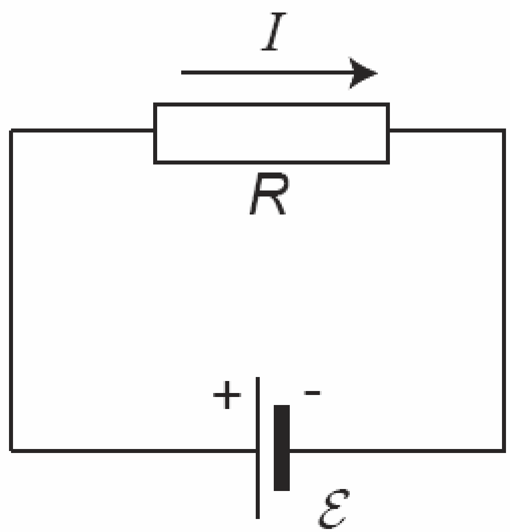
Дробовой шум в проводниках: постановка задачи



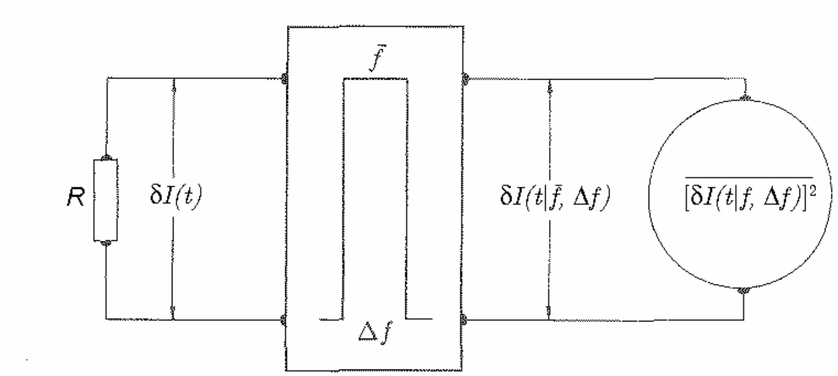
$$\langle I(t)\rangle = \overline{I}$$

$$\langle \delta I^2(t)\rangle \equiv \langle (I(t)-\overline{I}\,)^2\rangle \quad \neq 0$$

$$\langle \delta I^3(t)\rangle \equiv \langle (I(t)-\overline{I}\,)^3\rangle$$

$$\langle \delta I^4(t)\rangle \equiv \langle (I(t)-\overline{I}\,)^4\rangle$$

Спектральное разложение флуктуаций



$$\delta I(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}\delta I(\omega)e^{-i\omega t};\qquad \delta I(-\omega)=\delta I^*(\omega)$$

После фильтра:

$$\delta I(t\,|\,\bar{f},\Delta f)=\int_{\varpi-\Delta\omega/2}^{\varpi+\Delta\omega/2}\frac{d\omega'}{2\pi}[\delta I(\omega')e^{-i\omega' t}+\delta I^*(\omega')e^{i\omega' t}]$$

$$\langle[\delta x(t\,|\,\bar{f},\Delta f)]^2\rangle=$$

$$=\int_{\varpi-\Delta\omega/2}^{\varpi+\Delta\omega/2}\frac{d\omega'}{2\pi}\int_{\varpi-\Delta\omega/2}^{\varpi+\Delta\omega/2}\frac{d\omega''}{2\pi}\langle[\delta I(\omega')e^{-i\omega' t}+\delta I^*(\omega')e^{i\omega' t}]\times[\delta I(\omega'')e^{-i\omega'' t}+\delta I^*(\omega'')e^{i\omega'' t}]\rangle$$

Корреляционная функция

Определим корреляционную функцию

$$\varphi(t_1,t_2) \equiv \langle \delta I_i(t_1)\delta I_i(t_2)\rangle = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta I_i(t_1)\delta I_i(t_2)$$

Преобразование Фурье корреляционной функции

$$\varphi(t_1-t_2) = \langle \delta I(t_1)\delta x(t_2)\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega'}{2\pi}\frac{d\omega''}{2\pi}\langle \delta x(\omega')\delta x(\omega'')\rangle e^{-i\omega' t_1 - i\omega'' t_2}$$

Корреляционная функция стационарного случайного процесса зависит только от разности $t_1 - t_2$

$$\langle \delta I(\omega')\delta I(\omega'')\rangle \neq 0, \qquad \omega' + \omega'' = 0$$

$$\langle \delta I(\omega')\delta I(\omega'')\rangle = 2\pi\tilde{\varphi}(\omega')\delta(\omega' + \omega'')$$

$$\varphi(t_1 - t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega'}{2\pi}\tilde{\varphi}(\omega')e^{-i\omega'(t_1-t_2)}$$

теорема Винера-Хинчина

Связь спектральной плотности флуктуации с корреляционной функцией

$$\langle[\delta I(t\,|\,\bar{f},\Delta f)]^2\rangle = 2\int_{\varpi-\Delta\omega/2}^{\varpi+\Delta\omega/2}\frac{d\omega'}{2\pi}\tilde{\varphi}(\omega') = 2\int_{\bar{f}-\Delta f/2}^{\bar{f}+\Delta f/2} df\,\tilde{\varphi}(2\pi f) \approx 2\tilde{\varphi}(2\pi f)\Delta f$$

Спектральная плотность токового шума

$$S(f) \equiv 2\tilde{\varphi}(\omega)$$

Дисперсия флуктуаций тока

$$\langle(\delta I(t))^2\rangle = \varphi(t=0) = \int_0^{+\infty} S(f)df$$

Флуктуации с разной спектральной плотность могут приводит к одинаковым флуктуациям тока

Прошедший за время τ заряд и флуктуации тока

$$Q(\tau)=\int_{-\tau/2}^{+\tau/2} I(t)dt$$

Флуктуации заряда связаны со спектральной плотностью шума

$$\langle(\delta Q(\tau))^2\rangle=\langle(\int_{-\tau/2}^{+\tau/2}\delta I(t)dt)^2\rangle=\langle(\int_{-\tau/2}^{+\tau/2}dt\int_{-\infty}^{+\infty}\delta I(\omega)e^{-i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi})^2\rangle=$$

$$=\int\int_{-\infty}^{+\infty}\langle\delta I(\omega)\delta I(\omega')\rangle\frac{4\sin^2 \omega\tau/2}{\omega^2}\frac{d\omega d\omega'}{(2\pi)^2}=\int_{-\infty}^{+\infty}\tilde{\varphi}(\omega)\frac{2\sin^2 \omega\tau/2}{\pi\omega^2}d\omega$$

В низкочастотном пределе

$$\langle(\delta Q(\tau))^2\rangle=\tilde{\varphi}(0)\tau=1/2\, S(0)\tau$$

3-я корреляционная функция

$$\langle \delta I(t_1)\delta I(t_2)\delta I(t_3)\rangle = \varphi_3(t_2 - t_1, t_3 - t_1) =$$

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3}{(2\pi)^3} \langle \delta I(\omega_1)\delta I(\omega_2)\delta I(\omega_3)\rangle e^{-i\omega_1 t_1 - i\omega_2 t_2 - i\omega_3 t_3}$$

Для однородности по времени необходимо

$$\omega_1 t_1 + \omega_2 t_2 + \omega_3 t_3 = (-\omega_2 - \omega_3)t_1 + \omega_2 t_2 + \omega_3 t_3 = \omega_2(t_2 - t_1) + \omega_3(t_3 - t_1)$$

поэтому

$$\langle \delta I(\omega_1)\delta I(\omega_2)\delta I(\omega_3)\rangle = 2\pi\varphi_3(\omega_2, \omega_3)\delta(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)$$

3-й коррелятор и фильтр

Пропустим сигнал через фильтр с полосой пропускания от f_l до f_h

$$\langle[\delta I(t\,|\,f_l,f_h)]^3\rangle=\int\int\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3}{(2\pi)^3}g(\omega_1)g(\omega_2)g(\omega_3)\langle\delta I(\omega_1)\delta I(\omega_2)\delta I(\omega_3)\rangle$$

Интегрирование даст ненулевой ответ только при условии $\omega_h>2\omega_l$

В низкочастотном пределе

$$\langle[\delta I(t\,|\,f_l,f_h)]^3\rangle=3\varphi_3(0,0)\,(\omega_h-2\omega_l)^2\big/(2\pi)^2=3\varphi_3(0,0)(f_h-2f_l)^2$$

3-й коррелятор и прошедший заряд

$$Q(\tau) = \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} I(t)dt$$

$$\langle(\delta Q(\tau))^3\rangle = \langle(\int_{-\tau/2}^{+\tau/2} \delta I(t)dt)^3\rangle = \langle(\int_{-\tau/2}^{+\tau/2} dt \int_{-\infty}^{+\infty} \delta I(\omega) e^{-i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi})^3\rangle =$$

$$= \iiint_{-\infty}^{+\infty} \langle \delta I(\omega_1)\delta I(\omega_2)\delta I(\omega_3)\rangle \frac{8\sin\frac{\omega_1\tau}{2}\sin\frac{\omega_2\tau}{2}\sin\frac{\omega_3\tau}{2}}{(2\pi)^3\omega_1\omega_2\omega_3} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3$$

$$= \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\varphi}_3(\omega_2,\omega_3) \frac{2\sin\frac{(\omega_2+\omega_3)\tau}{2}\sin\frac{\omega_2\tau}{2}\sin\frac{\omega_3\tau}{2}}{\pi^2(\omega_2+\omega_3)\omega_2\omega_3} d\omega_2 d\omega_3$$

В низкочастотном пределе

$$\langle(\delta Q(\tau))^3 >= \tilde{\varphi}_3(0,0)\frac{\tau}{\pi^2}\iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(x+y)\sin x \sin y}{(x+y)xy} dxdy = \tilde{\varphi}_3(0,0)\tau$$

Что измеряется?

$$\langle[\delta I(t\,|\,\overline{f},\Delta f)]^2\rangle \approx 2\tilde{\varphi}(\overline{\omega})\Delta f = S(\overline{\omega})\Delta f, \quad f=\omega/2\pi$$

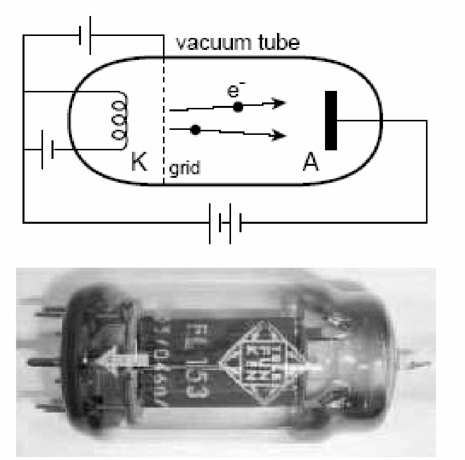
$$\tilde{\varphi}(\omega)=\langle\delta I(t_1)\delta I(t_2)\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} dt\langle\delta I(0)\delta I(t)\rangle e^{i\omega t}$$

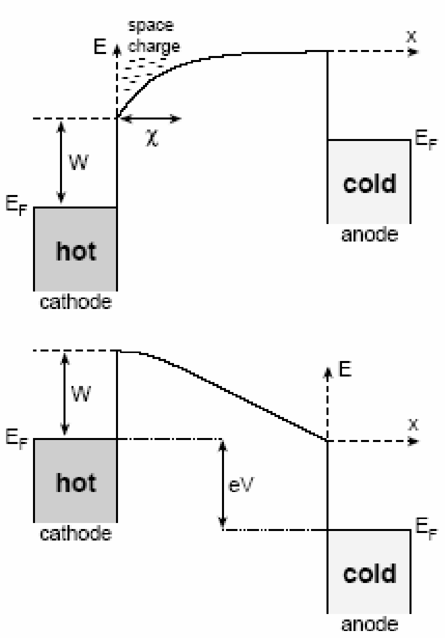
$$\langle[\delta I(t\,|\,f_l,f_h)]^3\rangle = 3\tilde{\varphi}_3(0,0)(f_h-2f_l)^2$$

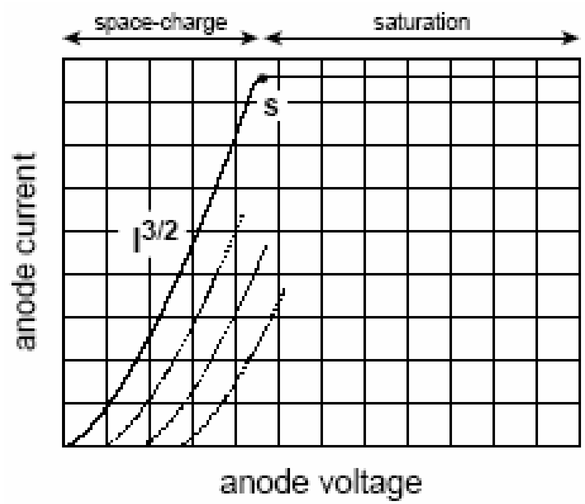
$$Q(\tau)=\int_0^\tau I(t)dt$$

$$\langle\delta Q^2(\tau)\rangle = \tilde{\varphi}(0)\tau \qquad\qquad <\delta Q^3(\tau)>=\tilde{\varphi}_3(0,0)\tau$$

Вакуумная лампа







Эмиссия электронов

$n_1 = I/e$ - число электронов, испущенных за ед. времени

$\bar{n} = n_1\tau = I\tau/e$ - среднее число электронов

Разделим интервал τ на N равных частей. За время τ/N электрон испущен с вероятностью n/N, не испущен с вероятностью $1 - n/N$.

Вероятность того, что за время τ испущено ровно m электронов:

$$\frac{N!}{m!(N-m)!}\left(\frac{\bar{n}}{N}\right)^m\left(1-\frac{\bar{n}}{N}\right)^{N-m} = \frac{\bar{n}^m}{m!}\left(1-\frac{\bar{n}}{N}\right)^N \cdot 1 \cdot \left(1-\frac{1}{N}\right)\cdots\left(1-\frac{m-1}{N}\right)\left(1-\frac{\bar{n}}{N}\right)^{-m}$$

Переходя к пределу $N \to \infty$ получим распределение Пуассона

$$p_m = \frac{\bar{n}^m}{m!}e^{-\bar{n}}$$

Характеристическая функция, куммулянты и моменты

Определим характеристическую функцию $\chi(\lambda) = \sum e^{im\lambda} p_m$

Моменты случайной величины $\mathbf{M}\xi^k = \sum m^k p_m$

$$\chi^{(k)}(0) = i^k \mathbf{M}\xi^k$$

Куммулянты

$$\ln \chi(\lambda) = \sum_{k=1}^{\infty} m_k \frac{(i\lambda)^k}{k!}, \qquad m_k \equiv \langle\langle \delta n^k \rangle\rangle$$

Первые два куммулянта дают среднее значение и дисперсию:

$$m_1 = \langle n \rangle, \qquad m_2 = \langle \delta n^2 \rangle = \langle (n - \langle n \rangle)^2 \rangle = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2$$

Третий коррелятор

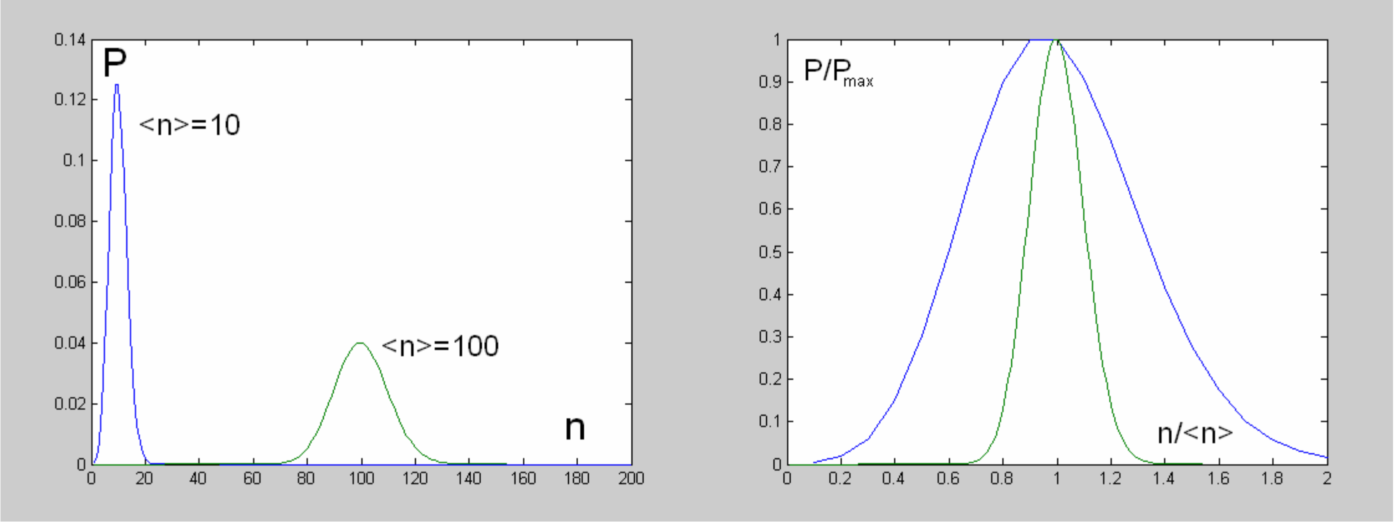
$$m_3 \equiv \langle\langle \delta n^3 \rangle\rangle = \langle \delta n^3 \rangle = \langle (n - \langle n \rangle)^3 \rangle$$

Распределения Пуассона

$n_1 = I/e$ - число электронов, испущенных за ед. времени

$\bar{n} = n_1\tau = I\tau/e$ - среднее число электронов

$$P_n = \frac{\bar{n}^n}{n!}e^{-\bar{n}} \qquad \chi(\lambda) = \sum e^{in\lambda} p_n = \exp((e^{i\lambda}-1)\bar{n}) \qquad \langle\langle \delta n^k \rangle\rangle = \bar{n}$$



Спектральная плотность дробового шума в лампе

$$\langle \delta Q^2(t) \rangle = \tilde{\varphi}(0)\tau = \frac{1}{2} S(0)\tau$$

Флуктуация испущенного в течение времени τ количества электронов

$$\langle \delta n^2 \rangle = \overline{n} = I\tau / e$$

Флуктуация заряда

$$\langle (\delta Q)^2 \rangle = e^2 \langle (\delta n)^2 \rangle = eI\tau$$

Спектральная плотность шума (формула Шотки)

$$S(0) = 2eI$$

Для 3-го коррелятора

$$\langle (\delta Q)^3 \rangle = e^3 \langle (\delta n)^3 \rangle = e^2 I\tau$$

Тепловой шум Джонсона-Найквиста

В равновесии спектральная плотность токового шума

$$S_I(\omega) = 2\hbar\omega \coth\frac{\hbar\omega}{2k_BT}\operatorname{Re}Z^{-1}(\omega) = \frac{2}{R}\hbar\omega\coth\frac{\hbar\omega}{2k_BT}$$

Для низких частот $\hbar\omega << k_BT$

$$S_I(\omega) = 4k_BTR^{-1}$$

Для высоких частот $\hbar\omega >> k_BT$

$$S_I(\omega) = 2\hbar\omega\operatorname{Re}Z^{-1}(\omega)$$

Предварительные соображения

Сравнение дробового и теплового шумов

$$S_s / S_T = eV / 2k_B T$$

Счет электронов $Q(\tau) = \int_o^\tau I(t)dt = eN(\tau)$

$t_0 \approx n^{-1/3} / \mathrm{v}_F \quad \Delta E \approx \hbar / t_0 = \hbar \mathrm{v}_F n^{1/3} \approx \varepsilon_F \qquad \tau >> t_0$

Можно измерять только большие порции электронов

Сравнение куммулянтов

$$\langle \delta Q^2(\tau) \rangle / \langle Q(\tau) \rangle^2 = eI\tau / (I\tau)^2 = e / I\tau = e/Q << 1$$

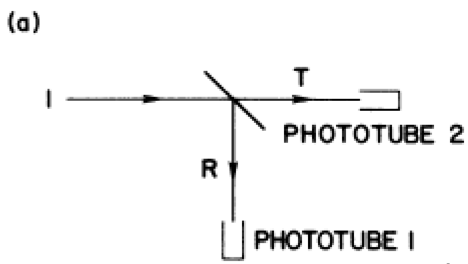
$$\langle \delta Q^3(\tau) \rangle / \langle Q(\tau)^2 \rangle^{3/2} = e^2 I\tau / (eI\tau)^2 = e / I\tau = e/Q << 1$$

Фундаментальные причины шума

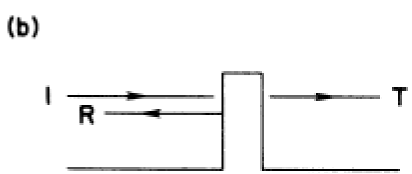
Для фермионов $\langle n^2 \rangle = \langle n \rangle$

Тепловой шум $\langle \delta n^2 \rangle = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 = \langle n \rangle - \langle n \rangle^2 = f(1-f)$

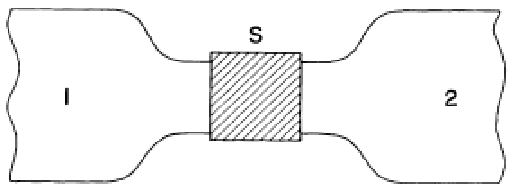
Дробовой шум.



$$\langle \delta n_D{}^2 \rangle = \langle n_D{}^2 \rangle - \langle n_D \rangle^2 = \langle n_D \rangle - \langle n_D \rangle^2 = D(1-D)$$



Идеальная квантовая проволока



$$\delta\mu = eV \quad \Rightarrow \quad \delta n = eVg(\varepsilon_F)$$

$$g_i = \frac{\partial n_i(\varepsilon_F)}{\partial \varepsilon_F} = \frac{\partial n_i / \partial k_z}{\partial \varepsilon_F / \partial k_z} = \frac{1}{\pi\hbar \mathrm{v}_i}$$

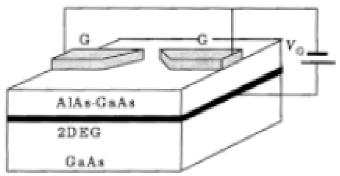
Основная идея состоит в том, что для одномерного канала плотность состояний обратно пропорциональна скорости.

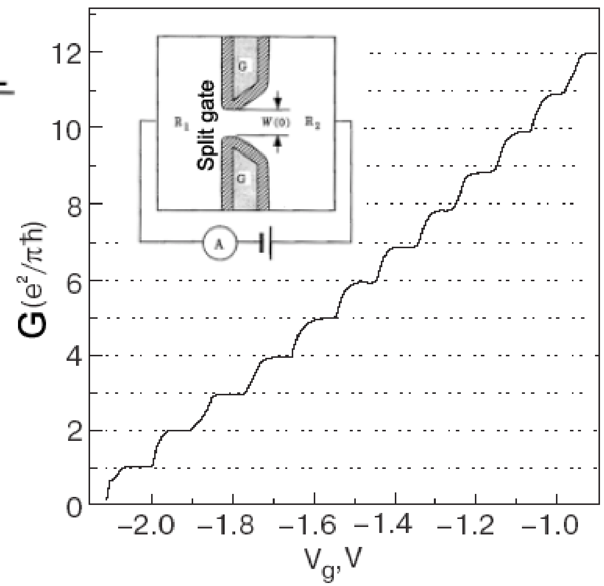
Для *i*-го канала

$$I_i = e\int \mathrm{v_i}(k_z)\frac{dk_z}{2\pi} = e\int \frac{dk_z}{2\pi\hbar}\frac{\partial\varepsilon_i(k_z)}{\partial k_z} = \frac{e}{2\pi\hbar}\int_{\varepsilon_F}^{\varepsilon_F+eV} dE\,\frac{\partial\varepsilon_i(k_z)/\partial k_z}{\left|\partial\varepsilon_i(k_z)/\partial k_z\right|} = \frac{e^2}{2\pi\hbar}V$$

$$G = \frac{e^2}{2\pi\hbar}N, \qquad \mathrm{R} = \frac{2\pi\hbar}{e^2}\frac{1}{N}$$

Квантовый контакт





$$G = \frac{e^2}{2\pi\hbar} N$$

формула Шарвина

$$G \approx \frac{ne^2 S}{\hbar k_F} \approx \frac{e^2}{\hbar}\left(\frac{\varepsilon_F}{\hbar^2/mS}\right)$$

Электронная плотность $3.56 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$, длина свободного пробега 8.5 мкм, температуре 0.6 К, характерные размеры контакта порядка 0.25 мкм

B.J. van Wees, L. P. Rjuwenhoven, H. van Houten, C.W.J. Beenakker, J.E. Mooij, C.T. Foxon, and J.J. Harris, Phys. Rev. B **38**, 3625 (1988).

Периодическое распространение волновых пакетов

Тока, переносимый электронами одного канала в полосе энергий ΔE

$$I(\Delta E) = \frac{e}{2\pi\hbar}\int_{E-\Delta E/2}^{E-\Delta E/2} dE = \frac{e\Delta E}{2\pi\hbar}$$

Можно скомбинировать волновой пакет, описывающий этот ток

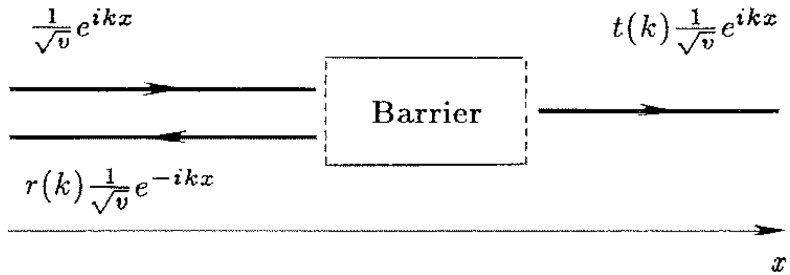
$$\psi^{(n)}(z,t) = \int_{E-\Delta E/2}^{E+\Delta E/2} dE' \frac{1}{\Delta E}\left[\frac{1}{2\pi}\frac{dk}{dE'}\right]^{1/2} e^{ik(E')z-iE'(t+nt_0)/\hbar}; \quad t_0 = 2\pi\hbar/\Delta E$$

Каждый такой пакет переносит заряд *e*, поэтому можно считать, что он описывает перенос одного электрона слева направо.

Если между резервуарами приложено напряжение V и $\Delta E=eV$, ток переносимый одним каналом равен

$$I = e/t_0 = (e^2/2\pi\hbar)V$$

Сопротивление квантового резистора



$$D = |t|^2$$

$$1 - D = |r|^2$$

Будем исходить из того, что идеальный через идеальный 1D канал протекает ток $I = e/t_0 = (e^2/2\pi\hbar)V$

При наличии рассеяния нужно учесть, что вышедшие из левого резервуара электроны попадают в правый с вероятностью D

Среднее время следования импульсов тока t_0/D

Средний ток eD/t_0

Одноканальная формула Ландауэра $G = \dfrac{e^2}{\pi\hbar}D$

Исторический экскурс

$$G = \frac{e^2}{\pi\hbar} D$$

Эта важная и очень просто выглядящая формула вызывала в течение длительного времени некоторое недопонимание. Эта формула выражает кондактанс, измеряемый между двумя резервуарами, соединенными квантовым проводником.

Сопротивление области рассеяния

$$R = \frac{\pi\hbar}{e^2}\left[\frac{1}{D} - 1\right] = \frac{\pi\hbar}{e^2}\frac{(1-D)}{D} \quad \Rightarrow \quad G = \frac{e^2}{\pi\hbar}\frac{(1-D)}{D}$$

Обобщение для ненулевой температуры

Нужно опять учесть, что не все «пытающиеся» электроны проходят

$t_0 = 2\pi\hbar/\Delta E$ - время между попытками

Поток слева направо $w_{L\to R} = f_L(E)[1 - f_R(E)]D(E)$

Поток справа налево $w_{R\to L} = f_R(E)[1 - f_L(E)]D(E)$

Время между удачными попытками $t_1 = t_0/(w_{L\to R} - w_{R\to L})$

Ток $I(\Delta E) = e/t_1$

$$I = \frac{e}{\pi\hbar}\int\left[f_L(E) - f_R(E)\right]D(E)dE$$

$$f_L(E) - f_R(E) = f(E-\mu_L) - f(E-\mu_R) \approx eV\left(-\frac{\partial f}{\partial E}\right) = V\frac{e}{k_B T}f(E)\left[1 - f(E)\right]$$

$$G \equiv R^{-1} = \frac{e^2}{\pi\hbar}\int\left(-\frac{\partial f}{\partial E}\right)D(E)dE = \frac{e^2}{\pi\hbar k_B T}\int f(E)\left[1 - f(E)\right]D(E)dE$$

Обобщение на многоканальный случай

Матрица рассеяния $S = \begin{pmatrix} r & r' \\ t & t' \end{pmatrix}$ $D_i = \sum_j \left|t_{ij}\right|^2, \ R_i = \sum_j \left|r_{ij}\right|^2$

При нулевой температуре

$$G = \frac{e^2}{2\pi\hbar}\sum_n D_n$$

Для ненулевой температуры

$$G = \frac{e^2}{2\pi\hbar}\sum_n \int \left(-\frac{\partial f}{\partial E}\right) D_n(E)dE = \frac{e^2}{2\pi\hbar k_B T}\sum_n \int f(E)\left[1 - f(E)\right] D_n(E)dE$$

Дробовой шум в квантовом проводнике

$$S(0) = 2\langle \delta Q^2(\tau)\rangle \big/ \tau$$

Введем случайную величину

$$\xi = \begin{cases} +1, & \text{если электрон пришел на правый контакт} \\ -1, & \text{если электрон ушел с правого контакта} \end{cases} \qquad \xi^2 = |\xi|$$

$$\langle \delta Q_E^2(\tau)\rangle = e^2(\langle(\sum_n \xi_n)^2\rangle - \langle \sum_n \xi_n\rangle^2) = e^2(\langle \sum_n \xi_n^2\rangle - \langle \sum_n \xi_n\rangle^2)$$

Теперь просуммируем по импульсам и еще умножим на 2 (из-за спина):

$$\langle \delta Q_{\Delta E}^2(\tau)\rangle = \frac{2e^2\tau}{t_0}\langle(\xi^2 - \langle\xi\rangle^2)\rangle = \frac{e^2\Delta E\tau}{\pi\hbar}(\langle\xi^2\rangle - \langle\xi\rangle^2)$$

$$\langle|\xi|\rangle = w_{L\to R} + w_{R\to L} = f_L(E)[1 - f_R(E)]D(E) + f_R(E)[1 - f_L(E)]D(E)$$

$$\langle\xi\rangle = w_{L\to R} - w_{R\to L} = f_L(E)[1 - f_R(E)]D(E) - f_R(E)[1 - f_L(E)]D(E)$$

$$S(0) = \frac{2e^2}{\pi\hbar}\int dE\left\{[f_L(1 - f_R) + f_R(1 - f_L)]D + [f_L - f_R)]^2 D^2\right\}$$

Изучение формулы

$$S(0)=\frac{e^2}{\pi\hbar}\sum_n\int dE\left\{[f_L(1-f_R)+f_R(1-f_L)]D_n+[f_L-f_R)]^2D_n{}^2\right\}$$

В тепловом равновесии $f_L=f_R\equiv f,\quad f(E)\left[1-f(E)\right]=k_BT(-\partial f/\partial E)$

$$S(0)=\frac{2e^2}{\pi\hbar}\sum_n\int dE f(1-f)D_n=4k_BT\frac{e^2}{2\pi\hbar}\sum_n D_n=4k_BTG$$

При Т=0 и ненулевом напряжении $f(E)=\theta(E-\mu)$

$$S(0)=\frac{e^2}{\pi\hbar}\sum_n\int dE(f_L-f_R)^2D_n(1-D_n)=2e|V|\frac{e^2}{2\pi\hbar}\sum_n D_n(1-D_n)$$

Для малой прозрачности D<<1 получаем формулу Шотки

$$S_P(0)=2e|V|\frac{e^2}{2\pi\hbar}\sum_n D_n(1-D_n)\approx 2e|V|\frac{e^2}{2\pi\hbar}\sum_n D_n=2e|V|G=2e|I|$$

Фактор Фано

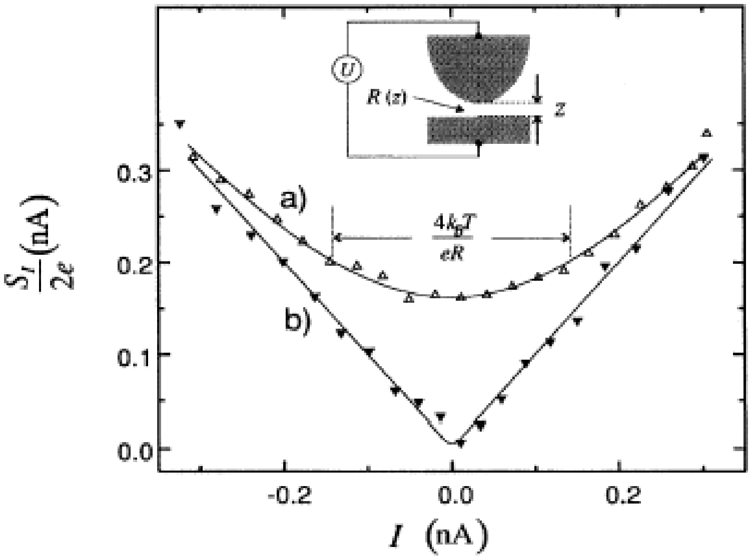
Отношение спектральной плотности шума к спектральной плотности шума для распределения Пуассона называется фактором Фано.

$$F = \frac{S}{S_P} = \frac{\sum_n D_n (1 - D_{n)}}{\sum_n D_n} < 1$$

Шум в туннельном контакте

Для туннельного контакта, когда каналов много, но их прозрачности малы

$$S = \frac{e^2}{\pi\hbar} eV \coth\left(\frac{eV}{2k_B T}\right)\sum_n D_n = 2eI \coth\left(\frac{e|V|}{2k_B T}\right)$$

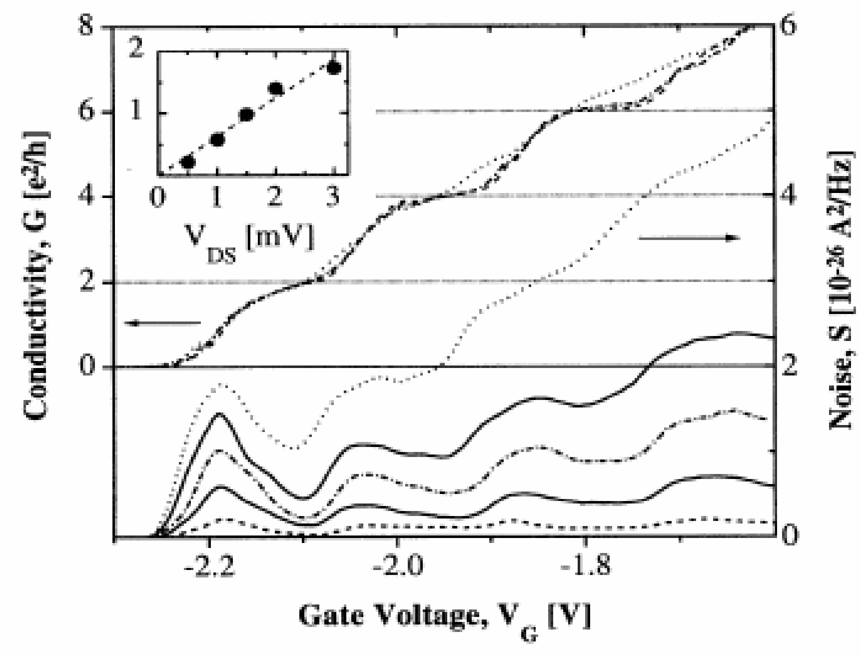


Зависимость спектральной плотности шума, измеренной в полосе частот 200 kHz от тока, демонстрирует переход от теплового шума (a) при 300 K и $R \approx 0.32$ GΩ к дробовому (b) при 77 K и $R \approx 2.7$ GΩ

H. Birk, M. J. M. de Jong, and C. Schönenberger, Phys. Rev. Lett. **75**, 1610 (1995).

Дробовой шум в квантовом контакте

$$S(0) = 2e|V|\frac{e^2}{2\pi\hbar}\sum_n D_n(1-D_n)$$



Спектральная плотность шума S и нормированный кондактанс G в зависимости от напряжения на расщепленном затворе V_G. Шум измерялся для V_{DS} = 0.5, 1, 1.5, 2, и 3 mV. На вставке показана зависимость высоты первого пика от смещения V_{DS} . Пунктирная линия – теория. Кондактанс приведен для VDS = 0.5, 1.5, и 3 mV

M. Reznikov, M. Heiblum, Hadas Shtrikman, and D. Mahalu, Phys. Rev. Lett. **75**, 3340 (1995).

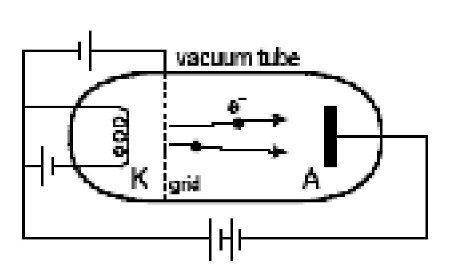
Классичность дробового шума в вакуумной лампе

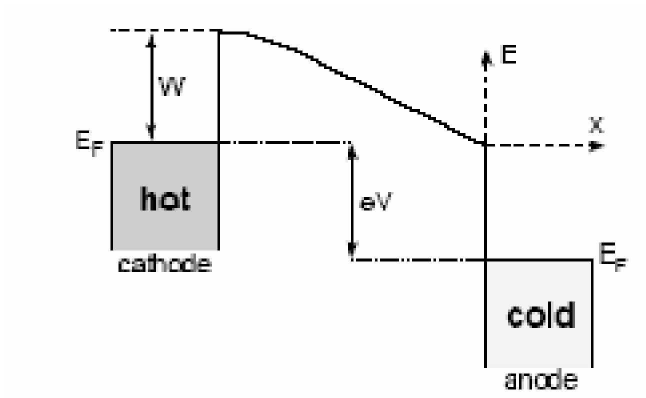
$$S(0)=\frac{e^2}{\pi\hbar}\sum_n\int dE\left\{[f_L(1-f_R)+f_R(1-f_L)]D_n+[f_L-f_R)]^2 D_n{}^2\right\}$$

$$S(0)=\frac{e^2}{\pi\hbar}\sum_n\int dE\left\{\underbrace{f_{cathode}D_n(1-D_n)}_{quantum}+\underbrace{f_{cathode}D_n{}^2}_{classical}\right\};\ I=\frac{e}{2\pi\hbar}\sum_n\int dEf_{cathode}D_n$$

Классическая часть. Все D_n 0 равны 0 или 1. Поэтому S=2eI.

Квантовая часть. Формула Шотки S=2eI получается если все Коэфициенты прохождения малы D_n <<1.





Дробовой шум в проволоке

$$L_\xi = N_\perp l, \qquad l << L << L_\xi$$

Будем рассматривать двумерную проволоку шириной w

$$N_\perp = p_F \mathrm{w}/\pi\hbar$$

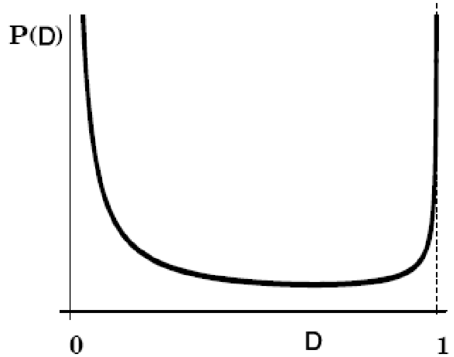
Друде $G = \dfrac{ne^2\tau}{m}\dfrac{\mathrm{w}}{L}$

Ландауэр $G = \dfrac{e^2}{\pi\hbar}\sum_n D_n = \dfrac{e^2}{\pi\hbar} N_\perp < D >$

$$\langle D\rangle = \frac{\pi}{2}\frac{l}{L} << 1$$

$\zeta_n = 1/\xi_n$ распределены равномерно от 0 до l^{-1}

$$D_n = \cosh^{-1}(L\zeta_n)$$



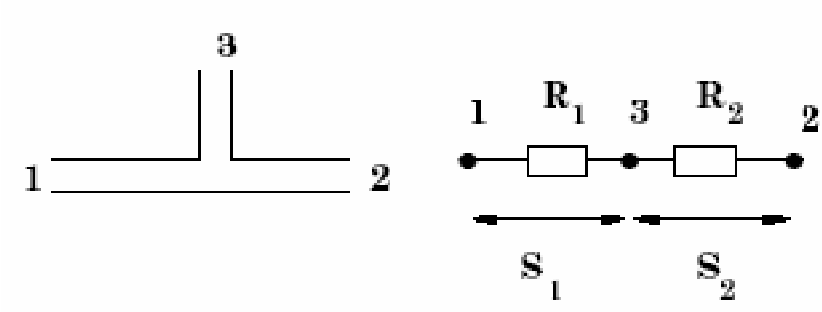
$$P(D) = \frac{\pi}{4}\frac{l}{L}\frac{1}{D\sqrt{1-D}}, \quad D_{\min} < D < 1, \; D_{\min} = 4\exp(-4L/l)$$

$$\langle D(1-D)\rangle = \frac{1}{3}\frac{\pi l}{2L} \qquad F = \sum_n D_n(1-D_n) \Big/ \sum_n D_n = 1/3$$

$$F = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{(1+2L/\pi l)^3}\right)$$

Подавление дробового шума неупругим рассеянием

$$S(0) = \frac{e^2}{\pi\hbar}\sum_n \int dE(f_L - f_R)^2 D_n(1 - D_n) \qquad T_{eff}(x, I)$$



$$(R_1 + R_2)^2 S = R_1^2 S_1 + R_2^2 S_2$$

$$F = \frac{R_1^2 F_1 + R_2^2 F_2}{(R_1 + R_2)^2}$$

Статистика счета электронов

Нет рассеяния → нет шума → периодические осцилляции $t_0 = 2\pi\hbar / eV$

$$G = \frac{e^2}{\pi\hbar} D, \qquad S(0) = 2eV \frac{e^2}{\pi\hbar} D(1-D)$$

$$\langle Q(\tau) \rangle = VG\tau = e\frac{eV}{\pi\hbar} D\tau, \qquad \langle m \rangle = \frac{2\tau}{t_0} D$$

$$\langle \delta Q^2(\tau) \rangle = e^2 \frac{eV}{\pi\hbar} D(1-D)\tau, \qquad \langle \delta m^2 \rangle = \frac{2\tau}{t_0} D(1-D).$$

Эти формулы можно трактовать так, как если бы электрон совершает $N = 2\tau / t_0 = eV\tau / \pi\hbar$ попыток, причем доля успеха в каждой попытке D, а неудачи 1-D.

$$P_m = C_N^m D^m (1-D)^{N-m}, \qquad C_N^m = \frac{N!}{m!(N-m)!}$$

$$P_m = C_N^m p^m \left(1-p\right)^{N-m}, \quad p = \frac{1+\sqrt{D}}{2}$$

Биноминальное распределение

Характеристическая функция $\chi(\lambda) = \left[De^{i\lambda} + (1-D) \right]^N$

Куммулянты

$$\langle\langle \delta m \rangle\rangle \equiv \langle m \rangle = ND,$$
$$\langle\langle \delta m^2 \rangle\rangle \equiv \langle \delta m^2 \rangle = ND(1-D),$$
$$\langle\langle \delta m^3 \rangle\rangle \equiv \langle \delta m^3 \rangle = ND(1-D)(1-2D).$$

$$N = 2\tau / t_0 = eV\tau / \pi\hbar$$

Для заряда эти формулу перепишутся так

$$\langle\langle \delta Q \rangle\rangle \equiv \langle Q \rangle = eND,$$
$$\langle\langle \delta Q^2 \rangle\rangle \equiv \langle \delta Q^2 \rangle = e^2 ND(1-D),$$
$$\langle\langle \delta Q^3 \rangle\rangle \equiv \langle \delta Q^3 \rangle = e^3 ND(1-D)(1-2D).$$

$$eND = e^2 DV\tau / \pi\hbar = GV\tau = \bar{I}\tau$$

$$\langle\langle \delta Q^3 \rangle\rangle \equiv \langle \delta Q^3 \rangle = -2e^3 ND^2 (1-D)$$

Флуктуации числа попыток

$$N = 2\tau/t_0 = eV\tau/\pi\hbar$$

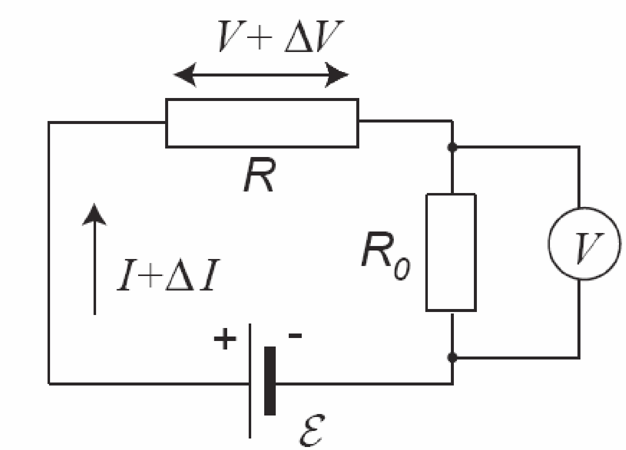
Фигурирующее в формулах число попыток нецелое.
Это следствие квазиклассичности рассмотрения.

$$P_m = \sum_N \rho(N) C_N^m D^m (1-D)^{N-m}$$

$$\text{(i)} \quad \langle N \rangle = eV\tau/\pi\hbar, \qquad \text{(ii)} \quad \langle \delta N^2 \rangle = \frac{1}{\pi^2} \ln \varepsilon_F \tau/\hbar$$

$$\langle (\delta Q(\tau))^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{S(\omega)}{\pi\omega^2} \sin^2 \frac{\omega\tau}{2} d\omega; \;\; S(\omega) = 2G_\omega \hbar\omega \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T} \approx 2G_\omega \hbar\omega$$

Флуктуации напряжения



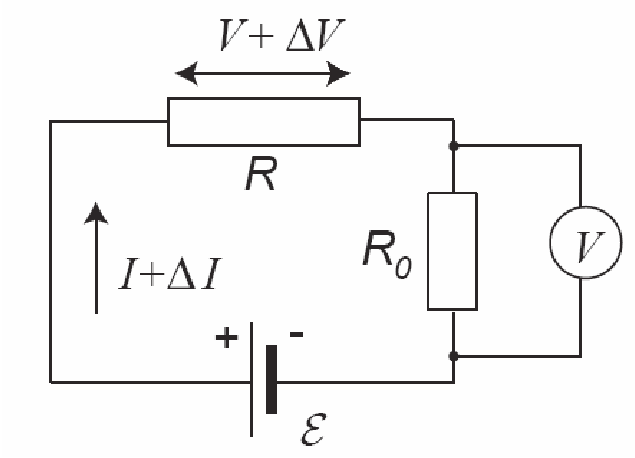
$$\Delta I = \delta I + \frac{\Delta V}{R}$$

$$\Delta V = -R_0 \Delta I$$

$$\Delta I = \frac{\delta I}{\left(1 + R_0/R\right)}, \quad S_{II} = \frac{S}{\left(1 + R_0/R\right)^2}$$

$$\Delta V = \frac{\delta I}{1/R + 1/R_0}, \quad S_{VV} = \frac{S}{\left(1/R + 1/R_0\right)^2}$$

Влияние цепи на 3-й коррелятор



$$S_t^{(2)} = \left(e\bar{V}/R\right)\coth\left(e\bar{V}/2k_BT\right)$$

$$S_T^{(2)}(\omega) = 4k_BTR_0^{-1}$$

$$S_t^{(3)} = e^2 I = e^2\,\bar{V}/R$$

$$S_T^{(3)} = 0$$

$$(R+R_0)\Delta I = R\delta I_1 + R_0\delta I_2, \quad (R+R_0)\Delta V = RR_0(\delta I_2 - \delta I_1)$$

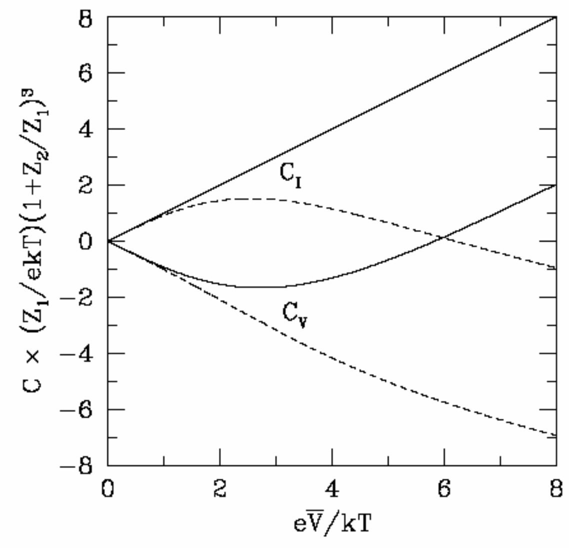
$$\langle \Delta X(\omega)\Delta Y(\omega')\rangle_{\bar{V}+\mathrm{v}} = \langle \Delta X(\omega)\Delta Y(\omega')\rangle_{\bar{V}} + \mathrm{v}(\omega+\omega')\frac{d}{d\bar{V}}S_{XY}(\bar{V})$$

$$\langle \Delta X_1\Delta X_2\Delta X_3\rangle = \langle \Delta X_1\Delta X_2\Delta X_3\rangle_{\bar{V}} + \sum_{cyclic}\langle \Delta X_j \Delta V(\omega_k+\omega_l)\rangle\frac{d}{d\bar{V}}S_{X_kX_l}(\bar{V})$$

Влияние цепи на 3-й коррелятор

$$S_I^{(3)} = \frac{e^2\overline{I}}{\left(1+R_0/R\right)^3}\left[1+\frac{3(\sinh u\cosh u-u)}{\left(1+R/R_0\right)\sinh^2 u}\left(\frac{1}{u}-\coth u\right)\right] \qquad u = e\overline{V}/2k_BT$$

$$S_V^{(3)} = \frac{e^2\overline{I}}{\left(1+R_0/R\right)^3}\left[1+\frac{3(\sinh u\cosh u-u)}{\left(1+R/R_0\right)\sinh^2 u}\left(-\frac{R}{R_0}\frac{1}{u}-\coth u\right)\right]$$



Зависимость 3-го коррелятора от напряжения для туннельного контакта. Сплошные кривые для R_0/R -> 0, пунктир для $R_0=R$.

C.W.J. Beenakker, M. Kindermann and Yu.V. Nazarov
Phys. Rev. Lett.90, 176802-1 (2003).

Reulet, Senzier, Prober (PRL, 2003)

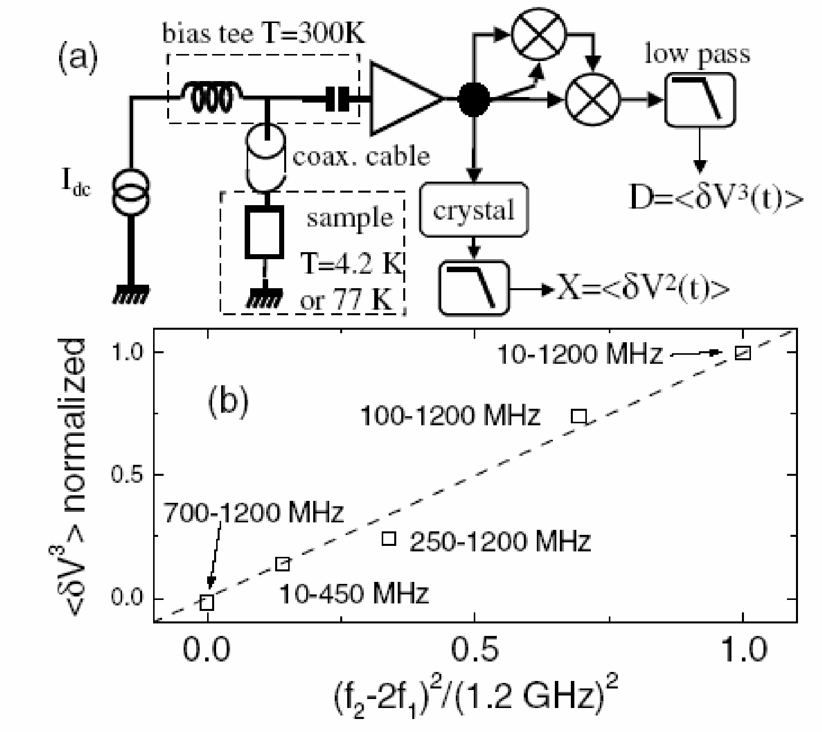


FIG. 1. (a) Schematic of the experimental setup. (b) Effect of finite bandwidth on the measurement of $\langle \delta V^3 \rangle$. Each point corresponds to a different value of the frequencies f_1 and f_2, as indicated in the plot. The data shown here correspond to sample B at $T = 77$ K.