — 2013. — Vol. 13, no. 4. — P. 1416–1421.

[101] Double Indirect Interlayer Exciton in a $MoSe_2/WSe_2$ van der Waals Heterostructure / A. T. Hanbicki, H.-J. Chuang, M. R. Rosenberger et al. // ACS Nano. — 2018. — Vol. 12, no. 5. — P. 4719–4726.

[102] Indirect excitons in van der Waals heterostructures at room temperature / E. V. Calman, M. M. Fogler, L. V. Butov et al. // Nature Commun. — 2018. — Vol. 9, no. 1. — P. 1895.

[103] Kazantsev A. P. Resonance light pressure // Phys. Usp. — 1978. — Vol. 21, no. 1. — P. 58–76.

[104] Room-Temperature Transport of Indirect Excitons in (Al,Ga)N/GaN Quantum Wells / F. Fedichkin, T. Guillet, P. Valvin et al. // Phys. Rev. Applied. — 2016. — Vol. 6. — P. 014011.

[105] An electrically pumped polariton laser / C. Schneider, A. Rahimi-Iman, Na Y. Kim et al. // Nature (London). — 2013. — Vol. 497. — P. 348–352.

[106] Room-Temperature Polariton Lasing in Semiconductor Microcavities / S. Christopoulos, G. Baldassarri Höger von Högersthal, A. J. D. Grundy et al. // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Vol. 98. — P. 126405.

[107] Exciton-polariton spin switches / A. Amo, T. C. H. Liew, C. Adrados et al. // Nature Photon. — 2010. — Vol. 4. — P. 361–366.

[108] Coherent Oscillations in an Exciton-Polariton Josephson Junction / K. G. Lagoudakis, B. Pietka, M. Wouters et al. // Phys. Rev. Lett. — 2010. — Vol. 105. — P. 120403.

[109] Observation of Half-Quantum Vortices in an Exciton-Polariton Condensate / K. G. Lagoudakis, T. Ostatnický, A. V. Kavokin et al. // Science. — 2009. — Vol. 326, no. 5955. — P. 974–976.

[110] Josephson effects in condensates of excitons and exciton polaritons / I. A. Shelykh, D. D. Solnyshkov, G. Pavlovic, G. Malpuech // Phys. Rev. B. — 2008. — Vol. 78. — P. 041302.

[111] Laussy F. P., Kavokin A. V., Shelykh I. A. Exciton-Polariton Mediated Superconductivity // Phys. Rev. Lett. — 2010. — Vol. 104. — P. 106402.

[112] Imamoglu A., Ram R.J. Quantum dynamics of exciton lasers // Phys. Lett. A. — 1996. — Vol. 214, no. 3. — P. 193–198.

[113] Suppression of Zeeman Splitting of the Energy Levels of Exciton-Polariton Condensates in Semiconductor Microcavities in an External Magnetic Field / P. Walker, T. C. H. Liew, D. Sarkar et al. // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Vol. 106. — P. 257401.

[114] Liew T. C. H., Kavokin A. V., Shelykh I. A. Optical Circuits Based on Polariton Neurons in Semiconductor Microcavities // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 101. — P. 016402.

[115] Exciton-polariton integrated circuits / T. C. H. Liew, A. V. Kavokin, T. Ostatnický et al. // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 82. — P. 033302.

[116] Realization of an all optical exciton-polariton router / F. Marsault, H. S. Nguyen, D. Tanese et al. // Appl. Phys. Lett. — 2015. — Vol. 107, no. 20. — P. 201115.

[117] Stimulated emission of terahertz radiation by exciton-polariton lasers / K. V. Kavokin, M. A. Kaliteevski, R. A. Abram et al. // Appl. Phys. Lett. — 2010. — Vol. 97, no. 20. — P. 201111.

[118] Savenko I. G., Shelykh I. A., Kaliteevski M. A. Nonlinear Terahertz Emission in Semiconductor Microcavities // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Vol. 107. — P. 027401.

[119] Spontaneous formation and optical manipulation of extended polariton condensates / E. Wertz, L. Ferrier, D. D. Solnyshkov et al. // Nature Phys. — 2010. — Vol. 6, no. 11. — P. 860–864.

[120] Shelykh I. A., Kavokin A. V., Malpuech G. Spin dynamics of exciton polaritons in microcavities // Phys. Stat. Solidi (b). — 2005. — Vol. 242, no. 11. — P. 2271–2289.

[121] Semiconductor microcavity as a spin-dependent optoelectronic device / I. Shelykh, K. V. Kavokin, A. V. Kavokin et al. // Phys. Rev. B. — 2004. — Vol. 70. — P. 035320.

[122] Spin noise of exciton polaritons in microcavities / M. M. Glazov, M. A. Semina, E. Ya. Sherman, A. V. Kavokin // Phys. Rev. B. — 2013. — Vol. 88. — P. 041309.

[123] Smirnov D. S., Glazov M. M. Exciton spin noise in quantum wells // Phys. Rev. B. — 2014. — Vol. 90. — P. 085303.

[124] Glazov M. M., Golub L. E. Quantum and classical multiple-scattering effects in the spin dynamics of cavity polaritons // Phys. Rev. B. — 2008. — Vol. 77. — P. 165341.

[125] Kavokin A., Malpuech G., Glazov M. Optical Spin Hall Effect // Phys. Rev. Lett. — 2005. — Vol. 95. — P. 136601.

[126] Spin Textures of Exciton-Polaritons in a Tunable Microcavity with Large TE-TM Splitting / S. Dufferwiel, Feng Li, E. Cancellieri et al. // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Vol. 115. — P. 246401.

[127] Spontaneous Spin Bifurcations and Ferromagnetic Phase Transitions in a Spinor Exciton-Polariton Condensate / H. Ohadi, A. Dreismann, Y. G. Rubo et al. // Phys. Rev. X. — 2015. — Vol. 5. — P. 031002.

[128] Flayac H., Solnyshkov D. D., Malpuech G. Oblique half-solitons and their generation in exciton-polariton condensates // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 83. — P. 193305.

[129] Non-Abelian Gauge Fields in Photonic Cavities and Photonic Superfluids / H. Ter ças, H. Flayac, D. D. Solnyshkov, G. Malpuech // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Vol. 112. — P. 066402.

[130] Zavoisky E. Spin-magnetic resonance in paramagnetics // Fizicheskii Zhurnal. — 1945. — Vol. 9. — P. 211–245.

[131] Peil S., Gabrielse G. Observing the Quantum Limit of an Electron Cyclotron: QND Measurements of Quantum Jumps between Fock States // Phys. Rev. Lett. — 1999. — Vol. 83. — P. 1287–1290.

[132] New Measurement of the Electron Magnetic Moment Using a One-Electron Quantum Cyclotron / B. Odom, D. Hanneke, B. D'Urso, G. Gabrielse // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 97. — P. 030801.

[133] General Magnetic Transition Dipole Moments for Electron Paramagnetic Resonance / J. Nehrkorn, A. Schnegg, K. Holldack, S. Stoll // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Vol. 114. — P. 010801.

[134] Vortices in quantum droplets: Analogies between boson and fermion systems / H. Saarikoski, S. M. Reimann, A. Harju, M. Manninen // Rev. Mod. Phys. — 2010. — Vol. 82. — P. 2785–2834.

[135] Morsch O., Oberthaler M. Dynamics of Bose-Einstein condensates in optical lattices // Rev. Mod. Phys. — 2006. — Vol. 78. — P. 179–215.

[136] Wouters M., Carusotto I. Excitations in a Nonequilibrium Bose-Einstein Condensate of Exciton Polaritons // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Vol. 99. — P. 140402.

[137] Bose-Einstein Condensation of Dilute Magnons in $TlCuCl_3$ / T. Nikuni, M. Oshikawa, A. Oosawa, H. Tanaka // Phys. Rev. Lett. — 2000. — Vol. 84. — P. 5868–5871.

[138] Bose–Einstein condensation of quasi-equilibrium magnons at room temperature under pumping / S. O. Demokritov, V. E. Demidov, O. Dzyapko et al. // Nature (London). — 2006. — Vol. 443, no. 7110. — P. 430–433.

[139] Exciton optoelectronic transistor / A. A. High, A. T. Hammack, L. V. Butov et al. // Opt. Lett. — 2007. — Vol. 32, no. 17. — P. 2466–2468.

[140] Bose–Einstein condensation of exciton polaritons / J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann et al. // Nature (London). — 2006. — Vol. 443, no. 7110. — P. 409–414.

[141] Bose-Einstein Condensation of Microcavity Polaritons in a Trap / R. Balili, V. Hartwell, D. Snoke et al. // Science. — 2007. — Vol. 316, no. 5827. — P. 1007–1010.

[142] Coherent zero-state and π-state in an exciton–polariton condensate array / C. W. Lai, N. Y. Kim, S. Utsunomiya et al. // Nature (London). — 2007. — Vol. 450. — P. 529 –.

[143] Polariton laser based on a ZnO photonic crystal slab / D. D. Solnyshkov, T. Weiss, G. Malpuech, N. A. Gippius // Appl. Phys. Lett. — 2011. — Vol. 99, no. 11. — P. 111110.

[144] Bottleneck effects in the relaxation and photoluminescence of microcavity polaritons / F. Tassone, C. Piermarocchi, V. Savona et al. // Phys. Rev. B. — 1997. — Vol. 56. — P. 7554–7563.

[145] All-optical control of quantized momenta on a polariton staircase / M. Aßmann, F. Veit, M. Bayer et al. // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 85. — P. 155320.

[146] Nonequilibrium condensates and lasers without inversion: Exciton-polariton lasers / A. Imamoglu, R. J. Ram, S. Pau, Y. Yamamoto // Phys. Rev. A. — 1996. — Vol. 53. — P. 4250–4253.

[147] Room temperature polariton lasing in a GaN/AlGaN multiple quantum well microcavity / G. Christmann, R. Butté, E. Feltin et al. // Appl. Phys. Lett. — 2008. — Vol. 93, no. 5. — P. 051102.

[148] Condensation of Semiconductor Microcavity Exciton Polaritons / H. Deng, G. Weihs, C. Santori et al. // Science. — 2002. — Vol. 298. — P. 199–202.

[149] Sarchi D., Savona V. Long-range order in the Bose-Einstein condensation of polaritons // Phys. Rev. B. — 2007. — Vol. 75. — P. 115326.

[150] Coherence of condensed microcavity polaritons calculated within Boltzmann-Master equations / T. D. Doan, H. T. Cao, D. B. T. Thoai, H. Haug // Phys. Rev. B. — 2008. — Vol. 78. — P. 205306.

[151] Quantum Degeneracy of Microcavity Polaritons / A. Baas, J.-Ph. Karr, M. Romanelli et al. // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 96. — P. 176401.

[152] Spatial Coherence of a Polariton Condensate / H. Deng, G. S. Solomon, R. Hey et al. // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Vol. 99. — P. 126403.

[153] Dynamics of Long-Range Ordering in an Exciton-Polariton Condensate / G. Nardin, K. G. Lagoudakis, M. Wouters et al. // Phys. Rev. Lett. — 2009. — Vol. 103. — P. 256402.

[154] Polariton dynamics and Bose-Einstein condensation in semiconductor microcavities / D. Porras, C. Ciuti, J. J. Baumberg, C. Tejedor // Phys. Rev. B. — 2002. — Vol. 66. — P. 085304.

[155] Condensation kinetics of microcavity polaritons with scattering by phonons and polaritons / T. D. Doan, H. T. Cao, D. B. Tran Thoai, H. Haug // Phys. Rev. B. — 2005. — Vol. 72. — P. 085301.

[156] Formation of an Exciton Polariton Condensate: Thermodynamic versus Kinetic Regimes / J. Kasprzak, D. D. Solnyshkov, R. André et al. // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 101. — P. 146404.

[157] Collective fluid dynamics of a polariton condensate in a semiconductor microcavity / A. Amo, D. Sanvitto, F. P. Laussy et al. // Nature (London). — 2009. — Vol. 457, no. 7227. — P. 291–295.

[158] Polarization kinetics of semiconductor microcavities investigated with a Boltzman approach / Huy Thien Cao, T. D. Doan, D. B. Tran Thoai, H. Haug // Phys. Rev. B. — 2008. — Vol. 77. — P. 075320.

[159] Carusotto I., Ciuti C. Probing Microcavity Polariton Superfluidity through Resonant Rayleigh Scattering // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Vol. 93. — P. 166401.

[160] Keeling J., Berloff N. G. Spontaneous Rotating Vortex Lattices in a Pumped Decaying Condensate // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 100. — P. 250401.

[161] Whittaker D. M. Effects of polariton-energy renormalization in the microcavity optical parametric oscillator // Phys. Rev. B. — 2005. — Vol. 71. — P. 115301.

[162] Polariton ring condensates and sunflower ripples in an expanding quantum liquid / G. Christmann, G. Tosi, N. G. Berloff et al. // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 85. — P. 235303.

[163] Spontaneous Pattern Formation in a Polariton Condensate / F. Manni, K. G. Lagoudakis, T. C. H. Liew et al. // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Vol. 107. — P. 106401.

[164] Savenko I. G., Magnusson E. B., Shelykh I. A. Density-matrix approach for an interacting polariton system // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 83. — P. 165316.

[165] Spatial Coherence Properties of One Dimensional Exciton-Polariton Condensates / J. Fischer, I. G. Savenko, M. D. Fraser et al. // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Vol. 113. — P. 203902.

[166] Stochastic polarization formation in exciton-polariton Bose-Einstein condensates / D. Read, T. C. H. Liew, Y. G. Rubo, A. V. Kavokin // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 80. — P. 195309.

[167] Schollwöck U. The density-matrix renormalization group // Rev. Mod. Phys. — 2005. — Vol. 77. — P. 259–315.

[168] Intrinsic Decoherence Mechanisms in the Microcavity Polariton Condensate / A. P. D. Love, D. N. Krizhanovskii, D. M. Whittaker et al. // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 101. — P. 067404.

[169] Deveaud-Plédran B. On the condensation of polaritons // J. Opt. Soc. Am. B. — 2012. — Vol. 29, no. 2. — P. A138–A145.

[170] Quantum Degenerate Exciton-Polaritons in Thermal Equilibrium / H. Deng, D. Press, S. Götzinger et al. // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 97. — P. 146402.

[171] Liew T. C. H., Savona V. Single Photons from Coupled Quantum Modes // Phys. Rev. Lett. — 2010. — Vol. 104. — P. 183601.

[172] Lemonde M.-A., Didier N., Clerk A. A. Antibunching and unconventional photon blockade with Gaussian squeezed states // Phys. Rev. A. — 2014. — Vol. 90. — P. 063824.

[173] Verger A., Ciuti C., Carusotto I. Polariton quantum blockade in a photonic dot // Phys. Rev. B. — 2006. — Vol. 73. — P. 193306.

[174] Flayac H., Savona V. Unconventional photon blockade // Phys. Rev. A. — 2017. — Vol. 96. — P. 053810.

[175] Quantum fluctuations in a system of exciton polaritons in a semiconductor microcavity / S. S. Demirchyan, T. A. Khudaiberganov, I. Yu. Chestnov, A. P. Alodzhants // J. Opt. Technol. — 2017. — Vol. 84, no. 2. — P. 75–81.

[176] Wouters M., Savona V. Stochastic classical field model for polariton condensates // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 79. — P. 165302.

[177] Temporal first- and second-order correlations in a polariton condensate / H. Haug, T. D. Doan, H. Thien Cao, D. B. Tran Thoai // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 85. — P. 205310.

[178] Savenko I. G., Liew T. C. H., Shelykh I. A. Stochastic Gross-Pitaevskii Equation for the Dynamical Thermalization of Bose-Einstein Condensates // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Vol. 110. — P. 127402.

[179] Polariton lasing vs. photon lasing in a semiconductor microcavity / H. Deng, G. Weihs, D. Snoke et al. // PNAS. — 2003. — Vol. 100, no. 26. — P. 15318–15323.

[180] Characterization of two-threshold behavior of the emission from a GaAs microcavity / J.-S. Tempel, F. Veit, M. Aßmann et al. // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 85. — P. 075318.

[181] Coherence signatures and density-dependent interaction in a dynamical exciton-polariton condensate / A. Rahimi-Iman, A. V. Chernenko, J. Fischer et al. // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 86. — P. 155308.

[182] Second-Order Time Correlations within a Polariton Bose-Einstein Condensate in a CdTe Microcavity / J. Kasprzak, M. Richard, A. Baas et al. // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 100. — P. 067402.

[183] Higher order coherence of exciton-polariton condensates / T. Horikiri, P. Schwendimann, A. Quattropani et al. // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 81. — P. 033307.

[184] Tailoring the polariton dispersion by optical confinement: Access to a manifold of elastic polariton pair scattering channels / G. Dasbach, M. Schwab, M. Bayer et al. // Phys. Rev. B. — 2002. — Vol. 66. — P. 201201.

[185] Polariton Laser Using Single Micropillar GaAs−GaAlAs Semiconductor Cavities / D. Bajoni, P. Senellart, E. Wertz et al. // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 100. — P. 047401.

[186] Polariton lasing in high-quality selenide-based micropillars in the strong coupling regime / T. Klein, S. Klembt, E. Durupt et al. // Appl. Phys. Lett. — 2015. — Vol. 107, no. 7. — P. 071101.

[187] Exciton-polariton trapping and potential landscape engineering / C. Schneider, K. Winkler, M. D. Fraser et al. // Reports on Progress in Phys. — 2016. — Vol. 80, no. 1. — P. 016503.

[188] Coherent Polariton Laser / S. Kim, Bo Zhang, Zh. Wang et al. // Phys. Rev. X. — 2016. — Vol. 6. — P. 011026.

[189] Electro-optical switching between polariton and cavity lasing in an InGaAs quantum well microcavity / M. Amthor, S. Weißenseel, J. Fischer et al. // Opt. Express. — 2014. — Vol. 22, no. 25. — P. 31146–31153.

[190] Coexisting nonequilibrium condensates with long-range spatial coherence in semiconductor microcavities / D. N. Krizhanovskii, K. G. Lagoudakis, M. Wouters et al. // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 80. — P. 045317.

[191] Superconductivity and other collective phenomena in a hybrid Bose-Fermi mixture formed by a polariton condensate and an electron system in two dimensions / O. Cotle ţ, S. Zeytino ğlu, M. Sigrist et al. // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 93. — P. 054510.

[192] Observation of Heteronuclear Feshbach Resonances in a Mixture of Bosons and Fermions / S. Inouye, J. Goldwin, M. L. Olsen et al. // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Vol. 93. — P. 183201.

[193] Exploring an Ultracold Fermi-Fermi Mixture: Interspecies Feshbach Resonances and Scattering Properties of ^{6}Li and ^{40}K / E. Wille, F. M. Spiegelhalder, G. Kerner et al. // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 100. — P. 053201.

[194] Phase separation and collapse in Bose-Fermi mixtures with a Feshbach resonance / F. M. Marchetti, C. J. M. Mathy, D. A. Huse, M. M. Parish // Phys. Rev. B. — 2008. — Vol. 78. — P. 134517.

[195] Brue D. A., Hutson J. M. Magnetically Tunable Feshbach Resonances in Ultracold Li-Yb Mixtures // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Vol. 108. — P. 043201.

[196] Wang D.-W., Lukin M. D., Demler E. Engineering superfluidity in Bose-Fermi mixtures of ultracold atoms // Phys. Rev. A. — 2005. — Vol. 72. — P. 051604.

[197] Büchler H. P., Blatter G. Supersolid versus Phase Separation in Atomic Bose-Fermi Mixtures // Phys. Rev. Lett. — 2003. — Vol. 91. — P. 130404.

[198] Gorbunov A. V., Timofeev V. B. Large-scale coherence of the Bose condensate of spatially indirect excitons // JETP Lett. — 2006. — Vol. 84, no. 6. — P. 329–334.

[199] Berman O. L., Kezerashvili R. Ya. High-temperature superfluidity of the two-component Bose gas in a transition metal dichalcogenide bilayer // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 93. — P. 245410.

[200] Lasing in Bose-Fermi mixtures / V. P. Kochereshko, M. V. Durnev, L. Besombes et al. // Sci. Rep. — 2016. — Vol. 6, no. 1. — P. 20091.

[201] Kovalev V. M., Chaplik A. V. Modulation of the exciton density in a hybrid electron-exciton system // JETP Lett. — 2011. — Vol. 94, no. 7. — P. 560–564.

[202] Kovalev V. M., Chaplik A. V. Lifetime of quasiparticles in a hybrid electron-exciton system // JETP Lett. — 2013. — Vol. 98, no. 6. — P. 331–334.

[203] Matuszewski M., Taylor T., Kavokin A. V. Exciton Supersolidity in Hybrid Bose-Fermi Systems // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Vol. 108. — P. 060401.

[204] Shelykh I. A., Taylor T., Kavokin A. V. Rotons in a Hybrid Bose-Fermi System // Phys. Rev. Lett. — 2010. — Vol. 105. — P. 140402.

[205] Generic New Platform for Topological Quantum Computation Using Semiconductor Heterostructures / J. D. Sau, R. M. Lutchyn, S. Tewari, S. Das Sarma // Phys. Rev. Lett. — 2010. — Vol. 104. — P. 040502.

[206] Alicea J. Majorana fermions in a tunable semiconductor device // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 81. — P. 125318.

[207] Signatures of Majorana Fermions in Hybrid Superconductor-Semiconductor Nanowire Devices / V. Mourik, K. Zuo, S. M. Frolov et al. // Science. — 2012. — Vol. 336, no. 6084. — P. 1003–1007.

[208] Zero-Energy Modes from Coalescing Andreev States in a Two-Dimensional Semiconductor-Superconductor Hybrid Platform / H. J. Suominen, M. Kjaergaard, A. R. Hamilton et al. // Phys. Rev. Lett. — 2017. — Vol. 119. — P. 176805.

[209] Hybrid High-Temperature-Superconductor–Semiconductor Tunnel Diode / A. Hayat, P. Zareapour, S. Y. F. Zhao et al. // Phys. Rev. X. — 2012. — Vol. 2. — P. 041019.

[210] Two-dimensional epitaxial superconductor-semiconductor heterostructures: A platform for topological superconducting networks / J. Shabani, M. Kjaergaard, H. J. Suominen et al. // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 93. — P. 155402.

[211] Superconducting Optoelectronic Circuits for Neuromorphic Computing / J. M. Shainline, S. M. Buckley, R. P. Mirin, S. W. Nam // Phys. Rev. Applied. — 2017. — Vol. 7. — P. 034013.

[212] GaN/NbN epitaxial semiconductor/superconductor heterostructures / R. Yan, G. Khalsa, S. Vishwanath et al. // Nature (London). — 2018. — Vol. 555, no. 7695. — P. 183–189.

[213] Interplay of Phonon and Exciton-Mediated Superconductivity in Hybrid Semiconductor-Superconductor Structures / P. Skopelitis, E. D. Cherotchenko, A. V. Kavokin, A. Posazhennikova // Phys. Rev. Lett. — 2018. — Vol. 120. — P. 107001.

[214] Nonlinear Fano resonance and bistable wave transmission / A. E. Miroshnichenko, S. F. Mingaleev, S. Flach, Yu. S. Kivshar // Phys. Rev. E. — 2005. — Vol. 71. — P. 036626.

[215] Ultrafast Coherent Dynamics of Fano Resonances in Semiconductors / U. Siegner, M. A. Mycek, S. Glutsch, D. S. Chemla // Phys. Rev. Lett. — 1995. — Vol. 74. — P. 470–473.

[216] Miroshnichenko A. E., Flach S., Kivshar Yu. S. Fano resonances in nanoscale structures // Rev. Mod. Phys. — 2010. — Vol. 82. — P. 2257–2298.

[217] Bibes M., Villegas J. E., Barthélémy A. Ultrathin oxide films and interfaces for electronics and spintronics // Advances in Physics. — 2011. — Vol. 60, no. 1. — P. 5–84.

[218] Singhal S. C., Kendall K. High temperature solid oxide fuel cells: fundamentals, design, and applications. — Oxford press, 2003.

[219] Sze S. M., Ng K. K. Physics of semiconductor device. — John Wiley and Sons, 2007.

[220] Seri S., Klein L. Antisymmetric magnetoresistance of the $SrTiO_3/LaAlO_3$ interface // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 80. — P. 180410.

[221] Gate-Controlled Spin Injection at $LaAlO_3/SrTiO_3$ Interfaces / N. Reyren, M. Bibes, E. Lesne et al. // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Vol. 108. — P. 186802.

[222] Zhou J., Shan W.-Yu, Xiao Di. Spin responses and effective Hamiltonian for the two-dimensional electron gas at the oxide interface $LaAlO_3/SrTiO_3$ // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 91. — P. 241302.

[223] Ohtomo A., Hwang H. Y. A high-mobility electron gas at the $LaAlO_3/SrTiO_3$ heterointerface // Nature (London). — 2004. — Vol. 427. — P. 423–426.

[224] Khalsa G., MacDonald A. H. Theory of the $SrTiO_3$ surface state two-dimensional electron gas // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 86. — P. 125121.

[225] Ganguli N., Kelly P. J. Tuning Ferromagnetism at Interfaces between Insulating Perovskite Oxides // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Vol. 113. — P. 127201.

[226] Haraldsen J. T., Wölfle P., Balatsky A. V. Understanding the electric-field enhancement of the superconducting transition temperature for complex oxide interfaces // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 85. — P. 134501.

[227] Metal-to-insulator transition in $LaAl_{1-x}Cr_xO_3/SrTiO_3$ oxide heterostructures guided by electronic reconstruction / P. Kumar, P. Pal, A. K. Shukla et al. // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 91. — P. 115127.

[228] Jena D., Konar A. Enhancement of Carrier Mobility in Semiconductor Nanostructures by Dielectric Engineering // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Vol. 98. — P. 136805.

[229] Gibbons T. M., Estreicher S. K. Impact of Impurities on the Thermal Conductivity of Semiconductor Nanostructures: First-Principles Theory // Phys. Rev. Lett. — 2009. — Vol. 102. — P. 255502.

[230] Shi L., Wang L.-W. Ab initio Calculations of Deep-Level Carrier Nonradiative Recombination Rates in Bulk Semiconductors // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Vol. 109. — P. 245501.

[231] Bourgoin J. C., Zazoui M. Carrier capture on defects in multiband semiconductors // Phys. Rev. B. — 1992. — Vol. 45. — P. 11324–11327.

[232] Influence of Impurities on Short Range Electron Transport in GaAs / D. G. Eshchenko, V. G. Storchak, J. H. Brewer, R. L. Lichti // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Vol. 89. — P. 226601.

[233] Monte Carlo study of the statistics of electron capture by shallow donors in silicon at low temperatures / A. Palma, J. A. Jiménez-Tejada, A. Godoy et al. // Phys. Rev. B. — 1995. — Vol. 51. — P. 14147–14151.

[234] Di Sante D., Ciuchi S. Strong interplay between electron-phonon interaction and disorder in low-doped systems // Phys. Rev. B. — 2014. — Vol. 90. — P. 075111.

[235] Kawamura T., Das Sarma S. Phonon-scattering-limited electron mobilities in $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ heterojunctions // Phys. Rev. B. — 1992. — Vol. 45. — P. 3612–3627.

[236] Gummel H., Lax M. Thermal Ionization and Capture of Electrons Trapped in Semiconductors // Phys. Rev. — 1955. — Vol. 97. — P. 1469–1470.

[237] Abakumov V. N., Yassievich I. N. Cross section for recombination of an electron with a positively charged center in a semiconductor // Sov. Phys. JETP. — 1976. — Vol. 44. — P. 345–. — Access mode: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/e/index/e/44/2/p345?a=list.

[238] Kirichenko E. V., Stephanovich V. A., Dugaev V. K. Conductivity of the two-dimensional electron gas at $LaAlO_3/SrTiO_3$ interface // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 95. — P. 085305.

[239] Simon S. H. The Oxford Solid State Basics. — Oxford University Press, Oxford, 2013.

[240] Abakumov V. N., Perel V. I., Yassievich I. N. Non-radiative recombination in semiconductors. — Elsevier Science, Amsterdam, 1991.

[241] Aleshkin V. Ya., Gavrilenko L. V. Dynamics of the cascade capture of electrons by charged donors in GaAs and InP // JETP. — 2016. — Vol. 123, no. 2. — P. 284–291.

[242] Effect of the direct capture of holes with the emission of optical phonons on impurity-photoconductivity relaxation in p-Si:B / D. V. Kozlov, S. V. Morozov, V. V. Rumyantsev et al. // Semiconductors. — 2015. — Vol. 49, no. 2. — P. 187–190.

[243] Lax M. Cascade Capture of Electrons in Solids // Phys. Rev. — 1960. — Vol. 119. — P. 1502–1523.

[244] Two-dimensional atomic crystals / K. S. Novoselov, D. Jiang, F. Schedin et al. // PNAS. — 2005. — Vol. 102, no. 30. — P. 10451–10453.

[245] Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films / K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov et al. // Science. — 2004. — Vol. 306, no. 5696. — P. 666–669.

[246] Beenakker C. W. J. Colloquium: Andreev reflection and Klein tunneling in graphene // Rev. Mod. Phys. — 2008. — Vol. 80. — P. 1337–1354.

[247] Bipolar supercurrent in graphene / H. B. Heersche, P. Jarillo-Herrero, J. B. Oostinga et al. // Nature (London). — 2007. — Vol. 446. — P. 56–59.

[248] Du Xu, Skachko I., Andrei E. Y. Josephson current and multiple Andreev reflections in graphene SNS junctions // Phys. Rev. B. — 2008. — Vol. 77. — P. 184507.

[249] Atienza P. B. Superconductivity in Graphene and Carbon Nanotubes: Proximity effect and nonlocal transport. — Springer Science & Business Media, 2013.

[250] Uchoa B., Castro Neto A. H. Superconducting States of Pure and Doped Graphene // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Vol. 98. — P. 146801.

[251] Extremely flat band in bilayer graphene / D. Marchenko, D. V. Evtushinsky, E. Golias et al. // Sci. Advances. — 2018. — Vol. 4, no. 11.

[252] Mahan G. D. Many-Particle Physics. — Plenum Press, New York, 1990.

[253] Unconventional superconductivity in magic-angle graphene superlattices / Y. Cao, V. Fatemi, S. Fang et al. // Nature (London). — 2018. — Vol. 556. — P. 43–50.

[254] Feldman B. E. Squeezing strong correlations from graphene // Science. — 2019. — Vol. 363, no. 6431. — P. 1035–1036.

[255] Kopnin N. B., Heikkilä T. T., Volovik G. E. High-temperature surface superconductivity in topological flat-band systems // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 83. — P. 220503.

[256] Muñoz W. A., Covaci L., Peeters F. M. Tight-binding description of intrinsic superconducting correlations in multilayer graphene // Phys. Rev. B. — 2013. — Vol. 87. — P. 134509.

[257] Bistritzer R., MacDonald A. H. Moiré bands in twisted double-layer graphene // PNAS. — 2011. — Vol. 108, no. 30. — P. 12233–12237.

[258] Lopes dos Santos J. M. B., Peres N. M. R., Castro Neto A. H. Continuum model of the twisted graphene bilayer // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 86. — P. 155449.

[259] Direct Observation of High-Temperature Superconductivity in One-Unit-Cell FeSe Films / W.-H. Zhang, Yi Sun, J.-S. Zhang et al. // Chinese Phys. Lett. — 2014. — Vol. 31, no. 1. — P. 017401.

[260] Honerkamp C. Density Waves and Cooper Pairing on the Honeycomb Lattice // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 100. — P. 146404.

[261] Nandkishore R., Levitov L. S., Chubukov A. V. Chiral superconductivity from repulsive interaction in doped graphene // Nature Phys. — 2012. — Vol. 8. — P. 158.

[262] Roy B., Juričić V. Strain-induced time-reversal odd superconductivity in graphene // Phys. Rev. B. — 2014. — Vol. 90. — P. 041413.

[263] Einenkel M., Efetov K. B. Possibility of superconductivity due to electron-phonon interaction in graphene // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 84. — P. 214508.

[264] Bardeen J., Cooper L. N., Schrieffer J. R. Microscopic Theory of Superconductivity // Phys. Rev. — 1957. — Vol. 106. — P. 162–164.

[265] Bardeen J., Cooper L. N., Schrieffer J. R. Theory of Superconductivity // Phys. Rev. — 1957. — Vol. 108. — P. 1175–1204.

[266] Carbotte J. P. Properties of Boson-exchange Superconductors // Rev. Mod. Phys. — 1990. — Vol. 62. — P. 1027–1157.

[267] Allen P. B., Mitrovic B. Theory of Superconducting T_c / Ed. by H. Ehrenreich, F. Seitz, D. Turnbull. — Academic Press, 1983. — Vol. 37 of Solid State Phys. — P. 1–92.

[268] Migdal A. B. Interaction between electrons and lattice vibrations in a normal metal // Sov. Phys. JETP. — 1958. — Vol. 7, no. 6. — P. 996–1001. — Access mode: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/e/index/e/7/6/p996?a=list.

[269] Eliashberg G. M. Interactions between electrons and lattice vibrations in a superconductor // Sov. Phys. JETP. — 1960. — Vol. 11. — P. 696–702. — Access mode: http://www.w2agz.com/Library/Classic%20Papers%20in%20Superconductivity/Eliashberg.

[270] Eliashberg G. M. Temperature Green's function for electrons in a superconductor // Sov. Phys. JETP. — 1961. — Vol. 12. — P. 1000–1002. — Access mode: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e_012_05_1000.pdf.

[271] McMillan W. L. Transition Temperature of Strong-Coupled Superconductors // Phys. Rev. — 1968. — Vol. 167. — P. 331–344.

[272] Ab initio theory of superconductivity. I. Density functional formalism and approximate functionals / M. Lüders, M. A. L. Marques, N. N. Lathiotakis et al. // Phys. Rev. B. — 2005. — Vol. 72. — P. 024545.

[273] Ab initio theory of superconductivity. II. Application to elemental metals / M. A. L. Marques, M. Lüders, N. N. Lathiotakis et al. // Phys. Rev. B. — 2005. — Vol. 72. — P. 024546.

[274] Sanna A., Pellegrini C., Gross E. K. U. Combining Eliashberg Theory with Density Functional Theory for the Accurate Prediction of Superconducting Transition Temperatures and Gap Functions // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Vol. 125. — P. 057001.

[275] Bernevig B. A., Zhang S.-C. Quantum Spin Hall Effect // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 96. — P. 106802.

[276] Fu L., Kane C. L. Topological insulators with inversion symmetry // Phys. Rev. B. — 2007. — Vol. 76. — P. 045302.

[277] Son D. T., Spivak B. Z. Chiral anomaly and classical negative magnetoresistance of Weyl metals // Phys. Rev. B. — 2013. — Vol. 88. — P. 104412.

[278] Experimental Discovery of Weyl Semimetal TaAs / B. Q. Lv, H. M. Weng, B. B. Fu et al. // Phys. Rev. X. — 2015. — Vol. 5. — P. 031013.

[279] Type-II Weyl semimetals / A. A. Soluyanov, D. Gresch, Z. Wang et al. // Nature (London). — 2015. — Vol. 527, no. 7579. — P. 495–498.

[280] Weyl semimetal phase in the non-centrosymmetric compound TaAs / L. X. Yang, Z. K. Liu, Y. Sun et al. // Nature Phys. — 2015. — Vol. 11, no. 9. — P. 728–732.

[281] Discovery of a Weyl fermion state with Fermi arcs in niobium arsenide / Su-Y. Xu, N. Alidoust, I. Belopolski et al. // Nature Phys. — 2015. — Vol. 11, no. 9. — P. 748–754.

[282] Classification of topological quantum matter with symmetries / C.-K. Chiu, J. C. Y. Teo, A. P. Schnyder, S. Ryu // Rev. Mod. Phys. — 2016. — Vol. 88. — P. 035005.

[283] Prediction of Weyl semimetal in orthorhombic $MoTe_2$ / Y. Sun, S.-C. Wu, M. N. Ali et al. // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 92. — P. 161107.

[284] Signatures of the Adler–Bell–Jackiw chiral anomaly in a Weyl fermion semimetal / C.-L. Zhang, Su-Y. Xu, I. Belopolski et al. // Nature Commun. — 2016. — Vol. 7, no. 1. — P. 10735.

[285] Narlikar A. V. The Oxford Handbook of Small Superconductors. — Oxford University Press, Oxford, 2017.

[286] Ketterson J. B., Song S. N. Superconductivity. — Cambridge University Press, Cambridge, 1999.

[287] Larkin A., Varlamov A. Theory of Fluctuations in Superconductors. — Oxford University Press, 2009.

[288] Aslamasov L. G., Larkin A. I. The influence of fluctuation pairing of electrons on the conductivity of normal metal // Phys. Lett. A. — 1968. — Vol. 26, no. 6. — P. 238–239.

[289] The role of density of states fluctuations in the normal state properties of high T_c superconductors / A. A. Varlamov, G. Balestrino, E. Milani, D. V. Livanov // Advances in Physics. — 1999. — Vol. 48, no. 6. — P. 655–783.

[290] Aslamasov L. G., Varlamov A. A. Fluctuation conductivity in intercalated superconductors // J. Low Temperature Phys. — 1980. — Vol. 38, no. 1. — P. 223–241.

[291] Enhanced thermoelectric coupling near electronic phase transition: The role of fluctuation Cooper pairs / H. Ouerdane, A. A. Varlamov, A. V. Kavokin et al. // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 91. — P. 100501.

[292] Liao Y., Galitski V. Critical viscosity of a fluctuating superconductor // Phys. Rev. B. — 2019. — Vol. 100. — P. 060501.

[293] Luminescence of a Cooper Pair / Y. Asano, I. Suemune, H. Takayanagi, E. Hanamura // Phys. Rev. Lett. — 2009. — Vol. 103. — P. 187001.

[294] Enhanced Photon Generation in a Nb/$n-$InGaAs/$p-$InP Superconductor/Semiconductor-Diode Light Emitting Device / H. Sasakura, S. Kuramitsu, Y. Hayashi et al. // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Vol. 107. — P. 157403.

[295] Godschalk F., Hassler F., Nazarov Y. V. Proposal for an Optical Laser Producing Light at Half the Josephson Frequency // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Vol. 107. — P. 073901.

[296] Boev M. V., Savenko I. G., Kovalev V. M. Interplay between collective modes in hybrid electron-gas–superconductor structures // Phys. Rev. B. — 2020. — Vol. 101. — P. 165430.

[297] Mishonov T. M., Damianov D. Ch. Kinetic equation for fluctuation Cooper pairs applied to fluctuation Hall effect in thin superconducting films // Czechoslovak J. Phys. — 1996. — Vol. 46, no. 2. — P. 631–632.

[298] Damianov D. Ch., Mishonov T. M. Fluctuation paraconductivity within the framework of time-dependent Ginzburg–Landau theory // Superlattices and Microstructures. — 1997. — Vol. 21, no. 3. — P. 467–470.

[299] Mishonov T., Posazhennikova A., Indekeu J. Fluctuation conductivity in superconductors in strong electric fields // Phys. Rev. B. — 2002. — Vol. 65. — P. 064519.

[300] Kinetics and Boltzmann kinetic equation for fluctuation Cooper pairs / T. M. Mishonov, G. V. Pachov, I. N. Genchev et al. // Phys. Rev. B. — 2003. — Vol. 68. — P. 054525.

[301] Parmenter R. H. The Acousto-Electric Effect // Phys. Rev. — 1953. — Vol. 89. — P. 990–998.

[302] Surface acoustic waves on GaAs/$Al_xGa_{1-x}As$ heterostructures / A. Wixforth, J. Scriba, M. Wassermeier et al. // Phys. Rev. B. — 1989. — Vol. 40. — P. 7874–7887.

[303] Anomalous sound propagation at ν=1/2 in a 2D electron gas: Observation of a spontaneously broken translational symmetry? / R. L. Willett, M. A. Paalanen, R. R. Ruel et al. // Phys. Rev. Lett. — 1990. — Vol. 65. — P. 112–115.

[304] Zhang S. H., Xu W. Absorption of surface acoustic waves by graphene // AIP Advances. — 2011. — Vol. 1, no. 2. — P. 022146.

[305] Maier S. A. Plasmonics: Fundamentals and Applications. — Springer, New York, 2007.

[306] Ivchenko E. L., Ganichev S. D. Ratchet effects in quantum wells with a lateral superlattice // JETP Lett. — 2011. — Vol. 93, no. 11. — P. 673.

[307] Ratchet Effects Induced by Terahertz Radiation in Heterostructures with a Lateral Periodic Potential / P. Olbrich, E. L. Ivchenko, R. Ravash et al. // Phys. Rev. Lett. — 2009. — Vol. 103. — P. 090603.

[308] Kiselev Yu. Yu., Golub L. E. Optical and photogalvanic properties of graphene superlattices formed by periodic strain // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 84. — P. 235440.

[309] Classical ratchet effects in heterostructures with a lateral periodic potential / P. Olbrich, J. Karch, E. L. Ivchenko et al. // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 83. — P. 165320.

[310] Nalitov A. V., Golub L. E., Ivchenko E. L. Ratchet effects in two-dimensional systems with a lateral periodic potential // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 86. — P. 115301.

[311] Arseev P. I. On the nonequilibrium diagram technique: derivation, some features and applications // Phys. Usp. — 2015. — Vol. 58, no. 12. — P. 1159–1205.

[312] Keldysh L. V. Diagram technique for nonequilibrium processes // JETP. — 1965. — Vol. 20. — P. 1018. — Access mode: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/e/index/e/20/4/p1018?a=list.

[313] Elesin V. F. Coherent interaction of electrons of a semiconductor with a strong electromagnetic wave // JETP. — 1971. — Vol. 32. — P. 328. — Access mode: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/e/index/e/32/2/p328?a=list.

[314] Galitskii V. M., Goreslavskii S. P., Elesin V. F. Electric and magnetic properties of a semiconductor in the field of a strong electromagnetic wave // JETP. — 1970. — Vol. 30. — P. 117. — Access mode: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/e/index/e/30/1/p117?a=list.

[315] Three-band tight-binding model for monolayers of group-VIB transition metal dichalcogenides / G.-B. Liu, W.-Yu Shan, Y. Yao et al. // Phys. Rev. B. — 2013. — Vol. 88. — P. 085433.

[316] Rostami H., Moghaddam A. G., Asgari R. Effective lattice Hamiltonian for monolayer MoS_2: Tailoring electronic structure with perpendicular electric and magnetic fields // Phys. Rev. B. — 2013. — Vol. 88. — P. 085440.

[317] Schmitt-Rink S., Chemla D. S., Haug H. Nonequilibrium theory of the optical Stark effect and spectral hole burning in semiconductors // Phys. Rev. B. — 1988. — Vol. 37. — P. 941–955.

[318] Two-level systems driven by large-amplitude fields / S. Ashhab, J. R. Johansson, A. M. Zagoskin, Franco Nori // Phys. Rev. A. — 2007. — Vol. 75. — P. 063414.

[319] Spin and valley dynamics of excitons in transition metal dichalcogenide monolayers / M. M. Glazov, E. L. Ivchenko, G. Wang et al. // Phys. Stat. Solidi (b). — 2015. — Vol. 252, no. 11. — P. 2349–2362.

[320] Anomalous Hall effect with massive Dirac fermions / I. A. Ado, I. A. Dmitriev, P. M. Ostrovsky, M. Titov // Europhys. Lett. — 2015. — Vol. 111. — P. 37004.

[321] Sensitivity of the anomalous Hall effect to disorder correlations / I. A. Ado, I. A. Dmitriev, P. M. Ostrovsky, M. Titov // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 96. — P. 235148.

[322] Sinitsyn N. A. Semiclassical theories of the anomalous Hall effect // J. Phys: Cond. Matt. — 2007. — Vol. 20, no. 2. — P. 023201.

[323] Burstein E. Anomalous Optical Absorption Limit in InSb // Phys. Rev. — 1954. — Vol. 93. — P. 632–633.

[324] Moss T. S. The interpretation of the properties of Indium Antimonide // Proc. of the Phys. Soc., Sec B. — 1954. — Vol. 67, no. 10. — P. 775–782.

[325] Yao W., Niu Q. Berry Phase Effect on the Exciton Transport and on the Exciton Bose-Einstein Condensate // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 101. — P. 106401.

[326] Berry Phase Modification to the Energy Spectrum of Excitons / J. Zhou, W.-Yu Shan, W. Yao, Di Xiao // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Vol. 115. — P. 166803.

[327] Srivastava A., Imamoğlu A. Signatures of Bloch-Band Geometry on Excitons: Nonhydrogenic Spectra in Transition-Metal Dichalcogenides // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Vol. 115. — P. 166802.

[328] Kittel C. Quantum theory of solid states. — Wiley, New York, 2004.

[329] Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases / F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, S. Stringari // Rev. Mod. Phys. — 1999. — Vol. 71. — P. 463–512.

[330] Giorgini S. Damping in dilute Bose gases: A mean-field approach // Phys. Rev. A. — 1998. — Vol. 57. — P. 2949–2957.

[331] Zhitomirsky M. E., Chernyshev A. L. Colloquium: Spontaneous magnon decays // Rev. Mod. Phys. — 2013. — Vol. 85. — P. 219–242.

[332] Nonlinear optical spectroscopy of indirect excitons in coupled quantum wells / P. Andreakou, S. Cronenberger, D. Scalbert et al. // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 91. — P. 125437.

[333] Nonlinear optical probe of indirect excitons / A. V. Nalitov, M. Vladimirova, A. V. Kavokin et al. // Phys. Rev. B. — 2014. — Vol. 89. — P. 155309.

[334] Kylänpää I., Komsa H.-P. Binding energies of exciton complexes in transition metal dichalcogenide monolayers and effect of dielectric environment // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 92. — P. 205418.

[335] Landau L. D., Lifshitz E. M. Statistical Physics, Part 2 in the Course of Theoretical Physics, Vol. 9 / Ed. by E. M. Lifshitz, L. P. Pitaevskii. — Pergamon Press, Oxford, New York, 2015.

[336] Boev M. V., Chaplik A. V., Kovalev V. M. Interaction of Rayleigh waves with 2D dipolar exciton gas: impact of Bose-Einstein condensation // J. Phys. D: Appl. Phys. — 2017. — Vol. 50, no. 48. — P. 484002.

[337] Slow reflection and two-photon generation of microcavity exciton–polaritons / M. Steger, C. Gautham, D. W. Snoke et al. // Optica. — 2015. — Vol. 2, no. 1. — P. 1–5.

[338] Dissipationless Flow and Sharp Threshold of a Polariton Condensate with Long Lifetime / B. Nelsen, G. Liu, M. Steger et al. // Phys. Rev. X. — 2013. — Vol. 3. — P. 041015.

[339] Poshakinskiy A. V., Tarasenko S. A. Spatiotemporal spin fluctuations caused by spin-orbit-coupled Brownian motion // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 92. — P. 045308.

[340] Kovalev V. M., Savenko I. G., Iorsh I. V. Ultrafast exciton–polariton scattering towards the Dirac points // J. Phys.: Cond. Mat. — 2016. — Vol. 28, no. 10. — P. 105301.

[341] V. A. Gergel' R. F. Kazarinov R. A. Suris. Rarefied imperfect Bose gas in a field of randomly distributed fixed impurities // Sov. Phys. JETP 31, 367 (1970). — 1970. — Vol. 31, no. 2. — P. 367–. — Access mode: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/e/index/e/31/2/p367?a=list.

[342] Polarization and Propagation of Polariton Condensates / I. A. Shelykh, Yuri G. Rubo, G. Malpuech et al. // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 97. — P. 066402.

[343] Microcavity polariton spin quantum beats without a magnetic field: A manifestation of Coulomb exchange in dense and polarized polariton systems / P. Renucci, T. Amand, X. Marie et al. // Phys. Rev. B. — 2005. — Vol. 72. — P. 075317.

[344] Half-skyrmion spin textures in polariton microcavities / P. Cilibrizzi, H. Sigurdsson, T. C. H. Liew et al. // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 94. — P. 045315.

[345] Vurgaftman I., Meyer J. R., Ram-Mohan L. R. Band parameters for III–V compound semiconductors and their alloys // J. Appl. Phys. — 2001. — Vol. 89, no. 11. — P. 5815–5875.

[346] Durnev M. V., Glazov M. M. Spin-dependent coherent transport of two-dimensional excitons // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 93. — P. 155409.

[347] Dum R., Zoller P., Ritsch H. Monte Carlo simulation of the atomic master equation for spontaneous emission // Phys. Rev. A. — 1992. — Vol. 45. — P. 4879–4887.

[348] Wouters M. Wave-function Monte Carlo method for polariton condensates // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 85. — P. 165303.

[349] Tassone F., Yamamoto Y. Exciton-exciton scattering dynamics in a semiconductor microcavity and stimulated scattering into polaritons // Phys. Rev. B. — 1999. — Vol. 59. — P. 10830–10842.

[350] Nonequilibrium dynamics of free quantum-well excitons in time-resolved photoluminescence / C. Piermarocchi, F. Tassone, V. Savona et al. // Phys. Rev. B. — 1996. — Vol. 53. — P. 15834–15841.

[351] Hartwell V. E., Snoke D. W. Numerical simulations of the polariton kinetic energy distribution in GaAs quantum-well microcavity structures // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 82. — P. 075307.

[352] Polariton relaxation bottleneck and its thermal suppression in bulk GaN microcavities / F. Stokker-Cheregi, A. Vinattieri, F. Semond et al. // Appl. Phys. Lett. — 2008. — Vol. 92, no. 4. — P. 042119.

[353] Condensation of Semiconductor Microcavity Exciton Polaritons / H. Deng, G. Weihs, C. Santori et al. // Science. — 2002. — Vol. 298, no. 5591. — P. 199–202.

[354] From polariton condensates to highly photonic quantum degenerate states of bosonic matter / M. Aßmann, J.-S. Tempel, F. Veit et al. // PNAS. — 2011. — Vol. 108, no. 5. — P. 1804–1809.

[355] Controllable structuring of exciton-polariton condensates in cylindrical pillar microcavities / V. K. Kalevich, M. M. Afanasiev, V. A. Lukoshkin et al. // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 91. — P. 045305.

[356] Interactions in Confined Polariton Condensates / L. Ferrier, E. Wertz, R. Johne et al. // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Vol. 106. — P. 126401.

[357] Schwendimann P., Quattropani A. Statistics of the polariton condensate // Phys. Rev. B. — 2008. — Vol. 77. — P. 085317.

[358] Lasing in topological edge states of a one-dimensional lattice / P. St-Jean, V. Goblot, E. Galopin et al. // Nat. Photon. — 2017. — Vol. 11, no. 10. — P. 651–656.

[359] Solnyshkov D. D., Nalitov A. V., Malpuech G. Kibble-Zurek Mechanism in Topologically Nontrivial Zigzag Chains of Polariton Micropillars // Phys. Rev. Lett. — 2016. — Vol. 116. — P. 046402.

[360] Glauber Roy J. The Quantum Theory of Optical Coherence // Phys. Rev. — 1963. — Vol. 130. — P. 2529–2539.

[361] Photon-number correlations near the threshold of microcavity lasers in the weak-coupling regime / R. Jin, D. Boggavarapu, M. Sargent et al. // Phys. Rev. A. — 1994. — Vol. 49. — P. 4038–4042.

[362] Direct Observation of Dirac Cones and a Flatband in a Honeycomb Lattice for Polaritons / T. Jacqmin, I. Carusotto, I. Sagnes et al. // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Vol. 112. — P. 116402.

[363] Bose–Einstein condensation of photons in an optical microcavity / J. Klaers, J. Schmitt, F. Vewinger, M. Weitz // Nature (London). — 2010. — Vol. 468, no. 7323. — P. 545–548.

[364] An exciton-polariton laser based on biologically produced fluorescent protein / C. P. Dietrich, A. Steude, L. Tropf et al. // Science Advances. — 2016. — Vol. 2, no. 8.

[365] Chaplik A. V., Krasheninnikov M. V. Two-dimensional plasmons (2DP) and acoustic waves in crystals // Surface Science. — 1980. — Vol. 98, no. 1. — P. 533–552.

[366] Neilson D., Perali A., Hamilton A. R. Excitonic superfluidity and screening in electron-hole bilayer systems // Phys. Rev. B. — 2014. — Vol. 89. — P. 060502.

[367] Perali A., Neilson D., Hamilton A. R. High-Temperature Superfluidity in Double-Bilayer Graphene // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Vol. 110. — P. 146803.

[368] Exciton condensate in bilayer transition metal dichalcogenides: Strong coupling regime / B. Debnath, Y. Barlas, D. Wickramaratne et al. // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 96. — P. 174504.

[369] Migdal A. B. Interaction between electrons and lattice vibrations in a normal metal // Sov. Phys. JETP. — 1958. — Vol. 7. — P. 996–. — Access mode: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/e/index/e/7/6/p996?a=list.

[370] Schrieffer J. R. Theory of Superconductivity. — Benjamin-Cummings, New York, 1983.

[371] Ziman J. M. Electrons and Phonons: The Theory of Transport Phenomena in Solids. — Oxford University Press, 2001.

[372] Zaitsev R. O. Introduction to modern kinetic theory. — URSS editorial, 2014. — ISBN: 5396006110.

[373] Bagnato V., Kleppner D. Bose-Einstein condensation in low-dimensional traps // Phys. Rev. A. — 1991. — Vol. 44. — P. 7439–7441.

[374] Hohenberg P. C. Existence of Long-Range Order in One and Two Dimensions // Phys. Rev. — 1967. — Vol. 158. — P. 383–386.

[375] Role of background impurities in the single-particle relaxation lifetime of a two-dimensional electron gas / S. J. MacLeod, K. Chan, T. P. Martin et al. // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 80. — P. 035310.

[376] Min H., Hwang E. H., Das Sarma S. Interplay between phonon and impurity scattering in two-dimensional hole transport // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 86. — P. 085307.

[377] Mendez E. E., Price P. J., Heiblum M. Temperature dependence of the electron mobility in GaAs-GaAlAs heterostructures // Appl. Phys. Lett. — 1984. — Vol. 45, no. 3. — P. 294–296.

[378] Hirakawa K., Sakaki H. Mobility of the two-dimensional electron gas at selectively doped n-type $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ heterojunctions with controlled electron concentrations // Phys. Rev. B. — 1986. — Vol. 33. — P. 8291–8303.

[379] Gold A. Temperature dependence of mobility in $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ heterostructures for impurity scattering // Phys. Rev. B. — 1990. — Vol. 41. — P. 8537–8540.

[380] Kaasbjerg K., Thygesen K. S., Jauho A.-P. Acoustic phonon limited mobility in two-dimensional semiconductors: Deformation potential and piezoelectric scattering in monolayer MoS_2 from first principles // Phys. Rev. B. — 2013. — Vol. 87. — P. 235312.

[381] Basu P. K., Nag B. R. Lattice scattering mobility of a two-dimensional electron gas in GaAs // Phys. Rev. B. — 1980. — Vol. 22. — P. 4849–4852.

[382] Measurement of the deformation potentials for GaAs using polarized photoluminescence / R. A. Mair, R. Preposty, E. L. Garwin, T. Maruyama // Phys. Lett. A. — 1998. — Vol. 239. — P. 277–284.

[383] Hwang E. H., Das Sarma S. Limit to two-dimensional mobility in modulation-doped GaAs quantum structures: How to achieve a mobility of 100 million // Phys. Rev. B. — 2008. — Vol. 77. — P. 235437.

[384] Manfra M. J. Molecular Beam Epitaxy of Ultra-High-Quality AlGaAs/GaAs Heterostructures: Enabling Physics in Low-Dimensional Electronic Systems // Annual Review of Condensed Matter Phys. — 2014. — Vol. 5, no. 1. — P. 347–373.

[385] Room-temperature superfluidity in a polariton condensate / G. Lerario, A. Fieramosca, F. Barachati et al. // Nature Phys. — 2017. — Vol. 13. — P. 837.

[386] Electronic transport in two-dimensional graphene / S. Das Sarma, S. Adam, E. H. Hwang, E. Rossi // Rev. Mod. Phys. — 2011. — Vol. 83. — P. 407–470.

[387] Berezinskii V. L. Destruction of long-range order in one-dimensional and two-dimensional systems having a continuous symmetry group II. Quantum systems // Sov. Phys. JETP. — 1972. — Vol. 34, no. 3. — P. 610–616.

[388] Kosterlitz J. M., Thouless D. J. Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems // J. Phys. C: Solid State Physics. — 1973. — Vol. 6, no. 7. — P. 1181–1203.

[389] Loktev V. M., Quick R. M., Sharapov S. G. Phase fluctuations and pseudogap phenomena // Phys. Reports. — 2001. — Vol. 349. — P. 1.

[390] Loktev V. M., Turkowski V. Suppression of the superconducting transition temperature of doped graphene due to thermal fluctuations of the order parameter // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 79. — P. 233402.

[391] Enaki N A, Eremeev V V. Cooperative two-phonon phenomena in superconductivity // New J. Phys. — 2002. — Vol. 4. — P. 80–80.

[392] McMillan W. L. Transition temperature of strong-coupled superconductors // Phys. Rev. — 1968. — Vol. 167. — P. 331–344.

[393] Nambu Y. Quasi-Particles and Gauge Invariance in the Theory of Superconductivity // Phys. Rev. — 1960. — Vol. 117. — P. 648–663.

[394] Gor'Kov L. P. On the energy spectrum of superconductors // Sov. Phys. JETP. — 1958. — Vol. 7, no. 505. — P. 158. — Access mode: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/e/index/e/7/3/p505?a=list.

[395] Margine E. R., Giustino F. Anisotropic Migdal-Eliashberg theory using Wannier functions // Phys. Rev. B. — 2013. — Vol. 87. — P. 024505.

[396] Schrodi F., Oppeneer P. M., Aperis A. Full-bandwidth Eliashberg theory of superconductivity beyond Migdal's approximation // Phys. Rev. B. — 2020. — Vol. 102. — P. 024503.

[397] Eliashberg theory of phonon-mediated superconductivity — When it is valid and how it breaks down / Andrey V. C., A. Abanov, I Esterlis, S. A. Kivelson // Annals of Phys. — 2020. — Vol. 417. — P. 168190.

[398] Arseev P. I., Loiko S. O., Fedorov N. K. Theory of gauge-invariant response of superconductors to an external electromagnetic field // Phys. Usp. — 2006. — Vol. 49, no. 1. — P. 1.

[399] Fetter A. L., Walecka J. D. Quantum Theory of Many-Particle Systems. — Dover, New York, 2003.

[400] Rozhansky I. V., Kachorovskii V. Yu., Shur M. S. Helicity-Driven Ratchet Effect Enhanced by Plasmons // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Vol. 114. — P. 246601.

[401] Vitlina R. Z., Chaplik A. V. New branch of intersubband plasmons in a nonequilibrium two-layer system // JETP Lett. — 2005. — Vol. 81, no. 12. — P. 621–624.

[402] Das Sarma S., Hwang E. H. Collective Modes of the Massless Dirac Plasma // Phys. Rev. Lett. — 2009. — Vol. 102. — P. 206412.

[403] Chaplik A. V. Plasma oscillations in a two-dimensional semimetal // JETP Lett. — 2010. — Vol. 91, no. 4. — P. 188–190.

[404] Gusikhin P. A., Murav'ev V. M., Kukushkin I. V. Observation of plasma waves with anomalously weak damping in a two-dimensional electron system // JETP Lett. — 2015. — Vol. 100, no. 10. — P. 648–651.

[405] Volkov V. A., Zabolotnykh A. A. Undamped relativistic magnetoplasmons in lossy two-dimensional electron systems // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 94. — P. 165408.

[406] Bruus H., Flensberg K. Many-Body Quantum Theory in Condensed Matter Physics: an Introduction. — Oxford University Press, Oxford, 2004.

[407] Raether H. Excitation of Plasmons and Interband Transitions by Electrons. — Springer, Berlin, 1980.

[408] Ivchenko E. L. Photoinduced currents in graphene and carbon nanotubes // Phys. Stat. Solidi (b). — 2012. — Vol. 249, no. 12. — P. 2538–2543.

[409] Abrikosov A. A. Fundamentals of the Theory of Metals. — Dover Publications, Mineola, 2017.

[410] Aronov A. G., Hikami S., Larkin A. I. Gauge invariance and transport properties in superconductors above T_c // Phys. Rev. B. — 1995. — Vol. 51. — P. 3880–3885.

[411] Nonreciprocal charge transport in noncentrosymmetric superconductors / R. Wakatsuki, Yu Saito, Sh. Hoshino et al. // Science Advances. — 2017. — Vol. 3, no. 4.

[412] Chaplik A. V. Possible Crystallization of Charge Carriers in Low-density Inversion Layers // JETP. — 1972. — Vol. 35. — P. 395. — Access mode: http://www.jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/e/35/2/p395?a=list.

[413] Energy-Gap Dynamics of Superconducting NbN Thin Films Studied by Time-Resolved Terahertz Spectroscopy / M. Beck, M. Klammer, S. Lang et al. // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Vol. 107. — P. 177007.

[414] Maki K. Critical Fluctuation of the Order Parameter in a Superconductor. I // Progress of Theoretical Phys. — 1968. — Vol. 40, no. 2. — P. 193–200.

[415] Thompson R. S. Microwave, Flux Flow, and Fluctuation Resistance of Dirty Type-II Superconductors // Phys. Rev. B. — 1970. — Vol. 1. — P. 327–333.