На правах рукописи

Шевчун Артём Фёдорович

Эволюция температурных зависимостей поверхностного импеданса кристаллов ВТСП при изменении уровня допирования

01.04.07 - физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

> научный руководитель: доктор физико-математических наук М.Р. Трунин

Черноголовка – 2006

Оглавление

Введение

1	Пое	зерхностный импеданс и проводимость сверхпроводников	7
	1.1	Связь поверхностного импеданса и проводимости	8
	1.2	Двухжидкостная модель Гортера-Казимира	10
	1.3	Теория Бардина-Купера-Шриффера	12
	1.4	Теория сильной связи	18
	1.5	Обобщенная двухжидкостная модель	22
	1.6	Модель слабой связи с d-симметрией параметра порядка	24
2	Методика измерений		28
	2.1	Экспериментальная установка	29
	2.2	Измерительная схема	34
	2.3	Обработка резонансной кривой	36
	2.4	Связь измеряемых величин и поверхностного импеданса	41
	2.5	Точность измерений	47
3	Ποε	верхностный импеданс кристалла $\mathbf{Ba}_{0.4}\mathbf{K}_{0.6}\mathbf{BiO}_3$ с $T_c pprox 11~\mathbf{K}$	50
4	Вли	ияние псевдощели на плотность сверхпроводящей жидкости в	
	$\mathbf{YBa}_{2}\mathbf{Cu}_{3}\mathbf{O}_{7-x}$		
	4.1	Поверхностный импеданс кристалла ${ m YBa_2Cu_3O_{7-x}}$ на частоте 9.4 ГГц	58
	4.2	Модели псевдощелевого состояния фазовой диаграммы купратных ВТСП .	64
	4.3	Результаты измерений плотности сверхпроводящей жидкости	70
5	Пое	зерхностный импеданс кристаллов ${f YBa_2Cu_3O_{7-x}}$ при $0.4 < T < 120~{f K}$	74
За	Заключение 7		

 $\mathbf{2}$

Введение

С открытием высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) возникла новая обширная область физики конденсированных сред, объединяющая исследования металлов, полупроводников и диэлектриков, магнитоупорядоченных, низкоразмерных и сильноанизотропных систем, т.е. область физики, изучающая удивительное разнообразие свойств ВТСП, меняющихся под действием разных факторов.

К числу экспериментальных методов изучения сверхпроводящих материалов выше и ниже температуры T_c сверхпроводящего перехода относят измерения температурных зависимостей поверхностного импеданса Z(T) = R(T) + iX(T) в абсолютных единицах (Омах) на сверхвысоких частотах $\omega/2\pi \sim 10$ ГГц при малых (< 0.1 Э) амплитудах переменного поля $H_{\omega}e^{i\omega t}$. Действительная часть импеданса, поверхностное сопротивление R(T), связана с потерями энергии электромагнитной волны при отражении от сверхпроводника. Мнимая часть, реактанс X(T), определяет недиссипативную энергию, запасенную в поверхностном слое исследуемого образца. Только прецизионные СВЧ-методы позволили измерить Z(T) в классических сверхпроводниках с $T_c < 10$ К. Эти измерения оказались очень информативными: величина щели Δ извлекалась из температурных зависимостей поверхностного сопротивления $R(T) \propto e^{-\Delta/k_B T}$ и реактанса $X(T) \propto e^{-\Delta/k_B T}$ при $T < T_c/2$, глубина проникновения $\lambda(T)$ поля в сверхпроводник – из реактанса $X(T) = \omega \mu_0 \lambda(T)$ при $T < T_c$, длина l свободного пробега электронов – из измерений R(T) и X(T) в нормальном состоянии ($T \ge T_c$). В случае локальной электродинамики комплексная проводимость сверхпроводника может быть легко найдена из измеренных в абсолютных единицах компонент импеданса: $\sigma(T) = \sigma_1(T) - i\sigma_2(T) = i\omega\mu_0/Z^2(T)$. Экспериментальной демонстрацией применимости теории Бардина-Купера-Шриффера (БКШ) [1] для объяснения свойств классических сверхпроводников было немонотонное в области $0.8 < T/T_c < 1$ поведение (когерентный пик) действительной части микроволновой проводимости $\sigma_1(T)$ [2, 3].

Однако уже первые исследования импеданса и проводимости ВТСП не соответствовали выводам теории БКШ: когерентный пик в $\sigma_1(T)$ отсутствовал, а в области низких температур вместо экспоненциальных наблюдались степенные температурные зависимости Z(T) [4].

В ВТСП величины Z и σ характеризуются двумя основными компонентами: Z_{ab} и σ_{ab} в слабоанизотропных ab-плоскостях CuO₂ и Z_c и σ_c поперек купратных плоскостей. Наи-

более изученной является узкая область фазовой диаграммы ВТСП, соответствующая оптимальному допированию $p \approx 0.16$ (p – концентрация дырок, приходящихся на атом меди в плоскости CuO₂) и максимальным значениям критической температуры $T_c = T_{c, max}$. Прецизионные измерения Z(T) в *ab*-плоскостях оптимально допированных высококачественных монокристаллов ВТСП позволили сделать общий вывод – ферми-жидкостный подход, включающий сильное электрон-фононное взаимодействие и анизотропию параметра порядка, достаточен для описания основных экспериментальных фактов, каковыми являются [5]:

– линейный ход удельного сопротивления $\Delta \rho_{ab}(T) \propto T$ при $T > T_c$ (электрон-фононное взаимодействие);

 отсутствие характерного для классических сверхпроводников когерентного пика в действительной части микроволновой проводимости *σ*₁(*T*) в *ab*-плоскостях при 0.8 < *T* < *T_c* (сильная связь);

– линейные зависимости $\Delta \lambda_{ab}(T) \propto T$ и $\Delta R_{ab}(T) \propto T$ при $T < T_c/4$ (доминирующий вклад *d*-компоненты параметра порядка).

В последние годы значительные усилия были направлены на изучение природы и свойств ВТСП во всей области фазовой диаграммы. Оказалось, что в области с пониженным относительно оптимального уровнем допирования в этих материалах наблюдаются многочисленные аномалии электронных свойств как в нормальном, так и в сверхпроводящем состояниях, связанные с подавлением плотности состояний одночастичных возбуждений вблизи уровня Ферми. Такое поведение соответствует общей концепции псевдощели.

Происхождение псевдощели в купратных ВТСП остается неясным. Предлагаемые теоретические сценарии могут быть разделены на две категории. Первая основывается на идее, что псевдощель является предвестником сверхпроводимости, когда при некоторой температуре $T^* > T_c$ образуются куперовские пары, но их фазовая когерентность достигается лишь при $T = T_c$. Другая предполагает, что псевдощелевое состояние не связано со сверхпроводящим как таковым, а скорее конкурирует с ним, и обязано либо динамическим флуктуациям (спиновым, зарядовым или структурным), либо волнам зарядовой плотности с *d*-симметричным параметром порядка (*d*-density wave – DDW). В рамках этих подходов трактуются аномалии электронных свойств недодопированных ВТСП, наблюдавшиеся при температурах как выше T_c , так и в ее окрестности.

По мере приближения к диэлектрической фазе ($p \approx 0.05$) конкуренция псевдощелевого

и сверхпроводящего параметров порядка становится наиболее эффективной, что приводит при $T \ll T_c$ к особенностям в *p*- and *T*-зависимостях плотности сверхпроводящей жидкости $n_s(T,p) \propto \sigma_2(T,p)$, измеряемой микроволновыми методами.

Имеется еще одно, явно неразработанное в мировой практике направление исследований, существенное для понимания механизма высокотемпературной сверхпроводимости – исследования при сверхнизких температурах (как бы это ни было странно для высокотемпературных сверхпроводников):

– для СВЧ-применений ВТСП чрезвычайно существенен вопрос о происхождении остаточных потерь, $R_{res} = R(T = 0)$, учет которых в микроволновых исследованиях определяет вид низкотемпературных и частотных зависимостей проводимости. Если в классических сверхпроводниках значение R_{res} четко определено как уровень плато у кривой R(T) при $T < T_c/4$, то в кристаллах ВТСП никакого плато нет, и за величину R_{res} в них обычно принимается значение R(T=0), полученное экстраполяцией к нулевой температуре линейного участка кривой R(T) при $T \ll T_c$. В опытах с классическими сверхпроводниками было установлено, что величина R_{res} определяется разного рода дефектами поверхностного слоя образца; на основании этого факта считается, что, чем меньше R_{res}, тем выше качество образца. В самых лучших кристаллах ВТСП остаточное сопротивление в десятки раз превышает величину R_{res} в обычных сверхпроводниках. За последние годы развития методов выращивания кристаллов ВТСП величину R_{res} в них заметно уменьшить не удалось, но было установлено, что в совершенных медно-оксидных кристаллах ВТСП разного химического состава, приготовленных разными способами величина остаточного поверхностного сопротивления приблизительно одинакова: $R_{res} \sim 100$ мкОм на частоте 10 ГГц. – линейный в интервале 2 < T < 25 K температурный ход глубины проникновения поля в *ab*-плоскости оптимально допированных кристаллов ВТСП не может простираться до очень близких к абсолютному нулю температур – это противоречило бы третьему закону термодинамики. Как изменится эта зависимость при T < 2 К – неизвестно.

<u>Целью</u> диссертационной работы являлось экспериментальное исследование эволюции температурных зависимостей поверхностного импеданса кристаллов ВТСП при изменении уровня допирования в них. Для достижения указанных целей требовалось решение следующих задач:

 – разработка и апробация методики прецизионных измерений температурных зависимостей компонент поверхностного импеданса сверхпроводников в миллиметровом диапазоне длин волн и температурном интервале от 0.4 до 120 K;

 – определение в абсолютных единицах электродинамических величин, характеризующих сверхпроводящее и нормальное состояния ВТСП;

 – поиск и изучение особенностей температурных зависимостей линейного микроволнового отклика монокристаллов ВТСП;

 – рассмотрение моделей, которые были бы применимы для описания специфических закономерностей поведения высокочастотного отклика ВТСП при разных уровнях допирования и сверхнизких температурах.

Исследования, проведенные в данной работе, позволяют, с одной стороны, приблизиться к ответу на основной вопрос физики ВТСП – "Каков же механизм высокотемпературной сверхпроводимости ?" – а с другой, указать реальные значения параметров образцов ВТСП, перспективных для использования в СВЧ электронике. Двумя этими положениями определяется научная и практическая ценность диссертации.

Диссертация основана на четырех публикациях, посвященных эволюции температурных зависимостей поверхностного импеданса кристаллов ВТСП при изменении уровня допирования в них. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка цитированной литературы. Общий объём диссертации — 85 страниц текста, включая 34 рисунка, одну таблицу и список литературы из 106 наименований.

В первой главе вводятся понятия поверхностного импеданса и комплексной проводимости, обсуждаются существующие модели высокочастотного отклика. Во второй главе подробно описаны экспериментальная установка для изучения электромагнитных свойств материалов в интервале температур 0.5 < T < 120 К, методика и точность измерений. Третья глава содержит результаты измерений поверхностного импеданса кристалла $Ba_{0.4}K_{0.6}BiO_3$ с $T_c \approx 11$ К. В четвертой главе приведены результаты измерений температурных зависимостей поверхностного импеданса в кристалле $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ с различным уровнем допирования. Обсуждается влияние псевдощели на плотность сверхпроводящей жидкости. Пятая глава содержит результаты измерений температурной зависимости поверхностного импеданса на частоте 28.2 ГГц в температурном интервале 0.4 < T < 120 К кристаллов $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ из той же серии, что и описанные в предыдущей главе, но с которыми был проведен многократный дополнительный отжиг как в атмосфере, так и в токе кислорода. Наконец, в заключении сформулированы основные результаты работы, выносимые на защиту.

Глава 1

Поверхностный импеданс и проводимость сверхпроводников

Поверхностный импеданс металла или сверхпроводника является одной из наиболее важных физических характеристик, которая полностью определяет амплитудные и фазовые соотношения между полями на его поверхности. Если глубина проникновения δ электромагнитного поля в проводник (независимо от того, находится он в нормальном или сверхпроводящем состоянии) мала по сравнению с наименьшим пространственным масштабом L, характеризующим поле в окружающей этот проводник среде (длина волны, размер образца, радиус кривизны его границ и т.д.), то поле внутри проводника с точностью до членов ~ δ/L имеет структуру плоской волны, распространяющейся в направлении внутренней нормали **n** к поверхности [6]. Тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей в этой волне связаны соотношением (везде используется международная система единиц)

$$\mathbf{E}_t = Z[\mathbf{H}_t \mathbf{n}]. \tag{1.1}$$

Поскольку \mathbf{E}_t и \mathbf{H}_t непрерывны на границе раздела, соотношение (1.1) должно быть справедливым вне металла у его поверхности. Поэтому его можно использовать для определения полей вне проводника в качестве граничного условия (условие Леонтовича). Оно приобретает особую важность, т.к. внешнюю электромагнитную задачу при этом условии можно решать, совершенно не рассматривая поля́ внутри проводника.

Величина Z в общем случае комплексная, и, если поверхность образца совпадает с плоскостью xy, а ось z направлена внутрь металла, то поверхностный импеданс записывается в виде (напряженность полей изменяется пропорционально $e^{i\omega t}$)

$$Z = R + iX = \frac{E_x(0)}{H_y(0)} = \frac{E_x(0)}{\int_0^\infty j_x(z)dz},$$
(1.2)

где $E_x(0)$ и $H_y(0)$ – напряженности полей на поверхности металла или сверхпроводника.

Действительная часть R = Re(Z) называется поверхностным сопротивлением, а мнимая X = Im(Z) – реактансом. Поверхностное сопротивление определяет скорость диссипации энергии, т.е. связана с потерями энергии электромагнитной волны при отражении от поверхности материала. Действительно, поток энергии в направлении оси z в расчете на единицу площади поверхности, определяется средним по времени от вещественной части вектора Пойнтинга

$$Q = \frac{1}{2} R |\mathbf{H}_t|^2.$$
 (1.3)

Реактанс X определяет недиссипативную энергию, запасенную в поверхностном слое проводника.

Подчеркнем, что поверхностный импеданс есть величина, непосредственно измеряемая в эксперименте. Знание Z в абсолютных единицах (в Омах) позволяет определить другую важную кинетическую характеристику проводника – электрическую проводимость σ .

1.1 Связь поверхностного импеданса и проводимости

В нормальных металлах простейшее соотношение между Z_n и σ_n реализуется в случае классического скин-эффекта, когда справедлив закон Ома $\mathbf{j}=\sigma_n \mathbf{E}$, предполагающий локальную связь поля и тока:

$$Z_n = R_n + iX_n = \left(\frac{i\omega\mu_0}{\sigma_n}\right)^{1/2} = \frac{1+i}{\delta_n\sigma_n},\tag{1.4}$$

где $\delta_n = \sqrt{2/\omega\mu_0\sigma_n}$ – глубина скин-слоя. Условие локальности означает, что поле не меняется на длине *l* свободного пробега электрона, так что $\delta_n \gg l$. Замечательно, что это неравенство выполняется для монокристаллов ВТСП при температурах выше критической. Действительно, даже при $T = T_c$ характерное значение их удельного сопротивления $\rho(T_c) = 1/\sigma(T_c)$ составляет $\rho(T_c) \sim 100$ мкОм·см, что дает $\delta_n \sim 5 \cdot 10^{-4}$ см на частоте ~ 10 ГГц, в то время как длина пробега $l < 10^{-6}$ см. С ростом температуры величина δ_n еще более увеличивается, а *l* уменьшается. Таким образом, как видно из (1.4), в нормальном состоянии действительная и мнимая части поверхностного импеданса ВТСП равны

$$R_n = X_n = \frac{1}{\delta_n \sigma_n} = \left(\frac{\omega \mu_0}{2\sigma_n}\right)^{1/2}.$$
(1.5)

В сверхпроводящем состоянии функциональная связь между импедансом Z_s и проводимостью σ_s зависит от соотношения между тремя величинами, имеющими размерность длины: длиной свободного пробега l, длиной когерентности $\xi_0 = \hbar v_F / \pi \Delta(0) (v_F - \text{скорость} \Phiерми, \Delta(0) - величина сверхпроводящей щели при <math>T = 0$), определяющей масштаб парной корреляции электронов, и глубиной проникновения поля λ в сверхпроводник. Понятие длины когерентности ввел Пиппард [7] для объяснения обнаруженного им роста глубины проникновения поля λ по мере добавления примесей в сверхпроводник, т.е. уменьшения длины свободного пробега l электронов. Измеренные им значения $\lambda(0)$ отличались от лондоновской глубины проникновения поля $\lambda_L \equiv (m/\mu_0 n e^2)^{1/2}$ (m, n, e – масса, концентрация, заряд носителей), приблизительно в $\sqrt{\xi_0/\xi(l)}$ раз, $\lambda \approx \lambda_L \sqrt{\xi_0/\xi(l)}$, где $\xi(l) \to \xi_0$ при $l \to \infty$, но $\xi(l) \to l$ при $l \to 0$.

Согласно Абрикосову [8], сверхпроводники делятся на чистые $(l \gg \xi_0)$ и грязные $(l \ll \xi_0)$, лондоновские $(\xi \ll \lambda)$ и пиппардовские $(\xi \gg \lambda)$. При $T \to 0$ в лондоновских чистых сверхпроводниках $\xi = \xi_0 \ll \lambda = \lambda_L$, а в грязных $\xi(l) \sim (\xi_0 l)^{1/2} \ll \lambda(l) \sim \lambda_L (\xi_0 / l)^{1/2}$. В пиппардовских чистых сверхпроводниках $\xi = \xi_0 \gg \lambda \sim \lambda_L (\xi_0 / \lambda_L)^{1/3}$, а в грязных $\xi(l) \gg \lambda(l)$. Этой классификацией не учитывается отношение между l и λ , поэтому следует помнить, что в случае $l \gg \lambda$ связь между током и полем не является локальной [9]. Если $\lambda \gg l$, то в лондоновских сверхпроводниках связь между током и полем является локальной (лондоновский предел), в пиппардовских — существенно нелокальной (пиппардовский предел).

Если $\lambda \gg l$, ξ , то для связи импеданса Z и проводимости $\sigma = \sigma_1 - i\sigma_2$ можно использовать простое локальное соотношение

$$Z = R + iX = \left(\frac{i\omega\mu_0}{\sigma_1 - i\sigma_2}\right)^{1/2} = \frac{1+i}{\delta_s\sigma},\tag{1.6}$$

аналогичное (1.4) в нормальном состоянии с

$$\delta_s = \sqrt{2/\omega\mu_0\sigma}.\tag{1.7}$$

Однако в сверхпроводнике действительная R и мнимая X части импеданса не равны:

$$R(T) = \sqrt{\frac{\omega\mu_0(\varphi^{1/2} - 1)}{2\sigma_2\varphi}}, \qquad X(T) = \sqrt{\frac{\omega\mu_0(\varphi^{1/2} + 1)}{2\sigma_2\varphi}}, \tag{1.8}$$

где $\varphi = 1 + (\sigma_1/\sigma_2)^2.$ Очевидно, что R < X при $T < T_c.$

В предельном случае $\sigma_1 \ll \sigma_2$, справедливом в области температур, не слишком близких к T_c , где глубина проникновения поля $\lambda = (1/\omega\mu_0\sigma_2)^{1/2}$ конечна, из (1.8) находим:

$$R \simeq \frac{(\omega\mu_0)^{1/2}\sigma_1}{2\sigma_2^{3/2}} = \frac{1}{2}\omega^2\mu_0^2\sigma_1\lambda^3, \qquad X \simeq (\omega\mu_0/\sigma_2)^{1/2} = \omega\mu_0\lambda.$$
(1.9)

В обратном предельном случае ($\sigma_1 \gg \sigma_2$) очень близких к T_c температур $\sigma_1 \to \sigma_n$, $\sigma_2 \to 0$, а величины

$$R \approx \left(\frac{\omega\mu_0}{2\sigma_1}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{\sigma_2}{2\sigma_1}\right), \qquad X \approx \left(\frac{\omega\mu_0}{2\sigma_1}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{\sigma_2}{2\sigma_1}\right) \tag{1.10}$$

становятся равными при $T = T_c$ в соответствии с выражениями (1.5) для нормального скин-эффекта. При этом действительная часть δ_s из (1.7),

$$\delta = \operatorname{Re}(\delta_s) = \lambda \sqrt{(\varphi^{1/2} + \sigma_1/\sigma_2)/\varphi}, \qquad (1.11)$$

плавно переходит в глубину скин-слоя ($\delta \to \delta_n$ при $T \to T_c$), оставаясь при $T < T_c$ ($\sigma_1 \ll \sigma_2$) глубиной λ проникновения поля в сверхпроводник.

Зная величины R и X, из (1.6) легко находим действительную σ_1 и мнимую σ_2 компоненты проводимости:

$$\sigma_1 = \frac{2\omega\mu_0 R X}{(R^2 + X^2)^2}, \qquad \sigma_2 = \frac{\omega\mu_0 (X^2 - R^2)}{(R^2 + X^2)^2}.$$
(1.12)

1.2 Двухжидкостная модель Гортера-Казимира

Макроскопические свойства классических сверхпроводников просто и весьма успешно описываются феноменологической теорией Лондонов [10] и соответствующей ей двухжидкостной моделью ГК [11], разработанной Гортером и Казимиром и основанной на локальной связи между плотностью тока и векторным потенциалом магнитного поля. Применительно к анализу поведения сверхпроводников в электромагнитном поле частоты ω суть двухжидкостной модели состоит в следующем. Предполагается, что в сверхпроводнике имеется часть n_s сверхпроводящих носителей и вторая часть n_n нормальных носителей (и те, и другие обладают одинаковыми зарядами e и массами m), причем при любой температуре $T \leq T_c$ полная концентрация носителей $n = n_n + n_s$. Уравнением движения сверхпроводящих носителей служит первое уравнение Лондонов. На нормальные носители тока действуют переменное электрическое поле и усредненная "сила трения", содержащая время



Рис. 1.1: Температурные зависимости компонент проводимости и поверхностного импеданса в модели Гортера-Казимира.

релаксации *τ* нормальных носителей; их движение описывается вторым законом Ньютона. Решая уравнения движения, находим выражения для компонент комплексной проводимости *σ* = *σ*₁ - *iσ*₂:

$$\sigma_1 = \frac{n_n e^2 \tau}{m} \frac{1}{1 + (\omega \tau)^2}, \qquad \sigma_2 = \frac{n_s e^2}{m \omega} \left[1 + \frac{n_n}{n_s} \frac{(\omega \tau)^2}{1 + (\omega \tau)^2} \right]. \tag{1.13}$$

В модели ГК величина τ не зависит от температуры. Это вполне естественно, если поведение нормальных носителей в сверхпроводнике считать адекватным поведению электронов в обычном металле: при низких температурах (в классических сверхпроводниках характерное значение $T_c < 10$ K) рассеяние происходит на примесях и не зависит от T. Поэтому температурная зависимость компонент проводимости (1.13) в двухжидкостной модели определяется только функциями $n_n(T)$ и $n_s(T) = n - n_n(T)$.

В модели ГК величина $n_s(t) = n(1 - t^4), t = T/T_c$, приводит к известной зависимости $\lambda(t) = \lambda_L(1 - t^4)^{-1/2}, \lambda_L = (m/\mu_0 n e^2)^{1/2}$. В результате из (1.13) можной найти $\sigma_1(T)$ и $\sigma_2(T)$, а затем из (1.8) составляющие поверхностного импеданса R(T) и X(T).

Температурные зависимости (1.13), рассчитанные в рамках двухжидкостной модели Гортера и Казимира при $\omega \tau = 0.1$, представлены на рис. 1.1.

1.3 Теория Бардина-Купера-Шриффера

Основополагающая идея о том, что даже сколь угодно слабое притяжение между двумя электронами может привести к образованию связанного состояния, была высказана Купером в 1956 году [12]. Им было показано, что если взаимодействие между электронами носит характер притяжения, то ферми-распределение электронов оказывается неустойчивым по отношению к образованию по крайней мере одной связанной пары, как бы слабо это взаимодействие ни было. Это межэлектронное притяжение, превосходящее кулоновское отталкивание, в большинстве сверхпроводников (в классических несомненно) обязано своим происхождением взаимодействию электронов с фононами, приводящему к образованию области избыточного положительного заряда, окружающего данный электрон.

Согласно теории БКШ в основном состоянии (T = 0) сверхпроводника все электроны связаны в куперовские пары, и мерой этой связи является величина $\Delta(0)$, определяющая щель в спектре одночастичных возбуждений.

При T = 0 в БКШ сверхпроводнике нет квазичастиц, а поглощение электромагнитных волн может начаться лишь на оптических частотах $\omega > 2\Delta(0)/\hbar$ – энергия 2 Δ требуется, чтобы разорвать куперовскую пару и создать два возбуждения.

При *T* > 0 из-за тепловых возбуждений возникает конечная вероятность разрушения куперовских пар и появления квазичастиц, которые могут поглощать электромагнитные кванты любой частоты. В положении термодинамического равновесия вероятность возбуждения квазичастиц определяется функцией Ферми

$$f(E_k) = (1 + e^{E_k/k_B T})^{-1}, (1.14)$$

где E_k – энергия элементарного возбуждения: $E_k = \sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta^2}$, ϵ_k – кинетическая энергия электрона в нормальной фазе с волновым вектором **k**, отсчитанная от уровня Ферми, k_B – постоянная Больцмана. Формально эти квазичастичные возбуждения подобны соответствующим возбуждениям в нормальном металле, что можно использовать, например, для построения двухжидкостных моделей. Модель БКШ, однако, отличается от этих моделей из-за эффектов когерентности, математическое происхождение которых связано с особенностью в плотности состояний $N_s(E)$ квазичастиц сверхпроводника вблизи уровня Ферми. С общефизической точки зрения смысл так называемых факторов когерентности разбирался Шриффером [13]. Плотность состояний $N_s(E) = \frac{d\nu}{dE} = \frac{d\nu}{d\epsilon} \frac{d\epsilon}{dE}$, где $d\nu$ – число уровней в интервале энергий dE. Так как плотность электронных состояний в нормальном металле вблизи уровня Ферми на одну проекцию спина $N(0) = \frac{d\nu}{d\epsilon}$, то в модели БКШ

$$N_{s}(E) = \begin{cases} N(0) \frac{E}{\sqrt{E^{2} - \Delta^{2}(T)}}, & E > \Delta(T), \\ 0, & E < \Delta(T), \end{cases}$$
(1.15)

Следовательно, $N_s \to \infty$ при $E \to \Delta$.

В теории БКШ температурная зависимость величины щели $\Delta(\mathbf{k})$ определяется из самосогласованного уравнения вида [13] ("уравнение на щель"):

$$\Delta(\mathbf{k}) = -\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \frac{\operatorname{th}\left(E_{\mathbf{k}'}/2k_B T\right)}{E_{\mathbf{k}'}} \Delta(\mathbf{k}'), \qquad (1.16)$$

где V_{kk'} – матричный элемент потенциала взаимодействия электронов куперовских пар с импульсами *ћ***k** и *ћ***k**'.

Принимаемое в теории БКШ приближение состоит в том, что $V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ предполагается изотропным и постоянным в узком слое энергий вблизи поверхности Ферми толщиной $\hbar\omega_D$ (ω_D – дебаевская частота фононного спектра), а за пределами этого слоя притяжение отсутствует. Таким образом, матричный элемент взаимодействия электронов, сответствующий притяжению, принимается равным

$$V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \begin{cases} -V, & |\epsilon_{\mathbf{k}}|, |\epsilon_{\mathbf{k}'}| < \hbar\omega_D, \\ 0, & |\epsilon_{\mathbf{k}}|, |\epsilon_{\mathbf{k}'}| > \hbar\omega_D. \end{cases}$$
(1.17)

В приближении (1.17) $\Delta(\mathbf{k})$ перестает зависеть от волнового вектора **k**. Также в этом приближении два электрона, составляющие пару, находятся в состоянии взаимного движения с орбитальным моментом L = 0, называемом *s*-состоянием. Поскольку полная волновая функция двух электронов по принципу Паули должна быть антисимметричной по их перестановке, а орбитальное *s*-состояние симметрично, антиссиметрия должна обеспечиваться спиновой частью волновой функции. Поэтому электроны в паре находятся в синглетном по спину состоянии, и полный спин куперовской пары S = 0.

Переходя от суммирования к интегрированию, из (1.16) в приближении (1.17) можно получить в неявной форме зависимость щели от температуры:

$$\frac{1}{N(0)V} = \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{d\epsilon}{\sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2(T)}} \operatorname{th} \frac{\sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2(T)}}{2k_B T}.$$
(1.18)

При T = 0 К уравнение (1.18) определяет величину энергетической щели при нулевой температуре

$$\Delta(0) = \frac{\hbar\omega_D}{\sinh(1/N(0)V)} \approx 2\,\hbar\omega_D \exp\left(-1/N(0)V\right) = 2\,\hbar\omega_D \exp\left(-1/\lambda_{\bar{e}-\bar{e}}\right) \tag{1.19}$$

где $\lambda_{\bar{e}-\bar{e}} = N(0)V$ – параметр, описывающий электрон-электронное притяжение, причем приближенное равенство в (1.19) справедливо в пределе слабой связи $\lambda_{\bar{e}-\bar{e}} \ll 1$.

Температурой сверхпроводящего перехода T_c называют такую температуру, при которой $\Delta(T) \to 0$. В этом случае $E_{\mathbf{k}'} \to |\epsilon_k|$, и спектр возбуждений становится таким же, как в нормальном состоянии. Поэтому в приближении теории БКШ из (1.18) легко получить

$$k_B T_c = \frac{2 \exp(\gamma)}{\pi} \hbar \omega_D \exp(-1/\lambda_{\bar{e}-\bar{e}}) \approx 1.14 \, \hbar \omega_D \exp(-1/\lambda_{\bar{e}-\bar{e}}), \qquad (1.20)$$

где γ – постоянная Эйлера.

Следовательно, обе величины (1.19) и (1.20) связаны универсальным соотношением:

$$\Delta(0) = 1.76 \, k_B T_c. \tag{1.21}$$

Из (1.18) можно получить температурную зависимость щели $\Delta(T)$ при $T \ll T_c$ [8], которая приближенно верна до $T < 0.4 T_c$:

$$\Delta(T) \approx \Delta(0) - \sqrt{2\pi\Delta(0)k_BT} \exp\left[-\Delta(0)/k_BT\right]$$
(1.22)

Эта зависимость является следствием того факта, что изменение Δ связано с появлением квазичастиц, а число квазичастиц пропорционально $\exp[-\Delta(0)/k_BT]$. Эмпирическая формула для температурной зависимости БКШ щели имеет вид $\Delta(t) = \Delta(0)\sqrt{\cos(\pi t^2/2)},$ $t = T/T_c$. Наибольшее расхождение от точной зависимости $\Delta(T)$ эта формула имеет вблизи T_c , расхождение составляет 2-3 %.

Сделав эти предварительные замечания, перейдем к рассмотрению связи между полем и током в сверхпроводнике, находящемся в слабом переменном поле. В координатном пространстве общее выражение для плотности тока имеет вид [14, 15]:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},t) = \frac{3}{4\pi\mu_0\lambda_L^2(0)\xi_0} \,\mathrm{e}^{i\omega t} \int d\mathbf{r}' \,\frac{\mathbf{R} \left[\mathbf{R} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}')\right]}{\mathbf{R}^4} \,I(\omega,R,T),\tag{1.23}$$

где $\mathbf{R} \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}'$,

$$\lambda_L(0) = \left(\frac{2}{3}\mu_0 e^2 N(0) v_F^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$
(1.24)

– лондоновская глубина проникновения поля, $\xi_0 = \hbar v_F / \pi \Delta(0)$ – длина когерентности. Здесь v_F – скорость электрона на уровне Ферми в нормальном состоянии. Характерной длиной, определяющей изменение потенциала $\mathbf{A}(\mathbf{r})$, является глубина проникновения поля λ в сверхпроводящем состоянии и скиновая глубина δ_n в нормальном. В общем случае функция $I(\omega, R, T)$ в (1.23) представляет собой сложное комплексное интегральное выражение, которое может быть вычислено только с помощью численных методов. При $\lambda_L(T) \gg \xi_0$ характерный размер ядра $I(\omega, R, T)$ составляет $\sim \xi_0 \frac{\lambda_L^2(0)}{\lambda_T^2(T)}$. В ядро входит фактор порядка е^{-*R*/*l*}, который учитывает рассеяние на примесях, причем величина *l* в этой экспоненте – средняя длина свободного пробега электрона в нормальном состоянии.

В сверхпроводящем состоянии функциональная связь между током и электромагнитным полем частоты $\omega \ll 2\Delta(0)/\hbar$ (1.23) зависит от значения параметра $\omega \tau$ и соотношения между тремя величинами, имеющими размерность длины: длиной свободного пробега l, длиной когерентности ξ_0 и глубиной проникновения поля λ в сверхпроводник. При переходе в нормальное состояние зависимость (1.23) определяется значением параметра $\omega \tau$ и соотношением между длиной свободного пробега l и скиновой глубиной δ_n .

Линейная связь между компонентами фурье-разложений (по времени и координате) плотности тока и векторного потенциала имеет вид:

$$\mathbf{j}(q,\omega,T) = -\frac{1}{\mu_0} K(q,\omega,T) \,\mathbf{A}(q,\omega). \tag{1.25}$$

В периодическом электромагнитном поле $\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -i\omega \mathbf{A}$ ток выражается через проводимость $\sigma(q, \omega, T)$

$$\mathbf{j}(q,\omega,T) = \sigma(q,\omega,T) \,\mathbf{E}(q,\omega). \tag{1.26}$$

Сравнивая (1.25) и (1.26), получаем:

$$\sigma(q,\omega,T) = \frac{1}{i\omega\mu_0} K(q,\omega,T).$$
(1.27)

В общем случае теория высокочастотного отклика сверхпроводников в модели БКШ крайне сложна с математической точки зрения (подробный обзор можно найти в классическом обзоре Нама [15]).

Изучаемые нами сверхпроводники в нормальном состоянии удовлетворяли условию нормального скин-эффекта $\delta_n \gg l$. В сверхпроводящем состоянии этих материалов $\lambda \gg$ ξ, l , поэтому для связи импеданса Z(T) и проводимости $\sigma(T)$ можно использовать локальные соотношения (1.6)-(1.12). Мы рассмотрим ниже температурные зависимости проводимости в лондоновском чистом и грязном случаях модели БКШ.

В чистом $(l \gg \xi_0)$ лондоновском $(\lambda \gg \xi)$ пределе при $\omega \tau \ll 1 (\sim 0.01)$ (это условие выполняется, например, при $\omega \to 0$) температурную зависимость $\sigma_2(T)$ можно найти из температурной зависимости щели $\Delta(T)$ [1, 8]:

$$\frac{\sigma_2(T)}{\sigma_2(0)} = \frac{\lambda^2(0)}{\lambda^2(T)} = \left(1 - \frac{T}{\Delta(T)} \frac{d\Delta(T)}{dT}\right)^{-1}.$$
(1.28)



Г/Т рис. 1.2: Температурные зависимости $\lambda^2(0)/\lambda^2(T) = \sigma_2(T)/\sigma_2(0)$ для чистого и грязного пределов в модели БКШ и ГК.

Ту же температурную зависимость глубины проникновения можно получить из определения нормальной и сверхтекучей компонент сверхпроводящей жидкости модели ГК в теории БКШ:

$$\frac{\lambda^2(0)}{\lambda^2(T)} = 1 - \int_{-\infty}^{+\infty} d\epsilon \left(-\frac{\partial f(E)}{\partial E}\right) = 1 - \frac{1}{2T} \int_0^{+\infty} \frac{d\epsilon}{\operatorname{ch}^2(\sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2(T)}/2k_B T)}.$$
 (1.29)

В области низких температур $T < 0.4 T_c$ из (1.22) и (1.28) получаем:

$$\frac{\sigma_2(T)}{\sigma(T_c)} \approx \frac{1}{\omega\tau} \left(1 - \sqrt{2\pi\Delta(0)/k_B T} \exp\left[-\Delta(0)/k_B T\right] \right). \tag{1.30}$$

В пределе грязного ($\xi_0 \gg l$) лондоновского ($\lambda \gg \xi$) сверхпроводника, как показал Тинкхам [16], значение $\sigma_2(T)$ вычисляется точно

$$\frac{\sigma_2(T)}{\sigma(T_c)} = \frac{\pi \Delta(T)}{\hbar \omega} \operatorname{th}\left(\frac{\Delta(T)}{2k_B T}\right). \tag{1.31}$$

В области низких температур $T < 0.4 T_c$ из (1.22) и (1.31) получаем:

$$\frac{\sigma_2(T)}{\sigma(T_c)} \approx \frac{\pi \Delta(0)}{\hbar \omega} \left(1 - \left(2 + \sqrt{2\pi k_B T / \Delta(0)} \right) \exp\left[-\Delta(0) / k_B T \right] \right). \tag{1.32}$$



Рис. 1.3: Температурные зависимости действительной и мнимой частей проводимости, рассчитанные в модели БКШ для разных значений $\omega \tau$ (или l/ξ_0) при $\Delta(0)/\hbar\omega=15$.

Из (1.31) следует, что в грязном пределе в терминах модели ГК даже при T = 0 не все электроны находятся в сверхпроводящей жидкости, а только их часть, равная $n_s(0)/n = l/\xi_0$.

В промежуточном случае $l \sim \xi_0$ кривая $\sigma_2(T)/\sigma_2(0)$ лежит в области между температурными зависимостями $\sigma_2(T)/\sigma_2(0)$ для чистого и грязного пределов (см. рис. 1.2). При этом с достаточной точностью выполняется соотношение [16] :

$$\frac{\sigma_2(0)}{\sigma(T_c)} = \frac{v_F}{\omega(l+\xi_0)}.\tag{1.33}$$

Для действительной части проводимости $\sigma_1(T)$ в пределе грязного лондоновского сверхпроводника [16], с логарифмической точностью верно:

$$\frac{\sigma_1(T)}{\sigma(T_c)} \approx \frac{\Delta(T)}{2k_B T} \operatorname{ch}^{-2} \left(\frac{\Delta}{2k_B T}\right) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(x+\hbar\omega/\Delta)}} \approx \frac{\Delta(T)}{2k_B T} \operatorname{ch}^{-2} \left(\frac{\Delta}{2k_B T}\right) \ln\left(\frac{\Delta}{\hbar\omega}\right). \quad (1.34)$$

Из-за логарифмического множителя в (1.34), проводимость $\sigma_1(T)$ возрастает по сравнению с $\sigma(T_c)$ при переходе в сверхпроводящее состояние сразу ниже T_c . Однако в области $T \ll T_c$ функция $\sigma_1(T)$ экспоненциально падает до нуля. Следовательно, в температурной зависимости действительной части микроволновой проводимости имеется максимум при $T \gtrsim 0.85 T_c$, называемый когерентным пиком. Численный счет показывает, что с увеличением τ амплитуда когерентного пика уменьшается, и он исчезает при выполнении условия $\omega \tau \gtrsim 0.5$ (см. рис. 1.3).

Сравнив выражения (1.13) и (1.28), (1.31) и (1.34), видно, что в отличие от ГК модели зависимости комплексной проводимости $\sigma(T)$ и поверхностного импеданса Z(T) в БКШ модели имеют следующие особенности:

1) преобладающий при $T < 0.4, T_c$ экспоненциальный ход этих величин, для изменения компонент поверхностного импеданса ΔR и ΔX в чистом лондоновском пределе верно

$$\Delta R \propto \frac{1}{T} \exp[-\Delta(0)/kT] \qquad \Delta X \propto \frac{1}{\sqrt{T}} \exp[-\Delta(0)/kT],$$
(1.35)

а для грязного лондоновского предела выполняются соотношения

$$\Delta R \propto \frac{1}{\sqrt{T}} \exp[-\Delta(0)/kT] \qquad \Delta X \propto \exp[-\Delta(0)/kT];$$
(1.36)

2) приблизительно вдвое меньший наклон кривой $\sigma_2(T)/\sigma_2(0)$ при $T \to T_c;$

3) возникающий из-за логарифмического множителя в (1.34) рост $\sigma_1(T)$ в интервале 0.85 $< T/T_c < 1$ (когерентный пик). В стандартной двухжидкостной модели невозможно объяснить превышения $\sigma_1(T)$ над $\sigma(T_c)$, т.к. для этого потребовалось бы количество одних только нормальных носителей n_n , превышающее их общее число n.

1.4 Теория сильной связи

Теория БКШ дала объяснение многим экспериментально наблюдаемым явлениям в сверхпроводниках, несмотря на достаточно приближенный характер модели.

Учет кулоновского отталкивания был сделан в работе [17], где было показано, что температура сверхпроводящего перехода должна определяться не формулой (1.20), а соотношением

$$k_B T_c = 1.14 \,\hbar\omega_D \exp\left(-\frac{1}{\lambda_{\bar{e}-\bar{e}} - \mu^*}\right),\tag{1.37}$$

содержащим наряду с членом $\lambda_{\bar{e}-\bar{e}} = N(0)V$, описывающим электрон-электронное притяжение, также псевдопотенциал μ^* , представляющий эффективное отталкивание электронов на поверхности Ферми из-за кулоновского взаимодействия. Псевдопотенциал μ^* выражается через матричный элемент кулоновского взаимодействия электронов на поверхности Ферми μ , характерную фононную частоту ω_c и энергию Ферми E_F :

$$\mu^* = \frac{\mu}{1 + \mu \ln\left(\frac{E_F}{\hbar\omega_c}\right)} \tag{1.38}$$

Логарифмическое ослабление псевдопотенциала связано с тем, что среднее расстояние электронов в куперовской паре ξ оказывается много больше параметра решетки. В классических сверхпроводниках значение величины μ^* составляет 0.1– 0.2.

В теории БКШ константа электрон-фононной связи $\lambda_{\bar{e}-\bar{e}}$ в формулах (1.19) и (1.20) предполагается малой. Сверхпроводники, для которых неравенство $\lambda_{\bar{e}-\bar{e}} \ll 1$ не выполняется, получили название сверхпроводников с сильной связью. Количественная теория для них строится на основе численных решений уравнений Элиашберга [18], которые учитывают эффект запаздывания в электрон-фононном взаимодействии.

В теории сильной связи величина щели Δ является комплексной функцией частоты ω , мнимая часть Δ приводит к конечному времени жизни возбуждения. Вместо БКШ "уравнения на щель" (1.16) получается система связанных интегральных уравнений для $\Delta(\omega)$ и функции перенормировки $Z(\omega)$ с ядром, которое определяется в сверхпроводящем и нормальном состояниях и выражается через матричные элементы электрон-фононного взаимодействия. Эти уравнения, в которых суммирование производится по мацубаровским частотам $i\omega_m = i\pi T(2m+1), m = 0, \pm 1, \pm 2, ...,$ имеют следующий вид [19]:

$$\Delta(i\omega_n)Z(i\omega_n) = \pi T \sum_m \left[\lambda_{\bar{e}-\bar{e}}(i\omega_m - i\omega_n) - \mu^*(\omega_c)\theta(\omega_c - |\omega_m|)\right] \frac{\Delta(i\omega_m)}{\sqrt{\Delta^2(i\omega_m) + \omega_m^2}}$$
(1.39)

$$Z(i\omega_n) = 1 + \frac{\pi T}{\omega_n} \sum_m \lambda_{\bar{e}-\bar{e}} (i\omega_m - i\omega_n) \frac{\omega_m}{\sqrt{\Delta^2(i\omega_m) + \omega_m^2}}$$
(1.40)

$$\lambda_{\bar{e}-\bar{e}}(i\omega_m - i\omega_n) = 2\int_0^\infty \frac{\Omega\alpha^2 F(\Omega)d\Omega}{\Omega^2 + (\omega_n - \omega_m)^2}$$
(1.41)

Последнее выражение определяет степень связи электронов за счет обмена фононами и выражается через плотность состояний фононов $F(\omega)$ и константу $\alpha^2(\omega)$ связи электронов с фононами с частотой ω .

Линеаризация уравнений Элиашберга дает явное выражение для $Z(\omega)$, так что фактически остается одно уравнение для $\Delta(\omega)$, решение которого определяет критическую температуру T_c :

$$k_B T_c \sim \hbar \omega_D \exp\left(-\frac{1+\lambda_{\bar{e}-\bar{e}}}{\lambda_{\bar{e}-\bar{e}}-\mu^*}\right),$$
(1.42)

где средняя величина взаимодействия $\lambda_{\bar{e}-\bar{e}}$ выражается через через спектральную плотность электрон-фононного взаимодействия $\alpha^2(\omega)F(\omega)$:

$$\lambda_{\bar{e}-\bar{e}} = 2 \int_{0}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \alpha^{2}(\omega) F(\omega).$$
(1.43)

Теория сильной связи позволила получить поправки к целому ряду соотношений, следующих из теории БКШ. Так, в работах [20, 21] была получена формула для T_c , называемая формулой Макмиллана:

$$k_B T_c = \frac{\hbar \omega_{\ln}}{1.2} \exp\left(-\frac{1.04(1+\lambda_{\bar{e}-\bar{e}})}{\lambda_{\bar{e}-\bar{e}} - \mu^*(1+0.62\lambda_{\bar{e}-\bar{e}})}\right),\tag{1.44}$$

где ω_{\ln} – средняя по спектру $F(\omega)$ частота. Формула (1.44) нашла широкое применение для анализа сверхпроводников с сильной связью, хотя частные предположения, которые лежат в основе ее вывода, не позволяют ее использовать как универсальную. Это следует из того, что, во-первых, при ее выводе была использована форма фононного спектра ниобия, во-вторых, предполагалась независимость $\alpha(\omega)$ от частоты ω и, наконец, считалось, что функциональная зависимость T_c от $\alpha^2(\omega)F(\omega)$ определяется только величиной $\lambda_{\bar{e}-\bar{e}}$.

Как показано в работе [22], в теории сильной связи вместо уравнения теории БКШ (1.21) можно использовать формулу

$$\frac{2\Delta_0}{k_B T_c} = 3.53 \left[1 + 12.5 \left(\frac{T_c}{\omega_{\ln}} \right)^2 \ln \left(\frac{\omega_{\ln}}{2T_c} \right) \right], \qquad (1.45)$$

Здесь численные коэфициенты 2 и 12.5 выбраны лучшей апроксимацией параметров известных сверхпроводников этой формулой.

При $\lambda_{\bar{e}-\bar{e}} < 2$ основные соотношения теории БКШ для микроскопических параметров могут быть применены для сверхпроводников с сильной связью с учетом ренормализации, состоящей из двух частей [19]: $Z(T) = \eta_Z(T)Z^{BCS}(X^*,T)$. Здесь Z(T) – необходимая физическая величина (например, поверхностный импеданс), Z^{BCS} – выражение в теории БКШ для данной величины, X^* – параметры в нормальном состоянии, определяющие Z, звездочка означает, что они взяты с учетом ренормализации массы $m^* = m(1 + \lambda_{\bar{e}-\bar{e}})$. Множитель $\eta_Z(T)$ представляет собой коррекцию из результатов теории сильной связи.

Подробное изложение теории сильной связи для случая однозонного изотропного сверхпроводника приведено в обзоре [19] в или книгах [23, 24].

Отличительным свойством систем с сильным взаимодействием является размытие щели в спектре электронных возбуждений. Строго говоря, она вообще отсутствует при $T \neq 0$ [18, 25]. Это приводит к разрушению куперовских пар, расплыванию пика в плотности состояний и подавлению когерентных эффектов. В работе [26] показано, что плотность электронных состояний при конечных температурах отлична от нуля при всех $\hbar\omega$ и в спектре



Рис. 1.4: Зависимости от приведенной температуры $t = T/T_c$ функций $\sigma_2(t)/\sigma_2(0) = \lambda^2(0)/\lambda^2(t)$ (сплошные кривые) и скорости релаксации ядерного спина (штрихи) для констант связи 2 (1,1'); 3.5 (2,2') и 5 (3,3') [26].

сверхпроводников имеются возбуждения с энергиями "внутри щели", что приводит к существенному перераспределению числа нормальных и сверхпроводящих электронов.

Комплексная проводимость $\sigma(T)$ и поверхностный импеданс Z(T) в теории сверхпроводников с сильной связью имеют следующие особенности:

1) При $\lambda_{\bar{e}-\bar{e}} < 2$ основные соотношения теории БКШ для $\sigma(T)$ и Z(T) могут быть применены для сверхпроводников с сильной связью с учетом ренормализации массы $m^* = m(1 + \lambda_{\bar{e}-\bar{e}})$. Так, в чистом лондоновском сверхпроводнике для глубины проникновения поля $\lambda_{SC}(0)$ верно равенство [27]:

$$\lambda_{SC}(0) = \lambda_{BCS}(0)\sqrt{1 + \lambda_{\bar{e}-\bar{e}}}.$$
(1.46)

2) С увеличением константы связи когерентный пик в проводимости $\sigma_1(T)$ (или скорости релаксации ядерного спина) уменьшается, а если константа связи достаточно велика $(\lambda_{\bar{e}-\bar{e}} > 2)$, исчезает совсем [2, 26, 28]. Это демонстрируют штриховые кривые на рис. 1.4. При $\lambda_{\bar{e}-\bar{e}} > 2$ механизм возбуждения нормальных квазичастиц становится принципиально другим по сравнению с моделью БКШ: они возникают уже без переброса через энергетическую щель и могут находиться в состояниях с любой энергией вплоть до $\hbar\omega = 0$. При этом в области низких температур можно получить неэкспоненциальные зависимости R(T) [29] и $\lambda(T)$ [30].

3) Наклон кривых $\sigma_2(T)/\sigma_2(0)$ вблизи T_c увеличивается по сравнению с результатом теории БКШ. Численно рассчитанные кривые $\lambda^2(0)/\lambda^2(T)$ в изотропной модели сильной связи [26, 28, 31] оказались похожими на зависимость $n_s(t)/n = 1 - t^4$ в двухжидкостной модели.

1.5 Обобщенная двухжидкостная модель

Существует простой способ описания всей совокупности наблюдаемых зависимостей $Z_{ab}(T)$ и $\sigma_{ab}(T)$ в ВТСП, который был предложен в [32, 33] и затем развит в работах [34, 35]. Поскольку ниже будет говориться о проникновении электромагнитного поля только в купратные *ab*-плоскости, индекс *ab* в обозначении величин будет опущен.

Идея состоит в обобщении двухжидкостной модели Гортера-Казимира [11] на случай ВТСП, общим признаком которых являются большие значения T_c . В металлах при таких температурах существенны процессы неупругого рассеяния квазичастиц и, следовательно, естественным изменением ГК модели должен быть учет зависимости времени релаксации $\tau(T)$ квазичастиц "нормальной жидкости" от температуры. Полагая, что процессы рассеяния в этой жидкости подобны происходящим в обычных металлах, для функции $\tau(T)$ в нормальном и сверхпроводящем состояниях ВТСП мы использовали формулу Блоха-Грюнайзена (электрон-фононное рассеяние) и оставили независящее от температуры время релаксации на примесях $\tau(0)$, фигурирующее в ГК модели:

$$\frac{1}{\tau(t)} = \frac{1}{\tau(0)} \left[1 + \frac{t^5 \mathcal{J}_5(\kappa/t) / \mathcal{J}_5(\kappa)}{\beta} \right], \qquad \mathcal{J}_5(\kappa/t) = \int_0^{\kappa/t} \frac{z^5 e^z dz}{(e^z - 1)^2}, \tag{1.47}$$

где $t \equiv T/T_c$, $\kappa = \Theta/T_c$ (Θ – дебаевская температура) и β – численный параметр, равный, согласно (1.47), $\beta = \tau(T_c)/[\tau(0) - \tau(T_c)]$. Продолжая формальную аналогию с металлами, можно сказать, что β характеризует "степень чистоты" ВТСП: $\beta \approx \tau(T_c)/\tau(0) \ll 1$, если $\tau(0) \gg \tau(T_c)$. Величина, отвечающая температуре Θ в ВТСП, оценивается в несколько сотен градусов. При $T < \Theta/10$ ($\kappa > 10t$) второе слагаемое в квадратных скобках (1.47) пропорционально T^5 ; при $T > \Theta/5$ ($\kappa < 5t$) оно пропорционально T. Таким образом, при $\beta < 1$ обратное время релаксации (коэффициент затухания квазичастиц) равно $1/\tau(0)$ в области $T \ll T_c$, а с увеличением температуры плавно растет степенным образом от $\propto T^5$ до $\propto T$ в районе T_c , обеспечивая при $T > T_c$ линейный ход сопротивления $\Delta \rho(T) \propto 1/\tau(T) \propto T$.





Рис. 1.5: Температурные зависимости R из работы [36] при f = 1.14 и 2.25 ГГц. Сплошной линией показаны расчеты в рамках ОДМ $\tau(T_c) = 10^{-13}$ с, $\beta = 0.005$. Штриховая линия соответствует замене t^5 в формуле (1.47) на t^4 , а пунктирная на t^6 .

Рис. 1.6: Сравнение ОДМ ($R_{res}(75.3\Gamma\Gamma\mu) = 0.3$ мОм) с температурными зависимостями поверхностного сопротивления YBa₂Cu₃O_{7-x} на более высоких частотах [34, 36].

Времена релаксации при температурах T = 0 и $T = T_c$ находятся из следующих соотношений:

$$\omega \tau(T_c) = \frac{X^2(0)}{2R^2(T_c)} \qquad \omega \tau(0) = \left. \frac{dR}{dX} \right|_{T \to 0}.$$
(1.48)

Несмотря на сильное упрощение, сделанное при выборе вида $\tau(T)$ для ВТСП со сложной зонной структурой, оказалось, что все общие черты и особенности кривых R(T) и $\sigma_1(T)$, как при $T < T_c$, так и при $T > T_c$ описываются в ОДМ с использованием единственного подгоночного параметра κ в (1.47) (подробнее см. [34]). Используя зависимость (1.47) и измеренную температурную зависимость плотности сверхпроводящих носителей мы можем вычислить значения поверхностного сопротивления R(T) по формуле (1.6). На Рис. 1.5 результаты таких расчетов сравниваются с экспериментальными данными из работы [36]. Для сравнения на этом же графике приведены зависимости поверхностного сопротивления, полученные заменой члена t^5 в формуле (1.47) на t^4 и t^6 .

При низких частотах остаточное сопротивление $R_{\rm res} = R(T)|_{T\to 0}$ в высококачественных монокристаллах YBa₂Cu₃O_{7-x} столь мало, что можно обойтись без его учета. При повышении частоты $R_{\rm res}$ возрастает, как правило, как квадрат частоты. По этой причине к рассчитанной на рисунке 1.6 зависимости R(T), соответствующей наибольшей частоте $f = 75.3 \ \Gamma \Gamma$ ц, была добавлена константа $R_{\rm res}$.

1.6 Модель слабой связи с d-симметрией параметра порядка

Считается, что параметр порядка в ВТСП соединениях имеет *d*-симметрию, хотя микроскопический механизм, приводящий к появлению сильного притяжения с такой симметрией, до сих пор не ясен. Однако наиболее важные черты ВТСП можно понять на примере обобщения теории БКШ на случай орбитального момента пары L = 2 [37, 38], которое состоит в постулировании сильно анизотропного потенциала притяжения $V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ подходящего вида – этот потенциал должен соответствовать тетрагональной симметрии кристаллов ВТСП и приводить к спариванию с моментом L = 2.

Поскольку ВТСП-кристаллы имеют слоистую структуру, в простейшем случае можно считать поверхность Ферми почти цилиндрической и ограничиться рассмотрением сечения ферми-поверхности плоскостью (a, b). Тогда соответствующая *d*-состоянию угловая зависимость волновой функции пары имеет вид $v_k \sim k_x^2 - k_y^2 \sim \cos(2\varphi_k)$, где φ_k отсчитывается от направления кристаллографической оси *a*. Щель $\Delta_{k_x^2-k_y^2}(T)$ в спектре одночастичных возбуждений также зависит от направления квазиимпульса **k** возбуждения и имеет вид

$$\Delta_{k_x^2 - k_y^2}(T) = \Delta_0(T)\cos(2\varphi), \qquad (1.49)$$

где Δ_0 – максимальная величина щели. Такую симметрию щели можно получить, выбрав потенциал притяжения в виде

$$V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = -2V\cos(2\varphi_{\mathbf{k}})\cos(2\varphi_{\mathbf{k}'}). \tag{1.50}$$

Это означает, что сильнее всего притягиваются электроны с импульсами, близкими к направлениям кристаллических осей, в то время как по диагоналям притяжение отсутствует.

Сверхпроводник с *d*-симметрией орбитального момента пары обладает двумя важнейшими свойствами (рис. (1.7)):

1) щель $\Delta_{k_x^2-k_y^2}$ равна нулю вдоль четырех линий цилиндрической Ферми-поверхности;





Рис. 1.7: Структура щели $\Delta_{k_x^2-k_y^2}$.

Рис. 1.8: Энергетическая зависимость плотности состояний в сверхпроводящем состоянии для s- и d-симметрии параметра порядка.

2) по сравнению с анизотропным параметром порядка в случае *s*-спаривания, например $\Delta_s = \Delta(0) |\cos(2\varphi)|$, *d*-симметричный параметр порядка меняет знак, то есть происходит изменение фазы волновой функции пары v_k при повороте на угол 90°.

При обобщении модели БКШ на *d*-спаривание в положении термодинамического равновесия вероятность возбуждения квазичастиц определяется прежней формулой

$$f(E_k) = (1 + e^{E_k/k_B T})^{-1}, (1.51)$$

но энергия элементарного возбуждения E_k зависит теперь от направления \mathbf{k} : $E_k = \sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta_0^2 \cos^2(2\varphi_k)}.$

Проведя рассуждения, аналогичные сделанным в модели БКШ, можно получить выражение для плотность квазичастичных состояний $N_s(E)$:

$$N_s(E) = N(0) \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta_{k_x^2 - k_y^2}^2}} \Theta(E^2 - \Delta_{k_x^2 - k_y^2}^2).$$
(1.52)

На рис. (1.8) показаны плотности состояний для изотропного *s*- и *d*-параметра порядка. Видно, что нули щели имеют важное следствие, проявляющееся при малых энергиях –



Рис. 1.9: Температурные зависимости щели в спектре элементарных возбуждений (слева) и $\lambda^2(0)/\lambda^2(T)$ (справа) для *s*- и *d*-симметрии параметра порядка.

при E > 0 плотность состояний $N_s(E)$ нигде не обращается в нуль, а плавно убывает при $E \to 0: N_s(E) \approx N(0) \frac{E}{\Delta_0}.$

В теории БКШ температурная зависимость величины щели $\Delta(\mathbf{k})$ определяется из самосогласованного уравнения вида (1.16), поэтому переходя в этом уравнении от суммирования к интегрированию и учитывая зависящий от направления k потенциал притяжения (1.50), в приближении (1.17) можно получить в неявной форме зависимость щели от температуры [39]:

$$\frac{1}{2N(0)V} = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{\cos^2(2\varphi)d\epsilon}{\sqrt{\epsilon^2 + \Delta_0^2(T)\cos^2(2\varphi)}} \, \mathrm{th} \frac{\sqrt{\epsilon^2 + \Delta_0^2(T)\cos^2(2\varphi)}}{2k_B T}.$$
 (1.53)

Рассмотрев решения этого уравнения в предельных случаях T = 0 и $\Delta(T) = 0$, можно получить соотношение, аналогичное (1.21) для *s*-спаривания, но с иным коэфициентом:

$$\Delta_0(0) = 2.14 \, k_B T_c. \tag{1.54}$$

Как видно из рис. (1.9), температурная зависимость щели для случая *d*-спаривания, полученная численным решением уравнения (1.53), мало отличается от температурной зависимости щели для *s*-спаривания. Лондоновская глубина проникновения поля определяется из выражения, аналогичного (1.29) с учетом угловой зависимости параметра порядка:

$$\frac{\lambda^2(0)}{\lambda^2(T)} = 1 - \frac{1}{2T} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \int_0^{+\infty} \frac{d\epsilon}{\operatorname{ch}^2(\sqrt{\epsilon^2 + \Delta_0^2(T)\cos^2(2\varphi)}/2k_B T)}.$$
 (1.55)

В области низких температур $T < 0.2 T_c$ из (1.55) получаем линейную температурную зависимость $\Delta \lambda(T) = \lambda(T) - \lambda(0)$:

$$\frac{\lambda^2(0)}{\lambda^2(T)} \approx 1 - 2\ln 2 \frac{T}{\Delta_0(T)}.$$
(1.56)

Введение магнитных и немагнитных примесей приводит не только к сильному рассеиванию квазичастиц, но и к изменению плотности состояний $N_s(E)$ [40]. В унитарном пределе рассеивания с силой $\Gamma = 1/\tau$ при температурах ниже $T^* = \sqrt{\Gamma\Delta(0)}$ плотность состояний меняется к виду $N_s(E) \approx N(0) \frac{T^*}{\Delta(0)} + CE^2$, что приводит к смене температурной зависимости изменения глубины проникновения поля с линейной к квадратичной:

$$\Delta \lambda = C \frac{T^2}{T + T^*} \tag{1.57}$$

При $\Gamma/T_c = 0.01$ температура $T^* \simeq 0.12 T_c$, при большем рассеивании $\Gamma/T_c = 0.05$ температура перехода $T^* \simeq 0.27 T_c$ и отсутствует интервал с линейной температурной зависимостью $\Delta\lambda(T)$. Квадратичные температурные зависимости изменения глубины проникновения часто наблюдались в пленках ВТСП, что связано с их низким качеством.

Структура орторомбических ВТСП может привести к смешанной d + s-волновой симметрии щели, которая имеет угловую зависимость вида $\Delta(\mathbf{k}) = \Delta[\cos(2\phi)+r]$, где величина r определяет относительный вклад s-компоненты щели. В случае d + s-симметрии плотность состояний имеет два максимума при $E = \Delta(1 \pm r)$ [38] и отличный от d-симметрии наклон $N(E)/N_0$ при $E \to 0$, что приводит к линейной низкотемпературной зависимости $\Delta\lambda(T)$, но с наклоном, отличным от (1.56).

Глава 2

Методика измерений

Для измерения поверхностного импеданса образцов малого размера, площадь поверхности которых $\sim 1 \text{ мм}^2$, наиболее удобным является метод, предложенный в работе [41]. Основная идея этого метода заключается в том, что образец помещают на торце диэлектрического стержня в резонатор в область практически однородного магнитного микроволнового поля. Резонатор вакуумируют, чтобы температуру стержня можно было менять в широком диапазоне без изменения параметров резонансной системы. Обычно используют стержень из сапфира, так как этот материал обладает высокой теплопроводностью и слабо поглощает СВЧ-излучение. Меняя температуру стержня и измеряя резонансную частоту и добротность резонатора с помещенным внутрь образцом, а затем без него, можно найти температурные зависимости обеих компонент поверхностного импеданса образца.

Эскиз резонаторного блока установки для измерения температурной зависимости поверхностного импеданса на частоте 9.42 ГГц в температурном интервале 5 < T < 300 К показан на рис. 2.1. Мы использовали цилиндрический объемный ниобиевый резонатор диаметром и высотой 42 мм, который омывался снаружи жидким гелием и находился в сверхпроводящем состоянии. В качестве рабочей была выбрана мода H_{011} . Образец помещали в центр резонатора, где на этой моде магнитное СВЧ-поле максимально и однородно, и отсутствует электрическое СВЧ-поле. Отсутствие высокочастотных токов между крышками и цилиндрическими стенками резонатора позволяет использовать разборный резонатор без снижения добротности. В качестве держателя образца использовался сапфировый стержень диаметром 2 мм. Резонатор запитывался СВЧ-мощностью с помощью петель связи. Важной особенностью данной конструкции является возможность регулирования степени связи микроволнового тракта с резонатором во время гелиевого опыта.



Рис. 2.1: Эскиз резонаторного блока.

Это достигается за счет перемещения петель в каналах связей на расстояние вплоть до ~ 5 мм и приводит к изменению нагруженной добротности резонатора от $Q_0^{max} \sim 10^7$ до $Q_0^{min} \sim 10^4$.

2.1 Экспериментальная установка

Для изучения электромагнитных свойств материалов в интервале температур 0.5 < T < 120 К, нами была спроектирована и изготовлена экспериментальная установка.

На рис. 2.2 показана та часть вставки в криостат, которая помещена в жидкий ⁴He. Вставка собрана из тонкостенных (0.3 ÷ 0.5 мм) трубок из нержавеющей стали, соединенных аргоновой сваркой с переходниками и фланцами, сделанными из того же материала. Вставку условно можно разделить на две части: резонаторный блок и блок охлаждения образца.

Основной частью резонаторного блока является объемный цилиндрический ниобиевый резонатор, внутренние диаметр и высота которого равны 14 мм. Он состоит из двух крышек и цилиндрической части. В резонаторе возбуждается мода H_{011} на частоте 28.2 ГГц. Эта мода вырождена с модой E_{111} , поэтому для подавления и смещения по частоте моды E_{111} относительно H_{011} на крышках резонатора оставлены цилиндрические выступы диаметром и высотой 2.5 мм. Для ввода и вывода СВЧ-сигнала в резонаторе используются два отверстия в верхней крышке диаметром 1.6 мм на расстоянии 7 мм друг от друга.

Два размещенных в трубке 1 передающих СВЧ-сигнал волновода внутреннего сечения 3.4 × 7.2 мм² заканчиваются изгибами волноводов типа Е-уголков [42]. Короткие стороны этих уголков длиной 8 мм припаиваются к поддерживающей их латунной шайбе, в них просверлены отверстия, совмещенные с отверстиями в верхней крышке резонатора. Для исключения прямого просачивания микроволнового сигнала между латунной шайбой и верхней крышкой резонатора вокруг отверстий проложены тонкие индиевые уплотнения (на рис. 2.2 они не показаны). В образованные каналы вставлены связи - коаксиальные волноводы с петлями на конце. Размер петли был подобран экспериментально - общая длина центрального проводника 7.5 мм, из них 3.5 мм приходится на петлю. Тефлоновые части коаксиальных волноводов закреплены в тягах, преобразующих вращательное движение регуляторов, расположенных вне криостата при комнатной температуре, в поступательное движение связей. Изменяя расстояние между петлями и резонатором, можно плавно менять степень связи CBЧ-тракта с резонатором непосредственно во время гелиевого опыта.

Нижняя крышка резонатора прижимается к его цилиндрической части сильфоном, играющим роль пружины. Через отверстие в центре нижней крышки диаметром 2 мм в резонатор входит сапфировый стержень диаметром 1 мм, на верхнем торце которого с помощью апьезона закрепляют образец. Вне резонатора к сапфировому стержню крепятся RuO₂ термометр и нагреватель, к ним по обеспечивающей жесткость конструкции толстостенной трубке 2 подведены шесть манганиновых проводов диаметром 0.05 мм. Сапфировый стержень вклеен в медный держатель, который латунной гайкой плотно прижимается к торцу медного стержня. Медный стержень диаметром 10 мм и длиной 110 мм припаян



Рис. 2.2: Конструкция помещенной в криостат части вставки.

к сборнику жидкого ³Не.

Трубка 1, внутренние части волноводов, внутренняя часть резонатора и верхняя часть медного стержня составляют одну вакуумную полость, откачиваемую перед началом эксперимента через трубку 2. После охлаждения вставки остаточный газ вымерзает, и в полости устанавливается высокий вакуум.

Все разборные соединения в цепочке деталей фланец *I* - фланец *II* - цилиндрическая часть резонатора - фланцы детали *III* - фланец детали *IV* герметизируются индиевыми уплотнениями и зажимаются латунными болтами. Для доступа к сапфировому стержню латунные болты, соединяющие фланцы деталей *III* и *IV*, выкручиваются, и резонаторный блок на трубке 1 поднимается вверх, при этом сапфировый стержень, нижняя крышка резонатора на сильфоне и деталь *IV* остаются на месте.

При подаче в блок охлаждения образца газообразный ³Не проходит через трубки *3* диаметром 40 мм и *4* диаметром 25 мм. При откачке ⁴Не из полости криостата до температуры 1.4 К на стенках этих трубок ³Не конденсируется. Из трубки *4* конденсат попадает в сборник жидкого ³Не, и охлаждает медный стержень. Серебряным припоем на трубке *4* закреплена вакуумная рубашка, состоящая из трубок *5* (\oslash 30 мм, l=80 мм), *6* (\oslash 14 мм, l=60 мм) и 7 (\oslash 18 мм, l=50 мм), *8* (\oslash 80 мм, l=80 мм), верхней и нижней крышек. В процессе изготовления вакуумная рубашка была тщательно откачена до высокого вакуума, а для его улучшения при низкой температуре на нижнюю крышку помещен активированный уголь.

Используемый в блоке охлаждения образца газообразный ³Не хранится при комнатной температуре в 25 л баллоне под давлением 0.6 атм (см. рис. 2.3). Контроль количества газа в баллоне производится по манометру. Баллон соединяется с криогенным насосом гибким сильфонным шлангом диаметром 10 мм через вентиль 1. Насос изготовлен из заваренной снизу тонкостенной трубки из нержавеющей стали диаметром 22 мм длиной 90 см, заполненной на 30 см используемым в качестве сорбента активированным углем, и укрепленного сверху вентиля 2 [43]. Для улучшения теплообмена сорбента с гелиевой ванной внутри трубки установлены медные радиаторы. Для охлаждения насоса используется транспортный сосуд Дьюара СТГ-40. Емкости крионасоса достаточно для откачки всего находящегося во вставке ³Не. Вентиль 2 соединен со вставкой длинным гибким сильфонным шлангом диаметром 40 мм.

Ниже приводятся рассчеты, используемых при проектировании блока охлаждения об-

разца и связанных с получением температур ниже 1 К.

Известно, что на границе металла с жидким гелием возникает дополнительное сопротивление, так называемое сопротивление Капицы, связанное с разницей акустических свойств контактирующих веществ. В данной установке это сопротивление возникает на границе жидкого ³He и находящейся в сборнике части медного стержня площадью 10 см². Тепловой поток через границу можно оценить, используя данные из [44], в $\dot{Q}(0.4 \ K) = 5 \cdot 10^{-4} \ Bt/(cm^2 \cdot K) \cdot 10 \ cm^2 \cdot \Delta T = 5 \cdot \Delta T \ mBt$, где ΔT -разница температур жидкого ³He и медного стержня.

Тепловой поток \dot{Q} через твердое тело сечением S и длиной l с разностью температур на концах $\Delta T = T_2 - T_1$ может быть оценен по формуле:

$$\dot{Q} = \overline{\lambda} \frac{S}{l} \Delta T, \qquad (2.1)$$

где $\overline{\lambda}$ – среднее значение теплопроводности материала при температурах на его концах T_1 и T_2 .

Тепловой поток вдоль медного стержня диаметром d = 10 мм и высотой h = 110 мм при температуре 0.4 К ($\lambda_{0.4K} = 10$ Вт/м·К [44]) составляет 6.8 · ΔT мВт, где ΔT - разница температур между торцами стержня.

Шесть заключенных в шелковую изоляцию манганиновых проводов диаметром 0.05 мм и длиной 1 м проходят по трубке 2 от вакуумного разъема вне криостата до фланца детали *IV*. С каждого провода со стороны фланца была снята шелковая изоляция на длине 30 см, эти части были приклеены клеем БФ-2 к верху медного стержня, после чего провода припаивались к термометру и нагревателю. Среднее значение теплопроводности манганина составляет $\overline{\lambda}_{0.4-300\ K} = 18\ \text{Bt/m}$, поэтому тепловой поток непосредственно на медный стержень от манганиновых проводов составляет $\dot{Q} = 6 \cdot 18 \frac{\pi(5 \cdot 10^{-5})^2}{1} 300 = 60\ \text{mkBt}$. Специально для проверки влияния этого теплового потока была сделана конструкция, позволяющая понизить температуру проводов вне криостата до температуры жидкого азота. Минимальная получаемая во вставке температура изменилась при этом менее чем на 10\ \text{mK}, поэтому в дальнейшем эта конструкция не использовалась.

В рабочем состоянии из криостата откачивается ⁴Не до температуры примерно 1.4 К. Поэтому при проектировании максимальный теплоприток к ванной с ³Не по нержавеющим конструкциям рассчитывался исходя из среднего значения теплопроводности нержавеющей стали $\overline{\lambda}_{0.4-1.4 \ K} = 0.2 \ \text{Bt/m·K}$ [45]. Длины находящейся в вакуумной рубашке части нержавеющей трубки 4, нержавеющих трубок 6 и 7 выбирались из условия, что суммарный теплоподвод по ним к сборнику жидкого ³Не будет меньше 100 мкВт.

При температурах ниже 1 К теплопроводность монокристаллического сапфирового стержня оценивается в [46] $\lambda_T = 0.3 \cdot d_{mm}T^3$ Вт/м·К, где d_{mm} – диаметр стержня в миллиметрах. Тепловой поток вдоль сапфирового стержня длиной 10 мм и диаметром 1 мм, находящегося внутри резонатора, при температуре 0.4 К составляет

 $\dot{Q} = 0.3 \cdot 1 \cdot (0.4)^3 \cdot 1 \frac{\pi (0.5 \cdot 10^{-3})^2}{0.1} \Delta T = 1.5 \cdot \Delta T$ мкВт.

Такая оценка накладывает весьма жесткие ограничения на микроволновую мощность, поступающую в резонатор. При низкотемпературных T < 1 К измерениях уровень этой мощности строго контролировался и не превышал 100 нВт.

2.2 Измерительная схема

На рис. 2.3 приведена схема автоматизированной системы для измерения температурных зависимостей добротности и резонансной частоты.

Персональный компьютер через GPIB адаптер Agilent 82357А задает частоту и мощность излучаемого высокостабильным генератором Agilent PSG-L E8244A сигнала. Этот генератор обладает разрешением по частоте до 0.01 Гц и абсолютной стабильностью не хуже 1 кГц в день. Для исключения влияния наводок из питающей сети, он был включен через стабилизатор напряжения. Перед измерениями генератор прогревали в течение нескольких часов.

СВЧ-сигнал подается от генератора по волноводу к резонатору. Прошедшая через резонатор СВЧ-волна по волноводу попадает на волноводный измерительный детектор с диодом Д-607, который работает в квадратичном режиме. Сигнал с детектора через самодельный усилитель с коэффициентом усиления 5000 подается на плату АЦП NI PCI-6014, которая с частотой 200 кГц и разрешением 16 бит производит ввод измеренного напряжения в компьютер.

Регулировку температуры сапфирового стержня производит контроллер LakeShore 340, который с частотой 20 Гц по четырехточечной схеме производит измерение сопротивления RuO₂ термометра, находящегося на сапфировом стержне. Через GPIB адаптер каждое измерение фиксируется в компьютере, а в контроллер вводится требуемое значение температуры и параметры пропорционально-интегрально-дифференциального метода



Рис. 2.3: Измерительная схема.

регулирования температуры. Охлаждающим контуром для регулирования температуры является криосистема, в качестве нагревателя используется находящееся на сапфировом стержне проволочное сопротивление 300 Ом.

Можно выделить три температурных диапазона работы установки:

а) при работе в интервале температур 5 < T < 120 К давление над жидким ⁴Не в криостате поддерживается постоянным с помощью специальной системы;

б) при работе в интервале температур 2 < T < 5 К газ ⁴Не из полости криостата откачивается механическим насосом до давления 2 мм рт. столба, что соответствует температуре жидкого ⁴Не 1.4 К;

в) при работе в интервале температур $0.4 < T < 2~{\rm K}$ газ $^3{\rm He}$ конденсируется в сборнике, и откачивается крионасосом.

Время понижения температуры в полости криостата от 4.2 К до 1.4 К откачкой ⁴Не составляет 45 минут, за это время почти весь ³Не конденсируется в сборник. Откачка

криосорбционным насосом из сборника жидкого ³Не понижает его температуру за 2 минуты от 1.4 K до 0.65 K, а за 20 минут от 0.65 K до 0.5 K. Время работы в данном режиме составляет 4 часа. Для дальнейшего понижения температуры необходимо очистить крионасос от находящегося в нем газа, и провести повторную откачку. При этом температура жидкого ³Не понизится от 0.5 до 0.4 K за 40 минут.

После установки требуемой температуры стержня регистрируется зависимость прошедшей через резонансную систему СВЧ-мощности от частоты в 300 равноудаленных точках из частотного диапазона $[f_0 - 5\gamma_f; f_0 + 5\gamma_f]$, где f_0 и γ_f – резонансная частота и полуширина резонансной кривой, взятые из предыдущего измерения. Для выставления каждой частотной точки на генератор посылается значение частоты и запрос типа "*OPC?"на подтверждение о выполнении перестройки частоты. Примерно через 17 мс, после получения ответа о выставлении частоты, за 2 мс платой АЦП производится 500 измерений напряжения на волноводном измерительном детекторе, которые усредняются и это значение пропорционально мощности прошедшего через резонатор сигнала.

После прохождения всех 300 точек, из полученной зависимости определяются значения резонансной частоты, добротности и амплитуды резонансной кривой.

2.3 Обработка резонансной кривой

Для точного определения параметров резонансной системы из резонансной кривой, необходимо иметь адекватную математическую модель происходящей в ней процессов. Поэтому рассмотрим колебательную систему, в которой есть сила трения, прямо пропорциональная скорости. В случае свободных колебаний, описывающее систему уравнение имеет вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma_\omega \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{2.2}$$

Если эту систему вывести из положения равновесия, то колебания в ней будут затухать со временем по закону:

$$x(t) = X_0 exp(-\gamma_\omega t + i\omega_1 t), \qquad \omega_1^2 = \omega_0^2 - \gamma_\omega^2$$
 (2.3)

Видно, что запасенная в системе энергия уменьшается со временем по закону:

$$W(t) = W(0)exp(-2\gamma_{\omega}t) \tag{2.4}$$
В теории колебаний вводят понятие добротности

$$Q = \frac{\omega_0}{2\gamma_\omega}.\tag{2.5}$$

Лианеризуя зависимость (2.4), легко получить, что на резонансной частоте:

$$Q = 2\pi \frac{\exists \text{нергия, накопленная в резонаторе}}{\exists \text{нергия, рассеиваемая в резонаторе за период}}$$
 (2.6)

В случае, если на резонансную систему действует периодическая сила F с частотой ω , уравнение колебания может быть записано в виде

$$\ddot{x} + 2\gamma_{\omega}\dot{x} + \omega_0^2 x = F_0 exp(i\omega t) \tag{2.7}$$

Решеним является функция вида $x = A(\omega)exp(i\omega t)$, где

$$A(\omega) = \frac{F_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\gamma_\omega\omega}.$$
(2.8)

Видно, что амплитуда колебаний увеличивается при приближении частоты вынуждающей силы к ω_0 , а фаза колебания системы с увеличением частоты отстает от фазы вынуждающей ющей силы.

В эксперименте мы измеряем мощность, то есть квадрат амплитуды:

$$P(\omega) = |A(\omega)|^2 = \frac{F_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma_\omega^2 \omega^2} = \frac{\frac{F_0^2}{4\gamma_\omega^2 \omega^2}}{\left(\frac{\omega_0}{2\gamma_\omega}\right)^2 \left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 1}$$
(2.9)

Это выражение можно переписать, введя обозначение $P_0(\omega) = \frac{F_0^2}{\omega^2 \omega_0^2}$ и используя определение (2.5):

$$P(\omega) = \frac{Q^2 P_0(\omega)}{Q^2 \left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 1}$$
(2.10)

Упростив уравнение (2.10) вблизи резонансной частоты ω_0 при больших значениях добротности Q (т. е. при $\omega_0 \gg \gamma_{\omega}$), получим уравнение резонансной кривой:

$$P(\omega) = \frac{Q^2 P_0}{4Q^2 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2 + 1},$$
(2.11)

где P_0 – независящая от частоты константа. Из этой формулы и (2.5) следует, что γ_{ω} - это полуширина резонансной кривой на полувысоте. Также видно, что амплитуда резонансной кривой прямо пропорциональна квадрату добротности.



Рис. 2.4: Экспериментальная резонансная кривая (символы) и ее апроксимация формулой (2.11) (сплошная линия) На вставке те же данные изображены в логарифмическом масштабе.

Измерения сверхпроводящих образцов начинают с низкой температуры и проводят при минимальных связях СВЧ-тракта с резонатором, при которых достигается максимальная точность измерения малых потерь. Измеренная экспериментально зависимость прошедшей через резонансную систему СВЧ-мощности от частоты апроксимируется формулой (2.11). Таким способом на нашей установке определялись добротности в диапазане значений (0.3 – 4) · 10⁶. Пример экспериментальной записи и ее апроксимации формулой (2.11) показан на рис. 2.4.

При приближении температуры к T_c потери энергии в образце растут, и добротность резонансной системы уменьшается. При этом, как видно из формулы (2.11), проходящий через резонатор сигнал падает, что делает практически невозможным продолжать при том же положении петель связей измерения $P(\omega)$ в нормальном состоянии образца при $T > T_c$. Поэтому расстояние между петлями связей и резонатором уменьшают до величин, обеспечивающих достаточный для измерения уровень сигнала при температурах



Рис. 2.5: Экспериментальная резонансная кривая (символы) и ее апроксимация формулами (2.11) (пунктир) и (2.13) (сплошная линия). На вставке те же данные изображены в логарифмическом масштабе.

больших T_c .

Если петли связей находятся практически в резонаторе, наблюдаемая резонансная кривая не может быть описана формулой (2.11). Это связано с тем, что регистрируемый детектором СВЧ-сигнал проходит не только через резонатор, но еще и через дополнительный канал – непосредственно с одной петли связи на другую. В этом случае по принципу суперпозиции складываются амлитуды электромагнитного поля, мы же наблюдаем в эксперименте мощность, которая пропорциональна квадрату амплитуды:

$$P(\omega) = |A(\omega) + B \exp[i\varphi]|^2, \qquad (2.12)$$

где *B* – амплитуда колебания сигнала прямого просачивания, а φ – фаза сигнала прямого просачивания относительно вынуждающей силы. Используя (2.8) и предполагая, что на резонансной кривой вблизи резонанса фаза сигнала прямого просачивания остается постоянной, вблизи резонансной частоты ω_0 при больших значениях добротности *Q* зависимость приходящей на диод СВЧ-мощности от частоты ω имеет вид:

$$P(\omega) = \frac{A_0^2 + 2A_0B\sin(\varphi) + 2A_0B\cos(\varphi)2Q\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}}{4Q^2(\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0})^2 + 1} + B^2,$$
(2.13)

где введено обозначение $A_0 = Q^2 P_0$. С использованием формулы (2.13) определялись добротности в диапазане значений $(0.2 - 3) \cdot 10^5$, при этом отношение $(B/A_0)^2 \leq 2\%$. Для кривой апроксимации экспериментальных точек формулой (2.13) на рис. 2.5 отношение $(B/A_0)^2 = 1.7\%$.

Следует отметить, что во всех формулах (2.2)-(2.13) в записи используется циклическая частота ω , но они могут быть легко переписаны для используемой в измерениях частоты $f = \frac{\omega}{2\pi}$.

Непосредственно значения добротности, частоты и амплитуды резонанса определяют из полученных в ходе эксперимента данных минимизацией величины $\chi^2 = \langle [P^*(f_i) - P(f_i)]^2 \rangle$, где $P(f_i)$ – экспериментальное значение прошедшей через резонатор мощности на частоте f_i , а $P^*(f_i)$ – теоретическое значение мощности на частоте f_i , определенное по формуле (2.11) или (2.13). Типичное значение χ при апроксимации резонансной кривой единичной амплитуды по точкам, находящихся выше 0.05 амплитуды резонанса, составляло 0.3-0.5%.

В теории СВЧ-резонаторов для различных элементов резонансной системы вводят несколько добротностей [47].

Собственная (ненагруженная) добротность резонатора Q_0 учитывает энергию, рассеянную только в самом резонаторе.

Внешняя добротность (или добротность связи) $Q_{\rm вн}$ определяется энергией, рассеиваемой из резонатора через элемент связи во внешнюю цепь при выключенном генераторе. Отношение собственной добротности к внешней называют коэфициентом связи резонатора с трактом $\beta = Q_0/Q_{\rm вн}$.

Нагруженная добротность резонансного контура $Q_{\rm H}$ учитывает рассеяную в резонаторе энергию и энергию, рассеваемую во внешнюю цепь через все элементы связей. Именно эта добротность подразумевалась в записях всех предыдущих формул (2.2)-(2.13).

В наших измерениях использовалась схема с двумя элементами связи. Входной элемент связи был соединен с генератором, а выходной элемент связи – с измерителем мощности. обозначим добротности и степени связи этих элементов $Q_{\rm BH1}, \beta_1$ и $Q_{\rm BH2}, \beta_2$ соответственно. Тогда из определения добротностей следует, что:

$$\frac{1}{Q_{\scriptscriptstyle \rm H}} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{\scriptscriptstyle \rm BH1}} + \frac{1}{Q_{\scriptscriptstyle \rm BH2}},\tag{2.14}$$

или $Q_0 = Q_{\scriptscriptstyle \rm H}(1 + \beta_1 + \beta_2).$

Как показано в [47], на резонансной частоте для поступившей в резонатор P_{in} и прошедшей через резонатор P_{out} мощностей для резонатора проходного типа с коэффициентами связей β_1 и β_2 верны соотношения:

$$P_{in} = P_0 \frac{4\beta_1(1+\beta_2)}{(1+\beta_1+\beta_2)^2}, \qquad P_{out} = P_0 \frac{4\beta_1\beta_2}{(1+\beta_1+\beta_2)^2}, \tag{2.15}$$

где P_0 – дошедшая от генератора по СВЧ-тракту микроволновая мощность перед входным элементом связи.

Измеренния в ваттах резонансной кривой при постоянной подходящей к резонатору мощности P_0 позволяет определить P_{out} и $Q_{\rm H}$. Предполагая, что $\beta_1 \approx \beta_2$, из соотношение (2.15) можно определить степень связи β и собственнюю добротность Q_0 . Типичные значения степени связи при измерении образца в сверхпроводящем состоянии были $\beta_1 \approx \beta_2 \sim 0.01 \div 0.05$.

Из (2.15) находим, что поглощаемая в резонаторе мощность $P_{diss} = (P_{in} - P_{out})$ равна

$$P_{diss} = P_0 \frac{4\beta_1}{(1+\beta_1+\beta_2)^2}.$$
(2.16)

Последнюю формулу с использованием (2.15) можно переписать в виде $P_{diss} = P_{out}/\beta_2$. Из этой записи видно, что для уменьшения P_{diss} при том же значении P_{out} , необходимо увеличить степень выходящей связи β_2 . При измерениях в низких температурах T < 1 К поглощаемая образцом СВЧ-мощность должна быть как можно меньше (<100 нВт), поэтому мы использовали уровень связи $\beta_1 \approx \beta_2 \sim 0.1 \div 0.3$.

2.4 Связь измеряемых величин и поверхностного импеданса

На рис. 2.1 приведен пример эспериментальной записи температурной зависимости полуширины резонансной кривой $\gamma_{f_0}(T) = f_0/Q_0$ и сдвига резонансной частоты $\Delta f_0(T)$ пустого резонатора и резонатора с монокристаллом YBCO ($\gamma_f, \Delta f$). Полуширины резонансной кривой γ_{f_0} (символы \Box) практически не зависит от температуры, а заметное монотонное



Рис. 2.6: Измеренные температурные зависимости γ_f и Δf в монокристалле YBCO. Черные символы соответствуют резонатору с образцом, белые – без образца. На вставке – низкотемпературные части кривых.

изменение частоты Δf_0 (символы \circ) обусловлено температурной зависимостью диэлектрической и магнитной проницаемостей и тепловым расширением сапфирового стержня.

Найдем связь компонент R(T) и X(T) поверхностного импеданса с измеряемыми величинами Q(T) и $\Delta f(T)$.

Разность средних мощностей потерь в резонаторе с образцом и в пустом резонаторе равна мощности *P*, поглощаемой самим образцом:

$$P = \frac{1}{2} \int\limits_{S} RH_{\tau}^2 dS, \qquad (2.17)$$

где интегрирование тангенциальной составляющей магнитного поля $H_{ au}$ идет по площади S образца.

Энергия, запасенная в резонаторе,

$$W = \frac{\mu_o}{2} \int_{V} H^2 dV = \frac{1}{\omega} \left(\frac{\mu_o H_m}{\eta}\right)^2, \quad \eta = \left[2\mu_o / (\omega \int_{V} (H/H_m)^2 dV)\right]^{0.5}$$
(2.18)

где V – объем резонатора, H – полное поле в резонаторе, H_m – максимальное значение поля в резонаторе.

Разность обратных добротностей резонатора равна

$$\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} = \frac{P}{\omega W} = \frac{R \int_{S} H_{\tau}^2 dS}{\omega \mu_0 \int_{V} H^2 dV} = \frac{R}{\Gamma},$$
(2.19)

где

$$\Gamma = \frac{\omega\mu_0 \int\limits_V H^2 dV}{\int\limits_S H_\tau^2 dS}.$$
(2.20)

Как следует из (2.3) при большич *Q* свободные колебания резонатора при наличии потерь характеризуются комплексной частотой

$$\hat{\omega} = \omega + i\omega/2Q, \qquad (2.21)$$

где $\omega = 2\pi f$ и Q – резонансная частота и нагруженная добротность резонатора.

Пусть при одной и той же температуре комплексная частота резонатора с образцом равна $\hat{\omega}$, а без образца — $\hat{\omega}_0$. Разность $\hat{\omega} - \hat{\omega}_0$ определяет частоту $\hat{\omega}_s$, связанную с внесением образца в резонатор. Из формул (2.21), (2.19) находим величину $\hat{\omega}_s$:

$$\hat{\omega}_s = \omega + \frac{i\omega R}{2\Gamma}.\tag{2.22}$$

Изменение температуры образца, приводящее к изменению его импеданса $\Delta Z(T) = \Delta R(T) + i\Delta X(T)$, можно рассматривать как малое возмущение, результатом которого является сдвиг $\Delta \hat{\omega}(T)_s$ комплексной частоты $\hat{\omega}_s = \hat{\omega}_s(Z)$:

$$\Delta \hat{\omega}_s(T) = \frac{\partial \hat{\omega}_s}{\partial Z} \Delta Z = \frac{\partial \hat{\omega}_s}{\partial Z} (\Delta R + i \Delta X).$$
(2.23)

С другой стороны, согласно (2.22),

$$\Delta \hat{\omega}_s(T) = \frac{i\omega}{2\Gamma} (\Delta R - 2i\Gamma \Delta \omega(T)/\omega), \qquad (2.24)$$

откуда, сравнивая с (2.23), находим изменение поверхностного реактанса образца

$$\Delta X(T) = -2\Gamma \Delta \omega_s(T)/\omega, \qquad (2.25)$$

где $\Delta \omega_s(T) = \Delta \omega(T) - \Delta \omega_0(T).$

Итак, температурные зависимости действительной и мнимой частей поверхностного импеданса определяются из измеренных зависимостей с помощью соотношений:

$$R(T) = \Gamma \left[Q^{-1}(T) - Q_0^{-1}(T) \right] = \frac{2\Gamma}{f_0} \left[\gamma_f(T) - \gamma_{f_0}(T) \right], \qquad (2.26)$$

$$X(T) = -\frac{2\Gamma}{f_0} \left[\Delta f(T) - \Delta f_0(T) \right] + X_0, \qquad (2.27)$$

где Г – геометрический фактор образца (2.20), X₀ – аддитивная константа.

Величина X_0 может быть найдена из условия равенства мнимой и действительной частей импеданса в нормальном состоянии R(T) = X(T) при $T > T_c$. Задача о вычислении величины Γ , зависящей от формы образца, в общем случае может быть решена только численными методами.

Мы используем цилиндрический резонатор, у которого высота равна диаметру h = 2a, в котором возбуждают моду H_{011} . Резонансная частота этой моды равна [48, 49]:

$$f = \frac{c}{2\pi\sqrt{k_c^2 + (\frac{\pi}{2a})^2}},$$
(2.28)

где *с* – скорость света, а *k_ca* - первый корень производной функции Бесселя 1-го порядка, равный *k_ca* ≈ 3.832.



Рис. 2.7: Ориентация образца относительно переменного магнитного поля

Распределение поля в резонаторе на моде H_{011} в цилиндрических координатах (r, φ, z) выглядит следующим образом (центр резонатора имеет координаты (0, 0, a)) [48, 49]:

$$H_{z} = H_{0}J_{0}(k_{c}r)\sin\left(\frac{\pi z}{2a}\right)\cos(\omega t),$$

$$H_{r} = -\frac{\pi}{2k_{c}a}H_{0}J_{1}(k_{c}r)\cos\left(\frac{\pi z}{2a}\right)\cos(\omega t) \approx -0.41H_{0}J_{1}(k_{c}r)\cos\left(\frac{\pi z}{2a}\right)\cos(\omega t),$$

$$(2.29)$$

$$E_{r} = -\sqrt{\frac{\mu_{0}}{2k_{c}a}}\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{2k_{c}a}\right)^{2}}H_{0}L_{1}(k_{c}r)\sin\left(\frac{\pi z}{2k_{c}a}\right)\sin(\omega t) \approx 1.08\sqrt{\frac{\mu_{0}}{2k_{c}}}H_{0}L_{1}(k_{c}r)\sin\left(\frac{\pi z}{2k_{c}a}\right)\sin(\omega t).$$

$$E_{\varphi} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{2k_c a}\right)} H_0 J_1(k_c r) \sin\left(\frac{\pi z}{2a}\right) \sin(\omega t) \approx 1.08 \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} H_0 J_1(k_c r) \sin\left(\frac{\pi z}{2a}\right) \sin(\omega t),$$

$$H_{\varphi} = E_r = E_z = 0,$$

где $J_0(x)$ и $J_1(x)$ – нулевая и первая функции Бесселя соответственно.

Монокристалл ВТСП обычно имеет форму пластинки с размерами $a \sim b \sim 1$ мм, $c \sim 0.1$ мм. Такой образец устанавливался на торце сапфирового стержня так, чтобы ось \hat{c} кристалла была направлена вдоль поля \mathbf{H}_{ω} , $\mathbf{H}_{\omega} \| \mathbf{c}$ (рис. 2.7). При этом высокочастотные токи, определяющие микроволновый отклик кристалла в нормальном и сверхпроводящем состояниях, циркулируют только в *ab*-плоскостях.

Простую оценку геометрического фактора обычно получают из (2.20) в предположении, что напряженность магнитного поля на поверхности образца совпадает с амплитудой H_0 поля в центре невозмущенного резонатора:

$$\Gamma = \frac{\omega\mu_0 V}{2\alpha_0 A}, \qquad \alpha_0 = \frac{V {H_0}^2}{\int\limits_V H^2 dV},$$
(2.30)

где A – площадь ab-грани кристалла, V – объем резонатора, α_0 – константа резонатора, которая может быть определена из формул распределения полей (2.30) для моды H_{011} и

равна $\alpha_0 = 10.6$. Из формулы (2.30) видно, что геометрический фактор образца уменьшается с уменьшением размеров используемого резонатора, и следовательно, с увеличением резонансной частоты как $1/\omega^2$, то есть для одного и того же образца $\Gamma_{28.2GHz} = \Gamma_{9.42GHz}/9$.

Величину Г можно определить экспериментально. Для этого следует измерить проводимость того же материала на постоянном токе. Еще одним методом является измерение импеданса металлического имитатора, имеющего те же размеры, что и образец. Измерив проводимость на постоянном токе объемного объекта, выполненного из того же материала, что и имитатор и, имея в виду малость глубины проникновения по сравнению с геометрическими размерами образца и имитатора, считать Г образца равным экспериментально найденному геометрическому фактору имитатора и не зависящим от температуры.

Несмотря на то, что формула (2.30) дает правильное по порядку величины значение геометрического фактора, она не обеспечивает требуемой точности при исследовании тонких пластин (монокристаллы ВТСП имеют характерный поперечный размер $a \sim 1$ мм и толщину $c \sim 0.1$ мм), т.к. в (2.30) не учтено изменение магнитного поля из-за внесения в центр резонатора образца.

Попробуем уточнить выражение (2.30). Как следует из формулы (2.20), для этого нужно вычислить интеграл квадрата магнитного поля на поверхности образца. Будем использовать представление образца в форме плоской квадратной пластины со слабозакругленными краями [50]. Такой подход приводит к известной величине геометрического барьера для проникновения вихрей с краев образца [50, 51, 52]. При этом в мейснеровском состоянии распределение поля на поверхности пластины принимается равным $H_{\tau}(x) = H_0 x / \sqrt{(a/2)^2 - x^2}, -a/2 + c/4 \le x \le a/2 - c/4$, за исключением очень узкой области ($\approx c/4$) вблизи краев, где $\int_S H_{\tau}^2 dS$ логарифмически расходится. На боковых гранях кристалла поле считается однородным и равным $H_{edge} \approx H_0 \sqrt{a/c}$. В результате при $c \ll a$ интеграл

$$\int_{S} H_{\tau}^{2} dS = 16 \int_{0}^{\frac{1}{2}(a-c/2)} H_{\tau}^{2}(x) x dx + 4acH_{0}^{2}a/c \simeq 2H_{0}^{2}a^{2} \left(\ln\left(\frac{a}{c}\right) + 1\right).$$
(2.31)

Подставляя выражение (2.31) в формулу (2.20), находим геометрический фактор квадратного образца:

$$\Gamma = \frac{\omega\mu_0 V}{2\gamma_0 A} \left(\ln\left(\frac{a}{c}\right) + 1 \right)^{-1}, \qquad (2.32)$$

Для монокристаллов YBCO $a/c \approx 15$, и геометрический фактор вычисленный по формуле (2.32) оказывается приблизительно на 60 % меньше, чем найденный из формулы (2.30).

Точное распределение поля на поверхности вытянутой пластины, т.е. кристалла с размерами $b \gg a > c$, было получено в работе [53]. В этой работе показано, что для очень тонкого кристалла ($c \ll a \ll b$) оценка $\int_{c} H_{\tau}^2 dS$ дается выражением:

$$\int_{S} H_{\tau}^{2} dS \simeq 2H_{0}^{2} ab \left(\frac{\pi}{2} - 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{4\pi a}{c}\right).$$
(2.33)

Для шара радиуса r, помещенного в центр резонатора, работающего на моде H_{011} величина Γ может быть вычислена точно [54]:

$$\Gamma = \frac{\omega\mu_0 V}{6\pi\alpha_0 r^2},\tag{2.34}$$

где V-объем резонатора, константа $\alpha_0 = 10.6$.

Геометрический фактор изотропных кристаллов, имеющих приблизительно кубическую форму, можно найти как [55]:

$$\Gamma_{cube} \approx 0.75 \times \Gamma_{sphere},$$
 (2.35)

где Г_{sphere} – вычисленный по формуле (2.34) геометрический фактор шара, объем которого равен объему образца.

2.5 Точность измерений

При исследовании качественного монокристалла $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ на частоте 28 ГГц в сверхпроводящем состоянии изменение поверхностного сопротивления в низкотемпературной области составляют ~ 10 мкОм/К, а изменение реактанса ~ 100 мкОм/К. Учитывая типичное значение геометрического фактора Г ~ 10 кОм получаем, что необходимо надежно регистрировать изменения полуширины резонансной кривой $\Delta(f/2Q) \sim 15$ Гц/К и резонансной частоты $\Delta f \sim 150$ Гц/К. Кроме того, значение остаточного сопротивления можно измерить с точностью ~ 100 мкОм, т.к. в этом случае мы ограничены воспроизводимостью добротности при разборке-сборке резонансной системы (это значение следует из воспроизводимости ширины резонансной кривой ~ 300 Гц при добротности $Q \sim 10^6$). Изменение резонансной частоты (и ширины резонансной кривой) при переходе из сверхпроводящего в нормальное состояние составляет величину ~ 500 кГц.

Так как резонатор находится в криостате непосредственно в жидком ⁴Не, изменение давления газа над жидкостью приводит к изменению давления на стенки резонатора, а это в свою очередь - к изменению размеров резонатора. Экспериментально было установлено, что изменение давления газа ⁴Не в криостате на 1 мм рт. столба приводит к изменению резонансной частоты на 200 Гц. Поэтому для поддержания внутри криостата постоянного давления Р≈ 1.05 атм нами была разработана специальная система. Ее основу составляет масляный газгольдер объемом 50 литров. Криостат соединялся с газгольдером, который постоянно находился в плавающем состоянии. По мере наполнения газгольдер слегка всплывал и приводил в действие механизм плавной регулировки сечения клапана сброса газа. Накопившиеся в нем газообразный гелий через клапан сбрасывался в общую гелиевую сеть. Таким образом обеспечивалось динамическое равновесие газгольдера и, как следствие, постоянное давление в криостате.

После завершения цикла измерений температурных зависимостей образца требуется обязательное измерение параметров пустого резонатора в том же температурном интервале. При этом всегда надо быть уверенным в воспроизводимости положения сапфирового стержня и петель связи волноводов с резонатором.

Об этом необходимо помнить и контролировать отсутствие амплитудной зависимости измеряемых величин (т.е. нелинейных эффектов). В пустом резонаторе магнитное поле в центре H_m может быть определено из формул (2.6) и (2.18) по измерениям мощности P_{out} сигнала, выходящего из резонатора, и известной добротности Q_2 выходящей связи или мощности P_{diss} сигнала, поглащенного резонатора, и собственной добротности Q_0 :

$$\mu_o H_m = \eta \sqrt{Q_0 P_{diss}} = \eta \sqrt{Q_2 P_{out}}.$$
(2.36)

Коэфициент η рассчитывают из распределения полей в резонаторе (2.30). В наших экспериментах по изучению линейного микроволнового отклика мы работали при малых амплитудах ($H_0 < 0.1$ Э) переменного магнитного поля. В каждом эксперименте проводились контрольные измерения при десятикратно увеличенной амплитуде поля, которые демонстрировали отсутствие нелинейности.

Следует также иметь в виду, что на форму кривой X(T) существенное влияние может оказывать тепловое расширение кристалла. Поскольку резонансная частота определяется

объемом, занимаемым полем, расширение кристалла эквивалентно уменьшению глубины проникновения поля и приводит к дополнительному сдвигу частоты $\Delta f_l(T)$ резонатора [53]:

$$\Delta f_l(T) = \frac{f\mu_0}{8W} \int_s \Delta l_i(T) H_t^2 ds_i, \qquad (2.37)$$

где $\Delta l_i/l_i \equiv \varepsilon_i$ - относительное изменение размера l_i (i = a, b, c) кристалла в следствии теплового расширения, а s_i - поверхность с нормалью l_i . В [55] показано, что вклад теплового расширения ВТСП в общий сдвиг частоты резонатора пренебрежимо мал в области низких температур, но при $T > 0.9 T_c$ он становится заметным.

Глава 3

Поверхностный импеданс кристалла $Ba_{0.4}K_{0.6}BiO_3$ с $T_c \approx 11$ К

Соединение $Ba_{1-x}K_xBiO_3$ при изменении степни допирования калием испытывает структурные трансформации. Базовый состав $BaBiO_3$ согласно расчетам зонной структуры должен быть металлом с наполовину заполненной зоной проводимости. Однако, благодаря образованию волны зарядовой плотности, сопровождающемуся искажением кубической перовскитной решетки до моноклинной, он оказывается диэлектриком. Диэлектрическое состояние простирается вплоть до $x \approx 0.35$, причем при $x \approx 0.13$ моноклинная симметрия решетки сменяется орторомбической. При переходе в металлическую фазу (x > 0.35) решетка становится кубической и при дальнейшем увеличении x структурных переходов не наблюдается [56]. Во всем интервале изменений x деформации решетки невелики, и ячейка остается близкой к кубической.

В металлической фазе $Ba_{1-x}K_xBiO_3$ является сверхпроводником. Кубическая перовскитная структура этого соединения изображена на рис. 3.1. Поскольку это оксид, обладающий структурой перовскита, напрашивается аналогия с купратными высокотемпературными сверхпроводниками (ВТСП). Действительно, температура сверхпроводящего перехода $Ba_{1-x}K_xBiO_3$ при оптимальном допировании ($x \approx 0.4$) довольно велика — $T_c \approx 30$ К (что было рекордом среди не содержащих меди сверхпроводников до появления MgB₂) и его традиционно относят к ВТСП. При этом, однако, $Ba_{1-x}K_xBiO_3$ не содержит атомов переходных металлов, не имеет аналогов плоскостей CuO₂, а его свойства практически изотропны. Кристаллы получают электролизом расплава смеси КОН, $Ba(OH)_2 \cdot 8H_2O$ и Bi_2O_3 в условиях стационарного массопереноса [57, 58]. Кристаллы с температурами перехода $T_c = 11$ и 31 К встречаются в продуктах синтеза чаще и их сверхпроводящие переходы уже остальных. По всей видимости, они соответствуют наиболее устойчивым фазам по содержанию калия. Исследованный нами кристалл $Ba_{0.4}K_{0.6}BiO_3$ $T_c \approx 11$ К был выращен из расплава состава К:Ba:Bi=226:1.2:6.3 при температуре 300^0 С, время роста составляло 9 ч.

Измерения температурных зависимостей поверхностного импеданса оптимально допированного кристалла Ва_{0.6}К_{0.4}ВіО₃ ($T_c \approx 30$ K) на частоте 9.4 ГГц были приведены в статье [32]. Как и в кристаллах ВТСП с тетрагональной решеткой, в нем наблюдали почти линейные температурные зависимости $\lambda(T)$ и R(T) при $T < T_c/2$ [55, 32]; их экстраполяции к $T \rightarrow 0$ дают значения $\lambda(0) \approx 300$ нм и $R_{res} \approx 10$ мОм. Параметры нормального состояния кристалла Ва_{0.6}К_{0.4}ВіО₃ в [32] таковы: $n_0 \approx 3 \cdot 10^{20}$ см⁻³, $\rho(T_c) \approx 600$ мкОм·см, $\tau(T_c) \approx 2 \cdot 10^{-14}$ с, $l(T_c) \sim \xi_0 \approx 3$ нм. Известно, что для оптимально допированного сплава ВаРb_{1-x}Ві_xO₃ с $T_c = 13$ К была также обнаружена низкая концентрация носителей $n \sim 10^{21}$ см⁻³ [59].

Еще одним общим признаком оптимально допированных ВТСП и Ва_{0.6}K_{0.4}BiO₃ является положительная кривизна температурной зависимости верхнего критического поля $B_{c2}(T)$, определяемого по транспортным измерениям в магнитных полях B. Как показано в работах [60, 61, 62], кривые $B_{c2}(T)$ в кристаллах Ва_{0.6}K_{0.4}BiO₃ при соответствующей нормировке координат совпадают с $B_{c2}(T)$ в Tl₂Ba₂CuO₆ и Bi₂Sr₂CaCuO₈.

Изучаемый образец $Ba_{0.4}K_{0.6}BiO_3 T_c \approx 11 K$ имел форму параллеленинеда размером $0.35 \times 0.4 \times 0.5 \text{ мм}^3$, его геометрический фактор $\Gamma = 27 \text{ кОм}$.

На рис. 3.2 символами приведены проведенные в нашей лаборатории [63] измерения температурной зависимости второго критического поля $B_{c2}(T)$ в нормальных $(T, B_{c2}(T))$ и приведенных (t, b(t)) координатах, где $t = T/T_c$ и $b = \frac{B_{c2}(t)}{(-dB_{c2}(t)/dt)_{t=1}}$. Величина $(-dB_{c2}/dt)_{t=1} = 0.653$ Тл. Сплошной линией проведена теоретическая зависимость по теории БКШ в грязном пределе $\xi_0 \gg l$. В приведенных координатах наибольшее отличие в теории БКШ между грязным и чистым пределами наблюдается при t = 0, но оно крайне незначительно: в грязном пределе b(0) = 0.68, а в чистом b(0) = 0.72 [64]. Поэтому с учетом ошибки по экспериментальному значению b(0) нельзя однозначно сказать, в каком из этих двух пределов находится образец. Извлеченное из величины второго критического



Рис. 3.1: Кристаллическая структура Ва_{1-x}K_xBiO₃.

поля $B_{c2}(0) = 0.44$ Тл эффективное значение длины когерентности $\xi = \sqrt{\Phi_0/(2\pi B_{c2})} = 27$ нм. В чистом пределе $\xi \approx \xi_0$, в грязном $\xi \approx \sqrt{\xi_0 l}$.

На рис. 3.3 приведены температурные зависимости компонент поверхностного импеданса R(T) и X(T) в нормальном и сверхпроводящем состояниях кристалла $Ba_{0.4}K_{0.6}BiO_3$.

При $T > T_c$ выполняется условие нормального скин-эффекта R(T) = X(T), что позволяет найти температурную зависимость удельного сопротивления кристалла $\rho(T) = 2R^2(T)/\omega\mu_0$, изображенную на вставке.

Кривые R(T) и $\lambda(T) = X(T)/\omega\mu_0$ в интервале $0.4 \leq T \leq 6$ К показаны на рис. 3.4. Как и в классических сверхпроводниках, в данном кристалле при $T < T_c/4$ сопротивление R(T) выходит на независящий от T уровень остаточных потерь $R_{res} \approx 11.5$ мОм. Также в этом температурном интервале глубина проникновения поля не зависит от T и при $T \to 0$ равна $\lambda(0) \approx 900$ нм.

На вставке к рис. 3.4 через экспериментальные точки при $T < T_c/2$ проведены прямые, которые соответствуют БКШ-зависимостям $\Delta R(T) = R(T) - R_{res} = \frac{A}{\sqrt{T}} \exp(-\Delta(0)/kT)$, $\Delta\lambda(T) = \lambda(T) - \lambda(0) = B \exp(-\Delta(0)/kT)$, где A и B – константы, а $\Delta(0)$ – величина сверхпроводящей щели при T = 0. Обе зависимости дают значение $\Delta(0) \approx (2 \pm 0.1) kT_c$. Коэфициент в последнем выражении больше теоретического БКШ значения 1.76, что указывает на необходимость использования теории сильной связи Элиашберга для точного описания свойств этого сверхпроводника. Экспоненциальное поведение Z(T) при $T < T_c/2$ свидетельствует о *s*-симметрии параметра порядка в нем.



Рис. 3.2: Символами показана температурная зависимость второго критического поля в нормальных (T, B_{c2}) и приведенных (t, b) координатах, где $t = T/T_c$ и $b = \frac{B_{c2}}{(-dB_{c2}/dt)}_{t=1}$. Сплошной линией проведена теоретическая апроксимация этих зависимостей в теории БКШ в грязном пределе $\xi_0 \gg l$.

Так как $\lambda(0) \gg \xi$, то для вычисления $\sigma_2(T)$ можно применить локальное уравнение (1.12). Величина $\sigma_2(0)/\sigma(T_c)$ является важной характеристикой, так как в теории БКШ и теории сильной связи при параметре связи $\lambda < 2$ в чистом пределе ее значение, согласно (1.28), равно $\frac{1}{\omega\tau}$, а в грязном, согласно (1.31), не зависит от ξ_0 и l, и может быть легко определено $\frac{\sigma_2(0)}{\sigma(T_c)} = \frac{\pi \Delta(T)}{\hbar \omega} = 53$. В промежуточном случае, при $l \approx \xi_0$, $\sigma_2(0)/\sigma(T_c) \approx 25$. Экспериментально найденное значение $\sigma_2(0)/\sigma(T_c) = 9.3$, поэтому мы считаем, что $l > \xi_0$, и из формулы для промежуточного случая (1.33) находим $l \approx 5 \xi_0$.

Из известного наклона второго критического поля B_{c2} при $T = T_c$, в чистом случае в теории БКШ имещего вид $(-dB_{c2}/dT)_{T=T_c} = \frac{1.43\Phi_0}{2\pi(1.05\xi_0)^2}(1+1.05\frac{\xi_0}{l})$, получаем $\xi_0 = 28$ нм. Длина пробега носителей $l = 5\xi_0 = 140$ нм, скорость Ферми $v_F = \frac{\pi\xi_0\Delta(0)}{\hbar} = 2.7 \cdot 10^5$ м/с. При $T = T_c$ время релаксации $\tau = l/v_F \approx 5.2 \cdot 10^{-13}$ с, то есть $\omega\tau \approx 0.09$. При соизмеримых значениях l и ξ_0 измеренная глубина проникновения поля $\lambda(0) \approx 900$ нм больше лондоновской глубины $\lambda_L(0) = \lambda(0)/\sqrt{(1+\xi_0/l)} \approx 820$ нм. Следует отметить, что при $\omega\tau \approx 0.09$ численно вычисленная температурная зависимость $\sigma_2(0)/\sigma(T_c)$ в теории



Рис. 3.3: Поверхностное сопротивление R(T) и реактанс X(T) в сверхпроводящем и нормальном (фрагмент) состояниях кристалла $Ba_{0.4}K_{0.6}BiO_3$ на частоте 28.2 ГГц. На вставке – зависимость $\rho(T)$ в интервале $10 < T \le 100$ К.



Рис. 3.4: Зависимости R(T) и $\lambda(T) = X(T)/\omega\mu_0$ в кристалле ВКВО при низкой температуре. На вставке логарифм зависимостей $\Delta R(T) \cdot \sqrt{T} = [R(T) - R_{res}] \cdot \sqrt{T}$ (сплошные квадраты) и $\Delta\lambda(T) = [\lambda(T) - \lambda(0)]$ (пустые квадраты) сравнивается с расчетами в модели БКШ (сплошные линии); их наклоны определяют величину щели $\Delta(0)$.

БКШ соответствует грязному пределу, поэтому для проводимости при низкой температуре применима формула (1.33), то есть при низкой температуре $Z(T) \sim \exp[\Delta(0)/k_BT]$.

Так как $\lambda(0) \gg l$, формула (1.12) применима и для вычисления $\sigma_1(T)$ из измеренных R(T) и X(T). На рис. 3.5 символами показан температурный ход действительной части проводимости $\sigma_1(T)$. При $T \approx T_c$ кривая $\sigma_1(T)$ имеет вид пика. Мы объясняем его происхождение в модели с неоднородным уширением сверхпроводящего перехода [65], в которой предполагается, что разные области сверхпроводника имеют слегка отличающиеся критические температуры. Если размер каждой такой области меньше глубины проникновения поля, то вычисление эффективной проводимости $\sigma^{\text{eff}}(T)$ сводится к усреднению по объему импеданса таких областей, т.е.

$$\sigma^{\text{eff}}(T) = \left(\int_{\delta T_c} f(T_c) / \sigma(T, T_c) dT_c\right)^{-1} , \qquad (3.1)$$

где $f(T_c)$ - такая функция распределения, что объем областей, имеющих критическую температуру в диапазоне $T_c < T < T_c + dT_c$, равен $f(T_c)dT_c$, а δT_c - разброс значений критической температуры. В простейшем случае можно взять $f(T_c)$ в виде распределения Гаусса с шириной δT_c . Эффективная проводимость $\sigma_1^{\text{eff}}(T)$ в этом случае будет иметь пик при $T = T^*$ шириной δT_c . Причиной появления пика в этой модели является то, что области в сверхпроводящем состоянии имеют большую величину мнимой части, которая вносит существенный вклад в $\sigma_1^{\text{eff}}(T)$.

Для лучшей апроксимации экспериментальной кривой $\sigma_1(T)$ вблизи T_c мы использовали функцию $f(T_c) = \frac{0.95}{1\sqrt{\pi/2}} \exp[-2(\frac{T_c-11}{1})^2] + \frac{0.05}{2\sqrt{\pi/2}} \exp[-2(\frac{T_c-13}{2})^2]$. Модельная кривая действительной части проводимости $\sigma_1(T) = (T/T_c)^{2.4}$ показана на рис. 3.5 пунктирной линией и соответствует проводимости $\sigma_1(T)$ в модели сильной связи. Неполное описание амплитуды экспериментального пика связано, во-первых, с приближенным характером модели, а во-вторых, с возможным влиянием неучитываемого нами остатком когерентного пика, заметного на кривой 1' рисунка 1.4.

На рис. 3.6 символами показаны температурные зависимости действительной $\sigma_1(T)$ и мнимой $\sigma_2(T)$ компонент проводимости кристалла $\text{Ba}_{0.4}\text{K}_{0.6}\text{BiO}_3$. Линиями проведены теоретические температурные зависимости проводимости: пунктирная соответствует модели ГК, штриховая – теории БКШ, сплошная – теории Элиашберга.

Видно, что теория БКШ плохо описывает температурные зависимости обеих компонент проводимости. Пик вблизи T_c в экспериментальной записи $\sigma_1(T)$ не является БКШ



Рис. 3.5: Температурная зависимость нормированной действительной части проводимости σ_1 (пустые квадраты). Пунктирная линия соответствует модельной проводимости, использованной для расчета показанной сплошной линией $\sigma_1^{\text{eff}}(T)$.

когерентным пиком.

Модель ГК достаточно хорошо описывает экспериментальную зависимость $\sigma_2(T)$, но проходит ниже экспериментальной $\sigma_1(T)$.

В теории сильной связи согласно формулам (1.43), (1.44) и обзору [19] при $\Delta \approx 2 kT_c$ средняя частота фононного спектра $\omega_{\ln} \approx 10$ мэВ. Константа электрон-фононной связи лежит в интервале значений $\lambda_{\bar{e}-\bar{e}} = 1.2 \div 1.8$ при значении кулоновского псевдопотенциала $\mu^* = 0.1 \div 0.2$. Для значений константы электрон-фононной связи из этого интервала верна формула (1.46), из которой мы можем получить глубину проникновения поля без учета ренормализации массы $\lambda_{BCS} \approx 500$ нм. Используя формулу $\lambda_{BCS}(0) = \sqrt{m/\mu_0 n_0 e^2}$ и принимая за m массу свободного электрона, можно оценить концентрацию носителей заряда $n_0 \approx 1.5 \cdot 10^{20}$ см⁻³.

Сплошные кривые на рис. 3.6 взяты из работы [26]. Они построены для константы



Рис. 3.6: Температурные зависимости нормированных действительной σ_1 (пустые квадраты) и мнимой σ_2 (пустые кружки) компонент проводимости, вычисленные из измеренных R(T) и X(T) по формуле (1.12). Линиями проведены теоретические температурные зависимости проводимости: пунктирная соответствует модели ГК, штриховая – теории БКШ, сплошная – теории Элиашберга.

связи $\lambda_{\bar{e}-\bar{e}} = 2$ с использованием модельной спектральной функции Элиашберга. Видно, что действительная часть проводимости в модели сильной связи совпадает с измеренной $\sigma_1(T)$ при $T < 0.8 T_c$.

При таких параметрах сильной связи для B_{c2} в приведенных координатах значение b(0)лежит в интервале (0.65, 0.74) [19]. Меньшее значение соответствует грязному пределу, а большее – чистому. Экспериментальное значение $b(0) \approx 0.69$ в данном случае соответствует промежуточному случаю $\xi_0 \sim l$.

Таким образом, Ва_{0.4}K_{0.6}BiO₃ с *T_c* ≈ 11 К является лондоновским сверхпроводником с синглетным *s*-типом спаривания и достаточно сильным электрон-фононным взаимодействием.

Глава 4

Влияние псевдощели на плотность сверхпроводящей жидкости в YBa₂Cu₃O_{7-x}

4.1 Поверхностный импеданс кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x} на частоте 9.4 ГГц

Монокристаллы YBa₂Cu₃O_{6.93} были выращены методом медленного охлаждения из раствора в расплаве с использованием тигля из цирконата бария BaZrO₃. Исходную шихту готовили смешиванием оксидов в отношении массовых долей Y_2O_3 : BaO₂ : CuO = 1 : 25 : 24 и последующим прессованием смеси в таблетку диаметром 40 мм под давлением 200 МПа. Чистота исходных компонентов составляла 99.95% для оксидов иттрия и меди и 99.90% для пероксида бария. Режим нагрева и длительность гомогенизации расплава выбирали, учитывая пористость материала тигля (2%). Предварительные эксперименты показали, что при рабочей температуре используемый расплав пропитывает стенки тигля на полную толщину (3мм) за 5-7 часов. Через 10 часов рост кристаллов прекращается из-за полного удаления расплава из тигля. Для сокращения времени гомогенизации расплава, которое составляет 10-20 часов при 1030°С по данным [66], использовалось ускореннозамедленное вращение тигля [67], обеспечивающее интенсивное перемешивание расплава. Время гомогенизации раствор-расплава при 1010°С не превышало одного часа. При скоростях охлаждения 3-4 градуса в час время роста монокристаллов составило два часа,

после чего при температуре около 950°C оставшийся расплав декантировали внутри печи переворотом тигля, и печь охлаждали со скоростью 15-30 градусов в час до комнатной температуры. Монокристаллы насыщали кислородом при 500°C в токе кислорода, после чего их критическая температура составляла 92 К.

Изучаемый образец имел форму вытянутого параллелепипеда с размерами $a \times b \times c = 0.4 \times 1.6 \times 0.1 \text{ мм}^3$. Геометрический фактор образца, вычисленный по формуле (2.33), равен $\Gamma = 90$ кОм. Поверхностный импеданс $Z_{ab}(T)$ измерялся на частоте f = 9.42 ГГц. На рис. 4.1 приведены температурные зависимости компонент $R_{ab}(T)$ и $X_{ab}(T)$ в нормальном и сверхпроводящем состояниях кристалла YBa₂Cu₃O_{6.93}.

На верхней вставке рис. 4.1 показаны измеренные температурные зависимости ΔQ^{-1} (квадраты) и $-2\Delta f/f$ (треугольники) в нормальном состоянии кристалла. Кривые $\Delta Q^{-1}(T)$ и $-2\delta f(T)/f = -2[\Delta f(T) + \Delta f_l(T) + f_0]/f$ (кружки) накладываются друг на друга при учете дополнительного сдвига частоты $\Delta f_l(T)$ из (2.37), обусловленного тепловым расширением кристалла, и независящей от температуры константы f_0 . Совпадение кривых $\Delta Q^{-1}(T)$ и $-2\delta f(T)/f$, и, следовательно, вытекающее из (2.26) и (2.27) равенство $R_{ab}(T) = X_{ab}(T)$ при $T > T_c$ свидетельствуют о выполнении условия нормального скин-эффекта в *ab*-плоскостях монокристалла YBa₂Cu₃O_{6.93}.

С целью уменьшения содержания кислорода образец отжигался в течении двух суток в воздухе при высоких температурах и атмосферном давлении, после чего проводилась закалка в жидком азоте. Для предотвращения деградации поверхности образца последний засыпался буфером из порошка YBa₂Cu₃O_{7-x} объемом несколько кубических сантиметров. Отжиг при температурах 500, 520, 550, 600, 720 °C привел, соответственно, к критическим температурам $T_c = 92, 80, 70, 57, 41$ К. Перед измерениями образец выдерживался при комнатной температуре в течении нескольких суток для установления равновесного распределения кислорода. Ширина сверхпроводящего перехода, согласно измерениям восприимчивости на частоте 100 кГц, составляла 0.5 К в оптимально допированном (x = 0.07) состоянии, но увеличивалась с ростом x, достигая 4 К при x = 0.47. Используя эмпирическое соотношение [68] $T_c = T_{c,max}[1 - 82.6(p - 0.16)^2]$ с $T_{c,max} = 92$ К при p = 0.16(x = 0.07), находим концентрации p = 0.12, 0.106, 0.092, 0.078 дырок, приходящихся на атом меди в плоскости CuO₂, для остальных четырех состояний YBa₂Cu₃O_{7-x} с меньшими T_c и x = 0.26, 0.33, 0.40, 0.47 соответственно.

Кривые поверхностного импеданса $Z_{ab}(T)$ образца при изменении содержания кисло-



Рис. 4.1: $R_{ab}(T)$ и $X_{ab}(T)$ монокристалла YBa₂Cu₃O_{6.93}. На верхней вставке показаны измеренные температурные зависимости $-2\Delta f/f$ (треугольники) и $\Delta(1/Q)$ (квадраты). Учитывая константу f_0 и тепловое расширение получаем $-2\delta f/f$ (круги). На нижней вставке показаны низкотемпературные зависимости $R_{ab}(T)$ и $\lambda_{ab}(T)$.



Рис. 4.2: $R_{ab}(T)$ (сплошные символы) и $X_{ab}(T)$ (пустые символы) монокристалла YBa₂Cu₃O_{7-x} с различным содержанием кислорода.

рода в нем измерялись аналогично случаю оптимального допирования и приведены на рис. 4.2 [69].

Как следует из рис. 4.2, при каждом x в нормальном состоянии (при $T > T_c$) действительные и мнимые части поверхностного импеданса кристалла $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ совпадают: $R_{ab}(T) = X_{ab}(T)$. Поэтому сопротивления $\rho_{ab}(T)$ были найдены из $R_{ab}(T)$ по обычным формулам нормального скин-эффекта: $\rho_{ab}(T) = 2R_{ab}^2(T)/\omega\mu_0$. Эволюция кривых $\rho_{ab}(T)$ с изменением x в интервале $T_c < T \leq 200$ К показана на рис. 4.3.

В нормальном состоянии кристалла $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ транспорт в *ab*-плоскостях всегда остается металлическим: производные $\rho_{ab}(T)$ по температуре положительны. Низкое значение $\rho_{ab}(T_c) \leq 50$ мкОм·см указывает на высокое качество кристалла. Как и в нормальном металле, в оптимально допированных ВТСП сопротивление *ab*-плоскостей увеличивается пропорционально температуре из-за электрон-фононного взаимодействия: $\Delta \rho_{ab}(T) \propto 1/\tau_{ab}(T) \propto T$, где τ_{ab} – время релаксации квазичастиц в купратных плоскостях. Низкочастотную проводимость этих плоскостей можно считать друдевской

$$\sigma_{ab} = \frac{n_{2D}e^2\tau_{ab}}{md},\tag{4.1}$$

где $n_{2D} = k_F^2/2\pi$ – двумерная (2D) плотность квазичастиц.

Отметим, что у двух нижних кривых $\rho_{ab}(T)$ на рис. 4.3 видны слабые изгибы в области $T \sim 100$ К. Как будет показано ниже, эти изгибы в YBa₂Cu₃O_{6.60} и YBa₂Cu₃O_{6.53} сопровождаются особенностями у кривых $\Delta \lambda_{ab}^{-2}(T)$ в сверхпроводящем состоянии этих же образцов.

В YBa₂Cu₃O_{6.93} (p = 0.16) температурная зависимость $R_{ab}(T)$ в сверхпроводящем состоянии на рис. 4.1 имеет широкий пик в области $T \sim T_c/2$, присущий высококачественным оптимально допированным кристаллам YBCO. С уменьшением p пик в области $T \sim T_c/2$, как видно из рис. 4.2, переходит в плато в случае $T_c = 80$ К и исчезает в образцах с более низкими критическими температурами. Остаточные потери в кристаллах не претерпевают существенных изменений и остаются на уровне $R_{res} \sim 40$ мкОм.

На рис. 4.4 приведены низкотемпературные части измеренных кривых $\lambda_{ab}(T) = X_{ab}(T)/\omega\mu_0$ для пяти состояний кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x}. Экстраполяции к $T \to 0$ линейными отрезками (штрихами) каждой кривой при $T < T_c/3$ дает следующие значения $\lambda_{ab}(0)$: 152, 170, 178, 190, 198 нм для p = 0.16, 0.12, 0.106, 0.092, 0.078 соответственно.

Погрешность определения величины $\lambda_{ab}(0)$ главным образом связана с точностью опре-



Рис. 4.3: Эволюция измеренных зависимостей $\rho_{ab}(T)$ в YBa₂Cu₃O_{7-x} с разным содержанием кислорода.



Рис. 4.4: Низкотемпературные зависимости $\lambda_{ab}(T)$ (светлые символы), измеренные для пяти состояний кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x} с $T_c = 92$ K, $T_c = 80$ K, $T_c = 70$ K, $T_c = 57$ K и $T_c = 41$ K. Штриховые линии – линейные экстраполяции при $T < T_c/3$.

деления аддитивной константы X_0 в (2.27). В наших экспериментах среднеквадратичное отклонение $R_{ab}(T)$ от $X_{ab}(T)$ в нормальном состоянии кристалла соответствовало неточности около 5 нм при нахождении значения $\lambda_{ab}(0)$.

В таблице 4.1 систематизированы параметры, характеризующие высокочастотный отклик купратных плоскостей исследованных нами пяти состояний образца.

Таблица 4.1: Температуры отжига и критические температуры, параметры допирования, характеристики микроволнового *ab*-отклика – ширина перехода δT_c , остаточное поверхностное сопротивление R_{res} , время релаксации $\tau_{ab}(T_c)$, параметр $\beta \approx \tau_{ab}(T_c)/\tau_{ab}(0)$] и глубина проникновения поля в купратные плоскости YBa₂Cu₃O_{7-x}.

Температура	Критическая	Параметры		характеристики аb-отклика				
отжига	температура	допирования						
$T, ^{\circ}C$	T_c , K	p	x	$\delta T_c, K$	R_{res} , MKOM	$ au_{ab}(T_c) imes 10^{13}, c$	β	λ_{ab} , нм
500	92	0.16	0.07	0.5	55	0.7	0.05	152
520	80	0.12	0.26	1	54	0.9	0.06	170
550	70	0.106	0.33	1.5	50	1.0	0.10	178
600	57	0.092	0.40	1.5	35	1.4	0.13	190
720	41	0.078	0.47	4.0	30	1.5	0.20	198

4.2 Модели псевдощелевого состояния фазовой диаграммы купратных ВТСП

На фазовой диаграмме в зависимости от концентрации носителей тока p в высокопроводящей плоскости CuO₂ (для YBCO – дырок) наблюдается целый ряд областей с различными физическими свойствами. В области малых концентраций дырок все известные ВТСП-купраты являются антиферромагнитными диэлектриками (AF). С увеличением p температура Нееля быстро падает от величин порядка нескольких сотен K, обращаясь в нуль при концентрации $p \leq 0.05$, и материал становится металлом. При дальнейшем росте концентрации носителей система становится сверхпроводником с d-симметрией щели (DSC), причем температура сверхпроводящего перехода T_c растет с увеличением p, проходя через максимум при $p_0 \approx 0.16$, а затем уменьшается и исчезает при $p \approx 0.27$.

В последние годы значительные усилия направлены на изучение физических свойств в области фазовой диаграммы ВТСП, соответствующей меньшей концентрации *p* дырок на атом меди по сравнению с оптимальной *p*₀. Оказалось, что в этой области в купратных ВТСП наблюдаются многочисленные аномалии электронных свойств как в нормальном, так и в сверхпроводящем состояниях, связанные с подавлением плотности состояний одночастичных возбуждений вблизи уровня Ферми. Такое поведение соответствует общей концепции псевдощели.

В качестве примера рассмотрим данные по электронной теплоемкости ВТСП-купратов. В металлах этот вклад обычно записывается в виде $C = \gamma(T)T$. В нормальном состоянии $\gamma(T) \propto N(0)$, где N(0) – плотность состояний на уровне Ферми. При $T = T_c$ возникает известная аномалия, связанная с фазовым переходом II рода, и величина $\gamma(T)$ имеет характерный пик. На рис. 4.5 приведены типичные экспериментальные данные, полученные в соединении Y_{0.8}Ca_{0.2}Ba₂Cu₃O_{7- δ} при различных δ [70]. Видно, что в оптимально допированных и передопированных образцах $\gamma(T)$ остается практически постоянной во всей области $T > T_c$, тогда как для недодопированных образцов наблюдается существенное понижение $\gamma(T)$ в области температур T < 200 К. Этот факт указывает на падение плотности состояний на уровне Ферми и образование псевдощели.

На рис. 4.6 показано угловое поведение ширины щели в зоне Бриллюэна и температурная зависимость ее максимального значения для ряда образцов Bi-2212 разных составов: $T_c = 87$ K- оптимально допированный, $T_c = 83$ K и $T_c = 10$ K – недодопированные. Данные





Рис. 4.5: Коэффициент электронной теплоемкости $\gamma(T)$ в передопированном (а) и недодопированном (б) $Y_{0.8}Ca_{0.2}Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$.

Рис. 4.6: Угловая и температурная зависимость щели в образцах Bi-2212 разных составов.

получены из экспериментов по фотоэмиссии с угловым разрешением (ARPES)[71, 72]. На рис. 4.6а показана величина щели, измеренная в различных точках Ферми-поверхности (показана на вставке), положение которых определяется полярным углом ϕ , отсчитанным от направления \overline{YM} . Температурная зависимость максимальной щели, измеренная вблизи точки \overline{M} , показана на рис. 4.66. Видно, что при общей *d*-волновой симметрии, щель в спектре оптимально допированной системы обращается в нуль при $T = T_c$, тогда как для недодопированных образцов возникают хвосты температурной зависимости щели в области $T > T_c$. Качественно можно утверждать, что образование анизотропной в обратном пространстве псевдощели приводит к разрушению поверхности Ферми недодопированных образцов при $T > T_c$ на участках вокруг точки $\overline{M}(0, \pi)$ (и симметричных к ней), причем ширина этих участков растет с понижением температуры [72]. Из рис. 4.6 видно, что псевдощелевой параметр порядка имеет ту же *d*-симметрию, что и сверхпроводящий, и влияет на спектр квазичастиц при $T < T_c$.



Рис. 4.7: (T - p) схематическая фазовая диаграмма ВТСП в DDW модели псевдощели, основанная на расчетах [76]. АF – трехмерная антиферромагнитная фаза. Система является изолятором в AF состоянии, металлом в DDW и DDW+AF состояниях и сверхпроводником в DSC и DDW+DSC состояниях.

Происхождение псевдощели остается неясным. Предлагаемые теоретические сценарии могут быть разделены на две категории. Первая основывается на идее, что псевдощель является предвестником сверхпроводимости, когда при некоторой температуре $T^* > T_c$ образуются куперовские пары, но их фазовая когерентность достигается лишь при $T = T_c$.

Другая предполагает, что псевдощелевое состояние не связано со сверхпроводящим как таковым, а скорее конкурирует с ним, и обязано либо динамическим флуктуациям (спиновым, зарядовым или структурным), либо волнам зарядовой плотности с *d*-симметричным параметром порядка (*d*-density wave – DDW) [73, 74, 75]. Пример типичной фазовой диаграмма ВТСП-купратов, основанный на расчетах в модели DDW [76], показан на рис. 4.7. Рассмотрим кратко основные идеи этой модели.

Как было показано Пайерлсом в 1955 году, одномерный металл с электрон-фононным взаимодействием при низкой температуре будет нестабильным – удвоение периода цепочки атомов при одном свободном электроне на атом приводит к диэлектризации спектра. В этом случае основное состояние электрон-фононной системы характеризуется щелью W(T) в одноэлектронном спектре возбуждений и коллективной модой, сформированной электрон-дырочными парами с угловым моментом L = 0 с волновым вектором $q = 2k_F$ - этот конденсат, как и такое состояние системы, называют волной зарядовой плотности (charge density wave – CDW). Хотя CDW возникает в квазидвумерных и трехмерных системах, эффект этот по существу одномерный. Зарядовая плотность ρ , связанная с коллективной модой, задается выражением $\rho = \rho_0 + \rho_1 \cos(2k_F r + \varphi)$, где ρ_0 – невозмущенная электронная плотность, φ – фаза конденсата, временное и пространственное отклонения которой зависят от электрического тока и плотности конденсата. В CDW состоянии материал является полупроводником, так как его свойства определяются одноэлектронными тепловыми возбуждениями через щель. В дополнение к этим одноэлектронным возбуждениям в транспортные свойства вносит свой вклад движение волны зарядовой плотности, но это происходит только при достаточно больших значениях электрического поля, так как CDW пиннингуется на примесях, нарушениях в решетке, границах и т.д. Поэтому вклад CDW на постоянном токе при малых электрических полях мал, но энергия пиннинга на один электрон может быть много меньше щели W(T), и на переменном токе и при достаточно больших амплитудах постоянного электрического поля вклад CDW может стать определяющим.

И CDW, и сверхпроводимость являются состояниями, которые требуют эффективное электрон-электронное притяжение через фононы. Поэтому не сильно удивительно, что некоторые системы с CDW становятся сверхпроводящими при низких температурах: например, соединение 2H-NbSe₂ с $T_{CDW} = 33$ К и $T_c = 7.2$ К, в V₃Si при $T_{CDW} = 21$ К происходит структурный переход элементарной ячейки из кубической в тетрогональную, а при $T_c = 17$ К это соединение становится сверхпроводящим. Свойства сверхпроводящего и CDW состояний в некоторой степени противоположны друг другу: в то время как вещество в сверхпроводящем состоянии имеет бесконечную проводимость и эффект Мейснера, CDW состояние приводит к возникновению полупроводниковой щели в спектре. С микроскопической точки зрения, сверхпроводимость возникает из-за конденсации куперовских пар, а CDW – из-за электрон-дырочной конденсации и иного распределения зарядов – два эффекта, которые в принципе независимы друг от друга [77, 78].

Оказалось, что в одномерном случае CDW и сверхпроводимость несовместимы [79], и до T = 0 будет стабильным то состояние, температура перехода в которое выше.

Как было показано в работе [78] в двумерных материалах в зависимости от величины



Рис. 4.8: Слева: токи, циркулирующих в CuO₂ плоскости в DDW состоянии. Справа: точками показана возникающая из-за удвоения периода решетки "магнитная" зона Бриллюэна. Кругами показана Ферми-поверхность в состоянии DDW.

электрон-фононного взаимодействия возможны четыре состояния: 1) обычное парамагнитное; 2) сверхпроводящее состояние с равномерным распределением заряда; 3) металлическое или полупроводниковое состояние CDW; 4) сосуществование металлического CDW и сверхпроводящего состояний.

В последнем случае [80] ферми-поверхность делится на две области – в малой области ($\approx 10\%$ для NbSn₃) открывается щель Пайерлса, которая уменьшает долю электронов, участвующих в сверхпроводимости во второй области. При этом энергетическая щель в первой области $\Delta_1 = \sqrt{W^2 + \Delta^2}$ и $\Delta_2 = \Delta$ во второй.

При рассмотрении двумерной модели Хаббарда оказалось [81, 82], что Фермиповерхность нестабильна не только к образованию CDW или сверхпроводящего состояния с L = 0, но и к DSC и новому состоянию – орбитальному антиферромагнетизму, при котором ток циркулирует вокруг каждой элементарной ячейки квадратной решетки по часовой стрелке и против. Этот ток приводит к образованию магнитного поля ~ 10 э [83], перпендикулярного плоскости ячейки. Микроскопическое объяснение такого состояния заключается в конденсации электрон-дырочных пар с угловым моментом L = 1 [84] – поэтому это состояние назвали d-density wave. Оно характеризуется зависящей от направления квазиимпульса щелью $W_{k_x^2-k_y^2}(T) = W_0(T)\cos(2\varphi)$ в одноэлектронном спектре возбуждений. Следует заметить, что в DDW состоянии нет модуляции заряда, но в основном состоянии имеются токи, циркулирующие в CuO₂ плоскости, как показано на левой части рис. 4.8. Фазовый переход в DDW состояние вызывает удвоение периода решетки и приводит к появлению в обратном пространстве "магнитной" зоны Бриллюэна, которая показана на правой части рис. 4.8 штриховой линией. Новая поверхность Ферми в DDW состоянии показана на правой части рис. 4.8 окружностями, на остальных частях старой Ферми-поверхности (вставка к рис. 4.6а) открывается диэлектрическая щель $W(\mathbf{k})$.

По мере приближения к диэлектрической фазе ($p \sim 0.05$) конкуренция псевдощелевого и сверхпроводящего параметров порядка становится наиболее эффективной, что в области $T \ll T_c$ приводит к особенностям в *p*- and *T*-зависимостях плотности сверхпроводящей жидкости $n_s(T, p)$.

В чистом сверхпроводнике с *d*-симметрией щели величина $\Delta n_s(T) \equiv n_s(T) - n_0$ линейно зависит от температуры $T \ll T_c$: $\Delta n_s(T) \propto (-T/\Delta_0)$, где $n_0 \equiv n_s(0)$ и $\Delta_0 \equiv \Delta(0)$ - плотность сверхпроводящей жидкости и амплитуда щели при T = 0. Эта зависимость надежно подтверждена измерениями лондоновской глубины проникновения $\lambda_{ab}(T) = \sqrt{m^*/\mu_0 e^2 n_s(T)}$ электромагнитного поля, затухающего в купратных *ab*-плоскостях оптимально допированных ВТСП: $\Delta \lambda_{ab}(T) \propto T$ при $T < T_c/3$. Производная $|dn_s(T)/dT|$ при $T \to 0$ определяет величину n_0/Δ_0 .

При уменьшении p < 0.16 в ВТСП возрастает роль электронных корреляций и фазовых флуктуаций. В обобщенных ферми-жидкостных (GFL) моделях [85, 86] это учитывается через зависящий от p параметр Ландау L(p), который включает $n_0(p)$. Величины $\Delta_0(p)$ и L(p) определяют p-зависимость производной $|dn_s(T)/dT|_{T\to 0} = L(p)/\Delta_0(p)$. В модели [85] отношение $L(p)/\Delta_0(p)$ не зависит от p, а в [86] $L(p)/\Delta_0(p) \propto p^{-2}$. Наклоны кривых $n_s(T)$ при $T \to 0$, измеренные в ориентированных порошках [87] УВа₂Сu₃O_{7-x} с концентрацией дырок $p \gtrsim 0.1$, слабо зависели от p, что соответствует [85].

Влияние псевдощели в модели [88], основанной на формировании парных электронных возбуждений с конечным импульсом при $T > T_c$, приводит к росту $\Delta_0(p)$ с уменьшением p, и следует ожидать уменьшения производной $|dn_s(T)/dT|_{T\to 0} \propto n_0(p)/\Delta_0(p)$. Численно рассчитанные в [89] кривые $n_s(T,p)/n_0$ демонстрируют последовательные уменьшения их наклонов при $T \ll T_c$ с уменьшением концентрации p.

Обратное поведение $|dn_s(T)/dT|$ следует из DDW сценария псевдощели [90]. DDW "съедает" часть сверхпроводящей жидкости из чистой во всем остальном DSC системы, приводит к уменьшению $n_0(p)$ при уменьшении p. В низкоэнергетической области спектр возбуждений в смешанном DDW+DSC состоянии состоит из обычных фермионов и определяется только сверхпроводящей щелью $\Delta_0(p)$, которая монотонно исчезает с уменьшением p [91]. В результате DDW модель предсказывает рост наклона кривых $n_s(T,p) \propto 1/\Delta_0(p)$ при низких T с уменьшением p [92].

4.3 Результаты измерений плотности сверхпроводящей жидкости

Линейная экстраполяция (штрихи) к $T \to 0$ зависимостей $\lambda_{ab}(T)$ при $T < T_c/3$ на рис. 4.4 дает следующие значения $\lambda_{ab}(0)$: 152, 170, 178, 190, 198 нм для p = 0.16, 0.12, 0.106, 0.092,0.078 соответственно (таблица 4.1). При уменьшении концентрации дырок вдвое (от p =0.16 до p = 0.078) величина $\lambda_{ab}^{-2}(0) = n_0 \mu_0 e^2/m^*$ также уменьшается приблизительно в два раза, как это следует из рис. 4.9 [93]. Похожее поведение $n_0(p) \propto p$ в интервале 0.08 наблюдалось ранее в экспериментах [94, 95]. Легко видеть, что эта зависимость $противоречит правилу Уемуры <math>n_0(p) \propto T_c(p)$ [96].

Насколько нам известно, измерений $n_0(p)$ при p < 0.08 в ВТСП не проводилось. В DDW модели [90, 91, 92] $n_0(p) \propto p$ в интервале 0.07 , где DSC параметр порядка возрастает согласно фазовой диаграмме.

На рис. 4.9 приведены также зависимости от p наклонов $|d\lambda_{ab}^{-2}(T)/dT|_{T\to 0} \propto |dn_s(T)/dT|_{T\to 0}$ кривых $\lambda_{ab}^{-2}(T)$, полученные из данных $\lambda_{ab}(T)$ на рис. 4.4 при $T < T_c/3$. В интервале 0.1 $величина <math>|d\lambda_{ab}^{-2}(T)/dT|$ меняется слабо, что соответствует измерениям [87] YBa₂Cu₃O_{7-x} с концентрацией дырок $p \gtrsim 0.1$. Однако при $p \lesssim 0.1$ происходит ее резкий рост: наклон $\lambda_{ab}^{-2}(T)$ увеличивается в 2.5 раза при уменьшении p от 0.12 до 0.08. Сплошная линия на рис. 4.9 изображает зависимость $|d\lambda_{ab}^{-2}(T)/dT| \propto p^{-2}$ и согласуется с результатом [86] при $p \leq 0.12$. Пунктирная линия на рис. 4.9, проведенная через все экспериментальные значения $|d\lambda_{ab}^{-2}(T)/dT|$, отражает поведение этой величины в DDW модели [91, 92].

Другим подтверждением этой концепции псевдощели служит изменение температурной зависимости плотности сверхпроводящей жидкости $\Delta n_s(T)$ при низких T в сильно недодопированном YBa₂Cu₃O_{7-x}. Представленные в нормированном виде $\lambda_{ab}^2(0)/\lambda_{ab}^2(T) = n_s(T)/n_0$ данные рис. 4.9 при $T < T_c/2$ приведены на рис. 4.10а для всех состояний кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x} с разными p (символы). Сплошной линией изображена зависимость $n_s(T)/n_0$ в DSC. Явной особенностью сильно недодопированных (p = 0.078 и p = 0.092)



Рис. 4.9: Значения $\lambda_{ab}^{-2}(0) = n_0 \mu_0 e^2 / m^*$ (правая шкала) и наклоны $|d\lambda_{ab}^{-2}(T)/dT|_{T\to 0} = \mu_0 e^2 / m^* |dn_s(T)/dT|_{T\to 0}$ (левая шкала) как функции $p = 0.16 - \sqrt{(1 - T_c/T_{c,max})/82.6}$ с $T_{c,max} = 92$ К в УВа₂Сu₃O_{7-x}. Планки погрешностей соответствуют экспериментальной точности. Штриховая и пунктирная линии проведены на глаз. Сплошная линия – зависимость $|dn_s(T)/dT| \propto p^{-2}$.

состояний является вогнутость кривых $n_s(T)/n_0$ на фоне DSC зависимости и кривых $n_s(T)/n_0$ для состояний с p = 0.16, p = 0.12 и p = 0.106. Следует отметить, что эта особенность несильно зависит от значений $\lambda_{ab}(0)$. Это продемонстрировано на вставке рис. 4.10а, где экспериментальные данные $n_s(T)/n_0$ для p = 0.092 (треугольники) сравниваются с полученными путем увеличения $\lambda_{ab}(0)$ (светлые звезды) и уменьшения (сплошные звезды) на 40 нм – величину, значительно превосходящую экспериментальную неточность (~ 5 нм) определения $\lambda_{ab}(0)$.

Поведение $n_s(T)/n_0$ на рис. 4.10а противоречит выводам концепции псевдощели [89], как предвестника сверхпроводимости, но согласуется с DDW сценарием. Согласно [91],



Рис. 4.10: а) $\lambda_{ab}^2(0)/\lambda_{ab}^2(T) = n_s(T)/n_0$ при $T < T_c/2$ в YBa₂Cu₃O_{7-x} с разными уровнями допирования. Сплошная линия – зависимость $\lambda_{ab}^2(0)/\lambda_{ab}^2(T)$ в чистом БКШ *d*-волновом сверхпроводнике (DSC). На вставке приведены экспериментальная кривая $n_s(T)/n_0$ для p = 0.092 (треугольники) и кривые, построенные с увеличенными (светлые звезды) и уменьшенными (сплошные звезды) на 40 нм значениями $\lambda_{ab}(0)$; b) сравнение экспериментальных кривых $\lambda_{ab}^{-2}(T) \propto n_s(T)$ (символы) с линейной $\Delta\lambda_{ab}^{-2}(T) \propto (-T)$ (штриховые линии) и корневой $\Delta\lambda_{ab}^{-2}(T) \propto (-\sqrt{T})$ (сплошные линии) зависимостями в умеренно допированном (p = 0.106, x = 0.33) и сильно недодопированных (p = 0.092, x = 0.40; p = 0.078, x = 0.47) кристаллах YBa₂Cu₃O_{7-x}.

при температурах, намного меньших характерных энергий W_0 и Δ_0 , лишь узловые области поверхности Ферми вблизи точек ($\pi/2, \pi/2$) и симметричных им отвечают за подавление сверхпроводящей плотности. Расширение окрестности этих точек приводит к линейной температурной зависимости $n_s(T)$ в оптимально и умеренно допированных образцах ВТСП в довольно широкой области низких температур. Для таких концентраций p, где Δ_0 больше или сравнима с W_0 , параметр W_0 играет второстепенную по отношению к Δ_0 роль в температурной зависимости плотности сверхпроводящей жидкости. Однако для сильно недодопированных образцов картина резко отличается. Поскольку в этих образцах DDW щель намного больше сверхпроводящей, W_0 начинает играть значительную специфическую роль около узлов поверхности Ферми. Хотя при асимптотически
низких температурах $n_s(T)$ по-прежнему остается линейной функцией T, возникает промежуточная область температур, в которой $n_s(T)$ ведет себя как \sqrt{T} . Особо подчеркнем, что авторы [91] утверждают, что эти особенности не зависят от конкретного функционального вида $W_0(p)$ and $\Delta_0(p)$. Действительно, в промежуточном интервале температур $0.1 T_c < T \leq 0.5 T_c$ экспериментальные зависимости $n_s(T)$ в YBa₂Cu₃O_{6.60} и YBa₂Cu₃O_{6.53} с p < 0.1 не линейны и близки к корневым. Это демонстрирует рис. 4.10b, где измеренные кривые $\lambda_{ab}^{-2}(T) \propto n_s(T)$ сравниваются с линейной ($\propto T$) в YBa₂Cu₃O_{6.67} (p = 0.106) и \sqrt{T} зависимостями $\Delta \lambda_{ab}^{-2}(T) = -3\sqrt{T}$ (λ_{ab} и T выражены в мкм и K) в YBa₂Cu₃O_{6.60} (p = 0.092) и $\Delta \lambda_{ab}^{-2}(T) = -3.5\sqrt{T}$ в YBa₂Cu₃O_{6.53} (p = 0.078). Штриховые линии на рис. 4.106 соответствуют продолженной в область высоких температур линейной экстраполяции кривых $\lambda_{ab}(T)$ при $T < T_c/3$ на рис. 4.4.

Особенности $\lambda_{ab}^{-2}(T)$ при p < 0.1 на рис. 4.10 сопровождаются возникновением изгибов в области $T \sim 100$ К у двух нижних кривых сопротивления $\rho_{ab}(T)$ кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x} при x = 0.40 и x = 0.47 на рис. 4.3.

Глава 5

Поверхностный импеданс кристаллов $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ при 0.4 < T < 120 K

Температурной зависимости поверхностного импеданса на частоте 28.2 ГГц в температурном интервале 0.4 < T < 120 К были получены на кристаллах $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ из той же серии, что и описанные в предыдущей главе, но с ними был проведен многократный дополнительный отжиг как в атмосфере, так и в токе кислорода. Последний отжиг в кислороде привел к $T_c \approx 90$ К и ширине сверхпроводящего перехода 1.5 К.

На рис. 5.1 приведены температурные зависимости $R_{ab}(T)$ и $X_{ab}(T)$ в нормальном и сверхпроводящем состояниях кристалла $YBa_2Cu_3O_{7-x}$, который имел форму параллелепипеда размером $0.5 \times 1.5 \times 0.1$ мм³ и геометрический фактор $\Gamma = 9.5$ кОм. Образец устанавливался на торец сапфирового стержня так, чтобы ось *с* кристалла была направлена вдоль микроволнового поля, при этом высокочастотные токи текут в *ab*-плоскости кристалла.

Равенство $R_{ab}(T) = X_{ab}(T)$ при $T > T_c$ свидетельствует о выполнении условия нормального скин-эффекта в *ab*-плоскостях изучаемого образца. Из (1.5) получаем линейную температурную зависимость удельного сопротивления $\rho_{ab}(T) = 1/\sigma_{ab}(T) \approx 0.6 T \ \mu\Omega \cdot \text{сm}$ в интервале $90 \le T < 120$ К и глубину скин-слоя $\delta_{ab}(150 \text{ K}) = 5 \ \mu\text{m}.$

В сверхпроводящем состоянии зависимость $R_{ab}(T)$ имеет характерный для оптимально допированных кристаллов YBa₂Cu₃O_{6.93} широкий пик в области $T \sim T_c/2$. При $T_c/10 < T < T_c/3$ зависимости $R_{ab}(T)$ и $\lambda_{ab}(T) = X_{ab}(T)/\omega\mu_0$ – линейные. Их экстраполяция к T = 0 К приводит к значению поверхностного сопротивления $R_{ab}(0) \approx 0.5$ мОм и глубине



Рис. 5.1: Температурные зависимости поверхностного сопротивления $R_{ab}(T)$ и реактанса $X_{ab}(T)$ в кристалле ${\rm YBa_2Cu_3O_{7-x}}$ на частоте 28.2 ГГц.



Рис. 5.2: Низкотемпературные части $R_{ab}(T)$ (квадраты) и $\lambda_{ab}() = X_{ab}(T)/\omega\mu_0$ (кружки). Треугольниками показано поведение $R_{ab}(T)$ другого кристалла YBCO из той же серии образцов.

проникновения поля в купратные плоскости образца $\lambda_{ab}(0) \approx 140$ нм.

Возможность проводить измерения в температурном интервале 0.4 < T < 7 К позволила обнаружить необычное поведение температурной зависимости поверхностного сопротивления: с понижением температуры сопротивление $R_{ab}(T)$ возрастало. При этом температурная зависимость реактанса $X_{ab}(T)$ с экспериментальной точностью оставалась линейной. Был измерен еще один монокристалл из той же серии, и он показал качественно такое же поведение при низких температурах (см. рис. 5.2). При T < 1 К поверхностное сопротивление стремится к постоянному значению, равному R(0.4) = 1.06 мОм для первого и R(0.4) = 0.8 мОм для второго кристалла.

Рост поверхностного сопротивления при T <10 К наблюдался ранее только в кристаллах YBCO низкого качества с высоким значением остаточного сопротивления [97] и с примесями Zn [98] с пониженными значениями T_c . При этом он сопровождался увеличением глубины проникновения $\lambda_{ab}(T)$, так что у кривых $\lambda_{ab}(T)$ наблюдался минимум в районе 4-7 К.

Отчетливые минимумы у кривых $R_{ab}(T)$ и $\lambda_{ab}(T)$ при $T \sim 5$ К и их рост при T < 5 К наблюдались также в кристаллах GdBaCuO [99]. При этом рост обеих компонент поверхностного импеданса был одного порядка величины, и при $T \leq 2.5$ К он менялся на резкое падение $R_{ab}(T)$ и $X_{ab}(T)$. Такое поведение поверхностного импеданса авторы связывают с объемным парамагнетизмом магнитных ионов Gd ($\mu \approx 8\mu_B$), которые ниже температуры Нееля $T_N = 2.25$ К имеют антиферромагнитный переход.

Несколько иное поведение поверхностного импеданса было обнаружено в NdCeCuO, низкотемпературную часть которого объясняют парамагнетизмом магнитных ионов Nd ($\mu \approx 2.4 \mu_B$), которые имеют антиферомагнитный переход ниже $T_N = 1.2$ K. В этом материале с понижением температуры до T = 2 K не замечено роста в R(T) [100], а рост в $\lambda_{ab}(T)$ начинается с T = 3 K и продолжается вплоть до T = 0.4 K [100, 101].

С точностью до погрешности наших измерений $\Delta\lambda(T) \sim 1$ нм никаких особенностей у кривых $\lambda_{ab}(T)$ на рис. 5.2 не наблюдается.

Известно, что низкотемпературные особенности $\lambda_{ab}(T)$ в ВТСП с анизотропным *d*симметричным параметром порядка и значениями длины когерентности $\xi_0 \sim 1$ нм и $\lambda_0 = \lambda_{ab}(0) \sim 100$ нм в *ab*-плоскостях, могут проявляться при двух температурах: $T^* \sim (\xi_0/\lambda_0)T_c \sim 1$ К [102] и $T_m \sim \sqrt{(\xi_0/\lambda_0)}T_c \sim 10$ К [103]. Температура T^* отвечает кроссоверу от линейной к квадратичной зависимости $\Delta\lambda(T)$ из-за нелокальности, а T_m - нарастающему с понижением температуры парамагнитному вкладу в $\Delta\lambda(T)$ от поверхностных связанных состояний. Это согласуется с тем, что в используемой нами ориентации кристалла YBCO относительно микроволнового магнитного поля имеется слишком мало связанных состояний с нулевой энергией для формирования минимума в $\lambda(T)$ при $T \approx T_m$ [103].

Следовательно, рост $R(T) = \frac{1}{2}\mu_0^2 \omega^2 \lambda^3 \sigma_1$ при T < 10 К может быть обусловлен только резким увеличением действительной части проводимости $\sigma_1(T)$, которая в двухжидкостной модели равна $\sigma_1(T) = n_n(T)\tau(T)e^2/[m(1+\omega^2\tau^2)]$, где n_n - доля нормальных носителей, а τ - примесное время релаксации квазичастиц, которое в кристаллах YBCO при $T << T_c$ достигает 10^{-11} с $(1/\tau \approx 5 \text{ K})$ [5, 104]. В d-симметричных сверхпроводниках с максимальной величиной щели Δ_0 квазичастицы возбуждаются термически вблизи нулей щели при $\Delta_0 >> T > 1/\tau$, но все известные механизмы рассеяния их на точечных или протяженных дефектах не приводят к росту проводимости $\sigma'(T)$, а, наоборот, зануляют ее: $\sigma'(T) \to 0$ при $T \to 0$ [5, 105].

Наличие даже малого количества примесей в d-сверхпроводнике приводит к конечной плотности квазичастиц с нулевой энергией. Рассеивание этих квазичастиц на примесях в борновском и унитарном пределе приводят к ненулевой проводимости $\sigma'(T) \neq 0$ при $T < \sqrt{\Delta_0/\tau}$ [106].

В настоящее время неизвестно, как меняется $\sigma'(T)$ при переходе от теплового режима $(T > 1/\tau)$ к режиму беспорядка $(T < 1/\tau)$.

Заключение

Основные результаты диссертационной работы состоят в следующем:

- 1. Главным методическим достижением работы является разработка и изготовление оригинальной установки для прецизионных измерений температурных зависимостей компонент поверхностного импеданса Z(T) = R(T) + iX(T) кристаллов сверхпроводников малого размера в температурном интервале от 0.4 до 120 К. Установка совмещает высокодобротную резонансную систему, измеряющую микроволновый отклик образца на частоте 28 ГГц, и блок охлаждения с использованием откачки паров ³He.
- 2. Установлено, что соединение $Ba_{0.4}K_{0.6}Bi_3O_3$ с температурой сверхпроводящего перехода $T_c \approx 11$ К является лондоновским сверхпроводником с синглетным *s*-типом спаривания и достаточно сильным электрон-фононным взаимодействием.
- Исследовано поведение плотности n_s(T, p) ∝ σ₂(T, p) сверхпроводящей жидкости кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x}, в котором уровень допирования кислородом x варьировался от 0.07 до 0.47, что соответствует изменению концентрации дырок p, приходящихся на атом меди в плоскости CuO₂, в интервале 0.16 ≥ p ≥ 0.078.

Обнаружено, что

(i) при $T \to 0$ плотность $n_s(0,p)$ линейно растет с увеличением $p, n_s(0,p) \propto p,$

(ii) наклон кривых $n_s(T,p)$ при $T \ll T_c$ слабо зависит от p в области 0.16 > p > 0.10, однако он значительно увеличивается при дальнейшем уменьшении p,

(iii) этот рост наклона сопровождается сменой линейной температурной зависимости $n_s(T,p) \propto -T$ при $T < T_c/2$ на корневую $n_s(T,p) \propto (-\sqrt{T})$.

Все три экспериментальных факта подтверждают выводы DDW модели псевдощели в ВТСП.

4. При T < 7 К с уменьшением температуры обнаружен аномальный рост поверхностного сопротивления в купратных плоскостях кристаллов $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ с $T_c \approx 90$ К, подвергшихся многократному отжигу.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. M.R. Trunin, Yu.A. Nefyodov, A.F. Shevchun, Superfluid density in the underdoped $YBa_2Cu_3O_{7-x}$: Evidence for d-density wave order of pseudogap, Phys. Rev. Lett. **92**, 067006 (2004)

2. M. R. Trunin, Yu. A. Nefyodov, A. F. Shevchun, Pseudogap in the microwave response of YBa₂Cu₃O_{7-x}, Supercond.Sci. Technol. **17**, 1082 (2004)

3. Yu.A. Nefyodov, A.F. Shevchun, A.M. Shuvaev, M.R. Trunin, Microwave surface impedance and complex conductivity of high- T_c single crystals: Current state and unsolved problems, J.Supercond. **19**, (2005)

4. Г.Э. Цыдынжапов, А.Ф. Шевчун, М.Р. Трунин, В.Н. Зверев, Д.В. Шовкун, Н.В. Барковский, Л.А. Клинкова, Наблюдение перехода от сверхпроводимости БКШ типа к высокотемпературной в кристаллах Ва_{1-x}K_xBiO₃, Письма в ЖЭТФ **83**, 473 (2006)

Я хотел бы выразить благодарность моему научному руководителю Михаилу Рюриковичу Трунину за всестороннюю поддержку и оптимизм, Всеволоду Феликсовичу Гантмахеру за интерес к работе и ценные указания, Геннадию Васильевичу Мерзлякову, Юрию Александровичу Нефёдову, Дмитрию Владимировичу Шовкуну, Алексею Михайловичу Шуваеву, Гомбо Эрыжановичу Цыдынжапову за помощь при освоении различных областей экспериментальной работы, Владимиру Алексеевичу Лепёгину, Леониду Ивановичу Литовко, Сергею Вадимовичу Рыжкову, Михаилу Николаевичу Зинину за мастерство и умение, которые они продемонстрировали при изготовлении деталей экспериментальной установки, сотрудникам лабораторий химических основ технологии сложных оксидов и кристаллизации из высокотемпературных растворов, вырастившим исследовавшиеся монокристаллы BTCП, всем сотрудникам лаборатории электронной кинетики за ценные обсуждения, а также многим другим сотрудникам ИФТТ, способствовавшим написанию данной работы.

Литература

- J. Bardeen, L.N. Cooper, and J.R. Schrieffer. "Theory of Superconductivity", Phys. Rev. 108, 1175 (1957).
- [2] O. Klein, E.J. Nicol, K. Holczer and G. Gruner, Phys. Rev. B 50, 6307 (1994).
- [3] М.Р. Трунин, А.А. Жуков, А.Т. Соколов, ЖЭТФ **111**, 696 (1997).
- [4] W.N. Hardy, D.A. Bonn, D.C. Morgan et al., Phys. Rev. Lett. 70, 3999 (1993).
- [5] M.R. Trunin, A.A. Golubov, Spectroscopy of High-Tc Superconductors. A Theoretical View (Ed. N.M. Plakida), Taylor and Francis, London and New York, 2003, P. 159-233.
- [6] Л.А. Вайнштейн, Электромагнитные волны (М.: Радио и Связь, 1988).
- [7] A.B. Pippard, Proc. Roy. Soc. **A216**, 547 (1953).
- [8] А.А. Абрикосов, Основы теории металлов (М.: Физматлит, 1987).
- [9] Ф. Ф. Менде, И. Н. Бондаренко, А. В. Трубицын, Сверхпроводящие и охлаждаемые резонансные системы, Наукова думка, 1976
- [10] F. London and H. London, Proc. Roy. Soc. A149, 71 (1935).
- [11] C.J. Gorter and H. Casimir, Phys. Z. **35**, 963 (1934).
- [12] L.N. Cooper, Phys. Rev. **104**, 1189 (1956).
- [13] Дж. Шриффер, Теория сверхпроводимости (М.: Физматлит, 1970).
- [14] D.C. Mattis and J. Bardeen, Phys. Rev. **111**, 412 (1958).
- [15] S.B. Nam, Phys. Rev. **156**, 470, 487 (1967).

- [16] М. Тинкхам, Введение в сверхпроводимость (М.: Атомиздат, 1980).
- [17] Н.Н. Боголюбов, В.В. Толмачев, Д.В. Ширков, Новый метод в теории сверхпроводимости (М.: АН СССР, 1958).
- [18] Г.М. Элиашберг, ЖЭТФ **38**, 966 (1960).
- [19] J.R.Carbotte, Rev. Mod. Phys. **62**, 1027 (1990).
- [20] W.L. McMillan, Phys. Rev. **167**, 331 (1968).
- [21] P.B. Allen and R.C. Dynes, Phys. Rev. B 12, 905 (1975).
- [22] B. Mitrovic, H.G. Zarate, J.P. Carbotte, Phys. Rev. B 29, 184 (1984).
- [23] Проблема высокотемпературной сверхпроводимости (под редакцией В.Л. Гинзбурга и Д.А. Киржница, М.: Наука, 1977).
- [24] С.В. Вонсовский, Ю.А. Изюмов, Э.З. Курмаев, Сверхпроводимость переходных металлов, их сплавов и соединений (М.: Физматлит, 1977).
- [25] А.Е. Каракозов, Е.Г. Максимов, С.А. Машков, ЖЭТФ **68**, 1937 (1975).
- [26] А.Е. Каракозов, Е.Г. Максимов, А.А. Михайловский, ЖЭТФ **103**, 132 (1992).
- [27] J. Blezius, R. Akis, F. Marsiglio, J.P. Carbotte, Phys. Rev. B 38, 179 (1988).
- [28] F. Marsiglio, Phys. Rev. B 44, 5373 (1991).
- [29] O.V. Dolgov, E.G. Maksimov, A.E. Karakozov, and A.A. Mikhailovsky, Solid State Comm. 89, 827 (1994).
- [30] Г.В. Климович, А.В. Рыляков, Г.М. Элиашберг, Письма в ЖЭТФ 53, 381 (1991).
- [31] A.A. Mikhailovsky, S.V. Shulga, A.E. Karakozov, O.V. Dolgov, and E.G. Maksimov, Solid State Comm. 80, 511 (1991).
- [32] М.Р. Трунин, А.А. Жуков, Г.Э. Цыдынжапов *и др.*, Письма в ЖЭТФ **64**, 783 (1996).
- [33] H. J. Fink, Phys. Rev. B 58, 9415 (1998).
- [34] М.Р. Трунин, Ю.А. Нефедов, and Н. J. Fink, ЖЭТФ **118**, 923 (2000).

- [35] H. J. Fink and M. R. Trunin, Physica B 284-288, 923 (2000); H. J. Fink, Phys. Rev. B 61, 6346 (2000); H. J. Fink and M. R. Trunin, Phys. Rev. B 62, 3046 (2000).
- [36] A. Hosseini, R. Harris, S. Kamal, et al., Phys. Rev. B 60, 1349 (1999).
- [37] H. Won, K. Maki, Phys. Rev. B 49, 1397 (1994).
- [38] M.T. Beal-Monod, K. Maki, Phys. Rev. B 55, 1194 (1997).
- [39] В.В. Шмидт, Введение в физику сверхпроводников, МЦНМО, Москва (2000).
- [40] P. J. Hirshfeld and N. Goldenfeld, Phys. Rev. B 48, 4219 (1993).
- [41] S. Sridhar and W. L. Kennedy, Rev. Sci. Instrum. 54, 531 (1988).
- [42] Ф. Л. Фельдштейн, Л. Р. Явич, В. П. Смирнов, Справочник по элементам волноводной техники, Советское радио, (1967).
- [43] С.И. Дорожкин, В.Н. Зверев, Г.В. Мерзляков, ПТЭ 2, 165 (1996).
- [44] О. В. Лоунасмаа Принципы и методы получения температур ниже 1 К, Мир, (1977).
- [45] Г. К. Уайт Экспериментальная техника в физике низких температур, ИФМЛ, (1961).
- [46] Физика низких температур, Издательство иностранной литературы, (1959).
- [47] Дж. Альтман Устройства сверхвысоких частот, Мир, (1968).
- [48] О. С. Милованов, Н. П. Собенин, Техника сверхвысоких частот, Атомиздат, 1980
- [49] Ч. Пул, Техника ЭПР-спектроскопии, Мир, 1970
- [50] M. Benkraouda, J. R. Clem, Phys. Rev. B 53, 5716 (1996).
- [51] E. Zeldov, A. I. Larkin, V. B. Geshkenbein et al., Phys. Rev. Lett. 73, 1428 (1994).
- [52] M. V. Indenbom, E. H. Brandt, Phys. Rev. Lett. 73, 1731 (1994).
- [53] Yu.A. Nefyodov, M.R. Trunin, A.A. Zhohov, I.G. Naumenko, G.A. Emel'chenko, D.Yu. Vodolazov, and I.L. Maksimov, Phys. Rev. B 67, 144504 (2003).
- [54] O. Klein, S. Donovan, M. Dressel, and G. Gruner, Int. J. Infrared Millimeter Waves 14, 2423 (1993).

- [55] М.Р. Трунин, УФН **168**, 931 (1998).
- [56] S. Pei, J. D. Jorgensen, B. Dabrowski *et al.*, Phys. Rev. B **491**, 4126 (1990).
- [57] Л.А. Клинкова, Сверхпроводимость: физика, химия, техника 7, 418 (1994).
- [58] Л.А. Клинкова, В.И. Николайчик, Н.В. Барковский и др., ЖНХ 46, 715 (2001).
- [59] А.М. Габович, Д.П. Моисеев, УФН **150**, 599 (1986).
- [60] M. Affronte, J. Marcus, C. Escribe-Filippine *et al.*, Phys. Rev. B **49**, 3502 (1994).
- [61] V.F. Gantmakher, L.A. Klinkova, N.V. Barkovskii et al., Phys. Rev. B 54, 6133 (1996).
- [62] Г.Э. Цыдынжапов, диссертация на соискание степени кандидата физ-мат наук, Институт физики твердого тела РАН, 1999.
- [63] Г.Э. Цыдынжапов, А.Ф. Шевчун, М.Р. Трунин, В.Н. Зверев, Д.В. Шовкун, Н.В. Барковский, Л.А. Клинкова, Письма в ЖЭТФ 83, 473 (2006).
- [64] E. Helfand, N. R. Werthamer, Phys. Rev. 147, 288 (1966).
- [65] A.A. Golubov, M.R. Trunin, S.V. Shulga, D. Wehler, J. Dreibholz, G. Müller, and H. Piel, Physica C 213, 139 (1993).
- [66] A. Erb, E. Walker, R. Flukiger, Physica C **258**, 9-20 (1996).
- [67] E.O. Shulz-Dubois, J. Crystal Growth **12**, 81 (1971).
- [68] Tallon J L et al., Phys. Rev. B **51** 12911 (1995)
- [69] M.R. Trunin, Yu.A. Nefyodov, A.F. Shevchun, Phys. Rev. Lett. 92, 067006 (2004)
- [70] J.W. Loram, et. al., Physica C, 282, 1405 (1997).
- [71] H. Ding, T. Yokoya, J. C. Campuzano et al., Nature **382**, 51 (1996).
- [72] M.R. Norman, et al., Nature **392**, 157 (1998).
- [73] T. Timusk and B. Statt, Rep. Prog. Phys. **62**, 61 (1999).
- [74] M. V. Sadovskii, Uspekhi Fiz. Nauk **171**, 539 (2001) [Phys. Usp. **44**, 515 (2001)].

- [75] M. R. Norman and C. Pépin, Rep. Prog. Phys. 66, 1547 (2003).
- [76] C. Nayak and E. Pivovarov, Phys. Rev. B 66, 064508 (2002).
- [77] G. Bilbro and W. L. McMillan, Phys. Rev. B 14, 1887 (1976).
- [78] C.A. Balseiro and L. M. Falicov, Phys. Rev. B 20, 4457 (1979).
- [79] K. Levin, D. L. Mills, S. L. Cunningham, Phys. Rev. B 10, 3821 (1974).
- [80] X.L. Lei, C. S. Ting, J. L. Birman, Phys. Rev. B **30**, 6387 (1984).
- [81] I. Affleck and J.B. Marston, Phys. Rev. B 37, 3774 (1988).
- [82] H.J. Schulz, Phys. Rev. B **39**, 2940 (1989).
- [83] T.C. Hsu, J.B. Marston, I.Affleck, Phys. Rev. B 43, 2866 (1991).
- [84] C. Nayak, Phys. Rev. B **62**, 4880 (2000).
- [85] P. A. Lee and X-G. Wen, Phys. Rev. Lett. 78, 4111 (1997).
- [86] A. J. Millis, S. M. Girvin, L. B. Ioffe, A. I. Larkin, J. Phys. Chem. Solids 59, 1742 (1998).
- [87] C. Panagapoulos, J. R. Cooper, and T. Xiang, Phys. Rev. B 57, 13422 (1998).
- [88] I. Kostzin, Q. Chen, Y-J. Kao, and K. Levin, Phys. Rev. B 61, 11662 (2001).
- [89] J. Stajic, A. Iyengar, K. Levin, B. R. Boyce, T. R. Lemberger, Phys. Rev. B 68, 24520 (2003).
- [90] S. Chakravarty, R. B. Laughlin, D. K. Morr, and C. Nayak, Phys. Rev. B 63, 094503 (2001).
- [91] S. Tewari, H-Y. Kee, C. Nayak, and S. Chakravarty, Phys. Rev. B 64, 224516 (2001).
- [92] Q.-H. Wang, J. H. Han, and D.-H. Lee, Phys. Rev. Lett. 87, 077004 (2001).
- [93] M.R. Trunin, Yu.A. Nefyodov, A.F. Shevchun, Supercond.Sci. Technol. 17, 1082 (2004)
- [94] J. W. Loram, J. Luo, J. R. Cooper at al., J. Phys. Chem. Solids 62, 59 (2001).
- [95] C. Bernhard, J. L. Tallon, Th. Blasius et al., Phys. Rev. Lett. 86, 1614 (2001).

- [96] Y. J. Uemura, Physica C **282-287**, 194 (1997).
- [97] T. Jacobs, S. Sridhar, C.T. Rieck et al., J. Phys. Chem. Solids, 56, 1945 (1995).
- [98] D. A. Bonn, S. Kamal, A. Bonakdarpour, R. X. Liang, W. N. Hardy, C. C. Homes, D. N. Basov, T. Timusk, Czech. J. Phys. 46, 3195 (1996).
- [99] C.E. Gough, R.J. Ormeno, M.A. Hein et al., J. of Supercond. 14, 73 (2001).
- [100] J. David Kokales et al., Physica C **341**, 1655 (2000).
- [101] R. Prozorov, R.W. Giannetta, P. Fournier, and R.L. Greene, Phys. Rev. Lett. 85, 3700 (2000).
- [102] I. Kosztin and A.J. Legget, Phys. Rev. Lett. **79**, 135 (1997).
- [103] Yu.S. Barash, M.S. Kalenkov, and J. Kurkijarvi, Phys. Rev. B 62, 6665 (2000).
- [104] A. Hosseini, R. Harris, S. Kamal et al., Phys. Rev. B 60, 1349 (1999).
- [105] A.C. Durst and P.A. Lee, Phys. Rev. B 65, 094501 (2002).
- [106] P.A. Lee, Phys. Rev. Lett. **71**, 1887 (1993).