

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова  
Сибирского отделения российской академии наук

На правах рукописи

Стрыгин Иван Сергеевич

**Магнетотранспортные явления в гетероструктурах  
GaAs/AlAs с латеральной периодической модуляцией**

Специальность 01.04.10 —  
«физика полупроводников»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук, профессор  
Быков Алексей Александрович

Новосибирск — 2019

## Оглавление

	Стр.
<b>Список сокращений и условных обозначений . . . . .</b>	<b>4</b>
<b>Общая характеристика работы . . . . .</b>	<b>6</b>
<b>Глава 1. Обзор литературы и постановка задачи . . . . .</b>	<b>14</b>
1.1 Транспортные свойства двумерного электронного газа . . . . .	14
1.2 Двумерный электронный газ в полупроводниковых структурах .	19
1.3 Соизмеримые осцилляции магнетосопротивления . . . . .	26
1.4 Осцилляции сопротивления, индуцированные микроволновым полем . . . . .	39
1.5 Магнетотранспортные явления в присутствии постоянного электрического поля . . . . .	50
1.6 Неравновесные магнетотранспортные явления в двумерных системах с латеральным периодическим потенциалом . . . . .	61
<b>Постановка задачи . . . . .</b>	<b>65</b>
<b>Глава 2. Исследуемые образцы и методика измерений . . . . .</b>	<b>67</b>
2.1 Изготовление гетероструктур GaAs/AlAs . . . . .	67
2.2 Изготовление холловских мостиков . . . . .	69
2.3 Методика эксперимента . . . . .	72
2.4 Транспортные параметры гетероструктур GaAs/AlAs . . . . .	75
<b>Глава 3. Самосогласованный расчет волновых функций и         электростатического потенциала в         селективно-легированной гетероструктуре GaAs/AlAs .</b>	<b>79</b>
3.1 Основные принципы самосогласованного расчета двумерной системы . . . . .	79
3.2 Методика численного решения уравнения Шредингера . . . . .	81
3.3 Методика численного расчета электростатического потенциала .	84
3.4 Самосогласованный расчет селективно-легированной гетероструктуры GaAs/AlAs . . . . .	86

3.5	Результаты расчетов . . . . .	90
<b>Глава 4. Магнетотранспортные явления в одномерном</b>		
<b>периодическом потенциале во внешнем</b>		
<b>электрическом поле . . . . . 92</b>		
4.1	Состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением в одномерном периодическом потенциале . . . . .	92
4.2	Туннелирование Зинера в одномерном периодическом потенциале	99
	Краткие выводы главы 4 . . . . .	106
<b>Глава 5. Магнетотранспортные явления в одномерном</b>		
<b>периодическом потенциале в присутствии</b>		
<b>микроволнового излучения . . . . . 108</b>		
5.1	Микроволновое фотосопротивление в двумерных системах с одномерной периодической модуляцией . . . . .	108
5.2	Состояния с нулевым сопротивлением, индуцированные микроволновым полем в одномерном периодическом потенциале .	114
	Краткие выводы главы 5 . . . . .	118
	<b>Заключение . . . . .</b>	<b>119</b>
	<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>121</b>

## Список сокращений и условных обозначений

$\Gamma$	уширение уровней Ландау
$\Gamma_B = 2 V_B $	ширина зоны Ландау
$\hbar$	постоянная Планка
$\mu$	подвижность электронов
$m^*$	эффективная масса электрона
$m_0$	масса свободного электрона
$n_e$	концентрация электронов
$\omega_c$	циклотронная частота
$\omega$	частота микроволнового поля
$\sigma$	проводимость
$\sigma_0$	проводимость Друде
$\rho$	удельное сопротивление
$\rho_0$	сопротивление Друде
$\tau_q$	квантовое время жизни
$\tau_{tr}$	транспортное время релаксации
$\delta$	фактор Дингла
$e$	заряд электрона
$B$	магнитное поле
$E$	электрическое поле
$E_H$	поле Холла
$\epsilon_0$	электрическая постоянная
$\epsilon$	диэлектрическая проницаемость
$R_c$	радиус циклотронной орбиты
$D$	коэффициент диффузии
$\nu$	плотность состояний
$f(\epsilon)$	функция распределения электронов
$f_0(\epsilon)$	функция распределения Ферми-Дирака
$\epsilon_n$	уровень Ландау с номером $n$
$N$	фактор заполнения
$\epsilon_F$	уровень Ферми
$k_F$	квазиволновой вектор Ферми
$\lambda_F$	фермиевская длина волны

$v_F$	скорость Ферми
$l_p$	длина свободного пробега электрона
$l_B$	магнитная длина
$k$	постоянная Больцмана
$T$	температура электронного газа
$V$	напряжение
$I$	сила тока
$j$	плотность тока
$d_s$	толщина спейсера
$\psi$	волновая функция
$V_0$	амплитуда периодической модуляции потенциала
ДЭГ	двумерный электронный газ
ШдГ	осцилляции Шубникова – де Гааза
СО	соизмеримые осцилляции
УЛ	уровень Ландау
КПСР	короткопериодная сверхрешетка
ТЗ	туннелирование Зинера
ГОМ	гигантские осцилляции магнетосопротивления (осцилляции, индуцированные микроволновым полем)
ВФ	волновая функция

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** Системы с двумерным электронным газом (ДЭГ) исследуются уже более полувека. Интерес к этим системам связан прежде всего с важностью фундаментальных физических явлений, наблюдаемых в таких системах, а также с возможностью их практического применения. Наиболее эффективным методом исследования этих систем остаются низкотемпературные магнетотранспортные измерения. Одной из первых систем с ДЭГ является кремниевый МОП транзистор, служащий основой для современной микроэлектроники. Именно в нем были обнаружены, ставшие уже классическими, эффект Шубникова-де Гааза (ШдГ) в ДЭГ [1] и квантовый эффект Холла [2]. Дальнейшее развитие технологий привело к созданию высокоподвижного ДЭГ на основе гетероперехода GaAs/AlGaAs. В таких структурах был открыт дробный квантовый эффект Холла [3], и они стали активно применяться в высокочастотной микроэлектронике.

Открытие целочисленного и дробного квантовых эффектов Холла пробудило интерес исследователей к изучению двумерных систем в сильных квантующих магнитных полях, когда под уровнем Ферми  $\varepsilon_F$  находится всего несколько уровней Ландау. В таких системах ширина уровней Ландау  $\Gamma = \hbar/\tau_q$  меньше расстояния  $\hbar\omega_c$  между ними, что соответствует условию  $\omega_c\tau_q \gg 1$ . Здесь  $\tau_q$  — квантовое время жизни,  $\omega_c$  — циклотронная частота. Долгое время именно такие двумерные системы являлись основным объектом исследований.

Около двадцати лет назад фокус внимания исследователей сместился в область магнитных полей, когда ниже уровня Ферми лежит большое количество уровней Ландау, а фактор заполнения  $N = 2\varepsilon_F/\hbar\omega_c \gg 1$ . В таких системах ширина уровней Ландау сравнима с расстоянием между ними ( $\omega_c\tau_q \lesssim 1$ ). Однако первые значимые магнетотранспортные явления в системах с большими факторами заполнения были открыты значительно раньше. Одним из таких явлений являются соизмеримые осцилляции (СО) сопротивления в одномерном периодическом потенциале [4].

Данные осцилляции периодичны в обратном магнитном поле, а положение их максимумов определяется через период сверхрешетки  $a$  соотношением  $2R_c/a = (i + 1/4)$ , где  $R_c$  — циклотронный радиус,  $i$  — целое число. Было показано, что возникновение СО может быть объяснено как с точки зрения

квазиклассики, так и с помощью квантовой механики. Квазиклассическое обоснование было дано в работе [5], и заключается оно в возникновении резонанса между движением электронов по циклотронной орбите и движением в электрическом поле, которое появляется при введении в систему периодического потенциала. Квантовомеханическая интерпретация объясняет наличие СО снятием вырождения уровней Ландау по отношению к координате центра орбиты [6; 7]. Это приводит к возникновению зон Ландау. Ширина зон Ландау меняется в зависимости от значения магнитного поля. Она равна нулю в минимумах СО и принимает максимальное значение в максимумах СО.

В работе [8] исследовалось влияние зон Ландау на осцилляции ШдГ. Появление зон Ландау в этой работе было обусловлено одномерной модуляцией магнитного поля. Было установлено, что амплитуда осцилляций ШдГ возрастает там, где ширина зон Ландау равна нулю. В то же время осцилляции ШдГ подавлены при значениях магнитных полей, соответствующих максимальной ширине зон Ландау. Данный эффект, однако, не является специфическим для зон Ландау, которые возникли благодаря модуляции магнитного поля. Позднее в работе [9] было показано, что в одномерном периодическом потенциале амплитуда осцилляций ШдГ также увеличивается в минимумах СО и уменьшается в максимумах.

СО были также обнаружены и в двумерной электронной системе в квадратной решетке антиоточек [10]. Однако в отличие от СО, наблюдаемых в одномерном периодическом потенциале, СО в антиоточечной системе по сей день объясняются только с точки зрения квазиклассики. СО в таких системах обусловлены возникновением пиннигованных орбит и убегающих траекторий в классически сильных магнитных полях, которые вносят вклад в появление соизмеримых максимумов сопротивления [11; 12].

Спустя почти десятилетие после открытия СО сопротивления, были обнаружены гигантские осцилляции магнетосопротивления (ГОМ,  $\omega/\omega_c$ -осцилляции), индуцированные микроволновым полем [13]. Именно открытие ГОМ пробудило массовый интерес к исследованию двумерных систем с большими факторами заполнения [14]. Вскоре было показано, что сопротивление в минимумах ГОМ может принимать и значение близкое к нулевому [15].

Затем был открыт ряд нелинейных магнетотранспортных явлений, возникающих в присутствии постоянного внешнего поля  $E$ . При больших значениях

поля, когда  $eER_c \gg \hbar\omega_c$ , возникает туннелирование Зинера (ТЗ) между уровнями Ландау. Оно приводит к возникновению осцилляций магнетосопротивления [16]. При  $\omega_c\tau_{tr} \gg 1$ , где  $\tau_{tr}$  — транспортное время релаксации, выполняется условие  $\sigma_{xy} \gg \sigma_{xx}$ . Поэтому в образцах с геометрией мостика Холла ТЗ обеспечивается полем Холла  $E_H$ , а не тянущим полем  $E_x$ , поскольку  $E_H \gg E_x$  при  $\sigma_{xy} \gg \sigma_{xx}$ . Когда значение электрического поля мало и ТЗ невозможно, то наблюдаются явления, связанные с энергетическими переходами электронов внутри одного уровня Ландау. К таким явлениям относят состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением [17].

Большая часть магнетотранспортных явлений в системах как с большими, так и с малыми факторами заполнения, была открыта в высокоподвижном ДЭГ, полученном на основе гетероперехода GaAs/AlGaAs. Высокая подвижность носителей в гетеропереходе GaAs/AlGaAs достигается за счет пространственного разделения ДЭГ и области легирования. Это приводит к подавлению рассеяния на примесном потенциале и, как следствие, к увеличению подвижности. Однако такой подход имеет свой недостаток. Чем больше расстояние между ДЭГ и легирующим слоем, тем больше подвижность носителей, однако тем меньше их концентрация в яме. Поэтому для таких структур невозможно получить одновременно высокие значения подвижности и концентрации, а ведь именно произведение этих параметров определяет проводимость системы. Также, при достижении определенного значения концентрации происходит заполнение второй подзоны размерного квантования, и электронный газ перестает быть двумерным.

Указанные выше недостатки были устранены в структуре, основанной на короткопериодной сверхрешетке (КПСР) GaAs/AlAs, предложенной в работе [18]. Отличительной особенностью этой структуры является наличие X-электронов, локализованных возле легирующих слоев кремния. X-электроны сглаживают рассеивающий потенциал ионизованных примесей, подавляя рассеяние и, тем самым, увеличивая подвижность. Это означает, что в такой структуре возможно достижение высоких значений подвижности и концентрации электронов одновременно, а следовательно, и более высоких по сравнению с GaAs/AlGaAs гетеропереходом значений проводимости. Заполнение второй подзоны размерного квантования можно контролировать, задавая нужную ширину центральной GaAs-ямы. Поэтому гетероструктура



GaAs/AlAs является удобным объектом исследования фундаментальных магнетотранспортных явлений в высокоподвижном ДЭГ, значительно расширяющим экспериментальные возможности в данном направлении.

Несмотря на довольно активное изучение как магнетотранспортных явлений во внешних микроволновом и электрических полях, так и магнетотранспортных явлений, возникающих в периодическом потенциале, влияние периодического потенциала на неравновесные явления в ДЭГ до сих пор не изучено. Остаются открытыми вопросы о том, как возникновение зон Ландау в периодическом потенциале сказывается на  $\omega/\omega_c$  - осцилляциях и на осцилляциях, индуцированных внешним постоянным электрическим полем, а также о роли периодического потенциала в формировании состояний с нулевым сопротивлением и нулевым дифференциальным сопротивлением.

**Целью** данной работы является экспериментальное изучение магнетотранспортных явлений в одномерном периодическом потенциале в высокоподвижном ДЭГ на основе гетероструктуры GaAs/AlAs при больших факторах заполнения. Конкретными задачами являются установление роли одномерного периодического потенциала в формировании состояний с нулевым дифференциальным сопротивлением и состояний с нулевым сопротивлением при облучении микроволновым полем, а также характеристика  $\omega/\omega_c$  - осцилляций и осцилляций, индуцированных полем Холла, в присутствии одномерного периодического потенциала.

**Научная новизна работы.** Обнаружены состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением в ДЭГ с одномерным периодическим потенциалом, которые возникают в минимумах СО.

Установлено, что сильное электрическое поле существенно влияет на СО. Появляются узлы биений в которых фаза осцилляций меняется на  $\pi$ .

Показано, что под действием микроволнового излучения магнетосопротивление ДЭГ в минимумах СО изменяется существеннее, чем в максимумах. Показано также, что в минимумах СО под действием микроволнового поля наблюдаются состояния с нулевым сопротивлением.

**Научная и практическая ценность работы.** Показано, что квантовые ямы на основе гетероструктуры GaAs/AlAs, с нанесенной на поверхность образца металлической решеткой, могут быть использованы для изучения магнетотранспорта в одномерном периодическом потенциале. Решетки могут

служить как для отражения света, который при попадании на открытые участки образца вызывает увеличение концентрации в этих областях, так и в качестве барьера Шотки. Оба способа приводят к пространственной модуляции концентрации и возникновению одномерного периодического потенциала.

Предложен способ вычисления квантового времени жизни  $\tau_q$  в системах, где присутствуют одновременно одномерный периодический потенциал и внешнее постоянное электрическое поле.

Предложена модель, описывающая квантовое время жизни  $\tau_q$  в системах с одномерной периодической модуляцией, позволяющая учесть влияние изменения ширины уровней Ландау на магнетотранспорт.

**Методология и методы исследования** заключаются в измерении магнетосопротивления образцов с геометрией мостика Холла с нанесенной латеральной металлической сверхрешеткой при низких температурах в линейном и нелинейном режимах, а также при наличии внешнего микроволнового излучения.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. При больших факторах заполнения двумерный электронный газ с одномерной периодической модуляцией переходит в состояние с нулевым дифференциальным сопротивлением под действием внешнего постоянного электрического поля в минимумах соизмеримых осцилляций.
2. В двумерных электронных системах с одномерным периодическим потенциалом при больших факторах заполнения внешнее постоянное электрическое поле приводит к возникновению модуляции соизмеримых осцилляций. Существуют значения магнитных полей, в которых фаза соизмеримых осцилляций изменяется на 180 градусов.
3. Модуль знакопеременного микроволнового фотосопротивления в двумерных электронных системах с одномерным периодическим потенциалом при больших факторах заполнения падает в максимумах соизмеримых осцилляций.
4. Индуцированные микроволновым полем состояния с нулевым сопротивлением в двумерных системах с одномерной периодической модуляцией потенциала при больших факторах заполнения наблюдаются в минимумах соизмеримых осцилляций.

**Достоверность** обеспечивается воспроизводимостью экспериментальных результатов работы на разных образцах и согласованностью экспериментальной

картины, наблюдаемой в данной работе, с существующими теоретическими работами по данной тематике.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на российских и международных конференциях

1. XIX Уральская международная зимняя школа по физике полупроводников (Екатеринбург - Новоуральск, 20 - 25 февраля 2012 г.)
2. XX Уральская международная зимняя школа по физике полупроводников (Екатеринбург - Новоуральск, 17 - 22 февраля 2014 г.)
3. XXII Уральская международная зимняя школа по физике полупроводников (Екатеринбург - Алапаевск, 19 - 24 февраля 2018 г.)

**Публикации.** По результатам диссертации опубликовано 8 работ [19—26], в том числе 5 журнальных статей.

**Личный вклад автора** заключался в участии в постановке задач, проведении экспериментов и самосогласованного расчета электростатического потенциала и волновых функций в гетероструктуре GaAs/AlAs, обработке и интерпретации экспериментальных результатов, написании научных статей и подготовки их к публикации.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка цитируемой литературы.

**В первой главе** проведен обзор существующей литературы в области магнетотранспортных свойств ДЭГ. Глава состоит из шести частей. Первая часть описывает общие транспортные свойства ДЭГ. Вторая часть рассказывает о технологических способах получения ДЭГ, плюсах и минусах различных полупроводниковых структур с ДЭГ. Среди них кремниевая МОП структура, гетеропереход GaAs/AlGaAs и селективно-легированная гетероструктура с короткопериодными сверхрешеточными барьерами GaAs/AlAs. Третья часть описывает магнетотранспортные явления, наблюдаемые в латеральном периодическом потенциале. Наибольшее внимание здесь уделено соизмеримым осцилляциям сопротивления в одномерном латеральном периодическом потенциале, их теоретическому обоснованию с точки зрения квантовой механики и квазиклассики. Однако в конце этой части рассказывается также и о соизмеримых осцилляциях сопротивления, наблюдаемых в системах с двумерной периодической решеткой из антиточек. Четвертая часть посвящена индуцированным микроволновым полем осцилляциям сопротивления в ДЭГ. Рассказывается про  $\omega/\omega_c$  - осцилляции и состояния с нулевым сопротивлением.

Приводятся экспериментальные данные и теоретические обоснования. В пятой части рассматриваются нелинейные магнетотранспортные явления, происходящие в присутствии постоянного внешнего электрического поля. К ним относятся туннелирование Зинера между уровнями Ландау и состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением. Заключительная часть данной главы посвящена неравновесным магнетотранспортным явлениям в системах с латеральной периодической модуляцией. Отмечается, что существующие экспериментальные работы в данной области касаются исключительно систем с периодической решеткой из антиточек.

**Вторая глава** посвящена описанию технологии изготовления образцов для магнетотранспортных измерений и методике эксперимента. Глава состоит из четырех частей. Первая часть описывает процесс изготовления гетероструктур GaAs/AlAs методом молекулярно-лучевой эпитаксии. Рассказывается в каком порядке выращиваются слои короткопериодной сверхрешетки и какой они толщины. Вторая часть поэтапно описывает процесс изготовления холловских мостиков методом фотолитографии и жидкостного травления. Кратко изложено, каким образом наносилась металлическая сверхрешетка на образец. Третья часть посвящена описанию методики эксперимента. Рассказывается о том, как проводились магнетотранспортные измерения при облучении образца микроволновым полем и при наличии внешнего электрического поля. Четвертая часть посвящена транспортным характеристикам исследуемых образцов. Здесь перечислены типы гетероструктур GaAs/AlAs, которые использовались для изготовления холловских мостиков, их основные транспортные параметры: подвижность и концентрация носителей.

**Третья глава** описывает самосогласованный расчет уравнений Шредингера и Пуассона для расчета волновых функций и электростатического потенциала гетероструктуры GaAs/AlAs. Глава состоит из пяти частей. Последовательно описываются особенности численного решения уравнения Шредингера, уравнения Пуассона, самосогласованной задачи в общем случае и специфики ее решения применительно к гетероструктуре GaAs/AlAs. В конце приводится результат расчета.

**Четвертая глава** приводит результаты экспериментального исследования нелинейных магнетотранспортных явлений во внешнем электрическом поле в системах с периодической модуляцией потенциала. Глава состоит из двух

частей. Первая из них посвящена исследованию нелинейного магнетотранспорта в слабых электрических полях. Здесь описываются условия возникновения состояний с нулевым дифференциальным сопротивлением и причины их разрушения. Во второй части изложены результаты исследования в сильных электрических полях. В ней показано, что сильное электрическое поле приводит к модуляции соизмеримых осцилляций, а также, что влияние уширения зон Ландау на магнетотранспорт можно учесть, введя эффективное квантовое время жизни.

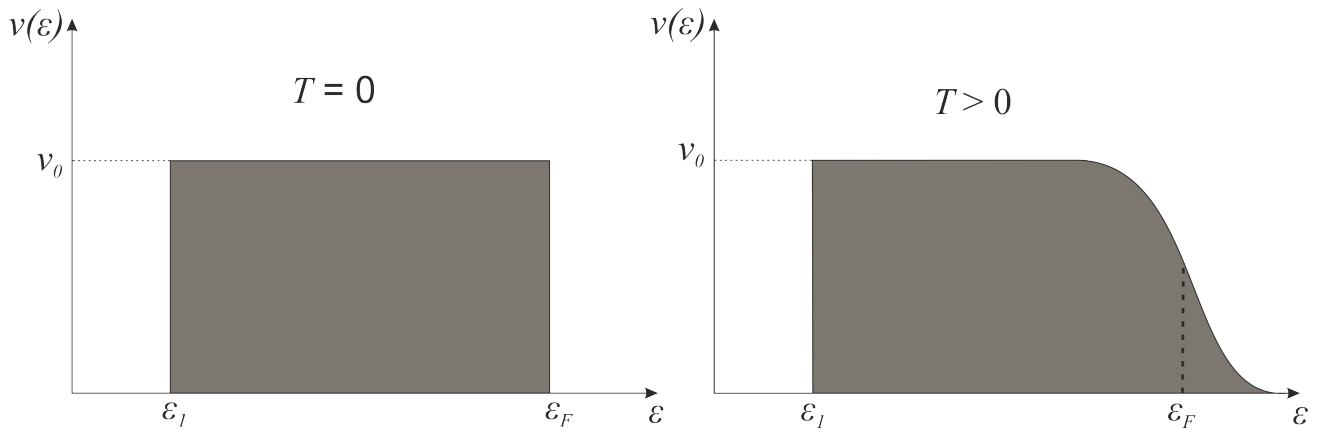
**Пятая глава** посвящена экспериментальному исследованию влияния одномерного периодического потенциала на магнетотранспорт в микроволновом поле. Глава состоит из двух частей. Первая часть рассказывает о влиянии одномерного периодического потенциала на микроволновое фотосопротивление в ДЭГ. Здесь показывается, что модуль фотосопротивления в максимумах соизмеримых осцилляций падает до нуля. Вторая часть описывает состояния с нулевым магнетосопротивлением в присутствии микроволнового поля, когда они возникают и при каких условиях разрушаются.

## Глава 1. Обзор литературы и постановка задачи

### 1.1 Транспортные свойства двумерного электронного газа

Двумерный электронный газ (ДЭГ) представляет собой электронный газ, в котором электроны могут свободно двигаться в двух направлениях, а в третьем они помещены в потенциальную яму. С точки зрения квантовой механики, понятие двумерный электронный газ означает, что ниже уровня Ферми  $\varepsilon_F$  системы располагается лишь одна заполненная подзона размерного квантования.

Плотность состояний в двумерной системе является константой и может быть записана в виде  $\nu_0 = g_s g_\nu \frac{m^*}{2\pi\hbar^2}$ . Здесь  $g_s$  и  $g_\nu$  — это спиновое и долинное вырождения соответственно,  $m^*$  — эффективная масса носителей,  $\hbar$  — постоянная Планка. Здесь и далее мы будем считать, что  $g_s = 2$ , а  $g_\nu = 1$ , поэтому плотность состояний ДЭГ равна  $\nu_0 = m^*/\pi\hbar^2$ . Заселенность носителей определяется произведением  $\nu_0 f(\varepsilon)$ , где  $f(\varepsilon)$  — это функция распределения носителей. В равновесии электроны подчиняются статистике Ферми-Дирака  $f_0(\varepsilon)$ . На рис. 1 схематично показана равновесная заселенность в ДЭГ, при температурах  $T = 0$  и  $T > 0$ . Видно, что при  $T = 0$  заселенность представляет собой прямоугольник, ограниченный уровнем энергии единственной заполненной подзоны  $\varepsilon_1$  с одной стороны и уровнем Ферми  $\varepsilon_F$  с другой, а при  $T > 0$  вблизи уровня Ферми  $\varepsilon_F$  появляется размытие.



**Рис. 1** — Равновесная заселенность носителей  $\nu_0 f_0(\varepsilon)$  в ДЭГ при нулевом значении электрического и магнитного полей.

Рассмотрим систему с ДЭГ при  $T = 0$ . Полный ток в такой системе, состоящий из дрейфового тока  $\mathbf{j}_{\text{drift}} = \sigma \mathbf{E}$ , обусловленного наличием электрического поля  $\mathbf{E}$ , и диффузионного тока  $\mathbf{j}_{\text{diff}} = |e|D\nabla n_e$ , возникающего вследствие градиента концентрации электронов  $n_e$ , должен быть равен нулю в условиях термодинамического равновесия. Здесь  $\sigma$  — это проводимость системы,  $e$  — заряд электрона,  $D$  — коэффициент диффузии. Поэтому  $\sigma \mathbf{E} + |e|D\nabla n_e = 0$ . С другой стороны, сила, действующая на электрон  $\mathbf{F} = -|e|\mathbf{E} = \nabla \varepsilon_F$ . Принимая во внимание, что  $n_e = \nu_0 \varepsilon_F$ , получаем соотношение Эйнштейна, связывающее плотность состояний и проводимость системы:

$$\sigma = e^2 D \nu_0 \quad (1)$$

В общем виде проводимость двумерной системы можно записать следующим образом [27]

$$\sigma = \int \sigma(\varepsilon) \left( -\frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right) d\varepsilon \quad (2)$$

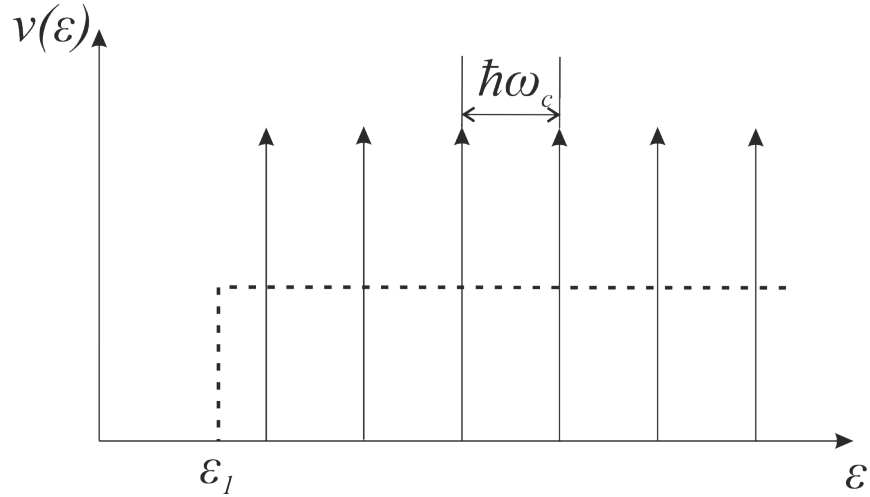
Здесь множитель  $\sigma(\varepsilon)$  показывает вклад в диссипативный транспорт электронов с энергией  $\varepsilon$  и может быть представлен, согласно уравнению (1), в виде  $\sigma(\varepsilon) = e^2 D \nu(\varepsilon)$ , где  $\nu(\varepsilon)$  — плотность состояний в ДЭГ, которая в общем случае зависит от энергии.

Поместим теперь систему с ДЭГ в постоянное магнитное поле. Гамильтониан в этом случае представляется в виде  $\hat{H} = \frac{(\hat{p} - e\mathbf{A})^2}{2m^*}$ , здесь  $\hat{p}$  — оператор импульса,  $\mathbf{A}$  — векторный потенциал магнитного поля. Решение уравнения Шрёдингера для такого гамильтониана, как и в трехмерном случае, приведет к квантованию энергии электрона:  $\varepsilon_n = \hbar\omega_c(n + 1/2)$  — уровни Ландау (УЛ), где  $n$  — номер УЛ,  $\omega_c$  — циклотронная частота в магнитном поле  $B$ :

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*} \quad (3)$$

Стоит заметить, что уровни Ландау эквидистантны, и расстояние между ними пропорционально величине магнитного поля. В идеальной системе при температуре  $T = 0$ , плотность состояний будет выглядеть как множество дельта-пику, находящихся на расстоянии  $\hbar\omega_c$  друг от друга (рис. 2).

В реальной системе с ДЭГ всегда присутствуют процессы рассеяния электронов. Природа рассеивающих центров может быть различной. При температурах ниже 10 К доминирующим механизмом рассеяния является рассеяние



**Рис. 2** — Плотность состояний ДЭГ в магнитном поле при  $T = 0$ .

на ионизированных примесях [28, с. 162]. Кроме того, именно рассеяние определяет проводимость ДЭГ в магнитном поле, поскольку при движении в скрещенном электрическом и магнитных полях наблюдается дрейф носителей в направлении, перпендикулярном вектору электрического поля, и проводимость такой системы равна нулю.

Проводимость ДЭГ в магнитном поле  $\hat{\sigma}$  является тензорной величиной. Ее диагональная компонента  $\sigma_{xx}$  характеризует продольную проводимость системы. При этом в изотропной системе  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ , а  $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$ . А компоненты тензора сопротивления  $\hat{\rho}$  могут быть получены с помощью обращения тензора проводимости. Поэтому продольная компонента  $\rho_{xx}$  в изотропной системе выражается следующим образом

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \quad (4)$$

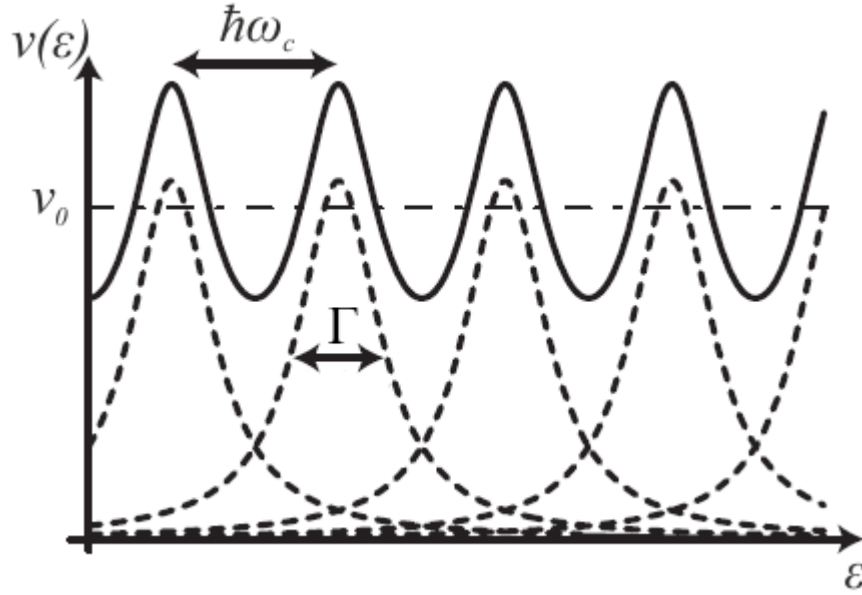
С точки зрения квантовой механики любые процессы рассеяния приводят к уширению уровней Ландау. Одной из важнейших транспортных характеристик является квантовое время жизни  $\tau_q$ , которое характеризует среднее время между двумя актами рассеяния. Квантовое время жизни определяется через ширину уровней Ландау  $\Gamma$  (см. рис. 3)

$$\tau_q = \frac{\hbar}{\Gamma} \quad (5)$$

Пусть уровни Ландау не перекрываются. А число заполненных уровней Ландау  $n$ , находящихся ниже уровня Ферми, велико  $n \gg 1$ . В таком случае,  $n$  можно выразить следующим образом

$$n \approx \frac{\varepsilon_F}{\hbar\omega_c} = \frac{\pi\hbar n_e}{eB} \quad (6)$$





**Рис. 3** — Плотность состояний  $\nu(\varepsilon)$  в магнитном поле с учетом уширения уровней Ландау. Пунктирная линия обозначает плотность состояний  $\nu_0$  в нулевом магнитном поле. Из работы [28].

Тогда число электронов на каждом уровне Ландау

$$n_L = \frac{n_e}{n} = \frac{eB}{\pi\hbar} \quad (7)$$

Таким образом, каждый УЛ  $n_L$  - кратно вырожден. Изменяя величину магнитного поля, мы тем самым меняем расстояние между уровнями Ландау, а значит при фиксированном уровне Ферми существуют промежутки магнитного поля  $B$ , когда УЛ пересекает уровень Ферми. Согласно [29], этот факт можно отметить, переписав формулу для концентрации следующим образом:

$$n_e = n \frac{eB}{\pi\hbar} + \xi \frac{eB}{\pi\hbar} \quad (8)$$

Здесь  $n$  является целым числом, а  $\xi$  — непрерывно меняется в пределах  $0 \leq \xi < 1$ . Значение  $\xi \neq 0$  отвечает случаю, когда уровень Ландау пересекает уровень Ферми.

При  $\xi = 0$  уровень Ферми располагается между уровнями Ландау, не пересекая их. Поэтому все уровни, которые находятся ниже уровня Ферми, полностью заняты, а уровни выше уровня Ферми — свободны. В этом случае электроны не могут менять свое состояние, а значит, не могут рассеиваться. Поэтому продольная проводимость  $\sigma_{xx}$  равна нулю, а следовательно, согласно (4), сопротивление  $\rho_{xx}$  также равно нулю.

Если  $\xi \neq 0$ , это означает, что уровень Ферми пересекает уровень Ландау. В этом случае, можно говорить, что только часть этого уровня заполнена, и электроны могут рассеиваться, переходя на свободные состояния. Проводимость в этом случае отлична от нуля.

Такое качественное рассмотрение системы приводит к выводу, что проводимость ДЭГ осциллирует при изменении величины магнитного поля. Такие осцилляции называют осцилляциями Шубникова-де Гааза (ШдГ), которые были впервые описаны в 1930 году [30]. Осцилляции сопротивления возникают и при другой постановке эксперимента, когда фиксируется величина магнитного поля, но с помощью затворного напряжения меняется концентрация носителей в яме, и таким образом варьируется положение уровня Ферми [1].

При низких значениях магнитного поля, т.е. при  $\tau_q \omega_c < 1$ , перекрытие уровней Ландау приводит к тому, что зависимость плотности состояний от энергии  $\nu(\varepsilon)$  принимает осциллирующий характер. Схематично такая ситуация показана на рис. 3.

Согласно [31; 32] осциллирующую компоненту  $\Delta\nu$  плотности состояний можно представить в виде

$$\Delta\nu = 2\nu_0 \sum_{s=1}^{\infty} \exp(-\pi s / \omega_c \tau_q) \cos\left[\frac{2\pi s \varepsilon}{\hbar \omega_c} - s\pi\right] \quad (9)$$

Экспоненциальный множитель  $\exp(-\pi s / \omega_c \tau_q)$  называют фактором Дингла. Он отвечает за ширину уровня Ландау в осциллирующей части плотности состояний. При низких магнитных полях ( $\tau_q \omega_c < 1$ ) можно ограничиться лишь членом с  $s = 1$  в этой сумме.

$$\Delta\nu = -2\nu_0 \exp(-\pi / \omega_c \tau_q) \cos\left(\frac{2\pi \varepsilon}{\hbar \omega_c}\right) \quad (10)$$

Таким образом, осцилляции плотности состояний приводят к тому, что осциллирует сопротивление и проводимость [27; 33]

$$\Delta\rho_{xx} / \rho_0 \approx 2A_{SdH} X(T) \Delta\nu / \nu_0 \quad (11)$$

где  $A_{SdH}$  — коэффициент пропорциональности,  $X(T)$  — температурный префактор

$$X(T) = (2\pi^2 kT / \hbar \omega_c) / \sinh(2\pi^2 kT / \hbar \omega_c) \quad (12)$$

$k$  — постоянная Больцмана,  $\rho_0$  — это удельное сопротивление в нулевом магнитном поле,  $\rho_0 = 1/\sigma_0$ ,  $\sigma_0 = en_e \mu$  — проводимость Друде.

Проводимость Друде, также, как и проводимость структуры в целом, зависит от двух важных параметров, характеризующих ДЭГ. Это подвижность  $\mu$  и концентрация носителей  $n_e$ . Подвижность позволяет определить транспортное время релаксации, которое зависит от характера и частоты столкновений носителей заряда с примесями и фононами:

$$\tau_{tr} = \frac{\mu m^*}{e} \quad (13)$$

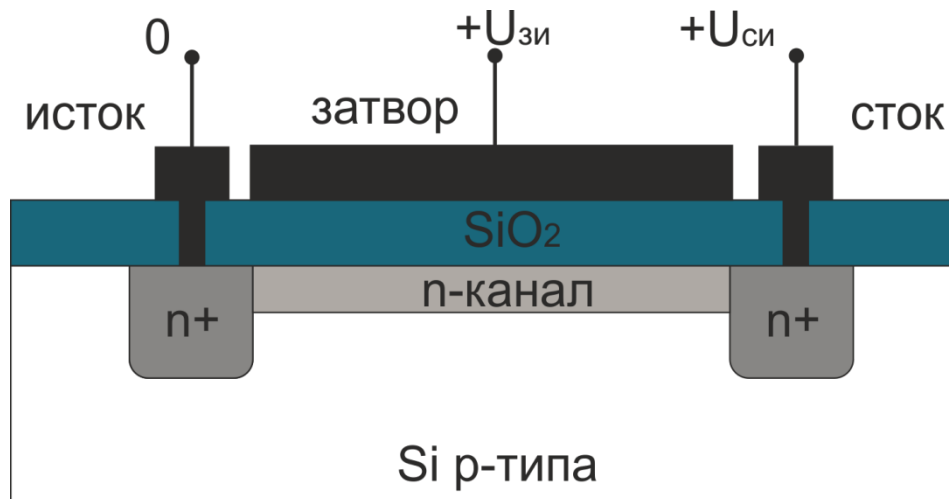
Поэтому, для достижения наибольшей проводимости необходимо максимизировать произведение  $n_e \mu$ , что не всегда удается для разных типов структур.

## 1.2 Двумерный электронный газ в полупроводниковых структурах

Началом для изучения двумерных систем послужило создание полевого МОП транзистора (или, иначе говоря, МДП транзистора) в 1966 году. Изобретение данного прибора позволило сделать прорыв в области микроэлектроники. До сих пор МОП транзистор является основным элементом для большей части современной микроэлектроники.

Схема полевого МОП транзистора представлена на рис. 4. В нижней части находится слой кремния р-типа, в котором имеются две области, сильно легированные донорными примесями, куда вжигаются контакты, называемые стоком и истоком, через которые и протекает ток основных носителей заряда. В данном случае это электроны. Поверхность кристалла кремния покрыта тонким слоем диэлектрика  $\text{SiO}_2$ , на который нанесен еще один контакт, который называется затвором. Если приложить положительное относительно истока напряжение к затвору, то поле затвора «притянет» электроны из легированных областей, и вдоль границы диэлектрик/полупроводник будет накапливаться объемный заряд. Приложение к затвору определенного порогового напряжения приводит к тому, что под диэлектриком образуется инверсный проводящий канал. Таким образом, изменяя напряжение на затворе, можно управлять толщиной инверсного канала и тем самым контролировать ток, протекающий через транзистор.

Пара  $\text{Si}/\text{SiO}_2$  была выбрана не случайно в качестве материала для создания МОП транзистора. Поверхностные состояния на границе полупроводник / диэлектрик в таких структурах практически отсутствуют, что обеспечивает



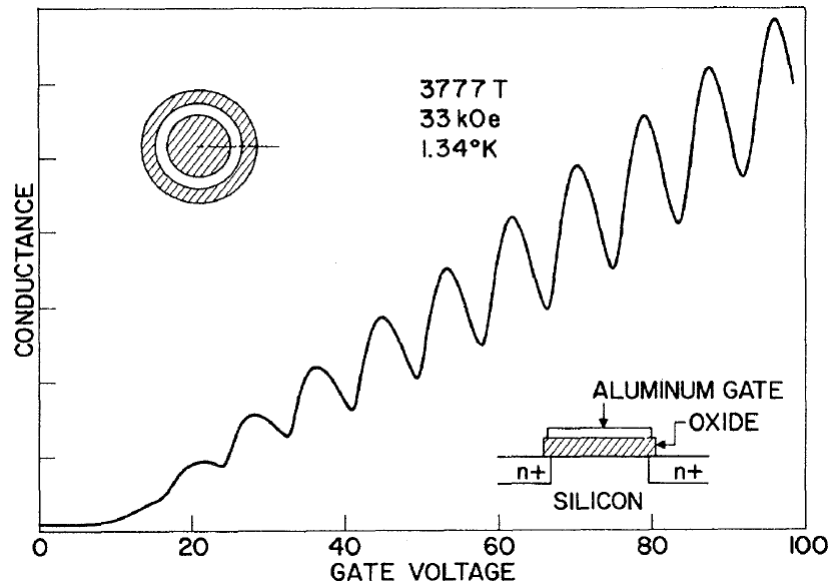
**Рис. 4** — Схематичный разрез полевого МОП-транзистора.

приемлемую проводимость вдоль границы. Однако возможность использования МОП-транзистора в интегральных схемах — это не только «удача», в результате которой была обнаружена пара  $\text{Si}/\text{SiO}_2$ , но и также торжество технологий, которые позволили создать достаточно гладкую гетерограницу.

Возможность использования данного элемента в микросхемах не единственное достоинство кремниевого МОП-транзистора. Оказалось, что если поместить такую структуру в гелиевый криостат, включить магнитное поле и, изменяя напряжение на затворе, измерять сопротивление образца, то можно обнаружить осцилляции ШдГ (рис. 5) [1]. Таким образом, было обнаружено, что электронный газ в инверсионном канале МОП-транзистора является двумерным. 14 лет спустя на этой же структуре был открыт квантовый эффект Холла [2].

Важность МОП-структуры для микроэлектроники и для фундаментальных исследований трудно переоценить. Но такая структура все-таки имеет недостаток. Он связан с тем, что электроны в кремнии имеют достаточно большую эффективную массу  $0.98m_0$ . Из-за этого подвижность носителей в такой структуре не очень высока и составляет  $(1 - 4) \times 10^3 \text{ см}^2/\text{Вс}$  при комнатной температуре. На подвижность также влияет рассеяние на заряженных примесях и дефектах кристаллической решетки вблизи гетерограницы  $\text{Si}/\text{SiO}_2$ . Низкая подвижность компенсируется высокой концентрацией носителей в канале. Однако кремниевые МОП-транзисторы не могут быть применены в высокочастотной микроэлектронике, где требуется высокая подвижность носителей в элементах.

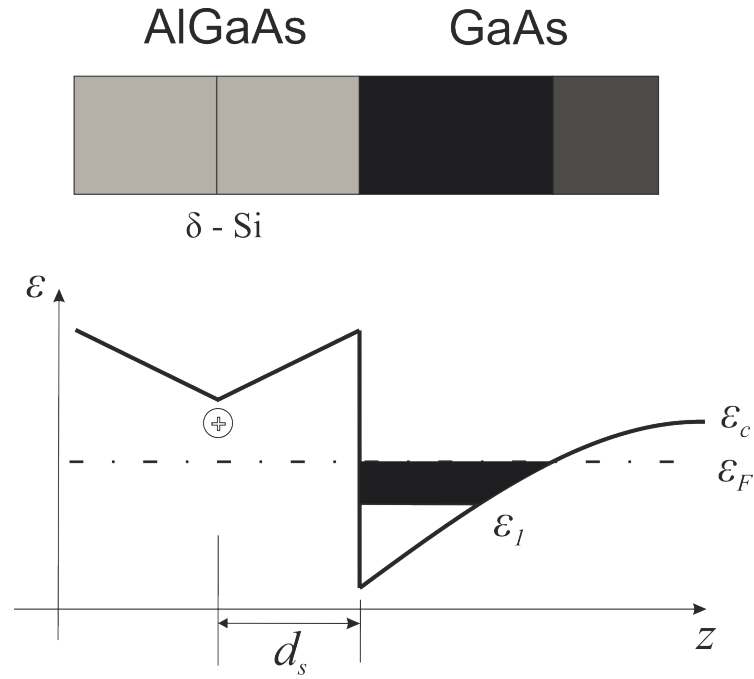
В то время, пока физики изучали ДЭГ в кремниевой МОП-структуре, технологии роста полупроводниковых структур совершенствовались. В



**Рис. 5** — Зависимость кондактанса от величины приложенного затворного напряжения в кремниевой МОП-структуре. Из работы [1].

шестидесятих годах прошлого столетия группа советских ученых во главе с Ж. Алферовым нашла способ, как получить гетерограницу двух различных полупроводников (гетеропереход), практически лишенную дефектов. Такое достижение стало возможным, благодаря гетеропаре GaAs/AlGaAs. В семидесятих годах на основании селективно-легированного гетероперехода GaAs/AlGaAs была создана система с высокоподвижным ДЭГ. Эта система позволила значительно продвинуться в исследовании транспортных свойств двумерных систем. Схематичное изображение структуры GaAs/AlGaAs с легирующей примесью в виде  $\delta$ -слоя кремния изображено на рис. 6. В такой структуре на границе между GaAs и AlGaAs образуется двумерный проводящий слой. В широкозонном AlGaAs энергия Ферми выше, чем в узкозонном GaAs. Однако в равновесии уровень Ферми должен быть общим для всей структуры. Поэтому при объединении легированного слоя AlGaAs и слоя GaAs в единую структуру электроны перетекают из n-AlGaAs, оставляя положительно заряженные доноры. С точки зрения зонной теории, этот процесс приводит к изгибу зон, показанному на рис. 6. Видно, что на границе полупроводников образуется квантовая яма. Электроны локализуются в этой яме, образуя проводящий ДЭГ.

Особенность селективно-легированной структуры GaAs/AlGaAs заключается в том, что слой легирующей примеси находится на некотором расстоянии



**Рис. 6** — Зонная диаграмма селективно-легированного гетероперехода GaAs/AlGaAs. Тонкая линия — зона проводимости  $\varepsilon_c$ , пунктирная линия — уровень Ферми  $\varepsilon_F$ ,  $d_s$  — спейсер.

$d_s$  от ДЭГ, которое называется спейсером. Пространственное разделение положительно заряженных примесей и электронов меняет характер рассеяния электронов на примесном потенциале. Он становится преимущественно малоугловым. Это сказывается на величине транспортного времени релаксации  $\tau_{tr}$ . Дело в том, что  $\tau_{tr}$  определяется процессами рассеяния на большие углы. Если ввести величину  $P(\Theta)$ , пропорциональную вероятности рассеяния электрона на угол  $\Theta$  в единицу времени, то  $\tau_{tr}$  можно определить следующим образом [33]

$$\frac{1}{\tau_{tr}} = \int_0^\pi P(\Theta)(1 - \cos \Theta)d\Theta \quad (14)$$

Весовой множитель  $(1 - \cos \Theta)$  в интеграле обеспечивает наибольший вклад при  $\Theta \sim \pi$ . В то же время, квантовое время жизни  $\tau_q$  определяется процессами рассеяния на все углы

$$\frac{1}{\tau_q} = \int_0^\pi P(\Theta)d\Theta \quad (15)$$

Поэтому для структур с большим спейсером  $\tau_{tr}/\tau_q \gg 1$ . Высокое значение  $\tau_{tr}$  в структурах с селективным легированием означает, что в таких структурах высокая подвижность (см. (13)).

Однако данный подход, применяемый для увеличения подвижности, имеет недостаток, связанный с тем, что увеличение расстояния между примесными

центрами и электронами в квантовой яме приводит к уменьшению концентрации электронов в яме. Таким образом, в данной системе невозможно одновременно достичь высоких значений концентрации и подвижности носителей, как и в МОП-структуре, однако носители заряда в приборах, построенных на основе гетероперехода GaAs/AlGaAs, имеют большую подвижность.

Другая проблема, связанная с предельным допустимым уровнем концентрации носителей в яме, заключается в том, что при концентрации выше  $\sim 7 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  происходит заполнение второй подзоны размерного квантования [34], что приводит к возникновению дополнительного канала рассеяния [35] и, как следствие, к уменьшению подвижности электронов.

Несмотря на указанные выше недостатки, селективно-легированная структура GaAs/AlGaAs широко используется в высокочастотной микроэлектронике, а также при создании таких приборов как фотодатчики, лазеры и светодиоды ближнего ИК-диапазона (длина волны излучения 1,064 мкм). В повседневной жизни такие светодиоды можно увидеть в пультах дистанционного управления аудио- и видеотехникой. На структурах с GaAs/AlGaAs гетеропереходом был открыт дробный квантовый эффект Холла [3].

К. Фридлэндом (К. J. Friedland) и соавторами была предложена другая селективно-легированная структура [18]. Ее зонная диаграмма и плотность электронов схематично показаны на рис. 7. В этой структуре барьеры по сторонам квантовой ямы были сформированы короткопериодными сверхрешетками AlAs/GaAs, состоящими из 4 атомарных слоев AlAs и 8 атомарных слоев GaAs. Носители заряда в квантовой яме обеспечивались за счет введения двух  $\delta$ -слоев кремния по обе стороны от квантовой ямы. Было показано, что при достаточно высокой концентрации легирующей примеси нижние состояния  $X$ -долины в слоях AlAs, примыкающих к легированному слою, будут заполнены  $X$ -электронами. Боровский радиус  $X$ -электронов составляет 2-3 нм, расстояние до легирующего слоя 1.7 нм, в то время как расстояние между атомами кремния составляет 8-9 нм. Это позволяет предположить, что тяжелые  $X$ -электроны локализуются в минимумах потенциала случайно расположенных примесных центров. Это предположение подтверждается магнетотранспортными экспериментами: в транспорте участвуют только  $\Gamma$ -электроны. Благодаря своей большой эффективной массе ( $1.3m_0$  – продольная,  $0.23m_0$  – поперечная),  $X$ -электроны сглаживают потенциал примесей более эффективно,

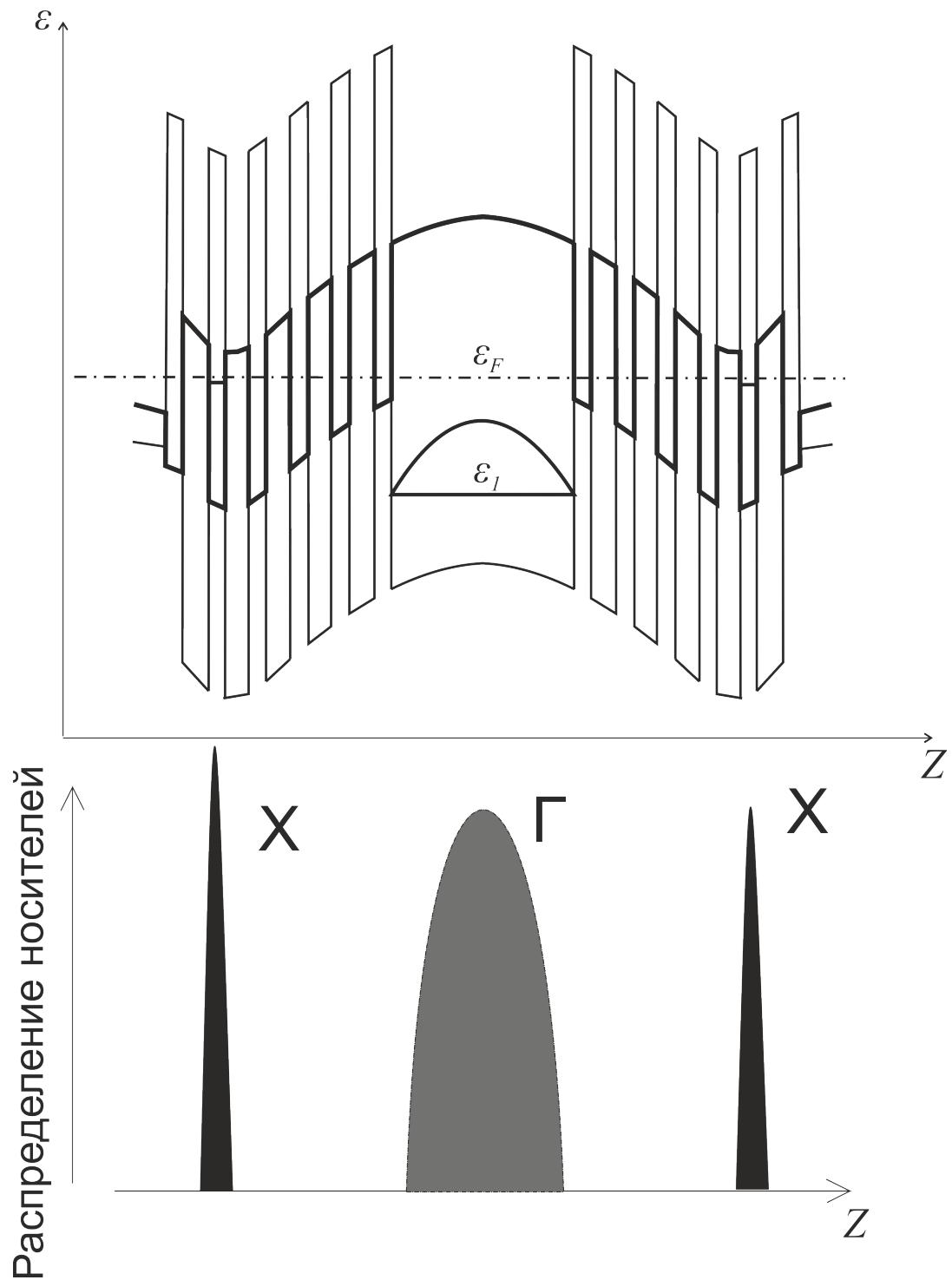
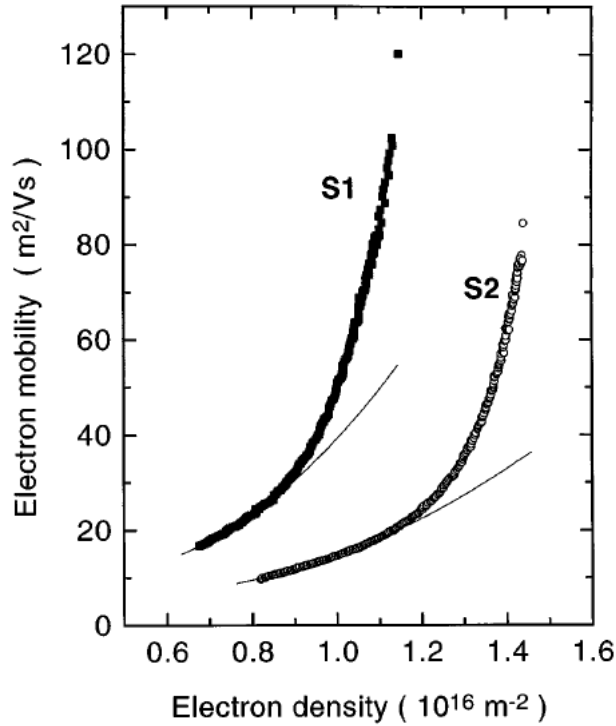


Рис. 7 — Схематичное изображение зонной диаграммы (сверху) и распределения носителей зарядов (снизу) в структуре с GaAs/AlAs сверхрешеточными барьерами. Тонкой линией показан потенциал для  $\Gamma$ -электронов, толстой линией — потенциал для  $X$ -электронов.





**Рис. 8** — Зависимость подвижности носителей от концентрации в гетероструктуре GaAs/AlAs, полученная при температуре  $T = 0.33$  К и магнитном поле  $B = 0.1$  Тл. Сплошной линией показана аппроксимация  $\mu \sim n^\gamma$  для  $\gamma = 2$ . Из работы [18]

чем  $\Gamma$ -электроны. Это приводит к подавлению рассеяния и увеличению подвижности носителей. По оценкам авторов значение плотности  $X$ -электронов составляет порядка  $10^{11}$  см $^{-2}$  и сильно зависит от приложенного затворного напряжения. Таким образом, явление экранирования случайного потенциала легирующих примесей  $X$ -электронами в структуре со сверхрешеточными барьерами GaAs/AlAs позволяет достигать больших значений подвижности и концентрации носителей и, как следствие, больших, по сравнению с традиционным GaAs/AlGaAs гетеропереходом, значений проводимости.

В работе [18] авторы также представили экспериментальные зависимости подвижности электронов от их концентрации для двух образцов, построенных на основе такой гетероструктуры. В соответствии с теорией [36; 37] для рассеяния на удаленных примесях  $\mu \sim n^\gamma$ , где  $1.5 < \gamma < 2$ . Но в полученных результатах (рис. 8) такая зависимость наблюдается лишь при низких концентрациях, затем при увеличении концентрации идет резкое увеличение подвижности.

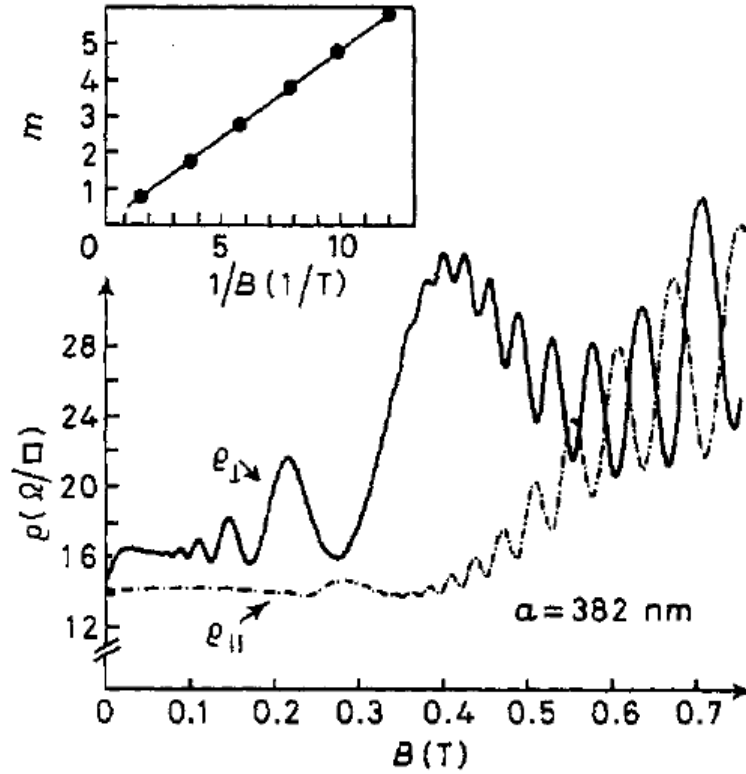
Таким образом, селективно-легированная гетероструктура на основе короткопериодной сверхрешетки (КПСР) GaAs/AlAs имеет свои особенности, связанные с геометрией и характером рассеяния носителей. Она позволяет достигать высоких значений подвижности и концентрации носителей одновременно.

### 1.3 Соизмеримые осцилляции магнетосопротивления

В 1989 году Вайс (Weiss D.) и соавторы исследовали поведение сопротивления образца с ДЭГ в магнитном поле. На образец проецировалась интерференционная картина с равноудаленными друг от друга интерференционными полосами [4]. Немного ранее в работе [38] было показано, что в образце, основанном на гетеропереходе GaAs/AlGaAs и освещенном подобным образом, возникает периодическая пространственная модуляция концентрации носителей в GaAs-слое. Таким образом, Вайс и соавторы предположили, что интерференционная картина позволяет создать периодическую пространственную модуляцию концентрации в их образце с ДЭГ, что в свою очередь приводит к модуляции потенциала. Это предположение подтвердилось измерением магнетосопротивления образца. На рис. 9 представлена зависимость сопротивления образца в направлении перпендикулярном  $\rho_{\perp}$  и параллельном  $\rho_{\parallel}$  интерференционным полосам от магнитного поля  $B$ . Хорошо видно, что в области магнитных полей менее 0.3 Тл наблюдаются ярко выраженные осцилляции сопротивления. Эти осцилляции, как и осцилляции ШдГ периодичны в обратном магнитном поле, однако они имеют слабую температурную зависимость. Более того, период осцилляций также зависит и от периода пространственной модуляции концентрации носителей  $a$  и подчиняется условию

$$2R_c = a(m + \varphi) \quad (16)$$

где  $m$  — целое число, а  $\varphi$  — некоторый фазовый сдвиг. Таким образом, положение максимумов и минимумов осцилляций определяется отношением  $R_c/a$ . Поэтому данные осцилляции получили название соизмеримых осцилляций (СО) магнетосопротивления. Также было показано, что на участках



**Рис. 9** — Зависимость сопротивления образца с ДЭГ в направлениях перпендикулярном  $\rho_{\perp}$  и параллельном  $\rho_{\parallel}$  интерференционным полосам от магнитного поля  $B$ . Параметры измерения  $T = 2.2$  К,  $n_e = 3.16 \times 10^{11}$  см $^{-2}$ ,  $\mu = 1.3 \times 10^6$  см $^2$ /Вс. На вставке — положение минимумов осцилляций  $\rho_{\perp}$  обратно магнитном поле  $1/B$ . Из работы [4].

образца, где измерялись  $\rho_{\perp}$  и  $\rho_{\parallel}$ , концентрации и подвижности равны с точностью 5%. А поскольку в режиме сильных магнитных полей в зависимостях  $\rho_{\perp}$  и  $\rho_{\parallel}$  не наблюдается дополнительных осцилляций, свидетельствующих о наличии второй более высокой концентрации, то можно сделать вывод, что модуляция концентрации мала по сравнению с исходной концентрацией носителей, и, как следствие, величина модуляции потенциала мала по сравнению с  $\varepsilon_F$ .

В работе [5] Бинаккер (Beenakker C. W. J.) предложил полуклассическую теорию для объяснения СО. Теория строится в приближении слабых магнитных полей, таких что  $R_c \gtrsim a$ , а также при условии слабой модуляции потенциала  $eV_{rms}/\varepsilon_F \equiv \xi \ll 1$ , где  $V_{rms}$  — среднеквадратичное значение потенциала  $V(y)$ . На рис. 10(a) представлены обозначения осей координат, направление магнитного поля  $B$ , периодический потенциал  $V(y)$  и циклотронная орбита в этом потенциале.  $Y$  — это  $y$  координата центра орбиты. В этом случае электрическое поле определяется следующим образом  $E = -dV/dy$ . Средняя скорость дрейфа

выражается через интеграл электрического поля вдоль циклотронной орбиты

$$v_{drift}(Y) = (2\pi B)^{-1} \int_0^{2\pi} d\theta E(Y + R_c \sin \theta) \quad (17)$$

При  $R_c \gg a$  поле  $E$  в интеграле быстро осциллирует, поэтому основной вклад в дрейф орбиты дают экстремальные точки  $Y \pm R_c$ . Интенсивность дрейфа орбиты зависит от того, имеют ли значения поля  $E(Y + R_c)$  и  $E(Y - R_c)$  один и тот же знак. Если знаки совпадают, то дрейф усиливается за счет резонанса циклотронного движения и движения в электрическом поле, которое обусловлено введением периодического потенциала. Если знаки разные, то дрейф подавлен (рис. 10(b)). Для синусоидального потенциала вида  $V(y) = \sqrt{2}V_{rms} \sin(2\pi y/a)$  в работе [5] было получено среднеквадратичное значение скорости дрейфа орбиты

$$\langle v_{drift}^2 \rangle = (v_F \xi)^2 (R_c/a) \cos^2(2\pi R_c/a - \pi/4) \quad (18)$$

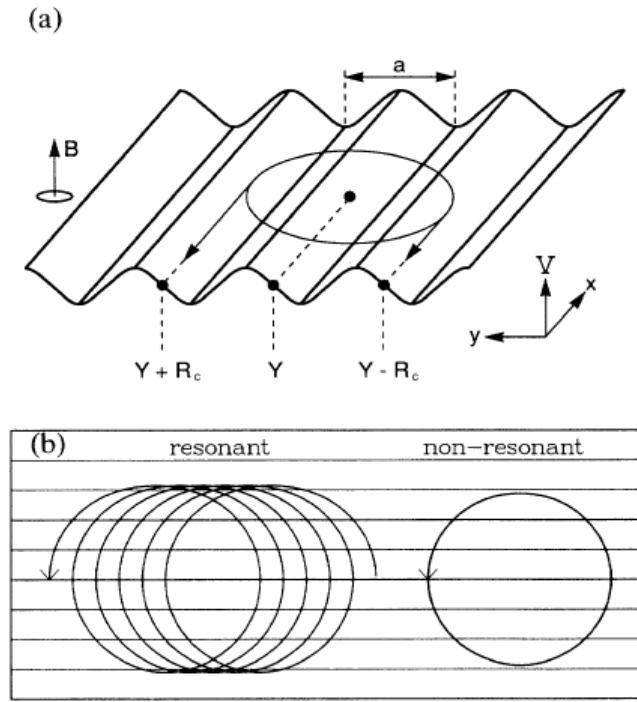
Дрейф орбиты приводит к тому, что при  $\omega_c \tau \gg 1$  возникает диффузия вдоль оси  $x$  с коэффициентом диффузии  $\delta D = \tau \langle v_{drift}^2 \rangle$ , где  $\tau$  — время между актами рассеяния. Член  $\delta D$  — это добавка к компоненте  $xx$  невозмущенного тензора диффузии  $\mathbf{D}^0$ , в котором  $D_{xx}^0 = D_{yy}^0 = D_0$ , а  $D_{xy}^0 = -D_{yx}^0 = -\omega_c \tau D_0$ , где  $D_0 \equiv \frac{1}{2} \tau v_F^2 [1 + (\omega_c \tau)^2]^{-1}$ . Используя соотношение Эйнштейна (1) для сопротивления в тензорном виде  $\boldsymbol{\rho} = (1/\nu e^2) \mathbf{D}^{-1}$ , можно получить выражение для сопротивления в синусоидальном потенциале

$$\rho_{yy}/\rho_0 = 1 + 2\xi^2 (l_p^2/aR_c) \cos^2(2\pi R_c/a - \pi/4) \quad (19)$$

Здесь  $l_p \equiv \tau v_f$  — длина свободного пробега электрона. Такой результат является следствием предположения, что добавка  $\delta D$ , возникшая в результате дрейфа центра орбиты в периодическом потенциале, вносит основной вклад в тензор диффузии системы с периодическим потенциалом. Однако такое предположение требует отдельного обоснования. Поэтому в работе [5] было проведено более аккуратное исследование, основанное на решении уравнения Больцмана. Его результат при  $\omega_c \tau \gg 1$

$$\rho_{yy}/\rho_0 = 1 + \frac{1}{2} (\xi q l_p)^2 J_0^2(qR_c) [1 - J_0^2(qR_c)]^{-1} \quad (20)$$

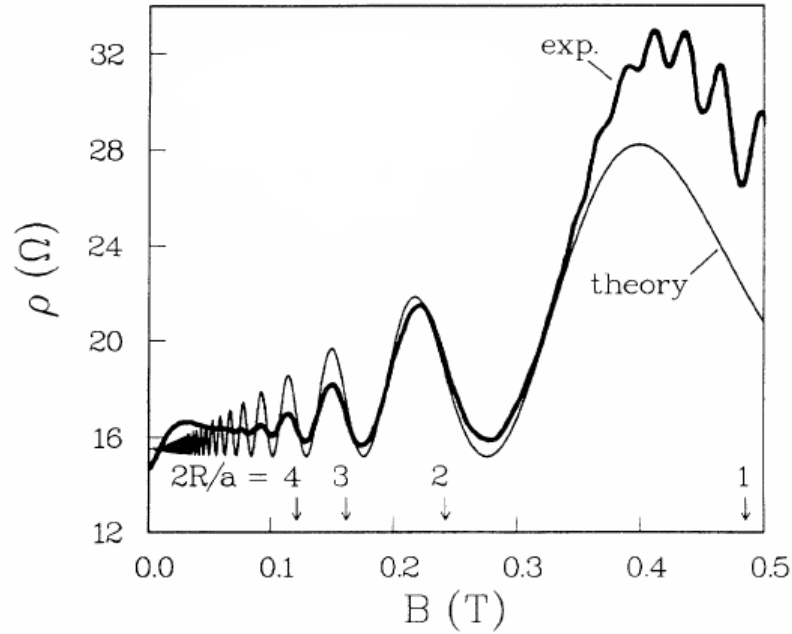
где  $q \equiv 2\pi/a$ ,  $J_0$  — функция Бесселя нулевого порядка, может быть приведен к (19) при  $qR_c \gg 1$ . На рис. 11 представлен результат сравнения теоретической кривой, полученной из уравнения (20), и экспериментальных данных. Видно,



**Рис. 10** — (а) Схематическое изображение периодического потенциала с периодом  $a$  и дрейфа циклотронной орбиты в этом потенциале при условии возникновения резонанса циклотронного движения и движения в скрещенных электрическом и магнитном полях ( $E \times B$  дрейф). Показано, что резонанс наступает, когда в точках  $Y + R_c$  и  $Y - R_c$   $E \times B$  дрейф совпадает по направлению. (б) Расчет траекторий движения для синусоидального потенциала с  $\xi = 0.015$ . Горизонтальные линии — эквипотенциали с целочисленным значением  $y/a$ . При резонансе  $2R_c/a = 6.25$  дрейф центра орбиты наиболее эффективен, вдали от резонанса  $2R_c/a = 5.75$  дрейф незначителен. Из работы [5].

что теория хорошо описывает период СО. Максимумы кривых не совпадают с целочисленными значениями  $2R_c/a$ , показанными стрелками на рисунке. При  $B \gtrsim 0.4$  Тл на графике экспериментальной кривой наблюдаются осцилляции ШдГ, которые не описываются в рамках данной квазиклассической теории.

Квантовомеханическая интерпретация возникновения СО была дана в работе [6]. В рамках этой теории введение одномерного потенциала приводит к тому, что снимается вырождение волновых функций электронов по отношению к координате  $x_0$  центра циклотронной орбиты. Еще ранее в [39] было показано, что введение в систему с магнитным полем периодического потенциала вдоль оси  $x$  в виде квантовых ям, разделенных узкими барьерами, снимает вырождение уровней Ландау. При отсутствии такого потенциала энергия уровней не



**Рис. 11** — Теоретическая и экспериментальная кривые СО. Теоретическая кривая получена из уравнения (20). Экспериментальная кривая взята из работы [4]. Параметры теоретической кривой  $a = 382$  нм,  $l_p = 12$  мкм,  $k_F = 0.14$  нм<sup>-1</sup>,  $\xi = 0.015$ . Стрелками показаны целочисленные значения  $2R_c/a$ . Из работы [5].

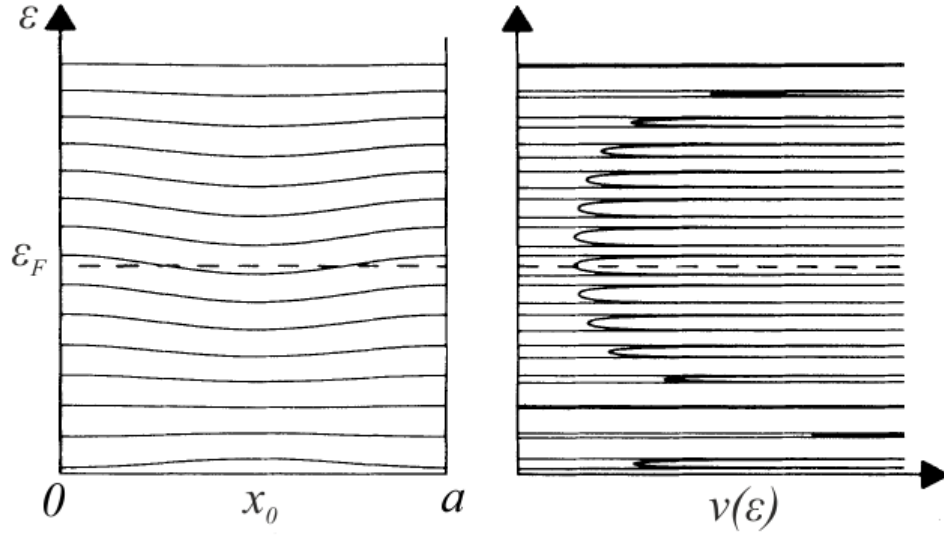
зависит от положения центра орбиты  $x_0$ , что является следствием вырождения уровней Ландау. При наличии периодического потенциала необходимо учитывать взаимное положение центра орбиты и потенциала, поэтому появляется дисперсия уровней относительно положения координаты центра орбиты, или, иначе говоря, относительно волнового вектора  $k_y = x_0/l_B^2$ , где  $l_B = (\hbar/eB)^{1/2}$  — магнитная длина.

В работе [6] данная идея была развита с помощью теории возмущений для периодического потенциала вида  $V(x) = V_0 \cos(2\pi x/a)$ . В результате было получено дисперсионное соотношение для уровней Ландау

$$\varepsilon_n(x_0) = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c + V_0 J_0 \left(\frac{2\pi R_c}{a}\right) \cos\left(\frac{2\pi x_0}{a}\right) \quad (21)$$

В слабых магнитных полях, то есть при  $\frac{2\pi R_c}{a} \gtrsim 1$  можно воспользоваться асимптотикой функции Бесселя, в результате чего выражение для энергии уровней Ландау приобретает следующий вид

$$\varepsilon_n(x_0) = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c + V_B \cos\left(\frac{2\pi x_0}{a}\right) \quad (22)$$



**Рис. 12** — Слева — схематичное изображение дисперсии зон Ландау  $\varepsilon_n(x_0)$ . Справа — соответствующая им плотность состояний. Из работы [6].

где  $V_B$  определяется следующим образом

$$V_B = V_0 \left( \frac{a}{\pi^2 R_c} \right)^{1/2} \cos \left( \frac{2\pi R_c}{a} - \frac{\pi}{4} \right) \quad (23)$$

Таким образом, введение периодического потенциала приводит к возникновению зон Ландау с шириной  $\Gamma_B = 2|V_B|$ . Нули  $\cos \left( \frac{2\pi R_c}{a} - \frac{\pi}{4} \right)$  в (23) определяют номера уровней Ландау, у которых ширина зоны равна нулю (плоские зоны). Это соответствует условию  $2R_c = (m - \frac{1}{4})a$ . Наличие периодического потенциала не оказывает влияния на эти уровни. Остальные уровни уширяются в зоны вследствие дисперсии относительно  $x_0$ . Ширина зоны  $\Gamma_B$  максимальна при  $2R_c = (m + \frac{1}{4})a$ . На рис. 12 представлено схематичное изображение зон Ландау и плотности состояний. Видно, что плотность состояний в местах, соответствующих уширенным зонам Ландау приобретает характерные пики по краям зоны. Это так называемые особенности Ван Хова, которые были более подробно рассмотрены в работе [40].

Наличие зон Ландау приводит к появлению зонной проводимости  $\sigma_{yy}^b$ , которая принимает ненулевое значение даже в условиях  $\omega_c \tau_{tr} \gg 1$ , когда обычная проводимость  $\sigma \simeq \sigma_0 / (1 + \omega_c^2 \tau_{tr}^2)$  возможна только благодаря рассеянию. Зонную проводимость можно описать, введя некоторое время релаксации  $\tau_b$

$$\sigma_{yy}^b = \sum_n e^2 \tau_b \int_{k_y} \frac{dk_y}{\pi} v_g^2(k_y) \left[ -\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right]_{\varepsilon=\varepsilon_n(k_y)} \quad (24)$$

Здесь  $v_g = (d\varepsilon/dk_y)/\hbar$  — групповая скорость. Данное выражение описывает диффузионный вклад в проводимость, обусловленный наличием дисперсии зон

Ландау. Поскольку при  $B \lesssim 0.5$  Тл  $\hbar\omega_c$  порядка  $kT$ , то можно это переписать выражение, убрав суммирование по зонам.

$$\sigma_{yy}^b = \frac{e^2\tau_b}{\hbar\omega_c} \int \frac{dk_y}{\pi} v_g^2(k_y) \quad (25)$$

Подставляя (22) в это уравнение, авторы [6] получили окончательное выражение для зонной проводимости

$$\sigma_{yy}^b \approx \frac{V_0^2 e^2\tau_b 2m^{*2} \cos^2[2\pi R_c/(a - \frac{1}{4}\pi)]}{Ba m^* \pi e \hbar^3 (2\pi n_e)^{1/2}} \quad (26)$$

Зонная проводимость отражает периодическую модуляцию ширины зон Ландау  $\Gamma_B$  в области энергий близких к  $\varepsilon_F$  и дает обоснование возникновения СО. Стоит отметить, что этот результат согласуется с уравнением (19), полученным Бинаккером из классических соображений. Также, как и модель Бинаккера, данная модель совершенно не описывает осцилляции ШдГ.

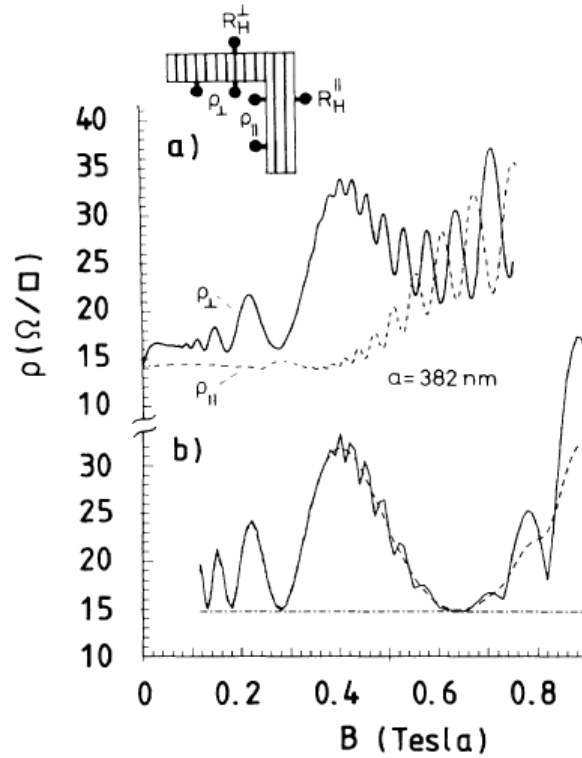
Похожий теоретический результат для зон Ландау был получен в работе [7]. Выражение для зон Ландау, полученное в этой работе, отличается от представленного выше и выглядит следующим образом

$$\varepsilon_n(x_0) = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + V_0 \cos(qx_0)e^{-X/2} L_n(X) \quad (27)$$

где  $X = \frac{1}{2}q^2 l_B^2$ ,  $q = 2\pi/a$ ,  $L_n$  — полином Лагерра  $n$ -го порядка. Плоские зоны Ландау определяются условием  $L_n(X) = 0$ . Это условие переписывается с использованием асимптотической формулы для нулей полиномов Лагерра  $X_m^{(n)} \approx [\frac{1}{2}\pi(m - \frac{1}{4})]^2 / (n + \frac{1}{2})$ . Выражая из этой формулы циклотронный радиус, получаем  $2R_c = a(m - \frac{1}{4})$ . Это уравнение полностью совпадает с условием плоских зон, полученных из уравнений (21) и (22). Далее, используя формулу Кубо, было получено выражение для проводимости и сопротивления в одномерном периодическом потенциале. Результаты расчетов показаны на рис 13. Видно, что расчет для сопротивления  $\rho_{\perp}$  в направлении перпендикулярном модуляции потенциала хорошо согласуется с экспериментальными данными. В направлении параллельном модуляции теоретический расчет дает  $\rho_{\parallel} = \rho_0$ , сопротивление не зависит от  $B$ .

Несмотря на то, что работы [6; 7] хорошо описывают СО  $\rho_{\perp}$ , ни одна из этих работ не дает объяснения возникновения осцилляций  $\rho_{\parallel}$ . Поэтому Василопоулос (Vasilopoulos) и Питерс (Peeters) в работах [41; 42] построили





**Рис. 13** — (а) Экспериментальные зависимости сопротивления ДЭГ в направлениях перпендикулярном  $\rho_{\perp}$  и параллельном  $\rho_{\parallel}$  периодической модуляции потенциала. Параметры измерения  $T = 2.2$  К,  $n_e = 3.16 \times 10^{11}$  см $^{-2}$ ,  $\mu = 1.3 \times 10^6$  см $^2$ /Вс. (б) Расчетная зависимость  $\rho_{\perp}$  для температуры  $T = 2.2$  К (сплошная линия) и  $T = 4.2$  К (пунктирная линия).

Штрих-пунктирная линия показывает расчетную зависимость  $\rho_{\parallel}$ . Расчет проводился для  $V_0 = 0.3$  мэВ. Из работы [7].

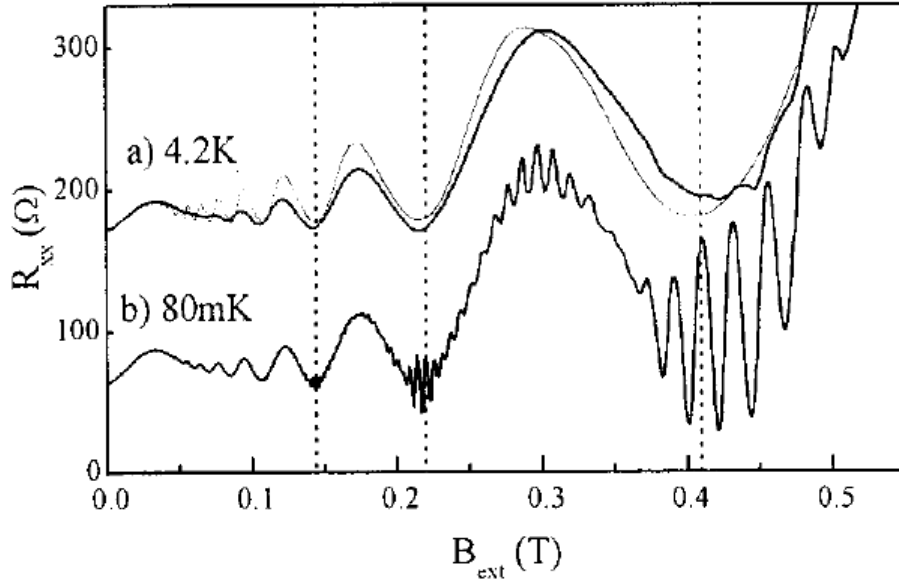
более полную теорию, объясняющую поведение магнетосопротивления в присутствии одномерной периодической модуляции. Они показали, что вклад в проводимость  $\sigma_{\parallel}$  обеспечиваются двумя компонентами: диффузионной и столкновительной, в то время как  $\sigma_{\perp}$  содержит в себе только столкновительную компоненту. В этом и есть причина анизотропии тензора проводимости в таких системах. Диффузионная компонента, как уже было показано в работе [6], обеспечивается дисперсией зон Ландау и соответствующей средней скоростью параллельно модуляции потенциала  $v_{\parallel} = -\frac{\partial \varepsilon_{n,k_y}}{\partial k_y}$ . Она вносит доминирующий вклад в  $\sigma_{\parallel}$  ( $\rho_{\perp}$ ). Столкновительная компонента обусловлена рассеянием на примесях с последующими переходами между состояниями на УЛ. Ее вклад в  $\sigma_{\perp}$  ( $\rho_{\parallel}$ ) мал, поскольку введение периодического потенциала малой амплитуды лишь вызывает небольшое возмущение этой компоненты, которая существует даже при отсутствии модуляции, являясь причиной осцилляций ШдГ. Также

в этих работах было показано, что амплитуда СО пропорциональна  $V_0^2$ , что соответствует результату (26), полученному в работе [6].

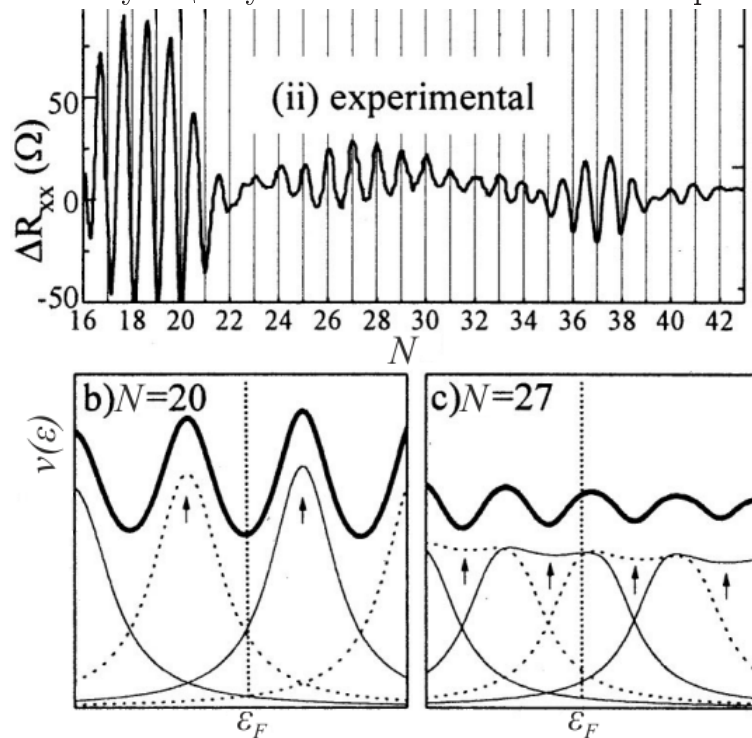
Помимо теоретического и экспериментального изучения непосредственно СО существует также ряд работ, которые исследуют влияние одномерного периодического потенциала на осцилляции ШдГ. Такие работы представляют интерес, поскольку показывают, как изменения в плотности состояний под действием периодического потенциала влияют на транспортные свойства ДЭГ. Подобные исследования проводились в работах [8; 9; 43; 44].

На рис. 14 представлены зависимости сопротивления  $R_{xx}$ , измеренные в направлении перпендикулярном периодической модуляции, от магнитного поля  $B$  при температурах  $T = 4.2$  К и  $T = 80$  мК, взятые из работы [8]. Обе кривые явно демонстрируют СО, что подтверждает слабую температурную зависимость СО. Однако при  $T = 4.2$  К осцилляции ШдГ отсутствуют в данном диапазоне магнитных полей, в то время, как при  $T = 80$  мК осцилляций ШдГ и СО сосуществуют. Амплитуда ШдГ наибольшая в минимумах СО. При удалении от минимума СО она уменьшается, а затем вновь возрастает вблизи максимума СО.

Более детально эта ситуация показана на рис. 15(a). Здесь изображена зависимость  $\Delta R_{xx} = R(80 \text{ мК}) - R(4.2 \text{ К})$  от фактора заполнения  $N$ . Вблизи минимума СО минимумы осцилляций ШдГ наблюдаются при целочисленных  $N$ . Эта ситуация соответствует положению уровня Ферми между УЛ в невозмущенном ДЭГ. Но затем, при приближении к максимуму СО минимумы ШдГ смещаются и оказываются в положении полуцелых факторов заполнения, что в невозмущенном ДЭГ можно отнести к попаданию уровня Ферми в центр УЛ. Этот эффект нельзя объяснить спиновым расщеплением, поскольку оно мало при данном значении магнитного поля. Однако его можно понять из рис. 15(b) и (c). В минимумах СО ширина зоны Ландау мала, поэтому плотность состояний очень похожа на плотность состояний невозмущенного ДЭГ, и минимумы ШдГ, как и в невозмущенном ДЭГ, наблюдаются при целочисленных  $N$ . В максимумах СО ширина зоны Ландау максимальна, и она может быть даже больше, чем  $\hbar\omega_c$ , а на ее границах в плотности состояний  $\nu$  появляются особенности Ван Хофа. Поэтому центр зоны Ландау теперь соответствует локальному минимуму  $\nu$ , а локальные максимумы находятся на границах зон Ландау, что и обеспечивает переход минимумов ШдГ к полуцелым факторам заполнения.



**Рис. 14** — Экспериментальные зависимости сопротивления  $R_{xx}(B)$ , измеренные в направлении перпендикулярном модуляции потенциала. (а)  $T = 4.2$  К. (б)  $T = 80$  мК. Вертикальные линии — значения  $B$ , соответствующие условиям плоских зон. Из работы [8].



**Рис. 15** — (а) Экспериментальная зависимость вклада в сопротивление  $\Delta R_{xx}$  осцилляций ШдГ, от фактора заполнения  $N$ . (б) и (с) расчетные зависимости плотности состояний  $\nu(\varepsilon)$  вблизи  $\varepsilon_F$  в минимуме СО при  $N = 20$  (б) и в максимуме СО при  $N = 27$  (с). Стрелками указаны положения центров зон Ландау. Из работы [8].

В работе [9] также было проведено исследование поведения осцилляций ШдГ в одномерном латеральном периодическом потенциале при низких температурах ( $T = 15$  мК) и в широком диапазоне магнитных полей (до  $B = 10$  Тл). Было показано, что в максимумах СО при низких значениях магнитного поля, как и ожидается, амплитуда ШдГ подавлена. Однако при увеличении магнитного поля амплитуда ШдГ в максимумах СО становится сравнимой с амплитудой ШдГ в минимумах СО.

Авторы [9] получили аналитическое выражение для плотности состояний в одномерном периодическом потенциале

$$\nu = \nu_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{s=1}^{\infty} \cos \left[ 2\pi s \left( \varepsilon - \frac{1}{2} \right) \right] J_0 \left( \frac{2\pi s V_B}{\hbar \omega_c} \right) \exp(-s\pi / \omega_c \tau_q) \right\} \quad (28)$$

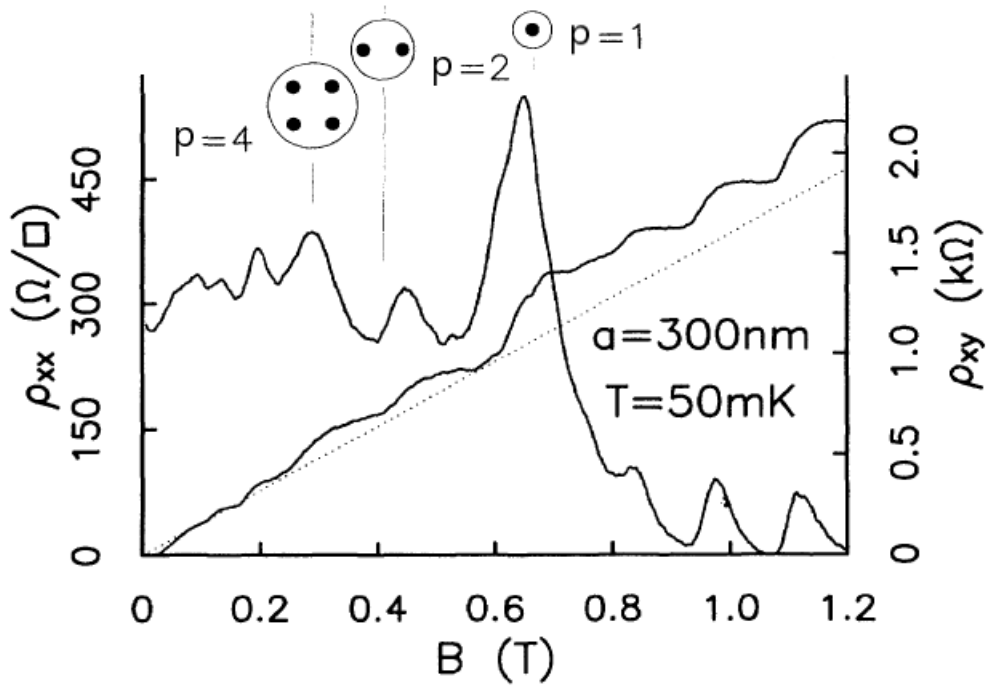
Множитель  $\exp(-n\pi / \omega_c \tau_q)$  в слабых магнитных полях, когда  $\omega_c \tau_q \ll 1$ , позволяет ограничиться лишь членом в сумме с  $s = 1$ . Таким образом, выражение для осциллирующей части плотности состояний приобретает вид

$$\Delta\nu = -2\nu_0 J_0 \left( \frac{2\pi V_B}{\hbar \omega_c} \right) \exp(-\pi / \omega_c \tau_q) \cos \left( \frac{2\pi \varepsilon}{\hbar \omega_c} \right) \quad (29)$$

Оно отличается от аналогичного выражения для плотности состояний немодулированного ДЭГ (10) введением дополнительного множителя  $J_0(\frac{2\pi V_B}{\hbar \omega_c})$ . В минимумах СО, когда  $V_B = 0$ , плотность состояний полностью совпадает с (10). Такое изменение в плотности состояний отражает влияние периодического потенциала на столкновительную компоненту проводимости (сопротивления), которая играет ключевую роль в формировании осцилляции ШдГ.

В работе [9] также было получено аналитическое выражение для диффузионного вклада в сопротивление в случае низких температур, когда функция распределения Ферми-Дирака  $f(\varepsilon)$  может быть заменена «ступенькой». Оказалось, что помимо формирования СО, диффузионная компонента влияет также и на осцилляции ШдГ. Причем это влияние пропорционально величине магнитного поля  $B$ , и при высоких значениях диффузионный вклад может быть сопоставим по величине со столкновительным. Поскольку его величина максимальна в максимумах СО, когда столкновительный вклад подавлен, то именно диффузионная компонента увеличивает амплитуду ШдГ в максимумах СО при высоких значениях магнитного поля.

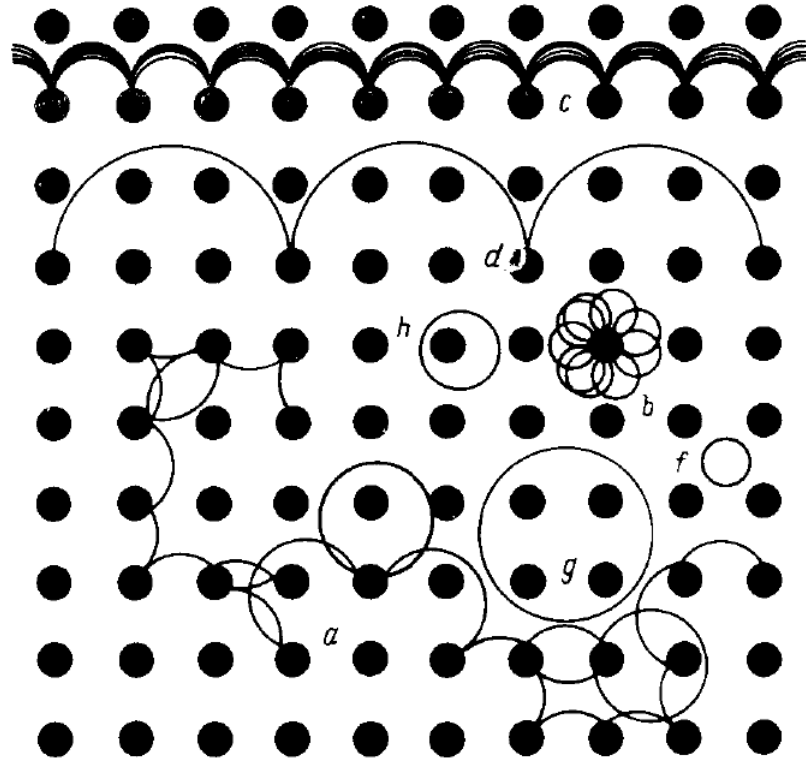
Все, описанное выше в данном параграфе, касалось СО в одномерном периодическом потенциале. Однако необходимо также сказать, что существует другая разновидность соизмеримых осцилляций, которые наблюдаются в



**Рис. 16** — Экспериментальные зависимости  $\rho_{xx}$  и  $\rho_{xy}$  от  $B$  в ДЭГ с квадратной решеткой антиточек. Сверху показано положение и схематическое изображение пиннигованных орбит для соответствующего числа антиточек  $p$ , вокруг которых электрон описывает орбиту. Из работы [10].

двумерных системах при больших факторах заполнения, но уже с двумерным периодическим потенциалом. В работе [10] исследовался магнетотранспорт ДЭГ в квадратной решетке антиточек. Антиточка представляла собой область ДЭГ, которая была искусственным образом разрушена с помощью травления. Электроны в ДЭГ не могут проникнуть в эту область, поэтому антиточка является «жестким» рассеивающим центром. Оказалось, что в области слабых магнитных полей в зависимости сопротивления  $\rho_{xx}$  от магнитного поля  $B$ , снятой в образцах с антиточечной решеткой, наблюдаются осцилляции сопротивления (рис. 16). Положения максимумов этих осцилляций определяются геометрическим резонансом между величиной циклотронной орбиты и периодом решетки антиточек.

На рис. 17 представлены типичные траектории электрона в магнитном поле в системе с ДЭГ при наличии квадратной решетки антиточек. Траектории  $a$ ,  $c$ ,  $d$  — делокализованы, они появляются при выполнении условия  $2(R_c + d) > a$ , где  $d$  — размер рассеивателей,  $a$  — период решетки антиточек [12]. Убегающие траектории  $c$  и  $d$  вносят наибольший вклад в транспорт. Траектории электронов  $f$ ,  $g$ ,  $h$  не сталкиваются с антиточками. Траектории  $g$ ,  $h$ , которые огибают по



**Рис. 17** — Типичные траектории электрона в магнитном поле в двумерной системе с квадратной решеткой антиточек. Из работы [12].

крайней мере одну антиточку называются пиннигованными орбитами. Пиннигованные орбиты локализованы и не вносят вклад в транспорт. Круговая орбита  $f$  может дрейфовать в скрещенном электрическом и магнитном поле, а потому, участвовать в транспорте. Однако такие орбиты существуют при относительно сильных магнитных полях, когда  $2R_c < a - d$ . В этом случае электрон уже не чувствует антиточечную решетку и поведение магнетосопротивления соответствует образцу без решетки. Существуют также траектории типа  $b$ , называемые розеточными. Они локализованы вблизи одной антиточки.

Теоретическое обоснование СО в двумерной решетке антиточек было дано в работах [11; 12]. В работе [11] показано, что СО в таких системах могут быть объяснены тем, что значительная часть электронов движется по пиннигованным орбитам. И хотя такие электроны не участвуют в транспорте, их роль заключается в уменьшении доли тех электронов, которые вносят вклад в транспорт. В работе [12] утверждается, что наличие СО, напротив, хорошо согласуется с тем, что большая часть электронов движется по убегающим траекториям. Обе теории дают хорошее совпадение с экспериментом.

Стоит отметить, что, в отличие от СО в одномерном потенциале, где существует как квазиклассический, так и квантовомеханический подходы для

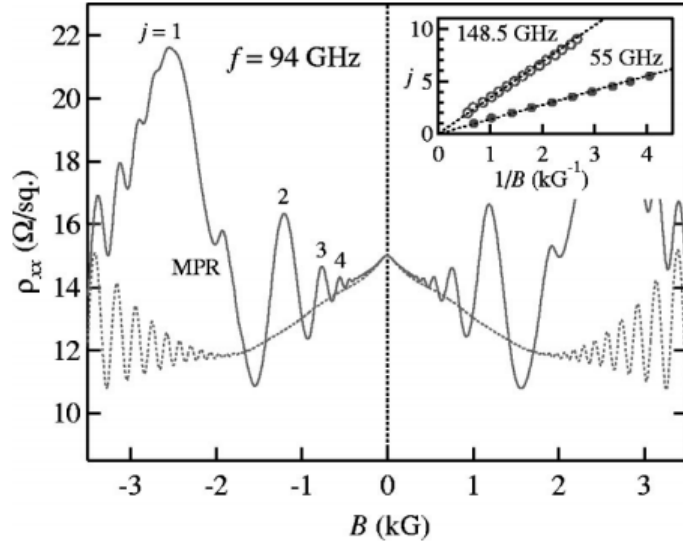
объяснения осцилляций сопротивления, осцилляции в антиточечной системе в настоящее время объясняются только с точки зрения квазиклассики.

#### 1.4 Осцилляции сопротивления, индуцированные микроволновым полем

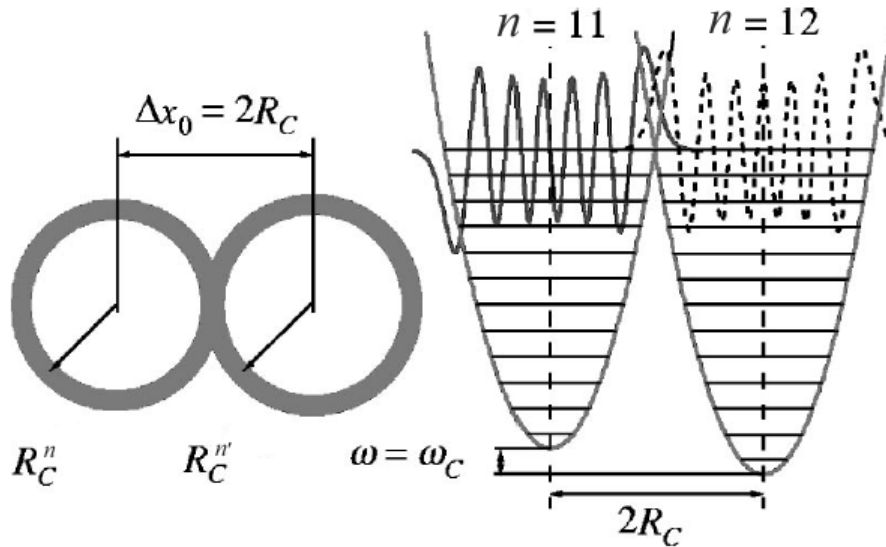
В начале текущего столетия в работе [13] Зудов (М. А. Zudov) и соавторы обнаружили осцилляции сопротивления, наблюдаемые в высокоподвижном ДЭГ на основе структуры GaAs/AlGaAs при облучении образцов микроволновым полем. Эти осцилляции напоминали осцилляции ШдГ, и были периодичны в обратном магнитном поле, однако они появлялись при меньших магнитных полях, а их период определялся отношением  $\omega/\omega_c$ , где  $\omega$  — частота микроволнового излучения (рис. 18). В этой работе было показано, что максимумы этих осцилляций соответствуют условию циклотронного резонанса  $\hbar\omega = j\hbar\omega_c$ , где  $j$  — целое число. Однако впоследствии было установлено, что это не так и данное условие соответствует не максимумам осцилляций, а точкам, в которых сопротивление остается неизменным. Максимумы и минимумы осцилляций наблюдаются при условии [15; 45]

$$\omega/\omega_c = j \mp 1/4 \quad (30)$$

В работе [13] также было дано квазиклассическое объяснение происхождения этих осцилляций. Оно основывалось на том, что максимумы в сопротивлении вызваны рассеянием электронов с переходами между уровнями Ландау с номерами  $n$  и  $n'$  близкими к уровню Ферми. При больших факторах заполнения, т.е. когда  $N \approx 2n \gg 1$ , можно считать, что электрон, находящийся на УЛ с номером  $n$ , движется по орбите с радиусом  $R_c^n$ , имеющей некоторое уширение. Причем для больших  $N$   $R_c^n \approx R_c^{n'}$ . Переход с одного уровня Ландау на другой наиболее вероятен, когда перекрытие волновых функций максимально. Как видно из рис. 19 это достигается при рассеянии на расстоянии  $\Delta x_0 \approx 2R_c$ . Однако для перехода на другой уровень Ландау, недостаточно лишь возбудить электрон, передав ему энергию фотона. Необходимо также, чтоб его квазиимпульс поменялся на противоположный, то есть  $\Delta k \approx 2k_F$ , где  $k_F$  —



**Рис. 18** — Экспериментальная зависимость сопротивления от магнитного поля в присутствии (сплошная линия) и отсутствии (пунктирная линия) микроволнового поля. Частота микроволнового поля  $\omega/2\pi = 94$  ГГц, температура  $T = 0.4$  К. На вставке представлена зависимость индекса  $j$  из формулы (30) от обратного магнитного поля при частотах излучения  $\omega/2\pi = 55$  ГГц и  $\omega/2\pi = 148.5$  ГГц для эффективной массы  $m^* \approx 0.068m_0$ . Из работы [13].



**Рис. 19** — Слева — схематическое изображение электронных орбит для уровней Ландау  $n$  и  $n'$ , максимальное перекрытие которых происходит при  $\Delta x_0 \approx 2R_c$ . Справа — схематическое представление волновых функций для уровней Ландау с номерами  $n = 11$  и  $n = 12$  и их взаимное перекрытие. Из работы [13].



квазиволновой вектор Ферми. В работе также указывается важность наличия короткодействующих рассеивающих центров в ДЭГ, поскольку именно они с наибольшей вероятностью обеспечивают такое изменение квазиимпульса. В работе [46] показано, что о наличии такого рода рассеивателей свидетельствует отрицательное сопротивление, которое можно наблюдать на рис. 18.

Работа Зудова стала отправной точкой для целого ряда других работ, посвященных исследованию магнетотранспортных свойств высокоподвижного ДЭГ в присутствии микроволнового поля. Так, например, в статье [47] были обнаружены гигантские осцилляции сопротивления (ГОМ), относительная величина которых  $\Delta R/R$  достигала 2.5. А в работах [15; 48] были обнаружены состояния с нулевым сопротивлением в минимумах  $\omega/\omega_c$  - осцилляций (рис. 20). Было показано, что с увеличением мощности излучения, осцилляции становятся более ярко выраженными и при некотором ее значении минимумы осцилляций эволюционируют в состояния с нулевым сопротивлением. Схожим образом осцилляции ведут себя и при изменении температуры — понижение  $T$  ведет к увеличению амплитуды осцилляции с последующим переходом в состояние с нулевым сопротивлением. В дальнейшем было обнаружено, что сопротивление вблизи минимумов  $\omega/\omega_c$  - осцилляций может принимать не только нулевое, но и отрицательное значение [49].

Обилие экспериментального материала в области исследования ГОМ требовало теоретических обоснований наблюдаемых явлений. Однако еще в 1969 году советский физик В.И. Рыжий в работе [50] предсказал возможность существования отрицательной фотопроводимости в тонкой пленке, помещенной в скрещенные электрическое и магнитное поля. Как уже было замечено выше, проводимость в квантующем магнитном поле обусловлена рассеянием электрона с последующим переходом на соседнюю орбиту. Однако выбор, в какую сторону рассеяться, по полю или против поля, определяется законом сохранения энергии. Положим, что конечный УЛ располагается на  $\Delta n$  уровней выше начального. Тогда, если  $\hbar\omega > \Delta n\hbar\omega_c$ , то изменение потенциальной энергии электрона отрицательно, что приводит к рассеянию электрона против поля (рис. 21). В этом случае фотопроводимость будет отрицательной. Соответственно, при  $\hbar\omega < \Delta n\hbar\omega_c$  электронная орбита смещается по полю, и это приводит к положительной фотопроводимости. Такие простые рассуждения позволяют заключить, что зависимость фототока и фотопроводимости от частоты излучения и магнитного поля имеет осциллирующий характер.

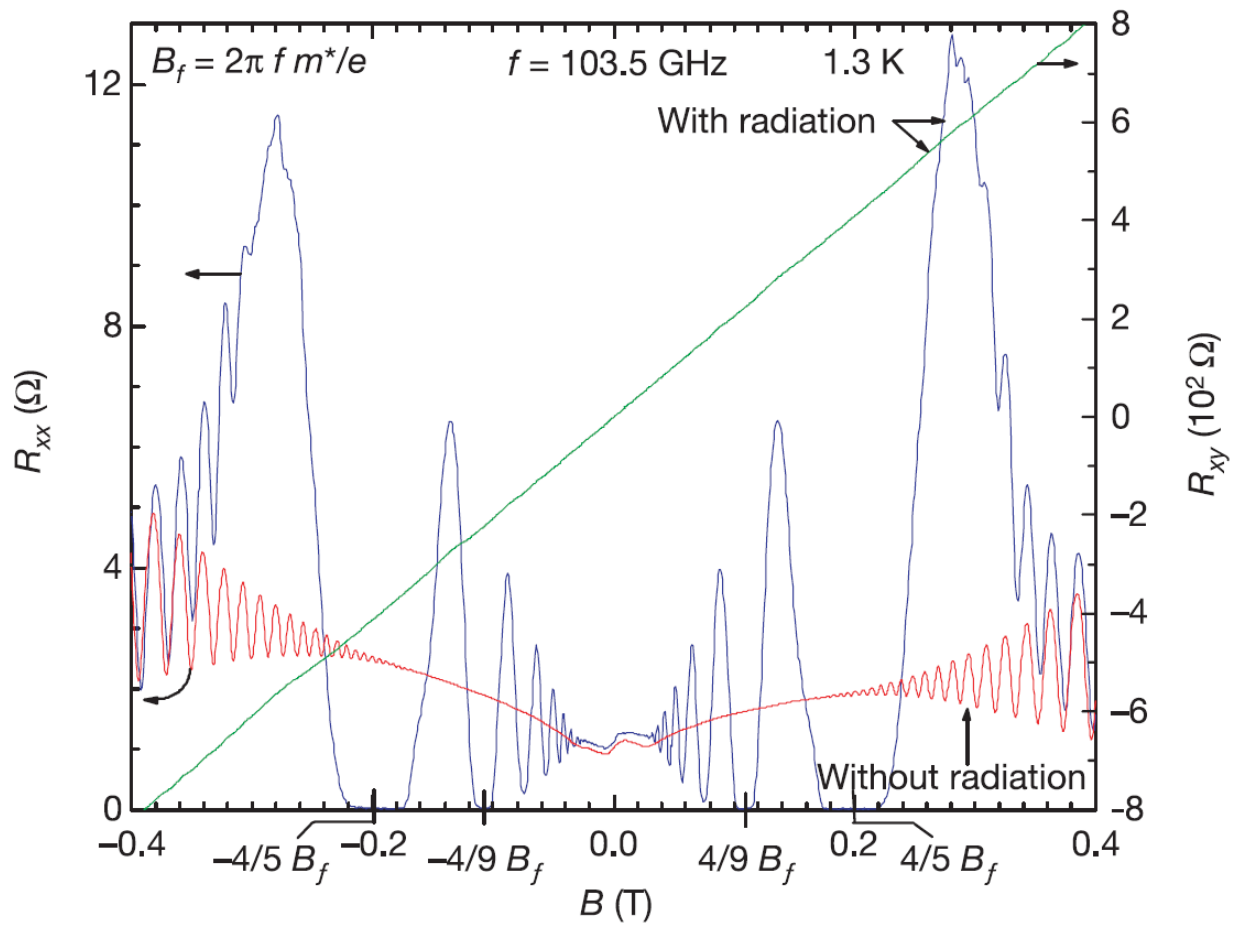


Рис. 20 — Зависимости  $R_{xx}$  (левая ось) и  $R_{xy}$  (правая ось) от магнитного поля  $B$  в присутствии микроволнового излучения с частотой  $f = 103.5$  ГГц и без облучения, измеренные при температуре  $T = 1.3$  К. Из работы [15].

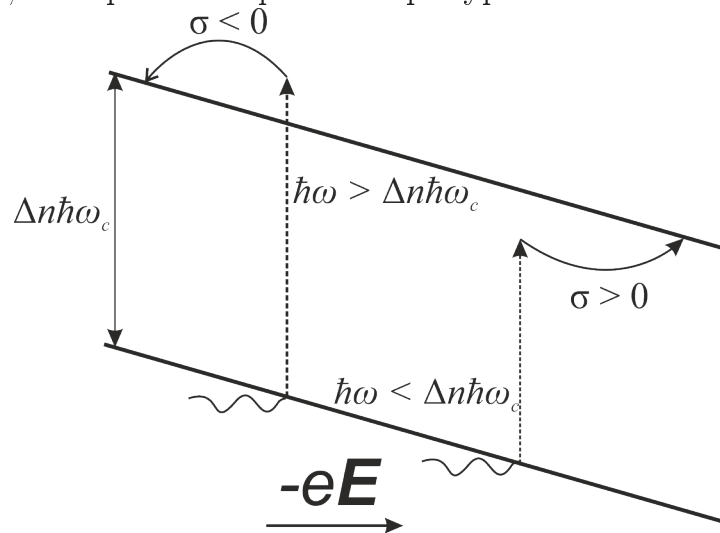


Рис. 21 — Схематическое изображение перехода электрона между уровнями Ландау под действием внешнего микроволнового поля.

Свои идеи В.И. Рыжий развил позже в работе [51], где рассмотрел фотопроводимость ДЭГ в сильном магнитном поле, таком, что ширина УЛ  $\hbar\omega_c \gg eEl_B > \Gamma$ . Здесь  $l_B = (c/(eB))^{1/2}$  — магнитная длина,  $\Gamma$  — ширина УЛ. Были получены выражения для фототока при условии, что  $\hbar\Delta\omega \equiv \hbar\omega - \Delta n\hbar\omega_c \gg \Gamma$ , то есть когда шириной УЛ можно пренебречь

$$J = -\frac{e}{4\pi l_B^2} \frac{\hbar\Delta\omega}{eE} \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2 \tilde{\Gamma}_{01} \left(\frac{eE_\omega l_B}{\hbar\Delta\omega}\right)^2 \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{\hbar\Delta\omega}{eEl_B}\right)\right\} \quad (31)$$

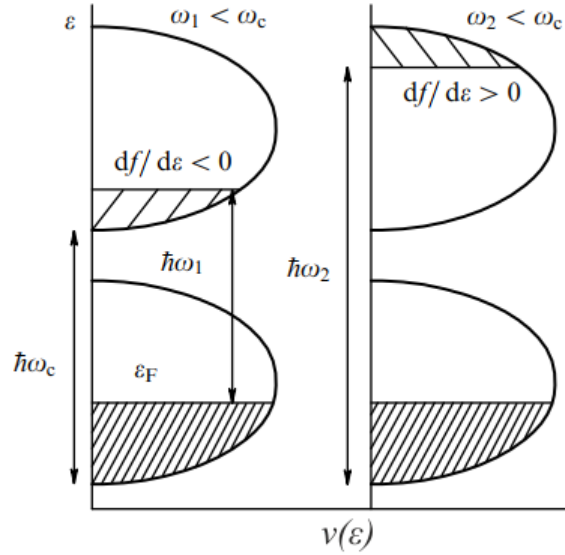
и при  $\Delta\omega \sim \Gamma$ , когда необходимо учитывать ширину УЛ

$$J = -\frac{e}{4\pi l_B^2} \frac{\hbar\Delta\omega}{eE} \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2 \tilde{\Gamma}_{01} \frac{(eE_\omega l_B)^2}{(\Delta\omega)^2 + \tilde{\Gamma}_{01}^2} \quad (32)$$

Здесь  $E_\omega$  — амплитуда напряженности поля, обусловленного микроволновым излучением,  $\tilde{\Gamma}_{01}$  — вероятность перехода между соседними УЛ в единицу времени. Видно, что знак  $J$  противоположен знаку  $\Delta\omega$ , и это согласуется с рис. 21.  $\frac{\hbar\Delta\omega}{eE}$  — длина, на которую электрон должен сместиться для данного  $\Delta\omega$ .  $\frac{eE_\omega l_B}{\hbar\Delta\omega}$  характеризует вероятность поглощения фотона (при  $\hbar\Delta\omega \gg eE_\omega l_B$ ).  $\exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{\hbar\Delta\omega}{eEl_B}\right)\right\}$  — множитель, отвечающий за уменьшение вероятности смещения электрона при увеличении  $\Delta\omega$  и, соответственно, при увеличении длины этого смещения, что обусловлено ослаблением перекрытия волновых функций. Результаты [51] кратко можно выразить следующим образом:  $J \sim \Delta\omega$  при  $|\hbar\Delta\omega| < \tilde{\Gamma}_{01}$ ,  $J \sim -1/\Delta\omega$  при  $eEl_B \gg |\hbar\Delta\omega| \gg \tilde{\Gamma}_{01}$ ,  $J \sim -(1/\Delta\omega) \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{\hbar\Delta\omega}{eEl_B}\right)\right\}$  при  $\hbar\Delta\omega \sim eEl_B$ . Ток достигает максимального значения при  $\hbar\Delta\omega \sim \tilde{\Gamma}_{01}$ , то есть вблизи циклотронного резонанса. Ясно, что дальнейшее увеличение  $\omega$  в скором времени вновь приведет к выполнению резонансного условия  $\omega \sim \Delta n\omega_c$ , поэтому зависимость величины фототока  $J$  от частоты микроволнового излучения  $\omega$  носит периодический характер.

С.И. Дорожкин предложил теорию, основанную на влиянии неравновесной функции распределения электронов на магнетотранспорт, которая достаточно хорошо описывает положение экстремумов ГОМ в магнитном поле и их ассиметричную форму [52; 53]. Однако данная теория предсказывает отрицательные значения сопротивления в минимумах осцилляций, в то время как в эксперименте эти значения близки к нулю.

Ясно, что в случае равновесной функции распределения  $(-\frac{\partial f(\epsilon)}{\partial \epsilon}) > 0$ , поэтому, согласно (2),  $\sigma_{xx} > 0$ . Однако в неравновесной функции распределения



**Рис. 22** — Схематическое изображение плотности состояний на уширенных уровнях Ландау, полученной при самосогласованном борновском приближении. Редкая штриховка — состояния, заполненные в результате переходов вследствие микроволнового облучения, густая штриховка — состояния, заполненные при отсутствии облучения. Из работы [52].

могут существовать области энергии, где  $(-\frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}) < 0$ , которые вносят отрицательный вклад в диссипативный транспорт (рис. 22).

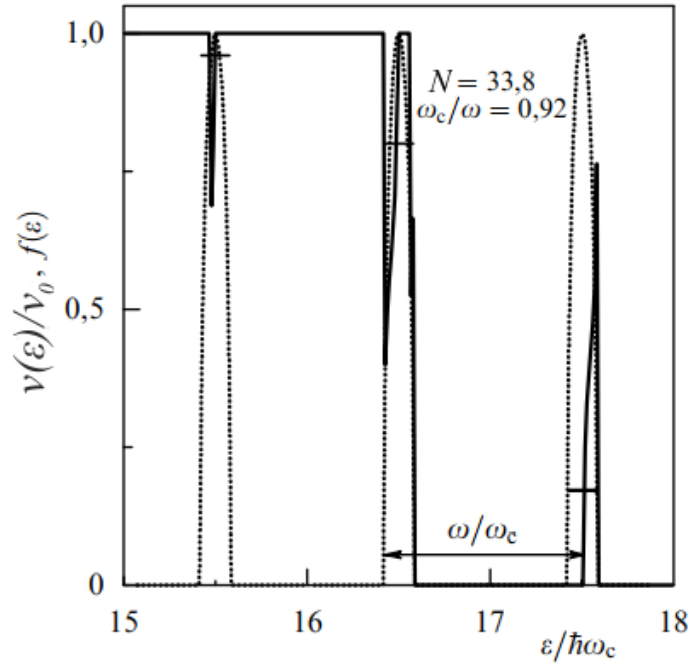
Теория Дорожкина учитывает только стимулированные и спонтанные переходы между уровнями энергии, отличающиеся на  $\hbar\omega$ . В этой теории он опирается на следующие выражения для плотности состояний  $\nu(\varepsilon)$  и компоненты тензора проводимости  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{xy}$ , полученные из самосогласованного борновского приближения для неперекрывающихся уровней Ландау [52; 53]

$$\nu(\varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2N_0}{\pi\Gamma_n} \left[ 1 - \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_n}{\Gamma_n} \right)^2 \right]^{1/2} \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2N_0}{\pi\Gamma_n} Z_n^{1/2}(\varepsilon) \quad (33)$$

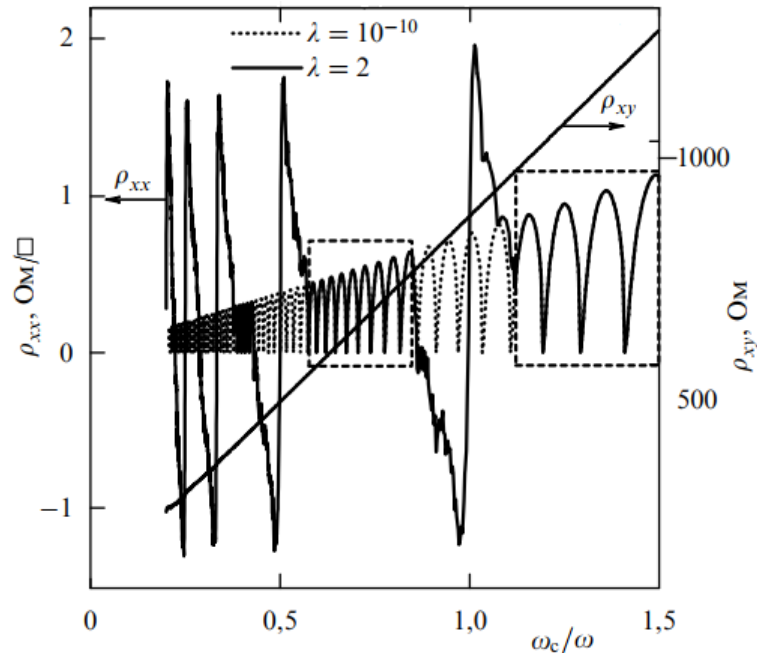
$$\sigma_{xx} = \frac{e^2}{\pi^2\hbar} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{\Gamma_n^{xx}}{\Gamma_n} \right)^2 \int_{\varepsilon_n - \Gamma_n}^{\varepsilon_n + \Gamma_n} \left( -\frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right) Z_n(\varepsilon) d\varepsilon \quad (34)$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{n_s e c}{B} + \frac{e^2}{\pi^2\hbar} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\Gamma_n^{xy})^4}{\Gamma_n^3 \hbar\omega_c} \int_{\varepsilon_n - \Gamma_n}^{\varepsilon_n + \Gamma_n} \left( -\frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right) Z_n^{3/2}(\varepsilon) d\varepsilon \quad (35)$$

Здесь  $\varepsilon_n$  — энергия уровня Ландау с номером  $n$ ,  $\Gamma_n$  — его ширина, а его вклад в компоненты тензора проводимости  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{xy}$  характеризуются параметрами  $\Gamma_n^{xx}$  и  $\Gamma_n^{xy}$  соответственно. В формулах (33) - (35)  $f(\varepsilon)$  — неравновесная функция распределения, которая для нулевой температуры задается рекуррентным



**Рис. 23** — Жирная линия — функция распределения, полученная в результате численного решения уравнений (36) и (37). Штриховой линией показаны три уровня Ландау ближайшие к уровню Ферми. Параметры, использованные при расчетах:  $\lambda = 2$ ,  $\hbar\omega \approx 6.6 \times 10^{-2}\varepsilon_F$ ,  $\Gamma_n \approx 4.9 \times 10^{-3}\varepsilon_F$ ,  $\Gamma_n^{xx} \approx 0.15(\omega/\omega_c)^{1/2}\Gamma_n$ . В других областях энергии функция распределения не отличается от равновесной. Из работы [52].



**Рис. 24** — Зависимости  $\rho_{xx}$  и  $\rho_{xy}$ , рассчитанные из уравнений (33) - (35), для параметров, используемых при расчете под рис. 23. Точечная линия — зависимость сопротивления, соответствующая отсутствию излучения. Пунктиром выделены области слабой чувствительности осцилляций ШдГ к излучению. Из работы [52].

соотношением [52; 53]

$$f(\varepsilon) = \frac{\lambda f(\varepsilon - \hbar\omega)}{\lambda + 1 - f(\varepsilon - \hbar\omega)} \quad (36)$$

В данной формуле  $\lambda$  — параметр, пропорциональный мощности излучения. Соотношение справедливо при  $\nu(\varepsilon) \neq 0$  и  $\nu(\varepsilon - \hbar\omega) \neq 0$ . В случае, если  $\nu(\varepsilon - \hbar\omega) = 0$  и  $\varepsilon > \varepsilon_F$ , либо  $\nu(\varepsilon + \hbar\omega) = 0$  и  $\varepsilon < \varepsilon_F$ , то  $f(\varepsilon) = f_0(\varepsilon)$ , где  $f_0(\varepsilon)$  — функция распределения Ферми-Дирака при нулевой температуре. Также необходимо учитывать, что количество электронов в случае равновесной и неравновесной функций распределения остается неизменным, что может быть переписано в виде условия [52; 53]

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} [f(\varepsilon + n\hbar\omega) - f_0(\varepsilon + n\hbar\omega)]\nu(\varepsilon + n\hbar\omega) = 0 \quad (37)$$

Численное решение уравнений (36) и (37) дает неравновесную функцию распределения (рис. 23), подстановка которой в выражения (33) - (35), позволяет определить компоненты тензора сопротивления (рис. 24).

Несмотря на то, что теория Дорожкина хорошо описывает положение минимумов и максимумов ГОМ осцилляций, эта теория не объясняет зануление сопротивления в минимумах ГОМ. На данный момент считается, что такая экспериментальная картина может быть объяснена наличием в системе доменной структуры. Из работы [54] известно, что однородные состояния с отрицательным сопротивлением неустойчивы. Поэтому следует ожидать, что такая система будет разбита на домены таким образом, что сопротивление образца с S-образной вольт-амперной характеристикой будет близко к нулю [55]. В системах с ДЭГ под облучением и при условии, что холловская проводимость превышает диссипативную, разбиение на доменную структуру было впервые рассмотрено в работе [56].

Более полная теория, которая также, как и теория Дорожкина, основана на возникновении неравновесной функции распределения, и которая объясняет поведение проводимости при воздействии не только внешнего микроволнового, но и постоянного электрического поля, была дана в работе [57]. Теория строилась для случая классически сильных магнитных полей, т.е. при условии  $\omega_c\tau_{tr} \gg 1$ . Тогда формула (2) может быть записана в виде

$$\sigma = \int \sigma_0 \left( \frac{\nu(\varepsilon)}{\nu_0} \right)^2 \left( -\frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right) d\varepsilon \quad (38)$$

В работе [57] было сделано предположение, что введение внешнего поля влияет на функцию распределения, что в соответствии с уравнением (38) отражается на проводимости. Решение кинетического уравнения позволило найти форму функции распределения в этом случае. Поиск функции распределения осуществлялся в виде суммы равновесной функции распределения  $f_0$  и некой осциллирующей добавки  $f_{osc}$ :

$$f = f_0 + f_{osc} + O(\delta^2) \quad (39)$$

где  $\delta$  — фактор Дингла. В приближении слабых полей и при условии  $\tau_q \ll \tau_{tr}$  из-за рассеяния на удаленных примесях, а также при  $kT \gg \hbar\omega_c$ , то есть когда период осцилляции плотности состояний много меньше, чем масштаб размытия функции распределения  $f_0$  вблизи уровня Ферми, решение привело к следующему результату

$$f_{osc} = \delta \frac{\omega_c}{2\pi} \frac{\partial f_T}{\partial \varepsilon} \sin \frac{2\pi\varepsilon}{\omega_c} \frac{P_\omega \frac{2\pi\omega}{\omega_c} \sin \frac{2\pi\omega}{\omega_c} + 4Q_{dc}}{1 + P_\omega \sin^2 \frac{\pi\omega}{\omega_c} + Q_{dc}} \quad (40)$$

Здесь  $P_\omega$  и  $Q_{dc}$  — безразмерные величины микроволнового  $E_\omega$  и постоянного  $E_{dc}$  полей соответственно, которые зависят от времени релаксации энергии  $\tau_{in}$ , характеризующего скорость электрон-электронного взаимодействия

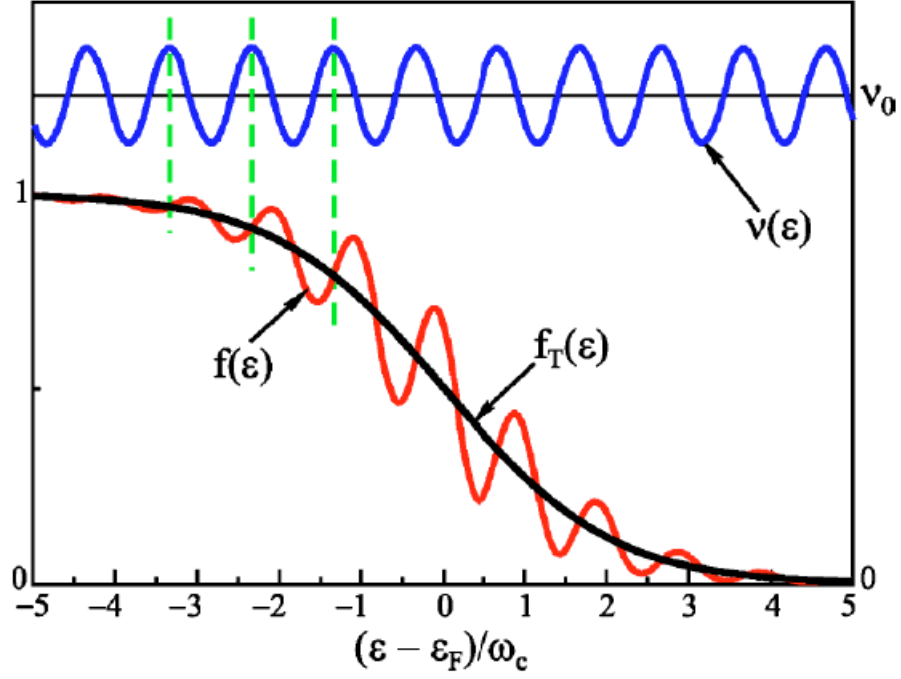
$$P_\omega = \frac{\tau_{in}}{\tau_{tr}} \left( \frac{eE_\omega v_F}{\omega} \right)^2 \frac{\omega_c^2 + \omega^2}{(\omega^2 - \omega_c^2)^2} \quad (41)$$

$$Q_{dc} = \frac{2\tau_{in}}{\tau_{tr}} \left( \frac{eE_{dc} v_F}{\omega} \right)^2 \left( \frac{\pi}{\omega_c} \right)$$

Можно предположить, что незначительные изменения в функции распределения слабо повлияют на проводимость. Однако из-за весового множителя  $\frac{\partial f}{\partial \varepsilon}$  в формуле (38), это не так, поскольку изменения в производной могут быть значительными, что может повлиять на проводимость в целом. В итоге авторы [57] получили выражение для отношения фотопроводимости к проводимости Друде в рамках указанного выше приближения

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = 1 + 2\delta^2 \left[ 1 - \frac{P_\omega \frac{2\pi\omega}{\omega_c} \sin \frac{2\pi\omega}{\omega_c} + 4Q_{dc}}{1 + P_\omega \sin^2 \frac{\pi\omega}{\omega_c} + Q_{dc}} \right] \quad (42)$$

Зануление  $Q_{dc}$  в уравнениях (40) и (42) позволит учесть влияние только микроволнового поля. Выражение для фотосопротивления при этом приобретает



**Рис. 25** — Схематичное изображение функции распределения  $f(\varepsilon)$  и плотности состояний  $\nu(\varepsilon)$  при облучении ДЭГ микроволновым полем.  $f_T(\varepsilon)$  — функция распределения Ферми-Дирака. Из работы [57].

следующий вид

$$\Delta\rho_\omega = -A_\omega \frac{\omega}{\omega_c} \sin\left(\frac{2\pi\omega}{\omega_c}\right) \delta^2 \quad (43)$$

Здесь  $A_\omega$  — безразмерный коэффициент пропорциональности.

Схематичное изображение неравновесной функции распределения при облучении ДЭГ микроволновым полем и плотность состояний в этой системе показаны на рис. 25. Ясно, что вклад в линейный отклик фотопроводимости зависит от того, какое значение имеет производная  $\partial f(\varepsilon)/\partial\varepsilon$  в максимумах плотности состояний  $\nu(\varepsilon)$ . Например, в ситуации, изображенной на рис. 25, этот вклад будет отрицательным.

Не так давно была предложена классическая интерпретация осцилляций, индуцированных микроволновым полем [58]. Она основана на эффекте памяти, который с физической точки зрения означает, что исход каждого следующего акта рассеяния зависит предыдущего, и электрон может возвращаться к одному и тому же рассеивающему центру несколько раз, не внося вклад в проводимость. Математически это выражается в нелокальности уравнений относительно времени  $t$ , то есть уравнения должны содержать в себе члены, зависящие от



предшествующих моментов времени. Авторам удалось получить уравнение, напоминающее классическое уравнение Друде для скорости носителей

$$\dot{\mathbf{v}} = \omega_c \times \mathbf{v}(t) - \frac{e}{m} \mathbf{E} - (1 - p) \sum_{n=0}^{\infty} p^n \hat{\Gamma}^{(n)} \mathbf{v}(t - nT) \quad (44)$$

Здесь  $\mathbf{E}$  — это сумма постоянной и микроволновой компоненты электрических полей  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1(t)$ ,  $p$  — вероятность того, что электрон завершит свою орбиту, не испытав столкновения, что соответствует нулевому вкладу в проводимость. Тензор  $\hat{\Gamma}^{(n)}$  описывает величину изменения скорости электрона в результате  $n$ -кратных рассеиваний с возвращением к тому же самому рассеивающему центру. Теория, построенная на основе этого уравнения хорошо согласуется с численным моделированием осцилляций сопротивления, полученным с помощью расчета траекторий электронов.

Стоит отметить, что  $\omega/\omega_c$  - осцилляций — это явление, присущее не только высокоподвижным структурам, основанным на гетеропереходе GaAs/AlGaAs. В работе [59] осцилляции ГОМ, а также состояния с нулевым сопротивлением, были обнаружены в гетероструктуре на основе КПСР GaAs/AlAs. Причем, до выхода этой работы считалось, что необходимым условием наблюдения ГОМ, является высокая подвижность, а именно, она должна превышать значение  $3 \times 10^6 \text{ см}^2/\text{Вс}$  [52]. В образцах с меньшей подвижностью влияние микроволнового поля проявлялось лишь в виде резонансного пика в проводимости [60], и положение этого пика объяснялось с точки зрения коллективного возбуждения плазмонов в системе. Однако в работе [59] ДЭГ имеет подвижность всего лишь  $560 \times 10^3 \text{ см}^2/\text{Вс}$ , что не мешает наблюдать указанные выше явления. Таким образом было показано, что увеличенная концентрация ДЭГ в гетероструктуре GaAs/AlAs позволяет наблюдать ГОМ даже в структурах со средней подвижностью. Позже в ДЭГ на основе гетероструктуры GaAs/AlAs были обнаружены и состояния с отрицательным сопротивлением [61].

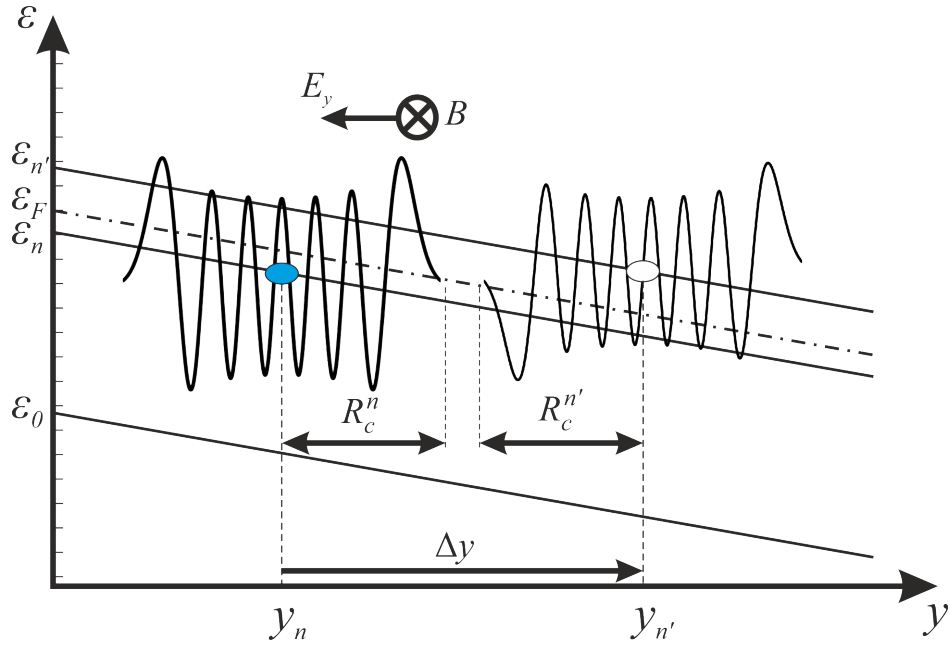
## 1.5 Магнетотранспортные явления в присутствии постоянного электрического поля

Как уже было замечено, магнетотранспортные явления, наблюдаемые в высокоподвижных двумерных системах, во многом связаны с процессами рассеяния и переходами электронов из одного состояния в другое. Помимо внешнего микроволнового поля, которое способно инициировать такие переходы, наблюдается также ряд магнетотранспортных явлений, которые возникают благодаря приложенному внешнему постоянному электрическому полю. Если значение электрического поля  $E$  велико, то есть  $eER_c \gg \hbar\omega_c$ , тогда наблюдаются явления связанные с процессами перехода между уровнями Ландау в результате рассеяния. К таким явлениям относят туннелирование Зинера между уровнями Ландау.

В 1934 году вышла работа [62], в которой Зинер (Zener С.) показал возможность и описал механизм перехода электронов из валентной зоны в зону проводимости в полупроводниках под действием внешнего электрического поля. Но экспериментально наблюдать этот эффект впервые удалось лишь в туннельном диоде Есаки при прямом смещении [63], где сильное легирование приводит к тому, что зоны в области р-п перехода изгибаются и становится возможным туннелирование электронов из одной зоны в другую.

Однако, как оказалось, ТЗ возможно не только между энергетическими зонами в полупроводнике. В работе [16] было показано, что ТЗ проявляется также и между уровнями Ландау в ДЭГ при больших факторах заполнения в образцах в виде мостика Холла. Однако для того, чтобы такие переходы происходили, необходимо соблюдение определенных правил отбора.

Схема, поясняющая ТЗ между уровнями Ландау при больших факторах заполнения, представлена на рис. 26. На нем показаны уровни Ландау с номерами  $n$  и  $n'$ . Им соответствуют циклотронные радиусы  $R_c^n$  и  $R_c^{n'}$ , и при  $N \gg 1$  можно считать  $R_c^n \approx R_c^{n'}$ . УЛ с номером  $n$  лежит ниже уровня Ферми, поэтому он заполнен. А УЛ с номером  $n'$  не занят. Приложенное внешнее электрическое поле  $E_y$  «наклоняет» уровни Ландау, делая возможным туннелирование электрона из УЛ с номером  $n$  в  $n'$ . Для этого электрону на пути пробега  $\Delta y$  из состояния  $n$  в состояние  $n'$  необходимо набрать энергию  $l\hbar\omega_c$ , то есть должно



**Рис. 26** — Схематическое изображение механизма ТЗ между уровнями Ландау под действием внешнего электрического поля.

выполниться условие

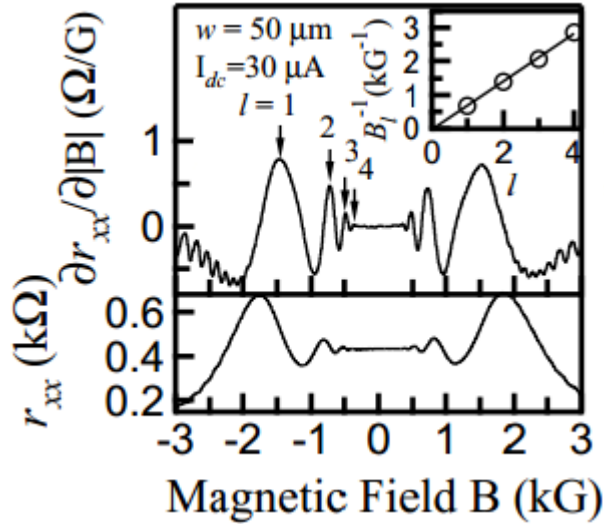
$$eE_y\Delta y = l\hbar\omega_c \quad (45)$$

Здесь  $l = n' - n$  — целое число. В магнетотранспортных явлениях наибольший вклад в проводимость дают те процессы, в которых переход осуществляется на максимально возможное расстояние. Кроме того, для перехода между орбитами необходима максимальное перекрытие волновых функций. И поскольку электронная плотность сосредоточена на расстоянии  $R_c^n$  от центра орбиты, то можно положить  $\Delta y = 2R_c^n$ . Тогда условие (45) переписывается следующим образом

$$eE_y 2R_c^n = l\hbar\omega_c \quad (46)$$

Такое квазиклассическое описание ТЗ напоминает объяснение происхождения  $\omega/\omega_c$ -осцилляций, данное Зудовым в работе [13]. Как и в случае с  $\omega/\omega_c$ -осцилляциями, при ТЗ между уровнями Ландау электрону необходимо рассеяться с изменением квазиимпульса на противоположный, т.е.  $\Delta k_x = 2k_f$ .

В работе [16] было показано, что осцилляции сопротивления, возникающие в результате ТЗ между уровнями Ландау имеют период  $1/B$  (рис. 27). В холловских мостиках при  $\omega_c\tau_{tr} \gg 1$  выполняется неравенство  $\sigma_{xy} > \sigma_{xx}$ , поэтому ТЗ обеспечивается полем Холла, а не внешним тянущим полем. Поле Холла  $E_H = \frac{j}{n_e e} B$ , где  $j$  — плотность тока, и ларморовская частота  $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$  пропорциональны  $B$ . Циклотронный радиус  $R_c^n \approx \frac{\hbar}{eB} \sqrt{2\pi n_e}$  обратно пропорционален



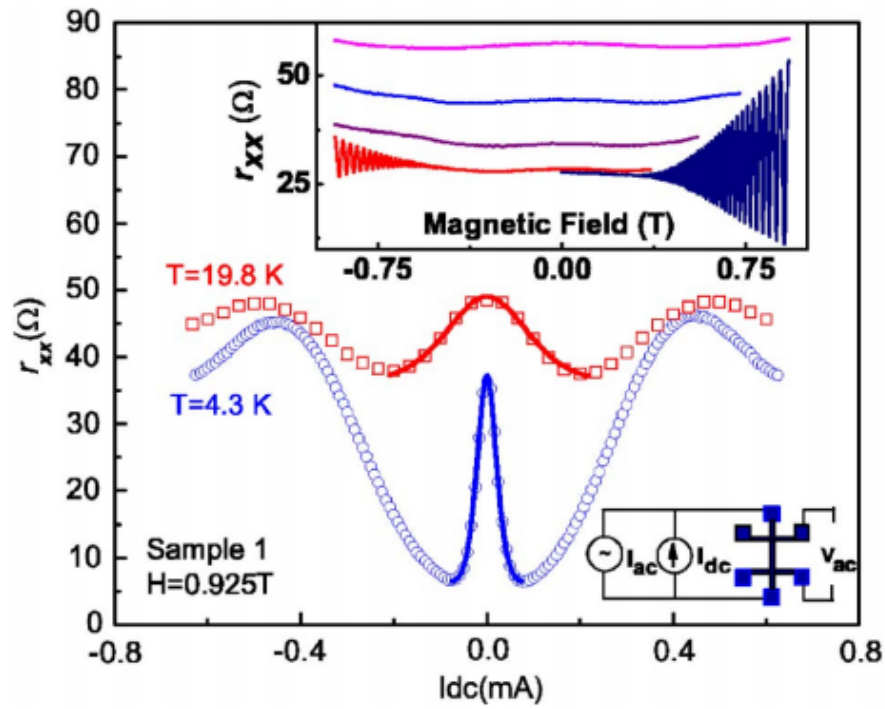
**Рис. 27** — Зависимость дифференциального сопротивления  $r_{xx}$  и его производной  $\partial r_{xx}/\partial|B|$  от магнитного поля  $B$  в присутствии постоянного поля. Стрелками указаны положение максимумов осцилляции  $r_{xx}$ , вызванных ТЗ между уровнями Ландау. Из работы [16].

$B$ . Подставляя эти выражение в равенство (46), получаем, что осцилляции действительно должны быть периодичны в обратном магнитном поле.

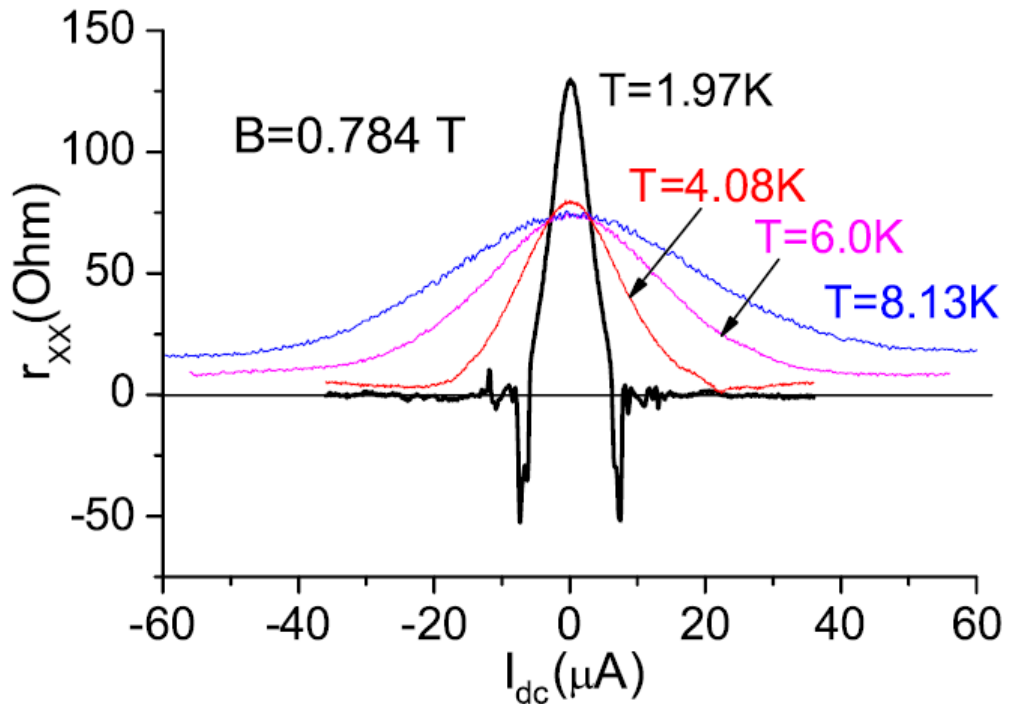
Позже в работе [64] было показано, что ТЗ наблюдается и в узких дисках Корбино с ДЭГ, где нет поля Холла. Однако в дисках Корбино ТЗ обеспечивается уже внешним полем, которое не зависит от  $B$ . Поэтому осцилляции дифференциальной проводимости имеют период  $1/B^2$ . В широких дисках Корбино эффект наблюдать не удастся, так как электрическое поле спадает с расстоянием, из-за чего происходит усреднение осцилляций по полю.

При сравнительно маленькой величине поля, когда  $eER_c < \hbar\omega_c$ , туннелирование Зинера невозможно. В этом случае наблюдается ряд магнетотранспортных явлений, которые происходят, благодаря рассеянию электронов внутри одного уровня Ландау. В работе [65] было показано, что в таких условиях наблюдается значительное уменьшение дифференциального сопротивления (рис. 28) при увеличении значения постоянного тока, приложенного к образцу. Поэтому вблизи нулевого значения тока наблюдается пик магнетосопротивления. Величина этого пика зависит от температуры: при ее увеличении эффект становится менее выраженным.

В работе [17] было обнаружено, что уменьшение дифференциального сопротивления может эволюционировать в состояние с нулевым дифференциальным сопротивлением. Переход в такое состояние наблюдался только при



**Рис. 28** — Зависимость дифференциального сопротивления от величины постоянного тока для температур 19.8 К и 4.3 К при фиксированном значении магнитного поля 0.925 Тл. Сплошной линией показаны теоретические зависимости. На вставке — квантовые осцилляции сопротивления для разных температур 1.9 К (нижняя правая), 4.2 К (нижняя левая), 9.9 К, 19.8 К и 35 К (в порядке возрастания). Из работы [65].



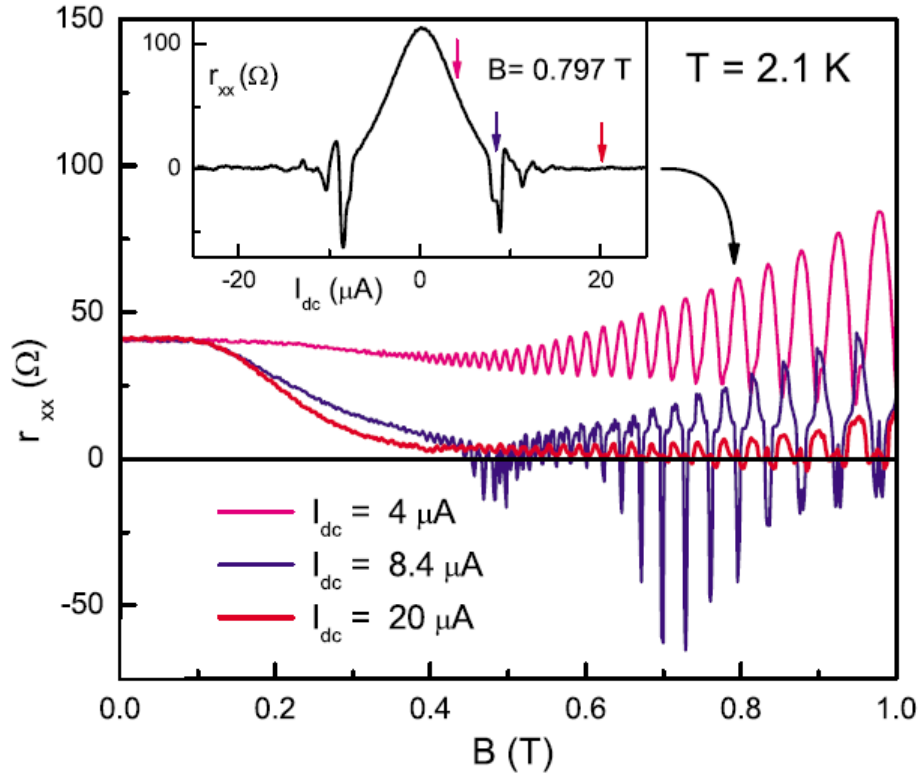
**Рис. 29** — Зависимость дифференциального сопротивления от величины постоянного тока для разных значений температур при фиксированном значении магнитного поля 0.784 Тл. Состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением наблюдаются при  $T = 1.97$  К. Из работы [17].

температурах ниже 4 К и для значений магнитных полей, соответствующих максимумам осцилляций ШдГ. На рис. 29 видно, что при увеличении постоянного тока дифференциальное сопротивление уменьшается до некоторого отрицательного значения, демонстрируя ярко выраженный отрицательный пик, а затем стабилизируется в районе нуля. Однако, как выяснилось, данное явление наблюдается только для достаточно высоких значений магнитного поля, при которых уровни Ландау имеют меньшее перекрытие. Позже в работе [66] было показано, что состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением могут проявляться в широком диапазоне магнитных полей. Эти состояния порождаются основным минимумом осцилляций, индуцированных полем Холла. Также было показано, что в отличие от состояний, полученных в работе [17], здесь не наблюдается отрицательного пика в магнетосопротивлении.

Как уже было отмечено в предыдущем параграфе, теория, описывающая проводимость ДЭГ в присутствии внешнего микроволнового и электрического полей, была разработана в работе [57]. Ее основной результат представлен уравнением (42). Этот результат может быть адаптирован для случая, когда к системе с ДЭГ приложено лишь постоянное электрическое поле, если положить  $P_\omega = 0$  в уравнении (42). Тогда в результате мы получим следующее выражение для проводимости

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = 1 + 2\delta^2 \left[ 1 - \frac{4Q_{dc}}{1 + Q_{dc}} \right] \quad (47)$$

Более детальное исследование нагревания ДЭГ в постоянном электрическом поле в рамках данной теории было проведено в работе [67]. На рис. 30 показано, как меняется поведение дифференциального сопротивления при разных значениях постоянного тока. Видно, что увеличение тока приводит к значительным изменениям в поведении сопротивления: минимумы осцилляций становятся максимумами, а максимумы — минимумами, и сопротивление в этом случае принимает значение близкое к нулевому. Был сделан вывод о том, что поведение сопротивления в постоянном электрическом поле не может быть объяснено простым разогревом электронов. Было показано, что амплитуды первой и второй гармоники квантовых осцилляций сопротивления асимптотически уменьшаются, стремясь к нулю при повышении температуры в условиях отсутствия тока, в то время как увеличение тока приводит к тому, что асимптотическое поведение исчезает, и обе гармоники могут изменить знак. При этом



**Рис. 30** — Зависимость дифференциального сопротивления  $r_{xx}$  от магнитного поля, при разных значениях постоянного тока  $I_{dc}$ . На вставке представлена зависимость  $r_{xx}$  от  $I_{dc}$  при фиксированном значении магнитного поля  $B = 0.797$  Тл, которое соответствует максимуму осцилляций ШдГ, показанному стрелкой.  $T = 2.1$  К. Из работы [67].

амплитуда второй гармоники может стать больше первой. Увеличение амплитуды более высоких гармоник квантовых осцилляций может быть объяснено наличием осциллирующей компоненты неравновесной функции распределения.

Внешнее электрическое поле, приложенное к ДЭГ приводит к тому, что кинетическая энергия электрона зависит от его координаты  $\vec{r}$ :  $\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon_0 + e\vec{E}_{dc}\vec{r}$ , если предположить, что все рассеяния на примесях упругие. Поэтому диффузия электронов в координатном пространстве порождает диффузию в энергетическом пространстве. Диффузию в энергетическом пространстве называют спектральной диффузией. Коэффициент спектральной диффузии  $D_\varepsilon$  пропорционален коэффициенту диффузии в координатном пространстве  $D$ :  $D_\varepsilon = (eE)^2 D$ . Спектральная диффузия наиболее эффективна в центре уровней Ландау, где плотность состояний высокая, и она постепенно убывает по мере удаления от центра УЛ. Между уровнями Ландау плотность состояний низка, поэтому спектральная диффузия подавлена.

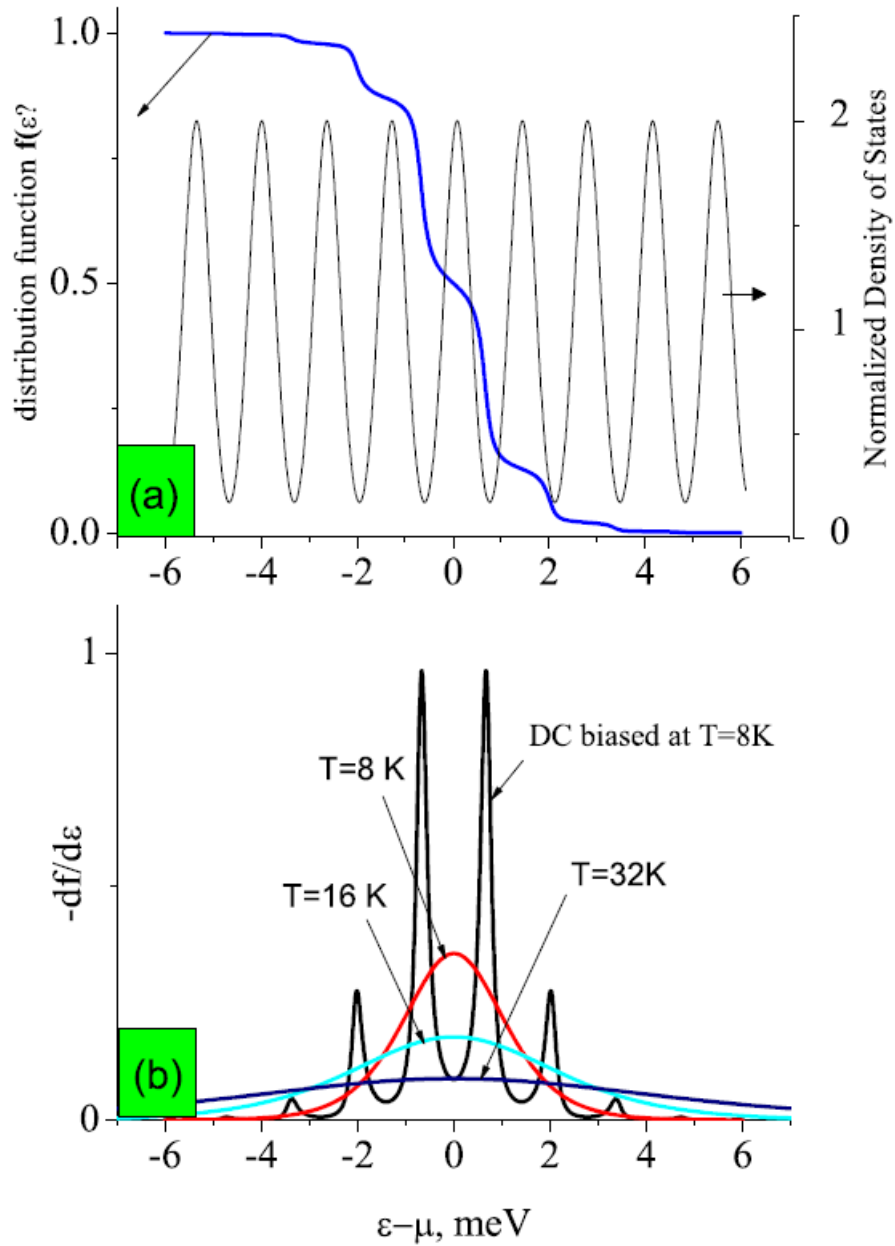
Спектральная диффузия приводит к возникновению спектрального тока  $J_\varepsilon$  носителей. Этот ток обусловлен тем, что электроны переходят из состояний с низкими значениями энергий (заполненные состояния) в состояния с более высокими значениями энергий (свободные состояния). Спектральный ток пропорционален коэффициенту спектральной диффузии  $D_\varepsilon$  и градиенту функции распределения  $\frac{\partial f}{\partial \varepsilon}$ :  $J_\varepsilon = D_\varepsilon \frac{\partial f}{\partial \varepsilon}$ . В стационарном состоянии спектральный ток  $J_\varepsilon$  — константа, поэтому значение градиента функции распределения больше там, где спектральная диффузия слабая (между уровнями Ландау) и меньше там, где спектральная диффузия сильная (центр уровней Ландау). Такое рассмотрение приводит к тому, что функция распределения осциллирует, и период осцилляций совпадает с периодом плотности состояний (рис. 31).

Стоит также отметить роль электрон-электронного взаимодействия в данном процессе. Дело в том, что столкновения между электронами не ведут к релаксации энергии в ДЭГ. Поэтому в первом приближении такие процессы не должны оказывать влияния на проводимость. Однако электрон-электронное рассеяние приводит к релаксации осциллирующей компоненты функции распределения  $f_{osc}$ . Согласно работе [57] время релаксации энергии связано с температурой следующим образом:  $\tau_{in} \sim 1/T^2$ . Поэтому амплитуда осцилляций функции распределения и, как следствие, нелинейные эффекты в проводимости имеют сильную температурную зависимость.

Из рис. 31 видно, что максимумы в зависимости градиента функции распределения  $\frac{\partial f}{\partial \varepsilon}$  соответствуют минимумам плотности состояний. Таким образом, вклад  $\nu(\varepsilon)^2(-\frac{\partial f}{\partial \varepsilon})$  существенно падает в (38), что приводит к значительному снижению проводимости.

Несмотря на то, что теория, представленная выше, хорошо описывает уменьшение дифференциального сопротивления, состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением в системах с ДЭГ требуют особого рассмотрения. Как известно, системы с отрицательным дифференциальным сопротивлением являются нестабильными. Примером тому может служить эффект Ганна, когда любое возмущение приводит к тому, что в однородной системе образуется домен электрического поля, движущийся вдоль образца. Подобные явления можно наблюдать и в ДЭГ с отрицательным сопротивлением. Впервые исследование стабильности систем с ДЭГ в магнитном поле проведено в работе [56]. В предположении, что связь электрического поля  $\vec{E}$  и плотности тока  $\vec{J}$  задается соотношением  $\vec{E} = \rho(J^2)\vec{J}$ , уравнение Пуассона и уравнение непрерывности





**Рис. 31** — (a) Зависимость плотности состояний ДЭГ от энергии при  $B = 0.797$  Тл (ось справа). Результат численного расчета функции распределения от энергии согласно теории, разработанной в [57] (ось слева). Параметры, использовавшиеся при расчете  $T = 8$  К,  $E = 1003$  В/м,  $\tau_q = 1.9$  пс,  $\tau_{in} = 150$  пс. (b) Зависимость градиента  $\frac{\partial f}{\partial \epsilon}$  равновесной функции распределения от энергии при разных значениях температуры (цветные линии), и зависимость градиента  $\frac{\partial f}{\partial \epsilon}$  неравновесной функции распределения, возмущенной спектральной диффузией (черная линия). Из работы [67].

дают следующие условия стабильности системы с ДЭГ

$$\begin{aligned}\rho_{xx}(\vec{J}^2) &\geq 0 \\ \rho_{xx}(\vec{J}^2) + \alpha \vec{J}^2 &\geq 0\end{aligned}\quad (48)$$

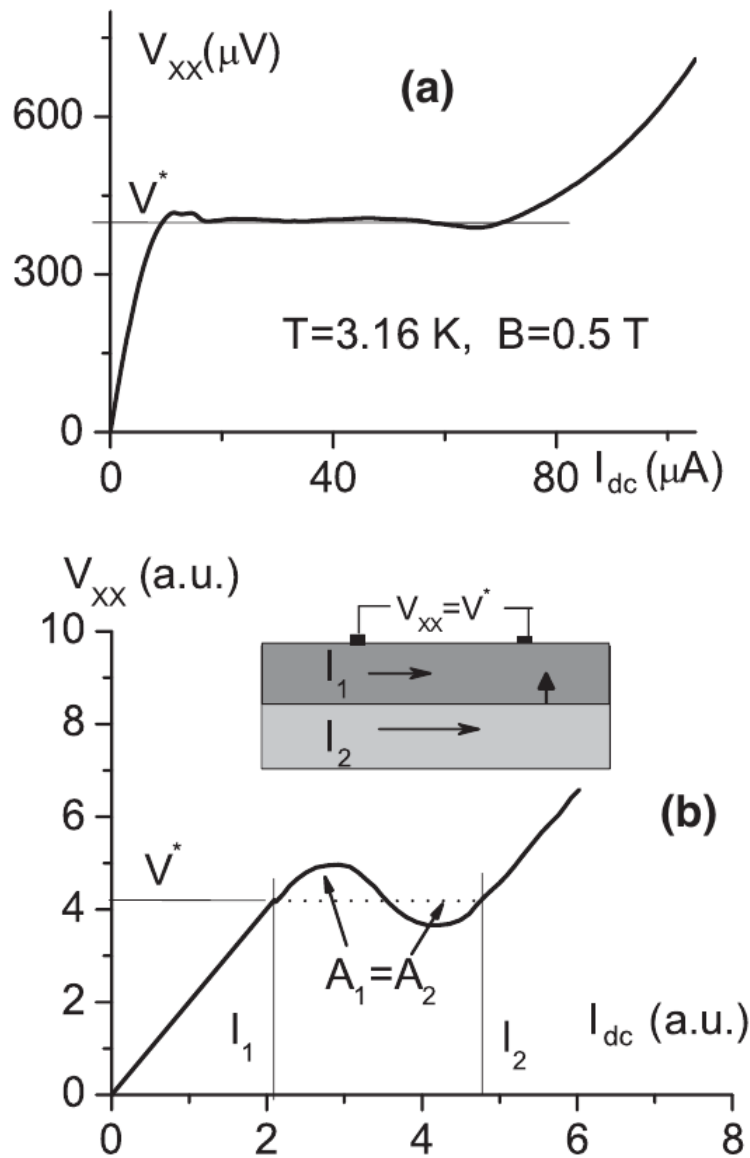
где  $\rho_{xx}$  — это продольное сопротивление, а  $\alpha = 2\frac{d\rho_{xx}(\vec{J}^2)}{d\vec{J}^2}$ . В работе [17] было показано, что подстановка  $\frac{d\rho_{xx}}{dJ} = 2J\frac{d\rho_{xx}}{d(\vec{J}^2)}$ , позволяет переписать второе условие (48) в виде

$$\rho_{xx}^{diff} = \frac{dE_x}{dJ} \geq 0 \quad (49)$$

Здесь  $\rho_{xx}^{diff}$  — продольное дифференциальное сопротивление, а  $E_x$  — продольная компонента электрического поля  $\vec{E}$ . Таким образом, в соответствии с теорией [56] система с ДЭГ переходит в нестабильное состояние при отрицательном дифференциальном сопротивлении.

На рис. 32(а) показана зависимость продольного напряжения  $V_{xx}$  от величины постоянного тока  $I_{dc}$  в ДЭГ, взятая из работы [17]. Видно, что в достаточно широком диапазоне токов  $V_{xx}$  не изменяется и остается равным некоторому значению  $V^*$ , что соответствует состоянию с нулевым дифференциальным сопротивлением. В работе [68] были предложены возможные доменные структуры для систем с ДЭГ и геометрией мостика Холла, где  $V_{xx}$  принимает нулевое значения для целого диапазона токов. Подобный подход использовался и в работе [17] для объяснения состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением. В геометрии мостика Холла две части образца имеют разные, но устойчивые значения токов  $I_1$  и  $I_2$  для одного и того же значения продольного напряжения  $V^*$  (рис. 29(b)). Поскольку в этих частях образца поле Холла принимает различное значение, то есть терпит разрыв на границе областей, то из-за условия непрерывности поля следует ожидать скопление электрического заряда вдоль границы. Из-за того, что в образце присутствует продольная компонента электрического поля  $E_x^* = V^*/L$ , где  $L$  — расстояние между контактами, заряженная граница будет двигаться перпендикулярно направлению тока со скоростью  $v_y = [E_x^* \times B]/B^2$ . Таким образом, значение тока  $I(t)$ , протекающего вдоль образца, осциллирует, а среднее значение тока  $\langle I(t) \rangle = I_{dc}$ . При этом значение  $V_{xx}$  не зависит от  $I_{dc}$  и определяется правилом равных площадей  $A_1 = A_2$  [69].

Более полное теоретическое исследование нелинейных магнетотранспортных эффектов в присутствии внешнего электрического поля было проведено в



**Рис. 32** — (а) Зависимость продольного напряжения  $V_{xx}$  от величины постоянного тока  $I_{dc}$  в ДЭГ при указанных значениях магнитного поля  $B$  и температуры  $T$ . (б) Возможная N-образная  $V_{xx}$ - $I_{dc}$  зависимость.  $I_1$  и  $I_2$  — значения токов, соответствующих одному и тому же значению напряжения  $V^*$ .  $V^*$  определяется через правило равных площадей  $A_1 = A_2$  [69]. На вставке показано возможное распределение токов в образце с геометрией мостика Холла. Из работы [17].

работе [70]. Оно включало в себя рассмотрение случаев и слабых, и сильных полей. Однако основной интерес данной работы представляет теоретический результат, полученный для сильных электрических полей. Дело в том, что квазиклассическое обоснование осцилляций сопротивления, индуцированных полем Холла, представленное в оригинальной работе [16], хоть и дает положение максимумов этих осцилляций, а также общее понимание физической картины,

но оно не объясняет, какие параметры определяют амплитуду осцилляций и почему они нечувствительны к повышению температуры ДЭГ. И действительно в работах [65; 71; 72] изучается ТЗ между уровнями Ландау при температурах 4 К и выше. Эффект наблюдается при условиях, когда осцилляции ШдГ подавлены вследствие высокой температуры.

В работе [70] было получено решение кинетического уравнения при условиях  $\omega_c \tau_q \lesssim 1$  и  $\omega_c \tau_{tr} \gg 1$ , а также при  $kT \gtrsim \hbar\omega_c/2\pi^2$ , когда нелинейные эффекты еще наблюдаются, но осцилляции ШдГ уже подавлены. В отличие от более ранних теоретических работ [57; 68], в которых также исследовались нелинейные магнетотранспортные явления, но при этом считалось, что рассеяние происходит преимущественно на малые углы (smooth disorder), в данной работе учитывается возможность рассеяния носителей на все возможные углы (generic disorder). Результатом работы является выражение для плотности диссипативного тока

$$j(E) = \sigma_0 E \left[ 1 + 2\delta^2 F\left(\frac{2\pi ER_c}{\hbar\omega_c}\right) \right] \quad (50)$$

$$F(\xi) = 2\Gamma_1(\xi, \tau_{in}) + \Gamma_2(\xi)$$

Здесь  $\xi = \frac{2\pi ER_c}{\hbar\omega_c}$  — безразмерный параметр, характеризующий работу электрического поля по перемещению центра циклотронной траектории на расстояние  $2R_c$ .  $\Gamma_1$  выражает вклад в диссипативный ток неравновесной компоненты функции распределения (inelastic component).  $\Gamma_2$  отвечает за вклад в диссипативный транспорт рассеяния, индуцированного внешним электрическим полем (displacement component). В слабых электрических полях ( $\xi \ll 1$ )  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  выглядят следующим образом

$$\Gamma_1(\xi, \tau_{in}) = -\frac{(\tau_{in}/\tau_{tr})\xi^2}{1 + (\tau_{in}/2\tau_{tr})\xi^2} \quad (51)$$

$$\Gamma_2(\xi) = 1 - \frac{3}{8}\tau_{tr}\xi^2 \left[ \frac{3}{\tau_0} - \frac{4}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right]$$

где  $\tau_0, \tau_1, \tau_2$  — величины, характеризующие гармоники частоты рассеяния  $1/\tau(\theta)$  на угол  $\theta$ :  $1/\tau(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{e^{in\theta}}{\tau_n}$ . Стоит отметить, что выражение для  $\Gamma_1$  согласуется с (42), если положить  $P_\omega = 0$ . В пределе сильных электрических полей ( $\xi \gg 1$ ) асимптотики  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  представлены так

$$\frac{\Gamma_1(\xi, \tau_{in})}{\tau_{tr}} \propto -\frac{\tau_0 \cos^2 \xi}{\tau_\pi^2 \xi^2} \quad (52)$$

$$\frac{\Gamma_2(\xi)}{\tau_{tr}} \propto \frac{1 \sin 2\xi}{\tau_\pi \xi}$$

Здесь  $1/\tau_\pi = \sum_n \frac{e^{in\pi}}{\tau_n}$  — частота обратного рассеяния, а  $\tau_\pi$  — время обратного рассеяния. Вклад  $\Gamma_2$  в диссипативную проводимость преобладает над  $\Gamma_1$  при высоких значениях электрического поля. Это связано не только с тем, что  $\Gamma_1$  уменьшается быстрее с ростом  $\xi$ , но также и с тем, что для малоуглового рассеяния  $\tau_0/\tau_\pi$  мало. В итоге, в пределе сильных электрических полей уравнение (50) значительно упрощается

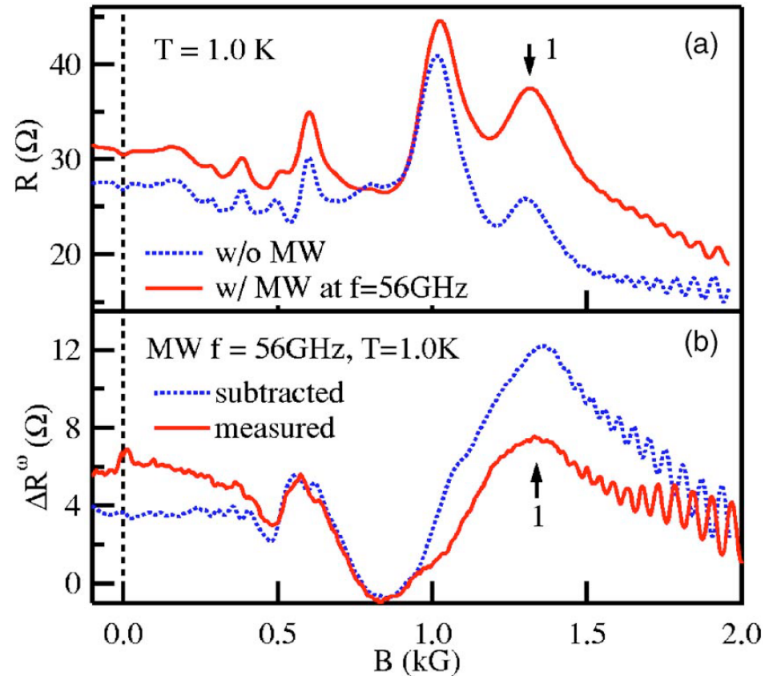
$$j(E) = \sigma_0 E [1 + (8\delta^2 \tau_{tr}/\pi \tau_\pi \xi) \sin 2\xi] \quad (53)$$

Данное уравнение описывает ТЗ между уровнями Ландау и его вклад в магнетотранспорт. Видно, что амплитуда осцилляции сопротивления и проводимости зависит от времени обратного рассеяния  $\tau_\pi$  и от ширины УЛ, которая определяет фактор Дингла  $\delta$ . Стоит отметить, что в отличие от уравнения (11), описывающего осцилляции ШдГ, здесь отсутствует температурный префактор, что подтверждает слабую температурную зависимость ТЗ.

Таким образом, внешнее электрическое поле двояко влияет на магнетотранспорт. С одной стороны, оно приводит к возникновению неравновесной функции распределения, и следствием этого эффекта является зануление дифференциального сопротивления в слабых полях. С другой стороны, при высоких значениях электрического поля, оно открывает дополнительный канал для потерь кинетической энергии носителей через упругое рассеяние на примесях, потому как теперь появляется возможность перескочить на другой УЛ вследствие такого рассеяния. И данные процессы, наряду с электрон-электронным взаимодействием, приводят к еще одному механизму релаксации неравновесной функции распределения, который однако уже не зависит от температуры.

## 1.6 Неравновесные магнетотранспортные явления в двумерных системах с латеральным периодическим потенциалом

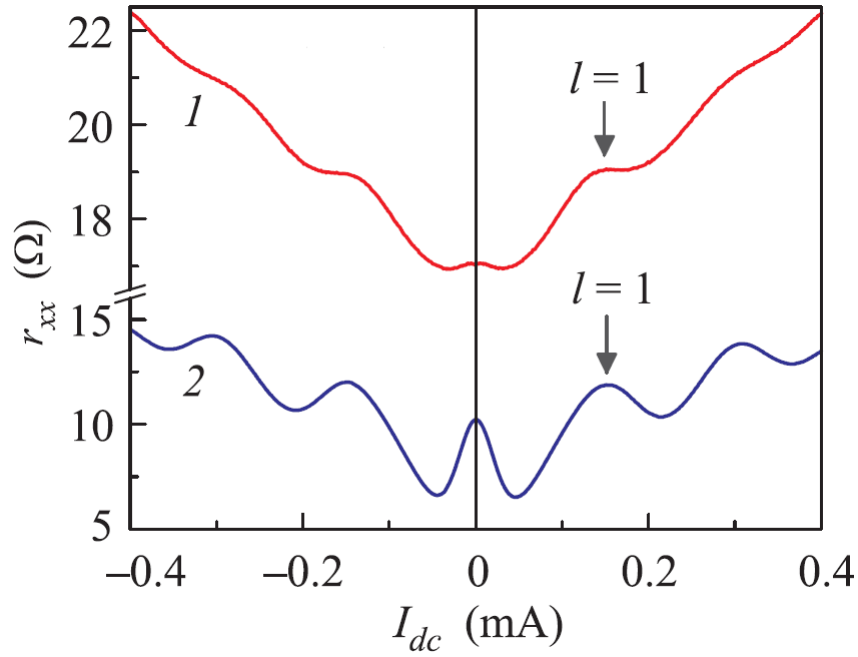
На данный момент работ, посвященных исследованию неравновесных магнетотранспортных явлений в двумерных системах с одномерным латеральным периодическим потенциалом, обнаружено не было. Однако существует ряд публикаций, в которых изучаются неравновесные магнетотранспортные явления в двумерной антиоточечной системе.



**Рис. 33** — (а) Зависимости сопротивления  $R$  от магнитного поля  $B$  при облучении (частота  $\omega/2\pi = 56$  ГГц) и без облучения микроволновым полем, измеренные в образце с треугольной решеткой из антиточек. (б) Пунктирной линией показана зависимость фотосопротивления  $\Delta R^\omega$ , полученная из разности кривых на рис. (а). Сплошная линия — зависимость  $\Delta R^\omega$ , измеренная напрямую с использованием техники двойной модуляции. Стрелками показаны основные пики  $\omega/\omega_c$ -осцилляций. Из работы [73].

В работе [73] изучались СО в ДЭГ с треугольной решеткой из антиточек при облучении микроволновым полем. Один из главных результатов этого исследования представлен на рис. 33. На рис. 33(а) показаны измеренные зависимости сопротивления  $R$  от магнитного поля  $B$  в образце с антиточками при облучении микроволновым полем и без облучения. Обе кривые достаточно ярко демонстрируют СО, обусловленные геометрическим резонансом между размером решетки и диаметром циклотронной орбиты. При этом сигнал, который относится к осцилляциям, индуцированным микроволновым полем, достаточно трудно различить.

Зависимость фотосопротивления  $\Delta R^\omega$ , полученная из вычитания этих кривых, показана на рис. 33(б) пунктирной линией. На этом же рисунке сплошной линией показана измеренная зависимость фотосопротивления. Обе кривые на рис. 33(б) демонстрируют  $\omega/\omega_c$ -осцилляции. Их период определяется отношением частот  $\omega/\omega_c$ . Важный вывод, который можно сделать из данных



**Рис. 34** — Экспериментальные зависимости сопротивления  $r_{xx}$  от постоянного тока  $I_{dc}$ , измеренные при  $T = 4.2$  К и  $B = 0.3$  Тл. 1 — Мостик с антиточками. 2 — Мостик без антиточек. Стрелками указано положение основных зинероских максимумов. Из работы [74].

зависимостей, заключается в том, что осцилляции, индуцированные микроволновым полем, и СО разделяются в антиточечной системе.

Классический нелинейный магнетотранспорт в ДЭГ с решеткой из антиточек изучался в работе [75]. Было показано, что дифференциальное сопротивление  $r_{xx}$  может как падать при увеличении постоянного тока  $I_{dc}$ , так и расти. Это зависит от величины магнитного поля  $B$ , при котором снимается зависимость  $r_{xx}(I_{dc})$ . В слабых полях  $B$ , таких что  $2R_c \approx a$ , где  $a$  — период решетки, наблюдается падение  $r_{xx}$ . Оно связано с тем, что приложение постоянного внешнего электрического поля приводит к срыву убегающих траекторий, которые дают существенный вклад в проводимость. Рост  $r_{xx}$  при увеличении  $I_{dc}$  наблюдается при более сильных полях  $B$ , когда  $2R_c < a - 2d$ , здесь  $d$  — диаметр антиточки. В таких полях  $B$  электроны изначально локализованы и не участвуют в транспорте, они описывают розеточные траектории вокруг антиточек. Увеличение  $I_{dc}$  приводит к срыву этих орбит, увеличению проводимости и сопротивления образца.

В работе [74] изучался квантовый нелинейный магнетотранспорт в двумерной системе с квадратной решеткой антиточек. На рис. 34 показаны зависимости дифференциального сопротивления  $r_{xx}$  от постоянного тока  $I_{dc}$ ,

при фиксированном значении магнитного поля  $B = 0.3$  Тл, которое соответствовало основному соизмеримому максимуму сопротивления. Обе зависимости, снятые на мостике с антиточками и без антиточек, демонстрируют осцилляции сопротивления, возникающие из-за ТЗ между уровнями Ландау, однако эти осцилляции менее ярко выражены в системе с антиточками.

Как уже было сказано в предыдущем параграфе, центральный пик в зависимости  $r_{xx}(I_{dc})$ , обусловлен возникновением спектральной диффузии и неравновесной функции распределения. Он наблюдается на обоих кривых на рис. 34, но в образце с антиточками его размер мал. В работе [74] показано, что центральный пик в зависимости  $r_{xx}(I_{dc})$ , снятой в образце с антиточками, также связан с ролью неравновесной функции распределения. По большому счету, роль антиточек в квантовом нелинейном магнетотранспорте сводится к уменьшению квантового времени жизни  $\tau_q$  по сравнению с немодулированной структурой, что приводит к подавлению нелинейных магнетотранспортных явлений.



## Постановка задачи

Как показал анализ научной литературы, магнетотранспортные свойства высокоподвижного ДЭГ изучаются уже более 25 лет. За это время в системах с ДЭГ были открыты такие явления как осцилляции, индуцированные микроволновым полем ( $\omega/\omega_c$  - осцилляции), осцилляции, обусловленные ТЗ между уровнями Ландау под действием постоянного внешнего электрического поля, состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением в присутствии внешнего электрического поля. Также было экспериментально изучено одновременное влияние микроволнового и постоянного электрических полей на магнетотранспорт в ДЭГ. Было показано, что осцилляции, индуцированные микроволновым полем, и осцилляции, индуцированные постоянным полем интерферируют между собой [76].

Также исследовались магнетотранспортные свойства ДЭГ в образцах с одномерным латеральным периодическим потенциалом. В таких системах были обнаружены соизмеримые осцилляции магнетосопротивления. Было показано, что происхождение СО обусловлено изменением энергетического спектра электронов, возникновением зон Ландау. Таким образом, введение одномерного периодического потенциала в систему с ДЭГ существенно изменяет плотность состояний. Существует ряд работ [8; 9; 43; 44], в которых изучалось влияние соизмеримого магнетотранспорта на осцилляции ШдГ в ДЭГ.

Помимо исследований магнетотранспортных явлений в одномерном латеральном периодическом потенциале, множество работ посвящено исследованию магнетотранспортных явлений в двумерных латеральных решетках из антиточек. В таких системах изучались неравновесные магнетотранспортные явления, и было показано что влияние антиточек сводится к уменьшению квантового времени жизни и подавлению нелинейных эффектов, а соизмеримые осцилляции сопротивления и  $\omega/\omega_c$  - осцилляции разделяются.

Однако до сих пор не было получено экспериментальных данных о том, как одномерная латеральная периодическая модуляция потенциала влияет на неравновесные магнетотранспортные явления в ДЭГ. Важность исследования данного вопроса обусловлена тем, что результаты могут прояснить, как изменения в плотности состояний сказываются на неравновесном магнетотранспорте. Поэтому основной задачей является экспериментальное обнаружение

взаимодействия СО в одномерном латеральном периодическом потенциале и осцилляций, возникающих под действием внешних микроволнового и постоянного электрического полей. Интерес также представляет вопрос о влиянии периодического потенциала на состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением и состояния с нулевым сопротивлением при облучении микроволновым полем в двумерных системах.

Анализ литературы показал, что СО исследовались в образцах с ДЭГ на основе гетероперехода GaAs/AlGaAs [4; 6; 7]. Однако мы считаем, что наиболее удачным объектом для исследования магнетотранспортных свойств является квантовая яма с короткопериодными GaAs/AlAs сверхрешеточными барьерами [18], поскольку такая структура позволяет создать ДЭГ с высокой концентрацией носителей в яме ( $\sim 10^{12}$  см $^{-2}$ ) и высокой подвижностью ( $\sim 200$  м $^2$ /Вс), благодаря экранированию рассеивающего потенциала X-электронами. В этой структуре наблюдались  $\omega/\omega_c$  - осцилляции [59; 61], ТЗ между уровнями Ландау [71], состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением [17]. Поэтому, первостепенным этапом в изучении влияния одномерного периодического потенциала на магнетотранспортные свойства ДЭГ является обнаружение СО в образцах, изготовленных на основе гетероструктуры GaAs/AlAs.

Конкретные задачи:

1. Экспериментальное изучение магнетотранспорта в гетероструктуре GaAs/AlAs с одномерной латеральной периодической модуляцией потенциала.
2. Обнаружение соизмеримых осцилляций сопротивления в таких системах.
3. Установление роли периодического потенциала в формировании состояний с нулевым дифференциальным сопротивлением.
4. Характеризация поведения соизмеримых осцилляций в сильных электрических полях.
5. Исследование влияния одномерного периодического потенциала на  $\omega/\omega_c$  - осцилляции.
6. Установление роли периодического потенциала в формировании состояний с нулевым сопротивлением под действием микроволнового поля.

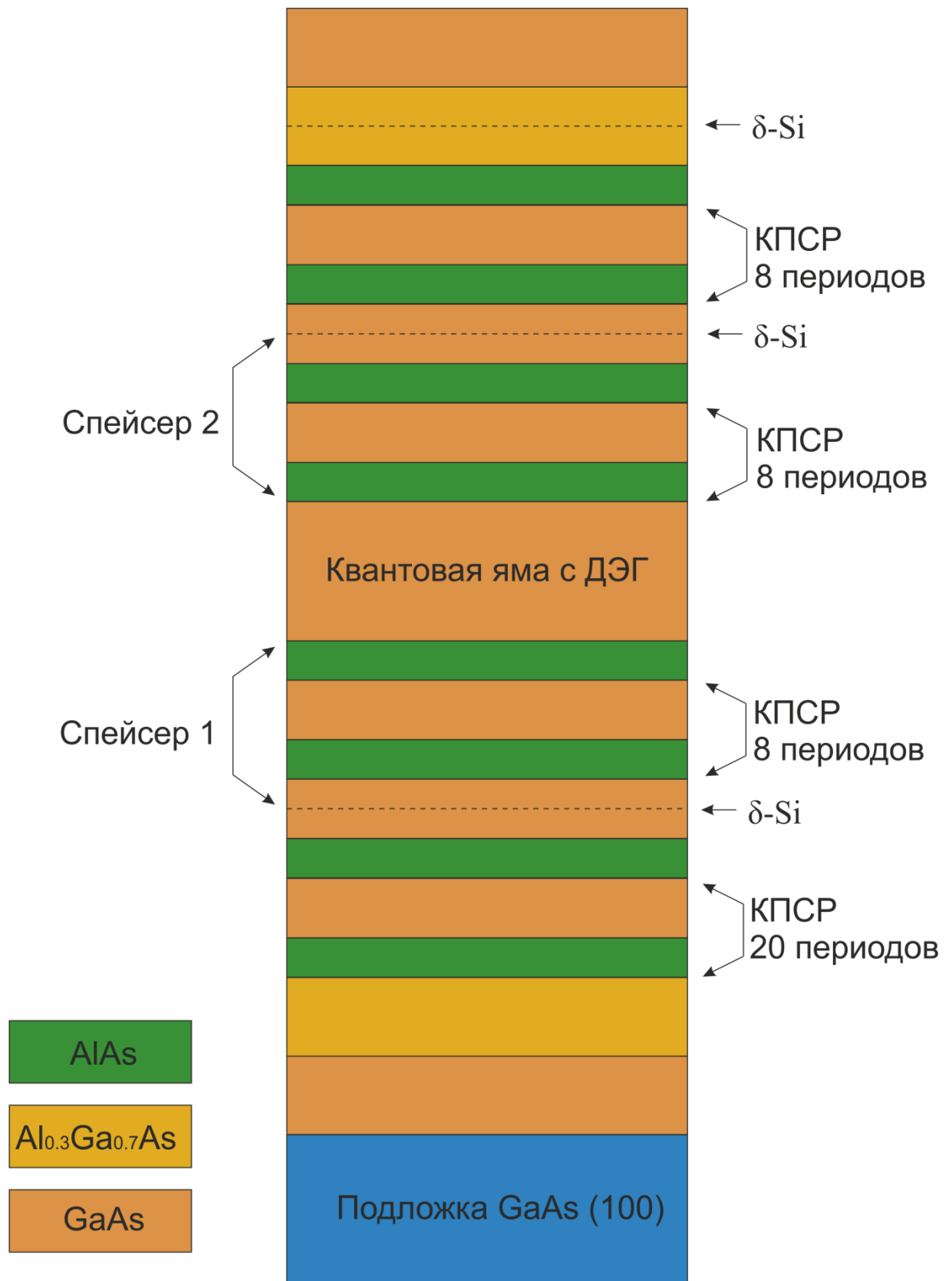
## Глава 2. Исследуемые образцы и методика измерений

### 2.1 Изготовление гетероструктур GaAs/AlAs

Образцы изготавливались на основе гетероструктуры с короткопериодной сверхрешеткой (КПСР) GaAs/AlAs. Впервые образцы, изготовленные с использованием подобных гетероструктур, были предложены в работе [18]. Данная структура изготавливалась методом молекулярно-лучевой эпитаксии с помощью установки «МЛЭ-32Р» фирмы Riber. Установка представляет собой вакуумную систему, состоящую из следующих модулей: ростовой камеры, камеры передачи образца, камеры предварительного отжига, камеры загрузки образцов, специального бокса для загрузки образцов, продуваемого инертным газом. Каждый модуль может быть изолирован от других модулей шиберным затвором, и в каждый из них можно поставить подложку, закрепленную на держателе, с помощью специального механизма передачи держателя. Это позволяет сохранить сверхвысокий вакуум во всей установке. Контроль роста осуществляется с помощью дифракции быстрых электронов (ДБЭ) на отражение дифрактометром «RHEED EK-12-R» (ускоряющее напряжение до 12кВ). Установка оборудована автоматизированной системой управления технологическим процессом, системой регистрации зеркального луча ДБЭ и управляющим персональным компьютером (ПК).

Исследуемые структуры выращивались на подложке GaAs с ориентацией (1 0 0). Подложки выращивались методом Чохральского и обладали следующими характеристиками: легирующая примесь — нелегированный, удельное сопротивление  $(0.7 - 1.3) \times 10^6$  Ом·м, подвижность носителей  $(0.642 - 0.590) \times 10^6$  см<sup>2</sup>/Вс, плотность дислокаций  $(6.7 - 7.4) \times 10^2$  см<sup>-2</sup>, кристаллографическая ориентация  $(1\ 0\ 0) \pm 0.5^\circ$ , диаметр  $50.5 \pm 0.3$  мм, толщина  $400 \pm 15$  мкм. Подложка была выращена в промышленных условиях и поставлялась в специальной упаковке (epi-ready), которая исключала контакт с атмосферой, предотвращая окисление подложки и ее деградацию.

Упрощенный схематический разрез гетероструктуры GaAs/AlAs представлен на рис. 35. Для начала на подложке выращивался выглаживающий слой

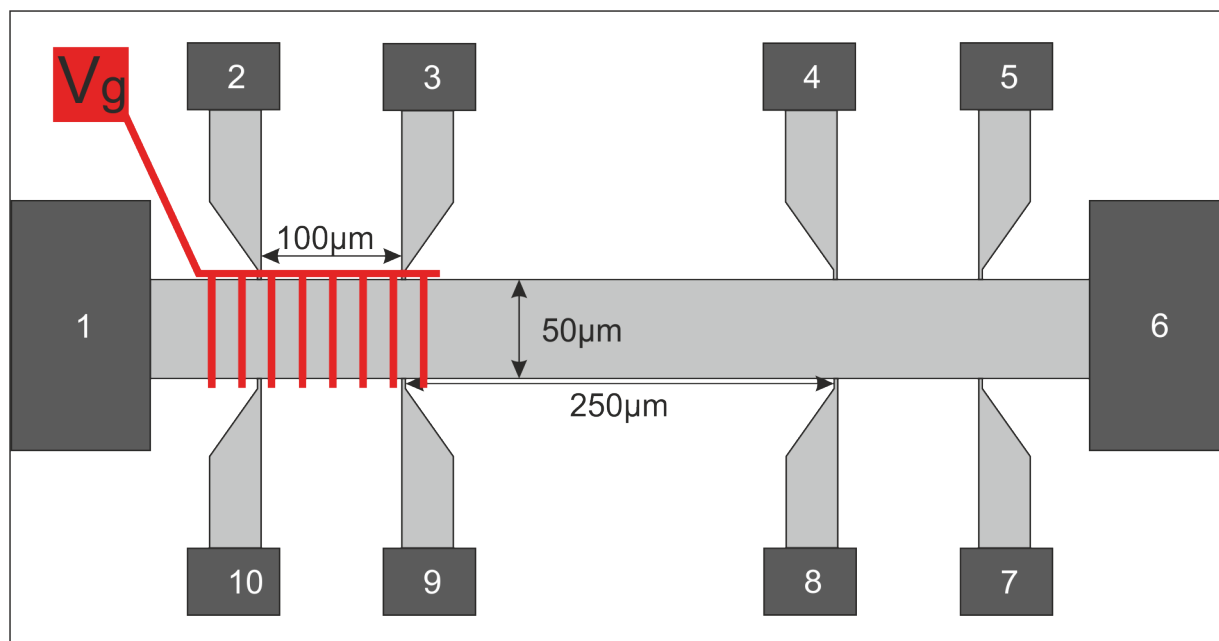


**Рис. 35** — Схематический разрез гетероструктуры на основе сверхрешеточных барьеров GaAs/AlAs, используемой для изготовления образцов.

GaAs, после этого КПСР GaAs/AlAs, которая играла роль высокоомного буфера, ограничивающего влияние подложки на последующие слои, в том числе и от возможных примесей, поступающих из подложки, а также служила для дальнейшего выглаживания ростовой поверхности. После этого выращивался буферный слой GaAs и слой  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  толщиной 0.2 мкм. Затем выращивалась КПСР GaAs/AlAs, которая служила «нижней» обкладкой квантовой ямы. Толщина слоев GaAs и AlAs в КПСР составляла примерно 2.3 нм и 1.1 нм соответственно. Точные значения варьировались в разных структурах. После этого выращивалась сама квантовая яма — слой GaAs толщиной 13 нм. За несколько периодов до квантовой ямы в слой GaAs КПСР вставлялся  $\delta$ -слой Si, который служил одним из двух поставщиков электронов в квантовую яму. Затем выращивалась КПСР, являющаяся «верхней» обкладкой для квантовой ямы. В этой КПСР на том же расстоянии от квантовой ямы, что и первый  $\delta$ -слой, вставлялся другой  $\delta$ -слой Si, являющийся вторым поставщиком электронов в яму. Наличие двух  $\delta$ -слоев Si по обе стороны от квантовой ямы, находящихся на одинаковом расстоянии, обеспечивают симметричность потенциала структуры, что, в свою очередь, обеспечивает максимально возможную концентрацию носителей в яме. После КПСР выращивался слой  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  с находящимся внутри  $\delta$ -слоем Si, предназначенным для компенсации заряда, возникающего на поверхности структуры. И в конце выращивался слой GaAs, который служил для предотвращения окисления нижележащих слоев AlAs.

## 2.2 Изготовление холловских мостиков

Образцы, используемые в магнетотранспортных измерениях, имели геометрию мостика Холла. Они состояли из двух сегментов, один из которых был покрыт металлической сверхрешеткой, действующей как затвор Шотки, либо как отражатель света. Ширина мостика  $W = 50$  мкм, длина  $L = 100$  мкм. Схематическое изображение образца представлено на рис. 36. Образцы изготавливались методом литографии и жидкостного травления. Весь процесс изготовления можно разделить на два этапа: изготовление омических контактов и создание мезоструктур. Каждый из этих этапов более детально описан ниже [29].



**Рис. 36** — Схематическое изображение холловского мостика для магнетотранспортных измерений.

Для начала пластина с гетероструктурой подвергается химической обработке в кипящем толуоле  $C_7H_8$ , затем ее помещают в диметилформамид  $C_3H_7ON$  при температуре  $\sim 60^\circ C$ , чтобы удалить остатки толуола. После этого она промывается дистиллированной водой. Далее пластина опускается в изопропиловый спирт  $C_3H_7OH$ , который доводится до кипения. Через некоторое время пластина вынимается из спирта и высушивается в ее парах. Далее на пластину с помощью центрифугирования наносится жидкий фоторезист серии MICROPOSIT<sup>®</sup> S1800<sup>®</sup>. Для этого в центр пластины помещается несколько капель этого фоторезиста, а затем пластина раскручивается до скорости 3500 об/мин. При этом на пластине образуется достаточно равномерный слой фоторезиста толщиной  $\sim 0.8$  мкм, а остатки фоторезиста удаляются с краев пластины, благодаря вращению вокруг оси, проходящей через центр пластины. Затем фоторезист высушивается при температуре  $95^\circ C$ . После чего пластина помещается в установку совмещения и экспонирования ЭМ-5026, где поверх фоторезиста накладывается фотошаблон, состоящий из прозрачных и непрозрачных участков. Прозрачные участки соответствуют местам, где планируется разместить контактные площадки. Далее пластина экспонируется светом с длиной волны  $\lambda = 350$  нм. Под действием света молекулярные связи фоторезиста разрываются в тех участках фотошаблона, которые являются прозрачными. После этого пластина погружается в специальный проявитель MICROPOSIT<sup>®</sup> MF<sup>®</sup>-319,

который растворяет фоторезист с разорванными молекулярными связями, но оставляет нетронутыми те участки фоторезиста, которые не подвергались облучению светом. После чего пластина промывается дистиллированной водой и высушивается. Затем на нее поверх рисунка в фоторезисте происходит напыление металлических пленок в следующей последовательности: 300Å Ge, 600Å Au, 300Å Ni, 800Å Au. Далее необходимо удалить фоторезист, покрытый металлическими пленками. Для этого производится процедура «взрыва» (lift-off) фоторезиста. Пластина помещается в диметилформамид  $C_3H_7ON$  при температуре 80 - 100°C и облучается ультразвуком. Это приводит к отслаиванию фоторезиста, и на пластине остается рисунок из металлических пленок, соответствующий открытым участкам фотошаблона. Затем пластина промывается в дистиллированной воде, после чего ее опускают в изопропиловый спирт, который доводится до кипения, выдерживают там, вынимают и высушивают в парах спирта. Далее производится вжигание металлических пленок при температуре 410°C в атмосфере  $H_2$ . Слой Ni препятствует попаданию капель Au в GaAs, а Ge и Au образуют омический контакт к ДЭГ. Таким образом на поверхности пластины получают металлические контактные площадки.

Далее начинается процесс создания мезоструктур. Здесь также повторяется вся последовательность действий по нанесению и сушке фоторезиста, наложению фотошаблона холловских мостиков, экспонированию пластины светом и проявлению фоторезиста. Затем пластина выдерживается в течение 30 минут при температуре  $T = 110 - 119^\circ C$ . Таким образом фоторезист задубливается. После этого пластина подвергается воздействию растворителя, состоящего из ортофосфорной кислоты  $H_3PO_4$ , пероксида водорода  $H_2O_2$  и воды в объемном отношении 3:1:50. Растворитель воздействует на Al, Ga и As, образуя растворимые соли. Таким образом происходит процесс травления гетероструктуры. Глубина травления  $\sim 0.3$  мкм, а глубина залегания ДЭГ  $\sim 0.1$  мкм. Участки пластины, покрытые фоторезистом, не подвергаются травлению. После окончания данного процесса, на пластине остается рисунок фотошаблона, покрытый фоторезистом. Далее фоторезист удаляют схожим образом, как это было сделано при создании контактных площадок.

Таким образом, после завершения технологического процесса на пластине остаются ДЭГ с геометрией, заданной фотошаблоном, и контактные площадки к ДЭГ. Стоит отметить, что, как правило, на одной пластине изготавливаются несколько мезоструктур одновременно. Разделение мезоструктур происходит с

помощью скрайбирования сапфировой иглой и последующего скола по линии раздела. Проверка качества литографии образцов производится с помощью оптического микроскопа.

Изготовление сверхрешеток для создания периодического потенциала в образце осуществляется с помощью электронной литографии (электронный литограф Raith-150). Для этого на готовую мезаструктуру наносится специальный резист, чувствительный к воздействию электронным пучком. После чего этим пучком на нем выжигается рисунок сверхрешетки. Межмолекулярные связи резиста разрываются в местах, подвергшихся обработке. После этого в специальном растворителе эти области удаляются из резиста. Финальная очистка областей проводится в плазме. При этом снимается тонкий слой резиста со всей поверхности, включая области, экспонированные электронным пучком. Это позволяет удалить возможные остатки резиста в этих областях. Далее на образец наносятся слои Au и Ti толщиной 40 и 5 нм соответственно. Затем производится взрыв (lift-off) резиста с напыленным на него металлом, после чего на поверхности образца остаются лишь полоски металла, формирующие сверхрешетку.

### 2.3 Методика эксперимента

Эксперименты состояли в измерении сопротивления образца с ДЭГ в зависимости от магнитного поля. Экспериментальную работу можно разделить на две части: измерение дифференциального сопротивления в нелинейном режиме при пропускании через образец постоянного тока и измерение сопротивления при облучении образца микроволновым полем.

Схема экспериментальной установки для нелинейных магнетотранспортных измерений представлена на рис. 37. Исследуемый образец опускался на специальном держателе в дьюар с жидким гелием. Температура измерений 4.2 К. На этом же держателе располагалась сверхпроводящая катушка соленоида, которая служила для создания магнитного поля. Генератор, напряжение которого менялось по пилообразному закону, управлял источником тока для соленоида, позволяя менять величину магнитного поля от 0 до 1.5 Тл. К образцу подключались генераторы переменного и постоянного напряжения. Сигналы





**Рис. 37** — Схема установки для нелинейных магнетотранспортных измерений.

с синхронного нановольтметра и генератора пилообразного напряжения были синхронизированы с ПК посредством ЦАП и АЦП.

Схема установки для измерения сопротивления в присутствии микроволнового поля отличается от таковой для нелинейных магнетотранспортных измерений отсутствием генератора постоянного напряжения и наличием СВЧ генератора. Держатель образца оборудован круглым волноводом с внутренним диаметром 6 мм, по которому на образец подавалось СВЧ излучение с частотой от 75 до 150 ГГц. Излучение с частотой 1.5 ГГц подавалось с помощью коаксиального кабеля. Мощность излучения на выходе из генератора составляла  $P_{out} \sim 0.4$  мВт. Для предотвращения возникновения стоячих волн за образцом размещался поглотитель СВЧ излучения. Сопротивление  $R_{xx} = V_{ac}/I_{ac}$  также измерялось на переменном токе.

Для измерений при температуре ниже 4.2 К вместо дьюра использовался криостат, оснащенный электромагнитом. Откачка паров гелия позволяла достичь температуры 1.6 К. Максимальное значение магнитного поля, которое позволял достичь электромагнит в таких экспериментах, составляло 0.6 Тл.

Обобщенная схема измерения сопротивления для нелинейных явлений и явлений, наблюдаемых под действием микроволнового излучения, показана на рис. 38. Сопротивления  $r_{xx} = V_{23}/I_{ac}$  на мостике без решетки и  $r_{xx} = V_{45}/I_{ac}$  на мостике с решеткой измерялись на переменном токе  $I_{ac} < 10^{-6}$  А с частотой от 10 Гц до 1 кГц. Здесь  $V_{23}$  и  $V_{45}$  — напряжения, снимаемые с соответствующей пары омических контактов. При исследовании нелинейных явлений через образец протекал постоянный ток  $I_{dc}$  величиной от 0 до 100 мкА. Нагрузочное сопротивление, использовавшееся для фиксации тока в образце, было много больше сопротивления образца и составляло  $R_H \sim 1$  МОм.

Одномерный периодический потенциал в ДЭГ создавался двумя способами: путем кратковременной подсветки образца со сверхрешеткой или с помощью подачи на сверхрешетку напряжения. В первом случае при освещении металлические полосы отражают свет. Увеличение концентрации электронов под ними при этом меньше, чем в открытых областях. Латеральная модуляция концентрации приводит к возникновению одномерного периодического потенциала. Во втором случае сверхрешетка работает как затвор Шоттки. Это также приводит к модуляции концентрации, однако такой способ позволяет менять амплитуду  $V_0$  периодического потенциала путем изменения величины затворного напряжения  $V_g$ . В экспериментах  $V_g$  менялось в пределах от 0 до -2 В.

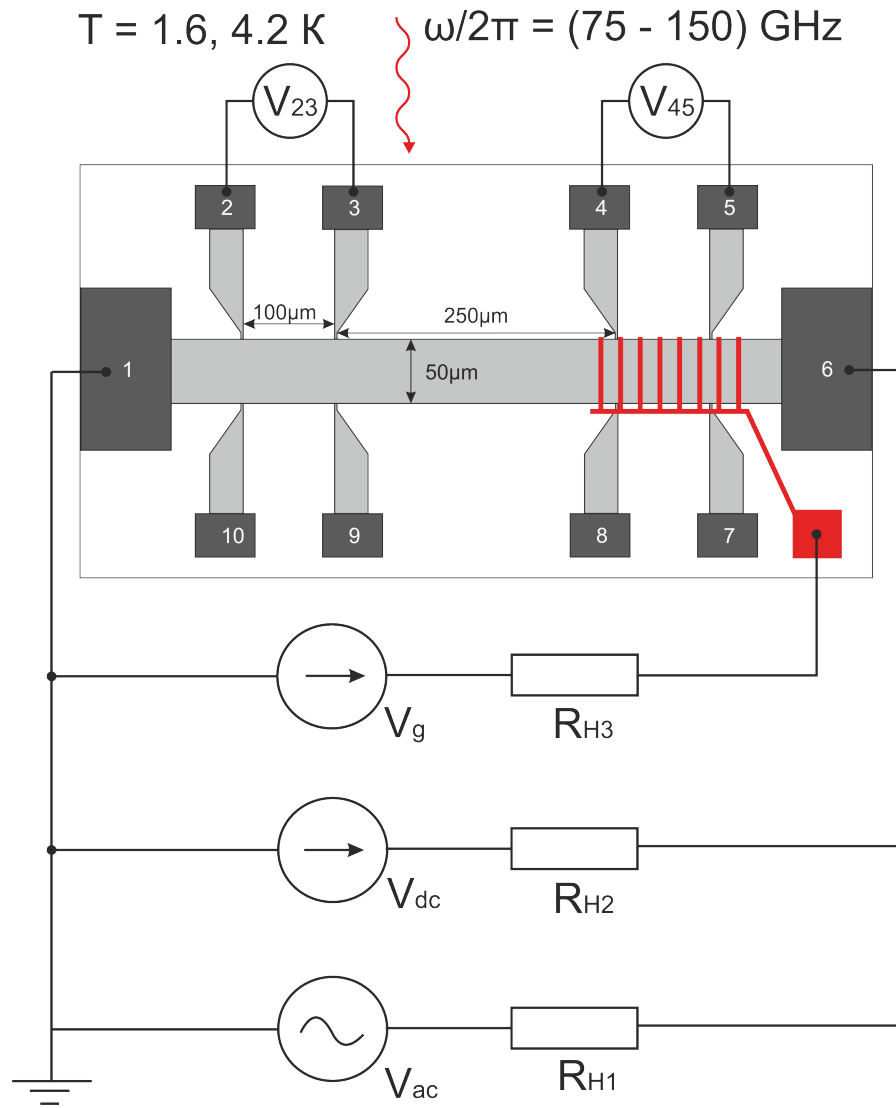


Рис. 38 — Схема измерения сопротивления.

## 2.4 Транспортные параметры гетероструктур GaAs/AlAs

Для изготовления экспериментальных образцов использовалось три различных гетероструктуры GaAs/AlAs. Ниже приведены транспортные параметры каждой из них при температуре  $T = 4.2 \text{ K}$ , а также транспортные параметры при кратковременной подсветке.

*Структура №1*

$$n_e \approx 9.2 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}; \quad \mu \approx 110 \text{ м}^2/\text{Вс}$$

Подсветка приводит к шунтированию ДЭГ.

*Структура №2*

$$n_e \approx 7.9 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}; \quad \mu \approx 200 \text{ м}^2/\text{Вс}$$

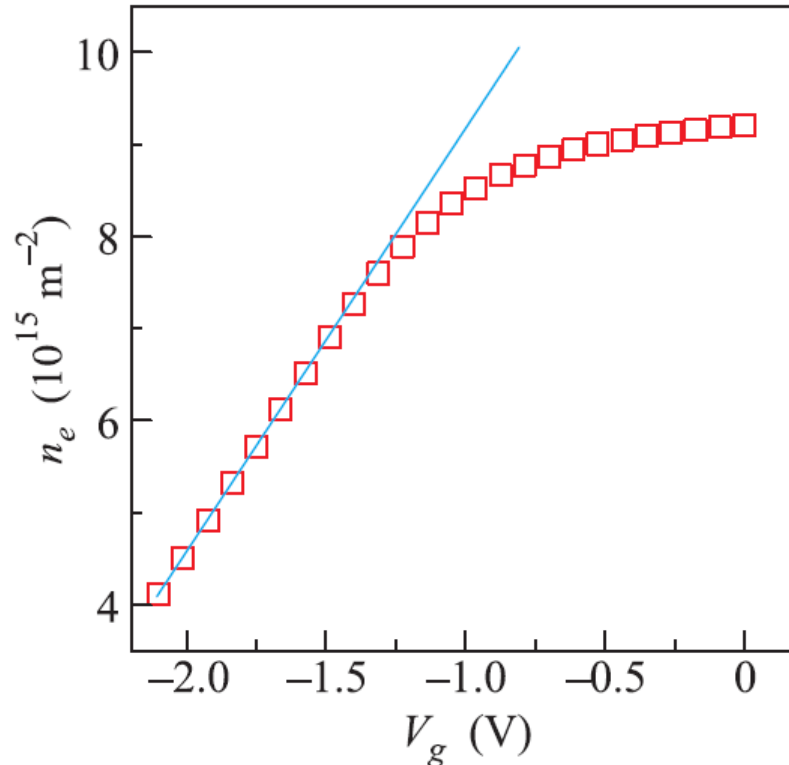
Подсветка приводит к шунтированию ДЭГ.

*Структура №3*

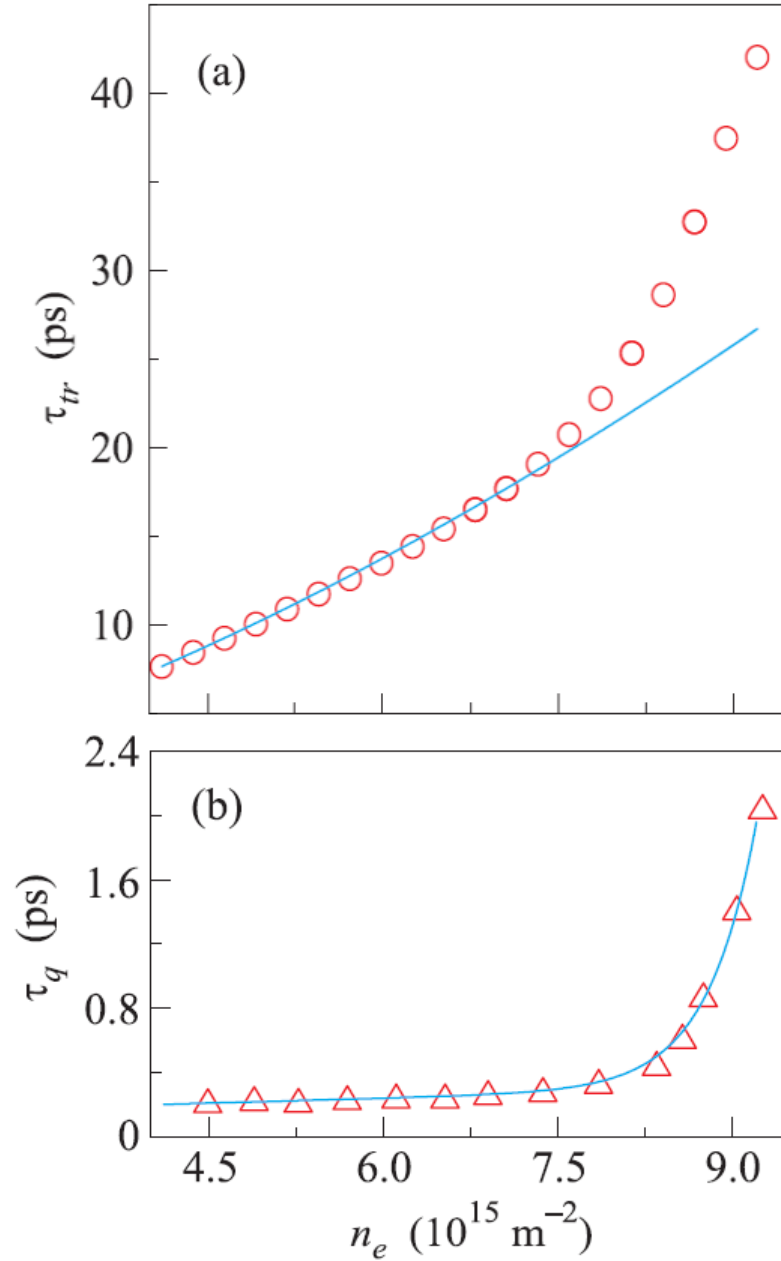
$$n_e \approx 7.9 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}; \quad \mu \approx 195 \text{ м}^2/\text{Вс}$$

$$n_e^* \approx 8.2 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}; \quad \mu^* \approx 200 \text{ м}^2/\text{Вс}$$

Для более детальной характеристики гетероструктуры GaAs/AlAs были проведены магнетотранспортные измерения на холловских мостиках с металлическим затвором, которые были изготовлены на основе структуры №1. Затворное напряжение менялось в диапазоне от -2 В до 0. На рис. 39 приведена зависимость концентрации электронов  $n_e$  от затворного напряжения  $V_g$ . Видно, что при увеличении затворного напряжения  $V_g$  в диапазоне от -2 В до -1.3 В концентрация  $n_e$  растет линейно. Это означает, что при таких значениях  $V_g$  свободных носителей между затвором и квантовой ямой нет, а под действием  $V_g$  изменяется лишь концентрация  $\Gamma$ -электронов в квантовой яме. При напряжениях  $V_g$  выше -1.3 В, т.е. при концентрации  $n_e$  больше  $7.5 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$ , начинается заполнение AlAs квантовых ям вблизи верхнего  $\delta$ -Si слоя. Образуются «озера»  $X$ -электронов, которые сглаживают рассеивающий потенциал, и тем самым подавляют рассеяние на примесях. При этом  $X$ -электроны не образуют единого



**Рис. 39** — Зависимость концентрации электронов  $n_e$  в квантовой яме в гетероструктуре GaAs/AlAs от затворного напряжения  $V_g$ , снятая при температуре  $T = 4.2$  К. Непрерывная линия — линейная аппроксимация зависимости.



**Рис. 40** — Зависимости транспортного времени релаксации  $\tau_{tr}$  (а) и квантового времени жизни  $\tau_q$  (б) от концентрации электронов в квантовой яме  $n_e$  в гетероструктуре GaAs/AlAs, измеренные при температуре  $T = 4.2$  К. Сплошная линия на рис. (а) — зависимость, рассчитанная по формуле  $\tau_{tr} \propto n_e^\gamma$ , где  $\gamma = 1.55$ . Сплошная линия на рис. (б) — подгоночная экспоненциальная зависимость.

проводящего канала, потому что концентрации электронов, полученные из холловских измерений и осцилляций ШдГ, равны с точностью не хуже 1%.

На рис. 40 представлена зависимость транспортного времени релаксации  $\tau_{tr}$  (а) и квантового времени жизни  $\tau_q$  (б) от концентрации электронов в квантовой яме  $n_e$ . Существующие теоретические и экспериментальные работы [36;

37] предсказывают степенную зависимость  $\tau_{tr}$  от  $n_e$ :  $\tau_{tr} \propto n_e^\gamma$ . Теория, учитывающая рассеяние на удаленных легирующих примесях, предсказывает, что  $\gamma$  лежит в диапазоне от 1.5 до 2. Как видно из рис. 40(a), в гетероструктуре GaAs/AlAs при концентрации  $n_e$  ниже  $7.5 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$  зависимость  $\tau_{tr}$  от  $n_e$  качественно согласуется с теорией, и  $\gamma = 1.55$ . При дальнейшем увеличении концентрации  $n_e$  транспортное время релаксации  $\tau_{tr}$ , а следовательно и подвижность  $\mu$ , растет существенно, поскольку заполнение боковых барьеров X-электронами обеспечивает лучшую экранировку рассеивающего потенциала. Это согласуется с результатами, полученными ранее для гетероструктур GaAs/AlAs в работе [18].

Квантовое время жизни  $\tau_q$  слабо растет при концентрациях ниже  $7.5 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$ , однако при последующем увеличении  $n_e$ , наблюдается экспоненциальный рост  $\tau_q$ . Таким образом характер зависимости  $\tau_q$  от  $n_e$  в гетероструктурах GaAs/AlAs меняется на экспоненциальный при заполнении AlAs квантовых ям X-электронами.

### Глава 3. Самосогласованный расчет волновых функций и электростатического потенциала в селективно-легированной гетероструктуре GaAs/AlAs

Образцы для экспериментальных исследований были изготовлены на основе селективно-легированной гетероструктуры GaAs/AlAs, предложенной в работе [18]. Для того, чтобы более полно охарактеризовать данную структуру, было решено провести самосогласованный расчет электростатического потенциала и волновых функций (ВФ) электронов в квантовой яме. Поскольку ключевым отличием данной гетероструктуры от традиционного GaAs/AlGaAs гетероперехода, согласно [18], является наличие  $X$ -электронов в боковых сверхрешеточных барьерах, расчет ВФ и уровней энергии для  $X$ -электронов также необходим для описания этой гетероструктуры. Постановка задачи для численного расчета звучит следующим образом: пусть даны ширины слоев GaAs и AlAs в короткопериодной сверхрешетке, ширина GaAs квантовой ямы, концентрация носителей и положение  $\delta$ -слоев кремния. Необходимо получить распределение носителей и потенциала системы в направлении, перпендикулярном плоскости ДЭГ.

#### 3.1 Основные принципы самосогласованного расчета двумерной системы

В двумерном или квазидвумерном электронном газе, движение носителей квантовано в направлении перпендикулярном границам гетеропереходов, поскольку длина волны де Бройля превышает ширину квантовой ямы. В приближении эффективной массы и предполагая, что электрон движется без рассеяния вдоль плоскости, параллельной границе гетеропереходов, движение электронов можно описать ВФ

$$\Psi(x, y, z) = \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})\psi(z) \quad (54)$$

Здесь экспонента описывает свободное движение электрона в плоскости, параллельной гетерогранице,  $\mathbf{k}$  — волновой вектор в данной плоскости,  $\mathbf{r}$  —

двумерный радиус вектор в этой плоскости. Движение в направлении, перпендикулярном гетерогранице описывается ВФ  $\psi(z)$ , которая является решением уравнения Шредингера (УШ)

$$-\frac{\hbar^2}{2m_z} \frac{d^2\psi_s(z)}{dz^2} + V(z)\psi_s(z) = \varepsilon_s\psi_s(z) \quad (55)$$

Здесь  $m_z$  — это эффективная масса в направлении, перпендикулярном границам гетеропереходов, которое в дальнейшем будет обозначаться буквой  $z$ ,  $V(z)$  — потенциальная энергия, вдоль  $z$  направления,  $\varepsilon_s$  — энергия дна  $s$ -й подзоны,  $\psi_s(z)$  — ВФ  $s$ -й подзоны.

Потенциальная энергия  $V(z)$  в уравнении (55) состоит из двух слагаемых  $V(z) = \varepsilon_c(z) + e\varphi(z)$ .  $\varepsilon_c(z)$  — это потенциальная энергия дна зоны проводимости, которая формирует квантовую яму для ДЭГ и сверхрешеточные барьеры,  $\varphi(z)$  — потенциал, создаваемый пространственным распределением заряда.  $\varphi(z)$  — может быть найден из уравнения Пуассона (УП) (56).

$$\epsilon\epsilon_0 \frac{d^2\varphi(z)}{dz^2} = \rho_e(z) - \rho_0(z) \quad (56)$$

Здесь  $\rho_e(z)$  — распределение электронов в системе,  $\rho_0(z)$  — распределение статического заряда, положение которого не меняется в ходе решения, что может отвечать, например, за распределение примесей в системе,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная.

Заполнение электронами каждой из подзон размерного квантования в ДЭГ определяется распределением Ферми-Дирака и плотностью состояний  $n_s = \frac{m_z}{\pi\hbar^2} \int_{\varepsilon_s}^{\infty} \frac{1}{e^{(\varepsilon - \varepsilon_F)/kT} + 1} d\varepsilon$ , что для случая низких температур может быть представлено в виде

$$n_s = \frac{m_z}{\pi\hbar^2} (\varepsilon_s - \varepsilon_F) \quad (57)$$

В свою очередь, распределение концентрации носителей в яме может быть представлено следующим образом

$$\rho_e(z) = e \sum_s n_s |\psi_s(z)|^2 \quad (58)$$

Это уравнение связывает УШ (55) и УП (56). Таким образом, алгоритм самосогласованного решения этих уравнений для нахождения ВФ носителей заряда и потенциала гетероструктуры заключается в следующем:



- Берется какой либо начальный потенциал  $\varphi_0$ . Для него решается УШ (55). Это может быть нулевой потенциал. В этом случае решение будет найдено для потенциала  $\varepsilon_c$ .
- Согласно уравнениям (57) и (58) находится распределение электронов  $\rho_e(z)$ , используя полученные из решения УШ волновые функции  $\psi_k(z)$  и собственные значения энергии  $\varepsilon_k$ .
- Из решения УП (56) находится потенциал  $\varphi_1(z)$
- Указанные выше пункты повторяются, пока не будет удовлетворен какой либо критерий сходимости решения  $|\xi_i - \xi_{i-1}| < \alpha$ ,  $\xi_i$  – произвольный параметр в решении на  $i$ -й итерации. Это может быть, например, величина потенциала  $\varphi(z)$  при произвольном  $z$

### 3.2 Методика численного решения уравнения Шредингера

Проблематика численного решения УШ подробно разобрана в [77]. Для того чтобы найти ВФ и собственные значения энергии, необходимо правильно поставить задачу Коши для уравнения (55). Стоит отметить, что в численных задачах область поиска решения всегда ограничена неким интервалом  $Z_- < z < Z_+$ , в то время, как в реальных задачах решение простирается в обе стороны на бесконечность  $-\infty < z < +\infty$ . Кроме того, в реальных задачах потенциал  $V(z)$  либо растет при  $z \rightarrow \pm\infty$ , либо выходит на константу.

Как известно, интегрирование квадрата модуля правильно нормированной ВФ по всему интервалу должно давать 1. Интегрируемость квадрата ВФ означает, что она должна убывать при  $z \rightarrow \pm\infty$ , причем убывание должно быть не хуже экспоненциального.

УШ (55) — линейное уравнение второго порядка, поэтому у него существует два линейно независимых решения, Вронскиан которых является константой.

$$w(\psi_1, \psi_2) = \psi_1'(z)\psi_2(z) - \psi_2'(z)\psi_1(z) = const \quad (59)$$

Отсюда следует, что если одно из решений экспоненциально убывает на бесконечности, то второе растет. Даже если начальные граничные условия соответствовали убывающему решению, ошибки округления в конечном итоге приведут к тому, что решение будет возрастать при дальнейшем изменении

координаты. Поэтому, если мы начнем решать численно уравнение Шредингера, двигаясь из «левой» бесконечности в «правую», то мы в конечном итоге получим возрастающее у «правой» бесконечности решение, что не соответствует действительности. Точно также, если мы будем двигаться справа налево, мы получим возрастающее решение у «левой» бесконечности. Поэтому для нахождения правильного решения, необходимо иметь оба решения, которые затем нужно сшить в какой-либо средней точке  $Z_0$ .

Для того, чтобы правильно поставить задачу Коши на границах интервала  $Z_- < z < Z_+$ , нужно использовать квазиклассическое соотношение между значением ВФ и ее производной

$$\frac{\psi'(Z_{\pm})}{\psi(Z_{\pm})} = \mp \sqrt{\frac{2m_z}{\hbar^2}(V(Z_{\pm}) - \varepsilon)} \quad (60)$$

которое обеспечит убывание ВФ при  $z \rightarrow \pm\infty$ . Значение ВФ на границе интервала может быть любым.

Если решение  $\psi_-(z)$ , полученное при движении слева направо, сшивается с решением  $\psi_+(z)$  в точке  $Z_0$ , полученным при движении справа налево, что означает равенство логарифмических производных  $\frac{\psi'_-(Z_0)}{\psi_-(Z_0)} = \frac{\psi'_+(Z_0)}{\psi_+(Z_0)}$ , то значение энергии  $\varepsilon$ , при котором данное условие выполняется, является собственным значением энергии. Это условие можно переписать как равенство Вронскиана (59) нулю

$$w(\psi_-, \psi_+) = \psi'_+(Z_0)\psi_-(Z_0) - \psi'_-(Z_0)\psi_+(Z_0) = 0 \quad (61)$$

Поэтому алгоритм решения уравнения Шредингера (55) сводится к следующему:

- Выбирается достаточно маленькое значение шага по энергии  $\Delta\varepsilon$ , такое, чтобы разница между любыми двумя соседними уровнями энергии была меньше, чем это значение. Также выбирается начальное значение энергии  $\varepsilon_0$ , выше которого будет происходить поиск решений, и точка  $Z_0$  внутри рассматриваемой области, где будет осуществляться проверка условия (61)
- Решается УШ, находятся функции  $\psi_+(z)$  и  $\psi_-(z)$ , используя граничное условие (60) для начального значения энергии  $\varepsilon = \varepsilon_0$
- Вычисляется Вронскиан (61)
- Значение энергии  $\varepsilon$  увеличивается на  $\Delta\varepsilon$  и снова вычисляются функции  $\psi_+(z)$  и  $\psi_-(z)$

- Заново вычисляется Вронскиан (61). Если знак Вронскиана изменился, значит где-то в интервале  $[\varepsilon - \Delta\varepsilon; \varepsilon]$  лежит искомое значение энергии. При необходимости его можно уточнить дополнительными итерациями
- Алгоритм повторяется, до тех пор, пока вся интересующая область энергии не будет «просканирована» таким образом, либо пока все нужные решения не будут найдены

Для нахождения функций  $\psi_+(z)$  и  $\psi_-(z)$  можно применять любую разностную схему. Было решено использовать метод Рунге-Кутты 4-го порядка точности, поскольку он легко реализуется, не требует больших вычислительных трудностей по сравнению с методами более высокого порядка, а его точности достаточно для наших задач. Схема Рунге-Кутты применяется для дифференциальных уравнений или систем уравнений первого порядка. Для системы уравнений

$$\begin{aligned} u' &= f(x, u(x), v(x)) \\ v' &= g(x, u(x), v(x)) \end{aligned} \quad (62)$$

она выглядит следующим образом [78]

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_n, y_n, z_n), q_1 = g(x_n, y_n, z_n) \\ k_2 &= f(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_1, z_n + \frac{1}{2}hq_1), q_2 = g(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_1, z_n + \frac{1}{2}hq_1) \\ k_3 &= f(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_2, z_n + \frac{1}{2}hq_2), q_3 = g(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_2, z_n + \frac{1}{2}hq_2) \\ k_4 &= f(x_n + h, y_n + hk_3, z_n + hq_3), q_4 = g(x_n + h, y_n + hk_3, z_n + hq_3) \\ y_{n+1} &= y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), z_{n+1} = z_n + \frac{1}{6}(q_1 + 2q_2 + 2q_3 + q_4) \end{aligned} \quad (63)$$

где  $y_n$  и  $z_n$  — значения решений для  $u(x)$  и  $v(x)$  соответственно на  $n$ -м шаге сетки, а  $h$  — шаг этой сетки.

Чтобы применить к УШ (55) данную схему, необходимо переписать его в виде системы уравнений первого порядка

$$\begin{aligned} \psi_1' &= \psi_2(z) \\ \psi_2' &= \frac{2m_z}{\hbar^2}(V(z) - \varepsilon)\psi_1(z) \end{aligned} \quad (64)$$

Тогда разностная схема после нескольких упрощений может быть преобразована к виду

$$\begin{aligned}
k_1 &= h(V_n - \varepsilon) \frac{2m_z}{\hbar^2} \psi_{1n} \\
k_2 &= h(V_{n+\frac{1}{2}} - \varepsilon) \frac{2m_z}{\hbar^2} \left( \psi_{1n} + \frac{h}{2} \psi_{2n} + \frac{h}{8} k_1 \right) \\
k_3 &= h(V_{n+1} - \varepsilon) \frac{2m_z}{\hbar^2} \left( \psi_{1n} + h \psi_{2n} + \frac{h}{2} k_2 \right) \\
\psi_{1n+1} &= \psi_{1n} + h \left( \psi_{2n} + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2) \right) \\
\psi_{2n+1} &= \psi_{2n} + \frac{1}{6} (k_1 + 4k_2 + k_3)
\end{aligned} \tag{65}$$

Стоит отметить, что масса  $m_z$  в общем случае тоже может зависеть от координаты  $z$ , и тогда данная схема неприменима. Однако в нашей задаче эффективная масса носителей в сверхрешетке меняется от слоя к слою, оставаясь постоянной внутри слоя. Поэтому данную проблему можно решить корректной сшивкой ВФ и ее производной на границе слоев, о чем будет рассказано ниже.

### 3.3 Методика численного расчета электростатического потенциала

Как было показано выше, для того, чтобы найти электростатический потенциал для заданного распределения заряда, необходимо решить УП (56), которое, также как и УШ (55), является линейным дифференциальным уравнением второго порядка. Поэтому для его решения, как и для решения УШ, могла бы быть применена схема (63). Однако существует отличие в граничных условиях, которое делает решение УП с помощью метода Рунге-Кутты проблематичным.

ВФ в УШ может быть перенормирована, а потенциал в УП определен с точностью до константы, поэтому для обоих уравнений можно задать произвольное значение решения на одной из границ. Но для УП не может быть определено граничное условие на производную решения, аналогичное условию (60). Если задача симметричная, то можно поставить граничное условие на производную, используя теорему Гаусса  $\oint \vec{D} d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$ . Здесь  $Q$  — полный заряд системы, который можно найти интегрированием плотности заряда по всей области,  $\vec{D}$  — электрическая индукция. Поскольку  $\vec{D} = -grad(\varphi)$ , то можно

получить производную потенциала на границах области. Затем, по аналогии с решением УШ, можно представить УП в виде системы

$$\begin{aligned}\varphi_1'(z) &= \varphi_2(z) \\ \varphi_2'(z) &= \frac{\rho_e(z) - \rho_0(z)}{\epsilon\epsilon_0}\end{aligned}\quad (66)$$

и применить схему (63).

Однако ситуация несколько осложняется, когда распределение заряда перестает быть симметричным. В этом случае суммарный поток электрической индукции через границу области не делится поровну между левой и правой границей, поэтому вычисление производной потенциала не представляется возможным.

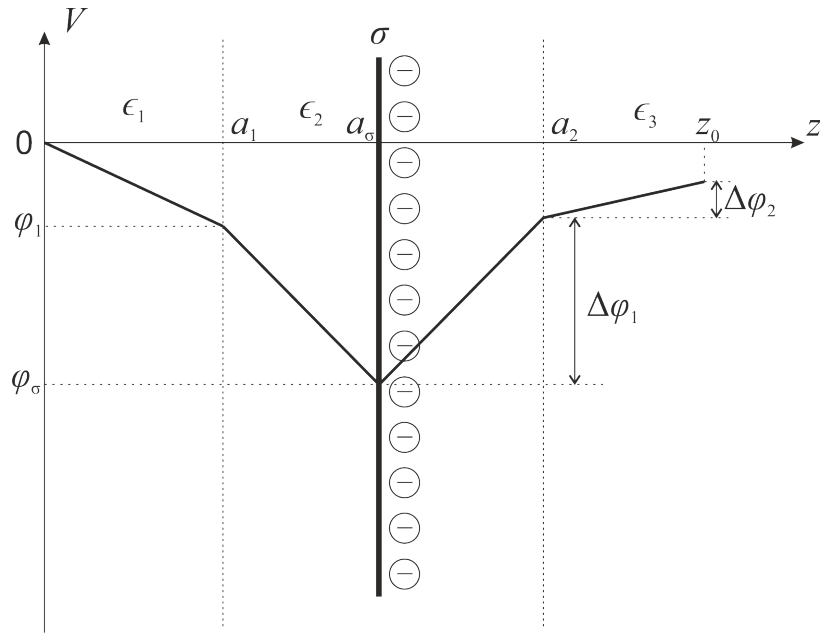
Тем не менее, в самом общем случае для системы с произвольным распределением заряда всегда можно найти потенциал, не прибегая к нахождению граничного условия на производную потенциала и фактически не прибегая к решению УП. Для этого используется принцип суперпозиции потенциала.

Пространственно-распределенный в области решения заряд можно представить как совокупность равномерно заряженных плоскостей, расположенных с шагом  $h$  друг от друга в данной области. Тогда потенциал в какой либо точке внутри области есть суперпозиция потенциалов всех плоскостей. Необходимо, однако, задать точку отсчета потенциала. Например, пусть потенциал на левой границе будет равен нулю. На рис. 41 показан процесс вычисления потенциала равномерно заряженной плоскости с плотностью заряда  $\sigma$ , находящейся на расстоянии  $a_\sigma$  от левой границы в точке  $z_0$ . Среда может быть неоднородной. На рис. 41 такая ситуация представлена тремя слоями материала с различными диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ . Используя теорему Гаусса легко найти, что  $\varphi_1 = -\frac{\sigma a_1}{2\epsilon_0\epsilon_1}$ ,  $\varphi_\sigma = \varphi_1 - \frac{\sigma(a_\sigma - a_1)}{2\epsilon_0\epsilon_2}$ ,  $\Delta\varphi_1 = \frac{\sigma(a_2 - a_\sigma)}{2\epsilon_0\epsilon_2}$ ,  $\Delta\varphi_2 = \frac{\sigma(z_0 - a_2)}{2\epsilon_0\epsilon_3}$ . А потенциал в точке  $z_0$  — это сумма  $\varphi_0 = \varphi_\sigma + \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2$

Таким образом, алгоритм вычисления потенциала сводится к следующему:

- Пространство, где ищется решение, разбивается на заряженные плоскости и для каждой плоскости находится плотность заряда.
- Для каждой конкретной точки выполняется вычисление потенциала от каждой плоскости и полученные значения суммируются.

Такой способ решения не является быстрым, поскольку его сложность  $O(N^2)$ , где  $N$  — число шагов сетки. Однако простота в реализации и отсутствие

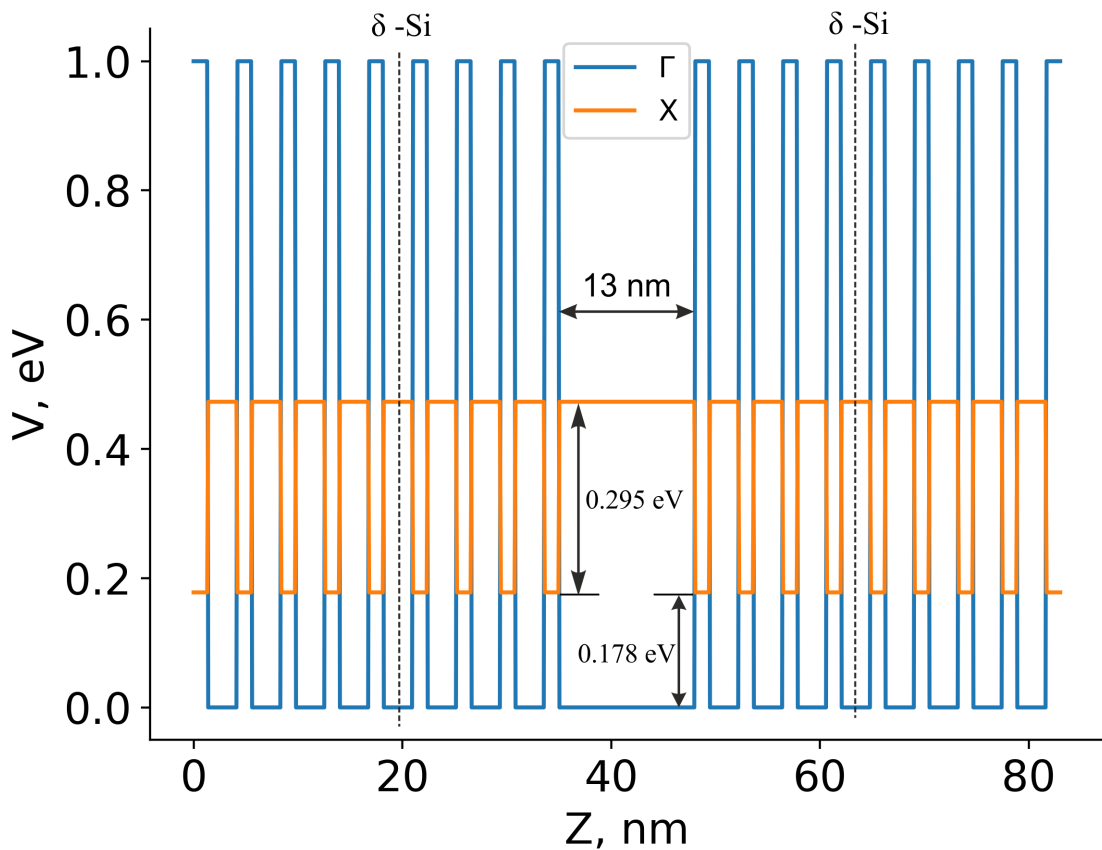


**Рис. 41** — Вычисление потенциала равномерно заряженной плоскости в средах с разной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ .

необходимости ставить задачу Коши делают этот метод наиболее привлекательным, когда требуется решить одномерную электростатическую задачу в ограниченной области пространства.

### 3.4 Самосогласованный расчет селективно-легированной гетероструктуры GaAs/AlAs

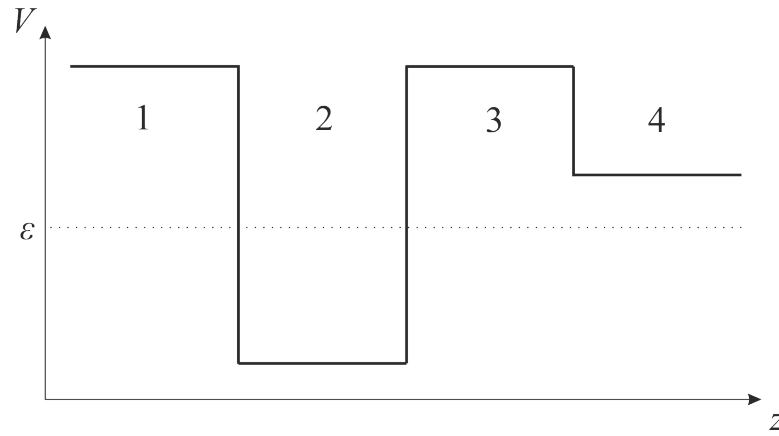
На рис. 42 показан потенциал  $\epsilon_c$  гетероструктуры GaAs/AlAs с шириной центральной ямы 13 нм для  $\Gamma$ - и  $X$ -электронов, определяемый дном зоны проводимости, который используется в качестве стартового потенциала для самосогласованного решения. Ширины GaAs и AlAs слоев в сверхрешетке 2.8 и 1.4 нм соответственно. Параметры для взаимного расположения зон проводимости для  $\Gamma$ - и  $X$ -электронов взяты из работы [79]. Эффективная масса  $\Gamma$ -электронов в GaAs и AlAs  $0.068m_0$  и  $0.15m_0$  соответственно, эффективная масса  $X$ -электронов в GaAs и AlAs  $1.3m_0$  и  $1.1m_0$  соответственно. Реальная структура имеет больше слоев в сверхрешетке, однако в расчете было решено ограничиться лишь небольшим количеством, поскольку ВФ быстро убывает вдали от ямы.



**Рис. 42** — Исходный потенциал  $\varepsilon_c$  для  $\Gamma$ - и  $X$ -электронов, образованный дном зоны проводимости гетероструктуры GaAs/AlAs.

Ключевой особенностью данной структуры является наличие  $X$ -электронов, локализованных вблизи легирующих дельта слоев кремния. Точный расчет должен учитывать возможное наличие этих электронов в системе уравнений (55) и (56). Для этого необходимо решать два УШ для  $\Gamma$  и  $X$ -электронов, а затем учитывать соответствующее распределение каждого из типов электронов при решении УП. Основным отличием УШ для  $X$ -электронов от УШ для  $\Gamma$ -электронов является потенциал  $\varepsilon_c$ , который должен быть выбран в соответствии с рис. 42.

Рассмотрим для начала решение УШ для  $\Gamma$ -электронов. Как видно из рис. 42, длина периода сверхрешетки много меньше, чем область решения. Это позволяет несколько упростить решение УШ. Потенциал  $\varphi(z)$ , удовлетворяющий УП (56), является гладкой функцией, поэтому в пределах одного слоя материала в сверхрешетке можно положить потенциал равным константе. Эта константа есть среднее значение потенциала в этом слое. Таким образом, «донья» ям и «потолки» барьеров в сверхрешетке будут плоскими, что позволяет написать



**Рис. 43** — Возможные взаимные положения потенциала сверхрешетки и значения энергии  $\varepsilon$ , для которого решается уравнение Шредингера.

аналитическое решение в пределах одного слоя материала

$$\psi(z) = A \exp(ikz) + B \exp(-ikz) \quad (67)$$

Здесь  $k = \sqrt{\frac{2m_z(\varepsilon - V_l)}{\hbar^2}}$ ,  $m_z$  — эффективная масса электрона в конкретном слое,  $V_l$  — среднее значение потенциала  $V(z)$  в пределах одного слоя материала. Константы  $A$  и  $B$  находятся из сшивки ВФ и ее производной при переходе от одного слоя к другому. Необходимо отметить, что электроны имеют разную эффективную массу в GaAs и AlAs, поэтому при переходе от одного слоя материала к другому сохраняется не производная ВФ, а отношение производной к эффективной массе  $\frac{\psi'}{m_z}$ .

Предположим, что мы численно решаем УШ и в какой либо итерации проверяем, является ли решением значение энергии  $\varepsilon$ . В зависимости от взаимного положения потенциала и уровня  $\varepsilon$  в соседних областях, можно выделить три различных варианта сшивки ВФ и ее производной. Рис. 43 поясняет данное утверждение. Сначала сшивка происходит при переходе из области 1 в область 2, то есть когда значение энергии  $\varepsilon$  в левом слое меньше потенциала, а в правом больше. Затем переход осуществляется из области 2 в область 3, когда сначала значение энергии лежит выше потенциала, а затем ниже. И в третьем случае из области 3 в 4, когда по обе стороны от границы значение энергии располагается ниже потенциала. Переход в случае, когда энергия лежит выше, чем значение потенциала в соседних областях, не учитывается, поскольку в данной задаче такой случай не встречается в ходе решения.

В области 1 решение можно записать в виде

$$\psi(z) = A_1 \exp(\kappa_1 z) + B_1 \exp(-\kappa_1 z) \quad (68)$$



а в области 2 в виде

$$\psi(z) = A_2 \sin(k_2 z) + B_2 \cos(k_2 z) \quad (69)$$

Здесь  $\kappa_1 = \sqrt{\frac{2m_1(V_1 - \varepsilon)}{\hbar^2}}$ ,  $k_2 = \sqrt{\frac{2m_2(\varepsilon - V_2)}{\hbar^2}}$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  — значение эффективной массы и потенциала в областях 1 и 2 соответственно. Тогда после сшивки ВФ и ее производной можно выразить коэффициенты  $A_2$ ,  $B_2$  через  $A_1$ ,  $B_1$ , а связь представить в виде

$$\begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad (70)$$

где матрица перехода  $T$ , после всех преобразований выглядит следующим образом

$$\begin{pmatrix} e^{\kappa_1 z_0} \left( \left( \frac{m_2 \kappa_1}{m_1 k_2} \right) \cos(k_2 z_0) + \sin(k_2 z_0) \right) & e^{-\kappa_1 z_0} \left( \sin(k_2 z_0) - \left( \frac{m_2 \kappa_1}{m_1 k_2} \right) \cos(k_2 z_0) \right) \\ e^{\kappa_1 z_0} \left( \cos(k_2 z_0) - \left( \frac{m_2 \kappa_1}{m_1 k_2} \right) \sin(k_2 z_0) \right) & e^{-\kappa_1 z_0} \left( \cos(k_2 z_0) + \left( \frac{m_2 \kappa_1}{m_1 k_2} \right) \sin(k_2 z_0) \right) \end{pmatrix}$$

$z_0$  — координата границы между слоями, где происходит сшивка. Аналогично можно записать матрицу перехода между слоями 2 и 3

$$\begin{pmatrix} \frac{e^{-\kappa_2 z_0}}{2} \left( \left( \frac{m_3 k_3}{m_2 \kappa_2} \right) \cos(k_3 z_0) + \sin(k_3 z_0) \right) & \frac{e^{-\kappa_2 z_0}}{2} \left( \cos(k_3 z_0) - \left( \frac{m_3 k_3}{m_2 \kappa_2} \right) \sin(k_3 z_0) \right) \\ \frac{e^{\kappa_2 z_0}}{2} \left( \sin(k_3 z_0) - \left( \frac{m_3 k_3}{m_2 \kappa_2} \right) \cos(k_3 z_0) \right) & \frac{e^{\kappa_2 z_0}}{2} \left( \left( \frac{m_3 k_3}{m_2 \kappa_2} \right) \sin(k_3 z_0) + \cos(k_3 z_0) \right) \end{pmatrix}$$

и между слоями 3 и 4

$$\begin{pmatrix} \frac{\exp(\kappa_3 z_0) \exp(-\kappa_4 z_0)}{2} \left( 1 + \frac{m_4 \kappa_3}{m_3 \kappa_4} \right) & \frac{\exp(-\kappa_3 z_0) \exp(-\kappa_4 z_0)}{2} \left( 1 - \frac{m_4 \kappa_3}{m_3 \kappa_4} \right) \\ \frac{\exp(\kappa_3 z_0) \exp(\kappa_4 z_0)}{2} \left( 1 - \frac{m_4 \kappa_3}{m_3 \kappa_4} \right) & \frac{\exp(-\kappa_3 z_0) \exp(\kappa_4 z_0)}{2} \left( 1 + \frac{m_4 \kappa_3}{m_3 \kappa_4} \right) \end{pmatrix}$$

Таким образом, решение начинается с одного из краев структуры и состоит лишь из одной убывающей в направлении движения к этому краю экспоненте. Затем, выполняя сшивки волновых функций на границах материалов, находятся все константы вплоть до слоя AlAs, находящегося вблизи ямы. Такой подход имеет два преимущества: позволяет избежать накопления ошибок численного решения, поскольку используется аналитическое решение, и ускоряет сам процесс решения. Более того, его можно использовать для расчета ВФ любых, в том числе и структурно более сложных, сверхрешеток.

В области, где находится квантовая яма, решение выполняется методом Рунге-Кутты по схеме (65). Однако в случае симметричной задачи можно заменить основное проверочное условие (61) на более простое, которое заключается

в том, что в случае правильного решения ожидается равенство нулю производной волновой функции или ее значения в центре ямы.

Теперь рассмотрим решение УШ для  $X$ -электронов. Ожидается локализация  $X$ -электронов вблизи дельта легирующих слоев Si, поэтому ВФ должна быстро затухать при движении от легирующих слоев. Таким образом, излишне было бы решать УШ для всей области, показанной на рис. 42. Вместо этого можно ограничить область решения двумя сверхрешеточными периодами по обе стороны от дельта слоя Si и решать УШ методом Рунге-Кутты, применяя схему (65) и условие (61).

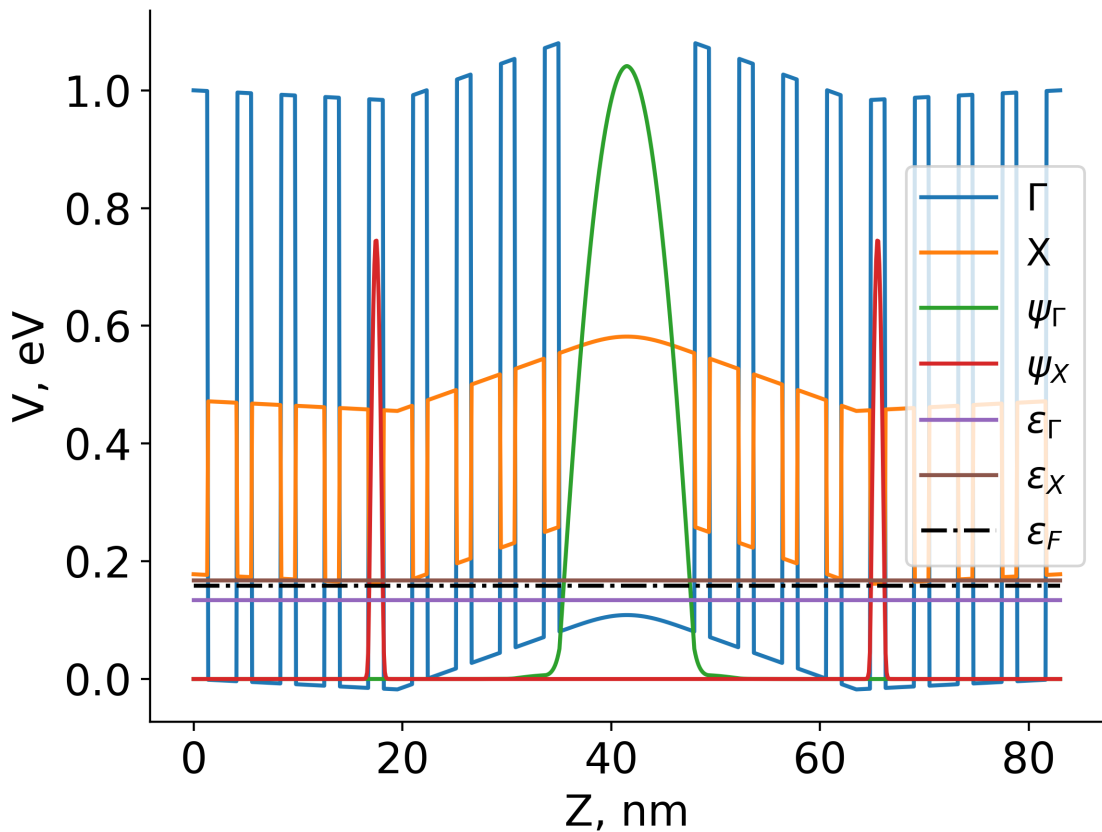
В данном случае задача симметрична относительно центра ямы. Поэтому, как уже говорилось выше, можно решать УП, используя метод Рунге-Кутты, а граничное условие на производную найти из теоремы Гаусса.

### 3.5 Результаты расчетов

На рис. 44 приведен результат самосогласованного решения УШ и УП в потенциале селективно-легированной гетероструктуры GaAs/AlAs для концентрации электронов в квантовой яме  $n_e = 8.4 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$ . Расчет показывает, что при такой концентрации вторая подзона действительно не заполнена.  $\psi_\Gamma$  и  $\psi_X$  — ВФ  $\Gamma$ - и  $X$ -электронов соответственно,  $\varepsilon_\Gamma$  и  $\varepsilon_X$  — энергии первого уровня размерного квантования для  $\Gamma$ - и  $X$ -электронов соответственно.

Как видно из рис. 44 электронейтральность системы была искусственно нарушена. Концентрация ионизованных доноров в дельта слое кремния принята в расчете  $4.8 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$ . Вообще говоря, концентрация слоя доноров при росте структуры составляет  $\sim 1 \times 10^{16} \text{ м}^{-2}$ , однако в расчете нам неважно точное число ионизованных доноров, поскольку даже небольшое отклонение от электронейтральности приводит к локализации ВФ  $X$ -электронов в квантовой яме вблизи  $\delta$ -Si.

Стоит также отметить, что уровень  $\varepsilon_X$  лежит выше уровня Ферми  $\varepsilon_F$ . Это означает, что в идеальной системе  $X$ -электроны не будут скапливаться в боковых сверхрешеточных барьерах, образуя тем самым проводящий слой, что соответствует действительности. Емкостные и транспортные измерения



**Рис. 44** — Результат самосогласованного расчета волновых функций и потенциала селективно-легированной гетероструктуры GaAs/AlAs.

подтверждают это. Экранировка рассеивающего потенциала ионизованных примесей  $X$ -электронами происходит из-за неидеальности структуры, благодаря которой, в плоскости бокового барьера существуют локальные провалы потенциала, случайно распределенные в этой плоскости, которые заполняются  $X$ -электронами.

Расчеты также показали, что заполнение боковых барьеров  $X$ -электронами более вероятно, при отдалении  $\delta$ -Si слоев от краев центральной ямы.

## Глава 4. Магнетотранспортные явления в одномерном периодическом потенциале во внешнем электрическом поле

В этой главе описаны результаты экспериментального исследования поведения дифференциального сопротивления ДЭГ на основе гетероструктуры GaAs/AlAs с периодической модуляцией потенциала во внешних магнитном и электрическом полях. Исходными экспериментальными данными являются измеренные зависимости дифференциального сопротивления от магнитного поля, а также зависимости дифференциального сопротивления от постоянного тока, протекающего вдоль образца. Измерения проводились в направлении перпендикулярном металлическим полоскам, формирующим периодический потенциал.

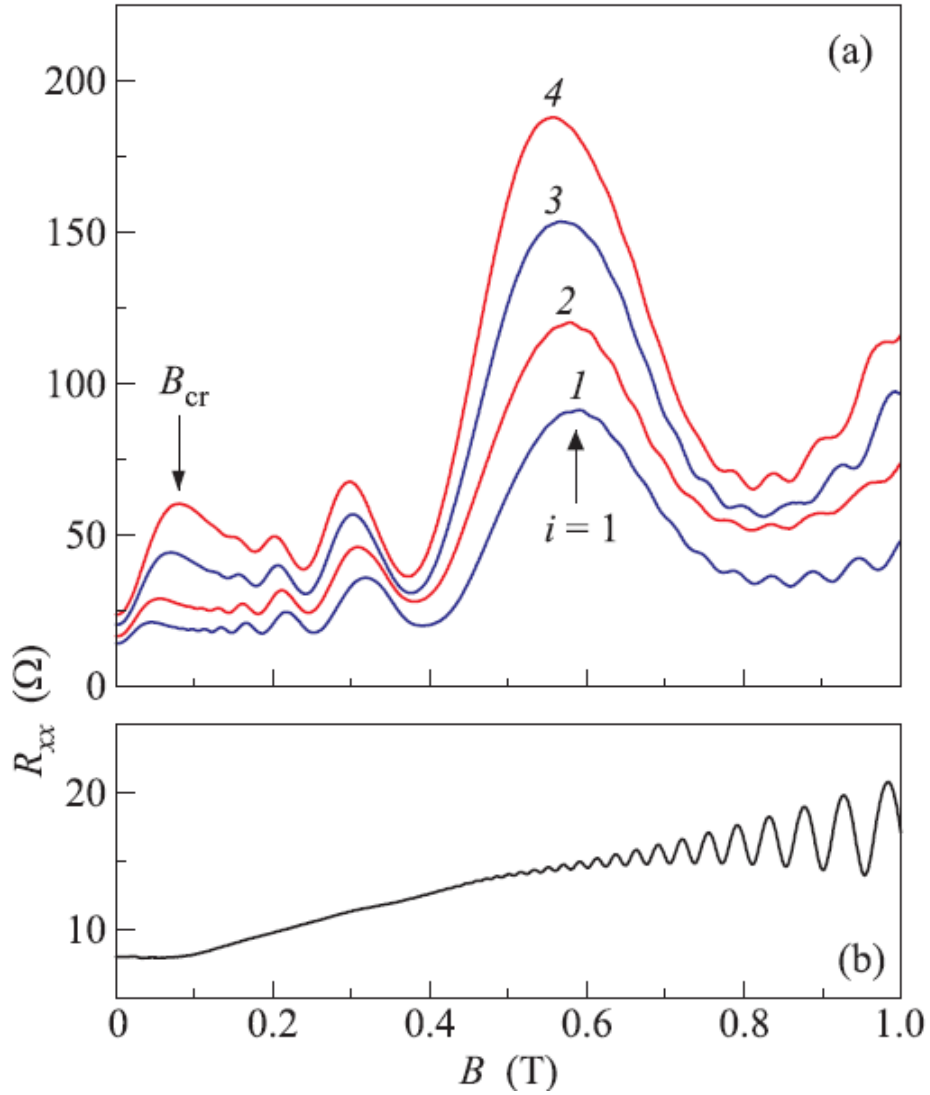
**В первой части** главы изложены результаты исследования влияния одномерного периодического потенциала на нелинейный магнетотранспорт в слабых электрических полях.

**Во второй части** главы представлены результаты исследования влияния одномерного периодического потенциала на осцилляции дифференциального сопротивления, возникающие в результате ТЗ между уровнями Ландау.

### 4.1 Состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением в одномерном периодическом потенциале

Нелинейный магнетотранспорт в одномерном периодическом потенциале в слабых электрических полях изучался в образцах, изготовленных на основе структуры №2, при температуре  $T = 4.2$  К. Период металлической сверхрешетки составлял  $a = 400$  нм, что много меньше длины свободного пробега  $l_p \approx 27$  мкм, но много больше фермиевской длины волны электрона  $\lambda_F \approx 28$  нм. Периодическая модуляция создавалась путем подачи на сверхрешетку затворного напряжения.

На рис. 45 приведены зависимости сопротивления  $R_{xx}$  от магнитного поля  $B$  в линейном режиме, то есть при  $I_{dc} = 0$ . На рис. 45(a) показаны экспериментальные результаты для образцов со сверхрешеткой при разном значении затворного напряжения  $V_g$ , а на рис. 45(b) изображена зависимость  $R_{xx}(B)$ ,



**Рис. 45** — (а) — Зависимости  $R_{xx}$  от  $B$ , измеренные на мостике с решеткой при  $T = 4.2$  К для различных  $V_g$ : 1 —  $V_g = -1.2$  В, 2 —  $V_g = -1.325$  В, 3 —  $V_g = -1.45$  В, 4 —  $V_g = -1.525$  В. Стрелкой указано положение  $B_{cr}$  и максимума СО под номером  $i = 1$ . (б) — Зависимость  $R_{xx}(B)$ , измеренная на мостике без решетки.

полученная для исходной гетероструктуры. На мостике без решетки в полях  $B > 0.1$  Тл наблюдается квантовое положительное магнетосопротивление [80], а при полях  $B > 0.5$  Тл осцилляции ШдГ. На мостике со сверхрешеткой, помимо осцилляций ШдГ, можно наблюдать СО, максимумы которых удовлетворяют условию  $2R_c/a = (i + \frac{1}{4})$ . В области низких магнитных полей стрелкой отмечен максимум сопротивления, который достигается при значении магнитного поля  $B_{cr}$ . Возникновение этого максимума объясняется дрейфом открытой орбиты вдоль эквипотенциальной линии одномерной периодической модуляции

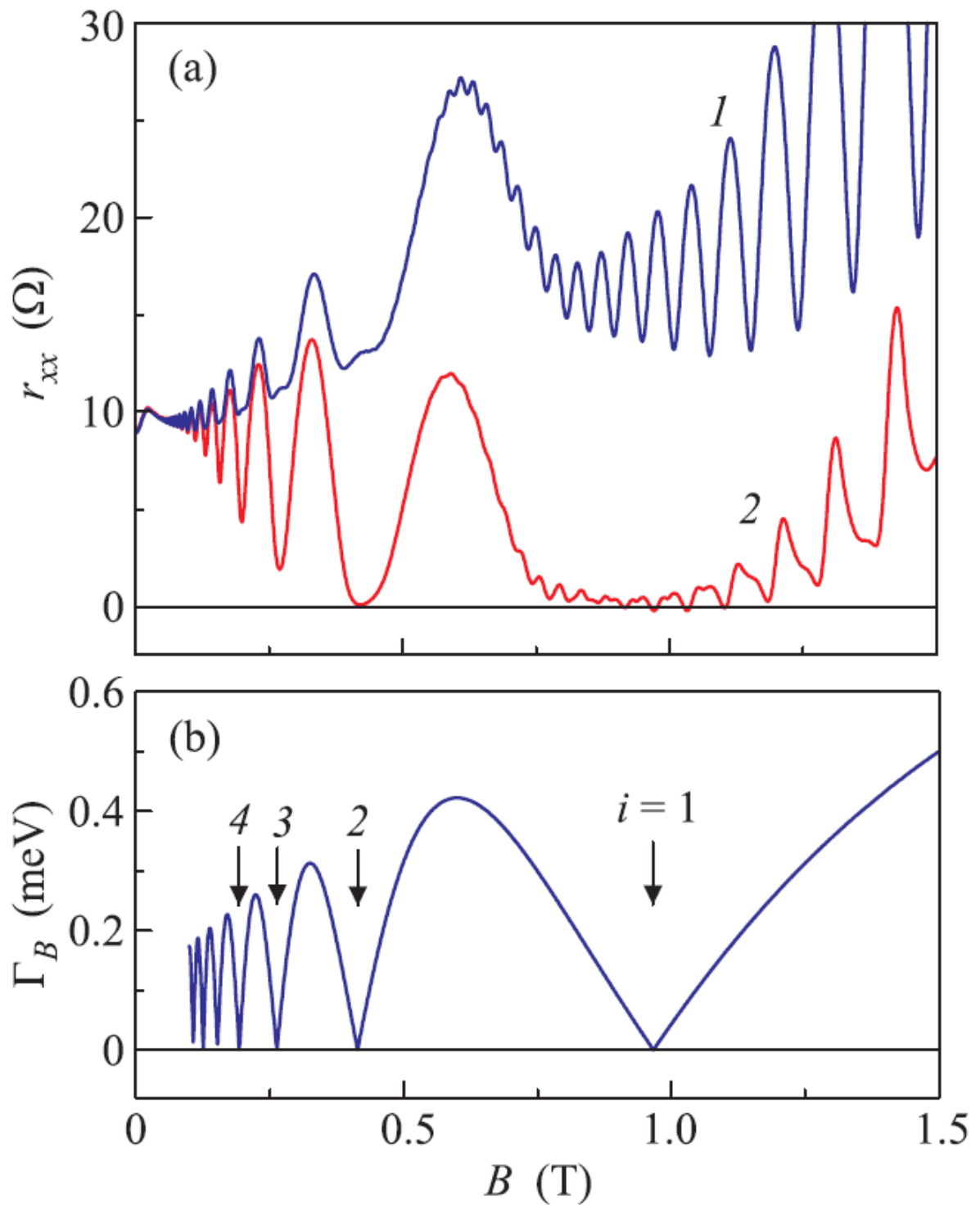
[81]. Его положение позволяет определить амплитуду периодического потенциала  $V_0 = av_F B_{cr}/2\pi$ . Поэтому смещение  $B_{cr}$  в область более сильных магнитных полей при увеличении  $|V_g|$  указывает на рост  $V_0$ . Стоит также отметить что увеличение  $|V_g|$  ведет к смещению максимумов СО в область более слабых полей. Это связано с изменением периода СО вследствие уменьшения концентрации  $n_e$ , поскольку  $R_c \approx \frac{\hbar}{eB} \sqrt{2\pi n_e}$ .

На рис. 46(a) показана зависимость дифференциального сопротивления  $r_{xx}$  для нулевого значения постоянного тока  $I_{dc}$  и для  $I_{dc} = 25$  мкА при  $V_g = 0$ . Как можно видеть, даже при  $V_g = 0$  СО отчетливо видны на обеих зависимостях. Причиной этого могут быть упругие деформации и пьезоэлектрический эффект, возникающие вследствие напыления металлических полосок [82–84], что вызывает периодическую модуляцию потенциала даже при отсутствии затворного напряжения. Амплитуда модуляции периодического потенциала, вычисленная из положения  $B_{cr}$ , в этом случае составляет  $V_0 = 0.52$  мВ. Несинусоидальная форма СО при  $I_{dc} = 0$  говорит о нарушении гармоничности периодического потенциала [85]. При  $I_{dc} = 25$  мкА наблюдаются состояния с  $r_{xx} \approx 0$ , причем их положение соответствует минимумам СО. В данном случае нулевое дифференциальное сопротивление достигается в первом и втором минимуме СО. При этом в первом максимуме  $r_{xx}$  не зануляется.

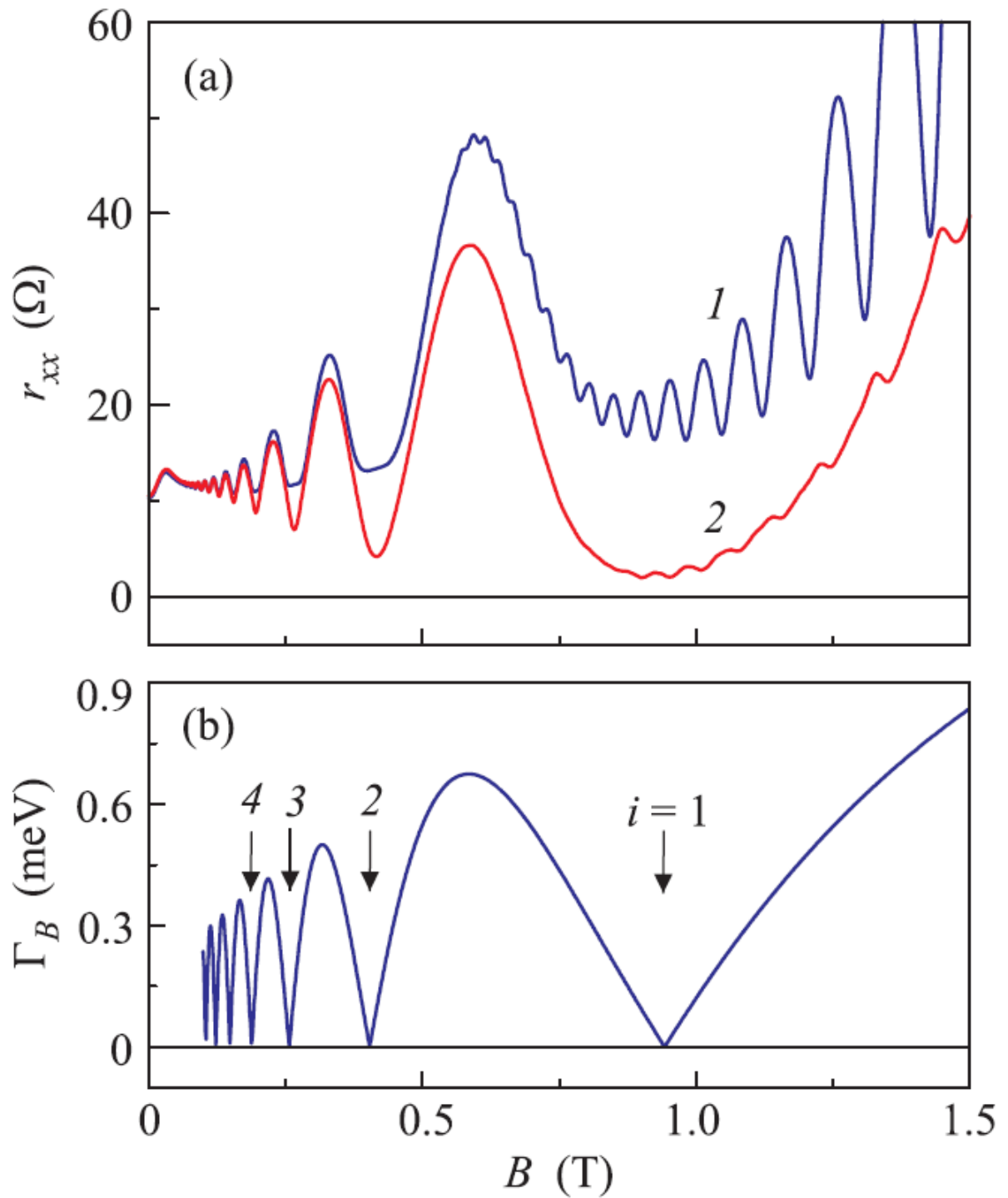
Как уже было сказано в первой главе, одномерная периодическая модуляция приводит к возникновению зон Ландау [6; 7; 40]. Энергия  $n$ -й зоны Ландау в слабых магнитных полях при  $\frac{2\pi R_c}{a} \gtrsim 1$  определяется уравнением (22). Ширина зоны Ландау  $\Gamma_B = 2|V_B|$  максимальна при  $2R_c/a = (i + 1/4)$  и равна нулю при  $2R_c/a = (i - 1/4)$ . Периодическое изменение ширины зоны Ландау при изменении  $B$  и есть квантовая причина возникновения СО. На рис. 46(b) изображена зависимость  $\Gamma_B$  от магнитного поля  $B$ . Видно, что нелинейный отклик наиболее сильный при  $\Gamma_B = 0$ , что соответствует минимумам СО.

На рис. 47(a) показаны зависимости  $r_{xx}$  от  $B$  при  $V_g = -1$  В для  $I_{dc} = 0$  и  $I_{dc} = 25$  мкА. При  $V_g = -1$  В состояния с  $r_{xx} \approx 0$  не возникают даже при  $\Gamma_B = 0$ . Увеличение  $|V_g|$  приводит к увеличению  $V_0$ . Но в минимумах СО  $\Gamma_B = 0$  и не зависит от значения  $V_0$ , поэтому изменение  $V_0$  не должно влиять на разрушение состояний с  $r_{xx} \approx 0$ .

Причиной разрушения состояний с нулевым дифференциальным сопротивлением может стать уменьшение квантового времени жизни  $\tau_q$  с ростом  $|V_g|$ . Приложение к затвору отрицательного напряжения вызывает уменьшение



**Рис. 46** — (а) — Зависимости  $r_{xx}(B)$ , измеренные при  $T = 4.2$  К и  $V_g = 0$  для образцов с латеральной сверхрешеткой при различных значениях  $I_{dc}$ : 1 —  $I_{dc} = 0$ , 2 —  $I_{dc} = 25$  мкА. (б) — Зависимость  $\Gamma_B = |2V_B|$ , рассчитанная по формуле (23). Стрелки указывают минимумы СО.  $a = 400$  нм.



**Рис. 47** — (a) — Зависимости  $r_{xx}(B)$ , измеренные при  $T = 4.2$  К и  $V_g = -1$  В для образцов с латеральной сверхрешеткой при различных значениях  $I_{dc}$ : 1 —  $I_{dc} = 0$ , 2 —  $I_{dc} = 25$  мкА. (b) — Зависимость  $\Gamma_B = |2V_B|$ , рассчитанная по формуле (23). Стрелки указывают минимумы СО.  $a = 400$  нм.

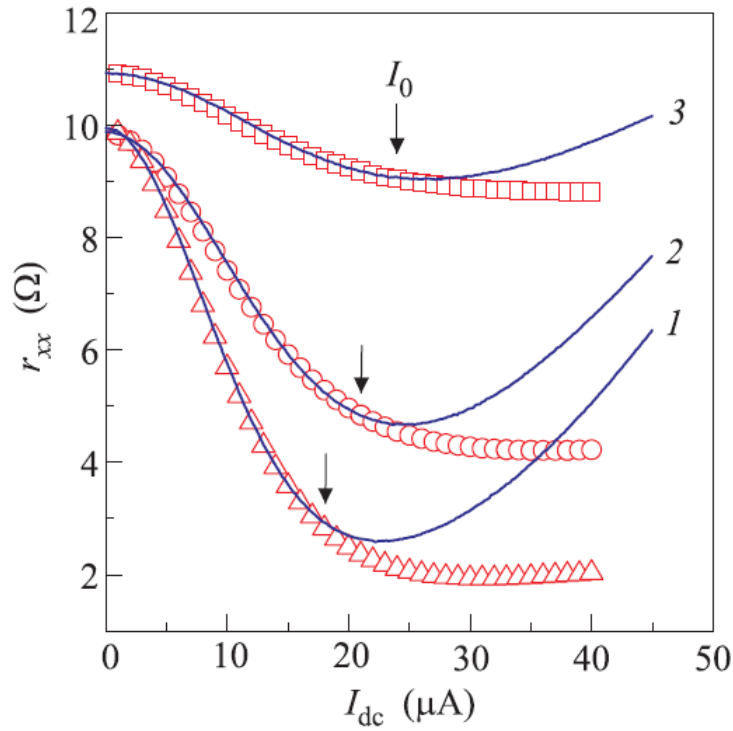


концентрации в яме  $n_e$ . Поскольку, как уже было отмечено в гл. 2, квантовое время жизни  $\tau_q$  экспоненциально зависит от концентрации  $n_e$  в гетероструктурах GaAs/AlAs (рис. 40(b)), то увеличение  $|V_g|$  действительно может значительно понизить  $\tau_q$ .

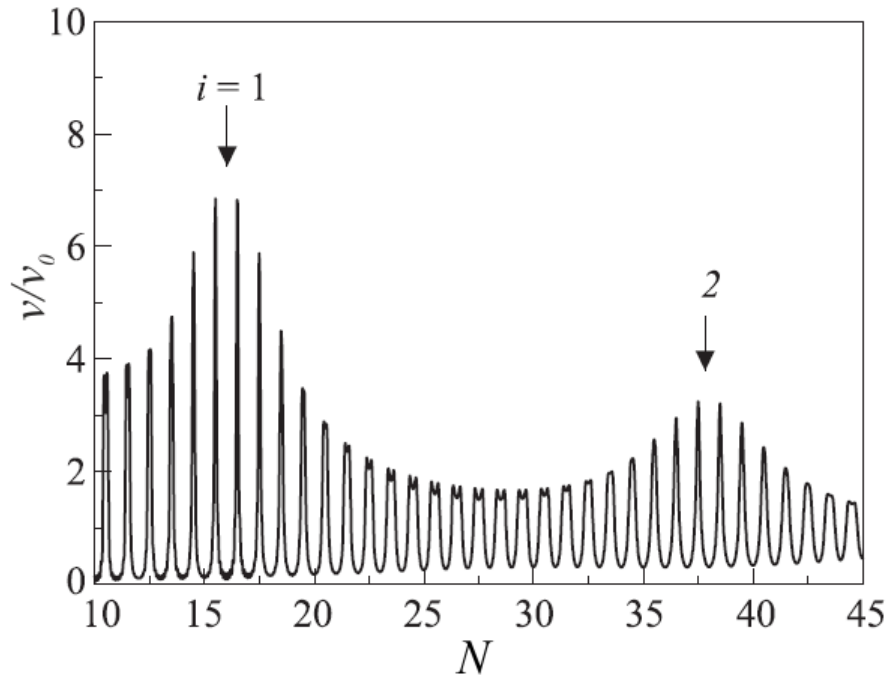
Вычислить  $\tau_q$  для образцов со сверхрешеткой, используя осцилляции ШдГ, не представляется возможным, поскольку СО и осцилляции ШдГ интерферируют друг с другом. Тем не менее, магнетотранспортные измерения в присутствии слабого внешнего электрического поля позволяют определить  $\tau_q$ . Для этого можно использовать измеренные зависимости  $r_{xx}$  от  $I_{dc}$  при фиксированном значении магнитного поля  $B$ . Центральный пик в таких зависимостях обусловлен спектральной диффузией носителей заряда, что приводит к возникновению неравновесной функции распределения и падению дифференциального сопротивления [57; 65; 86]. Значение магнитного поля необходимо выбрать таким образом, чтобы  $\Gamma_B = 0$ , поскольку в этом случае отсутствует влияние сверхрешетки на энергетический спектр и плотность состояний. Это делает возможным использование теории, основанной на возникновении неравновесной функции распределения. В рамках этой теории, зависимость  $r_{xx}$  от  $E_{dc}$  может быть представлена следующим образом [65]:

$$r_{xx}/R_0 = 1 + 2\delta^2 \left[ (1 - 10Q_{dc} - 3Q_{dc}^2)/(1 + Q_{dc})^2 \right] \quad (71)$$

Здесь  $R_0$  — квазиклассическое сопротивление Друде, остальные обозначения взяты из уравнения (41). Параметр  $Q_{dc}$  можно выразить в виде  $Q_{dc} = (I_{dc}/I_0)^2$  при  $\omega_c\tau_{tr} \gg 1$ . Для расчета было выбрано  $B = 0.2$  Тл, соответствующее минимуму СО с номером  $i = 4$ . На рис. 48 показаны экспериментальные и теоретические зависимости  $r_{xx}(I_{dc})$ . Видно, что  $r_{xx}$  сначала падает с увеличением  $I_{dc}$ , что обусловлено ролью неравновесной функции распределения, а затем растет. Рост происходит из-за ТЗ между уровнями Ландау. Уравнение (71) описывает корректно только спад  $r_{xx}$ . В нем присутствуют три параметра:  $R_0$ ,  $I_0$ ,  $\delta$ . Их можно использовать в качестве подгоночных. Результаты подгонки также изображены на рис. 48.  $\tau_q$  определяется из фактора Дингла  $\delta$ . В итоге были получены следующие значения для  $\tau_q$ :  $\tau_q = 5.5$  пс для ДЭГ без сверхрешетки,  $\tau_q = 4.7$  пс для сверхрешетки с  $V_g = 0$ ,  $\tau_q = 3.3$  пс для сверхрешетки с  $V_g = -1$  В. Таким образом, квантовое время жизни действительно значительно падает с увеличением  $|V_g|$ . Поэтому состояния с  $r_{xx} \approx 0$  не возникают



**Рис. 48** — Зависимости  $r_{xx}(I_{dc})$ . Сплошные линии — экспериментальные зависимости, измеренные при  $T = 4.2$  К и  $B = 0.2$  Тл. 1 — Мостик без решетки. 2 — Мостик с решеткой и  $V_g = 0$ . 3 — Мостик с решеткой и  $V_g = -1$  В. Значки — теоретические зависимости. Треугольники:  $R_0 = 8.15$  Ом,  $\delta = 0.33$ ,  $I_0 = 18$  мкА. Окружности:  $R_0 = 8.6$  Ом,  $\delta = 0.27$ ,  $I_0 = 21$  мкА. Квадраты:  $R_0 = 10.45$  Ом,  $\delta = 0.15$ ,  $I_0 = 24$  мкА. Стрелки указывают положения  $I_0$ .



**Рис. 49** — Теоретическая зависимость  $\nu/\nu_0$  от фактора заполнения  $N$  в одномерной латеральной сверхрешетке, рассчитанная по формуле (28), для  $a = 400$  нм,  $\varepsilon_F = 26.9$  мэВ,  $V_0 = 0.52$  мВ,  $\tau_q = 4.7$  пс. Стрелками указаны положения минимумов СО.

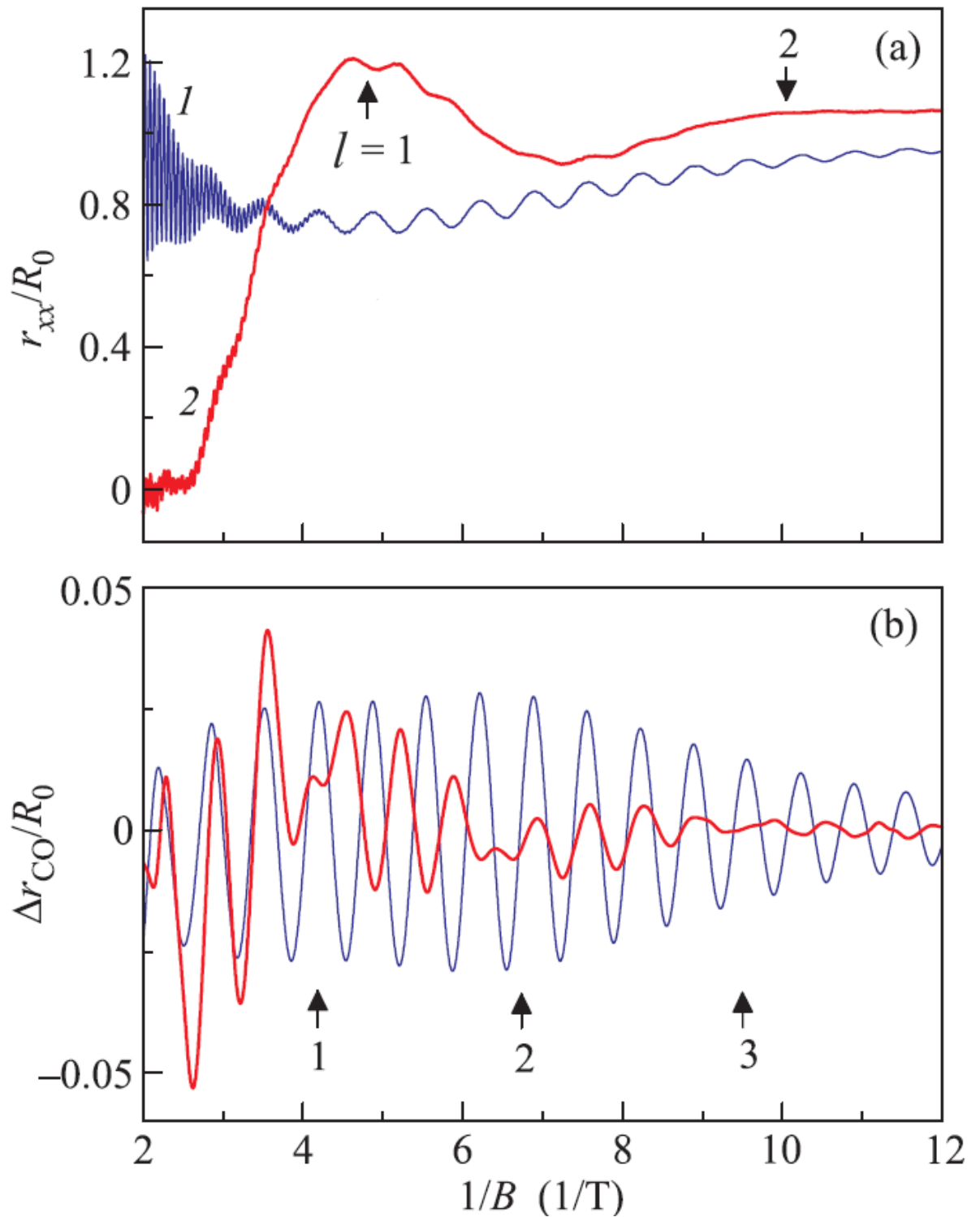
при увеличении амплитуды модуляции периодического потенциала  $V_0$  именно из-за уменьшения  $\tau_q$ .

Отдельно стоит сказать о разрушении состояний с нулевым дифференциальным сопротивлением в максимумах СО. Зависимость плотности состояний от энергии  $\varepsilon$  в условиях слабой модуляции ДЭГ описывается формулой (28). На рис. 49 показан результат расчета зависимости  $\nu/\nu_0$  от фактора заполнения  $N$ , рассчитанный с помощью формулы (28). В расчете используется суммирование первых 10 членов в этой формуле. Видно, что модуляция плотности состояний в максимумах СО меньше, чем в минимумах. Это и приводит к подавлению нелинейных эффектов и разрушению состояний с нулевым дифференциальным сопротивлением. Фактически слабая модуляция плотности состояний в максимумах СО приводит к дополнительному уширению УЛ, что соответствует уменьшению  $\tau_q$ .

## 4.2 Туннелирование Зинера в одномерном периодическом потенциале

Исследование нелинейного магнетотранспорта при высоких значениях электрического поля проводилось на решетках с периодом  $a = 200$  нм при температуре  $T = 1.6$  К на образцах, изготовленных на основе структуры №3. Одномерная модуляция потенциала создавалась путем кратковременной подсветки образца. Концентрация электронов после подсветки в исходной гетероструктуре составляла  $n_e \approx 8.3 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$ , а их подвижность  $\mu \approx 235 \text{ м}^2/\text{Вс}$ . Концентрация электронов и их подвижность на мостике с решеткой  $n_e \approx 8.2 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$  и  $\mu \approx 215 \text{ м}^2/\text{Вс}$  соответственно. Амплитуда модуляции потенциала равнялась  $V_0 \approx 0.35$  мэВ.

На рис. 50(а) изображены зависимости отношения дифференциального сопротивления к сопротивлению в нулевом магнитном поле  $r_{xx}/R_0$  от обратного магнитного поля  $1/B$  для  $I_{dc} = 0$  и  $I_{dc} = 80$  мкА. Максимумы на кривой, полученной при  $I_{dc} = 80$  мкА, соответствуют соотношению (46) для  $l = 1$  и  $2$ , и они являются следствием ТЗ между УЛ. На кривой, соответствующей  $I_{dc} = 0$ , отчетливо видны СО. Это осцилляции с большим периодом. На обеих зависимостях в области сильных полей хорошо различимы осцилляции ШдГ. Сильное



**Рис. 50** — (а) — Зависимость  $r_{xx}/R_0$  от  $1/B$ , измеренная на мостике с решеткой при  $T = 1.6$  К, для  $I_{dc} = 0$  (кривая 1) и  $I_{dc} = 80$  мкА (кривая 2). Стрелками указаны максимумы зинеровских осцилляций с номерами 1 и 2. (б) — Зависимость  $\Delta r_{CO}/R_0$  от  $1/B$ . Стрелками указаны узлы биений.

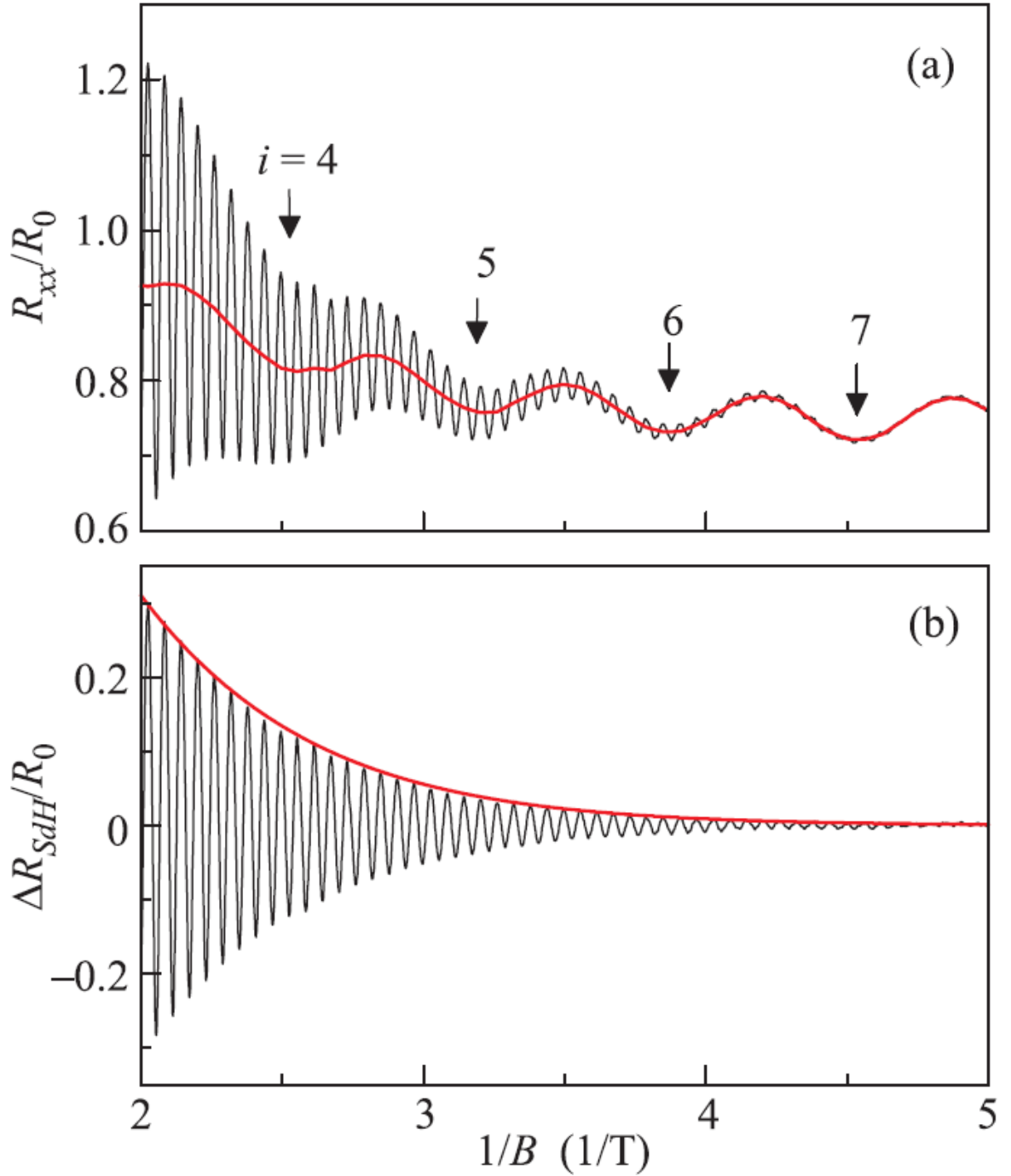
электрическое поле видоизменяет СО. Это наиболее заметно, если взглянуть на рис. 50(b), где изображена зависимость  $\Delta r_{CO}/R_0$  от  $1/B$ .  $\Delta r_{CO}$  была получена путем вычитания из исходных кривых осцилляций ШдГ и усредненной составляющей, вклад которой обеспечивается, главным образом, туннелированием Зинера между УЛ. Поэтому  $\Delta r_{CO}$  отражает вклад в сопротивление только СО. На данной зависимости присутствуют узлы биений: точки, в которых фаза осцилляций меняется на  $\pi$ . На графике они показаны стрелками.

В предыдущем параграфе было показано, что введение периодической модуляции уменьшает квантовое время жизни  $\tau_q$ , увеличивая тем самым ширину УЛ, даже при соблюдении условия плоских зон. Однако стоит заметить, что и изменение магнитного поля в системах с периодической модуляцией приводит к изменению ширины зон Ландау  $\Gamma_B = 2|V_B|$  в соответствии с (23), а значит можно считать, что квантовое время жизни в этом случае также меняется. Изменение квантового времени жизни в магнитном поле может стать причиной биений, наблюдаемых на рис. 50(b). Для того, чтоб проверить это утверждение, необходимо понять, как меняется  $\tau_q$  при изменении  $B$ .

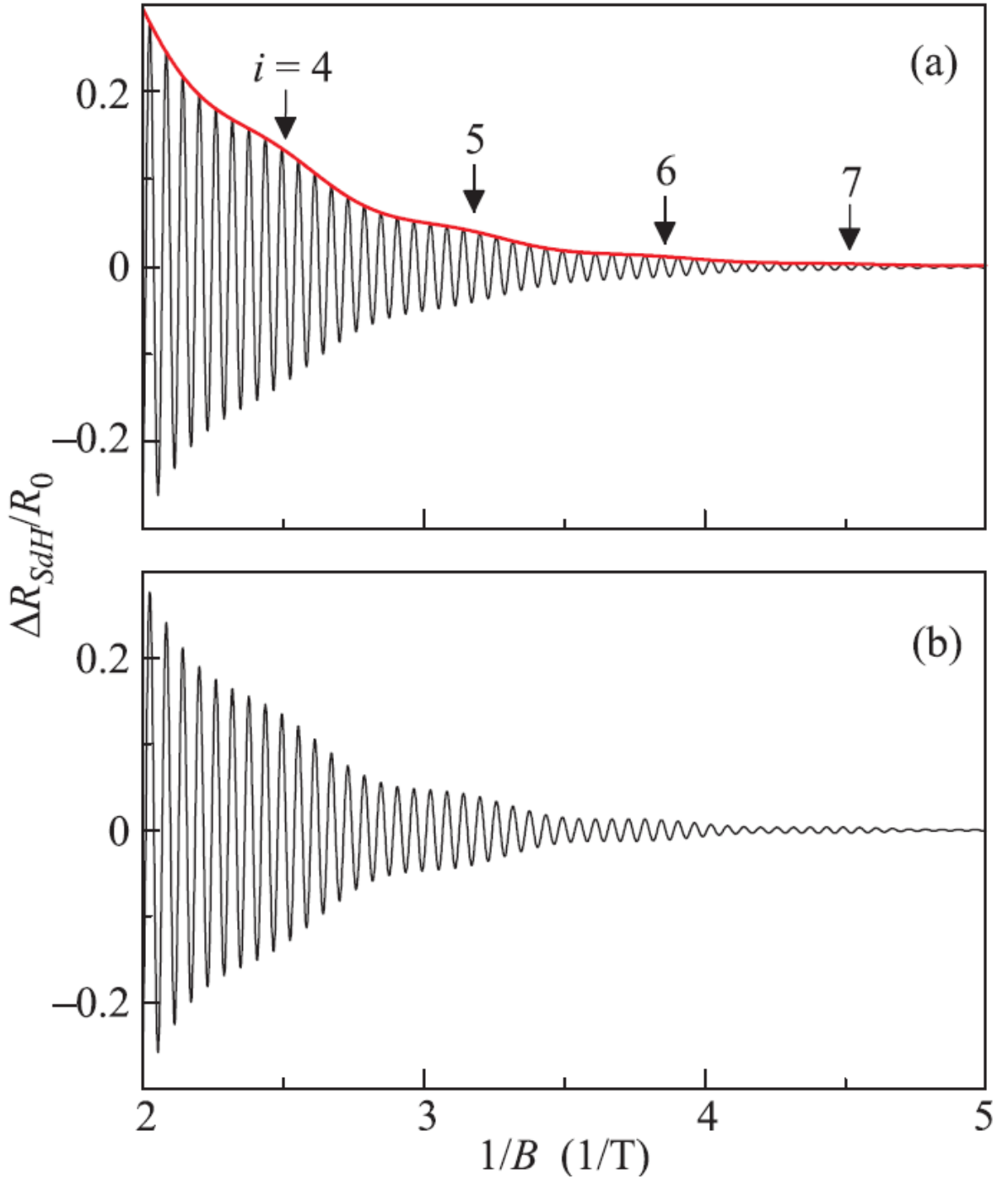
Осцилляции ШдГ в невозмущенном ДЭГ при условии  $\omega_c \tau_q < 1$  описываются уравнением (11). В работе [9] было показано, что в ДЭГ с периодической модуляцией осцилляции ШдГ могут быть также описаны уравнением (11), однако осциллирующая часть плотности состояний  $\Delta\nu$  в формуле (11) определяется (29). Ее отличие от плотности состояний (10) в исходном ДЭГ заключается в дополнительном множителе  $J_0(\frac{2\pi V_B}{\hbar\omega_c})$ .

На рис. 51(a) представлена экспериментальная зависимость  $R_{xx}/R_0$ , измеренная при  $I_{dc} = 0$ . Также на этом рисунке показана усредненная линия между двумя кривыми, одна из которых проведена по максимумам исходной зависимости, другая по минимумам. Вычитание этой линии из экспериментальной кривой дает зависимость  $\Delta R_{SdH}/R_0$ , которая отражает вклад осцилляций ШдГ в сопротивление. Она показана на рис. 51(b). Видно, что наличие сверхрешетки в данных структурах никак не сказывается на осцилляциях ШдГ. Для наглядности на этом же рисунке изображена кривая, рассчитанная по формуле (11) для ДЭГ без решетки с параметрами  $A_{SdH} = 0.85$ ,  $\tau_q = 2.3$  пс и  $\cos(2\pi\varepsilon_F/\hbar\omega_c) = -1$ , которая хорошо «ложится» на максимумы кривой  $\Delta R_{SdH}/R_0$ .

На рис. 52(a) представлена зависимость  $\Delta R_{SdH}/R_0$  от  $1/B$ , рассчитанная по формуле (11), но для ДЭГ в периодическом потенциале. Параметры, используемые при расчете  $A_{SdH} = 0.85$ ,  $V_0 = 0.35$  мэВ,  $\tau_q = 2.3$  пс. На рисунке



**Рис. 51** — (а) — Экспериментальная зависимость  $R_{xx}/R_0$  от  $1/B$  (тонкая линия), полученная на мостике с решеткой, и усредненная зависимость (толстая линия). Стрелки — минимумы СО для  $i = 4, 5, 6$  и  $7$ . (б) — Экспериментальная зависимость  $\Delta R_{SdH}/R_0$  от  $1/B$  (тонкая линия) и зависимость, рассчитанная по формулам (11) и (10) для  $A_{SdH} = 0.85$ ,  $\tau_q = 2.3$  пс,  $\cos(2\pi\varepsilon_F/\hbar\omega_c) = -1$ .



**Рис. 52** — (а) — Зависимость  $\Delta R_{SdH}/R_0$  от  $1/B$ , рассчитанная по формулам (11) и (29) для  $A_{SdH} = 0.85$ ,  $V_0 = 0.35$  мэВ,  $\tau_q = 2.3$  пс (тонкая линия) и та же зависимость, но при  $\cos(2\pi\varepsilon_F/\hbar\omega_c) = -1$  (толстая линия). Стрелки — минимумы СО для  $i = 4, 5, 6$  и  $7$ . (б) — Зависимость  $\Delta R_{SdH}/R_0$  от  $1/B$ , рассчитанная по формуле (11) при  $\Delta\nu = -2\nu_0 \exp(-\pi/\omega_c\tau_q^*) \cos(\frac{2\pi\varepsilon}{\hbar\omega_c})$ ,  $\tau_q^* = \tau_q^0 J_0(2\pi V_B/\hbar\omega_c)$ ,  $A_{SdH} = 0.85$ ,  $V_0 = 0.35$  мэВ,  $\tau_q = 2.3$  пс.

отчетливо видна модуляция осцилляций ШДГ, а стрелками показаны минимумы СО. Отличие результатов, продемонстрированных на рис. 51(b) и 52(a), может свидетельствовать о том, что амплитуда модуляции  $V_0$  на самом деле меньше 0.35 мэВ. Незначительная модуляция осцилляций ШДГ позволяет ввести эффективное квантовое время жизни определенное, как  $\tau_q^* = \tau_q^0 J_0(2\pi V_B/\hbar\omega_c)$ , где  $\tau_q^0$  — квантовое время жизни в исходном ДЭГ. Множитель  $J_0(2\pi V_B/\hbar\omega_c)$  взят из разницы уравнений (10) и (29), определяющих плотность состояний при отсутствии и при наличии периодического потенциала. Конечно такое предположение может быть верным только тогда, когда  $J_0 > 0$ , что для  $V_0 < 0.35$  мэВ соответствует  $B > 0.04$  Тл. На рис. 52(b) продемонстрировано обоснование этого предположения. Зависимость, показанная на этом рисунке, получена при расчете по формуле (11) для невозмущенного ДЭГ, но вместо исходного  $\tau_q$  здесь используется  $\tau_q^*$ . Графики на рис. 52(a) и (b) практически ничем не отличаются друг от друга, что и обеспечивает правомерность ввода  $\tau_q^*$ .

Согласно работе [70] проводимость в сильных электрических полях ( $\frac{2\pi ER_c}{\hbar\omega_c} \gg 1$ ) определяется в соответствии с уравнением (53). Выражение для осцилляций сопротивления, индуцированных ТЗ, при таких условиях можно записать по аналогии с (11) для осцилляций ШДГ

$$\Delta r_{HIRO}/R_0 \approx A_{HIRO} \exp(-2\pi/\omega_c\tau_q) \cos(4\pi R_c e E/\hbar\omega_c) \quad (72)$$

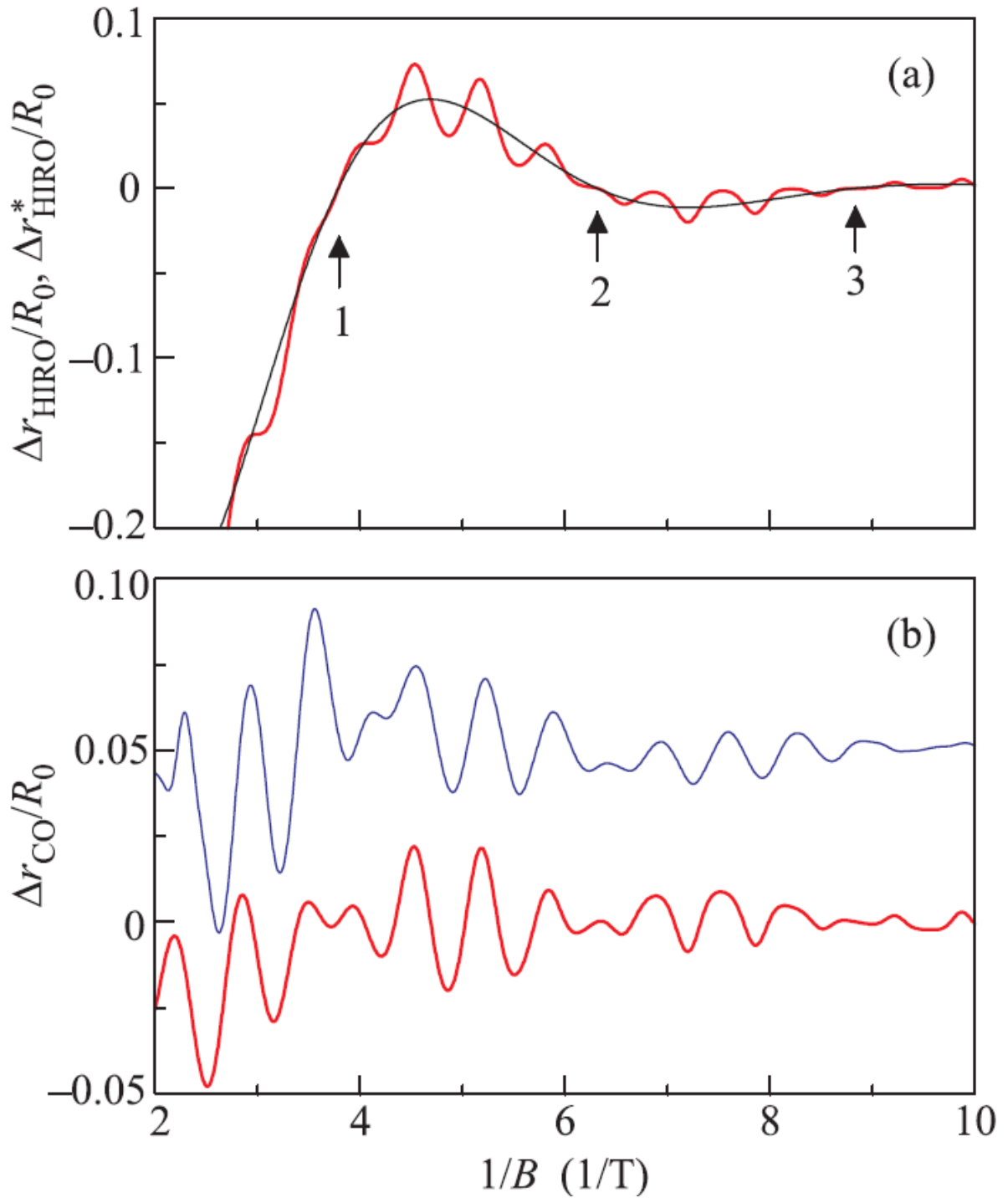
где  $A_{HIRO}$  — безразмерный коэффициент пропорциональности. Для учета влияния периодического потенциала на зинеровские осцилляции перепишем это выражение следующим образом

$$\Delta r_{HIRO}^*/R_0 \approx A_{HIRO} \exp(-2\pi/\omega_c\tau_q^*) \cos(4\pi R_c e E/\hbar\omega_c) \quad (73)$$

Здесь происходит замена  $\tau_q$  на эффективное время  $\tau_q^* = \tau_q^0 J_0(2\pi V_B/\hbar\omega_c)$ .

Зависимости  $\Delta r_{HIRO}/R_0$  и  $\Delta r_{HIRO}^*/R_0$  от  $1/B$ , рассчитанные по формулам (72) и (73) для параметров  $A_{HIRO} = 1$ ,  $I_{dc} = 80$  мкА,  $\tau_q = 4$  пс,  $\tau_q^0 = 4.6$  пс, показаны на рис. 53(a). СО хорошо заметны на зависимости  $\Delta r_{HIRO}^*/R_0$ . Видны узлы биений СО, на рисунке они показаны стрелками. Можно считать зависимость  $\Delta r_{HIRO}/R_0$  с  $\tau_q = 4$  пс, усредненной зависимостью  $\Delta r_{HIRO}^*/R_0$  от  $1/B$  с  $\tau_q^0 = 4.6$  пс. Вычитание кривой  $\Delta r_{HIRO}/R_0$  из  $\Delta r_{HIRO}^*/R_0$  дает вклад  $\Delta r_{CO}/R_0$  СО в сопротивление. Его можно сравнить с экспериментальной зависимостью  $\Delta r_{CO}/R_0$ . Обе зависимости  $\Delta r_{CO}/R_0$  от  $1/B$ , экспериментальная и расчетная,





**Рис. 53** — (а) — Зависимость  $\Delta r_{HIRO}/R_0$  от  $1/B$ , рассчитанная по формуле (72) для  $A_{HIRO} = 1$ ,  $I_{dc} = 80$  мкА,  $\tau_q = 4$  пс (тонкая линия). Зависимость  $\Delta r_{HIRO}^*/R_0$  от  $1/B$ , рассчитанная по формуле (73) для  $A_{HIRO} = 1$ ,  $I_{dc} = 80$  мкА,  $V_0 = 0.35$  мэВ,  $\tau_q^0 = 4.6$  пс (толстая линия). Стрелки — узлы биений. (б) — Экспериментальная зависимость  $\Delta r_{CO}/R_0$  от  $1/B$ , полученная при  $T = 1.6$  К,  $I_{dc} = 80$  мкА. Кривая смещена вверх на 0.05. Рассчитанная по формулам (72) и (73) зависимость  $\Delta r_{CO}/R_0 = \Delta r_{HIRO}^*/R_0 - \Delta r_{HIRO}/R_0$  от  $1/B$  для  $A_{HIRO} = 1$ ,  $I_{dc} = 80$  мкА,  $V_0 = 0.35$  мэВ,  $\tau_q^0 = 4.6$  пс,  $\tau_q = 4$  пс.

изображены на рис. 53(b). Наблюдается хорошее совпадение расчетной и экспериментальной зависимости. Это также подтверждает обоснованность введения  $\tau_q^*$ .

Таким образом,  $\tau_q^0 = 4.6$  пс определяет поведение зинеровских осцилляций в одномерном периодическом потенциале. Различие  $\tau_q^0 = 4.6$  пс и  $\tau_q = 2.3$  пс, которое было определено из осцилляций ШдГ, можно объяснить тем, что выражение (72) было получено при  $\frac{2\pi ER_c}{\hbar\omega_c} \gg 1$ . Это условие не выполняется в данных образцах. Здесь  $\frac{2\pi ER_c}{\hbar\omega_c} < 1$ . Тем не менее, хорошее совпадение экспериментальной и расчетной кривой позволяет сделать вывод, что поведение зинеровских и соизмеримых осцилляций в одномерном латеральном периодическом потенциале можно объяснить дополнительным уширением УЛ, величина которого определяется эффективным квантовым временем жизни.

#### Краткие выводы главы 4

В данной главе приведены результаты экспериментального изучения нелинейного магнетотранспорта ДЭГ на основе селективно-легированной гетероструктуры GaAs/AlAs с одномерной латеральной периодической модуляцией.

В слабых электрических полях обнаружены состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением, возникающие в минимумах СО, которые разрушаются при подаче на затвор сверхрешетки отрицательного напряжения, что соответствует увеличению амплитуды модуляции потенциала. Было показано, что увеличение абсолютного значения затворного напряжения приводит к уменьшению квантового времени жизни, что и является основной причиной разрушения состояний с нулевым дифференциальным сопротивлением. Кроме того, показано, что состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением не возникают в максимумах СО из-за слабой модуляции плотности состояний.

Исследован нелинейный магнетотранспорт ДЭГ с одномерной латеральной периодической модуляцией при больших значениях электрического поля. В таких системах обнаружены осцилляции дифференциального сопротивления, причиной которых является ТЗ между уровнями Ландау. Показано, что сильные электрические поля приводят к модуляции СО: существуют точки,

в которых фаза  $SO$  изменяется на  $\pi$ . Установлено, что такая модуляция происходит вследствие изменения спектра УЛ в периодическом потенциале. Это изменение можно учесть, введя эффективное квантовое время жизни, которое зависит от ширины зон Ландау следующим образом  $\tau_q^* = \tau_q^0 J_0(2\pi V_B/\hbar\omega_c)$ . Показано, что зависимость вклада соизмеримых осцилляций в дифференциальное сопротивление от магнитного поля, рассчитанная с учетом введенного  $\tau_q^*$ , хорошо совпадает с экспериментальной кривой.

## Глава 5. Магнетотранспортные явления в одномерном периодическом потенциале в присутствии микроволнового излучения

В данной главе изложены результаты экспериментального исследования магнетотранспортных явлений в ДЭГ на основе селективно-легированной гетероструктуры GaAs/AlAs с одномерной периодической модуляцией потенциала при облучении образца микроволновым полем. Исходными экспериментальными данными являются зависимости сопротивления от магнитного поля, измеренные на образцах с геометрией холловского мостика с нанесенной латеральной сверхрешеткой, а также в ее отсутствие при температурах  $T$  4.2 К и 1.6 К. Измерения в образцах со сверхрешеткой проводились в направлении перпендикулярном металлическим полоскам, формирующим сверхрешетку.

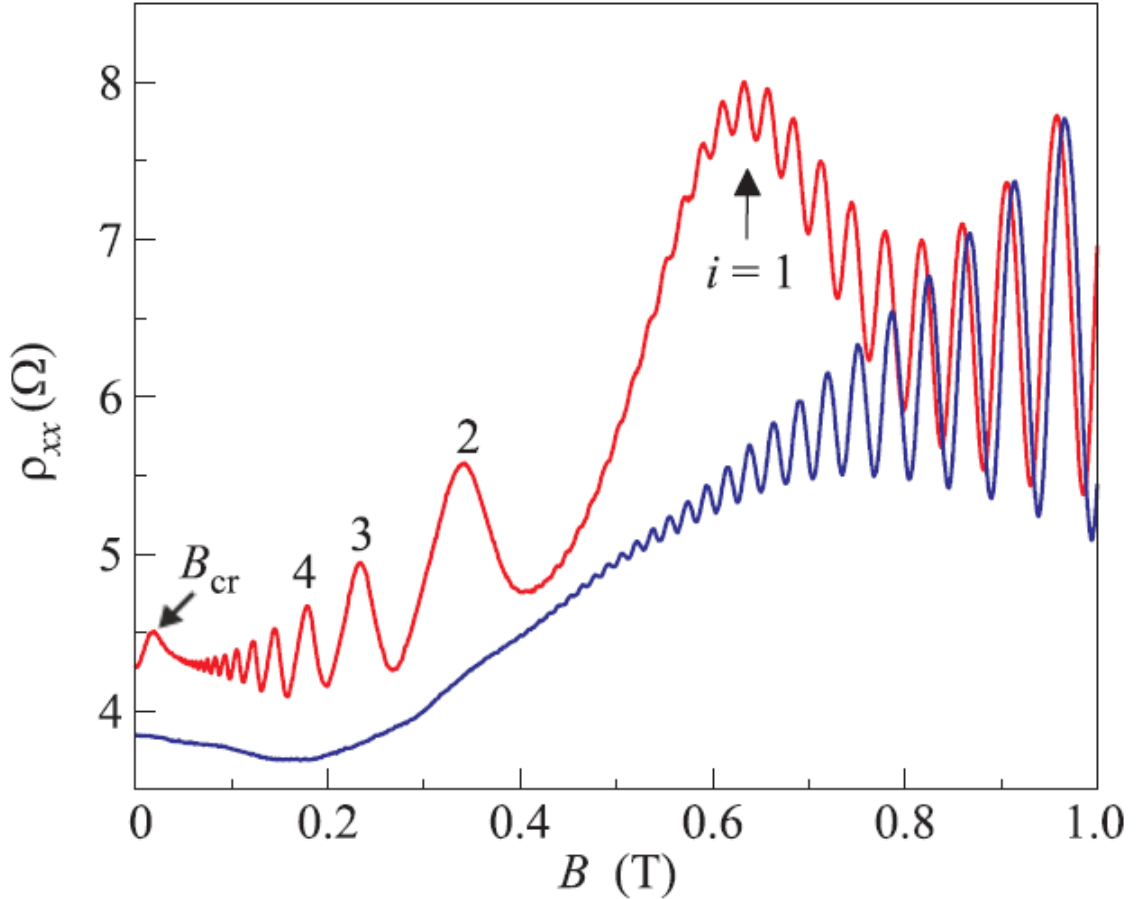
**В первой части** главы представлены результаты экспериментального исследования влияния одномерного периодического потенциала на  $\omega/\omega_c$  - осцилляции сопротивления.

**Во второй части** главы описано влияние соизмеримого магнетотранспорта на состояния с нулевым сопротивлением, возникающие в присутствии микроволнового поля.

### 5.1 Микроволновое фотосопротивление в двумерных системах с одномерной периодической модуляцией

На рис. 54 изображена зависимость сопротивления  $\rho_{xx}$  от магнитного поля  $B$ , измеренная в образце без нанесенной поверх него латеральной металлической сверхрешетки и со сверхрешеткой. Период сверхрешетки составлял  $a = 400$  нм. В экспериментах использовались образцы из серии №3. Измерения проводились при температуре  $T = 4.2$  К. Периодическая модуляция потенциала достигалась с помощью кратковременной подсветки сегмента образца со сверхрешеткой. Концентрация электронов и их подвижность после подсветки на мостике с решеткой составляли  $n_e \approx 8.1 \times 10^{15} \text{ м}^{-2}$  и  $\mu \approx 180 \text{ м}^2/\text{Вс}$ .

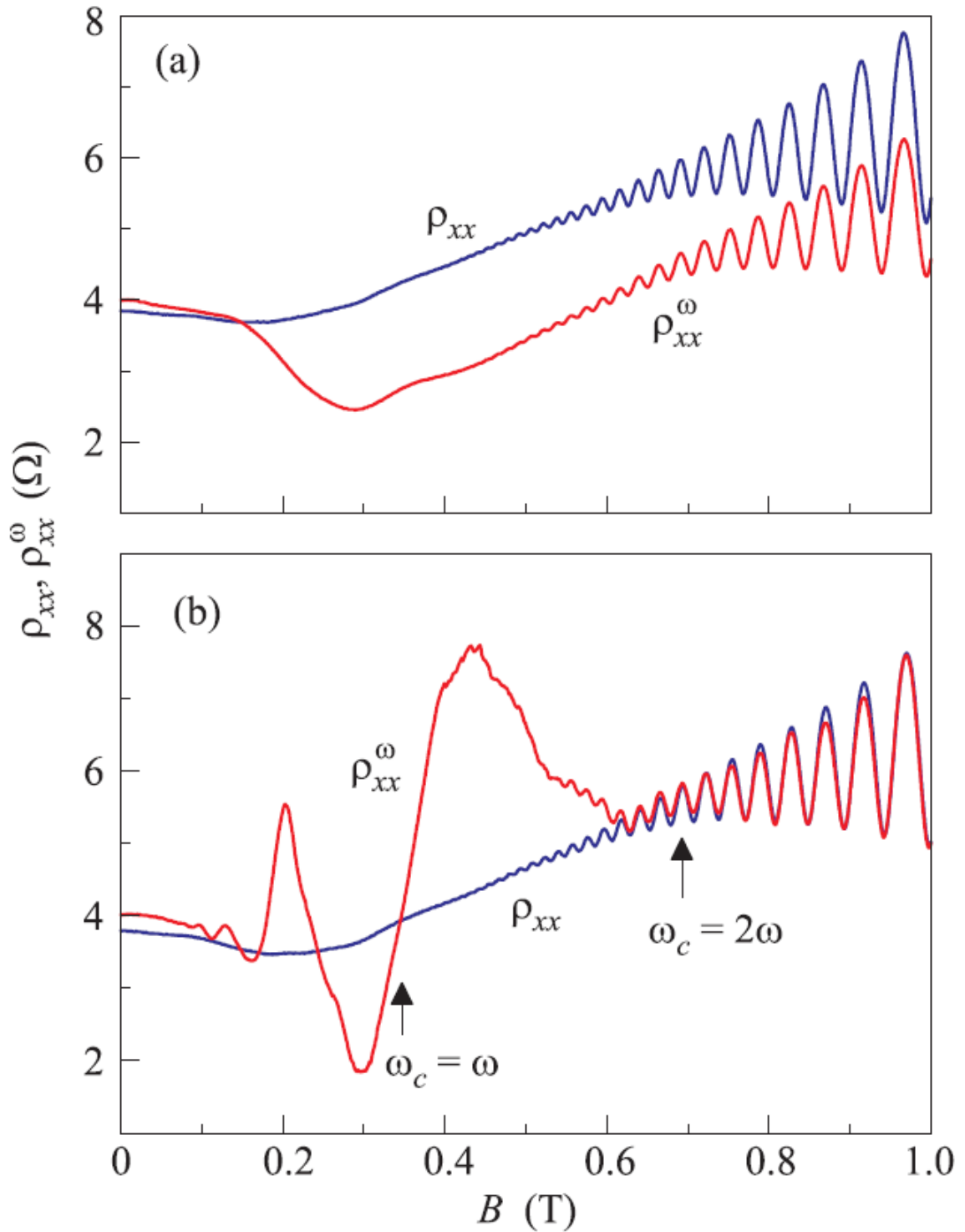
На мостике без решетки хорошо видны осцилляции ШдГ, которые возникают при полях  $B > 0.4$  Тл. На мостике со сверхрешеткой наблюдаются



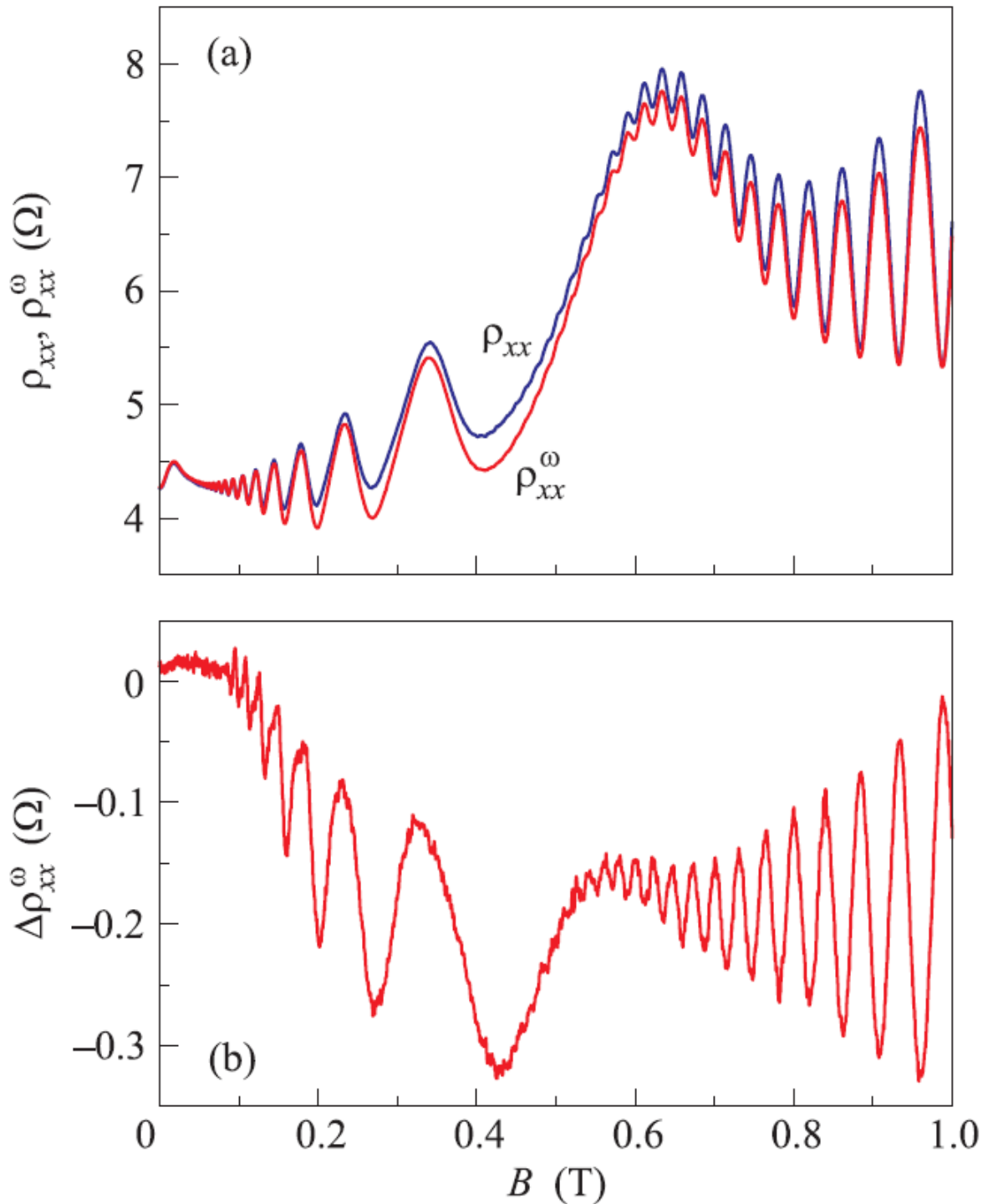
**Рис. 54** — Зависимость  $\rho_{xx}(B)$ , измеренная на мостике без решетки (синяя линия) и на мостике с решеткой (красная линия). Стрелка указывает положение основного соизмеримого максимума, а цифры — номера максимумов СО.  $T = 4.2$  К.

соизмеримые осцилляции сопротивления, максимумы которых подчинятся условию  $2R_c/a = (i + \frac{1}{4})$ , где  $i$  — целое число. Также на мостике с решеткой наблюдается максимум сопротивления при значении магнитного поля  $B_{cr}$ , про который уже было сказано в предыдущей главе. Его положение позволяет определить амплитуду периодического потенциала  $V_0 = av_F B_{cr}/2\pi$ , и она составляет  $V_0 \approx 0.44$  мВ.

На рис. 55 показаны зависимости сопротивления без облучения микроволновыми полем  $\rho_{xx}(B)$  и при облучении микроволновым полем  $\rho_{xx}^\omega(B)$  на частотах  $\omega/2\pi = 1.5$  ГГц (рис. (а)) и  $\omega/2\pi = 142$  ГГц (рис. (б)). При частоте облучения  $\omega/2\pi = 1.5$  ГГц фотосопротивление  $\Delta\rho_{xx}^\omega(B) = \rho_{xx}^\omega(B) - \rho_{xx}(B)$  имеет положительный знак при малых магнитных полях  $B < 0.15$  Тл и становится отрицательным при больших магнитных полях. Положительное фотосопротивление можно объяснить простым разогревом ДЭГ, когда увеличение

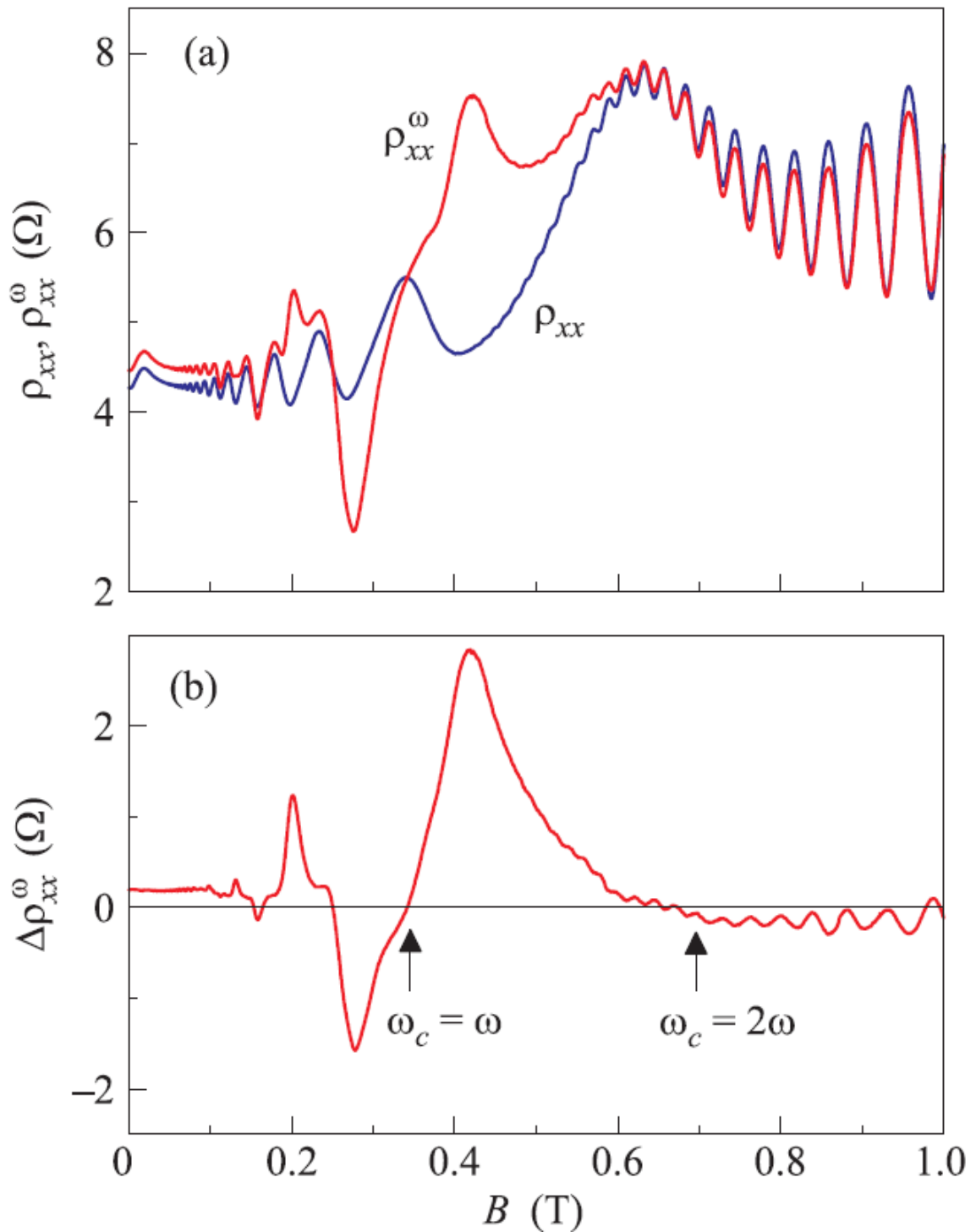


**Рис. 55** — Зависимости  $\rho_{xx}(B)$  и  $\rho_{xx}^{\omega}(B)$ , измеренные на мостике без решетки без облучения (синяя линия) и с облучением (красная линия). (a) —  $\omega/2\pi = 1.5$  ГГц. (b) —  $\omega/2\pi = 142$  ГГц. Стрелками указаны положения магнитных полей, соответствующие условиям  $\omega_c = \omega$  и  $\omega_c = 2\omega$ .  $T = 4.2$  К.



**Рис. 56** — (а) — Зависимости  $\rho_{xx}(B)$  и  $\rho_{xx}^{\omega}(B)$ , измеренные на мостике с решеткой без облучения (синяя линия) и с облучением (красная линия) микроволновым полем. (б) — Зависимость  $\Delta\rho_{xx}^{\omega}(B)$  на мостике с решеткой.

Частота микроволнового поля  $\omega/2\pi = 1.5$  ГГц.  $T = 4.2$  К.



**Рис. 57** — (а) — Зависимости  $\rho_{xx}(B)$  и  $\rho_{xx}^\omega(B)$ , измеренные на мостике с решеткой без облучения (синяя линия) и с облучением (красная линия) микроволновым полем. (б) — Зависимость  $\Delta\rho_{xx}^\omega(B)$  на мостике с решеткой.

Частота микроволнового поля  $\omega/2\pi = 142$  ГГц.  $T = 4.2$  К.



температуры  $T_e$  приводит к уменьшению проводимости  $\sigma_{xx}$  и, как следствие, к росту сопротивления  $\rho_{xx}$ . Малая мощность микроволнового поля на частоте 1.5 ГГц обеспечивает энергетические переходы лишь внутри одного уровня Ландау [87], поэтому отрицательное фотосопротивление можно объяснить спектральной диффузией, приводящей к возникновению неравновесной функции распределения [57; 65]. Неравновесная функция распределения имеет меньший наклон в областях с повышенной плотностью состояний, что и приводит к уменьшению сопротивления.

Фотосопротивление  $\Delta\rho_{xx}^\omega$  для частоты микроволнового поля  $\omega/2\pi = 142$  ГГц является знакопеременным при значениях магнитного поля, где  $\omega_c < 2\omega$ . Это классические  $\omega/\omega_c$  - осцилляции сопротивления, которые также можно объяснить наличием неравновесной функции распределения, поскольку производная  $\partial f/\partial\varepsilon$  становится знакопеременной в области полей  $\omega_c < 2\omega$  [52; 53].

На рис. 56(a) приведены зависимости  $\rho_{xx}(B)$  и  $\rho_{xx}^\omega(B)$  в образце со сверхрешеткой. Облучение происходило на частоте  $\omega/2\pi = 1.5$  ГГц. Видно, что  $\rho_{xx}(B)$  в этом случае изменяется существенно в минимумах СО, чем максимумах. Наблюдаемое на рис. 56(b) отрицательное фотосопротивление, также как и в обычной двумерной системе, можно качественно объяснить уменьшением наклона  $f(\varepsilon)$  в энергетических интервалах с повышенной плотностью состояний, однако вклад в формирование  $f(\varepsilon)$  вносит не только микроволновое поле, но также и соизмеримый транспорт.

Более заметное влияние на магнетотранспорт одномерная периодическая модуляция потенциала оказывает при больших частотах микроволнового поля. На рис. 57(a) показаны зависимости  $\rho_{xx}(B)$  и  $\rho_{xx}^\omega(B)$  в образце со сверхрешеткой. Зависимость  $\rho_{xx}^\omega(B)$  была получена при частоте излучения  $\omega/2\pi = 142$  ГГц. Фотосопротивление, показанное на рис. 57(b) имеет всплески, соответствующие минимумам СО. При этом в условиях циклотронного резонанса  $\Delta\rho_{xx}^\omega$  близко к нулю, как и в обычном ДЭГ. Если сравнить зависимости  $\rho_{xx}^\omega(B)$  на рисунках 57(a) и 55(b) полученные в образцах со сверхрешеткой и без сверхрешетки соответственно при частоте излучения  $\omega/2\pi = 142$  ГГц, то нетрудно видеть, что в точках, соответствующих минимумам СО, значения сопротивления обеих кривых различаются несущественно. Такой результат вполне ожидаем, учитывая, что в минимумах СО  $\Gamma_B = 0$ , и влияние сверхрешетки на энергетический спектр минимально. Однако полного совпадения значений сопротивления в этих точках добиться не удается, по причине того,

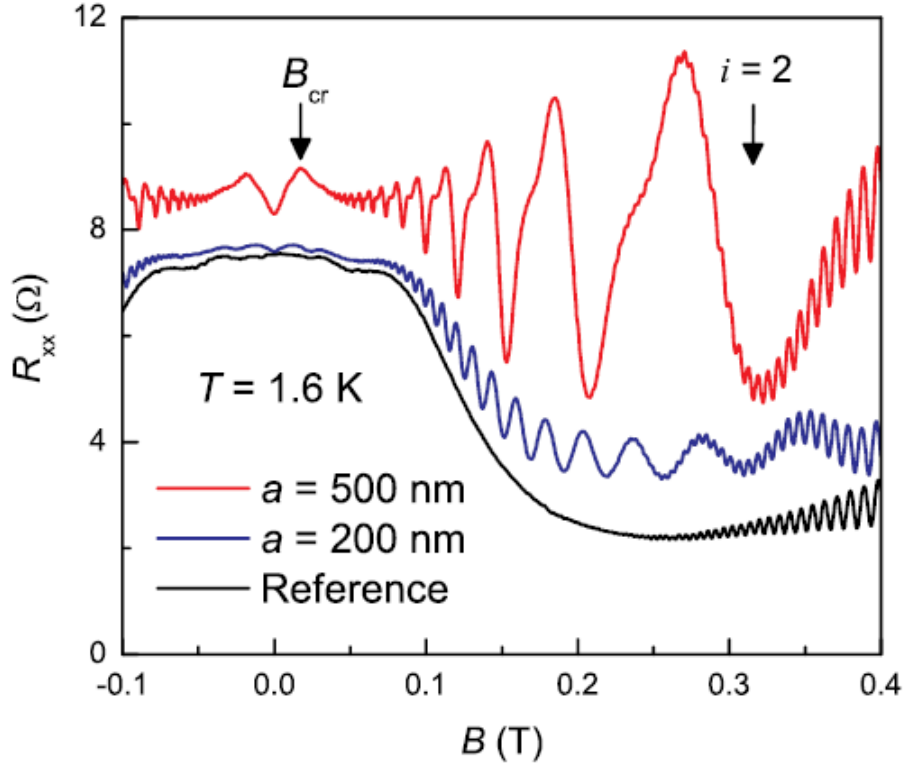
что введение периодического потенциала понижает квантовое время жизни  $\tau_q$  даже в минимумах СО. Это было показано в предыдущей главе.

## 5.2 Состояния с нулевым сопротивлением, индуцированные микроволновым полем в одномерном периодическом потенциале

Влияние одномерного периодического потенциала на  $\omega/\omega_c$  - осцилляции, описанное в предыдущем параграфе, естественным образом ставит вопрос о возможности существования состояний с нулевым сопротивлением в минимумах СО. Для изучения этого вопроса были проведены магнетотранспортные измерения при температуре  $T = 1.6$  К в присутствии микроволнового поля. Периодический потенциал задавался как и раньше, с помощью нанесения на сегмент образца металлической сверхрешетки. В данных экспериментах, решетка работала как затвор Шоттки. В измерениях использовалось два образца с периодами сверхрешеток  $a = 200$  нм и  $a = 500$  нм. Образцы изготавливались на основе структуры №2.

На рис. 58 показаны зависимости сопротивления  $R_{xx}$  от магнитного поля  $B$  для исходного ДЭГ, а также для ДЭГ с латеральной сверхрешеткой при затворном напряжении  $V_g = 0$ . Видно, что при  $B > 0.25$  Тл наблюдаются осцилляции ШдГ, а при  $B > 0.05$  Тл в образцах со сверхрешеткой появляются осцилляции, минимумы которых удовлетворяют условию  $2R_c = (i - \frac{1}{4})$ , где  $i$  — целое число. Таким образом, данные осцилляции являются соизмеримыми, и они видны при  $V_g = 0$  также, как и в экспериментах с внешним электрическим полем. Амплитуда периодического потенциала  $V_0$  для решетки с  $a = 500$  нм больше, чем с  $a = 200$  нм. Расчет из положения  $B_{cr}$  дает значения  $V_0 = 0.51$  мВ и  $V_0 = 0.16$  мВ соответственно.

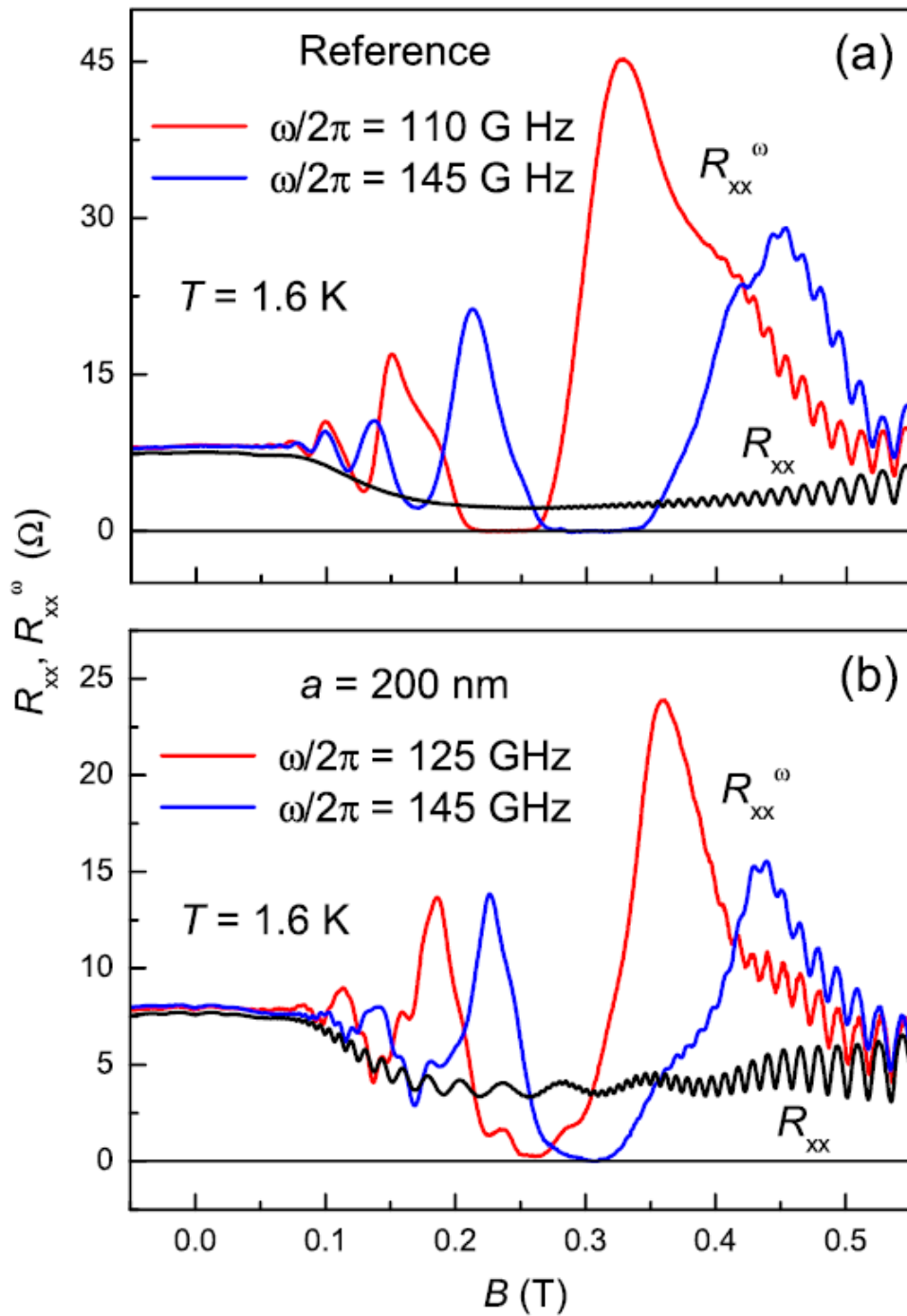
На рис. 59(a) изображены зависимости сопротивления  $R_{xx}^\omega$  от магнитного поля  $B$  в присутствии микроволнового поля с частотами  $\omega/2\pi = 110$  ГГц и  $\omega/2\pi = 145$  ГГц в образце без латеральной сверхрешетки. Для обеих частот наблюдаются состояния с нулевым сопротивлением. Также видно, что их положение смещается в сторону более низких магнитных полей при понижении частоты излучения. Рис. 59(b) показывает те же зависимости  $R_{xx}^\omega(B)$ , но в образце с латеральной решеткой при  $V_g = 0$  и  $a = 200$  нм. В зависимостях четко



**Рис. 58** — Зависимости  $R_{xx}(B)$ , измеренные при температуре  $T = 1.6$  К для исходного ДЭГ, а также для образцов с латеральной сверхрешеткой (периоды  $a = 500$  нм и  $a = 200$  нм) при  $V_g = 0$ . Стрелками показаны  $B_{cr}$  и второй минимум СО для решетки с  $a = 500$  нм.

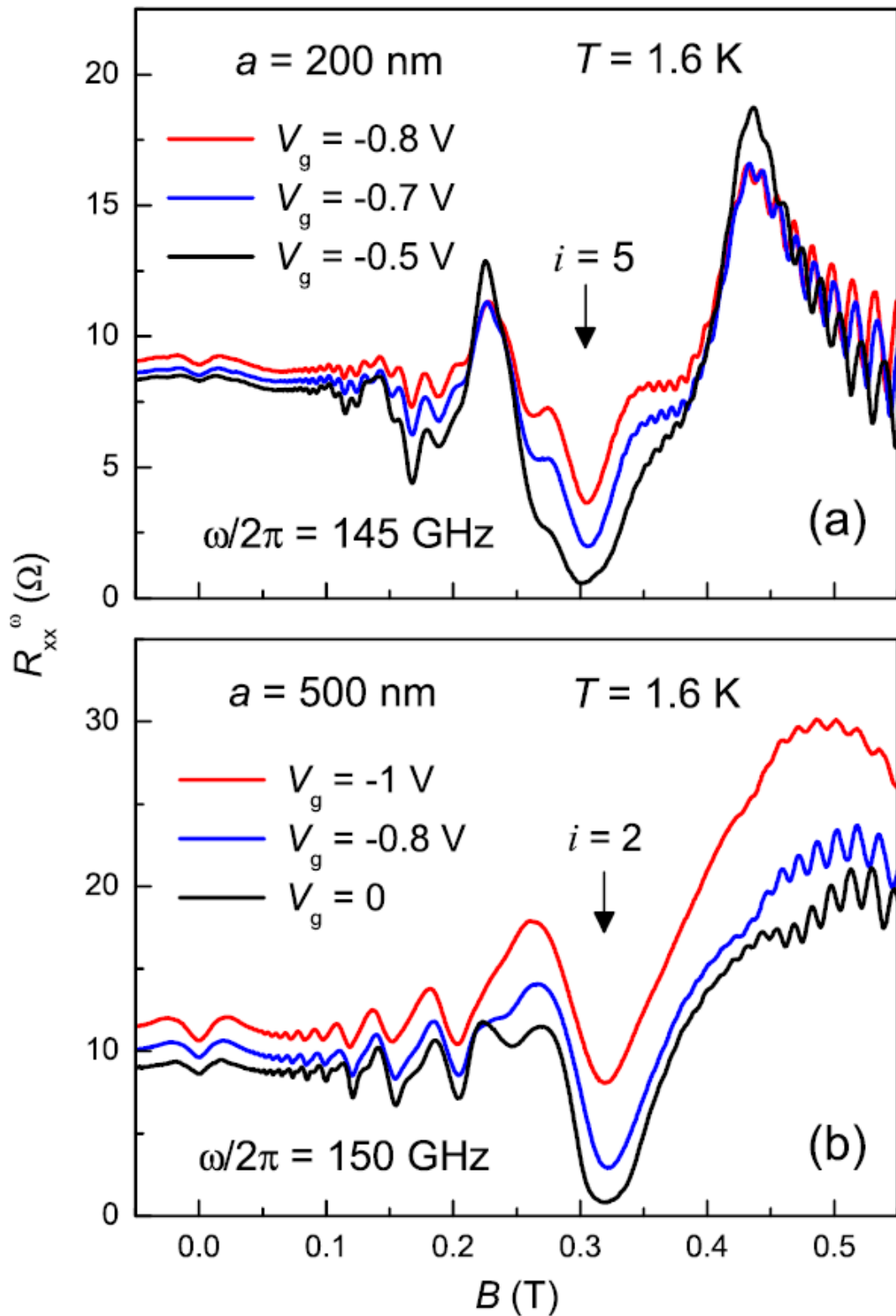
видны  $\omega/\omega_c$ -осцилляции, которые интерферируют с СО. Здесь также наблюдаются состояния с нулевым сопротивлением, однако их ширина гораздо меньше, чем в образцах без одномерного потенциала, что качественно согласуется с теорией [88]. Положение этих состояний соответствуют минимумам СО. Состояния с нулевым сопротивлением исчезают при частотах меньше  $\omega/2\pi = 125$  ГГц.

Рис. 60(а) демонстрирует разрушение состояния с нулевым сопротивлением при увеличении  $|V_g|$  и, соответственно, увеличении амплитуды модуляции потенциала для решетки с периодом  $a = 200$  нм:  $V_0(-0.5 \text{ В}) = 0.17$ ,  $V_0(-0.7 \text{ В}) = 0.19$ ,  $V_0(-0.8 \text{ В}) = 0.21$ . Прикладывая отрицательное напряжение к затвору, мы, тем самым, обедняем слой электронов под металлическими полосками, что приводит к увеличению  $V_0$ . Похожее поведение  $R_{xx}^\omega(B)$  можно увидеть в образце со сверхрешеткой, имеющей период  $a = 500$  нм (рис. 60(б)). Однако в этом образце состояния с нулевым сопротивлением не наблюдаются даже при  $V_g = 0$ . Значение  $V_0$  при  $V_g = 0$  у решетки с периодом  $a = 500$  нм гораздо больше, чем у решетки с периодом  $a = 200$  нм, что может служить причиной



**Рис. 59** — (а) — Зависимости  $R_{xx}(B)$  и  $R_{xx}^\omega(B)$  в образце без сверхрешетки при температуре  $T = 1.6$  К без облучения (черная линия) и с облучением на частотах  $\omega/2\pi = 110$  ГГц (красная линия) и  $\omega/2\pi = 145$  ГГц (синяя линия).

(б) — Зависимости  $R_{xx}(B)$  и  $R_{xx}^\omega(B)$  в образце со сверхрешеткой ( $V_g = 0$ ,  $a = 200$  нм) при температуре  $T = 1.6$  К без облучения (черная линия) и с облучением на частотах  $\omega/2\pi = 125$  ГГц (красная линия) и  $\omega/2\pi = 145$  ГГц (синяя линия).



**Рис. 60** — (a) — Зависимость  $R_{xx}^{\omega}(B)$  в образце со сверхрешеткой ( $a = 200$  нм) для разных значений  $V_g$  ( $-0.8$  В,  $-0.7$  В,  $-0.5$  В) с облучением на частоте  $\omega/2\pi = 145$  ГГц. (b) — Зависимость  $R_{xx}^{\omega}(B)$  в образце со сверхрешеткой ( $a = 500$  нм) для разных значений  $V_g$  ( $0$ ,  $-0.8$  В,  $-1$  В) с облучением на частоте  $\omega/2\pi = 150$  ГГц. Стрелками показаны соответствующие минимумы СО.  
 $T = 1.6$  К.

отсутствия в образце с  $a = 500$  нм состояний с нулевым сопротивлением. Таким образом, увеличение  $V_0$  ведет к увеличению значения сопротивления  $R_{xx}^\omega$  в главном минимуме  $\omega/\omega_c$  - осцилляций и к разрушению состояний с нулевым сопротивлением.

Полученные результаты полностью согласуются с результатами, описанными в предыдущей главе при исследовании нелинейного магнетотранспорта. Природа возникновения состояний с  $R_{xx} \approx 0$  при облучении микроволновым полем и состояний с  $r_{xx} \approx 0$  во внешнем электрическом поле схожа [14]. Как было показано выше, состояния с  $r_{xx} \approx 0$  также разрушаются при увеличении  $|V_g|$ . Причиной этого является уменьшение квантового времени жизни  $\tau_q$  при увеличении  $V_0$ .

## Краткие выводы главы 5

В данной главе был экспериментально исследован магнетотранспорт ДЭГ на основе селективно-легированной гетероструктуры GaAs/AlAs с одномерной периодической латеральной модуляцией при облучении образца микроволновым полем.

Исследован соизмеримый магнетотранспорт в присутствии микроволнового поля с диапазоном частот от 1.5 до 145 ГГц. Показано, что одномерная периодическая модуляция потенциала оказывает влияние на осцилляции сопротивления, индуцированные микроволновым полем. Модуль знакопеременного фотосопротивления падает в максимумах СО и возрастает в минимумах.

Обнаружены состояния с нулевым сопротивлением в присутствии микроволнового поля для сверхрешеток с периодом  $a = 200$  нм. Они наблюдаются в минимумах СО, и разрушаются при понижении частоты, а также при подаче на затвор решетки отрицательного напряжения, что соответствует увеличению амплитуды одномерной периодической модуляции потенциала. Также было показано, что состояния с нулевым сопротивлением не возникают в образцах с большим периодом модуляции  $a = 500$  нм. Разрушение состояний с нулевым сопротивлением, также как и разрушение состояний с нулевым дифференциальным сопротивлением, связано с падением квантового времени жизни при увеличении  $V_0$ .

## Заключение

Исследован магнетотранспорт ДЭГ на основе селективно-легированной гетероструктуры GaAs/AlAs со сверхрешеточными барьерами в присутствии одномерного латерального периодического потенциала. В таких структурах обнаружены соизмеримые осцилляции сопротивления.

Исследован соизмеримый нелинейный магнетотранспорт в слабых электрических полях при температуре  $T = 4.2$  К. Обнаружены состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением. Показано, что такие состояния существуют в минимумах соизмеримых осцилляций и разрушаются в максимумах. Эти состояния также разрушаются при подаче на затвор решетки отрицательного напряжения. Используя зависимость дифференциального сопротивления от постоянного тока при фиксированном магнитном поле, рассчитано квантовое время жизни при разных значениях затворного напряжения на сверхрешетке. Установлено, что квантовое время жизни падает с увеличением модуля затворного напряжения, а значит, с увеличением амплитуды периодической модуляции. Уменьшение квантового времени жизни служит причиной разрушения состояний с нулевым дифференциальным сопротивлением. Было показано, что в максимумах соизмеримых осцилляций состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением не возникают по причине слабой модуляции плотности состояний.

Экспериментально показано, что в сильных электрических полях наблюдается модуляция соизмеримых осцилляций сопротивления. Существуют точки, в которых фаза соизмеримых осцилляций меняется на  $\pi$ . Такая интерференция происходит вследствие влияния на энергетический спектр уровней Ландау периодического потенциала. Появляются зоны Ландау, ширина которых меняется в магнитном поле. Изменение ширины зон Ландау можно учесть введя эффективное квантовое время жизни  $\tau_q^*$ , которое зависит от этой ширины.

Исследован магнетотранспорт ДЭГ при облучении микроволновым полем с частотой от 1.5 до 150 ГГц в одномерном периодическом потенциале при температуре  $T = 4.2$  К. Показано, что  $\omega/\omega_c$  - осцилляции значительно видоизменяются в одномерном периодическом потенциале. Модуль знакопеременного фотосопротивления падает в максимумах соизмеримых осцилляций и

имеет всплески в минимумах. В точках, соответствующих циклотронному резонансу, фотосопротивление остается близким к нулю, как и для обычного ДЭГ, невозмущенного периодическим потенциалом.

Обнаружены состояния с нулевым сопротивлением при облучении ДЭГ микроволновым полем в одномерном периодическом потенциале при температуре  $T = 1.6$  К. Показано, что эти состояния возникают в минимумах соизмеримых осцилляций и разрушаются при увеличении амплитуды периодической модуляции, то есть при подаче на затвор решетки отрицательного напряжения. Также как и состояния с нулевым дифференциальным сопротивлением, данные состояния разрушаются из-за уменьшения квантового времени жизни с увеличением периода модуляции. Разрушение состояний с нулевым сопротивлением происходит и при уменьшении частоты излучения. Важно отметить, что состояния с нулевым сопротивлением наблюдаются только в сверхрешетке с периодом  $a = 200$  нм и при нулевом затворном напряжении. В сверхрешетке с периодом  $a = 500$  нм такие состояния не возникают ни при каких значениях затворного напряжения, поскольку даже при нулевом затворном напряжении амплитуда модуляции периодического потенциала значительно выше, чем в решетке с периодом  $a = 200$  нм.

Кроме того, проведен численный самосогласованный расчет уравнений Шредингера и Пуассона, позволяющий получить волновые функции электронов и распределение электростатического потенциала в короткопериодной сверхрешетке на основе гетероструктуры GaAs/AlAs для характеристики образцов, используемых в экспериментах.

В заключении автор выражает благодарность научному руководителю д.ф.-м.н. Быкову А.А. за всестороннюю поддержку и помощь при выполнении работы.



## Список литературы

1. Magneto-oscillatory conductance in silicon surface / F. F. Fang [и др.] // Physical Review Letters. — 1966. — Т. 16, № 20. — С. 901.
2. *Klitzing, K. v.* New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance / K. v. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper // Physical Review Letters. — 1980. — Т. 45, № 6. — С. 494.
3. *Tsui, D. C.* Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit / D. C. Tsui, H. L. Stormer, A. C. Gossard // Physical Review Letters. — 1982. — Т. 48, № 22. — С. 1559.
4. Magnetoresistance Oscillations in a Two-Dimensional Electron Gas Induced by a Submicrometer Periodic Potential / D. Weiss [и др.] // Europhysics Letters. — 1989. — Т. 8, № 2. — С. 179—184.
5. *Beenakker, C. W. J.* Guiding-Center-Drift Resonance in a Periodically Modulated Two-Dimensional Electron Gas / C. W. J. Beenakker // Physical Review Letters. — 1989. — Т. 62, № 17. — С. 2020—2023.
6. *Winkler, R. W.* Landau-Band conductivity in a Two-Dimensional Electron System Modulated by an Artificial One-Dimensional Superlattice Potential / R. W. Winkler, J. P. Kotthaus, K. Ploog // Physical Review Letters. — 1989. — Т. 62, № 10. — С. 1177—1180.
7. *Gerhardts, R. R.* Novel Magnetoresistance Oscillations in a Periodically Modulated Two-Dimensional Electron Gas / R. R. Gerhardts, D. Weiss, K. v. Klitzing // Physical Review Letters. — 1989. — Т. 62, № 10. — С. 1173—1176.
8. Magnetoresistance oscillations due to internal Landau band structure of a two-dimensional electron system in a periodic magnetic field / K. W. Edmonds [и др.] // Physical Review B. — 2001. — Т. 64. — 041303(R).
9. *Endo, A.* Modulation of the Shubnikov–de Haas Oscillation in Unidirectional Lateral Superlattices / A. Endo, Y. Iye // Journal of the Physical Society of Japan. — 2008. — Т. 77, № 5. — С. 054709.

10. Electron Pinball and Commensurate Orbits in a Periodic Array of Scatterers / D. Weiss [и др.] // *Physical Review Letters*. — 1991. — Т. 66, № 21. — С. 2790.
11. *Fleischmann, R.* Magnetoresistance Due to Chaos and Nonlinear Resonances in Lateral Surface Superlattices / R. Fleischmann, T. Geisel, R. Ketzmerick // *Physical Review Letters*. — 1992. — Т. 68, № 9. — С. 1367–1370.
12. Стохастическая динамика двумерных электронов в периодической решетке антиточек / Э. Баскин [и др.] // *Письма в ЖЭТФ*. — 1992. — Т. 55, № 11. — С. 649–652.
13. Shubnikov–de Haas-like oscillations in millimeterwave photoconductivity in a high-mobility two-dimensional electron gas / M. A. Zudov [и др.] // *Physical Review B*. — 2001. — Т. 64, № 20. — 201311(R).
14. Nonequilibrium phenomena in high Landau levels / I. A. Dmitriev [и др.] // *Reviews of Modern Physics*. — 2012. — Т. 84, № 4. — С. 1709–1763.
15. Zero-resistance states induced by electromagnetic-wave excitation in GaAs/AlGaAs heterostructures / R. G. Mani [и др.] // *Nature*. — 2002. — Т. 420. — С. 646–650.
16. Zener Tunneling Between Landau Orbits in a High-Mobility Two-Dimensional Electron Gas / C. L. Yang [и др.] // *Physical Review Letters*. — 2002. — Т. 89, № 7. — С. 076801.
17. Zero-Differential Resistance State of Two-Dimensional Electron Systems in Strong Magnetic Fields / A. A. Vykov [и др.] // *Physical Review Letters*. — 2007. — Т. 99. — С. 116801.
18. New Concept for the Reduction of Impurity Scattering in Remotely Doped GaAs Quantum Wells / K. J. Friedland [и др.] // *Physical Review Letters*. — 1996. — Т. 77, № 22. — С. 4616.
19. Транспортное время релаксации и квантовое время жизни в селективно-легированных гетероструктурах GaAs/AlAs / Д. В. Дмитриев [и др.] // *Письма в ЖЭТФ*. — 2012. — Т. 95, № 8. — С. 467–471.
20. *Дмитриев, Д. В.* Транспортное время рассеяния и квантовое время жизни в гетероструктурах GaAs/AlAs / Д. В. Дмитриев, И. С. Стрыгин, А. А. Быков. — Екатеринбург, 2012.

21. Интерференция соизмеримых и индуцированных микроволновым излучением осцилляций магнетосопротивления двумерного электронного газа в одномерной латеральной сверхрешетке / А. А. Быков [и др.] // Письма в ЖЭТФ. — 2015. — Т. 101, № 10. — С. 781—786.
22. Microwave-induced zero-resistance state in two-dimensional electron systems with unidirectional periodic modulation / А. А. Быков [и др.] // Applied Physics Letters. — 2016. — Т. 108. — С. 012103.
23. Нулевое дифференциальное сопротивление двумерного электронного газа в одномерном периодическом потенциале при больших факторах заполнения / А. А. Быков [и др.] // Письма в ЖЭТФ. — 2016. — Т. 101, № 4. — С. 258—263.
24. Индуцированные микроволновым излучением состояния с нулевым сопротивлением в двумерной электронной системе с одномерной периодической модуляцией / А. А. Быков [и др.]. — Екатеринбург, 2018.
25. Нулевое дифференциальное сопротивление двумерного электронного газа в одномерном периодическом потенциале при больших факторах заполнения / И. С. Стрыгин [и др.]. — Екатеринбург, 2018.
26. Туннелирование Зинера между уровнями Ландау в двумерной электронной системе с одномерной периодической модуляцией / А. А. Быков [и др.] // Письма в ЖЭТФ. — 2018. — Т. 108, № 2. — С. 108—113.
27. *Ando, T.* Electronic properties of two-dimensional systems / Т. Ando, А. В. Fowler, F. Stern // Reviews of Modern Physics. — 1981. — Т. 54, № 2. — С. 437—672.
28. *Ihn, T.* Semiconductor nanostructures / Т. Ihn. — Oxford University Press, 2010.
29. *Исламов, Д. Р.* Магнитотранспорт в GaAs/AlAs гетероструктурах в присутствии микроволнового излучения / Д. Р. Исламов. — 2010.
30. *Schubnikow, L. W.* A new phenomenon in the change of resistance in a magnetic field of single crystal of bismuth / L. W. Schubnikow, W. J. de Haas // Nature. — 1930. — Т. 126, № 500.
31. *Coleridge, P. T.* Low-field transport coefficients in GaAs/Al<sub>1-x</sub>Ga<sub>x</sub>As heterostructures / P. T. Coleridge, R. Stoner, R. Fletcher // Physical Review B. — 1989. — Т. 39, № 2. — С. 1120.

32. *Ishara, A.* Density and magnetic field dependences of the conductivity of two-dimensional electron systems / A. Ishara, S. L. // Journal of Physics C: Solid State Physics. — 1986. — Т. 19, № 34. — С. 6777—6789.
33. *Coleridge, P. T.* Small angle scattering in two-dimensional electron gases / P. T. Coleridge // Physical Review B. — 1991. — Т. 44, № 8. — С. 3793—3801.
34. *Hirakawa, K.* Concentration of electrons in selectively doped GaAlAs/GaAs heterojunction and its dependence on spacer-layer thickness and gate electric field / K. Hirakawa, H. Sakaki, J. Yoshino // Applied Physics Letters. — 1984. — Т. 45, № 253. — С. 663—665.
35. *Поляновский, В. М.* Об аномальной температурной зависимости амплитуды квантовых осцилляций магнитосопротивления в квазидвумерных системах / В. М. Поляновский // ФТП. — 1988. — Т. 22, № 12. — С. 2230—2232.
36. *Hirakawa, K.* Mobility of the two-dimensional electron gas at selectively doped n-type  $\text{Al}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}/\text{GaAs}$  heterojunctions with controlled electron concentrations / K. Hirakawa, H. Sakaki // Physical Review B. — 1986. — Т. 33, № 12. — С. 8291—8303.
37. *Gold, A.* Scattering time and single particle relaxation time in a disorder two-dimensional electron gas / A. Gold // Physical Review B. — 1988. — Т. 38, № 15. — С. 10798—10811.
38. Spatially modulated photoconductivity at N-AlGaAs/GaAs heterojunctions and formation of persistent charge patterns with submicron dimensions / K. Tsubaki [и др.] // Applied Physics Letters. — 1984. — Т. 45, № 6. — С. 663—665.
39. *Maan, J. C.* Magneto-Optical properties of Superlattices and Quantum Wells / J. C. Maan // Surface Science. — 1988. — Т. 196. — С. 518—532.
40. *Zhang, C.* Theory of magnetotransport in two-dimensional electron systems with unidirectional periodic modulation / C. Zhang, R. R. Gerhardts // Physical Review B. — 1990. — Т. 41, № 18. — С. 12850—12861.
41. *Vasilopoulos, P.* Quantum Magnetotransport of a Periodically Modulated Two-Dimensional Electron Gas / P. Vasilopoulos, F. M. Peeters // Physical Review Letters. — 1989. — Т. 63, № 19. — С. 2120—2123.

42. *Peeters, F. M.* Electrical and thermal properties of a two-dimensional electron gas in a one-dimensional periodic potential / F. M. Peeters, P. Vasilopoulos // Physical Review B. — 1992. — Т. 46, № 8. — С. 4667—4680.
43. Even-odd transition in the Shubnikov–de Haas oscillations in a two-dimensional electron gas subjected to periodic magnetic and electric modulations / J. Shi [и др.] // Physical Review B. — 2002. — Т. 66. — С. 035328.
44. Even-odd filling-factor switching in one-dimensional lateral superlattices / M. Tornow [и др.] // Physical Review B. — 2002. — Т. 54, № 23. — С. 16397—16400.
45. *Zudov, M. A.* Period and phase of microwave-induced resistance oscillations and zero-resistance states in two-dimensional electron systems / M. A. Zudov // Physical Review B. — 2004. — Т. 69, № 4. — 041304(R).
46. Quasiclassical Negative Magnetoresistance of a 2D Electron Gas: Interplay of Strong Scatterers and Smooth Disorder / A. D. Mirlin [и др.] // Physical Review Letters. — 2001. — Т. 87, № 12. — С. 126805.
47. Giant microwave photoresistance of two-dimensional electron gas / P. D. Ye [и др.] // Applied Physics Letters. — 2001. — Т. 79, № 14. — С. 2193—2195.
48. Evidence for a New Dissipationless Effect in 2D Electronic Transport / M. A. Zudov [и др.] // Physical Review Letters. — 2003. — Т. 90, № 4. — С. 046807.
49. *Willett, R. L.* Evidence for Current-Flow Anomalies in the Irradiated 2D Electron System at Small Magnetic Fields / R. L. Willett, L. N. Pfeiffer, K. W. West // Physical Review Letters. — 2004. — Т. 93, № 2. — С. 026804.
50. *Рыжий, В. И.* Особенности фотопроводимости тонких пленок в скрещенных электрическом и магнитном полях / В. И. Рыжий // Физика Твердого Тела. — 1969. — Т. 11, № 9. — С. 2577—2579.
51. *Рыжий, В. И.* Фотопроводимость двумерного электронного газа в сильном магнитном поле / В. И. Рыжий, Р. А. Сурис, Б. С. Щамхалова // Физика и Техника Полупроводников. — 1986. — Т. 20, № 11. — С. 2078—2083.
52. *Дорожкин, С. И.* Фотоотклик в магнетопроводимости высокосоввершенных двумерных электронных систем на облучение электромагнитными волнами миллиметрового диапазона / С. И. Дорожкин // УФН. — 2005. — Т. 175, № 2. — С. 213—218.

53. *Dorozhkin, S. I.* Giant magnetoresistance oscillations caused by cyclotron resonance harmonics / S. I. Dorozhkin // JETP Letters. — 2003. — Т. 77, № 10. — С. 681—685.
54. *Захаров, А. Л.* Явления неустойчивости в полупроводниковом усилителе с отрицательной эффективной массой носителей / А. Л. Захаров // ЖЭТФ. — 1960. — Т. 38. — С. 665.
55. *Волков, А. Ф.* Физические явления в полупроводниках с отрицательной дифференциальной проводимостью / А. Ф. Волков, Ш. М. Коган // Успехи Физических Наук. — 1968. — Т. 96, № 4. — С. 633—672.
56. *Andreev, A. V.* Dynamical Symmetry Breaking as the Origin of the Zero-dc-Resistance State in an ac-Driven System / A. V. Andreev, I. L. Aleiner, A. J. Millis // Physical Review Letters. — 2003. — Т. 91, № 5. — С. 056803.
57. Theory of microwave-induced oscillations in the magnetoconductivity of a two-dimensional electron gas / I. A. Dmitriev [и др.] // Physical Review B. — 2005. — Т. 71. — С. 115316.
58. *Beltukhov, Y. M.* Microwave-Induced Resistance Oscillations as a Classical Memory Effect / Y. M. Beltukhov, M. I. Dyakonov // Physical Review Letters. — 2016. — Т. 116. — С. 176801.
59. Индуцированные микроволновым излучением гигантские осцилляции магнетосопротивления и состояния с нулевым сопротивлением в двумерной электронной системе со средней величиной подвижности / А. А. Быков [и др.] // Письма в ЖЭТФ. — 2006. — Т. 84, № 7. — С. 466—469.
60. Collective response in the microwave photoconductivity of Hall bar structures / E. Vasiliadou [и др.] // Physical Review B. — 1993. — Т. 48, № 23. — С. 17145—17148.
61. Абсолютное отрицательное сопротивление в неравновесной двумерной электронной системе в сильном магнитном поле / А. А. Быков [и др.] // Письма в ЖЭТФ. — 2007. — Т. 86, № 9. — С. 695—698.
62. *Zener, C.* A theory of the Electrical Breakdown of Solid Dielectrics / C. Zener // Proceedings of the Royal Society. — 1934. — Т. 145, № 855. — С. 523—529.
63. *Esaki, L.* New Phenomenon in Narrow Germanium p-n Junctions / L. Esaki // Physical Review Journals. — 1958. — Т. 109, № 2. — С. 603—604.

64. Zener tunneling between Landau orbits in two-dimensional electron Corbino rings / A. A. Bykov [и др.] // Applied Physics Letters. — 2012. — Т. 100. — С. 251602.
65. Effect of a dc electric field on the longitudinal resistance of two-dimensional electrons in a magnetic field / J. Zhang [и др.] // Physical Review B. — 2007. — Т. 75. — 081305(R).
66. Zero differential resistance in two-dimensional electron systems at large filling factors / A. T. Hatke [и др.] // Physical Review B. — 2010. — Т. 82. — 041304(R).
67. Warming in systems with a discrete spectrum: Spectral diffusion of two-dimensional electrons in a magnetic field / N. Romero Kalmanovitz [и др.] // Physical Review B. — 2008. — Т. 78. — С. 085306.
68. *Vavilov, M. G.* Magnetotransport in a two-dimensional electron gas at large filling factors / M. G. Vavilov, I. L. Aleiner // Physical Review B. — 2004. — Т. 69. — С. 035303.
69. *Butcher, P. N.* Theory of stable domain propagation in the Gunn effect / P. N. Butcher // Physics Letters. — 1965. — Т. 19, № 7. — С. 546—547.
70. *Vavilov, M. G.* Nonlinear resistivity of a two-dimensional electron gas in a magnetic field / M. G. Vavilov, I. L. Aleiner, L. I. Glazman // Physical Review B. — 2007. — Т. 76. — С. 115331.
71. Effect of dc and ac excitations on the longitudinal resistance of a two-dimensional electron gas in highly doped GaAs quantum wells / A. A. Bykov [и др.] // Physical Review B. — 2005. — Т. 72. — С. 245307.
72. Magnetotransport in a two-dimensional electron system in dc electric fields / W. Zhang [и др.] // Physical Review B. — 2007. — Т. 75. — 041304(R).
73. Microwave photoresistance of a high-mobility two-dimensional electron gas in a triangular antidot lattice / Z. Q. Yuan [и др.] // Physical Review B. — 2006. — Т. 74. — С. 075313.
74. Нелинейный магнетотранспорт в двумерной системе электронов в квадратной решетке антиточек на основе гетероструктуры GaAs/AlAs / А. А. Быков [и др.] // Письма в ЖЭТФ. — 2014. — Т. 99, № 5. — С. 347—352.

75. Nonlinear effects in a two-dimensional electron gas with periodic lattice of scatterers / G. M. Gusev [и др.] // *JETP Letters*. — 1997. — Т. 65, № 3. — С. 237–241.
76. Resistance Oscillations in Two-Dimensional Electron Systems Induced by Both ac and dc Fields / W. Zhang [и др.] // *Physical Review Letters*. — 2007. — Т. 98. — С. 106804.
77. *Силаев, П. К.* Численные методы для физиков теоретиков / П. К. Силаев, В. А. Ильина. — Институт Компьютерных Исследований, 2004.
78. *Калиткин, Н. Н.* Численные методы / Н. Н. Калиткин. — Наука, 1978.
79. *Brzostowski, B.* Effect of  $\Gamma$ -X interband mixing on the surface electronic structure of GaAs/AlAs superlattices / B. Brzostowski, R. Kucharczyk // *Physical Review B*. — 2003. — Т. 67. — С. 125305.
80. Quantum lifetime of two-dimensional electrons in a magnetic field / S. Dietrich [и др.] // *Physical Review B*. — 2012. — Т. 85. — С. 115312.
81. Magnetoresistance of a two-dimensional electron gas in a strong periodic potential / P. H. Beton [и др.] // *Physical Review B*. — 1990. — Т. 42, № 14. — 9229(R).
82. *Davies, J. H.* Theory of potential modulation in lateral surface superlattices / J. H. Davies, I. A. Larkin // *Physical Review B*. — 1994. — Т. 49, № 7. — С. 4800–4809.
83. Theory of potential modulation in lateral surface superlattices. II. Piezoelectric effect / I. A. Larkin [и др.] // *Physical Review B*. — 1997. — Т. 56, № 23. — С. 15242–15251.
84. Anisotropic piezoelectric effect in lateral surface superlattices / E. Skuras [и др.] // *Applied Physics Letters*. — 1997. — Т. 70, № 7. — С. 871–873.
85. *Gerhardts, R. R.* Quasiclassical calculation of magnetoresistance oscillations of a two-dimensional electron gas in an anharmonic lateral superlattice potential / R. R. Gerhardts // *Physical Review B*. — 1992. — Т. 45. — С. 3449–3454.
86. *Zhang, J. Q.* Nonlinear resistance of two-dimensional electrons in crossed electric and magnetic fields / J. Q. Zhang, S. Vitkalov, A. A. Bykov // *Physical Review B*. — 2009. — Т. 80. — С. 045310.



87. Microwave photoresponse in the two-dimensional electron system caused by intra-Landau-level transitions / S. I. Dorozhkin [и др.] // Physical Review B. — 2005. — T. 71. — 201306(R).
88. *Iñarrea, J.* Driving Weiss oscillations to zero resistance states by microwave Radiation / J. Iñarrea, G. Platero // Applied Physics Letters. — 2008. — T. 93. — C. 062104.