МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТВЕРЖДЕНИЯ ТЕРМОПЛАСТИЧЕСКИХ КОМПОЗИТОВ И ОЦЕНКА ВЕЛИЧИН ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Б.Н. Федулов¹, А.А. Сафонов¹, М.М. Кантор¹, С.В. Ломов²

¹Сколковский Институт Науки и Технологии, Москва, Россия ²Department of Materials Engineering, KU Leuven, Бельгия

В работе рассматривается технологический процесс изготовления композитного изделия на основе термопластического связующего. Основным аспектом является моделирование фазового перехода термопластического материала связующего, учет изменения механических свойств и дополнительная химическая усадка материала. Проводятся экспериментальные сравнения полученных результатов модели на всех стадиях фазового состояния материала для всех механических характеристик. Приводятся конкретные формулы для моделирования всех ключевых процессов связанных с температурными циклами, а также конкретные значения констант на примере полиэфирэфиркетона (РЕЕК).

Ключевые слова: термопластический композит, полиэфирэфиркетон (PEEK), остаточные напряжения, влияние кристалличности.

MODELING OF THERMOPLASTIC COMPOSITES SOLIDIFICATION AND ESTIMATION OF RESIDUAL STRESSES

B.N.Fedulov¹, A.A.Saonov¹, M.M Kantor¹, S.V.Lomov²

¹Skolkovo Institute of Science ant Technology, Moscow, Russia; ²Department of Materials Engineering, KU Leuven, Belgium

This research considers the manufacturing of thermoplastic composites. The main aspect of research is the modeling of phase transition of thermoplastic matrix material, taking into account changes in mechanical properties and additional shrinkage due to chemical reactions. Equations for modeling of all key processes related to temperature cycle of the thermoplast solidification are provided with corresponding material constants based on polyether ether ketone (PEEK). *Keywords:* thermoplastic composites, polyether ether ketone, residual stress, influence of crystallinity.

1. Введение

Термопластичные композиты набирают популярность в качестве конструкционного материала в современной промышленности. Особенность таких материалов заключается в возможности фазового перехода в вязкое близкое к жидкости состояние связующего в случае высокого температурного воздействия. Все технологии изготовления композиционных изделий сложной формы на основе таких материалов основаны на тепловом воздействии с последующим охлаждением. Проблема с точки зрения технологии изготовления заключается в том, что во время фазового перехода связующего возможно коробление и деформация изделия, с возможным зарождением дефектов. Технологические эксперименты могут оказаться дорогостоящими и не гарантируют необходимого качества окончательного материала. Это заставляет искать возможности к моделированию технологии производства, влиянию температурных циклов на термопластичный полимер. С точки зрения математического моделирования, основные аспекты заключаются в изменении степени кристалличности материала и связанные с этим изменения механических характеристик и дополнительной химической усадкой. Таким образом, можно выделить основные требования к построению моделей материала в зависимости от фазового состояния:

- 1. Роста степени кристалличности
- 2. Изменения жесктостных характеристик
- 3. Изменение температурных свойств
- 4. Изменение прочностных показателей материала

Кинетика роста степени кристалличности материала довольно проработана и её теоретическое описание является, по всей видимости, устоявшимся [1-6]. Механические параметры термопластичного полимера можно найти в работах [1, 4, 5, 7]. Наименее проработанная область моделирования термопластичных композитов - это прочность такого материала, некоторые попытки оценки таких характеристик предприняты в работах [8-10]. В настоящей работе предлагается продемонстрировать возможный подход к моделированию влияния технологического температурного цикла на термопластичный композит, оценке величин остаточных напряжений и прочностных показателей. Моделирование основано на микромеханических подходах в композиционных материалах, что позволяет рассматривать термопластичное связующие отдельно и пересчитывать макро свойства композита на основе изменяемых свойств полимера матрицы. Схематически алгоритм предлагаемого подхода показан на рис. 1.



Puc 1. Схема алгоритма оценки остаточных напряжений в термопластичном композите Fig 1. The scheme of algorithm of residual stresses estimation in thermoplastic composites

2. Кристаллизация

Свойства термопластичного материала зависят от степени его кристалличности. Кристаллизация полимера связана с его температурой, а также историей изменения температуры. Наиболее известные формулы, описывающие величину относительной кристалличности полимера, приведены в работах [1-3]. Приведем их полный вид с соответствующими значениями констант для материала РЕЕК

$$X_{vc} = X_{vc\infty} \left(w_1 F_{vc1} + w_2 F_{vc2} \right), \tag{1}$$

где X_{vc} – общая степень кристаллизации, X_{vc8} – равновесное значение степени кристаллизации, w_1 - весовой фактор для первого механизма роста степени кристаллизации, w_2 – весовой фактор для второго механизма роста степени кристаллизации, причем $w_1 + w_2 = 1$, F_{vcl} - значение степени кристаллизации полученной в результате зарождения кристаллов

$$F_{vc1} = 1 - exp \left[-C_{11} \int_{0}^{t} Texp \left\{ -\left[\frac{C_{21}}{\left(T - T_{g} + 51.6\right)} + \frac{C_{31}}{T\left(T_{m1} - T\right)^{2}} \right] \right\} n_{1}t^{n_{1}-1}dt \right]$$

 $F_{_{vc2}}$ - значение степени кристаллизации полученной в результате роста существующих кристаллов

$$F_{vc2} = 1 - exp \left[-C_{12} \int_{0}^{t} Texp \left\{ -\left[\frac{C_{22}}{\left(T - T_{g} + 51.6\right)} + \frac{C_{32}}{T\left(T_{m2} - T\right)^{2}} \right] \right\} n_{2}t^{n_{2}-1}dt \right],$$

где C_{11} , C_{21} , C_{31} , C_{12} , C_{22} , C_{32} , *-константы определяемые в экспериментах*, T_g - температура стеклования, T_{m1} , T_{m2} - температуры плавления кристаллов для соответствующих способов появления, n_1 , n_2 - постоянные Колмогорова – Аврами для соответствующих механизмов роста кристаллизации.

Как видно, формула (1) состоит из двух частей с соответствующими весовыми факторами. Первая часть F_{vcl} связана с зарождением новых кристаллизованных областей, вторая F_{vc2} - отвечает за рост существующих кристаллов. В таблицах 1-2 приведены значения необходимых для уравнений (1) констант на основе термопластичного материала РЕЕК [11].

На рис. 2–3 показаны результаты сравнения с экспериментом результатов моделирования тепловой задачи и финального распределения степени кристалличности по толщине образца. Экспериментальные данные отображенные на рис. 2–3 заимствованы в работе [2].

Таблица 1

Свойства материала для решения тепловой задачи

Плотность связующего (кг/м ³)	1260
Теплоемкость связующего (Дж/К)	1300
Теплопроводность связующего (Вт/мК)	0,25

Таблица 2

Свойства термопластичного материала для подсчета доли кристаллизации

Равно весная степень кристаллизации	$X_{vc?}$		3.70E-01
Постоянная Аврама для первого механизма роста кристаллизации	n 1	Па	1.35E+10
Постоянная Аврама для второго механизма роста кристаллизации	n_2	Па	2.76E+10
Температура плавления кристаллов для первого механизма	$T_{m l}$	K	5.93E+02

Температура плавления кристаллов для вгорого механизма	T_{m2}	K	6.15E+02
Параметр модели для первого механизма кристаллизации	C_{II}	Сек п/К	2.08E+10
Параметр модели для второго механизма кристаллизации	C_{12}	Ceк. ⁻ⁿ /K	2.08E+10
Параметр модели для первого механизма кристаллизации	$C_{2 I}$	K	4.05E+03
Параметр модели для второго механизма кристаллизации	C_{22}	K	7.60E+03
Параметр модели для первого механизма кристаллизации	C_{31}	K	1.12E+04
Параметр модели для второго механизма кристаллизации	C_{32}	Κ	1.47E+04
Весовой фактор для первого механизма кристаллизации	w_{I}		7.20E-01 [*]
Весовой фактор для второго механизма кристаллизации	<i>W</i> 2		1- w ₁

* - w₁=0.61 для моделирования композита



Puc. 2. Температура в зависимости от времени при охлаждении поверхностей образца со скоростью 114°/сек. Использован образец из материала PEEK с толщиной 15.24мм Fig. 2. Temperature versus time during cooling of the sample surfaces at rate 114°/sec. Neat PEEK sample, with a thickness of 15.24 mm





Fig. 3. The distribution of the volume fraction of crystallinity on the thickness of the sample by the cooling surfaces at a rate of 27.7% sec. Neat PEEK sample, with a thickness of 4.064 mm

Как видно (рис. 3), предложенная модель подсчета относительной доли кристалличности (1) дает хорошее приближение к экспериментальным значениям. Также стоит отметить проверку гипотезы о том, что тепловые параметры связующего не зависят от фазового состояния материала, что непосредственно следует из близости графика температуры в центре образца к экспериментальным данным (рис. 2).

3. Жесткость термопластичного материала

В зависимости от степени кристалличности, термопластичный полимер демонстрирует различную упругую жесткость. Это связано с постепенным ростом кристаллических цепочек в полимере, которые с увеличением их числа начинают сопротивляться деформированию материала. В данной работе предлагается использовать подход, реализованный в работе [1]. В выбранной работе оценка жесткости базируется на осреднении вязкоупргой модели записываемой в форме комплексных деформаций и соответствующих модулей [12]. В литературе такую модель обозначают как стандартное линейное тело. Вводятся понятия мгновенного модуля и модуля запаздывания или аналогичные им податливости *J* и *J* ":

$$J' = J'_{am} (1 - X_{vc}) + J'_{cr} (1 - X_{vc}),$$

$$J'' = J''_{am} (1 - X_{vc}) + J''_{cr} (1 - X_{vc}),$$

где индекс *ат* – соответствует аморфному состоянию, *сг* – соответствует полностью кристаллизованному.

Далее вводятся зависимости

$$J'_{am} = J_{ua} + (J_{ra} - J_{ua})(\cos\psi)^{\alpha}\cos(\alpha\psi),$$
$$J''_{am} = (J_{ra} - J_{ua})(\cos\psi)^{\alpha}\sin(\alpha\psi).$$

Делается предположение, что $J'_{cr} = J_{uc}$, $J''_{cr} = 0$, $\psi = \arctan(\omega \tau)$, где J_{ua} – податливость до релаксации в аморфном состоянии, J_{ra} – податливость после релаксации в аморфном состоянии, J_{uc} – податливость до релаксации в кристаллизованном состоянии, ω – частота, α – распределение степени релаксации изменяется от 0 до 1, τ – время запаздывания

Причем время запаздывания вычисляется при помощи двух различных алгоритмов в зависимости от температуры материала.

Для T<T₀

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{E_{\alpha}}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right).$$

Для T>T_о

$$\tau = \tau_0 10^{\frac{-C_1(T-T_0)}{C_2 + (T-T_0)}},$$

где *R* - газовая постоянная, E_{a} - энергия активации, τ_{0} - реперное время, T_{0a} - температура стеклования для аморфного состояния, T_{0c} - температура стеклования для кристаллизованного состояния, $T_{0} = T_{0c} (X_{vc} X_{vc8}) + T_{0a} (1 - X_{vc} X_{vc8})$, C_{1} и C_{2} - константы определяемые в эксперименте.

И окончательно, модуль для термопластичного связующего вычисляется по формуле:

$$E_m = \frac{J'}{J'^2 + J''^2}, \ G_m = \frac{E_m}{2(1 + v_m)}.$$

Фундаментальные основы для определения времени запаздывания изложены в работе [13]. В работе Лоуренса [1] приведены экспериментальные исследования жесткостных параметров термопластичного полимера РЕЕК при разных режимах охлаждения. Таким образом, можно верифицировать изложенный подход, основываясь на экспериментах с чистым материалом связующего. Рис. 4–5 демонстрируют изменение модуля жесткости, определенного на низких частотах в режиме охлаждения 35 °C/сек. и 10 °C/сек. соответственно. В таблице 3 показаны значения констант на основе материала РЕЕК [1,11], которые были использованы в модели для получения модельных результатов (рис. 4–5).



Рис. 4. Изменение жесткости термопластичного связующего (РЕЕК) при охлаждении поверхностей со скоростью 35 °C/сек





Puc. 5. Изменение жесткости термопластичного связующего (PEEK) при охлаждении поверхностей 10 °C/сек Fig. 5. The change of the stiffness of the thermoplastic material (PEEK) at the cooling surfaces at a rate of 10 °/s

Таблица 3

визкоупругие своиства термопластичного материала телем[1]						
Мгновенная податливость аморфного состояния	J'_{am}	1/Па	3.80E-10			
Податливость релаксации аморфного состояния	J''_{am}	1/Па	1.50E-08			
Мгновенная податливость кристаллизованного состояния	J' _{cr}	1/Па	1.20E-10			
Частота	ω	Γц	1			
Относительное время запаздывания	ф	Сек.	1.21029E+29			
Энергия активации	E_{α}	Дж/моль	6.00E+05			
Температура стеклования для кристаллизованного состояния	T_{0c}	K	453			
Температура стеклования для аморфного состояния	T_{0a}	K	416			
Констанга для уравнения ВЛ Φ^*	C_l		25			
Константа для уравнения ВЛ Φ^*	C_2		100			
Параметр распределения для аморфного состояния	α_{am}		1			
Параметр распределения для кристаллизованного состояния	α_{cr}		0.4			

Вязкоупругие свойства термопластичного материала РЕЕК[1]

*-уравнения Вильяма-Лэнделя-Ферри

Видно, что предложенная модель имеет хорошую корреляцию с результатами экспериментов по определению жесткости материала связующего.

4. Усадка термопластичного материала

Причина возникновения остаточных напряжений в композитах при охлаждении связана с неравномерным изменением температуры по толщине слоев материала. Особенность термопластичного материала заключается в изменении коэффициента теплового расширения при фазовом переходе, а также связанной с этим переходом дополнительной усадке. Дополнительная химическая усадка напрямую пропорциональна степени кристалличности термопластичного материала. Таким образом можно сказать, что в композите на основе термопластичного полимерного связующего остаточные напряжения связаны, как с градиентом температур, так и с разностью историй температур в различных слоях материала.

Используя подход, предложенный в работах [1, 11] объемное изменение материала, связанное с изменением степени кристалличности можно приблизить следующим выражением

$$\Delta \varepsilon_m^{cr} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\Delta V^{cr} / 3}}{2} \,. \tag{2}$$

При этом приращение изменения объема можно вычислить через изменение плотности. Зависимость плотности от степени кристалличности предполагается известной

$$\Delta V^{cr} = \frac{\rho(X_{vc})_{i} - \rho(X_{vc})_{i-1}}{\rho(X_{vc})_{i}}.$$

Выражение для $\rho(X_{yc})_i$ можно вычислить следующим образом

 $\rho(X_{vc})_{i} = \rho_{am}(1 - X_{vci}) + \rho_{cr}X_{vci},$

где X_{vci} - степень кристалличности, соответствующая *i*-му шагу по времени, ρ_{am} - плотность материала, соответствующая аморфному состоянию материала, ρ_{cr} - плотность материала, соответствующая кристаллизованному состоянию материала.

Деформации, связанные с тепловым расширением, вычисляются по формуле:

 $\Delta \varepsilon_m^T = k \Delta T.$

В работе [1] приведен результат моделирования усадки чистого связующего РЕЕК в режиме охлаждения 1 °С/сек., что позволяет проверить предложенную модель. В таблице 4 приведены значения необходимые для расчета объемной усадки материала [1, 11]. На рис. 6 отображено изменение деформации от температуры полученное моделированием предложенным подходом и в работе [1], для удобства показан график деформации в случае коэффициента линейного теплового расширения (КЛТР) 6.7е-4, который является исходным для аморфного состояния материала.



Puc. 6. Деформации термопластичного связующего (PEEK) при охлаждении 1 °C/сек, полученные при моделировании Fig. 6. The predicted strain of the thermoplastic material (PEEK) during cooling of 1 °C/s

Таблица 4

Свойства для моделирования объемной усадки термопластичного материала РЕЕК

Плотность				
кристаллизованного	C _{cr}	1262.6		
материала (Кг/м ³)				
Плотность аморфного		1 400 6		
материала (Кг/м ³)	C_{am}	1400.0		
Коэффициент теплового	1_	1.1Е-4 при <i>T</i> < <i>T_g</i>		
расширения (1/К)	ĸ	6.7Е-4 при <i>T></i> Г _g		
Температура стеклования (К)	T_{g}	416		

5. Эффективные свойства композиционного материала

Для работы с произвольными укладками композита необходимо от свойств связующего и волокон перейти к макросвойствам материала. Для этого воспользуемся известными микромеханическими формулами [4, 14]

$$E_{11} = E_{11f}V_f + E_m(1 - V_f) + \frac{4(v_m - v_{12f}^2)k_fk_mG_m(1 - V_f)V_f}{(k_f + G_m)k_m + (k_f - k_m)G_mV_f},$$

$$k_f = \frac{E_{11f}}{2(1 - v_{12f}^2 - 2v_{12f}^2)},$$

,

$$k_{m} = \frac{E_{m}}{2(1 - v_{m} - 2v_{m}^{2})},$$

$$E_{33} = E_{22} = \frac{1}{(4k_{T})^{-1} + (4G_{23})^{-1} + \frac{v_{12}^{2}}{E_{11}}}$$

$$k_{T} = \frac{(k_{f} + G_{m})k_{m} + (k_{f} - k_{m})G_{m}V_{f}}{(k_{f} + G_{m}) - (k_{f} - k_{m})V_{f}},$$

$$G_{12} = G_{13} = G_m \frac{(G_{12f} + G_m) + (G_{12f} - G_m)V_f}{(G_{12f} + G_m) - (G_{12f} - G_m)V_f},$$

$$G_{23} = G_m \frac{\left(G_{23f} + G_m\right)k_m + 2G_{23f}G_m + \left(G_{23f} - G_m\right)k_mV_f}{\left(G_{23f} + G_m\right)k_m + 2G_{23f}G_m - \left(k_m + 2G_m\right)\left(G_{23f} - G_m\right)V_f},$$

$$G_{23f} = \frac{E_{33f}}{2(1+v_{23f})},$$

$$v_{12} = v_{13} = v_{12f}V_f + v_m(1 - V_f) + \frac{(v_m - v_{12f})(k_m - k_f)G_m(1 - V_f)V_f}{(k_f + G_m)k_m + (k_f - k_m)G_mV_f},$$

$$v_{23} = \frac{2E_{11}k_T - E_{11}E_{22} - 4v_{12}^{2}k_T E_{22}}{2E_{11}k_T},$$

где E_{11} , E_{22} , E_{33} , G_{12} , G_{13} , G_{23} - модули композиционного материала, v_{12} , v_{13} , v_{23} - коэффициенты Пуассона композиционного материала, $E_{11\rho}$, $E_{22\rho}$, $E_{33\rho}$, $G_{12\rho}$, G_{23f} - модули волокна, $v_{12\rho}$, $v_{13\rho}$, v_{23f} - коэффициенты Пуассона волокна, E_m , G_m , - модули матрицы, v_m - коэффициент Пуассона матрицы, V_f - объемное содержание волокна.

Далее выпишем выражения констант для тепловой задачи. Теплоемкость:

$$C_p = \left(V_f \rho_f C_{pf} + (1 - V_f) \rho_m C_{pm} \right) / \rho ,$$

где ρ - плотность композиционного материала, ρ_f - плотность волокна, ρ_m - плотность матрицы, C_{pf} - теплоемкость волокна, $C_{_{DM}}$ - теплоемкость матрицы.

Теплопроводность:

Коэффициент теплопроводности в продольном направлении

$$k_{11} = V_f k_{11f} + (1 - V_f) k_m.$$

Коэффициент теплопроводности в поперечном направлении

$$k_{22} = k_{33} = (1 - \sqrt{V_f})k_m + \frac{k_m \sqrt{V_f}}{1 - \sqrt{V_f} (1 - k_m / k_{f^{22}})}$$

где $k_{_{IIf}}$ - коэффициент теплопроводности волокна в продольном направлении, $k_{_{22f}}$ - коэффициент теплопроводности волокна в поперечном направлении, $k_{_m}$ - коэффициент теплопроводности связующего.

Коэффициент теплового расширения в направлении волокон

$$k_{1} = \frac{k_{1f}E_{11f}V_{f} + k_{m}E_{m}(1-V_{f})}{E_{11f}V_{f} + E_{m}(1-V_{f})}.$$

Коэффициент теплового расширения в поперечном направлении

$$k_{2} = k_{3} = (k_{2f} + v_{12f}k_{1f})V_{f} + (k_{m*} + v_{m}k_{m*})(1 - V_{f}) - (v_{12f}V_{f} + v_{m}(1 - V_{f}))k_{1},$$

Где k_{lf}, k_{2f} - коэффициенты теплового расширения волокон в продольном и поперечном направлении, k_{m*} - коэффициент теплового расширения матрицы.

6. Усадка композиционного материала

Переход от усадки связующего к усадке композиционного слоя требует отдельного рассмотрения. Воспользуемся формулами, приведенными в работе [4]. Деформации, связанные с только температурным расширением, выглядят аналогично классической задаче о температурном воздействии на трансверсально изотропный материал.

Деформации, связанные с тепловым расширением

 $\Delta \varepsilon_i^T = k_i \Delta T \; .$

Деформации, вызванные химической усадкой связующего, оказывают следующие влияние на деформации композитного слоя

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{1}^{cr} = \frac{\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{m}^{cr} \boldsymbol{E}_{m} \left(1 - \boldsymbol{V}_{f}\right)}{\boldsymbol{E}_{11f} \boldsymbol{V}_{f} + \boldsymbol{E}_{m} \left(1 - \boldsymbol{V}_{f}\right)}$$

$$\exists \boldsymbol{\varepsilon}_{2}^{cr} = \exists \boldsymbol{\varepsilon}_{3}^{cr} = \exists \boldsymbol{\varepsilon}_{m}^{cr} (1 + \boldsymbol{v}_{m}) (1 - \boldsymbol{V}_{f}) - (\boldsymbol{v}_{12f} \boldsymbol{V}_{f} + \boldsymbol{v}_{m} (1 - \boldsymbol{V}_{f})) \exists \boldsymbol{\varepsilon}_{1}^{cr},$$

где $\Delta \varepsilon_{m}^{cr}$ определено в формуле (2).

Суммарные деформации равны суперпозиции обоих полей деформации

 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{i}^{total} = \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{i}^{T} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{i}^{cr}.$

7. Анализ остаточных напряжений

Используя полученные результаты, можно рассчитать остаточные напряжения в композиционном слое. Из полученных выражений для анализа теплового воздействия, видно, что решение тепловой задачи и подсчет степени кристалличности не зависит от всего последующего анализа. Таким образом, возможно решение отдельно тепловой задачи с последующем моделированием деформирования материала. Такой подход существенно облегчает анализ обратного отклика изделия в случае, например, моделирования задач термоформования.

Далее, меняя входные параметры свойств матрицы и пересчитывая в процессе решения на каждом итерационном шаге эффективные свойства композиционного слоя, можно окончательно восстановить всю историю нагружения материала [38-41]. Стоит отметить, что жесткостные параметры композиционного слоя, полученные на основании микромеханических формул, дают лишь жесткость композита в соответствующий момент теплового цикла, поэтому полученные упругие константы надо рассматривать, как касательные модули и проводить соответствующие суммирование величин напряжений. Схематически алгоритм получения напряжений можно сформулировать следующим образом

$$\sigma_{ij}(t+\Delta t) = \sigma_{ij}(t) + E_{ijkl}(X_{vc}, T, t+\Delta t) (\varepsilon_{kl}(t+\Delta t) - \varepsilon_{kl}(t)),$$

где $E_{ijkl}(X_{vc}, T, t + \Delta t)$ – жесткость композиционного слоя в конкретный момент температурного цикла.

Для верификации предложенного подхода рассмотрим эксперимент, описанный в работах [7,11]. Образец из однонаправленного композита на основе термопластичного связующего РЕЕК со свободных поверхностей охлаждают с температуры 400 °C с начальной скоростью изменения температуры 35 °C/сек. Подробный график температуры на свободных поверхностях образца приведен на рис. 6. В таблице 5 приведены характеристики образца. В таблицах 6-7 приведены необходимые механические и тепловые свойства образца. Важно отметить, что, следуя работам [1-3], весовой фактор для подсчета кристалличности w₁ должен быть изменен для моделирования композита на значение 0,61.

Таблица 5

Характеристики	образца	APC2-PEEK
----------------	---------	-----------

Наименование		APC2-PEEK
Количество слоев		40
Толщина	ММ	5,08
Объемное содержание волокна V_f		0,6

Таблица 6

Таблица 6

Механические свойства АРС2-РЕЕК						
Продольный модуль волокна	E_{llf}	Па	2,35E+11			
Поперечный модуль волокна	E_{22f}	Па	1,35E+10			
Сдвиговой модуль волокна	Gt 2f	Па	2,76E+10			
Сдвиговой модуль волокна	Gl 3f	Па	2,76E+10			
Сдвиговой модуль волокна	G_{23f}	Па	6,89E+09			
Коэффициент Пуассона матрицы	Vm		3,00E-01			
Коэффициент Пуассона волокна	V 12f		2,00E-01			
Коэффициент Пуассона волокна	V 13f		2,00E-01			
Коэффициент Пуассона волокна	V 23f		5,00E-01			
Продольный коэффициент теплового расширения волокна	k_{11f}	1/°C	-9,00E-07			
Поперечный коэффициент теплового расширения волокна	<i>k</i> 22 <i>f</i>	1/°C	7,20E-06			
Коэффициент теплового расширения при <i>T</i> > <i>T</i> _g	k_{m+}	1/°C	6,70E-04			
Коэффициент теплового расширения при <i>T</i> < <i>T</i> _g	km-	1/°C	1,10E-04			
Температура стеклования матрицы	T_g	°C	143			

Тепловые характеристики АРС2-РЕЕК

Плотность волокна кг/м³ 1743,82 ρ_f 1300,0 кг/м³ Плотность матрицы для теплового расчета ρ_m 1027,27 Теплоемкость волокна при постоянном давлении C_{pf} Дж/кг °С 1340 Теплоемкость матрицы при постоянном давлении Дж/кг °С Gpm 8,654 $B_T/M \ ^{o}C$ Продольная теплопроводность волокна k_{lf} $B T/M \ ^{\circ}C$ 0,4 Поперечная теплопроводность волокна k_{2f} 0,25 Теплопроводность матрицы km $B_T/M \ ^\circ C$



Puc. 7. Температурный режим образца PEEK-APC2 Fig. 7. The temperature regime of the sample PEEK APC2

Из рис. 7 видно, что экспериментальная и предсказанная моделью диаграммы изменения температуры в центре толщины образца близки. Рассмотрим теперь финальное распределение степени кристалличности по толщине образца PEEK-APC2 с тем же режимом изменения температур (рис. 8).



Рис. 8. Финальное распределение степени кристалличности по толщине образца PEEK-APC2 соответствующие температурному режиму рис. 7 Fig. 8. The final distribution of the degree of crystallinity through the thickness of the sample PEEK APC2 corresponding temperature regime Fig. 7

Видно, что максимальное значение степени кристалличности достигается в центре образца и равно 0,3. Большие числа кристалличности могут быть достигнуты только при более медленном охлаждении.

Рассмотрим теперь распределение остаточных напряжений рис. 9 и сравним их с экспериментальными данными [7].





Fig. 9. The final distribution of transversal stresses through the thickness of the sample PEEK APC2 corresponding temperature regime Fig. 7

Видно некоторое различие в максимальных растягивающих напряжения в срединном слое образца, тем не менее результат по максимальным напряжениям совпадает с результатами моделирования в работе [7], где использовался существенно упрощенный подход. Различия максимальных сжимающих напряжений скорее всего объясняется точностью эксперимента, отступ в модели вглубь образца на 0,5% толщины приводит к падению напряжений на 30%. Также на результат эксперимента мог повлиять характер выбора определяющих констант, например, коэффициент теплового расширения матрицы при температуре ниже температуры стеклования выбирался как средний из значений, приведенных в литературе [1, 11].

8. Оценка возможного зарождения дефектов

Основываясь на полученных остаточных напряжениях, следующим необходимым шагом является оценка возможного повреждения связующего в используемом композиционном материале. Такую задачу можно решить, используя микромеханический подход, основанный на моделировании ячейки периодичности композитного материала. Рассмотрим решение такой задачи в условиях трансверсального нагружения однонаправленного образца. Такой случай нагружения с высокой долей вероятности можно считать наиболее критичным и наиболее часто встречающимся вариантом в условиях действия остаточных напряжений в слоистом композите. Похожая задача рассмотрена в работе [15] для термореактивного композита. На рис. 10 показана конечно элементная модель рассматриваемой ячейки периодичности. Используются периодические граничные условия, таким образом, что нагружение производится непосредственно поперечными деформациями. Расположение волокон выполнено случайным образом с условием соблюдения периодичности и заданного объемного содержания волокон.

Самый сложный вопрос, это выбор модели материала для термопластичного связующего. Используя литературные источники, в случае максимальной степени кристалличности 0,37 и комнатной температуре, можно составить следующую таблицу прочностных параметров термопластичного материала РЕЕК (таблица 7).



Puc. 10. Модель ячейки периодичности однонаправленного композитного слоя, со случайным расположением волокон. Диаметр волокна 5 мк, относительное объемное содержание волокон 0,6 Fig. 10. Model of a periodic cell of unidirectional composite layer with a random arrangement of fibers. The fiber diameter is 5 microns, the relative volume content of fibers is 0.6

Прочностные характеристики материала РЕЕК							
Источник [16-19]	Cytec	Bearing Works	Victrex TDS 450G	Wikipedia			
Модуль при растяжении (ГПа)	3.6	4.34	4	3.6			
Прочность при растяжении (МРа)	100	110	98	90-100			
Предельные деформации при растяжении (%)	70	40	45	50			
Изгибный модуль (ГПа)	4.1	4.14	3.8				
Прочность на изгиб*(МПа)	170	172	165				
Прочность при сжатии (МПа)		138					
Модуль при сжатии (ГПа)		3.45					
Прочность на сдвиг (МПа)		55.2					

*-Напряжения при которых достигнута деформация 5%

Из таблицы 7 видно, что материал является разнопрочным и разномодульным. Такой класс материалов в случае разнопрочности существенно исследован в работах [20-30], в случае разномодульности в работах [31-35]. Предположим, что разница модулей в зависимости от вида нагружения не играет существенной роли для моделирования выбранного нами предельного состояния ячейки, и положим модуль жесткости равным 3,6 ГПа. Разнопрочность материала при этом играет существенную роль для моделирования разрушения. Следуя работам [20-30], в качестве модели пластичности воспользуемся следующим обобщенным критерием

$$f(\xi)\sigma_0 = k,$$

где $\xi = \sigma / \sigma_0$, $\sigma = \sigma_{ii} / 3$, $\sigma_0 = \sqrt{\frac{3}{2}S_{ij}S_{ij}}$, $S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma$.

Следуя работам [29-32] рассмотрим линейный вариант функции $f(\xi)$

$$f\left(\xi\right) = 1 + C\xi \; .$$

Здесь константа С определяется из эксперимента и характеризует степень чувствительности к виду напряженного состояния материала. Можно показать, что линейной зависимости критерия пластичности от параметра ζ вполне достаточно для получения обильных пластических деформаций в основных случаях предельного нагружения, доступных в таблице 7. Аналогом линейной зависимости от параметра трехосности в случае критерия (3) является закон Друкера-Прагера [36], а соответствующим аналогом константы С является выражение $tg(\phi)$, где ϕ называют углом трения или дилатации материала.

В качестве критерия разрушения рассмотрим подход, описанный в работе [37], согласно ему, материал является разрушенным в случае выполнения условия:

$$\int \frac{d\varepsilon^{pl}}{\varepsilon_D^{pl}\left(\xi, \dot{\varepsilon}^{pl}\right)} = 1, \tag{4}$$

где \mathcal{E}^{pl} – эквивалентные пластические деформации, \mathcal{E}_{D}^{pl} – параметр определяемый экспериментально.

(3)

Таблица 7

Параметр \mathcal{E}_D^{pl} зависит от параметра трехосности и скорости эквивалентных пластических деформаций. Таким образом есть возможность настроить модель для аккумуляции большей степени повреждения среды в случае растягивающих видов нагружения, и меньшей в случае сжатия.

Предложенные варианты модели упругости, пластичности с линейной зависимостью от параметра ξ , и условием разрушения (4), являются стандартными для системы конечно элементного моделирования Abaqus, что позволяет проводить моделирование разрушения поставленной нами задачи. Таблица 8 демонстрирует предложенные авторами параметры для выбранных моделей.

Таблица 8

	napamerph wodennpobanna paspymenna marephana r LEIX							
Кристалли чность	С	Угол дилатации	k(MПа)	Раст.(МПа)	Экв. Пл. деформации	Трехосность	Деформация при разрыве	Модуль(ГПа)
0.37	0.53	27.9236	77	76	0	-0.333	1.5	3.6
				81	0.1	0	1	
				100	0.5	0333	0.7	
				101	2	0.495	0.6	

Параметры моделирования разрушения материала РЕЕК





Fig. 11. The values of $1/\sigma_0$ plasticity initiation at different types of loading: compression (ξ =-0.333), shear (ξ =0), tension (ξ =0.333) and bending (ξ =0.495)

Рис. 11 демонстрирует значения обратные к интенсивности напряжений в зависимости от параметра *ζ*, соответствующего четырем вариантам нагружения: растяжение, сдвиг, сжатие, изгиб, приведенных в таблице 7.

Рассмотрим теперь результаты нагружения периодических ячеек на основе материала РЕЕК. На рис. 12 показаны три варианта ячеек с разным расположением волокон в момент достижения предельного нагружения. В качестве заливки использованы значения параметра (4).

На рис. 13 показаны диаграммы нагружения ячеек, отображённых на рис. 12. Видно, что упругий участок и пластическая зона во всех трех вариантах практически совпадают. Некоторое различие наблюдается только в предельных деформациях.



Рис. 12. Варианты результатов моделирования разрушения ячеек периодичности однонаправленного образца, в случае трансверсального нагружения

Fig. 12. The results of simulation of the failure of the periodicity cells of the unidirectional sample, in the case of transversal loading







Типовое значение разрушающих трансверсальных растягивающих напряжений [16] для однонаправленного композита на основе связующего РЕЕК отличается меньше чем на 2% по сравнению со значением, полученным в моделировании на основе характеристик, приведенных в таблице 8 (рис. 13).

9. Заключение

В работе рассмотрен законченный набор методик для моделирования всего технологического цикла работы с композиционным материалом на основе термопластичного связующего. На всех ключевых стадиях моделирования продемонстрирована успешная верификация подхода на основе экспериментальных данных. Приведены необходимые параметры предложенных моделей для термопластичного материала полиэфирэфиркетон (PEEK).

Библиографический список

[1] LAWRENCE W. E., SEFERIS J. C., GILLESPIE J. W. JR., Material Response of a Semicrystalline Thermoplastic Polymer and Composite in Relation to Process Cooling History, POLYMER COMPOSITES, APRIL 1992, Vol. 13, No. 2.

[2] VELISARIS C. N., SEFERIS J. C., Heat Transfer Effects on the rocessing-Structure Relationships of Polyetheretherketone (PEEK) Based Composites, POLYMER ENGINEERING AND SCIENCE, MID-MAY, 1988, Vol. 28, NO. 9.

[3] VELISARIS C. N., SEFERIS J. C., Crystallization Kinetics of Polyetheretherketone (PEEK) Matrices, POLYMER ENGfNEERfNG AND SCIENCE, DECEMBER, 1986, Vol. 26, No. 22

[4] Bogetti T. A., Gillespie J. W. Jr, Process-Induced Stress and Deformation in Thick-Section Thermoset Composite Laminates, Journal of COMPOSITE MATERIALS, Vol. 26, No. 5/1992.

[5] Sönmez F.Ö., Eyol E., Optimal Post-Manufacturing Cooling Paths for Thermoplastic Composites, Composites Part A-Applied Science and Manufacturing, 33(3): 301-314, March 2002.(SCI)

[6] Bessard E., De Almeida, Ge´rard Bernhart O., Unified isothermal and non-isothermal modelling of neat PEEK crystallization, J Therm Anal Calorim (2014) 115:1669–1678 DOI 10.1007/s10973-013-3308-8

[7] Chapman T. J., Gillespie Jr. J. W., Pipes R. B., J.-A., Manson E., Seferis J. C., Prediction of Process-Induced Residual Stresses in Thermoplastic Composites, JOURNAL OF COMPOSITE MATERIALS 24(6) · JUNE 1990 (616-643)

[8] Sato N., Kurauchi T., Sato S., Kamigaito O., Microfailure behaviour of randomly dispersed short fibre reinforced thermoplastic composites obtained by direct SEM observation, Journal of Materials Science 26 (1991) 3891-3898

[9] Martin R. J., Sandhu R. S., Palazotto A. N., Experimental and analytical comparisons of failure in thermoplastic composite laminates, Experimental Mechanics (1994) 53-65

[10] Bohse J., Kroh G., Micromechanics and acoustic emission analysis of the failure process of thermoplastic composites, JOURNAL OF MATERIALS SCIENCE 27 (1992) 298 306

[11] Li M.C., Wu J.J., Loos A.C., Morton J., A plane-strain finite element model for process-induced residual stresses in a graphite/PEEK composite, Journal of Composite Materials February 1997 31: 212-243

[12] Работнов Ю.Н., Ползучесть элементов конструкций, М.: Наука, 1966. – 752 с.

[13] DONTH E., General derivation of the WLF equation from a fluctuation approach to the glass transition, Acta Polymerica 30 (1979) 8 481-485

[14] Chamis C.C., Mechanics of composite materials: past present and future. In: NASA technical memorandum, 100793; 1984.

[15] Yang L, YanY., Ma J., Liu B., Effects of inter-fiber spacing and thermal residual stress on transverse failure of fiber-reinforced polymer–matrix composites, Computational Materials Science 68 (2013) 255–262

[16] Cytec, TECHNICAL DATA SHEET APC-2-PEEK THERMOPLASTIC POLYMER https://www.cytec.com/sites/default/files/datasheets/APC-2_PEEK_031912-01.pdf

[17] Bearing Works, Inc. , PEEK data sheet http://www.bearingworks.com/content_files/pdf/retainers/ PEEK%20datasheet.pdf

[18] Victrex, Victrex TDS 450G data sheet, http://Victrex.com

[19] https://en.wikipedia.org/wiki/PEEK

[20] Федулов Б.Н., Предельное пластическое состояние полосы с отверстием из дилатирующего материала. Вестник Московского университета. Сер. Математика. Механика. 2007.

[21] Федулов Б.Н., Растяжение полос из дилатирующего материала. Вестник Самарского государственного университета. Естественнонаучная серия. 2006. No6/1(46). С. 167-175.

[22] Lomakin E.V., Constitutive relations of the strain theory for dilatant media. 1991. Izv. AN SSSR. MTT [Mechanics of Solids 66-75.

[23] Lomakin E.V., Nonlinear deformation of materials the strength of which depend on the stress-strain type. 1980. Izv. AN SSSR. MTT [Mechanics of Solids 92-99.

[24] Lomakin E.V., Deformation of a dilatant medium near crack tip under plane stress conditions.. 1996. Izv. AN. MTT [Mechanics of Solids 99-109.

[25] Alexandrov S., Jeng Yeau-Ren, Lomakin E., Effect of pressure-dependency of the yield criterion on the development of plastic zones and the distribution of residual stresses, ASME Journal of Applied Mechanics, том 78, № May, c. 031012-1-031012-5.

[26] Lomakin E.V., Mel'nikov A.M., Plane stress state problems for notched bodies whose plastic properties depend on the form of the stress state, Mechanics of Solids, Allerton Press Inc. (United States), 46, N_{2} 1, c. 62-69.

[27] Ломакин Е.В., Федулов Б.Н. Предельное состояние полосы с угловыми надрезами из материала с зависящими от вида напряженного состояния свойствам и. В кн.: Упругость и неупругость. М.: ЛЕНАНД 2006. С. 188-194.

[28] Lomakin E.V., Melnikov A.M., Fedulov B.N. Constitutive models for anisotropic materials susceptible to loading conditions // Mechanics and Model-Based Control of Advanced Engineering Systems, Springer Verlag GmbH, Berlin, 2013.

[29] Ломакин Е.В., Федулов Б.Н. Растяжение полосы, ослабленной вырезами с круговым основанием, в условиях плоской деформации из материала с зависящими от вида напряженного состояния свойствами // Изв. РАН. МТТ. 2013. № 4. С. 80-87.

[30] Ломакин Е.В., Федулов Б.Н. Растяжение полосы с угловыми надрезами из материала с зависящими от вида напряженного состояния свойствами. Конф. Ломоносовские чтения. Тезисы докладов. М.: МГУ. 2006. С. 110.

[31] Бессонов Д.Е., Зезин Ю.П., Ломакин Е.В., Разносопротивляемость зернистых композитов на основе ненасыщенных полиэфиров, Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Математика. Механика. Информатика, том 9, № 4-2, с. 9-13.

[32] Lomakin E.V., Fedulov B.N., Nonlinear anisotropic elasticity for laminate composites, Meccanica, June 2015, Volume 50, Issue 6, pp 1527-1535

[33] Hahn H.T., Tsai S.W., Nonlinear elastic behavior of unidirectional composite laminae. J Compos Mater (1973) 7:102–118.

[34] Lomakin E.V., Rabotnov Yu.N., A theory of elasticity for an isotropic body with different moduli in tension and compression. Mech Solids (1978) 13(6):25–30.

[35] Lomakin E.V., Constitutive models of mechanical behavior of media with stress state dependent material properties. Mechanics of generalized continua. Adv Struct Mater (2011) 7:339–350

[36] Abaqus documentation, Dassault Providence, RI, USA

[37] Hooputra H., Gese H., Dell H., Werner H., «A Comprehensive Failure Model for Crashworthiness Simulation of Aluminium Extrusions,» International Journal of Crashworthiness, vol. 9, no.5, pp. 449–464, 2004.

[38] Сергеичев И.В., Антонов Ф.К., Константинов А.Ю., Ушаков А.Е., Сафонов А.А. Определение прочности композитных конструкций при наличии технологических деформаций и начальных дефектов типа расслоений // Композиты и наноструктуры. 2013. №3, с. 15-24.

[39] Safonov A.A., Konstantinov A.Yu., Sergeichev I.V., Antonov F.K., Ushakov A.E. Modeling of technological deformation of structural elements of composite materials // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 43 (1), 2014, pp. 36-41.

[40] Константинов А.Ю., Сафонов А.А. Математическое моделирование остаточных технологических деформаций при пултрузии профилей сложного сечения из полимерных композиционных материалов // Проблемы прочности и пластичности. 2014. Т. 76. №4. с. 310-319.

[41] Щеглов Б.А., Сафонов А.А. Теоретические основы и прикладные задачи технологии композитов. М.: ЛЕНАНД, ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА URSS, 2015. - 112 с. ISBN 978-5-9710-1353-2.

References

[1] LAWRENCE W. E., SEFERIS J. C., GILLESPIE J. W. JR., Material Response of a Semicrystalline Thermoplastic Polymer and Composite in Relation to Process Cooling History, POLYMER COMPOSITES, APRIL 1992, Vol. 13, No. 2.

[2] VELISARIS C. N., SEFERIS J. C., Heat Transfer Effects on the rocessing-Structure Relationships of Polyetheretherketone (PEEK) Based Composites, POLYMER ENGINEERING AND SCIENCE, MID-MAY, 1988, Vol. 28, NO. 9.

[3 VELISARIS C. N., SEFERIS J. C., Crystallization Kinetics of Polyetheretherketone (PEEK) Matrices, POLYMER ENGFNEERfNG AND SCIENCE, DECEMBER, 1986, Vol. 26, No. 22.

[4] Bogetti T. A., Gillespie J. W. Jr, Process-Induced Stress and Deformation in Thick-Section Thermoset Composite Laminates, Journal of COMPOSITE MATERIALS, Vol. 26, No. 5/1992.

[5] Sönmez F.Ö., Eyol E., Optimal Post-Manufacturing Cooling Paths for Thermoplastic Composites, Composites Part A-Applied Science and Manufacturing, 33(3): 301-314, March 2002.(SCI).

[6] Bessard E., De Almeida,Ge´rard Bernhart O., Unified isothermal and non-isothermal modelling of neat PEEK crystallization, J Therm Anal Calorim (2014) 115:1669–1678 DOI 10.1007/s10973-013-3308-8.

[7] Chapman T. J., Gillespie Jr. J. W., Pipes R. B., J.-A., Manson E., Seferis J. C., Prediction of Process-Induced Residual Stresses in Thermoplastic Composites, JOURNAL OF COMPOSITE MATERIALS 24(6) · JUNE 1990 (616-643).

[8] Sato N., Kurauchi T., Sato S., Kamigaito O., Microfailure behaviour of randomly dispersed short fibre reinforced thermoplastic composites obtained by direct SEM observation, Journal of Materials Science 26 (1991) 3891-3898.

[9] Martin R. J., Sandhu R. S., Palazotto A. N., Experimental and analytical comparisons of failure in thermoplastic composite laminates, Experimental Mechanics (1994) 53-65.

[10] Bohse J., Kroh G., Micromechanics and acoustic emission analysis of the failure process of thermoplastic composites, JOURNAL OF MATERIALS SCIENCE 27 (1992) 298 306.

[11] Li M.C., Wu J.J., Loos A.C., Morton J., A plane-strain finite element model for process-induced residual stresses in a graphite/PEEK composite, Journal of Composite Materials February 1997 31: 212-243

[12] Rabotnov Yu.N., Polzuchest' elemntov konstrukchyi, Moscow.: Nauka, 1966. – 752 p.

[13] DONTH E., General derivation of the WLF equation from a fluctuation approach to the glass transition, Acta Polymerica 30 (1979) 8 481-485.

[14] Chamis C.C., Mechanics of composite materials: past present and future. In: NASA technical memorandum, 100793; 1984.

[15] Yang L, YanY., Ma J., Liu B., Effects of inter-fiber spacing and thermal residual stress on transverse failure of fiber-reinforced polymer–matrix composites, Computational Materials Science 68 (2013) 255–262.

[16] Cytec, TECHNICAL DATA SHEET APC-2-PEEK THERMOPLASTIC POLYMER https://www.cytec.com/sites/default/files/datasheets/APC-2_PEEK_031912-01.pdf

[17] Bearing Works, Inc., PEEK data sheet http://www.bearingworks.com/content_files/pdf/retainers/PEEK%20datasheet.pdf.

[18] Victrex, Victrex TDS 450G data sheet, http://Victrex.com

[19] https://en.wikipedia.org/wiki/PEEK

[20] Fedulov B.N., Predelnoe plasticheskoe sostoyanie polshy s otverstiem iz dilatiruiushtchego materiala. Vestnik Moskovskogo unversiteta Ser. Matematika. Mehanika. 2007.

[21] Fedulov B.N., Rastyzhenie polos iz delatiruushtchego materiala. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo unversiteta. Estestvenno nauchnaya seria. 2006. No6/1(46). C. 167-175.

[22] Lomakin E.V., Constitutive relations of the strain theory for dilatant media. 1991. Izv. AN SSSR. MTT [Mechanics of Solids 66-75.

[23] Lomakin E.V., Nonlinear deformation of materials the strength of which depend on the stress-strain type. 1980. Izv. AN SSSR. MTT [Mechanics of Solids 92-99.

[24] Lomakin E.V., Deformation of a dilatant medium near crack tip under plane stress conditions.. 1996. Izv. AN. MTT [Mechanics of Solids 99-109.

[25] Alexandrov S., Jeng Yeau-Ren, Lomakin E., Effect of pressure-dependency of the yield criterion on the development of plastic zones and the distribution of residual stresses, ASME Journal of Applied Mechanics, том 78, № May, c. 031012-1-031012-5

[26] Lomakin E.V., Mel'nikov A.M., Plane stress state problems for notched bodies whose plastic properties depend on the form of the stress state, Mechanics of Solids, Allerton Press Inc. (United States), 46, N_0 1, c. 62-69.

[27] Lomakin E.V., Fedulov B.N, Predelnoe sostoyanie polshy s uglovhymi nadrezami iz materiala s zavisiaschimi ot vida napriazhennogo sostoianiya svoistvami. V kn.: Uprugost' I neuprugost'. Moskva.: Lenand 2006. pp. 188-194.

[28] Lomakin E.V., Melnikov A.M., Fedulov B.N. Constitutive models for anisotropic materials susceptible to loading conditions // Mechanics and Model-Based Control of Advanced Engineering Systems, Springer Verlag GmbH, Berlin, 2013. [29] Lomakin E.V., Fedulov B.N., Rastyazhenie poloshy, oslablennoi vhyrezami s krugovhym osnovaniem, v usloviyah ploskoi deformacii iz material s zavisiaschimi ot vida napriazhennogo sostoianiya svoistvami., Izv. RAN. MTT. 2013. № 4. pp. 80-87.

[30] Lomakin E.V., Fedulov B.N., Rastyazhenie poloshy s uglovhymi nadrezami iz materiala s zavisiaschimi ot vida napriazhennogo sostoianiya svoistvami, Conf. Lomonosovskie chteniya. Tesishy dokladov. Moskve.: MGU. 2006. p. 110.

[31] Bessonov D.E., Zezin Yu.P., Lomakin E.V., Raznosoprotivliyaemost zernisthyh kompositov na osnove nenashyschinhyh poliefirov, Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Seriya Matematika. Mehanika. Informatika., 9, № 4-2, c. 9-13

[32] Lomakin E.V., Fedulov B.N., Nonlinear anisotropic elasticity for laminate composites, Meccanica, June 2015, Volume 50, Issue 6, pp 1527-1535

[33] Hahn H.T., Tsai S.W., Nonlinear elastic behavior of unidirectional composite laminae. J Compos Mater (1973) 7:102–118.

[34] Lomakin E.V., Rabotnov Yu.N., A theory of elasticity for an isotropic body with different moduli in tension and compression. Mech Solids (1978) 13(6):25–30

[35] Lomakin E.V., Constitutive models of mechanical behavior of media with stress state dependent material properties. Mechanics of generalized continua. Adv Struct Mater (2011) 7:339–350

[36] Abaqus documentation, Dassault Providence, RI, USA

[37] Hooputra H., Gese H., Dell H., Werner H., «A Comprehensive Failure Model for Crashworthiness Simulation of Aluminium Extrusions,» International Journal of Crashworthiness, vol. 9, no.5, pp. 449–464, 2004.

[38] Sergeichev I.V., Antonov F.K., Konstantinov A.Yu., Ushakov A.E., Safonov A.A., Opredelenie prochosti compositnhyh konstrukchyi pri nalichii technologocheskikh deformacii Определение прочности композитных конструкций при наличии технологических деформаций и начальных дефектов типа расслоений // Композиты и наноструктуры. 2013. №3, с. 15-24.

[39] Safonov A.A., Konstantinov A.Yu., Sergeichev I.V., Antonov F.K., Ushakov A.E. Modeling of technological deformation of structural elements of composite materials // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 43 (1), 2014, pp. 36-41.

[40] Konstantinov A.Yu., Safonov A.A., Matematicheskoe modelirovanie ostatochnhyh technologicheskih deformachyi pri pultruzii profilei clozhnogo secheniya iz polimernhyh komopzicionnhyh materialov, Problemhy prochnosti I plastichnosti. 2014, 76. №4. pp. 310-319.

[41] Scheglov B.A., Safonov A.A., Teoriticheskie osnovhy I prikladnhye zadachi tehnologii kompozitov. Moskva.: Lenand URSS, 2015. - 112 p. ISBN 978-5-9710-1353-2.

Сведения об авторах:

Сафонов Александр Александрович, канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник Сколковского Института Науки и Технологий.

143026, Российская Федерация, Москва, Территория Инновационного Центра «Сколково», улица Нобеля, д. 3, телефон: +7 (916) 991 39 26 e-mail: a.safonov@skoltech.ru

Федулов Борис Никитович, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Сколковского Института Науки и Технологий.

143026, Российская Федерация, Москва, Территория Инновационного Центра «Сколково», улица Нобеля, д. 3, телефон: +7 (916) 131 66 51 e-mail: fedulov.b@mail.ru

Кантор Марк Михайлович, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник Сколковского Института Науки и Технологий.

143026, Российская Федерация, Москва, Территория Инновационного Центра «Сколково», улица Нобеля, д. 3, телефон: +7 (926) 490 07 21 e-mail: mark.m.kantor@gmail.com

Ломов Степан Владимирович, д-р технических наук, профессор K.U.Leuven, Department MTM, Composite Materials Group.

Kasteelpark Arenberg 44 - box 2450 3001 Leuven, телефон: +32 16 32 12 10 e-mail: stepan.lomov@mtm.kuleuven.be