УДК 539.32: 539.41

# ОЦЕНКА ЖЕСТКОСТИ И ПРОЧНОСТИ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТОВ

(получена редакцией 12.01.2017, принята в печать 02.04.2017)

## А.И.Олейников

Центральный аэрогидродинамический институт имени Н.Е. Жуковского, Жуковский, Россия; Московский физико-технический институт (государственный университет), Долгопрудный, Россия;

Развита приближенная расчетная схема тонкостенной конструкции из слоистых композитов, в которых однонаправленно армированные непрерывными волокнами слои матрицы работают только на растяжение сжатие вдоль волокон. Учитывается, что прочность и модуль упругости слоя зависят от знака напряжения. В этом случае симметрично и сбалансированно армированный композит является моноклинным телом, растяжение – сжатие и сдвиг связаны друг с другом. Приведены примеры послойного разрушения углепластика.

Ключевые слова: слоистые непрерывно волокнистые композиты, жесткость, прочность, послойное разрушение.

# ESTIMATE OF STIFFNESS AND STRENGTH OF LAMINATED **COMPOSITES**

### A.I. Oleinikov

## Central AeroHydrodynamic Institute named after N.E. Zhukovsky, Zhukovsky, Russia; Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russia

The approximate design model of laminated fiber-reinforced composites is developed. In this model might be supposed that the layers are in tension – compression only and that the modulus and strength are functions of sign longitudinal stress in stiffness tensor of layer. In the general case the symmetrical balanced composite is monoclinic material and extension – shortening and angular distortions are coupling. Failure sequences of CFRP layers are shown. *Keywords*: laminated composites, stiffness, strength, layer failure.

# 1. Ввеление

К настоящему времени наиболее универсальной технологией изготовления композитных тонкостенных конструкций является технология препрега, при которой основным элементом структуры является монослой - слой матрицы, армированный однонаправленными непрерывными волокнами. Для композитов с полимерной матрицей и высокомодульными волокнами упругие свойства мало зависят от упругости смолы. Наиболее простой схемой оценки жесткости и прочности этих композитов является классическая схема Ю.Н. Работнова [1, 2]. Согласно данной схеме тензор жесткостей слоя определяется, по сути, всего одним параметром модулем Юнга волокон, а прочность слоя – пределом прочности на растяжение вдоль волокон.

Для современных препрегов пределы прочности монослоя по растяжению и сжатию вдоль волокон обычно существенно, в 1,5 ... 3 раза, отличаются друг от друга. Менее заметным, 15% ... 25%, является различие модуля упругости монослоя по растяжению и сжатию в направлении волокон. Модели поведения слоистых композитов, учитывающие данные различия пределов прочности и модулей упругости монослоев, могут существенно повысить точность оценки жесткости и прочности композита в целом и внести принципиальные коррективы в обработку и интерпретацию результатов испытаний новых изделий из современных слоистых композитов.

В данной работе предлагается обобщение схемы Ю.Н. Работнова на случай зависимости жесткостей и пределов прочности слоев от знака напряжения. Получены новые соотношения, которые могут быть использованы при оценке влияния данной зависимости на жесткость и прочность слоистых композитов.

## 2. Расчет упругой слоистой структуры.

Рассмотрим пластину или оболочку, состоящую из нескольких монослоев с ориентациями волокон в более чем в двух различных направлениях, симметрично относительно средней плоскости – координатной плоскости  $x_1 x_2$ .

При расчете данных слоистых структур в рамках технической теории напряжения  $\sigma_{ij}^{s}$  в слое *s* находятся по формулам [2]

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij}^{s} = \boldsymbol{R}_{ijkl} \boldsymbol{\sigma}_{kl} , \boldsymbol{R}_{ijkl} = \boldsymbol{E}_{ijpq}^{s} \boldsymbol{E}_{pqkl}^{-1} , \boldsymbol{E}_{ijkl} = \boldsymbol{E}_{ijkl}^{s} \boldsymbol{h}_{s} / \boldsymbol{H} .$$
<sup>(1)</sup>

В (1)  $E_{ijkl}^{-1}$  – тензор коэффициентов податливостей – матрица, обратная матрице жесткостей композита

 $E_{ijkl} = E_{ijkl}^{s}$  - тензор жесткостей материала монослоя;  $h_{s}$  и  $H = \sum_{s=1}^{n} h_{s}$  - толщины слоя и *n* - слойного компози-

та, соответственно;  $\sigma_{kl}$  – средние напряжения в композите, удовлетворяющие уравнениям равновесия; по повторяющимся индексам здесь и далее производится суммирование, (i, j, k, l, p, q = 1, 2).

В системе координат слоя, в которой ось  $1_s$  направлена вдоль волокон, жесткости  $E_{2222}^s$ ,  $E_{1122}^s$ ,  $E_{1212}^s$ , для многих современных однонаправленных конструкционных композитов пренебрежимо малы по сравнению с  $E_{1111}^s$ . Например, для монослоя углерод - смола отношение остальных  $E_{ijkl}^s$  к  $E_{1111}^s$  составляет 1/50...1/20, таким же малым является их вклад в жесткость композита. В этом случае учитывают только жесткость  $E_{(1111)}^s = E^s$ , остальными жесткостями пренебрегают [1].

При этом в данной работе будем учитывать различие в пределах прочности и модулях упругости слоя по растяжению и сжатию в направлении волокон:

$$\sigma_*^s = \begin{cases} \sigma_*^* npu \, \sigma^s > 0 \\ \sigma_*^- npu \, \sigma^s < 0 \end{cases}, \quad E^s = \begin{cases} E_+^s npu \, \sigma^s \ge 0 \\ E_-^s npu \, \sigma^s < 0 \end{cases}$$
(2)

Ограничимся обычной системой армирования в четырех направлениях под углами  $0, \pi / 2, \pm \varphi$  к оси  $x_1$ . Элементы матрицы жесткостей слоя

$$E_{ijkl}^{s} = E^{s} n_{1i}^{s} n_{1j}^{s} n_{1k}^{s} n_{1l}^{s}, (n_{1i}^{s} = \cos(x_{i}, 1_{s})).$$

Используя последние равенства и соотношения (1) и (2) найдем

$$E_{1111} = n_0 h_0 E_0 (sgn\sigma_0) + A_{\varphi}^+ \cos^4 \varphi , \ E_{2222} = n_{\pi/2} h_{\pi/2} E_{\pi/2} (sgn\sigma_{\pi/2}) + A_{\varphi}^+ \sin^4 \varphi$$

$$E_{1122} = E_{1212} = A_{\varphi}^+ \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi , \ E_{1112} = A_{\varphi}^- \sin \varphi \cos^3 \varphi$$

$$E_{2212} = A_{\varphi}^- \sin^3 \varphi \cos \varphi$$

$$\left(A_{\varphi}^{\pm} = n_{\varphi} h_{\varphi} E_{\varphi} (sgn\sigma_{\varphi}) \pm n_{-\varphi} h_{-\varphi} E_{-\varphi} (sgn\sigma_{-\varphi})\right).$$
(3)

Здесь  $h_0, h_{\pi/2}, h_{\phi}$ ,  $h_{-\phi}$  и  $n_0, n_{\pi/2}, n_{\phi}$ ,  $n_{-\phi}$  - соответственно относительные толщины и число слоев с данными углами укладки волокон. Если не учитывать различие модуля упругости монослоев по растяжению и сжатию, то из (3) следуют выражения [2].

Из (3) видно, что различие модулей увеличивает число упругих параметров этого композита с трех до пяти, он уже является не ортотропным, а моноклинным телом с одной плоскостью упругой симметрии  $x_1$   $x_2$ . При этом растяжение – сжатие и сдвиг связаны друг с другом. В общем случае задача нелинейная – параметры упругости композита зависят от знака напряжения в каждом слое.

Если отсутствует выпучивание и межслойное разрушение, то прочность данных композитов обусловлена пределами прочности монослоев на сжатие и растяжение вдоль волокон. Используя (3) в (1) по  $\sigma_{kl}$ 

рассчитываем напряжения  $\sigma_{ij}^s$  и проверяем критерий прочности монослоев

$$\sigma^{\psi} \equiv R_{11ij}^{\psi} \sigma_{ij} \cos^2 \psi + R_{22ij}^{\psi} \sigma_{ij} \sin^2 \psi + 2R_{12ij}^{\psi} \sigma_{ij} \sin \psi \cos \psi = \sigma_*^{\psi}.$$

$$\tag{4}$$

В (4)  $\psi$  может принимать значения  $\pm \phi$ , 0,  $\pi$  / 2 и соответствует слою с наибольшей величиной напряжения.

В процессе расчета при выполнении (4) далее можем полагать толщину слоя  $\psi$  равной нулю и, в случае симметричного геометрически неизменяемого остаточного армирования, повторить расчет по (1) – (4).

В качестве примера рассмотрим углепластик с монослоями из препрега M21/34%/UD194/IMA-12K [3]

при  $\varphi = \pi / 4$ . Для данного монослоя

$$E^{s} = \begin{cases} E^{s}_{+} = 180 \, \Gamma \Pi a \, npu \, \sigma^{s} \ge 0 \\ E^{s}_{-} = 140 \, \Gamma \Pi a \, npu \, \sigma^{s} < 0 \end{cases}, \quad \sigma^{s}_{*} = \begin{cases} \sigma^{+}_{*} = 3000 \, M \Pi a \, npu \, \sigma^{s} > 0 \\ \sigma^{-}_{*} = -1500 \, M \Pi a \, npu \, \sigma^{s} < 0 \end{cases}$$

При этих данных в условиях  $\sigma_{11} \neq 0, \sigma_{22} = \sigma_{12} = 0$ , согласно (1) - (4) реализуется следующая последовательность разрушения слоев:  $0 \Rightarrow \pi / 2$ . При  $\sigma_{22} > 0, \sigma_{11} = \sigma_{12} = 0 - \pi / 2 \Rightarrow 0$ ; при  $\sigma_{22} < 0, \sigma_{11} = \sigma_{12} = 0$  -

 $\pi/2 \Rightarrow \pm \pi/4$ ; при  $\sigma_{12} > 0, \sigma_{11} = \sigma_{22} = 0 - \pi/4 \Rightarrow \pi/2$ ; при  $\sigma_{12} < 0, \sigma_{11} = \sigma_{22} = 0 - \pi/4 \Rightarrow \pi/2$ .

Заметим, что при каждом данном нагружении композита разрушение следующего слоя происходит при напряжении не большем, чем разрушающее для предыдущего слоя, т.е. реализуется неустойчивый (катастрофический) режим послойного разрушения композита. Из этого следует, что в данных случаях условие прочности композита определяется критерием (4) прочности какого-нибудь одного из монослоев. Разрушение какого-либо монослоя незамедлительно влечет разрушение всего композита в целом.

### Библиографический список

1. Работнов Ю.Н., Прочность слоистых композитов, Известия АН СССР. Механика твердого тела, 1979, N1, C. 113- 119.

2. Работнов Ю.Н., Механика деформируемого твердого тела. - М.: Наука, 1979 - 744 с.

3. http://www.hexcel.com/

### References

1. Rabotnov Yu.N., Strength of laminated composites. *Izvestija AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela - Proceedings of the USSA Academy of Sciences. Mechanics of solids*, 1979, no.1, pp. 113-119.

2. Rabotnov Yu.N., *Mekhanika deformiruemogo tverdogo tela* [Mechanics of deformable solids]. Moscow, Nauka, 1979. 744 p.

3. http://www.hexcel.com/

## Сведения об авторах

**А.И. Олейников:** д-р физ. мат. наук, проф., вед. научный сотрудник Центрального аэрогидродинамического института имени профессора Н.Е. Жуковского, профессор Московского физико-технического института (государственного университета), Жуковский, Россия, aleksandr.oleynikov@tsagi.ru <u>a.i.oleinikov@mail.ru</u> тел. +7(495) 556 34 98.