

УЧРЕЖДЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ТВЁРДОГО ТЕЛА РАН

На правах рукописи

Журавлев Андрей Сергеевич

СПЕКТРОСКОПИЯ НЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ СВЕТА  
ВОЗБУЖДЕНИЙ СПИНОВОЙ ПЛОТНОСТИ ДВУМЕРНОЙ  
ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ

01.04.07 — физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель  
доктор физико-математических наук  
Л. В. Кулик

Черноголовка — 2011

## Оглавление

Общая характеристика работы . . . . .	4
Предисловие . . . . .	11
<b>1 Введение</b>	<b>13</b>
1.1 Двумерные электронные системы . . . . .	13
1.2 Кулоновское взаимодействие в квазидвумерных электронных системах . . . . .	19
1.3 Магнитоэкситоны в двумерном электронном газе . . . . .	21
1.4 Примесные $D^-$ комплексы . . . . .	28
1.5 Электронная система вблизи фактора заполнения $\nu = 1$ . . . . .	33
1.6 Экспериментальная методика . . . . .	37
1.6.1 Образцы . . . . .	38
1.6.2 Экспериментальная установка . . . . .	39
1.6.3 Резонансное усиление линий НРС . . . . .	43
<b>2 Исследование холловского ферромагнетика</b>	<b>45</b>
2.1 Циклотронные возбуждения холловского ферромагнетика. Обменно-усиленный $g$ -фактор . . . . .	45
2.2 Термодинамика холловского ферромагнетика . . . . .	55
<b>3 Магнитоэкситоны и квантовые магнитоплазмоны на целочисленных факторах заполнения</b>	<b>63</b>

3.1	Циклотронные возбуждения на целочисленных факторах заполнения . . . . .	63
3.2	Результаты теории возмущений второго порядка . . . . .	70
<b>4</b>	<b>Примесные <math>D^-</math> комплексы. Циклотронные и внутриуровневые возбуждения <math>D^-</math> комплексов</b>	<b>74</b>
4.1	Циклотронные возбуждения $D^-$ комплексов . . . . .	75
4.2	Внутриуровневые возбуждения $D^-$ комплексов . . . . .	79
<b>5</b>	<b>Возбуждения электронной системы вблизи нечетных факторов заполнения</b>	<b>91</b>
5.1	Циклотронная спин-флип мода в ультраквантовом пределе .	91
5.2	Дополнительный спиновый экситон . . . . .	94
<b>6</b>	<b>Заключение и выводы</b>	<b>102</b>
	<b>Литература</b>	<b>104</b>

## Общая характеристика работы

### Объект исследования и актуальность темы.

Двумерные электронные системы (ДЭС) являются модельным объектом для изучения многочастичных эффектов в твердом теле. Технологический прогресс в методиках создания двумерных электронных систем приводит, во-первых, к улучшению свойств уже хорошо освоенных объектов исследований (упомянем достижение рекордных значений подвижности электронов до  $5.5 \times 10^7 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$  в гетероструктурах GaAs/AlGaAs и, как следствие, к наблюдению новых физических эффектов. Следует отметить, такие недавние реализации двумерных систем, как графен [1], а также квантовые ямы на основе HgTe/CdTe [2], открывают новые направления исследований в физике твердого тела.

Коллективным возбуждением двумерной электронной системы в сильном перпендикулярном магнитном поле являются магнитоэкситоны. Появившиеся на заре становления физики низкоразмерных систем работы [3, 4] заложили основу теории магнитоэкситонов. В дальнейшем, с повышением качества исследуемых объектов, эти работы нашли экспериментальные подтверждения, давшие, в свою очередь, стимул к дальнейшему развитию теории. Однако экспериментально исследована только часть возбуждений, что связано с низкой подвижностью электронов и ограничениями на существующие методы исследования. Большинство возбуждений неактивны в процессах поглощения электромагнитного возбуждения и не

регистрируются методами инфракрасной спектроскопии. В связи с этим все большую актуальность приобретают исследования магнитоэкситонов методом неупругого рассеяния света.

Существует ряд точных решений задачи о магнитоэкситонах при целочисленных (сравнительно небольших) факторах заполнения [5, 6]. Вместе с тем даже такая, на первый взгляд, простая физическая задача, как построение спектра магнитоэкситонов, до сих пор решена лишь частично. Оказывается, что простой вид имеют только дисперсии магнитоэкситонов с изменением спинового или орбитального квантового числа электронной системы на единицу. Увеличение числа заполненных уровней Ландау приводит к существенным усложнениям задачи о возбуждениях в ДЭС. Учет размерных эффектов и конечности достижимых магнитных полей, а также рассмотрение случайного потенциала в реальных двумерных системах вносят дополнительные вычислительные сложности в задачу о возбуждениях ДЭС. Наконец, малые отклонения фактора заполнения от целочисленного изменяют, по-видимому, основное состояние электронной системы столь сильно, что теоретические подходы, развитые для расчета возбуждений при целочисленных факторах заполнения, перестают работать. Заметим что, помимо возбуждений свободных электронов в спектре неупругого рассеяния света существуют линии, связанные с возбуждениями электронов, локализованных на заряженных примесях. Наличие таких примесей существенно влияет на состояние электронной системы, особенно в квантовых ямах с низкой концентрацией электронов.

В цели диссертационной работы входило:

1. Исследование спектра неупругого рассеяния света двумерной электронной системы в широком диапазоне факторов заполнения и электронной концентрации.
2. Изучение свойств коллективных возбуждений двумерного электронного газа, имеющих спиновую природу.
3. Изучение возбуждений барьерных  $D^-$  центров.

Для достижения этих целей требовалось решение следующих задач:

1. Создание экспериментальных образцов со специфическими параметрами роста.
2. Наблюдение спектров неупругого рассеяния света двумерных систем при температурах 0.3–10 К, магнитных полях 0–15 Тл, при разных длинах волн и мощностях оптической накачки, а также при различных импульсах, передаваемых электронной системе.
3. Установление зависимости характеристик получаемых спектров от свойств исследуемой системы и условий эксперимента.

Научная новизна. В данной работе исследована циклотронная спин-флип мода в холловском ферромагнетике, впервые построена фазовая диаграмма холловского ферромагнетика. Впервые обнаружены циклотронные возбуждения с энергией меньше циклотронной энергии на целочисленных факторах заполнения. Обнаружен магнитоплазмон, имеющий существенно квантовую природу. Впервые исследованы внутриуровневые и циклотронные

возбуждения интерфейсных  $D^-$  комплексов. Обнаружен новый спиновый экситон в окрестностях нечетных факторов заполнения.

Практическая ценность данной работы определяется полученными новыми экспериментальными результатами, дающими информацию об устройстве энергетического спектра возбуждений и основного состояния двумерных электронных систем. Вопросы локализации электронных комплексов представляются важными не только для более глубокого понимания фундаментальных аспектов физики низкоразмерных структур, но и с точки зрения практического применения при создании и разработке новых приборов и устройств полупроводниковой оптоэлектроники и микроэлектроники.

Основные положения, выносимые на защиту, состоят в следующем:

1. Исследованы свойства циклотронной спин-флип моды, возбуждения, связанного с одновременным изменением орбитального и спинового квантовых чисел в состоянии холловского ферромагнетика  $\nu = 1$ . Измерены обменные поправки к энергии возбуждений в зависимости от магнитного поля.
2. Исследована термодинамика холловского ферромагнетика при  $\nu = 1$ . Определены условия существования и механизм разрушения ферромагнитного упорядочивания в системе. Построена соответствующая фазовая диаграмма.
3. Обнаружены и исследованы циклотронные возбуждения спин-синглетных и спин-триплетных барьерных  $D^-$  комплексов. Измерен кулоновский вклад в их энергию в широком диапазоне концентраций и магнитных полей. Сделаны оценки характерной концентрации барьерных  $D^-$  комплексов.
4. Обнаружены и исследованы внутриуровневые возбуждения барьерных  $D^-$  комплексов. Определена зависимость основного состояния  $D^-$  комплекса от магнитного поля и ширины ямы. Определено положение примесей, образующих  $D^-$  центр относительно центра ямы.
5. При целочисленных факторах заполнения обнаружены циклотронные возбуждения, энергии которых при нулевом импульсе имеют энергии меньше циклотронной.



6. Обнаружен антифазный плазмон на нечетных факторах заполнения, являющийся существенно квантовым возбуждением. Установлена величина кулоновской поправки в энергии циклотронных возбуждений в зависимости от фактора заполнения.
7. Обнаружены новые спиновые возбуждения в электронной системе вблизи нечетных факторов заполнения, энергии которых существенно меньше одночастичной зеемановской энергии, что свидетельствует о нетривиальном магнитном упорядочении основного состояния электронной системы вблизи нечетных факторов заполнения.

Личный вклад автора. Автор непосредственно участвовал в постановке задач исследований, изготовлении экспериментальных образцов, в выполнении измерений и обсуждении полученных результатов. Диссертационная работа выполнена в лаборатории неравновесных электронных процессов ИФТТ РАН в период с 2005 по 2011 г.

Апробация работы. Результаты работы докладывались и обсуждались на конференциях:

1. Конференция, посвященная 70-летию В. Б. Тимофеева (2006 г.)
2. VIII Российская конференция по физике полупроводников (2007 г.)
3. IX Российская конференция по физике полупроводников (2009 г.)

Публикации. Основные результаты опубликованы в 6 статьях [7–12], список которых приведен в конце диссертации. Работы, вошедшие в диссертацию, были выполнены при поддержке РФФИ Минобрнауки и программ Президиума РАН

Объем и структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав и заключения. Общий объем диссертации 113 страниц текста, включая 32 рисунка и списка литературы из 84 наименований.

Я благодарю моего научного руководителя Леонида Викторовича Кулика за предложение интересной темы диссертационной работы, всестороннюю поддержку в проведении экспериментов и помощь в интерпретации результатов, Вадима Кирпичева за помощь в овладении экспериментальной техникой, Игоря Кукушкина за поддержку и создание замечательного коллектива, Александра Ванькова, Илью Дроздова и Кирила Овчинникова за совместную плодотворную работу и весь коллектив ЛНЭП за теплую и дружескую атмосферу.

## Предисловие

В данной диссертации представлены экспериментальные результаты исследования спектра неупругого рассеяния света двумерной электронной системы, изучения новых свойств коллективных возбуждений двумерной электронной системы в режиме квантового эффекта Холла, а также исследования свойств примесных интерфейсных комплексов.

В первой главе приводится обзорное описание основных экспериментальных и теоретических результатов исследований возбуждений и основного состояния двумерного электронного газа в режиме КЭХ и электронных комплексов, локализованных на положительной примеси. Описаны методы неупругого рассеяния света и характеристики измерительной аппаратуры. Описан метод приготовления и характеристики образцов.

Вторая глава посвящена результатам исследования коллективных возбуждений холловского ферромагнетика. Полученные данные позволяют оценить обменную энергию электронов.

В третьей главе рассматриваются циклотронные магнитоэкситоны при целочисленных факторах заполнения с большим числом заполненных спиновых подуровней. В таких системах возможны переходы как с верхнего заполненного, так и с нижних спиновых подуровней.

Четвертая глава содержит результаты исследования барьерных  $D^-$  комплексов. Полученные данные позволяют оценить концентрацию комплексов и местоположение заряженного центра в гетероструктуре.

В пятой главе обсуждается поведение ДЭС вблизи нечетных факторов заполнения. Исследуется низкоэнергетический спектр возбуждений ДЭС. Описываются свойства дополнительной спиновой моды.

В заключении перечислены основные результаты работы и сформулированы выводы.

# 1. Введение

## 1.1. Двумерные электронные системы

В результате ограничения движения в одном из пространственных направлений электроны могут свободно двигаться только вдоль плоскости. В поперечном направлении частицы находятся в потенциальной яме, а их энергетический спектр разбивается на совокупность подзон размерного квантования. В случае если энергия межподзонного расщепления превосходит характерный масштаб температур и энергию Ферми, такая система становится эффективно двумерной.

Двумерные электронные системы реализуются различными способами: в неоднородных полупроводниках (МДП-структуры, гетеропереходы, инверсионные слои), в проводящих пленках толщиной несколько атомных слоев (например в графене [1]), над поверхностью жидкого гелия. Многообразие наблюдаемых свойств двумерных электронных систем в значительной мере обусловлено возможностью регулировать и легко менять в широких пределах плотность электронов, например с помощью электрических затворов. Причем, в зависимости от плотности, электронная система может оказаться как невырожденной, так и вырожденной. Ключевым отличием двумерных структур от трехмерных является высокая подвижность электронов, благодаря которой возможно наблюдение многочастичных квантовых явлений. Самыми высокоподвижными на сегодняшний день являются

электронные системы, образованные в гетеропереходах и квантовых ямах (КЯ) на основе GaAs/AlGaAs. В таких структурах слой легирующих доноров располагается в барьере и пространственно отделен от двумерного канала, поэтому электроны в двумерном канале движутся практически без рассеяния на примесях. В современных структурах подвижности могут достигать  $5 \times 10^7 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ .

Приложение внешнего магнитного поля, ориентированного перпендикулярно плоскости 2D-системы, приводит к квантованию движения электронов в плоскости, при этом энергетический спектр становится полностью дискретным. Плотность состояний представляет собой набор  $\delta$ -функций (уровней Ландау), разделенных циклотронной энергией  $\hbar\omega_C = eB/m^*c$ . Учет спина электрона приводит к расщеплению уровней Ландау на спиновые подуровни, разделенные Зеемановской щелью ( $E_Z = |g\mu_B B_{tot}|$ ). Кратность вырождения спинового подуровня равна  $\mathcal{N} = A/2\pi l_B^2 = (eB/2\pi\hbar c)A$ , где  $A$  — площадь образца, а  $l_B = (\hbar c/eB)^{1/2}$  — магнитная длина. Основное состояние ДЭС из  $N$  электронов принято описывать фактором заполнения  $\nu = N/\mathcal{N}$ . В реальных 2D-системах из-за взаимодействия электронов со случайным потенциалом уровни Ландау приобретают конечную ширину, а распределение одночастичной плотности состояний определяется характером неоднородностей [13]. Появление щелей в электронной плотности состояний приводит к таким фундаментальным макроскопическим явлениям, как целочисленный и дробный квантовый эффект Холла (КЭХ) [14, 15].

Целочисленный квантовый эффект Холла (ЦКЭХ) проявляется при низких температурах и в достаточно сильных магнитных полях, перпендикулярных плоскости ДЭС, и сопровождается возникновением плато в хол-

ловском сопротивлении (отношении поперечного напряжения к продольному току). Холловским плато при  $T = 0$  соответствуют нули продольного сопротивления. Это явление коррелирует с возникновением одночастичных щелей в спектре 2D-электронов в магнитном поле — циклотронных, спиновых, долинно-орбитальных. Целочисленный КЭХ есть явление одноэлектронное и обусловлено специфической структурой 2D-электронного спектра в поперечном магнитном поле при наличии случайного потенциала, а именно, практически все состояния в щелях энергетического спектра сильно локализованы, а бездиссипативный холловский ток переносят несколько протяженных делокализованных состояний, сосредоточенных в узкой области вблизи центров уровней Ландау [16, 17]. При изменении фактора заполнения уровень Ферми электронов  $E_F$  перемещается относительно уровней Ландау. При этом, когда  $E_F$  находится в области локализованных состояний,  $\sigma_{xx} = 0$  при  $T = 0$ , поскольку  $\sigma_{xx}$  определяется только свободными электронами на поверхности Ферми. Напротив,  $\sigma_{xy} \neq 0$ , так как за счет дрейфа носителей в скрещенных полях  $E$  и  $B$  имеется вклад в  $\sigma_{xy}$  от всех подвижных состояний, имеющих на всех уровнях Ландау под поверхностью Ферми. Поскольку при изменении  $E_F$  в области локализованных состояний заполнение подвижных состояний не изменяется, то остается неизменной и величина  $\sigma_{xy}$ . Когда же  $E_F$  проходит область подвижных состояний, то  $\sigma_x \neq 0$  и происходит переход от одного плато в  $\sigma_{xy}$  на другое. Точность квантования холловской проводимости обусловлена тем обстоятельством, что в 2D-системах проводимость может быть представлена топологическим инвариантом, не зависящим от случайного потенциала дефектов, всегда присутствующих в реальных 2D-системах.

Помимо плато на целочисленных факторах заполнения, в магнито-транспортных измерениях на совершенных структурах с высокоподвижным 2D-электронным газом, в области  $\nu < 1$  была обнаружена тонкая структура в магнитотранспортных кривых, а именно, были обнаружены новые плато и нули проводимости и удельного сопротивления при дробных факторах заполнения  $\nu = p/m$  ( $p$  — целое,  $m$  — целое нечетное число). Оказалось, что дробный КЭХ наблюдается при температурах значительно более низких, чем целочисленный. Это указывало на то, что в энергетическом спектре 2D-электронов существуют новые по своей природе щели, появление которых нельзя понять в рамках простого одноэлектронного описания. Вскоре дробный КЭХ был объяснен как следствие взаимодействия между электронами, которое приводит к возникновению сильно коррелированных многоэлектронных состояний [18]. Для подмножества дробных факторов заполнения вида  $\nu = 1/m$  с нечетными знаменателями Лафлин предложил модельную многочастичную волновую функцию основного состояния, которая дается выражением:

$$\Psi_m(z_1, \dots, z_N) = \prod_{j < k}^N (z_j - z_k)^m \cdot \exp\left(-\frac{1}{4l_B^2} \sum_i^N |z_i|^2\right), \quad (1.1)$$

где  $z_i = x_i + iy_i$  — комплексная координата  $i$ -й частицы в плоскости. Как было показано в работе [19], для короткодействующего потенциала межэлектронного взаимодействия, функция Лафлина описывает точное основное состояние системы взаимодействующих электронов. Лафлиновские состояния называют несжимаемыми квантовыми жидкостями, поскольку в них отсутствует дальний порядок между электронами, а их несжимаемость понимается в том смысле, что для изменения плотности или фактора за-



полнения требуется затратить энергию масштаба соответствующей щели, которая отделяет основное состояние от непрерывного спектра квазичастичных возбуждений. Согласно теории Лафлина [18], такие необычные состояния электронной квантовой жидкости существуют исключительно при рациональных дробных факторах заполнения с нечетными знаменателями. Условие на нечетность  $m$  возникает из принципа Паули, который требует антисимметричности волновой функции. В соответствии с электронно-дырочной симметрией, дырочные состояния квантовой жидкости существуют при  $\nu = 1 - 1/m$ . В рамках многоэлектронной теории [20] квазичастичные возбуждения в режиме дробного КЭХ несут дробный заряд  $e^* = e/m$ . Таким образом, в отличие от одноэлектронных щелей — циклотронных, спиновых и долинно-орбитальных, оперирующих в целочисленном КЭХ, в режиме дробного КЭХ щели имеют кулоновскую природу и связаны с межчастичным взаимодействием. Масштабы кулоновских щелей очень малы ( $\leq 1$  мэВ), поэтому такие состояния обнаруживаются лишь в высокоподвижных (более  $10^6$  см<sup>2</sup>/(В·с)) 2D электронных системах и при очень низких температурах (менее 1 К). Несмотря на жесткость требований к условиям наблюдения дробного КЭХ, в магнитотранспортных экспериментах найдены целые семейства таких состояний [21] вплоть до фактора заполнения  $\nu = 1/7$ .

Попытки классифицировать и объяснить сложную иерархию наблюдаемых дробных состояний КЭХ привели к созданию концепции композитных фермионов. Центральным аспектом этой теории является описание сложной взаимодействующей системы электронов на нижайшем уровне Ландау на языке новых квазичастиц. Эти частицы получили название ком-

позитных фермионов, которые наиболее наглядно можно представить как связанное состояние электрона и четного ( $2l$ ) числа квантов магнитного потока. В терминах многочастичной волновой функции это означает, что по относительной координате каждой пары электронов общая волновая функция имеет  $2l$  узлов. Основные качественные особенности теории композитных фермионов заключаются в следующем. В композитных фермионах электроны захватывают по  $2l$  узлов. Это приводит к эффективному экранированию электронов, поскольку узлы формируют корреляционную дырку вокруг каждого электрона. Композитные фермионы слабо взаимодействуют друг с другом. Фактически, их можно рассматривать как систему обыкновенных слабо взаимодействующих фермионов, что делает уместным описание сильно взаимодействующей квантовой жидкости на нижнем уровне Ландау на стандартном одночастичном языке. Захват нескольких квантов магнитного потока приводит к частичной компенсации эффективного магнитного поля, действующего на композитные фермионы. В результате композитные фермионы движутся в эффективном поле:

$$B^* = B - 2l\phi_0 n_s, \quad (1.2)$$

где  $\phi_0 = hc/e$  — квант магнитного потока. Подобно свободным фермионам в магнитном поле, композитные фермионы располагаются на последовательности уровней Ландау, соответствующих этому эффективному магнитному полю. Композитные фермионы могут заполнять несколько своих «уровней Ландау», в то время как электроны располагаются на нижайшем уровне Ландау. Факторы заполнения электронов и композитных фермио-

нов даются соответственно выражениями:

$$\nu = \frac{n_s \phi_0}{B}, \quad \nu^* = \frac{n_s \phi_0}{|B^*|}, \quad (1.3)$$

которые, согласно (29), связаны следующим образом:

$$\nu = \frac{\nu^*}{2l\nu^* \pm 1}. \quad (1.4)$$

Семейства дробей, соответствующих состояниям целочисленного КЭХ для композитных фермионов (целые  $\nu^*$ ), отвечают состояниям дробного КЭХ для электронов на нижнем уровне Ландау, наблюдаемым в экспериментах [22–25].

## 1.2. Кулоновское взаимодействие в квазидвумерных электронных системах

Взаимодействие электронов, ограниченных в одном пространственном направлении, имеет вид  $V(r) = e^2/\epsilon r$ , где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды. Фурье-компонента этого потенциала в двух измерениях дается выражением  $2\pi V(q) = 2\pi e^2/\epsilon q$ . Данное выражение верно только для случая двумерных электронов (для которых огибающая волновая функция в  $z$ -направлении является  $\delta$ -функцией). Ненулевой пространственный размер огибающей волновой функции в  $z$ -направлении приводит к существенным количественным поправкам. В пренебрежении разницей диэлектрических проницаемостей GaAs и  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  ( $\epsilon(x) = 12.90 - 2.84x$ ), эффективное взаимодействие квазидвумерных электронов принимает вид:

$$V^{eff}(r) = \frac{e^2}{\epsilon} \int dz_1 \int dz_2 \frac{|\psi(z_1)|^2 |\psi(z_2)|^2}{[r^2 + (z_1 - z_2)^2]^{1/2}}, \quad (1.5)$$

где  $\psi(z)$  — огибающая волновая функция в  $z$ -направлении.

Соответствующая Фурье-компонента потенциала имеет вид:

$$2\pi V^{eff}(q) = F(q) \frac{2\pi e^2}{\epsilon q}, \quad (1.6)$$

где форм-фактор  $F(q)$  дается выражением:

$$F(q) = \int dz_1 \int dz_2 |\psi(z_1)|^2 |\psi(z_2)|^2 e^{-q|z_1 - z_2|}. \quad (1.7)$$

В пределе нулевой толщины электронного слоя  $F(q) \equiv 1$  и кулоновский потенциал приобретает вид, характерный для идеальной двумерной системы. В реальных квазидвумерных структурах форм-фактор  $F(q)$  — монотонно убывающая функция импульса, поэтому эффективное кулоновское взаимодействие между двумерными электронами оказывается ослабленным.

Таким образом, для нахождения эффективного кулоновского взаимодействия необходимо знать огибающую волновой функции в  $z$ -направлении. Необходимую для вычисления форм-фактора волновую функцию  $\psi(z)$  можно получить в приближении локальной плотности. Полные волновые функции электронов в этом случае факторизуются  $\Psi(r, z) = \phi(r)\psi(z)$ . В случае квантовой ямы профиль  $\psi(z)$  зависит от ширины КЯ, высоты потенциальных барьеров, а также от плотности электронов в КЯ. При ненулевой плотности электронов профиль дна ямы изгибается, так что, с одной стороны, он зависит от значения локальной электронной плотности  $|\psi(z)|^2$ , а с другой стороны, решение уравнения Шредингера для  $\psi(z)$  зависит от формы ограничивающего потенциала. Поэтому для нахождения

волновых функций и энергий подзон размерного квантования  $E_n$  необходимо проводить самосогласованное решение одномерных уравнений Пуассона и Шредингера при заданных параметрах квантовой ямы и концентрации двумерных электронов [26]:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V_{ext}(z) + V_{sc}(z) \right) \psi(z) + V_X(\psi(z)) = E_n \psi(z) \quad (1.8)$$

$$\frac{d^2}{dz^2} (V_{ext}(z) + V_{sc}(z)) = \frac{4\pi e^2}{\varepsilon} (N_D(z) - n(z)), \quad (1.9)$$

где  $V_{ext}(z)$  — ограничивающий потенциал структуры,  $V_{sc}(z)$  — самосогласованный потенциал, обусловленный распределением электронной плотности,  $V_X(\psi(z))$  — обменно-корреляционный член,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость материала структуры,  $N_D(z)$  — плотность ионизованных доноров в барьере,  $n(z) = n_S |\psi(z)|^2$  — трехмерная плотность электронов.

### 1.3. Магнитоэкситоны в двумерном электронном газе

Нейтральными возбуждениями ДЭС, помещенных в магнитное поле, являются магнитоэкситоны, представляющие собой связанные состояния электрона, перенесенного с заполненного уровня Ландау на один из вышележащих пустых уровней, и дырки на ранее заполненном уровне Ландау, образовавшейся в результате этого перехода [5, 27–29].

Рассмотрим возбуждения, связанные с переходом электрона с заполненного спинового подуровня на один из вышележащих пустых подуровней. При этом возможно изменение орбитального квантового числа  $m = n' - n$  (изменение номера уровня Ландау), а также изменение проекции полного спина на ось магнитного поля  $\delta S_Z$ . В пренебрежении электрон-электронным взаимодействием энергия такого возбуждения складывается

из изменения кинетической энергии  $m\hbar\omega_C$  а также зеемановской энергии  $|g\mu_B B_{tot}|\delta S_Z$ .

Магнитоэкситон является нейтральным образованием, его энергия зависит от сохраняющейся величины — обобщенного импульса  $q$ :

$$\mathbf{q} = \left( -i\hbar(\nabla_1 + \nabla_2) - \frac{e}{c}(\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1) \right) - \frac{e}{c}\mathbf{B} \times (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1), \quad (1.10)$$

где индексы 1 и 2 обозначают отрицательно и положительно заряженные частицы,  $\mathbf{A}_{1,2}$  — векторные потенциалы магнитного поля,  $\mathbf{r}_{1,2}$  — радиус-векторы частиц. Эффективное расстояние между электроном и дыркой пропорционально величине обобщенного импульса:  $\langle \Delta \mathbf{r} \rangle = l_B^2 \mathbf{q} \times \hat{\mathbf{z}}$ , где  $\hat{\mathbf{z}}$  — вектор нормали к плоскости. Учет электрон-электронного взаимодействия приводит к различным поправкам в энергию магнитоэкситона. Таким образом, состояние магнитоэкситона определяется набором квантовых чисел  $m, \delta S_Z, \mathbf{q}$ . В общем случае энергия возбуждения может быть представлена в виде

$$E_{n,n'}(q) = \hbar\omega_c(n' - n) + g\mu_B B \Delta S_z + \Delta E_{n,n'}(q), \quad (1.11)$$

где  $\Delta E_{n,n'}$  порядка  $E_c$ .

В соответствии с теоремой Кона [30] частота циклотронного резонанса в трансляционно-инвариантной системе не зависит от межэлектронного взаимодействия, поэтому магнитоплазменная мода  $m = 1, \delta S = 0, \delta S_Z = 0$ , при  $\mathbf{q} = 0$  имеет энергию, равную энергии циклотронного резонанса  $\hbar\omega_C$ . Утверждение, аналогичное теореме Кона, верно также и для спинового экситона (спиновой волны) с  $m = 0, \delta S = 1, \delta S_Z = 1$  (теорема Лармора). Энергия спинового экситона при  $\mathbf{q} = 0$  равна зеемановской энергии  $E_Z$ . Эти утверждения следуют из свойств операторов рождения соответствующих

возбуждений. Так, оператор рождения спинового экситона с  $\mathbf{q} = 0$  в представлении вторичного квантования имеет вид  $\hat{K}_{1,1}^\dagger = \sum_{n,p} \sqrt{n+1} c_{n,p,\uparrow}^\dagger c_{n,p,\downarrow}$ , где  $c_{\dots}^\dagger, c_{\dots}$  — фермиевские операторы рождения и уничтожения электрона в состоянии  $(n, p, \sigma = \uparrow, \downarrow)$  (использована калибровка Ландау). Гамильтониан имеет вид  $\hat{H}_{tot} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int}$ , где  $\hat{H}_0 = \sum_{n,p,\sigma} [(n+1/2)\hbar\omega_C - |g\mu_B B|\sigma] c_{n,p,\sigma}^\dagger c_{n,p,\sigma}$  — оператор кинетической энергии, а  $\hat{H}_{int} = \mathcal{N}^{-1} \sum_{\substack{p,p',\mathbf{q} \\ n,m,l,k,\sigma_1,\sigma_2}} V_{nmlk}(q) \exp[iq_x(p' - p)] c_{n,p+q_y,\sigma_1}^\dagger c_{m,p',\sigma_2}^\dagger c_{l,p'+q_y,\sigma_2} c_{k,p,\sigma_1}$  — оператор кулоновского взаимодействия. Здесь  $V_{nmlk}(\mathbf{q}) = V(q) h_{nk}(\mathbf{q}) h_{lm}^*(\mathbf{q})$ ,  $V(q)$  — Фурье-компонента потенциала, усредненная по огибающей волновой функции электронов в  $z$ -направлении, а  $h_{nk}(\mathbf{q}) = \frac{[\min(n,k)!]}{[\max(n,k)!]} 1/2 \left[ \frac{iq_x + q_y \text{sign}(n-k)}{\sqrt{2}} \right]^{|n-k|} e^{-q^2/4} L_{\min(n,k)}^{|n-k|}(q^2/2)$ ,  $L_m^n$  — полином Лаггера.

Коммутатор оператора кинетической энергии с оператором рождения спинового экситона равен  $[\hat{H}_0, \hat{K}_{1,1}^\dagger] = g\mu_B B \hat{K}_{1,1}^\dagger$ , а коммутатор  $[\hat{H}_{int}, \hat{K}_{1,1}^\dagger] = 0$ , из чего следует, что поправки в энергию спинового экситона с  $\mathbf{q} = 0$  занулятся во всех порядках теории возмущений. Аналогично, оператор рождения магнитоплазмона с  $\mathbf{q} = 0$ ,  $m = 1$ ,  $\delta S = 0$ ,  $\delta S_Z = 0$  дается выражением  $\hat{K}_{0,0}^\dagger = \sum_{n,p} \sqrt{n+1} [c_{n+1,p,\uparrow}^\dagger c_{n,p,\uparrow} + c_{n+1,p,\downarrow}^\dagger c_{n,p,\downarrow}]$ . И для этого оператора верны коммутационные соотношения  $[\hat{H}_0, \hat{K}_{0,0}^\dagger] = \hbar\omega_C \hat{K}_{0,0}^\dagger$ ,  $[\hat{H}_{int}, \hat{K}_{0,0}^\dagger] = 0$ . Таким образом, для магнитоплазменной моды в длинноволновом пределе справедлива теорема Кона.

При этом дисперсионные зависимости как магнитоплазмона, так и спинового экситона определяются именно кулоновским взаимодействием. В пределе сильного магнитного поля, когда циклотронная энергия  $\hbar\omega_c$  ( $\omega_c = eB/m^*c$ ,  $m^*$  — эффективная масса электрона) много больше ку-

лоновской:  $E_c = e^2/\epsilon l_B$  ( $l_B$  — магнитная длина), дисперсионные зависимости магнитоплазмона и спинового экситона выражаются аналитически в первом порядке теории возмущений по параметру  $r_c = E_C/\hbar\omega_c$  [?]. При  $ql_B \ll 1$

$$E_{MP}(q) = \hbar\omega_c + \frac{e^2\nu}{2\epsilon l_B} ql_B, \quad (1.12)$$

$$E_S(q) = g\mu_B B + \alpha q^2, \quad (1.13)$$

где  $\nu = n_{2D} 2\pi l_B^2$  — фактор заполнения, а  $g$  — фактор Ландэ.

Подробное исследование спектров возбуждений ДЭС в сильном магнитном поле было проведено в работах [5] и [6]. Рассмотрение только целочисленных факторов заполнения, при которых основное состояние невырождено, существенно упрощает вычисления и позволяет в ряде случаев провести их совершенно корректно.

При четном заполнении состояния с разными спинами заполнены одинаково, основное состояние характеризуется полным спином  $S = 0$ , а возбуждения с  $\delta m = 1$  могут быть классифицированы как синглетные и триплетные. Синглетный магнитоэкситон с  $\delta m = 1$  — это коновский магнитоплазмон. Энергия магнитоплазмона определяется полюсами функции отклика зарядовой плотности. Триплетный магнитоэкситон определяется полюсами функции отклика для спиновой плотности.

При нечетном заполнении, когда основное состояние системы имеет разное заполнение для двух спинов, классификация возбуждений на синглетные и триплетные некорректна. В этом случае при  $\delta n = 1$  существуют два типа магнитоплазменных волн — синфазные (коновские) и антифазные, соответствующие полюсам зарядовой функции отклика. При нечет-



ных факторах заполнения существуют также возбуждения с  $\delta n = 0$ . Это возбуждения с изменением спинового квантового числа ДЭС на единицу, аналогичные спиновым волнам в ферромагнетике.

При отсутствии примесей и при  $T = 0$  магнитоэкситоны и спиновые волны — возбуждения с бесконечным временем жизни, поскольку не существует других возбужденных состояний ДЭС с такими же энергией, импульсом и спином. В случае магнитоэкситонов с  $\delta n + |\delta S_z| > 1$ , строго говоря, необходимо учитывать распад магнитоэкситонов на другие возбуждения с сохранением энергии, волнового вектора, проекции спина и орбитального момента. Взаимодействие с другими возбуждениями ДЭС не только влияет на время жизни магнитоэкситонов, но и изменяет их дисперсионные зависимости. В этом случае следует говорить о многоэкситонном комплексе в ДЭС, энергию которого можно найти в рамках двухэкситонного приближения [1]. В рамках традиционной теории магнитоэкситонов двухэкситонными поправками обычно пренебрегают.

В этом случае гамильтониан ДЭС в магнитном поле имеет вид:

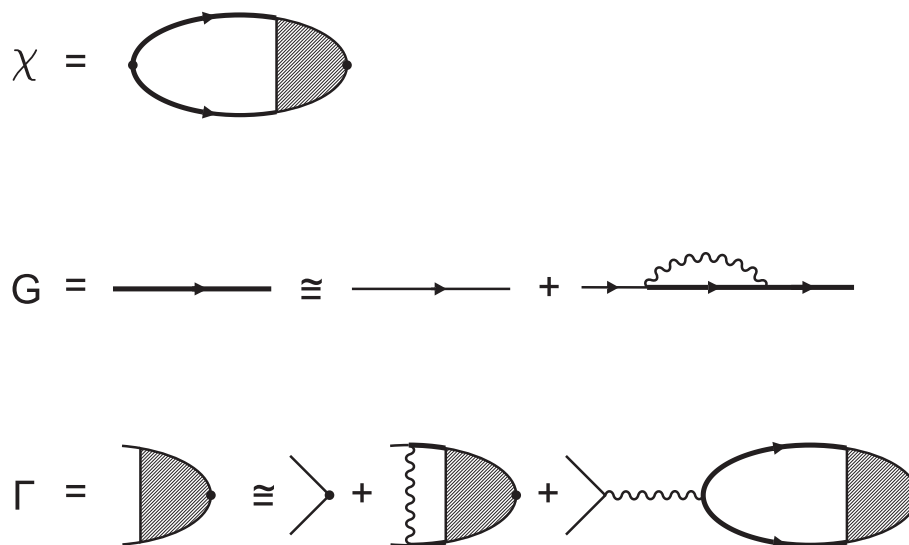
$$\hat{H} = \sum ((n + 1/2)\omega_c)\hat{a}_{\sigma nk}^+\hat{a}_{\sigma nk} + \hat{H}_{int}, \quad (1.14)$$

где  $\hat{a}_{\sigma nk}^+$ ,  $\hat{a}_{\sigma nk}$  операторы рождения и уничтожения электронов на  $n$ -м уровне Ландау,  $k$  — параметр, обозначающий вырожденные состояния в пределах одного уровня Ландау (используется калибровка Ландау). Волновые функции электронов в одночастичном приближении

$$\phi_{n,k} = N^{-1/2}e^{iky} \exp\left[-\frac{(x + kl_B^2)^2}{2l_B^2}\right] H_n((x + kl^2)/l_B) \quad (1.15)$$

( $N$  — нормировочный коэффициент,  $H_n$  — полиномы Эрмита) Гамильтониан взаимодействия электронов в магнитном поле  $H_{int}^H$  определяется матрич-

ными элементами Кулоновского взаимодействия  $V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$  по этим функциям.



**Рис. 1.1.** Приближение сильного поля для функции отклика  $\chi(\mathbf{q}, \omega)$ .  $\Gamma_{\alpha\beta}(k, k', \mathbf{q}, \omega)$  — вершинная часть и  $G_{\alpha}(\omega)$  (жирная линия) — одночастичная гриновская функция. Тонкие линии со стрелками соответствуют одночастичным функциям Грина для невзаимодействующих частиц и волнистые линии представляют голое (неэкранированное) кулоновское взаимодействие.

В диаграммном формализме функции отклика зарядовой и спиновой плотности могут быть записаны в терминах одночастичной функции Грина для электрона в магнитном поле  $G_{\alpha}(\omega)$ , где  $\alpha = n_{\alpha}, \sigma_{\alpha}$  — номер уровня Ландау и спиновый индекс, и вершинной части  $\Gamma_{\alpha\beta}(k, k', q, \omega)$ , представляющей сумму лестничных и петлевых диаграмм (рис. 1.1), при этом одночастичная функция Грина включает обменные поправки. В первом порядке теории возмущений вклад кулоновского взаимодействия в энергию возбуждений состоит из трех членов, соответствующих представленным на рисунке 1.1 диаграммам:

- 1) Постоянный, не зависящий от импульса и энергии возбуждения,

член, представляющий разность обменных собственных энергий возбужденного электрона и дырки на уровне Ландау, откуда электрон был удален:

$$\Sigma_{n'} - \Sigma_n.$$

2) Прямое кулоновское взаимодействие электрона и дырки, зависящее от импульса возбуждения (второй член в графическом уравнении для вершинной части  $\Gamma$ , соответствующий учету лестничных диаграмм).

3) «Аннигиляционный» член, учитывающийся в RPA-приближении (последний член в графическом уравнении для  $\Gamma$ ). Этот член существует только для возбуждений зарядовой плотности без изменения спина.

В случае, когда имеется несколько экситонных ветвей, рассматриваемые три члена представляют собой матрицы. В приближении Хартри–Фока вводятся соответствующие операторы для рождения возбуждений с импульсом  $q$

$$\hat{Q}_{nm\sigma\sigma'}(q) = \sum_k \hat{a}_{i'\sigma',m,k+q}^+ \hat{a}_{\sigma,n,k} \quad (1.16)$$

и соответствующее уравнение для энергии

$$\langle \hat{Q}_Y^+(q) [\hat{H} \hat{Q}_{Y'}(q)] \rangle - \omega(q) \hat{I} = 0. \quad (1.17)$$

В случае нецелочисленного заполнения основное состояние системы без учета взаимодействия невырождено. Строгого рассмотрения задачи о возбуждениях ДЭС в этом случае не существует. При расчетах спектров возбуждений используются приближение Хартри–Фока [31–33], при котором считается, что электроны распределены однородно (все конфигурации равновероятны, и корреляций нет), и одномодовое приближение SMA (single-mode approximation) [29, 34, 35], в котором учитываются корреляции между электронами через парную корреляционную функцию (структур-

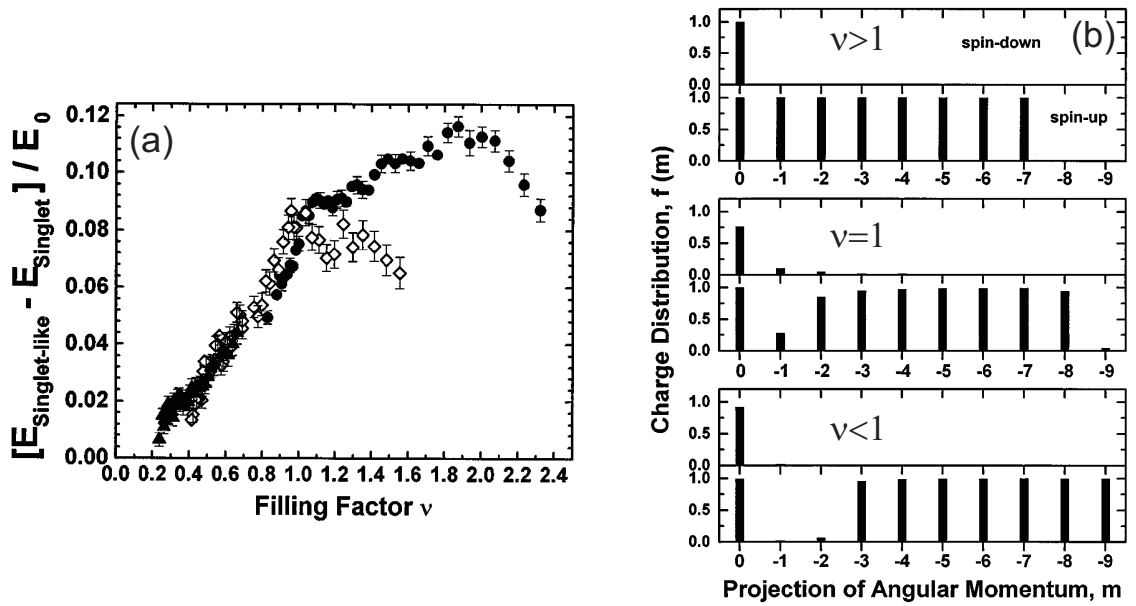
ный фактор). Для произвольных факторов заполнения структурный фактор неизвестен, но он может быть получен из численных расчетов для ряда Лафлиновских несжимаемых состояний  $\nu = 1/3, 1/5 \dots$  [36].

#### 1.4. Примесные $D^-$ комплексы

Многочастичное кулоновское взаимодействие не только определяет дисперсию возбуждений двумерного электронного газа, но и может также проявляться в энергии возбуждений электронных комплексов, локализованных на заряженных примесях. Примесный потенциал нарушает трансляционную симметрию электронной системы, при этом энергия кулоновского взаимодействия локализованных и свободных электронов проявляется непосредственно в спектре возбуждений комплексов. Удобным объектом для изучения в этом контексте является  $D^-$  комплекс, образованный двумя электронами, связанными потенциалом положительно заряженного донора.

Проблема формирования многочастичных электронных комплексов в двумерных системах рассматривалась в работах [37–43]. Методами инфракрасной спектроскопии наблюдались циклотронные возбуждения  $D^-$  комплексов — связанных состояний ионизованного донора и двух электронов в GaAs/AlGaAs квантовых ямах с легированием  $\delta$ -слоями кремния в барьере и непосредственно в яме. При соотношении концентраций электронов и ионов кремния 2 : 1 в яме все электроны образовывали ямные  $D^-$  комплексы, имеющие характерный спектр ИК-поглощения. Авторами работ [37–39] наблюдались линии, соответствующие циклотронным переходам электронов из спин-синглетного ( $S$ ) и спин-триплетного ( $T$ ) состояний  $D^-$  центров

с нулевого на первый уровень Ландау. При увеличении плотности избыточных электронов в квантовой яме одноэлектронные возбуждения синглетных и триплетных комплексов преобразовывались в многоэлектронные синглетоподобные и триплетоподобные возбуждения. Энергии многоэлектронных возбуждений смещались в фиолетовую область спектра благодаря росту кулоновского расталкивания возбужденного электрона и окружающих  $D^-$  комплекс свободных электронов рис. 1.2а.



**Рис. 1.2.** а). Разница энергий между циклотронным возбуждением многоэлектронного синглетоподобного внутриямного  $D^-$  комплекса и аналогичным возбуждением изолированного синглетного  $D^-$  комплекса как функция фактора заполнения, измеренная в работе [39]. б) Результат численного расчета распределения электронов по состояниям с различными проекциями углового момента  $m$  и спина для случаев  $\nu \leq 1$ ,  $\nu = 1$  и  $1 \leq \nu \leq 2$ , полученный в [39]. На каждой гистограмме верхние (нижние) состояния соответствуют электронам со спинами вниз (вверх).

$D^-$  комплексы могут рассматриваться как модельные объекты, свойства которых аналогичны свойствам отрицательно заряженного иона во-

дорода  $H^-$ . Однако вследствие того, что положительный заряд является трехмерным объектом, а электроны — двумерными (здесь и далее предполагается, что характерные энергии кулоновского взаимодействия между частицами комплекса много меньше энергии размерного квантования), двумерные  $D^-$  комплексы обладают рядом отличительных особенностей. Во внешнем магнитном поле все состояния  $D^-$  комплекса квантованы, несмотря на то, что далеко не все из этих состояний являются связанными (в том смысле, что суммарная энергия электрона, связанного на положительном заряде, и второго электрона комплекса может быть больше энергии одиночного электрона, связанного на положительном заряде, и дополнительного электрона, находящегося от них на бесконечном расстоянии). Переходы между связанными и несвязанными состояниями могут проявляться в процессах поглощения электромагнитного излучения. В эксперименте действительно наблюдаются линии, соответствующие циклотронным переходам электронов из спин-синглетного ( $S$ ) и спин-триплетного состояний  $D^-$  комплексов с нулевого уровня Ландау, причем возбужденные состояния в этом случае могут быть и не связанными [44]. Асимптотически точное в пределе большого магнитного поля теоретическое описание двумерных  $D^-$  комплексов было дано в работах [40, 41, 43]. При наличии в задаче дополнительных электронов, взаимодействующих с  $D^-$  комплексом, энергии возбуждений комплекса могут быть получены только численно для конечного числа электронов. [42]. Показано, что при  $\nu \leq 2$  и  $E_Z \rightarrow 0$  кулоновский потенциал положительно заряженного донора в квантовой яме всегда притягивает к себе два электрона с противоположным спином. На рис. 1.2b показаны гистограммы распределения заряда, в зависимости от

проекции углового момента  $m$  и проекции спина  $\sigma_z$  для трех значений фактора заполнения  $\nu \leq 1$ ,  $\nu = 1$  и  $1 \leq \nu \leq 2$ . Во всех трех случаях основное состояние  $D^-$  комплекса — спиновой синглет. Подобный результат является довольно неожиданным для случая холловского ферромагнетика  $\nu = 1$ , в котором энергия обменного взаимодействия на два порядка величины превышает одночастичную зеемановскую энергию. Образование синглетного  $D^-$  комплекса в системе спин-поляризованных электронов можно описать следующим образом. Ионизованный примесный донор связывает один из электронов в квантовой яме и образует  $D^0$  центр. Диполь-дипольное взаимодействие приводит к образованию связанного состояния  $D^0$  центра и длинноволнового спинового экситона, энергия которого определяется именно одночастичной зеемановской энергией. Если зеемановская энергия меньше энергии связи двух диполей, то в основном состоянии электронной системы образуется многочастичный  $D^-$  комплекс, в котором два связанных электрона образуют спиновой синглет. Альтернативно, синглетный  $D^-$  комплекс можно рассматривать как четырехчастичный объект, состоящий из примесного иона и связанного с ним триона. При этом дырка (вакансия на уровне Ландау), входящая в трион, изолирует пространственно электроны  $D^-$  комплекса от свободных электронов и подавляет обменное взаимодействие свободных и связанных электронов. Дополнительные вакансии, появляющиеся на нулевом уровне Ландау с уменьшением фактора заполнения, эффективно притягиваются к электронам  $D^-$  комплекса и еще сильнее изолируют их от электронов проводимости. Методами туннельной спектроскопии была получена оценка для энергии связи ямного  $D^-$  комплекса в AlGaAs/GaAs квантовой яме, которая находится в хоро-

шем согласии с теоретическими расчетами [45].

Особый интерес для физики низкоразмерных систем представляют не ямные, а барьерные  $D^-$  комплексы, в которых электроны в квантовой яме пространственно отделены от положительного заряда, находящегося в барьере [46]. Это связано с тем, что непосредственно в самой квантовой яме концентрация заряженных примесей может быть сделана достаточно малой (меньше  $10^8 \text{ см}^{-2}$ ). Поэтому влиянием ямных  $D^-$  комплексов на свойства двумерного электронного газа обычно пренебрегают. Число положительно заряженных примесей в AlGaAs барьере, находящихся вблизи от квантовой ямы (на расстоянии порядка боровского радиуса электрона), почти на два порядка выше, и именно они определяют оптические и транспортные свойства двумерного электронного газа малой плотности ( $\sim 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ).

Барьерные  $D^-$  комплексы не исследовались методами инфракрасной (ИК) магнитоспектроскопии вследствие малости сигнала ИК поглощения примесными комплексами по сравнению с сигналом циклотронного поглощения свободными электронами [43]. Однако возбуждения комплексов могут проявляться в спектрах фотолюминесценции через появление сателлитов основной линии рекомбинации  $D^0X$  комплекса [47]. Последний представляет собой экситон и электрон в квантовой яме, связанные на ионизованном доноре в барьере. Барьерный  $D^0X$  комплекс аналогичен синглетному барьерному  $D^-$  комплексу в холловском ферромагнетике с той разницей, что связанный на  $D^0$  центре спиновой экситон замещается на фотовозбужденный межзонный экситон. Важное отличие между двумя комплексами заключается в том, что  $D^0X$  комплекс — результат фотовозбуждения, в то время как  $D^-$  комплекс существует в основном состоянии



электронной системы, своим формированием понижая полную энергию системы. В работе [48] была получена зависимость энергии связи  $D^0X$  от расстояния от центра ямы до слоя доноров. Однако из-за появления в задаче четвертой частицы — валентной дырки со сложной дисперсионной зависимостью, прямое количественное сравнение теоретических расчетов с результатами эксперимента невозможно.

Все наблюдаемые до сих пор возбуждения как ямных, так и барьерных  $D^-$  комплексов являются циклотронными возбуждениями, т.е. возбуждениями с изменением номера уровня Ландау одного из электронов комплекса. Как будет показано в главе 4, линии циклотронных возбуждений барьерных  $D^-$  комплексов присутствуют в спектрах неупругого рассеяния света даже самых «чистых» GaAs/AlGaAs структур. Поэтому их существование необходимо иметь в виду наряду с коллективными циклотронными возбуждениями двумерных электронных систем.

### 1.5. Электронная система вблизи фактора заполнения $\nu = 1$

На факторе заполнения  $\nu = 1$  полностью заполнен нижайший спиновый подуровень Ландау и основное состояние описывается детерминантом Слаттера для Лафлиновской волновой функции с  $m = 1$ . Холловский ферромагнетик при нулевой температуре полностью поляризован из-за наличия энергетической щели между уровнями Ландау. В теории Лафлина предполагается, что при уменьшении фактора заполнения от единицы электронная система будет оставаться спинполяризованной.

В случае, когда зеемановская энергия велика по сравнению с обменной ( $E_C/E_Z \ll 1$ ), основным состоянием электронной системы является

ферромагнетик с дефектами, которыми являются либо дополнительные электроны с противоположно направленным спином, либо дырки в основном состоянии. Однако в GaAs/AlGaAs квантовых ямах отношение обменной энергии к зеемановской энергии достигает двух порядков. Из-за этого, при малых отклонениях фактора заполнения от нечетных целочисленных, наиболее энергетически выгодным способом изменения заряда является формирование топологических спиновых текстур в основном состоянии — скирмионов [49]. Одна из возможных конфигураций спинов в скирмионе показана на рис. 1.3.

В ДЭГ Скирмионы плавно деформируют ферромагнитный порядок, формируя вихреподобную конфигурацию спинов [16]. Число электронных спинов, вовлеченных в этот процесс (размер скирмиона), определяется конкуренцией кулоновского взаимодействия и зеемановской энергии. При  $g \rightarrow 0$  размер скирмиона  $\lambda$  дается выражением

$$\left(\frac{\lambda}{l_H}\right)^3 = \left(\frac{9\pi^2}{2^8}\right) \left(\frac{l_H}{\epsilon a_B}\right) (g|\ln g|)^{-1} \quad (1.18)$$

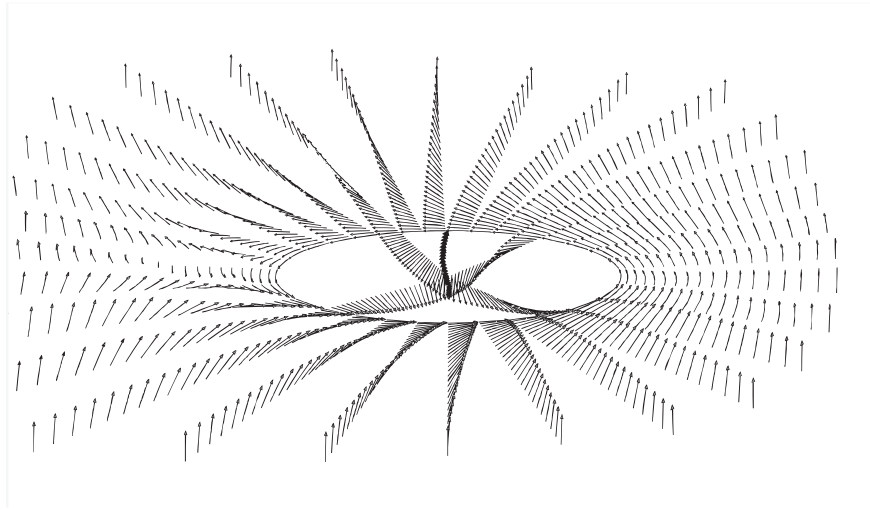
$l_H$  — магнитная длина,  $a_B$  — боровский радиус. Если размер экситона пропорционален  $g^{-1/3}$ , то число перевернутых электронных спинов, формирующих скирмион,

$$K \sim \lambda^2/l_H^2 \sim g^{-2/3}. \quad (1.19)$$

При больших значениях  $g$  квазичастицы представляют одночастичные возбуждения с зарядом и спином. При малых  $g$  они также несут заряд  $e$ , но их размер и спиновая компонента, а также полный спин стремятся к бесконечности, кроме того, имеется нетривиальная спиновая структура в плоскости. При промежуточных значениях  $g$ , как это имеет место в реаль-

ности, число формирующих возбуждение перевернутых спинов невелико (1–3). В этом случае используемая для описания теория классического поля [49, 50] неприменима. Квантовые методы расчета (точная диагонализация для конечного числа частиц, метод Хартри–Фока, вариационный метод) дают схожие результаты, совпадающие с классическими при большом размере скирмионов [51]. Если  $\nu = 1 \pm \alpha$ , где  $\alpha \ll 1$ , система характеризуется малой, но конечной плотностью скирмионов. Возникает необходимость учитывать взаимодействие между скирмионами, и возникает вопрос об основном состоянии. В работе [52] утверждается, что основное состояние двумерного электронного газа при факторе заполнения, близком к единице, представляет скирмионный кристалл с дальним порядком. Низжайшее по энергии состояние — квадратная решетка с противоположными типами топологических возбуждений для двух подрешеток. В скирмионном кристалле, вследствие нарушения симметрии, должно появляться дополнительное бесщелевое возбуждение «Голдстоуновская мода». Однако в работе [53] рассматривался переход скирмионный кристалл — скирмионная жидкость и были выдвинуты аргументы, что основным состоянием в экспериментально реализуемых ДЭС является не скирмионный кристалл, а двухкомпонентная жидкость.

Рождение скирмион-антискирмионной пары требует значительных затрат энергии, поэтому на факторе заполнения  $\nu = 1$  эти возбуждения вымораживаются при низкой температуре. Однако при отходе от фактора заполнения  $\nu = 1$  формирование (анти)скирмионов в основном состоянии оказывается наиболее энергетически выгодным способом изменения заряда, и плотность (анти)скирмионов оказывается пропорциональной  $|\nu - 1|$ .



**Рис. 1.3.** Схема двумерного скирмиона

Существуют косвенные экспериментальные свидетельства наличия скирмионов в основном состоянии при нецелочисленных факторах заполнения. В многочисленных экспериментах по ядерному магнитному резонансу наблюдалось ускорение времени релаксации ядерного спина при отходе от фактора заполнения  $\nu = 1$ , что косвенно свидетельствует о появлении низкоэнергетических возбуждений в электронной системе (см. например [54]). Эксперименты по измерению удельной теплоемкости ДЭС демонстрируют аномалии в окрестности фактора заполнения  $\nu = 1$  [55]. Кроме того, свидетельства в пользу скирмионного механизма деполяризации состояния  $\nu \neq 1$  были получены в экспериментах по оптическому поглощению [56]. Взаимодействие скирмионов может приводить к появлению новых состояний с нарушением симметрии, таких как скирмионный кристалл или скирмионная жидкость. В экспериментах по НРС наблюдалось появление низкоэнергетических мод, связанных с формированием скирмионного кристалла [57].

## 1.6. Экспериментальная методика

Неупругое рассеяние обусловлено неупругими столкновениями фотонов с нейтральными возбуждениями исследуемой системы. При неупругом рассеянии света уничтожается квант падающего излучения и рождается квант рассеянного излучения. Такой процесс сопровождается рождением возбуждения в Стоксовом процессе или уничтожением возбуждения в антистоксовом. Метод НРС основан на сохранении энергии и импульса в системах с трансляционной инвариантностью:

$$\omega_S = \omega_L \pm \omega$$

$$\mathbf{k}_S = \mathbf{k}_L \pm \mathbf{q},$$

где индексы  $L$  и  $S$  относятся к падающему и рассеянному фотону, а знаки плюс и минус к анти-Стоксову и Стоксову процессам соответственно. Энергия падающего фотона определяется длиной волны фотовозбуждения  $\omega_L = 2\pi c/\lambda$ , а энергия рассеянного фотона измеряется в эксперименте. При низких температурах концентрация возбуждений мала, поэтому доминируют Стоксовы процессы. Передаваемый импульс зависит от геометрии детектирующей схемы. Метод позволяет исследовать дисперсию элементарных возбуждений  $\omega(\mathbf{q})$  в диапазоне импульсов от нуля до  $q_{\max} = 4\pi/\lambda \approx 1.5 \times 10^5 \text{ см}^{-1}$ . Поскольку ДЭС обладает трансляционной инвариантностью только в плоскости ямы, то в процессе НРС сохраняется продольная компонента импульса  $q_{\parallel}$ .

### 1.6.1. Образцы

Измерения проводились на серии высококачественных гетероструктур, содержащих одиночные GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As — квантовые ямы. Образование потенциальных ям связано с разрывом энергетических зон в области гетероперехода GaAs/AlGaAs. Комбинация двух таких гетеропереходов (тонкий слой GaAs между слоями AlGaAs) приводит к формированию узкой квантовой ямы, ограничивающей движение электронов в направлении, перпендикулярном гетерогранице. Непрерывный энергетический спектр электронов в этом направлении трансформируется в дискретный спектр размерного квантования, конкретный вид которого определяется формой и шириной потенциальной ямы. При этом движение электронов в плоскости квантовой ямы описывается блоховскими функциями свободных электронов в кристалле.

Для создания двумерного электронного канала структуры селективно легируются — в AlGaAs барьере выращивается  $\delta$ -слой доноров (атомов кремния), за счет ионизации которых в квантовой яме формируется квазидвумерный электронный газ определенной плотности. Отделением  $\delta$ -слоя ионизированных доноров спейсером шириной 500–1000 Å можно добиться повышения подвижности электронного газа из-за уменьшения вероятности рассеяния электронов на заряженных примесях. Дальнейшее увеличение ширины спейсера приводит к уменьшению электронной концентрации, поэтому спейсеры шириной более 1000 Å обычно не применяются.

Ширина квантовых ям, использованных в данной работе, не превышала 300 Å. Типичная темновая концентрация электронов составляла

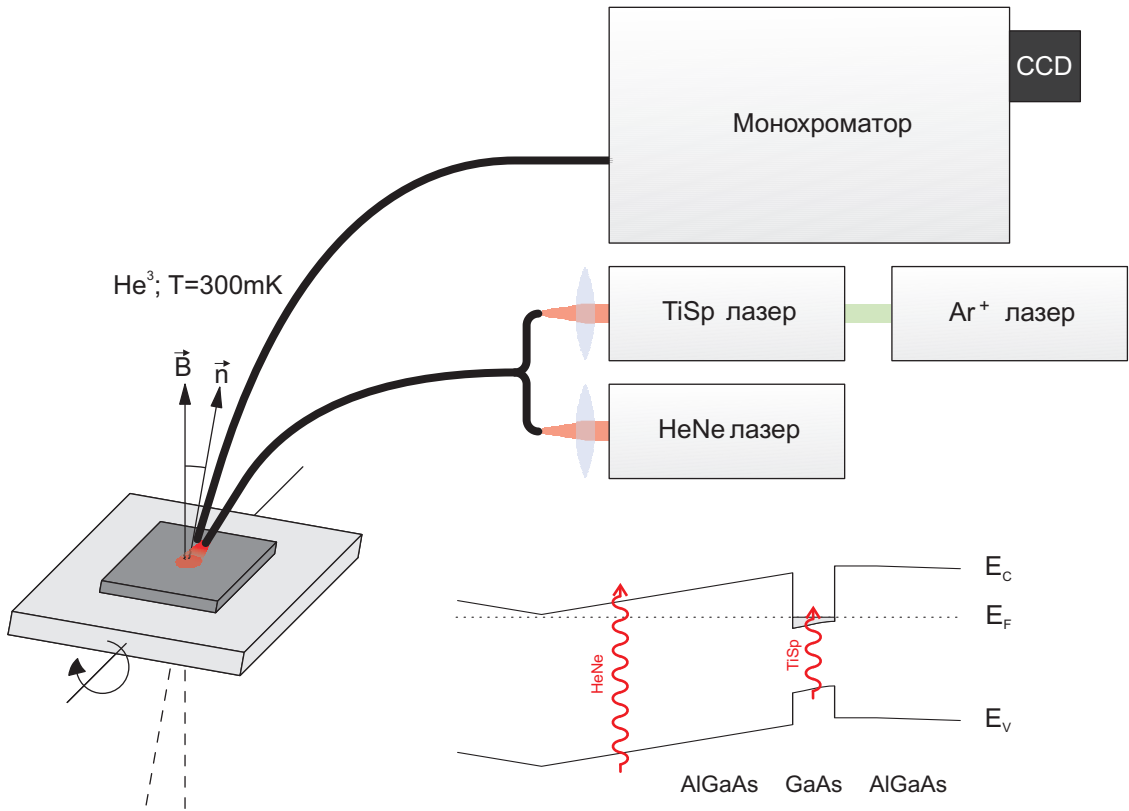
$0.6 - 2.4 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , подвижность достигала  $8 \times 2^7 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ . Косвенной оценкой высокого качества исследованных образцов служит тот факт, что спектральные ширины линий, получаемых из спектров неупругого рассеяния света и спектров фотолюминесценции, достигали 0.15 мэВ.

### 1.6.2. Экспериментальная установка

Для регистрации спектров НРС была реализована двухсветоводная методика (рис. 1.4). Посредством первого световода осуществлялось оптическое возбуждение ДЭС излучением двух лазеров. Второй световод служил для детектирования сигнала НРС. В такой конфигурации удается избавиться от паразитного сигнала комбинационного рассеяния света в накачивающем световоде. Кроме того, система световодов служит эффективным предмонохроматором и позволяет частично отфильтровать сигнал упругого отражения от поверхности образца. Также данная конфигурация оказывается селективной по импульсу, передаваемому электронным возбуждениям, и, изменяя положение световодов, можно варьировать импульс в пределах от 0.5 до  $1.5 \times 10^5 \text{ см}^{-1}$ .

Световоды и образец закреплялись на вставке, помещенной в криостат со сверхпроводящим соленоидом. Магнитное поле изменялось в пределах от 0 до 14.8 Тл. Измерения проводились в условиях откачки паров  $\text{He}^3$  при температуре 0.3 К. Для измерений с фиксированной ориентацией образца относительно направления поля использовалась вставка с жестким креплением световодов и образца. Кроме того, была разработана дополнительная конструкция с креплением образца на моторизованном вращающемся держателе, что позволило изменять угол поворота образца относи-

тельно магнитного поля в процессе эксперимента.



**Рис. 1.4.** Схема экспериментальной установки для измерения спектров неупругого рассеяния света. Для измерений используется двухсветоводная конфигурация. Схематически изображен образец, схема накачки и сбора сигнала, а также показан профиль энергетических зон вдоль направления роста в образце с квантовой ямой.

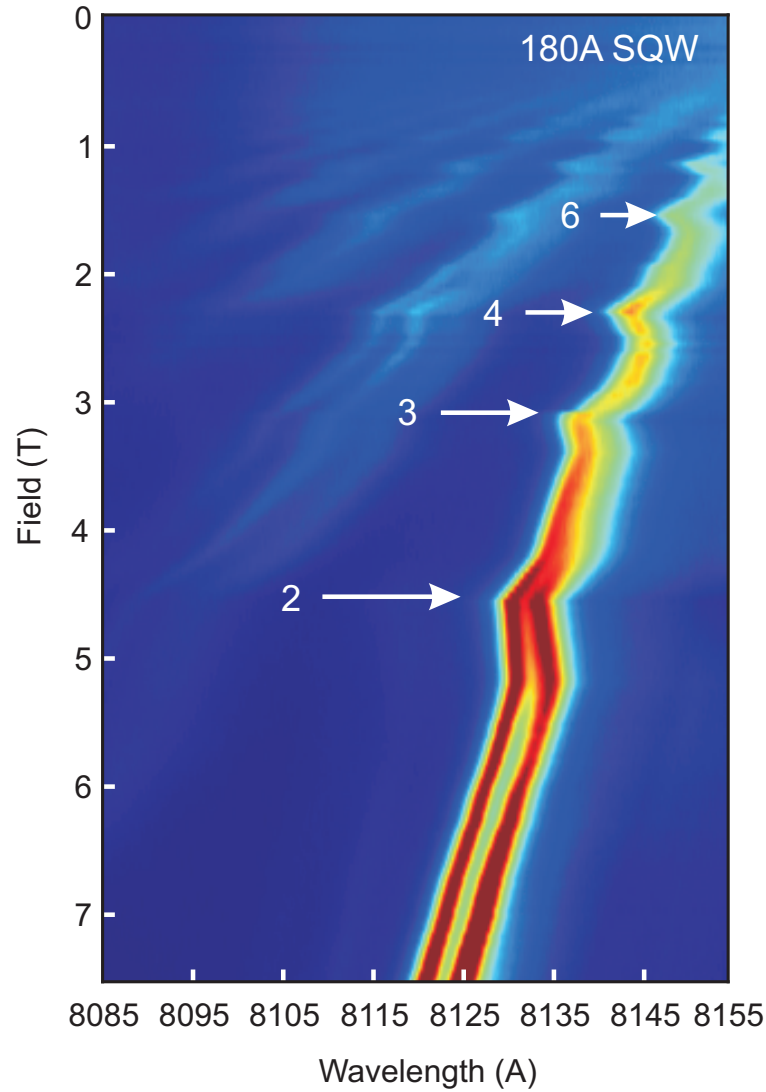
Схема детектирования сигнала НРС была устроена следующим образом: сигнал от образца собирался оптоволоконном с толщиной кварцевой жилы 400 мкм, далее посредством многожильного оптоволоконного жгута с диаметром жилы 40 мкм осуществлялась развертка сигнала в щель спектрометра. В качестве спектрального прибора использовался одиночный монохроматор Monospec. Регистрация спектров производилась при помощи ПЗС-камеры, охлаждаемой жидким азотом. Спектральное разрешение системы составляло 0.04 мэВ.



Для оптического фотовозбуждения системы использовался перестраиваемый TiSp-лазер с энергией фотона, меньшей ширины запрещенной зоны AlGaAs, но большей ширины запрещенной зоны GaAs. Сравнение спектров, полученных при различной длине волны фотовозбуждения, позволяет отделить спектры неупругого рассеяния света от сигнала горячей люминесценции. В отличие от линий неупругого рассеяния света линии горячей люминесценции не изменяют своего спектрального положения при изменении длины волны лазера.

Для изменения электронной концентрации в исследуемых образцах применялся эффект фотообеднения: в условиях непрерывного фотовозбуждения с энергией фотонов, превышающей энергию запрещенной зоны барьера, происходит нейтрализация ионизованных доноров в барьере и, соответственно, уменьшается концентрация электронов в квантовой яме. Механизм этого эффекта аналогичен обнаруженному и исследованному ранее для одиночных гетеропереходов [58], а диапазон изменения концентраций в электронном канале определяется, главным образом, концентрацией легирующей примеси в барьере. Источником управляющей засветки служил HeNe-лазер с энергией фотона 1.96 эВ, плотность мощности которого на образце варьировалась непрерывно от 0 до 0.1 Вт/см<sup>2</sup> линейным поляризатором. Поляризатор вращался с помощью моторизованного вращателя, что позволяло контролировать мощность фотообедняющего излучения с высокой точностью. Отметим, что стационарное фотовозбуждение накачивающим TiSp-лазером не меняло концентрацию электронов во всем диапазоне плотностей мощности, использованных в эксперименте.

Измерение концентрации производилось по спектрам магнитолюми-



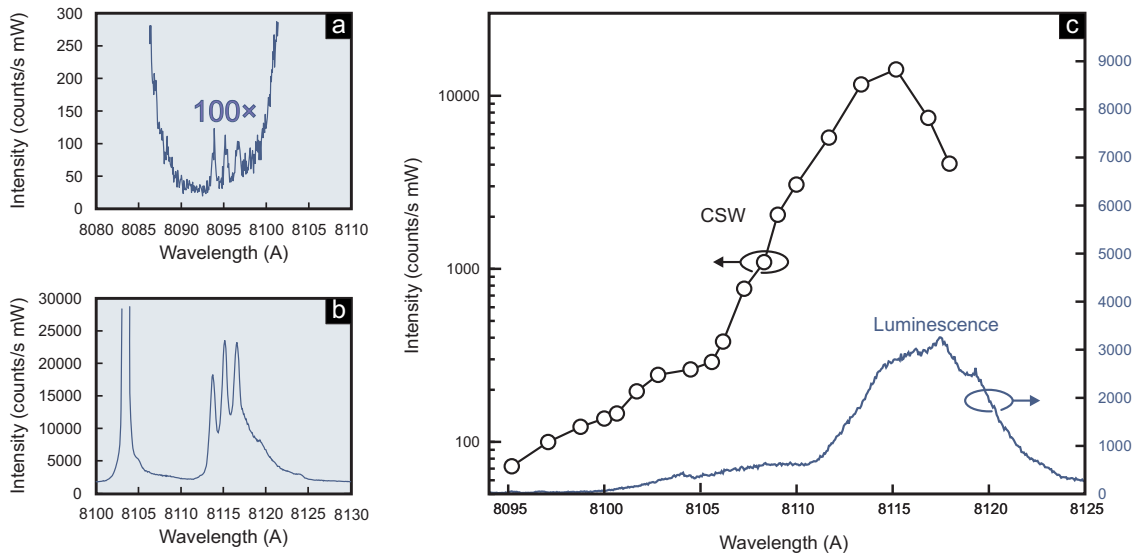
**Рис. 1.5.** Спектр магнитолюминесценции в  $180 \text{ \AA}$  квантовой яме в зависимости от магнитного поля. Цветом показана интенсивность линий люминесценции. Концентрация электронов в системе определялась по скачкам химического потенциала, отмеченным стрелками.

несценции [59]. Характерный спектр магнитолюминесценции в зависимости от магнитного поля показан на рис. 1.5. По скачкам энергии на полевых зависимостях линий магнитолюминесценции определялся фактор заполнения, а из величины перпендикулярного поля, при которой наблюдался скачок, определялась концентрация. Данный метод также использовался для измерения угла между нормалью к образцу и направлением поля. Зная величину полного магнитного поля, при котором наблюдается скачок на

известном факторе заполнения, и величину полного поля, соответствующего тому же фактору заполнения, при перпендикулярном расположении образца, можно вычислить угол поворота образца. Другим методом определения угла поворота образца является измерение спектров циклотронных возбуждений методом неупругого рассеяния света. К таким возбуждениям, кроме рассматриваемых ниже магнитоплазменных мод, относятся внутриподзонные бернштейновские моды [60]. В больших полях расстояние между соседними бернштейновскими модами асимптотически приближается к циклотронной энергии, что дает дополнительный метод измерения величины перпендикулярного поля.

### 1.6.3. Резонансное усиление линий НРС

В процессе измерений было обнаружено, что интенсивность исследуемых линий рамановского рассеяния резонансным образом зависит от спектрального положения этих линий. При изменении длины волны фотозвозбуждения линии неупругого рассеяния света следуют за лазером, усиливаясь при определенных спектральных положениях лазерной линии. На рис. 1.6 показаны спектры возбуждения с  $m = 1$ ,  $\delta S = 1$ ,  $\delta S_Z = -1, 0, 1$  на факторе заполнения  $\nu = 2$  для резонансного (а) и нерезонансного (b) случаев соответственно. Интенсивность резонансного рассеяния почти в 200 раз превосходит интенсивность нерезонансного сигнала. Видно, что максимум усиления достигается около края поглощения. Причина усиления, вероятно, связана с экситонной природой промежуточных состояний, участвующих в процессе неупругого рассеяния.



**Рис. 1.6.** Зависимость коэффициента усиления резонансного рамановского рассеяния от длины волны лазера. а) Неусиленный спектр НРС вдали от линий магнитолюминесценции образца. б) Тот же спектр в условиях резонанса. Наблюдается усиление интенсивности сигнала на два порядка величины. в) Зависимость интенсивности НРС в зависимости от спектрального положения, снизу приведен спектр магнитолюминесценции при нерезонансной накачке TiSp-лазером (длина волны 7900 Å)

## 2. Исследование холловского ферромагнетика

Эта глава посвящена результатам исследования коллективных возбуждений холловского ферромагнетика – состояния с одним заполненным спиновым подуровнем Ландау ( $\nu = 1$ ,  $S = S_z = N_0/2$ ), где  $N_0$  – кратность вырождения спинового подуровня Ландау. При этом в основном состоянии электроны обладают обменной энергией, величина которой на два порядка превышает значение зеемановской энергии ( $g$ -фактор электронов в GaAs  $g_0 \approx -0.4$ ).

### 2.1. Циклотронные возбуждения холловского ферромагнетика. Обменно-усиленный $g$ -фактор

Нижайшим по энергии нейтральным возбуждением ДЭС в режиме холловского ферромагнетика является спиновой экситон, связанный с изменением спинового квантового числа ДЭС. Характер этого возбуждения меняется от коллективного в длинноволновом пределе ( $ql_B \rightarrow 0$ ) к одночастичному в пределе коротких волн ( $ql_B \rightarrow \infty$ ). В коротковолновом пределе спиновой экситон представляет собой пару разнесенных на бесконечное расстояние возбужденного электрона и дырки в основном состоянии ДЭС. В энергию такого возбуждения помимо зеемановской энергии входит обменная энергия, поскольку при перевороте спина электрон теряет обменную энергию в основном состоянии. Наличие обменного вклада в энергию

спиновое расщепление приводит к увеличению эффективной спиновой щели:  $E_{SE}(\infty) = E_Z - \Sigma_0$ , где  $E_Z$  — изменение зеемановской энергии,  $\Sigma_0 < 0$  — удельная обменная энергия электронов в основном состоянии. Спиновую щель можно описывать посредством обменно-усиленного  $g$ -фактора:

$$g^* = \frac{E_{SE}(\infty)}{\mu_B B \delta S_z} = g + \frac{\Sigma_0}{\mu_B B \delta S_z}. \quad (2.1)$$

Необходимо отметить, что одним из прямых методов измерения обменно-усиленного  $g$ -фактора является активационный транспорт. Магнитотранспортными и магнитоемкостными методами было показано, что при  $\nu = 1$  активационная щель практически линейно зависит от магнитного поля, то есть полученный обменно-усиленный  $g$ -фактор электронов слабо зависит от магнитного поля [61–64]. Этот факт противоречит теоретическим предсказаниям в рамках приближения Хартри–Фока, так как обменно-усиленное спиновое расщепление должно иметь масштаб энергии кулоновского взаимодействия  $E_c = e^2/\epsilon l_B \sim \sqrt{B}$  [?]. Кроме того, что активационная энергия имеет «неправильную» функциональную зависимость от магнитного поля, ее абсолютная величина оказывается значительно меньше теоретически предсказанной. Были предприняты многочисленные попытки объяснить столь неожиданные экспериментальные результаты. В частности, было учтено динамическое экранирование обменного взаимодействия в рамках приближения случайных фаз [65]. Оказалось, что учет динамического экранирования значительно уменьшает обменную энергию в магнитных полях менее 1 Тл, но сохраняет амплитуду и корневую зависимость от магнитного поля при бóльших значениях магнитного поля. Также рассматривался альтернативный подход, учитывающий

влияние топологических спин-текстурных возбуждений ДЭС (скирмионов) на активационный магнитотранспорт. Энергия формирования скирмион-антискирмионной пары при единичном факторе заполнения вдвое меньше энергии коротковолнового спинового экситона, поэтому учет скирмионных возбуждений позволяет, в принципе, уменьшить активационную щель в холловском ферромагнитном состоянии, но этого недостаточно для того, чтобы объяснить экспериментальные результаты. Таким образом, из-за очевидного противоречия между экспериментальными результатами и теоретическими предсказаниями особый интерес вызывают прямые методы исследования обменного взаимодействия в холловском ферромагнитном состоянии.

Оказывается, что информацию о взаимодействии можно извлечь из энергий длинноволновых коллективных возбуждений системы. Энергия спинового экситона в длинноволновом пределе не содержит обменных поправок и совпадает с зеемановской энергией вследствие теоремы Лармора. Энергия магнитоплазмона при  $ql_B \rightarrow 0$  также не содержит обменных поправок и совпадает с циклотронной энергией вследствие теоремы Кона. Симметричных ограничений, подобных теоремам Кона и Лармора, не существует в случае комбинированных возбуждений с одновременным изменением спинового и орбитального квантовых чисел ДЭС (см. схематическое изображение возбуждений на рис. 2.1). Энергия комбинированного циклотронного спин-флип магнитоэкситона (ЦСФМ,  $\delta m = 1$ ,  $\delta S_z = -1$ ) может быть представлена в виде суммы циклотронной, зеемановской и кулоновской энергий:

$$E_{CSFM}(q) = \hbar\omega_c + |g\mu_B B| + \Delta(q, B). \quad (2.2)$$

Слагаемое  $\Delta(q, B)$  определяет дисперсию этого возбуждения и равно разности энергий многочастичного кулоновского взаимодействия между электронами в основном и возбужденном состоянии. В состоянии холловского ферромагнетика  $\nu = 1$  энергия ЦСФМ имеет значительный кулоновский вклад уже при нулевом импульсе [66], при этом величина обменной энергии  $\Delta(0, B)$  в магнитных полях несколько Тесла превышает зеемановскую энергию более чем на порядок величины.

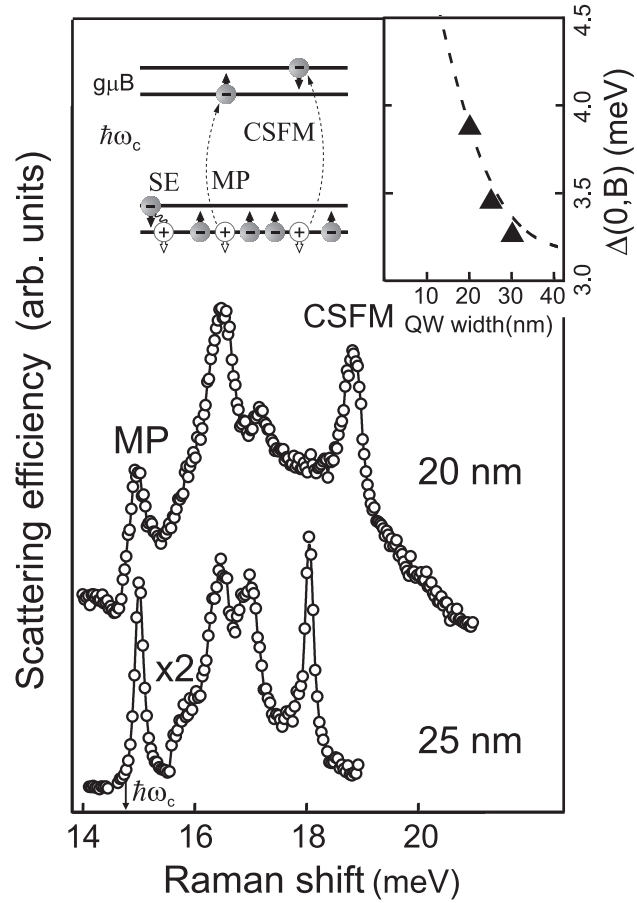
Характерные спектры неупругого рассеяния света вблизи циклотронной энергии при  $\nu = 1$  показаны на рис. 2.1. Крайняя левая и крайняя правая узкие линии в спектре соответствуют магнитоплазмону (МР) и ЦСФМ. Широкие спектральные особенности, расположенные в энергетическом интервале между МР и ЦСФМ, связаны с возбуждениями барьерных  $D^-$  комплексов и будут обсуждаться далее. Зеемановская энергия составляет 0.21 мэВ и ее вклад в энергию ЦСФМ мал по сравнению с остальными членами в выражении 2.2. Поэтому кулоновский вклад в энергию ЦСФМ практически равен энергетическому сдвигу ЦСФМ от  $\hbar\omega_c$  (показана стрелкой на рисунке).

Рассмотрим дисперсионные зависимости магнитоплазмона и циклотронной спин-флип моды, полученные в приближении Хартри–Фока [5,66], в первом порядке теории возмущений по параметру  $r_c$  (рис. 2.2). Энергии магнитоплазмона и циклотронного спин-флип магнитоэкситона даются выражениями:

$$E_{MP}(q) = \hbar\omega_c + E_d^{01}(q) + E_v^{01}(q) + \Sigma_1 - \Sigma_0, \quad (2.3)$$

$$E_{CSFM}(q) = \hbar\omega_c + g\mu B\delta S_z + E_v^{01}(q) - \Sigma_0. \quad (2.4)$$





**Рис. 2.1.** Спектры неупругого рассеяния света на циклотронных возбуждениях при  $\nu = 1$ ,  $B=8.5$  Т в квантовых ямах шириной 20 и 25 нм. Коллективные возбуждения: МР — магнитоплазмон, ЦСФМ — циклотронная спин-флип магнитоэкситона. Над спектрами приведены схематические иллюстрации возбуждений. На вставке показана зависимость обменной части энергии циклотронной спин-флип магнитоэкситоны  $\Delta(0, B)$  от ширины квантовой ямы в магнитном поле  $B=7.6$  Т, при  $\nu = 1$ . Пунктиром показан результат расчета в приближении Хартри-Фока.

В этих формулах  $E_d^{01}(q)$  — деполяризационный сдвиг

$$E_d^{01}(q) = \frac{1}{2}v(q)q^2e^{-q^2l_B^2/2}, \quad (2.5)$$

где  $v(q)$  — двумерная Фурье-компонента потенциала кулоновского взаимодействия.

$E_v^{01}(q)$  — энергия связи магнитоэкситона, образованного возбужден-

ным электроном на 1-м уровне Ландау и дыркой на 0-м уровне Ландау

$$E_v^{01}(q, B) = - \int_0^{\infty} \frac{kdk}{2\pi} v(k) \left(1 - \frac{k^2 l_B^2}{2}\right) J_0(kql_B^2) e^{-k^2 l_B^2/2}, \quad (2.6)$$

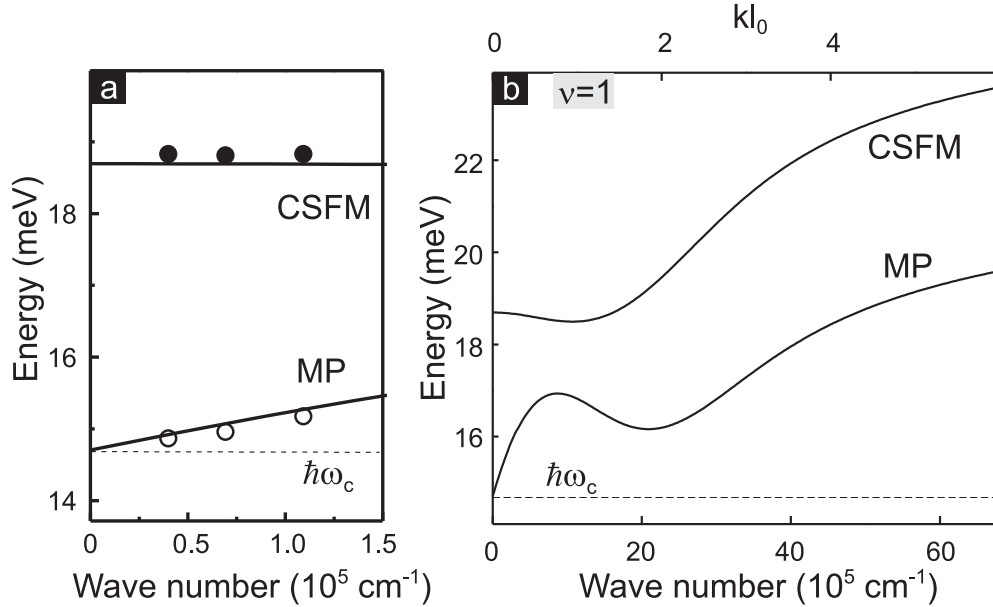
где  $J_0(x)$  — функция Бесселя.  $\Sigma_l$  — энергия обменного взаимодействия электрона на  $l$ -м уровне с электронами на 0-м уровне

$$\Sigma_l(B) = - \int_0^{\infty} \frac{kdk}{2\pi} v(k) \left(\frac{k^2 l_B^2}{2}\right)^l e^{-k^2 l_B^2/2}. \quad (2.7)$$

Поскольку обменное взаимодействие существует только между электронами с одинаковыми спинами, член  $\Sigma_1$  вносит вклад в энергию магнитоплазмона, но не вносит вклада в выражение для энергии спин-флип магнитоэкситона. При нулевом обобщенном импульсе  $E_d(0) = 0$  и  $E_v^{01}(0, B) + \Sigma_1(B) - \Sigma_0(B) \equiv 0$ , т.е. кулоновские поправки компенсируют друг друга, и энергия магнитоплазмона равна циклотронной энергии в соответствии с теоремой Кона. При возбуждении циклотронного спин-флип магнитоэкситона энергия связи  $E_v^{01}(0)$  лишь частично компенсирует потерю обменной энергии при изменении спинового квантового числа ДЭС. Абсолютная величина  $E_v^{01}(0)$  для идеальной двумерной системы составляет ровно половину от величины обменной энергии  $\Sigma_0$ , поэтому результирующий вклад  $\Delta(0, B) = -\Sigma_0(B) + E_v^{01}(0, B)$  в энергию длинноволнового циклотронного спин-флип магнитоэкситона положителен.

При вычислении  $\Delta(0, B)$  и обменно-усиленного  $g$ -фактора электронов необходимо принимать во внимание эффект нелокальности волновых функций электронов в направлении роста квантовой ямы, содержащей ДЭС. Для учета нелокальности Фурье-компонента кулоновского потенциала  $v(q) = 2\pi e^2/\varepsilon q$  умножается на геометрический форм-фактор  $F(q)$ .

$F(q)$  находится из совместного решения соответствующих одномерных уравнений Шредингера и Пуассона [26]. Учет геометрического фактора в теоретических расчетах дает хорошее согласие с экспериментальной зависимостью обменной энергии  $\Delta(q, B)$  от ширины квантовой ямы (рис. 2.1).



**Рис. 2.2.** а) Длинноволновые дисперсионные зависимости магнитоплазмона и циклотронной спин-флип магнитоэкситоны для квантовой ямы шириной 20 нм и  $B=8.5$  Т, эксперимент (круглые символы) и расчет в рамках приближения Хартри–Фока (сплошные линии). б) Показаны полные дисперсионные зависимости магнитоплазмона и циклотронной спин-флип магнитоэкситоны, вычисленные для ширины ямы и магнитного поля, соответствующих эксперименту.

Несмотря на то что сам форм-фактор не зависит от магнитного поля, он качественно изменяет природу электрон-электронного взаимодействия в квантовых ямах. В малых магнитных полях, когда радиус циклотронной орбиты много больше ширины ямы, электроны являются эффективно двумерными объектами. Соответственно, магнитополевые зависимости

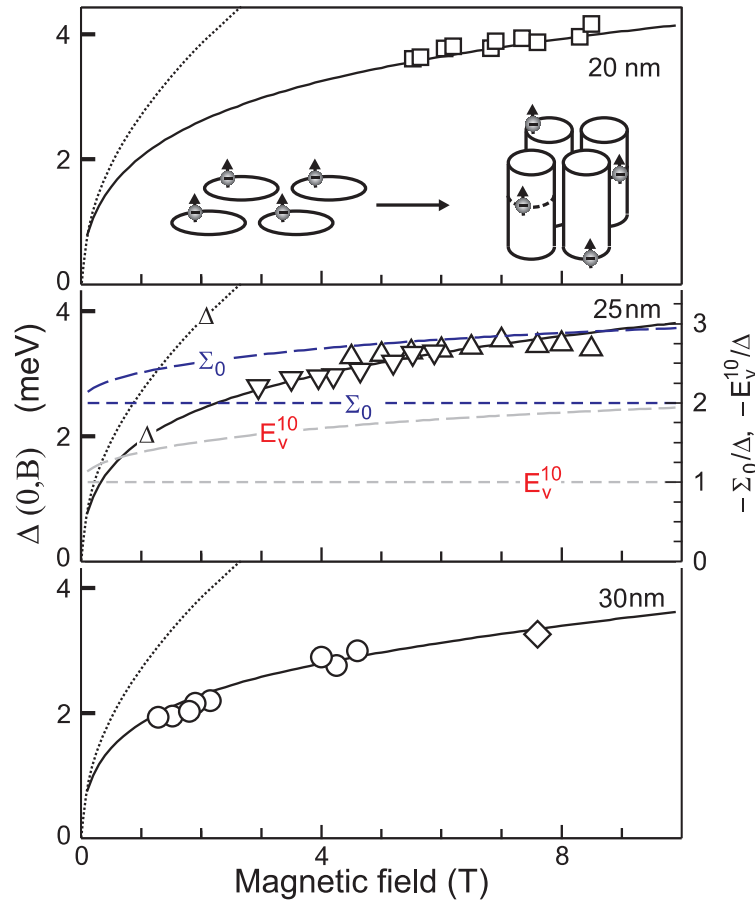
$\Delta(0, B)$  для ям различной ширины совпадают. С увеличением магнитного поля поперечный размер электронов в квантовой яме оказывает все более существенное влияние на характер электрон-электронного взаимодействия. Наконец в пределе, когда магнитная длина становится много меньше поперечного размера квантовой ямы, ДЭС можно рассматривать как систему длинных стержней, энергия кулоновского взаимодействия которых зависит логарифмически от магнитного поля. Таким образом, влияние форм-фактора на амплитуду кулоновского взаимодействия увеличивается с магнитным полем, а зависимость  $\Delta(0, B)$  становится существенно слабее корневой (рис. 2.3).

Значение обменно-усиленного  $g$ -фактора можно оценить из величины  $\Delta(0, B)$ . В рамках приближения Хартри–Фока  $\Delta(0, B) \approx \frac{1}{2} |\Sigma_0|$ , причем выражение обращается в строгое равенство для идеального двумерного случая. В общем случае величина обменно-усиленного  $g$ -фактора электронов может быть получена как

$$g^*(B) = g_0 + \left| \frac{\Sigma_0(B)}{\Delta(0, B)} \right|_{\text{теор}} \times \frac{\Delta(0, B)_{\text{exp}}}{|\mu_B B|}, \quad (2.8)$$

где теоретический множитель может быть рассчитан по формулам (2.4–2.7) с учетом геометрического форм-фактора. Применимость этого способа оценки величины  $g$ -фактора основывается на хорошем количественном согласии экспериментальных и теоретических данных для энергии ЦСФМ.

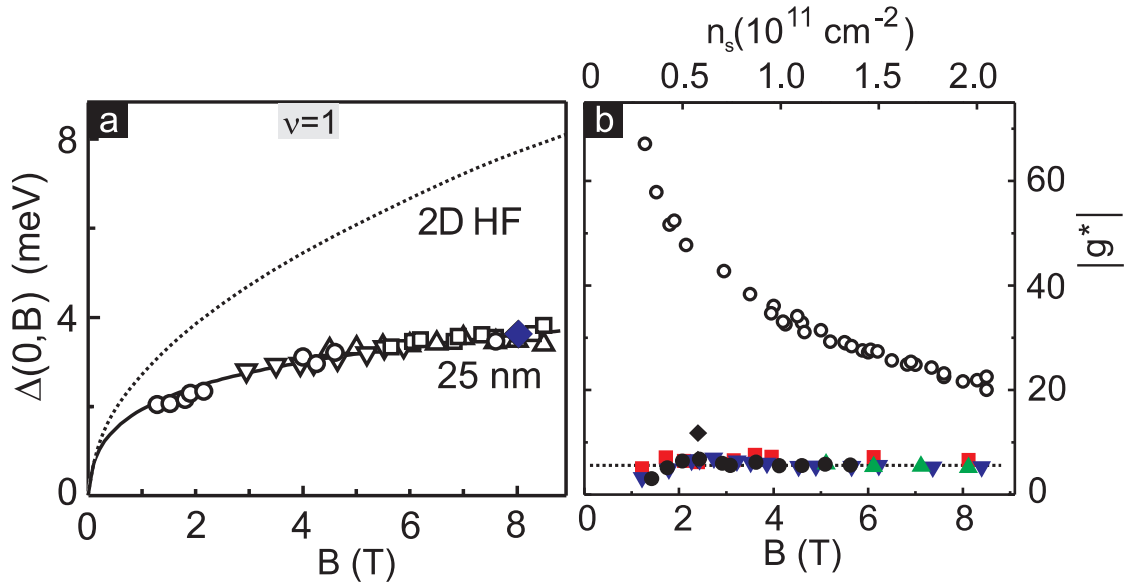
При малых магнитных полях обменно-усиленный  $g$ -фактор достигает огромных значений  $|g^*| \sim 60$  и превышает экспериментальные данные, полученные с помощью активационного транспорта, на порядок величины (рис. 2.4). Расхождение между различными экспериментами можно объ-



**Рис. 2.3.**  $\Delta(0, B)$  в зависимости от магнитного поля для трех квантовых ям различной ширины, эксперимент (символы) и вычисления в рамках приближения Хартри–Фока с учетом геометрического форм-фактора (сплошные линии). Пунктирными линиями показан результат расчета без учета форм-фактора. На вставке к верхнему графику показан схематический переход характера электрон-электронного взаимодействия от двумерного в малых магнитных полях к эффективно трехмерному взаимодействию в больших магнитных полях. На правой шкале среднего графика показаны магнитополевые зависимости отношений величин  $-\Sigma_0/\Delta(0, B)$  и  $-E_v^{01}/\Delta(0, B)$  для 25 нм квантовой ямы (длинный штрих) и для идеальной двумерной системы (короткий штрих).

яснить влиянием случайного потенциала в ДЭС на результаты измерений. В транспортных экспериментах измеряется интегральная по всему образцу минимальная величина активационной щели, при этом случайный потен-

циал может локально уменьшать активационную щель. Напротив, в формировании линии циклотронного спин-флип магнитоэкситона участвуют лишь те области образца, где ферромагнитное упорядочение не нарушено случайным потенциалом. В этих областях величина обменной энергии достигает своего максимального хартри-фоковского значения.



**Рис. 2.4.** а) Магнитополевая зависимость  $\Delta(0, B)$  при  $\nu = 1$  для квантовой ямы 25 нм. Экспериментальные данные показаны символами, сплошная кривая — расчет в приближении Хартри-Фока с учетом геометрического форм-фактора. Пунктирной линией показана аналогичная зависимость, рассчитанная для идеального двумерного случая. б) Зависимость обменно-усиленного  $g$ -фактора электронов на 0-м уровне Ландау от магнитного поля и электронной концентрации при  $\nu = 1$ , пересчитанная по формуле 2.8 из экспериментальных данных для  $\Delta(0, B)$ . Внизу закрашенными символами показаны значения обменно-усиленного  $g$ -фактора, полученные в транспортных исследованиях [61–64].

## 2.2. Термодинамика холловского ферромагнетика

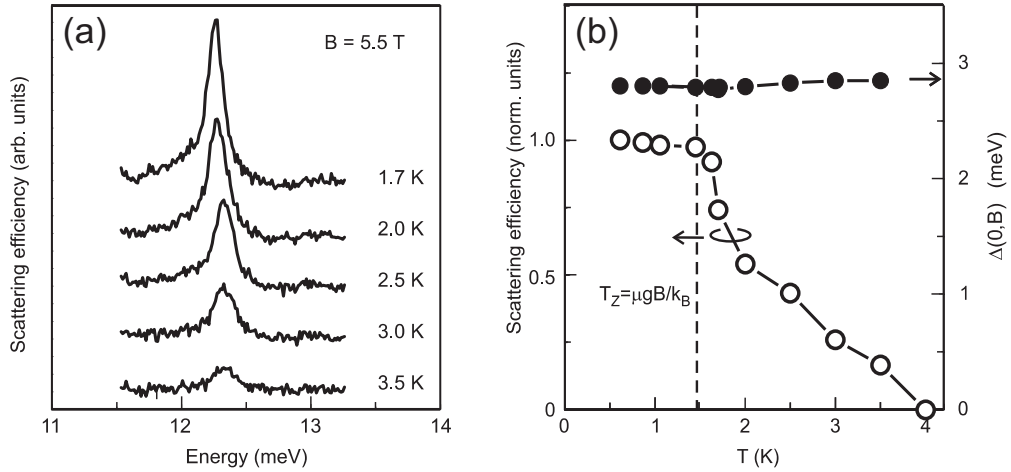
Электронная система на факторе заполнения  $\nu = 1$  ферромагнитно упорядочена вследствие ненулевого зеемановского расщепления спиновых подуровней 0-го уровня Ландау и большой обменной энергии межэлектронного взаимодействия. Термодинамика холловского ферромагнетика, таким образом, должна определяться этими величинами. При увеличении температуры ферромагнитный порядок должен разрушаться из-за рождения активационных спиновых экситонов. В работе [67] утверждается, что ферромагнитный порядок способен сохраниться и при бесконечно малой зеемановской энергии, при  $g \rightarrow 0$ . В других экспериментальных работах изучалось температурное поведение усредненной по образцу намагниченности методами ЯМР [54] и оптического поглощения [68]. В этих работах наблюдалось плавное уменьшение намагниченности с ростом температуры. Все перечисленные методики позволяют измерить только усредненную по образцу намагниченность, не делая различий между ближним и дальним порядком спиновых корреляций в электронной системе. Из физики трехмерного гейзенберговского ферромагнетика известно, что ближний порядок может сохраняться и выше температуры Кюри. Для двумерного случая также предсказывается существование спиновых корреляций ближнего порядка в режиме КЭХ при факторе заполнения  $\nu = 1$  в присутствии примесного потенциала [69]. Вследствие этого для исследования ферромагнитной фазы необходимо использовать методику, чувствительную к локальным свойствам электронной системы и позволяющую напрямую характеризовать ферромагнитный порядок. В настоящем разделе обсуждается, как

можно извлечь информацию о термодинамике холловского ферромагнетика из исследования циклотронной спин-флип моды методом неупругого рассеяния света.

В предыдущем разделе было показано, что энергия длинноволновой циклотронной спин-флип моды содержит значительный обменный вклад, который, главным образом, определяется энергией взаимодействия электрона с ближайшими соседями. Таким образом, величина обменной энергии  $\Delta(0, B)$  несет информацию об обменном взаимодействии в системе на масштабах межчастичного расстояния, а следовательно, и о мере локальной спиновой поляризации, в тех областях, где может существовать ЦСФМ. В то же время, сечение неупругого рассеяния света ЦСФМ и пропорциональная ему амплитуда линии неупругого рассеяния света отражают эффективный рассеивающий объем, занимаемый ферромагнитной фазой. Одновременное измерение амплитуды и энергии позволяет непосредственно оценить то, какую часть системы занимает ферромагнитная фаза. Подобные измерения, по сути, воспроизводят исследования неупругого рассеяния света на магнонах с нулевым импульсом в трехмерных ферро и антиферромагнетиках [70].

На рисунке 2.5 показаны экспериментальные температурные зависимости энергии и интенсивности ЦСФМ. При температуре меньше  $T_Z = \mu g B / k_B$  энергия и интенсивность циклотронной спин-флип моды остаются практически неизменными, из этого можно заключить, что в данном температурном диапазоне область, занятая ферромагнитной фазой, остается постоянной. При температуре, превышающей  $T_Z$ , интенсивность циклотронной спин-флип моды быстро уменьшается, в то время как ее энергия





**Рис. 2.5.** а) Линия неупругого рассеяния света от циклотронной спин-флип моды при различных температурах в постоянном магнитном поле  $B = 5.5$  Т. б) Интенсивность циклотронной спин-флип моды (открытые точки, левая ось) и кулоновский член  $\Delta(0, B)$  (сплошные точки, правая ось) как функции температуры. Пунктирной линией показана  $T_Z = \mu g B / k_B$ . Объемный  $g$ -фактор в КЯ взят из [71].

не только не уменьшается, но даже незначительно увеличивается. Из этого можно заключить, что в формировании линии циклотронной спин-флип моды участвуют лишь те области образца, где ферромагнитный порядок локально не нарушен и обменная энергия достигает своего максимального хартри-фоковского значения. Падение интенсивности линии ЦСФМ свидетельствует об уменьшении совокупной площади, занимаемой ферромагнитной фазой. Небольшое увеличение энергии ЦСФМ объясняется пространственным ограничением областей, занятых ферромагнитной фазой (происходит обрезание длинноволнового спектра ЦСФМ с импульсом, меньшим обратного характерного размера ферромагнитных доменов).

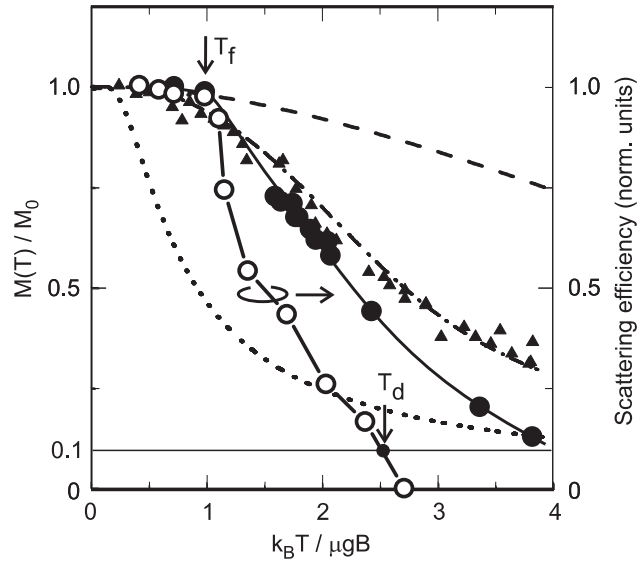
Температурная зависимость интенсивности линии ЦСФМ качественно согласуется со значениями намагниченности электронной системы, полученной методами ядерного магнитного резонанса [54] и оптического по-

глощения [68] (рис. 2.6). Так же как и эффективность рассеяния, намагниченность остается практически постоянной при температуре ниже  $T_Z$ . В этом диапазоне температур главный вклад в спиновую деполяризацию определяется активацией длинноволновых спиновых экситонов. Соответствующая зависимость выглядит как

$$\frac{M(T)}{M_0} = 1 + Ck_B T \ln \left( 1 - e^{\frac{\mu g B}{k_B T}} \right). \quad (2.9)$$

где,  $M_0$  — намагниченность при нулевой температуре, а  $C$  — параметр, связанный с эффективной массой длинноволновых спиновых экситонов [72, 73]. Уравнение 2.9 применимо в случае, когда концентрация спиновых экситонов существенно меньше концентрации двумерных электронов. Вне этого предела необходимо учитывать взаимодействие между спиновыми экситонами. Оказывается, что учет межэкситонного взаимодействия вызывает лишь небольшое отклонение кривой намагниченности от зависимости 2.9 при температурах ниже  $T_Z$ , однако при больших температурах влияние межэкситонного взаимодействия становится существенным. В теории поля гейзенберговского ферромагнетика [74] показывается, что отклонения происходят при температуре порядка  $T_Z$ .

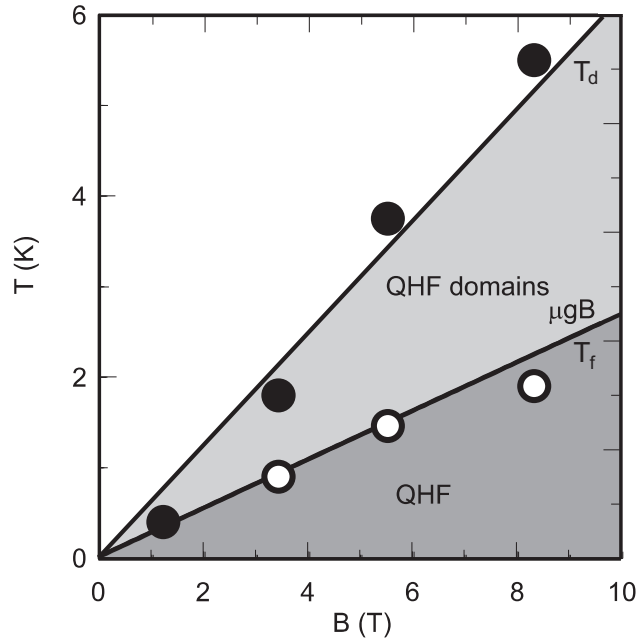
Как видно из рисунка 2.6, при температурах, превышающих  $T_f$ , которая равна температуре зеемана, как средняя степень спиновой поляризации, так и интенсивность линии неупругого рассеяния света спадают быстрее теоретической зависимости, рассчитанной исходя из дисперсии спиновых экситонов с учетом геометрического форм-фактора [73]. Более резкое по сравнению с намагниченностью уменьшение сечения неупругого рассеяния света может быть связано с формированием в электронной системе



**Рис. 2.6.** Температурная зависимость сечения рассеяния света циклотронной спин-флип модой (открытые точки) в сравнении с намагниченностью двумерной электронной системы. Намагниченность бралась из измерений ядерного магнитного резонанса [54] (сплошные точки) и оптического поглощения [68] (треугольники). Пунктиром показана намагниченность невзаимодействующих электронов, а штриховой линией показана намагниченность, полученная из уравнения 2.9. Штрих-пунктирной линией представлена зависимость, полученная в работе [74]. Спиновая жесткость вычислялась с учетом нелокальности волновых функций электронов в направлении роста квантовой ямы. Огибающие волновых функций получены из самосогласованного решения уравнений Шредингера и Пуассона.

ближнего магнитного порядка. Спин-спиновые корреляции между ближайшими соседями приводят к конечной намагниченности, однако флуктуации параметра порядка на больших расстояниях приводят к исчезновению узкого резонанса, связанного с циклотронной спин-флип модой, в спектрах неупругого рассеяния света. Удобно ввести в рассмотрение вторую характеристическую температуру  $T_d$ , при которой интенсивность узкой линии неупругого рассеяния, связанной с циклотронной спин-флип модой, уменьшается на порядок величины, по сравнению со значением, полученным

при температурах, меньших  $T_f$ . Область, занятая ферромагнитной фазой, уменьшается соответственно. Можно считать, что выше  $T_d$  ферромагнитная фаза с хорошо определенной циклотронной спин-флип модой почти отсутствует.



**Рис. 2.7.** Фазовая диаграмма квантового холловского ферромагнетика  $\nu = 1$ .  $T_f$  (пустые кружки) и  $T_d$  (сплошные кружки) как функция магнитного поля. Области с макроскопическим ферромагнитным порядком, ферромагнитными кластерами (доменами) и без ферромагнитного порядка разделены сплошными линиями.

На рисунке 2.7 показаны магнитополевые зависимости критических температур  $T_f$  и  $T_d$ . Этот график можно трактовать как фазовую диаграмму холловского ферромагнетика в координатах  $(T, B)$ . Область при температуре ниже  $T_f$  соответствует фазе с макроскопическим ферромагнитным порядком, с ростом температуры выше  $T_f$  макроскопический ферромагнитный порядок разрушается, а электронная система становится неоднородной. Ферромагнитные кластеры (домены) сосуществуют с областями

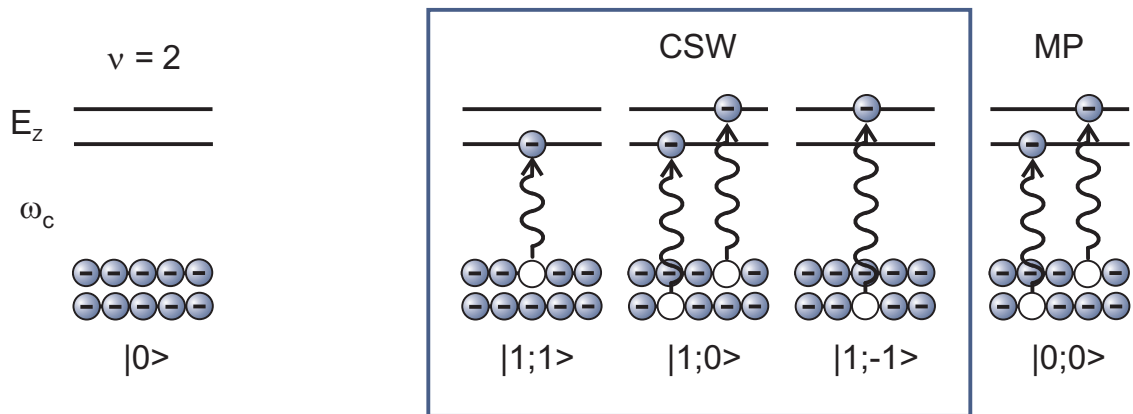
без дальнего порядка, наконец при температуре выше  $T_d$  ферромагнитных доменов, в которых определена ЦСФМ, практически нет. Данная фазовая диаграмма вполне согласуется с теоремой Вагнера–Мермина о неустойчивости ферромагнитного дальнего порядка в двумерной системе при конечной температуре [75, 76]. При уменьшении зеемановской энергии пороговая температура, при которой разрушается дальний порядок, уменьшается пропорционально. При этом, как было показано в первом разделе, в исследуемой области магнитных полей обменная энергия уменьшается незначительно, что связано с особенностями обменного взаимодействия в квантовых ямах конечной ширины.

В заключение, во второй главе были рассмотрены коллективные циклотронные возбуждения в состоянии холловского ферромагнетика  $\nu = 1$ . Было показано, что обменные поправки к энергии циклотронной спин-флип моды отличаются от нуля даже при нулевом импульсе. Их величина имеет субкорневую магнитополевою зависимость. Было показано, что в широких квантовых ямах энергия кулоновского взаимодействия в электронной системе уменьшается из-за нелокальности электронных волновых функций в направлении перпендикулярном плоскости ямы. С учетом этого явления энергия циклотронной спин-флип моды хорошо описывается в приближении Хартри–Фока, даже в небольших магнитных полях. Была получена экспериментальная оценка величины обменно-усиленного  $g$ -фактора электронов и показано, что его значение достигает 60 в малых магнитных полях. Изучена термодинамика холловского ферромагнетика. Показано, что при температурах, меньших зеемановской энергии, в электронной системе существует макроскопический ферромагнитный порядок,

а при больших температурах система разбивается на ферромагнитные домены, число и размер которых уменьшаются с ростом температуры. Энергия циклотронной спин-флип моды в этих доменах остается практически неизменной. Была построена фазовая диаграмма холловского ферромагнетика в координатах  $(T, B)$ .

### 3. Магнитоэкситоны и квантовые магнитоплазмоны на целочисленных факторах заполнения

В этой главе рассматриваются циклотронные магнитоэкситоны при целочисленных факторах заполнения с большим числом заполненных спиновых подуровней. В таких системах возможны переходы как с верхнего заполненного, так и с нижних спиновых подуровней.



**Рис. 3.1.** Основные состояния ЦКЭХ  $\nu = 2$  и нижайшие по энергии спиновые и циклотронные возбуждения. Слева направо: основное состояние (полностью заполнен нулевой уровень Ландау); три комбинации циклотронных переходов с полным спином 1; коновская (магнитоплазменная) мода (MP). Снизу для возбуждений отмечены спиновые квантовые числа.

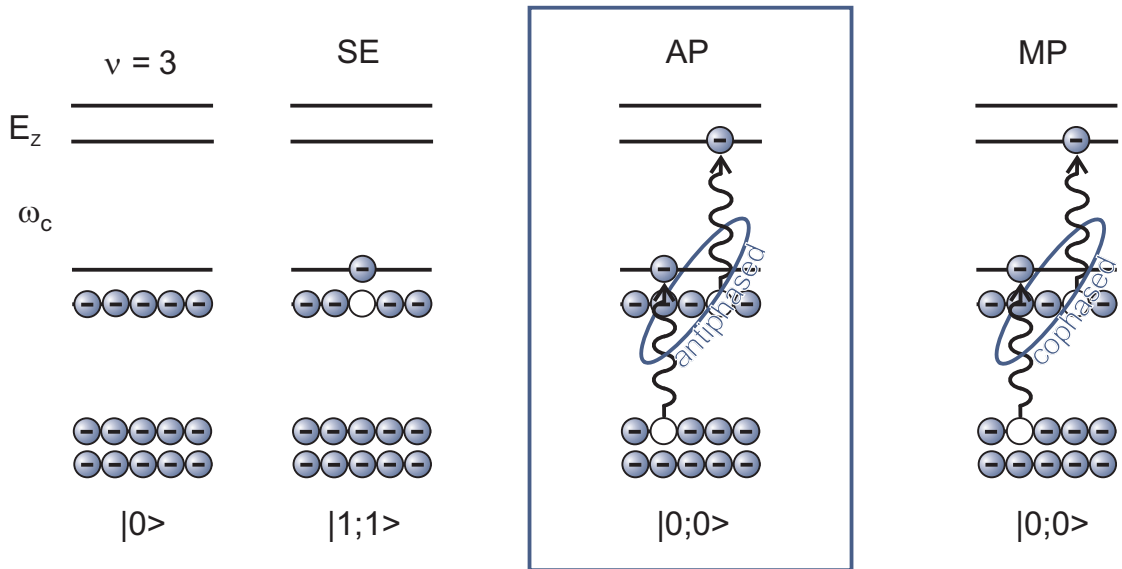
#### 3.1. Циклотронные возбуждения на целочисленных факторах заполнения

При четных факторах заполнения, например при  $\nu = 2$ , в основном состоянии системы полностью заполнены два спиновых подуровня нулевого

уровня Ландау (рис. 3.1). При этом полный спин системы равен нулю. Переворот спина внутри уровня Ландау невозможен, поэтому низжайшими по энергии возбуждениями являются циклотронные переходы на первый уровень Ландау ( $m = 1$ ). Магнитоэкситоны с  $m = 1$  различаются по полному спину  $\delta S$  и проекции спина на направление магнитного поля  $\delta S_Z$ . Нулевым спином обладает магнитоплазмон (MP), представляющий собой синфазное колебание спиновых подсистем ДЭС с циклотронной частотой. Как уже упоминалось, для данной моды существует симметричное ограничение в виде теоремы Кона [30]. В пределе нулевого импульса энергия этой моды стремится к энергии циклотронного резонанса. Кроме того, возможны три возбуждения, обладающие единичным спином  $\delta S = 1$ , различающихся по проекции спина на направление магнитного поля  $\delta S_Z = -1, 0, 1$  (спиновой триплет). Центральная компонента триплета с  $\delta S_Z = 0$  (CSW) представляет собой антифазное колебание спиновых подсистем с циклотронной частотой. Для возбуждений триплета не существует симметричных ограничений, подобных теореме Кона, и можно ожидать наличие ненулевых корреляционных поправок в энергию этих возбуждений даже при  $\mathbf{q} = 0$ .

На нечетных факторах заполнения картина возбуждений меняется (рис. 3.2). Так, на факторе заполнения  $\nu = 3$  в основном состоянии ДЭС полностью заполнен нулевой уровень Ландау и низжайший спиновой подуровень первого уровня Ландау. В условиях, когда зеемановская щель  $E_Z$  превышает температуру электронной системы, можно говорить о ферромагнитном упорядочении на первом уровне Ландау. Полный спин системы равен  $\mathcal{N}/2$ . Внутри первого уровня Ландау возможен переворот спина ( $m = 0, \delta S_Z = 1$ ). Коллективное возбуждение, связанное с этим перехо-



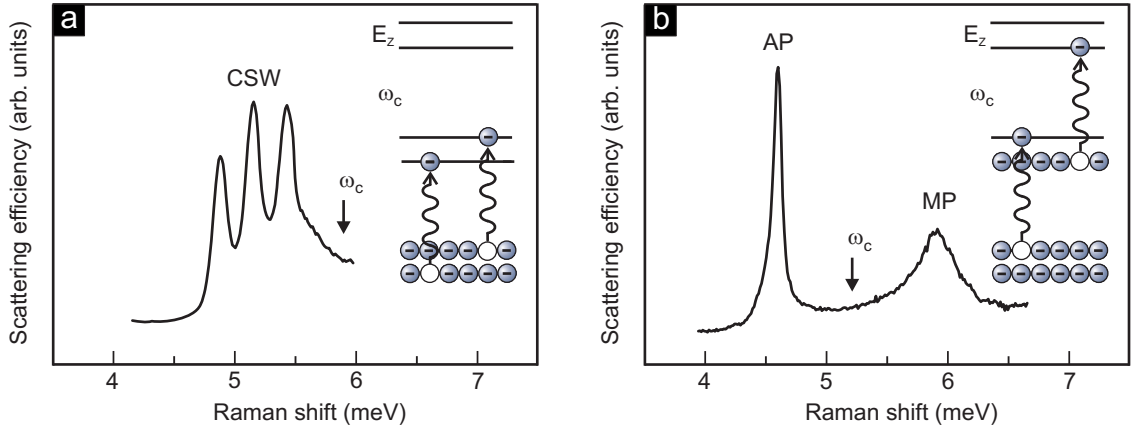


**Рис. 3.2.** Основное состояние ЦКЭХ  $\nu = 3$  и нижайшие по энергии спиновые и циклотронные возбуждения. Слева направо: основное состояние (полностью заполнен нулевой уровень Ландау и нижний спиновой подуровень первого уровня Ландау); спиновой экситон (SE); антифазная магнитоплазменная мода (AP); коновская (магнитоплазменная) мода (MP). Снизу для возбуждений указаны спиновые квантовые числа  $S; S_z$ .

дом, — спиновой экситон, энергия которого подчиняется теореме Лармора и в пределе нулевого импульса равна энергии электронного парамагнитного резонанса  $E_Z$ . В спектре возбуждений присутствует коновская (магнитоплазменная) мода (MP), однако помимо этого становится возможным антифазное циклотронное возбуждение (антифазная магнитоплазменная мода AP).

Обратимся теперь к экспериментам по НРС в двух рассмотренных случаях. На рисунке 3.3а показан спектр НРС на факторе заполнения  $\nu = 2$ . В спектре видны три линии с расщеплением, соответствующим зеемановской энергии  $E_Z$ . Энергия центральной компоненты триплета оказывается смещенной в красную область спектра относительно энергии цик-

лотронного резонанса  $\hbar\omega_C$ . Таким образом, помимо тривиального одночастичного вклада, энергия данной моды имеет ненулевую отрицательную корреляционную поправку. Величина корреляционной поправки не зависит от импульса, в пределах импульса доступного методике НРС, и также не зависит от магнитного поля.



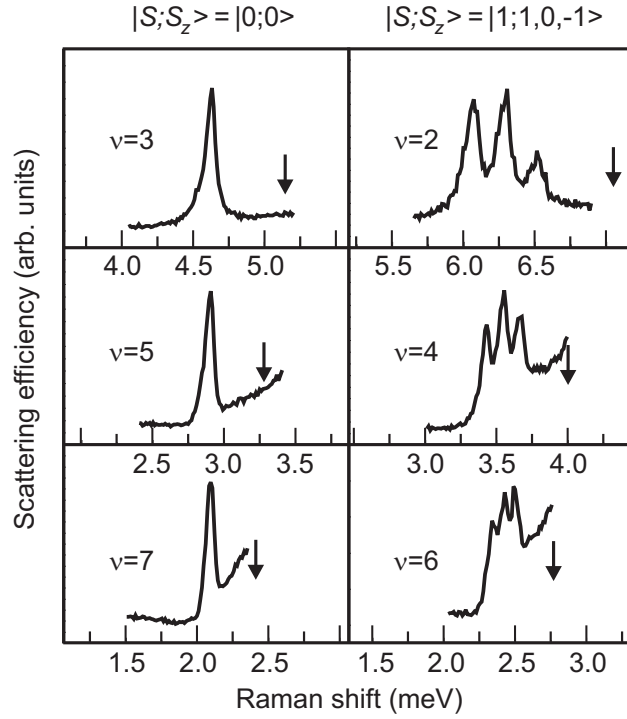
**Рис. 3.3.** Характерные спектры НРС на четных (слева) и нечетных (справа) факторах заполнения. а) Циклотронный триплет на факторе заполнения  $\nu = 2$ , на вставке схематически показаны переходы, отвечающие центральной компоненте триплета. б) Антифазная магнито-плазменная мода (AP) и коновская мода (MP) на факторе заполнения  $\nu = 3$ , схематически показаны циклотронные переходы, отвечающие этим возбуждениям. Стрелками отмечено значение энергии циклотронного резонанса ( $\omega_C$ ).

На рисунке 3.3b показан спектр НРС на факторе заполнения  $\nu = 3$ . В высокоэнергетической части спектра видны две линии, отвечающие двум циклотронным магнитоплазменным модам (коновской и антифазной). Энергия магнитоплазмона MP сдвинута в сторону большей энергии относительно циклотронной энергии на величину, определяемую дисперсией MP. Кроме того, линия, отвечающая этой моде в спектре НРС, оказывается уширенной. Дело в том, что накачка образца осуществляется

непараллельным пучком лазерного излучения с апертурой, определяемой апертурой световода, что обуславливает разброс в импульсах, передаваемых возбуждениям, и приводит к уширению линий сильно дисперсных мод. Энергия же антифазной магнитоплазменной моды оказывается сдвинута в меньшие энергии относительно энергии циклотронного резонанса, как и при  $\nu = 2$ . Величина отрицательного сдвига не зависит от импульса и магнитного поля.

Аналогичная картина видна и на других целочисленных факторах заполнения (рис. 3.4). На нечетных факторах заполнения в спектрах НРС наблюдается линия, имеющая отрицательный сдвиг относительно энергии циклотронного резонанса. На четных факторах заполнения наблюдается характерный спиновой триплет, также имеющий отрицательный кулоновский сдвиг. Примечательно, что величина сдвига уменьшается с ростом фактора заполнения.

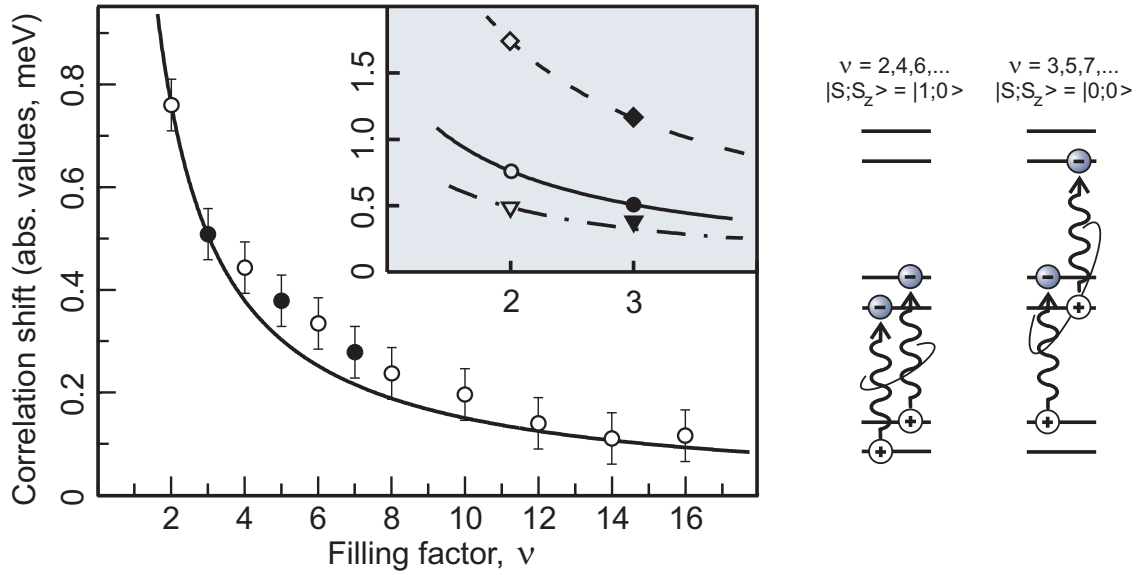
Сводя экспериментальные данные воедино, получаем следующую зависимость кулоновских сдвигов от фактора заполнения (рис. 3.5). Примечательно, что несмотря на разную природу возбуждений на четных и нечетных факторах заполнения (в частности разный полный спин возбуждений), кулоновские поправки в их энергию ложатся на одну эмпирическую зависимость от фактора заполнения. Кулоновский вклад в энергию возбуждений при нулевом импульсе оказывается обратно пропорционален фактору заполнения  $\Delta E_{\nu}^{CSW(F)/AP} \propto 1/\nu$ .



**Рис. 3.4.** Спектры НРС на нечетных (левый столбец) и четных (правый столбец) факторах заполнения. Стрелками отмечено значение энергии циклотронного резонанса.

### Результаты теории возмущений первого порядка

Дисперсионные выражения для спиновых и магнитоплазменных мод с  $m \leq 1$  были получены в работе [5] для целочисленных факторов заполнения в приближении сильного поля  $r_C = E_C / \hbar \omega_C \ll 1$ . Это приближение эквивалентно нестационарному приближению Хартри–Фока, рассмотренному в работе [6]. В данном приближении отсутствуют процессы взаимодействия приводящие к распаду магнитоэкситонов. В гамильтониане кулоновского взаимодействия, удерживаются члены отвечающие прямому кулоновскому взаимодействию электрона и дырки (без учета смешивания уровней Ландау), члены, отвечающие разнице обменной энергии в возбужденном и основном состоянии, а также RPA-члены, в которых электрон-дырочная пара аннигилирует в одной точке обратного пространства, а рождается в



**Рис. 3.5.** Зависимость модуля корреляционного сдвига от фактора заполнения. Точками на основном графике показаны экспериментальные данные для четных (белые кружки) и нечетных (черные кружки) факторов заполнения, сплошной линией показана подгоночная зависимость  $\Delta_C^\nu \propto 1/\nu$ . На вставке приведены результаты теоретического расчета для факторов заполнения 2 и 3 для случаев идеального двумерного газа (ромбики) и конечной ширины ямы (треугольники). Кружками на вставке продублированы точки с основного графика. Справа схематически показаны переходы, отвечающие антифазным возбуждениям: CSW на четных факторах заполнения и AP на нечетных факторах заполнения.

другой.

В первом порядке по  $r_c$  энергия коновской и антифазной мод на факторе заполнения  $\nu = 3$  дается выражениями:

$$\Delta E_\nu^{MP}(\mathbf{q}) = \nu e^2 q / 2\epsilon + O(E_C q^2 l_B^2), \quad (3.1)$$

$$\Delta E_{\nu=3}^{AP}(\mathbf{q}) = O(E_C q^2 l_B^2) \quad (3.2)$$

при  $q l_B \ll 1$ . Кулоновская поправка в пределе нулевого импульса отсут-

ствует.

На факторе заполнения  $\nu = 2$  поправки в энергию циклотронной спиновой волны CSW и циклотронных спин-флип мод ЦСФМ имеют вид:

$$\Delta E_{\nu=2}^{CSF/W}(\mathbf{q}) = O(E_C q^2 l_B^2) \quad (3.3)$$

и также не приводят к сдвигу энергии при нулевом импульсе. Примеры поправок, не вошедших в диаграммное разложение функции реакции плотность-плотность и дающих вклад в следующем порядке теории возмущений, показаны на рис. 3.6.

Примечательно, что именно поправки второго порядка дают вклад в энергию, не зависящий от магнитного поля, что и наблюдается в эксперименте.



**Рис. 3.6.** Примеры диаграмм, не вошедших в диаграммное разложение для функции реакции плотность-плотность в первом порядке по параметру  $r_C$ . Для возбуждений с  $m \leq 1$  обе диаграммы дают вклад в энергию второго порядка по  $r_C$ .

### 3.2. Результаты теории возмущений второго порядка

Аналитическое вычисление поправки второго порядка теории возмущений к энергиям коллективных возбуждений, основанное на экситонном представлении [72, 77–79], было выполнено в пределе малых  $r_C$  в работах [80]. Вместо фермиевских операторов рождения электрона, которые

при действии на основное состояние дают одноэлектронные состояния, используются экситонные операторы. Действие этих операторов на основное состояние дает базис экситонных состояний. Основное преимущество данного представления состоит в том, что в базисе экситонных состояний часть кулоновского взаимодействия диагонализуется и только недиагональная часть взаимодействия рассматривается в качестве возмущения. В результате, даже в нулевом приближении, имеются зависящие от  $\mathbf{q}$  кулоновские поправки в энергию возбуждений.

Поправки второго порядка по  $r_C$  главным образом связаны с эффектами смешивания уровней Ландау кулоновским взаимодействием. Результат для триплета на факторе заполнения  $\nu = 2$  при нулевом импульсе выглядит следующим образом:

$$\Delta E_{\nu=2}^{CSW(F)}(0) = - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2 - 2^{2-n}}{nn!(n^2 - 1)} \int_0^{\infty} dq q^{2n+3} V(q)^2 e^{-q^2} \quad (3.4)$$

в единицах  $2Ry = r_C^2 \hbar \omega_c \approx 11.34 \text{ мЭВ}$  [80]. В идеальной двумерной системе  $\Delta E_{\nu=2}^{CSW(F),S2DL}(0) = (\ln 2 - 1)/2$ , что в энергетических единицах составляет  $1.74 \text{ мЭВ}$ . Величина поправки в энергию антифазной моды на факторе заполнения  $\nu = 3$  дается выражением:

$$\Delta E_{\nu=3}^{AP}(0) = -\frac{3}{2} \int_0^{\infty} q dq V(q)^2 G(q) \quad (3.5)$$

в единицах  $2Ry$ , где

$$G(q) = \sum_{n_2=2}^{\infty} \left[ \frac{|h_{1n_2}|^2 (h_{00}^2 - 2h_{00}h_{11})}{n_2 - 1} + \frac{|h_{0n_2}|^2 (h_{00}^2 - 2h_{00}h_{11}) - |h_{01}h_{1n_2}|^2}{n_2} \right. \\ \left. - \frac{|h_{01}h_{0n_2}|^2}{n_2 + 1} + \sum_{n_1=1}^{\infty} \left( \frac{|h_{1n_1}h_{1n_2}|^2}{n_1 + n_2 - 2} + \frac{|h_{1n_1}h_{0n_2}|^2 - |h_{0n_1}h_{1n_2}|^2}{n_1 + n_2 - 1} - \frac{|h_{0n_1}h_{0n_2}|^2}{n_1 + n_2} \right) \right],$$

а функции  $h_{mn}(\mathbf{q})$  были введены ранее.

В пределе идеальной двумерной системы поправка второго порядка по  $r_C$  в энергию антифазной моды равна  $\Delta E_{\nu=3}^{AP,S2DL}(0) = -0.1044$  в единицах удвоенного экситонного Ридберга, что составляет приблизительно 1.18 мэВ. Таким образом, во втором порядке теории возмущений обе моды имеют отрицательный кулоновский вклад при нулевом импульсе. Кроме того, как уже было отмечено ранее, величины поправок оказываются независимыми от магнитного поля.

Отношение теоретических поправок в энергию рассмотренных возбуждений находится в поразительном соответствии с эмпирической зависимостью  $\Delta E_{\nu}(0) \propto 1/\nu$  и равно  $0.6806 \approx 2/3$ . На вставке на рис. 3.5 проведено сравнение экспериментальных данных для факторов заполнения 2 и 3 с теоретическим расчетом в теории возмущений второго порядка. Учет конечности ширины ямы через геометрический форм-фактор дает хорошее согласие с экспериментом даже несмотря на то, что параметр  $r_C$  нельзя считать малым в условиях эксперимента.

Учитывая, что энергия коновской магнитоплазменной моды может быть переписана следующим образом:

$$E^{MP}(\mathbf{q})/\hbar \approx \omega_C + \Omega_p^2/2\omega_C, \quad (3.6)$$

где  $\Omega_p$  обозначает частоту плазменных колебаний двумерного электронного газа, можно заключить, что коновский магнитоплазмон представляет собой классическое возбуждение. Напротив, энергия «связи» антифазного магнитоплазмона пропорциональна электронному Ридбергу. Таким образом, антифазный магнитоплазмон является существенно квантовым возбуждением, что неудивительно, если принять во внимание тот факт, что



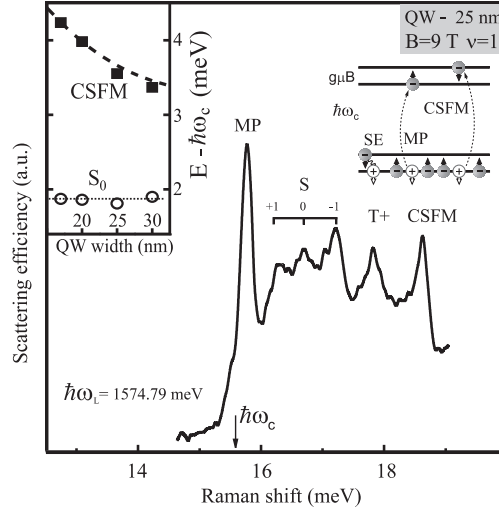
для антифазного магнитоплазмона принципиальным является спин электрона.

В заключение, в третьей главе были рассмотрены циклотронные возбуждения на целочисленных факторах заполнения. Были обнаружены коллективные циклотронные возбуждения с энергией ниже циклотронной энергии. Показано, что энергия таких возбуждений при нулевом импульсе определяется кулоновскими поправками второго порядка малости по параметру  $r_C$ . Была проведена прямая экспериментальная проверка теории возмущений второго порядка. Показано, что во втором порядке теории возмущений по параметру  $r_C$  развитые теоретические подходы хорошо описывают экспериментальные результаты. Были обнаружены магнитоплазменные возбуждения, имеющие существенно квантовую природу.

## 4. Примесные $D^-$ комплексы. Циклотронные и внутриуровневые возбуждения $D^-$ комплексов

Данная глава содержит результаты исследования барьерных  $D^-$  комплексов. Помимо линий, связанных с возбуждениями ДЭС, в спектрах возбуждения реальных двумерных электронных систем даже при целочисленных факторах заполнения присутствуют дополнительные линии. Долгое время эти линии связывались с рассеянием на «ротонах» — магнитоплазменных возбуждениях с обобщенным импульсом, соответствующим положению экстремумов дисперсии магнитоплазмона. Такое рассеяние может возникнуть в ДЭС с большим числом пространственных неоднородностей (нарушенной трансляционной инвариантностью). Подвижность в образцах, обсуждаемых в этой главе, достигала десятков миллионов  $\text{см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ , что полностью исключает масштабное нарушение трансляционной инвариантности и возможность наблюдения НРС от «ротонов». Кроме того, расщепление основной линии «ротонов» на спиновой триплет исключает ее связь с магнитоплазменными возбуждениями. Тем не менее без дополнительных степеней свободы сложно придумать описание «лишних» линий, альтернативное «ротонной» концепции. Оказывается, что эти линии можно связать с возбуждениями барьерных  $D^-$  комплексов — связанных состояний ионизованного донора в барьере и двух электронов.

#### 4.1. Циклотронные возбуждения $D^-$ комплексов

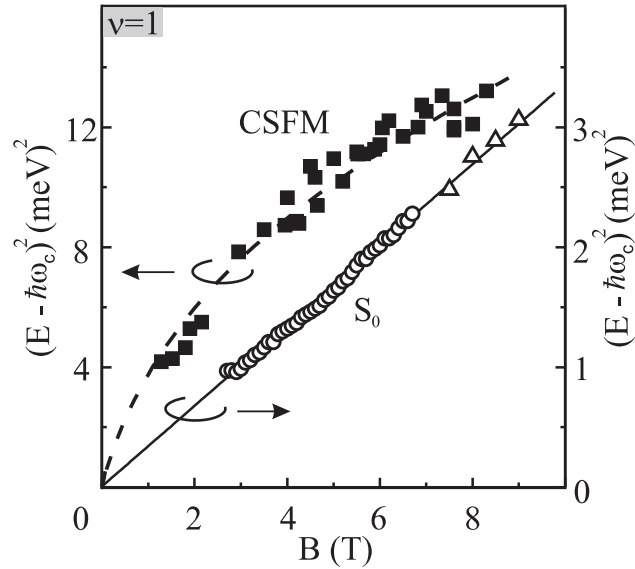


**Рис. 4.1.** Спектры неупругого рассеяния света при факторе заполнения  $\nu = 1$ . Наблюдаются линии коллективных мод — магнитоплазмона (MP) и циклотронной спин-флип магнитоэкситоны (ЦСФМ), а также циклотронных возбуждений  $D^-$  комплексов: спин-синглетного ( $S$ ) и спин-триплетного ( $T+$ ). На вставке показаны зависимости кулоновских вкладов ( $E - \hbar\omega_c$ ) в энергии возбуждений ЦСФМ и  $S_0$  от ширины квантовой ямы, измеренные для четырех образцов в магнитном поле  $B = 8.5$  Тл. Энергия ЦСФМ уменьшается с ростом ширины КЯ, а энергия возбуждения  $S_0$  не зависит от ширины ямы.

На рисунке 4.1 представлен экспериментальный спектр циклотронных возбуждений при  $\nu = 1$ , где помимо линий магнитоплазмона и циклотронного спин-флип магнитоэкситона наблюдаются дополнительные линии — линия  $S$ , расщепленная на три компоненты, с энергетическими щелями, близкими к зеемановской энергии электронов, и линия  $T+$ . Расщепление линии  $S$  на три спиновые компоненты в магнитном поле позволяет связать это возбуждение с циклотронными спин-флип возбуждениями спин-синглетного состояния барьерного  $D^-$  комплекса [43]. Линия  $T+$  связывается с циклотронным возбуждением спин-триплетного состояния

$D^-$  комплекса. Энергии этих линий не зависят от импульса, как и должно быть для возбуждений локализованных комплексов. Также, в отличие от циклотронных спин-флип магнитоэкситонов, энергии этих возбуждений очень слабо (в пределах экспериментальной погрешности) зависят от ширины квантовой ямы (рис. 4.1), что еще раз свидетельствует о локализации возбуждений, связанных с «лишними» линиями. Зависящий от ширины ямы геометрический форм-фактор  $F(q)$  наиболее сильно подавляет Фурье-компоненты взаимодействия при  $q \geq 1/l$ , где  $l$  — эффективная протяженность волновой функции электронов в направлении роста квантовой ямы. У обменной части кулоновского взаимодействия велика амплитуда Фурье-компонент при  $q \sim 1/l_B$ . Поэтому, как только магнитная длина сравнивается с эффективной шириной квантовой ямы, обменная часть кулоновского взаимодействия подавляется. Для AlGaAs/GaAs квантовых ям это происходит в полях 3–4 Тл. Независимость энергии возбуждений  $D^-$  комплекса от ширины квантовой ямы подразумевает, что главный вклад в кулоновские поправки к энергии возбуждений  $D^-$  комплекса не является обменным. Предполагается, что энергетический сдвиг возбуждений барьерного  $D^-$  комплекса от циклотронной энергии связан не с обменным взаимодействием, а с кулоновским расталкиванием возбужденного электрона и свободных электронов в конечном состоянии. Экспериментальная величина сдвига пропорциональна квадратному корню магнитного поля ( $e^2/\epsilon l_B \sim \sqrt{B}$ ) (рис. 4.2), что характерно не для обменного, а для прямого кулоновского взаимодействия.

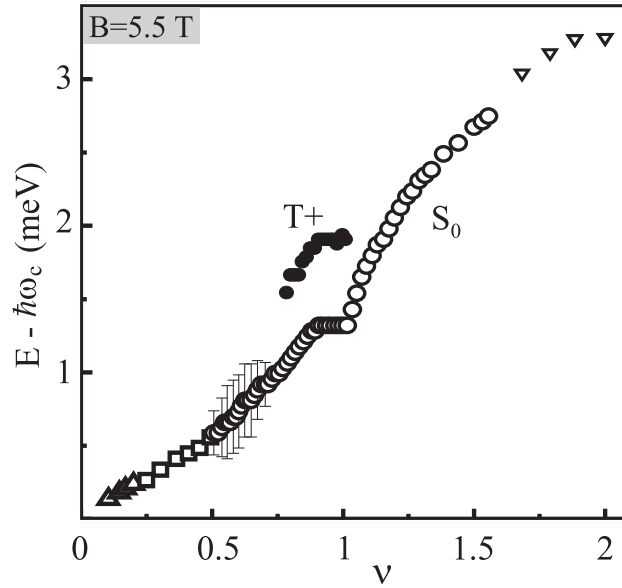
Энергия центральной компоненты  $S_0$  возбуждений спин-синглетного  $D^-$  комплекса почти линейно убывает при изменении электронной плотно-



**Рис. 4.2.** Магнитополевые зависимости квадрата кулоновской части энергии циклотронной спин-флип магнитоэкситоны (сплошные символы) и центральной компоненты  $S_0$  циклотронных возбуждений спин-синглетного  $D^-$  комплекса (открытые символы) на факторе заполнения  $\nu = 1$ . Также показана теоретическая зависимость энергии ЦСФМ от магнитного поля (штриховая кривая) для 25 нм квантовой ямы и для идеальной двумерной системы (штрих-пунктир). Прямая линия, аппроксимирующая результаты для линии  $S_0$ , проведена для наглядности.

сти в диапазоне факторов заполнения от  $\nu = 2$  до  $\nu = 0.1$  (рис. 4.3), что также подтверждает данную интерпретацию кулоновского вклада в энергию возбуждений. При уменьшении фактора заполнения дополнительными вакансиями на уровне Ландау энергетически выгодно приблизиться к отрицательно заряженному  $D^-$  комплексу, что приводит к его большей пространственной изоляции от свободных электронов. Соответственно, уменьшается энергия кулоновского расталкивания локализованного и свободных электронов в возбужденном состоянии.

Установлено, что линии барьерных  $D^-$  комплексов присутствуют в спектрах неупругого рассеяния света всех без исключения исследованных



**Рис. 4.3.** Зависимости кулоновских энергий возбуждений  $S_0$  (открытые символы) и  $T+$  (сплошные символы) от фактора заполнения, измеренные в магнитном поле  $B = 5.5$  Тл для квантовой ямы шириной 25 нм.

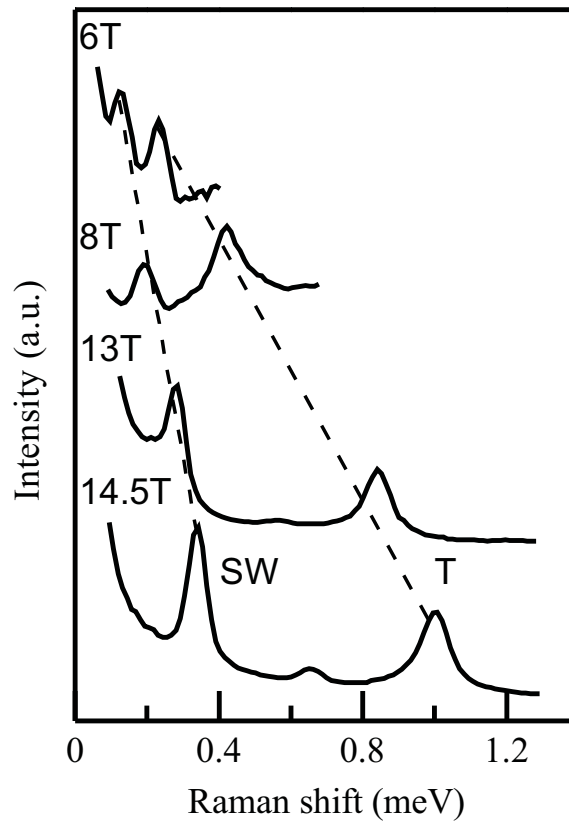
гетероструктур, несмотря на высокую подвижность двумерных электронных систем ( $2\text{--}20 \times 10^6 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ ). При этом сечение рассеяния НРС практически не меняется в структурах, выращенных в разных установках молекулярно-пучковой эпитаксии. По-видимому, число остаточных примесей в AlGaAs барьерах квантовых ям слабо зависит от технологии роста. Интересно, что линии примесных комплексов по интенсивности сравнимы, а иногда превосходят интенсивности линий коллективных возбуждений свободных электронов. Этот факт, сам по себе, не позволяет судить о концентрации примесных комплексов в электронной системе, так как сечения неупругого рассеяния света качественно различны для коллективных возбуждений и возбуждений электронов, связанных в комплексах. В длинноволновом пределе ( $ql_B \rightarrow 0$ ) сечение рассеяния на коллективных возбуждениях пропорционально  $n_s(ql_B)^2$ . В свою очередь, сечение рассеяния

света на примесных комплексах не зависит от импульса и пропорционально концентрации комплексов. Кроме того, анализ соотношения интенсивностей линий НРС усложняется из-за эффектов резонансного усиления сечения рассеяния. Таким образом, сечения рассеяния света коллективными и примесными возбуждениями имеют разную природу и не отражают в явном виде соотношение концентраций свободных и связанных электронов. Можно оценить количество положительно заряженных примесей в барьере квантовой ямы в непосредственной близости от двумерной электронной системы, принимая во внимание тот факт, что в исследуемых структурах все электроны локализованы на  $D^-$  комплексах (то есть отсутствуют коллективные моды) при  $\nu \simeq 0.1$  и  $B \simeq 10$  Тл [81]. Исходя из этого, разумной оценкой сверху для числа электронов, локализованных на  $D^-$  комплексах, будет  $\simeq 10^{10}$  см $^{-2}$ . Близкой к этой оценке будет концентрация спин-синглетных  $D^-$  комплексов и в холловском ферромагнетике, так как интенсивности линий неупругого рассеяния света от возбуждений спин-синглетных  $D^-$  комплексов при факторах заполнения  $\nu = 0.1$  и  $\nu = 1$  сравнимы.

#### 4.2. Внутриуровневые возбуждения $D^-$ комплексов

Настоящий раздел посвящен исследованию внутриуровневых возбуждений  $D^-$  комплексов. Один из основных вопросов, с которым экспериментаторы встречаются при исследовании барьерных  $D^-$  комплексов, состоит в том, чтобы определить местоположение ионизованного донора в барьере квантовой ямы. К сожалению, ответ на этот вопрос не может быть получен из энергий циклотронных возбуждений  $D^-$  комплексов, так как эта энергия близка к циклотронной вне зависимости от положения примес-

ного центра. Более интересными в этой связи являются внутриуровневые возбуждения  $D^-$  комплексов. Энергия которых целиком определяется кулоновским взаимодействием электронов комплекса в квантовой яме и положительно заряженной примеси в барьере. Задача о барьерном доноре в магнитном поле может быть решена асимптотически точно, поэтому положение ионизованного донора может быть найдено путем количественного сравнения результатов теоретического расчета с экспериментом.



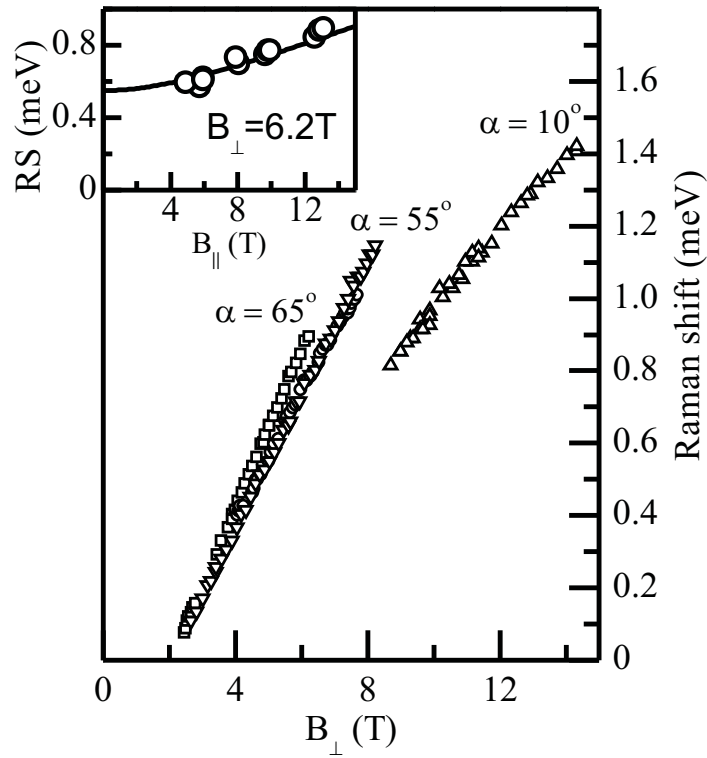
**Рис. 4.4.** Спектры неупругого рассеяния света, измеренные при различных значениях магнитного поля. В спектре присутствуют линии спиновой волны (SW) и внутриуровневого возбуждения барьерного  $D^-$  комплекса ( $T$ ).

Спектры низкоэнергетического ( $< 2$  мэВ) неупругого рассеяния света



двумерной электронной системы малой плотности при нескольких значениях магнитного поля представлены на рис. 4.4. Самая низкоэнергетическая линия  $SW$  соответствует процессам неупругого рассеяния света с рождением спиновой волны — возбуждения с изменением спинового квантового числа электронной системы на единицу. Энергия спиновой волны изменяется от магнитного поля ( $B$ ) как  $\mu g_e^* B$ , где  $\mu$  — магнетон Бора, а  $g_e^*$  — эффективный  $g$ -фактор электрона в GaAs квантовой яме. Возбуждение, связанное с более высокоэнергетической линией  $T$ , обладает рядом необычных физических свойств. Его энергия зависит от обеих компонент магнитного поля, направленных вдоль и поперек квантовой ямы, причем зависимость от компоненты магнитного поля вдоль квантовой ямы ( $B_{||}$ ) при постоянной компоненте магнитного поля, нормальной к плоскости квантовой ямы ( $B_{\perp}$ ), совпадает с зависимостью зеемановского расщепления для электронов в квантовой яме от магнитного поля (рис. 4.5).

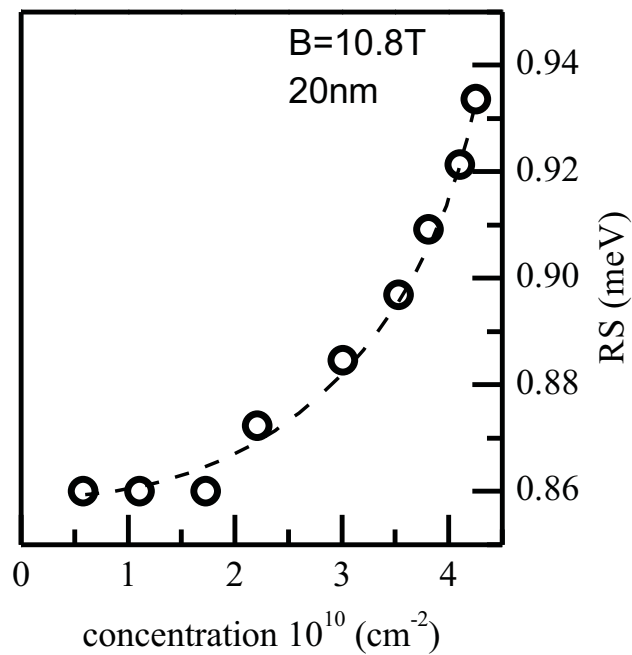
Таким образом, наблюдаемое возбуждение связано с изменением проекции электронного спина на единицу. Оставшаяся часть энергии возбуждения зависит только от перпендикулярной компоненты магнитного поля. Наблюдается рост этой энергии с увеличением магнитного поля, причем даже при факторах заполнения электронов менее  $1/10$  (рис. 4.5). При столь малых электронных концентрациях и факторах заполнения электронная система может рассматриваться как совокупность невзаимодействующих между собой  $D^-$  комплексов [81]. Естественно поэтому связать новую линию неупругого рассеяния света с внутриуровневым возбуждением барьерного  $D^-$  комплекса. Действительно, линия  $T$  не наблюдается в спектре возбуждений нейтральной системы, когда электронная плотность умень-



**Рис. 4.5.** Зависимости энергии возбуждения  $D^-$  комплекса от магнитного поля при различных значениях угла наклона вектора индукции магнитного поля к плоскости квантовой ямы. На вставке показана зависимость энергии возбуждения  $D^-$  комплекса от магнитного поля, направленного вдоль плоскости квантовой ямы, при постоянной величине компоненты магнитного поля, нормальной к плоскости квантовой ямы ( $B_{\perp} = 6.2$  Тл). Сплошной линией изображено изменение энергии зеемановского расщепления для электронов в квантовой яме в зависимости от параллельной компоненты магнитного поля, отсчитанное от энергии возбуждения  $D^-$  комплекса при  $B_{\perp} = 6.2$  Тл.

шается до  $\sim 10^9$  см $^{-2}$ , т.е. до концентраций, когда электронная система представляет собой совокупность нейтральных  $D^0$  комплексов — состояний ионизованного донора в барьере квантовой ямы и электрона в квантовой яме. С увеличением электронной концентрации линия  $T$  сдвигает-

ся в фиолетовую область спектра и уширяется, а при некоторой критической концентрации ( $4 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ) исчезает из спектра (рис. 4.6). Подобное увеличение энергии возбуждений  $D^-$  комплексов при росте концентрации электронного газа наблюдалось ранее для циклотронных возбуждений и связывалось с ростом кулоновского расталкивания возбужденного электрона и окружающих  $D^-$  комплекс свободных электронов [38, 39].



**Рис. 4.6.** Экспериментальная зависимость энергии возбуждения  $1T \rightarrow 0S$  барьерного  $D^-$  комплекса от концентрации электронов в квантовой яме при  $B_{\perp} = 10.8 \text{ Т}$ .

В теоретических моделях, описывающих спектр возбуждений  $D^-$  комплексов, локализирующее действие заряженной примеси рассматривается обычно как слабое возмущение к гамильтониану свободных электронов в магнитном поле [40, 46]. Волновые функции электронов на нулевом уровне Ландау в магнитном поле вдоль оси  $z$  вырождены по проекции момента  $M$

на ось  $z$  и имеют вид

$$\psi_{M_i}(r_i, \varphi_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}l_B} \left(\frac{r_i}{l_B}\right)^M e^{-iM\varphi} e^{-\frac{r_i^2}{4l_B^2}},$$

$l_B$  — магнитная длина. Здесь используется аксиальная калибровка векторного потенциала. Волновая функция пары электронов зависит от их спинового состояния, поскольку полная волновая функция двух фермионов должна быть антисимметричной. Для спинового синглета (пары электронов с противоположными спинами) координатная часть симметрична, и электроны могут находиться в одинаковых состояниях с нулевым моментом. Полный орбитальный момент пары равен  $M = M_1 + M_2 = 0$ , а волновая функция имеет вид

$$\Psi_S = \psi_0(r_1, \varphi_1)\psi_0(r_2, \varphi_2).$$

Для спинового триплета (пары электронов с одинаково направленными спинами) координатная часть антисимметрична, электроны находятся в разных орбитальных состояниях. Полный минимальный орбитальный момент системы равен  $M = M_1 + M_2 = 1$ , а волновая функция имеет вид

$$\Psi_T = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_0(r_1, \varphi_1)\psi_1(r_2, \varphi_2) - \psi_1(r_1, \varphi_1)\psi_0(r_2, \varphi_2)).$$

Энергии взаимодействия электронов с положительным зарядом по теории возмущений

$$E_{Di}(Z) = \langle \psi_i(r, \varphi) | V(r, Z) | \psi_i(r, \varphi) \rangle,$$

а энергии взаимодействия электронов между собой

$$E_{Ii} = \langle \Psi_i(r, \varphi) | V(r) | \Psi_i(r, \varphi) \rangle.$$

Отсюда получается энергия синглета с моментом  $M = 0$

$$E_{S0} = E_{I0} - 2E_{D0}(Z)$$

и энергия триплета с моментом  $M = 1$

$$E_{T1} = E_{I1} - E_{D1}(Z) - E_{D0}(Z).$$

Можно ввести энергию связи двух электронов, для этого надо вычесть из полной энергии соответствующую энергию взаимодействия с положительным зарядом. Для синглета получаем

$$\Delta E_{S0} = E_{I0} - E_{D0}(Z),$$

а для триплета

$$\Delta E_{T1} = E_{I1} - E_{D1}(Z).$$

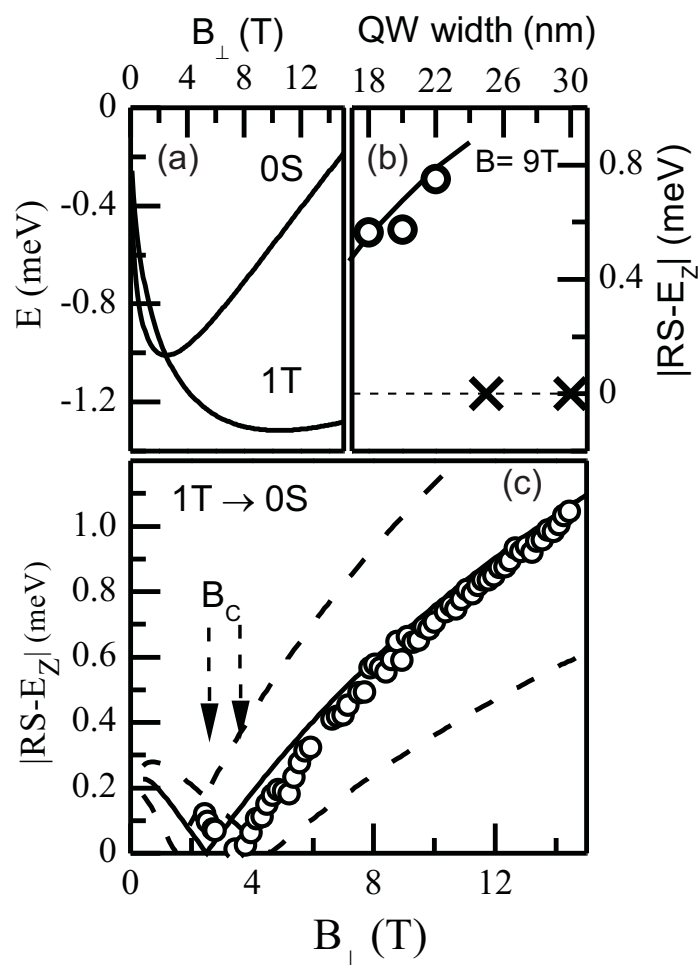
Разность энергий связи (или просто энергий) синглета и триплета с учетом одночастичной зеемановской энергии  $E_Z = 2\mu g_e^* H$  равна

$$E_S - E_T = E_{I0} - E_{I1} + E_{D1}(Z) - E_{D0}(Z) + E_Z,$$

где  $g_e^*$  — эффективный  $g$ -фактор электронов в GaAs. В диапазоне магнитных полей  $3 < B < 15$  Тл в квантовых ямах с шириной 20 нм основным состоянием барьерного  $D^-$  комплекса является спиновой триплет с полным моментом  $M = 1$  ( $1T$ ) (рис. 4.7а).

При этом наблюдаемое в эксперименте возбуждение — это переход  $1T \rightarrow 0S$ . При увеличении ширины ямы состояние  $0S$  перестает быть связанным. Действительно, в ямах с шириной 25 нм и более возбуждение  $1T \rightarrow 0S$  экспериментально не наблюдается (рис. 4.7б).

Варьированием  $z$ -координаты ионизованного донора в барьере квантовой ямы можно достичь количественного совпадения экспериментальных



**Рис. 4.7.** а) теоретические зависимости нижайших по энергии связанных состояний двух электронов и положительного заряда на гетероинтерфейсе квантовой ямы для квантовой ямы шириной 20 нм. б) зависимость энергии возбуждения  $1T \rightarrow 0S$  барьерного  $D^-$  комплекса от ширины ямы. Открытые точки — измеренные значения энергий. Кресты указывают на квантовые ямы, в которых линия, соответствующая  $1T \rightarrow 0S$ , не обнаружена. Сплошная линия — теоретический расчет. в) Экспериментальная (точки) и теоретическая (сплошная линия) зависимости энергии возбуждения  $1T \rightarrow 0S$  и  $0S \rightarrow 1T$  барьерного  $D^-$  комплекса для ямы 20 нм. Стрелками указаны теоретическое и экспериментальное магнитные поля, в которых изменяется симметрия основного состояния  $D^-$  комплекса. Теоретический расчет энергий возбуждений  $1T \rightarrow 0S$  и  $0S \rightarrow 1T$  для  $D^-$  комплексов, в которых положительный заряд расположен в  $10 \text{ \AA}$  по обе стороны от гетероинтерфейса, показан пунктирными линиями.

и теоретических результатов. Оказывается, что теория и эксперимент согласуются, если поместить положительный заряд на гетероинтерфейс между квантовой ямой и барьером. При этом согласие с теорией улучшается с увеличением перпендикулярной компоненты магнитного поля (рис. 4.7с) (улучшаются условия для применения теории возмущений). Если отодвинуть примесь всего на  $10 \text{ \AA}$  от гетероинтерфейса, теоретическая оценка для энергии возбуждения уменьшается на 30 процентов от экспериментально полученных значений. Таким образом, можно заключить, что ионизованный донор расположен непосредственно на гетерогранице, разделяющей квантовую яму и барьер. Данный факт не является удивительным, так как диффузия объемных примесей в AlGaAs барьере в процессе эпитаксиального роста существенно замедляется на дефектах решетки гетероинтерфейса GaAs/AlGaAs, т.е. гетероинтерфейс является особой точкой, в которой концентрация примесей превышает концентрацию примесей в барьере. Из анализа интенсивностей линий рамановского рассеяния можно заключить, что концентрация ионизованных доноров на гетероинтерфейсе должна как минимум на порядок величины превышать среднюю концентрацию ионизованных доноров в барьере квантовой ямы.

В критическом магнитном поле около 3 Тл теория предсказывает изменение симметрии основного состояния барьерного  $D^-$  комплекса с триплетного на синглетное. Характеристикой этого изменения является зануление энергии возбуждения  $1T \rightarrow 0S$ . Изменение симметрии основного состояния наблюдается и в эксперименте, но из-за того, что теория возмущения плохо работает в данном диапазоне магнитных полей, теоретическое и экспериментальное значения для критического магнитного поля

отличаются на 1 Тл (рис. 4.7с). При более низких магнитных полях возможно возбуждение  $0S \rightarrow 1T$ , которое также наблюдается в эксперименте (рис. 4.7с). Интересно, что аналогичное изменение основного состояния системы двух электронов, локализованных в гармоническом потенциале, обсуждалось в работе [82]. В этом случае задача о двух электронах может быть решена точно в произвольном магнитном поле. Несмотря на то, что гармонический потенциал далек от кулоновского потенциала ионизованного барьерного донора, симметричные свойства основного состояния системы двух электронов в обоих случаях аналогичны.

Таким образом показано, что в реальных высокоподвижных ДЭС кулоновский потенциал интерфейсных ионизованных доноров приводит к формированию макроскопической системы  $D^-$  комплексов. Спектр возбуждений  $D^-$  комплексов является дискретным, поэтому состояния дробного и целочисленного квантового эффекта Холла остаются несжимаемыми вне зависимости от того, присутствуют или отсутствуют  $D^-$  комплексы в основном состоянии электронной системы. При этом электронные системы с  $D^-$  комплексами обладают характерным спектром возбуждений (локализованных магнитоэкситонов), отличным от спектра возбуждений системы свободных электронов. По-видимому, именно существование большого числа барьерных  $D^-$  комплексов в основном состоянии ДЭС ограничивает диапазон наблюдаемых дробных состояний квантового эффекта Холла с большими знаменателями и диапазон магнитных полей, в которых наблюдаются целочисленные состояния с малыми целыми числами заполнения ( $\nu = 1$  и  $2$ ). Предложенный здесь механизм рассеяния НРС на локализованных магнитоэкситонах  $D^-$  комплексов не только просто и эле-



гантно решает проблему «лишних» линий, но и позволяет поновому взглянуть на другую проблему физики низкоразмерных систем — существование «трионов» в спектрах фотолюминесценции. Недавно было показано, что «трионы» — это  $D^0X$  комплексы (связанные состояния экситона и нейтрального донора). Однако, до сих пор не удавалось объяснить, почему фотолюминесценция  $D^0X$  комплексов дает узкую линию в спектре. Если принять точку зрения, обоснованную в этой главе, что большая часть примесей находится на самом гетероинтерфейсе квантовой ямы, то природа линии «триона» становится очевидной. Фотовозбужденная дырка связывается с интерфейсным  $D^-$  комплексом, и формируется  $D^0X$  комплекс, энергия которого хорошо определена.

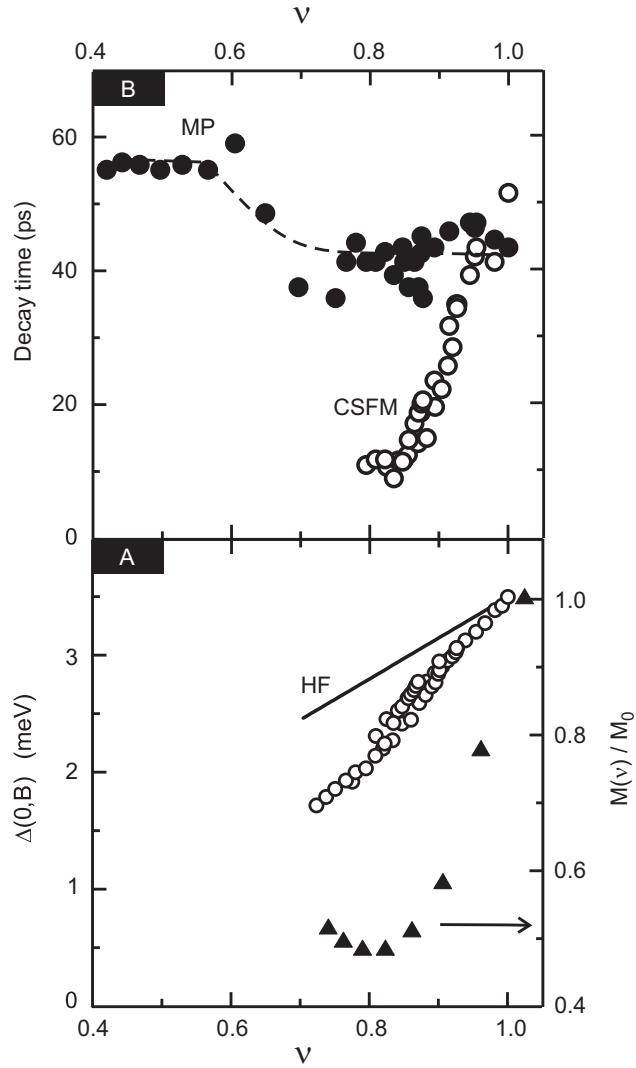
В заключение, были обнаружены и исследованы циклотронные возбуждения барьерных  $D^-$  комплексов в GaAs/AlGaAs квантовых ямах. Показано, что из-за взаимодействия между возбужденными электронами и свободными электронами в квантовой яме энергии возбуждений комплексов приобретают значительный кулоновский вклад, причем величина энергетического сдвига определяется числом заполненных состояний на нулевом уровне Ландау. Из экспериментальных данных была получена оценка сверху концентраций барьерных  $D^-$  комплексов в GaAs/AlGaAs квантовых ямах  $\simeq 10^{10} \text{ см}^{-2}$ . Были обнаружены и идентифицированы внутриуровневые возбуждения барьерных  $D^-$  комплексов. Рассчитаны энергии связанных состояний  $D^-$  комплексов с учетом нелокальности волновых функций электронов в направлении роста квантовых ям. Из сравнения теоретических и экспериментальных результатов получено наиболее вероятное положение большей части  $D^-$  комплексов относительно центра ямы. Показано,

что значительная часть  $D^-$  комплексов находится на интерфейсе квантовой ямы. Обнаружено изменение симметрии основного состояния  $D^-$  комплекса, индуцированное магнитным полем.

## 5. Возбуждения электронной системы вблизи нечетных факторов заполнения

### 5.1. Циклотронная спин-флип мода в ультраквантовом пределе

Вопрос о природе основного состояния ДЭС вблизи нечетных факторов заполнения до сих пор остается открытым. Непосредственно на целочисленном факторе заполнения основным состоянием является холловский ферромагнетик, однако измерения ЯМР свидетельствуют о деполяризации системы при отходе от целочисленного фактора заполнения. Как было показано во второй главе, энергия длинноволновой циклотронной спин-флип моды содержит значительный обменный вклад, который, главным образом, определяется энергией взаимодействия электрона с ближайшими соседями. Таким образом, величина обменной энергии  $\Delta(0, B)$  несет информацию об обменном взаимодействии, а следовательно, о мере локальной спиновой поляризации системы. На рисунке 5.1а показана зависимость энергии циклотронной спин-флип моды от фактора заполнения. Величина обменной энергии уменьшается при отходе от фактора заполнения  $\nu = 1$ , при этом эта величина уменьшается быстрее, чем предсказывается в приближении Хартри–Фока, которое учитывает только увеличение межэлектронного расстояния. Такое поведение обменной энергии свидетельствует о деполяризации электронной системы. Энергия ЦСФМ лежит в континууме двух- и трехчастичных возбуждений, состоящих из магнитоплазмона, спинового



**Рис. 5.1.** а) Интенсивность циклотронной спин-флип моды (зависимость от фактора заполнения сечения рассеяния света циклотронной спин-флип модой (открытые точки) в сравнении с намагниченностью двумерной электронной системы. Сплошной линией показан расчет в приближении Хартри-Фока. б) Зависимость времени жизни линий циклотронной спин-флип моды (светлые символы) и магнитоплазмона (темные символы) от фактора заполнения.

экситона и внутриуровневых возбуждений. Распад на другие электронные возбуждения должен приводить к затуханию ЦСФМ, что подтверждается экспериментально. При уменьшении фактора заполнения от  $\nu = 1$  наблюдается многократное уширение линии неупругого рассеяния ЦСФМ. В области факторов заполнения  $\nu = 0.5$  уширение линии SF становится по-

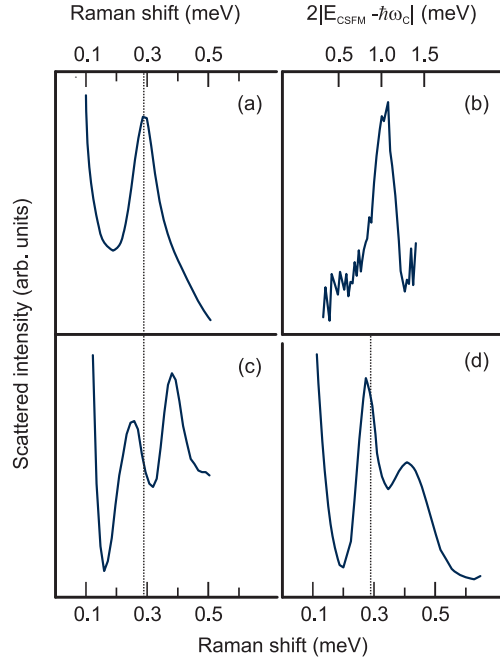
рядка кулоновского вклада, а сама линия не детектируется как отдельный резонанс в спектре неупругого рассеяния света. Поскольку ширина линии неупругого рассеяния света не связана со структурой промежуточных виртуальных состояний, а определяется исключительно затуханием конечных состояний рассеяния, из полуширины линии можно оценить время жизни ЦСФМ  $\tau = 2\pi\hbar\Gamma^{-1}$ . Для спин-флип моды время жизни становится порядка 10 пс уже при  $\nu = 0.8$  (рис. 5.1b). Короткое время жизни ЦСФМ не связано с рассеянием на случайном потенциале примесей и неровностей гетерограницы, что следует непосредственно из анализа ширины линии магнитоплазмона. В области диэлектрической фазы  $\nu = 1$  экранирование случайного потенциала подавлено, поэтому рассеяние возбуждений на случайном потенциале усиливается [59]. Такая зависимость наблюдается в случае магнитоплазмона, который является нераспадным возбуждением. Время жизни магнитоплазмона минимально в диэлектрической фазе и не зависит от фактора заполнения в проводящей фазе. Напротив, линия ЦСФМ достигает минимального значения в диэлектрической фазе, таким образом, затухание спин-флип моды связано не с рассеянием на случайном потенциале, а с взаимодействием с другими коллективными возбуждениями электронной системы. Предполагается, что аномальное поведение времени жизни ЦСФМ связано с комплексной природой этого возбуждения. При  $\nu = 1$  ЦСФМ представляет собой стабильное возбуждение многоэкситонного характера — суперпозицию одноэкситонного комбинированного возбуждения и пар коллективных возбуждений с нулевым суммарным импульсом, состоящих из магнитоплазмонов и спиновых экситонов. В холловском ферромагнитном состоянии  $\nu = 1$  энергия SF с учетом многоэк-

ситонных поправок мало отличается от одноэкситонной энергии, однако важным результатом является то, что многоэкситонный комплекс не затухает. При нецелочисленных факторах заполнения уширение линии ЦСФМ можно связать с появлением новых каналов распада, связанных с внутривыровневыми возбуждениями. Существование таких возбуждений, а также деполяризация электронной системы при отходе от целочисленного фактора заполнения свидетельствуют о том, что основное состояние перестает быть холловским ферромагнетиком.

## 5.2. Дополнительный спиновый экситон

Для систем, в которых обменная энергия существенно превышает зеемановскую, теория предсказывает, что при малых отклонениях фактора заполнения от единицы наиболее энергетически выгодным способом изменения заряда является формирование топологических спиновых текстур в основном состоянии — скирмионов. [49] Скирмионы могут формировать скирмионный кристалл, в котором из-за нарушения симметрии возможно появление бесщелевой голдстоуновской моды [52].

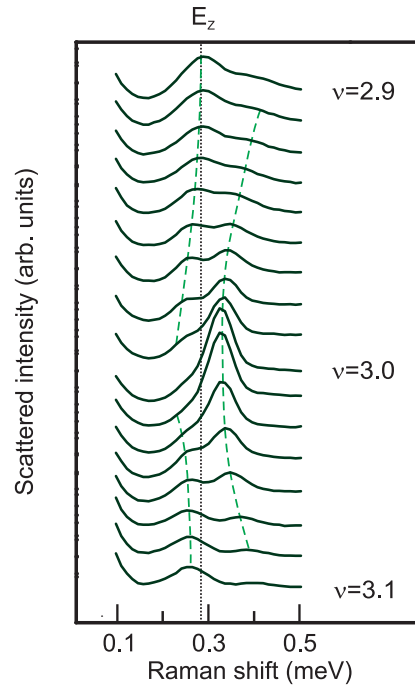
Заметим, что скирмион хорошо определен в пределе, когда число перевернутых спинов  $K \gg 1$ . Для большинства экспериментально доступных систем  $K = 3$ , поэтому важным для рассмотрения представляется случай  $K = 0$ , в котором скирмион вырождается в лафлиновскую квазичастицу и скирмионные эффекты должны отсутствовать. Для того чтобы достигнуть этого предела были исследованы структуры с малой электронной концентрацией в большом полном магнитном поле. Большое полное поле обеспечивает значительное зеемановское расщепление, а малая концен-



**Рис. 5.2.** Спектры НРС в окрестности фактора заполнения  $\nu = 1$ . а) Измерение зеемановской энергии по спектру спинового экситона на факторе заполнения  $\nu = 1.9$ . б) Измерение обменной энергии по энергии циклотронной спин-флип моды (ЦСФМ) в окрестности фактора заполнения  $\nu = 1$ . с, d) Спектры НРС при  $\nu$  больше ( $\nu = 1.35$ ) и меньше ( $\nu = 0.75$ )  $\nu = 1$ , соответственно.

трация обеспечивает малую величину обменной энергии. Для того, чтобы система оставалась двумерной в таком пределе и не происходило смешивания подзон за счет параллельного поля, необходимо, чтобы величина межподзонного расщепления значительно превышала циклотронную энергию электронов в полном поле [83]. Для этого использовались высокоподвижная квантовая яма с шириной  $200 \text{ \AA}$ . Темновая концентрация электронов в образце составляла  $6 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$  и варьировалась с использованием описанного выше метода фотообеднения.

Измерения проводились следующим образом: при выбранном угле поворота образца в полном поле  $8 - 14.8 \text{ Тл}$  разворачивалась интенсивность



**Рис. 5.3.** Спектры НРС вблизи состояния холловского ферромагнетика  $\nu = 3$ . Шаг по концентрации приблизительно равен 0.0125. Вертикальной линией отмечено значение одночастичной зеемановской энергии. Пунктирной линией показан ход положений максимумов в зависимости от фактора заполнения.

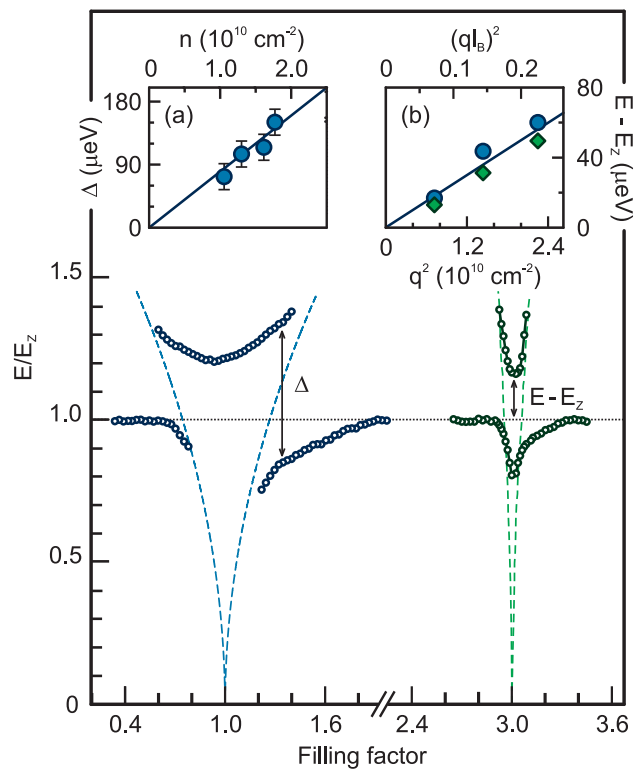
фотообедняющего излучения. Факторы заполнения контролировались по появлению характерных спектров НРС (наблюдались циклотронные триплеты и антифазные магнитоплазмоны на четных и нечетных факторах заполнения, соответственно).

Зеемановская энергия измерялась по энергии спиновой волны вблизи четных факторов заполнения (рис. 5.2а), где кулоновские поправки в энергию отсутствуют. Кроме того, расщепление между компонентами спинового триплета на четных факторах заполнения давало независимый способ измерения зеемановской энергии. Обменная энергия оценивалась как удвоенная разность между энергией циклотронной спин-флип моды на факторе заполнения  $\nu = 1$  и циклотронной энергией (рис. 5.2b). Отношение зеема-



новской энергии к кулоновской энергии достигало  $1/3$  при  $n = 2 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ , что примерно в пять раз превосходило теоретическое значение, при котором появляется скирмион с  $K = 1$  [50].

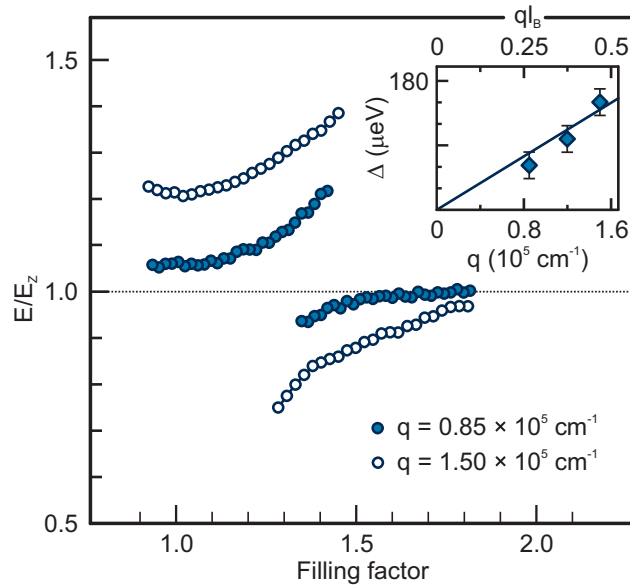
Характерные спектры неупругого рассеяния света в окрестности фактора заполнения  $\nu = 1$  показаны на рисунке 5.2с, d. На спектре видны две моды, одна из них находится ниже, а другая выше зеемановской энергии. Аналогичная картина наблюдается и для другого состояния холловского



**Рис. 5.4.** Положения максимумов в спектрах НРС вблизи холловских ферромагнетиков  $\nu = 1, 3$  в зависимости от фактора заполнения. Пунктирными линиями изображена предполагаемая корневая зависимость энергии дополнительной спиновой моды. а) Зависимость минимального расщепления между двумя спиновыми модами  $\Delta$  от электронной плотности  $n$ . б) Ход кривой дисперсии спиновых экситонов на факторах заполнения  $\nu = 1, 3$ .

ферромагнетика —  $\nu = 3$ . На рис. 5.3 показано поведение двух спиновых мод при развертке концентрации в окрестности фактора заполнения

$\nu = 3$ . В спектрах НРС на факторе заполнения  $\nu = 3$  наблюдается единственная линия, соответствующая обычной спиновой волне. При отходе в любую сторону от фактора заполнения  $\nu = 3$  энергия этой линии начинает непрерывно расти, начинаясь от значения обменно-усиленной зеемановской щели. При этом со стороны нулевых энергий появляется дополнительная линия, непрерывно растущая с  $|3 - \nu|$ . При удалении от фактора заполнения  $\nu = 3$  верхняя линия исчезает, а энергия нижней линии выходит на одночастичную зеемановскую энергию. Изменение интенсивностей линий свидетельствует о наличии антикроссинга. Заметим, что на факторе заполнения  $\nu = 3$  скирмионы образоваться не могут. Было показано, что на нечетных факторах заполнения  $\nu > 1$  формирование скирмионов оказывается энергетически невыгодным даже в отсутствие зеемановского поля [84].



**Рис. 5.5.** Положения максимумов в спектрах НРС вблизи Холловского ферромагнетика  $\nu = 1$  в зависимости от фактора заполнения для двух значений передаваемого импульса. На вставке приведена зависимость минимального расщепления  $\Delta$  от импульса.

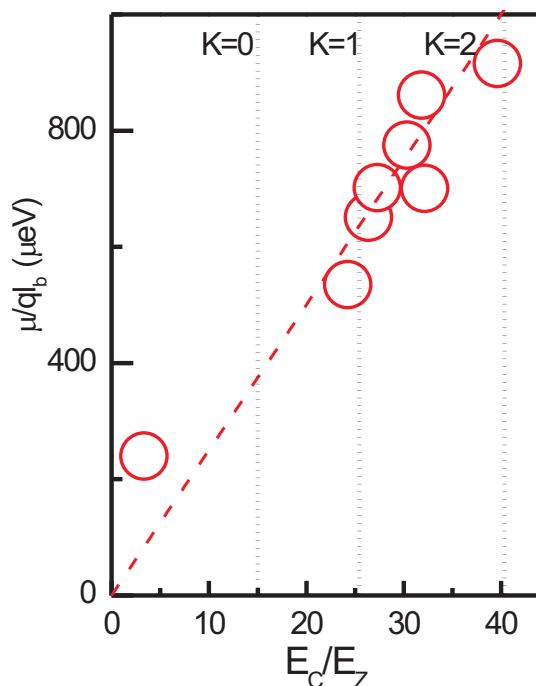
Зависимость положений низкоэнергетических максимумов в спектрах

НРС от фактора заполнения показана на рис. 5.6. На спектрах НРС в окрестности факторов заполнения  $\nu = 1, 3$  наблюдаются две спиновых моды. Кроме того, энергия нижней моды оказывается ниже одночастичной зеемановской щели. В окрестности указанных факторов заполнения эти моды взаимодействуют.

На рис. 5.6 пунктиром показан предположительный ход зависимости энергии дополнительной спиновой моды от фактора заполнения. Если считать, что энергия новой моды определяется кулоновским взаимодействием между дефектами, то мы приходим к корневой зависимости от  $|1 - \nu|$  ( $|3 - \nu|$ ).

Эксперимент показывает, что обе моды имеют нетривиальное кулоновское происхождение. Так, взаимодействие мод, проявляющееся в ненулевом минимальном расщеплении между линиями  $\Delta$  (рис. 5.6), зависит от концентрации электронов в системе (рис. 5.6а). Кроме того, величина расщепления зависит от импульса  $\mathbf{q}$  (рис. 5.5). Наконец, в пределе нулевого импульса величина расщепления  $\Delta$  зануляется и энергии обеих мод становятся равными одночастичной зеемановской энергии. Таким образом, теорема Лармора оказывается выполненной.

Существующие теории дают основание предполагать, что основное состояние при отходе от холловского ферромагнетика остается коллинеарным ферромагнетиком с конечным числом дефектов (квазидырок). Однако коллинеарный ферромагнетик не поддерживает двух спиновых волн, поэтому наблюдаемый эффект можно связать со спонтанным нарушением симметрии, приводящем к появлению дополнительной моды. Дополнительная спиновая мода не является бесщелевым возбуждением, поэтому



**Рис. 5.6.** Зависимость отношения минимального расщепления  $\Delta$  к импульсу от отношения обменной и зеемановской энергий. Показаны границы появления скирмионов с различным числом частиц.

основное состояние при отходе от целочисленного фактора заполнения не может рассматриваться в рамках теории скирмионного кристалла.

Изменяя угол поворота образца к магнитному полю, можно изменять отношение кулоновской и обменной энергий и достигать отношения  $E_C/E_Z \sim 40$ . При этом число перевернутых спинов в скирмионе должно достигать значения  $K = 3$ . Однако характер возбуждений двумерного электронного газа не претерпевает при этом изменений. Таким образом, основное состояние остается тем же, что и в пределе  $K = 0$ . На рисунке 5.6 показана зависимость нормированной величины расщепления между двумя возбуждениями от отношения зеемановской и обменной энергий.

Увеличение расщепления можно связать с увеличением кулоновского взаимодействия.

В заключение, были исследованы зависимость энергии и амплитуды линии циклотронной спин-флип моды от фактора заполнения в ультраквантовом пределе. Получены свидетельства деполяризации электронной системы при отходе от фактора заполнения  $\nu = 1$ . Было обнаружено новое низкоэнергетическое спиновое возбуждение в окрестности нечетных факторов заполнения. Энергия этого возбуждения существенно ниже зеемановской энергии. Существование дополнительного спинового возбуждения свидетельствует о формировании нового основного состояния со спонтанным нарушением симметрии.

## 6. Заключение и выводы

В диссертационной работе выполнены экспериментальные исследования спектра неупругого рассеяния света двумерной электронной системы, обнаружены новые коллективные возбуждения двумерной электронной системы в режиме квантового эффекта Холла, а также исследованы свойства примесных интерфейсных комплексов.

1. Исследованы свойства циклотронной спин-флип моды — возбуждения, связанного с одновременным изменением орбитального и спинового квантовых чисел в состоянии холловского ферромагнетика  $\nu = 1$ . Измерены обменные поправки к энергии возбуждений в зависимости от магнитного поля. Исследована термодинамика холловского ферромагнетика при  $\nu = 1$ . Определены условия существования и механизм разрушения ферромагнитного упорядочивания в системе. Построена соответствующая фазовая диаграмма.
2. Обнаружены и исследованы циклотронные возбуждения спин-синглетных и спин-триплетных барьерных  $D^-$  комплексов. Измерен кулоновский вклад в их энергию в широком диапазоне концентраций и магнитных полей. Сделаны оценки характерной концентрации барьерных  $D^-$  комплексов.
3. Обнаружены и исследованы внутриуровневые возбуждения барьерных  $D^-$  комплексов. Определена зависимость основного состояния

$D^-$  комплекса от магнитного поля и ширины ямы. Определено положение примесей, образующих  $D^-$  центр относительно центра ямы.

4. При целочисленных факторах заполнения обнаружены циклотронные возбуждения, энергии которых при нулевом импульсе имеют энергии меньше циклотронной. Обнаружен антифазный плазмон на нечетных факторах заполнения, являющийся существенно квантовым возбуждением. Установлена величина кулоновской поправки в энергии циклотронных возбуждений в зависимости от фактора заполнения.
5. Обнаружены новые спиновые возбуждения в электронной системе вблизи нечетных факторов заполнения, энергии которых существенно меньше одночастичной зеемановской энергии, что свидетельствует о нетривиальном магнитном упорядочении основного состояния электронной системы вблизи нечетных факторов заполнения.

## Литература

1. K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S. V. Dubonos, I. V. Grigorieva, A. A. Firsov, *Science* **306**, 666 (2004).
2. M. Konig, S. Wiedmann, C. Brune, A. Roth, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, X. Qi, S. Zhang, *Science* **318**, 766 (2007).
3. Yu. A. Bychkov, S. V. Iordanskiĭ, and G. M. Eliashberg, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **33**, 152 (1981)
4. Yu. A. Bychkov, S. V. Iordanskiĭ, and G. M. Eliashberg, *JETP Lett.* **33**, 143 (1981)
5. C. Kallin and B. I. Halperin, «Excitations from a filled Landau level in the two-dimensional electron gas» *Phys. Rev. B* **30**, 5655 (1984).
6. A. H. MacDonald, «Hartree-Fock approximation for response functions and collective excitations in a two-dimensional electron gas with filled Landau levels» *J. Phys. C: Solid State Phys.* **18**, 1003 (1985).
7. А. С. Журавлев, Л. В. Кулик, И. В. Кукушкин, В. Е. Кирпичев, В. Е. Бисти, «Циклотронная спин-флип мода в ультраквантовом пределе» *JETP Lett.* **85**, 128 (2007)
8. А. Б. Ваньков, Л. В. Кулик, И. В. Кукушкин, А. С. Журавлев, В. Е. Кирпичев, «Барьерные  $D^-$  комплексы в высокоподвижной двумерной электронной системе» *JETP Lett.* **87**, 170 (2008)



9. A. S. Zhuravlev, A. B. Van'kov, L. V. Kulik, I. V. Kukushkin, V. E. Kirpichev, J. H. Smet, K. v. Klitzing, «Inelastic light scattering study of the  $\nu=1$  quantum Hall ferromagnet» *Phys. Rev. B* **77**, 155404 (2008)
10. L. V. Kulik, S. Dickmann, I. K. Drozdov, A. S. Zhuravlev, V. E. Kirpichev, I. V. Kukushkin, S. Schmult, «Antiphased cyclotron-magnetoplasma mode in a quantum Hall system» *Phys. Rev. B* **79**, 121310 (2009)
11. I. K. Drozdov, L. V. Kulik, A. S. Zhuravlev, V. E. Kirpichev, I. V. Kukushkin, S. Schmult, and W. Dietsche, «Extra Spin-Wave Mode in Quantum Hall Systems: Beyond the Skyrmion Limit» *Phys. Rev. Lett.* **104**, 136804 (2010)
12. А. С. Журавлев, Л. В. Кулик, В. Е. Бисти, И. К. Дроздов, В. Е. Кирпичев, И. В. Кукушкин, «Интерфейсные  $D^-$  комплексы в двумерной электронной системе» *ЖЭТФ Lett.* **92**, 672 (2010)
13. T. Ando, A. B. Fowler, F. Stern, «Electronic properties of two-dimensional systems» *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982).
14. K. von Klizing, G. Dorda, and M. Pepper, «New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance» *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980).
15. D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard, «Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit» *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1559 (1982).
16. R. E. Prange, S. M. Girvin, «The Quantum Hall Effect» Berlin: Springer-Verlag, (1988).

17. Э. И. Рашба, В. Б. Тимофеев, ФТП **20**, 977 (1986).
18. R. B. Laughlin, «Anomalous Quantum Hall Effect: An Incompressible Quantum Fluid with Fractionally Charged Excitations» Phys. Rev. Lett. **50**, 1395 (1983).
19. V. L. Pokrovskii, A. L. Talapov, «A simple model for fractional Hall effect» J. Phys. C **18**, L691 (1985).
20. R. B. Laughlin, «Primitive and composite ground states in the fractional quantum hall effect» Surf. Sci. **142**, 163 (1984).
21. R. L. Willett, H. L. Stormer, D. C. Tsui, A. C. Gossard, and J. H. English, «Quantitative experimental test for the theoretical gap energies in the fractional quantum Hall effect» Phys. Rev. B **37**, 8476 (1988).
22. Jain J. K., Phys. Rev. Lett. **63** 199 (1989); Phys. Rev. B **41** 7653 (1990); Jain J. K., Kamilla R. K. in «Composite Fermions» (World Scientific Singapore: O. Heinonen, 1998)
23. Lopez A., Fradkin E. Phys. Rev. B **44** 5246 (1991); Phys. Rev. B **47** 7080 (1993); Phys. Rev. Lett. **69** 2126 (1992)
24. Halperin B. I., Lee P. A., Read N. «Theory of the half-filled Landau level» Phys. Rev. B **47** 7312 (1993)
25. R. Shankar, Phys. Rev. B **63** 085322 (2001)
26. M. S-C. Luo, Sh. L. Chuang, S. Schmitt-Rink, and A. Pinczuk, «Many-body effects on intersubband spin-density and charge-density excitations» Phys. Rev. B **48**, 11086 (1993).

27. Бычков Ю. А., Иорданский С. В., Элиашберг Г. М. , «Двумерные электроны в сильном магнитном поле » JETP Letters **33**, 143 (1982).
28. Yu. A. Bychkov and E. I. Rashba, Sov. Phys. JETP **58**, 1062 (1983).
29. J. P. Longo, C. Kallin, «Spin-flip excitations from Landau levels in two dimensions» Phys. Rev. B **47**,4429 (1993).
30. W. Kohn, «Cyclotron Resonance and de Haas-van Alphen Oscillations of an Interacting Electron Gas» Phys. Rev. **123**, 1242 (1961).
31. V. E. Bisti, «Intersubband collective excitations in qiasi-two-dimensional systems in a strong magnetic field» Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **69**, 543 (1999).
32. V. E. Bisti, «Structure of the intersubband collective excitations in qiasi-two-dimensional systems in a magnetic field» JETP Letters **73** 25 (2001)
33. Yu. A. Bychkov and G. Martinez, «Magnetoplasmons and band nonparabolicity in two-dimensional electron gas» Phys. Rev. B **66**, 193312 (2002).
34. A. H. MacDonald, H. C. A. Oji, S. Girvin, «Magnetoplasmon Excitations from Partially Filled Landau Levels in Two Dimensions» Phys. Rev. Letters **55**, 2208 (1985).
35. H. C. A. Oji, A. H. MacDonald, «Magnetoplasma modes of the two-dimensional electron gas at nonintegral filling factors» Phys. Rev. B **33**, 3810 (1986).
36. S. M. Girvin, A. H. MacDonald, and P. M. Platzman, Phys. Rev. Lett. **54**, 581 (1985); Phys. Rev. B **33**, 2481 «Quasiparticle states and the fractional

- quantum Hall effect» (1986).
37. S. Huant, S. P. Najda and B. Etienne, «Two-dimensional  $D^-$  centers» Phys. Rev. Lett. **65**, 1486 (1990).
  38. J-P. Cheng, Y. J. Wang, B. D. McCombe, and W. Schaff, «Many-electron effects on quasi-two-dimensional shallow-donor impurity states in high magnetic fields» Phys. Rev. Lett. **70**, 489 (1993).
  39. Z. X. Jiang, B. D. McCombe, and P. Hawrylak, «Donor Impurities as a Probe of Electron Correlations in a Two-Dimensional Electron Gas in High Magnetic Fields» Phys. Rev. Lett. **81**, 3499 (1998).
  40. A. B. Dzyubenko and A. Yu. Sivachenko, « $D^-$  centers in quantum wells: Spin-singlet and spin-triplet magneto-optical transitions» Phys. Rev. B **48**, 14690 (1993).
  41. D. M. Larsen and S. Y. McCann, «Excited states of the two-dimensional  $D^-$  center in magnetic fields» Phys. Rev. B **45**, 3485 (1992).
  42. P. Hawrylak, «Many-electron effects on donor states in a two-dimensional electron gas in a strong magnetic field» Phys. Rev. Lett. **72**, 2943 (1994).
  43. A. B. Dzyubenko, A. Mandray, S. Huant, A. Yu. Sivachenko, B. Etienne, «Triplet transitions of  $D^-$  centers in quantum wells in high magnetic fields» Phys. Rev. B **50**, 4687 (1994).
  44. S. Huant, A. Mandray, J. Zhu, S. Louie, T. Pang, and B. Etienne, «Well-width dependence of  $D^-$  cyclotron resonance in quantum wells» Phys. Rev. B **48**, 2370 (1993).

45. J. G. S. Lok, A. K. Geim, J. C. Maan, I. Marmoros, F. M. Peeters, N. Mori, L. Eaves, T. J. Foster, P. C. Main, J. W. Sakai, and M. Henini, « $D^-$  centers probed by resonant tunneling spectroscopy» *Phys. Rev. B* **53**, 9554 (1996).
46. H. L. Fox and D. M. Larsen, «Exact solutions for barrier  $D^-$  states at high magnetic fields» *Phys. Rev. B* **51**, 10709 (1995).
47. О. В. Волков, С. В. Товстоног, И. В. Кукушкин, К. фон Клитцинг, К. Эберл, «Локализация отрицательно заряженных экситонов в квантовых ямах GaAs/AlGaAs» *Письма в ЖЭТФ* **70**, 588 (1999).
48. V. V. Solovyev and I. V. Kukushkin, «Measurement of binding energy of negatively charged excitons in  $GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As$  quantum wells» *Phys. Rev. B* **79**, 233306 (2009).
49. S. L. Sondhi, A. Karlhede, S. A. Kivelson, and E. H. Rezayi, «Skyrmions and the crossover from the integer to fractional quantum Hall effect at small Zeeman energies» *Phys. Rev. B* **47**, 16419 (1993).
50. M. Abolfath, J. J. Palacios, H. A. Fertig, S. M. Girvin and A. H. MacDonald, «Critical comparison of classical field theory and microscopic wave functions for skyrmions in quantum Hall ferromagnets» *Phys. Rev. B* **56**, 6795 (1997).
51. H. A. Fertig, L. Brey, R. Cote, and A. H. MacDonald, «Charged spin-texture excitations and the Hartree-Fock approximation in the quantum Hall effect» *Phys. Rev. B* **50**, 11018, (1994).
52. L. Brey, H. A. Fertig, R. Cote, and A. H. MacDonald, «Skyrme Crystal in a Two-Dimensional Electron Gas» *Phys. Rev. Letters* **75**, 2562, (1995).

53. B. Paredes and J. J. Palacios, «Skyrme crystal versus Skyrme liquid» Phys. Rev. B **60**, 15570, (1999).
54. Barrett S. E., Dabbagh G., Pfeiffer L. N., West K. W., Tycko R. «Optically Pumped NMR Evidence for Finite-Size Skyrmions in GaAs Quantum Wells near Landau Level Filling  $\nu = 1$ » Phys. Rev. Lett. **74**, 5112, (1995).
55. Bayot V., Grivei E., Melinte S., Santos M. B., Shayegan M., «Giant Low Temperature Heat Capacity of GaAs Quantum Wells near Landau Level Filling  $\nu = 1$ » Phys. Rev. Lett. **76**, 4584, (1996).
56. P. Plochocka, J. M. Schneider, D. K. Maude, M. Potemski, M. Rappaport, V. Umansky, I. Bar-Joseph, J. G. Groshaus, Y. Gallais, and A. Pinczuk, «Optical Absorption to Probe the Quantum Hall Ferromagnet at Filling Factor  $\nu = 1$ » Phys. Rev. Lett. **102**, 126806, (2009).
57. Yann Gallais, Jun Yan, Aron Pinczuk, Loren N. Pfeiffer, and Ken W. West, «Soft Spin Wave near  $\nu = 1$ : Evidence for a Magnetic Instability in Skyrmion Systems» Phys. Rev. Lett. **100**, 086806, (2008).
58. Kukushkin I. V., von Klitzing K., Ploog, K., Kirpichev V. E., Shepel B. N. «Reduction of the electron density in  $GaAs - Al^xGa^{1-x}As$  single heterojunctions by continuous photoexcitation» Phys. Rev. B **40**, 4179 (1989).
59. I. V. Kukushkin and V. B. Timofeev, «Magneto-optics of strongly correlated two-dimensional electrons in single heterojunctions» Adv. Phys. **45**, 147 (1996)
60. David Richards, «Inelastic light scattering from inter-Landau level excitations in a two-dimensional electron gas» Phys. Rev. B **61**, 7517 (2000).

61. A. Usher, R. J. Nicholas, J. J. Harris, and C. T. Foxon, «Observation of magnetic excitons and spin waves in activation studies of a two-dimensional electron gas» *Phys. Rev. B* **41**, 1129 (1990).
62. A. Schmeller, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, «Evidence for Skyrmions and Single Spin Flips in the Integer Quantized Hall Effect» *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4290 (1995).
63. V. T. Dolgopolov, A. A. Shashkin, A. V. Aristov, D. Schmerek, W. Hansen, J. P. Kotthaus, and M. Holland, «Direct Measurements of the Spin Gap in the Two-Dimensional Electron Gas of AlGaAs-GaAs Heterojunctions» *Phys. Rev. Lett.* **79**, 729 (1997).
64. V. S. Khrapai, A. A. Shashkin, E. L. Shangina, V. Pellegrini, F. Bertram, G. Biasiol, and L. Sorba, «Spin gap in the two-dimensional electron system of GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As single heterojunctions in weak magnetic fields» *Phys. Rev. B* **72**, 035344 (2005).
65. A. P. Smith, A. H. MacDonald, and G. Gumbs, «Quasiparticle effective mass and enhanced g factor for a two-dimensional electron gas at intermediate magnetic fields» *Phys. Rev. B* **45**, 8829 (1992).
66. A. Pinczuk, B. S. Dennis, D. Heiman, C. Kallin, L. Brey, C. Tejedor, S. Schmitt-Rink, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, «Spectroscopic measurement of large exchange enhancement of a spin-polarized 2D electron gas» *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3623 (1992).
67. D. K. Maude, M. Potemski, J. C. Portal, M. Henini, L. Eaves, G. Hill and M. A. Pate, «Spin excitations of a two-dimensional electron gas in the limit

- of vanishing Lande  $g$ -factor» Phys. Rev. Lett. **77**, 4604 (1996).
68. M. J. Manfra, E. H. Aifer, B. B. Goldberg, D. A. Broido, L. Pfeiffer and K. West, «Temperature dependence of the spin polarization of a quantum Hall ferromagnet» Phys. Rev. B **54**, R17327 (1996).
69. D. K. Lee, S. Rapsch, and J. T. Chalker, «Dirty quantum Hall ferromagnets and quantum Hall spin glasses» Phys. Rev. B **67**, 195322 (2003).
70. P. A. Fleury and R. Loudon, «Scattering of Light by One- and Two-Magnon Excitations» Phys. Rev. **166**, 514 (1968)
71. L. V. Kulik, I. V. Kukushkin, S. Dickmann, V. E. Kirpichev, A. B. Van'kov, A. L. Parakhonsky, J. H. Smet, K. von Klitzing, and W. Wegscheider, «Cyclotron spin-flip mode as the lowest-energy excitation of unpolarized integer quantum Hall states» Phys. Rev. B **72**, 073304 (2005).
72. Дикман С. М., Иорданский С. В., "Спиновая релаксация в условиях КЭХ при нечетном заполнении" JETP Letters **63**, 50 (1996)
73. M. Kasner and A. H. MacDonald, «Thermodynamics of Quantum Hall Ferromagnets» Phys. Rev. Lett. **76**, 3204 (1996); M. Kasner, J. J. Palacios, A. H. MacDonald, «Quasiparticle properties of quantum Hall ferromagnets» Phys. Rev. B **62**, 2640 (2000).
74. N. Read and S. Sachdev, «Continuum Quantum Ferromagnets at Finite Temperature and the Quantum Hall Effect» Phys. Rev. Lett. **75**, 3509 (1995).
75. N. D. Mermin, H. Wagner, «Absence of Ferromagnetism or Antiferromagnetism in One- or Two-Dimensional Isotropic Heisenberg Models» Phys. Rev. Lett. **17**, 1133 (1966).



76. P. C. Hohenberg, «Existence of Long-Range Order in One and Two Dimensions» Phys. Rev. **158**, 383 (1967).
77. A. B. Dzyubenko and Yu. E. Lozovik, Sov. Phys. Solid State **25**, 874 (1983).
78. Dickmann S., and Levinson Y., «Auger-like relaxation of inter-Landau-level magnetoplasmon excitations in the quantized Hall regime» Phys. Rev. B **60**, 7760 (1999).
79. Dickmann S., «Activation energy in a quantum Hall ferromagnet and non-Hartree-Fock skyrmions» Phys. Rev. B **65**, 195310 (2002).
80. S. Dickmann, I. V. Kukushkin, «Zero-momentum cyclotron spin-flip mode in a spin-unpolarized quantum Hall system» Phys. Rev. B **71**, 241310 (2005).
81. L. V. Kulik, I. V. Kukushkin, V. E. Kirpichev, J. H. Smet, K. von Klitzing, and W. Wegscheider, «Cyclotron spin-flip excitations in the extreme quantum limit» Phys. Rev. B **63**, 201402 (2001).
82. M. Wagner, U. Merkt and A. V. Chaplik, «Spin-singlet–spin-triplet oscillations in quantum dots» Phys. Rev. B **45**, 1951 (1992).
83. Тимофеев В. Б., Кирпичев И. В., Кукушкин И. В., и Фалько В. И., «Энергетический спектр двумерных электронов в наклонном магнитном поле» Письма в ЖЭТФ, **51** 383, (1990).
84. H. A. Fertig, Luis Brey, R. Cote, A. H. MacDonald, A. Karlhede, and S. L. Sondhi, «Hartree-Fock theory of Skyrmions in quantum Hall ferromagnets» Phys. Rev. B **55**, 10671, 1997.