

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

На правах рукописи

ШАШКИН Александр Александрович

**ПЕРЕХОДЫ МЕТАЛЛ-ДИЭЛЕКТРИК И
ЭФФЕКТЫ ЭЛЕКТРОН-ЭЛЕКТРОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
В ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ**

Специальность 01.04.07 — физика конденсированного состояния

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Черноголовка, 2007

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ.	4
Глава 1. Фазовая диаграмма металл–диэлектрик в магнитном поле.	8
1.1. Введение.	8
1.2. Всплывание делокализованных состояний в перпендикулярных магнитных полях.	12
1.3. Подобие диэлектрической фазы и фаз квантового эффекта Холла.	24
1.4. Краевые каналы и прямые измерения квантованной холловской проводимости.	37
1.5. Настоящий переход металл-диэлектрик в нулевом магнитном поле и фазовая граница в параллельном магнитном поле.	43
Выводы к первой Главе.	50
Глава 2. Рост g вблизи перехода металл-диэлектрик и возможный ферромагнитный переход.	52
2.1. Биения осцилляций Шубникова-де Гааза.	52
2.2. Скейлинг магнетосопротивления в параллельном поле и другие методики.	55
2.3. Другие двумерные системы.	64
Выводы ко второй Главе.	68
Глава 3. Раздельное определение эффективной массы и g -фактора.	69
3.1. Наклон металлической температурной зависимости проводимости в нулевом магнитном поле.	69
3.2. Зависимость от температуры амплитуды осцилляций Шубникова-де Гааза в слабых полях.	78
3.3. Спиновые и циклотронные щели в сильных магнитных полях.	83
Выводы к третьей Главе.	85
Глава 4. Термодинамические измерения магнетизации в кремниевых	

МОП структурах со слабым беспорядком.	87
4.1. Критический рост спиновой восприимчивости Паули при низких плотностях электронов.	88
4.2. Определение g -фактора и циклотронной массы.	95
Выводы к четвертой Главе.	104
Глава 5. Вигнеровский кристалл или ферромагнитная Ферми-жидкость? С точки зрения теории.	105
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.	107
Литература	110

ВВЕДЕНИЕ.

Актуальность темы. Основное состояние идеальной сильно взаимодействующей двумерной электронной системы, как ожидается, является вигнеровским кристаллом. Сила взаимодействия характеризуется отношением кулоновской энергии и энергии Ферми, которое в случае одной долины совпадает с радиусом Вигнера-Зейца r_s . Параметр взаимодействия возрастает с уменьшением плотности электронов. По данным численного моделирования, вигнеровская кристаллизация ожидается в чрезвычайно разреженном случае, когда r_s достигает примерно 35. Уточненные численные расчеты предсказывают, что до кристаллизации, в диапазоне значений параметра взаимодействия $25 \lesssim r_s \lesssim 35$, основным состоянием системы является коррелированная ферромагнитная Ферми-жидкость. Однако, другие промежуточные фазы также могут существовать. Ожидается, что при более высокой плотности электронов $r_s \sim 1$, электронная жидкость парамагнитна, а ее эффективная масса m и фактор Ланде g перенормируются взаимодействием. Только недавно качественные отклонения от поведения слабо взаимодействующей Ферми-жидкости были обнаружены в сильно коррелированных двумерных электронных системах ($r_s \gtrsim 10$), в частности резкое возрастание эффективной электронной массы с уменьшением плотности электронов.

Цель работы. Исследование переходов металл-диэлектрик в магнитных полях и поведения спиновой восприимчивости, эффективной массы и g -фактора при низких плотностях электронов в двумерных электронных системах с помощью транспортных и термодинамических измерений.

Научная новизна. Построена фазовая диаграмма металл-диэлектрик в перпендикулярном и параллельном магнитных полях для двумерных электронных систем в кремниевых МОП структурах и GaAs/AlGaAs гетероструктурах.

Исследовано существование настоящего перехода металл-диэлектрик в нулевом магнитном поле.

Измерена спиновая восприимчивость Паули для сильно взаимодействующих двумерных электронных систем с низким уровнем беспорядка в кремниевых МОП структурах.

Эффективная масса и g -фактор при низких плотностях электронов в двумерных электронных системах в кремниевых МОП структурах определены отдельно.

Измерена зависимость увеличенной эффективной массы от степени спиновой поляризации.

Новое научное направление. Экспериментальная физика сильно взаимодействующих двумерных электронных систем.

Практическая ценность. Полученные экспериментальные результаты важны для понимания поведения сильно коррелированных двумерных электронных систем, уже используются для развития соответствующих теоретических подходов и послужат базой для будущих теоретических представлений.

На защиту выносятся следующие основные результаты:

1. Экспериментальные исследования фазовой диаграммы металл-диэлектрик в перпендикулярном магнитном поле для двумерных электронных систем со слабым беспорядком показывают, что по мере уменьшения магнитного поля делокализованные состояния на уровнях Ландау всплывают вверх по энергии относительно центров уровней Ландау и сливаются, создавая в пределе нулевого магнитного поля металлическое состояние.

2. Согласие двух методов — анализ сильных температурных зависимостей сопротивления для двумерных электронных систем с низким уровнем беспорядка в кремниевых МОП структурах в нулевом магнитном поле и обращение в нуль энергии активации и исчезновение нелинейности вольтамперных характеристик, полученное по экстраполяции из диэлектрической фазы — свидетельствует в пользу существования настоящего перехода металл-диэлектрик в нулевом магнитном поле.

3. Транспортные и термодинамические измерения показывают, что для сильно взаимодействующих двумерных электронных систем с низким уровнем беспорядка в кремниевых МОП структурах спиновая восприимчивость Паули обнаруживает критическое поведение, характерное для существования фазового перехода, при электронной плотности n_χ .

4. Близость величины n_χ к критической плотности n_c для перехода металл-диэлектрик указывает на то, что переход металл-диэлектрик в кремниевых образцах с очень слабым случайным потенциалом — свойство чистой двумерной системы и вызывается взаимодействием.

5. В отличие от стонеровской неустойчивости, рост спиновой восприимчивости вызван увеличением эффективной массы, а не g -фактора.

6. Увеличенная эффективная масса не зависит от степени спиновой поляризации, так что происхождение этого увеличения не имеет отношения к спиновым обменным эффектам.

Достоверность и обоснованность полученных результатов подтверждается воспроизводимостью данных на разных образцах, разными экспериментальными группами и разными экспериментальными методами.

Личный вклад автора. Все основные экспериментальные результаты были получены автором или при его непосредственном участии. Это касается также постановки научных задач и интерпретации полученных результатов.

Апробация результатов. Основные результаты докладывались на Международной конференции "Physical Properties in Novel Electronic Systems" (Хсинчу, Тайвань, 2000); Международной конференции "Interacting Electrons in Disordered Metals" (Лейден, Нидерланды, 2000); Международной конференции "Low Dimensional Systems" (Аспен, Колорадо, 2000); Международной конференции по электронным корреляциям и свойствам материалов (Родес, Греция, 2001); Международной конференции по прыжковому механизму и связанным явлениям (Шефаим, Израиль, 2001); Международной конференции "Correlation effects in low-dimensional electron systems" (Ланкастер, Великобритания, 2001); Международной конференции "2D MIT" (Принстон, Нью Джерси, 2002); Международной конференции по физике полупроводников (Эдинбург, Великобритания, 2002); Международной конференции по сильно связанным кулоновским системам (Санта Фе, Нью Мехико, 2002); Международной конференции "Electron Interference and Decoherence in Nanostructures" (Дрезден, Германия, 2002); Международной конференции "Strongly Correlated Electrons in Novel Materials" (Лаборо, Великобритания, 2002); Международной конференции по электронным свойствам двумерных систем (Нара, Япония, 2003); Международной конференции по магнетизму (Рим, Италия, 2003); Международной конференции "Interactions and Disorder in Metals and Insulators in Two Dimensions" (Аспен, Колорадо, 2003); Международной конференции по прыжковому механизму и связанным явлениям (Триест, Италия, 2003); Международной конференции "Electronic Properties of Nanoscale Systems" (Чикаго, США, 2003); Международной конференции

"SEMIMAG" (Талахаси, США, 2004); Международной конференции "Correlated Electrons in High Magnetic Fields" (Айн-Геди/Холон, Израиль, 2004); Международной конференции по нанофизике (Чикаго, США, 2004); Международной конференции по сильно коррелированным электронным системам (Карлсруе, Германия, 2004); Международной конференции по электронным корреляциям и свойствам материалов (Кос, Греция, 2004); Международной конференции "Physics of Ultra Thin Films Near the Metal-Insulator Transition" (Нью Йорк, США, 2005); Международной конференции по квантовым фазовым переходам (Санта Барбара, США, 2005); Международной конференции "Mottness" and Quantum Criticality in the Cuprates and Related Systems" (Тобаго, Вест Индис, 2005); Международной конференции "Recent challenges in novel quantum systems" (Камерино, Италия, 2005); Международной конференции "Complex Behavior in Correlated Electron Systems" (Лейден, Нидерланды, 2005); Международной конференции по нанофизике (Чикаго, США, 2005); Международной конференции "Quantum Coherence, Noise and Decoherence in Nanostructures" (Дрезден, Германия, 2006); Международной конференции "Spin and Charge Effects at the Nanoscale" (Пиза, Италия, 2006); Международной конференции "Nanoelectronics, Nanostructures and Carrier Interactions" (Ацуги, Япония, 2007); Международной конференции "Disorder and Interactions in Low Dimensions" (Хсинчу, Тайвань, 2007); Международной конференции "Coherence and Incoherence in Strongly Correlated Systems" (Рим, Италия, 2007).

Основные результаты опубликованы в 33 статьях в реферируемых отечественных (8) и зарубежных (25) журналах и в 3 Phys. Rev. Lett. комментариях. Перечень этих публикаций приведен в конце диссертации.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из Введения, 5 глав и Заключения. Работа изложена на 122 страницах, содержит 54 рисунка и список литературы, включающий 285 наименований.

Глава 1. Фазовая диаграмма металл–диэлектрик в магнитном поле.

1.1. Введение.

Электронная система называется двумерной (2D) если электроны свободно перемещаются в плоскости, но их движение в направлении перпендикулярном плоскости ограничено потенциальной ямой и квантовано. В подобной системе при низкой плотности электронов реализуется предел сильного электрон-электронного взаимодействия — энергия взаимодействия намного превосходит кинетическую энергию. Сила взаимодействия характеризуется отношением кулоновской энергии и энергии Ферми: $r_s^* = E_{ee}/E_F$. Если эффективная масса электрона равна зонной массе, то в случае одной долины параметр взаимодействия r_s^* совпадает с радиусом Вигнера-Зейца, $r_s = 1/(\pi n_s)^{1/2} a_B$, и, следовательно, возрастает с уменьшением плотности электронов n_s (здесь a_B — радиус Бора в полупроводнике). Основное состояние такой системы может быть вигнеровским кристаллом, который характеризуется пространственным и спиновым порядком [1], ферромагнитной Ферми-жидкостью со спонтанным спиновым упорядочением [2], парамагнитной Ферми-жидкостью [3], и т.д. Для случая сильного взаимодействия ($r_s \gg 1$) на сегодняшний день аналитической теории нет. По данным численного моделирования [4], вигнеровская кристаллизация ожидается в чрезвычайно разреженном случае, когда r_s достигает примерно 35. Уточненные численные расчеты [5] предсказывают, что до кристаллизации, в диапазоне значений параметра взаимодействия $25 \lesssim r_s \lesssim 35$, основным состоянием системы является коррелированная ферромагнитная Ферми-жидкость. Ожидается, что при более высокой плотности электронов $r_s \sim 1$, электронная жидкость парамагнитна, а ее эффективная масса m и фактор Ланде g перенормируются взаимодействием. Возможно, что между вигнеровским кристаллом и парамагнитной Ферми-жидкостью имеются и другие промежуточные фазы помимо ферромагнитной Ферми-жидкости.

Беспорядок, неизбежно присутствующий в реальных двумерных электронных системах, коренным образом меняет картину, изложенную выше, и значительно усложняет задачу. Согласно скейлинговой теории локализации [6], все электроны в бесконечной разупорядоченной двумерной системе без взаимодействия в нулевом

магнитном поле при нулевой температуре локализованы. При конечных температурах различают режимы сильной и слабой локализации: (i) в случае сильной локализации проводимость двумерной электронной системы носит активационный характер и ее удельное сопротивление расходится экспоненциально при $T \rightarrow 0$; (ii) в противоположном случае слабой локализации, удельное сопротивление растет с понижением температуры логарифмически — благодаря увеличенной вероятности рассеяния электронов на примесях назад в точку старта. Любопытно, что включение слабого взаимодействия между электронами ($r_s < 1$) содействует локализации [7]. Однако, было предсказано, что в случае слабого беспорядка и $r_s \gtrsim 1$ возможно существование металлического основного состояния [8–10].

С точки зрения конкуренции между взаимодействием и беспорядком следует разделять пределы сильного и слабого беспорядка. Поскольку многие экспериментальные группы не уделяют этому должного внимания, в интерпретации данных возникла неразбериха. В сильно разупорядоченных электронных системах область низких концентраций недостижима из-за вмешательства сильной (андерсоновской) локализации (рис. 1). При более высоких электронных плотностях в многочисленных экспериментах (см., например, [11–13]) наблюдались логарифмические по температуре поправки к удельному сопротивлению, обеспечивая поддержку теории слабой локализации. Очевидно, что экстраполяция этих малых поправок к $T = 0$ не оправдана и потому эти эксперименты не могут служить подтверждением теории скейлинга. Эта теория вообще замечательна тем, что ее невозможно экспериментально верифицировать, поскольку все эксперименты неизбежно производятся на образцах конечного размера и при конечных температурах. По существу, работает теория скейлинга или нет — вопрос веры.

Гораздо более интересны электронные системы с малым беспорядком. В этом случае можно достичь низких плотностей электронов, соответствующих пределу сильного электрон-электронного взаимодействия. В результате экспериментальных исследований фазовой диаграммы металл-диэлектрик в перпендикулярном магнитном поле было обнаружено близкое сходство диэлектрической фазы при низких электронных плотностях и состояний квантового эффекта Холла. Тем самым, эти эксперименты исключили возможность формирования в имеющихся образцах запиннированного вигнеровского кристалла, но свидетельствуют в пользу

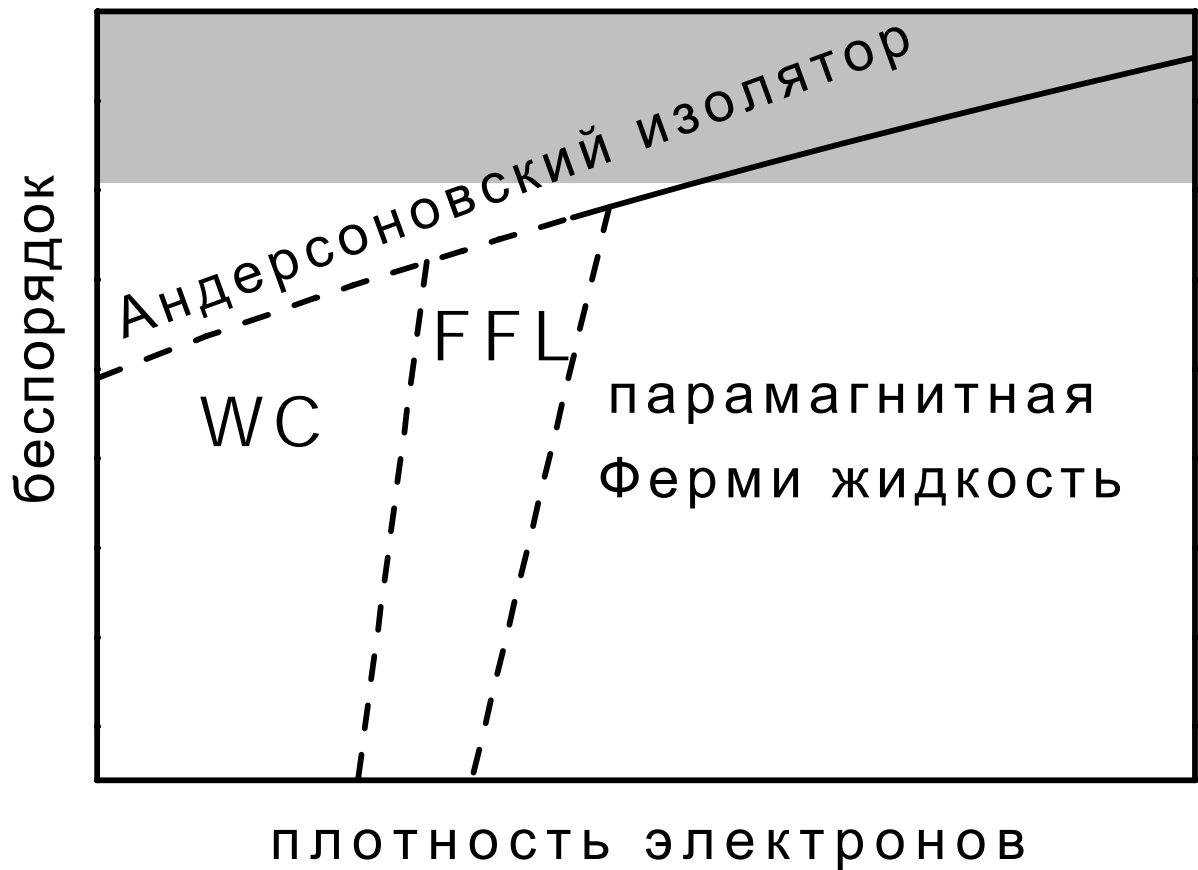


Рис. 1: Схематическая фазовая диаграмма в плоскости беспорядок- n_s . Между вигнеровским кристаллом (WC) и парамагнитной Ферми-жидкостью имеется фаза ферромагнитной Ферми-жидкости (FFL) [5]. Серым показана область сильного беспорядка.

существования в нулевом поле металлического состояния [14–16]. Было обнаружено, что по мере уменьшения магнитного поля делокализованные состояния на уровнях Ландау всплывают вверх по энергии относительно центров уровней Ландау и сливаются, создавая в пределе $B = 0$ металлическое состояние. Эти наблюдения противоречат теоретической схеме, согласно которой в пределе нулевого поля делокализованные состояния должны всплывать по энергии бесконечно высоко [17, 18], делая основное состояние диэлектрическим. Было обнаружено, что металлическое состояние отличается сильным падением удельного сопротивления при понижении температуры [19–21]. Происхождение явления было отнесено к сильному электрон-электронному взаимодействию, однако физика явления оставалась неизвестной до самого последнего времени.

Прорыв в этом направлении произошел в течение семи прошлых лет. После того как было обнаружено, что отношение спинового и циклотронного расщепления gm в кремниевых МОП структурах значительно растет при низких n_s [22], стало ясно, что поведение системы находится далеко за пределами модели слабо взаимодействующей Ферми-жидкости. Согласно недавним сообщениям, магнитное поле, необходимое для полной поляризации системы по спину, $B_c \propto n_s/gm$, стремится в ноль при конечной плотности электронов $n_\chi \approx 8 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$, близкой к критической плотности перехода металл-диэлектрик n_c для этой электронной системы [23–25]. Эти результаты указывают на резкий рост спиновой восприимчивости $\chi \propto gm$ и возможную ферромагнитную неустойчивость в кремниевых МОП структурах с низкой плотностью. В гетероструктурах GaAs/AlGaAs подобное поведение наблюдалось как в дырочных, так и в электронных двумерных системах с очень низкой плотностью носителей [26, 27]. Недавно появились экспериментальные данные, указывающие на то, что в кремниевых МОП структурах при низкой плотности электронов резко возрастает эффективная масса, а вовсе не g -фактор [28]. Согласно этим данным, аномальное увеличение удельного сопротивления с температурой связано с ростом массы. Поскольку значение массы не зависит от степени спиновой поляризации, то, по-видимому, увеличение эффективной массы имеет происхождение, не связанное со спином [29, 30]. Любопытно, что перечисленные явления сильнее выражены в кремниевых МОП структурах в сравнении с гетероструктурами GaAs/AlGaAs, несмотря на то, что достоверного наблюдения дробного квантового эффекта Холла, как правило, связываемого с

электрон-электронным взаимодействием, в кремниевых МОП структурах не было.

Близость величины n_χ к критической плотности n_c указывает на то, что переход металл-диэлектрик в кремниевых образцах с очень слабым случайным потенциалом — свойство чистой двумерной системы и вызывается взаимодействием [23]. В этом состоит его качественное отличие от перехода, вызываемого локализацией в образцах с бóльшим беспорядком, происходящего при концентрациях заметно более высоких, чем n_χ , которые к тому же зависят от степени беспорядка. Данная работа посвящена результатам, относящимся к чистому режиму.

Имеется несколько хороших обзоров этой темы, например, [31, 32]. Однако, эти работы либо уже устарели, либо избегают критики широко распространенных воззрений, таких как, например, теория скейлинга. В дальнейшем, я излагаю основные экспериментальные результаты и даю общую картину перехода металл-диэлектрик и аномальных свойств двумерных электронных систем при низкой плотности электронов [33].

1.2. Всплывание делокализованных состояний в перпендикулярных магнитных полях.

В течение последнего десятилетия переходы металл-диэлектрик в перпендикулярных магнитных полях вызвали значительный интерес. Экспериментальная деятельность была в значительной степени вызвана теоретическим предсказанием того, что магнитное поле способствует вигнеровской кристаллизации [34–38]. Главным образом изучалась диэлектрическая фаза при низкой плотности электронов, чье происхождение связывалось с возможным формированием вигнеровского кристалла [39–53]. Эта возможность, однако, была исключена в ходе изучения полной фазовой диаграммы металл-диэлектрик, включая состояния квантового Холла. Исследования показали, что все диэлектрические фазы в имеющихся образцах весьма похожи [14–16]. Любопытно, что есть ряд твердо установленных экспериментальных фактов, практически игнорируемых теоретиками. Среди прочего, это (i) осцилляции фазовой границы металл-диэлектрик в зависимости от перпендикулярного магнитного поля и (ii) конечная ширина зоны делокализованных

состояний на уровнях Ландау.

Квантовый эффект Холла (квантование холловского сопротивления $\rho_{xy} = h/\nu e^2$ при целочисленных факторах заполнения ν в сочетании с обращением в нуль продольного сопротивления ρ_{xx}) [54], предполагающий существование делокализованных состояний на уровнях Ландау (см. раздел 1.4), вступил в противоречие со скейлинговой теорией локализации. Для их примирения теоретиками почти немедленно была предложена идея, согласно которой при уменьшении магнитного поля делокализованные состояния на уровнях Ландау не могут исчезать скачком, а должны вместо этого бесконечно всплывать по энергии при $B \rightarrow 0$ [17, 18]. Предполагаемая фазовая диаграмма изображена на вставке рис. 2. Эквивалентная диаграмма в координатах беспорядок – обратный фактор заполнения ($1/\nu = eB/hcn_s$) получила известность как глобальная фазовая диаграмма квантового эффекта Холла [55]. Поскольку не предусматривалось никакого объединения делокализованных состояний, то было предсказано, что их прохождение через уровень Ферми вызовет квантование холловской проводимости в слабых магнитных полях [56, 57].

Уже первая попытка [14] построить экспериментально фазовую диаграмму металл-диэлектрик в кремниевых МОП структурах с малым беспорядком при низких температурах привела к расхождению с теорией (рис. 2). В этой работе для определения границы, соответствующей андерсоновскому переходу в режим сильной локализации, использовался довольно условный критерий $\sigma_{xx} = e^2/20h$. Однако, во-первых, было показано, что фазовая граница мало чувствительна к выбору порога отсечки (см., например, [58]). Во-вторых, данное конкретное значение порога находится в согласии с результатами, полученными для состояний квантового Холла по обращению в нуль энергии активации в сочетании с исчезновением нелинейности вольтамперных характеристик, как определено по экстраполяции данных из диэлектрической фазы [15]. (Отметим, что для фазовой границы, соответствующей самой низкой плотности электронов, последний метод приводит к меньшему значению порога $\sigma_{xx}^{-1} \approx 100$ кОм при температуре ≈ 25 мК.) Металлическая фаза окружает каждую из диэлектрических фаз, описываемых безразмерной холловской проводимостью $\sigma_{xy}h/e^2$, которая ведет подсчет числа квантовых уровней под уровнем Ферми (в случае двухдолинных структур на кремнии (100), следует учитывать спиновое и долинное вырождения). Это свидетельствует, что делокализованные состояния действительно не исчезают

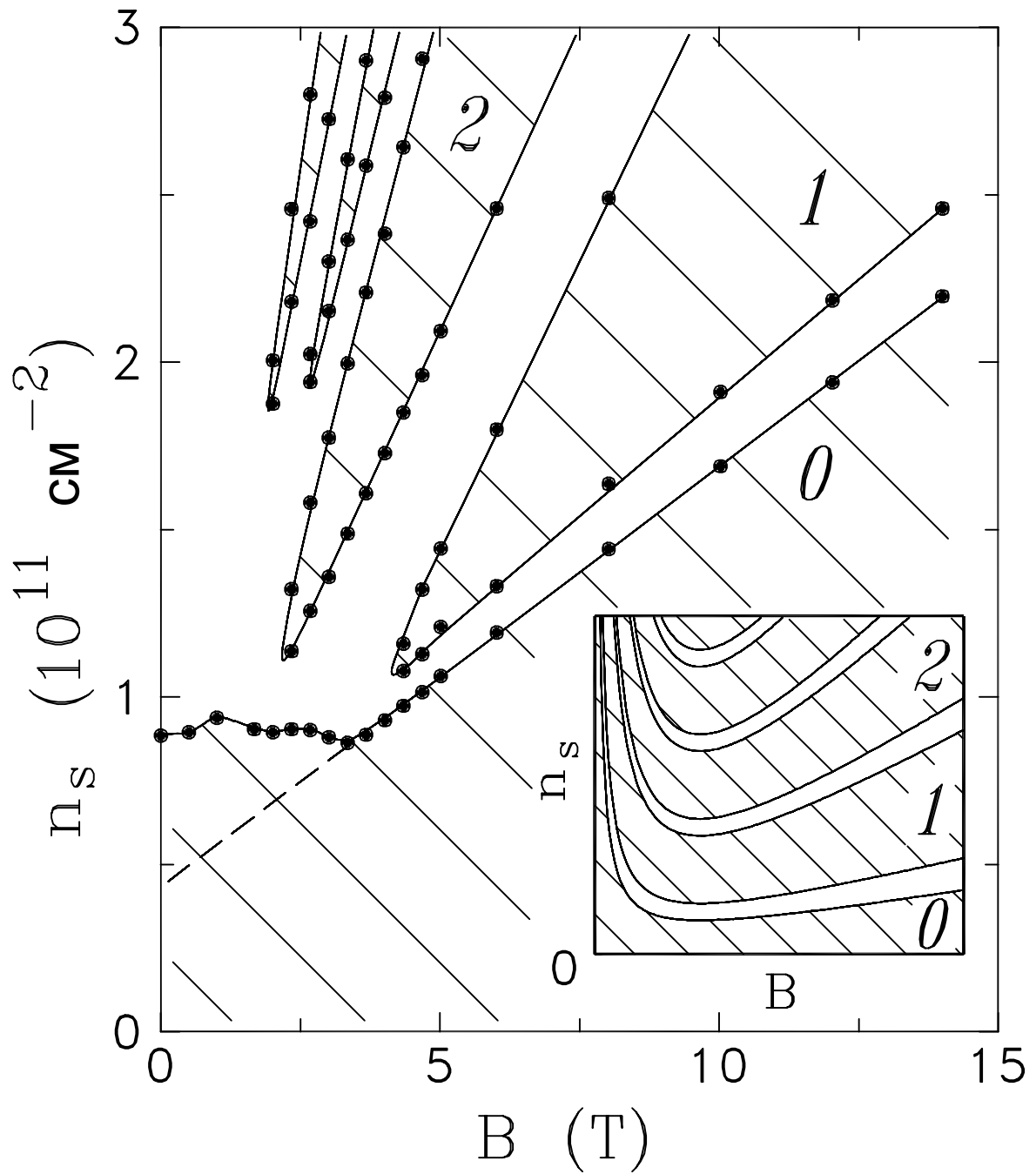


Рис. 2: Фазовая диаграмма металл-диэлектрик в двумерной электронной системе с низким уровнем беспорядка в кремниевых МОП структурах. Диаграмма построена с использованием критерия отсечки $\sigma_{xx} = e^2/20h$ при температуре ≈ 25 мК. Указана безразмерная холловская проводимость $\sigma_{xy}h/e^2$ в диэлектрических фазах. Наклон штриховой линии близок к $e/2hc$. На вставке схематично показана ожидаемая фазовая диаграмма. (из работы [14])

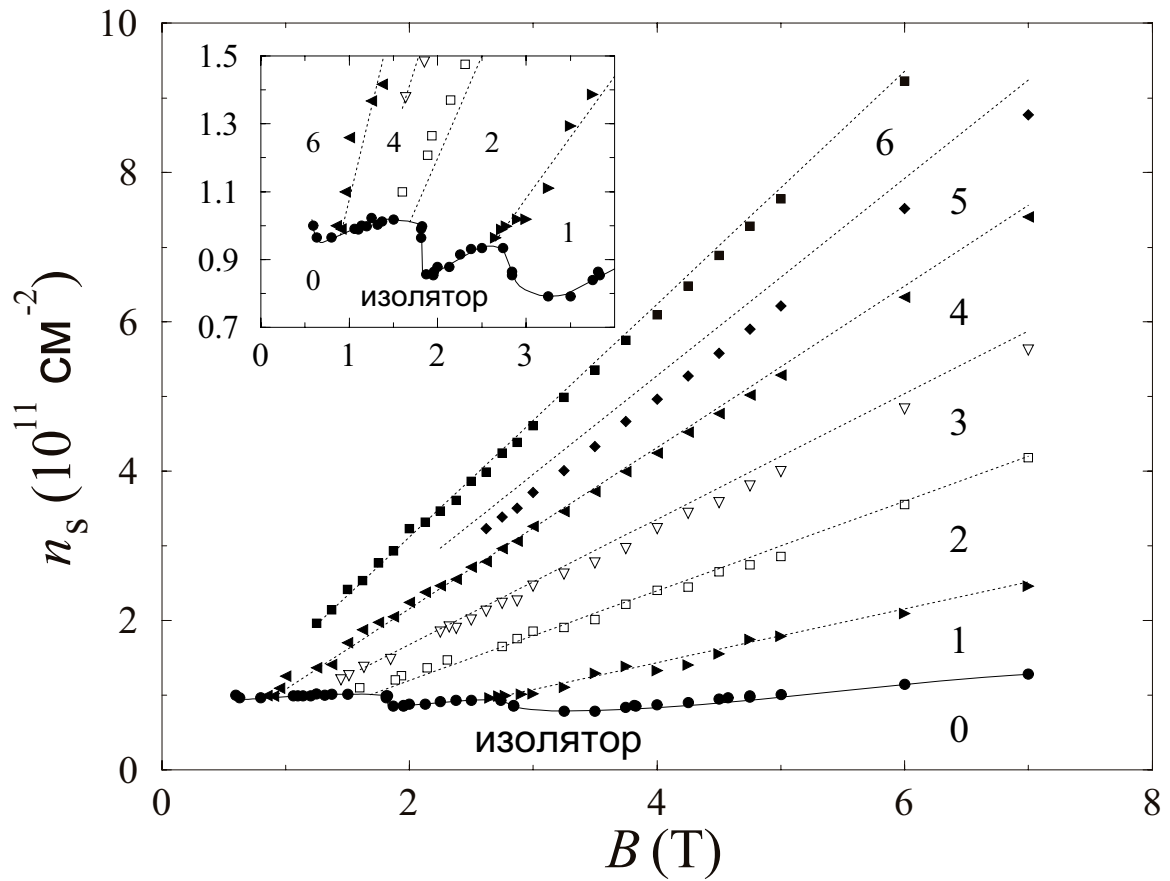


Рис. 3: Схема делокализованных состояний в кремниевой МОП структуре со слабым беспорядком, составленная по положению максимумов σ_{xx} . Числа обозначают σ_{xy} в единицах e^2/h . (из работы [59])

скачком. Вместо этого, при уменьшении магнитного поля они всплывают вверх по энергии относительно центров уровней Ландау и объединяются, образуя металлическое состояние в пределе $B = 0$ (см. разделы 1.3 и 1.5). Кроме того, фазовая граница при низких электронных плотностях осциллирует как функция B с минимумами соответствующими целочисленным факторам заполнения. Из-за осцилляций границы фаз при плотности электронов близкой к границе перехода металл-диэлектрик при $B = 0$ амплитуда осцилляций магнетосопротивления расходится при $T \rightarrow 0$ [39]; области в которых магнетосопротивление расходится, известны как возвратная диэлектрическая фаза (см. раздел 1.3).

Топология наблюдаемой фазовой диаграммы металл-диэлектрик — слияние делокализованных состояний и, как следствие, существование прямых переходов между диэлектрической фазой с $\sigma_{xy} = 0$ и состояниями квантового эффекта Холла с $\sigma_{xy}h/e^2 > 1$ — устойчива и не зависит от способа определения фазовой границы [15, 59] и от выбора двумерной системы [60, 61]. Она была подтверждена при использовании в качестве критерия перехода точки обращения в нуль энергии активации и исчезновения нелинейности вольтамперных характеристик, определяемой по экстраполяции данных из диэлектрической фазы [15]. Этот метод позволяет определить положение андерсоновского перехода более точно. Кравченко и др. [59] использовали на аналогичных кремниевых МОП структурах методику, предложенную в [62]. Они исследовали делокализованные состояния, отслеживая максимумы в продольной проводимости в плоскости (B, n_s) (рис. 3), и обнаружили хорошее согласие с вышеперечисленными результатами. Похожее слияние по крайней мере двух низших делокализованных состояний наблюдалось в более разупорядоченной двумерной дырочной системе в гетероструктуре GaAs/AlGaAs [60] (рис. 4) и в квантовой яме Ge/SiGe [61] (рис. 5). В первом случае положение делокализованных состояний определялось по пикам σ_{xx} или по независимым от температуры точкам пересечения ρ_{xx} . Во втором — либо по максимумам ρ_{xx} и/или $d\rho_{xy}/dB$, либо по точкам пересечения ρ_{xx} при различных температурах. Необходимо отметить, что в случае неудачного сочетания критерия определения фазовой границы и типа изучаемой двумерной системы проследить фазовую диаграмму до достаточно слабых магнитных полей может оказаться невозможным. В работе [62], изучение делокализованных состояний в сильно разупорядоченной 2D электронной системе в гетероструктурах GaAs/AlGaAs

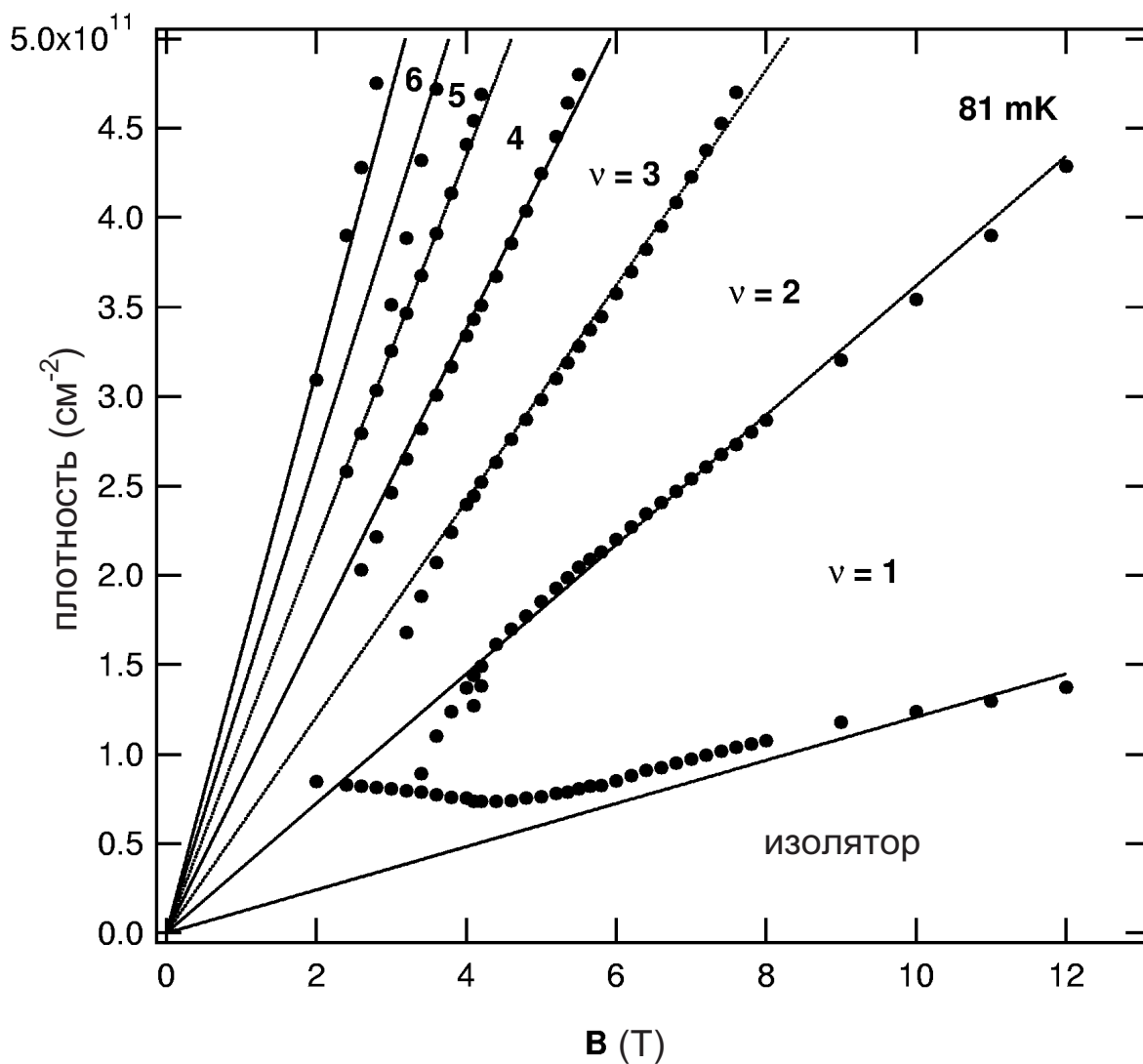


Рис. 4: Схема делокализованных состояний для сильно разупорядоченной двумерной дырочной системы в гетероструктурах GaAs/AlGaAs. Каждая точка представляет собой либо отдельный пик в σ_{xx} , либо независящую от температуры точку пересечения кривых ρ_{xx} . Числа указывают значения $\sigma_{xy}h/e^2$. (из работы [60])

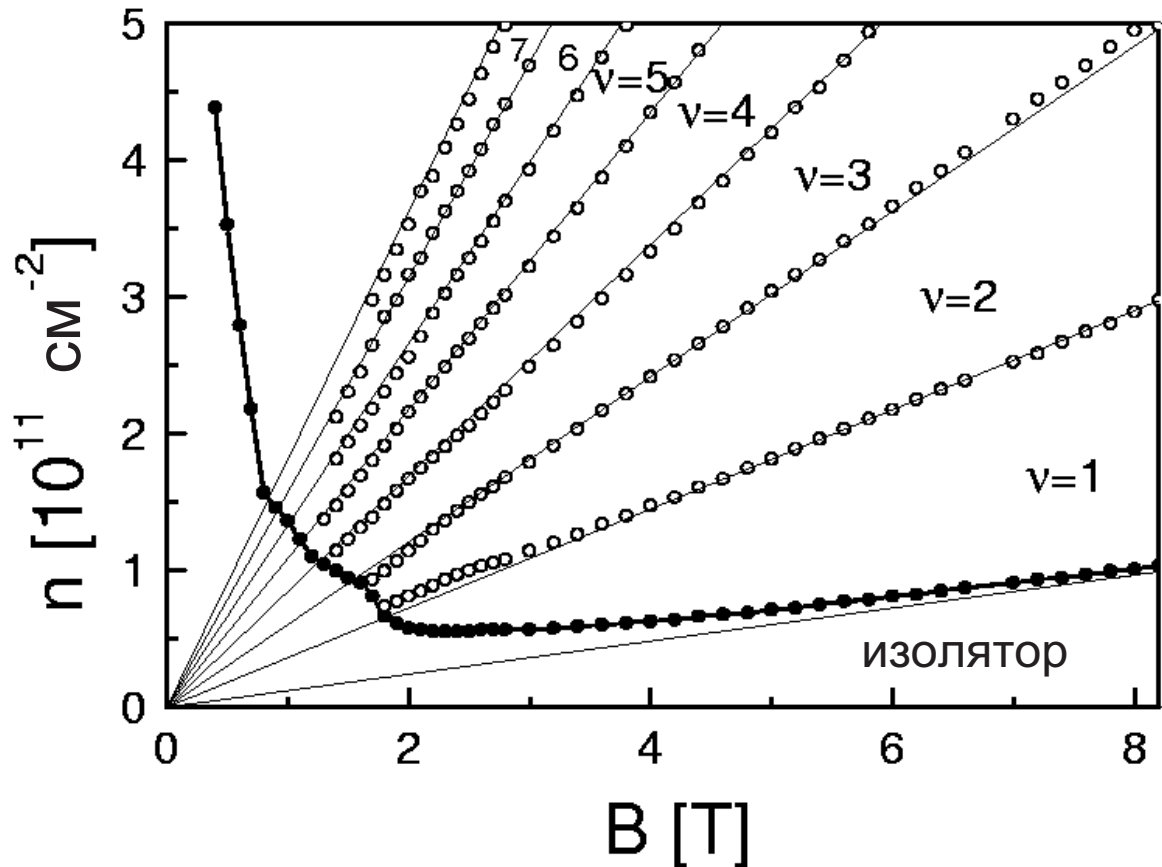


Рис. 5: Схема делокализованных состояний в сильно разупорядоченной двумерной дырочной системе в квантовой яме Ge/SiGe. Пустые кружки указывают положение максимумов в ρ_{xx} и/или $d\rho_{xy}/dB$. Сплошные кружки соответствуют точкам пересечения ρ_{xx} при различных температурах. Числа указывают значения $\sigma_{xy}h/e^2$. (из работы [61])

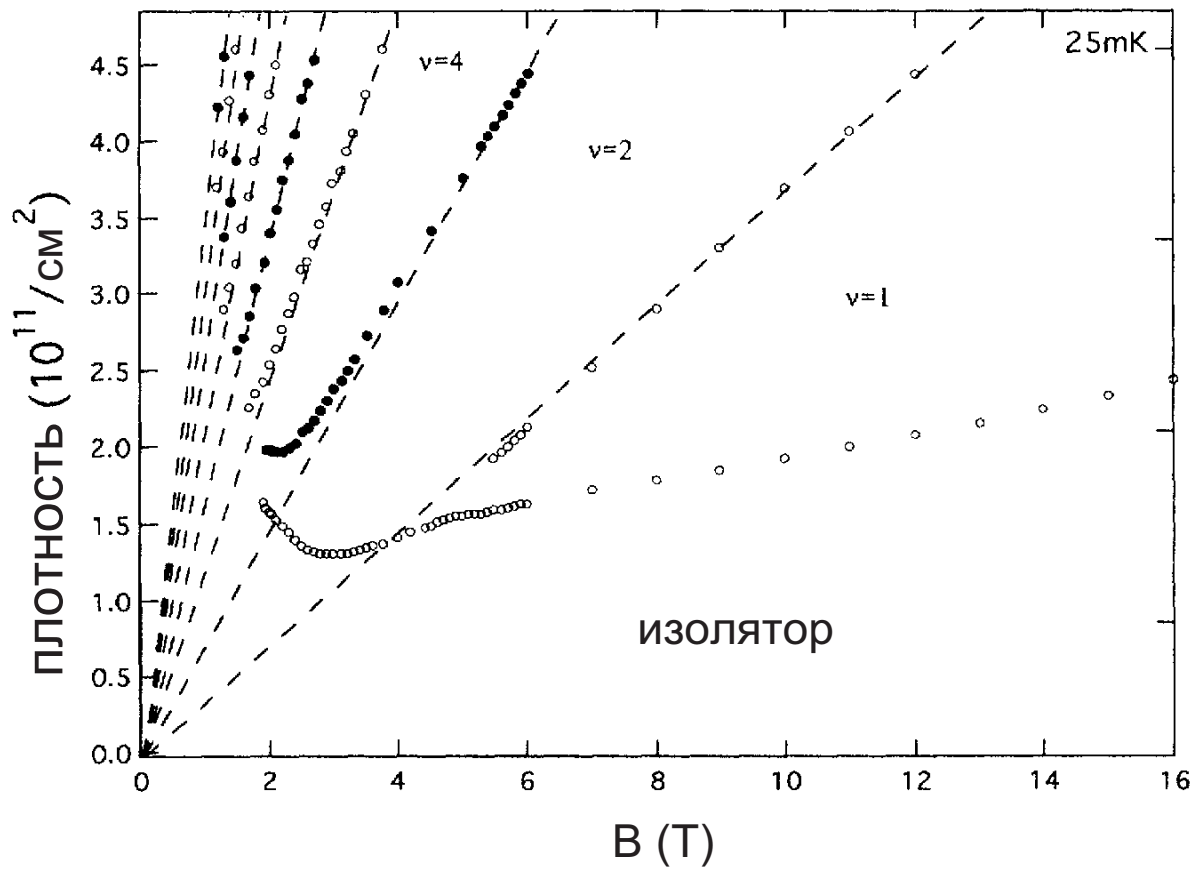


Рис. 6: Поведение делокализованных состояний, определенных как максимумы в σ_{xx} , в сильно разупорядоченной двумерной электронной системе в гетероструктурах GaAs/AlGaAs. Числа указывают σ_{xy} в единицах e^2/h . (из работы [62])

производилось путем измерения максимумов продольной проводимости в плоскости (B, n_s) (рис. 6). В этом эксперименте оказалось невозможным достичь искомой области фазовой диаграммы ниже 2 Тл из-за сильного затухания шубниковских осцилляций в низких магнитных полях. Это обстоятельство сводит на нет [63] утверждение Глозмана и др. о том, что делокализованные состояния не сливаются [62]. Поведение низшего делокализованного состояния на рис. 6, которое с точки зрения Глозмана и др. [62] всплывает над уровнем Ферми при $B \rightarrow 0$, объясняется всего лишь наличием минимума осцилляции фазовой границы при факторе заполнения $\nu = 2$, подобно минимуму при $\nu = 1$ на рис. 4 и случаю кремниевых МОП структур (рис. 2 и 3). Такой минимум проявляется в том, что в ρ_{xx} существует минимум при целом $\nu \geq 1$, зажатый между диэлектрической фазой [39, 64–68]. Таким образом, все имеющиеся данные относительно фазовой диаграммы металл-диэлектрик находятся в хорошем согласии друг с другом за исключением области в непосредственной окрестности $B = 0$. В слабых магнитных полях экспериментальные результаты для сильно разупорядоченных двумерных электронных систем зависят от методики эксперимента. Глозман и др. [62] обнаружили, что критерий пороговой отсечки дает горизонтальную фазовую границу вплоть до $B = 0$, что согласуется с данными для кремниевых МОП структур (рис. 2). В противоположность этому, Хильк и др. [61] использовали метод, основанный на температурных зависимостях ρ_{xx} и обнаружили изгиб фазовой границы вверх (рис. 5). Отметим, что обоснованность данных на рис. 5 для низшего делокализованного состояния в магнитных полях $\lesssim 1.5$ Тл сомнительна, поскольку анализируемая Хильком и др. [61] слабая температурная зависимость ρ_{xx} в этих условиях не может быть надежно отнесена ни к диэлектрику, ни к металлу. То же самое относится к похожим температурным зависимостям, наблюдавшимся, например, в работах [69–75].

По существу, проблема слабых полей — поднимается ли фазовая граница бесконечно вверх при $B \rightarrow 0$ или нет — сводится к вопросу существования перехода металл-диэлектрик при $B = 0$ и $T = 0$. В двумерных электронных системах с низкой плотностью носителей и достаточно слабым беспорядком удельное сопротивление ρ значительно понижается при уменьшении температуры, давая независимый подход к проблеме. При условии, что зависимость ρ от температуры достаточно сильна, состояния с $d\rho/dT > 0$ ($d\rho/dT < 0$) могут быть отнесены

к металлической (диэлектрической) фазе [19–21, 76, 77]. Если экстраполяция температурных зависимостей ρ к $T = 0$ допустима, то кривая с $d\rho/dT = 0$ должна соответствовать переходу металл-диэлектрик. То, что эта методика и метод, основанный на обращении в нуль энергии активации в сочетании с исчезновением нелинейности вольтамперных характеристик, определяемым по экстраполяции данных из диэлектрической фазы, дают одинаковые результаты, является сильной поддержкой существования настоящего перехода металл-диэлектрик в нулевом магнитном поле [78] (см. раздел 1.5). Поскольку в более разупорядоченных двумерных системах металлическое ($d\rho/dT > 0$) поведение становится слабым (см., например, [79–86]) или вовсе исчезает, экстраполяция этих слабых температурных зависимостей ρ к $T = 0$ с целью разграничить металл и диэлектрик является заведомо неоправданной. Если одна из методик не работает, необходим другой способ подтверждения результатов, полученных по второму методу. К сожалению, такого способа пока неизвестно. По этой причине существует ли настоящий переход металл-диэлектрик при $B = 0$ в сильно разупорядоченных двумерных электронных системах остается неясным.

Еще одним важным обстоятельством является то, что линия, ограничивающая на фазовой диаграмме диэлектрическую область с $\sigma_{xy} = 0$, осциллирует (см., например, рис. 2 и 3). Следует отметить, что эти осцилляции сохраняются при уменьшении магнитных полей до значений, соответствующих заполнению высоких уровней Ландау, что видно также из осцилляций магнетосопротивления [39, 64, 68]. Период осцилляций включает следующие стадии: при уменьшении магнитного поля низшие делокализованные состояния следуют за уровнем Ландау, затем всплывают по энергии относительно его центра, и, наконец, сливаются с делокализованными состояниями следующего квантового уровня. В исходном варианте рассмотрения [17, 18, 55, 56] последняя стадия отсутствовала, что вело к расхождению между экспериментом и теорией. В последнее время теоретические усилия были сосредоточены на модификации глобальной фазовой диаграммы квантового эффекта Холла, с целью добиться топологической совместимости с наблюдаемой фазовой диаграммой металл-диэлектрик. Было предсказано, что делокализованные состояния на уровне Ландау со спином вверх и спином вниз должны сливаться [87, 88] (рис. 7). Однако, с точки зрения наиболее низких делокализованных состояний, топология фазовой диаграммы изменяется только для самого низшего уровня Ландау; кроме того, здесь

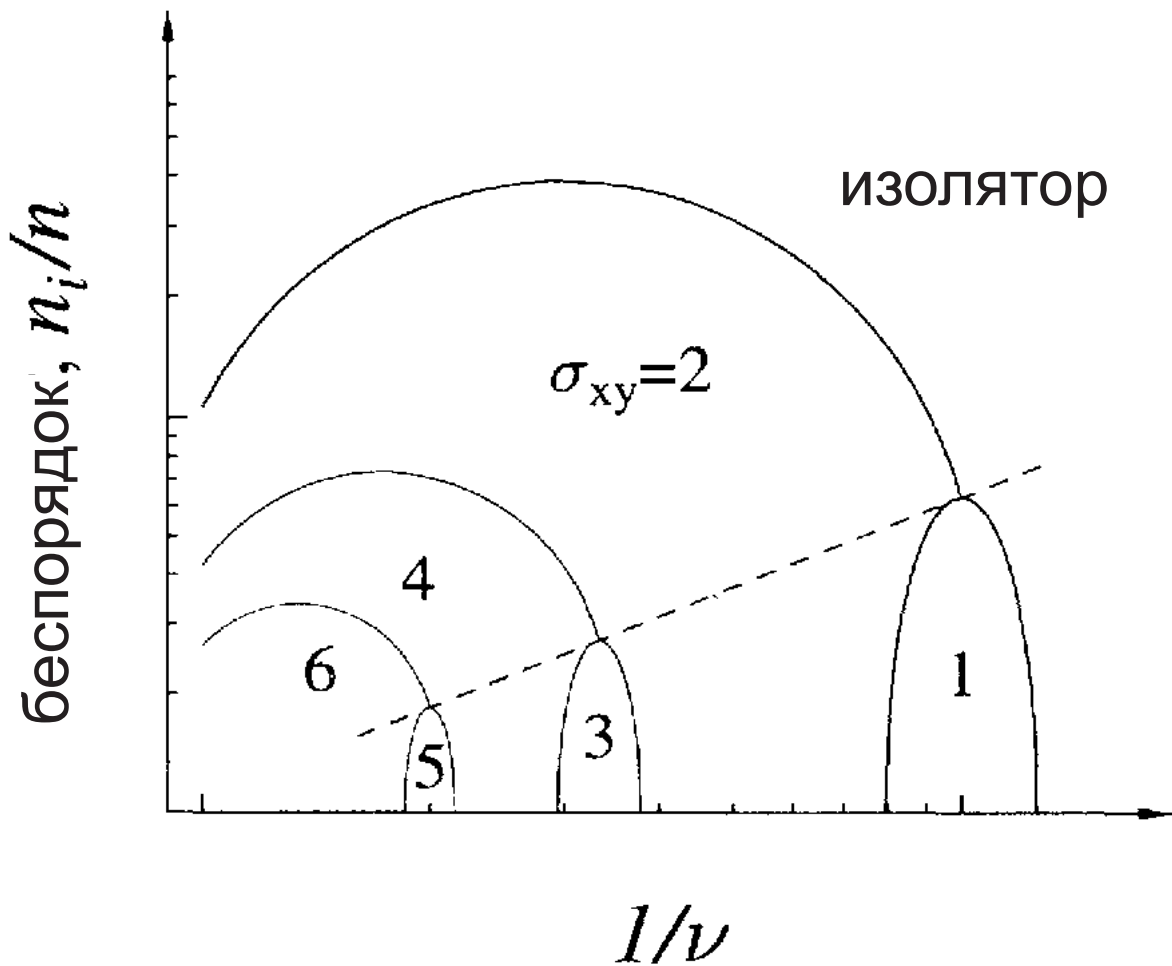


Рис. 7: Схема модифицированной глобальной фазовой диаграммы квантового эффекта Холла в приближении среднего поля без учета зеемановского расщепления. Штриховая линия соответствует исчезновению обменно-увеличенного спинового расщепления. (из работы [87])

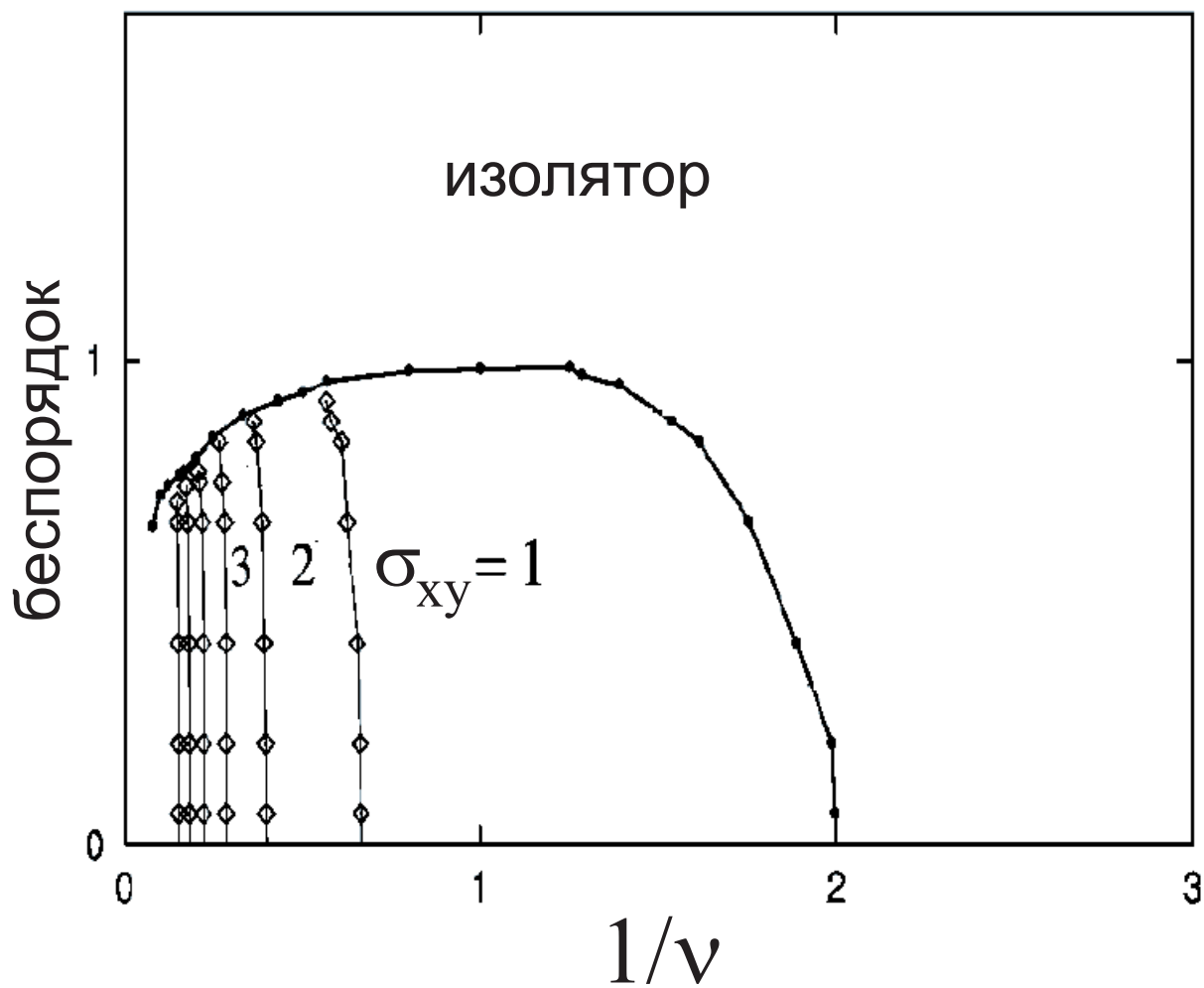


Рис. 8: Фазовая диаграмма по результатам численных расчетов в рамках модели сильной связи. (из работы [104])

состояния не всплывают перед слиянием. Исследования подтвердили, что смещение делокализованных состояний на уровнях Ландау относительно центров, вызванное перемешиванием уровней Ландау из-за беспорядка, действительно мало [89–94]. В рамках моделей сильной связи сначала было получено свидетельство того, что делокализованные состояния исчезают [95–97], однако, оно было подвергнуто критике в связи с сомнениями в уместности подобной решеточной модели при изучении системы континуума [98, 99]. Позже, в работах [100–102] было обнаружено всплывание делокализованных состояний без их слияния. Шенг и Венг [103, 104], напротив, получили объединение делокализованных состояний, хотя и без осциллирующего поведения самого нижнего состояния (рис. 8). На сегодняшний день, явление осцилляций фазовой границы все еще не имеет теоретического описания.

В заключение этого раздела, я хочу сделать несколько замечаний относительно других способов определения фазовой границы металл-диэлектрик. Была предпринята попытка найти фазовую границу в пределе $B = 0$ с помощью критерия $\sigma_{xy} = e^2/2h$ [105]. Однако, при $B \rightarrow 0$ это значение σ_{xy} не является особым ни в каком смысле. Была предложена идея связать с переходом металл-диэлектрик минимум обратной сжимаемости [106]. Однако, недавно было показано, что в нулевом магнитном поле этот минимум располагается при плотностях носителей существенно выше перколяционного перехода металл-диэлектрик [107]. Например, в сильно разупорядоченных двумерных системах он может быть расположен вблизи точки пересечения кривых сопротивления при различных температурах [106], которая формально дает завышенное значение плотностей перехода металл-диэлектрик из-за подавления металлического поведения (см. раздел 1.5).

1.3. Подобие диэлектрической фазы и фаз квантового эффекта Холла.

Около десяти лет назад основное внимание исследователей было сосредоточено на диэлектрической фазе при низких плотностях электронов как на вероятном кандидате на реализацию вигнеровского кристалла. Предполагалось, что упоминавшееся выше возвратное поведение есть следствие противоборства между квантовым эффектом Холла и запиннигованным вигнеровским кристаллом [39, 40]. Другим бесспорным

доводом было сильно нелинейное поведение вольтамперных характеристик в диэлектрической фазе, которое связывалось с депиннингом вигнеровского кристалла [41, 42]. Аналогичные свойства диэлектрической фазы в двумерных электронных (вблизи $\nu = 1/5$) [43–50] и дырочных (вблизи $\nu = 1/3$) [51–53] системах в гетероструктурах GaAs/AlGaAs с относительно слабым беспорядком также приписывались запиннигованному вигнеровскому кристаллу, перемежающемуся фазой дробного квантового эффекта Холла. Обсуждался и иной сценарий, связанный с перколяционным переходом металл-диэлектрик [58, 108, 109]. Для того чтобы различить два этих варианта, было произведено сравнение поведения активационной энергии и вольтамперных характеристик в диэлектрической фазе и в фазах квантового Холла [15, 16, 110].

В отличие от диэлектрической фазы при низких плотностях электронов, вольтамперные характеристики в фазах квантового эффекта Холла определяются по-разному в геометрии Корбино и в холловской геометрии. В первом случае бездиссипативный холловский ток не дает вклада в диссипативный ток, пропорциональный σ_{xx} , что позволяет производить непосредственные измерения вольтамперных характеристик для любых диэлектрических фаз. Во втором, два токовых канала соединены краевыми каналами (см. раздел 1.4) и вольтамперные характеристики соответствуют кривым пробоя квантового эффекта Холла. Диссипативный ток обратного рассеяния I , текущий между противоположными краевыми каналами, уравнивается холловским током, связанным с продольным напряжением V_{xx} и текущим по заполненным уровням Ландау. Благодаря тому, что значения σ_{xy} квантованы, возможно определение значения $I = \sigma_{xy}V_{xx}$ и холловского напряжения $V = I_{sd}/\sigma_{xy}$ исходя из экспериментальных зависимостей V_{xx} от тока исток-сток I_{sd} в режиме пробоя, при условии, что $\sigma_{xx} \ll \sigma_{xy}$. Зависимость $V(I)$ является вольтамперной характеристикой, которая эквивалентна случаю геометрии Корбино [15] (рис. 9). Оказалось, что не только все вольтамперные кривые для различных диэлектрических фаз сходны друг с другом, но и их поведение вблизи фазовых границ металл-диэлектрик одинаково (рис. 10). Зависимость критического напряжения V_c от расстояния до фазовой границы близка к квадратичной [42, 58]. Положение фазовой границы, определенное по обращению в нуль V_c , практически совпадает с определенным по обращению в нуль E_a , энергии активации электронов с уровня Ферми

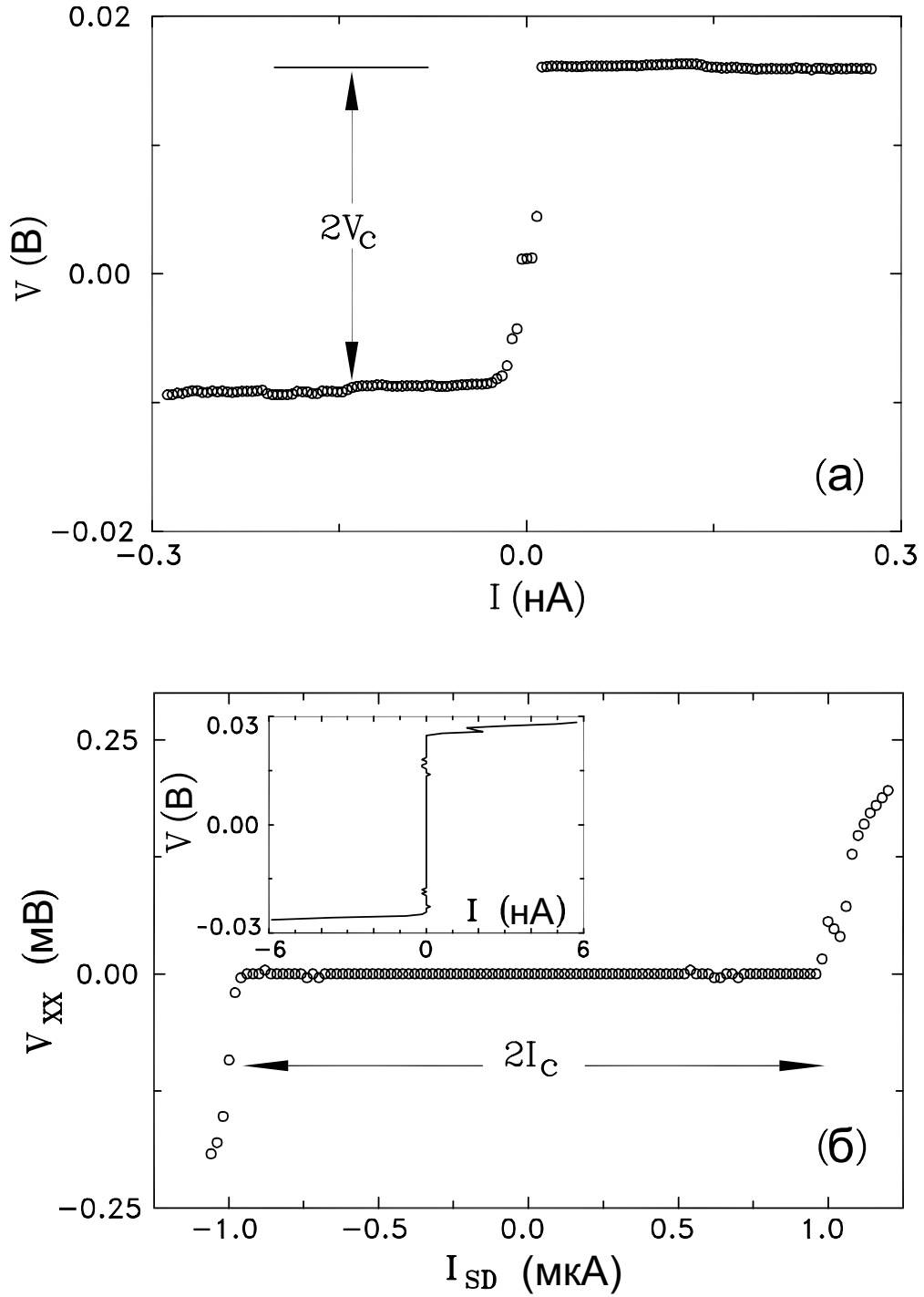


Рис. 9: Вольтамперные характеристики в кремниевой МОП структуре со слабым беспорядком при $B = 12$ Тл и $T \approx 25$ мК в (а) диэлектрической фазе при низкой плотности носителей $n_s = 1.74 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и (б) в диэлектрической фазе с $\sigma_{xy}h/e^2 = 1$ при $n_s = 2.83 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$. В случае (б) измеренная характеристика пробоя $V_{xx}(I_{sd})$ преобразована в вольтамперную характеристику (вставка). (из работы [15])

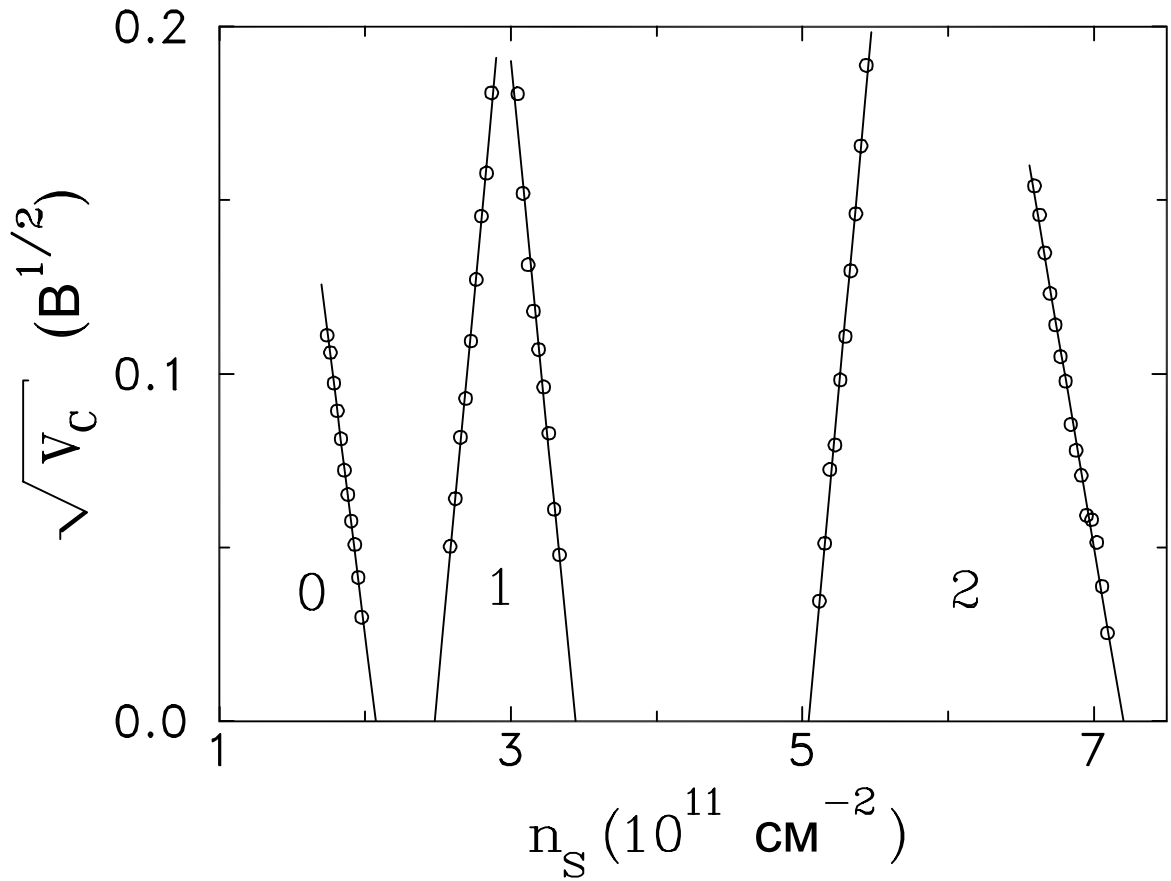


Рис. 10: Квадратный корень из критического напряжения как функция плотности электронов на фазовых границах, соответствующих $\sigma_{xy}h/e^2 = 0, 1, \text{ и } 2$ при $B = 12$ Тл для двумерной электронной системы со слабым беспорядком в кремниевой МОП структуре. (из работы [15])

E_F на край подвижности E_c (рис. 11). Величина E_a определяется по температурной зависимости проводимости в линейной области вольтамперных характеристик. Эта зависимость является активационной при не слишком низких температурах [111]; однако, она превращается в прыжковую проводимость с переменной длиной прыжка по мере того, как $T \rightarrow 0$ (см. далее). Энергия активации линейно зависит от расстояния от фазовой границы, что отражает постоянство термодинамической плотности состояний вблизи точки перехода (см. также раздел 1.5). Пороговое поведение вольтамперных характеристик связано с пробоем в диэлектрической фазе. Пробой возникает при условии, что локализованные электроны, находящиеся на уровне Ферми, набирают в электрическом поле V_c/d на расстоянии масштаба длины локализации L достаточно энергии, чтобы попасть на порог подвижности [15, 112]:

$$eV_cL/d = |E_c - E_F|, \quad (1)$$

где d — размер образца в соответствующем направлении. Величины E_a и V_c связаны между собой посредством длины локализации, которая не зависит от температуры и расходится вблизи перехода как $L(E_F) \propto |E_c - E_F|^{-s}$, где показатель степени s близок к единице, в согласии с теоретическим значением для классической задачи перколяции $s = 4/3$ [113]. Значения длины локализации практически совпадают в окрестностях всех фазовых границ металл-диэлектрик, что означает, что все диэлектрические фазы похожи друг на друга даже количественно. Следует отметить, что, поскольку локализационная длина в уравнении (1) мала по сравнению с размерами образца, положение фазовой границы, определяемое по обращению этой величины в бесконечность, относится к бесконечной двумерной системе. То, что и E_a , и V_c обращаются в нуль в одной и той же точке (рис. 11), означает, что возможные смещения порога подвижности из-за конечных размеров образца малы, что, в свою очередь, подтверждает обоснованность экстраполяции к пределу $L \rightarrow \infty$.

По результатам исследований с использованием данной методики можно сделать вывод, что (i) поскольку не наблюдается существенных изменений транспортных свойств, запиннигованный вигнеровский кристалл не может быть причиной существования диэлектрической фазы при малых плотностях электронов в имеющихся образцах кремниевых МОП структур со слабым беспорядком; (ii) фазовая диаграмма металл-диэлектрик, изображенная на рис. 2, получила подтверждение и обоснование;

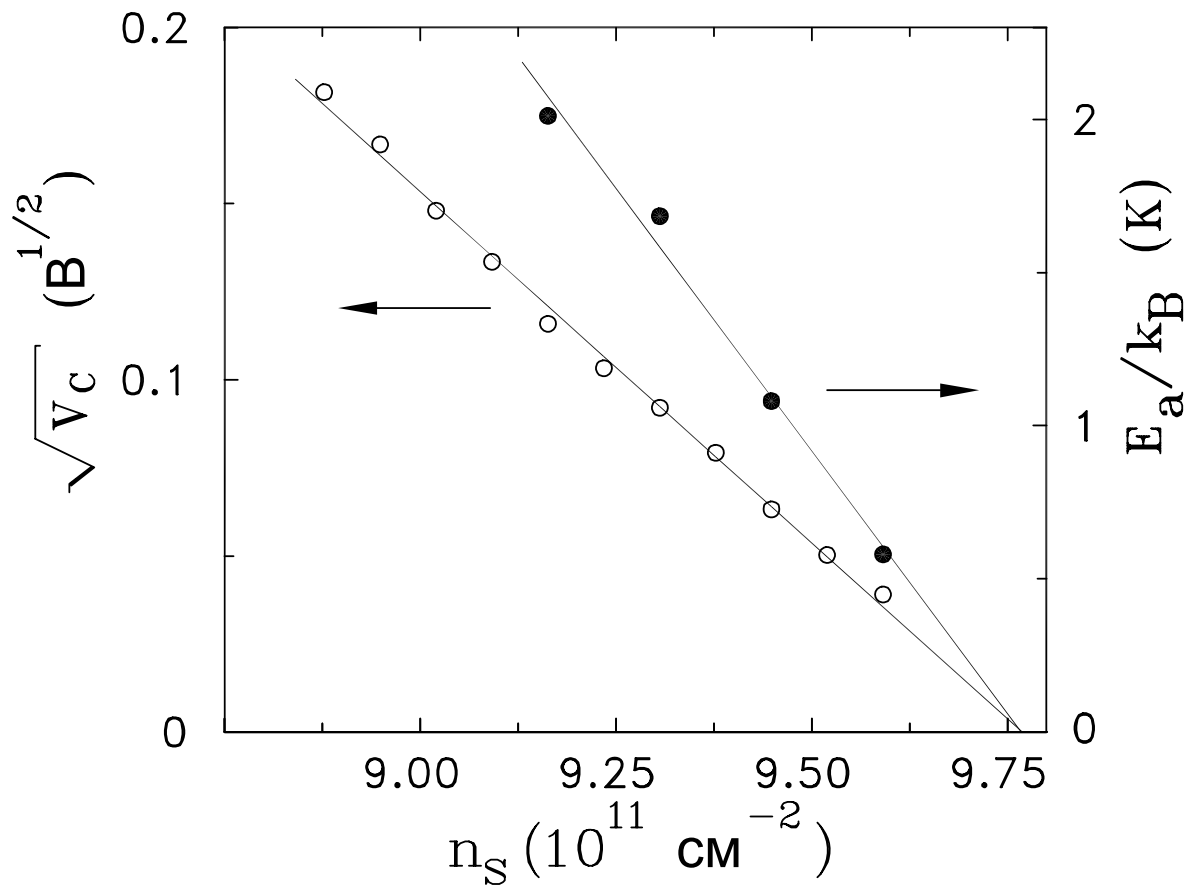


Рис. 11: Поведение критического напряжения и энергии активации вблизи фазовой границы в слабо разупорядоченной кремниевой МОП структуре в поле $B = 16$ Тл. (из работы [15])

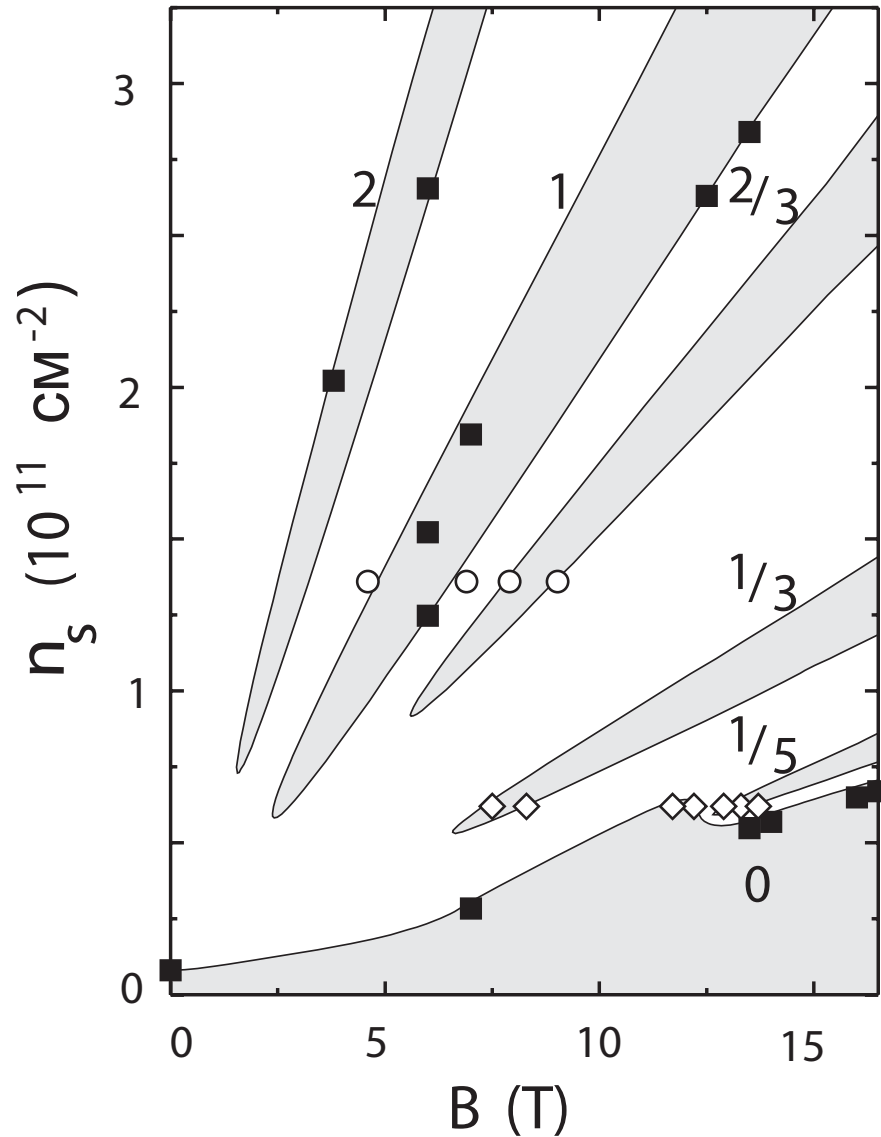


Рис. 12: Фазовая диаграмма металл-диэлектрик в двумерной электронной системе в гетероструктурах GaAs/AlGaAs с относительно слабым беспорядком. Точки, соответствующие фазовым границам, получены на двух образцах при использовании в качестве критерия перехода точки обращения в нуль энергии активации и исчезновения нелинейности вольтамперных характеристик, определяемой по экстраполяции данных из диэлектрической фазы (кружки и квадраты), а также на одном образце из работы [114] при использовании в качестве критерия порога отсечки $\sigma_{xx}^{-1} = 10 \text{ МОм}$ при температуре $\approx 25 \text{ мК}$, полученного из предыдущей методики (ромбы). Сплошные линии показывают ожидаемое из эксперимента положение границ. Числа указывают значения $\sigma_{xy}h/e^2$ для разных диэлектрических фаз. (из работы [16])

(iii) получены свидетельства в поддержку существования перехода металл-диэлектрик в нулевом магнитном поле (см. раздел 1.5); (iv) ширина зоны делокализованных состояний на уровне Ландау конечна. Все эти выводы верны также для случая относительно слабо разупорядоченных двумерных систем в гетероструктурах GaAs/AlGaAs с тем отличием, что там фигурируют фазы дробного эффекта Холла. Тем не менее, топология фазовой диаграммы остается неизменной, включая осциллирующее поведение линии границы диэлектрической фазы, соответствующей низкой электронной плотности (рис. 12). Как указано в работе [16], перколяционный сценарий перехода в диэлектрическую фазу, соответствующую низкой электронной плотности в гетероструктурах GaAs/AlGaAs, находит дополнительное подтверждение в результатах исследований высокочастотной проводимости [114] и времяразрешенной люминесценции двумерных электронов [115].

Два десятилетия назад было предсказано, что локализационная длина расходуется степенным образом вблизи единственного значения энергии E^* , которое соответствует центру уровня Ландау: [116–118]: $L(E) \propto |E - E^*|^{-s}$. Идея проверить это предсказание с помощью измерений σ_{xx} при низких температурах [119] быстро развилась в представление об однопараметрическом скейлинге [120]. Была выдвинута гипотеза, что компоненты тензора магнетосопротивления определяются единственным параметром — отношением длины потери фазы $L_d(T) \propto T^{-p/2}$ (здесь p — показатель степени, соответствующий времени неупругого рассеяния) и длины локализации. Считалось, что гипотеза подтверждается измерениями температурных зависимостей ширины ΔB пика в ρ_{xx} (или в σ_{xx}) и максимума $d\rho_{xy}/dB$ в сильно разупорядоченной двумерной электронной системе в гетероструктурах InGaAs/InP. В этих экспериментах была получена зависимость $\Delta B \propto T^\kappa$ при $\kappa = p/2s \approx 0.4$ [121]. Позже, для других двумерных систем, других уровней Ландау и других степеней беспорядка, были обнаружены как отклонения от степенного закона, так и другие значения показателя степени в диапазоне от $\kappa = 0.15$ до $\kappa = 1$ [66, 69, 70, 122–141]. Существенно, что скейлинговый анализ этих экспериментальных данных основан на двух неподтвержденных предположениях: (i) ширина зоны делокализованных состояний на уровнях Ландау равна нулю; и (ii) термодинамическая плотность состояния в области скейлинга постоянна. Если хотя бы одно из предположений неверно, то следует ожидать, как минимум, занижения экспериментального значения

показателя степени κ .

Методика, основанная на обращении в нуль энергии активации и исчезновении нелинейности вольтамперных характеристик, показывает, что первое из этих предположений не обосновано. Более того, согласно [15], измерения ширины пика в ρ_{xx} как функции температуры в кремниевых МОП структурах со слабым беспорядком дают линейную зависимость, которая экстраполируется при $T \rightarrow 0$ к конечной ширине пика (рис. 13). Очень похожие температурные (и частотные) зависимости наблюдались в сильно разупорядоченных двумерных системах в гетероструктурах GaAs/AlGaAs [142, 143] и Ge/SiGe [67, 144]. Следует заметить, что если данные работ, которые претендуют на наблюдение скейлинга, построить в линейном масштабе вместо логарифмического, то обнаружится аналогичная картина (см., например, рис. 14 и 15); то, что ширина пика при $T \rightarrow 0$ является конечным значением еще более очевидно в данных работ [124–126]. Причина этой неоднозначности весьма проста: в пределах точности эксперимента трудно (особенно в логарифмическом масштабе) выбрать между различными аппроксимациями экспериментальных данных степенными функциями с показателем степени меньше единицы и линейными зависимостями при условии, что они не обязаны проходить через начало координат.

Хотя данных, приведенных в большинстве упомянутых выше экспериментальных работ, не хватает, чтобы проверить справедливость обоих предположений, очень вероятно, что качественных различий между всеми этими результатами нет. По существу, они могут быть описаны линейной (или степенной с показателем степени чуть меньше единицы) температурной зависимостью, которая имеет небольшой сдвиг из нуля при $T = 0$. Имеется следующее простое альтернативное объяснение температурной зависимости ширины пика в ρ_{xx} как следствия теплового уширения. В рамках перколяционной картины, если активационная энергия $E_a \sim k_B T$, проводимость составляет величину порядка максимума σ_{xx} , таким образом, что величина $\sim k_B T$ дает тепловой сдвиг эффективного порога подвижности, соответствующего ширине пика σ_{xx} [15]. Несмотря на то, что идея теплового уширения фактически игнорировалась в литературе в поиске не столь тривиальных интерпретаций, по-видимому, не существует экспериментальных данных, выходящих за ее пределы, которые бы говорили в пользу гипотезы однопараметрического скейлинга. Если зависимость от температуры ширины пика в ρ_{xx} не связана с поведением длины локализации, то нет никакой

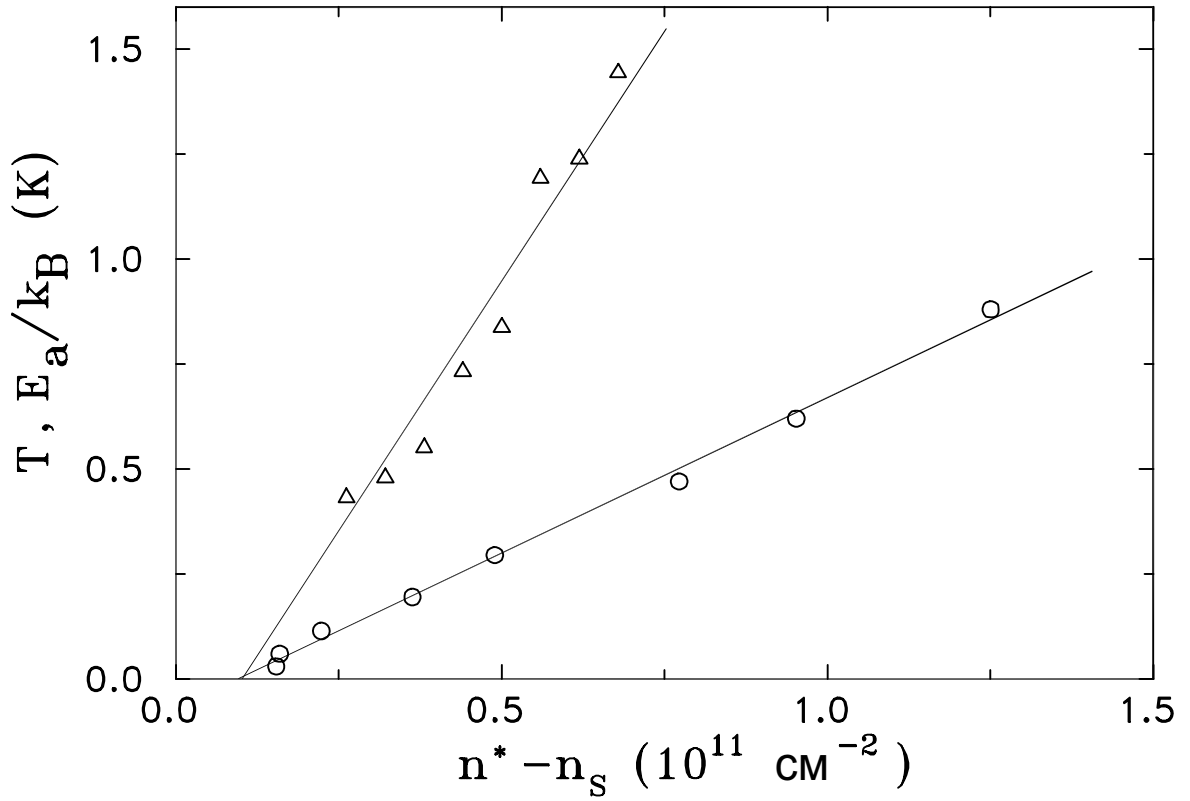


Рис. 13: Температурная зависимость ширины ($n^* - n_s$) на половине высоты пика в ρ_{xx} , отсчитанной от n^* соответствующей $\nu^* = 2.5$ (кружки) и поведение энергии активации (треугольники) в кремниевой МОП структуре со слабым беспорядком в поле $B = 14$ Тл. (из работы [15])

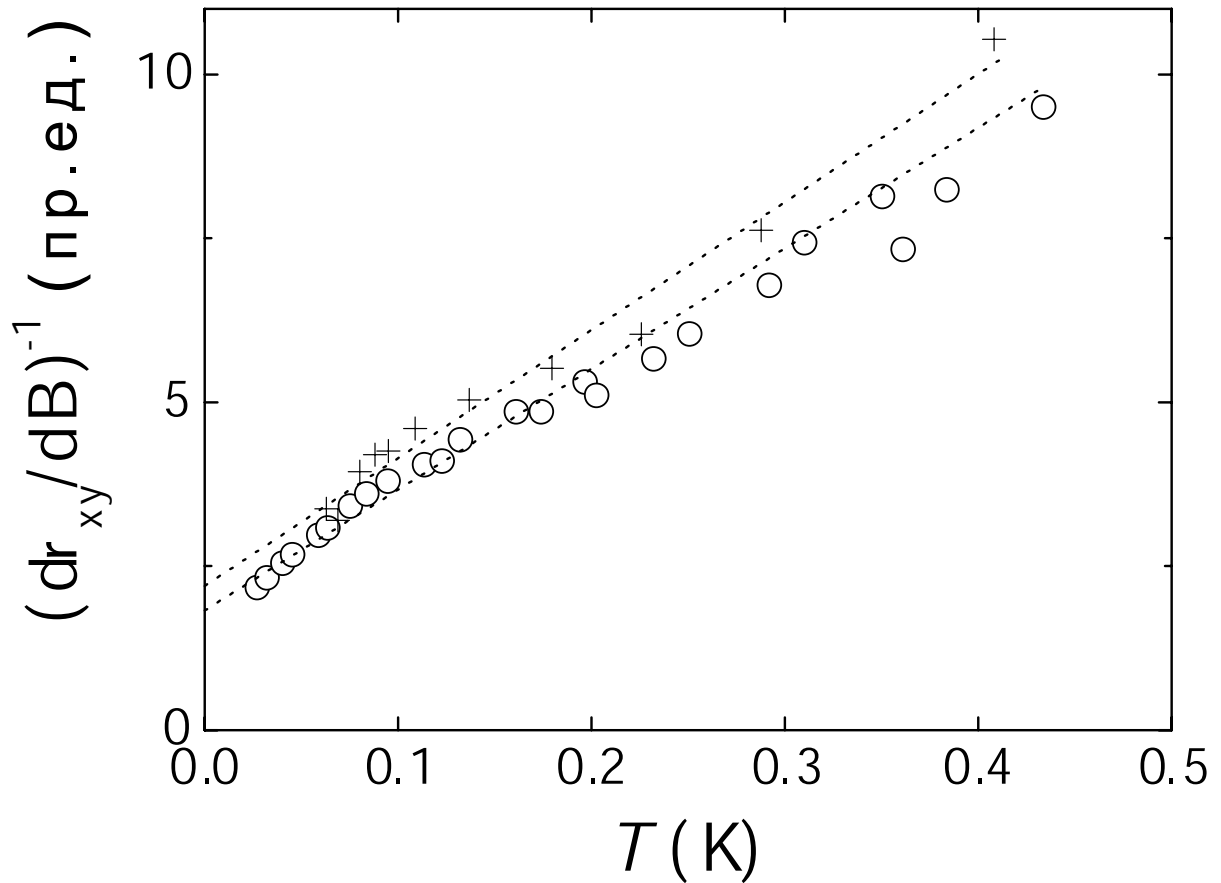


Рис. 14: Температурная зависимость ширины пика в ρ_{xx} , определенная по максимуму $d\rho_{xy}/dB$ при $\nu^* = 1.5$ в сильно разупорядоченной двумерной электронной системе в гетероструктурах GaAs/AlGaAs. Различные символы соответствуют разным опытам. Пунктирные линии — линейная аппроксимация данных. (экспериментальные данные из работы [127])

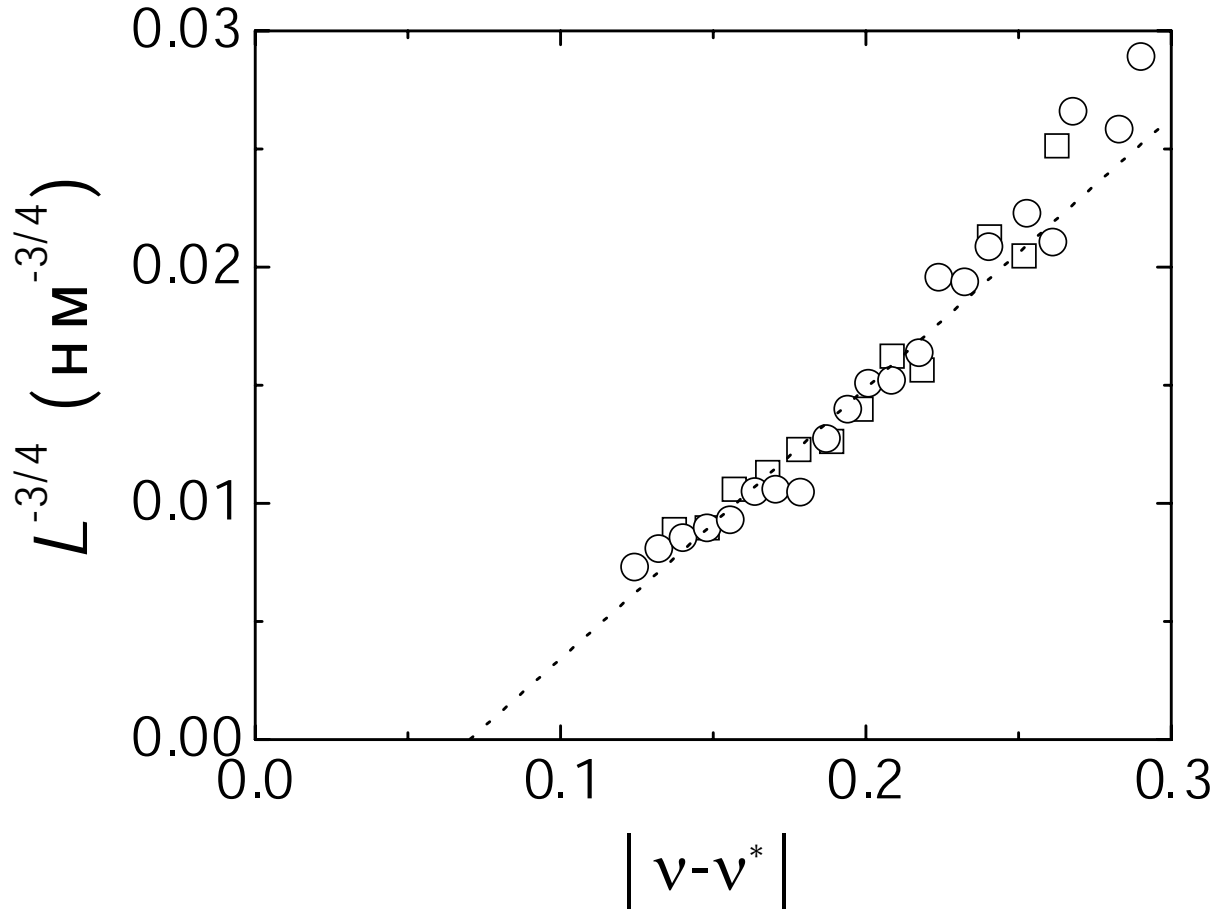


Рис. 15: Длина локализации, определенная по высокочастотной проводимости в режиме прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка в сильно разупорядоченной двумерной электронной системе в гетероструктурах GaAs/AlGaAs, как функция отклонения фактора заполнения от $\nu^* = 2.5$ (квадраты) и от $\nu^* = 3.5$ (кружки) по направлению к плато $\nu = 3$. Пунктир — линейная аппроксимация согласно классической теории перколяции с показателем степени $s = 4/3$. (экспериментальные данные из работы [139])

экспериментальной поддержки численным расчетам длины локализации, которые дают показатель степени $s \approx 2$ несколько превышающий $s = 4/3$ в классической задаче перколяции (см., например, работу [145]). Последнее значение для s так же, как поведение локализационной длины, показанное на рис. 10 и 11, недавно было подтверждено измерениями высокочастотной проводимости в режиме прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка [139] (рис. 15).

Таким образом, обнаружение конечной ширины зоны, соответствующей делокализованным состояниям на уровнях Ландау [15, 16], что прямо противоречит скейлинговой теории, является твердо установленным экспериментальным фактом. Удивительным образом, за десять лет не появилось его теоретического анализа.

Глубоко внутри диэлектрической фазы при низкой температуре двумерная система находится в режиме прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка, в котором проводимость σ_{xx} мала по сравнению со своим максимальным значением [113]. В этом случае было предсказано, что отклонение $\Delta\sigma_{xy}$ проводимости σ_{xy} от ее квантового значения в сильных магнитных полях намного меньше, чем $\sigma_{xx} \propto \exp(-(T_0/T)^{1/2})$ [146]: $\Delta\sigma_{xy} \propto \sigma_{xx}^\gamma$ с показателем степени $\gamma \approx 1.5$; отметим, что это отличается от простого линейного соотношения, характерного для активационного режима, как видно из примерно одинакового поведения с температурой ширины пика в ρ_{xx} и максимума $d\rho_{xy}/dB$. Позже, при вычислении коэффициентов магнетотранспорта при $T = 0$ в диэлектрической фазе со стремящимися к нулю σ_{xx} и σ_{xy} было обнаружено, что ρ_{xy} остается конечным притом, что ρ_{xx} расходится [147, 148]. Такое поведение ρ_{xx} и ρ_{xy} указывает на квадратичную связь проводимостей

$$\sigma_{xy} \propto \sigma_{xx}^2. \quad (2)$$

Более того, было показано, что ρ_{xy} близко к классическому значению $(B/n_s ec)$ [149], что говорит в пользу существования фазы холловского диэлектрика [55].

Значения ρ_{xy} близкие к $B/n_s ec$ были экспериментально обнаружены в диэлектрической фазе соответствующей низкой плотности носителей, при этом отклонения от классической линии Холла были отнесены на счет возможного подмешивания ρ_{xx} [44, 64, 150–155]. Таким образом, отличие фазы холловского диэлектрика от фаз квантового Холла — отсутствие делокализованных состояний под уровнем Ферми — становится очевидным, когда выражается в терминах ρ_{xx} и ρ_{xy} .

Как было обнаружено эмпирически в кремниевых МОП структурах с малым беспорядком, пик σ_{xx} , соответствующий низшему фактору заполнения, в координатах $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$ образует кривую, близкую к полукругу с центром в $(e^2/2h, 0)$ [40, 109, 155]. Закон полукруга для пика, соответствующего низшему ν был воспроизведен в сильно разупорядоченной двумерной дырочной системе в квантовой яме Ge/SiGe [73, 74]. В этом случае было показано, что закон полукруга происходит непосредственно из процедуры инверсии тензора проводимости/сопротивления

$$\sigma_{xx}^2 + \left(\sigma_{xy} - \frac{e^2}{2h} \right)^2 = \left(\frac{e^2}{2h} \right)^2 + \frac{1 - \rho_{xy}e^2/h}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}, \quad (3)$$

поскольку рассматриваемый (узкий) пик σ_{xx} расположен при факторе заполнения всего лишь чуть меньше $\nu = 1$ (см., например, рис. 2 и 3), где ρ_{xy} все еще близко к h/e^2 . Хотя этот факт согласуется с теориями [156–160], по-видимому, закон полукруга не является универсальным, если рассматривать пики σ_{xx} другой высоты, соответствующие более высоким ν [40, 124, 155, 161].

1.4. Краевые каналы и прямые измерения квантованной холловской проводимости.

Уровни Ландау в двумерной электронной системе в квантующем магнитном поле на краях образца загибаются вверх из-за потенциала границ, и там, где они пересекают уровень Ферми, образуются краевые каналы (см. например, [162]). Ввиду этого возникает естественный вопрос, течет ли ток в состоянии квантового Холла по всему образцу или только вдоль его краев. Хотя в ранних экспериментах по квантовому эффекту Холла холловская проводимость σ_{xy} не измерялась прямо, казалось очевидным, что ее величина соответствует ρ_{xy} , в согласии с представлением о токе, текущему по всему образцу [163]; само собой разумеется, конечное значение σ_{xy} доказывало бы существование делокализованных состояний на уровнях Ландау [156, 162]. Эти представления были подвергнуты сомнению в модели краевых токов [164]. С точки зрения этой модели, делокализованные состояния в объеме образца не существенны, а задача о распределении токов в квантовом эффекте Холла сводится к одномерной задаче о коэффициентах прохождения и отражения, соответствующих

току обратного рассеяния между краями на уровне Ферми. Существенно, что в случае, когда краевые токи дают значительный вклад в общий ток, процедура обращения тензоров проводимости/сопротивления некорректна, поскольку проводимости σ_{xx} и σ_{xy} относятся к объему двумерной электронной системы.

Чтобы проверить, квантуется ли холловская проводимость или нет, были необходимы прямые измерения σ_{xy} , исключаяющие возможность шунтирования со стороны краевых токов. Такие измерения, эквивалентные мысленному эксперименту Лафлина [165, 166], были произведены с помощью образца в геометрии Корбино, которая позволяет отделить объемный вклад в общий ток [167–174]. Развертка магнитного поля, посредством возникающего при этом азимутального электрического поля, вызывает холловский перенос заряда между границами образца Корбино под уровнем Ферми. Если $\sigma_{xx} \rightarrow 0$, то разряда возникающего напряжения не происходит и можно определить перенесенный заряд

$$Q = \sigma_{xy} \pi r_{\text{eff}}^2 \delta B / c, \quad (4)$$

где r_{eff} — эффективный радиус. Наведенное напряжение $V = Q/C$, которое ограничено большой шунтирующей емкостью, меняется линейно с магнитным полем, при этом наклон зависимости в состояниях квантового Холла определяется σ_{xy} до тех пор, пока не возникает пробой бездиссипативного холловского состояния (рис. 16). То, что точность квантования σ_{xy} (около 1%) оказывается хуже, чем ρ_{xy} , может быть связано с непостоянством эффективной площади для не слишком однородного образца. Таким образом, холловский ток в квантовом эффекте Холла течет не только вдоль краев, но и во всем объеме двумерной электронной системы по делокализованным состояниям в заполненных уровнях Ландау.

В образцах холловской геометрии, диссипативный ток обратного рассеяния должен быть скомпенсирован холловским током в заполненных уровнях Ландау, что приводит к падению напряжения вдоль образца [175]. Это — важная часть модели краевых токов.

С экспериментальной точки зрения, все явления, связанные с краевыми каналами, происходят из-за того, что электрохимические потенциалы различных краевых каналов, включая состояние в объеме образца, приходят в равновесие медленно (на макроскопических расстояниях). Поскольку установление равновесия происходит на краях на уровне Ферми, использование модели краевых состояний

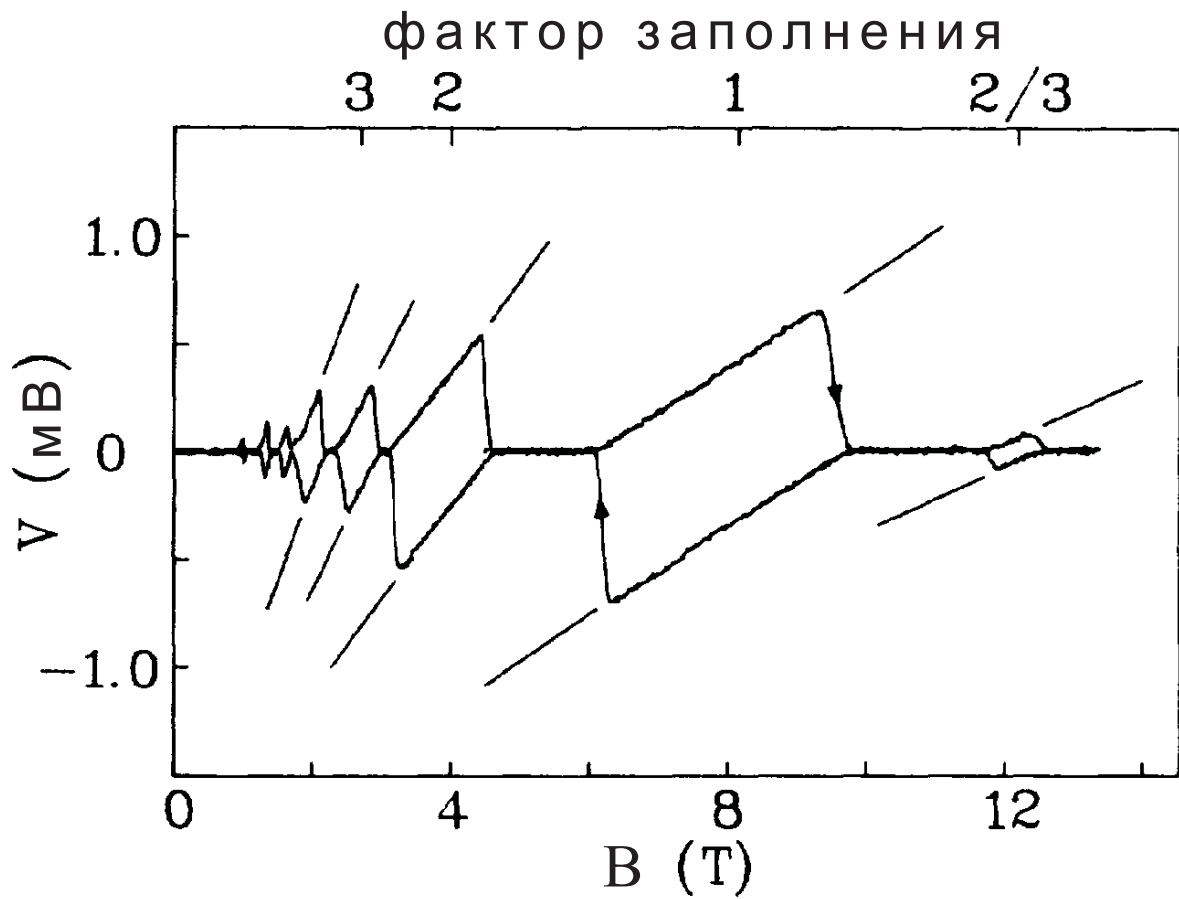


Рис. 16: Напряжение на образце гетероструктуры GaAs/AlGaAs в геометрии Корбино при развертке магнитного поля вверх и вниз. Прямые линии показывают ожидаемые наклоны для $\nu = 2/3, 1, 2, 3$, и 4. (из работы [169])

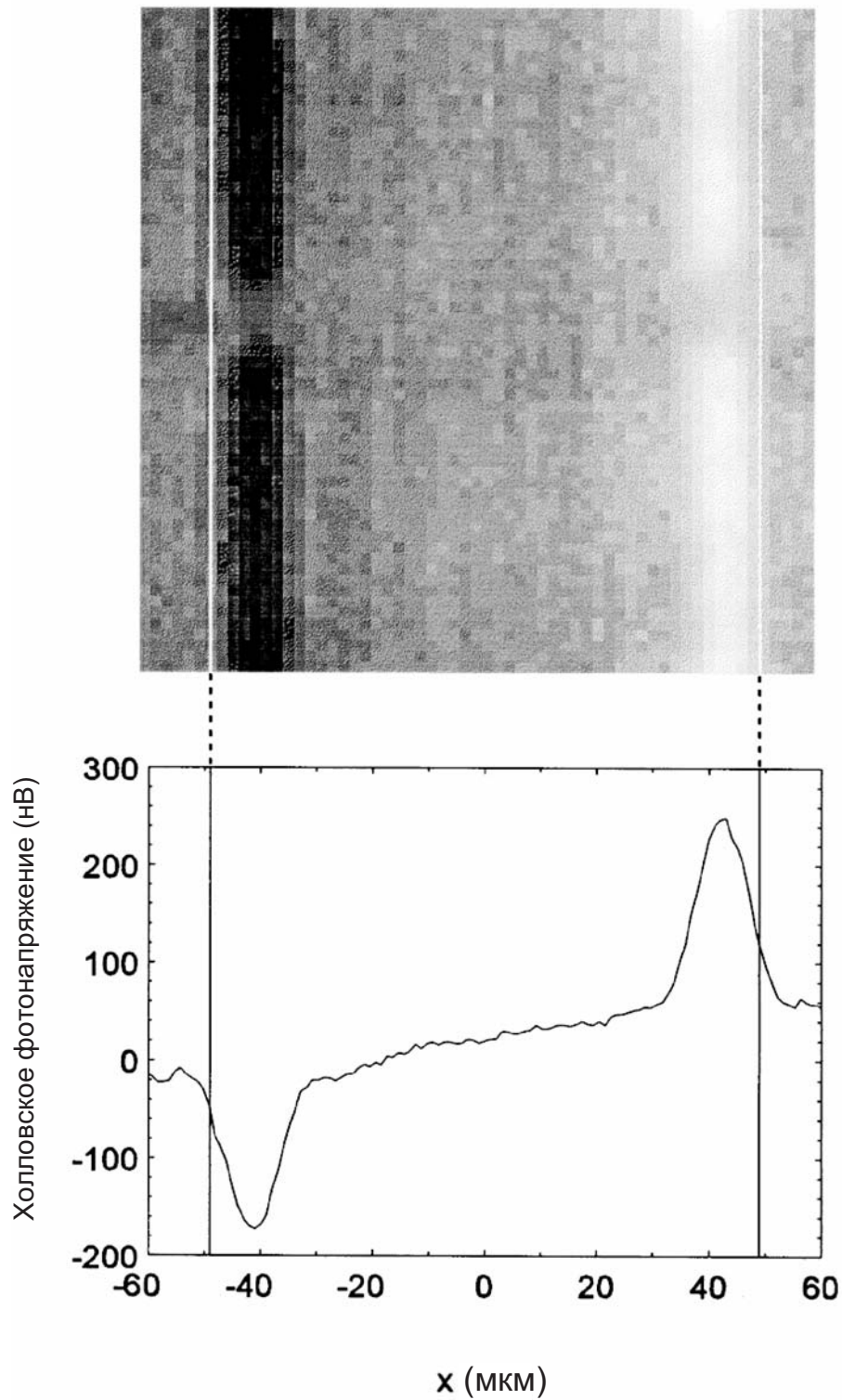


Рис. 17: Изображение холловского фотонапряжения в расположенном вблизи поверхности гетеропереходе GaAs/AlGaAs при $\nu = 2$ (вверху) и горизонтальный профиль поперек этого изображения (внизу). Размер пятна 5 мкм. Границы образца указаны вертикальными линиями. (из работы [184])

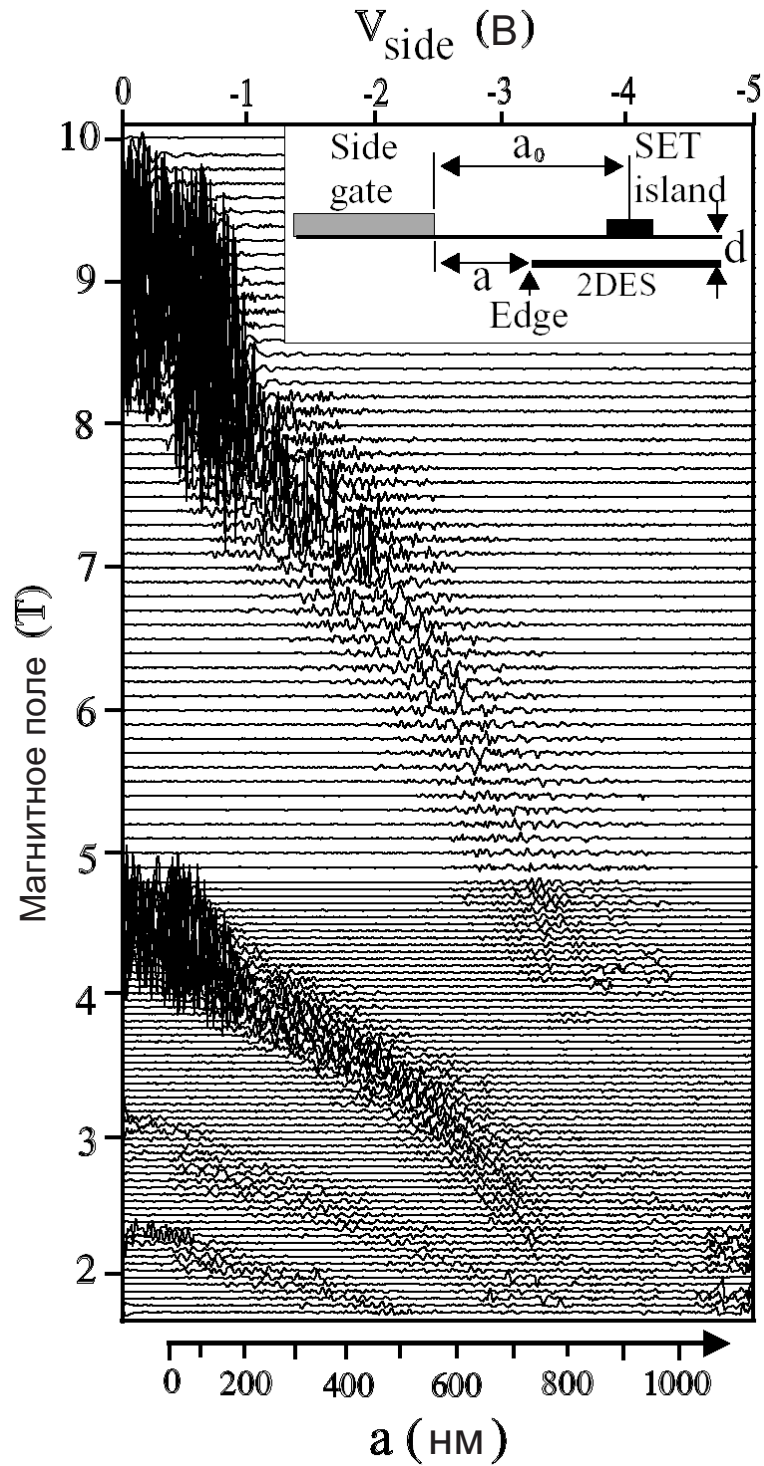


Рис. 18: Записи флуктуационной части сигнала обратной связи как функции напряжения на боковом затворе, сдвигающем край гетероструктуры GaAs/AlGaAs в различных магнитных полях. Усиление флуктуаций в сигнале обратной связи указывает на обращение в нуль σ_{xx} , что соответствует холловским токовым каналам (несжимаемые полосы) для $\nu = 1, 2, 3$ и 4. (из работы [185])

оправдано. Она успешно описывает явления, наблюдаемые в обычных транспортных экспериментах, включая нелокальное сопротивление и эффекты, связанные с контактами/резервуарами (см., например, [176]). Однако, конкретный вид профиля потенциала на краю и распределения тока можно определить только с помощью неразрушающей методики, обеспечивающей пространственное разрешение получаемых данных [177–195]; отметим, что многие образцы, которые по данным таких исследований оказались неоднородными, демонстрируют достаточно хорошие магнетотранспортные характеристики. Вопреки стандартному подходу к краевым каналам как к скачущим орбитам в ограничивающем потенциале, который резко изменяется на масштабе магнитной длины $l_B = (\hbar c/eB)^{1/2}$, оказалось, что в большинстве образцов профиль потенциала на краю пологий и охватывает намного большее расстояние, чем l_B . Изображения краевых областей, в которых масштаб изменения ограничивающего потенциала достигал ≈ 10 мкм, были получены в оптических экспериментах по измерению холловского фотонапряжения на стандартных образцах холловской геометрии [184] (рис. 17). Поскольку холловское электрическое поле почти постоянно (даже если имеется некоторое его увеличение около краев образца [177]), вклад со стороны краевых токов для некоторых образцов может быть заметным.

В случае мягкого ограничивающего потенциала, краевые каналы известны как сжимаемые и несжимаемые полоски, положение которых в пространстве определяется градиентом электронной плотности [196]. Явление очень похоже на давно известный пинч-эффект для холловского тока: при наличии градиента электронной плотности, холловский ток течет в основном в узких каналах (несжимаемых полосках) соответствующих минимуму σ_{xx} ; при этом их положение в образце определяется, например, магнитным полем [182, 183, 197–200]. В применении к краю, пинч-эффект оказывается полностью идентичным предмету работы [196]. Каналы холловского тока на краю образца исследовались с использованием одноэлектронного транзистора в качестве датчика локального значения σ_{xx} [185] (рис. 18). Прикладывая отрицательное напряжение к боковому затвору, экспериментаторы сдвигали край двумерной электронной системы по направлению к датчику, производя таким образом сканирование локального значения σ_{xx} по прямой поперек края образца. Ток через одноэлектронный транзистор поддерживался постоянным с помощью цепи обратной

связи, которая контролировала его потенциал относительно двумерной электронной системы. Усиление флуктуаций в сигнале обратной связи означает, что σ_{xx} стремится к нулю.

С точки зрения предыдущих частей этого раздела, незначительность влияния краевых каналов в транспортных экспериментах проверяется обычным образом, по совпадению результатов в холловской геометрии и геометрии Корбино.

1.5. Настоящий переход металл-диэлектрик в нулевом магнитном поле и фазовая граница в параллельном магнитном поле.

Как было сказано выше, наличие делокализованных состояний в квантующих магнитных полях установлено двумя независимыми экспериментальными методами: (i) по квантованию σ_{xy} ; и (ii) по обращению в нуль энергии активации и исчезновению нелинейности вольтамперных характеристик, полученному по экстраполяции из диэлектрической фазы. Теория, в общем и целом, находится в согласии с этими наблюдениями, несмотря на наличие проблем, связанных с конечной шириной зон делокализованных состояний на уровнях Ландау. В случае нулевого магнитного поля, наоборот, ожидается, что делокализованных состояний не существует, по крайней мере, в двумерных электронных системах со слабым взаимодействием. Однако, второй экспериментальный критерий приводит к противоположному выводу, хотя он и не дает абсолютной достоверности сам по себе. Для прояснения ситуации, необходимо экспериментальное подтверждение по независимой методике.

Альтернативный критерий основывается на анализе температурных зависимостей удельного сопротивления при $B = 0$. При условии, что сопротивление сильно меняется с температурой, зависимости с положительной (отрицательной) производной $d\rho/dT$ указывают на металл (диэлектрик) [19–21, 76, 77]. Следует отметить, что в окрестности перехода зависимости $\rho(T)$ следуют скейлинговому закону с показателем степени $\kappa \approx 1$, что согласуется с идеей теплового уширения/сдвига эффективного порога подвижности в диэлектрической фазе на величину $\sim k_B T$ (см. раздел 1.3). Если допустима экстраполяция $\rho(T)$ к $T = 0$, то критическая точка перехода металл-диэлектрик определяется условием $d\rho/dT = 0$. В случае двумерных электронных

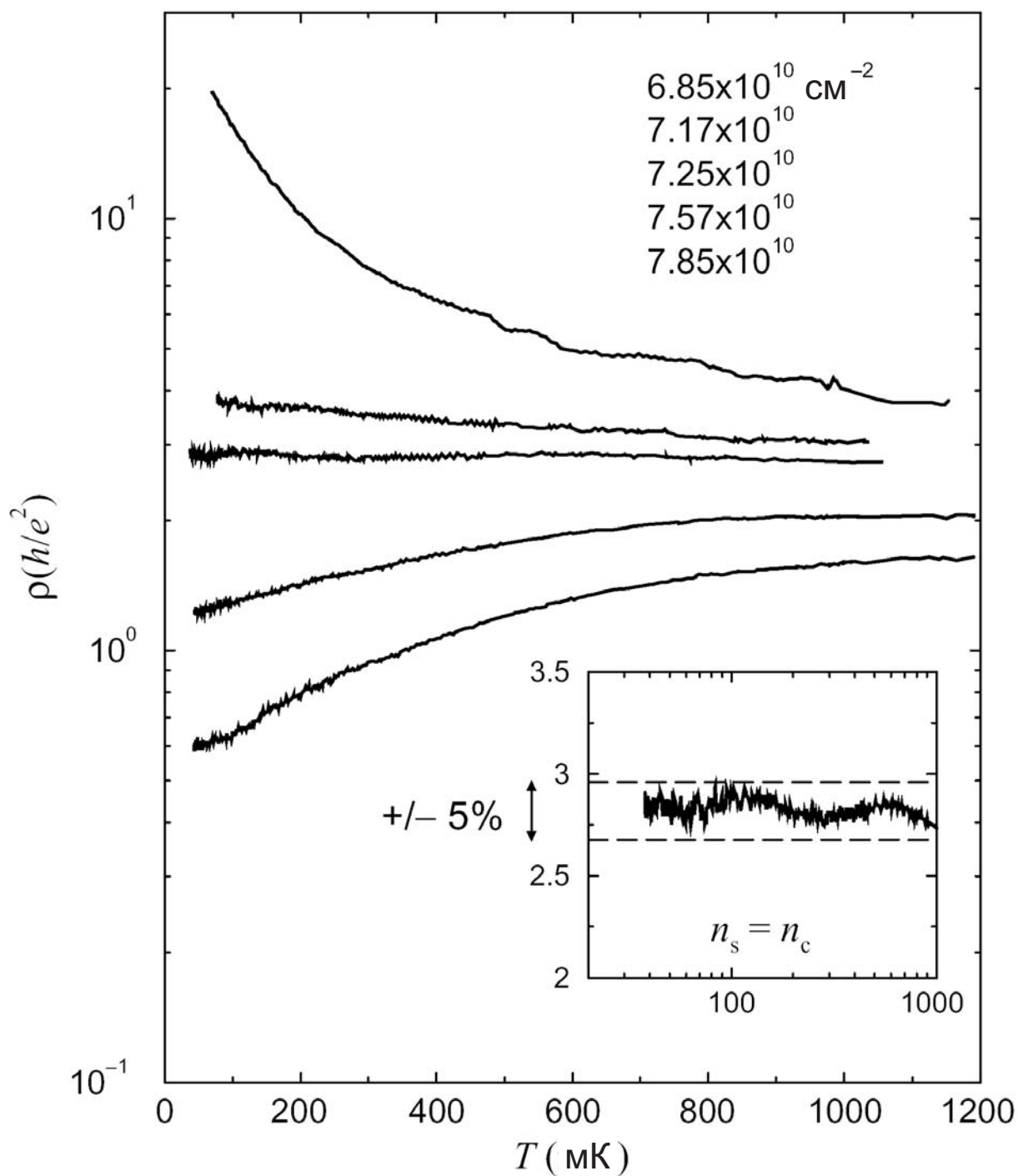


Рис. 19: Удельное сопротивление как функция температуры при разных плотностях электронов в кремниевой МОП структуре со слабым беспорядком. На вставке показана средняя кривая в увеличенном масштабе. (из работы [202])

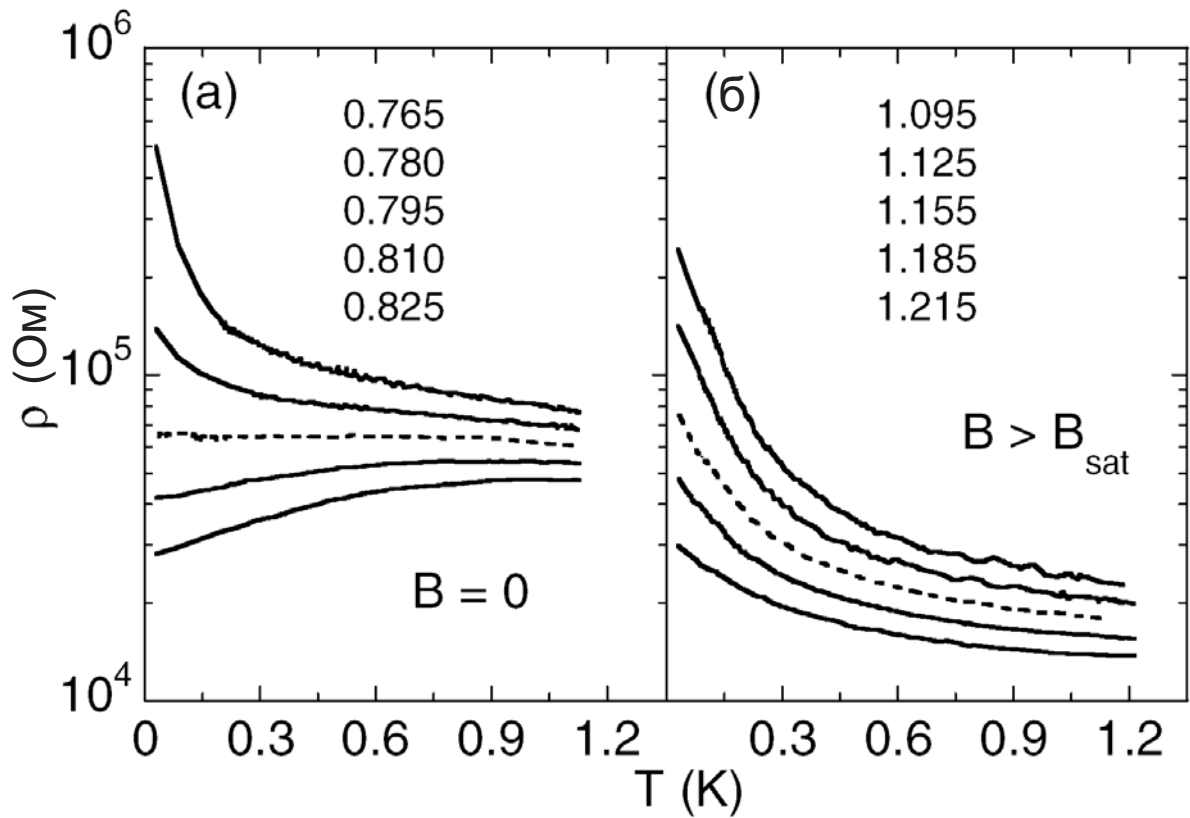


Рис. 20: Температурная зависимость удельного сопротивления кремниевой МОП структуры со слабым беспорядком при разных плотностях электронов вблизи перехода металл-диэлектрик в нулевом магнитном поле (а) и в параллельном магнитном поле 4 Тл (б). Плотности электронов указаны в единицах 10^{11} см^{-2} . (из работы [78])

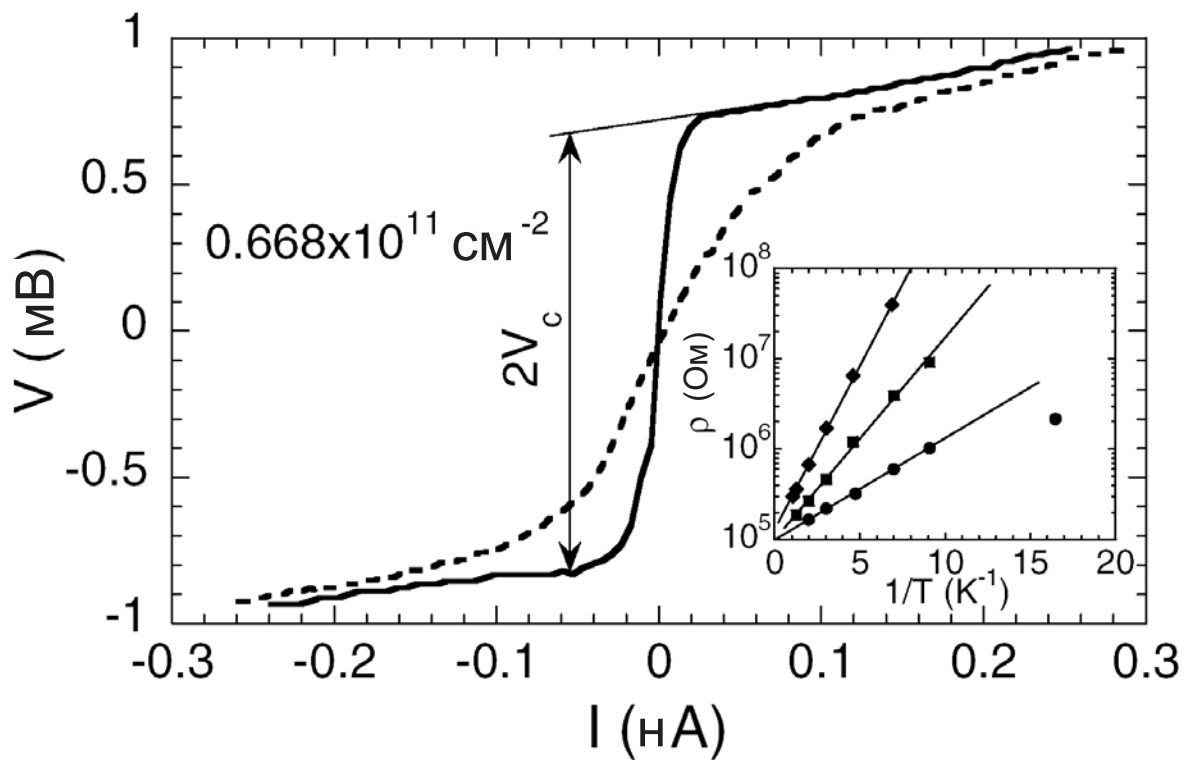


Рис. 21: Вольтамперные характеристики в нулевом магнитном поле при ≈ 30 (сплошная линия) и 211 мК (штриховая линия) для той же кремниевой МОП структуры, что и рис. 20; отметим, что пороговое напряжение практически не зависит от температуры. На вставке показана температурная зависимость удельного сопротивления в диэлектрической фазе при различных значениях B_{\parallel} и n_s . (из работы [78])

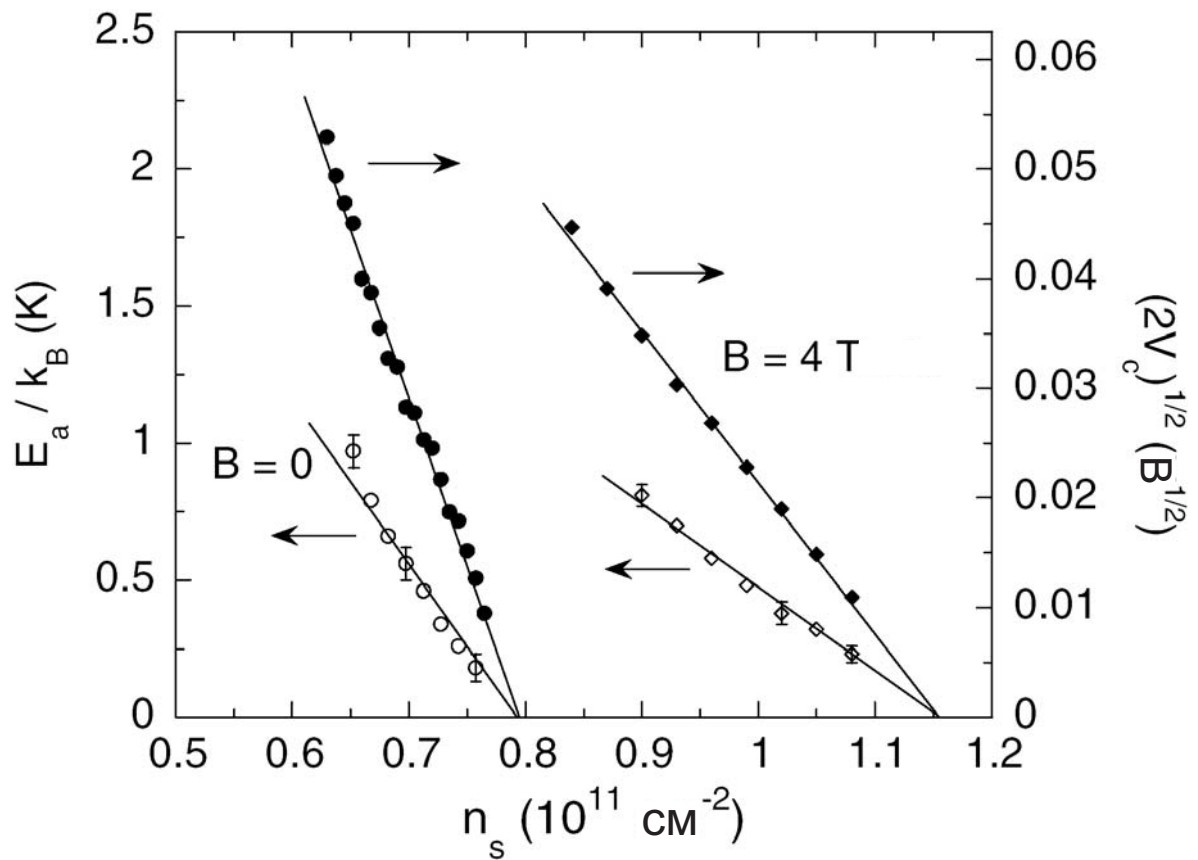


Рис. 22: Энергия активации и квадратный корень из порогового напряжения в зависимости от плотности электронов в нулевом магнитном поле (кружки) и в параллельном поле 4 Тл (ромбы). Критические плотности соответствуют пунктирным линиям на рис. 20. (из работы [78])

систем с низким уровнем беспорядка в кремниевых МОП структурах, при некоторой плотности электронов удельное сопротивление практически не зависит от температуры в широком диапазоне температур [201–203] (рис. 19). Эта линия разделяет кривые с положительной и отрицательной производной $d\rho/dT$ почти симметрично при температурах выше 0.2 К [204]. Предполагая, что она остается горизонтальной вплоть до $T = 0$, можно определить критическую точку n_c , которая оказывается соответствующей удельному сопротивлению $\rho \approx 3h/e^2$ [31].

Недавно, оба имеющихся критерия были одновременно использованы на переходе металл-диэлектрик в двумерных кремниевых МОП структурах со слабым беспорядком [78, 203]. В нулевом магнитном поле оба метода дают одну и ту же критическую плотность (рис. 20, 21 и 22). Поскольку одна из методик не зависит от температуры, их согласие сильно поддерживает существование настоящего перехода металл-диэлектрик при $B = 0$. Это также укрепляет уверенность, что кривая с нулевой производной $d\rho/dT$ останется горизонтальной (или, по крайней мере, сохранит конечное значение сопротивления) вплоть до нулевой температуры. Дополнительное подтверждение существования настоящего перехода металл-диэлектрик в нулевом магнитном поле дают магнитные измерения, см. следующий раздел.

В присутствии параллельного магнитного поля B_{\parallel} ситуация кардинально меняется. С увеличением параллельного поля, точка перехода $n_c(B_{\parallel})$, определяемая по обращению в нуль нелинейности и энергии активации, сдвигается в сторону более высоких плотностей электронов приблизительно линейным образом. Когда поле превышает критическое значение $B_c \approx 3$ Тл, зависимость насыщается к точке, лежащей примерно в 1.5 раза выше, чем в нулевом поле. Заметим, что аналогичное подавление металлического состояния наблюдалось при использовании критерия пороговой отсечки $\rho = 100$ кОм [109]. В металлической фазе насыщение сопротивления в параллельном магнитном поле означает полную спиновую поляризацию двумерных электронов, как следует из анализа осцилляций Шубникова-де Гааза в наклонном магнитном поле [205–207]. Можно ожидать, что в параллельном поле $B_{\parallel} > B_c$ двумерная электронная система поляризована по спину и что наблюдаемый сдвиг фазовой границы является спиновым эффектом. При определенной таким методом критической плотности $n_c(B_{\parallel})$ исчезает экспоненциальная расходимость удельного сопротивления при $T \rightarrow 0$, однако, $d\rho/dT$ остается отрицательной, по крайней мере, для

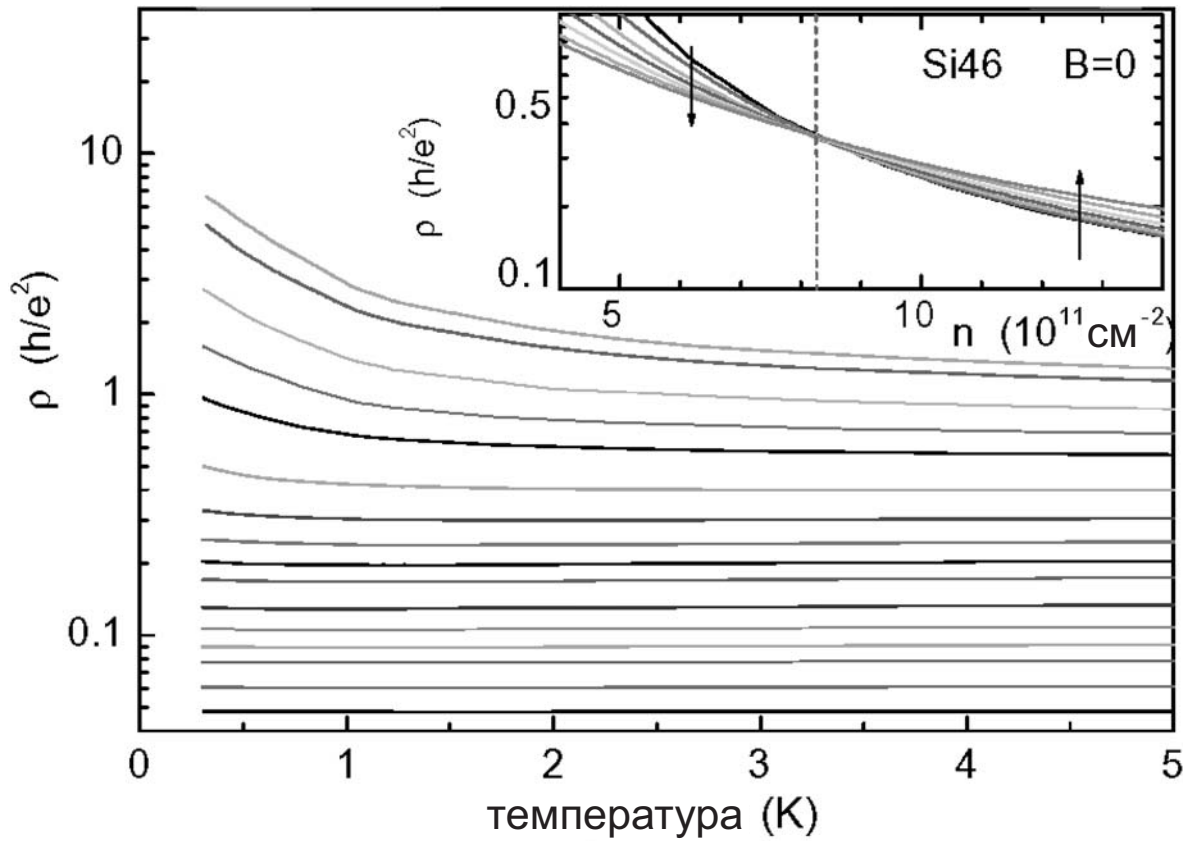


Рис. 23: Удельное сопротивление как функция температуры в сильно разупорядоченной кремниевой МОП структуре при следующих плотностях электронов: 3.85, 4.13, 4.83, 5.53, 6.23, 7.63, 9.03, 10.4, 11.8, 13.2, 16.0, 18.8, 21.6, 24.4, 30.0 и $37.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. На вставке показаны изотермы $\rho(n_s)$. (из работы [86])

$B_{\parallel} > B_c$ (рис. 20 и 22). В полной противоположности случаю нулевого магнитного поля, кривые $\rho(T)$ на рис. 20(b) не только не имеют симметрии относительно средней кривой, но и все имеют отрицательную производную $d\rho/dT$ во всем диапазоне температур, хотя сами значения ρ сравнимы с наблюдаемыми в случае $B = 0$. Металлическое ($d\rho/dT > 0$) поведение сопротивления с температурой, наблюдаемое при высоких плотностях электронов, оказывается слабым, так что метод производной не работает для $B_{\parallel} > B_c$. Из-за этого, остается неясным, существует ли настоящий переход металл-диэлектрик в параллельном магнитном поле.

Этот вывод очень похож на ситуацию с двумерными электронными системами с более сильным беспорядком в нулевом магнитном поле (см. раздел 1.2). В этом случае металлическое ($d\rho/dT > 0$) поведение тоже подавлено [79–86] или вовсе отсутствует и экстраполяция слабых зависимостей $\rho(T)$ к $T = 0$ не оправдана, что делает невозможным использование критерия производной для определения критической точки перехода металл-диэлектрик (рис. 23). Следует заметить, что из-за его простоты метод производной широко используется для описания металлических ($d\rho/dT > 0$) и диэлектрических ($d\rho/dT < 0$) температурных зависимостей в ограниченном температурном интервале. Чтобы избежать путаницы с металлическими и диэлектрическими фазами, следует использовать альтернативные методы определения точки перехода металл-диэлектрик. Такие методики, включая обращение в нуль энергии активации и шумовые измерения, применялись к сильно разупорядоченным двумерным системам [203, 208, 209]. Они обе, будучи аналогичны друг другу, дают для критической плотности перехода металл-диэлектрик более низкие значения по сравнению с получаемыми при формальном использовании критерия производной. Это всего лишь отражает тот факт, что металлическое ($d\rho/dT > 0$) поведение подавляется, причем критическая плотность n_c естественно увеличивается с ростом беспорядка (рис. 1).

Выводы к первой Главе.

В этой Главе описаны оригинальные результаты, полученные автором впервые в работах [14–16, 33, 58, 63, 78, 108–110, 124, 167–170, 174, 175, 180, 181, 184,

189, 199]. Экспериментальные исследования фазовой диаграммы металл-диэлектрик в перпендикулярном магнитном поле для двумерных электронных систем со слабым беспорядком показывают, что по мере уменьшения магнитного поля делокализованные состояния на уровнях Ландау всплывают вверх по энергии относительно центров уровней Ландау и сливаются, создавая в пределе нулевого магнитного поля металлическое состояние [14–16, 33, 58, 63]. Диэлектрическая фаза и фазы квантового эффекта Холла оказываются подобными, переход металл-диэлектрик является перколяционным, ширина зоны делокализованных состояний на уровнях Ландау оказывается конечной [15, 16, 58, 108–110, 124]. Согласие двух методов — анализ сильных температурных зависимостей сопротивления для двумерных электронных систем с низким уровнем беспорядка в кремниевых МОП структурах в нулевом магнитном поле и обращение в нуль энергии активации и исчезновение нелинейности вольтамперных характеристик, полученное по экстраполяции из диэлектрической фазы — свидетельствует в пользу существования настоящего перехода металл-диэлектрик в нулевом магнитном поле [78]. Экспериментально реализован мысленный опыт Лафлина и напрямую измерена квантованная холловская проводимость [167–170, 174]. В экспериментах по оптической визуализации измерен масштаб изменения ограничивающего потенциала на краю образца [180, 181, 184, 189], а также откорректирована модель краевых токов [175, 199].

Глава 2. Рост gm вблизи перехода металл-диэлектрик и возможный ферромагнитный переход.

Падение сопротивления двумерных электронных систем со слабым беспорядком в кремниевых МОП структурах при уменьшении температуры оказалось сильным по сравнению с металлическим $\rho(T)$, ожидаемым исходя из теорий зависящей от температуры экранировки [210–213]. По этой причине оно рассматривалось как проявление сильного электрон-электронного взаимодействия [19]. Недавно на физику этого явления был пролит свет. Был обнаружен значительный рост отношения спинового и циклотронного расщеплений gm при низких плотностях электронов, что свидетельствует о том, что поведение двумерной системы выходит далеко за рамки модели слабо взаимодействующей Ферми-жидкости [22]. Эксперименты также показали, что этот рост происходит благодаря увеличению эффективной массы при низкой плотности электронов и что имеется связь этого явления с аномальным ростом удельного сопротивления с температурой [28]. С точки зрения квантовых фазовых переходов при $T = 0$, как расходящаяся длина локализации указывает на приближение перехода со стороны диэлектрической фазы, так и увеличение массы за счет взаимодействия может оказаться аналогичным индикатором со стороны металлической фазы.

2.1. Биения осцилляций Шубникова-де Гааза.

Электрон-электронные взаимодействия вызывают перенормировку параметров Ферми-жидкости, включая эффективную массу и g -фактор [3]. Отслеживая минимумы осцилляций Шубникова-де Гааза в двумерной электронной системе в наклонных магнитных полях, нетрудно определить отношение спинового и циклотронного расщеплений gm , которое пропорционально спиновой восприимчивости χ . В области высоких плотностей электронов $\geq 2 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ в кремниевых МОП структурах наблюдалось умеренное увеличение gm в ≤ 2.5 раза [205, 214, 215], в согласии с моделью Ферми-жидкости со слабым взаимодействием.

Было обнаружено, что в кремниевых МОП структурах со слабым беспорядком

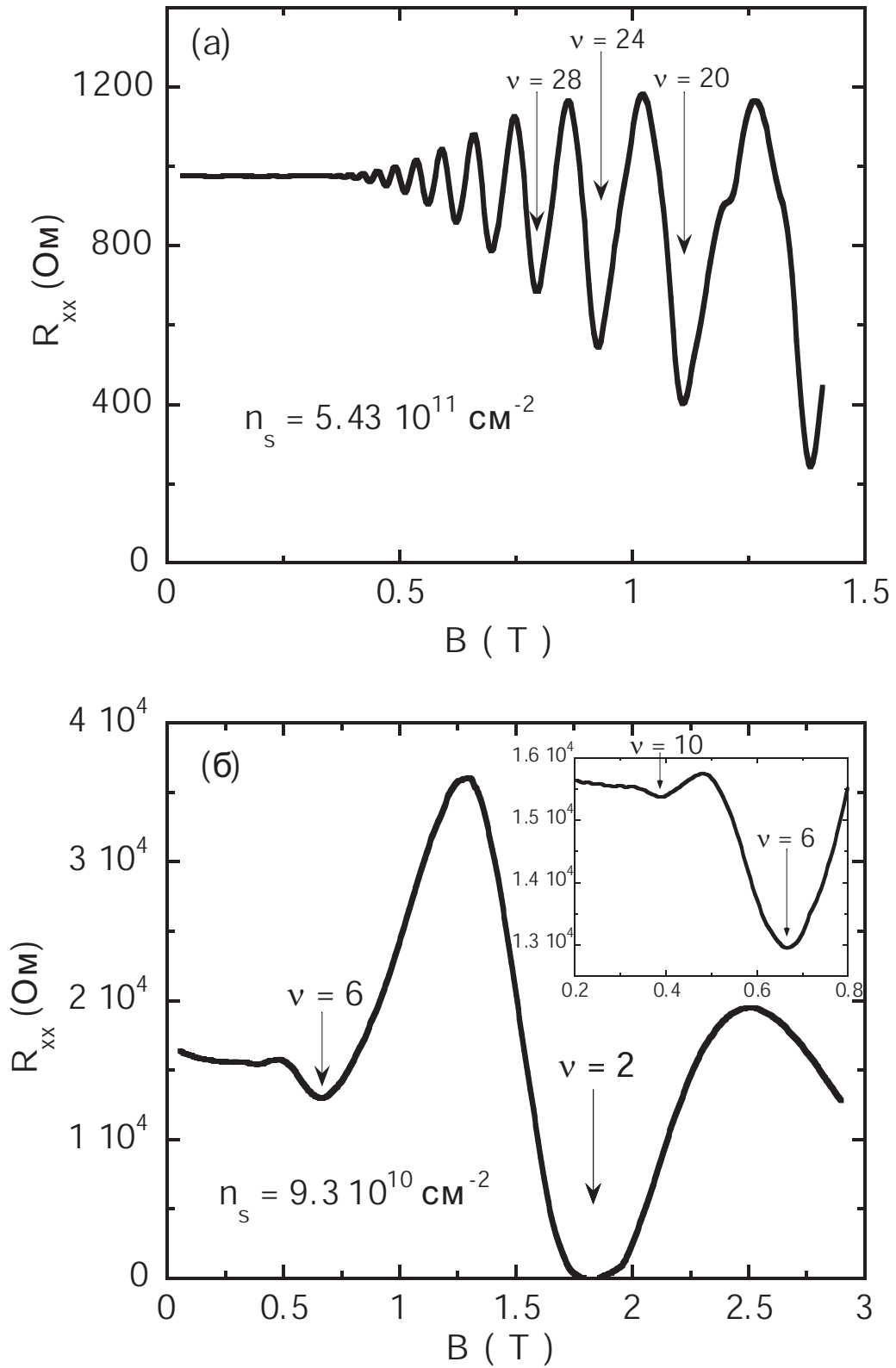


Рис. 24: Осцилляции Шубникова-де Гааза в кремниевой МОП структуре со слабым беспорядком при температуре ≈ 40 мК при высоких (а) и низких (б) плотностях электронов. (из работы [22])

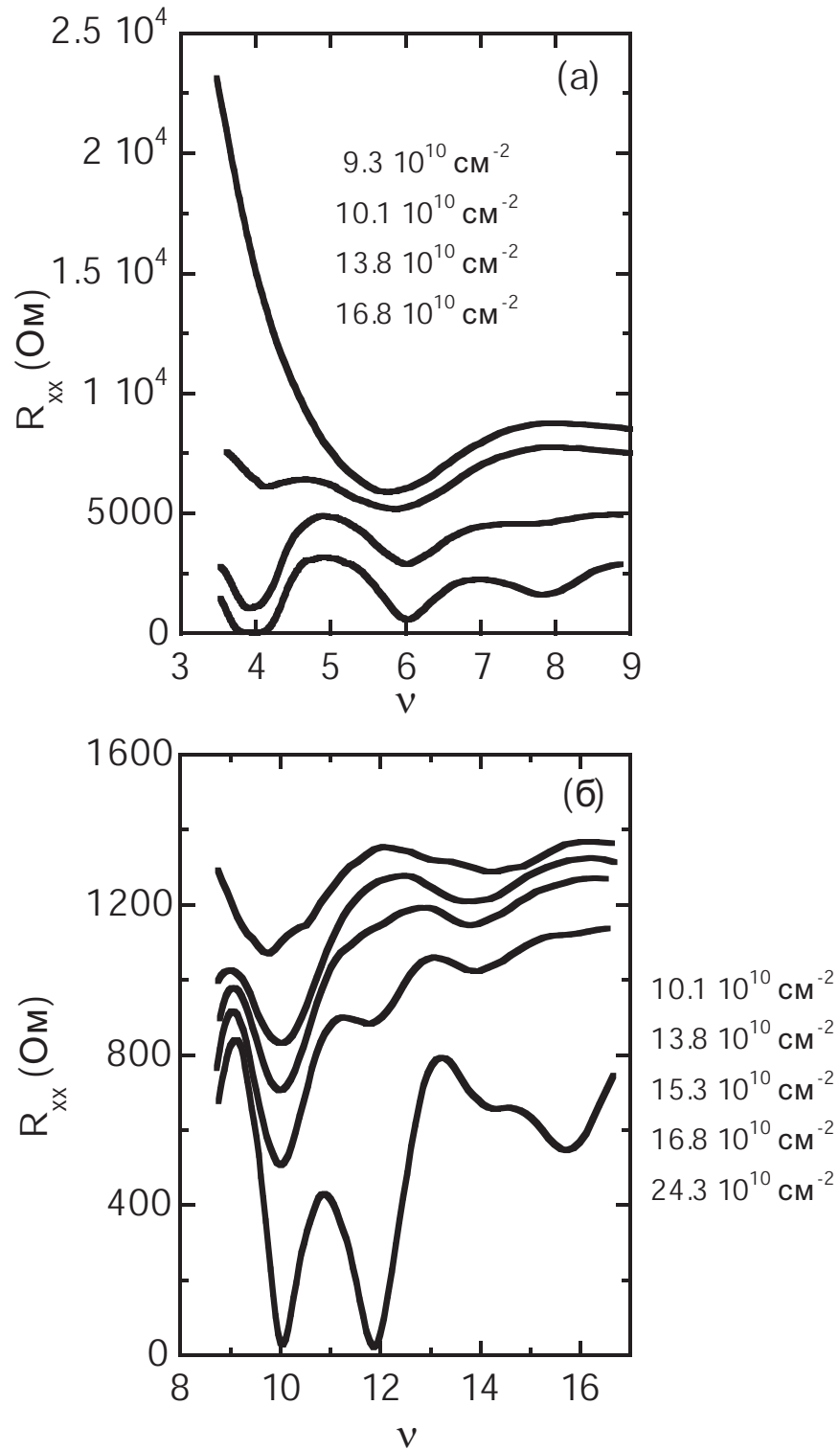


Рис. 25: Эволюция осцилляций Шубникова-де Гааза при изменении плотности электронов в двух диапазонах фактора заполнения при $T \approx 40$ мК. Для ясности кривые сдвинуты на произвольную величину вдоль оси ординат. (из работы [22])

в перпендикулярных магнитных полях, минимумы осцилляций Шубникова-де Гааза, соответствующие циклотронным расщеплениям ($\nu = 4, 8, 12, 16, \dots$), исчезают по мере уменьшения плотности электронов [22] (рис. 24 и 25). За исключением минимума, соответствующего долинному расщеплению при $\nu = 1$, вблизи перехода металл-диэлектрик (который в рассматриваемых образцах происходил при $n_c \approx 8 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$) сохраняются только минимумы, соответствующие спиновому расщеплению ($\nu = 2, 6, 10, 14, \dots$). Эти данные показывают, что по мере приближения к переходу металл-диэлектрик циклотронные щели (которые равны разнице между циклотронным и спиновым расщеплениями, без учета долинного расщепления) становятся меньше, чем спиновые и, в конце концов, исчезают совсем. Условием исчезновения служит равенство спинового и циклотронного расщепления, или $gm/2m_e = 1$ (где m_e — масса свободного электрона), что более чем в 5 раз превышает значение этого отношения в объеме кремния, $gm/2m_e = 0.19$. Это явление не может быть объяснено с точки зрения многочастичного увеличения спиновых щелей в перпендикулярном магнитном поле [216–220], поскольку для исчезновения циклотронных щелей в широком диапазоне магнитных полей необходим большой g -фактор, не зависящий от магнитного поля. Таким образом, подразумевается, что произведение gm практически не зависит от поля и примерно равно его увеличенному многочастичному значению в нулевом поле (см. Главу 3). Следовательно, спиновая восприимчивость $\chi \propto gm$ вблизи перехода металл-диэлектрик значительно возрастает.

Эксперименты в наклонном магнитном поле не могут обеспечить достаточной точности в определении поведения перенормированного gm при низкой плотности электронов, поскольку число осцилляций Шубникова-де Гааза вблизи перехода металл-диэлектрик слишком мало. Высокая точность была достигнута в экспериментах по магнетотранспорту в параллельном магнитном поле.

2.2. Скейлинг магнетосопротивления в параллельном поле и другие методики.

Так как толщина двумерной электронной системы в кремниевых МОП структурах мала по сравнению с магнитной длиной в имеющихся полях, параллельное магнитное

поле влияет преимущественно на спины электронов, а орбитальные эффекты оказываются подавленными. Было обнаружено, что сопротивление в кремниевых МОП структурах с низкой плотностью электронов изотропно относительно магнитного поля в плоскости двумерного газа и быстро растет с увеличением поля, насыщаясь к постоянному значению выше критического поля B_c , которое зависит от плотности электронов [221–223] (рис. 26). Как уже говорилось выше, поле насыщения B_c соответствует началу полной спиновой поляризации электронной системы [205–207].

Было обнаружено, что в случае двумерной электронной системы с низким уровнем беспорядка в кремниевых МОП структурах нормированные кривые магнетосопротивления, измеренные при различных плотностях электронов в пределе низких температур (т.е. когда $\rho(B_{\parallel})$ перестает зависеть от температуры) и построенные в зависимости от B_{\parallel}/B_c , ложатся на одну кривую; при этом скейлинговый параметр B_c нормируется в соответствии с полем насыщения/поляризации [23] (рис. 27 и 28). Скейлинг нарушается по мере приближения к переходу металл-диэлектрик, где магнетосопротивление сильно зависит от температуры даже при самых низких температурах достижимых в условиях эксперимента. Отметим, что обнаруженная скейлинговая зависимость достаточно хорошо описывается теоретической зависимостью $\rho/\rho(0)$ от степени спиновой поляризации $\xi = g\mu_B B_{\parallel}/\pi\hbar^2 n_s = B_{\parallel}/B_c$, которая возникает благодаря зависимости экранировки случайного потенциала от спиновой поляризации [224]. Поле B_c с высокой точностью пропорционально отклонению электронной плотности от ее критического значения: $B_c \propto (n_s - n_c)$ (рис. 29). Используемая методика позволяет определить функциональный вид зависимости $B_c(n_s)$ с высокой точностью, несмотря на то, что абсолютная величина B_c определяется не так точно. Значительный рост произведения gt при низких плотностях электронов (рис. 30), который вытекает из зависимости $B_c(n_s)$, согласуется с увеличенным значением gt , полученным из осцилляций Шубникова-де Гааза, следовательно, хвост локализованных состояний мал и мы имеем дело с чистым пределом. Поэтому, стремление B_c к нулю при конечной плотности электронов n_{χ} близкой к n_c свидетельствует в пользу существования в этой электронной системе ферромагнитного перехода, указывая тем самым, что переход металл-диэлектрик управляется взаимодействием [23]. Это означает, что на фазовой диаграмме рис. 1 достигнута окрестность одной из трикритических точек (см. Главу 5).

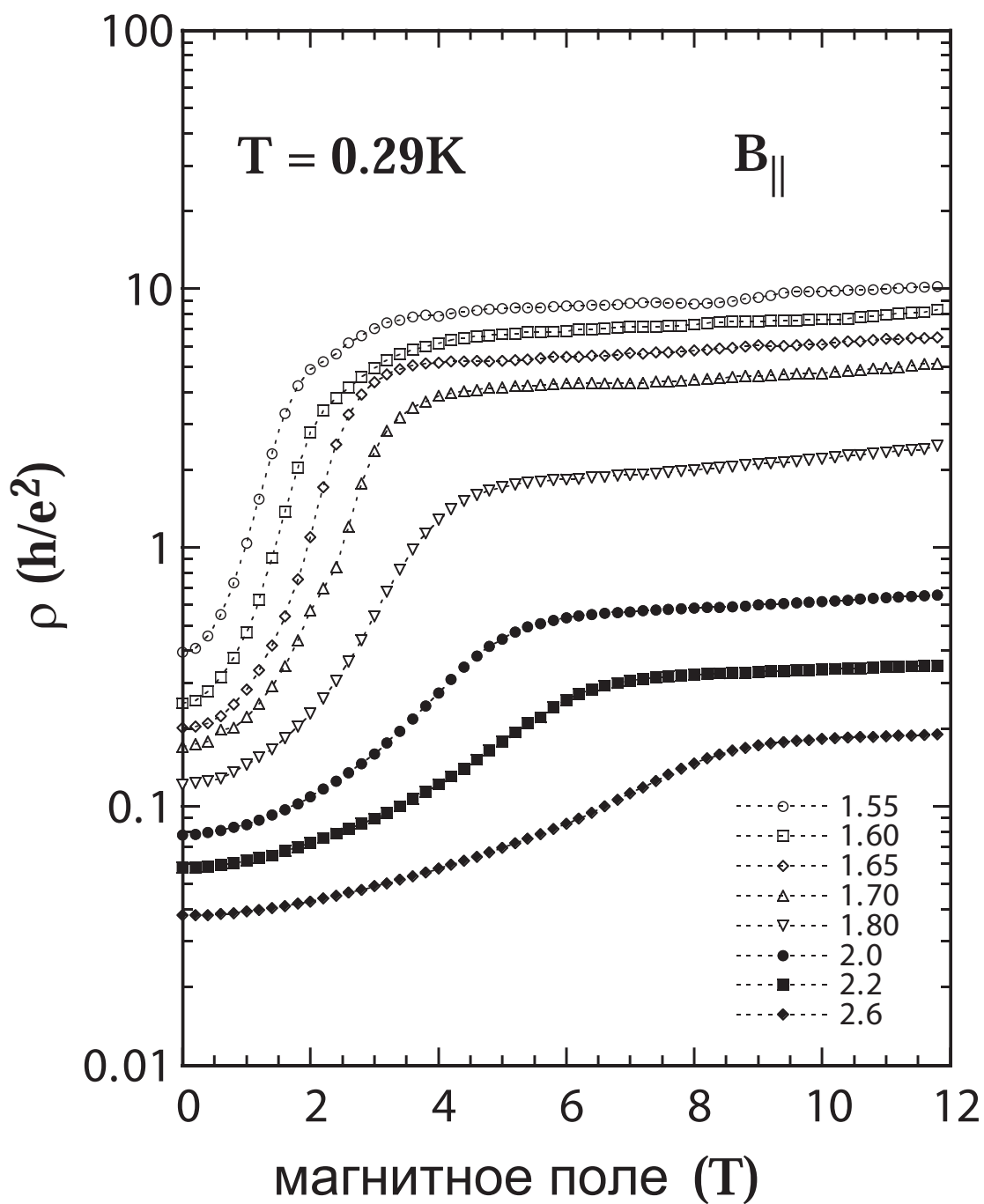


Рис. 26: Удельное сопротивление как функция магнитного поля, измеренное в кремниевой МОП структуре со слабым беспорядком. Различные символы соответствуют затворным напряжениям от 1.55 до 2.6 В или плотностям от 1.01 до $2.17 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$. (из работы [222])

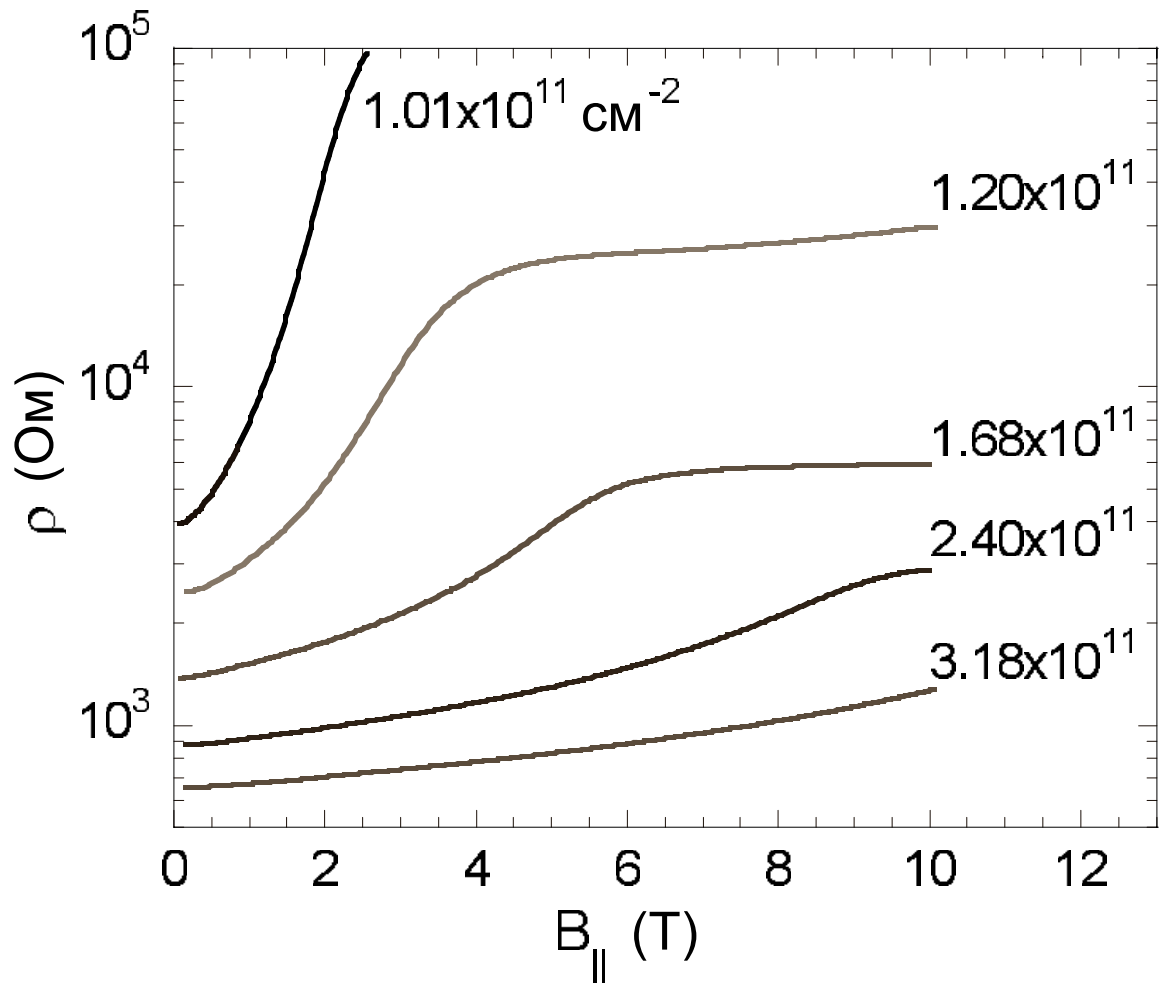


Рис. 27: Магнетосопротивление при низкой температуре в двумерной электронной системе со слабым беспорядком в кремниевых МОП структурах в параллельном магнитном поле при различных плотностях электронов выше n_c , критической плотности перехода металл-диэлектрик при $B = 0$. (из работы [23])

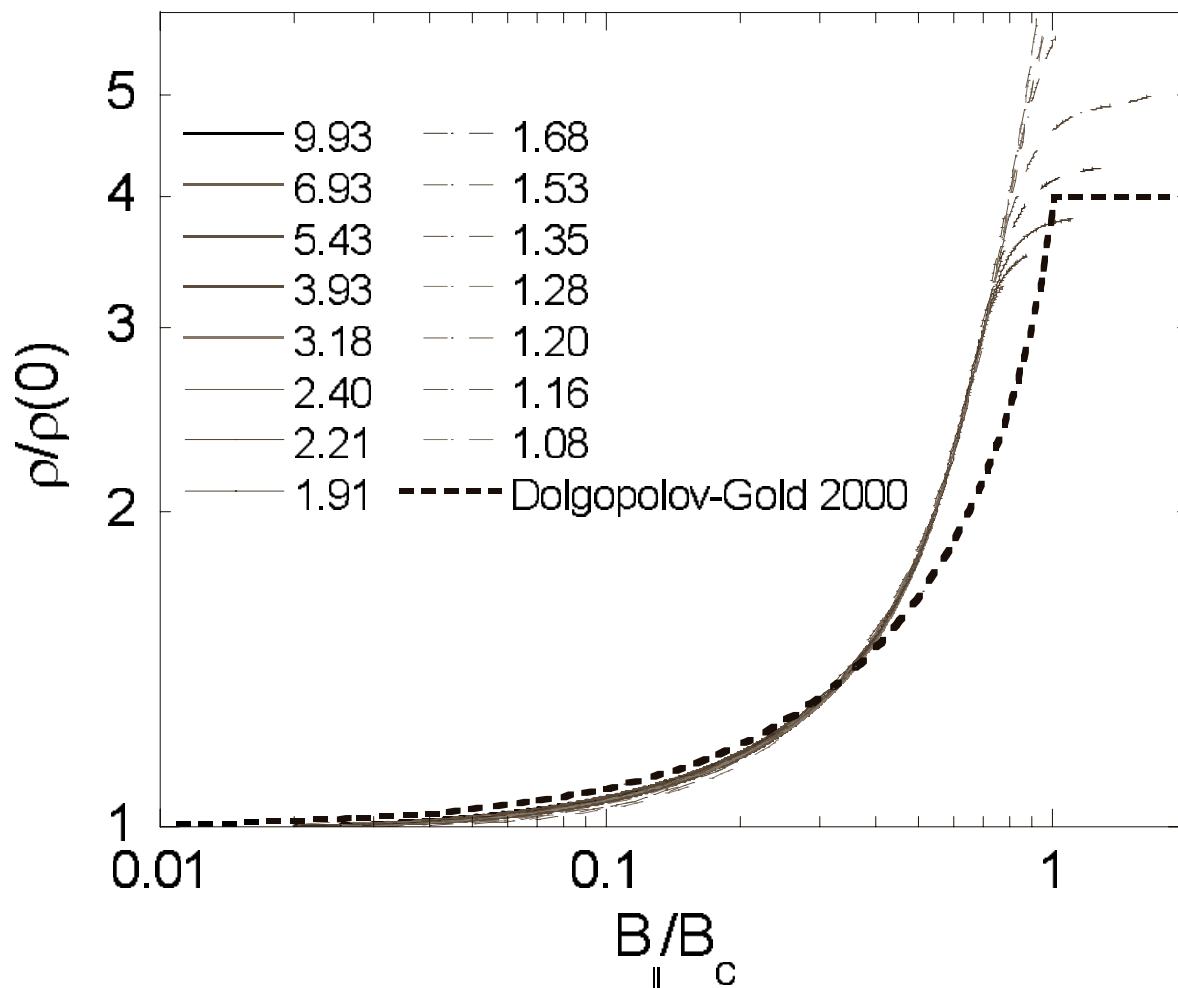


Рис. 28: Кривые нормированного магнетосопротивления как функции $B_{||}/B_c$. Плотности электронов указаны в единицах 10^{11} см^{-2} . Штриховой линией показано нормированное магнетосопротивление, рассчитанное Долгополовым и Гольдом [224]. (из работы [23])

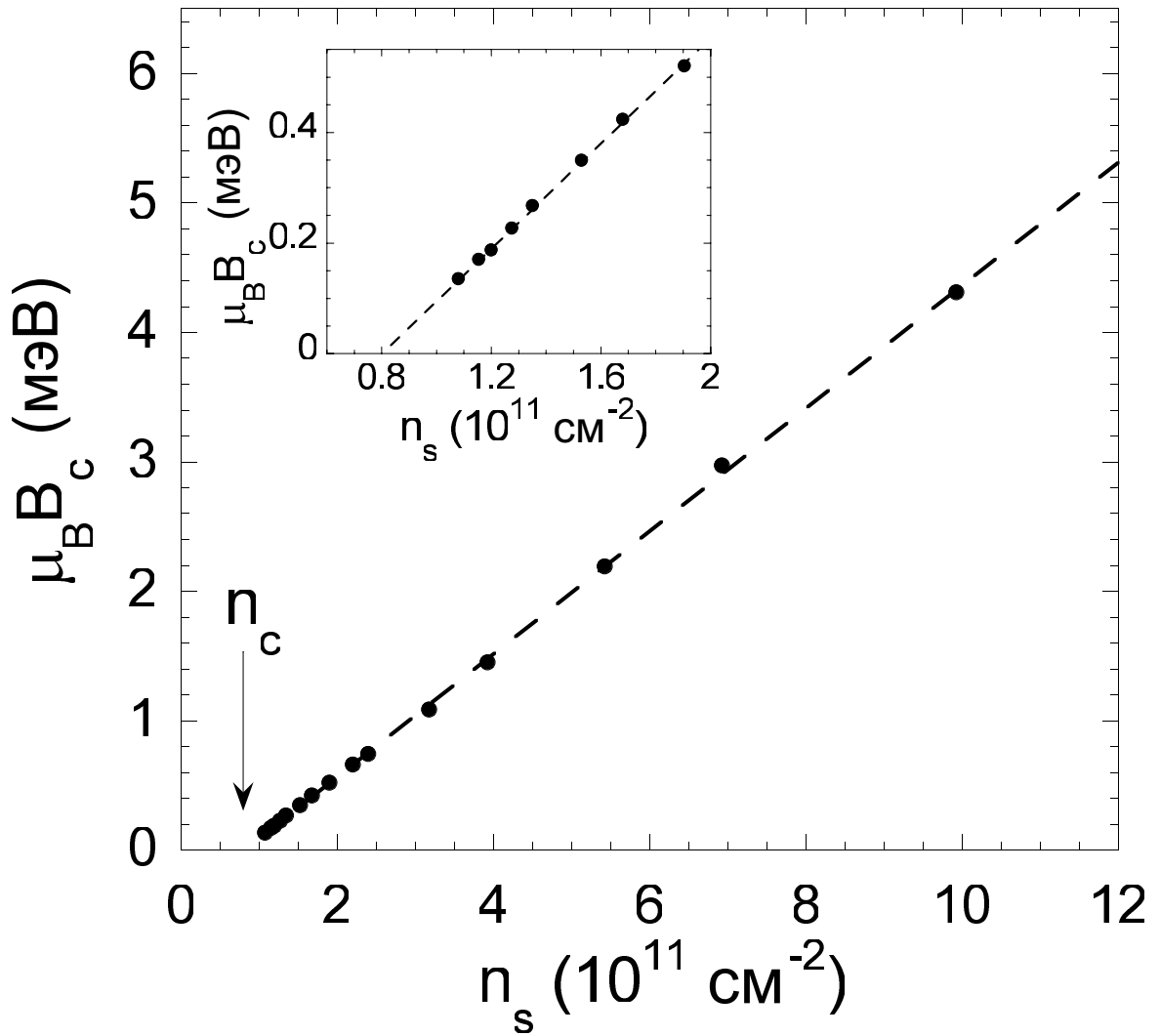


Рис. 29: Зависимость поля B_c от плотности электронов. Штриховой линией показана линейная аппроксимация. (из работы [23])

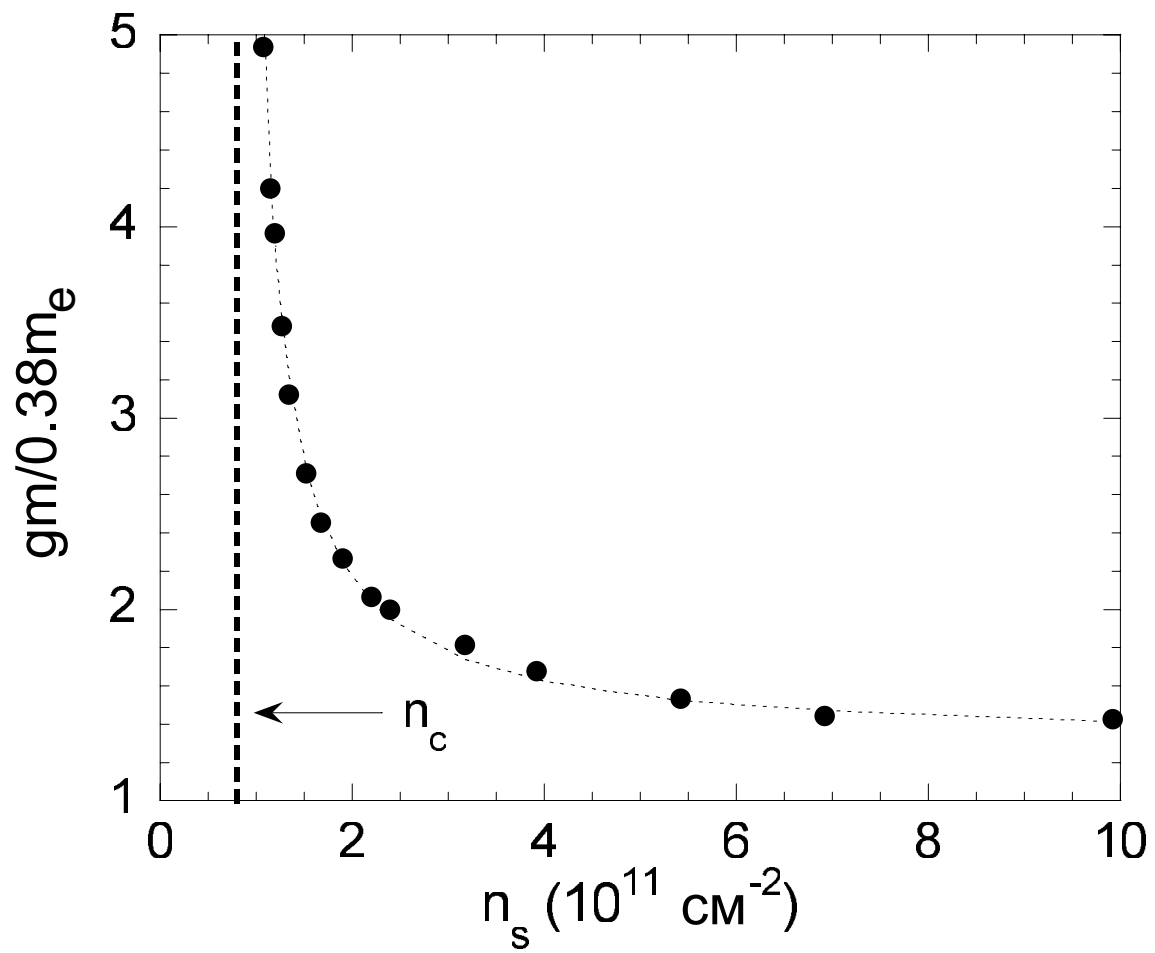


Рис. 30: Произведение gm как функция плотности электронов, полученное из данных для B_c .
(из работы [23])

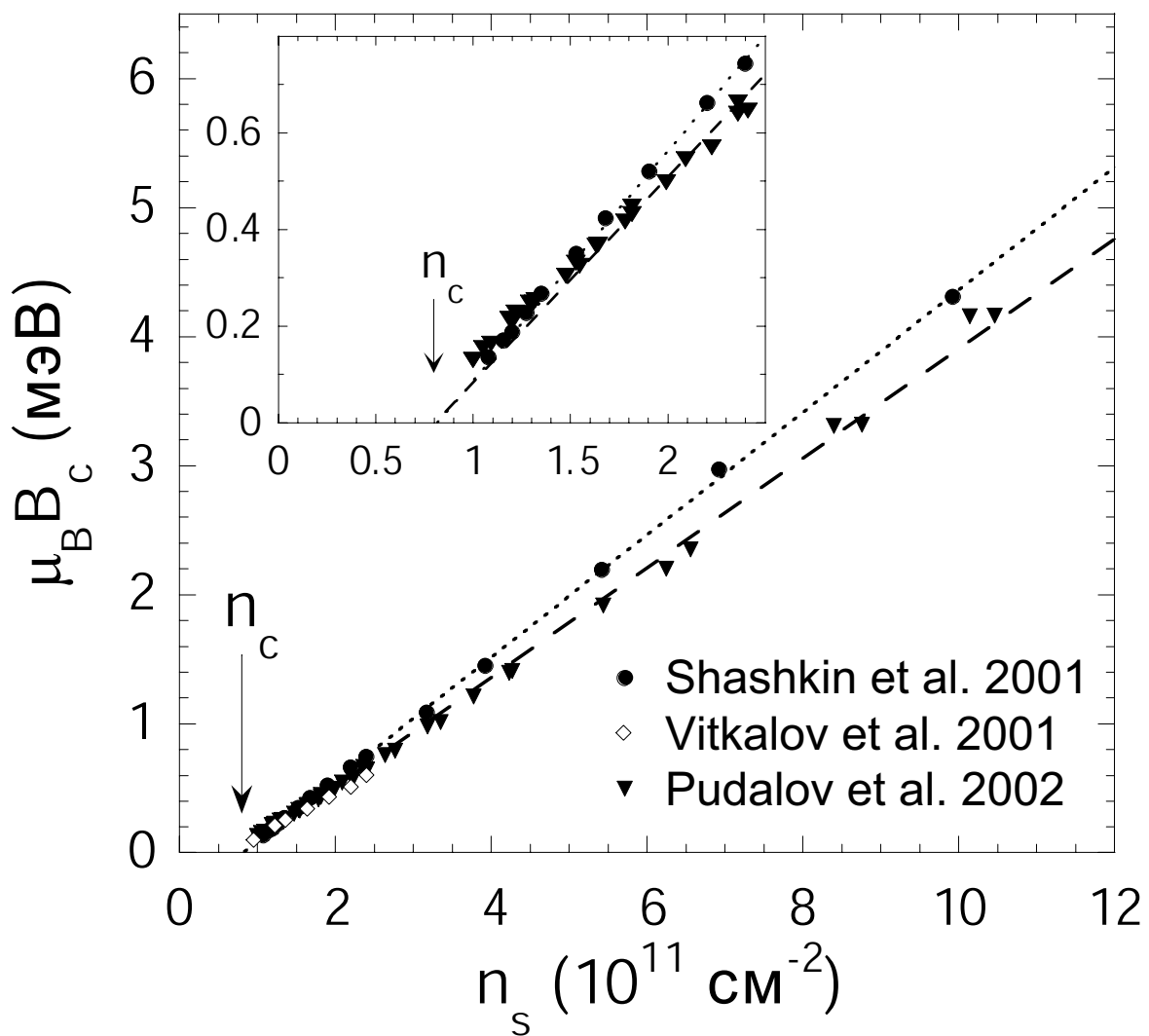


Рис. 31: Поле поляризации как функция плотности электронов по данным различных групп [23, 24, 225]. Указана критическая плотность n_c для образцов из работы [23]. (из работы [25])

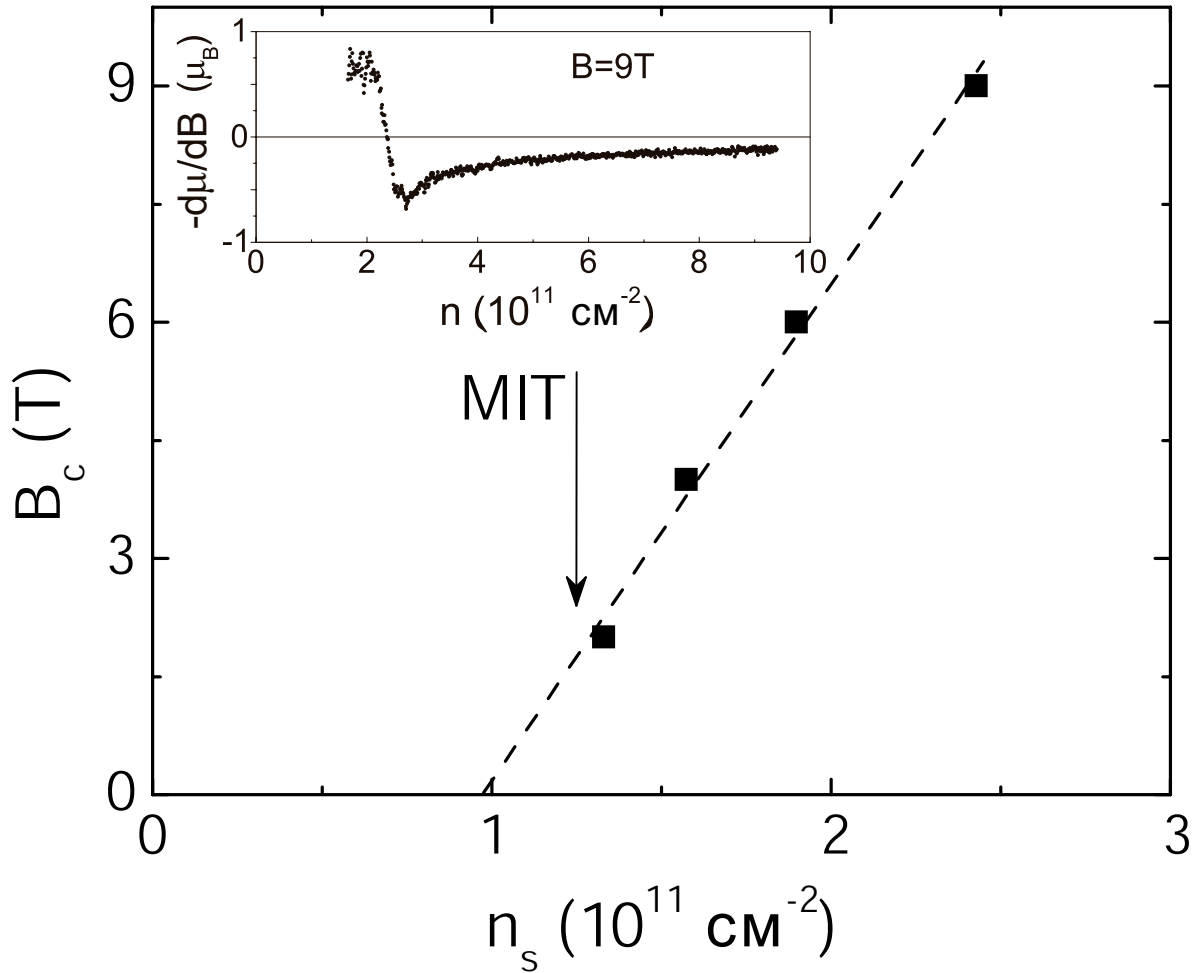


Рис. 32: Поле поляризации как функция плотности электронов в сильно разупорядоченной кремниевой МОП структуре, определенное по $d\mu/dB_{\parallel} = 0$ при температуре 0.2 К. Штриховая линия — линейная аппроксимация данных. Указана оценка положения перехода металл-диэлектрик. На вставке показана производная $d\mu/dB_{\parallel}$ как функция плотности электронов в параллельном магнитном поле 9 Тл при температуре 100 мК. (экспериментальные данные из работы [228])

Аналогичное заключение о возможности спонтанной спиновой поляризации было сделано на основе скейлинга данных по магнетопроводимости в аналогичных образцах при других плотностях электронов и температурах [24]. Данные о значительном увеличении gm были подкреплены подробным исследованием осцилляций Шубникова-де Гааза в наклонных магнитных полях в кремниевых МОП структурах с низкой плотностью электронов и более высоким уровнем беспорядка [225] (рис. 31). Согласие всех трех наборов данных замечательно, особенно если принять во внимание, что разные группы использовали различные методики, различные образцы и различные диапазоны полей/величины спиновой поляризации [25]. Кроме прочего, это служит свидетельством, что плотность электронов $n_\chi \approx 8 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ не меняется от образца к образцу, в отличие от критической плотности перехода металл-диэлектрик n_c . Очевидно, спиновая восприимчивость $\chi \propto gm$ будет расходиться при $n_s = n_\chi$, только если оправдана экстраполяция $B_c(n_s)$ к нулю. Для проверки оправданности этой экстраполяции необходимы точные данные, полученные при более низких электронных плотностях, более низких температурах и на намного менее разупорядоченных образцах [25, 226, 227].

Термодинамические исследования спиновой восприимчивости, основанные на измерении изменения химического потенциала с параллельным магнитным полем $d\mu/dB_\parallel$, были выполнены на сильно разупорядоченных (как следует из существенно бóльших плотностей перехода металл-диэлектрик, см. рис. 32, ср. рис. 31) кремниевых МОП структурах [228]. По сравнению с чистым режимом, полученная зависимость поля поляризации B_c от n_s на рис. 32 смещена к заметно более высоким плотностям электронов из-за наличия локальных моментов в хвосте зоны [223, 228–231]. Таким образом, влияние хвоста зоны становится ключевым фактором в экспериментах в параллельном поле в сильно разупорядоченных двумерных электронных системах.

2.3. Другие двумерные системы.

Аналогичное увеличение спиновой восприимчивости при низких плотностях электронов было обнаружено в гетероструктурах GaAs/AlGaAs с низкой плотностью электронов при анализе осцилляций Шубникова-де Гааза [27] (рис. 33). Толщина

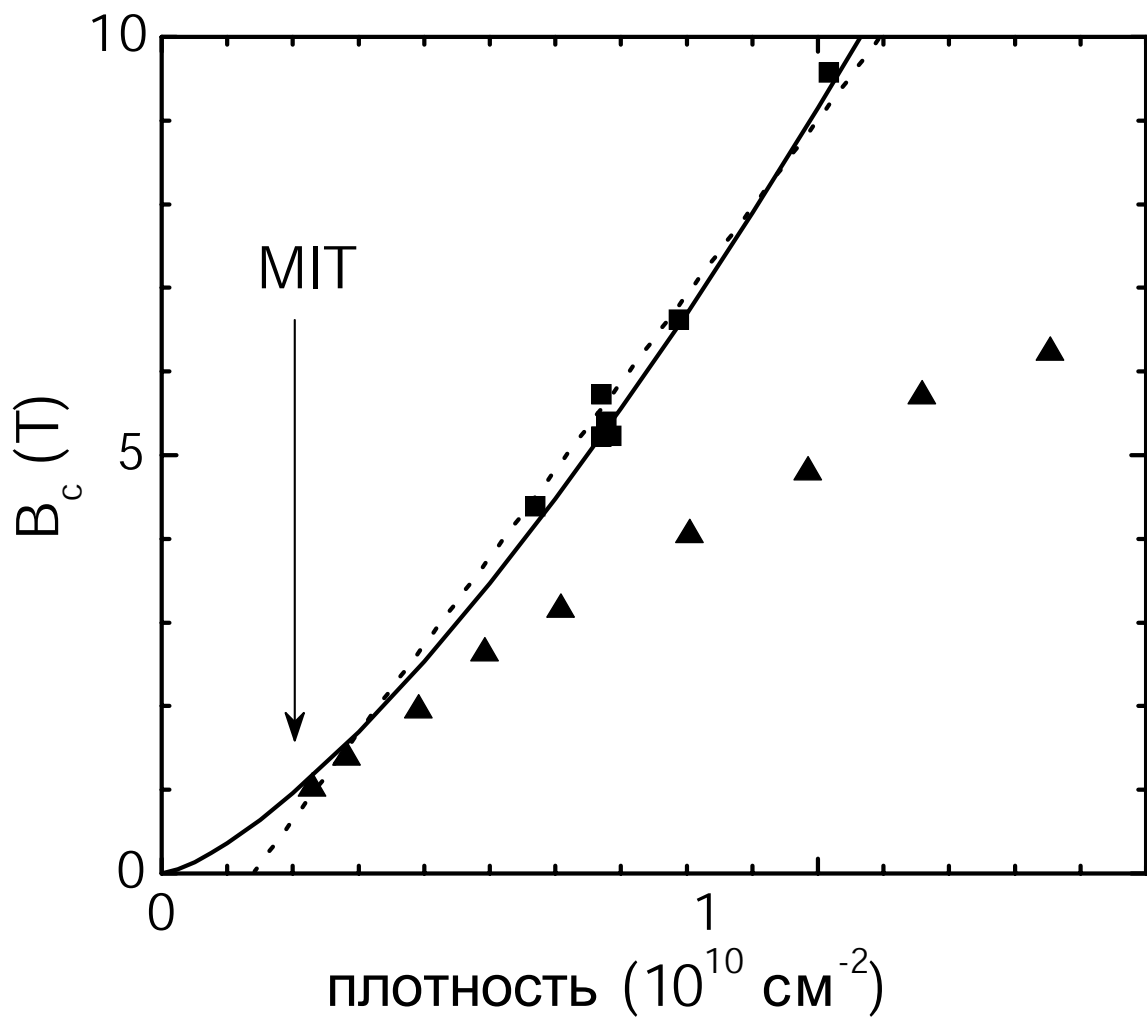


Рис. 33: Данные для B_c как функция плотности электронов, полученные по осцилляциям Шубникова-де Гааза (квадраты) и по магнетосопротивлению в параллельном поле (треугольники), в гетероструктуре GaAs/AlGaAs с низкой концентрацией носителей. Сравните аппроксимацию степенной функцией $B_c \propto n_s^{1.4}$ (сплошная линия) с линейной аппроксимацией (пунктир). Указана оценка положения перехода металл-диэлектрик. (экспериментальные данные из работы [27])

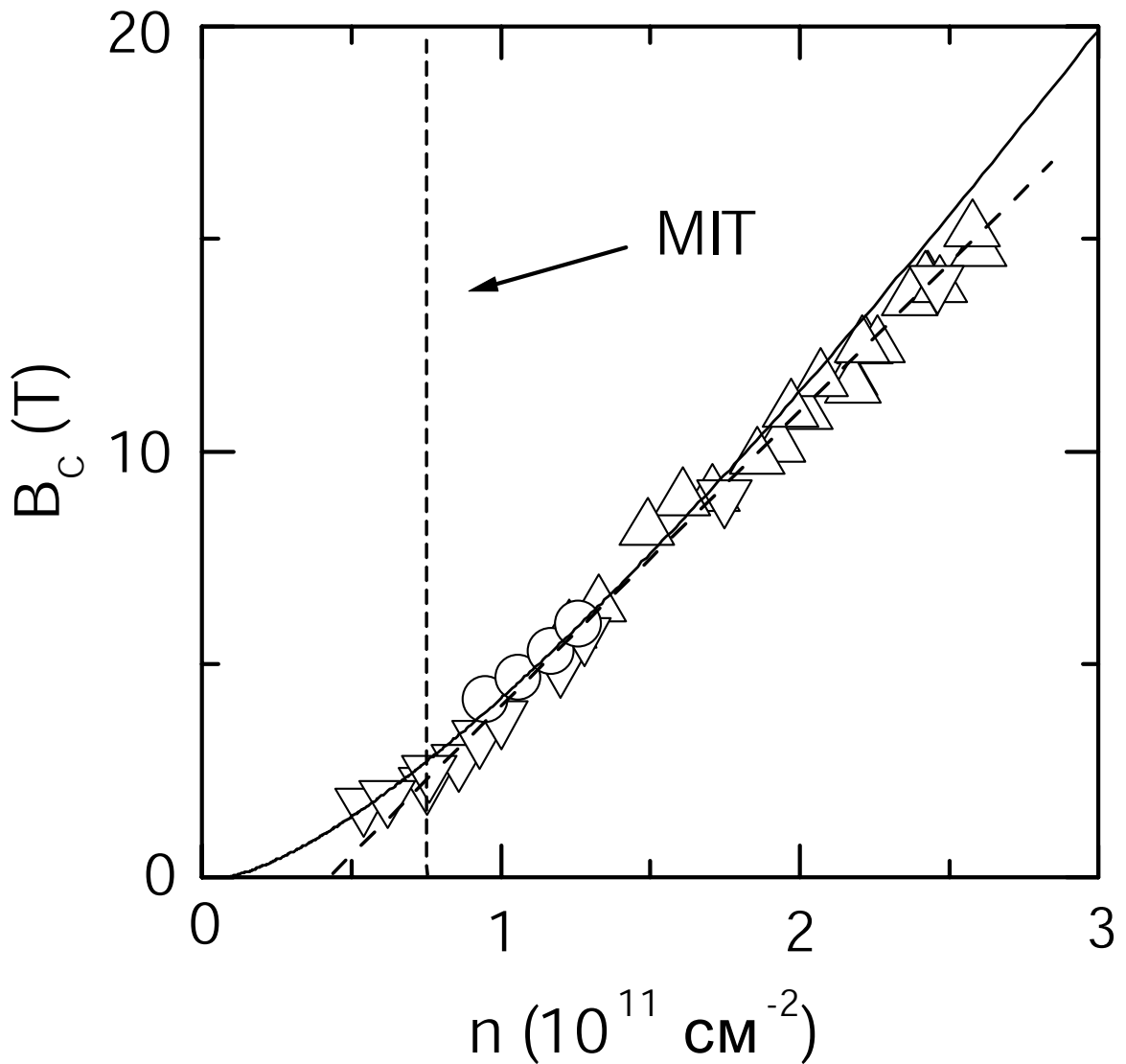


Рис. 34: Зависимость B_c от плотности электронов, полученная по измерениям магнетосопротивления в параллельном поле в сильно разупорядоченных образцах узких квантовых ям AlAs. Сплошная линия — результат вычислений по квантовому методу Монте-Карло для двумерной электронной системы без беспорядка [5]. Штриховой линией показана линейная аппроксимация. Указана оценка положения перехода металл-диэлектрик. (из работы [237])

двумерной системы в гетероструктурах GaAs/AlGaAs относительно велика, поэтому эффективная масса возрастает в параллельном поле [27, 232–236]. Как следствие, величина поля поляризации, определяемая из магнетосопротивления в параллельном поле, значительно уменьшается при увеличении плотности электронов. Если не принимать во внимание это уменьшение, то можно считать, что оба набора данных определяют зависимость $B_c(n_s)$, критическое поведение которой не столь очевидно. Возможно, это происходит потому, что самая низкая из экспериментально достижимых плотностей все еще весьма высока. Из-за меньшей эффективной массы, большей диэлектрической проницаемости и отсутствия долинного вырождения, ожидается, что та же сила взаимодействия в двумерной электронной системе в гетероструктурах GaAs/AlGaAs будет достигнута при плотностях на два порядка ниже, чем в кремниевых МОП структурах. Критическая область ожидается при плотностях $n_s < 10^9 \text{ см}^{-2}$, которые на сегодняшний день не доступны в имеющихся образцах гетероструктур GaAs/AlGaAs.

Влияния орбитальных эффектов в параллельных магнитных полях можно избежать, используя узкие квантовые ямы. Двумерная электронная система в узких квантовых ямах AlAs похожа на системы в кремниевых МОП структурах за исключением того, что в ней нет долинного вырождения [237]. Доступные минимальные плотности электронов в узких квантовых ямах AlAs с сильным беспорядком значительно превосходят границу критической области, которая ожидается при плотностях $n_s < 2 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ (рис. 34). Отметим, что данные, относящиеся к диэлектрической фазе, в отличие от точек в металлической фазе, отражают физику локальных моментов в хвосте зоны [223, 228–231].

Очень похожая на кремниевые МОП структуры, двумерная электронная система в квантовых ямах Si/SiGe отличается большей диэлектрической проницаемостью и наличием спейсера. Более того, она отличается от всех остальных систем рассеянием на удаленных примесях, на что указывает малое магнетосопротивление в параллельном поле [238]. В этой электронной системе было обнаружено аналогичное увеличение спиновой восприимчивости при низких плотностях притом, что самая низкая из доступных плотностей также значительно превышает ожидаемую границу критической области $n_s < 4 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ [239]. Таким образом, во всех изучавшихся двумерных электронных системах, за исключением кремниевых МОП структур, слишком сильный

беспорядок и, как следствие, слишком высокие плотности, при которых происходит переход металл-диэлектрик (рис. 1), скрывают возможное критическое поведение спиновой восприимчивости.

Выводы ко второй Главе.

В этой Главе описаны оригинальные результаты, полученные автором впервые в работах [22, 23, 25, 238]. Экспериментальные исследования осцилляций Шубникова-де Гааза и магнетосопротивления в параллельном поле показывают, что для сильно взаимодействующих двумерных электронных систем с низким уровнем беспорядка в кремниевых МОП структурах спиновая восприимчивость Паули обнаруживает тенденцию к расходимости при электронной плотности n_χ , указывая на существование ферромагнитного перехода [22, 23, 25]. Близость величины n_χ к критической плотности n_c для перехода металл-диэлектрик указывает на то, что переход металл-диэлектрик в кремниевых образцах с очень слабым случайным потенциалом — свойство чистой двумерной системы и вызывается взаимодействием [23]. Малое магнетосопротивление в параллельном поле для двумерной электронной системы в квантовых ямах Si/SiGe указывает на то, что она отличается от всех остальных систем рассеянием на удаленных примесях [238].

Глава 3. Раздельное определение эффективной массы и g -фактора.

3.1. Наклон металлической температурной зависимости проводимости в нулевом магнитном поле.

Значительное увеличение спиновой восприимчивости $\chi \propto gm$ при низких плотностях электронов может быть, в принципе, вызвано ростом либо g , либо m , либо и того, и другого. Эффективная масса и g -фактор были определены раздельно с помощью недавно появившейся теории зависящих от температуры поправок к проводимости благодаря электрон-электронному взаимодействию [240]. Отметим, что ее главным преимуществом по сравнению с теориями экранировки, зависящей от температуры [210–213], является то, что новая теория включает аккуратный учет спиновых обменных эффектов. В промежуточном диапазоне температур, предсказываемая зависимость $\sigma(T)$ линейна

$$\frac{\sigma(T)}{\sigma_0} = 1 - A^* k_B T, \quad A^* = -\frac{(1 + 8F_0^a)gm}{\pi \hbar^2 n_s}, \quad (5)$$

где σ_0 — значение, получаемое экстраполяцией линейного участка зависимости $\sigma(T)$ к $T = 0$ и коэффициент 8 ожидается для температур ниже энергии долинного расщепления в кремниевых МОП структурах. Наклон A^* зависит от постоянных Ферми-жидкости F_0^a и F_1^s , которые определяют перенормировку g и m : $g/g_0 = 1/(1+F_0^a)$ и $m/m_b = 1 + F_1^s$. Используя эти соотношения, можно получить как g , так и m исходя из данных для наклона A^* и произведения gm [28].

Для достаточно малых отклонений $|\sigma/\sigma_0 - 1|$ зависимость приведенной проводимости σ/σ_0 от температуры линейна в довольно широком диапазоне температур при различных плотностях электронов выше критической плотности n_c перехода металл-диэлектрик (рис. 35). Обратная величина наклона $1/A^*$ и значение $\mu_B B_c$ близки в широком диапазоне плотностей электронов (рис. 36). Более того, данные для $1/A^*$ при низких плотностях хорошо аппроксимируются линейной зависимостью, которая экстраполируется к критической плотности n_c так же, как и B_c . Это наблюдение немедленно показывает, что g -фактор при низких плотностях электронов примерно постоянен, в согласии с видом выражения для наклона A^* в (5).

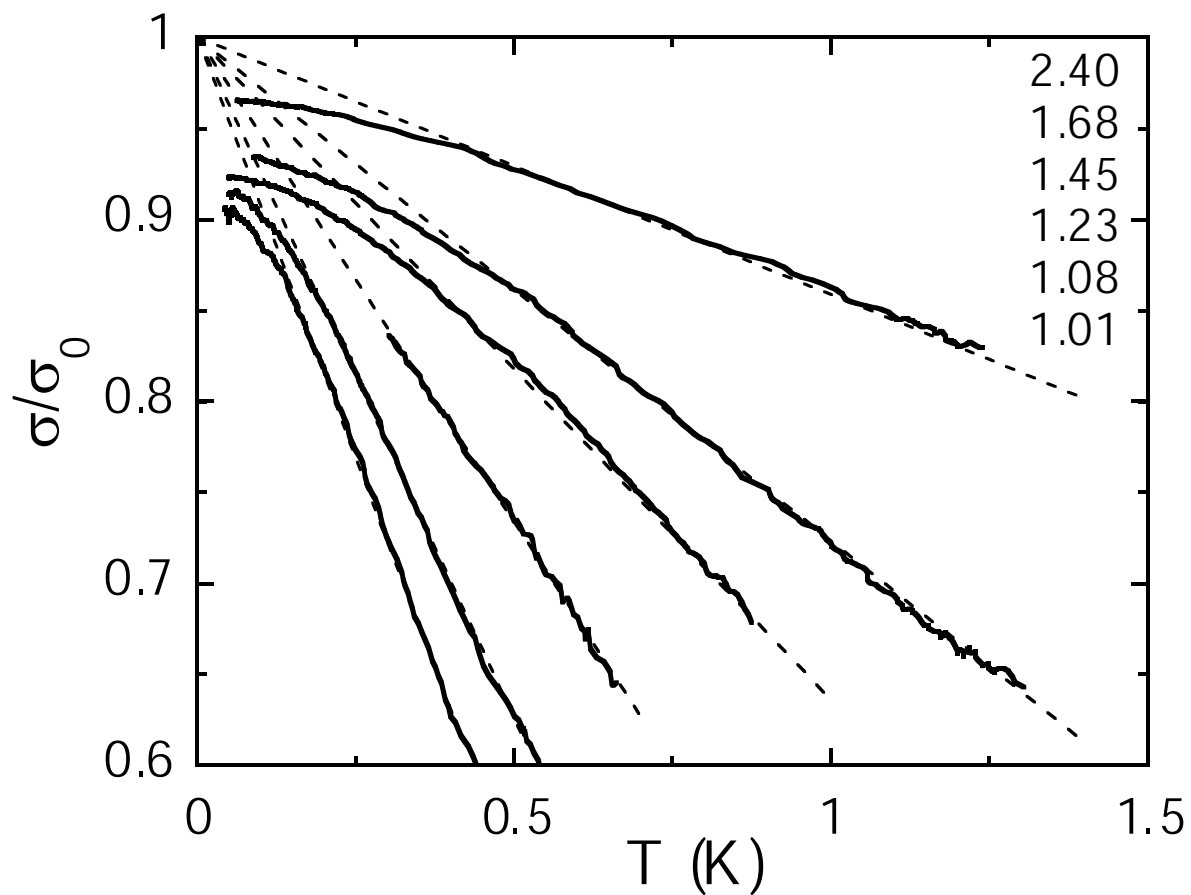


Рис. 35: Температурная зависимость приведенной проводимости в кремниевой МОП структуре со слабым беспорядком при различных плотностях электронов (указанных в единицах 10^{11} см^{-2}) выше критической плотности перехода металл-диэлектрик. Штриховые линии — аппроксимации к линейному участку зависимости. (из работы [28])

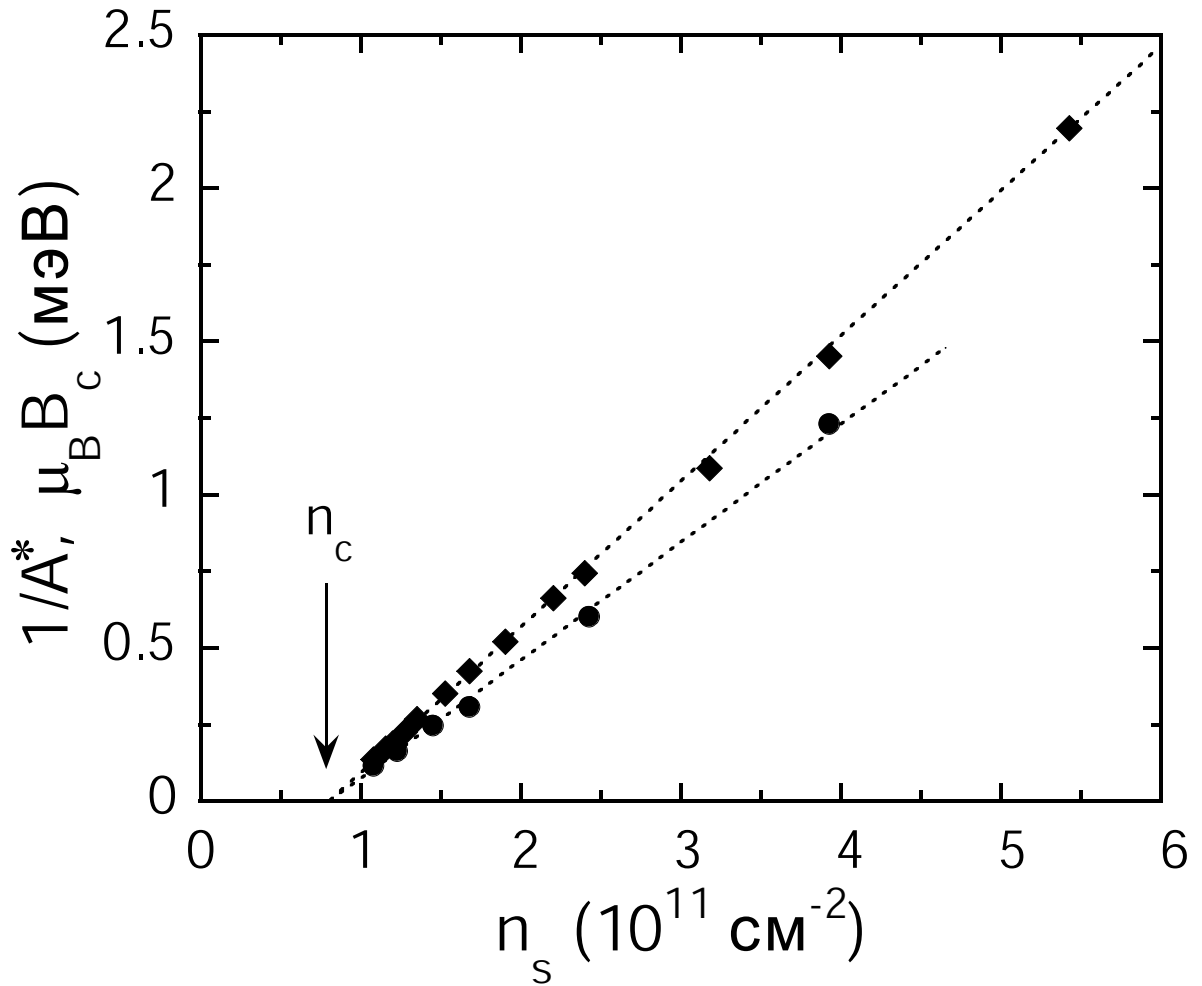


Рис. 36: Обратная величина наклона $1/A^*$ (кружки) и поле поляризации B_c (ромбы) в зависимости от плотности электронов. Пунктирные линии — линейные аппроксимации, экстраполяция которых идет к критической плотности перехода металл-диэлектрик. (из работы [28])

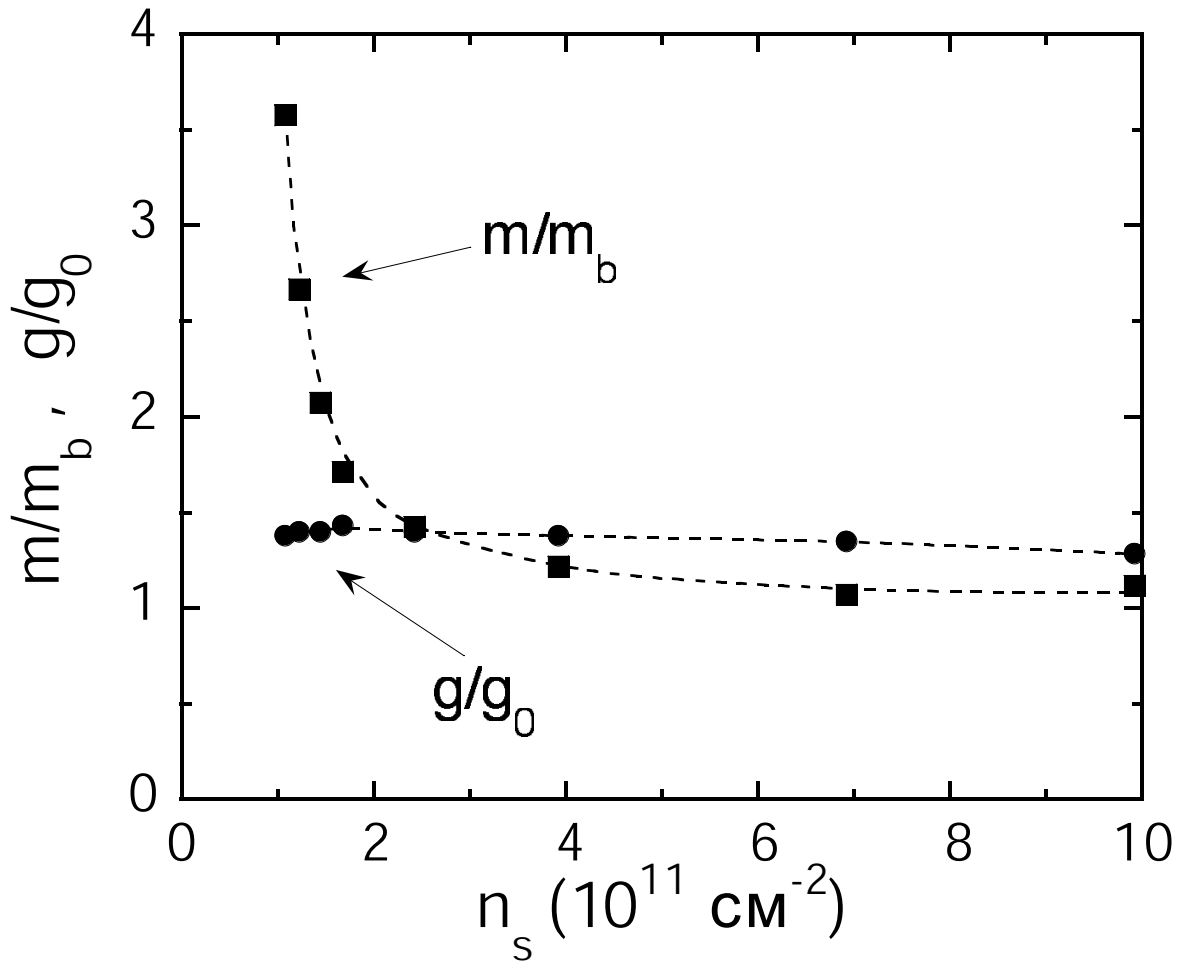


Рис. 37: Эффективная масса и g -фактор, определенные посредством анализа температурной зависимости проводимости и магнетосопротивления в параллельном поле, как функция плотности электронов в кремниевой МОП структуре со слабым беспорядком. Штриховые линии показывают ожидаемое из эксперимента поведение. (из работы [28])

Перенормировки g/g_0 и m/m_b в зависимости от плотности электронов, определенные в ходе этого анализа, подтверждают предшествующие результаты, относящиеся к более высоким плотностям, но являются удивительными в пределе низких плотностей электронов (рис. 37). В области высоких n_s увеличения как g , так и m относительно невелики, обе величины медленно растут с уменьшением плотности электронов в согласии с предшествующими результатами [241]. Перенормировка g -фактора доминирует над перенормировкой эффективной массы в согласии с теоретическими исследованиями [242–244]. Напротив, в области низких n_s , перенормировка эффективной массы резко растет с уменьшением плотности, в то время как g -фактор остается примерно постоянным. Следовательно, именно эффективная масса, а не g -фактор, ответственна за резкий рост спиновой восприимчивости в окрестности перехода металл-диэлектрик.

Обычно, предполагается, что параметр взаимодействия $r_s^* = E_{ee}/E_F$ и радиус Вигнера-Зейца $r_s = 1/(\pi n_s)^{1/2} a_B$ совпадают. Обнаружение значительно увеличенной эффективной массы нарушает эквивалентность r_s^* и r_s , поскольку они связаны посредством массы, зависящей от n_s : $r_s^* = 2(m/m_b)r_s$, где множитель 2 возникает из-за долиного вырождения в кремниевых МОП структурах. Таким образом, по мере приближения к переходу металл-диэлектрик в кремниевых МОП структурах со слабым беспорядком параметр взаимодействия r_s^* растет намного быстрее, чем r_s , достигая значений $r_s^* > 50$ [28].

В аналогичных экспериментах по проверке теории [240] в других двумерных системах, были обнаружены значения F_0^a для металлического наклона зависимостей $\sigma(T)$, намного превышающие ожидаемый предел стонеровской неустойчивости $F_0^a = -1$ [245–248]. Относительно небольшое увеличение g -фактора показывает, что влияние спинового обмена не слишком выражено. С экспериментальной точки зрения, это порождает проблему сравнения различных теорий. Формально, несмотря на возможную неопределенность теоретических значений коэффициентов, как теории экранировки, зависящей от температуры [210–213], так и теория [240] описывают имеющиеся экспериментальные данные достаточно хорошо [249, 250]. Чтобы провести различие между ними, необходимо более подробное сравнение с экспериментом. Заметим, что во всех теориях наклон A^* в (5) пропорционален эффективной массе, так что вывод о значительном увеличении эффективной массы при низкой плотности

электронов в кремниевых МОП структурах со слабым беспорядком не зависит от конкретной теории.

В заключение этого раздела я хочу показать, что использование параллельных магнитных полей позволяет различить между теориями экранировки [210–213] и теорией, основанной на взаимодействии [240]. Было обнаружено, что в баллистическом режиме металлическая температурная зависимость проводимости в кремниевых МОП структурах меняется немонотонно со степенью спиновой поляризации [251] (рис. 38). Эта зависимость пропадает как раз перед началом полной спиновой поляризации, но возникает вновь в полностью спин-поляризованном состоянии, будучи однако подавленной по отношению к случаю нулевого поля. Благодаря температурному размытию насыщение сопротивления происходит в бóльших магнитных полях при более высоких температурах. Поэтому, температурные зависимости сопротивления/проводимости для полностью спин-поляризованного состояния исследуются в магнитных полях более высоких, чем поле насыщения для максимальной температуры в эксперименте, $T \approx 1.2$ К. Насыщение магнетосопротивления в достаточно высоких магнитных полях (рис. 39) свидетельствует, что полная спиновая поляризация достигается даже при этой температуре. Заметим, что уплощение зависимости $\sigma(T)$ чуть ниже начала полной спиновой поляризации затрудняет анализ данных $\sigma(T)$, полученных в фиксированном магнитном поле или в узком интервале полей [252, 253], так как полная спиновая поляризация может не достигаться при высоких температурах и/или плотностях электронов. Было обнаружено, что отношение наклонов $A^*(B_{\text{sat}})/A^*(0)$ для полностью спин-поляризованного и неполяризованного состояний примерно равно 0.5 при низких электронных плотностях и слабо растет с увеличением n_s , оставаясь меньше 1 в исследуемом диапазоне n_s (рис. 40). Сравним это отношение с теоретическими предсказаниями. В теории [240] величина $A^*(B_{\text{sat}})/A^*(0)$ (для двухдолинной двумерной системы) формально равна $(1 + 4F_0^a)/(1 + 8F_0^a)$, поскольку эффективная масса, так же как и g -фактор, не зависят от степени спиновой поляризации (см. разделы 2.2 и 3.2). Базируясь на данных для F_0^a в нулевом магнитном поле, можно ожидать значительно меньших отношений наклонов по сравнению с экспериментом. С другой стороны, в простой версии теории экранировки отношение $A^*(B_{\text{sat}})/A^*(0)$ равно 0.5, как следует из удвоения энергии Ферми, вызванного снятием спинового вырождения. Эта величина

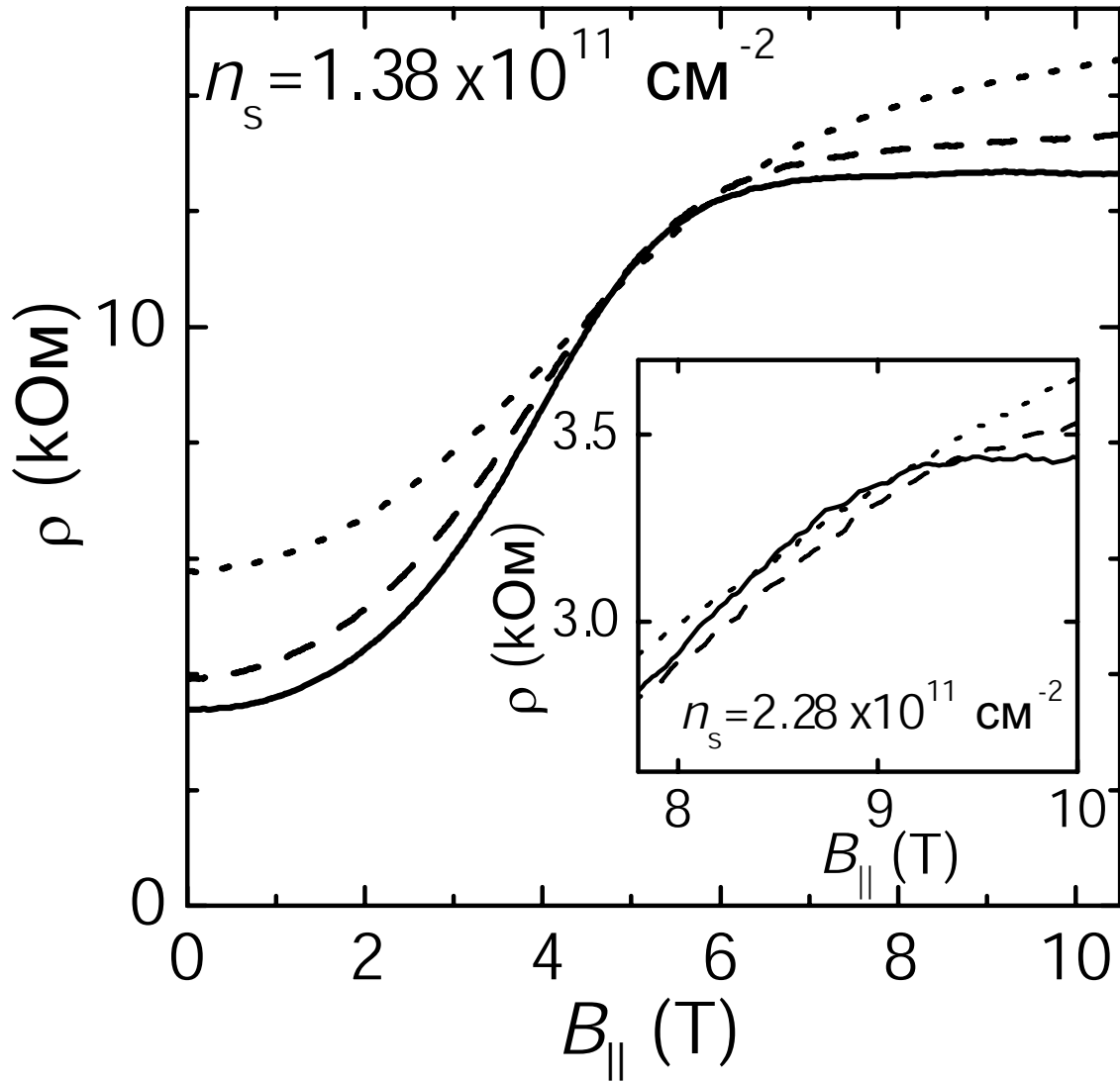


Рис. 38: Магнетосопротивление в кремниевой МОП структуре при температурах 0.5 (сплошная линия), 0.8 (штриховая линия) и 1.2 К (пунктир). Вставка показывает детальный вид области чуть ниже начала полной спиновой поляризации. (из работы [251])

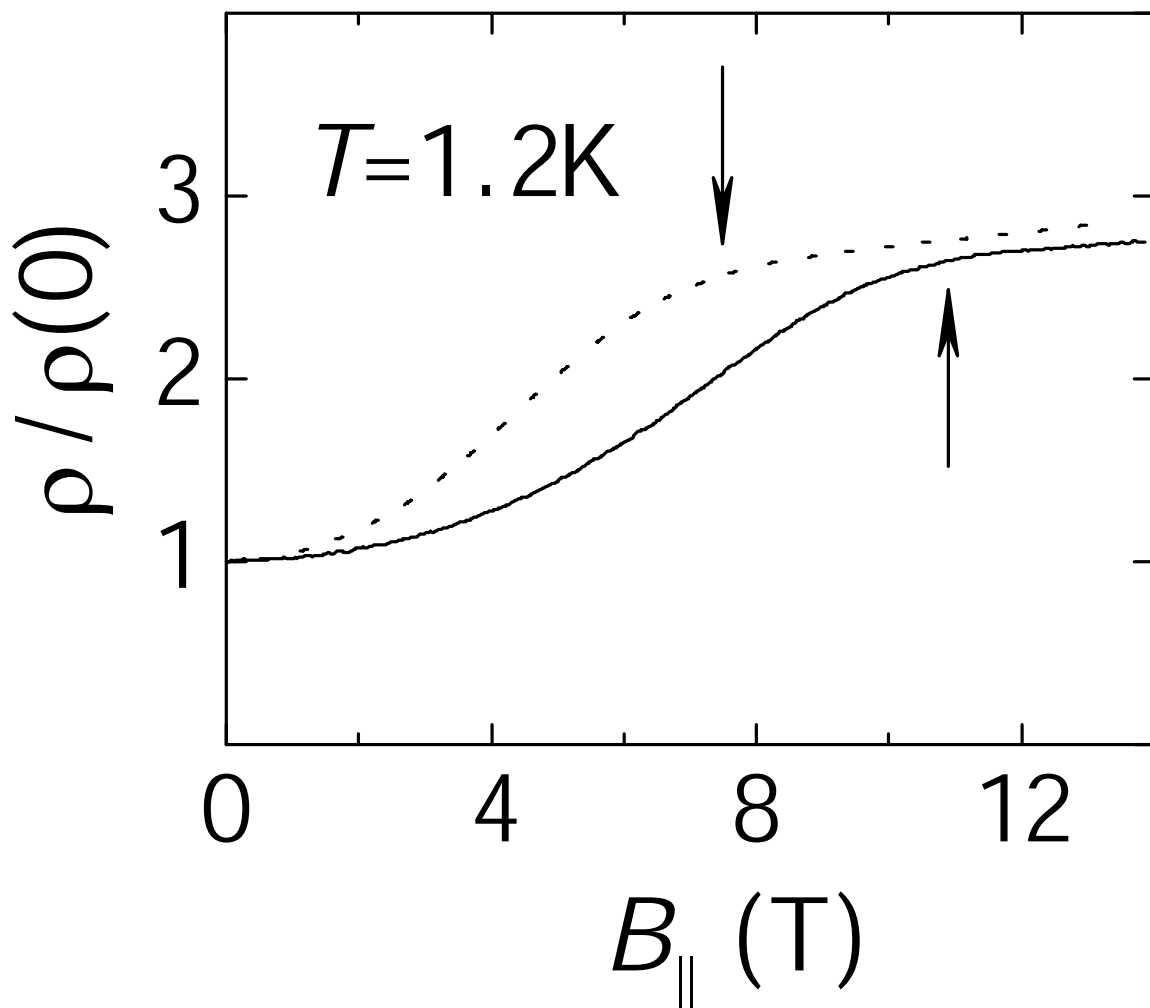


Рис. 39: Нормированное магнетосопротивление, измеренное при максимальной температуре в эксперименте, для электронных плотностей 1.46×10^{11} (пунктир) и $2.13 \times 10^{11}\text{ см}^{-2}$ (сплошная линия). Поле насыщения сопротивления указано стрелками. (из работы [251])

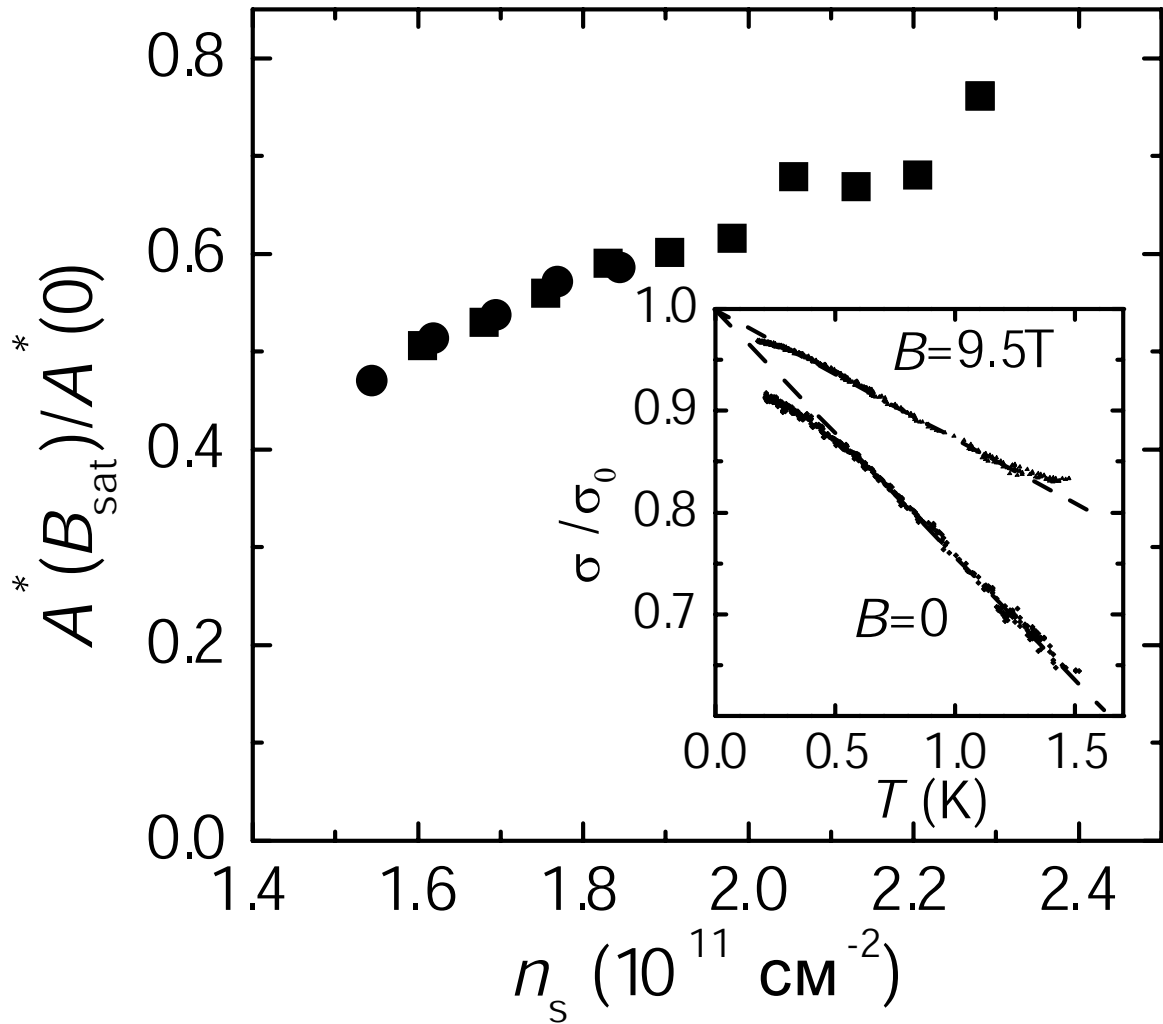


Рис. 40: Отношение наклонов в зависимости от электронной плотности для двух кремниевых МОП структур. На вставке показана температурная зависимость проводимости в полностью спин-поляризованном состоянии для $n_s = 1.85 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и неполяризованном состоянии для $n_s = 1.7 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Штриховые линии — аппроксимации линейного участка зависимости. (из работы [251])

близка к экспериментальной. Заметим, что теория [240] может быть недостаточной, чтобы иметь предсказательную силу для полностью спин-поляризованного состояния потому, что теоретически ферми-жидкостные параметры ожидаются зависящими от степени спиновой поляризации [254].

3.2. Зависимость от температуры амплитуды осцилляций Шубникова-де Гааза в слабых полях.

Существование значительного увеличения эффективной массы было проверено с помощью анализа температурной зависимости осцилляций Шубникова-де Гааза. Использовалась методика, аналогичная предложенной Смитом и Стайлзом [215], но она была применена при существенно более низких плотностях электронов и температурах [29]. В пределе низких температур, зависимость $\rho(T)$ насыщается и затухание с температурой осцилляций Шубникова-де Гааза в слабых полях описывается формулой Лифшица-Косевича с постоянной температурой Дингла:

$$\frac{A(T)}{A_0} = \frac{2\pi^2 k_B T / \hbar \omega_c}{\sinh(2\pi^2 k_B T / \hbar \omega_c)},$$

$$A_0 = 4 \exp(-2\pi^2 k_B T_D / \hbar \omega_c), \quad (6)$$

где $\omega_c = eB_{\perp}/mc$ — циклотронная частота и T_D — температура Дингла (рис. 41). Зависимость эффективной массы от плотности электронов, получаемая этим методом, хорошо согласуется с результатами методики, описанной выше (рис. 42). Совпадение результатов, полученных по двум независимым методикам, свидетельствует в пользу справедливости обеих и подтверждает обоснованность применения уравнения (6) к сильно взаимодействующей двумерной электронной системе в кремниевых МОП структурах.

Чтобы определить, нет ли в увеличении эффективной массы вклада со стороны спинового обмена, была добавлена параллельная компонента магнитного поля, призванная поляризовать электронные спины. В пределах точности эксперимента, значение эффективной массы не зависит от степени спиновой поляризации $\xi = (B_{\perp}^2 + B_{\parallel}^2)^{1/2}/B_c$ (рис. 43). Таким образом, зависимость $m(n_s)$ является устойчивой, а само увеличение массы не связано со спинами электронов и обменными эффектами.

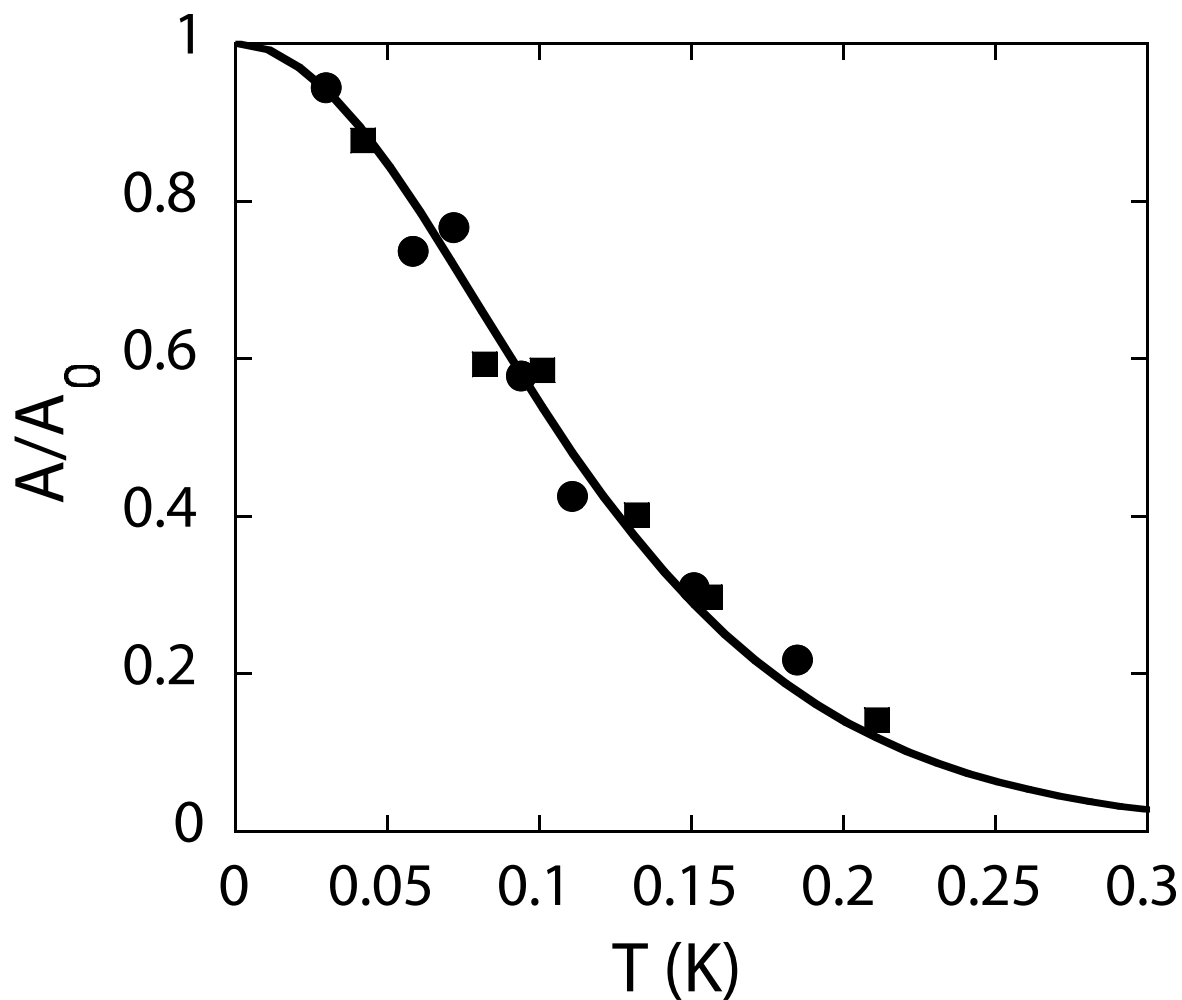


Рис. 41: Изменение амплитуды осцилляций Шубникова-де Гааза в области слабых полей в кремниевой МОП структуре со слабым беспорядком с изменением температуры при $n_s = 1.17 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ для номеров осцилляций $\nu = 10$ (кружки) и $\nu = 14$ (квадраты). Величина T для данных при $\nu = 10$ уменьшена в 1.4 раза. Сплошная линия — аппроксимация согласно (6). (из работы [29])

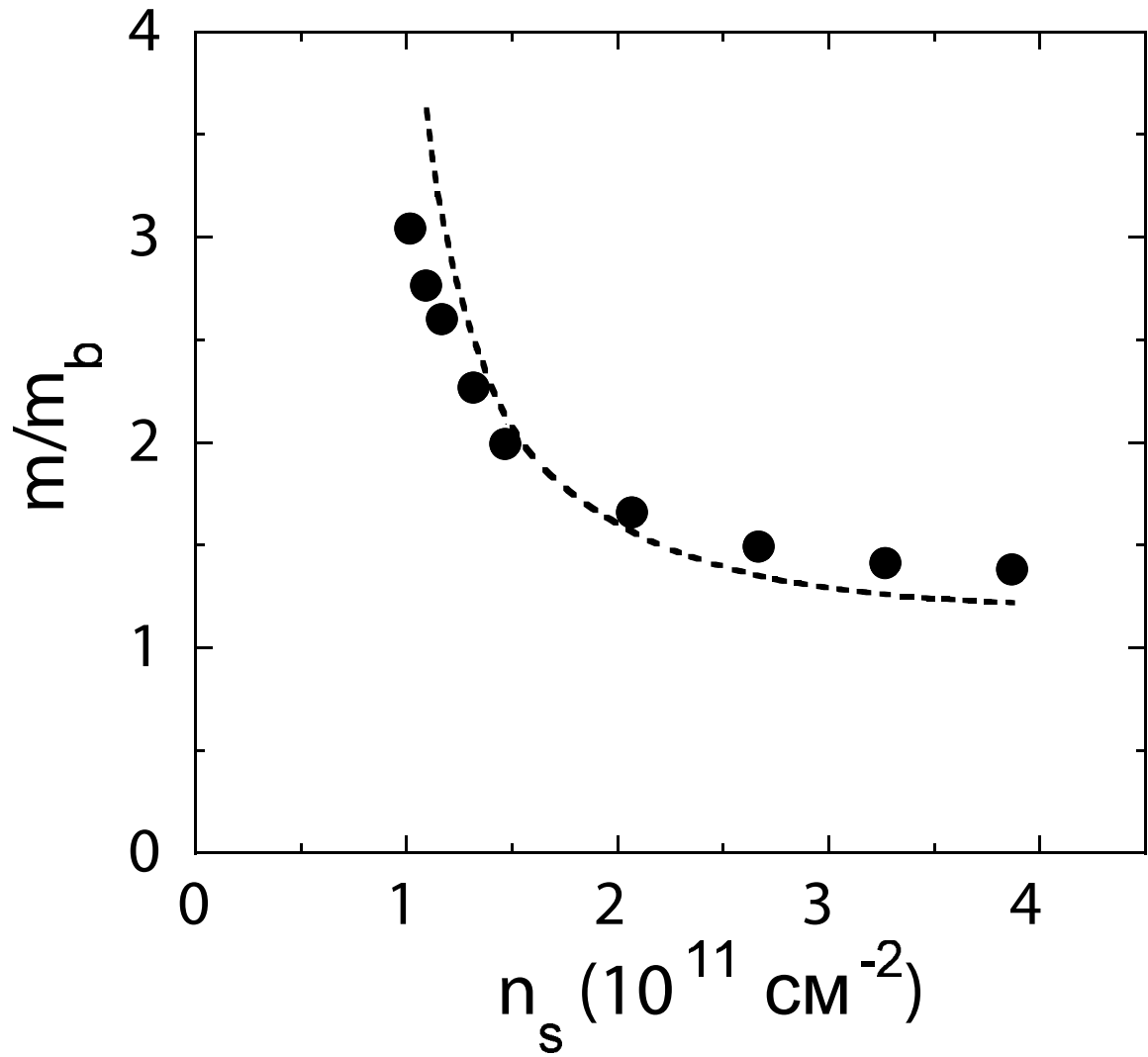


Рис. 42: Зависимость эффективной массы от плотности электронов, определенная посредством осцилляций Шубникова-де Гааза (кружки) и анализа $\sigma(T)$ и $\rho(B_{\parallel})$ (штриховая линия). (из работы [29])

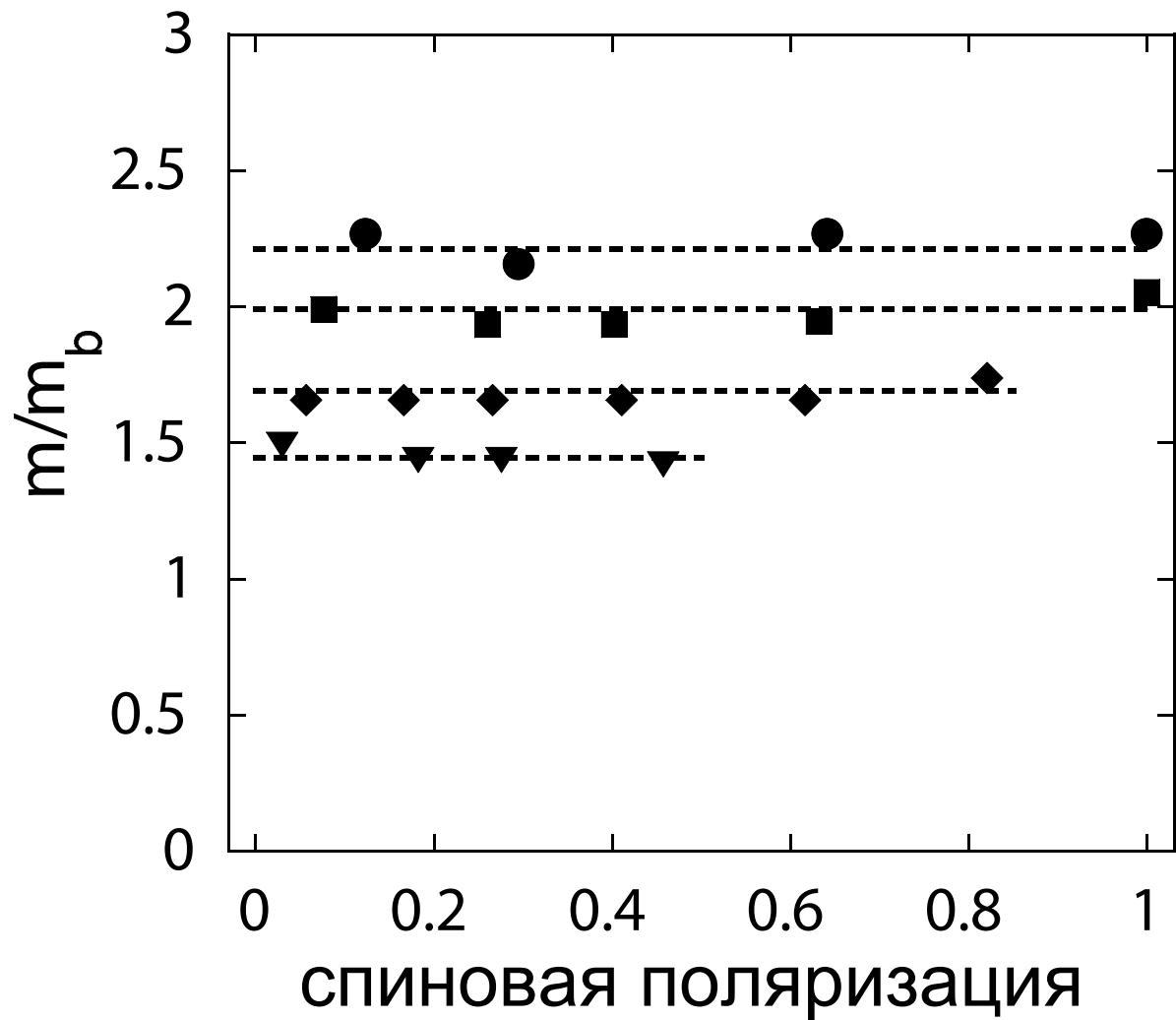


Рис. 43: Зависимость эффективной массы в кремниевых МОП структурах от степени спиновой поляризации для следующих плотностей электронов (в единицах 10^{11} см^{-2}): 1.32 (кружки), 1.47 (квадраты), 2.07 (ромбы) и 2.67 (треугольники). Штриховые линии показывают ожидаемое из эксперимента поведение. (из работы [29])

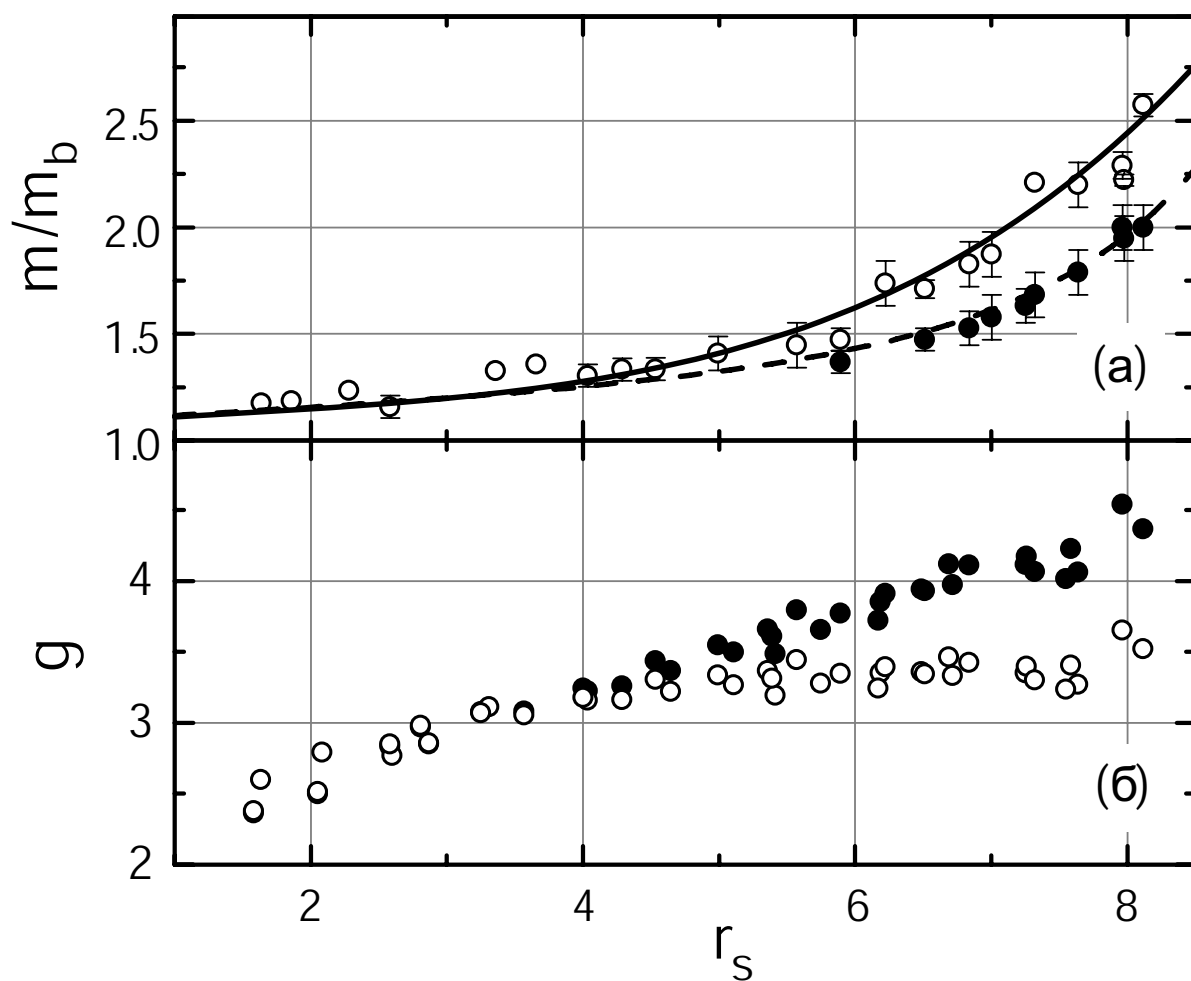


Рис. 44: Эффективная масса и g -фактор в кремниевой МОП структуре с низкой плотностью электронов как функция r_s . Разные символы соответствуют двум различным предположениям, сделанным для оценки m из осцилляций Шубникова-де Гааза при высокой температуре: температура Дингла T_D не зависит от температуры (пустые кружки) и температура Дингла возрастает линейно с температурой (сплошные кружки). Сплошная и штриховая линии в (а) — полиномиальные аппроксимации. (из работы [225])

Аналогичный анализ осцилляций Шубникова-де Гааза в кремниевых МОП структурах с низкой плотностью электронов, проведенный при высоких температурах $T > 0.3$ К, когда сопротивление (и, следовательно, T_D) сильно зависят от температуры, позволяет оценить эффективную массу и g -фактор (последний вычисляется на основе известного значения gm) [225] (рис. 44). Два набора данных получены на основе разных предположений: один для температуры Дингла не зависящей от температуры; другой для случая, когда температура Дингла линейно растет с температурой. Слишком большой разброс данных не позволяет определить, какая из величин (g , m , или обе) ответственны за рост спиновой восприимчивости. Следует заметить, что попытка улучшить оценку эффективной массы, обосновывая применение формулы Лифшица-Косевича с T_D , зависящей от температуры [255], вела бы напротив к большим отклонениям получаемых значений массы от результатов, полученных в пределе низких температур (ср. рис. 42 и 44).

Анализ зависимости от температуры амплитуды осцилляций Шубникова-де Гааза в двумерной электронной системе с низкой плотностью носителей в узких квантовых ямах AlAs показал умеренный рост как эффективной массы, так и g -фактора, определенного по известной величине gm [237]. Такое поведение g и m похоже на наблюдаемое в кремниевых МОП структурах при высокой плотности электронов. Это показывает, что вряд ли значительное увеличение эффективной массы при низкой плотности электронов в кремниевых МОП структурах происходит из-за долинного вырождения, хотя самые низкие из доступных плотностей в узких квантовых ямах AlAs все еще слишком высоки. Любопытно, что наблюдаемые значения g/g_0 в пределе высоких плотностей электронов в квантовых ямах AlAs значительно превосходят как величину $g/g_0 = 1$, так и значения, наблюдаемые в кремниевых МОП структурах. Рост спиновой восприимчивости при долинной поляризации, вызванной деформацией, который был обнаружен в квантовых ямах AlAs при высокой плотности электронов [256], вероятно, связан с увеличением g -фактора.

3.3. Спиновые и циклотронные щели в сильных магнитных полях.

Результаты, касающиеся значительного роста эффективной массы, согласуются

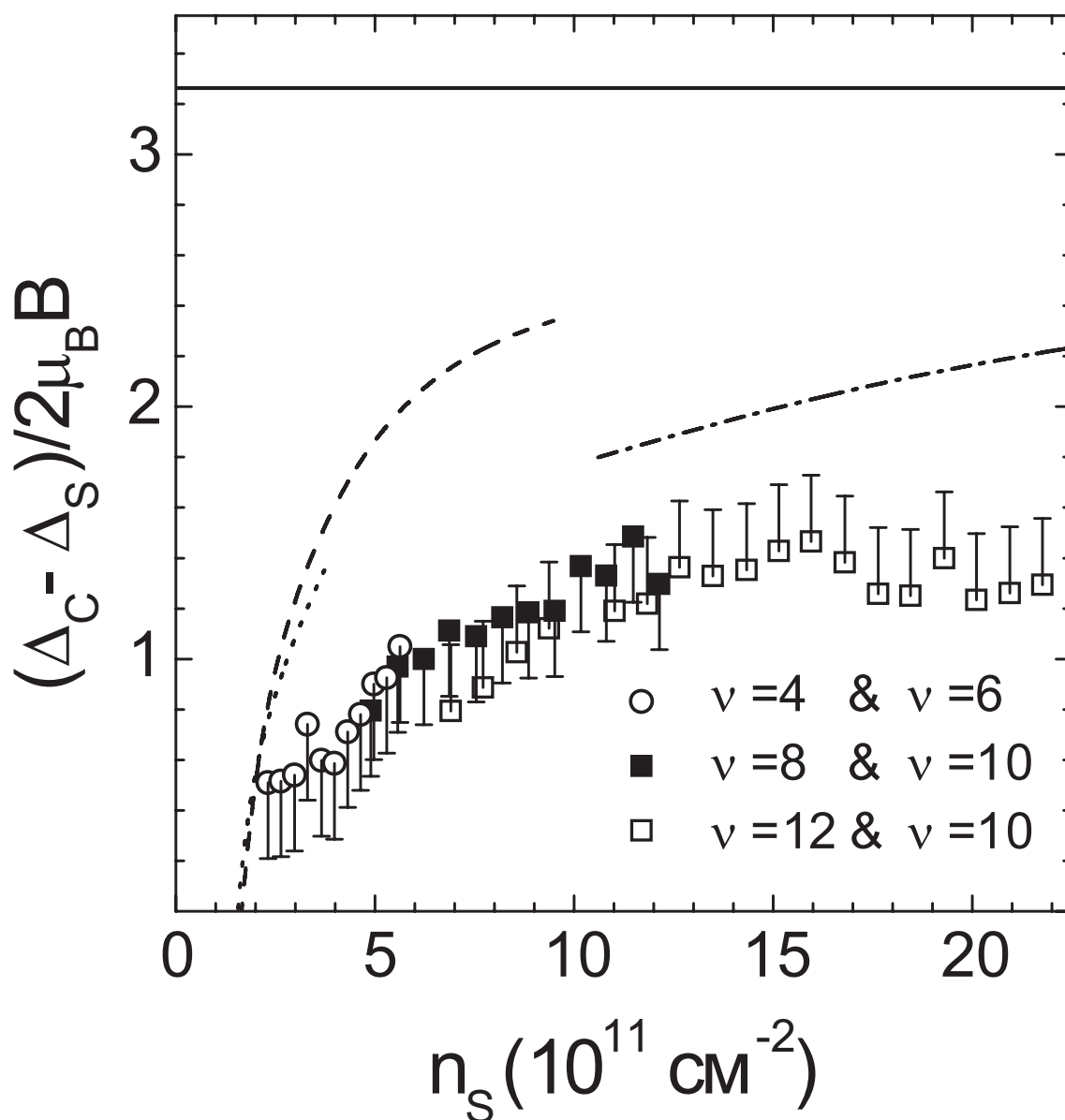


Рис. 45: Разность нормированных величин циклотронной и спиновой щелей в зависимости от плотности электронов в перпендикулярном магнитном поле в кремниевых МОП структурах. Вклад от конечной ширины уровня указан символами систематической ошибки. Для сравнения показано значение $(m_e/m - g)$, определенное по данным работ [28] (штриховая линия), [29] (пунктир), и [215] (штрих-пунктир), а также с использованием зонной массы электрона и g -фактора объемного кремния (сплошная линия). (из работы [260])

также с данными о спиновых и циклотронных щелях, полученными методами емкостной спектроскопии в магнитном поле. Эта методика основана на определении скачков химического потенциала в двумерной электронной системе при прохождении фактором заполнения щелей в спектре. Провал в магнетоемкости при целочисленном факторе заполнения напрямую связан со скачком химического потенциала при прохождении соответствующей щели в спектре двумерной электронной системы [257, 258]:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{A_g e^2 dn_s/d\mu}, \quad (7)$$

где C_0 — геометрическая емкость и A_g — площадь образца. Скачок химического потенциала определяется интегрированием провала магнетоемкости при низкой температуре, когда магнетоемкость насытилась и не зависит больше от температуры [259]. Заметим, что обычные измерения активационной энергии дают величину щели подвижности, которая может отличаться от щели в энергетическом спектре. Это — серьезный недостаток по сравнению с прямым определением щели методом емкостной спектроскопии.

g -фактор, определяемый по этой методике, близок к своему значению в объемном кремнии и не меняется при изменении фактора заполнения [260], вопреки теории увеличения щелей за счет обмена [216–220]. Циклотронное расщепление соответствует эффективной массе, значительно увеличенной при низких плотностях электронов (рис. 45). Тем самым, в сильных магнитных полях влияние спинового обмена по-прежнему не проявляется.

Следует отметить, что, в отличие от g -фактора, долинная щель значительно увеличивается при низших факторах заполнения $\nu = 1$ и $\nu = 3$ и осциллирует при изменении ν [259, 260]. Это напоминает поведение спиновой щели в гетероструктурах GaAs/AlGaAs [261, 262], при этом и та, и другая щель линейно растет при увеличении перпендикулярного магнитного поля.

Выводы к третьей Главе.

В этой Главе описаны оригинальные результаты, полученные автором впервые в работах [28–30, 250, 251, 259, 260, 262]. Измерения температурной зависимости

проводимости и осцилляций Шубникова-де Гааза для сильно взаимодействующих двумерных электронных систем с низким уровнем беспорядка в кремниевых МОП структурах позволяют определить отдельно эффективную массу и g -фактор [28–30, 250, 251]. В отличие от стонеровской неустойчивости, рост спиновой восприимчивости вызван увеличением эффективной массы, а не g -фактора [28–30]. Увеличенная эффективная масса не зависит от степени спиновой поляризации, так что происхождение этого увеличения не имеет отношения к спиновым обменным эффектам [29, 30]. Результаты для эффективной массы и g -фактора согласуются также с данными о спиновых и циклотронных щелях, полученными методами емкостной спектроскопии [259, 260, 262].

Глава 4. Термодинамические измерения магнетизации в кремниевых МОП структурах со слабым беспорядком.

Магнетизация — одна из наименее исследованных характеристик двумерных электронных систем: сигналы, связанные с магнетизацией двумерных электронов, являются слабыми, и их измерение — это трудоемкий эксперимент. Эффект де Гааза-ван Альфена в двумерных электронных системах экспериментально наблюдался с использованием сквид-магнетометров [263, 264], магнитных катушек, сделанных литографией над затвором [265], или магнетометров, измеряющих момент [266–269]. Новый метод был недавно использован в [228, 270] для измерений спиновой магнетизации двумерных электронов в кремниевых МОП структурах. Метод заключается в модуляции магнитного поля с помощью вспомогательной катушки и измерении мнимой компоненты переменного тока, индуцированного между затвором и двумерной электронной системой и пропорционального $\partial\mu/\partial B$. Используя соотношение Максвелла $\partial\mu/\partial B = -\partial M/\partial n_s$, можно определить магнетизацию M , проинтегрировав индуцированный ток по электронной плотности.

Измерения были выполнены на кремниевых (100) МОП структурах с низким уровнем беспорядка с электронной подвижностью в пике $3 \text{ м}^2/\text{Вс}$ и толщиной окисла 149 нм. Образцы замечательны отсутствием хвоста локализованных состояний вплоть до электронных плотностей $n_s \approx 1 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$, как следует из совпадения величин поля поляризации, определенных из магнетотранспорта в параллельных полях и из анализа осцилляций Шубникова-де Гааза (в первом случае возможный хвост локализованных состояний влияет на B_c , а во втором — нет; см. раздел 2.2). Это позволяет исследовать свойства чистой двумерной электронной системы без подмешивания локальных моментов [229–231]. Второе преимущество используемых образцов — очень низкое сопротивление контактов (в стандартных кремниевых образцах высокое сопротивление контактов становится главной экспериментальной проблемой в пределе низких электронных плотностей/низких температур). Чтобы минимизировать сопротивление контактов, были сделаны узкие щели в металлизации затвора, что позволяет поддерживать высокую электронную плотность рядом с контактами, не зависимо от плотности в основной части образца.

4.1. Критический рост спиновой восприимчивости Паули при низких плотностях электронов.

Для измерений спиновой восприимчивости образец помещался в параллельное магнитное поле, которое модулировалось малым переменным полем B_{mod} на низкой частоте f , и измерялся ток между затвором и двумерной электронной системой. Мнимая компонента тока равна $i = (2\pi f C B_{\text{mod}}/e) d\mu/dB_{\parallel}$. Почти антисимметричный скачок тока i относительно нуля, отмеченный стрелкой на рис. 46, разделяет области высокой и низкой плотности электронов, где сигнал положительный и отрицательный ($M(n_s)$ уменьшается и увеличивается), соответственно. Такое поведение ожидается, основываясь на простых соображениях. При низких плотностях все электроны поляризованы по спину в магнитном поле. Поэтому, в простом случае невзаимодействующих электронов ожидается, что $d\mu/dB_{\parallel} = -\mu_B$ (при $n_s \rightarrow 0$, глубоко в изолирующем режиме, емкость системы и, следовательно, измеряемый ток стремятся к нулю). При более высоких плотностях, когда электроны начинают заполнять верхнюю спиновую подзону, $M(n_s)$ начинает уменьшаться, и $d\mu/dB_{\parallel}$ определяется ренормированной спиновой восприимчивостью Паули χ и, как ожидается, уменьшается с ростом n_s благодаря ослаблению электрон-электронного взаимодействия. Наконец, в пределе высоких плотностей, спиновая восприимчивость приближается к своей величине χ_0 в отсутствие взаимодействия ($M(\infty) = B_{\parallel}\chi_0$), и $d\mu/dB_{\parallel}$ должно стремиться к нулю. Начало полной спиновой поляризации — электронная плотность n_p , при которой электроны начинают заполнять верхнюю спиновую подзону — определяется условием $d\mu/dB_{\parallel} = 0$ ($M(n_s)$ достигает максимума). Важно, что в исследованном диапазоне магнитных полей максимум M совпадает с экспериментальной точностью с $\mu_B n_s$, таким образом подтверждая, что все электроны поляризованы по спину при плотностях ниже n_p . Отметим, однако, что абсолютная величина $d\mu/dB_{\parallel}$ при $n_s \lesssim n_c \approx 8 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ меньше ожидаемой. Это может быть объяснено размыванием минимума в $i(n_s)$, вызванным влиянием остаточного беспорядка в электронной системе, что является критичным в изолирующей фазе и чуть выше, в контрасте с чистым металлическим режимом. Еще одна причина — это электрон-электронное взаимодействие (благодаря, например, увеличенной эффективной массе).

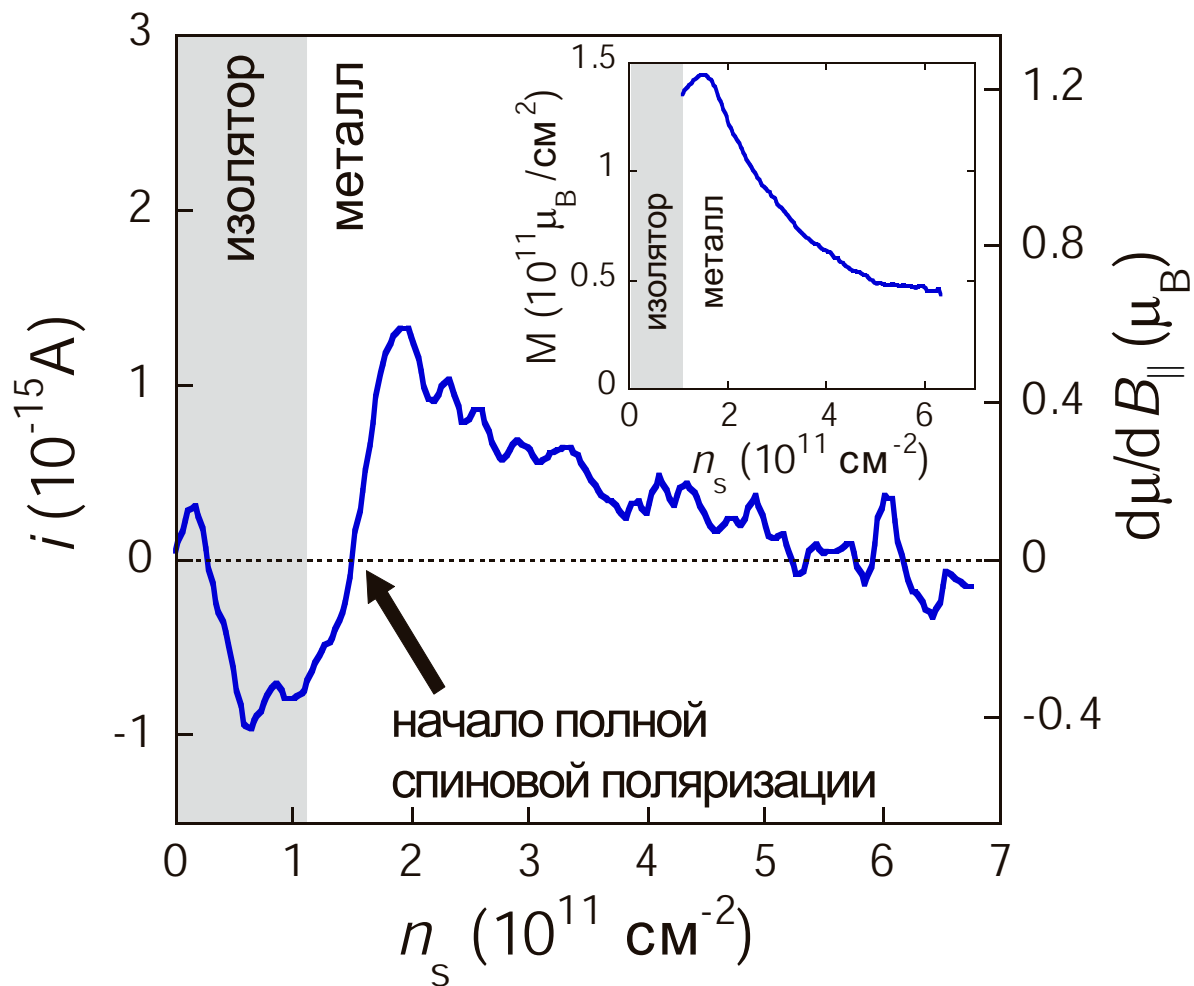


Рис. 46: Мнимая компонента тока в зависимости от электронной плотности в магнитном поле 5 Т и $T = 0.4$ К на частоте 0.45 Гц. На вставке показана зависимость $M(n_s)$. (из работы [270])

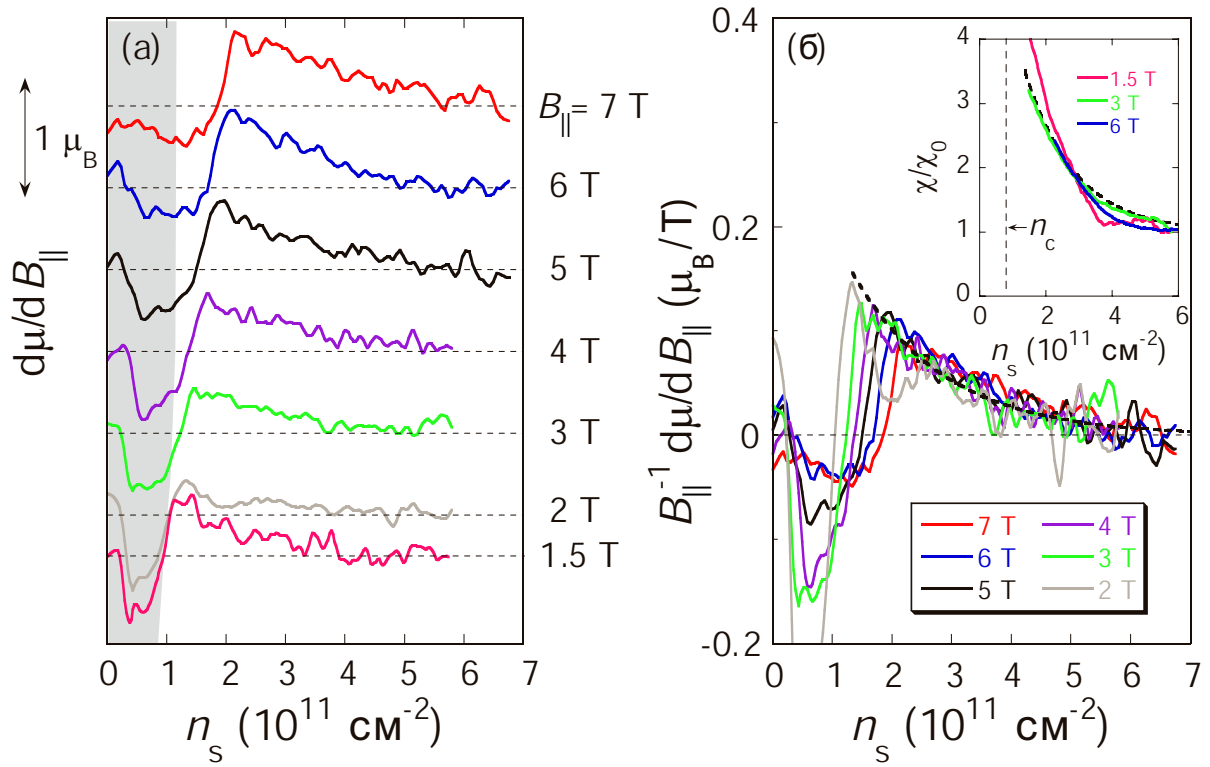


Рис. 47: (а) Экспериментальные $d\mu/dB_{\parallel}$ в зависимости от электронной плотности в различных магнитных полях и $T = 0.4$ К. Для ясности кривые сдвинуты по вертикали. Серая область соответствует изолирующей фазе. (б) Скейлинг кривых $d\mu/dB_{\parallel}$, отнормированных магнитным полем, при высоких электронных плотностях. Штриховая линия — скейлинговая кривая. На вставке показана спиновая восприимчивость, полученная интегрированием скейлинговой кривой (штриховая линия) и данных для $B = 1.5, 3$ и 6 Т. (из работы [270])

Начало полной спиновой поляризации сдвигается в более высокие электронные плотности с увеличением магнитного поля (рис. 47(а)). Экспериментальные результаты в исследованном диапазоне магнитных полей не зависят в пределах шума от температуры ниже 0.6 К (до минимальной температуры 0.15 К, достигнутой в эксперименте). Диапазон магнитных полей ограничен снизу условием, что $d\mu/dB_{\parallel}$ пересекает нуль в металлическом режиме. Кривые, отнормированные магнитным полем, коллапсируют в частично поляризованном режиме на одну кривую (рис. 47(б)). Существование такого скейлинга проверяет пропорциональность магнетизации магнитному полю, подтверждая, что определяется спиновая восприимчивость Паули зонных электронов, и устанавливает общий уровень нуля для экспериментальных кривых. Интегрирование скейлинговой кривой по n_s дает спиновую восприимчивость $\chi = M/B$.

Этот метод измерения спиновой восприимчивости, будучи наиболее прямым, однако страдает от возможного влияния неизвестного диамагнитного вклада в измеряемую $d\mu/dB_{\parallel}$, который возникает из-за конечной ширины двумерного электронного слоя. Чтобы проверить, что это влияние пренебрежимо мало в исследуемых образцах, используются еще два независимых метода определения χ . Второй метод основан на определении электронной плотности n_p , при которой $d\mu/dB_{\parallel} = 0$ и которая соответствует началу полной спиновой поляризации. Величина $n_p(B_{\parallel})$ может быть легко пересчитана в $\chi(n_s)$ посредством $\chi = \mu_B n_p / B_{\parallel}$. Отметим, что в контрасте с величиной $d\mu/dB_{\parallel}$, плотность n_p практически не меняется из-за возможного влияния диамагнитного сдвига.

Третий метод измерения n_p и χ , нечувствительный к диамагнитному сдвигу, основан на анализе магнетоемкости. По мере того как магнитное поле увеличивается, ступенька возникает на кривых $C(n_s)$ и сдвигается в более высокие электронные плотности (рис. 48(а)). Эта ступенька соответствует резкому изменению термодинамической плотности состояний, когда электронные спины становятся полностью поляризованными. Ступенька видна более ясно после вычитания кривых $C(n_s)$ для различных магнитных полей из референсной кривой в нулевом магнитном поле (рис. 48(б)). Скачки в C (и в $d\mu/dB_{\parallel}$) размыты гораздо сильнее, чем можно ожидать из возможных неоднородностей в распределении электронной плотности (около $4 \times 10^9 \text{ см}^{-2}$ [23]). Это указывает на важность электрон-электронного

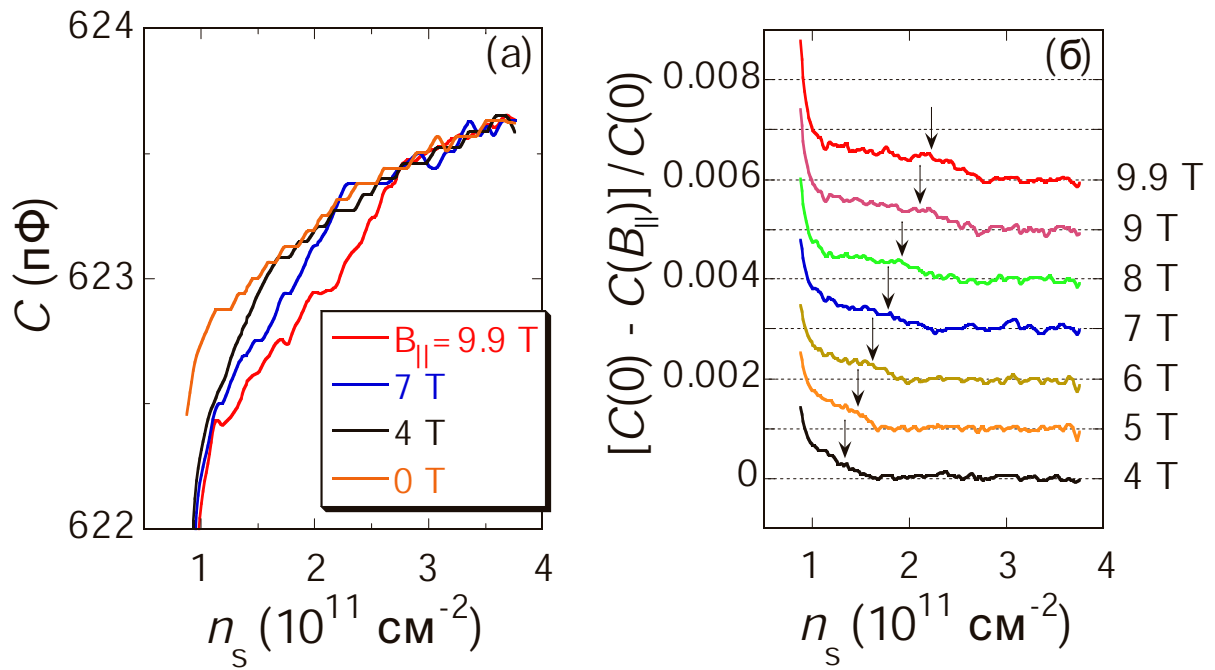


Рис. 48: (а) Магнетоемкость в зависимости от электронной плотности для различных магнитных полей. (б) Отклонение зависимостей $C(n_s)$ для различных магнитных полей от референсной кривой в нулевом магнитном поле. Для ясности кривые сдвинуты по вертикали. Начало полной спиновой поляризации указано стрелками. (из работы [270])

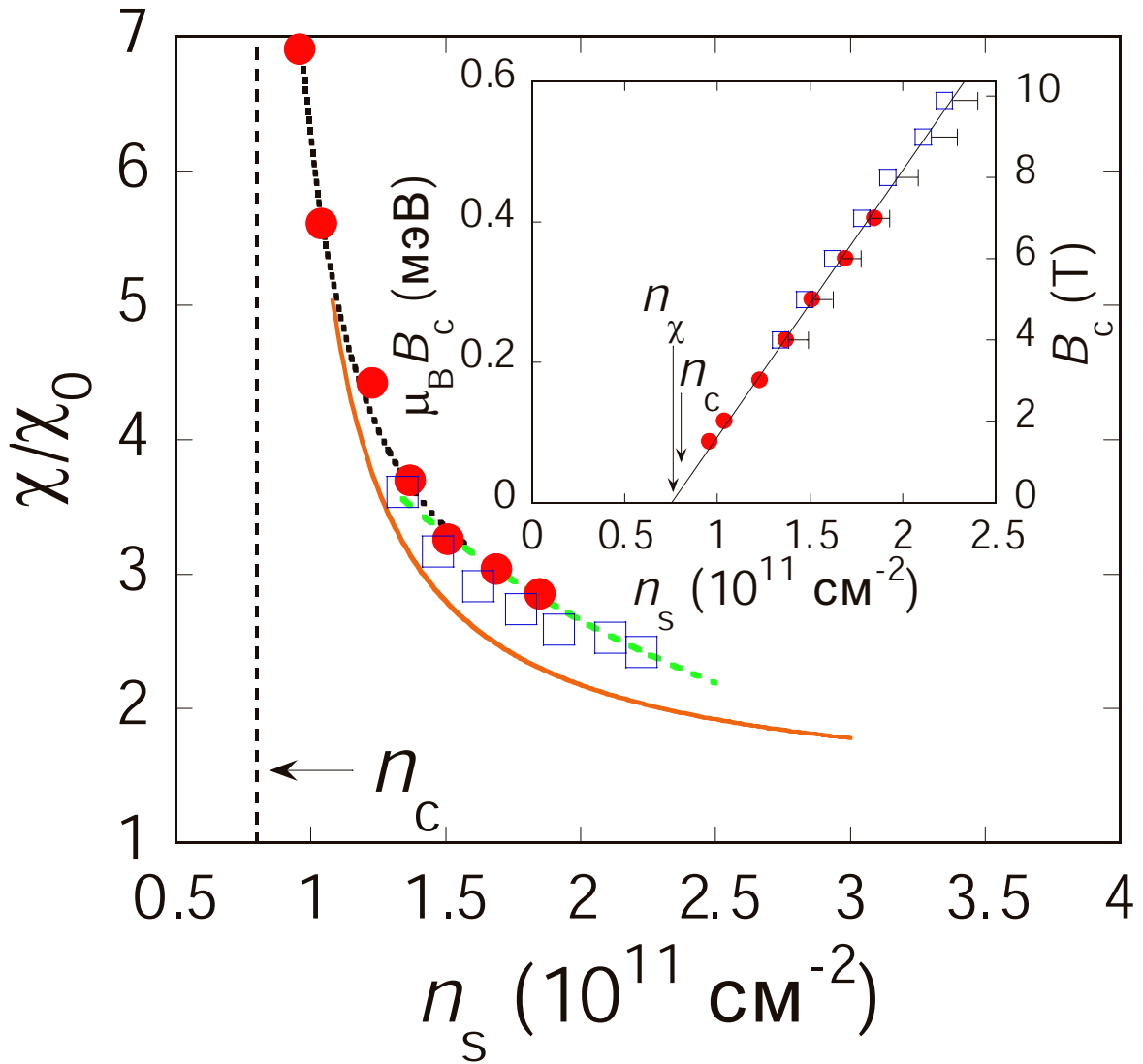


Рис. 49: Зависимость спиновой восприимчивости Паули от электронной плотности, полученная тремя описанными в тексте методами: интеграл скейлинговой кривой (штриховая линия), $d\mu/dB_{\parallel} = 0$ (кружки) и магнетоемкость (квадраты). Пунктиром показано ожидаемое из эксперимента поведение. Сплошной линией показаны транспортные данные из [23]. Вставка: поле поляризации в зависимости от электронной плотности, определенное из данных измерений магнетизации (кружки) и магнетоемкости (квадраты). Размер символов для данных измерений магнетизации отражает экспериментальную точность, а оценка ошибки для данных измерений магнетоемкости выбрана соответствующей середине скачка в C . Данные для B_c описываются линейной аппроксимацией, которая экстраполируется в плотность n_{χ} вблизи критической плотности n_c для перехода металл-диэлектрик в нулевом магнитном поле. (из работы [270])

взаимодействия. Поскольку эффекты взаимодействия различны в полностью и частично поляризованных режимах, естественно соотнести начало полной спиновой поляризации с началом скачка, уширенного взаимодействием. В случае если остаточный беспорядок все-таки вносит вклад в уширение скачка, оценка ошибки выбрана соответствующей середине скачка, что дает верхнюю границу для начала полной спиновой поляризации.

Отличное согласие между результатами для спиновой восприимчивости Паули, полученными всеми методами (рис. 49), устанавливает, что возможное влияние диамагнитного сдвига мало. Поэтому, справедливость данных, включая данные при наименьших электронных плотностях, оправдана. Хорошее согласие между результатами термодинамических и транспортных измерений усиливает доверие к транспортным данным и подтверждает, что полная спиновая поляризация наступает в поле B_c . Отметим, однако, что свидетельство фазового перехода может быть получено только из термодинамических измерений. Данные измерений магнетизации достигают меньших плотностей, чем транспортные данные, и достигаются большие величины χ , превышающие величину χ_0 в отсутствие взаимодействия почти на порядок. Спиновая восприимчивость Паули ведет себя критически вблизи критической плотности n_c для перехода металл-диэлектрик в нулевом магнитном поле: $\chi \propto n_s/(n_s - n_\chi)$. Это свидетельствует в пользу наступления спонтанной спиновой поляризации (или Вигнеровский кристалл, или ферромагнитная жидкость) при низких n_s , хотя в имеющихся в настоящее время образцах образование хвоста локализованных состояний при $n_s \lesssim n_c$ скрывает природу фазы при низкой плотности. Другими словами, до сих пор достигим только начинающийся переход в новую фазу.

Данные для $B_c(n_s)$, полученные из измерений магнетизации и магнетоемкости, совпадают и хорошо описываются общей линейной аппроксимацией, которая экстраполируется в плотность n_χ вблизи n_c . Подчеркнем, что в пределе низких магнитных полей ($B_{\parallel} < 1.5$ Т) скачок в $d\mu/dB_{\parallel}$ сдвигается в изолирующий режим. Это не позволяет достичь более близкой окрестности n_χ : основываясь на данных, полученных в режиме сильной локализации, нельзя делать выводы касательно свойств чистой металлической электронной системы, рассматриваемой здесь. Тот факт, что линейная зависимость $B_c(n_s)$ сохраняется до наименьших достигнутых в эксперименте электронных плотностей, подтверждает, что всегда исследуется чистый металлический

режим.

В заключение этого раздела я хочу подчеркнуть принципиальную разницу между изложенными результатами и результатами [228]. В образце [228] критическая плотность n_c для перехода металл-диэлектрик в нулевом магнитном поле была значительно выше благодаря высокому уровню беспорядка, и хвост локализованных состояний присутствовал при всех электронных плотностях. Вследствие этого, решающая область низких электронных плотностей, в которой наблюдается критическое поведение спиновой восприимчивости Паули, попадает в изолирующий режим, где доминирует физика локальных моментов [229–231]. Действительно, в [228] была обнаружена характерная для локальных моментов сублинейная зависимость $M(B_{\parallel})$, и извлеченная спиновая восприимчивость имела температурную зависимость Кюри [230]. Это имело место даже при высоких электронных плотностях, где могло бы ожидать металлическое поведение. Такие эффекты отсутствуют в образцах, исследованных в данной работе: спиновая восприимчивость (в частично поляризованной системе) не зависит от магнитного поля и температуры, подтверждая, что определяется спиновая восприимчивость Паули зонных электронов.

4.2. Определение g -фактора и циклотронной массы.

Аналогичные измерения термодинамической магнетизации в кремниевых МОП структурах со слабым беспорядком при нецелых факторах заполнения в перпендикулярных и наклонных магнитных полях позволяют напрямую определить спектральные характеристики (g -фактор и циклотронную массу) без каких-либо подгоночных процедур или параметров [271]. По сравнению с ранее использованными измерительными методами, замечательное преимущество нового метода — это то, что он позволяет исследовать спектр двумерной электронной системы, когда уровень Ферми лежит вне спектральных щелей, так что избегаются эффекты взаимодействия между квазичастицами, принадлежащими к разным энергетическим уровням (межуровневое взаимодействие). Хотя внутриуровневое взаимодействие, как обнаружено, сильно влияет на магнетизацию, извлекаемые g -фактор и циклотронная масса нечувствительны к нему. Поэтому, измеряемые спектральные характеристики,

вероятно, идентичны с характеристиками непрерывного спектра, и сравнение с ранее найденными величинами g -фактора и эффективной массы является справедливым.

Резкие минимумы в мнимой компоненте тока при целых факторах заполнения $\nu = n_s hc/eB_\perp$ (рис. 50) отражают долинные, спиновые и циклотронные щели в плотности состояний. Отсутствие соответствующих особенностей в действительной компоненте тока гарантирует, что достигается низкочастотный предел и измеряемая $\partial\mu/\partial B$ не искажается эффектами латерального транспорта. Это подтверждается также тем, что мнимая компонента пропорциональна частоте. Магнетизация на электрон, извлеченная интегрированием измеряемой мнимой компоненты по n_s , проявляет ожидаемые пилообразные осцилляции с резкими скачками при целых факторах заполнения. Отметим, что высота скачков дает величины, которые меньше расщепления уровней на ширину уровня.

Если пренебречь беспорядком и взаимодействием, в квантующих магнитных полях (за исключением целых факторов заполнения) производная $\partial\mu/\partial B = -\partial M/\partial n_s$ равна

$$\frac{\partial\mu}{\partial B} = \mu_B \left[\left(\frac{1}{2} + N \right) \frac{2m_e}{m_b} \pm \frac{1}{2} g_0 \right], \quad (8)$$

где μ_B — магнетон Бора и N — номер уровня Ландау. Беспорядок размывает зависимости, которые иначе состояли бы из серии дельта функций. Взаимодействие модифицирует эту картину двумя способами: ренормируя величины циклотронной массы и g -фактора и обеспечивая отрицательный вклад порядка $-(e^2/\varepsilon l_B)\{\nu\}^{1/2}$ в химический потенциал [219, 272] (ε — диэлектрическая константа, $\{\nu\}$ — отклонение фактора заполнения от ближайшего целого). Последний эффект, вызванный внутриуровневым взаимодействием между квазичастицами, приводит к так называемой отрицательной термодинамической сжимаемости при факторах заполнения рядом с целыми, предсказанной в [272] и экспериментально наблюдаемой в [273, 274].

Сравним емкость C с $\partial\mu/\partial B$, измеренной в том же магнитном поле в зависимости от n_s около фактора заполнения $\nu = 2$ (рис. 51). Второй член в выражении для емкости (7) отвечает за минимум при $\nu = 2$ и резкие максимумы по его сторонам. Емкость в максимумах превосходит геометрическую, что соответствует отрицательной термодинамической сжимаемости. Дальше от целых факторов заполнения поправки из-за внутриуровневого взаимодействия становятся слабыми, будучи пропорциональными

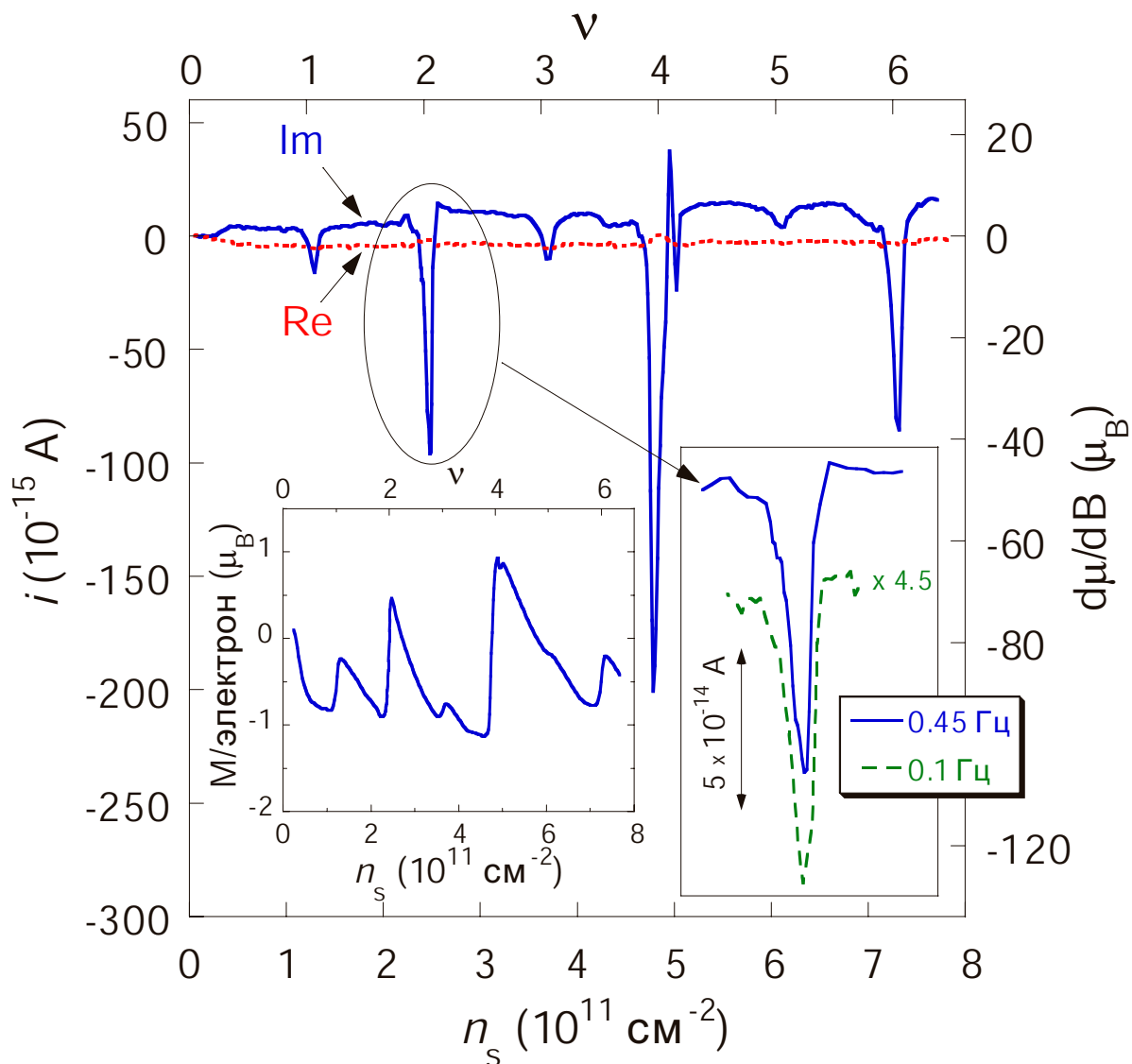


Рис. 50: Мнимая (сплошная линия) и действительная (пунктир) компоненты тока в зависимости от электронной плотности в перпендикулярном магнитном поле 5 Т и $T = 0.8$ К. $B_{\text{mod}} = 0.022$ Т и $f = 0.45$ Гц. На правой вставке продемонстрирована пропорциональность $\text{Im}i$ частоте: сплошная и штриховая линии (сдвинуты по вертикали для ясности) соответствуют 0.45 and 0.1 Гц; y компонента последней умножена на 4.5. Левая вставка иллюстрирует магнетизацию на электрон. (из работы [271])

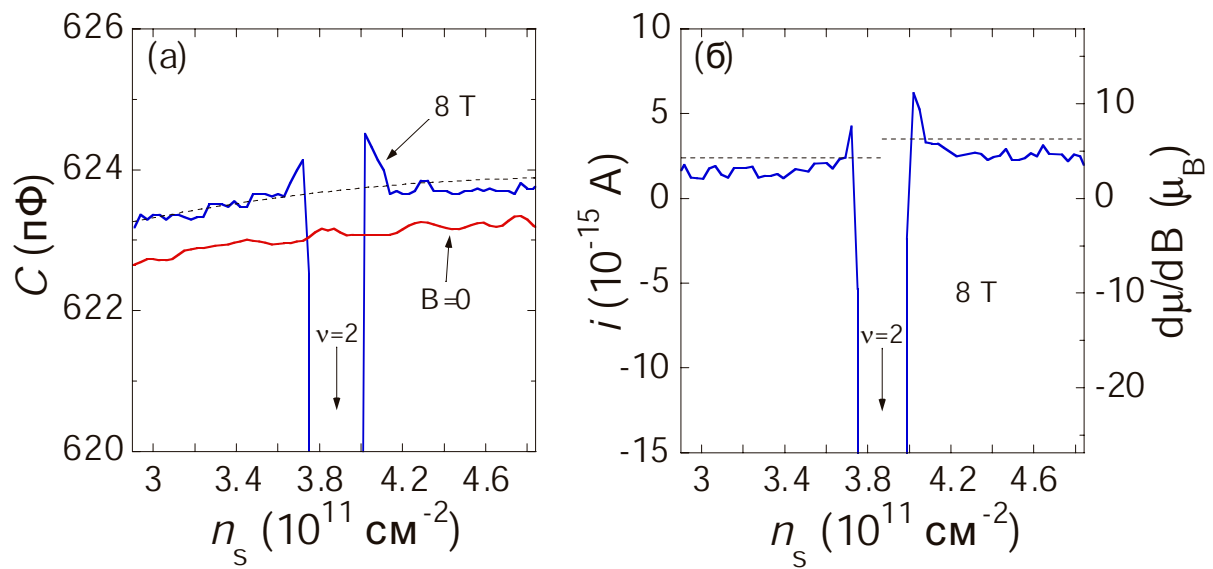


Рис. 51: (а) Емкость в $B = 8 \text{ Т}$ и в нулевом магнитном поле. Пунктир — геометрическая емкость, усредненная по шуму. (б) $\text{Im}i \propto d\mu/dB$ в перпендикулярном магнитном поле 8 Т . Пунктир — максимально возможные величины в системе без взаимодействия. (из работы [271])

$\{\nu\}^{-1/2}$, и измеряемая емкость приближается к геометрической (пока уширение уровней Ландау пренебрежимо мало, т.е. $dn_s/d\mu \gg dn_s/d\mu|_{B=0}$).

Похожие максимумы по обе стороны от $\nu = 2$ наблюдаются в данных измерений магнетизации. Производная $\partial\mu/\partial B$ в максимумах превышает максимально возможные величины в невзаимодействующем двумерном электронном газе, которые определяются уравнением (8). Возможность того, что $\partial\mu/\partial B$ может превышать свои максимальные величины в отсутствие взаимодействия благодаря внутриуровневому кулоновскому взаимодействию между квазичастицами, была предсказана в [219]. Фактически, отрицательная сжимаемость так себя проявляет в измерениях магнетизации. Острый пик чуть выше $\nu = 4$ и максимумы по обе стороны от $\nu = 2$ на зависимости на рис. 50 имеют ту же природу.

Легко получить эффективный g -фактор из данных для $\partial\mu/\partial B$. В соответствии с уравнением (8), он равен (в единицах магнетона Бора) разнице между $\partial\mu/\partial B$ для электронов со спином вниз (\downarrow) и спином вверх (\uparrow), принадлежащих к тому же уровню Ландау: $\mu_B g = (\partial\mu/\partial B)_\downarrow - (\partial\mu/\partial B)_\uparrow$. Важно, что этот метод определения g -фактора не требует использования каких-либо подгоночных процедур или параметров. Измеренная $\partial\mu/\partial B$ построена на рис. 52(а, б) в зависимости от отклонения фактора заполнения от 2. Рядом с $\nu = 2$ присутствуют резкие структуры, вызванные внутриуровневым взаимодействием; эти области были исключены из анализа. Однако, дальше от $\nu = 2$ зависимости для $\nu < 2$ и $\nu > 2$ становятся параллельными друг другу. Это гарантирует, что на так полученные g не влияют долинные расщепление [259, 260] и эффекты внутриуровневого взаимодействия. Последние дают одинаковый вклад в зависимости со спином вверх и спином вниз и, вследствие этого, сокращаются. Беспорядок также дает одинаковый вклад в $\partial\mu/\partial B$ по обе стороны от $\nu = 2$: в магнитных полях до ≈ 3 Т имеются широкие области факторов заполнения, где емкость (т.е. плотность состояний) симметрична относительно $\nu = 2$ (см., например, рис. 51(а)); кроме того, близость емкости к геометрической свидетельствует, что поправки, вызванные беспорядком, малы. В меньших магнитных полях, однако, электрон-дырочная симметрия относительно $\nu = 2$ нарушается, что устанавливает нижнюю границу для диапазона магнитных полей (и, следовательно, электронных плотностей). Отметим, что температура размывает зависимости аналогично беспорядку: при более высоких температурах емкость при полужелых факторах заполнения уменьшается, что

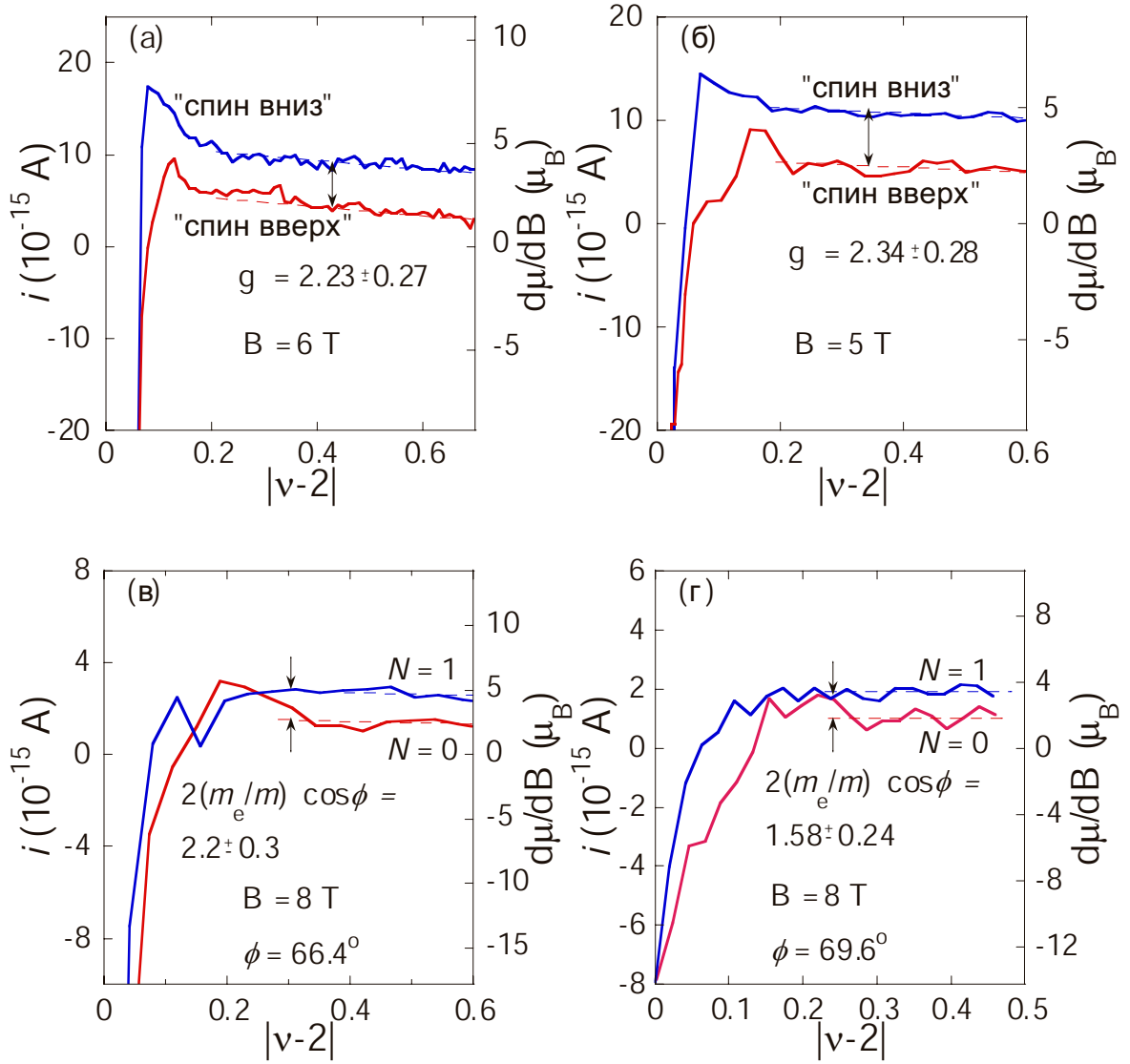


Рис. 52: Иллюстрация определения эффективного g -фактора (а, б) и циклотронной массы (в, г). Мнимая компонента тока построена в зависимости от отклонения фактора заполнения от $\nu = 2$. Штриховыми линиями показаны величины, усредненные по шуму. $B_{\text{mod}} = 0.022$ Т (а, б) и 0.0055 Т (в, г). (из работы [271])

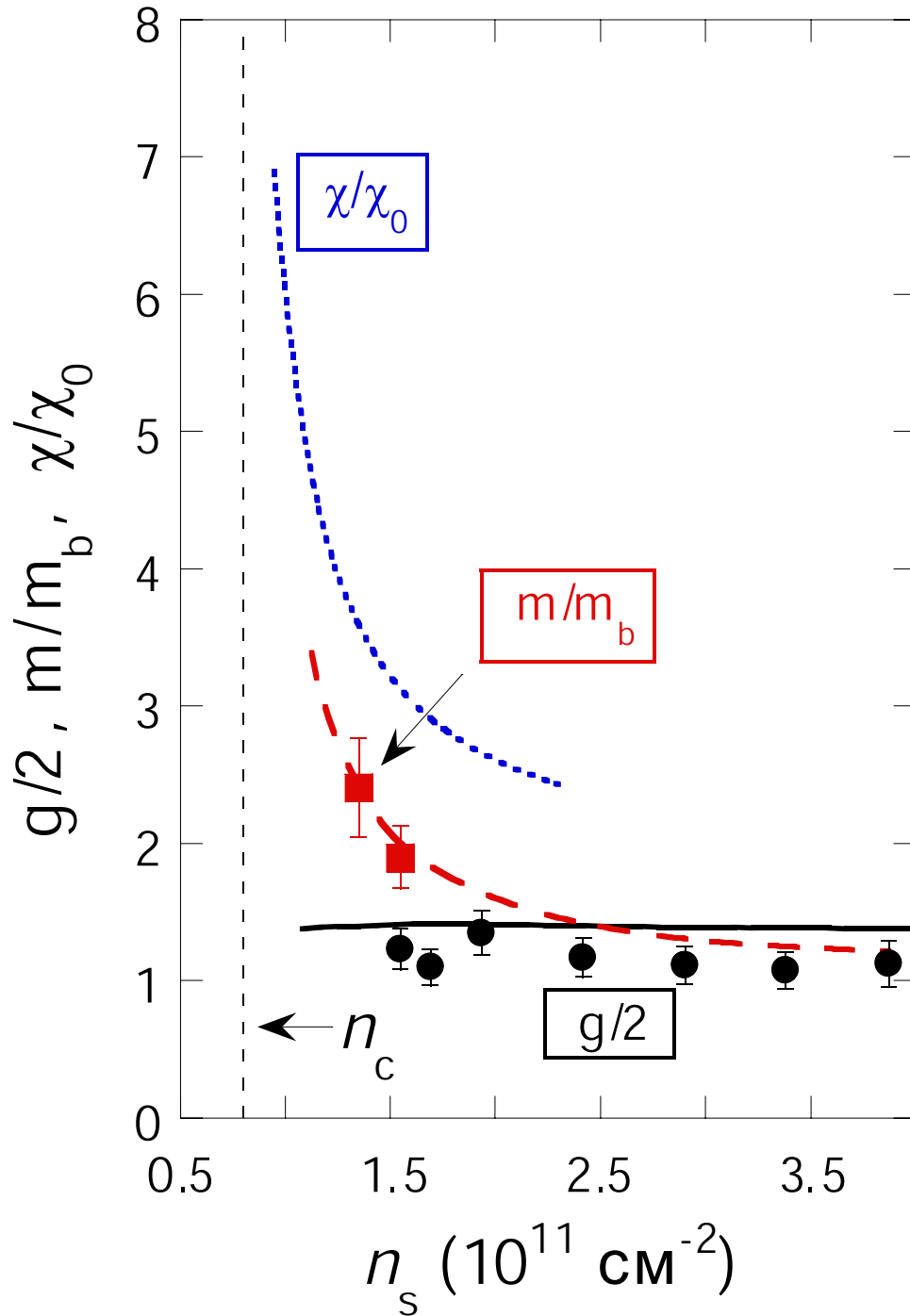


Рис. 53: Эффективный g -фактор (кружки) и циклотронная масса (квадраты) как функция электронной плотности. Сплошная и штриховая линии представляют g -фактор и эффективную массу, полученные из транспортных измерений [28]. Пунктир — спиновая восприимчивость Паули, полученная из измерений магнетизации в параллельных магнитных полях [270]. Указана критическая плотность n_c для перехода металл-диэлектрик. (из работы [271])

ведет к ухудшению точности метода.

Сравнение измеренного g -фактора с ранее полученным из транспортных измерений приведено на рис. 53. Отсутствует систематическая зависимость g -фактора от n_s : он остается примерно постоянным и близким к своему значению в объемном кремнии даже при наименьших электронных плотностях, что находится в хорошем согласии с транспортными и магнетоемкостными результатами.

Тот же самый метод может быть использован для определения циклотронной массы в наклонных магнитных полях, достаточно сильных, чтобы полностью поляризовать электронные спины. Если (и только если) спиновое расщепление превышает циклотронное расщепление, щель при $\nu = 2$ лежит между уровнями Ландау $0 \uparrow$ и $1 \uparrow$, и разность $(\partial\mu/\partial B)_{N=1} - (\partial\mu/\partial B)_{N=0}$ равна $2\mu_B (m_e/m) \cos \phi$, где ϕ — угол наклона поля. Раз электронные спины полностью поляризованы при факторах заполнения выше $\nu = 2$, угол наклона является автоматически достаточно большим для того, чтобы пересечение уровней произошло. Область исследуемых электронных плотностей ограничена сверху условием, что электроны должны быть полностью поляризованы по спину, тогда как максимальное магнитное поле, при котором могла быть приложена модуляция, есть только 8 Т, способное поляризовать электронные спины вплоть до $n_s^* \approx 2 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Величина $\partial\mu/\partial B$ в зависимости от $|\nu - 2|$ при условии $n_s < n_s^*$ представлена на рис. 52(в, г). Извлеченная циклотронная масса при электронных плотностях 1.55 и $1.35 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ значительно увеличена. При меньших плотностях симметрия емкости по обе стороны от щели при $\nu = 2$ нарушается, делая определение m невозможным. В результате, удалось получить только две экспериментальные точки. Тем не менее, хорошее согласие с эффективной массой, полученной транспортными измерениями (рис. 53), демонстрирует применимость нового метода и усиливает доверие к результатам измерений транспорта и магнетизации.

Полученные данные хорошо согласуются с g -фактором и эффективной массой из транспортных измерений и со спиновой восприимчивостью Паули, полученной измерениями магнетизации в параллельных магнитных полях, даже если наименьшие электронные плотности, достигнутые в обсуждаемом эксперименте, до некоторой степени выше. Таким образом, в отличие от стонеровского сценария, именно эффективная масса ответственна за драматически увеличенную спиновую восприимчивость при низких электронных плотностях.

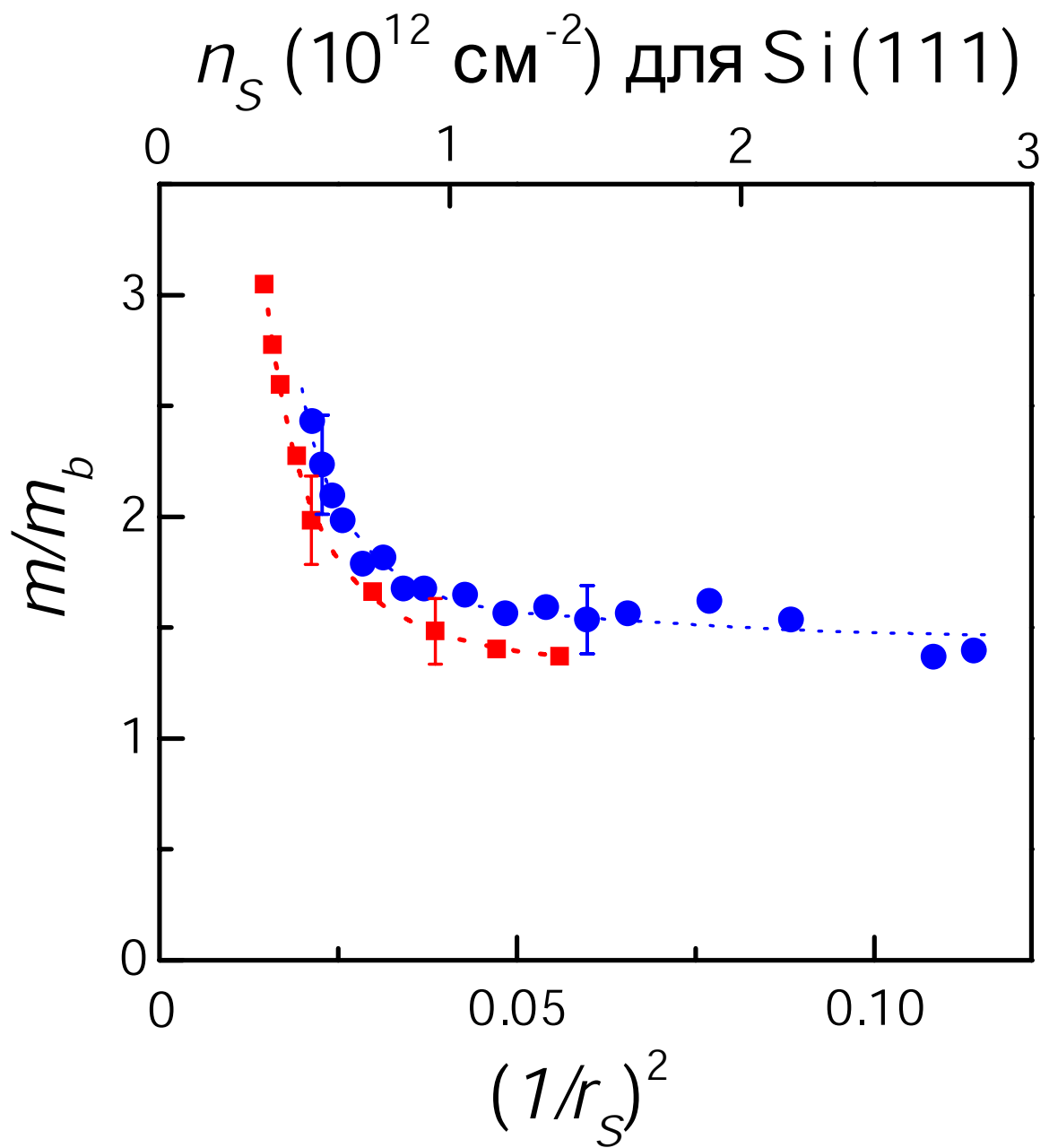


Рис. 54: Эффективная масса (кружки) в единицах m_b в кремниевых (111) МОП структурах как функция $(1/r_s)^2 \propto n_s$. Квадраты — данные, полученные на кремнии (100). Пунктирные линии показывают ожидаемое из эксперимента поведение. (из работы [275])

Завершая изложение экспериментальных данных, для полноты картины я не могу не упомянуть совсем свежие результаты измерений эффективной (циклотронной) массы в кремниевых (111) МОП структурах, полученные из анализа температурной зависимости осцилляций Шубникова-де Гааза в пределе низких температур [275] (рис. 54). Эффективная масса сильно растет с уменьшением электронной плотности, так что ее перенормировка как функция параметра взаимодействия r_s находится в согласии с данными для перенормировки массы в кремнии (100). Это показывает, что относительное увеличение массы не зависит от электронной системы и беспорядка и определяется только электрон-электронным взаимодействием.

Выводы к четвертой Главе.

В этой Главе описаны оригинальные результаты, полученные автором впервые в работах [270, 271]. Термодинамические измерения магнетизации в параллельных магнитных полях показывают, что для сильно взаимодействующих двумерных электронных систем с низким уровнем беспорядка в кремниевых МОП структурах спиновая восприимчивость Паули обнаруживает критическое поведение, характерное для существования фазового перехода, при электронной плотности n_χ [270]. Аналогичные измерения магнетизации при нецелых факторах заполнения в перпендикулярных и наклонных магнитных полях позволяют напрямую определить g -фактор и циклотронную массу, которые хорошо согласуются с g -фактором и эффективной массой из транспортных измерений и со спиновой восприимчивостью Паули, полученной измерениями магнетизации в параллельных магнитных полях [271].

Глава 5. Вигнеровский кристалл или ферромагнитная Ферми-жидкость? С точки зрения теории.

Как говорилось выше, экспериментальные данные, полученные на кремниевых МОП структурах со слабым беспорядком, указывают, что при приближении с металлической стороны переход металл-диэлектрик управляется взаимодействием. С диэлектрической стороны, наоборот, он по-прежнему является классическим перколяционным переходом без существенного влияния со стороны взаимодействия. Можно сделать вывод, что на фазовой диаграмме рис. 1 система находится в окрестности одной из трикритических точек. Этот вывод согласуется с тем, что параметр взаимодействия r_s^* при низких плотностях электронов превышает теоретическую оценку порога, при котором должна начаться вигнеровская кристаллизация, несмотря на то, что все еще не вполне ясно, должна ли предшествовать кристаллизации какая-то промежуточная фаза, например, ферромагнитная Ферми-жидкость.

Существует два подхода к обсуждаемому вопросу. В первом случае используется модель Ферми-жидкости, распространяемая на относительно большие значения r_s^* . Этот подход приводит к заключению, что перенормировка g велика, по сравнению с перенормировкой m [242–244]. В пределе высоких r_s^* можно ожидать расходимость g -фактора, соответствующую стонеровской неустойчивости. Эти предсказания противоречат экспериментальным результатам. Во-первых, поведение системы с низкой плотностью в режиме со значительно увеличенной восприимчивостью — вблизи начала спонтанной спиновой поляризации и вигнеровской кристаллизации — определяется не g -фактором, а эффективной массой через параметр взаимодействия r_s^* . Во-вторых, невозможно объяснить нечувствительность увеличения эффективной массы к спиновым обменным эффектам. Эти разногласия снижают шансы на появление фазы ферромагнитной Ферми-жидкости до кристаллизации электронов. Вообще говоря, даже если спиновый обмен мал, влияние спиновых эффектов все еще может сказаться ближе к точке начала вигнеровской кристаллизации, где энергия Ферми может продолжить снижаться под влиянием увеличения массы.

Другой теоретический подход не основывается на Ферми-жидкости. По аналогии с He^3 , было предсказано существование промежуточной фазы между Ферми-жидкостью

и вигнеровским кристаллом благодаря частичной сепарации однородных фаз [276]. Было предсказано также, что вблизи точки кристаллизации, перенормировка m доминирует над g и что эффективная масса, возможно, стремится к бесконечности в точке перехода и растет с увеличением магнитного поля [277]. Значительный рост эффективной массы вблизи точки кристаллизации электронов следует также из вариационного метода Гуцвиллера [278], который был применен к кремниевым МОП структурам Долгополовым [279], а также из динамической теории среднего поля [280]. Хотя резкий рост массы и находится в согласии с данными эксперимента, предсказываемая зависимость m от степени спиновой поляризации экспериментом не подтверждается.

В завершение этого раздела, я бы хотел добавить несколько замечаний об идеях, связанных с Ферми-жидкостью. Было предложено связать наблюдаемый рост эффективной массы с возможным образованием состояния связанных долин в двухдолинных электронных системах [281, 282]. Однако она находится в противоречии с тем, что похожие результаты были получены и в однодолинных электронных системах. Было высказано предположение, что, возможно, в спектре $E(k)$ формируется плато на уровне Ферми, что ведет к расходящейся эффективной массе (см., например, работу [283]). На сегодняшний день, однако, зависимость эффективной массы от температуры, которая вытекает из формирования плато, не согласуется с имеющимися экспериментальными данными. Предсказание, что плотность электронов, при которой эффективная масса демонстрирует резкий рост, зависит от степени беспорядка [284] не подтверждается экспериментальными данными, полученными на имеющихся образцах. Используя ренорм-групповой анализ для многодолинных двумерных систем, недавно было показано, что эффективная масса драматически растет на переходе металл-диэлектрик, в то время как g -фактор почти не меняется [285]. Отметим, однако, что теоретическая спиновая восприимчивость расходитя при зависящей от беспорядка плотности n_c , тогда как экспериментальная χ критически растет вблизи не зависящей от беспорядка плотности n_χ . В конце концов, можно просто следовать классическому подходу, вводя параметры Ферми-жидкости феноменологически как физически наблюдаемые величины, значения которых определяются экспериментально.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Перечислим основные результаты работы:

1. Экспериментальные исследования фазовой диаграммы металл-диэлектрик в перпендикулярном магнитном поле для двумерных электронных систем со слабым беспорядком показывают, что по мере уменьшения магнитного поля делокализованные состояния на уровнях Ландау всплывают вверх по энергии относительно центров уровней Ландау и сливаются, создавая в пределе нулевого магнитного поля металлическое состояние.

2. Согласие двух методов — анализ сильных температурных зависимостей сопротивления для двумерных электронных систем с низким уровнем беспорядка в кремниевых МОП структурах в нулевом магнитном поле и обращение в нуль энергии активации и исчезновение нелинейности вольтамперных характеристик, полученное по экстраполяции из диэлектрической фазы — свидетельствует в пользу существования настоящего перехода металл-диэлектрик в нулевом магнитном поле. Критический анализ данных, касающихся двумерных электронных систем, показывает, что следствия скейлинговой теории локализации не подтверждаются экспериментом. Основными проблемами, требующими внимания теоретиков, являются конечная ширина зоны делокализованных состояний на уровнях Ландау и настоящий переход металл-диэлектрик в нулевом магнитном поле, существование которого в случае двумерных электронных систем с низким беспорядком сильно поддерживается экспериментальными данными, хотя в случае сильного беспорядка вопрос остается открытым. Также, до сих пор нет теоретического объяснения осцилляций фазовой границы металл-диэлектрик в зависимости от перпендикулярного магнитного поля.

3. Транспортные и термодинамические измерения показывают, что для сильно взаимодействующих двумерных электронных систем с низким уровнем беспорядка в кремниевых МОП структурах спиновая восприимчивость Паули обнаруживает критическое поведение, характерное для существования фазового перехода, при электронной плотности n_{χ} . Аналогичный рост спиновой восприимчивости наблюдается и в других двумерных системах.

4. Близость величины n_χ к критической плотности n_c для перехода металл-диэлектрик указывает на то, что переход металл-диэлектрик в кремниевых образцах с очень слабым случайным потенциалом — свойство чистой двумерной системы и вызывается взаимодействием. Природа фазы при низкой плотности ($n_s < n_\chi$) остается неясной, поскольку даже в самых чистых из имеющихся в настоящее время образцов она скрыта остаточным беспорядком в электронной системе.

5. В отличие от стонеровской неустойчивости, рост спиновой восприимчивости вызван увеличением эффективной массы, а не g -фактора. Сильная металлическая температурная зависимость удельного сопротивления связана с увеличенной взаимодействием эффективной массой.

6. Увеличенная эффективная масса не зависит от степени спиновой поляризации, так что происхождение этого увеличения не имеет отношения к спиновым обменным эффектам.

Я благодарен И. Л. Алейнеру, М. W. С. Dharma-wardana, В. Т. Долгополову, М. М. Фоглеру, В. Ф. Гантмахеру, D. Heiman, С. В. Кравченко, D. N. Sheng и A. Widom за полезные обсуждения.

Литература

- [1] E. Wigner, Phys. Rev. **46**, 1002 (1934).
- [2] E. C. Stoner, Rep. Prog. Phys. **11**, 43 (1946).
- [3] Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **32**, 59 (1957).
- [4] B. Tanatar, D. M. Ceperley, Phys. Rev. B **39**, 5005 (1989).
- [5] C. Attacalite, S. Moroni, P. Gori-Giorgi, G. B. Bachelet, Phys. Rev. Lett. **88**, 256601 (2002).
- [6] E. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello, T. V. Ramakrishnan, Phys. Rev. Lett. **42**, 673 (1979).
- [7] B. L. Altshuler, A. G. Aronov, P. A. Lee, Phys. Rev. Lett. **44**, 1288 (1980).
- [8] А. М. Финкельштейн, ЖЭТФ **84**, 168 (1983).
- [9] A. M. Finkelstein, Z. Phys. B **56**, 189 (1984).
- [10] C. Castellani, C. Di Castro, P. A. Lee, M. Ma, Phys. Rev. B **30**, 527 (1984).
- [11] G. J. Dolan, D. D. Osheroff, Phys. Rev. Lett. **43**, 721 (1979).
- [12] D. J. Bishop, D. C. Tsui, R. C. Dynes, Phys. Rev. Lett. **44**, 1153 (1980).
- [13] M. J. Uren, R. A. Davies, M. Pepper, J. Phys. C **13**, L985 (1980).
- [14] A. A. Shashkin, G. V. Kravchenko, V. T. Dolgoplov, Письма в ЖЭТФ **58**, 215 (1993).
- [15] A. A. Shashkin, V. T. Dolgoplov, G. V. Kravchenko, Phys. Rev. B **49**, 14486 (1994).
- [16] A. A. Shashkin, V. T. Dolgoplov, G. V. Kravchenko, M. Wendel, R. Schuster, J. P. Kotthaus, R. J. Haug, K. von Klitzing, K. Ploog, H. Nickel, W. Schlapp, Phys. Rev. Lett. **73**, 3141 (1994).
- [17] D. E. Khmel'nitskii, Phys. Lett. A **106**, 182 (1984).
- [18] R. B. Laughlin, Phys. Rev. Lett. **52**, 2304 (1984).
- [19] S. V. Kravchenko, G. V. Kravchenko, J. E. Furneaux, V. M. Pudalov, M. D'Iorio, Phys. Rev. B **50**, 8039 (1994).
- [20] S. V. Kravchenko, W. E. Mason, G. E. Bowker, J. E. Furneaux, V. M. Pudalov, M. D'Iorio, Phys. Rev. B **51**, 7038 (1995).
- [21] S. V. Kravchenko, D. Simonian, M. P. Sarachik, W. Mason, J. E. Furneaux, Phys. Rev. Lett. **77**, 4938 (1996).
- [22] S. V. Kravchenko, A. A. Shashkin, D. A. Bloore, T. M. Klapwijk, Solid State Commun. **116**,

- 495 (2000).
- [23] A. A. Shashkin, S. V. Kravchenko, V. T. Dolgoplov, T. M. Klapwijk, Phys. Rev. Lett. **87**, 086801 (2001).
- [24] S. A. Vitkalov, H. Zheng, K. M. Mertes, M. P. Sarachik, T. M. Klapwijk, Phys. Rev. Lett. **87**, 086401 (2001).
- [25] S. V. Kravchenko, A. A. Shashkin, V. T. Dolgoplov, Phys. Rev. Lett. **89**, 219701 (2002).
- [26] X. P. A. Gao, A. P. Mills Jr., A. P. Ramirez, L. N. Pfeiffer, K. W. West, Phys. Rev. Lett. **89**, 016801 (2002).
- [27] J. Zhu, H. L. Stormer, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, K. W. West, Phys. Rev. Lett. **90**, 056805 (2003).
- [28] A. A. Shashkin, S. V. Kravchenko, V. T. Dolgoplov, T. M. Klapwijk, Phys. Rev. B **66**, 073303 (2002).
- [29] A. A. Shashkin, M. Rahimi, S. Anissimova, S. V. Kravchenko, V. T. Dolgoplov, T. M. Klapwijk, Phys. Rev. Lett. **91**, 046403 (2003).
- [30] A. A. Shashkin, S. V. Kravchenko, V. T. Dolgoplov, T. M. Klapwijk, J. Phys. A: Math. Gen. **36**, 9237 (2003).
- [31] E. Abrahams, S. V. Kravchenko, M. P. Sarachik, Rev. Mod. Phys. **73**, 251 (2001).
- [32] S. V. Kravchenko, M. P. Sarachik, Rep. Prog. Phys. **67**, 1 (2004).
- [33] A. A. Шашкин, УФН **175**, 139 (2005).
- [34] Ю. Е. Лозовик, В. И. Юдсон, Письма в ЖЭТФ **22**, 26 (1975).
- [35] M. Tsukada, J. Phys. Soc. Jpn. **42**, 391 (1977).
- [36] K. Maki, X. Zotos, Phys. Rev. B **28**, 4349 (1983).
- [37] P. K. Lam, S. M. Girvin, Phys. Rev. B **30**, 473 (1984).
- [38] D. Levesque, J. J. Weiss, A. M. MacDonald, Phys. Rev. B **30**, 1056 (1984).
- [39] M. D'Iorio, V. M. Pudalov, S. G. Semenchinsky, Phys. Lett. A **150**, 422 (1990).
- [40] S. V. Kravchenko, J. A. A. J. Perenboom, V. M. Pudalov, Phys. Rev. B **44**, 13513 (1991).
- [41] M. D'Iorio, V. M. Pudalov, S. G. Semenchinsky, Phys. Rev. B **46**, 15992 (1992).
- [42] V. M. Pudalov, M. D'Iorio, S. V. Kravchenko, J. W. Campbell, Phys. Rev. Lett. **70**, 1866 (1993).
- [43] R. L. Willett, H. L. Stormer, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer, K. W. West, K. W. Baldwin, Phys. Rev. B **38**, 7881 (1988).

- [44] V. J. Goldman, M. Shayegan, D. C. Tsui, Phys. Rev. Lett. **61**, 881 (1988).
- [45] E. Y. Andrei, G. Deville, D. C. Glattli, F. I. B. Williams, E. Paris, B. Etienne, Phys. Rev. Lett. **60**, 2765 (1988).
- [46] R. L. Willett, H. L. Stormer, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer, K. W. West, M. Shayegan, M. Santos, T. Sajoto, Phys. Rev. B **40**, 6432 (1989).
- [47] H. W. Jiang, R. L. Willett, H. L. Stormer, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer, K. W. West, Phys. Rev. Lett. **65**, 633 (1990).
- [48] V. J. Goldman, M. Santos, M. Shayegan, J. E. Cunningham, Phys. Rev. Lett. **65**, 2189 (1990).
- [49] F. I. B. Williams, P. A. Wright, R. G. Clark, E. Y. Andrei, G. Deville, D. C. Glattli, O. Probst, B. Etienne, C. Dorin, C. T. Foxon, J. J. Harris, Phys. Rev. Lett. **66**, 3285 (1991).
- [50] H. W. Jiang, H. L. Stormer, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer, K. W. West, Phys. Rev. B **44**, 8107 (1991).
- [51] M. B. Santos, Y. W. Suen, M. Shayegan, Y. P. Li, L. W. Engel, D. C. Tsui, Phys. Rev. Lett. **68**, 1188 (1992).
- [52] M. B. Santos, J. Jo, Y. W. Suen, L. W. Engel, M. Shayegan, Phys. Rev. B **46**, 13639 (1992).
- [53] H. C. Manoharan, M. Shayegan, Phys. Rev. B **50**, 17662 (1994).
- [54] K. von Klitzing, G. Dorda, M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- [55] S. Kivelson, D. H. Lee, S. C. Zhang, Phys. Rev. B **46**, 2223 (1992).
- [56] D. E. Khmel'nitskii, Helv. Phys. Acta **65**, 164 (1992).
- [57] B. Huckestein, Phys. Rev. Lett. **84**, 3141 (2000).
- [58] V. T. Dolgoplov, G. V. Kravchenko, A. A. Shashkin, S. V. Kravchenko, Phys. Rev. B **46**, 13303 (1992).
- [59] S. V. Kravchenko, W. Mason, J. E. Furneaux, V. M. Pudalov, Phys. Rev. Lett. **75**, 910 (1995).
- [60] S. C. Dultz, H. W. Jiang, W. J. Schaff, Phys. Rev. B **58**, R7532 (1998).
- [61] M. Hilke, D. Shahaar, S. H. Song, D. C. Tsui, Y. H. Xie, Phys. Rev. B **62**, 6940 (2000).
- [62] I. Glazman, C. E. Johnson, H. W. Jiang, Phys. Rev. Lett. **74**, 594 (1995).
- [63] A. A. Shashkin, G. V. Kravchenko, V. T. Dolgoplov, S. V. Kravchenko, J. E. Furneaux, Phys. Rev. Lett. **75**, 2248 (1995).
- [64] V. M. Pudalov, M. D'Iorio, J. W. Campbell, Письма в ЖЭТФ **57**, 592 (1993).
- [65] H. W. Jiang, C. E. Johnson, K. L. Wang, S. T. Hannahs, Phys. Rev. Lett. **71**, 1439 (1993).
- [66] D. Shahaar, D. C. Tsui, J. E. Cunningham, Phys. Rev. B **52**, R14372 (1995).

- [67] M. Hilke, D. Shahar, S. H. Song, D. C. Tsui, Y. H. Xie, D. Monroe, Phys. Rev. B **56**, R15545 (1997).
- [68] M. R. Sakr, M. Rahimi, S. V. Kravchenko, P. T. Coleridge, R. L. Williams, J. Lapointe, Phys. Rev. B **64**, 161308(R) (2001).
- [69] T. Wang, K. P. Clark, G. F. Spencer, A. M. Mack, W. P. Kirk, Phys. Rev. Lett. **72**, 709 (1994).
- [70] R. J. F. Hughes, J. T. Nicholls, J. E. F. Frost, E. H. Linfield, M. Pepper, C. J. B. Ford, D. A. Ritchie, G. A. C. Jones, E. Kogan, M. Kaveh, J. Phys. Condens. Matter **6**, 4763 (1994).
- [71] S. H. Song, D. Shahar, D. C. Tsui, Y. H. Xie, D. Monroe, Phys. Rev. Lett. **78**, 2200 (1997).
- [72] C. H. Lee, Y. H. Chang, Y. W. Suen, H. H. Lin, Phys. Rev. B **58**, 10629 (1998).
- [73] M. Hilke, D. Shahar, S. H. Song, D. C. Tsui, Y. H. Xie, D. Monroe, Nature **395**, 675 (1998).
- [74] M. Hilke, D. Shahar, S. H. Song, D. C. Tsui, Y. H. Xie, M. Shayegan, Europhys. Lett. **46**, 775 (1999).
- [75] Y. Hanein, N. Nenadovic, D. Shahar, H. Shtrikman, I. Yoon, C. C. Li, D. C. Tsui, Nature **400**, 735 (1999).
- [76] D. Popović, A. B. Fowler, S. Washburn, Phys. Rev. Lett. **79**, 1543 (1997).
- [77] P. T. Coleridge, R. L. Williams, Y. Feng, P. Zawadzki, Phys. Rev. B **56**, R12764 (1997).
- [78] A. A. Shashkin, S. V. Kravchenko, T. M. Klapwijk, Phys. Rev. Lett. **87**, 266402 (2001).
- [79] S. J. Papadakis, M. Shayegan, Phys. Rev. B **57**, R15068 (1998).
- [80] Y. Hanein, U. Meirav, D. Shahar, C. C. Li, D. C. Tsui, H. Shtrikman, Phys. Rev. Lett. **80**, 1288 (1998).
- [81] M. Y. Simmons, A. R. Hamilton, M. Pepper, E. H. Linfield, P. D. Rose, D. A. Ritchie, A. K. Savchenko, T. G. Griffiths, Phys. Rev. Lett. **80**, 1292 (1998).
- [82] A. P. Mills Jr., A. P. Ramirez, L. N. Pfeiffer, K. W. West, Phys. Rev. Lett. **83**, 2805 (1999).
- [83] J. Yoon, C. C. Li, D. Shahar, D. C. Tsui, M. Shayegan, Phys. Rev. Lett. **82**, 1744 (1999).
- [84] M. Y. Simmons, A. R. Hamilton, M. Pepper, E. H. Linfield, P. D. Rose, D. A. Ritchie, Phys. Rev. Lett. **84**, 2489 (2000).
- [85] H. Noh, M. P. Lilly, D. C. Tsui, J. A. Simmons, E. H. Hwang, S. Das Sarma, L. N. Pfeiffer, K. W. West, Phys. Rev. B **68**, 165308 (2003).
- [86] V. M. Pudalov, G. Brunthaler, A. Prinz, G. Bauer, cond-mat/0103087.
- [87] M. M. Fogler, B. I. Shklovskii, Phys. Rev. B **52**, 17366 (1995).

- [88] A. M. Tikofsky, S. A. Kivelson, Phys. Rev. B **53**, R13275 (2000).
- [89] T. Ando, J. Phys. Soc. Jpn. **53**, 3126 (1984).
- [90] T. V. Shahbazyan, M. E. Raikh, Phys. Rev. Lett. **75**, 304 (1995).
- [91] V. Kagalovsky, B. Horovitz, Y. Avishai, Phys. Rev. B **52**, R17044 (1995).
- [92] A. Gramada, M. E. Raikh, Phys. Rev. B **54**, 1928 (1996).
- [93] F. D. M. Haldane, K. Yang, Phys. Rev. Lett. **78**, 298 (1997).
- [94] M. M. Fogler, Phys. Rev. B **57**, 11947 (1998).
- [95] D. Z. Liu, X. C. Xie, Q. Niu, Phys. Rev. Lett. **76**, 975 (1996).
- [96] X. C. Xie, D. Z. Liu, B. Sundaram, Q. Niu, Phys. Rev. B **54**, 4966 (1996).
- [97] Y. Hatsugai, K. Ishibashi, Y. Morita, Phys. Rev. Lett. **83**, 2246 (1999).
- [98] K. Yang, R. N. Bhatt, Phys. Rev. Lett. **76**, 1316 (1996).
- [99] K. Yang, R. N. Bhatt, Phys. Rev. B **59**, 8144 (1999).
- [100] T. Koschny, H. Potempa, L. Schweitzer, Phys. Rev. Lett. **86**, 3863 (2001).
- [101] A. L. C. Pereira, P. A. Schulz, Phys. Rev. B **66**, 155323 (2002).
- [102] T. Koschny, L. Schweitzer, Phys. Rev. B **67**, 195307 (2003).
- [103] D. N. Sheng, Z. Y. Weng, Phys. Rev. Lett. **78**, 318 (1997).
- [104] D. N. Sheng, Z. Y. Weng, Phys. Rev. B **62**, 15363 (2000).
- [105] T. Okamoto, Y. Shinohara, S. Kawaji, Phys. Rev. B **52**, 11109 (1995).
- [106] S. C. Dultz, H. W. Jiang, Phys. Rev. Lett. **84**, 4689 (2000).
- [107] M. M. Fogler, Phys. Rev. B **69**, 121409(R) (2004).
- [108] V. T. Dolgoplov, G. V. Kravchenko, A. A. Shashkin, Письма в ЖЭТФ **55**, 146 (1992).
- [109] V. T. Dolgoplov, G. V. Kravchenko, A. A. Shashkin, S. V. Kravchenko, Письма в ЖЭТФ **55**, 701 (1992).
- [110] V. T. Dolgoplov, A. A. Shashkin, G. V. Kravchenko, C. J. Emeleus, T. E. Whall, Письма в ЖЭТФ **62**, 152 (1995).
- [111] C. J. Adkins, S. Pollitt, M. Pepper, J. Phys. C **37**, 343 (1976).
- [112] D. G. Polyakov, B. I. Shklovskii, Phys. Rev. B **48**, 11167 (1993).
- [113] B. I. Shklovskii, A. L. Efros, Electronic Properties of Doped Semiconductors (Springer, New York, 1984).
- [114] Y. P. Li, PhD thesis (Princeton University, 1994).
- [115] И. В. Кукушкин, В. Б. Тимофеев, УФН **163**, 1 (1993).

- [116] S. V. Iordansky, Solid State Commun. **43**, 1 (1982).
- [117] T. Ando, J. Phys. Soc. Jpn. **52**, 1740 (1983).
- [118] H. Aoki, J. Phys. C **16**, 1893 (1983).
- [119] H. Aoki, T. Ando, Phys. Rev. Lett. **54**, 831 (1985).
- [120] A. M. M. Pruisken, Phys. Rev. Lett. **61**, 1297 (1988).
- [121] H. P. Wei, D. C. Tsui, M. A. Paalanen, A. M. M. Pruisken, Phys. Rev. Lett. **61**, 1294 (1988).
- [122] J. Wakabayashi, M. Yamane, S. Kawaji, J. Phys. Soc. Jpn. **58**, 1903 (1989).
- [123] S. Koch, R. J. Haug, K. von Klitzing, K. Ploog, Phys. Rev. B **43**, 6828 (1991).
- [124] В. Т. Долгополов, А. А. Шашкин, Б. К. Медведев, В. Г. Мокеров, ЖЭТФ **99**, 201 (1991).
- [125] S. Koch, R. J. Haug, K. von Klitzing, K. Ploog, Phys. Rev. Lett. **67**, 883 (1991).
- [126] S. Koch, R. J. Haug, K. von Klitzing, K. Ploog, Phys. Rev. B **46**, 1596 (1992).
- [127] H. P. Wei, S. Y. Lin, D. C. Tsui, A. M. M. Pruisken, Phys. Rev. B **45**, 3926 (1992).
- [128] S. W. Hwang, H. P. Wei, L. W. Engel, D. C. Tsui, A. M. M. Pruisken, Phys. Rev. B **48**, 11416 (1993).
- [129] L. W. Engel, D. Shahar, C. Kurdak, D. C. Tsui, Phys. Rev. Lett. **71**, 2638 (1993).
- [130] H. P. Wei, L. W. Engel, D. C. Tsui, Phys. Rev. B **50**, 14609 (1994).
- [131] L. W. Wong, H. W. Jiang, N. Trivedi, E. Palm, Phys. Rev. B **51**, 18033 (1995).
- [132] D. Shahar, D. C. Tsui, M. Shayegan, R. N. Bhatt, J. E. Cunningham, Phys. Rev. Lett. **74**, 4511 (1995).
- [133] W. Pan, D. Shahar, D. C. Tsui, H. P. Wei, M. Razeghi, Phys. Rev. B **55**, 15431 (1997).
- [134] D. Shahar, D. C. Tsui, M. Shayegan, E. Shimshoni, S. L. Sondhi, Phys. Rev. Lett. **79**, 479 (1997).
- [135] P. T. Coleridge, Phys. Rev. B **60**, 4493 (1999).
- [136] R. T. F. van Schaijk, A. de Visser, S. M. Olsthoorn, H. P. Wei, A. M. M. Pruisken, Phys. Rev. Lett. **84**, 1567 (2000).
- [137] R. B. Dunford, N. Griffin, M. Pepper, P. J. Phillips, T. E. Whall, Physica E **6**, 297 (2000).
- [138] R. B. Dunford, N. Griffin, P. J. Phillips, T. E. Whall, Physica B **298**, 496 (2001).
- [139] F. Hohls, U. Zeitler, R. J. Haug, Phys. Rev. Lett. **86**, 5124 (2001).
- [140] F. Hohls, U. Zeitler, R. J. Haug, Phys. Rev. Lett. **88**, 036802 (2002).
- [141] F. Hohls, U. Zeitler, R. J. Haug, R. Meisels, K. Dybko, F. Kuchar, Phys. Rev. Lett. **89**, 276801 (2002).

- [142] N. Q. Balaban, U. Meirav, I. Bar-Joseph, Phys. Rev. Lett. **81**, 4967 (1998).
- [143] D. Shahar, M. Hilke, C. C. Li, D. C. Tsui, S. L. Sondhi, J. E. Cunningham, M. Razeghi, Solid State Commun. **107**, 19 (1998).
- [144] Y. G. Arapov, G. A. Alshanskii, G. I. Harus, V. N. Neverov, N. G. Shelushinina, M. V. Yakunin, O. A. Kuznetsov, Nanotechnology **13**, 86 (2002).
- [145] B. Huckestein, Rev. Mod. Phys. **67**, 357 (1995).
- [146] K. I. Wysokinski, W. Brenig, Z. Phys. B **54**, 11 (1983).
- [147] O. Viehweger, K. B. Efetov, J. Phys. Condens. Matter **2**, 7049 (1990).
- [148] O. Viehweger, K. B. Efetov, Phys. Rev. B **44**, 1168 (1991).
- [149] S. C. Zhang, S. Kivelson, D. H. Lee, Phys. Rev. Lett. **69**, 1252 (1992).
- [150] J. Wakabayashi, A. Fukano, S. Kawaji, K. Hirakawa, H. Sakaki, Y. Koike, T. Fukase, J. Phys. Soc. Jpn. **57**, 3678 (1988).
- [151] S. I. Dorozhkin, A. A. Shashkin, G. V. Kravchenko, V. T. Dolgoplov, R. J. Haug, K. von Klitzing, K. Ploog, Письма в ЖЭТФ **57**, 55 (1993).
- [152] V. J. Goldman, J. K. Wang, B. Su, M. Shayegan, Phys. Rev. Lett. **70**, 647 (1993).
- [153] T. Sajoto, Y. P. Li, L. W. Engel, D. C. Tsui, M. Shayegan, Phys. Rev. Lett. **70**, 2321 (1993).
- [154] S. V. Kravchenko, J. E. Furneaux, V. M. Pudalov, Phys. Rev. B **49**, 2250 (1994).
- [155] V. M. Pudalov, M. D'Iorio, J. W. Campbell, Surf. Sci. **305**, 107 (1994).
- [156] H. Levine, S. B. Libby, A. M. M. Pruisken, Phys. Rev. Lett. **51**, 1915 (1983).
- [157] Д. Е. Хмельницкий, Письма в ЖЭТФ **38**, 454 (1983).
- [158] A. M. Dykhne, I. M. Ruzin, Phys. Rev. B **50**, 2369 (1994).
- [159] I. Ruzin, S. Feng, Phys. Rev. Lett. **74**, 154 (1995).
- [160] C. P. Burgess, R. Dib, B. P. Dolan, Phys. Rev. B **62**, 15359 (2000).
- [161] H. P. Wei, D. C. Tsui, A. M. M. Pruisken, Phys. Rev. B **33**, 1488 (1986).
- [162] B. I. Halperin, Phys. Rev. B **25**, 2185 (1982).
- [163] The Quantum Hall Effect, Ed. by R. E. Prange, S. M. Girvin (Springer-Verlag, 1987).
- [164] M. Büttiker, Phys. Rev. B **38**, 9375 (1988).
- [165] R. B. Laughlin, Phys. Rev. B **23**, 5632 (1981).
- [166] A. Widom, T. D. Clark, J. Phys. D **15**, L181 (1982).
- [167] В. Т. Долгополов, Н. Б. Житенев, А. А. Шашкин, Письма в ЖЭТФ **52**, 826 (1990).
- [168] V. T. Dolgoplov, N. B. Zhitenev, A. A. Shashkin, Europhys. Lett. **14**, 255 (1991).

- [169] V. T. Dolgoplov, A. A. Shashkin, N. B. Zhitenev, S. I. Dorozhkin, K. von Klitzing, *Phys. Rev. B* **46**, 12560 (1992).
- [170] V. T. Dolgoplov, A. A. Shashkin, G. V. Kravchenko, S. I. Dorozhkin, K. von Klitzing, *Phys. Rev. B* **48**, 8480 (1993).
- [171] B. Jeanneret, B. D. Hall, H. J. Buhlmann, R. Houdre, M. Ilegems, B. Jeckelmann, U. Feller, *Phys. Rev. B* **51**, 9752 (1995).
- [172] J. P. Watts, A. Usher, A. J. Matthews, M. Zhu, M. Elliott, W. G. Herrenden-Harker, P. R. Morris, M. Y. Simmons, D. A. Ritchie, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4220 (1998).
- [173] M. M. Honold, N. Harrison, J. Singleton, M. S. Nam, S. J. Blundell, C. H. Mielke, M. V. Kartsovnik, N. D. Kushch, *Phys. Rev. B* **59**, R10417 (1999).
- [174] V. T. Dolgoplov, A. A. Shashkin, J. M. Broto, H. Rakoto, S. Askenazy, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5566 (2001).
- [175] V. T. Dolgoplov, G. V. Kravchenko, A. A. Shashkin, *Solid State Commun.* **78**, 999 (1991).
- [176] R. J. Haug, *Semicond. Sci. Technol.* **8**, 131 (1993).
- [177] P. F. Fontein, J. A. Kleinen, P. Hendriks, F. A. P. Blom, J. H. Wolter, H. G. M. Lochs, F. A. J. M. Driessen, L. J. Giling, C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. B* **43**, 12090 (1991).
- [178] A. J. Kent, D. J. McKitterick, L. J. Challis, P. Hawker, C. J. Mellor, M. Henini, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1684 (1992).
- [179] R. Merz, F. Keilmann, R. J. Haug, K. Ploog, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 651 (1993).
- [180] A. A. Shashkin, A. J. Kent, P. A. Harrison, K. R. Strickland, L. Eaves, M. Henini, *Semicond. Sci. Technol.* **9**, 2110 (1994).
- [181] A. A. Shashkin, A. J. Kent, P. A. Harrison, L. Eaves, M. Henini, *Phys. Rev. B* **49**, 5379 (1994).
- [182] R. J. F. van Haren, F. A. P. Blom, J. H. Wolter, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1198 (1995).
- [183] R. J. F. van Haren, W. de Lange, F. A. P. Blom, J. H. Wolter, *Phys. Rev. B* **52**, 5760 (1995).
- [184] A. A. Shashkin, A. J. Kent, J. R. Owers-Bradley, A. J. Cross, P. Hawker, M. Henini, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 5114 (1997).
- [185] Y. Y. Wei, J. Weis, K. von Klitzing, K. Eberl, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1674 (1998).
- [186] S. H. Tessmer, P. I. Glicofridis, R. C. Ashoori, L. S. Levitov, M. R. Melloch, *Nature* **392**, 51 (1998).
- [187] K. L. McCormick, M. T. Woodside, M. Huang, M. Wu, P. L. McEuen, C. Duruoaz, J. S. Harris

- Jr., Phys. Rev. B **59**, 4654 (1999).
- [188] A. Yacoby, H. F. Hess, T. A. Fulton, L. N. Pfeiffer, K. W. West, Solid State Commun. **111**, 1 (1999).
- [189] A. A. Shashkin, A. J. Kent, P. Hawker, M. Henini, Phys. Rev. B **60**, R16307 (1999).
- [190] N. B. Zhitenev, T. A. Fulton, A. Yacoby, H. F. Hess, L. N. Pfeiffer, K. W. West, Nature **404**, 473 (2000).
- [191] G. Finkelstein, P. I. Glicofridis, R. C. Ashoori, M. Shayegan, Science **289**, 90 (2000).
- [192] G. Finkelstein, P. I. Glicofridis, S. H. Tessmer, R. C. Ashoori, M. R. Melloch, Phys. Rev. B **61**, R16323 (2000).
- [193] M. T. Woodside, C. Vale, P. L. McEuen, C. Kadow, K. D. Maranowski, A. C. Gossard, Phys. Rev. B **64**, 041310(R) (2001).
- [194] H. van Zalinge, B. Özyilmaz, A. Böhm, R. W. van der Heijden, J. H. Wolter, P. Wyder, Phys. Rev. B **64**, 235303 (2001).
- [195] P. I. Glicofridis, G. Finkelstein, R. C. Ashoori, M. Shayegan, Phys. Rev. B **65**, 121312(R) (2002).
- [196] D. B. Chklovskii, B. I. Shklovskii, L. I. Glazman, Phys. Rev. B **46**, 4026 (1992).
- [197] G. Ebert, K. von Klitzing, G. Weimann, J. Phys. C **18**, L257 (1985).
- [198] В. М. Пудалов, С. Г. Семенчинский, Письма в ЖЭТФ **42**, 188 (1985).
- [199] А. А. Шашкин, В. Т. Долгополов, С. И. Дорожкин, ЖЭТФ **91**, 1897 (1986).
- [200] S. A. J. Wieggers, J. G. S. Lok, M. Jeuken, U. Zeitler, J. C. Maan, M. Henini, Phys. Rev. B **59**, 7323 (1999).
- [201] M. P. Sarachik, S. V. Kravchenko, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **96**, 5900 (1999).
- [202] S. V. Kravchenko, T. M. Klapwijk, Phys. Rev. Lett. **84**, 2909 (2000).
- [203] J. Jaroszyński, D. Popović, T. M. Klapwijk, Phys. Rev. Lett. **89**, 276401 (2002).
- [204] D. Simonian, S. V. Kravchenko, M. P. Sarachik, Phys. Rev. B **55**, R13421 (1997).
- [205] T. Okamoto, K. Hosoya, S. Kawaji, A. Yagi, Phys. Rev. Lett. **82**, 3875 (1999).
- [206] S. A. Vitkalov, H. Zheng, K. M. Mertes, M. P. Sarachik, T. M. Klapwijk, Phys. Rev. Lett. **85**, 2164 (2000).
- [207] S. A. Vitkalov, M. P. Sarachik, T. M. Klapwijk, Phys. Rev. B **64**, 073101 (2001).
- [208] S. Bogdanovich, D. Popović, Phys. Rev. Lett. **88**, 236401 (2002).
- [209] R. Leturcq, D. L'Hote, R. Tourbot, C. J. Mellor, M. Henini, Phys. Rev. Lett. **90**, 076402

- (2003).
- [210] F. Stern, Phys. Rev. Lett. **44**, 1469 (1980).
- [211] A. Gold, V. T. Dolgoplov, Phys. Rev. B **33**, 1076 (1986).
- [212] S. Das Sarma, Phys. Rev. B **33**, 5401 (1986).
- [213] S. Das Sarma, E. H. Hwang, Phys. Rev. Lett. **83**, 164 (1999).
- [214] F. F. Fang, P. J. Stiles, Phys. Rev. **174**, 823 (1968).
- [215] J. L. Smith, P. J. Stiles, Phys. Rev. Lett. **29**, 102 (1972).
- [216] T. Ando, Y. Uemura, J. Phys. Soc. Jpn. **37**, 1044 (1974).
- [217] Ю. А. Бычков, С. В. Иорданский, Г. М. Элиашберг, Письма в ЖЭТФ **33**, 152 (1981).
- [218] C. Kallin, B. I. Halperin, Phys. Rev. B **30**, 5655 (1984).
- [219] A. H. MacDonald, H. C. A. Oji, K. L. Liu, Phys. Rev. B **34**, 2681 (1986).
- [220] A. P. Smith, A. H. MacDonald, G. Gumbs, Phys. Rev. B **45**, 8829 (1992).
- [221] D. Simonian, S. V. Kravchenko, M. P. Sarachik, V. M. Pudalov, Phys. Rev. Lett. **79**, 2304 (1997).
- [222] V. M. Pudalov, G. Brunthaler, A. Prinz, G. Bauer, Письма в ЖЭТФ **65**, 887 (1997).
- [223] V. M. Pudalov, G. Brunthaler, A. Prinz, G. Bauer, Phys. Rev. Lett. **88**, 076401 (2002).
- [224] V. T. Dolgoplov, A. Gold, Письма в ЖЭТФ **71**, 42 (2000).
- [225] V. M. Pudalov, M. E. Gershenson, H. Kojima, N. Butch, E. M. Dizhur, G. Brunthaler, A. Prinz, G. Bauer, Phys. Rev. Lett. **88**, 196404 (2002).
- [226] S. A. Vitkalov, M. P. Sarachik, T. M. Klapwijk, Phys. Rev. B **65**, 201106(R) (2002).
- [227] M. P. Sarachik, S. A. Vitkalov, J. Phys. Soc. Jpn. **72**, 57 (2003).
- [228] O. Prus, Y. Yaish, M. Reznikov, U. Sivan, V. Pudalov, Phys. Rev. B **67**, 205407 (2003).
- [229] V. T. Dolgoplov, A. Gold, Phys. Rev. Lett. **89**, 129701 (2002).
- [230] A. Gold, V. T. Dolgoplov, J. Phys.: Condens. Matter **14**, 7091 (2002).
- [231] N. F. Mott and E. A. Davis, Electronic Processes in Non-Crystalline Materials (Clarendon, Oxford, 1971).
- [232] E. Batke, C. W. Tu, Phys. Rev. B **34**, 3027 (1986).
- [233] S. Das Sarma, E. H. Hwang, Phys. Rev. Lett. **84**, 5596 (2000).
- [234] E. Tutuc, S. Melinte, M. Shayegan, Phys. Rev. Lett. **88**, 036805 (2002).
- [235] H. Noh, M. P. Lilly, D. C. Tsui, J. A. Simmons, E. H. Hwang, S. Das Sarma, L. N. Pfeiffer, K. W. West, Phys. Rev. B **68**, 165308 (2002).

- [236] E. Tutuc, S. Melinte, E. P. De Poortere, M. Shayegan, R. Winkler, *Phys. Rev. B* **67**, 241309(R) (2003).
- [237] K. Vakili, Y. P. Shkolnikov, E. Tutuc, E. P. De Poortere, M. Shayegan, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 226401 (2004).
- [238] V. T. Dolgoplov, E. V. Deviatov, A. A. Shashkin, U. Wieser, U. Kunze, G. Abstreiter, K. Brunner, *Superlattices Microstruct.* **33**, 271 (2003).
- [239] T. Okamoto, M. Ooya, K. Hosoya, S. Kawaji, *Phys. Rev. B* **69**, 041202 (2004).
- [240] G. Zala, B. N. Narozhny, I. L. Aleiner, *Phys. Rev. B* **64**, 214204 (2001).
- [241] T. Ando, A. B. Fowler, F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982).
- [242] N. Iwamoto, *Phys. Rev. B* **43**, 2174 (1991).
- [243] Y. Kwon, D. M. Ceperley, R. M. Martin, *Phys. Rev. B* **50**, 1684 (1994).
- [244] G. H. Chen, M. E. Raikh, *Phys. Rev. B* **60**, 4826 (1999).
- [245] Y. Y. Proskuryakov, A. K. Savchenko, S. S. Safonov, M. Pepper, M. Y. Simmons, D. A. Ritchie, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 076406 (2002).
- [246] P. T. Coleridge, A. S. Sachrajda, P. Zawadzki, *Phys. Rev. B* **65**, 125328 (2002).
- [247] S. A. Vitkalov, K. James, B. N. Narozhny, M. P. Sarachik, T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **67**, 113310 (2003).
- [248] V. M. Pudalov, M. E. Gershenson, H. Kojima, G. Brunthaler, A. Prinz, G. Bauer, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 126403 (2003).
- [249] S. Das Sarma, E. H. Hwang, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 269703 (2004).
- [250] A. A. Shashkin, V. T. Dolgoplov, S. V. Kravchenko, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 269705 (2004).
- [251] A. A. Shashkin, E. V. Deviatov, V. T. Dolgoplov, A. A. Kapustin, S. Anissimova, A. Venkatesan, S. V. Kravchenko, T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **73**, 115420 (2006).
- [252] K. M. Mertes, H. Zheng, S. A. Vitkalov, M. P. Sarachik, T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **63**, 041101(R) (2001).
- [253] Y. Tsui, S. A. Vitkalov, M. P. Sarachik, T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **71**, 113308(R) (2005).
- [254] G. Zala, B. N. Narozhny, I. L. Aleiner, V. I. Fal'ko, *Phys. Rev. B* **69**, 075306 (2004).
- [255] G. W. Martin, D. L. Maslov, M. Yu. Reizer, *Phys. Rev. B* **68**, 241309(R) (2003).
- [256] Y. P. Shkolnikov, K. Vakili, E. P. De Poortere, M. Shayegan, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 246804 (2004).
- [257] T. P. Smith, B. B. Goldberg, P. J. Stiles, M. Heiblum, *Phys. Rev. B* **32**, 2696 (1985).

- [258] В. М. Пудалов, С. Г. Семенчинский, Письма в ЖЭТФ **44**, 526 (1986).
- [259] V. S. Khrapai, A. A. Shashkin, V. T. Dolgoplov, Phys. Rev. B **67**, 113305 (2003).
- [260] V. S. Khrapai, A. A. Shashkin, V. T. Dolgoplov, Phys. Rev. Lett. **91**, 126404 (2003).
- [261] A. Usher, R. J. Nicholas, J. J. Harris, C. T. Foxon, Phys. Rev. B **41**, 1129 (1990).
- [262] V. T. Dolgoplov, A. A. Shashkin, A. V. Aristov, D. Schmerek, W. Hansen, J. P. Kotthaus, M. Holland, Phys. Rev. Lett. **79**, 729 (1997).
- [263] H. Stormer, T. Haavasoja, V. Narayanamurti, A. C. Gossard, W. Wiegmann, J. Vac. Sci. Tech. B **1**, 423 (1983).
- [264] I. Meinel, D. Grundler, S. Bargstadt-Franke, C. Heyn, D. Heitmann, Appl. Phys. Lett. **70**, 3305 (1997).
- [265] F. F. Fang, P. J. Stiles, Phys. Rev. B **28**, 6992 (1983).
- [266] J. P. Eisenstein, Appl. Phys. Lett. **46**, 695 (1985).
- [267] J. P. Eisenstein, H. L. Stormer, V. Narayanamurti, A. Y. Cho, A. C. Gossard, C. W. Tu, Phys. Rev. Lett. **55**, 875 (1985).
- [268] S. A. J. Wieggers, M. Specht, L. P. Levy, M. Y. Simmons, D. A. Ritchie, A. Cavanna, B. Etienne, G. Martinez, P. Wyder, Phys. Rev. Lett. **79**, 3238 (1997).
- [269] M. Zhu, A. Usher, A. J. Matthews, A. Potts, M. Elliott, W. G. Herrenden-Harker, D. A. Ritchie, M. Y. Simmons, Phys. Rev. B **67**, 155329 (2003).
- [270] A. A. Shashkin, S. Anissimova, M. R. Sakr, S. V. Kravchenko, V. T. Dolgoplov, T. M. Klapwijk, Phys. Rev. Lett. **96**, 036403 (2006).
- [271] S. Anissimova, A. Venkatesan, A. A. Shashkin, M. R. Sakr, S. V. Kravchenko, T. M. Klapwijk, Phys. Rev. Lett. **96**, 046409 (2006).
- [272] A. L. Efros, Solid State Commun. **65**, 1281 (1988).
- [273] S. V. Kravchenko, V. M. Pudalov, S. G. Semenchinsky, Phys. Lett. A **141**, 71 (1989).
- [274] J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, K. W. West, Phys. Rev. Lett. **68**, 674 (1992).
- [275] A. A. Shashkin, A. A. Kapustin, E. V. Deviatov, V. T. Dolgoplov, Z. D. Kvon, Phys. Rev. B **76**, 241302(R) (2007).
- [276] B. Spivak, Phys. Rev. B **67**, 125205 (2003).
- [277] B. Spivak, Phys. Rev. B **64**, 085317 (2001).
- [278] W. F. Brinkman, T. M. Rice, Phys. Rev. B **2**, 4302 (1970).
- [279] В. Т. Долгополов, Письма в ЖЭТФ **76**, 437 (2002).

- [280] D. Tanasković, V. Dobrosavljević, E. Abrahams, G. Kotliar, Phys. Rev. Lett. **91**, 066603 (2003).
- [281] M. W. C. Dharma-wardana, Europhys. Lett. **67**, 552 (2004).
- [282] M. W. C. Dharma-wardana, F. Perrot, Phys. Rev. B **70**, 035308 (2004).
- [283] В. А. Ходель, В. Р. Шагинян, Письма в ЖЭТФ **51**, 488 (1990).
- [284] R. Asgari, B. Davoudi, B. Tanatar, Solid State Commun. **130**, 13 (2004).
- [285] A. Punnoose, A. M. Finkelstein, Science **310**, 289 (2005).