

Большинов Виталий Валериевич

Сверхпроводимость

Обзорная экскурсия.

Кафедра физики твердого тела

*Лаборатория Сверхпроводимости
ИФТТ РАН*

О чем лекция?

Введение в физику сверхпроводников
(4 курс, 8 семестр)

keywords, key-pictures

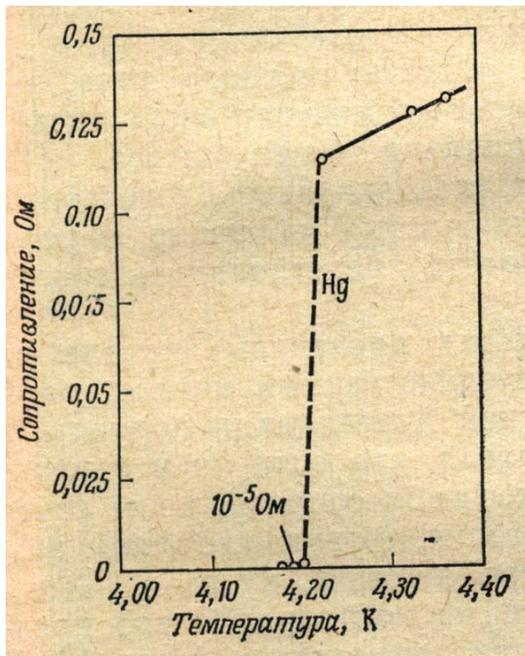
Развитие методов физики низких температур.

Основой для открытия явления сверхпроводимости стало развитие технологий охлаждения материалов до сверхнизких температур.

Кислород – 1877 год, 90 К, французский инженер [Луи Кайете](#) и швейцарский физик [Рауль Пикте](#) независимо.

Азот – 1883 год, 77 К, [Зигмунт Врублевски](#) и [Кароль Ольшевски](#) (университет Краков, Австро-Венгрия).

Жидкий водород – 1898 год, 20.28 К, Джеймс Дьюару (Великобритания).



$$R = 0$$

В 1893 году проблемой сверхнизких температур стал заниматься голландский физик [Хейке Камерлинг-Оннес](#).

10 июля 1908 года им был получен жидкий гелий.

Позднее ему удалось довести его температуру до 1 Кельвина.

- **1908 Камерлинг Оннес в Лейденском университете получил жидкий гелий ($T=4,2$ К)**
- **1911 Обнаружил *зачнуление* (скачком) сопротивления ртути при $T=4$ К:**

идеальный проводник постоянного тока

Н.К. Onnes. Comm. Leiden, 120b (1911)

Нобелевская премия 1913 г.

$T_c=4.15$ К – критическая температура сверхпроводящего перехода ртути

1 H																	2 He
3 Li	4 Be 0.023											5 B	6 C 15	7 N	8 O	9 F	10 Ne
11 Na	12 Mg											13 Al 1.2	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti 0.40	23 V 5.4	24 Cr 3.0	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn 0.85	31 Ga 1.1	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr 0.61	41 Nb 9.3	42 Mo 0.92	43 Tc 7.8	44 Ru 0.49	45 Rh 0.0003	46 Pd 3.3	47 Ag	48 Cd 0.52	49 In 3.4	50 Sn 3.7	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
55 Cs	56 Ba	57 La 4.9	72 Hf 0.13	73 Ta 4.5	74 W 0.015	75 Re 1.7	76 Os 0.66	77 Ir 0.11	78 Pt 0.0019	79 Au	80 Hg 4.2	81 Tl 2.4	82 Pb 7.2	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
87 Fr	88 Ra	89 Ac	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Dm	111 Rg	112 Uub						

58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu
90 Th 1.4	91 Pa 1.4	92 U 0.20	93 Np	94 Pu	95 Am 0.60	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr

- superconductor
- superconductor under pressure
- special form is a superconductor
- not a superconductor

Применения сверхпроводимости.

```
graph TD; A[Применения сверхпроводимости.] --> B[Силовые элементы:]; A --> C[Аналоговая электроника:]; A --> D[Цифровая электроника:]; A --> E[Квантовая электроника:]; A --> F[Слабая сверхпроводимость]; A --> G[Другие принципы.];
```

Силовые элементы:

Кабели,
магниты,
накопители э/э,
генераторы,
Электро-
двигатели
и т.д.

ВТСП

Аналоговая электроника:

Антенны, низкошумящие усилители ($k = 10^{12}$), пиковольтметры и магнетометры на основе СКВИДа.

Цифровая электроника:

БОК- или RSFQ-логика, сверхбыстрые АЦП и переключатели.

Квантовая электроника:

Потоковые и фазовые кубиты.

Слабая сверхпроводимость

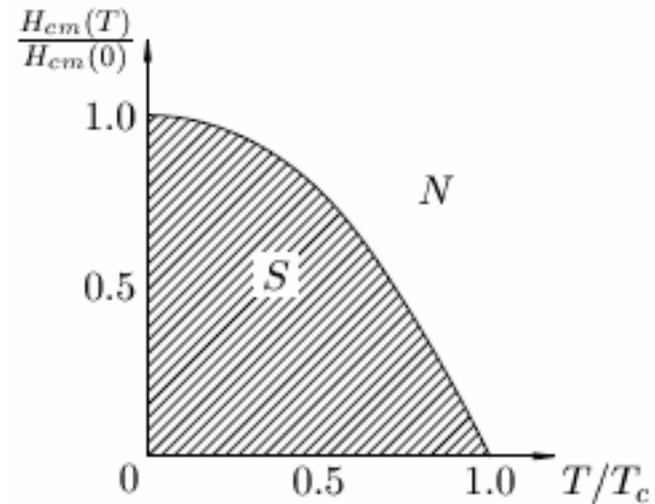
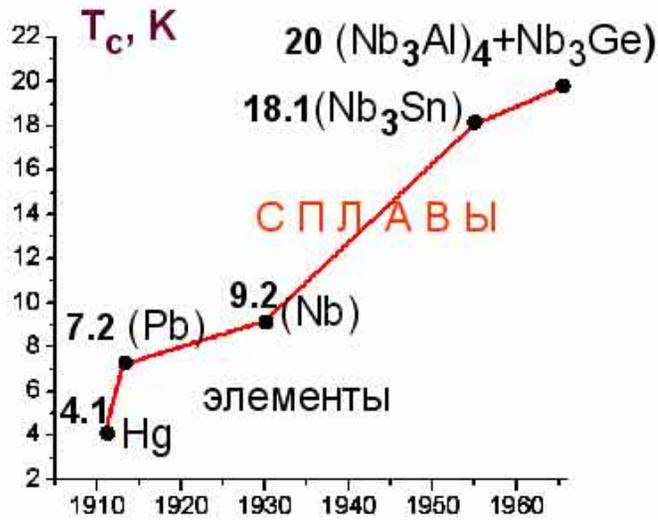
(макроскопическая квантовая когерентность)

Другие принципы.

*НТСП: Низкий уровень шумов,
высокая чувствительность, энергоэффективность.*

Сильноточные применения:

Повышение критической температуры

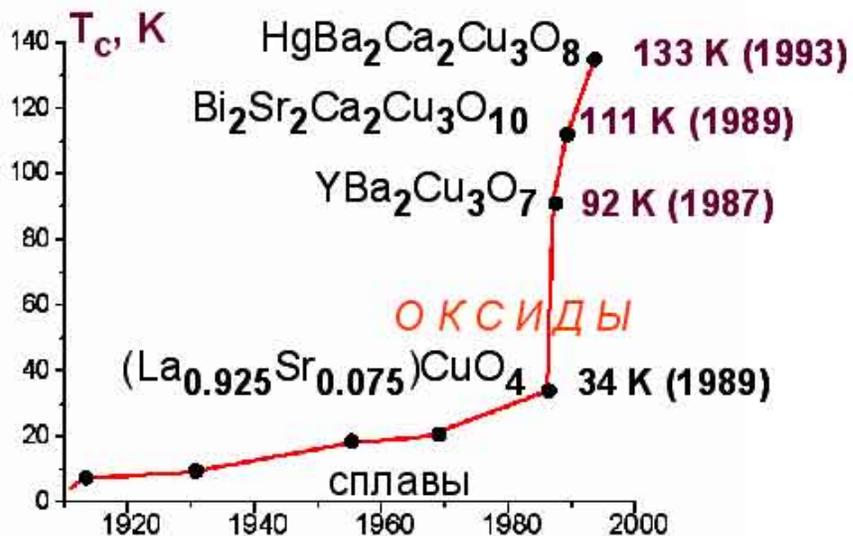


Соединение	T_c , K
Nb ₃ Sn	18.1
(Nb ₃ Al) ₄ + Nb ₃ Ge	20
La _{0.925} Sr _{0.075} CuO ₄	34
YBa ₂ Cu ₃ O ₇	92.4
Bi ₂ Sr ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₁₀	111
Tl ₂ Sr ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₁₀	123
HgBa ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₈	133

Разрушение сверхпроводимости током,
ток распаривания.

Nb₃Sn -- при 4,2 К, находясь в магнитном поле
величиной 8,8 Тл, пропускать ток плотностью до
100 кА/см².

Повышение критической температуры



1986 год – обнаружение класса высокотемпературных сверхпроводников.

$T > 77 \text{ K}$



Соединение	T_c , K
Nb_3Sn	18.1
$(\text{Nb}_3\text{Al})_4 + \text{Nb}_3\text{Ge}$	20
$\text{La}_{0.925}\text{Sr}_{0.075}\text{CuO}_4$	34
$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$	92.4
$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$	111
$\text{Tl}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$	123
$\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$	133



Некоторые современные тематики

Комнатная сверхпроводимость.

REVIEWS OF MODERN PHYSICS, VOLUME 90, JANUARY–MARCH 2018

Colloquium: High pressure and road to room temperature superconductivity

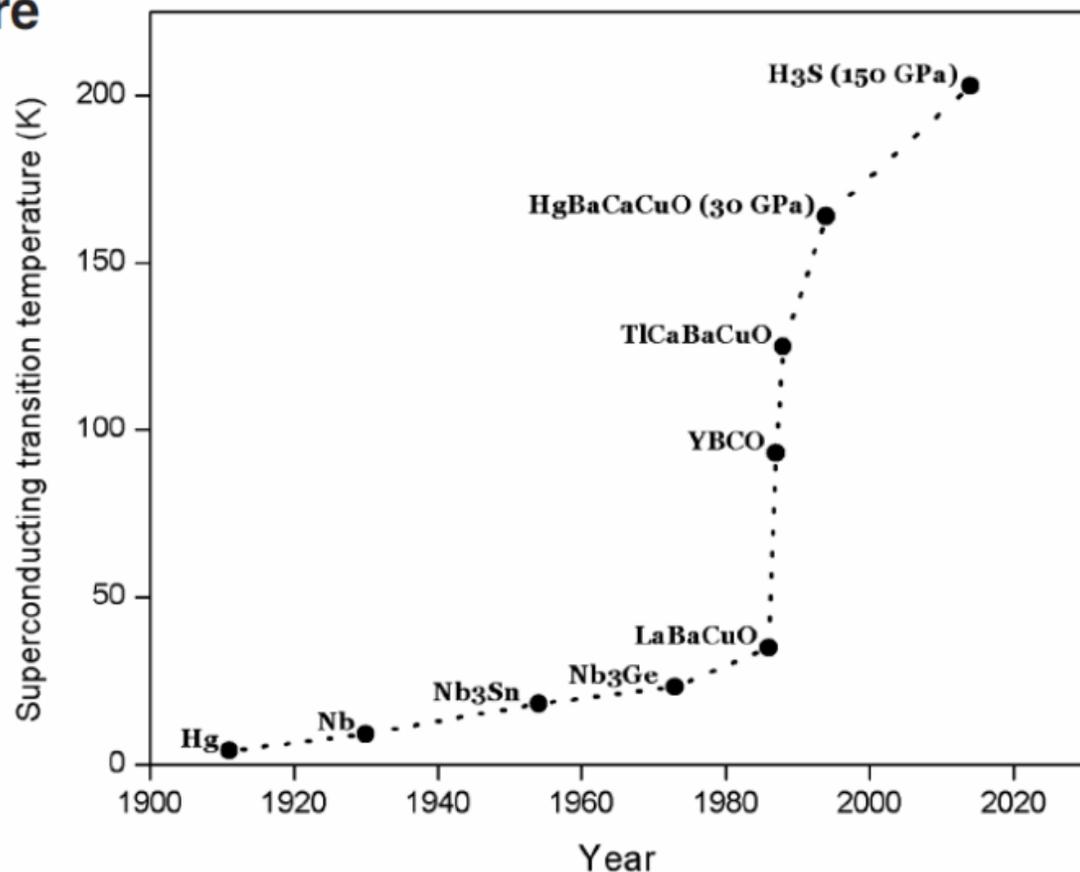
Lev P. Gor'kov

NHMFL, Florida State University,

Vladimir Z. Kresin

*Lawrence Berkeley Laboratory,
University of California,*

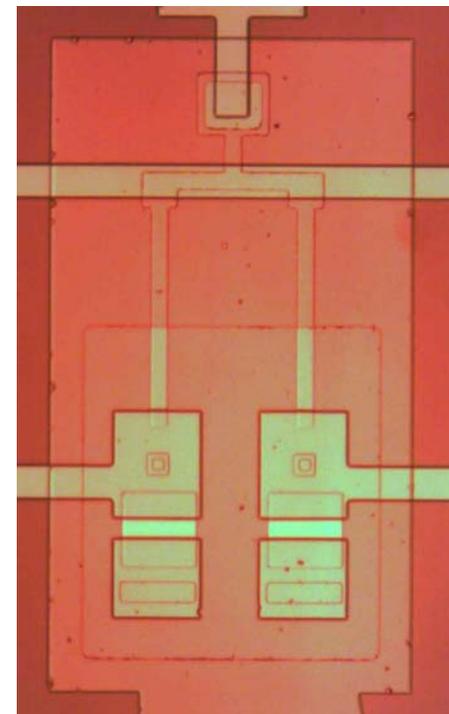
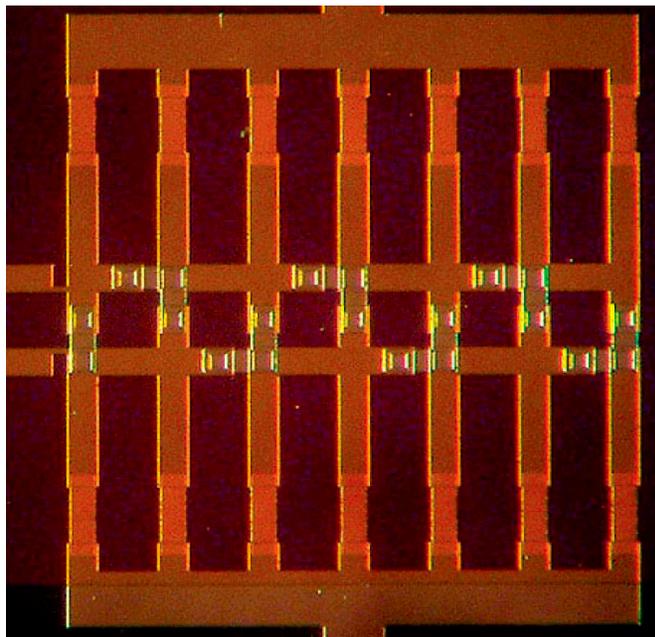
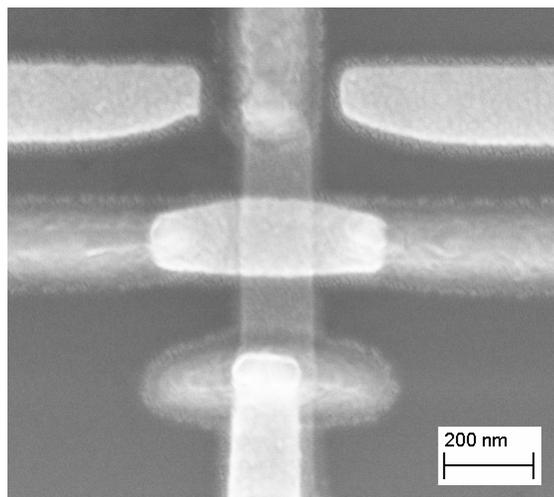
LiH – до 250 К (?!)



Слаботочные применения

Предполагается:

Проектирование каких-то микро- или нано-структур



Используются:

Макроскопическая квантовая когерентность

Понятия о микроскопическом устройстве сверхпроводимости

Развитие теории сверхпроводимости

- **1933-35** *Линейная электродинамика (3-4 курс):
взаимодействие сверхпроводника с электромагнитным полем,
двухжидкостная модель, теория Лондонов
эффект Мейснера, сверхпроводящие волноводы и резонаторы*
- **ок. 1950** *Феноменологическая теория сверхпроводимости Гизбурга-Ландау (4 курс).
Описательная термодинамическая теория, учитывающая
квантово-механические эффекты (вблизи T_c).

Сверхпроводимость 1 и 2 рода, разрушение сверхпроводимости полем и
током (магниты), макроскопическая квантовая когерентность
и еще много всего.*
- **1957** *Микроскопическая теория сверхпроводимости Бардина-Купера-Шриффера.
Механизм возникновения сверхпроводящего состояния (4 курс).

Однофотонные детекторы, термометры, рефрижераторы
и много всего.
Туннельные эффекты в сверхпроводящих гетероструктурах.*
- **1960-н.в.** *Применение методов теории поля для теоретического описания
сверхпроводящих материалов и гетероструктур.

Вычисление материальных параметров на основе экспериментальных
данных, предсказание свойств проектируемых гетероструктур,
предсказание новых эффектов и
разработка новых типов сверхпроводящих устройств.
(4-6 курс, кафедра теоретической физики ИТФ им. Ландау)*

*Обзорная
лекция*

*Обзорная
лекция*

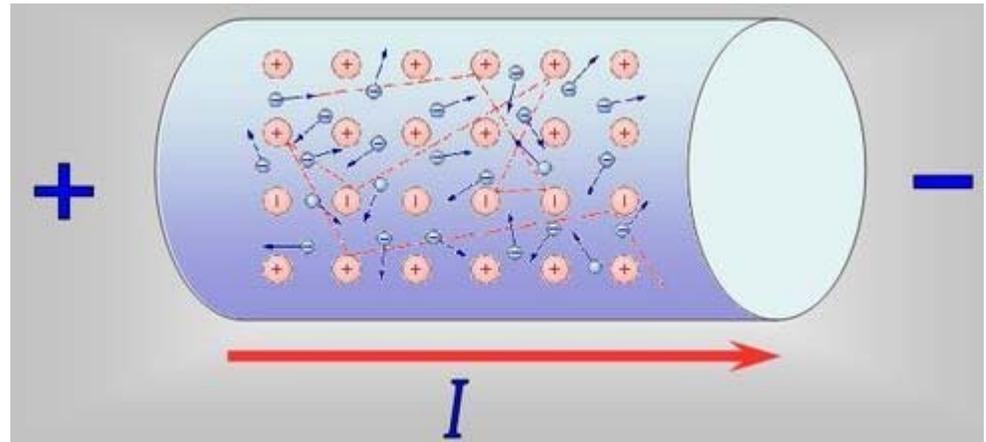
Электрическое поле в сверхпроводнике

Нормальный металл

Закон Ома: $\mathbf{E} = \rho \mathbf{j}$

Вязкое движение электронов
в нормальном металле:

$$\mathbf{j} = ne\langle \mathbf{v} \rangle$$



Сверхпроводимость – коллективное явление

Сверхпроводник: $R = 0$

Электрическое поле
разгоняет сверхпроводящие
электроны.

Диссипация энергии при $T < T_c$

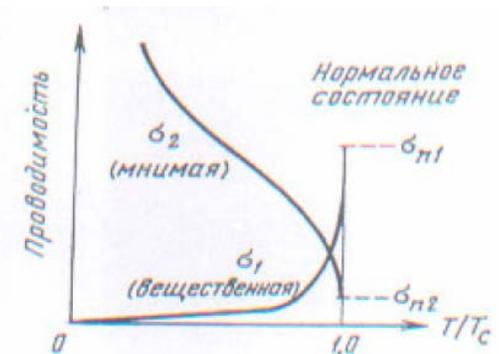
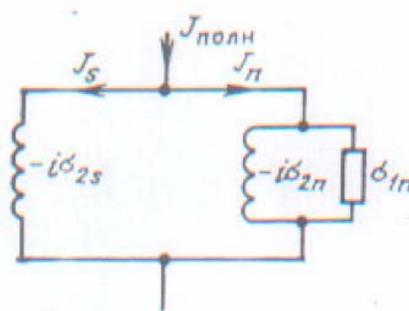
Двухжидкостная модель:

$$n = n_s + n_n$$

$$m d\mathbf{v}/dt = e\mathbf{E} \quad \rightarrow \quad \mu \Lambda dj/dt = e\mathbf{E}$$

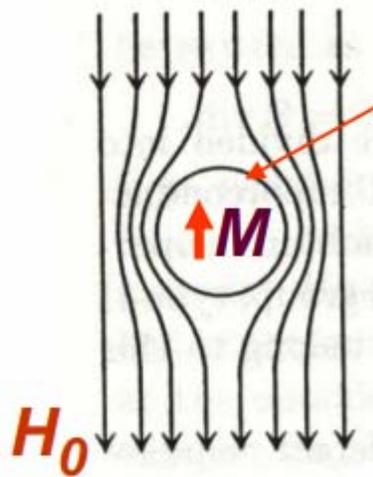
Гармонические сигналы:

$$\rho = i\omega \Lambda$$



Эффект Мейсснера-Оксенфельда.

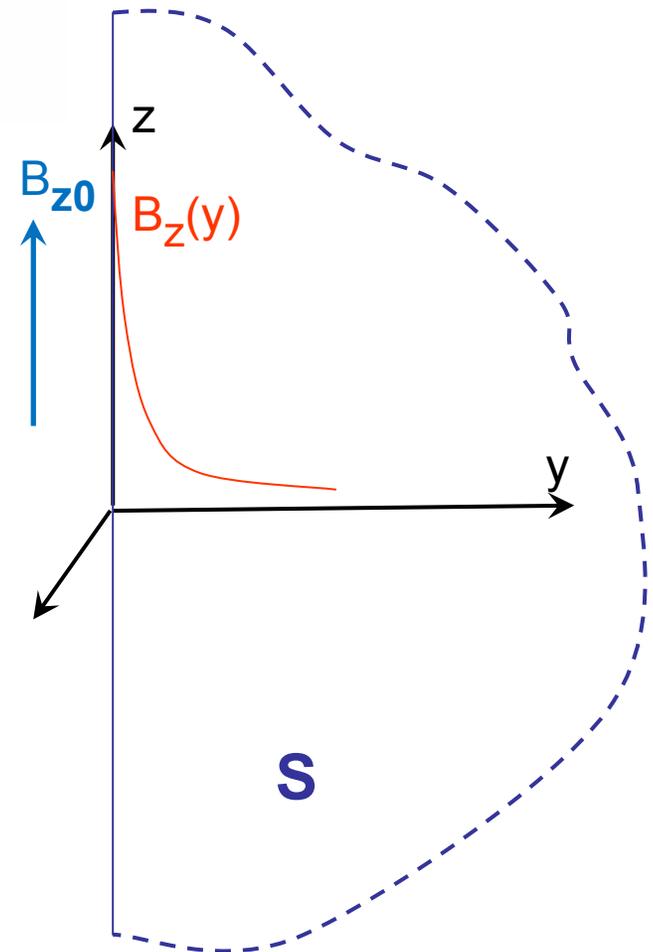
- 1933 Мейсснер и Оксенфельд обнаружили **идеальный диамагнетизм** массивных сверхпроводников: $M = -H_0$.



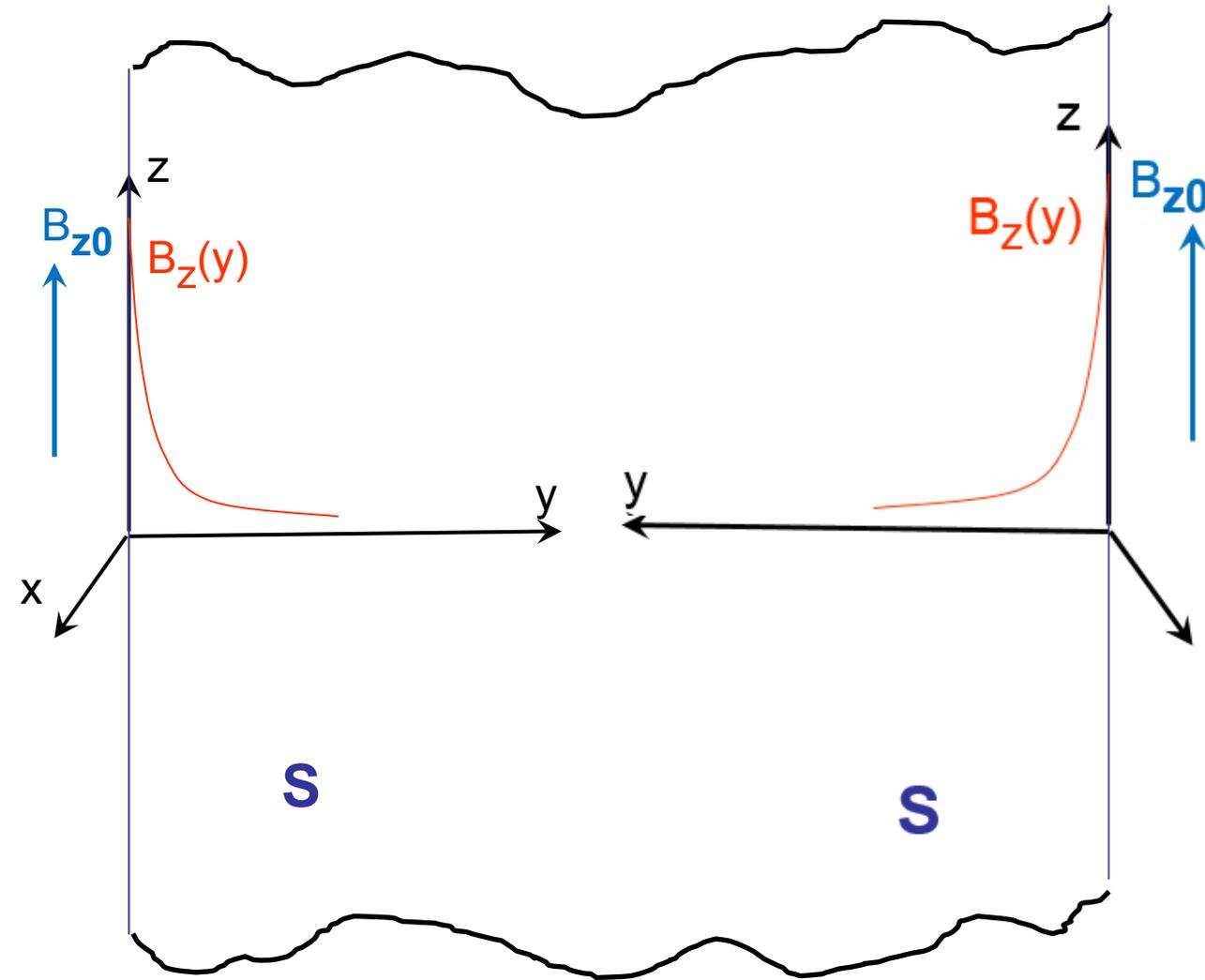
Теория Лондонов

$$B_z(y) = B_0 e^{-y/\lambda}$$

$$\lambda < 100 \text{ nm}$$



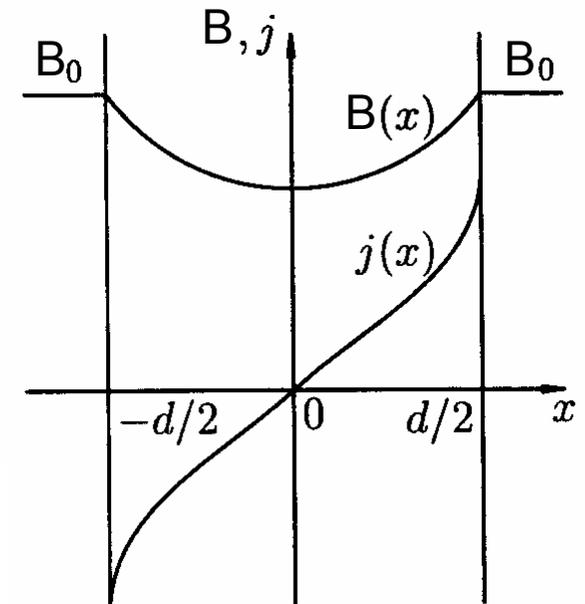
Проникновение магнитного поля в сверхпроводник. Теория Лондонов.



Тонкопленочные образцы

$$1 \text{ нм} < t < 1 \text{ мкм}$$

$$10 \text{ нм} \leq t \leq 100 \text{ нм}$$



Учитывается при проектировании тонкопленочных структур.

Сверхпроводник / идеальный проводник. Разрушение сверхпроводимости магнитным полем.

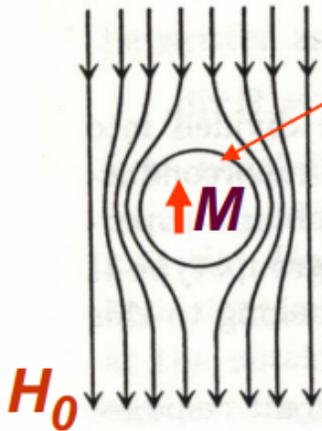
ZFC

FC

Случай
идеального
проводника

*ЭДС самоиндукции "разгоняет"
незатухающие токи*

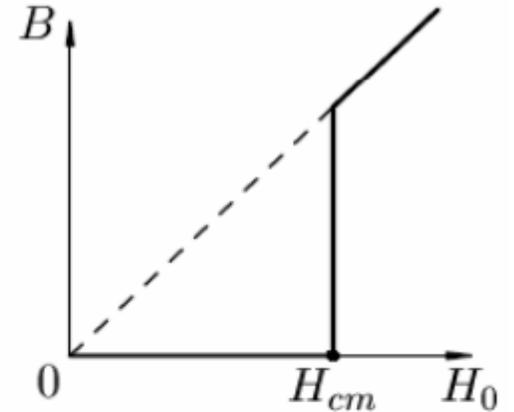
$$\varepsilon = d\Phi/dt = \mu_0 S dH_0/dt$$



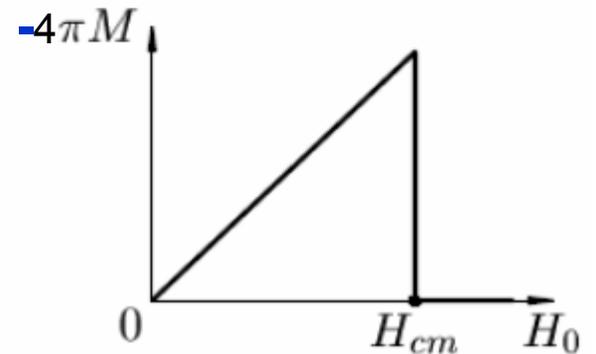
Магнитное поле
выталкивается ниже T_c
при любом порядке
изменения поля и
температуры

Поле
включено
при $T < T_c$

Поле включено
при $T > T_c$ и затем
температура
опущена ниже T_c



a)



*Сверхпроводящее состояние
энергетически выгоднее
нормального при $T < T_c$*

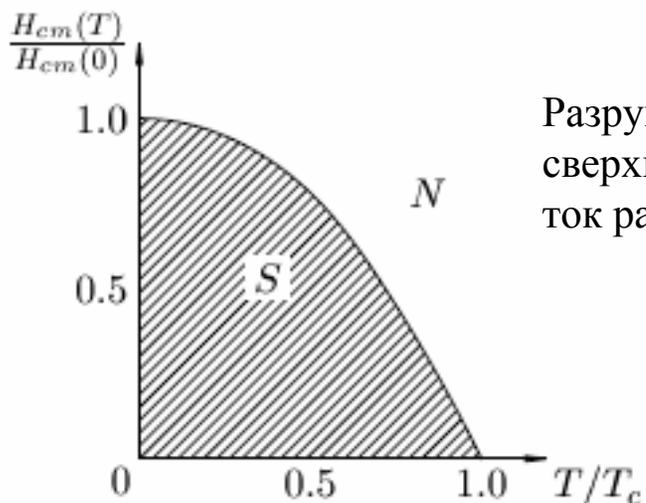
Критические температуры и поля.

Сверхпроводимость – особое состояние вещества с пониженной энергией

$$F_n - F_{s0} = \mu_0 H_{cm}^2 / 2$$

$$H_{cm}(T) = H_{cm}(0) [1 - (T/T_c)^2]$$

Фазовая диаграмма сверхпроводящего состояния.

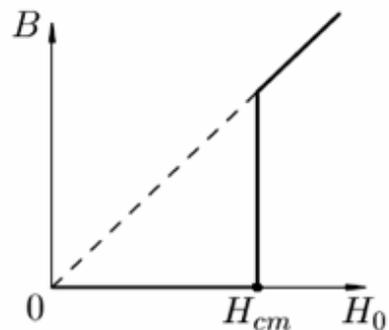


Разрушение
сверхпроводимости током,
ток распаривания.

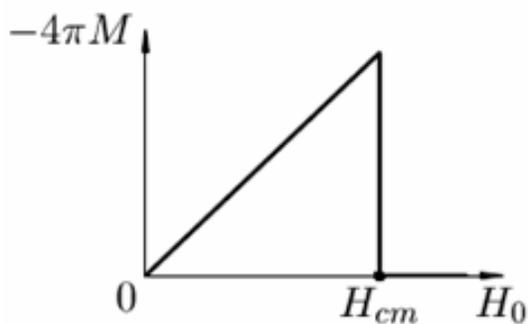
Элемент	T_c , К	$H_{cm}(0)$, Э
Al	1.175 ± 0.002	104.9 ± 0.3
Be	0.026	
Cd	0.517 ± 0.002	28 ± 1
Ga	1.083 ± 0.001	59.2 ± 0.3
Hf	0.128	
Hg (α)	4.154 ± 0.001	411 ± 2
Hg (β)	3.949	339
In	3.408 ± 0.001	281.5 ± 2
Ir	0.1125 ± 0.001	16 ± 0.05
La (α)	4.88 ± 0.02	800 ± 10
La (β)	6.00 ± 0.1	1096, 1600
Lu	0.1	< 400
Mo	0.915 ± 0.005	96 ± 3
Nb	9.25 ± 0.02	2060 ± 50
Os	0.66 ± 0.03	70
Pa	1.4	
Pb	7.196 ± 0.006	803 ± 1
Re	1.697 ± 0.006	200 ± 5
Ru	0.49 ± 0.015	69 ± 2
Sn	3.722 ± 0.001	305 ± 2

Элемент	T_c , К	$H_{cm}(0)$, Э
Ta	4.47 ± 0.04	829 ± 6
Tc	7.8 ± 0.01	1410
Th	1.38 ± 0.02	160 ± 3
Ti	0.40 ± 0.04	56
Tl	2.38 ± 0.04	178 ± 5
V	5.40 ± 0.05	1408
W	0.0154 ± 0.0005	1.15 ± 0.03
Zn	0.850 ± 0.01	54 ± 0.3
Zr	0.61 ± 0.15	47

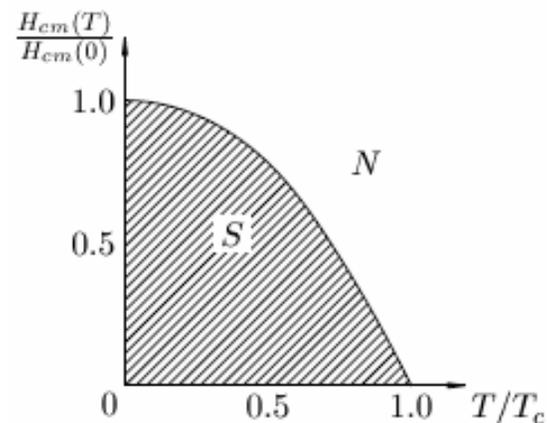
Сверхпроводники I и II рода



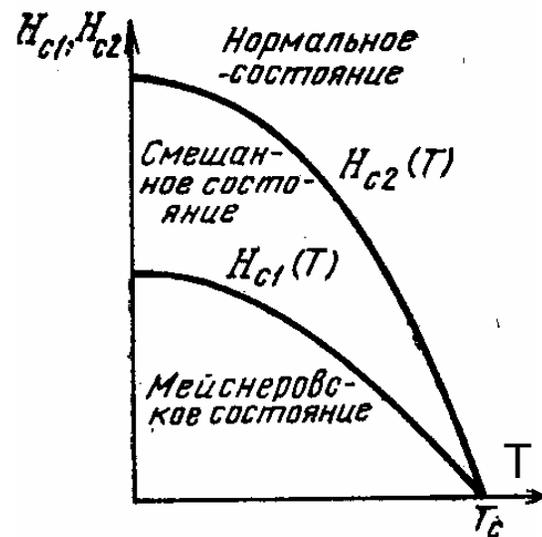
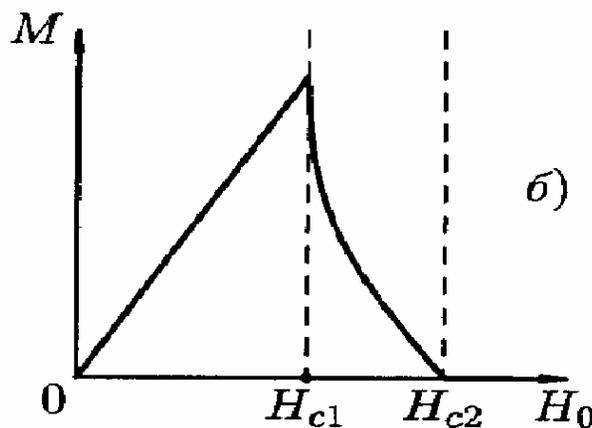
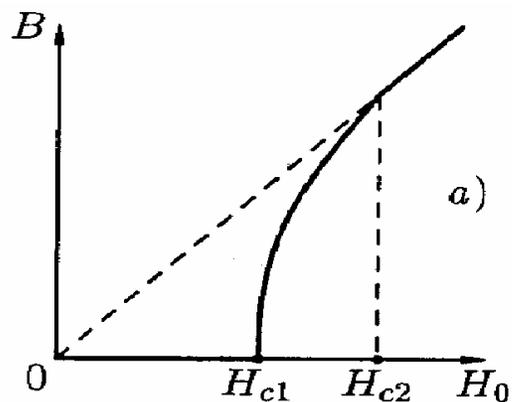
$$\mathbf{M} = \mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{H}$$



$$\mu_0 \mathbf{j}_S = \text{rot } \mathbf{M}$$



$$H_{cm}(T) = H_{cm}(0) [1 - (T/T_c)^2]$$



Как устроено смешанное состояние?

Теория фазовых переходов II рода для сверхпроводников (теория Г-Л)

В качестве параметра порядка удобно выбрать концентрацию сверхпроводящих электронов.

$$n_s = 0 \text{ при } T > T_c \quad n_s = \eta^2$$

$$n_s \text{ растет при } T \rightarrow 0 \quad \eta = \sqrt{n_s}$$

Теория ГЛ в отличие от теории Лондонов справедлива для пространственно-неоднородных сверхпроводников с $n_s(r)$.

Разложим!

$$f_s(T, r) - f_n(T) = \alpha n_s(r) + (\beta/2) n_s^2(r) + \dots$$

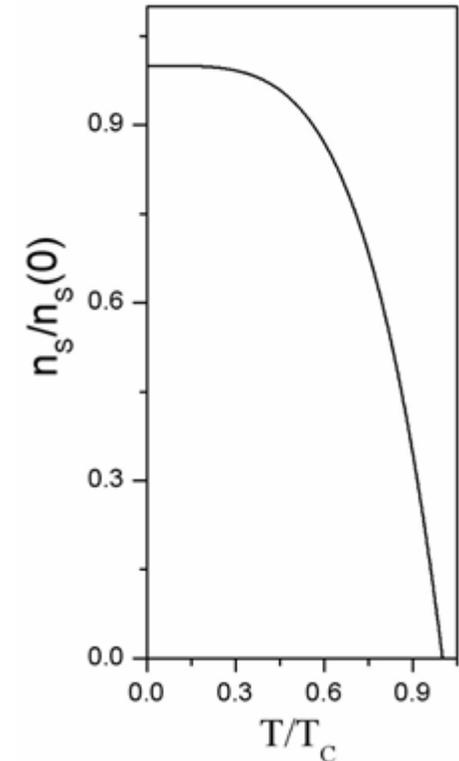
Вариация функционала по n_s равна нулю:

$$\delta_{n_s} f_s = \alpha + \beta n_{s0} = 0$$

$$\alpha + \beta n_{s0} = 0$$

$$n_{s0} = -\frac{\alpha}{\beta}$$

α или $\beta < 0$



Квантовомеханический функционал Г-Л

Квантовые свойства электронов описываются сверхпроводящей волновой функцией $\Psi = \Psi(\mathbf{r}, t)$, нормированной на концентрацию сверхпроводящих электронов.

$$n_s = |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2$$

Сверхпроводящая волновая функция в общем случае комплексна:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \Psi_0(\mathbf{r}, t) \exp\{i\theta(\mathbf{r}, t)\}$$

Модуль и фаза могут в зависимости от координат и времени.

$$g_s = f_N + \alpha |\Psi|^2 + (\beta/2) |\Psi|^4 + |i\hbar \nabla \Psi - 2e \mathbf{A} \Psi|^2 / 4m + \mu_0 (\text{rot } \mathbf{A})^2 - \mathbf{H} \text{ rot } \mathbf{A}$$

$$\xi^2 [i\nabla + (2\pi / \Phi_0) \mathbf{A}]^2 \psi - \psi + \psi |\psi|^2 = 0$$

$$\lambda^2 = -m\beta / (\mu_0 \alpha e^2) = m / \mu_0 n_{s0} e^2 \quad [\text{М}]$$

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = -i [\Phi_0 / (4\pi \lambda^2)] (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - |\psi|^2 \mathbf{A} / \lambda^2$$

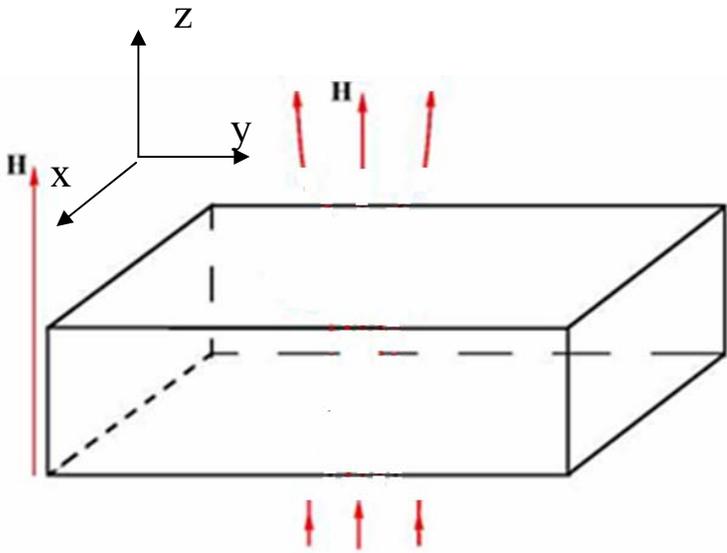
$$\xi^2 = -\hbar / 4m\alpha \quad [\text{М}]$$

$$\psi = \Psi(\mathbf{r}) / \Psi_0 \quad \text{где } |\Psi_0|^2 = n_{s0} = -(\alpha/\beta)$$

$$\Phi_0 = h/2e = 2\pi\hbar/2e \quad [\text{Вб}]$$

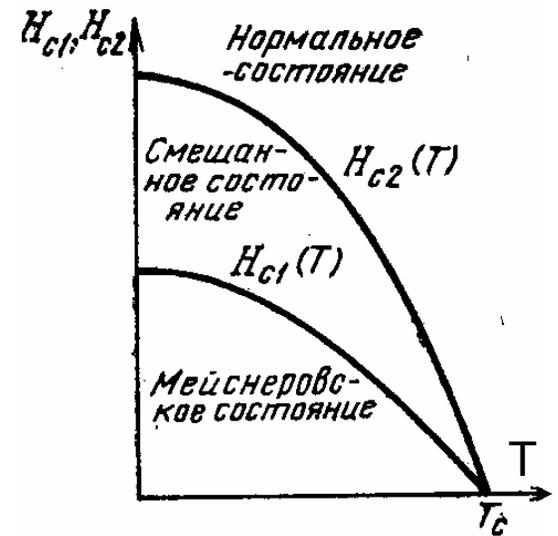
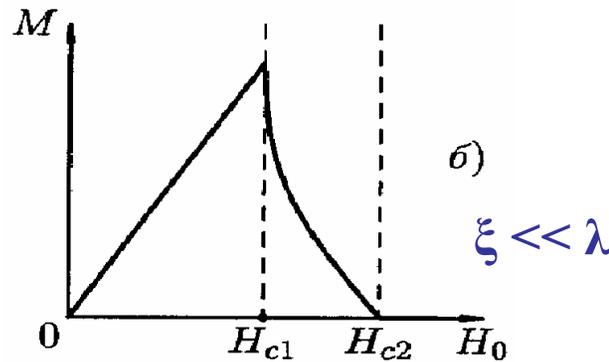
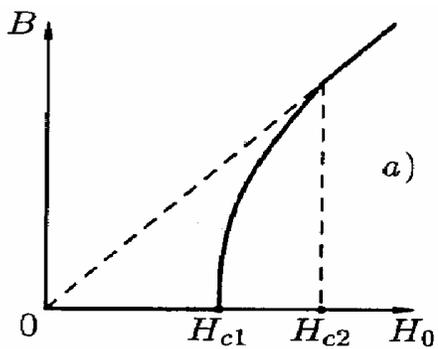
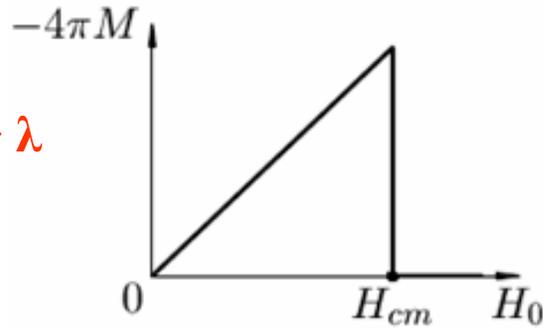
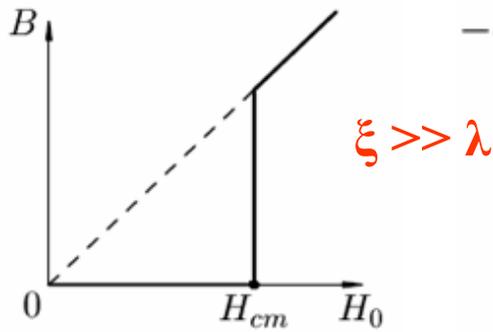
$$H_{cm}^2 = \beta n_{s0}^2 / \mu_0 = \alpha^2 / (\mu_0 \beta);$$

Задача Абрикосова



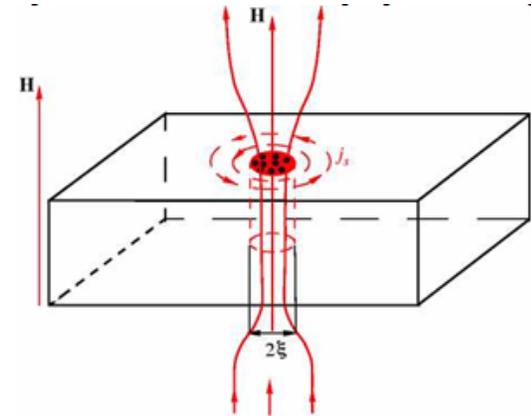
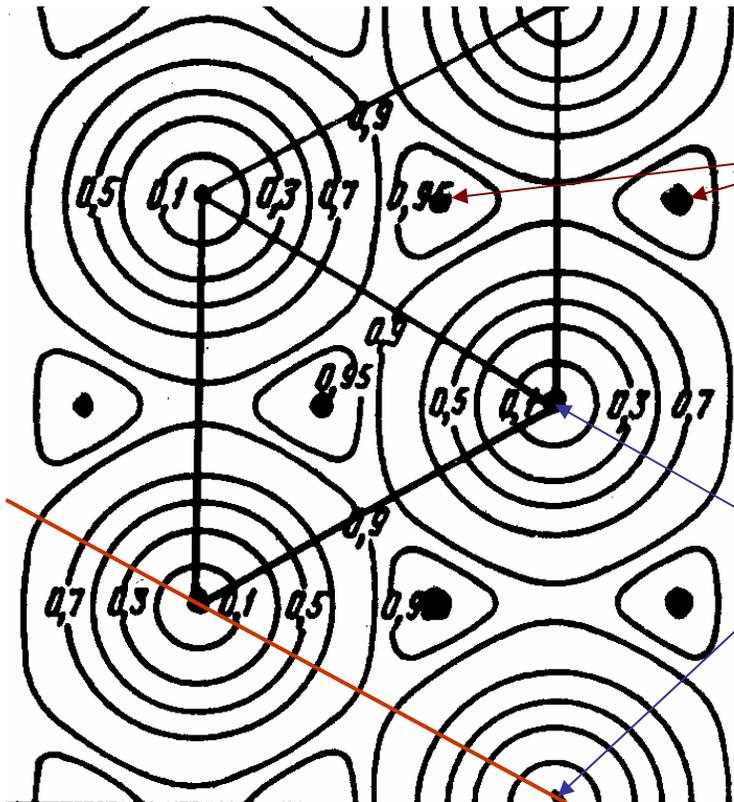
1. *Сверхпроводник 2 рода в нормальном магнитном поле.*
 $\xi \ll \lambda$

2. *Поле близко к критическому: $H \approx H_{c2}$*

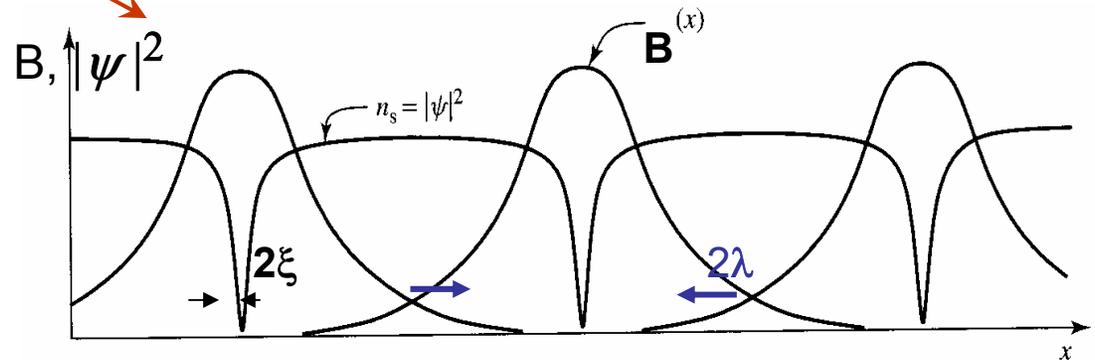
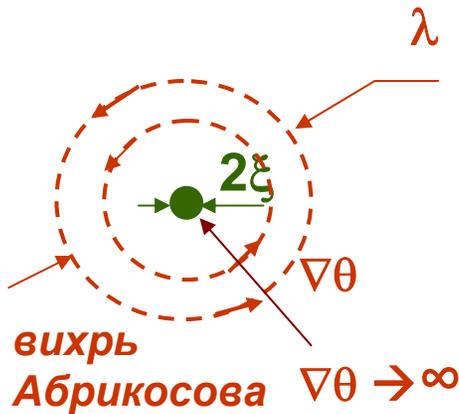


Вихри Абрикосова:

микроскопическая квантовая когерентность



1. Максвелл: электрический ток \rightarrow магнитное поле
2. Баланс фаз \rightarrow квантование полного потока.
3. Вихрь – топологический дефект сверхпроводящей области.



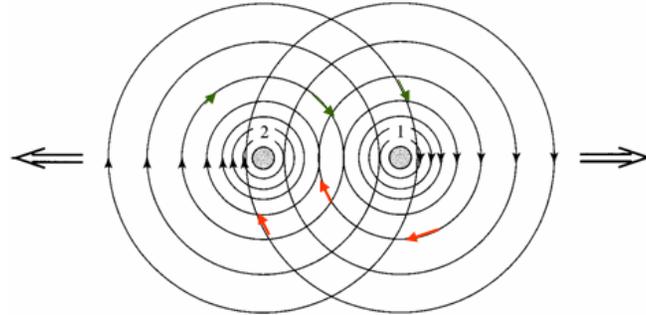
$$\Phi_0 = h/2e = 2\pi\hbar/2e \quad [B6]$$

Сверхпроводящие магниты



Вихрь это ток

$$\rho v^2/2 + p = \text{const}$$

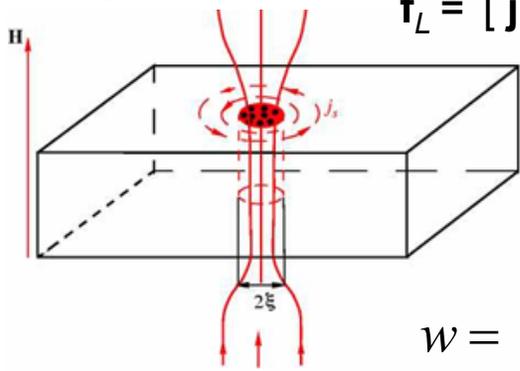


«сила Лоренца»

$$\mathbf{f}_L = [\mathbf{j} \times \Phi_0]$$

Вихрь это поток

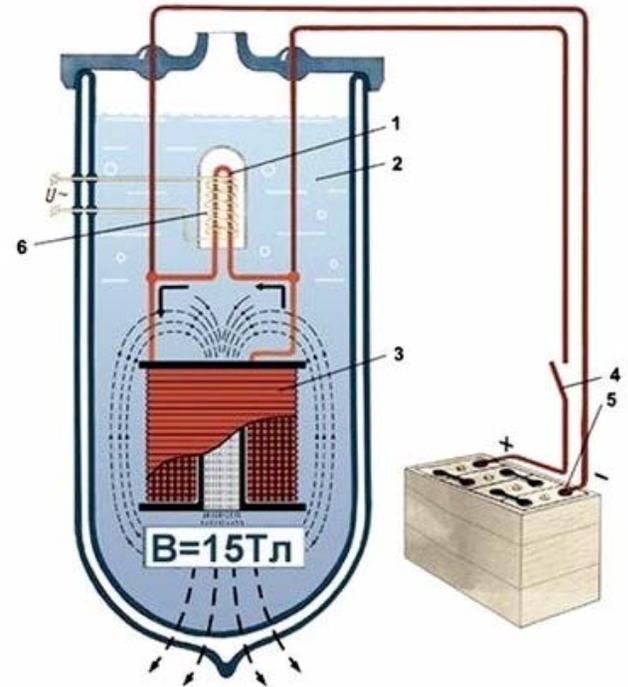
$$\mathbf{f}_L = [\mathbf{j} \times \Phi_0] \rightarrow dx / dt$$



$$dh_{\text{He}} / dt \Rightarrow ?$$

$$w = \int \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}$$

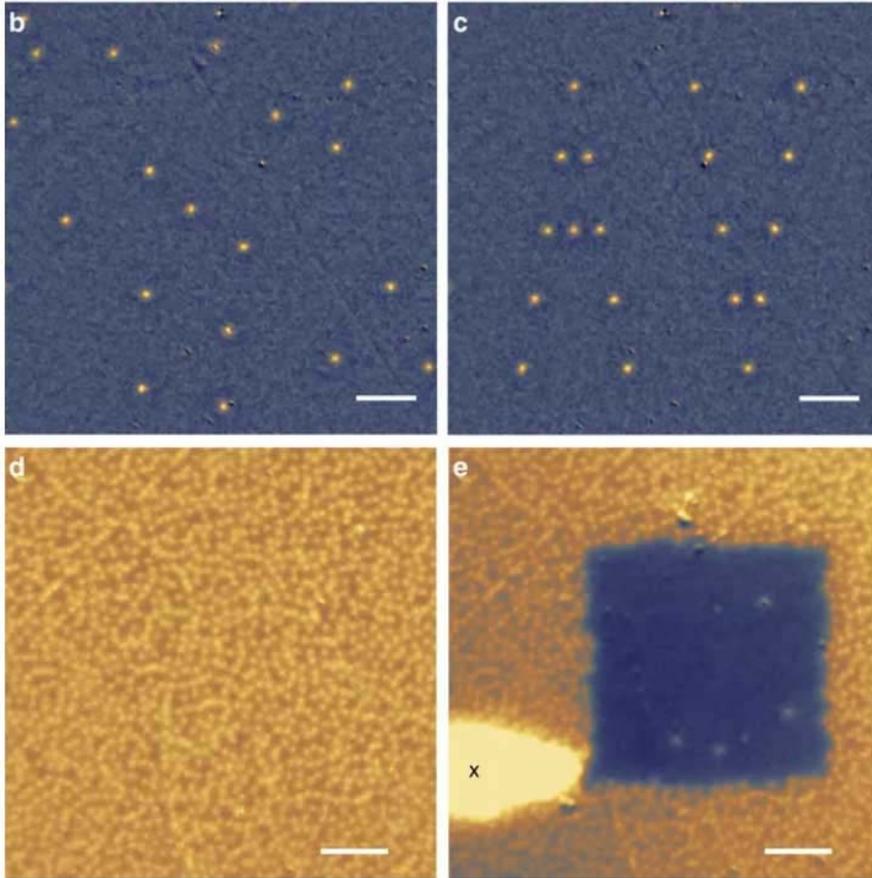
$$\frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow \frac{\rho}{E} \Rightarrow w$$



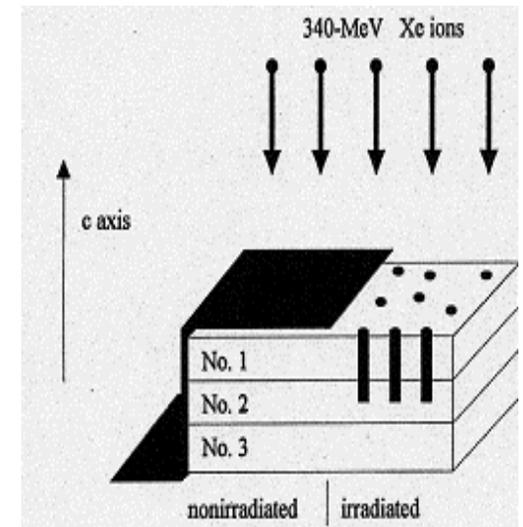
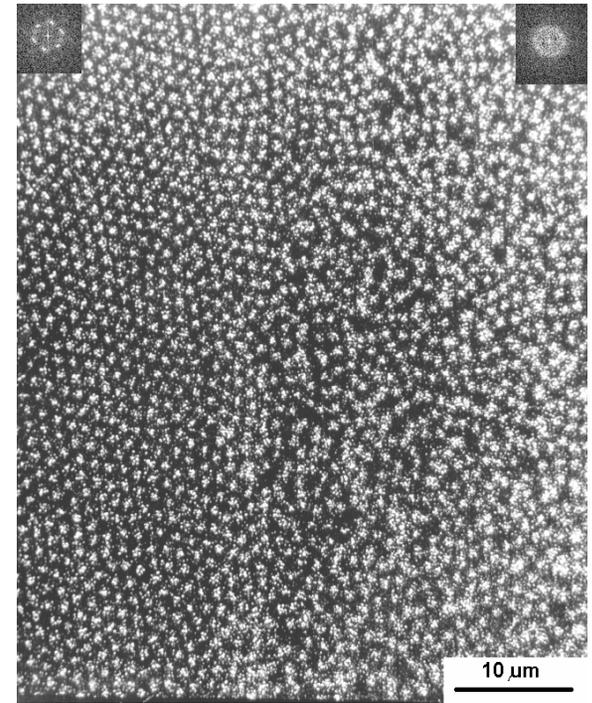


Пиннинг!!!

Визуализация и манипулирование вихрями Абрикосова



“Optical manipulation of single flux quanta”
Nature Communications volume 7, 12801 (2016)



Physical Review B, volume 48, 1341 (1993)

Декорирование

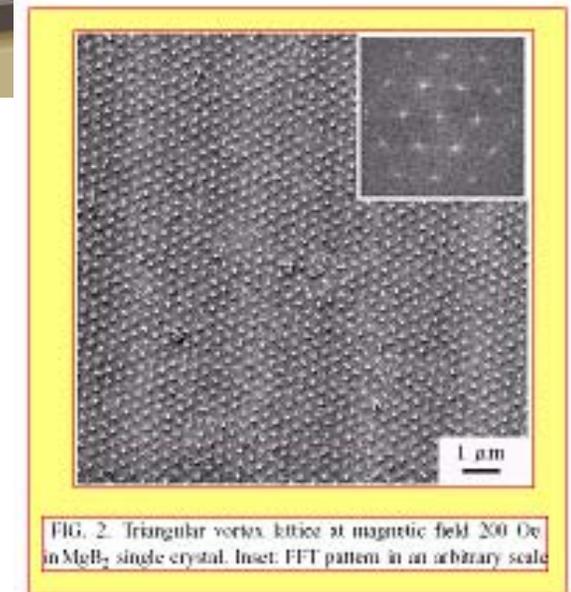
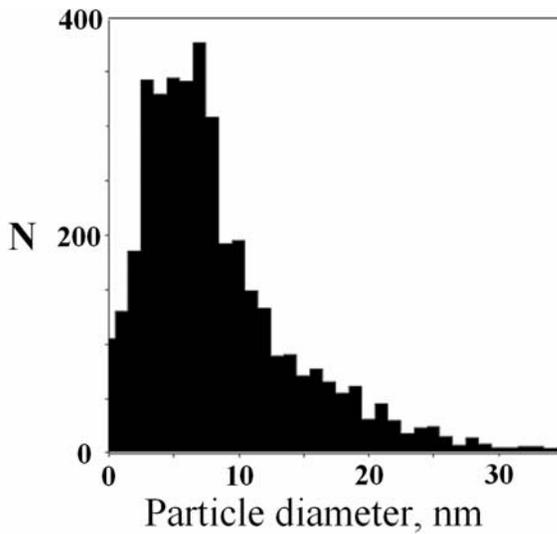
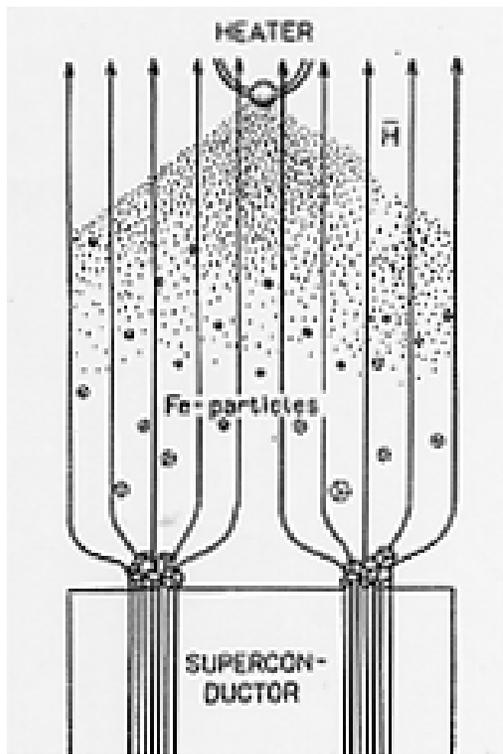


FIG. 2. Triangular vortex lattice at magnetic field 200 Oe in MgB_2 single crystal. Inset: FFT pattern in an arbitrary scale

Макроскопическая квантовая когерентность

$$\psi = |\psi|e^{i\theta},$$

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = -i \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{|\psi|^2}{\lambda^2} \mathbf{A} \longrightarrow \text{rot rot } \mathbf{A} = \frac{|\psi|^2}{\lambda^2} \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla \theta - \mathbf{A} \right).$$

$$\hbar \nabla \theta = 2m\mathbf{v} + 2e\mathbf{A}$$

обобщенное уравнение Лондонов

$$\mathbf{j} = ne\mathbf{v}$$

$$\oint_C \rightarrow \hbar \nabla \theta = 2m\mathbf{v} + 2e\mathbf{A}$$

$$v_s \approx 0 \quad \oint_C \nabla \theta dl = 2\pi n,$$

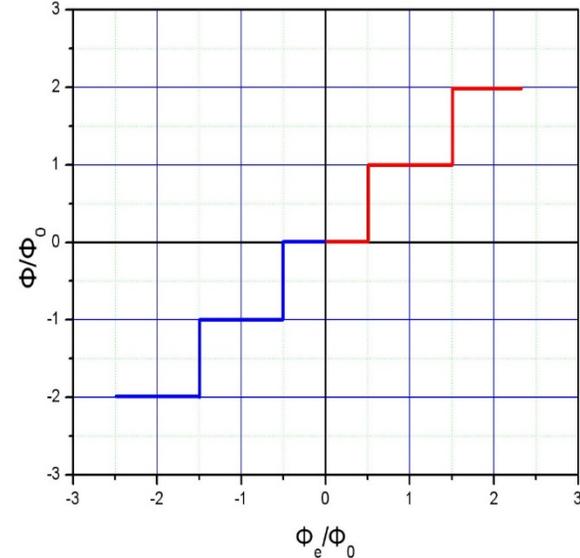
$$\oint \mathbf{A} dl = \oint \text{rot } \mathbf{A} d\mathbf{S} = \oint \mathbf{B} d\mathbf{S} = \Phi$$

$$\Phi = \{ \hbar/2e \} 2\pi n = \{ h/2e \} n = \Phi_0 n$$

$$\Phi_0 = h/2e = 2.07 \cdot 10^{-15} \text{ Вб}$$



ψ комплексна



1. За счет подстройки сверхтока магнитный поток может принимать только значения, кратные Φ_0 (квант магнитного потока).

2. Не обязательна полная экранировка Н: можно дополнить до 1 кванта.

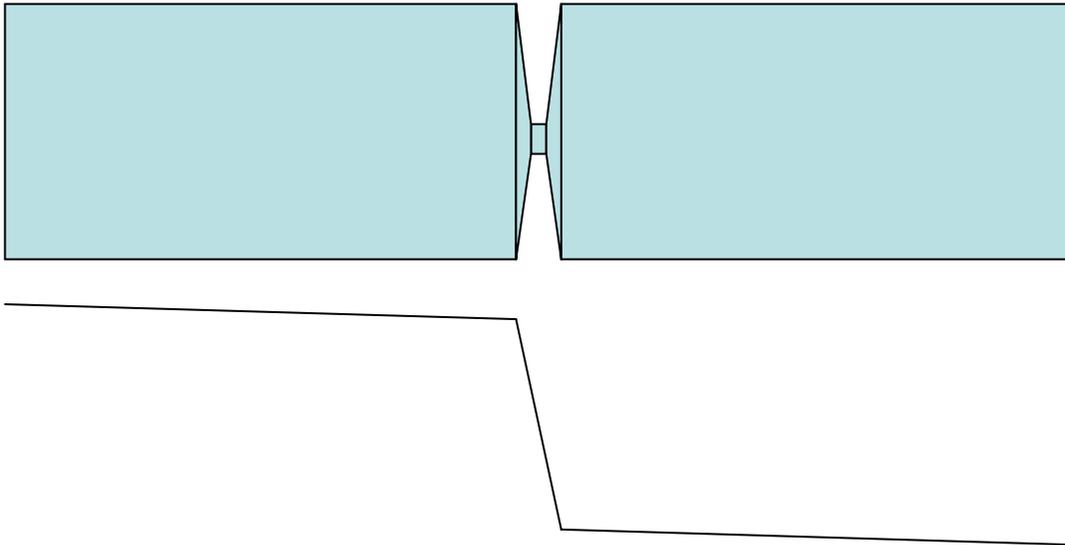
3. Элемент сверхпроводящей памяти. (?)

Джозефсоновский контакт.

Ток через сверхпроводник определяется градиентом разности фаз.

$$\hbar \text{grad } \theta = 2mv + (2e/c)A$$

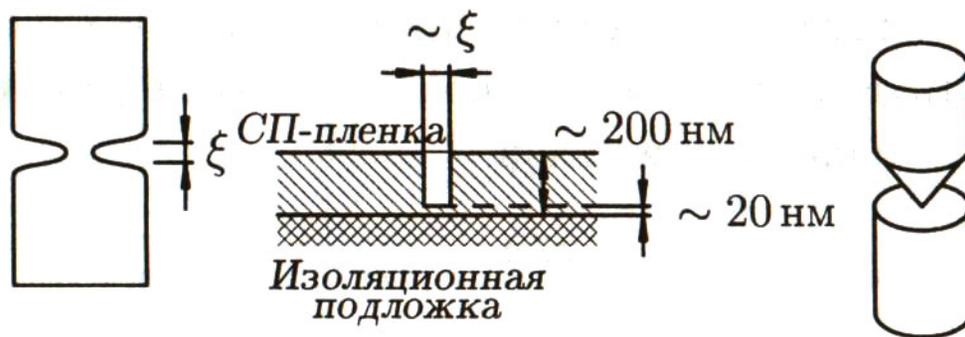
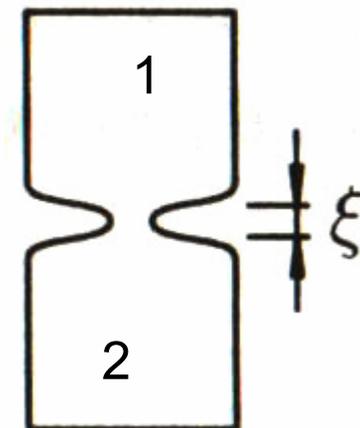
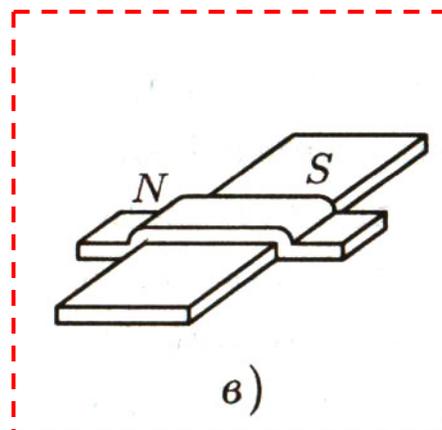
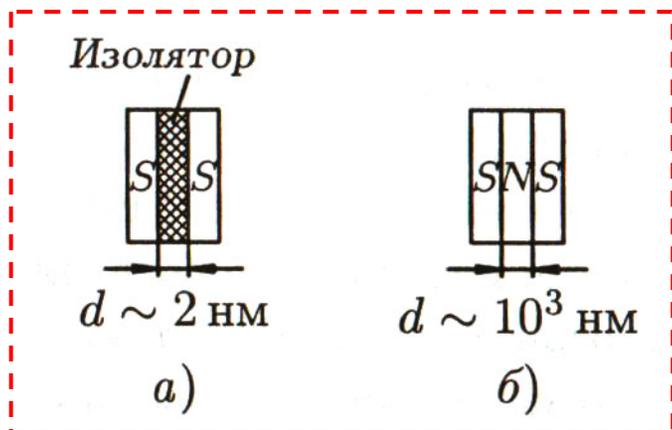
Сужение: меньше площадь \rightarrow больше скорость \rightarrow больше изменение фазы.



$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

Джозефсоновский контакт – источник фазы для интерферометрических структур.

Слабая сверхпроводимость. Джозефсоновский контакт.



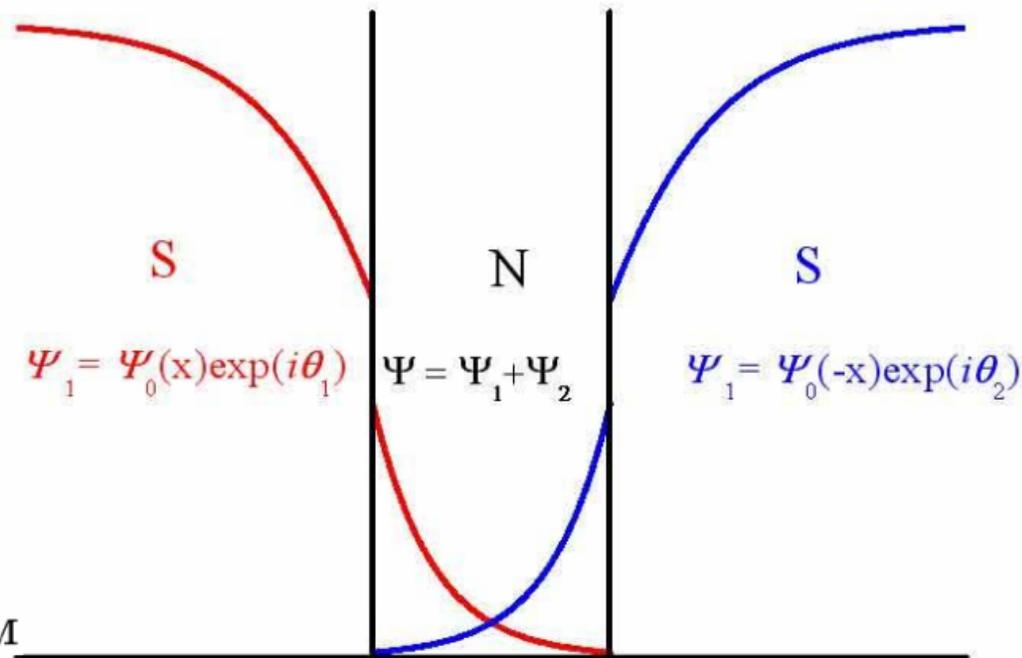
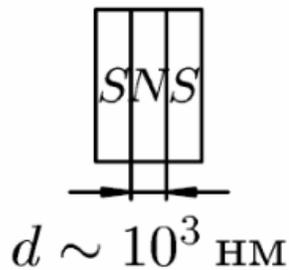
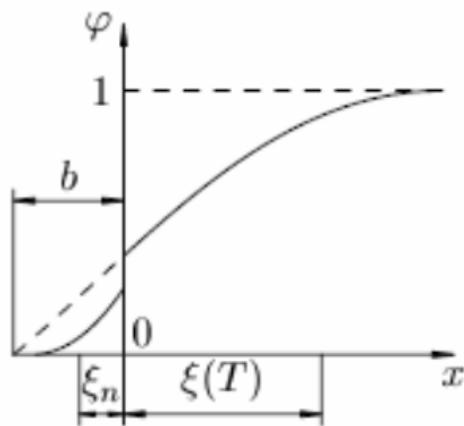
$$j_S = j_S(\varphi)$$

$$\varphi = \theta_2 - \theta_1$$

$$j(\varphi) = -j(-\varphi)$$

$$j(\varphi) = j(\varphi + 2\pi)$$

Слабая связь



Сверхпроводник

$$\psi = \text{th} [(x - x_0) / \sqrt{2}\xi].$$

Прослойка

$$\psi = \psi_0 e^{-|x|/\xi_n}$$

$$\nabla\theta = (\Phi_0 / 2\pi) \mu_0 \lambda^2 j_s / |\psi|^2$$

$$|\psi|^2 \rightarrow 0$$

$$j_s = -i[\Phi_0 / (4\pi\lambda^2)](\psi^* \nabla\psi - \psi \nabla\psi^*) - |\psi|^2 / \lambda^2$$

$$\psi(r) = \psi_1(x) \exp[+i\theta_1] + \psi_2(x) \exp[+i\theta_2]$$

$$\psi^*(r) = \psi_1(x) \exp[-i\theta_1] + \psi_2(x) \exp[-i\theta_2]$$

$$j_s \sim \psi_0^2 \exp(-d / \xi_N) \sin \varphi$$

Синусоидальное ток-фазовое соотношение.

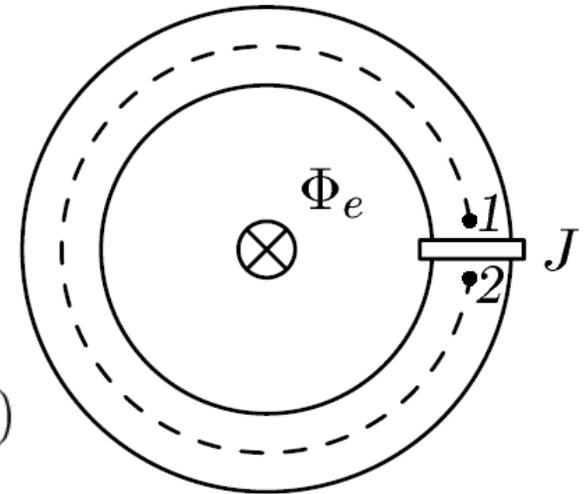
$$\text{Критический ток} \longrightarrow j_c \sin \varphi$$

Одноконтактный интерферометр

$$\hbar \nabla \theta = 2m\mathbf{v}_s + 2e\mathbf{A} \longrightarrow \hbar(\theta_2 - \theta_1) = 2e \int_1^2 \mathbf{A} d\mathbf{l}.$$

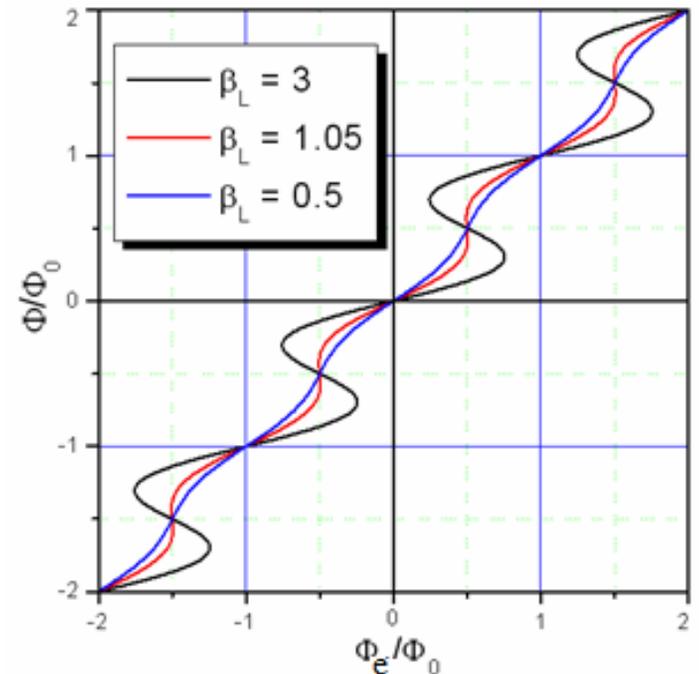
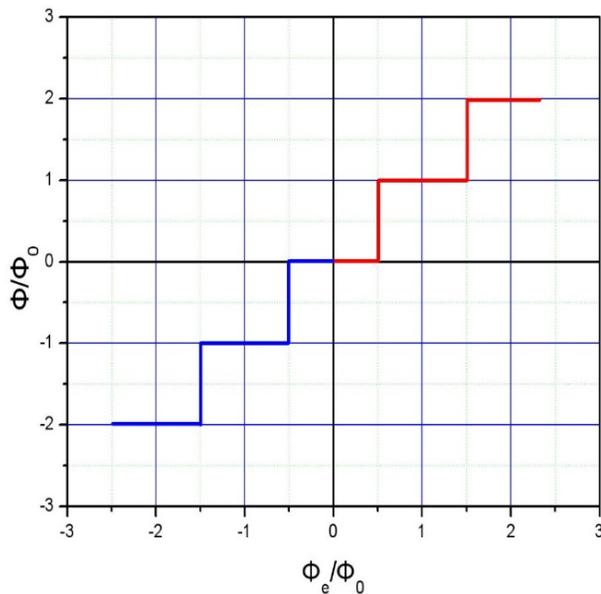
$$\hbar\varphi = 2e \oint \mathbf{A} d\mathbf{l}, \longrightarrow \varphi = 2\pi\Phi/\Phi_0$$

$$\Phi = \Phi_e - LI_\vartheta \longrightarrow \Phi_e = \Phi + LI_c \sin(2\pi\Phi/\Phi_0)$$



$$\beta_L = 2\pi LI_c / \Phi_0$$

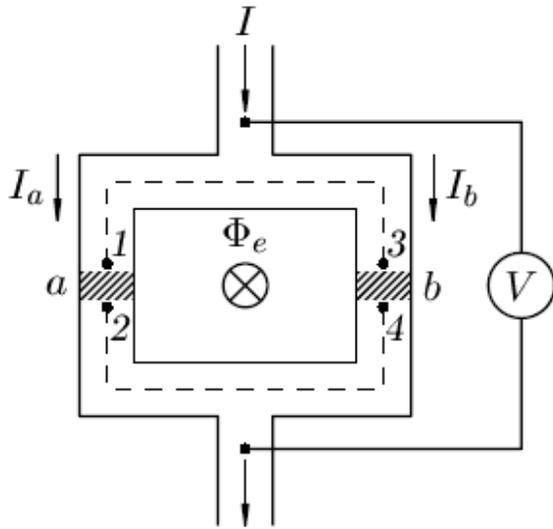
$$\beta_L = L / L_J$$



Двухконтактный СКВИД

**СКВИД-Сверхпроводящий
Квантовый Интерферометрический
Датчик**

**(SQUID = Superconducting QUantum
Interference Device)**



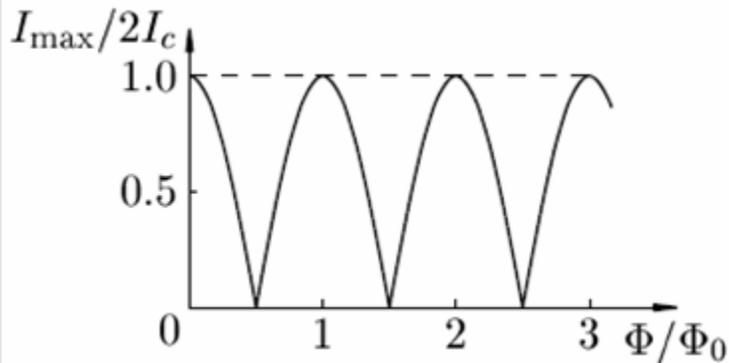
$$\theta_3 - \theta_1 + \theta_2 - \theta_4 = \frac{2e}{\hbar} \left(\int_1^3 \mathbf{A} \, d\mathbf{l} + \int_4^2 \mathbf{A} \, d\mathbf{l} \right)$$

$$\varphi_a - \varphi_b = 2\pi \Phi / \Phi_0$$

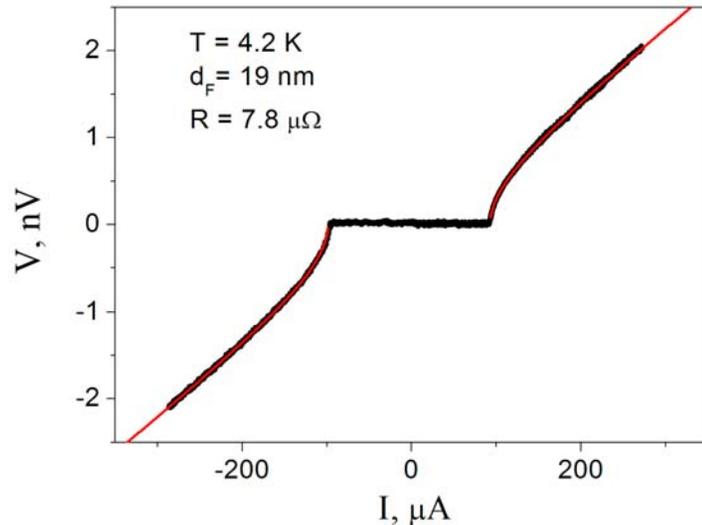
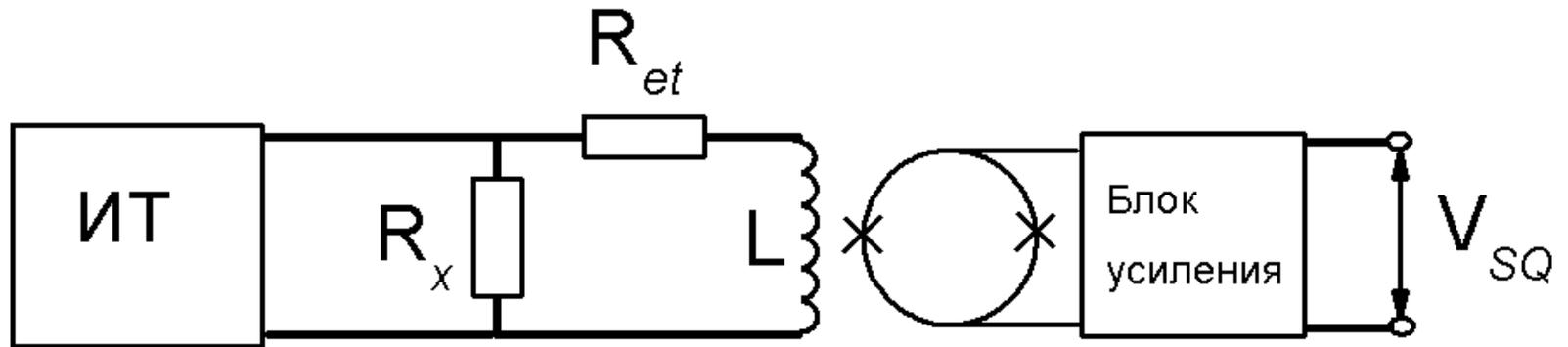
$$I = I_c (\sin \varphi_a + \sin \varphi_b)$$

$$I = 2I_c \cos(\pi\Phi/\Phi_0) \sin(\varphi_b + \pi\Phi/\Phi_0)$$

$$I_{\max} = 2I_c \left| \cos(\pi\Phi/\Phi_0) \right|$$



Superconducting Quantum Interference Device (SQUID).



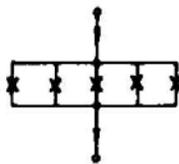
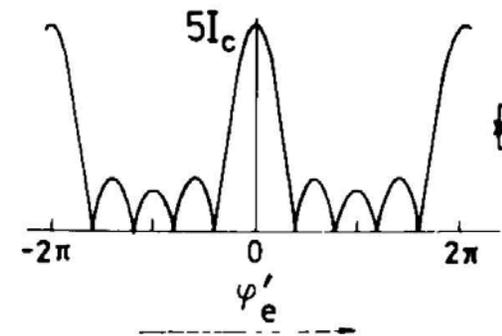
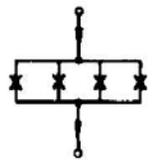
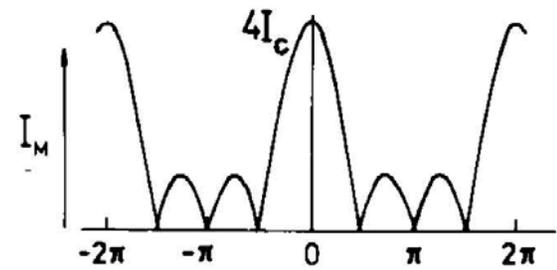
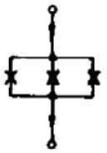
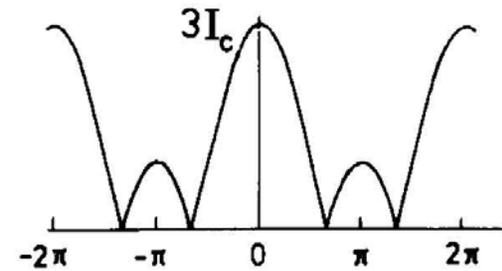
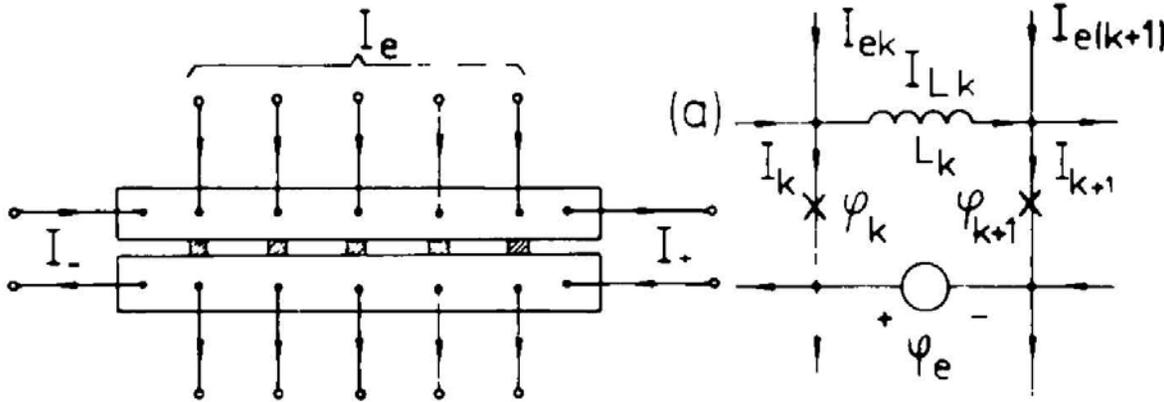
$$R_{et} = 10^{-4} - 10^{-2} \text{ Ом}$$

$$R_x = 10^{-6} - 10^{-3} \text{ Ом}$$

$$I_c = 10^{-6} - 10^{-2} \text{ A}$$

$$V_c = 10^{-12} - 10^{-7} \text{ В}$$

Многоконтактные интерферометры.



$$I_{S+} \equiv \sum_{k=1}^N I_{ck} \sin \phi_k$$

$$I_{c+} \equiv \sum_{k=1}^N I_{ck}$$

$$I_{S+} = \sum_{k=1}^N I_{ck} \sin(\phi_1 - \sum_{k'=1}^k \phi'_{ek'})$$

$$L_+ I_{c+} \ll \Phi_0, \quad L_+ \equiv \sum_{k=1}^N L_k$$

$$\phi_k = \phi'_{ek} \equiv \frac{2\pi}{\Phi_0} \Phi'_{ek}$$

$$\Phi'_{ek} \equiv \Phi_{ek} - L_k \sum_{k'=1}^k I_{ck'}$$

$$I_M = I_{c+} \left| \frac{1 - \cos N\phi'_e}{1 - \cos \phi'_e} \right|^{1/2}$$

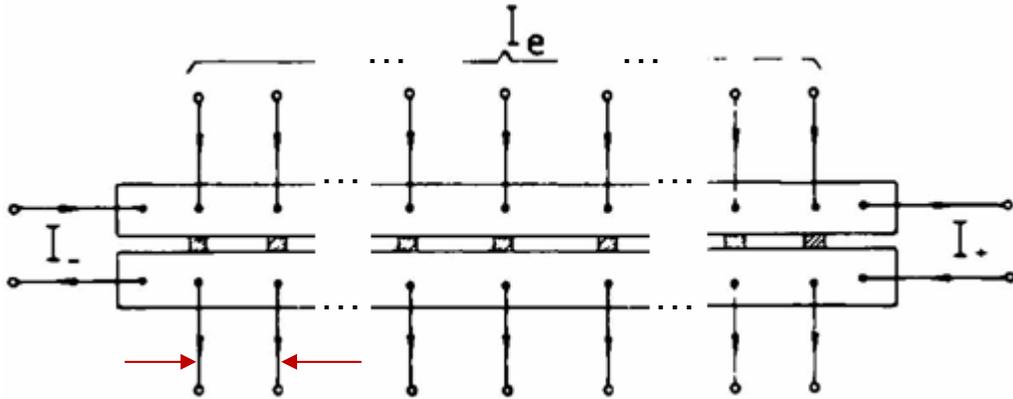
$$\phi'_e \equiv \frac{2\pi}{\Phi_0} \Phi'_e, \quad \Phi'_e = \mu_0 A H'$$

Dynamics of Josephson Junctions and Circuits

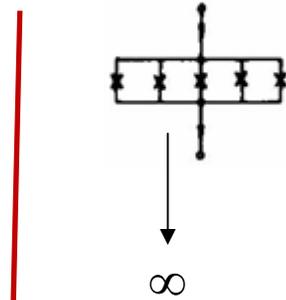
Konstantin K. Likharev

Department of Physics
Moscow State University

Предельный переход

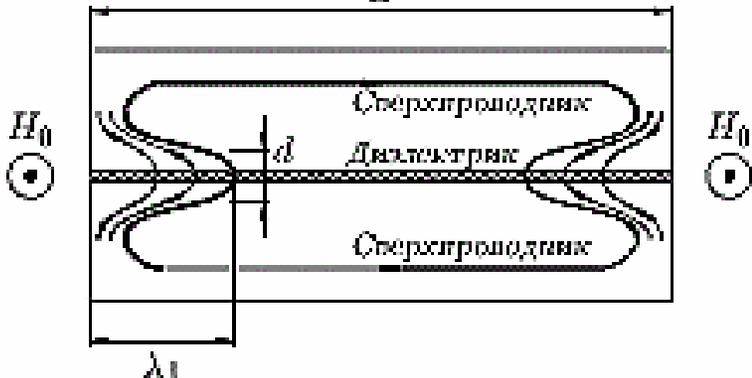


Дискретная модель джозефсоновского контакта в магнитном поле.



∞

L



$$\varphi(x + dx) - \varphi(x) = \frac{2e}{\hbar} d\Phi,$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \frac{d\Phi}{dx}$$

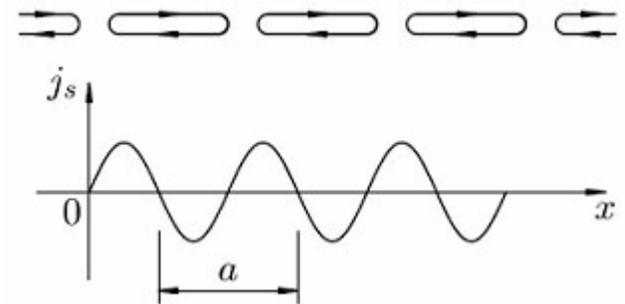
$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{2\pi d}{\Phi_0} \mu_0 H$$

???

$$\varphi(x) = \frac{2\pi d}{\Phi_0} \mu_0 H x + C,$$

$$j_s = j_c \sin\left(\frac{2\pi x}{a} + C\right)$$

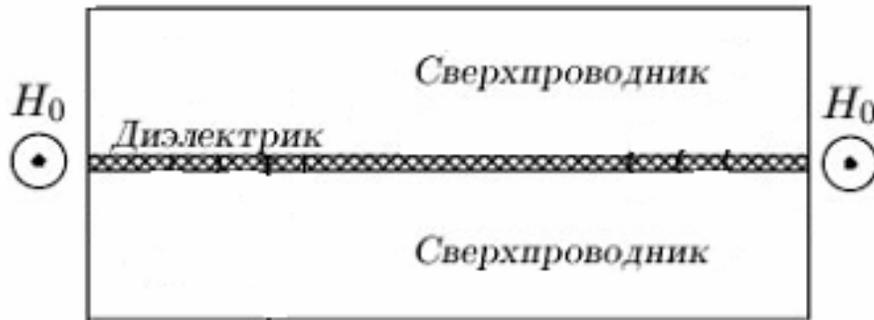
$$a = \Phi_0 / \mu_0 H d$$



JJ-вихрь – релятивистский объект

Зависимость критического тока JJ от внешнего магнитного поля.

Наблюдение полевой зависимости критического тока – чувствительный метод контроля однородности прослойки.

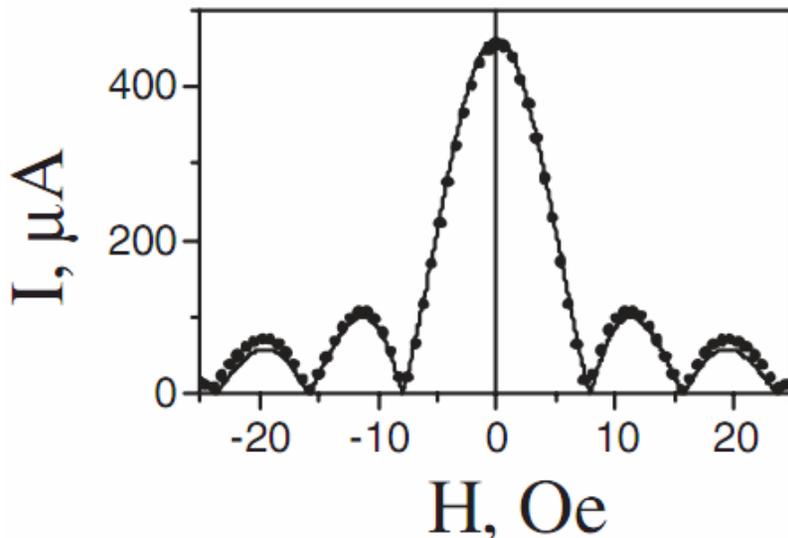


$$j_s = j_c \sin \left(\frac{2\pi x}{a} + C \right)$$

$$a = \Phi_0 / \mu_0 H d$$

$$I_s = j_c \int \sin [2\pi x / a_v + C] dx$$

$$I_c(H) = I_0 \frac{\sin(\pi\Phi / \Phi_0)}{(\pi\Phi / \Phi_0)}$$



Фраунгоферова форма

зависимости $I_c(H)$ –

свидетельство **однородности**

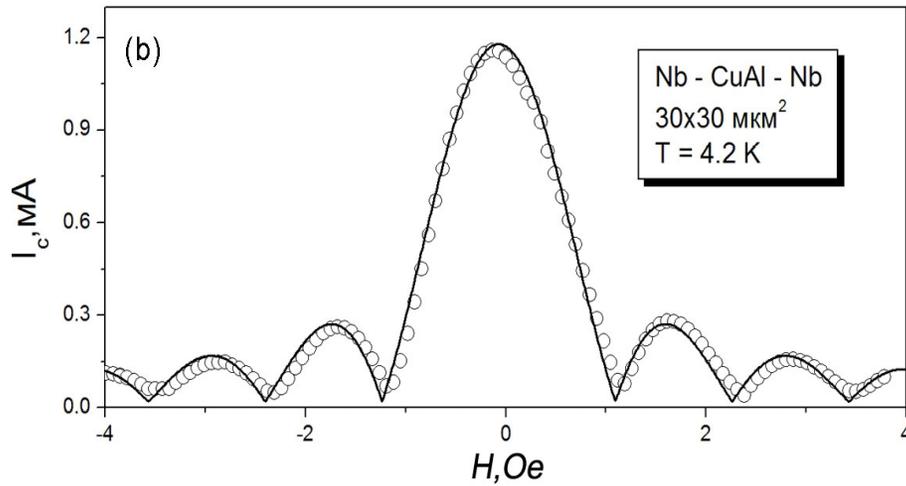
прослойки джозефсоновского контакта.

Форма полевой характеристики содержит

информацию характере, размере и

расположении **неоднородностей**.

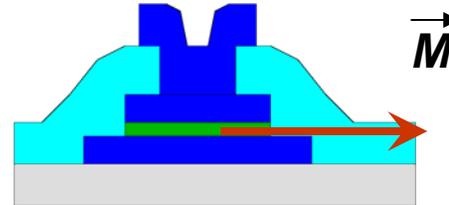
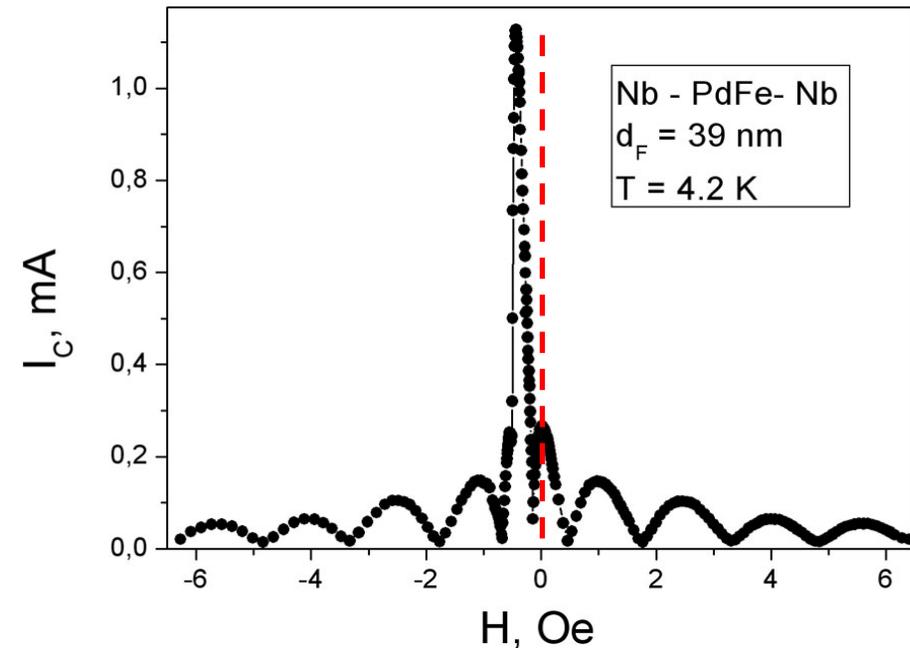
Ферромагнитный барьер



Простой барьер (SNS)

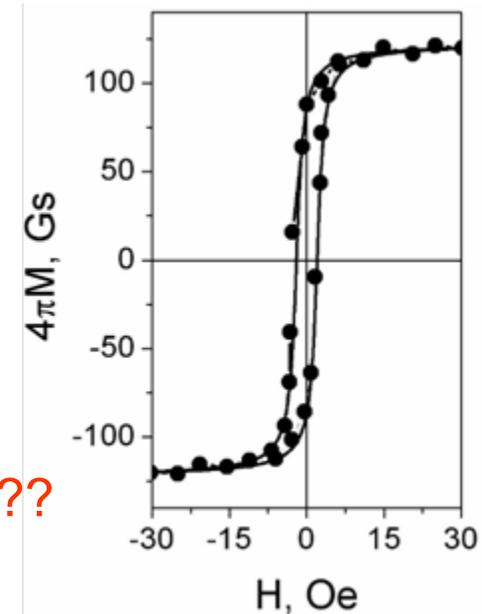
$$I_c(H) = I_0 \frac{\sin(\pi\Phi / \Phi_0)}{(\pi\Phi / \Phi_0)}$$

Ферромагнитный барьер (SFS)

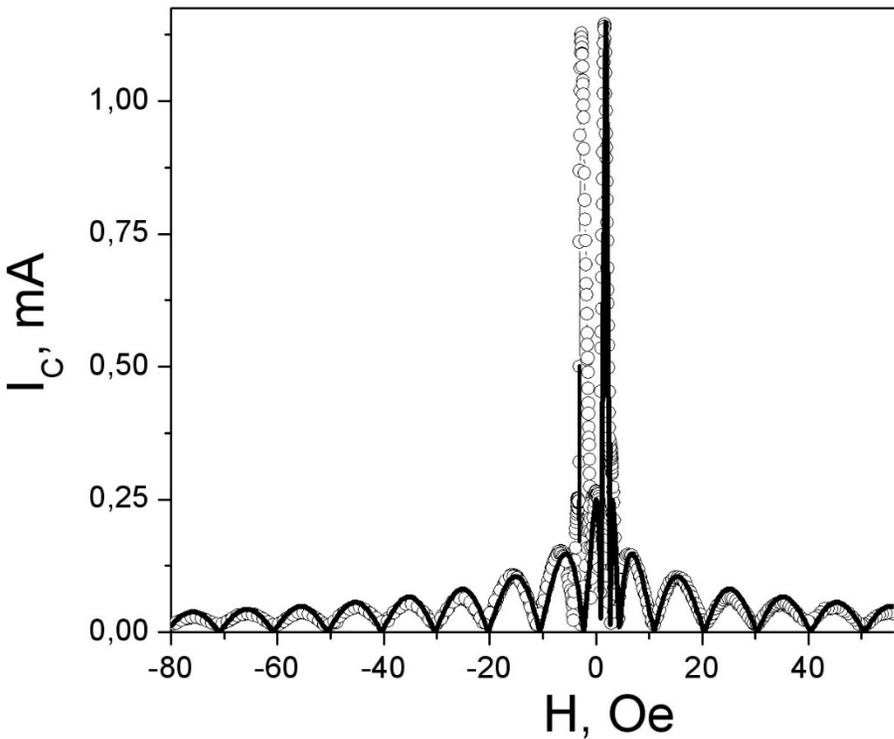


$$\Phi = B \cdot w \cdot d_m$$

$$B = \mu_0(H + M) \sim H \text{ ???}$$



Джозефсоновская магнитометрия.



$$I_c(H) = I_c \left| \frac{\sin\left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)}{\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}} \right|$$

$$\Phi = Bad_M$$

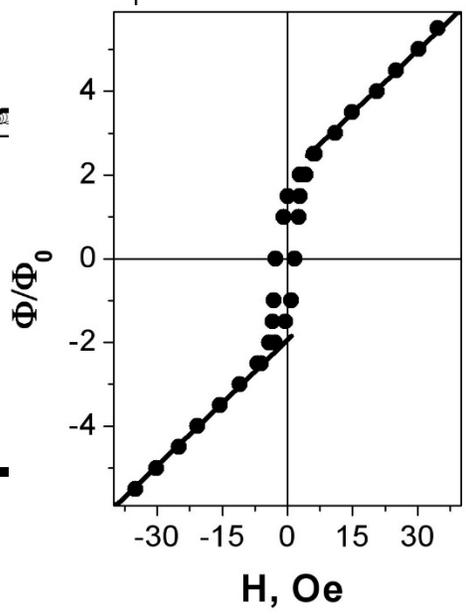
$$B = H + 4\pi M$$

$$\Phi^{min} = \Phi_0 m$$

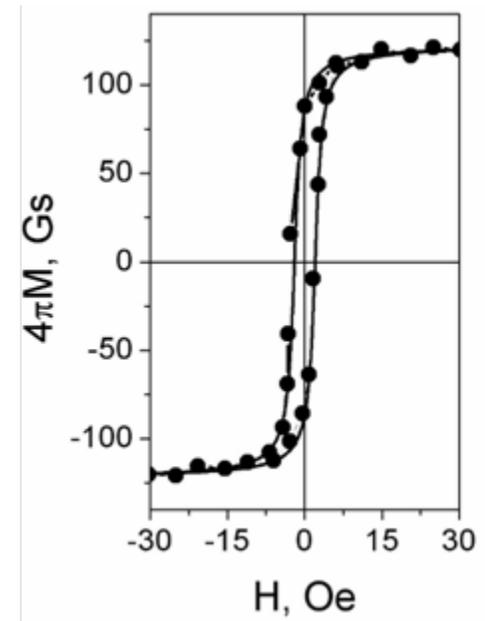
$$\rightarrow \operatorname{tg} \frac{\pi \Phi^{max}}{\Phi_0} = \frac{\pi \Phi^{max}}{\Phi_0},$$

$$\Phi^{max} \approx \Phi_0 \left(n + \frac{1}{2}\right),$$

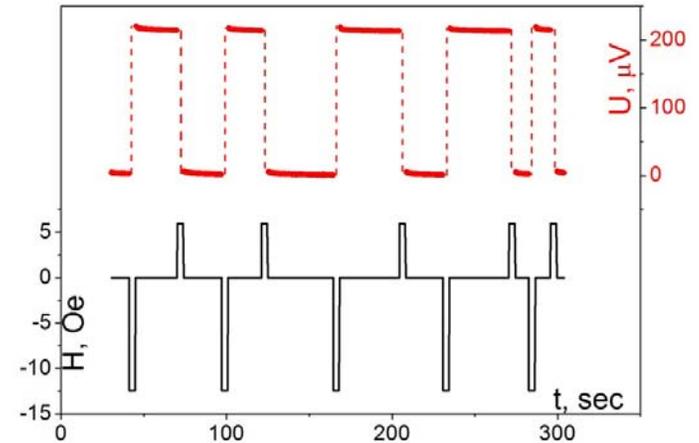
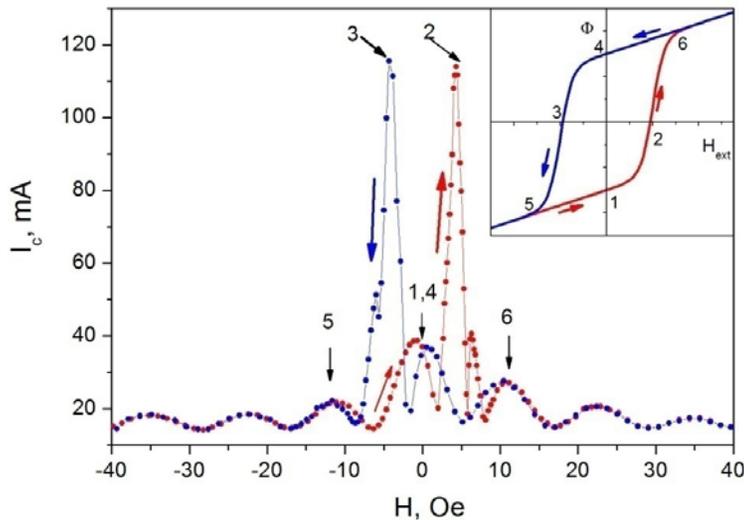
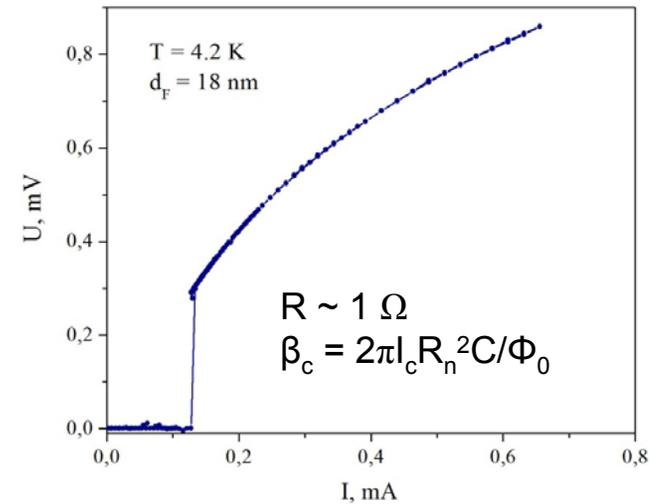
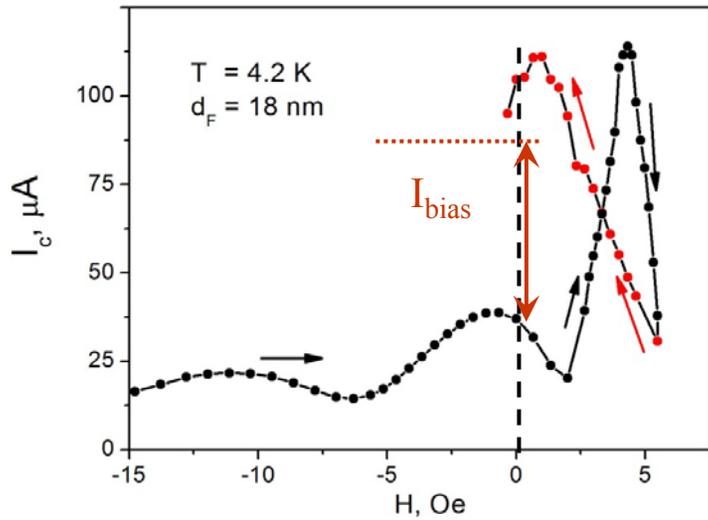
$$\downarrow B = \frac{\Phi_0}{ad_M}$$



$$4\pi M(H) = 8M_{sat} \arctan(H \pm H_c)$$



1. Джозефсоновская магнитная память. S-IsF-S



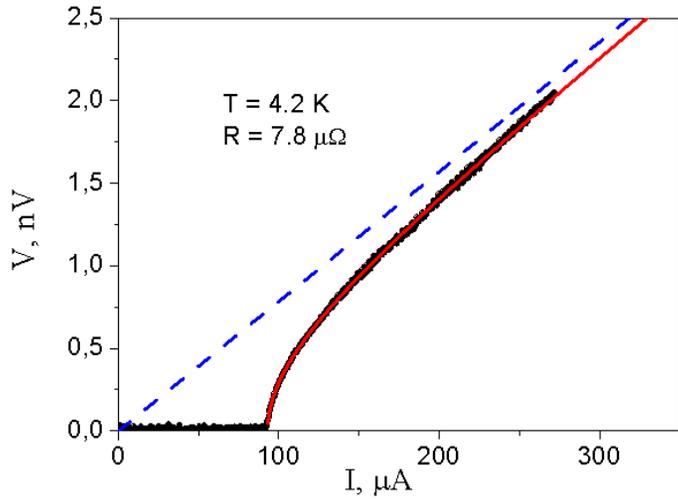
Совместимость с RSFQ по быстродействию и технологии.

Сверхпроводниковая электроника.

Конструирование электронных схем на основе джозефсоновских переходов

- *Аналоговые схемы*: СКВИД (SQUID)-усилители (вольтметры, магнетометры и т.д.).
- *Цифровые схемы*: RSFQ-логика, АЦП, переключатели.
- *Квантовые схемы*: потоковый и фазовый кубиты.

Эффект Джозефсона.



Стационарный эффект.

Возможность протекания через переход бездиссипативного тока $I < I_c$.

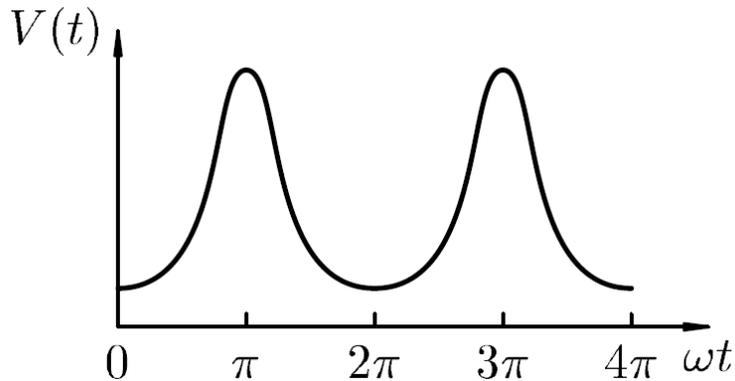
$$I = I_c \sin \varphi, \quad j_c > 0$$

Нестационарный эффект.

$$2eU = \hbar d\varphi / dt \quad \omega = \frac{2e}{\hbar} R \sqrt{I^2 - I_c^2}.$$

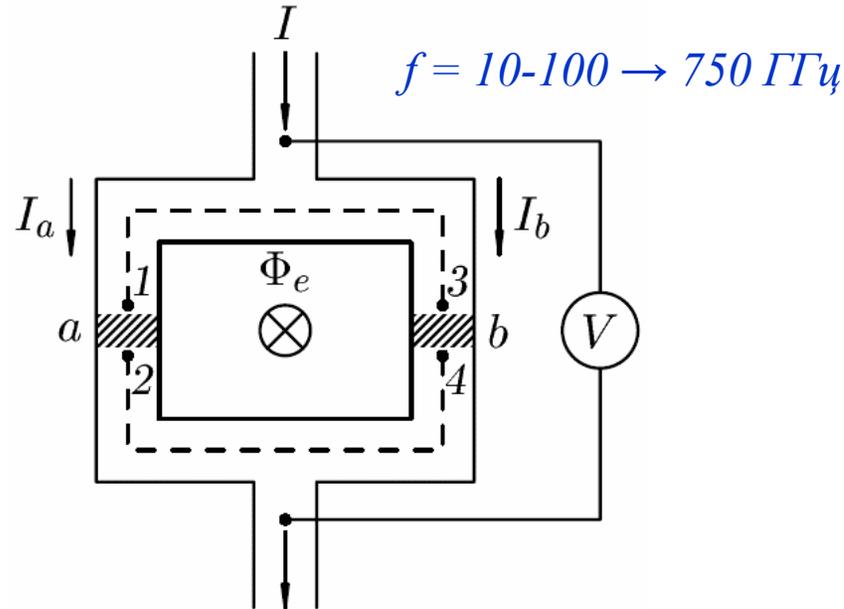
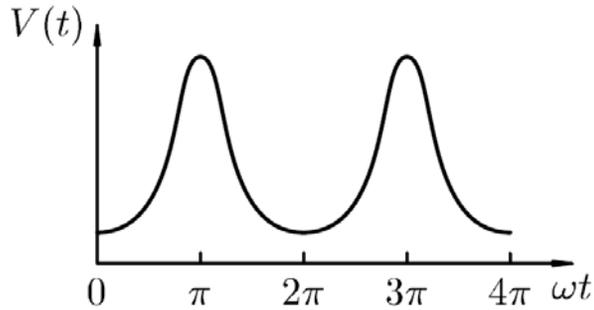
$$2e\bar{V} = \hbar\omega.$$

$$\bar{V} = R \sqrt{I^2 - I_c^2}.$$



RSFQ-логика.

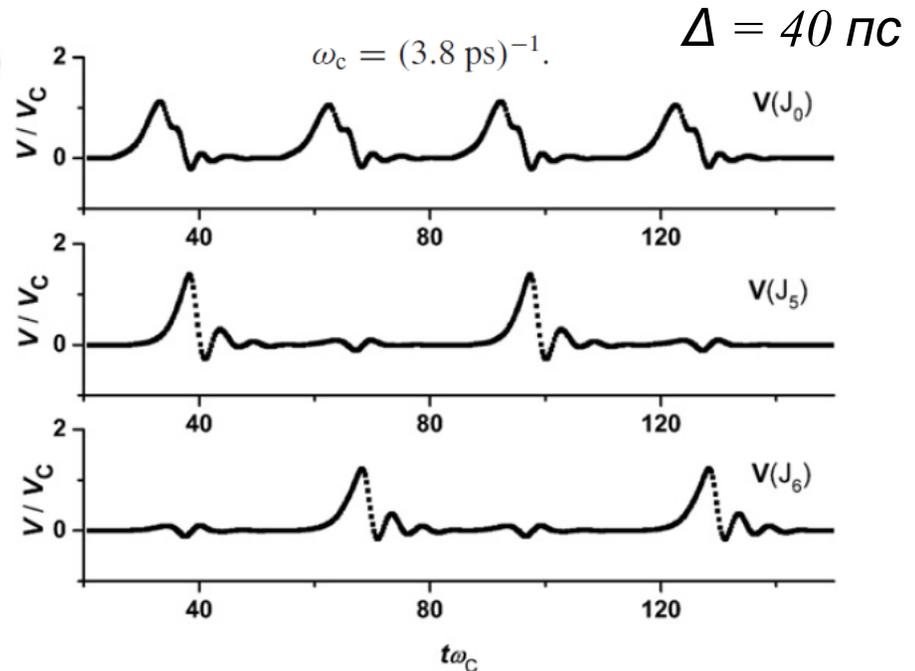
1. Нестационарный эффект Джозефсона – возможность генерации пикосекундных импульсов напряжения.
2. SQUID – возможность управления параметрами схем посредством магнитного поля.



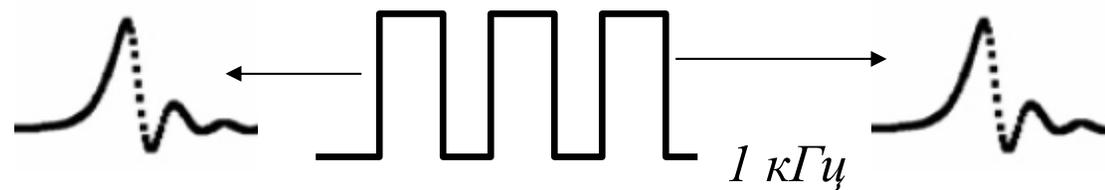
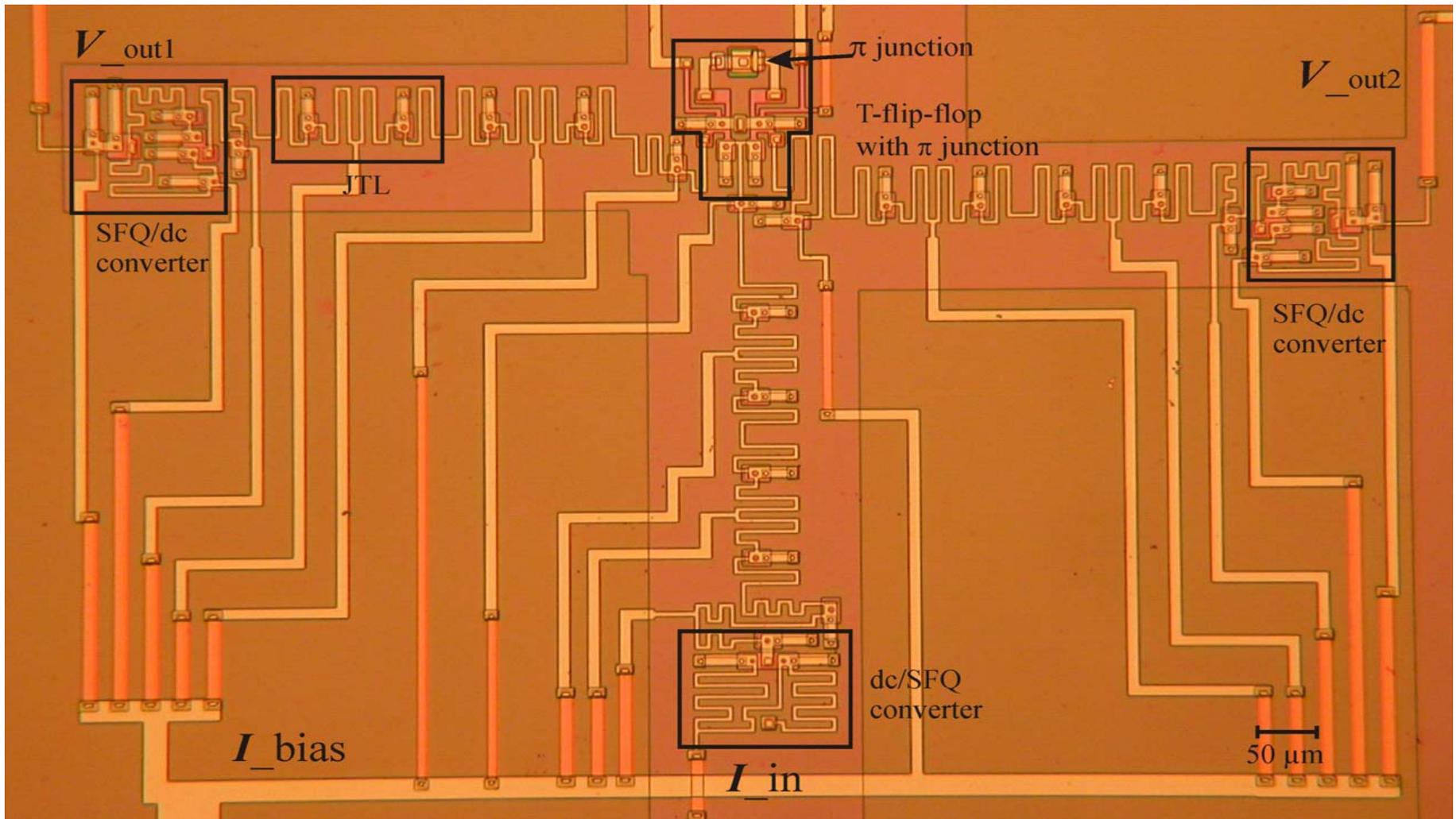
Возможность управления последовательностью импульсов напряжения.

$$\int U dt = \Phi_0$$

$$W = I_b \int U dt \sim 1 \text{ аДж}$$

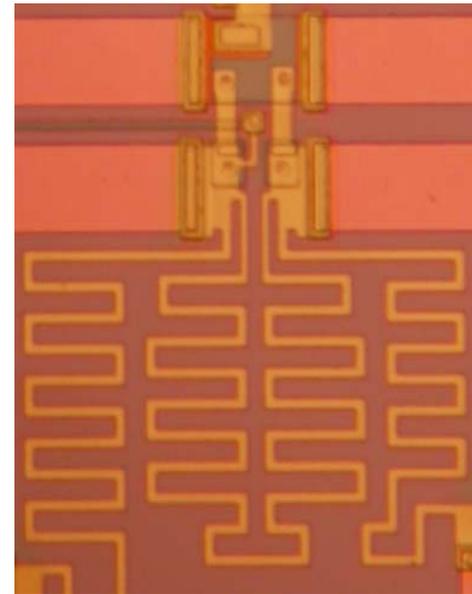
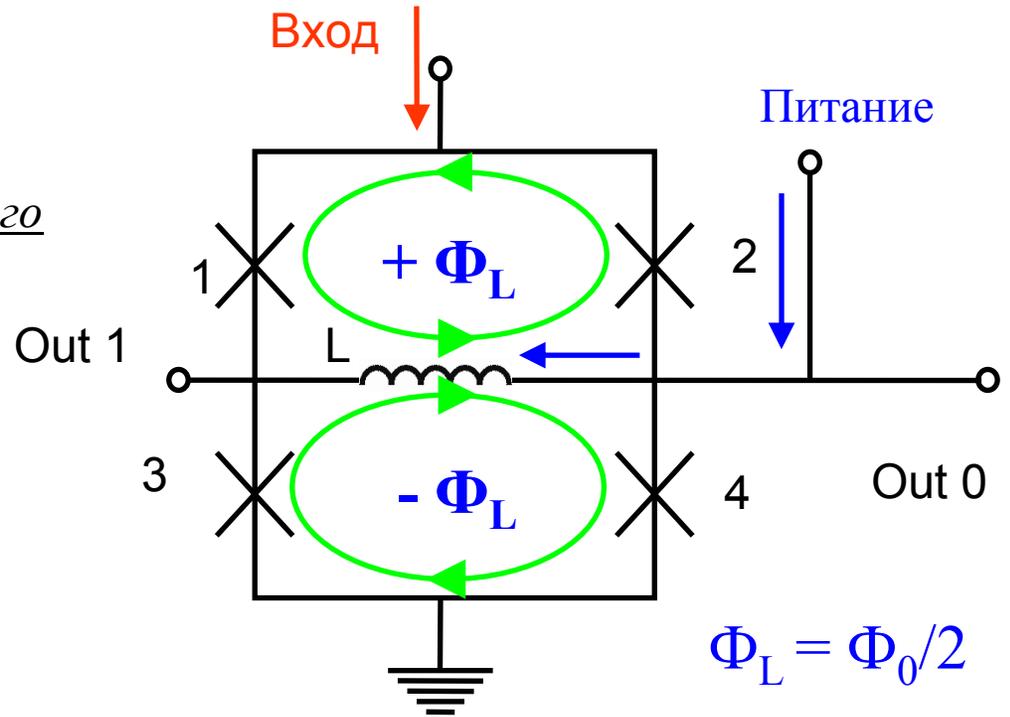
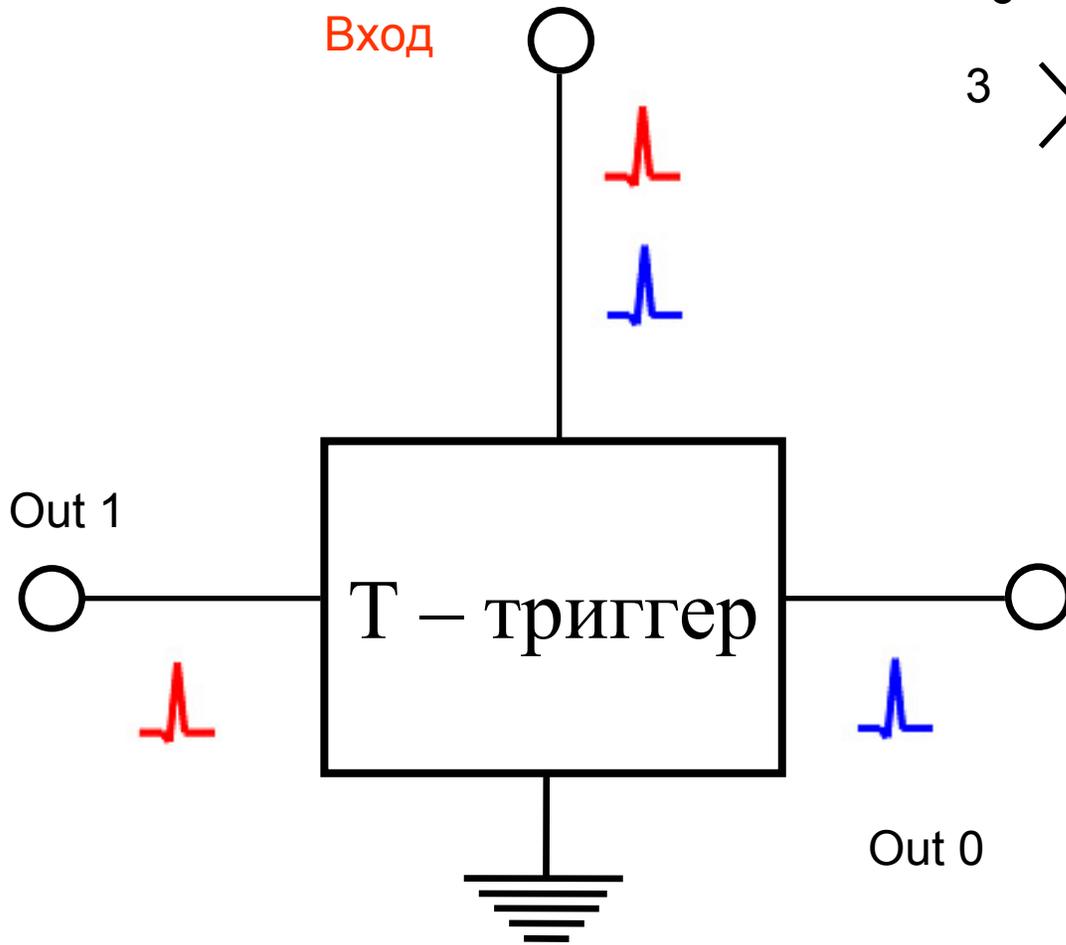


2. RSFQ-логика. Пи-контакты.



TFF (Т - триггер)

Т-триггер уменьшает частоту входного сигнала в 2 раза.

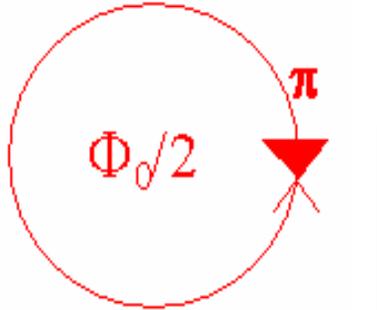


Размер?
Питание?

π-КОНТАКТЫ

Булаевский, Кузий, Собянин, 1977

$$2\pi LI_c \gg \Phi_0, \Phi_e = 0$$

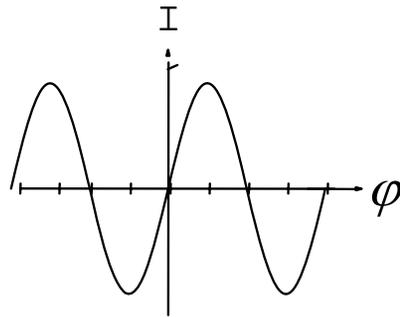


$$\varphi = (2\pi/\Phi_0) \int A dl = 2\pi \Phi/\Phi_0$$

0-контакт

минимум энергии при 0

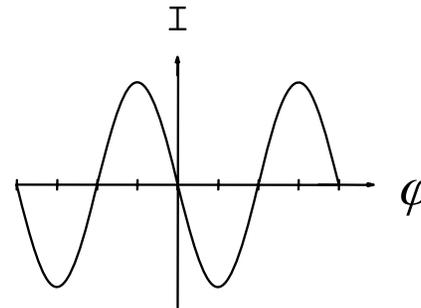
$$I_s(\varphi) = I_c \sin \varphi$$



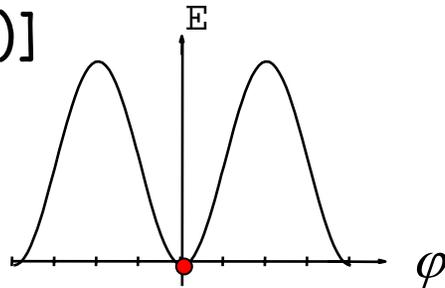
π-контакт

минимум энергии при π

$$I_s(\varphi) = I_c \sin(\varphi + \pi) = -I_c \sin \varphi$$

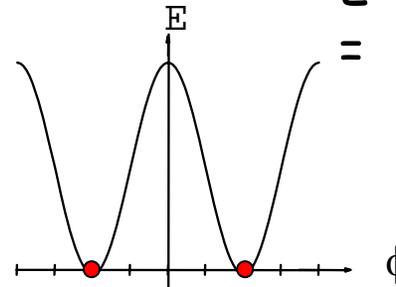


$$E = E_J [1 - \cos(\varphi)]$$



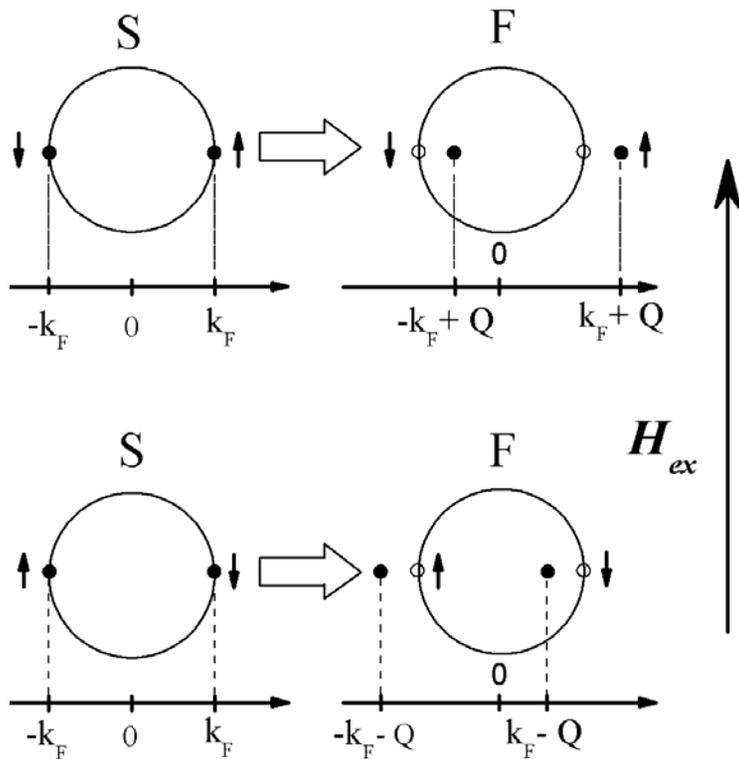
$$\varphi = \pi; \Phi = \Phi_0/2 ! \\ \Phi_e = 0$$

$$E = E_J [1 - \cos(\pi + \varphi)] = E_J [1 + \cos \varphi]$$



Спиновый антагонизм сверхпроводимости и ферромагнетизма

Demler E.A., Arnold G.B., and Beasley M.R. *Phys. Rev. B* **55**, 15174 (1997).



LOFF-состояния (1964)

$$\Delta E_p = \pm E_{ex}$$

$$\Delta E_k \approx \eta^2 k_F \Delta k / 2m$$

$$Q = 2\Delta k = 2E_{ex} / \eta v_F$$

$$\Psi_+ = \Psi_0 \exp(iQx)$$

$$\Psi_- = \Psi_0 \exp(-iQx)$$

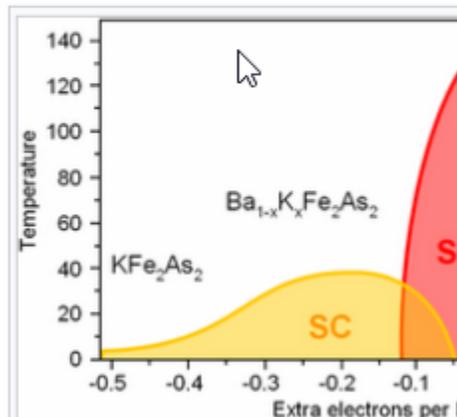
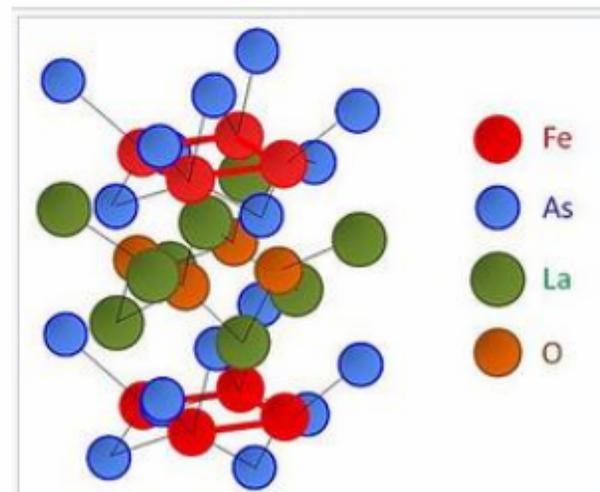
$$\Psi = \frac{1}{2}(\Psi_+ + \Psi_-) = \Psi_0 \cos(Qx)$$

Железистые сверхпроводники (пниктиды)

Железистые сверхпроводники с проводящими плоскостями на основе магнитного железа, пниктиды.

Без кислорода и подгруппой азота	T_c (К)
LiFeAs	26 ^[3]
NaFeAs	28.5 ^[4]
$\text{Ca}_{0.84}\text{F}_{0.16}$	41 ^[3]
$\text{Sr}_{0.9}\text{F}_{0.1}$	43 ^{[3][5]}
$\text{LaAsO}_{0.6}$	43.1 ^[6]
$\text{Sr}_{0.89}\text{F}_{0.11}$	52 ^[3]
$\text{Sr}_{0.89}\text{F}_{0.11}$	52 ^[7]
$\text{Ca}_{1-y}\text{Al}_y\text{IOFeAs}$	45 ^[8]
CaAlOFeAs	30(As), 16.6 (P) ^[9]
CaAlOFeAs	28.3(As), 17.2 (P) ^[10]
$\text{Ca}_{0.85}\text{As}_2$	53.5 ^[11]
$\text{Ca}_{0.2}\text{As}_2$	25.3 ^[12]
~ 0.85	55 ^[13]

Без кислорода и подгруппой азота	T_c (К)
$\text{Ba}_{0.6}\text{K}_{0.4}\text{Fe}_2\text{As}_2$	38 ^[14]
$\text{Ca}_{0.6}\text{Na}_{0.4}\text{Fe}_2\text{As}_2$	26 ^[15]
$\text{CaFe}_{0.9}\text{Co}_{0.1}\text{AsF}$	22 ^[16]
$\text{Sr}_{0.5}\text{Sm}_{0.5}\text{FeAsF}$	56 ^[17]
LiFeAs	18 ^{[18][19][20]}
NaFeAs	9–25 ^{[21][22]}
FeSe	<27 ^{[23][24]}

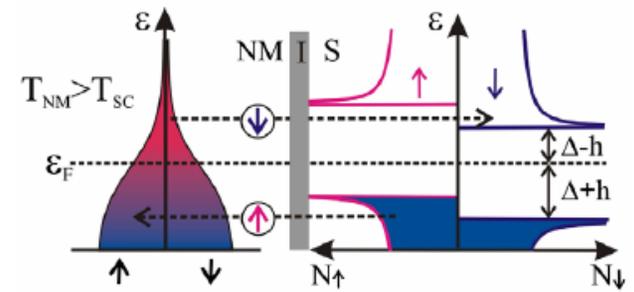
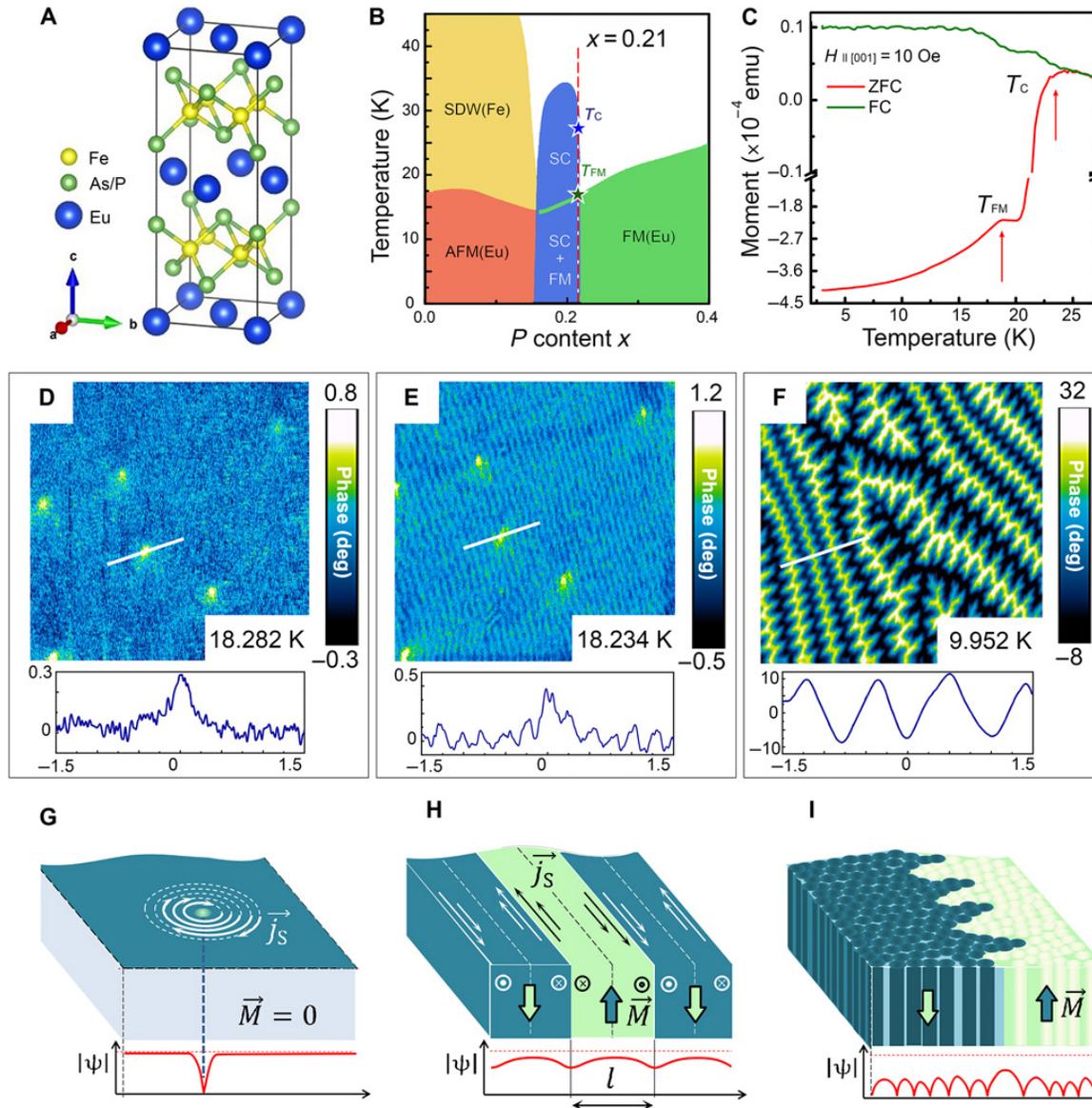


Phase diagram of the 122 family of pnictides complemented by the 122

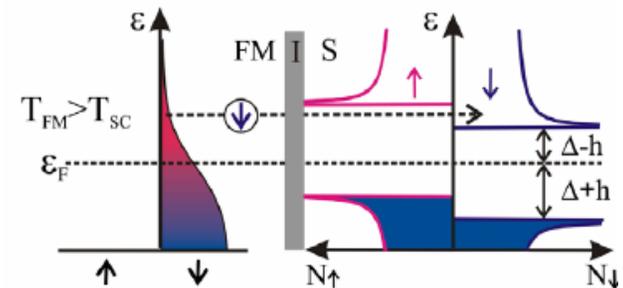
Магнитные сверхпроводники. LOFF-состояния.



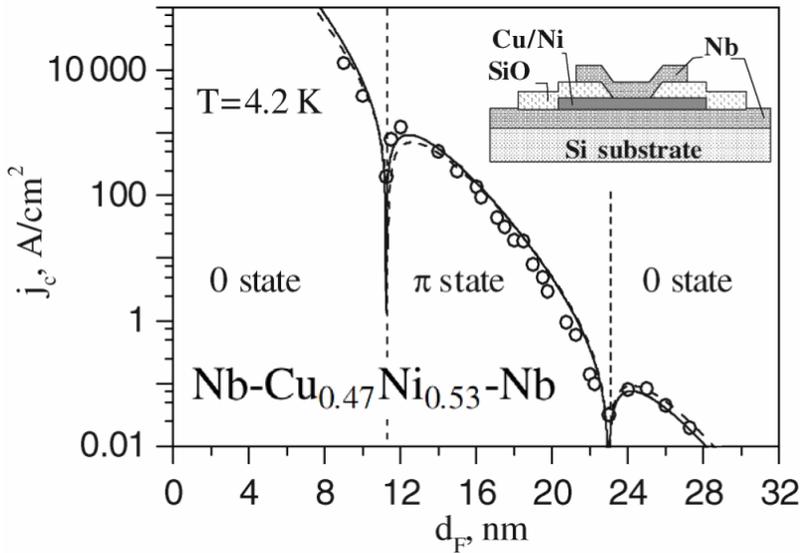
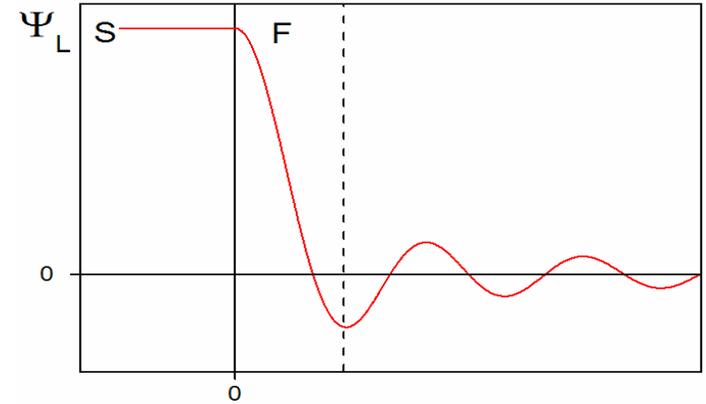
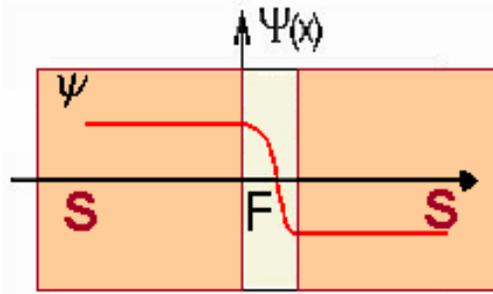
Effects in spin-splitting fields



(d) Thermoelectric effect



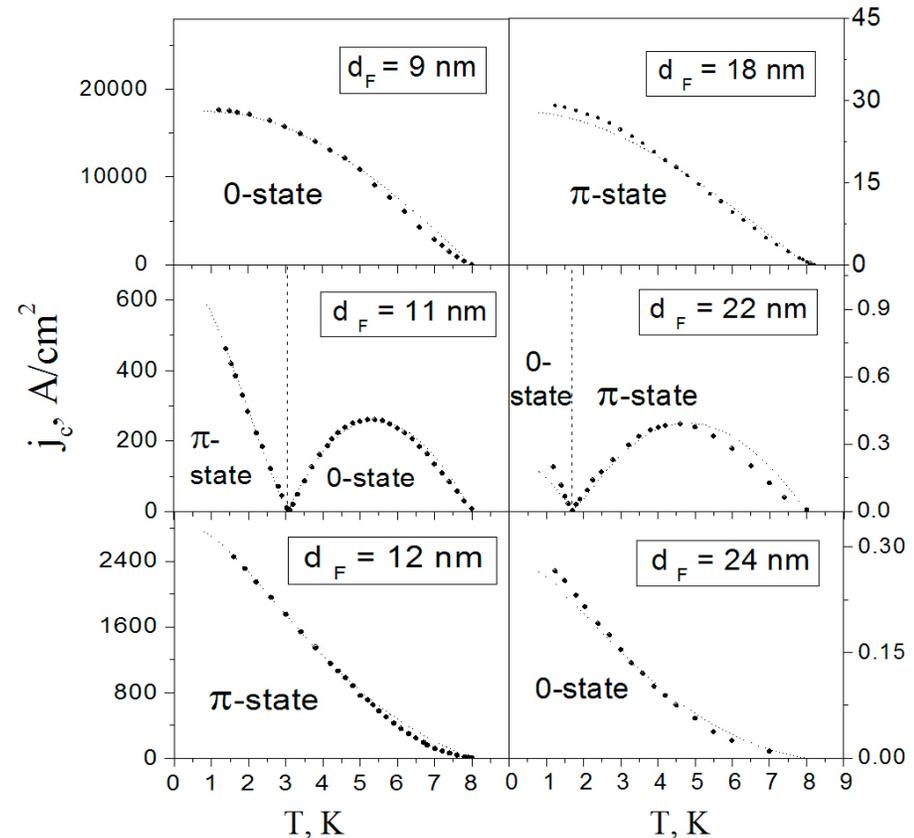
Джозефсоновский пи-контакт



Пи-состояние: $\varphi_0 = \pi$, $j = -|j_c| \sin\varphi$.
Возвратные зависимости $I_c(d_F)$, $I_c(T)$.

Задачи.

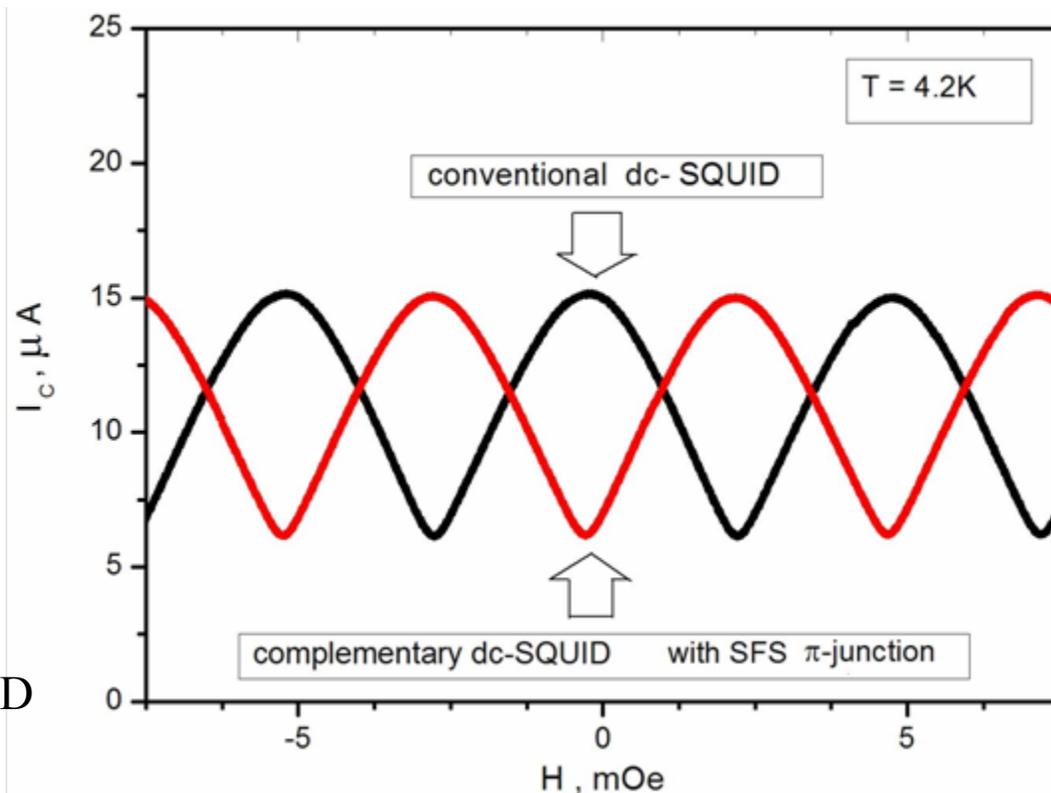
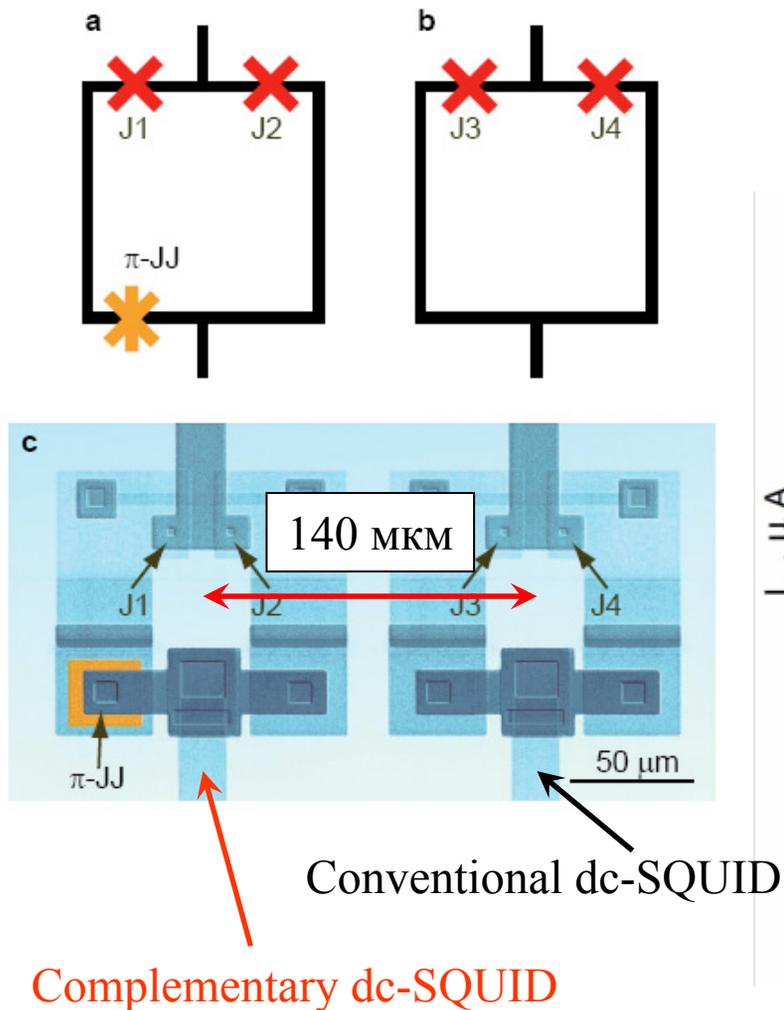
- 1) Создание субмикронных пи-контактов и логических элементов.
- 2) Получение максимального критического тока в пи-состоянии.



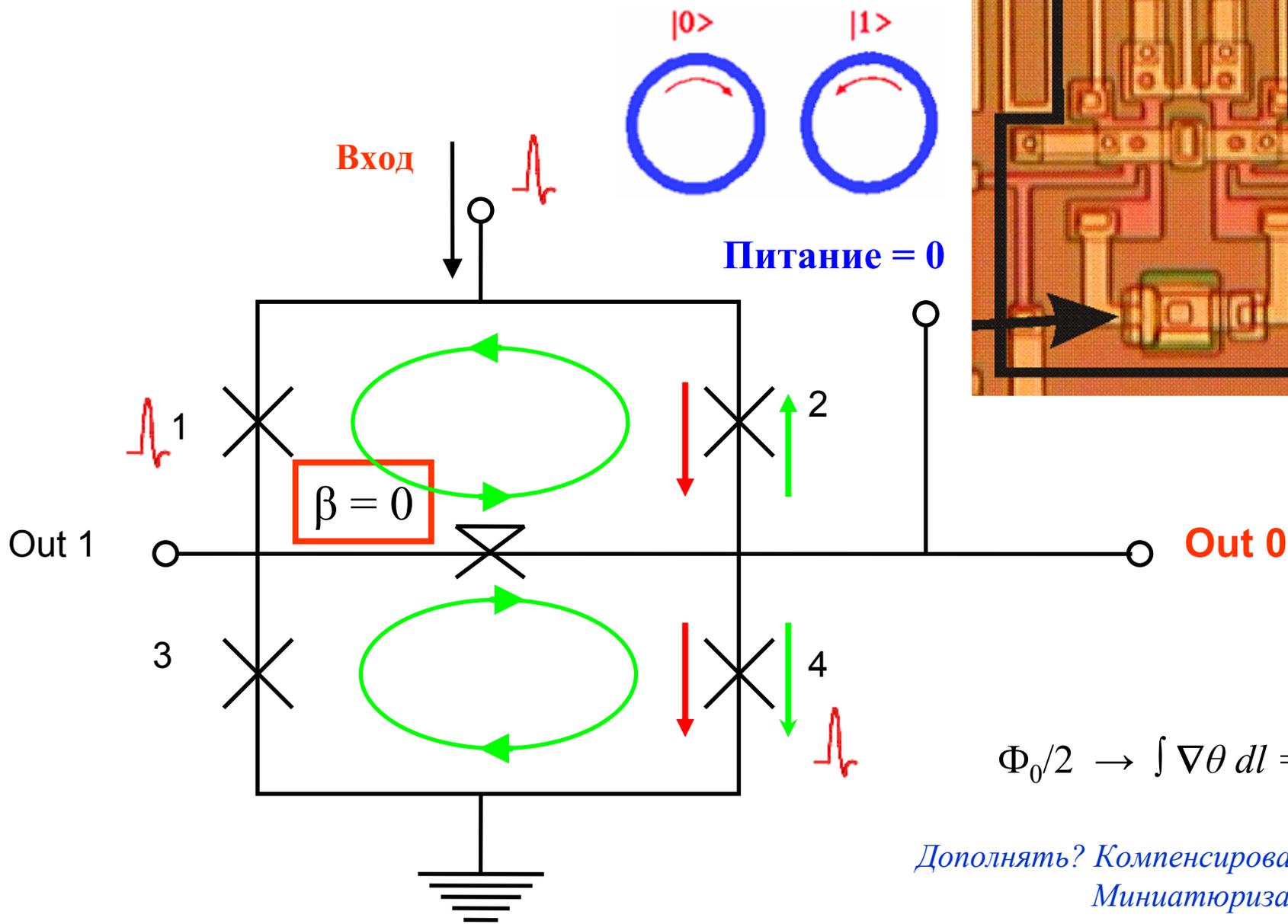
Само-фрустрированный СКВИД

$$\varphi_a - \varphi_b = 2\pi\Phi/\Phi_0 \rightarrow \varphi_a - \varphi_b \pm \pi = 2\pi\Phi/\Phi_0 \rightarrow \varphi_a - \varphi_b = 2\pi\Phi(n \pm 1/2)/\Phi_0$$

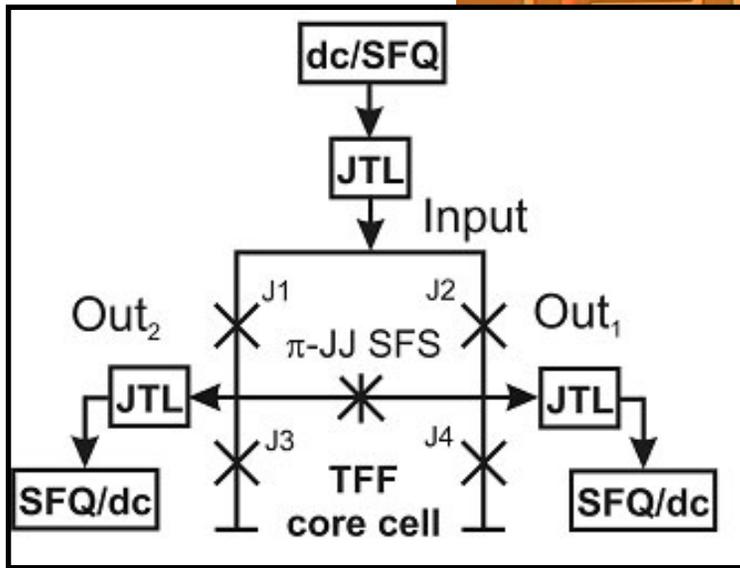
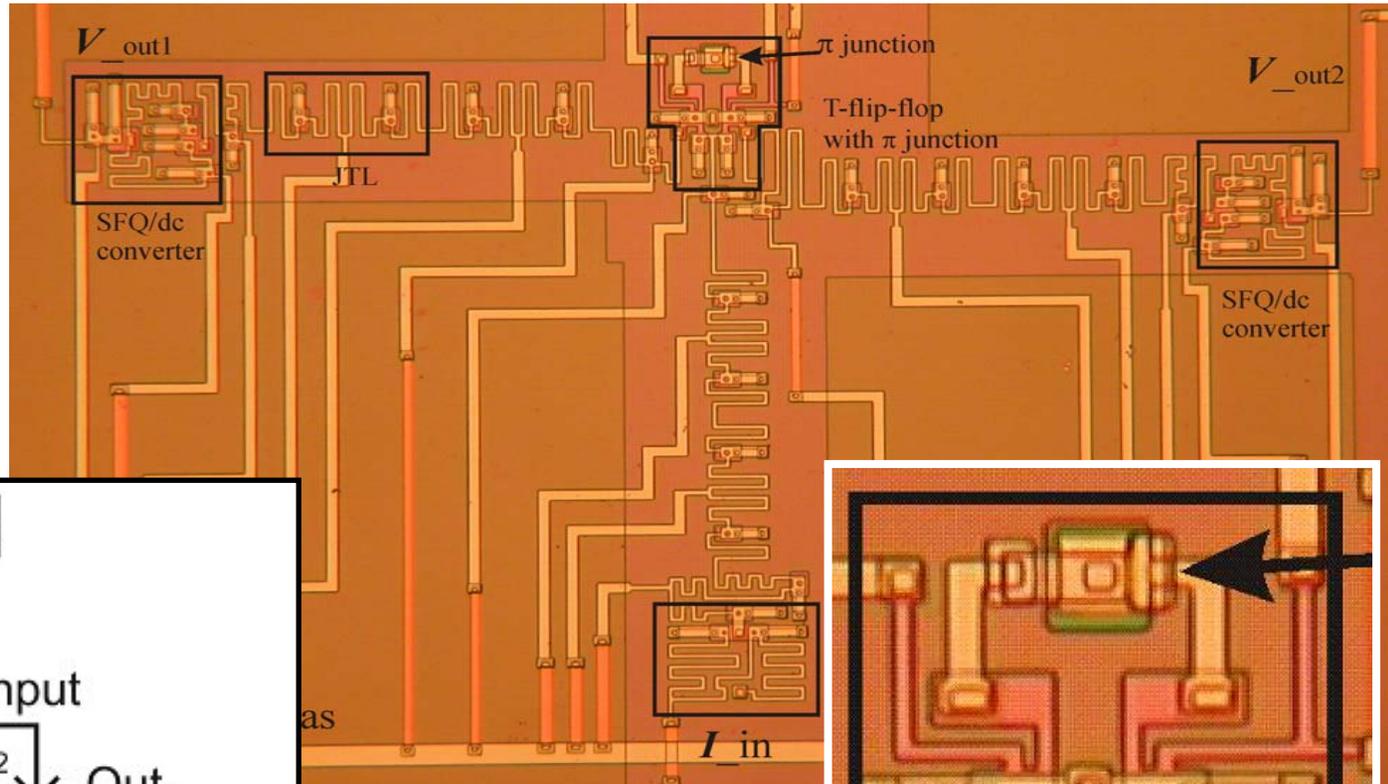
A.K. Feofanov, V.A. Oboznov, V.V. Bol'ginov и др. Nature Physics 6, N8, 593 (2010).



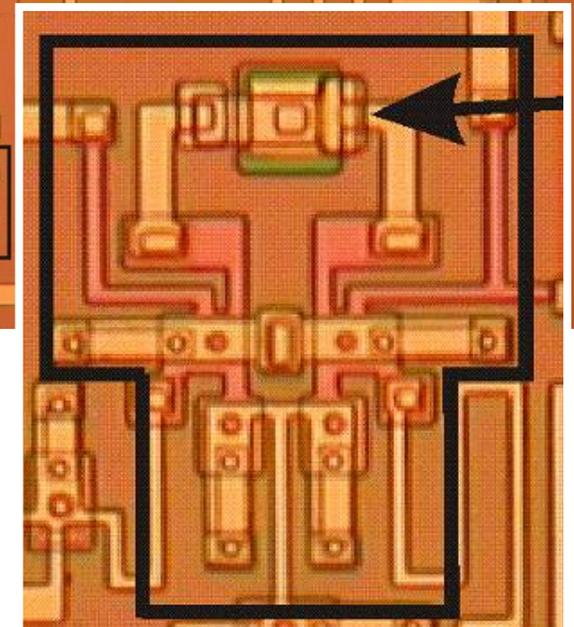
2. TFF-триггер с π -контактом.



2. RSFQ-логика. Пи-контакты.



I_{in}



пи-контакт

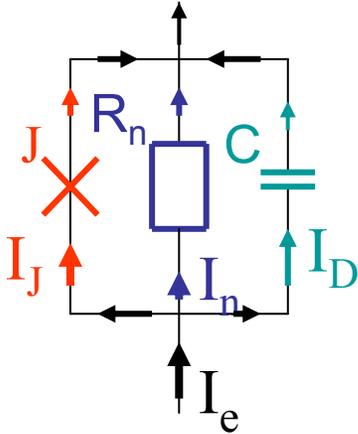
Сверхпроводниковая электроника.

Конструирование электронных схем на основе джозефсоновских переходов

- *Аналоговые схемы*: СКВИД (SQUID)-усилители (вольтметры, магнетометры и т.д.).
- *Цифровые схемы*: RSFQ-логика, АЦП, переключатели.
- *Квантовые схемы*: потоковый и фазовый кубиты.

SIS-контакт

RCSJ-модель **туннельного** контакта



$I_J = I_c \sin \varphi$ - джозефсоновский канал

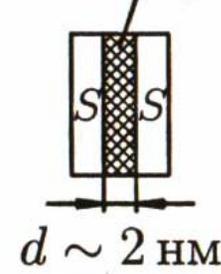
$I_n = U/R_n = [\hbar / (2eR_n)] \dot{\varphi}_t$ - резистивный канал; $U = [\Phi_0 / (2\pi)] \dot{\varphi}_t$

$I_D = CdU/dt = [\hbar C / (2e)] \ddot{\varphi}_t$ - емкостной канал; $U = [\hbar / (2e)] \dot{\varphi}_t$

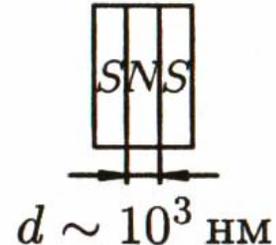
$$I_c \sin \varphi + [\hbar / (2eR_n)] \dot{\varphi}_t + [\hbar C / (2e)] \ddot{\varphi}_t = I_e$$

$$[\Phi_0 / 2\pi]^2 C \ddot{\varphi}_t + [\Phi_0 / 2\pi]^2 R^{-1} \dot{\varphi}_t + E_J \sin \varphi = E_J (I_e / I_c)$$

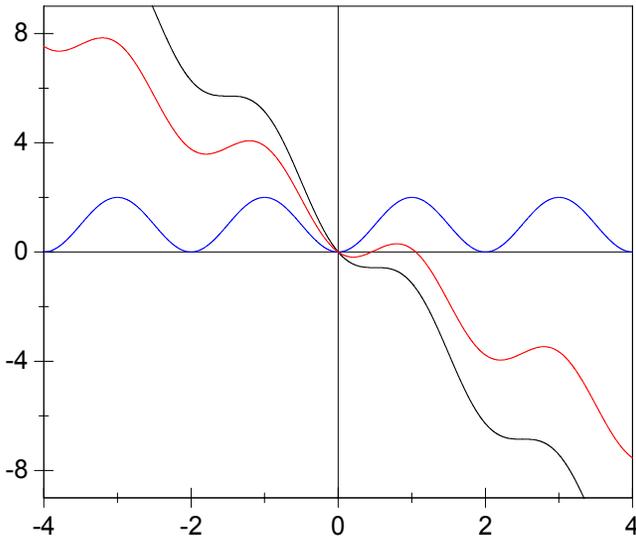
Изолятор



а)



б)



Фактически, это уравнение движения массивной частицы в поле силы тяжести.

$$M \ddot{\varphi}_t + \eta \dot{\varphi}_t = Mg (1 - \sin \varphi)$$

Частица	JJ
Координата	Разность фаз φ
Масса	$[\hbar / (2e)]^2 C$
Трение	$[\hbar / (2e)]^2 R^{-1}$
Проекция силы тяжести	$E_J (1 - \sin \varphi)$

$C \rightarrow 0$

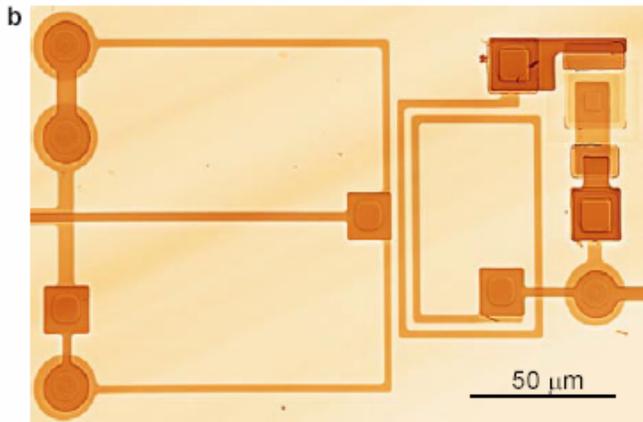
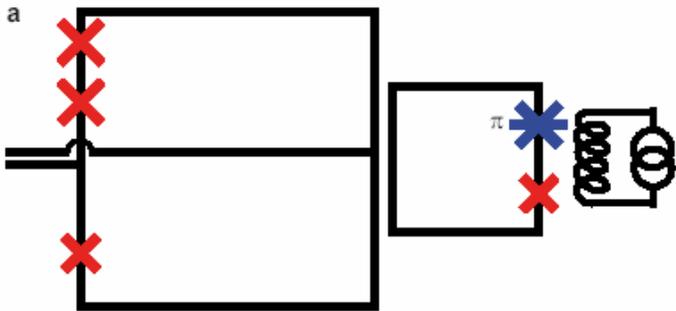
$m \rightarrow 0$

Кубит!

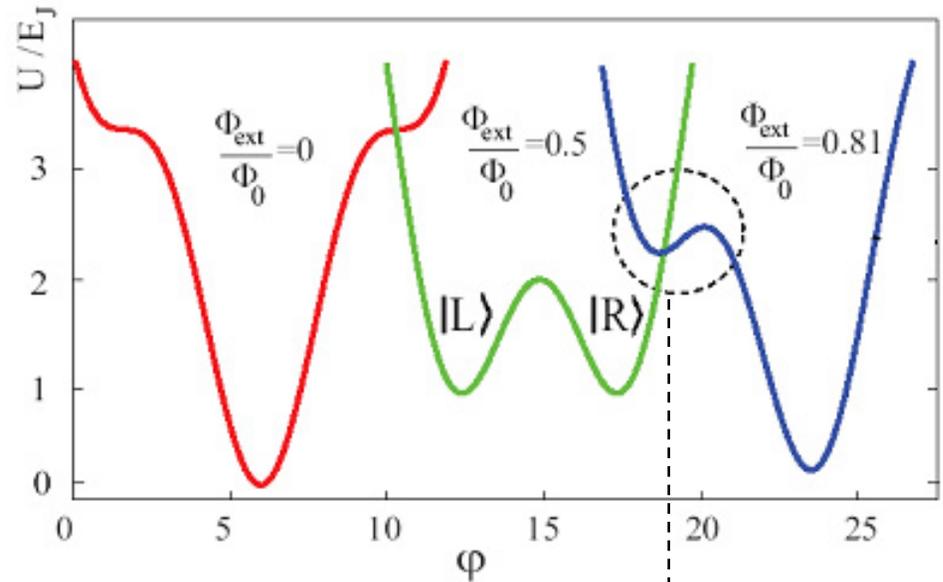
Фазовый кубит

$$m \rightarrow 0$$

$$m < 10^{-36} \text{ z} \ll m_e$$



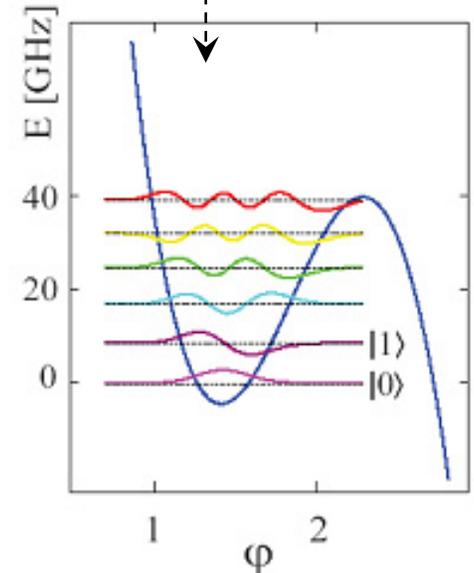
Динамика джозефсоновской фазы моделирует классические задачи квантовой механики.



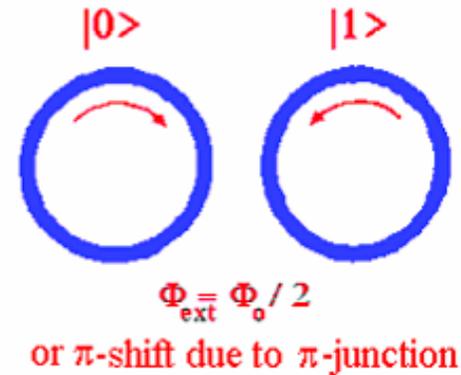
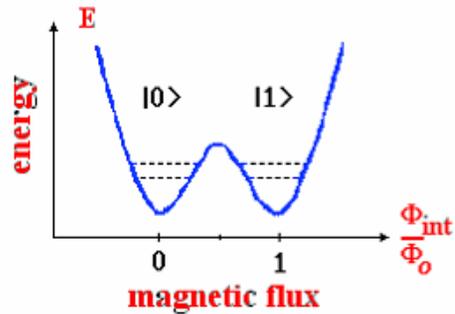
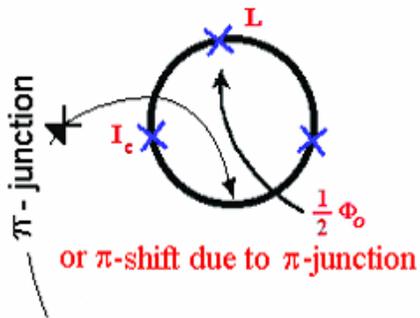
$$m = C \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \right)^2$$

$$\beta_L = 2\pi L I_c / \Phi_0$$

$$1 < \beta_L \leq 4.6$$

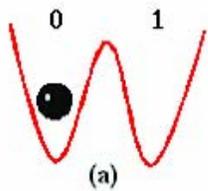


ПОТОКОВЫЙ КУБИТ

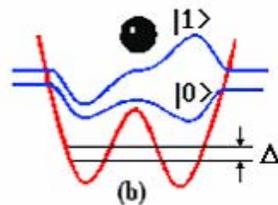


$$m = C \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \right)^2$$

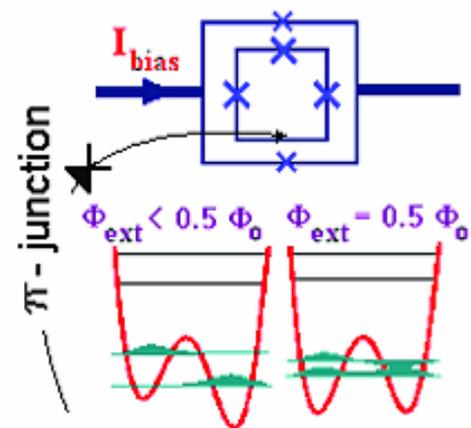
$$m < 10^{-36} e \ll m_e$$



Digital bit



Quantum bit



qubit operation

Сверхпроводниковая электроника.

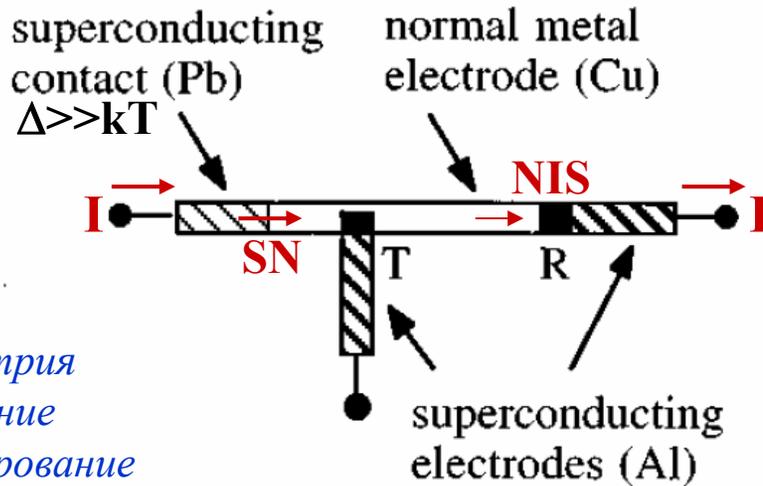
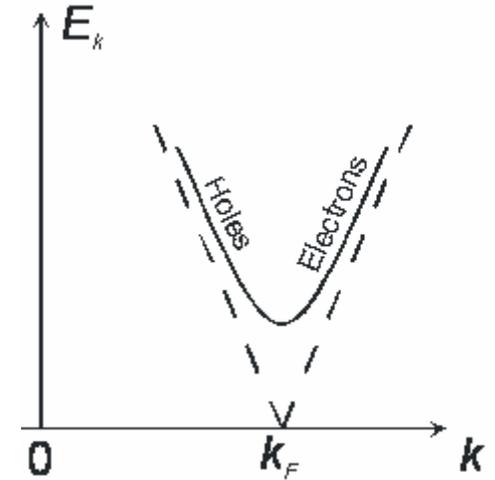
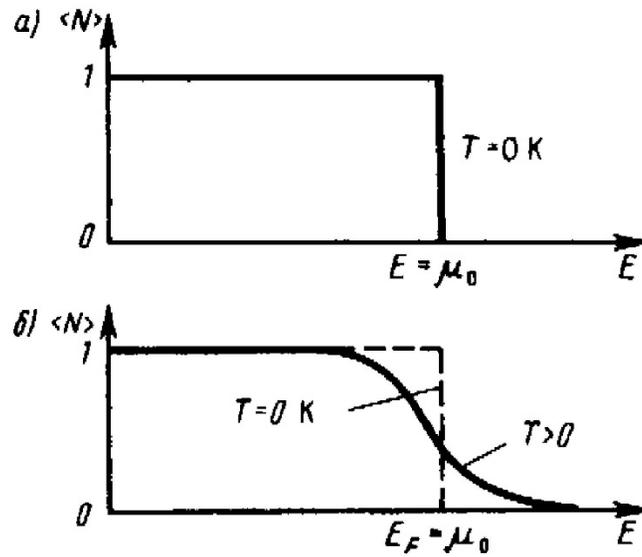
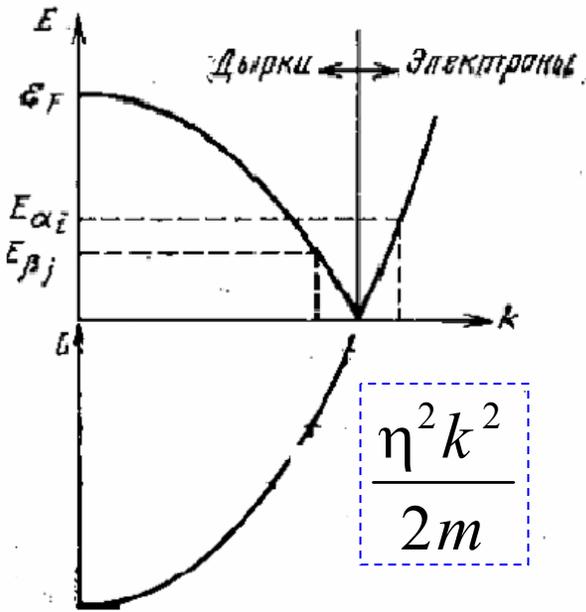
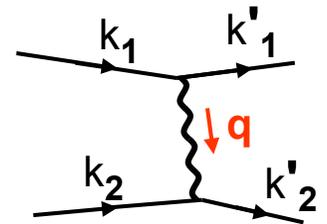
Конструирование электронных схем на основе джозефсоновских переходов

- *Аналоговые схемы*: СКВИД (SQUID)-усилители (вольтметры, магнетометры и т.д.) + ???
- *Цифровые схемы*: RSFQ-логика, АЦП, переключатели.
- *Квантовые схемы*: потоковый и фазовый кубиты.

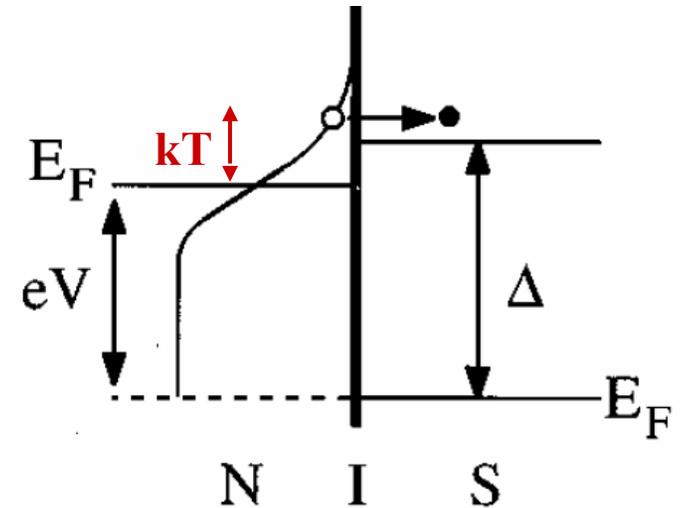
Теория БКШ

$$k_1 = -k_2;$$

$$s_1 = -s_2$$

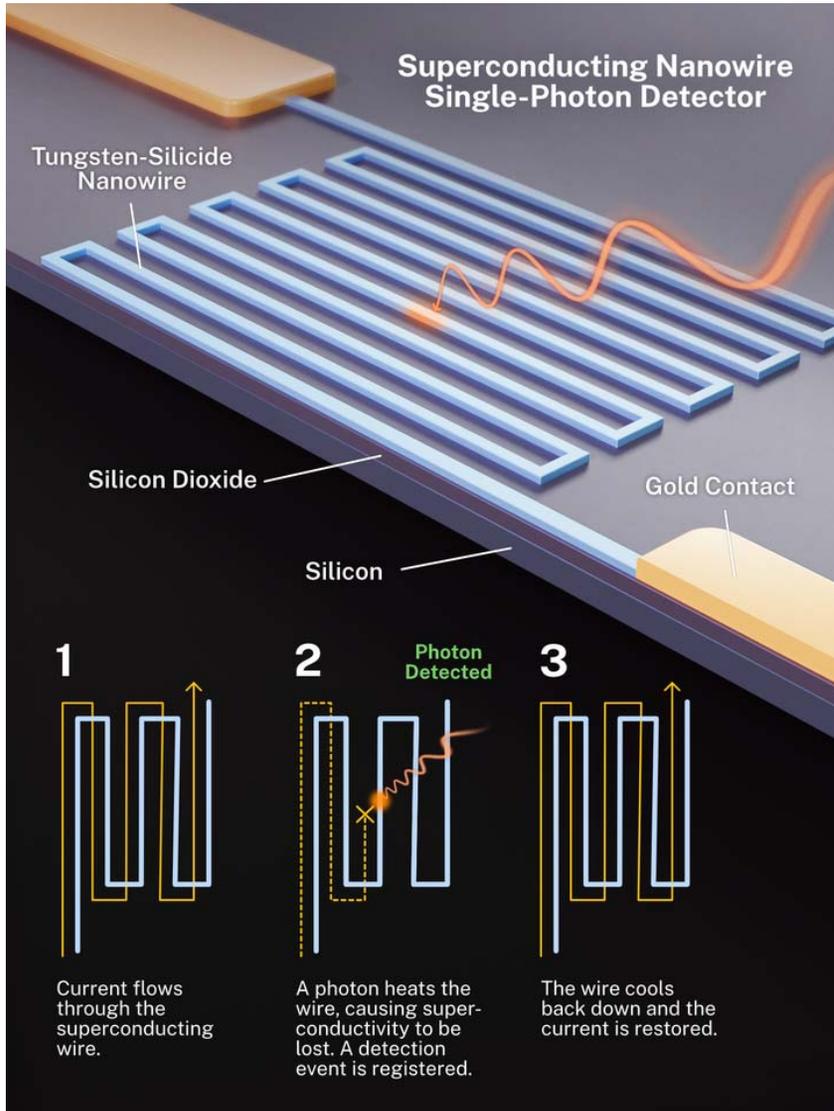


Термометрия
Охлаждение
Детектирование

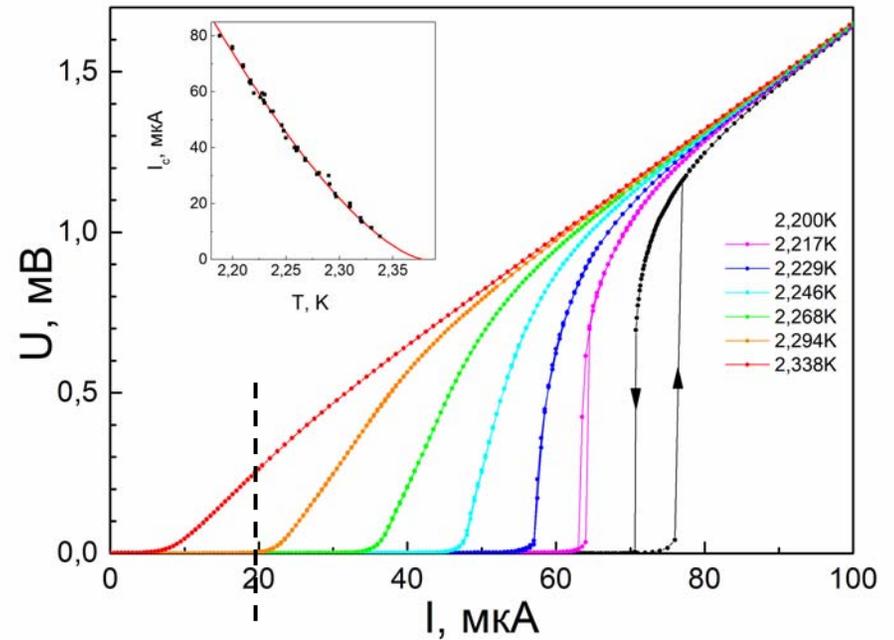
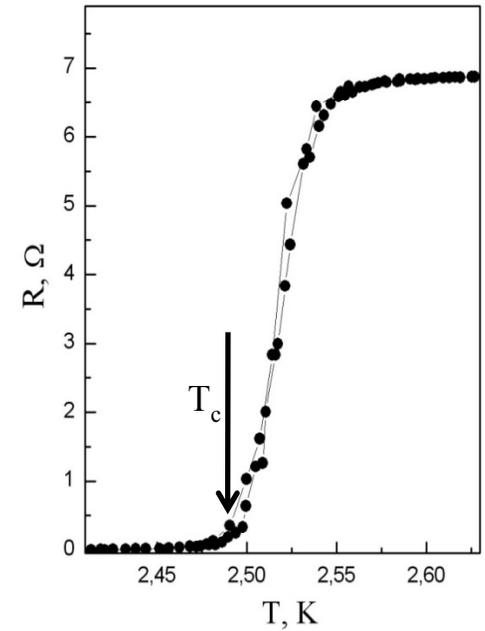


SSPD-детекторы

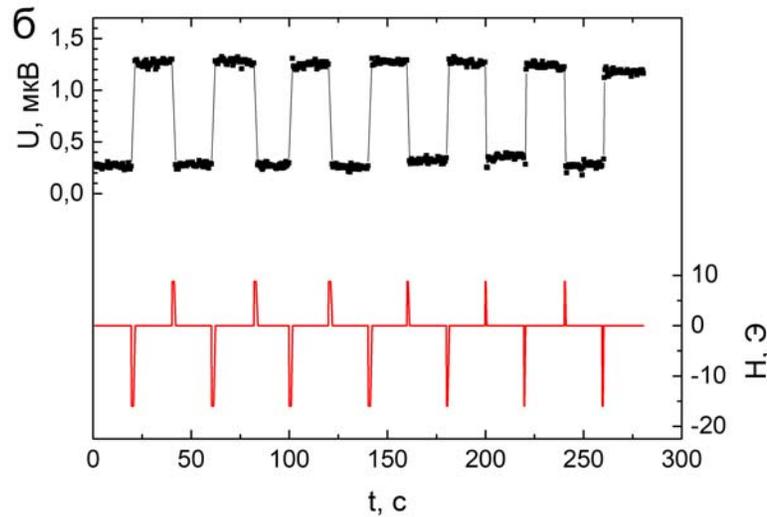
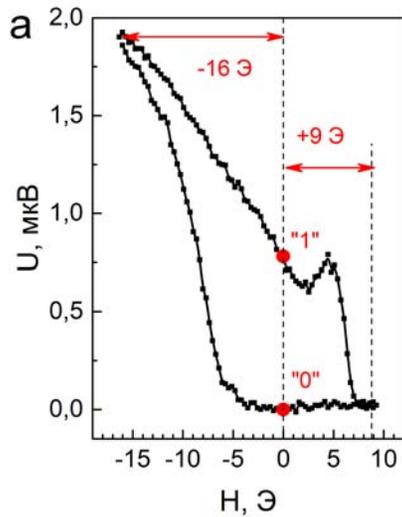
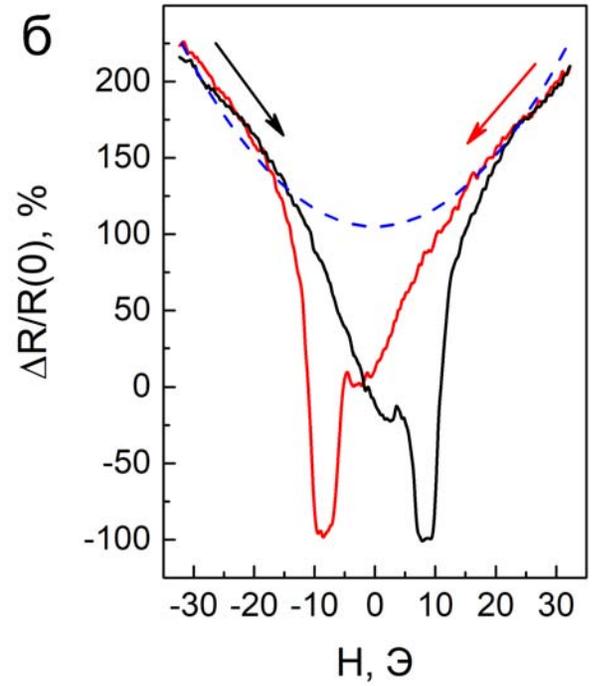
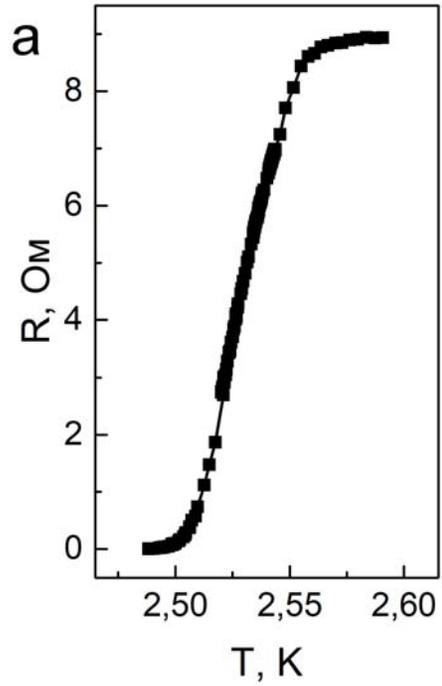
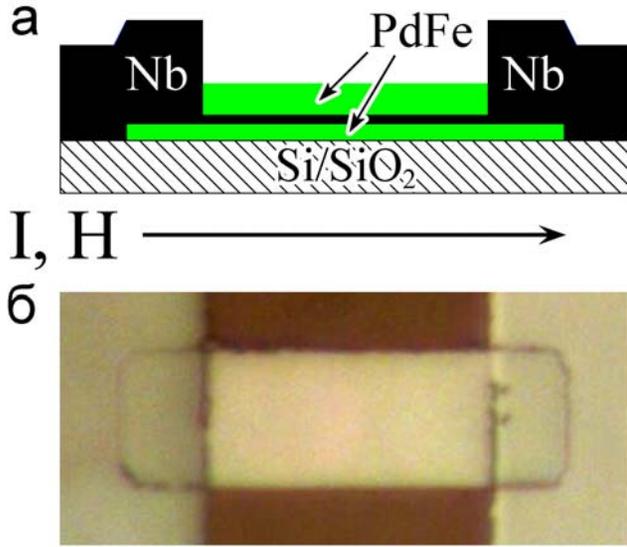
Superconducting Single-Photon Detector



TES-сенсоры



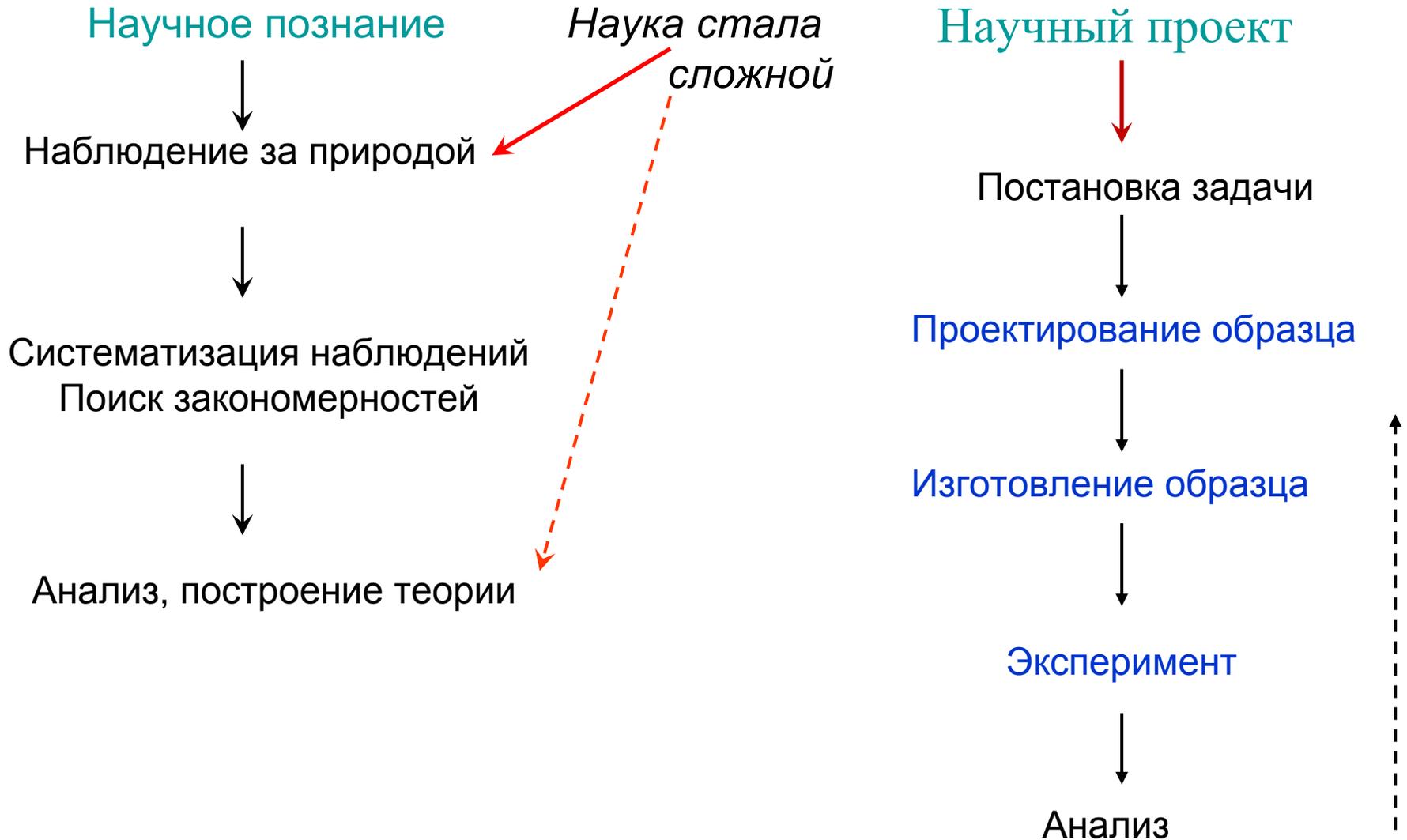
Spin-valve



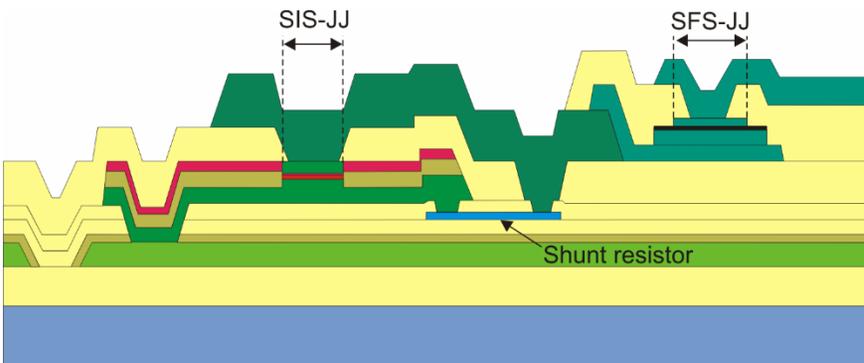
*Масштабируемая
магнитная
память*

$$I_c(H) \neq I_0 \frac{\sin(\pi\Phi / \Phi_0)}{(\pi\Phi / \Phi_0)}$$

Кусочек философии

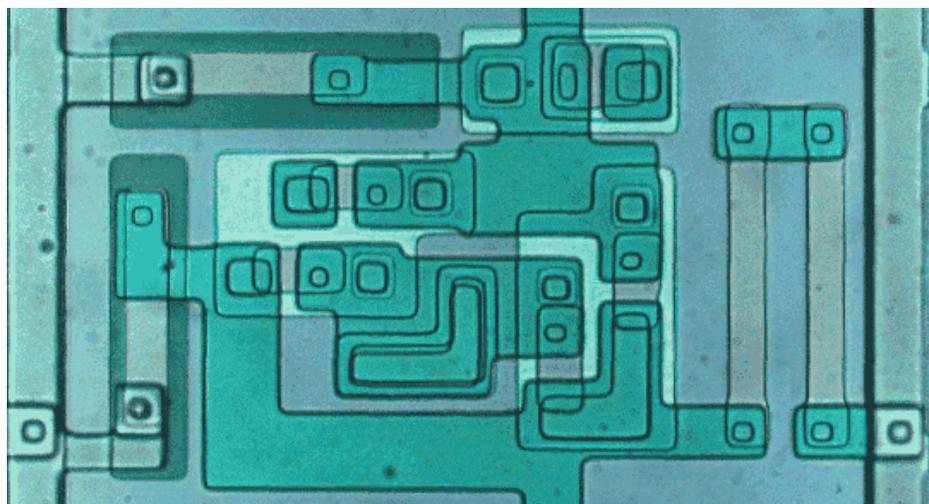
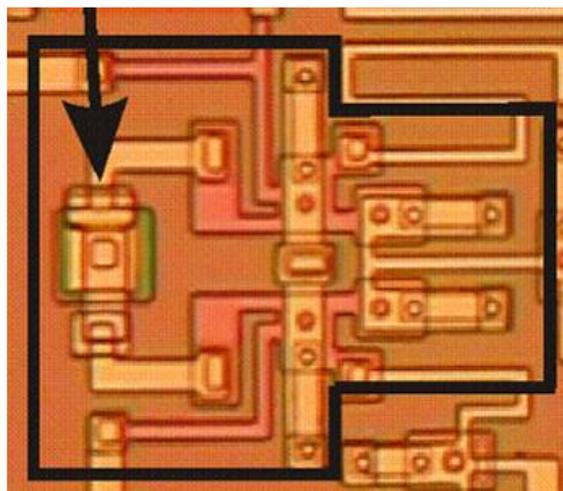


Проектирование



Изобретательские задачи по разработке многослойной технологии и планарной компоновке интерферометрических структур.

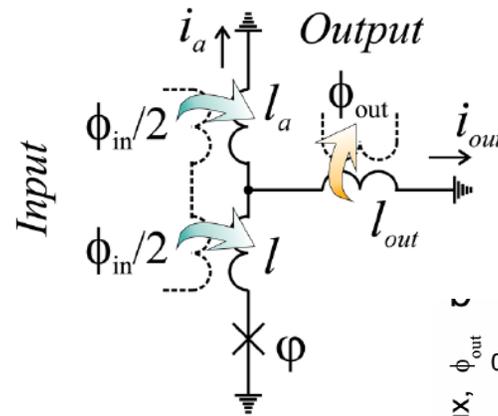
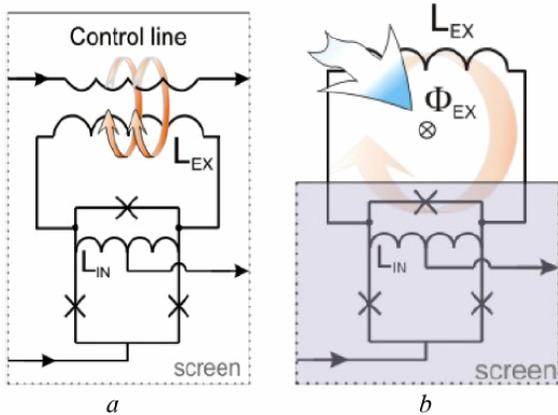
Моделирование свойств образцов и расчет оптимальных параметров.



Сверхпроводящие нейронные сети. Адиабатические вычисления.

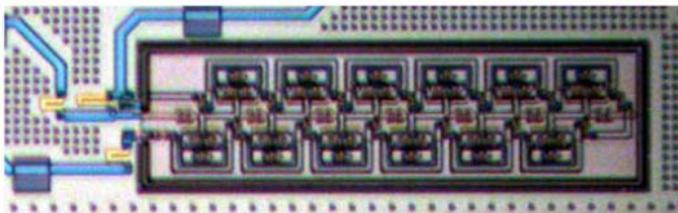
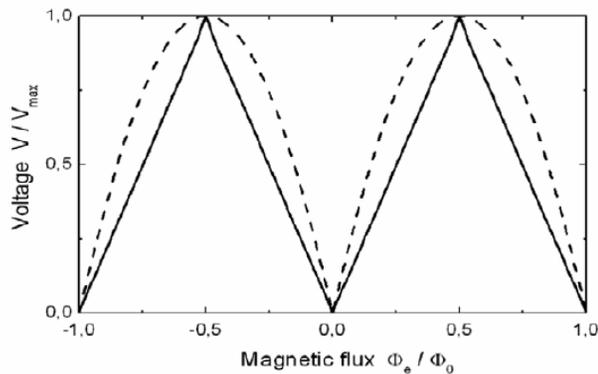
Энергоэффективность

Адиабатические вычисления предполагают манипулирование информацией без перехода в резистивное состояние (нестационарный режим Джозефсона). Цель: минимизировать энергопотребление.



$$\delta Q \sim kT \ln 2$$

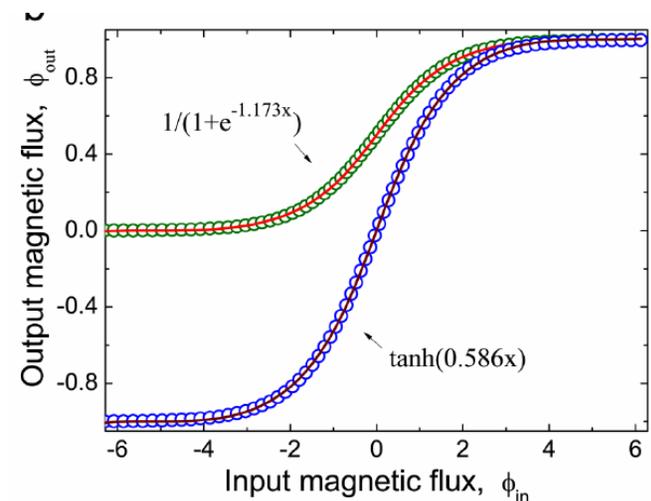
$$\delta Q \sim 10^{-22} \text{ Дж}$$

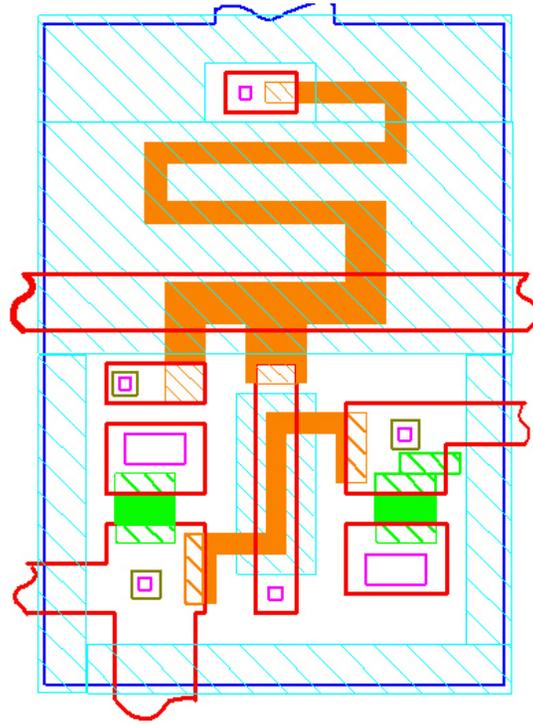
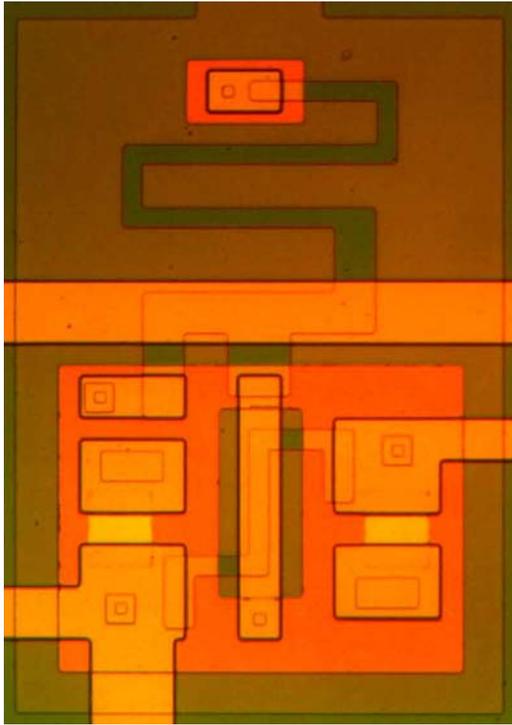


$$l = 0.125$$

$$l_a = 1.125$$

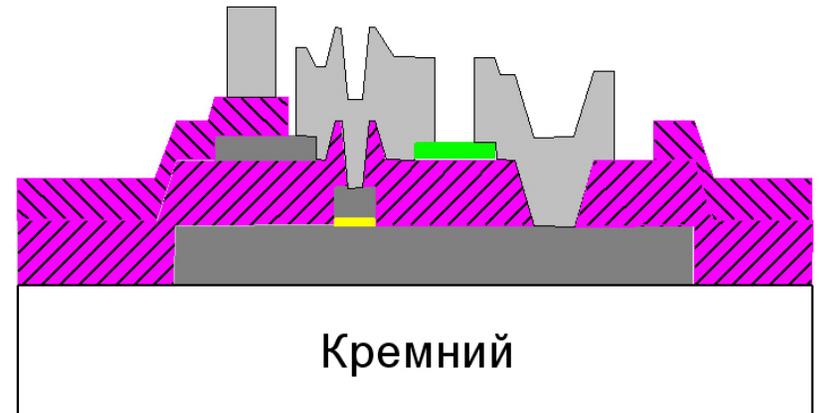
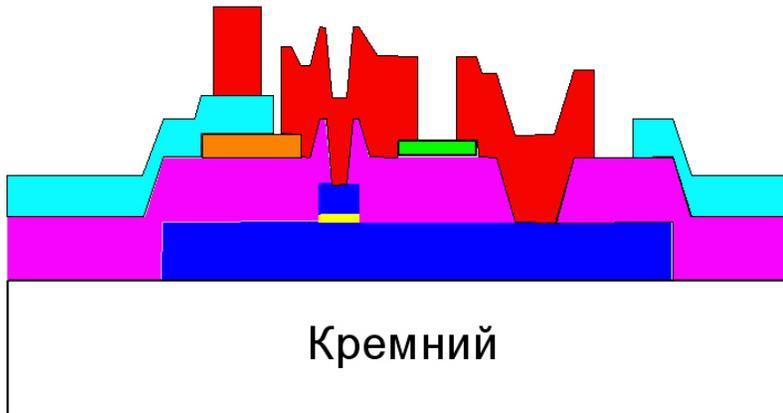
$$l_{out} = 0.3$$





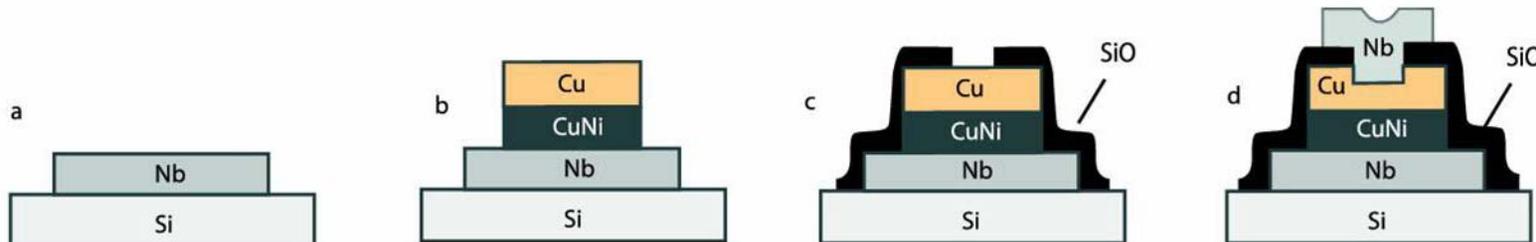
ЛИНЕЙНАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА СВЕРХПРОВОДНИКОВ

Уравнения Лондонов	30
5.1. Первое уравнение Лондонов	31
5.2. Второе уравнение Лондонов	31
Глубина проникновения магнитного поля	34
Нелокальная электродинамика сверхпроводников	36
Квантовое обобщение уравнения Лондонов.	39
Квантование магнитного потока	39
8.1. Квантовое обобщение уравнения Лондонов	39
8.2. Квантование магнитного потока	40
Распределение поля и тока в простейших конфигурациях сверхпроводников	43
9.1. Пластина в параллельном поле	43
9.2. Пластина с током	45
9.3. Пластина с током в однородном поперечном магнитном поле	46
9.4. Пленка над экраном	47
9.5. Принцип замыкания	50
0. Кинетическая индуктивность	53



Разработка топологии

Порядок применения технологических операций



SFS deposition



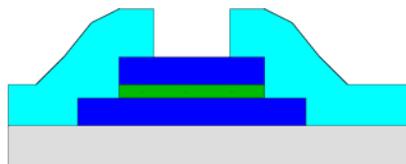
RIE + Ar etching



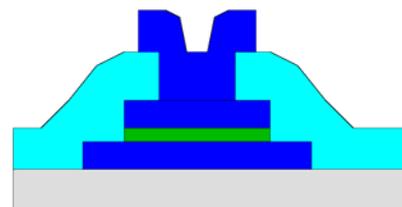
RIE



SiO deposition

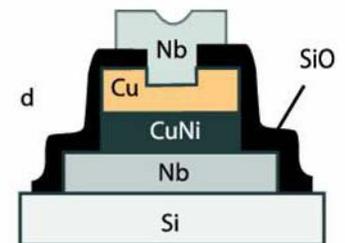
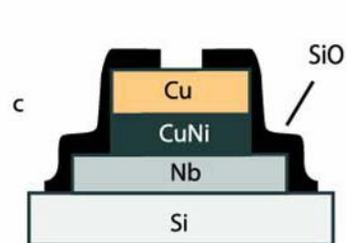
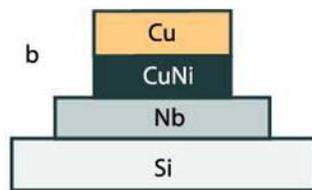
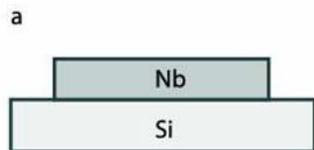
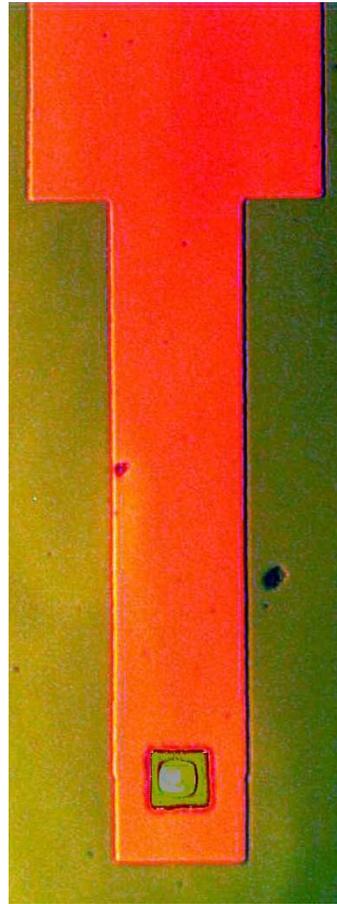
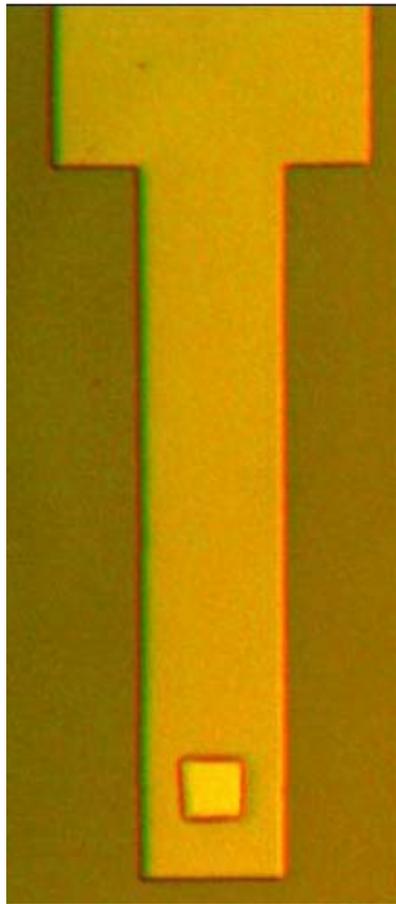
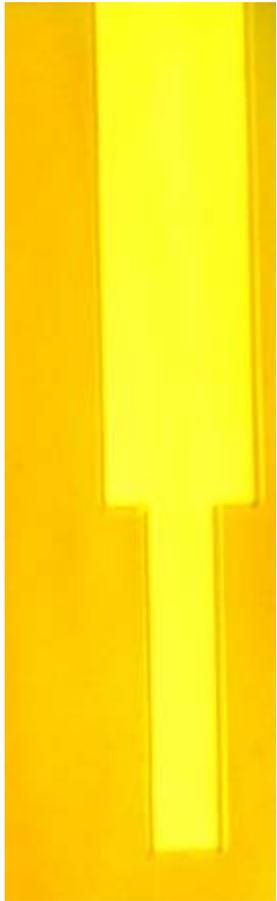


Nb wiring deposition

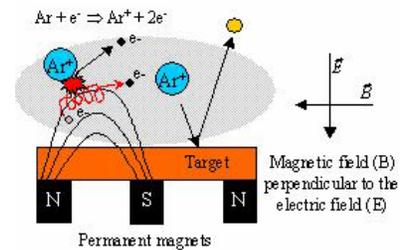


Тип процесса определяется постановкой задачи и доступным технологическим оборудованием.

Используются: вакуумные и ионно-плазменные технологии, фото- и электронная литографии, химические технологии, плазмохимическое травление и т.д.



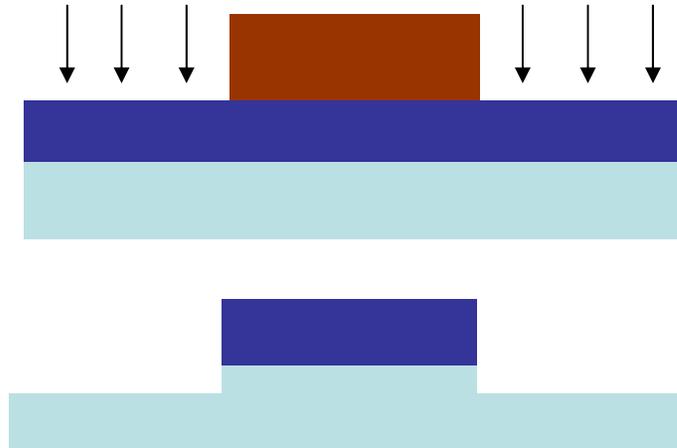
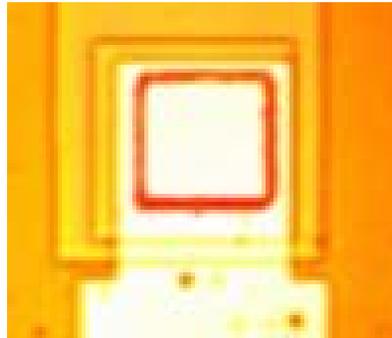
Напыление



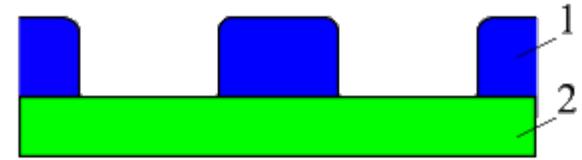
Изобретательские задачи



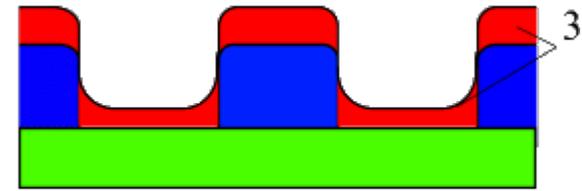
Фотолитография



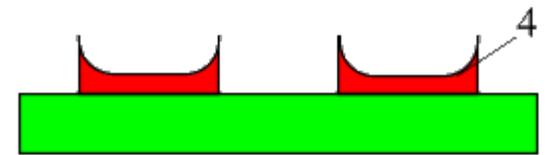
Процессинг



а)



б)



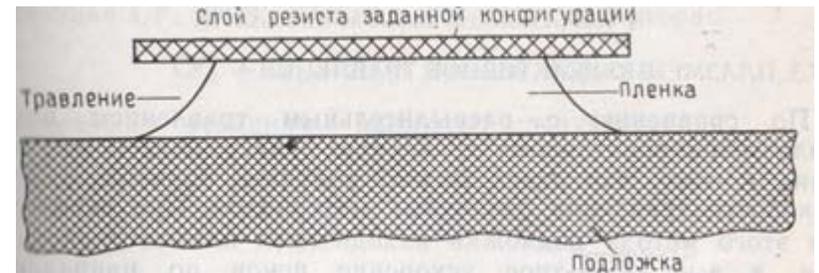
в)

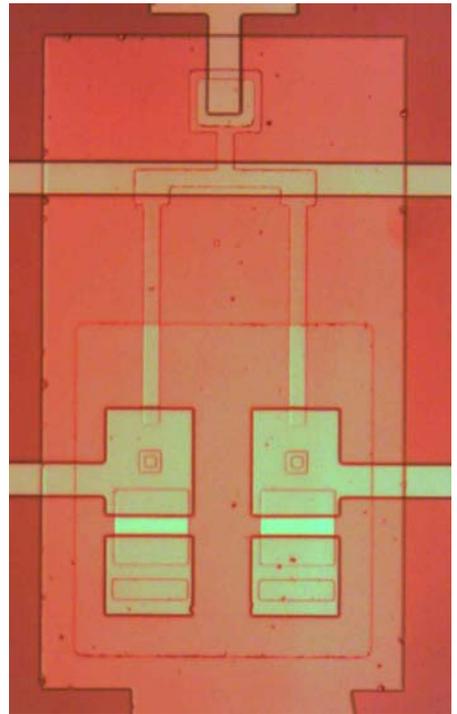
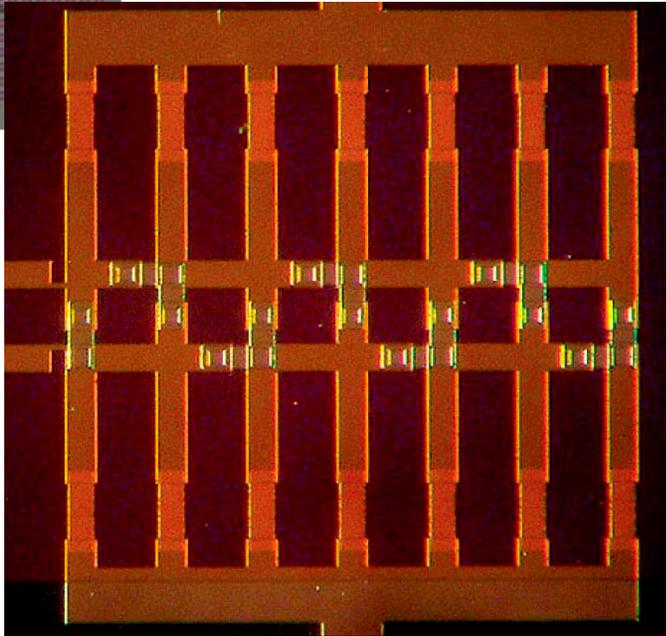
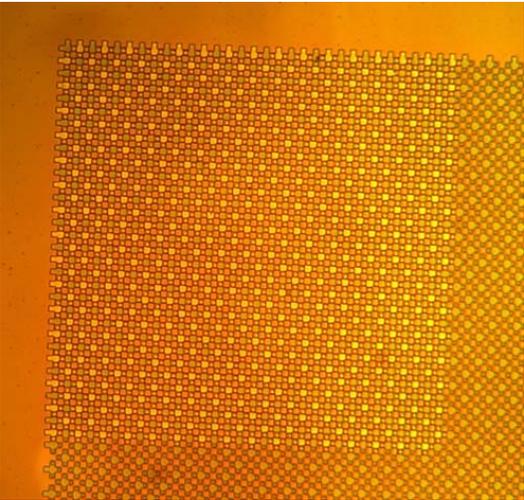
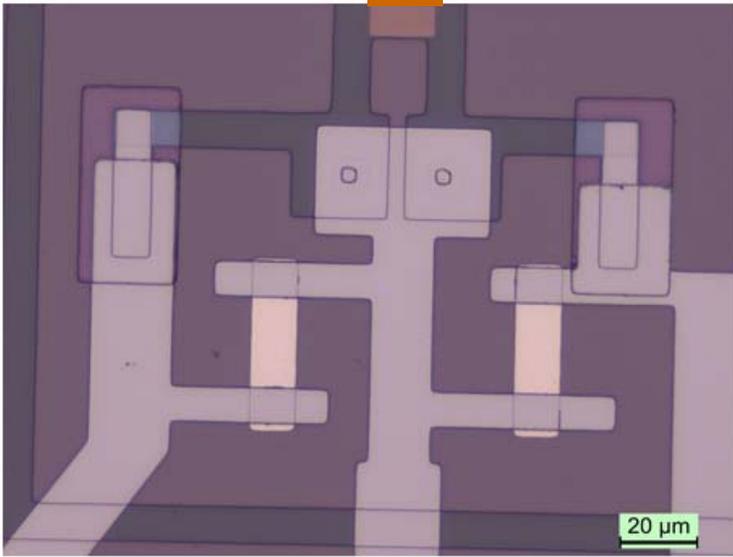
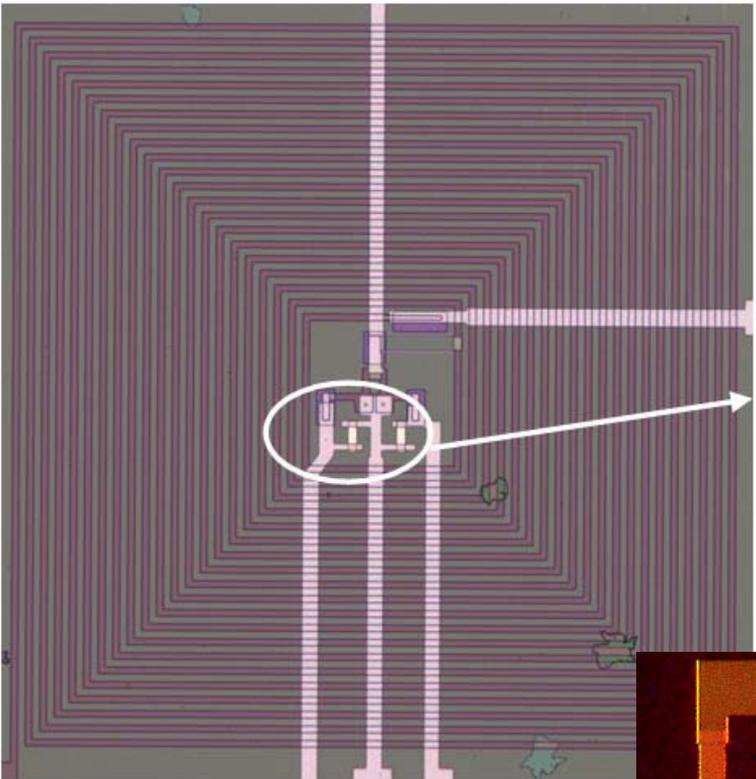
1. Совмещение

3. Тип травления

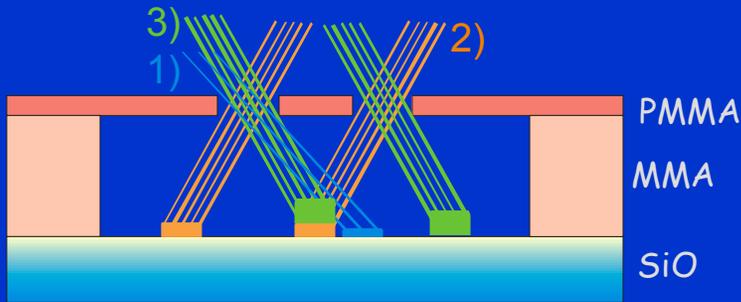
2. Разрешение

3. Взрыв





Планарный процессинг



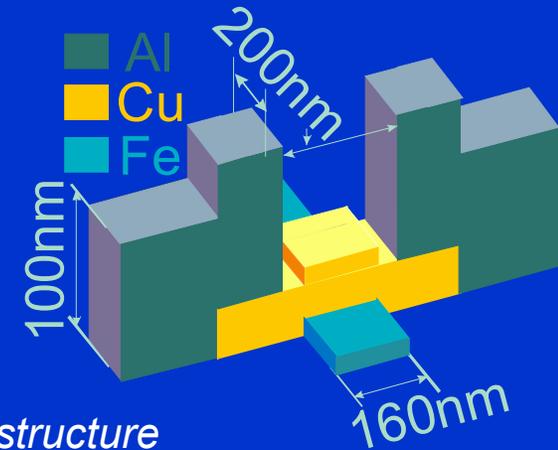
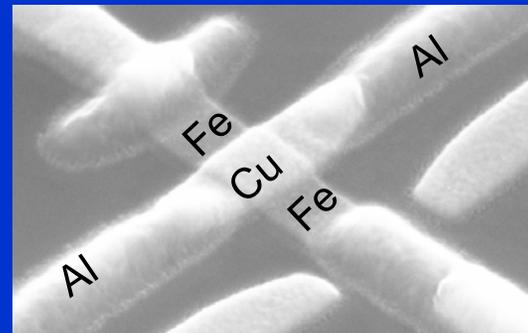
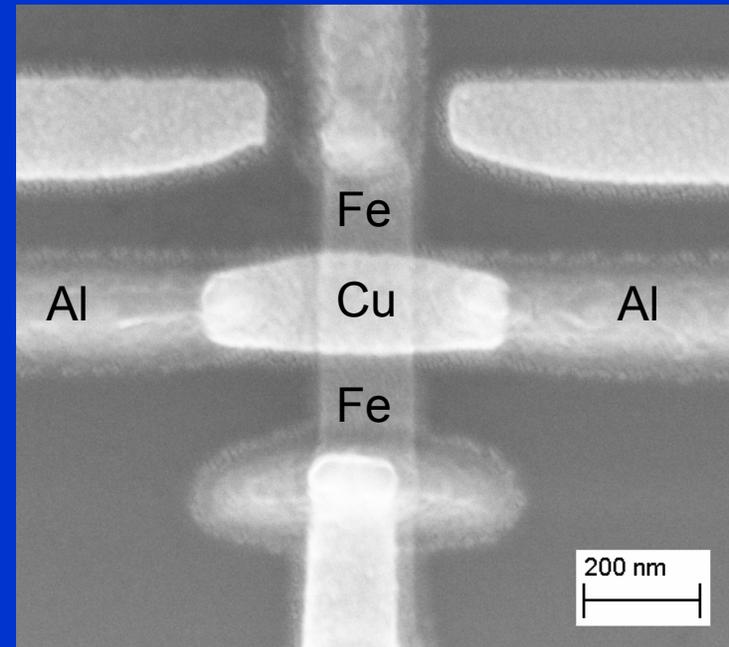
lift-off



1) Fe $d_F=10$ nm

2) Cu $d_N=30(60)$ nm

3) Al $d_S=100$ nm

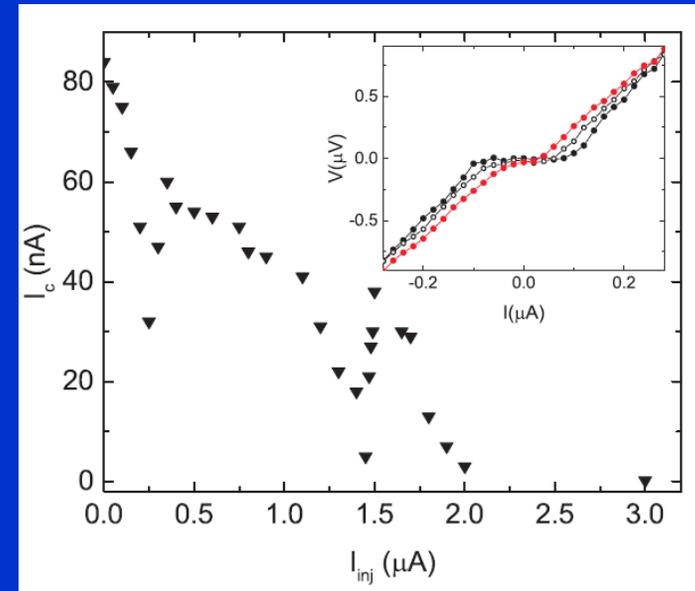
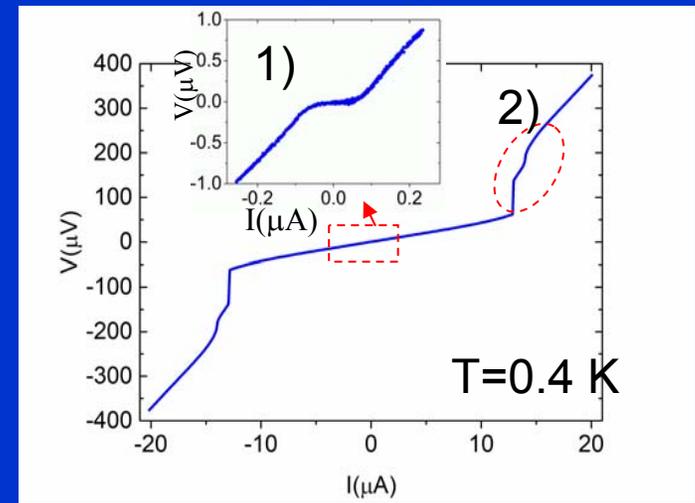
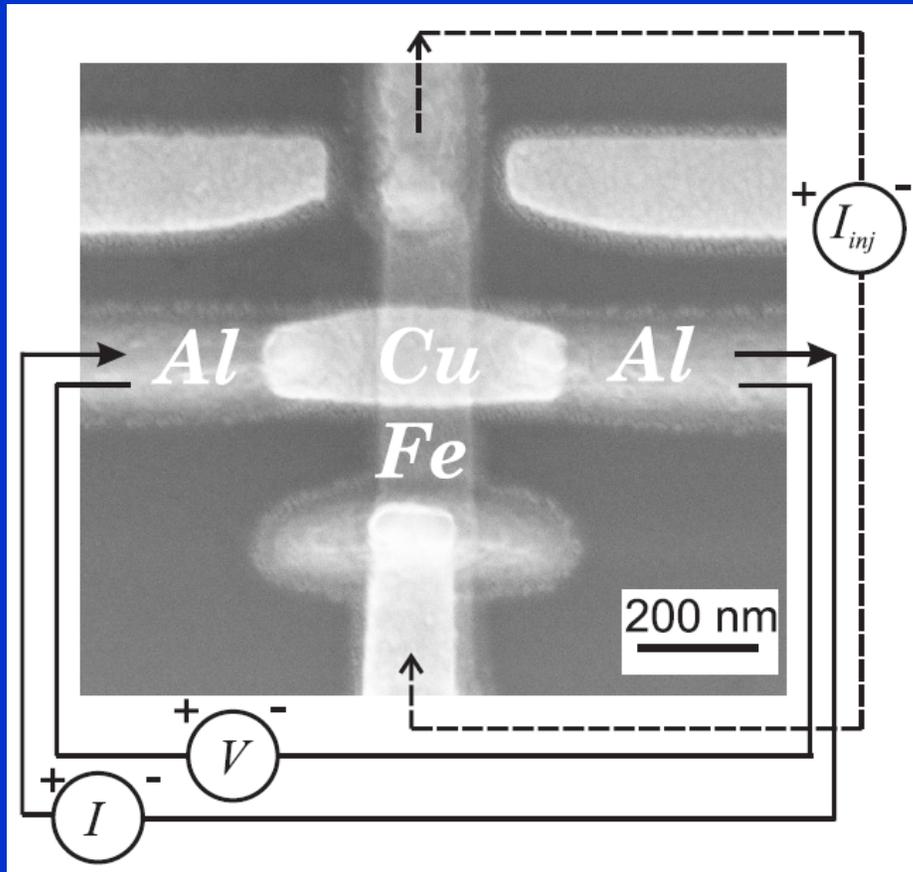


Samples were fabricated by electron beam lithography and shadow evaporation at 3 angles. Base pressure 10^{-10} mbar.

SEM image of Al-Cu/Fe-Al structure with the schematic sketch

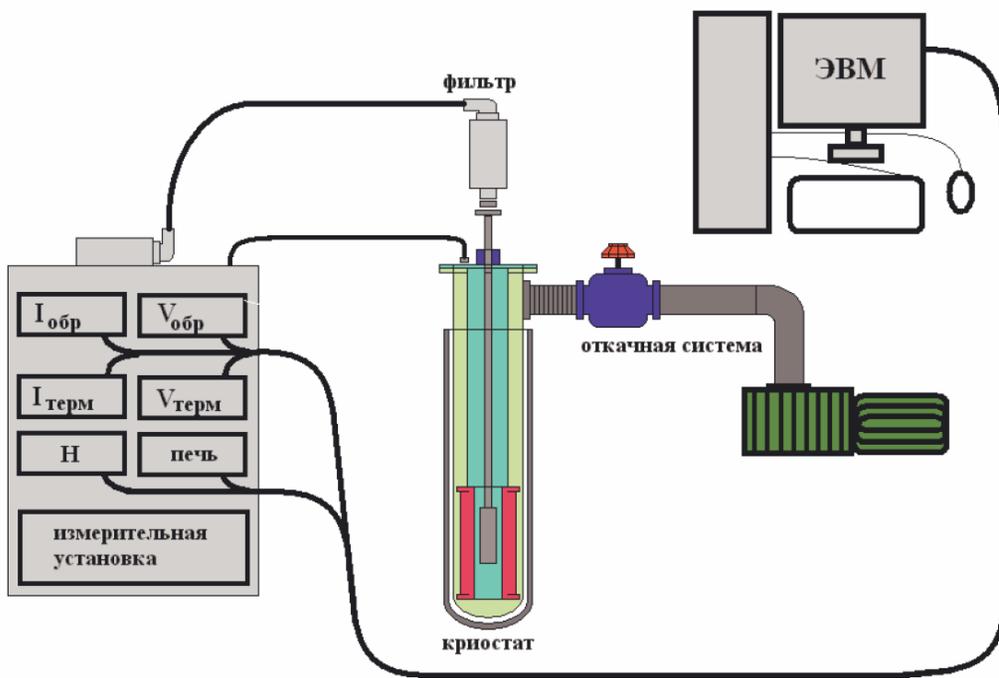
Experimental results.

The measurement scheme of Al-Cu/Fe-Al junction with the perpendicular Fe - electrode



$$\varphi_\sigma = \frac{1}{2} \left(\tanh \frac{\varepsilon - \mu_\sigma^L}{2T} + \tanh \frac{\varepsilon - \mu_\sigma^R}{2T} \right) + \frac{G_\sigma}{2\sigma_N \left(1 + \frac{G_\sigma L}{2\sigma_N} \right)} \left(\tanh \frac{\varepsilon - \mu_\sigma^R}{2T} - \tanh \frac{\varepsilon - \mu_\sigma^L}{2T} \right) \left(x - \frac{L}{2} \right)$$

Измерения



Автоматизированные установки на основе криостатов He-4, He-3 с откачкой паров гелия и стабилизацией давления и температуры.

Температурный диапазон

а) 1.2 К – 4.2 К
и выше (He-4)

б) 0.3 К – 1.2 К (He-3)

в) от 10 мК (BlueForce)

Обычные измерения с подавлением шумов до 10-50 нВ.

СКВИД-пиковольтметр.

Lock-In, СВЧ-измерения.



Приходите к нам учиться!

